

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/339771817>

Data Analysis (in Georgian), ISBN 978-9941-8-2130-1, Tbilisi, 2020

Book · March 2020

CITATIONS
0

READS
440

1 author:



[Giorgi Macharashvili](#)
Tbilisi State University

136 PUBLICATIONS 1,565 CITATIONS

SEE PROFILE

მონაცემთა ანალიზი

გიორგი მაჭარაშვილი

თბილისი

2020

მონაცემთა ანალიზი

გიორგი მაჭარაშვილი

Data Analysis

Giorgi Macharashvili

ISBN 978-9941-8-2130-1

Copyright ©2020, გ.მაჭარაშვილი

დაიბეჭდა საგამომცემლო პროგრამა "ლოგოსის" სტამბაში

თბილისი, ი.ჭავჭავაძის 13

2 250 258



March 8, MMXX G.M.

MMXX, გ.მაჭარაშვილი

სარჩევი

1	ალბათობის თეორიის საფუძვლები	1
1.1	ალბათობის განსაზღვრება	2
1.1.1	აქსიომატური განსაზღვრება	2
1.1.2	კლასიკური განსაზღვრება	3
1.1.3	გეომეტრიული განსაზღვრება	3
1.1.4	ბეიზის განსაზღვრება და პირობითი ალბათობა	4
1.1.5	ზოგადი შენიშვნები	5
1.2	ალბათობის ძირითადი მახასიათებლები	8
1.2.1	განაწილების ფუნქცია	8
1.2.2	შემთხვევითი ცვლადების ფუნქციები	9
1.2.3	მომენტები	12
1.2.4	მახასიათებელი ფუნქცია	14
1.2.5	მრავალცვლადიანი განაწილების ფუნქცია	15
1.2.6	კოვარიაცია და კორელაცია	17
1.3	დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადის განაწილებები	17
1.3.1	ბინომური განაწილება	18
1.3.2	მულტინომური განაწილება	20
1.3.3	უარყოფითი ბინომური განაწილება	20
1.3.4	პუასონის განაწილება	22
1.3.5	ბერნულის განაწილება	23
1.3.6	გეომეტრიული განაწილება	24
1.4	უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადის განაწილებები	26
1.4.1	თანაბარი განაწილება	26
1.4.2	გაუსის (ნორმალური) განაწილება	27

1.4.3	ექსპონენტური განაწილება	30
1.4.4	ჰიპერექსპონენტური განაწილება	33
1.4.5	χ^2 განაწილება	35
1.4.6	სტუდენტის t განაწილება	36
1.4.7	ფიშერის F განაწილება	39
1.4.8	გამა განაწილება	41
1.4.9	ბეტა განაწილება	43
1.4.10	ერლანგის განაწილება	45
1.4.11	კოშის განაწილება	47
1.4.12	ლანდაუს განაწილება	49
1.4.13	ვეიბულის განაწილება	51
1.4.14	Crystal-Ball განაწილება	52
1.4.15	რელეის განაწილება	52
1.4.16	მაქსველის განაწილება	54
1.4.17	ლოგ-ნორმალური განაწილება	56
1.4.18	ლოგისტიკური განაწილება	58
1.5	განაწილების ფუნქციების თვისებები	59
1.5.1	დამოუკიდებელი შემთხვევითი ცვლადები	59
1.5.2	მართლმსგავსება	60
1.5.3	შერჩევის განაწილებები	62
1.5.4	კავშირები განაწილებებს შორის	63
1.5.5	შემთხვევითი ცვლადების ჯამი	65
1.5.6	დიდი რიცხვების კანონი	71
1.5.7	ცენტრალური ზღვარის თეორემა	72
2	ანალიზის სტატისტიკური მეთოდები	75
2.1	ზოგადი მიმოხილვა და ძირითადი ცნებები	75
2.1.1	შესავალი	75
2.1.2	ძირითადი მეთოდები	76
2.2	ჰიპოთეზის სტატისტიკური ტესტირება	79
2.2.1	სტატისტიკური ტესტის კონცეფცია	79
2.2.2	ტესტის ძირითადი მეთოდები	82

2.2.3	მართლმსგავსების ფუნქციათა ფარდობის მეთოდი	87
2.2.4	მაგალითი. განაწილებათა ერთგვაროვნების ტესტი	87
2.3	ჰიპოთეზის ტესტები	88
2.3.1	შესავალი	88
2.3.2	ჰიპოთეზის ტესტი სტუდენტის t კრიტერიუმით	89
2.3.3	ჰიპოთეზის ტესტი ფიშერის F კრიტერიუმით	90
2.3.4	ჰიპოთეზის ტესტი პირსონის χ^2 კრიტერიუმით	91
2.3.5	ჰიპოთეზის ტესტი უილკოქსონის კრიტერიუმით	93
2.3.6	კოლმოგოროვ-სმირნოვის ტესტი	94
2.3.7	ორი შერჩევის ერთგვაროვნების ტესტი	96
2.3.8	მრავალგანზომილებიანი არაბინირებული ტესტები	97
2.3.9	ჰიპოთეზის ტესტი p -სიდიდით	100
2.3.10	მაგალითი. კოლმოგოროვის ტესტი	107
2.4	პარამეტრების წერტილოვანი შეფასება	110
2.4.1	შესავალი	110
2.4.2	დამოუკიდებელი ცვლადების საშუალოს და ვარიაციის შეფასება	111
2.4.3	მაქსიმალური მართლმსგავსების მეთოდი	113
2.4.4	მაგალითები	115
2.4.5	უმცირეს კვადრატთა მეთოდი	119
2.4.6	წრფივი მოდელი	122
2.4.7	ფიტირების მაგალითები	126
2.4.8	შეფასება კავშირების გათვალისწინებით	131
2.4.9	წანაცვლების შემცირება	133
2.4.10	მდგრადი შეფასება	134
2.4.11	ზედმეტი პარამეტრები	137
2.4.12	ორი განსხვავებული შეფასების შედარება	140
2.4.13	დასკვნითი შენიშვნები	141
2.5	პარამეტრების შეფასება ინტერვალებით	142
2.5.1	შესავალი	142
2.5.2	სანდოობის ინტერვალები	143
2.5.3	ზოგადი მეთოდი	146
2.5.4	მაგალითები	147

2.5.5 ბეიზის ინტერვალები	152
2.6 მომენტების მეთოდი	153
2.6.1 შესავალი	153
2.6.2 შერჩევის მომენტების ვარიაცია	155
2.6.3 განზოგადებული მომენტების მეთოდი	155
2.6.4 მაგალითები	156
2.6.5 ორთონორმალური წარმოდგენა	158
2.6.6 ფუნქციის მომენტების ვარიაცია	158
2.7 ანალიზის ჰისტოგრამული მეთოდი	159
2.7.1 შესავალი	159
2.7.2 ჰისტოგრამა, როგორც მულტინომური განაწილება	162
2.7.3 ანალიზი მაქსიმალური მართლმსგავსების მეთოდით	162
2.7.4 ჰისტოგრამის ფიტირება	163
2.7.5 მართლმსგავსების ფარდობის ტესტი	166
2.7.6 ორი ჰისტოგრამის შედარება	167
2.7.7 ორი შერჩევის დამოუკიდებლობის ტესტი	169
2.7.8 დასკვნითი შენიშვნები	170
3 ცდომილებების ანალიზი	173
3.1 შესავალი	173
3.1.1 ძირითადი ცნებები	173
3.1.2 ცდომილებების კლასიფიკაცია	174
3.1.3 მონაცემთა წინასწარი დამუშავება	176
3.2 სტატისტიკური ცდომილებები	179
3.2.1 ზოგადი საკითხები	179
3.2.2 შერჩევის ვარიაციის შეფასება	180
3.2.3 ასიმეტრიული ცდომილებების ინტერვალები	181
3.2.4 მაგალითი. ეფექტურობის შეფასება მცირე სტატისტიკის დროს	182
3.3 შეფასებების განუზღვრელობები	183
3.3.1 ზოგადი პრინციპები	183
3.3.2 დამოუკიდებელ მონაცემთა გასაშუალოება	184
3.3.3 კორელირებულ მონაცემთა გასაშუალოება	185

3.3.4	ცდომილებების გადაანგარიშება	186
3.3.5	მაგალითი. ფარდობის ცდომილება	190
3.3.6	მაგალითი. ფუნქციის ფიტირება	191
3.4	სისტემატური განუზღვრელობები	192
3.4.1	შესავალი	192
3.4.2	სისტემატური ეფექტების მაგალითები	194
3.4.3	სისტემატურ ცდომილებათა წყაროები	195
3.4.4	სისტემატურ და სტატისტიკურ ცდომილებათა კომბინირება	196
3.4.5	კორელირებული სტატისტიკური ცდომილებები	197
3.4.6	კორელირებული სისტემატური ცდომილებები	200
3.4.7	შეუთავსებადი შეფასებები	203
3.4.8	საილუსტრაციო მაგალითები	204
3.4.9	მაგალითი. სისტემატური ცდომილების განსაზღვრა	206
3.5	თეორიული მოდელის განუზღვრელობები	207
3.5.1	ზოგადი მიმოხილვა	207
3.5.2	მაგალითი. განუზღვრელობები ფინანსურ მოდელში	208
4	დროითი მწკრივების ანალიზი	211
4.1	ზოგადი მიმოხილვა	211
4.1.1	ტრენდი, ციკლურობა, ფლუქტუაციები	212
4.1.2	სტაციონარული პროცესი	212
4.1.3	თეთრი ხმაური	213
4.1.4	ავტოკორელაციური ფუნქცია	214
4.1.5	სტაციონარული პროცესის მოდელები	215
4.1.6	მარკოვის ჯაჭვი	216
4.2	წრფივი დროითი მწკრივები	217
4.3	ავტორეგრესიული მოდელი (AR)	218
4.3.1	ზოგადი განხილვა	218
4.3.2	პარამეტრების შეფასება	222
4.3.3	წინასწარმეტყველება AR მოდელით	223
4.3.4	AR(p) პროცესის იდენტიფიცირება	225
4.4	მოდელი მოძრავი საშუალოთი (MA)	226

4.4.1	ზოგადი განხილვა	226
4.4.2	პარამეტრების შეფასება	229
4.4.3	წინასწარმეტყველება MA მოდელით	229
4.4.4	MA(q) პროცესის იდენტიფიცირება	230
4.5	ARMA მოდელები	231
4.5.1	თვისებები	231
4.5.2	განზოგადებული ARMA(p,q) მოდელი	232
4.5.3	წინასწარმეტყველება ARMA მოდელით	233
4.6	ARIMA მოდელები	234
4.6.1	მოდელები ერთეულოვანი ფესვით	234
4.6.2	მწკრივის დიფერენცირება	234
4.6.3	კოვარიაციული ანალიზი	235
4.7	დროში გადანაცვლების ოპერატორი	236
4.8	სპექტრალური ანალიზი	239
4.8.1	ფურიეს გარდაქმნა	239
4.8.2	დისკრეტული ფურიეს გარდაქმნა	242
4.8.3	სპექტრალური სიმკვრივე	245
4.8.4	AR(1) პროცესის სპექტრალური სიმკვრივე	248
4.8.5	MA(1) პროცესის სპექტრალური სიმკვრივე	249
4.8.6	სპექტრალური სიმკვრივის მატრიცა	250
4.8.7	მაგალითი. წინასწარმეტყველება სიხშირულ წარმოდგენაში	252
4.9	წრფივი ფილტრაცია	254
4.9.1	ფილტრის თეორემა	255
4.9.2	ფილტრაცია და შესაბამისი სპექტრი	256
4.9.3	მაგალითი. გაგლეუების ეფექტის ანალიზი	257
4.9.4	ფილტრი ზოგადი AR პროცესისათვის	258
4.9.5	ფილტრი ზოგადი MA პროცესისათვის	259
4.9.6	ფილტრი ზოგადი ARMA პროცესისათვის	260
4.9.7	მაგალითი. სპექტრალური სიმკვრივის შეფასება	261
4.10	ფინანსური დროითი მწკრივების მოდელები	263
4.10.1	შემთხვევითი გადანაცვლების მოდელი	263
4.10.2	არაწრფივი მოდელები	265

4.10.3 ARCH მოდელი	266
4.10.4 GARCH მოდელი	268
4.11 ტრენდი და სეზონურობა (ციკლურობა)	271
4.11.1 სიმეტრიული მოძრავი საშუალო	271
4.11.2 ექსპონენცური გაგლუვება	272
4.11.3 დეტრენდინგი	274
4.11.4 მაგალითი. პერიოდული მწკრივის ანალიზი	278
4.11.5 მაგალითი. NASDAQ ინდექსის დეტრენდინგი	280
4.12 სტაბილობის შემოწმება	284
4.12.1 ზოგადი მიმოხილვა	284
4.12.2 მაგალითი. ორი მწკრივის შედარებითი სტაბილობა	286
4.12.3 მაგალითი. მწკრივის სტაბილობის შეფასება	289
4.13 დროითი მწკრივების ანალიზი ვეივლეტებით	291
4.13.1 შესავალი	291
4.13.2 უწყვეტი ვეივლეტ-გარდაქმნა	292
4.13.3 ვეივლეტის თვისებები	293
4.13.4 დისკრეტული ვეივლეტები	295
4.13.5 სკეილინგის ფუნქცია	297
4.13.6 დისკრეტული გარდაქმნის მეთოდი	300
4.13.7 ჰაარის ვეივლეტი	302
4.13.8 მაგალითი. სიგნალის ანალიზი ვეივლეტებით	303
5 მულტივარიაციული ანალიზი	307
5.1 ზოგადი საკითხები	307
5.1.1 მონაცემთა მრავალცვლადიანი წარმოდგენა	307
5.1.2 მულტივარიაციული ანალიზის კონცეფციები	309
5.1.3 სადემონსტრაციო მაგალითი	309
5.1.4 კლასიფიკაციის ამოცანა	311
5.1.5 წრფივი ალგებრის ელემენტები	312
5.1.6 ეილერის კუთხეები	321
5.1.7 აპროქსიმაცია ორთოგონალური ფუნქციებით	322
5.1.8 წრფივი რეგრესია	324

5.1.9 მანქანური სწავლება	326
5.2 პრინციპულ კომპონენტთა ანალიზი	327
5.2.1 მეთოდის აღწერა	327
5.2.2 დასაშვები ცდომილების შეფასება	329
5.2.3 მეთოდის თვისებები	329
5.2.4 მაგალითი	331
5.3 ფაქტორების ანალიზი	334
5.3.1 შესავალი	334
5.3.2 მეთოდის აღწერა	336
5.3.3 დატვირთვების მატრიცის შეფასება	339
5.3.4 ფაქტორების აღდგენა მონაცემებიდან	343
5.3.5 ფაქტორების რიცხვის განსაზღვრა	344
5.3.6 გამოყენების სფეროები	345
5.3.7 მაგალითი	346
5.3.8 დასკვნითი შენიშვნები	348
5.4 სხვა წრფივი მეთოდები	349
5.4.1 ძიება ბადეზე	349
5.4.2 წრფივი კლასიფიკაცია	350
5.4.3 ბირთვის მეთოდები	351
5.4.4 საყრდენი ვექტორების მეთოდი	353
5.4.5 მაგალითი. კლასიფიკაციის ამოცანა	354
5.5 გადაწყვეტილებების განშტოება	355
5.5.1 მეთოდის აღწერა	355
5.5.2 გაძლიერების ალგორითმები	358
5.5.3 მაგალითი. კლასიფიკაცია	361
5.5.4 დასკვნითი შენიშვნები	364
5.6 ნეირონული ქსელები	364
5.6.1 შესავალი	364
5.6.2 საწყისი მდგომარეობის ანალიზი	366
5.6.3 წინ მიმართული ქსელი	369
5.6.4 აქტივაციის ფუნქციები	370
5.6.5 ქსელის ტრენინგი	371

5.6.6	მინიმუმის ძიების BFGS მეთოდი	373
5.6.7	მაგალითი. კლასიფიკაცია	374
5.6.8	მაგალითი. ფუნქციის აპროქსიმაცია	376
5.6.9	დასკვნითი შენიშვნები	376
5.7	ანალიზის გენეტიკური ალგორითმი	378
5.7.1	ზოგადი შესავალი	378
5.7.2	შესაბამისობის ფუნქცია	380
5.7.3	მათემატიკური მოდელი	381
5.7.4	გენეტიკური კოდირება ნამდვილი რიცხვებით	384
5.7.5	მაგალითი. ოპტიმიზაცია	388
5.7.6	მაგალითი. არაწრფივი ფიტირება	391
5.8	მულტივარიაციული დროითი მწკრივები	395
5.8.1	შესავალი	395
5.8.2	სტაციონარობა და დაყოვნებული კორელაციები	397
5.8.3	ავტორეგრესიული მოდელი	400
5.8.4	მოძრავი საშუალოს მოდელი	404
5.8.5	კომბინირებული მოდელი	407
5.9	კალმანის ფილტრი	410
5.9.1	შესავალი	410
5.9.2	მოდელის აღწერა	413
5.9.3	სტატიკური სისტემები	413
5.9.4	დინამიური სისტემები	414
5.9.5	ზოგადი ფილტრი	416
5.9.6	არაწრფივი სისტემები	417
5.9.7	დასკვნითი შენიშვნები	418
5.10	ბრმა ანალიზის მეთოდი	419
5.10.1	შესავალი	419
5.10.2	მეთოდის სახეობები	421
5.10.3	სადემონსტრაციო მაგალითი	422
5.11	დასკვნითი შენიშვნები	423
6	მონტე კარლოს მეთოდი	427

6.1	ზოგადი მიმოხილვა	427
6.1.1	შესავალი	427
6.1.2	მეთოდის არსი	428
6.2	შემთხვევითი რიცხვების გენერატორები	429
6.2.1	შესავალი	429
6.2.2	გენერირების მეთოდები	430
6.2.3	გენერატორების ალგორითმები	435
6.3	ინტეგრება	446
6.3.1	ზოგადი მეთოდი	446
6.3.2	ვარიაციის შეფასება	447
6.3.3	ვარიაციის შემცირების მეთოდები	448
6.3.4	მაგალითი	453
6.4	მონტე კარლო მარკოვის ჯაჭვით	456
6.4.1	შესავალი	456
6.4.2	მარკოვის პროცესის გენერირება	457
6.4.3	ვინერის პროცესი (ბროუნის მოძრაობა)	458
6.4.4	მეტროპოლის-ჰასტინგის მეთოდი	459
6.4.5	გიბსის მეთოდი	460
6.4.6	ზოგადი შენიშვნები	461
6.4.7	მაგალითები	462
6.5	სიმულაცია. ფიზიკური მაგალითი	463
6.5.1	შესავალი	463
6.5.2	ნაწილაკების ტრანსპორტირების მოდელი	466
6.5.3	პოზიტრონული სკანერის მოდელი	471
6.5.4	სიმულაციის პროცესი	473
6.5.5	დასკვნითი შენიშვნები	476
6.6	სიმულაცია. დეტერმინისტული მოდელი	478
6.6.1	შესავალი	478
6.6.2	ამაჩქარებლის ნაკადის გრძივი დინამიკა	478
6.6.3	მოძრაობის განტოლებები	479
6.6.4	სიმულაციის შედეგები	481
6.6.5	დასკვნითი შენიშვნები	484

6.7 მონტე კარლოს მეთოდის ზოგადი მიმოხილვა	486
A ზოგიერთი ტერმინის ქართული შესატყვისი	489
B ლიტერატურა	495

