ნოდარ მაჭარაშვილი

მათემატიკა

მეორე ნაწილი

- თეორია
- ამოცანათა კრებული
- ტესტები

ნოდარ მაჭარაშვილი

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ ა

მეორე ნაწილი

გეომეტრია

- თეორია
- ამოცანათა კრებული
- ტესტები

გამომცემლობა „საქართველოს მაცნე“

თბილისი 2020

წიგნი „მათემატიკა“ განკუთვნილია იმ აბიტურიენტებისათვის, რომლებიც ემზადებიან ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე მათემატიკის გამოცდის ჩასაბარებლად. იგი, როგორც დამხმარე სახელმძღვანელო, დიდად სასარგებლო იქნება საშუალო სკოლის მოსწავლეებისა და მასწავლებლებისათვის.

წიგნში მოცემულია მასალის საფუძვლიანად შესწავლა უზრუნველყოფს მოსწავლის მომზადებას იმ დონეზე, რომელიც მოეთხოვება უმაღლეს სასწავლებელში სწავლის გაგრძელების მსურველს.

წიგნი გამოადგება ყველას, ვინც მათემატიკის სასკოლო კურსითაა დაინტერესებული.

www.nodar54@yahoo.com

www. saqmatsne.ge
ISBN 978-9941-16-720-1 (ორივე ნაწილი)
ISBN 978-9941-16-719-5 (მეორე ნაწილი)

წინასიტყვაობა

წინამდებარე სახელმძღვანელო განკუთვნილია აბიტურიენტებისათვის და საშუალო სკოლის მოსწავლეებისათვის. იგი მთლიანად მოიცავს ერთიანი ეროვნული გამოცდებისათვის მათემატიკის პროგრამით გათვალისწინებულ საკითხებს. ის, როგორც დამხმარე სახელმძღვანელო, შეიძლება გამოადგეს საშუალო სკოლის მოსწავლეებს და მასწავლებლებს.

წიგნის შედგენის დროს გამოყენებული იყო ქართულ და უცხოურ ენაზე არსებული შესაბამისი ლიტერატურა. აგრეთვე გათვალისწინებული იყო ერთიანი ეროვნული გამოცდების მოთხოვნები და ტრადიცია.

სახელმძღვანელოს მეორე ნაწილში მოცემულია პლანიმეტრია, სტერეომეტრია, ფიგურათა მარტივი გარდაქმნები და ვექტორთა ალგებრის ელემენტები.

წიგნი დაყოფილია პარაგრაფებად. მასში სულ 16 პარაგრაფია. თითოეული პარაგრაფი შედგება თეორიული ნაწილის, ამოცანათა კრებულის და ტესტებისაგან. თეორიულ ნაწილში მოყვანილია ძირითადი ცნებები, ფაქტები და ფორმულები (დამტკიცების გარეშე).

თითოეულ პარაგრაფში ამოცანები დალაგებულია მათი ტიპებისა და სირთულის მიხედვით. ყოველ ნომერში შეძლებისდაგვარად, მოცემულია ერთნაირი ხასიათისა და სირთულის ამოცანები. ტესტებში მოცემული ამოცანების სირთულის დონე ისეთივეა, როგორც ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე მათემატიკის ტესტში.

ყოველი პარაგრაფის ბოლოს ცალკე გამოყოფილია „რთული ამოცანები“ და „ამოცანები დამტკიცებაზე“. ამ ამოცანების ამოხსნა მოითხოვს თეორიული მასალის ღრმა ცოდნას, მეტ აზროვნებას და გონების დაძაბვას. ცხადია ამ ამოცანების უმეტესობა სირთულით აღემატება ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე გამოყენებული ამოცანების დონეს, მაგრამ ჩვენ ვთვლით, რომ მათი ამოხსნა დაეხმარება მათემატიკით დაინტერესებულ ახალგაზრდას ცოდნის და აზროვნების განვითარებაში.

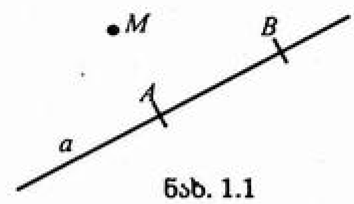
ნებისმიერი შენიშვნისა და წინადადებისათვის შეგიძლიათ დაუკავშირდეთ ავტორს ტელეფონზე 599 58-63-00 ან ელექტრონულ ფოსტაზე **www.nodar54@yahoo.com**

ავტორი

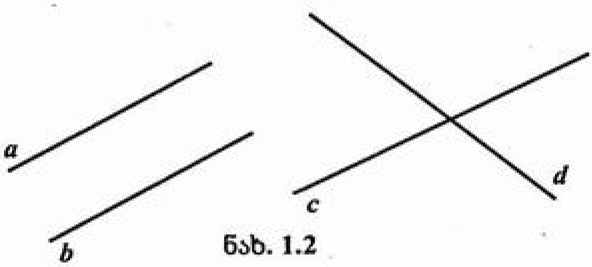
§ 1. წერტილი, წრფე, სხივი, მონაკვეთი, კუთხე, წრფეთა პარალელობა და მართობულობა

1. წერტილი, წრფე, სხივი, მონაკვეთი.

წერტილი და წრფე ძირითადი გეომეტრიული ფიგურებია. მათზე წარმოდგენას გვაძლევს ნახ. 1.1-ზე გამოსახული ფიგურები: M წერტილი, a წრფე. წრფე წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომელიც უსასრულოდ გრძელდება ორივე მხარეს. ის შედგება უსასრულო რაოდენობის წერტილებისაგან, რომლებიც როგორც წესი დიდი ლათინური ასოებით აღინიშნება. წრფე შეიძლება აღვნიშნოთ მასზე მდებარე ორი წერტილით ან ერთი პატარა ლათინური ასოთი. მაგალითად, AB წრფე ან a წრფე.



ნახ. 1.1



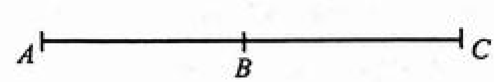
ნახ. 1.2

ცხადია, რომ ყოველ ორ წერტილზე გადის ერთადერთი წრფე. ასევე ცხადია, რომ ერთ სიბრტყეში მდებარე ორ სხვადასხვა წრფეს ან არ გააჩნიათ საერთო წერტილი ან აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი (ნახ. 1.2). პირველ შემთხვევაში წრფეებს პარალელური ეწოდებათ, ხოლო მეორე შემთხვევაში – თანამკვეთი. ნახ. 1.2-ზე a და b წრფეები პარალელურია ($a \parallel b$), ხოლო c და d წრფეები – თანამკვეთი.

წრფის ნაწილს, რომელიც შედგება ამ წრფეზე მდებარე ორი მოცემული წერტილის და მათ შორის მდებარე ყველა წერტილისაგან, მონაკვეთი ეწოდება. მოცემულ წერტილებს მონაკვეთის ბოლოები ეწოდება. მონაკვეთის ბოლოებს შორის მანძილი წარმოადგენს მონაკვეთის სიგრძეს. მონაკვეთს A და B ბოლოებით და მის სიგრძეს აღნიშნავენ ერთი და იმავე AB სიმბოლოთი. ცხადია AB მონაკვეთის სიგრძე იგივეა, რაც მანძილი (დაშორება) A და B წერტილებს შორის.

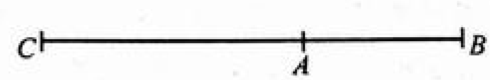
განვიხილოთ ერთ სიბრტყეზე მდებარე ნებისმიერი სამი A, B და C წერტილი. თუ ამ სამი წერტილიდან ნებისმიერ ორს შორის მანძილი ნაკლებია ამ წერტილებიდან მესამემდე მანძილების ჯამზე (ე.ი. $AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ. თუ $AB = AC + BC$ (ნახ. 1.3), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და C წერტილი მოთავსებულია A და B წერტილებს შორის.

ნახ. 1.3



ნახ. 1.4

თუ $AB = AC - BC$ (ნახ. 1.4), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზეა და C წერტილი მოთავსებულია AB მონაკვეთის გარეთ B წერტილის მხარეს. ასევე, თუ $AB = BC - AC$ (ნახ. 1.5), მაშინ ეს

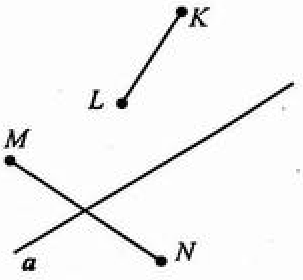


ნახ. 1.5

წერტილები ერთ წრფეზეა მოთავსებული და C წერტილი მდებარეობს AB მონაკვეთის გარეთ A წერტილის მხარეს.

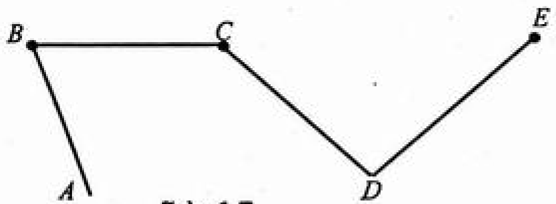
ორ AB და CD მონაკვეთს ეწოდება ტოლი, თუ მათ ტოლი სიგრძეები აქვთ და წერენ $AB = CD$.

განვიხილოთ სიბრტყეზე მდებარე რაიმე a წრფე (ნახ. 1.6). ცხადია, რომ იგი სიბრტყეს ყოფს ორ ნახევარსიბრტყედ. ამასთან, თუ M და N წერტილები მდებარეობენ სხვადასხვა ნახევარსიბრტყეში, მაშინ MN მონაკვეთი კვეთს a წრფეს, ხოლო თუ L და K წერტილები ერთ ნახევარსიბრტყეში მდებარეობენ, მაშინ LK მონაკვეთი არ კვეთს a წრფეს.

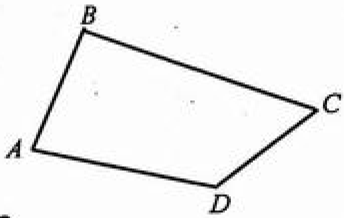


ნახ. 1.6

თუ მიმდევრობით მივადგამთ ერთმანეთს რამოდენიმე მონაკვეთს მივიღებთ ფიგურას, რომელსაც ტეხილს უწოდებენ. ტეხილის სიგრძე არის შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეების ჯამი. ტეხილი შეიძლება იყოს ღია (ნახ. 1.7) ან ჩაკეტილი (ნახ. 1.8).

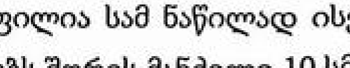


ნახ. 1.7



ნახ. 1.8

სხივი ეწოდება წრფის ნაწილს, რომელიც შედგება ამ წრფეზე მოცემული წერტილისა და მის ერთ მხარეს მდებარე ყველა წერტილისაგან. მოცემულ წერტილს სხივის სათავე ეწოდება (ნახ. 1.9). სხივს აღნიშნავენ ორი ასოთი, ამასთან პირველი ასო აღნიშნავს სხივის სათავეს, ხოლო მეორე ასო სხივის ნებისმიერი წერტილია. მაგალითად, OA სხივი (ნახ. 1.9).



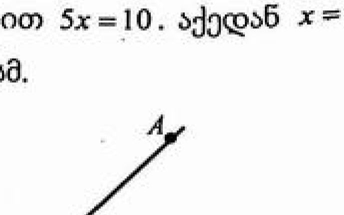
ნახ. 1.9

ერთ წრფეზე მდებარე საერთო სათავის მქონე სხვადასხვა სხივებს დამატებითი სხივები ეწოდება. ცხადია დამატებითი სხივების გაერთიანება გვაძლევს წრფეს.

ამოცანა 1. AB მონაკვეთი D და C წერტილებით გაყოფილია სამ ნაწილად ისე, რომ $AD{:}DC{:}CB = 4{:}6{:}13$. AD და DC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი 10 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

ამოხსნა. ვთქვათ $AD = 4x$, $DC = 6x$ და $CB = 13x$. AD და DC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი იქნება $5x$. ამოცანის პირობით $5x = 10$. აქედან $x = 2$. ვინაიდან $AB = 4x + 6x + 13x = 23x$ და $x = 2$, ამიტომ $AB = 46$ სმ.

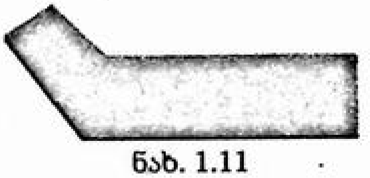
2. კუთხე, წრფეთა პარალელობა და მართობულობა. საერთო სათავის მქონე ორი განსხვავებული სხივით შემოსაზღვრულ სიბრტყის ნაწილს, ამ სხივების ჩათვლით, კუთხე ეწოდება. ამ სხივებს კუთხის გვერდებს უწოდებენ, ხოლო საერთო სათავეს – წვეროს.



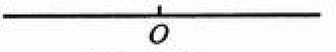
ნახ. 1.10

OA და OB სხივებით შექმნილ კუთხეს აღვნიშნავთ $\angle AOB$ სიმბოლოთი (ნახ. 1.10).

ცხადია OA და OB სხივები განსაზღვრავენ ორ კუთხეს, რომელთაც დამატებითი კუთხეები ეწოდებათ. დამატებითი კუთხეებიდან ჩვენ განვიხილავთ იმ კუთხეს, რომელიც წარმოადგენს ნახევარსიბრტყის ნაწილს (ნახ. 1.11).


ნახ. 1.11

კუთხეს, რომლის გვერდები წარმოადგენენ დამატებით სხივებს, გაშლილი კუთხე ეწოდება (ნახ. 1.12).



ნახ. 1.12

ყოველ კუთხეს აქვს გარკვეული ზომა. როგორც წესი კუთხეს ზომავენ გრადუსებში. მიღებულია, რომ გაშლილი კუთხე 180°-ის ტოლია.

ორ კუთხეს ტოლი ეწოდება, თუ მათი გრადუსული ზომები ტოლია.

თუ კუთხის წვეროდან კუთხის გვერდებს შორის გავავლებთ სხივს, მაშინ მიღებული ორი კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი მოცემული კუთხის გრადუსული ზომის ტოლია. ამიტომ, თუ გაშლილ კუთხეს სხივით შუაზე გავყოფთ მივიღებთ ორ 90°-იან კუთხეს, ხოლო თუ გაშლილ კუთხეს სხივებით ექვს ტოლ ნაწილად გავყოფთ მივიღებთ ექვს 30°-იან კუთხეს და ა.შ.

სხივს, რომელიც კუთხეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს, ამ კუთხის ბისექტრისას უწოდებენ.

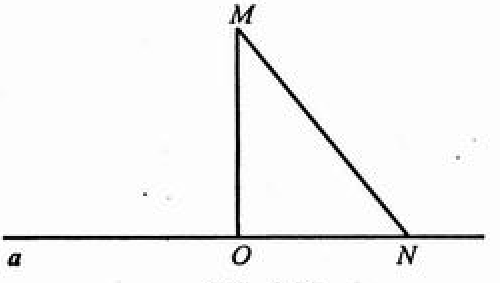
90°-ის ტოლ კუთხეს მართი კუთხე ეწოდება, 90°-ზე ნაკლებ კუთხეს – მახვილი კუთხე, ხოლო 90°-ზე მეტ და 180°-ზე ნაკლებ კუთხეს – ბლაგვი კუთხე.

ორ წრფეს ეწოდება მართობული, თუ ისინი მართი კუთხით იკვეთებიან. ჩანაწერი $a \perp b$ ნიშნავს, რომ a წრფე მართობულია b წრფის.

ორ მონაკვეთს მართობული ეწოდება, თუ ისინი მართობულ წრფეებზე მდებარეობენ.

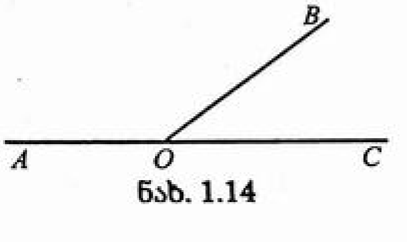
წრფისადმი დახრილი ეწოდება მონაკვეთს, რომელიც ამ წრფის მართობული არ არის და რომელიც წრფეზე არამდებარე წერტილს წრფის წერტილთან აერთებს. წრფეზე მდებარე დახრილის ბოლო დახრილის ფუძეს წარმოადგენს.

ნახ. 1.13-ზე MO მონაკვეთი არის a წრფის მართობი, MN მონაკვეთი – a წრფის დახრილი, ხოლო ON – AB დახრილის გეგმილი a წრფეზე. MO მონაკვეთის სიგრძე არის მანძილი M წერტილიდან a წრფემდე.



ნახ. 1.13

ორ კუთხეს მოსაზღვრე ეწოდება, თუ მათ ერთი გვერდი საერთო აქვთ, ხოლო დანარჩენი გვერდები დამატებით სხივებს წარმოადგენენ. ნახ. 1.14-ზე AOB და BOC მოსაზღვრე კუთხეებია.



ნახ. 1.14

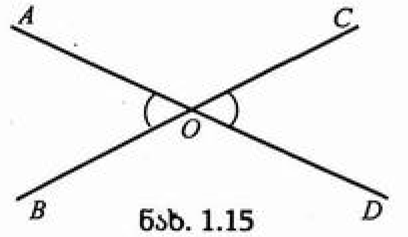
მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი 180°-ის ტოლია, ე.ი.

$\angle AOB + \angle BOC = 180°$.

ცხადია, რომ მართი კუთხის მოსაზღვრე კუთხე მართია, მახვილი კუთხის მოსაზღვრე კუთხე – ბლაგვია, ხოლო ბლაგვი კუთხის მოსაზღვრე კუთხე – მახვილია.

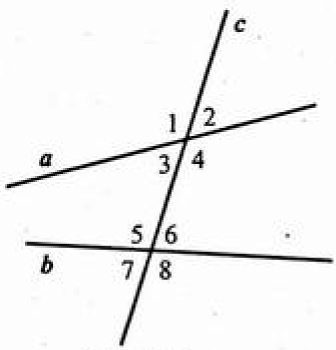
ორ კუთხეს ვერტიკალური ეწოდება, თუ ერთი კუთხის გვერდები წარმოადგენენ მეორე კუთხის გვერდების დამატებით სხივებს (ნახ. 1.15).

მტკიცდება, რომ ვერტიკალური კუთხეები ტოლია. ე.ი. $\angle AOB = \angle COD$ (ნახ. 1.15).



ნახ. 1.15

როგორც აღვნიშნეთ, სიბრტყეზე მდებარე ორ წრფეს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი არ იკვეთებიან. ასევე, მონაკვეთებს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი პარალელურ წრფეებზე მდებარეობენ.



ნახ. 1.16

ვთქვათ a და b წრფეებს კვეთს c წრფე. მიღებული კუთხეები გადავნომროთ 1-დან 8-მდე (იხ. ნახ. 1.16).

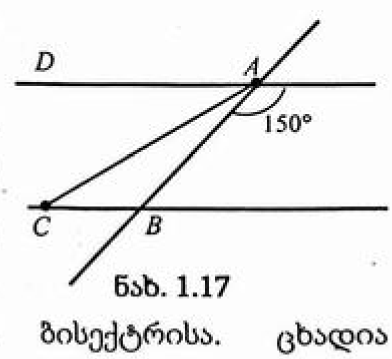
$\angle 3$ და $\angle 6$-ს შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეები ეწოდება. შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეებია აგრეთვე $\angle 4$ და $\angle 5$.

$\angle 4$-ს და $\angle 6$-ს შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეები ეწოდება. შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეებია აგრეთვე $\angle 3$ და $\angle 5$.

$\angle 2$-ს და $\angle 6$-ს შესაბამისი კუთხეები ეწოდება.

სამართლიანია შემდეგი ფაქტი: თუ ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას შიგა ჯვარედინად მდებარე, ან შესაბამისი კუთხეები ტოლია, ანდა შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეების ჯამი 180°-ია, მაშინ ეს ორი წრფე პარალელურია და პირიქით, თუ ორი პარალელური წრფე გადაკვეთილია მესამე წრფით, მაშინ შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხეები ტოლია, შესაბამისი კუთხეებიც ტოლია და შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეების ჯამი უდრის 180°-ს.

ამოცანა. ორ პარალელურ წრფესა და მკვეთს შორის ერთ ერთი შიგა კუთე 150°-ია. იპოვეთ კუთხის სიდიდე ამ კუთხის მოსაზღვრე კუთხის ბისექტრისასა და მეორე პარალელურ წრფეს შორის (ნახ. 1.17).



ნახ. 1.17

ამოხსნა. ვთქვათ AC არის DAB კუთხის ბისექტრისა. ცხადია $\angle DAB = 180° - 150° = 30°$, ხოლო $\angle CBA = 180° - \angle DAB = 150°$. რადგან AC არის DAB კუთხის ბისექტრისა, ამიტომ $\angle CAB = 15°$ და $\angle DAC = 15°$. კუთხე ACB არის DAC კუთხის შიგა ჯვარედინად მდებარე კუთხე, ამიტომ $\angle ACB = \angle DAC = 15°$.

* * *

1.1. 1) AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM = 3{,}5$ მ, $MB = 6{,}5$ მ. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

2) AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია M წერტილი ისე, რომ $MB = 6{,}8$ მ. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB = 11{,}4$ მ.

3) 20 მ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი, ისე რომ AM მონაკვეთის სიგრძე 2 მ-ით მეტია MB მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე.

4) 18 მ სიგრძის MN მონაკვეთზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ MK მონაკვეთის სიგრძე 4 მ-ით ნაკლებია KN მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ MK მონაკვეთის სიგრძე.

1.2. 1) 24 მ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ AC მონაკვეთი ორჯერ გრძელია CB მონაკვეთზე. იპოვეთ AC მონაკვეთის სიგრძე.

2) 21,7 მ სიგრძის MN მონაკვეთზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ MK მონაკვეთის სიგრძე 6-ჯერ ნაკლებია KN მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ MK მონაკვეთის სიგრძე.

3) 35 მ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ $AC : CB = 2 : 5$. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე.

4) AB მონაკვეთის სიგრძეა 63 მ. M წერტილი AB მონაკვეთს A წერტილის მხრიდან ყოფს შეფარდებით 7:2. იპოვეთ AM და MB მონაკვეთების სიგრძეები.

1.3. 1) C წერტილი AB მონაკვეთის შუაწერტილია, ხოლო M და N არიან შესაბამისად AC და CB მონაკვეთების შუაწერტილები. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB = 26$ სმ.

2) AB მონაკვეთის სიგრძეა 32 მ. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის C შუაწერტილიდან CB მონაკვეთის შუაწერტილამდე.

3) AB მონაკვეთის სიგრძეა 8,4 მ. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან იმ წერტილამდე, რომელიც AB მონაკვეთს ყოფს შეფარდებით 5:7.

4) AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $AM : MB = 3 : 4$ და $AN : NB = 5 : 2$. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB = 28$ მ.

1.4. 1) 120 მ სიგრძის მონაკვეთი დაყოფილია 4-ის, 3-ის და 8-ის პროპორციულ ნაწილებად. იპოვეთ უმცირესი მათგანის სიგრძე.

2) 78 მ სიგრძის AB მონაკვეთი M და N წერტილებით დაყოფილია სამ მონაკვეთად ისე, რომ $AM : MN : NB = 2 : 5 : 6$. იპოვეთ მანძილი AM და NB მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

3) 23 მეტრი სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი. იპოვეთ მანძილი AM და MB მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

4) 27 მეტრის სიგრძის AB მონაკვეთი, მასზე მდებარე M წერტილით, გაყოფილია ორ ნაწილად ისე, რომ $BM = 2 \cdot AM$. იპოვეთ მანძილი AM და BM მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

1.5. 1) 20 მეტრი სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია C და D წერტილები ისე, რომ $AC = 5{,}3$ მ, $BD = 7{,}9$ მ. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე.

2) 10 მეტრი სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $AM = 7{,}6$ მ, $BN = 4{,}7$ მ. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

3) მოცემულია წრფეზე მდებარე სამი წერტილი A, B და C, ამასთან A წერტილი მდებარეობს B და C წერტილებს შორის. იპოვეთ მანძილი AC და BC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 10$ მ, $AC = 16$ მ.

4) მოცემულია წრფეზე მდებარე სამი წერტილი A, B და C, ამასთან A წერტილი მდებარეობს B და C წერტილებს შორის. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან BC მონაკვეთის შუაწერტილამდე, თუ $AB = 8$ მ, $AC = 18$ მ.

1.6. 1) წრფეზე მოცემულია A, B, C და D წერტილები ისე, რომ B წერტილი მდებარეობს A და C წერტილებს შორის, ხოლო C წერტილი – B და D წერტილებს შორის. იპოვეთ მანძილი AB და CD მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 4$ მ, $BC = 5$ მ, $CD = 6$ მ.

2) წრფეზე მოცემულია A, B, C და D წერტილები ისე, რომ D წერტილი მდებარეობს A და B წერტილებს შორის, ხოლო B წერტილი კი – C და D წერტილებს შორის. იპოვეთ მანძილი AB და CD შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 8$ მ, $BC = 5$ მ, $CD = 6$ მ.

3) მოცემულია ერთ წრფეზე მდებარე სამი A, B და C წერტილი, ამასთან B და C წერტილები A წერტილიდან ერთ მხარეს მდებარეობენ. იპოვეთ მანძილი AB და BC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 8$ მ, $AC = 22$ მ.

4) მოცემულია ერთ წრფეზე მდებარე სამი A, B და C წერტილი, ამასთან B და C წერტილები A წერტილიდან ერთ მხარეს მდებარეობენ. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან BC მონაკვეთის შუაწერტილამდე, თუ $AB = 10$ მ, $AC = 18$ მ.

1.7. მდებარეობს თუ არა A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე, თუ:

1) $AB = 1{,}8$ მ, $BC = 0{,}5$ მ, $AC = 1{,}3$ მ.
2) $AC = 13$ მ, $AB = 3{,}8$ მ, $BC = 9{,}2$ მ.
3) $AB = 19$ მ, $AC = 9$ მ, $BC = 11$ მ.
4) $AC = 15{,}7$ მ, $AB = 9{,}5$ მ, $BC = 7{,}2$ მ.

1.8. 1) თუ $AB = 5{,}2$ მ, $AC = 13{,}7$ მ, $BC = 8{,}5$ მ, მაშინ A, B და C წერტილებიდან რომელი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის?

2) A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ ამასთან $AB = 3{,}7$ სმ, $BC = 12{,}9$ სმ, $AC = 9{,}2$ სმ. გაარკვიეთ A, B და C წერტილებიდან რომელი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის.

3) A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ, ამასთან $AB = 4{,}2$ სმ, $BC = 6{,}8$ სმ, $AC = 11$ სმ. ეკუთვნის თუ არა B წერტილი AC მონაკვეთს?

4) A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ, ამასთან $AB = 7{,}5$ სმ, $BC = 4{,}5$ სმ, $AC = 3$ სმ. ეკუთვნის თუ არა B წერტილი AC მონაკვეთს?

1.9. 1) AB მონაკვეთი გაგრძელებულია BC მონაკვეთით ისე, რომ A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და AC ოთხჯერ დიდია AB-ზე. იპოვეთ $AB : BC$.

2) AB მონაკვეთი გაგრძელებულია BC მონაკვეთით ისე, რომ AB-ს სიგრძე ხუთჯერ მეტია BC-ს სიგრძეზე. იპოვეთ $AB : AC$.

3) თუ $AB = 3{,}2$ მ და $BC = 4{,}3$ მ, მაშინ რა უდიდესი მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს AC მონაკვეთის სიგრძეს?

4) თუ $AB = 4{,}3$ მ, $BC = 2{,}7$ მ, $CD = 5{,}2$ მ, მაშინ რა უდიდესი მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს AD მონაკვეთის სიგრძეს?

1.10. 1) AB მონაკვეთი (A წერტილის მხრიდან) M და N წერტილებით დაყოფილია სამ ნაწილად ისე, რომ $AM : MN : NB = 2 : 5 : 6$. მანძილი AM და NB მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის 5,4 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

2) AB მონაკვეთზე, A-დან B-სკენ, ჯერ აღებულია M წერტილი შემდეგ N წერტილი ისე, რომ $AM : MN : NB = 5 : 3 : 2$. მანძილი A წერტილიდან NB მონაკვეთის შუაწერტილამდე 27 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

3) AB მონაკვეთზე, რომლის სიგრძეა 80 სმ, აღებულია C წერტილი ისე, რომ $AC : CB = 2 : 3$. AC მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი, ხოლო CB მონაკვეთზე N წერტილი ისე, რომ $AM : MC = 1 : 3$, $CN : NB = 1 : 2$. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

4) AB მონაკვეთზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ $AC : CB = 4 : 9$. AC მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი, ხოლო CB მონაკვეთზე – N წერტილი ისე, რომ $AM : MC = 1 : 3$, $CN : NB = 5 : 4$. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ $MN = 40$ სმ.

1.11. 1) AB მონაკვეთი M წერტილით იყოფა შეფარდებით 3:5 (A წერტილის მხრიდან), ხოლო N წერტილით – 2:7 (A წერტილის მხრიდან). იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ MN მონაკვეთის სიგრძეა 22 სმ.

2) AB მონაკვეთი M წერტილით იყოფა შეფარდებით 4:1 (A წერტილის მხრიდან), ხოლო N წერტილით – 6:7 (B წერტილის მხრიდან). იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ MN მონაკვეთის სიგრძეა 34 სმ.

3) მონაკვეთი გაყოფილია ორ ნაწილად. მთელი მონაკვეთის სიგრძის შეფარდება მცირე ნაწილთან 6-ჯერ მეტია მცირე ნაწილის დიდ ნაწილთან შეფარდებაზე. იპოვეთ დიდი ნაწილის შეფარდება მცირე ნაწილთან.

4) მონაკვეთი გაყოფილია ორ ნაწილად. მთელი მონაკვეთის სიგრძის შეფარდება დიდ ნაწილთან ტოლია დიდი ნაწილის მცირე ნაწილთან შეფარდების. იპოვეთ მცირე ნაწილის დიდ ნაწილთან შეფარდება.

* * *

1.12. იპოვეთ იმ კუთხეების მოსაზღვრე კუთხეების გრადუსული ზომა, რომელთა სიდიდეებია: 1) 40°; 2) 55°; 3) 120°; 4) 125°.

1.13. შეიძლება თუ არა, რომ:

1) მოსაზღვრე კუთხეები იყოს მახვილი; 2) მოსაზღვრე კუთხეები იყოს ბლაგვი; 3) მოსაზღვრე კუთხეები იყოს მართი; 4) მოსაზღვრე კუთხეებიდან ერთი იყოს ბლაგვი, ხოლო მეორე მართი.

1.14. 1) იპოვეთ ორი მოსაზღვრე კუთხიდან უმცირესის სიდიდე, თუ ის ორჯერ ნაკლებია მეორეზე.

2). იპოვეთ ორი მოსაზღვრე კუთხიდან უდიდესის სიდიდე, თუ ის ოთხჯერ მეტია მეორეზე.

3) იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეებიდან უდიდესის სიდიდე, თუ ის 50°-ით მეტია მეორეზე.

4) იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეებიდან უმცირესის სიდიდე, თუ ის 30°-ით ნაკლებია მეორეზე.

1.15. 1) იპოვეთ კუთხე, რომელიც თავის მოსაზღვრე კუთხეზე 20°-ით მეტია.

2) იპოვეთ კუთხე, რომელიც თავის მოსაზღვრე კუთხეზე 40°-ით ნაკლებია.

3) იპოვეთ კუთხე, რომელიც თავისი მოსაზღვრე კუთხის 80%-ის ტოლია.

4) იპოვეთ კუთხე, რომელიც თავისი მოსაზღვრე კუთხის $\frac{2}{3}$ ნაწილის ტოლია.

1.16. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეები, თუ:

1) მათი გრადუსული ზომების შეფარდებაა 5:4;

2) ერთის $\frac{1}{5}$ ნაწილი ტოლია მეორის $\frac{1}{13}$ ნაწილის;

3) ერთის 20% 4°-ით მეტია მეორის 20%-ზე;

4) ერთის $\frac{1}{5}$ ნაწილი ტოლია მეორის 10%-ის.

1.17. 1) ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ერთი კუთხე ორჯერ მეტია მეორეზე. იპოვეთ ამ კუთხეებს შორის უმცირესი.

2) ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ორი კუთხის სიდიდეების ჯამი 80°-ის ტოლია. იპოვეთ ამ კუთხეებიდან უმცირესის სიდიდე.

3) ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ერთი 40°-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ ამ კუთხეებს შორის უდიდესი.

4) ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ერთი 20°-ით ნაკლებია მეორეზე. იპოვეთ ამ კუთხეებს შორის უმცირესი.

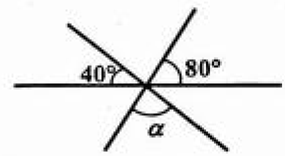
1.18. 1) ორ პარალელურ წრფესა და მკვეთს შორის ორი შიგა ჯვარედინი კუთხეების სიდიდეების ჯამია 100°. იპოვეთ ამ კუთხეებიდან თითოეულის სიდიდე.

2) ორ პარალელურ წრფესა და მკვეთს შორის ორი შიგა ცალმხრივ მდებარე კუთხეების სხვაობა 20°-ის ტოლია. იპოვეთ ამ კუთხეებს შორის უმცირესის გრადუსული ზომა.

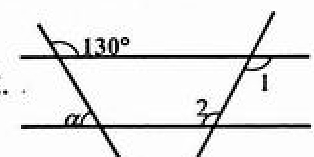
3) ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ერთ-ერთის სიდიდეა 110°. იპოვეთ ამ კუთხეებს შორის უმცირესის გრადუსული ზომა.

4) ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული ორი შესაბამისი კუთხის ჯამი 170°-ის ტოლია. იპოვეთ ეს კუთხეები.

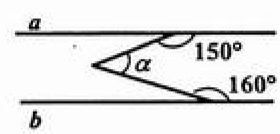
1.19. 1) ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ α კუთხის სიდიდე.



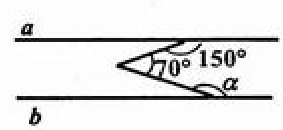
2) ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე, თუ $\angle 1=\angle 2$.



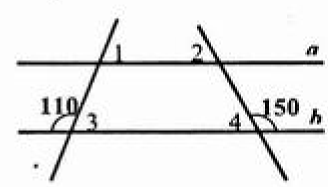
3) ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე, თუ a და b პარალელური წრფეებია.



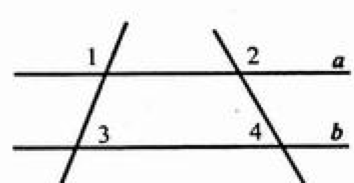
4) ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე, თუ a და b პარალელური წრფეებია.



5) ნახაზზე ორი პარალელური a და b წრფე გადაკვეთილია ორი არაპარალელური წრფით. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ $\angle 1+\angle 2$.



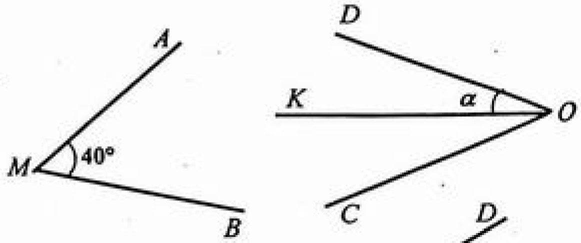
6) ნახაზზე ორი პარალელური a და b წრფე გადაკვეთილია ორი არაპარალელური წრფით. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ $\angle 3+\angle 4$, თუ $\angle 1+\angle 2=300°$.



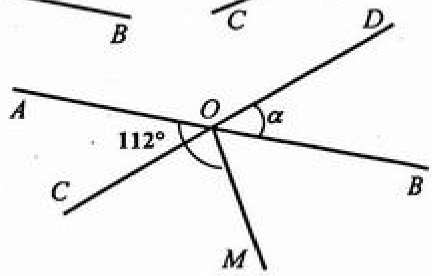
1.20. 1) 120°-ის ტოლი კუთხის წვეროდან გამომავალი ორი სხივი ამ კუთხეს ყოფს სამ ნაწილად ისე, რომ ერთ-ერთი მათგანი 20°-ით მეტია მეორეზე და 20°-ით ნაკლებია მესამეზე. იპოვეთ ამ სამი კუთხიდან უმცირესის გრადუსული ზომა.

2) ორ პარალელურ წრფესა და მკვეთს შორის ერთ-ერთი შიგა კუთხეა 60°. იპოვეთ ამ კუთხის ბისექტრისასა და მეორე პარალელურ წრფეს შორის კუთხის სიდიდე.

3) ნახაზზე მოცემულია პარალელური სხივები $MA \parallel OC$, $MB \parallel OD$. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე, თუ OK არის COD კუთხის ბისექტრისა.



4) ნახაზზე AB და CD წრფეები O წერტილში იკვეთებიან. OM არის COB კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ α კუთხის სიდიდე, თუ $\angle AOM = 112°$.



რთული ამოცანები

1.21. 1) AB მონაკვეთი M, N და K წერტილებით დაყოფილია შესაბამისად შეფარდებით 1:4, 1:5 და 1:6 (A წერტილის მხრიდან). რა შეფარდებით ყოფს N წერტილი MK მონაკვეთს?

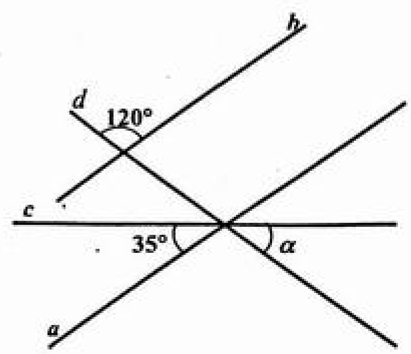
2) წრფეზე მიმდევრობით აღებულია A, B და C წერტილები ისე, რომ $AB : BC = K : \frac{1}{4K}$ $(K > 0)$. რის ტოლი უნდა იყოს K, რომ AC მონაკვეთის სიგრძე იყოს მინიმალური?.

3) სიბრტყეზე მოცემულია ოთხი A, B, C და D წერტილი. ცნობილია, რომ A, B, C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობს და B, C, D წერტილებიც ერთ წრფეზე მდებარეობს. აჩვენეთ, რომ ოთხივე წერტილი ერთ წრფეზე მდებარეობს.

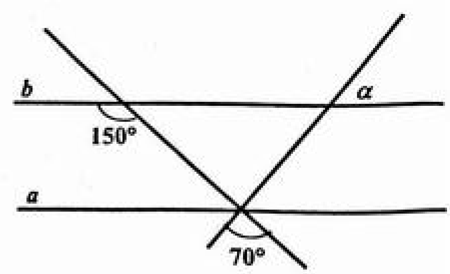
4) სიბრტყეზე მოცემულია ოთხი წრფე. ცნობილია, რომ პირველი სამი წრფე ერთ წერტილში იკვეთება და ბოლო სამი წრფეც ერთ წერტილში იკვეთება. აჩვენეთ, რომ ოთხივე წრფე ერთ წერტილში იკვეთება.

1.22. 1) სიბრტყეზე მდებარე წერტილზე გავლებული ხუთი წრფით სიბრტყე დაიყო კუთხეებად. აჩვენეთ, რომ ამ კუთხეებიდან ერთის სიდიდე მაინც არ არის ნაკლები 36°-ზე.

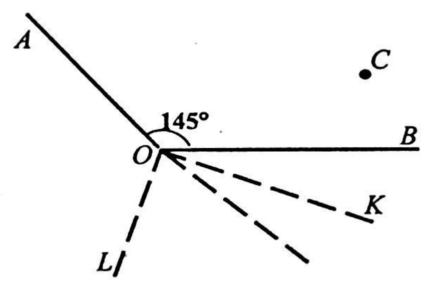
2) ნახაზზე მოცემულია a, b, c და d წრფეებით წარმოქმნილი ორი კუთხის სიდიდე. იპოვეთ α-თი აღნიშნული კუთხის სიდიდე, თუ $a \parallel b$.



3) ნახაზზე a და b წრფეები პარალელურია. მითითებული ზომების მიხედვით დაადგინეთ α კუთხის სიდიდე.



4) 145°-ის ტოლი AOB კუთხის შიგნით აღებულია C წერტილი. K და L წერტილები არიან C წერტილის სიმეტრიული წერტილები შესაბამისად OB და AO წრფეების მიმართ (იხ. ნახაზი). გამოთვალეთ LOK კუთხის გრადუსული ზომა.



5) აჩვენეთ, რომ ორი პარალელური წრფეებითა და მკვეთით შედგენილი შიგა ჯვარედინი კუთხეების ბისექტრისები პარალელურია.

6) აჩვენეთ, რომ ორი პარალელური წრფეებითა და მკვეთით შედგენილი შიგა ცალმხრივი კუთხეების ბისექტრისები მართობულია.

ტესტი 1.1

1. AB მონაკვეთზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ AC მონაკვეთის სიგრძე 3 სმ-ით ნაკლებია BC მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ ამ მონაკვეთებს შორის უმცირესის სიგრძე, თუ $AB = 13$ სმ.

ა) 3 სმ ბ) 5 სმ გ) 8 სმ დ) 9 სმ

2. 24 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი C წერტილით გაყოფილია ისე, რომ $AC:CB=3:5$. იპოვეთ მანძილი AC მონაკვეთის შუაწერტილიდან B წერტილამდე.

ა) 15 სმ ბ) 17 სმ გ) 19,5 სმ დ) 20,5 სმ

3. წრფეზე აღებულია A, B და C წერტილები, ამასთან B და C წერტილები A წერტილიდან ერთ მხარეს მდებარეობენ. იპოვეთ მანძილი AB და AC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 40$ სმ, $AC = 60$ სმ.

ა) 18 სმ ბ) 20 სმ გ) 25 სმ დ) 10 სმ

4. AB მონაკვეთი K წერტილით გაყოფილია ორ ნაწილად ისე, რომ $AB:AK=17:4$. იპოვეთ $AK:BK$.

ა) 4:13 ბ) 4:17 გ) 13:17 დ) 17:13

5. გადაკვეთის წერტილების რა უდიდესი რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს ერთ სიბრტყეზე მდებარე ოთხ წრფეს?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7

6. 78 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი M და N წერტილებით (A-დან B-სკენ) დაიყო შეფარდებით 2:4:7. იპოვეთ მანძილი AM და MN მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

ა) 15 სმ ბ) 18 სმ გ) 24 სმ დ) 30 სმ

7. A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. თუ $AB = 5,5$ სმ და $BC = 7,3$ სმ, მაშინ $AC =$

ა) 12,8 სმ ბ) 1,8 სმ ან 13 სმ გ)1,8 სმ დ) 1,8 სმ ან 12,8 სმ

8. A, B და C ერთი სიბრტყეზე მდებარე წერტილებია. თუ $AB = 3,7$ მ, $BC = 5,2$ მ, მაშინ AC არ შეიძლება იყოს

ა) 1,4 მ ბ)1,5 მ გ) 7,3 მ დ) 8,9 მ

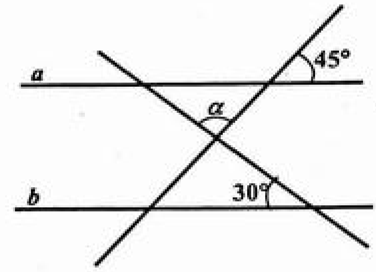
9. თუ $MK = 5,2$ და $NK = 3,3$, მაშინ

ა) $2 \le MN \le 8,5$ ბ) $1,9 < MN < 8$ გ) $1,9 \le MN \le 8,5$ დ) $2,9 < MN < 8,5$

10. წრფეზე ერთმანეთის მიმდევრობით აღებულია A, B, C და D წერტილები ისე, რომ $AB = 8$ სმ, $BC = 4$ სმ, $CD = 6$ სმ. იპოვეთ AB და CD მონაკვეთების წერტილებს შორის უდიდესი მანძილის შეფარდება უმცირესთან.

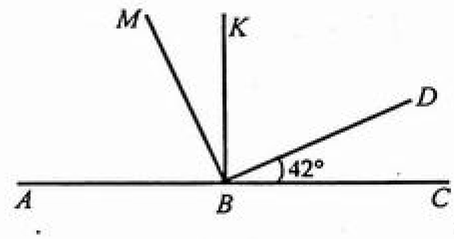
ა) 4 ბ) 4,5 გ) 5,5 დ) 6

11. ნახაზზე პარალელური a და b წრფეები გადაკვეთილია თანამკვეთი ორი წრფით. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე



ა) 85° ბ) 100° გ) 105° დ) 110°

12. ნახაზზე AC წრფეზე მდებარე B წერტილიდან გავლებულია BD სხივი ისე, რომ $\angle CBD=42°$. BM სხივი წარმოადგენს ABD კუთხის ბისექტრისას, ხოლო $BK \perp AC$. იპოვეთ MBK კუთხის სიდიდე.



ა) 20° ბ) 21° გ) 22° დ) 25°

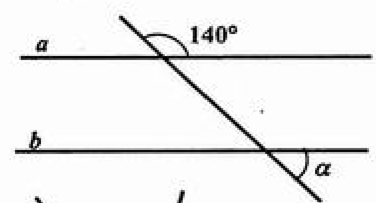
13. მოსაზღვრე კუთხის ბისექტრისებს შორის კუთხის სიდიდეა

ა) 45° ბ) 60° გ) 80° დ)90°

14. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეებიდან უმცირესი, თუ ერთის $\frac{1}{7}$ ნაწილი ტოლია მეორის $\frac{1}{11}$ ნაწილის.

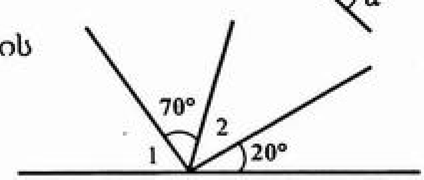
ა)70° ბ)80° გ)90° დ) 110°

15. თუ ნახაზზე a და b პარალელური წრფეებია, მაშინ $\alpha =$



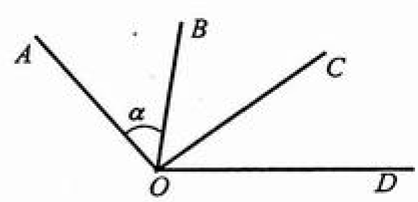
ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

16. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ კუთხე 1 და 2 კუთხეების ბისექტრისებს შორის.



ა) 105° ბ) 100° გ) 115° დ) 120°

17. თუ ნახაზზე $\angle AOC = \angle BOD = \beta$ და $\angle AOB = \alpha$, მაშინ $\angle COD=$

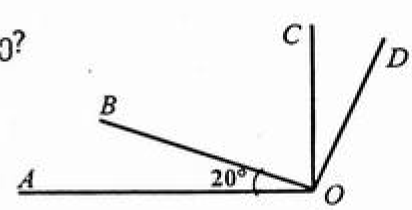


ა) α ბ) $\beta - \alpha$ გ) β დ) $\alpha - \beta$

18. რამდენი გრადუსია საათის ისრებს შორის კუთხე 14^{00} საათზე?

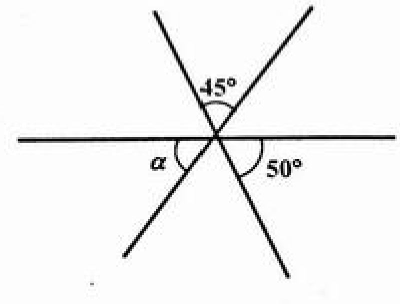
ა) 30° ბ) 60° გ) 45° დ) 90°

19. ნახაზზე $AO \perp CO$, $BO \perp OD$, $\angle AOB = 20°$, მაშინ $\angle COD=$



ა) 70° ბ) 30° გ) 10° დ) 20°

20. ნახაზზე მოცემული წრფეები ერთ წერტილში იკვეთებიან. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.



ა) 60° ბ) 65° გ) 76° დ) 85°

ტესტი 1.2

1. 23 სმ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ AC მონაკვეთის სიგრძე 5 სმ-ით მეტია BC მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ ამ მონაკვეთებს შორის უდიდესის სიგრძე.

ა) 9 სმ ბ) 11 სმ გ) 14 სმ დ) 15 სმ

2. 36 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი C წერტილით გაყოფილია ისე, რომ $AC : CB = 7:2$. რის ტოლია მანძილი A წერტილიდან BC მონაკვეთის შუაწერტილამდე?

ა) 22 სმ ბ) 28 სმ გ) 30 სმ დ) 32 სმ

3. წრფეზე აღებულია A, B და C წერტილები, ამასთან A წერტილი მდებარეობს B და C წერტილებს შორის. იპოვეთ მანძილი AC და BC მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის, თუ $AB = 26$ სმ, $AC = 18$ სმ.

ა) 13 სმ ბ) 15 სმ გ) 18 სმ დ) 22 სმ

4. AB მონაკვეთი C წერტილით გაყოფილია ორ ნაწილად ისე, რომ $AC : CB = 3:5$. იპოვეთ $AB : AC$

ა) 5:3 ბ) 8:3 გ) 3:8 დ) 8:5

5. გადაკვეთის წერტილების რა უდიდესი რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს ერთ სიბრტყეზე მდებარე ხუთ წრფეს?

ა) 8 ბ) 9 გ) 10 დ) 12

6. 40 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი გაყოფილია პროპორციით 3:5:2 (A-დან B-სკენ). იპოვეთ მანძილი კიდურა მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

ა) 22 სმ ბ) 25 სმ გ) 28 სმ დ) 30 სმ

7. A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. თუ $AB = 15{,}2$ სმ, $BC = 3{,}7$ სმ, მაშინ $AB =$

ა) 11,5 სმ ბ) 11,5 სმ ან 17,9 სმ გ) 18,9 სმ დ) 11,5სმ ან 18,9 სმ

8. A, B და C ერთ სიბრტყეზე მდებარე წერტილებია. თუ $AB = 5$ მ, $BC = 8$ მ, მაშინ AC შეიძლება იყოს

ა) 2,9 მ ბ) 3,2 მ გ) 14 მ დ) 15,3 მ

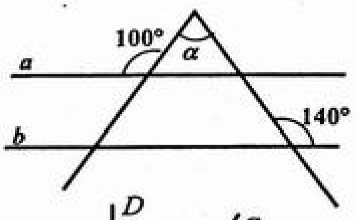
9. M, N და K ერთ სიბრტყეზე მდებარე წერტილებია. თუ $MN = 5$ და $NK = 8$, მაშინ $MN + NK$ ჯამის ცვლილების არეა

ა) $[3; 13]$ ბ) $(3; 13)$ გ) $(3; \infty)$ დ) $[0; 13]$

10. 84 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი სამ ნაწილადაა გაყოფილი პროპორციით 2:8:11 (A წერტილის მხრიდან). რის ტოლია კიდურა მონაკვეთების წერტილებს შორის უდიდესი მანძილის შეფარდება უმცირეს მანძილთან

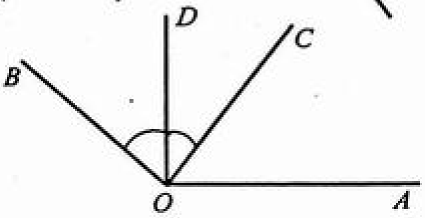
ა) $\frac{25}{13}$ ბ) $\frac{21}{11}$ გ) $\frac{21}{8}$ დ) $\frac{42}{17}$

11. ნახაზზე პარალელური a და b წრფეები გადაკვეთილია ერთი წერტილიდან გამოსული ორი სხივით. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.



ა) 50° ბ) 60° გ) 65° დ) 70°

12. ნახაზზე OD სხივი BOC კუთხის ბისექტრისაა, ამასთან $OD \perp OA$. იპოვეთ AOC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle AOB = 150°$



ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

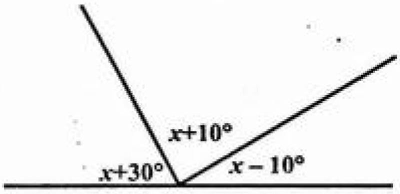
13. იპოვეთ კუთხის სიდიდე, თუ მისი ბისექტრისა გვერდთან ადგენს 60°-იან კუთხეს.

ა) 30° ბ) 60° გ) 90° დ) 120°

14. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეებიდან უმცირესი, თუ მათი შეფარდება 7:2.

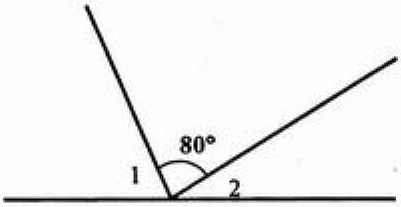
ა) 20° ბ) 40° გ) 100° დ) 140°

15. ნახაზზე გაშლილი კუთხე ორი სხივით გაყოფილია სამ კუთხედ, რომელთა სიდიდეებია $x+30°$, $x+10°$ და $x-10°$. იპოვეთ x.



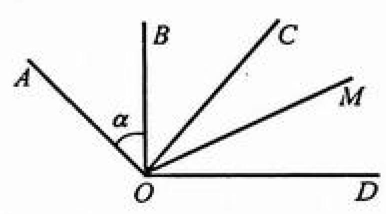
ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

16. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ კუთხე 1 და 2 კუთხეების ბისექტრისებს შორის.



ა) 100° ბ) 110° გ) 120° დ) 130°

17. ნახაზზე $\angle AOC = \angle BOD = 90°$, $\angle AOB = \alpha$ და OM არის COD კუთხის ბისექტრისა, მაშინ $\angle MOD$=

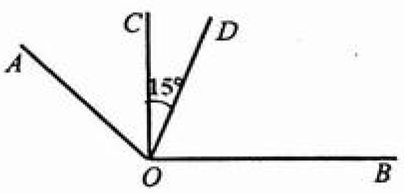


ა) $\dfrac{\alpha}{2}$ ბ) $45° + \dfrac{\alpha}{2}$ გ) α დ) $90° - \alpha$

18. რამდენი გრადუსია საათებს ისრებს შორის კუთხე 17^{00} საათზე?

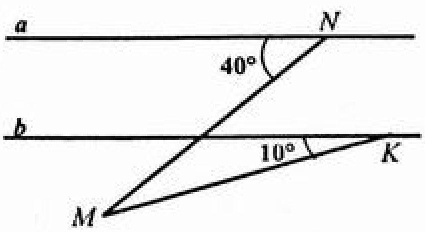
ა) 110° ბ) 120° გ) 150° დ) 160°

19. ნახაზზე $AO \perp OD$, $CO \perp OB$ და $\angle COD = 15°$, მაშინ $\angle AOB =$



ა) 170° ბ) 165° გ) 150° დ) 135°

20. ნახაზზე მოცემული a და b წრფეები პარალელურია. ნახაზზე მითითებული გრადუსული ზომების მიხედვით იპოვეთ NMK კუთხის სიდიდე.



ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

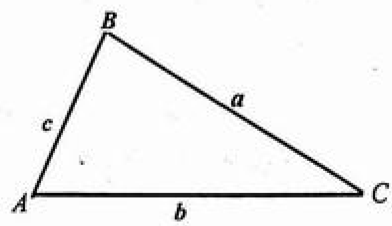
§ 2. სამკუთხედი

1. სამკუთხედი და მისი ძირითადი ელემენტები. სამკუთხედი ეწოდება, ერთ წრფეზე არამდებარე სამი წერტილის წყვილ წყვილად შეერთებით მიღებული სამი მონაკვეთით შემოსაზღვრულ სიბრტყის ნაწილს, ამ მონაკვეთების ჩათვლით. ანუ სამკუთხედი არის ფიგურა, რომელიც შედგება ერთ წრფეზე არამდებარე სამი წერტილის შეერთებით მიღებული ტეხილისაგან და ამ ტეხილით შემოსაზღვრული სიბრტყის ნაწილისაკენ. ამ სამ წერტილს სამკუთხედის წვეროები ეწოდებათ, ხოლო მონაკვეთებს – სამკუთხედის გვერდები.

სამკუთხედს აღნიშნავენ მისი წვეროების მითითებით. სამკუთხედს წვეროებით A, B, C აღნიშნავებ სიმბოლოთი ΔABC (ასოების მიმდევრობას მნიშვნელობა არა აქვს).

ბუნებრივია ABC სამკუთხედში B წვეროსთან მდებარე კუთხე არის BA და BC სხივებით შედგენილი კუთხე, B კუთხე არის AC გვერდის მოპირდაპირე კუთხე, ხოლო AC გვერდი – B კუთხის მოპირდაპირე გვერდი. ანალოგიურად შეგვიძლია დავასახელოთ A და C წვეროსთან მდებარე კუთხეები და მათი მოპირდაპირე გვერდები.

ამრიგად, ABC სამკუთხედს აქვს: 1) სამი შიგა კუთხე $\angle ABC$ ანუ $\angle B$, $\angle BAC$ ანუ $\angle A$ და $\angle ACB$ ანუ $\angle C$; 2) სამი გვერდი AB (c გვერდი), BC (a გვერდი) და AC (b გვერდი) (ნახ. 2.1).



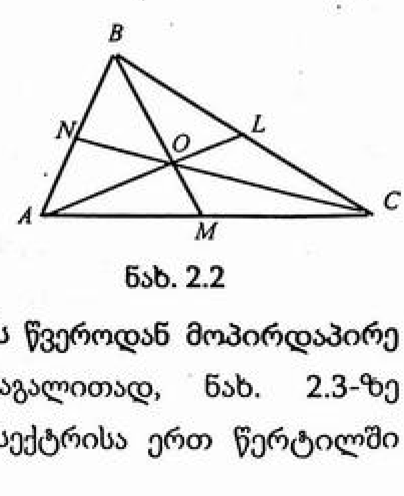
ნახ. 2.1

არსებობს სხვადასხვა სახის დამოკიდებულებანი სამკუთხედის გვერდებს და კუთხეებს შორის. ჯერჯერობით აღვნიშნავთ მხოლოდ ზოგად კანონზომიერებას. კერძოდ, სამკუთხედში უდიდესი კუთხის პირდაპირ უდიდესი გვერდი მდებარეობს და პირიქით უდიდესი გვერდის პირდაპირ უდიდესი კუთხე მდებარეობს.

სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების ჯამს სამკუთხედის პერიმეტრი ეწოდება და p ასოთი აღინიშნება. ე.ი. ABC სამკუთხედისათვის $p = AB + BC + AC$.

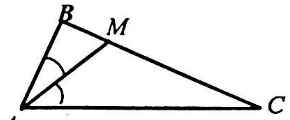
სამკუთხედის მედიანა ეწოდება მონაკვეთს, რომელიც სამკუთხედის ნებისმიერ წვეროს აერთებს მისი მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილთან.

სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და მათი გადაკვეთის წერტილი თითოეულ მედიანას ყოფს შეფარდებით 2:1 წვეროს მხრიდან. მაგალითად, თუ O არის ABC სამკუთხედის მერიდიანების გადაკვეთის წერტილი (ნახ. 2.2), მაშინ $AO:OL = 2:1$, $BO:OM = 2:1$, $CO:ON = 2:1$.



ნახ. 2.2

სამკუთხედის შიგა კუთხის ბისექტრისის მონაკვეთს წვეროდან მოპირდაპირე გვერდამდე სამკუთხედის ბისექტრისა ეწოდება, მაგალითად, ნახ. 2.3-ზე გამოსახულია AM ბისექტრისა. სამკუთხედის სამივე ბისექტრისა ერთ წერტილში იკვეთება.



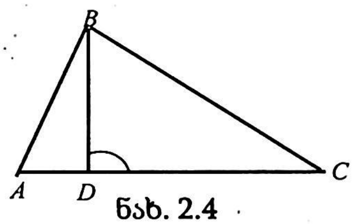
ნახ. 2.3

სამკუთხედის სიმაღლე ეწოდება მისი წვეროდან მოპირდაპირე გვერდის შემცველი წრფისადმი გავლებულ მართობს.

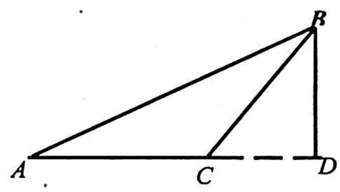
სამკუთხედის სიმაღლის ფუძე შეიძლება იყოს სამკუთხედის გვერდზე (ნახ. 2.4) ან სამკუთხედის გვერდის გაგრძელებაზე (ნახ. 2.5).

სამკუთხედის სამივე სიმაღლე ერთ წერტილში იკვეთება.

სამკუთხედის გვერდებს, კუთხეებს, მედიანებს, ბისექტრისებს და სიმაღლეებს სამკუთედის ელემენტები ეწოდება.

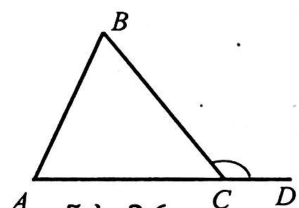


ნახ. 2.4



ნახ. 2.5

ნებისმიერი ABC სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი 180°-ის ტოლია, ანუ $\angle A+\angle B+\angle C=180°$. აქედან გამომდინარეობს, რომ სამკუთხედს შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ ერთი ბლაგვი კუთხე ან მხოლოდ ერთი მართი კუთხე.



ნახ. 2.6

სამკუთხედის ნებისმიერი შიგა კუთხის მოსაზღვრე კუთხეს გარე კუთხე ეწოდება.

სამკუთხედის გარე კუთხე მისი არამოსაზღვრე შიგა ორი კუთხის ჯამის ტოლია. ე.ი. BCD არის ABC სამკუთხედის C წვეროსთან მდებარე გარე კუთხე და $\angle BCD = \angle A + \angle B$.

ვინაიდან სამკუთხედის წვეროები ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ, ამიტომ: **სამკუთხედის ნებისმიერი ორი გვერდის სიგრძეთა ჯამი მეტია მესამე გვერდის სიგრძეზე** (სამკუთხედის უტოლობა). ე.ი. ნებისმიერი ABC სამკუთხედისათვის

$$AB + BC > AC, \quad AC + AB > BC, \quad AC + BC > AB.$$

2. სამკუთხედების კლასიფიკაცია. სამკუთხედები კუთხეების მიხედვით შეიძლება იყოს:

* **მახვილკუთხა** – რომელსაც სამივე კუთხე მახვილი აქვს.
* **მართკუთხა** – რომელსაც ერთი კუთხე მართი აქვს, ორი კი – მახვილი.
* **ბლაგვკუთხა** – რომელსაც ერთი კუთხე ბლაგვი აქვს, ორი კი – მახვილი.

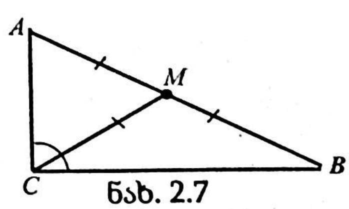
მახვილკუთხა სამკუთხედში: 1) როგორც მედიანები და ბისექტრისები ასევე სიმაღლეებიც იკვეთებიან სამკუთხედის შიგნით; 2) უმცირესი კუთხის სიდიდე არ აღემატება 60°-ს და უდიდესი კუთხის სიდიდე ნაკლებია 90°-ზე.

მართკუთხა სამკუთხედში:

1) მართი კუთხის შემდგენელ გვერდებს კათეტები ეწოდებათ, ხოლო მესამე გვერდს გვერდს – ჰიპოტენუზა.

2) თითოეული კათეტი ნაკლებია ჰიპოტენუზაზე.

3) მახვილი კუთხეების ჯამი 90°-ის ტოლია, ე.ი. $\angle A+\angle B=180°$ (ნახ. 2.7).



ნახ. 2.7

4) მედიანები და ბისექტრისები იკვეთებიან სამკუთხედის შიგნით, ხოლო სიმაღლეების გადაკვეთის წერტილია მართი კუთხის წვერო.

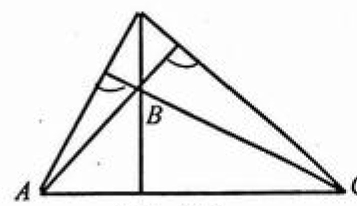
5) მართი კუთხის წვეროდან გავლებული მედიანა ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია. ე.ი. თუ CM მედიანაა, მაშინ $CM=\frac{AB}{2}$ (ნახ. 2.7).

6) 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტი ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია. ე.ი. თუ $\angle B=30°$ (ნახ. 2.7), მაშინ $AC=\frac{AB}{2}$, და პირიქით, თუ კათეტი ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია, მაშინ ამ კათეტის მოპირდაპირე კუთხის სიდიდეა 30°.

7) უმცირესი კუთხის სიდიდე არ აღემატება 45°-ს.

ბლაგვკუთხა სამკუთხედში:

1) მედიანები და ბისექტრისები იკვეთებიან სამკუთხედის შიგნით, ხოლო სიმაღლეები იკვეთებიან სამკუთხედის გარეთ (ნახ. 2.8).
2) უმცირესი კუთხის სიდიდე ნაკლებია 45°-ზე, ხოლო უდიდესი კუთხის სიდიდე მეტია 90°-ზე.



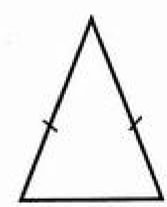
ნახ. 2.8

სამკუთხედები გვერდების მიხედვით შეიძლება იყოს:

* სხვადასხვაგვერდა – რომელსაც სამივე გვერდი განსხვავებული აქვს;
* ტოლფერდა – რომელსაც ორი ტოლი გვერდი აქვს;
* ტოლგვერდა – რომელსაც სამივე გვერდი ტოლი აქვს.

სხვადასხვაგვერდა სამკუთხედში სამივე კუთხე განსხვავებულია.

ტოლფერდა სამკუთხედში ტოლ გვერდებს ფერდები ეწოდებათ, ხოლო მესამე გვერდს – ფუძე (ნახ. 2.9).


ნახ. 2.9

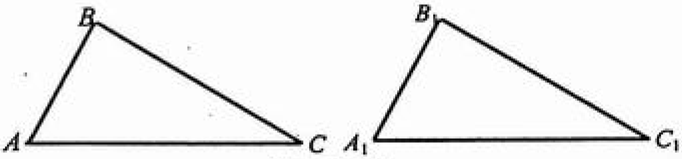
მტკიცდება, რომ: 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული ბისექტრისა, მედიანა და სიმაღლე ერთმანეთს ემთხვევა და პირიქით, თუ სამკუთხედის რომელიმე წვეროდან გავლებული მედიანა და ბისექტრისა, ან მედიანა და სიმაღლე, ან სიმაღლე და ბისექტრისა ერთმანეთს ემთხვევა, მაშინ ასეთი სამკუთხედი ტოლფერდაა.

2) ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდების მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია და პირიქით, თუ სამკუთედში ორი კუთხე ტოლია, მაშინ სამკუთხედი ტოლფერდაა.

ტოლგვერდა სამკუთხედში თითოეული კუთხის სიდიდე 60°-ის ტოლია და პირიქით, თუ სამკუთხედის სამივე კუთხე ტოლია, მაშინ ასეთი სამკუთხედი ტოლგვერდაა.

3) სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. ორ სამკუთხედს ტოლი ეწოდება, თუ ერთი სამკუთხედის სამი გვერდი შესაბამისად ტოლია მეორე სამკუთხედის სამი გვერდის და ტოლი გვერდების მოპირდაპირე კუთხეები აგრეთვე ტოლია. ე.ი. ორი სამკუთხედი ტოლია ნიშნავს, რომ მათი შესაბამისი კუთხეები და შესაბამისი

გვერდები ტოლია. მაშასადამე, ჩანაწერი $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ (ნახ. 2.10) ნიშნავს, რომ $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$.



ნახ. 2.10

აღმოჩნდა, რომ სამკუთხედების ტოლობის დასადგენად სავალდებულო არ არის ყველა შესაბამისი გვერდის და შესაბამისი კუთხის ტოლობის დადგენა. შესაძლებელია უფრო ნაკლები პირობის შემოწმებით ვაჩვენოთ სამკუთხედების ტოლობა. ამის საშუალებას გვაძლევს სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.

სამკუთხედების ტოლობის I ნიშანი (ორი გვერდითა და მათ შორის მდებარე კუთხის მიხედვით). თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი და მათ შორის მდებარე კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე სამკუთხედის ორი გვერდის და მათ შორის მდებარე კუთხის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

სამკუთხედების ტოლობის II ნიშანი (გვერდითი და მასთან მდებარე კუთხეების მიხედვით). თუ ერთი სამკუთხედის ერთი გვერდი და მასთან მდებარე ორი კუთხე ტოლია მეორე სამკუთხედის ერთი გვერდის და მასთან მდებარე ორი კუთხის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

სამკუთხედების ტოლობის III ნიშანი (სამი გვერდის მიხედვით). თუ ერთი სამკუთხედის სამი გვერდი, შესაბამისად, ტოლია მეორე სამკუთხედის სამი გვერდის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

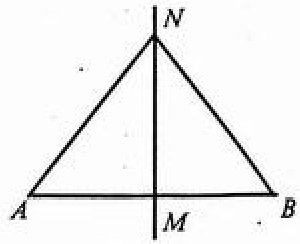
ცხადია სამკუთხედების ტოლობის ეს ნიშნები შეგვიძლია გამოვიყენოთ მართკუთხა სამკუთხედისთვისაც. ვინაიდან მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხეების ჯამი 90°-ია, ამიტომ თუ ცნობილია ერთი მახვილი კუთხე, შესაძლებელია მეორე მახვილი კუთხის გამოთვლაც. ამის გარდა, როგორც შემდგომში ვნახავთ, მართკუთხა სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძე ცალსახად განსაზღვრავს მესამე გვერდის სიგრძესაც. ამიტომ სამართლიანია მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის შემდეგი ნიშნები:

I ნიშანი (ჰიპოტენუზისა და მახვილი კუთხის მიხედვით). თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა და მახვილი კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისა და მახვილი კუთხის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

II ნიშანი (კათეტისა და მოპირდაპირე კუთხის მიხედვით). თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი და მოპირდაპირე კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის და მისი მოპირდაპირე კუთხის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

III ნიშანი (ჰიპოტენუზისა და კათეტის მიხედვით). თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა და კათეტი, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისა და კათეტის, მაშინ ასეთი სამკუთხედები ტოლია.

4. **მონაკვეთის შუამართობი. კუთხის ბისექტრისის თვისება.** მონაკვეთის შუამართობი ეწოდება ამ მონაკვეთის შუაწერტილზე გამავალ მის მართობულ წრფეს.



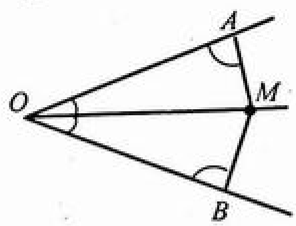
ნახ. 2.11

თუ MN არის AB მონაკვეთის შუამართობი, მაშინ $\Delta AMN=\Delta BMN$. ამ სამკუთხედების ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ $AN=BN$. ამრიგად, **მონაკვეთის შუამართობის ყოველი წერტილი თანაბრადაა დაშორებული ამ მონაკვეთის ბოლოებიდან** (ნახ. 2.11).

სამართლიანია შებრუნებული დებულებაც: **მონაკვეთის ბოლოებიდან თანაბრად დაშორებული ნებისმიერი წერტილი ამ მონაკვეთის შუამართობზე მდებარეობს.** ე.ი. თუ $AN=BN$, მაშინ N წერტილი მდებარეობს AB მონაკვეთის შუამართობზე.

შემდეგი დებულება ადგენს კუთხის ბისექტრისის წერტილების თვისებას:

გაშლილ კუთხეზე ნაკლები კუთხის ბისექტრისის ყოველი წერტილი თანაბრადაა დაშორებული ამ კუთხის გვერდებიდან. ე.ი. თუ $\angle AOM=\angle BOM$ და $MA\perp OA$, $MB\perp OB$, მაშინ $MA=MB$ (ნახ. 2.12).

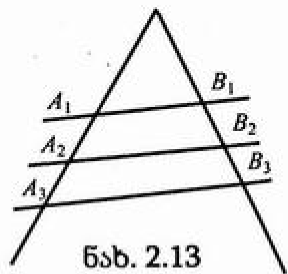


ნახ. 2.12

სამართლიანია შებრუნებული დებულებაც: **თუ წერტილი თანაბრადაა გაშლილი კუთხეზე ნაკლები კუთხის გვერდებიდან, მაშინ ის ამ კუთხის ბისექტრისაზე მდებარეობს.**

5. თალესის თეორემა. სამკუთხედის შუამონაკვეთი:

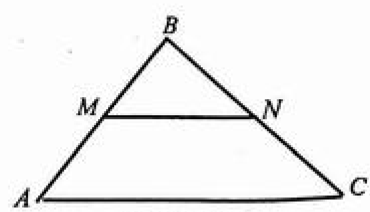
თეორემა (თალესი). თუ კუთხის გვერდების გადამკვეთი პარალელური წრფეები მის ერთ გვერდზე ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს, მაშინ ეს წრფეები მეორე გვერდზეც ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს. ანუ თეორემის პირობებში, თუ $A_1A_2=A_2A_3$, მაშინ $B_1B_2=$ $=B_2B_3$ (ნახ. 2.13).



ნახ. 2.13

თალესის თეორემიდან ადვილად მიიღება შემდეგი დებულება: თუ კუთხის გვერდები გადაკვეთილია სამი პარალელური წრფით და ერთ გვერდზე მიღებული მონაკვეთების შეფარდებაა $m:n$, მაშინ მეორე გვერდზე მიღებული შესაბამისი მონაკვეთების შეფარდებაც იქნება $m:n$.

სამკუთხედის შუამონაკვეთი ეწოდება მონაკვეთს, რომელიც მისი ორი გვერდის შუაწერტილებს აერთებს (ნახ. 2.14).



ნახ. 2.14

სამართლიანია შემდეგი დებულება: **სამკუთხედის შუამონაკვეთი მესამე გვერდის პარალელურია და მის ნახევარს უდრის.** ე.ი. $MN\parallel AC$ და $MN=\dfrac{AC}{2}$.

* * *

2.1. 1) სამკუთხედში ერთი გვერდის სიგრძე 2 სმ-ით მეტია მეორე გვერდის სიგრძეზე და 2 სმ-ით ნაკლებია მესამე გვერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ამ სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 21 სმ.

2) სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძე 2 სმ-ით ნაკლებია მეორე გვერდის სიგრძეზე და ორჯერ ნაკლებია მესამე გვერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ამ სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 18 სმ.

3) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 2:3:4. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 27 სმ.

4) სამკუთედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 3:5:7. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ უდიდესი გვერდის სიგრძეა 21 სმ.

2.2. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის სიგრძე 5 სმ-ით მეტია ფუძის სიგრძეზე. იპოვეთ სამკუთხედის ფუძის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 40 სმ.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძე 2 სმ-ით მეტია ფერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 29 სმ.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძე სამჯერ მეტია ფუძის სიგრძეზე. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 21 სმ.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძე 1,5-ჯერ მეტია ფერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 25 სმ.

2.3. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 3,5 სმ, პერიმეტრია 9,9 სმ. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 3,8 სმ, პერიმეტრია 9,6 სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი ისე შეეფარდება ფუძეს, როგორც 3:2. სამკუთხედის პერიმეტრია 24 სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 3:3:4. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 50 სმ.

2.4. 1) სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძე 2-ჯერ ნაკლებია მეორე გვერდის სიგრძეზე და 1,5-ჯერ ნაკლებია მესამე გვერდის სიგრძეზე. რამდენჯერ ნაკლებია ეს გვერდი სამკუთხედის პერიმეტრზე?

2) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 3:3,8:4,3. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი უმცირესი გვერდის სიგრძეზე?

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი სამჯერ მეტია ფუძეზე. რამდენჯერ მეტია ამ საკუთხედის პერიმეტრი ფუძის სიგრძეზე?

4) ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრი 9-ჯერ მეტია ფუძის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის ფერდის სიგრძე ფუძის სიგრძეზე?

2.5. შეიძლება თუ არა სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები იყოს:

1) 9 სმ, 8 სმ, 7 სმ? 2) 8 სმ, 4 სმ, 4 სმ? 3) 8 სმ, 8 სმ, 1 სმ? 4) 11 სმ, 10 სმ, 1 სმ?

2.6. შეიძლება თუ არა სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდება იყოს:

1) 6:3:3? 2) 5:4:3? 3) 9:6:7? 4) 4:2:1?

2.7. 1) ABC სამკუთხედში AB=5 სმ, BC=3,5 სმ. რა შუალედშია მოთავსებული AC გვერდის სიგრძე?

2) ABC სამკუთხედში AB=5 სმ, BC=7 სმ. რა შუალედშია მოთავსებული ამ სამკუთხედის p პერიმეტრი?

3) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 3 სმ და 1 სმ. იპოვეთ მესამე გვერდის სიგრძე, თუ ის მთელი რიცხვია.

4) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები მთელი რიცხვებია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი ორი გვერდი სიგრძეა 1 სმ და 5 სმ.

5) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 6 სმ და 10 სმ. რა უდიდესი მთელი რიცხვი შეიძლება იყოს ამ სამკუთედის მესამე გვერდის სიგრძე?

6) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 9 სმ და 17 სმ. რა უმცირესი მთელი რიცხვი შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე?

2.8. 1) თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 11 სმ, მაშინ რა შუალედშია მოთავსებული მისი ფუძის სიგრძე?

2) თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 8 სმ, მაშინ რა შუალედშია მოთავსებული მისი ფერდის სიგრძე?

3) თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 5 სმ, მაშინ რა შუალედშია მოთავსებული მისი p პერიმეტრი?

4) თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 18 სმ, მაშინ რა შუალედშია მოთავსებული მისი p პერიმეტრი?

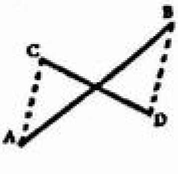
2.9. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ორი გვერდის სიგრძეა 52 სმ და 25 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი.

2) ტოლფერდა სამკუთხედში ორი გვერდის სიგრძეა 30 სმ და 16 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრია 15 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები, თუ ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 7 სმ.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრია 31 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები, თუ ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 15 სმ.

2.10. 1) AB და CD მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი თითოეულ მათგანს შუაზე ყოფს. იპოვეთ AC მონაკვეთის სიგრძე, თუ BD=6სმ.



2) ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში იკვეთებიან ისე, რომ $CO=OB$. იპოვეთ AC მონაკვეთის სიგრძე, თუ BD=5სმ.

3) ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში იკვეთებიან ისე, რომ $AO = 2 \cdot OB$ და $CO = 2 \cdot OD$. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AD=7 სმ.

4) ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში იკვეთებიან ისე, რომ $AO : OB = CO : OD$. იპოვეთ AD მონაკვეთის სიგრძე, თუ CB=5სმ.

2.11. 1) ABC სამკუთხედში, რომლის პერიმეტრია 35 სმ, გავლებულია AM მედიანა. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ AB =11 სმ, BM =8სმ.

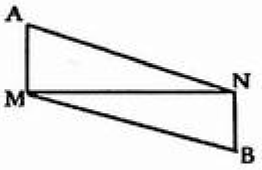
2) ABC სამკუთხედში, რომლის პერიმეტრია 32 სმ, გავლებულია 9 სმ სიგრძის BD მედიანა. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძეა, თუ AB=8სმ და ABD სამკუთხედის პერიმეტრია 24 სმ.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის მედიანა პერიმეტრს ყოფს 18 სმ და 15 სმ-ის ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის მედიანა პერიმეტრს ყოფს 33 სმ და 15 სმ-ის ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

2.12. 1) ABC სამკუთხედის BM მედიანა გაგრძელებულია თავისი ტოლი MN მონაკვეთით. იპოვეთ NC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=3,5 სმ.

2) ნახაზზე AMN და BMN მართკუთხა სამკუთხედებს MN კათეტი საერთო აქვთ, ხოლო AN და BM ჰიპოტენუზების სიგრძეები ტოლია. იპოვეთ AM კათეტის სიგრძე, თუ $BN = 4$ სმ.



3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 18 სმ, ხოლო ფერდი 16 სმ. ამ სამკუთხედში გავლებული მედიანითა და სამკუთხედის გვერდებით შედგენილი ერთ-ერთი სამკუთხედის პერიმეტრია 49 სმ. იპოვეთ ამ მედიანის სიგრძე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის პერიმეტრია 60 სმ, ფუძისადმი გავლებულია მედიანა. იპოვეთ ამ მედიანის სიგრძე, თუ ამ მედიანითა და სამკუთხედის გვერდებით შექმნილი ერთ-ერთი სამკუთხედის პერიმეტრია 45 სმ.

2.13. 1) ABC სამკუთხედში AB=11სმ, BC=24სმ, AC=22სმ. A წვეროზე გავლებული წრფე სამკუთხედის პერიმეტრს ყოფს ისეთ ორ ნაწილად, რომ ერთი მათგანი ორჯერ მეტია მეორეზე. იპოვეთ BC გვერდზე მიღებული მონაკვეთების სიგრძეები.

2) ABC სამკუთხედში AB=7სმ, BC=11სმ. BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ AM=MC. იპოვეთ ABM სამკუთხედის პერიმეტრი.

3) ABC სამკუთხედში AB=10 სმ. BC გვერდის O შუაწერტილიდან აღმართული მართობი AB გვერდს კვეთს M წერტილში. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ AMB სამკუთხედის პერიმეტრია 18 სმ.

4) ABC სამკუთხედში AC=16 სმ. BC მონაკვეთის შუამართობი AC გვერდს კვეთს M წერტილში. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ ABM სამკუთხედის პერიმეტრია 26 სმ.

2.14. 1) იპოვეთ სამკუთხედის მესამე კუთხე, თუ მისი ორი კუთხეა:

1) 35° და 55°   2)40° და 70°   3) 95° და 45°   4) 100° და 20°

2.15. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები, თუ მათი გრადუსული ზომების შეფარდებაა:

1) 1:2:3   2) 2:3:5   3) 2:5:5   4) 1:2:6

2.16. იპოვეთ კუთხე ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდებს შორის, თუ ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა: 1) 35°; 2) 60°; 3) 70°; 4) α.

2.17. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდე, თუ ფერდებს შორის კუთხის სიდიდეა: 1) 40°; 2) 80°; 3) 150°; 4) α.

2.18. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის სიდიდეა 90°. იპოვეთ დანარჩენი კუთხეები.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის სიდიდეა 80°. იპოვეთ დანარჩენი კუთხეები.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი გარე კუთხე 60°-ის ტოლია. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი გარე კუთხე 100°-ის ტოლია. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდე.

2.19. 1) სამკუთხედის ორი კუთხის სიდიდეა 65° და 35°. იპოვეთ მესამე კუთხესთან მდებარე გარე კუთხის სიდიდე.

2) სამკუთხედის ერთ-ერთ წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის სიდიდეა 80°. იპოვეთ დანარჩენ ორ წვეროსთან მდებარე შიგა კუთხეები ჯამი.

3) სამკუთხედის ერთ-ერთი შიგა კუთხის სიდიდეა 40° და ერთ-ერთი გარე კუთხის სიდიდეა 50°. იპოვეთ სამკუთხედის უმცირესი შიგა კუთხის სიდიდე.

4) სამკუთხედის ორ წვეროსთან მდებარე გარე კუთხეების სიდიდეებია 130° და 95°. იპოვეთ მესამე წვეროსთან მდებარე შიგა კუთხის სიდიდე.

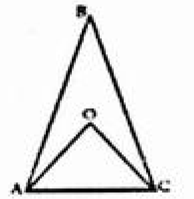
2.20. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდებს შორის მდებარე კუთხეა 40°. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც ფერდზე დაშვებული სიმაღლე ფუძესთან შეადგენს.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 70°. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც ერთი ფერდი მეორე ფერდზე დაშვებულ სიმაღლესთან შეადგენს.

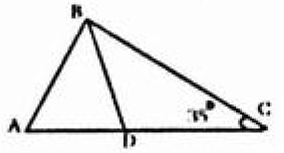
3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 50°. იპოვეთ მახვილი კუთხე ფუძეზე და ფერდზე დაშვებულ სიმაღლეებს შორის.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდებს შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა 100°. იპოვეთ მახვილი კუთხის სიდიდე ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისასა და ფუძისადმი გავლებულ სიმაღლეს შორის.

2.21. 1) ABC ტოლფერდა სამკუთხედში ($AB=BC$), რომლის ფერდებს შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა 20°, აღებულია O წერტილი ისე, რომ $AO=CO=AC$. იპოვეთ AOB კუთხის სიდიდე.



2) ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $AB=BD=DC$. იპოვეთ ABD კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C=35°$.



3) ABC სამკუთხედში $\angle A=70°$, $\angle C=40°$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ BC გვერდის სიგრძეა 10 სმ.

4) ABC სამკუთხედში $\angle A=20°$, $\angle B=80°$. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ $AC=a$, $BC=b$.

2.22. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეა 45° და ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

2) ტოლფერდა ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, ხოლო AB=20 სმ. იპოვეთ AB გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

3) მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედში ჰიპოტენუზისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ჯამია 24 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

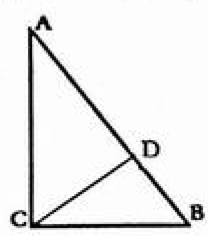
4) მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის სიდიდეა 45°. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა 10 სმ.

2.23. 1) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ მცირე კათეტის სიგრძეა 5 სმ.

2) სამკუთხედის კუთხეების სიდიდეების შეფარდებაა 1:2:3. იპოვეთ ამ სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე, თუ უმცირესი გვერდის სიგრძეა 7 სმ.

3) მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მცირე კათეტთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ მცირე კათეტის სიგრძეა 15 სმ.

4) ABC მართკუთხა სამკუთხედში ($\angle C=90°$) გავლებულია CD სიმაღლე. იპოვეთ $AB:BD$, თუ $BC:BD=2$.



2.24. 1) იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის 120°-ის ტოლი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლე, თუ სამკუთხედის ფერდი 30 სმ-ის ტოლია.

2) მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის მახვილი კუთხის სიდიდეა $60°$, ჰიპოტენუზისა და მცირე კათეტის ჯამი 2,4 მ-ია. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

3) ორი პარალელური წრფე, რომელთა შორის მანძილი 15 სმ-ია, გადაკვეთილია მკვეთი წრფით. ამ მკვეთი წრფის მიერ პარალელურ წრეებთან შედგენილი ერთ-ერთი კუთხის სიდიდეა $30°$. იპოვეთ პარალელურ წრფეებს შორის მოთავსებული მკვეთი მონაკვეთის სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედში $\angle A=70°$, $\angle B=80°$. იპოვეთ A წვეროდან გავლებული სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძე, თუ AC=20 სმ.

2.25. 1) სამკუთხედის $80°$-ის ტოლი კუთხის ბისექტრისა ერთ-ერთი გვერდის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სიდიდე.

2) იპოვეთ მახვილი კუთხე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზასა და მართი კუთხის ბისექტრისას შორის, თუ სამკუთხედის მახვილი კუთხე $40°$-ის ტოლია.

3) იპოვეთ მახვილი კუთხე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზასა და ჰიპოტენუზის მედიანას შორის, თუ სამკუთხედის მახვილი კუთხე $40°$-ის ტოლია.

4) ABC სამკუთხედის AC გვერდის მედიანის სიგრძე AC გვერდის სიგრძის ნახევრის ტოლია. იპოვეთ B კუთხის სიდიდე.

2.26. 1) ABC სამკუთხედში A და B წვეროებიდან გავლებული ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=40°$, $\angle B=100°$.

2) ABC სამკუთხედში A და B კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C=40°$.

3) ABC სამკუთხედში A და B კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ C კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C=105°$.

4) ABC სამკუთხედში A და C კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ სამკუთხედის B კუთხის სიდიდე, თუ ის AMC კუთხის ნახევრის ტოლია.

2.27. 1) ტოლფერდა ABC სამკუთხედის ($AB=BC$) A კუთხის ბისექტრისა BC ფერდთან $60°$-ის ტოლ კუთხე ქმნის. იპოვეთ B კუთხის სიდიდე.

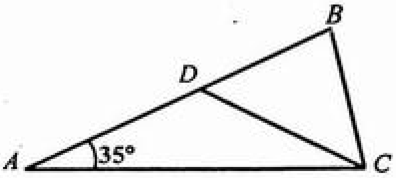
2) ABC სამკუთხედის A და C წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეები O წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AOC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=70°$, $\angle C=50°$.

3) ABC სამკუთხედის A და C წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეები O წერტილზე იკვეთება. იპოვეთ სამკუთხედის B კუთხის სიდიდე, თუ $\angle AOC=120°$.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდებზე დაშვებული სიმაღლეები იკვეთებიან (ფუძისაკენ მიმართული) $130°$-იანი კუთხით. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდე.

2.28. 1) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle A=40°$. AC კათეტის შუაწერტილზე გავლებული BC კათეტის პარალელური წრფე ჰიპოტენუზას M წერტილში კვეთს. იპოვეთ MCB კუთხის სიდიდე.

2) იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეების წვეროებთან მდებარე გარე კუთხეების ბისექტრისებს შორის უმცირესი კუთხის სიდიდე.



3) ABC სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $CD=CB=AD$. იპოვეთ DCB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BAC=35°$.

4) ჰიპოტენუზის შუამართობის კათეტთან გადაკვეთის წერტილი შეერთებულია მეორე კათეტის ბოლოსთან. ეს მონაკვეთი მახვილი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ მცირე კათეტის სიგრძეა 5 სმ.

2.29. 1) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხე 20°-ის ტოლია. იპოვეთ მახვილი კუთხის სიდიდე მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ მედიანაზე და ჰიპოტენუზას შორის.

2) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხე 40°-ის ტოლია. იპოვეთ მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ ბისექტრისასა და სიმაღლეებს შორის კუთხის სიდიდე.

3) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხე 25°-ის ტოლია. იპოვეთ კუთხის სიდიდე მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ ბისექტრისასა და მედიანას შორის.

4) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხე 55°-ის ტოლია. იპოვეთ კუთხის სიდიდე მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლესა და მედიანას შორის.

2.30. 1) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლესა და ბისექტისას შორის კუთხის სიდიდეა 10°. იპოვეთ სამკუთხედის დიდი მახვილი კუთხის სიდიდე.

2) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლესა და მედიანას შორის კუთხის სიდიდეა 20°. იპოვეთ სამკუთხედის მცირე მახვილი კუთხის სიდიდე.

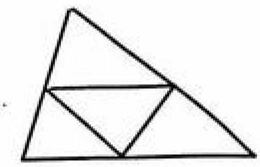
3) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ ბისექტრისასა და მედიანს შორის კუთხის სიდიდეა 5°. იპოვეთ სამკუთხედის მცირე მახვილი კუთხის სიდიდე.

4) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე. მედიანასა და სიმაღლეს შორის კუთხის სიდიდეა 20°. იპოვეთ სიმაღლესა და ბისექტრისას შორის კუთხის სიდიდე.

5) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე. მედიანასა და ბისექტრისას შორის კუთხის სიდიდეა 7°. იპოვეთ მედიანასა და სიმაღლეს შორის კუთხის სიდიდე.

6) მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე. სიმაღლესა და ბისექტრისას შორის კუთხის სიდიდეა 15°. იპოვეთ მედიანასა და ბისექტრისას შორის კუთხის სიდიდე.

2.31. 1) სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილების შეერთების შედეგად მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრი 25 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის პერიმეტრი.

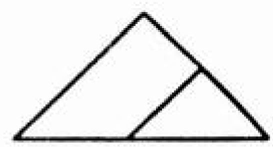


2) სამკუთხედის პერიმეტრია 80 სმ. იპოვეთ გვერდების შუაწერტილების შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრი.

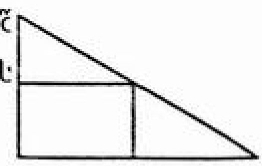
3) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 2:3:4, ხოლო სამკუთხედის პერიმეტრია 54 სმ. იპოვეთ იმ სამკუთხედის გვერდები, რომლის წვეროებიც მოცემული სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებშია.

4) მოცემული სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილების შეერთების შედეგად მიღებული სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 4:5:6, ხოლო მისი პერიმეტრია 60 სმ. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები.

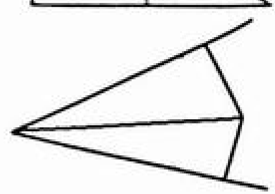
2.32. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძისა და ფერდის შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 35 სმ.



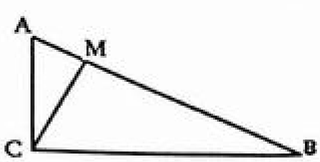
2) მანძილი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შ კათეტებამდე 3 სმ-ის და 4 სმ-ის ტოლია, ხოლო მართი კუთხის ის. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.



3) 60°-იანი კუთხის ბისექტრისაზე მდებარე წერტილი კუთხის წვეროდან დაშორებულია 10 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან კუთხის გვერდებამდე.



4) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle A=60°$. CM არის ჰიპოტენუზისადმი გავლებული სიმაღლე. იპოვეთ BM მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB=20$ სმ.

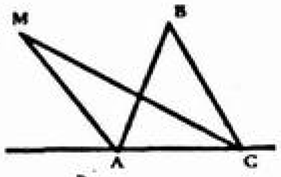


რთული ამოცანები

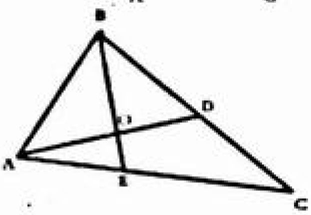
2.33. 1) სამკუთხედის ერთი გვერდი ორჯერ მეტია მეორეზე, ხოლო მათ შორის კუთხე 60°-ია. იპოვეთ სამკუთხედის დანარჩენი კუთხეები.

2) ABC სამკუთხედში $\angle C = 2\angle A$ და $AC = 2 \cdot BC$. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები.

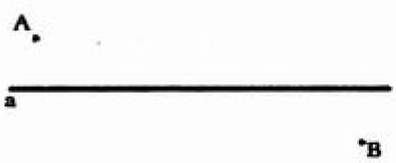
3) ABC სამკუთხედის C კუთხისა და A წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის ბისექტრისები M წერტილში იკვეთებიან. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle AMC = \alpha$.



4) AD არის ABC სამკუთხედის მედიანა, ხოლო O ამ მედიანის შუაწერტილია. B და O წერტილებზე გამავალი წრფე AC გვერდს კვეთს E წერტილში. იპოვეთ $AE : EC$.



2.34. 1) a მდინარის სხვადასხვა მხარეზე მდებარეობს ორი A და B ქალაქი. ამ ქალაქებიდან წამოღებული ტვირთი გემით უნდა გადაზიდონ. სად უნდა მდებარეობდეს ნავსადგური მდინარეზე, რომ ორივე ქალაქიდან ჯამში ნავსადგურთან მისასვლელად მინიმალურ გზის გავლა იყოს საჭირო?



2) რკინიგზის ლიანდაგების ერთ მხარეს განთავსებულია ორი M და N საწყობი. ამ საწყობებიდან ტვირთის გადასაზიდად რკინიგზაზე უნდა გაკეთდეს სადგური. სად უნდა ააშენონ სადგური, რომ საწყობებიდან სადგურში ტვირთის გადასაზიდად მინიმალური გზის გავლა იყოს საჭირო?

2.35. 1) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდების მედიანები ტოლია.

2) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდებზე დაშვებული სიმაღლეები ტოლია.

3) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე სამკუთხედის კუთხეების ბისექტრისები ტოლია.

4) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდებისადმი გავლებული მედიანების მიერ ფერდებთან შედგენილი სამკუთხედები ტოლია.

2.36. 1) აჩვენეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის ბისექტრისა ჰიპოტენუზისადმი გავლებულ მედიანასა და სიმაღლეს შორის კუთხეს შუაზე ყოფს.

2) აჩვენეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისადმი გავლებულ მედიანასა და სიმაღლეს შორის მდებარე კუთხე ამ სამკუთხედის მახვილი კუთხეების სხვაობის ტოლია.

3) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისასა და სიმაღლეს შორის კუთხე დანარჩენი ორი კუთხის სხვაობის ტოლია.

4) ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში იკვეთება ისე, რომ $AO = OD$. აჩვენეთ, რომ $\Delta ABC = \Delta DAB$.

2.37. 1) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის ბისექტრისა ფუძის პარალელურია.

2) აჩვენეთ, რომ თუ A და B წერტილები თანაბარი მანძილითაა დაშორებული AB მონაკვეთის გადამკვეთი წრფიდან, მაშინ გადაკვეთის წერტილით AB მონაკვეთი შუაზე იყოფა.

3) აჩვენეთ, რომ თუ კათეტი ჰიპოტენუზაზე ორჯერ ნაკლებია, მაშინ ამ კათეტის მოპირდაპირე კუთხის სიდიდე 30°-ის ტოლია.

4) აჩვენეთ, რომ თუ მედიანა უდრის იმ გვერდის ნახევარს, რომელსაც ის შუაზე ყოფს, მაშინ სამკუთხედი მართკუთხაა.

2.38. 1) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის შიგნით მდებარე წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე მანძილების ჯამი პერიმეტრის ნახევარზე მეტია.

2) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის თითოეული გვერდის სიგრძე მისი პერიმეტრის ნახევარზე ნაკლებია.

3) ABC სამკუთხედის ($AC > BC$) C კუთხის ბისექტრისაზე აღებულია M წერტილი. აჩვენეთ, რომ $AC - BC < AM - BM$.

4) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის მედიანა ნაკლებია იმ გვერდების ნახევარჯამზე, რომელთა შორისაც ის არის მოთავსებული.

ტესტი 2.1

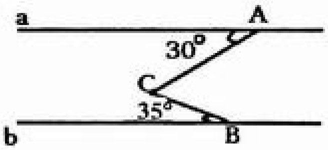
1. AB მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 24 სმ, C წერტილით გაყოფილია ორ AC და BC მონაკვეთებად, რომელთა სიგრძეთა შეფარდებაა 5:7. რა უდრის ამ მონაკვეთების სიგრძეთა სხვაობა?

   ა) 6 სმ ბ) 5 სმ გ) 4 სმ დ) 3 სმ

2. 24 სმ სიგრძის MN მონაკვეთზე აღებულია P წერტილი. იპოვეთ მანძილი MP და PN მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

   ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ)14 სმ დ) 16 სმ

3. ნახაზზე a და b პარალელური წრფეებია. მითითებული კუთხეების გრადუსული ზომების მიხედვით იპოვეთ ACB მახვილი კუთხის სიდიდე.



   ა) 30° ბ) 35° გ) 60° დ) 65°

4. AB წრფეზე მდებარე O წერტილიდან სხვადასხვა ნახევარსიბრტყეში გავლებულია OC და OD სხივები ისე, რომ კუთხე AOD ორჯერ მეტია $\angle AOC$-ზე. იპოვეთ $\angle AOC$, თუ $\angle BOD = 130°$.

   ა) 25° ბ) 30° გ) 36° დ) 40°

5. წრფეზე აღებულია სამი A, B და C წერტილი ისე, რომ B და C წერტილები მდებარეობენ A წერტილიდან ერთ მხარეს. AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი, ხოლო BC-ზე N წერტილი ისე, რომ $AM:MB = 1:3$ და $BN:NC = 3:1$. რამდენი სანტიმეტრია BC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB =8 სმ, MN=21 სმ.

   ა) 18 ბ) 20 გ) 22 დ) 23

6. არათანამკვეთი მონაკვეთების დაშორების მაჩვენებელი ვუწოდოთ ამ მონაკვეთების წერტილებს შორის უმცირესი მანძილის შეფარდებას უდიდესთან. იპოვეთ b, თუ რიცხვით ღერძზე მდებარე [–3; 1] და [b; 7] მონაკვეთების დაშორების მაჩვენებელია 0,5.

   ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 8

7. თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 50 სმ, მაშინ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე არ შეიძლება იყოს

   ა) 5 სმ ბ) 20 სმ გ) 23 სმ დ) 25 სმ

8. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძის შეფარდება ფერდის სიგრძესთან?

   ა) $\frac{5}{2}$ ბ) $\frac{7}{4}$ გ) $\frac{11}{5}$ დ) $\frac{6}{3}$

9. იპოვეთ კუთხე ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესა და ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისას შორის, თუ ფერდებს შორის კუთხეა 40°.

   ა) 25° ბ) 30° გ) 35° დ) 40°

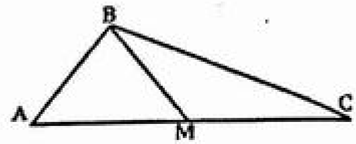
10. O არის ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძე, თუ $AO=8$ სმ

ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 15 სმ დ) 18 სმ

11. ABC მართკუთხა სამკუთხედში A და B მახვილი კუთხეების ბისექტრისები O წერტილში იკვეთება. რის ტოლია AOB კუთხის სიდიდე?

ა) 150° ბ) 100° გ) 120° დ) 135°

12. ABC სამკუთხედში AC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AB = BM = AM = MC$. იპოვეთ MBC კუთხის სიდიდე.

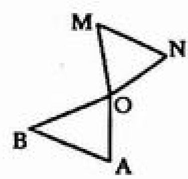


ა) 30° ბ) 35° გ) 40° დ) 45°

13. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle A=25°$. AC კათეტის შუამართობი AB ჰიპოტენუზას D წერტილში კვეთს. იპოვეთ $\angle CDB$.

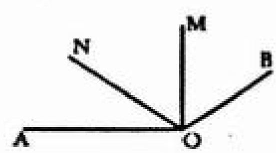
ა) 25° ბ) 30° გ) 45° დ) 50°

14. AOB და MON ტოლი ტოლგვერდა სამკუთხედებია. იპოვეთ OBN კუთხის სიდიდე, თუ $\angle AON=160°$.



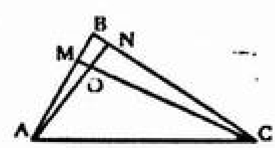
ა) 20° ბ) 25° გ) 30° დ) 35°

15. ნახაზზე $\angle AOB =160°$, $OM \perp AO$ და $\angle NOM = \angle MOB$. იპოვეთ NOB კუთხის სიდიდე.



ა) 120° ბ) 130° გ)140° დ) 160°

16. ABC სამკუთხედში A და C წვეროებიდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე 110°-ის ტოლია. იპოვეთ A და C კუთხეების ჯამი.

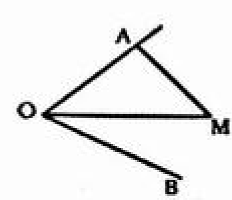


ა) 80° ბ) 90° გ) 100° დ) 110°

17. ჰიპოტენუზის შუამართობი კათეტთან ადგენს 130°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის უდიდესი მახვილი კუთხის სიდიდე.

ა) 40° ბ) 45° გ) 50° დ) 60°

18. MO არის მართი AOB კუთხის ბისექტრისა და $MA \perp AO$. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან OB გვერდამდე, თუ $AO=5$ სმ.

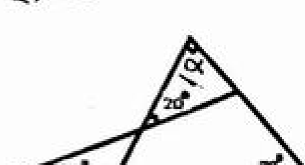


ა) 4 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) 10 სმ

19. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $\angle ABD=30°$ და $\angle DBC=50°$. რას უდრის $\angle BDA$?

ა) 90° ბ) 30° გ)120° დ) 100°

20. ნახაზზე მითითებული კუთხეების ზომების მიხედვით გამოთვალეთ α კუთხის გრადუსული ზომა.



ა) 35° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

ტესტი 2.2

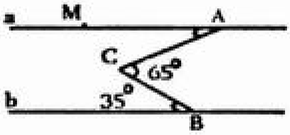
1. 10 მ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია C და D წერტილები ისე, რომ AC =8 მ, DB=6 მ. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე.

ა) 2 მ　　ბ) 4 მ　　გ) 6 მ　　დ) 14 მ

2. AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია D წერტილი. მანძილი AD და DB მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის 8 სმ-ის ტოლია. რამდენი სანტიმეტრია AB მონაკვეთის სიგრძე?

ა) 10　　ბ) 12　　გ) 16　　დ) 24

3. a და b პარალელური წრფეებია. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ MAC მახვილი კუთხის სიდიდე.



ა) 30°　　ბ) 50°　　გ) 60°　　დ) 65°

4. AB და CD წრფეები იკვეთებიან O წერტილში. OK არის AOD კუთხის ბისექტრისა, $\angle COK$ =125°. იპოვეთ $\angle BOD$.

ა) 56°　　ბ) 58°　　გ) 60°　　დ) 70°

5. წრფეზე აღებულია სამი A, B და C წერტილი ისე, რომ B და C წერტილები მდებარეობენ A წერტილიდან ერთ მხარეს. AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი, ხოლო BC-ზე N წერტილი ისე, რომ $AM:MB=1:4$ და $BN:NC=4:1$. რამდენი სანტიმეტრია MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB =10 სმ და BC=15 სმ.

ა) 15　　ბ) 16　　გ) 18　　დ) 20

6. არათანამკვეთი მონაკვეთების დაშორების მაჩვენებელი ვუწოდოთ ამ მონაკვეთების წერტილებს შორის უმცირესი მანძილის შეფარდებას უდიდესთან. იპოვეთ რიცხვით ღერძზე მდებარე [−1; 3] და [5; 9] მონაკვეთების დაშორების მაჩვენებელი.

ა) $\frac{1}{5}$　　ბ) $\frac{1}{4}$　　გ) $\frac{1}{3}$　　დ) $\frac{1}{2}$

7. თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა 8 სმ, მაშინ პერიმეტრი არ შეიძლება იყოს

ა) 20 სმ　　ბ) 18 სმ　　გ) 17 სმ　　დ) 16 სმ

8. თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი გარე კუთხეა 80°, მაშინ ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა

ა) 30°　　ბ) 40°　　გ) 50°　　დ) 60°

9. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძის შეფარდება ფუძის სიგრძესთან?

ა) $\frac{4}{9}$　　ბ) $\frac{2}{5}$　　გ) $\frac{1}{2}$　　დ) $\frac{4}{7}$

10. ABC სამკუთხედი მართკუთხაა, $\angle C$=90°. G წერტილი ABC სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილია. რის ტოლია AB ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ CG=10 სმ?

ა) 10 სმ　　ბ) 15 სმ　　გ) 20 სმ　　დ) 25 სმ

11. ABC სამკუთხედში $\angle A=50°$, $\angle B=70°$. ჩამოთვლილი უტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

ა) $AB < BC < AC$ ბ) $AB < AC < BC$ გ) $BC < AB < AC$ დ) $AC < BC < AB$

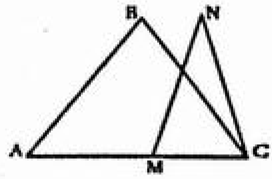
12. ABC სამკუთხედში $\angle A=30°$, $\angle B=120°$. BD არის B კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ $BD=5$ სმ

ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 10 სმ

13. ტოლფერდა სამკუთხედში წვეროსთან მდებარე კუთხის სიდიდე 70°-ია. იპოვეთ კუთხე ფერდზე დაშვებულ სიმაღლესა და ფუძეს შორის.

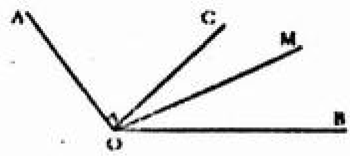
ა) 20° ბ) 25° გ) 35° დ) 55°

14. ნახაზზე ABC ტოლგვერდა სამკუთხედია, ხოლო MNC ტოლფერდა ($MN=NC$). იპოვეთ BCN კუთხის სიდიდე, თუ $\angle MNC=20°$.



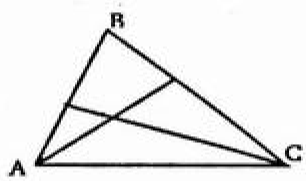
ა) 20° ბ) 25° გ) 30° დ) 35°

15. ნახაზზე $\angle AOB=140°$, $CO \perp AO$, ხოლო OM სხივი COB კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. იპოვეთ COM კუთხის სიდიდე.



ა) 20° ბ) 25° გ) 30° დ) 35°

16. ABC სამკუთხედის A და C კუთხეების ბისექტრისებს შორის კუთხე 110°-ის ტოლია. იპოვეთ B კუთხის სიდიდე.

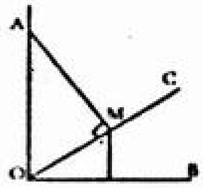


ა) 25° ბ) 30° გ) 40° დ) 50°

17. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle A=30°$. AC კათეტის M წერტილიდან აღმართული კათეტის შუამართობი ჰიპოტენუზას გადაკვეთს N წერტილში. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ $MN=4$ სმ.

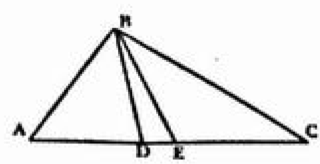
ა) 6 სმ ბ) 8 სმ გ) 12 სმ დ) 16 სმ

18. მართი AOB კუთხე OC სხივით გაყოფილია შეფარდებით 2:1 OA გვერდის მხრიდან. A წერტილიდან OC სხივზე დაშვებულია AM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან OB გვერდამდე, თუ $AO=8$სმ.



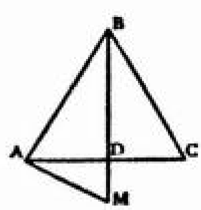
ა)2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 6 სმ

19. ABC სამკუთხედში $\angle A=40°$ და $\angle C=35°$. AC გვერდზე აღებულია D და E წერტილები ისე, რომ D წერტილი ძევს AE მონაკვეთზე, ამასთან $AD = BD$ და $BE = EC$. იპოვეთ $\angle DBE$.



ა) 30° ბ) 35° გ) 40° დ) 45°

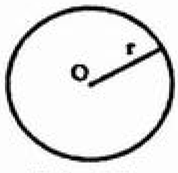
20. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძისადმი გავლებული BD სიმაღლის გაგრძელებაზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $BM = AB$. იპოვეთ DAM კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ABC=80°$.



ა) 5° ბ) 10° გ) 20° დ) 25°

§ 3. წრეწირი და მასთან დაკავშირებული კუთხეები

1. წრეწირი. სამკუთხედზე შემოხაზული და სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი. წრეწირი არის სიბრტყის ყველა იმ წერტილების სიმრავლე, რომლებიც ერთი და იმავე მანძილით არიან დაშორებული მოცემული წერტილიდან. ამ წერტილს წრეწირის ცენტრს უწოდებენ და როგორც წესი O ასოთი აღნიშნავენ (ნახ. 3.1).

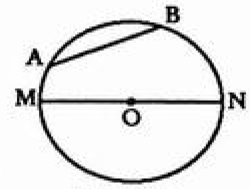


ნახ. 3.1

წრეწირის ნებისმიერი წერტილის ცენტრთან შემაერთებელ მონაკვეთს (მონაკვეთის სიგრძეს) რადიუსი ეწოდება. რადიუსს, როგორც წესი R ან r სიმბოლოთი აღნიშნავენ (ნახ. 3.1).

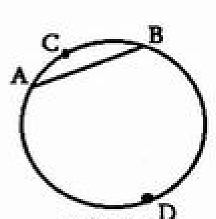
წრეწირის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელ მონაკვეთს ქორდა ეწოდება. ნახ. 3.2-ზე AB მონაკვეთი არის ქორდა.

ცენტრზე გამავალ ქორდას (მის სიგრძეს) დიამეტრი ეწოდება. ნახ. 3.2-ზე MN მონაკვეთი არის დიამეტრი.



ნახ. 3.2

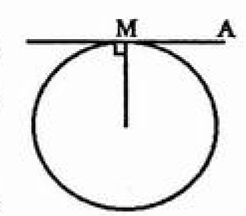
წრეწირი მისი ნებისმიერი ორი წერტილით (ქორდით) იყოფა ორ ნაწილად (ორ რკალად). თითოეულ მათგანს დამატებითი რკალები ეწოდებათ (ნახ. 3.3). ამ რკალებს აღნიშნავენ $\breve{ACB}$ ($\breve{ADB}$) სიმბოლოთი ან $\breve{AB}$ სიმბოლოთი. ამბობენ, რომ AB ქორდა ჭიმავს თითოეულ ამ რკალს.



ნახ. 3.3

მტკიცდება, რომ ქორდისადმი მართობული დიამეტრი ქორდას და მის მიერ მოჭიმულ რკალ შუაზე ყოფს.

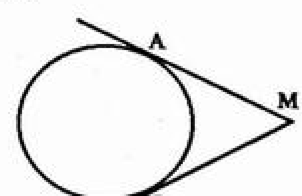
წრფეს, რომელსაც წრეწირთან ერთადერთი საერთო წერტილი აქვს, წრეწირის მხები ეწოდება (ნახ. 3.4). წრეწირის მხები შესების წერტილში გავლებული რადიუსის მართობულია (ნახ. 3.4).



ნახ. 3.4

მოცემული წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული მხების ნაწილს ამ წერტილიდან შეხების წერტილამდე, მხების მონაკვეთი ეწოდება. ნახ. 3.4-ზე AM არის მხების მონაკვეთი.

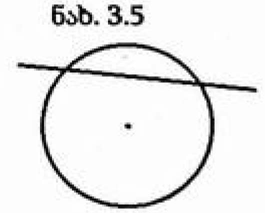
მოცემული წერტილიდან ერთი და იმავე წრეწირისადმი გავლებული მხებების მონაკვეთები ერთმანეთის ტოლია. ე.ი. $MA=MB$ (ნახ. 3.5).



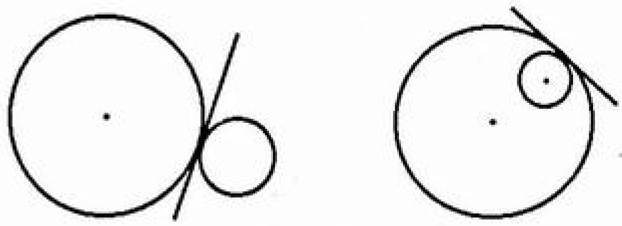
ნახ. 3.5

წრფეს, რომელსაც წრეწირთან ორი საერთო წერტილი აქვს წრეწირის მკვეთი წრფე ეწოდება (ნახ. 3.6).

წრეწირებს, რომლებსაც საერთო ცენტრი აქვთ, კონცენტრული წრეწირები ეწოდებათ.

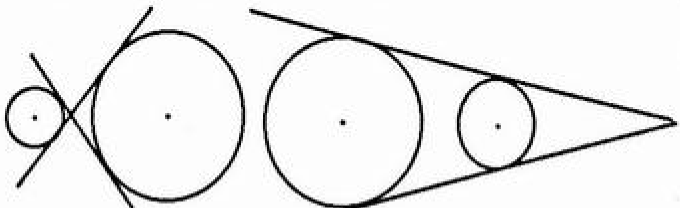

ნახ. 3.6

თუ წრეწირებს აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი, მაშინ ამ საერთო წერტილში შესაძლებელია საერთო მხების გატარება და ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ წრეწირები ერთმანეთს ეხება (ნახ. 3.7). შეხება იქნება გარე, თუ წრეწირების ცენტრები საერთო მხების სხვადასხვა მხარესაა და შიგა, თუ ცენტრები საერთო მხების ერთ მხარესაა (ნახ. 3.7).

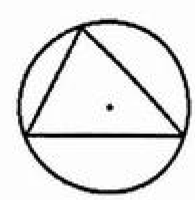


ნახ. 3.7

თუ ორი წრეწირი ერთმანეთის შიგნით არ მდებარეობს, არ კვეთენ ერთმანეთს და არ ეხებიან ე.ი. შესაძლებელია მათი განცალკევება, მაშინ შეიძლება გაივლოს ამ წრეწირების ორი შიგა და ორი გარე საერთო მხები (ნახ. 3.8).

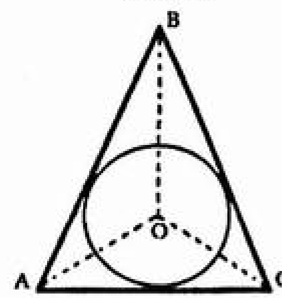


ნახ. 3.8



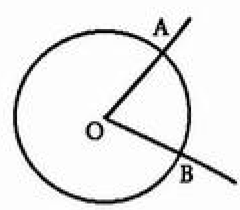
ნახ. 3.9

წრეწირს, რომელიც სამკუთხედის სამივე წვეროზე გადის, სამკუთხედზე შემოხაზული ეწოდება. მტკიცდება, რომ ნებისმიერი სამკუთხედისათვის არსებობს მასზე შემოხაზული წრეწირი, იგი ერთადერთია და მისი ცენტრი ამ სამკუთხედის გვერდების შუამართობების გადაკვეთის წერტილში მდებარეობს (ნახ. 3.9).



ნახ. 3.10

წრეწირს სამკუთხედში ჩახაზული ეწოდება, თუ იგი ამ სამკუთხედის სამივე გვერდს ეხება. მტკიცდება, რომ ნებისმიერი სამკუთხედისათვის არსებობს მასში ჩახაზული წრეწირი, იგი ერთადერთია და მისი ცენტრი ამ სამკუთხედის ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილია (ნახ. 3.10). ე.ი. AO, BO და CO არიან შესაბამისად A, B და C კუთხეების ბისექტრისები.



ნახ. 3.11

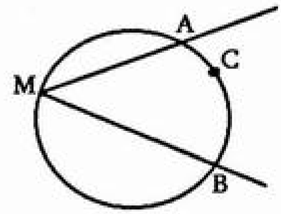
2. წრეწირთან დაკავშირებული კუთხეები. კუთხეს წვეროთი წრეწირის ცენტრში ცენტრალური კუთხე ეწოდება. ცენტრალური კუთხის შიგნით მოთავსებულ წრეწირის რკალს კი – კუთხის შესაბამისი რკალი (ნახ. 3.11).

წრეწირის რკალის გრადუსულ ზომას უწოდებენ შესაბამისი ცენტრალური კუთხის გრადუსულ ზომას. AOB კუთხის შესაბამისი რკალის გრადუსულ ზომას $\breve{AB}$ სიმბოლოთი აღნიშნავენ (ისევე როგორც რკალს).

ამრიგად, ცენტრალური კუთხის სიდიდე ტოლია მისი შესაბამისი (მის მიერ მოჭიმული) რკალის გრადუსული ზომის.

რკალს, რომელიც 180°-იან ცენტრალურ კუთხეს შეესაბამება ნახევარწრეწირი ეწოდება.

კუთხეს, რომლის წვერო წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო გვერდები წრეწირს კვეთს, ამ წრეწირში ჩახაზული კუთხე ეწოდება. ე.ი. ნახ. 3.12-ზე. $\angle AMB$ ჩახაზული კუთხეა და ის ეყრდნობა ACB რკალს.



ნახ. 3.12

ჩახაზული კუთხის სიდიდე ტოლია იმ რკალის გრადუსული ზომის ნახევრის, რომელსაც ის ეყრდნობა. ე.ი.

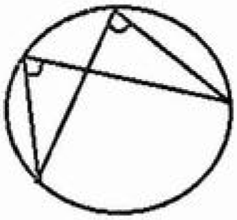
$$\angle M = \frac{\breve{ACB}}{2}.$$

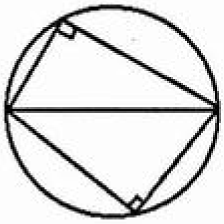
ამ ფაქტიდან გამომდინარეობს, რომ:

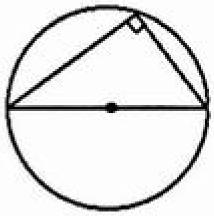
1. ერთი და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული კუთხეები ტოლია (ნახ. 3.13).

2. დიამეტრზე დაყრდნობილი ჩახაზული კუთხე მართია (ნახ. 3.14).

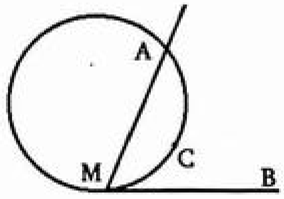
3. მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრი ჰიპოტენუზის შუაწერტილია (ნახ. 3.15).


ნახ. 3.13


ნახ. 3.14


ნახ. 3.15

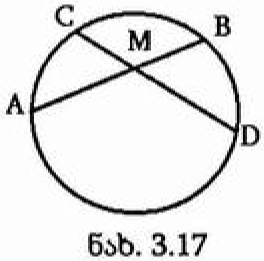
კუთხეს, რომლის წვერო წრეწირზე მდებარეობს, ერთი გვერდი წარმოადგენს მხების ნაწილს, ხოლო მეორე გვერდი შეიცავს ქორდას, ეწოდება მხებითა და ქორდით შედგენილი კუთხე (ნახ. 3.16).



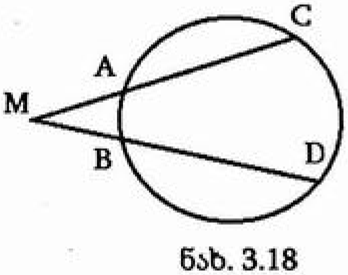
ნახ. 3.16

მხებითა და ქორდით შედგენილი კუთხის სიდიდე ტოლია ამ კუთხის გვერდებს შორის მოთავსებული რკალის გრადუსული ზომის ნახევრის. ე.ი. $\angle AMB = \frac{\breve{ACM}}{2}$ (ნახ. 3.16).

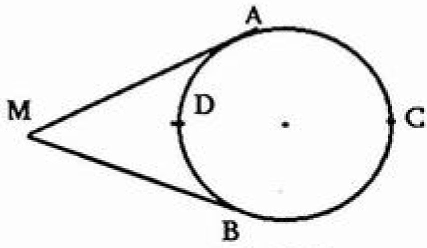
ახლა განვიხილოთ ისეთი კუთხეები რომელთა წვერო წრეწირზე არ მდებარეობს.



ნახ. 3.17



ნახ. 3.18



ნახ. 3.19

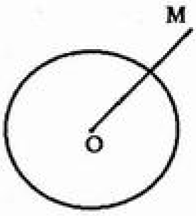
იმ კუთხის გრადუსული ზომა, რომლის წვერო წრეწირის შიგნითაა, ტოლია მოცემული კუთხისა და მისი ვერტიკალური კუთხის გვერდებს შორის მოთავსებული რკალების გრადუსულ ზომათა ნახევარჯამის. ე.ი. $\angle BMD = \frac{\breve{BD} + \breve{AC}}{2}$ (ნახ. 3.17).

იმ კუთხის გრადუსული ზომა, რომლის წვერო წრეწირის გარეთაა, ხოლო გვერდები კვეთენ წრეწირს, ტოლია გვერდებს შორის მოთავსებული რკალების გრადუსული ზომების ნახევარსხვაობის (ნახ. 3.18). ე.ი. $\angle M = \dfrac{\breve{CD} - \breve{BA}}{2}$.

იმ კუთხის გრადუსული ზომა, რომლის გვერდები წრეწირს ეხებიან, ტოლია იმ რკალების გრადუსულ ზომათა ნახევარსხვაობის, რომლებითაც წრეწირი იყოფა შეხების წერტილებით (ნახ. 3.19). ე.ი. $\angle M = \dfrac{A\breve{C}B - B\breve{D}A}{2}$.

* * *

3.1. 1) წრეწირის რადიუსია 20 სმ. რა უდიდესი სიგრძე შეიძლება ჰქონდეს წრეწირის ქორდას?



2) წრეწირის რადიუსია 15 სმ. M წერტილი წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 25 სმ-ით. იპოვეთ უმცირესი მანძილი M წერტილიდან წრეწირის წერტილებამდე.

3) M წერტილი წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 30 სმ-ით. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ უმცირესი მანძილი M წერტილიდან წრეწირის წერტილებამდე 10 სმ-ია.

4) იპოვეთ უდიდესი მანძილი წრეწირის წერტილებიდან დიამეტრამდე, თუ დიამეტრის სიგრძეა 50 სმ.

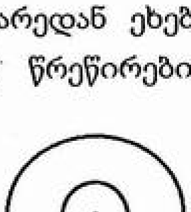
3.2. 1) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 10 მ და 8 მ, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ მანძილი წრეწირების ცენტრებს შორის.

2) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 10 მ და 6 მ, შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ მანძილი წრეწირების ცენტრებს შორის.

3) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 11 მ და 7 მ, შიგნიდან ეხება ერთმანეთს N წერტილში. დიდი წრეწირის MN დიამეტრი მცირე წრეწირის ცენტრზე გადის. იპოვეთ უმცირესი მანძილი M წერტილიდან მცირე წრეწირს წერტილებამდე.

4) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 7,2 სმ და 3,3 სმ, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ უდიდესი მანძილი პირველ და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის.

3.3. 1) ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვს. ერთი წრეწირის რადიუსია 20 სმ, ხოლო მეორის – 12 სმ. იპოვეთ მაქსიმალური დაშორება პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის.



2) ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვს. ერთი წრეწირის დიამეტრია 30სმ, ხოლო მეორის – 14 სმ. იპოვეთ მინიმალური დაშორება პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის.

3) ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვს. დიდი წრეწირის დიამეტრი მცირე წრეწირით სამ ტოლ ნაწილად იყოფა. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი, თუ დიდი წრეწირის რადიუსია 9 სმ.

4) ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვს. დიდი წრეწირის დიამეტრი მცირე წრეწირით იყოფა 5 მ, 7 მ და 5 მ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი.

3.4. 1) ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. წრეწირების რადიუსების შეფარდებაა 3:7, ხოლო ცენტრებს შორის მანძილია 22 მ. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი.

2) ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. დიდი წრეწირის რადიუსი 5 სმ-ით მეტია მცირე წრეწირის რადიუსზე, ხოლო წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილია 13 სმ. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი.

3) ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. წრეწირების რადიუსების შეფარდებაა 7:3, ხოლო ცენტრებს შორის მანძილია 8,8 მ. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი.

4) ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილია 3 სმ, ხოლო რადიუსების ჯამია 7 სმ. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი.

3.5. 1) ერთი წრეწირის რადიუსია 24 სმ, ხოლო მეორის – 5 სმ. მეორე წრეწირის ცენტრი პირველ წრეწირზე მდებარეობს. იპოვეთ უდიდესი მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის.

2) პირველი წრეწირის რადიუსია 24 სმ, ხოლო მეორის – 5 სმ. პირველი წრეწირის ცენტრი მეორე წრეწირზე მდებარეობს. იპოვეთ უდიდესი მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის.

3) სამი წრეწირიდან პირველ ორს საერთო ცენტრი აქვს, ხოლო მესამე წრეწირის ცენტრი მეორე წრეწირზე მდებარეობს. პირველი წრეწირის რადიუსია 12 სმ, მეორის – 5 სმ, ხოლო მესამის – 3 სმ. იპოვეთ უდიდესი მანძილი პირველი და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის.

4) სამი წრეწირიდან პირველ ორს საერთო ცენტრი აქვს, ხოლო მესამე წრეწირის ცენტრი პირველ წრეწირზე მდებარეობს. პირველი წრეწირის რადიუსია 12 სმ, მეორის – 5 სმ, ხოლო მესამის – 3 სმ. იპოვეთ უმცირესი მანძილი მეორე და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის.

3.6. 1) წრეწირზე მდებარე წერტილიდან გავლებულია დიამეტრი და რადიუსის ტოლი ქორდა. იპოვეთ კუთხე მათ შორის.

2) წრეწირის მოცემული წერტილიდან გავლებულია რადიუსის ტოლი ორი ქორდა. იპოვეთ კუთხე მათ შორის.

3) წრეწირის ქორდა მისი რადიუსის მართობულია და ამ რადიუსს შუაზე ყოფს. იპოვეთ კუთხე ქორდის ბოლო წერტილებში გავლებულ რადიუსებს შორის.

4) ქორდა აერთებს ურთიერმართობული დიამეტრების ბოლო წერტილებს. იპოვეთ ქორდასა და დიამეტრს შორის კუთხის სიდიდე.

3.7. 1) ქორდა დიამეტრს კვეთს 45°-იანი კუთხით. ქორდის ბოლოებიდან დიამეტრი დაშორებულია 11 სმ და 9 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ქორდის ბოლოებიდან დიამეტრზე დაშვებულ მართობების ფუძეებს შორის.

2) წრეწირის ქორდა დიამეტრს კვეთს 60°-იანი კუთხით და დიამეტრით იყოფა 10 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ მანძილი ქორდის ბოლოებიდან დიამეტრზე დაშვებულ მართობების ფუძეებს შორის.

3) წრეწირის ქორდა დიამეტრს კვეთს 30°-იანი კუთხით და იყოფა 4 სმ და 10 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ მანძილი ქორდის შუა წერტილიდან დიამეტრამდე.

4) წრეწირის ქორდა დიამეტრს კვეთს 45°-იანი კუთხით და ყოფს 16 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ქორდამდე.

3.8. 1) 20 სმ სიგრძის AB ქორდა CD ქორდის მართობულია და გადაკვეთის წერტილით მას შუაზე ყოფს. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

2) ქორდის ბოლოებზე გავლებული რადიუსები მართ კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ წრეწირის ქორდა, თუ წრეწირის ცენტრიდან ის დაშორებულია 5 სმ-ით.

3) ქორდის მიერ მოჭიმული რკალი 120°-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ამ ქორდამდე, თუ წრეწირის რადიუსია 12 სმ.

4) ქორდის მიერ მოჭიმული რკალი 120°-ის ტოლია. იპოვეთ წრეწირის დიამეტრი, თუ ეს ქორდა წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 5 სმ-ით.

3.9. 1) მოცემულია სამი წრეწირი. მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების ცენტრებს შორის 10,4 სმ-ია, ხოლო მეორე და მესამე წრეწირების ცენტრებს შორის – 7,6 სმ. რა შუალედში იცვლება პირველ და მესამე წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილის მნიშვნელობა სანტიმეტრებში.

2) მოცემულია სამი ტოლი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 1 მ. უმცირესი მანძილი პირველი და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის 52 მ-ია, მეორე და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის კი – 8 მ. როგორი შეიძლება იყოს უმცირესი მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის?

3) მოცემულია სამი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 1 მ, 2 მ და 3 მ. უმცირესი მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის 56 მ-ია, მეორე და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის კი – 8 მ. რა მნიშვნელობები შეიძლება მიიღოს პირველ და მესამე წრეწირებს შორის უმცირესმა მანძილმა?

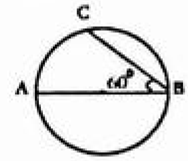
4) მოცემულია სამი ტოლი წრეწირი, რომელთა დიამეტრია 2 სმ. მაქსიმალური დაშორება პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის 40 სმ-ია, მეორე და მესამე წრეწირის წერტილებს შორის – 5 სმ. რა შუალედში იცვლება პირველი და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის მაქსიმალური დაშორება სანტიმეტრებში?

3.10. 1) წრეწირის წერტილიდან გავლებული ორი ურთიერთმართობული ქორდა, რომლებიც ცენტრიდან დაშორებულია 6 სმ და 10 სმ-ის ტოლი მანძილით. იპოვეთ ქორდების სიგრძეები.

2) მოცემულია წრეწირის ორი ურთიერთმართობული გადამკვეთი ქორდა. თითოეული მათგანი გადაკვეთის წერტილით იყოფა 7 სმ და 3 სმ სიგრძის ორ მონაკვეთად. იპოვეთ მანძილი ცენტრიდან თითოეულ ქორდამდე.

3) წრეწირზე მდებარე წერტილიდან დიამეტრი დაშორებულია 9 სმ-ით, ხოლო დიამეტრის პარალელური მხები – 3 სმ-ით. იპოვეთ წრეწირის დიამეტრი.

4) BC ქორდა AB დიამეტრთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ BC ქორდის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია 5 სმ.



3.11. 1) ორი ტოლი წრეწირი შიგნიდან ეხება მესამე წრეწირს და ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ სამივე წრეწირის ცენტრების შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ დიდი წრეწირის რადიუსია 20 სმ.

2) ორი ტოლი წრეწირი გარედან ეხება მესამე წრეწირს და ეხება ერთმანეთს. სამივე წრეწირის ცენტრების შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრია 50 სმ. იპოვეთ მესამე წრეწირის რადიუსი, თუ ტოლი წრეწირების რადიუსია 5 სმ.

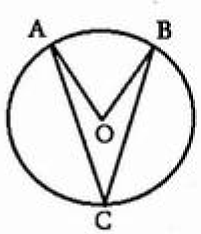
3) 5 სმ რადიუსიანი სამი ტოლი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ იმ სამკუთხედის გვერდები, რომელთა წვეროები შეხების წერტილებშია.

4) 4 სმ, 6 სმ და 8 სმ რადიუსიანი სამი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ იმ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები, რომელთა წვეროები შეხების წერტილებშია.

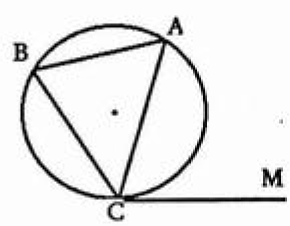
3.12. 1) 1 ნახაზზე O წრეწირის ცენტრია და $\angle AOB$ =50°. იპოვეთ ACB კუთხის სიდიდე.

2) 2 ნახაზზე CM წრეწირის მხებია და $\angle B$=55°. იპოვეთ ACM კუთხის სიდიდე.

1



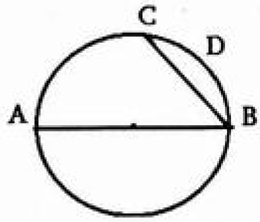
2



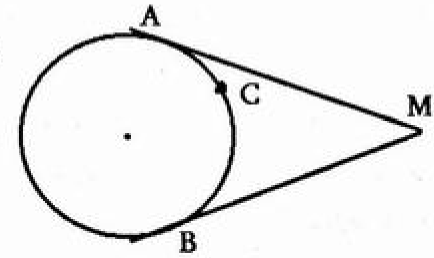
3) 3 ნახაზზე AB დიამეტრია და $\breve{CDB}=70°$. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე.

4) 4 ნახაზზე MA და MB წრეწირის მხებებია და $\breve{ACB}=100^0$. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე.

3

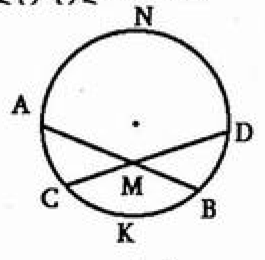


4

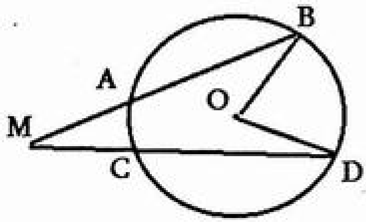


3.13. 1) 1 ნახაზზე $\breve{AND}=170°$, $\breve{CKB}=110°$. იპოვეთ *AMC* კუთხის სიდიდე.

2) 2 ნახაზზე *O* წრეწირის ცენტრია, $\angle BOD=110°$, $\angle M=35°$. იპოვეთ მცირე *AC* რკალის გრადუსული ზომა.



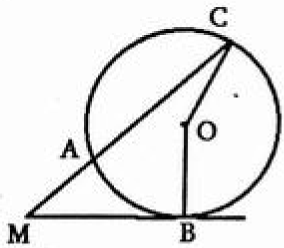
1



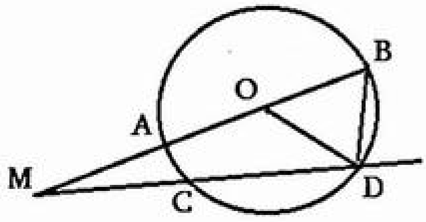
2

3) 3 ნახაზე $\angle COB=140°$, $\breve{ABC}=260°$. იპოვეთ *M* კუთხის სიდიდე, თუ *MB* წრფე წრეწირი მხებია.

4) 4 ნახაზზე *O* წრეწირის ცენტრია. *OD=BD* და $\breve{CD}=80°$. იპოვეთ *M* კუთხის სიდიდე.



3



4

3.14. 1) წრეწირი *A*, *B* და *C* წერტილებით გაყოფილია რკალებად, რომელთა გრადუსული ზომების შეფარდებაა 2:3:4. იპოვეთ *ABC* სამკუთხედის კუთხეები.

2) წრეწირი ქორდით გაყოფილია შეფარდებით 4:11. იპოვეთ ამ ქორდის ბოლოებზე გავლებული მხებებით შედგენილი მახვილი კუთხე.

3) *AB* წრეწირის დიამეტრია, ხოლო წრეწირზე მდებარე *C* წერტილი ნახევარწრეწირს ყოფს 2:7 ფართობით. იპოვეთ *ABC* სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სიდიდე.

4) წრეწირი გაყოფილია შეფარდებით 2:3:7 და გაყოფის წერტილებზე გავლებულია მხებები. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედის უდიდესი კუთხე.

3.15. 1) წრეწირზე მდებარე *A* წერტილიდან გავლებული *AB* ქორდა *AO* რადიუსთან 50°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ *AOB* კუთხის სიდიდე.

2) წრეწირზე მდებარე *A* წერტილიდან გავლებულია *AB* ქორდა და *AO* რადიუსი. იპოვეთ *OAB* კუთხის სიდიდე, თუ $\breve{AB}=84°$.

3) წრეწირზე აღებულია *A*, *B* და *C* წერტილები, ისე რომ $\breve{BC}=110°$ და *AB* მონაკვეთი წრეწირის დიამეტრია. იპოვეთ *ABC* კუთხის სიდიდე.

4) *AB* რკალის *A* ბოლოდან გავლებული *AB* ქორდის მართობული წრფე *AB* რკალის დამატებით რკალს ყოფს შეფარდებით 4:9. იპოვეთ *AB* რკალის გრადუსული ზომა.

3.16. 1) წრეწირის გარეთ მდებარე A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული მხებები წრეწირს B და C წერტილებში ეხება. წრეწირის BC მცირე რკალზე აღებულია D წერტილი. იპოვეთ BDC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BAC=80°$.

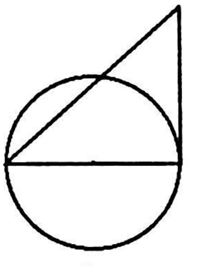
2) წრეწირის გარეთ მდებარე A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული მხებები წრეწირს B და C წერტილებში ეხება. წრეწირის BC დიდ რკალზე აღებულია D წერტილი. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BDC=50°$.

3) წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებულ MN და MK მკვეთებს შორის კუთხე 30°-ია. ეს მკვეთები წრეწირს შესაბამისად P და Q წერტილებში კვეთს. იპოვეთ QPN კუთხის სიდიდე, თუ $\angle MNK=65°$.

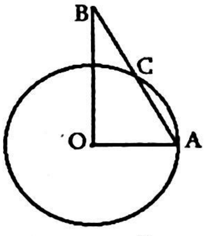
4) წრეწირზე AB დიამეტრის სხვადასხვა მხარეზე აღებულია C და D წერტილები. იპოვეთ CDB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle CBA=40°$.

3.17. 1) რა სიდიდის კუთხეს ადგენს რადიუსის ტოლი ქორდის ბოლო წერტილში გავლებული, მხები ამ ქორდასთან?

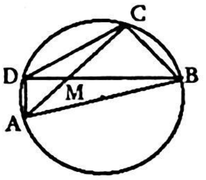
2) რა სიდიდის კუთხით გადაკვეთს ერთმანეთს რადიუსის ტოლი ქორდის ბოლოებში გავლებული მხებები?



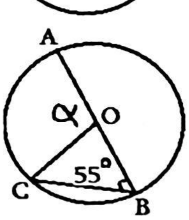
3) მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტი წრეწირის დიამეტრია, ხოლო მეორე კათეტი მხები. იპოვეთ სამკუთხედის მახვილი კუთხის სიდიდე, თუ წრეწირთან გადაკვეთით ჰიპოტენუზა ორ ტოლ ნაწილად იყოფა.



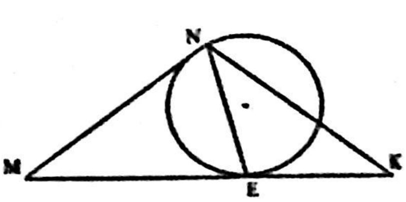
4) AOC მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის O წვერო წრეწირის ცენტრში მდებარეობს, A წვერო – წრეწირზე, ხოლო B წვერო – წრეწირის გარეთ. AB ჰიპოტენუზა წრეწირს გადაკვეთს ისეთ C წერტილში, რომ AC მონაკვეთის სიგრძე წრეწირის რადიუსის ტოლია. იპოვეთ B კუთხის სიდიდე.



3.18. 1) ნახაზზე $\angle DMC=110°$, $\angle DCM=40°$, ხოლო AB დიამეტრი 20 სმ-ია. იპოვეთ BC ქორდის სიგრძე.

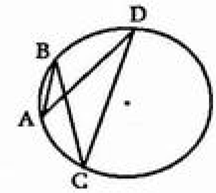


2) A, B და C წერტილები წრეწირზე მდებარეობს. O წერტილი ამ წრეწირის ცენტრია, AB მონაკვეთი კი – მისი დიამეტრი (იხ. ნახაზი). რისი ტოლია ამ ნახაზზე α-თი აღნიშნული AOC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ABC=55°$.



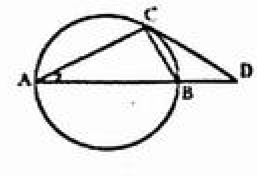
3) წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია MN და MK მხებები, რომლებიც წრეწირს N და E წერტილებში ეხება. იპოვეთ K კუთხის სიდიდე, თუ $\angle M=40°$, $\angle ENK=10°$.

4) წრეწირის AD და BC ქორდები ერთმანეთს კვეთს. $\angle ABC=25°$, $\angle ACD=50°$. იპოვეთ CAD კუთხის სიდიდე.



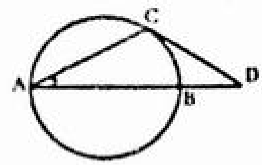
3.19. 1) იპოვეთ 120°-იანი რკალის ბოლოებზე გავლებული მხებებით შედგენილი კუთხე.

2) ნახაზზე AB დიამეტრსა და AC ქორდას შორის კუთხე 30°-ია. C წერტილში გავლებული მხები AB დიამეტრის გაგრძელებას D წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ DB მონაკვეთის სიგრძე, თუ BC ქორდის სიგრძე 6 სმ-ია.

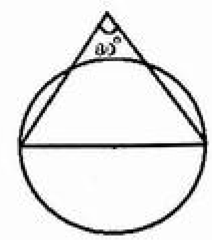


3) ორი გადამკვეთი ქორდა წრეწირს ყოფს შეფარდებით 2:3:4:6 (მიმდევრობით). იპოვეთ მიღებული კუთხეებიდან უდიდესის გრადუსული ზომა.

4) AC ქორდის C ბოლოში გავლებული წრეწირის მხები AB დიამეტრის გაგრძელებას D წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ACD=110°$.



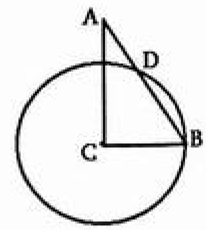
3.20. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის კუთხე წვეროსთან 80°-ის ტოლია. სამკუთხედის ფუძე ნახევარწრეწირის დიამეტრია. ფერდები ნახევარწრეწირს ყოფს სამ ნაწილად. იპოვეთ უმცირესი რკალის გრადუსული ზომა.



2) MN დიამეტრი და PQ ქორდა L წერტილში იკვეთება ისე, რომ $\angle QLN=55°$ და $\breve{QN}=100°$. იპოვეთ PN რკალის გრადუსული ზომა.

3) A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AB და AC მხებები. წრეწირზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $DC \parallel AB$. იპოვეთ BCD კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BAC=40°$.

4) ABC მართკუთხა სამკუთხედის მართი C კუთხის წვეროდან, როგორც ცენტრიდან, CB რადიუსით შემოხაზული წრეწირი AB ჰიპოტენუზას D წერტილში კვეთს. იპოვეთ DCB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=20°$.



3.21. 1) სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა 15 სმ, ხოლო მისი მოპირდაპირე კუთხის სიდიდეა 150°. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 15°, ხოლო შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 ს მ. იპოვეთ სამკუთხედის ფუძის სიგრძე.

3) ABC სამკუთხედში $\angle A=30°$, BC=20 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრი.

4) ABC სამკუთხედში $\angle B=30°$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 5 სმ.

3.22. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდებს შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა 120°. იპოვეთ სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე, თუ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 სმ.

2) ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდებს შორის მდებარე კუთხეა 120°. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 7 სმ.

3) სამკუთხედის გვერდი სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსის ტოლია. იპოვეთ ამ გვერდის მოპირდაპირე კუთხის სიდიდე.

4) ABC მახვილკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის OA რადიუსი AC ფუძესთან ქმნის 40°-იან კუთხეს. იპოვეთ სამკუთხედის B კუთხის სიდიდე.

3.23. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილით იყოფა 4 სმ და 8 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

2) ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძის სიგრძეა 12 სმ, ხოლო ფერდის სიგრძე – 20 სმ ჩასმულია წრეწირი. იპოვეთ შეხების წერტილით მიღებული ფერდის მონაკვეთების სიგრძეები.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილით იყოფა შეფარდებით 2:5 (ფუძის მხრიდან). იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება ფუძის სიგრძესთან.

4) ABC სამკუთხედის AC გვერდი ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილით გაიყო 3 სმ და 1 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად. AB გვერდზე მიღებული ერთ-ერთი მონაკვეთის სიგრძეა 2 სმ. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე.

5) 60°-ის ტოლ კუთხეში ჩახაზულია ორი წრეწირი, რომლებიც გარედან ეხებიან ერთმანეთს. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი, თუ დიდი წრეწირის რადიუსია 9 სმ.

6) მართ კუთხეში ჩახაზულია ორი წრეწირი, რომლებიც გარედან ეხებიან ერთმანეთს. მცირე წრეწირის რადიუსია $(\sqrt{2}-1)$ სმ, ხოლო დიდი წრეწირის – $(\sqrt{2}+1)$ სმ. იპოვეთ ამ წრეწირების საერთო გარე მხების მონაკვეთის სიგრძე შეხების წერტილებს შორის.

რთული ამოცანები

3.24. 1) ორი წრეწირი C წერტილში ეხება, ხოლო AB საერთო გარე მხებია. ABC სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძეა a, ხოლო უმცირესი კუთხის სიდიდეა 30°. იპოვეთ ABC სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე.

2) ორი წრეწირი ერთმანეთს შიგნიდან ეხება A წერტილში. დიდი წრეწირის O ცენტრიდან გავლებული OB რადიუსი მცირე წრეწირს ეხება C წერტილში. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე.

3) წრეწირის AB დიამეტრის გაგრძელება და CD მკვეთი ერთმანეთს M წერტილში კვეთს ისე, რომ მკვეთის გარე ნაწილი წრეწირის რადიუსის ტოლია (C მდებარეობს M და D წერტილებს შორის და A მდებარეობს M და B წერტილებს შორის). იპოვეთ M კუთხის სიდიდე, თუ DB მცირე რკალის სიდიდეა α.

4) ABC მახვილკუთხა სამკუთხედში $\angle B=60°$. AM და CN სამკუთხედის სიმაღლეებია. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AC=20$ სმ.

3.25. 1) ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი მის გვერდებს ეხება L, M და N წერტილებში. აჩვენეთ, რომ სამკუთხედი LMN მახვილკუთხაა.

2) წრეწირები ცენტრებით M და N წერტილებში ერთმანეთს კვეთს A და B წერტილებში. აჩვენეთ, რომ MN მონაკვეთი AB მონაკვეთის მართობულია.

3) აჩვენეთ, რომ ორი ტოლი ურთიერთგადამკვეთი ქორდის მონაკვეთები შესაბამისად ტოლია.

4) წრეწირზე აღებულია A, B, C და D წერტილები ისე. რომ AC და BD მცირე რკალები ტოლია. აჩვენეთ, რომ $\Delta ABC = \Delta BCD$.

3.26. 1) წრეწირი ოთხი წერტილით გაყოფილია ოთხ რკალად. აჩვენეთ, რომ მოპირდაპირე რკალების შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთები ტოლია.

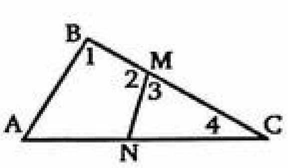
2) ორი წრეწირის შეხების წერტილზე გავლებულია მკვეთი. აჩვენეთ რომ მიღებული ქორდების ბოლოებზე გავლებული რადიუსები პარალელურია.

3) აჩვენეთ, რომ ორი წრეწირის საერთო შიგა მხებების მონაკვეთები, შეხების წერტილებს შორის, ტოლია.

4) აჩვენეთ, რომ ორი წრეწირის საერთო გარე მხებების მონაკვეთები, შეხების წერტილებს შორის, ტოლია.

ტესტი 3.1

1. M არის ABC სამკუთხედის BC გვერდზე მდებარე წერტილი, ხოლო N – AC გვერდზე მდებარე. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე, თუ 1, 2, 3 და 4 კუთხეების სიდიდეების ჯამია 300°.

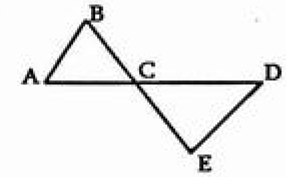


ა) 30° ბ) 40° გ) 60° დ) 70°

2. M წერტილი ABC სამკუთხედის AC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $BM=BC$. იპოვეთ ABM კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=35°$ და $\angle C=50°$.

ა) 5° ბ) 25° გ) 20° დ) 15°

3. ABC და CDE ტოლფერდა სამკუთხედებს ($AC=BC$, $CD=DE$) საერთო C წვერო აქვთ. იპოვეთ D კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=55°$.

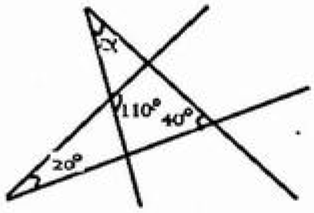


ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

4. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის შეფარდება ფერდის სიგრძესთან, თუ ფუძის სიგრძის შეფარდება პერიმეტრთან $\frac{1}{4}$-ის ტოლია.

ა) $\frac{2}{3}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $\frac{2}{5}$

5. ოთხი წრფის გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ზოგიერთის სიდიდე მოცემულია ნახაზზე. იპოვეთ α კუთხის გრადუსული ზომა

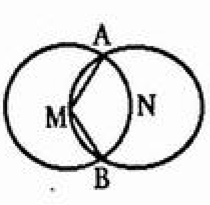


ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

6. ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვს. ერთი წრეწირის დიამეტრი 36 მ, მეორის – 20 მ. A წერტილი პირველ წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო B წერტილი – მეორე წრეწირზე. მაქსიმუმ რამდენი მეტრი შეიძლება იყოს AB მონაკვეთის სიგრძე?

ა) 22 ბ) 24 გ) 26 დ) 28

7. M და N ცენტრების მქონე ორი ტოლი წრეწირი ერთმანეთს კვეთს A და B წერტილებში. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე.

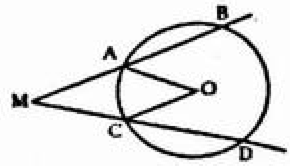


ა) 120° ბ)135° გ) 150° დ) 160°

8. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 12 სმ და 28 სმ, ერთმანეთის გარეთ მდებარეობს. უდიდესი მანძილი წრეწირების წერტილებს შორის 84 სმ-ია. იპოვეთ უმცირესი მანძილი ამ წრეწირების წერტილებს შორის.

ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

9. ნახაზზე O წრეწირის ცენტრია, $\overset{\smile}{BD}=130°$, $\angle M=35°$. იპოვეთ AOC კუთხის სიდიდე.

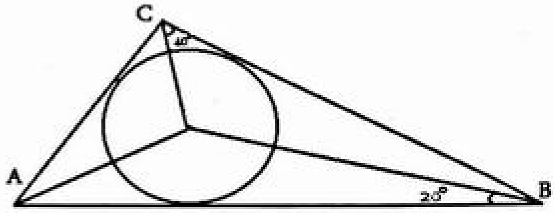


ა) 50° ბ) 55° გ) 60° დ) 70°

10. იპოვეთ წრეში ჩახაზული კუთხის სიდიდე, თუ ის 28° -ით ნაკლებია ცენტრალურ კუთხეზე, რომელიც იმავე რკალს ეყრდნობა.

ა) 18° ბ) 28° გ) 56° დ) 64°

11. ABC სამკუთედში O წერტილი ჩახაზული წრეწირის ცენტრია. რის ტოლია BAC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BCO=40°$ და $\angle ABO=20°$?

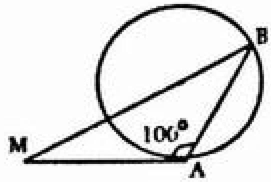


ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

12. თუ სამკუთხედის სამივე წვერო ერთსა და იმავე წრეწირზე მდებარეობს და ამ სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 11 სმ, მაშინ წრეწირის რადიუსის სიგრძე შეიძლება იყოს

ა) 3 სმ ბ) 3,5 სმ გ) 4 სმ დ) 6 სმ

13. M წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია MA მხები და MB უდიდესი მკვეთი. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle MAB=100°$.

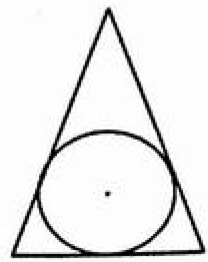


ა) 40° ბ) 60° გ) 70° დ) 80°

14. სამი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 1 სმ, 2 სმ და 3 სმ, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ მათი ცენტრების შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრი.

ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 14 სმ დ) 16 სმ

15. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძე 3-ჯერ მეტია ფუძის სიგრძეზე. რა შეფარდებით გაიყო სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილით ფერდი ფუძის მხრიდან?

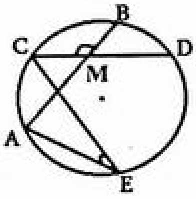


ა) 1:5 ბ) 2:5 გ) 1:3 დ) 2:3

16. მოცემულია სამი ტოლი წრეწირი, რომელთა დიამეტრია 0,8 მ. უმცირესი მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების წერტილებს შორის 36,2 მ-ია, ხოლო მეორე და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის კი – 4,8 მ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს უმცირესი მანძილი პირველ და მესამე წრეწირების წერტილებს შორის?

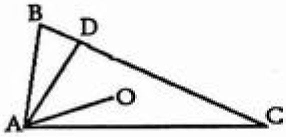
ა) 30,6 მ ბ) 38 მ გ) 41,8 მ დ) 42 მ

17. ნახაზზე AB და CD ქორდები M წერტილში იკვეთება ისე, რომ $\angle CMB=130°$. E წერტილი წრეწირზე მდებარეობს და $\angle AEC=30°$. იპოვეთ BD რკალის გრადუსული ზომა.



ა) 30° ბ) 40° გ) 45° დ) 50°

18. ნახაზზე გამოსახულ ABC სამკუთხედში $\angle B=80°$, $\angle C=40°$. AD მონაკვეთი BC გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა, O წერტილი კი სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრია. რის ტოლია DAO კუთხის სიდიდე?

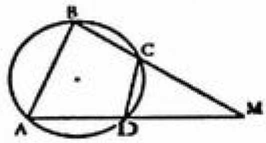


ა) 20° ბ) 30° გ) 40° დ) 50°

19. O ცენტრის მქონე წრეწირის რადიუსის შუამართობი წრეწირს გადაკვეთს M წერტილში. იპოვეთ კუთხის სიდიდე ამ შუამართობსა და OM რადიუსს შორის.

ა) 30° ბ) 40° გ) 50° დ) 60°

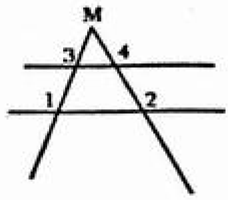
20. A, B, C და D წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ ისე, რომ $\angle BAD=80°$, $\angle ADC=110°$. იპოვეთ AD და BC გვერდების გაგრძელებებს შორის მდებარე M კუთხის სიდიდე.



ა) 20° ბ) 25° გ) 30° დ) 40°

ტესტი 3.2

1. ნახაზზე ორი პარალელური წრფე გადაკვეთილია M წერტილიდან გამომავალი ორი სხივით. იპოვეთ M კუთხის სიდიდე, თუ 1, 2, 3 და 4 კუთხეების სიდიდეების ჯამია 440°.

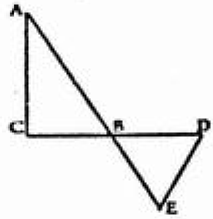


ა) 40° ბ) 50° გ) 60° დ) 70°

2. M წერტილი ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ($AB=BC$) AB გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $AC= CM$. იპოვეთ AMC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle B=80°$.

ა) 45° ბ) 50° გ) 55° დ) 60°

3. ABC მართკუთხა ($\angle C=90°$) და BDE ტოლგვერდა სამკუთხედებს B წვერო საერთო აქვთ. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე.

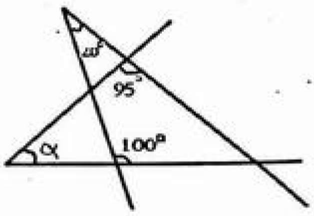


ა) 100° ბ) 20° გ) 30° დ) 40°

4. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძის შეფარდება პერიმეტრთან, თუ ფუძის სიგრძე 2-ჯერ ნაკლებია ფერდის სიგრძეზე.

ა) $\frac{1}{4}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{1}{6}$ დ) $\frac{1}{5}$

5. ოთხი სხივის გადაკვეთისას მიღებული კუთხეებიდან ზოგიერთის სიდიდე მოცემულია ნახაზზე. იპოვეთ α კუთხის გრადუსული ზომა.

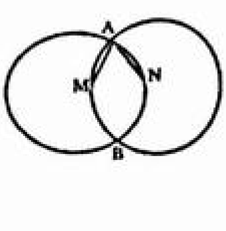


ა) 10° ბ) 15° გ) 20° დ) 25°

6. ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვთ, ერთი წრეწირის დიამეტრია 28 მ, მეორის – 16 მ. A წერტილი პირველ წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო B წერტილი – მეორე წრეწირზე. მინიმუმ რამდენი მეტრი შეიძლება იყოს AB მონაკვეთის სიგრძე?

ა) 10 ბ) 8 გ) 7 დ) 6

7. M და N ცენტრების მქონე ორი ტოლი წრეწირი ერთმანეთს კვეთს A და B წერტილებში. იპოვეთ MAN კუთხის სიდიდე.

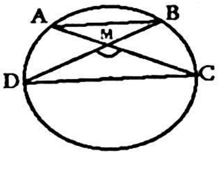


ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 70°

8. A და B ერთმანეთის გარეთ მდებარე წრეწირების ცენტრებია. ერთის რადიუსია 10 სმ, ხოლო მეორის – 12 სმ. M არის ერთ-ერთ წრეწირზე მდებარე წერტილი. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს AMB სამკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 45 სმ ბ) 44 სმ გ) 43 სმ დ) 42 სმ

9. ნახაზზე A, B, C და D წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ. M არის AC და BD ქორდების გადაკვეთის წერტილი. $\breve{AD}=40°$, $\angle DMC=120°$. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე.

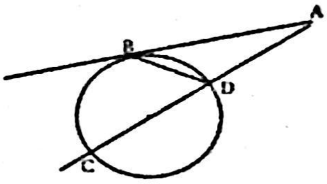


ა) 30° ბ) 40° გ) 45° დ) 50°

10. წრეწირში ჩახაზული სამკუთხედის წვეროები წრეწირის რკალს ყოფენ შეფარდებით 2:3:5. რის ტოლია ამ სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სიდიდე?

ა) 18° ბ) 36° გ) 48° დ) 108°

11. წრეწირის გარეთ მდებარე A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AB მხები და წრეწირის ცენტრზე გამავალი მკვეთი, რომელიც წრეწირს D და C წერტილებში კვეთს. რისი ტოლია BAC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ABD=25°$.

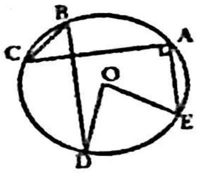


ა) 40° ბ) 50° გ) 60° დ) 65°

12. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C წრეწირის ისეთი წერტილია, რომ AC ქორდა ორჯერ ნაკლებია AB დიამეტრზე. რამდენი გრადუსია BC რკალის გრადუსული ზომა?

ა) 30 ბ) 60 გ) 90 დ) 120

13. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი O ცენტრით და მასზე აღებულია ხუთი წერტილი A, B, C, D და E. რისი ტოლია CBD კუთხის გრადუსული ზომა, თუ მოცემულია, რომ $\angle CAE=85°$ და $\angle DOE=80°$.

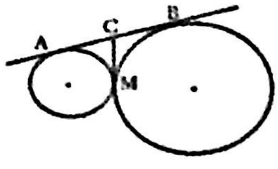


ა) 30° ბ) 45° გ) 90° დ) 160°

14. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ AC მონაკვეთი წრეწირის რადიუსის ტოლია. რის ტოლია CAB კუთხის სიდიდე?

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75°

15. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. გავლებულია მათი საერთო გარე და შიდა მხებები. ჩამოთვლილი დამოკიდებულებებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

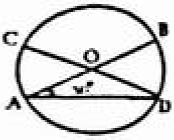


ა) $AB=2\cdot CM$ ბ) $AC<CM$ გ) $AB=\dfrac{CM}{2}$ დ) $3CM=2\cdot AB$

16. მოცემულია სამი წრეწირი. მანძილი პირველი და მესამე წრეწირების ცენტრებს შორის 8,2 მ-ია, ხოლო მეორე და მესამე წრეწირების ცენტრებს შორის – 6,3 მ. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს მანძილი პირველი და მეორე წრეწირების ცენტრებს შორის?

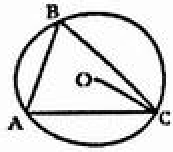
ა) 2 მ ბ) 3,5 მ გ) 14 მ დ) 15 მ

17. *AB* და *CD* იმ წრეწირის დიამეტრებია, რომლის ცენტრია *O* წერტილში. იპოვეთ *AOC* კუთხის სიდიდე, თუ $\angle BAD = 30°$.



ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 65°

18. ნახაზზე გამოსახულ *ABC* სამკუთხედში $\angle B = 80°$. *O* წერტილი *ABC* სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრია. რის ტოლია *AOC* კუთხის სიდიდე?

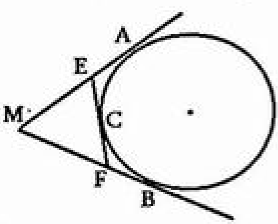


ა) 130° ბ) 160° გ) 150° დ) 200°

19. *AB* წრეწირის დიამეტრია, *O* – წრეწირის ცენტრი, ხოლო *OC* ამ დიამეტრის მართობული რადიუსი. *A* წერტილიდან გავლებული სხივი *BD* გვერდის პარალელურ *OC* რადიუსს *M* შუაწერტილში გადაკვეთს, ხოლო წრეწირს *D* წერტილში. იპოვეთ *CD* მცირე რკალის გრადუსული ზომა.

ა) 60° ბ) 70° გ) 85° დ) 90°

20. წრეწირის გარეთ მდებარე *M* წეტილიდან გავლებული მხებები წრეწირს ეხება *A* და *B* წერტილებში. *AB* მცირე რკალზე მდებარე *C* წერტილზე გავლებული წრეწირის მხები *MA* და *MB* მონაკვეთებს კვეთს, შესაბამისად *E* და *F* წერტილებში. იპოვეთ *MA* მონაკვეთის სიგრძე, თუ *MEF* სამკუთხედის პერიმეტრია 16 სმ.

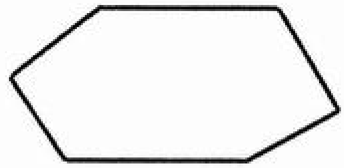


ა) 4 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 6 სმ

§ 4. მრავალკუთხედები. პარალელოგრამი, მართკუთხედი, რომბი, კვადრატი, ტრაპეცია

1. მრავალკუთხედები. განვიხილოთ რაიმე ტეხილი, რომელიც თავის თავს არ გადაკვეთს. ასეთ ტეხილს მარტივი ტეხილი ეწოდება.

მარტივი შეკრული ტეხილით შემოსაზღვრულ სიბრტყის ნაწილს თვით ამ ტეხილის ჩათვლით მრავალკუთხედი ეწოდება (ნახ. 4.1). ტეხილის წვეროებს მრავალკუთხედის წვეროები ეწოდება, ტეხილის გვერდებს კი – მრავალკუთხედის გვერდები. მრავალკუთხედს ამოზნექილი ეწოდება, თუ იგი მისი ნებისმიერი გვერდის შემცველი წრფის მიმართ ერთ ნახევარსიბრტყეში მდებარეობს. ნახ. 4.1-ზე მოცემულია ამოზნექილი მრავალკუთხედი.



ნახ. 4.1

ჩვენ შემდგომში მხოლოდ ამოზნექილ მრავალკუთხედებს განვიხილავთ.

მრავალკუხედის ყველა გვერდის სიგრძეთა ჯამს მრავალკუთხედის პერიმეტრი ეწოდება.

მრავალკუთხედის წვეროებს მეზობელი წვეროები ეწოდება, თუ ისინი ერთი და იმავე გვერდის ბოლოებია. წვეროებს, რომლებიც მეზობელი არაა, არამეზობელი წვეროები ეწოდება. მრავალკუთხედის გვერდებს, რომლებიც ერთი წვეროდან გამოდიან, მეზობელი გვერდები ეწოდება. მრავალკუთხედის გვერდების შემცველი სხივებით შედგენილ კუთხეს მრავალკუთხედის კუთხე ეწოდება, ხოლო მრავალკუთხედის გვერდითა და მისი მეზობელი გვერდის გაგრძელებით შედგენილ კუთხეს – მრავალკუთხედის გარე კუთხე.

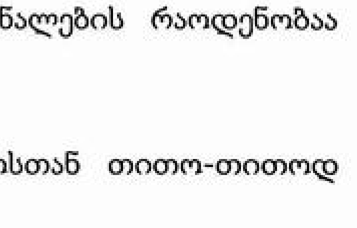
მრავალკუთხედს, რომელსაც n წვერო და მაშასადამე n გვერდი აქვს, n -კუთხედი ეწოდება.

მონაკვეთს, რომელიც მრავალკუთხედის ორ არამეზობელ წვეროს აერთებს, დიაგონალი ეწოდება. n კუთხეში ყველა შესაძლო დიაგონალების რაოდენობაა $\frac{n(n-3)}{2}$, ხოლო ყველა კუთხის ჯამია $180°\cdot(n-2)$.

მტკიცდება, რომ მრავალკუთხედის თითოეულ წვეროსთან თითო-თითოდ აღებული გარე კუთხეების ჯამი 360°-ის ტოლია.

2. პარალელოგრამი. ოთხკუთხედს, რომლის მოპირდაპირე გვერდები პარალელურია, პარალელოგრამი ეწოდება.

პარალელოგრამის გვერდის ნებისმიერი წერტილიდან მოპირდაპირე გვერდის შემცველ წრფეზე დაშვებულ მართობს პარალელოგრამის სიმაღლე ეწოდება.



ნახ. 4.2

თუ $ABCD$ ოთხკუთხედი პარალელოგრამია, მაშინ:

1) მისი მოპირდაპირე გვერდები ტოლია, ე.ი. $AB = CD, AD = BC$;

2) მისი მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია. ე.ი. $\angle A=\angle C, \angle B =\angle D$;

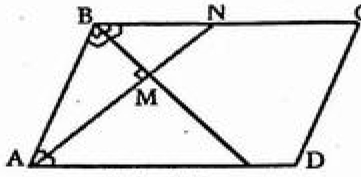
3) ერთ გვერდთან მდებარე კუთხეების ჯამი 180°-ის ტოლია.

ე.ი. $\angle A+\angle B=\angle B+\angle C=180°$.

4) ოთხივე შიგა კუთის ჯამი 360°-ს ტოლია.

5) დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან. ე.ი. $AO=OC$, $BO=OD$ (ნახ. 4.2).

6) ერთ გვერდთან მდებარე ორი კუთხის ბისექტრისა გადაკვეთისას მართ კუთხეს ადგენს. ე.ი. $AN\perp BM$ (ნახ. 4.3).



ნახ. 4.3

7) ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისა პარალელოგრამის გვერდებთან ტოლფერდა სამკუთხედს ქმნის. ე.ი. $AB=BN$.

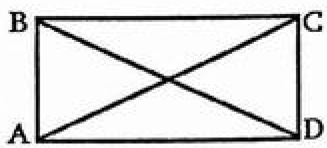
შემდეგი დებულებები საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ, რომ ოთხკუთხედი $ABCD$ პარალელოგრამია:

1) თუ ოთხკუთხედის დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფა, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია. ე.ი. თუ $AO=OC$ და $BO=OD$, მაშინ $ABCD$ პარალელოგრამია (ნახ. 4.2), სადაც O დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია.

2) თუ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები ერთმანეთის ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია. ე.ი. თუ $AB=CD$ და $AD=BC$, მაშინ $ABCD$ ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

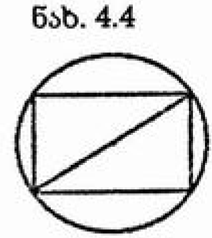
3) თუ ოთხკუთხედის ორი მოპირდაპირე გვერდი ტოლია და პარალელურია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია. ე.ი. თუ $AB=CD$ და $AB\parallel CD$ ან $BC=AD$ და $BC\parallel AD$, მაშინ $ABCD$ ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

3. მართკუთხედი. პარალელოგრამს, რომლის ყველა კუთხე მართია, მართკუთხედი ეწოდება. ცხადია მართკუთხედს აქვს პარალელოგრამის ყველა თვისება. გარდა ამისა მტკიცდება, რომ: **მართკუთხედის დიაგონალები ტოლია** (ნახ. 4.4).

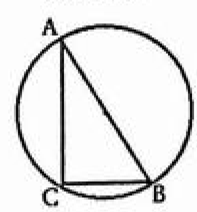


ნახ. 4.4

ყოველ მართკუთხედზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა და მისი ცენტრი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში მდებარეობს. ე.ი. მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი დიაგონალის სიგრძის ნახევრის ტოლია (ნახ. 4.5).

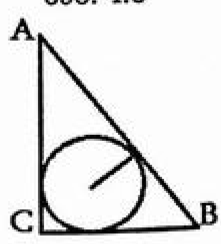

ნახ. 4.5

ამ ფაქტიდან გამომდინარეობს, რომ მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრი მდებარეობს ჰიპოტენუზის შუა წერტილში. ამრიგად, თუ R არის მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, ხოლო AB ჰიპოტენუზის სიგრძეა, მაშინ $R=\dfrac{AB}{2}$ (ნახ. 4.6).



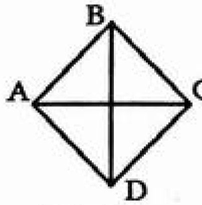
ნახ. 4.6

მტკიცდება, რომ მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი ტოლია კათეტების სიგრძეების ჯამისა და ჰიპოტენუზის სიგრძის სხვაობის ნახევრის. ე.ი. თუ r ჩახაზული წრეწირის რადიუსია, AC და BC კათეტები, მაშინ $r=\dfrac{AC+BC-AB}{2}$ (ნახ. 4.7).



ნახ. 4.7

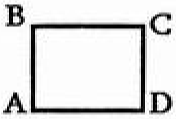
4. რომბი. პარალელოგრამს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, რომბი ეწოდება (ნახ. 4.8). ცხადია რომბს აქვს პარალელოგრამის ყველა თვისება. გარდა ამისა მტკიცდება, რომ:



ნახ. 4.8

1) რომბის დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან.
2) რომბის დიაგონალები კუთხეების ბისექტრისებს წარმოადგენენ.
3) რომბის სიმაღლეები ტოლია.
4) რომბში შეიძლება წრეწირის ჩახაზვა და მისი რადიუსი რომბის სიმაღლის ნახევრის ტოლია.

5. კვადრატი. მართკუთხედს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, კვადრატი ეწოდება. ე.ი. კვადრატი არის ისეთი რომბი რომლის კუთხეები მართია (ნახ. 4.9). გამომდინარე აქედან კვადრატს აქვს ყველა ის თვისება, რომელიც აქვს მართკუთხედს ან რომბს.

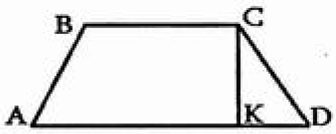


ნახ. 4.9

დიაგონალების გადაკვეთის წერტილს კვადრატის ცენტრს უწოდებენ. კვადარატის ცენტრი წარმოადგენს მასზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების ცენტრებს.

6. ტრაპეცია. ოთხკუთხედს, რომლის ორი გვერდი პარალელურია, ხოლო დანარჩენი ორი – არაპარალელური, ტრაპეცია ეწოდება. ამ განსაზღვრებიდან ცხადია, რომ პარალელოგრამი არ არის ტრაპეცია.

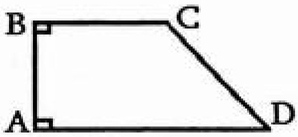
ტრაპეციის პარალელურ გვერდებს ფუძეები ეწოდება, ხოლო არაპარალელურ გვერდებს – ფერდები. ნახ. 4.10-ზე AD და BC ფუძეებია, ხოლო AB და CD – ფერდები.



ნახ. 4.10

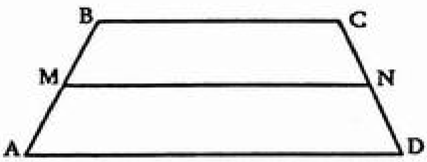
ტრაპეციის ერთი ფუძის ნებისმიერი წერტილიდან მეორე ფუძის შემცველ წრფეზე დაშვებულ მართობს, ტრაპეციის სიმაღლე ეწოდება. ნახ. 4.10-ზე ტრაპეციის სიმაღლეა CK.

თუ ტრაპეციის ფერდები ერთმანეთის ტოლია, მაშინ ტრაპეციას ტოლფერდა ეწოდება. ტრაპეციას ეწოდება მართკუთხა, თუ ტრაპეციის ერთი ფერდი ფუძეების მართობულია (ნახ. 4.11).



ნახ. 4.11

მონაკვეთს, რომელიც ტრაპეციის ფერდების შუაწერტილებს აერთებს, ტრაპეციის შუახაზი, ეწოდება. ნახ. 4.12-ზე MN შუახაზია ანუ $AM = MB$, $DN = NC$.



ნახ. 4.12

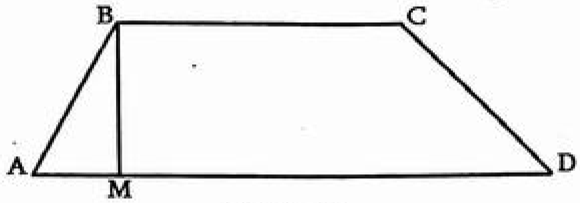
მტკიცდება, რომ: **ტრაპეციის შუახაზი ფუძეების პარალელურია და მათი ნახევარჯამის ტოლია.** ე.ი. $MN \parallel BC$, $MN \parallel AD$ და

$$MN = \frac{AD + BC}{2}.$$

ამ თვისების გარდა ტრაპეციას გააჩნია შემდეგი თვისებები:

1) ტრაპეციის ფერდებთან მდებარე კუთხეების ჯამია 180°. ე.ი. $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180°$.
2) ტოლფერდა ტრაპეციაში ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლის მიერ ფუძეზე მოკვეთილი ორი მონაკვეთიდან უმცირესი ფუძეების ნახევარსხვაობის ტოლია, ხოლო უდიდესი – ნახევარჯამის (შუახაზის). ნახ. 4.13-ზე

$$AM = \frac{AD - BC}{2}, \quad MD = \frac{AD + BC}{2}.$$



ნახ. 4.13

3) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ტოლია.

4) თუ ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მაშინ შუახაზი სიმაღლის ტოლია.

* * *

4.1. 1) რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება რვაკუთხედის ერთი წვეროდან?

2) რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება შვიდკუთხედის ერთი წვეროდან?

3) ამოზნექილი მრავალკუთხედის ერთი წვეროდან შეიძლება მხოლოდ ექვსი დიაგონალის გავლება. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

4) ამოზნექილი მრავალკუთხედის ერთი წვეროდან შეიძლება მხოლოდ სამი დიაგონალის გავლება. რამდენი წვერო აქვს ამ მრავალკუთხედს?

4.2. 1) შვიდკუთხედის ორი მეზობელი წვეროდან გაავლეს ყველა შესაძლო დიაგონალი. რამდენი განსხვავებული დიაგონალი მიიღეს?

2) ექვსკუთხედის ორი არამეზობელი წვეროდან გაავლეს ყველა შესაძლო დიაგონალი. რამდენი განსხვავებული დიაგონალი მიიღეს?

3) ექვსკუთხედის სამი მეზობელი წვეროდან გაავლეს ყველა შესაძლო დიაგონალი. რამდენი განსხვავებული დიაგონალი მიიღეს?

4) მრავალკუთხედის ორი მეზობელი წვეროდან გავლებული ყველა დიაგონალების რაოდენობა 10 აღმოჩნდა. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

5) მრავალკუთხედის სამი მეზობელი წვეროდან გავლებული ყველა დიაგონალის რაოდენობა 11 აღმოჩნდა. რამდენი წვერო აქვს ამ მრავალკუთხედს?

6) რვაკუთხედის სამი წვეროდან, რომელთაგან არცერთი ორი მეზობელი არ არის, გაავლეს ყველა შესაძლო დიაგონალი. რამდენი განსხვავებული დიაგონალი მიიღეს?

4.3. 1) ცხრაკუთხედში გავლებულია ყველა შესაძლო დიაგონალი. იპოვეთ მათი რაოდენობა.

2) რვაკუთხედში გავლებულია ყველა შესაძლო დიაგონალი. იპოვეთ მათი რაოდენობა.

3) მრავალკუთხედში გავლებულია ყველა შესაძლო დიაგონალი. მათი რიცხვი აღმოჩნდა 35. იპოვეთ ამ მრავალკუთხედის გვერდების რიცხვი.

4) მრავალკუთხედში გავლებულია ყველა შესაძლო დიაგონალი. ამ დიაგონალებისა და გვერდების რაოდენობების ჯამი 55-ის ტოლია. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

4.4. 1) ოთხკუთხედის სამი გვერდის სიგრძეა 4 მ, 5 მ და 8 მ. როგორი შეიძლება იყოს ამ ოთხკუთხედის მეოთხე გვერდის სიგრძე?

2) ოთხკუთხედის სამი გვერდის სიგრძეა 2 მ, 5 მ, და 10 მ. როგორი შეიძლება იყოს ამ ოთხკუთხედის მეოთხე გვერდის სიგრძე?

3) $ABCD$ ოთხკუთხედში AB=4,3 მ, BC=6,4 მ, CD=8,1 მ, AD=3,2მ. როგორი შეიძლება იყოს AC დიაგონალის სიგრძე?

4) $ABCD$ ოთხკუთხედში AB=3,2 მ, BC=5,5 მ, AD=8,3 მ. რას უნდა უდრიდეს CD გვერდის სიგრძე, რომ AC დიაგონალის სიგრძის შესაძლო მნიშვნელობების სიმრავლე მეტრებში იყოს შუალედი (4,1; 8,7).

4.5. რამდენი გვერდი აქვს მრავალკუთხედს, რომლის შიგა კუთხეების ჯამია:

ა) 540° 2) 900° 3) 1080° 4) 1440°

4.6. იპოვეთ ოთხკუთხედის კუთხეები, თუ:

1) სამი კუთხეა 85°, 92°, 95°; 2) ერთი მათგანია 150°, დანარჩენი კი ტოლია;

3) მათი გრადუსული ზომების შეფარდებაა 2:3:5:8;

4) ორი კუთხის სიდიდეა 80° და 60°, დანარჩენი ორი კუთხე კი ტოლია.

4.7. 1) 70°–იანი კუთხის შიგნით აღებულ წერტილზე კუთხის გვერდებისადმი გავლებულია მართობები. იპოვეთ მიღებული ოთხკუთხედის კუთხეები.

2) სამკუთხედის ორი წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხის სიდიდეა 110°. იპოვეთ მესამე წვეროსთან მდებარე კუთხე.

3) $ABCD$ ოთხკუთხედის B წვეროდან CD და AD გვერდების შემცველ წრფეებზე დაშვებულ მართობებს შორის კუთხის სიდიდეა 130°. იპოვეთ D კუთხის სიდიდე.

4) ოთხკუთხედის სამი კუთხის სიდიდეა 72°, 132° და 66°. იპოვეთ მეოთხე წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის სიდიდე.

* * *

4.8. 1) პარალელოგრამის ერთი კუთხე 70°-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

2) პარალელოგრამის ორი კუთხის ჯამია 300°. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

3) პარალელოგრამის ორი კუთხის სხვაობაა 110°. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

4) პარალელოგრამის ერთი კუთხე 20°-ით ნაკლებია მეორეზე. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

4.9. 1) პარალელოგრამის ერთი კუთხე სამჯერ მეტია მეორეზე. იპოვეთ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე.

2) პარალელოგრამის ორი კუთხის შეფარდებაა 2:7. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

3) პარალელოგრამის ერთი კუთხის გრადუსული ზომა მეორის $\frac{4}{5}$ ნაწილია. იპოვეთ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე.

4) პარალელოგრამის ერთი კუთხის გრადუსული ზომა დანარჩენი კუთხეების ჯამის $\frac{1}{8}$ ნაწილია. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

4.10. 1) $ABCD$ პარალელოგრამში AC დიაგონალი AD გვერდთან ადგენს 50°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ACD კუთხის სიდიდე, თუ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის სიდიდე 120°-ის ტოლია.

2) $ABCD$ პარალელოგრამში $\angle BDC$ =65° და $\angle ABC$=150°. იპოვეთ DBC კუთხის სიდიდე.

3) პარალელოგრამში ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მცირე გვერდთან 65°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე.

4) პარალელოგრამში ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მცირე დიაგონალთან 35°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კუთხე ამ დიაგონალსა და დიდ გვერდს შორის.

4.11. 1) კუთხე $ABCD$ პარალელოგრამის AB გვერდსა და BD დიაგონალს შორის 62°-ის ტოლია. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც BD დიაგონალი AD გვერდთან ადგენს, თუ $\angle ABC$=105°.

2) $ABCD$ პარალელოგრამში $\angle ABC$=115°. AC დიაგონალი CD გვერდთან 50°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ დიაგონალსა და BC გვერდს შორის კუთხის სიდიდე.

3) პარალელოგრამის მცირე გვერდი დიაგონალის ტოლია და მასთან მართ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდე.

4) პარალელოგრამის დიაგონალი მცირე გვერდის ტოლია და მასთან 100°-ის ტოლ კუთხეს ქმნის. იპოვეთ კუთხე ამ დიაგონალსა და დიდ გვერდს შორის.

4.12. 1) პარალელოგრამის ორი კუთხის სიდიდეების შეფარდებაა 2:7. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხის სიდიდე.

2) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხის სიდიდეა 40°. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.

3) პარალელოგრამის მახვილი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხის სიდიდეა 130°. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდე.

4) პარალელოგრამის ორი კუთხის სიდიდეების შეფარდებაა 1:4. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხის გრადუსული ზომა.

4.13. 1) ოთხკუთხედი დიაგონალით, რომლის სიგრძეა 8 სმ, გაყოფილია ორ სამკუთხედად. ამ სამკუთხედებიდან ერთი ტოლფერდაა 5 სმ-ის ტოლი გვერდით, ხოლო მეორე ტოლგვერდა. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

2) ოთხკუთხედი 6 სმ სიგრძის დიაგონალით გაყოფილია ორ ტოლფერდა სამკუთხედად. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი ორი გვერდის სიგრძეა 3 სმ და 10 სმ.

3) $ABCD$ ოთხკუთხედის პერიმეტრია 80 სმ. იპოვეთ AC დიაგონალის სიგრძე, თუ ABC და ACD სამკუთხედების პერიმეტრებია შესაბამისი 43 სმ და 57 სმ.

4) 5 სმ სიგრძის დიაგონალით ოთხკუთხედი გაყოფილია ორ სამკუთხედად, რომელთა პერიმეტრებია 23 სმ და 32 სმ. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

4.14. 1) პარალელოგრამის ერთი გვერდის სიგრძე მეორის სიგრძეზე 5 სმ-ით მეტია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 38 სმ.

2) პარალელოგრამის ერთი გვერდის სიგრძე სამჯერ მეტია მეორის სიგრძეზე და პარალელოგრამის პერიმეტრია 3,2 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის უმცირესი გვერდის სიგრძე.

3) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 2:5, ხოლო პერიმეტრია 28 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის უმცირესი გვერდის სიგრძე.

4) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 2:7. რამდენჯერ მეტია ამ პარალელოგრამის პერიმეტრი უმცირესი გვერდის სიგრძეზე?

5) პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე პერიმეტრის $\frac{2}{5}$ ნაწილია. რამდენჯერ მეტია ამ პარალელოგრამის პერიმეტრი მცირე გვერდის სიგრძეზე?

6) პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე პერიმეტრის $\frac{1}{8}$ ნაწილია. რამდენჯერ მეტია დიდი გვერდის სიგრძე მცირე გვერდის სიგრძეზე?

4.15. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის პერიმეტრია 24 სმ, ხოლო ACD სამკუთხედის პერიმეტრია 17 სმ. იპოვეთ AC დიაგონალის სიგრძე.

2) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხეა 150°, ხოლო ამ წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 100 სმ.

3) პარალელოგრამის ერთი კუთხე ორჯერ მეტია მეორეზე. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მოპირდაპირე გვერდს ყოფს 3 სმ და 5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი.

4) პარალელოგრამის ერთი კუთხის სიდიდე სამჯერ მეტია მეორის სიდიდეზე. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული 5 სმ სიგრძის სიმაღლე მოპირდაპირე

გვერდს ყოფს ორ ნაწილად, რომელთაგან ერთ-ერთის სიგრძე 8 სმ-ია. იპოვეთ ამ გვერდის სიგრძე.

5) $ABCD$ პარალელოგრამის AC დიაგონალის შუაწერტილზე გავლებული წრფე AB და CD გვერდებზე ჩამოჭრის მონაკვეთებს AM=5,3 მ და DN=2,2 მ. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე.

6) პარალელოგრამში, რომლის მახვილი კუთხე 45°, მცირე გვერდი დიაგონალის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ.

4.16. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის ბლაგვი B კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლე AD გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ BD მცირე დიაგონალის სიგრძე, თუ AB=8 სმ.

2) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე 8 სმ სიგრძის გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე დიაგონალის სიგრძე, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 22 სმ.

3) პარალელოგრამის გვერდი მცირე დიაგონალის ტოლია, ხოლო ბლაგვი კუთხეა 120°. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ მცირე დიაგონალის სიგრძეა 4,25 სმ.

4) პარალელოგრამის გვერდი მცირე დიაგონალის ტოლია, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°. იპოვეთ მცირე დიაგონალის სიგრძე, თუ პერიმეტრია 32 მ.

5) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე გვერდს შუაზე ყოფს. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 120°, ხოლო მცირე დიაგონალის სიგრძეა 5,5 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი.

6) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე გვერდს შუაზე ყოფს. ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 120°, ხოლო პერიმეტრია 28 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე დიაგონალის სიგრძე.

4.17. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის AE ბისექტრისა BC გვერდს ყოფს BE და EC მონაკვეთებად. იპოვეთ EC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=6 სმ, BC=10 სმ.

2) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის ბისექტრისა მის გვერდს ყოფს შეფარდებით 3:1 მახვილი კუთხის წვეროს მხრიდან. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრია 42 მ.

3) პარალელოგრამის დიდ გვერდთან მდებარე ორი კუთხის ბისექტრისები მოპირდაპირე გვერდს ყოფს სამ ნაწილად. იპოვეთ ეს ნაწილები, თუ პარალელოგრამის გვერდები 10 სმ და 4 სმ.

4) პარალელოგრამის დიდ გვერდთან მდებარე ორი კუთხის ბისექტრისები მოპირდაპირე გვერდს ყოფს სამ ნაწილად. იპოვეთ ამ ნაწილების ფარდობა, თუ პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 9:7.

4.18. 1) პარალელოგრამის დიდი დიაგონალი დიდ გვერდთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ დიაგონალის სიგრძე, თუ ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 15 სმ.

2) პარალელოგრამის დიდი დიაგონალი დიდ გვერდთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მანძილი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან დიდ გვერდამდე, თუ დიდი დიაგონალის სიგრძეა 16 მ.

3) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მცირე გვერდთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს და დიდ გვერდს ყოფს ორ ნაწილად, რომელთაგან ერთ-ერთის სიგრძეა 15 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 60 მ.

4) პარალელოგრამში 120°-ის ტოლი ბლაგვი კუთხე მცირე დიაგონალით იყოფა შეფარდებით 3:1. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 180 მ.

* * *

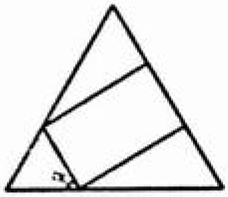
4.19. 1) მართკუთხედის დიაგონალები ერთმანეთთან 130°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დიაგონალსა და დიდ გვერდს შორის კუთხის სიდიდე.

2) მართკუთხედის დიაგონალი მის გვერდთან 24°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მახვილი კუთხე დიაგონალებს შორის.

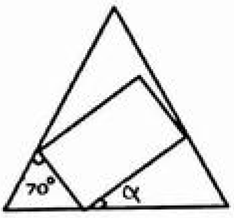
3) მართკუთხედის წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობი მართ კუთხეს ყოფს შეფარდებით 2:1. იპოვეთ ამ მართობსა და მეორე დიაგონალს შორის კუთხის სიდიდე.

4) მართკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან დიაგონალზე დაშვებულ მართობსა და მეორე დიაგონალს შორის კუთხის სიდიდეა 50°. იპოვეთ დიაგონალსა და დიდ გვერდს შორის კუთხის გრადუსული ზომა.

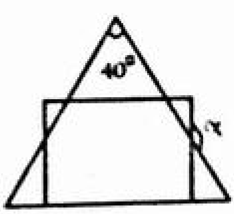
4.20. 1) მართკუთხედის ოთხივე წვერო ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდებზე მდებარეობს. იპოვეთ ნახაზზე α-თი აღნიშნული კუთხის სიდიდე.



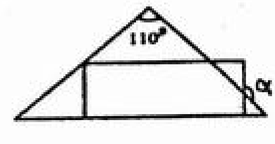
2) მართკუთხედის სამი წვერო ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდებზე მდებარეობს. ნახაზზე მითითებული მონაცემის მიხედვით. იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.



3) ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროსთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 40°. მართკუთხედის ორი წვერო ამ სამკუთხედის ფუძეზე მდებარეობს (იხ. ნახაზი). იპოვეთ ნახაზზე მითითებული α კუთხის სიდიდე.



4) ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროსთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 110°. მართკუთხედის სამი წვერი ამ სამკუთხედის გვერდებზე მდებარეობს. იპოვეთ ნახაზზე α-თი აღნიშნული კუთხის სიდიდე.



4.21. 1) მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან გვერდებამდე მანძილებია 3,2 მ და 5,3 მ. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

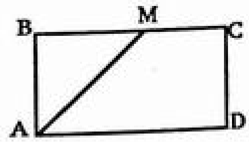
2) მართკუთხედის შიგნით მდებარე წერტილიდან გვერდებამდე მანძილებია 2 მ, 3 მ, 4 მ და 5 მ. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

3) მართკუთხედის დიაგონალებს შორის კუთხის სიდიდე 60°-ია. იპოვეთ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე, თუ მისი მცირე გვერდის სიგრძეა 2,5 მ.

4) მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი დიდ გვერდთან 2 მ-ით უფრო ახლოსაა, ვიდრე მცირე გვერდთან. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 72 მ.

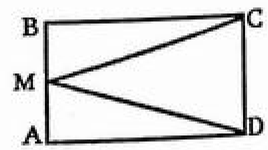
4.22. 1) მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე ორჯერ მეტია მცირე გვერდის სიგრძეზე. იპოვეთ მახვილი კუთხე მართკუთხედის დიაგონალებს შორის.

2) M არის $ABCD$ მართკუთხედის BC გვერდის შუაწერტილი. AM მონაკვეთი AD გვერდთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 72 მ.

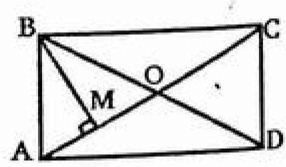


3) $ABCD$ მართკუთხედის AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $MC=BC$. იპოვეთ MBC კუთხის სიდიდეა, თუ $\angle CMD=40°$.

4) $ABCD$ მართკუთხედის AB გვერდის M შუაწერტილი შეერთებულია C და D წვეროებთან. იპოვეთ ADM კუთხის სიდიდე, თუ $\angle CMD=30°$

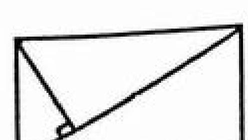


4.23. 1) O არის $ABCD$ მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. ABO სამკუთხედის BM მედიანა ABO კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ დიაგონალის სიგრძეა 16 მ.

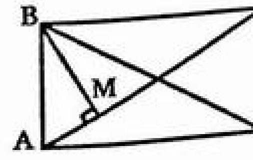


2) მართკუთხედის წვეროდან მის დიაგონალზე დაშვებული მართობი დიაგონალს ყოფს შეფარდებით 1:3. იპოვეთ დიაგონალის სიგრძე, თუ მცირე გვერდის სიგრძეა 5 მ.

3) მართკუთხედის წვეროდან მის დიაგონალზე დაშვებული მართობი მართ კუთხეს ყოფს შეფარდებით 1:2. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ ამ მართობის სიგრძეა 10 მ.



4) $ABCD$ მართკუთხედის B წვეროდან AC დიაგონალზე დაშვებული BM მართობი და BD დიაგონალი B კუთხეს სამ



ტოლ ნაწილად ყოფს. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC დიაგონალის სიგრძეა 12 მ.

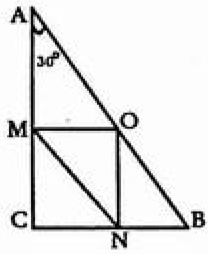
4.24. 1) მართკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრია 90 სმ.

2) მართკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს ყოფს შეფარდებით 1:2. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი მცირე გვერდია 6 სმ.

3) მართკუთხედის კუთხის ბისექტრისა იმავე წვეროდან გავლებულ დიაგონალთან 15°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს და დიდ გვერდს ყოფს შეფარდებით 2:1 მცირე გვერდის მხრიდან. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ დიაგონალის სიგრძეა 20 მ.

4) მართკუთხედში ერთ გვერდთან მდებარე ორი კუთხის ბისექტრისა ერთმანეთს კვეთს ამ გვერდის მოპირდაპირე გვერდზე მდებარე წერტილში. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი მცირე გვერდის სიგრძეა 5 სმ.

4.25. 1) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მას სამკუთხედთან ერთი საერთო კუთხე აქვს და ერთი წვერო ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს. იპოვეთ კათეტის სიგრძე, თუ მართკუთხედის პერიმეტრია 10 სმ.



2) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle A=30°$. M, N და O შესაბამისად არიან AC, BC და AB გვერდების შუაწერტილში. იპოვეთ $CMON$ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი MN დიაგონალის სიგრძეა 6 მ.

3) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მისი ორი წვერო ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი კათეტებზე. ჰიპოტენუზის სიგრძეა 35 მ. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ ის სამჯერ ნაკლებია დიდი გვერდის სიგრძეზე.

4) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შუა წერტილიდან კათეტებზე დაშვებულია მართობები. იპოვეთ მანძილი ამ მართობების ფუძეებს შორის, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა 16 მ.

5) წრეწირის შიგნით გავლებულია ორი ურთიერთმართობული დიამეტრი. წრეწირზე აღებული წერტილიდან მათზე დაშვებულია მართობები. იპოვეთ მანძილი ამ მართობთა ფუძეებს შორის, თუ წრეწირის დიამეტრია 10 სმ.

6) წრეწირზე მდებარე წერტილიდან გავლებულია ორი ურთიერთმართობული ქორდა. ამ წერტილზე გავლებული რადიუსი ქორდებთან 45°-იან კუთხეებს ადგენს. იპოვეთ ქორდების სიგრძეები, თუ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან თითოეულ ქორდამდე 5 სმ-ის ტოლია.

* * *

4.26. 1) რომბი დიაგონალით იყოფა ორ ტოლგვერდა სამკუთხედად. რის ტოლია ამ სამკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება რომბის პერიმეტრთან?

2) რომბის ბლაგვი კუთხე 120°-ის ტოლია. რის ტოლია რომბის მცირე დიაგონალის შეფარდება რომბის პერიმეტრთან?

3) რომბის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე რომბის გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ რომბის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.

4) რომბის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე რომბის გვერდს შუაზე ყოფს. რამდენჯერ მეტია რომბის პერიმეტრი მის დიაგონალზე?

4.27. 1) რომბის დიაგონალების მიერ ერთ გვერდთან შედგენილი კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:7. იპოვეთ რომბის კუთხეების გრადუსული ზომა.

2) რომბის ერთი გვერდის მიერ დიაგონალებთან შედგენილი კუთხეებიდან ერთი 40°-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ რომბის კუთხეების გრადუსული ზომა.

3) რომბის ერთი წვეროდან გავლებული სიმაღლეები ერთმანეთთან ადგენენ 40°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ რომბის დიაგონალების მიერ გვერდებთან შედგენილი კუთხეები.

4) რომბის ერთი წვეროდან გავლებული სიმაღლეები ერთმანეთთან ადგენენ 130°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ სიმაღლეების მიერ გვერდებთან შედგენილი მახვილი კუთხის სიდიდე.

4.28. 1) რომბის მახვილი კუთხის სიდიდეა 30°, ხოლო სიმაღლის სიგრძეა 5,25 სმ. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი.

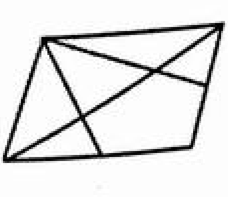
2) რომბს მცირე დიაგონალი ორ ტოლგვერდა სამკუთხედად ყოფს. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეების ფუძეებს შორის მანძილი 10 სმ-ია. იპოვეთ რომბის სიმაღლის სიგრძე.

3) ტოლფერდა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი ფერდის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია 10 სმ.

4) წრეწირზე მდებარე M წერტილიდან გავლებულია რადიუსის ტოლი MA და MB ქორდები. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან AB ქორდამდე, თუ წრეწირის რადიუსია 16 სმ.

4.29. 1) რომბს მცირე დიაგონალი ორ ტოლგვერდა სამკუთხედად ყოფს. იპოვეთ ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის მოთავსებული დიდი დიაგონალის მონაკვეთი, თუ დიდი დიაგონალის სიგრძეა 30 მ.

2) რომბის ბლაგვი კუთხის წვერო მონაკვეთებით შეერთებულია მოპირდაპირე გვერდების შუაწერტილებთან. იპოვეთ ამ მონაკვეთებს შორის მოთავსებული დიდი დიაგონალის ნაწილი, თუ დიდი დიაგონალის სიგრძეა 36 სმ.

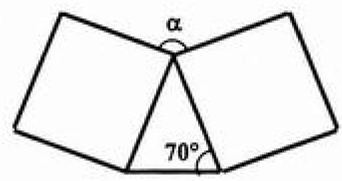


3) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია რომბი ისე, რომ 60°-იანი კუთხე მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა 24 მ.

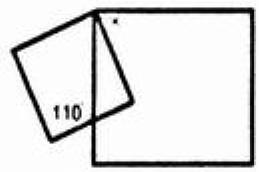
4) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული რომბი ისე, რომ 60°-იანი კუთხე მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ რომბის მცირე დიაგონალის სიგრძეა 5 სმ.

* * *

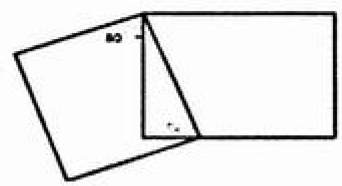
4.30. 1) ტოლფერდა სამკუთხედი ფუძესთან მდებარე 70°-იანი კუთხით და ორი კვადარატი ისეა განლაგებული, რომ თითოეულ კვადრატს ამ სამკუთხედთან ერთი გვერდი საერთო აქვს. იპოვეთ ნახაზზე α-თი აღნიშნული კუთხის სიდიდე.



2) ნახაზზე მოცემულია საერთო წვეროს მქონე ორი კვადრატი. ნახაზზე მოცემული მონაცემის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.



3) ნახაზზე მოცემულია საერთო წვეროს მქონე ორი კვადრატი. ნახაზზე მოცემული მონაცემის მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.



4) $ABCD$ კვადრატში აღებულია O წერტილი ისე, რომ AOD სამკუთხედი ტოლგვერდაა. იპოვეთ AOB კუთხის სიდიდე.

4.31. 1) მართკუთხედი, რრმელიც არ არის კვადრატი, დაყოფილია ოთხ კვადრატად. რის ტოლია ამ მართკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება მიღებული ერთ-ერთი კვადრატის პერიმეტრთან.

2) მართკუთხედი დაყოფილია სამ კვადრატად. თითოეული კვადრატის პერიმეტრია 12 მ. იპოვეთ ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

3) კვადრატის წვეროებზე გავლებულია დიაგონალების პარალელური წრფეები. მიღებული ოთხკუთხედის პერიმეტრია 12 მ. იპოვეთ მოცემული კვადრატის დიაგონალის სიგრძე.

4) პირველი კვადრატის დიაგონალი მეორე კვადრატის გვერდის ტოლია. იპოვეთ პირველი კვადრატის პერიმეტრი, თუ მეორე კვადრატის დიაგონალის სიგრძეა 10 მ.

4.32. 1) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია კვადრატი, რომელსაც სამკუთხედთან საერთო კუთხე აქვს და ერთი წვერო ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს. იპოვეთ კათეტის სიგრძე, თუ კვადრატის პერიმეტრია 20 მ.

2) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია კვადრატი ისე, რომ კვადრატის ორი წვერო ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი კათეტებზე. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 2 მ.

3) კვადრატში, რომლის დიაგონალია 20 სმ, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მართკუთხედის გვერდები კვადრატის დიაგონალების პარალელურია. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

4) კვადრატში ჩახაზულია მეორე კვადრატი, რომლის გვერდები პირველი კვადრატის დიაგონალების პარალელურია. იპოვეთ პირველი კვადრატის დიაგონალის სიგრძე, თუ მეორე კვადრატის პერიმეტრია 10 მ.

5) წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული ურთიერთმართობული მხებები წრეწირს A და B წერტილებში ეხება. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან AB ქორდამდე, თუ AB ქორდის სიგრძეა 18 მ.

6) წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებულია წრეწირის ორი ურთიერთმართობული მხები, რომლებიც წრეწირს A და B წერტილებში ეხება. იპოვეთ AB ქორდის სიგრძე, თუ მანძილი M წერტილიდან წრეწირის ცენტრამდე 10 სმ-ის ტოლია.

4.33. 1) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შუაწერტილი კათეტებიდან დაშორებულია 5 მ-ით. იპოვეთ კათეტის სიგრძე.

2) იმ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შუა წერტილიდან, რომლის კათეტების შეფარდებაა 2:3, გავლებულია კათეტების პარალელური წრფეები. მიღებული მართკუთხედის პერიმეტრია 20 მ. იპოვეთ კათეტების სიგრძეები.

3) მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 10 მ. იპოვეთ ამ მართკუთხედის გვერდების შუაწერტილების მიმდევრობით შეერთების შედეგად მიღებული რომბის პერიმეტრი.

4) რომბის დიაგონალების სიგრძეებია 8 მ და 12 მ. იპოვეთ ამ რომბის გვერდების შუაწერტილების მიმდევრობით შეერთების შედეგად მიღებული მართკუთხედის პერიმეტრი.

4.34. 1) იპოვეთ კვადრატზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ კვადრატის დიაგონალის სიგრძეა 10 მ.

2) იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 5 მ.

3) მართკუთხედის დიაგონალი მის გვერდთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 5 მ.

3) მართკუთხედის დიაგონალებს შორის კუთხის სიდიდე 120°-ის ტოლია და მცირე გვერდია 15 მ. იპოვეთ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადუსი.

4) რომბის გვერდის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 30°. იპოვოთ რომბში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

5) რომბში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 3 სმ, ხოლო ბლაგვი კუთხეა 150°. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე.

4.35. 1) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხის სიდიდე 30°-ის ტოლია, ხოლო უმცირესი კათეტის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ამ მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

2) კვადრატის ორი წვერო ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი კათეტებზე. იპოვეთ ამ მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ კვადრატის პერიმეტრია 24 სმ.

3) მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრია 40 სმ, ჰიპოტენუზის სიგრძეა 15 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

4) მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრია 50 სმ, ხოლო ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 6 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

5) ABC სამკუთხედში $\angle A=30°$, $\angle C=90°$. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრიდან B წვერომდე, თუ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 3 სმ.

6) ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle A=30°$. იპოვეთ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ სამკუთხედის კუთხეების ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი B წვეროდან დაშორებულია 10 სმ-ით.

* * *

4.36. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ერთმანეთის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლესა და დიაგონალს შორის მახვილი კუთხის სიდიდე.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის მცირე ფუძე ფერდის ტოლია, დიაგონალი კი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდე.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდი მცირე ფუძის ტოლია. დიაგონალი ფერდთან ადგენს 20°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ამ დიაგონალსა და მეორე ფუძეს შორის კუთხის სიდიდე.

4) $ABCD$ ტრაპეციის AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია, $AB=BC$ და $\angle B=80°$. იპოვეთ ADC კუთხის სიდიდე.

5) ტოლფერდა ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე ორჯერ მეტია მისი მცირე ფუძის სიგრძეზე. რისი ტოლია ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდე, თუ მისი დიაგონალი ამავე დროს ამ კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს?

6) ტოლფერდა ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე სამჯერ მეტია მცირე ფუძის სიგრძეზე, ხოლო ტრაპეციის სიმაღლე მცირე ფუძის ტოლია. იპოვეთ ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდე.

4.37. 1) ტრაპეციის ფუძეების შეფარდებაა 2:5, ხოლო შუახაზის სიგრძე 28 სმ. იპოვეთ დიდი ფუძის სიგრძე.

2) ტრაპეციის ფუძეების შეფარებაა 9:5, ამასთან დიდი ფუძე 20 სმ-ით მეტია მცირე ფუძეზე. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე.

3) ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე 8 სმ-ით მეტია მცირე ფუძის სიგრძეზე. იპოვეთ მცირე ფუძის სიგრძე, თუ შუახაზის სიგრძეა 14 სმ.

4) ტრაპეციის დიაგონალი შუახაზს ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთა შეფარდებაა 3:7. იპოვეთ მცირე ფუძის სიგრძე, თუ ის 24 სმ–ით ნაკლებია დიდი ფუძის სიგრძეზე.

4.38. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 8 სმ და 12 სმ. იპოვეთ ფერდის გეგმილი დიდ ფუძეზე.

2) ტრაპეციის შუახაზს დიაგონალი 5 სმ და 8 სმ სიგრძის მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეები.

3) ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 11 სმ და 17 სმ. იპოვეთ მანძილი ტრაპეციის დიაგონალების შუაწერტილებს შორის.

4) ტრაპეციის შუამონაკვეთის სიგრძეა 15 სმ და დიაგონალით იყოფა ორ მონაკვეთად, რომელთა სხვაობაა 3 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე.

4.39. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძეა 3,5 მ, ფერდის სიგრძეა 4 მ, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა 120°. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 8 მ და 12 მ, ხოლო ფუძესთან მდებარე მახვილი კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა ტრაპეციაში ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე დიდ ფუძეს ყოფს 5 სმ და 12 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე.

4) ტოლფერდა ტრაპეციაში მახვილი კუთხეა 45°, სიმაღლის სიგრძეა 10 მ, ხოლო მცირე ფუძის – 8 მ. იპოვეთ დიდი ფუძის სიგრძე.

4.40. 1) ტრაპეციის ფერდი გაყოფილია ოთხ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძეების პარალელური წრფეები. იპოვეთ ფერდებს შორის მოთავსებული პარალელური წრფეების მონაკვეთების სიგრძეები, თუ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 3 მ და 17 მ.

2) ტრაპეციის ფერდი გაყოფილია ოთხ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძეების პარალელური წრფეები. ფუძეების მხარეზე მოთავსებული ამ წრფეების ორი მონაკვეთის სიგრძეებია 5 მ და 11 მ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეები.

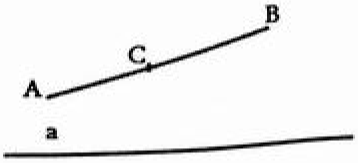
3) ტრაპეციის ფერდი გაყოფილიბ სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. რას უდრის ფერდებს შორის მოთავსებული ამ მონაკვეთების სიგრძეები, თუ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 1 მ და 7 მ.

4) ტრაპეციის ფერდი გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. ფერდებს შორის მოთავსებული ამ მონაკვეთების სიგრძეებია 4 მ და 7 მ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეები.

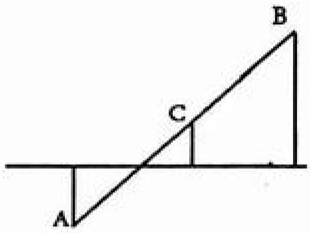
5) ABC სამკუთედის AB გვერდი გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფეები. იპოვეთ ფერდებს შორის მოქცეული ამ წრფეების მონაკვეთების სიგრძეები, თუ AC გვერდის სიგრძეა 18 მ.

6) ABC სამკუთხედის AB გვერდი გაყოფილია ოთხ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფეები. იპოვეთ გვერდებს შორის მოთავსებული ამ წრფეების მონაკვეთების სიგრძეები, თუ AC გვერდის სიგრძეა 24 მ.

4.41. 1) A და B წერტილები a წრფის ერთ მხარეს მდებარეობენ. C წერტილი AB მონაკვეთის შუაწერტილია. მანძილი A და

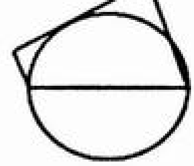


C წერტილებიდან a წრფემდე შესაბამისად 10 მ და 14 მ-ით. იპოვეთ B წერტილის დაშორება a წრფიდან.



2) A და B წერტილები l წრფის სხვადასხვა მხარეს მდებარეობენ. C წერტილი AB მონაკვეთის შუაწერტილია. მანძილი A და C წერტილებიდან l წრფემდე შესაბამისად 5 მ და 2 მ-ია. იპოვეთ B წერტილის დაშორება l წრფიდან.

3) მოცემულია წრფის სხვადასხვა მხარეს აღებული ორი M და N წერტილი, რომლებიც ამ წრფიდან 6 სმ-ით და 16 სმ-ით არიან დაშორებული. იპოვეთ MN მონაკვეთის შუაწერტილიდან მოცემულ წრფემდე მანძილი.



4) მანძილი წრეწირის დიამეტრის ერთი ბოლოდან ამ წრეწირს მხებამდე 4 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი ამ დიამეტრს მეორე ბოლოდან მხებამდე, თუ წრეწირის დიამეტრის სიგრძეა 10 სმ.

4.42. 1) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი მახვილ კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე, თუ ის სამჯერ მეტია მცირე ფუძის სიგრძეზე და ტრაპეციის პერიმეტრია 60 სმ.

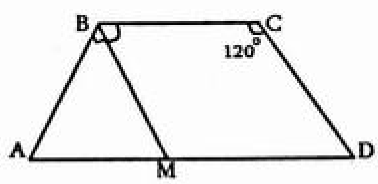
2) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი 60°-ის ტოლ მახვილ კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე, თუ პერიმეტრია 80 სმ.

3) ტრაპეციის დიაგონალები მახვილი კუთხის ბისექტრისებს წარმოადგენენ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები, თუ მათი სიგრძეების შეფარდება 5:3 და ტრაპეციის პერიმეტრია 42 სმ.

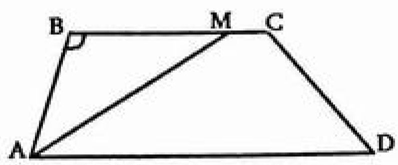
4) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ბლაგვ კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები, თუ მათი სიგრძეების შეფარდებაა 5:2 და პერიმეტრია 51 მ.

4.43. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის მახვილი კუთხის ბისექტრისა მცირე ფუძეს ყოფს 5 სმ და 2 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 27 სმ.

2) ტოლფერდა ტრაპეციაში ბლაგვი კუთხის ბისექტრისა დიდ ფუძეს ყოფს 15 სმ და 5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ მცირე ფუძის სიგრძეა 17 სმ.



3) ტოლფერდა $ABCD$ ტრაპეციაში $\angle C=120°$. AD დიდ ფუძეზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ BM არის B კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BM მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 20 მ და 8 მ.

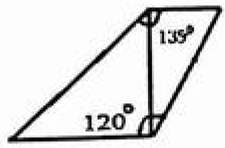


4) $ABCD$ ტრაპეციაში $\angle B=120°$. BC მცირე ფუძეზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ AM მონაკვეთი A კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ BM მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ.

4.44. 1) $ABCD$ ტრაპეციის AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია და BAD კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის AD დიდი ფუძის სიგრძე, თუ $\angle ADC=60°$ და BC მცირე ფუძის სიგრძეა 5 სმ.

2) მართკუთხა ტრაპეციაში ერთი კუთხის სიდიდეა 135°, ხოლო დიაგონალი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე, თუ მცირე ფუძის სიგრძეა 6 სმ.

3) ტრაპეციის დიაგონალი ფუძეების მართობულია. ტრაპეციის დიდ ფუძესთან მდებარე ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 120°, ხოლო მცირე ფუძესთან მდებარე ბლაგვი კუთხის – 135°. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე, თუ მცირე ფერდის სიგრძეა $8\sqrt{3}$ სმ, ხოლო სიმაღლის – 12 სმ.



4) ტრაპეციის დიაგონალი ფუძეების მართობულია. მცირე ფუძესთან მდებარე ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 135°, ხოლო ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე, თუ შუახაზის სიგრძეა 8 სმ.

4.45. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია. ტრაპეციის შუამონაკვეთის სიგრძე 8 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან მცირე ფუძემდე, თუ ეს წერტილი დიდი ფუძიდან დაშორებულია 5 სმ-ით.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია. ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძე 10 სმ-ია. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე, თუ ის 6 სმ-ით ნაკლებია დიდი ფუძის სიგრძეზე.

3) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, $\angle C=120°$, $BC=12$ სმ. B წვეროზე CD ფერდის პარალელურად გავლებული წრფე ტრაპეციას ყოფს მართკუთხა სამკუთხედად და რომბად. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე.

4) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, $\angle C=135°$. C წვეროდან გავლებული ტრაპეციის სიმაღლე ტრაპეციას ყოფს კვადრატად და მართკუთხა სამკუთხედად. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე, თუ მისი სიმაღლეა 8 სმ.

4.46. 1) $ABCD$ ოთხკუთხედის წვეროები ერთი და იმავე წრეწირზე მდებარეობენ ისე, რომ AC წრეწირის დიამეტრია. იპოვეთ მახვილი კუთხე AC და BD დიაგონალებს შორის, თუ $\angle BAC=50°$ და $\angle ACD=70°$.

2) $ABCD$ ოთხკუთხედის წვეროები ერთსა და იმავე წრეწირზე მდებარეობენ. AC დიაგონალი BD დიაგონალის მართობულია და გადაკვეთის წერტილით მას შუაზე ყოფს. იპოვეთ B და C კუთხის სიდიდეები, თუ $\angle A=50°$.

3) $ABCD$ ტრაპეციის წვეროები O ცენტრის მქონე წრეწირზე მდებარეობენ. იპოვეთ ტრაპეციის ბლაგვი კუთხე, თუ $\angle BOC=60°$, $\angle AOD=120°$.

4) $ABCD$ ოთხკუთხედის ოთხივე წვერო ერთსა და იმავე წრეწირზე მდებარეობს. იპოვეთ ACD კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ABC=112°$, $\angle CAD=20°$.

ამოცანები დამტკიცებაზე

4.47. 1) აჩვენეთ, რომ ოთხკუთხედის თითოეული დიაგონალის სიგრძე მისი პერიმეტრის ნახევარზე ნაკლებია.

2) აჩვენეთ, რომ პარალელოგრამის ერთ გვერდთან მდებარე კუთხეების ბისექტრისები ერთმანეთის მართობულია.

3) აჩვენეთ, რომ ოთხკუთხედის გვერდების შუაწერტილები პარალელოგრამის წვეროებია.

4) აჩვენეთ, რომ მართკუთხედის გვერდების შუაწერტილები რომბის წვეროებია.

4.48. 1) აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის ფერდთან მდებარე კუთხეების ბისექტრისები ურთიერთმართობულია.

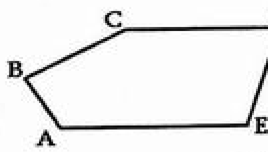
2) აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის ფერდების ჯამი მეტია ფუძეთა სხვაობაზე.

3) აჩვენეთ, რომ თუ ტრაპეციის ფერდი უდრის მცირე ფუძეს, მაშინ მათი ბოლოების შემაერთებელი დიაგონალი წარმოადგენს დიდ ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისას.

4) $ABCD$ ტრაპეციაში $BC \parallel AD$. D წვეროდან AB ფერდისადმი გავლებული მართობის ფუძეა K. აჩვენეთ, რომ თუ $KC=CD$, მაშინ $AD = 2 \cdot BC$.

ტესტი 4.1

1. *ABCDE* ხუთკუთხედში *CD* და *AE* გვერდები პარალელურია. რის ტოლია $\angle A+\angle B+\angle C$?



ა) 180° ბ) 270° გ) 300° დ) 360°

2. პარალელოგრამის ერთ-ერთი გვერდი დიაგონალის მართობულია და მისი ტოლია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის უდიდესი კუთხის სიდიდე.

ა) 110° ბ)120° გ) 135° დ) 150°

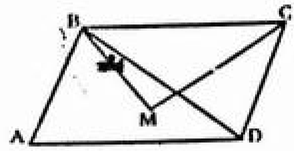
3. *ABCD* ოთხკუთხედის *B* და *D* კუთხეები მართია. რის ტოლია ამ ოთხკუთხედის *A* კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C$=100°?

ა) 60° ბ) 70° გ) 80° დ) 90°

4. პარალელოგრამის ერთი გვერდის ბოლოებიდან გავლებულ ბისექტრისებს შორის კუთხის სიდიდე.

ა) 90° ბ) 120° გ) 60° დ) 45°

5. *ABCD* რომბის მახვილი კუთხის სიდიდე 80°-ია. რომბს და *BMC* ტოლგვერდა სამკუთხედს *BC* გვერდი საერთო აქვთ და *M* წერტილი მდებარეობს რომბის შიგნით. იპოვეთ კუთხე სამკუთხედის *BM* გვერდსა და რომბის *BD* დიაგონალს შორის.



ა) 5° ბ) 10° გ)15° დ) 20°

6. მართკუთხედი დაყოფილია ხუთ კვადრატად. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე, თუ მართკუთხედის პერიმეტრია 120 მ.

ა) 10 მ ბ) 12 მ გ) 15 მ დ) 20 მ

7. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე 24°-ით მეტია მის მახვილ კუთხეზე. რამდენი გრადუსია ამ პარალელოგრამის უმცირესი კუთხე?

ა) 45° ბ) 60° დ) 75° დ) 78°

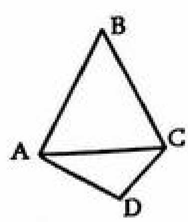
8. რომბის ერთ-ერთი დიაგონალი ამ რომბის გვერდის ტოლია. რას უდრის რომბის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.

ა) 110° ბ) 120° გ) 135° დ) 140°

9. *A* და *B* წერტილები *a* წრფის სხვადასხვა მხარეს მდებარეობს. მანძილი *A* წერტილიდან *A* წრფემდე 13 სმ-ია, ხოლო *B*-დან კი – 29 სმ. იპოვეთ მანძილი *AB* მონაკვეთის შუაწერტილიდან *a* წრფემდე.

ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 7 სმ დ) 8 სმ

10. ნახაზზე ტოლგვერდა *ABC* სამკუთხედს მიდგმული აქვს *ADB* სამკუთხედი. იპოვეთ *ABCD* ოთხკუთხედის პერიმეტრი, თუ *ABC* სამკუთხედის პერიმეტრია 15 სმ, *ADC* სამკუთხედის პერიმეტრი კი – 13 სმ.



ა) 16 სმ ბ) 18 სმ გ) 20 სმ დ) 22 სმ

11. მართკუთხედის დიაგონალი მის გვერდთან 60°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე, თუ მცირე გვერდის სიგრძეა 7 სმ.

ა) 14 სმ　　ბ) 15 სმ　　გ) 20 სმ　　დ) 21 სმ

12. თუ ოთხკუთხედის სამი გვერდის სიგრძეა 3 მ, 5 მ და 12 მ, მაშინ მეოთხე გვერდს სიგრძე არ შეიძლება იყოს

ა) 15 მ　　ბ) 6 მ　　გ) 5 მ　　დ) 4 მ

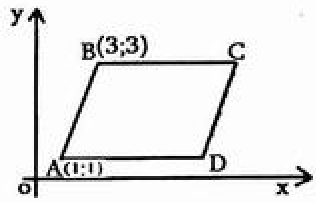
13. გადაკვეთის წერტილების რა უდიდესი რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს წრეწირს ოთხკუთხედის გვერდებთან?

ა) 6　　ბ) 7　　გ) 8　　დ) 10

14. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. ერთი მათგანის რადიუსია 8 სმ, მეორის – 15 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს იმ მონაკვეთის სიგრძე, რომლის ერთი ბოლო ერთ წრეწირზეა, მეორე ბოლო კი მეორეზე?

ა) 51 სმ　　ბ) 50 სმ　　გ) 48 სმ　　დ) 45 სმ

15. ნახაზზე მოცემულია $ABCD$ პარალელოგრამის A და B წვეროების კოორდინატები. პარალელოგრამის AD გვერდი აბსცისთა ღერძის პარალელურია. ნახაზზე მოცემული მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ D კუთხის სიდიდე.



ა) 120°　　ბ) 130°　　გ) 135°　　დ) 150°

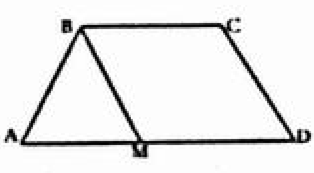
16. ტოლფერდა ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 120°, ხოლო დიაგონალი ფერდის მართობულია. რის ტოლია დიდი ფუძის სიგრძე, თუ ტრაპეციის პერიმეტრია 60 სმ.

ა) 12 სმ　　ბ) 15 სმ　　გ) 20 სმ　　დ) 24 სმ

17. ტოლგვერდა სამკუთხედში, რომლის გვერდის სიგრძეა a სმ, ჩახაზულია რომბი ისე, რომ მისი წვერო სამკუთხედის წვეროს ემთხვევა, ხოლო დანარჩენი სამი წვერო სამკუთხედის გვერდებზე მდებარეობს. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი.

ა) a სმ　　ბ) $2a$ სმ　　გ) $3a$ სმ　　დ) $4a$ სმ

18. $ABCD$ ტრაპეციის BC მცირე ფუძე 8 სმ-ია. B წერტილიდან გავლებულია CD ფერდის პარალელური წრფე, რომელიც AD ფუძეს კვეთს M წერტილში. მიღებული ABM სამკუთხედის პერიმეტრია 22 სმ. რის ტოლია $ABCD$ ტრაპეციის პერიმეტრი?

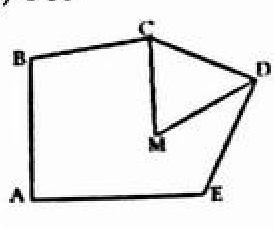


ა) 32 სმ　　ბ) 34 სმ　　გ) 38 სმ　　დ) 40 სმ

19. ტოლფერდა ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის ბისექტრისა ფერდის პარალელურია. ტრაპეციის პერიმეტრია 27 სმ, ხოლო ფერდის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ამ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე.

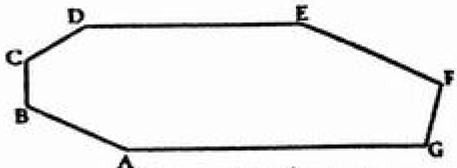
ა) 6 სმ　　ბ) 7 სმ　　გ) 8 სმ　　დ) 4 სმ

20. $ABCDE$ ხუთკუთხედში $\angle A=80°$, $\angle B=100°$, $\angle E=170°$. ამასთან C და D კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ CMD კუთხის სიდიდე.



ა) 75°　　ბ) 85°　　გ) 95°　　დ) 105°

ტესტი 4.2

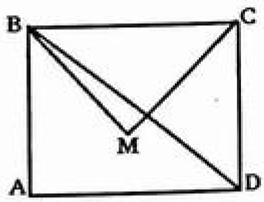


1. *ABCDEFG* შვიდკუთხედში *DE* და *AG* გვერდები პარალელურია. რის ტოლია $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D$?
   ა) 360° ბ) 450° გ) 540° დ) 720°

2. პარალელოგრამის ერთ-ერთი გვერდი დიაგონალის ტოლია და მასთან 50°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელოგრამის უდიდესი კუთხის სიდიდე.
   ა) 105° ბ) 115° გ) 120° დ) 135°

3. *ABCD* ოთხკუთხედში $\angle A=\angle C$, $\angle B+\angle D=160°$: მაშინ *A* კუთხის გრადუსი ზომაა
   ა) 70° ბ) 80° გ) 90° დ) 100°

4. ტრაპეციის ფერდის ბოლოებიდან გავლებულ კუთხეების ბისექტრისებს შორის კუთხის სიდიდეა
   ა) 90° ბ) 120° გ) 60° დ) 45°



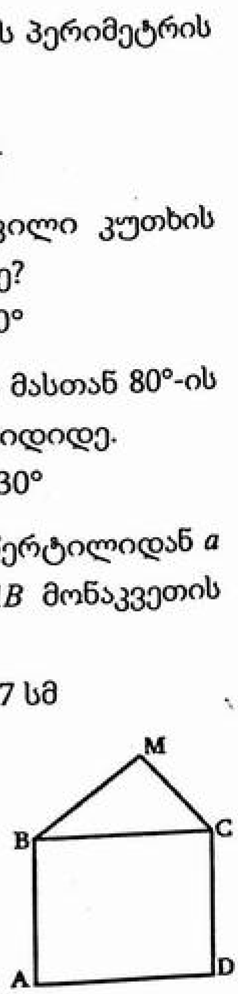
5. *ABCD* კვადრატს და *BMC* ტოლფერდა სამკუთხედს *BC* გვერდი საერთო აქვთ და *M* წვერო მდებარეობს კვადრატის შიგნით. იპოვეთ კუთხის სიდიდე სამკუთხედის *BM* გვერდსა და კვადრატის *BD* დიაგონალს შორის, თუ $\angle BMC=80°$.
   ა) 5° ბ) 10° გ) 15° დ) 20°

6. მართკუთხედი დაყოფილია სამ კვადრატად. რის ტოლია კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება მართკუთხედის პერიმეტრთან?
   ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{1}{4}$ დ) $\frac{2}{3}$

7. პარალელოგრამში ბლაგვი კუთხის სიდიდე ოთხჯერ მეტია მახვილი კუთხის სიდიდეზე. რამდენი გრადუსია ამ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე?
   ა) 72° ბ) 45° გ) 36° დ) 30°

8. პარალელოგრამის მცირე დიაგონალი დიდი გვერდის ტოლია და მასთან 80°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.
   ა) 150° ბ) 140° გ) 135° დ) 130°

9. *A* და *B* წერტილები *a* წრფის ცალ მხარეს მდებარეობს. მანძილი *A* წერტილიდან *a* წრფემდე 10 სმ-ია, ხოლო *B*-დან კი – 24 სმ. იპოვეთ მანძილი *AB* მონაკვეთის შუაწერტილიდან *a* წრფემდე.
   ა) 5 სმ ბ) 12 სმ გ) 15 სმ დ) 17 სმ



10. ნახაზზე *ABCD* კვადრატს მიდგმული აქვს *BMC* სამკუთხედი. იპოვეთ *ABMCD* ხუთკუთხედის პერიმეტრი, თუ კვადრატის პერიმეტრია 24 სმ, ხოლო *BMC* სამკუთხედის – 15 სმ.
    ა) 24 სმ ბ) 25 სმ გ) 27 სმ დ) 39 სმ

11. მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი მცირე გვერდიდან 3-ჯერ მეტი მანძილითაა დაშორებული, ვიდრე დიდი გვერდიდან. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ მართკუთხედის პერიმეტრია 96 სმ.

ა) 6 სმ ბ) 12 სმ გ) 24 სმ დ) 36 სმ

12. თუ ოთხკუთხედის სამი გვერდის სიგრძეა 2 მ, 5,2 მ და 10,3 მ, მაშინ მეოთხე გვერდის სიგრძე არ შეიძლება იყოს

ა) 3,1 მ ბ) 4,3 მ გ) 13,6 მ დ) 17,2 მ

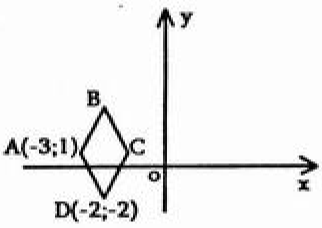
13. გადაკვეთის წერტილების რა უდიდესი რაოდენობაა შეიძლება ჰქონდეს წრეწირს სამკუთხედის გვერდებთან?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7

14. ABC სამკუთხედში $AB = BC < AC$. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის კუთხეთა სიდიდეები?

ა) 50°, 50°, 80° ბ) 70°, 70°, 40° გ) 30°, 75°, 75° დ) 75°, 60°, 45°

15. ნახაზზე მოცემულია $ABCD$ რომბი, რომლის დიაგონალები საკოორდინატო ღერძების პარალელურია. ნახაზზე მოცემული მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ B წვეროს კოორდინატები



ა) (–2; 3) ბ (–2; 4) გ) (–2; 5) დ) (–2; 1)

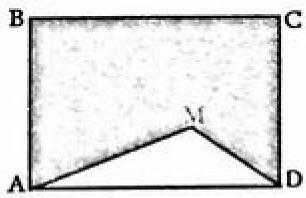
16. ტრაპეციის ფერდების გაგრძელებები მართი კუთხით იკვეთებიან და ერთ-ერთი მათგანი ფუძესთან 60°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძე, თუ დიდი ფერდის სიგრძეა 26 სმ.

ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 13 სმ დ) 26 სმ

17. პარალელოგრამის პერიმეტრია 90 სმ, ხოლო ბლაგვი კუთხე 120°-ია. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე დიაგონალით იყოფა 1:3 შეფარდებით. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე.

ა) 10 სმ ბ)15 სმ გ) 20 სმ დ) 30 სმ

18. ნახაზზე $ABCD$ კვადრატიდან ამოჭრილია AMD სამკუთხედი. იპოვეთ $ABCDM$ ხუთკუთხედის პერიმეტრი, თუ კვადრატის პერიმეტრია 20 სმ, ხოლო AMD სამკუთხედის – 12 სმ.

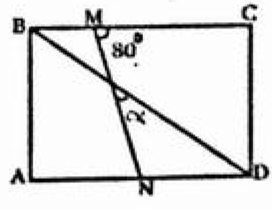


ა) 20 სმ ბ) 22 სმ გ) 23 სმ დ) 24 სმ

19. ტოლფერდა ტრაპეციაში ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისა მცირე ფუძეს ყოფს 3 სმ და 2 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ დიდი ფუძის სიგრძე, თუ ტრაპეციის პერიმეტრია 19 სმ.

ა) 8 სმ ან 9 სმ ბ) 10 სმ გ) 9 სმ ან 11 სმ დ) 8 სმ ან 10 სმ

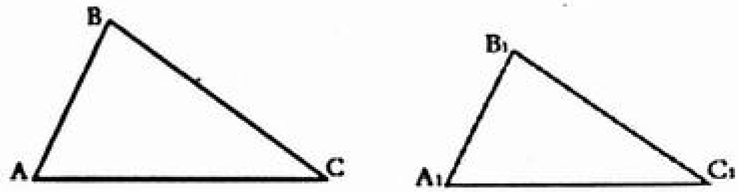
20. $ABCD$ კვადრატის BC და AD გვერდებზე აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $\angle NMC$ =80°. იპოვეთ მახვილი კუთხე MN მონაკვეთსა და BD დიაგონალს შორის.



ა) 15° ბ) 20° გ) 25° დ) 35°

§ 5. სამკუთხედების მსგავსება

1. სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები. ABC და $A_1B_1C_1$ სამკუთხედები მსგავსია ნიშნავს, რომ $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$ და $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$ (ნახ. 5.1).



ნახ. 5.1

იმ ფაქტს, რომ ABC და $A_1B_1C_1$ სამკუთხედები მსგავსია შემდეგნაირად წერენ: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. თუ ABC და $A_1B_1C_1$ მსგავსი სამკუთხედებია, მაშინ A და A_1, B და B_1, C და C_1 წვეროებს შესაბამისი ეწოდება. შესაბამისი წვეროებით განსაზღვრულ გვერდებსაც შესაბამისი ეწოდებათ. მაგალითად, AB და A_1B_1 შესაბამისი გვერდებია. შესაბამისია აგრეთვე BC და B_1C_1, AC და A_1C_1.

ამრიგად, თუ $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, მაშინ არსებობს ისეთი $k \neq 0$ რიცხვი, რომ

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=k\,.$$

ამ K რიცხვს მსგავსების (პროპორციულობის) კოეფიციენტი ეწოდება.

სამკუთხედების მსგავსების დასადგენად საჭირო არ არის ყველა შესაბამისი კუთხის ტოლობის და ყველა შესაბამისი გვერდის პროპორციულობის დადგენა. კერძოდ, შეგვიძლია ვისარგებლოთ სამკუთხედების მსგავსების შემდეგი ნიშნებით:

პირველი ნიშანი. თუ ერთი სამკუთხედის ორი კუთხე, შესაბამისად ტოლია მეორე სამკუთხედის ორი კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

მეორე ნიშანი. თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი, შესაბამისად, პროპორციულია მეორე სამკუთხედის ორი გვერდის და ამ გვერდებით შექმნილი კუთხეები ტოლია, მაშინ ეს სამკუთედები მსგავსია.

მესამე ნიშანი. თუ ერთი სამკუთხედის გვერდები, შესაბამისად, პროპორციულია მეორე სამკუთხედის გვერდების, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

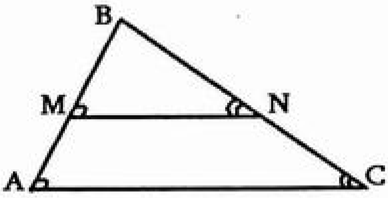
მტკიცდება, რომ მსგავს სამკუთხედებში შესაბამისი სიმაღლეების, მედიანების, ბისექტრისების და პერიმეტრების შეფარდება მსგავსების კოეფიციენტის ტოლია.

რადგან მართკუთხა სამკუთხედებს მართი კუთხეები ყოველთვის ტოლი აქვთ, ამიტომ მათთვის სამკუთხედების მსგავსების პირველი ორი ნიშანი ასეთ სახეს მიიღებს:

ნიშანი 1. თუ მართკუთხა სამკუთხედებს თითო მახვილი კუთხე ტოლი აქვთ, მაშინ ისინი მსგავსია.

ნიშანი 2. თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები მეორე მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების პროპორციულია, მაშინ ეს მართკუთხა სამკუთხედები მსგავსია.

განვიხილოთ ABC სამკუთხედი. AB გვერდზე ავიღოთ ნებისმიერი M წერტილი და მასზე გავავლოთ AC გვერდის პარალელური MN მონაკვეთი. ვინაიდან $\angle A=\angle BMN$ და $\angle C=\angle BNM$, ამიტომ $\Delta ABC \sim \Delta MBN$ (ნახ. 5.2).

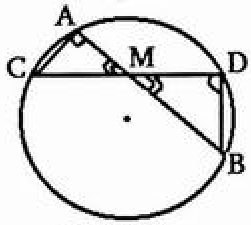


ნახ. 5.2

ამრიგად, სამკუთხედის რომელიმე გვერდის პარალელური და დანარჩენი ორი გვერდის გადამკვეთი წრფით მიღებული სამკუთხედი მოცემული სამკუთხედის მსგავსია.

2. პროპორციული მონაკვეთები წრეწირში. ვთქვათ AB და CD ქორდა ერთმანეთს კვეთს M წერტილში. ვინაიდან $\angle CAB=\angle CDB$ და $\angle AMC=\angle DMB$, ამიტომ $\Delta AMC \sim \Delta DMB$ (ნახ. 5.3), საიდანაც $\dfrac{CM}{BM}=\dfrac{AM}{DM}$..აქედან გვაქვს

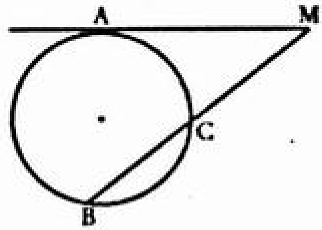
$$AM \cdot BM = CM \cdot DM .$$



ნახ. 5.3

ამრიგად, ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდის მონაკვეთების ნამრავლები ტოლია.

3. მხებისა და მკვეთის თვისება. ვთქვათ წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია MA მხები და MB მკვეთი, რომელიც წრეწირს C წერტილში გადაკვეთს, ანუ MC არის მკვეთის გარე ნაწილი (ნახ. 5.4). მტკიცდება, რომ



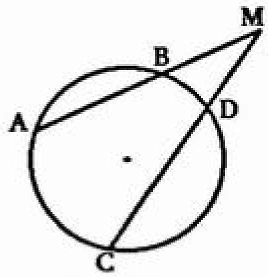
ნახ. 5.4

$$MA^2 = MB \cdot MC$$

ანუ მხების მონაკვეთის კვადრატი უდრის მკვეთის ნამრავლს მისსავე გარე ნაწილზე.

მოყვანილი ფაქტიდან გამომდინარეობს შემდეგი თვისება: თუ მოცემული წერტილიდან ერთი და იმავე წრეწირისადმი გავლებულია ორი მკვეთი, მაშინ მათი წრეწირის წერტილებამდე მონაკვეთების ნამრავლები ერთმანეთის ტოლია, ანუ

$$AM \cdot BM = CM \cdot DM \text{ (ნახ. 5.5).}$$



ნახ. 5.5

* * *

5.1. 1) მოცემული სამკუთხედის უმცირესი გვერდია 3 სმ, ხოლო უდიდესი – 7 სმ. იპოვეთ მისი მსგავსი სამკუთხედის უდიდესი გვერდი, თუ ამ უკანასკნელის უმცირესი გვერდია 12 სმ.

2) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 2 სმ, 5 სმ და 6 სმ. მისი მსგავსი სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძეა 18 სმ. იპოვეთ ამ უკანასკნელის პერიმეტრი.

3) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 3,5 სმ, 4 სმ და 6,5 სმ. მისი მსგავსი სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძეა 10,5 სმ. იპოვეთ ამ უკანასკნელის პერიმეტრი.

4) მოცემული სამკუთხედის უმცირესი გვერდია 11 სმ, უდიდესი 19 სმ. მისი მსგავსი სამკუთხედის უმცირესი და უდიდესი გვერდების სიგრძეთა ჯამი 75 სმ. იპოვეთ ამ უკანასკნელის უმცირესი გვერდის სიგრძე.

5.2. 1) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4:6. იპოვეთ მისი მსგავსი სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ ამ უკანასკნელის პერიმეტრია 65 სმ.

2) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:7:8. იპოვეთ მისი მსგავსი სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ ამ უკანასკნელის უმცირესი გვერდის სიგრძეა 12,5 სმ.

3) ABC სამკუთხედის და მისი მსგავსი $A_1B_1C_1$ სამკუთხედების პერიმეტრები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:2. იპოვეთ ABC სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ $A_1B_1C_1$ სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძეა 16 სმ.

4) ერთი სამკუთხედის პერიმეტრი მისი მსგავსი მეორე სამკუთხედის პერიმეტრის $\frac{5}{7}$-ს შეადგენს. ორი შესაბამისი გვერდის ჯამი კი 48 სმ-ია. იპოვეთ ამ გვერდების სიგრძეები.

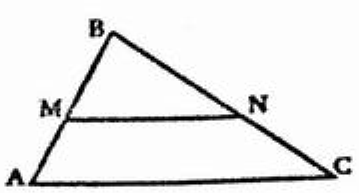
5.3. 1) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 5 სმ, 6 სმ და 8 სმ. რა მაქსიმალური პერიმეტრი შეიძლება ჰქონდეს მის მსგავს სამკუთხედს, თუ მისი ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 80 სმ.

2) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 2 სმ, 4 სმ და 5 სმ. რა მინიმალური პერიმეტრი შეიძლება ჰქონდეს მის მსგავს სამკუთხედს, თუ მისი ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 20 სმ.

3) მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:2. პირველი სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 5:6:9. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის გვერდები, თუ ამ სამკუთხედების უდიდესი გვერდების ჯამია 45 სმ.

4) ორი მსგავსი სამკუთხედის პერიმეტრების შეფარდებაა 5:2, ხოლო მათი ჯამია 35 სმ. პირველი სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 4:7:9. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე.

5.4. AC გვერდის პარალელური წრფე ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებს შესაბამისად M და N წერტილში კვეთს. იპოვეთ:



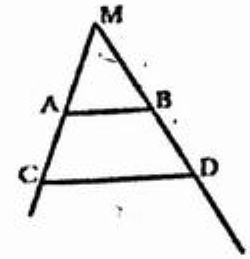
1) BC, თუ AB=12 სმ, BM =5 სმ, BN =7 სმ;

2) NC, თუ AC=15 სმ, MN=8 სმ, BN=7 სმ;

3) MN, თუ AC=27 სმ, $AM:MB=4:5$;

4) NB, თუ $AM:MB=4:5$, $CB-BN=12$.

5.5. M კუთხის გვერდები გადაკვეთილია AB და CD ორი პარალელური წრფით ისე, რომ A და C წერტილები კუთხის ერთ გვერდზე მდებარეობს, B და D წერტილები კი მეორეზე. იპოვეთ:



1) MA, თუ AC=4 სმ, MB=8 სმ, BD=5 სმ;

2) MB, თუ $AB : CD = 3 : 5$, BD=3 სმ;

3) BD, თუ CD =8 სმ, AB =5 სმ, $MD + MB$= 26 სმ;

4) MB, თუ MC=9 სმ, AM=5 სმ, BD =8 სმ.

5.6. 1) ორი ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია. ერთი სამკუთხედის ფერდი და ფუძე შესაბამისად 15 სმ-ს და 9 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის ფუძე, თუ მისი ფერდის სიგრძეა 27სმ.

2) ორ ტოლფერდა სამკუთხედს ფერდებს შორის მდებარე კუთხეები ტოლი აქვთ. პირველი სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 2:5. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრია 48 სმ.

3) ერთი ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 8 მ, ფერდის სიგრძე 5,5 მ, ხოლო ფუძესთან მდებარე წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 2,4 მ. იპოვეთ მეორე ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე, თუ მისი ფუძის სიგრძეა 40 მ, ხოლო ფერდის სიგრძეა 27,5 მ.

4) პირველი ტოლფერდა სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 3 სმ და 6 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისის სიგრძეა $\sqrt{10}$ სმ. იპოვეთ მეორე ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისის სიგრძე, თუ მისი ორი გვერდის შეფარდებაა 2:1 და უმცირესი გვერდის სიგრძეა 9 სმ.

5.7. 1) ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $MN \parallel AC$ და $AM= BN$. იპოვეთ BM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=30 სმ, BC=50 სმ.

2) ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $MN \parallel AC$ და $AM:BM$ =2:7. იპოვეთ BN მონაკვეთის სიგრძე, თუ BC=36 სმ.

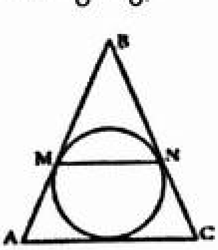
3) ABC სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $\angle AMC=\angle ACB$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ AM=9 სმ, MB =7 სმ.

4) ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $\angle BAM=\angle ACB$. იპოვეთ BM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=15 სმ, MC =16 სმ.

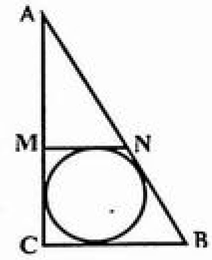
5) ABC სამკუთხედში C კუთხე მართია. AC კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $\angle BDC + \angle BAC = 90°$. იპოვეთ DC მონაკვეთის სიგრძე, თუ BC=$2\sqrt{3}$ სმ, AC=6 სმ.

6) ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $MN \parallel AC$, $AM : MN = 4 : 3$. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=24 სმ, AC=36სმ.

5.8. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძის სიგრძეა 60 სმ, ფერდის კი – 120 სმ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ მანძილი ფერდებზე მოთავსებულ შეხების წერტილებს შორის.



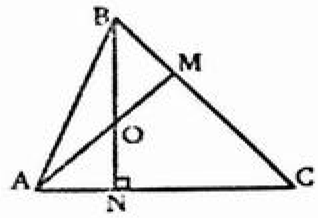
2) ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფერდის სიგრძეა 10 სმ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ფუძის სიგრძე, თუ მანძილი ფერდებზე მოთავსებულ შეხების წერტილებს შორის 1,8 სმ-ია.



3) ABC მართკუთხა სამკუთხედში კათეტები AC=12 სმ, BC=5 სმ. ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 2 სმ. BC კათეტის პარალელური MN მონაკვეთი, რომლის M და N ბოლოები AC კათეტზე და AB ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს, ეხება ამ წრეწირს. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედში, რომლის B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 15 სმ, ჩახაზულია 4 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი. AC გვერდის პარალელური MN მონაკვეთი, რომლის ბოლოები AB და BC გვერდებზე მდებარეობს, ეხება ამ წრეწირს. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=20 სმ.

5.9. ABC სამკუთხედში გავლებულია AM და BN სიმაღლეები. O მათი გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ:



1) AN, თუ $BO:AO=2:3$, BM= 6 სმ;
2) BM, თუ AN=4 სმ, ON=6 სმ, OM=3 სმ;
3) BC, თუ $MC:NC=5:2$, AC=10 სმ;
4) AC, თუ $AM:BN=5:6$, $AC+BC$ =33 სმ.

5.10. 1) მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის კათეტების სიგრძეა 2 სმ და 3 სმ, ჩახაზულია კვადრატი, რომელსაც სამკუთხედთან საერთო მართი კუთხე აქვს. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე.

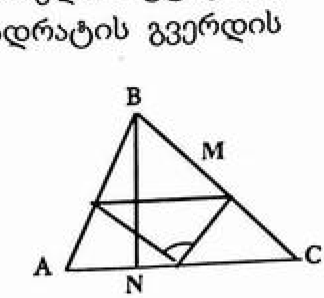
2) ABC მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის კათეტებია AC=12 სმ და BC=5 სმ, ჩახაზულია $MNKC$ მართკუთხედი. იპოვეთ BC კათეტზე მდებარე გვერდის სიგრძე, თუ მისი შეფარდება მართკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძესთან $\frac{3}{2}$-ის ტოლია.

3) ABC სამკუთხედში ჩახაზულია $BMNK$ რომბი ისე, რომ B მათი საერთო კუთხეა, ხოლო N წერტილი AC გვერდზე მდებარეობს. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე, თუ AB=4 სმ, BC=6 სმ.

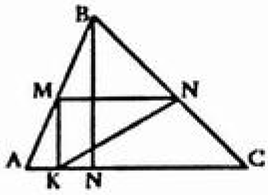
4) ABC სამკუთხედში ჩახაზულია $AMNK$ პარალელოგრამი ისე, რომ A კუთხე მათ საერთო აქვთ და N წერტილი BC გვერდზე მდებარეობს. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ $AM:MN=4:5$, AC=20 სმ, AB= 15 სმ.

5.11. 1) სამკუთხედში, რომლის ფუძის სიგრძეა 10 სმ და სიმაღლის სიგრძეა 8 სმ, ჩახაზულია კვადრატი ისე, რომ მისი ორი წვერო სამკუთხედის ფუძეზეა, დანარჩენი ორი კი – სამკუთხედის ფერდებზე. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე.

2) ABC სამკუთხედში AC=40 სმ. მისი სიმაღლე BM=30 სმ. მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროები ABC სამკუთხედის გვერდებზე მდებარეობს ისე, რომ ჰიპოტენუზა AC გვერდის პარალელურია. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.



3) ABC სამკუთხედში ჩახაზულია MNK მართკუთხა სამკუთხედი ისე, რომ MN კათეტი AC გვერდის პარალელურია. იპოვეთ B წვეროდან გავლებული სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძე, თუ AC=16 სმ, MN=4 სმ, MK=3 სმ.

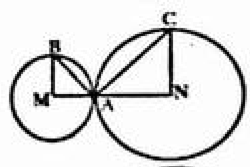


4) წრეწირი ეხება ABC სამკუთხედის AB გვერდს და კვეთს BC და AC გვერდებს M და N წერტილებში, რომლებიც ერთი და იმავე დიამეტრის ბოლოებს წარმოადგენს. იპოვეთ C წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე, თუ $AB=a$ და წრეწირის რადიუსია r.

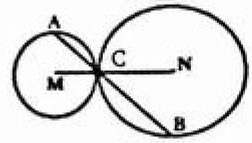
5) ABC სამკუთხედში AC=30 სმ და B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 18 სმ. ამ სამკუთხედში ჩახაზულია MNK სამკუთხედი ისე, რომ $MN \parallel AC$ და $K \in AC$. იპოვეთ K წვეროდან MN გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე, თუ MN=10 სმ.

6) ABC სამკუთხედში AC=20 სმ და B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 15 სმ. მართკუთხედის დიდი გვერდი მდებარეობს AC გვერდზე, ხოლო დანარჩენი ორი AB და BC გვერდებზე. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ ის ორჯერ მეტია მცირე გვერდის სიგრძეზე.

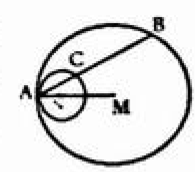
5.12. 1) წრეწირები ცენტრებით M და N წერტილებში გარედან ეხება ერთმანეთს A წერტილში. BM და CM არიან MN მონაკვეთის მართობული რადიუსები. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $AC:AB=$ 3:2 და წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილია 10 სმ.



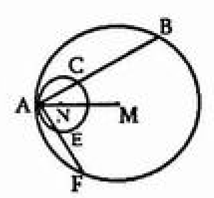
2) ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. შეხების წერტილში გავლებული AB წრფე წრეწირში წარმოშობს AC და BC ქორდებს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $AC:BC=3:7$, MN=40 სმ.



3) ორი წრეწირი ცენტრებით M და N წერტილებში შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. შეხების წერტილზე გავლებული წრფე წრეწირებში წარმოშობს AC და AB ქორდებს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $AC:BC=1:3$ და MN=9 სმ.

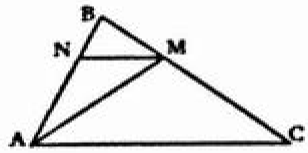


4) ორი წრეწირი ცენტრებით M და N წერტილებში შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. შეხების A წერტილზე გავლებული ორი წრფე წრეწირში წარმოშობს AB, AC, AF და AE ქორდებს. იპოვეთ AF ქორდის სიგრძე, თუ AE=5 სმ და $BC:AC$=2:1.



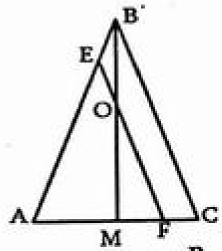
5.13. 1) ABC სამკუთხედის AB გვერდი გაყოფილია ხუთ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფეები. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდებს შორის მიღებული მონაკვეთების ჯამი, თუ AC=20 სმ.

2) პარალელოგრამის თითოეული დიაგონალი გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილები შეერთებულია. მიღებული პარალელოგრამის პერიმეტრია 17 სმ. იპოვეთ მოცემული პარალელოგრამის პერიმეტრი.

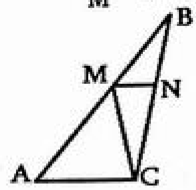


3) ABC სამკუთხედის A კუთხის ბისექტრისა BC გვერდს M წერტილში კვეთს. N არის AB გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $MN \parallel AC$. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=15 სმ, AB=10 სმ.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხეების ბისექტრისები ფერდებს კვეთს M და N წერტილებში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 30 სმ, ხოლო ფერდის სიგრძეა 20 სმ.

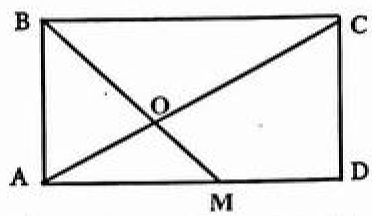


5.14. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული BM სიმაღლეს BC ფერდის პარალელური EF წრფე კვეთს O წერტილში ისე, რომ $BO:OM=1:2$. იპოვეთ CF მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=30 სმ.

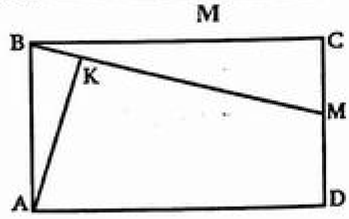


2) ABC სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $\angle CMB$ =120° და CMB კუთხის MN ბისექტრისა AC გვერდის პარალელურია. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ MC=12 სმ, MB=6 სმ.

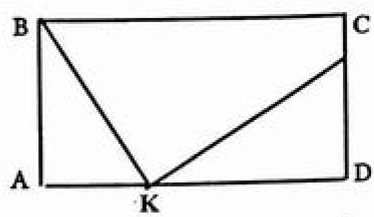
3) $ABCD$ მართკუთხედში AB=6 სმ. B წერტილისა და AD გვერდის M შუაწერტილის შემართებელი მონაკვეთი AC დიაგონალს O წერტილში კვეთს. იპოვეთ მანძილი O წერტილიდან BC გვერდამდე.



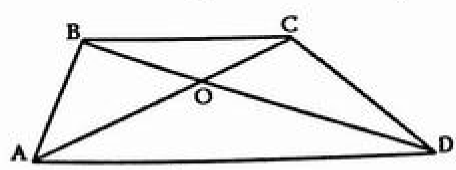
4) $ABCD$ მართკუთხედში AB=10 სმ. AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MD=2:1$. BM მონაკვეთი AC დიაგონალს O წერტილში კვეთს. იპოვეთ მანძილი O წერტილიდან AD გვერდამდე.



5) $ABCD$ მართკუთხედის CD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ CM=2 სმ, MD=3 სმ. BM მონაკვეთზე დაშვებულია AK მართობი. იპოვეთ BK მონაკვეთის სიგრძე, თუ BM=10 სმ.



6) $ABCD$ მართკუთხედის AD გვერდს K წერტილი ყოფს, 2:5 შეფარდებით. CD გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $\angle BKE$=90°, CE=2 სმ და ED=8 სმ. გამოთვალეთ მართკუთხედის BC გვერდის სიგრძე.



5.15. $ABCD$ ტრაპეციაში BC და AD ფუძეებია, ხოლო O არის მისი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ:

1) AO, თუ BO=15 სმ, OD=20 სმ, OC=12 სმ;

2) შუახაზის სიგრძე, თუ $AO:OC=3:2$, BC=8 სმ;

3) OC, თუ AD=15 სმ, BC=10 სმ, AC=10 სმ;

4) AD, თუ $BD:OD$=7:4, $BC+AD$=28 სმ.

5.16. 1) $ABCD$ ტრაპეციაში ($BC \parallel AD$) $\angle BAC = \angle ADC$. იპოვეთ AC დიაგონალის სიგრძე, თუ BC=2,5 სმ, AD=4 სმ.

2) $ABCD$ ტრაპეციაში ($BC \parallel AD$) $\angle ADC = \angle BAC$. იპოვეთ CD ფერდის სიგრძე, თუ AB=1,5 სმ, AC=4 სმ, BC =2,5 სმ.

3) $ABCD$ ტრაპეციაში AC დიაგონალი BC და AD ფუძეების მართობულია, ამასთან $\angle BAC+\angle ACD=90°$. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძე, თუ მისი ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 9 სმ.

4) $ABCD$ ტრაპეციაში ($BC \parallel AD$) AC დიაგონალი A კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს და $\angle ACB=\angle ADC$. იპოვეთ AD ფუძის სიგრძე, თუ AB=5 სმ, CD=8 სმ.

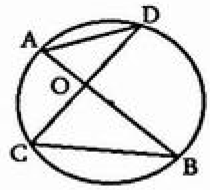
5.17. 1) ტრაპეციის ფუძეების პარალელური წრფე ტრაპეციის ფერდს ყოფს შეფარდებით 2:5 მცირე ფუძის მხრიდან. იპოვეთ ფერდებს შორის მოქცეული ამ წრფის მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეების 4 სმ და 11 სმ.

2) ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 6 სმ და 20 სმ. M და N წერტილები ფერდებზეა აღებული ისე, რომ MN ფუძის პარალელურია და MN=11 სმ. რა შეფარდებით ყოფენ M და N წერტილები ტრაპეციის ფერდებს?

3) ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფერდებს შორის მოთავსებული იმ მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც ფუძეების პარალელურია და გადის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე.

4) $ABCD$ ტრაპეციაში ($AD \parallel BC$) ფუძეების პარალელურად დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გამავალი წრფე ფერდებს კვეთს M და N წერტილებში. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე, თუ მცირე BC ფუძის სიგრძეა 4 სმ და MN მონაკვეთის სიგრძეა 4,8 სმ.

5.18. წრეწირში გავლებული AB და CD ქორდები იკვეთებიან O წერტილში. იპოვეთ:



1) CD, თუ CO =OD, AO=3სმ, BO=16 სმ;

2) AB, თუ AO:OB=2:3, CO =8 სმ; OD=12 სმ;

3) AO და OB, თუ CO=6 სმ, OD=8 სმ; $AB = 10\sqrt{3}$ სმ;

4) AD:BC, თუ AO: OB=3:4, CO:OD =2:3.

5.19. 1) M წერტილი მდებარეობს 9 სმ სიგრძის ქორდაზე და ცენტრიდან დაშორებულია 4 სმ-ით. იპოვეთ იმ მონაკვეთების სიგრძეები რომლებადაც ქორდას M წერტილი ყოფს, თუ წრეწირის რადიუსია 6 სმ.

2) წრეწირის რადიუსის მართობული ქორდა ამ რადიუსს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ქორდის სიგრძე, თუ რადიუსი 4 სმ-ის ტოლია.

3) წრეწირზე მდებარე წერტილიდან დიამეტრზე დაშვებული მართობი დიამეტრს ყოფს 9 სმ და 16 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ამ მართობის სიგრძე.

4) წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს ABC მართკუთხა სამკუთხედის AC კათეტზე, გადის ჰიპოტენუზის A და B ბოლო წერტილებში. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ AC=8 სმ, BC=4 სმ.

5) ABC ტოლფერდა სამკუთხედში $AB=BC$ და BD სიმაღლეა. იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც სამკუთხედის სამივე წვეროზე გადის, თუ $AC=BD$=40 სმ.

6) ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 16 სმ. იპოვეთ მასზე დაშვებული სიმაღლე, თუ იმ წრეწირის დიამეტრი, რომელიც სამკუთხედის სამივე წვეროზე გადის, 20 სმ-ის ტოლია.

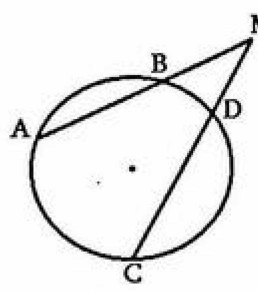
5.20. 1) A წერტილიდან 2 სმ რადიუსის მქონე წრეწირისადმი გავლებულია მხები, რომელიც წრეწირს B წერტილში ეხება. იპოვეთ უდიდესი მანძილი A წერტილიდან წრეწირის წერტილებამდე, თუ $AB = 3\sqrt{5}$ სმ.

2) A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია 60 სმ სიგრძის მხები და მკვეთი, რომლის გარე ნაწილი ისე შეეფარდება შიგა ნაწილს, როგორც 9:7. იპოვეთ მკვეთის სიგრძე.

3) A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია მხები და მკვეთი. მხების სიგრძე მეტია მკვეთის გარე და შიგა ნაწილებზე შესაბამისად 8 სმ-ით და 4 სმ-ით. იპოვეთ მხების სიგრძე.

4) წრეწირის გარეთ მდებარე წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია მხები და მკვეთი. ამ მონაკვეთების სიგრძეების ჯამი 15 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მხების სიგრძე, თუ ის 2 სმ-ით მეტია მკვეთის გარე ნაწილზე.

5.21. M წერტილიდან გავლებულია ერთი და იმავე წრეწირის ორი მკვეთი. პირველი წრეწირს კვეთს A და B წერტილებში, მეორე კი – C და D წერტილებში. იპოვეთ:



1) MD, თუ MA =15 სმ, MB =6 სმ, MC =30 სმ;

2) MB, თუ AB =11 სმ, CD =7 სმ, MD=5 სმ;

3) MB, თუ MD = 4 სმ, DC =16 სმ, MB: AB=1:4.

4) AM:MC, თუ AB: MB =6:5, CD:MD=5:3.

რთული ამოცანები

5.22. 1) M წერტილი $ABCD$ ტრაპეციის BC ფუძეზე მდებარეობს, ხოლო N წერტილი – CD ფერდზე. AM და BN მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილია E. იპოვეთ $CN:ND$, თუ $AE:ME=3:1$, $BE:EN=2:1$.

2) $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდი დაყოფილია n ტოლ ნაწილად. დაყოფის პირველი წერტილის (A წერტილის მხრიდან) B წვეროსთან შემაერთებელი მონაკვეთი AC დიაგონალს კვეთს M წერტილში. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AC=a$.

3) ABC ტოლფერდა სამკუთხედში ($AB=BC$) $\angle B=20°$. ამ სამკუთხედში გავლებულია AN და CM მონაკვეთები ისე, რომ $\angle CAN=60°$, $\angle ACM=50°$. იპოვეთ ANM კუთხის სიდიდე.

4) O ცენტრის მქონე წრეწირის AB ქორდაზე აღებულია ნებისმიერი M წერტილი. წერტილებზე A, M და O გავლებულია მეორე წრეწირი, რომელიც პირველ წრეწირს კვეთს A და C წერტილებში. იპოვეთ MC მონაკვეთის სიგრძე, თუ $MB=a$.

ამოცანები დამტკიცებაზე

5.23. 1) O არის $ABCD$ ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. აჩვენეთ რომ $AO\cdot BO=DO\cdot CO$.

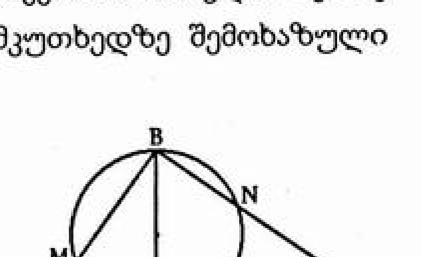
2) M არის ურთიერთგადამკვეთი ორი წრეწირის საერთო ქორდის გაგრძელებაზე აღებული ნებისმიერი წერტილი. აჩვენეთ, რომ M წერტილიდან წრეწირებისადმი გავლებული მხებების მონაკვეთები შეხების წერტილამდე, ტოლია.

3) ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გავლებულია ფუძეების პარალელური წრფე. აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის ფერდებს შორის მოქცეულ ამ წრფის მონაკვეთს ეს წერტილი შუაზე ყოფს.

4) $ABCD$ პარალელოგრამში M და N შესაბამისად BC და CD გვერდების შუაწერტილებია. აჩვენეთ, რომ AM და AN წრფეებით BD დიაგონალი სამ ტოლ ნაწილად იყოფა.

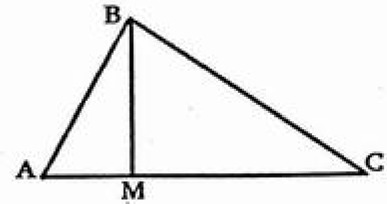
5) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეების ნამრავლი, მესამე გვერდისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძისა და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრის ნამრავლის ტოლია.

6) წრეწირი, რომლის დიამეტრი ABC სამკუთხედის AC გვერდზე დაშვებულ BD სიმაღლეს ემთხვევა, სამკუთხედის AB გვერდს M წერტილში კვეთს, ხოლო BC გვერდს N წერტილში. აჩვენეთ, რომ BMN და ABC სამკუთხედები მსგავსია.



ტესტი 5.1

1. M არის ABC სამკუთხედის AC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $MC=BC$. იპოვეთ ABM კუთხის სიდიდე, თუ $\angle A=40°$, $\angle C=30°$.



ა) 40° ბ) 35° გ) 30° დ) 25°

2. ორი წრეწირი, რომელთა დიამეტრია 18 დმ და 8 დმ, ორ წერტილში კვეთს ერთმანეთს. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს მანძილი ამ წრეწირების ცენტრებს შორის?

ა) 4 დმ ბ) 6 დმ გ) 13 დმ დ) 15 დმ

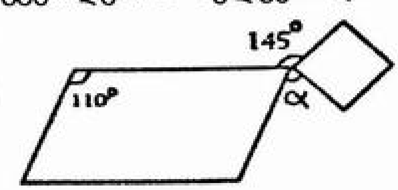
3. თერთმეტკუთხედში გაავლეს ყველა შესაძლო დიაგონალი. იპოვეთ მათი რაოდენობა.

ა) 33 ბ) 44 გ) 55 დ) 66

4. პარალელოგრამის პერიმეტრი 9-ჯერ მეტია პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე მცირე გვერდის სიგრძეზე?

ა) 2,5-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) 3,5-ჯერ დ) 4,5-ჯერ

5. საერთო წვეროს მქონე პარალელოგრამისა და კვადრატის გვერდებით შედგენილი კუთხეებიდან ერთ-ერთის სიდიდეა 145°. რამდენი გრადუსია α კუთხის სიდიდე, თუ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის გრადუსული ზომაა 110°?



ა) 35° ბ) 45° გ) 50° დ) 55°

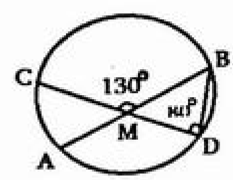
6. $ABCD$ პარალელოგრამის AB გვერდის სიგრძე ორჯერ მეტია AD გვერდის სიგრძეზე, BD დიაგონალი კი BC გვერდის მართობულია. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდე.

ა) 30° ბ) 35° გ) 45° დ) 60°

7. $ABCD$ ოთხკუთხედის AB, BC, CD და AD გვერდების სიგრძეებია შესაბამისად 3,1 მ, 3,5 მ, 6,3 მ და 6,3 მ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს BD დიაგონალის სიგრძე?

ა) 3 მ ბ) 3,5 მ გ) 8 მ დ) 9,1 მ

8. წრეწირის AB და CD ქორდები ერთმანეთს M წერტილში კვეთს. იპოვეთ ACD ჩახაზული კუთხის სიდიდე, თუ $\angle CMB=130°$, $\angle MDB=80°$.

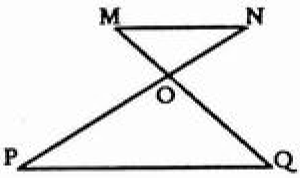


ა) 30° ბ) 40° გ) 45° დ) 50°

9. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AC=AM=BM=a$. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ $AB=BC$.

ა) $\frac{(1+\sqrt{5})a}{2}$ ბ) $\frac{(1+\sqrt{2})a}{2}$ გ) $\frac{(1+\sqrt{3})a}{2}$ დ) $\frac{(\sqrt{3}-1)a}{2}$

10. MN და PQ პარალელური მონაკვეთებია. O არის PN და MQ მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ $OM:MQ$, თუ POQ და MON სამკუთხედების პერიმეტრების შეფარდებაა 9:4.



ა) 4:9 ბ) 2:3 გ) 4:13 დ) 9:13

11. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 3 სმ და 5 სმ ერთმანეთს გარედან ეხება. შეხების წერტილზე გავლებული წრფე ამ წრეწირებს შესაბამისად A და B წერტილებში გადაკვეთს. იპოვეთ AB მონაკვეთის იმ ნაწილის სიგრძე, რომელიც მცირე წრეწირის ქორდას წარმოადგენს, თუ $AB=24$ სმ.

ა) 8 სმ ბ) 9 სმ გ) 12 სმ დ) 15 სმ

12. AB და CD ქორდები M წერტილში იკვეთებიან. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB: MB=4:1$, $CM=6$, $MD=8$.

ა) 4 სმ ბ) 8 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

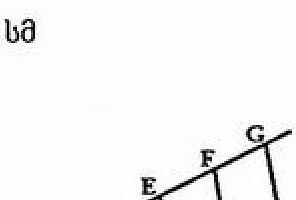
13. ფაბრიკის მილს 7 მ სიგრძის ჩრდილი აქვს. იმავე დროს ვერტიკალურად მიწაში ჩამაგრებული 2,4 მ სიმაღლის ბოძის ჩრდილი 1,6 მ სიგრძისაა. იპოვეთ მილის სიმაღლე.

ა) 8 მ ბ) 8,5 მ გ) 10,5 მ დ) 14 მ

14. ABC ტოლფერდა სამკუთხედია $AB=BC=5$ სმ. BC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $AC=AD$. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AC=2$ სმ.

ა) $\frac{2}{5}$ სმ ბ) $\frac{4}{5}$ სმ გ) $\frac{6}{5}$ სმ დ) 4,2 სმ

15. M კუთხის გვერდები გადაკვეთილია წყვილ-წყვილად პარალელური EL, FN და GK მონაკვეთებით. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?



ა) $2FN=EL+GK$ ბ) $ME\cdot EF=ML\cdot LN$ გ) $ML\cdot KG=EL\cdot MK$

დ) $\frac{MG}{MF}=\frac{MN}{ML}$

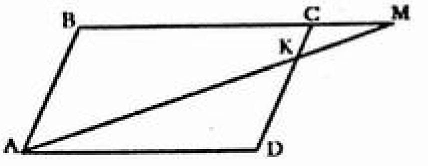
16. $ABCD$ ტრაპეციაში ($BC\parallel AD$), $\angle ABD=\angle BCD$, $AB:CD=2:3$, $BC=6$ სმ. იპოვეთ BD დიაგონალის სიგრძე.

ა) 2 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) 6 სმ

17. *ABCD* ტრაპეციაში *AB* და *BC* ფერდების გაგრძელებები *M* წერტილში იკვეთება. იპოვეთ *BC* მცირე ფუძის სიგრძე, თუ $MD:CD=7:5$, $AD=10{,}5$ სმ.

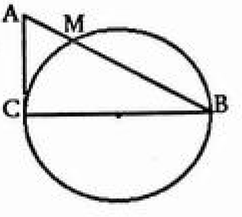
ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 4,5 სმ დ) 5 სმ

18. *ABCD* პარალელოგრამის *CD* გვერდზე აღებული *K* წერტილი ამ გვერდს $CK=3$ სმ და $KD=5$ სმ სიგრძის მონაკვეთებად ყოფს. *AK* სხივი *BC* გვერდის გაგრძელებას *M* წერტილში კვეთს. იპოვეთ *AD* გვერდის სიგრძე, თუ $CM=1{,}5$ სმ.



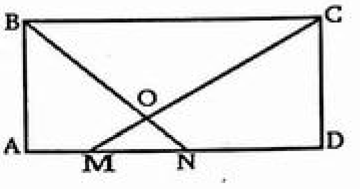
ა) 2 სმ ბ) 2,5 სმ გ) 3 სმ დ) 3,5 სმ

19. *ABC* მართკუთხა სამკუთხედის *BC* კათეტზე, როგორც დიამეტრზე შემოხაზული წრეწირი *AB* ჰიპოტენუზას ისეთი *M* წერტილში კვეთს, რომ $AM=2$ სმ, $BM=6$ სმ. იპოვეთ *A* კუთხის გრადუსული ზომა.



ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 70°

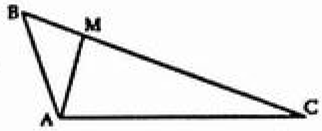
20. *ABCD* მართკუთხედის *AD* გვერდზე, *A*-დან *D*-კენ, მიმდევრობით აღებულია ჯერ *M* და შემდეგ *N* წერტილები ისე, რომ $AM=MN=1$ სმ, $ND=2$ სმ. *O* არის *BN* და *CM* მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ მანძილი *O* წერტილიდან *CD* გვერდამდე.



ა) 2 სმ ბ) 2,2 სმ გ) 2,3 სმ დ) 2,4 სმ

ტესტი 5.2

1. ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AC=MC$. იპოვეთ BAM კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C=20°$, $\angle B=65°$.



ა) 5° ბ) 10° გ) 15° დ) 20°

2. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 12 სმ და 18 სმ, ერთმანეთს კვეთს ორ წერტილში, ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს, მანძილი ამ წრეწირების ცენტრებს შორის?

ა) 3 სმ ბ) 7 სმ გ) 8 სმ დ) 12 სმ

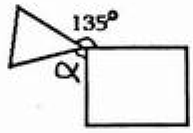
3. მრავალკუთხედის ორი არამეზობელი წვეროდან გავლებული ყველა დიაგონალის რიცხვი 15 აღმოჩნდა. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

ა) 8 ბ) 9 გ) 10 დ) 11

4. მართკუთხედის სიგრძე 2,5-ჯერ მეტია მის სიგანეზე. რის ტოლია ამ მართკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება მართკუთხედის სიგრძესთან?

ა) $\frac{7}{5}$ ბ) $\frac{14}{5}$ გ) $\frac{12}{5}$ დ) $\frac{10}{3}$

5. საერთო წვეროს მქონე კვადრატისა და ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდებით შედგენილი კუთხეებიდან ერთ-ერთის სიდიდეა 135°. რამდენი გრადუსია α კუთხის სიდიდე?



ა) 65° ბ) 70° გ) 75° დ) 80°

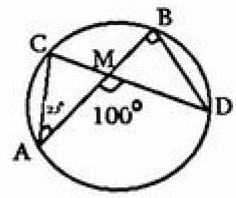
6. $ABCD$ პარალელოგრამის BD დიაგონალი BC გვერდის ტოლია და მისი მართობულია. რამდენი გრადუსის ტოლია ABD კუთხის სიდიდე?

ა) 30° ბ) 35° გ) 45° დ) 60°

7. $ABCD$ ოთხკუთხედის AB, BC, CD და AD გვერდების სიგრძეებია შესაბამისად 4,2 მ, 6,7 მ, 8,2 მ და 3,1 მ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს AC დიაგონალის სიგრძე?

ა) 4,6 მ ბ) 5,1 მ გ) 7.5 მ დ) 11,1 მ

8. წრეწირის AB და CD ქორდები ერთმანეთს M წერტილში კვეთს. იპოვეთ ამ წრეწირში ჩახაზული ABD კუთხის სიდიდე, თუ $\angle CAB=20°$, $\angle AMD=100°$.

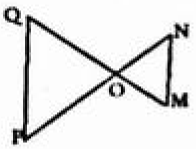


ა) 70° ბ) 80° გ) 90° დ) 100°

9. ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $BM=7$, $MC=9$ და $\angle MAC=\angle ABC$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.

ა) 16 ბ) 15 გ) 13 დ) 12

10. MN და PQ პარალელური მონაკვეთებია. O არის MQ და PN მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ POQ და MON სამკუთხედების პერიმეტრების შეფარდება, თუ $PN: ON=9:4$.



ა) $\frac{4}{9}$ ბ) $\frac{9}{4}$ გ) $\frac{5}{4}$ დ) $\frac{4}{5}$

11. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 3 სმ და 5 სმ, შიგნიდან ეხება ერთმანეთს C წერტილში. შეხების წერტილზე გავლებული წრფე მცირე და დიდ წრეწირებს გადაკვეთს შესაბამისად B და A წერტილში. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=4 სმ.

ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

12. AB და CD ქორდები M წერტილში იკვეთება ისე, რომ $AM=MB$ და $MD:CM=1:4$. იპოვეთ CD ქორდის სიგრძე, თუ AB=12 სმ.

ა) 15 სმ ბ) 18 სმ გ) 20 სმ დ) 21 სმ

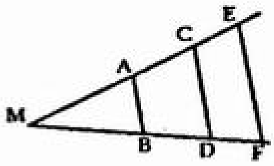
13. 50 მ სიმაღლის ტრამპლინიდან მოთხილამურე 60 მ სიგრძეზე გადახტა. რამდენი მეტრი იქნება იგივე მოთხილამურის ნახტომის სიგრძე, თუ ის 80 მ სიმაღლის ტრამპლინიდან გადახტება?

ა) 72 მ ბ) 80 მ გ) 88 მ დ) 96 მ

14. M არის ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ($AB=BC$) AC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $BM = MC$. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ BM=6 სმ, AB=9 სმ.

ა) 7 სმ ბ) 7,5 სმ გ) 8 სმ დ) 8,5 სმ

15. M კუთხის გვერდები გადაკვეთილია ერთმანეთის პარალელური AB, CD და EF მონაკვეთებით. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელი არ არის ჭეშმარიტი?



ა) $\dfrac{MC}{MA}=\dfrac{CD}{AB}$ ბ) $\dfrac{EF}{AB}=\dfrac{ME}{MA}$ გ) $\dfrac{AC}{CE}=\dfrac{BD}{DF}$ დ) $\dfrac{MC}{CE}=\dfrac{MD}{BD}$

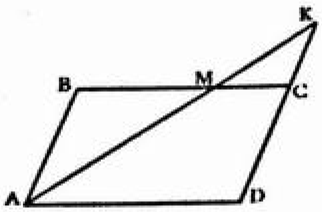
16. O არის $ABCD$ ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი ($BC \parallel AD$). იპოვეთ OC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=10 სმ, BO=5 სმ, OD=20 სმ.

ა) 2 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) 8 სმ

17. $ABCD$ ტრაპეციაში AB და DC ფერდების გაგრძელებები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AD=16 სმ, BC=4 სმ, AB=9 სმ.

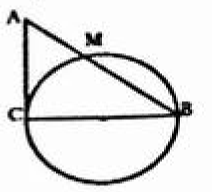
ა) 11 სმ ბ) 12 სმ გ) 12,5 სმ დ) 13 სმ

18. $ABCD$ პარალელოგრამის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $BM:MC=3:2$. AM წრფე CD გვერდის გაგრძელებას K წერტილში კვეთს. იპოვეთ CK მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=12 სმ.



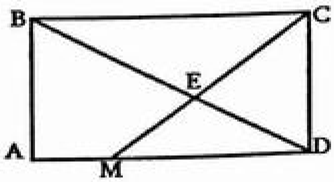
ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 9 სმ

19. ABC მართკუთხა სამკუთხედის BC კათეტზე, როგორც დიამეტრზე, შემოხაზული წრეწირი AB ჰიპოტენუზას ისეთი M წერტილში კვეთს, რომ AM=4 სმ, BM=5 სმ. იპოვეთ წრეწირის დიამეტრი.



ა) $2\sqrt{5}$ სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) $3\sqrt{5}$ სმ

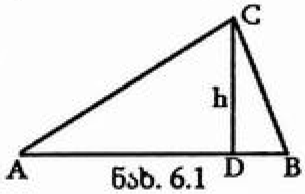
20. $ABCD$ მართკუთხედის AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MD=2:3$. CM მონაკვეთი BD დიაგონალს E წერტილში კვეთს. იპოვეთ BE მონაკვეთის სიგრძე, თუ BD=24 სმ.



ა) 15 სმ ბ) 16 სმ გ) 18 სმ დ) 20 სმ

§ 6. პითაგორას თეორემა

განვიხილოთ ABC მართკუთხა სამკუთხედი ($\angle C=90°$) და მართი C კუთხის წვეროდან დავუშვათ CD სიმაღლე. კათეტების გეგმილები ჰიპოტენუზაზე არის AD და BD მონაკვეთები.



ნახ. 6.1

ACD, CBD და ABC სამკუთხედების მსგავსობიდან ადვილად დავრწმუნდებით, რომ

I. **ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის კვადრატი კათეტების ჰიპოტენუზაზე გეგმილების ნამრავლის ტოლია:**

$$CD^2 = AD \cdot BD.$$

II. **კათეტის კვადარატი ტოლია ჰიპოტენუზისა და ჰიპოტენუზაზე იმ კათეტის გეგმილის ნამრავლის:**

$$AC^2 = AB \cdot AD, \qquad (1)$$

$$BC^2 = AB \cdot BD. \qquad (2)$$

უკანასკნელი ორი ტოლობის შეკრებით მივიღებთ პითაგორას თეორემას: **მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების კვადრატების ჯამი ჰიპოტენუზის კვადრატის ტოლია, ე.ი.**

$$AC^2 + BC^2 = AB^2.$$

(1) და (2) ტოლობის ერთმანეთზე გაყოფით მივიღებთ $\frac{AD}{BD} = \frac{AC^2}{BC^2}$, ანუ ჰიპოტენუზაზე კათეტების გეგმილების შეფარდება შესაბამისი კათეტების კვადრატების შეფარდების ტოლია.

* * *

6.1. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ კათეტების სიგრძეებია:

1) 3 სმ და 4 სმ 2) 5 სმ და 12 სმ 3)15 სმ და 20 სმ 4) 1 სმ და 7 სმ

6.2. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის სიგრძე, თუ ჰიპოტენუზა და მეორე კათეტი შესაბამისად ტოლია:

1) 25 სმ და 7 სმ 2) 30 სმ და 24 სმ 3)20 სმ და 10 სმ 4) 9 სმ და 7 სმ

6.3. 1) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების შეფარდებაა 3:4, ხოლო ჰიპოტენუზის სიგრძეა 15 სმ. იპოვეთ უმცირესი კათეტის სიგრძე.

2) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისა და ერთ-ერთი კათეტის შეფარდებაა 13:5, ხოლო მეორე კათეტის სიგრძეა 48 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

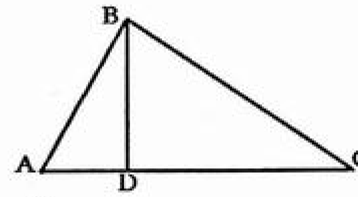
3) მართკუთხა სამკუთედის ჰიპოტენუზისა დ ერთ-ერთი კათეტის სიგრძეების შეფარდებაა 17:15. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი უმცირესი კათეტის სიგრძეზე?

4) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეების შეფარდებაა 6:8. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი ჰიპოტენუზის სიგრძეზე?

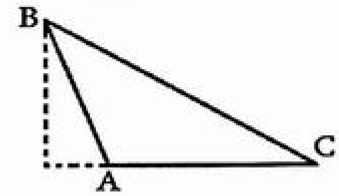
6.4. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 17 სმ, ხოლო ფუძის სიგრძეა 16 სმ. იპოვეთ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 24 სმ, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

3) ABC სამკუთხედში A და C კუთხეები მახვილია. AB=25 სმ, BC=30 სმ, ხოლო AC გვერდზე დაშვებული BD სიმაღლის სიგრძეა 24 სმ. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.



4) ABC სამკუთხედში A კუთხე ბლაგვია. AB=25 სმ, BC=30 სმ, ხოლო B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 24 სმ. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.



6.5. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ისე შეეფარდება ფერდს, როგორც 24:13. იპოვეთ ფერდის სიგრძე, თუ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 15მ.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის ფერდთან შეფარდებაა 5:13. იპოვეთ ფერდის სიგრძე, თუ ფუძის სიგრძეა 48 მ.

3) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძე 2,6-ჯერ ნაკლებია ფერდის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი ფუძის სიგრძეზე?

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძე 1,2-ჯერ მეტია ფუძის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი ფერდის სიგრძეზე?

6.6. 1) მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 20 მ და 21 მ. იპოვეთ დიაგონალის სიგრძე.

2) მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 15 მ და ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 9 მ. იპოვეთ ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

3) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 7:24, ხოლო დიაგონალის სიგრძეა 50 მ. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

4) მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე ისე შეეფარდება ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეს, როგორც 17:8. იპოვეთ დიაგონალის სიგრძე, თუ მეორე გვერდის სიგრძეა 45 მ.

6.7. 1) რომბის დიაგონალების სიგრძეებია 10 მ და 24 მ. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე.

2) რომბის ერთი დიაგონალის სიგრძეა 8 მ, ხოლო პერიმეტრია 20 მ. იპოვეთ მეორე დიაგონალის სიგრძე.

3) რომბის გვერდის სიგრძეა 5 მ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 8 მ. იპოვეთ მეორე დიაგონალის სიგრძე.

4) რომბის დიაგონალების შეფარდებაა 5:12. იპოვეთ რომბის მცირე დიაგონალის სიგრძე, თუ გვერდის სიგრძეა 26 მ.

6.8. 1) იპოვეთ კვადრატის დიაგონალის სიგრძე, თუ მისი გვერდის სიგრძეა a.

2) იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე, თუ მისი დიაგონალის სიგრძეა d.

3) იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძე, თუ მისი გვერდის სიგრძეა a.

4) იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდის სიგრძე, თუ მისი სიმაღლის სიგრძეა h.

5) იპოვეთ ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის სიგრძე, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა c.

6) იპოვეთ მანძილი ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე, თუ კათეტის სიგრძეა a.

6.9. 1) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 5 სმ და $\sqrt{14}$-სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზისადმი გავლებული მედიანის სიგრძე.

2) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია $4\sqrt{5}$ სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე.

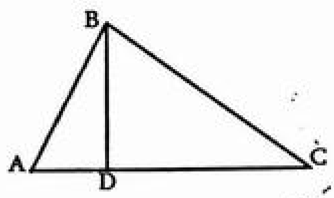
3) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $AB=10$ სმ, $BC=8$ სმ. იპოვეთ B წვეროდან გავლებული მედიანის სიგრძე.

4) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $AB=2\sqrt{21}$ სმ, $AC=2\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ მანძილი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან A წვერომდე.

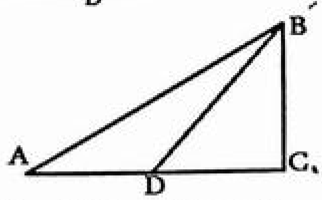
6.10. 1) BD არის ABC სამკუთხედის სიმაღლე. $\angle A=45°$, $AD=7$ სმ, $CD=24$ სმ. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე.

2) BD არის სამკუთხედის სიმაღლე. $\angle A=30°$, $CD=24$ სმ, $BC=26$ სმ. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე.

3) ნახაზზე $BD \perp AC$, $AB=10$ სმ, $AD=6$ სმ, $DC=8$ სმ. იპოვეთ C კუთხის სიდიდე.



4) ნახაზზე $\angle C=90°$, $AB=17$ სმ, $BC=8$ სმ, $AD=9$ სმ. იპოვეთ BD მონაკვეთის სიგრძე.



6.11. 1) რამდენჯერ მეტია ტოლგვერდა სამკუთხედის პერიმეტრი ამავე სამკუთხედის მედიანაზე?

2) რამდენჯერ მეტია კვადრატის პერიმეტრი მისი დიაგონალის სიგრძეზე?

3) რამდენჯერ მეტია ტოლგვერდა სამკუთხედის პერიმეტრი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან რომელიმე წვერომდე მანძილზე?

4) რამდენჯერ მეტია ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრი მანძილზე ამ სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე?

6.12. 1) იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები, თუ ჰიპოტენუზაზე მათი გეგმილებია 9 სმ და 16 სმ.

2) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო მისი გეგმილი ჰიპოტენუზაზე 6,4 სმ-ია. იპოვეთ მეორე კათეტის სიგრძე.

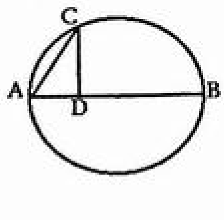
3) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების შეფარდებაა 3:4, სიმაღლე კი ჰიპოტენუზას ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთაგან ერთი 28 სმ-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

4) მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 12 სმ და ჰიპოტენუზას ყოფს შეფარდებით 9:4. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

5) მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების შეფარდებაა 2:3, ჰიპოტენუზისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 24 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

6) მართკუთხა სამკუთხედში ერთი კათეტის სიგრძეა 20 სმ, ხოლო ჰიპოტენუზისადმი გავლებული სიმაღლის სიგრძეა 12 სმ. იპოვეთ მეორე კათეტის სიგრძე.

6.13. AB არის წრეწირის დიამეტრი, AC ამავე წრეწირის ქორდაა, ხოლო D არის C წერტილიდან დიამეტრზე დაშვებული მართობის ფუძე. იპოვეთ:



1) AD, თუ AB=36 სმ, AC=12 სმ; 2) AB, თუ AD: DB=4:9, CD=12 სმ;

3) CD, თუ AD =10 სმ, DB =40 სმ; 4) AB, თუ AC=15 სმ, CD=9 სმ;

5) AC, თუ AD:AC=1:4, AB=80 სმ; 6) AC, თუ AC: CD=5:4, AB=25 სმ.

6.14. 1) მართკუთხედის წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობი ამ დიაგონალს 9 სმ და 16 სმ სიგრძის მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ მართკუთხედის პარამეტრი.

2) მართკუთხედის წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობი ამ დიაგონალს ყოფს შეფარდებით 4:9. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მართობის სიგრძეა 12 სმ.

3) მართკუთხედის ორი წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობები ამ დიაგონალს ყოფს შეფარდებით 1:4:1. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ მცირე გვერდის სიგრძეა $5\sqrt{6}$ სმ.

4) მართკუთხედის ორი წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობები ამ დიაგონალს სამ ტოლ ნაწილად ყოფს. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი დიდი გვერდის სიგრძეა 5 სმ.

6.15. 1) ABC სამკუთხედში $AB=10$ სმ, $\angle A=30°$, $\angle C=135°$. იპოვეთ AC.

2) ABC სამკუთხედში $AC=5$ სმ, $\angle A=30°$, $\angle C=135°$. იპოვეთ AB.

3) ABC სამკუთხედში $AC=5$ სმ, $\angle A=45°$, $\angle C=120°$. იპოვეთ AB.

4) ABC სამკუთხედში $AB=10$ სმ, $\angle A=45°$, $\angle C=120°$. იპოვეთ AC.

6.16. 1) იპოვეთ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ მართკუთხედის გვერდებია 6 სმ და 2 სმ.

2) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 3:4. იპოვეთ ეს გვერდები, თუ ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 20 სმ.

3) იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ კათეტების სიგრძეებია 18 სმ და 24 სმ.

4) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი შეხების წერტილით ჰიპოტენუზას ყოფს 2 სმ და 3 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

6.17. 1) მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის კათეტის სიგრძე a-ს ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

2) იპოვეთ ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსთან.

3) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილი ჰიპოტენუზას ყოფს შეფარდებით 3:2. იპოვეთ ამ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები, თუ ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 5 სმ.

4) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილი ჰიპოტენუზას ყოფს შეფარდებით 15:14, ხოლო ამ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების სხვაობაა 17 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

5) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის შეხების წერტილი ჰიპოტენუზას ყოფს შეფარდებით 3:2, ხოლო ამ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების სხვაობა 6 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ კათეტების სიგრძეები.

6) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების შეფარდებაა 15:8, ხოლო ამ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების ჯამია 46 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე.

6.18. 1) წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ წრფისადმი გავლებულია ორი დახრილი. ერთი მათგანის სიგრძეა 20 სმ, მისი გეგმილი ამ წრფეზე არის 12 სმ. იპოვეთ მეორე დახრილის სიგრძე, თუ ის წრფესთან ადგენს 45°-ის ტოლ კუთხეს.

2) წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან წრფისადმი გავლებულია ორი დახრილი. ერთი მათგანის სიგრძეა 30 სმ, მისი გეგმილი ამ წრფეზე არის 18 სმ. იპოვეთ მეორე დახრილი სიგრძე, თუ ის წრფესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს.

3) წრფის გარეთ მდებარე M წერტილიდან წრფისადმი გავლებულია 15 სმ სიგრძის MO მართობი. ამავე M წერტილიდან მართობის ერთ მხარეს გატარებულია ორი დახრილი, რომელთაგან ერთის სიგრძეა 25 სმ, ხოლო მეორე წრფესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

4) წრფის გარეთ მდებარე წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი. ერთის სიგრძეა 20 სმ და წრფესთან ადგენს 30°-ის ტოლ კუთხეს, ხოლო მეორე წრფესთან ადგენს 45°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

6.19. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 30 სმ და 18 სმ, ფერდი – 10 სმ. იპოვეთ სიმაღლის სიგრძე.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 12 სმ და 18 სმ, სიმაღლე – 4 სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა ტრაპეციაში ფერდია 20 სმ, სიმაღლე – 16 სმ, შუახაზი კი – 40 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

4) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალის სიგრძეა $4\sqrt{5}$ სმ, სიმაღლის – 4 სმ. იპოვეთ შუახაზის სიგრძე.

6.20. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 36 სმ და 28 სმ, ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

2) მართკუთხა ტრაპეციაში ფუძეების სიგრძეებია 32 სმ და 26 სმ, მცირე ფერდია 8 სმ. იპოვეთ დიდი ფერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია და მისი სიგრძეა 4 სმ. ფერდის სიგრძეა 3 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

4) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. ტრაპეციის ფერდია 13 სმ, ხოლო სიმაღლე 12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე.

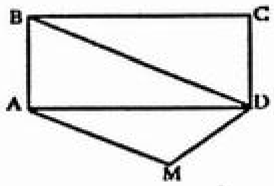
6.21. 1) ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მათი სიგრძეებია 6 და $6\sqrt{3}$. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

2) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის AB ფერდის სიგრძე, თუ BC და AD ფუძეების სიგრძეებია 6 სმ და 10 სმ.

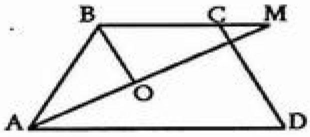
3) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში A და B კუთხეები მართია, ხოლო $\angle BCD = 135°$. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე, თუ $AC = \sqrt{5}$, $CD = \sqrt{2}$.

4) ტრაპეციის ფუძეებია 22 სმ და 12 სმ, ხოლო ფერდების სიგრძეებია 17 სმ და 21 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

6.22. 1) ტრაპეციის მცირე ფუძესთან მდებარე ბლაგვი კუთხეების წვეროები მონაკვეთებით შეერთებულია დიდ ფუძეზე მდებარე წერტილთან. ამ მონაკვეთების სიგრძეებია 13 და 15, ხოლო ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძეა 12. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძე.

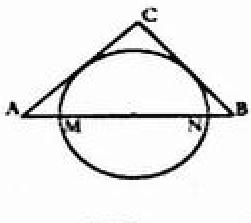


2) *ABCD* მართკუთხედის *A* წვეროდან გავლებულია *BD* დიაგონალის პარალელური *AM* მონაკვეთი ისე, რომ *ABDM* ტოლფერდა ტრაპეციაა. იპოვეთ მართკუთხედის *AB* გვერდის სიგრძე, თუ *BD*=6 სმ, *AM*=4 სმ.

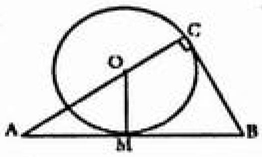


3) *ABCD* ტოლფერდა ტრაპეციაში *BC*=4 სმ, *AD*=10 სმ, *AB*=*CD*=5 სმ. *A* კუთხის ბისექტრისა *BC* გვერდის გაგრძელებას *M* წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ *ABM* სამკუთხედის *B* წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე.

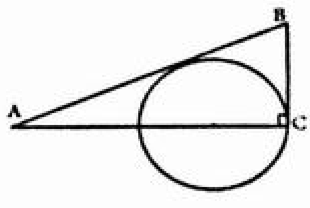
4) მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 5 სმ და 2 სმ, ხოლო დიდი ფერდის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ მანძილი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან დიდ ფუძემდე.



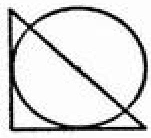
6.23. 1) წრეწირის ცენტრი მდებარეობს ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის *AB* ჰიპოტენუზის შუა წერტილში. ეს წრეწირი ეხება სამკუთხედის ორივე კათეტს და ჰიპოტენუზას კვეთს *M* და *N* წერტილებში. იპოვეთ *AM* მონაკვეთის სიგრძე, თუ *AC*=6 სმ.



2) წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს მართკუთხა *ABC* სამკუთხედის ($\angle C=90°$) *AC* კათეტზე, გადის მართი კუთხის წვეროზე და ეხება *AB* ჰიპოტენუზას *M* წერტილში. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ *AB*=10 სმ, *AC*=8 სმ.



3) *ABC* მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, *AB*=*c*, *BC*=*b*. წრეწირი, რომლის ცენტრი *AC* კათეტზე, მდებარეობს, გადის მართი კუთხის წვეროზე და ეხება ჰიპოტენუზას. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი.



4) წრეწირის ცენტრი მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შუაწერტილში მდებარეობს და ეხება კუთხის ორივე გვერდს. რამდენით მეტია სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე წრეწირის დიამეტრზე, თუ სამკუთხედის კათეტის სიგრძე 2 სმ.

6.24. 1) წრეწირზე, რომლის რადიუსია 10 სმ, აღებულია *A*, *B* და *C* წერტილები ისე, რომ *A* წერტილიდან გავლებული დიამეტრი *BC* ქორდის მართობულია. იპოვეთ მანძილი *A* წერტილიდან *BC* ქორდამდე, თუ *AB*=16 სმ.

2) წრეწირზე აღებულია *A*, *B* და *C* წერტილები ისე, რომ *AB*=20 სმ, *BC*=24 სმ. დიამეტრი, რომლის ერთ-ერთი ბოლოა *A* წერტილი, *BC* ქორდის მართობულია. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

3) კვადრატის ორი წვერო წრეწირის დიამეტრზე მდებარეობს, დანარჩენი ორი კი წრეწირზე. იპოვეთ კვადრატის გვერდი, თუ წრეწირის რადიუსია 10 სმ.

4) მართკუთხედის ორი წვერო წრეწირის დიამეტრზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი ამ წრეწირზე. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მართკუთხედის გვერდებია 4 სმ და 6 სმ.

6.25. 1) სამკუთხედის ფუძეა 42 სმ. ამ გვერდისადმი გავლებული სიმაღლეა 8 სმ, ხოლო ფუძის მედიანაა 10 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძე.

2) ABC სამკუთხედში $AB=4\sqrt{2}$, $BC=5$, $AC=7$. AC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ $AK=1$. იპოვეთ BK მონაკვეთის სიგრძე.

3) ABC ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის BC კათეტზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $BE=1$. იპოვეთ მანძილი AB ჰიპოტენუზის M შუაწერტილიდან E წერტილამდე, თუ ABC სამკუთხედის კათეტია $2\sqrt{2}$ სმ.

4) ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM=12$ სმ, $MC=8$ სმ, $BM=7$ სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფერდის სიგრძე.

6.26. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო ფერდის – 5 სმ. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 12 სმ, ხოლო სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $6\frac{1}{4}$ სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 10 სმ, ფერდის – 13 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 10 სმ, ხოლო ფუძის – 16 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსები.

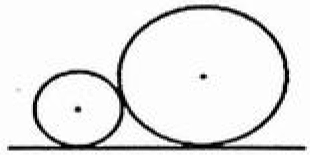
6.27. 1) წრეწირის ორი პარალელური ქორდა, რომელთა სიგრძეებია 24 სმ და 10 სმ, ცენტრის სხვადასხვა მხარეს მდებარეობს. იპოვეთ მანძილი ამ ქორდებს შორის, თუ წრეწირის რადიუსია 13 სმ.

2) წრეწირის ორი პარალელური ქორდა, რომელთა სიგრძეებია 48 სმ და 20 სმ, ცენტრის ერთ მხარეს მდებარეობს. იპოვეთ მანძილი ამ ქორდებს შორის, თუ წრეწირის რადიუსია 26 სმ.

3) ორი გადამკვეთი წრეწირების რადიუსებია 30 სმ და $2\sqrt{97}$ სმ, საერთო ქორდის სიგრძეა 36 სმ. იპოვეთ მანძილი ამ წრეწირების ცენტრებს შორის.

4) ორი ურთიერთადამკვეთი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილია 25 სმ, საერთო ქორდის სიგრძეა 24 სმ, ერთ-ერთი წრეწირის რადიუსია 20 სმ. იპოვეთ მეორე წრეწირის რადიუსი.

6.28. 1) წრეწირები, რომელთა რადიუსებია 16 სმ და 4 სმ, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ საერთო მხების მონაკვეთის სიგრძე შეხების წერტილებს შორის.



2) წრეწირები, რომელთა რადიუსების შეფარდებაა 9:4, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსების სიგრძეები, თუ საერთო მხების სიგრძე შეხების წერტილებს შორის 12 სმ-ია.

3) ერთმანეთის გარეთ მდებარე ორი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილი 100 სმ-ია, ხოლო საერთო გარე მხების სიგრძე, შეხების წერტილებს შორის, 80 სმ-ია. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსები, თუ ერთი მათგანი 7-ჯერ მეტია მეორეზე.

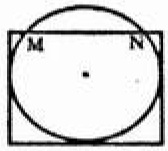
4) ერთმანეთის გარეთ მდებარე ორი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილია 65სმ, ხოლო მათი საერთო შიგა მხების სიგრძე, შეხების წერტილებს შორის, 25 სმ-ია. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ მათი შეფარდებაა 3:2.

6.29. 1) წრეწირი ეხება მართკუთხა სამკუთხედის დიდ კათეტს, გადის მოპირდაპირე მახვილი კუთხის წვეროზე და მისი ცენტრი მდებარეობს ჰიპოტენუზაზე. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ კათეტების სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ.

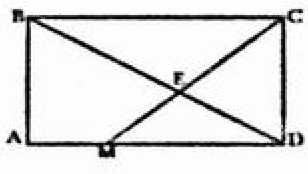
2) წრეწირი, რომლის ცენტრი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს, ეხება სამკუთხედის ორივე კათეტს. იპოვეთ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები, თუ წრეწირის ცენტრი მართი კუთხის წვეროდან დაშორებულია $4\sqrt{2}$ -ით, ხოლო ერთ-ერთი მახვილი კუთხის წვეროდან 5-ით.

3) წრეწირი ეხება კვადრატის ორ მოსაზღვრე გვერდს, ხოლო დანარჩენ გვერდებს ყოფს 3 სმ და 21 სმ, სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

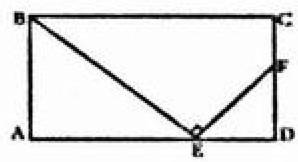
4) წრეწირი ეხება მართკუთხედის სამ გვერდს და დიდ გვერდს კვეთს M და N წერტილებში. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი, თუ მართკუთხედის მცირე გვერდის სიგრძეა 18 სმ და MN=24 სმ.



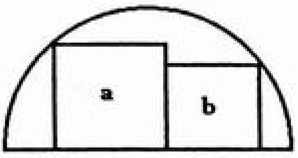
6.30. 1) $ABCD$ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია BC=8 მ, DC=6მ. AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ AM:MD=1:3. CM მონაკვეთი BD დიაგონალს E წერტილში კვეთს. იპოვეთ BE მონაკვეთის სიგრძე.



2) $ABCD$ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია AB=4 სმ, BC=5 სმ. AD და DC გვერდებზე აღებულია შესაბამისად E და F წერტილები ისე, რომ BE=BC და $BE \perp E$. იპოვეთ DF მონაკვეთის სიგრძე.



3) ნახევარწრეში მოთავსებულია ორი კვადრატი ისე, რომ მათი თითო წვერო წრეწირზე მდებარეობს და ორ-ორი წვერო დიამეტრზე. ამის გარდა კვადრატის ერთი გვერდი მეორეზე მდებარეობს (იხ. ნახაზი). იპოვეთ ნახევარწრის რადიუსი, თუ კვადრატების გვერდების სიგრძეებია a და b (a>b).



4) ორი ნახევარწრეწირის ცენტრი ძევს ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე. ნახევარწრეწირები ეხება ერთმანეთს და სამკუთხედის კათეტებს. იპოვეთ ნახევარწრეწირების რადიუსების ჯამი, თუ სამკუთხედის კათეტის სიგრძეა a.

6.31. 1) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი მასში ჩახაზული წრეწირის ცენტრიდან ჰიპოტენუზისადმი გავლებულ სიმაღლემდე.

2) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრიდან შემოხაზული წრეწირის ცენტრამდე.

3) მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 სმ, ხოლო ჩახაზული წრეწირის – 4 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები.

4) ABC სამკუთხედში B წვეროდან გავლებული BM სიმაღლე AC გვერდს ყოფს შეფარდებით 1:3 A წვეროს მხრიდან. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ BM=12 სმ და B წვეროდან გავლებული BD მედიანის სიგრძე 13 სმ-ია.

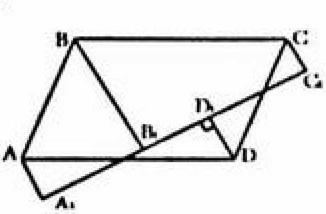
რთული ამოცანები

6.32. 1) მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 17 დმ და 25 დმ, უდიდესი ფერდი კი 10 დმ-ია. იპოვეთ ამ ფერდის შუამართობის სიგრძე მეორე ფერდის გადაკვეთამდე.

2) ABC სამკუთხედის BE ბისექტრისა და AD მედიანა ურთიერთმართობულია. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ ცნობილია, რომ BE=AD=4 სმ.

3) ქაღალდის ფურცელს მართკუთხედის ფორმა აქვს სიგრძით 12 სმ და სიგანით 6 სმ. ფურცელი გადაკეცეს დიაგონალზე. ის ნაწილები, რომლებიც გადაკეცვისას გადასცდა მართკუთხედის გვერდებს, ჩამოჭრეს და ფურცელი გაშალეს. მან მიიღო რომბის ფორმა. იპოვეთ ამ რომბის გვერდის სიგრძე.

4) $ABCD$ პარალელოგრამი გადაკვეთილია წრფით. AA_1, BB_1, CC_1, და DD_1 არიან მანძილები პარალელოგრამის წვეროებიდან ამ წრფემდე. იპოვეთ პარალელოგრამის AB გვერდის სიგრძე, თუ AA_1=4 სმ, DD_1=5 სმ, CC_1=7 სმ, A_1B_1=9 სმ.



5) წრეწირის რადიუსია 10 სმ. ამ წრეწირის A წერტილზე გავლებულია ორი ურთიერთმართობული AB და AC ქორდები. იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც ეხება მოცემულ წრეწირსა და გავლებულ ქორდებს, თუ AB=16 სმ.

6) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც გადის მცირე კათეტის შუაწერტილზე და ჰიპოტენუზას ეხება შუაწერტილში.

ამოცანები დამტკიცებაზე

6.33. 1) აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალის კვადრატი უდრის ფერდის კვადრატს დამატებული ფუძეების ნამრავლი.

2) აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის დიაგონალების კვადრატების ჯამი უდრის ფერდების კვადრატების ჯამს დამატებული ფუძეების გაორკეცებული ნამრავლი.

3) აჩვენეთ, რომ მართკუთხა ტრაპეციაში დიაგონალების კვადრატების სხვაობა უდრის ფუძეთა კვადრატების სხვაობას.

4) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის შუაწერტილიდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებულია მართობი. აჩვენეთ, რომ მეორე კათეტის კვადრატი უდრის ჰიპოტენუზაზე მიღებული მონაკვეთების კვადრატების სხვაობას.

6.34. 1) აჩვენეთ, რომ თუ ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს, მაშინ საერთო გარე მხების (შეხების წერტილებს შორის) სიგრძის კვადრატი დიამეტრების ნამრავლის ტოლია.

2) წრეწირში გავლებულია ორი გადამკვეთი ურთიერთმართობული ქორდა. აჩვენეთ, რომ ქორდების მონაკვეთების კვადრატების ჯამი დიამეტრის კვადრატის ტოლია.

3) აჩვენეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის შებრუნებულის კვადრატი უდრის კათეტების შებრუნებულების კვადრატების ჯამს.

4) კვადრატში ნებისმიერად აღებულია ხუთი წერტილი. აჩვენეთ, რომ რომელიმე ორს შორის მანძილი არ აღემატება კვადრატის დიაგონალის სიგრძის ნახევარს.

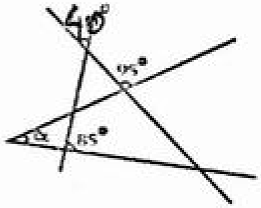
ტესტი 6.1

1. ABC სამკუთხედის AB გვერდის სიგრძე 4-ჯერ მეტია BC გვერდის სიგრძეზე. AC გვერდის სიგრძე BC გვერდის სიგრძეზე შეიძლება მეტი იყოს

ა) 2-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) 4-ჯერ დ) 5-ჯერ

2. წრეწირები, ცენტრებით A და B წერტილებში, შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. M არის პირველ წრეწირზე მდებარე წერტილი, ხოლო N – მეორე წრეწირზე მდებარე. პირველი წრეწირის რადიუსია 10 სმ, ხოლო მეორე წრეწირის – 12 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს $AMNB$ ოთხკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 45 სმ ბ) 48 სმ გ) 50 სმ დ) 21 სმ

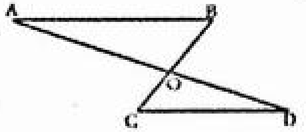


3. ნახაზზე მოცემული მონაცემების მიხედვით იპოვეთ α კუთხის სიდიდე.

ა) 20° ბ) 30° გ) 45° დ) 50°

4. ABC სამკუთხედში $\angle B=130°$. რის ტოლია კუთხე A და C წვეროებიდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის?

ა) 40° ბ) 45° გ) 50° დ) 60°

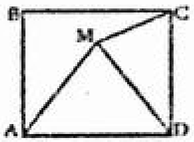


5. AB მონაკვეთი პარალელურია CD მონაკვეთის, ხოლო O არის AD და BC მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

ა) $\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{OD}$ ბ) $\frac{AB}{CD}=\frac{AD}{OC}$ გ) $\frac{AD}{AO}=\frac{BC}{BO}$ დ) $\frac{AD}{BC}=\frac{AO}{BO}$

6. წერტილები (–2; 1) და (1; 5) არიან მართკუთხედის მოპირდაპირე წვეროები. რის ტოლია ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი?

ა) 2,5 ბ) 3 გ) 5 დ) 6



7. $ABCD$ კვადრატში ჩახაზულია AMD ტოლგვერდა სამკუთხედი ისე, რომ AD გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ MCD კუთხის სიდიდე.

ა) 50° ბ) 65° გ) 75° დ) 85°

8. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 6 სმ და 9 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 18 სმ ბ) 20 სმ გ) 23 სმ დ) 26 სმ

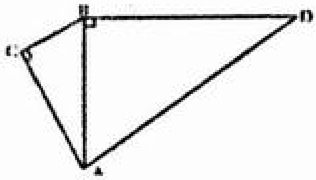
9. ურთიერთგადამკვეთი ორი წრეწირის რადიუსებია 13 მ და 15 მ, ხოლო მათი თანაკვეთის წერტილებს შორის მანძილია 24 მ. იპოვეთ მანძილი ამ წრეწირების ცენტრებს შორის.

ა) 13 მ ბ) 14 მ გ) 15 მ დ) 10 მ

10. პარალელოგრამის მახვილი კუთხეა 45°. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე დიაგონალით იყოფა შეფარდებით 1:2. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი თუ მცირე დიაგონალის სიგრძეა 1 სმ.

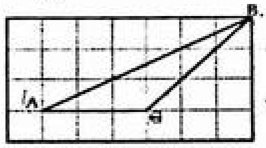
ა) 2 სმ ბ) $2\sqrt{2}$ სმ გ) $(\sqrt{2}-1)$ სმ დ) $2(\sqrt{2}+1)$ სმ

11. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა და ABD მართკუთხა სამკუთხედის AB კათეტი საერთოა. იპოვეთ AD ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ AC=4 სმ, BC=3 სმ, BD=12 სმ.



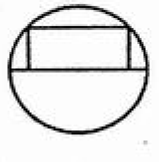
ა) 20 სმ   ბ)18 სმ   გ) 15 სმ   დ) 13 სმ

12. ნახაზზე გამოსახული ABC სამკუთხედის წვეროები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. რის ტოლია AB გვერდის სიგრძე, თუ თითოეული უჯრა წარმოადგენს კვადრატს 1-ს ტოლი გვერდით?



ა) 7   ბ) 6   გ) $4\sqrt{3}$ დ) $3\sqrt{5}$

13. მართკუთხედის ორი წვერო წრეწირის დიამეტრზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი წრეწირზე. წრეწირის დიამეტრია 20 სმ, ხოლო მცირე გვერდია 6 სმ. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდის სიგრძე.



ა) 16 სმ   ბ) 20 სმ   გ) 12 სმ   დ) 15 სმ

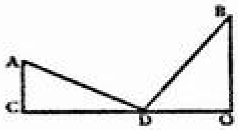
14. ABC მართკუთხა სამკუთხედში D წერტილი AB ჰიპოტენუზის შუაწერტილია, ხოლო CK სამკუთხედის სიმაღლეა. იპოვეთ CK, თუ CD=6,5 მ, CB =5 მ.

ა) $\frac{60}{13}$ მ   ბ) $\frac{63}{13}$ მ   გ) 5 მ   დ) 4 მ

15. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $AC=4\sqrt{5}$ სმ, $\angle C=90°$. იპოვეთ BC კათეტის სიგრძე, თუ მანძილი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან A წვერომდე 8 სმ-ის ტოლია.

ა) 20 სმ   ბ) 16 სმ   გ) 15 სმ   დ) 12 სმ

16. ACD და BOD მართკუთხა სამკუთხედების ($\angle C=\angle O=90°$) CD და DO კათეტები ერთ წრფეზე მდებარეობს, ამასთან AC=3 სმ, BO=5 სმ, CO=10 სმ. რის ტოლი უნდა იყოს CD კათეტი, რომ ამ სამკუთხედების ჰიპოტენუზებს ერთი და იგივე სიგრძე ჰქონდეთ?

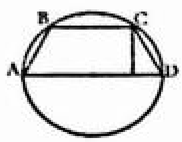


ა) 4,8 მ   ბ) 5 სმ   გ) 5,8 სმ   დ) 6 სმ

17. ABC მართკუთხა სამკუთხედში კათეტები AC=4 სმ, BC=3 სმ. წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს AC კათეტზე გადის C წერტილში და ეხება AB ჰიპოტენუზას. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი.

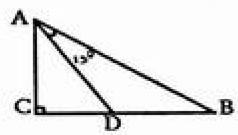
ა) 1 სმ   ბ) 1,5 სმ   გ) 2 სმ   დ) 2,5 სმ

18. $ABCD$ ტრაპეციის ოთხივე წვერო წრეწირზე მდებარეობს ისე, რომ AD დიდი ფუძე დიამეტრია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძე, თუ BC=6 სმ, AD=10 სმ.



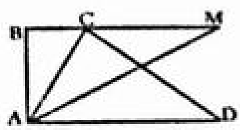
ა) 2 სმ   ბ) 3 სმ   გ) 4 სმ   დ) 6 სმ

19. ABC სამკუთხედში C კუთხე მართია და $\angle B=30°$. BC კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $\angle DAB=15°$. იპოვეთ BD მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=6 სმ.



ა) $3(\sqrt{3}-1)$ სმ   ბ) $6(\sqrt{2}-1)$ სმ   გ) $3(\sqrt{2}-1)$ სმ   დ) 3 სმ

20. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, BC=3 სმ, AD=7 სმ, $\angle D=45°$. BC მცირე ფუძის გაგრძელებაზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $MC=AC$. რის ტოლია AM მონაკვეთის სიგრძე?



ა) $8\sqrt{5}$ სმ   ბ) $3\sqrt{5}$ სმ   გ) $5\sqrt{6}$ სმ   დ) $4\sqrt{5}$ სმ

ტესტი 6.2

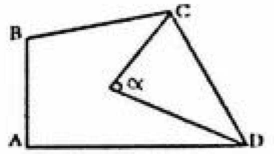
1. რის ტოლია მახვილი კუთხის სიდიდე საათის წუთებისა და საათების მაჩვენებელ ისრებს შორის, თუ ამ საათის მიხედვით 3 სთ და 30 წუთია?

ა) 90° ბ) 80° გ) 75° დ) 60°

2. წრეწირები, ცენტრებით A და B წერტილებში, გარედან ეხება ერთმანეთს. M არის პირველ წრეწირზე მდებარე წერტილი, ხოლო N – მეორე წრეწირზე მდებარე. პირველი წრეწირის რადიუსია 7 სმ, ხოლო მეორე წრეწირის – 9 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს $AMNB$ ოთხკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 40 სმ ბ) 50 სმ გ) 60 სმ დ) 64 სმ

3. $ABCD$ ოთხკუთხედში $\angle A+\angle B=190°$. იპოვეთ კუთხე C და D კუთხეების ბისექტრისებს შორის.

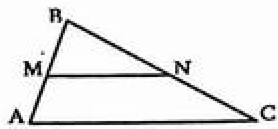


ა) 90° ბ) 95° გ) 100° დ) 105°

4. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის უდიდესი კუთხის სიდიდე, თუ ის ორჯერ მეტია ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეზე.

ა) 90° ბ) 100° გ) 80° დ) 72°

5. ნახაზზე $MN \parallel AC$. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი ტოლობაა ჭეშმარიტი?

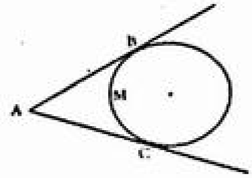


ა) $\frac{AB}{AM}=\frac{MN}{AC}$ ბ) $\frac{AB}{AM}=\frac{BC}{BN}$ გ) $\frac{AB}{MB}=\frac{AC}{MN}$ დ) $\frac{AB}{BC}=\frac{AC}{MN}$

6. განსაზღვრეთ წრეწირის რადიუსი, თუ 60°-იანი რკალის მომჭიმავი ქორდის სიგრძეა 16 სმ.

ა) 4 სმ ბ) 8 სმ გ) 16 სმ დ) 20 სმ

7. ნახაზზე $\angle A = \breve{BMC}$. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე.



ა) 60° ბ) 79° გ) 80° დ) 90°

8. მას შემდეგ, რაც მართკუთხედის სიგრძე 20%-ით, ხოლო სიგანე 60%-ით გაადიდეს, მისი პერიმეტრი 28%-ით გაიზარდა. რამდენჯერ მეტი იყო თავდაპირველი მართკუთხედის სიგრძე მის სიგანეზე?

ა) 1,2-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) 4-ჯერ დ) 5-ჯერ

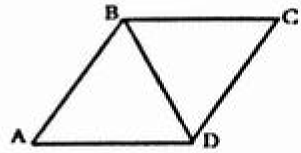
9. ურთიერთგადამკვეთი ორი წრეწირის გადაკვეთის წერტილებს შორის მანძილია 24 მ, ხოლო წრეწირების ცენტრებს შორის – 14 მ. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი, თუ მცირე წრეწირის რადიუსია 13 მ და მცირე წრეწირის ცენტრი დიდი წრეწირის გარეთ მდებარეობს.

ა) 12 მ ბ) 13 მ გ) 14 მ დ) 15 მ

10. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების მედიანების სიგრძეებია $\sqrt{62}$ სმ და $\sqrt{63}$ სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

ა) 7 სმ ბ) 8 სმ გ) 10 სმ დ) 15 სმ

11. ABC პარალელოგრამის AB გვერდის სიგრძე BD დიაგონალის სიგრძის ტოლია. B წვეროდან AD გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 12 სმ. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ AD=32 სმ.

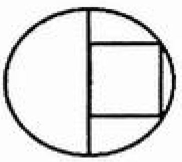


ა) 16 სმ ბ) 20 სმ გ) 22 სმ დ) 25 სმ

12. რის ტოლია კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება კვადრატის დიაგონალის სიგრძესთან?

ა) $2\sqrt{2}$ ბ) $\sqrt{2}$ გ) 4 დ) $4\sqrt{2}$

13. კვადრატის ორი წვერო წრეწირზე ძევს, დანარჩენი ორი კი – ამ წრეწირის დიამეტრზე. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{5}$ სმ.



ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

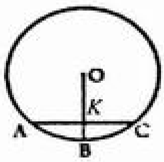
14. ABC მართკუთხა სამკუთხედში D წერტილი AB ჰიპოტენუზის შუაწერტილს წარმოადგენს. იპოვეთ AC კათეტის სიგრძე, თუ CD =6,5 მ, CB = 5 მ.

ა) 10 მ ბ) 12 მ გ) 13 მ დ) 14 მ

15. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, ხოლო CO მედიანაა. იპოვეთ AC კათეტის სიგრძე, თუ $CO=CB$ =4 სმ.

ა) $3\sqrt{3}$ სმ ბ) 4 სმ გ) $4\sqrt{3}$ სმ დ) 5 სმ

16. წრეწირის OB რადიუსს კვეთს მისი მართობული AC ქორდა და ყოფს მას ორ მონაკვეთად OK=3 სმ, KB=2 სმ. რის ტოლია AC ქორდის სიგრძე?

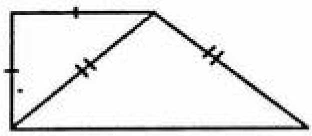


ა) 4 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 10 სმ

17. $ABCD$ პარალელოგრამის BD დიაგონალი CD გვერდის მართობულია და მისი ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე, თუ $AB=6\sqrt{2}$ სმ.

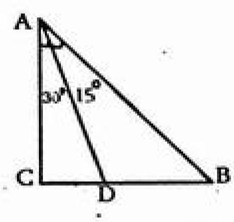
ა) 3 სმ ბ) $3\sqrt{2}$ სმ გ) 6 სმ დ) $6\sqrt{2}$ სმ

18. მართკუთხა ტრაპეციის მცირე ფერდი მცირე ფუძის ტოლია, ხოლო მცირე დიაგონალი – დიდი ფერდის. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფერდის სიგრძე, თუ დიდი ფუძის სიგრძეა $8\sqrt{2}$ სმ.



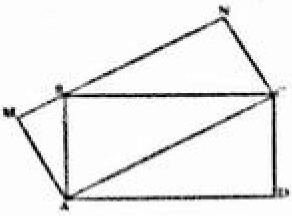
ა) 4 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

19. ABC მართკუთხა სამკუთხედში C კუთხე მართია. BC კათეტზე აღებულია ისეთი D წერტილი, რომ CD=5 სმ, $\angle CAD=30°$, $\angle DAB=15°$. რის ტოლია AB ჰიპოტენუზის სიგრძე?



ა) $5\sqrt{6}$ სმ ბ) $5\sqrt{3}$ სმ გ) $5\sqrt{2}$ სმ დ) $5\sqrt{5}$ სმ

20. $ABCD$ მართკუთხედის AC დიაგონალი არის $AMNC$ მართკუთხედის გვერდი, ხოლო B წვერო ამ მართკუთხედის MN გვერდზე მდებარეობს. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=6 სმ, BC=8 სმ.



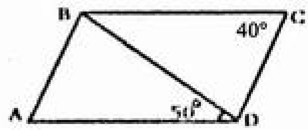
ა) 4 სმ ბ) 4,5 სმ გ) 4,8 სმ დ) 5 სმ

ტესტი 6.3

1. ABC სამკუთხედის AC გვერდის სიგრძე 6-ჯერ მეტია BC გვერდის სიგრძეზე. AB გვერდის სიგრძე BC გვერდის სიგრძეზე შეიძლება მეტი იყოს
ა) 7-ჯერ ბ) 6-ჯერ გ) 5-ჯერ დ) 4-ჯერ

2. ორი წრეწირი ერთმანეთის გარეთ მდებარეობს. მათ ცენტრებს შორის მანძილია 7 სმ, ხოლო ერთ-ერთი წრეწირის რადიუსია 5 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლი შეიძლება იყოს მეორე წრეწირის რადიუსი?
ა) 1,2 სმ ბ) 2,1 სმ გ) 2,3 სმ დ) 3,4 სმ

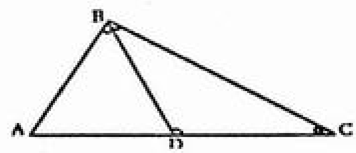
3. ABD ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი და BDC ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ერთმანეთს ემთხვევა ($AD=BD$, $BC=CD$). $\angle ADC=50°$, $\angle BCD=40°$. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე.



ა) 110° ბ) 120° გ) 30° დ) 135°

4. O არის ABC სამკუთხედის ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ AOB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle C=80°$.
ა) 100° ბ) 110° გ) 120° დ) 130°

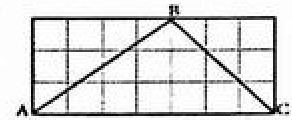
5. ABC სამკუთხედში გავლებულია BD მონაკვეთი ისე, რომ $\angle BDC=\angle ABC$. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი ტოლობაა ჭეშმარიტი?



ა) $\frac{BC}{DC}=\frac{AB}{DC}$ ბ) $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}$ გ) $\frac{AC}{BC}=\frac{AB}{BD}$ დ) $\frac{AD}{AC}=\frac{BD}{BC}$

6. თუ ერთი და იმავე წრეწირის ორი დიამეტრის ბოლოებს მიმდევრობით შევაერთებთ აუცილებლად მივიღებთ:
ა) რომბს ბ) კვადრატს გ) ტრაპეციას დ) მართკუთხედს

7. ნახაზზე ბადის თითოეული უჯრა კვადრატია. ABC სამკუთხედის წვეროები ბადის კვანძებს ემთხვევა. რამდენჯერ მეტია AC გვერდის სიგრძე AB გვერდის სიგრძეზე?



ა) 1,2-ჯერ ბ) 1,4-ჯერ გ) 1,8-ჯერ დ) 2-ჯერ

8. მრავალკუთხედის ორი მეზობელი წვეროდან გავლებული დიაგონალების რაოდენობაა 4. იპოვეთ ამ მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი.
ა) 540° ბ) 310° გ) 720° დ) 900°

9. ურთიერთგადამკვეთი ორი ტოლი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილია 24 მ. იპოვეთ მანძილი წრეწირების თანაკვეთის წერტილებს შორის, თუ წრეწირის რადიუსია 13 მ.
ა) 8 სმ ბ) 9 სმ გ) 10 სმ დ) 11 სმ

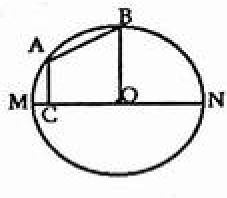
10. $ABCD$ პარალელოგრამის BD დიაგონალი AD გვერდის მართობულია. იპოვეთ AC დიაგონალია სიგრძე, თუ AB=20 სმ, AD=16 სმ.
ა) $2\sqrt{53}$ ბ) $4\sqrt{73}$ გ) $3\sqrt{61}$ დ) $5\sqrt{93}$

11. $ABCD$ პარალელოგრამში ბლაგვი B კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე AD გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ სიმაღლის სიგრძე, თუ BC=24 სმ, BD=13 სმ.
ა) 3 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) 10 სმ

12. მართკუთხედის გვერდების სიგრძეები 5 სმ და 12 სმ. რის ტოლია მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძის შეფარდება მართკუთხედის პერიმეტრთან?

ა) $\frac{13}{34}$ ბ) $\frac{5}{17}$ გ) $\frac{5}{34}$ დ) $\frac{12}{23}$

13. $ABOC$ მართკუთხა ტრაპეციის A და B წვეროები წრეწირზე მდებარეობს, O – წრეწირის ცენტრია, ხოლო C წვერო წრეწირის MN დიამეტრზეა. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი, თუ AB=5 სმ, CO =4 სმ ($AC \parallel BO$).



ა) 5 სმ ბ) $\frac{25}{6}$ სმ გ) $\frac{17}{6}$ სმ დ) 6 სმ

14. წრეწირის AB დიამეტრი 25 სმ-ია, ხოლო BC ქორდა 15 სმ-ის ტოლია. რას უდრის ამ წრეწირის AC ქორდის სიგრძე?

ა) 15 სმ ბ) $10\sqrt{2}$ სმ გ) 18 სმ დ) 20 სმ

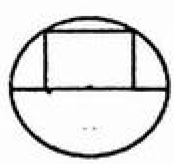
15. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C$=90°, AB=$3\sqrt{7}$ სმ, BC=$3\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან B წვერომდე.

ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 6 სმ

16. წრეწირის რადიუსია 20 სმ. ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდა, რომელთა სიგრძეებია 32 სმ და $20\sqrt{3}$ სმ ურთიერთმართობულია. იპოვეთ იმ მონაკვეთების სიგრძეები, რომლებადაც მცირე ქორდა გადაკვეთის წერტილით იყოფა.

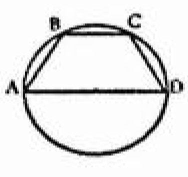
ა) 4 სმ, 28 სმ ბ) 8 სმ, 24 სმ გ) 6 სმ, 26 სმ დ) 5 სმ, 27 სმ

17. მართკუთხედის ორი წვერო წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო დანარჩენი ორი ამ წრეწირის დიამეტრზე (იხ. ნახაზი). მართკუთხედის იმ გვერდის სიგრძე, რომელიც დიამეტრზე მდებარეობს 24 მ-ია, ხოლო მეორე გვერდის სიგრძე 5 მეტრის ტოლია. რას უდრის ამ წრეწირის რადიუსის სიგრძე?



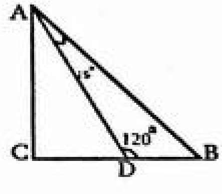
ა) 6 მ ბ) 13 მ გ) $8\sqrt{2}$ მ დ) 15 მ

18. $ABCD$ ტრაპეციის ოთხივე წვერო წრეწირზე მდებარეობს ისე, რომ AD დიდი ფუძე დიამეტრია. იპოვეთ CD ფერდის სიგრძე, თუ BC=6 სმ, AD=10 სმ.



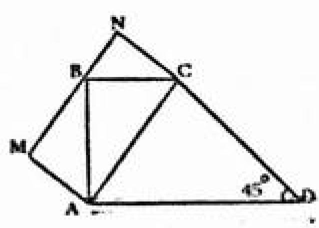
ა) $2\sqrt{5}$ სმ ბ) $3\sqrt{5}$ სმ გ) $2\sqrt{3}$ სმ დ) $4\sqrt{2}$ სმ

19. ABC სამკუთხედში C კუთხე მართია. BC კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ CD=2 სმ, $\angle ADB$=120°, $\angle DAB$=15°. რის ტოლია ჰიპოტენუზის სიგრძე?



ა) $2\sqrt{2}$ სმ ბ) 4 სმ გ) $2\sqrt{3}$ სმ დ) $2\sqrt{6}$ სმ

20. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A$=$\angle B$=90°, BC=6 სმ, AD=14 სმ, $\angle D$=45°. ტრაპეციის AC დიაგონალი არის $AMNC$ მართკუთხედის გვერდი, ხოლო B წვერო ამ მართკუთხედის MN გვერდზე მდებარეობს. იპოვეთ მართკუთხედის NC გვერდის სიგრძე.



ა) 4,8 სმ ბ) 5 სმ გ) 5,2 სმ დ) 5,8 სმ

ტესტი 6.4

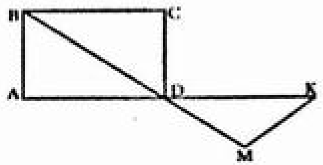
1. ტოლფერდა ABC სამკუთხედში AB=4 სმ და AC=8 სმ. იპოვეთ ABC სამკუთხედის პერიმეტრი.

ა) 12 სმ ბ) 16 სმ გ) 20 სმ დ) 24 სმ

2. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ისე შეეფარდება ფერდს, როგორც 8:5. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლესთან.

ა) 6:1 ბ) 18:5 გ) 9:2 დ) 18:4

3. $ABCD$ მართკუთხედის AD გვერდის და BD დიაგონალის გაგრძელებაზე აღებულია შესაბამისად K და M წერტილები ისე, რომ DM=MK. რამდენჯერ მეტია DMK კუთხის სიდიდე ABD კუთხის სიდიდეზე?

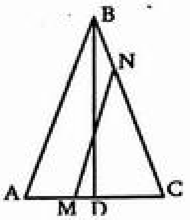


ა) 1,5-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) 2,5-ჯერ დ) 13-ჯერ

4. O წერტილი ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია. იპოვეთ AOC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle B$=100°.

ა) 100° ბ) 120° გ) 130° დ) 140°

5. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის (AB=BC) BD სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია AB ფერდის პარალელური წრფე, რომელიც ფუძეს და ფერდს შესაბამისად M და N წერტილებში გადაკვეთს. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

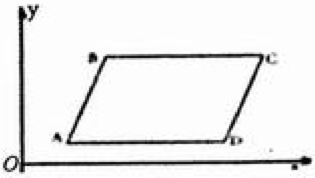


ა) $\frac{BD}{AC}=\frac{AB}{BC}$ ბ) $\frac{MD}{AC}=\frac{DC}{BC}$ გ) $\frac{DC}{AC}=\frac{1}{3}$ დ) $\frac{AM}{MC}=\frac{1}{3}$

6. წრეწირის AB და CD ქორდები იკვეთება M წერტილში, $\angle CBD$=70°, $\angle DCB$=60°. იპოვეთ DMB კუთხის სიდიდე , თუ BA წარმოადგენს CBD კუთხის ბისექტრისას.

ა) 75° ბ) 80° გ) 85° დ) 95°

7. საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $ABCD$ პარალელოგრამი, რომლის AD გვერდი აბსცისთა ღერძის პარალელურია. იპოვეთ მისი D კუთხის გრადუსული ზომა, თუ A წერტილის კოორდინატებია (2; 2), ხოლო B წერტილის (4; 4).



ა) 100° ბ) 120° გ) 135° დ) 150°

8. წრეწირში გავლებულია 6 სმ სიგრძის რადიუსი. მასზე აღებულია წერტილი, რომელიც ცენტრიდან დაშორებულია 4 სმ-ით. ამ წერტილზე გავლებულია განხილული რადიუსის მართობული ქორდა. იპოვეთ ქორდის სიგრძე.

ა) $4\sqrt{5}$ სმ ბ) $3\sqrt{5}$ სმ გ) $2\sqrt{5}$ სმ დ) 8 სმ

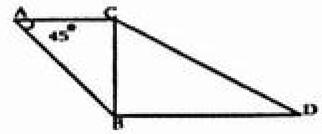
9. ურთიერთგადამკვეთი ორი ტოლი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილია 40 სმ, ხოლო წრეწირების თანაკვეთის წერტილებს შორის მანძილია 30 სმ. იპოვეთ წრეწირების რადიუსი.

ა) 20 სმ ბ) 22 სმ გ) 25 სმ დ) 30 სმ

10. *ABCD* ტრაპეციის *BD* დიაგონალი ფუძეების მართობულია და $\angle A+\angle C=90°$. იპოვეთ *AC* დიაგონალის სიგრძე, თუ $BC=4$ სმ, $AD=9$ სმ.

ა) $\sqrt{205}$ სმ ბ) $\sqrt{207}$ სმ გ) $\sqrt{195}$ სმ დ) $\sqrt{193}$ სმ

11. *ABC* და *DBC* მართკუთხა სამკუთხედებს *BC* კათეტი საერთო აქვთ. იპოვეთ *BD* კათეტის სიგრძე, თუ $AC=5$ სმ, $DC=13$ სმ, $\angle A=45°$.

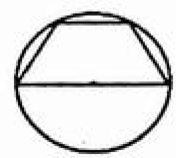


ა) 5 სმ ბ) 10 სმ გ) 12 სმ დ) 13 სმ

12. მართკუთხა ტრაპეციაში დიდი ფუძეა 12 სმ, მცირე ფუძე 8 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 45°. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფერდის სიგრძე.

ა) 2 სმ ბ) $2\sqrt{2}$ სმ გ) 4 სმ დ) $4\sqrt{2}$ სმ

13. ტრაპეციის ოთხივე წვერო წრეწირზე მდებარეობს ამასთან დიდი ფუძე წრეწირის დიამეტრია. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ ტრაპეციის ფერდის სიგრძეა 5 სმ და სიმაღლეა 3 სმ.



ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) $\frac{25}{4}$ სმ დ) $\frac{25}{8}$ სმ

14. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 8 სმ და $4\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ მანძილი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე.

ა) 8 სმ ბ) 6 სმ გ) 5 სმ დ) 4 სმ

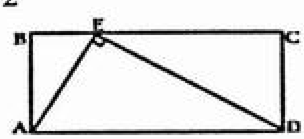
15. ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძეა 8 სმ და ფერდია 6 სმ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი.

ა) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ბ) $2\sqrt{5}$ გ) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ დ) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

16. მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსის სიგრძე ორჯერ მეტია ერთ-ერთი კათეტის სიგრძეზე და უდრის *R*-ს. იპოვეთ ამ სამკუთხედის მეორე კათეტის სიგრძე.

ა) $R\sqrt{3}$ ბ) $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ გ) $R\sqrt{15}$ დ) $\frac{R\sqrt{15}}{2}$

17. *ABCD* მართკუთხედში *CB* გვერდზე აღებულია *E* წერტილი ისე, რომ $BE=4$ სმ, $CE=16$ სმ და $\angle AED=90°$. იპოვეთ *AB* გვერდის სიგრძე.

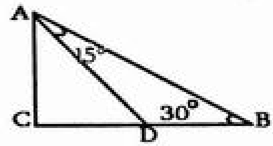


ა) 4 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 10 სმ

18. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის შუაწერტილი ერთი კათეტიდან ორჯერ მეტი მანძილითაა დაშორებული, ვიდრე მეორე კათეტიდან. იპოვეთ მცირე კათეტის სიგრძე, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა $4\sqrt{5}$ სმ.

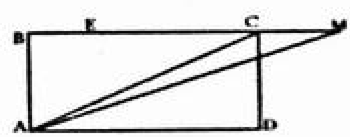
ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

19. *ABC* სამკუთხედში *C* კუთხე მართია და $\angle B=30°$. *BC* კათეტზე აღებულია *D* წერტილი ისე, რომ $CD=5$ სმ და $\angle DAB=15°$. რის ტოლია *BC* კათეტის სიგრძე?



ა) $5\sqrt{3}$ სმ ბ) $3\sqrt{5}$ სმ გ) $5\sqrt{5}$ სმ დ) 10 სმ

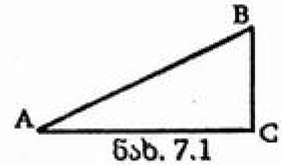
20. *ABCD* მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია $AB=6$ სმ, $BC=8$ სმ. *BC* გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია *M* წერტილი ისე, რომ *AC* მონაკვეთის სიგრძე 2-ჯერ მეტია *MC* მონაკვეთის სიგრძეზე. რის ტოლია *AM* მონაკვეთის სიგრძე?



ა) 14 სმ ბ) $\sqrt{205}$ სმ გ) $\sqrt{220}$ სმ დ) 15 სმ

§ 7. ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები მართკუთხა სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის. სინუსების თეორემა. კოსინუსების თეორემა

1. ტრიგონომეტრიული დამოკიდებულებები მართკუთხა სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის. განვიხილოთ ABC მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის მართი კუთხეა C (ნახ. 7.1). ტრიგონომეტრიული ფუნქციების განსაზღვრებიდან მიიღება, რომ: **ნებისმიერ მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის სინუსი ტოლია ამ კუთხის მოპირდაპირე კათეტის ჰიპოტენუზასთან ფარდობის,** ანუ



ნახ. 7.1

$$\sin\angle A = \frac{BC}{AB},\ \sin\angle B = \frac{AC}{AB}.$$

ანალოგიურად, **ნებისმიერ მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის კოსინუსი ტოლია ამ კუთხის მიმდებარე კათეტის ჰიპოტენუზასთან ფართობის,**

$$\cos\angle A = \frac{AC}{AB},\ \cos\angle B = \frac{BC}{AB},$$

ხოლო ამ კუთხის ტანგენსი არის მოპირდაპირე კათეტის ფარდობა მასთან მდებარე კათეტთან:

$$tg\angle A = \frac{BC}{AC}.$$

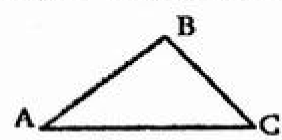
ამ ტოლობებიდან გვაქვს

$$BC = AB\cdot\sin\angle A,\ AC = AB\cdot\cos\angle A,\ BC = AC\cdot tg\angle A.$$

მაშასადამე: მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი უდრის ჰიპოტენუზას გამრავლებულს კათეტის მოპირდაპირე კუთხის სინუსზე ან მიმდებარე კუთხის კოსინუსზე.

მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი უდრის მეორე კათეტს გამრავლებულს პირველი კათეტის მოპირდაპირე კუთხის ტანგენსზე.

2. სინუსების თეორემა. სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება. მტკიცდება თეორემა (სინუსების). **სამკუთხედის გვერდები მისი მოპირდაპირე კუთხეების სინუსების პროპორციულია,** ანუ ნებისმიერი ABC სამკუთხედისათვის (ნახ. 7.2)

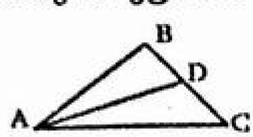


ნახ. 7.2

$$\frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle B} = 2R$$

სადაც R არის ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

სინუსების თეორემიდან მიიღება, რომ: **სამკუთხედის ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს ყოფს ამ კუთხის მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად.** ე.ი. თუ AD არის ABC სამკუთხედის A კუთხის ბისექტრისა, მაშინ (ნახ. 7.3)



ნახ. 7.3

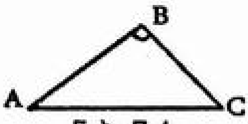
$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

მოვიყვანოთ სამკუთხედის ბისექტრისის კიდევ ერთი თვისება, რომლის ცოდნა დაგვეხმარება ბისექტრისასთან დაკავშირებული ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტაში: **სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისის კვადრატი ტოლია მიმდებარე გვერდების ნამრავლს გამოკლებული მოპირდაპირე გვერდზე მიღებული მონაკვეთების ნამრავლი**, ე.ი.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC.$$

3. კოსინუსების თეორემა.

თეორემა (კოსინუსების). **სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდის კვადრატი უდრის დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამს გამოკლებული ამ გვერდებისა და მათ შორის მდებარე კუთხის კოსინუსის გაორკეცებული ნამრავლი**, ანუ (ნახ. 7.4)



ნახ. 7.4

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B, \quad AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos\angle C,$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\angle A.$$

ამ თეორემიდან გამომდინარეობს, რომ:

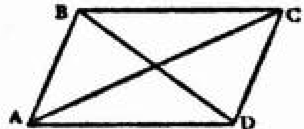
I. თუ სამკუთხედის რომელიმე გვერდის კვადრატი მეტია დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამზე, მაშინ სამკუთხედი ბლაგვკუთხაა.

II. თუ სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდის კვადრატი ნაკლებია დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამზე, მაშინ სამკუთხედი მახვილკუთხაა.

III. თუ სამკუთხედის რომელიმე გვერდის კვადრატი უდრის დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამს, მაშინ სამკუთხედი მართკუთხაა.

კოსინუსების თეორემის დახმარებით მტკიცდება

თეორემა: **პარალელოგრამის დიაგონალების კვადრატების ჯამი გვერდების კვადრატების ჯამის ტოლია**, ანუ (ნახ. 7.5)



ნახ. 7.5

$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + BC^2).$$

* * *

7.1. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$. იპოვეთ:

1) $\sin\angle A$, თუ $AB=15$ სმ, $BC=5\sqrt{3}$ სმ, 2) $\cos\angle A$, თუ $AC=5\sqrt{2}$ სმ, $AB=10$ სმ,

3) $\mathrm{tg}\angle B$, თუ $AC=4$ სმ, $BC=3$ სმ, 4) AC, თუ $AB=8$ სმ, $\cos\angle A=\frac{3}{4}$,

5) BC, თუ $AB=25$ სმ, $\sin\angle A=\frac{3}{5}$, 6) AC, თუ $BC=6$ სმ, $tg\angle B=\frac{2}{3}$.

7.2. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, იპოვეთ:

1) $\cos\angle B$, თუ $AC=5\sqrt{3}$ სმ, $AB=10$ სმ; 2) $\sin\angle A$, თუ $AC=6$ სმ, $BC=8$ სმ,

3) $tg\angle B$, თუ $AC=15$ სმ, $AB=25$სმ; 4) AB, თუ $BC=12$ სმ, $\sin\angle A=\frac{3}{5}$;

5) AB, თუ $AC=15$ სმ, $\cos\angle B=\frac{4}{5}$; 6) AC, თუ $BC=8$ სმ, $tg\angle A=\frac{2}{5}$.

7.3. ABC სამკუთხედში AB=7, AC=5, $\angle C$=90°. იპოვეთ:

1) $\cos\angle A$ 2) $\sin\angle A$ 3) $tg\angle B$ 4) $tg\angle A$

7.4. ABC სამკუთხედში კუთხე C მართია. იპოვეთ:

1) AC, თუ AB=10, $\cos\angle A=\dfrac{3}{5}$ 2) BC, თუ AB=15, $\sin\angle A=\dfrac{4}{5}$

3) BC, თუ AC=10, $tg\angle A=\dfrac{7}{5}$ 4) AB, თუ AC=8, $\sin\angle B=\dfrac{3}{5}$

7.5. 1) ABC სამკუთხედში AB=BC=7, AC=6. იპოვეთ $\cos\angle A$;

2) ABC სამკუთხედში AB=BC=10, AC=16. იპოვეთ $\sin\angle C$;

3) ABC სამკუთხედში AB=BC=13, AC=10. იპოვეთ $tg\angle A$;

4) ABC სამკუთხედში AB=BC=25; AC=40. იპოვეთ $ctg\angle C$.

7.6. 1) ABC სამკუთხედში AB=BC=20, $\sin\angle A=\dfrac{2}{5}$. იპოვეთ BM სიმაღლის სიგრძე.

2) ABC სამკუთხედში AB=BC=10, $\cos\angle A=\dfrac{3}{5}$. იპოვეთ BM სიმაღლის სიგრძე.

3) ABC სამკუთხედში AB=BC, BM სიმაღლეა, BM=10, $\cos\angle A=\dfrac{3}{5}$. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედში AB=BC, AC=24, $\sin\angle A=\dfrac{3}{5}$. იპოვეთ BM სიმაღლის სიგრძე.

7.7. 1) იპოვეთ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე, თუ ორი სხვა გვერდი ერთმანეთთან 60°-იან კუთხეს ადგენს და მათი სიგრძეებია 7 სმ და 10 სმ.

2) იპოვეთ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე, თუ ორი სხვა გვერდი ერთმანეთთან 150°-იან კუთხეს ადგენს და მათი სიგრძეებია 4 სმ და $2\sqrt{3}$ სმ.

3) ABC სამკუთხედში AB=2, $BC=2\sqrt{5}$, $AC=4\sqrt{2}$. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე.

4) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 3, 5 და 7. იპოვეთ უდიდესი კუთხის გრადუსული ზომა.

7.8. გაარკვიეთ მახვილკუთხაა, მართკუთხა თუ ბლაგვკუთხა მოცემული სამკუთხედი, თუ მისი გვერდების სიგრძეებია:

1) 17სმ, 23სმ, 15სმ 2) 13სმ, 18სმ, 16 სმ; 3)18სმ, 24სმ,30სმ; 4) 21სმ, 35სმ, 24სმ.

7.9. 1) ABC სამკუთხედში $\angle B$=120°, $\angle A$=45°, $AC=6\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ BC.

2) ABC სამკუთხედში $\angle C$=60°, $\angle B$=45°, $AB=2\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ BC.

3) ABC სამკუთხედში $\angle A$=30°, $\angle C$=45°, $AB=\sqrt{2}$. იპოვეთ BC-ს სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედში $\angle A$=45°, $\angle C$=60°, $AC=\sqrt{3}+1$. იპოვეთ AB-ს სიგრძე.

5) ABC სამკუთხედში $\angle A:\angle B:\angle C$=1:1:4, $BC=2\sqrt{3}$. იპოვეთ AB-ს სიგრძე.

6) ABC სამკუთხედში $\angle A:\angle B:\angle C$=3:4:5, $AC=3\sqrt{3}$. იპოვეთ AB-ს სიგრძე.

7.10. 1) ABC სამკუთხედში AB=15 სმ, $\angle C$=30°. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

2) ABC სამკუთხედში $BC=12\sqrt{3}$ სმ, $\angle A$=120°. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

3) ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 სმ, $\angle B$=150°. იპოვეთ AC.

4) ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი $5\sqrt{2}$ სმ, $\angle C$=45°. იპოვეთ AB.

5) ABC სამკუთხედში $AC=5\sqrt{5}$ სმ, $\sin\angle B=\frac{\sqrt{5}}{8}$. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

6) ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $7\sqrt{3}$ სმ, $\sin\angle C=\frac{\sqrt{3}}{3}$. იპოვეთ AB.

7.11. 1) ABC სამკუთხედში $AB=2\sqrt{3}$, $\sin\angle C=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos\angle A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. იპოვეთ BC.

2) ABC სამკუთხედში AB=4, $\cos\angle C=\frac{1}{3}$, $\sin\angle A=\frac{\sqrt{2}}{5}$. იპოვეთ BC.

3) ABC სამკუთხედში $BC=12\sqrt{6}$, $\cos\angle A=\frac{1}{5}$. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

4) ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი $R=5\sqrt{6}$, ხოლო $\cos\angle B=-\frac{1}{5}$. იპოვეთ AC.

7.12. 1) ABC სამკუთხედში BC=5, AC=3, $\cos\angle C=\frac{4}{5}$. იპოვეთ AB.

2) ABC სამკუთხედში AB=3, BC=4, AC=6. იპოვეთ $\cos\angle B$.

3) ABC სამკუთხედში AB =5, AC=6, $BC=\sqrt{13}$. იპოვეთ $tg\angle A$.

4) ABC სამკუთხედში $BC=\sqrt{71}$, AB=4, $\cos\angle A=-\frac{3}{4}$. იპოვეთ AC.

7.13. 1) ABC სამკუთხედში $\angle A$=45°, $\angle B$=30° და $AC+BC=2(\sqrt{2}+1)$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.

2) ABC სამკუთხედში $\angle A$=75°, $\angle B$=45° და $\sqrt{2}AB - AC=\sqrt{3}-1$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.

3) ABC სამკუთხედში $\angle A$=45°, $\angle C$=30° და $AC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$. იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

4) ABC სამკუთხედში $\angle A$=30°, $\angle B$=45° და $AC+BC=20(\sqrt{2}+1)$. იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

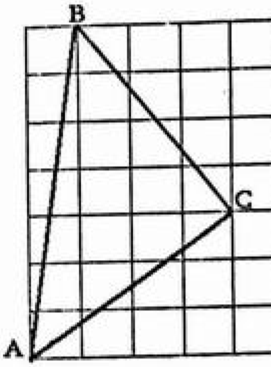
7.14. 1) ABC სამკუთხედის B კუთხე ბლაგვია. რის ტოლი შეიძლება იყოს AC გვერდის სიგრძე, თუ ის მთელი რიცხვია და $AB=3$ მ, $BC=4$ მ.

2) ABC სამკუთხედის B კუთხე ბლაგვია. რის ტოლი შეიძლება იყოს AC გვერდის სიგრძე, თუ ის მთელი რიცხვია და $AB=5$ მ, $BC=6$ მ.

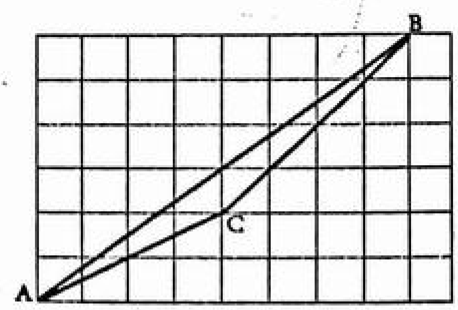
3) ABC სამკუთხედის B კუთხე მახვილია. რის ტოლი შეიძლება იყოს AC გვერდის სიგრძე, თუ ის მთელი რიცხვია და $AB=2$ სმ, $BC=6$ სმ.

4) ABC სამკუთხედში B კუთხე მახვილია, რის ტოლი შეიძლება იყოს AC გვერდის სიგრძე, თუ ის მთელი რიცხვია და $AB=\sqrt{3}$ სმ, $BC=5\sqrt{2}$ სმ.

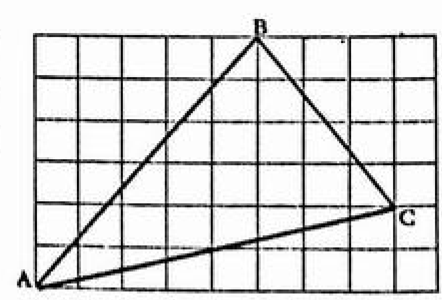
7.15. 1) კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახულია ABC სამკუთხედი, რომლის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე.



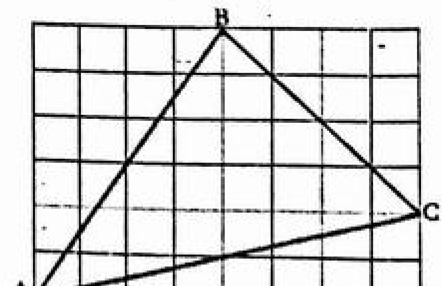
2) კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახულია ABC სამკუთხედი, რომლის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ACB კუთხის კოსინუსი.



3) კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახულია ABC სამკუთხედი, რომლის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ACB კუთხის ტანგენსი.



4) კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახულია ABC სამკუთხედი, რომლის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ABC კუთხის სინუსი.



7.16. 1) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია 8 სმ და 10 სმ. ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 12 სმ. იპოვეთ მეორე დიაგონალის სიგრძე.

2) პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 9 სმ და 15 სმ. ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 11 სმ. იპოვეთ მეორე გვერდის სიგრძე.

3) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია 10 სმ და 20 სმ, დიაგონალები კი ისე შეეფარება ერთმანეთს, როგორც 3:4. იპოვეთ უმცირესი დიაგონალის სიგრძე.

4) პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 10 სმ და 12 სმ, გვერდები კი ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:6. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე.

7.17. 1) პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 11 სმ და $3\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ ერთი მათგანის სიგრძე 2 სმ-ით მეტია მეორე გვერდის სიგრძეზე.

2) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია 7 სმ და 11 სმ, დიაგონალების სიგრძეების სხვაობა კი 2 სმ-ია. იპოვეთ მცირე დიაგონალის სიგრძე.

3) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია $3\sqrt{2}$ სმ და 4 სმ, მისი ბლაგვი კუთხეა 135°. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე დიაგონალის სიგრძე.

4) პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 8 სმ და 12 სმ, მათ შორის კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე.

7.18. 1) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 11 სმ, 13 სმ და $6\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ უდიდესი გვერდის მედიანის სიგრძე.

2) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 11 სმ და 9 სმ, მესამე გვერდის მედიანაა $\sqrt{51}$ სმ. იპოვეთ მესამე გვერდის სიგრძე.

3) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო ფერდის მედიანის სიგრძეა $2\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის სიგრძეა 6 სმ, ფერდისადმი გავლებული მედიანის – 5 სმ. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

7.19. 1) ABC სამკუთხედში AD არის A კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BD და DC მონაკვეთების სიგრძეები, თუ AB=8 სმ, BC=10 სმ, AC=12 სმ.

2) ABC სამკუთხედში BD არის B კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ AD და DC მონაკვეთების სიგრძეები, თუ $AB:BC$=3:4, AC=21 სმ.

3) ABC სამკუთხედში CM არის C კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ $AM:MB$=5:2, AC=35 სმ.

4) ABC სამკუთხედში BM არის B კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ $AM: AB$=2:5, MC =6 სმ.

5) ABC სამკუთხედში B კუთხის ბისექტრისა AC გვერდს ყოფს 7 სმ და 5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ სამკუთხედის დანარჩენი ორი გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 36 სმ.

6) სამკუთხედის ბისექტრისა, რომელიც 3 სმ და 5 სმ სიგრძის გვერდებს შორის გადის, მოპირდაპირე გვერდს ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთაგან ერთ-ერთი მოცემული გვერდებიდან ერთ-ერთზე 1 სმ-ით მეტია. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე.

7.20. 1) ABC სამკუთხედში AB=6 სმ, BC=8 სმ, AC=7 სმ. იპოვეთ BD ბისექტრისის სიგრძე.

2) სამკუთხედში 6 სმ და 8 სმ სიგრძის გვერდებს შორის გავლებული ბისექტრისა ამ გვერდებიდან ერთ-ერთის ტოლია. იპოვეთ მესამე გვერდზე მიღებული მონაკვეთების სიგრძეები.

3) სამკუთხედის ბისექტრისა, რომლის სიგრძეა 9 სმ, მოპირდაპირე გვერდს ყოფს 4 სმ და 6 სმ, სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ სამკუთხედის დანარჩენი ორი გვერდის სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედში $5\sqrt{2}$ სმ სიგრძის BD ბისექტრისა 14 სმ სიგრძის AC გვერდს ყოფს ორ ნაწილად. იპოვეთ სამკუთხედის AB და BC გვერდების სიგრძეები, თუ მათი შეფარდება 2:5.

7.21. 1) მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის ბისექტრისა ჰიპოტენუზას ყოფს $3\sqrt{2}$ სმ და $4\sqrt{2}$ სმ სიგრძის ნაწილებად. იპოვეთ კათეტების სიგრძეები.

2) ABC მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა AB=5 სმ, ხოლო დიდი კათეტი AC=4 სმ. იპოვეთ B წვეროდან გავლებული ბისექტრისის სიგრძე.

3) მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის ბისექტრისა კათეტს ყოფს $\frac{25}{3}$ სმ და $\frac{20}{3}$ სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

4) ABC სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზაზე მდებარე M წერტილი თანაბრად არის დაშორებული AC და BC კათეტებიდან. იპოვეთ CM მონაკვეთის სიგრძე, თუ AM=1 სმ, BM =3 სმ.

5) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ, 6 სმ და 9 სმ. გავლებულია წრეწირი, რომელიც ეხება სამკუთხედის ორივე მცირე გვერდს და მისი ცენტრი მდებარეობს დიდ გვერდზე. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის ბლაგვი კუთხის წვეროდან ამ წრეწირის ცენტრამდე.

6) წრეწირზე აღებულია A, B, C და D წერტილები ისე, რომ ქორდები AB=15 სმ, AC=21 სმ, BC=24 სმ, ხოლო D წერტილი BC მცირე რკალის შუაწერტილია. AD მონაკვეთი BC გვერდს M წერტილში კვეთს. იპოვეთ MD მონაკვეთის სიგრძე.

7.22. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 16 სმ, ხოლო ფერდის – 10 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძეა 18 სმ, ხოლო ფუძე ისე შეეფარდება ფერდს, როგორც 8:5. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

3) ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლეს ყოფს შეფარდებით 2:3. ამ სამკუთხედის პერიმეტრია 20 სმ. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლეს ყოფს 3 სმ და 2 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ სამკუთხედის ფუძის სიგრძე.

* * *

7.23. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 20 სმ და 28 სმ, ხოლო ფერდის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის ტანგენსი.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 37 სმ და 23 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის ტანგენსია 2. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლის სიგრძე.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 31 სმ და 25 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის კოსინუსია $\frac{1}{3}$. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი.

4) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 26 სმ და 18 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის კოსინუსია $\frac{1}{4}$. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

5) მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 50 სმ და 30 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის ტანგენსია 3. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფერდის სიგრძე.

6) მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია a და b $(a > b)$, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხეა α. იპოვეთ დიდი ფერდის სიგრძე.

7.24. 1) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია, ხოლო ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ AC=20 სმ, $\cos\alpha = \frac{1}{5}$.

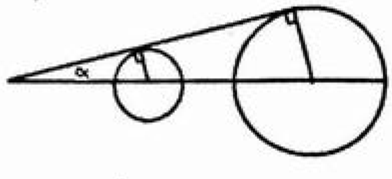
2) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია, ხოლო ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე, თუ AC=30 სმ, $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

3) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია, ხოლო ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ტრაპეციის BC მცირე ფუძის სიგრძე, თუ ტრაპეციის სიმაღლეა 10 სმ და $tg\alpha = \frac{1}{2}$.

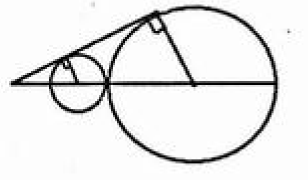
4) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში AC დიაგონალი CD ფერდის მართობულია, ხოლო ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ მცირე ფუძე BC=15 სმ, $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

7.25. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე კუთხის სინუსი $\frac{\sqrt{15}}{4}$-ის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

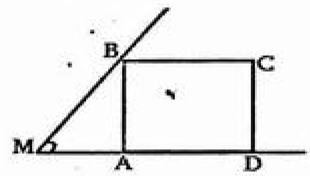
2) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 20 სმ და 8 სმ, ერთმანეთის გარეთ მდებარეობს. კუთხე საერთო გარე მხებსა და ცენტრთა ხაზს შორის α-ს ტოლია. იპოვეთ მანძილი ამ წრეწირების ცენტრებს შორის, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$.



3) ორი გარე შეხების წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილია 12 სმ. მათი ორი საერთო გარე მხები ერთმანეთთან 2α კუთხეს ადგენს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$.

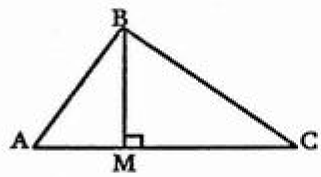


4) *ABCD* კვადრატის *A*, *B* და *D* წვეროები α სიდიდის *M* კუთხის გვერდებზე მდებარეობს. იპოვეთ მანძილი *C* წვეროდან კუთხის *AB* გვერდამდე, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, *AB*=6 სმ.

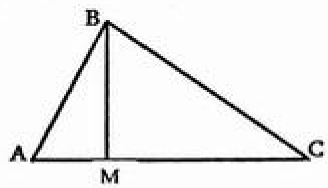


5) წრეწირზე მდებარე წერტილიდან გავლებულია დიამეტრი და ქორდა. ისინი ერთმანეთთან α სიდიდის კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ ქორდის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია 8 სმ და $\cos\alpha=\frac{1}{4}$.

6) *ABC* სამკუთხედში $tg\angle A=\frac{6}{5}$, $tg\angle C=\frac{4}{3}$. იპოვეთ *B* წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე, თუ *AC*=76 სმ.



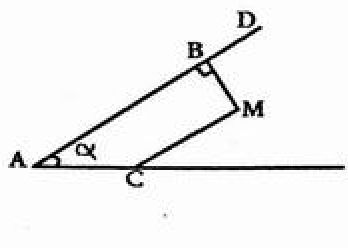
7.26. 1) *ABC* სამკუთხედის *BM* სიმაღლე *AC* გვერდს ყოფს 3 სმ და 6 სმ სიგრძის *AM* და *MC* მონაკვეთებად. იპოვეთ *ABC* კუთხის ტანგენსი, თუ *BM*=4 სმ.



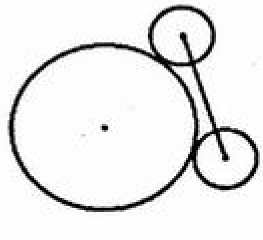
2) წრეწირში, რომლის რადიუსია 65 სმ, ჩახაზულია სამკუთხედი. ამ სამკუთხედის ორი კუთხეა α და β. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\sin\beta=\frac{5}{13}$.

3) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეა α და კათეტების ჯამია 28 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ $\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

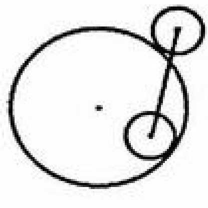
4) *A* კუთხის შიგნით აღებულია *M* წერტილი. მასზე გავლებულია კუთხის *AD* გვერდის პარალელური *MC* და მართობული *MB* მონაკვეთები (*C* და *B* წერტილები კუთხის გვერდებზეა). იპოვეთ *MB* მონაკვეთის სიგრძე, თუ *AC*=25 სმ, $\sin\angle A=\frac{1}{5}$.



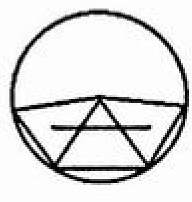
7.27. 1) R რადიუსიან წრეწირს გარედან ეხება ორი ტოლი მცირე წრეწირი რადიუსებით r. შეხების წერტილებს შორის რკალის სიდიდეა 120°. იპოვეთ მანძილი მცირე წრეწირების ცენტრებს შორის.-



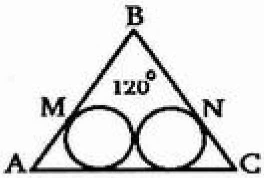
2) R რადიუსიან წრეწირს ეხება ორი ტოლი მცირე წრეწირი რადიუსებით r, ერთი შიგნიდან და მეორე გარედან. შეხების წერტილებს შორის რკალის სიდიდეა 120°. იპოვეთ მანძილი მცირე წრეწირების ცენტრებს შორის.

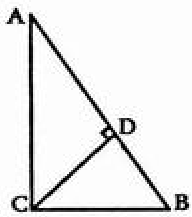


3) სამი ტოლგვერდა სამკუთხედი მოთავსებულია R რადიუსიან წრეწირში ისე, რომ მათი თითო წვერო წრეწირის ცენტრში მდებარეობს, მათ თითო გვერდი საერთო აქვთ და ორ-ორი წვერო წრეწირზეა მოთავსებული. იპოვეთ მანძილი ორი განაპირა სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილებს შორის.



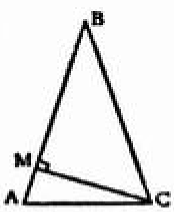
4) ABC ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის წვეროსთან მდებარე კუთხეა 120° ჩახაზულია r რადიუსის მქონე ორი ტოლი წრეწირი. თითოეული ეს წრეწირი ეხება სამკუთხედის ფუძეს, ფერდს და მეორე წრეწირს. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის წვეროდან ფერდზე წრეწირის შეხების წერტილამდე.





7.28. 1) ABC მართკუთხა სამკუთხედში ($\angle C$=90°) CD მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეა, $\angle B$=60°, AB=12 სმ. იპოვეთ AD მონაკვეთის სიგრძე.

2) ABC სამკუთხედში AB=BC=20 სმ, $\sin\angle C=\dfrac{3}{5}$. იპოვეთ C წვეროდან გავლებული CM სიმაღლეს სიგრძე.



3) ABC სამკუთხედში AB=BC=20 სმ, $\cos\angle C=\dfrac{3}{5}$. იპოვეთ C წვეროდან გავლებული CM მედიანის სიგრძე.

4) ABC მართკუთხა სამკუთხედში ($\angle C$=90°) CD მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეა. იპოვეთ CD-ს სიგრძე, თუ AB=20 სმ, $\cos\angle B=\dfrac{3}{5}$.

7.29. 1) ABC სამკუთხედში 60°-ის ტოლი A კუთხის ბისექტრისა B წვეროდან გავლებული მედიანის მართობულია. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ $BC=3\sqrt{3}$ სმ

2) $ABCD$ რომბის მახვილი A კუთხის სიდიდე 60°-ია. E წერტილი აღებულია BC გვერდზე ისე, რომ CE=2. იპოვეთ მანძილი რომბის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან E წერტილამდე, თუ რომბის გვერდია 6.

3) $ABCD$ ტრაპეციის AD და BC ფუძეები შესაბამისად 5-ის და 3-ის ტოლია. O არის ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ DC ფერდის სიგრძე, თუ COD სამკუთხედი ტოლგვერდაა.

4) იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ $AB=6$, $AC=8$ და $\angle A=60°$.

7.30. 1) ABC სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია $AB=6$ სმ, $BC=7$ სმ, $AC=8$ სმ. ამ სამკუთხედზე შემოხაზულია წრეწირი. D არის CB რკალის შუაწერტილი. იპოვეთ იმ მონაკვეთების სიგრძეები, რომლებითაც AD ქორდა ყოფს BC ქორდას.

2) სამკუთხედში 120°-იანი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერს 4 სმ-ის და 6 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე.

3) ABC მართკუთხა სამკუთხედში A მახვილი კუთხის წვეროდან გავლებულია AM ბისექტრისა, ხოლო B მახვილი კუთხის წვეროდან – BD მედიანა. იპოვეთ მანძილი მათი გადაკვეთის წერტილიდან BC კათეტამდე, თუ $AC=6$ სმ, $BC=8$ სმ.

4) ABC მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია $AC=6$ სმ, $BC=8$ სმ. C მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია სიმაღლე, A მახვილი კუთხის წვეროდან კი – ბისექტრისა. იპოვეთ მანძილი მათი გადაკვეთის წერტილიდან ჰიპოტენუზამდე.

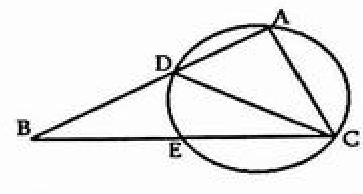
5) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძის სიგრძეა 20 სმ და წვეროსთან მდებარე კუთხეა 120°. იპოვეთ ფერდის მედიანის სიგრძე.

6) მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 3 სმ, ხოლო მახვილი კუთხის ნახევრის ტანგესია $\frac{1}{4}$. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

რთული ამოცანები

7.31. 1) $ABCD$ ტრაპეციაში BD დიაგონალი AB ფერდის მართობულია. BC მცირე ფუძე 2-ის ტოლია, CD ფერდი – $2\sqrt{3}$-ის, $\angle BCD=150°$. იპოვეთ AD ფუძის სიგრძე.

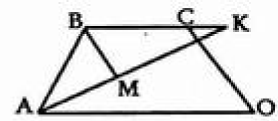
2) წრეწირი გადის ABC სამკუთხედის A და C წვეროებზე და კვეთს AB და BC გვერდებს შესაბამისად D და E წერტილებში. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AD=5$, $AC=2\sqrt{7}$, $BE=4$, $BD:CE=3:2$.



3) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 8 სმ და 6 სმ, ხოლო მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 12 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე.

4) სამკუთხედში, რომლის ერთი გვერდის სიგრძეა 10 სმ, ხოლო ამ გვერდის მოპირდაპირე კუთხის სიდიდეა α, ჩახაზულია წრეწირი. ამ წრეწირის ცენტრზე და მოცემული გვერდის ბოლოებზე გავლებულია მეორე წრეწირი. იპოვეთ ამ უკანასკნელი წრეწირის რადიუსი, თუ $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{5}{7}$.

5) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციაში $AB=CD=10$ სმ, $BC=8$ სმ, $AD=20$ სმ. BAD კუთხის ბისექტრისა BC სხივს გადაკვეთს K წერტილში. იპოვეთ ABK სამკუთხედის BM ბისექტრისის სიგრძე.



6) სამკუთხედზე, რომლის ორი გვერდის სიგრძეა $\frac{a}{4}$ და $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, შემოხაზულია a რადიუსიანი წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე.

ამოცანები დამტკიცებაზე

7.32. 1) აჩვენეთ, რომ თუ ABC სამკუთხედში. $AC^2+BC^2=AB^2$, მაშინ C კუთხე მართია.

2) აჩვენეთ, რომ თუ D წერტილი მდებარეობს ABC სამკუთხედის AC გვერდზე და $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}$, მაშინ BD წარმოადგენს B კუთხის ბისექტრისას.

3) ABC სამკუთხედის A წვეროსთან მდებარე გარე კუთხის ბისექტრისა BC გვერდის გაგრძელებას კვეთს D წერტილში. აჩვენეთ, რომ $\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AB}$.

4) AD არის ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ($AB=BC$) ბისექტრისა. აჩვენეთ, რომ თუ $BD=AC$, მაშინ $AD=AC$.

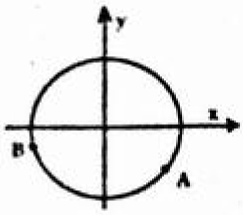
7.33. 1) აჩვენეთ, რომ თუ ABC სამკუთხედში $BC\cdot\cos\angle B=AC\cdot\cos\angle A$, მაშინ ეს სამკუთხედი ტოლფერდაა.

2) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის მედიანა კუთხეს ყოფს ისეთ ნაწილებად, რომელთა სინუსები დანარჩენი ორი კუთხის სინუსების პროპორციულია.

3) ABC სამკუთხედში, რომლის C კუთხე 60°-ის ტოლია, გავლებულია AP და BQ ბისექტრისები. მათი გადაკვეთის წერტილია O. დაამტკიცეთ, რომ $OP=OQ$.

4) ABC სამკუთხედში BK მედიანა და BD ბისექტრისა P წერტილში იკვეთება. აჩვენეთ, რომ $\frac{PC}{PD}-\frac{AC}{BC}=1$.

ტესტი 7.1



1. წრეწირის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია. $A(\sqrt{17};-3)$; $B(-\sqrt{22};C)$ წერტილები წრეწირზე მდებარეობს. რის ტოლია C?

ა) –2 ბ) 2 გ) –4 დ) 4

2. მრავალკუთხედის ზომა ვუწოდოთ ამ მრავალკუთხედის მომცველი წრეწირებიდან უმცირესის რადიუსს. მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ და 7 სმ. რის ტოლია ამ მართკუთხის ზომა?

ა) 8 სმ ბ) $2\sqrt{5}$ სმ გ) 40 სმ დ) $4\sqrt{5}$ სმ

3. კვადრატის ორი წვეროს კოორდინატებია (–1; –2) და (3; 1). მოცემულია ორი პირობა:

I. ეს წერტილები კვადრატის მეზობელი წვეროებია.

II. ეს წერტილები კვადრატის მოპირდაპირე წვეროებია.

იმის გასარკვევად, თუ რისი ტოლია კვადრატის გვერდის სიგრძე;

ა) I პირობა საკმარისა, II კი – არა. ბ) II პირობა საკმარისი, I კი – არა

გ) I და II პირობა ერთად საკმარისია

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

4. თუ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ, 5 სმ და 7 სმ, მაშინ ასეთი სამკუთხედი

ა) მახვილკუთხაა ბ) მართკუთხაა გ) ტოლგვერდაა დ) ბლაგვკუთხაა

5. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა ერთ-ერთ კათეტზე $\frac{5}{3}$-ჯერ მეტია. იპოვეთ სამკუთხედის უმცირესი კუთხის ტანგენსი.

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{2}{5}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) $\frac{3}{5}$

6. რომბის პერიმეტრია 68 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 30 სმ. იპოვეთ მეორე დიაგონალის სიგრძე.

ა)16 სმ ბ)18 სმ გ) 20 სმ დ) 22 სმ

7. კედლის საათის წუთების ისრის სიგრძე 8 სმ-ია, ხოლო საათების ისრის სიგრძე კი – 6 სმ. რისი ტოლია მანძილი ამ საათის ისრების წვეროებს შორის 4:00 საათზე?

ა) $2\sqrt{13}$ სმ ბ) 8 სმ გ)10 სმ დ) $2\sqrt{37}$ სმ

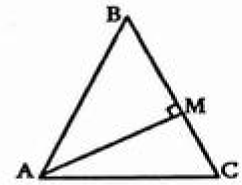
8. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5 და 3 , ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.

ა) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ბ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ გ) $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ დ) $\frac{5\sqrt{10}}{6}$

9. მართკუთხა სამკუთხედში 60°-ის ტოლი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე კათეტს მართი კუთხის მხრიდან ჩამოჭრის 1 სმ-ის ტოლ მონაკვეთს. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

ა) $\sqrt{3}$ სმ ბ) $2\sqrt{3}$ სმ გ) $3\sqrt{3}$ სმ დ) $4\sqrt{3}$ სმ

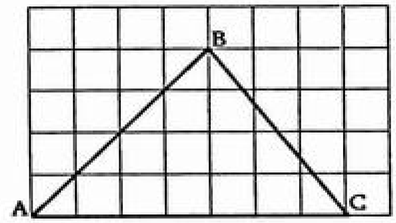
10. ABC სამკუთხედში $AB=BC$, $AC=18$ სმ, $AM\perp BC$, $\cos\angle A=\frac{1}{3}$.



იპოვეთ AM სიმაღლის სიგრძე.

ა) $12\sqrt{2}$ სმ ბ) $9\sqrt{2}$ სმ გ) $15\sqrt{3}$ სმ გ) 9 სმ

11. კვადარტულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახული ABC სამკუთხედის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ABC კუთხის კოსინუსი.

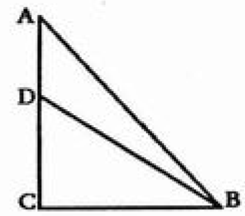


ა) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ბ) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ გ) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ დ) $\frac{3}{10}$

12. ABC სამკუთხედში $BC=5\sqrt{6}$ სმ, $\angle A=60°$, $\angle C=75°$. იპოვეთ AC.

ა) $5\sqrt{2}$ ბ) 10 სმ გ) $10\sqrt{2}$ სმ დ) 14 სმ

13. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $BC=20$ სმ. AC კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $CD=15$ სმ, $AD=6$ სმ. იპოვეთ ABD კუთხის კოსინუსი.



ა) $\frac{24}{145}$ ბ) $\frac{6}{25}$ გ) $\frac{2}{145}$ დ) $\frac{143}{145}$

14. $ABCD$ პარალელოგრამში A კუთხის ბისექტრისა BD დიაგონალს ყოფს 2 სმ და 5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ მისი ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 120°.

ა) $2\sqrt{5}$ სმ ბ) $\frac{14}{\sqrt{5}}$ სმ გ) $\frac{14}{\sqrt{19}}$ სმ დ) $\frac{7}{\sqrt{19}}$ სმ

15. პარალელოგრამის მცირე გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა $8\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის უდიდესი გვერდის სიგრძე, თუ მახვილი კუთხის კოსინუსი $\frac{1}{3}$ -ის ტოლია

ა) 12 სმ ბ)15 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

16. პარალელოგრამის დიაგონალი გვერდებთან ადგენს 60°-იან და 45°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდი, თუ მცირე გვერდის სიგრძე $2\sqrt{6}$ სმ-ის ტოლია.

ა) 3 სმ ბ) 6 სმ გ) $3\sqrt{3}$ სმ დ) $3\sqrt{6}$ სმ

17. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C ამ წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $2AC=\sqrt{3}\cdot AB$. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე.

ა) 60° ბ) 45° გ) 50° დ) 30°

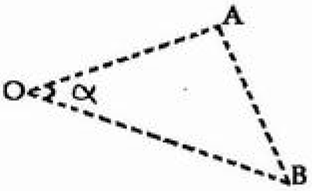
18. *ABC* სამკუთხედში $AB=5\sqrt{19}$ სმ, $\angle C=120°$. რას უდრის სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ $AC:BC=2:3$?

ა) 9 სმ　　ბ) 10 სმ　　გ) 12 სმ　　დ) 15 სმ

19. *ABC* ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი *AB* ფერდს *M* წერტილში ეხება და მას ყოფს 20 სმ და 5 სმ-ის ტოლ ნაწილებად (ფუძის მხრიდან). იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

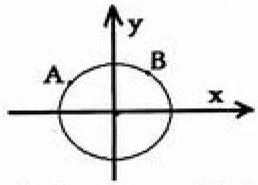
ა) $\frac{10}{3}$ სმ　　ბ) $\frac{20}{3}$ სმ　　გ) $\frac{5}{3}$ სმ　　დ) $\frac{8}{3}$ სმ

20. *O* წერტილში მდგომი მონადირე უმზერს *A* და *B* წერტილში მდგომ ხეებს შორის ტერიტორიას. იპოვეთ იმ α კუთხის კოსინუსი, რომლითაც ჩანს *AB* მონაკვეთი მონადირისაგან, თუ $AB=40$ მ, $OA=50$ მ, $OB=60$ მ.



ა) 0,65　　ბ) 0,675　　გ) 0,7　　დ) 0,75

ტესტი 7.2



1. წრეწირის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია. $A(-\sqrt{3};1)$ და $B(1;C)$ წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ. იპოვეთ C.
ა) -1 ბ) $-\sqrt{3}$ გ) 1 დ) $\sqrt{3}$

2. K წერტილი $ABCD$ მართკუთხედის BC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $AB=BK$. რის ტოლია KAD კუთხის სიდიდე?
ა) 30° ბ) 45° გ) 50° დ) 60°

3. $ABCD$ კვადრატის გვერდები საკოორდინატო ღერძების პარალელურია. მოცემულია ორი პირობა:
I. A წვეროს კოორდინატებია (1; 3).
II. B წვეროს კოორდინატებია (1; 6).
იმის გასარკვევად, თუ რისი ტოლია D წვეროს კოორდინატები:
ა) I პირობა საკმარისია, II კი – არა; ბ) II პირობა საკმარისის, I – კი არა;
გ) I და II პირობა ერთად საკმარისია;
დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე;
ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

4. თუ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 17 სმ, 19 სმ და 25 სმ, მაშინ ასეთი სამკუთხედი არის
ა) მართკუთხა ბ) მახვილკუთხა გ) ბლაგვკუთხა დ) ტოლფერდა

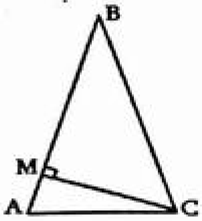
5. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძე 1,6-ჯერ მეტია ფერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის სინუსი.
ა) $\frac{3}{4}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{4}{5}$ დ) $\frac{3}{5}$

6. რომბის დიაგონალების სიგრძეებია 40 სმ და 30 სმ. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი.
ა) 60 სმ ბ) 80 სმ გ)100 სმ დ) 120 სმ

7. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა $3\sqrt{3}$ სმ, ხოლო მისი მოპირდაპირე კუთხეა 120°. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.
ა) 3 სმ ბ) $\sqrt{3}$ სმ გ) $3\sqrt{3}$ სმ დ) 9 სმ

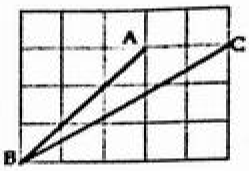
8. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5 და 3, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა 120°. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.
ა) $7\sqrt{2}$ ბ) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ სმ გ) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ სმ დ) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ სმ

9. მართკუთხა სამკუთხედში 60°-ის ტოლი კუთხის ბისექტრისის სიგრძე 12 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.
ა) $6\sqrt{2}$ სმ ბ) $4\sqrt{3}$ სმ გ)12 სმ დ) $12\sqrt{3}$ სმ



10. ABC სამკუთხედში $AB=BC$, $AC=25$ სმ, $\sin\angle A=\frac{3}{5}$. CM არის სამკუთხედის სიმაღლე. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე.
ა) 15 სმ ბ) 16 სმ გ) 18 სმ დ) 20 სმ

11. კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე მოცემული A, B და C წერტილები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ABC კუთხის სინუსი.

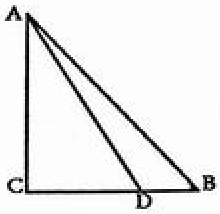


ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{3}{\sqrt{17}}$ გ) $\frac{2}{\sqrt{34}}$ დ) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

12. ABC სამკუთხედში AB=10 სმ, $\angle A=30°$, $\angle B=20°$. იპოვეთ AC.

ა) 10 სმ ბ) $10\sqrt{2}$ სმ გ) $10\sqrt{3}$ სმ დ) 15 სმ

13. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, AC=20 სმ, AB=29 სმ. CB კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ AD=25 სმ. იპოვეთ DAB კუთხის სინუსი.

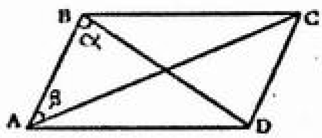


ა) $\frac{24}{145}$ ბ) $\frac{144}{145}$ გ) $\frac{6}{25}$ დ) $\frac{7}{25}$

14. AD არის ABC სამკუთხედის ბისექტრისა. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ $AB:AC=3:4$, $DC-BD$=5 სმ.

ა) 30 სმ ბ) 35 სმ გ) 40 სმ დ) 45 სმ

15. $ABCD$ პარალელოგრამის BD და AC დიაგონალები AB გვერდთან ადგენენ შესაბამისად α და β კუთხეებს. იპოვეთ AC დიაგონალის სიგრძე, თუ $BD=6\sqrt{2}$ სმ, $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, $\sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{5}$.



ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

16. ABC სამკუთხედში $\angle B:\angle A:\angle C=7:3:2$. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ $AB=4\sqrt{2}$ სმ.

ა) 4 სმ ბ) 6 სმ გ) $6\sqrt{2}$ სმ დ) 8 სმ

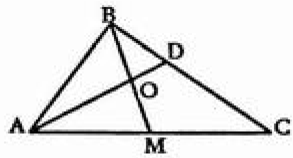
17. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C ამ წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $AB=\sqrt{2}AC$. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე.

ა) 30° ბ) 45° გ) 50° დ) 60°

18. ABC სამკუთხედში $AB=5\sqrt{5}$ სმ, $\angle C=135°$. რას უდრის სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე, თუ $AC:BC=\sqrt{2}:1$?

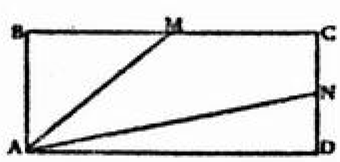
ა) 5 სმ ბ) $5\sqrt{2}$ სმ გ) 10 სმ დ) $10\sqrt{2}$ სმ

19. ABC სამკუთხედში AD ბისექტრისა BM მედიანას კვეთს O წერტილში. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ AB=9 სმ, $BO:OM=3:2$.



ა) 15 სმ ბ)14 სმ გ) 13 სმ დ) 12 სმ

20. $ABCD$ მართკუთხედის BC გვერდის სიგრძე ორჯერ მეტია AB გვერდის სიგრძეზე. M და N არიან შესაბამისად BC და CD გვერდების შუაწერტილები. რის ტოლია MAN კუთხის კოსინუსი?



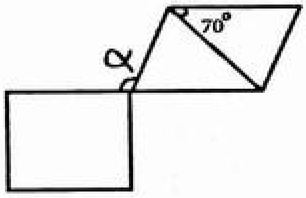
ა) $\frac{3}{\sqrt{34}}$ ბ) $\frac{5}{\sqrt{34}}$ გ) $\frac{2}{\sqrt{17}}$ დ) $\frac{5}{\sqrt{51}}$

ტესტი 7.3

1. მართი კუთხის შიგნით აღებული წერტილიდან მართი კუთხის გვერდებამდე მანძილებია 5 სმ და 12 სმ. რის ტოლია მანძილი ამ წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე?

ა) 17 სმ ბ) 16 სმ გ) 13 სმ დ) 15 სმ

2. რომბს და მართკუთხედს თითო წვერო საერთო აქვთ და თითო გვერდი ერთ წრფეზე მდებარეობს. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული α კუთხის სიდიდე, თუ რომბის დიაგონალი მის გვერდთან 70°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს.



ა) 110° ბ) 120° გ) 130° დ) 140°

3. მოცემულია სამი მონაკვეთი. პირველის სიგრძეა 3 სმ, მეორის – 7 სმ. განვიხილოთ ორი პირობა:

I. მესამე მონაკვეთის სიგრძე მეტია 3 სმ-ზე.

II. მესამე მონაკვეთის სიგრძე ნაკლებია 6 სმ-ზე.

იმის დასადგენად შეიძლება თუ არა ამ მონაკვეთებით სამკუთხედის შედგენა:

ა) I პირობა საკმარისია, II კი – არა; ბ) II პირობა საკმარისია, I კი – არა;

გ) I და II პირობა ერთად საკმარისია;

დ) საკმარისია ცალ-ცალკე როგორც I, ასევე II.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

4. თუ მართკუთხა სამკუთხედის ერთ-ერთი მახვილი კუთხის სინუსია $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, მაშინ მეორე მახვილი კუთხის სინუსია.

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ დ) $\frac{2}{3}$

5. მართკუთხა სამკუთხედის დიდი კათეტი მცირე კათეტზე $\frac{4}{3}$-ჯერ მეტია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სინუსი.

ა) $\frac{4}{5}$ ბ) $\frac{3}{5}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) $\frac{1}{2}$

6. პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 20 სმ და 16 სმ, ხოლო ერთი გვერდის სიგრძეა $\sqrt{228}$ სმ. იპოვეთ მეორე გვერდის სიგრძე.

ა) 8 სმ ბ) 9 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

7. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 2 სმ, 3 სმ და 4 სმ. იპოვეთ უმცირესი კუთხის სინუსი.

ა) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ბ) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ გ) $\frac{\sqrt{15}}{8}$ დ) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

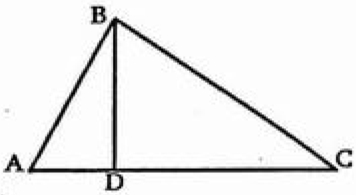
8. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე, თუ მისი მოპირდაპირე კუთხეა 135°, ხოლო სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ სმ .

ა) 10 სმ　　ბ) $10\sqrt{2}$ სმ　　გ) $5\sqrt{2}$ სმ　　დ) 5 სმ

9. *ABC* სამკუთხედში გავლებულია *AD* ბისექტრისა. რა შეფარდებით გაყო სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრმა ბისექტრისა (*A* წვეროს მხრიდან), თუ *AB*=12 სმ, *BD*=8 სმ.

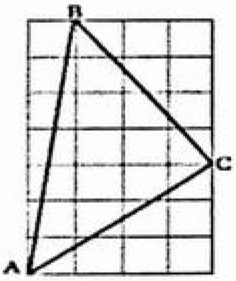
ა) 3:2　　ბ) 3:1　　გ) 2:1　　დ) 5:2

10. *ABC* სამკუთხედში *BD* სიმაღლეა. *AC*=18, $tg\angle A=\frac{3}{5}$, $tg\angle C=\frac{3}{4}$. იპოვეთ *BD* სიმაღლის სიგრძე.



ა) 4 სმ　　ბ) 6 სმ　　გ) 7 სმ　　დ) 8 სმ

11. კვადრატულ უჯრებიან ფურცელზე გამოსახული *ABC* სამკუთხედის წვეროები უჯრის წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ *ABC* კუთხის სიდიდე.

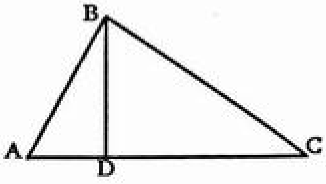


ა) 30°　　ბ) 40°　　გ) 45°　　დ) 69°

12. *ABC* სამკუთხედში *BC*=2 სმ, $\angle C$=105°, $\angle B$=45°. იპოვეთ *AC*.

ა) $2\sqrt{2}$ სმბ)3 სმ　　გ) $3\sqrt{2}$ სმ　　დ) 5 სმ

13. *ABC* სამკუთხედში *BD* სიმაღლეა. *AD*=4 სმ, *DC*=7 სმ, *BD*=5 სმ. იპოვეთ $tg\angle ABC$.



ა) $-\frac{56}{3}$　　ბ) -27　　გ) $-\frac{55}{3}$　　დ) $-\frac{50}{3}$

14. *ABC* სამკუთხედში $\angle C$=90°, *BC*=8 სმ, *AC*=6 სმ. ამ სამკუთხედის *AD* ბისექტრისა *CM* მედიანას *K* წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ *CK* მონაკვეთის სიგრძე.

ა) $\frac{30}{17}$ სმ　　ბ) $\frac{15}{17}$ სმ　　გ) $\frac{15}{11}$ სმ　　დ) $\frac{30}{11}$ სმ

15. რომბის მახვილი კუთხის კოსინუსი $\frac{2\sqrt{6}}{5}$-ის ტოლია, ხოლო რომბის პერიმეტრია 20 სმ. იპოვეთ რომბის სიმაღლის სიგრძე.

ა) 1 სმ　　ბ) 2 სმ　　გ) 3 სმ　　დ) 4 სმ

16. პარალელოგრამის დიაგონალი გვერდებთან ადგენს 75°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე დიაგონალი, თუ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ.

ა) 2 სმ　　ბ) $4\sqrt{3}$ სმ　　გ) $4\sqrt{2}$ სმ　　დ) $3\sqrt{6}$ სმ

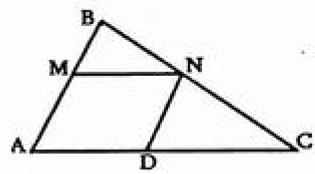
17. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C ამ წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $\sqrt{3}\ AC=BC$. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე.

ა) 30° ბ) 45° გ) 50° დ) 60°

18. ABC სამკუთხედში BC=10 სმ, $\angle C$=120°. რას უდრის სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე, თუ AC: AB =3:7?

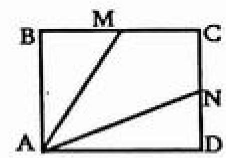
ა) 7 სმ ბ) 9 სმ გ) 14 სმ დ) 21 სმ

19. ABC სამკუთხედში ჩახაზულია $AMND$ რომბი ისე, რომ M, N და D წერტილები შესაბამისად მდებარეობენ AB, BC და AC გვერდებზე. რის ტოლია BN მონაკვეთის სიგრძე, თუ BC=14 სმ, AB: AC=2:5?



ა) 4 სმ ბ) 5 სმ დ) 10 სმ დ) 12 სმ

20. M და N არის $ABCD$ კვადრატის BC და CD გვერდების შუაწერტილები. იპოვეთ MAN კუთხის კოსინუსი.



ა) $\frac{4}{5}$ ბ) $\frac{3}{5}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ტესტი 7.4

1. სიბრტყეზე მოცემულია სამი წრეწირი, რომელთა რადიუსების სიგრძეებია 5 სმ, 6 სმ და 7 სმ. ამ წრეწირთა ცენტრებს შორის მანძილებია 11 სმ, 12 სმ და 13 სმ. მაქსიმუმ რამდენია ისეთი წერტილი, რომელიც ამ წერტილთაგან რომელიმე ორის საერთო წერტილი?

   ა) 2 ბ) 3 გ) 4 დ) 5

2. მრავალკუთხედის ზომა ვუწოდოთ ამ მრავალკუთხედის მომცველი წრეწირებიდან უმცირესის რადიუსს. რომბის გვერდის სიგრძეა 15 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 18 სმ. რის ტოლია ამ რომბის ზომა?

   ა) 5 სმ ბ) 10 სმ გ) 11 სმ დ) 12 სმ

3. მოცემულია სამი მონაკვეთი. პირველის სიგრძეა 5 სმ, მეორის – 11 სმ. განვიხილოთ ორი პირობა:

   I. მესამე მონაკვეთის სიგრძე მეტია 6 სმ-ზე.

   II. მესამე მონაკვეთის სიგრძე ნაკლებია 11 სმ-ზე.

   ისმის დასადგენად შეიძლება თუ არა ამ მონაკვეთებით სამკუთხედის შედგენა:

   ა) I პირობა საკმარისია, II კი – არა ბ) II პირობა საკმარისია, I კი – არა;

   გ) I და II პირობა ერთად საკმარისია;

   დ) საკმარისია ცალ-ცალკე როგორც I ისე II პირობა;

   ე) მოცემული პირობების არ არის საკმარისი.

4. თუ მართკუთხა სამკუთხედის ერთი მახვილი კუთხის ტანგენსია $\frac{5}{12}$, მაშინ მეორე მახვილი კუთხის ტანგენსია

   ა) $\frac{5}{13}$ ბ) 2,4 გ) 2,6 დ) $\frac{13}{12}$

5. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძე $\frac{8}{3}$-ჯერ მეტია ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლეზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის კოსინუსი.

   ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{3}{4}$ გ) $\frac{4}{5}$ დ) $\frac{3}{5}$

6. პარალელოგრამის მცირე გვერდი მცირე დიაგონალის ტოლია. მეორე გვერდის სიგრძეა $12\sqrt{2}$ სმ, ხოლო მეორე დიაგონალის 26 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე.

   ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 13სმ დ) 14 სმ

7. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 5 სმ, 6 სმ და 7 სმ. იპოვეთ უდიდესი კუთხის კოსინუსი.

   ა) 0,1 ბ) 0,2 გ) 0,4 დ) 0,5

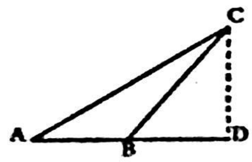
8. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე, თუ მისი მოპირდაპირე კუთხის სინუსია $\frac{1}{5}$, ხოლო სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრია 30 სმ.

   ა) 12 სმ ბ) 10 სმ გ) 8 სმ დ) 6 სმ

9. სამკუთხედის 120°-იანი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს 2 სმ და 3 სმ სიგრძის მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე.

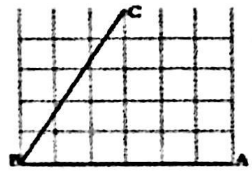
   ა) $\frac{10}{\sqrt{19}}$ ბ) $10\sqrt{19}$ გ) $15\sqrt{11}$ დ) $\frac{10}{\sqrt{11}}$

10. ABC სამკუთხედში $AB=BC=15$ სმ, $\sin\angle ABC=\frac{2}{5}$. იპოვეთ C წვეროდან დაშვებული CD სიმაღლის სიგრძე.



ა) 10 სმ　　ბ) 9 სმ　　გ) 8 სმ　　დ) 6 სმ

11. უჯრებიან ფურცელზე გამოსახული A, B და C წერტილები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ABC კუთხის კოსინუსი.

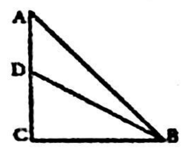


ა) $\frac{2}{5}$　　ბ) $\frac{3}{5}$　　გ) $\frac{4}{5}$　　დ) $\frac{1}{2}$

12. ABC სამკუთხედში $\angle A=30°$, $\angle B=75°$, $BC=(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ სმ. იპოვეთ AB.

ა) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ სმ　　ბ) $\sqrt{2}$ სმ　　გ) 2 სმ　　დ) 4 სმ

13. ABC მართკუთხა სამკუხედში $\angle C=90°$, $BC=5$ სმ. AC კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $CD=4$ სმ, $DA=3$ სმ. იპოვეთ ABD კუთხის ტანგენსი.



ა) $\frac{15}{53}$　　ბ) $\frac{11}{53}$　　გ) $-\frac{11}{53}$　　დ) -1

14. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $AC=3$ სმ, $BC=8$ სმ. იპოვეთ მანძილი C წვეროდან AD მედიანამდე.

ა) $2\sqrt{5}$ სმბ) $\sqrt{7}$ სმ　　გ) 2,4 სმ　　დ) 2,7 სმ

15. რომბის მახვილი კუთხის კოსინუსი $\frac{1}{3}$-ის ტოლია, ხოლო სიმაღლის სიგრძეა $6\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ ამ რომბის პერიმეტრი.

ა) 9 სმ　　ბ) 12 სმ　　გ) 18 სმ　　დ) 36 სმ

16. პარალელოგრამის დიაგონალი გვერდებთან ადგენს 45°-იან და 30°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ დიდი გვერდის სიგრძეა $5\sqrt{2}$-სმ.

ა) 4 სმ　　ბ) 5 სმ　　გ) 6 სმ　　დ) 10 სმ

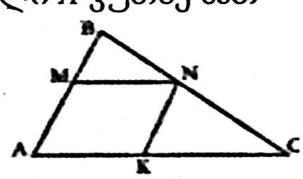
17. AB წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C წრეწირზე მდებარე წერტილია. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე, თუ $AC=\sqrt{3}\cdot BC$.

ა) 30°　　ბ) 45°　　გ) 60°　　დ) 90°

18. ABC სამკუთხედში $AB:BC=7:5$, $AC=3$ სმ, $\angle C=120°$. რას უდრის სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე?

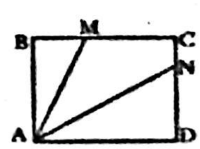
ა) 5 სმ　　ბ) 7 სმ　　გ) 14 სმ　　დ) 21 სმ

19. ABC სამკუთხედში ჩახაზულია $AMNK$ რომბი ისე, რომ 60°-ის ტოლი A კუთხე მათ საერთო აქვთ. M, N და K წერტილები შესაბამისად მდებარეობენ AB, BC და AC გვერდებზე. N წერტილი BC გვერდს ყოფს 5 სმ-ის და 8 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად. რის ტოლია სამკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძე?



ა) $\frac{13}{7}$　　ბ) $\frac{40}{7}$　　გ) $\frac{65}{7}$　　დ) $\frac{104}{7}$

20. M და N წერტილები აღებულია $ABCD$ კვადრატის შესაბამისად BC და CD გვერდებზე ისე, რომ $BM:MC=CN:ND=1:2$. იპოვეთ MAN კუთხის კოსინუსი.

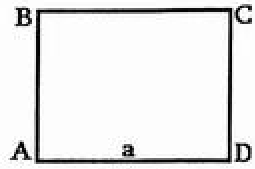


ა) $\frac{18}{\sqrt{130}}$　　ბ) $\frac{9}{\sqrt{130}}$　　გ) $\frac{17}{\sqrt{130}}$　　დ) $\frac{15}{4\sqrt{130}}$

§ 8. ფიგურათა ფართობები

1. კვადრატის და მართკუთხედის ფართობი. კვადრატის ფართობი მისი გვერდის კვადრატის ტოლია. ე.ი. თუ კვადარატის გვერდის სიგრძეა *a*, მაშინ მისი ფართობი (ნახ. 8.1)

$$S = a^2.$$



ნახ. 8.1

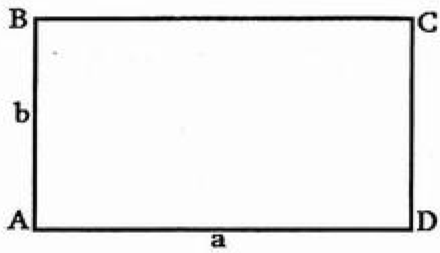
ვინაიდან *ABCD* კვადრატისათვის $AB^2 = \frac{AC^2}{2}$, ამიტომ მივიღებთ

$$S = \frac{AC^2}{2}.$$

ანუ კვადრატის ფართობი დიაგონალის კვადრატის ნახევრის ტოლია.

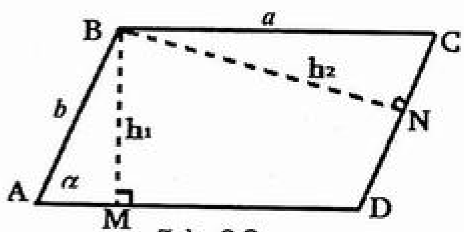
მართკუთხედის ფართობი მისი სიგრძისა და სიგანის ნამრავლის ტოლია (ნახ. 8.2). ამრიგად, *ABCD* მართკუთხედის ფართობისათვის გვაქვს

$$S = a \cdot b \text{ ანუ } S = AD \cdot AB.$$



ნახ. 8.2

2. პარალელოგრამის ფართობი. განვიხილოთ *ABCD* პარალელოგრამი, რომლის განსხვავებული გვერდებია *AD=a* და *AB=b*. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეებია h_1 და h_2, ხოლო მახვილი კუთხის სიდიდეა α (ნახ. 8.3).



ნახ. 8.3

პარალელოგრამის ფართობი გვერდისა და ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია:

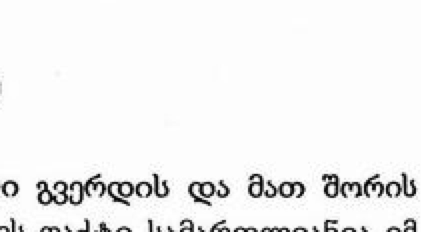
$$S = a \cdot h_1 \text{ ანუ } S = b \cdot h_2.$$

ვინაიდან (ნახ. 8.3) $h_1 = b\sin\alpha$ და $h_2 = a \cdot \sin\alpha$, ამიტომ

$$S = a \cdot b\sin\alpha.$$

ე.ი. პარალელოგრამის ფართობი ტოლია ორი მეზობელი გვერდის და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის. შევნიშნოთ, რომ ეს ფაქტი სამართლიანია იმ შემთხვევაშიც, თუ α ბლაგვი კუთხეა.

3. სამკუთხედის ფართობი. ვინაიდან ყოველი სამკუთხედი წარმოადგენს მის რომელიმე ორ გვერდზე აგებული პარალელოგრამის ნახევარს, ამიტომ სამკუთხედის ფართობი მისი რომელიმე გვერდისა და ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ნახევრის ტოლია (ნახ. 8.4):



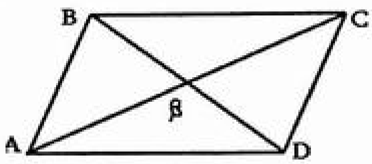
ნახ. 8.4

$$S = \frac{1}{2}ah,$$

ან სამკუთხედის ფართობი ორი გვერდისა და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის ნახევარია

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha\ .$$

სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი უკანასკნელი ფორმულიდან ადვილად მიიღება, რომ **პარალელოგრამის ფართობი მისი დიაგონალებისა და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის ნახევრის ტოლია.** ე.ი. $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობი (ნახ. 8.5)



ნახ. 8.5

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot BD \cdot \sin\beta\ ,$$

სადაც β არის კუთხე AC და BD დიაგონალებს შორის. კერძოდ, **რომბის ფართობი მისი დიაგონალების ნამრავლის ნახევრის ტოლია.** ე.ი. $ABCD$ რომბის ფართობია

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot BD\ .$$

იმ შემთხვევაში, როცა ცნობილია სამკუთხედის სამივე გვერდი, მოსახერხებელია სამკუთხედის ფართობი გამოვთვალოთ ჰერონის ფორმულის დახმარებით:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ ,$$

სადაც p არის ABC სამკუთხედის ნახევარპერიმეტრი $p = \dfrac{a+b+c}{2}$.

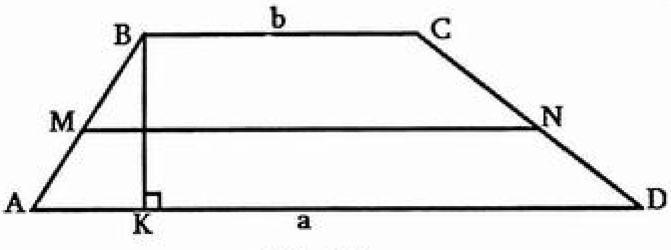
როდესაც ცნობილია სამკუთხედის სამივე გვერდი შეგვიძლია ვისარგებლოთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების R და r რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულებით:

$$R = \frac{abc}{4S},\ \ r = \frac{S}{p},$$

სადაც p სამკუთხედის ნახევარპერიმეტრია.

4. ტრაპეციის ფართობი. ტრაპეციის ფართობი მისი ფუძეების ნახევარჯამის და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია (ნახ. 8.6):

$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK\ , \text{ ანუ } S = \frac{a+b}{2} \cdot h\ .$$



ნახ. 8.6

ვინაიდან ფუძეების ნახევარჯამი მისი შუახაზის ტოლია, ამიტომ ტრაპეციის ფართობი მისი შუახაზის და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია (ნახ. 8.6)

$$S_{ABCD} = MN \cdot BK\ .$$

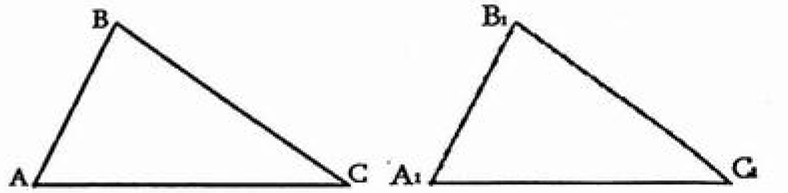
თუ $ABCD$ ტრაპეცია ტოლფერდაა და მისი დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მაშინ, როგორც ვიცით სიმაღლე შუახაზის ტოლია, ამიტომ ამ შემთხვევაში ტრაპეციის ფართობი ტოლია სიმაღლის კვადრატისა ე.ი.

$$S_{ABCD} = h^2\ .$$

5. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების ფარდობა. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება შესაბამისი გვერდების კვადრატების შეფარდების ტოლია,

ანუ მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება მსგავსების კოეფიციენტის კვადრატის ტოლია. ე.ი.თუ ABC და $A_1B_1C_1$ მსგავსი სამკუთხედებია კოეფიციენტით K, მაშინ

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB^2}{A_1B_1^2} = K^2.$$



ნახ. 8.7

* * *

8.1. 1) გამოთვალეთ კვადრატის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრია 28 მ.

2) კვადრატის ფართობია 2,25 მ². იპოვეთ მისი პერიმეტრი.

3) იპოვეთ კვადრატის ფართობი, თუ მისი დიაგონალის სიგრძეა 6 მ.

4) იპოვეთ კვადრატის დიაგონალის სიგრძე, თუ მისი ფართობია 32 მ².

8.2. 1) რამდენჯერ გაიზრდება კვადრატის ფართობი, თუ მის გვერდს გავზრდით 5-ჯერ?

2) რამდენჯერ უნდა გავზარდოთ კვადრატის გვერდი, რომ მისი ფართობი გაიზარდოს 5-ჯერ?

3) ერთი კვადრატის ფართობი 50-ჯერ მეტია მეორე კვადრატის ფართობზე. რამდენჯერ მეტია პირველი კვადრატის პერიმეტრი მეორე კვადრატის პერიმეტრზე.

4) ერთი კვადრატის პერიმეტრი 11-ჯერ მეტია მეორე კვადრატის პერიმეტრზე. რამდენჯერ მეტია პირველი კვადრატის ფართობი მეორე კვადრატის ფართობზე?

8.3. 1) ორი კვადრატის ფართობთა ჯამია 68 მ², ამასთან პირველის გვერდის სიგრძე 4-ჯერ მეტია მეორის გვერდის სიგრძეზე. იპოვეთ მეორე კვადრატის პერიმეტრი.

2) ორი კვადრატის გვერდების შეფარდებაა 2:5, ხოლო მათი ფართობთა ჯამია 261 მ². იპოვეთ მცირე კვადრატის პერიმეტრი.

3) კვადრატი მიიღება ოთხი ისეთი კვადრატის ერთმანეთზე მიდგმით, რომელთაგან თითოეულის პერიმეტრი, 60 სმ. იპოვეთ მიღებული კვადრატის ფართობი.

4) კვადრატი მიიღება ცხრა ისეთი კვადრატის ერთმანეთზე მიდგმით, რომელთაგან თითოეულის ფართობია 36 სმ². იპოვეთ მიღებული კვადრატის პერიმეტრი.

8.4. 1) რამდენი პროცენტით გაიზრდება კვადრატის ფართობი, თუ მის გვერდს 20%-ით გავზრდით?

2) რამდენი პროცენტით შემცირდება კვადრატის ფართობი, თუ მის გვერდს 20%-ით შევამცირებთ?

3) რამდენი პროცენტით უნდა გავზარდოთ კვადრატის გვერდი, რომ მისი ფართობი 69%-ით გაიზარდოს?

4) რამდენი პროცენტით უნდა შევამციროთ კვადრატის გვერდი, რომ მისი ფართობი 51%-ით შემცირდეს?

5) რამდენჯერ შემცირდება კვადრატის ფართობი, თუ მისი გვერდის სიგრძეს თავისი $\frac{1}{4}$-ით შევამცირებთ?

6) რამდენჯერ გაიზრდება კვადრატის ფართობი, თუ მისი გვერდის სიგრძეს თავისი $\frac{1}{8}$-ით გავზრდით?

8.5. 1) მართკუთხედის სიგრძე სამჯერ მეტია სიგანეზე და მისი პერიმეტრია 48 მ. იპოვეთ ამ მართკუთხედის ფართობი.

2) მართკუთხედის სიგრძე ოთხჯერ მეტია სიგანეზე. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი ფართობია 196 სმ^2.

3) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 4:5, ხოლო მისი ფართობია 80 მ^2. იპოვეთ ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

4) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 3:7, ხოლო მისი პერიმეტრია 60 მ. იპოვეთ ამ მართკუთხედის ფართობი.

8.6. 1) მართკუთხედს და კვადრატს ტოლი ფართობები აქვთ. იპოვეთ კვადრატის გვერდი, თუ მართკუთხედის გვერდებია 5 სმ და 10 სმ.

2) მართკუთხედს და კვადრატს ტოლი პერიმეტრები აქვთ. იპოვეთ კვადრატის ფართობი, თუ მართკუთხედის გვერდებია 14 სმ და 26 სმ.

3) მართკუთხედის სიგანე სიგრძის 60%-ია. იპოვეთ მართკუთხედის სიგრძე, თუ მისი ფართობია 240 სმ^2.

4) მართკუთხედის სიგრძე გაიზარდა 20%-ით, ხოლო სიგანე – 30%-ით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა ამ მართკუთედის ფართობი?

5) რამდენჯერ უნდა გაიზარდოს კვადრატის გვერდი, რომ მისი ფართობი 69%-ით გაიზარდოს?

6) კვადრატის გვერდი გაზარდეს 1,1-ჯერ. რამდენი პროცენტით გაიზარდა მისი ფართობი?

8.7. 1) სამკუთხედის ფუძე ხუთჯერ მეტია მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე და ასეთი სამკუთხედის ფართობია 90 სმ^2. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

2) სამკუთხედის ფუძე სამჯერ ნაკლებია მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე და ასეთი სამკუთხედის ფართობის 54 სმ^2. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

3) სამკუთხედის ფუძისა და სიმაღლის ფარდობაა 4:3 და ასეთი სამკუთხედის ფართობია 150 სმ^2. იპოვეთ ფუძის სიგრძე.

4) სამკუთხედის ფუძისა და სიმაღლის ფარდობაა 8:7 და ასეთი სამკუთხედის სიმაღლეა 21 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

8.8. 1) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 25 სმ, ხოლო ერთ-ერთი კათეტის სიგრძეა 15 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

2) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 16 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

3) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 16 სმ, ხოლო მახვილი კუთხის სიდიდეა 30°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

4) მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეა 60°, ხოლო მასთან მდებარე კათეტია 4 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

8.9. 1) ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობია $9\sqrt{3}$ სმ^2. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი.

2) ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობია $12\sqrt{3}$. იპოვეთ სამკუთხედის სიმაღლე.

3) ტოლგვერდა სამკუთხედის სიმაღლეა 9 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

4) ტოლგვერდა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $6\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

8.10. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 30 სმ, ხოლო ფერდია 17 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდია 30 სმ, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 24 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი 1,6-ჯერ ნაკლებია ფუძეზე, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 3 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძისა და ფერდის შეფარდებაა 48:25, ხოლო სამკუთხედის სიმაღლეა 20 მ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

8.11. 1) ტოლფერდა სამკუთხედის ფართობია 15 სმ^2, ხოლო ფუძის სიგრძეა 6 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფერდის სიგრძე.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 5 სმ, ხოლო ფართობია 12 სმ^2. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფუძის სიგრძე.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხეა 30°, ხოლო ფართობია $25\sqrt{3}$ სმ^2. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფერდის სიგრძე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფართობია 18 სმ^2, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეა 6 სმ. იპოვეთ ფერდის სიგრძე.

8.12. 1) მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტის სიგრძეა $0{,}4a$, ხოლო სამკუთხედის ფართობია $0{,}06a^2$. იპოვეთ ჰიპოტენუზის სიგრძე.

2) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაა $13a$, ხოლო ერთ-ერთი კათეტია $5a$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

3) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 15 სმ და 20 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე.

4) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაა 30 სმ, ხოლო ერთ-ერთი კათეტია 18 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

8.13. 1) სამკუთხედის გვერდია 15 მ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლეა 8 მ. ამ სამკუთხედის მეორე გვერდია 12 მ. იპოვეთ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 12 მ, ხოლო ფერდი – 10 მ. იპოვეთ ფერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

3) სამკუთხედის ორი გვერდის შეფარდებაა 8:5. იპოვეთ პირველ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე, თუ მეორე გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 72 მ.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეზე დაშვებული სიმაღლისა და ფუძის შეფარდებაა 5:24. ფერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 48 მ. იპოვეთ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

8.14. 1) ABC სამკუთხედში $AB=5$, $BC=4$, $\angle B=30°$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

2) ABC სამკუთხედში $AB=3$, $AC=3\sqrt{2}$, $\sin\angle A=\frac{\sqrt{2}}{3}$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

3) ABC სამკუთხედში $AB=3\sqrt{2}$, $AC=4$, ხოლო სამკუთხედის ფართობია 6. იპოვეთ A კუთხის სიდიდე.

4) ABC სამკუთხედში $AB=3$, $\angle A=45°$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია 12.

8.15. 1) იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $AB=4$, $\angle A=45°$, $\angle C=60°$.

2) ABC სამკუთხედში $BC=9$, $\sin\angle A=\frac{3}{5}$, $\sin\angle C=\frac{1}{3}$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

3) ABC სამკუთხედში $\angle A=75°$, $\angle C=60°$, ხოლო სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $5\sqrt{2}$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

4) ABC სამკუთხედში $AB=20$, $\sin\angle A=\frac{4}{5}$. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია 80.

8.16. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მოცემულია მისი სამი გვერდი:

1) 13სმ,14სმ,15სმ 2) 17სმ,65სმ,80სმ 3) 5სმ,7სმ,8სმ 4) 12სმ,20სმ,28სმ

8.17. 1) სამკუთხედის გვერდებია 5 სმ, 6 სმ და 9 სმ. იპოვეთ უმცირესი სიმაღლის სიგრძე.

2) სამკუთხედის გვერდებია 12 სმ, 13 სმ და 15 სმ. იპოვეთ უდიდესი სიმაღლის სიგრძე.

3) სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 9:10:17, ხოლო ფართობია 324 სმ². იპოვეთ სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე.

4) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 8 სმ და 9 სმ, ხოლო ფართობია $12\sqrt{5}$ სმ². იპოვეთ მესამე გვერდის სიგრძე.

8.18. 1) სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 3 სმ, ხოლო პერიმეტრია 10 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

2) სამკუთხედის ფართობია 50 სმ², ხოლო პერიმეტრია 20 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

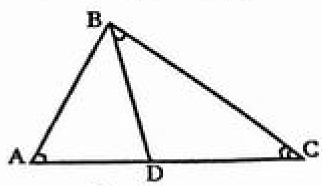
3) იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსები, თუ სამკუთხედის გვერდებია 13 სმ, 14 სმ და 15 სმ.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 12 სმ, ფერდი კი 10 სმ. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების რადიუსები.

8.19. 1) სამკუთხედის პერიმეტრია 12 სმ, მისი ფართობი კი – 8 სმ². ამ სამკუთხედის მსგავსი სამკუთხედის ფართობია 48 სმ². იპოვეთ ამ უკანასკნელი სამკუთხედის პერიმეტრი.

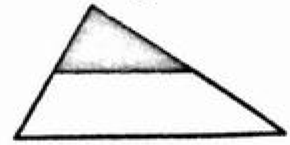
2) სამკუთხედის პერიმეტრია 15 სმ, მისი ფართობი კი – 9 სმ². ამ სამკუთხედის მსგავსი სამკუთხედის პერიმეტრია 18 სმ. იპოვეთ ამ უკანასკნელი სამკუთხედის ფართობი.

3) ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებზე აღებულია შესაბამისად M და N წერტილები ისე, რომ $MN \parallel AC$ და $MN:AC=3:4$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ MBN სამკუთხედის ფართობია 27 სმ².

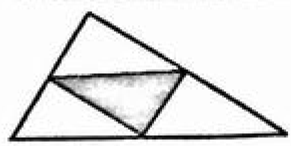


4) ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $\angle DBC = \angle A$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $BC:AC=2:3$ და BDC სამკუთხედის ფართობია 8 სმ².

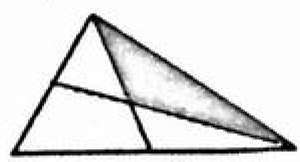
8.20. 1) სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს მისგან შუახაზით მოკვეთილი სამკუთხედის ფართობი?



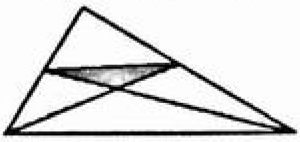
2) სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს მისი შუახაზებით შედგენილი სამკუთხედის ფართობი?



3) სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს იმ სამკუთხედის ფართობი, რომლის ერთი წვერო მოცემული სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილია, დანარჩენი ორი კი სამკუთხედის წვეროებს ემთხვევა?



4) მოცემული სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს იმ სამკუთხედის ფართობი, რომლის ერთი წვერო მოცემული სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილია დანარჩენი ორი კი მოცემული სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილები.



8.21. 1) პარალელოგრამის გვერდი 18 სმ-ია. მასზე დაშვებული სიმაღლე კი 5 სმ. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ფართობი.

2) პარალელოგრამის ერთი გვერდია 15 სმ, ხოლო ფართობი – 120 სმ^2. იპოვეთ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

3) პარალელოგრამის გვერდებია $5\sqrt{3}$ სმ და 8 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა $60°$. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ფართობი.

4) პარალელოგრამის გვერდებია 16 სმ და 15 სმ, ხოლო ფართობი 120 სმ^2-ია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდე.

8.22. 1) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია 40 მ და 32 მ. მანძილი დიდ გვერდებს შორის 8 მ-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი მცირე გვერდებს შორის.

2) პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეების სიგრძეებია 4 მ და 6 მ. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე, თუ დიდი გვერდის სიგრძეა 9 მეტრი.

3) პარალელოგრამის სიმაღლეების სიგრძეებია 5 სმ და 7 სმ. იპოვეთ მისი ფართობი, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 120 სმ.

4) პარალელოგრამის სიმაღლეების შეფარდებაა 9:11, ხოლო პერიმეტრია 120 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები.

8.23. 1) პარალელოგრამის გვერდისადმი გავლებული სიმაღლე სამჯერ ნაკლებია ამ გვერდზე. იპოვეთ ეს გვერდი, თუ პარალელოგრამის ფართობია 27სმ^2.

2) პარალელოგრამში მცირე გვერდისადმი გავლებული სიმაღლე ოთხჯერ მეტია ამ გვერდზე. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდი, თუ მისი ფართობია 64 დმ^2.

3) პარალელოგრამის სიმაღლეების სიგრძეებია 17 სმ და 15 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხის სინუსია $\frac{17}{20}$. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

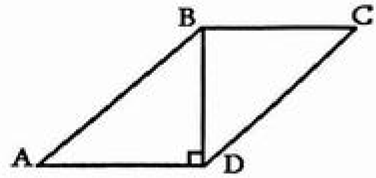
4) პარალელოგრამის სიმაღლეების სიგრძეებია $5\sqrt{3}$ და 7 სმ, ხოლო ფართობია 70 სმ^2. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდე.

8.24. 1) პარალელოგრამის გვერდებია 13 დმ და 24 დმ. მისი მცირე დიაგონალი პარალელოგრამის მცირე გვერდის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

2) პარალელოგრამის გვერდებია 10 მ და 12 მ. უდიდეს გვერდზე დაშვებული სიმაღლე ამ გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

3) პარალელოგრამის გვერდებია 15 სმ და 9 სმ, ხოლო დიაგონალი გვერდის მართობულია. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

4) $ABCD$ პარალელოგრამის BD დიაგონალი AD გვერდის მართობულია. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ AB=26 სმ, BD=10 სმ.



8.25. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MD=3:4$. იპოვეთ ABM სამკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობია 28 სმ².

2) $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MD=2:3$. იპოვეთ $BCDM$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობია 30 სმ².

3) M არის $ABCD$ პარალელოგრამის BC გვერდზე მდებარე წერტილი. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ AMD სამკუთხედის ფართობია 15 დმ².

4) პარალელოგრამის ერთი კუთხე სამჯერ მეტია მეორეზე. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მოპირდაპირე გვერდს მახვილი კუთხის წვეროს მხრიდან ყოფს 4 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

8.26. 1) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი გვერდის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო მახვილი კუთხის სიდიდეა 45°.

2) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 8 სმ, მახვილი კუთხეა 30°.

3) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი კუთხეების შეფარდებაა 1:3, ხოლო სიმაღლე $3\sqrt{2}$ სმ-ის ტოლია.

4) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი კუთხეების შეფარდებაა 1:5, ხოლო გვერდი 20 სმ-ის ტოლია.

8.27. 1) იპოვეთ $ABCD$ რომბის ფართობი, თუ BC=6 სმ, $\sin\angle A=\frac{1}{3}$.

2) იპოვეთ $ABCD$ რომბის ფართობი, თუ $\cos\angle A=0{,}8$ და მისი სიმაღლეა 30 სმ.

3) იპოვეთ $ABCD$ რომბის ფართობი, თუ AB= 50 სმ, $\mathrm{tg}\angle A=0{,}75$.

4) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 5 სმ, ხოლო მახვილი კუთხის სიმუსია 0,25.

8.28. 1) იპოვეთ რომბის ფართობი თუ მისი დიაგონალების სიგრძეებია 12 მ და 15მ.

2) რომბის დიაგონალების შეფარდებაა 2:3, ხოლო მისი ფართობია 75 სმ². იპოვეთ რომბის მცირე დიაგონალი.

3) რომბის დიაგონალების შეფარებაა 3:4, ხოლო მისი ფართობია 24 სმ². იპოვეთ რომბის გვერდი.

4) რომბის დიაგონალების სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ. იპოვეთ ამ რომბში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

8.29. 1) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 20 სმ, მცირე დიაგონალი კი – 25 სმ.

2) რომბის ფართობია 24 სმ^2, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალია 6 სმ. იპოვეთ რომბის სიმაღლე.

3) რომბის დიაგონალების ჯამია 14 სმ, ხოლო გვერდის სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ ამ რომბის ფართობი.

4) რომბის ფართობია 64 სმ^2, ხოლო დიაგონალების ჯამია 24 სმ. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე.

8.30. 1) ტრაპეციის ფუძეებია 15 სმ და 25 სმ, ხოლო ფართობია – 240 სმ^2. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

2) ტრაპეციის სიმაღლეა 15 სმ, ფართობი – 300 სმ^2. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

3) ტრაპეციის ფართობია 180 სმ^2, სიმაღლე 12 სმ, ერთ-ერთი ფუძე – 12 სმ. იპოვეთ მეორე ფუძის სიგრძე.

4) ტრაპეციის ფართობია 70 სმ^2, სიმაღლე – 5 სმ, ხოლო ფუძეების შეფარდებაა 3:4. იპოვეთ მცირე ფუძის სიგრძე.

5) ტრაპეციაში, რომლის ფუძეებია 20 სმ და 24 სმ, ხოლო სიმაღლე – 10 სმ, გავლებულია შუახაზი. იპოვეთ მიღებული ტრაპეციიდან უმცირესის ფართობი.

6) ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 12 სმ. ფერდი, რომლის სიგრძეა $5\sqrt{2}$ სმ, ფუძესთან ადგენს 45°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

8.31. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 12 სმ და 20 სმ. ფუძესთან მდებარე კუთხე – 45°. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

2) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალია $4\sqrt{2}$ და ფუძესთან ადგენს 45°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალია 13 სმ, სიმაღლე – 5 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

4) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 10 სმ.

8.32. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 8 სმ და 12 სმ, ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $\mathrm{tg}\alpha=2$.

2) ტრაპეციის შუახაზი 25 სმ-ია. ერთ-ერთი ფერდი 12 სმ-ის ტოლია და ფუძესთან ადგენს α სიდიდის კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი 50 სმ-ის ტოლია და ფუძესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{4}{5}$.

4) ტრაპეციის მცირე ფუძეა 4 სმ. ფერდი, რომლის სიგრძეა 12 სმ, ფუძესთან ადგენს α სიდიდის კუთხეს. მეორე ფერდის სიგრძეა $4\sqrt{10}$ სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{4}$.

8.33. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 15 სმ და 45 სმ, ფერდი – 25 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

2) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიდი ფუძეა 14 სმ, ფერდი – 13 სმ, დიაგონალი – 15 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

3) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი ფუძეების სიგრძეებია 16 სმ და 34 სმ.

4) ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდი 10 სმ-ია და ფუძესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ დიაგონალი ფერდის მართობულია.

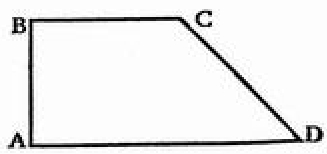
8.34. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი წარმოადგენს მახვილი კუთხის ბისექტრისას. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი ფუძეების სიგრძეებია 10 სმ და 22 სმ.

2) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი წარმოადგენს ბლაგვი კუთხის ბისექტერისას. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი ფუძეების სიგრძეებია 3 სმ და 5 სმ.

3) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციაში AC დიაგონალი 6-ის ტოლია და წარმოადგენს A კუთხის ბისექტრისას. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ BC მცირე ფუძე 5-ის ტოლია.

4) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციაში AC დიაგონალი 8-ი ტოლია და წარმოადგენს A კუთხის ბისექტრისას. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ ტრაპეციის სიმაღლეა 4,8.

8.35. 1) $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში ფუძეების სიგრძეებია 8 სმ და 11 სმ, ხოლო ფერდი 5 სმ-ია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.



2) მართკუთხა ტრაპეციის ფართობია 114 სმ², ფუძეებია 14 სმ და 22 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფერდის სიგრძე.

3) მართკუთხა ტრაპეციას მცირე დიაგონალი ორ სამკუთხედად ყოფს, რომელთაგან ერთ-ერთი ტოლგვერდა a-ს ტოლი გვერდით. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

4) მართკუთხა ტრაპეციის მახვილი კუთხე 30°-ის ტოლია. მცირე ფუძის სიგრძე 2სმ, ხოლო ფერდების ჯამია $3\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

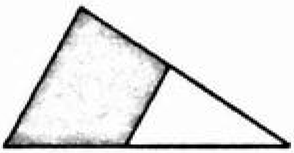
8.36. 1) მართკუთხა ტრაპეციის მცირე ფუძეა 8 სმ, დიდი ფერდი – 12 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა α. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

2) მართკუთხა ტრაპეციაში ფუძეების ჯამია 36 სმ, ფერდების ჯამია 20 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი მახვილი კუთხის სინუსი $\frac{1}{4}$-ის ტოლია.

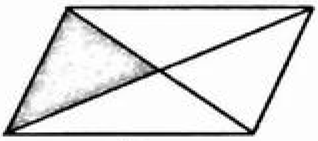
3) მართკუთხა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართებულია, ხოლო მახვილი კუთხეა α. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ დიდი ფუძეა 36 სმ და $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

4) მართკუთხა ტრაპეციის მცირე დიაგონალი ფერდის მართობულია და მართი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ დიდი ფერდი $4\sqrt{2}$ სმ-ია.

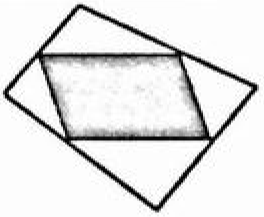
8.37. 1) სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს მისგან შუახაზით მოკვეთილი ტრაპეციის ფართობი?



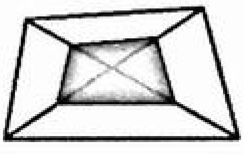
2) პარალელოგრამის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს იმ სამკუთხედის ფართობი, რომლის ერთი წვერო პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია და ერთი გვერდი – პარალელოგრამის რომელიმე გვერდს ემთხვევა.



3) ოთხკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს მისი შუაწერტილების მიმდევრობით შეერთებით მიღებული ოთხკუთხედის ფართობი?



4) მოცემული ოთხკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს იმ ოთხკუთხედის ფართობი, რომლის წვეროები მოცემული ოთხკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილისა და მისი წვეროების შემაერთებელი მონაკვეთების შუაწერტილებია?



* * *

8.38. 1) ABC სამკუთხედში $AB=5$ და $\angle A=45°$. იპოვეთ BC და AC, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 5.

2) ABC სამკუთხედში $AB=4$, $AC=3\sqrt{2}$. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია $2\sqrt{2}$.

3) ABC სამკუთხედში $AC=4$, $\angle C=45°$, $\angle B=60°$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

4) ABC სამკუთხედში $AB=a$, $\angle A=45°$, $\angle B=105°$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

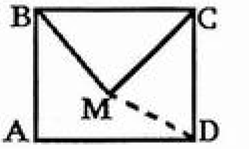
8.39. 1) სამკუთხედის ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 20 სმ, ხოლო მასთან მდებარე კუთხეების სიდიდეებია 45° და 60°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

2) სამკუთხედის ერთ-ერთ გვერდთან მდებარე კუთხეების სიდიდეებია 45° და 30°. იპოვეთ ამ გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია $4(\sqrt{3}-1)$ სმ^2.

3) ABC სამკუთხედში $\angle B=120°$, $BC=4$ სმ, $AC=\sqrt{37}$ სმ. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

4) ABC სამკუთხედში $\angle B=150°$, $BC=3$ სმ. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია 3 სმ^2.

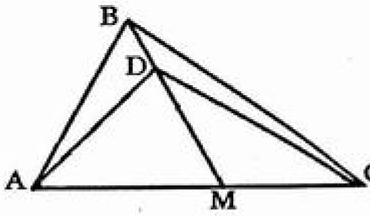
8.40. 1) $ABCD$ კვადრატის შიგნით აღებულია M წერტილი ისე, რომ BMC სამკუთხედი ტოლგვერდაა. იპოვეთ CMD სამკუთხედის ფართობი, თუ $AB=6$სმ.



2) ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $AD:DC=2:3$. იპოვეთ DBC სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 30 სმ^2.

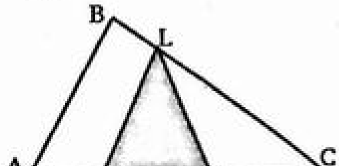
3) ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ ABD სამკუთხედის ფართობი 4-ჯერ ნაკლებია ABC სამკუთხედის ფართობზე. იპოვეთ $BD: DC$.

4) ABC სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია M წერტილი. BM მონაკვეთზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $BD:DM=2:5$. იპოვეთ ADC სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 28 სმ^2.



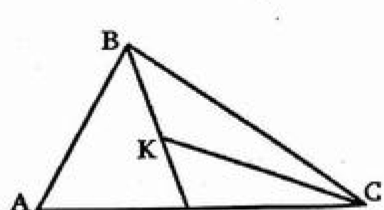
8.41. 1) ABC სამკუთხედში BD მედიანაა, ხოლო M – მედიანების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ AMD სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 42 სმ^2.

2) ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია L წერტილი, ხოლო AC გვერდზე M და N წერტილები ისე, რომ $BL:LC=1:3$, $AM:MN:NC=2:3:4$. იპოვეთ MLN სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 36 სმ^2.



3) ABC სამკუთხედის BC და AC გვერდების შუაწერტილები შეერთებულია ერთმანეთთან და მედიანების გადაკვეთის წერტილთან. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია S.

4) ABC სამკუთხედში BD მედიანაა, ხოლო CK არის BDC სამკუთხედის C კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ BKC სამკუთხედის ფართობი, თუ $AC:BC=m:n$ და ABC სამკუთხედის ფართობია S.



8.42. 1) სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძეა $\sqrt{2}$ სმ. წვეროდან რა მანძილზეა ამ სამკუთხედის ფართობის შუაზე გამყოფი და ფუძის პარალელური წრფე?

2) ABC სამკუთხედი AC გვერდის პარალელური MN მონაკვეთით გაყოფილია ორ ნაწილად, რომელთა ფართობები ტოლია. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=10 სმ.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის პარალელური წრფე ფერდს ყოფს შეფარდებით 1:3 წვეროს მხრიდან. რა შეფარდებით ყოფს ეს წრფე (წვეროს მხრიდან) სამკუთხედის ფართობს?

4) ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძის პარალელური MN მონაკვეთი ($M \in AB$, $N \in BC$) AB გვერდს ყოფს შეფარდებით 2:1 (წვეროს მხრიდან). N წერტილზე გავლებულია AB გვერდის პარალელური NK მონაკვეთი ($K \in AC$). ABC სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს $AMNK$ პარალელოგრამის ფართობი?

8.43. 1) სამკუთხედის ფერდი დაყოფილია 1:2:3 შეფარდებით (წვეროს მხრიდან) და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. რა შეფარდებით გაიყო სამკუთხედის ფართობი?

2) სამკუთხედის ფერდი გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. რა შეფარდებით გაიყო სამკუთხედის ფართობი?

3) სამკუთხედი ფუძის პარალელური ორი წრფით გაყოფილია სამ ნაწილად, რომელთა ფართობები ტოლია. რა შეფარდებით დაიყო ფერდები წვეროს მხრიდან?

4) სამკუთხედის ფერდი უნდა დაიყოს სამ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე უნდა გაივლოს ფუძის პარალელური წრფეები ისე, რომ სამკუთხედის მიღებული ნაწილების ფართობების შეფარდება (წვეროს მხრიდან) აღმოჩნდეს 1:2:3. რა შეფარდებით (წვეროს მხრიდან) უნდა დაიყოს სამკუთხედის ფერდი?

8.44. 1) ABC სამკუთხედის მედიანების გააკვეთის O წერტილზე გავლებული AB და BC გვერდების პარალელური წრფეები, AB და AC გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. ABC სამკუთხედის ფართობის მერამდენედი ნაწილია $AMON$ ოთხკუთხედის ფართობი?

2) P, Q, R და S წერტილები $ABCD$ პარალელოგრამის თითოეულ გვერდს ყოფს ორ ნაწილად ისე, რომ $AP:PB=BQ:QC=CR:RD=DS:AS=2:3$. პარალელოგრამის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს $PQRS$ ოთხკუთხედის ფართობი?

3) ABC სამკუთხედში გავლებულია AK და BM სიმაღლეები. იპოვეთ CMK სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 10 და $\angle ACB=45°$.

4) ABC სამკუთხედში გავლებულია AK და BM სიმაღლეები. იპოვეთ CMK სამკუთხედის ფართობის შეფარდება ABC სამკუთხედის ფართობთან, თუ $\angle ACB=\alpha$.

8.45. 1) მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მართ კუთხეს ყოფს შეფარდებით 1:2. რა შეფარდებით გაყოფს ეს სიმაღლე სამკუთხედის ფართობს?

2) მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე კათეტს ყოფს 4 სმ და 5 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

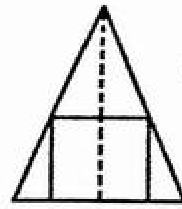
3) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 15 სმ და 20 სმ. მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია სიმაღლე. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედების ფართობები.

4) მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის ბისექტრისა ჰიპოტენუზას ყოფს 6 სმ და 9 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედების ფართობები.

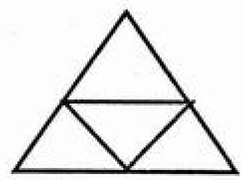
8.46. 1) მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის კათეტების სიგრძეებია 4 სმ და 6 სმ, ჩახაზულია კვადრატი, რომელსაც სამკუთხედთან საერთო კუთხე აქვს. იპოვეთ კვადრატის ფართობი.

2) ტოლგვერდა სამკუთხედში, რომლის გვერდის სიგრძეა $(2+\sqrt{3})$ სმ, ჩახაზულია კვადრატი. იპოვეთ კვადრატის ფართობი.

3) ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძეა 30 სმ და სიმაღლეა 20 სმ, ჩახაზულია კვადრატი ისე, რომ მისი ორი წვერო სამკუთხედის ფუძეზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი – ფერდებზე. იპოვეთ კვადრატის ფართობი.



4) ტოლფერდა სამკუთედის ფუძეა 20 სმ, სიმაღლე 10 სმ. ამ სამკუთხედში ჩახაზულია ტოლგვერდა სამკუთხედი ისე, რომ მისი ერთი წვერო სამკუთხედის ფუძეზეა დანარჩენი ორი კი ფერდებზე, ამასთან ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთი გვერდი ფუძის პარალელურია. იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობი.



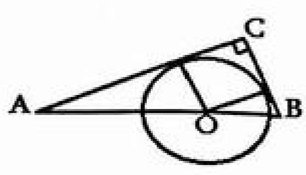
8.47. 1) სამკუთხედის გვერდებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ. წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს უდიდეს გვერდზე, ეხება დანარჩენ ორ გვერდს. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი.

2) წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე, ეხება ორივე კათეტს. იპოვეთ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა 10 სმ, ხოლო წრეწირის რადიუსია $\dfrac{24}{7}$ სმ.

3) სამკუთხედის გვერდების სიგრძებია 13 სმ, 14 სმ და 15 სმ. წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს სამკუთხედის უდიდეს გვერდზე, ეხება დანარჩენ ორ გვერდს. იპოვეთ მანძილი ამ წრეწირის ცენტრიდან მართი კუთხის წვერომდე.

4) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 3 სმ და 5 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა 120°. წრეწირი, რომლის ცენტრი მდებარეობს სამკუთხედის უდიდეს გვერდზე, ეხება სამკუთხედის დანარჩენ ორ გვერდს. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი.

8.48. 1) წრეწირის ცენტრი მდებარეობს მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე და ეს წრეწირი ეხება ორივე კათეტს. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია 1 სმ და წრეწირის ცენტრი ჰიპოტენუზის ერთ-ერთი ბოლოდან დაშორებულია $\sqrt{5}$ სმ-ის ტოლი მანძილით.



2) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე და მასზე დაშვებული სიმაღლე ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია ($\sqrt{5}-1$) სმ.

3) მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის ერთ-ერთი კათეტის სიგრძეა 5 სმ, ჩახაზულია 2 სმ რადიუსის წრეწირი. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

4) მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების შეფარდებაა 4:3, ხოლო შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების რადიუსების ჯამია 21 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

8.49. 1) სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 9:10:17, ფართობი კი 324 სმ²-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე.

2) პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეებია 26 სმ და 28 სმ, ერთ-ერთი გვერდი კი 15 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ფართობი.

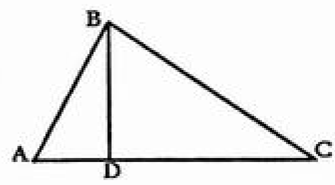
3) პარალელოგრამის გვერდების სიგრძეებია 5 სმ და 6 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალი 9 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

4) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 17 სმ და 65 სმ, მესამე გვერდის მედიანა კი 40 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

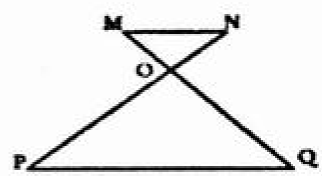
8.50. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეა 5 სმ, ფერდზე დაშვებული – 8 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

2) ABC სამკუთხედში AC=20 სმ, BC=15 სმ, იმასთან BC გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე 2 სმ-ით მეტია AC გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეზე. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

3) ABC სამკუთხედში AL და BE სიმაღლეებს შორის კუთხე 45°-ია. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ AL=6 სმ, $BE=4\sqrt{2}$ სმ.



4) ABC მართკუთხა სამკუთხედში ($\angle B=90°$) გავლებულია BD სიმაღლე, $\angle DBC=2\cdot\angle ABD$. იპოვეთ BD სიმაღლის სიგრძე, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია $24\sqrt{3}$ სმ².

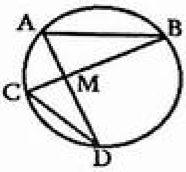


8.51. 1) MN და PQ პარალელური მონაკვეთებია. O არის MQ და NP მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ MON და POQ სამკუთხედების ფართობების შეფარდება, თუ $MO:MQ$ =1:5.

2) MN და PQ პარალელური მონაკვეთებია. O არის MQ და NP მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ $ON:NP$, თუ MON და POQ სამკუთხედების ფართობების შეფარდებაა 4:9.

3) ერთი და იმავე წრეწირის AB და CD ქორდები იკვეთებიან M წერტილში. K არის BMD კუთხის ბისექტრისის BD ქორდასთან გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ BK, თუ BD=3 და AMD სამკუთხედის ფართობი 4-ჯერ მეტია CMB სამკუთხედის ფართობზე.

4) AB და CD არაგადამკვეთი ქორდები ჭიმავენ შესაბამისად 90°-ის და 60°-ის ტოლ რკალებს. M არის AD და CB ქორდების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ AMB და CMD სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.

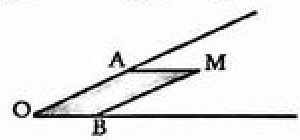


5) წრეწირში, რომლის რადიუსია 2 სმ, ჩახაზულია სამკუთხედი 45°-იანი და 60°-იანი კუთხეებით. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

6) R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზულია სამკუთხედი, რომლის ორი კუთხეა 15° და 60°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

8.52. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის B წვეროდან გავლებული სიმაღლეების სიგრძეებია 4 სმ და 5 სმ, ხოლო პარალელოგრამის მახვილი კუთხეა α. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

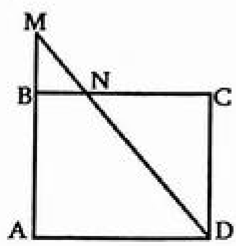
2) O კუთხის შიგნით მდებარე M წერტილზე გავლებულია კუთხის გვერდების პარალელური MA და MB მონაკვეთები. M წერტილი კუთხის გვერდებიდან დაშორებულია 2 სმ და 3 სმ სიგრძის მონაკვეთებით. იპოვეთ $OAMB$ პარალელოგრამის ფართობი, თუ $\sin\angle AOB = \frac{1}{4}$.



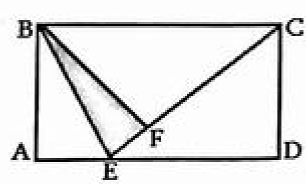
3) $ABCD$ პარალელოგრამის ბლაგვი B კუთხის წვეროდან გავლებულია BM და BN სიმაღლეები, რომელთა შორის კუთხე α-ს ტოლია. იპოვეთ MBN სამკუთხედის ფართობი, თუ $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ და პარალელოგრამის ფართობია 54 სმ².

4) $ABCD$ პარალელოგრამის ბლაგვი B კუთხის წვეროდან გავლებულია BM და BN სიმაღლეები. იპოვეთ კუთხე ამ სიმაღლეებს შორის, თუ BMN სამკუთხედის ფართობი შეადგენს პარალელოგრამის ფართობის $\frac{3}{8}$ ნაწილს.

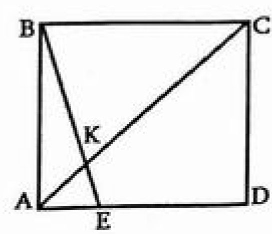
8.53. 1) $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძე 6სმ-ია. BC გვერდზე აღებულია N წერტილი ისე, რომ BN:NC=1:2. D და N წერტილებზე გავლებული წრფე AB გვერდის გაგრძელებას M წერტილში კვეთს. იპოვეთ AMD სამკუთხედის ფართობი.



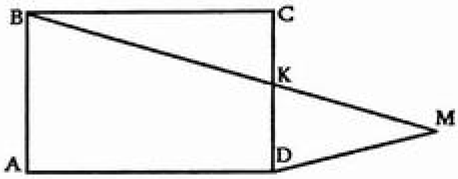
2) $ABCD$ მართკუთხედში BC=6 სმ, CD=4 სმ. E წერტილი AD გვერდზე მდებარეობს, ხოლო $BF \perp CE$ და $CF = ED$. იპოვეთ BEF სამკუთხედის ფართობი.



3) $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძე 9 სმ-ის ტოლია. E წერტილი AD გვერდს ყოფს შეფარდებით 1:2 A წერტილის მხრიდან. BE და AC მონაკვეთები K წერტილში იკვეთებიან. იპოვეთ ABK სამკუთხედის ფართობი.



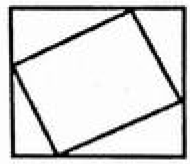
4) BM მონაკვეთი $ABCD$ მართკუთხედის CD გვერდს კვეთს K წერტილში (იხ. ნახაზი). $ABMD$ ამოზნექილი ოთხკუთხედია და მისი ფართობი $ABCD$ მართკუთხედის ფართობის ტოლია. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან CD გვერდამდე, თუ $CK:KD=2:3$, $BC=6$.



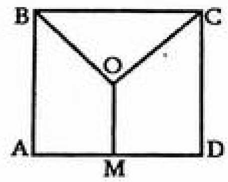
8.54. 1) $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდის K შუაწერტილზე და B წვეროზე გავლებული წრფე AC დიაგონალს გადაკვეთს M წერტილში. იპოვეთ $CMKD$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობია S.

2) $ABCD$ პარალელოგრამის CD გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია E წერტილი. AE და BC მონაკვეთები იკვეთებიან F წერტილში, ამასთან $AF:FE=3:5$. რა შეფარდებით ყოფს AF მონაკვეთი $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობს?

3) კვადრატში ჩახაზულია მეორე კვადრატი ისე, რომ მისი წვეროები პირველი კვადრატის თითოეულ გვერდს ყოფს შეფარდებით 1:2. პირველი კვადრატის ფართობის რა ნაწილია ჩახაზული კვადრატის ფართობი?

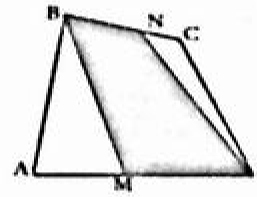


4) $ABCD$ კვადრატის შიგნით აღებულია O წერტილი ისე, რომ მანძილი ამ წერტილიდან B და C წერტილებამდე და AD გვერდამდე ერთმანეთის ტოლია. კვადრატის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს $ABOM$ ტრაპეციის ფართობი?

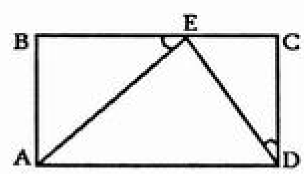


8.55. 1) $ABCD$ ოთხკუთხედის AB და BC გვერდებზე აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $AM:MB=1:3$ და $BN:NC=3:1$. იპოვეთ $MBND$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ ოთხკუთხედის ფართობია 40 სმ^2.

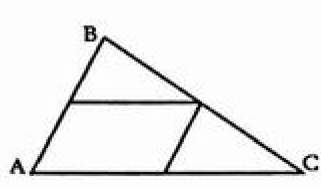
2) $ABCD$ ოთხკუთხედის AD და BC გვერდებზე აღებულია შესაბამისად M და N წერტილები ისე, რომ $AM:MD=1:2$, $BN:NC=2:1$. იპოვეთ $MBND$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ ოთხკუთხედის ფართობია 15 სმ^2.



3) $ABCD$ მართკუთხედის BC გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $\angle AEB = \angle CDE$. რის ტოლია AED სამკუთხედის ფართობი, თუ $BE=9$, $EC=4$.



4) ABC სამკუთხედში $AB:AC=5:6$. ამ სამკუთხედში ჩახაზულია პარალელოგრამი ისე, რომ მათ A კუთხე საერთო აქვთ. პარალელოგრამის მცირე გვერდი AB გვერდზე მდებარეობს, ხოლო დიდი გვერდი – AC გვერდზე. იპოვეთ სამკუთხედისა და პარალელოგრამის ფართობების შეფარდება, თუ პარალელოგრამის გვერდების შეფარდებაა 2:3.



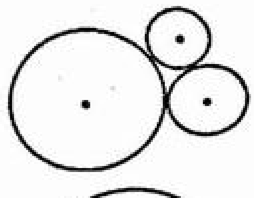
8.56. 1) ტრაპეციის ფერდის პარალელური წრფე ტრაპეციის ფართობს შუაზე ყოფს. რა სიგრძის მონაკვეთებად ყოფს ეს წრფე დიდ ფუძეს, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 12 სმ და 16 სმ.

2) ტრაპეციის ფუძეების შეფარდებაა 3:5. როგორი შეფარდებით გაყოფს ამ ტრაპეციის ფართობს შუახაზი?

3) ტრაპეციის ფართობი მისი დიაგონალით იყოფა შეფარდებით 5:9. როგორი შეფარდებით იყოფა ის შუახაზით?

4) ტრაპეციის მცირე ფუძის ბოლოდან ფერდის პარალელურად გავლებული წრფე ტრაპეციის ფართობს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფუძეების შეფარდება.

8.57. 1) ოთხკუთხედის დიაგონალია 13 სმ. ამ დიაგონალის ერთ მხარეს მდებარე გვერდების სიგრძეებია 7 სმ და 12 სმ, ხოლო მეორე მხარეს მდებარე გვერდების – 9 სმ და 10 სმ. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის ფართობი.



2) წრეწირები, რომელთა რადიუსებია 4 სმ, 7 სმ და 9 სმ, წყვილ-წყვილად გარედან ეხებიან ერთმანეთს. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომლის წვეროები ამ წრეწირების ცენტრებშია.

3) მოცემულია სამი წრეწირი რადიუსებით 4 სმ, 6 სმ და 12 სმ. ორი მცირე წრეწირი ეხება ერთმანეთს და თითოეული შიგნიდან ეხება დიდ წრეწირს. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომლის წვეროები ამ წრეწირების ცენტრებშია.

4) სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 25 სმ, 29 სმ და 36 სმ. უდიდესი კუთხის წვეროდან გავლებულია ამ სამკუთხედის სიმაღლე და მედიანა. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომელიც ამ მედიანით, სიმაღლით და სამკუთხედის გვერდით არის შემოსაზღვრული.

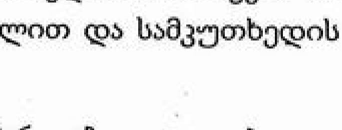
8.58. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი ფუძეებია 15 სმ და 9 სმ.

2) AMB მართკუთხა სამკუთხედის მართი M კუთხე $ABCD$ მართკუთხედის CD გვერდზე მდებარეობს. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ DM=4 სმ, MC=16 სმ.

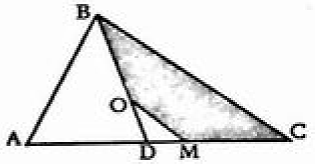
3) BMC მართკუთხა სამკუთხედის მართი E კუთხე. $ABCD$ ტრაპეციის დიდ AD ფუძეზე მდებარეობს. M არის BC ფუძეზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $EM \perp AD$. იპოვეთ $ABCD$ ტრაპეციის ფართობი, თუ BM=27 სმ, MC=3 სმ, AD=50 სმ.

4) $ABCD$ რომბის BD დიაგონალი CD გვერდის მართობულია. B წვეროდან გავლებული რომბის სიმაღლე AD გვერდს ყოფს 4 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ რომბის ფართობი.

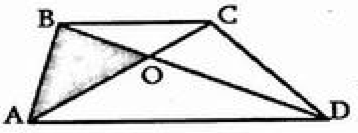
8.59. 1) სამკუთხედში მედიანების გადაკვეთის O წერტილზე გავლებულია AC გვერდის პარალელური OM მონაკვეთი ($M \in AB$). იპოვეთ $AMOD$ ტრაპეციის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 36 სმ^2 და D არის AC გვერდის შუაწერტილი.



2) ABC სამკუთხედში მედიანების გადაკვეთის O წერტილზე გავლებულია BC გვერდის პარალელური OM მონაკვეთი ($M \in AC$). იპოვეთ $BOMC$ ტრაპეციის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობის 36 სმ².

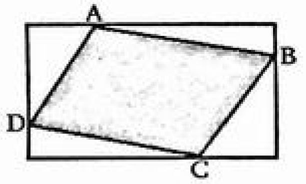


3) $ABCD$ ტრაპეციაში AD ფუძე BC ფუძეზე 3-ჯერ მეტია. AC და BD დიაგონალები O წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AOB სამკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ ტრაპეციის ფართობი 48 სმ²-ია.

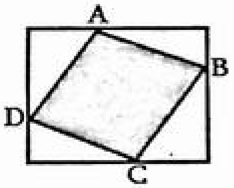


4) $ABCD$ ტრაპეციის BC და AD ფუძეების სიგრძეები შესაბამისად 1 სმ და 3 სმ-ია. ამ ტრაპეციის BD დიაგონალი მისი ფუძეების მართობულია. O არის ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ COD სამკუთხედის ფართობი, თუ BD=8 სმ.

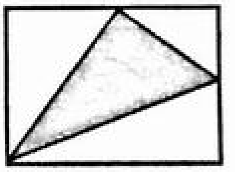
8.60. 1) A, B, C და D წერტილებით მართკუთხედის გვერდები მიმდევრობით დაყოფილია 2:3 ფარდობით. იპოვეთ მიღებული პარალელოგრამის ფართობი, თუ მოცემული მართკუთხედის ფართობია 25 სმ².



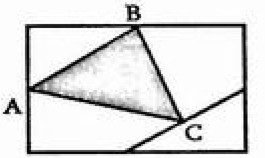
2) A, B, C და D წერტილებით კვადრატის გვერდები მიმდევრობით დაყოფილია 1:2 ფარდობით. იპოვეთ მიღებული კვადრატის ფართობი, თუ მოცემული კვადრატის ფართობია 27სმ².



3) კვადრატში, რომლის ფართობია 20 სმ², ორი მოსაზღვრე გვერდის შუაწერტილები შეერთებულია ერთმანეთთან და მართკუთხედის მოპირდაპირე წვეროსთან. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედის ფართობი.



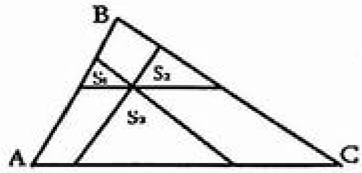
4) A და B არის მართკუთხედის მეზობელი გვერდების შუაწერტილები, ხოლო C არის დანარჩენი ორი გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთის შუაწერტილი. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ მართკუთხედის ფართობია 20 სმ².



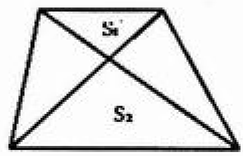
8.61. 1) მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის კათეტების სიგრძეებია 6 მ და 8 მ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ წრეწირის სამკუთხედის გვერდებთან შეხების წერტილების შეერთებით მიღებული სამკუთხედის ფართობი.

2) $ABCD$ პარალელოგრამში გავლებულია ოთხივე შიგა კუთხის ბისექტრისა. ამ ბისექტრისების გადაკვეთის შედეგად მიიღება $KLMN$ ოთხკუთხედი, რომლის ყოველი წვერო წარმოადგენს ორი ბისექტრისის გადაკვეთის წერტილს. იპოვეთ $KLMN$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ AB=4 სმ, BC=7 სმ და $\angle BAD$=60°.

3) სამკუთხედის შიგნით მდებარე წერტილზე გავლებულია სამივე გვერდის პარალელური წრფეები. მიღებული მცირე სამკუთხედების ფართობებია S_1, S_2 და S_3. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის ფართობი.



4) ტრაპეციაში დიაგონალების მიერ ფუძეებთან შედგენილი სამკუთხედების ფართობებია S_1 და S_2. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.



5) სამკუთხედში, რომლის ფუძის სიგრძეა 10 სმ და სიმაღლე 6 სმ, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მისი ორი წვერო სამკუთხედის ფუძეზე მდებარეობს, ხოლო დანარჩენი ორი – სამკუთხედის ფერდებზე. იპოვეთ ასეთი მართკუთხედების ფართობებს შორის უდიდესი.

6) სამკუთხედში, რომლის ფუძთან მდებარე კუთხეებია 60° და 45°, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მისი ორი წვერო სამკუთხედის ფუძეზე მდებარეობს, ხოლო დანარჩენი ორი – სამკუთხედის ფერდებზე. იპოვეთ ასეთ მართკუთხედებს შორის უდიდესი ფართობის მქონე მართკუთხედის გვერდების შეფარდება.

8.62. 1) რომბის ბლაგვი კუთხის წვეროზე გავლებული წრფე რომბის ფართობს სამ ტოლ ნაწილად ყოფს. იპოვეთ რომბის შიგნით მოთავსებული ამ წრფის მონაკვეთის სიგრძე, თუ რომბის გვერდია a და მახვილი კუთხეა α.

2) წრეწირში, რომლის რადიუსია 1, ჩახაზულია წესიერი სამკუთხედი და კვადრატი, რომელთაც საერთო წვერო აქვთ. იპოვეთ მათი საერთო ნაწილის ფართობი.

3) იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი დიაგონალებია 5 სმ და 3 სმ, ხოლო ფუძეების შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთი 2 სმ-ია.

4) R რადიუსიან წრეში ისეა ჩახაზული ორი ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომ ურთიერთგადაკვეთისას მათი თითოეული გვერდი სამ ტოლ ნაწილად იყოფა. იპოვეთ ამ სამკუთხედების საერთო ნაწილის ფართობი.

ამოცანები დამტკიცებაზე

8.63. 1) აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის ფუძეების შუაწერტილებზე გამავალი წრფე მას ორ ტოლდიდ ნაწილად ყოფს.

2) აჩვენეთ, რომ ტრაპეციის შუახაზის შუაწერტილზე გამავალი და ფუძეების გადამკვეთი წრფე ამ ტრაპეციას ორ ტოლდიდ ნაწილად ყოფს.

3) აჩვენეთ, რომ თუ პარალელოგრამის ფართობია S, მაშინ მისი დიდი დიაგონალის სიგრძე არ აღემატება $\sqrt{2S}$ -ს.

4) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის ფართობი არ აღემატება $\frac{a^2+b^2}{4}$-ს სადაც a და b სამკუთხედის გვერდებია.

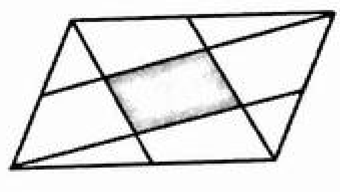
8.64. 1) აჩვენეთ რომ, თუ ტრაპეციაში ფერდის შუაწერტილს შევაერთებთ მეორე ფერდის ბოლოებთან, მაშინ მიღებული სამკუთხედის ფართობი ტრაპეციის ფართობის ნახევრის ტოლია.

2) ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ ორი წვერო სამკუთხედის ფუძეზეა, ხოლო დანარჩენი ორი კი – ფერდებზე. აჩვენეთ, რომ მართკუთხედის ფართობი უდიდესი იქნება იმ შემთხვევაში, როდესაც წვეროები ფერდებს შუაზე ყოფენ.

3) აჩვენეთ, რომ მანძილი პარალელოგრამის დიაგონალის ნებისმიერი წერტილი–დან ორ მიმდებარე გვერდამდე ამ გვერდების სიგრძეთა უკუპროპორციულია.

4) აჩვენეთ, რომ სამკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება ერთ-ერთი გვერდის სიგრძესთან ტოლია ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ჩახაზული წრეწირის რადიუსთან შეფარდების.

8.65. 1) პარალელოგრამში თითოეული გვერდის შუაწერტილი შეერთებულია შემდეგი გვერდის ბოლოსთან (ერთი მიმართულებით). აჩვენეთ, რომ ამ მონაკვეთებით მიღებული პარალელოგრამის ფართობი მოცემული პარალელოგრამის ფართობის მეხუთედია.



2) E და F არის $ABCD$ კვადრატის CD და AD გვერდების შუაწერტილები. M არის BE და FC მონაკვეთების გადაკვეთის წერტილი. აჩვენეთ, რომ BMC სამკუთხედის ფართობი კვადრატის ფართობის მეხუთედია.

3) $ABCD$ ოთხკუთხედის C წვეროზე გატარებულია BD დიაგონალის პარალელური წრფე, რომელიც AB წრფეს M წერტილში კვეთს. დაამტკიცეთ, რომ ABM სამკუთხედს და $ABCD$ ოთხკუთხედს ტოლი ფართობები აქვთ.

4) ამოზნექილი ოთხკუთხედის დიაგონალი შუაზე ყოფს ამ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდების შუაწერტილების შემაერთებელ მონაკვეთს. აჩვენეთ, რომ ეს დიაგონალი ამ ოთხკუთხედის ფართობსაც შუაზე ყოფს.

ტესტი 8.1

1. იპოვეთ კვადრატის ფართობი, თუ მისი დიაგონალის სიგრძეა 8 სმ.

ა) 24 სმ^2 ბ) 32 სმ^2 3) 48 სმ^2 დ) 64 სმ^2

2. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძე, თუ ფუძის სიგრძეა 60 სმ და ფუძესთან მდებარე კუთხის ტანგენსია $\frac{3}{5}$.

ა) 18 სმ ბ) 24 სმ გ) 36 სმ დ) 50 სმ

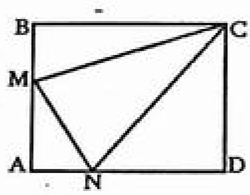
3. სამკუთხედის ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 40 სმ, ხოლო ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 25 სმ. იპოვეთ ამ გვერდის მოპირდაპირე კუთხის სინუსი.

ა) $\frac{2}{5}$ ბ) $\frac{1}{5}$ გ) $\frac{3}{5}$ დ) $\frac{4}{5}$

4. პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძე 8 სმ-ის და 10 სმ-ის ტოლია, ხოლო მათ შორის კუთხეა 150°. იპოვეთ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძე.

ა) $\sqrt{41+20\sqrt{3}}$ ბ) $\sqrt{41-20\sqrt{3}}$ გ) $\sqrt{164-80\sqrt{3}}$ დ) $\sqrt{164+80\sqrt{3}}$

5. M წერტილი $ABCD$ კვადრატის AB გვერდზე მდებარეობს, ხოლო N – AD გვერდზე, ამასთან $AM:MB$=2:1 და $AN:ND$=1:2. იპოვეთ MCN სამკუთხედის ფართობი, თუ კვადრატის ფართობია 72 სმ^2.



ა) 20 სმ^2 ბ) 24 სმ^2 გ) 28 სმ^2 დ) 36 სმ^2

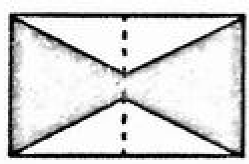
6. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი გვერდია $2(\sqrt{3}+1)$ სმ და მასთან მდებარე სამკუთხედის კუთხეებია 30° და 45°.

ა) $2\sqrt{2}$ სმ ბ) $2(\sqrt{3}-1)$ სმ^2 გ) $2(\sqrt{3}+1)$ სმ^2 დ) $(\sqrt{3}+1)$ სმ^2

7. ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის მედიანის სიგრძეა 9 და ფუძესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

ა) $9\sqrt{3}$ ბ) $24\sqrt{3}$ გ) $18\sqrt{3}$ დ) $27\sqrt{3}$

8. მართკუთხედის ფართობია 18 სმ^2. მისი ორი მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთი დაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილები მონაკვეთებითაა შეერთებული მართკუთხედის წვეროებთან. რისი ტოლია მიღებული გამუქებული ექვსკუთხედის ფართობი.



ა) 12 სმ^2 ბ) 13 სმ^2 გ) 15 სმ^2 დ) 16 სმ^2

9. ABC სამკუთხედში BD სიმაღლე 5-ის ტოლია, AE სიმაღლე კი – 4-ის, $BE:EC$=2:3. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.

ა) $\frac{16}{\sqrt{7}}$ სმ ბ) $8\sqrt{7}$ სმ გ) $2\sqrt{7}$ სმ დ) $\frac{4}{\sqrt{7}}$ სმ

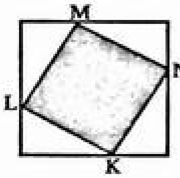
10. მართკუთხედის ფართობია 60 სმ^2. მინიმუმ რის ტოლი შეიძლება იყოს ამ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი გვერდების სიგრძეები სანტიმეტრებში მთელი რიცხვებით გამოისახება?

ა) 38 სმ ბ) 34 სმ გ) 32 სმ დ) 30 სმ

11. რას უდრის მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი დიაგონალი 4-ის ტოლია და ფუძესთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს?

ა) 4 ბ) $4\sqrt{3}$ გ) $8\sqrt{3}$ დ) 12

12. დიდი კვადრატის თითოეული გვერდი დაყოფილია შეფარდებით 3:2 და დაყოფის წერტილები შეერთებულია მონაკვეთებით. მიღებული ოთხკუთხედი კვადრატია. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული კვადრატის ფართობი, თუ დიდი კვადრატის გვერდის სიგრძეა a სმ.

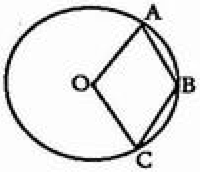


ა) $\frac{12}{25}a^2$ ბ) $\frac{7}{25}a^2$ გ) $\frac{14}{25}a^2$ დ) $\frac{13}{25}a^2$

13. *ABCD* პარალელოგრამის *BD* დიაგონალი 120°-ის ტოლ *ABC* კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ *AB*=4 სმ.

ა) $4\sqrt{3}$ სმ² ბ) $8\sqrt{3}$ სმ² გ) $12\sqrt{3}$ სმ² დ) 16 სმ²

14. *OABC* რომბის *O* წვერო წრეწირის ცენტრში მდებარეობს, ხოლო *A*, *B* და *C* წვეროები წრეწირზე. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი გვერდის სიგრძეა 2 სმ.



ა) $\sqrt{3}$ სმ² ბ) $2\sqrt{3}$ სმ² გ) $\sqrt{2}$ სმ² დ) $4\sqrt{3}$ სმ²

15. ტრაპეციის დიაგონალებია 20 სმ და 15 სმ, სიმაღლეა 12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

ა) 120სმ² ბ) 140სმ² გ)150 სმ² დ) 180 სმ²

16. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია. ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 10 სმ და 16 სმ. რის ტოლია ამ ტრაპეციის ფართობი?

ა) 100 სმ² ბ) 130 სმ² გ) 169 სმ² დ) 180 სმ²

17. *ABC* სამკუთხედში *AC*=4 სმ, *BC*=$3\sqrt{2}$ სმ, ხოლო ამ სამკუთხედის ფართობია $3\sqrt{2}$ სმ². იპოვეთ *ACB* კუთხის სიდიდე.

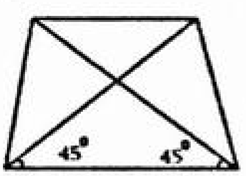
ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

18. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციის *AC* დიაგონალი *CD* ფერდის მართობულია და ფუძესთან ადგენს 30°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ *AC*=$4\sqrt{3}$ სმ.

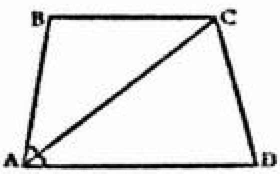
ა) $8\sqrt{3}$ სმ² ბ) 12 სმ² გ) 15 სმ² დ) $14\sqrt{3}$ სმ²

19. ტრაპეციის დიაგონალები ფუძესთან 45°-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი შუახაზი 5 სმ-ის ტოლია.

ა) 10 სმ² ბ) 25 სმ² გ) 30 სმ² დ) 50 სმ²



20. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი მახვილი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. მცირე ფუძის სიგრძეა 4 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.



ა) $8\sqrt{3}$ სმ² ბ) $10\sqrt{3}$ 1სმ² გ) $12\sqrt{3}$ სმ² დ) $16\sqrt{3}$ სმ²

ტესტი 8.2

1. იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი გვერდის სიგრძეა 6 სმ.

ა) $6\sqrt{2}$ სმ² ბ) $8\sqrt{3}$ სმ² გ) $9\sqrt{3}$ სმ² დ) $12\sqrt{3}$ სმ²

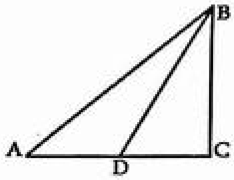
2. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 10 სმ, ხოლო ფუძის – 16 სმ. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის ტანგენსი.

ა) $\frac{3}{5}$ ბ) $\frac{3}{4}$ გ) $\frac{4}{5}$ დ) $\frac{4}{3}$

3. სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 სმ, ხოლო ერთ-ერთი კუთხის სინუსი 0,2-ის ტოლია. იპოვეთ ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდის სიგრძე.

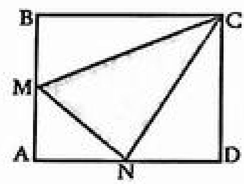
ა) 2 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) 6 სმ

4. BC არის ABD სამკუთხედის სიმაღლე. BC=7 სმ, AC=8 სმ, AD=6 სმ. იპოვეთ $tg\angle ABD$.



ა) $\frac{3}{5}$ ბ) $\frac{42}{65}$ გ) $\frac{51}{65}$ დ) $\frac{17}{65}$

5. M და N არის $ABCD$ კვადრატის შესაბამისად BA და AD გვერდების შუაწერტილები. იპოვეთ CMN სამკუთხედის ფართობი, თუ კვადრატის ფართობია 32 სმ²



ა) 12 სმ² ბ) 13 სმ² გ) 14 სმ² დ) 16 სმ²

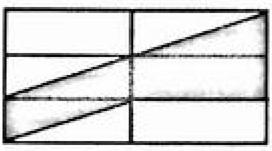
6. რა უდიდესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 10 სმ².

ა) 25 სმ² ბ) 30 სმ² გ) 50 სმ² დ) 22 სმ²

7. სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 2 სმ და მასთან მდებარე სამკუთხედის კუთხეებია 30° და 45°. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

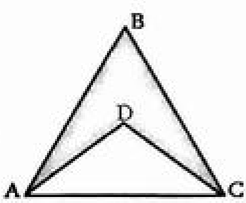
ა) $(\sqrt{2}+1)$ სმ ბ) $(\sqrt{3}-1)$ სმ გ) $2\sqrt{2}$ სმ დ) $\sqrt{3}$ სმ

8. მართკუთხედი, რომლის ფართობია 48 სმ², დაყოფილია ტოლ მართკუთხედებად. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ გამუქებული მრავალკუთხედის ფართობი.



ა) 15 სმ² ბ) 18 სმ² გ) 20 სმ² დ) 22 სმ²

9. ნახაზზე ABC ტოლგვერდა სამკუთხედიდან ამოჭრილია ADC ტოლფერდა სამკუთხედი. იპოვეთ გამუქებული $ABCD$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის პერიმეტრია 24 სმ, ხოლო ADC სამკუთხედის – 18 სმ.



ა) $(4\sqrt{3}-3)$ სმ² ბ) $(12\sqrt{3}-10)$ სმ² გ) $(16\sqrt{3}-8)$ სმ² დ) $(16\sqrt{3}-12)$ სმ²

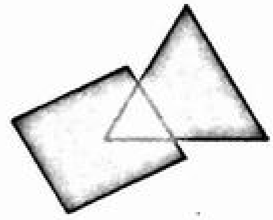
10. პირველი და მეორე მართკუთხედის სიგრძეების შეფარდება 2:3, ხოლო სიგანეების – 9:4. რის ტოლია პირველი მართკუთხედის ფართობის შეფარდება მეორეს ფართობთან?

ა) $\frac{3}{2}$-ის ბ) $\frac{2}{3}$ -ის გ) $\frac{1}{6}$ დ) 6-ის

11. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი დიაგონალების სიგრძეები 4 სმ-ის და 5 სმ-ის ტოლია, ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხე კი 30°-ია.

ა) 5 სმ² ბ) 10 სმ² გ) 15 სმ² დ) სმ²

12. ნახაზზე გამოსახული კვადრატის გვერდის სიგრძეა 3 სმ, ხოლო წესიერი სამკუთხედის $2\sqrt[4]{3}$ სმ. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ ამ კვადრატისა და წესიერი სამკუთხედის გადაკვეთით მიღებული სამკუთხედის ფართობია 1 სმ².

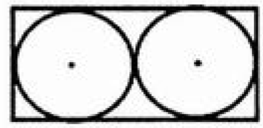


ა) 9 სმ² ბ) 10 სმ² გ) 11 სმ² დ) 12 სმ²

13. *ABCD* პარალელოგრამის *BD* დიაგონალი *AB* გვერდის მართობულია. იპოვეთ *AD* გვერდის სიგრძე, თუ *AB*=3-სა და პარალელოგრამის ფართობია 12 სმ².

ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 8 სმ დ) 10 სმ

14. ორი ტოლი წრეწირი ეხება ერთმანეთის და თითოეული ეხება მართკუთხედის სამ გვერდს. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მართკუთხედის ფართობია 72 სმ².



ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 5 სმ დ) 6 სმ

15. ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების და ფერდის შეფარდებაა შესაბამისად 21:5:10, ხოლო ტრაპეციის ფართობია 312 სმ². იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე.

ა) 14 სმ ბ) 21 სმ გ) 42 სმ დ) 63 სმ

16. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ფერდების მართობულია. ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 5 სმ და 13 სმ. რის ტოლია ამ ტრაპეციის ფართობი?

ა) 36 სმ² ბ) 45 სმ² გ) 54 სმ² დ) 64 სმ²

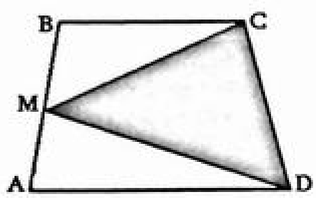
17. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის პარალელური წრფე ამ სამკუთხედის ფართობს ყოფს შეფარდებით 1:2 (წვეროს მხრიდან). რა შეფარდებით ყოფს წვეროს მხრიდან ეს წრფე სამკუთხედის ფერდს?

ა) $(\sqrt{3}+1):2$ ბ) $(\sqrt{3}-1):2$ გ) $(\sqrt{5}+1):2$ დ) $(\sqrt{5}-1):2$

18. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციის *AC* დიაგონალი *CD* ფერდის მართობულია და ფუძესთან 45°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $AC=4\sqrt{2}$ სმ.

ა) 18 სმ² ბ) 24 სმ² გ) 28 სმ² დ) 32 სმ²

19. *M* წერტილი *ABCD* ტრაპეციის *AB* ფერდის შუაწერტილია. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული *MCD* სამკუთხედის ფართობი, თუ *ABCD* ტრაპეციის ფართობია 50 სმ².



ა) 20 სმ² ბ) 25 სმ² გ) 30 სმ² დ) 35 სმ²

20. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციაში *A* და *B* კუთხეები მართია. *C* წვეროდან *AD* დიდი ფუძისადმი გავლებულია *CK* სიმაღლე. იპოვეთ *ABD* და *BDC* სამკუთხედების ფართობების სხვაობა, თუ *KD*=3 სმ, ხოლო ტრაპეციის სიმაღლეა 4 სმ.

ა) 3 სმ² ბ) 4 სმ² გ) 6 სმ² დ) 12 სმ²

ტესტი 8.3

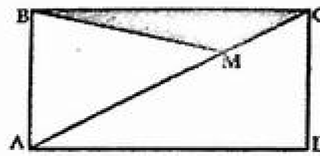
1. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი დიაგონალების სიგრძეებია 8 სმ და 10 სმ.
   ა) 20 სმ² ბ) 25 სმ² გ) 40 სმ² დ) 60 სმ²

2. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 16 სმ, ფერდი 10 სმ. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის სინუსი.
   ა) $\frac{3}{5}$ ბ) $\frac{4}{5}$ გ) $\frac{3}{8}$ დ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. ABC სამკუთხედში $BC=2\sqrt{17}$, $AC=6$, $\cos\angle A=\frac{1}{3}$. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე.
   ა) 4 ბ) 6 გ) 8 დ) 10

4. ABC სამკუთხედში AC გვერდზე დაშვებული სიმაღლე 6 სმ-ის ტოლია და AC გვერდს ყოფს 3 სმ და 8 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. რის ტოლია ABC კუთხის ტანგენსი?
   ა) 3,5 ბ) 4 გ) 4,5 დ) 5,5

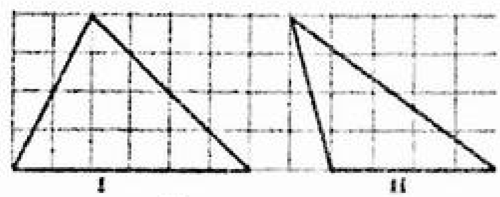
5. M წერტილი $ABCD$ მართკუთხედის AC დიაგონალზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $AM:MC=3:2$. იპოვეთ BMC სამკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ მართკუთხედის ფართობია 70 სმ².
   ა) 14 სმ² ბ) 16 სმ² გ) 21 სმ² დ) 28 სმ²



6. რა უმცირესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ისეთ მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლეა 10 სმ?
   ა) 59 სმ² ბ) 100 სმ² გ) 110 სმ² დ) 150 სმ²

7. ABC სამკუთხედში ბლაგვი B კუთხის შემადგენელი გვერდების სიგრძეებია 4 სმ და 5 სმ. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია 6სმ².
   ა) $\sqrt{67}$ სმ ბ) $\sqrt{70}$ სმ გ) $\sqrt{73}$ სმ დ) $\sqrt{85}$ სმ

8. I და II სამკუთხედების წვეროები ტოლუჯრედებიანი ბადის კვანძებს ემთხვევა. იპოვეთ I სამკუთხედის ფართობის შეფარდება მეორე სამკუთხედის ფართობთან.



   ა) $\frac{6}{5}$ ბ) $\frac{5}{4}$ გ) $\frac{4}{3}$ დ) $\frac{3}{2}$

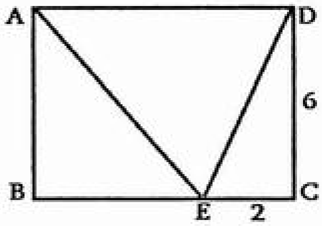
9. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ AD=20სმ, DC=10 სმ. იპოვეთ BD მონაკვეთის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფართობია 180 სმ².
   ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 13 სმ დ) 15 სმ

10. კვადრატიდან ამოჭრილია მცირე კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძე 3-ჯერ ნაკლებია დიდი კვადრატის გვერდის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია დიდი კვადრატის დარჩენილი ნაწილის ფართობი მცირე კვადრატის ფართობზე?
    ა) 2-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) 6-ჯერ დ) 8-ჯერ

11. რას დროს *ABCD* მართკუთხედის ფართობი, თუ *AB* გვერდის სიგრძეა 2 სმ და *AC* დიაგონალი *AD* გვერდთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს?

ა) $2\sqrt{3}$ ბ) $4\sqrt{3}$ გ) $8\sqrt{3}$ დ) 8

12. *ABCD* მართკუთხედის *CD* გვერდის სიგრძე 6 სმ-ის ტოლია. ამ მართკუთხედის *BC* გვერდზე აღებულია *E* წერტილი ისე, რომ *EC*=2 სმ. რის ტოლია *AE* მონაკვეთის სიგრძე, თუ *ABE* სამკუთხედის ფართობია 18 სმ²?

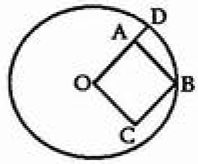


ა) 3 სმ ბ) $4\sqrt{2}$ სმ გ) $6\sqrt{2}$ სმ დ) $5\sqrt{2}$ სმ

13. პარალელოგრამის ერთ-ერთი დიაგონალი პარალელოგრამის კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ფართობი, თუ დიაგონალების სიგრძეებია 9 სმ და 12 სმ.

ა) 27 სმ² ბ) 36 სმ² გ) 48 სმ² დ) 54 სმ²

14. *OABC* კვადრატის *O* წვერო წრეწირის ცენტრში მდებარეობს, მისი მოპირდაპირე *B* წვერო კი წრეწირზე. იპოვეთ *AD* მონაკვეთის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია $\sqrt{2}$ სმ.



ა) $(2\sqrt{2}-1)$ სმ ბ) $(\sqrt{3}-1)$ სმ გ) $(\sqrt{2}-1)$ სმ დ) $(\sqrt{2}+1)$ სმ

15. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია და მახვილი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მცირე ფუძის სიგრძე 4 სმ.

ა) $9\sqrt{3}$ სმ² ბ) $12\sqrt{3}$ სმ² გ) $15\sqrt{3}$ სმ² დ) $16\sqrt{3}$ სმ²

16. *ABCD* ტრაპეციაში *AD* ფუძის სიგრძე ოთხჯერ მეტია *BC* ფუძის სიგრძეზე. რის ტოლია *ABD* სამკუთხედის ფართობი, თუ ტრაპეციის ფართობია 80 მ².

ა) 14 მ² ბ) 16 მ² გ) 20 მ² დ) 24 მ²

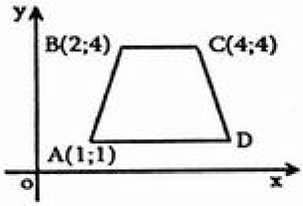
17. ფუძის პარალელური წრფე სამკუთხედის ფერდს ყოფს შეფარდებით 5:3 (წვეროს მხრიდან), ფართობს კი ორ ისეთ ნაწილად, რომელთა სხვაობაა 56 სმ². იპოვეთ მთელი სამკუთხედის ფართობი.

ა) 128 სმ² ბ) 180 სმ² გ) 224 სმ² დ) 256 სმ²

18. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციის *AC* დიაგონალი *CD* ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ *AC*=6 სმ, *AD*=10 სმ.

ა) $32\frac{1}{4}$ სმ² ბ) $12\frac{1}{4}$ სმ² გ) $16\frac{4}{25}$ სმ² დ) $32\frac{16}{25}$ სმ²

19. ნახაზზე მოცემულია *ABCD* ტოლფერდა ტრაპეციის ($BC \parallel AD$) სამი წვეროს კოორდინატები: *A*(1; 1), *B*(2; 4), *C*(4; 4). იპოვეთ *ABCD* ტრაპეციის ფართობი.



ა) 8 ბ) 6 გ) 9 დ) 12

20. ტოლფერდა *ABCD* ტრაპეციის პერიმეტრი ტოლია 32 სმ-ის, ხოლო მცირე ფუძე *BC*=5 სმ. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ *BD* დიაგონალი *ABC* კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს.

ა) 14 სმ² ბ) $14\sqrt{85}$ სმ² გ) $7\sqrt{77}$ სმ² დ) $8\sqrt{3}$ სმ²

ტესტი 8.4

1. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი ორი გვერდის სიგრძეებია 4 სმ და 6 სმ, ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა 45°.

ა) $12\sqrt{2}$ სმ² ბ) $16\sqrt{2}$ სმ² გ) 24 სმ² დ) $24\sqrt{2}$ სმ²

2. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 10 სმ, ხოლო სიმაღლე 12 სმ. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{5}{6}$ ბ) $\frac{5}{13}$ გ) $\frac{12}{13}$ დ) $\frac{5}{12}$

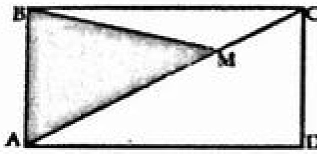
3. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის სიგრძეა 8 სმ და $\sin\angle A = \frac{1}{4}$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

ა) 60 სმ² ბ) 40 სმ² გ) $2\sqrt{15}$ სმ² დ) $4\sqrt{15}$ სმ²

4. პარალელოგრამის დიაგონალებს შორის კუთხეა 120°, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალია 10 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის მეორე დიაგონალის სიგრძე, თუ პარალელოგრამის მცირე გვერდის სიგრძეა $\sqrt{19}$ სმ.

ა) 3 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ ან 4 სმ დ) 5 სმ ან 8 სმ

5. M წერტილი $ABCD$ მართკუთხედის AC დიაგონალზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ AM მონაკვეთის სიგრძე 4-ჯერ მეტია MC მონაკვეთის სიგრძეზე. იპოვეთ $ABCD$ მართკუთხედის ფართობი, თუ ABM სამკუთხედის ფართობია 80 სმ².



ა) 120 სმ² ბ) 140 სმ² გ) 160 სმ² დ) 200 სმ²

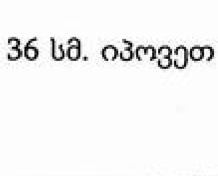
6. სამკუთხედის 6-ის და 9-ს ტოლი მედიანები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

ა) 64 ბ) 68 გ) 70 დ) 72

7. ტოლფერდა სამკუთხედის მედიანების სიგრძეებია 30 სმ, 30 სმ და 36 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

ა) 440 სმ² ბ) 484 სმ² გ) 524 სმ² დ) 576 სმ²

8. უჯრედებიან ფურცელზე გამოსახულია სამკუთხედი, რომლის წვეროები უჯრების წვეროებს ემთხვევა (იხ. ნახაზი). რის ტოლია ამ სამკუთხედის ფართობი, თუ უჯრის გვერდის სიგრძეა 1 სმ?



ა) 2 სმ² ბ) 4 სმ² გ) 6 სმ² დ) 8 სმ²

9. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის პარალელური წრფე სამკუთხედს ტოლი ფართობების მქონე ნაწილებად ყოფს. რა შეფარდებით ყოფს წვეროს მხრიდან ეს წრფე სამკუთხედის ფერდს?

ა) $1:(\sqrt{2}-1)$ ბ) $(\sqrt{3}+1):2$ გ) 1:2 დ) 2:1

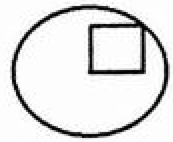
10. კვადრატი დაყოფილია ორ მართკუთხედად ისე, რომ პირველი მართკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე 4-ჯერ მეტია მეორე მართკუთხედის უმცირესი გვერდის სიგრძეზე. რამდენჯერ მეტია პირველი მართკუთხედის ფართობი მეორე მართკუთხედის ფართობზე?

ა) 2-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) 4-ჯერ დ) 6-ჯერ

11. პარალელოგრამის სიმაღლეებია 4 სმ და 5 სმ, ხოლო მისი ფართობია 40 სმ². რის ტოლია პარალელოგრამის პერიმეტრი?

ა) 18 სმ ბ) 28 სმ გ) 32 სმ დ) 36 სმ

12. კვადრატის ერთი წვერო წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო მისი მოპირდაპირე წვერო ამავე წრეწირის ცენტრს ემთხვევა (იხ. ნახაზი). რის ტოლია კვადრატის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსის სიგრძეა 10 სმ?

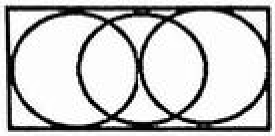


ა) 50 სმ² ბ) 40 სმ² გ) 15 სმ² დ) 20 სმ²

13. პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი მცირე გვერდიდან ორჯერ მეტი მანძილითაა დაშორებული, ვიდრე დიდი გვერდიდან. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდის სიგრძე, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 18 სმ.

ა) 2 სმ ბ) 4 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

14. მართკუთხედში ჩახაზულია სამი წრეწირი. ორი მათგანი ეხება ერთმანეთს, ხოლო მესამე გადის დანარჩენი ორის ცენტრზე. იპოვეთ წრეწირების რადიუსი, თუ მართკუთხედის ფართობია 200 სმ².



ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) 6 სმ

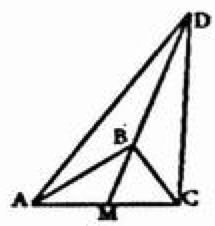
15. ტრაპეციის დიაგონალები ფუძესთან 45°-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ შუახაზი 8 სმ-ის ტოლია.

ა) 16 სმ² ბ) 24 სმ² გ) 32 სმ² დ) 64 სმ²

16. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციის *A* და *B* კუთხეები მართია. *BC* მცირე ფუძის სიგრძეა 4სმ, ხოლო ტრაპეციის სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ *BCD* სამკუთხედის ფართობი.

ა) 5 სმ² ბ) 10 სმ² გ) 15 სმ² დ) 20 სმ²

17. *ABC* სამკუთხედის *BM* მედიანის გაგრძელებაზე აღებულია *D* წერტილი ისე, რომ $MD=3\cdot BM$. იპოვეთ *ADC* სამკუთხედის ფართობი, თუ *ABC* სამკუთხედის ფართობია *S*.

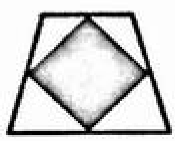


ა) 1,5*S* ბ) 2*S* გ) 2,5 *S* დ) 3*S*

18. *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციის *AC* დიაგონალი *CD* ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ *CD*=3 სმ, *AC*=4 სმ.

ა) 7,48 სმ² ბ) 8,44 სმ² გ) 9,84 სმ² დ) 10,24 სმ²

19. ტოლფერდა ტრაპეციის გვერდების შუაწერტილების შეერთებით მიიღება კვადრატი. იპოვეთ ამ კვადრატის ფართობი, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 3 სმ და 11 სმ.



ა) 16 სმ² ბ) 25 სმ² გ) 36 სმ² დ) 49 სმ²

20. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფუძესთან ადგენს 30°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ ამ ტრაპეციის შუახაზი 6 სმ-ის ტოლია.

ა) $12\sqrt{3}$ სმ² ბ) $15\sqrt{3}$ სმ² გ) $18\sqrt{3}$ სმ² დ) 24სმ²

§ 9. წესიერი მრავალკუთხედები. წრეწირის სიგრძე. წრის ფართობი

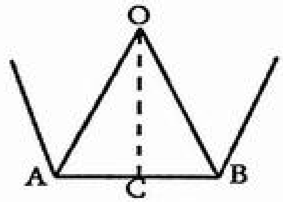
1. წესიერი მრავალკუთხედები. მრავალკუთხედს, რომლის ყველა გვერდი და ყველა კუთხე ტოლია, წესიერი ეწოდება. ვინაიდან n კუთხედის ყველა შიგა კუთხის ჯამია $180°(n-2)$, ამიტომ წესიერი n კუთხედის თითოეული კუთხე ტოლია $\frac{180°(n-2)}{n}$ სიდიდის. მაგალითად, წესიერი ოთხკუთხედის თითოეული კუთხე ტოლია $\frac{180\cdot(4-2)}{4}=90°$, წესიერი ხუთკუთხედის – $\frac{180\cdot(5-2)}{5}=108°$, წესიერი ექვსკუთხედის $\frac{180\cdot(6-2)}{6}=120°$ და ა.შ.

მრავალკუთხედს, რომლის ყველა წვერო წრეწირზე მდებარეობს წრეწირში ჩახაზული მრავალკუთხედი ეწოდება, ხოლო წრეწირს – მრავალკუთხედზე შემოხაზული.

მრავალკუთხედს, რომლის ყველა გვერდი წრეწირს ეხება წრეწირზე შემოხაზული მრავალკუთხედი ეწოდება, ხოლო წრეწირს – მრავალკუთხედში ჩახაზული.

ყველა წესიერი მრავალკუთხედზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა და მასში წრეწირის ჩახაზვა. ამასთან შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების ცენტრები ერთმანეთს ემთხვევა.

გამოვსახოთ წესიერი n კუთხედის a_n გვერდი შემოხაზული წრეწირის R რადიუსისა და ჩახაზული წრეწირის r რადიუსის საშუალებით (ნახ. 9.1). ნახაზზე $AB=a_n$, $AO=OB=R$, $OC=r$. ცხადია $\angle AOB=\frac{360°}{n}$, $\angle AOC=\frac{180°}{n}$, ამიტომ AOC სამკუთხედიდან მივიღებთ



ნახ. 9.1

$$a_n=2R\cdot\sin\frac{180°}{n},\quad a_n=2r\cdot tg\frac{180°}{n},\ r=R\cdot\cos\frac{180}{n}.$$

ვინაიდან წესიერი n კუთხედი შედგება n ცალი AOB სამკუთხედის ტოლი სამკუთხედისაგან და $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}R^2\cdot\sin\frac{360°}{n}$, ამიტომ წესიერი n კუთხედის S_n ფართობისათვის მივიღებთ გამოსათვლელ ფორმულას:

$$S_n=\frac{1}{2}R^2\cdot n\cdot\sin\frac{360°}{n}.$$

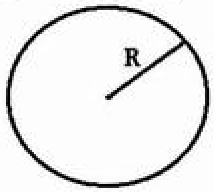
2. წრეწირის სიგრძე. წრის ფართობი. იმ წრეწირის სიგრძე რომლის რადიუსია R ტოლია $2\pi R$-ის, სადაც

$$\pi\approx 3{,}14.$$

ვინაიდან გაშლილ კუთხეს შეესაბამება ნახევარწრეწირის სიგრძე, ე.ი. 180°-ს შეესაბამება πR ამიტომ 1°-იანი რკალის სიგრძე იქნება $\frac{\pi R}{180°}\cdot n$, ხოლო $n°$-იანი რკალის სიგრძე იქნება

$$l = \frac{\pi R}{180°} \cdot n.$$

სიბრტყის ყველა ამ წერტილისაგან შემდგარ ფიგურას, რომელიც მოცემული წერტილიდან მოცემულ მანძილზე მეტად არ არის დაშორებული, წრე ეწოდება. მოცემულ წერტილს წრის ცენტრი ეწოდება, მოცემულ მანძილს – წრის რადიუსი (ნახ. 9.2).



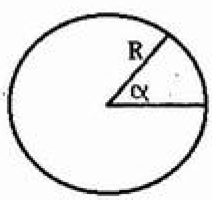
ნახ. 9.2

წრის საზღვარია წრეწირი, რომელსაც იგივე ცენტრი და რადიუსი აქვს.

R რადიუსიანი წრის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$$S = \pi R^2.$$

წრის ნაწილს, რომელიც ცენტრალური კუთხის შიგნით მდებარეობს წრიული სექტორი ეწოდება (ნახ. 9.3). თუ α არის წრიული სექტორის შესაბამისი ცენტრალური კუთხის გრადუსული ზომა, ხოლო R წრის რადიუსია, მაშინ ამ სექტორის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

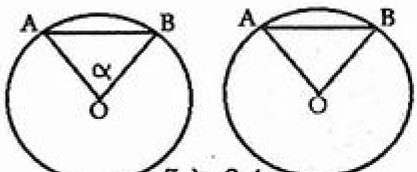


ნახ. 9.3

$$S = \frac{\pi R^2}{360°} \cdot \alpha.$$

წრისა და ნახევარსიბრტყის თანაკვეთას წრიული სეგმენტი ეწოდება (ნახ. 9.4).

როგორც 9.4 ნახაზიდან ჩანს, იმ სეგმენტის ფართობი, რომლის შესაბამისი რკალის გრადუსული ზომაა α, გამოითვლება ფორმულებით:



ნახ. 9.4

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360°} - S_{\Delta AOB} \ (0<\alpha<180°) \text{ ან } S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360°} + S_{\Delta AOB} \ (180°<\alpha<360°).$$

* * *

9.1. 1) რამდენი გრადუსია წესიერი ხუთკუთხედის კუთხის სიდიდე?

2) რამდენი გრადუსია წესიერი ექვსკუთხედის კუთხის სიდიდე?

3) რამდენი გრადუსია წესიერი რვაკუთხედის კუთხის სიდიდე?

4) რამდენი გრადუსია წესიერი თორმეტკუთხედის კუთხის სიდიდე?

9.2. 1) იპოვეთ n, თუ წესიერი n კუთხედის კუთხის სიდიდეა:

1) 140°   2) 144°   3) 156°   4) 160°

9.3. 1) O წესიერი ხუთკუთხედის ცენტრია, ხოლო AB მისი ერთ-ერთი გვერდია. იპოვეთ OAB კუთხის სიდიდე.

2) იპოვეთ კუთხე წესიერი ხუთკუთხედის მცირე დიაგონალსა და გვერდს შორის.

3) იპოვეთ კუთხე წესიერი თორმეტკუთხედის მცირე დიაგონალსა და გვერდს შორის.

4) O წესიერი ათკუთხედის ცენტრია, ხოლო AB მისი ერთ-ერთი გვერდი. იპოვეთ OAB კუთხის სიდიდე.

9.4. 1) იპოვეთ კუთხე წესიერი ხუთკუთხედის ერთი წვეროდან გავლებულ ორ დიაგონალს შორის.

2) იპოვეთ კუთხე წესიერი ექვსკუთხედის ერთი წვეროდან გავლებულ ორ მცირე დიაგონალს შორის.

3) იპოვეთ კუთხე წესიერი ექვსკუთხედის ერთი წვეროდან გამოსულ მცირე და დიდ დიაგონალებს შორის.

4) იპოვეთ კუთხე წესიერი რვაკუთხედის უმცირეს და უდიდეს დიაგონალებს შორის.

9.5. 1) $ABCDE$ წესიერი ხუთკუთხედის შიგნით აღებულია O წერტილი ისე, რომ AOB ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ OBC კუთხის სიდიდე.

2) წესიერი რვაკუთხედის შიგნით მოთავსებულია წესიერი ოთხკუთხედი ისე, რომ ერთი გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მახვილი კუთხე რვაკუთხედისა და ოთხკუთხედის გვერდებს შორის.

3) წესიერი ექვსკუთხედის შიგნით მოთავსებულია წესიერი ხუთკუთხედი ისე, რომ ერთი გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მახვილი კუთხე ექვსკუთხედისა და ხუთკუთხედის გვერდებს შორის.

4) წესიერ ათკუთხედს და წესიერ სამკუთხედს საერთო გვერდი აქვთ. ამასთან სამკუთხედი ათკუთხედის გარეთ მდებარეობს. იპოვეთ უმცირესი ბლაგვი კუთხე ათკუთხედისა და სამკუთხედის გვერდებს შორის.

9.6. 1) წესიერი ექვსკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი დიდი დიაგონალი.

2) წესიერი ოთხკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი დიაგონალი.

3) წესიერი რვაკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი უდიდესი დიაგონალი.

4) წესიერი თორმეტკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი უდიდესი დიაგონალი.

9.7. 1) წესიერი ექვსკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი მცირე დიაგონალი.

2) წესიერი ექვსკუთხედის მცირე დიაგონალია a. იპოვეთ მისი დიდი დიაგონალი.

3) წესიერი რვაკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი უმცირესი დიაგონალი.

4) წესიერი თორმეტკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი უმცირესი დიაგონალი.

9.8. 1) წესიერი ექვსკუთხედის მცირე დიაგონალია $5\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძე.

2) წესიერი რვაკუთხედის უმცირესი დიაგონალია $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$. იპოვეთ უდიდესი დიაგონალი.

3) წესიერი რვაკუთხედის უმცირესი დიაგონალია b. იპოვეთ გვერდის სიგრძე.

4) წესიერი თორმეტკუთხედის უმცირესი დიაგონალია b. იპოვეთ უდიდესი დიაგონალი.

9.9. 1) იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხედის ფართობი, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია R.

2) იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხედის ფართობი, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი R.

3) იპოვეთ წესიერი რვაკუთხედის ფართობი, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია R.

4) იპოვეთ წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობი, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია R.

9.10. 1) იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხედის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

2) იპოვეთ წესიერი ექვკუთხედის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

3) იპოვეთ წესიერი რვაკუთხედის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

4) იპოვეთ წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

9.11. 1) იპოვეთ R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდი.

2) იპოვეთ R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის გვერდი.

3) იპოვეთ R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული წესიერი ოთხკუთხედის გვერდი.

4) იპოვეთ r რადიუსიან წრეწირზე შემოხაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდი.

5) იპოვეთ r რადიუსიან წრეწირზე შემოხაზული წესიერი ოთხკუთხედის გვერდი.

6) იპოვეთ r რადიუსიან წრეწირზე შემოხაზული წესიერი ექვკუთხედის გვერდი.

9.12. 1) წესიერ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 6 სმ. იპოვეთ ამავე სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

2) წესიერი ოთხკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია $8\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ ამავე ოთხკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

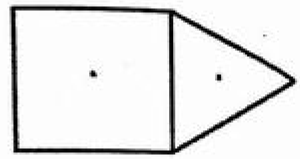
3) წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10 სმ. იპოვეთ ამავე ექვსკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

4) წესიერ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 5 სმ. იპოვეთ ამავე სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

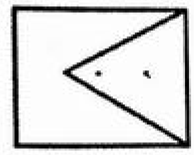
5) წესიერ ოთხკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია $4\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ ამავე ოთხკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

6) წესიერ ექვსკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია $8\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ ამავე ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

9.13. 1) წესიერი სამკუთხედი მდებარეობს კვადრატის გარეთ, ამასთან ერთი გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი კვადრატისა და წესიერი სამკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა a.



2) წესიერი სამკუთხედი მდებარეობს კვადრატის შიგნით, ამასთან თითო გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი კვადრატისა და წესიერი სამკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა a.



3) წესიერი სამკუთხედი მდებარეობს წესიერი ექვსკუთხედის გარეთ, ამასთან თითო გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი ამ სამკუთხედისა და ექვსკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a .

4) წესიერი სამკუთხედი მდებარეობს წესიერი ექვსკუთხედის შიგნით, ამასთან თითო გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი ამ სამკუთხედისა და ექვსკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a .

5) კვადრატი მდებარეობს წესიერი ექვსკუთხედის გარეთ, ამასთან თითო გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი ამ კვადრატისა და ექვსკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a.

6) კვადრატი მდებარეობს წესიერი ექვსკუთხედის შიგნით. ამასთან თითო გვერდი მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ მანძილი ამ კვადრატისა და ექვსკუთხედის ცენტრებს შორის, თუ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a.

9.14. 1) წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის ფართობია $3\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირში ჩახაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობი.

2) წრეწირში ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია $3\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირში ჩახაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობი.

3) წრეწირში ჩახაზული წესიერი რვაკუთხედის ფართობია $4\sqrt{6}$ სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირში ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობი.

4) წრეწირში ჩახაზული წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობია 9 სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირში ჩახაზული წესიერი რვაკუთხედის ფართობი.

9.15. 1) წესიერი ექვსკუთხედის მცირე დიაგონალია $4\sqrt{3}$. იპოვეთ ექვსკუთხედის ფართობი.

2) წესიერი რვაკუთხედის უმცირესი დიაგონალია $4\sqrt{2+\sqrt{2}}$. იპოვეთ რვაკუთხედის ფართობი.

3) წესიერი ექვსკუთხედის დიდი დიაგონალი a-ს ტოლია. იპოვეთ ექვსკუთხედის ფართობი.

4) წესიერი რვაკუთხედის დიდი დიაგონალი a-ს ტოლია. იპოვეთ რვაკუთხედის ფართობი.

5) წესიერი თორმეტკუთხედის უდიდესი დიაგონალი a-ს ტოლია. იპოვეთ თორმეტკუთხედის ფართობი.

6) წესიერი ოცდაოთხკუთხედის უდიდესი დიაგონალი a-ს ტოლია. იპოვეთ ამ ოცდაოთხკუთხედის ფართობი.

9.16. 1) წესიერი სამკუთხედს და კვადრატს ტოლი გვერდები აქვთ. იპოვეთ მათი ფართობების შეფარდება.

2) წესიერი ექვსკუთხედს და წესიერ ოთხკუთხედს ტოლი გვერდები აქვთ. იპოვეთ მათი ფართობების შეფარდება.

3) წესიერ ექვსკუთხედს და წესიერ ოთხკუთხედს ტოლი პერიმეტრი აქვთ. იპოვეთ მათი ფართობების შეფარდება.

4) წესიერ სამკუთხედს და წესიერ ოთხკუთხედს ტოლი პერიმეტრები აქვთ. იპოვეთ მათი ფართობების შეფარდება.

9.17. 1) წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის ფართობია $3\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირზე შემოხაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობი.

2) წრეწირში ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია 12 სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირზე შემოხაზული წესიერი სამკუთხედის ფართობი.

3) წრეწირში ჩახაზული წესიერი რვაკუთხედის ფართობია $8\sqrt{2}$ სმ². იპოვეთ ამავე წრეხაზზე შემოხაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობი.

4) წრეწირში ჩახაზული წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობი 12 სმ². იპოვეთ ამავე წრეწირზე შემოხაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობი.

* * *

9.18. 1) იპოვეთ იმ წრეწირის სიგრძე, რომლის დიამეტრია 8 მეტრი.

2) იპოვეთ იმ წრის ფართობი, რომლის დიამეტრის სიგრძეა 10 მეტრი.

3) იპოვეთ იმ წრის ფართობი, რომლის შესაბამისი წრეწირის სიგრძეა 12π.

4) იპოვეთ იმ წრეწირის სიგრძე, რომლის შესაბამისი წრის ფართობია 12π.

9.19. 1) რამდენჯერ შემცირდება წრეწირის სიგრძე, თუ დიამეტრს 4-ჯერ შევამცირებთ?

2) რამდენჯერ გადიდდება წრის ფართობი, თუ მის დიამეტრს 3-ჯერ გავადიდებთ?

3) რამდენი სანტიმეტრით გადიდდება წრეწირის სიგრძე, თუ მის დიამეტრს 20 სმ-ით გავადიდებთ?

4) რამდენი სანტიმეტრით შემცირდება წრეწირის სიგრძე, თუ მის რადიუსს 4 სმ-ით შევამცირებთ?

9.20. 1) რამდენჯერ გადიდდება წრეწირის სიგრძე, თუ მისი რადიუსი გადიდდება თავისი $\frac{3}{5}$-ით?

2) რამდენჯერ შემცირდება წრის ფართობი, თუ მისი რადიუსი შემცირდება თავისი $\frac{4}{5}$-ით?

3) პირველი წრის ფართობი 64-ჯერ მეტია მეორე წრის ფართობზე. რამდენჯერ მეტია პირველი წრის შემომსაზღვრელი წრეწირის სიგრძე მეორე წრის შემომსაზღვრელ წრეწირის სიგრძეზე?

4) პირველი წრეწირის სიგრძე 4-ჯერ ნაკლებია მეორე წრეწირის სიგრძეზე. რამდენჯერ ნაკლებია პირველი წრეწირით შემოსაზღვრული წრის ფართობი მეორე წრეწირით შემოსაზღვრულ წრის ფართობზე?

9.21. 1) წესიერი სამკუთხედის ფართობია $9\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ მასზე შემოხაზული წრის ფართობი.

2) კვადრატის ფართობია 80 სმ². იპოვეთ მასზე შემოხაზული წრის ფართობი.

3) წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია $48\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობი.

4) წესიერი სამკუთხედის ფართობია $36\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრის ფართობი.

5) კვადრატის ფართობია 32 სმ². იპოვეთ ამ კვადრატში ჩახაზული წრის ფართობი.

6) წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია $6\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ ამ ექვსკუთხედში ჩახაზული წრის ფართობი.

9.22. 1) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 5:3. ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობია 34π. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი.

2) მართკუთხედის პერიმეტრია 32 სმ. ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა $2\sqrt{34}\pi$ სმ. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი.

3) მართკუთხედის პერიმეტრია 28 სმ. ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ფართობია 25π. იპოვეთ ამ მართკუთხედის ფართობი.

4) მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 4:3. ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 10π. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

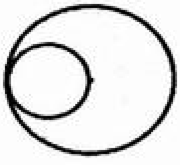
5) რომბის მახვილი კუთხეა 30°, ხოლო მასში ჩახაზული წრის ფართობია 4π სმ². იპოვეთ რომბის ფართობი.

6) რომბის ფართობია $32\sqrt{3}$ სმ², ხოლო მასში ჩახაზული წრის ფართობია 12π სმ². იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის სიდიდე.

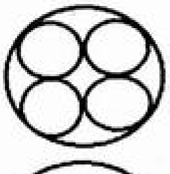
9.23. 1) R და r რადიუსიან კონცენტრულ წრეწირებს შორის ($R>r$) მოთავსებული რგოლის ფართობი მცირე წრის ფართობის ტოლია. რამდენჯერ მეტია დიდი წრეწირის რადიუსი მცირე წრეწირის რადიუსზე?

2) კონცენტრულ წრეწირებს შორის მოთავსებული რგოლის ფართობი 2-ჯერ მეტია მცირე წრის ფართობზე. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი, თუ მცირე წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{3}$.

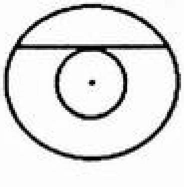
3) ნახაზზე მოცემული მცირე წრეწირი გადის დიდი წრეწირის ცენტრზე და ეხება დიდ წრეწირს. რამდენჯერ მეტია გამუქებული ფიგურის ფართობი მცირე წრის ფართობზე?



4) წრეწირში ჩახაზული ოთხი ტოლი მცირე წრეწირი ეხება დიდ წრეწირს და ერთმანეთს (იხ. ნახაზი). რამდენჯერ მეტია ნახაზზე გამუქებული დიდი წრის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც მცირე წრეებს არ ეკუთვნის, ერთ ცალ მცირე წრის ფართობზე.



5) საერთო ცენტრის მქონე ორ წრეწირში მცირე წრეწირის მხები დიდ წრეწირს ყოფს შეფარდებით 1:3. იპოვეთ დიდი წრის ფართობის შეფარდება მცირე წრის ფართობთან.



6) ორი კონცენტრული წრეწირით შექმნილ რგოლში დიდი წრეწირის ქორდა ეხება მცირე წრეწირს და მისი სიგრძეა $\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ რგოლის ფართობი.

9.24. 1) წრეწირის რადიუსია 6 სმ. იპოვეთ ამ წრეწირის 60°-იანი რკალის სიგრძე.

2) წრეწირის რადიუსია 8 სმ. იპოვეთ ამ წრეწირის 90°-იანი რკალის სიგრძე.

3) იპოვეთ იმ სექტორის ფართობი, რომლის ცენტრალური კუთხეა 30° და რადიუსია 6 სმ.

4) იპოვეთ იმ სექტორის ფართობი, რომლის ცენტრალური კუთხეა 120° და რადიუსია 9 სმ.

9.25. 1) იმ სექტორის ფართობი, რომლის რადიუსის სიგრძე $4\sqrt{3}$ სმ-ია 4π სმ^2-ის ტოლია. იპოვეთ სექტორის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.

2) იპოვეთ იმ სექტორის რადიუსი, რომლის ფართობია $3{,}6\pi$ და ცენტრალური კუთხე 36°.

3) იპოვეთ სექტორის ცენტრალური კუთხე, თუ სექტორის ფართობი შეადგენს წრის ფართობის $\frac{2}{3}$ ნაწილს.

4) წრის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს იმ სექტორის ფართობი, რომლის ცენტალური კუთხეა 72°?

9.26. 1) წრეწირში 18 სმ სიგრძის ქორდა ჭიმავს 60°-იან რკალს. იპოვეთ ამ რკალის სიგრძე.

2) წრეწირში $6\sqrt{2}$ სმ სიგრძის ქორდა ჭიმავს 90°-იან რკალს. იპოვეთ ამ რკალის სიგრძე.

3) წრეწირში $36(2-\sqrt{3})$ სმ სიგრძის ქორდა ჭიმავს 30°-იან რკალს. იპოვეთ ამ რკალის სიგრძე.

4) წრეწირში $3\sqrt{3}$ სმ სიგრძის ქორდა ჭიმავს 120°-იან რკალს. იპოვეთ ამ რკალის სიგრძე.

9.27. 1) 60°-იან რკალის სიგრძეა 3π. იპოვეთ მისი შესაბამისი ქორდის სიგრძე.

2) 90°-იანი რკალის სიგრძეა $\sqrt{2}\pi$. იპოვეთ მისი შესაბამისი ქორდის სიგრძე.

3) $4\sqrt{3}$ სმ რადიუსიანი წრეწირის რაიმე რკალის სიგრძეა $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$ სმ. იპოვეთ ამ რკალის შესაბამისი ქორდის სიგრძე.

4) 3 სმ რადიუსიანი წრეწირის რაიმე რკალის სიგრძეა $\frac{\pi}{2}$ სმ. იპოვეთ ამ რკალის შესაბამისი ქორდის სიგრძე.

9.28. 1) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხე 90°-ია, ჩახაზულია r რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ამ სექტორის რადიუსი.

2) წრიულ სექტორში, რომლის რადიუსია R და ცენტრალური კუთხეა 90°, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

3) წრიულ სექტორში, რომლის რადიუსია R და ცენტრალური კუთხეა 60°, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

4) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხე 60°-ია, ჩახაზულია r რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ სექტორის რადიუსი.

5) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხე 120°-ია, ჩახაზულია r რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ამ სექტორის რადიუსი.

6) წრიულ სექტორში, რომლის რადიუსია R და ცენტრალური კუთხეა 120°, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

9.29. 1) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა 30°, ჩახაზულია r რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ამ სექტორის რადიუსი.

2) წრიულ სექტორში, რომლის რადიუსია R და ცენტრალური კუთხეა 150°, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

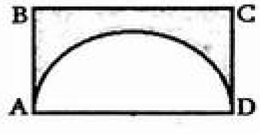
3) წრიულ სექტორში, რომლის რადიუსია R და ცენტრალური კუთხეა α, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ R=10 სმ, $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{4}$.

4) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა α, ჩახაზულია r=2 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ამ სექტორის რადიუსი, თუ $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

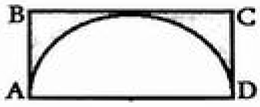
9.30. 1) AB წრეწირის დიამეტრია, MA – მხები, ხოლო MB – მკვეთი. იპოვეთ MAB სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის შიგნით მდებარეობს, თუ MA=AB=4 სმ.

2) AB წრეწირის დიამეტრია, MA-მხები, ხოლო MB – მკვეთი. იპოვეთ MAB სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის გარეთ მდებარეობს, თუ $AM=12\sqrt{3}$ სმ, MB=24 სმ.

3) $ABCD$ მართკუთხედში $AB=5$, $AD=8$. ნახაზზე მოცემული ნახევარწრეწირის დიამეტრია AD. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული მართკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ნახევარწრეწირის გარეთ მდებარეობს.



4) $ABCD$ მართკუთხედში $AD=4$. ნახევარწრეწირი, რომლის დიამეტრია AD გვერდი, ეხება BC გვერდს. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული მართკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ნახევარწრეს არ ეკუთვნის.



9.31. 1) იპოვეთ სეგმენტის ფართობი, თუ მისი რადიუსია 2 სმ, ხოლო რკალის სიდიდეა 90°.

2) იპოვეთ სეგმენტის ფართობი, თუ მისი რადიუსია $2\sqrt{3}$, ხოლო რკალის სიდიდეა 60°.

3) იპოვეთ სეგმენტის ფართობი, თუ მისი რადიუსია $2\sqrt{2}$, ხოლო რკალის სიგრძეა $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

4) იპოვეთ სეგმენტის ფართობი, თუ მისი რადიუსია $4\sqrt{3}$, ხოლო რკალის სიგრძეა $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

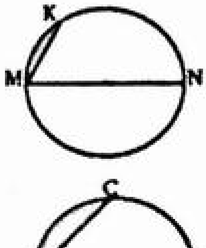
9.32. 1) წრეწირის ქორდაა $2\sqrt{3}$, ხოლო მისი მოჭიმული რკალია 60°. იპოვეთ ქორდის მიერ მოკვეთილი მცირე სეგმენტის ფართობი.

2) წრეწირის ქორდის სიგრძეა $2\sqrt{2}$, ხოლო მისი მოჭიმული რკალია 90°. იპოვეთ ქორდის მიერ მოკვეთილი მცირე სეგმენტის ფართობი.

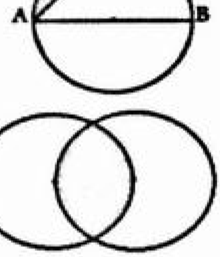
3) წრეწირის ქორდის სიგრძეა 6, ხოლო მისი მოჭიმული რკალია 120°. იპოვეთ ქორდის მიერ მოკვეთილი მცირე სეგმენტის ფართობი.

4) წრეწირის ქორდის სიგრძეა $2\sqrt{3+2\sqrt{3}}$, ხოლო მისი მოჭიმული რკალია 150°. იპოვეთ ქორდის მიერ მოკვეთილი მცირე სეგმენტის ფართობი.

9.33. 1) ნახაზზე MN წრეწირის დიამეტრია, MK – ქორდა, $\breve{MK}=60°$. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული სეგმენტის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{3}$.



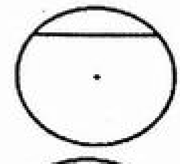
2) ნახაზზე AB წრეწირის დიამეტრია, AC – ქორდა, $\breve{AC}=90°$. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული სეგმენტის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია 2.



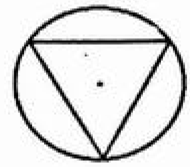
3) ნახაზზე გამოსახული ორი წრეწირიდან თითოეული გადის მეორე წრეწირის ცენტრზე. იპოვეთ ამ წრეწირის გადაკვეთის შედეგად მიღებული გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირების რადიუსია $\sqrt{6}$.

4) წრეწირის ქორდა წრეწირის რადიუსის მართობულია და ამ რადიუსს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ ქორდით შემოსაზღვრული მცირე სეგმენტის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია 4.

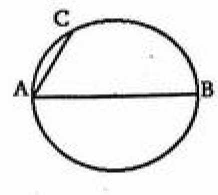
9.34. 1) ნახაზზე მოცემულია წრეწირი და ქორდა, რომლის სიგრძე წრეწირის R რადიუსის ტოლია. რის ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?



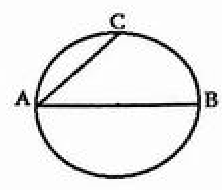
2) ნახაზზე მოცემულია წრეწირი და მასში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდის სიგრძე a-ს ტოლია. იპოვეთ გამუქებული სეგმენტის ფართობი.



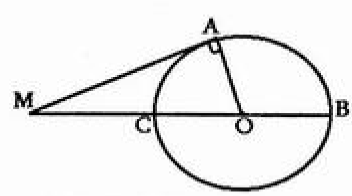
3) AB მონაკვეთი წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $\angle CAB=60°$. იპოვეთ AC და AB მონაკვეთებითა და BC რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{3}$ სმ.



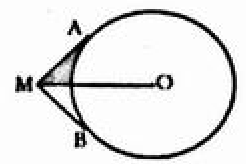
4) AB მონაკვეთი წრეწირის დიამეტრია, ხოლო C წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $\angle CAB=45°$. იპოვეთ AB და AC მონაკვეთებითა და BC რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{2}$.



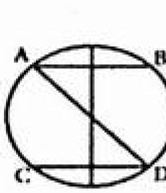
9.35. 1) წრეწირის რადიუსია R. წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებულია MA მხები და წრეწირს O ცენტრზე გამავალი MB მკვეთი, რომელიც წრეწირის C და B წერტილებში კვეთს. იპოვეთ AB მცირე რკალით. OA და OB რადიუსებით შემოსაზღვრული სექტორის ფართობი, თუ $\angle AMC=60°$.



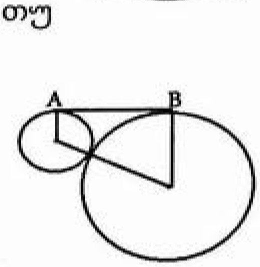
2) წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან ამ წრეწირისადმი გავლებულია MA და MB მხები, რომელთა შორის კუთხე 120°-ია. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $\sqrt{3}$.



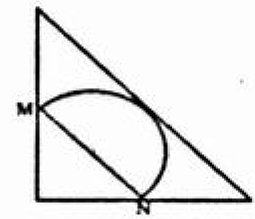
3) AB და AC ერთი და იმავე წრის პარალელური ქორდებია. ამ ქორდების მართობული დიამეტრი ქორდებთან გადაკვეთის წერტილებით იყოფა ფარდობით 1:2:1. იპოვეთ AB და AD ქორდებით და წრეწირის რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრის რადიუსია 6.



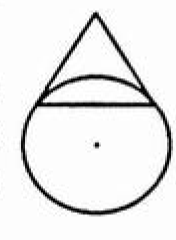
4) წრეწირები, რომელთა რადიუსების სიგრძეებია 10 და 30, გარედან ეხება ერთმანეთს. AB მონაკვეთი ამ წრეწირების საერთო გარე მხებია. იპოვეთ AB მონაკვეთითა და წრეწირების რკალებით შემოსაზღვრული გამუქებული ფიგურის ფართობი.



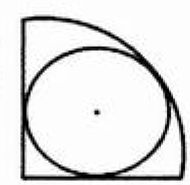
5) წრეწირი, რომლის ცენტრი მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროში მდებარეობს, ეხება ჰიპოტენუზას და კათეტებს კვეთს M და N წერტილებში. გამოთვალეთ MN ქორდითა და წრეწირის მცირე MN რკალით შემოსაზღვრული წრიული სეგმენტის ფართობი, თუ სამკუთხედის კათეტის სიგრძეა a.



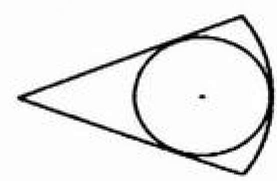
6) წესიერი სამკუთხედის ცენტრზე და ორ წვეროზე გავლებულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის შიგნით მდებარეობს, თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა a.



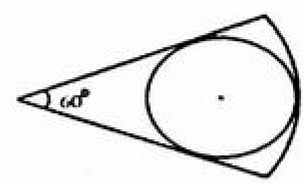
9.36. 1) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა 90°, ჩახაზულია $\sqrt{2}$ რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ სექტორის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის გარეთ მდებარეობს.



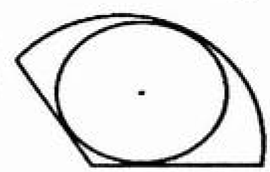
2) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა 60°, ჩახაზულია 1 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ სექტორის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის გარეთ მდებარეობს.



3) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა 60°, ჩახაზულია 2 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



4) წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა 120°, ჩახაზულია $\sqrt{3}$ რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



რთული ამოცანები

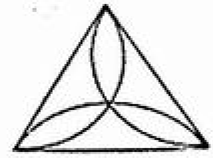
9.37. 1) R რადიუსიანი წრის ფართობი ორი კონცენტრული წრეწირით გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსები.

2) კვადრატზე, რომლის გვერდია a, შემოხაზულია წრეწირი. ერთ-ერთ მიღებულ სეგმენტში ჩახაზულია კვადრატი. იპოვეთ ამ კვადრატის ფართობი.

3) R რადიუსიან წრეში, ცენტრის სხვადასხვა მხარეზე, გავლებულია ორი პარალელური ქორდა, რომელთაგან ერთი ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდის ტოლია, ხოლო მეორე – ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის გვერდის. განსაზღვრეთ ქორდებს შორის მოთავსებული წრის ნაწილის ფართობი.

4) წრეში, ცენტრის ერთ მხარეზე, გავლებულია ორი პარალელური ქორდა, რომელთაგან ერთი ჭიმავს 120°-იან რკალს, მეორე კი – 60°-იანს. გამოთვალეთ ქორდებს შორის მოთავსებული წრის ნაწილის ფართობი, თუ წრის რადიუსია R.

9.38. 1) წესიერი სამკუთხედის ყოველ ორ წვეროზე და ცენტრზე გავლებულია წრეწირების რკალები. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული სამი „ფოთლის" ფართობთა ჯამი, თუ მოცემული სამკუთხედის გვერდია a.



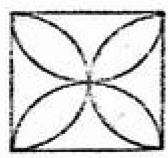
2) R რადიუსის მქონე წრეში, ცენტრის სხვადასხვა მხარეზე გავლებულია პარალელური ქორდები, რომელთაგან ერთი 60° რკალს, ხოლო მეორე 120°. იპოვეთ ქორდებს შორის მოთავსებული წრის ნაწილის ფართობი.

3) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია R და $3R$, გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც მოთავსებულია ორ წრეწირსა და მათ საერთო გარე მხებებს შორის.

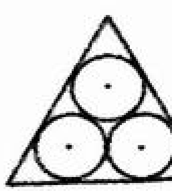
4) წრეწირში აღებულია 180°-იანი და 90°-იანი რკალები და გავლებულია მათ მომჭიმავი ქორდები. მიღებული სეგმენტებიდან თითოეულში ჩახაზულია კვადრატები. იპოვეთ ამ კვადრატების ფართობების შეფარდება.

9.39. 1) R რადიუსის მქონე ორი წრეწირი ერთმანეთს კვეთს იმგვარად, რომ თითოეული მათგანი გადის მეორეს ცენტრზე. იმავე რადიუსის მქონე სხვა ორი წრეწირის ცენტრები მოთავსებულია პირველი ორი წრეწირის გადაკვეთის წერტილებში. იპოვეთ ოთხივე წრის საერთო ნაწილის ფართობი.

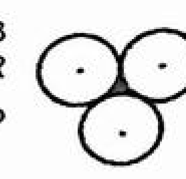
2) a გვერდის მქონე კვადრატის შიგნით, მის თითოეულ გვერდზე, როგორც დიამეტრზე, აგებულია ნახევარწრეწირი. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ნახევარწრეწირების რკალებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი.



3) a გვერდის მქონე წესიერი სამკუთხედის შიგნით მოთავსებულია სამი ტოლი წრეწირი. თითოეული მათგანი ეხება მოცემული სამკუთხედის ორ გვერდს და ორ სხვა წრეწირს. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც მოთავსებულია ამ წრეწირების გარეთ.

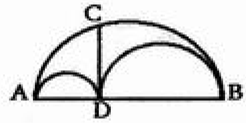


4) ნახაზზე გამუქებულია მრუდწირული სამკუთხედი, რომელიც შედგენილია სამი ტოლი წყვილ-წყვილად ერთმანეთის შემხები R რადიუსის მქონე წრეწირთა რკალებით. იპოვეთ ამ გამუქებული ფიგურის ფართობი.

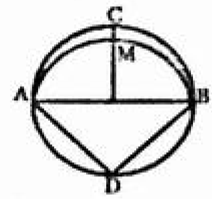


ამოცანები დამტკიცებაზე

9.40. 1) მოცემული ნახევარწრეწირის C წერტილიდან AB დიამეტრზე დაშვებულია CD მართობი და AD და DB მონაკვეთებზე აგებულია ახალი ნახევარწრეწირები ერთ მხარეზე მოცემულთან. აჩვენეთ, რომ სამ ნახევარწრეწირს შორის მოთავსებული ფიგურის ფართობი უდრის წრის ფართობს CD დიამეტრით.



2) AD და CD ერთი წრის ორი ურთიერთმართობული დიამეტრებია. D წერტილიდან, როგორც ცენტრიდან DA რადიუსით შემოხაზულია AMB რკალი. აჩვენეთ, რომ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი ტოლია ABD სამკუთხედის ფართობის.

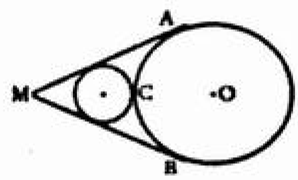


3) მოცემულია ორი კონცენტრული წრეწირი. გავლებულია დიდი წრეწირის ქორდა ისე, რომ ის წარმოადგენს მცირე წრეწირის მხებს. ამ ქორდაზე, როგორც დიამეტრზე აგებულია წრეწირი. აჩვენეთ, რომ ამ წრეწირით შემოსაზღვრული წრის ფართობი ტოლია კონცენტრულ წრეებს შორს მოთავსებული რგოლის ფართობის.

4) აჩვენეთ, რომ წესიერი ექვსკუთხედის პერიმეტრი ნაკლებია მისი ტოლდიდი კვადრატის პერიმეტრზე.

5) აჩვენეთ, რომ კვადრატის პერიმეტრი მეტია მისი ტოლდიდი წრის შესაბამისი წრეწირის სიგრძეზე.

6) MA და MB მხებებს შორის მოქცეული მცირე AB რკალი $120°$-ის ტოლია. მხებებსა და წრეწირის რკალს შორის ჩახაზულია წრეწირი. აჩვენეთ, რომ ამ წრეწირის სიგრძე მცირე AB რკალის სიგრძის ტოლია.



ტესტები 9.1

1. რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება შვიდკუთხედში?
ა) 12 ბ)14 გ)16 დ) 18

2. წესიერი თვრამეტკუთხედის ერთი კუთხის სიდიდეა.
ა) 144° ბ) 152° გ) 160° დ) 164°

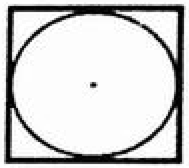
3. იპოვეთ მახვილი კუთხე, რომელსაც წესიერი ათკუთხედის უმცირესი დიაგონალი მის გვერდთან ადგენს.
ა) 18° ბ) 12° გ) 30° დ) 36°

4. რამდენჯერ მეტია ტოლგვერდა სამკუთხედის პერიმეტრი მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსზე?
ა) 2-ჯერ ბ) $\sqrt{3}$ –ჯერ გ) $6\sqrt{3}$ –ჯერ დ) $3\sqrt{3}$ –ჯერ

5. R რადიუსიან წრეში ჩახაზული წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობია.
ა) $4R^2$ ბ) $3R^2$ გ) $2R^2$ დ) $\sqrt{3}R^2$

6. r რადიუსიან წრეზე შემოხაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობია
ა) $4r^2$ ბ) $2r^2$ გ) $8r^2$ დ) r^2

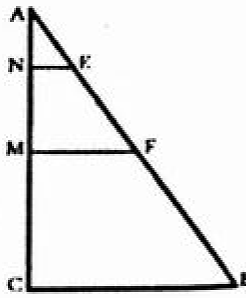
7. ნახაზზე მოცემულია R რადიუსიან წრეზე შემოხაზული კვადრატი. რის ტოლია ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი?



ა) $\frac{4-\pi}{4}R^2$ ბ) $\frac{6-\pi}{4}R^2$ გ) $\frac{4-\pi}{2}R^2$ დ) $\frac{6-\pi}{2}R^2$

8. ABC სამკუთხედში AK ბისექტრისა CM მედიანის მართობულია. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $AB=BC=4$.
ა) 8 ბ) 6 გ) $\sqrt{15}$ დ) $3\sqrt{3}$

9. ABC მართკუთხა სამკუთხედის BC კათეტის სიგრძეა 8 სმ. AC კათეტზე აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ AN=1 სმ, NM=3 სმ, MC=6 სმ. N და M წერტილებზე გავლებულია BC კათეტის პარალელური NE და MF მონაკვეთები. იპოვეთ $MNEF$ ოთხკუთხედის ფართობი.

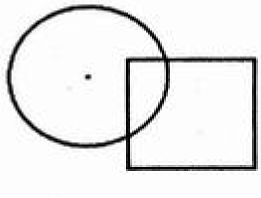


ა) 5,5 სმ² ბ) 6 სმ² გ) 6,5 სმ² დ) 7,5 სმ²

10. ABC სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MB$=1:2. M წერტილზე გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფე BC გვერდის გადაკვეთამდე N წერტილში. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $AMNC$ ტრაპეციის ფართობია 10.
ა) 15 ბ) 17 გ)18 დ) 20

11. O წერტილი $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედის ცენტრია. იპოვეთ ODF სამკუთხედის ფართობი, თუ ექვსკუთხედის ფართობია 18 სმ².
ა) 2 სმ² ბ) 3 სმ² გ) 4 სმ³ დ) 6 სმ²

12. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი, რომლის რადიუსია 5 სმ და კვადრატი 4 სმ სიგრძის გვერდით. იპოვეთ მათი თანაკვეთით მიღებული ფიგურის ფართობი, თუ გამუქებული ფიგურის ფართობია $(21\pi+8)$ სმ².

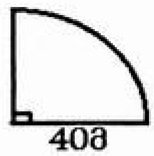


ა) $4(\pi+2)$ სმ² ბ) $(4\pi+2)$ სმ² გ) $(2\pi+4)$ სმ² დ) $2(\pi+3)$ სმ²

13. რამდენჯერ მეტია წესიერ სამკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობი მასში ჩახაზული წრის ფართობზე?

ა) 2-ჯერ ბ) 1,5-ჯერ გ) 4-ჯერ დ) $\frac{9}{4}$ ჯერ

14. ფერმერს აქვს სექტორის ფორმის მიწის ნაკვეთი, რომლის რადიუსია 40 მ და ცენტრალური კუთხის სიდიდეა 90°. რამდენი მეტრი მავთულბადე დასჭირდება მას ამ ნაკვეთის შემოსაღობად?

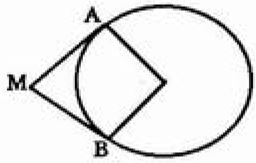


ა) $20(\pi+3)$ ბ) $20(\pi+6)$ გ) $20(\pi+2)$ დ) $20(\pi+4)$

15. წრეწირის სიგრძე გაზარდეს 30%-ით. რამდენი პროცენტით გაიზრდება ამ წრეწირით შემოსაზღვრული წრის ფართობი?

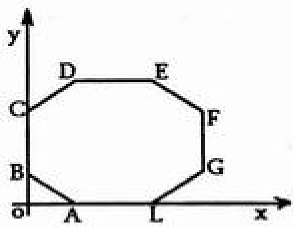
ა) 30%-ით ბ) 60%-ით გ) 69%-ით დ) 169%-ით

16. წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებული მხებები წრეწირს A და B წერტილებში ეხება. იპოვეთ მხებებითა და AB მცირე რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია 4, ხოლო AB მცირე რკალის სიდიდეა 90°.



ა) $8-\pi$ ბ) $8-2\pi$ გ) $16-\pi$ დ) $16-4\pi$

17. $ABCDEFGL$ წესიერი რვაკუთხედი მოთავსებულია Oxy საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში ისე, რომ BC გვერდი მდებარეობს ორდინატთა ღერძზე, ხოლო AL გვერდი – აბსცისთა ღერძზე. იპოვეთ G წერტილის კოორდინატები, თუ AB=2.



ა) $(2+2\sqrt{2};1)$ ბ) $(1+2\sqrt{2};1)$ გ) $(2\sqrt{2};\sqrt{2})$ დ) $(2+2\sqrt{2};\sqrt{2})$

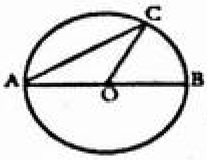
18. სექტორის რადიუსია 4. ამ სექტორის შესაბამისი რკალის სიგრძეა 2π. იპოვეთ სექტორის ფართობი.

ა) 8π ბ) 6π გ) 4π დ) 2π

19. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა $\sqrt{5}$, ხოლო ფუძის – 2. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობი.

ა) $\frac{9\pi}{4}$ ბ) $\frac{25\pi}{16}$ გ) $\frac{5\pi}{4}$ დ) $\frac{49\pi}{16}$

20. ნახაზზე O წერტილი წრეწირის ცენტრია. AB დიამეტრის სიგრძე $4\sqrt{3}$ სმ-ია და $\angle BAC$=15°. რის ტოლია გამუქებული სექტორის ფართობი?



ა) 4π სმ² ბ) 1,5 სმ² გ) 2π სმ² დ) $4{,}5\pi$ სმ²

ტესტი 9.2

1. რვაკუთხედში ორი მეზობელი წვეროდან გავლებულია ყველა დიაგონალი. იპოვეთ მათი რაოდენობა.

   ა) 8 ბ) 10 გ) 12 დ) 14

2. რამდენი გვერდი აქვს წესიერ მრავალკუთხედს, თუ მისი ერთი კუთხეა 150°?

   ა) 10 ბ) 11 გ) 12 დ) 15

3. რის ტოლია მახვილი კუთხე წესიერი ხუთკუთხედის მეზობელი წვეროებიდან გამოსული ხუთკუთხედის შიგნით თანამკვეთ დიაგონალებს შორის?

   ა) 36° ბ) 48° გ) 60° დ) 72°

4. რამდენჯერ მეტია წესიერი ოთხკუთხედის პერიმეტრი მასზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრზე?

   ა) $2\sqrt{2}$-ჯერ ბ) $\sqrt{2}$-ჯერ გ) 2-ჯერ დ) $4\sqrt{2}$-ჯერ

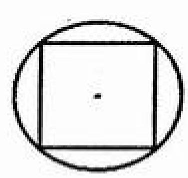
5. R რადიუსიან წრეში ჩახაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია

   ა) $\frac{\sqrt{3}}{2}R^2$ ბ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$ გ) $3\sqrt{3}R^2$ დ) $\sqrt{3}R^2$

6. r რადიუსიან წრეზე შემოხაზული წესიერი სამკუთხედის ფართობია

   ა) $\sqrt{3}r^2$ ბ) $2\sqrt{3}r^2$ გ) $3\sqrt{3}r^2$ დ) $4\sqrt{3}r^2$

7. ნახაზზე მოცემულია R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული კვადრატი. რის ტოლია ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი?

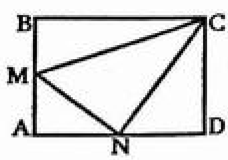


   ა) $\frac{\pi-2}{4}R^2$ ბ) $\frac{\pi-2}{2}R^2$ გ) $(\pi-2)R^2$ დ) $(\pi-1)R^2$

8. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$. $DM \perp AC$, $AD=5$, $BD=20$, $MD=4$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $D\in AB$, $M\in AC$.

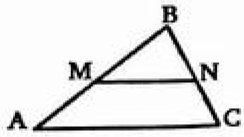
   ა) 50 ბ) 100 გ) 150 დ) 200

9. $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 4 სმ. M და N შესაბამისად არიან AB და AD გვერდების შუა წერტილები. რის ტოლია ნახაზზე გამუქებული MNC სამკუთხედის ფართობი?



   ა) 4 სმ² ბ) 6 სმ² გ) 8 სმ² დ) 10 სმ²

10. ABC სამკუთხედში AC გვერდის სიგრძე 10 სმ-ის ტოლია. MN მონაკვეთი, რომლის ბოლოები AB და BC გვერდებზე მდებარეობს, AC გვერდის პარალელურია და ABC სამკუთხედის ფართობს შუაზე ყოფს. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

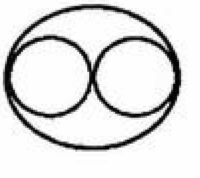


    ა) 4 სმ ბ) 5 სმ გ) $5\sqrt{2}$ სმ დ) 7 სმ

11. $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედია. იპოვეთ BDE სამკუთხედის ფართობი, თუ ექვსკუთხედის ფართობი 12 სმ²-ის ტოლია.

    ა) 2 სმ² ბ) 3 სმ² გ) 4 სმ² დ) 6 სმ²

12. ნახაზზე მოცემული ორი ტოლი წრეწირი ერთმანეთს ეხება დიდი წრეწირის ცენტრში და თითოეული ეხება დიდ წრეწირს. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული დიდი წრის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც პატარა წრეებს არ ეკუთვნის, თუ დიდი წრის ფართობია 20π სმ².

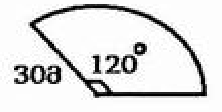


ა) 10π სმ² ბ) 15π სმ² გ) 16π სმ² დ) 18π სმ²

13. რამდენჯერ მეტია კვადრატზე შემოხაზული წრის ფართობი მასში ჩახაზული წრის ფართობზე?

ა) 4-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) 1,5-ჯერ დ) 2-ჯერ

14. ფერმერს აქვს სექტორის ფორმის მიწის ნაკვეთი, რომლის რადიუსია 30 მ და ცენტრალური კუთხის სიდიდეა 120°. რამდენი მეტრი მავთულბადე დასჭირდება ფერმერს ამ ნაკვეთის შემოსაღობად?

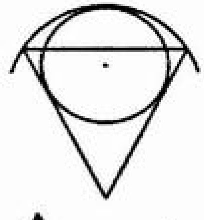


ა) $20(\pi-1)$ ბ) $60(\pi+1)$ გ) $20(\pi+3)$ დ) $20(2\pi+3)$

15. რადიუსის გაზრდის შედეგად წრის ფართობი გაიზარდა 44%-ით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა ამ წრის დიამეტრი?

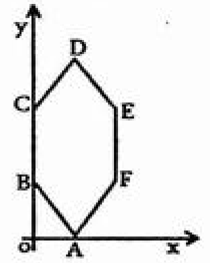
ა) 20%-ით ბ) 15%-ით გ) 10%-ით დ) 25%-ით

16. სექტორის რადიუსი და მისი მომჭიმავი ქორდა 5 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სექტორში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.



ა) 5 სმ ბ) 2,5 სმ გ) $\frac{10}{3}$ სმ დ) $\frac{5}{3}$ სმ

17. $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედი მოთავსებულია Oxy საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში ისე, რომ BC გვერდი მდებარეობს ორდინატთა ღერძზე, ხოლო A წვერო – აბსცისთა ღერძზე. იპოვეთ E წვეროს კოორდინატები, თუ AB=2.



ა) $(\sqrt{3};3)$ ბ) $(2\sqrt{3};3)$ გ) $(2\sqrt{2};2)$ დ) $(2\sqrt{3};2)$

18. სექტორის რადიუსია 6, ფართობი – 6π. იპოვეთ ამ სექტორის შესაბამისი რკალის სიგრძე.

ა) 6π ბ) 3π გ) 2π დ) π

19. მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე ჰიპოტენუზას ყოფს $\frac{9}{5}$-ს და $\frac{16}{5}$-ის ტოლ მონაკვეთებად. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრის ფართობი.

ა) $\frac{9}{5}\pi$ ბ) 4π გ) 2π დ) π

20. $ABCD$ პარალელოგრამის A წვეროდან, როგორც ცენტრიდან AB გვერდის სიგრძის ტოლი რადიუსით შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ პარალელოგრამის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის გარეთ მდებარეობს, თუ AB=2 სმ, AD=3 სმ და $\angle BAD$=60°.

ა) $(3\sqrt{3}+\pi)$ სმ² ბ) $6\sqrt{2}$ სმ² გ) $12\sqrt{2}\pi$ სმ² დ) $\left(3\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}\right)$ სმ²

ტესტი 9.3

1. ათკუთხედში ორი არამეზობელი წვეროდან გავლებულია ყველა დიაგონალი. იპოვეთ მათი რაოდენობა.

ა) 13 ბ) 14 გ) 11 დ) 16

2. წესიერი თხუთმეტკუთხედის ერთი კუთხის სიდიდეა

ა) 144° ბ) 156° გ) 160° დ) 164°

3. რის ტოლია კუთხე წესიერი ხუთკუთხედის ერთი წვეროდან გამოსულ დიაგონალებს შორის?

ა) 36° ბ) 48° გ) 30° დ) 20°

4. რამდენჯერ მეტია წესიერი ექვსკუთხედის პერიმეტრი მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსზე?

ა) $\sqrt{3}$ -ჯერ ბ) $2\sqrt{3}$ -ჯერ გ) $4\sqrt{3}$ -ჯერ დ) $8\sqrt{3}$ -ჯერ

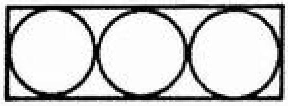
5. R რადიუსიან წრეში ჩახაზული წესიერი რვაკუთხედის ფართობია

ა) $2R^2$ ბ) $4\sqrt{2}R^2$ გ) $\sqrt{2}R^2$ დ) $2\sqrt{2}R^2$

6. r რადიუსიან წრეზე შემოხაზული წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობია

ა) $12(2-\sqrt{3})r^2$ ბ) $4(2-\sqrt{3})r^2$ გ) $8\sqrt{3}r^2$ დ) $12\sqrt{3}r^2$

7. მართკუთხედში ჩახაზულია სამი წრე. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ მართკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს გამუქებული ფიგურის ფართობი?

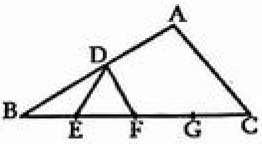


ა) $5-\pi$ ბ) $4-\pi$ გ) $\frac{4-\pi}{4}$ დ) $\frac{4-\pi}{2}$

8. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, ხოლო CO მედიანაა. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $CO=CB$ და $AB=6\sqrt{3}$ სმ.

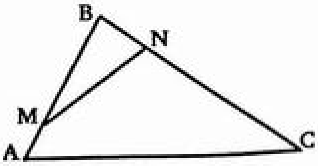
ა) $3\sqrt{3}$ სმ² ბ) 8 სმ² გ) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ სმ² დ) $\frac{27}{2}\sqrt{3}$ სმ²

9. ABC სამკუთხედის BC გვერდი E, F და G წერტილებით ოთხ ტოლ ნაწილადაა დაყოფილი, D წერტილი კი – AB გვერდის შუაწერტილია. რის ტოლია DEF სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობი 72 სმ²-ის ტოლია?



ა) 9 სმ² ბ) 12 სმ² გ) 18 სმ² დ) 24 სმ²

10. ABC სამკუთხედში $AB=18$, $BC=25$. AB და BC გვერდზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $AM=12$, $CN=20$. რამდენჯერ მეტია ABC სამკუთხედის ფართობი MBN სამკუთხედის ფართობზე?

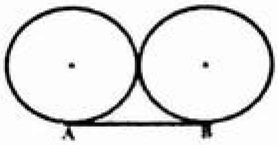


ა) 15-ჯერ ბ) 18-ჯერ გ) 20-ჯერ დ) 22-ჯერ

11. O წერტილი $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედის ცენტრია. იპოვეთ $ABCO$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ ექვსკუთხედის ფართობი 12 სმ²-ის ტოლია.

ა) 1 სმ² ბ) 2 სმ² გ) 3 სმ² დ) 4 სმ²

12. ორი ტოლი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 4 სმ, გარედან ეხება ერთმანეთს. AB ამ წრეწირების საერთო გარე მხებია. რის ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

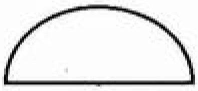


ა) 32 სმ^2 ბ) $(16-4\pi)$ სმ^2 გ) $(64-16\pi)$ სმ^2 დ) $(32-8\pi)$ სმ^2

13. რამდენჯერ მეტია წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობი მასში ჩახაზული წრის ფართობზე?

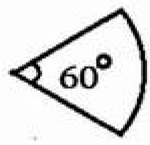
ა) 4-ჯერ ბ) $\frac{4}{3}$-ჯერ გ) 2-ჯერ დ) $\frac{3}{2}$-ჯერ

14. ფერმერს აქვს ნახევარწრის ფორმის მიწის ნაკვეთი, რომლის დიამეტრია 40 მ. რამდენი კვადრატული მეტრია ფერმერის მიწის ნაკვეთი?



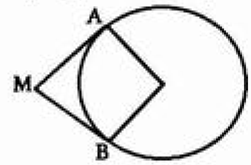
ა) 200π ბ) 300π გ) 400π დ) 1600π

15. დურგალმა გააკეთა სექტორის ფორმის ხის ფირფიტა, რომლის ცენტრალური კუთხეა 60° და რადიუსია 60 სმ. რამდენი კვადრატული სანტიმეტრია ამ ფირფიტის ფართობი?



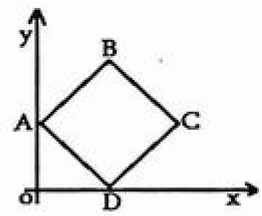
ა) 36π ბ) 360π გ) 500π დ) 600π

16. წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებული მხებები წრეწირს A და B წერტილებში ეხება. იპოვეთ მხებითა და AB მცირე რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{3}$, ხოლო AB მცირე რკალის სიდიდეა 60°.



ა) $4\sqrt{3}-2\pi$ ბ) $6\sqrt{3}-2\pi$ გ) $4\sqrt{3}-\pi$ დ) $2\sqrt{3}-\pi$

17. $ABCD$ კვადრატი მოთავსებულია Oxy საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხეში ისე, რომ A და D წერტილები მდებარეობენ შესაბამისად ორდინატთა და აბსცისთა ღერძებზე და $AO=OD$. იპოვეთ C წვეროს კოორდინატები, თუ $AB=\sqrt{2}$.



ა) $(2; 1)$ ბ) $(2; \sqrt{2})$ გ) $(2\sqrt{2};\sqrt{2})$ დ) $(2\sqrt{2};1)$

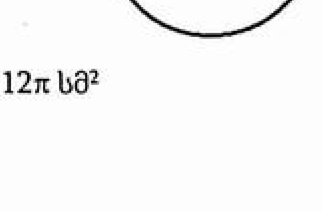
18. იპოვეთ წრიული სექტორის ფართობი, თუ სექტორის ცენტრალური კუთხეა 72°, ხოლო ამ წრის შესაბამისი წრეწირის სიგრძეა 8π სმ.

ა) $2{,}6\pi$ სმ^2 ბ) $3{,}2\pi$ სმ^2 გ) $3{,}8\pi$ სმ^2 დ) $4{,}8\pi$ სმ^2

19. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილი მართი კუთხის წვეროდან დაშორებულია $2\sqrt{2}$ მანძილით. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის სიგრძე.

ა) $(2-\sqrt{2})\pi$ ბ) 6π გ) $3(2-\sqrt{2})\pi$ დ) $6(2-\sqrt{2})\pi$

20. წრეწირის რადიუსის სიგრძეა 6 სმ. წრეწირის გარეთ მდებარე B წერტილიდან ამ წრეწირისადმი გავლებულია მხები, რომელიც წრეწირს A წერტილში ეხება. C წრეწირის ისეთი წერტილია, რომ BC მონაკვეთი ამ წრეწირის O ცენტრზე გადის. რის ტოლია ნახაზზე გამუქებული წრიული სექტორის ფართობი, თუ $\angle ABD=30°$.



ა) 3π სმ^2 ბ) 6π სმ^2 გ) 9π სმ^2 დ) 12π სმ^2

ტესტი 9.4

1. მრავალკუთხედის ორი მეზობელი წვეროდან გავლებული დიაგონალების რიცხვია 18. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

   ა) 11 ბ) 12 გ) 13 გ) 14

2. რამდენი გვერდი აქვს წესიერ მრავალკუთხედს, თუ მისი ერთი კუთხის სიდიდეა $162°$

   ა) 15 ბ) 18 გ) 20 დ) 22

3. წესიერი სამკუთხედის მედიანებს შორის მახვილი კუთხის სიდიდეა

   ა) $60°$ ბ) 45 გ) $30°$ დ) $15°$

4. რამდენჯერ მეტია წესიერ ოთხკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი ჩახაზული წრეწირის რადიუსზე?

   ა) $\sqrt{3}$-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) $2\sqrt{2}$-ჯერ დ) $\sqrt{2}$-ჯერ

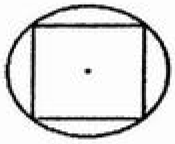
5. R რადიუსიან წრეში ჩახაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობია

   ა) R^2 ბ) $\sqrt{3}R^2$ გ) $2\sqrt{3}R^2$ დ) $2R^2$

6. r რადიუსიან წრეზე შემოხაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობია

   ა) $2r^2$ ბ) $4\sqrt{3}r^2$ გ) $2\sqrt{3}r^2$ დ) $\sqrt{3}r^2$

7. კვადრატზე, რომლის გვერდის სიგრძეა $\sqrt{2}$ შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ კვადრატის მიერ ჩამოკვეთილი სეგმენტების ფართობების ჯამი.

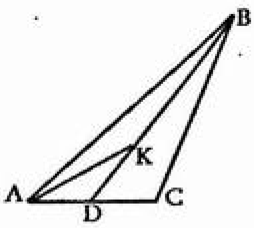


   ა) $2\pi-3$ ბ) $\pi+1$ გ) $\pi-2$ დ) $\pi-1$

8. მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$. $DM \perp AC$, $DB=40$, $CM=32$, $AM=8$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $M\in AC$, $D\in AB$.

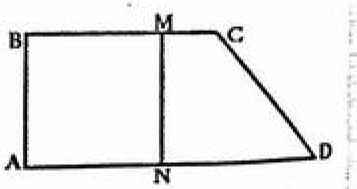
   ა) 500 ბ) 600 გ) 1200 დ) 1500

9. ABC სამკუთხედში BD მედიანაა, ხოლო AK მონაკვეთი ABD სამკუთხედის ბისექტრისაა (იხ. ნახაზი). ABC სამკუთხედის ფართობი 36 სმ²-ის ტოლია. რას უდრის AKD სამკუთხედის ფართობი, თუ $AC:AB=4:7$.



   ა) 4 სმ² ბ) 6 სმ² გ) 8 სმ² დ) 9 სმ²

10. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, $BC=12$ სმ, $AD=24$ სმ. AB ფერდის პარალელური MN მონაკვეთით მოცემული ტრაპეცია გაყოფილია ორ ნაწილად ისე, რომ $ABMN$ მართკუთხედის ფართობი ორჯერ მეტია $NMCD$ ტრაპეციის ფართობზე. რის ტოლია AN მონაკვეთის სიგრძე?

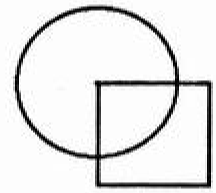


   ა) 8 სმ ბ) 10 სმ გ) 12 სმ დ) 16 სმ

11. $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედია. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ ექვსკუთხედის ფართობი 12 სმ²-ის ტოლია.

   ა) 1 სმ² ბ) 2 სმ² გ) 3 სმ² დ) 4 სმ²

12. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი, რომლის რადიუსია 4 სმ და კვადრატი წვეროთი წრეწირის ცენტრში და 5 სმ ტოლი გვერდით. იპოვეთ მათი გაერთიანებით მიღებული ფიგურის ფართობი.

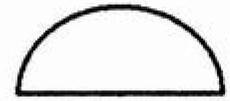


ა) $(12\pi+25)$ სმ² ბ) $(16\pi+25)$ სმ² გ) $(16\pi-5)$ სმ² დ) 16π სმ²

13. სექტორის რადიუსია 6 სმ, ხოლო ფართობი 27π სმ². იპოვეთ ამ სექტორის შესაბამისი ცენტრალური კუთხე.

ა) 90° ბ) 120° გ) 180° დ) 270°

14. ფერმერს აქვს ნახევარწრის ფორმის მიწის ნაკვეთი, რომლის დიამეტრია 200 მ. რამდენი მეტრი მავთულბადე დასჭირდება ფერმერს ამ ნაკვეთის შემოსაღობად?

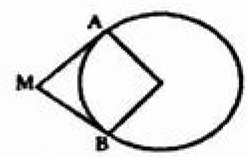


ა) $200(\pi+1)$ ბ) $200(\pi-1)$ გ) $200+100\pi$ დ) $100(\pi+1)$

15. მარაოს სექტორის ფორმა აქვს, რომლის ცენტრალური კუთხეა 150° და რადიუსია 30 სმ. რამდენი კვადრატული სანტიმეტრია მარაოს ფართობი?

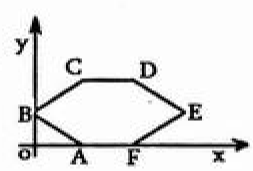
ა) 270 ბ) 350 გ) 375π დ) 400π

16. წრეწირის გარეთ მდებარე M წერტილიდან გავლებული მხებები წრეწირს A და B წერტილებში ეხება. იპოვეთ მხებითა და AB მცირე რკალით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია $\sqrt{6}$, ხოლო AB მცირე რკალის სიდიდეა 120°.



ა) $2\sqrt{3}-\pi$ ბ) $\sqrt{6}-\pi$ გ) $4\sqrt{3}-2\pi$ დ) $6\sqrt{3}-2\pi$

17. $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედი მოთავსებულია Oxy საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში ისე, რომ AF გვერდი აბსცისთა ღერძზე მდებარეობს B წვერო კი ორდინატთა ღერძზე. იპოვეთ E წვეროს კოორდინატები, თუ AB=2.



ა) (4; 1) ბ) $(4;\ \sqrt{3})$ გ) $(2;\ \sqrt{3})$ დ) $(4;\ 2\sqrt{3})$

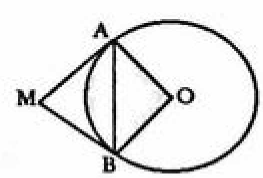
18. იპოვეთ წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ ექვსკუთხედის პერიმეტრია $\sqrt{72}$ სმ.

ა) $\sqrt{2}$ სმ ბ) 2 სმ გ) 6 სმ დ) $2\sqrt{3}$ სმ

19. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 2, ხოლო ერთ-ერთი მახვილი კუთხე 30°-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრის ფართობი.

ა) $\sqrt{3}\pi^2$ ბ) $\pi(\sqrt{3}-1)^2$ გ) $\frac{\pi}{4}(\sqrt{3}-1)^2$ დ) $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)^2$

20. MAB კუთხის გვერდები ეხებიან წრეწირს, ცენტრით O წერტილში, A და B წერტილებში. იპოვეთ მცირე AOB სექტორის ფართობი, თუ $AB=6\sqrt{3}$ და $\angle AMB$=60°.



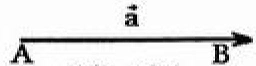
ა) 24π ბ) 18π გ) 15π დ) 12π

§ 10. ვექტორები

ისეთ სიდიდეებს, რომლებიც სავსებით განისაზღვრებიან მათი რიცხვითი მნიშვნელობით, სკალარულ სიდიდეებს უწოდებენ. სკალარული სიდიდეებია: სიგრძე, ფართობი, მოცულობა, ტემპერატურა და სხვა. ასეთი სიდიდეების გარდა არსებობენ სხვა სახის სიდიდეებიც, რომელთა განსაზღვრისთვის, გარდა რიცხვითი მნიშვნელობისა, საჭიროა აგრეთვე მათი მიმართულების ცოდნა. ასეთ სიდიდეებს **ვექტორული** სიდიდეები ან ვექტორები ეწოდება. ვექტორული სიდიდეებია: ძალა, აჩქარება, სიჩქარე და ა.შ.

ვექტორი ეწოდება მიმართულ მონაკვეთს, ე. ი. მონაკვეთს, რომელსაც აქვს სიდიდე (სიგრძე) და მიმართულება ანუ სათავე და ბოლო წერტილი.

ვექტორი, რომლის სათავეა A წერტილი და ბოლოა B წერტილი $\overline{AB}$ სიმბოლოთი აღინიშნება. ზოგჯერ ვექტორს აღნიშნავენ ერთი პატარა ასოთი. მაგალითად, $\vec{a}$ ვექტორი (ნახ. 10.1).



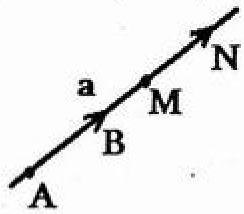
ნახ. 10.1

თუ ვექტორის საწყისი და ბოლო წერტილები ერთმანეთს ემთხვევა, მას ნულოვანი ვექტორი ეწოდება და $\vec{O}$ სიმბოლოთი აღინიშნება. ცხადია ნულოვან ვექტორს მიმართულება არ გააჩნია.

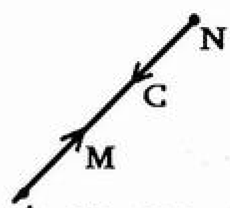
ვექტორის სიგრძე ეწოდება მანძილს მის სათავესა და ბოლო წერტილს შორის. $\vec{a}$ ვექტორის სიგრძე $|\vec{a}|$ სიმბოლოთი აღინიშნება. შესაბამისად, $\overline{AB}$ ვექტორის სიგრძეა $|\overline{AB}|$.

ვექტორს, რომლის სიგრძე 1-ის ტოლია, ერთეულოვანი ვექტორი ეწოდება.

ცხადია, რომ ვექტორი მდებარეობს წრფეზე, თუ ამ ვექტორის საწყისი და ბოლო წერტილები ამ წრფეს ეკუთვნიან. ორი ერთ წრფეზე მდებარე ვექტორი ან ერთ **მხარესაა მიმართული** (თანამიმართულია), ანდა საწინააღმდეგოდ არიან მიმართული. 10.2 ნახაზზე $\overline{AB}$ და $\overline{MN}$ ვექტორები თანამიმართულია, ხოლო 10.3 ნახაზზე ვექტორები $\overline{AM}$ და $\overline{NC}$ საწინააღმდეგოდ არიან მიმართული.



ნახ. 10.2



ნახ. 10.3

ერთი და იმავე წრფის პარალელურ (პარალელურ წრფეებზე მდებარე) ვექტორებს კოლინეარული ვექტორები ეწოდება.

$\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ კოლინეარულ ვექტორებს თანამიმართული ეწოდება, თუ AB წრფეზე მდებარე $\overline{CD}$ ვექტორის კოლინეარული ვექტორი $\overline{AB}$ ვექტორის თანამიმართულია.

$\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ კოლინეარულ ვექტორებს საწინააღმდეგოდ მიმართული ეწოდება, თუ ისინი არ არიან თანამიმართული.

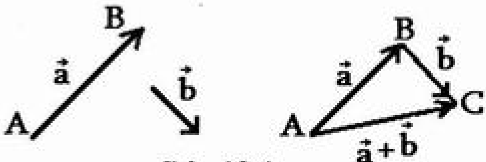
ცხადია სიბრტყეზე ან სივრცეში მოცემული ვექტორების წყვილი შესაძლოა იყოს თანამიმართული ან საწინააღმდეგოდ მიმართული, ანდა არც თანამიმართული იყოს და არც საწინააღმდეგოდ მიმართული.

ორ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორს ტოლი ეწოდება, თუ ისინი ერთნაირად არიან მიმართული და მათი სიგრძეები ტოლია და წერენ $\vec{a}=\vec{b}$.

მოვიყვანოთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების შეკრების ე.წ. სამკუთხედების და პარალალოგრამის წესები:

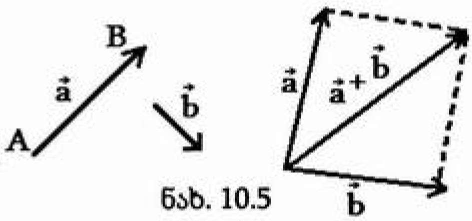
1) **სამკთხედების** წესი. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების ჯამი $\vec{a}+\vec{b}$ ეწოდება ვექტორს, რომლის სათავეა $\vec{a}$ ვექტორის სათავე და ბოლოა $\vec{b}$ ვექტორის ბოლო (ნახ. 10.4). ე.ი.

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$



ნახ. 10.4

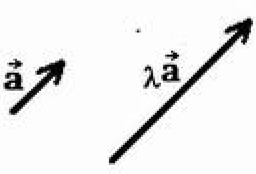
2) პარალელოგრამის წესი. ავიღოთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები და ორივე მოვდოთ ერთ წერტილში. მიღებულ გვერდებზე ავაგოთ პარალელოგრამი. ვექტორი, რომლის სათავეა $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების საერთო წვერო, ხოლო ბოლო წერტილია პარალელოგრამის მოპირდაპირე წვერო, წარმოადგენს $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების ჯამს (ნახ. 10.5).



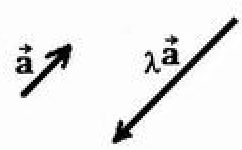
ნახ. 10.5

ცხადია ვექტორების შეკრების ორივე ეს წესი გვაძლევს ერთსა და იმავე შედეგს.

$\vec{a}$ ვექტორის ნამრავლი რაიმე $\lambda \neq 0$ რიცხვზე $\lambda\vec{a}$ ეწოდება ისეთ $\vec{b}$ ვექტორს რომლის სიგრძეა $|\vec{b}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$, ხოლო მიმართულება ემთხვევა $\vec{a}$ ვექტორის მიმართულებას, თუ $\lambda>0$ და აქვს საწინააღმდეგო მიმართულება, თუ $\lambda<0$.



ნახ. 10.6



ნახ. 10.7

თუ $\lambda=0$ ან $\vec{a}=\vec{0}$, მაშინ მიღებულია, რომ $\lambda\vec{a}=0$.

$\vec{a}$ ვექტორის (-1)-ზე ნამრავლს ეწოდება $\vec{a}$ ვექტორის მოპირდაპირე ვექტორი და $-\vec{a}$ სიმბოლოთი აღინიშნება. ცხადია

$$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}.$$

ვექტორების შეკრების და ვექტორის რიცხვზე ნამრავლის ოპერაციები აკმაყოფილებენ შემდეგ თვისებებს:

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$; 2. $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$;

3. $\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$; 4. $(\lambda_1+\lambda_2)\vec{a}=\lambda_1\vec{a}+\lambda_2\vec{a}$;

5. $(\lambda_1\lambda_2)\vec{a}=\lambda_1(\lambda_2\vec{a})=\lambda_2(\lambda_1\vec{a})$.

სიბრტყეზე მდებარე ყოველ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორს შეესაბამება რიცხვთა წყვილი (სივრცეში მოცემულ ვექტორს-რიცხვთა სამეული), რომლებიც ამ ვექტორის კოორდინატებს წარმოადგენს. კერძოდ, თუ $A(x_1,y_1)$ და $B(x_2,y_2)$, მაშინ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,$ $y_2-y_1)$ (სივრცეში მოცემული $\overrightarrow{AB}$ ვექტორისათვის $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)$). ამრიგად, ჩანაწერი $\vec{a}(x,y,z)$ ნიშნავს, რომ $\vec{a}$ ვექტორის კოორდინატებია x, y და z რიცხვები.

მტკიცდება, რომ:

1. თუ მოცემულია $\vec{a}(x_1,y_1,z_1)$ და $\vec{b}(x_2,y_2,z_2)$ ვექტორები, მაშინ

$$\vec{a}+\vec{b}=(x_2+x_1,y_2+y_1,z_2+z_1),\ \ \vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2\ ,\ y_1-y_2\ ,\ z_1-z_2)$$

2. თუ მოცემულია $\vec{a}(x,y,z)$ ვექტორი და λ რიცხვი, მაშინ

$$\lambda\vec{a}=(\lambda x,\ \lambda y,\ \lambda z).$$

3. თუ მოცემულია $\vec{a}(x_1,y_1,z_1)$ და $\vec{b}(x_2,y_2,z_2)$ ვექტორები, მაშინ მათი კოლინეარობის (პარალელობის) პირობაა $x_1=\lambda x_2$, $y_1=\lambda y_2$, $z_1=\lambda z_2$. ანუ $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{z_1}{z_2}$.

ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორის სკალარული ნამრავლი ეწოდება მათი სიგრძეებისა და მათ შორის კუთხის კოსინუსის ნამრავლს. ე.ი.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha,$$

სადაც α არის კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის.

უკანასკნელი ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ: 1) ორი არანულოვანი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი ნულის ტოლია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ისინი ურთიერთმართობულია. ე.ი.

$$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0.$$

2) ვექტორის კვადრატი მისი სიგრძის კვადრატის ტოლია

$$\vec{a}^2=|\vec{a}|^2.$$

3) კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის გამოითვლება ფორმულით:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}.$$

მტკიცდება, რომ თუ $\vec{a}(x_1,y_1,z_1)$ და $\vec{b}(x_2,y_2,z_2)$, მაშინ

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2.$$

ე.ი. ორი ვექტორის სკალარული ნამრავლი უდრის მათი ერთსახელა კოორდინატების ნამრავლთა ჯამს.

ამოცანა. 1. ვიპოვოთ k, თუ $\vec{a}(k;6;3)$ ვექტორის სიგრძეა 7.

ამოხსნა. გვაქვს

$$|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}^2}=\sqrt{k^2+36+9}=7.$$

აქედან $k^2+45=49\Rightarrow k^2=4\Rightarrow k=\pm2$.

ამოცანა 2. ვიპოვოთ $|3a-4b|$, თუ $\vec{a}=(1;-3;0)$, $b=(0;-1;1)$.

ამოხსნა. გვაქვს $3\vec{a}=(3;-9;0)$, $4\vec{b}=(0;-4;4)$, $3\vec{a}-4\vec{b}=(3;-4;-4)$. ამიტომ $|3\vec{a}-4\vec{b}|=\sqrt{9+16+16}=\sqrt{41}$.

ამოცანა 3. M არის $ABCD$ კვადრატის CD გვერდის შუაწერტილი. გამოვთვალოთ $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AD}$, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 4.

ამოხსნა. განსაზღვრებით გვაქვს

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AD}=-|\overrightarrow{AM}|\cdot|\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle MAD.$$

ვინაიდან $|\overrightarrow{AM}|\cdot\cos\angle MAD=|\overrightarrow{AD}|$, ამიტომ $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AD}=-|\overrightarrow{AM}|^2=-16$.

ამოცანა 4. ვიპოვოთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის მდებარე კუთხის კოსინუსი, თუ $3\vec{a}-2\vec{b}$ და $4\vec{a}+5\vec{b}$ მართობული ვექტორებია და $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$.

ამოხსნა. ვინაიდან $3\vec{a}-2\vec{b}$ და $4\vec{a}+5\vec{b}$ ურთიერთმართობული ვექტორებია

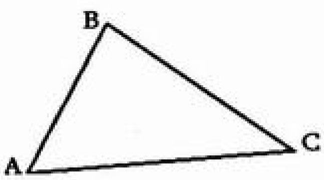
$$(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(4\vec{a}+5\vec{b})=0\Rightarrow 12\vec{a}^2+7\vec{a}\cdot\vec{b}-10b^2=0\Rightarrow 7\vec{a}\cdot\vec{b}=10\vec{b}^2-12\vec{a}^2.$$

რადგან $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, ამიტომ $7\cos\alpha=10-12$. ანუ $\cos\alpha=-\dfrac{2}{7}$.

ამოცანა 5. გამოვთვალოთ სკალარული ნამრავლი $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})$, თუ $\vec{a}(1;0;-1)$, $\vec{b}(-1;2;1)$.

ამოხსნა. გვაქვს $2\vec{a}=(2;0;$, $2\vec{a}-\vec{b}=(3;-2;-3)$, $3b=(-3;6;3)$, $\vec{a}+3\vec{b}=(-2;6;2)$, ამიტომ $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})=-6-12-6=-24$.

* * *



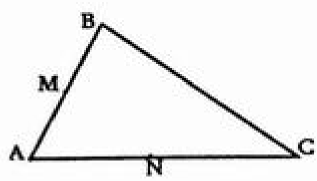
10.1. A, B და C წერტილები ABC სამკუთხედის წვეროებია.

1) გამოსახეთ $\overrightarrow{AC}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოთვალეთ $\overrightarrow{CA}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

3) გამოსახეთ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{BC}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AC}$ ვექტორების საშუალებით.



10.2. M და N არიან ABC სამკუთხედის შესაბამისად AB და AC გვერდების შუაწერტილები.

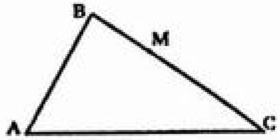
1) გამოსახეთ $\overrightarrow{NB}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოსახეთ $\overrightarrow{CN}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

3) გამოსახეთ $\overrightarrow{CM}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{MN}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AC}$ ვექტორების საშუალებით.

10.3. M არის ABC სამკუთხედის BC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $BM:MC=2:3$.



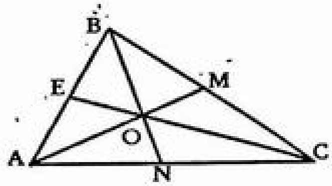
1) გამოსახეთ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორი $\overrightarrow{AM}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოსახეთ $\overrightarrow{AM}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

3) გამოსახეთ $\overrightarrow{AM}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{AB}$ ვექტორების საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{MC}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{AB}$ ვექტორების საშუალებით.

10.4. O არის ABC სამკუთედის AM, BN და CE მედიანების გადაკვეთის წერტილი.



1) გამოსახეთ $\overrightarrow{AO}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AC}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოსახეთ $\overrightarrow{MO}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AC}$ გვერდების საშუალებით.

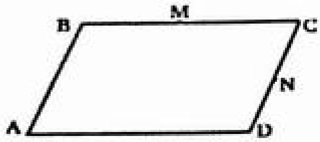
3) გამოსახეთ $\overrightarrow{AO}$ ვექტორი $\overrightarrow{AC}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორი $\overrightarrow{AM}$ და $\overrightarrow{BN}$ ვექტორების საშუალებით.

5) გამოსახეთ $\overrightarrow{CB}$ ვექტორი $\overrightarrow{CE}$ და $\overrightarrow{BN}$ ვექტორების საშუალებით.

6) გამოსახეთ $\overrightarrow{CM}$ ვექტორი $\overrightarrow{CE}$ და $\overrightarrow{BN}$ ვექტორების საშუალებით.

10.5. M და N შესაბამისად არიან $ABCD$ პარალელოგრამის BC და CD გვერდების შუაწერტილები.



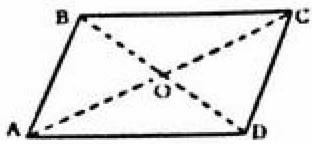
1) გამოსახეთ $\overrightarrow{AM}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AD}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოსახეთ $\overrightarrow{AN}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

3) გამოსახეთ $\overrightarrow{MN}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AD}$ ვექტორების საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{MD}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{AD}$ ვექტორების საშუალებით.

10.6. O არის $ABCD$ პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი.



1) გამოსახეთ $\overrightarrow{OB}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორების საშუალებით.

2) გამოსახეთ $\overrightarrow{AO}$ ვექტორი $\overrightarrow{DC}$ და $\overrightarrow{CB}$ ვექტორების საშუალებით.

3) გამოსახეთ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ ვექტორი $\overrightarrow{BC}$ ვექტორის საშუალებით.

4) გამოსახეთ $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{CO}$ ვექტორი $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის საშუალებით.

10.7. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების ჯამის და სხვაობის კოორდინატები, თუ:

1) $\vec{a}\,(3;-2)$, $\vec{b}\,(1;-5)$;   2) $\vec{a}\,(0;4)$, $\vec{b}\,(-3;1)$;

3) $\vec{a}\,(-3;1;-2)$, $\vec{b}\,(0;2;1)$;   4) $\vec{a}\,(4;3;-1)$, $\vec{b}\,(1;0;2)$

10.8. 1) იპოვეთ $2\vec{a}+3\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\vec{a}\,(-2;1)$, $\vec{b}\,(3;0)$;

2) იპოვეთ $4\vec{a}-3\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\vec{a}\,(2;-3)$, $\vec{b}\,(-1;2)$;

3) იპოვეთ $3\vec{a}+5\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\vec{a}(0; 1; -2)$, $\vec{b}(1; 0; 1)$;

4) იპოვეთ $2\vec{a}-4\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\vec{a}(2; 0; -1)$, $\vec{b}(1; -3; 1)$.

10.9. 1) იპოვეთ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $A(-3; 1)$, $B(2; 0)$

2) იპოვეთ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $A(2;-1; 3)$, $B(3;-2;-3)$

3) იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები, თუ $A(-1; 3; 1)$, $\overrightarrow{AB}(2; 1; 0)$

4) იპოვეთ D წერტილის კოორდინატები, თუ $C(2; -3; 1)$, $\overrightarrow{CD}(-1; 1; 2)$

5) იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები, თუ $\overrightarrow{AB}(-3; 2; -1)$, $B(0; -1; 2)$

6) იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები, თუ $\overrightarrow{CD}(2; 0)$, $D(-1; 2)$

10.10. 1) მოცემულია $A(-1; 2)$, $B(4; 3)$, $C(5; 1)$ და $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. იპოვეთ D წერტილის კოორდინატები.

2) მოცემულია $M(5, -3; 1)$, $E(0; 4; 2)$, $F(-2; 8), 1)$ და $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{EF}$. იპოვეთ N წერტილის კოორდინატები.

3) მოცემულია $\overrightarrow{AB}(3-K; 2; 1)$, $\overrightarrow{CD}(4; 2; 1)$ და $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. იპოვეთ K.

4) მოცემულია $\overrightarrow{AB}(5+2K; 1)$, $\overrightarrow{CD}(K-1; 1)$ და $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. იპოვეთ K.

10.11. 1) იპოვეთ $ABCD$ პარალელოგრამის D წვეროს კოორდინატები, თუ $A(-1; 3)$; $B(2;4)$, $C(0; 4)$.

2) იპოვეთ $ABCD$ პარალელოგრამის C წვეროს კოორდინატები, თუ $A(0; 2)$; $B(1; 3)$; $D(3; 4)$.

3) იპოვეთ $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდის M შუაწერტილის კოორდინატები, თუ $A(-2; 1)$; $B(3; 5)$, $C(4; 7)$.

4) იპოვეთ $ABCD$ პარალელოგრამის AB გვერდის M შუაწერტილის კოორდინატები, თუ $A(-2; 1)$, $C(2; 5)$, $D(0; 3)$.

10.12. იპოვეთ $\vec{a}$ ვექტორის სიგრძე, თუ:

1) $\vec{a}(-3; 4)$ 2) $\vec{a}(3; -6; 2)$

3) $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $A(-15; -3)$; $B(-3; 2)$ 4) $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $A(2; -1; 4)$, $B(4; 5; 1)$

10.13. 1) K-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}(1+K; K-6)$ ვექტორის სიგრძე 5-ის ტოლი?

2) K-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}(K-1; -6; 4)$ ვექტორის სიგრძე 14-ის ტოლი?

3) K-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}(3+K; 1-K)$ ვექტორის სიგრძე მინიმალური?

4) K-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}(2K-3, 3-K, K-1)$ ვექტორის სიგრძე მინიმალური?

5) იპოვეთ K, თუ $\vec{a}(4; K)$ და $\vec{b}(K-1; 5)$ ვექტორების სიგრძეები ტოლია.

6) იპოვეთ K, თუ $\vec{a}(-1; 2K; 2)$ ვექტორის სიგრძე მეტია $\vec{b}(-K; 1; 4)$ ვექტორის სიგრძეზე.

10.14. 1) იპოვეთ $|\vec{a}+\vec{b}|$, თუ $\vec{a}\ (1; -1; 3)$, $\vec{b}\ (2; 0; -5)$

2) იპოვეთ $|\vec{a}-\vec{b}|$, თუ $\vec{a}\ (2; 0; -2)$, $\vec{b}\ (-1; -2; 5)$

3) იპოვეთ $|3\vec{a}+2\vec{b}|$, თუ $\vec{a}\ (1; 0)$, $\vec{b}\ (-2; 1)$

4) იპოვეთ $|4\vec{a}-3\vec{b}|$, თუ $\vec{a}\ (1; 0; -1)$, $\vec{b}\ (-2; 1; 0)$

5) იპოვეთ $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$, თუ $\vec{a}\ (1; 0)$, $\vec{b}\ (0; 2)$, $\vec{c}\ (-1; -1)$

6) იპოვეთ $|\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}|$, თუ $\vec{a}\ (1; -1; 0)$, $\vec{b}\ (0; 1; -1)$, $\vec{c}\ (1; 0; 1)$

10.15. 1) იპოვეთ α, თუ $\vec{a}\ (1; 2-\alpha)$ და $\vec{b}\ (3; -1)$ ვექტორები კოლინეარულია.

2) იპოვეთ α, თუ $\vec{a}\ (-2; 2; -1)$ და $\vec{b}\ (2; 1-\alpha; 1)$ ვექტორები კოლინეარულია.

3) იპოვეთ α და β, თუ $\vec{a}\ (4; \alpha; -8)$ და $\vec{b}\ (\beta; -2; 2)$ ვექტორები კოლინეარულია.

4) იპოვეთ α და β, თუ $\vec{a}\ (1-\alpha, 4, \beta-1)$ და $\vec{b}\ (-1; -2; 1)$ ვექტორები კოლინეარულია.

10.16. 1) იპოვეთ ვექტორი, რომელიც $\vec{a}\ (-1; 2)$ ვექტორის თანამიმართულია და მისი სიგრძე 4-ჯერ მეტია $\vec{a}$ ვექტორის სიგრძეზე.

2) იპოვეთ ვექტორი, რომელიც $\vec{a}\ (2; -3; 1)$ ვექტორის საწინააღმდეგოდაა მიმართული და მისი სიგრძე 2-ჯერ მეტია $\vec{a}$ ვექტორის სიგრძეზე.

3) იპოვეთ ვექტორი, რომელიც $\vec{a}\ (-3; 4)$ ვექტორის საწინააღმდეგოდაა მიმართული და მისი სიგრძე 15-ის ტოლია.

4) იპოვეთ ვექტორი, რომელიც $\vec{a}\ (-2; 1; 2)$ ვექტორის თანამიმართულია და მისი სიგრძე 18-ის ტოლია.

10.17. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხე α-ს ტოლია. იპოვეთ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ სკალარული ნამრავლი, თუ:

1) $|\vec{a}|=3\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=4$, $\alpha=30°$ 2) $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=6$, $\alpha=45°$

3) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=4$, $\alpha=120°$ 4) $|\vec{a}|=6\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=3$, $\alpha=135°$

10.18. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხე, თუ:

1) $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$ 2) $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$

3) $|\vec{a}|=6\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-18$ 4) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-5\sqrt{3}$

10.19. 1) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$.

2) $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(3\vec{a}-4\vec{b})$.

3) $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $|\vec{a}+\vec{b}|$.

4) $|\vec{a}|=12$, $|\vec{b}|=16$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $|\vec{a}-\vec{b}|$.

5) $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=9$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $|2\vec{a}+\vec{b}|$.

6) $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. იპოვეთ $|3\vec{a}-2\vec{b}|$.

10.20. α არის კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის. იპოვეთ:

1) $\vec{a}(3\vec{a}+4\vec{b})$, თუ $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=2$, $\alpha=60°$.

2) $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}$, თუ $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=1$, $\alpha=150°$.

3) $(4\vec{a}+5\vec{b})\cdot(3\vec{a}-\vec{b})$, თუ $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=2$, $\alpha=135°$.

4) $(2\vec{a}+3\vec{b})^2$, თუ $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=2$, $\alpha=45°$.

10.21. 1) იპოვეთ $|\vec{a}-\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, $|\vec{a}+\vec{b}|=8$.

2) იპოვეთ $|\vec{a}+\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}-\vec{b}|=1$.

3) იპოვეთ $|\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=7$, $|\vec{a}+\vec{b}|=11$, $|\vec{a}-\vec{b}|=5$.

4) იპოვეთ $|\vec{a}|$, თუ $|\vec{b}|=4$, $|\vec{a}+\vec{b}|=5$, $|\vec{a}-\vec{b}|=3$.

10.22. 1) იპოვეთ m, თუ $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3$, $(2\vec{a}-m\vec{b})\perp(2\vec{a}+m\vec{b})$.

2) იპოვეთ m, თუ $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$, $|\vec{b}|=1$, $(2\vec{a}+m\vec{b})\perp\vec{b}$.

3) იპოვეთ m, თუ $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$, $(3\vec{a}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+m\vec{b})$.

4) იპოვეთ m, თუ $|\vec{a}|=2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$, $\vec{a}\perp(m\vec{a}+(m-1)\vec{b})$.

10.23. α არის კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის. იპოვეთ:

1) α, თუ $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $(\vec{a}+3\vec{b})\perp(3\vec{a}-\vec{b})$.

2) $\cos\alpha$, თუ $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $(2\vec{a}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+3\vec{b})$.

3) α, თუ $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\perp(3\vec{a}-2\vec{b})$.

4) α, თუ $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $(4\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$.

10.24. 1) $ABCD$ მართკუთხედში AB გვერდის სიგრძეა 4. იპოვეთ $\overline{BA}\cdot\overline{BD}$.

2) $ABCD$ მართკუთხედის AB გვერდის სიგრძეა 2. იპოვეთ $\overline{BA}\cdot\overline{BD}+\overline{CA}\cdot\overline{CD}$.

3) $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 1. იპოვეთ $\overline{AC}\cdot\overline{CD}$.

4) $ABCD$ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 3. იპოვეთ $\overline{BD}\cdot\overline{BA}+\overline{BD}\cdot\overline{DA}$.

5) $ABCD$ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 2. იპოვეთ $\overline{AC}\cdot\overline{AD}-\overline{AC}\cdot\overline{CD}$.

6) ABC მართკუთხა სამკუთხედია $\angle C=90°$. იპოვეთ $\overline{AC}$ ვექტორის სიგრძე, თუ $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=9$.

10.25. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ:

1) $\vec{a}\,(-1;3)$, $\vec{b}\,(0;2)$ 2) $\vec{a}\,(2;-3)$, $\vec{b}\,(1;4)$

3) $\vec{a}\,(2;0;-3)$, $\vec{b}\,(-1;2;-1)$ 4) $\vec{a}\,(-3;1;4)$, $\vec{b}\,(2;-1;3)$

10.26. 1) $\vec{a}\,(1;1-K)$ და $\vec{b}\,(2K;1)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლია 3. იპოვეთ K.

2) $\vec{a}\,(K+1;3)$ და $\vec{b}\,(1;K-2)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლია 7. იპოვეთ K.

3) როგორი უნდა იყოს K, რომ $\vec{a}\,(2;3-K)$ და $\vec{b}\,(K+1;3)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი იყოს უარყოფითი?

4) როგორი უნდა იყოს K, რომ $\vec{a}\,(3;1+2K;1)$ და $\vec{b}\,(K-1;1;7)$ ვექტორებიან სკალარული ნამრავლი იყოს დადებითი?

10.27. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ:

1) $\vec{a}\,(-3;4)$, $\vec{b}\,(-1;2)$ 2) $\vec{a}\,(4;-2)$, $\vec{b}\,(2;-1)$

3) $\vec{a}\,(1;-2;1)$, $\vec{b}\,(2;2;-1)$ 4) $\vec{a}\,(3;6;-2)$, $\vec{b}\,(2;-2;1)$.

10.28. m-ის რა მნიშვნელობისათვისაა მართობული $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები, თუ:

1) $\vec{a}\,(1-m;\ 2)$, $\vec{b}\,(1;\ -1)$ 2) $\vec{a}\,(3;\ m+1)$, $\vec{b}\,(-2m;\ 5)$

3) $\vec{a}\,(m;\ 1)$, $\vec{b}\,(2;\ m^2+1)$ 4) $\vec{a}\,(1;\ -m;\ m+1)$, $\vec{b}\,(m-2;\ 1;\ m)$

10.29. 1) იპოვეთ $(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})$, თუ $\vec{a}\,(1;\ 0)$, $\vec{b}\,(-1;\ 1)$

2) იპოვეთ $\vec{a}(3\vec{a}-\vec{b})$, თუ $\vec{a}\,(-1;\ 2)$, $\vec{b}\,(3;\ 0)$

3) იპოვეთ $(5\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$, თუ $\vec{a}\,(-1;\ 1;\ 0)$, $\vec{b}\,(2;\ 0;\ 1)$

4) იპოვეთ $(3\vec{a}+\vec{b})\cdot(5\vec{a}-2\vec{b})$, თუ $\vec{a}\,(1;\ 0;\ 1)$, $\vec{b}\,(-1;\ 1;\ -2)$

***

10.30. 1) იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები, თუ $3\overline{AB}+2\overline{AC}=0$, სადაც $A(2;-1)$, $B(-2;\ 0)$.

2) იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები, თუ $2\overline{AC}-3\overline{BC}=\overline{AB}$, სადაც $A(1;\ -2)$; $B(-1;\ 1)$.

3) იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები, თუ $\overline{AM}+2\overline{BM}=3\overline{AB}$, სადაც $A(1;\ 0;\ -1)$, $B(2;\ 1;\ -2)$.

4) იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები, თუ $2\overline{AM}+2\overline{BM}-3\overline{CM}=4\overline{AB}$, სადაც $A(1;\ -1;\ 1)$, $B(2;\ 0;\ -1)$, $C(-1;\ 1;\ 0)$.

10.31. α არის კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის. იპოვეთ:

1) $|\vec{a}-\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=4$, $\alpha=60°$.

2) $|\vec{a}+\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=3\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$, $\alpha=150°$.

3) $|2\vec{a}+3\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=2\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=3$, $\alpha=135°$.

4) $|3\vec{a}-\vec{b}|$, თუ $|\vec{a}|=3\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=2$, $\alpha=45°$.

10.32. 1) იპოვეთ $\overline{AB}\cdot\overline{BC}$, თუ $A(0;\ -2)$, $B(1;\ 2)$, $C(-1;\ 0)$.

2) იპოვეთ კუთხე $\overline{AB}$ და $\overline{BC}$ ვექტორებს შორის, თუ $A(3;\ 1)$, $B(1;\ 1)$, $C(3;\ 3)$.

3) იპოვეთ კუთხე $\vec{a}(-\sqrt{3};1)$ ვექტორსა და Ox ღერძს შორის.

4) იპოვეთ კუთხე $\vec{C}(-2;\sqrt{2};\sqrt{2})$ ვექტორსა და Oz ღერძს შორის.

10.33. 1) იპოვეთ K-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(K+1;\ 1)$ და $\vec{b}\,(-1;\ 1)$ ვექტორებს შორის კუთხე 45°-ის ტოლია.

2) იპოვეთ K-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(2;\ 0)$ და $\vec{b}\,(K;\ 1)$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი $\frac{3}{4}$-ის ტოლია.

3) იპოვეთ K-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(2;\ K)$ და $\vec{b}\,(1-K;\ 1)$ ვექტორებს შორის კუთხე მახვილია.

4) იპოვეთ K-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(3;\ K-1)$ და $\vec{b}\,(2-K;\ 2)$ ვექტორებს შორის კუთხე ბლაგვია.

10.34. სამკუთხედის წვეროების კოორდინატებია $A(1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(5; -1)$. იპოვეთ

1) $\overline{AM}$ ვექტორის კოორდინატები, სადაც M არის BC გვერდის შუაწერტილი.

2) $\overline{AO}$ ვექტორის კოორდინატები, სადაც O არის მედიანების გადაკვეთის წერტილი.

3) B კუთხის სიდიდე.

4) $\overline{BC} \cdot \overline{CA}$.

10.35. 1) მოცემულია ABC სამკუთხედის $A(-2; 1)$ და $B(2; 3)$ წვეროების კოორდინატები და მედიანების გადაკვეთის წერტილი $M(1; 1)$. იპოვეთ C წვეროს კოორდინატები.

2) მოცემულია ვექტორები $\overrightarrow{AB}\,(3-K; 1)$ და $\overrightarrow{BC}\,(K+3; 2)$. რის ტოლი უნდა იყოს K, რომ A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობდნენ?

3) $A(-1; 1)$, $B(0; 7)$ და $C(2; 7)$ წერტილები სამკუთხედის წვეროებია. იპოვეთ $\overrightarrow{BM}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ M არის AC გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $AM:MC=2:1$.

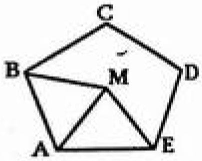
4) სამკუთხედის წვეროებია $A(3; 1)$, $B(-1; 3)$, $C(0; 0)$. იპოვეთ მისი ფართობი.

ტესტი 10.1

1. კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება მასში ჩახაზეთ წრეწირის სიგრძესთან არის

ა) $\frac{2}{\pi}$ ბ) 2π გ) $\frac{\pi}{4}$ დ) $\frac{8}{\pi}$

2. *ABCDE* წესიერი ხუთკუთხედის შიგნით აღებულია *M* წერტილი ისე, რომ *AME* სამკუთხედი ტოლგვერდაა. იპოვეთ *ABM* კუთხის სიდიდე.



ა) 54° ბ) 66° გ) 72° დ) 76°

3. რის ტოლია კუთხე *ABCDEFLG* წესიერი რვაკუთხედის *BD* და *AL* დიაგონალების გაგრძელებებს შორის?

ა) 20° ბ) 22,5° გ) 30° დ) 45°

4. იპოვეთ წრეწირის სიგრძე, თუ ცნობილია, რომ ამ წრეწირის 18°-იანი რკალის სიგრძეა 4 სმ.

ა) 40 სმ ბ) 60 სმ გ) 80 სმ დ) 120 სმ

5. 4 სმ რადიუსის მქონე წრეწირში გავლებული ქორდა ჭიმავს რკალს, რომლის სიდიდე 45°-ის ტოლია. იპოვეთ ამ ქორდითა და წრეწირის რკალით შექმნილი მცირე სეგმენტის ფართობი.

ა) $(\pi-\sqrt{2})$ სმ² ბ) $(2\pi-4\sqrt{2})$ სმ² გ) $(2\pi-2\sqrt{2})$ სმ² დ) $(4\pi-2\sqrt{2})$ სმ²

6. თუ *MN* მონაკვეთი *ABC* სამკუთხედის შუახაზია, მაშინ $\overline{CM}=$

ა) $-\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{BC})$ ბ) $\frac{1}{2}(\overline{AC}-\overline{BC})$ გ) $2\overline{MB}+\overline{BC}$ დ) $\frac{1}{2}\overline{AC}+\overline{AB}$

7. იპოვეთ $\bar{a}-2\bar{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\bar{a}$ (2; –1), $\bar{b}$ (–1; 0)

ა) (3; 0) ბ) (3; –1) გ) (4; 0) დ) (4; –1)

8. $\bar{a}$ (1; –1; 2) ვექტორის თანამიმართული ვექტორია

ა) (–1; 1; –2) ბ) (4; –2; 8) გ) (3; –3; 6) დ) (–2; 2; –4)

9. *A*(–1; 2), *B*(1; 6), *C*(*K*; 0), *D*(1; 2). იპოვეთ *K*, თუ $\overline{AB}=2\cdot\overline{CD}$.

ა) –1 ბ) 0 გ) 1 დ) 2

10. *K*-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $K\bar{a}$ ვექტორის სიგრძე $12\sqrt{5}$-ის ტოლი, თუ $\bar{a}$ (2; 4)?

ა) 6 ბ) ±4 ბ) –4 დ) ±6

11. *ABC* მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$. იპოვეთ $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$ სკალარული ნამრავლი, თუ *AC* კათეტის სიგრძეა 5.

ა) 5 ბ) 10 გ) 15 დ) 25

12. *K*-ს რა მნიშვნელობისთვისაა $\bar{a}$ (4–*K*; *K*+3) და $\bar{b}$ (2*K*+2; *K*+2) ვექტორების სიგრძეები ტოლი?

ა) $-\frac{13}{3}$; –1 ბ) $-\frac{17}{3}$; 1 გ) $\frac{10}{3}$; –1 დ) $\frac{5}{3}$; 1

13. იპოვეთ K, თუ $\vec{a}\,(1-K;2)$ და $\vec{b}\,(-4;-4)$ ვექტორები პარალელურია.

ა) -2 ბ) 12 გ) -1 დ) 1 $|\vec{a}|=5$

14. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ $\cancel{|\vec{a}|=6}$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=10$.

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{3}{4\sqrt{2}}$ გ) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ დ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

15. რის ტოლი $(\vec{a}+\vec{b})^2$, თუ $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=2$ და $\vec{a}\perp\vec{b}$?

ა) 29 ბ) 25 გ) 9 დ) 7

16. იპოვეთ $(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}$, თუ $\vec{a}\,(2;0;-3)$, $\vec{b}\,(1;2;-1)$

ა) -3 ბ) -1 გ) 1 დ) 3

17. თუ $\vec{a}\,(3-K;-1;3)$ და $\vec{b}\,(1;2K;2)$ ურთიერთმართობული ვექტორებია, მაშინ $K=$

ა) -1 ბ) 1 გ) 3 დ) 5

18. $\vec{a}\,(-2;1;-1)$ და $\vec{b}\,(1;2;1)$ ვექტორებს შორის კუთხე

ა) მართია ბ) მახვილია გ) გაშლილია დ) ბლაგვია

19. იპოვეთ Ox ღერძზე მდებარე B წერტილის კოორდინატები, თუ $\overline{AB}$ ვექტორი მართობულია $\vec{a}\,(3;-2)$ ვექტორის და $A(-1;3)$.

ა) $(-3;0)$ ბ) $(-2;0)$ გ) $(2;0)$ დ) $(3;0)$

20. იპოვეთ K, თუ $\vec{a}\,(-1;0)$ და $\vec{b}\,(2K;1)$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი $\frac{\sqrt{3}}{3}$-ის ტოლია.

ა) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ბ) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ გ) $\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$ დ) $\frac{1}{2}$

ტესტი 10.2

1. კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება მასზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძესთან არის

ა) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ ბ) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ გ) $\frac{2}{\pi}$ დ) $\frac{1}{\pi}$

2. წესიერი თორმეტკუთხედის ცენტრია O წერტილი, ხოლო AB ამ თორმეტკუთხედის ერთ-ერთი გვერდია. რამდენი გრადუსია OAB კუთხის სიდიდე?

ა) 60° ბ) 65° გ) 70° დ) 75°

3. რის ტოლია კუთხე $ABCDEFLG$ წესიერი რვაკუთხედის BE და AL დიაგონალების გაგრძელებებს შორის?

ა) 20° ბ) 22,5° გ) 30° დ) 45°

4. იპოვეთ წრის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ ამ წრის 72°-იანი წრიული სექტორის ფართობი 4 სმ²-ის ტოლია.

ა) 12 სმ² ბ) 20 სმ² გ) 24 სმ² დ) 28 სმ²

5. AB არის წრეწირის დიამეტრი, ხოლო C წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილია, რომ $\angle CAB=30°$. რის ტოლია AC ქორდით შემოსაზღვრული მცირე სეგმენტის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსი 6 სმ-ია?

ა) $4\sqrt{3}-\pi$ ბ) $6\pi-\sqrt{3}$ გ) $\pi-\sqrt{3}$ დ) $12\pi-9\sqrt{3}$

6. თუ O არის ABC სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილი, მაშინ $\overrightarrow{CO}=$

ა) $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC})$ ბ) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$ გ) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$ დ) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC})$

7. იპოვეთ $|\overrightarrow{AB}|$, თუ $A(-1; 3; 2)$, $B(5; 6; 4)$.

ა) $4\sqrt{2}$ ბ) 5 გ) 7 დ) $6\sqrt{2}$

8. $\vec{a}\,(4; -6; 2)$ ვექტორის საწინააღმდეგოდ მიმართული ვექტორია

ა) (2; −3; 1) ბ) (−2; 3; 2) გ) (2; −1; 1) დ) (−8; 12; −4)

9. იპოვეთ D წერტილის კოორდინატები, თუ $A(-1, 2)$, $B(5; 5)$, $C(1; -1)$ და $\overrightarrow{AB}=3\cdot\overrightarrow{CD}$.

ა) (3; 0) ბ) (3; −1) გ) (−3; 1) დ) (2; 0)

10. m-ის რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}\,(5-m;\ m+3;\ 3)$ ვექტორის სიგრძე 7-ის ტოლი?

ა) −2; 1 ბ) 0 გ) 2 დ) −1; 3

11. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$. იპოვეთ BC კათეტის სიგრძე, თუ $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=100$.

ა) 10 ბ)15 გ) 20 დ) 100

12. K-ს რა მნიშვნელობისათვის აქვს $\vec{a}\,(1+K, 3-K)$ ვექტორს მინიმალური სიგრძე?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4

13. იპოვეთ α, თუ $\vec{a}\,(\alpha+2;\,3)$ და $\vec{b}\,(1;\,\alpha)$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია.

ა) –4 ბ) –3 გ) –1 დ) 1

14. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$ და კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის 135°-ია .

ა) 12 ბ) $2\sqrt{2}$ გ) $-6\sqrt{2}$ დ) –12

15. რის ტოლია $\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})$, თუ $|\vec{a}|=4$, $\vec{a}\perp\vec{b}$?

ა) 8 ბ) 16 გ) 32 დ) 36

16. იპოვეთ $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$, თუ $\vec{a}\,(-1;\,2;\,0)$, $\vec{b}\,(2;\,-2;\,3)$

ა) –1 ბ) 2 გ) 5 დ) 8

17. K-ს რა მნიშვნელობისათვის იქნება $\vec{a}\,(K-2;\,2)$ და $\vec{b}\,(K;\,3)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი უმცირესი?

ა) –1 ბ) 1 გ) 2 დ) 4

18. ABC სამკუთხედის წვეროებია $A(-1;\,2)$, $B(2;\,-4)$, $C(3;\,-1)$. იპოვეთ B კუთხის სიდიდე.

ა) 60° ბ) 120° გ) 135° დ) 45°

19. ABC სამკუთხედში $\overrightarrow{AC}\,(-8;\,0)$, $\overrightarrow{BC}\,(-4;\,3)$. იპოვეთ სამკუთხედის CD მედიანის კოორდინატები.

ა) (–3; 2) ბ) (–2; 1) გ) (4; –1) დ) (2; –1)

20. იპოვეთ K-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}(x^2;-x;1)$ და $\vec{b}\,(1;\,2K;\,K)$ ვექტორები ნებისმიერი x-თვის ერთმანეთს შორის მახვილ კუთხეს ქმნიან.

ა) $0<K<1$ ბ) $K>1$ გ) $K>0$ დ) $1<K<2$

§ 11. ფიგურათა გარდაქმნა

ვთქვათ მოცემულია წესი, რომლითაც მოცემული ფიგურის ყოველ წერტილს ეთანადება რაიმე სხვა წერტილი. ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ მოცემულია **ფიგურის გარდაქმნის** წესი. ეს წესი შეიძლება მოცემული იყოს ფორმულით, აღწერით, ან სხვა რაიმე გზით.

გარდაქმნილი წერტილების ერთობლიობა ქმნის ახალ ფიგურას, რომელსაც უწოდებენ გარდაქმნით მიღებულ ფიგურას.

გარდაქმნას ეწოდება **იგივური**, თუ ის ყოველ ფიგურას თავის თავში გარდაქმნის.

ვთქვათ რაიმე f გარდაქმნა G ფიგურას გარდაქმნის G_1 ფიგურაში, ხოლო g გარდაქმნა G_1 ფიგურას გარდაქმნის G_2 ფიგურაში. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ადგილი აქვს g და f გარდაქმნების **კომპოზიციას** და მას $f \circ g$ სიმბოლოთი აღინიშნავენ.

თუ f გარდაქმნა G ფიგურას G_1 ფიგურაში გარდაქმნის და არსებობს სხვა g გარდაქმნა, რომელიც G_1 ფიგურას საწყის G ფიგურაში გარდაქმნის, მაშინ ამბობენ, რომ f და g გარდაქმნები **ურთიერთშექცეულია**, ხოლო f და g-ს **შექცევადი გარდაქმნები** ჰქვიათ.

განვიხილოთ ფიგურათა გარდაქმნის რამოდენიმე შემთხვევა.

1. **წერტილის მიმართ სიმეტრიული გარდაქმნა.** ვთქვათ O არის სიბრტყის ფიქსირებული წერტილი, ხოლო A არის სიბრტყის ნებისმიერი წერტილი (ნახ. 11.1). AO მონაკვეთის გაგრძელებაზე O-ს მეორე მხარეზე გადავზომოთ AO მონაკვეთის ტოლი OA_1 მონაკვეთი. ასეთნაირად აგებულ A_1 წერტილს ეწოდება A წერტილის **სიმეტრიული წერტილი** O წერტილის მიმართ. ცხადია, თუ A_1 არის A წერტილის სიმეტრიული, მაშინ A წერტილი სიმეტრიულია A_1 წერტილის იგივე სიმეტრიის ცენტის მიმართ.

ნახ. 11.1

ბუნებრივია O წერტილის სიმეტრიული წერტილი O-ს მიმართ არის თვითონ O წერტილი.

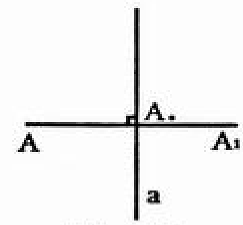
წერტილის მიმართ სიმეტრიას ცენტრულ სიმეტრიას უწოდებენ. ე.ი. ცენტრული სიმეტრია არის სიბრტყის თავის თავზე ასახვა, რომელიც სიბრტყის ყოველ წერტილს თავის სიმეტრიულ წერტილს შეუსაბამებს.

G ფიგურის ისეთ გარდაქმნას G_1 ფიგურად, როცა მისი ყოველი A წერტილი მოცემული O წერტილის მიმართ სიმეტრიულ A_1 წერტილში გადადის, O წერტილის მიმართ სიმეტრიული გარდაქმნა ეწოდება, ხოლო G და G_1 ფიგურებს O წერტილის მიმართ სიმეტრიული ჰქვიათ. ამ შემთხვევაში O წერტილს სიმეტრიის ცენტრი ეწოდება.

მაგალითად, წრეწირი ცენტრულ-სიმეტრიული ფიგურაა მისი ცენტრის მიმართ, ასევე პარალელოგრამი არის ცენტრულ-სიმეტრიული დიაგონალების გადაკვეთის წერტილის მიმართ.

2. **წრფის მიმართ სიმეტრიული გარდაქმნა.** ვთქვათ a ფიქსირებული წრფეა. ავიღოთ a წრფეზე არამდებარე რაიმე A წერტილი და a წრფეზე დავუშვათ AA_0

მართობი. ამ მართობის გაგრძელებაზე a წრფის მეორე მხარეს გადავზომოთ AA_0-ის ტოლი A_1A_0 მონაკვეთი (ნახ. 11.2). A_1 წერტილს უწოდებენ A წერტილის სიმეტრიულს a წრფის მიმართ. ბუნებრივია, თუ A წერტილი a წრფეზე მდებარეობს, მის სიმეტრიულად ჩავთვალოთ თვითონ A წერტილი.



ნახ. 11.2

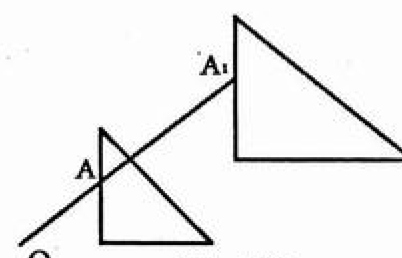
წრფის მიმართ სიმეტრიას ღერძული სიმეტრია ეწოდება. ცხადია, ღერძული სიმეტრია არის სიბრტყის ასახვა თავის თავზე.

G ფიგურის ისეთ გარდაქმნას G_1 ფიგურად, როცა მისი ყოველი წერტილი მოცემული წრფის მიმართ სიმეტრიულ წერტილში გადადის, წრფის მიმართ სიმეტრიული გარდაქმნა ეწოდება, ხოლო G და G_1 ფიგურებს წრფის მიმართ სიმეტრიული ეწოდება.

თუ წრფის მიმართ სიმეტრიულ გარდაქმნას ფიგურა თავის თავში გადაჰყავს, მაშინ ამ ფიგურას წრფის მიმართ სიმეტრიული ეწოდება, წრფეს კი – სიმეტრიის ღერძი. მაგალითად, წრეწირი სიმეტრიულია დიამეტრზე გამავალი წრფის მიმართ, რომბი – მისი დიაგონალის შემცველი წრფის მიმართ, მართკუთხედი – მისი გვერდის შუამართობის მიმართ, ხოლო პარალელოგრამს სიმეტრიის ღერძი არ გააჩნია.

3. ჰომოთეტია. ავიღოთ რაიმე ფიქსირებული O წერტილი და K რიცხვი. G ფიგურის ნებისმიერ A წერტილზე გავავლოთ OA სხივი და მასზე O წერტილიდან გადავზომოთ $K{\cdot}OA$-ს ტოლი OA_1 მონაკვეთი, სადაც $K>0$.

G ფიგურის ისეთი გარდაქმნას G_1 ფიგურად, როცა მისი ყოველი A წერტილი გადადის ისეთი A_1 წერტილში, რომ $OA=K{\cdot}OA_1$ ($K>0$) ეწოდება ჰომოთეტია O ცენტრის მიმართ (ნახ. 11.3). K-ს ეწოდება ჰომოთეტის კოეფიციენტი, ხოლო G და G_1 ფიგურებს ჰომოთეტიური K კოეფიციენტით. ცხადია, რომ თუ G_1 ფიგურა არის G ფიგურის ჰომოთეტიური კოეფიციენტით K, მაშინ G ფიგურა G_1 ფიგურის ჰოპოთეტიურია კოეფიციენტით $\frac{1}{K}$.



ნახ. 11.3

თუ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი უარყოფითია ($K<0$), მაშინ A_1 წერტილს ეწოდება A-ს ჰომოთეტიური K კოეფიციენტით, თუ A_1 მდებარეობს OA სხივის დამატებით სხივზე და $OA_1 = |K| \cdot OA$.

საზოგადოდ, თუ A და B წერტილები ჰომოთეტიის ასახვით გადადის A_1 და B_1 წერტილებში, ხოლო K ჰომოთეტიის კოეფიციენტია, სამართლიანია ტოლობა $A_1B_1 = |K| \cdot AB$.

ცხადია, რომ ჰომოთეტია K=1 კოეფიცინტით სიბრტყის ყოველ წერტილს თავის თავზე ასახავს, ე.ი. როცა K=1 ჰომოთეტია იგივური ასახვაა, ხოლო ჰომოთეტია $k=-1$ კოეფიციენტით ცენტრული სიმეტრიაა.

შევნიშნოთ, რომ თუ ორი სამკუთხედი ჰომოთეტურია, მაშინ ისინი მსგავსია, მაგრამ არა პირიქით, შეიძლება სამკუთხედები იყოს მსგავსი და ისინი არ იყვნენ

ჰომოთეტიური. ამრიგად, ჰომოთეტია მსგავსების კერძო შემთხვევაა ანუ ჰომოთეტია მსგავსების გარდაქმნაა.

4. **მოძრაობა.** G ფიგურის G_1 ფიგურად ისეთ გარდაქმნას, რომელიც წერტილებს შორის მანძილს ინარჩუნებს, მოძრაობა (გადაადგილება) ეწოდება. ე.ი. მოძრაობას G ფიგურის ნებისმიერი A და B წერტილი G_1 ფიგურის ისეთ A_1 და B_1 წერტილებში გადაჰყავთ, რომ $AB = A_1B_1$.

მოძრაობის მაგალითებს წარმოადგენს წერტილის და წრფის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნები. ჰომოთეტია K კოეფიციენტით რაიმე ცენტრის მიმართ, როცა $|K| \neq 1$, არ წარმოადგენს მოძრაობას.

მოძრაობას აქვს შემდეგი თვისებები:

წრფეზე მდებარე წერტილები გადადის ისევ წრფეზე მდებარე წერტილებში მათი ურთიერთგანლაგების შენარჩუნებით.

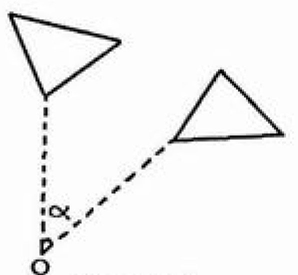
მოძრაობას წრფეები წრფეებში გადაჰყავს, სხივები – სხივებში, მონაკვეთები კი – მონაკვეთებში.

მოძრაობა ნებისმიერ კუთხეს მის ტოლ კუთხეში გარდაქმნის.

მიმდევრობით შესრულებული ორი მოძრაობა ისევ მოძრაობაა.

ახლა განვიხილოთ მოძრაობის ორი კერძო შემთხვევა.

5. **მობრუნება.** განვიხილოთ სიბრტყის ფიქსირებული O წერტილი და α კუთხე (დადებითი ან უარყოფითი). G ფიგურაზე ავიღოთ ნებისმიერი A წერტილი და OA სხივი მოვაბრუნოთ α კუთხით (თუ $\alpha>0$ მობრუნება ხდება საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით, ხოლო თუ $\alpha<0$ – მოძრაობის მიმართულებით) (ნახ. 11.4). მიღებული ფიგურა წარმოადგენს G ფიგურის **α კუთხით მობრუნების** შედეგს.



ნახ. 11.4

განსაზღვრებიდან ჩანს, რომ მობრუნების გარდაქმნა მოძრაობას წარმოადგენს და მობრუნება $\alpha=180°$-ის ტოლი კუთხით – ცენტრული სიმეტრიაა.

5. **პარალელური გადატანა.** პარალელური გადატანა არის ისეთი გარდაქმნა, რომელსაც ფიგურის ნებისმიერი (x_0, y_0, z_0) წერტილი გადაჰყავს $(x_0+a,\ y_0+b,\ z_0+c)$ წერტილში, სადაც a, b, c – მუდმივი რიცხვია: ამრიგად, პარალელური გადატანა მოიცემა ფორმულებით

$$x = x_0 + a,\ y = y_0 + b,\ \ z = z_0 + c,$$

სადაც x, y და z წარმოადგენს იმ წერტილის კოორდინატებს, რომელშიც გადადის (x_0, y_0, z_0) წერტილი.

თუ პარალელური გადატანა სრულდება სიბრტყეზე, მაშინ ფიგურის ნებისმიერი (x_0, y_0) წერტილი გადადის ისეთ (x, y) წერტილში, რომ

$$x = x_0 + a,\ \ y = y_0 + b,$$

სადაც a და b რაიმე მუდმივებია.

ვთქვათ პარალელური გადატანისას ფიგურის A წერტილი გადავიდა B წერტილში, მაშინ პარალელური გადატანა სავსებით განისაზღვრება $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის მოცემით. ამ

შემთხვევაში ამბობენ, რომ მოცემულია პარალელური გადატანა $\overrightarrow{AB}$ ვექტორით. ამასთან თუ $\overrightarrow{AB}=(a;b)$, მაშინ მივიღებთ მოცემული პარალელური გადატანით მიღებული (x, y) წერტილის კოორდინატების კავშირს მოცემული (x_0, y_0) წერტილის კოორდინატებთან:

$$x = x_0 + a, \quad y = y_0 + b.$$

* * *

11.1. სიმეტრიის რამდენი ცენტრი აქვს:

1) მონაკვეთს ბ) წრფეს გ) წრეწირს დ) ტრაპეციას

11.2. ჩამოთვლილთაგან რომელ ფიგურას აქვს და რომელს არა სიმეტრიის ცენტრი?

1) წესიერ სამკუთხედს; 2) ტოლფერდა სამკუთხედს;
3) მართკუთხედს; 4) წრეწირს;
5) წესიერ შვიდკუთხედს; 6) წესიერ რვაკუთხედს.

11.3. იპოვეთ M წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები კოორდინატთა სათვის მიმართ, თუ:

ა) $M(2; 5)$ 2) $M(-3; 1)$ 3) $M(4; -2)$ 4) $M(-7; -3)$

11.4. იპოვეთ A წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები B წერტილის მიმართ, თუ:

1. $A(3; 2), B(2;4)$ 2) $A(3; 5), B(-1; 7)$
3) $A(-4; 1), B(-6; -3)$ 4) $A(-7; -3), B(-4; -5)$

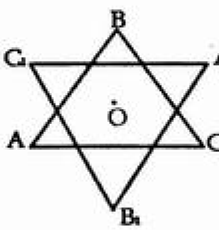
11.5. 1) AB მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 5 სმ, AB წრფის გარეთ მდებარე O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით A_1B_1 მონაკვეთში აისახა. იპოვეთ მანძილი A და B_1 წერტილებს შორის, თუ AO=3სმ, B_1O=4სმ.

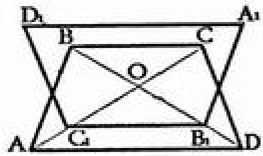
2) AB მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 16 სმ, AB წრფის გარეთ მდებარე O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით A_1B_1 მონაკვეთში აისახა, ხოლო AB მონაკვეთის M შუაწერტილი – M_1 წერტილში. იპოვეთ OM_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ AO= =B_1O=10 სმ.

3) AB მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 6 სმ, AB წრფის გარეთ მდებარე O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით A_1B_1 მონაკვეთში აისახა. იპოვეთ მანძილი A_1 და B წერტილებს შორის, თუ AO=4 სმ, B_1O=5 სმ.

4) ABO ტოლფერდა სამკუთხედში $AO=4\sqrt{2}$ სმ, $AB=BO$=4 სმ. ეს სამკუთხედი O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით აისახება A_1B_1O სამკუთხედში (A აისახა A_1-ში, B – B_1-ში). იპოვეთ მანძილი B და A_1 წერტილებს შორის.

11.6. 1) ABC წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა 6 სმ. ეს სამკუთხედი მისი O ცენტრის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით აისახა $A_1B_1C_1$ სამკუთხედში. იპოვეთ ამ სამკუთხედების საერთო ნაწილის ფართობი.





2) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია BC=2 სმ, AD=4 სმ, ხოლო დიაგონალი BD=6 სმ. ეს ტრაპეცია დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილის მიმართ სიმეტრიით აისახა $A_1B_1C_1D_1$ ტრაპეციაში. იპოვეთ B_1OC_1 სამკუთხედის ფართობი.

3) $ABCD$ პარალელოგრამში $BC=2\cdot AB$. A კუთხის ბისექტრისა BC გვერდს კვეთს M წერტილში. M_1 არის M წერტილის სიმეტრიული წერტილი პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილის მიმართ. იპოვეთ ODM_1 სამკუთხედის ფართობი, თუ $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობია 40 სმ².

4) ABC სამკუთხედში AB=5 სმ, AC=10 სმ და BD სიმაღლეა 3 სმ. ეს სამკუთხედი D წერტილის მიმართ სიმეტრიით აისახა $A_1B_1C_1$ სამკუთხედში (A აისახა A_1-ში, B – B_1-ში და C – C_1-ში). იპოვეთ მანძილი B და C_1 წერტილებს შორის.

* * *

11.7. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს:

1) მონაკვეთს; 2) წრფეს; 3) სამკუთხედს; 4) წესიერ სამკუთხედს;
5) მართკუთხედს; 6) ტოლფერდა ტრაპეციას; 7) კვადრატს;
7) წესიერ ექვსკუთხედს.

11.8. იპოვეთ $M(3; -4)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები:

1) აბსცისთა ღერძის მიმართ; 2) ორდინატთა ღერძის მიმართ;
3) $x=-1$ წრფის მიმართ; 4) $y=2$ წრფის მიმართ.

11.9. რომელ წერტილში გადადის (x, y) წერტილი:

1) Ox ღერძის მიმართ სიმეტრიით? 2) Oy ღერძის მიმართ სიმეტრიით?
3) $x=3$ წრფის მიმართ სიმეტრიით? 4) $y=-1$ წრფის მიმართ სიმეტრიით?

11.10. იპოვეთ წრფე, რომლის მიმართაც სიმეტრიულია A და B წერტილები, თუ:

1) $A(1; -5)$, $B(1; 3)$ 2) $A(-8; 2)$, $B(-2; 2)$
3) $A(-1; 2)$, $B(2; -1)$ 4) $A(1; 3)$, $B(-3; -1)$

11.11. მოცემულია A, B და M წერტილები. იპოვეთ M წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები იმ ღერძის მიმართ, რომლის მიმართაც სიმეტრიულია A და B წერტილები, თუ:

1) $A(-1; 5)$, $B(1; 5)$, $M(3; -1)$ 2) $A(-4; 7)$, $B(-4; -7)$, $M(-3; 2)$
3) $A(2; -6)$, $B(2; -2)$, $M(3; 1)$ 4) $A(-3; 1)$, $B(1; 1)$, $M(-5; 2)$
5) $A(5; -1)$, $B(-1; 5)$, $M(-3; -2)$ 6) $A(-2; 4)$, $B(-4; 2)$, $M(5; 1)$.

11.12. 1)იპოვეთ $M(3; 5)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=x$ წრფის მიმართ.

2) იპოვეთ $M(-7; 1)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=x$ წრფის მიმართ.
3) იპოვეთ $M(-4; 1)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-x$ წრფის მიმართ.
4) იპოვეთ $M(-2; -5)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-x$ წრფის მიმართ.

11.13. 1) იპოვეთ $M(0; 4)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

2) იპოვეთ $M(-6; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

3) იპოვეთ $M(0; 2)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

4) იპოვეთ $M(4; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

5) იპოვეთ $M(-4; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

6) იპოვეთ $M(0; -2)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

7) იპოვეთ $M(0; 2)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის $y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

8) იპოვეთ $M(-4; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

11.14. 1) იპოვეთ $M(x; y)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=x$ წრფის მიმართ.

2) იპოვეთ $M(x; y)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-x$ წრფის მიმართ.

3) იპოვეთ $M(0; y)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

4) იპოვეთ $M(x; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

5) იპოვეთ $M(x; 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

6) იპოვეთ $M(0; y)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

11.15. 1) იპოვეთ $M(1; \sqrt{3})$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

2) იპოვეთ $M(\sqrt{3}; 1)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

3) იპოვეთ $M(\sqrt{3}; -1)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილი $y=-\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

4) იპოვეთ $M(1; -\sqrt{3})$ წერტილის სიმეტრიული $y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

11.16. 1) საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-5; 3)$ წერტილი. B წერტილი A წერტილის სიმეტრია Ox ღერძის მიმართ, ხოლო C წერტილი B წერტილის სიმეტრიულია $y=-x$ წრფის მიმართ. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

2) საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(5; -2)$ წერტილი. B წერტილი A წერტილის სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ, ხოლო C წერტილი B წერტილის სიმეტრიულია $y=x$ წრფის მიმართ. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

3) საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-4; -1)$ წერტილი. B წერტილი A წერტილის სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ, ხოლო C წერტილი მესამე საკოორდინატო მეოთხედში მდებარე ისეთი წერტილია, რომ BC მონაკვეთი აბსცისთა ღერძის პარალელურია და $BC=6$. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

4) საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-3; 2)$ წერტილი. B წერტილი A წერტილის სიმეტრია $y=-x$ წრფის მიმართ, ხოლო C წერტილი – B წერტილის აბსცისთა ღერძის მიმართ. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

11.17. იპოვეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც:

1) $y=2x-2$ წრფის სიმეტრიულია აბსცისთა ღერძის მიმართ.

2) $y=2x+1$ წრფის სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ.

3) $y=4-2x$ წრფის სიმეტრიულია $y=x$ წრფის მიმართ.

4) $y=6-3x$ წრფის სიმეტრიულია $y=-x$ წრფის მიმართ.

* * *

11.18. იპოვეთ M წერტილის ჰომოთეტიური წერტილის კოორდინატები კოორდინატთა სათავის მიმართ, ჰომოთეტიის კოეფიციენტით K, თუ:

1) $M(-3;\ 2)$, $K=2$ 2) $M(3;\ -5)$, $K=-3$

3) $M(8;\ 4)$, $K=-\frac{1}{2}$ 4) $M(-3;\ 9)$, $K=\frac{1}{3}$

11.19. M წერტილი არის A წერტილის ჰომოთეტიური კოორდინატთა სათავის მიმართ. იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი, თუ:

1) $M(-9;\ 0)$, $A(3;\ 0)$ 2) $M(0;\ -2)$, $A(0;\ -5)$

3) $M(7{,}5;\ 2{,}5)$, $A(1{,}5;\ 0{,}5)$ 4) $M(-1{,}2;\ 1{,}8)$, $A(0{,}4;\ -0{,}6)$

11.20. 1) ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში, $A(x-1;\ 1)$ წერტილს ასახავს $B(2x+3;\ 7)$ წერტილში. იპოვეთ x.

2) ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში, სათავისაგან განსხვავებულ $A(x^2-1;\ x+1)$ წერტილს ასახავს $B(2x-4;\ 1)$ წერტილში. იპოვეთ x.

3) ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და K კოეფიციენტით, $A(-5x-33;\ x+3)$ წერტილს ასახავს $B(-1;\ 2)$ წერტილში. იპოვეთ K კოეფიციენტი.

4) ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და K კოეფიციენტით, $A(-1;4)$ წერტილს ასახავს $B(x-3;\ 5x+3)$ წერტილში. იპოვეთ K კოეფიციენტი.

11.21. იპოვეთ M წერტილს ჰომოთეტიური წერტილის კოორდინატები N ცენტრის მიმართ, ჰომოთეტიის კოეფიციენტით K, თუ:

1) $M(4;\ 1)$, $N(2;\ 1)$, $K=3$ 2) $M(0;\ 2)$, $N(0;\ -1)$, $K=2$

3) $M(1;\ 3)$, $N(1;\ 1)$, $K=-2$ 4) $M(-2;\ 1)$, $N(2;\ 1)$, $K=-1$

11.22. 1) იპოვეთ x, თუ $L(-4;\ 1)$ წერტილი არის $M(x;\ 1)$ წერტილის ჰომოთეტიური $N(1;\ 1)$ ცენტრის მიმართ $K=-1$ კოეფიციენტით.

2) იპოვეთ x, თუ $L(x,\ -7)$ წერტილი არის $M(-2;\ 2)$ წერტილის ჰომოთეტიური $N(1;\ -1)$ ცენტრის მიმართ.

11.23. დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც მოცემული წრფის ჰომოთეტიურია ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და კოეფიციენტით K, თუ:

1) $y=-2x+1$, $K=2$ 2) $y=-2x+4$, $K=-\frac{3}{2}$

3) $2y-3x=4$, $K=-\frac{1}{2}$ 4) $4x+3y=5$, $K=4$

11.24. იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი ცენტრით კოორდინატთა სათავეში, თუ:

1) $y=-2$ წრფე აისახა $y=3$ წრფეში;

2) $x=4$ წრფე აისახა $x=-8$ წრფეში;

3) $y=-4x+2$ წრფე აისახა $y=-4x-1$ წრფეში;

4) $y=2x-1$ წრფე აისახა $2y-2x+3=0$ წრფეში.

11.25. 1) პირველი მრავალკუთხედის პერიმეტრია 20 სმ. მეორე მრავალკუთხედი მიიღება პირველისაგან ჰომოთეტიით, რომლის კოეფიციენტია $-\frac{3}{2}$. იპოვეთ მეორე მრავალკუთხედის პერიმეტრი.

2) პირველი მრავალკუთხედი მიიღება მეორე მრავალკუთხედისაგან ჰომოთეტიით. იპოვეთ ამ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი, თუ პირველის პერიმეტრია 20 სმ, ხოლო მეორის – 50 სმ.

3) პირველი სამკუთხედი მიიღება მეორე სამკუთხედისაგან ჰომოთეტიით. იპოვეთ ამ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი, თუ პირველის ფართობია 9 სმ^2. ხოლო მეორის – 100 სმ^2.

4) პირველი სამკუთხედის ფართობია 50 სმ^2. პირველი სამკუთხედი მიიღება მეორისაგან ჰომოთეტიით, რომლის კოეფიციენტია $-\frac{5}{2}$. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის ფართობი.

11.26. O არის ABC სამკუთხედის AM და BD მედიანების გადაკვეთის წერტილი:

1) იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი, რომლითაც B წერტილი D წერტილის ჰომოთეტიურია O ჰომოთეტიის ცენტრით.

2) იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი, რომლითაც O წერტილი A წერტილის ჰომოთეტიურია M ჰომოთეტიის ცენტრით.

3) იპოვეთ O წერტილის ჰომოთეტიური წერტილი D ცენტრის მიმართ კოეფიციენტით 2.

4) იპოვეთ A წერტილის ჰომოთეტიური წერტილი D ცენტრის მიმართ კოეფიციენტით -1.

* * *

11.27. კოორდინატთა სათავის მიმართ α კუთხით მობრუნებისას A წერტილი გადავიდა B წერტილში. იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები, თუ:

1) $A(0; 5)$, $\alpha=90°$ 2) $A(2; 0)$, $\alpha=180°$

3) $A(0; 4)$, $\alpha=45°$ 4) $A(-6; 0)$, $\alpha=-45°$

5) $A(0; -2)$, $\alpha=30°$ 6) $A(0; -4)$, $\alpha=-60°$

7) $A(8; 0)$, $\alpha=-150°$ 8) $A(0; 4)$, $\alpha=-120°$

11.28. კოორდინატთა სათავის მიმართ α კუთხით მობრუნებისას M წერტილი გადავიდა N წერტილში. იპოვეთ N წერტილის კოორდინატები, თუ:

1)) $M(2; 2)$, $\alpha=90°$	2) $M(-3; 3)$, $\alpha=-135°$
3) $M(2; -1)$, $\alpha=-90°$	4) $M(4; 1)$, $\alpha=180°$
5) $M(2; 2\sqrt{3})$, $\alpha=60°$	6) $M(\sqrt{3}; -1)$, $\alpha=-90°$
7) $M(-2\sqrt{3}; 2)$, $\alpha=-150°$	8) $M(3; 1)$, $\alpha=90°$

11.29. საკოორდინატო სიბრტყის სათავის გარშემო α კუთხით მობრუნების შედეგად M წერტილი აისახა N წერტილში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ:

1) $M(-3; 4)$, $\alpha=60°$	2) $M(12; -5)$, $\alpha=-60°$
3) $M(5; -5)$, $\alpha=-90°$	4) $M(-4; 3)$, $\alpha=120°$
5) $M(-\sqrt{2}; 1)$, $\alpha=150°$	6) $M(1; -\sqrt{3})$, $\alpha=-135°$

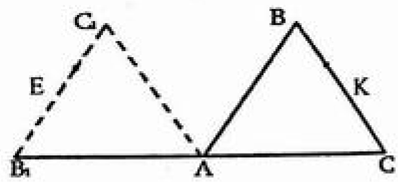
11.30. 1) კოორდინატთა სათავის მიმართ მახვილი კუთხით მობრუნებისას $M(3; 0)$ წერტილი აისახა $N(x; 1)$ წერტილში. იპოვეთ x.

2) კოორდინატთა სათავის მიმართ ბლაგვი კუთხით მობრუნებისას $M(0; -2)$ წერტილი აისახა $N(1; y)$ წერტილში. იპოვეთ y.

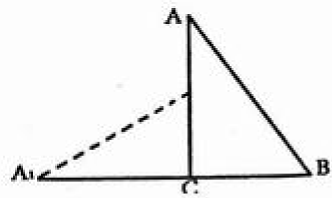
3) კოორდინატთა სათავის გარშემო მობრუნებისას $M(5; \sqrt{11})$ წერტილი გადადის მეორე მეოთხედში მდებარე $M(-3; y)$ წერტილში. იპოვეთ y.

4) კოორდინატთა სათავის გარშემო მობრუნებისას $N(-3; \sqrt{3})$ წერტილი გადადის მეოთხე მეოთხედში მდებარე $N(x; -2\sqrt{2})$ წერტილში. იპოვეთ x.

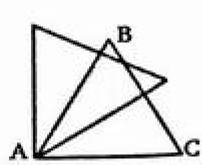
11.31. 1) ტოლგვერდა ABC სამკუთხედი, a-ს ტოლი გვერდით, მოაბრუნეს A წერტილის ირგვლივ 120°-იანი კუთხით. ამ მობრუნებით BC გვერდის K შუაწერტილი E წერტილში აისახა. იპოვეთ KE მონაკვეთის სიგრძე.



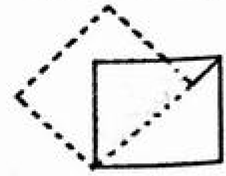
2) ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle B=60°$ და $BC=a$. C წერტილის ირგვლივ 90°-ით მობრუნების შედეგად A წერტილი აისახება A_1 წერტილში. იპოვეთ AA_1 მონაკვეთის სიგრძე.



3) ABC ტოლგვერდა სამკუთედი, a-ს ტოლი გვერდით, A წერტილის გარშემო მოაბრუნეს 30°-ით. იპოვეთ ამ ორი სამკუთხედის საერთო ნაწილის ფართობი.



4) კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა a, მოაბრუნეს მისი ერთ-ერთი წვეროს ირგვლივ 45°-ით. იპოვეთ მოცემული და მობრუნების შედეგად მიღებული კვადრატების საერთო ნაწილის ფართობი.



* * *

11.32. პარალელურ გადატანას განსაზღვრავს $\vec{a}$ ვექტორი. იპოვეთ A წერტილის სახე ამ პარალელური გადატანით, თუ:

1) $\vec{a}\,(-3;\,2)$, $A(4;\,-1)$
2) $\vec{a}\,(4;\,3)$, $A(-1;\,2)$
3) $\vec{a}\,(1;\,1)$, $A(0;\,0)$
4) $\vec{a}\,(-3;\,2)$, $A(3;\,-2)$

11.33. პარალელური გადატანისას A წერტილი გადადის B წერტილში. იპოვეთ M წერტილის სახე ამ პარალელური გადატანისას, თუ:

1) $A(-1;\,2)$, $B(3;\,0)$, $M(0;\,4)$
2) $A(3;\,-5)$, $B(1;\,0)$, $M(-3;\,1)$
3) $A(0;\,0)$, $B(-3;\,1)$, $M(3;\,-1)$
4) $A(-9;\,-2)$, $B(-3;\,-5)$, $M(-2;\,-2)$

11.34. პარალელური გადატანისას A წერტილი გადადის B წერტილში. რომელი წერტილი გადადის N წერტილში ამ პარალელური გადატანისას, თუ:

1) $A(2;\,-3)$, $B(1;\,4)$, $N(-1;\,1)$
2) $A(-1;\,2)$, $B(1;\,-1)$, $N(2;\,2)$

11.35. იპოვეთ იმ წრფის განტოლება, რომელშიც გადადის მოცემული წრფე $\vec{a}$ ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანისას, თუ:

1) $y=3x-1$, $\vec{a}\,(0;\,2)$
2) $y=-2x+3$, $\vec{a}\,(0;\,-1)$
3) $y=5-3x$, $\vec{a}\,(-2;\,0)$
4) $y=2x+3$, $\vec{a}\,(3;\,0)$
5) $y=\dfrac{2}{3}x+1$, $\vec{a}\,(-3;\,1)$
6) $y=4x-3$, $\vec{a}\,(1;\,-1)$
7) $3x-2y=1$, $\vec{a}\,(-2;\,1)$
8) $2x+5y=2$, $\vec{a}\,(3;\,-2)$

11.36. პარალელური გადატანისას A წერტილი აისახა B წერტილში. რომელ წრფეში აისახა მოცემული წრფე იმავე პარალელური გადატანით, თუ:

1) $A(-1;\,2)$, $B(0;\,-1)$, $y=2x-4$
2) $A(3;\,0)$, $B(1;\,2)$, $y=5-2x$

11.37. დაწერეთ იმ წირის განტოლება, რომელშიც აისახება მოცემული ფუნქციის გრაფიკი $\vec{a}$ ვექტორით პარალელური გადატანისას, თუ:

1) $y=3x^2$, $\vec{a}\,(0;\,-1)$
2) $y=-2x^2+1$, $\vec{a}\,(0;\,-2)$
3) $y=-x^2$, $\vec{a}\,(1;\,0)$
4) $y=2x^2-1$, $\vec{a}\,(2;\,0)$
5) $y=\dfrac{3}{x+1}$, $\vec{a}\,(1;\,-2)$
6) $y=x^2-4x+1$, $\vec{a}\,(1;\,2)$
7) $y=3^x$, $\vec{a}\,(-1,\,-2)$
8) $y=2\log_3 x$, $\vec{a}\,(2,1)$

11.38. 1) $A(1;\,2)$ წერტილი კოორდინატთა სათავის გარშემო 90°-იანი მობრუნებით გადავიდა B წერტილში. შემდეგ B წერტილი $\vec{a}\,(2;\,-1)$ ვექტორით პარალელურად გადაიტანეს და მიიღეს C წერტილი. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

2) A წერტილი კოორდინატთა სათავის გარშემო 30°-იანი მობრუნების შედეგად გადავიდა B წერტილში. შემდეგ B წერტილი $\vec{a}(\sqrt{3};2)$ ვექტორით პარალელურად გადაიტანეს და მიიღეს $C(0;\,1)$ წერტილი. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები.

3) $A(4;\ 0)$ წერტილი კოორდინატთა სათავის გარშემო მოაბრუნეს 60°-ით და მიიღეს B წერტილი. შემდეგ განიხილეს ჰომოთეტია ცენტრით კოორდინატთა სათავეში $K=-\sqrt{3}$ კოეფიციენტით და B წერტილი გადავიდა C წერტილში. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

4) განიხილეს A წერტილის ჰომოთეტია ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და კოეფიციენტით $K=-2$ და მიიღეს B წერტილი. შემდეგ B წერტილი მოაბრუნეს კოორდინატთა სათავის მიმართ $\alpha=135°$-იანი კუთხით და მიიღეს $C(-\sqrt{2};\sqrt{2})$ წერტილი. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები.

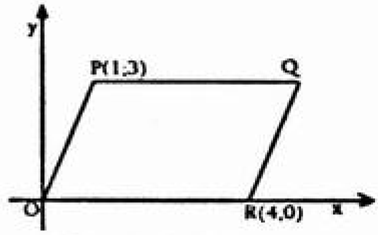
ტესტი 11.1

1. O არის წესიერი $ABCDEF$ ექვსკუთხედის ცენტრი. რის ტოლია კუთხის სიდიდე AC მცირე დიაგონალსა და ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის OC რადიუსს შორის?

   ა) 15° ბ) 30° გ) 40° დ) 60°

2. $OPQR$ პარალელოგრამის O წვერო კოორდინატთა სათავეს ემთხვევა, ხოლო P და R წვეროების კოორდინატები ნახაზზეა მითითებული. რის ტოლია პარალელოგრამის Q წვეროს შესაბამისი კოორდინატთა წყვილი?

   ა) (1; 5) ბ) (2; 4) გ) (3; 4) დ) (5;3)



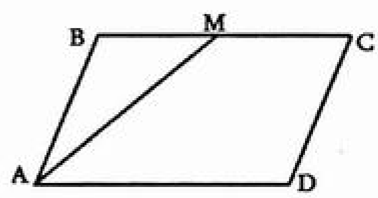
3. იპოვეთ $\vec{a}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ იგი $\vec{b}\,(-3;\,4)$ ვექტორის თანამიმართულია და მისი სიგრძე 10-ის ტოლია.

   ა) (6; –4) ბ) (–30, 40) გ) (–6; 8) დ) (–8; 6)

4. იპოვეთ K-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(0;\ 1)$ და $\vec{b}\,(-2;\ K)$ ვექტორები ერთმანეთთან 120°-ის ტოლ კუთხეს ადგენენ.

   ა) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ბ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ გ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ დ) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

5. M წერტილი $ABCD$ პარალელოგრამის BC გვერდის შუაწერტილია. ქვემოთ მოცემული ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

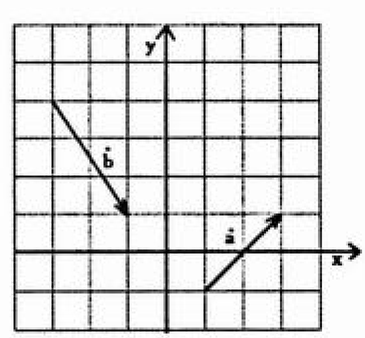


   ა) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ ბ) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

   გ) $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ დ) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

6. ნახაზზე თითოეული უჯრა ერთეულოვანი კვადრატია. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების საწყისი და ბოლო წერტილები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ $2\vec{a}-\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები.

   ა) (2; 7) ბ) (1; 7) გ) (2; 5) დ) (3; 9)



7. $\vec{a}\,(2;\,5)$ ვექტორით განსაზღვრულმა პარალელურმა გადატანამ A წერტილი $B(-2;7)$ წერტილში გადაიყვანა. განსაზღვრეთ A წერტილის კოორდინატები.

   ა) (2; 2) ბ) (–4; 2) გ) (–2; 4) დ) (2; –4)

8. B წერტილი $A(-2;\,3)$ წერტილის სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ. BC მონაკვეთი ორდინატთა ღერძის პარალელურია და მისი სიგრძე 7-ის ტოლია. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები, თუ ის მეოთხე საკოორდინატო მეოთხედში მდებარეობს.

   ა) (3; –2) ბ) (3; –5) გ) (2; –4) დ) (2; –5)

9. xoy საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-3;\,-6)$ წერტილი. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატები, რომელიც A წერტილის სიმეტრიულია $y=-x$ წრფის მიმართ.

   ა) (6; 3) ბ) (3; 6) დ) (6; –3) დ) (–3; 6)

10. AB მონაკვეთი, რომლის სიგრძე 4 სმ-ის ტოლია, AB წრფის გარეთ მდებარე O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით A_1B_1 მონაკვეთში აისახა. რას უდრის მანძილი A და B_1 წერტილებს შორის, თუ $AO=OB_1=3$ სმ?

ა) 5 სმ ბ) $\sqrt{5}$ სმ გ) $2\sqrt{5}$ სმ დ) 6 სმ

11. თუ წესიერ მრავალკუთხედს აქვს რვა სიმეტრიის ღერძი, მაშინ ეს მრავალკუთხედი აუცილებლად არის

ა) ოთხკუთხედი ბ) ექვსკუთხედი გ) თექვსმეტკუთხედი დ) რვაკუთხედი

12. ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და K კოეფიციენტით, $A(3x+2; x+1)$ წერტილს ასახავს $B(8; 2)$ წერტილში. იპოვეთ K.

ა) -2 ბ) $-0,5$ გ) 0,5 დ) 2

13. ჰომოთეტია ცენტრით კოორდინატთა სათავეში $y=-2x+3$ წრფეს ასახავს $y+2x=9$ წრფეში. იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი.

ა) 3 ბ) 4 გ) 6 დ) 2

14. პარალელური გადატანით $(-5; 2)$ წერტილი ისახება $(2; -2)$ წერტილში. რომელ წერტილში აისახება $(-2; 4)$ წერტილი იმავე პარალელური გადატანით?

ა) $(4; -1)$ ბ) $(-1; 4)$ გ) $(5; 0)$ დ) $(5; -1)$

15. პარალელური გადატანა კოორდინატთა სათავეს $P(2; 0)$ წერტილში ასახავს. იპოვეთ იმ წრფის განტოლება, რომელშიც აისახება $y=3x-2$ წრფე ამ პარალელური გადატანით.

ა) $y=3x$ ბ) $y=3x-8$ გ) $y=-3x+4$ დ) $y=3x-4$

16. $A(2; 3)$ წერტილი კოორდინატთა სათავის მიმართ $90°$ კუთხით მობრუნდა. იპოვეთ მიღებული წერტილის კოორდინატები.

ა) $(-3; 2)$ ბ)$(-2; 3)$ გ) $(-3; -2)$ დ) $(-2; -3)$

17. კოორდინატთა სათავის მიმართ $-60°$ გრადუსიანი კუთხით მობრუნება $A(6; 0)$ წერტილს ასახავს B წერტილში. იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები.

ა) $(3;-3\sqrt{3})$ ბ) $(3;-2\sqrt{2})$ გ) $(2\sqrt{3};-3\sqrt{2})$ დ) $(-3;3\sqrt{3})$

18. MN მონაკვეთი მასზე მდებარე O წერტილის მიმართ $90°$-ით მობრუნებით M_1N_1 წერტილში აისახა. რას უდრის მანძილი M_1 და N წერტილებს შორის, თუ $MM_1=8\sqrt{2}$, $N_1N=6\sqrt{2}$.

ა) 5 ბ) $5\sqrt{2}$ გ) 10 დ)12

19. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატები, რომელიც მიიღება $B(2; -1)$ წერტილის მიმართ $A(3; 10)$ წერტილის $180°$-იანი კუთხის მობრუნებით.

ა) $(-3; -10)$ ბ)$(1: -11)$ გ)$(-1; -12)$ დ) $(1; -12)$

20. Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია $A(3; -4)$ წერტილი. იპოვეთ A წერტილის ანასახის კოორდინატები სიბრტყეზე თანმიმდევრობით განხორციელებული შემდეგი ორი გარდაქმნის შედეგად: ჯერ სიმეტრია $y=x$ წრფის მიმართ, ხოლო შემდეგ პარალელური გადატანა $\vec{a}\,(4; -5)$ ვექტორით.

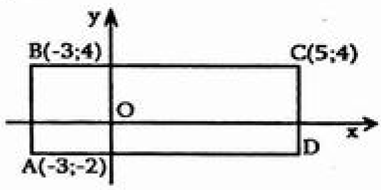
ა) $(-4; -2)$ ბ) $(0; -2)$ გ) $(1; 2)$ დ) $(-1; -2)$

ტესტი 11.2

1. რის ტოლია კუთხის სიდიდე წესიერი ექვსკუთხედის მცირე და დიდ დიაგონალებს შორის?

   ა) 10° ბ) 20° გ) 30° დ) 60°

2. ნახაზზე მოცემულია $ABCD$ მართკუთხედის A, B და C წვეროების კოორდინატები, რომელია D წვეროს კოორდინატები?



   ა) (−5; 2) ბ) (−3; 5) გ) (5; −2) დ) (−2; 4)

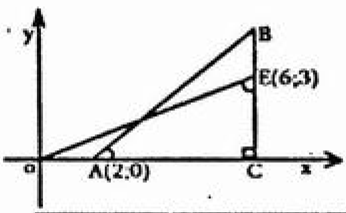
3. იპოვეთ $\vec{a}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ იგი $\vec{b}\,(-1;3)$ ვექტორის საწინააღმდეგოდაა მიმართული და მისი სიგრძე 10-ის ტოლია.

   ა) $(1;-3)$ ბ) $(\sqrt{10};-3\sqrt{10})$ გ) $(-\sqrt{10};3\sqrt{10})$ დ) $(-\sqrt{2};2\sqrt{2})$

4. იპოვეთ K-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ვექტორები $\vec{a}=(-3;\ K)$ და $b=(0;\ -1)$ ერთმანეთთაან 60°-ის ტოლ კუთხეს ადგენენ.

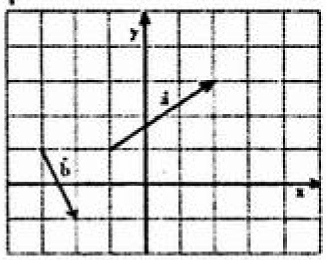
   ა) 0,5 ბ) $\sqrt{3}$ გ) $-\sqrt{3}$ დ) −0,5

5. სურათზე დაყრდნობით იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები, თუ E წერტილი მდებარეობს BC მონაკვეთზე და $\angle BAC=\angle OEC$.



   ა) (3; 6) ბ) (6; 6) გ) (6; 8) დ) (6; 9)

6. ნახაზზე თითოეული უჯრა ერთეულოვანი კვადრატია. ნახაზზე მოცემული $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების საწყისი და ბოლო წერტილები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ $\vec{a}+2\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები.



   ა) (3; 2) ბ) (5; 0) გ) (3; −2) დ) (5; −2)

7. პარალელური გადატანით (1; −1) წერტილი გადადის (−1; 2) წერტილში. რომელ წრფეში გადადის $y=2x-1$ წრფე ამ პარალელური გადატანით?

   ა) $y=2x+7$ ბ) $y=2x+1$ გ) $y=2x+6$ დ) $y=2x-3$

8. საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-2;1)$ და $B(1;\ -1)$ წერტილები. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატთა წყვილი, რომელიც A წერტილის სიმეტრიულია B-ს მიმართ.

   ა) (3; −2) ბ) (4; −3) გ) (4; 3) დ) (−4; 3)

9. xoy საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(-3;\ -6)$ წერტილი. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატები, რომელიც A წერტილის სიმეტრიულია $y=x$ წრფის მიმართ.

   ა) (6; 3) ბ) (−6; 3) გ) (−3; −3) დ) (−6; −3)

10. AB მონაკვეთი AB წრფის გარეთ მდებარე O წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით A_1B_1 მონაკვეთში აისახა. იპოვეთ BA_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ AO=3 სმ, BO=4 სმ, $AO\perp BO$.

   ა) 6 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

11. თუ ამოზნექილი ოთხკუთხედის დიაგონალები წარმოადგენს ამ ოთხკუთხედის სიმეტრიის ღერძებს, მაშინ ეს ოთხკუთხედი აუცილებლად არის.

ა) პარალელოგრამი ბ) რომბი გ) ტრაპეცია დ) კვადრატი

12. იპოვეთ x-ის მნიშვნელობა, თუ ჰომოთეტია ცენტრი კოორდინატთა სათავეში $A(x, 2)$ წერტილს ასახავს $B(2x+1; 5)$ წერტილში.

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4

13. რომელ წრფეში ასახავს ჰომოთეტია, რომლის ცენტრი საკოორდინატო სიბრტყის სათავეშია, ხოლო კოეფიციენტია 3, წრფეს $y=-x+4$?

ა) $y=-5x+7$ ბ) $y=-10x+6$ გ) $y=-x+12$ დ) $y=-2x+2$

14. რომელი ფუნქციის გრაფიკში გადავა $y=\dfrac{3}{x+1}$ ფუნქციის გრაფიკი $\vec{a}\,(1;\ -1)$ ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანით?

ა) $y=\dfrac{3}{x}-1$ ბ) $y=\dfrac{3}{x}+1$ გ) $y=\dfrac{3}{x+2}-1$ დ) $y=\dfrac{3}{x+3}+1$

15. კოორდინატთა სიბრტყეზე მოცემულია $A(0; 6)$ და $B(10; -4)$ წერტილები. იპოვეთ კოორდინატთა სათავის მიმართ AB მონაკვეთის ჰომოთეტიით მიღებული A_1B_1 მონაკვეთის შუაწერტილის კოორდინატები, თუ ჰომოთეტიის კოეფიციენტია k=0,5.

ა) (2,5; –1) ბ) (0; 1,5) გ) (2,5; 0,5) დ) (–0,5; 1,5)

16. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატები, რომელიც მიიღება $A(3; -2)$ წერტილის მობრუნებით კოორდინატთა სათავის გარშემო 90°-ით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.

ა) (–3; 2) ბ) $(-\sqrt{11}; -2)$ გ) $(-3; -\sqrt{11})$ დ) (–2; –3)

17. კოორდინატთა სათავის მიმართ ბლაგვი კუთხით მობრუნებისას $A(0; 2)$ წერტილი აისახა $B(x; -1)$ წერტილში. რის ტოლია x?

ა) $-\sqrt{3}$ ბ) $-\sqrt{2}$ გ) –1 დ) $\sqrt{3}$

18. AB მონაკვეთი, მასზე მდებარე O წერტილის მიმართ 90°-ით მობრუნებით, A_1B_1 მონაკვეთში აისახა. რას უდრის მანძილი A და B_1 წერტილებს შორის, თუ AA_1=4 სმ და BB_1=10 სმ?

ა) $2\sqrt{7}$ სმ ბ) $2\sqrt{10}$ სმ გ) $\sqrt{58}$ სმ დ) $7\sqrt{2}$ სმ

19. იპოვეთ იმ წერტილის კოორდინატები, რომელიც მიიღება $(\sqrt{2};\ 0)$ წერტილის მიმართ $(0;\ \sqrt{2})$ წერტილის მობრუნებით 45°-იანი კუთხით.

ა) $(0; -\sqrt{2})$ ბ) $(\sqrt{2}-2; 0)$ გ) $(2-\sqrt{2}; 0)$ დ) $(0;\ 2-\sqrt{2})$

20. Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია $A(3;-4)$ წერტილი. იპოვეთ A წერტილის ანასახის კოორდინატები სიბრტყეზე თანმიმდევრობით განხორციელებული შემდეგი ორი გარდაქმნის შედეგად: ჯერ პარალელური გადატანა $\vec{a}\,(4; -5)$ ვექტორით, ხოლო შემდეგ სიმეტრია $y=x$ წრფის მიმართ.

ა) (7; –9) ბ) (0; –2) გ) (–9; 7) დ) (–2; 0)

§ 12. სტერეომეტრიის ძირითადი ცნებები. წრფეთა და სიბრტყეთა პარალელობა და მართობულობა

სტერეომეტრია არის გეომეტრიის ნაწილი, რომელიც შეისწავლის გეომეტრიულ ფიგურებს სივრცეში. სივრცეში გეომეტრიული ფიგურების საწყისს წარმოადგენს ძირითადი ფიგურები: წერტილი, წრფე და სიბრტყე. მოვიყვანოთ ძირითადი კავშირები ამ ფიგურებს შორის.

ყოველ ორ წერტილზე გადის წრფე და მასთან მხოლოდ ერთი. ე.ი. თუ მოცემულია ორი განსხვავებული A და B წერტილი, მაშინ არსებობს a წრფე, რომელსაც ეკუთვნის ორივე ეს წერტილი და ეს წრფე ერთადერთია.

სივრცეში ავიღოთ A და B წერტილი და გავავლოთ მათზე a წრფე. a წრფის წერტილები, რომლებიც მოთავსებული არიან A და B წერტილებს შორის (მათი ჩათვლით) ქმნიან AB მონაკვეთს.

ყოველი წრფე სიბრტყეს ყოფს ორ ნახევარსიბრტყედ.

ერთ წრფეზე არამდებარე ნებისმიერ სამ წერტილზე შეიძლება სიბრტყის გავლება და მასთან მხოლოდ ერთის. ე.ი. თუ A, B და C ერთ წრფეზე არამდებარე სამი წერტილია, მაშინ არსებობს ერთადერთი α სიბრტყე, რომელსაც ეკუთვნის სამივე ეს წერტილი და ასეთი სიბრტყე ერთადერთია.

თუ წრფის ორი წერტილი სიბრტყეს ეკუთვნის, მაშინ ეს წრფეც ამ სიბრტყეს ეკუთვნის. აქედან გამომდინარეობს, რომ თუ წრფე სიბრტყეზე არ მდებარეობს, მაშინ ის ან არ კვეთს სიბრტყეს, ანდა კვეთს ერთ წერტილში.

თუ ორ სხვადასხვა წრფეს საერთო წერტილი აქვს (წრფეები იკვეთებიან), მაშინ ამ წრფეებზე შეიძლება სიბრტყის გავლება და მასთან მხოლოდ ერთის.

თუ ორ განსხვავებულ სიბრტყეს საერთო წერტილი აქვს, მაშინ მათი თანაკვეთა არის წრფე.

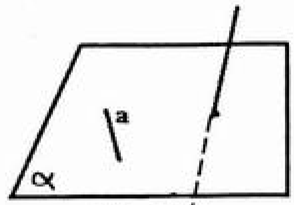
1. **წრფეთა პარალელობა და მართობულობა. წრფისა და სიბრტყის მართობულობა და პარალელობა.** ვიტყვით, რომ ორი ან რამოდენიმე წრფე ერთ სიბრტყეში მდებარეობს, თუ ეს წრფეები ერთდროულად ეკუთვნიან რომელიმე სიბრტყეს.

სივრცეში ორ წრფეს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი ერთ სიბრტყეში მდებარეობენ და ერთმანეთს არ კვეთენ. წრფეზე არამდებარე წერტილზე შეიძლება გაივლოს ამ წრფის პარალელური ერთადერთი წრფე, ხოლო თუ ორი წრფე ცალ-ცალკე მესამე წრფის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

შევნიშნოთ, რომ სამი წყვილ-წყვილად პარალელური წრფე ყოველთვის არ ძევს ერთ სიბრტყეში.

ორ წრფეს აცდენილი ეწოდება, თუ ისინი ერთ სიბრტყეზე არ მდებარეობენ. ცხადია, რომ აცდენილი წრფეები არც პარალელური არიან და არც თანაიკვეთებიან. წინააღმდეგ შემთხვევაში მათზე შესაძლებელი იქნებოდა სიბრტყის გავლება, რაც აცდენილ წრფეთა განსაზღვრებას ეწინააღმდეგება.

მტკიცდება, რომ თუ ორი წრფიდან ერთ-ერთი სიბრტყეზე მდებარეობს, მეორე კი კვეთს ამ სიბრტყეს პირველ წრფეზე არამდებარე წერტილში, მაშინ ეს წრფეები აცდენილია (ნახ. 12.1).

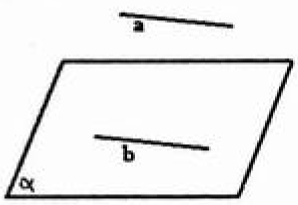


ნახ. 12.1

ორ წრფეს ურთიერთმართობული ეწოდება, თუ ისინი ერთმანეთს მართი კუთხით კვეთენ. ურთიერთმართობული წრფეების პარალელური ურთიერთგადამკვეთი წრფეები ურთიერთმართობულია.

წრფეს და სიბრტყეს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი არ იკვეთებიან ანუ თუ მათ არა აქვთ საერთო წერტილი.

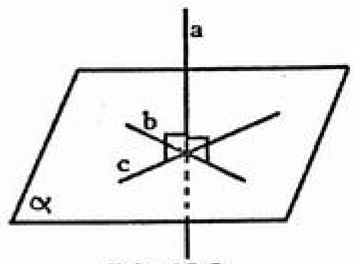
წრფისა და სიბრტყის პარალელობის დასადგენად შეგვიძლია ვისარგებლოთ შემდეგი ნიშნით: თუ წრფე, რომელიც სიბრტეს არ ეკუთვნის, ამ სიბრტყეზე მდებარე რომელიმე წრფის პარალელურია, მაშინ ის თვით სიბრტყის პარალელურია. ე.ი. თუ a წრფე პარალელურია b წრფის (ნახ. 12.2) ანუ $a \parallel b$, მაშინ a წრფე პარალელურია α სიბრტყის. სამართლიანია შებრუნებული დებულებაც: თუ სიბრტყე გადის მეორე სიბრტყის პარალელურ წრფეზე და კვეთს ამ სიბრტყეს, მაშინ გადაკვეთაში მიღებული წრფე მოცემული წრფის პარალელურია.



ნახ. 12.2

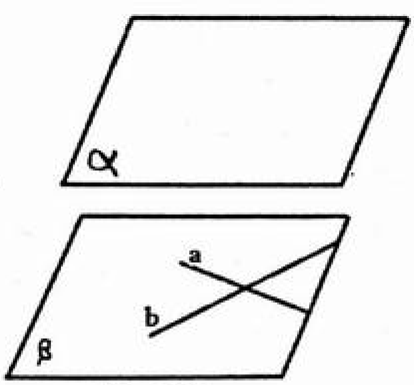
თუ წრფე არ მდებარეობს მოცემულ სიბრტყეზე და არც მისი პარალელურია, მაშინ მათ აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი და წრფესა და სიბრტყეს გადამკვეთს უწოდებენ.

სიბრტყის გადამკვეთ წრფეს ამ სიბრტყისადმი მართობული ეწოდება, თუ იგი გადაკვეთის წერტილში გამავალი და მოცემულ სიბრტყეში მდებარე ნებისმიერი წრფის მართობულია. წრფისა და სიბრტყის მართობულობის დასადგენად იყენებენ შემდეგ ნიშანს: თუ სიბრტყის გადამკვეთი წრფე ამ სიბრტყეში მდებარე და გადაკვეთის წერტილში გამავალი ორი წრფის მართობულია, მაშინ იგი სიბრტყის მართობულია ანუ თუ $a \perp b$ და $a \perp c$ (ნახ. 12.3), მაშინ $a \perp \alpha$.



ნახ. 12.3

მტკიცდება აგრეთვე, რომ: 1) თუ ორი ურთიერთპარალელური წრფიდან ერთ-ერთი სიბრტყის მართობულია, მაშინ მეორეც ამ სიბრტის მართობულია: 2) თუ ორი წრფე ერთი და იმავე წრფის მართობულია, მაშინ ეს წრფეები პარალელურია.



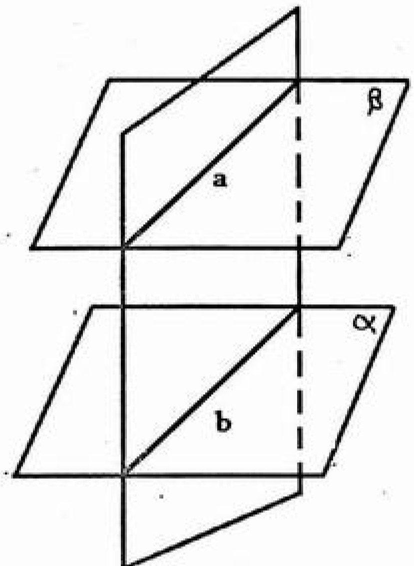
ნახ. 12.4

2. სიბრტყეთა პარალელობა და მართობულობა. ორ სიბრტეს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი ერთმანეთს არ კვეთენ. სიბრტყეთა პარალელობის დასადგენად მოსახერხებელია გამოვიყენოთ შემდეგი ნიშანი: თუ ორი სიბრტყიდან ერთ-ერთი პარალელურია მეორე სიბრტყეში მდებარე

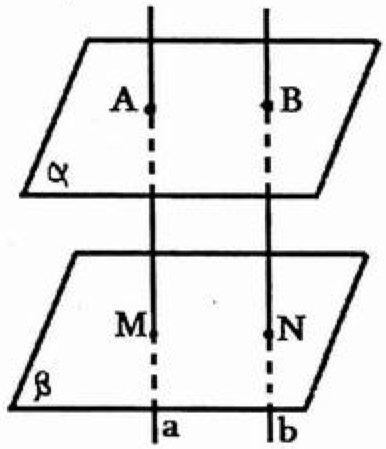
ორი ურთიერთგადამკვეთი წრფიდან თითოეულის, მაშინ ეს სიბრტყეები პარალელურია, ე.ი. თუ $\alpha \parallel a$, $\alpha \parallel b$ და $a \cap b \neq \emptyset$, მაშინ $\alpha \parallel \beta$ (ნახ. 12.4).

სასარგებლოა აგრეთვე ვიცოდეთ, რომ: 1) თუ ორი პარალელური სიბრტყე (α და β) გადაკვეთილია მესამე (γ) სიბრტყით, მაშინ გადაკვეთაში მიღებული (*a* და *b*) წრფეები პარალელურია (ნახ. 12.5).

2) ორ პარალელურ სიბრტყეს შორის მოთავსებულია ამ სიბრტყეთა გადამკვეთი პარალელური წრფეების მონაკვეთები ტოლია, ე.ი. თუ $\alpha \parallel \beta$ და $a \parallel b$, მაშინ $AM=BN$ (ნახ. 12.6).

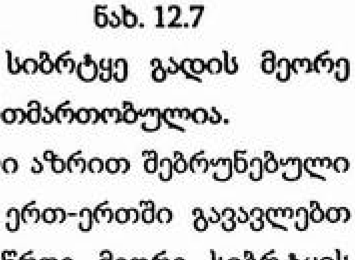


ნახ. 12.5



ნახ. 12.6

ორ (α და β) ურთიერთგადამკვეთ სიბრტყეს მართობული ეწოდება, თუ მესამე (γ) სიბრტყე, რომელიც (α და β) სიბრტყეთა გადაკვეთის (*c*) წრფის მართობულია, ამ სიბრტყეებს კვეთს ურთიერთმართობულ (*a* და *b*) წრფეებზე (ნახ. 12.7).



ნახ. 12.7

მტკიცდება, რომ სიბრტყეთა მართობულობის ეს განსაზღვრება კორექტულია, ანუ ეს განსაზღვრება არ არის დამოკიდებული მესამე (γ) სიბრტყის შერჩევაზე.

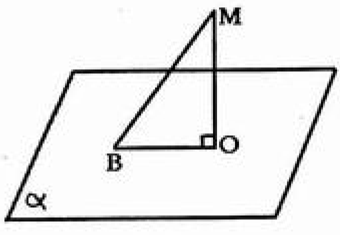
სიბრტყეთა მართობულობის დასადგენად გამოიყენება სიბრტყეთა მართობულობის შემდეგი ნიშანი: **თუ ერთი სიბრტყე გადის მეორე სიბრტყის მართობულ წრფეზე, მაშინ ეს სიბრტყეები ურთიერთმართობულია.**

სამართლიანია აგრეთვე, ბოლო დებულების გარკვეული აზრით შებრუნებული დებულება: თუ ორი ურთიერთმართობული სიბრტყიდან ერთ-ერთში გავავლებთ მათი გადაკვეთის წრფის მართობულ წრფეს, მაშინ ეს წრფე მეორე სიბრტყის მართობულიც იქნება.

3. სამი მართობის თეორემა. მოცემული წერტილიდან მოცემულ სიბრტყეზე დაშვებული მართობი ეწოდება იმ მონაკვეთს, რომელიც მოცემულ წერტილს აერთებს სიბრტყის რაიმე წერტილთან და ძევს სიბრტყის მართობულ წრფეზე. მონაკვეთის იმ ბოლოს, რომელიც სიბრტყეში ძევს, მართობის ფუძე ეწოდება.

წერტილიდან სიბრტყემდე მანძილი ეწოდება ამ წერტილიდან სიბრტყეზე დაშვებული მართობის სიგრძეს.

მოცემული წერტილიდან მოცემული სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი ეწოდება ნებისმიერ მონაკვეთს, რომელიც სიბრტყისადმი მართობს არ წარმოადგენს და რომლის ერთ ერთი ბოლო მოცემულ წერტილშია, ხოლო მეორე – სიბრტყეზე. მონაკვეთის იმ ბოლოს, რომელიც სიბრტყეში ძევს, დახრილის ფუძე ეწოდება. ერთი და იმავე წერტილიდან გავლებული მართობისა და დახრილის ფუძეების შემაერთებელ მონაკვეთს, დახრილის გეგმილი ეწოდება.

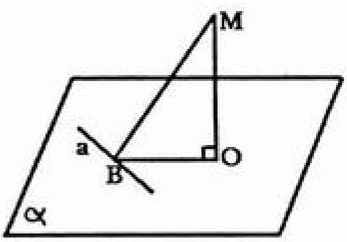


ნახ. 12.8

ნახ. 12.8-ზე, MO არის მართობი, MB – დახრილი, ხოლო BO არის MB დახრილის გეგმილი α სიბრტყეზე.

დახრილსა და მის გეგმილს შორის კავშირს ამყარებს ე.წ. სამი მართობის თეორემა.

თეორემა (სამი მართობის). თუ სიბრტყეზე მდებარე რაიმე წრფე დახრილის ფუძეზე გადის და ამ დახრილის გეგმილის მართობულია, მაშინ იგი დახრილის მართობულიცაა. პირიქით, თუ სიბრტყეზე მდებარე წრფე დახრილის მართობულია, მაშინ ის დახრილის გეგმილის მართობულიცაა. ე.ი. თუ ნახ. 12.9-ზე MB არის დახრილი, BO მისი გეგმილი და a წრფე მდებარეობს α სიბრტყეში და გადის B წერტილზე, მაშინ $a \perp BO \Leftrightarrow a \perp MB$.

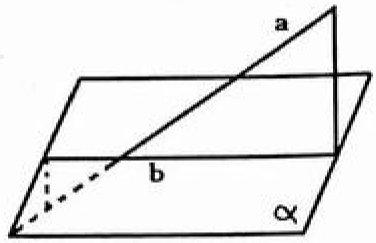


ნახ. 12.9

4. კუთხეები წრფეებსა და სიბრტყეებს შორის. ორწახნაგა კუთხე. ორი ურთიერთგადამკვეთი წრფე ქმნის მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეებს. ამ კუთხეებიდან უმცირესს წრფეებს შორის კუთხე ეწოდება. განსაზღვრების თანახმად ურთიერთმართობულ წრფეებს შორის კუთხე 90°-ის ტოლია. ჩავთვალოთ, რომ პარალელურ წრფეებს შორის კუთხე 0°-ის ტოლია.

აცდენილ წრფეებს შორის კუთხე ეწოდება ამ წრფეების პარალელურ ურთიერთგადამკვეთ წრფეებს შორის კუთხეს. ისეთ აცდენილ წრფეებს, რომელთა შორის კუთხე 90°-ის ტოლია, ზოგჯერ მართობულს უწოდებენ.

განვსაზღვროთ კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის. ვთქვათ α არის სიბრტყე, ხოლო a – ამ სიბრტყის გადამკვეთი მისი არამართობი წრფე (ნახ. 12.10). a წრფის წერტილებიდან α სიბრტყეზე დაშვებული მართობების ფუძეები b წრფეზე ძევს. ამ წრფეს ეწოდება a წრფის გეგმილი α სიბრტყეზე.



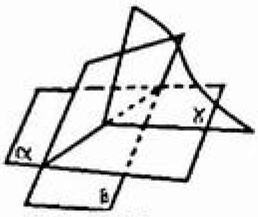
ნახ. 12.10

წრფესა და სიბრტყეებს შორის კუთხე ეწოდება კუთხეს ამ წრფეს და სიბრტყეზე მის გეგმილს შორის.

მიღებულია, რომ კუთხე წრფესა და მის პარალელურ სიბრტყეს შორის ნულის ტოლია, ხოლო კუთხე ურთიერთმართობულ წრფესა და სიბრტყეს შორის 90°-ის.

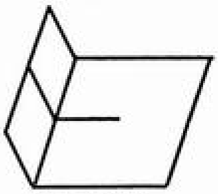
ახლა განვსაზღვროთ კუთხე სიბრტყეებს შორის. პარალელურ სიბრტყეებს შორის კუთხე ჩავთვალოთ 0°-ის ტოლად.

ვთქვათ მოცემული α და β სიბრტყეები ერთმანეთს კვეთს (ნახ. 12.11). გავავლოთ მათი გადაკვეთის წრფის მართობული γ სიბრტყე. ეს სიბრტყე მოცემულ სიბრტყეებს ორ წრფეზე კვეთს. ამ წრფეებს შორის კუთხეს ეწოდება კუთხე ორ მოცემულ სიბრტყეს შორის.



ნახ. 12.11

საერთო წრფით შემოსაზღვრული ორი ნახევარსიბრტყით შექმნილ ფიგურას ორწახნაგა კუთხე ეწოდება. შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებს წახნაგები ეწოდებათ, ხოლო წახნაგების საერთო წრფეს – ორწახნაგა კუთხის წიბო (ნახ. 12.12).


ნახ. 12.12

ორწახნაგა კუთხის წიბოზე ნებისმიერად ავიღოთ წერტილი და ამ წერტილიდან ორივე წახნაგში გავავლოთ წიბოს მართობული სხივები. ეს ორი სხივი ქმნის კუთხეს, რომელსაც ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხე ეწოდება.

ორწახნაგა კუთხის ზომად მიღებულია მისი ხაზოვანი კუთხის სიდიდე.

* * *

12.1. 1) სიბრტყიდან 20 სმ-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ამ სიბრტყის დახრილი. იპოვეთ ამ დახრილის სიგრძე, თუ მისი გეგმილი სიბრტყეზე 21 სმ-ის ტოლია.

2) სიბრტყიდან 24 სმ-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ამ სიბრტყის 30 სმ სიგრძის დახრილი. იპოვეთ ამ დახრილის გეგმილი ამ სიბრტყეზე.

3) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი. დახრილის სიგრძე 3-ჯერ მეტია მისი გეგმილის სიგრძეზე. იპოვეთ მართობის სიგრძე, თუ გეგმილის სიგრძეა a.

4) სიბრტყიდან h მანძილით დაშორებული წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია დახრილი და მართობი. იპოვეთ ამ დახრილის გეგმილი, თუ დახრილის სიგრძეა $h\sqrt{5}$.

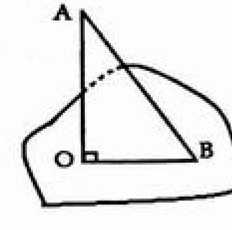
12.2. 1) სიბრტყიდან 5 სმ-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი, რომელიც თავის გეგმილთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

2) სიბრტყიდან 2 სმ-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი, რომლებიც ერთმანეთთან 45°-იან კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ დახრილი სიგრძე.

3) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია a სმ სიგრძის დახრილი, რომელიც ფუძესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და a სმ სიგრძის დახრილი, რომელიც მის გეგმილთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მართობის სიგრძე.

12.3. 1) სიბრტყის გარეთ მდებარე A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AO მართობი და AB დახრილი. დახრილი სიბრტყესთან α სიდიდის კუთხეს ადგენს. იპოვეთ გეგმილის სიგრძე, თუ AB=10სმ, $\cos\alpha = \frac{1}{5}$.



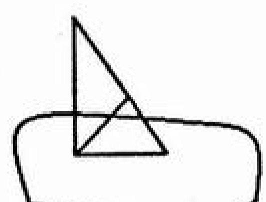
2) სიბრტყის გარეთ მდებარე A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AB დახრილი, რომელიც სიბრტყესთან α სიდიდის კუთხეს ადგენს. იპოვეთ A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული მართობის სიგრძე, თუ AB=6 სმ, $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

3) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AO მართობი და დახრილი, რომელიც სიბრტყესთან α სიდიდის კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დახრილის გეგმილის სიგრძე, თუ AO =8 სმ, $tg\alpha = \frac{1}{2}$.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი და გეგმილი ერთმანეთთან β კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მართობის სიგრძე, თუ გეგმილის სიგრძეა 12სმ და $\sin\beta = \frac{2}{3}$.

12.4. 1) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი. იპოვეთ მართობის გეგმილი დახრილზე, თუ დახრილის სიგრძეა 16 სმ, მართობის – 12 სმ.

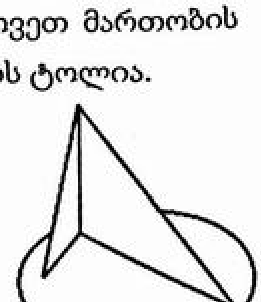
2) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი. იპოვეთ მართობის სიგრძე, თუ დახრილის სიგრძეა 9 სმ, ხოლო ამ მართობის გეგმილი დახრილზე 4 სმ-ის ტოლია.



3) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული მართობი და დახრილი ერთმანეთთან 30°-ის ტოლ კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე, თუ მართობის გეგმილი დახრილზე 4 სმ-ის ტოლია.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული მართობი და დახრილი ერთმანეთთან 45°-ის ტოლ კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ მართობის გეგმილი დახრილზე, თუ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე 6 სმ-ის ტოლია.

12.5. 1) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთაგან ერთი მეორეზე 5 სმ-ით მეტია. მათი გეგმილები სიბრტყეზე 9 სმ და 16 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ დახრილთა სიგრძეები.



2) სიბრტყის გართ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი რომელთა სიგრძეებია 20 სმ და 13 სმ. დიდი დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე 16 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მცირე დახრილის გეგმილი ამავე სიბრტყეზე.

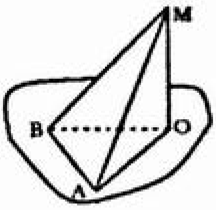
3) სიბრტყის გარეთ მდებარე, წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 29 სმ და $4\sqrt{74}$ სმ. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან სიბრტყემდე, თუ დახრილთა გეგმილების შეფარდებაა 3:4.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან 30°-იან და 45°-იან კუთხეებს ადგენენ. პირველი დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე 3 სმ-ია. იპოვეთ მეორე დახრილის გეგმილის სიგრძე.

5) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან შესაბამისად 30°-ის და 45°-ის ტოლ კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ამ დახრილების სიგრძეების შეფარდება.

6) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული ორი დახრილი სიბრტყესთან შესაბამისად 60°-ის და 45°-ის ტოლ კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ამ დახრილების სიბრტყეზე გეგმილების სიგრძეების შეფარდება.

12.6. 1) სიბრტყიდან $2\sqrt{2}$ სმ-ით დაშორებული M წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული MA და MB დახრილები სიბრტყესთან ადგენენ 30°-იან კუთხეებს, ხოლო ურთიერთშორის 90°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.



2) სიბრტყიდან 2 სმ-ით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილები სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეებს ადგენენ, ხოლო ურთიერთშორის 90°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

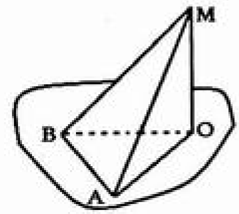
3) სიბრტყიდან $9\sqrt{3}$ სმ-ით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილები ამ წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულ მართობთან 30°-იან კუთხეებს ადგენენ, ხოლო ერთმანეთს შორის 60°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

4) სიბრტყიდან $2\sqrt{2}$ სმ-ით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილები სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან კუთხეებს, ხოლო ურთიერთშორის 120°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილის ფუძეებს შორის.

5) სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილები სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან კუთხეებს, ხოლო ურთიერთშორის 135°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

6) სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილები სიბრტყესთან ადგენენ 30°-იან კუთხეებს, ხოლო ურთიერთშორის 120°-იანს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის.

12.7. 1) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი სიგრძით $3\sqrt{2}$ სმ. დახრილებს შორის კუთხე 60°-ია, ხოლო სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის – 90°. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე.



2) სიბრტყის გარეთ მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი სიგრძით $6\sqrt{2}$ სმ. დახრილებს შორის კუთხე მართია, ხოლო სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის – 120°. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე.

3) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი. დახრილებს შორის კუთხეა 60°, ხოლო სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის α. იპოვეთ იმ კუთხის კოსინუსი, რომელსაც თითოეული დახრილი ადგენს სიბრტყესთან.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი. მათ შორის კუთე 60°-ია, მათ გეგმილებს შორის კუთხე კი მართია. იპოვეთ თითოეულ დახრილსა და სიბრტყეზე მის გეგმილს შორის მდებარე კუთხეები.

5) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენენ, ერთმანეთს შორის კი β კუთხეს. იპოვეთ ამ დახრილების სიბრტყეზე გეგმილებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\beta = \frac{3}{4}$.

6) სიბრტყიდან h მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, რომელთა სიგრძეა $3h$. დახრილის გეგმილებს შორის კუთხეა α. იპოვეთ დახრილებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ $\cos\alpha = \frac{5}{32}$.

12.8. 1) სიბრტყიდან 1 მ მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან და 60°-იან კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან მართ კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილის ფუძეებს შორის.

2) სიბრტყის გარეთ მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან და 30°-იან კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან 135°-იან კუთხეს. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე, თუ დახრილების ფუძეებს შორის მანძილია $2\sqrt{10}$ სმ.

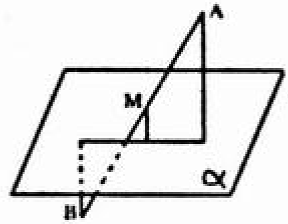
3) სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ α და β კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან მართ კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილების ფუძეებს შორის, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{11}}$.

4) სიბრტყის გარეთ მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან და 30°-იან კუთხეებს. იპოვეთ მათ შორის კუთხის კოსინუსი, თუ მათ გეგმილებს შორის კუთხე მართია.

12.9. 1) 13 სმ-ის სიგრძის მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 11 სმ-ის და 16 სმ-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მონაკვეთის გეგმილი ამ სიბრტყეზე.

2) მონაკვეთი არ კვეთს სიბრტყეს. ამ მონაკვეთის გეგმილი სიბრტყეზე 8 სმ-ია. იპოვეთ მონაკვეთის სიგრძე, თუ მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 20 სმ და 14 სმ-ით.

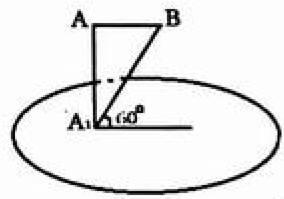
3) AB მონაკვეთი არ კვეთს α სიბრტყეს. მანძილი A წერტილიდან α სიბრტყემდე 10 სმ-ია, ხოლო AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან – 14 სმ. იპოვეთ მანძილი B წერტილიდან α სიბრტყემდე.



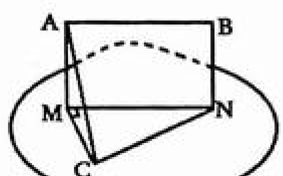
4) AB მონაკვეთი კვეთს α სიბრტყეს. მანძილი A წერტილიდან α სიბრტყემდე 11 სმ-ია, ხოლო B წერტილიდან – 3 სმ. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის M შუაწერტილიდან α სიბრტყემდე.

12.10. 1) სიბრტყის ერთ მხარეს მდებარე M და N წერტილებიდან სიბრტყეზე დაშვებული მართობების სიგრძეებია 10 სმ და 22 სმ. მანძილი ამ მართობების ფუძეებს შორის 16 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი M და N წერტილებს შორის.

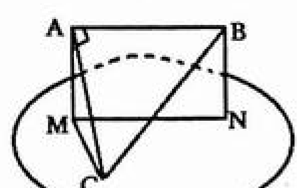
2) სიბრტყის სხვადასხვა მხარეს მდებარე M და N წერტილებიდან სიბრტყეზე დაშვებული მართობების სიგრძეებია 6 სმ და 15 სმ. მანძილი სიბრტყეზე ამ მართობების ფუძეებს შორის 20 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი M და N წერტილებს შორის.



3) AB მონაკვეთი სიბრტყის პარალელურია. A_1 არის A წერტილის გეგმილი ამ სიბრტყეზე. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ AA_1=18 სმ და BA_1 მონაკვეთი სიბრტყესთან ადგენს 60°-ის ტოლი კუთხეს.

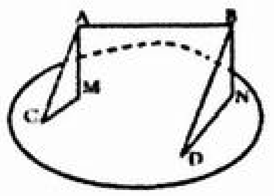


4) სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AM და BM მართობები და AC დახრილი, რომელიც AB მონაკვეთის მართობულია. იპოვეთ CN მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=16 სმ, AC=15 სმ, BN=9 სმ.

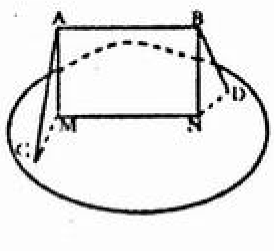


12.11. 1) სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AM და BN მართობები და AC დახრილი, რომელიც AB მონაკვეთის მართობულია. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=3 სმ, AM=2 სმ, $\angle ACM$ =30°.

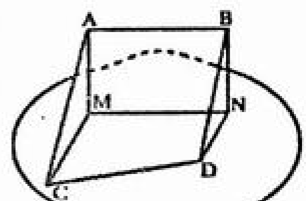
2) სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AC და BD დახრილები. AC დახრილის სიგრძეა $4\sqrt{2}$ სმ და ის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ BD დახრილის მიერ სიბრტყესთან შედგენილი კუთხის სიდიდე, თუ BD =8 სმ.



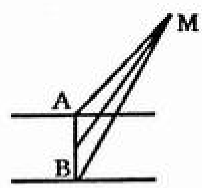
3) სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან AB-ს მართობულად, მისგან სხვადასხვა მიმართულებით, გავლებულია ტოლი AC და BD დახრილებით. AM და BN მონაკვეთის ბოლოებიდან სიბრტყისადმი გავლებული მართობებია. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=12 სმ, AC=10 სმ, AM=8 სმ.



4) სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან AB-ს მართობულად, მისგან ერთი მიმართულებით, გავლებულია AC და BD დახრილები. BD დახრილი სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს, ხოლო $AC=4\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=8 სმ და მანძილი A წერტილიდან სიბრტყემდე 4 სმ-ია.



12.12. 1) სიბრტყეზე მოცემულია ორი პარალელური წრფე, რომელთა შორის მანძილი 16 სმ-ია. M წერტილი თანაბრადაა დაშორებული ამ წრფეებიდან და 6 სმ-ის ტოლი მანძილით – ამ სიბრტყიდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან წრფემდე.

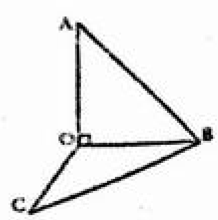


2) სიბრტყეზე მოცემული, ორი პარალელური წრფე, M წერტილი 15 სმ-ის ტოლი მანძილით არის დაშორებული თითოეული წრფიდან და 12 სმ მანძილით სიბრტყიდან. იპოვეთ მანძილი პარალელურ წრფეებს შორის.

3) ორ პარალელურ სიბრტყეს შორის მოქცეული ორი მონაკვეთის სიგრძეებია, შესაბამისად 15 სმ და 20 სმ. პირველი მონაკვეთის გეგმილი ერთ-ერთ სიბრტყეზე 9 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მეორე მონაკვეთის გეგმილი იმავე სიბრტყეზე.

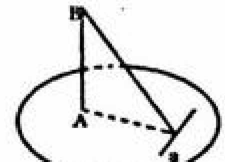
4) ორ პარალელურ სიბრტყეს შორის მოქცეული ორი მონაკვეთის სიგრძეების შეფარდებაა 25:17. პირველი მონაკვეთის გეგმილი ერთ-ერთ სიბრტყეზე 20 სმ-ია, ხოლო მეორე მონაკვეთის გეგმილი იმავე სიბრტყეზე 8 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი ამ სიბრტყეებს შორის.

12.13. 1) OA, OB და OC მონაკვეთები წყვილ-წყვილად მართობულია. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე, თუ OA=8 სმ, AB=10 სმ,$OC=\sqrt{13}$ სმ.



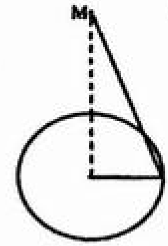
2) OA, OB და OC მონაკვეთები წყვილ-წყვილად მართობულია. იპოვეთ AC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=10 სმ, OB=6 სმ, OC=4 სმ.

3) 12 სმ სიგრძის AB მონაკვეთის A ბოლოზე გავლებულია მისი მართობული სიბრტყე. ამ სიბრტყეზე აღებულია რაიმე a წრფე. იპოვეთ მანძილი B წერტილიდან a წრფემდე, თუ მანძილი A წერტილიდან a წერტილამდე 9 სმ-ის ტოლია.



4) AB მონაკვეთის A ბოლოზე გავლებულია მისი მართობული სიბრტყე. ამ სიბრტყეზე აღებულია რაიმე a წრფე. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ A და B წერტილები წრფიდან დაშორებულია შესაბამისად 20 სმ და 25 სმ-ით.

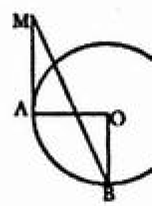
12.14. 1) სიბრტყეზე მოცემულია წრეწირი, რომლის სიგრძეა 18π სმ. M წერტილი წრეწირის წერტილებიდან დაშორებულია 15 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სიბრტყემდე.



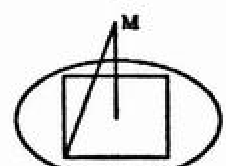
2) წრის ცენტრიდან მისი სიბრტყისადმი აღმართულია მართობი, რომლის სიგრძეა 4 სმ. იპოვეთ მანძილი მართობის ბოლოდან წრეწირის წერტილებამდე, თუ წრის ფართობია 9π სმ^2.

3) სიბრტყეზე მოცემულია წრეწირი, რომლის რადიუსია 4 სმ. წრეწირის წერტილიდან სიბრტყისადმი აღმართულია 4 სმ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მართობის ბოლოდან წრეწირის წერტილებამდე მანძილებს შორის უდიდესი.

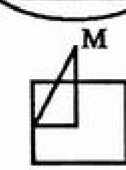
4) სიბრტყეზე მოცემულია O ცენტრის მქონე წრეწირი, რომლის სიგრძეა 4π სმ. წრეწირის A წერტილიდან აღმართულია სიბრტყის AM მართობი. OB რადიუსი OA რადიუსის მართობულია. იპოვეთ AMB სამკუთხედის ფართობი, თუ $AM = 2\sqrt{2}$ სმ.



12.15. 1) M წერტილიდან კვადრატის თითოეულ წვერომდე მანძილია 10 სმ. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან კვადრატის სიბრტყემდე, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა $8\sqrt{2}$ სმ.



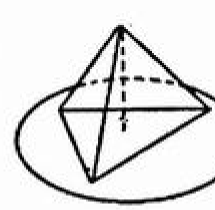
2) M წერტილიდან კვადრატის თითოეულ გვერდამდე მანძილია 25 სმ. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან კვადრატის სიბრტყემდე, თუ კვადრატის დიაგონალის სიგრძეა $40\sqrt{2}$ სმ.



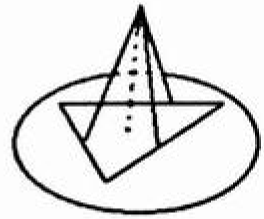
3) $ABCD$ კვადრატის A წერტილიდან აღმართულია $2\sqrt{7}$ სიგრძის კვადრატის სიბრტყის AM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან კვადრატის მოპირდაპირე წვერომდე, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 6 სმ.

4) $ABCD$ კვადრატის AB გვერდის K შუაწერტილიდან აღმართულია კვადრატის სიბრტყის KM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან C წვერომდე, თუ $AB=KM = 4$ სმ.

12.16. 1) წესიერი სამკუთხედის ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია 4 სმ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მანძილი მართობის ბოლოდან სამკუთხედის წვეროებამდე, თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეს $3\sqrt{3}$ სმ.



2) წესიერი სამკუთხედის ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია $2\sqrt{5}$ სმ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მანძილი მართობის ბოლოდან სამკუთხედის გვერდებამდე, თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $12\sqrt{3}$ სმ.



3) სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრიდან ამ სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია 20 სმ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მანძილი ამ მართობის ბოლოდან სამკუთხედის გვერდამდე, თუ წრეწირის რადიუსია 21 სმ.

4) სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრიდან ამ სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია 20 სმ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მანძილი ამ მართობის ბოლოდან სამკუთხედის წვეროებამდე, თუ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 30π სმ.

12.17. 1) წესიერი სამკუთხედის გვერდი 6 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყემდე იმ წერტილიდან, რომელიც სამკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია $4\sqrt{3}$ სმ-ის ტოლი მანძილით.

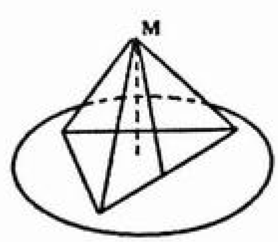
2) წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა 12 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყემდე იმ წერტილიდან, რომელიც სამკუთხედის თითოეული გვერდიდან დაშორებულია $2\sqrt{15}$ სმ-ით.

3) მოცემული წერტილი წესიერი სამკუთხედის სიბრტყიდან 12 სმ-ის ტოლი მანძილითაა დაშორებული. მონაკვეთები, რომლებიც ამ წერტილს სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებთან აერთებს სამკუთხედის სიბრტყესთნ $45°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდების სიგრძე.

4) წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძე $6\sqrt{3}$ სმ-ის ტოლია. M წერტილი ისეა შერჩეული, რომ მონაკვეთები, რომლებიც მას სამკუთხედის წვეროებთან აერთებს, სამკუთხედის სიბტყესთან $60°$-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე.

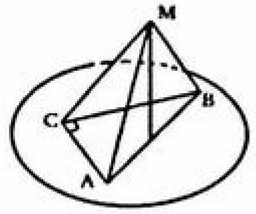
12.18. 1) წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $12\sqrt{3}$ სმ. M წერტილი ისეა აღებული, რომ მონაკვეთები, რომლებიც მას სამკუთხედის წვეროებთან აერთებს, სამკუთხედის სიბრტყესთან α კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ $tg\alpha = 2$.

2) წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $18\sqrt{3}$ სმ. M წერტილი ისეა აღებული, რომ მონაკვეთები, რომლებიც მას სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებთან აერთებს სამკუთხედის სიბრტყესთან α კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ ამ მონაკვეთების სიგრძეები, თუ $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.



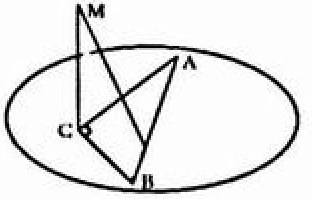
3) მოცემული წერტილი წესიერი სამკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია 20 სმ-ის ტოლი მანძილით, თითოეული გვერდიდან კი 16-ის ტოლი მანძილით. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდის სიგრძე.

4) მოცემული წერტილი წესიერი სამკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია 5 სმ-ით, თითოეულ გვერდიდან კი – $\sqrt{13}$ სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

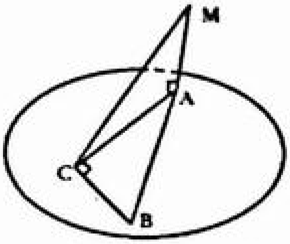


12.19. 1) ABC მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ. M წერტილი სამკუთხედის სიბრტყიდან დაშორებულია $2\sqrt{6}$ სმ-ით და თანაბრადაა დაშორებული სამკუთხედის წვეროებიდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე.

2) M წერტილი 10 სმ მანძილითაა დაშორებული ABC მართკუთხა სამკუთხედის თითოეული წვეროდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ ABC სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილი მართი კუთხის წვეროდან დაშორებულია 4 სმ-ით.



3) ABC მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის წვეროდან აღმართულია 1 მ სიგრძის სამკუთხედის სიბრტყის CM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან ჰიპოტენუზამდე, თუ სამკუთხედის კათეტებია 3 მ და 4 მ.



4) ABC მართკუთხა სამკუთხედის A მახვილი კუთხის წვეროდან აღმართულია სამკუთხედის სიბრტყის AM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC კათეტამდე, თუ AB=13 სმ, BC=12 სმ, AM=5 სმ.

12.20. 1) ABC სამკუთხედის სიბრტყის გარეთ მდებარე M წერტილი სამკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია 5-ის ტოლი მანძილით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ $BC=4\sqrt{3}$ და $\angle BAC=120°$.

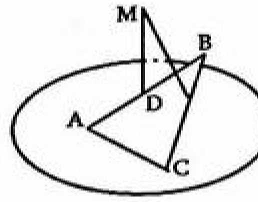
2) M წერტილი თანაბრადაა დაშორებული ABC სამკუთხედის თითოეული წვეროდან და 24 სმ მანძილითაა დაშორებული სამკუთხედის სიბრტყიდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე, თუ AB=8 სმ, $\sin\angle ACB=\dfrac{2}{5}$.

3) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყემდე იმ წერტილიდან, რომელიც სამკუთხედის თითოეული გვერდიდან დაშორებულია $\sqrt{29}$ სმ მანძილით.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 16 სმ, ხოლო ფერდის – 10 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყემდე იმ წერტილიდან, რომელიც სამკუთხედის თითოეული გვერდიდან დაშორებული 8 სმ-ის ტოლი მანძილით.

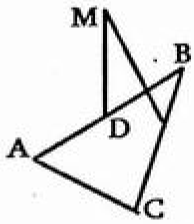
12.21. 1) ABC წესიერი სამკუთხედის A წვეროდან აღმართულია სამკუთხედის სიბრტყის AM მართობი, რომლის სიგრძეა 8 სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ.

2) ABC წესიერი სამკუთხედის AB გვერდის D შუაწერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია DM მართობი, რომლის სიგრძეა 4 სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ.



3) ABC სამკუთხედის A კუთხის წვეროდან აღმართულია სამკუთხედის სიბრტყის მართობული 16 სმ სიგრძის AM მონაკვეთი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ AB=15 სმ, BC=14 სმ, AC=13 სმ.

4) ABC სამკუთხედის AB გვერდის D შუაწერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია DM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ AB=10 სმ, BC=21 სმ, AC=17 სმ, DM=3 სმ.



12.22. 1) $ABCD$ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. მართკუთხედის დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილიდან აღმართულია მართკუთხედის სიბრტყის OM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან მართკუთხედის წვერომდე, თუ $OM = 2\sqrt{6}$ სმ.

2) $ABCD$ მართკუთხედში AB=3 სმ, AD=4 სმ. A წვეროდან აღმართულია მართკუთხედის სიბრტყის AM მართობი, რომლის სიგრძეა 4 სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC და CD გვერდამდე.

3) $ABCD$ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია AB=4 სმ, BC=8 სმ. AB გვერდის E შუაწერტილიდან აღმართულია მართკუთხედის სიგრძის EM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან D წერტილამდე, თუ $EM=\sqrt{13}$ სმ.

4) მართკუთხედის ერთი წვეროდან მართკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია მართობი. ამ მართობის ბოლო მართკუთხედის დანარჩენი წვეროებიდან დაშორებულია 5 სმ-ით, $3\sqrt{5}$ სმ-ით და $\sqrt{61}$ სმ-ით. იპოვეთ მართობის სიგრძე.

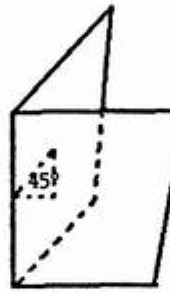
12.23. 1) წესიერი სამკუთხედის წვეროები დაშორებულია სიბრტყიდან 11 სმ, 19 სმ და 24 სმ-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან ამ სიბრტყემდე.

2) ABC სამკუთხედში $\angle B$=120°. B კუთხის წვეროზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც AC გვერდის პარალელურია და ამ გვერდიდან დაშორებულია 1 მ-ით. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ BC და AB გვერდების გეგმილები ამ სიბრტყეზე 2 მ-ის ტოლია.

3) პარალელოგრამის გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც პარალელოგრამის მოპირდაპირე გვერდიდან დაშორებულია 10 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან ამ სიბრტყემდე.

4) ტრაპეციის ფუძეების შეფარდებაა 2:3. ამ ტრაპეციის დიდ ფუძეზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც მცირე ფუძიდან დაშორებულია 10 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ტრაპეციების დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან ამ სიბრტყემდე.

12.24. 1) 45°-იანი ორწახნაგა კუთხის ერთ-ერთ წახნაგზე მოცემულია წერტილი, რომელიც მეორე წახნაგიდან დაშორებულია $5\sqrt{2}$ სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან ორწახნაგა კუთხის წიბომდე.



2) ორწახნაგა კუთხის ერთ-ერთ წახნაგზე აღებული წერტილი ორჯერ მეტი მანძილითაა დაშორებული წიბოდან, ვიდრე მეორე წახნაგიდან. იპოვეთ ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

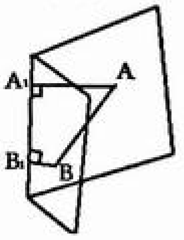
3) 60°-იანი ორწახნაგა კუთხის ერთ-ერთ წახნაგზე მოცემული წერტილი მეორე წახნაგიდან დაშორებულია a მანძილით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან ორწახნაგა კუთხის წიბომდე.

4) α სიდიდის ორწახნაგა კუთხის ერთ-ერთ წახნაგზე მოცემულია წერტილი, რომელიც წიბოდან დაშორებულია 12 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან მეორე წახნაგამდე, თუ $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

12.25. 1) 60°-იანი ორწახნაგა კუთხის შიგნით აღებულია წერტილი, რომელიც ორივე წახნაგიდან დაშორებულია 10 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან წიბომდე.

2) ორწახნაგა კუთხის ერთ წახნაგზე აღებული ორი წერტილი წიბოდან დაშორებულია 33 სმ-ით და 22 სმ-ით. მანძილი პირველი წერტილიდან მეორე სიბრტყემდე 6 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი მეორე წერტილიდან მეორე სიბრტყემდე.

3) ორწახნაგა კუთხის სხვადასხვა წახნაგზე მდებარე A და B წერტილებიდან კუთხის წიბოზე დაშვებულია AA_1 და BB_1 მართობები. იპოვეთ მანძილი A და B წერტილებს შორის, თუ $AA_1=2\sqrt{3}$ სმ, $BB_1=2$ სმ, $A_1B_1=3$ სმ.

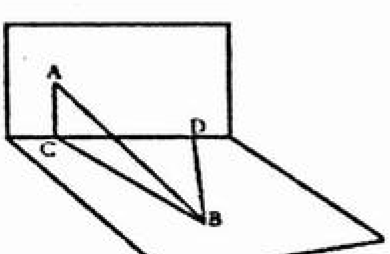


4) 60°-ის ტოლი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე M და N წერტილებიდან სხვადასხვა წახნაგზე გავლებულია წიბოს მართობები MA და NB. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ $MA=4$ სმ, $NB=2$ სმ, $MN=2\sqrt{2}$ სმ.

12.26. ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეში მდებარე A და B წერტილებიდან ამ სიბრტყეების ურთიერთ-გადაკვეთის წრფეზე დაშვებულია AC და BD მართობები. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ:

1) $AC=4$ სმ, $BD=4$ სმ, $CD=2$ სმ,

2) $AD=5$ სმ, $CD=1$ სმ, $BC=2\sqrt{3}$ სმ.



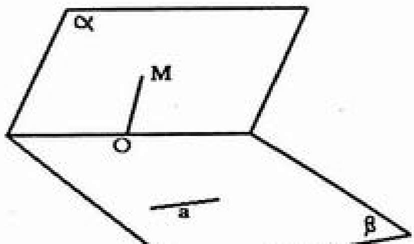
12.27. 1) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის სიგრძეა a. იპოვეთ მანძილი მართი კუთხის წვეროდან იმ სიბრტყემდე, რომელიც ჰიპოტენუზაზე გადის და სამკუთხედის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს.

2) ტოლგვერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა $8\sqrt{3}$ სმ, ხოლო ფერდის – 8 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის წვეროდან იმ სიბრტყემდე, რომელიც სამკუთხედის ფუძეზე გადის და სამკუთხედის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს.

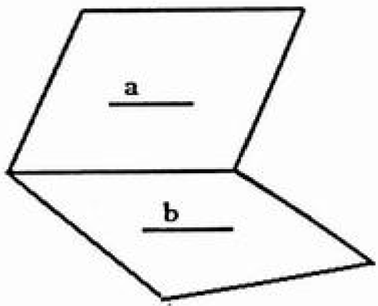
3) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი მართი კუთხის წვეროდან იმ სიბრტყემდე, რომელიც ჰიპოტენუზაზე გადის და სამკუთხედის სიბრტესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.

4) ABC სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია AB=13 სმ, BC=15 სმ, AC=14 სმ. AC გვერდზე გადის სიბრტყე, რომელიც სამკუთხედის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მანძილი B წერტილიდან ამ სიბრტყემდე.

12.28. 1) α და β სიბრტყეები ურთიერთთანამკვეთია და მათ შორის კუთხე 60°-ის ტოლია. α სიბრტყეზე მდებარე M წერტილი სიბრტყეების თანაკვეთის წრფიდან დაშორებულია 4 სმ-ით, ხოლო ეს წრფე, β სიბრტყეზე მდებარე მისი პარალელური a წრფიდან – 6 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან a წრფემდე.

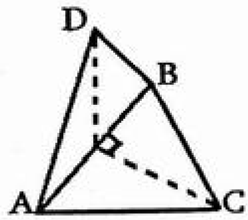


2) a და b წრფეები ძევს ურთიერთგადამკვეთ ორ სიბრტყეზე, რომელთა შორის კუთე 45°-ია. ეს წრფეები სიბრტყეების გადაკვეთის წრფიდან დაშორებულია $4\sqrt{2}$ სმ-ით და 6 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი a და b წრფეებს შორის.



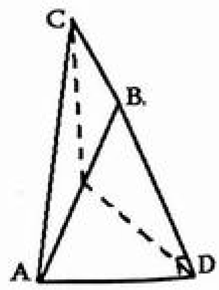
3) ორ მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედს საერთო ჰიპოტენუზა აქვთ და მათი სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი მართი კუთხეების წვეროებს შორის, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა $6\sqrt{2}$ სმ.

4) ABC და ABD მართკუთხა სამკუთხედების სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. AB არის ამ სამკუთხედების საერთო ჰიპოტენუზა. იპოვეთ მანძილი C და D წერტილებს შორის, თუ $AC=AD=2$ სმ, $BC=BD=2\sqrt{3}$.



5) ორ ტოლფერდა სამკუთხედს აქვთ საერთო ფუძე და მათ სიბრტყეებს შორის კუთხე 120°-ია. საერთო ფუძის სიგრძეა 24 სმ. ერთი სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 13 სმ, ხოლო მეორე სამკუთხედის ფერდები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედების წვეროებს შორის.

6) ორ ტოლფერდა სამკუთხედს აქვს 16 სმ სიგრძის საერთო ფუძე. ერთი სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 17 სმ, ხოლო მეორე სამკუთხედის ფერდები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ კუთხე სამკუთხედების სიბრტყეებს შორის, თუ სამკუთხედების წვეროებს შორის მანძილია 13 სმ.



რთული ამოცანები

12.29. 1) მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე გამავალი სიბრტყე კათეტებთან შეადგენს 30°-იან და 45°-იან კუთხეებს. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც ეს სიბრტყე სამკუთხედის სიბრტყესთან შეადგენს.

2) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტი α სიბრტყეზეა, ხოლო მეორე კათეტი ამ სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც ჰიპოტენუზა ადგენს α სიბრტყესთან.

3) AB დახრილი α სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის და ამავე დროს α სიბრტყეზე მდებარე AC წრფე, AB დახრილის გეგმილთან ამ სიბრტყეზე ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ BAC კუთხის სიდიდე.

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდზე გამავალი სიბრტყე სამკუთხედის ფუძესთან ადგენს α კუთხეს, ხოლო მეორე ფერდთან β კუთხეს. იპოვეთ კუთხე ამ სიბრტყესა და სამკუთხედის სიბრტყეს შორის, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin\beta=\frac{1}{3}$.

12.30. 1) კვადრატის ერთ-ერთ გვერდზე გავლებული სიბრტყე კვადრატის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის. იპოვეთ იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც კვადრატის დიაგონალი ამ სიბრტყესთან ადგენს.

2) α სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი ამ სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. დახრილის ფუძეზე α სიბრტყეში გავლებულია წრფე, რომელიც დახრილის გეგმიდან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ წრფესა და დახრილს შორის კუთხის სიდიდე.

3) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციის BC მცირე ფუძის სიგრძეა 1 სმ. ეს ფუძე AD დიდ ფუძეზე გავლებული სიბრტყიდან დაშორებულია 4 სმ-ით. ამ სიბრტყეზე დიაგონალების გეგმილების სიგრძეებია 6 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფერდის გეგმილი ამ სიბრტყეზე.

4) რომბის ერთ გვერდზე გავლებულია სიბრტყე. ამ სიბრტყეზე რომბის გვერდების გეგმილებია 3 სმ, 5 სმ და 3 სმ. იპოვეთ რომბის დიაგონალების გეგმილები ამ სიბრტყეზე, თუ რომბის მახვილი კუთხის სიდიდეა 60°.

5) α სიბრტყის პარალელურად გავლებულია AB მონაკვეთი, რომელიც α სიბრტყისგან დაშორებულია a მანძილით. AB მონაკვეთზე გავლებულია β სიბრტყე, რომელიც α სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. β სიბრტყეში AB მონაკვეთთან 45°-ით გავლებულია წრფე. იპოვეთ ამ წრფის მონაკვეთის სიგრძე AB-სა და α სიბრტყე შორის.

6) m სიგრძის AB მონაკვეთი α სიბრტყეზე ძევს. სიბრტყის ერთ მხარეს მდებარე AC და BD მონაკვეთების სიგრძეებია n. ამასთან AC მონაკვეთი α სიბრტყის მართობულია, BD კი AB-ს მართობულია და α სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ მანძილი C და D წერტილებს შორის.

ამოცანები დამტკიცებაზე

12.31. 1) აჩვენეთ, რომ მონაკვეთის ბოლოები ტოლი მანძილებითაა დაშორებული ამ მონაკვეთის შუაწერტილზე გავლებული ნებისმიერი სიბრტყიდან.

2) $ABCD$ მართკუთხედის სიბრტყისადმი A წვეროდან გავლებულია AM მართობი. აჩვენეთ, რომ MBC და MDC სამკუთხედები მართკუთხაა.

3) $ABCD$ პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილიდან გავლებულია OM მონაკვეთი ისე, რომ $MA=MC$ და $MB=MD$. აჩვენეთ, რომ OM სხივი პარალელოგრამის სიბრტყის მართობულია.

4) აჩვენეთ, რომ თუ ორწახნაგა კუთხის წახნაგების გადამკვეთი წრფე ერთი და იმავე კუთხეს ადგენს წახნაგებთან, მაშინ გადაკვეთის წერტილები ტოლი მანძილებით არის დაშორებული წიბოდან.

12.32. 1) მონაკვეთის შუაწერტილზე გავლებულია სიბრტყე. აჩვენეთ, რომ ამ მონაკვეთის ბოლოები ერთნაირადაა დაშორებული ამ სიბრტყიდან.

2) სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრზე გავლებულია წრფე, რომელიც სამკუთხედის სიბრტყის მართობულია. აჩვენეთ, რომ ამ წრფის ყოველი წერტილი ერთნაირადაა დაშორებული სამკუთხედის გვერდებიდან.

3) პარალელოგრამის დიაგონალზე გავლებულია სიბრტყე. აჩვენეთ რომ მეორე დიაგონალის ბოლოები ერთნაირადაა დაშორებული ამ სიბრტყიდან.

4) a წრფეზე მდებარე M წერტილზე გავლებულია ამ წრფის მართობული β სიბრტყე და b წრფე. აჩვენეთ, რომ b წრფე β სიბრტყეში ძევს.

5) სიბრტყეზე მდებარე კუთხის წვეროზე გავლებულია სხივი, რომელიც კუთხის გვერდებთან ტოლ მახვილ კუთხეებს ქმნის. აჩვენეთ, რომ ამ სხივის გეგმილი სიბრტყეზე მოცემული კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს.

6) სიბრტყე გადის კუთხის ბისექტრისაზე. აჩვენეთ, რომ კუთხის გვერდები ერთნაირადაა დახრილი ამ სიბრტყისადმი.

ტესტი 12.1

1. მოცემული წერტილიდან სიბრტისადმი გავლებული დახრილის სიგრძეა 17 სმ, ხოლო მისი გეგმილი ამ სიბრტყეზე 15 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე.

ა) 6 სმ ბ) 7 სმ გ) 8 სმ დ) 10 სმ

2. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი. დახრილის სიგრძე ორჯერ მეტია მართობის სიგრძეზე. იპოვეთ კუთხე დახრილსა და სიბრტყეზე მის გეგმილს შორის.

ა) 20° ბ) 30° გ) 45° დ) 60°

3. სიბტყიდან 8 სმ-ით დაშორებული წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი, რომლებიც ერთმანეთთან 60°-იან კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

ა) 16 სმ ბ) 18 სმ გ) 24 სმ დ) $8\sqrt{3}$ სმ

4. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეების შეფარდებაა 10:17. პირველი დახრილის გეგმილია 12 სმ, ხოლო მეორის – 30 სმ. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან ამ სიბრტყემდე.

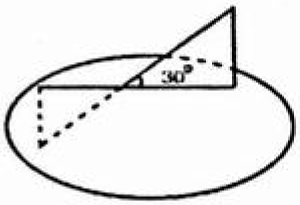
ა) 24 სმ ბ) 20 სმ გ) 18 სმ დ) 16 სმ

5. ორი განსხვავებული a და b წრფე α სიბრტყის მართობულია. ქვემოთ ჩამოთვლილი წინადადებებიდან რომელიც აუცილებლად ჭეშმარიტი?

ა) a და b წრფეები აცდენილია ბ) a და b ურთიერთმართობულია

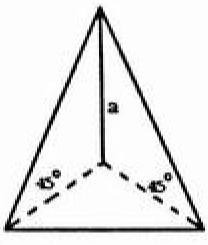
გ) a და b წრფეები პარალელურია დ) a და b წრფეები თანამკვეთია

6. მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს და მასთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ მონაკვეთის სიგრძე, თუ მისი ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 3 სმ და 4 სმ-ით.



ა) 6 სმ ბ) 8 სმ გ) 14 სმ დ) 18 სმ

7. სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენენ, ხოლო ერთმანეთთან მართ კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილის ბოლოებს შორის.



ა) $a\sqrt{2}$ ბ) $2a$ გ) $2\sqrt{2}a$ დ) a

8. წერტილი $2a$ მანძილითაა დაშორებული a რადიუსის მქონე წრეწირის ნებისმიერი წერტილიდან. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან წრეწირის სიბრტყემდე.

ა) a ბ) $a\sqrt{2}$ გ) $2a$ დ) $a\sqrt{3}$

9. ვთქვათ a არის α და β მართობული სიბრტყეების გადაკვეთის წრფე. ქვემოთ ჩამოთვლილ წინადადებებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

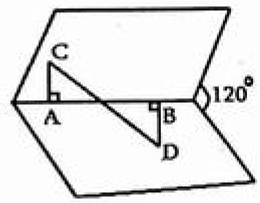
ა) თუ b წრფე მართობულია a წრფის, მაშინ b მართობულია α სიბრტყის.

ბ) თუ b წრფე β სიბრტყეშია, ხოლო c წრფე α სიბრტყეში, მაშინ b მართობულია c-სი.

გ) თუ b და c პარალელური წრფეებია და $b \perp a$, მაშინ $c \perp a$.

დ) თუ b არის β სიბრტყეში მდებარე a წრფის მართობული წრფე, მაშინ b წრფე α სიბრტყის მართობულია.

10. A და B არის 120°-იანი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე წერტილები. AC და BD სხვადასხვა წახნაგზე გავლებული მართობებია. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB=AC=BD=a$.



ა) a ბ) $3a$ გ) $2a$ დ) $a\sqrt{3}$

11. თუ a და b ურთიერთგადამკვეთი წრფეები L სიბრტყის გარეთ მდებარეობს და ამ სიბრტყის პარალელურია, ხოლო M სიბრტყე გადის a და b წრფეებზე, მაშინ

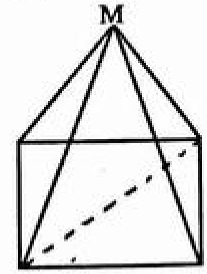
ა) L და M სიბრტყეები მართობულია.

ბ) L და M-ის თანაკვეთა არის L სიბტყეზე b წრფის მართობული გეგმილის პარალელური წრფე.

გ) L და M სიბრტყეების თანაკვეთა არის a წრფის გეგმილი L სიბრტყეზე.

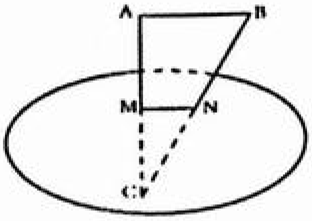
დ) L და M სიბრტყეები არ იკვეთება.

12. M წერტილი მართკუთხედის ყველა წვეროდან დაშორებულია 8 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან მართკუთხედის სიბრტყემდე, თუ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა $8\sqrt{3}$ სმ.



ა) 4 სმ ბ) $4\sqrt{2}$ სმ გ) $4\sqrt{3}$ სმ დ) 6 სმ

13. ABC სამკუთხედის გვერდის პარალელური სიბრტყე AC და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AM:MC$=3:4 და AB=21 სმ.

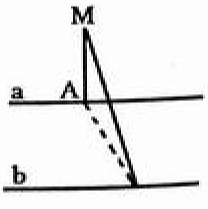


ა) 9 სმ ბ) 12 სმ გ) 13 სმ დ) 14 სმ

14. სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული ორი დახრილი სიბრტყესთან შესაბამისად 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ამ დახრილების სიგრძეების შეფარდება

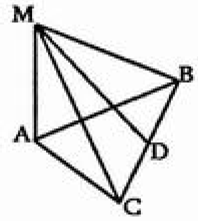
ა) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ ბ) $\sqrt{3}:2$ გ) $1:\sqrt{3}$ დ) $\sqrt{3}:1$

15. a და b პარალელური წრფეები α სიბრტყეზე მდებარეობს. A წერტილი a წრფეზე მდებარეობს, ხოლო AM არის α სიბრტყის მართობი. იპოვეთ მანძილი a და b წრფეებს შორის, თუ AM=6 სმ, ხოლო M წერტილიდან b წრფემდე მანძილია 8 სმ.



ა) $2\sqrt{5}$ სმ ბ) $2\sqrt{6}$ სმ გ) $2\sqrt{7}$ სმ დ) $4\sqrt{5}$ სმ

16. წესიერი ABC სამკუთხედის A წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AM მართობი. იპოვეთ AM მართობის სიგრძე, თუ M წერტილი B და C წვეროებიდან დაშორებულია $\sqrt{13}$ -თი, ხოლო BC გვერდიდან $2\sqrt{3}$ -ით.



ა) $\sqrt{3}$ ბ) 3 გ) $3\sqrt{2}$ დ) $3\sqrt{3}$

17. მართი ორწახნაგა კუთხის შიგნით მდებარე წერტილი ერთი წახნაგიდან დაშორებულია 8 სმ-ით. M წერტილის წიბოსთან შემაერთებელი მონაკვეთი ამ წახნაგთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან მეორე წახნაგამდე, თუ $tg\alpha = \frac{1}{2}$.

ა) 16 სმ ბ) 18 სმ გ) 10 სმ დ) 8 სმ

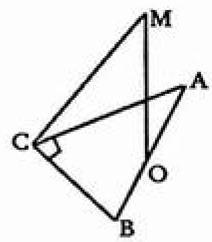
18. $ABCD$ კვადრატის A წვეროდან აღმართულია კვადრატის სიბრტყის მართობი AM, რომლის სიგრძეა 4 სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 2 სმ.

ა) $3\sqrt{2}$ სმ ბ) $2\sqrt{6}$ სმ გ) 3 სმ დ) $2\sqrt{5}$ სმ

19. M წერტილი 4 სმ-ის ტოლი მანძილითაა დაშორებული ABC სამკუთხედის ყველა წვეროდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან ABC სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ $AC=2\sqrt{3}$ სმ, BC=4 სმ, $\angle ACB$ =30°.

ა) $2\sqrt{2}$ სმ ბ) 2 სმ გ) $2\sqrt{3}$ სმ დ) 3 სმ

20. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის O შუაწერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია OM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან მართი კუთხის C წვერომდე, თუ BC=8 სმ, $\sin\angle BAC = \frac{2}{5}$, OM=24 სმ.



ა) 26 სმ ბ) 25 სმ გ) 27 სმ დ) 28 სმ

ტესტი 12.2

1. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილის სიგრძეა 30 სმ. იპოვეთ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე, თუ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე 18 სმ-ია.

   ა) 20 სმ   გ) 22 სმ   გ) 24 სმ   დ) 25 სმ

2. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი. დახრილის სიგრძე ორჯერ მეტია სიბრტყეზე მისი გეგმილის სიგრძე. იპოვეთ კუთხე დახრილსა და მის გეგმილს შორის.

   ა) 20°   ბ) 30°   გ) 45°   დ) 60°

3. სიბტყიდან 4 სმ-ით დაშორებული წერტილიდან ამ სიბტყისადმი გავლებულია მართობი და დახრილი, რომლებიც ერთმანეთთან 45°-იან კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

   ა) $4\sqrt{2}$ სმ   ბ) 8 სმ   გ) $4\sqrt{3}$ სმ   დ) 2 სმ

4. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 26 სმ და 20 სმ. პირველი დახრილის გეგმილი ამ სიბრტყეზე 24 სმ-ია. იპოვეთ მეორე დახრილის გეგმილი ამავე სიბრტყეზე.

   ა) 10 სმ   ბ) $10\sqrt{3}$ სმ   გ) 12 სმ   დ) $12\sqrt{2}$ სმ

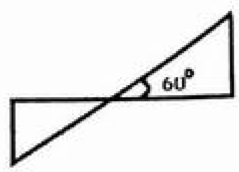
5. a და b აცდენილი წრფეებია. ქვემოთ ჩამოთვლილი წინადადებებიდან რომელია აუცილებლად ჭეშმარიტი?

   ა) a წრფე პარალელურია b წრფის;   ბ) a და b-ს საერთო წერტილი აქვთ;

   გ) a და b-ზე შეიძლება სიბრტყის გავლება;

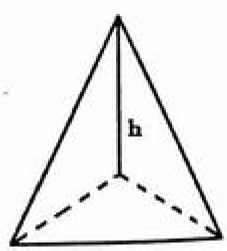
   დ) a და b-ს არა აქვთ საერთო წერტილი.

6. მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 18 სმ, კვეთს სიბრტყეს და მასთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ მონაკვეთის გეგმილი სიბრტყეზე.



   ა) 6 სმ   ბ) 10 სმ   გ) 9 სმ   დ) 12 სმ

7. სიბრტყიდან h მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენენ, ხოლო ერთმანეთთან 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილთა ფუძეებს შორის.



   ა) $h\sqrt{2}$ ბ) $2\sqrt{2}h$ გ) h დ) $2h$

8. წერტილი a მანძილითაა დაშორებული a გვერდის მქონე წესიერი სამკუთხედის ყველა წვეროდან. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

   ა) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ ბ) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ გ) $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ დ) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

9. a და b არიან β სიბრტყეში მდებარე წრფეები. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი:

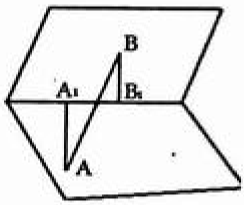
ა) თუ a და b ურთიერთპარალელურია და თითოეული მათგანი α სიბრტყის პარალელურია, მაშინ α და β სიბრტყეები პარალელურია

ბ) თუ a და b წრფეებიდან თითოეული α სიბრტყეს პარალელურია, მაშინ α და β სიბრტყეები პარალელურია.

გ) თუ a და b ურთიერთმართობული წრფეებია და a წრფე α სიბრტყის მართობულია, მაშინ b წრფეც α სიბრტყის მართობულია.

დ) a და b არიან α სიბრტყის პარალელური თანამკვეთი წრფეები, მაშინ α და β სიბტყეები პარალელური.

10. 60°-ის ტოლი ორწახნაგა კუთხის წახნაგებზე მდებარე A და B წერტილებიდან ორწახნაგა კუთხის წიბოზე დაშვებულია AA_1 და BB_1 მართობები (იხ. ნახაზი). გამოთვალეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ AA_1=3 სმ, BB_1=4 სმ, $A_1B_1=\sqrt{3}$ სმ.



ა) $2\sqrt{3}$ სმ ბ) $3\sqrt{3}$ სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

11. თუ L და M ერთმანეთისგან განსხვავებული პარალელური სიბრტყეებია, ხოლო N სიბრტყე L და M სიბრტყეებს შესაბამისად a და b წრფეებზე კვეთს, მაშინ

ა) a და b წრფეები M სიბრტყეზე იკვეთებიან.

ბ) a და b წრფეები N სიბრტყეზე იკვეთებიან.

გ) a და b მართობული წრფეებია.

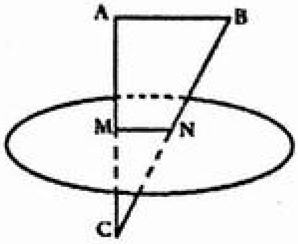
დ) a და b პარალელური წრფეებია.

12. M წერტილი მართკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია $4\sqrt{5}$ სმ-ით, ხოლო მართკუთხედის სიბრტყიდან – 4 სმ-ით. იპოვეთ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე.

ა) 16 სმ ბ) 18 სმ გ) 12 სმ დ) 20 სმ

13. ABC სამკუთხედის AB გვერდის პარალელური სიბრტყე AC და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ $BN:NC$=2:3 და MN=15 სმ.

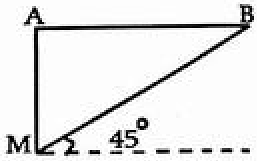
ა) 20 სმ ბ) 25 სმ გ) 26 სმ დ) 30 სმ



14. სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია შესაბამისად 5a და 3 a. იპოვეთ სიბრტყეზე ამ დახრილების გეგმილების შეფარდება.

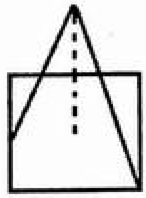
ა) $\sqrt{2}:1$ ბ) $\sqrt{3}:1$ გ) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ დ) $\sqrt{5}:\sqrt{2}$

15. 4 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი სიბრტყის პარალელურია. M არის A წერტილის გეგმილი სიბრტყეზე. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთსა და სიბრტყეს შორის, თუ BM მონაკვეთი სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.



ა) 2 სმ ბ) $2\sqrt{2}$ სმ გ) 4 სმ დ) $4\sqrt{3}$ სმ

16. კვადრატის სიბრტყის გარეთ მდებარე M წერტილი სამკუთხედის თითოეული გვერდიდან დაშორებულია 5 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან კვადრატის წვეროებამდე, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 8 სმ.



ა) $\sqrt{31}$ სმ ბ) 6 სმ გ) $\sqrt{38}$ სმ დ) $\sqrt{41}$ სმ

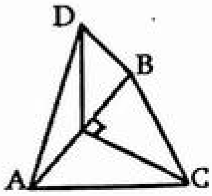
17. მართი ორწახნაგა კუთხის შიგნით მდებარე წერტილი ერთი წახნაგიდან დაშორებულია 3 სმ-ით, ხოლო წიბოდან 5 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან მეორე წახნაგამდე.

ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) $3\sqrt{2}$ სმ

18. $ABCD$ მართკუთხედის A წვეროდან აღმართულია მართკუთხედის სიბრტყის AM მართობი, რომლის სიგრძეა $2\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან BC გვერდამდე, თუ BC=5 სმ, AC=7 სმ.

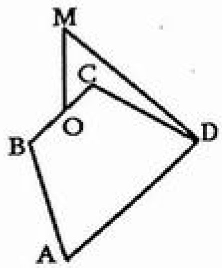
ა) $6\sqrt{2}$ სმ ბ) 6 სმ გ) 7 სმ დ) $5\sqrt{3}$ სმ

19. ABD ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა და ABC ტოლფერდა სამკუთხედს AB ფუძე ერთმანეთს ემთხვევა, ამასთან ამ სამკუთხედების სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი D და C წერტილებს შორის თუ AB=8 სმ, BC=5 სმ.



ა) 8 სმ ბ) 6 სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

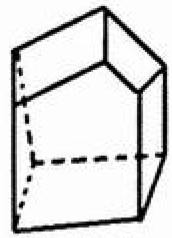
20. $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია BC=4 სმ, AD=10 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°. BC მცირე ფუძის O შუაწერტილიდან ტრაპეციის სიბრტყისადმი აღმართულია $2\sqrt{3}$ სმ სიგრძის OM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან D წვერომდე.



ა) 8 სმ ბ) $8\sqrt{3}$ სმ გ) $4\sqrt{2}$ სმ დ) 6 სმ

§ 13. მრავალწახნაგა, პრიზმა, პარალელეპიპედი

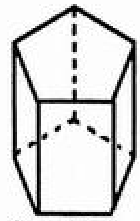
1. მრავალწახნაგა. მრავალწახნაგა ეწოდება სხეულს, რომელიც შემოსაზღვრულია სასრული რაოდენობის სიბრტყეებით (ნახ. 13.1). მრავალწახნაგას საზღვარს მისი ზედაპირი ეწოდება. ზედაპირისა და მისი შემომსაზღვრელი ერთ-ერთი სიბრტყის საერთო ნაწილს წახნაგი ეწოდება. მრავალწახნაგას წახნაგები ბრტყელ მრავალკუთხედებს წარმოადგენენ, რომელთა გვერდებს მრავალწახნაგას წიბოები ეწოდება, ხოლო წვეროებს – მრავალწახნაგას წვეროები.



ნახ. 13.1

მრავალწახნაგას ამოზნექილი ეწოდება, თუ იგი მისი შემომსაზღვრელი თითოეული სიბრტყის ერთ მხარეს ძევს.

2. პრიზმა. მრავალწახნაგას, რომლის ორი წახნაგი პარალელურ სიბრტყეებში მოთავსებული n კუთხედებია, ხოლო დანარჩენი n წახნაგი პარალელოგრამებს წარმოადგენენ, n კუთხა პრიზმა ეწოდება (ნახ. 13.2).



ნახ. 13.2

პარალელურ სიბრტყეებში მდებარე n კუთხედებს პრიზმის ფუძეები ეწოდება, ხოლო დანარჩენ წახნაგებს – გვერდითი წახნაგები.

ცხადია, რომ n კუთხა პრიზმას აქვს $2n$ წვერო, $n+2$ წახნაგი და $3n$ წიბო.

პრიზმის იმ წიბოებს, რომლებიც ფუძეების გვერდებს არ წარმოადგენენ, გვერდითი წიბოები ეწოდება. ცხადია, ყველა გვერდითი წიბო ერთმანეთის პარალელურია და ტოლია, ხოლო ფუძეები ტოლი მრავალკუთხედებია.

პრიზმის ფუძის ნებისმიერი წერტილიდან მეორე ფუძის შემცველ სიბრტყეზე დაშვებულ მართობს პრიზმის სიმაღლე ეწოდება.

მონაკვეთს, რომელიც ერთ წახნაგზე არამდებარე ორ წვეროს აერთებს, პრიზმის დიაგონალი ეწოდება.

კვეთას, რომელიც მიიღება პრიზმის სხვადასხვა გვერდით წახნაგზე მდებარე ორ გვერდით წიბოზე გამავალი სიბრტყით, დიაგონალური კვეთა ეწოდება.

პრიზმას მართი ეწოდება, თუ მისი გვერდითი წიბოები ფუძეების მართობულია. ცხადია, რომ მართი პრიზმის გვერდითი წახნაგები მართკუთხედებს წარმოადგენენ.

მართ პრიზმას წესიერი ეწოდება, თუ მისი ფუძეები წესიერი მრავალკუთხედებია.

პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ეწოდება გვერდითი წახნაგების ფართობთა ჯამს, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი – გვერდითი ზედაპირისა და ფუძეების ფართობთა ჯამს: $S_{სრ} = S_{გვ} + 2 \cdot S_{ფ}$.

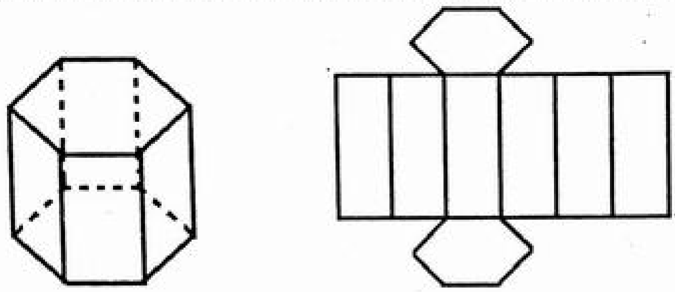
პრიზმის მოცულობა მისი ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. ე.ი. თუ V არის პრიზმის მოცულობა, Q – ფუძის ფართობი, H – სიმაღლე, მაშინ

$$V = Q \cdot H .$$

მართი პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის პერიმეტრისა და პრიზმის სიმაღლის (გვერდითი წიბოს) ნამრავლის ტოლია.

წარმოვიდგინოთ, რომ მართი პრიზმის ზედაპირი მუყაოს ფურცლისაგან არის დამზადებული (ნახ. 13.3). თუ რამდენიმე წიბოზე გავჭრით ამ „კოლოფს“ და გავშლით

მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას, რომელსაც მართი პრიზმის შლილი ეწოდება (ნახ. 13.3). ცხადია, რომ შლილის ფართობი მართი პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობის ტოლია. ნახ. 13.3-ზე მოცემულია წესიერი ექვსკუთხა პრიზმა და მისი შლილი.

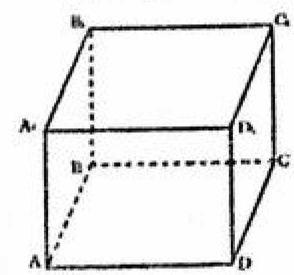


ნახ. 13.3

3. პარალელეპიპედი. პრიზმას, რომლის ფუძე პარალელოგრამია, პარალელეპიპედი ეწოდება. ცხადია, რომ პარალელეპიპედის ყველა წახნაგი პარალელოგრამია.

პარალელეპიპედის იმ წახნაგებს, რომლებსაც საერთო წვერო არა აქვთ, მოპირდაპირე წახნაგები ეწოდება.

პარალელეპიპედის მოპირდაპირე წახნაგები ერთმანეთის პარალელურია და ტოლია, ხოლო პარალელეპიპედის ოთხივე დიაგონალი ერთმანეთს ერთ წერტილში კვეთს და გადაკვეთის წერტილით თითოეული მათგანი შუაზე იყოფა. ე.ი. პარალელეპიპედის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი ამ პარალელეპიპედის სიმეტრიის ცენტრია.



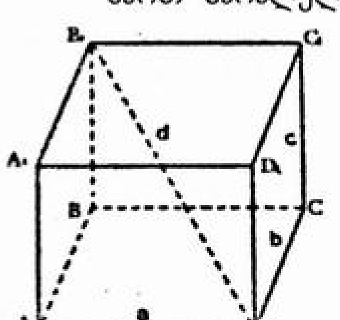
ნახ. 13.4

ბუნებრივია მართი პარალელეპიპედი არის ისეთი მართი პრიზმა, რომლის ფუძე პარალელოგრამია (ნახ. 13.4), ამიტომ მართი პარალელეპიპედისთვისაც გვაქვს

$$S_{\text{სრ}} = S_{\text{გვ}} + 2S_{\text{ფ}},$$

$$V = S_{\text{ფ}} \cdot H .$$

მართ პარალელეპიპედს, რომლის ფუძე მართკუთხედია, მართკუთხა პარალელეპიპედი ეწოდება. ცხადია, რომ მართკუთხა პარალელეპიპედის ყველა წახნაგი მართკუთხედია (ნახ. 13.5).



ნახ. 13.5

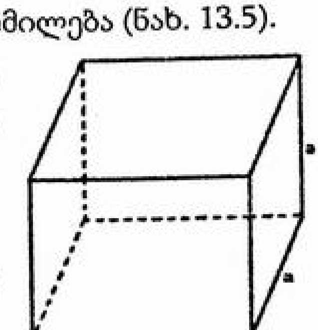
მართკუთხა პარალელეპიპედის არაპარალელური წიბოების სიგრძეებს, მისი განზომილებები ეწოდება. მართკუთხა პარალელეპიპედს აქვს სამი a, b და c განზომილება (ნახ. 13.5).

მართკუთხა პარალელეპიპედის ნებისმიერი d დიაგონალის კვადრატი მისი სამი განზომილების კვადრატების ჯამის ტოლია.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{ანუ} \quad B_1D^2 = AB^2 + BC^2 + AA_1^2 .$$

მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა მისი სამი განზომილების ნამრავლის ტოლია:

$$V = a \cdot b \cdot c .$$

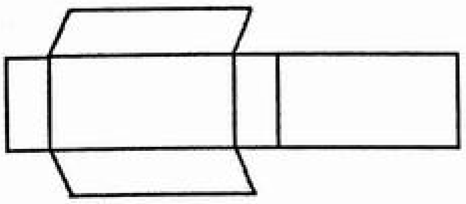


ნახ. 13.6

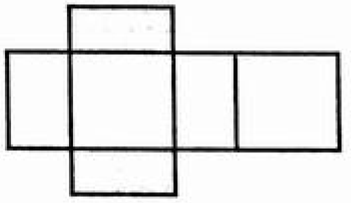
მართკუთხა პარალელეპიპედს, რომლის ყველა წიბო ტოლია, კუბი ეწოდება (ნახ. 13.6). ამრიგად, კუბში სამივე განზომილება ერთმანეთის ტოლია და

$$d^2 = 3a^2, \quad S_{სრ} = 6a^2, \quad V = a^3.$$

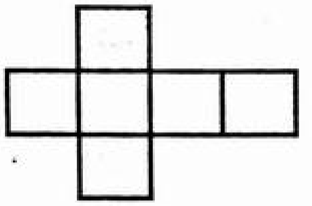
ნახ. 13.7-ზე, 13.8-ზე და 13.9-ზე წარმოდგენილია შესაბამისად მართი პარალელეპიპედის, მართკუთხა პარალელეპიპედის და კუბის შლილების ერთ-ერთი სახე.



ნახ. 13.7



ნახ. 13.8



ნახ. 13.9

* * *

13.1. 1) მრავალწახნაგას წახნაგების რაოდენობა არის 8, წვეროების რაოდენობა – 12. რამდენი წიბო აქვს ამ მრავალწახნაგას?

2) მრავალწახნაგას 14 წვერო და 9 წახნაგი აქვს. რამდენი წიბო აქვს ამ მრავალწახნაგას?

3) პრიზმას აქვს 15 წიბო. რამდენი წახნაგი აქვს ამ პრიზმას?

4) პრიზმას აქვს 18 წიბო. რამდენი წვერო აქვს ამ პრიზმას.

13.2. 1) რას უდრის კუბის წვეროების, წახნაგების და წიბოების რაოდენობათა ჯამი?

2) რას უდრის ხუთკუთხა პრიზმას წვეროების, წახნაგების და წიბოების რაოდენობათა ჯამი?

3) რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, რომელსაც აქვს 21 წიბო?

4) რამდენი წიბო აქვს პრიზმას, რომელსაც აქვს 18 წვერო?

13.3. 1) რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, თუ მისი ყველა წახნაგის და ყველა წიბოს რაოდენობათა ჯამი 34-ის ტოლია?

2) რამდენი წახნაგი აქვს პრიზმას, თუ მისი წვეროების და წიბოების რაოდენობათა ჯამია 35?

3) რამდენი წახნაგი აქვს პრიზმას, თუ მისი წახნაგების, წვეროების და წიბოების რაოდენობათა ჯამია 56?

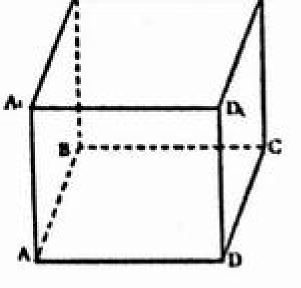
4) რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, თუ მას 24-ით მეტი წიბო აქვს, ვიდრე წახნაგი?

13.4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ არის კუბი. იპოვეთ:

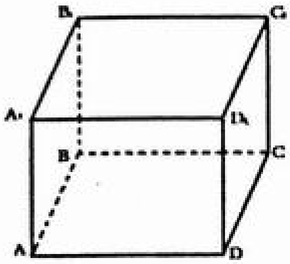
1) AB_1B კუთხის სიდიდე; 2) AD_1B_1 კუთხის სიდიდე;

3) AB_1C_1 კუთხის სიდიდე; 4) CC_1B კუთხის სიდიდე;

5) $\cos\angle B_1DB$; 6) $\cos\angle DB_1C_1$.



13.5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ MN, სადაც:



1) M არის B_1C_1 წიბოს შუაწერტილი, ხოლო N არის AD წიბოს შუაწერტილი;

2) M არის A_1B_1 წიბოს შუაწერტილი, ხოლო N არის AD წიბოს შუაწერტილი;

3) M არის ზედა ფუძის ცენტრი, ხოლო N არის DC წიბოს შუაწერტილი;

4) M არის ზედა ფუძის ცენტრი, ხოლო N არის ქვედა ფუძის რომელიმე წვერო.

13.6. 1) იპოვეთ კუბის ერთი წახნაგის ფართობი, თუ მისი წიბოს სიგრძეა 4 სმ.

2) იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი წიბოს სიგრძეა 6 სმ.

3) იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ერთი წახნაგის ფართობია 7 სმ^2.

4) იპოვეთ კუბის წიბოს სიგრძე, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 18 სმ^2.

13.7. 1) კუბის დიაგონალის სიგრძეა 7. იპოვეთ ამ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) კუბის ფუძის ფართობია 5. იპოვეთ ამ კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობი.

3) კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობია $5\sqrt{2}$. იპოვეთ ამ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) კუბის სრული ზედაპირის ფართობია 8. იპოვეთ კუბის დიაგონალი.

13.8. 1) კუბის დიაგონალის სიგრძეა $3\sqrt{3}$. იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.

2) კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობია $16\sqrt{2}$. იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.

3) კუბის მოცულობაა $3\sqrt{3}$. იპოვეთ ამ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) კუბის სრული ზედაპირის ფართობია 30. იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.

13.9. 1) რამდენჯერ გაიზრდება კუბის მოცულობა, თუ მისი წიბო 3-ჯერ გაიზრდება?

2) რამდენჯერ გაიზრდება კუბის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი წიბო 5-ჯერ გაიზრდება?

3) რამდენჯერ უნდა გავზარდოთ კუბის მოცულობა, რომ მისი სრული ზედაპირის ფართობი 3-ჯერ გაიზარდოს?

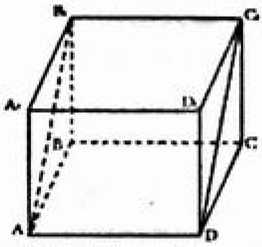
4) ფაბრიკა კუბის ფორმის მუყაოს ყუთებს ამზადებს. რამდენჯერ უნდა შეამციროს მან თითოეული ყუთისათვის მუყაოს დანახარჯი, რომ ყუთის მოცულობა 8-ჯერ შემცირდეს?

13.10. 1) რამდენჯერ გაიზრდება კუბის მოცულობა, თუ მის თითოეულ წიბოს თავისი ნახევრით გავზრდით?

2) რამდენჯერ შემცირდება კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მის თითოეულ წიბოს შევამცირებთ თავისი $\frac{1}{3}$-ით?

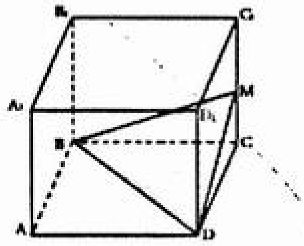
3) რამდენი პროცენტით შემცირდება კუბის მოცულობა, თუ მისი თითოეულ წიბოს 10%-ით შევამცირებთ?

4) რამდენი პროცენტით შემცირდება კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მის თითოეულ წიბოს 20%-ით შევამცირებთ?



13.11. 1) კუბის წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ AB_1C_1D კვეთის ფართობი.

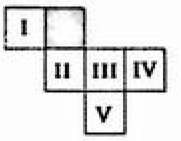
2) კუბის წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ ფუძის გვერდზე გამავალი სიბრტყით კუბის კვეთის ფართობი, თუ კუთხე ამ სიბრტყესა და ფუძეს შორის არის 30°.



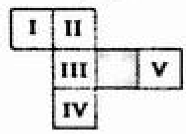
3) კუბის წიბოს სიგრძეა a. სიბრტყე გადის კუბის ფუძის BD დიაგონალზე და კვეთს CC_1 გვერდით წიბოს. იპრვეთ კუბის ამ სიბტყით კვეთის ფართობი, თუ ეს სიბრტყე ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.

4) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბოს სიგრძეა a. M არის CC_1 წიბოს შუაწერტილი. იპოვეთ BDM სამკუთხედის ფართობი.

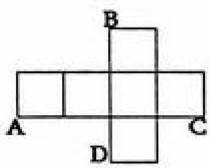
13.12. 1) ნახაზზე გამოსახულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს ავაგებთ, რომელი წახნაგი იქნება გამუქებული წახნაგის პარალელური?



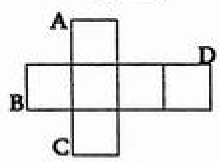
2) ნახაზზე გამოსახულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს გავაკეთებთ, რომელი წახნაგი იქნება გამუქებული წახნაგის პარალელური?



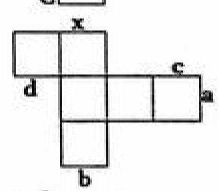
3) ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს ავაგებთ, რომელი წერტილი შეუთავსდება A წერტილს?



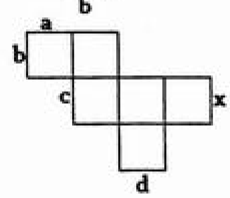
4) ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს ავაგებთ, რომელი წერტილი შეუთავსდება A წერტილს?



5) ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს ავაგებთ, რომელი წიბო შეუთავსდება x წიბოს?



6) ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. თუ ამ შლილისგან კუბს ავაგებთ, რომელი წიბო შეუთავსდება x წიბოს?



* * *

13.13. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია 6, 3 და 2. იპოვეთ მისი დიაგონალის სიგრძე.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებების შეფარდებაა 1:2:2, ხოლო დიაგონალის სიგრძეა 9. იპოვეთ პარალელეპიპედის განზომილებები.

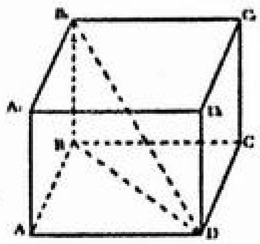
3) მართკუთხა პარალელეპიპედის გამზომილებებია 4, 6 და 7. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიდი წახნაგის ფართობი.

4) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 და 4, ხოლო სიმაღლეა 5. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

5) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია 4, 6 და 10. იპოვეთ მისი სრული ზედაპირის ფართობი.

6) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებების შეფარდებაა 3:4:5. იპოვეთ ეს განზომილებები, თუ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობია 376.

13.14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ არის მართკუთხა პარალელეპიპედი. იპოვეთ:



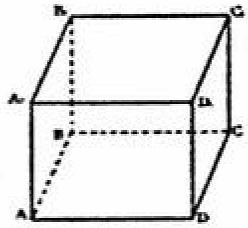
1) $\angle B_1DB$, თუ AB=8, AD=6, BB_1=10.

2) $\angle C_1DC$, თუ B_1D=10, BC=6, AA_1=4.

3) $\angle B_1DC_1$, თუ $AD=2\sqrt{3}$, DC=1, $AA_1=\sqrt{3}$.

4) $\angle B_1MB$, თუ AA_1=2, AB=4, $BC=2\sqrt{2}$ და M არის DC გვერდის შუაწერტილი.

13.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედია. იპოვეთ:



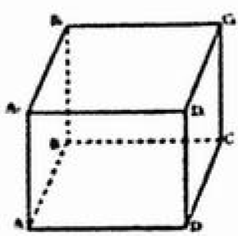
1) პარალელეპიპედის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდებია 5 და 12, ხოლო პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60° -იან კუთხეს.

2) DD_1C_1C წახნაგის დიაგონალი, თუ ფუძის გვერდებია $AB=\sqrt{5}$, AD=2, ხოლო პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს.

3) B_1DC_1 კუთხის სიდიდე (პარალელეპიპედის დიაგონალსა და გვერდითი წახნაგის დიაგონალს შორის), თუ AB=3, AD=4, $CC_1=\sqrt{39}$.

4) ორი გვერდითი წახნაგის დიაგონალებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ ფუძის გვერდებია $\sqrt{17}$ და $\sqrt{8}$, ხოლო სიმაღლეა $\sqrt{19}$.

13.16. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედია. იპოვეთ:



1) დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 6 და 8, ხოლო პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს.

2) AB_1C_1D მართკუთხედის ფართობი, თუ პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები AB=3 და BC=4, ხოლო სიმაღლეა $2\sqrt{10}$.

3) ფუძის დიაგონალზე და მოპირდაპირე ფუძის წვეროზე გავლებული კვეთის ფართობი, თუ ფუძის გვერდების 4 და 8, ხოლო სიმაღლეა $\sqrt{5}$.

4) ფუძის დიაგონალზე და გვერდითი წიბოს შუაწერტილზე გავლებული კვეთის ფართობი, თუ ფუძის გვერდებია 6 და 8, ხოლო სიმაღლეა $4\sqrt{6}$.

13.17. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის ერთი წიბოს სიგრძე სამჯერ მეტია მეორეზე და ორჯერ ნაკლებია მესამეზე. იპოვეთ პარალელეპიპედის განზომილებები, თუ პარალელეპიპედის მოცულობაა 144 სმ^3.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებების შეფარდებაა 3:4:5. იპოვეთ პარალელეპიპედის განზომილებები, თუ მისი მოცულობა 480 სმ^3.

3) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ. რამდენით გაიზრდება პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მის თითოეულ წიბოს 1 სმ-ით გავზრდით?

4) მართკუთხა პარალელეპიპედის სიგრძე გაზარდეს 20%-ით, სიგანე – 25%-ით. სიმაღლე კი – 30°-ით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა პარალელეპიპედის მოცულობა?

13.18. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის აუზს კვადრატული ფსკერი აქვს, რომლის გვერდის სიგრძეა 6 მ. ამ აუზში წყალი 5 მ სიმაღლეზე დგას. ამ აუზიდან წყალი გადაცალეს აუზში, რომელსაც აქვს მართკუთხედის ფორმის ფსკერი 10 მ და 12 მ სიგრძის გვერდებით. ფსკერიდან რა სიმაღლეზე იქნება ამ აუზში წყლის ზედაპირი?

2) კუბის ფორმის ჭურჭელი, რომლის წიბოს სიგრძეა 4 მ, წყლითაა სავსე. ამ აუზიდან წყალი გადაცალეს მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის აუზში, რომლის ფსკერის ზომებია 5 მ და 8 მ. ფსკერიდან რა სიმაღლეზე დადგება ამ აუზში წყლის ზედაპირი?

3) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ყუთში, რომლის შიდა ზომებია 75 სმ, 20 სმ და 60 სმ, უნდა ჩაეწყოს წიგნები. თითოეული წიგნის გარე ზომებია 25 სმ, 10 სმ და 12 სმ. წიგნების რა უდიდესი რაოდენობის ჩაწყობა შეიძლება ასეთ ყუთში?

4) მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის განზომილებებია 6 სმ, 10 სმ და 12 სმ. რა უდიდესი რაოდენობის, 2 სმ წიბოს მქონე, კუბები ჩაეტევა ამ პარალელეპიპედში?

13.19. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებების შეფარდებაა 2:3:5. იპოვეთ მისი მოცულობა, თუ სრული ზედაპირის ფართობია 248 სმ^2.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედს და კუბს ტოლი მოცულობები აქვთ. იპოვეთ კუბის წიბოს სიგრძე, თუ პარალელეპიპედის წიბოებია 25 სმ, 20 სმ და 16 სმ.

3) მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებების შეფარდებაა 2:3:4. იპოვეთ მისი სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მოცულობაა 192 სმ^3.

4) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 5 სმ და 12 სმ, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობია 130 სმ². იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

13.20. 1) პარალელეპიპედის წახნაგების ფართობებია 6 სმ², 8 სმ² და 10 სმ². იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის წახნაგების ფართობებია 11 სმ², 12 სმ² და 33 სმ². იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

3) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი $5\sqrt{2}$-ის ტოლია და ფუძესთნ 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ ფუძის ერთ-ერთი გვერდია 3 სმ.

4) მარკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალის სიგრძე a-ს ტოლია და გვერდით წიბოსთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ ფუძის დიაგონალი ფუძის გვერდთან 30°-იან კუთხეს ადგენს.

5) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალის სიგრძეა 15, ხოლო მისი გვერდითი წახნაგების დიაგონალების სიგრძეებია $\sqrt{161}$ და $\sqrt{189}$. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

6) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალის სიგრძეა $6\sqrt{2}$. ეს დიაგონალი ერთ წახნაგთან 30°-იან, ხოლო მეორე წახნაგთან 45°-იან კუთხეებს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

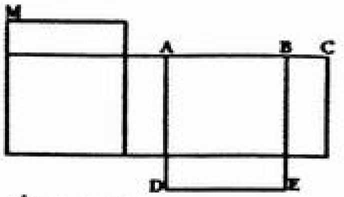
13.21. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი 30-ის ტოლია. ეს დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს, ხოლო ფუძის დიაგონალი ფუძის გვერდთან ადგენს β კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{3}$, $\sin\beta = \frac{3}{5}$.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის სიმაღლე $4\sqrt{2}$-ს ტოლია. პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენს, ხოლო ფუძის დიაგონალებს შორის კუთხე β-ს ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ $tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\beta = \frac{3}{4}$.

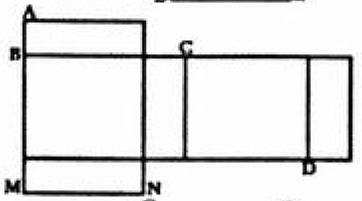
3) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის ფართობია $25\sqrt{2}$. ფუძის დიაგონალებს შორის კუთხის სიდიდეა α. პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია β კუთხით. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $tg\beta = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

4) მართკუთხა პარალელეპიპედის გვერდითი წახნაგების დიაგონალები ფუძის სიბტყესთან ადგენენ α და β კუთხეებს. პარალელეპიპედის სიმაღლეა 6. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 3$, $tg\beta = 2$.

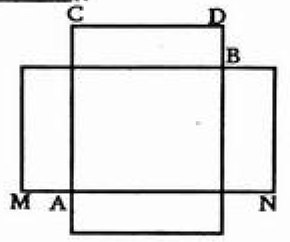
13.22. 1) ნახაზზე მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. თუ ამ შლილისგან პარალელეპიპედს აღვადგენთ რომელი წერტილი შეუთავსდება M წერტილს?



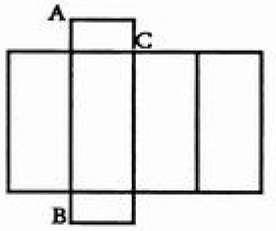
2) ნახაზზე მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ შლილზე $AB=2$, $MN=8$, $CD=10$.



3) ნახაზზე მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი (სახურავის გარეშე). იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ შლილზე $AB=10$, $CD=6$, $MN=8$.



4) ნახაზზე მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი, რომლის ფუძე კვადრატია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ შლილზე A და C წერტილებს შორის მანძილია $2\sqrt{2}$, ხოლო A და B წერტილებს შორის – 12.



* * *

13.23. 1) მართი პარალელეპიპედის გვერდითი წიბოა $2\sqrt{2}$, ფუძის გვერდებია 2 და 3, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი დიაგონალია 5. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალები.

2) მართი პარალელეპიპედის თითოეული წიბოა 10, ხოლო ფუძის მახვილი კუთხე 60°-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალები.

3) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 და 4, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი დიაგონალი $3\sqrt{2}$-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი, თუ მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.

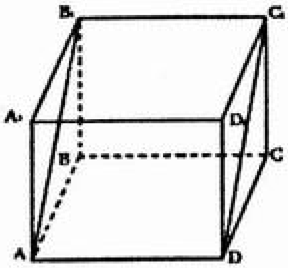
4) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 13 და 14, მანძილი ფუძის დიდ გვერდებს შორის არის 12., ხოლო გვერდითი წიბოა 20. იპოვეთ პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი.

13.24. 1) მართი პარალელეპიპედის განსხვავებული წიბოების სიგრძეებია 2 სმ, 3 სმ და 4 სმ, ამასთან ორი უმცირესი მათგანი ერთმანეთს შორის 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალების სიგრძეები.

2) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდების სიგრძეებია 2 სმ და 4 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ გვერდითი წიბოს სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ.

3) მართი პარალელეპიპედის გვერდითი წიბო 5 სმ-ია. ფუძის გვერდებია 23 სმ და 11 სმ, ხოლო ფუძის დიაგონალები ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს, როგორც 2:3. იპოვეთ დიაგონალური კვეთების ფართობები.

4) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია $AB=5$, $AD=8$, ხოლო ფუძის დიაგონალია $BD=\sqrt{41}$. იპოვეთ AB_1C_1D ოთხკუთხედის ფართობი, თუ პარალელეპიპედის სიმაღლეა $4\sqrt{3}$ სმ.



13.25. 1) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 2 სმ და 4 სმ, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი დიაგონალია $\sqrt{15}$ სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიდი დიაგონალის სიგრძეა13 სმ.

2) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია $2\sqrt{3}$ სმ და 4 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა $(4-2\sqrt{3})$ სმ.

3) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 5 სმ და $2\sqrt{3}$ სმ, ხოლო კუთხე მათ შორის 30°-ია. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი $\sqrt{11}$ სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია, რომლის დიაგონალების სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ. ამ პარალელეპიპედის გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 26 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.

5) მართი პარალელეპიპედის დიაგონალური კვეთის ფართობებია 40 სმ^2 და 30 სმ^2, ხოლო პარალელეპიპედის სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძე რომბია.

6) მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია. მისი დიაგონალური კვეთის ფართობებია 12 სმ^2 და 9 სმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

13.26. 1) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ და 6 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 60°. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალის სიგრძეა 8 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

2) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია $4\sqrt{2}$ სმ და $6\sqrt{2}$ სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 45°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 160 სმ^2.

3) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 8 სმ და 15 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 60°. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

4) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 1 სმ და 4 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°. პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი 5 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

5) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 სმ და 4 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 120°. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის დიდი დიაგონალის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

6) მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 სმ და $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 45°. პარალელეპიპედის სიმაღლე ფუძის დიდი დიაგონალის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

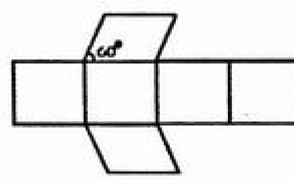
13.27. 1) მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი, რომლის მცირე დიაგონალის სიგრძეა 4 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლეა 3 სმ.

2) მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი a გვერდით და 60°-იანი მახვილი კუთხით. პარალელეპიპედის სიმაღლე ფუძის დიდი დიაგონალის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

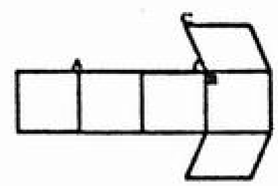
3) მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია ფართობით S. პარალელეპიპედის დიაგონალური კვეთების ფართობებია Q და R. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

4) მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია, რომბის გვერდი ფუძის მცირე დიაგონალის ტოლია. პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდია a.

13.28. 1) ნახაზზე მოცემულია მართი პარალელეპიპედის შლილი, რომლის გვერდითი წახნაგები a გვერდის მქონე კვადრატებია. ნახაზზე მოცემული მონაცემის მიხედვით იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.



2) ნახაზზე გამოსახულია მართი პარალელეპიპედის შლილი, რომლის გვერდითი წახნაგები კვადრატებია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ შლილზე ABC კუთხის სიდიდეა 60°, ხოლო მანძილი A და C წერტილებს შორის $4\sqrt{3}$ სმ-ის ტოლია.



* * *

13.29. 1) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია 16 სმ^2, ხოლო სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია 400 სმ^2, ხოლო დიაგონალის სიგრძეა 30 სმ. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია 9 სმ^2, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 60 სმ^2. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

4) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 80 სმ^2, ხოლო პრიზმის სიმაღლეა 4 სმ. იპოვეთ პრიზმის ფუძის ფართობი.

13.30. 1) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის დიაგონალია $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო სიმაღლეა 3 სმ. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალური კვეთის ფართობია S. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდი ზედაპირის ფართობია $20\sqrt{2}$ სმ². იპოვეთ დიაგონალის კვეთის ფართობი.

4) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 20 სმ², ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 28 სმ². იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

5) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალია $\sqrt{41}$ სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 5 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

6) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდის სიგრძეა 4 სმ, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობია $32\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ კუთხე პრიზმის დიაგონალსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

13.31. 1) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის დიაგონალის სიგრძეა $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო გვერდითი წიბოს სიგრძეა 3 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

2) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალის სიგრძეა 7 სმ, ხოლო ფუძის გვერდია 3 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი ფუძის დიაგონალია $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო პრიზმის დიაგონალი 3-ჯერ მეტია ფუძია გვერდზე.

4) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია $5\sqrt{2}$ სმ, ხოლო პრიზმის დიაგონალი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

13.32. 1) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალია 5 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 4 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

2) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალია $\sqrt{22}$ სმ, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 24 სმ². იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალი გვერდით წახნაგთან ქმნის 30°-იან კუთხეს, ხოლო ფუძის გვერდია $4\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

4) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალის სიგრძეა 6 სმ და დახრილია გვერდითი წახნაგისადმი α კუთხით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

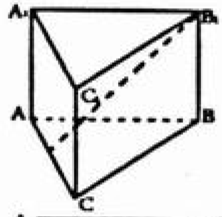
13.33. 1) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 4 სმ. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია $4\sqrt{3}$ სმ², ხოლო სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

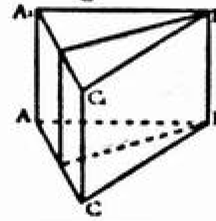
3) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია $9\sqrt{3}$ სმ², ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 54 სმ². იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

4) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია $54\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

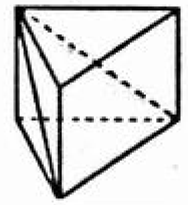
13.34. 1) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 4 სმ, სიმაღლე – 2 სმ. იპოვეთ მანძილი ზედა ფუძის წვეროდან ქვედა ფუძის მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილამდე.



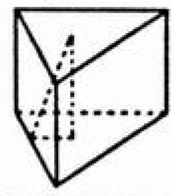
2) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 2 სმ, ხოლო სიმაღლეა $3\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის გვერდით წიბოზე მოპირდაპირე წახნაგის მართობულად გავლებული კვეთის ფართობი.



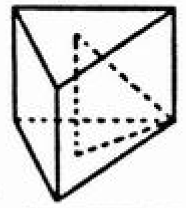
3) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 6 სმ, სიმაღლეა 3 სმ. იპოვეთ პრიზმის ზედა ფუძის წვეროზე და ქვედა ფუძის მოპირდაპირე გვერდზე გავლებული კვეთის ფართობი.



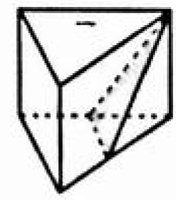
4) წესიერი სამკუთხა პრიზმის სიმაღლეა $2\sqrt{3}$ სმ. წრფე, რომელიც ზედა ფუძის ცენტრს ქვედა ფუძის გვერდის შუაწერტილთან აერთებს ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხე ადგენს. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



5) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია $6\sqrt{3}$ სმ. წრფე, რომელიც ზედა ფუძის ცენტრს ქვედა ფუძის წვეროსთან აერთებს ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



6) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 8 სმ, ხოლო სიმაღლე – 2 სმ. იპოვეთ პრიზმის ქვედა ფუძის ორი გვერდის შუაწერტილზე და ზედა ფუძის ერთ წვეროზე გავლებული კვეთის ფართობი.



13.35. 1) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 4 სმ, გვერდითი წიბო – $2\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

2) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის პერიმეტრია 6 სმ. ხოლო სიმაღლეა $9\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგი კვადრატია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ ფუძის გვერდია $2\sqrt{3}$ სმ.

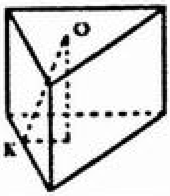
4) წესიერი სამკუთხა პრიზმის მოცულობაა 54 სმ³, ხოლო სიმაღლეა $8\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის ფუძის გვერდი.

13.36. 1) წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგები კვადრატებია. ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 2 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

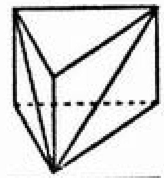
2) წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგის ფართობია $36\sqrt{3}$ სმ². გვერდითი წახნაგის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობი გვერდითი წახნაგის ფართობის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდია 2 სმ.

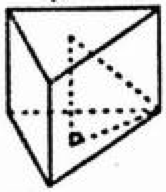
4) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია $6\sqrt{3}$ სმ. ზედა ფუძის O ცენტრი შეერთებულია ქვედა ფუძის გვერდის K შუაწერტილთან. OK მონაკვეთი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



5) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a. კუთხე ფუძის ერთი და იმავე წვეროდან გავლებული ორი მეზობელი წახნაგების დიაგონალებს შორის 45°-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



6) წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a. პრიზმის ზედა ფუძის ცენტრის ქვედა ფუძის რომელიმე წვეროსთან შემაერთებელი მონაკვეთი ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



13.37. 1) იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო პრიზმის სიმაღლეა 3 სმ.

2) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ პრიზმის დიდი დიაგონალი.

3) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო a-ს ტოლია იპოვეთ პრიზმის მცირე დიაგონალი.

4) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალური კვეთების ფართობები.

5) წესიერი ექვსკუთხს პრიზმის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია S. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

6) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის მცირე დიაგონალური კუთხის ფართობია S. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

13.38. 1) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 2 სმ, ხოლო გვერდითი წიბოა 3 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

2) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის მცირე დიაგონალია 13 სმ, ხოლო გვერდითი წიბოს სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის დიდი დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ ფუძის გვერდია a.

4) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a. პრიზმის მცირე დიაგონალი გვერდით წიბოსთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

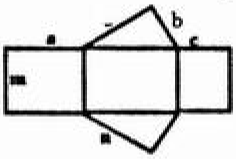
13.39. 1) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის დიდი დიაგონალის სიგრძეა $2\sqrt{5}$ სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგები კვადრატებია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

2) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის მცირე დიაგონალის სიგრძეა 12 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგები კვადრატებია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

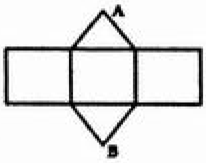
3) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობი ფუძის ფართობის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდია a.

4) წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია 24 სმ^2, ხოლო მანძილი ორ მოპირდაპირე გვერდით წახნაგს შორის $4\sqrt{3}$ სმ-ია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

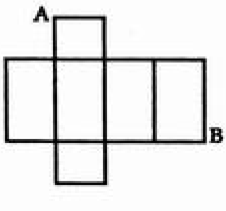
13.40. 1) ნახაზზე გამოსახულია მართი სამკუთხა პრიზმის შლილი. პრიზმის წიბოები შლილზე აღნიშნულია a, b, c, m და n ასოებით. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ რომელი წიბოა n წიბოს ტოლი.



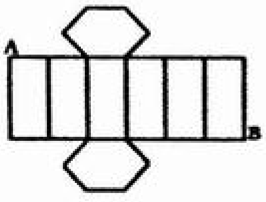
2) ნახაზზე გამოსახულია ისეთი წესიერი სამკუთხა პრიზმის შლილი, რომლის გვერდითი წახნაგები კვადრატებია. იპოვეთ ამ პრიზმის მოცულობა, თუ შლილზე A და B წერტილებს შორის მანძილი $2(\sqrt{3}+1)$ სმ-ის ტოლია.



3) ნახაზზე გამოსახულია ისეთი წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის შლილი, რომლის სიმაღლე ორჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ ამ პრიზმის მოცულობა, თუ შლილის A და B წერტილებს შორის მანძილია $12\sqrt{2}$ სმ.

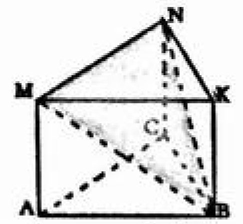


4) ნახაზზე გამოსახულია ისეთი წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის შლილი, რომლის სიმაღლე ორჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ ამ პრიზმის მოცულობა, თუ შლილის A და B წერტილებს შორის მანძილია $4\sqrt{10}$ სმ.



* * *

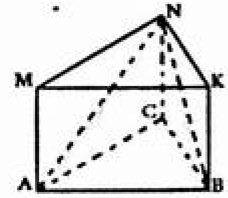
13.41. 1) მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია AC=16 სმ, BC=12 სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული BMN სამკუთხედის ფართობი, თუ პრიზმის სიმაღლეა 9 სმ.



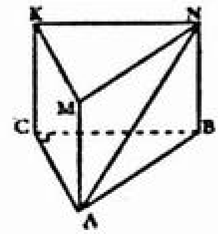
2) მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების სიგრძეებია 16 სმ და 12 სმ. დიდი გვერდითი წახნაგის ფართობია 400 სმ^2. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) მართი პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის კათეტების შეფარდებაა 3:4. ფუძის ჰიპოტენუზა ისე შეეფარდება პრიზმის სიმაღლეს, როგორც 3:5. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 400 სმ^3.

4) მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია AC=8 სმ, BC=6 სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ANB სამკუთხედის ფართობი, თუ პრიზმის სიმაღლეა 2 სმ.



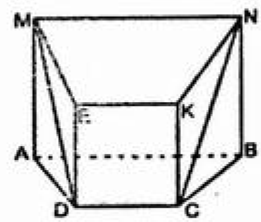
5) მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა მართკუთხა ABC სამკუთხედი ($AC=BC$). დიდი გვერდითი წახნაგის დიაგონალი AN=10 სმ ფუძისადმი დახრილია 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



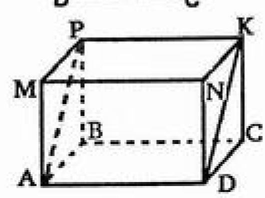
6) მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი კათეტებით 6 სმ და 8 სმ. პრიზმის სიმაღლე ფუძის მცირე სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

13.42. 1) მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია 4 სმ და 12 სმ, ხოლო ფერდის სიგრძეა 5 სმ. პრიზმის სიმაღლე ფუძის სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

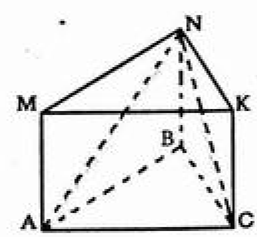
2) მართი პრიზმის ფუძეა $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია AB=14 სმ, CD=4 სმ, ხოლო ფერდია 8 სმ. პრიზმის სიმაღლის სიგრძეა $\sqrt{105}$ სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული $MNCD$ ოთხკუთხედის ფართობი.



3) მართი პრიზმის ფუძეა $ABCD$ პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია AB=4 სმ, AD=6 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა $\angle A=60°$. პრიზმის გვერდითი წიბოს სიგრძეა $2\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული $APKD$ ოთხკუთხედის ფართობი.



4) მათი პრიზმის ფუძეა ABC სამკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია AB=6 სმ, BC=4 სმ, AC=8 სმ. პრიზმის სიმაღლის სიგრძეა $\frac{\sqrt{541}}{4}$ სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ANC სამკუთხედის ფართობი.



რთული ამოცანები

13.43. 1) კუბის წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ ამ კუბში მოთავსებული წრეწირებიდან უდიდესის რადიუსი.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ჭურჭელი წყლით არის სავსე. პარალელეპიპედის ფუძე წარმოადგენს კვადრატს a-ს ტოლი გვერდით. რა მოცულობის წყალი გადაიღვრება ჭურჭლიდან, თუ მას გადავხრით ფუძის ერთ-ერთი წიბოს მიმართ ისე, რომ პარალელეპიპედის ფუძის სიბრტყემ ჰორიზონტალური სიბრტყისადმი α $(0<\alpha<90°)$ კუთხე შეადგინოს ?

3) კუბის ზედაპირზე იპოვეთ წერტილები, რომლებიდანაც კუბის დიაგონალი ჩანს უმცირესი კუთხით.

4) წესიერი სამკუთხა პრიზის გვერდითი წიბო უდრის ფუძის სიმაღლეს, ხოლო იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის ამ წიბოზე და ფუძის სიმაღლეზე არის S. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

13.44. 1) კუბის იმ კვეთის ფართობი, რომელიც წესიერი ექვსკუთხედია, უდრის S-ს. იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერ სამკუთხა პრიზმაში ქვედა ფუძის გვერდსა და მის მოპირდაპირე ზედა ფუძის წვეროზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ქვედა ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. ამ კვეთის ფართობია S. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა a, მოაბრუნეს 45°-ით მისი რომელიმე ორი მოპირდაპირე წახნაგის ცენტრებზე გამავალი წრფის მიმართ. იპოვეთ მოცემული და მიღებული კუბების საერთო ნაწილის მოცულობა.

4) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფორმის ჭურჭელი წყლით არის სავსე. პრიზმის სიმაღლე 25 სმ-ია, ხოლო ფუძის გვერდი 15 სმ. წყლის რა ნაწილი გადაიღვრება ჭურჭლიდან, თუ მას გადავხრით ფუძის ერთ-ერთი წიბოს მიმართ ისე, რომ ფუძის სიბრტყემ ჰორიზონტალური სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხე შეადგინოს?

ამოცანები დამტკიცებაზე

13.45. 1) დაამტკიცეთ, რომ კუბში საერთო წერტილის მქონე სამი წიბოს ბოლოებზე გამავალი სიბრტყე, კუბის იმ დიაგონალის მართობულია, რომელიც საერთო წერტილიდან გამოდის.

2) პარალელეპიპედის ფუძე რომბია. მისი ერთ-ერთი დიაგონალური კვეთა მართკუთხედია. დაამტკიცეთ, რომ მეორე დიაგონალური კვეთა ფუძის სიბრტყის მართობულია.

3) კუბის ყოველ წვეროზე ზის ბუზი. ერთდროულად ყველა ბუზი აფრინდა და ისევ დაჯდა რაიმე წესით თითო-თითოდ ყოველ წვეროზე. დაამტკიცეთ, რომ არსებობს სამი ბუზი, რომლებიც აფრენამდე და ხელახლა დაჯდომის შემდეგ არიან ტოლი სამკუთხედის წვეროებზე.

4) მართი პრიზმის ფუძეა ტრაპეცია. აჩვენეთ, რომ ამ პრიზის მოცულობა ტოლია პარალელური გვერდითი წახნაგების ფართობების საშუალო არითმეტიკულის ნამრავლის ამ წახნაგებს შორის მანძილზე.

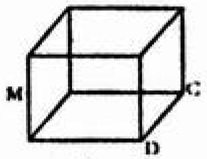
5) მართკუთხა პარალელეპიპედის წახნაგების ფართობებია Q_1, Q_2 და Q_3. აჩვენეთ, რომ პრიზმის მოცულობაა $\sqrt{Q_1Q_2Q_3}$.

6) აჩვენეთ, რომ მოცემული განზომილებების მქონე მართი პარალელეპიპედის მოცულობა უდიდესია, როცა ის მართკუთხაა.

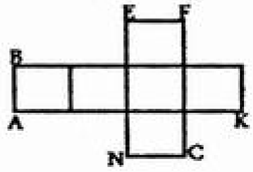
ტესტი 13.1

1. პრიზმას 14-ით მეტი წიბო აქვს, ვიდრე წახნაგი. რამდენი წვერო აქვს ამ პრიზმას?
ა) 10 ბ) 14 გ) 16 დ) 18

2. ნახაზზე მოცემულია კუბი. იპოვეთ MDC კუთხის სიდიდე.
ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°



3. ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. ქვემოთ ჩამოთვლილი წერტილებიდან რომელი შეესაბამება კუბის იმავე წვეროს რომელსაც შეესაბამება A წერტილი?
ა) C ბ) N გ) K დ) F

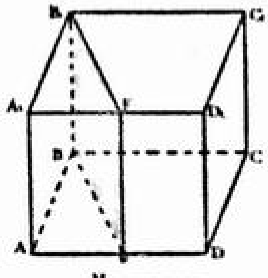


4. კუბის დიაგონალის სიგრძეა $\sqrt{6}$ სმ. იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.
ა) 8 სმ³ ბ) $2\sqrt{2}$ სმ³ გ) $3\sqrt{3}$ სმ³ დ) 27 სმ³

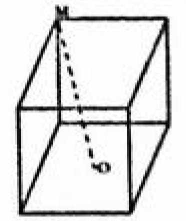
5. რამდენჯერ შემცირდება კუბის მოცულობა, თუ მის თითოეულ წიბოს შევამცირებთ თავისი $\frac{1}{4}$-ით?
ა) $\frac{4}{3}$-ჯერბ) $\frac{64}{27}$-ჯერ გ) 4-ჯერ დ) $\frac{16}{9}$-ჯერ

6. კუბის წიბოს სიგრძე იყო 5 დმ. იგი დაჭრეს ტოლ კუბებად, რომელთა წიბოს სიგრძეა 1 დმ. მიღებული კუბები ერთმანეთზე ერთ რიგად მიაწყვეს და მიიღეს მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის ორი განზომილებაა 1-1 დმ. იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის მესამე განზომილება.
ა) 5 დმ ბ) 25 დმ გ) 625 დმ დ) 125 დმ

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბში E და F წერტილები შესაბამისად კუბის AB და A_1B_1 წიბოების შუაწერტილებია. რის ტოლია BB_1FE მართკუთხედის ფართობი, თუ კუბის წიბოს სიგრძე 10 სმ-ია?
ა) $50\sqrt{5}$ სმ² ბ)$100\sqrt{2}$ სმ² გ) 150 სმ² დ) $100\sqrt{3}$ სმ²

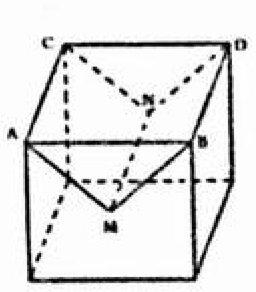


8. ნახაზზე მოცემული კუბის წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ მანძილი კუბის ზედა ფუძის M წვეროდან ქვედა ფუძის O ცენტრამდე.
ა) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ბ) $\frac{3a}{2}$ გ) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ დ) $2a$

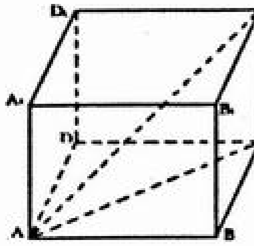


9. პარალელეპიპედის სამი წახნაგის ფართობი შესაბამისად ტოლია 4 სმ², 6 სმ² და 8 სმ². იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.
ა) 8 სმ² ბ) 24 სმ² გ) 30 სმ² დ) 36 სმ²

10. ნახაზზე მოცემული მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობაა 64 სმ³. M და N არის მოპირდაპირე წახნაგების ცენტრები, ხოლო A, B, C და D პარალელეპიპედის წვეროებია. რის ტოლია $AMBCND$ პრიზმის მოცულობა?
ა) 8 სმ³ ბ) 12 სმ³ გ) 16 სმ³ დ) 32 სმ³

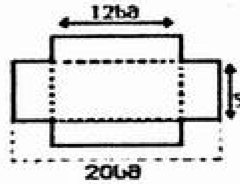


11. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდების სიგრძეებია 3 სმ და 4 სმ, ხოლო მისი სიმაღლეა 5 სმ. რის ტოლია იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც პარალელეპიპედის დიაგონალი ადგენს ფუძის სიბრტყესთან?



ა) 30° ბ) 40° გ) 45° დ) 50°

12. ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის კოლოფის შლილი (ზედა ფუძის გარეშე). ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ კოლოფის მოცულობა.



ა) 60 სმ³ ბ) 120 სმ³ გ) 180 სმ³ დ) 240 სმ³

13. რამდენჯერ მეტია წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ამავე პრიზმის დიაგონალური კვეთის ფართობზე?

ა) 2-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) π-ჯერ დ) $2\sqrt{2}$ -ჯერ

14. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობაა V, ხოლო ფუძის ფართობია Q. იპოვეთ გვერდითი წახნაგის ფართობი.

ა) $\dfrac{V}{\sqrt{Q}}$ ბ) $V\sqrt{Q}$ გ) $\sqrt{VQ}$ დ) $\sqrt{\dfrac{V}{Q}}$

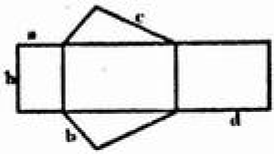
15. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალი უდრის 8 სმ-ს, ხოლო გვერდითი წიბოს სიგრძე $-4\sqrt{3}$ სმ-ს. რის ტოლია პრიზმის მოცულობა?

ა) 36 სმ³ ბ) 48 სმ³ გ) 72 სმ³ დ) 80 სმ³

16. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობი ფუძეების ფართობების ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $2\sqrt{2}a^3$ ბ) $\sqrt{2}a^3$ გ) $\sqrt{3}a^3$ დ) $2\sqrt{3}a^3$

17. ნახაზზე გამოსახულია მართი სამკუთხა პრიზმის შლილი. პრიზმის წიბოების შესაბამისი მონაკვეთები შლილზე აღნიშნულია a, b, c, d და h ასოებით. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი ყველი მართი სამკუთხა პრიზმისათვის.

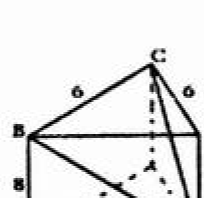


ა) $d=c$ ბ) $h=c$ გ) $h=d$ დ) $a=d$

18. იპოვეთ $M(6;\ 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

ა) $(-\sqrt{3};3)$ ბ) $(3\sqrt{3};3)$ გ) $(\sqrt{3};3)$ დ) $(3;3\sqrt{3})$

19. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტები 6 სმ-ია. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ პრიზმის სიმაღლე 8 სმ-ის ტოლია.



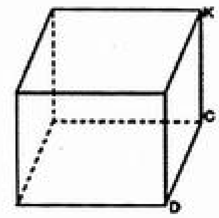
ა) 20 სმ² ბ) 24 სმ² გ) 30 სმ² დ) 48 სმ²

20. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის სიგრძეა 10, ხოლო B მახვილი კუთხე 60°-ია. C წერტილის გარშემო 90°-იანი კუთხით სამკუთხედის მობრუნების შემდეგ A წერტილი A_1 წერტილში აისახება. იპოვეთ AA_1 მონაკვეთის სიგრძე.

ა) $2{,}5\sqrt{6}$ ბ) $5\sqrt{6}$ გ) $10\sqrt{3}$ დ) $12\sqrt{3}$

ტესტი 13.2

1. პრიზმას 10-ით მეტი წიბო აქვს, ვიდრე წვერო. რამდენი წახნაგი აქვს ამ პრიზმას?

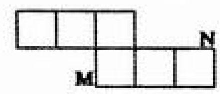


ა) 10 ბ) 12 გ) 20 დ) 30

2. ნახაზზე მოცემულია კუბი. იპოვეთ *CKD* კუთხის სიდიდე.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

3. ნახაზზე მოცემულია a წიბოს მქონე კუბის შლილი. იპოვეთ ამ კუბის იმ წვეროებს შორის მანძილი, რომელთაც შლილზე M და N წერტილები შეესაბამება.



ა) 0 ბ) a გ) $a\sqrt{2}$ დ) $a\sqrt{3}$

4. კუბის მოცულობაა $6\sqrt{6}$ სმ³. იპოვეთ ამ კუბის დიაგონალის სიგრძე.

ა) $3\sqrt{2}$ სმ ბ) $3\sqrt{3}$ სმ გ) $2\sqrt{6}$ სმ დ) 6 სმ

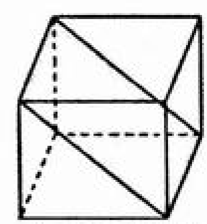
5. რამდენი პროცენტით შემცირდება კუბის მოცულობა, თუ მის თითოეულ წიბოს შევამცირებთ 20%-ით?

ა) 20%-ით ბ) 40%-ით გ) 51,2%-ით დ) 48,8%-ით

6. 64 ერთნაირი მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის კოლოფის ერთმანეთზე მიდგმით ააწყვეს 6 დმ სიგრძის წიბოს მქონე კუბი. რამდენი ასეთი კოლოფია საჭირო 3 დმ სიგრძის წიბოს მქონე კუბის ფორმის სხეულის ასაწყობად?

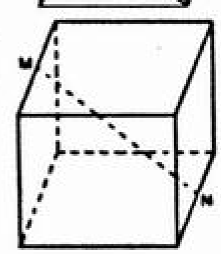
ა) 8 ბ) 16 გ) 20 დ) 32

7. კუბის გვერდის სიგრძეა a-სმ. რის ტოლია ნახაზზე გამოსახული კვეთის ფართობი?



ა) a^2 სმ² ბ) $a^2\sqrt{2}$ სმ² გ) $a^2\sqrt{3}$ სმ² დ) $2a^2$ სმ²

8. ნახაზზე მოცემული კუბის წიბოს სიგრძეა a. M და N არიან ერთ წახნაგზე არამდებარე მოპირდაპირე წახნაგების პარალელური წიბოების შუაწერტილები. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

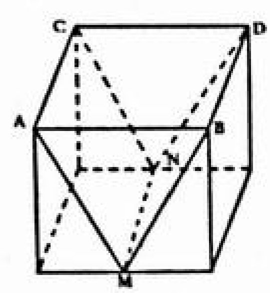


ა) $2a$ ბ) $a\sqrt{5}$ გ) $a\sqrt{2}$ დ) $a\sqrt{3}$

9. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის აუზის სიგრძეა 30 მ, სიგანე – 8 მ, ხოლო სიღრმე – 3 მ. აუზი წყლით შევსებულია ისე, რომ წყლის ზედაპირი აუზის ზედა კიდიდან 1 მ-ით დაბლაა. რამდენი კუბური მეტრი წყალია აუზში?

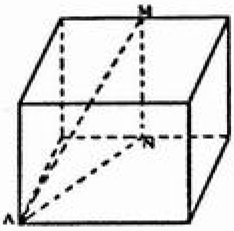
ა) 480 ბ) 640 გ) 720 დ) 900

10. ნახაზზე M და N წიბოების შუაწერტილია, ხოლო A, B, C და D წერტილები მართკუთხა პარალელეპიპედის წვეროებია. იპოვეთ *AMBCND* სამკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ პარალელეპიპედის მოცულობაა $32\sqrt{3}$ სმ³.



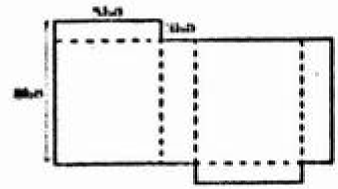
ა) 8 სმ³ ბ) 12 სმ³ გ) $8\sqrt{3}$ სმ³ დ) $16\sqrt{3}$ სმ³

11. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძე კვადრატია 2-ის ტოლი გვერდით. პარალელეპიპედის სიმაღლეა $\frac{\sqrt{15}}{3}$. M და N წიბოების შუაწერტილებია. იპოვეთ MAN კუთხის სიდიდე.



ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

12. ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის მოცულობა.



ა) 25 სმ³ ბ) 49 სმ³ გ) 45 სმ³ დ) 75 სმ³

13. რამდენჯერ მეტია წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობზე?

ა) 2-ჯერ ბ) 3-ჯერ გ) π-ჯერ დ) $3\sqrt{2}$-ჯერ

14. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია Q, ხოლო გვერდითი წახნაგის ფართობია P. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $\sqrt{3}P\sqrt{Q}$ ბ) $\sqrt{2}Q\sqrt{P}$ გ) $\sqrt[4]{\frac{4}{27}}\,P\sqrt{Q}$ დ) $\sqrt[4]{\frac{27}{4}}\,P\sqrt{Q}$

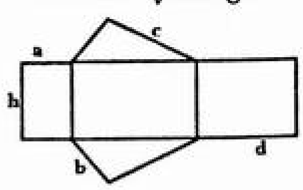
15. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ პრიზმის ფუძის გვერდი 10 სმ-ია, ხოლო პრიზმის ზედა ფუძის წვეროს და ქვედა ფუძის მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილის შემაერთებელი მონაკვეთის სიგრძე 12 სმ-ის ტოლია.

ა) $30\sqrt{39}$ სმ² ბ)$30\sqrt{69}$ სმ² გ) $15\sqrt{13}$ სმ² დ) $40\sqrt{39}$ სმ²

16. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძეების ფართობების ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$ ბ) $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ გ) $\frac{9\sqrt{3}}{4}a^3$ დ) $\frac{9a^3}{4}$

17. ნახაზზე გამოსახული მართი სამკუთხა პრიზმის შლილი. პრიზმის წიბოების შესაბამისი მონაკვეთები შლილზე აღნიშნულია a, b, c, d და h ასოებით. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი.

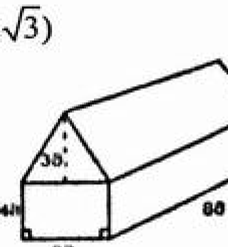


ა) $h = c$ ბ) $a = b$ გ) $a = d$ დ) $b = c$

18. იპოვეთ $M(4;\ 0)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები $y = \sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

ა) $(2;\ -2\sqrt{3})$ ბ) $(-1;\ \sqrt{3})$ გ) $(1;\ -\sqrt{3})$ დ) $(-2;\ 2\sqrt{3})$

19. ნახაზზე გამოსახულია საწყობი, რომელსაც აქვს მართი ხუთკუთხა პრიზმის ფორმა. სურათზე მოცემული ზომების მიხედვით იპოვეთ საწყობის მოცულობა.



ა) 180 სმ³ ბ) 200 სმ³ გ) 360 სმ³ დ) 264 სმ³

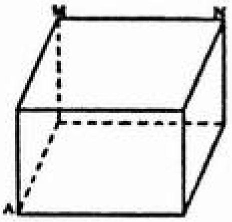
20. ABC მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის AB ჰიპოტენუზის სიგრძეა 10. იპოვეთ $\overline{AB}\cdot\overline{AC} + \overline{BA}\cdot\overline{BC}$.

ა) 10 ბ) 50 გ) 100 დ) 150

ტესტი 13.3

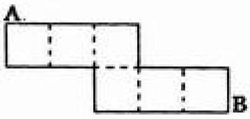
1. რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, რომელსაც 30 წიბო აქვს?

ა) 20 ბ)10 გ) 15 დ) 16



2. ნახაზზე მოცემულია კუბი. იპოვეთ AMN კუთხის სიდიდე.

ა) 45° ბ) 60° გ) 90° დ) 120°



3. სურათზე მოცემულია a^3 მოცულობის მქონე კუბის შლილი. იპოვეთ ამ კუბის იმ წვეროებს შორის მანძილი, რომელთაც შლილზე A და B წერტილები შეესაბამება.

ა) 0 ბ) $a\sqrt{3}$ გ) a დ) $\sqrt{2}\,a$

4. კუბის სრული ზედაპირის ფართობია 18 სმ². იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.

ა) $\sqrt{3}$ სმ³ ბ) 27 სმ³ გ) 9 სმ³ დ) $3\sqrt{3}$ სმ³

5. რამდენი ტოლი ფოლადის კუბი უნდა გადავადნოთ, რომ შეგვეძლოს 2-ჯერ დიდი წიბოს მქონე კუბის ჩამოსხმა?

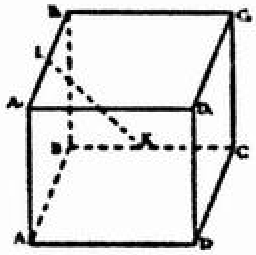
ა) 2 ბ) 4 გ) 8 დ) 10

6. კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა 5 მ, გარედან შეღებეს შავად და შემდეგ დაჭრეს პატარა კუბებად, რომლის წიბოს სიგრძე 1 მ-ია. რამდენი ისეთი კუბი მიიღეს, რომლის მხოლოდ ორი წახნაგია შავად შეღებილი?

ა) 54 ბ) 36 გ) 32 დ)24

7. ხის კუბი გადახერხე ერთ-ერთი წახნაგის პარალელურ სიბრტყეზე. იპოვეთ კუბის მოცულობა, თუ გადახერხვის შედეგად მიღებული ნაწილების ზედაპირების ფართობების ჯამი 50 მ²-ით მეტია კუბის ზედაპირის ფართობზე.

ა) 8 მ³ ბ) 27 მ³ გ) 50 მ³ დ) 125 მ³

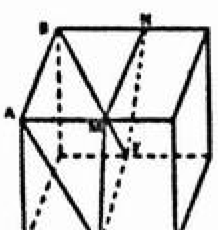


8. მოცემული კუბის წიბოს სიგრძეა a სმ. K და L წერტილები BC და A_1B_1 წიბოების შუაწერტილებია (იხ. ნახაზი). რის ტოლია KL მონაკვეთის სიგრძე?

ა) $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ სმ ბ) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ სმ გ) $a\sqrt{6}$ სმ დ) $a\sqrt{3}$ სმ

9. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის აკვარიუმიდან, რომლის ფუძის გვერდებია 50 სმ და 80 სმ, წყლის ნაწილი გადაასხეს ასეთივე ფორმის მქონე მეორე აკვარიუმში, რომლის ფუძის გვერდებია 40 სმ და 75 სმ. რამდენი სანტიმეტრით აიწია წყლის დონემ მეორე აკვარიუმში, თუ პირველ აკვარიუმში წყლის დონემ 6 სმ-ით დაიწია?

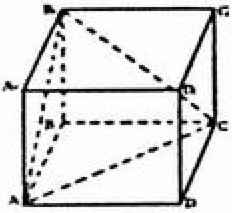
ა) 8 სმ ბ) 9 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ



10. ნახაზზე გამოსახული მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობაა 80 სმ³. M, N, F და E წიბოების შუაწერტილებია. იპოვეთ $AEMBFN$ სამკუთხა პრიზმის მოცულობა.

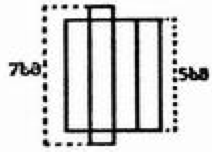
ა) 10 სმ³ ბ) 20 სმ³ გ) 40 სმ³ დ) 64 სმ³

11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედში AB=5 სმ, AC= $\sqrt{106}$ სმ, AA_1=12 სმ. იპოვეთ AB_1C კუთხის კოსინუსი.



ა) $\frac{117}{195}$ ბ) $\frac{146}{195}$ გ) $\frac{144}{195}$ დ) $\frac{112}{195}$

12. ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი, რომლის ფუძე კვადრატია. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის მოცულობა.



ა) 5 სმ^3 ბ) 7 სმ^3 გ) 10 სმ^3 დ) 14 სმ^3

13. რამდენჯერ მეტია წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი პრიზმის გვერდით წიბოზე მისი მოპირდაპირე წახნაგის მართობულად გავლებული კვეთის ფართობზე?

ა) $\sqrt{3}$ -ჯერ ბ) $2\sqrt{2}$ -ჯერ გ) 3-ჯერ დ) $2\sqrt{3}$ -ჯერ

14. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია Q, ხოლო გვერდითი წახნაგის ფართობია P. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $P\sqrt{Q}$ ბ) $\sqrt[4]{3}\,Q\sqrt{P}$ გ) $\frac{\sqrt[4]{3}}{2}P\cdot\sqrt{Q}$ დ) $\frac{Q\sqrt{P}}{2}$

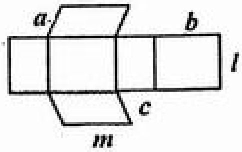
15. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია 16 სმ^2, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობია $24\sqrt{2}$ სმ^2. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) 48 სმ^3 ბ) 64 სმ^3 გ) 72 სმ^3 დ) 96 სმ^3

16. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძეების ფართობების ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა

ა) $\frac{a^3}{3}$ ბ) $\frac{a^3}{4}$ გ) $\frac{a^3}{2}$ დ) $\frac{a^3}{8}$

17. ნახაზზე გამოსახულია მართი ოთხკუთხა პრიზმის შლილი. პრიზმის წიბოების შესაბამისი მონაკვეთები შლილზე აღნიშნულია a, b, c, m და l ასოებით. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

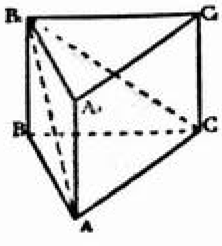


ა) $a=l$ ბ) $b=l$ გ) $a=m$ დ) $b=m$

18. იპოვეთ $M(0;\ 4)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$ წრფის მიმართ.

ა) $(2\sqrt{3};\ -2)$ ბ) $(2\sqrt{3};\sqrt{3})$ გ) $(2\sqrt{3};-1)$ დ) $(\sqrt{3};\ -\sqrt{3})$

19. $ABCA_1B_1C_1$ მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე ტოლფერდა სამკუთხედია, AB=BC=10, AC=16. პრიზმის სიმაღლის სიგრძეა $2\sqrt{7}$. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული AB_1C სამკუთხედის ფართობი.



ა) 48 ბ) 64 გ) 52 დ) 76

20. თუ $ABCD$ პარალელოგრამია, მაშინ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=$

ა) $\overrightarrow{DC}$ ბ) $\overrightarrow{BA}$ გ) $\overrightarrow{AD}$ დ) $\overrightarrow{DA}$

ტესტი 13.4

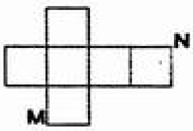
1. სულ რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, თუ ცნობილია, რომ მისი ყველა წახნაგის და ყველა წიბოს რაოდენობათა ჯამი არის 22?

   ა) 10 ბ) 12 გ) 14 დ) 20

2. იპოვეთ კუბის ერთი წვეროდან გამოსული ორი მეზობელი წახნაგის დიაგონალებს შორის კუთხის სიდიდე.

   ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

3. ნახაზზე მოცემულია კუბის შლილი. კუბის იმ წერტილებს შორის მანძილი, რომელთაც შლილზე M და N წერტილები შეესაბამება 2 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი შლილზე M და N წერტილებს შორის.



   ა) 5 სმ ბ) $2\sqrt{13}$ სმ გ) $3\sqrt{13}$ სმ დ) 6 სმ

4. კუბის მოცულობაა 125 სმ³. იპოვეთ ამ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

   ა) 25 სმ² ბ) 50 სმ² გ) 100 სმ² დ) 150 სმ²

5. ფოლადის სამი კუბი, რომელთა წიბოებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ გადაადნეს და ჩამოასხეს ერთ კუბად. იპოვეთ მიღებული კუბის წიბო.

   ა) 6 სმ ბ) 7 სმ გ) 8 სმ დ) 9 სმ

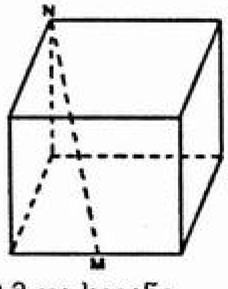
6. კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა 5 მ, გარედან შეღებეს შავად და შემდეგ დაჭრეს პატარა კუბებად, რომლის წიბოს სიგრძე 1 მ-ია. რამდენი ისეთი კუბი მიიღეს რომლის მხოლოდ ერთი წახნაგია შავად შეღებილი?

   ა) 96 ბ) 64 გ) 54 დ) 36

7. იპოვეთ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის AA_1C_1C დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ კუბის წიბო 5 სმ-ის ტოლია.

   ა) 25 სმ² ბ) $25\sqrt{2}$ სმ² გ) $25\sqrt{3}$ სმ² დ) 50 სმ²

8. ნახაზზე მოცემული კუბის წიბოს სიგრძეა a სმ. N კუბის წვეროა, ხოლო M წიბოს შუაწერტილი. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

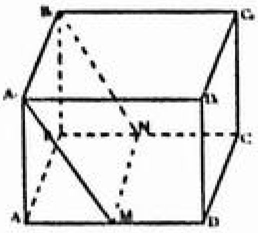


   ა) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ბ) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ გ) $2a$ დ) $\frac{3a}{2}$

9. აუზს მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმა აქვს, რომლის სიგრძეა 20 მ და სიგანე 15 მ. აუზში ჩაასხეს 450 მ³ მოცულობის წყალი. რის ტოლი იქნება აუზში წყლის სიღრმე?

   ა) 1 მ ბ) 1,2 მ გ) 1,5 მ დ) 1,8 მ

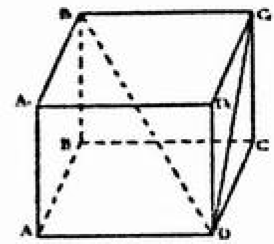
10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობაა 36 სმ³. M და N წერტილები პარალელეპიპედის AD და BC წიბოების შუაწერტილებია. რის ტოლია AA_1MBB_1N სამკუთხა პრიზმის მოცულობა?



    ა) 6 სმ³ ბ) 9 სმ³ გ) 12 სმ³ დ) 16 სმ³

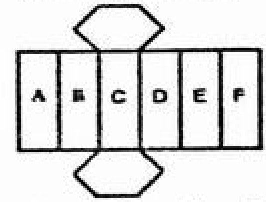
11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედში $CD=8$, $AA_1=6$, $BD=10$. იპოვეთ DB_1C_1 სამკუთხედის ფართობი.

ა) 30 ბ) 32 გ) 36 დ) 48



12. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგები აღნიშნულია ლათინური ასოებით. ნახაზზე გამოსახულია ამ პრიზმის შლილი. პრიზმის რომელი წახნაგია A წახნაგის პარალელური?

ა) F ბ) A გ) D დ) B



13. რამდენჯერ მეტია წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობზე?

ა) $\sqrt{3}$-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) $2\sqrt{2}$-ჯერ დ) $2\sqrt{3}$-ჯერ

14. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი წახნაგის ფართობია P, ხოლო ფუძის ფართობი Q-ს ტოლია.

ა) $\sqrt{PQ^2}$ ბ) $P\sqrt{Q}$ გ) $(P+Q)\sqrt{Q}$ დ) $PQ\sqrt{Q}$

15. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის დიაგონალი $2\sqrt{2}$ სმ-ია, ხოლო გვერდითი წიბო – 14 სმ. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი.

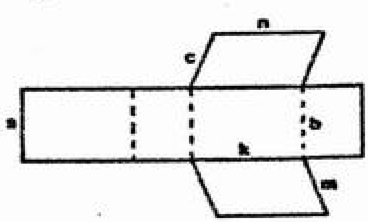
ა) 120 სმ² ბ) 140 სმ² გ) 148 სმ² დ) 170 სმ²

16. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძეების ფართობათა ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ ბ) $\frac{a^3}{8}$ გ) $\frac{a^3}{2}$ დ) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

17. ნახაზზე გამოსახულია მართი ოთხკუთხა პრიზმის შლილი. პრიზმის წიბოების შესაბამისი მონაკვეთები შლილზე აღნიშნულია a, b, c, m, n და k ასოებით. ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელი არ არის ჭეშმარიტი?

ა) $a=b$ ბ) $c=m$ გ) $n=k$ დ) $m=n$



18. იპოვეთ $M(0;\ 6)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები $y=\sqrt{3}x$ წრფის მიმართ.

ა) $(-3\sqrt{3};\ 3)$ ბ) $(\sqrt{3};\ \sqrt{3})$ გ) $(\sqrt{3};\ 3\sqrt{3})$ დ) $(3\sqrt{3};\ 3)$

19. მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4. ფუძის ჰიპოტენუზის მედიანა პრიზმის სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა $45\sqrt{3}$.

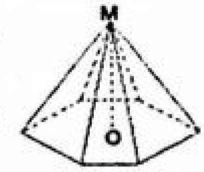
ა) 45 ბ) 60 გ) 90 დ) 120

20. რისი ტოლია $\overrightarrow{CA}$ ვექტორის სიგრძე, თუ მოცემულია $\overrightarrow{AB}(-3;\ 4)$ და $\overrightarrow{BC}(9;\ 4)$ ვექტორები?

ა) 6 ბ) 8 გ) 10 დ) 12

§ 14. პირამიდა

მრავალწახნაგას, რომლის ერთ-ერთი წახნაგი ნებისმიერი მრავალკუთხედია, ხოლო დანარჩენი წახნაგები – საერთო წვეროს მქონე სამკუთხედებია, პირამიდა ეწოდება (ნახ. 14.1).



ნახ. 14.1

ამ მრავალკუთხედს პირამიდის წვერო ეწოდება, ხოლო საერთო წვეროს მქონე სამკუთხედებს – გვერდითი წახნაგები.

გვერდითი წახნაგების საერთო წვეროს პირამიდის წვერო ეწოდება. წიბოებს, რომლებიც ფუძის გვერდებს არ წარმოადგენენ გვერდითი წიბოები ეწოდება.

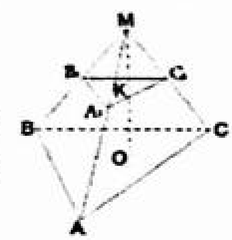
პირამიდის წვეროდან ფუძის სიბრტყეზე დაშვებულ მართობს პირამიდის სიმაღლე ეწოდება. ნახ. 14.1-ზე MO არის პირამიდის სიმაღლე.

პირამიდას ეწოდება n-კუთხა, თუ მისი ფუძე n-კუთხედია. სამკუთხა პირამიდას ტეტრაედრსაც უწოდებენ.

n-კუთხა პირამიდას აქვს $n+1$ წვერო, $n+1$ წახნაგი და $2n$ წიბო.

ვთქვათ $MABC$ პირამიდა გადაკვეთილია ფუძის პარალელური სიბრტყით (ნახ. 14.2). ცხადია კვეთაში მიიღება ფუძის მსგავსი სამკუთხედი. ე.ი. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. აქედან ადვილად მიიღება, რომ

$$S_{ABC} : S_{A_1B_1C_1} = MO^2 : MK^2 .$$



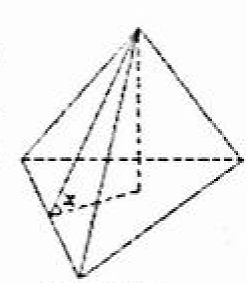
ნახ. 14.2

ე.ი ფუძისა და კვეთის ფართობის შეფერადება წვეროდან ამ სიბრტყეებამდე მანძილების კვადრატების შეფარდების ტოლია.

პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ეწოდება მისი გვერდითი წახნაგების ფარდობთა ჯამს, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი ეწოდება გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობთა ჯამს.

ვთქვათ მოცემულია პირამიდა რომლის თითოეული გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის α კუთხეს (ნახ. 14.3). ამ პირამიდის ფუძის ფართობი იყოს Q, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი $S_{გვ}$, მაშინ

$$S_{გვ} = \frac{Q}{\cos\alpha}.$$


ნახ. 14.3

ე.ი. ასეთი პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ტოლია ფუძის ფართობის ფარდობის დახრის კუთხის კოსინუსთან.

პირამიდას ეწოდება წესიერი, თუ მისი ფუძე წესიერი მრავალკუთხედია, ხოლო სიმაღლის ფუძე ან მრავალკუთხედის ცენტრს ემთხვევა. წესიერი პირამიდის ღერძი ეწოდება წრფეს, რომელიც მის სიმაღლეს შეიცავს.

ცხადია, რომ წესიერი პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია, გვერდითი წახნაგები ტოლია და ისინი ტილფერდა სამკუთხედებია.

წესიერი პირამიდის გვერდითი წახნაგის სიმაღლეს, რომელიც გავლებულია პირამიდის წვეროდან, აპოთემა ეწოდება.

წესიერი პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის ნახევარპერიმეტრისა და აპოთემის ნამრავლის ტოლია:

$$S_{გვ} = \frac{1}{2} P \cdot h,$$

სადაც P ფუძის პერიმეტრია, h – აპოთემა.

შევნიშნოთ, რომ თუ პირამიდა წესიერი არ არის (არაწესიერია) მისთვის გვერდითი ზედაპირის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა არა გვაქვს. ამ შემთხვევაში ცალ-ცალკე უნდა გამოვთვალოთ თითოეული გვერდითი წახნაგის ფართობი და ისინი შევკრიბოთ.

პირამიდის (ნებისმიერის) მოცულობა მისი ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის მესამედის ტოლია:

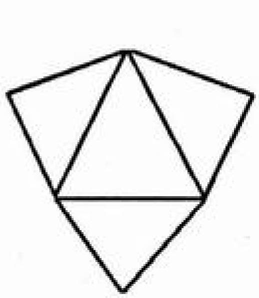
$$V = \frac{1}{3} S_{ფ} \cdot H,$$

სადაც $S_{ფ}$ – ფუძის ფართობია, ხოლო H – პირამიდის სიმაღლეა.

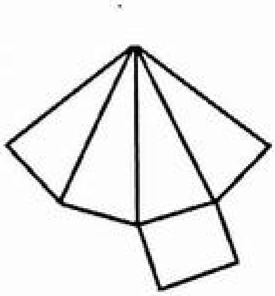
ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტისათვის სასარგებლოა ვიცოდეთ, რომ:

1. თუ პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია ან გვერდითი წიბოები ერთნაირადაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი, მაშინ პირამიდის ფუძეზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა და პირამიდის სიმაღლე გადის ამ წრეწირის ცენტრში.
2. თუ პირამიდის წვეროდან გავლებული გვერდითი წახნაგების სიმაღლეები ტოლია ან პირამიდის გვერდითი წახნაგები ერთნაირადაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი და პირამიდის სიმაღლე ფუძეზე ეშვება, მაშინ პირამიდის ფუძეში შეიძლება წრეწირის ჩახაზვა და პირამიდის სიმაღლე გადის ამ წრეწირის ცენტრში.

დავუშვათ, რომ პირამიდის ზედაპირი დამზადებულია მუყაოს ფურცლებისაგან. თუ ამ პირამიდას რამდენიმე წიბოზე გავჭრით და მას გავშლით, მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას, რომელსაც პირამიდის შლილი ეწოდება. 14.4 და 14.5 ნახაზებზე მოყვანილია წესიერი სამკუთხა და ოთხკუთხა პირამიდის შლილები.



ნახ. 14.4



ნახ. 14.5

* * *

14.1. 1) რამდენი წახნაგი აქვს პირამიდას, თუ მას 8 წიბო აქვს?

2) რამდენი წვერო აქვს პირამიდას, თუ მას 7 წახნაგი აქვს?

3) რამდენი წიბო აქვს პირამიდას, თუ მას 11 წვერი აქვს?

4) რამდენი წიბო აქვს პირამიდას, თუ მას 9 წახნაგი აქვს?

5) რამდები წვერო აქვს პირამიდას, თუ მას 7 გვერდითი წახნაგი აქვს?

6) რამდენი გვერდითი წახნაგი აქვს პირამიდას, თუ მას 8 წვერო აქვს.

14.2. 1) პირამიდის წახნაგებისა და წიბოების რაოდენობათა ჯამი 28-ს ტოლია. რამდენი წვერო აქვს ამ პირამიდას?

2) პირამიდის წიბოების რაოდენობა 11-ით მეტია გვერდითი წახნაგების რიცხვზე. რამდენი წვერო აქვს ამ პირამიდას.

3) პირამიდის წახნაგების, წიბოების და წვეროების რაოდენობათა ჯამი 30-ის ტოლია. რამდენი გვერდითი წახნაგი აქვს ამ პირამიდას.

4) პირამიდის წიბოებისა და წვეროების რაოდენობათა ჯამი 13-ით მეტია გვერდითი წახნაგების რიცხვზე. რამდენი წახნაგი აქვს ამ პირამიდას.

14.3. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 5, პირამიდის სიმაღლეა 4. იპოვეთ ფუძის დიაგონალი.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემაა 13, პირამიდის სიმაღლეა 12. იპოვეთ ფუძის გვერდი.

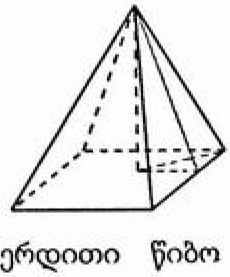
3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 25, აპოთემაა 20. იპოვეთ ფუძის გვერდი.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემაა 13, ფუძის გვერდია 10. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

5) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4 სმ. აპოთემა დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლის სიგრძე.

6) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 8 სმ. გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ გვერდითი წიბოს სიგრძე.

14.4. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $4\sqrt{2}$, სიმაღლე – 3. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.



2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $8\sqrt{2}$, გვერდითი წიბოა 10. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $6\sqrt{3}$ სმ. გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ აპოთემის სიგრძე.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $4\sqrt{2}$ სმ. გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.

5) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ. გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძე.

6) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12 სმ. გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

14.5. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $8\sqrt{3}$ სმ, ხოლო გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობი.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობია 8 სმ². იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ გვერდითი წიბო ფუძესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 6 სმ. გვერდითი წიბო ფუძესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ $tg\alpha = \frac{3}{2}$.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს φ კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ $\cos\varphi = \frac{1}{3}$.

5) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა $4\sqrt{2}\pi$ სმ. აპოთემა ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია φ კუთხით. იპოვეთ პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ $tg\varphi = 3$.

6) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძეში ჩართული წრეწირის სიგრძეა 6π სმ. გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს φ კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლის სიგრძე, თუ $tg\varphi = 2$.

14.6. 1)იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის ფართობია 16 სმ², ხოლო აპოთემაა 3 სმ.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 4 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 25 სმ², ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 65 სმ². იპოვეთ აპოთემის სიგრძე.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 24 სმ², ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი 40 სმ². იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

14.7. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 10 სმ. ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე 45°-ია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 32 სმ². ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის სიდიდეა 60°. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 12 სმ², ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი 1,25-ჯერ მეტია გვერდითი ზედაპირის ფართობზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

14.8. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 16 სმ². იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 2 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგი ფუძისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ კუთხე პირამიდის სიმაღლესა და გვერდითი წიბოს შორის.

14.9. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლის შეფარდება ფუძის გვერდთან $\frac{\sqrt{3}}{2}$-ის ტოლია. იპოვეთ კუთხე გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძის გვერდის ტოლია. იპოვეთ კუთხე პირამიდის სიმაღლესა და გვერდითი წიბოს შორის.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალი $\sqrt{2}$-ჯერ მეტია აპოთემაზე. იპოვეთ კუთხე პირამიდის გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო $\sqrt{2}$-ჯერ მეტია პირამიდის სიმაღლეზე. იპოვეთ პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხის სიდიდე.

14.10. 1) პირამიდის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური კვეთა. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 32 სმ².

2) პირამიდის სიმაღლის სიგრძეა H. წვეროდან რა მანძილზე უნდა გავავლოთ ფუძის პარალელური კვეთა, რომ მისი ფართობი ფუძის ფართობის ნახევარი აღმოჩნდეს?

3) პირამიდის სიმაღლე დაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყეები. იპოვეთ მიღებულ კვეთის ფართობებს შორის უდიდესი, თუ ფუძის ფართობია 180 სმ².

4) პირამიდის ფუძის ფართობია 200 სმ², ხოლო სიმაღლე 20 სმ. წვეროდან რა მანძლზე უნდა გავავლოთ ფუძის პარალელური სიბრტყე, რომ მიღებული კვეთის ფართობი 98 სმ²-ის ტოლი აღმოჩნდეს?

14.11. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 13 სმ, ხოლო სიმაღლეა 12 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 24 სმ, ხოლო გვერდითი წიბოა 18 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემაა 13 სმ, ხოლო სიმაღლეა 12 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 25 სმ, ხოლო აპოთემაა 20 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.12. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა b და იგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა H და იგი აპოთემასთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემაა h და იგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.13. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 64 სმ², ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 80 სმ². იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $2\sqrt{2}$ სმ, ხოლო დიაგონალური კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალური კვეთა ფუძის ტოლდიდია.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა წიბო ტოლია. იპოვეთ მისი მოცულობა თუ ფუძის ფართობია 36 სმ².

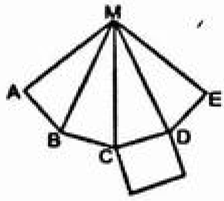
14.14. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემაა 10 სმ, ხოლო აპოთემასა და სიმაღლეს შორის კუთხე α-ს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო 5 სმ-ია, ხოლო წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{25}$.

3) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობაა 72 სმ³, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ $tg\alpha = 2$.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობია 27 სმ², ხოლო გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 3$.

14.15. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შლილი სიბრტყეზე. იპოვეთ ამ პირამიდის:



1) მოცულობა, თუ $\angle BMD=120°$, $BD=4$ სმ.

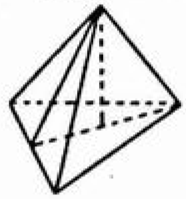
2) ფუძის გვერდი, თუ $\angle AME=120°$, $AD=12$ სმ.

3) გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\angle AME=120°$, $BE=4\sqrt{6}$.

4) ფუძის დიაგონალის სიგრძე, თუ $\angle BMD=90°$, $AE=8$.

* * *

14.16. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 2 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.



2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 3 სმ, გვერდითი წიბოა $\sqrt{19}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 5 სმ, ხოლო აპოთემაა 4 სმ. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა 10 სმ, ხოლო ფუძის გვერდია $12\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

5) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 8 სმ, აპოთემა კი 10 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის ფუძის ფართობი.

6) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 13 სმ, ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი კი 6 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

14.17. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $4\sqrt{3}$ სმ, ხოლო გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ აპოთემა.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო უდრის 6 სმ და ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12 სმ, ხოლო აპოთემა დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 6 სმ. გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხით, იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.

14.18. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე ფუძის გვერდის ტოლია. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $3\sqrt{3}$ სმ და აპოთემასთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

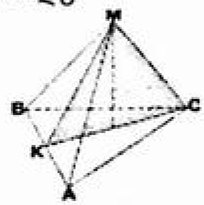
3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $\sqrt{6}$ სმ, ხოლო პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა 60°. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 12π სმ, ხოლო კუთხე პირამიდის სიმაღლესა და აპოთემას შორის 30°-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.

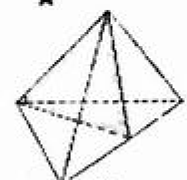
5) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $6\sqrt{3}$, ხოლო სიმაღლეა 4. იპოვეთ მანძილი ფუძის ცენტრიდან გვერდით წახნაგამდე.

6) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $3\sqrt{3}$, ხოლო სიმაღლეა 4. იპოვეთ მანძილი ფუძის გვერდის შუაწერტილიდან მოპირდაპირე წიბომდე.

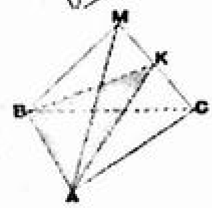
14.19. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია φ კუთხით. იპოვეთ აპოთემაზე და გვერდით წიბოზე გამავალი სიბრტყით პირამიდის კვეთის ფართობი, თუ $tg\varphi=2$.



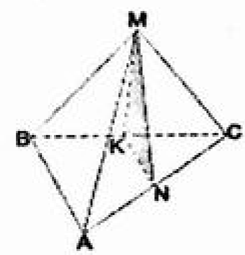
2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 3 სმ, ხოლო გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ გვერდითი წიბოზე მოპირდაპირე წახნაგის მართობულად გავლებული კვეთის ფართობი, თუ $tg\alpha=4$.



3) $MABC$ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლის სიგრძეა 6 სმ და ის გვერდით წიბოსთან ადგენს α კუთხეს. K არის MC წიბოს შუაწერტილი. იპოვეთ ABK კვეთის ფართობი, თუ $tg\alpha=\frac{1}{2}$.



4) $MABC$ წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $18\sqrt{3}$ სმ. გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. K და N შესაბამისად არიან BC და AC გვერდების შუაწერტილები. იპოვეთ MKN სამკუთხედის ფართობი, თუ $tg\alpha=\frac{1}{3}$.



14.20. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო გვერდითი წიბოა 5 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $45\sqrt{3}$ სმ^2, ხოლო აპოთემაა 5 სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 2 სმ, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა 60°. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 8 სმ, ხოლო აპოთემაა 10 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.21. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო გვერდითი წიბო ფუძის გვერდთან შეადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ორჯერ მეტია ფუძეს ფართობზე. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე, თუ ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 16π.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე H-ის ტოლია და გვერდით წიბოსთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $108\sqrt{3}$, ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა $12\sqrt{3}\pi$. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

14.22. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 2 სმ. ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე 45°-ია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობია $12\sqrt{3}$ სმ². ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა 60°. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძეზე შემოხაზული წრის ფართობია 12π, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი ოთხჯერ მეტია ფუძის ფართობზე. რამდენჯერ მეტია პირამიდის აპოთემა ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსზე.

14.23. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლესა და გვერდითი წიბოს შორის კუთხის კოსინუსი.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე ორჯერ ნაკლებია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი ოთხჯერ ნაკლებია გვერდით წიბოზე. იპოვეთ კუთხე პირამიდის სიმაღლესა და გვერდითი წიბოს შორის.

5) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი სამჯერ მეტია ფუძის ფართობზე. იპოვეთ პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხის სიდიდე.

6) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი $\sqrt{5}$-ჯერ მატია ფუძის ფართობზე. იპოვეთ კუთხე პირამიდის სიმაღლესა და გვერდით წიბოს შორის.

14.24. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა 90°, ხოლო ფუძის ფართობია $4\sqrt{3}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა 90°. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე 60°-ია, ხოლო გვერდითი წიბოა a. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე 30°-ია, ხოლო გვერდითი წიბოა a. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

14.25. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 2 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12 სმ, ხოლო გვერდითი წიბოა 8 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 10 სმ, ხოლო სიმაღლეა 8 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა $2\sqrt{31}$ სმ, სიმაღლე კი – 11 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.26. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a. გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა b და იგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა H და ის აპოთემასთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა h და იგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

5) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a. გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთნ ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

6) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა H. გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.27. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 6 სმ და ის გვერდით წიბოსთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა $\sqrt{5}$ სმ. გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა $6\sqrt{3}$. კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის 30°-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა $\frac{\sqrt{3}}{3}$. კუთხე აპოთემასა და სიმაღლეს შორის 30°-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი.

14.28. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12. გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 2$.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 2. გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 2\sqrt{3}$.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა 6. გვერდითი წიბო პირამიდის სიმაღლესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ $tg\alpha = 3$.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა $\frac{\sqrt{6}}{2}$, ხოლო პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{4}$.

14.29. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის თითოეული წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა.

2) სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოები ურთიერთმართობულია და თითოეული მათგანი b-ს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, გვერდითი წიბოები კი ურთიერთმართობულია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ყველა ბრტყელი კუთხე მართია, ხოლო პირამიდის სიმაღლეა H. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

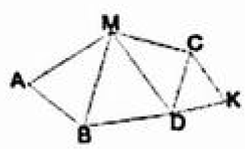
14.30. 1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6. გვერდითი ზედაპირის ფართობია 18. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობია $36(2+\sqrt{3})$, ხოლო ფუძის ფართობია $36\sqrt{3}$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

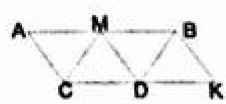
3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა $3\sqrt{3}$, ხოლო ფუძის გვერდია $18\sqrt{3}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობაა $18\sqrt{2}$, ხოლო სიმაღლეა $2\sqrt{6}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

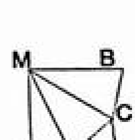
14.31. 1) ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი. იპოვეთ ამ პირამიდის CDK ფუძის გვერდი, თუ $\angle AMC$=135°, BC=$2\sqrt{2}$.



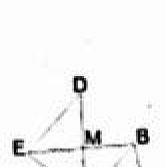
2) ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი სიბრტყეზე, სადაც DBK პირამიდის ფუძეა, ხოლო AM და MB მონაკვეთები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ BC=$6\sqrt{3}$.



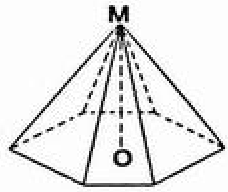
3) ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი სიბრტყეზე, სადაც AMB მართი კუთხეა, ხოლო CED სამკუთხედი პირამიდის ფუძეა. იპოვეთ ამ პირამიდის აპოთემა, თუ ფუძის გვერდია 4.



4) ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი სიბრტყეზე, რომლის წვეროა M და ფუძეა ABC სამკუთხედი. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა, თუ $AD \perp BE$ და AC=$2\sqrt[3]{12}$.



* * *



14.32. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 5, სიმაღლე 12. იპოვეთ გვერდითი წიბო.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $2\sqrt{3}$, სიმაღლე 4. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 10, აპოთემაა 6. იპოვეთ პირამიდის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

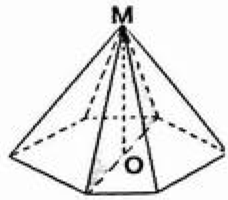
4) წესიერ ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $\frac{8\sqrt{3}}{3}$, სიმაღლეა 3. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

14.33. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის აპოთემაა $4\sqrt{3}$ და ის ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 3 და იგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

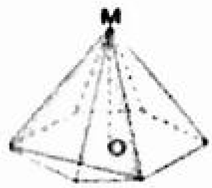
3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლესა და გვერდით წიბოს შორის კუთხე α-ს ტოლია, ფუძის გვერდია 6. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბო, თუ $tg\alpha = 2$.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით, ხოლო პირამიდის სიმაღლეა 3. იპოვეთ გვერდითი წიბო, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.



14.34. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4, გვერდითი წიბოა 5. იპოვეთ პირამიდის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობი.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6, ხოლო დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია 18. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.



3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6, ხოლო სიმაღლეა 4. იპოვეთ პირამიდის მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობი.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობია $18\sqrt{3}$, ხოლო ფუძის გვერდია 6. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

14.35. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4, ხოლო სიმაღლეა 2. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა $3\sqrt{5}$, ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია $3\sqrt{3}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) წესირი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 8, გვერდითი წიბო 10. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის აპოთემაა 4, ხოლო გვერდითი წიბოა 5. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

14.36. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4, ხოლო ფუძის გვერდთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხეა 30°. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის აპოთემა სიმაღლესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. პირამიდის ფუძის გვერდია 2. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12, ხოლო ფუძის გვერდთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი ექვსჯერ მეტია ფუძის ფართობზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

14.37. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4, სიმაღლე – 6. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 8, გვერდითი წიბო – 10. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა $2\sqrt{5}$, აპოთემაა 4. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 4, აპოთემაა 5. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.38. 1) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო ფუძესთან შედგენილი ორწახნაგა კუთხეა 60°. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა b და ის სიმაღლესთან ქმნის 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ორჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ პირამიდის მოცულობაა V.

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო მოცულობაა $\frac{3a^3}{4}$. იპოვეთ პირამიდის ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

* * *

14.39. 1) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის გვერდებია 10 სმ და 24 სმ. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო 15 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

2) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის გვერდებია 6 და 8. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო 13 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის გვერდებია 12 და 16. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბოა 26. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის დიაგონალებს შორის კუთხეა 30°. გვერდითი წიბო სიმაღლესთან ქმნის 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლეა 12.

14.40. 1) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის ყოველი გვერდითი წიბო 12-ის ტოლია. თითოეული გვერდითი წიბო მართკუთხედის მოსაზღვრე გვერდებთან 60°-იან და 45°-იან კუთხეებს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის დიაგონალია 6, ხოლო დიაგონალებს შორის კუთხეა 120°. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთნ 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის გვერდებია 6 და 8. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 48.

4) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის სიმაღლის სიგრძეა 3 და ის გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში. პირამიდის მეზობელი გვერდითი წახნაგები ფუძისადმი დახრილია 60°-იანი და 45°-იანი კუთხეებით. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა.

14.41. 1) პირამიდას ფუძეში აქვს რომბი, რომლის დიაგონალებია 60 და 80. პირამიდის სიმაღლე გადის რომბის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში და 10-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) პირამიდას ფუძეში აქვს რომბი, რომლის დიაგონალებია 6 და 8. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 26.

3) პირამიდას ფუძედ აქვს პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია 3 და 7, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალია 6. პირამიდის სიმაღლე დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გადის და 4-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბოები.

4) პირამიდის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია 4 სმ და 6 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალია $2\sqrt{10}$ სმ. პირამიდის სიმაღლე გადის პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ დიდი გვერდითი წიბოა 5 სმ.

14.42. 1) პირამიდის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი კათეტებით 6 სმ და 8 სმ. თითოეული გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 45°-იან კუთხე. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) პირამიდის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ჰიპოტენუზის სიგრძეა $8\sqrt{3}$ სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 30°. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 6 სმ და სიმაღლე 9 სმ. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო 13 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) პირამიდია ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 5 სმ, 5 სმ და 6 სმ. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 4$.

14.43. 1) პირამიდის ფუძე არის მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 15 სმ და 20 სმ. ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძესთან ქმნის α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 2$.

2) პირამიდის ფუძე არის მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 4 სმ და 7 სმ. პირამიდის ყოველი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

3) სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდებია 10 სმ, 10 სმ და 16 სმ. ფუძესთან მდებარე ყოველი ორწახნაგა კუთხე 60°-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) პირამიდის ფუძე ტოლფერდა სამკუთხედია, რომლის გვერდებია 20 სმ, 20 სმ და 32 სმ. პირამიდის ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძესთან ქმნის α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = \frac{3}{4}$.

5) სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდებია 5 სმ, 6 სმ და 9 სმ. პირამიდის თითოეული წახნაგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha = 3$.

6) სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდებია 25 სმ, 29 სმ და 36 სმ. პირამიდის ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{4}$.

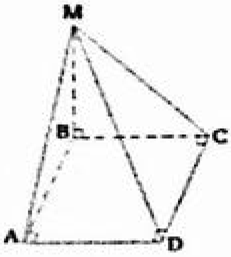
14.44. 1) სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოები ურთიერთმართობულ მონაკვეთებს წარმოადგენენ, სიგრძეებით 5 სმ, 6 სმ და 8 ს მ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგები ურთიერთმართობულ სიბრტყეებში მდებარეობენ. ამ წახნაგების ფართობებია S_1, S_2 და S_3. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

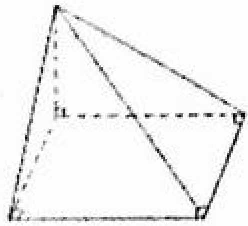
3) სამკუთხა პირამიდის ორი წახნაგი ურთიერთმართობული ტოლგვერდა სამკუთხედებია a-ს ტოლი გვერდით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) სამკუთხა პირამიდის ორი წახნაგი ურთიერთმართობულ სიბრტყეში მდებარე ტოლგვერდა და ტოლფერდა სამკუთხედებია, ამასთან ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდების სიგრძეებია 5 სმ, ხოლო ფერდებს შორის მდებარე კუთხის სიდიდეა α. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $\cos\alpha = \frac{7}{25}$.

14.45. 1) პირამიდის ფუძე არის კვადრატი 6 სმ სიგრძის ტოლი გვერდით. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის ერთ-ერთ წვეროზე და მისი სიგრძეა 8 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



2) პირამიდის ფუძეა კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 12 სმ. პირამიდის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 240 სმ^3.



3) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის მართობულია, ხოლო ორი დანარჩენი – დახრილი და ისინი ფუძესთან ადგენენ 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის სიმაღლეა $2\sqrt{3}$.

4) პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის მართობულია, ხოლო ორი დანარჩენი – დახრილი და ფუძესთან ადგენენ 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ ფუძის ფართობია S.

14.46. 1) $MABCD$ პირამიდის ფუძეა $ABCD$ კვადრატი. MB წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო MA წიბო ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის. გამოთვალეთ ამ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $MB = a$.

2) $MABCD$ პირამიდის ფუძეა $ABCD$ კვადრატი. MB წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო MC წიბო ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. გამოთვალეთ ამ პირამიდის მოცულობა, თუ $MB = a$.

3) პირამიდას ფუძეში აქვს რომბი 60°-იანი მახვილი კუთხით. პირამიდის ორი მოსაზღვრე წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო დანარჩენი ორი კი დახრილია მისდამი 30°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლის სიგრძეა a.

4) პირამიდას ფუძეში აქვს რომბი 60°-იანი მახვილი კუთხით და a გვერდით. პირამიდის ორი მოსაზღვრე წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო დანარჩენი ორი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

14.47. 1) პირამიდას ფუძედ აქვს ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის დიდი ფუძის სიგრძე ორჯერ მეტია მცირე ფუძის სიგრძეზე და დიაგონალის სიგრძეა 6 სმ. პირამიდის სიმაღლე გადის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და მისი სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის დიდი გვერდითი წიბო.

2) პირამიდას ფუძედ აქვს ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია $4\sqrt{2}$ და $2\sqrt{2}$, ხოლო დიაგონალის სიგრძეა 6. პირამიდის სიმაღლე გადის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ უდიდესი გვერდითი წიბოს სიგრძე 8 სმ.

3) a წიბოს მქონე კუბის ცენტრი შეერთებულია კუბის ყველა წვეროსთან. იპოვეთ თითოეული წარმოქმნილი პირამიდის მოცულობა.

4) a წიბოს მქონე კუბის ზედა ფუძის ცენტრი შეერთებულია ქვედა ფუძის გვერდების შუაწერტილებთან. იპოვეთ მიღებული პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.48. 1) წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში გვერდით წიბოსთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე უდრის $120°$-ს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალური კვეთის ფართობია S.

2) წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში გვერდით წიბოსთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე უდრის $120°$-ს. პირამიდის ფუძის დიაგონალია $4\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

3) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი უდრის a-ს, ხოლო ფუძის ცენტრიდან მის გვერდით წახნაგამდე მანძილია $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) მანძილი წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის შუაწერტილიდან მოპირდაპირე წიბომდე a-ს ტოლია. კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის $60°$-ია. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

რთული ამოცანები

14.49. 1) პირამიდის ფუძე a გვერდის მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედია. ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგიც ტოლგვერდა სამკუთხედია და იგი ფუძის სიბრტყის მართობულია. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე $45°$-ის ტოლია. პირამიდა გადაკვეთილია სიბრტყით, რომელიც ფუძის სიბრტყის მართობულია და ფუძის ორ გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ჩამოკვეთილი პირამიდის მოცულობა.

3) პირამიდის ყველა წიბო ტოლია. პირამიდა გადაკვეთილია სიბრტყით ისე, რომ კვეთაში მიიღება a გვერდის მქონე კვადრატი. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) წესიერ სამკუთხა პირამიდაში მოთავსებულია წესიერი სამკუთხა პრიზმა იმგვარად, რომ მისი ერთ-ერთი ფუძის წვეროები მდებარეობს პირამიდის გვერდით წიბოებზე, ხოლო მეორე ფუძის წვეროები – პირამიდის ფუძის სიბრტყეზე. პირამიდის თითოეული წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია.

14.50. 1) პირამიდის ფუძე წესიერი ექვსკუთხედია, რომლის გვერდია a. ერთ-ერთი გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია და ფუძის გვერდის ტოლია. იპოვეთ ამ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) სამკუთხა პირამიდაში, რომლის თითოეული გვერდითი წიბო უდრის a-ს. წვეროსთან მდებარე ერთი ბრტყელი კუთხე არის $90°$, ხოლო დანარჩენი – $60°$. გამოთვალეთ პირამიდის მოცულობა.

3) სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია და თითოეული კუთხის a-ს. ამ წიბოებით შედგენილი სამი ბრტყელი კუთხიდან ორი ქმნის $45°$-$45°$-იან კუთხეს, ხოლო მესამე – $60°$-იანს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

4) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლის შუა წერტილიდან გვერდით წიბოზე დაშვებული მართობის სიგრძეა 3, ხოლო გვერდით წახნაგზე დაშვებული მართობის – $\sqrt{5}$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

ამოცანები დამტკიცებაზე

14.51. 1) აჩვენეთ, რომ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო მართობულია ფუძის დიაგონალებიდან ერთ-ერთის (ამ აცდენილ წრფეებს შორის კუთხე მართია).

2) აჩვენეთ, რომ წესიერი სამკუთხა პირამიდის არაგადამკვეთი წიბოები ურთიერთმართობულია (ამ აცდენილ წრფეებს შორის კუთხე მართია).

3) აჩვენეთ, რომ თუ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე $60°$-ია, მაშინ მოპირდაპირე გვერდითი წიბოები ურთიერთმართობულია.

4) სამკუთხა პირამიდის ყოველი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. აჩვენეთ, რომ მოპირდაპირე წიბოების შუაწერტილებზე გამავალი წრფე ამ წიბოების მართობულია.

14.52. 1) პირამიდის გვერდითი წიბოები ერთმანეთის ტოლია, ხოლო პირამიდის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია. აჩვენეთ, რომ ამ პირამიდის ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია.

2) აჩვენეთ, რომ თუ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე უდრის ფუძის გვერდს, მაშინ გვერდითი წიბოები ფუძის სიბრტყესთან შეადგენენ $60°$-იან კუთხეს.

3) პირამიდის ფუძეა პარალელოგრამი და პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე. აჩვენეთ, რომ პირამიდის სიმაღლეზე გამავალი ნებისმიერი სიბრტყე პირამიდას ორი ტოლი მოცულობების მქონე ნაწილებად ყოფს.

4) წესიერი სამკუთხა პირამიდის ყველა წიბო ტოლია. პირამიდის სიმაღლის შუაწერტილი შეერთებულია პირამიდის ფუძის წვეროებთან. აჩვენეთ, რომ ეს სამი მონაკვეთი წყვილ-წყვილად მართობულია.

ტესტი 14.1

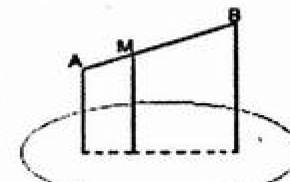
1. მოცემულია $\vec{a}=(2;\ 3)$ და $\vec{b}=(-3;\ 4)$ ვექტორები. იპოვეთ $\vec{c}$ ვექტორი, თუ $\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}=\vec{0}$.

ა) $\left(\frac{1}{2};-\frac{7}{2}\right)$ ბ) $\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ გ) $(1;-7)$ დ) $\left(-\frac{1}{2};-\frac{7}{2}\right)$

2. პარალელური გადატანა $A(-2;\ 3)$ წერტილს $A_1(1;5)$ წერტილში ასახავს. რომელ წრფეში ასახავს ეს პარალელური გადატანა $y=-4x+2$ წრფეს?

ა) $y=-4x+1$ ბ) $y=-4x+2$ გ) $y=-4x+16$ დ) $y=-4x+10$

3. AB მონაკვეთი არ კვეთს სიბრტყეს. მისი ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 8 სმ და 12 სმ-ით. AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM{:}MB=1{:}3$. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სიბრტყემდე.



ა) 10 სმ ბ) 11 სმ გ) 8 სმ დ) 9 სმ

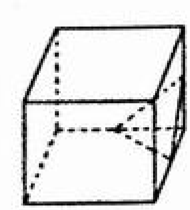
4. წესიერ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის სიგრძეა $2\sqrt{3}\pi$ სმ. ამ წრეწირის O ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია 2 სმ სიგრძის OM მართობი. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის წვერომდე.

ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 5 სმ

5. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის დახურულ ჭურჭელში ჩასხმულია სითხე. როდესაც ჭურჭელი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე 20 დმ^2 ფართობის მქონე წახნაგით დგას, სითხის დონე ფსკერიდან 4 დმ სიმაღლეზეა. ფსკერიდან რა სიმაღლეზე იქნება სითხის დონე, თუ ჭურჭელს გადავაბრუნებთ და ჰორიზონტალურ ზედაპირზე 50 დმ^2 ფართობის მქონე წახნაგით დავდებთ?

ა) 1 დმ ბ) 1,2 დმ გ) 1,6 დმ დ) 1,8 დმ

6. მართკუთხა პარალელეპიპედის ერთი წვეროდან გამოსული სამი წიბოს შუაწერტილებზე გამავალი სიბრტყე პარალელეპიპედიდან ჩამოჭრის სამკუთხა პირამიდას. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა, თუ პარალელეპიპედის მოცულობაა 144.



ა) 2 ბ) 3 გ) 4 დ) 6

7. წესიერი სამკუთხა პირამიდის კვეთა არ შეიძლება იყოს

ა) ტოლფერდა ტრაპეცია ბ) ტოლფერდა სამკუთხედი
გ) მართკუთხა ტრაპეცია დ) მართკუთხა სამკუთხედი

8. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძეა 4 სმ და ეს წიბო პირამიდის სიმაღლესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს.

ა) 12 სმ^3 ბ) 16 სმ^3 გ) 18 სმ^3 დ) 20 სმ^3

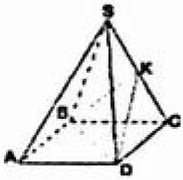
9. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალი $2\sqrt{3}$-ჯერ მეტია პირამიდის სიმაღლეზე. იპოვეთ კუთხე პირამიდის გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75°

10. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 60 სმ^2, ხოლო მისი ფუძის ფართობია 36 სმ^2. რის ტოლია ამ პირამიდის მოცულობა?

ა) 24 სმ^3 ბ) 36 სმ^3 გ) 48 სმ^3 დ) 60 სმ^3

11. $SABCD$ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა 72 მ^3. K წერტილი SC წიბოს შუაწერტილია. რის ტოლია $KBCD$ პირამიდის მოცულობა?



ა) 9 მ^3 ბ 12 მ^3 გ) 18 მ^3 დ) 24 მ^3

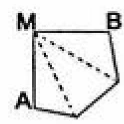
12. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი 12 სმ-ია, ხოლო სიმაღლე – 4 სმ. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა.

ა) $12\sqrt{3}$ სმ^3 ბ) $24\sqrt{3}$ სმ^3 გ) $36\sqrt{3}$ სმ^3 დ) $48\sqrt{3}$ სმ^3

13. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 30 სანტიმეტრია. რის ტოლი იქნება ისეთი მართკუთხა პარალელეპიპედის სიმაღლე, რომლის ფუძის ფართობი და მოცულობა შესაბამისად პირამიდის ფუძის ფართობისა და მოცულობის ტოლია.

ა) 5 სმ ბ) 9 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

14. ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის შლილი. იპოვეთ ამ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ $\angle AMB=90°$ და $AB=6$.



ა) $3\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ბ) $3\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ გ) $6\sqrt{3}$ დ) 9

15. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა გადაკვეთილია ფუძის დიაგონალზე ერთ-ერთი გვერდითი წიბოს გადამკვეთი სიბრტყით. რა ფიგურა მიიღება კვეთაში.

ა) ტოლფერდა სამკუთხედი; ბ) პარალელოგრამი; გ) ტრაპეცია; დ) კვადრატი

16. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $\sqrt{6}$, ხოლო ფუძის გვერდთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხის კოსინუსია $\frac{\sqrt{3}}{4}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 24 ბ) 36 გ) 40 დ) 48

17. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე უდრის 2 სმ-ს, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე კი 30°-ს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 36 სმ^2 ბ) 48 სმ^2 გ) 64 სმ^2 დ) 72 სმ^2

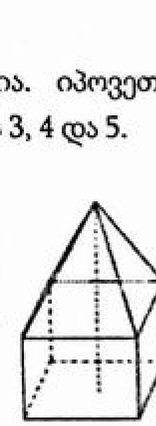
18. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $2\sqrt{3}$, ხოლო სიმაღლეა 4. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) $30\sqrt{3}$ ბ) $18\sqrt{3}$ გ) $24\sqrt{3}$ დ) 27

19. სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე სამივე კუთხე მართია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ გვერდითი წიბოებია 3, 4 და 5.

ა) 20 ბ) 21,5 გ) 23,5 დ) 24,5

20. მართკუთხა პარალელეპიპედს, რომლის ფუძის გვერდებია 6 და 8, ხოლო სიმაღლე 5, თავზე ადგას პირამიდა. ამ პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო 13-ის ტოლია. იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა.



ა) 220 ბ) 342 გ) 392 დ) 432

ტესტი 14.2

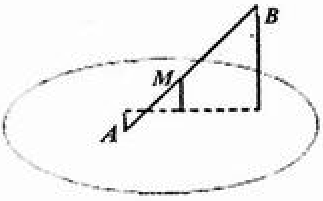
1. მოცემულია ტოლი სიგრძის არანულოვანი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები. იპოვეთ მათ შორის კუთხის კოსინუსი, თუ $3\vec{a}+7\vec{b}$ და $3\vec{b}-5\vec{a}$ ვექტორები ურთიერთმართობულია.

ა) $\frac{3}{8}$ ბ) $\frac{1}{4}$ გ) $\frac{5}{16}$ დ) $\frac{3}{13}$

2. ჩამოთვლილთაგან რომელია (3; 4) წერტილის სიმეტრიული $y=x$ წრფის მიმართ?

ა) (3; 3) ბ) (4; 4) გ) (4; 3) დ) (3; 4)

3. AB მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს. მისი ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 2 სმ და 14 სმ მანძილით. AB მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:MB=1:3$. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სიბრტყემდე.

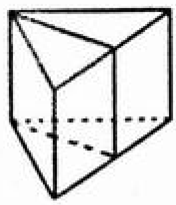


ა) 1 სმ ბ) 2 სმ გ) 5 სმ დ) 6 სმ

4. AB მონაკვეთი α სიბრტყის პარალელურია. A_1 არის A წერტილის გეგმილი α სიბრტყეზე. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AA_1=18$, $A_1B=30$.

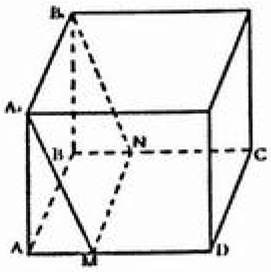
ა) 20 ბ) 24 გ) 25 დ) 26

5. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $18\sqrt{3}$. იპოვეთ პრიზმის გვერდით წიბოზე მოპირდაპირე წახნაგის მართობულად გავლებული კვეთის ფართობი.



ა) 9 ბ) 6 გ) 9 დ) 12

6. მართკუთხა პარალელეპიპედის $ABCD$ ფუძის BC და BD გვერდებზე აღებულია შესაბამისად M და N წერტილები ისე, რომ $AM:MD=1:2$, $BN:NC=1:2$. ზედა ფუძის A_1B_1 წიბოზე და MN მონაკვეთზე გავლებული სიბრტყე მართკუთხა პარალელეპიპედს ჩამოჭრის 5 სმ³ მოცულობის მქონე სამკუთხა პრიზმას. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.



ა) 15 სმ³ ბ) 20 სმ³ გ) 25 სმ³ დ) 30 სმ³

7. წესიერი სამკუთხა პირამიდა გადაკვეთილია მისი ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგის პარალელური სიბრტყით, რომელიც არ გადის პირამიდის არცერთ წვეროზე. რა ფიგურა მიიღება კვეთში?

ა) მართკუთხა, ბ) ტრაპეცია გ) ტოლფერდა სამკუთხედი დ) რომბი.

8. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის დიაგონალის სიგრძეა d სმ, ხოლო სიმაღლე h სმ-ის ტოლია.

ა) $\frac{1}{6}d^2h$ ბ) $\frac{1}{2}d^2h$ გ) $\frac{1}{3}dh^2$ დ) $\frac{1}{6}dh^2$

9. წესიერ ოთხკუხთა პირამიდაში გვერდითი წიბოს შეფარდება ფუძის გვერდთან $\frac{\sqrt{5}}{2}$-ის ტოლია. იპოვეთ კუთხე რომელსაც პირამიდის გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75°

10. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 18 სმ². ამ პირამიდის გვერდითი წახნაგები ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია 60°-ით. რის ტოლია ამ პირამიდის მოცულობა?

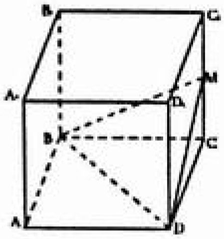
ა) 6 სმ³ ბ) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ სმ³ გ) $5\sqrt{3}$ სმ³ დ) 6 სმ³

11. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. რამდენჯერ მეტია გვერდითი წიბო პირამიდის სიმაღლეზე?

ა) 2-ჯერ ბ) $\sqrt{3}$-ჯერ გ) $2\sqrt{2}$-ჯერ დ) $\sqrt{2}$-ჯერ

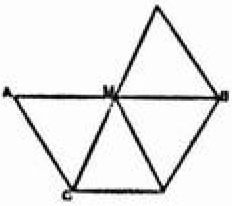
12. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 8 სმ, ხოლო გვერდითი წიბო 10 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა.

ა) $36\sqrt{3}$ სმ² ბ) $48\sqrt{3}$ სმ² გ) $72\sqrt{3}$ სმ² დ) $96\sqrt{3}$ სმ²



13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის მოცულობაა 180 მ³. M წერტილი CC_1 წიბოს შუაწერტილია. რის ტოლია $MBCD$ პირამიდის მოცულობა?

ა) 10 მ³ ბ) 15 მ³ გ) 20 მ³ დ) 30 მ³



14. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის შლილი. იპოვეთ ამ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ A, M და B წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და $BC=2\sqrt{3}$.

ა) 2 ბ) 3 გ) $2\sqrt{3}$ დ) 3

15. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა გადაკვეთილია ფუძის გვერდზე გამავალი ორი გვერდითი წიბოს გადამკვეთი სიბრტყით. რა ფიგურა მიიღება კვეთაში?

ა) სამკუთხედი ბ) პარალელოგრამა გ) რომბი დ) ტოლფერდა ტრაპეცია

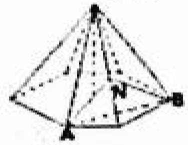
16. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის ორი მოპირდაპირე გვერდითი წახნაგების აპოთემებს შორის კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ბ) $\frac{2}{3}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $\frac{1}{3}$

17. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდის სიგრძეა 6 სმ, ხოლო პირამიდის სიმაღლე $\sqrt{6}$ სმ-ის ტოლია.

ა) 27 სმ² გ) 36 სმ² გ) 40 სმ² დ) 54 სმ²

18. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $2\sqrt{3}$, ხოლო სიმაღლეა 4. სიბრტყე გადის პირამიდის AB მცირე დიაგონალზე და მართობულია ფუძის სიბრტყის. იპოვეთ კვეთაში მიღებული ANB სამკუთხედის ფართობი.

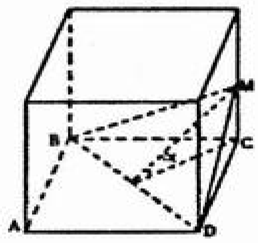


ა) $4\sqrt{3}$ ბ) $6\sqrt{2}$ გ) 3 დ) 6

19. წესირი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 8 და პირამიდის სიმაღლესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

ა) 108 ბ) 96 გ) 80 დ) 72

20. კუბის წიბოს სიგრძეა a. კუბის ფუძის BD დიაგონალზე გავლებული სიბრტყე გვერდით წიბოს კვეთს M წერტილში და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α სიდიდის კუთხეს. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული $MBDC$ სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ $\cos\alpha = \frac{3}{5}$



ა) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$ ბ) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ გ) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ დ) $\frac{\sqrt{2}a^3}{9}$

ტესტი 14.3

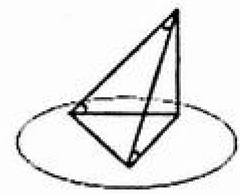
1. იპოვეთ $\vec{a}-2\vec{b}$ და $\vec{a}+\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ $\vec{a}=(-3;\ 6)$ და $\vec{b}=(9;\ -2)$.

   ა) -86 ბ) 0 გ) 98 დ) 42

2. ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა a. ეს სამკუთხედი მოაბრუნებს A წერტილის ირგვლივ 60°-იანი კუთხით. ამ მობრუნებით BC გვერდის M შუაწერტილი აისახა N წერტილში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

   ა) a ბ) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ გ) $2a$ დ) $a\sqrt{3}$

3. სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ 45°-იან კუთხეს, ერთმანეთთან კი – 60°-იანს. იპოვეთ კუთხე სიბრტყეზე ამ დახრილების გეგმილებს შორის.



   ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

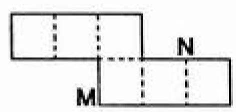
4. სივრცის O წერტილიდან გავლებულია წყვილ-წყვილად ურთიერთმართობული OA, OB და OC მონაკვეთები. იპოვეთ მანძილი B და C წერტილებს შორის, თუ $OA=4$, $\angle ABO=45^\circ$, $\angle ACO=30^\circ$.

   ა) 4 ბ) 6 გ) 8 დ) 10

5. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგი კვადრატია პერიმეტრით 8 სმ. იპოვეთ ამ პრიზმის მოცულობა.

   ა) $\sqrt{3}$ სმ³ ბ) $2\sqrt{3}$ სმ³ გ) $4\sqrt{3}$ სმ³ დ) $8\sqrt{3}$ სმ³

6. სურათზე მოცემულია a წიბოს მქონე კუბის შლილი. იპოვეთ ამ კუბის იმ წვეროებს შორის მანძილი, რომელთაც შლილზე M და N წერტილები შეესაბამება.



   ა) 0 ბ) $a\sqrt{2}$ გ) a დ) $a\sqrt{3}$

7. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის კვეთა ფუძის პარალელური სიბრტყით არის

   ა) სამკუთხედი ბ) კვადრატი გ) მართკუთხა დ) ტრაპეცია

8. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძეა 6 სმ და ეს წიბო ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია 60°-იანი კუთხით.

   ა) 8 სმ³ ბ) 12 სმ³ გ) 16 სმ³ დ) $18\sqrt{3}$ სმ³

9. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $3\sqrt{3}$, აპოთემაა $\sqrt{29}$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

   ა) 35 ბ) $21\sqrt{3}$ გ) $8\sqrt{3}$ დ) $27\sqrt{5}$

10. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის კუთხე მოპირდაპირე გვერდით წიბოებს შორის მართია. იპოვეთ პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე.

    ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

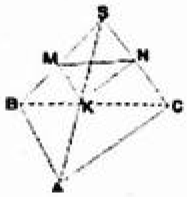
11. $ABCDM$ პირამიდის ფუძეა $ABCD$ კვადრატი, ხოლო ამ პირამიდის ოთხივე გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია, მაშინ AMC კუთხის სიდიდეა

    ა) 90° ბ) 60° გ) 120° დ) 45°

12. წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა 576-ის ტოლია. იპოვეთ მისი ფუძის გვერდის სიგრძე, თუ გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბტყისადმი 45°-იანი კუთხით.

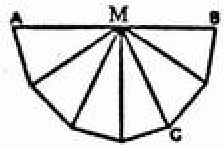
ა) 16 ბ) 24 გ) 32 დ) 36

13. M, K და N წერტილები $SABC$ სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოების შუაწერტილებია. რის ტოლია MNK სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 36 მ^2.



ა) 4 მ^2 ბ) 6 მ^2 გ) 9 მ^2 დ) 12 მ^2

14. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის შლილი. იპოვეთ ამ პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ A, M და B წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და $AC=4\sqrt{3}$.



ა) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ბ) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ გ) $4(2-\sqrt{3})$ დ) $2(2+\sqrt{3})$

15. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა გადაკვეთილია ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგის პარალელური სიბრტყით, რომელიც არ გადის პირამიდის არცერთ წვეროზე. რა ფიგურა მიიღება კვეთაში?

ა) სამკუთხედი ბ) პარალელოგრამი გ) კვადრატი დ) ტოლფერდა ტრაპეცია

16. წესიერი პირამიდის ფუძის ფართობი მისი სრული ზედაპირის ფართობის $\frac{1}{3}$ ნაწილს შეადგენს. რისი ტოლია ორწახნაგა კუთხის სიდიდე, რომელსაც ადგენს ამ პირამიდის გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან?

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75°

17. სამკუთხა პირამიდის ფუძე ტოლგვერდა სამკუთხედია a-ს ტოლი გვერდით. ამ პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. რის ტოლია პირამიდის მოცულობა?

ა) $\frac{\sqrt{3}}{72}a^3$ ბ) $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$ გ) $\frac{a^3}{12}$ დ) $\frac{a^3}{24}$

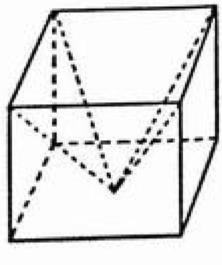
18. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 12, გვერდითი წიბო – 13. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

ა) $240\sqrt{3}$ ბ) $300\sqrt{2}$ გ) $330\sqrt{3}$ დ) $360\sqrt{3}$

19. პირამიდის სიმაღლე 3-ჯერ გაზარდეს, ფუძის გვერდები კი 2-ჯერ. რამდენჯერ გაიზარდა პირამიდის მოცულობა?

ა) 16-ჯერ ბ) 12-ჯერ გ) 8-ჯერ დ) 6-ჯერ

20. კუბი, რომლის მოცულობაა 36 მ^3, წყლით იყო სავსე. კუბში ჩადგეს ოთხკუთხა პირამიდის ფორმის სხეული. ამ პირამიდის წვერო მოთავსდა კუბის ქვედა ცენტრში, ხოლო ფუძე დაემთხვა კუბის ზედა ფუძეს. ამ მოქმედების გამო წყლის გარკვეული ნაწილი გადმოიღვარა. რამდენი კუბური მეტრი წყალი დარჩა კუბში.



ა) 12 ბ) 18 გ) 24 დ) 28

ტესტი 14.4

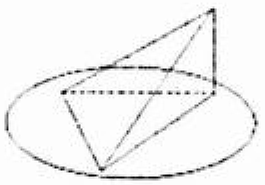
1. იპოვეთ კუთხე $\vec{a}=(1;\sqrt{3})$ და $\vec{b}=(1;-\sqrt{3})$ ვექტორებს შორის.

ა) 180° ბ) 60° გ) 45° დ) 120°

2. მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და K კოეფიციენტით $A(-1;\ 2)$ წერტილს ასახავს $B(3x-1;x)$ წერტილში. იპოვეთ K.

ა) -7 ბ) $\frac{1}{7}$ გ) 7 დ) $-\frac{1}{7}$

3. სიბრტყიდან $\sqrt{6}$ სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი. დახრილებს შორის კუთხე 60°-ია, ხოლო სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის –90°. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.



ა) $2\sqrt{2}$ ბ) $3\sqrt{2}$ გ) $2\sqrt{3}$ დ) 4

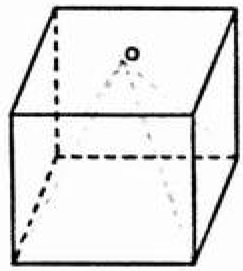
4. სიბრტყის გარეთ მდებარე M წერტილიდან სიბრტყეზე მდებარე A წერტილთან შემაერთებელი MA მონაკვეთი სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ MA მონაკვეთის სიგრძე, თუ M წერტილი სიბრტყიდან დაშორებულია $4\sqrt{3}$ სმ-ით.

ა) $4\sqrt{3}$ სმ ბ) 8 სმ გ) $6\sqrt{3}$ სმ დ) 9 სმ

5. კუბის გარედან შეღებვას 8 კგ საღებავი სჭირდება. რამდენი კილოგრამი საღებავი დასჭირდება იმ კუბის გარედან შეღებვას, რომლის წიბო 2-ჯერ მეტია მოცემული კუბის წიბოზე?

ა) 16 კგ ბ) 24 კგ გ) 32 კგ დ) 64 კგ

6. მართკუთხა პარალელეპიპედის ზედა ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი შეერთებულია ქვედა ფუძის წვეროებთან. იპოვეთ მიღებული პირამიდის მოცულობა, თუ პარალელეპიპედის მოცულობაა 48.



ა) 16 ბ) 12 გ) 6 დ) 32

7. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის კვეთა წვეროზე გამავალი სიბრტყით აუცილებლად არის

ა) ტოლფერდა სამკუთხედი ბ) ტრაპეცია

გ) მართკუთხა სამკუთხედი დ) სამკუთხედი

8. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ამ პირამიდის ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ბ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ გ) $\frac{1}{3}$ დ) $\frac{2}{3}$

9. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობია 20, ხოლო ფუძის ფართობია 4. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

ა) 3 ბ) 4 გ) 8 დ) 10

10. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $3\sqrt{2}$, ხოლო სიმაღლეა 4. იპოვეთ მანძილი ფუძის ცენტრიდან გვერდითი წიბომდე.

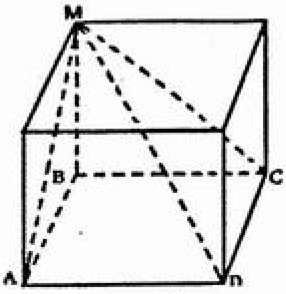
ა) 4,8 ბ) 3,6 გ) 2,4 დ) 5

11. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგები ტოლგვერდა სამკუთხედებია. რა სიდიდის კუთხეს ადგენს პირამიდის წიბო ფუძის სიბრტყესთან?

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 70°

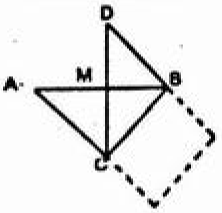
12. წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა 18-ის ტოლია. იპოვეთ მისი ფუძის გვერდის სიგრძე, თუ გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით.

ა) 6 ბ) 8 გ) 9 დ) 12



13. ნახაზზე გამოსახული კუბის მოცულობაა 90 სმ³. რის ტოლია *MABCD* პირამიდის მოცულობა?

ა) 60 სმ³ ბ) 50 სმ³ გ) 40 სმ³ დ) 30 სმ³



14. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შლილი. იპოვეთ ამ პირამიდის მოცულობა, თუ როგორც *A*, *M* და *B*, ასევე *C*, *M* და *D* წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და *AB*=12.

ა) 144 ბ) 72 გ) 48 დ) 36

15. პირამიდაში წიბოებისა და წვეროების რაოდენობათა ჯამი 25-ით მეტია გვერდითი წახნაგების რაოდენობაზე. რამდენი წვერო აქვს ამ პირამიდას?

ა) 12 ბ) 13 გ) 14 დ) 15

16. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ ფუძის გვერდთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ გ) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ დ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

17. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 12 სმ, ხოლო აპოთემაა 13 სმ. იპოვეთ ამ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

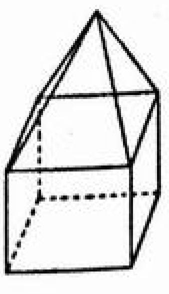
ა) $170\sqrt{2}$ სმ² ბ) 185 სმ² გ) $195\sqrt{3}$ სმ² დ) $205\sqrt{3}$ სმ²

18. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 3, ხოლო გვერდითი წიბოა 5. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) $\sqrt{21}$ ბ) $12\sqrt{3}$ გ) $12\sqrt{21}$ დ) $20\sqrt{2}$

19. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო სამჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ ფუძის გვერდთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

ა) $\sqrt{\frac{3}{35}}$ ბ) $\sqrt{\frac{7}{30}}$ გ) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ დ) $\sqrt{\frac{6}{35}}$

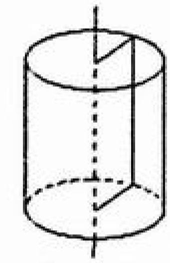


20. კუბს, რომლის წიბოს სიგრძეა *a*, თავზე დაადგეს პირამიდა. ამ პირამიდის გვერდითი წახნაგები ტოლგვერდა სამკუთხედებია. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ა) $(2+\sqrt{3})a^2$ ბ) $(2+2\sqrt{3})a^2$ გ) $(4+2\sqrt{3})a^2$ დ) $(5+\sqrt{3})a^2$

§ 15. ბრუნვითი სხეულები: ცილინდრი, კონუსი, ბირთვი

1. ცილინდრი. მართი ცილინდრი ეწოდება სხეულს, რომელიც მიიღება მართკუთხედის ბრუნვით მისი გვერდის გარშემო. ამ გვერდის შემცველ წრფეს ცილინდრის ღერძი ეწოდება, ხოლო მის პარალელურ გვერდს – ცილინდრის მსახველი (ნახ. 15.1).



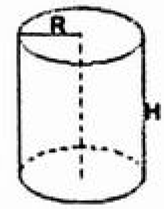
ნახ. 15.1

ვინაიდან ჩვენ მხოლოდ მართ ცილინდრებს განვიხილავთ, ამიტომ შემდგომში მართ ცილინდრს, სიმოკლისათვის, ცილინდრს ვუწოდებთ.

ცილინდრის ზედაპირი შედგება პარალელურ სიბრტყეში მდებარე ორი ტოლი წრისგან, რომლებსაც ცილინდრის ფუძეები ეწოდება და გვერდითი ზედაპირისგან.

ცილინდრის რადიუსი ეწოდება, მისი ფუძის რადიუსს. ცილინდრის ერთ-ერთი ფუძის ნებისმიერი წერტილიდან მეორე ფუძეზე დაშვებულ მართობს ცილინდრის სიმაღლე ეწოდება. ცხადია, რომ ცილინდრის სიმაღლე მისი მსახველის ტოლია. ცილინდრის ღერძზე გამავალი სიბრტყით კვეთას ღერძული კვეთა ეწოდება.

განვიხილოთ ცილინდრი, რომლის ფუძის რადიუსია R, ხოლო სიმაღლეა H (ნახ. 15.2). ასეთი ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:



ნახ. 15.2

$$S_{გვ} = 2\pi RH\ ,$$

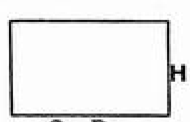
ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი იქნება

$$S_{სრ} = S_{გვ} + 2S_{ფ} = 2\pi R^2 + 2\pi RH\ .$$

ცილინდრის მოცულობა მისი ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია

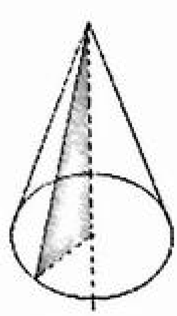
$$V = \pi R^2 H\ .$$

წარმოვიდგინოთ, რომ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირი მუყაოს ფურცლისაგან არის დამზადებული. თუ მას გავჭრით რაიმე მსახველზე და გავშლით ისე, რომ ერთ სიბრტყეში მოთავსდეს, მივიღებთ მართკუთხედს, რომლის ერთი გვერდი ცილინდრის სიმაღლის ტოლია, ხოლო მეორე გვერდი უდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეს. ასეთ მართკუთხედს ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი ეწოდება (ნახ. 15.3).



ნახ. 15.3

2. კონუსი. მართი კონუსი ეწოდება სხეულს, რომელიც მიიღება მართკუთხა სამკუთხედის ბრუნვით მისი კათეტის შემცველი წრფის გარშემო (ნახ. 15.4). თვით ამ წრფეს კონუსის ღერძი ეწოდება, ჰიპოტენუზას კი – მსახველი. ბრუნვის შედეგად მეორე კათეტი ქმნის წრეს, რომელსაც კონუსის ფუძე ეწოდება. ჰიპოტენუზის იმ ბოლოს, რომელიც ფუძეში არ მდებარეობს კონუსის წვერო ეწოდება.

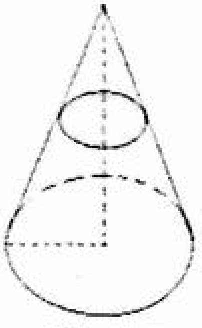


ნახ. 15.4

შემდგომში ჩვენ მხოლოდ მართ კონუსს განვიხილავთ და სიმოკლისათვის მას კონუსს ვუწოდებთ.

კონუსის წვეროდან ფუძეზე დაშვებულ მართობს კონუსის სიმაღლე ეწოდება. კვეთას, რომელიც ღერძზე გამავალი სიბრტყით მიიღება, ღერძული კვეთა ეწოდება. ცხადია ღერძული კვეთა ტოლფერდა სამკუთხედია.

კონუსის ღერძის მართობულად გავლებული მკვეთი სიბრტყე კონუსს კვეთს წრეზე, ხოლო გვერდით ზედაპირს – წრეწირზე, რომლის ცენტრი კონუსის ღერძზე ძევს (ნახ. 15.5).



ნახ. 15.5

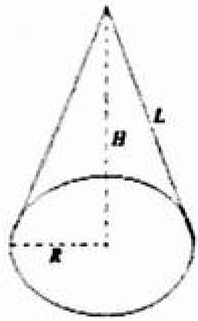
კონუსის ზედაპირი შედგება წრისაგან, რომელიც კონუსის ფუძეს წარმოადგენს და გვერდითი ზედაპირისაგან.

განვიხილოთ კონუსი, რომლის ფუძის რადიუსია R, სიმაღლე H, ხოლო მსახველია L (ნახ. 15.6). ასეთი კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$S_{გვ} = \pi RL,$$

სრული ზედაპირის ფართობი – ფორმულით

$$S_{სრ} = S_{ფ} + S_{გვ} = \pi R^2 + \pi RL.$$

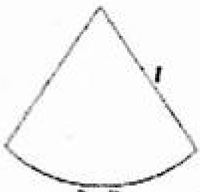


ნახ. 15.6

კოსინუსის მოცულობა ტოლია ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის ერთი მესამედის:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

წარმოვიდგინოთ, რომ კონუსის გვერდითი ზედაპირი მუყაოს ფურცლისაგან არის დამზადებული. თუ მას გავჭრით ერთ-ერთ მსახველზე და გავშლით ისე, რომ ერთ სიბრტყეში მოთავსდეს, მივიღებთ წრიულ სექტორს, რომლის რადიუსი კონუსის მსახველის ტოლია, ხოლო რკალის სიგრძე უდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეს (ნახ. 15.7). მიღებულ წრიულ სექტორს კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი ეწოდება.



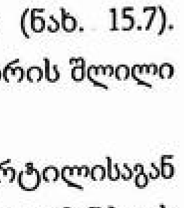
$2\pi R$

ნახ. 15.7

3 ბირთვი და სფერო. ბირთვი ეწოდება სივრცის ყველა იმ წერტილისაგან შედგენილ სხეულს, რომელთა დაშორება მოცემული წერტილიდან მოცემულ მანძილს არ აღემატება. მოცემულ წერტილს ბირთვის ცენტრი ეწოდება, ხოლო მოცემულ მანძილს – ბირთვის რადიუსი. ბირთვის საზღვარს ეწოდება ბირთვული ზედაპირი ანუ სფერო. ამრიგად, სფეროს წერტილები ბირთვის ყველა ის წერტილია, რომელიც ცენტრიდან რადიუსის ტოლი მანძილითაა დაშორებული. ნებისმიერ მონაკვეთს, რომელიც ბირთვის ცენტრს აერთებს ბირთვის ზედაპირთან, აგრეთვე რადიუსი ეწოდება.

მონაკვეთს, რომელიც ბირთვის ზედაპირის ორ წერტილს აერთებს და ბირთვის ცენტრზე გადის, დიამეტრი ეწოდება.

ბირთვი, ისევე როგორც ცილინდრი და კონუსი, ბრუნვით სხეულს წარმოადგენს. ბირთვი მიიღება ნახევარწრის ბრუნვით დიამეტრის გარშემო.

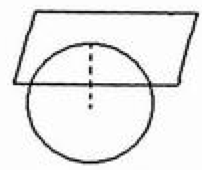


ნახ. 15.8

ცხადია, რომ ბირთვის ყოველი კვეთა სიბრტყით არის წრე და ბირთვის ცენტრიდან თანაბრად დაშორებული სიბრტყეები ბირთვს ტოლ წრეწირებზე კვეთენ.

სიბრტყეს, რომელიც ბირთვის ზედაპირის რაიმე წერტილზე გადის და ამ წერტილზე გამავალი რადიუსის მართობულია, მხები სიბრტყე ეწოდება, ამ წერტილს

კი – შეხების წერტილი (ნახ. 15.9). მხებ სიბრტყეს ბირთვთან მხოლოდ ერთი საერთო წერტილი აქვს.



ნახ. 15.9

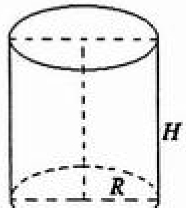
R რადიუსიანი ბირთვული ზედაპირის ფართობი ანუ სფეროს ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$$S = 4\pi R^2,$$

ხოლო ბირთვის მოცულობა – ფორმულით:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

* * *



15.1. 1) ცილინდრის ფუძის რადიუსია 10 სმ, სიმაღლე – 21 სმ. იპოვეთ ღერძული კვეთის დიაგონალის სიგრძე.

2) ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალის სიგრძეა 26 სმ, ხოლო ფუძის რადიუსია 5 სმ. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

3) ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი 20 სმ-ია და ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის ფართობი.

4) ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალებს შორის კუთხე 60°-ია. იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

15.2. 1) ცილინდრის ფუძის ფართობია 9π, ხოლო სიმაღლეა 5. იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობი.

2) ცილინდრის ფუძის ფართობია 16π, ხოლო ღერძული კვეთის ფართობია 40. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

3) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ ფუძის ფართობია 6,25π.

4) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი, რომლის ფართობია 36. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის ფართობი.

15.3. 1) ცილინდრის ფუძის რადიუსია 4 სმ, სიმაღლე – 5 სმ. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) ცილინდრის სიმაღლეა 5, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 48π. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის რადიუსი.

3) ცილინდრის ფუძის რადიუსია 5, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 110π. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

4) ცილინდრის ფუძის ფართობია 9π, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 30π. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

15.4. 1) ცილინდრის ფუძის რადიუსია $\frac{2}{\pi}$, ხოლო სიმაღლე ფუძის წრეწირის სიგრძის ტოლია. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია $\frac{25}{\pi}$. იპოვეთ ამ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი, რომლის დიაგონალი 16 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი. იპოვეთ ამ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ გვერდითი ზედაპირის ფართობია 64π.

15.5. 1) ცილინდრის სიმაღლე 5 სმ-ით მეტია ფუძის რადიუსზე. იპოვეთ ფუძის რადიუსი, თუ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობია 36π.

2) ცილინდრის ფუძის რადიუსი 2 სმ-ით მეტია სიმაღლეზე. იპოვეთ ფუძის რადიუსი, თუ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 96π.

3) ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი ფუძესთან $45°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ სიმაღლეა 4 სმ.

4) ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი 15 სმ-ის ტოლია და ფუძესთან ქმნის α კუთხეს. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

15.6. 1) ცილინდრის ფუძის დიამეტრია 8 სმ, სიმაღლე – 10 სმ. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

2) ცილინდრის მოცულობაა 36π, ხოლო სიმაღლე – 4. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის რადიუსი.

3) ცილინდრის მოცულობაა 75π სმ^3, ღერძული კვეთის ფართობი კი 30 სმ^2. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

4) ცილინდრის ფუძის ფართობია 9π, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 12π. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

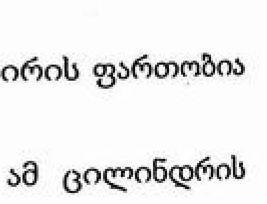
5) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი. იპოვეთ ამ ცილინდრის სიმაღლე, თუ ცილინდრის მოცულობაა 54π.

6) ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი, რომლის დიაგონალია 20 სმ. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

15.7. 1) კვადრატი, რომლის გვერდითი სიგრძეა a, ბრუნავს მისი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.

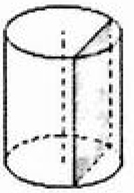
2) მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ და 6 სმ, ბრუნავს დიდი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.

3) კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 2 სმ, ბრუნავს იმ ღერძის გარშემო, რომელიც პარალელურია კვადრატის გვერდის და უახლოესი გვერდიდან დაშორებულია 1 სმ მანძილით. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



4) მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 3 სმ და 5 სმ, ბრუნავს იმ ღერძის გარშემო, რომელიც დიდი გვერდის პარალელურია და მართკუთხედის უახლოესი დიდი გვერდი მისგან დაშორებულია 2 სმ-ით. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.

15.8. 1) ცილინდრის სიმაღლეა 8 სმ, ფუძის რადიუსია 10 სმ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია ცილინდრის ღერძის პარალელურად მისგან 6 სმ მანძილზე.



2) ცილინდრის ღერძის პარალელურად გავლებული კვეთა კვადრატია. იპოვეთ ცილინდრის რადიუსი, თუ ეს კვეთა ღერძიდან დაშორებულია 3 სმ-ით და ცილინდრის სიმაღლეა 8 სმ.

3) ცილინდრში ღერძის პარალელურად გავლებული კვეთის ფართობია 120 სმ^2. ეს კვეთა ცილინდრის ღერძიდან დაშორებულია 5 სმ-ით. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ ფუძის რადიუსია 13 სმ.

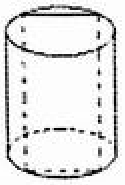
4) ცილინდრში, რომლის სიმაღლეა 5 სმ, გავლებული ღერძის პარალელური კვეთა ფუძის წრეწირიდან 60°-იან რკალს ჩამოჭრის. ეს კვეთა ცილინდრის ღერძიდან დაშორებულია $2\sqrt{3}$ სმ-ით. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

15.9. 1) ცილინდრში, რომლის სიმაღლეა $\sqrt{6}$ სმ, გავლებული ღერძის პარალელური კვეთა ფუძის წრეწირიდან 120°-იან რკალს ჩამოჭრის. ამ კვეთის ფართობი 24 სმ^2-ია. იპოვეთ მანძილი ღერძიდან კვეთამდე.

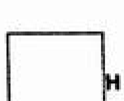
2) ცილინდრის ფუძის რადიუსია 13 სმ, სიმაღლე 24 სმ. ცილინდრის ღერძიდან რა მანძილზე უნდა გაივლოს კვეთა ღერძის პარალელურად, რომ ამ კვეთას კვადრატის ფორმა ჰქონდეს?

3) A წერტილი მდებარეობს ცილინდრის ზედა ფუძის წრეწირზე, ხოლო B წერტილი – ქვედა ფუძის წრეწირზე. AB მონაკვეთის გეგმილი ფუძის წრეწირს ჭრის 120°-იან რკალს. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის რადიუსი, თუ AB=30 და ცილინდრის სიმაღლეა 18.

4) კვადრატის ორი წვერო ცილინდრის ზედა ფუძის წრეწირზე მდებარეობს, ხოლო დანარჩენი ორი – ქვედა ფუძის წრეწირზე. იპოვეთ კვადრატის გვერდი, თუ ცილინდრის სიმაღლეა $2\sqrt{6}$ სმ, ხოლო ფუძის რადიუსია $2\sqrt{3}$ სმ.



15.10. 1) ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი წარმოადგენს კვადრატს 8 სმ გვერდით. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.



2) ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის კვადრატი d დიაგონალით. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

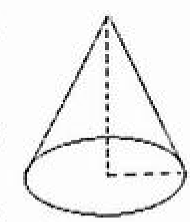
3) ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილში მსახველი დიაგონალთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ მსახველია H.

4) ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი მართკუთხედია, რომლის დიაგონალები ერთმანეთთან ადგენენ ფუძის წრეწირის შლილისკენ მიმართულ 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ შლილის დიაგონალია d.

5) ცილინდრის ფორმის ჭურჭელი წყლით არის სავსე. ცილინდრის სიმაღლეა 10 სმ, ხოლო ფუძის რადიუსია 6 სმ. წყლის მოცულობის რა ნაწილი გადაიღვრება ჭურჭლიდან, თუ მას გადავხრით ფუძის წრეწირის ერთი წერტილის მიმართ ისე, რომ ფუძის სიბრტყემ ჰორიზონტალური სიბრტყისადმი 30°-იანი კუთხე შეადგინოს?

6) ცილინდრის ფორმის ჭურჭელში, რომლის ფუძის დიამეტრი 30 სმ-ია, ასხია 9π ლიტრი მოცულობის ხსნარი. რა უმცირესი სიგრძის ჯოხით უნდა მოვურიოთ ხსნარს, რომ როგორც არ უნდა ჩაგვივარდეს ჯოხი ჭურჭელში, ის მთლიანად სითხის ქვემოთ არ აღმოჩნდეს (1 ლ=1დმ³)?

* * *



15.11. 1) კონუსის ფუძის რადიუსია 5 სმ, სიმაღლე – 12 სმ. იპოვეთ მსახველი.

2) კონუსის ფუძის რადიუსია 6 სმ, მსახველი – 10 სმ. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე.

3) კონუსის მსახველი 12 სმ-ია და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ კონუსის სიმაღლე.

4) კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის მსახველი, თუ ფუძის რადიუსია 4 სმ.

15.12. 1) კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ მისი ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 12π.

2) კონუსის ფუძის ფართობია 16π, ხოლო მსახველია 5. იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობი.

3) კონუსის მსახველი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ კონუსის ღერძული კვეთის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 12π.

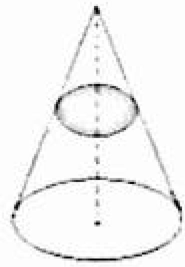
4) კონუსის მსახველი ფუძესთან 45°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ფუძის ფართობის შეფარდება ღერძული კვეთის ფართობთან.

5) კონუსის ფუძის ფართობის შეფარდება ღერძული კვეთის ფართობთან $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$-ის ტოლია. იპოვეთ კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხე.

6) კონუსის მსახველი $\sqrt{2}$-ჯერ მეტია კონუსის სიმაღლეზე. რამდენჯერ მეტია ამ კონუსის ფუძის ფართობი ღერძული კვეთის ფართობზე?

15.13. 1)კონუსის ფუძის რადიუსია 4 სმ. იპოვეთ ფუძის პარალელური იმ კვეთის ფართობი, რომელიც კონუსის სიმაღლეს შუაზე ყოფს.

2) კონუსის სიმაღლეა 10 სმ. წვეროდან რა მანძილზე უნდა გავავლოთ ფუძის პარალელური სიბრტყე, რომ კვეთის ფართობი ფუძის ფართობის ნახევრის ტოლი იყოს?



3) კონუსი წვეროდან 3 სმ-ის მანძილზე გადაკვეთილია ფუძის პარალელური სიბრტყით. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ კონუსის ფუძის რადიუსია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 9 სმ.

4) კონუსის ფუძის რადიუსია 10 სმ. იპოვეთ ფუძის პარალელური იმ კვეთის ფართობი, რომელიც კონუსის სიმაღლეს წვეროს მხრიდან ყოფს შეფარდებით 2:3.

15.14. 1) კონუსის სიმაღლეა 12 სმ, ფუძის რადიუსია 5 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) კონუსის სიმაღლეა 24 სმ, მსახველია 26 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) კონუსის სიმაღლე 7 სმ, ფუძის ფართობია 32π. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

4) კონუსის ფუძის ფართობია 16π, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 20π. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე.

15.15. 1) კონუსის ფუძის რადიუსი სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

2) კონუსის სიმაღლე ისე შეეფარდება ფუძის რადიუსს, როგორც 4:3. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

3) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

4) კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

15.16. 1) კონუსის მსახველი ფუძის სიბრტყესთან $30°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 48π.

2) კონუსის ფუძის ფართობია 64π, სიმაღლე მსახველთან ადგენს $30°$-იან კუთხეს. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

3) კონუსის ფუძის რადიუსია 4 სმ, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 48 სმ^2. იპოვეთ სიმაღლესა და მსახველს შორის კუთხის სიდიდე.

4) კონუსის ფუძის ფართობია 18π, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია $12\sqrt{3}\pi$. იპოვეთ სიმაღლესა და მსახველს შორის კუთხის სიდიდე.

15.17. 1) კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა α და ამ კვეთის ფართობია 72. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $tg\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}$.

2) კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 60, ხოლო მსახველსა და სიმაღლეს შორის კუთხეა α. იპოვეთ კონუსის ფუძის ფართობი, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{5}$.

3) კონუსის ფუძის რადიუსია 3 სმ, ხოლო მსახველსა და ფუძის სიბრტყეს შორის კუთხე α-ს ტოლია. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

4) კონუსის ფუძის რადიუსია $2\sqrt{5}$ სმ, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 120π სმ^2. იპოვეთ მსახველსა და ფუძის სიბრტყეს შორის კუთხის კოსინუსი.

5) კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა α, ხოლო ფუძის ფართობია 2π. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{5}{9}$.

6) კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა α, ხოლო მსახველია 5 სმ. იპოვეთ ფუძის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{7}{25}$.

15.18. 1) კონუსის ფუძის ფართობია 25π, სიმაღლე კი – 12. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

2) კონუსის მსახველია 20 სმ, ხოლო ფუძის დიამეტრია 24 სმ. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

3) კონუსის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 12π, მსახველია 10. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

4) კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ ფუძის რადიუსია 3 სმ.

15.19. 1) კონუსის სიმაღლეა 8 სმ, ხოლო მოცულობაა 96π სმ^3. იპოვეთ მსახველის სიგრძე.

2) კონუსის მოცულობაა 16π, ხოლო ფუძის რადიუსია 4. იპოვეთ მსახველის სიგრძე.

3) კონუსის მოცულობაა 96π, ხოლო ფუძის ფართობია 36π. იპოვეთ ამ კონუსის ღერძული კვეთის ფართობი.

4)კონუსის ფუძის ფართობია 36π, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 96π. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

15.20. 1) კონუსის მოცულობაა 24π, ხოლო სიმაღლეა 6. იპოვეთ კუთხე მსახველსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

2) კონუსის მსახველი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ მსახველის სიგრძეა $6\sqrt{2}$ სმ.

3) კონუსის მსახველი სიმაღლესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ ფუძის ფართობის 108π.

4) კონუსის მოცულობაა $243\sqrt{3}\pi$, ხოლო ფუძის ფართობია 81π. იპოვეთ კუთხე კონუსის ღერძული კვეთის მსახველებს შორის.

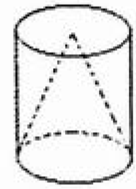
15.21. 1) კონუსის მსახველია 20 სმ და ის ფუძის სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

2) კონუსის ფუძის რადიუსია $6\sqrt{2}$ სმ, ხოლო მსახველი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

3) კონუსის სიმაღლის სიგრძეა 12 სმ და ის მსახველთან α კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $tg\alpha = \frac{1}{2}$.

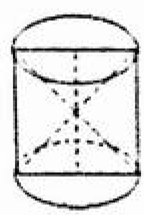
4) კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა α, ხოლო მსახველი 3 სმ. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $\cos\alpha = \frac{1}{2}$.

15.22. 1) ცილინდრს და კონუსს საერთო ფუძე აქვთ, ხოლო კონუსის წვერო ცილინდრის მეორე ფუძის ცენტრში მდებარეობს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ კონუსის მოცულობაა 5π სმ^3.



2) ცილინდრის და კონუსს საერთო ფუძე აქვთ, ამასთან კონუსის წვერო ცილინდრის მეორე ფუძის ცენტრში მდებარეობს და კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის მსახველი, თუ ცილინდრის მოცულობაა 216π.

3) ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია. ამ ცილინდრის ფუძეებზე აგებულია ორი კონუსი, რომელთა წვეროები მდებარეობენ ცილინდრის ღერძის შუაწერტილში. იპოვეთ თითოეული კონუსის ზედაპირის ფართობი, თუ ცილინდრის სიმაღლეა 2 სმ.



4) ცილინდრის მოცულობაა 24π. ამ ცილინდრში ჩადგეს ორი ისეთი კონუსი, რომელთა ფუძეები დაემთხვა ცილინდრის ფუძეებს და წვეროები მოთავსდა ღერძის შუა წერტილში. რის ტოლია ცილინდრის იმ ნაწილის მოცულობა, რომელიც კონუსების შიგნით არ მდებარეობს?

15.23. 1) კონუსის ფუძის ფართობია 36π, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობია 96π. იპოვეთ ამ კონუსის მოცულობა.

2) კონუსის მოცულობაა 432π, ხოლო სიმაღლეა 9. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

3) კონუსის სიმაღლე ისე შეეფარდება ფუძის რადიუსს, როგორც 4:3, კონუსის მოცულობა კი 96π სმ^3-ია. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

4) კონუსის ფუძის ფართობია 48π, ხოლო ღერძითი კვეთის ფართობია $12\sqrt{3}$. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

5) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 36π.

6) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 3π.

15.24. 1) კონუსის სიმაღლეა H წვეროდან რა მანძილზე უნდა გავავლოთ ფუძის პარალელური კვეთა, რომ კონუსის მოცულობა შუაზე გაიყოს?

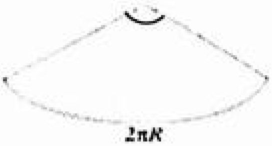
2) კონუსის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე. წვეროს მხრიდან რა შეფარდებით გაიყო კონუსის მოცულობა?

3) კონუსის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე. წვეროს მხრიდან რა შეფარდებით გაიყო კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

4) კონუსის სიმაღლის სიგრძეა 4 სმ. წვეროდან 1 სმ მანძილზე გავლებულია ფუძის პარალელური კვეთა. კვეთის ფართობია 7,5π სმ^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

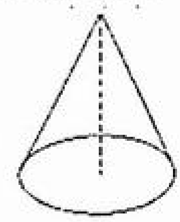
15.25. 1) კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.

2) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.



3) კონუსის მსახველი ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.

4) კონუსის ფუძის რადიუსია 4 სმ, სიმაღლე – $2\sqrt{21}$ სმ. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.

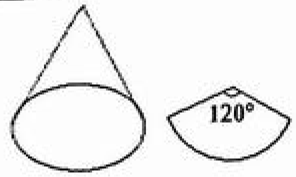


5) კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 4π, ხოლო გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტალური კუთხე მართია. იპოვეთ ამ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

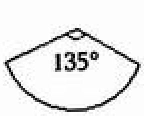
6) კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხეა 120°. იპოვეთ ამ კონუსის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 3π.

15.26. 1)კონუსის ფუძის რადიუსია 1 სმ. ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის ნახევარწრე. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

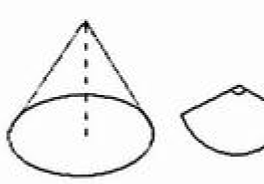
2) კონუსის ფუძის რადიუსია R. ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი 120°-იანი ცენტრალური კუთხით. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.



3) კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი, რომლის ფართობია 15π, ხოლო ცენტრალური კუთხეა 135°. იპოვეთ ამ კონუსის ფუძის რადიუსი.



4) კონუსის ფუძის რადიუსია R, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია $\frac{8\pi R^2}{3}$. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხე.



15.27. 1) მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების სიგრძეებია 8 სმ და 6 სმ, ბრუნავს დიდი კათეტის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

2) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ჰიპოტენუზის სიგრძეა $2\sqrt{2}$ სმ, ბრუნავს მისი ერთ-ერთი კათეტის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

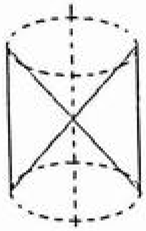
3) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტის სიგრძეა $3\sqrt{2}$ სმ, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა

4) მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის დიდი კათეტია $\sqrt{3}$ და მახვილი კუთხის სიდიდეა 30°, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

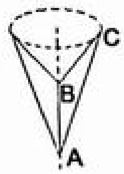
5) ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდის სიგრძეა a, ბრუნავს თავისი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა.

6) მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 3 და 4, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

15.28. 1) ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 4 მ, ხოლო წვეროსთან მდებარე კუთხე – 120°, ბრუნვს წვეროზე ფუძის პარალელურად გამავალი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის მოცულობა.



2) ტოლფერდა ABC სამკუთხედი, რომლის ფერდებია $AB=BC=a$, ხოლო წვეროსთან მდებარე კუთხეა 120°, ბრუნავს ფერდის შემცველი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის მოცულობა.



3) ABC სამკუთხედი, რომლის AC ფუძესთან მდებარე კუთხეებია $\angle A=45°$, $\angle C=60°$, ხოლო $AB=6$, ბრუნავს AC ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

4) სამკუთხედი, რომლის ფუძის სიგრძეა 4 სმ და მასთან მდებარე კუთხეებია 30° და 60°, ბრუნავს ფუძის შემცველი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

15.29. 1) იპოვეთ იმ სხეულის ზედაპირის ფართობი, რომელიც მიიღება ტოლფერდა სამკუთხედის ბრუნვით ფერდის გარშემო, თუ ფუძის სიგრძეა 6 სმ და ფერდის სიგრძეა 5 სმ.

2) ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის წვეროსთან მდებარე კუთხეა 120° და ფერდის სიგრძეა a, ბრუნავს ფერდის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

3) რომბი, რომლიც გვერდის სიგრძეა 4 სმ, ხოლო მახვილი კუთხე 30°, ბრუნავს ერთ-ერთი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

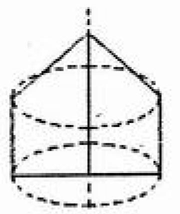
4) რომბი, რომლის გვერდის სიგრძეა 6 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 45°, ბრუნავს ერთ-ერთი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

15.30. 1) პარალელოგრამი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ, ხოლო კუთხე მათ შორის 60°-ია, ბრუნავს მცირე გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

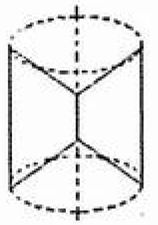
2) პარალელოგრამი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 6 და 10, ხოლო კუთხე მათ შორის 30°-ია, ბრუნავს დიდი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

3) ტოლფერდა $ABCD$ ტრაპეცია, რომლის დიაგონალი ფერდის მართობულია, დიდი AD ფუძის გარშემო ბრუნავს. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი, თუ $AD=9$ სმ და $BC=5$ სმ.

4) $ABCD$ ტრაპეციაში, სადაც $BC \parallel AD$, მოცემულია: $\angle BAD=60°$, $AB=BC=CD=4$ სმ. იპოვეთ იმ სხეულის ზედაპირის ფართობი, რომელიც მიიღება ტრაპეციის ბრუნვით AD გვერდის გარშემო.



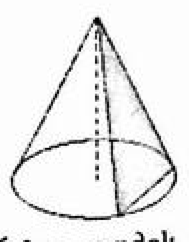
5) მართკუთხა ტრაპეცია, რომლის ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 12 სმ, ხოლო ფართობია 48 სმ², ბრუნავს დიდი ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



6) ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 10 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 60°, ბრუნავს მცირე ფუძის შემცველი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.

15.31. 1) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის ორ ურთიერთმართობულ მსახველზე გავლებული კვეთის ფართობი, თუ კონუსის სიმაღლეა $2\sqrt{3}$ სმ.

2) კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ იმ ორ მსახველზე გავლებული კვეთის ფართობი, რომელთა შორის კუთხე 30°-ია, თუ კონუსის ფუძის რადიუსია $\sqrt{2}$ სმ.



3) კონუსის ორ მსახველზე, რომელთა შორის კუთხე 60°-ია გავლებულია სიბრტყე. იპოვეთ კვეთის ფართობის შეფარდება კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობთან, თუ კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია.

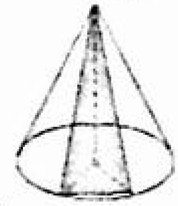
4) კონუსის ორ ურთიერთმართობულ მსახველზე გავლებული სიბრტყე ფუძის წრეწირს ყოფს შეფარდებით 1:2. კონუსის სიმაღლეა $3\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

15.32. 1) კონუსის ორ ურთიერთმართობულ მსახველზე გავლებული კვეთის ფართობია 12 სმ² და ეს კვეთა ფუძის წრეწირს ყოფს შეფარდებით 1:2. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

2) კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $15\sqrt{2}\pi$ სმ², ფუძის რადიუსია $3\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ კონუსის წვეროზე გამავალი იმ კვეთის ფართობი, რომელიც ფუძის წრეწირიდან მოკვეთს 90°-იან რკალს.

3) კონუსის M წვეროზე გავლებულია კონუსის მკვეთი სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის. კვეთაში მიიღება AMB სამკუთხედი. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $AB=6\sqrt{3}$ და AB ქორდა ჭიმავს 120°-იან რკალს.

4) კონუსის წვეროზე გავლებულია კონუსის მკვეთი სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ქმნის. ეს კვეთა ფუძის წრეწირს მოკვეთს 90°-იან რკალს. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ კონუსის სიმაღლეა H.



15.33. 1) მანძილი კონუსის ფუძის ცენტრიდან მის მსახველამდე 3 სმ-ის ტოლია, ხოლო კუთხე მსახველსა და სიმაღლეს შორის 60°-ია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

2) კონუსის ფუძის ცენტრიდან მის მსახველამდე გავლებული მართობი 12 სმ-ის ტოლია და მსახველს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

3) კონუსს და ცილინდრს ტოლი მოცულობები აქვთ. კონუსის ფუძის რადიუსი 3-ჯერ მეტია ცილინდრის ფუძის რადიუსზე. რამდენჯერ მეტია ცილინდრის სიმაღლე კონუსის სიმაღლეზე?

4) კონუსის ABC ღერძული კვეთის მსახველებს შორის მდებარე ABC კუთხე 30°-ია. მანძილი A წერტილიდან BC მსახველამდე 3 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

* * *

15.34. 1) სფეროს რადიუსია 2 სმ. იპოვეთ მისი ზედაპირის ფართობი.

2) სფეროს ზედაპირის ფართობია 32π სმ. იპოვეთ მისი რასიუსი.

3) ბირთვის რადიუსია 3 სმ. იპოვეთ მისი მოცულობა.

4) ბირთვის მოცულობაა 288π სმ^3. იპოვეთ მისი რადიუსი.

15.35. 1) ბირთვის ზედაპირის ფართობია 324π. იპოვეთ მისი მოცულობა.

2) იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ დიდი წრის ფართობია 9π.

3) ბირთვის მოცულობაა V. იპოვეთ მისი ზედაპირის ფართობი.

4) ბირთვის ზედაპირის ფართობია S. იპოვეთ მისი მოცულობა.

15.36. 1) რამდენჯერ გაიზრდება სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ მის რადიუსს 3-ჯერ გავზრდით?

2) რამდენჯერ გაიზრდება ბირთვის მოცულობა, თუ მის რადიუსს 2-ჯერ გავზრდით?

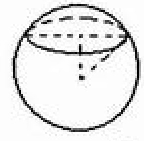
3) სფეროს რადიუსი 20%-ით შემცირდა. რამდენი პროცენტით შემცირდა ამ სფეროს ზედაპირის ფართობი?

4) ბირთვის რადიუსი 20%-ით გაზარდეს. რამდენჯერ გაიზარდა ამ ბირთვის მოცულობა?

5) რადიუსის გაზრდის შედეგად ბირთვის ზედაპირის ფართობი 8-ჯერ გაიზარდა. რამდენჯერ გაიზარდა ამ ბირთვის მოცულობა?

6) რადიუსის გაზრდის შედეგად ბირთვის მოცულობა 25-ჯერ გაიზარდა. რამდენჯერ გაიზარდა ამ ბირთვის ზედაპირის ფართობი?

15.37. 1) ბირთვი, რომლის რადიუსია 30 სმ, გადაკვეთილია სიბრტყით, რომელიც ცენტრიდან დაშორებულია 18 სმ-ით. იპოვეთ კვეთაში მიღებული წრის რადიუსი.

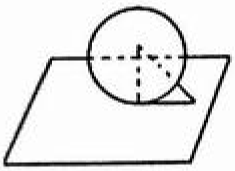


2) ბირთვი, რომლის რადიუსია 25 სმ, გადაკვეთილია სიბრტყით. კვეთაში მიღებული წრის რადიუსია 15 სმ. იპოვეთ მანძილი ბირთვის ცენტრიდან მკვეთ სიბრტყემდე.

3) ბირთვის რადიუსის შუაწერტილზე გავლებულია ამ რადიუსის მართობული სიბრტყე. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ ბირთვის რადიუსია 12 სმ.

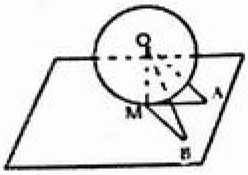
4) სიბრტყე სფეროს კვეთს წრეწირზე, რომლის სიგრძეა 14π სმ. მანძილი სფეროს ცენტრიდან ამ სიბრტყემდე $4\sqrt{2}$ სმ-ია. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი.

15.38. 1) სფეროს რადიუსია 18 სმ. წერტილი მდებარეობს სფეროს მხებ სიბრტყეზე და შეხების წერტილიდან დაშორებულია 24 სმ-ით. იპოვეთ უმოკლესი მანძილი ამ წერტილიდან სფეროს ზედაპირამდე.

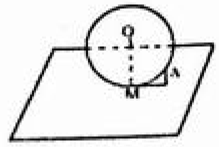


2) სფეროს მხებ სიბრტყეზე მოცემულია A და B წერტილები. ეს წერტილები შეხების წერტილიდან დაშორებულია შესაბამისად 10 სმ-ით და 13 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან სფეროს ცენტრამდე, თუ B წერტილი სფეროს ცენტრიდან დაშორებულია 15 სმ-ით.

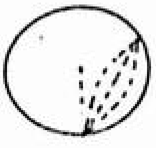
3) სფეროს მხები სიბრტყეს ეხება M წერტილში. ამ სიბრტყეზე აღებულია A და B წერტილები ისე, რომ $\angle AMB=60°$ და ეს წერტილები სფეროს ცენტრიდან დაშორებულია შესაბამისად 5 სმ-ით და $3\sqrt{5}$ სმ-ით. იპოვეთ მანძილი A და B წერტილებს შორის, თუ სფეროს რადიუსია 3 სმ.



4) სიბრტყე სფეროს ეხება M წერტილში. სფეროზე მდებარე A წერტილი მხები სიბრტყიდან დაშორებულია 2 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი A და M წერტილებს შორის, თუ სფეროს რადიუსია 5 სმ.

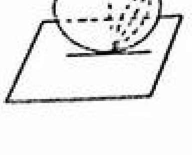


15.39. 1) ბირთვის რადიუსის სიგრძეა 4 სმ. რადიუსის ბოლოზე გავლებულია კვეთა, რომელიც ამ რადიუსთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ მიღებული კვეთის ფართობი.



2) ბირთვის რადიუსის ბოლოზე გავლებულია კვეთა, რომელიც ბირთვის რადიუსთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ბირთვის რადიუსი, თუ კვეთის ფართობი 18 სმ^2.

3) ბირთვის რადიუსია 4 სმ. ბირთვის რაიმე წერტილზე გავლებულია ორი სიბრტყე, ერთი – ბირთვის მხები სიბრტყე, მეორე – ბირთვის მკვეთი სიბრტყე, რომელიც მხებ სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ბირთვის კვეთის ფართობი.



4) ბირთვი ეხება იმ მართკუთხა სამკუთხედის სამივე გვერდს, რომლის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი ბირთვის ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე, თუ ბირთვის რადიუსია 4 სმ.

5) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ. ამ სამკუთხედის სამივე წვერო მდებარეობს 13 სმ რადიუსის მქონე სფეროს ზედაპირზე. იპოვეთ მანძილი სფეროს ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

6) ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 5 სმ, ფუძის – 6 სმ. ამ სამკუთხედის სამივე წვერო მდებარეობს $\frac{33}{8}$ სმ რადიუსის მქონე სფეროს ზედაპირზე. იპოვეთ მანძილი სფეროს ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

15.40. 1) ბირთვში ცენტრის ერთ მხარეზე გავლებულია ორი პარალელური კვეთა, მათი ფართობებია 49π და 400π. იპოვეთ მანძილი ამ პარალელურ კვეთებს შორის, თუ ბირთვის რადიუსია 25.

2) ბირთვში ცენტრის სხვადასხვა მხარზე გავლებულია ორი პარალელური კვეთა. ამ კვეთების ფართობებია 49π და 400π. იპოვეთ მანძილი ამ პარალელურ კვეთებს შორის, თუ ბირთვის რადიუსია 25.

3) მოცემულია მეტალის სამი ბირთვი რადიუსებით 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ. ეს ბირთვები გადაადნეს და დაამზადეს ერთი ბირთვი. იპოვეთ მიღებული ბირთვის რადიუსი.

4) მეტალის ბირთვისგან, რომლის ზედაპირის ფართობია 324π სმ^2, დაამზადეს სამი ტოლი მოცულობების მქონე ბირთვი. იპოვეთ თითოეული ამ ბირთვის მოცულობა.

15.41. 1) მეტალის ცილინდრისგან, რომლის ღერძული კვეთა კვადრატია, ჩამოასხეს ბირთვი. იპოვეთ ამ ბირთვის რადიუსი, თუ ცილინდრის სიმაღლეა H.

2) მეტალის ცილინდრისგან, რომლის სიმაღლე 2,5-ჯერ მეტია ფუძის რადიუსზე, ჩამოასხეს ხუთი ერთნაირი კუბი. იპოვეთ კუბის წიბოს სიგრძე, თუ ცილინდრის ფუძის რადიუსია R.

3) მეტალის ბირთვისგან ჩამოასხეს კონუსი, რომლის ფუძის რადიუსი ორჯერ მეტია სიმაღლეზე. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე, თუ ბირთვის რადიუსია R.

4) მეტალის კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა a, გადაადნეს და მისგან ჩამოასხეს ექვსი ერთნაირი ბირთვი. იპოვეთ ბირთვის რადიუსი.

5) AOB სექტორი, რომლის ცენტრალური კუთხე მართია და რკალის სიგრძეა 3π სმ, ბრუნავს AO რადიუსის ირგვლივ (O სექტორის ცენტრია). იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.

რთული ამოცანები

15.42. 1)კონუსის ცენტრი მდებარეობს სფეროს ცენტრში, ხოლო კონუსის ფუძე ძევს სფეროს ზედაპირზე. იპოვეთ კონუსის მსახველსა და სიმაღლეს შორის კუთხის ტანგესი.

2) კონუსის ფუძის რადიუსია R. ორი ურთიერთმართობული მსახველი კონუსის გვერდით ზედაპირს ყოფს ორ ნაწილად შეფარდებით 1:2. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

3) ცილინდრულ ჭურჭელში, რომლის ფუძის რადიუსია 4 სმ, ჩადებულია 3 სმ რადიუსის მქონე ბირთვი (ბირთვი დევს ცილინდრის ფსკერზე). ცილინდრში ჩაასხეს წყალი ისე, რომ ბირთვი დაიფარა და წყლის ზედაპირი შეეხო ბირთვის ზედაპირს. რამდენი სანტიმეტრით დაიწევს წყლის დონე ცილინდრში, თუ ჭურჭლიდან ამოვიღებთ ბირთვს?

4) სფერო ეხება სამკუთხა პირამიდის ყველა წახნაგს. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის ყველა წიბო a-ს ტოლია.

15.43. 1) მოცემულია ცილინდრი და სფერო. ცილინდრის ფუძის რადიუსი და სფეროს დიდი წრის რადიუსი ერთმანეთის ტოლია. ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი ისე შეეფარდება სფეროს ზედაპირის ფართობს, როგორც $m:n$. იპოვეთ მათი მოცულობების შეფარდება.

2) R რადიუსის მქონე ლითონის ბირთვისგან ჩამოასხეს კონუსი, რომლის გვერდითი ზედაპირის ფართობი სამჯერ აღემატება ფუძის ფართობს. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე.

3) კონუსის სიმაღლე დაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყეები, რომლებიც კონუსს ყოფენ სამ ნაწილად. იპოვეთ შუა ნაწილის მოცულობა, თუ კონუსის მოცულობაა V.

4) კონუსის ყველა წვერო სფეროს ზედაპირზე მდებარეობს. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობის შეფარდება სფეროს ზედაპირის ფართობთან.

5) მოცემულია სფერო, კონუსი და ცილინდრი, რომლის ღერძული კვეთა კვადრატია. ცილინდრს და კონუსს აქვთ ერთნაირი ფუძეები, ხოლო მათი სიმაღლეები უდრის სფეროს დიამეტრს. როგორ შეეფარდებიან ერთმანეთს ცილინდრის, სფეროსა და კონუსის მოცულობები?

6) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ყველა წვერო სფეროს ზედაპირზე მდებარეობს. სფეროს რადიუსი ისე შეეფარდება პირამიდის ფუძის გვერდს, როგორც 3:4. იპოვეთ კუთხე პირამიდის გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

ამოცანები დამტკიცებაზე

15.44. 1) თეთრი ბირთვის ზედაპირის 12% შეღებილია წითლად. აჩვენეთ, რომ ბირთვში შეგვიძლია ჩავხაზოთ მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის ყველა წვერო იქნება თეთრი.

2) აჩვენეთ, რომ რომბის დიაგონალების გარშემო ბრუნვით მიღებული სხეულების მოცულობების შეფარდება უდრის ამავე სხეულების ზედაპირის ფართობთა შეფარდებას.

3) ბირთვი ეხება კუბის ყველა წახნაგს. აჩვენეთ, რომ ამ ფიგურების ზედაპირის ფართობთა შეფარდება $\frac{\pi}{6}$-ის ტოლია.

4) აჩვენეთ, რომ კონუსის მოცულობა უდრის მისი გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ცენტრიდან მსახველამდე მანძილის ნამრავლის მესამედს.

15.45. 1) განვიხილოთ კონუსი, რომლის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია და სფერო, რომლის დიამეტრი კონუსის სიმაღლეა. აჩვენეთ, რომ მათი ზედაპირის ფართობები ტოლია.

2) აჩვენეთ, რომ კვადრატის თავისი გვერდის გარშემო ბრუნვით მიღებული სხეულის სრული ზედაპირის ფართობი ტოლია ამ კვადრატის გვერდის ტოლი რადიუსის მქონე სფეროს ზედაპირის ფართობის.

3) ნახევარწრეწირი დაყვეს სამ ტოლ რკალად და ნახევარწრეწირი დააბრუნეს თავისი დიამეტრის გარშემო. აჩვენეთ, რომ შუა რკალით შემოხაზული ზედაპირის ფართობი კიდურა რკალებით შემოხაზული ზედაპირების ფართობების ჯამის ტოლია.

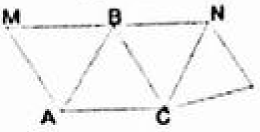
4) ვთქვათ, V, V_1 და V_2 არის მართკუთხა სამკუთხედის შესაბამისად ჰიპოტენუზისა და კათეტების გარშემო ბრუნვით მიღებული სხეულების მოცულობები. აჩვენეთ, რომ

$$\frac{1}{V^2}=\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}.$$

5) კონუსში ჩახაზულია სფერო. აჩვენეთ, რომ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობის შეფარდება სფეროს ზედაპირის ფართობთან უდრის კონუსის მოცულობისა და სფეროთი შემოსაზღვრული ბირთვის მოცულობის შეფარდებას.

ტესტი 15.1

1. იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 64.
   ა) 64 სმ² ბ) 72 სმ² გ) 84 სმ² დ) 96 სმ²
2. წესიერი ექვსკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება მასზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძესთან არის
   ა) $\frac{1}{\pi}$ ბ) $\frac{2}{\pi}$ გ) $\frac{3}{\pi}$ დ) $\frac{6}{\pi}$
3. გამოთვალეთ $\vec{a}+2\vec{b}$ და $\vec{b}-\vec{a}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ $\vec{a}=(-1;\,0)$ და $\vec{b}=(5;\,-2)$.
   ა) –32 ბ) –4 გ) 36 დ) 62
4. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია $9\sqrt{3}$ სმ², ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 36 სმ². იპოვეთ პრიზმის სიმაღლის სიგრძე.
   ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4 სმ დ) 6 სმ
5. მართ პრიზმას ფუძედ აქვს ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეების სიგრძეებია 3 სმ და 9 სმ, ხოლო მისი დიაგონალი ფუძესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. პრიზმის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან აგრეთვე 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალის სიგრძე.
   ა) $6\sqrt{2}$ სმ ბ) 12 სმ გ) $12\sqrt{2}$ სმ დ) 18 სმ
6. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 4 სმ, ხოლო სიმაღლეა 2 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.
   ა) 6 სმ³ ბ) 12 სმ³ გ) $6\sqrt{3}$ სმ³ დ) $8\sqrt{3}$ სმ³
7. ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი წვეროთი B წერტილში. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ M, B და N წერტილები ერთი წრფეზე მდებარეობენ და მანძილი A და N წერტილებს შორის $6\sqrt{3}$ სმ-ია.



   ა) $27\sqrt{3}$ სმ² ბ) 36 სმ² გ) $24\sqrt{3}$ სმ² დ) 48 სმ²
8. ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის რადიუსი, თუ ღერძული კვეთის ფართობია 64 სმ².
   ა) 2 სმ ბ) 4 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ
9. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის ფართობის ტოლია. რამდენჯერ მეტია ფუძის რადიუსი ცილინდრის სიმაღლეზე?
   ა) 4-ჯერ ბ) $2\sqrt{2}$-ჯერ გ) $\sqrt{2}$-ჯერ დ) 2-ჯერ
10. A და B წერტილები ცილინდრის ზედა და ქვედა ფუძეების წრეწირებზე მდებარეობს. AB მონაკვეთი კვეთს ცილინდრის ფუძეთა ცენტრების შემაერთებელ MN მონაკვეთს და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ამ ცილინდრის მოცულობა, თუ AB=12 სმ.

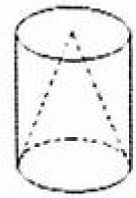
   ა) $9\sqrt{3}$ სმ³ ბ) 18 სმ³ გ) 24 სმ³ დ) $18\sqrt{3}\pi$ სმ³

11. კონუსის სიმაღლე ორჯერ მეტია ფუძის რადიუსზე. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან.

ა) $\sqrt{3}$ ბ) 2 გ) $\sqrt{5}$ დ) 3

12. კონუსის ფუძის ფართობია 9π, ხოლო ღერძული კვეთა წარმოადგენს წესიერ სამკუთხედს. რას უდრის ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

ა) 6π ბ) 9π გ) 15π დ) 18π



13. კონუსს და ცილინდრს ერთი ფუძე საერთო აქვთ, ხოლო კონუსის წვერო ცილინდრის მეორე ფუძის ცენტრში მდებარეობს. რის ტოლია კონუსის მოცულობა, თუ ცილინდრის მოცულობაა 24π სმ^3?

ა) 2π სმ^3 ბ) 4π სმ^3 გ) 8π სმ^3 დ) 12π სმ^3

14. კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი ცენტრალური კუთხით 120° და ფართობით $\frac{25}{3}\pi$. იპოვეთ კონუსის ფუძის რადიუსი.

ა) $\frac{5}{3}$ ბ) $\frac{5}{4}$ გ) $\frac{5}{2}$ დ) $\frac{7}{3}$

15. იპოვეთ ბირთვის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 296π.

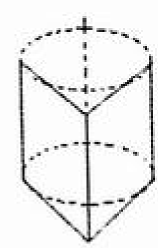
ა) 96π ბ) 144π გ) 156π დ) 184π

16. 6 სმ რადიუსის ბირთვი გადაკვეთილია მისი ცენტრიდან 4 სმ-ით დაშორებული სიბრტყით. იპოვეთ კვეთაში მიღებული ფიგურის ფართობი.

ა) $2\sqrt{5}\,\pi$ სმ^2 ბ) 10π სმ^2 გ) $4\sqrt{5}\,\pi$ სმ^2 დ) 20π სმ^2

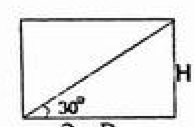
17. მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 6 და 8, ბრუნავს დიდი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ა) 144π ბ) 156π გ) 168π დ) 184π



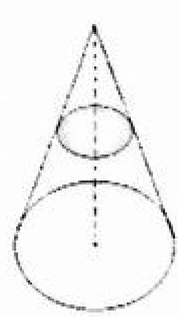
18. რომბი, რომლის გვერდის სიგრძეა 6 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა 30°, ბრუნავს გვერდის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის მოცულობა.

ა) 30π სმ^3 ბ) 36π სმ^3 გ) 48π სმ^3 დ) 54π სმ^3



19. ნახაზზე გამოსახული ცილინდრის შლილის დიაგონალი წრეწირის შლილთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ მისი ფუძის რადიუსია $\sqrt{3}$.

ა) $6\pi^2$ ბ) $4\pi^2$ გ) $\sqrt{3}\,\pi^2$ დ) 5π



20. კონუსი სიმაღლის შუა წერტილზე გადაჭრეს ფუძის პარალელური სიბრტყით და ზედა ნაწილი მოაცილეს. კონუსის მოცულობის რა ნაწილს შეადგენს დარჩენილი ფიგურის მოცულობა?

ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{5}{8}$ დ) $\frac{7}{8}$ დ) $\frac{15}{16}$

ტესტი 15.2

1. იპოვეთ კუბის მოცულობა, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 150 სმ^2.

ა) 27 სმ^3 ბ) 64 სმ^3 გ) 125 სმ^3 დ) 216 სმ^3

2. წესიერი ექვსკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება მასში ჩახაზული წრეწირის სიგრძესთან არის

ა) $\frac{1}{\pi}$ ბ) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ გ) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ დ) $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$

3. იპოვეთ $2\vec{a}+5\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ $\vec{a}=(-1;3)$, $\vec{b}=(2;0)$.

ა) (8; 11) ბ) (12; 11) გ) (8; 6) დ) (8; –6)

4. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის დიაგონალია $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო პრიზმის სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 80 სმ^2 ბ) 72 სმ^2 გ) 64 სმ^2 დ) 48 სმ^2

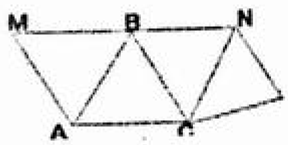
5. მართ პრიზმას ფუძედ აქვს მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების შეფარდებაა 3:4. ფუძის ჰიპოტენუზის მედიანა პრიზმის სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე, თუ მისი მოცულობაა 960 სმ.

ა) 8 სმ ბ) 10 სმ გ) 12 სმ დ) 16 სმ

6. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 6 სმ, ხოლო ფუძის დიაგონალია $8\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

ა) $\frac{32}{3}$ სმ^3 ბ) $16\sqrt{3}$ სმ^3 გ) $\frac{96}{5}$ სმ^3 დ) $\frac{128}{3}$ სმ^3

7. ნახაზზე მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის (წვეროთი B წერტილში) შლილი, რომლის ფუძის გვერდია 6 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ MBC კუთხის სიდიდე 120°-ია.



ა) $18\sqrt{2}$ სმ^3 ბ) 24 სმ^3 გ) $18\sqrt{3}$ სმ^3 დ) $24\sqrt{2}$ სმ^3

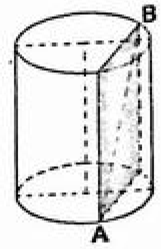
8. თუ ცილინდრის ღერძული კვეთა წარმოადგენს კვადრატს, რომლის გვერდის სიგრძეა 5 სმ, მაშინ ამ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობია

ა) 20π სმ^2 ბ) 25π სმ^2 გ) 75π სმ^2 დ) 100π სმ^2

9. ცილინდრის სიმაღლე ფუძის რადიუსის ტოლია. რამდენჯერ მეტია ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობზე?

ა) $\sqrt{2}$–ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) $2\sqrt{2}$ - ჯერ დ) 4-ჯერ

10. A და B წერტილები ცილინდრის სხვადასხვა ფუძის წრეწირებზე ძევს. AB მონაკვეთზე გავლებულია ცილინდრის ღერძის პარალელური α სიბრტყე. AB მონაკვეთი ცილინდრის ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ მანძილი ცილინდრის ფუძის ცენტრიდან α სიბრტყემდე 3 სმ-ის ტოლია და ცილინდრის ფუძის რადიუსია 6 სმ.



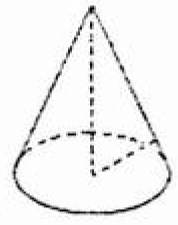
ა) 6 სმ ბ) 12 სმ გ) $12\sqrt{3}$ სმ დ) $6\sqrt{3}$ სმ

11. კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის ფუძის ფართობის შეფარდება სრული ზედაპირის ფართობთან.

ა) $\frac{2}{3}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{1}{3}$ დ) $\frac{1}{4}$

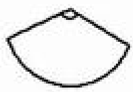
12. კონუსის ფუძის ფართობია 9π, ხოლო ღერძული კვეთა წარმოადგენს წესიერ სამკუთხედს. იპოვეთ ამ კონუსის მოცულობა.

ა) $6\sqrt{3}\,\pi$ ბ) 32π გ) 18π დ) $9\sqrt{3}\,\pi$



13. კონუსის ფუძის ცენტრიდან მსახველზე დაშვებული მართობი $2\sqrt{3}$-ის ტოლია და ფუძესთან $30°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 24π ბ) 28π გ) 30π დ) 32π



14. კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი $135°$-იანი ცენტრალური კუთხით. იპოვეთ კონუსის მსახველი, თუ ფუძის ფართობია 9π.

ა) 8 ბ) 10 გ) 12 დ) 18

15. სფეროს ზედაპირის ფართობია 40π. იპოვეთ დიდი წრის ფართობი.

ა) 8π ბ) 10π გ) 12π დ) 16π

16. რამდენი ერთნაირი დიამეტრის ფოლადის ბირთვი უნდა გადავადნოთ, რომ მივიღოთ ორჯერ დიდი დიამეტრის ბირთვი?

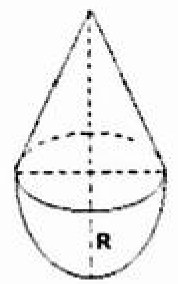
ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 8

17. მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 4 და 5, ბრუნავს მცირე გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

ა) 72π ბ) 96π გ) 100π დ) 144π

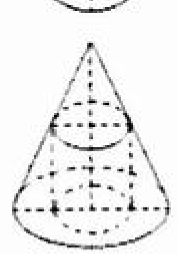
18. ABC სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია $\angle A=30°$ და $\angle C=45°$, ბრუნავს AC გვერდის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი, თუ B წვეროდან დაშვებული სამკუთხედის სიმაღლის სიგრძეა $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ სმ.

ა) πსმ² ბ) 2π სმ² გ) 3π სმ² დ) 4π სმ²



19. სურათზე გამოსახულია ფიგურა, რომელიც შედგება ტოლი მოცულობის მქონე კონუსისაგან და ნახევარბირთვისაგან. ნახევარბირთვის რადიუსი უდრის კონუსის ფუძის R რადიუსს. მაშინ კონუსის მსახველი ტოლია

ა) πR ბ) $\sqrt{5}R$ გ) $\sqrt{6}R$ დ) $3R$



20. ნახაზზე გამოსახულია კონუსი და მასში ჩადგმული ცილინდრი, რომლის ზედა ფუძე კონუსის სიმაღლეს კვეთს შუა წერტილში, ხოლო ქვედა ფუძის წრეწირი დიამეტრს ყოფს ოთხ ტოლ ნაწილად. კონუსის მოცულობის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს მისი ის ნაწილი, რომელიც ცილინდრის გარეთ მდებარეობს?

ა) $\frac{5}{24}$ ბ) $\frac{7}{8}$ გ) $\frac{5}{8}$ დ) $\frac{11}{12}$

ტესტი 15.3

1. იპოვეთ კუბის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალია $5\sqrt{3}$ სმ.

   ა) 27 სმ^3 ბ) 64 სმ^3 გ) 125 სმ^3 დ) 216 სმ^3

2. კვადრატის მოპირდაპირე წვეროებია (9; –3) და (5; 1). იპოვეთ ამ კვადრატის გვერდის სიგრძე.

   ა) 2 ბ) 3 გ) $2\sqrt{2}$ დ) 4

3. იპოვეთ x, თუ $\vec{a}(2-x;2x-4)$ და $\vec{b}(-2;3)$ ვექტორები ურთიერთმართობულია.

   ა) 1 გ) 2 გ) 3 დ) –1

4. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ყოველი წიბო 6 სმ-ია. იპოვეთ პრიზმის მცირე დიაგონალი.

   ა) 12 სმ ბ) 18 სმ გ) $6\sqrt{3}$ სმ დ) $12\sqrt{2}$ სმ

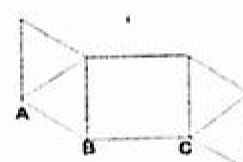
5. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი 12 სმ-ის ტოლი კათეტით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის ფართობის ტოლია.

   ა) 256 სმ^3 ბ) 108 სმ^3 გ) $72(2+\sqrt{2})$ სმ^3 დ) $216(2-\sqrt{2})$ სმ^3

6. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $6\sqrt{3}$ სმ, ხოლო გვერდითი წიბო ისე შეეფარდება სიმაღლეს, როგორც 5:4. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

   ა) 144 სმ^3 ბ) $64\sqrt{2}$ სმ^3 გ) $72\sqrt{3}$ სმ^3 დ) $96\sqrt{3}$ სმ^3

7. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შლილი, რომლის ფუძის გვერდია 6 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ ABC კუთხე 150°-ის ტოლია.



   ა) 18 სმ^3 ბ) $18\sqrt{2}$ სმ^3 გ) $24\sqrt{3}$ სმ^3 დ) $24\sqrt{2}$ სმ^3

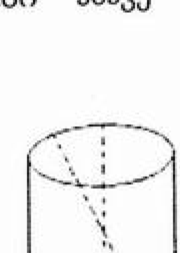
8. ცილინდრის ღერძული კვეთა წარმოადგენს კვადრატს. იპოვეთ ამ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 27π.

   ა) 50π ბ) 100π გ) 96π დ) 108π

9. რამდენჯერ მეტია ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ამავე ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობზე?

   ა) 4-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) π-ჯერ დ) 2π-ჯერ

10. მონაკვეთის ერთი ბოლო ცილინდრის ერთი ფუძის წრეწირზე მდებარეობს, მეორე კი – მეორე ფუძის წრეწირზე. ამ მონაკვეთის გეგმილი ფუძეებზე მოკვეთს 60°-იან რკალებს. იპოვეთ მონაკვეთის სიგრძე, თუ ცილინდრის ფუძის რადიუსია 6 სმ, ხოლო სიმაღლეა 8 სმ.



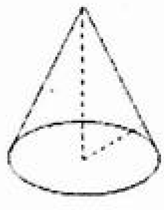
   ა) 8 სმ ბ) 19 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

11. კონუსის მსახველი ფუძის რადიუსზე 3-ჯერ მეტია. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 36π.

   ა) 6π ბ) 18π გ) $18\sqrt{2}\ \pi$ დ) 27π

12. კონუსის ღერძული კვეთა წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედს $3\sqrt{2}$ სმ კათეტით. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

ა) 3π სმ^3 ბ) 6π სმ^3 გ) 8π სმ^3 დ) 9π სმ^3



13. კონუსის ფუძის ცენტრიდან მსახველზე დაშვებული მართობი ამ მსახველს წვეროს მხრიდან ყოფს 9 სმ და 16 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

ა) 2000π სმ^3 ბ) 1200π სმ^3 გ) 1000π სმ^3 დ) 900π სმ^3

14. კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი 120°-იანი ცენტრალური კუთხით. ამ სექტორის ქორდის სიგრძეა $6\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ კონუსის ფუძის რადიუსი.

ა) 1 სმ ბ) 2 სმ გ) 3 სმ დ) 4 სმ

15. იპოვეთ იმ ბირთვის რადიუსის სიგრძე, რომლის მოცულობა 36π სმ^3-ია.

ა) 1 სმ ბ) 2 სმ გ) 3 სმ დ) 9 სმ

16. სფეროს მხებ სიბრტყეზე მდებარე წერტილი სფეროს ცენტრიდან დაშორებულია 30 სმ-ით, ხოლო შეხების წერტილიდან 24 სმ-ით. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი.

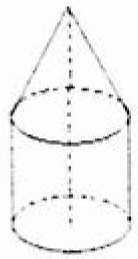
ა) 164π სმ^2 ბ) 1369π სმ^2 გ) 900π სმ^2 დ) 1296π სმ^2

17. მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 3 და 5, ბრუნავს მცირე გვერდის პარალელური და მცირე გვერდიდან 2-ით დაშორებული ღერძის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის მოცულობა.

ა) 80π ბ) 96π გ) 135π დ) 144π

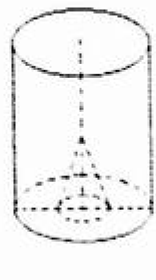
18. მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ა) $60{,}3\pi$ სმ^2 ბ) $67{,}2\pi$ სმ^2 გ) $70{,}5$ სმ^2 დ) $72{,}4$ სმ^2



19. ცილინდრს, რომლის ღერძული კვეთა კვადრატია, თავზე ადგას კონუსი, რომლის ფუძის რადიუსია R (ცილინდრის და კონუსის ფუძეები ერთმანეთს ემთხვევა). რის ტოლი უნდა იყოს კონუსის სიმაღლე, რომ მისი მოცულობა ცილინდრის მოცულობის ტოლი იყოს?

ა) $3R$ ბ) $4R$ გ) $5R$ დ) $6R$



20. ნახაზზე მოცემულია ცილინდრი და მასში ჩადგმული კონუსი, რომლის წვერო ცილინდრის ღერძის შუაწერტილშია, ხოლო ფუძის წრეწირი კონუსის დიამეტრს ყოფს სამ ტოლ ნაწილად. ცილინდრის მოცულობის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს ცილინდრის შიგნით მოთავსებული იმ ფიგურის მოცულობა, რომელიც კონუსის გარეთ მდებარეობს?

ა) $\frac{26}{27}$ ბ) $\frac{47}{48}$ გ) $\frac{53}{54}$ დ) $\frac{80}{81}$

ტესტი 15.4

1. იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალია $4\sqrt{3}$ სმ.

ა) 72 სმ² ბ) 88 სმ² გ) 96 სმ² დ) 124 სმ²

2. მართკუთხედის სამი წვეროს კოორდინატებია (–2; 3), (5; 6) და (3; 1). იპოვეთ ამ მართკუთხედის მეოთხე წვეროს კოორდინატები.

ა) (–4; –2) ბ) (1; 9) გ)(–1; 7) დ) (0; 8)

3. თუ $\vec{a}(2;x)$ და $\vec{b}(x;8)$ ურთიერთსაწინააღმდეგოდ მიმართული ვექტორებია, მაშინ $x =$

ა) –4 ბ) 4 გ) –16 დ) 16

4. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ყოველი წიბოს სიგრძე 3 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი პრიზმის ქვედა ფუძის ცენტრიდან ზედა ფუძის რომელიმე წვერომდე.

ა) $3\sqrt{3}$ ბ) $2\sqrt{3}$ გ) $3\sqrt{2}$ დ) $4\sqrt{2}$

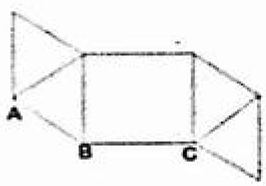
5. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია $3\sqrt{2}$ სმ და 4 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 45°. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი მცირე დიაგონალის სიგრძეა $\sqrt{46}$ სმ.

ა) 54 სმ³ ბ) 60 სმ³ გ) 72 სმ³ დ) 96 სმ³

6. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა $3\sqrt{5}$ სმ, ხოლო ფუძის მცირე დიაგონალია $6\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

ა) 60 სმ³ ბ) $48\sqrt{3}$ სმ³ გ) 72 სმ³ გ) $54\sqrt{3}$ სმ³

7. ნახაზზე მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შლილი, რომლის ფუძის გვერდია 6 სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ABC კუთხის სიდიდეა 150°.



ა) 24 სმ² ბ) $12\sqrt{2}$ სმ² გ) 18 სმ² დ) $36\sqrt{2}$ სმ²

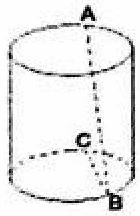
8. ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი. რისი ტოლია ამ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის დიამეტრია 4 სმ?

ა) 4π სმ² ბ) 6π სმ² გ) 8π სმ² დ) 16π სმ²

9. ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია 10 სმ². რის ტოლია ამ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

ა) 4π სმ² ბ) 5π სმ² გ) 10π სმ² დ) 15π სმ²

10. 10 სმ სიგრძის მონაკვეთის ერთი ბოლო ცილინდრის ერთი ფუძის წრეწირზე მდებარეობს მეორე კი – მეორე ფუძია წრეწირზე. ამ მონაკვეთის გეგმილი ფუძის სიბრტყეზე ფუძის წრეწირიდან მოკვეთს 120°-იან რკალებს. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის რადიუსი, თუ ცილინდრის მსახველი 8 სმ-ის ტოლია.



ა) $2\sqrt{3}$ სმ ბ) $2\sqrt{6}$ სმ გ) $4\sqrt{3}$ სმ დ) $4\sqrt{2}$ სმ

11. კონუსის ფუძის რადიუსი კონუსის სიმაღლეზე 2-ჯერ ნაკლებია. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება კონუსის ფუძის ფართობთან.

ა) $\sqrt{5}$ ბ) $\sqrt{3}$ გ) $0{,}5\cdot\sqrt{5}$ დ) $2\sqrt{3}$

12. კონუსის ღერძული კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხეა $120°$, ხოლო მსახველია $6\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 36π სმ^2 ბ) $54\sqrt{3}\pi$ სმ^2 გ) $60\sqrt{3}\pi$ სმ^2 დ) 72π სმ^2

13. კონუსის ფუძის ცენტრიდან მსახველზე დაშვებული მართობი მსახველს შუაზე ყოფს. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ამ მართობის სიგრძე 6 სმ-ის ტოლია.

ა) 48π სმ^2 ბ) $48\sqrt{2}\pi$ სმ^2 გ) 30π სმ^2 დ) $72\sqrt{2}\pi$ სმ^2

14. კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის სექტორი $135°$-იანი ცენტრალური კუთხით. ამ სექტორის AB ქორდის სიგრძეა $16(2+\sqrt{2})$ სმ. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 4π ბ) 5π გ) 6π დ) 8π

15. იპოვეთ იმ ბირთვის მოცულობა, რომლის შესაბამისი სფეროს ზედაპირის ფართობია 36π სმ^2.

ა) 18π სმ^3 ბ) 24π სმ^3 გ) 27π სმ^3 დ) 36π სმ^3

16. ბირთვის რადიუსია 30 სმ. ეს ბირთვი გადაკვეთილია ცენტრიდან ერთ მხარეს გამავალი ორი პარალელური სიბრტყით. კვეთაში მიღებული წრეების ფართობებია 576π სმ^2 და 324π სმ^2. იპოვეთ მანძილი პარალელურ კვეთებს შორის.

ა) 6 სმ ბ) 8 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

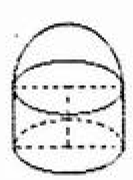
17. მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 4 სმ და 6 სმ, ბრუნავს დიდი გვერდის პარალელური და დიდი გვერდიდან 1 სმ-ით დაშორებული ღერძის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ა) 96π სმ^2 ბ) 120π სმ^2 გ) 130π სმ^2 დ) 144π სმ^2

18. სამკუთხედი, რომლის ერთ-ერთი გვერდის სიგრძეა 10 სმ და მასზე დაშვებული სამკუთხედის სიმაღლეა 2 სმ, ბრუნავს ამ გვერდის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვის შედეგად მიღებული ფიგურის მოცულობა.

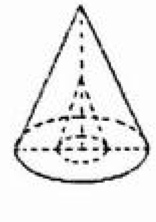
ა) $\frac{20}{3}\pi$ სმ^3 ბ) 10π სმ^3 გ) $\frac{10}{3}\pi$ სმ^3 გ) $\frac{40}{3}\pi$ სმ^3

19. ნახაზზე გამოსახულია სხეული, რომელიც შედგება ტოლი მოცულობების მქონე ცილინდრისა და ნახევარბირთვისაგან. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ ბირთვის რადიუსია R.



ა) $\frac{2}{3}R$ ბ) $\frac{1}{3}R$ გ) $\frac{R}{2}$ დ) R

20. ნახაზზე მოცემულია კონუსი და მასში ჩადგმული მცირე კონუსი, რომლის წვერო დიდი კონუსის სიმაღლის შუაწერტილში მდებარეობს, ხოლო ფუძის წრეწირი დიდი კონუსის დიამეტრს ყოფს სამ ტოლ ნაწილად. დიდი კონუსის მოცულობის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს ამ კონუსებს შორის მოთავსებული ფიგურის მოცულობა?



ა) $\frac{7}{8}$ ბ) $\frac{15}{16}$ გ) $\frac{17}{18}$ დ) $\frac{23}{24}$

§ 16. სხვადასხვა ამოცანები

ამოცანები 16.1-16.7-ს ისეთივე დაბოლოება აქვთ, როგორც ამოცანა 16.1-ის 1)-ს.

16.1. 1) მოცემულია ტოლფერდა ABC სამკუთხედი. განვიხილოთ შემდეგი ორი პირობა:

I. $\angle A$-ს გრადუსული ზომა 63°-ით მეტია $\angle B$-ს გრადუსულ ზომაზე.

II. $\angle A$ ბლაგვია.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ $\angle B$-ს გრადუსული ზომა:

ა) საკმარისია I პირობა, მეორე კი არა; ბ) საკმარისია II პირობა, I კი არა;

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად;

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე;

ე) ორივე პირობა ერთად არ არის საკმარისი.

2) ABC სამკუთხედის შესახებ მოცემულია შემდეგი ორი პირობა:

I. $\angle A$-ს გრადუსული ზომა 30°-ით მეტია $\angle B$-ს გრადუსულ ზომაზე.

II. ABC სამკუთხედი ტოლფერდაა.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ $\angle B$-ს გრადუსული ზომა:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) ტოლფერდა მართკუთხა ABC სამკუთხედის მართი კუთხის B წვეროდან დაშვებულია BD სიმაღლე. მოცემულია ორი პირობა:

I. AC=16 სმ II. BD= 8სმ

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ABC სამკუთხედის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) ტოლფერდა სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძე 10 სმ-ია. მოცემულია ორი პირობა:

I. სამკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე 2-ჯერ მეტია და ამ გვერდის სიგრძეზე.

II. სამკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე 10 სმ-ით მეტია ამ გვერდის სიგრძეზე.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ სამკუთხედის პერიმეტრი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

5) მოცემულია ტოლფერდა სამკუთხედი და მის შესახებ ორი პირობა:

I. AB= 5 სმ, AC=6სმ. II. BC=6სმ, $\angle A$=45°

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ABC სამკუთედზე შემოხაზული წრეწირის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

16.2. 1) სამკუთხედის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები ისე შეეფრდება ერთმანეთს, როგორც 5:12:13.

II. სამკუთხედის კუთხეების სიდიდეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:4:6.

იმის დასამტკიცებლად, რომ მოცემული სამკუთხედი მართკუთხაა:

ა) ბ) გ) დ) ე)

2. სამკუთხედის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. სამკუთხედის კუთხეების სიდიდეების შეფარდებაა 1:3:5.

II. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებაა 3:4:5.

იმის დასამტკიცებლად, რომ მოცემული სამკუთხედი ბლაგვკუთხაა:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) ABC სამკუთხედის AB გვერდის სიგრძეა 8 სმ, A კუთხის გრადუსული ზომა კი $50°$-ის ტოლია. ABC სამკუთხედისათვის მოცემულია კიდევ ორი პირობა:

I. BC=8 სმ

II. B კუთხის ბისექტრისა AC გვერდის მართობულია.

იმისათვის, რომ გამოვთვალოთ ABC კუთხის გრადუსული ზომა:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) ABC სამკუთხედისათვის მოცემულია ორი პირობა:

I. AB გვერდის სიგრძე ტოლია BC გვერდის სიგრძის.

II. A და B წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეების სიგრძეები ტოლია.

იმისათვის, რომ დავადგინოთ არის თუ არა ABC სამკუთხედი ტოლგვერდა.

ა) ბ) გ) დ) ე)

16.3. 1) მართკუთხედის შესახებ მოცემულია შემდეგი ორი პირობა:

I. მართკუთხედის პერიმეტრია 14 სმ.

II. მართკუთხედის ყველა გვერდის კვადრატების ჯამია 50 სმ.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ამ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე:

ა) ბ) 5) დ) ე)

2) მართკუთხედის შესახებ მოცემულია შემდეგი ორი პირობა:

I. მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 10 სმ.

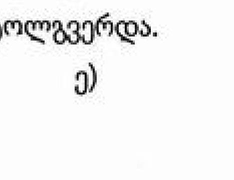
II. მართკუთხედის ფართობია 48 სმ^2.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძე:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) $ABCD$ კვადრატის ფართობია 64 სმ^2. BC გვერდზე აღებულია M წერტილი, ხოლო CD გვერდზე N წერტილი. განვიხილოთ ორი პირობა:

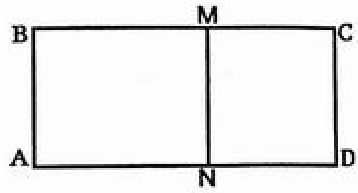
I . $BM:MC$= 1:2 II . $CN = ND$.



იმისათვის, რომ ვიპოვოთ AMN სამკუთხედის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) $ABCD$ მართკუთხედი დაყოფილია $ABMN$ მართკუთხედად და $MCDN$ კვადრატად. განვიხილოთ ორი პირობა:



I. $ABMN$ მართკუთხედის ფართობია 60 სმ^2.

II. $MCDN$ კვადრატის ფართობია 36 სმ^2.

$ABCD$ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეების გასარკვევად;

ა) ბ) გ) დ) ე)

6.4. 1) $ABCD$ პარალელოგრამში გავლებულია BD დიაგონალი. მოცემულია ორი პირობა:

I. $ABCD$ პარალელოგრამის პერიმეტრია 80 სმ.

II. ABD სამკუთხედის პერიმეტრია 70 სმ.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ამ დიაგონალის სიგრძე:

ა) ბ) გ) დ) ე)

2) მოცემულია პარალელოგრამი და ორი პირობა:

I. დიაგონალი პარალელოგრამის კუთხეს შუაზე ყოფს.

II. დიაგონალების სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ პარალელოგრამის პერიმეტრი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობია 80 სმ^2. მოცემულია ორი პირობა:

I . AD გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 4 სმ.

II. $AD = 2 \cdot AB$.

იმისათვის, რომ გავიგოთ AB გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) პარალელოგრამის მახვილი კუთხის სიდიდეა 60°. მოცემულია ორი პირობა:

I . პარალელოგრამის გვერდი მცირე დიაგონალის ტოლია.

II. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მოპირდაპირე გვერდს შუაზე ყოფს.

იმისათვის, რომ დავადგინოთ ამ პარალელოგრამის დიაგონალები არიან თუ არა ურთიერთმართობული:

ა) ბ) გ) დ) ე)

5) $ABCD$ პარალელოგრამის გვერდებია 3 სმ და 6 სმ. მოცემულია ორი პირობა:

I. დიდი გვერდისადმი გავლებული სიმაღლე ორჯერ ნაკლებია მცირე გვერდისადმი გავლებულ სიმაღლეზე.

II. ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე 60°-ის ტოლია.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ პარალელოგრამის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

16.5. 1) ტოლფერდა ტრაპეციის სიმაღლეა 5 სმ. მოცემულია ორი პირობა:

I . ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია;

II. ტრაპეციის დიაგონალი ფუძესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს:

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ტრაპეციის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

2) მართკუთხა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. მოცემულია ორი პირობა:

I. დიდი ფუძის სიგრძეა 18 სმ. II. მცირე ფუძის სიგრძეა 8 სმ.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ტრაპეციის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) $ABCD$ ტრაპეციის BD დიაგონალი BC და AD ფუძეების მართობულია. მოცემულია ორი პირობა:

I. $\angle A+\angle C=90°$ II. $BC+AD=24$ სმ

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ $ABCD$ ტრაპეციის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი 60°-ის ტოლ მახვილი კუთხეს შუაზე ყოფს.

მოცემულია ორი პირობა:

I. ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძეა 8 სმ.

II. ტრაპეციის ფართობია $56\sqrt{3}$ სმ².

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ტრაპეციის მცირე ფუძის სიგრძე:

ა) ბ) გ) დ) ე)

16.6. 1) მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ჭურჭელში ჩაასხეს 10 ლიტრი წყალი. მოცემულია შემდეგი ორი პირობა:

I. პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 6 სმ და 5 სმ.

II. პარალელეპიპედის ფუძის ფართობია 30 სმ².

იმისათვის, რომ გავიგოთ ფსკერიდან რა სიმაღლეზე დადგება წყლის ზედაპირი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

2) მოცემულია ორი მართკუთხა პარალელეპიპედი. პირველის განზომილებებია a, b და h_1, ხოლო მეორე პარალელეპიპედის – b, c და h_2. განვიხილოთ ორი პირობა:

I. $h_2=5\,h_1$ II. $a=2c$.

იმისათვის, რომ დავადგინოთ რომელი პარალელეპიპედის მოცულობაა უფრო მეტი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პრიზმა და ორი პირობა:

I. გვერდითი წახნაგის პერიმეტრია 18 სმ.

II. ფუძის პერიმეტრია 12 სმ.

იმისათვის, რომ გავიგოთ პრიზმის მოცულობა:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

4) პრიზმის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. წვეროების რაოდენობა 10-ის ტოლია.

II. ამ პრიზმას 5-ით მეტი წიბო აქვს, ვიდრე წვერო.

იმისათვის, რომ გავარკვიოთ რამდენი წახნაგი აქვს ამ პრიზმას:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

16.7. 1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. დიაგონალური კვეთის ფართობია $6\sqrt{2}$ სმ².

II. პირამიდის მოცულობაა 24 სმ³.

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. პირამიდის ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია.

II. პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე 60°-ია.

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ პირამიდის გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყის შორის კუთხის სიდიდეა:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

3) პირამიდის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. პირამიდის ფუძის ფართობია 12 სმ².

II. ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

4) წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია 12 სმ².

II ფუძის მცირე დიაგონალია $4\sqrt{3}$ სმ.

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

16.8. 1) ცილინდრის ფორმის ჭურჭელი წყლითაა სავსე. მოცემულია ორი პირობა:

I. ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 10 დმ.

II. ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობია 15 დმ².

იმისათვის, რომ გავიგოთ რამდენი ლიტრი წყალია ჭურჭელში:

ა)   ბ)   გ)   დ)   ე)

2) მოცემულია ცილინდრი, რომლის მოცულობაა 36π სმ³.

განვიხილოთ ორი პირობა:

I. ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 6π სმ.

II. ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია 24 სმ^2.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ცილინდრის სიმაღლე.

ა) ბ) გ) დ) ე)

3) ცილინდრის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. ფუძის რადიუსი ორჯერ ნაკლებია ცილინდრის სიმაღლეზე.

II. ღერძული კვეთის ფართობია 20 სმ^2.

იმისათვის, რომ გავიგოთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

4) ბირთვის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. შესაბამისი სფეროს დიდი წრის ფართობია 9π.

II. ბირთვის მოცულობა 36π.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ბირთვის ზედაპირის ფართობი:

ა) ბ) გ) დ) ე)

5) კონუსს და ცილინდრს ტოლი მოცულობები აქვთ. მოცემულია ორი პირობა.

I. კონუსის ფუძის რადიუსი ორჯერ მეტია ცილინდრის ფუძის რადიუსზე.

II. კონუსის ფუძის რადიუსი ცილინდრის სიმაღლის ტოლია.

იმისათვის, რომ გავარკვიოთ კონუსის სიმაღლე მეტია, თუ ცილინდრის სიმაღლე:

ა) ბ) გ) დ) ე)

* * *

16.9. 1) ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეა 24 სმ, ფერდი – 20 სმ. იპოვეთ მანძილი ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილიდან ფერდების გადაკვეთის წერტილამდე.

2) ABC სამკუთხედში $AB:AC=2:3$. BD სამკუთხედის სიმაღლეა, ხოლო AM ბისექტრისაა ($M \in BC$). იპოვეთ BD სიმაღლის სიგრძე, თუ M წერტილი AC გვერდიდან დაშორებულია 9 სმ-ით.

3) ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 24 დმ, ფერდის კი 15 სმ. იპოვეთ მანძილი შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების ცენტრებს შორის.

4) ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირისადმი გავლებულია ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის პარალელური მხები. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდებს შორის მოთავსებული მხების მონაკვეთის სიგრძე, თუ სამკუთხედის ფუძის სიგრძეა 24 სმ, ხოლო ფერდის – 15 სმ.

16.10. 1) $ABCD$ მართკუთხედში $AB=3$, $BC=4$. ABC და ADC სამკუთხედებში ჩახაზულია წრეწირები, რომლებიც AC დიაგონალს ეხებიან N და M წერტილებში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე.

2) ABC ტოლფერდა სამკუთხედში $AB=BC$. ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილზე გავლებულია AC ფუძის პარალელური MN მონაკვეთი. იპოვეთ MN-ის სიგრძე, თუ $AB=50$ სმ, $AC=60$ სმ.

3) F არის ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის AC გვერდის შუაწერტილი. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან BFC სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილამდე, თუ $AB=a$.

4) სამკუთხედზე, რომლის გვერდების სიგრძეებია a და $a\sqrt{2}$, შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე, თუ შემოხაზული წრეწირის რადიუსი a-ს ტოლია.

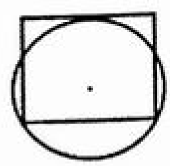
5) ABC სამკუთხედში AC გვერდის სიგრძე BC გვერდის სიგრძეზე 2-ჯერ მეტია. იპოვეთ კუთხე B წვეროდან გავლებული სამკუთხედის მედიანასა და C კუთხის ბისექტრისას შორის.

6) წრეწირი გადის $ABCD$ ტრაპეციის ($AB \parallel AD$) A და B წვეროებზე, კვეთს AD გვერდს და ეხება CD გვერდს C წერტილში. იპოვეთ AC დიაგონალის სიგრძე, თუ BC=2 სმ, AD=8 სმ.

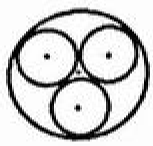
16.11. 1) წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია 10 სმ და 30 სმ სიგრძის ორი ქორდა, რომლებიც მახვილ კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მანძილი მცირე ქორდის ბოლო წერტილიდან დიდ ქორდამდე 8 სმ-ია.

2) $ABCD$ კვადრატის ოთხივე წვერო R=4 სმ რადიუსის მქონე წრეწირზე მდებარეობს. იპოვეთ AD და CD გვერდების შუაწერტილებზე გავლებული ქორდის სიგრძე.

3) კვადრატის ორი მეზობელი წვერო წრეწირზე მდებარეობს დანარჩენი ორი კი – ამ წრეწირის მხებზე. იპოვეთ კვადრატის დიაგონალი, თუ წრეწირის რადიუსია $5\sqrt{2}$ სმ.



4) წრეში, რომლის რადიუსია $2\sqrt{3}$ ჩახაზულია სამი ტოლი პატარა წრეწირი ისე, რომ თითოეული წრეწირი ეხება დანარჩენ სამ წრეწირს. იპოვეთ პატარა წრეწირის რადიუსი.



16.12. 1) მართკუთხა ტრაპეციების ფუძეების სიგრძეებია 5 სმ და 2 სმ. იპოვეთ მანძილი ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან მცირე ფერდამდე.

2) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციაში BC=2, AD=10, AB=CD=5. BAD კუთხის ბისექტრისა BC გვერდის გაგრძელებას K წერტილში კვეთს. იპოვეთ ABK სამკუთხედის B წვეროდან გავლებული სიმაღლის სიგრძე.

3) ABC მართკუთხა სამკუთხედის ($\angle C$=90°) CB კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ ADB სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი 20-ის ტოლია. იპოვეთ AD მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=30, AC=9.

4) ABC სამკუთხედში $\angle A$ ორჯერ მეტია კუთხე B-ზე. AC=4, AB=5. იპოვეთ BC გვერდის სიგრძე.

16.13. 1) თუ ABC სამკუთხედის სამივე გვერდის სიგრძე ერთმანეთისგან განსხვავებულია, მაშინ ქვემოთ ჩამოთვლილი წინადადებებიდან რომელი არ შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი?

ა) ABC სამკუთხედი ბლაგვკუთხაა.

ბ) ABC სამკუთხედის სამივე კუთხე მახვილია.

გ) ABC სამკუთხედის ორი კუთხის ჯამი $90°$-ის ტოლია.

დ) ABC სამკუთხედის სამივე კუთხის სიდიდე ერთმანეთისგან განსხვავებულია.

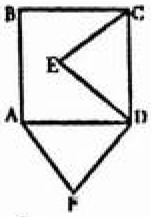
ე) ABC სამკუთხედის ერთი წვეროდან გამოსული სიმაღლე და მედიანა ერთმანეთს ემთხვევა.

2) მოცემულია $ABCD$ ოთხკუთხედი. შემდეგი წინადადებებიდან:

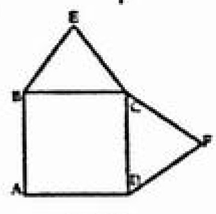
1. $ABCD$ ოთხკუთხედის დიაგონალები ტოლია.
2. $ABCD$ ოთხკუთხედი წარმოადგენს ტრაპეციას.
3. $ABCD$ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია.
4. $ABCD$ ოთხკუთხედის დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან.

რომელი ორი არ შეიძლება ერთდროულად იყოს ჭეშმარიტი?

ა) 1 და 2 ბ) 1 და 3 გ) 1 და 4 დ) 2 და 3 ე) 2 და 4



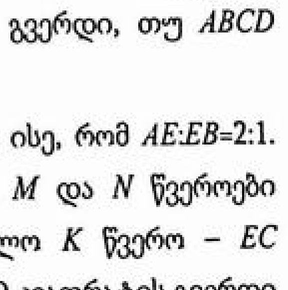
16.14. 1) $ABCD$ კვადრატის გვერდია a სმ. კვადრატის გვერდებზე აგებულია ტოლგვერდა ECD და AFD სამკუთხედები ისე, როგორც ნახაზზეა მოცემული. იპოვეთ EF მონაკვეთის სიგრძე.



2) $ABCD$ კვადრატის გვერდია a სმ. კვადრატის გვერდებზე აგებულია ტოლგვერდა BEC და CFD სამკუთხედები ისე, როგორც ნახაზზეა მოცემული. იპოვეთ EF მონაკვეთის სიგრძე.

3) $ABCD$ კვადრატის AB გვერდი E და F წერტილებით გაყოფილია სამ ტოლ ნაწილად. ოთხკუთხედი $LKNM$ წარმოადგენს კვადრატს, რომლის M და N წვეროები CD გვერდზე მდებარეობს. L წვერო მდებარეობს ED მონაკვეთზე, ხოლო K – FC მონაკვეთზე. იპოვეთ $LKNM$ კვადრატის გვერდი, თუ $ABCD$ კვადრატის გვერდი a-ს ტოლია.

4) $ABCD$ კვადრატის AB გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $AE:EB=2:1$. ოთხკუთხედი $MKND$ წარმოადგენს კვადრატს, რომლის M და N წვეროები შესაბამისად AD და CD გვერდებზე მდებარეობენ, ხოლო K წვერო – EC მონაკვეთზე. იპოვეთ $MKND$ კვადრატის გვერდი, თუ $ABCD$ კვადრატის გვერდი a-ს ტოლია.



16.15. 1) $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედის შიგნით მოთავსებულია $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ წესიერი ექვსკუთხედი ისე, რომ $AA_1=BB_1=CC_1=DD_1=EE_1=FF_1$ (იხ. ნახაზები). იპოვეთ:

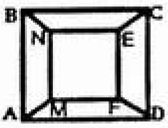
1) AA_1, თუ $AF=10$, $A_1F_1=6$;

2) A_1F_1, თუ $AA_1=4$, $AF=10$;

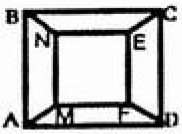
3) AF_1, თუ $AF=10$, $A_1F_1=6$;

4) ექვსკუთხედებს შორის მოთავსებული ფიგურის ფართობი, თუ $AF=10$, $A_1F_1=6$.

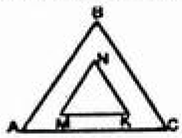
16.16. 1) *ABCD* კვადრატის შიგნით მოთავსებულია *MNEF* კვადრატი ისე, რომ $AM=BN=CE=DF=2\sqrt{2}$. იპოვეთ *AB*, თუ $MN=6$.



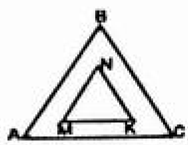
2) *ABCD* კვადრატის შიგნით მოთავსებულია *MNEF* კვადრატი ისე, რომ $AM=BN=CE=DF$. იპოვეთ *AM*, თუ $AD=12$ სმ, $MN=8$ სმ.



3) *ABCD* ტოლგვერდა სამკუთხედის შიგნით მოთავსებულია *MNK* ტოლგვერდა სამკუთხედი ისე, რომ $AM=BN=CK=\sqrt{3}$. იპოვეთ *MN*, თუ $AB=8$.



4) *ABC* ტოლგვერდა სამკუთხედის შიგნით მოთავსებულია *MNK* ტოლგვერდა სამკუთხედი ისე, რომ $AM=BN=CK$ (იხ. ნახ.). იპოვეთ *AM*, თუ $AC=16$ სმ, $MK=10$ სმ.



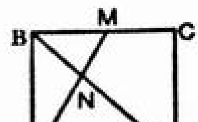
16.17. 1) *ABCD* მართკუთხედის *BD* დიაგონალზე აგებულია *BMND* მართკუთხედი ისე, რომ *MN* გვერდი *BD* დიაგონალის პარალელურია და გადის *C* წვეროზე. იპოვეთ *BMND* მართკუთხედის ფართობი, თუ $AB=6$ სმ და $AD=8$ სმ.

2) *ABCD* მართკუთხედში *BC* გვერდზე აღებულია *E* წერტილი ისე, რომ $BE=1$ სმ, $EC=9$ სმ და $\angle AED=90°$. იპოვეთ *AB* გვერდის სიგრძე.

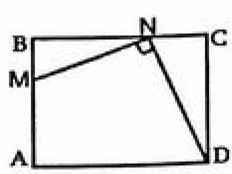
3) კვადრატი ორი ურთიერთმართობული წრფით გაყოფილია ორ მართკუთხედად და ორ კვადრატად ისე, რომ ერთი მართკუთხედისა და ერთი კვადრატის ფართობებია შესაბამისად 10 სმ^2 და 25 სმ^2. იპოვეთ მოცემული კვადრატის გვერდის სიგრძე.

4) *ABCD* კვადრატის *BC* გვერდზე აღებულია *E* წერტილი, ხოლო *AE* მონაკვეთზე *F* წერტილი ისე, რომ $AE \perp DF$, $AF=3$სმ, $DF=4$სმ. იპოვეთ *BE* მონაკვეთის სიგრძე.

16.18. 1) *M* არის *ABCD* კვადრატის *BC* გვერდის შუაწერტილი, ხოლო *N* წარმოადგენს *AM* მონაკვეთისა და *BD* დიაგონალის გადაკვეთის წერტილს. იპოვეთ *ABN* სამკუთხედისა და *ABCD* კვადრატის ფართობების შეფარდება.

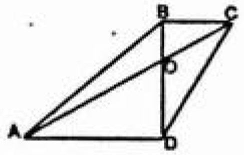


2) *ABCD* კვადრატის გვერდი 8 სმ-ია. *AB* და *CD* გვერდებზე აღებულია შესაბამისად *M* და *N* წერტილები ისე, რომ $\angle MND=90°$ და $DN=10$ სმ. იპოვეთ *AMND* ოთხკუთხედის ფართობი.



3) *ABCD* მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, $BC=10$ სმ, $AD=16$ სმ. *AD* და *BC* ფუძეებზე აღებულია *M* და *N* წერტილები ისე, რომ *MN* მონაკვეთი *AB* ფერდის პარალელურია და ის *ABCD* ტრაპეციის ფართობს შუაზე ყოფს. იპოვეთ *AN* მონაკვეთის სიგრძე.

4) $ABCD$ ტრაპეციის BD დიაგონალი BC და AD ფუძეების მართობულია. O არის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ COD სამკუთხედის ფართობი, თუ BC=5 სმ, AD=10 სმ, BD=3 სმ.

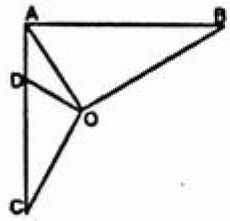


16.19. 1) ტოლგვერდა სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ $KB:AK$=1:3. სამკუთედის O ცენტრზე და K წერტილზე გავლებული წრფე AC გვერდს გადაკვეთს M წერტილში. იპოვეთ ABC სამკუთხედის გვერდი, თუ $OM=2\sqrt{21}$.

2) $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეციაში $AB=CD$=10, BC=4, AD=20. BAD კუთხის ბისექტრისა BC სხივს გადაკვეთს N წერტილში. იპოვეთ AN მონაკვეთის სიგრძე.

3) წრეწირი ეხება მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზას შუაწერტილში და მცირე კათეტს ყოფს ორ ტოლ ნაწილად. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი, თუ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 16 სმ და 12 სმ.

4) BAC მართი კუთხის შიგნით აღებულია O წერტილი ისე, რომ $AB=AC$=15, AD=5, $\angle AOB=\angle DOC$=90°. იპოვეთ AO მონაკვეთის სიგრძე.



16.20. საკოორდინატო სიბრტყეზე გამოსახეთ უტოლობათა სისტემის ამონახსნი და იპოვეთ მიღებული ფიგურის ფართობი:

1) $\begin{cases} x+y\le 8 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y+x\ge 0 \\ y-x\ge 0 \\ y\le 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y+x\ge 0 \\ y-x\le 0 \\ x\le 4 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y\le -2 \\ y\ge 0 \\ x+4\ge 0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} y-x\le 1 \\ 1\le x\le 3 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y+x\le -1 \\ y-x\ge -1 \\ -3\le x\le -1 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} y-x\le 1 \\ y-x\ge -2 \\ 2\le x\le 4 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} y\le \sqrt{3}x \\ y\ge \sqrt{3}x-\sqrt{3} \\ 0\le x\le 1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ y\ge \sqrt{3}x \\ y\ge -\sqrt{3}x \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ y\le x \\ y\ge -\sqrt{3}x \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x^2+y^2\le 4 \\ x\ge 1 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} x^2+y^2\le 4 \\ y\ge \sqrt{2} \end{cases}$

16.21. იპოვეთ საკოორდინატო სიბრტყეზე შემდეგი უტოლობებით განსაზღვრულ სამკუთხედში ჩახაზული წრის რადიუსი:

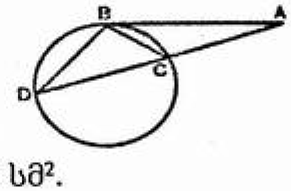
1) $\begin{cases} 2y-x\le 2 \\ 2y+x\le 2 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y\le 1-x \\ y\ge x-1 \\ x\ge 0 \end{cases}$

16.22. 1) $4x-3y+12=0$ განტოლებით განსაზღვრული წრფე საკოორდინატო მეოთხედს ჩამოჭრის მართკუთხა სამკუთხედს. იპოვეთ ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

2) $3x-4y$=12 განტოლებით განსაზღვრული წრფე ეხება სექტორს, რომლის ცენტრი მდებარეობს კოორდინატთა სათავეში და ცენტრალური კუთხეა 60°, იპოვეთ ამ სექტორის შესაბამისი რადიუსის სიგრძე.

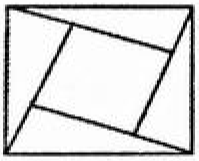
16.23. 1) სამკუთხედს და მასში ჩახაზულ რომბს აქვს საერთო კუთხე. სამკუთხედის ამ კუთხის გვერდების შეფარდებაა $m:n$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობის შეფარდება რომბის ფართობთან.

2) წრეწირის გარეთ მდებარე A წერტილიდან გავლებულია წრეწირის AB მხები და მკვეთი AD, რომელიც წრეწირს გადაკვეთს C წერტილში. გამოთვალეთ CBD სამკუთხედის ფართობი, თუ $AC:AB=2:3$ და ABC სამკუთხედის ფართობია 20 სმ².



3) AB და CD ერთი და იმავე წრეწირის არაგადამკვეთი ქორდებია, ამასთან $\breve{AB}=120°$ და $\breve{CD}=90°$. M არის AD და BC ქორდების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ AMB და CMD სამკუთხედების ფართობები, თუ მათი ჯამია 100 სმ².

4) კვადრატის თითოეული გვერდი კვადრატის შიგნით მობრუნებულია 30°-ით. იპოვეთ მოცემული და მობრუნებული გვერდების თანაკვეთაში მიღებული კვადრატის ფართობების შეფარდება.



16.24. 1) ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია R და r, გარედან ეხებია ერთმანეთს M წერტილში. AB არის მათი საერთო გარე მხები (A და B შეხების წერტილებია). იპოვეთ AMB სამკუთხედის ფართობი.

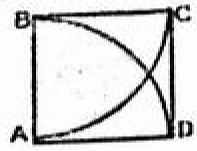
2) M და N არის $ABCD$ ტრაპეციის BC და AD ფუძეების შუაწერტილები. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ $AC=10$, $BD=6$ და $MN=4$.

3) $ABCD$ ტრაპეციაში ($AD \parallel BC$) MN შუახაზის სიგრძე 5 სმ-ია. AN მონაკვეთი BAD კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. იპოვეთ AN მონაკვეთის სიგრძე, თუ $BN=6$.

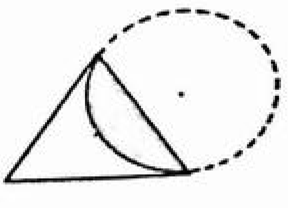
4) R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზულია საერთო წვეროს მქონე წესიერი სამკუთხედი და კვადრატი. იპოვეთ ამ სამკუთხედისა და კვადრატის საერთო ნაწილის ფართობი.

16.25. 1) კვადრატის გვერდის სიგრძეა 4. კვადრატის A წვეროდან, როგორც ცენტრიდან, 3-ის ტოლი რადიუსით შემოხაზულია წრეწირი, რომელიც C ცენტრიდან შემოხაზულ წრეწირს ეხება. იპოვეთ კვადრატის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ამ წრეწირებს არ ეკუთვნის.

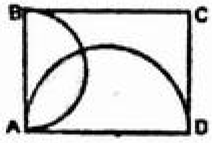
2) $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძე 1-ის ტოლია. A და B წერტილებიდან, როგორც ცენტრებიდან, შემოხაზულია 1 რადიუსიანი წრეწირები. იპოვეთ კვადრატის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია AB გვერდით და წრეწირების რკალებით.



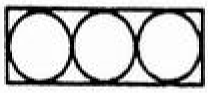
3) წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა $6\sqrt{3}$ სმ. წრეწირი გადის ამ სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილზე და სამკუთხედის ორ წვეროზე. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც წრეწირის შიგნით მდებარეობს.



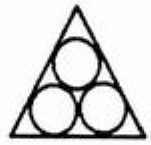
4) $ABCD$ მართკუთხედის AB და CD გვერდებზე, როგორც დიამეტრზე, შემოხაზულია წრეწირები. იპოვეთ ამ ორი წრეწირით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, თუ $AB=4$, $AD=4\sqrt{3}$ სმ.



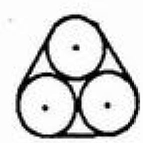
16.26. 1) მართკუთხედში ჩახაზულია სამი წრეწირი. ორი მათგანი ეხება მართკუთხედის სამ გვერდს და მესამე წრეწირს, ხოლო მესამე წრეწირი მართკუთხედის ორ გვერდს და დანარჩენ წრეწირებს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსი, თუ მართკუთხედის ფართობია 48 სმ².



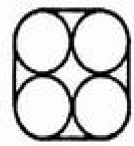
2) ტოლგვერდა სამკუთხედში ჩახაზულია სამი ტოლი წრეწირი ისე, რომ თითოეული მათგანი ეხება სამკუთხედის ორ გვერდს და დანარჩენ ორ წრეწირს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსი, თუ სამკუთხედის ფართობია $9\sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2$ სმ².



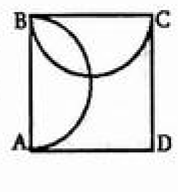
3) r რადიუსის მქონე სამი ტოლი წრეწირიდან თითოეული ეხება დანარჩენ ორს. ამ წრეწირებს გარშემო თოკი აქვს შემოკრული. იპოვეთ ამ თოკის სიგრძე და თოკით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი.



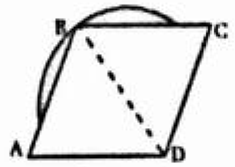
4) r რადიუსის მქონე ოთხი ტოლი წრეწირიდან თითოეული ეხება ორს. ამ წრეწირებს გარშემო თოკი აქვს შემოვლებული. იპოვეთ ამ თოკის სიგრძე და თოკით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი.



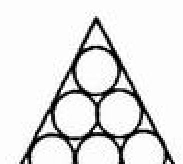
5) ნახაზზე მოცემულია $ABCD$ კვადრატი, რომელშიც ჩახაზულია AB და BC დიამეტრების მქონე ორი ნახევარწრეწირი. იპოვეთ ნახაზზე კვადრატის გამუქებული ნაწილის ფართობი, თუ $AB=a$.



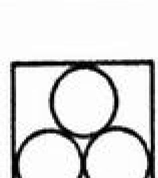
6) $ABCD$ რომბის ABD მახვილი კუთხე 60°-ის ტოლია, ხოლო BD მცირე დიაგონალი 4 სმ-ია. რომბის ბლაგვი კუთხის D წვეროდან, როგორც ცენტრიდან შემოხაზულია BD რადიუსის მქონე წრეწირი. იპოვეთ წრეწირის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც რომბის გარეთ მდებარეობს.



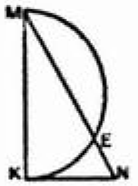
16.27. 1) ნახაზზე გამოსახულია სამკუთხედი და ექვსი ტოლი წრეწირი, რომელთაგან თითოეული ეხება სამკუთხედის ერთ გვერდს და წრეწირებს. რის ტოლია სამკუთხედის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია r.



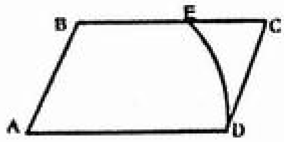
2) ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხედი და სამი წრეწირი, რომლებიც ეხებიან ერთმანეთსაც და მართკუთხედის გვერდებსაც. თითოეული წრეწირის რადიუსია r. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი.



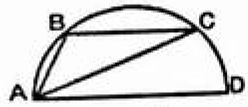
3) MNK მართკუთხა სამკუთხედის MK კათეტზე, როგორც დიამეტრზე, შემოხაზული წრეწირი MN ჰიპოტენუზას E წერტილში კვეთს და ყოფს მას ME=9 სმ და EN=3 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ გამუქებული სეგმენტის ფართობი.



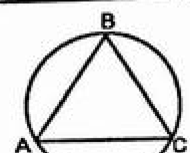
4) $ABCD$ პარალელოგრამის AD გვერდზე დაშვებული სიმაღლე 5 სმ-ის ტოლია. A წერტილიდან, როგორც ცენტრიდან, AD-ს ტოლი რადიუსით შემოხაზულია წრეწირის რკალი, რომელიც პარალელოგრამის BC გვერდს კვეთს E წერტილში. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ BE=6 სმ-ს და EC=4 სმ-ს.



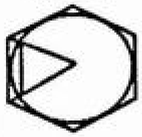
16.28. 1) ნახევარწრის ფართობია 18π. AB და CD რკალების გრადუსული ზომებია 30°. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



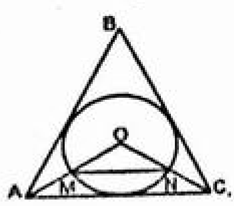
2) ABC წესიერი სამკუთხედია გვერდით a. რის ტოლია გამუქებულია ფიგურის ფართობი?



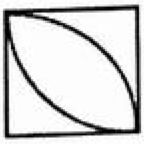
3) წესიერ ექვსკუთხედში, რომლის გვერდია a, ჩახაზულია წრე. გამოთვალეთ ნახაზზე მოცემული გამუქებული ფიგურის ფართობი.



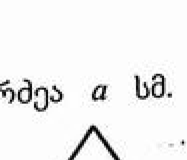
4) წესიერ სამკუთხედში, რომლის გვერდის სიგრძეა a, ჩახაზულია წრეწირი ცენტრით სამკუთხედის O ცენტრში. OA და OC მონაკვეთები წრეწირს კვეთს, შესაბამისად M და N წერტილებში. გამოთვალეთ წრეწირის MN ქორდითა და მცირე MN რკალით შემოსაზღვრული წრიული სეგმენტის ფართობი.



16.29. 1) ნახაზზე გამოსახული კვადრატის გვერდის სიგრძე a სმ-ის ტოლია. კვადრატის ორი მოპირდაპირე წვეროდან შემოხაზულია a სმ რადიუსის მქონე წრეწირები. იპოვეთ (ნახაზზე გამუქებული) კვადრატის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ერთდროულად ეკუთვნის ორივე წრეს.

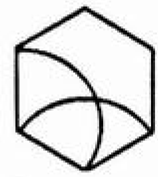


2) ნახაზზე გამოსახული წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა a სმ. სამკუთხედის თითოეული წვეროდან შემოხაზულია $\frac{a}{2}$ სმ რადიუსის წრეწირი. იპოვეთ (ნახაზზე გამუქებული) სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც სამივე წრის გარეთ მდებარეობს.



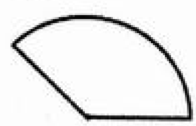
3) ნახაზზე გამოსახული წესიერი ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a სმ. მისი ორი მოპირდაპირე წვეროდან შემოხაზულია a სმ რადიუსის მქონე წრეწირები. იპოვეთ (ნახაზზე გამუქებული) ექვსკუთხედის ინ ნაწილის ფართობი, რომელიც ორივე წრის გარეთ მდებარეობს.

4) ნახაზზე გამოსახული წესიერი ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძეა a სმ. მისი ორი მეზობელი წვეროდან შემოხაზულია a სმ რადიუსის მქონე წრეწირები. იპოვეთ (ნახაზზე გამუქებული) ექვსკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ორივე წრეს ეკუთვნის.



5) ფერმერს სურს L სიგრძის ღობით შემოისაზღვროს წრიული სექტორის ფორმის მიწის ნაკვეთი. რა მაქსიმალური ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ან ნაკვეთს?

6) 100 მ სიგრძის ღობით შემოღობილია წრიული სექტორის ფორმის მქონე მიწის ნაკვეთი (იხ. ნახაზი) რისი ტოლი უნდა იყოს ამ სექტორის რადიუსი, რომ ნაკვეთის ფართობი იყოს უდიდესი?



16.30. 1) ABC მართკუთხა სამკუთხედის A წვერო კოორდინატთა სისტემის სათავეს ემთხვევა, ხოლო AC კათეტი აბსცისთა ღერძზე მდებარეობს. იპოვეთ ABC სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ B წვეროს კოორდინატებია (3;4).

2) $ABCD$ რომბის A წვერო კოორდინატთა სისტემის სათავეს ემთხვევა, ხოლო AD აბსცისთა ღერძზე მდებარეობს. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე, თუ C წერტილის კოორდინატებია (8; 4).

3) Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის პირველ მეოთხედში მოცემულია $ABCD$ კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა $\sqrt{2}$ სმ. კვადრატის A წვერო აბსცისთა ღერძზეა, B კი – ორდინატთა ღერძზე. იპოვეთ D წვეროს კოორდინატები, თუ კვადრატის დიაგონალები საკოორდინატო ღერძების პარალელურია.

4) Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის პირველ მეოთხედში მოცემულია $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედი, რომლის AF გვერდი აბსცისთა ღერძზე მდებარეობს B წვერო კი – ორდინატთა ღერძზე. იპოვეთ E წვეროს კოორდინატები, თუ AB=2.

16.31. იპოვეთ k და b, თუ:

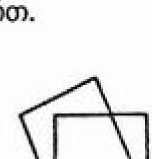
1) $y=x+b$ და $y=kx-2$ წრფეები სიმეტრიულია აბსცისთა ღერძის მიმართ.

2) $y=b-x$ და $y=kx+1$ წრფეები სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ.

3) $y=2x+b$ და $y=kx-4$ წრფეები სიმეტრიულია $y=x$ წრფის მიმართ.

4) $y=b-2x$ და $y=kx-1$ წრფეები სიმეტრიულია $y=-x$ წრფის მიმართ.

16.32. 1) კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა a, მოაბრუნეს ერთ-ერთი წვეროს ირგვლივ 30°-ით. მიიღეს ახალი კვადრატი. იპოვეთ იმ ოთხკუთხედის პერიმეტრი და ფართობი, რომელიც ამ კვადრატების საერთო ნაწილს წარმოადგენს.



2) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, a-ს ტოლი კათეტით, მოაბრუნეს მართი კუთხის ირგვლივ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით 45°-ით. იპოვეთ ამ სამკუთხედების თანაკვეთით მიღებული ფიგურის ფართობი.

3) წრფე გადის $M(3;\ 1)$ წერტილზე და კვეთს ორივე საკოორდინატო ღერძს წერტილებში, რომელთა კოორდინატები ნატურალური რიცხვებია. დაწერეთ ყველა ასეთი წრფის განტოლება.

4) წრფე გადის $M(-2;\ 1)$ წერტილზე და კვეთს ორივე საკოორდინატო ღერძს წერტილებში, რომელთა კოორდინატები მთელი რიცხვებია. იპოვეთ ასეთი წრფის მიერ საკოორდინატო ღერძებთან შედგენილი სამკუთხედის ფართობი.

5) აჩვენეთ, რომ t პარამეტრის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის წერტილები $A(\cos(t+2), \sin(t+2))$ და $B(-\cos t;\ \cos t)$ მდებარეობენ ერთეულრადიუსიან წრეწირზე.

2) აჩვენეთ, რომ t პარამეტრის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის წერტილები $A(2\cos t;\ -2\sin t)$ და $B(-2\cos t;\ 2\sin t)$ მდებარეობენ წრეწირზე რადიუსით 2 და სიმეტრიული არიან კოორდინატთა სათავის მიმართ.

* * *

16.33. 1) ქვემოთ ჩამოთვლილი სამი გამონათქვამიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

I. თუ ორი განსხვავებული α და β სიბრტყე γ სიბრტყის მართობულია, მაშინ ისინი ურთიერთობულია.

II. თუ ორი განსხვავებული α და β სიბრტყე γ სიბრტყის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

III. თუ α სიბრტყე β სიბრტყის მართობულია, ხოლო β სიბრტყე პარალელურია γ სიბრტყის, მაშინ α სიბრტყე მართობულია γ სიბრტყის.

2) ქვემოთ ჩამოთვლილი სამი გამონათქვამიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

I. თუ სივრცეში მდებარე a წრფე b წრფის მართობულია, ხოლო b წრფე c წრფის მართობულია, მაშინ a წრფე მართობია c წრფის.

II. თუ სივრცეში მდებარე a წრფე მართობულია c წრფის და b წრფე მართობულია c წრფის, მაშინ a და b ურთიერთპარალელურია.

III. თუ სივრცეში მდებარე a წრფე პარალელურია b წრფის და a წრფე პარალელურია c წრფის, მაშინ b და c წრფეები ურთიერთპარალელურია.

16.34. 1) რომბის ერთ გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც მოპირდაპირე გვერდიდან დაშორებულია 4 მ-ით. ამ სიბრტყეზე დიაგონალების გეგმილების სიგრძეებია $4\sqrt{3}$ მ და $2\sqrt{5}$ სმ. იპოვეთ რომბის გვერდების გეგმილები.

2) რომბის გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც რომბის დიაგონალებთან ქმნის 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის სიდიდე.

3) წესიერი სამკუთხედის წვეროები დაშორებულია P სიბტყიდან 51, 45 და 27-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან P სიბრტყემდე.

4) სიბრტყის გარეთ მდებარე წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ტოლი სიგრძის ორი დახრილი. დახრილებს შორის კუთხე 30°-ს ტოლია, ხოლო სიბრტყეზე მათ გეგმილებს შორის კუთხე – 90°. იპოვეთ იმ კუთხის კოსინუსი, რომელსაც ადგენს თითოეული დახრილი სიბრტყესთან.

5) ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა მდებარეობს P სიბრტყეში, ხოლო AC და BC კათეტები ამ სიბრტყისადმი დახრილია შესაბამისად α და β კუთხეებით. იპოვეთ კუთხე სამკუთხედის სიბრტყესა და P სიბრტყეს შორის, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ და $\sin\beta = \frac{\sqrt{5}}{6}$.

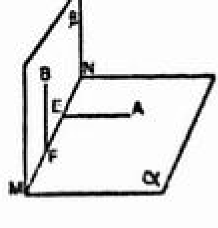
16.35. 1) ორ მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედს საერთო ჰიპოტენუზა აქვთ და მათი სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი მართი კუთხის წვეროებს შორის, თუ სამკუთხედის კათეტის სიგრძეა a.

2) ორ მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედს საერთო კათეტი აქვთ და მათი სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი მახვილი კუთხის წვეროებს შორის, თუ ჰიპოტენუზის სიგრძეა a.

3) ორ მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედს საერთო კათეტი აქვთ და მათი სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ კუთხე ამ სამკუთხედების ჰიპოტენუზებს შორის.

4) ABC სამკუთხედის BC გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც სამკუთხედის სიბრტყესთან α კუთხეს ქმნის. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან ამ სიბრტყემდე, თუ $AB=13$, $BC=14$, $AC=15$ და $\sin\alpha = \frac{3}{4}$.

16.36. 1) α და β ურთიერთმართობული სიბრტყეები MN წრფეზე იკვეთება. A და B წერტილიდან MN წრფემდე მანძილები შესაბამისად 2 დ 3-ს ტოლია, ხოლო A და B წერტილების MN წრფეზე E და F გეგმილებს შორის მანძილი $EF=6$. იპოვეთ მანძილი A და B წერტილებს შორის.



2) ორწახნაგა კუთხის წახნაგებზე მდებარე A და B წერტილებიდან კუთხის წიბოზე დაშვებულია AM და BN მართობები. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ AM=3 სმ, BN=4 სმ, MN=6 სმ და ორწახნაგა კუთხის სიდიდეა 60°.

3) 60°-ის ტოლი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე A წერტილიდან ერთ-ერთ წახნაგში გავლებულია AB მონაკვეთი, რომელიც ორწახნაგა კუთხის წიბოსთან ადგენს კუთხეს რომლის სინუსი $\frac{1}{\sqrt{3}}$-ის ტოლია. იპოვეთ კუთხე AB მონაკვეთსა და ორწახნაგა კუთხის მეორე წახნაგს შორის.

4) 30°-ის ტოლი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე A წერტილიდან ერთ-ერთ წახნაგში გავლებულია AB მონაკვეთი, რომელიც ორწახნაგა კუთხის წიბოსთან ადგენს 45°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ მანძილი B წერტილიდან ორწახნაგა კუთხის მეორე წახნაგამდე 2 სმ-ის ტოლია.

16.37. 1) წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ზედა ფუძის ცენტრი და ქვედა ფუძის გვერდების შუა წერტილები წარმოადგენენ პირამიდის წვეროებს. რამდენჯერ მეტია პრიზმის მოცულობა ზემოთ აღნიშნული პირამიდის მოცულობაზე?

2) წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგების ფართობებია 65 სმ^2, 70 სმ^2 და 75 სმ^2, ხოლო გვერდითი წიბოს სიგრძეა 5 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

3) მართი პრიზმის ფუძეა $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის გვერდებია $AB=CD=13$ სმ, $BC=11$ სმ და $AD=21$ სმ. განსაზღვრეთ ამ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალური კვეთის ფართობია 180 სმ^2.

4) მართი პარალელეპიპედის ფუძე არის პარალელოგრამი, რომლის ერთ-ერთი კუთხე არის 30° და ფუძის ფართობი – 4 სმ^2, ხოლო პარალელეპიპედის გვერდითი წახნაგების ფართობებია 6 სმ^2 და 12 სმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

16.38. 1) პირამიდის ფუძე მართკუთხედია, რომლის ფართობია S. პირამიდის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის მართობულია, ხოლო დანარჩენი ორი – დახრილი და ფუძესთან ადგენენ 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

2) პირამიდის ფუძეა კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 4 სმ. პირამიდის ორი მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის მოცულობაა 16 სმ^3.

3) პირამიდის ფუძე კვადრატია. პირამიდის ერთი გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია და მისი სიგრძეა 10 სმ. ერთი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha=\dfrac{5}{4}$.

4) $MABCD$ პირამიდის ფუძე $ABCD$ კვადრატია. MB წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო MA წიბო ფუძის სიბრტყესთან 60°-ის ტოლ კუთხეს ქმნის. გამოთვალეთ ამ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია, თუ ცნობილია, რომ $MB=3$ სმ.

16.39. 1) $MABC$ სამკუთხა პირამიდის MA, MB და MC გვერდითი წიბოები წყვილ-წყვილად მართობულია. გამოთვალეთ მანძილი M წერტილიდან ABC წახნაგამდე, თუ $MA=3$, $MB=4$, $MC=3\sqrt{3}$.

2) სამკუთხა პირამიდის ორი გვერდითი წახნაგი ურთიერთმართობულია. ამ წახნაგთა ფართობებია P და Q, ხოლო მათი საერთო წიბოს სიგრძეა a. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

3) სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგები ურთიერთმართობულია, ხოლო მათი ფართობებია a^2, b^2 და c^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

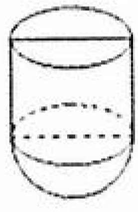
4) წესიერ სამკუთხა პირამიდაში წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე მართია, ხოლო მანძილი ფუძის გვერდის შუა წერტილიდან მოპირდაპირე გვერდით წიბომდე a-ს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

16.40. 1) კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ორჯერ მეტია ფუძის ფართობზე. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ მისი ღერძული კვეთის ფართობია S.

2) ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია 2 სმ და 3 სმ, ხოლო მახვილი კუთხე – 60°, ბრუნავს მცირე ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.

3) კუბის ყველა წვერო ერთი და იმავე სფეროს ზედაპირზე მდებარეობს. იპოვეთ მათი ზედაპირის ფართობების შეფარდება.

4) წყლის რეზერვუარს აქვს ფორმა, რომელიც შედგება საერთო ფუძის მქონე ცილინდრისა და ნახევარსფეროსაგან. რა სიმაღლის უნდა იყოს რეზერვუარის ცილინდრული ნაწილი, რომ რეზერვუარის მოცულობა V-ს ტოლი იყოს, თუ ცილინდრის ფუძის რადიუსია R?



ტესტი 16.1

1. ორი მოსაზღვრე კუთხის სხვაობაა 20°. იპოვეთ მათ შორის უდიდესი.

ა) 80° ბ) 90° გ) 100° დ) 110°

2. ABC სამკუთხედში $\angle B=70°$. იპოვეთ ბლაგვი კუთხე A და C კუთხეების ბისექტრისებს შორის.

ა) 120° ბ) 125° გ) 130° დ) 135°

3. რამდენი გვერდი აქვს მრავალკუთხედს, რომლის კუთხეების ჯამი ხუთკუთხედის კუთხეების ჯამზე სამჯერ მეტია?

ა) 8 ბ) 9 გ) 10 დ) 11

4. ორი ურთიერთგადამკვეთი წრეწირის რადიუსებია 17 სმ და 39 სმ. მათ ცენტრებს შორის მანძილია 44 სმ. იპოვეთ თანაკვეთის წერტილების შემართებელი საერთო ქორდის სიგრძე.

ა) 30 სმ ბ) 28 სმ გ) 23 სმ დ) 18 სმ

5. M წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია მხები და ცენტრზე გამავალი მკვეთი. მხების სიგრძეა 12, ხოლო მკვეთის გარე ნაწილის სიგრძეა 8. იპოვეთ მანძილი მხების წრეწირთან შეხების წერტილიდან მკვეთამდე.

ა) $\frac{45}{13}$ ბ) $\frac{43}{15}$ გ) $\frac{12}{15}$ დ) $\frac{60}{13}$

6. მოცემულია $ABCD$ ოთხკუთხედი. შემდეგი წინადადებებიდან:

I. $ABCD$ ოთხკუთხედის დიაგონალები ტოლია.

II. $ABCD$ ოთხკუთხედი წარმოადგენს ტრაპეციას.

III. $ABCD$ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია.

IV. $ABCD$ ოთხკუთხედის დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთება.

რომელი ორი არ შეიძლება ერთდროულად იყოს ჭეშმარიტი?

ა) I და II ბ) I და III გ) I და IV დ) II და III

7. $ABCD$ მართკუთხედის BC და AD გვერდებზე აღებულია შესაბამისად E და F წერტილები ისე, რომ EF პარალელურია AB გვერდის.

ქვემოთ მოცემული ოთხი პირობიდან რომელი ორის ცოდნაა საკმარისი $ABEF$ მართკუთხედის ფართობის გასაგებად?

I. $ABCD$ მართკუთხედის ფართობია 200 სმ².

II. EC = 20 სმ.

III. EC მონაკვეთის სიგრძე BC მონაკვეთის სიგრძის 20%-ია.

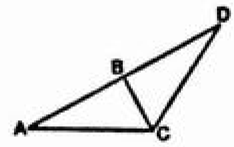
IV. EF მონაკვეთის სიგრძე AD მონაკვეთის სიგრძის 40%-ია.

ა) I და II ბ) I და III გ) II და IV დ) II და III

8. ტრაპეციის დიაგონალებია 20 სმ და 15 სმ, სიმაღლე – 12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

ა) 90 სმ² ბ) 120 სმ² გ) 140 სმ² დ) 150 სმ²

9. ABC და CBD მართკუთხა სამკუთხედებს მართი კუთხის B წვერო საერთო აქვთ, ხოლო კათეტების შეფარდებაა $CB{:}AB=CB{:}BD=3{:}4$. იპოვეთ CD გვერდის სიგრძე, თუ $AD=16$ სმ.



ა) 8 სმ ბ) 9 სმ გ) 10 სმ დ) 12 სმ

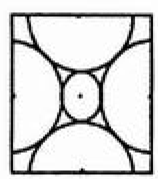
10. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხის წვეროდან, როგორც ცენტრიდან, კათეტის ტოლი რადიუსით შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც ამ წრეწირის გარეთ მდებარეობს, თუ სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა $12\sqrt{2}$ სმ.

ა) $(72-18\pi)$ სმ² ბ) $(36-9\pi)$ სმ² გ) $(72+\pi)$ სმ² დ) $(18+\pi)$ სმ²

11. წრეწირის $120°$-ის ტოლი რკალის შესაბამისი ქორდით წრე ორ ნაწილად არის გაყოფილი. იპოვეთ უდიდესი ნაწილის ფართობი, თუ უმცირესი ნაწილის ფართობია S.

ა) $\dfrac{8\pi-3\sqrt{3}}{4\pi+3\sqrt{3}}S$ ბ) $\dfrac{8\pi+3\sqrt{3}}{4\pi-3\sqrt{3}}S$ გ) $\dfrac{\pi+\sqrt{3}}{\pi-\sqrt{3}}S$ დ) $\dfrac{\pi-\sqrt{3}}{\pi+\sqrt{3}}S$

112. ნახაზზე მოცემულია ოთხი ნახევარწრეწირი, რომელთა რადიუსებია 1 სმ. მათი ცენტრები კვადრატების გვერდების შუაწერტილებში მდებარეობს და ეს ნახევარწრეწირები ერთმანეთს ეხებიან. იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც ოთხივე ნახევარწრეწირს ეხება.



ა) $(\sqrt{3}-1)$ სმ ბ) $(\sqrt{2}+1)$ სმ გ) $(\sqrt{2}-1)$ სმ დ) $(2\sqrt{2}-1)$ სმ

113. რისი ტოლია $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის სიგრძეა, თუ მოცემულია $\overrightarrow{AC}(1;\ 5)$ და $\overrightarrow{BC}(-2;\ 1)$ ვექტორები?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7

114. $A(4;\ 0)$ წერტილი მოაბრუნეს კოორდინატთა სათავის ირგვლივ $30°$-ით და შემდეგ მიღებული წერტილი პარალელურად გადაიტანება $\vec{a}(-2\sqrt{3};-1)$ ვექტორით. იპოვეთ მიღებული წერტილის კოორდინატები.

ა) $(0;\ 1)$ ბ) $(0;\ 0)$ გ) $(-1;\ 0)$ დ) $(1;\ 0)$

115. ქვემოთ ჩამოთვლილი სამი გამონათქვამიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

I. თუ ორი განსხვავებული α და β სიბრტყე m წრფის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

II. თუ ორი განსხვავებული a და b წრფე α სიბრტყის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

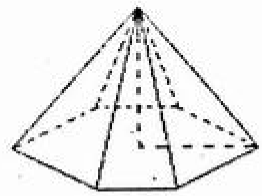
III. თუ ორი განსხვავებული a და b წრფე α სიბრტყის მართობულია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

ა) მხოლოდ I ბ) მხოლოდ III გ) მხოლოდ II და III დ) მხოლოდ II

116. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი არის კვადრატი, რომლის გვერდი a-ს ტოლია. რისი ტოლია ამ ცილინდრის მოცულობა?

ა) πa^3 ბ) $\dfrac{a^3}{\pi}$ გ) $\dfrac{a^3}{4\pi}$ დ) $3\pi a^3$

17. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი ორჯერ ნაკლებია გვერდით წიბოზე. იპოვეთ კუთხე პირამიდის გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.



ა) 30° ბ) 44° გ) 60° დ) 90°

18. კონუსის შლილის ცენტრალური კუთხის სიდიდე 40°-ია, ხოლო კონუსის ფუძის რადიუსი r-ის ტოლია. იპოვეთ ამ კონუსის მსახველის სიგრძე.

ა) $\frac{r}{40}$ ბ) $9r$ გ) $\frac{9}{2}r$ დ) $20r$

19. მოცემულია ცილინდრი და მის შესახებ ორი პირობა:

I. ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია 24π.

II. ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობია 42π.

იმისათვის რომ განვსაზღვროთ ამ ცილინდრის მოცულობა:

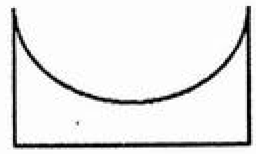
ა) საკმარისია მხოლოდ I პირობა. ბ) საკმარისია მხოლოდ II პირობა.

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

20. მართკუთხედიდან ამოკვეთილია ნახევარწრეწირი, რომლის დიამეტრი ემთხვევა მართკუთხედის სიგრძეს. მიღებული ფიგურის პერიმეტრი a-ს ტოლია. როგორი უნდა იყოს მართკუთხედის სიგრძე, რომ წარმოქმნილი ფიგურის ფართობი იყოს უდიდესი?



ა) $\frac{a}{4+3\pi}$ ბ) $\frac{2a}{4+3\pi}$ გ) $\frac{a+2\pi}{4+\pi}$ დ) $\frac{a+\pi}{4+3\pi}$

ტესტი 16.2

1. იპოვეთ კუთხის სიდიდე, თუ მისი მოსაზღვრე ორი კუთხის ჯამი 100°-ის ტოლია.

ა) 50° ბ) 12° გ) 130° დ) 150°

2. სამკუთხედის შიგა კუთხეების შეფარდებაა 3:4:5. იპოვეთ ამ სამკუთხედის გარე კუთხეების შეფარდება.

ა) 9:6:5 ბ) 9:8:7 გ) 6:5:4 დ) 10:9:7

3. მრავალკუთხედის ერთი წვეროდან შეიძლება ოთხი დიაგონალის გავლება. რის ტოლია ამ მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი?

ა) 900° ბ) 720° გ) 540° დ) 360°

4. იპოვეთ წრეწირის AB რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული კუთხის სიდიდე, თუ AB რკალის სიგრძე 15-ჯერ ნაკლებია ამ წრეწირის სიგრძეზე.

ა) 15° ბ) 18° გ) 20° დ) 24°

5. ABC მახვილკუთხა სამკუთხედში გავლებულია BD და AM სიმაღლეები. BD=5 სმ, AM=8 სმ, $BM:MC$=2:3. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.

ა) $\frac{69}{\sqrt{55}}$ ბ) $\frac{63}{2\sqrt{55}}$ გ) $\frac{68}{5\sqrt{11}}$ დ) $\frac{64}{\sqrt{55}}$

6. მართკუთხედის ოთხივე გვერდის კვადრატების ჯამი 80-ის ტოლია. ეს მონაცემი საკმარისია იმისათვის, რომ გავიგოთ:

I. ამ მართკუთხედის ფართობი.

II. ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

III. ამ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე.

ა) მხოლოდ I ბ) მხოლოდ II გ) მხოლოდ III დ) მხოლოდ I და III

7. მოცემულია ABC სამკუთხედი. ქვემოთ ჩამოთვლილი ოთხივე პირობიდან რომელი ორის ცოდნაა საკმარისი ამ სამკუთხედის სამივე კუთხის სიდიდის დასადგენად:

I. ამ სამკუთხედის ორი კუთხის ჯამია 140°.

II. ABC სამკუთხედი ტოლფერდაა.

III. ABC სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხე 70°-ის ტოლია.

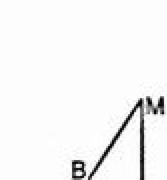
IV. ABC სამკუთხედი მახვილკუთხაა.

ა) I და II ბ) I და III გ) I და IV დ) II და III

8. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. ტრაპეციის მცირე ფუძეა 4 სმ, ხოლო პარამეტრი – 34 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

ა) $5\sqrt{91}$ სმ² ბ) $9\sqrt{85}$ სმ² გ) $8\sqrt{87}$ სმ² დ) $7\sqrt{91}$ სმ²

9. ABC და CBM ტოლფერდა სამკუთხედების ფერდები ტოლია და უდრის 10 სმ-ს, ხოლო AC და CM ფუძეების შეფარდებაა 3:4. იპოვეთ CM-ის სიგრძე, თუ ამ ტოლფერდა სამკუთხედების წვეროებთან მდებარე კუთხეების ჯამია 180°.



ა)12 სმ ბ) 15 სმ გ)16 სმ დ) 20 სმ

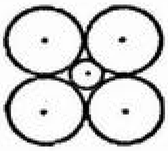
10. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძის სიგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ, ხოლო $\angle A=30°$. B წვეროდან, როგორც ცენტრიდან BD სიმაღლის ტოლი რადიუსით შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელი ამ წრეწირის გარეთ მდებარეობს.

ა) $\left(4\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{3}\right)$ ბ) $(8\sqrt{3}-5\pi)$ გ) $\left(8\sqrt{3}-\dfrac{16\pi}{3}\right)$ დ) $\left(2\sqrt{3}-\dfrac{4\pi}{3}\right)$

11. რადიუსის ტოლი ქორდით წრე ორ ნაწილად არის გაყოფილი. იპოვეთ უმცირესი ნაწილის ფართობის ფარდობა უდიდესი ნაწილის ფართობთან.

ა) $\dfrac{2\pi-3\sqrt{3}}{10\pi+3\sqrt{3}}$ ბ) $\dfrac{2\pi+3\sqrt{3}}{10\pi-3\sqrt{3}}$ გ) $\dfrac{\pi-\sqrt{3}}{\pi+\sqrt{3}}$ დ) $\dfrac{\pi+\sqrt{3}}{\pi-\sqrt{3}}$

12. ოთხი ტოლი წრეწირიდან თითოეული ეხება ორს (იხ. ნახაზი). მცირე ზომის წრეწირი ეხება ტოლი წრეწირებიდან თითოეულს. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი, თუ დიდი წრეწირის რადიუსია 1 სმ.



ა) $(\sqrt{2}+1)$ სმ ბ) $(\sqrt{2}-1)$ სმ გ) $\sqrt{2}$ სმ დ) $2\sqrt{3}$ 2 სმ

13. იპოვეთ k-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\vec{a}\,(2; 3-k)$ და $\vec{b}\,(k+1; 1)$ ვექტორებს შორის კუთხე მახვილია.

ა) $k<1$ ბ) $k>-10$ გ) $k<2$ დ) $k>-5$

14. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle B=60°$ და $BC=2\sqrt{3}$. C წერტილის ირგვლივ 60°-ით მობრუნების შედეგად A წერტილი აისახა A_1 წერტილში. იპოვეთ AA_1 მონაკვეთის სიგრძე.

ა) 6 ბ) 4 გ) $2\sqrt{3}$ დ) $3\sqrt{2}$

15. ქვემოთ ჩამოთვლილი სამი გამონათქვამიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

I. თუ α სიბრტყე პარალელურია a წრფის და β სიბრტყე a წრფეზე გადის, მაშინ α სიბრტყე პარალელურია β სიბრტყის.

II. თუ α სიბრტყე მართობულია β სიბრტყის და α სიბრტყე პარალელურია β სიბრტყეზე არამდებარე a წრფის, მაშინ a წრფე პარალელურია β სიბრტყის.

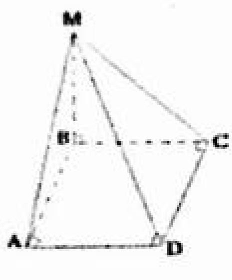
III. თუ α სიბრტყე მართობულია a წრფის და α სიბრტყისგან განსხვავებული β სიბრტყე მართობულია a წრფის, მაშინ α და β პარალელური სიბრტყეებია.

ა) მხოლოდ I ბ) მხოლოდ II გ) მხოლოდ I და II დ) მხოლოდ III

16. კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის ფართობი 16 სმ²-ის ტოლია. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) $9\sqrt{2}\,\pi$ სმ² ბ) $12\sqrt{3}\,\pi$ სმ² გ) $16\sqrt{2}\,\pi$ სმ² დ) 32π სმ²

17. $MABCD$ პირამიდის ფუძე წარმოადგენს კვადრატს 2 სმ სიგრძის გვერდით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ MBD სამკუთხედის ფართობია $3\sqrt{2}$ სმ² და MB წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია.



ა) 4 სმ³ ბ) 6სმ³ გ) $2\sqrt{2}$ სმ³ დ) $4\sqrt{2}$ სმ³

18. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. პრიზმის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია 12 სმ^2.

II. პრიზმის მოცულობაა $27\sqrt{3}$ სმ^3.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი:

ა) საკმარისია I პირობა. ბ) საკმარისია II პირობა.

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

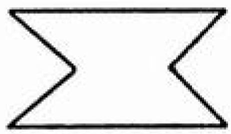
დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) ორივე პირობა ერთად არ არის საკმარისი.

19. კუბის ფორმის ჭურჭელი, რომლის წიბოს სიგრძეა $6\sqrt[3]{\pi}$ დმ, წყლითაა სავსე. ამ ჭურჭელში ჩაუშვეს 3 დმ რადიუსის მქონე ბირთვი. რამდენი ლიტრი წყალი დარჩა ჭურჭელში ამ მოქმედების შემდეგ?

ა) 120π ბ) 150π გ) 160π დ) 180π

20. მართკუთხედიდან ამოკვეთილია ორი ტოლი წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდი მართკუთხედის მცირე გვერდს ემთხვევა (იხ. ნახაზი). ამ მართკუთხედებს შორის განვიხილოთ ისეთები, რომელთა პერიმეტრი (ყველა გვერდის სიგრძეების ჯამი) მუდმივია. რის ტოლი უნდა იყოს ასეთი მართკუთხედის დიდი და მცირე გვერდების შეფარდება, რომ მიღებული ფიგურის ფართობი იყოს უდიდესი?



ა) $2-\sqrt{3}$ ბ) $2+\sqrt{3}$ გ) $3-\sqrt{2}$ დ) $3+\sqrt{2}$

საგამოცდო ტესტების ნიმუშები

ტესტი 1

1. $2{,}25\cdot\left(3\frac{1}{2}-2\frac{5}{6}\right)=$

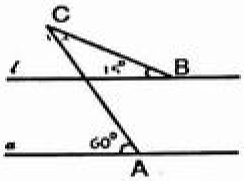
ა) 0,75 ბ)2 გ) 1,5 დ) 2,25

2. n-ის რამდენი მთელი მნიშვნელობა არსებობს, რომლისთვისაც $\frac{3n^2-3n+5}{n-1}$ გამოსახულების მნიშვნელობა იქნება მთელი რიცხვი?

ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6

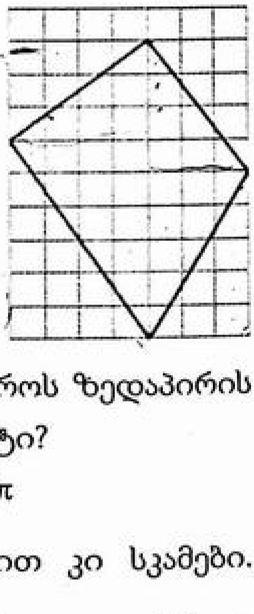
3. ერთი ლიტრი ბენზინი ახლა 2 ლარი და 40 თეთრი ღირს, რაც 25%-ით ნაკლებია ძველ ფასზე. რამდენი ლარი ღირდა ერთი ლიტრი ბენზინი გაიაფებამდე?

ა) 2,7 გ) 2,8 გ) 3,0 დ) 3,2



4. CB და CA მონაკვეთები a და b პარალელურ წრფეებთან ადგენენ შესაბამისად 60°-იან და 15°-იან კუთხეებს. იპოვეთ ACB კუთხის სიდიდე.

ა) 45° ბ) 40° გ) 35° დ) 30°



5. ნახაზზე მოცემული თითოეული უჯრა 1 სმ გვერდის მქონე კვადრატს წარმოადგენს. იპოვეთ გამოსახული ოთხკუთხედის ფართობი, თუ მისი წვეროები უჯრების წვეროებში მდებარეობს.

ა) 28 ბ) 2,5 გ) 31,5 დ) 32

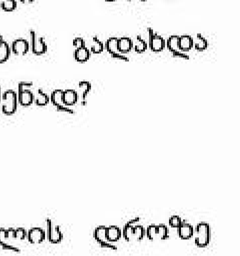
6. ბირთვის მოცულობა მეტია 288π-ზე, ხოლო მისი შესაბამისი სფეროს ზედაპირის ფართობია S. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დაკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $S>150\pi$ ბ) $S<200\pi$ გ) $S>140\pi$ დ) $S<140\pi$

★ 7. ნიკას თავისი თანხის $\frac{2}{3}$-ით მაგიდა უნდა ეყიდა, დანარჩენით კი სკამები. მაღაზიაში მას მაგიდა 10%-ით გაძვირებული დახვდა, სკამები კი – 5%-ით გაძვირებული, ამიტომ მას გათვალისწინებულზე 60 ლარით მეტის გადახდა მოუწია. რამდენი ლარის გადახდას ვარაუდობდა ნიკა ამ ავეჯის შესაძენად?

ა) 720 ბ) 800 გ) 840 დ) 900

8. დიაგრამაზე მოცემულია ავტომობილის მიერ განვლილი მანძილის დროზე დამოკიდებულება. დიაგრამის მიხედვით იპოვეთ ავტომობილის საშუალო სიჩქარე მთელი მოძრაობის განმავლობაში.



ა) 60 კმ/სთ ბ) 70 კმ/სთ გ) 80 კმ/სთ დ) 90 კმ/სთ

9. მოჭადრაკემ წლის II ნახევარში 4-ჯერ მეტი პარტია ითამაშა, ვიდრე I ნახევარში. მან მოგებით დაამთავრე წლის I ნახევარში გამართული პარტიების 60%, მეორე ნახევარში გამართული პარტიების n% და მთელი წლის განმავლობაში გამართული პარტიების 40%. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $n<35$ ბ) $n=35$ გ) $n>35$ დ) $n>40$

10. მართკუთხა სამკუთხედის შესახებ მოცემულია ორი პირობა:

I. მანძილი მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე $\frac{20}{3}$ სმ-ის ტოლია.

II. სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ.

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობი:

ა) საკმარისია I პირობა; ბ) საკმარისია II პირობა;

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

11. ორმა მოთამაშემ თითოჯერ გააგორა კამათელი. იპოვეთ იმ ხდომილობის ალბათობა, რომლის დროსაც, პირველ კამათელზე მოსული რიცხვი სამით მეტი იქნება მეორე კამათელზე მოსულ რიცხვზე.

ა) $\frac{1}{12}$ ბ) $\frac{1}{9}$ გ) $\frac{1}{24}$ დ) $\frac{1}{6}$

12. საწარმომ მოგებული ტენდერიდან მოღებული თანხის ათვისება დაიწყო. პირველი თვის განმავლობაში ამ თანხიდან t დღის შემდეგ დარჩენილი ლარების რაოდენობა (L) შემდეგი დამოკიდებულებით გამოითვლება:

$$L = t^2 - 180t + 16\,000$$

რამდენ დღეში დახარჯავს ეს საწარმო მიღებული თანხის 20%-ს?

ა) 15 დღეში ბ) 16 დღეში გ) 20 დღეში დ) 22 დღეში

13. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი ერთი გვერდი 6 სმ-ის ტოლია და დიაგონალთან ადგენს 30°-იან კუთხეს.

ა) 12 სმ² ბ) $12\sqrt{3}$ სმ² გ) $16\sqrt{3}$ სმ² დ) 18 სმ²

14. პირველი ხსნარი 3,2% მარილს შეიცავს, მეორე – 7,2%-ს. მათი შერევით მიიღეს ხსნარი, რომელშიც მარილის შემცველობა 4,8%-ის ტოლია. რის ტოლია პირველი ხსნარის წონის შეფარდება მეორე ხსნარის წონასთან?

ა) $\frac{1}{3}$-ის ბ) $\frac{3}{2}$-ის გ) $\frac{3}{5}$-ის დ) $\frac{2}{3}$-ის

15. თუ $a:3 = b:5$, მაშინ $\dfrac{2a-3b}{3a+2b} =$

ა) $-\dfrac{9}{19}$ ბ) $\dfrac{21}{19}$ გ) $-\dfrac{7}{19}$ დ) $\dfrac{5}{21}$

16. რიცხვები $x=\sqrt[5]{a}$, $y=\sqrt[3]{a}$, $z = a$, სადაც $-1< a <0$, დაალაგეთ ზრდის მიხედვით.

ა) x, y, z ბ) x, z, y გ) y, z, x დ) z, y, x

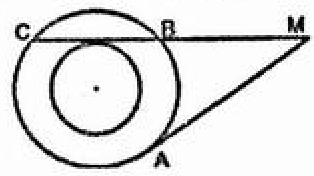
17. განტოლების $(x-1)^{\frac{2}{3}} = 4$ ამონახსნია

ა) ± 9 ბ) $-8; 9$ გ) 9 დ) 5

18. იპოვეთ k, თუ ყოველი x-თვის $2x^2+5x+2=(kx+1)(x+c)$.

ა) -1 ბ) 2 გ) -2 დ) 1

19. M წერტილიდან კონცენტრული წრეწირებისადმი გავლებულია დიდი წრეწირის MA და მცირე წრეწირის MC მხებები. მცირე წრეწირის მხების დიდ წრეწირთან გადაკვეთის წერტილებია B და C, ამასთან $MB=4$ სმ, $MA=8$ სმ. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი, თუ მცირე წრეწირის რადიუსია 8 სმ.



ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 14 სმ დ) 16 სმ

20. იპოვეთ კუთხის სიდიდე წესიერი რვაკუთხედის ერთი წვეროდან გავლებულ ორ უმცირეს დიაგონალს შორის

ა) 60° ბ) 80° გ) 90° დ) 120°

21. $A(2; 3)$ წერტილი მოაბრუნეს კოორდინატთა სათავის მიმართ 90°-ით და მიიღეს B წერტილი. შემდეგ B წერტილი პარალელურად გადაიტანეს $\vec{a}\,(3; 1)$ ვექტორით და მიიღეს C წერტილი. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

ა) $(0; 1)$ ბ) $(0; 3)$ გ) $(1; 2)$ დ) $(0; 0)$

22. იპოვეთ k-ს ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $\vec{a}\,(k-1; 2)$ და $\vec{b}\,(1; 3k)$ ვექტორებს შორის კუთხე ბლაგვია.

ა) $k>\dfrac{1}{7}$ ბ) $k<\dfrac{1}{2}$ გ) $k>\dfrac{1}{5}$ დ) $k<\dfrac{1}{7}$

23. გამოთვალეთ $\cos(\alpha-\beta)$, თუ $\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$, $\cos\beta=\dfrac{1}{3}$, $\alpha\in(0;\pi)$, $\beta\in\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$.

ა) $\dfrac{1-8\sqrt{3}}{15}$ ბ) $\dfrac{1+4\sqrt{3}}{15}$ გ) $\dfrac{8\sqrt{3}-1}{15}$ დ) $\dfrac{1+8\sqrt{3}}{15}$

24. იპოვეთ $\dfrac{5^{x-1}}{5^x-1}=\dfrac{1}{3}$ განტოლების ამონახსნი.

ა) $1+\log_5 6$ ბ) $2+\log_5 8$ გ) $1+\log_5 2$ დ) $1-\log_5 2$

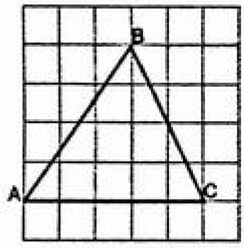
25. ქვემოთ მოცემული ფუნქციებიდან რომლის გრაფიკია $y=(x-1)^3$ ფუნქციის გრაფიკის სიმეტრიული ორდინატთა ღერძის მიმართ?

ა) $y=(x+1)^3$ ბ) $y=-(x-1)^3$ გ) $y=-(x+1)^3$ დ) $y=(x-1)^3$

26. ოთხნიშნა რიცხვის პირველი ორი ციფრის ჯამი არის 5, ხოლო ბოლო ორი ციფრის ჯამი არის 17. იპოვეთ ყველა ასეთი ოთხნიშნა რიცხვების რაოდენობა.

ა) 16 ბ) 14 გ) 12 დ) 10

27. ნახაზზე თითოეული უჯრა 1 ერთეულის ტოლი გვერდის მქონე კვადრატს წარმოადგენს. სამკუთხედის წვეროები უჯრის წვეროებზე მდებარეობს. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ B კუთხის კოსინუსი.



ა) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ბ) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ გ) $\frac{3}{5}$ დ) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

28. კონუსის ფუძის რადიუსია 3 სმ, ხოლო მოცულობაა 12π სმ³. იპოვეთ ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 12π სმ³ ბ) 15π სმ³ გ) 20π სმ³ დ) 22π სმ³

29. სიბრტყეზე მოცემულია 12 წერტილი, რომელთაგან 10 მდებარეობს ერთ წრფეზე, ხოლო დანარჩენი ორი მის პარალელურ წრფეზე. რამდენი განსხვავებული სამკუთხედის დახაზვა შეიძლება, რომელთა წვეროები ამ წერტილებში მდებარეობს?

ა) 25 ბ) 60 გ) 80 დ) 90

30. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, ხოლო მისი დიდი დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $9a^3$ ბ) $9\sqrt{3}\,a^3$ გ) $12a^3$ დ) $12\sqrt{3}\,a^3$

31. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა $\begin{cases} \frac{x}{5}-y=5 \\ x+\frac{3y}{4}=2 \end{cases}$

32. იმ დროში, რომელშიც ავტობუსი გადის 20 კილომეტრს, ავტომობილი 30 კილომეტრს გადის. ავტობუსმა 400 კილომეტრი 5 საათში გაიარა. რამდენ საათში გაივლის ავტომობილი 840 კილომეტრს?

33. ამოხსენით განტოლება $10\cdot 25^x-29\cdot 10^x+10\cdot 4^x=0$.

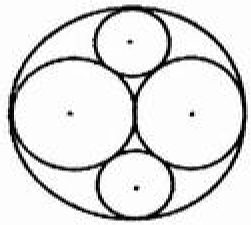
34. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში A და B კუთხეები მართია. BC მცირე ფუძე 3 სმ-ის ტოლია. ტრაპეციის ბლაგვი კუთხეა 120°. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ CD დიდი ფერდის სიგრძე 4 სმ-ის ტოლია.

35. დადებითწევრებიანი არითმეტიკული პროგრესიის ყველა წევრის ჯამია 7,7, ხოლო სხვაობაა 0,1. იპოვეთ პროგრესიის წევრთა რიცხვი, თუ ცნობილია, რომ პროგრესიის ბოლო წევრი ექვსჯერ მეტია პირველ წევრზე.

36. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $3x+2ax-15=0$ განტოლების ამონახსნები მეტია 3-ზე.

37. ამოხსენით განტოლება $\log_2 x\cdot\log_4 x\cdot\log_8 x=\dfrac{9}{2}$.

38. წრეწირში, რომლის რადიუსია R, ჩახაზულია ორი ტოლი წრეწირი, რომლებიც ერთმანეთს ეხებიან მოცემული წრეწირის ცენტრში. ამ ორ წრეწირსა და მოცემულ წრეწირს შორის ისევ ჩახაზულია ორი მცირე წრეწირი. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



39. A ქალაქიდან B ქალაქში ერთი ტონა ტვირთის გადაზიდვა ავტომობილით 60 ლარით უფრო ძვირი ჯდება, ვიდრე მატარებლით, ამიტომ 4000 ლარად მატარებლით 60 ტონით მეტი ტვირთის გადაზიდვა შეიძლება, ვიდრე ავტომობილით. რამდენი ტონა ტვირთის გადაზიდვა შეიძლება ავტომობილით ამ ქალაქებს შორის 10 000 ლარით?

40. იპოვეთ m-ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც გამოსახულება $x_1^2-x_2^2$ მიიღებს უმცირეს მნიშვნელობას, სადაც x_1 და x_2 არიან $x^2-\sqrt{m+1}\,x+2m=0$ განტოლების ამონახსნები ($x_1>x_2$).

ტესტი 2

1. $\dfrac{2{,}4-\dfrac{7}{10}}{0{,}85}=$

ა) 0,4 ბ) 2 გ) 3 დ) 3,2

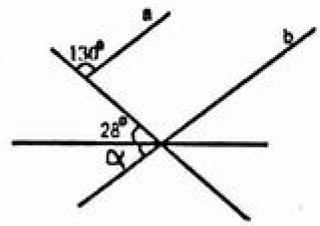
2. თუ $\dfrac{25}{13}$-ს მეასედამდე დავამრგვალებთ მივიღებთ

ა) 1,89-ს ბ) 1,91-ს გ) 1,92-ს დ) 1,93-ს

3. ტელევიზორის ფასი 1500 ლარიდან 1350 ლარამდე შემცირდა. რამდენი პროცენტით გაიაფდა ტელევიზორი?

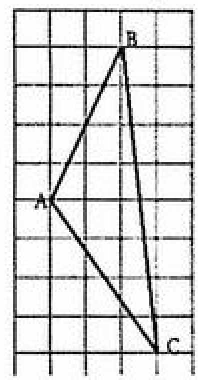
ა) 10%-ით ბ) 12%-ით გ) 15%-ით დ) 15%-ით

4. ნახაზზე მოცემული a და b წრფეები პარალელურია. მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ α-თი აღნიშნული კუთხის სიდიდე.



ა) 18° ბ) 22° გ) 28° დ) 32°

5. ნახაზზე მოცემული თითოეული უჯრა ტოლ კვადრატებს წარმოადგენს. A, B და C წერტილები უჯრების წვეროებზე მდებარეობს. იპოვეთ BAC კუთხის კოსინუსი.



ა) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ბ) $-\dfrac{1}{2}$ გ) $-\dfrac{1}{3}$ დ) $-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

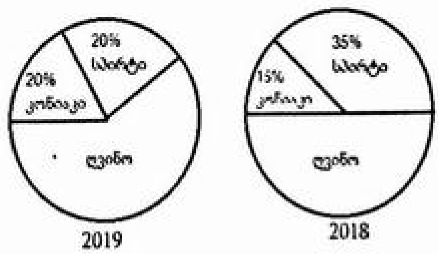
6. კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 27π, ხოლო ფუძის რადიუსია R. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $R<3$ ბ) $R>2\sqrt{3}$ გ) $R<3\sqrt{3}$ დ) $R>4\sqrt{3}$

7. კასრის მესამედი ღვინით იყო სავსე. 50 ლიტრი ღვინის დამატების შემდეგ ავსებული აღმოჩნდა კასრის $\dfrac{3}{4}$ ნაწილი. რამდენი ლიტრია კასრის მოცულობა?

ა) 80 ბ) 90 გ) 100 დ) 120

8. წრიულ დიაგრამებზე მოცემულია ქარხნის მიერ წარმოებული კონიაკის, სპირტის და ღვინის პროცენტული განაწილება 2018 და 2019 წლებში. რამდენი პროცენტით გაზარდა ქარხანამ ღვინის წარმოება, თუ მთლიანი პროდუქციის წარმოებაა 2019 წელს წინა წელთან შედარებით მან გაზარდა 20%-ით.



ა) 20%-ით ბ) 44%-ით გ) 48%-ით დ) 50%-ით

9. სკოლაში 2-ჯერ მეტი გოგონა სწავლობს, ვიდრე ვაჟი. ფრიადოსან ვაჟთა რაოდენობა მოსწავლეთა საერთო რაოდენობის 5%-ია, ხოლო ფრიადოსან გოგონათა რაოდენობა – გოგონათა საერთო რაოდენობის 7,5%.

ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) ფრიადოსან ვაჟთა რაოდენობა ნაკლებია ფრიადოსან გოგონათა რაოდენობაზე.
ბ) ფრიადოსან ვაჟთა რაოდენობა მეტია ფრიადოსან გოგონათა რაოდენობაზე.
გ) ფრიადოსან ვაჟთა რაოდენობა ტოლია ფრიადოსან გოგონათა რაოდენობის.
დ) ფრიადოსან ვაჟთა რაოდენობა ორჯერ ნაკლებია ფრიადოსან გოგონათა რაოდენობაზე.

10. 100 სტუდენტისაგან შემდგარი ჯგუფის 10% არ სწავლობს არც ფილოსოფიას და არც ისტორიას. მოცემულია შემდეგი ორი პირობა:

I. ამ ჯგუფის 50 სტუდენტი სწავლობს ფილოსოფიასაც და ისტორიასაც.
II ყოველი სტუდენტი, რომელიც სწავლობს ისტორია, სწავლობს ფილოსოფიასაც.
იმისათვის, რომ გავარკვიოთ ამ ჯგუფიდან რამდენი სტუდენტი სწავლობს ფილოსოფიას.

ა) საკმარისია I პირობა
ბ) საკმარისია II პირობა.
გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.
დ)საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.
ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

11. ხელთბურთელთა გუნდში 12 ხელბურთელია, რომელთაგან ორი მეკარეა. რამდენი განსხვავებული გზით შეუძლია გუნდის მწვრთნელს საწყისი ექვსეულის შედგენა?

ა) A_{10}^5 ბ) $2 \cdot C_{10}^5$ გ) C_{10}^5 დ) 6!

12. $x\sqrt{x+3}+|x|\sqrt{x+3}=0$ განტოლების ამონახსნათა სიმრავლეა

ა) {–3; 0} ბ) {0} გ) (–∞; 0] დ) [–3; 0]

13. ტოლფერდა ტრაპეციის უდიდესი და უმცირესი კუთხეების შეფარდებაა 3:2. იპოვეთ ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.

ა) 92° ბ)96° გ) 108° დ) 120°

14. მყიდველის არარსებობის გამო ლუკა იძულებული გახდა თავისი გასაყიდი მიწის ნაკვეთი გაეყო ორ დიდ და პატარა ნაწილებად – და ისე გაეყიდა. ასეთი მოქმედების გამო ლუკამ იზარალა 48%-ით. მთლიანი ნაკვეთის ფართობის რამდენ პროცენტს შეადგენდა პატარა ნაკვეთის ფართობი, თუ ორივე შემთხვევაში ნაკვეთის ფასი მისი ფართობის (მ²-ში) კვადრატის ტოლია (ლარებში)?

ა) 20% ბ) 30% გ) 40% დ) 50%

15. თუ $a=3,5$ და $b=-1,5$, მაშინ $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right):\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)=$

ა) -2 ბ) $-0,2$ გ) -5 დ) $0,2$

16. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}-2}-\frac{4}{\sqrt[4]{x}-2}=$

ა) $\sqrt{x}+2$ ბ) $\sqrt{x}-2$ გ) $\sqrt[4]{x}+2$ დ) $\sqrt[4]{x}-2$

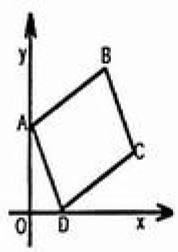
17. $\frac{3}{4}x-\frac{5}{8}=1-\frac{x}{12}$ განტოლების ამონახსნია

ა) $\frac{39}{20}$ ბ) $\frac{19}{20}$ გ) $\frac{9}{10}$ დ) $\frac{37}{30}$

18. $\frac{x+2}{2-x}>1$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

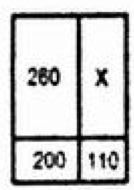
ა) $(-\infty; 0)$ ბ) $(2; +\infty)$ გ) $(-2; 0)$ დ) $(0; 2)$

19. Oxy საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $ABCD$ კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 4. კვადრატის A და D წვეროები შესაბამისად Oy და Ox ღერძებზე მდებარეობენ და AD გვერდი Oy ღერძთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები.



ა) $(2+2\sqrt{3}; 2+2\sqrt{3})$ ბ) $(4; 2+2\sqrt{3})$ გ) $(2+\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$ დ) $(2+2\sqrt{3}; 4)$

20. დიდი მართკუთხედი დაყოფილია ოთხ მცირე მართკუთხედად, რომელთაგან სამის ფართობი მოცემულია ნახაზზე. ამ მონაცემების მიხედვით იპოვეთ X.



ა) 132 ბ) 143 გ) 166 დ) 170

21. ჰომოთეტია ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და k კოეფიციენტით $A(-6; 2)$ წერტილს $B(2x-1; 1-x)$ წერტილში ასახავს. იპოვეთ k.

ა) -2 ბ) 2 გ) $\frac{1}{2}$ დ) $-\frac{1}{2}$

22. იპოვეთ კუთხე $\vec{a}\,(1; -\sqrt{3})$ და $\vec{b}\,(0;1)$ ვექტორებს შორის

ა) 60° ბ) 120° გ) 135° დ) 150°

23. ალბათობა იმისა, რომ პირველი მსროლელი მოარტყამს სამიზნეს 0,6-ის ტოლია, ხოლო ალბათობა იმისა რომ მეორე მსროლელი მოარტყამს – 0,7-ს. იპოვეთ იმის ალბათობა, რომ ვერცერთი მსროლელი ვერ მოარტყამს სამიზნეს.

ა) 0,12 ბ) 0,14 გ) 0,24 დ) 0,56

24. იპოვეთ $f(x)=2^{2\sin x}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე, თუ $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right]$

ა) $\left[\frac{1}{2};2\right]$ ბ) $[0;2]$ გ) $\left[\frac{1}{2};4\right]$ დ) $(0;4]$

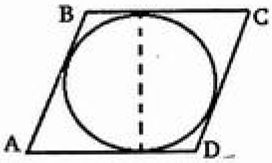
25. იპოვეთ a-ს მნიშვნელობა რომლისთვისაც $3x-2y=ax+1$ და $2x-5y-3=0$ წრფეები ურთიერთმართობულია.

ა) 8 ბ) −8 გ) 2 დ) −2

26. გამოთვალეთ $x_1^3+x_2^3$, თუ x_1 და x_2 წარმოადგენს $2x^2-3x-1=0$ განტოლების ამონახსნებს.

ა) $\frac{47}{8}$ ბ) $\frac{49}{8}$ გ) $\frac{45}{8}$ დ) $\frac{45}{4}$

27. რომბის ოთხივე გვერდი ეხება წრეწირს. იპოვეთ ამ წრეწირის სიგრძე, თუ რომბის დიაგონალებია 6 სმ და 8 სმ.



ა) 2,4π სმ ბ) 4,8π სმ გ) 5,2π სმ დ) 6π სმ

28. კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია. რამდენჯერ მეტია ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ღერძული კვეთის ფართობზე?

ა) 2π-ჯერ ბ) $\sqrt{3}\pi$-ჯერ გ) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$-ჯერ დ) $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$-ჯერ

29. სამი რიცხვითი მონაცემის მედიანა უმცირეს მონაცემზე 2-ით მეტია, ხოლო უდიდეს მონაცემზე 8-ით ნაკლებია. რამდენით მეტია ამ მონაცემების საშუალო მათ მედიანაზე?

ა) 2-ით ბ) 3-ით გ) $\frac{7}{3}$-ით დ) $\frac{11}{3}$-ით

30. ABC და ABD ტოლგვერდა სამკუთხედების სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მანძილი C და D წვეროებს შორის, თუ სამკუთხედების გვერდის სიგრძეა a.

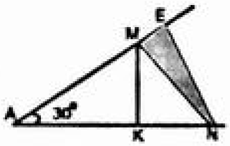
ა) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ბ) $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ გ) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ დ) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

31. ამოხსენით უტოლობათა სისტემა $\begin{cases}3x-7\ge 5-x\\5(x-1)\le x+11\end{cases}$

32. იმატებდა რა წონაში ყოველწლიურად 5%-ით, ლუკა ორი წლის ბოლოს 44,1 კგ წონის გახდა. იპოვეთ ლუკას წონა დასაწყისში.

33. ამოხსენით განტოლება $|x^2-2x-1|=2$.

34. 30°-ის ტოლი A კუთხის გვერდებზე აღებულია M და N წერტილები. მანძილი M წერტილიდან AN გვერდამდე 5 სმ-ია, ხოლო N წერტილიდან AM გვერდამდე – 8 სმ. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული EMN სამკუთხედის ფართობი.



35. სამი რიცხვი, რომელთა ჯამია 15, არითმეტიკულ პროგრესიას ადგენს. თუ მათ შესაბამისად 1-ს, 3-ს და 9-ს დავუმატებთ მივიღებთ რიცხვებს რომლებიც, იგივე თანმიმდევრობით, გეომეტრიულ პროგრესიას შეადგენენ. იპოვეთ ეს რიცხვები.

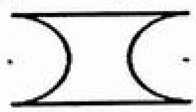
36. ამოხსენით განტოლებს $\log_2 x^2 + \log_2 x^4 = 12$.

37. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $M(1;\,1)$ და $N(a;\,2a-1)$ წერტილები მდებარეობენ $y-x=1$ წრფით განსაზღვრულ სხვადასხვა ნახევარსიბრტყეში.

38. $ABCD$ რომბი ბრუნავს AD გვერდის შემცველი ღერძის გარშემო. გამოთვალეთ ბრუნვის მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი, თუ რომბის ფართობია S.

39. აუზთან მიერთებულია ორი მილი. მარტო პირველი მილით ცარიელი აუზის ავსებას 4 საათით მეტი დრო სჭირდება, ვიდრე მარტო მეორე მილით. მას შემდეგ, რაც 5 საათის განმავლობაში გახსნილი იყო ორივე მილი, გასავსები დარჩა აუზის $\dfrac{7}{16}$ ნაწილი. რა დრო დასჭირდება მარტო პირველ მილს აუზის დარჩენილი ნაწილის გასავსებად?

40. მართკუთხედის მცირე გვერდების მხრიდან ამოჭრილია ნახევარწრეები, რომელთა დიამეტრი მართკუთხედის მცირე გვერდს ემთხვევა. მიღებული ფიგურებიდან განვიხილოთ ისინი, რომელთა პერიმეტრი (დიდი გვერდებისა და ნახევარწრეწირების სიგრძეების ჯამი) მოცემული რიცხვის ტოლია. როგორი უნდა იყოს მართკუთხედის დიდი და მცირე გვერდების შეფარდება, რომ მიღებული ფიგურის ფართობი იყოს უდიდესი?



ტესტი 3

1. $\frac{0,3+5\cdot 1,8}{3,1}=$

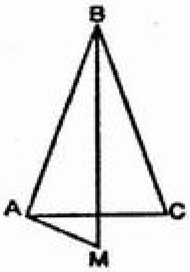
ა) 3,1   ბ) 2   გ) 3   დ) 3,3

2. იპოვეთ $x^2+\frac{1}{x^2}$, თუ $x-\frac{1}{x}=25$.

ა) 625   ბ) 627   გ) 629   დ) 631

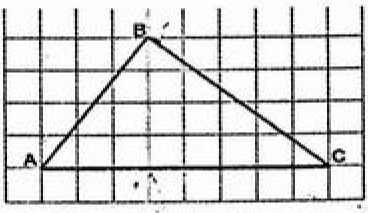
3. ტურისტის მიერ პირველ დღეს გავლილი გზის სიგრძე 7-ჯერ ნაკლებია ~~მთელი~~ გასავლელი გზის სიგრძეზე. მთელი გზის რამდენი პროცენტი გაიარა ტურისტმა?

ა) 12,5%   ბ) 15%   გ) 17%   დ) 20%



4. ABC და ABM ტოლფერდა სამკუთხედებია ($AB=BC$). M არის ABC სამკუთხედის ფუძისადმი გავლებული სიმაღლის გაგრძელებაზე აღებული ისეთი წერტილი, რომ $BM=AB$. იპოვეთ AMB კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ACB=70°$.

ა) 65°   ბ) 70°   გ) 75°   დ) 80°



5. ნახაზზე მოცემული თითოეული უჯრა ტოლ კვადრატებს წარმოადგენს. A, B და C წერტილები უჯრების წვეროებზე მდებარეობს. იპოვეთ BAC კუთხის სინუსი.

ა) $\frac{4}{5}$ ბ) $\frac{3}{5}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

6. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 48 სმ², ხოლო ფუძის გვერდია a. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $a<2\sqrt{3}$ სმ   ბ) $a>4$ სმ   გ) $a<4\sqrt{3}$ სმ   დ) $a>3\sqrt{3}$ სმ

7. გაძვირების შემდეგ 20 ტელევიზორი იმდენივე ღირს, რამდენიც 24 ტელევიზორი გაძვირებამდე. რამდენი პროცენტით გაძვირებულა ტელევიზორი?

ა) 15   ბ) 20   გ) 24   დ) 25

8. წრიულ დიაგრამაზე წარმოდგენილია სასტუმროში მცხოვრები ტურისტების რა ნაწილს შეადგენს რუსი, ინგლისელი და გერმანელი ტურისტები, ამასთან ამ ტურისტების ნახევარი ინგლისელია. რამდენი ინგლისელი ტურისტია ამ სასტუმროში, თუ გერმანელების რიცხვი 150-ის ტოლია?

ა) 200   ბ) 220   გ) 230   დ) 250

9. 630 ლარი მაცივრის ფასის $\frac{3}{5}$-ზე მეტია და $\frac{3}{4}$-ზე ნაკლები. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) მაცივრის ფასი მეტია 900 ლარზე. ბ) მაცივრის ფასი ნაკლებია 1000 ლარზე.

გ) მაცივრის ფასი 1000 ლარზე მეტია და 1200 ლარზე ნაკლები.

დ) მაცივრის ფასი მეტია 840 ლარზე და ნაკლებია 1050 ლარზე.

10. მოცემულია სამი მონაკვეთი, რომელთაგან პირველის სიგრძეა 2 სმ, ხოლო მეორის – 6 სმ. განვიხილოთ ორი პირობა:

I. მესამე მონაკვეთის სიგრძე მეტია 2 სმ-ზე.

II. მესამე მონაკვეთის სიგრძე ნაკლებია 6 სმ-ზე.

იმის დასადგენად შეიძლება თუ არა ამ მონაკვეთებით სამკუთხედის შედგენა:

ა) საკმარისია I პირობა. ბ) საკმარისია II პირობა.

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

11. ყუთში მოთავსებულია ათი ერთნაირი ბურთი, რომლებიც გადანომრილია რიცხვებით 1-დან 10-მდე. ყუთიდან შემთხვევით ამოიღეს ორი ბურთი. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ორივე ამოღებული ბურთის ნომერი იქნება კენტი რიცხვი.

ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{5}{9}$ გ) $\frac{4}{9}$ დ) $\frac{2}{9}$

12. იპოვეთ $|x^2-10x-11|=-x^2+10x+11$ განტოლების ყველა მთელი ამონახსნების ჯამი.

ა) 59 ბ) 60 გ) 62 დ) 65

13. უდიდესი ნატურალური რიცხვი, რომელიც ნაკლებია $\sqrt[3]{220}$-ზე არის?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7

14. სამი ბრიგადა ერთობლივად ასრულებს გარკვეულ სამუშაოს. დღის ბოლოს აღმოჩნდა, რომ პირველმა ბრიგადამ შეასრულა მეორე ბრიგადის მიერ შესრულებული სამუშაოს $\frac{2}{3}$ ნაწილი, ხოლო მესამემ – პირველის მიერ შესრულებული სამუშაოს $\frac{4}{5}$ ნაწილი. პირველი და მესამე ბრიგადის მიერ ერთობლივად შესრულებული სამუშაოს რა ნაწილი შეასრულა მეორე ბრიგადამ?

ა) $\frac{13}{18}$ ბ) $\frac{7}{12}$ გ) $\frac{4}{5}$ დ) $\frac{5}{6}$

15. თუ a=2,5, მაშინ $\left(\frac{a^2\cdot a^{-3}}{a^3\cdot a^{-2}}\right)^{-1}=$

ა) 2,5　　ბ) 6,25　　გ) 5　　დ) 7,5

16. თუ $x=\frac{1}{16}$, მაშინ $\frac{\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}+1}=$

ა) $\frac{2}{3}$　　ბ) $\frac{1}{2}$　　გ) $\frac{1}{3}$　　დ) $\frac{3}{2}$

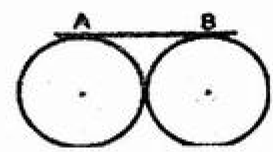
17. $(1-\sqrt{2})x<3-2\sqrt{2}$ უტოლობის უმცირესი მთელი ამონახსნია

ა) −2　　ბ) −1　　გ) 0　　დ) 1

18. რამდენი გრადუსით შემობრუნდება წუთების მაჩვენებელი ისარი 11 წუთში?

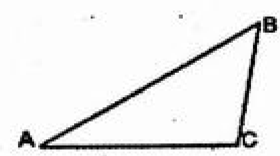
ა) 54°　　ბ) 60°　　გ) 66°　　დ) 72°

19. ორი ტოლი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია $\sqrt{2}$ სმ გარედან ეხება ერთმანეთს. AB არის მათი საერთო გარე მხები. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



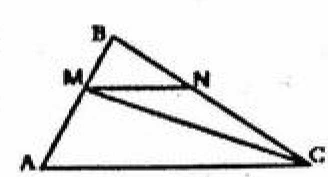
ა) (4−π) სმ²　　ბ) (2−π) სმ²　　გ)(4 −2π) სმ²　　დ) (4+π) სმ²

20. ABC სამკუთხედში BC=4 სმ, $\angle B$=45°, $\angle C$=105°. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე.



ა) $2\sqrt{2}$ სმ　　ბ) $4\sqrt{2}$ სმ　　გ) 8 სმ　　დ) $8\sqrt{2}$ სმ

21. M არის ABC სამკუთხედის AB გვერდზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ $AM:MB$=2:1, ხოლო $MN \parallel AC$. იპოვეთ $\overline{CM}$ თუ $\overline{AB}=\vec{a}$, $\overline{MN}=\vec{b}$.



ა) $\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$　　ბ) $\frac{2}{3}\vec{a}-\vec{b}$　　გ) $\frac{2}{3}\vec{a}-2\vec{b}$　　დ) $\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}$

22. MN მონაკვეთი მასზე მდებარე O წერტილის მიმართ 60°-ით მობრუნებით M_1N_1 მონაკვეთში აისახა. იპოვეთ მანძილი M_1 და N წერტილებს შორის, თუ NN_1=6, MM_1=2.

ა) $2\sqrt{7}$　　ბ) 6　　გ) $4\sqrt{3}$　　დ) $2\sqrt{13}$

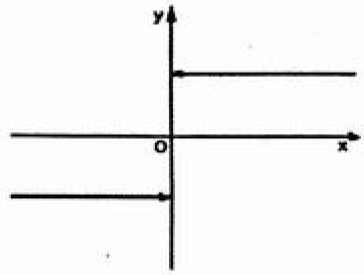
23. გამოთვალეთ $\lg\frac{\sqrt{a}}{b^2}$, თუ $\lg a=4$, $\lg b=3$.

ა) −4　　ბ) −2　　გ) −1　　დ) 2

24. გამოთვალეთ $\sin(30°+\alpha)$, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ და 90°< α<180°.

ა) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　ბ) $\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$　　გ) $\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$　　დ) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$

25. ქვემოთ ჩამოთვლილი ფუნქციებიდან რომლის გრაფიკია გამოსახული ნახაზზე?



ა) $y=|x|$ ბ) $y=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$ გ) $y=1$

დ) $y=x-|x|$

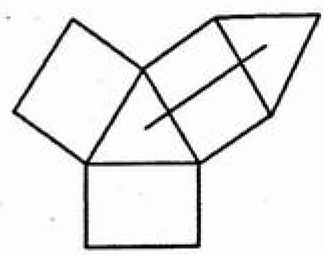
26. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $y=3-2x$ და $y=3x+a-1$ წრფეები იკვეთებიან საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში.

ა) $-3,5<a<4$ ბ) $0<a<4$ გ) $a>-3,5$ დ) $a<4$

27. არითმეტიკული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამი ყოველი n-თვის გამოითვლება ფორმულით $S_n=5n^2+2n$. იპოვეთ ამ პროგრესიის სხვაობა.

ა) 5 ბ) 8 გ) 10 დ) 12

28. ნახაზზე მოცემულია წესიერი პრიზმის შლილი. შლილზე მოცემული ოთხკუთხედები კვადრატებია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ შლილზე გამოსახულ სამკუთხედების ცენტრებს შორის მანძილი $(\sqrt{3}+1)$ სმ-ის ტოლია.



ა) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ სმ³ ბ) $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ სმ³ გ) $\dfrac{3}{4}$ სმ³ დ) $\dfrac{9}{4}$ სმ³

29. მოცემულია სამი არაუარყოფითი რიცხვი 1, $2x$ და $4x^2$, რომელთა საშუალო $\dfrac{19}{27}$-ის ტოლია. იპოვეთ ამ რიცხვებისაგან შემდგარი მონაცემების მედიანა.

ა) $\dfrac{2}{3}$ ბ) $\dfrac{1}{3}$ გ) $\dfrac{4}{9}$ დ) 1

30. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო მოცულობაა $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. იპოვეთ ამ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) a^2 ბ) $2a^2$ გ) $2\sqrt{3}\,a^2$ დ) $6\sqrt{3}\,a^2$

31. ამოხსენით უტოლობათა სისტემა

$$\begin{cases} 7x+11<4x+8 \\ 2|x|-4\le 0 \end{cases}$$

32. ამოხსენით უტოლობა $\log_3(3^x-9)\le 2$.

33. იპოვეთ კუთხე წესიერი რვაკუთხედის უმცირეს და უდიდეს დიაგონალებს შორის.

34. იპოვეთ $f(g(x))$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა, თუ

$$f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x\,,\quad g(x)=x^2-4x+10\,.$$

35. ამოხსენით განტოლება $\log_3(x-5)+\log_3(x+1)=3$

36. იპოვეთ b და c თუ $y=x^2-2bx+c$ პარაბოლა გადის (0; 2) წერტილში და ეხება აბსცისთა ღერძს.

37. წრეწირზე მდებარე წერტილიდან დიამეტრზე დაშვებული მართობი დიამეტრს ყოფს 4 სმ და 12 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ამ მართობის სიგრძე.

38. ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია. ამ ცილინდრის ფუძეებზე აგებულია ორი კონუსი, რომელთა წვეროები მდებარეობენ ცილინდრის ღერძის შუაწერტილში. იპოვეთ კონუსების ზედაპირის ფართობი, თუ ცილინდრის სიმაღლეა $2H$.

39. მოცემულია სპილენძის და ვერცხლის ორი შენადნობი. პირველ შენადნობში სპილენძის მასა 3-ჯერ მეტი იყო ვერცხლის მასაზე, ხოლო მეორე შენადნობში ვერცხლის მასა 5-ჯერ აღემატება სპილენძის მასას. რამდენი კილოგრამი პირველი და რამდენი კილოგრამი მეორე შენადნობი არის საჭირო იმისათვის, რომ მივიღოთ 20 კილოგრამი შენადნობი, რომელშიც ვერცხლი 1,5-ჯერ მეტია სპილენძზე.

40. კონუსის მსახველი L-ის ტოლია. იპოვეთ ასეთ კონუსებს შორის უდიდესი მოცულობის მქონე კონუსის მოცულობა.

ტესტი 4

1. $\left(0,4^2+\frac{4}{5}\right):0,05=$

ა) 16,4 ბ) 18,2 გ) 19,2 დ) 20,4

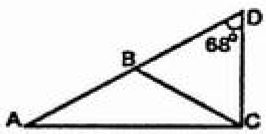
2. რა ციფრი უნდა ჩავსვათ ვარსკვლავის ნაცვლად 371*27 ჩანაწერში, რომ მიღებული რიცხვი 3-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევდეს 1-ს?

ა) 2 ან 3 ბ) 2 ან 8 გ) 6 ან 8 დ) 2 ან 6

3. საჩუქარი შესაფუთთან ერთად 37 ლარი და 80 თეთრი ღირს. იპოვეთ მარტო საჩუქრის ღირებულება, თუ შესაფუთის ღირებულება საჩუქრის ღირებულების 5%-ს შეადგენს.

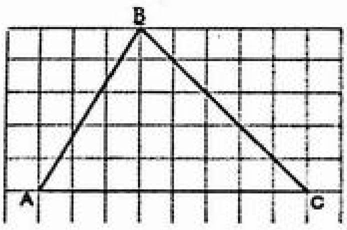
ა) 30 ლარი ბ) 32 ლარი გ) 35 ლარი დ) 36 ლარი

4. *ABC* და *CBD* სამკუთხედებს *BC* ფერდი საერთო აქვთ (*AB=BC*, *BC=BD*). იპოვეთ *ACB* კუთხის სიდიდე, თუ $\angle D=68°$.



ა) 15° ბ) 18° გ) 20° დ) 22°

5. ნახაზზე მოცემული თითოეული უჯრა ტოლ კვადრატებს წარმოადგენს. *A*, *B* და *C* წერტილები უჯრების წვეროებზე მდებარეობს. იპოვეთ *ABC* კუთხის ტანგენსი.



ა) 4 ბ) 3 გ) –4 დ) 2

6. წრის დიამეტრის სიგრძეა *a*, ხოლო ფართობია *S*. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $S<\frac{\pi a^2}{5}$ ბ) $S>a^2$ გ) $S>\pi a^2$ დ) $S<a^2$

7. ქალაქიდან სოფელში ავტობუსი 4 საათში ჩავიდა, ხოლო მსუბუქი ავტომობილი – 3 საათში. რამდენჯერ აღემატება ავტობუსის მიერ 3 საათში გავლილი მანძილი მსუბუქი ავტომობილის მიერ ერთ საათში გავლილ მანძილს?

ა) 2,25-ჯერ ბ) 1,5-ჯერ გ) 1,75-ჯერ დ) 2-ჯერ

8. წრიულ დიაგრამაზე წარმოდგენილია გასულ წელს აშშ-დან, გერმანიიდან იაპონიიდან და სხვა ქვეყნებიდან შემოყვანილი ავტომობილების რაოდენობები პროცენტებში. იპოვეთ იაპონიიდან შემოყვანილი ავტომობილების რაოდენობა, თუ ის 1,6-ჯერ მეტია გერმანიიდან შემოყვანილი ავტომობილების რიცხვზე და აშშ-დან სულ შემოყვანილი იყო 2 ათასი ავტომობილი.

ა) 3000 ბ) 3200 გ) 3800 დ) 4000

9. ოჯახის შემოსავალი ბოლო თვეში 4500 ლარზე მეტი იყო. ამ თანხის 20%-ზე მეტი და 25%-ზე ნაკლები გადასახადების გადახდაზე დაიხარჯა. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა მცდარი?

ა) გადასახადების გადახდაზე დაიხარჯა 800 ლარზე მეტი.

ბ) გადასახადების გადახდაზე დაიხარჯა 1000 ლარზე მეტი.

გ) გადასახადების გადახდაზე დაიხარჯა 1125 ლარზე ნაკლები.

დ) გადასადების გადახდაზე დაიხარჯა 1200 ლარზე ნაკლები.

10. განვიხილოთ შემდეგი ორი პირობა:

I. აპრილის თვის პირველ ნახევარში 5 დღე იყო მზიანი.

II. აპრილის თვის მეორე ნახევარში დღეების 20% იყო მზიანი.

იმ ხდომილობის ალბათობის დასადგენად, რომ აპრილის თვეში შემთხვევით დასახელებული დღე იყო მზიანი:

ა) საკმარისია I პირობა; ბ) საკმარისია II პირობა

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

11. უზენაესი სასამართლოს მოსამართლედ ასარჩევად პარლამენტში წარდგენილია: 2 – იუსტიციის საბჭოს წევრი, 7 – საქალაქო სასამართლოს მოსამართლე, 5 – სააპელაციო სასამართლოს მოსამართლე და 6 – მეცნიერთა კორპუსის წარმომადგენელი. პარლამენტმა გადაწყვიტა, რომ ამ ეტაპზე უზენაესი სასამართლოს მოსამართლედ შემთხვევით აირჩიონ 5 წევრი. რა არის ალბათობა იმისა, რომ იუსტიციის საბჭოს ორივე წევრი იქნება არჩეული?

ა) $\frac{C_{20}^2}{C_{20}^5}$ ბ) $\frac{C_{18}^3}{C_{20}^5}$ გ) $\frac{A_{18}^3}{C_{20}^5}$ დ) $\frac{A_{18}^3}{A_{20}^5}$

12. რამდენი მთელკოორდინატებიანი წერტილი მდებარეობს საკოორდინატო სიბრტყეზე x=0, y=0, x=5, y=6 წრფეებით შემოსაზღვრული მართკუთხედის შიგნით?

ა) 18 ბ) 20 გ) 24 დ) 30

13. $(\sqrt{5}-2\sqrt{2})^2+2\sqrt{40}=$

ა) –3 ბ) $8\sqrt{10}$ გ) 12 დ) 13

14. საწყობში არის შაქრის, ფქვილის და წიწიბურას შეკვრები, სულ 255 შეკვრაა. შაქრის შეკვრების რიცხვი ისე შეეფარდება ფქვილის შეკვრების რიცხვს, როგორც 2:5, ხოლო ფქვილის შეკვრებას რიცხვი წიწიბურას შეკვრების რიცხვს, როგორც 1:2. რამდენი შაქრის შეკვრაა ამ საწყობში?

ა) 30 ბ) 45 გ) 75 დ) 135

15. თუ $a=5\frac{1}{3}$ და $b=-3\frac{1}{3}$, მაშინ $\frac{a^3-b^3}{a-b}+ab=$

ა) 2 ბ) 4 გ) $8\frac{2}{3}$ დ) $6\frac{2}{3}$

16. $\frac{(\sqrt{7}+3)^2-9}{\sqrt{7}+6}=$

ა) $3\sqrt{7}$ ბ) $\sqrt{7}-6$ გ) $\sqrt{7}+3$ დ) $\sqrt{7}$

17. როგორი უნდა იყოს a და b, რომ განტოლებას $2ax+3b=5-2(x+1)$ არ ჰქონდეს ამონახსნი?

ა) $a=-1,\ b\neq1$ ბ) $a=-1,\ b=1$ გ) $a=-1,\ b\neq0$ დ) $a=1,\ b=1$

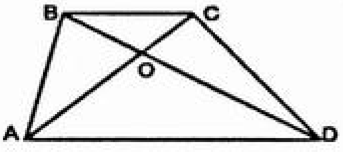
18. იპოვეთ k, თუ $y=kx+b$ ფუნქციის გრაფიკი საკოორდინატო ღერძებს კვეთს (3; 0) და (0; –3) წერტილებში.

ა) –3 ბ) 3 გ) 1 დ) –1

19. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის ბისექტრისა პარალელოგრამის გვერდს ყოფს 4 სმ და 11 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი.

ა) 32 სმ ბ) 38 სმ ან 52 სმ გ) 40 სმ ან 42 სმ დ) 52 სმ

20. $ABCD$ ტრაპეციის AD და BC ფუძეების შეფარდებაა 3:2, ხოლო ტრაპეციის ფართობია 100 სმ². იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული AOB სამკუთხედის ფართობი, თუ O დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია.



ა) 18 სმ² ბ) 20 სმ² გ) 22 სმ² დ) 24 სმ²

21. $ABCD$ ტრაპეციაში AD ფუძე ორჯერ მეტია BC ფუძეზე. რას უდრის $\overline{AB}$ ვექტორი, თუ $\overline{AD}=\vec{a}$, $\overline{CD}=\vec{b}$?

ა) $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ ბ) $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ გ) $\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ დ) $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

22. a გვერდის მქონე ორი კვადრატი ერთმანეთზეა დადებული. ერთი კვადრატი მოაბრუნეს ერთ-ერთი წვეროს ირგვლივ 45°-ით. იპოვეთ იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც ორივე კვადრატს ერთდროულად ეკუთვნის.

ა) $(\sqrt{2}-1)a^2$ ბ) $(\sqrt{2}+1)a^2$ გ) $(2-\sqrt{2})\,a^2$ დ) $(2+\sqrt{2})a^2$

23. იპოვეთ $\frac{3\sin\alpha-4\cos\alpha}{5\cos\alpha-6\sin\alpha}$, თუ $tg\alpha=\frac{1}{3}$

ა) 3 ბ) 1 გ) –1 დ) –3

24. ამოხსენით განტოლება $2^x-12\cdot2^{-x}+1=0$

ა) 2 ბ) $\log_2 7$ გ) $\log_2 5$ დ) $\log_2 3$

25. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $y=(a^2+a+1)^x$ ფუნქცია არის კლებადი.

ა) $0<a<1$ ბ) $-1<a<0$ გ) $a<1$ დ) $a>0$

26. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც განტოლებას $|x+2|=-2a^2+5a-2$ გააჩნია ორი ამონახსნი.

ა) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ ბ) $(0; 2)$ გ) $\left(\frac{1}{2};2\right)$ დ) $(2; +\infty)$

27. k-ს რა მნიშვნელობისათვის წარმოადგებს რიცხვთა მიმდევრობა 1, $k+1$, $3k+7$ გეომეტრიულ პროგრესიას?

ა) $-2; 1$ ბ) $1; 3$ გ) $-3; 2$ დ) $-2; 3$

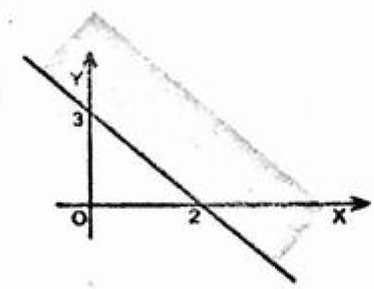
28. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი a-ს ტოლი ფერდით და 120°-ის ტოლი კუთხით. პრიზმის დიდი გვერდითი წახნაგის ფართობია $12a^2$. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $3a^3$ ბ) $4a^3$ გ) $6\sqrt{3}\,a^3$ დ) $4\sqrt{3}\,a^3$

29. ბირთვის მოცულობა $32\sqrt{3}\pi$ სმ^3-ის ტოლია. იპოვეთ ამ ბირთვის ზედაპირის ფართობი.

ა) 36π სმ^2 ბ) 48π სმ^2 გ) $48\sqrt{3}\pi$ სმ^2 დ) $64\sqrt{3}\ \pi$ სმ^2

30. ქვემოთ ჩამოთვლილი უტოლობებიდან რომლის ამონახსნია გამოსახული Oxy სიბრტყეზე?



ა) $3x-2y=\leq 6$ ბ) $3x+2y\leq 6$ გ) $3x+2y\geq 6$ დ) $3x-2y\geq 6$

31. ამოხსენით განტოლებათ სისტემა

$$\begin{cases}(x-2)(y+1)=0\\ 2x^2y+2x-y=0\end{cases}$$

32. 1680 ლიტრი სპირტი ორ ჭურჭელში უნდა გაანაწილონ პროპორციით 3:5. რამდენი ლიტრი უნდა ჩაასხან თითოეულ ჭურჭელში?

33. სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 8 სმ, ხოლო მასთან მდებარე სამკუთხედის კუთხეებია 30° და 45°. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

34. დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც გადის $M(1; -2)$ წერტილზე და აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულებასთან ადგენს $\alpha=135°$-ის ტოლ კუთხეს.

35. a-ს რა მნიშვნელობებისთვის იქნება $3^x+1=a-2$ განტოლების ამონახსნი მოთავსებული $[0; 1]$ შუალედში?

36. იპოვეთ $y=\dfrac{4}{4\cos^2 x+3\sin^2 x}$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა.

37. მოცემულია ორი დადებითი რიცხვის ნამრავლი. თუ პირველ თანამამრავლს გავზრდით 20%-ით, მაშინ რამდენი პროცენტით უნდა შევამციროთ მეორე თანამამრავლი, რომ ეს ნამრავლი 10%-ით შემცირდეს?

38. $MABCD$ პირამიდის $ABCD$ ფუძე კვადრატს წარმოადგენს, ხოლო MA წიბო $ABCD$ ფუძის მართობულია. იპოვეთ $MABCD$ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ AB=2სმ, ხოლო MAC სამკუთხედის ფართობი კი $6\sqrt{2}$ სმ²-ის ტოლია.

39. გარკვეული სამუშაოს შესრულება მარტო პირველ მუშას 6 საათით უფრო ჩქარა შეუძლია, ვიდრე მარტო მეორე მუშას. დილის 9^{00} საათზე ორივე მუშამ ერთდროულად დაიწყო მუშაობა. 14^{00} საათზე პირველმა მუშამ შეწყვიტა მუშაობა, მეორემ კი განაგრძო და 17^{00} საათისათვის დაამთავრა მთელი სამუშაო. რამდენ საათში შეასრულებდა მთელ სამუშაოს ორივე მუშა ერთად მუშაობით?

40. იპოვეთ a-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $x^2-4ax+8a=0$ განტოლების ორივე ამონახსნი მოთავსებულია (0; 1) შუალედში.

1. $\left(5-2\frac{3}{8}\right):3\frac{15}{16}=$

ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{2}{3}$ დ) $1\frac{2}{3}$

2. $3a+7$ რიცხვის 11-ზე გაყოფისას მიიღება ნაშთი 3. რა ნაშთი მიიღება $6a-1$ რიცხვის 11-ზე გაყოფისას?

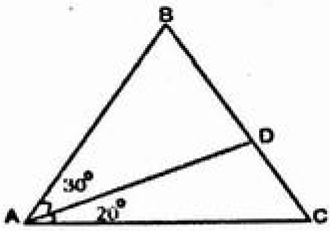
ა) 1 ბ) 2 გ) 6 დ) 8

3. როგორ შეიცვლება ორი დადებითი რიცხვის ნამრავლი, თუ პირველს გავზრდით 20%-ით, ხოლო მეორეს შევამცირებთ 25%-ით?

ა) შემცირდება 10%-ით ბ) შემცირდება 12%-ით

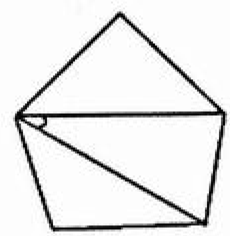
ბ) გაიზრდება 5%-ით დ) გაიზრდება 10%-ით

4. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძის A წვერო შეერთებულია BC გვერდზე მდებარე D წერტილთან ისე, რომ $\angle DAC=20°$ და $\angle BAD=30°$. იპოვეთ ADB კუთხის სიდიდე.



ა) 45° ბ) 60° გ) 65° დ) 70°

5. იპოვეთ კუთხის სიდიდე წესიერი ხუთკუთხედის ერთი წვეროდან გამოსულ ორ დიაგონალს შორის.



ა) 36° ბ) 38° გ) 40° დ) 45°

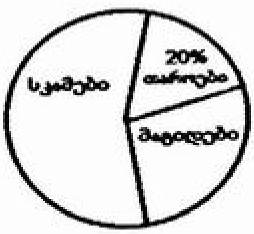
6. რომბის გვერდის სიგრძეა a, ხოლო ფართობია 64. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $a=8$ ბ) $a>16$ გ) $a<8$ დ) $a\geq 8$

7. მიხოს 30 დღიან სამუშაოში უნდა მიეღო 900 ლარი და საწვავის ტალონი. მან 5 დღე იმუშავა და მხოლოდ საწვავის ტალონი მიიღო. რამდენი ლარის ღირებულებისაა ეს ტალონი?

ა) 150 ბ) 180 გ) 200 დ) 210

8. გასულ თვეში ფაბრიკამ გამოუშვა მხოლოდ სკამები, თაროები და მაგიდები, მათ შორის სკამები იყო 550 ცალი, ხოლო მაგიდები – 250 ცალი. წრიულ დიაგრამაზე მითითებულია მათი განაწილება პროცენტებში. ამ მონაცემების მიხედვით იპოვეთ წრიულ დიაგრამაზე სკამების შესაბამისი სექტორის ცენტრალური კუთხის სიდიდე.



ა) 198° ბ) 200% გ) 210° დ) 208°

9. სპორტულ მაღაზიაში ფეხბურთის ბურთი 45 ლარი ღირს, ფრენბურთის – 15 ლარი. გოჩამ ამ მაღაზიაში თავისი თანხის მესამედით ფრენბურთის ბურთი იყიდა, დარჩენილი თანხით – კალათბურთის ბურთები, გიგამ კი იმავე ოდენობის თანხით მხოლოდ ფეხბურთის ბურთები იყიდა. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) გიგამ უფრო მეტი ბურთი იყიდა, ვიდრე გოჩამ.

ბ) გოჩამ უფრო მეტი ბურთი იყიდა, ვიდრე გიგამ.

გ) გიგამ და გოჩამ ტოლი რაოდენობის ბურთები იყიდეს.

დ) გოჩამ ორჯერ მეტი ბურთი იყიდა, ვიდრე გიგამ.

10. კვადრატის ფართობი 81 სმ^2-ის ტოლია. მოცემულია ორი პირობა:

I. რომბის ფართობი 100 სმ^2-ის ტოლია;

II. რომბის სიმაღლის სიგრძე 10 სმ^2-ის ტოლია.

იმისათვის, რომ გავარკვიოთ რომბის გვერდის სიგრძე მეტია, თუ კვადრატის:

ა) საკმარისია I პირობა   ბ) საკმარისია II პირობა

გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად.

დ) საკმარისია თითოეული პირობა ცალ-ცალკე.

ე) მოცემული პირობები არ არის საკმარისი.

11. ალბათობა იმისა, რომ ლუკა და მათე ამოცანას ამოხსნის შესაბამისად 0,6 და 0,8-ის ტოლია. რის ტოლია იმის ალბათობა, რომ ვერცერთი მათგანი ვერ ამოხსნის ამ ამოცანას?

ა) 0,06   ბ) 0,12   გ) 0,08   დ) 0,48

12. ბანკის კაპიტალი მილიონ ლარებში (L) შემდეგი დამოკიდებულებით გამოითვლება

$$L=\frac{5}{2}t+20,$$

სადაც t არის ბანკის დაარსებიდან გასული წლების რაოდენობა. ბანკის დაარსებიდან რამდენ წელში გაორმაგდება ბანკის კაპიტალი?

ა) 5   ბ) 6   გ) 7   დ) 8

13. თუ $a<0$ და $b>0$, მაშინ $|a-2b|+|2a-b|=$

ა) $3(b-a)$ ბ) $-a-b$ გ) $3a-3b$ დ) $a+b$

14. შარვალი მაისურთან შედარებით 50%-ით მეტი ღირს, ხოლო ფეხსაცმელთან შედარებით – 40%-ით ნაკლები. რამდენი პროცენტით ნაკლები ღირს მაისური ფეხსაცმელთან შედარებით?

ა) 40%-ით   ბ) 50%-ით   გ) 60%-ით   დ) 70%-ით

15. თუ a=2,7 და b=3,3, მაშინ $(a^{-1}-b-1)^{-1}\cdot\frac{a^2-b^2}{ab}=$

ა) –6   ბ) 6   გ) –5   დ) 5

16. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}}=$

ა) 2   ბ) $\frac{1}{8}$ გ) $\frac{1}{32}$ დ) 32

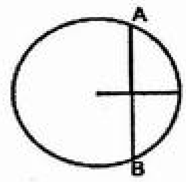
17. $2ax+b=2x-1$ განტოლებას აქვს უსასრულო რაოდენობის ამონახსნი, როდესაც

ა) $a=-1, b=-1$ ბ) $a=1, b=-1$ გ) $a=1, b\neq-1$ დ) $a\neq1, b\neq-1$

18. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი წრფის განტოლება გადის საკოორდინატო სიბრტყის (–3; 1) და (1; –1) წერტილებზე?

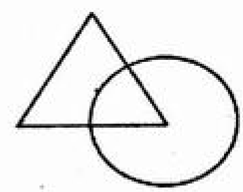
ა) $y=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$ ბ) $y=-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$ გ) $y=\frac{x}{3}-\frac{1}{2}$ დ) $y=-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$

19. AB ქორდა რადიუსის მართობულია და მას შუაზე ყოფს. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული სეგმენტის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსია 6 სმ.



ა) $(4-3\sqrt{3})$ სმ² ბ) $(4\pi-2\sqrt{3})$ სმ² გ) $(12\pi-9\sqrt{3})$სმ² დ) $(6\pi+\sqrt{3})$სმ²

20. წრეწირის რადიუსია $2\sqrt{3}$. ამ წრეწირის ცენტრი მდებარეობს წესიერი სამკუთხედის წვეროში და გადის სამკუთხედის ცენტრში. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



ა) $10\pi+9\sqrt{3}$ ბ) $6\pi+8\sqrt{3}$ გ) $9\pi+4\sqrt{3}$ დ) $12\pi+2\sqrt{3}$

21. იპოვეთ $(\vec{a}+2\vec{b})$ და $(\vec{a}-\vec{b})$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ $\vec{a}$ (–2; 0), $\vec{b}$ (–1; 2)

ა) 0 ბ) 4 გ) –2 დ) –4

22. ჩამოთვლილთაგან რომელი წრფეა $y=3x-2$ წრფის ჰომოთეტიური კოეფიციენტით –2?

ა) $y=-3x+4$ ბ) $y=3x+4$ გ) $y=-6x+4$ დ) $y=3x-8$

23. $\log_3 48-2\log_3 4=$

ა) 1 ბ) 0 გ) –1 დ) 2

24. x-ის რომელი მნიშვნელობისათვის აღწევს $y=2\cos x$ ფუნქცია უმცირეს მნიშვნელობას, თუ $x\in[100°; 200°]$.

ა) 100° ბ) 120° გ) 180° დ) 200°

25. a-ს რა მნიშვნელობისთვის გადის $y=2\log_3(x+a)$ ფუნქციის გრაფიკი (1; 4) წერტილზე?

ა) 6 ბ) 8 გ) 9 დ) 11

26. ქვემოთ ჩამოთვლილი ფუნქციებიდან რომელი არ არის კენტი ფუნქცია?

ა) $f(x)=3x^3-x$ ბ) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$ გ) $f(x)=\frac{x^3(x+1)}{x-1}$ დ) $f(x)=\sin x\cdot\cos 2x$

27. იპოვეთ მანძილი კოორდინატთა სათავიდან $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x-\sqrt{5}$ წრფემდე.

ა) $\sqrt{5}$ ბ) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ გ) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ დ) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

28. წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდის სიგრძეა a, ბრუნავს მის ერთ-ერთ გვერდზე გამავალი ღერძის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ა) $\sqrt{3}\,\pi a^2$ ბ) $\sqrt{5}\,\pi a^2$ გ) $2\pi a^2$ დ) $2\sqrt{3}\,\pi a^2$

29. იპოვეთ განსაზღვრის არე ფუნქციის $y=\dfrac{\lg(9-x^2)}{\sqrt{4-2x}}$

ა) $(-3;\,3)$ ბ) $(-3;\,2)$ გ) $(-\infty;\,2)$ დ) $(0;\,2)$

30. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ფუძისადმი დახრილია 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია 8 სმ².

ა) 12 სმ² ბ) 16 სმ² გ) 24 სმ² დ) 32 სმ²

31. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა $\begin{cases}|x|-3=0\\ xy-2x+y=2\end{cases}$

32. ავტობუსის სიჩქარეა 80 კმ/სთ. ავტომობილი ყოველ კილომეტრს ავტობუსზე $\dfrac{1}{4}$ წუთით ჩქარა გადის. იპოვეთ ავტომობილის სიჩქარე.

33. იპოვეთ $2\cos^2 x-5\cos x+2=0$ განტოლების ზოგადი ამონახსნი.

34. არითმეტიკული პროგრესიის მეექვსე წევრი 13-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პროგრესიის პირველი 11 წევრის ჯამი.

35. იპოვეთ x, თუ რიცხვთა მიმდევრობა $3,\ x+1,\ 2x+11$ არის გეომეტრიული პროგრესია.

36. იპოვეთ a და b პარამეტრების ყველა ის მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $2ax-3b+1=3bx-a$ განტოლებას აქვს უამრავი ამონახსნი.

37. სხვადასხვა სიბრტყეში მდებარე ორ ტოლფერდა ABC და ABD სამკუთხედებს აქვთ საერთო AB ფუძე, რომლის სიგრძეა 6 სმ. იპოვეთ მანძილი C და D წერტილებს შორის, თუ $AC=5$სმ, $AD=3\sqrt{5}$ სმ, ხოლო კუთხე სამკუთხედის სიბრტყეებს შორის 30°-ის ტოლია.

38. პარალელოგრამის გვერდების სიგრძებია 4 სმ და 5 სმ, ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხეა 45°. პარალელოგრამი ბრუნავს დიდ გვერდზე გავლებული ღერძის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

39. ავტომობილი ყოველ 3 წუთში 500 მეტრით მეტს გადის, ვიდრე ავტობუსი ამიტომ 720 კილომეტრს ის ავტობუსზე ერთი საათით ჩქარა გადის. იპოვეთ ავტომობილის სიჩქარე.

40. მართკუთხედის ორი წვერო მდებარეობს საკოორდინატო ღერძების დადებითი ნაწილებზე, მესამე წვერო კოორდინატთა სათავეშია, ხოლო მეოთხე წვერო $y=4-x^2$ ფუნქციის გრაფიკზე. ამ მართკუთხედებიდან იპოვეთ ის რომლის პერიმეტრი უდიდესია და გამოთვალეთ ამ მართკუთხედის ფართობი.

ტესტი 6

1. $(3^{-1}+3^{-2}):(3^{-1}-3^{-2})=$

ა) 0,5 ბ) $\frac{1}{3}$ გ) 2 დ) 3

2. ერთმანეთის მომდევნო n რაოდენობის მთელი რიცხვიდან უდიდესი m-ის ტოლია. რის ტოლია ამ რიცხვებს შორის უმცირესი?

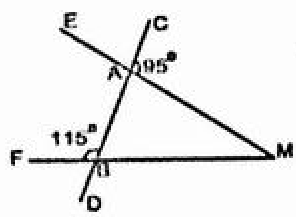
ა) $m-n$ ბ) $m-n+1$ გ) $m-n+2$ დ) $m-n-1$

3. წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი დადებითი რიცხვებია. როგორ შეიცვლება წილადი, თუ მის მრიცხველს გავზრდით 30%-ით, ხოლო მნიშვნელს შევამცირებთ 50%-ით.

ა) გაიზრდება 160%-ით ბ) გაიზრდება 80%-ით

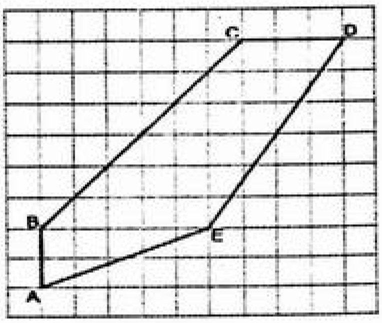
გ) გაიზრდება 1,6-ჯერ დ) გაიზრდება 2,4-ჯერ.

4. EMF კუთხის გვერდები გადაკვეთილია CD წრფით A და B წერტილებში. იპოვეთ M კუთხის სიდიდე, თუ $\angle CAM=95°$ და $\angle ABF=115°$.



ა) 45° ბ) 40° გ) 35° დ) 30°

5. ნახაზზე მოცემული ხუთკუთხედის წვეროები უჯრების წვეროებს ემთხვევა. იპოვეთ ამ ხუთკუთხედის ფართობი, თუ უჯრები ერთეული სიგრძის კვადრატებია.



ა) 27 ბ) 29 გ) 30 დ) 32

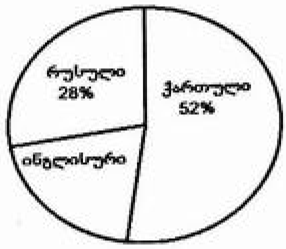
6. რომბის გვერდის სიგრძეა 6 სმ, ხოლო ფართობია S. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი დასკვნაა ჭეშმარიტი?

ა) $S=36$ ბ) $S<35$ გ) $S\le 36$ დ) $S>36$

7. ბენზინი 4%-ით გაიაფდა და ამის გამო ერთი ლიტრის ფასმა მოიკლო 7 თეთრით. რამდენი თეთრი ღირდა ლიტრი ბენზინი გაიაფებამდე?

ა) 17 ბ) 175 გ) 180 დ) 185

8. დიაგრამაზე მოცემულია ბიბლიოთეკაში არსებული ქართული და რუსული წიგნების რაოდენობები პროცენტებში. იპოვეთ ინგლისური წიგნების რაოდენობა, თუ ქართული წიგნების რაოდენობაა 2600.



ა) 4000 ბ) 3600 გ) 3000 დ) 1000

9. arcsin(sin260°)=

ა) –80° ბ) –60° გ) 100° დ) 260°

10. იპოვეთ x თუ a ფუძის სამჯერ გაზრდის შედეგად $y=a^x$ ფუნქციის მნიშვნელობა ხუთჯერ გაიზარდა.

ა) $\log_5 3$ ბ) $\log_3 5$ გ) 3^5 დ) 5^3

11. ცნობილია, რომ A სიმრავლეში 4-ჯერ მეტი ელემენტია, ვიდრე B სიმრავლეში. A და B სიმრავლეების გაერთიანება 29 ელემენტისაგან შედგება, ხოლო მათი თანაკვეთა 6 ელემენტისაგან. რამდენი ელემენტია A სიმრავლეში?

ა) 6 ბ) 7 გ) 22 დ) 28

12. ცნობილია, რომ 3, m, n, 5, 9, 13 მონაცემების მედიანაა 6, ხოლო მოდა ერთადერთია და ის 3-ის ტოლია.იპოვეთ ამ მონაცემების საშუალო.

ა) 5 ბ) $\frac{17}{3}$ გ) $\frac{20}{3}$ დ) 8

13. $ABCD$ ოთხკუთხედის წვეროების კოორდინატებია $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, $C(2; 0)$, $D(0; -2)$. იპოვეთ $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{DC}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი.

ა) 4 ბ) 3 გ) 2 დ) –2

14. კოორდინატთა სათავის გარშემო მობრუნების შედეგად $A(-2;\ 2\sqrt{2})$ წერტილი გადავიდა მეოთხე მეოთხედში მდებარე $B(3; y)$ წერტილში. იპოვეთ y.

ა) $-\sqrt{2}$ ბ) $-\sqrt{3}$ გ) $\sqrt{2}$ დ) $\sqrt{3}$

15. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია $36\sqrt{3}$ სმ², ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 72 სმ². იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $24\sqrt{3}$ ბ) $144\sqrt{3}$ სმ³ გ) $108\sqrt{3}$ სმ³ დ) $72\sqrt{3}$ სმ³

16. $\frac{x-2}{4-x}>1$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) (3; 4) სმ³ ბ) $(-\infty; 6)$ გ) $(4; +\infty)$ დ) (0; 6)

17. ამოხსენით განტოლება $\log_3(x^2+4x)=2$

ა) 1 ბ) $\sqrt{10}-2$ გ) $\sqrt{13}-2$ დ) $-2-\sqrt{13}$

18. იპოვეთ განსაზღვრის არე ფუნქციის $y=\frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$

ა) $[-3; 3]$ ბ) $[-3; 1]\cup[1; 3]$ დ) $(-\infty; 3]$ დ) $[-3; +\infty)$

19. არითმეტიკული პროგრესის ბოლო წევრია 18. იპოვეთ ამ პროგრესიის პირველი წევრი, თუ პროგრესიის წევრების საშუალო არითმეტიკული 4-ის ტოლია.

ა) -10 ბ) -8 გ) 2 დ) 6

20. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle A=\angle B=90°$, ხოლო მისი ბლაგვი C კუთხე 135°-ის ტოლია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ $AC=CD=8$ სმ.

ა) 24 სმ² ბ) $32\sqrt{2}$ სმ² გ) $36\sqrt{2}$ სმ² დ) 48სმ²

21. იპოვეთ იმ ხდომილობის ალბათობა, რომ მონეტის სამჯერ აგდებისას ერთხელ მაინც მოვა გერბი.

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{5}{8}$ გ) $\frac{7}{8}$ დ) $\frac{3}{4}$

22. იპოვეთ a-ს უმცირესი მთელი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც უტოლობა $x(1-x)<0,01a$ სრულდება ნებისმიერი ნამდვილი x-თვის.

ა) 25 ბ) 26 გ) 27 დ) 28

23. იპოვეთ α, თუ რიცხვები $1-\cos\alpha$, $\cos\alpha$, $1+\cos\alpha$ ქმნიან გეომეტრიულ პროგრესიას.

ა) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$ ბ) $\frac{\pi}{4}+\pi k$ გ) $\frac{\pi}{2}+\pi k$ დ) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$

24. იპოვეთ უმცირესი ნატურალური n რომლისთვისაც $27^{3n-13}>\left(\frac{1}{3}\right)^{3-n}$

ა) 8 ბ) 7 გ) 6 დ) 5

25. ქვემოთ ჩამოთვლილი ფუნქციებიდან რომლის გრაფიკია $y=5^x$ ფუნქციის გრაფიკის სიმეტრიული $y=x$ წრფის მიმართ?

ა) $y=-\log_5 x$ ბ) $y=\log_5 x$ გ) $y=-5^x$ დ) $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

26. $y=tg\,(2\pi x+1)$ ფუნქციის უმცირესი დადებითი პერიოდია

ა) 1 ბ) $\frac{\pi}{2}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) π

27. ABC სამკუთხედში $AB=6$ სმ, $BC=2\sqrt{3}$ სმ, $\angle B=150°$. იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

ა) $2\sqrt{21}$ სმ ბ) $4\sqrt{3}$ სმ გ) $6\sqrt{15}$ სმ დ) $4\sqrt{7}$ სმ

28. იპოვეთ $a+c$, თუ $ax^2-2x+3c=0$ და $2x^2+4x+a-2c=0$ ტოლფასი განტოლებებია.

ა) $\frac{3}{4}$ ბ) $\frac{1}{4}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $-\frac{3}{4}$

29. იპოვეთ a-ს ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $y=(2a^2+5a+4)^x$ ფუნქცია იქნება კლებადი.

ა) $-1<a<0$ ბ) $a>-\frac{3}{2}$ გ) $-\frac{3}{2}<a<-2$ დ) $a>-1$

30. S_n არის გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამი. იპოვეთ ამ პროგრესიის მნიშვნელი, თუ $S_9=57\cdot S_3$

ა) 2 ან $\sqrt[3]{7}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $-\frac{1}{2}$ ან -2 დ) -2 ან $\sqrt[3]{7}$

31. ამოხსენით უტოლობათა სისტემა $\begin{cases} x^2-4x\le 0 \\ 2x-3>2-x \end{cases}$

32. მებაღეს შეუძლია ხეხილი 7 საათში გასხლას. რამდენ საათში შეასრულებს ის ამ სამუშაოს, თუ მუშაობის ტემპს 40%-ით გაზრდის?

33. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხეა 30°, ხოლო სამკუთხედის ფართობია $12\sqrt{3}$ სმ². იპოვეთ სამკუთხედის ფუძე.

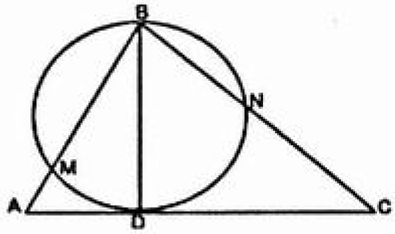
34. იპოვეთ $f(f(x))$ ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, თუ $f(x)=\sqrt{4-x}$.

35. იპოვეთ m-ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც სისტემას $\begin{cases} 2x+(m-1)y=4 \\ 3x+(2m-4)y=3 \end{cases}$ არა აქვს ამონახსნი.

36. ABC წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა a. სამკუთხედის BC გვერდის O შუაწერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია OM მართობი, რომლის სიგრძეა a. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან AC გვერდამდე.

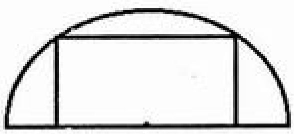
37. სამკუთხა პირამიდის ორი წახნაგი ურთიერთმართობულ სიბრტყეში მდებარე ტოლგვერდა სამკუთხედებია a-ს ტოლი გვერდით. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

38. *ABC* სამკუთხედის *BD* სიმაღლე წარმოადგენს წრეწირის დიამეტრს. ეს წრეწირი *AB* და *BC* გვერდებს კვეთს შესაბამისად *M* და *N* წერტილებში. იპოვეთ *MN* მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AC:AB=3:2$, $NB=6$ სმ.



39. კასრში იყო 100 ლიტრი წყალი. მასში ასხამენ სპირტის გარკვეული რაოდენობას და შემდეგ იღებენ ნარევის იგივე რაოდენობას. რამდენი ლიტრი სპირტი უნდა ჩავასხათ კასრში, რომ ასეთი ოპერაციის შემდეგ კასრში დარჩეს 10 ლიტრზე მეტი სპირტი?

40. ნახევარწრეწირში, რომლის რადიუსის სიგრძეა *R*, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მისი ორი წვერო დიამეტრზე მდებარეობენ დანარჩენი ორი კი ამ ნახევარწრეწირზე. იპოვეთ ასეთი მართკუთხედებიდან უდიდესი ფართობის მქონე მართკუთხედის ფართობი.



ტესტი 7

1. $\left(2\frac{3}{7}-\frac{3}{0,7}\right):4\frac{1}{3}=$

ა) $\frac{3}{7}$ ბ) $\frac{5}{7}$ გ) $-\frac{3}{7}$ დ) $-\frac{4}{7}$

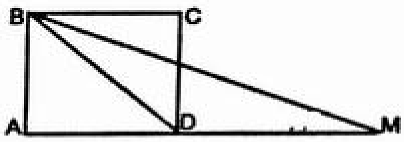
2. იპოვეთ $a\cdot b^{-1}\cdot c^{-2}$ გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობა, თუ a, b და c ცვლადები ღებულობენ მნიშვნელობას $\left\{-\frac{1}{2};\ 3;\ 6\right\}$ სიმრავლიდან.

ა) 4 ბ) 8 გ)12 დ) 16

3. დადებითი a რიცხვი b რიცხვის 25%-ია. $\frac{1}{b}$ რიცხვის რამდენი პროცენტია $\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ რიცხვი?

ა) 300% ბ) 400% გ) 60% დ) 30%

4. $ABCD$ კვადრატის AD გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $DM=BD$. იპოვეთ MBD კუთხის სიდიდე.

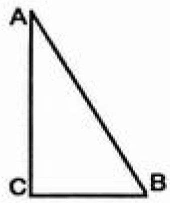


ა) 15° ბ) 20° გ) 25° დ) 30°

5. პარალელოგრამის დიაგონალი ერთ-ერთი გვერდის ტოლია და ბლაგვ კუთხეს ყოფს შეფარდებით 1:2. იპოვეთ პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის სიდიდე.

ა) 108° ან 120° ბ) 108° ან 135° გ) 135° დ) 108°

6. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$ და $AC>BC$. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელია ჭეშმარიტი?

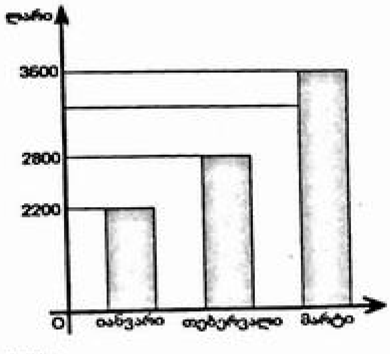


ა) $\angle A>30°$ ბ) $\angle B>60°$ გ) $\angle B>45°$ დ) $\angle A<30°$

7. მიწის ნაკვეთის ფართობი გეგმაზე, რომლის მასშტაბია 1:10000 არის 6 სმ². იპოვეთ ამ ნაკვეთის ფართობი

ა) 36000 მ² ბ) 48000 მ² გ) 60000 მ² დ) 72000 მ²

8. დიაგრამაზე მოცემულია ოჯახის შემოსავალი ლარებში იანვრის, თებერვლის და მარტის თვეების განმავლობაში. დიაგრამის მიხედვით გამოთვალეთ რამდენი პროცენტით გაიზარდა შემოსავალი მარტის თვეში იანვრისა და თებერვლის საშუალო შემოსავალთან შედარებით.



ა) 22%-ით ბ) 28%-ით გ) 32%-ით დ) 44%-ით

9. განტოლების $2\cos^2 x-3\sin x=0$ ზოგადი ამონახსნია

ა) $(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k$ ბ) $(-1)^k\dfrac{\pi}{3}+\pi k$ გ) $\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi k$ დ) $\pm\dfrac{\pi}{6}+\pi k$

10. თუ ყოველი $x\neq 0$ და $x\neq -1$-თვის $f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)=\dfrac{1}{x}$, მაშინ $f(x)=$

ა) $\dfrac{1-x}{x+1}$ ბ) $\dfrac{x+1}{1-x}$ გ) $\dfrac{x+1}{x-1}$ დ) $\dfrac{x-1}{x+1}$

11. 15 სმ სიგრძის AB მონაკვეთზე შემთხვევით იღებენ C წერტილს. რა არის ალბათობა იმისა, რომ მიღებულ AC და CB მონაკვეთებს შორის უდიდესი სიგრძე არ არის ნაკლები 12 სმ-ზე.

ა) $\dfrac{1}{2}$ ბ) $\dfrac{3}{5}$ გ) $\dfrac{2}{5}$ დ) $\dfrac{7}{15}$

12. თუ $-2,3\leq a<4$ და $|b|<2,5$, მაშინ $b-a$ ეკუთვნის შუალედს

ა) $(-5,5;-2,1]$ ბ) $(-5,5; 10,5)$ გ) $(-6,5; 4,8)$ დ) $(-7,1; 1,6)$

13. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხე 120°-ის ტოლია, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$. იპოვეთ $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}$

ა) -3 ბ) -1 გ) 1 დ) 3

14. $A(2; -1)$ წერტილი პარალელურად გადაიტანეს $\vec{a}(-2; 5)$ ვექტორით და მიიღეს B წერტილი. შემდეგ B წერტილი კოორდინატთა სისტემის გარშემო მოაბრუნეს 60°-ით და მიიღეს C წერტილი. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

ა) $(2\sqrt{3};-2)$ ბ) $(2;2\sqrt{3})$ გ) $(-2;2\sqrt{3})$ დ) $(-2\sqrt{3};2)$

15. კუბის დიაგონალის სიოგრძეა $4\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ ამ კუბის მოცულობა.

ა) 27 სმ³ ბ) 64 სმ³ გ) 125 სმ³ დ) 216 სმ³

16. $3-\dfrac{x-1}{2}>\dfrac{4x-1}{3}$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $\left(-\infty; 3\dfrac{1}{7}\right)$ ბ) $\left(-\infty; 2\dfrac{1}{5}\right)$ გ) $\left(-\infty; 2\dfrac{1}{11}\right)$ დ) $\left(1\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$

17. ამოხსენით განტოლება $5^{x+1}-3\cdot 5^{x-1}=11$

ა) $1-\log_5 2$ ბ) $1+\log_5 2$ გ) 2 დ) $\log_5 11$

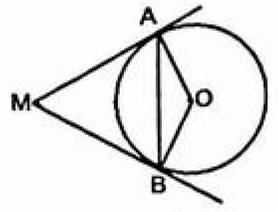
18. იპოვეთ განსაზღვრის არე ფუნქციის $y=\log_2(2-\sqrt{x})$

ა) $(-\infty; 4)$ ბ) $(0; +\infty)$ გ) $(0; 6)$ დ) $[0; 4)$

19. a_n არითმეტიკულ პროგრესიაში $a_5=0$. იპოვეთ $a_{25}:a_6$

ა) 3 ბ) 20 გ) 22 დ) 24

20. AMB კუთხის გვერდები ეხებიან წრეწირის A და B წერტილებში. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ $AB=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$ და $\angle AMB=45°$.



ა) 8 ბ) 6 დ) 4 დ) 2

21. რიცხვითი მიმდევრობის n-ური წევრი მოცემულია ფორმულით $a_n=\frac{n}{64}+\frac{4}{n}$. იპოვეთ ამ მიმდევრობის უმცირესი წევრის ნომერი.

ა) 4 ბ) 9 გ) 16 დ) 18

22. $(0,2)^x>5^{\frac{1}{x}}$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $(-\infty;0)$ ბ) $(0;+\infty)$ გ) $(1;+\infty)$ დ) $(-\infty;1)$

23. $y=\log_2|x+1|$ ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია:

ა) აბსცისთა ღერძის მიმართ ბ) ორდინატთა ღერძის მიმართ

გ) $x=-1$ წრფის მიმართ დ) $x=1$ წრფის მიმართ

24. კლასში გოგონების რაოდენობა ორჯერ მეტია ბიჭების რაოდენობაზე. რა არის იმის ალბათობა, რომ პირველ ორ შესვენებაზე კლასიდან ორივეჯერ პირველი ბიჭი გამოვა?

ა) $\frac{4}{9}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) $\frac{5}{9}$ დ) $\frac{1}{9}$

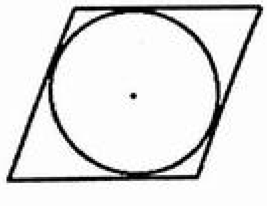
25. გეომეტრიული პროგრესიის პირველი ხუთი წევრის ნამრავლი $9\sqrt{3}$-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პროგრესის მესამე წევრი.

ა) $\sqrt{3}$ ბ) 3 გ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ დ) $3\sqrt{3}$

26. თუ $\frac{3\pi}{4}<\alpha<\pi$, მაშინ $\sqrt{(1-\sqrt{2}\cos\alpha)^2}-\sqrt{(1+\sqrt{2}\cos\alpha)^2}=$

ა) $-2\sqrt{2}\cos\alpha$ ბ) 2 გ) $2\sqrt{2}\cos\alpha$ დ) -2

27. წრეწირი ეხება რომბის ოთხივე გვერდს. რომბის გვერდის სიგრძეა 6 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა α. იპოვეთ ამ წრეწირის რადიუსი, თუ $\sin\alpha=\frac{1}{3}$



ა) 2 ბ) 1 გ) 3 დ) 1,5

28. იპოვეთ $b+c$ თუ $(a-1)x+3y=b$ და $2x-3y=1-$ წრფეები ერთმანეთს ემთხვევიან

ა) $-4\frac{2}{3}$ დ) $-5\frac{1}{3}$ გ) $4\frac{2}{3}$ დ) $5\frac{1}{3}$

29. $(1101101)_2-(1010111)_2=$

122 ბ) 312 გ) 22 დ) 20

30. ვთქვათ L და M ურთიერთმართობული სიბრტყეებია და მათი თანაკვეთაა a წრფე. თუ K სიბტყე მართობულია a წრფის, მაშინ

ა) K და L პარალელური სიბრტყეებია   ბ) K და M პარალელური სიბრტყეებია.
გ) K და L სიბრტყეების თანაკვეთა წარმოადგენს a წრფეს.
დ) K და L სიბრტყეები ურთიერთმართობულია.

31. რამდენი მთელი ამონახსნი აქვს სისტემას $\begin{cases} 4x-\sqrt{7}<2\sqrt{7}+x \\ 3x+\sqrt{3}>x-\sqrt{3} \end{cases}$

32. თუ ორი შესაკრებიდან პირველს გავზრდით ოთხჯერ, ხოლო მეორეს გავზრდით 10-ით, მაშინ მათი ჯამი 100-ით გაიზრდება. რის ტოლია პირველი შესაკრები?

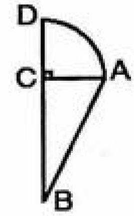
33. ABC სამკუთხედში $\angle A=105°$, $\angle C=45°$. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ $AB=6$ სმ.

34. მოცემულია ოთხი რიცხვითი მონაცემი რომლის მედიანაა 1,8, საშუალოა 1,4, ხოლო მოდა ერთადერთია და 6-ის ტოლია. იპოვეთ ეს რიცხვები.

35. იპოვეთ $f(g(x))$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა, თუ

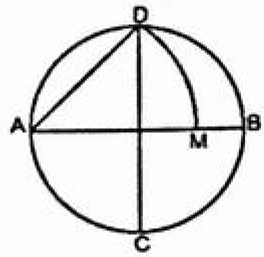
$$f(x)=2^x,\quad g(x)=x^2-6x+8$$

36. ნახაზზე მოცემული ფიგურა შედგება ABC მართკუთხა სამკუთხედისა და ACD სექტორისაგან, რომლის ცენტრალური ACD კუთხე მართია. ეს ფიგურა ბრუნავს BC კათეტზე გამავალი ღერძის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ფიგურის ზედაპირის ფართობი, თუ AB ჰიპოტენუზის სიგრძეა 8 სმ და $\angle B=30°$.

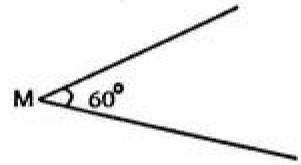


37. პირამიდის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების სიგრძეებია 6 სმ და 8 სმ. თითოეული გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან 45°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

38. წრეწირში, რომლის რადიუსია $2\sqrt{2}$ სმ გავლებულია ორი ურთიერთმართობული AB და CD დიამეტრები. A წერტილიდან, როგორც ცენტრიდან, AD რადიუსით შემოხაზულია DM რკალი. იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი.



39. M პუნქტიდან გამომავალ ორ გზაზე, რომელთა შორის კუთხე 60°-ის ტოლია, დღის 12^{00} საათზე ერთდროულად გაემგზავრა ერთზე ავტობუსი, ხოლო მეორეზე მოტოციკლი. ავტობუსის სიჩქარე 30 კმ/სთ-ით მეტია მოტოციკლის სიჩქარეზე. როგორი უნდა იყოს მოტოციკლის სიჩქარე, რომ ავტობუსსა და მოტოციკლს შორის მანძილი 14^{00} საათისათვის ჯერ კიდევ ნაკლები იყოს $60\sqrt{3}$ კმ/სთ-ზე?



40. იპოვეთ უმცირესი მნძილი $M(0;\,1)$ წერტილიდან $y=1+\dfrac{1}{4x}$ ფუნქციის გრაფიკამდე.

პასუხები

§ 1

1.1. 1) 10 მ; 2) 4,6 მ; 3) 11 მ; 4) 7 მ. **1.2.** 1) 16 მ; 2) 3,1 მ; 3) 25 მ; 4) 49 მ, 14 მ. **1.3.** 1) 13 სმ; 2) 8 მ; 3) 0,7 მ; 4) 8 მ. **1.4.** 1) 24 მ; 2) 54 მ; 3) 11,5 მ; 4) 13,5 მ. **1.5.** 1) 6,8 მ; 2) 2,3 მ; 3) 5 მ; 4) 5 მ. **1.6.** 1) 10 მ; 2) 6 მ; 3) 11 მ; 4) 14 მ. **1.7.** 1) კი; 2) კი; 3) არა; 4) არა. **1.8.** 1) B; 2) A; 3) კი; 4) არა. **1.9.** 1) 1:3; 2) 5:6; 3) 7,5 მ; 4) 1,2 მ. **1.10.** 1) 7,8 მ; 2) 30 სმ; 3) 40 სმ; 4) 65 სმ. **1.11.** 1) 144 სმ; 2) 130 სმ; 3) 2:1; 4) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **1.12.** 1) 140°; 2) 125°; 3) 60°; 4) 45°. **1.13.** 1) არა; 2) არა; 3) კი; 4) არა. **1.14.** 1) 60°; 2) 144°; 3) 115°; 4) 75°. **1.15.** 1) 100°; 2) 70°; 3) 80°; 4) 72°. **1.16.** 1) 100° და 80°; 2) 50° და 130°; 3) 80° და 100°; 4) 60° და 120°. **1.17.** 1) 60°; 2) 40°; 3) 110°; 4) 80°. **1.18.** 1) 50°; 2) 80°; 3) 70°; 4) 85°. **1.19.** 1) 60°; 2) 50°; 3) 50°; 4) 140°; 5) 100°; 6) 60°. **1.20.** 1) 20°; 2) 30°; 3) 20°; 4) 44°. **1.21.** 1) 5:7; 2) 0,5. **1.22.** 2) 25°; 3) 80°; 4) 70°.

§ 2

2.1. 1) 5 სმ; 2) 8 სმ; 3) 6 სმ; 4) 45 სმ. **2.2.** 1) 10 სმ; 2) 11 სმ; 3) 3 სმ; 4) 9 სმ. **2.3.** 1) 2,9 სმ; 2) 2,9 სმ; 3) 9 სმ; 4) 20 სმ. **2.4.** 1) 4,5-ჯერ; 2) 3,7-ჯერ; 3) 7-ჯერ; 4) 4-ჯერ. **2.5.** 1) კი; 2) არა; 3) კი; 4) არა. **2.6.** 1) არა; 2) კი; 3) კი 4) არა. **2.7.** 1) 1,5 სმ $<AC<$8,5 სმ; 2) $14<P<24$; 3) 3 სმ; 4) 11 სმ; 5) 15 სმ; 6) 9 სმ. **2.8.** 1) (0; 22); 2) (4; +∞); 3) (10; +∞); 4) (36; 72). **2.9.** 1) 129 სმ; 2) 62 სმ ან 76 სმ; 3) 7 სმ, 7სმ,1 სმ ან 7 სმ,4 სმ,4 სმ; 4) 15 სმ, 8 სმ, 8 სმ ან 1 სმ, 15 სმ, 15სმ. **2.10.** 1) 6 სმ; 2) 5 სმ; 3) 7 სმ; 4) 5 სმ. **2.11.** 1) 8 სმ; 2) 10 სმ; 3) 12 სმ; 12 სმ, 9 სმ ან 10 სმ,10 სმ, 13 სმ; 4) 4 სმ, 22 სმ, 22 სმ. **2.12.** 1) 3,5 სმ; 2) 4 სმ; 3) 23 სმ; 4) 15 სმ. **2.13.** 1) 8 სმ, 16 სმ; 2) 18 სმ; 3) 8 სმ; 4) 10 სმ. **2.14.** 1) 90°; 2) 70°; 3) 40°; 4) 60°. **2.15.** 1) 30°, 60°, 90°; 2) 36°, 54°, 90°; 3) 30°, 75°, 75°; 4) 20°, 40°, 120°. **2.16.** 1) 110°; 2) 60°; 3) 40°; 4) 180°–2α. **2.17.** 1) 70°; 2) 50°; 3) 15°; 4) $\frac{180°-\alpha}{2}$. **2.18.** 1) 45°; 2) 50°, 50° ან 80°, 20°; 3) 30°; 4) 80°ან 50°. **2.19.** 1) 100°; 2) 80°; 3) 10°; 4) 45°. **2.20.** 1) 20°; 2) 50°; 3) 50°; 4) 70°. **2.21.** 1) 150°; 2) 40°; 3) 10 სმ; 4) $2a+b$. **2.22.** 1) 10 სმ; 2) 10 სმ; 3) 16 სმ; 4) 5 სმ. **2.23.** 1) 10 სმ; 2)14 სმ; 3) 30 სმ; 4) 4:1. **2.24.** 1) 15 სმ; 2) 1,6 მ; 3) 30 სმ; 4) 10 სმ. **2.25.** 1) 30°; 2) 85°; 3) 80°; 4) 90°. **2.26.** 1) 110°; 2) 110°; 3) 30; 4) 60°. **2.27.** 1) 20°; 2) 130°; 3) 60°; 4) 65°. **2.28.** 1) 50°; 2) 45°; 3) 40°; 4) 10 სმ. **2.29.** 1) 40°; 2) 5°; 3) 20°; 4) 20°. **2.30.** 1) 55°; 2) 35°; 3) 40°; 4) 10°; 5) 14°; 6) 15°. **2.31.** 1) 50 სმ; 2) 40 სმ; 3) 6 სმ, 9 სმ,12 სმ; 4) 32 სმ, 40 სმ, 48 სმ. **2.32.** 1) 15 სმ; 2) 24 სმ; 3) 5 სმ; 4) 15 სმ. **2.33.** 1) 30°, 90°; 2) 30°, 60°, 90°; 3)2α; 4) 1:2. **2.34.** 1) AB მონაკვეთის a წრფესთან გადაკვეთის წერტილში; 2) NK მონაკვეთის რკინიგზის ხაზთან გადაკვეთის წერტილში, სადაც K არის M წერტილის სიმეტრიული წერტილი რკინიგზის ხაზის შემცველი წრფის მიმართ.

§ 3

3.1. 1) 40 სმ; 2) 10 სმ; 3) 20 სმ; 4) 25 სმ. **3.2.** 1) 18 მ; 2) 4 მ; 3) 8 მ; 4) 21 მ. **3.3.** 1) 32 სმ; 2) 8 სმ; 3) 3 სმ; 4) 8,5 სმ. **3.4.** 1) 6,6 მ; 2) 9 სმ; 3)15,4 მ; 4) 2 სმ. **3.5.** 1) 53 სმ; 2) 34 სმ; 3)20 სმ; 4) 4 სმ. **3.6.** 1) 60°; 2) 120°; 3) 120°; 4) 45°. **3.7.** 1) 20 სმ; 2) 8 სმ; 3)1,5 სმ; 4) 5 სმ. **3.8.** 1)10 სმ; 2) 10 სმ; 3) 6 სმ; 4) 20 სმ. **3.9.** 1) 2,8-დან 18-მდე; 2) 42 მ-დან 62 მ-მდე; 3) 42 მ-დან 68

მ-მდე; 4) [37; 43]. **3.10.** 1) 20 სმ, 12 სმ; 2) 2 სმ; 3) 24 სმ; 4) 5 სმ. **3.11.** 1) 40 სმ; 2) 15 სმ; 3) 5 სმ; 4) 5 სმ, 6 სმ, 7 სმ. **3.12.** 1) 25°; 2) 55°; 3) 55°; 4) 80°. **3.13.** 1) 40°; 2) 40°; 3) 70°; 4) 10°. **3.14.** 1)40°, 60°, 80°; 2) 84°; 3) 20°; 4) 120°. **3.15.** 1) 80°; 2) 40°; 3) 35°; 4) 100°. **3.16.** 1)130°; 2) 80°; 3) 95°; 4) 50°. **3.17.** 1) 30°; 2) 120°; 3) 45°; 4) 30°. **3.18.** 1) 10 სმ; 2) 110°; 3) 60°; 4) 105°. **3.19.** 1) 60°; 2) 6 სმ; 3) 108°; 4) 20°. **3.20.** 1) 20°; 2) 170°; 3) 70°; 4) 40°. **3.21.** 1) 15 სმ; 2) 10 სმ; 3) 20 სმ; 4) 5 სმ. **3.22.** 1) 5 სმ; 2) 14 სმ; 3) 30° ან 150°; 4) 50°. **3.23.** 1)8 სმ ან 11 სმ; 2) 6 სმ და 14 სმ; 3) 9:2; 4) 3 სმ ან 5 სმ; 5) 3 სმ; 6) 2 სმ. **3.24.** 1)$2a$; 2) 45°; 3) $\frac{\alpha}{3}$; 4) 10 სმ.

§ 4

4.1. 1) 5; 2) 4; 3) 9; 4) 6. **4.2.** 1) 8; 2) 5; 3) 8; 4) 8; 5) 7; 6) 12. **4.3.** 1) 27; 2) 20; 3) 10; 4) 11. **4.4.** 1) ნაკლებია 17 მ-ზე; 2) 3 მ-ზე მეტი და 17 მ-ზე ნაკლები; 3) მეტი 4,9 მ-ზე და ნაკლები 10,7-ზე; 4) 4,2 მ. **4.5.** 1) 5; 2) 7; 3) 8; 4) 10. **4.6.** 1) 88°; 2) 150°, 70°, 70°, 70°; 3) 40°, 60°, 100°, 160°; 4) 80°, 60°, 110°, 110°. **4.7.** 1) 70°, 110°, 90°, 90°; 2) 70°; 3) 50°; 4) 90°. **4.8.** 1) 55°; 2) 30°; 3) 35°; 4)80°. **4.9.** 1) 135°; 2) 40°; 3) 100°; 4) 40°. **4.10.** 1) 10°; 2) 85°; 3) 25°; 4) 55°. **4.11.** 1) 43°; 2) 15°; 3) 45°; 4) 40°. **4.12.** 1) 40°; 2) 140°; 3) 50°; 4) 144°. **4.13.** 1) 26სმ; 2) 29 სმ; 3) 10 სმ; 4) 45 სმ. **4.14.** 1) 7 სმ; 2) 0,4 მ; 3) 4 მ; 4) 9-ჯერ; 5) 10-ჯერ; 6) 3-ჯერ. **4.15.** 1) 5 სმ; 2) 30 სმ; 3) 28 სმ ან 36 სმ; 4) 13 სმ; 5) 7,5 სმ; 6) 10 სმ. **4.16.** 1) 8 სმ; 2) 3 სმ; 3) 17 სმ; 4) 8 მ; 5) 27 მ; 6) 7 მ. **4.17.** 1) 4 სმ; 2) 9 მ; 12 მ; 3) 4 სმ, 2 სმ, 4 სმ; 4) 2:5:2. **4.18.** 1) 30 სმ; 2) 4 მ; 3) 10 მ; 4) 30 მ. **4.19.** 1) 25°; 2) 48°; 3) 30°; 4) 20°. **4.20.** 1) 60°; 2) 40°; 3) 160°; 4) 125°. **4.21.** 1) 34 მ; 2) 28 მ; 3) 5 მ; 4) 16 მ. **4.22.** 1) 60°; 2) 12 მ; 3) 70°; 4) 15°. **4.23.** 1) 8 მ; 2) 10 მ; 3) 20 მ; 4) 3 მ. **4.24.** 1) 15 სმ, 30 სმ; 2) 30 სმ ან 48 სმ; 3) 50 მ; 4) 30 სმ. **4.25.** 1) 5 სმ; 2) 3 მ; 3) 5 მ ან 7 მ; 4) 8 მ; 5) 5 სმ; 6)10 სმ. **4.26.** 1) 3:4; 2) 1:4; 3) 120°; 4) 4-ჯერ. **4.27.** 1) 40° ან 140°; 2) 50° და 130°; 3) 20°და 70°; 4) 40°. **4.28.** 1) 42 სმ; 2)10 სმ; 3) 5 სმ; 4) 8 სმ. **4.29.** 1) 10 მ; 2) 12 სმ; 3) 8 მ; 4) 15 სმ. **4.30.** 1) 140°; 2) 70°; 3) 80°; 4) 75°. **4.31.** 1) 5:2; 2) 24მ; 3) 3 მ; 4) 20 მ. **4.32.** 1) 10 მ; 2) 6 მ; 3) 40 მ; 4) 5 მ; 5) 9 მ; 6)10 სმ. **4.33.** 1) 10 მ; 2) 8 მ, 12 მ; 3) 20 მ; 4)20 მ. **4.34.** 1) 5 მ; 2) 40 მ; 3) 5მ; 4) 15 მ; 5) 2 სმ; 6) 12 სმ. **4.35.** 1) 5 სმ; 2) 10 სმ; 3) 5 სმ; 4) 19 სმ; 5) 6 სმ; 6) 5 სმ. **4.36.** 1) 45°; 2) 60°; 3) 120°; 4) 40°; 5) 60°; 6) 45°. **4.37.** 1) 40 სმ; 2) 25 სმ; 3) 10 სმ; 4) 18 სმ. **4.38.** 1) 2 სმ; 2) 10 სმ, 16 სმ; 3) 3 სმ; 4) 12 სმ. **4.39.** 1) 7,5 მ; 2)4 მ; 3) 7 სმ; 4) 28 მ. **4.40.** 1) 7,5 მ, 10 მ, 13,5 მ; 2) 2 მ, 14 მ; 3) 3 მ, 5 მ; 4) 1 მ, 10 მ; 5) 6 მ, 12 მ; 6) 6 მ, 12 მ, 18 მ. **4.41.** 1) 18 მ; 2) 9 მ; 3) 5 მ; 4) 6 სმ. **4.42.** 1) 30 სმ; 2) 24 სმ; 3) 15 მ, 9 მ; 4) 15 მ, 6 მ. **4.43.** 1) 10 მ ან 16 მ; 2) 67 სმ ან 47 სმ; 3) 12 მ; 4) 10 სმ. **4.44.** 1) 10 სმ; 2) 9 სმ; 3) $(6+2\sqrt{3})$ სმ; 4) 6 სმ. **4.45.** 1) 3 სმ; 2) 7 სმ; 3) 15 სმ; 4) 12 სმ. **4.46.** 1) 60°; 2) 90°, 130°; 3) 105°; 4) 92°.

§ 5

5.1. 1) 28 სმ; 2) 39 სმ; 3) 42 სმ; 4) 27,5 სმ. **5.2.** 1) 15 სმ; 2) 50 სმ; 3) 24 სმ; 4) 20 სმ, 28 სმ. **5.3.** 1) 304 სმ; 2) 44 სმ; 3) 10 სმ, 12 სმ, 18 სმ; 4) 4,5 სმ. **5.4.** 1) 16,8 სმ; 2) 6,125 სმ; 3) 15 სმ; 4) 15 სმ. **5.5.** 1) 6,4 სმ; 2) 4,5 სმ; 3) 6 სმ; 4) 10 სმ. **5.6.** 1) 16,2 სმ; 2) 20 სმ, 20 სმ, 8 სმ; 3) 12 სმ; 4) $3\sqrt{10}$ სმ. **5.7.** 1) 21,25 სმ; 2) 28 სმ; 3) 12 სმ; 4) 9 სმ; 5) 2 სმ; 6)12 სმ. **5.8.** 1) 45 სმ;

2) 2 სმ ან 18 სმ; 3) $\frac{10}{3}$ სმ; 4) $9\frac{1}{3}$ სმ. **5.9.** 1)9 სმ; 2) 2 სმ; 3) 4 სმ; 4) 15 სმ. **5.10.** 1) 1,2 სმ; 2) $\frac{90}{23}$ სმ; 3) 2,4 სმ; 4) $\frac{300}{31}$ სმ, $\frac{240}{31}$ სმ. **5.11.** 1) $\frac{40}{9}$ სმ; 2) 24 სმ; 3) 4 სმ; 4) $\frac{ar}{a-2r}$; 5) 12 სმ; 16) 12 სმ. **5.12.** 1) 4 სმ, 6 სმ; 2) 12 სმ, 28 სმ; 3) 3 სმ, 12 სმ; 4) 15 სმ. **5.13.** 1) 40 სმ; 2) 51 სმ; 3) 6 სმ; 4) 12 სმ. **5.14.** 1) 5 სმ; 2) 4 სმ; 3) 4 სმ; 4) 4 სმ; 5) 1 სმ; 6) $14\sqrt{2}$ სმ. **5.15.** 1) 16 სმ; 2) 10 სმ; 3) 4 სმ; 4) 16 სმ. **5.16.** 1) $\sqrt{10}$ სმ; 2) 2,4 სმ; 3) 6 სმ; 4) 12,8 სმ. **5.17.** 1) 6 სმ; 2) 5:9; 3) 6 სმ; 4) 6 სმ. **5.18.** 1) $8\sqrt{3}$ სმ; 2) 20 სმ; 3) $2\sqrt{3}$ სმ; $8\sqrt{3}$ სმ; 4)$3:2\sqrt{2}$. **5.19.** 1) 4 სმ, 5 სმ; 2) $4\sqrt{3}$ სმ; 3) 12 სმ; 4) 5 სმ; 5) 25 სმ; 6) 4 სმ ან 16 სმ. **5.20.** 1) 9 სმ; 2) 80 სმ; 3) 24 სმ; 4) 6 სმ ან 2,5 სმ. **5.21.** 1) 3 სმ; 2) 4 სმ; 3) 4 სმ; 4) $\sqrt{3}:\sqrt{5}$. **5.22.** 1)2:3; 2) $\frac{a}{n+1}$; 3) 30°; 4) a.

§ 6

6.1. 1) 5 სმ; 2) 13 სმ; 3) 25 სმ; 4) $5\sqrt{2}$ სმ. **6.2.** 1) 24 სმ; 2) 18 სმ; 3) $10\sqrt{3}$ სმ; 4) $4\sqrt{2}$ სმ. **6.3.** 1) 9 სმ; 2) 52 სმ; 3) 5-ჯერ; 4) 2,4-ჯერ. **6.4.** 1) 15მ; 2) 13 სმ; 3) 25 სმ; 4) 11 სმ. **6.5.** 1) 39 მ; 2) 26 მ; 3)$2\frac{1}{12}$-ჯერ; 4) $2\frac{10}{13}$-ჯერ. **6.6.** 1) 29 მ; 2) 42 მ; 3) 124 მ; 4) 5 სმ. **6.7.** 1) 13 მ; 2) 6 მ; 3) 6 მ; 4) 20 მ. **6.8.** 1) $a\sqrt{2}$; 2) $\frac{d}{\sqrt{2}}$ სმ; 3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{2h}{\sqrt{3}}$; 5) $\frac{c}{\sqrt{2}}$; 6) $\frac{a\sqrt{8}}{3}$. **6.9.** 1) 4 სმ; 2) 8 სმ; 3) $\sqrt{73}$ სმ; 4) 4 სმ. **6.10.** 1) 25 სმ; 2) 20 სმ; 3) 45°; 4) 10 სმ. **6.11.** 1) $2\sqrt{3}$-ჯერ; 2) $2\sqrt{2}$-ჯერ; 3) $3\sqrt{3}$-ჯერ; 4) $\frac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$-ჯერ. **6.12.** 1) 15 სმ, 20 სმ; 2) 6 სმ; 3) 100 სმ; 4) 26 სმ; 5) 52 სმ; 6) 15 სმ. **6.13.** 1) 4 სმ; 2) 26 სმ; 3) 20 სმ; 4) 18,75 სმ; 5) 20 სმ; 6) 15 სმ. **6.14.** 1) 70 სმ; 2) $20\sqrt{13}$ სმ; 3) $5\sqrt{30}$ სმ; 4) $5(2+\sqrt{2})$ სმ. **6.15.** 1) $5(\sqrt{3}-1)$ სმ; 2) $5(\sqrt{3}+1)$ სმ; 3) $\frac{5(3\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2}$ სმ; 4) $\frac{5(3\sqrt{2}-\sqrt{6})}{3}$ სმ. **6.16.** 1) $\sqrt{10}$ სმ; 2) 32 სმ, 24 სმ; 3) 6 სმ; 4) 1 სმ. **6.17.** 1) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$; 2) $(2+\sqrt{2})^2$; 3) 15 სმ, 20 სმ; 4) 58 სმ; 5) 16 სმ, 12 სმ; 6) 68 სმ. **6.18.** 1)$16\sqrt{2}$ სმ; 2) $16\sqrt{3}$ სმ; 3) $(20-10\sqrt{3})$ სმ; 4) $5(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ სმ ან $5(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$ სმ. **6.19.** 1) 8 სმ; 2) 5 სმ; 3) 52 სმ, 28 სმ; 4) 8 სმ. **6.20.** 1) $4\sqrt{3}$ სმ; 2) 10 სმ; 3) 2,4 სმ; 4) 23,8 სმ. **6.21.** 1) 6 სმ; 2) $2\sqrt{5}$ სმ; 3) 2 სმ; 4) 16,8 სმ. **6.22.** 1) 4 ან 13; 2) $\sqrt{6}$ სმ; 3) $3\sqrt{5}$ სმ; 4) $\frac{20}{7}$ სმ. **6.23.** 1) $3(\sqrt{2}-1)$ სმ; 2) 3 სმ; 3) $\frac{b\sqrt{c^2-b^2}}{b+c}$; 4) $2(\sqrt{2}-1)$ სმ. **6.24.** 1) 12,8 სმ; 2) 12,5 სმ; 3) $4\sqrt{5}$ სმ; 4) 5 სმ ან $2\sqrt{10}$ სმ. **6.25.** 1) 17 სმ; 2) $\sqrt{13}$; 3) $\sqrt{5-2\sqrt{2}}$ სმ; 4) $\sqrt{145}$ სმ. **6.26.** 1) $\frac{25}{6}$ სმ; 2) 10 სმ ან 7,5 სმ; 3)$\frac{10}{3}$ სმ; 4) $\frac{8}{3}$, $\frac{25}{3}$. **6.27.** 1) 17 სმ; 2) 14 სმ; 3) 32 სმ; 4) 15 სმ. **6.28.** 1) 16 სმ; 2) 9 სმ, 4 სმ; 3) 70 სმ, 10 სმ; 4) 36 სმ, 24 სმ. **6.29.** 1) 7,5სმ; 2) 7 და $\frac{28}{3}$; 3) 15 სმ; 4) 13 სმ. **6.30.** 1) $\frac{40}{7}$ მ; 2) 1,5 სმ; 3) $\sqrt{a^2+b^2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2}+1}$. **6.31.** 1) 0,4 სმ; 2) $2\sqrt{5}$ სმ; 3) 12 სმ, 16 სმ; 4) $\sqrt{369}$ სმ. **6.32.** 1) 35 სმ; 2) $\sqrt{13}$ სმ; 3) 7,5 სმ; 4) 15 სმ.

§ 7

7.1. 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{4}{3}$; 4) 6 სმ; 5) 15 სმ; 16) 4 სმ. **7.2.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{5}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 20 სმ; 5) 25 სმ; 6) 20 სმ. **7.3.** 1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{2\sqrt{6}}{7}$; 3) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$; 4) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. **7.4.** 1) 6; 2) 12; 3) 14; 4) 10. **7.5.** 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{12}{5}$; 4) $\frac{4}{3}$. **7.6.** 1) 8; 2) 8; 3) 12,5; 4) 9. **7.7.** 1) $\sqrt{79}$ სმ; 2) $2\sqrt{13}$ სმ; 3) 45°; 4) 120°. **7.8.** 1) ბლაგვკუთხა; 2)მახვილკუთხა; 3) მართკუთხა; 4) ბლაგვკუთხა. **7.9.** 1) $4\sqrt{3}$ სმ; 2) $2\sqrt{2}$ სმ; 3) 1; 4) $\sqrt{6}$; 5) 6; 6) $3(\sqrt{6}+\sqrt{2})$. **7.10.** 1) 15 სმ; 2) 12 სმ; 3) 10 სმ; 4) 10 სმ. 5) 20 სმ; 6) 14 სმ. **7.11.** 1) 2; 2) 1,2; 3) 15; 4) 24. **7.12.** 1) $\sqrt{10}$; 2) $-\frac{11}{24}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 5. **7.13.** 1) 2; 2) 1; 3) 2; 4) 20. **7.14.** 1) 6 მ; 2) 8 მ, 9 მ ან 10 მ; 3) 5 სმ ან 6 სმ; 4)6 სმ ან 7 სმ. **7.15.** 1) 45°; 2) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$; 3) $\frac{19}{8}$; 4) $\frac{5}{\sqrt{26}}$. **7.16.** 1) $2\sqrt{46}$ სმ; 2) $4\sqrt{2}$ სმ; 3) $6\sqrt{10}$ სმ; 4) $5\sqrt{2}$ სმ. **7.17.** 1) 5 სმ; 7 სმ; 2) 12 სმ; 3) $\sqrt{10}$ სმ; 4) $2\sqrt{19}$ სმ. **7.18.** 1) 10 სმ; 2)$10\sqrt{2}$ სმ; 3) $3\sqrt{6}$ სმ; 4) $4\sqrt{2}$ სმ. **7.19.** 1) 4 სმ, 6 სმ; 2) 9 სმ, 12 სმ; 3) 14 სმ; 4) 15 სმ; 5) 14 სმ, 10 სმ; 6) 5,4 სმ. **7.20.** 1) 6 სმ; 2) 3 სმ, 4 სმ; 3) $\sqrt{70}$ სმ, $\frac{3\sqrt{70}}{2}$ სმ; 4) 6 სმ, 15 სმ. **7.21.** 1) $\frac{21\sqrt{2}}{5}$ სმ, $\frac{28\sqrt{2}}{5}$ სმ; 2) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ სმ; 3) 25 სმ; 4) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ სმ. 5) $\frac{\sqrt{114}}{5}$ სმ; 6) $4\sqrt{7}$ სმ. **7.22.** 1) $\frac{8}{3}$ სმ; 2) 8 სმ; 3) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ სმ; 4) $4\sqrt{5}$ სმ. **7.23.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) 14 სმ; 3) 74 სმ; 4) 16 სმ; 5) 60 სმ; 6) $\frac{a-b}{\cos\alpha}$. **7.24.** 1) 4 სმ; 2) $20\sqrt{2}$ სმ; 3) 5 სმ; 4) $30\sqrt{2}$ სმ. **7.25.** 1) 20 სმ; 2) 36 სმ; 3) 8 სმ, 4 სმ; 4) 2 სმ; 5) 4 სმ; 6) 48 სმ. **7.26.** 1) –18; 2) 240 სმ; 3) 20 სმ; 4) 5 სმ. **7.27.** 1) $(R+r)\cdot\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{3R^2+r^2}$; 3) $\frac{3R}{2}$; 4) $\sqrt{3}r$. **7.28.** 1) 9 სმ; 2) 19,2 სმ; 3) $2\sqrt{97}$ სმ; 4) 9,6 სმ. **7.29.** 1) 3 სმ; 2) $\sqrt{13}$; 3) $\frac{15}{7}$; 4) $\frac{2\sqrt{39}}{3}$. **7.30.** 1) 3 სმ, 4 სმ; 2) $\frac{20}{\sqrt{19}}$ სმ; 3) $\frac{30}{13}$ სმ; 4)2 სმ; 5) $\frac{20\sqrt{21}}{3}$ სმ; 6) 40 სმ. **7.31.** 1) $\frac{28}{5}$; 2) $\sqrt{21}$; 3) $2(\sqrt{15}+2\sqrt{2})$ სმ; 4) 6 სმ; 5) $\frac{30}{\sqrt{73}}$ სმ; 6) $\frac{3\sqrt{21}+1}{16}\cdot a$.

§ 8

8.1. 1) 49 მ²; 2) 6 მ; 3) 18 მ²; 4) 8 მ. **8.2.** 1) 25-ჯერ; 2) $\sqrt{5}$-ჯერ; 3) $5\sqrt{2}$-ჯერ; 4) 121-ჯერ. **8.3.** 1) 32 მ; 2) 24 მ; 3) 900 სმ²; 4) 72 სმ. **8.4.** 1) 44%-ით; 2) 36%-ით; 3) 30%-ით; 4) 30%-ით; 5) $\frac{16}{9}$-ჯერ, 6) $\frac{81}{64}$-ჯერ. **8.5.** 1)108 მ²; 2) 70 მ; 3) 36 მ; 4) 189 მ². **8.6.** 1) $5\sqrt{2}$ სმ; 2) 400 სმ²; 3) 20 სმ; 4) 56%-ით; 5) 30%-ით; 6) 21%-ით. **8.7.** 1) 30 სმ; 2) 6 სმ; 3) 20 სმ; 4) 252 სმ². **8.8.** 1) 150 სმ²; 2) 64 სმ²; 3) $32\sqrt{3}$ სმ²; 4) $8\sqrt{3}$ სმ². **8.9.** 1) 6 სმ; 2) 6 სმ; 3) $37\sqrt{3}$ სმ²; 4) $81\sqrt{3}$ სმ². **8.10.** 1) 120 სმ²; 2) 430 სმ²; 3)12 სმ²; 4) 960 სმ². **8.11.** 1) $\sqrt{34}$ სმ; 2) 6 სმ ან 8 სმ; 3)10 სმ; 4) $3\sqrt{5}$ სმ. **8.12.** 1) 0,5a; 2) 30a^2; 3) 12 სმ; 4) 14,4 სმ. **8.13.** 1) 10 მ; 2) 9,6 მ; 3) 45 მ; 4) 26 მ.

8.14. 1) 10; 2) 3; 3) 45°; 4) $8\sqrt{2}$. **8.15.** 1) $\frac{4(3+\sqrt{3})}{3}$; 2) $3(3\sqrt{2}+2)$; 3) $\frac{25(3+\sqrt{3})}{2}$; 4) $\sqrt{260}$.

8.16. 1) 84 სმ²; 2) 288 სმ²; 3) $10\sqrt{3}$ სმ²; 4) $60\sqrt{3}$ სმ². **8.17.** 1) $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ სმ; 2) $\frac{10\sqrt{14}}{3}$ სმ; 3) 51 სმ; 4) 7 სმ. **8.18.** 1) 15 სმ²; 2) 5 სმ; 3) $\frac{65}{8}$ სმ, 4 სმ; 4) $\frac{25}{4}$ სმ, 3 სმ. **8.19.** 1) $12\sqrt{6}$ სმ; 2) $\frac{324}{25}$ სმ²; 3) 48 სმ²; 4) 18 სმ². **8.20.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{12}$. **8.21.** 1) 90 სმ²; 2) 8 სმ; 3) 60 სმ²; 4) 30°.
8.22. 1) 10 მ; 2) 6 მ; 3) 175 სმ²; 4) 27 სმ, 33 სმ. **8.23** 1) 9 სმ; 2) 4 სმ; 3) 300 სმ²; 4) 60°.
8.24. 1) 120 სმ²; 2) 96 მ²; 3)108 სმ²; 4) 240 სმ². **8.25.** 1) 6 სმ²; 2) 24 სმ²; 3) 30 დმ²;4) 40 სმ².
8.26. 1) $32\sqrt{2}$ სმ²; 2) 128 სმ²; 3) $18\sqrt{2}$ სმ²; 4) 200 სმ². **8.27.** 1) 12 სმ²; 2) 1500 სმ²; 3) 1500 სმ²; 4) 400 სმ². **8.28.** 1) 90მ²; 2) 10 სმ; 3) 5 სმ; 4) 2,4 სმ. **8.29.** 1)$416\frac{2}{3}$ სმ²; 2) 4,8 სმ; 3) 24 სმ²; 4) $4\sqrt{5}$ სმ. **8.30.** 1) 12 სმ; 2) 20 სმ; 3)18 სმ; 4) 12 სმ; 5) 105 სმ²; 6) 40 სმ². **8.31.** 1) 64 სმ²; 2) 16 სმ²; 3) 60 სმ²; 4) 100 სმ². **8.32.** 1) 40 სმ²; 2) 100 სმ²; 3) 1200 სმ²; 4) $24\sqrt{15}$ სმ². **8.33.** 1) 600 სმ²; 2) 108 სმ²; 3) 375 სმ²; 4) $75\sqrt{3}$ სმ². **8.34.** 1) 128 სმ²; 2) $8\sqrt{6}$ სმ²; 3) $\frac{432}{25}$; 4) $\frac{768}{25}$.

8.35. 1) 38 სმ²; 2) 10 სმ; 3) $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^2$; 4) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ სმ². **8.36.** 1) $80\sqrt{2}$ სმ²; 2) 72 სმ²; 3) $160\sqrt{2}$ სმ²; 4) 24 სმ². **8.37.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{4}$. **8.38.** 1) $2\sqrt{2}$. $\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $\frac{4(3+\sqrt{3})}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}a^2$.
8.39. 1) $100(3-\sqrt{3})$ სმ²; 2) 4 სმ; 3) $3\sqrt{3}$ სმ²; 4) $\sqrt{25+12\sqrt{3}}$ სმ. **8.40.** 1) 9 სმ²; 2) 18 სმ²; 3)1:3; 4) 20 სმ². **8.41.** 1) 7 სმ²; 2) 9 სმ²; 3) $\frac{S}{8}$; 4) $\frac{nS}{m+2n}$. **8.42.** 1) 1 სმ; 2) $5\sqrt{2}$ სმ; 3)1:15; 4) $\frac{4}{9}$.

8.43. 1) 1:8:27; 2) 1:3:5; 3) $1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; 4) $1:(\sqrt{3}-1):(\sqrt{6}-\sqrt{3})$. **8.44.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{13}{25}$; 3) 5; 4) $\cos^2\alpha$. **8.45.** 1) 1:3; 2) 54 სმ²; 3) 54 სმ², 96 სმ²; 4) $\frac{270}{13}$ სმ², $\frac{405}{13}$ სმ². **8.46.** 1) 5,76 სმ²; 2) 3 სმ²; 3) 144 სმ²; 4) $50(2\sqrt{3}-3)$ სმ². **8.47.** 1) $\frac{12}{7}$ სმ; 2) 6 სმ და 8 სმ; 3) $\frac{56\sqrt{8}}{9}$ სმ; 4) $\frac{15\sqrt{3}}{16}$ სმ.

8.48. 1) $\frac{9}{4}$ სმ²; 2) 8 სმ²; 3) 30 სმ²; 4) 216 სმ². **8.49.** 1) 51 სმ; 2) 336 სმ²; 3) $20\sqrt{2}$ სმ²; 4) 288 სმ².

8.50. 1) $\frac{100}{3}$ სმ²; 2) 60 სმ²; 3) 24 სმ²; 4) 6 სმ. **8.51.** 1) 1:16; 2) 2:5; 3) 1; 4) 2; 5) $(3+\sqrt{3})$ სმ²; 6) $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$. **8.52.** 1) 60 სმ²; 2) 24 სმ²; 3) 12 სმ²; 4) 60°. **8.53.** 1) 27 სმ²; 2) $(12-4\sqrt{5})$ სმ²; 3) 9 სმ²; 4) 4. **8.54.** 1) $\frac{5}{12}S$; 2) 3:13; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{13}{32}$. **8.55.** 1) 30 სმ²; 2) 10 სმ²; 3) 39; 4) 81:40.
8.56. 1) 7 სმ, 9 სმ; 2) 7:9; 3) 3:4; 4) 1:3. **8.57.** 1) $12(\sqrt{12}+\sqrt{14})$ სმ²; 2) $12\sqrt{35}$ სმ²; 3) 24 სმ²; 4) $5(18-5\sqrt{21})$ სმ². **8.58.** 1) 72 სმ²; 2) 160 სმ²; 3) 360 სმ²; 4) $20\sqrt{6}$ სმ². **8.59.** 1) 10 სმ²;

2) 16 სმ²; 3) 9 სმ²; 4) 3 სმ². **8.60.** 1) 13 სმ²; 2) 15 სმ²; 3) 7,5 სმ²; 4) 5 სმ². **8.61.** 1) 4,8 მ²; 2) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ სმ²; 3) $(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$; 4) $(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2})^2$; 5) 15 სმ²; 6) $(\sqrt{3}+1):\sqrt{3}$. **8.62.** 1) $\frac{2}{3}\sqrt{13-12\cos\alpha}$; 2) $\frac{8\sqrt{3}-9}{4}$; 3) 6 სმ²; 4) $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

§ 9

9.1. 1) 108°; 2) 120°; 3) 135°; 4) 150°. **9.2.** 1) 9; 2) 10; 3) 15; 4) 18. **9.3.** 1) 54°; 2) 36°; 3) 15°; 4) 72°. **9.4.** 1) 36°; 2) 60°; 3) 30°; 4) 45°. **9.5.** 1) 48°; 2) 45°; 3) 12°; 4) 156°. **9.6.** 1) $2a$; 2) $a\sqrt{2}$; 3) $\frac{2a}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$; 4) $\frac{2a}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$. **9.7.** 1) $a\sqrt{3}$; 2) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; 3) $a\sqrt{2+\sqrt{2}}$; 4) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$. **9.8.** 1) 5 სმ; 2) $2\sqrt{2+2\sqrt{2}}$; 3) $\frac{b}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; 4) $2b$. **9.9.** 1) $2R^2$; 2) $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$; 3) $2\sqrt{2}R^2$; 4) $3R^2$. **9.10.** 1) $4r^2$; 2) $2\sqrt{3}r^2$; 3) $8(\sqrt{2}-1)r^2$; 4) $12(2-\sqrt{3})r^2$. **9.11.** 1) $R\sqrt{3}$; 2) R; 3) $\frac{R}{\sqrt{2}}$; 4) $2\sqrt{3}r$; 5) $2r$; 6) $\frac{2r}{\sqrt{3}}$.
9.12. 1) 3 სმ; 2) 8 სმ; 3) $5\sqrt{3}$ სმ; 4) 10 სმ; 5) 8 სმ; 6) 16 სმ. **9.13.** 1) $\frac{a}{2}+\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{a}{2}-\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 3) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{a}{\sqrt{3}}$; 5) $\frac{a(\sqrt{3}+1)}{2}$; 6) $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$. **9.14.** 1) 8 სმ²; 2) 4 სმ²; 3) 9 სმ²; 4) $6\sqrt{2}$ სმ². **9.15.** 1) $6\sqrt{3}$; 2) $32(\sqrt{2}+1)$; 3) $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^2$; 4) $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$; 5) $\frac{3a^2}{4}$; 6) $\frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}a^2$. **9.16.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; 4) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. **9.17.** 1) 16 სმ²; 2) 24 სმ²; 3) $8\sqrt{3}$ სმ²; 4) $8\sqrt{3}$ სმ². **9.18.** 1) 8π მ; 2) 25π მ; 3) 36π; 4) $4\sqrt{3}\pi$. **9.19.** 1) 4-ჯერ; 2) 9-ჯერ; 3) 20π-ით; 4) 8π-ით. **9.20.** 1) 1,6-ჯერ; 2) 25-ჯერ; 3) 8-ჯერ; 4) 16-ჯერ. **9.21.** 1) 12π სმ²; 2) 40π სმ²; 3) 32π სმ²; 4) 12π სმ²; 5) 8π სმ²; 6) 3π სმ².
9.22. 1) 60 სმ²; 2) 60 სმ²; 3) 48 სმ²; 4) 28 სმ; 5) 32 სმ²; 6) 60°. **9.23.** 1) $\sqrt{2}$-ჯერ; 2) 6; 3) 3-ჯერ; 4) $(2\sqrt{2}-1)$; 5) 2:1; 6) $\frac{3\pi}{4}$ სმ². **9.24.** 1) 2π სმ; 2) 4π სმ; 3) 3π სმ²; 4) 54π სმ². **9.25.** 1) 30°; 2) 6; 3) 240°; 4) 0,2. **9.26.** 1) 6π სმ; 2) 3π სმ; 3) π სმ; 4) 2π სმ. **9.27.** 1) 9; 2) 4; 3) 12 სმ; 4) $3\sqrt{2-\sqrt{3}}$ სმ.
9.28. 1) $(\sqrt{2}+1)r$; 2) $(\sqrt{2}-1)R$; 3) $\frac{R}{3}$; 4) $3r$; 5) $\frac{(2\sqrt{3}+3)r}{3}$; 6) $\sqrt{3}(2-\sqrt{3})R$. **9.29.** 1) $(\sqrt{6}+\sqrt{2}+1)r$; 2) $\frac{R}{\sqrt{6}-\sqrt{2}+1}$; 3) 2 სმ; 4) 8 სმ. **9.30.** 1) $(\pi+2)$ სმ²; 2) $(63\sqrt{3}-6\pi)$ სმ²; 3) $40-8\pi$; 4) $8-2\pi$.
9.31. 1) $(\pi-2)$ სმ²; 2) $2\pi-3\sqrt{3}$; 3) $\pi-2\sqrt{2}$; 4) $4\pi-12$. **9.32.** 1) $2\pi-3\sqrt{3}$; 2) $\pi-2$; 3) $4\pi-3\sqrt{3}$; 4) $5\pi-3$. **9.33.** 1) $(2\pi-3\sqrt{3})$; 2) $\pi-2$; 3) $4\pi-3\sqrt{3}$; 4) $\frac{16\pi-12\sqrt{3}}{3}$. **9.34.** 1) $\frac{10\pi+3\sqrt{3}}{12}R^2$; 2) $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{36}a^2$; 3) $3\sqrt{3}+4\pi$; 4) $4+2\pi$. **9.35.** 1) $\frac{5\pi R^2}{12}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{4}$; 3) $9\sqrt{3}+6\pi$;

4) $100\left(4\sqrt{3}-\frac{11}{6}\pi\right)$; 5) $\frac{\pi-2}{8}a^2$; 6) $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{36}a^2$. **9.36.** 1) $\frac{\pi(2\sqrt{2}-1)}{4}$; 2) $\frac{\pi}{2}$ სმ²; 3) $\frac{10\pi}{3}-4\sqrt{3}$; 4) $\frac{(2+\sqrt{3})^2\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{5\pi}{4}$. **9.37.** 1) $\frac{R}{\sqrt{3}}$; $\frac{R\sqrt{6}}{3}$; 2) $\frac{a^2}{25}$; 3) $\frac{(\pi+\sqrt{3})\cdot R^2}{2}$; 4) $\frac{\pi R^2}{6}$. **9.38.** 1) $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{6}\cdot a^2$; 2) $\frac{(\pi+\sqrt{3})\cdot R^2}{2}$; 3) $\left(4\sqrt{3}-\frac{11\pi}{6}\right)\cdot R^2$; 4) 10:1. **9.39.** 1) $\frac{(2\pi-3\sqrt{3})\cdot R^2}{6}$; 2) $\frac{(\pi-2)a^2}{2}$; 3) $\frac{(2\sqrt{3}+3\sqrt{3}\pi-6\pi)a^2}{8}$; 4) $\frac{3(2\sqrt{3}-\pi)\cdot R^2}{2}$.

§ 10

10.1. 1) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{CA}=-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$; 3) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$. **10.2.** 1) $\overrightarrow{NB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{CN}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$; 3) $\overrightarrow{CM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$. **10.3.** 1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}-\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$; 3) $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$; 4) $\overrightarrow{MC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$. **10.4.** 1) $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$; 2) $\overrightarrow{MO}=-\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$; 3) $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$; 5) $\overrightarrow{CB}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{BN})$; 6) $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CE}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$. **10.5.** 1) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$; 2) $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$; 3) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; 4) $\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$. **10.6.** 1) $\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})$; 2) $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$; 3) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$. **10.7.** 1)(4; –7), (2; 3); 2) (–3;5), (3; 3); 3) (–3; 3; –1), (–3; –1; –3); 4) (5; 3; 1), (3; 3; –3). **10.8.** 1) (5; 2); 2) (11; –18); 3) (5; 3; –1); 4) (0; 12; –6). **10.9.** 1)(5; –1); 2) (1; –1; –6); 3) (1; 4; 1); 4) (1; –2 ;3); 5) (3; –3; 3); 6) (–3; 2). **10.10.** 1) (10; 2); 2) (3; 1; 0); 3) –1; 4) –6. **10.11.** 1) (–3; 3); 2) (4; 5); 3) $\left(-\frac{3}{2};2\right)$; 4) (–1; 2). **10.12.** 1) 5; 2) 7; 3) 13; 4) 7. **10.13.** 1) 2; 3; 2) –1; 13; 3) –1; 4) $\frac{5}{4}$; 5) 5; 6) $|K|>2$. **10.14.** 1) $\sqrt{14}$; 2) $\sqrt{62}$; 3) $\sqrt{5}$; 4) $5\sqrt{5}$; 5) 1; 6) $2\sqrt{3}$. **10.15.** 1) $\frac{7}{3}$; 2) 3; 3) $\alpha=-4$; 4) $\alpha=\beta=-1$. **10.16.** 1) (–4; 8); 2) (–4; 6; –2); 3)(9; –12); 4) (–12; 6; 12). **10.17.** 1) 18; 2) 6; 3) –10; 4) –18. **10.18.** 1) 60°; 2) 120°; 3) 135°; 4) 150°. **10.19.** 1) 4; 2) 12; 3) 5; 4) 20; 5) 15; 6) $2\sqrt{10}$. **10.20.** 1) 95; 2) –4; 3) –18; 4) 68. **10.21.** 1) 2; 2) 7; 3) $2\sqrt{6}$; 4) 1. **10.22.** 1) ±4; 2) 4; 3) 6,5; 4) 0,2. **10.23.** 1) 90°; 2) 0,25; 3) 60°; 4) 120°. **10.24.** 1) 16; 2) 8; 3) –1; 4) 9; 5) 4; 6) 3. **10.25.** 1) 6; 2) –10; 3) 1; 4) 5. **10.26.** 1) 2; 2) 3; 3) $K>11$; 4) $K>-1$. **10.27.** 1) $\frac{11\sqrt{5}}{25}$; 2) 1; 3) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$; 4) $-\frac{8}{21}$. **10.28.** 1) –1; 2) 5; 3) –1; 4) –2; 1. **10.29.** 1) –9; 2) 18; 3) –5; 4) 21. **10.30.** 1) (–8; –2,5); 2) (–3; 4); 3) $\left(\frac{8}{3};\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$; 4) (13; –1; –8). **10.31.** 1) $\sqrt{21}$; 2) $\sqrt{13}$; 3) $\sqrt{141}$; 4) $\sqrt{130}$. **10.32.** 1) –10; 2) 135°; 3) 150°; 4) 60°. **10.33.** 1) –1;

2) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; 3) $K< 2$; 4) $K>4$. **10.34.** 1) (3; 1); 2) $\left(3;-\frac{1}{3}\right)$; 3) 90°; 4) –8. **10.35.** 1) (3; –1); 2) 1; 3) (1; 5); 4) 5.

§ 11

11.1. 1) ერთი; 2) უამრავი; 3) ერთი; 4) არც ერთი. **11.2.** 1) აქვს; 2) არა აქვს; 3) აქვს; 4) აქვს; 5) არა აქვს; 6) აქვს. **11.3.** 1) (–2; –5); 2) (3; –1); 3) (–4; 2); 4) (7; 3). **11.4.** 1) (1; 6); 2) (–5; 9); 3) (–8; –7); 4) (–1; –7). **11.5.** 1) 5 სმ; 2) 6 სმ; 3) $\sqrt{46}$ სმ; 4) $4\sqrt{5}$ სმ. **11.6.** 1) $12\sqrt{3}$ სმ²; 2) $2\sqrt{3}$ სმ²; 3) 5 სმ²; 4) $3\sqrt{5}$ სმ². **11.7.** 1) ერთი; 2) უამრავი; 3) არც ერთი; 4) სამი; 5) ორი; 6) ერთი; 7) ოთხი; 8) ექვსი. **11.8.** 1) (3; 4); 2) (–3; –4); 3) (–5; –4); 4) (3; 8). **11.9.** 1) $(x; -y)$; 2) $(-x; y)$; 3) $(6-x; y)$; 4) $(x; -2-y)$. **11.10.** 1) $y = -1$; 2) $x = -5$; 3) $y = x$; 4) $y = -x$. **11.11.** 1) (–3; –1); 2) (–3; –2); 3) (3; –9); 4) (3; 2); 5) (–2; –3); 6)(–1; –5). **11.12.** 1) (5; 3); 2) (1; –2); 3) (–1; 4); 4) (5; 2). **11.13.** 1) $(2\sqrt{3}; 2)$; 2) $(3; -3\sqrt{3})$; 3) $(\sqrt{3}; -1)$; 4) $(2; 2\sqrt{3})$; 5) $(2; 2\sqrt{3})$; 6) $(\sqrt{3}; -1)$; 7) $(-\sqrt{3}; -1)$; 8) $(-2; 2\sqrt{3})$. **11.14.** 1) $(y; x)$; 2) $(-y; -x)$; 3) $\left(\frac{y\sqrt{3}}{2}; \frac{y}{2}\right)$; 4) $\left(-\frac{x}{2}; \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)$; 5) $\left(\frac{x}{2}; \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)$; 6) $\left(\frac{\sqrt{3}y}{2}; -\frac{y}{2}\right)$. **11.15.** 1) (2; 0); 2) (0; 2); 3) (0; –2); 4) (2; 0). **11.16.** 1) (3; 5); 2) (–2; –5); 3) (–2; –1); 4) (–2; –3). **11.17.** 1) $y = 2-2x$; 2) $y = 1-2x$; 3) $y = 2-\frac{1}{2}x$; 4) $y = -2-\frac{x}{3}$. **11.18.** 1) (–6; 4); 2) (–9; 15); 3) (–4; 2); 4)(–1; 3). **11.19.** 1) –3; 2) $\frac{2}{5}$; 3) 5; 4) –3. **11.20.** 1) 2; 2) 3; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 2. **11.21.** 1) (8;1); 2) (0; 5); 3) (1; –3); 4) (6; 1). **11.22.** 1) 6; 2) 7. **11.23.** 1) $y = -2x+2$; 2) $y = -2x-6$; 3) $y = \frac{3}{2}x-1$; 4) $y = \frac{20}{3}-\frac{4}{3}x$. **11.24.** 1) $-\frac{3}{2}$; 2) –2; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{2}$. **11.25.** 1) 30 სმ; 2) $\pm\frac{2}{5}$; 3) ±0,3; 4) 8 სმ². **11.26.** 1) –2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) B; 4) C. **11.27.** 1) (–5; 0); 2) (–2; 0); 3) $(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$; 4) $(-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$; 5) $(1; -\sqrt{3})$; 6) $(-2\sqrt{3}; -2)$; 7) $(-4\sqrt{3}; -4)$; 8) $(2\sqrt{3}; -2)$. **11.28.** 1) (–2; 2); 2) $(3\sqrt{2}; 0)$; 3) (–1; –2); 4) (–4; –1); 5) $(-2; 2\sqrt{3})$; 6) $(-1; -\sqrt{3})$; 7) (4; 0); 8) (–1; 3). **11.29.** 1) 5; 2) 13; 3) 10; 4) $5\sqrt{3}$; 5) $\sqrt{6+3\sqrt{3}}$; 6) $\sqrt{8+4\sqrt{2}}$. **11.30.** 1) $2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{3}$; 4) 2. **11.31.** 1) $\frac{3a}{2}$; 2) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$; 3) $\frac{6-3\sqrt{3}}{4}a^2$; 4) $(\sqrt{2}-1)a^2$. **11.32.** 1) (1; 1); 2) (3; 5); 3) (1; 1); 4) (0; 0). **11.33.** 1) (4; 2); 2) (–5; 6); 3) (0; 0); 4) (4; –5). **11.34.** 1) (0; –6); 2) (0; 5). **11.35.** 1) $y = 3x+1$; 2) $y = -2x+2$; 3) $y = -3x-1$; 4) $y = 2x-3$; 5) $y = \frac{2}{3}x+4$; 6) $y = 4x-8$; 7) $3x-2y+7=0$; 8) $2x+5y+2=0$. **11.36.** 1) $y = 2x-9$; 2) $y = 3-2x$. **11.37.** 1) $y = 3x^2-1$; 2) $y = -2x^2-1$; 3) $y = -(x-1)^2$; 4) $y = 2(x-2)^2-1$;

5) $y=\frac{3}{x}-2$; 6) $y=x^2-6x+18$; 7) $y=3\cdot 3^x-2$; 8) $y=2\log_3(x-2)+1$. **11.38.** 1) (0; 0); 2) (−2; 0); 3) $(-2\sqrt{3};-6)$; 4) (−1; 0).

§ 12

12.1. 1) 29 სმ; 2) 18 სმ; 3) $2\sqrt{2}\,a$; 4) $2h$. **12.2.** 1) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ სმ; 2) $2\sqrt{2}$ სმ; 3) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ სმ; 4) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ სმ. **12.3.** 1) 2 სმ; 2) $4\sqrt{2}$ სმ; 3) 16 სმ; 4) $6\sqrt{5}$ სმ. **12.4.** 1) 9 სმ; 2) 6 სმ; 3) $\frac{8}{3}$ სმ; 4) $3\sqrt{2}$ სმ. **12.5.** 1) 15 სმ, 20 სმ; 2) 5 სმ; 3) 20 სმ; 4) $\sqrt{3}$ სმ; 5) $\sqrt{2}:1$; 6) $1:\sqrt{3}$. **12.6.** 1) 8 სმ; 2) 4 სმ; 3) 18 სმ; 4) $4\sqrt{3}$ სმ; 5) $a\sqrt{4+2\sqrt{2}}$; 6) $2\sqrt{3}a$. **12.7.** 1) 3 სმ; 2) $2\sqrt{6}$ სმ; 3) $\frac{1}{\sqrt{2-2\cos\alpha}}$; 4) 45°; 5) $\frac{39}{64}$; 6) $\frac{1}{4}$. **12.8.** 1) $\frac{\sqrt{30}}{3}$ სმ; 2) 2 სმ; 3) $4a$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **12.9.** 1) 12 სმ; 2) 10 სმ; 3) 18 სმ; 4) 4 სმ. **12.10.** 1) 20 სმ; 2) 29 სმ; 3) $6\sqrt{3}$ სმ; 4) 20 სმ. **12.11.** 1) 5 სმ; 2) 30°; 3) $12\sqrt{2}$ სმ; 4) $4\sqrt{5}$ სმ. **12.12.** 1) 10 სმ; 2) 18 სმ; 3) 16 სმ; 4) 15 სმ. **12.13.** 1) 7 სმ; 2) $4\sqrt{5}$ სმ; 3) 15 სმ; 4) 15 სმ. **12.14.** 1) 12 სმ; 2) 5 სმ; 3) $4\sqrt{5}$ სმ; 4) 4 სმ². **12.15.** 1) 6 სმ; 2) 15 სმ; 3) 10 სმ; 4) 6 სმ. **12.16.** 1) 5 სმ; 2) 6 სმ; 3) 29 სმ; 4) 25 სმ. **12.17.** 1) 6 სმ; 2) $4\sqrt{3}$ სმ; 3) $24\sqrt{3}$ სმ; 4) 12 სმ. **12.18.** 1) 24 სმ; 2) 12 სმ; 3) 24 სმ; 4) 3 სმ. **12.19.** 1) 7 სმ; 2) 8 სმ; 3) 2,6 მ; 4) $5\sqrt{2}$ სმ. **12.20.** 1) 3 სმ; 2) 26 სმ; 3) 5 სმ; 4) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ სმ. **12.21.** 1) 10 სმ; 2) 5 სმ; 3) 20 სმ; 4) 5 სმ. **12.22.** 1) 7 სმ; 2) 5 სმ; $4\sqrt{2}$ სმ; 3) 9 სმ; 4) 3 სმ. **12.23.** 1) 18 სმ; 2) $\sqrt{15}$ მ; 3) 5 სმ; 4) 6 სმ. **12.24.** 1) 10 სმ; 2) 30°; 3) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; 4) 8 სმ. **12.25.** 1) 20 სმ; 2) 4 სმ; 3) 5 სმ; 4) $2\sqrt{5}$ სმ. **12.26.** 1) 6 სმ; 2) 6 სმ. **12.27.** 1) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$; 2) $2\sqrt{3}$ სმ; 3) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ სმ; 4) $6\sqrt{3}$ სმ. **12.28.** 1) $2\sqrt{7}$ სმ; 2) $2\sqrt{5}$ სმ; 3) 6 სმ; 4) $\sqrt{6}$ სმ; 5) $\sqrt{229}$ სმ; 6) 60°. **12.29.** 1) 60°; 2) 30°; 3) 60°; 4) 45°. **12.30.** 1) 30°; 2) 60°; 3) $\sqrt{33}$ სმ; 4) $\sqrt{59}$ სმ; 5) $2a$; 6) $\sqrt{m^2+n^2}$.

§ 13

13.1. 1) 18; 2) 21; 3) 7; 4) 12. **13.2.** 1) 26; 2) 32; 3) 14; 4) 27. **13.3.** 1) 16; 2) 9; 3) 11; 4) 26. **13.4.** 1) 45°; 2) 60°; 3) 90°; 4)45°; 5) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; 6) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **13.5.** 1) $a\sqrt{2}$; 2) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$; 3) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$; 4) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **13.6.** 1) 16 სმ²; 2) 216 სმ²; 3) 42 სმ²; 4) $\sqrt{3}$ სმ. **13.7.** 1) 98; 2) $5\sqrt{2}$; 3) 30; 4) 2. **13.8.** 1) 27; 2) 64; 3) 18; 4) $5\sqrt{5}$. **13.9.** 1) 27-ჯერ; 2) 25-ჯერ; 3) $3\sqrt{3}$-ჯერ; 4) 4-ჯერ. **13.10.** 1) $\frac{27}{8}$-ჯერ; 2) $\frac{9}{4}$-ჯერ; 3) 27,1%-ით; 4) 36%-ით. **13.11.** 1) $a^2\sqrt{2}$; 2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^2$; 3) $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$; 4) $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. **13.12.** 1) V;

2) I; 3) C; 4) D; 5) C; 6) b. **13.13.** 1) 7; 2) 3, 6, 6; 3) 42; 4) 70; 5) 248; 6) 6, 8, 10. **13.14.** 1) 45°; 2) 30°; 3) 60°; 4) 30°. **13.15.** 1) $13\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{14}$; 3) 30°; 4) $\frac{19}{18\sqrt{3}}$. **13.16.** 1) 100; 2) 28; 3) $10\sqrt{5}$; 4) 35. **13.17.** 1) 2 სმ, 6 სმ, 12 სმ; 2) 6 სმ, 8 სმ, 10 სმ; 3) 60 სმ³-ით; 4) 95%-ით. **13.18.** 1)1,5 მ; 2) 1,6 მ; 3) 30; 4) 90. **13.19.** 1) 240 სმ³; 2) 20 სმ; 3) 208 სმ²; 4) 600 სმ³. **13.20.** 1) 48 სმ²; 2) 66 სმ³; 3) 60 სმ³; 4) $\frac{3\sqrt{3}}{32}a^3$; 5) $240\sqrt{5}$; 6) 108. **13.21.** 1) $960\sqrt{2}$; 2) $96\sqrt{2}$; 3) $750\sqrt{2}$; 4) 36. **13.22.** 1) B; 2) 96; 3) 48; 4) 32. **13.23.** 1)3, $\sqrt{33}$; 2) $10\sqrt{2}$, 20; 3) $5\sqrt{2}$; 4) 25. **13.24.** 1) $\sqrt{23}$ სმ, $\sqrt{35}$ სმ; 2) 24 სმ²; 3) 100 სმ²; 150 სმ². 4) 64 სმ². **13.25.** 1) 144 სმ²; 2) 32 სმ²; 3) $(20+18\sqrt{3})$ სმ²; 4) 1152 სმ²; 5) 148 სმ²; 6) 30სმ². **13.26.** 1)$72\sqrt{3}$ სმ³; 2) 192 სმ³; 3) $780\sqrt{3}$ სმ³; 4) $4\sqrt{3}$ სმ³; 5) $36\sqrt{2}$ სმ³; 6) $12\sqrt{65}$ სმ³. **13.27.** 1) $24\sqrt{3}$ სმ³; 2) $\frac{3a^3}{2}$; 3) $\sqrt{\frac{SQR}{2}}$; 4) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **13.28.** 1) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$; 2) $32\sqrt{3}$ სმ³. **13.29.** 1) 112 სმ²; 2) 800 სმ²; 3) 5 სმ; 4) 25 სმ². **13.30.** 1) 80 სმ²; 2) $2\sqrt{2}$ S; 3) 10 სმ²; 4) 2,5 სმ; 5) 48სმ²; 6) 60°. **13.31.** 1) 48 სმ³; 2) $9\sqrt{31}$ სმ³; 3) $64\sqrt{7}$ სმ³; 4) $500\sqrt{3}$ სმ³. **13.32.** 1) $9\sqrt{7}$ სმ³; 2) 18 სმ³ ან $6\sqrt{2}$ სმ³; 3) 256 სმ³; 4) $8\sqrt{7}$ სმ³. **13.33.** 1) $18(4+\sqrt{3})$ სმ²; 2) 60 სმ²; 3) 3 სმ; 4) $2\sqrt{3}$ სმ. **13.34.** 1) 4 სმ; 2) 9 სმ²; 3) 18 სმ²; 4) 72 სმ²; 5)$108\sqrt{3}$ სმ²; 6) 8 სმ². **13.35.** 1) 24 სმ³; 2) 27 სმ³; 3) 18 სმ³; 4) 3 სმ. **13.36.** 1) 18 სმ³; 2) 162 სმ³; 3) $\frac{3}{2}$ სმ³; 4) 243 სმ³; 5) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4\sqrt[4]{2}}$; 6) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **13.37.** 1) 108 სმ²; 2) $a\sqrt{5}$; 3) $2a$; 4) $a^2\sqrt{3}$; 5) 3S; 6) $2\sqrt{3}$S. **13.38.** 1)$18\sqrt{3}$ სმ³; 2) $360\sqrt{3}$ სმ³; 3) $9a^3$; 4) $\frac{9\sqrt{3}}{2}a^3$. **13.39.** 1)$12\sqrt{3}$ სმ²; 2) $324\sqrt{3}$ სმ³; 3) $\frac{27}{8}a^3$; 4) $72\sqrt{3}$ სმ³. **13.40.** 1) a; 2) $2\sqrt{3}$ სმ³; 3) 128 სმ³; 4) $24\sqrt{3}$ სმ³. **13.41.** 1) 120 სმ³; 2) 1920 სმ³; 3) 400 სმ²; 4) 26 სმ²; 5) $\frac{125\sqrt{2}}{2}$; 6) 115,2 სმ³. **13.42.** 1) 72 სმ³; 2) 108 სმ²; 3) $24\sqrt{2}$ სმ²; 4) 26 სმ². **13.43.** 1) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$; 2) $\frac{1}{2}a^2 tg\alpha$; 3) კუბის წვეროები, რომლებიც არ ეკუთვნიან მოცემულ დიაგონალს; 4) $S\cdot\sqrt{\frac{S}{3}}$. **13.44.** 1) $\frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot S$; 2) $\frac{S\sqrt{S}\cdot\sqrt[4]{6}}{2}$; 3) $2(\sqrt{2}-1)a^3$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$.

§ 14

14.1. 1) 5; 2) 7; 3) 20; 4)16; 5) 8; 6) 7. **14.2.** 1) 10; 2) 12; 3) 7; 4) 7. **14.3.** 1) 6; 2) 10; 3) 30; 4) 12; 5) $2\sqrt{3}$; 6) 8. **14.4.** 1) 5 სმ; 2) 6 ; 3) $\sqrt{126}$ სმ; 4) $4\sqrt{6}$ სმ; 5) $3\sqrt{3}$ სმ; 6) $2\sqrt{15}$ სმ. **14.5.** 1) $32\sqrt{3}$ სმ²; 2) 4 სმ; 3) 24 სმ²; 4) 144 სმ²; 5) $12\sqrt{2}$ სმ²; 6) 6 სმ. **14.6.** 1) 24 სმ²; 2) 60 სმ²; 3) 4 სმ; 4) $\sqrt{5}$ სმ. **14.7.** 1)$100\sqrt{2}$ სმ²; 2) 4 სმ; 3) 28 სმ²; 4) $\frac{1}{4}$. **14.8.** 1) $(16\sqrt{3}+1)$ სმ²; 2) $96\sqrt{2}$ სმ²;

3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 4) 45°. **14.9.** 1) 60°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 60°. **14.10.** 1) 8 სმ²; 2) $\frac{H}{\sqrt{2}}$; 3) 80 სმ²; 4) 14 სმ.

14.11. 1) 200 სმ³; 2) 1152 სმ³; 3) 400 სმ³; 4) $1500\sqrt{7}$ სმ³. **14.12.** 1) $\frac{a^3}{6}$; 2) $\frac{b^3\sqrt{3}}{12}$; 3) $\frac{4}{9}H^3$; 4) $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$. **14.13.** 1) 64სმ³; 2) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ სმ³; 3) $72\sqrt{2}$ სმ³; 4) $36\sqrt{2}$ სმ³. **14.14.** 1) 384 სმ³; 2) 16 სმ³; 3) 6 სმ; 4) 54 სმ³. **14.15.** 1) $32\sqrt{6}$ სმ³; 2) $6\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ სმ; 3) 48; 4) $4\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. **14.16.** 1) 4 სმ; 2) 4 სმ; 3) 6 სმ; 4) 8 სმ; 5) $48\sqrt{3}$ სმ²; 6) 5 სმ. **14.17.** 1) 4 სმ; 2) 9 სმ; 3) $2\sqrt{6}$ სმ; 4) $6\sqrt{13}$ სმ. **14.18.** 1) 60°; 2) $6\sqrt{3}$ სმ; 3) 3 სმ; 4) $3\sqrt{7}$ სმ; 5) 2,4; 6) 3,6. **14.19.** 1) 9 სმ²; 2) 9 სმ²; 3) $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ სმ²; 4) $\frac{135\sqrt{3}}{4}$ სმ². **14.20.** 1) 36 სმ²; 2) 4 სმ; 3) $3\sqrt{3}$ სმ²; 4) $180\sqrt{3}$ სმ². **14.21.** 1) $\frac{3a^2}{4}$; 2) $4\sqrt{3}$; 3) $\frac{\sqrt{39}}{4}H^2$; 4) $\sqrt{21}$. **14.22.** 1) $\sqrt{6}$ სმ²; 2) 4 სმ; 3) $21\sqrt{3}$; 4) 1,5-ჯერ. **14.23.** 1) 60°; 2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 3) 60°; 4) 30°; 5) 60°; 6) 45°. **14.24.** 1) 12; 2) $\sqrt{3}$; 3) $a^2\sqrt{3}$; 4) $\frac{2\sqrt{3}a^2}{2}$. **14.25.** 1) $6\sqrt{3}$ სმ³; 2) $48\sqrt{3}$ სმ³; 3) $72\sqrt{3}$ სმ³; 4) $33\sqrt{3}$ სმ³. **14.26.** 1) $\frac{a^3}{24}$; 2) $\frac{3b^3}{32}$; 3) $\frac{H^3}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{3h^3}{8}$; 5) $\frac{a^3}{12}$; 6) $\sqrt{3}\,H^3$. **14.27.** 1) $162\sqrt{3}$ სმ³; 2) $\sqrt{3}$ სმ³; 3) 6; 4) 2. **14.28.** 1) 144; 2) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; 3) 6; 4) 2.

14.29. 1) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$; 2) $\frac{b^3}{6}$; 3) $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$; 4) $\frac{\sqrt{3}H^2}{2}$. **14.30.** 1) $3\sqrt{3}$; 2) $24\sqrt{3}$; 3) $18\sqrt{3}$; 4) $27\sqrt{3}$.

14.31. 1) $3\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 2) $18\sqrt{2}$; 3) $2(2+\sqrt{3})$; 4) $4\sqrt{2}$. **14.32.** 1) 13; 2) 5; 3) $8\sqrt{3}$; 4) 5. **14.33.** 1) $2\sqrt{13}$; 2) $\frac{\sqrt{117}}{4}$; 3) $3\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{105}$. **14.34.** 1) 12; 2) 6; 3) $15\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$; **14.35.** 1) $24(2+\sqrt{3})$; 2) 108; 3) $18\sqrt{91}$; 4) $18(4+3\sqrt{3})$. **14.36.** 1) 48; 2) $12\sqrt{3}$; 3) $216(5+\sqrt{3})$; 4) $\frac{1}{5}$. **14.37.** 1) $48\sqrt{3}$; 2) $192\sqrt{3}$; 3) $16\sqrt{3}$; 4) $24\sqrt{3}$. **14.38.** 1) $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{6}b^3}{8}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{2V}{3}}$; 4) 45°. **14.39.** 1) $2\sqrt{14}$ სმ; 2) $8(\sqrt{90}+\sqrt{153})$; 3) 1536; 4) 576. **14.40.** 1) $288\sqrt{2}$; 2) 27; 3) $6(5+4\sqrt{2})$; 4) $12\sqrt{3}$. **14.41.** 1) 5000; 2) 8; 3) 5 და 6; 4) $6\sqrt{15}$ სმ³. **14.42.** 1) 40 სმ³; 2) $96\sqrt{3}$ სმ³; 3) 108 სმ³; 4) 50 სმ³. **14.43.** 1) 500 სმ³; 2) 56 სმ²; 3) 96 სმ²; 4) 256 სმ³; 5) 20 სმ³; 6) 1800 სმ³. **14.44.** 1) 40 სმ³; 2) $\frac{1}{3}\sqrt{2S_1S_2S_3}$; 3) $\frac{a^3}{8}$; 4) $12\sqrt{3}$ სმ³. **14.45.** 1) 108 სმ²; 2) 216 სმ²; 3) $12(\sqrt{3}+1)$; 4) $\frac{S\sqrt{S}}{3}$. **14.46.** 1) $a^2(\sqrt{2}+1)$; 2) $\frac{a^3}{2}$; 3) $6a^2$; 4) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **14.47.** 1) 8 სმ; 2) $24\sqrt{3}$; 3) $\frac{a^3}{6}$; 4) $\frac{3a^2}{2}$. **14.48.** 1) 4S; 2) $16(\sqrt{2}+1)$ სმ²; 3) $\frac{3a^2}{4}$; 4) $\frac{4\sqrt{3}+6\sqrt{13}}{9}a^2$. **14.49.** 1) $\frac{a^2\sqrt{3}(2+\sqrt{5})}{4}$; 2) $\frac{a^3}{128}$; 3) $4\sqrt{3}a^2$; 4) $(27\sqrt{2}-22\sqrt{3})\cdot\frac{a^3}{2}$.

14.50. 1) $\frac{6+3\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}a^3$; 2) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$; 3) $\frac{a^3}{12}$; 4) $180\sqrt{5}$.

§ 15

15.1. 1) 29 სმ; 2) 24 სმ; 3) 75π სმ²; 4) $4\sqrt{3}:\pi$ ან $4\sqrt{3}:3\pi$; **15.2.** 1) 30; 2) 5; 3) 5; 4) 9π. **15.3.** 1) 72π სმ²; 2) 3; 3) 6; 4) 5. **15.4.** 1) 16; 2) 25; 3) 192π სმ²; 4) 80π. **15.5.** 1) 2 სმ; 2) 8 სმ; 3) 24π სმ²; 4) $50\sqrt{2}\,\pi$ სმ². **15.6.** 1) 16π სმ³; 2) 3; 3) 3 სმ; 4) 18π; 5) 6; 6) $500\sqrt{2}\,\pi$ სმ³. **15.7.** 1) πa^3, $4\pi a^2$; 2) 80π სმ²; 96π სმ³; 3) 32π სმ², 16πსმ³; 4) 112π სმ², 105π სმ³. **15.8.** 1) 128 სმ²; 2)5 სმ; 3) 5 სმ; 4) 20 სმ². **15.9.** 1) $2\sqrt{2}$ სმ; 2) 5 სმ; 3) $8\sqrt{3}$; 4) 6 სმ. **15.10.** 1) $\frac{128}{\pi}$სმ³; 2) $\frac{d^3}{8\sqrt{2\pi}}$; 3) $\frac{3H^3}{4\pi}$; 4) $\frac{d^3\sqrt{3}}{32\pi}$; 5) $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **15.11.** 1) 13 სმ; 2) 8 სმ; 3) $6\sqrt{3}$ სმ; 4) $4\sqrt{2}$ სმ. **15.12.** 1) 12; 2) 12; 3) $4\sqrt{3}$; 4) π; 5) 60°; 6) π-ჯერ. **15.13.** 1) 4π სმ²; 2) $5\sqrt{2}$ სმ; 3) 4π სმ²; 4) 16π სმ². **15.14.** 1) 65π სმ²; 2) 260π სმ²; 3) $36\sqrt{2}\,\pi$ სმ²; 4) 3. **15.15.** 1) $\sqrt{2}:1$; 2) 5:3; 3) 2:1; 4) $\sqrt{2}:1$. **15.16.** 1) $32\sqrt{3}\,\pi$; 2) 192π; 3) 30°; 4) 60°. **15.17.** 1) $36\sqrt{5}\,\pi$; 2) 12; 3) 36π; 4) 0,2; 5) $3\sqrt{2}\,\pi$; 6) 9π სმ². **15.18.** 1) 100π; 2) 768π სმ³; 3) 96π; 4) 9π სმ³. **15.19.** 1) 10 სმ; 2) 5; 3) 48; 4) 96π. **15.20.** 1) 60°; 2) 72π; 3) 216π; 4) 60°. **15.21.** 1) 1024π სმ³; 2) 72π სმ³; 3) 144π სმ³; 4) $\sqrt{6}\,\pi$ სმ³. **15.22.** 1) 15π სმ³; 2) $6\sqrt{2}$; 3) $\pi(\sqrt{2}+1)$ სმ²; 4) 16π. **15.23.** 1) 96π; 2) 324π; 3) 96π სმ²; 4) 48π; 5) 24π; 6) 9π სმ³. **15.24.** 1) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$; 2) 1:7; 3) 1:3; 4) 160π სმ³. **15.25.** 1) $\frac{360}{\sqrt{2}}$ გრადუსი; 2) 180°; 3) $180\sqrt{3}$ გრადუსი; 4) 144°; 5) 5π; 6) $2\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **15.26.** 1) 2π სმ²; 2) $\frac{2\sqrt{2}\pi R^3}{3}$; 3) $\frac{3\sqrt{10}}{4}$; 4) 135°. **15.27.** 1) 56π სმ²; 2) $\frac{8\pi}{3}$ სმ³; 3) 18π სმ³; 4) $\frac{(3+\sqrt{3})\pi}{2}$; 5) $\frac{\pi a^3}{4}$; 6) $\frac{48\pi}{5}$. **15.28.** 1) $\frac{32\pi}{9}$ მ³; 2) $\frac{\pi a^3}{4}$; 3) $12(3+\sqrt{6})\pi$; 4) $2(3+\sqrt{3})\pi$ სმ². **15.29.** 1) $\frac{264}{5}\pi$; 2) $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$; 3) 16π სმ³; 4) $72\sqrt{2}\,\pi$ სმ². **15.30.** 1) $112\sqrt{3}\,\pi$ სმ²; 2) 90π; 3) $2(5+3\sqrt{2})\cdot\sqrt{14}\,\pi$ სმ²; 4) $32\sqrt{3}\,\pi$ სმ²; 5) 120π სმ², 240π სმ³; 6) $96\sqrt{3}\,\pi$ სმ², 216π სმ³. **15.31.** 1) 8 სმ²; 2) 2 სმ²; 3) $\frac{\sqrt{6}}{4\pi}$; 4) $31\sqrt{2}$ სმ³. **15.32.** 1) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$სმ³; 2) 12 სმ²; 3) 36π; 4) $\sqrt{2}\,H^2$. **15.33.** 1) $24\sqrt{3}\,\pi$ სმ³; 2) $288\sqrt{2}\,\pi$ სმ²; 3) 3-ჯერ; 4) $9\sqrt{2-\sqrt{3}}$ სმ³. **15.34.** 1) 16π სმ²; 2) $2\sqrt{2}$ სმ; 3) 36π სმ³; 4) 6 სმ. **15.35.** 1) 972π; 2) 36π; 3) $\sqrt[3]{36\pi V^2}$; 4) $\frac{S\sqrt{S}}{6\sqrt{\pi}}$. **15.36.** 1) 9-ჯერ; 2) 8-ჯერ; 3) 36%-ით; 4) $\frac{216}{125}$-ჯერ; 5) $16\sqrt{2}$-ჯერ; 6) $5\sqrt[3]{5}$-ჯერ. **15.37.** 1) 24 სმ; 2) 20 სმ; 3) 108π სმ²; 4) 324π სმ². **15.38.** 1)12 სმ; 2) $2\sqrt{39}$ სმ; 3) $2\sqrt{7}$ სმ; 4) $2\sqrt{5}$ სმ. **15.39.** 1) 12π სმ²; 2) 6 სმ; 3) 12π სმ²; 4) $2\sqrt{3}$ სმ; 5) 12სმ; 6) $\frac{\sqrt{29}}{2}$სმ. **15.40.** 1) 9; 2) 44; 3) 6 სმ; 4) 144π სმ³. **15.41.** 1) $\frac{H\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{16}}$; 2) $\frac{R\sqrt[3]{\pi}}{\sqrt[3]{2}}$; 3) R; 4) $\frac{a}{2\sqrt[3]{\pi}}$; 5) 144π სმ³, 108π სმ². **15.42.** 1) $\frac{4}{3}$; 2) $\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{6}$; 3) 3,75; 4) $\frac{\pi a^2}{6}$. **15.43.** 1) $\frac{6m-3n}{4n}$; 2) $2\sqrt[3]{4}R$; 3) $\frac{7V}{27}$; 4) $\frac{9}{16}$; 5) 3:2:1; 6) $\frac{\pi}{4}$ და arctg 2

§ 16

16.1. 1) გ; 2) ე; 3) დ; 4) დ; 5) დ. **16.2.** 1) დ; 2) დ; 3) დ; 4) გ. **16.3.** 1) ბ; 2) ა; 3) გ; 4) გ. **16.4.** 1) გ; 2) გ; 3) გ; 4) დ; 5) ბ. **16.5.** 1) დ; 2) გ; 3) ე; 4) დ. **16.6.** 1) დ; 2) გ; 3) გ; 4) დ. **16.7.** 1) ა; 2) დ; 3) გ; 4) გ. **16.8.** 1) გ; 2) დ; 3) ბ; 4) დ; 5) ა. **16.9.** 1) 10 სმ; 2) 15 სმ; 3) 7,5 სმ; 4) 6 სმ. **16.10.** 1) 1; 2) 37,5სმ; 3) $\frac{a\sqrt{19}}{6}$; 4) $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{6})a}{2}$; 5) 90°; 6) 4 სმ. **16.11.** 1) $5\sqrt{10}$ სმ; 2) $4\sqrt{3}$ სმ; 3) 16 სმ; 4) $6(2-\sqrt{3})$. **16.12.** 1) $\frac{10}{7}$ სმ; 2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ სმ; 3) 12; 4) 6. **16.13.** 1) ე; 2) დ. **16.14.** 1) $a\sqrt{2}$ სმ; 2) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$ სმ; 3) $\frac{a}{2}$; 4) $\frac{3a}{4}$. **16.15.** 1) 4; 2) 6; 3) $2\sqrt{19}$; 4) $96\sqrt{3}$. **16.16.** 1) 10; 2) $2\sqrt{2}$ სმ; 3) 5; 4) $2\sqrt{3}$ სმ. **16.17.** 1) 48 სმ²; 2) 3 სმ; 3) 7 სმ; 4) 3,75 სმ. **16.18.** 1) 1:6; 2) 38,5 სმ²; 3) 6,5 სმ; 4) 5 სმ². **16.19.** 1) 30; 2) $6\sqrt{10}$; 3) $\frac{20}{3}$; 4) $3\sqrt{5}$. **16.20.** 1) 32; 2) 16; 3) 16; 4) 2; 5) 6; 6) 6; 7) 6; 8) $\sqrt{3}$; 9) $\frac{\pi}{6}$; 10) $\frac{7\pi}{24}$; 11) $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{3}$; 12) $\pi-2$. **16.21.** 1) $2(\sqrt{5}-2)$; 2) $\sqrt{2}-1$. **16.22.** 1) 1; 2) $1,2\pi$. **16.23.** 1) $\frac{2mn}{(m+n)^2}$; 2) 25 სმ²; 3) 60 სმ², 40სმ²; 4) $2(2+\sqrt{3})$. **16.24.** 1) $\frac{2Rr\sqrt{Rr}}{R+r}$; 2) 24; 3) 8; 4) $\frac{8\sqrt{3}-9}{4}R^2$. **16.25.** 1) $\frac{32+12\sqrt{3}\pi-25\pi}{2}$; 2) $\frac{4\pi+3\sqrt{3}}{12}$; 3) $(12\pi-9\sqrt{3})$ სმ²; 4) $\left(\frac{8\pi}{3}-3\sqrt{3}\right)$ სმ². **16.26.** 1) 2 სმ; 2) 3 სმ; 3) $2(\pi+3)r$, $(6+\sqrt{3}+\pi)r^2$; 4) $2(\pi+4)r$, $(\pi+12)r^2$; 5) $\frac{a^2}{2}$; 6) $(16\pi-8\sqrt{3})$ სმ². **16.27.** 1) $\sqrt{3}(2+\sqrt{3})^2r^2$; 2) $r^2(4+\sqrt{3})^2$; 3) $\left(9\pi-\frac{27\sqrt{3}}{4}\right)$ სმ²; 4) $\left(35-\frac{25\pi}{3}\right)$ სმ². **16.28.** 1) $12\pi^2$; 2) $\frac{\pi a^2}{9}+\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$; 3) $\frac{a^2(2\pi-3\sqrt{3})}{16}$ სმ²; 4) $\frac{(4\pi-3\sqrt{3})a^2}{144}$. **16.29.** 1) $\frac{(\pi-2)a^2}{2}$ სმ²; 2) $\frac{(2\sqrt{3}-\pi)a^2}{8}$ სმ²; 3) $\frac{(9\sqrt{3}-4\pi)a^2}{6}$; 4) $\frac{(4\pi-3\sqrt{3})a^2}{12}$ სმ²; 5) $\frac{L^2}{16}$; 6) 25 მ. **16.30.** 1) 12; 2) 5; 3) (2; 1); 4) (4; $\sqrt{3}$). **16.31.** 1) $k=-1$; $b=2$; 2) $k=1$, $b=1$; 3) $k=\frac{1}{2}$; $b=8$; 4) $k=-\frac{1}{2}$; $b=2$. **16.32.** 1) $\frac{2(3+\sqrt{3})a}{2}$, $\frac{5\sqrt{3}}{24}a^2$; 2) $\frac{(\sqrt{2}-1)a^2}{2}$; 3) $y=2-\frac{x}{3}$ და $y=4-x$; 4) 1; 8 ან 9. **16.33.** 1) მხოლოდ II და III; 2) მხოლოდ III. **16.34.** 1) 3 მ; 2) 60°; 3) 41; 4) $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$; 5) 30°. **16.35.** 1) a; 2) a; 3) 60°; 4) 9. **16.36.** 1) 7; 2) 7; 3) 30°; 4) $4\sqrt{2}$. **16.37.** 1) 6-ჯერ; 2) 420 სმ; 3) 906 სმ²; 4) 12 სმ³. **16.38.** 1) $\frac{S\sqrt{S}}{3}$; 2) 32 სმ²; 3) $\frac{640}{3}$ სმ²; 4) $(6+3\sqrt{3})$ სმ². **16.39.** 1) $\frac{12\sqrt{3}}{91}$ სმ; 2) $\frac{2PQ}{3a}$; 3) $\frac{abc\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **16.40.** 1) $\frac{\pi S\sqrt{S}}{3\sqrt[4]{3}}$; 2) $4\sqrt{3}\pi$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{3V-2\pi R^3}{3\pi r^2}$.

სავ. / ტესტი	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.1.	ბ	გ	დ	ა	გ	ბ	დ	ა	გ	ბ	გ	ბ	დ	ა	ბ	გ	ა	ბ	დ	დ
1.2.	გ	დ	ა	ბ	გ	დ	დ	ბ	ა	გ	ბ	ა	დ	ბ	გ	დ	ა	გ	ბ	ა
2.1.	გ	ბ	დ	ა	ბ	გ	დ	ბ	გ	ბ	დ	ა	დ	ა	გ	დ	გ	ბ	დ	დ
2.2.	ბ	გ	ა	დ	დ	ა	დ	ბ	დ	გ	გ	დ	გ	ა	ბ	გ	დ	გ	ა	გ
3.1.	გ	დ	ბ	ა	გ	დ	ა	ბ	გ	ბ	დ	დ	გ	ბ	ა	დ	ბ	გ	ა	ბ
3.2.	ა	ბ	გ	დ	დ	დ	გ	ა	ბ	ბ	ა	დ	ბ	გ	ა	დ	გ	ბ	ა	გ
4.1.	დ	გ	გ	ა	ბ	ა	დ	ბ	დ	ბ	ა	დ	გ	დ	გ	დ	ბ	დ	ა	გ
4.2.	გ	ბ	დ	ა	ა	ა	გ	დ	დ	გ	დ	ა	გ	ა	ბ	გ	ბ	ბ	დ	დ
5.1.	ბ	ბ	ბ	გ	დ	დ	ა	დ	ა	გ	ბ	დ	გ	ბ	გ	ბ	ა	ბ	გ	დ
5.2.	გ	ა	დ	ბ	გ	გ	გ	ბ	დ	გ	გ	ა	დ	ბ	დ	ა	ბ	გ	დ	ა
6.1.	ბ	ა	ბ	გ	გ	ა	გ	ა	ბ	დ	დ	დ	ა	ა	ბ	გ	ბ	გ	ა	დ
6.2.	გ	დ	ბ	ა	გ	გ	დ	გ	დ	გ	ბ	ა	გ	ბ	გ	გ	გ	დ	ა	გ
6.3.	ბ	ა	დ	დ	გ	დ	ბ	ა	გ	ბ	ბ	ა	ბ	დ	გ	გ	ბ	ა	დ	ა
6.4.	გ	ა	ბ	დ	დ	დ	გ	ა	გ	ა	გ	დ	გ	დ	ა	დ	გ	გ	ა	ბ
7.1.	ა	ბ	დ	დ	გ	ა	დ	დ	ბ	ა	ა	ბ	დ	გ	ა	ბ	ა	ბ	ბ	დ
7.2.	დ	ბ	ე	ბ	დ	გ	ა	ბ	დ	დ	დ	გ	ა	ბ	გ	დ	ბ	ა	დ	ბ
7.3.	გ	დ	ე	ბ	ბ	გ	გ	დ	ა	ბ	გ	ა	გ	დ	ა	გ	დ	გ	ა	ა
7.4.	გ	დ	გ	ბ	გ	ა	ბ	დ	ა	დ	ბ	გ	ა	გ	დ	ბ	ა	ბ	გ	ბ
8.1.	ბ	ა	დ	ბ	გ	გ	დ	ა	ა	გ	ბ	დ	ბ	ბ	გ	გ	ა	დ	ბ	გ
8.2.	გ	ბ	ბ	ბ	ა	ა	ბ	გ	დ	ა	ა	გ	ა	ბ	გ	გ	ა	ბ	ბ	გ
8.3.	გ	ა	გ	დ	ა	ბ	გ	დ	გ	დ	ბ	გ	დ	გ	ბ	ბ	დ	დ	გ	გ
8.4.	ა	ბ	გ	გ	დ	დ	დ	გ	ა	ბ	დ	ა	გ	გ	დ	ბ	დ	გ	დ	ა
9.1.	ბ	გ	ა	დ	ბ	ა	გ	გ	ბ	გ	ბ	ა	გ	დ	გ	დ	დ	გ	ბ	ა
9.2.	ბ	გ	დ	ა	ბ	გ	ა	გ	ბ	გ	გ	ა	დ	გ	ა	დ	ბ	გ	ბ	დ
9.3.	ა	ბ	ა	გ	დ	ა	გ	დ	ა	ა	დ	დ	ბ	ა	დ	ა	ა	ბ	დ	დ
9.4.	ბ	გ	ა	დ	დ	გ	გ	ბ	ა	გ	ბ	ა	დ	გ	გ	დ	ბ	ა	გ	დ
10.1.	გ	ბ	დ	გ	ბ	ა	დ	გ	ბ	დ	დ	ბ	გ	დ	ა	ბ	გ	დ	ა	ბ
10.2.	ბ	დ	ბ	ბ	დ	ბ	გ	დ	ა	დ	ა	ა	ბ	დ	გ	ა	ბ	დ	გ	ა
11.1.	ბ	დ	გ	დ	ბ	ა	ბ	ბ	ა	გ	დ	ბ	ა	გ	ბ	ა	ა	გ	დ	ბ
11.2	გ	გ	ბ	გ	გ	დ	გ	ბ	დ	დ	დ	ბ	გ	ა	გ	დ	ა	გ	ბ	გ
12.1.	გ	ბ	ა	დ	გ	გ	ბ	დ	დ	გ	დ	ა	ბ	დ	გ	ბ	ა	დ	გ	ა
12.2.	გ	დ	ა	ბ	დ	გ	დ	ა	დ	გ	დ	ა	ბ	ბ	გ	დ	გ	ბ	დ	ა
13.1.	გ	დ	ა	ბ	ბ	დ	ა	გ	დ	გ	გ	დ	დ	ა	გ	ბ	ა	დ	გ	ბ
13.2.	ბ	ბ	გ	ა	დ	ა	ბ	გ	ა	დ	ა	დ	ბ	დ	ბ	დ	ბ	დ	დ	გ
13.3.	ა	გ	გ	დ	გ	ბ	დ	ა	ა	ბ	გ	ა	დ	გ	დ	გ	დ	ა	ბ	ა
13.4.	ა	გ	ბ	დ	ა	გ	ბ	დ	გ	ბ	ა	გ	დ	ბ	ა	ბ	დ	დ	გ	გ
14.1.	ა	გ	დ	გ	გ	ბ	გ	ბ	ა	გ	გ	დ	გ	ბ	ა	ბ	დ	ა	გ	დ
14.2.	დ	გ	ბ	ბ	ა	დ	გ	ა	გ	ბ	დ	გ	ბ	ა	დ	დ	ა	გ	ბ	დ
14.3.	ა	ბ	დ	გ	ბ	დ	ბ	დ	გ	გ	ა	ბ	გ	ა	დ	გ	ა	დ	ბ	გ
14.4.	დ	ბ	გ	ბ	გ	ა	დ	გ	ბ	გ	ბ	ა	დ	დ	ბ	ბ	გ	გ	ა	დ
15.1.	დ	გ	დ	ა	ბ	გ	ა	ბ	დ	დ	გ	დ	გ	ა	ბ	დ	გ	დ	ა	გ
15.2.	გ	დ	გ	ა	ბ	დ	ა	ბ	ბ	ბ	გ	დ	დ	ა	ბ	დ	გ	ბ	ბ	გ
15.3.	გ	დ	ბ	ა	დ	გ	ბ	დ	გ	გ	გ	დ	ა	ბ	გ	დ	გ	ბ	დ	გ
15.4.	გ	დ	ა	ბ	გ	დ	დ	დ	გ	ა	ა	ბ	დ	გ	დ	ა	ბ	დ	ა	გ
16.1.	გ	ბ	დ	ა	დ	დ	ბ	დ	გ	ა	ბ	გ	ბ	ა	ბ	გ	გ	ბ	გ	ბ
16.2.	გ	ბ	ა	დ	დ	გ	ბ	დ	გ	გ	ა	ბ	დ	ა	დ	გ	ა	ა	დ	ბ

საგამოცდო ტესტების პასუხები

ტესტი 1. 1) გ; 2) ბ; 3) დ; 4) ა; 5) გ; 6) გ; 7) ა; 8) გ; 9) ბ; 10) დ; 11) ა; 12) გ; 13) ბ; 14) ბ; 15) ა; 16) დ; 17) გ; 18) ბ; 19) ა; 20) გ; 21) ბ; 22) დ; 23) ა; 24) დ; 25) გ; 26) დ; 27) ა; 28) ბ; 29) დ; 30) ა; 31) (5; −4); 32) 7 სთ; 33) ±1; 34) $8\sqrt{3}$ სმ²; 35) 11; 36) $\left(-\frac{3}{2};1\right)$; 37) 8; 38) $\frac{5\pi R^2}{18}$; 39) 100 ტონა; 40) $-\frac{3}{7}$.

ტესტი 2. 1) ბ; 2) გ; 3) ა; 4) ბ; 5) დ; 6) გ; 7) დ; 8) ბ; 9) გ; 10) გ; 11) ბ; 12) დ; 13) გ; 14) გ; 15) ბ; 16) გ; 17) ა; 18) დ; 19) ა; 20) ბ; 21) დ; 22) დ; 23) ა; 24) გ; 25) ა; 26) გ; 27) ბ; 28) დ; 29) ა; 30) გ; 31) [3; 4]; 32) 40კგ; 33) ±1; 3; 34) $(32\sqrt{3}-40)$ სმ²; 35) 3; 5; 7 ან −5; 5; 15; 36) ±4; 37) $a>5$; 38) $4\pi S$; 39) 8 სთ 45 წთ; 40) π.

ტესტი 3. 1) გ; 2) ბ; 3) ა; 4) დ; 5) ა; 6) გ; 7) ბ; 8) დ; 9) დ; 10) ე; 11) დ; 12) დ; 13) გ; 14) დ; 15) ბ; 16) დ; 17) გ; 18) გ; 19) ა; 20) ბ; 21) გ; 22) დ; 23) ა; 24) ბ; 25) ბ; 26) ა; 27) გ; 28) დ; 29) ა; 30) ბ; 31) [−2; −1); 32) (2; 2+$\log_3 2$]; 33) 45°; 34) − $\log_2 6$; 35) 8; 36) $b=\pm\sqrt{2}$; c=2; 37) $4\sqrt{3}$; 38) $2\pi(\sqrt{2}+1)H^2$; 39) 8 კგ; 12 კგ; 40) $\frac{\pi L^3}{6\sqrt{2}}$.

ტესტი 4. 1) გ; 2) ბ; 3) დ; 4) დ; 5) ა; 6) დ; 7) ა; 8) ბ; 9) ბ; 10) გ; 11) ბ; 12) ბ; 13) დ; 14) ა; 15) ბ; 16) დ; 17) ა; 18) გ; 19) ბ; 20) დ; 21) ა; 22) ა; 23) გ; 24) დ; 25) ბ; 26) გ; 27) დ; 28) ა; 29) ბ; 30) გ; 31) $\left(2;-\frac{4}{7}\right),\left(\frac{1\pm\sqrt{3}}{4};-1\right)$; 32) 630 ლიტრი, 1050 ლიტრი; 33) $16(\sqrt{3}-1)$ სმ²; 34) $x+y+1=0$; 35) $4\le a\le 6$; 36) 1; 37) 25%-ით; 38) $(12+4\sqrt{10})$ სმ²; 39) $6\frac{2}{13}$ სთ; 40) (2; +∞).

ტესტი 5. 1) გ; 2) ბ; 3) ა; 4) დ; 5) ა; 6) დ; 7) ბ; 8) ა; 9) ბ; 10) დ; 11) გ; 12) დ; 13) ა; 14) გ; 15) ა; 16) დ; 17) ბ; 18) ბ; 19) გ; 20) ა; 21) დ; 22) ბ; 23) ა; 24) გ; 25) ბ; 26) გ; 27) დ; 28) ა; 29) ბ; 30) გ; 31) (±3; 2); 32) 120 კმ/სთ; 33) ±60°+360°K; 34) 143; 35) 5; 36) a=1, $b=\frac{2}{3}$; 37) $2\sqrt{13-6\sqrt{3}}$ სმ; 38) $36\sqrt{2}$ სმ²; 39) 90 კმ/სთ; 40) $\frac{17}{4}$.

ტესტი 6. 1) გ; 2) ბ; 3) ა; 4) დ; 5) ბ; 6) გ; 7) ბ; 8) დ; 9) ა; 10) ბ; 11) დ; 12) გ; 13) ა; 14) ბ; 15) დ; 16) ა; 17) გ; 18) ბ; 19) ა; 20) დ; 21) გ; 22) ბ; 23) ა; 24) დ; 25) ბ; 26) გ; 27) ა; 28) ბ; 29) გ; 30) დ; 31) $\left(\frac{5}{3};2\right]$; 32) 5 სთ; 33) 12 სმ; 34) $D(f)=[-12;4]$, $E(f)=[0,2]$; 35) 5; 36) $\frac{a\sqrt{19}}{4}$; 37) $\frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{15})}{4}a^2$; 38) 9 სმ; 39) $11\frac{1}{9}$ ლიტრზე მეტი; 40) R^2.

ტესტი 7. 1) გ; 2) ბ; 3) ა; 4) დ; 5) ბ; 6) გ; 7) გ; 8) დ; 9) ა; 10) ბ; 11) გ; 12) გ; 13) ა; 14) დ; 15) ბ; 16) გ; 17) ა; 18) დ; 19) ბ; 20) დ; 21) გ; 22) ა; 23) გ; 24) დ; 25) ა; 26) ბ; 27) ბ; 28) ბ; 29) გ; 30) დ; 31) 4; 32) 30; 33) $3\sqrt{2}$ სმ; 34) −4; −2,4; 6; 6; 35) 0,5; 36) 36π; 37) 40 სმ³; 38) 4 სმ²; 39) 30 კმ/სთ-ზე ნაკლები; 40) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

სარჩევი

ISBN 978-9941-16-719-5
9 789941 167195