ჯემალ ჯინჯიხაძე

სასკოლო
მათემატიკის
სწავლების
მეთოდიკა და ტექნოლოგია

II

თბილისი
2022

უაკ (UDC) 51 (072)
ჯ-498

ჯემალ ჯინჯიხაძე: სასკოლო მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია, ნაწილი II. გამომცემლობა „სამშობლო“, თბილისი, 2022.

შემოთავაზებული მეთოდიკური მონოგრაფია, რომელიც ორ ტომადაა წარმოდგენილი, ენციკლოპედიურ ხასიათს ატარებს, მასში თანამედროვე მოთხოვნათა შესაბამისადაა განხილული პირველ საფეხურზე მათემატიკის სწავლების ყველა აქტუალური საკითხი.

წინამდებარე მეორე ტომი მოიცავს ისეთ საკითხებს, როგორიცაა: ალგებრული და გეომეტრიული მასალების სწავლების მეთოდიკა, მათემატიკური ცნებების ფორმირების მეთოდიკა, ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა, ლოგიკური ამოცანების გამოყენება სასწავლო პროცესში, მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზაცია და კლასგარეშე მუშაობა მათემატიკაში.

წიგნი გამოადგებათ ყველა საფეხურის სკოლის მასწავლებლებს, უმაღლეს სასწავლებელთა პედაგოგიური სპეციალობის ბაკალავრებს, მაგისტრანტებსა და დოქტორანტებს; ვფიქრობთ, იგი სარგებლობას მოუტანს მათემატიკის მეთოდისტებსაც.

მთავარი რედაქტორი: **რომანოზ დანელია**
ტომის რედაქტორი: **ნინო ნახუცრიშვილი**
რეცენზენტები: **გოგი ბერძულიშვილი**

ISBN 978-9941-9796-3-7

შინაარსი

თავი მესამე. მათემატიკური ცნებების ფორმირების მეთოდიკა------------- 103

თავი მეოთხე. ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა--------------------------------- 167

თავი პირველი

ალგებრული მასალის სწავლების მეთოდიკა

§1. ზოგადი დებულებანი

საზოგადოდ, ალგებრის წარმოშობა და განვითარება დაკავშირებულია:

- რიცხვის ცნების გაფართოებასთან.
- ასოითი სიმბოლიკის შემოღებასთან, რომელიც დაკავშირებულია ალგებრულ გარდაქმნებთან.
- განტოლებათა და მათი სისტემების ამოხსნის შესახებ მოძღვრებასთან, რომელიც გვაძლევს მრავალგვარი ამოცანის, მათ შორის პრაქტიკულის, რაციონალური ამოხსნის საშუალებას.
- ცვლადისა და ფუნქციის ცნებათა განვითარებასთან.

ეს მოვლენები ისტორიულად ვითარდებოდნენ ურთიერთკავშირში, ურთიერთს განაპირობებდნენ და განვითარებაში ეხლართებოდნენ ერთმანეთს. ეს პრინციპი ასევე რჩება სასკოლო ალგებრაშიც.

ალგებრის ძირითადი განყოფილებები მოიცავს: სწავლებას რიცხვის შესახებ, იგივურ გარდაქმნებს, განტოლებებსა და მათ სისტემებს, სწავლებას უმარტივესი ფუნქციების შესახებ.

ამ საკითხებს დიდი მნიშვნელობა ენიჭებათ არა მარტო სხვა მათემატიკური დისციპლინების შესწავლაში, არამედ სხვა მხრივაც: მრავალი სხვა არამათემატიკური დარგის დაუფლება ძნელია ალგებრის ცოდნის გარეშე ან საერთოდ არ

შეიძლება. სასკოლო ალგებრის შესწავლა ბუნების კანონების შემეცნების ერთ-ერთი წანამძღვარია.

ალგებრის სწავლების ძირითადი ამოცანებია:

- ინფორმაციული,
- ოპერაციული,
- აღმზრდელობითი,
- განმავითარებლობითი.

დაწყებით სკოლაში ალგებრული მასალის სწავლების

ინფორმაციული ამოცანები გულისხმობს: განტოლებისა და უტოლობის, როგორც ცხოვრებისეული სიტუაციებისა და ამოცანების მათემატიკური მოდელირების საშუალებების, პრაქტიკული გამოყენების უნარის განვითარებას; ფუნქციონალური პროპედევტიკის განხორციელებას;

ოპერაციული ამოცანები გულისხმობს: გამოთვლითი და ფორმალურ-ოპერაციული ალგებრული ჩვევების განვითარებას; ნიშნიერ-სიმბოლიკური საშუალებებით ოპერაციების უნარ-ჩვევების გამომუშავებას; საკუთარი აზრის, მსჯელობის მკაფიოდ ჩამოყალიბების ჩვევების განვითარებას და სხვ.;

აღმზრდელობითი ამოცანები გულისხმობს: მსოფლმხედველობისა და დიალექტიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაში პირველი ნაბიჯების გადადგმას; ინიციატივის, მიხვედრილობისა და შემოქმედებითი ძალების განვითარებას; მსჯელობებისადმი, ამოხსნის კონტროლისადმი, სიმბოლიკური ენის გამოყენებისადმი, საკუთარი მეტყველებისადმი კრიტიკული დამოკიდებულების აღზრდას;

განმავითარებლობითი ამოცანები გულისხმობს: ალგორითმული და ცნებითი აზროვნების განვითარებას; ასოციაციური და ლოგიკური მეხსიერების განვითარებას.

ამასთან, ალგებრული მასალის სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეთა ინტელექტუალური ჩვევების: ზოგადის (ანალიზი, შედარება, კლასიფიკაცია) და სპეციფიკურის (აბსტრაჰირება, მოდელირება, მათემატიკური ოპერაციების დასაბუთება) განვითარებას.

ალგებრა სიმრავლეების ან სიდიდეების რაოდენობრივ მახასიათებელთა მნიშვნელობებს ცვლის ასოითი სიმბოლოკით. ზოგადი სახით ალგებრა, ასევე, კონკრეტული მოქმედებების (შეკრება, გამრავლება და სხვ.) ნიშნებს ცვლის ალგებრული ოპერაციების განზოგადებული სიმბოლოებით და განიხილავს არა ამ ოპერაციათა კონკრეტულ მნიშვნელობებს (პასუხებს), არამედ მათ თვისებებს.

მეთოდიკურად ითვლება, რომ მათემატიკის დაწყებით კურსში ალგებრული მასალის როლი მდგომარეობს რაოდენობისა და არითმეტიკულ მოქმედებათა აზრის შესახებ მოსწავლეთა განზოგადებული წარმოდგენების განვითარების ხელშეწყობაში. ალგებრულმა მასალამ ხელი უნდა შეუწყოს არითმეტიკულ ცნებათა ფორმირების ეფექტურობის ამაღლებას, არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებების უკეთ გაგებას და ა. შ.

განვიხილოთ დაწყებით სკოლაში ალგებრული ცნებების სწავლების ძირითადი საკითხები.

§2. ალგებრული გამოსახულებისა და მისი მნიშვნელობის სწავლება

რიცხვითი გამოსახულება

ალგებრულ (მათემატიკურ) გამოსახულებას უწოდებენ ისეთ ჩანაწერს, რომელიც შედგება ციფრებით ან ასოებით გამოსახული რიცხვებისაგან, რომლებიც შეერთებულია მათემატიკურ მოქმედებათა ნიშნებით. ასეთი გამოსახულება შეიძლება შედგებოდეს მხოლოდ ერთი რიცხვის ან ასოსაგან (მაგალითად: 48; z და სხვ.), ან ორი და ორზე მეტი რიცხვის ან ასოსაგან, რომლებიც შეერთებულია მოქმედებათა ნიშნებით (მაგალითად: $a-4$; $3x$; $x+y$ და სხვ.).

ალგებრულ გამოსახულებაში არასოდეს არ გამოიყენება ტოლობისა და უტოლობათა ნიშნები ($=, \approx, \neq, >, <, \geq, \leq$). ეს ნიშნები ტოლობებისა და უტოლობების ჩასაწერადაა განკუთვნილი.

ალგებრული გამოსახულებები ორი სახისაა: რიცხვითი და ასოითი.

გამოსახულებას ეწოდება *რიცხვითი,* თუ იგი არ შეიცავს ასოს. რიცხვით გამოსახულებათა მაგალითებია:

- 7;
- $3 \cdot 5$;
- $8 : 1$;
- $15 + 5 \cdot 9$
- და სხვ.

თუ შევასრულებთ ყველა მოქმედებას, რომლებიც მოცემულია რიცხვით გამოსახულებაში, მაშინ მივიღებთ გამოსახულების რიცხვით მნიშვნელობას.

თუ რიცხვით გამოსახულებაში რომელიმე ციფრს შევცვლით ასოთი, მივიღებთ ასოით გამოსახულებას. ე. ი. გამოსახულებას ეწოდება *ასოითი,* თუ მასში რამდენიმე ან ყველა რიცხვი ასოებითაა გამოსახული. ასოით გამოსახულებათა მაგალითებია:

- $x - 3$;
- $x + y$;
- $2a$;
- $3b$;
- $c : d$
- და სხვ.

რიცხვითი გამოსახულების ცნება შემოდის პირველი კლასიდანვე. ბავშვებში ამ ცნების ფორმირებისას გასათვალისწინებელია, რომ რიცხვებს შორის დასმულ შეკრების ან გამოკლების ნიშანს აქვს ორი აზრი. ერთის მხრივ, მოქმედების ნიშანი აღნიშნავს მოქმედებას, რომელიც უნდა შესრულდეს ამ რიცხვებზე. მაგალითად, 5 + 3 ნიშნავს, რომ 5–ს უნდა მიემატოს 3. მეორეს მხრივ, მოქმედების ნიშანი გამოიყენება გამოსახულების აღსანიშნავად. მაგალითად, 5 + 3 არის 5-ისა და 3-ის ჯამი. მაშასადამე, ფრიად მნიშვნელოვანია, ბავშვმა გაიგოს, რომ 5-ისა და 3-ის ჯამია არა მარტო 8, არამედ, აგრეთვე, 5 + 3. მაგრამ აქ მთავარია, ბავშვის თვალში არ გაზვიადდეს ეს განსხვავება. მან უნდა გაიგოს, რომ 8 და 5 + 3 ერთი და იგივეა, მხოლოდ, პირველ შემთხვევაში 8 არის ჯამი, გამოანგარიშების შედეგად მიღებული, ხოლო მეორე შემთხვევაში 5 + 3 არის ჯამი, გამოსახულების სახით ჩაწერილი. მოსწავლე უნდა მიეჩვიოს გამოსახულების სხვადასხვანაირად წაკითხვას. მაგალითად, 5 + 3 არის 5-ისა და 3-ის ჯამი, ან: 5-ს მიმატებული 3, ან

კიდევ, 5 პლუს 3. უფრო მოგვიანებით იგი ისწავლის კიდევ ერთს: 5 + 3 არის 5, გადიდებული 3-ით. აგრეთვე: 9 – 4 არის 9-ისა და 4-ის სხვაობა, ან: 9 მინუს 4, ან კიდევ: 9-ს გამოკლებული 4. უფრო მოგვიანებით დაემატება ერთიც: 9 – 4 არის 9, შემცირებული 4-ით.

მოსწავლეებმა კარგად უნდა შეითვისონ ტერმინი „ჯამი“, როგორც გამოსახულების აღმნიშვნელი; ეძლევათ დაახლოებით ასეთი დავალება:

- ჩაწერეთ 5-ისა და 2-ის ჯამი.
- იპოვეთ 5-ისა და 2-ის ჯამი.
- წაიკითხეთ ჩანაწერი 6 + 3, რას უდრის ჯამი?
- შეცვალეთ 8 ორი რიცხვის ჯამით.
- და ა. შ.

ეს მუშაობა მიმდინარეობს რიცხვის შედგენილობაზე მუშაობის პარალელურად და მასთან ურთიერთკავშირში.

10-ის ფარგლებში შეკრება-გამოკლების სწავლების დროს განიხილება რიცხვითი გამოსახულებები, რომლებშიც შედის სამი და მეტი რიცხვი. მაგალითად: 3 + 1 + 1, 4 – 1 – 1, 2 + 2 + 2 + 2, 6 – 2 + 3, 4 + 5 – 7 და ა. შ. გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნისას ბავშვები ეყრდნობიან ამავე გამოსახულების წაკითხვის წესს (მაგალითად, 3-ს მიმატებული 1 და მიღებულ შედეგს მიმატებული 1). ამით მოსწავლეები არაცხადად უკვე ეცნობიან უფრჩხილო გამოსახულებაში მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობას. მოგვიანებით, ბავშვები გამოანგარიშების პროცესში დგამენ პირველ ნაბიჯებს რიცხვითი გამოსახულების იგივური გარდაქმნების შესწავლაში, მაგალითად: 3 + 1 + 1 = 4 + 1 = 5.

შემდეგი ნაბიჯი რიცხვით გამოსახულებათა სწავლებაში იდგმება მაშინ, როცა მოსწავლეები გაეცნობიან ჯამისათვის რიცხვის მიმატებას, რიცხვისათვის ჯამის მიმატებას, ჯამიდან რიცხვის გამოკლებას. ამასთან დაკავშირებით, მოსწავლეები ეცნობიან ფრჩხილებს და მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობას. ამ ეტაპზე რიცხვითი გამოსახულება არის ჩანაწერი, რომელიც შედგება ციფრებით გამოსახული რიცხვების, არითმეტიკულ მოქმედებათა ნიშნებისა და ფრჩხილებისაგან. გამოსახულება შეიცავს ყველა არითმეტიკულ მოქმედებასა და ფრჩხილებს.

რიცხვითი გამოსახულების გარდაქმნა

გამოსახულებათა იგივური გარდაქმნა – ეს არის ერთი გამოსახულების შეცვლა მეორით, რომლის მნიშვნელობა მოცემული გამოსახულების მნიშვნელობის ტოლია. დაწყებით კლასებში იგივური გარდაქმნები ემყარება არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებებს (რიცხვისათვის ჯამის მიმატება და სხვ.). ამ თვისებათა გათვალისწინებით შეიძლება გამოსახულებაში მოქმედებათა რიგის შეცვლა და, ამასთან, გამოსახულების მნიშვნელობა არ შეიცვლება. მაგალითად:

$$(62 + 27) - 12 = (62 - 12) + 27 = 50 + 27 = 77.$$

რიცხვით გამოსახულებათა გარდაქმნაზე მუშაობა იწყება, როგორც აღვნიშნეთ, პირველივე კლასიდან. შემდეგ თანდათანობით შეუმჩნევლად რთულდება სავარჯიშოები.

სწავლების მეოთხე წლისათვის უნდა მოხდეს წინა წლებში მიღებული ცოდნის აქტუალიზაცია და აზროვნების ჯერ კიდევ დაბალ, მაგრამ ახალ საფეხურზე ასვლა. სწავლების ამ ეტაპზე, ბავშვები უკვე დგანან აბსტრაქტული

აზროვნების გარკვეულ დონეზე და ამ დონეზე მიმდინარეობს ალგებრული მასალის სწავლებაც. მეოთხე კლასში ალგებრული მასალის ცოდნა საშუალებას იძლევა, მოსწავლემ უფრო დაკვირვებული თვალით შეხედოს მრავალ საკითხს.

ამ კლასში რიცხვით გამოსახულებაში არითმეტიკულ მოქმედებათა რაოდენობა ჯერ კიდევ არ უნდა აღემატებოდეს სამ-ოთხს. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ისეთი სავარჯიშოების ამოხსნა, სადაც მოსწავლეებს უხდებათ ყველა ნასწავლი წესის გამოყენება. მაგალითად, დაფაზე (ან რვეულში) იწერება გამოსახულება $126 : 6 + 3 \cdot 4$. მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები იპოვიან ამ გამოსახულების მნიშვნელობას, მასწავლებელი სვამს გამოსახულებაში ფრჩხილებს. მიიღება ახალი რიცხვითი გამოსახულებები: $126 : (6 + 3) \cdot 4$; $126 : (6 + 3 \cdot 4)$; $(126 : 6 + 3) \cdot 4$. მსგავსი მაგალითების ამოხსნით მოსწავლეები შეგნებულად სწავლობენ მოქმედებათა თანამიმდევრობით შესრულებას. მეტად სასარგებლოა მოყვანილის შებრუნებული სავარჯიშოები, როგორიცაა: თავის ადგილზე დასვით ფრჩხილები სხვადასხვანაირად ისე, რომ ტოლობა იყოს სწორი:

$$112 - 84 : 7 + 5 = 105.$$
$$112 - 84 : 7 + 5 = 105.$$
$$112 - 84 : 7 + 5 = 105.$$
$$112 - 84 : 7 + 5 = 95.$$
$$112 - 84 : 7 + 5 = 9.$$

მართალია, ეს უკანასკნელი გაცილებით უფრო ძნელია, ვიდრე პირდაპირი დავალება, მაგრამ მასზე მუშაობა, ცხადია, მნიშვნელოვანია.

რიცხვით გამოსახულებათა შესწავლასთან დაკავშირებით მოსწავლეები იყენებენ არითმეტიკულ მოქმედებათა ადრე ნასწავლ თვისებებს. ამ თვისებათა შესწავლის დროსაც ბავშვები რწმუნდებიან, რომ გარკვეული სახის გამოსახულებაში მოქმედებათა შესრულება შეიძლება სხვადასხვანაირად, ამით გამოსახულების მნიშვნელობა არ შეიცვლება. არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებების ცოდნას მოსწავლეები იყენებენ გამოსახულებათა იგივური გარდაქმნებისათვის. მაგალითისათვის ავიღოთ დავალება: დაამთავრეთ ჩანაწერი:

$83 - (20 + 2) = 83 - 20 \cdots$

$(20 + 4) \cdot 7 = 20 \cdot 7 \cdots$

$80 : (2 \cdot 20) = 80 : 20 \cdots$

პირველი დავალების შესრულებისას მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: მარცხენა მხარეში 83-ს აკლდება 20-ისა და 2-ის ჯამი. მარჯვენა მხარეში კი 83-ს აკლდება მხოლოდ 20. ტოლობა რომ სწორი იყოს, მარჯვენა მხარეში 83-ს უნდა გამოაკლდეს კიდევ 2. ანალოგიურად გარდაიქმნება სხვა გამოსახულებებიც.

არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებების ცოდნა გამოიყენება გამოანგარიშებათა შესრულებისას, რომლის დროსაც მოსწავლე ახდენს გამოსახულებათა გარდაქმნებს. მაგალითად:

$57 + 30 = (50 + 7) + 30 = (50 + 30) + 7 = 80 + 7 = 87.$

$16 \cdot 40 = 16 \cdot (4 \cdot 10) = (16 \cdot 4) \cdot 10 = 64 \cdot 10 = 640.$

და ა. შ.

გამოსახულებათა გარდაქმნაზე იხსნება მრავალფეროვანი სავარჯიშოები, მაგრამ აქ მთავარია არა მხოლოდ გარ-

დაქმნების პრაქტიკული შესრულება, არამედ ისიც, რომ მოსწავლეს შეეძლოს ახსნა, რის საფუძველზე ღებულობს ყოველ მომდევნო გამოსახულებას და ესმოდეს, რომ ეს გამოსახულებები ერთნაირია.

გამოსახულებათა გარდაქმნებზე მუშაობას უნდა დაუკავშირდეს გამოსახულებათა შედარების სწავლება. მოსწავლე უნდა მივიდეს იმ დასკვნამდე, რომ, თუ გამოსახულებათა მნიშვნელობები ტოლია, მაშინ მათ შორის იწერება ტოლობის ნიშანი და, თუ გამოსახულებათა მნიშვნელობები ტოლი არ არის, მაშინ მათ შორის იწერება უტოლობის (მეტობის ან ნაკლებობის) ნიშანი. ამ შემთხვევაში იგივური გარდაქმნების შესრულება შეიძლება მოქმედებათა კონკრეტული აზრის საფუძველზე. მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი სავარჯიშოები:

1. შეადარეთ გამოსახულებები:

$$35 \cdot 6 + 35 \text{ და } 35 \cdot 7$$

$$35 \cdot 6 + 35 = 35 \cdot 7,$$

ე. ი. ამ გამოსახულებებს ტოლი მნიშვნელობები გააჩნიათ.

2. შეადარეთ გამოსახულებანი (ან: ჩასვით სათანადო ნიშნები):

$$(15 + 13) \cdot 4 \text{ და } 15 \cdot 4 + 13 \cdot 4$$

$$(15 + 13) \cdot 4 \text{ და } 15 \cdot 4 + 13$$

მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება დაახლოებით ასეთი იყოს:

1) პირველ გამოსახულებაში 15-ისა და 13-ის ჯამი მრავლდება 4-ზე, მეორე გამოსახულებაში 15 და 13 ცალცალკე მრავლდება 4-ზე და მიღებული შედეგები იკ-

რიზება. ჯამის რიცხვზე გამრავლების წესის თანახმად უნდა დავ-სვათ ტოლობის ნიშანი.

2) პირველ გამოსახულებაში 15-ისა და 13-ის ჯამი მრავლდება 4-ზე, მეორე გამოსახულებაში 4-ზე მრავლდება მხოლოდ 15 და მიღებულ შედეგს ემატება 13. ე. ი. პირველი გამოსახულების მნიშვნელობა მეტია მეორე გამოსახულების მნიშვნელობაზე.

ასოითი გამოსახულება და მისი გარდაქმნა

სავარჯიშოები გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნაზე რთულდება იმით, რომ შემოდის ასოების შემცველი გამოსახულებები. რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნასთან ერთად მეორე კლასშიც შეიძლება გვქონდეს ისეთი გამოსახულებები, რომლებიც მხოლოდ ერთ უცნობს შეიცავს. ეს სავარჯიშოები განიხილება ასეულის ფარგლებში. მაგალითისათვის განვიხილოთ ასეთი სავარჯიშო:

$x = 8$, იპოვეთ $11 + x$ გამოსახულების მნიშვნელობა!

ამოხსნის ჩანაწერი შეიძლება ასეთი იყოს:

$x = 8, \quad 11 + x = 11 + 8 = 19.$

შემდგომში, როცა მოსწავლეები წერის კულტურის უფრო მაღალ დონეზე იქნებიან, გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

როცა, $x = 8$, მაშინ $11 + x = 11 + 8 = 19$.

მესამე და მეოთხე კლასში ეს მუშაობა უფრო მაღალ დონეზე მიმდინარეობს . აქ გამოსახულება შეიცავს ერთ ან ორ ცვლადს. მაგალითად:

იპოვეთ $a + b$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $a = 21$, $b = 43$. ამოხსნა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

თუ a = 21, 8 = 43, მაშინ a + b = 21 + 43 = 21 + (40 + 3) = (21 + 40) + 3 = 61 + 3 = 64.

შეიძლება მოკლედ ჩაიწეროს:

თუ a = 21, b = 43, მაშინ a + b = 21 + 43 = 64.

საზოგადოდ, მათემატიკის დაწყებითი კურსის ყველა კონცენტრის შესწავლისას კლასები) სავარჯიშოები რიცხვებისა და გამოსახულებათა შედარებაზე, აგრეთვე, გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნაზე, ერთის მხრივ, ხელს უწყობს ტოლობისა და უტოლობის ცნებათა ფორმირებას, მეორეს მხრივ, – ნუმერაციისა და არითმეტიკულ მოქმედებათა ცოდნის შეთვისებას. ამასთან, ვითარდება გამოთვლითი ჩვევები და, რაც მეტად მნიშვნელოვანია, საფუძველი ეყრება ფუნქციონალური პროპედევტიკის პირველ ნაბიჯებს.

საკითხის უკეთ გაცნობიერების მიზნით, მოსწავლეებს დროულად უნდა ეცნობოს იმის შესახებ, რომ ზოგჯერ ორი ასოითი გამოსახულება, შეერთებული ტოლობის ნიშნით, გვიჩვენებს დამოკიდებულებას სიდიდეთა შორის. ასეთ ტოლობას *ფორმულა* ეწოდება. მაგალითად, თუ მანძილს, სიჩქარესა და დროს აღვნიშნავთ შესაბამისად S, V და t ასოებით, მაშინ $S = V \cdot t$ იქნება გზის ფორმულა. ამ ფორმულიდან შეიძლება გამოისახოს სხვა სიდიდეებიც: $V = S : t$ _ სიჩქარის ფორმულა, $t = S : V$ _ დროის ფორმულა.

გავითვალისწინოთ, რომ გამოსახულებათა გარდაქმნის შესწავლის საფუძველთა საფუძველია შემდეგი:

1. ფრჩხილების გახსნისას, როცა ფრჩხილის წინ დგას ნიშანი „+“, ეს ნიშანი და ფრჩხილები შეიძლება გამოტოვებულ იქნას. მაგალითად:

$$a + (-b + c + 4) = a - b + c + 4.$$

2. ფრჩხილების გახსნისას, როცა ფრჩხილის წინ დგას ნიშანი „–“, ეს ნიშანი და ფრჩხილები უნდა იქნეს გამოტოვებული, სამაგიეროდ ფრჩხილებში მოთავსებულ ყველა შესაკრებს ნიშანი უნდა შეეცვალოს მოპირდაპირეთი. მაგალითად:

$$-(a-b)=-a+b; x-(-y+z)=x+y-z.$$

3. თუ ფრჩხილების წინ დგას მამრავლი, მაშინ მასზე უნდა გამრავლდეს ფრჩხილებში მოთავსებული თითოეული შესაკრები. მაგალითად:

$$7+4(a-b)=7+4a-4b; -7(3-2a=-21+14a.$$

4. შესაკრებებს, რომელთაც აქვთ ერთნაირი ასოითი ნაწილები, ეწოდება მსგავსი წევრები. მაგალითად:

$7a$ და $(-12a)$.

5. მსგავსი შესაკრებების შეკრებასა და გამოკლებას მსგავსი შესაკრებების (წევრების) შეერთება ეწოდება. მსგავსი შესაკრებების შეერთებისას უნდა შეიკრიბოს მათი კოეფიციენტები და მიღებული შედეგი უნდა გამრავლდეს მათ საერთო ასოით ნაწილზე. მაგალითად:

$$-3a+7a=(-3+7)a=4a;$$

$$a-4a+7a=(1-4+7)a=4a.$$

6. თუ შესაკრებებს აქვთ საერთო მამრავლი, მაშინ შეიძლება მისი გამოტანა ფრჩხილებს გარეთ, ფრჩხილებში კი დარჩება სხვა მამრავლების ჯამი. მაგალითად:

$$7a+7b=7(a+b); 5xy+y=y(5x+1).$$

§3. ტოლობისა და უტოლობის სწავლება

ტოლობისა და უტოლობის ცნებებს საფუძველი ეყრება პირველი კლასის პირველივე დღეებიდან, როცა მიმდინარეობს განმტკიცება ცნებებისა: „მეტი“, „ნაკლები“, „ტოლი“, „პატარა“, „მაღალი“, „დაბალი“, „განიერი“, „ვიწრო“, „იმდენივე“ და ა. შ. რიცხვითი გამოსახულების ცნების შემოღების შემდეგ ტოლობას ვუწოდებთ ორ რიცხვით გამოსახულებას, შეერთებულს ტოლობის ნიშნით, ხოლო უტოლობას ვუწოდებთ ორ რიცხვით გამოსახულებას, შეერთებულს უტოლობის ნიშნით.

ტოლობათა მაგალითებია: $5 + 2 = 7$; $8 - 3 = 4 + 1$ და სხვ.

უტოლობათა მაგალითებია: $3 + 4 > 5$; $7 + 1 < 8 + 3$ და სხვ.

როგორც ტოლობა, ისე უტოლობა შეიძლება იყოს სწორი და არასწორი.

განვიხილოთ ზოგიერთი მახასიათებელი სავარჯიშო.

- **მაგალითი.**

ჩასვი ფანჯარაში სათანადო რიცხვი:

$5 - 1 = \square$ $\quad \square + \square = 4$ $\quad \square - \square = \square$ $\quad 5 - \square = 4$

სინჯვის წესით მოსწავლე შეარჩევს სათანადო რიცხვს და ტოლობას ამოწმებს გამოანგარიშებით.

- **მაგალითი.**

შეარჩიე რიცხვები ისე, რომ ჩანაწერი იყოს სწორი:

$\square > \square \qquad \square < \square$

უტოლობამდე მოსწავლე მიჰყავს ტოლობაში რიცხვების შერჩევის პროცესს.

აქაც შერჩევის გზით პოულობს რიცხვებს და უტოლობას ამოწმებს რიცხვის შედგენილობის საფუძველზე.

• **მაგალითი.**

ვარსკვლავის ნაცვლად ჩაწერე სათანადო ნიშანი (< > =):

$5 + 1 * 7; \quad 6 - 3 * 3; \quad 7 + 3 * 9; \quad 10 - 3 * 8.$

ნიშნის შერჩევისას მოსწავლე ანგარიშობს გამოსახულების მნიშვნელობას და უდარებს მას მოცემულ რიცხვს, რაც მისცემს საშუალებას, შეარჩიოს ნიშანი:

$5 + 1 < 7; \quad 6 - 3 = 3; \quad 7 + 3 > 9; \; 10 - 3 < 8.$

შეიძლება მოსწავლემ ნიშნის შერჩევისას სხვა ხერხი გამოიყენოს ისე, რომ გამოსახულების მნიშვნელობა სულაც არ გამოთვალოს.

• **მაგალითი.**

ჩასვი სათანადო ნიშანი: (> < =):

$7 + 2 * 7; \quad 10 - 3 * 10.$

მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: 1) 7-ისა და 2-ის ჯამი მეტი იქნება 7-ზე, რადგანაც 7 ერთ-ერთი შესაკრებია. 2) 10-ისა და 3-ის სხვაობა 10-ზე ნაკლები იქნება, რადგანაც 10 საკლებია.

რიცხვითი უტოლობა შეიძლება მიღებულ იქნას ორი გამოსახულების შედარების დროსაც.

• **მაგალითი.**

ჩასვით სათანადო ნიშანი (> < =):

$25 \cdot 1 * 25 \cdot 0 + 25 \qquad 40 : 4 * 52 : 4$

შედარების ნიშნის შერჩევის დროს მოსწავლე ანგარიშობს გამოსახულებათა მნიშვნელობებს და უდარებს ერთმანეთს, რაც აძლევს საშუალებას, შეარჩიოს შედარების ნიშანი.

მაგრამ შეიძლება ეს გააკეთოს სხვა გზითაც.

• **მაგალითი.**

ჩასვით სათანადო ნიშანი (> < =):

6 + 4 * 6 + 3   7 – 5 * 7 – 3   90 : 5 * 90 : 10

მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: 1) 6-ისა და 4-ის ჯამი მეტია 6-ისა და 3-ის ჯამზე, რადგანაც 4 > 3, ე. ი. 6 + 4 > 6 + 3. 2) 7-ისა და 5-ის სხვაობა ნაკლებია 7-ისა და 3-ის სხვაობაზე, რადგანაც 5 > 3, ე. ი. 7 – 5 < 7 – 3. 3) 90-ისა და 5-ის განაყოფი მეტია 90-ისა და 10-ის განაყოფზე, რადგანაც ერთ და იგივე რიცხვს რაც უფრო მეტ ნაწილად დავყოფთ, მით უფრო ნაკლები მიიღება. ე. ი. 90 : 5 > 90 : 10.

მსგავსი მაგალითები მრავლად შეგვიძლია მოვიყვანოთ.

§4. განტოლების სწავლება

მათემატიკის სასკოლო კურსში განტოლებებს წამყვანი ადგილი უჭირავს. მათ შესწავლას გაცილებით მეტი დრო ეთმობა, ვიდრე ნებისმიერი სხვა თემის. ასე იმიტომ ხდება, რომ განტოლებებს არა მარტო თეორიული მნიშვნელობა გააჩნიათ, არამედ ისინი უაღრესად მნიშვნელოვანია პრაქტიკული თვალსაზრისითაც. ცხოვრებისეული პრაქტიკული ამოცანების დიდი უმრავლესობა, რომლებიც ეხება რეალური სამყაროს სივრცით ფორმებსა და რაოდენობრივ მიმართებებს, დაიყვანება სხვადასხვა სახის განტოლებათა ამოხსნაზე.

განტოლებათა ამოხსნის ხერხების დაუფლება და მათი გამოყენების უნარის განვითარება ჯერ კიდევ დაწყებით კლასებში იწყება. მოსწავლეებს უყალიბდებათ პირველი წარმოდგენები განტოლების შესახებ. ამ ეტაპზე მათთვის

განტოლება არის ისეთი ტოლობა, რომელშიც უცნობია ერთი რიცხვი, რომელიც უნდა იპოვონ. ტოლობაში უცნობი კომპონენტის პოვნის წესების გამოყენებით მოსწავლეები სწავლობენ უმარტივეს განტოლებათა ფესვების ძიებას.

ეს საკითხი თავის შემდგომ განვითარებას პოულობს მეხუთე-მეექვსე კლასებში. ამ ეტაპზე არსებობს სრულფასოვანი საშუალება და აუცილებლობა იმისა, რომ ვაჩვენოთ მოსწავლეებს განტოლებათა პრაქტიკული ფასეულობა. მაგრამ ერთია განსაკუთრებით აღსანიშნავი: არ შეიძლება ტექსტური ამოცანების ამოხსნაში განტოლებებით ზედმეტი გატაცება. ეს შეიძლება ხშირად მავნეც გამოდგეს. მოსწავლეთა აზროვნებითი უნარ-ჩვევების სწორი და სრულფასოვანი განვითარებისათვის აუცილებელია ამოცანების ამოხსნისადმი არითმეტიკული მიდგომების ყადრის გათვალისწინება.

პირველ კლასში უკვე წარმოებს მოსამზადებელი მუშაობა უმარტივესი განტოლების ამოხსნისათვის, რაც მეორე კლასში იწყება. აქ იხსნება ისეთი სახის სავარჯიშოები, როგორიცაა: იპოვეთ უცნობი რიცხვი, თუ: $3 + ? = 5$; $7 - ? = 2$; $? + 2 = 6$; $? - 3 = 4$. ამ სახის სავარჯიშოთა ამოხსნისათვის გამოიყენება მხოლოდ შერჩევის (სინჯვის) ხერხი და რიცხვის შედგენილობის ცოდნა. როგორც ზემოთ გვქონდა აღნიშნული, პირველ კლასში შეისწავლება 5-ის ჩათვლით რიცხვთა შედგენილობის ყველა შემთხვევა. 5-ზე მეტი რიცხვებისთვის კი მხოლოდ ზოგიერთი შემთხვევა განიხილება. ეს მუშაობა სრულდება მეორე კლასში. ამიტომ პირველ კლასში ზემოთ მოცემული სახის სავარჯიშოების ამოხსნისას შერჩევის ხერხი გამოიყენება ყოველთვის, რიცხვის შედ-

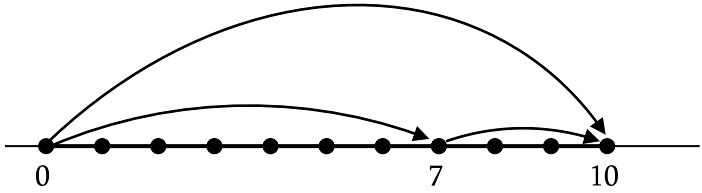
გენილობის ცოდნა კი ძირითადად გამოიყენება 5-ის ფარგლებში, შემდეგ – ნაწილობრივ.

მეორე კლასში უმარტივესი განტოლებების ამოხსნა დამყარებულია რიცხვის შედგენილობის ცოდნაზე. მათი ამოხსნისათვის გამოიყენება, აგრეთვე, შერჩევის ხერხი. განტოლებათა ამოხსნის ეს ორი გზა ერთი და იგივე არ არის. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ განტოლება: $4 + x = 7$. თუ მოსწავლე მას ხსნის რიცხვის შედგენილობის ცოდნის საფუძველზე, მაშინ მსჯელობა დაახლოებით ასეთი იქნება: $x = 3$, რადგანაც 7 შედგება 4-ისა და 3-საგან. თუკი ხსნის შერჩევის ხერხით, მსჯელობა დაახლოებით ასეთია: 4-ს რომ მივუმატოთ 1, მიიღება 7-ზე ნაკლები რიცხვი, 4-ს რომ მივუმატოთ 2, ესეც 7-ზე ნაკლებია; 4-ს რომ მივუმატოთ 3, იქნება 7, ე. ი. $x = 3$. აუცილებელი არ არის, მოსწავლემ სინჯვა დაიწყოს 1-დან. თუკი განტოლებაში $x = 12$, მაშინ მასწავლებელმა უნდა მიაღწიოს იმას, რომ მოსწავლემ სინჯვა დაიწყოს 12-ის ახლო რიცხვებიდან და არა 1-დან. ზემოთ განხილული განტოლების ამოხსნა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\begin{array}{c} 4 + x = 7 \\ x = 3 \\ \hline 4 + 3 = 7 \end{array}$$

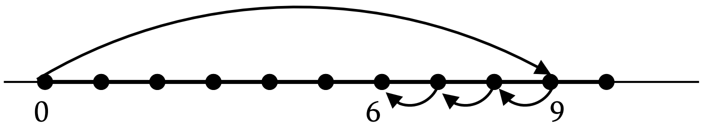
მეორე კლასში წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ გეომეტრიული ინტერპრეტირების ხერხი რიცხვით ღერძზე.

ვთქვათ, მოცემულია ტოლობა $7 + 3 = 10$. რიცხვით ღერძზე ამ მოქმედების ინტერპრეტაცია ასეთია:



ნახ. 1

- თუ ამოსახსნელია განტოლება 7 + x = 10, მაშინ იგივე ნახაზის საშუალებით მოსწავლემ შეიძლება მოახდინოს უცნობი შესაკრების ინტერპრეტაცია 10-დან უკუთვლის საშუალებით 7-მდე.
- თუ ამოსახსნელია განტოლება 9 – x = 6, მაშინ ნახაზი ასე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:



ნახ. 2

ასეთი შემთხვევისათვის ეროვნული სასწავლო გეგმა იძლევა რეკომენდაციას: „რიცხვით კიბეზე ითვლის 9-დან უკან 6-მდე და ახდენს ნაბიჯების რაოდენობის, როგორც მაკლების ინტერპრეტაციას; ახდენს იგივე პროცედურის დემონსტრირებას რიცხვით კიბეზე“.

მართალია, ამ ეტაპზე უკვე გადადგმულია ნაბიჯები შეკრებისა და გამოკლების კომპონენტებსა და შედეგებს შორის დამოკიდებულების შესასწავლად, მაგრამ ეს დამოკიდებულება ჯერ კიდევ არ გამოიყენება უმარტივეს განტოლებათა ამოხსნისას.

რაც შეეხება უმარტივეს უტოლობებს, ისინი განიხილება ასეულის ფარგლებში და ამოხსნისადმი მიდგომა ისეთივეა,

როგორც უმარტივესი განტოლებების შემთხვევაში გვაქვს. აქაც გამოიყენება რიცხვის შედგენილობის ცოდნა და სინჯვის ხერხი.

მეოთხე კლასში ნიადაგი სრულიად მომზადებულია იმისათვის, რომ ბავშვებს შეეძლოთ არითმეტიკულ მოქმედებათა კომპონენტებსა და შედეგებს შორის კავშირისა და დამოკიდებულების შესახებ ცოდნის გამოყენება. ამის გამო, თუ მეორე და მესამე კლასებში განტოლებებისათვის უნდა შერჩეულიყო რიცხვები, რადგანაც გამოსაყენებელი იყო მათი შედგენილობის ცოდნა, მეოთხე კლასში ეს რიცხვები შეიძლება აღებული იყოს ნებისმიერად. განტოლების ამოხსნის ჩანაწერიც, ამის გამო, განსხვავებული იქნება იმისაგან, რაც გვქონდა მეორე და მესამე კლასებში, მაგალითად, ამოხსნა შემოწმებასთან ერთად ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$x + 128 = 275.$$
$$x = 275 - 128,$$
$$x = 147.$$
$$147 + 128 = 275,$$
$$275 = 275.$$

განტოლებათა ამოხსნის ჩვევების ფორმირების მიზნით უნდა იქნეს განხილული მრავალფეროვანი სავარჯიშოები, როგორიცაა, მაგალითად:

1) ამოხსენით და შეამოწმეთ განტოლება!

2) შეამოწმეთ ამოხსნილი განტოლებები. სადაც შეცდომაა, შეასწორეთ!

3) შეადგინეთ განტოლება რიცხვებით 21, 15, x, ამოხსენით და შეამოწმეთ იგი!

4) ჩასვით სათანადო მოქმედების ნიშანი! (მაგალითად, $x \square 15 = 45$).

5) ჩასვით სათანადო მოქმედების ნიშანი! (მაგალითად, $x \square 15 = 45$, $x = 45 : 15$).

მეოთხე სავარჯიშოს პასუხი ცალსახა არ არის, მეხუთისა კი ცალსახაა.

6) შეადარეთ ერთმანეთს განტოლებები და მათი ამოხსნები:

$$x + 15 = 75 \qquad x \cdot 5 = 85$$
$$x - 15 = 75 \qquad x : 5 = 85$$

და ა. შ.

მესამე-მეოთხე კლასიდან მოსწავლეებს, განსაკუთრებით მოსწავლეთა დიფერენცირებისას, შეიძლება მიეცეს შედგენილი განტოლებები, სადაც გვექნება ორი-სამი მოქმედება (შესაძლოა, მეტიც) და ფრჩხილები. ასეთი განტოლებების ამოხსნა იგება განტოლების მარცხენა ნაწილში მდგომი გამოსახულების ხარისხობრივ ანალიზზე: რომელი მოქმედებებია ნაჩვენები გამოსახულებაში, რომელი მოქმედება სრულდება ბოლოს, როგორ იკითხება ამ გამოსახულების ჩანაწერი, ბოლო მოქმედების რომელ კომპონენტს ეკუთვნის უცნობი რიცხვი და ა. შ. ამ დროისათვის ბავშვები მტკიცედ უნდა ფლობდნენ შემდეგ ჩვევებს:

- მარტივი განტოლებების ამოხსნა.
- მოქმედებათა კომპონენტების მიხედვით განტოლების ამოხსნის ანალიზი.
- ორი-სამი მოქმედების შემცველი გამოსახულების წაკითხვა.

- მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობა ფრჩხილებიან და უფრჩხილო გამოსახულებებში.

განტოლების ამოხსნის ჩანაწერს თან უნდა ახლდეს მოქმედებათა სიტყვიერი აღწერა მოსწავლის მიერ. ეს ხელს შეუწყობს მოსწავლის მათემატიკური მეტყველების განვითარებას და უკეთ ჩამოუყალიბდება ასეთი განტოლების ამოხსნის ჩვევები.

აქ ფრიად ეფექტურია ალგორითმის ბლოკ-სქემის გამოყენება (ნახ. 3).

განვიხილოთ მაგალითი.

ამოცანა: ამოხსენით და შეამოწმეთ განტოლება:

$$(x - 3) \cdot 5 - 875 = 210.$$

ამოხსნა:

განვიხილოთ განტოლების მარცხენა ნაწილი და განვსაზღვროთ მოქმედებათა რიგი:

$$(x \underset{\downarrow}{\overset{1}{-}} 3) \underset{\downarrow}{\overset{2}{\cdot}} 5 \underset{\downarrow}{\overset{3}{-}} 875 = 210$$

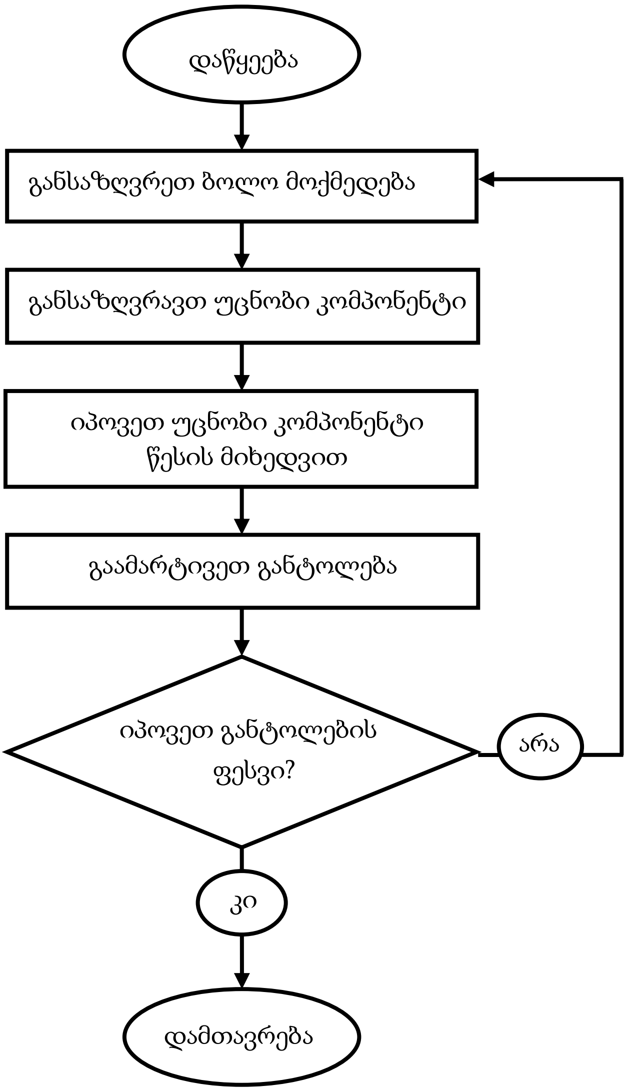
მარცხენა ნაწილში გამოსახულების სახე განვსაზღვროთ ბოლო მოქმედების მიხედვით: ბოლო მოქმედებაა გამოკლება, ე. ი. გამოსახულება წარმოადგენს სხვაობას.

საკლები არის $(x - 3) \cdot 5$, მაკლები 875, სხვაობის მნიშვნელობაა 210.

უცნობი შედის საკლებში. ვიპოვოთ საკლები. საკლები რომ ვიპოვოთ, ამისათვის სხვაობას უნდა მივუმატოთ მაკლები.

$$(x - 3) \cdot 5 = 210 + 875,$$

$$(x - 3) \cdot 5 = 1085.$$


დაწყეება
განსაზღვრეთ ბოლო მოქმედება
განსაზღვრავთ უცნობი კომპონენტი
იპოვეთ უცნობი კომპონენტი
წესის მიხედვით
გაამარტივეთ განტოლება
იპოვეთ განტოლების
ფესვი?
არა
კი
დამთავრება

ნახ. 3

ისევ განვსაზღვროთ მოქმედებათა რიგი:

$$(x \overset{\overset{1}{\downarrow}}{-} 3) \overset{\overset{2}{\downarrow}}{\cdot} 5 = 1085$$

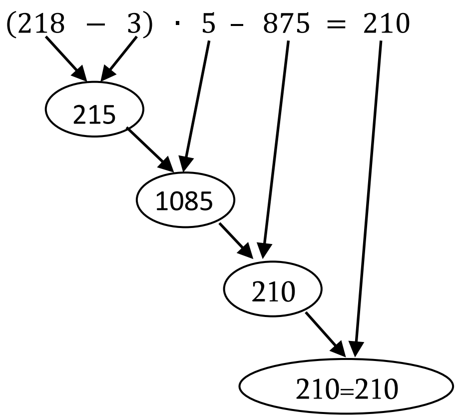
ბოლო მოქმედების მიხედვით ვთვლით, რომ მარცხენა ნაწილში გამოსახულება არის ნამრავლი. პირველი მამრავლია $(x - 3)$, მეორე მამრავლია 5. ნამრავლის მნიშვნელობაა 1085. უცნობი შედის პირველ მამრავლში. ვიპოვოთ იგი (უცნობად ვთვლით $(x - 3)$-ს). უცნობი მამრავლი რომ ვიპოვოთ, საჭიროა ნამრავლი გავყოთ ცნობილ მამრავლზე:

$$x - 3 = 1085 : 5,$$
$$x - 3 = 215.$$

მივიღეთ განტოლება, რომელშიც უცნობია საკლები. ვიპოვოთ იგი:

$$x = 215 + 3,$$
$$x = 218.$$

შევამოწმოთ უცნობის მიღებული მნიშვნელობა:



შეგვეძლო გამოგვეყენებინა სათანადო მოდელი:

$$(x-3)\cdot 5-875=210 \quad \text{— განტოლება}$$

$$\boxed{}-875=210 \quad \text{— მისი მოდელი}$$

§5. ამოცანების ამოხსნის სწავლება განტოლებათა შედგენით.

მეოთხე კლასში ისწავლება მარტივი ამოცანების ამოხსნა განტოლებათა შედგენით. განტოლების შედგენა არ უნდა იყოს ხელოვნური. იგი უნდა განხორციელდეს ამოცანაში მოცემული ცხოვრებისეული სიტუაციების უშუალო, ბუნებრივი აღქმის შედეგად. ამასთან, ეს შედგენა უნდა შესრულდეს მარტივი ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ერთმანეთთან შედარებასა და შეპირისპირებასთან კავშირში.

განვიხილოთ ზოგიერთი **ამოცანა.**

1. თამაზს ჰქონდა 6 წითელი ფანქარი. მან 2 ფანქარი თავის პატარა დაიკოს მისცა. რამდენი ფანქარი დარჩა თამაზს?

მოსწავლემ უნდა დაინახოს ამოცანის სიუჟეტის სქემა, მისი ლოგიკური სტრუქტურა:

ჰქონდა – მისცა – დარჩა.

მოსწავლეთათვის ადვილი გასაგები იქნება, რომ ამ შემთხვევაში ამოცანის სიუჟეტის სქემას უშუალოდ შეესაბამება გამოკლების ოპერაცია, რადგანაც მან იცის გამოკლების კონკრეტული აზრი: იყო – მოაკლდა – დარჩა. მაშასადამე, ამოცანას მოსწავლე ასე ხსნის: $6-2=x$ ანუ, რაც იგივეა, $x=6-2$. შედგა რიცხვითი ფორმულა.

აქ აღსანიშნავია ერთი გარემოება: მათემატიკური თვალსაზრისით ტოლობა $6 - 2 = x$ აბსურდია, ასეთი განტოლება არ იწერება. მაგრამ საქმე იმაშია, რომ სწავლების ამ ეტაპზე ეს ტოლობა ცვლის კითხვას: „6-ისა და 2-ის სხვაობა რას უდრის?“ მაშასადამე, ამ გაგებით იგი შეიძლება განტოლებად ჩავთვალოთ (მხოლოდ სწავლების ამ ეტაპზე).

2. თამაზს ჰქონდა რამდენიმე წითელი ფანქარი. მან თავის პატარა დაიკოს მისცა 2 ფანქარი, რის შემდეგაც დარჩა 4 ფანქარი. რამდენი ფანქარი ჰქონია თავდაპირველად თამაზს?

ეს ამოცანა პირველის შებრუნებულია, მაგრამ სქემა იგივეა: ჰქონდა – მისცა – დარჩა. აქაც გამოკლების კონკრეტული აზრია გამოხატული და სწორედ ამიტომ, იგივე მსჯელობით, შედგება განტოლება: $x - 2 = 4$ და არა რიცხვითი ფორმულა.

3. თამაზს ჰქონდა 6 წითელი ფანქარი. რამდენი ფანქარი მიუცია თამაზს პატარა დისთვის, თუ მას დარჩა 4 ფანქარი?

სქემა იგივეა, მსჯელობა ანალოგიური. შედგება განტოლება $6 - x = 4$.

ზემოთ განხილულ ამოცანებში სქემამ უშუალოდ, პირდაპირ წარმოშვა განტოლება. პირველ ხანებში განტოლების შედგენისას სწორედ ასეთი მიდგომაა საჭირო ამოცანებისადმი.

შემდგომ ეტაპზე საქმე რთულდება. მაგალითად, შეიძლება მოსწავლეებს მივცეთ დავალება:

ამოხსენით ამოცანა რიცხვითი ფორმულის შედგენით.

მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: არ ვიცით, რამდენი ფანქარი ჰქონდა თამაზს. მაგრამ თამაზს ჰქონდა ის, რაც მისცა და ჰქონდა ის, რაც დარჩა. ე. ი. $x = 2 + 4$.

როგორც ჩანს, აქ აზროვნების უფრო მაღალი დონეა.

ხაზი უნდა გავუსვათ ერთ გარემოებას. მოსწავლეებს ხშირად ეძლევათ დავალება: ამოხსენით ამოცანა მოქმედებათა შესრულებით! რიცხვითი ფორმულის შედგენით! განტოლებათა შედგენით! და ა. შ. რიცხვითი ფორმულა ხომ იგივე განტოლებაა? თითქოს წინააღმდეგობას ვაწყდებით. მაგრამ საქმე იმაშია, რომ მეოთხე კლასამდე ამოცანებთან დაკავშირებით ლაპარაკი იყო მხოლოდ რიცხვით ფორმულაზე და არა განტოლებაზე. მეოთხე კლასში კი, როცა ორივე ცნებას ვეხებით, საჭიროა მოსწავლეთა თვალწინ რიცხვითი ფორმულა რაღაცით გამოიყოს განტოლებისაგან. აქ უნდა მოხდეს ორი ცნების შედარება- შეპირისპირება.

ავიღოთ ზემოთ განხილულ ამოცანებში მიღებული ტოლობები:

$$6 - 2 = x$$

$$x - 2 = 4$$

$$6 - x = 4$$

სამივე ტოლობა განტოლებას წარმოადგენს, რადგანაც მათემატიკის დაწყებით კურსში განტოლება განიხილება როგორც ჭეშმარიტი ტოლობა, რომელიც შეიცავს უცნობ რიცხვს (და არა ცვლადს) და იხსნება მოქმედებათა კომპონენტებსა და შედეგებს შორის კავშირის საფუძველზე. ტერმინი „ამოხსნა“ იხმარება ორი აზრით: იგი აღნიშნავს როგორც რიცხვს (ფესვს), რომლის ჩასმის შედეგად განტოლება

იქცევა სწორ რიცხვით ტოლობად, ისე _ ამ რიცხვის ძიების პროცესსაც.

ზემოთ მოცემული მეორე განტოლების ამოხსნისათვის მოსწავლემ უნდა იცოდეს, თუ რას უდრის უცნობი საკლები; მესამე განტოლების ამოხსნისათვის მან უნდა იცოდეს, თუ რას უდრის უცნობი მაკლები; პირველი განტოლების ამოხსნისათვის არავითარი წესის ცოდნა საჭირო არ არის. სწორედ ასეთ განტოლებას ვუწოდოთ რიცხვითი ფორმულა. ამასთან, x თავში დავწეროთ და არა ბოლოში: $x = 6 - 2$.

განტოლების შედგენით ამოცანების ამოხსნის სწავლების ბოლო ეტაპზე განტოლებები გამოიყენება შედგენილი ამოცანის ამოხსნისას. მაგალითად:

ამოცანა 1. წიგნში 48 გვერდია. ნინო კითხულობდა ამ წიგნს სამი დღის განმავლობაში, ყოველდღიურად 9 გვერდს. რამდენი გვერდი დარჩა ნინოს წასაკითხი?

ამოხსნა :

დარჩენილი გვერდების რაოდენობა აღვნიშნოთ x–ით.

სამ დღეში ნინომ წაიკითხა $9 \cdot 3$ გვერდი. წიგნში სულ 48 გვერდია. შევადგინოთ **განტოლება:** $x + 9 \cdot 3 = 48$.

გვაქვს:

$$x + 9 \cdot 3 = 48.$$
$$x + 27 = 48,$$
$$x = 48 - 27,$$
$$x = 21.$$

პასუხი: ნინოს წასაკითხი დარჩა 21 გვერდი.

ამოცანა 2: მეურნეობაში ჰყავდათ ქათმები და ცხვრები. რამდენი იყო ქათამი და რამდენი _ ცხვარი, თუ მათ სულ ჰქონდათ 19 თავი და 46 ფეხი?

ამოხსნა: ვთქვათ, მეურნეობაში იყო x ცხვარი, მაშინ ქათამი იქნებოდა $19-x$. ცხვრების ფეხების რაოდენობა ტოლია $4x$-ის, ხოლო ქათმებისა _ $2(19-x)$-ის. შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება:

$$4x+2(19-x)=46.$$

აქ აუცილებელია მოსწავლეთა ყურადღების მიპყრობა იმაზე, რომ x-ით შეიძლებოდა აღგვენიშნა ქათმების რაოდენობა; ასეთ შემთხვევაში განტოლებას ექნებოდა სახე:

$$2x+4(19-x)=46.$$

ვერ ვიტყვით, რომ ეს განტოლება წინაზე უფრო რთულია, მაგრამ, თუ მოსწავლეებს არ უნდათ x-თან უარყოფითი კოეფიციენტების მიღება, მაშინ შემდგომისათვის უნდა იფიქრონ, x-ით რომელი სიდიდის აღნიშვნაა უმჯობესი.

ეს საკითხი აუცილებლად დასამუშავებელია.

ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის მეთოდიკას ჩვენ განვიხილავთ შემდგომ, ამავე წიგნის სხვა თავში, ცალკე. განტოლებათა შესახებ იქაც იქნება საუბარი.

აქ განვიხილოთ ერთი გაკვეთილის სცენარი სწავლების იმ ეტაპისათვის, როცა მოსწავლეები უკვე ფლობენ უარყოფითი რიცხვის ცნებას.

გაკვეთილის თემა: განტოლებათა ამოხსნა.

გაკვეთილის მიზნები:

- უმარტივეს და ორბიჯოვან განტოლებათა ამოხსნის ხერხების გამეორება.
- თავის ორივე ნაწილში ცვლადის შემცველ განტოლებათა ამოხსნის უნარ-ჩვევების ფორმირება.
- კომუნიკაციური ჩვევების განმტკიცება და განვითარება.

- მოსწავლეთა კვლევითი ჩვევების განვითარება.
- მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარება.
- საგნისადმი ინტერესის აღძვრა და განვითარება.

მოწყობილობა: ინტერაქტიური დაფა, სკანერი, მათემატიკის სახელმძღვანელო.

გაკვეთილის მსვლელობა

გაკვეთილის პირველი ეტაპი: **საშინაო დავალების შემოწმება.**

პირველი ეტაპის მიზნები:

- თვითშემოწმების ჩვევების განმტკიცება.
- საკუთარი და სხვისი შეცდომების შემჩნევისა და მათი მიზეზების ძიების უნარის განვითარება.
- ცოდნის აქტუალიზაცია გაკვეთილის თემაზე.

პირველი ეტაპის შინაარსი:

გაამარტივეთ გამოსახულება;

- $8a - 3(2a + 6)$;
- $7(5 - 3x) - 2(4x + 6)$;
- $3(5x - 2) - 4(3 - 2x) - (1 + x)$;
- $4(2a + 5b) - 3(2b - 5a) + 7$.

ამოხსენით განტოლება:

- $28 - x = -12$;
- $36 : (12 + x) = -6$.

პირველი ეტაპის მეთოდიკური კომენტარები:

მოსწავლეები ამოწმებენ საშინაო დავალებას, საკუთარ ნამუშევარს უდარებენ თანაკლასელის ნამუშევარს, რომელსაც მასწავლებელი დასვენებაზე ასკანირებს და გამოიყვანს ეკრანზე.

გაკვეთილის მეორე ეტაპი: **ახალი მასალის შესწავლა.**

მეორე ეტაპის მიზნები:

- უმარტივეს და ორბიჯოვან განტოლებათა ამოხსნის ადრე შეთვისებული ხერხების გამეორება.
- ახალი ხერხის ფორმირება.

მეორე ეტაპის შინაარსი:

მასწავლებელი ატარებს საუბარს.

_ როგორ მსჯელობდით, როცა ხსნიდით პირველ განტოლებას საშინაო დავალებიდან?

_ მეორე განტოლებას?

_ სცადეთ, ანალოგიურად იმსჯელოთ და ამოხსენით განტოლება: $3x - 7 = 5x - 16$.

_ რამე ხომ არ გიშლით ხელს? რა გიშლით?

_ როგორ შევცვალოთ განტოლება ისე, რომ მისი ამოხსნა შეიძლებოდეს ადრე შეძენილი ცოდნით?

მასწავლებელს შემოაქვს განტოლების წევრის მეორე მხარეს გადატანის წესები.

_ როგორ ამოხსნით განტოლებას: $16 + 5x - 2x = 3x - 7$?

_ ასეთ განტოლებას? $8(2 - x) - 5x = 7x - 9$.

_ ძალიან კარგი! ახლა ვეცადოთ, შევადგინოთ ყველა მსგავსი განტოლების ამოხსნის ალგორითმი.

მეორე ეტაპის მეთოდიკური კომენტარები:

- ახალი მასალის შესწავლისას გამოიყენება გაკვეთილის თანმხლები პრეზენტაცია.
- მასწავლებელი ქმნის პრობლემურ სიტუაციას. მოსწავლეებს გამოაქვთ დასკვნა იმის შესახებ, რომ ადრე შეძენილი ცოდნა საკმარისი არ არის, იგი არ მუშაობს.

- მოსწავლეები ამბობენ: კარგი იქნებოდა, რომ ყველა ცვლადი ყოფილიყო განტოლების ერთ მხარეს.
- მასწავლებელი მიუთითებს, როგორ უნდა შესაკრებების გადატანა განტოლების ერთი მხარიდან მეორეში.
- რომ გადაგვეტანა შესაკრებები 16 და $7x$ და შეგვეერთებინა მსგავსი წევრები, შევძლებდით ცვლადის მნიშვნელობის პოვნას.
- აზუსტებენ წესს: ჯერ უნდა გავხსნათ ფრჩხილები, შემდეგ გადავიტანოთ გადასატანი შესაკრებები, შევაერთოთ მსგავსი შესაკრებები და ვიპოვით ცვლადის მნიშვნელობას.
- აყალიბებენ განხილული სახის განტოლების ამოხსნის ალგორითმს.

გაკვეთილის მესამე ეტაპი: **პირველადი განმტკიცება.**

მესამე ეტაპის მიზნები:

- განტოლების ამოხსნის მიღებული ხერხის გამოყენების ჩვევის გამომუშავება.

მესამე ეტაპის შინაარსი:

ამოხსენით განტოლებანი:

- $6x - 10 = 8$;
- $7x = x + 15$;
- $3x - 8 = 2x + 12$;
- $-17x + 4x = 9x + 15$;
- $5(3 + x) - 4x = 6x - 7$;
- $-2(3x - 1) + 4x = 5x + 7(1 - 2x)$.

მესამე ეტაპის მეთოდიკური კომენტარები:

- მოსწავლეები ხსნიან განტოლებებს.
- მიმდინარეობს თვითშემოწმება ნიმუშის მიხედვით, რასაც იძლევა მასწავლებელი.

- ლურჯი ფერით გამოყოფილია ამ გაკვეთილისათვის შედარებით ძნელი განტოლებები. მას ხსნიან ის მოსწავლე-ები, რომლებიც სამუშაოს თავს ართმევენ სხვებზე ადრე.

გაკვეთილის მეოთხე ეტაპი: **შემოქმედებითი განმტკი-ცება.**

მეოთხე ეტაპის მიზნები;

- მოსწავლეთა კვლევითი ჩვევების ფორმირება.

მეოთხე ეტაპის შინაარსი:

- ბავშვებო! მითხარით, რამდენი ფესვი აქვს იმ განტო-ლებებს, რომლებიც თქვენ ამოხსენით?
- როგორ ფიქრობთ, ეს ყოველთვის ასე იქნება?
- მოდით, ჩვენი ვარაუდი შევამოწმოთ!
- გთავაზობთ, ჯგუფებში განიხილეთ შემდეგი განტო-ლებების ამოხსნები:
  - პირველმა ჯგუფმა ამოხსნას განტოლება:

$$2x - 6 = 0.$$

  - მეორე ჯგუფმა ამოხსნას განტოლება:

$$2x - 6 = 2(x - 5).$$

  - მესამე ჯგუფმა ამოხსნას განტოლება:

$$2x - 6 = 2(x - 3).$$

- რამდენი ფესვი მიიღეთ?
- იმართება გარჩევა, გამოაქვთ დასკვნა: $ax + b = 0$ სა-ხის განტოლებას შეიძლება ჰქონდეს ერთი ფესვი, შეიძლება არ ჰქონდეს არც ერთი ფესვი, შეიძლება ჰქონდეს ფესვების უსასრულო რაოდენობა.

გაკვეთილის მეხუთე ეტაპი: **რეფლექსია.**

მეხუთე ეტაპის შინაარსი:

- რას მოელოდით დღევანდელი გაკვეთილისგან?
- რა გაიგეთ ახალი გაკვეთილზე?

- რით ხართ კმაყოფილი და რით _ არა?
- რამ გამოიწვია სიძნელეები?
- თქვენი აზრით, რა შეიძლება დაგეხმაროთ სიძნელეების დაძლევაში?

გაკვეთილის მეექვსე ეტაპი: **საშინაო დავალება.**

მეექვსე ეტაპის შინაარსი:

- შეისწავლეთ ალგორითმი,
- შეასრულეთ სავარჯიშოები (ეძლევა დავალება).

ზოგადად რომ ვთქვათ, განტოლებები იმიტომაა საჭირო, რომ შევძლოთ ამოცანის ამოხსნისათვის აუცილებელი გამოთვლითი შრომის, ზოგჯერ ძალზე რთულისაც კი, მექანიზირება. მას შემდეგ, რაც განტოლება შედგენილია, მისი ამოხსნის მიღება შეიძლება სრულიად ავტომატურად. ამოცანის ამოხსნის მთელი სიძნელე დაიყვანება მხოლოდ განტოლების შედგენაზე.

§6. ფუნქციონალური პროპედევტიკა დაწყებით სკოლაში

მათემატიკის დაწყებით კურსში არ გამოიყენება ფუნქციასთან დაკავშირებული ტერმინები და აღნიშვნები, მაგრამ ფუნქციონალური დამოკიდებულობის იდეა ამ კურსს გასდევს სწავლების მთელ მანძილზე. სხვადასხვა თემის შესწავლისას მოსწავლეებს განუმარტავენ, რა არის დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის. მაგალითად, უკვე შეკრების შესწავლისას მოსწავლეები აკვირდებიან, რა ემართება ჯამის მნიშვნელობას, როცა იცვლება ერთ-ერთი შესაკრები. ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეები იხილავენ ერთი სიდიდის ცვლილების დამოკიდებულებას მეორისაგან. მაგალითად,

ხედავენ, როგორ ზემოქმედებს ფასის ცვლილება ღირებულებაზე და სხვ.

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლებისას ამ იდეას ემსახურება ისეთი სავარჯიშოები, როგორიცაა: ცვლადის შემცველი გამოსახულების მნიშვნელობათა პოვნა ცვლადის მოცემული მნიშვნელობებისათვის, ცვლადის შემცველ გამოსახულებებთან დაკავშირებით სხვადასხვა სახისა და ხასიათის ცხრილების შევსება. ამ შემთხვევაში არაცხადი სახით მოცემულია ფუნქციის განსაზღვრის არე, ფუნქციის მნიშვნელობის პოვნის წესი, მოსწავლეები კი ეძებენ ცვლილების არეს.

ფუნქციონალურ დამოკიდებულებას ბავშვები სწავლობენ განსაკუთრებით პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის დროს.

ამასთან დაკავშირებით განვიხილოთ დამოკიდებულება ზოგიერთ სიდიდეთა შორის, რომელთა ცოდნა აუცილებელია დაწყებითი სკოლის მასწავლებლისთვის.

დაწყებითი სკოლის მათემატიკის კურსში, ამოცანების ამოხსნასა და შედგენასთან დაკავშირებით, დიდი ადგილი უჭირავს პროპორციულ სიდიდეთა რამდენიმე ჯგუფს. ესენია: მანძილი, სიჩქარე, დრო; ღირებულება, ფასი, რაოდენობა და სხვ.

მანძილს, სიჩქარესა და დროს შორის დამოკიდებულება გამოისახება ფორმულით $S = v \cdot t$. ამ სიდიდეთა შორის დამოკიდებულების განხილვისას ერთ-ერთი მათგანი მუდმივი უნდა იყოს. განვიხილოთ სხვადასხვა შემთხვევა.

1) თუ მოძრაობა ისეთია, რომ სიჩქარე ერთი და იგივე მნიშვნელობას ღებულობს, ე. ი. უცვლელია, მაშინ მანძილი

დროის პირდაპირპროპორციულია, რადგანაც გამოისახება ფორმულით $y = kx$. x ცვლადი არის მოძრაობის დრო, ხოლო y ცვლადი – მანძილი. k კოეფიციენტი აღნიშნავს მოძრაობის სიჩქარეს. მანძილსა და დროს შორის აღნიშნული დამოკიდებულება ხასიათდება თვისებით: რამდენჯერაც მეტია (ნაკლებია) მოძრაობის დრო, იმდენჯერ მეტია (ნაკლებია) გავლილი მანძილი. მანძილის დამოკიდებულება დროისაგან შეიძლება წრფივიც იყოს, ე. ი. გამოისახებოდეს ფორმულით $y = kx + b$, სადაც y არის მანძილი, x – დრო, k – სიჩქარე, ხოლო b, აგრეთვე, მანძილია. განვიხილოთ

ამოცანა: ტურისტებმა 21 კმ გაიარეს ფეხით, ხოლო დარჩენილი მანძილი გაიარეს ავტობუსით, რომლის სიჩქარე იყო 45 კმ/სთ. რა მანძილი გაუვლიათ ტურისტებს სულ, თუ ისინი ავტობუსით მგზავრობდნენ 4 სთ-ის განმავლობაში?

თუ ამოცანისათვის შევადგენთ რიცხვით ფორმულას, მივიღებთ $x = 45 \cdot 4 + 21$. თუკი ავტობუსის მოძრაობის დრო ცვლადი იქნება, (ე. ი. დავსვამთ რამდენიმე ამოცანას), მაშინ ფორმულა მიიღებს სახეს $y = 45\ x + 21$, სადაც y არის სულ გავლილი მანძილი, x არის ავტობუსით მოძრაობის დრო.

2) ვთქვათ, t ღებულობს ერთ და იგივე მნიშვნელობას. განვიხილოთ ამოცანა.

ავტომანქანამ 30 კმ/სთ სიჩქარით გაიარა 120 კმ. რამდენ კილომეტრს გაივლის ავტომანქანა იმავე დროში, თუ მისი სიჩქარე იქნება 60 კმ/სთ?

ცხადია რომ, რაც უფრო მეტია სიჩქარე, მით უფრო მეტია გავლილი მანძილი. უფრო მეტიც, რამდენჯერაც მეტია სიჩქარე, იმდენჯერ მეტია გავლილი მანძილი. მაშასადამე,

მანძილი სიჩქარისაგან, მუდმივი დროის შემთხვევაში, დამოკიდებულია პირდაპირპროპორციულად.

3) ვთქვათ, S ღებულობს ერთ და იგივე მნიშვნელობას. გამოვარკვიოთ, როგორი დამოკიდებულება არსებობს სიჩქარესა და დროს შორის. განვიხილოთ ამოცანა.

ავტომანქანა 3 საათის განმავლობაში მოძრაობდა 45 კმ/სთ სიჩქარით. როგორი სიჩქარით უნდა იმოძრაოს ავტომანქანამ, რომ 9 საათში გაიაროს იგივე მანძილი?

თუ საძიებელ სიჩქარეს აღვნიშნავთ x-ით, მაშინ

$$x = (45 \cdot 3) : 9 = 15.$$

როგორც ჩანს, დროის 3-ჯერ გაზრდამ გამოიწვია სიჩქარის 3–ჯერ შემცირება. ე. ი. დრო და სიჩქარე ერთმანეთთან უკუპროპორციულადაა დამოკიდებული.

რაც ითქვა **მანძილი – სიჩქარე – დრო** სამეულის შესახებ, ზუსტად იგივე ითქმის **ღირებულება – ფასი – რაოდენობა** სამეულის შესახებაც.

ფუნქციონალური პროპედევტიკის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი კომპონენტია მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის ცნება, რადგანაც ფუნქციის თვისებათა კვლევასთან აუცილებლად გვექნება საქმე. ამ მიზნით გამოსაყენებელია სპეციალურად შექმნილ სავარჯიშოთა მთელი სისტემა, რომლის შიგნით, ჩვენი აზრით, საპატიო ადგილი უჭირავს ისეთი სახის სავარჯიშოს, როგორიც მოცემულია ქვემოთ. იგი ხელს უწყობს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის ცნების ფორმირებას, უვითარებს მოსწავლეს ამ სისტემაში გაცნობიერებული მუშაობის უნარს.

ამოცანა: ყოველ ასოს ეთანადება რიცხვების წყვილი რომელშიც პირველი კომპონენტი ქვემოთ მოცემული კოდუ-

რი ცხრილის სტრიქონის ნომერია, მეორე კი _ სვეტის ნომერი.

3	ა	ბ	გ	დ	ე	ვ	ზ	თ	ი	კ	ლ	შუა-ლედი
2	მ	ნ	ო	პ	ჟ	რ	ს	ტ	უ	ფ	ქ	,
1	ღ	ყ	შ	ჩ	ც	ძ	წ	ჭ	ხ	ჯ	ჰ	.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

გამოიყენეთ მოცემული ცხრილი და გაშიფრეთ თავსატეხი: (4,1), (5,3), (1,2), (9,3), (12,3), (9,1), (1,3), (8,2), (9,3), (1,3), (12,3), (7,2), (1,3), (1,2), (3,1), (3,2), (2,3), (11,3), (3,2), (12,2), (12,3), (7,2), (1,3), (9,1), (1,3), (8,2), (5,3), (12,3), (1,2), (8,3), (5,3), (11,3), (9,3), (12,3), (11,2), (6,3), (5,3), (2,1), (1,3), (2,2), (1,3), (12,1).

პასუხი: ჩემი ხატია სამშობლო, სახატე მთელი ქვეყანა.

§7. ალბათური და კომბინატორიკული შინაარსის ამოცანები მათემატიკის დაწყებით კურსში

ეროვნული სასწავლო გეგმის მიხედვით მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების ერთ-ერთი მიმართულებაა „მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა“. ეს მიმართულება იწყება მეორე კლასიდან.

მეორე კლასში: მოსწავლე აგროვებს თვისებრივ მონაცემებს მისი უშუალო გარემოცვის შესახებ; აწესრიგებს თვისებრივ მონაცემებს; აკეთებს თვისებრივ მონაცემთა ინტერპრეტაციას.

მესამე კლასში: მოსწავლე აგროვებს თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემებს მოცემულ თემასთან ან გამოსაკვლევ ობიექტთან დაკავშირებით; აწესრიგებს და წარმოადგენს დისკრეტულ რაოდენობრივ და თვისებრივ მონაცემებს; აკეთებს თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემთა ინტერპრეტაციას.

მეოთხე კლასში: აგროვებს თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემებს მოცემულ თემასთან ან გამოსაკვლევ ობიექტთან დაკავშირებით; აწესრიგებს რაოდენობრივ და თვისებრივ მონაცემებს; აკეთებს რაოდენობრივ და თვისებრივ მონაცემთა ინტერპრეტაციასა და ელემენტარულ ანალიზს.

მეხუთე-მეექვსე კლასებში: მოიპოვებს დასმული ამოცანის ამოსახსნელად საჭირო თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემებს; აწესრიგებს და წარმოადგენს თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემებს დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით; აკეთებს თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემთა ინტერპრეტაციასა და ელემენტარულ ანალიზს.

ზემოთ ჩამოთვლილ ყოველ პუნქტს თავისი შინაარსი გააჩნია და სასწავლო პროცესში ამ შინაარსზე მიმდინარეობს სისტემატური, სისტემური და თანამიმდევრული მუშაობა ცოდნის შეძენის, მასალის არსში წვდომა-გაცნობიერების, მისი პრაქტიკაში გამოყენების, ანალიზის, სინთეზისა და შეფასების ფარგლებში.

მაგრამ, გარდა ამისა, და ამის პარალელურად, მათემატიკის დაწყებით კურსში, პირველივე კლასიდან, ჩართულია ალბათური და კომბინატორიკული შინაარსის ამოცანე-

ბი, რომლებიც უმარტივესიდან თანამიმდევრულად ვითარდება.

ალბათობის სამყაროსთან უმცროსკლასელთა ზიარების პირველი ნაბიჯი ხანგრძლივ ექსპერიმენტირებაში მდგომარეობს. ექსპერიმენტს ერთ და იმავე პირობებში იმეორებენ მრავალჯერ და შედეგებს მოსწავლეები აფიქსირებენ. შემდეგ ექსპერიმენტის პირობებს ცვლიან.

მოვიყვანოთ თამაშობათა მაგალითები და დავალებები, რომელთა გამოყენებაც შეიძლება უმცროსკლასელთათვის ალბათობის თეორიის ძირითად ცნებათა გაცნობისას.

1. **ცნებები:** ***შეუძლებელი ხდომილება, აუცილებელი ხდომილება.*** ექსპერიმენტი, რომელიც ხელს უწყობს ამ ცნებათა გაცნობიერებას მოსწავლეთა მიერ; ხოლო შემთხვევითი ხდომილების მიმართ ადგენს და აზუსტებს ცნებებს: მეტად ალბათური ხდომილება, ნაკლებად ალბათური ხდომილება.

სწავლების საშუალება: თოფრაკი და 9 ბურთულა – 3 წითელი, 3 თეთრი, 3 ლურჯი.

დავალება: თოფრაკში არის 3 წითელი, 3 თეთრი და 3 ლურჯი ბურთულა. რამდენი ბურთულა უნდა ამოვიღოთ თოფრაკიდან, რომ უტყუარად გვექნეს ამოღებული სამივე ფერის ბურთულა?

ცხადია, ბავშვები იძლეოდნენ იქნება სხვადასხვა პასუხებს და ამ პასუხებს ისინი დაასაბუთებენ ექსპერიმენტების ჩატარებით. საბოლოოდ ბავშვები უნდა მივიდნენ დასკვნამდე:

- თუ ამოვიღებთ 7, 8 ან 9 ბურთულას, აუცილებლად გვექნება სამივე ფერი.

- თუ ამოვიღებთ 3, 4, 5, ან 6 ბურთულას, მაშინ შეიძლება გვექნეს სამივე ფერი, შეიძლება არ გვექნეს.

თუ ამოვიღებთ 1 ან 2 ბურთულას, მაშინ შეუძლებელია სამივე ფერი გვექნეს.

აქ აუცილებელია ექსპერიმენტულად მიღებული პასუხების ლოგიკურად გაცნობიერებული დასაბუთება.

მაშასადამე, მოსწავლეები თვითონ, მათ მიერ ჩატარებული ექსპერიმენტების, შედეგებზე დაკვირვებისა და მათი გამოკვლევის შედეგად „აღმოაჩენენ“ შემდეგ ორ კანონზომიერებას:

ა) **შეუძლებელია გვექნეს** სამივე ფერი ორ შემთხვევაში:

- თუ ამოვიღებთ 1 ბურთულას,
- თუ ამოვიღებთ 2 ბურთულას.

ბ) **აუცილებლად გვექნება** სამივე ფერი სამ შემთხვევაში:

- თუ ამოვიღებთ 7 ბურთულას,
- თუ ამოვიღებთ 8 ბურთულას,
- თუ ამოვიღებთ 9 ბურთულას.

დანარჩენი ოთხი შემთხვევის საფუძველზე, მათზე დაკვირვების, მათ გამოვლენასა და ლოგიკური მსჯელობის მოშველიების საფუძველზე უნდა მოხდეს ფორმირება ცნებებისა: „მეტად ალბათური ხდომილება“ და „ნაკლებად ალბათური ხდომილება“. ამით, გარდა ამისა, ზეპირსამეტყველო ლექსიკაც მდიდრდება, ამას ემატება „მეტად მოსალოდნელი“, „ნაკლებად მოსალოდნელი“, „უიმედო“ და სხვ.

2. ექსპერიმენტი ხუთი მონეტით. იგი ხელს უწყობს მოსწავლეებში კანონზომიერების აღმოჩენისა და დადგენის უნარის გამომუშავებასა და განვითარებას.

სწავლების საშუალება: ხუთი ერთნაირი მონეტა.

მასწავლებელი მიმართავს მოსწავლეებს: აი, მონეტა! მას ორი მხარე გააჩნია – ციფრიანი და გერბიანი. იგი ზევით რომ ავისროლოთ, ცხადია, დაეცემა ან ციფრით ზემოთ, ან გერბით ზემოთ. ხუთივე მონეტა ერთდროულად რომ ავისროლოთ, მაშინაც ცხადია, რომ ზოგი დაეცემა ციფრით ზემოთ, ზოგი – გერბით ზემოთ. განა საინტერესო არ არის, შევისწავლოთ, როგორი თანაფარდობები შეიძლება არსებობდეს ამ მოვლენებს შორის?

მასწავლებელს აქ შეუძლია ჩაუტაროს საინტერესო საუბარი, მოიშველიოს ისტორიული ექსკურსებიც.

დავალება: აღვნიშნოთ, როგორი შემთხვევებია შესაძლებელი ხუთივე მონეტის ერთდროულად ასროლის დროს. მონაცემები შევიტანოთ ცხრილში, გამოვთქვათ ჩვენი ვარაუდები. ექსპერიმენტი ჩავატაროთ 20-ჯერ, 40-ჯერ, 60-ჯერ, 80-ჯერ და 100-ჯერ. ექსპერიმენტების ყოველი სერიის შემდეგ შევაჯამოთ მონაცემები და დავაკვირდეთ ჩვენთვის დღემდე ფარულ კანონზომიერებას, მივაკვლიოთ მათ.

ამ ექსპერიმენტებში ყალიბდება თვისებრივ და რაოდენობრივ მონაცემთა მოპოვების, მოწესრიგების, ინტერპრეტაციისა და ანალიზის უნარ-ჩვევები. საამისო მოტივაციაც ძლიერია და ფრიად ეფექტური.

მთავარი – კანონზომიერების მიკვლევაა. ექსპერიმენტების პირველი სერიის (20-ჯერ ჩატარების) შემდეგ შეჯამდება მონაცემები, გაკეთდება დასკვნები, მოსწავლეები გამოთქვამენ თავიანთ ვარაუდს საკითხებზე: რომელი ხდომილებაა უფრო შესაძლებელი, რომელი ხდომილებაა ნაკლებად შესაძლებელი, არსებობს თუ არა მათ შორის ტოლშესაძლებელი, თანაბრადშესაძლებელი. ეს ვარაუდები და-

ზუსტდება ექსპერიმენტების მეორე სერიის შემდეგ, კიდევ უფრო დაზუსტდება მესამე სერიის შემდეგ და ა. შ.

ეს – მოსწავლეთა შემოქმედებითი მუშაობის ბრწყინვალე ნიმუშია.

3. **ექსპერიმენტი,** რომელიც ხელს უწყობს ცნებების: ტოლად შესაძლებელი ხდომილებები, მეტად ალბათური ხდომილება, ნაკლებად ალბათური ხდომილება.

სწავლების საშუალება: ორი თეთრი და ერთი შავი ბურთულა.

ექსპერიმენტი ტარდება ორ ვარიანტად (თანამიმდევრობით).

ა) **ექსპერიმენტის აღწერა:** ყუთში ან თოფრაკში ათავსებენ ორ თეთრ და ერთ შავ ბურთულას. მოსწავლეებს თანამიმდევრობით ამოაქვთ ორი ბურთულა. მასწავლებელი ეკითხება მოსწავლეებს: „როგორი შეიძლება იყოს ასეთი ცდის შედეგი?“

ექსპერიმენტის შედეგად აღმოჩნდება, რომ შესაძლებელია სამი შემთხვევა:

- ამოიღო თეთრი და თეთრი,
- ამოიღო თეთრი და შავი,
- ამოიღო შავი და თეთრი.

ბ) **ექსპერიმენტის აღწერა.** ყუთში ან თოფრაკში ათავსებენ ორ თეთრ და ერთ შავ ბურთულას. მოსწავლეებს თანამიმდევრობით ამოაქვთ ორ-ორი ბურთულა (ყოველი ამოღების შემდეგ ბურთულებს აბრუნებენ უკან). მასწავლებელი ეკითხება მოსწავლეებს: „როგორი შეიძლება იყოს ასეთი ცდის შედეგი?“

რადგანაც თეთრი ბურთულები მარკირებული არ არის და ორივე ერთნაირია, ამიტომ შესაძლებელია გვქონდეს მხოლოდ ორი შემთხვევა:

- ამოიღო ორი თეთრი,
- ამოიღო ერთი თეთრი, ერთი შავი.

აქ ხდება დაზუსტება ისეთი ცნებებისა, როგორიცაა: რომელია მეტად მოსალოდნელი შემთხვევა, რომელია ნაკლებად მოსალოდნელი შემთხვევა, არსებობს თუ არა თანაბრად მოსალოდნელი შემთხვევები.

ზემოთ საუბარი გვქონდა ალბათობის თეორიიდან ძირითად ცნებებზე მხოლოდ დაწყებითი კლასებისათვის. ამ ცნებათა უფრო დაზუსტება და კიდევ სხვა ცნებებზე წარმოდგენების შექმნა შესაძლებელია კონკრეტული პრაქტიკული სავარჯიშოებისა და ექსპერიმენტების ბაზაზე.

ამასთან დაკავშირებით, გასათვალისწინებელია, რომ პიაჟეს მიხედვით ბავშვს შვიდ წლამდე არ შეუძლია, რომ ერთმანეთისაგან განასხვაოს აუცილებელი და შესაძლო ხდომილობები და შემთხვევითობის ცნება მისთვის თვალსაჩინოდ მიუწვდომელია. მაგრამ შვიდი წლიდან თოთხმეტ წლამდე ასაკში იგი აცნობიერებს ამ განსხვავებას, თუმცა, განვითარების ამ საფეხურზე ჯერ კიდევ არ ფლობს საჭირო კომბინატორიკულ ტექნიკას და, საერთოდ, მათემატიკურ საფუძვლებს იმისათვის, რომ ალბათური ექსპერიმენტის აბსტრაქტული მოდელი შექმნას, ყველაფერი ისევ და ისევ პრაქტიკულ საქმიანობაზეა დამოკიდებული.

რაც შეეხება კომბინატორიკული შინაარსის ამოცანებს, ისინიც არანაკლებ საინტერესოა ბავშვებისათვის. მოტივა-

ცია აქაც მაღალია. საჭიროა, რომ თანამიმდევრულად განვიხილოთ შემდეგი სახის ამოცანები:

1. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2 და 3?

2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2 და 3 ისე, რომ ციფრები არ გავიმეოროთ?

3. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2, 3 და 4?

4. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2, 3 და 4 ისე, რომ ციფრები არ გავიმეოროთ?

5. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2, 3 და 4?

6. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2, 3 და 4 ისე, რომ ციფრები არ გავიმეოროთ?

7. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 2, 3, 4 და 5?

8. და ასე შემდეგ.

ასეთი ამოცანების ამოხსნა ხდება მხოლოდ პრაქტიკული მეთოდით, თანდათანობით, ყველა შესაძლო შემთხვევის პრაქტიკული ამოწურვით.

ალბათური და კომბინატორიკული შინაარსის ამოცანების ამოხსნისას ყოველგვარი ფორმულისაკენ სწრაფვა უნდა გამოირიცხოს. ეს ამოცანები ლოგიკურ ამოცანებად უნდა ჩაითვალოს და მათი დანიშნულება უნდა იყოს მოსწავლეებში მათემატიკური წარმოდგენების განვითარება.

ამასთან, უნდა აღინიშნოს, რომ ზედა, მეოთხე-მეექვსე კლასებში წარმატებით შეიძლება კანონზომიერების ძიების

ხერხის გამოყენება. ეს შეიძლება დაახლოებით ასე წარიმართოს:

_ რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ერთი ციფრისაგან? (მოსწავლეებს ეძლევა ერთი ნებისმიერი ციფრი, ისინიც, პრაქტიკულად ცდიან და მივლენ დასკვნამდე, რომ შეიძლება მხოლოდ **ერთი** რიცხვი შედგეს, ე. ი. **პასუხია 1**).

_ რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრისაგან? (მოსწავლეებს ეძლევა ორი ნებისმიერი ციფრი, ისინიც, პრაქტიკულად ცდიან და მივლენ დასკვნამდე, რომ შეიძლება **ორი** ორნიშნა რიცხვი შედგეს, ე. ი. **პასუხია 2**).

_ რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება სამი ციფრისაგან? (მოსწავლეებს ეძლევა სამი ნებისმიერი ციფრი, ისინიც, პრაქტიკულად ცდიან და მივლენ დასკვნამდე, რომ შეიძლება **ექვსი** სამნიშნა რიცხვი შედგეს, ე. ი. **პასუხია 6**).

_ რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ოთხი ციფრისაგან? (მოსწავლეებს ეძლევა ოთხი ნებისმიერი ციფრი, ისინიც, პრაქტიკულად ცდიან და მივლენ დასკვნამდე, რომ შეიძლება ოცდაოთხი ოთხნიშნა რიცხვი შედგეს, ე. ი. **პასუხია 24**).

ამის შემდეგ მასწავლებელი ამოიწერს მიღებულ პასუხებს და მოსწავლეთა წინაშე სვამს ახალ ამოცანას.

ამოცანა: მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა: 1, 2, 6, 24. მონახეთ ამ მიმდევრობის შედგენის კანონზომიერება და იპოვეთ მომდევნო მეხუთე რიცხვი!

ამოხსნა: მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები პოულობენ ამ კანონზომიერებას და პასუხობენ ამოცანის კითხვას:

$1 = 1$, იგი მოცემული მიმდევრობის პირველი წევრია.

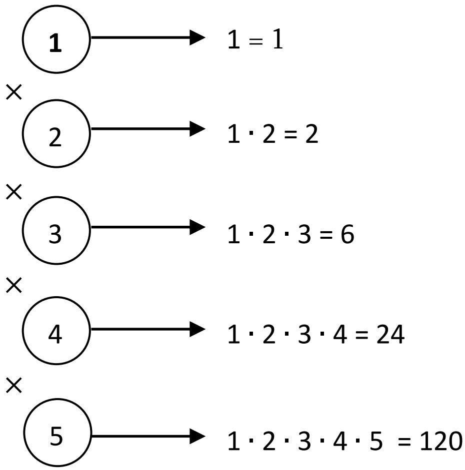
$2 = 1 \cdot 2$, რადგანაც მეორე წევრია.

$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$, რადგანაც მესამე წევრია. მაშასადამე, მომდევნო მეოთხე რიცხვი იქნება

$24 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$.

ამით მოსწავლეები მიდიან რიცხვის ფაქტორიალის ცნების გაცნობიერებისკენ.

შეიძლება მიეცეს ასეთი მოდელიც:



თავი მეორე

გეომეტრიული მასალის სწავლების მეთოდიკა

§1. გეომეტრიული მასალის სწავლების მიზნები

ნებისმიერი სასწავლო საგნის შესწავლა, საბოლოო ჯამში, გულისხმობს მოსწავლეთა მიერ ცნებათა დაუფლებას. ცნება თავის განვითარებაში გადის შემეცნების გრძნობით და რაციონალურ საფეხურებს, აღქმის სახოვნებიდან (ხატოვნებიდან) ცნებათა სისტემამდე.

აღქმისა და წარმოდგენის ერთეულად სახეებს ადამიანი ქმნის შემეცნების გრძნობით საფეხურზე. რაციონალურ საფეხურზე, უფრო ზუსტად, ამ საფეხურის ემპირიულ სტადიაზე ფორმირდება განზოგადებული წარმოდგენები ანუ სახე-ცნებები. ფაქტობრივად 7-12 წლის ბავშვებს უყალიბდებათ განზოგადებული წარმოდგენები, ე. ი. ისინი ეუფლებიან ცნებათა ჩამოყალიბების ორ ეტაპს: პირველი – სახეების წარმოქმნა, მეორე, – წარმოდგენათა ფორმირება. ამიტომ მოსწავლის განვითარებაზე ორიენტირებული სასწავლო პროცესის აგებისას დაწყებით სკოლაში გეომეტრიული მასალის სწავლების ძირითადი ამოცანაა მოსწავლის ცნობიერებაში გეომეტრიული სახეების სისტემის შექმნა. სხვა ამოცანა დგას უფროსი კლასების წინაშე. იქ უკვე გეომეტრიულ ცნებათა სისტემის შექმნაზეა საუბარი.

დაწყებით კლასებში ასეთი ამოცანის მიზანშეწონილობა განისაზღვრება აზროვნების ხატოვანი კომპონენტების განვითარების სენსიტიური (7-დან 11(12) წლამდე პერიოდი)

და მხედველობითი ფუნქციის პროგრესიული განვითარების (ადგილი აქვს 15 წლამდე) პერიოდებით.

მასწავლებელს მოსწავლე გეომეტრიის სამყაროში შეჰყავს გარესამყაროს განხილვის საფუძველზე, სხვა გზა არც არის.

1-6 კლასებში გეომეტრიული მასალის სწავლების ძირითადი მიზნებია:

- სივრცითი აზროვნების, როგორც ხატოვანის სახესხვაობის, განვითარება.
- მოსწავლის მიერ მისი გარესამყაროს შემეცნება გეომეტრიული პოზიციებიდან. მოსწავლის გარესამყარო არის მის ცნობიერებაში სამყაროს გეომეტრიული სურათის შექმნის ბაზა.
- გარესამყაროში მოსწავლის ორიენტაციისას უკვე ფორმირებული წარმოდგენების გამოყენების უნარის განვითარება.
- მოსწავლის რეფლექსიური უნარის განვითარება.
- გეომეტრიისა და მისი მომიჯნავე დისციპლინების შემდგომი შესწავლისათვის მოსწავლეთა მომზადება.

ეს უკანასკნელი მოიცავს საკითხებს:

- გეომეტრიული ფიგურებისა და მიმართებების შესახებ წარმოდგენების განვითარება.
- ფარგლით, სახაზავით, კუთხედით, ტრანსპორტირით აგებათა შესრულების კონსტრუქციული უნარების განვითარება.
- გეომეტრიულ სიდიდეთა გაზომვის ჩვევების ფორმირება.

- გეომეტრიული ობიექტების განსაზღვრის კონსტრუირების ჩვევათა განვითარება.
- ვერბალურ-ლოგიკური აზროვნების განვითარება.

მოკლედ დავახასიათოთ ის საფუძველი, რომელიც განაპირობებს ზემოთ ჩამოთვლილი მიზნების მიზანშეწონილობას.

1. 1-6 კლასების მოსწავლეების აზროვნებაში ჭარბობს ხატოვანი მოქმედიანობა. ხატოვან შემადგენელს კი ნებისმიერი ადამიანის აზროვნებაში მნიშვნელოვანი წილი უჭირავს. გეომეტრიული მასალის სწავლების პროცესში მუდმივად გვიხდება, მივმართოთ სივრცით სახეებს.

ხატოვანი აზროვნება მნიშვნელოვან როლს თამაშობს გაგებისა და გაცნობიერების პროცესებშიც. ინფორმაციის აღქმისას ადამიანი ეყრდნობა წარმოდგენებს და ამის შესაბამისად გადააქვს იგი საკუთარ ენაზე.

2. განათლების ძირითადი ამოცანაა პიროვნების მიერ სამყაროს ერთიანი სურათის შექმნა; მაშასადამე, პიროვნების განვითარებაზე ორიენტირებულმა სასწავლო პროცესმა უნდა უზრუნველყოს მოსწავლეთა ისეთი ცოდნა, და ისეთი ორგანიზაციით, რომ მან შეძლოს თანდათანობით ჩამოიყალიბოს ერთიანი წარმოდგენები სამყაროს შესახებ.

3. მოსწავლეს, რომელიც შემეცნების სხვადასხვა ეტაპზე ქმნის სამყაროს სურათს (როგორც რომელიღაც ერთიან სტრუქტურას), უნდა შეეძლოს მისი ცალკეული ქვესტრუქტურების გამოყოფა, მათი დეტალური შესწავლის მიზნით, და ამისათვის – ანალიზური მოქმედიანობის გამოყენება. მაგრამ ამ პროცესის წარმართვისათვის აუცილებელია, მოსწავლეს გაცნობიერებული ჰქონდეს, რომ გეომეტრიული სი-

ვრცე და უშუალოდ გარემომცველი სივრცე ერთი და იგივე არ არის, ისევე, როგორც გეომეტრიული აზროვნება და სივრცითი აზროვნება ერთი და იგივე არ არის.

სრულფასოვანი გეომეტრიული მსჯელობები დაკავშირებულია არა ცალკეული სივრცითი ობიექტებით, არამედ ამ ობიექტების კლასებით ოპერირებასთან, და ეს კლასები წარმოქმნილია „ერთნაირობის“ ამა თუ იმ პრინციპით. სრულიად აშკარაა, რომ ასეთი აზროვნება ცნებებით აზროვნებაა, იგი აბსტრაქციის მაღალ დონეზე დგას და, ცხადია, მოსწავლეთათვის ძნელადაა მისაწვდომი. დაწყებით სკოლაში სწორედ ასეთი აზროვნებისკენ იდგმება პირველი ნაბიჯები. და ამ გზაზე საჭიროა განვასხვაოთ ერთმანეთისაგან სივრცითი აზროვნება და გეომეტრიული აზროვნება:

➢ **სივრცითი აზროვნება** – ეს არის სივრცითი სახეებითა და მათ შორის მიმართებებით ოპერირება იმ კონკრეტულობაში, რომელშიც ისინი მოცემულია მოსწავლეთა აღქმებში, აბსტრაქტული ცნებების ფორმირების გარეშე;

➢ **გეომეტრიული აზროვნება** – ეს არის აზროვნება ცნებების მეშვეობით, რაც ყალიბდება სივრცითი აზროვნების საფუძველზე, აბსტრაჰირების ამა თუ იმ ოპერაციის დახმარებით.

ამგვარად, გეომეტრიული მასალის სწავლება უნდა შედგებოდეს ორი კომპონენტისაგან:

✓ მოსწავლეთა სივრცითი აღქმების საფუძველზე მათი სივრცითი აზროვნების ფორმირება, რაც საკმაოდ სრულად ასახავს გარესამყაროს რეალობას.

✓ უკვე შექმნილი სივრცითი აზროვნების საფუძველზე გეომეტრიული აზროვნების პროცესის შექმნა, სადაც ეს

აზროვნება ასოცირებული იქნება ცნებათა შესაბამის სისტემასთან.

§2. გეომეტრიული მასალის სწავლების ორგანიზაცია

გეომეტრიული მასალის სწავლებაში ძირითადი ადგილი უჭირავს პრაქტიკულ სამუშაოებს, დაკვირვებებს. პირველ ხანებში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს გეომეტრიული ფიგურების გაცნობას ინტუიციურ დონეზე.

გეომეტრიული მასალის შესწავლა არ არის გამოყოფილი არითმეტიკულისაგან. არითმეტიკული და გეომეტრიული მასალების ერთდროული და ერთმანეთთან კავშირში სწავლება ხელს უწყობს თითოეული მათგანის უფრო ღრმად შესწავლას და საერთოდ, მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მიზნების რეალიზაციას.

პრაქტიკული მუშაობის დროს (ქაღალდისგან სხვადასხვა ფიგურის გამოჭრა, აპლიკაცია და ა. შ.) როგორც მათემატიკის, ისე შრომითი სწავლების, ხატვისა და სხვა გაკვეთილებზე, მოსწავლეები ექსპერიმენტულად გამოავლენენ გეომეტრულ ფიგურათა თვისებებს. ისინი გარემოში აკვირდებიან გეომეტრიულ სახეებს, ამ სახეებს უდარებენ ერთმანეთს, შეუპირისპირებენ და თვისებათა გამოვლენა ხდება ძალდაუტანებლად, ბუნებრივად.

სხვადასხვა საგნებითა და გეომეტრიული ფიგურების მოდელებით ოპერირებისას, მრავალჯერადი დაკვირვების დროს, მოსწავლეები შენიშნავენ მათ ზოგად ნიშნებს (რომ-

ლებიც არაა დამოკიდებული ფერზე, მდებარეობაზე და ა. შ.).

აღსანიშნავია, რომ გეომეტრიული მასალის სწავლებისას მეტად მნიშვნელოვანია სვლა საგნიდან ფიგურისაკენ (სახისაკენ) და პირუკუ, სვლა გეომეტრიული სახიდან გარემოში არსებული კონკრეტული საგნისაკენ. ეს იმას ნიშნავს, რომ, როცა მასწავლებელი ბავშვებს აცნობს ამა თუ იმ გეომეტრიულ ფიგურას, აუცილებლად უნდა მოაძებნინოს მოსწავლეებს ამ ფიგურის გამოხატულება გარემოში, ბუნებაში, მათ ირგვლივ. მაგრამ ეს არ კმარა. ბავშვებს უნდა შეეძლოთ, გარემოში ნანახი დაუკავშირონ გეომეტრიულ ფიგურებს, სახეებს, ე. ი. გეომეტრიული მასალის სწავლებისას მასწავლებელი სისტემატურად უნდა მიმართავდეს გეომეტრიული სახეების მატერიალიზაციის ხერხის გამოყენებას.

მაშასადამე, დაწყებით სკოლაში გეომეტრიული ცნებებისადმი თვალსაჩინო და პრაქტიკული მიდგომაა საჭირო. ეს თვალსაჩინო და პრაქტიკული მიდგომა ოთხი წლის მანძილზე თანდათანობით მაღალ დონეზე ადის და სწავლების ბოლო წელს გეომეტრიული მასალის განხილვა აბსტრაქციის საკმაოდ მაღალ დონეზე (ასაკის შესაბამისად) უნდა მიმდინარეობდეს.

ყურადღებას იქცევს ის ფაქტი, რომ მოსწავლეთათვის სიტყვიერი გზით გეომეტრიული განსაზღვრის მიწოდება არ უნდა იყოს პირველ პლანზე წამოწეული. მაგალითად, თუ მასწავლებელი აძლევს ბავშვებს მონაკვეთის განსაზღვრას: „მონაკვეთი ეწოდება წრფის ნაწილს, რომელიც შემოსაზღვრულია ორი წერტილით“, მოსწავლეთათვის ეს გაურკვეველი იქნება იმიტომ, რომ განსაზღვრა ცალსახა არ

არის, მისი გაგება სხვანაირადაც შეიძლება. მართლაც, გაურკვეველია, წრფის რომელ ნაწილზეა ლაპარაკი. იმ ნაწილზე, რომლის წერტილები ეკუთვნის წრფეს და მოთავსებულია საზღვრის წერტილებს შორის, თუ იმ ნაწილზე, რომელიც მოიცავს წრფის ყველა წერტილს, გარდა წერტილებისა, რომლებიც მოთავსებულია საზღვრის წერტილებს შორის. მეორე განსაზღვრა, რომელიც, სამწუხაროდ, გამოიყენება დაწყებით სკოლაში: „მონაკვეთი ეწოდება წრფის ნაწილს, რომელიც შემოსაზღვრულია ორივე მხრიდან", კიდევ უფრო მეტადაა ნაკლოვანი. დაწყებითი სკოლის მოსწავლე ჯერ კიდევ არ არის მზად მონაკვეთის ცნების განსაზღვრის გაგებისათვის. იგივე ეხება ცნებებს: „კუთხე", „წრეწირი", და სხვ.

როგორც ცნობილია, გეომეტრიაში გვაქვს ე. წ. საწყისი ცნებები, რომლებიც მიღებულია განსაზღვრის გარეშე. ასეთებია: წერტილი, წრფე, სიბრტყე ...; მეთოდიკური თვალსაზრისით უმჯობესია, ამ სიას მივუმატოთ „მონაკვეთი", „მრავალკუთხედი", „კუთხე", „წრე", „წრეწირი", ე. ი. ცნებები ბავშვებს უნდა მიეწოდოს სიტყვიერი განსაზღვრის გარეშე, თვალსაჩინო და პრაქტიკული მიდგომის გზით. გამოდის, რომ დასმა ისეთი კითხვებისა, როგორიცაა: „რას ეწოდება მონაკვეთი?" „რას ეწოდება კუთხე?" მით უმეტეს: „რას ეწოდება წერტილი ან წრფე?" – გაუმართლებელია. სიტყვიერი განსაზღვრის შესწავლა საჭირო იქნება სხვა ფიგურების მიმართ. მაგალითად: „სამკუთხედი ეწოდება ისეთ მრავალკუთხედს, რომელსაც სამი კუთხე აქვს", „მართკუთხედი ეწოდება ისეთ არატოლგვერდა ოთხკუთხედს, რომელსაც ყველა კუთხე მართი აქვს" და ა. შ. აქ შეიძლება

განსაზღვრა რამდენადმე ჭარბი იყოს, მაგრამ ეს საქმეს არ ავნებს.

ამ ეტაპზე ყველაზე ეფექტურია ოსტენსიური და გენეზისური განსაზღვრები.

ასეთ განსაზღვრათა საფუძველზე მოსწავლეებს უნდა შეექმნას საწყისი წარმოდგენა ცნების გვარზე და სახეობით განსხვავებაზე. ამ მხრივ სპეციალური, მიზანმიმართული მუშაობაა საჭირო.

გეომეტრიული მასალის (ისევე, როგორც არითმეტიკულის) შესწავლა ძირითადად ხდება ამოცანების ამოხსნის გზით.

გეომეტრიული შინაარსის ამოცანებს შორის შეიძლება გამოიყოს:

1. ამოცანები ფიგურათა გამოცნობაზე,
2. ამოცანები ფიგურათა ნაწილებად დაყოფაზე,
3. ამოცანები ნაწილებისაგან ფიგურათა შედგენაზე,
4. ამოცანები ფიგურათა აგებაზე,
5. ამოცანები ფიგურათა გამოხაზვაზე,
6. ამოცანები ფიგურათა მონახვაზე (ამოცნობაზე),
7. ამოცანები ფიგურათა კლასიფიკაციაზე,
8. ამოცანები ფიგურათა შედარებაზე,
9. ამოცანები გაზომვაზე,
10. ამოცანები გამოანგარიშებაზე.

თავდაპირველად ბავშვებს ეძლევათ ისეთი სავარჯიშოები, რომელთა მეშვეობითაც ისინი გამოიცნობენ ფიგურებს და განასხვავებენ მათ ერთმანეთისაგან. მასწავლებელი ბავშვებს უჩვენებს რამდენიმე სხვადასხვანაირ ფიგურას და აძლევს დავალებას: ამოარჩიონ ერთნაირი ფიგურები, შემ-

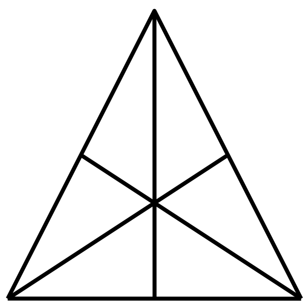
დეგ – ერთნაირი ფორმის ფიგურები (თუნდაც სხვადასხვა ზომის). ამ მუშაობის პროცესში ბავშვები იმახსოვრებენ ტერმინებს, ეჩვევიან ფიგურის დასახელებას და ა. შ.

შემდგომ ეტაპზე ბავშვები უკვე ფიგურაში ეძებენ მის ნაწილებს, გვერდებს, კუთხეებს, წვეროებს.

ფრიად მნიშვნელოვანია, რომ ბავშვები მივაჩვიოთ ფიგურათა დანახვას სხვადასხვა მდგომარეობაში. მაგალითად, მოსწავლე ხედავს მონაკვეთს ცალკე, შეუძლია მისი გაზომვა, აგება, ცალკეული მონაკვეთების შედარება. იგივე ოპერაციების შესრულება უნდა შეეძლოს მას, როცა მონაკვეთი მრავალკუთხედის გვერდს, ან კიდევ ორი მრავალკუთხედის საერთო გვერდს წარმოადგენს.

ამ საკითხის განხილვისადმი მასწავლებლის მიდგომის ნიმუშის ჩვენების მიზნით განვიხილოთ ერთი მაგალითი.

დავალება. დაითვალეთ, რამდენი სამკუთხედია გამოსახული ნახაზზე?



ნახ. 4

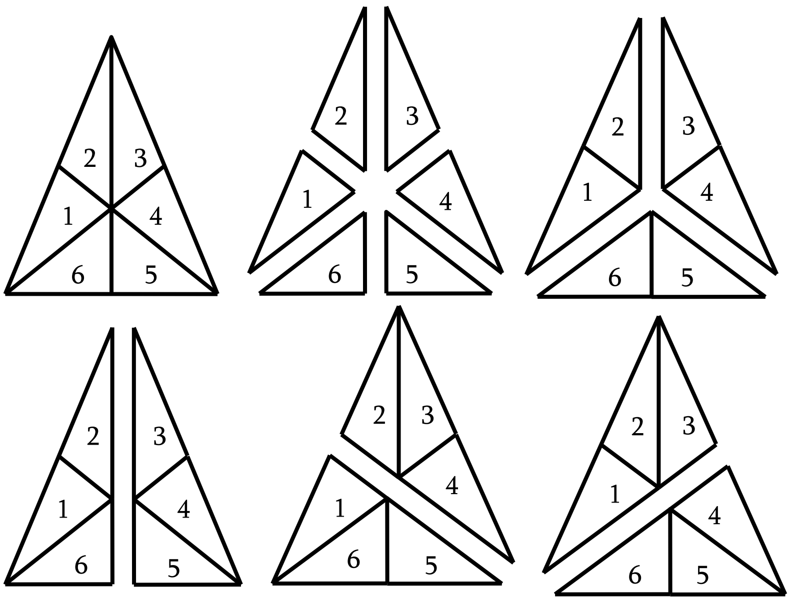
მოსალოდნელია, რომ მოსწავლეებმა უცებ დაიწყონ თვლა, სტიქიურად, ინტუიციით. დაიწყონ. დაველოდოთ,

მიხვდება თუ არა ვინმე, როგორ შეიმსუბუქოს ამოცანის ამოხსნა.

თუ ეს არ მოხდა, მასწავლებელმა კითხვებით უნდა აღმოაჩენინოს მოსწავლეებს ის, რომ ნახაზზე არის პატარა სამკუთხედები, არის ისეთი სამკუთხედებიც, რომლებიც შედგება ორი პატარა სამკუთხედისაგან და არის ისეთი სამკუთხედებიც, რომლებიც შედგება სამი პატარა სამკუთხედისაგან. ოთხი პატარა სამკუთხედისაგან არც ერთი სამკუთხედი არ შედგება. მაშასადამე, შეიძლება შედგეს ალგორითმი (ნახ. 5):

1. დავითვალოთ პატარა სამკუთხედები.

2. დავითვალოთ სამკუთხედები, რომლებიც შედგება ორი პატარა სამკუთხედისაგან.



ნახ. 5

3. დავითვალოთ სამკუთხედები, რომლებიც შედგება სამი პატარა სამკუთხედისაგან.

ფიგურათა მოძებნასა და გამოყოფაზე ამოცანებს მჭიდროდ უკავშირდება ამოცანები ფიგურათა სახეცვლილებაზე. ასეთი ამოცანების განხილვა უმჯობესია დაიწყოს ფიგურათა მოდელებზე, მაგალითად:

1. მართკუთხედი ან კვადრატი (ქაღალდისაგან გამოჭრილი) გაჭერით ისე, რომ მიიღოთ ორი სამკუთხედი.

2. მართკუთხედს მოაჭერით კვადრატი.

3. კვადრატი გაჭერით ორ ნაწილად ისე, რომ ამ ნაწილებისგან შეადგინოთ სამკუთხედი.

4. სამკუთხედი გაჭერით ისე, რომ მისი ნაწილებისაგან შეადგინოთ ოთხკუთხედი.

და ა. შ.

აქ აღსანიშნავია სწავლების პროცესის განვითარება.

როგორც აღვნიშნეთ, ჯერ მაკრატლით ჭრიან ქაღალდისაგან ფიგურის მოდელს. შემდეგ შეიძლება მასწავლებელმა ფიგურის მოდელს საჩვენებელი ჯოხი დაადოს, იქ, სადაც უნდა გაიჭრას. ბოლოს კი ბავშვები უნდა მივიყვანოთ იქამდე, რომ შეეძლოთ მონაკვეთის გავლება ნახაზში. ამ შემთხვევაში შეიძლება განხილულ იქნას შემდეგი სახის სავარჯიშოები:

1. სამკუთხედში გაავლეთ მონაკვეთი ისე, რომ მიიღოთ ერთი ოთხკუთხედი და ერთი სამკუთხედი.

2. სამკუთხედში გაავლეთ მონაკვეთი ისე, რომ მიიღოთ ერთი კვადრატი და ერთი სამკუთხედი.

და მრავალი სხვა.

აქვე შეიძლება მინიმაქსის ელემენტარული ამოცანების განხილვა, მაგალითად: სამკუთხედში გაავლეთ ორი მონაკვეთი ისე, რომ მიიღოთ სამკუთხედების ყველაზე მეტი რაოდენობა; სამკუთხედების ყველაზე ნაკლები რაოდენობა.

სწავლების მეთოდიკაში მნიშვნელოვანი ადგილი უნდა დაეთმოს შედარება-შეპირისპირებისა და დაპირისპირების მეთოდების გამოყენებას. ეს განსაკუთრებით ითქმის ბრტყელი ფიგურების მიმართ (მრავალკუთხედი – წრე, წრე – წრეწირი და ა. შ.) აგრეთვე, ბრტყელი და სივრცითი ფიგურების მიმართ (კვადრატი – კუბი, წრე – სფერო და მისთ.). ეს მუშაობა მიმართული უნდა იყოს იმისკენ, რომ ბავშვებმა შეისწავლონ ფიგურათა თვისებები და ნიშნები, მოახდინონ მათი კლასიფიკაცია და ა. შ.

სავარჯიშოები ფიგურათა კლასიფიკაციაზე იწყება იმთავითვე, ჯერ კიდევ მაშინ, როცა ბავშვებს ეძლევათ ფიგურები და დავალება: შეარჩიეთ სამკუთხედები, კვადრატები და სხვ. შემდეგ თანდათანობით მუშაობა რთულდება, ბავშვებს უნდა შეეძლოთ ფიგურათა განსხვავება თვისებების მიხედვით, შემდეგ კი – ფიგურათა ელემენტების თვისებათა მიხედვით.

ფიგურათა შედარება-შეპირისპირებისა და დაპირისპირების დროს მიზანშეწონილია, ბავშვებმა ზოგჯერ მიმართონ ფიგურათა დადებას ერთმანეთზე. ეს გამოუმუშავებს მათ ჩვევების გარკვეულ სისტემას და ნახაზის შემთხვევაში – აზრითი ექსპერიმენტის ელემენტების გამოყენების უნარს, რაც შემდგომისათვის მეტად მნიშვნელოვანია.

გამოთვლითი ხასიათის გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ჩვეულებრივი არითმეტიკული ამოცანების

ამოხსნის მსგავსია. მხოლოდ, ამ შემთხვევაში ამოცანის მოკ-
ლე ჩანაწერი ხშირად კეთდება ნახაზის საშუალებით.

მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს ამოცანებს მონაკვე-
თების სიგრძეთა შედარებაზე. ეს ამოცანები, როგორც აღვ-
ნიშნეთ, სხვაობით და ჯერად შედარებაზე არითმეტიკული
ამოცანების მსგავსია, მაგრამ, გარდა ამისა, აქ იქმნება ახალი
მეთოდიკური შესაძლებლობა. სახელდობრ, მსგავსი ამოცა-
ნების ამოხსნა ხშირად შესანიშნავი საშუალებაა მასშტაბის
ცნების ფორმირებისათვის.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია მეოთხე კლასში ამოცანე-
ბის ამოხსნის საკითხები ფიგურათა ფართობის პოვნაზე.
ფიგურების შედარების დროს მოსწავლეები ხედავენ, რომ
ერთ ფიგურას მეტი ფართობი აქვს, ვიდრე მეორეს, მაგრამ
თვალით ყოველთვის როდია ადვილი შესამჩნევი, რომელი
ფიგურის ფართობია მეტი. ამის გამო, აუცილებელია, მოს-
წავლემ იცოდეს ფიგურის ფართობის გაზომვა.

ეს ამოცანა თავდაპირველად წყდება რვეულის უჯრედე-
ბის საშუალებით, შემდეგ კი იყენებენ პალეტს. აქ მთავარია,
ბავშვი მიეჩვიოს აზრს, რომ ფიგურის ფართობის საპოვნე-
ლად საჭიროა კვადრატული ერთეულების დათვლა.

ეს აზრი ფრიად მნიშვნელოვანია, რადგანაც ბავშვი ვერ
გაიგებს გამოსახულების: 3 მ · 2 მ შინაარსს. ეს გამოსახულე-
ბა მისთვის ისეთივე უაზრობაა, როგორი უაზრობაცაა გა-
მოსახულებები: 3 კგ · 2 კგ, 3 ვაშლი · 2 ვაშლი და მისთ. ამის
გამო, მართკუთხედის ფართობის სწავლება უნდა დაუკავ-
შირდეს კონკრეტულ და მოსწავლეთათვის კარგად ცნობილ
ამოცანას:

ვთქვათ, მართკუთხედის სიგრძეა 5 სმ და სიგანე – 3 სმ. ავიღოთ კვადრატული სანტიმეტრები და დავაწყოთ მართკუთხედის სიგრძეზე (შიგნით). რამდენი კვადრატული სანტიმეტრი მოთავსდება ერთ მწკრივში, სიგრძის გასწვრივ? (5, _ იმდენი, რამდენი სანტიმეტრიცაა სიგრძე). რამდენი ასეთი მწკრივი მოთავსდება მართკუთხედში? (3, _ იმდენი, რამდენი სანტიმეტრიცაა სიგანე). ერთ მწკრივში 5 კვადრატული სანტიმეტრია. რამდენი კვადრატული სანტიმეტრი იქნება სამ ასეთივე მწკრივში? (5 კვ. სმ · 3 = 15 კვ. სმ).

კარგი იქნება, თუ შემოწმება მოხდება პალეტის საშუალებით.

მართკუთხედის ფართობის პოვნაზე მრავალი ამოცანა იხსნება: მათ შორის განიხილება კომბინირებული ამოცანები, როგორიცაა, მაგალითად: მიწის ნაკვეთის სიგრძე 54 მეტრია, სიგანე კი 6 მ-ით ნაკლები, მთელი ფართობის $\frac{3}{4}$ ნაწილზე სიმინდი თესია, დანარჩენი ადგილი უკავია ბოსტანს. რა ფართობი უკავია ბოსტანს?

მართალია, ამოცანა გეომეტრიული შინაარსისაა, მაგრამ იგი იხსნება როგორც ჩვეულებრივი არითმეტიკული ამოცანა.

ა მ ო ხ ს ნ ა :

1) 54 – 6 = 48 (მ) – მიწის ნაკვეთის სიგანე.

2) 54 · 48 = 2 592 (კვ. მ.) – მიწის ნაკვეთის ფართობი.

3) 2 592-ის $\frac{3}{4}$ = 2 592 : 4 · 3 = 648 · 3 = 1 944 (კვ. მ.) – უკავია სიმინდს.

4) 2 592 – 1 944 = 648 (კვ. მ.) – უკავია ბოსტანს.

ამოხსნა შეიძლება გაფორმდეს უფრო მოკლედაც, თუ მოსწავლე დაასკვნის, რომ ბოსტანი თესია ფართობის $\frac{1}{4}$ -ზე და მესამე მოქმედებით პირდაპირ იპოვის ფართობის $\frac{1}{4}$ - ს.

გეომეტრიული შინაარსის ამოცანები მეოთხე კლასში ზოგჯერ იხსნება უმარტივესი განტოლების შედგენითაც.

§3. გეომეტრიული მასალის სწავლების ეტაპები

მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების განვითარების საუკეთესო გზების ძიების მიზნით, თუ გავითვალისწინებთ მოსწავლის ბუნებრივ განვითარებას, მიზანშეწონილია, დაწყებით სკოლაში გეომეტრიული მასალის სწავლება წარიმართოს შემდეგი ეტაპების მიხედვით (ეს ეტაპები მაქსიმალურად ითვალისწინებს მოსწავლის მომზადებას გეომეტრიის შემდგომი შესწავლისათვის):

1. ტოპოლოგიური წარმოდგენების განვითარება, რაც ხასიათდება უნარებით, გამოყოს ობიექტი ფონიდან, შეუცვალოს მათ ადგილები, დაინახოს ურთიერთმდებარეობა ობიექტებს შორის, გამოყოს საგნის კონტური, უწყვეტობისა და გამართულობის ინტუიციური წარმოდგენის საფუძველზე გამოყოს არეები, განასხვაოს შიდა და გარე არეები, ფიგურის საზღვარი.

ეს ეტაპი საბაზოა, მაგრამ რატომღაც სწავლებაში ნაკლები ყურადღება ექცევა. ამ საკითხის დიდი მნიშვნელობის გამო, ტოპოლოგიის ელემენტების გამოყენებას ცალკე პარაგრაფში განვიხილავთ.

2. პირველადი სივრცითი სახეების, სივრცითი წარმოდგენების შექმნა, რასაც გააჩნია სისრულის თვისება ობიექტე-

ბის ურთიერთმდებარეობის მიმართ, სივრცითი მიმართებების ხატოვანი მეხსიერების განვითარების გზით.

სივრცითი წარმოდგენების განვითარების საკითხი, თავისი განსაკუთრებული მნიშვნელობის გამო, განვიხილოთ ცალკე.

3. ათვლის წერტილის შეცვლის უნარის განვითარება – ეს არის სივრცით-პროექციული წარმოდგენების განვითარება (მიმართულობა ობიექტების ფორმისაკენ, მეტრიკაზე აქცენტის გარეშე).

4. სივრცეში გასვლა მუდმივად ცვალებადი ათვლის წერტილით და ობიექტურად არსებული ორიენტირების არქონით.

5. კონკრეტული გეომეტრიული ფიგურებისა და გეომეტრიულ მიმართებათა შესახებ წარმოდგენების ფორმირება ფუზიონიზმის იდეის ჩარჩოებში, გარკვეული თანამიმდევრობით.

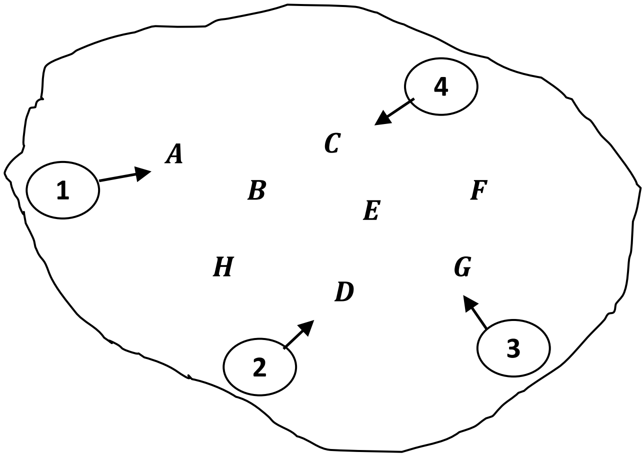
6. პირველადი სივრცითი სახეების დაზუსტება მეტრიკის პლანში .

7. ლოგიკის ელემენტების გაცნობა, დედუქციურ დასაბუთებათა გამოყენება.

8. წინარეცნება – წარმოდგენების ფორმირება გეომეტრიული ფიგურის გვარისა და სახეობითი განსხვავების ცოდნის საფუძველზე.

9. სივრცითი აზროვნების სტრუქტურული ერთეულების გაცნობა – გარდაქმნები, კერძოდ, მოძრაობები.

მე-4 ეტაპისათვის გამოდგება შემდეგი ტიპის მაგალითი.



ნახ. 6

ა) რომელი ასოა D-ს მარცხნივ, თუ შენ იყურები წერტილიდან 1?

ბ) რომელი ასოა E-ს წინ, თუ შენ გიკავია პოზიცია 3?

გ) რომელი ასოა F-ის მარჯვნივ, თუ შენ იყურები წერტილიდან 4?

მსგავსი ამოცანები განიხილება თავის მრავალფეროვნებაში.

§4. სივრცითი აზროვნების განვითარება

როგორც ვთქვით, დაწყებით სკოლაში გეომეტრიული მასალის სწავლების პირველი ძირითადი მიზანია სივრცითი აზროვნების განვითარება. დაწყებით სკოლაში მოსწავლეთა სივრცითი წარმოდგენებისა და სივრცითი აზროვნების განვითარების აუცილებლობა არ წარმოადგენს სადავოს

მათემატიკის სწავლების არც ერთი დღევანდელი მეთოდიკური სისტემისათვის.

სივრცითი წარმოდგენების ფორმირება არ არის მარტოოდენ მათემატიკის სწავლების პრეროგატივა, რამდენადაც ფორმის, სიდიდის, სივრცითი მიმართებების ამსახველი სახეების ჩამოყალიბება ბავშვებს ეწყება ჯერ კიდევ სკოლამდელ ასაკში და სკოლაში კი ყველა სასწავლო საგანს შეაქვს თავისი წვლილი ამ საქმეში. ბავშვი ადრეულ ასაკში მანიპულირებს ობიექტებით და ეგრეთ წოდებული სენსორული ეტალონებით. მაგრამ იმასთან დაკავშირებით, რომ სივრცითი წარმოდგენებისა და სივრცითი წარმოსახვის ქონა მოსწავლის მათემატიკური განათლებულობის ერთ-ერთი ძირითადი კრიტერიუმია, მათემატიკა უმთავრესია სწავლების ამ სფეროში, განსაკუთრებით – გეომეტრია. მაგრამ, სამწუხაროდ, მათემატიკის სწავლების როგორც ტრადიციულ, ისე ყველა ალტერნატიულ სისტემაში გეომეტრიული ცნებებისა და მიმართებების სწავლების სისტემის ანალიზი მოწმობს, რომ გეომეტრიული ცოდნა განიხილება როგორც მეორეხარისხოვანი, არითმეტიკის დამატება. დაწყებით სკოლაში გეომეტრიის სწავლება დაიყვანება ძირითადად გაზომვითი ხასიათის საქმიანობაზე და იგი არ წყვეტს გეომეტრიული აზროვნების განვითარების საკითხს, რაც ფრიად მნიშვნელოვანია, ფართო გაგებით, სივრცითი აზროვნების განვითარებისათვის.

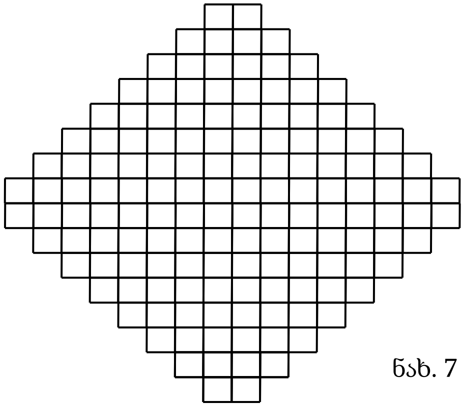
სივრცითი აზროვნების განვითარების ბაზას წარმოადგენს სივრცითი წარმოდგენები, რომლებიც ასახავენ რეალური საგნების ურთიერთმიმართებასა და თვისებებს. სივრცითი წარმოდგენები – ეს არის მეხსიერების ან წარ-

მოსახვის სახეები, რომლებშიც უპირატესად წარმოდგენილია ობიექტის სივრცითი მახასიათებლები: ფორმა, სიდიდე, მისი შემადგენელი ნაწილების ურთიერთმდებარეობა, მისი მდებარეობა სიბრტყეზე, სივრცეში.

სივრცითი აზროვნების შინაარსია სივრცითი სახეებით ოპერირება ხილულ ან წარმოსახვით სივრცეში (ან სიბრტყეზე). ამით განსხვავდება სივრცითი აზროვნება აზროვნების სხვა ფორმებისაგან, სადაც სივრცითი მახასიათებლების გამოყოფა მთავარი არ არის.

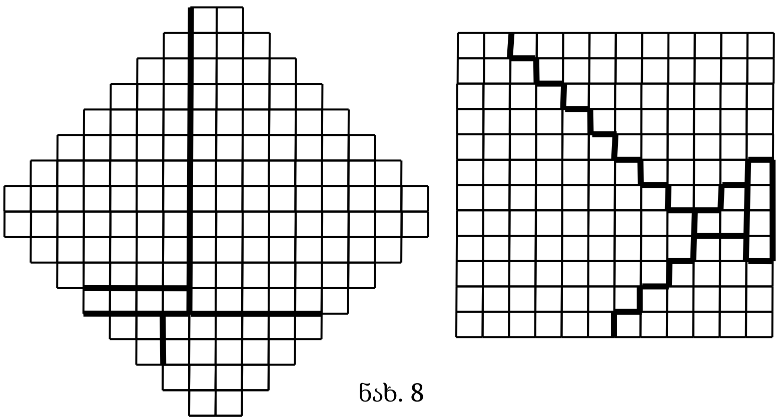
როცა სივრცითი აზროვნების განვითარებაზე ვსაუბრობთ, უნდა გავითვალისწინოთ შემდეგი გარემოება: მათემატიკაში *წერტილი* ნულოვანგანზომილებიანი სივრცეა, *წრფე* _ ერთგანზომილებიანი, *სიბრტყე* _ ორგანზომილებიანი, ხოლო *ევკლიდური სივრცე* _ სამგანზომილებიანი. სივრცითი აზროვნების განვითარებაზე მუშაობა სამივე შემთხვევას მოიცავს. სამივე შემთხვევაში ფიგურათა ურთიერთგანლაგებასა და ამ განლაგებათა ცვლილებებზეა ყურადღება კონცენტრირებული. სიბრტყისათვის მოვიყვანოთ ერთი მახასიათებელი მაგალითი.

პრაქტიკული დავალება: კბილანა კვადრატი დაჭერით ხუთ ნაწილად ისე, რომ ამ ნაწილებით შეიძლებოდეს ჩვეულებრივი კვადრატის შედგენა.



ნახ. 7

პასუხი ასეთია:



ნახ. 8

სტრუქტურულად სივრცითი აზროვნება წარმოდგენილია საქმიანობის ორი სახით:

1. სივრცითი სახის შექმნა,

2. უკვე შექმნილი სახის გარდაქმნა დასახული ამოცანის მიხედვით.

ი. ს. იაკიმანსკაია გამოყოფს სივრცითი სახეებით ოპერირების სამ ტიპს:

პირველი ტიპი – გარდაიქმნება სივრცითი მდებარეობა და შეუხებელი დარჩება სახის სტრუქტურა (ეს არის სხვადასხვა გადაადგილება).

მეორე ტიპი – გარდაიქმნება სახის სტრუქტურა სხვადასხვა ტრანსფორმაციის გზით (შემადგენელი ნაწილების გადაჯგუფება, ზედდება, დამთხვევა, ელემენტების დამატება).

მესამე ტიპი – პირველი (ამოსავალი) სახე გარდაიქმნება ხანგრძლივად და არაერთხელ, რაც გამოიწვევს სტრუქტურის ცვლილებასაც და სივრცითი მდებარეობის ცვლილებასაც.

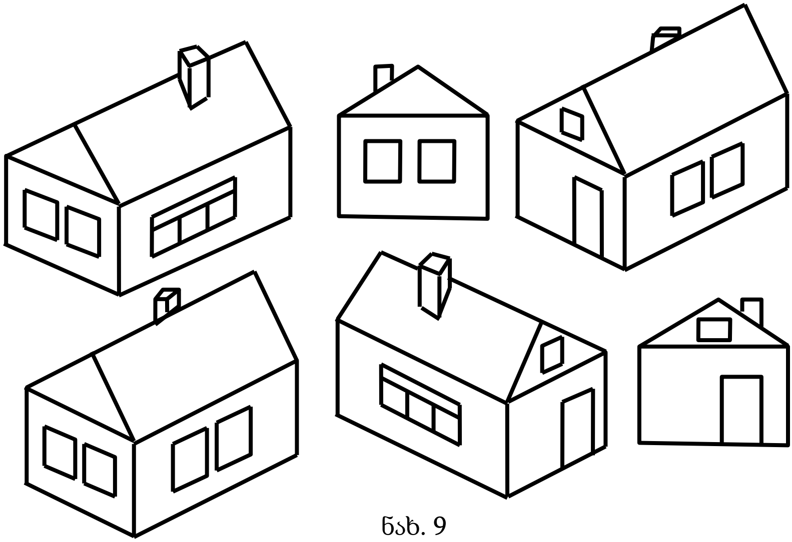
ეს კლასიფიკაცია რამდენადმე პირობითია.

მოკლედ დავახასიათოთ ისინი. ამასთან, ცხადია, სივრცითი სახეებით ოპერირების თითოეული ზემოთ აღნიშნული ტიპი ქმნის სივრცითი აზროვნების განვითარების გარკვეულ დონეს.

სივრცითი აზროვნების განვითარების **პირველი დონე** უპირატესად ხასიათდება ობიექტის მდებარეობის აზრითი შეცვლის უნარით.

მოვიყვანოთ მაგალითები.

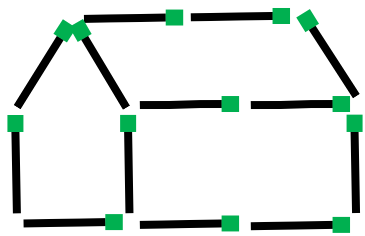
1. ქვემოთ მოცემული ნახაზებიდან შეარჩიე სამი ისეთი ნახაზი, რომლებიც შეიძლება იყოს ერთი სახლის სამი ხედი სხვადასხვა მხრიდან.



ნახ. 9

ამ ამოცანას აქვს რამდენიმე პასუხი. ზოგიერთი მათგანის პოვნა სიძნელეს იწვევს, რადგანაც ადგილი აქვს ამოცანების პირობის შევიწროებას აზროვნების „სტანდარტულობის“ გამო. სახლები შეიძლება გამოვიდეს კარის გარეშე. ცხადია, ყველა პასუხი ჰიპოთეზური იქნება, რადგანაც უხილავი მხარე სინამდვილეში არავინ იცის, როგორია.

2. ასანთის ღერებით აგებულია სახლი (ნახ. 10).

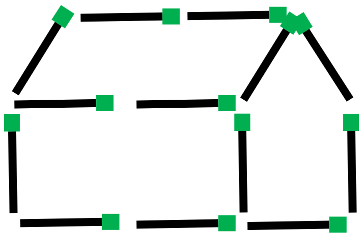


ნახ. 10

დავალება: ასანთის სამი ღერი გადააადგილეთ ისე, რომ სახლი შებრუნდეს მეორე მხარეს!

ამოცანის ამომხსნელმა სივრცეში უნდა შეცვალოს ხედვის წერტილი და სახლს შეხედოს მეორე მხრიდან.

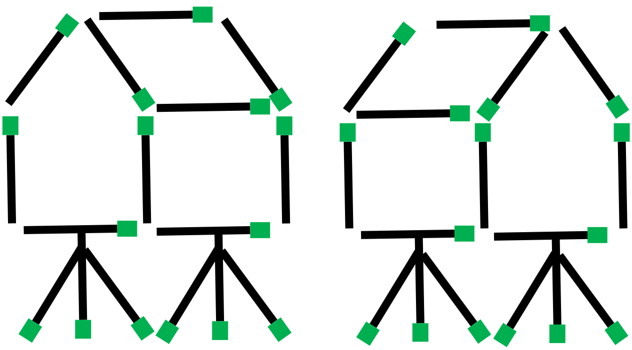
პასუხი მოცემულია მომდევნო მე-11 ნახაზზე.



ნახ. 11

ასეთივეა, აბსტრაქციის ოდნავ განსხვავებული დონით, დავალებაც:

ასანთის ღერებით შედგენილია ქათმის ფეხებზე მდგარი ქოხი. გადააადგილეთ ასანთის ორი ღერი ისე, რომ ქოხი შებრუნდეს მეორე მხარეს (ნახ. 12).



ნახ. 12

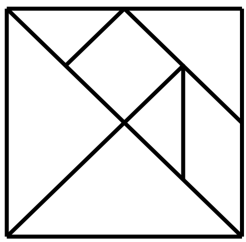
ცხადია, პირველი ამოცანა მხოლოდ მაშინაა ამოხსნადი, როცა მოცემულ ნახაზზე ასანთის ქვედა სამი ღერი ერთ წრფეზე იქნება მოთავსებული. მეორე დავალებისათვის ეს არ არის აუცილებელი. ყოველივე ამისი დანახვა სივრცეში აზრით, გონებით, მალზე მნიშვნელოვანია.

პირველი დონის ამოცანების ამოხსნის უნარი სივრცითი აზროვნების განვითარების სხვა დონეების მიღწევის საფუძველია.

მეორე დონე უპირატესად ხასიათდება ობიექტის სტრუქტურის აზრითი შეცვლის უნარით. ე. ი. აქ საჭიროა ნაწილების მდებარეობის შეცვლა ან საერთოდ მოცილება მათი.

მოვიყვანოთ მაგალითები.

1. მოცემულია კვადრატის უძველესი დროიდან ცნობილი დაყოფა შვიდ ნაწილად (ტანგრამის ნაწილები):



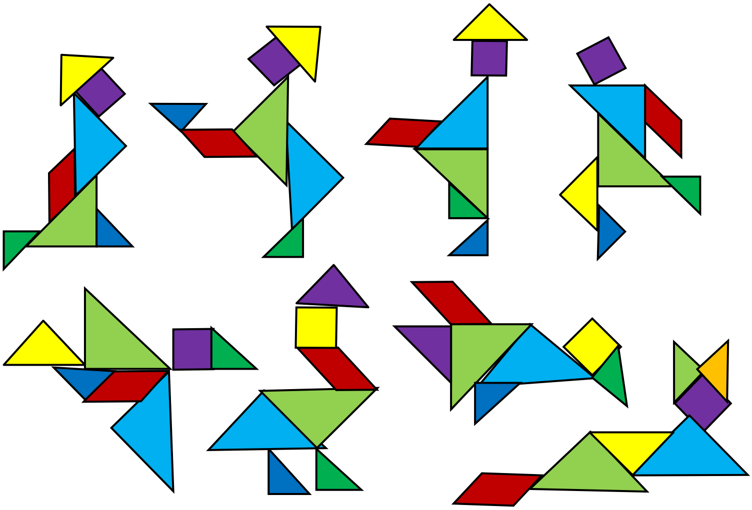
ნახ. 13

ტანგრამი თავსატეხია, რომელიც შვიდი ბრტყელი ფიგურისაგან შედგება. ამ ფიგურებს ერთმანეთზე მიჯრით ალაგებენ ისე, რომ მიიღონ სხვა, უფრო რთული ფიგურა (რომელიც გამოსახავს ადამიანს, ცხოველს, ფრინველს ან სხვა ნებისმიერ საგანს). ჩვეულებრივ, მიღებული ფიგურა სილუეტის ან ზოგადი კონტურის სახით მოიცემა. ამ ფი-

გურათა მიღების დროს უნდა იქნეს გამოყენებული ტან-გრამის შვიდივე ნაწილი, ამასთან, დაუშვებელია მათი ზედდება.

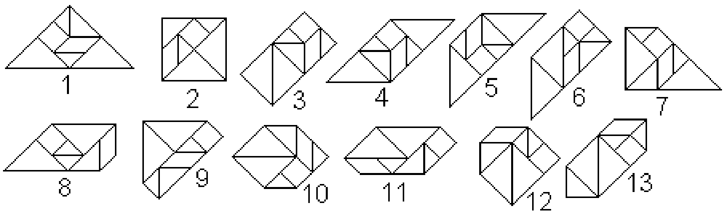
ტანგრამები პირველად ჩინეთში იქნა გამოყენებული მეცხრამეტე საუკუნის პირველ ნახევარში, თუმცა, ფიქრობენ, რომ იგი უძველესი ჩინური წარმოშობისაა.

ტანგრამების მაგალითებია:



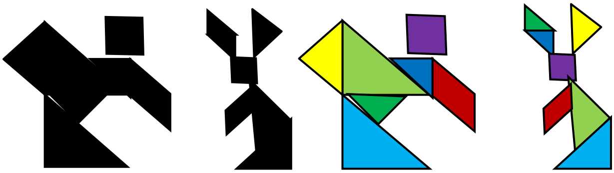
ნახ. 14

ტანგ-ის კვადრატის ნაწილებით (ტანებით) აიწყობა მილიონობით ფიფურა. მათ შორის ამოზნექილი ფიგურა მხოლოდ 13 შეიძლება აიგოს (ეს დამტკიცებულია). აი, ისინიც:



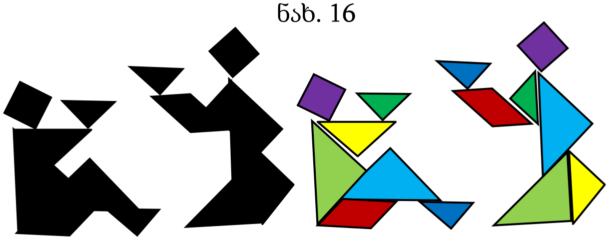
ნახ. 15

ტანგრამების შედგენა შეიძლება თემატიკის მიხედვითაც, მაგალითად:



გამარჯობა, ძვირფასო!

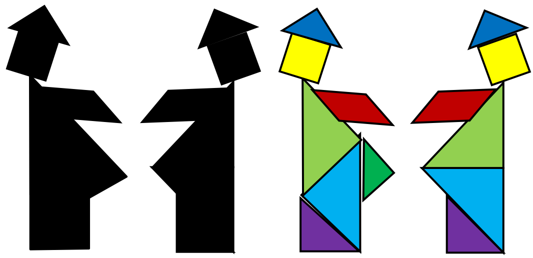
ნახ. 16



ეს – გაუმარჯოს ...

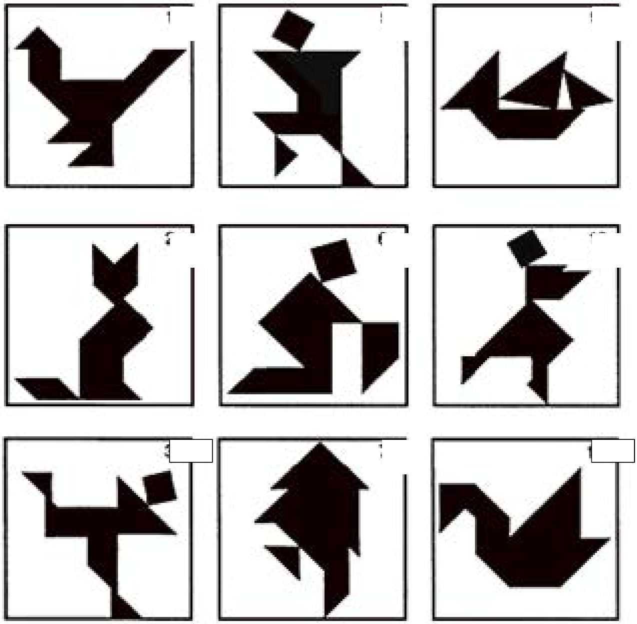
ნახ. 17

დავალება 1: მეთვრამეტე ნახაზზე დააკვირდით ტანგრამების პირველ წყვილს. რა დასკვნის გამოტანა შეგიძლიათ? შემდეგ შეუდარეთ იგი მეორე წყვილს! – რა შეამჩნიეთ? (ეს _ პარადოქსია).

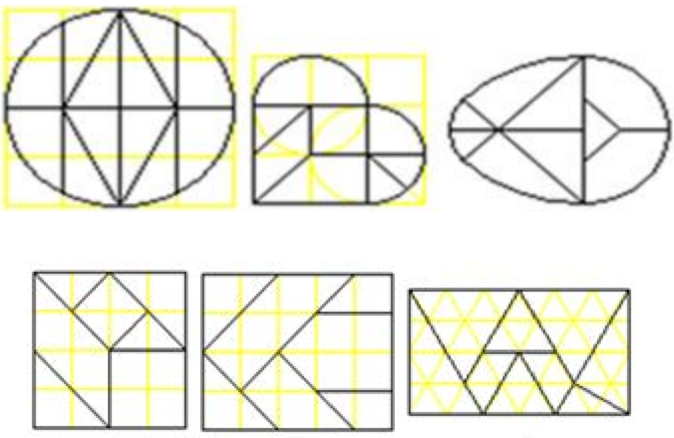


ნახ. 18

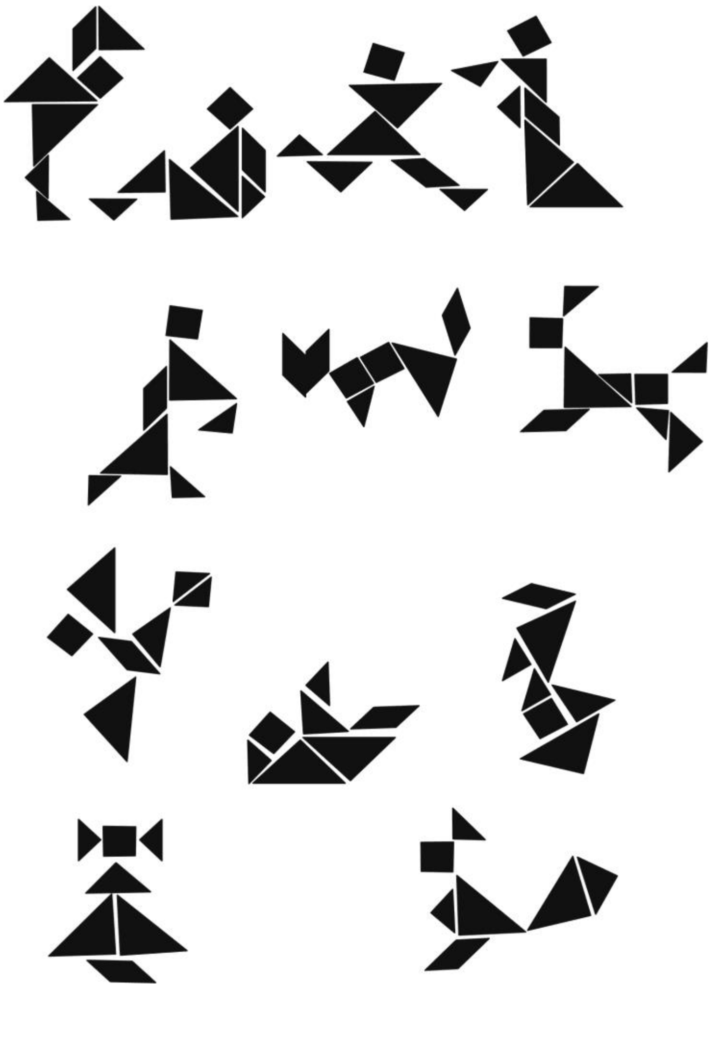
დავალება 2: ტანგრამის შვიდი ნაწილით შეადგინეთ ფიგურები, რომლებიც გამოსახულია ქვემოთ მოცემულ ნახაზებზე. ნაწილების თანაკვეთა შეიძლება იყოს მონაკვეთი, წერტილი ან ცარიელი სიმრავლე. დაუშვებელია მათი ზედდება. ეცადეთ, შეადგინოთ სხვა ფიგურებიც!

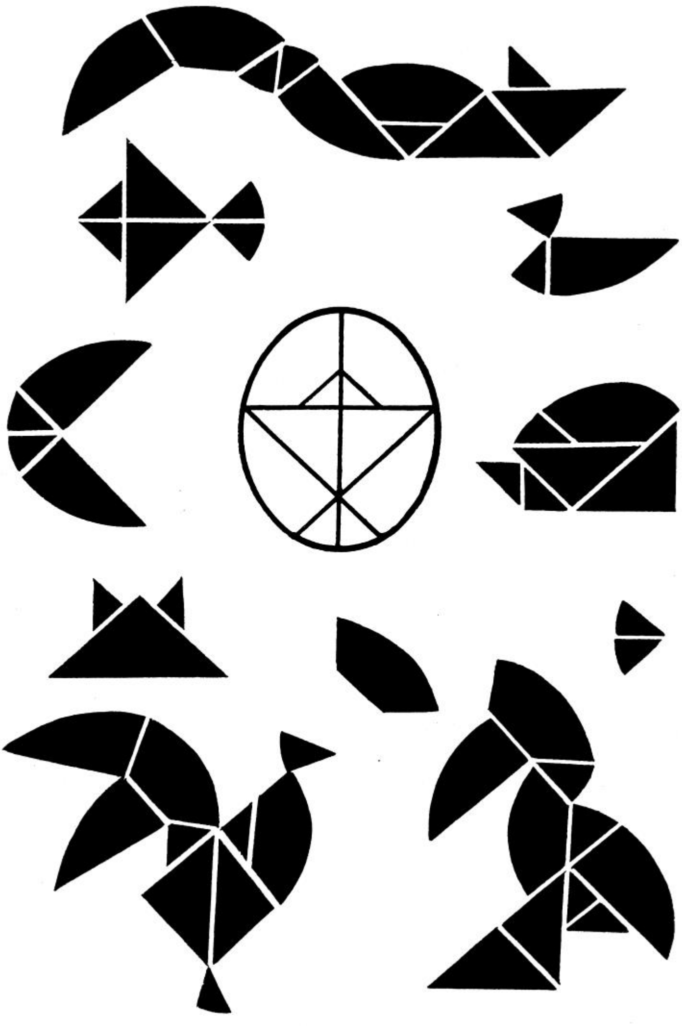


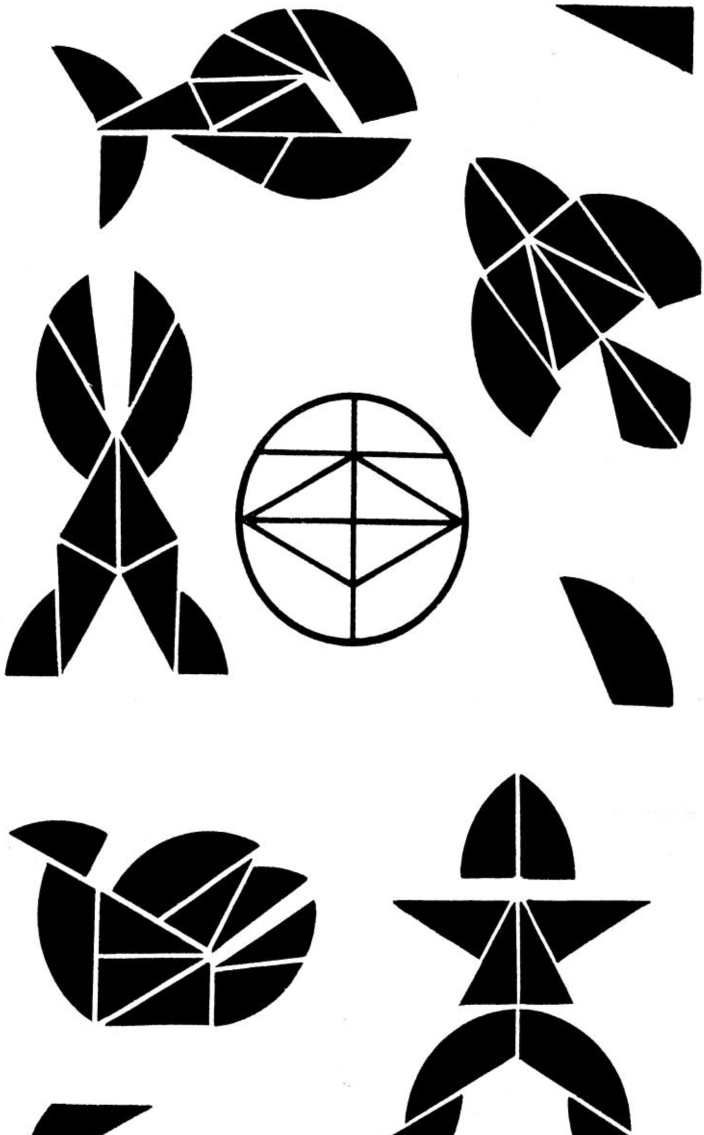
არსებობს სხვა ტანგრამებიც, მაგალითად:

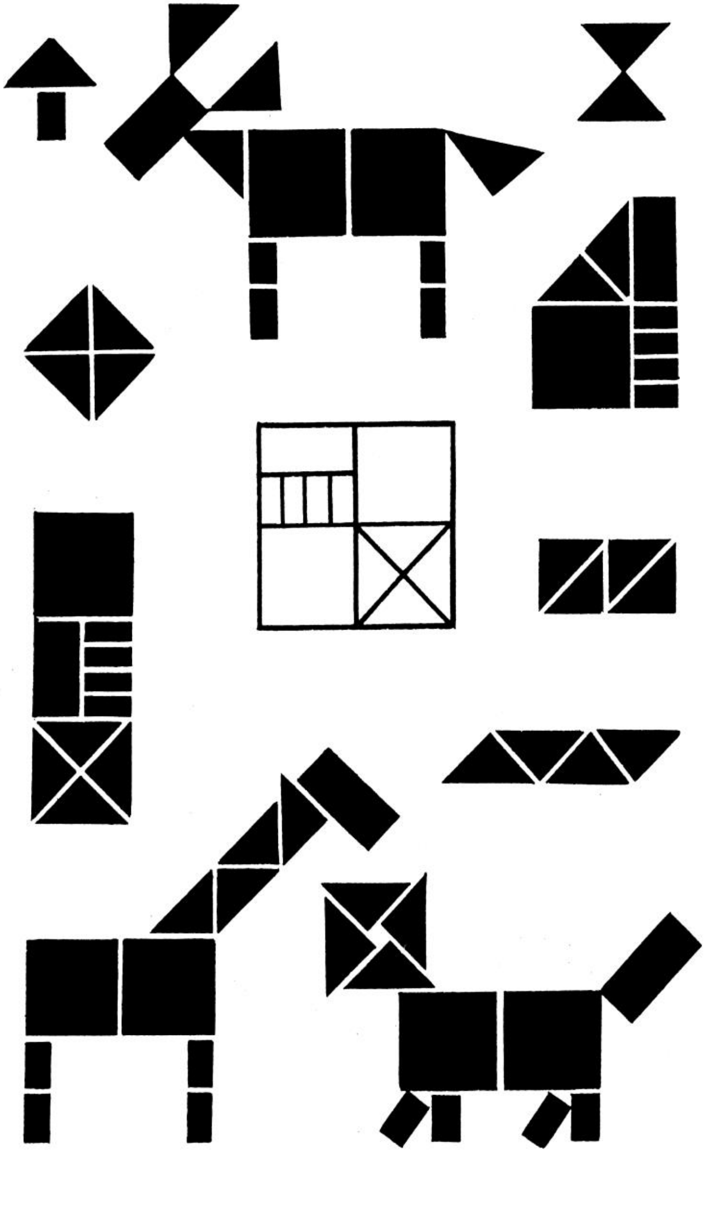


ტანგრამები ასეულათასობით და მილიონობით არსებობს. ქვემოთ მოგვყავს ზოგიერთი მათგანი.







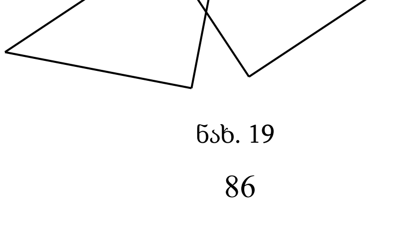


ნაწილებით ფიგურების აწყობის ამოცანა, განვითარების მეორე დონის ფორმირებადობის შემოწმების დონეზე, გულისხმობს ნაწილებით ოპერირებას გონებაში. განვითარების მეორე დონის ამ ქვედონეს პრაქტიკული საქმიანობაც ახლავს. მასზე უფრო მაღალი ქვედონე გულისხმობს ობიექტის სტრუქტურის შეცვლის ყველა ოპერაციას მხოლოდ აზრითი ქმედებით, გონებაში. მას არა აქვს თვალსაჩინო საფუძველი.

მოვიყვანოთ მაგალითი.

წარმოიდგინეთ რომბი, რომლის ერთი გვერდი მოთავსებულია ჰორიზონტალურად. აზრით გაავლეთ რომბის დიაგონალი ზედა მარცხენა წვეროდან, შემდეგ ამ დიაგონალზე გადაკეცეთ რომბი ისე, რომ მარჯვენა ზედა კუთხე დაემთხვეს მარცხენა ქვედას. მონახეთ გადაკეცვის ხაზის შუა წერტილი და აზრით შეაერთეთ იგი გადაკეცვის ხაზის მოპირდაპირე წვეროსთან. შემდეგ მიღებული ფიგურა ამ მონაკვეთზე გადაკეცეთ ისე, რომ მისი ზედა კუთხე დაემთხვეს მარჯვენა ქვედას. ჰორიზონტალური გვერდის მოპირდაპირე წვეროდან აზრით დაუშვით პერპენდიკულარი ამ გვერდზე და ჩამოჭერით ამ პერპენდიკულარით მარჯვენა ნაწილი, მოაცილეთ იგი, მარცხენა კი გახსენით და დახაზეთ ფიგურა, რომელიც მიიღეთ.

ერთ-ერთი პასუხი ასეთია:



ნახ. 19

მსგავსი სავარჯიშოები სწავლების პროცესის დასაწყისში უნდა შესრულდეს პრაქტიკულად, ქაღალდითა და მაკრატლით ხელში. შემდეგ, თანდათანობით გადავლენ მოსწავლეები აზრით მოქმედებებზე.

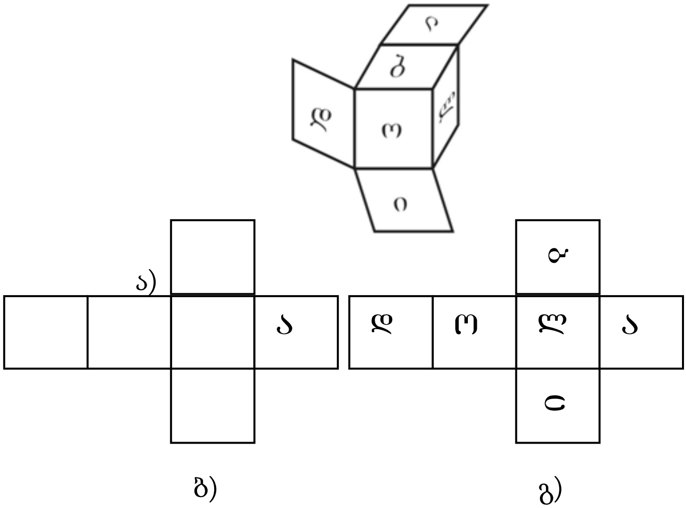
ასეთ სავარჯიშოებს მეორე ფუნქციაც შეგვიძლია დავაკისროთ. ეს არის დიაგნოსტიკური ფუნქცია. შეგვიძლია შევამოწმოთ, თუ როგორ შედეგებს მივაღწევთ, როგორ დონეზეა ჩვევის ფორმირებადობა.

ფორმირებადობა იმ უნარ-ჩვევებისა, რომლებიც ახასიათებთ პირველ და მეორე დონეებს, არის სივრცითი აზროვნების განვითარების მესამე დონეზე გადასვლის წინაპირობა.

მესამე დონე უპირატესად ხასიათდება ისეთი უნარებით, რომელთა მეშვეობითაც აზრითი მოქმედებებით ხდება ობიექტის მდებარეობისა და სტრუქტურის ცვლილება ერთდროულად და არაერთხელ.

მოვიყვანოთ მაგალითი.

მუყაოს კუბიკი, რომლის წახნაგებზე ასოები იყო გამოსახული (ნახაზზე კუბიკის უხილავი წახნაგები გამოწეულადაა გამოსახული), ზოგიერთ წიბოზე გაჭრეს და მიიღეს კუბის შლილის მოდელი. დროთა განმავლობაში ყველა ასო, ერთის გარდა, წაიშალა. აღადგინეთ წაშლილი ასოები შლილზე (ნახ. ბ).



ნახ. 20

ამოხსნის ერთ-ერთი ვარიანტი არის გ).

ბავშვის სივრცითი აზროვნების განვითარება არის მისი ინტელექტუალური განვითარების უმნიშვნელოვანესი ნაწილი, რამდენადაც დიდ როლს თამაშობს არა მარტო გეომეტრიის შესწავლაში, არამედ _ მრავალი სხვა სასწავლო დისციპლინისა: ხატვის, ხაზვის, გეოგრაფიის და სხვ. კარგი სივრცითი წარმოსახვის ქონა აუცილებელია ინჟინერისთვის, დიზაინერისთვის, ეკონომისტისთვის, მათემატიკოსისთვის, და საერთოდ ძნელია, მოიფიქრო ადამიანის მოღვაწეობის სფერო, სადაც იგი საჭირო არ არის.

და ამ საქმეში საფუძველთა საფუძველი დაწყებითი სკოლაა.

§5. ტოპოლოგიის ელემენტები მათემატიკის დაწყებით კურსში

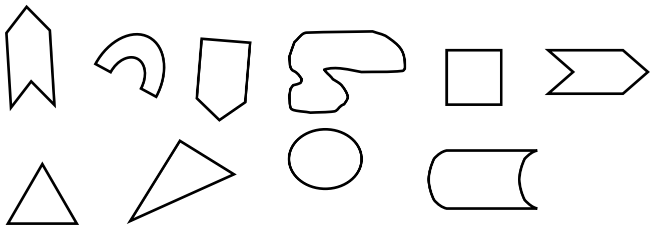
ტოპოლოგიას ზოგჯერ გეომეტრიის განყოფილებას ეძახიან. მაგრამ ეს არის მათემატიკის დარგი, რომელსაც თავის დანიშნულებად გააჩნია მათემატიკის ჩარჩოებში უწყვეტობის იდეის გამოვლენა და გამოკვლევა. ინტუიციურად უწყვეტობის იდეა გამოხატავს სივრცისა და დროის ძირეულ თვისებას და, მაშასადამე, შემეცნებისათვის ფუნდამენტურად მნიშვნელოვანია. ტოპოლოგია სწავლობს ფიგურის ისეთ თვისებებს, რომლებიც არაა დაკავშირებული სიგრძეებისა და კუთხეთა სიდიდეების გაზომვასა და შედარებასთან. ტოპოლოგიას ზოგჯერ ხუმრობით რეზინის სიბრტყის გეომეტრიას უწოდებენ.

განვმარტოთ, რა არის ეს!

თუ თხელი რეზინისაგან გამოვჭრით სამკუთხედს, მაშინ მისი სხვადასხვანაირად გაჭიმვის შედეგად მისგან შეგვიძლია მივიღოთ ნებისმიერი ოთხკუთხედი (კვადრატი, რომბი და ა. შ.), ხუთკუთხედი, ექვსკუთხედი და ა. შ., წრე, ოვალი და სხვ. ამიტომ ტოპოლოგიაში სამკუთხედი, ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, ... , წრე, ოვალი და სხვ. ერთნაირი ფიგურებია, სხვა სიტყვებით, ისინი ერთი და იგივეა.

მაშასადამე, კვადრატად ყოფნა, ან კიდევ, ტრაპეციად ყოფნა ტოპოლოგიური თვისება არ არის. გეომეტრიაში კვადრატი და ტრაპეცია სხვადასხვა ფიგურებია, სხვადასხვა თვისებები გააჩნია, მაგრამ ტოპოლოგიაში ისინი ერთი და იგივე ფიგურებია, ერთნაირი თვისებები გააჩნია. არც ფი-

გურათა ზომებია ტოპოლოგიური თვისება. მაშასადამე, ტოპოლოგიაში ერთნაირი ფიგურებია, მაგალითად:



ნახ. 21

თუ ერთი ფიგურა მიღებულია მეორისაგან უწყვეტი დეფორმაციის შედეგად (ფიგურა შეიძლება გაიჭიმოს, შეიკუმშოს, გადაიღუნოს, დაიგრიხოს, მაგრამ არ შეიძლება მისი გახლეჩა, გაწყვეტა, გახევა), მაშინ ასეთი ფიგურები ერთნაირად ითვლება, მათ შორის ტოპოლოგიურად განსხვავება არ არის.

სასწავლო პროცესში ისმის საკითხი: ხომ არ გამოიწვევს ეს ყოველივე მოსწავლეთა გულისწყრომას, პროტესტს? როგორ შეიძლება ხისგან გამოჭრილი კუბი და პლასტილინისგან გამოძერწილი დათუნია ერთნაირი ფიგურები იყოს? ამ საკითხს მოსწავლეებთან ახსნა-გაცნობიერება სჭირდება.

ამ საკითხის მოსწავლეთათვის განმარტებისადმი რამდენიმე მიდგომა არსებობს.

1. დავეყრდნოთ ცხოვრებისეულ სიტუაციებს. დავაკვირდეთ კატას: ის ხან დგას და ყველა მოსწავლემ იცის, როგორი ფორმა უკავია. კატა ხან გვერდზე წევს, ფეხები გაჭიმული აქვს, ხან გორგალს დაემგვანება, მრგვლად მოკალათდება და არხეინად სძინავს. მაგრამ ყველა შემთხვევაში ერთი და იგივე კატაა.

ამ თვალსაზრისით მოსწავლეთათვის სრულიად გასაგები იქნება მონაკვეთის, მრუდისა (მხოლოდ გახსნილის) თუ სპირალის ერთნაირობა.

2. მოსწავლეებს შევახსენოთ, რომ მათემატიკაში ყოველგვარი მსჯელობის ამოსავალი განსაზღვრაა, განმარტება: გვაქვს განმარტება „რას ნიშნავს, იყოს ერთნაირი ფიგურები" და ეს განმარტება ამოსავალია. აქ ჩვენს წინაშეა ცნობილი მათემატიკისაგან „განსხვავებული" მათემატიკა. მასში შეიძლება მრავალი მაგალითის განხილვა, მოსწავლეთათვის ჩვეულ მათემატიკურ ობიექტებთან შედარებები და შეპირისპირებები.

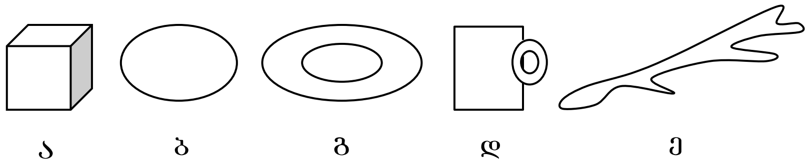
3. ბოლოს და ბოლოს, შეიძლება ასეც: მოდით, ბავშვებო, ვიმოგზაუროთ ერთ ზღაპრულ სამეფოში, რომელსაც ტოპოლოგია ჰქვია. იქ ასეა ... და გავაცნოთ ტოპოლოგიური თვისებები.

ტოპოლოგიური იდეების ილუსტრაციისათვის ყველაზე უკეთესია პლასტილინის გამოყენება.

ზემოთ ნათქვამი რომ გვქონდა – „არ შეიძლება გახლეჩა, გაწყვეტა, გახევა", – ეს მოსწავლემ ზოგად აკრძალვად არ უნდა მიიღოს: რა თქმა უნდა შეიძლება გარდაქმნისას მოცემული ფიგურის გახევა, გახლეჩა, გახვრეტა, მაგრამ ასეთ შემთხვევაში სხვანაირი ფიგურა მიიღება. არ შეიძლება მაშინ, თუ ისეთივე ფიგურის მიღება გვინდა .

აქ შეიძლება განვიხილოთ დავალებები.

დავალება 1. დააკვირდი ნახაზზე მოცემულ ფიგურებს:



ნახ. 22

დაასახელე:

– ფიგურები, ერთნაირი **დ** ფინჯანთან.

– **გ** ბლითი (ბუბლიკი).

– ფიგურები, ერთნაირი **ა** კუბთან.

– კვერცხი **ბ** და ხის ტოტი **ე**.

– დაამტკიცე! ფიგურები ერთნაირია, თუ ერთის მიღება შეიძლება მეორისაგან გაჭიმვის ან შეკუმშვის გზით, მაგრამ არა გაწყვეტით.

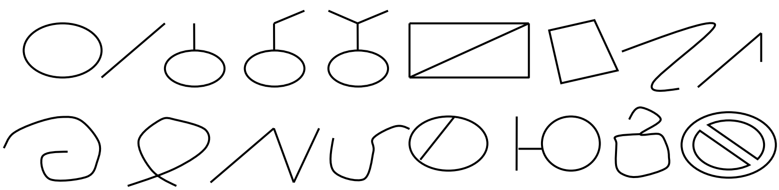
შემდეგ მოსწავლე ახდენს პლასტილინით ერთი ფიგურისაგან მეორე ფიგურის მიღების დემონსტრირებას.

დავალება 2. გამოძერწე პლასტილინით კვერცხი; მიიღე მისგან კუბიკი.

დავალება 3. გამოძერწე პლასტილინით ბუბლიკი (ბლითი); მიიღე მისგან ფინჯანი.

დავალება 4. მონახე ოთახში „კვერცხები“ (წიგნი, მაგიდა, ცარცი და სხვ.).

დავალება 5. დააკვირდი ფიგურებს:



ნახ. 23

დააჯგუფე ისინი ერთნაირობის მიხედვით.

მსგავსი სავარჯიშოების შესრულება, ცხადია, უაღრესად მნიშვნელოვანია სივრცითი წარმოდგენების განვითარებისათვის.

აქვე აღსანიშნავია, რომ ტოპოლოგიის ელემენტების მოშველიებით გეომეტრიული მასალის სწავლებისას მაქსიმალურად გაცნობიერებულად შეიძლება **შიგა არის, გარე არისა** და **საზღვრის** ცნებათა ფორმირება.

ეს მეტად მნიშვნელოვანია გეომეტრიული მასალის სწავლებისათვის.

განსაკუთრებით დიდი ყურადღებაა მისაქცევი ცნებისათვის **გრაფი,** რადგანაც ეს ცნება ბავშვებს ძალიან ადრეული ასაკიდან თან სდევს თამაშებში, არაცხადად; შემდეგ კი მათემატიკის შესწავლისას, უამრავი საკითხის აღქმაში, გაცნობიერება-გააზრებაში და მის გამოყენებაში უაღრესად დიდ როლს თამაშობს. გრაფი არის სწავლის მოტივაციის ერთ-ერთი შესანიშნავი საშუალება.

დაწყებით სკოლაში მოსწავლეებს არავითარ ტერმინებს არ ვაძლევთ. აქ სიტყვა „გრაფი“ შეიძლება შეიცვალოს სიტყვით „ფიგურა“, ხოლო სიტყვა „რკალი“ – სიტყვით „ხაზი“.

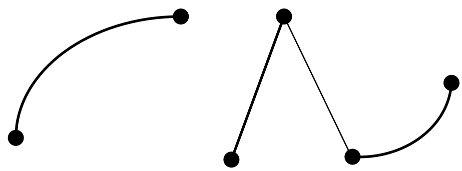
მაგრამ მასწავლებელი კარგად უნდა ერკვეოდეს ტერმინოლოგიაში, ძირითად ცნებათა განსაზღვრებში.

მათემატიკაში **გრაფი** ეწოდება წერტილთა სასრულ სიმრავლეს; ამ წერტილებს გრაფის **წვეროები** ეწოდება. ზოგიერთი მათგანი შეერთებულია რკალებით ან მონაკვეთებით, რომელთაც გრაფის **წიბოები** ჰქვია.

თუ გეოგრაფიულ რუკას შევხედავთ, თვალში გვეცემა რკინიგზის ქსელი. ეს ტიპიური გრაფია: პატარა წრეები აღ-

ნიშნავენ სადგურებს – გრაფის წვეროები, მათი შემაერთებელი გზები კი გრაფის წიბოებია.

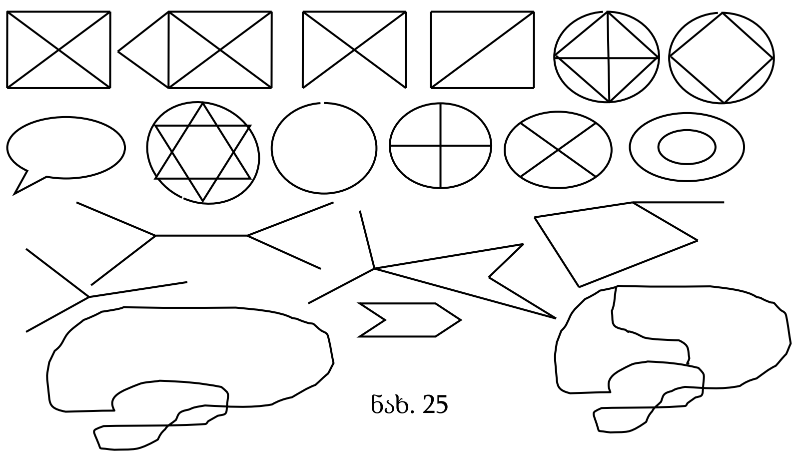
ქვემოთ, ნახაზზე გამოსახულია გრაფი, რომელიც შედგება 6 წვეროსა და 4 წიბოსაგან, დაწყებითი კლასების ტერმინოლოგიით: მოცემულია ფიგურა, რომელიც შედგება 6 წერტილისა და 4 ხაზისაგან (რკალი ან მონაკვეთი).



ნახ. 24

კარგი იქნება ასეთი დავალების მიცემა:

სცადეთ, შემდეგი ფიგურებიდან რომლის დახაზვას შეძლებთ ხელის ერთი მოსმით, ე. ი. ისე, რომ ფანქარი ქაღალდს არ მოწყვიტოთ და ერთ და იმავე ხაზზე ორჯერ არ გაიაროთ. წვეროზე შეიძლება იმდენჯერ გაიაროთ, რამდენჯერაც საჭირო იქნება.



ნახ. 25

მოსწავლეები ცდიან, ზოგს დახაზავენ, ზოგს – ვერა.

შეიქმნება დადებითი მუხტის მატარებელი შემეცნებითი სიტუაცია.

ამის შემდეგ უნდა დაზუსტდეს რამდენიმე ცნება:

იმ წერტილს, რომელშიც თავს იყრის ხაზების კენტი რაოდენობა, ვუწოდოთ კენტი წერტილი, ხოლო იმ წერტილს, რომელშიც თავს იყრის ხაზების ლუწი რაოდენობა, ვუწოდოთ ლუწი წერტილი.

მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: რადგანაც ფიგურა მთლიანად უნდა დაიხაზოს ფანქრის აუღებლად, ამიტომ ხაზვა უნდა დაიწყოს ერთი წერტილიდან, მეორე წერტილში მოხვედრა შეიძლება მასში შემავალი ხაზით, იქიდან გამოსასვლელად უნდა არსებობდეს სხვა ხაზი, თუ არადა ხაზვა შეწყდება. მაშასადამე, ყველაზე უკეთესი შემთხვევაა, როცა ფიგურის ყველა წერტილი ლუწია.

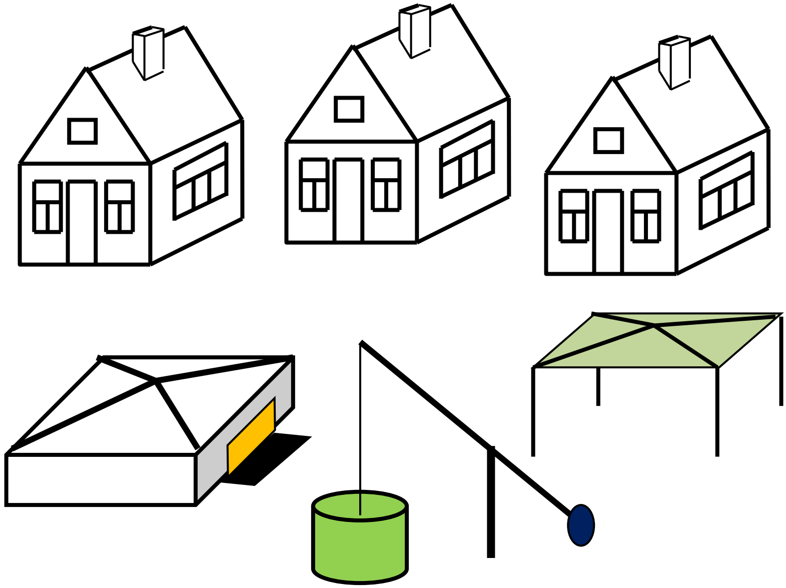
მრავალჯერადი დაკვირვებისა და ცდის შემდეგ მიიღება დასკვნები:

- თუ ფიგურის (გრაფის) ყველა წერტილი (წვერო) ლუწია, მაშინ ფიგურა იხაზება ერთი ხელისმოსმით.
- თუ ფიგურას (გრაფს) გააჩნია ორზე მეტი კენტი წერტილი (წვერო), მაშინ ფიგურა ერთი ხელისმოსმით არ დაიხაზება.
- თუ ფიგურას (გრაფს) კენტი წერტილი (წვერო) მხოლოდ ორი გააჩნია, მაშინ ფიგურა იხაზება ერთი ხელისმოსმით. ამასთან, ხაზვა იწყება ერთ კენტ წერტილში და თავდება მეორე კენტ წერტილში.
- კენტი წერტილების რაოდენობა ყოველთვის ლუწია.

ამის შემდეგ მოსწავლეს ყოველთვის წინასწარ ეცოდინება, დაიხაზება თუ არა ფიგურა ერთი ხელისმოსმით.

განვიხილოთ რამდენიმე აუცილებელი სავარჯიშო.

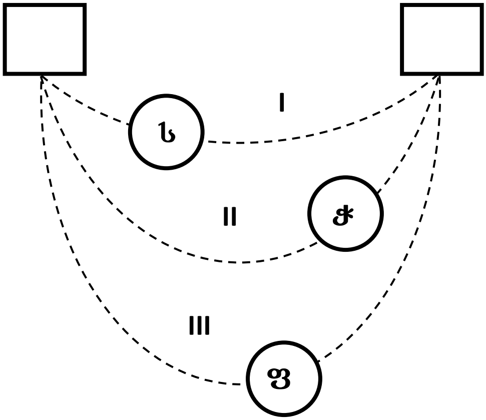
1. ნახაზზე გამოსახულია სამი სახლი, ჭა, ფარდული და სარდაფი. როგორ გავიყვანოთ ყოველი სახლიდან ჭამდე, ფარდულამდე და სარდაფამდე თითო ბილიკი ისე, რომ არც ერთმა ბილიკმა სხვა ბილიკი არ გადაკვეთოს?



ნახ. 26

ამოხსნა:

მარცხენა სახლი (ნახაზზე – პირველი) ბილიკებით შევაერთოთ ფარდულთან (ფ), ჭასთან (ჭ) და სარდაფთან (ს). გავაგრძელოთ ბილიკებით სიარული და მივიდეთ მარჯვენა (ნახაზზე – მესამე) სახლამდე (ნახ. 27).



ნახ. 27

სიბრტყე დაიყო სამ არედ: I, II და III. მესამე სახლი (ნახაზზე – შუა) მდებარეობს რომელიმე ერთში ამ სამი არიდან.

თუ იგი მდებარეობს I არეში, მაშინ ის იქნება იმ ჩაკეტილი არის გარეთ, რომელშიც არის ჭა, ამიტომ ამ სახლიდან ჭამდე ბილიკი ვერ წავა.

თუ იგი იქნება II არეში, მაშინ თვითონ მოხვდება ჩაკეტილ არეში, რომლის გარეთაცაა ფარდული. ეს იმას ნიშნავს, რომ მისგან ფარდულამდე ბილიკი ვერ წავა.

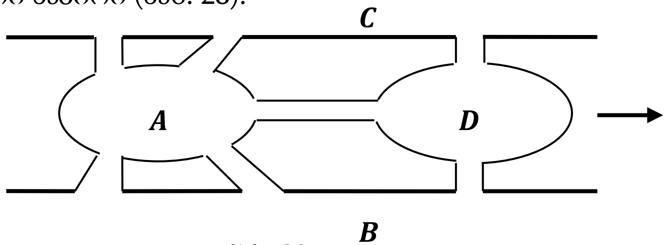
თუ იგი იქნება III არეში, მაშინ თვითონ მოხვდება იმ ჩაკეტილ არეში, რომლის გარეთაცაა სარდაფი. ე. ი. მისგან სარდაფამდე ბილიკი ვერ წავა.

მაშასადამე, ამოცანას ამონახსნი არა აქვს.

2. ფიგურათა ერთი ხელისმოსმით ამოცანების ამოხსნასთანაა დაკავშირებული საყოველთაოდ ცნობილი „ამოცანა კენიგსბერგის შვიდი ხიდის შესახებ“, რომელიც ამოხსნა

გენიალურმა მათემატიკოსმა **ლეონარდ ეილერმა** (1707 – 1783).

იმ დროს ქალაქ კენიგსბერგში მდინარე პრეგოლზე შვიდი ხიდი იყო. ამ შვიდი ხიდით ქალაქის ოთხი ნაწილი იყო დაკავშირებული ერთმანეთთან, ორი კუნძული და მდინარის ორი ნაპირი (ნახ. 28).

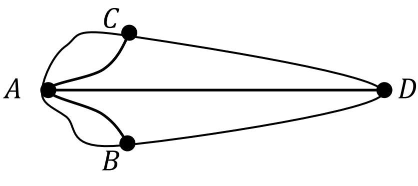


ნახ. 28

ისმის ამოცანა: როგორ გავიაროთ შვიდივე ხიდზე ისე, რომ არც ერთ ხიდზე არ მოგვიწიოს ორჯერ გავლამ?

ამოხსნა:

აღვნიშნოთ კუნძულები A და D ასოებით, B და C ასოებით – მდინარის მარცხენა და მარჯვენა სანაპიროები. მაშინ ამოცანა დაიყვანება ფიგურების გამოხაზვაზე ერთი ხელისმოსმით. გრაფს ექნება სახე:



ნახ. 29

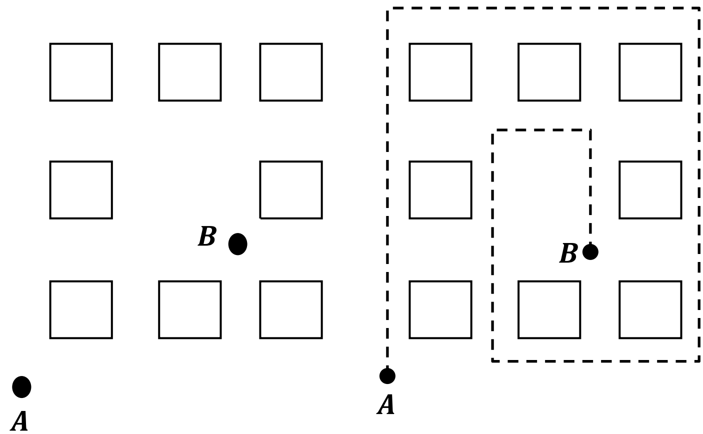
ამ ფიგურას ყველა ოთხივე წვერო კენტი აქვს. ეს იმას ნიშნავს, რომ შვიდივ ხიდზე გავლა მოცემული პირობით შეუძლებელია.

3. ქალაქის ძველი ნაწილი კვადრატის ფორმისაა და შედგება 8 კვადრატული კვარტლისაგან. ყოველ კვარტალს

აქვს ოთხი მხარე. ქალაქის ამ ძველ ნაწილს შიგნით ქუჩები ვიწროა – მათზე სიარულით შეიძლება შენობის დათვალიერება ქუჩის ორივე მხარეს. ტურისტმა გადაწყვიტა, დაეთვალიერებინა ყოველი კვარტალი ორივე მხრიდან. მან უნდა გაიაროს A წერტილიდან B წერტილამდე.

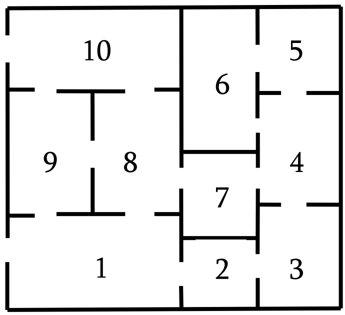
შეადგინე ტურისტისათვის მარშრუტი მონაკვეთებით ისე, რომ მონაკვეთებმა ერთმანეთი არ გადაკვეთონ.

ამოცანა და მისი ამოხსნა მოცემულია ნახაზზე.



ნახ. 30

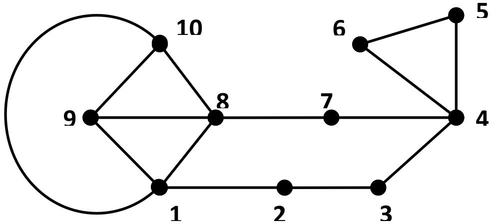
4. ნახაზზე მოცემულია სარდაფის გეგმა. სარდაფში 10 ოთახია. ირაკლიმ გადაწყვიტა, გაიაროს ყველა კარი და თან გავლის შემდეგ ყოველი კარი ჩაკეტოს. შეძლებს თუ არა იგი ყველა კარის ჩაკეტვას? რომელი ოთახიდან უნდა დაიწყოს მოძრაობა?



ნახ. 31

ამოხსნა:

გადავიყვანოთ ჩვენი ამოცანა გრაფების ენაზე. ოთახები ავღნიშნოთ წერტილებით, მათ შორის გზები – ხაზებით, მივიღებთ გრაფს (ნახ. 32) ადვილი დასანახია, რომ კენტი წერტილებია 9 და 10, დანარჩენი ლუწია. ე. ი. მოძრაობა უნდა დაიწყოს მეცხრე ან მეათე ოთახიდან.



ნახ. 32

უნდა აღინიშნოს, რომ **პიაჟეს** თანახმად ბავშვი გეომეტრიულ აზროვნებას იწყებს ტოპოლოგიური იდეებით, შემდეგ ეს იდეები ეხლართება გეგმილურ კონცეფციებს, და მხოლოდ ამის შემდეგ მიდის იგი ევკლიდურ გეომეტრიამდე.

ამ კონცეფციის თანახმად, ბავშვის მიერ უშუალოდ აღქმული ძირითადი ტოპოლოგიური მიმართებებია (პიაჟეს ტერმინოლოგიით):

- ***სიახლოვის მიმართება,***
- ***დაყოფადობის მიმართება,***
- ***რიგითობის მიმართება,***
- ***ჩადებადობის მიმართება.***

მოკლედ მიმოვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე.

სიახლოვის მიმართება გულისხმობს სივრცეში ობიექ-ტებისა და დროში ხდომილებათა შეფარდებით ადგილ-მდებარეობას. იგი მოითხოვს პასუხს კითხვაზე: რამდენად ახლოა და რამდენად შორია ობიექტი ობიექტისაგან სიბრ-ტყეზე თუ სივრცეში და ხდომილება ხდომილებისაგან დროში. ბავშვები ნაირგვარ მანიპულირებას ახორციელებენ მათთან ახლო მდებარე საგნებით. მათ მიერ თანდათანობით ხდება სივრცეში ობიექტების ადგილმდებარეობის იდენტი-ფიცირება. ასე ივსება მათი ლექსიკაც, ზუსტდება ცნებები: შორს, ახლოს, გვერდით, მაღლა, დაბლა, ზევით, ქვევით, შორის და სხვ.

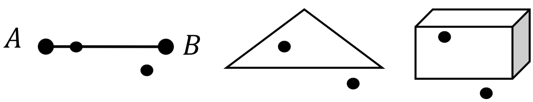
დაყოფადობის მიმართება გულისხმობს ობიექტებს ან ხდომილებებს, რომლებიც იმყოფებიან სხვა ობიექტებს ან ხდომილებებს შორის. აგრეთვე, იგი მოიცავს ობიექტებსა და ობიექტების ნაწილებს შორის განსხვავებულობას. სანამ ბავშვები არ აითვისებენ დაყოფას, მანამდე მათ არ შეუძ-ლიათ ობიექტის, როგორც ცალკეული ნაწილებისაგან შემდ-გარის, მკაფიო ვიზუალიზირება. შემდგომში დაყოფა ხდება კლასიფიკაციის საფუძველი, და ეს უაღრესად მნიშვნელო-ვანია.

რიგითობის მიმართება გულისხმობს ობიექტების (სი-ვრცეში) ან ხდომილობების (დროში) თანამიმდევრობას რო-მელიმე ნიშნის მიხედვით (ფერი, ზომა, რაოდენობა და

სხვ.). ნებისმიერ თანამიმდევრობას (სივრცეშიც და დროშიც) ორი რიგი აქვს: საწყისიდან ბოლოსკენ და ბოლოდან საწყისისკენ. ამას კი უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს ისეთ ცნებათა ფორმირებისათვის, როგორიცაა: პირდაპირი და შებრუნებული ოპერაციები, მიმართებათა შექცევადობა და სხვა მრავალი. აზროვნება „წინ“ უფრო ადვილია, ვიდრე აზროვნება „უკან“, მაგრამ აზროვნების ეს ორივე სახე თანაბრად ძვირფასია მათემატიკური აზროვნების განვითარებაში.

ჩადებადობის მიმართება, ყველაზე მარტივ ტერმინებში, ახდენს იდენტიფიცირებას ადგილმდებარეობისა: შიგნით, გარეთ, შორის, -ში, -ზე. მასთანაა დაკავშირებული მიკუთვნების ცნება და სხვ. შეფარდებითი მდებარეობის მსგავსად ჩადება გულისხმობს, მაგალითად, შემდეგ სავარჯიშოებს:

- წერტილის მდებარეობა სიბრტყეზე მონაკვეთთან მიმართებაში.
- წერტილის მდებარეობა სიბრტყეზე ბრტყელ ფიგურასთან მიმართებაში.
- წერტილის მდებარეობა სივრცეში სივრცით ფიგურასთან მიმართებაში.



ნახ. 33

- და სხვ.

აღიარებულია, რომ პიაჟეს თეორია არის განვითარების უნივერსალური თეორია.

თავი მესამე

მათემატიკური ცნებების ფორმირების მეთოდიკა

იმ ცნებებს, რომლებიც დაწყებით სკოლაში შეისწავლება, ჩვეულებრივ, ძირითადად ოთხ ჯგუფად ყოფენ:

1. ცნებები, რომლებიც დაკავშირებულია რიცხვებთან და მათზე მოქმედებებთან – *რიცხვი, შეკრება, გამრავლება, გასაყოფი, მეტი* და ა. შ.

2. ცნებები, რომლებიც დაკავშირებულია ალგებრულ წარმოდგენებთან – *გამოსახულება, ტოლობა* და ა. შ.

3. ცნებები, რომლებიც დაკავშირებულია გეომეტრიულ წარმოდგენებთან – *წრფე, მონაკვეთი, კვადრატი* და ა. შ.

4. ცნებები, რომლებიც დაკავშირებულია სიდიდეებთან და მათ გაზომვასთან – *მანძილი, დრო* და ა. შ.

გარდა ამისა, მათემატიკის შესწავლა ხელს უწყობს უამრავი სხვა ცნების ფორმირებას.

როგორც ვხედავთ, საქმე ცნებათა დიდ სიუხვესთან გვაქვს. აქედან აშკარაა, რომ მასწავლებელი აუცილებლად კარგად უნდა ფლობდეს ყოველგვარ ინფორმაციას ცნებათა შესახებ.

§1. ცნება და ტერმინი

გარესამყაროში ვხვდებით სხვადასხვა ობიექტს – ცოცხალ არსებებს, მთებს, მდინარეებს, საყოფაცხოვრებო საგნებს და სხვ. ეს ობიექტები გარკვეულ მიმართებაშია ერთმანეთთან და გააჩნიათ სხვადასხვა თვისებები. ყოველ საგანს გააჩნია ისეთი თვისებები, რომლებიც საერთოა სხვა საგ-

ნებთან და ისეთი თვისებებიც, რომლებიც განასხვავებს მას სხვა საგნებისაგან. საგანთა ამ თვისებებს ეწოდება მათი **ნიშნები**. ამა თუ იმ საგნის შესწავლისას გამოიყოფა *ძირითადი*, ანუ *არსებითი* ნიშნები, რომელთაგან თითოეული, ცალკე აღებული, აუცილებელია, ხოლო ყველა ნიშანი, ერთად აღებული, სრულიად საკმარისია, რომ მათი საშუალებით მოცემული საგანი განვასხვაოთ სხვა საგნებისაგან. გამოიყოფა, აგრეთვე, *არაძირითადი* ანუ *არაარსებითი* ნიშნები, რომელთა გამოყვანა ძირითადი ნიშნებისაგან ზოგჯერ შეიძლება, ზოგჯერ კი – არა, და *შემთხვევითი*, რომლებიც განპირობებულია გარეგანი მდგომარეობით. საგნისათვის არსებითი ნიშანი ის ნიშანია, რომლითაც ის ხასიათდება და რომლის გარეშე მას არსებობა არ შეუძლია, ხოლო არაარსებითი ნიშნების არსებობა გავლენას არ ახდენს საგნის არსებობაზე.

იგივე ითქმის მათემატიკურ ობიექტებზეც. ყოველ მათემატიკურ ობიექტს ახასიათებს არსებითი და არაარსებითი ნიშნები. მაგალითად, კვადრატს აქვს ოთხი ტოლი გვერდი, ოთხი მართი კუთხე, ტოლი დიაგონალები. ეს ნიშნები კვადრატისათვის არსებითია. თუ ტრაპეციის ფერდები ტოლია, ეს ნიშანი ტრაპეციისათვის არაარსებითია. იგი არსებითი იქნება ტოლფერდა ტრაპეციისათვის.

მაშასადამე, რომ გავიგოთ, თუ რას წარმოადგენს ესა თუ ის მათემატიკური ობიექტი, უნდა ვიცოდეთ მისი არსებითი ნიშნები. ასეთ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ გვაქვს **ცნება** ამ ობიექტის შესახებ. ცნება არის აზროვნების ელემენტი, რომელშიც აისახება საგნის ან საგანთა ჯგუფის არსებითი ნიშნები. მათემატიკური ცნებები ჩვენს აზროვნებაში ასახავენ სინამდვილის გარკვეულ ფორმებსა და მიმართებებს, რეა-

ლური სიტუაციიდან აბსტრაჰირებით. ტერმინი „ცნება“, ჩვეულებრივ, გამოიყენება ობიექტური რეალობის ან ჩვენი ცნობიერების პროცესების, მიმართებების აზრითი სახის აღსანიშნავად.

§2. ცნების შინაარსი და მოცულობა

როცა ლაპარაკობენ მათემატიკური ობიექტის შესახებ, ჩვეულებრივ, მხედველობაში აქვთ ობიექტების ერთობლიობა, რომელიც აღინიშნება ერთი ტერმინით. მაგალითად, ცნება **ტრაპეციაში** იგულისხმება ყველა შესაძლო ტრაპეცია, ცნება **კვადრატში** – ყველა შესაძლო კვადრატი და ა. შ. მაშასადამე, ცნება განსაზღვრავს არა ერთ რომელიმე ობიექტს, არამედ ობიექტების მთელ კლასს, რომელშიც შემავალი ყველა ობიექტი ხასიათდება ერთი და იგივე *არსებითი* ნიშნებით.

ცნების არსებით ნიშნებს შორის გამოიყოფა მისი *მახასიათებელი* ნიშნები, ე. ი. ის ნიშნები, რომლებიც ახასიათებს შესაბამისი კლასის ყველა ობიექტს და არ ახასიათებს არც ერთ სხვა ობიექტს. მაგალითად, დიაგონალების ტოლობის თვისება მახასიათებელია მართკუთხედებისათვის არატოლგვერდა პარალელოგრამების კლასში. ეს ნიშნავს, რომ ყველა მართკუთხედს ტოლი დიაგონალები გააჩნია, ამასთან, ტოლი დიაგონალების მქონე ნებისმიერი არატოლგვერდა პარალელოგრამი მართკუთხედს წარმოადგენს. ამავე დროს ოთხკუთხედების კლასში ეს თვისება მართკუთხედებისათვის მახასიათებელი არ არის, რადგანაც არსებობს ტოლი დიაგონალების მქონე ოთხკუთხედი, რომელიც არ

წარმოადგენს მართკუთხედს, მაგალითად, კვადრატი ან ტოლფერდა ტრაპეცია. იგივე თვისება კვადრატებისათვის არც პარალელოგრამების კლასშია მახასიათებელი, რადგანაც არსებობს ისეთი პარალელოგრამი (მართკუთხედი), რომელსაც დიაგონალები ტოლი აქვს, მაგრამ კვადრატს არ წარმოადგენს.

ანალოგიური კავშირი არსებობს თვისებებს შორისაც.

ვთქვათ, მოცემულია α და β ორი თვისება. შეიძლება ადგილი ჰქონდეს შემდეგ შემთხვევებს:

1. არსებობს: ობიექტები, რომელთაც ახასიათებს ორივე თვისება; ობიექტები, რომელთაც ახასიათებთ მხოლოდ თვისება α; ობიექტები, რომელთაც ახასიათებთ მხოლოდ თვისება β; ობიექტები, რომელთაც არც ერთი თვისება არ ახასიათებთ. ასეთ შემთხვევაში α და β თვისებებს უწოდებენ დამოუკიდებელს. მაგალითად, ვთქვათ, α არის 2-ზე გაყოფადობა, β არის 3-ზე გაყოფადობა. არსებობს რიცხვები, რომლებიც იყოფა როგორც 2-ზე, ისე 3-ზე; არსებობს რიცხვები, რომლებიც იყოფა მხოლოდ 2-ზე; არსებობს რიცხვები, რომლებიც იყოფა მხოლოდ 3-ზე; არსებობს რიცხვები, რომლებიც არც 2-ზე იყოფა და არც 3-ზე.

2. ნებისმიერი ობიექტი, რომელიც ხასიათდება α თვისებით, ხასიათდება, აგრეთვე β თვისებით (ან პირუკუ). მაშინ ამბობენ, რომ β არის α-ს შედეგი (ან პირუკუ). მაგალითად, რიცხვის 2-ზე გაყოფადობა არის 4-ზე გაყოფადობის შედეგი.

3. ნებისმიერი ობიექტი, რომელიც ხასიათდება α თვისებით, ხასიათდება, აგრეთვე, β თვისებით და ნებისმიერი ობიექტი, რომელიც ხასიათდება β თვისებით, ხასიათდება

აგრეთვე, α თვისებით. ამ შემთხვევაში α და β თვისებები ტოლმალოვანია. მაგალითად, თვისებები: „ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდების პარალელურობა“ და „ოთხკუთხედის დიაგონალების კვეთის წერტილით შუაზე გაყოფა“ არის ტოლმალოვანი.

4. არც ერთი ობიექტი, რომელიც ხასიათდება α თვისებით, არ ხასიათდება β თვისებით. მაშინ α და β თვისებებს ეწოდება არათავსებადი. მაგალითად, თვისებები: „მრავალკუთხედისათვის სამი კუთხის ქონა“ და „დიაგონალების ქონა“ არათავსებადია.

5. ობიექტები, რომელთაც ახასიათებთ ერთი და მასთან მხოლოდ ერთი α და β თვისებებიდან. ამ შემთხვევაში α-სა და β-ს უწოდებენ საწინააღმდეგოს. მაგალითად, ტეხილი წირის ჩაკეტილობისა და გახსნილობის თვისებები საწინააღმდეგოა, – ყოველი ტეხილი ან ჩაკეტილია ან გახსნილი.

ურთიერთდაკავშირებული არსებითი ნიშნების ერთობლიობას ეწოდება **ცნების შინაარსი,** ხოლო **ცნების მოცულობა** ეწოდება ერთი ტერმინით აღნიშნული ყველა ობიექტის ერთობლიობას.

მაშასადამე, ყოველი ცნება ხასიათდება ტერმინით, შინაარსითა და მოცულობით.

ცნების შინაარსი იხსნება **განსაზღვრის** საშუალებით, ხოლო ცნების მოცულობა – **კლასიფიკაციის** საშუალებით. განსაზღვრისა და კლასიფიკაციის მეშვეობით ცალკეული ცნებები ორგანიზდებიან ურთიერთდაკავშირებულ ცნებათა სისტემაში.

ცნების შინაარსსა და მოცულობას შორის არსებობს კავშირი: რაც უფრო „მეტია“ ცნების მოცულობა, მით უფრო

„ნაკლებია“ ცნების შინაარსი და პირუკუ. მაგალითად, ცნების „მართკუთხა სამკუთხედი“ მოცულობა „ნაკლებია“ ცნების „სამკუთხედი“ მოცულობაზე, რადგანაც პირველ მოცულობაში შედის არა ყველა სამკუთხედი, არამედ მხოლოდ მართკუთხა. მაგრამ პირველი ცნების შინაარსი „მეტია“ მეორისაზე, რადგანაც მართკუთხა სამკუთხედს ახასიათებს არა მარტო სამკუთხედის თვისებები, არამედ სხვაც, რაც ახასიათებს მხოლოდ მართკუთხა სამკუთხედს.

თუ ერთი ცნების მოცულობა არის მეორე ცნების მოცულობის ნაწილი, მაშინ მეორე ცნებას უწოდებენ პირველის განზოგადებას, ხოლო პირველს – მეორის კერძო შემთხვევას. მაგალითად, ცნება „მართკუთხედი“ არის ცნება „ოთხკუთხედის“ კერძო შემთხვევა, ხოლო ცნება „ოთხკუთხედი“ არის ცნება „მართკუთხედის“ განზოგადება.

§3. ცნებათა კლასიფიკაცია

იმისათვის, რომ მოსწავლე კარგად ერკვეოდეს ცნების მოცულობაში, მასში ჰქონდეს სწორი ორიენტაცია, – უნდა შეეძლოს ცნებათა კლასიფიცირება, რადგანაც მხოლოდ კლასიფიკაციის მეშვეობით შეიძლება ცნების მოცულობის არსის გახსნა.

საერთოდ, კლასიფიკაცია არის საგანთა სიმრავლის დაყოფა კლასებად რაიმე ნიშან-თვისების მიხედვით (გვაქვს, მაგალითად, ცხოველთა და მცენარეთა კლასიფიკაცია ბიოლოგიაში, ნივთიერებათა კლასიფიკაცია ქიმიაში და სხვ.). კლასიფიკაციის საფუძველია იმ ნიშან-თვისებათა ერთობლიობა, რომლის მიხედვითაც ხდება დაყოფა.

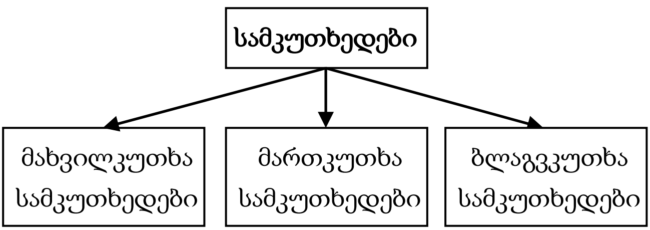
კლასიფიკაციის სისწორისათვის საჭიროა:

- სიმრავლეში შემავალი ყოველი საგანი კლასიფიკაციის რომელიმე კლასში შედიოდეს (ადეკვატურობის პირობა).
- ერთი და იგივე საგანი არ უნდა შედიოდეს კლასიფიკაციის ერთზე მეტ კლასში ანუ კლასიფიკაციის კლასები ერთმანეთს უნდა გამორიცხავდეს (გამიჯნულობის პირობა).

კლასიფიკაცია მჭიდრო კავშირშია ცნების დაყოფასთან: გაყოფაში განასხვავებენ:

- ცნებას, რომლის მოცულობაც იყოფა.
- სახეობით ცნებებს, რომლებიც მიიღება დაყოფის შედეგად.
- მახასიათებელ ნიშანს, რომლის მიხედვითაც ხდება დაყოფა.

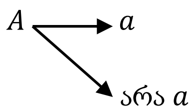
დაყოფა ორი სახისაა: 1. ნიშნის სახეცვლილების მიხედვით და 2. დიქოტომიური. ე. ი. გვაქვს კლასიფიკაცია სახეცვლილებითი ნიშნის მიხედვით და დიქოტომიური კლასიფიკაცია. ნიშნის სახეცვლილების (სახეობითი განსხვავების) მიხედვით დაყოფის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ სახეები გვარის მიმართ თანადაქვემდებარებულნი არიან. ასეთია, მაგალითად, შემდეგი კლასიფიკაცია:



ნახ. 34

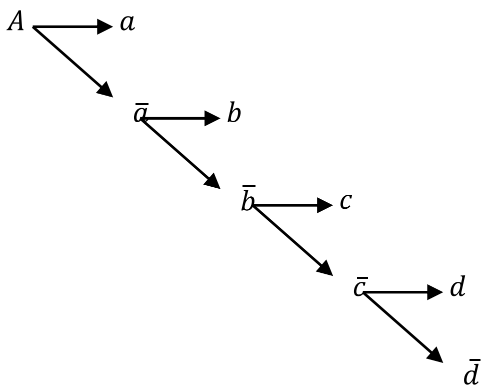
დიქოტომიური დაყოფის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ გვარობითი ცნების მოცულობიდან გარკვეული ნიშნის მიხედვით გამოიყოფა ჩვენთვის საინტერესო სახე და შეიქმნება მისი დამატება. ეს არის ცნების მოცულობის ორ კლასად თანამიმდევრული, მრავალსაფეხურიანი დაყოფა ამა თუ იმ თვისების მეშვეობით (ორწევრა დაყოფა ანუ „დიქოტომია“).

თუ აღვნიშნავთ გასაყოფ ცნებას A ასოთი და მისი მოცულობიდან გამოყოფილ სახეს a ასოთი, მაშინ ამ წესით გაყოფა მიიღებს სახეს:



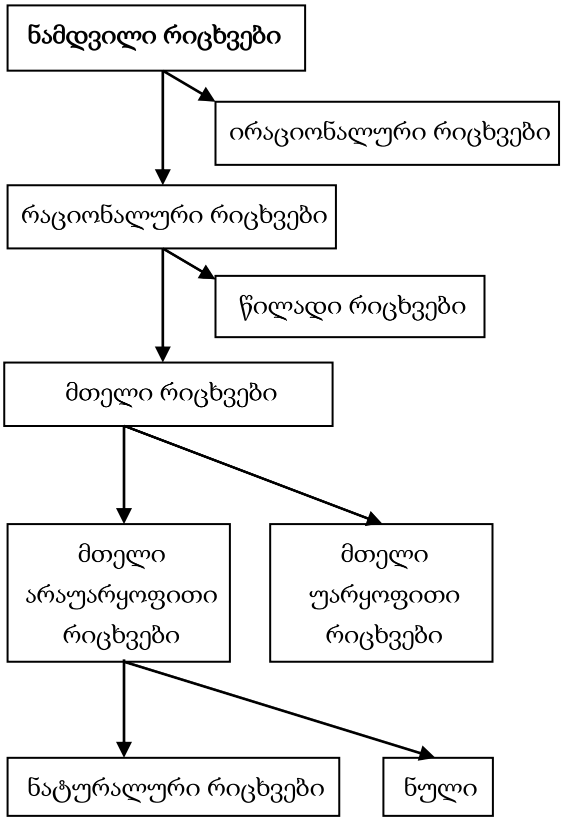
ნახ. 35

ზოგადად ეს პროცესი შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:



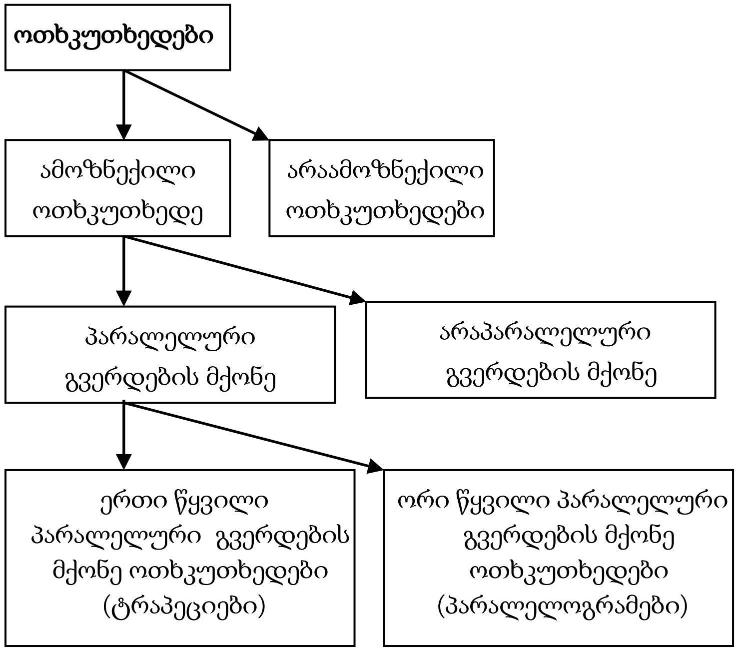
ნახ. 36

დიქოტომიური დაყოფის მაგალითია შემდეგი კლასიფიკაციები:



ნახ. 37

დიქოტომიური დაყოფის შედეგად მიიღება ოთხკუთხედების შემდეგი კლასიფიკაცია:

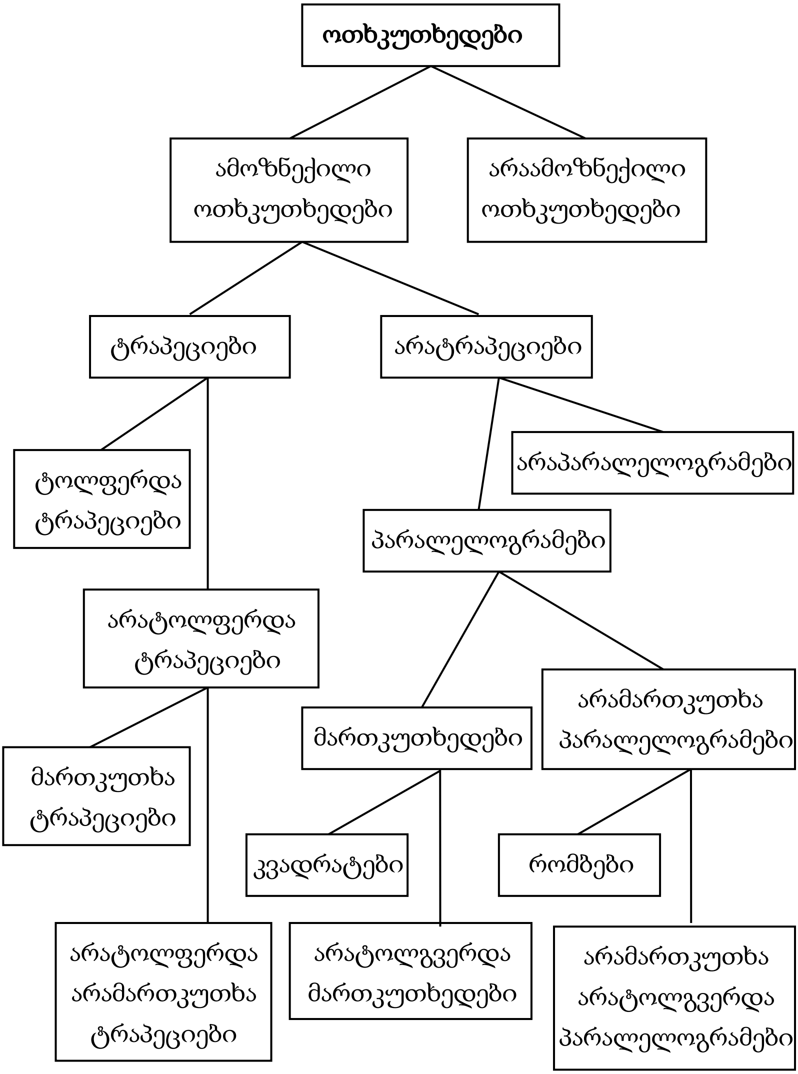


ნახ. 38

დიქოტომიური კლასიფიკაცია მეტად მნიშვნელოვანია სხვადასხვა მეცნიერებაში, მაგრამ მას გააჩნია ერთი ნაკლი. ცნების ორ საწინააღმდეგო კლასად გაყოფის დროს ჩვენ ბუნდოვნად ვტოვებთ იმ სახეობით ცნებას, რომლის შესაბამისი ტერმინი შეიცავს „არ“ ნაწილაკს. მაგალითად, თუ განტოლებათა კლასს გავყოფთ უმარტივეს და არაუმარტივეს განტოლებათა სახეებად, ბუნდოვნად რჩება არაუმარტივეს განტოლებათა კლასის მოცულობა.

დიქოტომია ორნაირია: წრფივი და განშტოებული. ზემოთ მოყვანილი კლასიფიკაციები წრფივი დიქოტომიის მა-

გალითებია. განშტოებულ დიქოტომიას წარმოადგენს შემდეგი ტრადიციულად მიღებული კლასიფიკაცია:



ნახ. 39

როგორც ჩანს, ამ კლასიფიკაციაში განშტოება ორჯერ მოხდა: ერთხელ განშტოვდა ამოზნექილი ოთხკუთხედები, მეორედ – პარალელოგრამები.

§4. ცნებათა განსაზღვრა

თუ A სიმრავლე შეიცავს ელემენტებს, რომლებიც ხასიათდება P თვისებით და ელემენტებს, რომლებიც არ ხასიათდება P თვისებით, მაშინ P თვისება განსაზღვრავს A სიმრავლის დაყოფას ორ კლასად. ეს დაყოფა აკმაყოფილებს სიმრავლის კლასებად წესიერი დაყოფის ყველა პირობას:

- *დაყოფის შედეგად მიღებული B და $\bar{B}$ ორი კლასიდან არც ერთი არ არის ცარიელი.*
- *ამ ორი კლასის თანაკვეთა ცარიელია. ე. ი. მათ საერთო ელემენტები არა აქვთ.*
- *ამ ორი კლასის გაერთიანება ამოსავალ A სიმრავლეს ემთხვევა.*

P თვისების დახმარებით ჩვენ განვსაზღვრეთ B სიმრავლე, როგორც A სიმრავლის ქვესიმრავლე. ჩვენ უკვე შეგვიძლია სრული წარმოდგენა ვიქონიოთ B სიმრავლის ელემენტებზე. სახელდობრ, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ B სიმრავლის ნებისმიერი ელემენტი ეკუთვნის A სიმრავლეს და P თვისებამ იგი A-საგან გამოყო, განასხვავა მისი სხვა ელემენტებისაგან.

აქ ჩვენ საქმე გვაქვს ობიექტის განსაზღვრასთან.

ვთქვათ, მაგალითად, A ტოლგვერდა პარალელოგრამების სიმრავლეა, P არის თვისება „ჰქონდეს მართი კუთხე“. ცხადია, ეს თვისება ტოლგვერდა პარალელოგრამებიდან გა-

მოყოფს მის გარკვეულ სახეს, კერძოდ, ისეთ ტოლგვერდა პარალელოგრამებს, რომელთაც მართი კუთხეები აქვს. ამ გამოყოფილ პარალელოგრამებს უკვე სხვა სახელი ერქმევა: **კვადრატები.** A სიმრავლეში დარჩენილ ელემენტებს მართი კუთხე, ცხადია, არ ექნებათ. აშკარაა, რომ კვადრატის ცნებისათვის ტოლგვერდა პარალელოგრამის ცნება **გვარი** იქნება, რადგანაც მისგან გამოიყო, მისი ნაწილია. გამოყო იგი P თვისებამ, ამიტომ P **განმასხვავებელია**, კერძოდ, **სახეობითი განმასხვავებელი.** ამ პირობებში კვადრატის განსაზღვრა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება: „კვადრატი არის ისეთი ტოლგვერდა პარალელოგრამი, რომელსაც მართი კუთხეები აქვს“. აქ ტოლგვერდა პარალელოგრამი **გვარობითი ცნებაა**, ხოლო კვადრატი – **სახეობითი**. P – სახეობითი განმასხვავებელია.

ტოლგვერდა პარალელოგრამების სიმრავლე გვარია კვადრატების სიმრავლის მიმართ, ხოლო კვადრატების სიმრავლე სახეა ტოლგვერდა პარალელოგრამების სიმრავლის მიმართ.

ცნების ასეთი სქემით განსაზღვრას ეწოდება **განსაზღვრა გვარისა და სახეობითი განსხვავების** მიხედვით.

საზოგადოდ, **განსაზღვრა** (და არა განსაზღვრება) არის:

- ***ლოგიკური ოპერაცია,*** რომელიც ამჟღავნებს, ააშკარავებს ცნების შინაარსს.

- ***წინადადება,*** რომელიც განმარტავს, ხსნის ცნების შინაარსს.

პირველ მნიშვნელობაში **განსაზღვრა** პროცესია, მეორე მნიშვნელობაში კი _ ამ პროცესის შედეგი.

ცნების განსაზღვრის ხერხები სხვადასხვანაირია. უპირველეს ყოვლისა, არჩევენ ცხად და არაცხად განსაზღვრებს.

ცხადია განსაზღვრა, თუ მას აქვს ცნებათა ტოლობის, რაც იგივეა, ურთიერთდამთხვევის ფორმა. მაგალითად, სამკუთხედი ბლაგვკუთხაა, თუ მას გააჩნია ბლაგვი კუთხე. აქ ორი ცნებაა: a – „ბლაგვკუთხა სამკუთხედი“ და b – „სამკუთხედი, რომელსაც გააჩნია ბლაგვი კუთხე“. ეს ორი ცნება გვაძლევს ფორმას: „a არის b“.

საზოგადოდ, სახეობითი განსხვავება არის თვისება, რომელიც ხელს უწყობს გვარობითი ცნების მოცულობიდან განსასაზღვრავი ობიექტების გამოყოფას.

ყოველივე ეს შეგვიძლია სქემატურად ასე წარმოვადგინოთ:

$$\boxed{\text{განსასაზღვრავი ცნება}} \overset{Df}{\Leftrightarrow} \underbrace{\boxed{\text{გვარობითი ცნება}} + \boxed{\text{სახეობითი განსხვავება}}}_{\text{განმსაზღვრელი ცნება}}$$

ნახ. 40

სიმბოლო $a \overset{Df}{\Leftrightarrow} b$ იკითხება შემდეგნაირად: „a ტოლმალოვანია b-სი განსაზღვრის თანახმად, (დეფინიციის თანახმად)“.

არაცხად განსაზღვრას არა აქვს ორი ცნების ურთიერთდამთხვევის ფორმა. ასეთი განსაზღვრის მაგალითებს წარმოადგენს *კონტექსტუალური* და *ოსტენსიური* განსაზღვრები.

კონტექსტუალურ განსაზღვრაში ახალი ცნების შინაარსი მჟღავნდება თხრობის ტექსტის დახმარებით, კონტექსტში აღიწერება ახალი ცნების აზრი. მაგალითად, ასეთი განსაზღვრა შეიძლება გამოყენებულ იქნას დაწყებით კლასებში შემდეგნაირად: ჩაწერილია $2 + x < 9$ და რიცხვები 5, 6, 7, 8, შემდეგ მოცემულია ტექსტი: „x უცნობი რიცხვია, რომელიც უნდა ვიპოვოთ. ამ რიცხვებიდან რომელი უნდა ჩავსვათ x-ის მაგიერ, რომ ჭეშმარიტი წინადადება მივიღოთ? ეს რიცხვებია 5 და 6“. ამ ტექსტიდან გამომდინარეობს, რომ უტოლობა არის ორი გამოსახულება, შეერთებული უტოლობის ნიშნით, თანაც, ერთი გამოსახულება შეიცავს უცნობს. ეს ყოველივე მოცემულია ტექსტში არაცხადად.

ოსტენსიური განსაზღვრის გამოყენებისას ხდება ობიექტის დემონსტრირება. ეს ობიექტი შემდეგ აღინიშნება ახალი ტერმინით. მაგალითად, „კვადრატული განტოლება ეწოდება შემდეგი სახის განტოლებას: $ax^2 + bx + c = 0$“.

მათემატიკაში ხშირად გამოიყენება ცნების *გენეზისური* განსაზღვრა. გენეზისი წარმოშობას ნიშნავს და ასეთ განსაზღვრაში მოცემულია ცნების გვარი და გარკვეული ხერხი, რომლის საშუალებითაც იგება, იქმნება, მიიღება განსასაზღვრი ცნება. მაგალითად, „თუ წრფეზე ავიღებთ წერტილს, წრფე გაიყოფა ორ ნაწილად, თითოეულ მათგანს ეწოდება სხივი“, ან: „თუ სიბრტყეზე ავიღებთ ერთ წრფეზე არამდებარე სამ წერტილს, შევაერთებთ მათ მონაკვეთებით, მაშინ სიბრტყე გაიყოფა ორ ნაწილად: ერთი – შიგა ნაწილი, მეორე – გარე. შიგა ნაწილს, მონაკვეთებთან ერთად, ეწოდება სამკუთხედი“ და სხვ.

გამოიყენება *ინდუქციური* და *რეკურენტული* განსაზღვრებიც.

ცნების განსაზღვრის ცოდნა ყოველთვის არ ნიშნავს იმას, რომ ცნება შეთვისებული და გაცნობიერებულია მოსწავლის მიერ. აქ ხშირად გვაქვს ფორმალიზმის გამოვლინების ტიპიური შემთხვევები. ამის გამო, ცნების განსაზღვრაზე მუშაობისას სიფხიზლეა საჭირო, რომ ფორმალიზმი არ შეგვეპაროს სწავლებაში. მოსწავლე უნდა გავარკვიოთ განსაზღვრის ლოგიკური სტრუქტურის არსში. მას უნდა შეეძლოს ერთი ცნების ორი სხვადასხვა განსაზღვრის შედარება მათი ლოგიკური სტრუქტურების გამოყენებით. მოსწავლემ კარგად უნდა იცოდეს მოთხოვნები განსაზღვრის მიმართ.

1. განსასაზღვრი და განმსაზღვრელი ცნებები უნდა იყოს თანაზომადი. ეს იმას ნიშნავს, რომ მათ მიერ მოცული საგანთა სიმრავლეები უნდა ემთხვეოდეს ერთმანეთს. თანაზომადია, მაგალითად, ცნებები „მართკუთხედი“ და „არატოლგვერდა ოთხკუთხედი, რომელშიც ყველა კუთხე მართია“. თუ განმსაზღვრელი ცნების მოცულობა მოიცავს განსასაზღვრი ცნების მოცულობას, მაშინ განსაზღვრა არის ზედმეტად ფართო და შეცდომასთან გვაქვს საქმე. მაგალითად, „*a* და *b* წრფეებს ეწოდება პარალელური, თუ მათ საერთო წერტილი არა აქვთ ან ერთმანეთს ემთხვევა” ზედმეტად ფართო განსაზღვრაა, რამდენადაც მას აკმაყოფილებს აცდენილი წრფეებიც. თუ განმსაზღვრელი ცნების მოცულობა განსასაზღვრავი ცნების მოცულობაზე უფრო ვიწროა, მაშინ განსაზღვრა ზედმეტად ვიწროა. მაგალითად, „*a* და *b* წრფეებს ეწოდება პარალელური, თუ ისინი ერთ

სიბრტყეზე მდებარეობს და საერთო წერტილები არა აქვთ“ ზედმეტად ვიწროა, რადგანაც მას არ აკმაყოფილებს წრფეები, რომლებიც ემთხვევა ერთმანეთს.

2. განსაზღვრაში არ უნდა იყოს ე. წ. „მანკიერი წრე“. ეს ის შემთხვევაა, როცა ცნება განისაზღვრება ამავე ცნების საშუალებით ან ცნება განისაზღვრება მეორე ცნებით და, თავის მხრივ, ეს მეორე ცნება განისაზღვრება პირველი ცნების საშუალებით. მაგალითად, „სიმრავლე ეწოდება საგანთა ერთობლიობას“. ერთობლიობა და სიმრავლე ერთი და იგივე ცნებებია. ან: „შეკრება ეწოდება ისეთ არითმეტიკულ ოპერაციას, რომლის დროსაც პოულობენ რიცხვების ჯამს“ და ჯამი განისაზღვრება, როგორც შეკრების შედეგი.

3. განსაზღვრაში არ უნდა იყოს ტავტოლოგია. მაგალითად, „მსგავსი ეწოდება ფიგურებს, რომლებიც ერთმანეთის მსგავსია“.

4. განსაზღვრაში ნაჩვენები უნდა იყოს ყველა თვისება, რომლებიც ცალსახად გამოყოფს განსასაზღვრი ცნების მოცულობის ობიექტებს. განვიხილოთ, მაგალითად, ასეთი განსაზღვრა: „მოსაზღვრე ეწოდება ისეთ კუთხეებს, რომელთა ჯამი არის 180°“. ადვილი გასაგებია, რომ ეს განსაზღვრა მოსაზღვრე კუთხეებს გარდა სხვა კუთხეებსაც ეხება. ეს იმიტომ მოხდა, რომ განსაზღვრაში ნაჩვენები თვისება „ჯამი არის 180°“ საკმარისი არაა იმისათვის, რომ კუთხეების სიმრავლიდან გამოიყოს მხოლოდ მოსაზღვრე კუთხეები.

5. განსაზღვრაში არ შეიძლება ზედმეტი თვისების ჩვენება. მაგალითად, განსაზღვრაში „მართკუთხედი ეწოდება ისეთ არატოლგვერდა ოთხკუთხედს, რომლის მოპირდაპირე გვერდები ტოლია და ყველა კუთხე – მართია“. მო-

პირდაპირე გვერდების ტოლობა არ იყო საჩვენებელი, რადგანაც მოპირდაპირე გვერდების ტოლობა გამომდინარეობს იქიდან, რომ კუთხეები მართია.

6. განსასაზღვრი ცნება უნდა არსებობდეს. მაგალითად, განსაზღვრა „ბლაგვკუთხა სამკუთხედი ეწოდება ისეთ სამკუთხედს, რომლის ყველა კუთხე ბლაგვია“ ლოგიკურად არასწორია, რადგანაც არ არსებობს ობიექტი, რომელიც შეესაბამება მოცემულ განსაზღვრას.

7. განსაზღვრა შეძლებისდაგვარად არ უნდა იყოს უარყოფითი.

დაწყებითი სკოლის მათემატიკის კურსში ხშირია განსაზღვრა გვარისა და სახეობითი განსხვავების გათვალისწინებით, მაგრამ კიდევ უფრო ხშირად გამოიყენება ოსტენსიური, კონტექსტუალური და გენეზისური განსაზღვრები.

სადღეისოდ *ნებისმიერი გეომეტრიული ცნების განსაზღვრას (დეფინიციას) საფუძვლად უდევს კლასიფიკაცია, ხოლო კლასიფიკაციას, თავის მხრივ, საფუძვლად უდევს სიმრავლის დაყოფა თანაუკვეთ ქვესიმრავლეებად.*

მივიღოთ ეს დებულება სახელმძღვანელოდ და ამ ფონზე, გეომეტრიულ ცნებათა განსაზღვრასთან დაკავშირებით, განვიხილოთ მეთოდიკური თვალსაზრისით ერთი ფრიად მნიშვნელოვანი საკითხი.

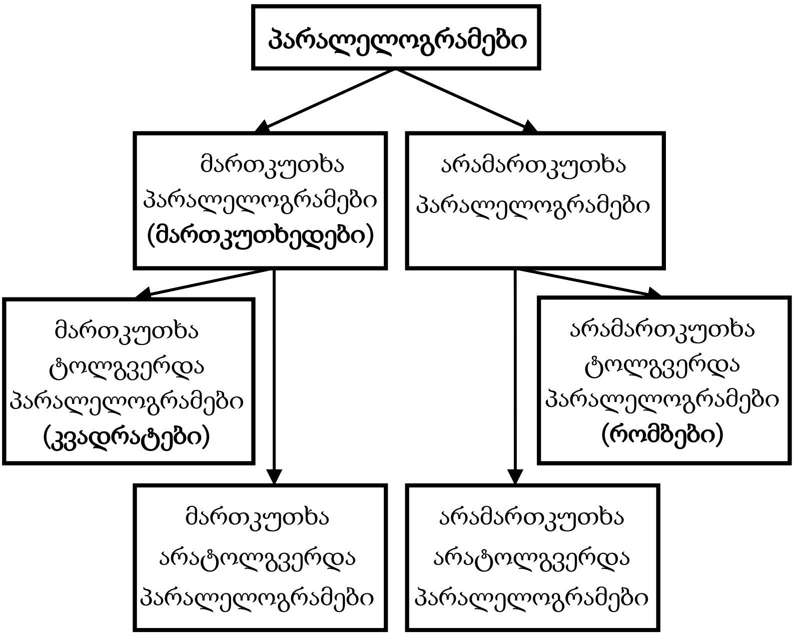
ტრადიციულად გვაქვს კვადრატის შემდეგი ორი განსაზღვრა:

- **კვადრატი ეწოდება ისეთ მართკუთხედს, რომლის გვერდები ტოლია. (1)**
- **კვადრატი ეწოდება ისეთ რომბს, რომლის კუთხეები მართია. (2)**

ეს ორი განსაზღვრა, ერთმანეთის გვერდით, მიღებულია თანამედროვე მათემატიკურ მეცნიერულ გამოცემებში, მათემატიკის ყველა სასკოლო სახელმძღვანელოში და მეთოდიკურ ლიტერატურაში, ძველშიცა და ახალშიც, საქართველოშიცა და სხვაგანაც.

ჩავუღრმავდეთ საკითხს მეთოდიკური თვალსაზრისით.

განვიხილოთ შემდეგი დიქოტომიურ-კლასიფიკაციური სქემა:



ნახ. 41

პარალელოგრამების სიმრავლეში ჩვენ შევიტანეთ მახასიათებელი ნიშანი: ***„ჰქონდეს მართი კუთხე“***. ამით პარალელოგრამების სიმრავლეს ჩამოვაცილეთ მართი კუთხის

მქონე ყველა პარალელოგრამი და შედეგად მივიღეთ ორი ქვესიმრავლე – პარალელოგრამების ორი სახე: **მართკუთხა პარალელოგრამები** (მართკუთხედები) და **არამართკუთხა პარალელოგრამები.** ახლა ორივე მიღებულ ქვესიმრავლეში შევიტანოთ ერთი ნიშანი: **„ჰქონდეს ტოლი გვერდები“.** საკლასიფიკაციო სქემა მიიღებს საბოლოო სახეს (ნახ. 41). დავარქვათ მას *პარალელოგრამთა პირველი კლასიფიკაცია.* როგორც კლასიფიკაციიდან ჩანს, კვადრატი მართკუთხედის სახეა, ხოლო რომბი – არამართკუთხა პარალელოგრამის სახე, ამიტომ რომბს არ შეიძლება გააჩნდეს მართი კუთხე. მაშასადამე, მოცემული კლასიფიკაციით სწორი ასეა:

- **მართკუთხედი ეწოდება მართკუთხა პარალელოგრამს.**
- **კვადრატი ეწოდება ტოლგვერდა მართკუთხედს** ანუ **კვადრატი ეწოდება ისეთ მართკუთხედს, რომელსაც გვერდები ტოლი აქვს.**
- **რომბი ეწოდება ტოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამს.**

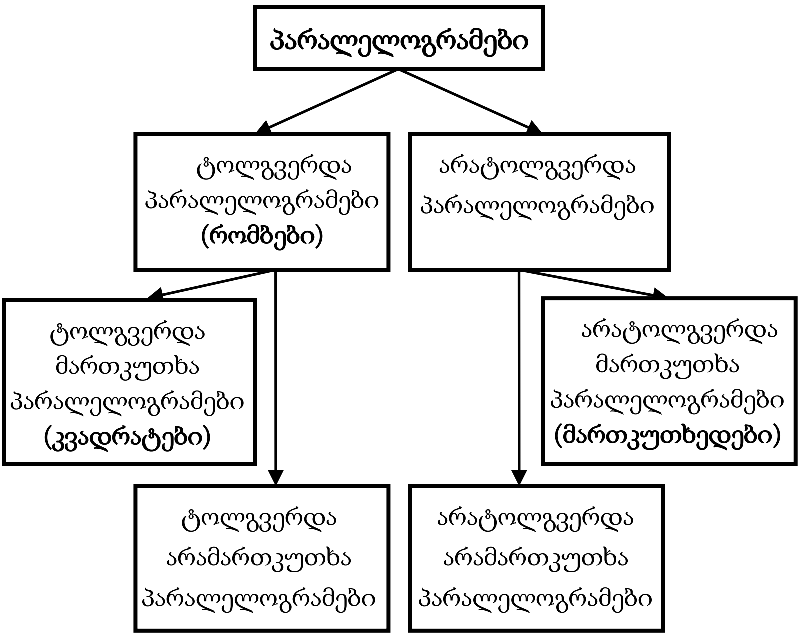
და **უხეში შეცდომაა:** *„კვადრატი ეწოდება ისეთ რომბს, რომელსაც მართი კუთხეები აქვს“.* ასეთი რომბი მოცემულ კლასიფიკაციაში არ არსებობს.

ტრადიციულად მიღებული განსაზღვრა მოცემულ კლასიფიკაციაში იმიტომ არ არის სწორი, რომ მასში რომბი განსაზღვრულია **არაუახლოესი** გვარის მიხედვით (ნ. საკლასიფიკაციო სქემა) და გათვალისწინებული არ არის უახლოესი გვარის ძირითადი მახასიათებელი ნიშანი. რომბის უახლოესი გვარია **არამართკუთხა პარალელოგრამი** და მისი

ძირითადი მახასიათებელი ისაა, რომ **მართი კუთხე არ გააჩნია.**

ახლა შევადგინოთ ისეთივე კლასიფიკაცია განსხვავებული ხერხით (შევცვალოთ მახასიათებელი ნიშნების შემოტანის რიგი).

პარალელოგრამების სიმრავლეში პირველად შევიტანოთ ნიშანი: **„ჰქონდეს ტოლი გვერდები“**, ხოლო მეორედ შევიტანოთ ნიშანი: **„ჰქონდეს მართი კუთხეები“.** საკლასიფიკაციო სქემა მიიღებს სახეს (ნახ. 42). დავარქვათ მას *პარალელოგრამთა მეორე კლასიფიკაცია.*



ნახ. 42

ამ კლასიფიკაციაში, როგორც ვხედავთ, რომბი პარალელოგრამის სახეა, კვადრატი რომბის სახეა, ხოლო მართკუთხედი _ არატოლგვერდა პარალელოგრამის სახე. ამგვარად, მოცემული კლასიფიკაციით სწორი ასეა:

- **მართკუთხედი ეწოდება არატოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს.**
- **კვადრატი ეწოდება ტოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს** ანუ **კვადრატი ეწოდება ისეთ რომბს, რომელსაც კუთხეები მართი აქვს.**
- **რომბი ეწოდება ტოლგვერდა პარალელოგრამს.**

და **უხეში შეცდომაა:** *„კვადრატი ეწოდება ისეთ მართკუთხედს, რომელსაც გვერდები ტოლი აქვს“.* ასეთი მართკუთხედი მოცემულ კლასიფიკაციაში არ არსებობს.

როგორც ვხედავთ, ეს ორი კლასიფიკაცია ურთიერთწინააღმდეგობრივია, ამ ორი კლასიფიკაციით მიღებული განსაზღვრები სულაც არ არის ურთიერთთავსებადი. ასეთ შემთხვევაში კვადრატის ორი განსაზღვრა, მიღებული ამ ორი სხვადასხვა კლასიფიკაციიდან ცალ-ცალკე, რა თქმა უნდა, კორექტულად ვერ ჩაითვლება. თუ მივიღებთ (1) განსაზღვრას, მაშინ (2) განსაზღვრაში მოცემული ცნება ცარიელია; თუკი მივიღებთ (2) განსაზღვრას, მაშინ (1) განსაზღვრაში მოცემული ცნებაა ცარიელი. ამ ორ განსაზღვრაში მოცემული ცნებები ერთდროულად არ არსებობს. ამიტომ ამ საკითხისადმი ტრადიციული მიდგომა სრულიად მოუხერხებელია.

მდგომარეობა იცვლება, თუ მეორე კლასიფიკაციაში რომბს დავარქმევთ არა ტოლგვერდა პარალელოგრამს, არამედ ტოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამს. ეს აზრი

მომდინარეობს შემდეგი მსჯელობიდან: მოცემულ კლასიფიკაციაში ტოლგვერდა პარალელოგრამის სახეებად მივიღეთ ტოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამი და ტოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამი. პირველს კვადრატი დავარქვით, რა დავარქვათ მეორეს? ხომ არ ჯობია სწორედ მას ვუწოდოთ რომბი? ანალოგიურ მსჯელობას ექვემდებარება პირველ კლასიფიკაციაში მართკუთხედის ცნებაც.

ასეთ შემთხვევაში განსაზღვრები მიიღებდა სახეს:

- **მართკუთხედი ეწოდება არატოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს.**
- **კვადრატი ეწოდება ტოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს.**
- **რომბი ეწოდება ტოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამს.**

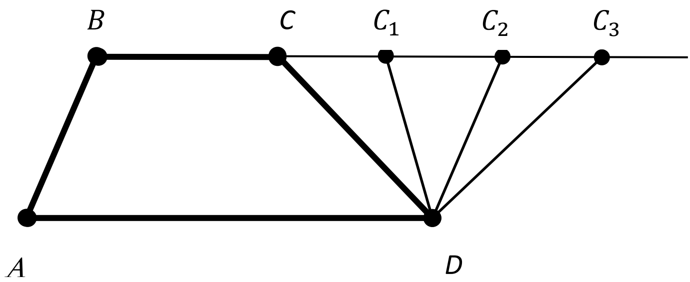
აქ კვადრატი და რომბი თანადაქვემდებარებული ცნებებია. განსაზღვრები კი, მთლიანობაში, პირველ კლასიფიკაციასთან მაინც არ არის თავსებადი.

მდგომარეობა სრულიად გამოსწორდება და ყოველგვარი უხერხულობაც მოხსნილი იქნება, თუ რომბს, მართკუთხედსა და, აგრეთვე, ტოლფერდა სამკუთხედს მოვექცევით ზუსტად ისევე, როგორც ტრადიციულად ვექცევით ტრაპეციას. სამკუთხედების კლასიფიკაციაშიც ისეთივე უხერხულობა გვაქვს (იხ. ქვემოთ).

შევეხოთ ამ საკითხს დატალურად.

1. განვიხილოთ ოთხკუთხედი $ABCD$ (ნახ. 43), სადაც $BC \parallel AD$. BC სხივზე სადაც არ უნდა მდებარეობდეს C წვერო, D წერტილის შენარჩუნებით, ოთხკუთხედი $ABCD$ ყოველთვის ტრაპეცია იქნება, გარდა ერთადერთი C_2 წერტილისა,

სადაც $BC_2 = AD$. ამ შემთხვევაში ტრაპეცია იქცევა პარალელოგრამად და თვითონ უკვე აღარ არსებობს. იგი **გადაგვარდება** პარალელოგრამში. ამიტომ ვღებულობთ განსაზღვრას: **„ტრაპეცია ეწოდება ისეთ ოთხკუთხედს, რომლის ორი მოპირდაპირე გვერდი პარალელურია, დანარჩენი ორი კი – არაპარალელური“.**

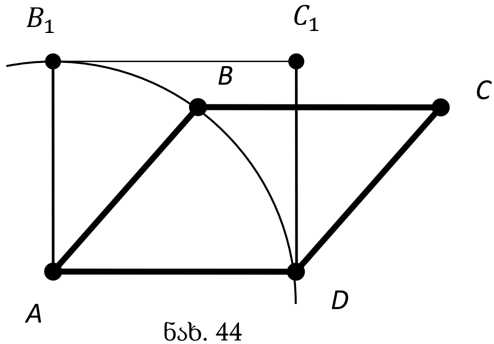


ნახ. 43

ეს განსაზღვრა ასე რომ არ მიგვეღო, ე. ი. რომ არ მოგვეთხოვა დანარჩენი ორი გვერდის არაპარალელურობა, მაშინ პარალელოგრამი ტრაპეციის კერძო შემთხვევა იქნებოდა და აქაც შეგვექმნებოდა ზუსტად ისეთივე უხერხულობა, როგორიც გვაქვს ზემოთ განხილულ მაგალითებში.

2. განვიხილოთ რომბი $ABCD$ (ნახ. 44). წრეწირზე, რომლის ცენტრია A წერტილი და რადიუსია AB, სადაც არ უნდა მდებარეობდეს B წვერო, გვერდების სიგრძეთა შენარჩუნებით, ოთხკუთხედი $ABCD$ ყოველთვის იქნება რომბი, გარდა ერთადერთი წერტილისა B_1, სადაც კუთხე B_1AD არის 90^0-ის ტოლი. ამ შემთხვევაში რომბი იქცევა კვადრატად და თვითონ უკვე აღარ არსებობს. იგი **გადაგვარდება** კვადრატში. ამიტომ ვღებულობთ განსაზღვრას: **„რომბი**

ეწოდება ისეთ არამართკუთხა პარალელოგრამს, რომლის გვერდები ტოლია“.

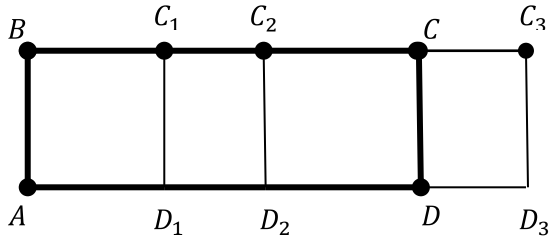


ნახ. 44

ეს ასე არაა მიღებული, მაგრამ ასე უნდა მივიღოთ, მსგავსად ტრაპეციის შემთხვევისა.

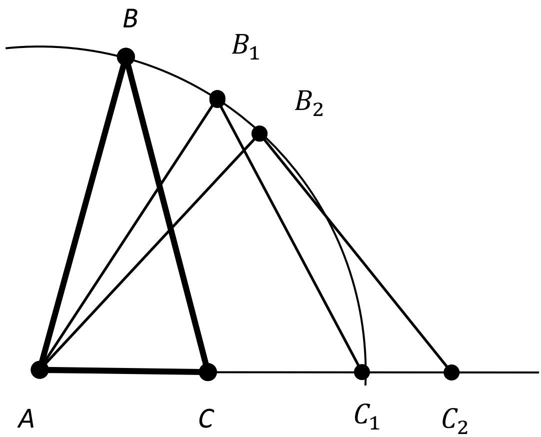
3. განვიხილოთ მართკუთხედი $ABCD$ (ნახ. 45). BC გვერდზე და მის გაგრძელებაზე სადაც არ უნდა მდებარეობდეს C წვერო, მართი კუთხეების შენარჩუნებით, ოთხკუთხედი $ABCD$ ყოველთვის მართკუთხედი იქნება, გარდა ერთადერთი C_1 წერტილისა, სადაც $AB = BC_1$. ამ შემთხვევაში მართკუთხედი იქცევა კვადრატად და თვითონ უკვე აღარ არსებობს. იგი **გადაგვარდება** კვადრატში. ამიტომ ვღებულობთ განსაზღვრებს:

- **მართკუთხედი ეწოდება არატოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს.**
- **კვადრატი ეწოდება ტოლგვერდა მართკუთხა პარალელოგრამს.**



ნახ. 45

4. განვიხილოთ ტოლფერდა სამკუთხედი ABC (ნახ. 46).



ნახ. 46

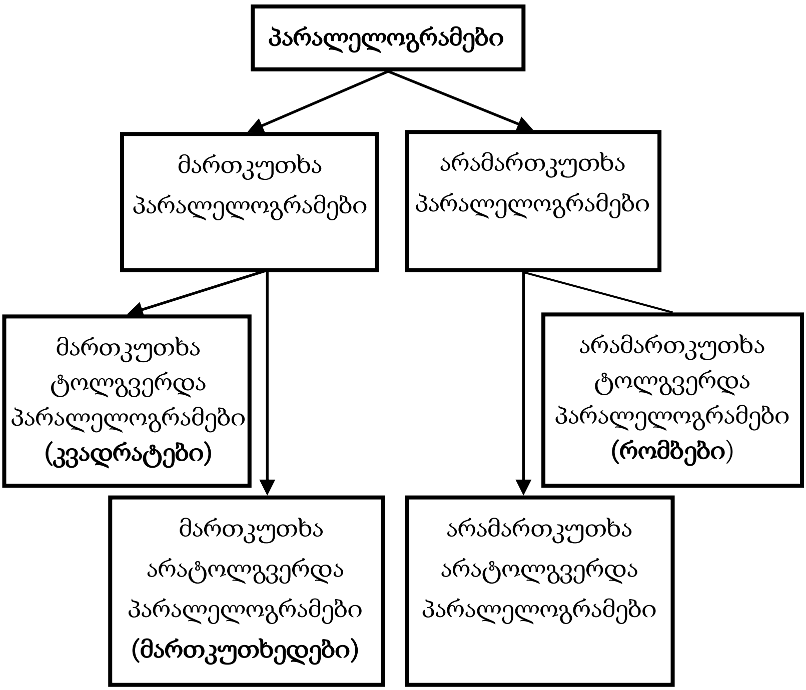
AC სხივზე სადაც არ უნდა მდებარეობდეს C წერტილი, თუ B წერტილი იმოძრავებს წრეწირზე, რომლის ცენტრია A და რადიუსია AB, ფერდების ტოლობის შენარჩუნებით, სამკუთხედი ყოველთვის იქნება ტოლფერდა, გარდა ერთადერთი წერტილისა C_1, სადაც $AB_1=B_1C_1=AC_1$. ამ შემთხვევაში ტოლფერდა სამკუთხედი იქცევა ტოლგვერდა სამკუთხედად და თვითონ უკვე აღარ არსებობს. იგი **გადა-**

გვარდება ტოლგვერდა სამკუთხედში. ამიტომ ვღებულობთ განსაზღვრას: **„ტოლფერდა სამკუთხედი ეწოდება ისეთ სამკუთხედს, რომლის ორი გვერდი ტოლია, მესამე კი – მათგან განსხვავებული“.** ეს სხვანაირადაა მიღებული, მაგრამ საკითხის დალაგებულობისათვის ასე აჯობებს.

ოთხივე განხილული შემთხვევა ერთ პრინციპს ექვემდებარება და ამ პრინციპის დაცვა გეომეტრიის სწავლებაში სისტემურობას აუმჯობესებს.

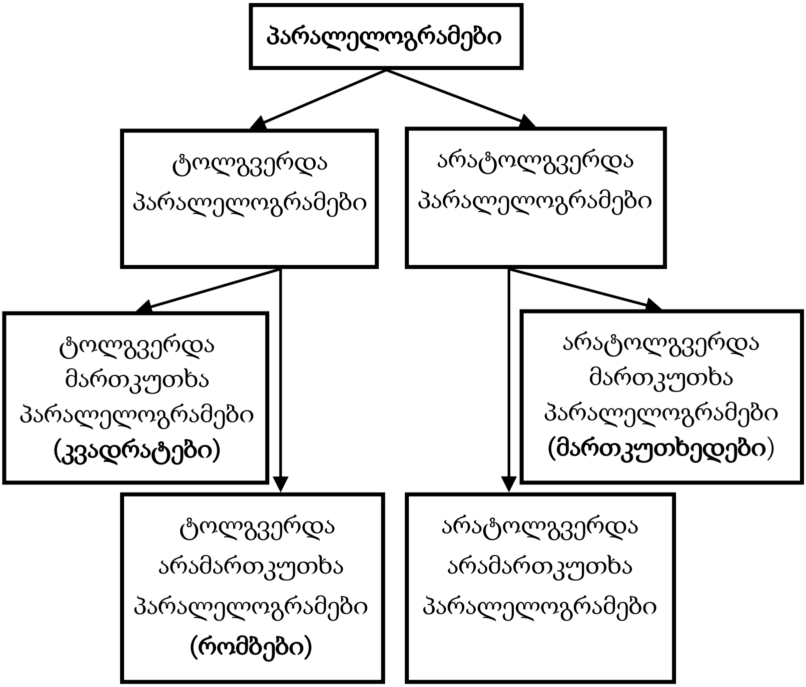
ზემოთ განხილულ სისტემაში კარგად თავსდება პარალელოგრამების ორივე კლასიფიკაცია. სახელდობრ:

პირველი კლასიფიკაცია (ნახ. 47)



ნახ. 47

მეორე კლასიფიკაცია (ნახ. 48)



ნახ. 48

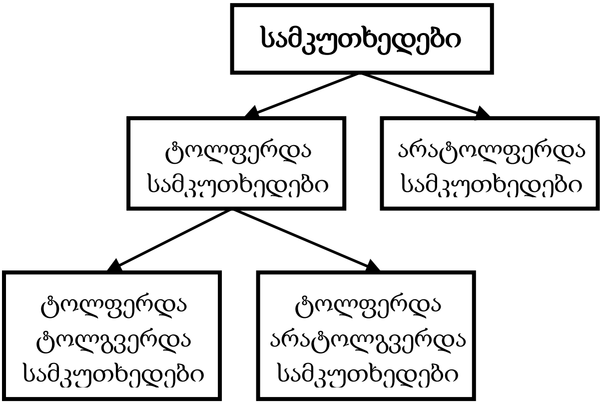
ამ კლასიფიკაციებიდან გამომდინარე, გვაქვს შემდეგი განსაზღვრები:

- **კვადრატი ეწოდება მართკუთხა ტოლგვერდა პარალელოგრამს.**
- **რომბი ეწოდება არამართკუთხა ტოლგვერდა პარალელოგრამს.**
- **მართკუთხედი ეწოდება მართკუთხა არატოლგვერდა პარალელოგრამს.**

ეს განსაზღვრები პარალელოგრამების ორივე კლასიფი- კაციას ზუსტად ეთანადება.

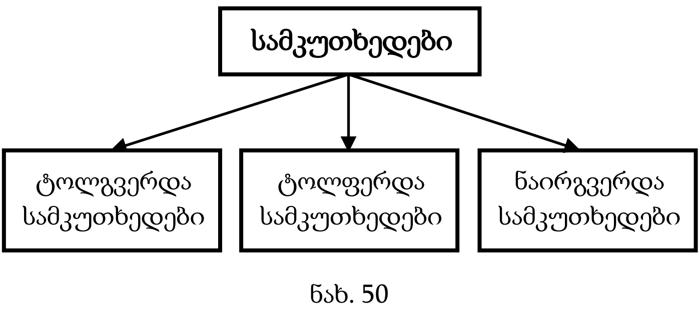
საჭიროდ მიგვაჩნია, უფრო დეტალურად შევჩერდეთ სამკუთხედების კლასიფიკაციაზე.

როგორც ცნობილია, ტრადიციულად მიღებულია სამ- კუთხედების შემდეგი დიქოტომიური კლასიფიკაცია (ნახ. 49):



ნახ. 49

ასევე, მიღებულია სამკუთხედების მეორე კლასიფიკაცი- აც ნიშნის სახეცვლილების მიხედვით (ნახ. 50):

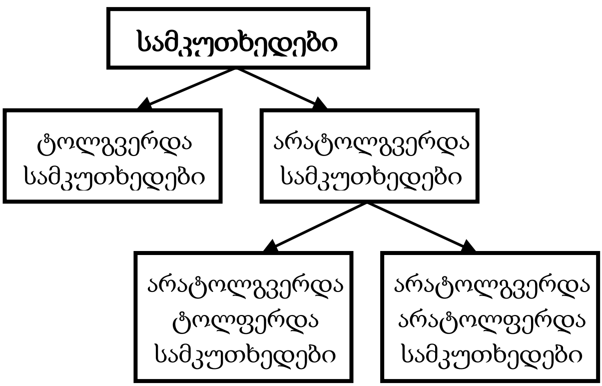


ნახ. 50

თუ დავაკვირდებით, ეს ორი კლასიფიკაცია ეწინააღმდეგება ერთმანეთს. თუ მივიღებთ პირველ კლასიფიკაციას, მაშინ მეორე საერთოდ არ წარმოადგენს კლასიფიკაციას, რადგანაც მისი პირველი და მეორე კომპონენტები თავსებადია: ერთი გვარის სახეები, როგორც წესი, უნდა იყონ თანადაქვემდებარებულები და არა _ თავსებადი. ეს ასე იმიტომ ხდება, რომ პირველი კლასიფიკაცია, თუმცა ფორმალურად წააგავს დიქოტომიურ კლასიფიკაციას, მაგრამ სინამდვილეში იგი ასეთი კლასიფიკაციის შედგენის პრინციპებს ეწინააღმდეგება. როგორც ვიცით, დიქოტომიურ კლასიფიკაციას აქვს სახე:

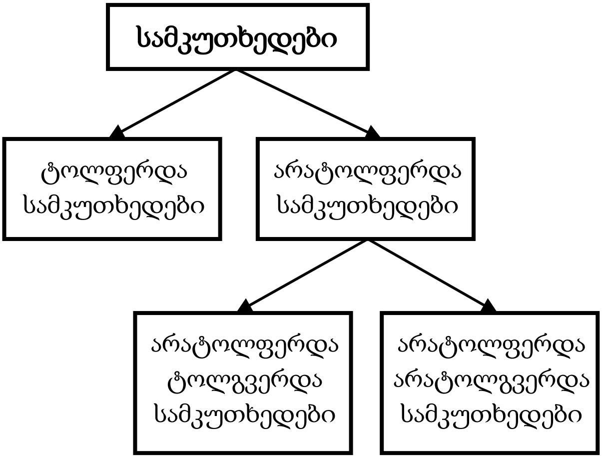
$$\begin{tikzcd}
A \arrow[r] \arrow[dr] & B & & \\
 & \bar{B} \arrow[r] \arrow[dr] & C & \\
 & & \bar{C} \arrow[r] \arrow[dr] & {} \\
 & & & {}
\end{tikzcd}$$

მაშასადამე, სამკუთხედების დიქოტომიური კლასიფიკაცია ასეთი შეიძლება იყოს (ნახ. 51):



ნახ. 51

ან კიდევ, შეიძლება ჰქონდეს ასეთი სახეც (ნახ. 52):



ნახ. 52

51-ე და 52-ე ნახაზებზე გამოსახული კლასიფიკაციები ერთმანეთის თავსებადია და ორივე ზუსტად ეთანადება 50-ე ნახაზზე გამოსახულ კლასიფიკაციას. მაშასადამე, ტოლგვერდა სამკუთხედის მიღება ტოლფერდა სამკუთხედის კერძო სახედ _ მეთოდიკური თვალსაზრისით, მალიან რბილად რომ ვთქვათ, კორექტული არ არის.

ამგვარად, უნდა შემოვიღოთ შემდეგი განსაზღვრები:

- **ტოლგვერდა სამკუთხედი ეწოდება ისეთ სამკუთხედს, რომელსაც სამივე გვერდი ტოლი აქვს.**
- **ტოლფერდა სამკუთხედი ეწოდება ისეთ სამკუთხედს, რომელსაც ორი გვერდი ტოლი აქვს, ხოლო მესამე _ მათგან განსხვავებული.**

§5. ცნებათა შორის მიმართებების გამოყენება

აზროვნების პროცესში შეიძლება გამოვყოთ მისი სხვადასხვა ფორმა: ცნება, მსჯელობა, დასკვნა. ცნება არის აზროვნების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ფორმა. ეს ისეთი ფორმაა, რომელშიც გამოიკვეთება ობიექტების არსებითი თვისებები, არაარსებითი თვისებებისაგან განცალებული და აბსტრაჰირებული. უფრო ზუსტად, ცნება არის აზრის ისეთი ფორმა, რომელიც ასახავს საგნებსა და მოვლენებს მათ არსებით ნიშნებში. ცნება უნდა განვასხვავოთ წარმოდგენისაგან, რომელიც გვაძლევს საგანთა თვალსაჩინოგრძნობად სახეებს და თავის თავში შეიცავს მრავალ კონკრეტულ და არაარსებით ნიშანს. ცნება არის საგანთა და მოვლენათა აბსტრაქტული ასახვა, მისი წარმოდგენა არ შეიძლება თვალსაჩინო სახით.

ადამიანის მიერ გარესამყაროს შემეცნება ძალზე რთული პროცესია. იგი მოიცავს სინამდვილის ასახვის სხვადასხვა ეტაპს, ფორმებს, პროდუქტებს. ცნება არის ერთ-ერთი ძირითადი შემეცნებითი ფორმა. ამასთან, იგი ადამიანის ნებისმიერი ინტელექტუალური ქმედების ძირითადი მახასიათებელი ფორმაა. ვიაზროვნოთ – ეს ნიშნავს, ჩვენს ცნობიერებაში ავსახოთ სამყარო ცნებებით, ცნებების მეშვეობით, ცნებების ფორმით; ეს ნიშნავს, შეგვეძლოს ცნებებით ოპერირება. ყოველგვარი მტკიცება ან უარყოფა ცნებების გამოყენებაზეა ბაზირებული. ნებისმიერი ინტელექტუალური ოპერაცია დაფუძნებულია გარკვეული ერთობლიობის ცნებათა შორის მიმართებების გამორკვევასა და დამყარებაზე. ასეა

ნებისმიერ სასწავლო დისციპლინაში. ასეა ნებისმიერ მეცნიერებაში.

აქედან ცხადია, რომ ცნება არის ინტელექტუალური ქმედების საფუძველი, ის უნივერსალური ერთეული, რომლის გარეშე აზროვნება არც შეიძლება არსებობდეს. ინტელექტუალურ პროცესებში ცნება წარმოადგენს ისეთივე ელემენტარულ სტრუქტურულ ერთეულს, როგორსაც, მაგალითად, წარმოადგენს უჯრედი ორგანიზმის სისტემაში.

ეს ყოველივე სწავლების პროცესში გარკვეულ სიძნელეებს ქმნის, რაც გამოწვეულია სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინის სპეციფიკით, და ეს სიძნელეები განპირობებულია მით უმეტეს იმით, რომ სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინის ცნებები აბსტრაქციის სხვადასხვა დონეზე დგანან.

მათემატიკურ ცნებებს ახასიათებთ სრულიად განსაკუთრებული თავისებურებანი. ძირითადი არსი ამისა მდგომარეობს იმაში, რომ მათემატიკური ობიექტები, რომელთა შესახებაც უნდა შევადგინოთ ცნება, რეალობაში არ არსებობენ. მათემატიკური ობიექტები ადამიანის გონებამ შექმნა. ისინი არსებობენ მხოლოდ აზროვნებაში და იმ ნიშნებსა და სიმბოლოებში, რომლებიც ქმნიან მათემატიკურ ენას.

მაშასადამე, მათემატიკური ცნებები აბსტრაქციის ყველაზე მაღალ დონეზე დგანან და, ამის გამო, უაღრესად დიდი მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს ცნებითი აზროვნების, ე. ი. ცნებებით აზროვნების, განვითარებას, განსაკუთრებით მათემატიკის სწავლებისას. ხაზგასასმელია, რომ ინტელექტის განვითარების უზენაესი სტადია სწორედ ცნებითი აზროვნებაა. ინდივიდუალურ ცნობიერებაში აზროვნება ვი-

თარდება **პრაქტიკულ-ქმედითი** მდგომარეობიდან **თვალსა-ჩინო-სახოვანისაკენ,** აქედან კი – **სიტყვიერ-ლოგიკური-საკენ.** ცნობიერებაში ცნების წარმოქმნა, მისი ჩამოყალიბება, წარმოადგენს ზოგადი ინტელექტუალური განვითარების **პირობასაც, არსებასაც** და **მაჩვენებელსაც.**

ცნებითი აზროვნების განვითარების პროცესში, ამ გან-ვითარების მაჩვენებელზე დამოკიდებულებით, მკვეთრად შეიმჩნევა ყველა შემეცნებითი ფუნქციის დინამიკური ცვლილება; ამასთან, აღქმა ხატოვან აზროვნებად იქცევა, დამახსოვრება მექანიკურიდან ლოგიკურში გარდაიქმნება, ყურადღება ნებისმიერი ხდება. მოკლედ რომ ვთქვათ, მიმ-დინარეობს ინტელექტუალური ქმედების ძირეული გარდა-ქმნა, რის შედეგადაც ინდივიდის ყოველგვარი გრძნობიერი, მნემონიკური, ვიზუალურ-სივრცითი, ოპერაციულ-ლოგი-კური თუ სიტყვიერი გამოცდილება მთლიანად ერთვება ცნებით სტრუქტურებში და ცნებით დონეზე ობიექტის შესახებ ადამიანის ყოველგვარი ცოდნა მეტ-ნაკლებად სრუ-ლად ჩამოყალიბებულ ინტეგრალურ სტრუქტურას წარმო-ადგენს. ცნების წარმოქმნის პროცესის ცალკეული ელემენ-ტები ვლინდება ინდივიდუალური ცნობიერების განვითა-რების სრულიად სხვადასხვა სტადიაზე. პედაგოგიური ფსიქოლოგია ამტკიცებს, რომ ცნებითი აზროვნების ფორ-მირება ძირითადად მოზარდობის ასაკში ხდება.

მიჩნეულია, რომ მათემატიკას უდავოდ დიდი მნიშვნე-ლობა აქვს ინტელექტის განვითარებისათვის. ყველა სხვა სასწავლო საგანთან შედარებით მოსწავლეს მათემატიკაში უფრო ეფექტურად, მიზანმიმართულად და თანამიმდევ-რულად უხდება ცნებათა განსაზღვრის კონსტრუირება, ფო-

რმულირება და გამოყენება, მათი აგების კანონზომიერებათა გაცნობიერება, უხდება ცნებათა სიმრავლეში დალაგებულობის შეტანა, მათი სისტემაში მოყვანა, კლასიფიცირება. ყოველივე ეს მოსწავლის გონებრივი გამოცდილების სტრუქტურის ფრიად მნიშვნელოვანი ელემენტი ხდება.

ამის გამო, სწავლების პროცესში, ინტერდისციპლინარული იდეების გატარებისას, ჩვენის აზრით, უმჯობესია, განზოგადება მათემატიკიდან მოვახდინოთ, ხოლო სხვა საგნის სწავლებისას ანალოგიისათვის მათემატიკური ფაქტები მოვიშველიოთ. დარწმუნებული ვართ, ასეთ პირობებში სწავლების საგანთაშორისი კავშირები ოპტიმალურად განხორციელდება.

ცნების ფორმირება, თავის მხრივ, რთული ფსიქოლოგიური პროცესია, რომელიც ხორციელდება და მიმდინარეობს შემდეგი სქემის მიხედვით:

შეგრძნება ⇒ აღქმა ⇒ წარმოდგენა ⇒ ცნება

და მოიცავს ეტაპებს:

- **მოტივაცია,**
- **არსებითი თვისებების გამოყოფა,**
- **განსაზღვრის ფორმულირება.**

ამასთან, ეს ფორმულირება შეიძლება მიღწეულ იქნას როგორც ინდუქციური, ისე დედუქციური გზით:

ნახ. 53

ცნების შესწავლის გზის შერჩევა დამოკიდებულია სასწავლო საგნის, თემისა და თვით ცნების სპეციფიკაზე.

მოცულობის მიხედვით ცნების სამ სახეს განასხვავებენ:

- **ზოგადი** („მაგიდა“, „სახლი“, „ქიმიური ელემენტი“, ...)
- **ერთეულადი** („პირველი კოსმონავტი“, „მთვარე“, ...),
- **ცარიელი** („კენტავრი“, „ციკლოპი“, „დევი“, ...).

ეს გასათვალისწინებელია ყველა სასწავლო დისციპლინაში.

ცხადია, რომ ზოგადი ცნების მოცულობაში შედის ერთზე მეტი ელემენტი, **ერთეულადი** ცნების მოცულობაში ერთადერთი ელემენტია, ხოლო **ცარიელი** (ანუ ნულოვანი) ცნების მოცულობაში არ შედის არც ერთი რეალურად არსებული საგანი.

ცარიელი ცნების გამოყენების საკითხი სიფრთხილეს მოითხოვს, რადგანაც მან შესაძლოა, ზოგჯერ გაუგებრობამ-

დე და პარადოქსამდეც კი მიგვიყვანოს. დავიწყოთ იმით, რომ ზოგჯერ ძნელია, დავადგინოთ, ესა თუ ის ცნება ცარიელია თუ არა. მაგალითად, XIX საუკუნის ფიზიკოსები დარწმუნებულნი იყვნენ, რომ არსებობს **ეთერი** – განსაკუთრებული ვარსკვლავთშორისი სივრცე, რომელშიც ვრცელდება ელექტრომაგნიტური ტალღები. მრავალი გამოკვლევა და დიდძალი ენერგია დასჭირდა იმის დამტკიცებას, რომ ასეთი სივრცე არ არსებობს და ცნება **„ეთერი“** ცარიელია. აქ დასაზუსტებელია: რა უნდა გვესმოდეს „რეალურად არსებობის“ ქვეშ? თუ მხოლოდ ფიზიკური გარესამყარო, მაშინ ყველა მათემატიკური ცნება ცარიელი ყოფილა, რადგან არც ერთი მათგანი არ არსებობს რეალურ სინამდვილეში. მაგრამ ეს აბსურდია. მაშ, რა ვქნათ? ავიღოთ ასეთი მაგალითი: ჭეშმარიტია თუ მცდარი გამონათქვამი „ეგვიპტის დღევანდელი ფარაონი მელოტია“. თუ გადავსინჯავთ მსოფლიოში ყველა მელოტს, ვერ აღმოვაჩენთ მათში ეგვიპტის დღევანდელ ფარაონს. ე. ი. მოცემული გამონათქვამი შეიძლება მცდარად ჩაითვალოს. მაგრამ, ხომ უნდა იყოს ჭეშმარიტი საწინააღმდეგო გამონათქვამი „ეგვიპტის დღევანდელი ფარაონი მელოტი არ არის“? თუ დავაკვირდებით, ესეც მცდარია. მივიღეთ პარადოქსული სიტუაცია. ახლა, ავიღოთ მსგავსი გამონათქვამი „ოტელო იყო ცოლიანი“. ოტელო, ეს ვენეციელი მავრი, არასოდეს არ არსებულა, როგორც რეალური პიროვნება. მაგრამ შექსპირის მიერ შექმნილ სამყაროში ოტელო მართლა იყო და ჩვენ მისი ცოლის სახელიც ვიცით – დეზდემონა. ასე, რომ, როცა ცარიელი ცნებების შესახებ ვლაპარაკობთ, უნდა წარმოვიდგინოთ ჩვენი მსჯელობის უნივერსუმი: **ფიზიკური რეალობა, მსოფლიოს რე-**

ლიგიური სურათი, მხატვრულ ნაწარმოებთა სამყარო, აბსტრაქციათა არსებობა.

ცნების შეთვისება შეუძლებელია, თუ არ გავაცნობიერებთ მის კავშირს სხვა ცნებებთან. ამიტომ, მნიშვნელოვანია, ვიცოდეთ, როგორი მიმართებები არსებობს ცნებებს შორის და უნდა შეგვეძლოს ამ მიმართებათა და ურთიერთკავშირის დადგენა.

თუ ორი ცნების შინაარსებში მოიძებნა საერთო ნიშნები, მაშინ ამ ცნებათა შედარება შეიძლება მათი მოცულობების მიხედვით, და ასეთ ცნებებს **შედარებადი** ცნებები ეწოდება. თუკი ასეთი საერთო ნიშნები არ არსებობს, მაშინ ცნებათა მოცულობების შედარებას აზრი არა აქვს. ასეთ ცნებებს **არაშედარებადი** ეწოდება. მართლაც, არ შეიძლება შევადაროთ ერთმანეთს ისეთი ცნებები, როგორიცაა: „პირამიდა“ და „მრავალწევრი“, „კოეფიციენტი“ და „ევოლვენტა“, „ტრაპეცია“ და „უტოლობა“, აგრეთვე, „პასუხისმგებლობა“ და „რომანსი“, „ვაუჩერი“ და „პრივატიზაცია“ და ა. შ.

შედარებადი ცნებები, თავის მხრივ, იყოფა ორ ჯგუფად: **თავსებად** და **არათავსებად** ცნებებად. **თავსებადი** ცნებები ეწოდება ისეთ ცნებებს, რომელთა მოცულობებს გააჩნიათ საერთო ელემენტები, ხოლო **არათავსებადი** ცნებები ეწოდება ისეთ ცნებებს, რომელთა მოცულობებს საერთო ელემენტები არ გააჩნიათ.

თავსებადი ცნებები ორ ჯგუფად იყოფა: **იგივურ** და **არაიგივურ** ცნებებად. **იგივურია** ისეთი ცნებები, რომელთა მოცულობები ემთხვევა ერთმანეთს. **არაიგივური** ცნებები, ე. ი. ცნებები, რომელთა მოცულობები ერთმანეთს არ ემთხვევა, თავის მხრივ, იყოფა ორ ჯგუფად: **გვარობით-სახე-**

ობით ანუ **დაქვემდებარებულ** და **ურთიერთგადამკვეთ** ცნებებად.

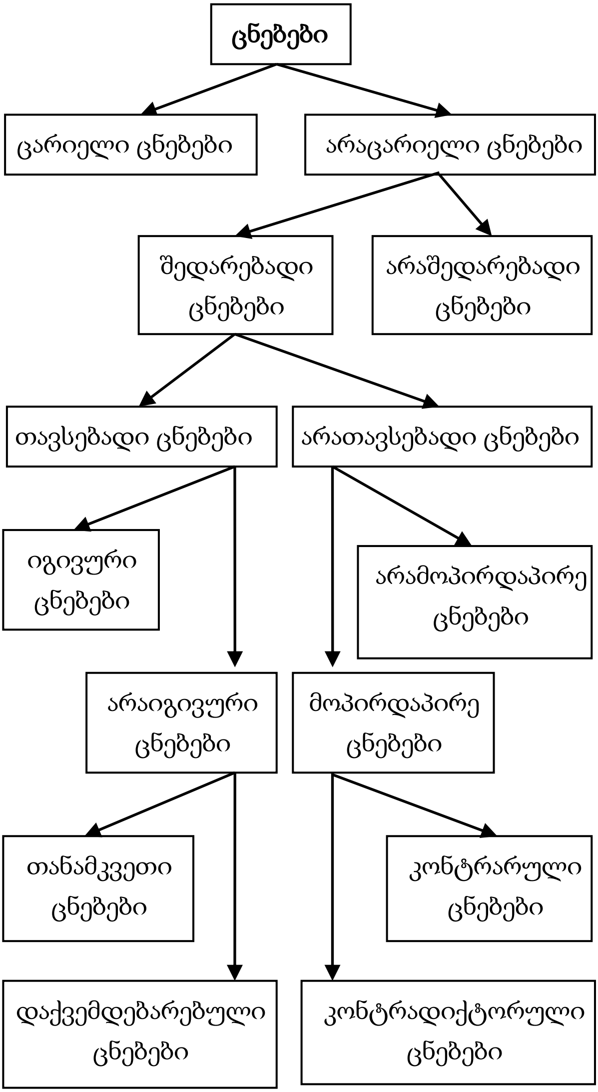
გვარობით-სახეობითი მიმართებაა ცნებებს შორის მაშინ, როცა ერთი **გვარია** მეორისა, ხოლო მეორე – **სახეა** პირველის.

დაქვემდებარების მიმართებას **სუბორდინაციის** მიმართებასაც უწოდებენ.

ურთიერთგადამკვეთი ის ცნებებია, რომელთაგან არც ერთი არ ექვემდებარება მეორეს და საერთო ელემენტები მათ მოცულობებს გააჩნიათ, ე. ი. თუ შეიძლება ასე ითქვას, **ნაწილობრივ** ექვემდებარებიან ერთმანეთს.

არათავსებადი ცნებები, იმის გამო, რომ ისინი შედარებადია, აუცილებლად იქნებიან **თანადაქვემდებარებულნი** რომელიღაც მესამე ცნების მიმართ, რომელიც ორივესათვის გვარობით ცნებას წარმოადგენს. ამასთან, თუმცა ისინი ერთმანეთისაგან იზოლირებულნი არიან, მაგრამ ერთმანეთთან მიმართებაში შეიძლება, თავიანთი მნიშვნელობით, იყონ **მოპირდაპირენი** ან არ უპირისპირდებოდნენ ერთმანეთს. **მოპირდაპირე** ცნებები კი ორი სახისაა: **კონტრარული** და **კონტრადიქტორული**. მაშასადამე, არათავსებადი ცნებები ორ სახედ იყოფა: **თანადაქვემდებარებულ მოპირდაპირედ** და **თანადაქვემდებარებულ არამოპირდაპირედ**. **თანადაქვემდებარებული მოპირდაპირე** ცნებები ორი სახისაა: **კონტრარული** და **კონტრადიქტორული.**

საბოლოოდ, გვაქვს ცნებათა შემდეგი **კლასიფიკაცია** (ნახ. 54)**:**


ცნებები
ცარიელი ცნებები
არაცარიელი ცნებები
შედარებადი ცნებები
არაშედარებადი ცნებები
თავსებადი ცნებები
არათავსებადი ცნებები
იგივური ცნებები
არამოპირდაპირე ცნებები
არაიგივური ცნებები
მოპირდაპირე ცნებები
თანამკვეთი ცნებები
კონტრარული ცნებები
დაქვემდებარებული ცნებები
კონტრადიქტორული ცნებები

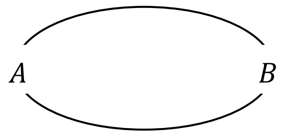
ნახ. 54

მეთოდიკური თვალსაზრისით საკითხში უკეთ გარკვევის მიზნით, განვიხილოთ ცნებათა სახეები ცალ-ცალკე.

- **თავსებადი ცნებები**

1. იგივური ცნებები (ნახ. 55).

ეს ის შემთხვევაა, როცა A და B ცნებების მოცულობები ემთხვევა ერთმანეთს. ე. ი. A ცნების მოცულობის ყველა ელემენტი ეკუთვნის B ცნების მოცულობას და B ცნების მოცულობის ყველა ელემენტი ეკუთვნის A ცნების მოცულო-ბას. წერენ: $A = B$.



ნახ. 55

იგივური ცნებებია, მაგალითად, **„სამკუთხედი“** და **„სამგვერდა“**, **„ ტოლგვერდა სამკუთხედი“** და **„ტოლკუთხა სამკუთხედი“**, **„ყინულოვანი კონტინენტი“** და **„ანტარქტიდა“**, **„გალაკტიონი“** და **„მთაწმინდის მთვარის ავტორი“** და სხვ. **იგივური** ცნებები გვხვდება ყველა სასწავლო დისციპლინაში.

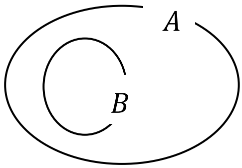
ქართულ ენაში ასეთი ცნებებია: **„კომში“** და **„ბია“**, **„თუთა“** და **„ბჟოლა“** და სხვ. აქ **„იგივური ცნებები“**-ს ნაცვლად გამოყენებულია ტერმინი: **„აბსოლუტური სინონიმები“**.

ლოგიკაში ასეთი ცნებების აღსანიშნავად მრავალი ტერმინი გამოიყენება (სხვადასხვა ავტორის მიერ): **„ტოლმოცულობადობა“**, **„ტოლმნიშვნელოვნება“** და სხვ. რამდენადაც ასეთ ცნებათა ურთიერთდამოკიდებულებები განიხილება ერთი სიმრავლის მიმართ, მათ შორის განსხვავება უნდა განისაზღვროს მხოლოდ შინაარსის მიხედვით. წინააღმდეგ შემთხვევაში არც შეიძლებოდა ლაპარაკი ორი ცნების შესახებ.

ტოლმოცულობიანი ცნებები იმსახურებენ განსაკუთრებულ ყურადღებას იმის გამო, რომ ისინი ცნობიერებაში ერთსა და იმავე კლასს წარმოადგენენ. იბადება კითხვა: არის თუ არა მიზანშეწონილი, მოვიაზროთ რომელიღაც ობიექტი სხვადასხვა თვისებათა ნაკრების სახით? ამ კითხვაზე მხოლოდ დადებითი პასუხის გაცემა შეიძლება. ცნობიერების უნარს, ასახოს ობიექტები სხვადასხვა ცნებებში, შინაარსების თავისებურებათა გათვალისწინებით, უდიდესი შემეცნებითი მნიშვნელობა აქვს. იგი გვაძლევს საშუალებას, შევისწავლოთ სინამდვილის ესა თუ ის ფრაგმენტი სხვადასხვა თვალსაზრისით, ცნების წარმომქმნელი ნიშნების არათანხვდენილ ნაკრებთა აზრობრივი ერთეულების გამოყოფით.

განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს სიტუაციები, რომლებშიც ცნებათა ტოლმოცულობადობა იმთავითვე არ იყო ცნობილი და წარმოჩინდა სინამდვილის ამა თუ იმ ფრაგმენტის შემეცნების პროცესში. ასეთი ტოლმოცულობიანი ცნებები არის თავისებური ანაქრონიზმი, ოდესღაც არსებული ილუზორული წარმოდგენების კვალი. მაგალითად, ცარგვალზე ვენერას ორ სხვადასხვა მდებარეობას, რომლებიც დილით და საღამოს შეინიშნებოდა, შეცდომით უკავშირებდნენ ორი სხვადასხვა ციური სხეულის არსებობას. ძველი ბერძნების მიერ ეს გაუგებრობა გამოიხატებოდა ორ ცნებაში: **„ფოსფორი“** და **„ჰესპერი“**, შემდგომ კი იგი განმტკიცდა ცნებებში: **„დილის ვარსკვლავი“** და **„საღამოს ვარსკვლავი“**, რომლებიც იმ დროისათვის გამოიყენებოდა, როგორც სხვადასხვამოცულობიანი ცნებები. ამ მოცულობათა ტოლობის დამტკიცება ასტრონომიის ერთ-ერთი აღმო-

ჩენაა. ასეთი ცვლილებები სხვადასხვა მეცნიერებებში ხშირად იწვევს ცნებითი და ტერმინოლოგიური აპარატის გარდაქმნას.



2. გვარობით-სახეობითი ცნებები (ნახ. 56).

თუ B ცნების ყველა ელემენტი ეკუთვნის A ცნების მოცულობას და A ცნების მოცულობის ყველა ელემენტი არ ეკუთვნის B ცნების მოცულობას, ე. ი. B ცნების მოცულობა წარმოადგენს A ცნების მოცულობის საკუთრივ ნაწილს, მაშინ A-ს ეწოდება B-ს **დამქვემდებარებელი** ცნება, ხოლო B-ს ეწოდება **დაქვემდებარებული** A-ს მიმართ. ისინი **დაქვემდებარების** ანუ **სუბორდინაციის** მიმართებაშია ერთმანეთთან. მაგალითად, დამქვემდებარებელი და დაქვემდებარებული ცნებებია: **„სამკუთხედი“** და **„ტოლფერდა სამკუთხედი“**, **„ბურთი“** და **„წითელი ბურთი“**, **„ცხოველი“** და **„სპილო“**, **„კენკრა“** და **„მაყვალი“** და მრავალი სხვა.

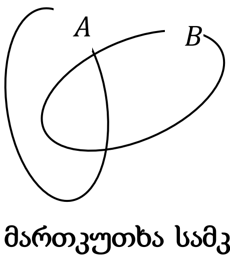
თუ ორივე ცნება **ზოგადია**, მაშინ **დამქვემდებარებელ** ცნებას **გვარს** უწოდებენ, ხოლო **დაქვემდებარებულ** ცნებას – **სახეს**. მაგალითად, ცნება **„ოთხკუთხედი“** ცნება **„ტრაპეციის“** გვარია, ცნება **„ტრაპეცია“**, თავის მხრივ, ცნება **„მართკუთხა ტრაპეციის“** გვარია, ცნება **„მართკუთხა ტრაპეცია“** ცნება **„ტრაპეციის“** სახეა, ხოლო ცნება **„ტრაპეცია“**, თავის მხრივ, ცნება **„ოთხკუთხედის“** სახეა. ე. ი. ამა თუ იმ ცნების ლოგიკური კვალიფიკაცია, როგორც **დამქვემდებარებლისა** ან **დაქვემდებარებულის**, ხისტი არ არის. ერთი ცნება ერთ შემთხვევაში შეიძლება **გვარი** იყოს, მეორე შემთხვევაში – **სახე.**

აღსანიშნავია. რომ **ერთეულადი** ცნება არც გვარი შეიძლება იყოს და არც სახე. ერთეულადი ცნებები ყველა მეცნიერებაში გვაქვს, მათ შორის მათემატიკაშიც. მაგალითად, ცნება **„რიცხვი“** ზოგადია, მაგრამ ცნებები: **„ორი“, „ხუთი“** და მისთანები ერთეულადია, ისინი, მართალია, ეკუთვნიან რიცხვთა სიმრავლეს, მაგრამ ცნება **„რიცხვის“** სახეებს არ წარმოადგენენ. რიცხვითი სახელები საკუთარი სახელებია. მაგალითად, ტერმინით **„ხუთი“** აღნიშნულია მხოლოდ რიცხვი 5, ეს საკუთარი სახელია მისი, ჰქვია მხოლოდ მას და არცერთ სხვას.

აღსანიშნავია, აგრეთვე, რომ ერთი ობიექტი შეიძლება მეორის ნაწილი იყოს, მაგრამ, როგორც ცნებები ისინი არ იყონ გვარობით-სახეობით მიმართებაში. მაგალითად, **წრფე** და **მონაკვეთი** ერთმანეთთან **მთელისა** და **ნაწილის** მიმართებაში არიან. მათი მოცულობები ერთმანეთს არ კვეთენ.

ქართულ ენაში **გვარობით-სახეობით** მიმართებაში მყოფი სიტყვები შეიძლება (ალბათ, უპრიანიცაა) მივაკუთვნოთ **სინონიმიას.** მაგრამ ეს სინონიმობა **ცალმხრივია**. მაგალითად, **ვაშლი** შეიძლება **ხილის** სინონიმად მივიღოთ, მაგრამ **ხილი** არ არის **ვაშლის** სინონიმი.

3. ურთიერთგადამკვეთი ცნებები (ნახ. 57).



ნახ. 57

ამ ცნებათა მოცულობებს გააჩნია ზოგიერთი საერთო ელემენტი. ასეთია, მაგალითად, ცნებები **ტოლფერდა სამკუთხედი** და **მართკუთხა სამკუთხედი**. მათი მოცულობების საერთო

(თანაკვეთა) იქნება **ტოლი ფერდების მქონე მართკუთხა სამკუთხედები.**

ქართულ ენაში ასეთ სიტყვათა მნიშვნელობები ნაწილობრივ ემთხვევა ერთმანეთს. განვიხილოთ, მაგალითად, **აფრა** და **იალქანი.** ქართული ენის განმარტებითი ლექსიკონის მიხედვით **აფრა**-ს გააჩნია ოთხი მნიშვნელობა: 1) ხომალდის ანძაზე მიმაგრებული საგანგებო ტილო ხომალდის ასამოძრავებლად ქარის ძალის გამოყენებით, 2) ფიცრული სახლის კედელში ვერტიკალურად დაყენებული სქელი ფიცარი, ორივე მხრიდან გრძლად ამოღარული, 3) ქუდის ანაკეცი, 4) სამკუთხედი, რომელიც იქმნება გუმბათიან შენობაში სწორკუთხოვნად აყვანილი კედლებიდან წრიულ გუმბათზე გადასვლის ადგილას. **იალქან**-ს ორი მნიშვნელობა აქვს: 1) ხომალდის ანძაზე მიმაგრებული ტილო, რომელსაც საჭიროებისამებრ გაშლიან ხომალდის ასამოძრავებლად ქარის საშუალებით, 2) პატარძლის საქორწინო (ჯვრისწერის) გვირგვინი. ამ სიტყვების მნიშვნელობათა ნაწილობრივი დამთხვევა სრულიად აშკარაა.

ურთიერთგადამკვეთი A და B ცნებების მოცემისას არსებობს ობიექტების სამი კლასი: ა) ობიექტები, რომლებიც საერთოა A და B მოცულობებისათვის, ბ) ობიექტები, რომლებიც ეკუთვნის A-ს და არ ეკუთვნის B-ს, გ) ობიექტები, რომლებიც ეკუთვნის B-ს და არ ეკუთვნის A-ს. მაგალითად, ზემოთ დასახელებული ცნებებისათვის არსებობს შემდეგი კლასები: ა) ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედები, ბ) არატოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედები, გ) არამართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედები.

ურთიერთგადამკვეთ ცნებათა მაგალითებია: **„2-ის ჯერადები“** და **„3-ის ჯერადები“**, **„შედგენილი რიცხვები“** და **„კენტი რიცხვები“** და სხვ., აგრეთვე, **„სტუდენტი“** და **„სპორტსმენი“**, **„ჟურნალისტი“** და **„ოფიცერი“**, **„რომანი“** და **„სატირული ნაწარმოებები“** და ა. შ.

ქართულ ენაში **თავსებადი** ცნებები **სინონიმებს** შეესაბამება. მათემატიკურ ცნებებში ცნებათა თავსებადობის შესწავლა **სინონიმიის** უფრო ღრმად შესწავლის საშუალებას გვაძლევს.

ურთიერთგადამკვეთ ცნებებზე ოპერირება ხდება ყველა სასწავლო დისციპლინაში.

- **არათავსებადი ცნებები**

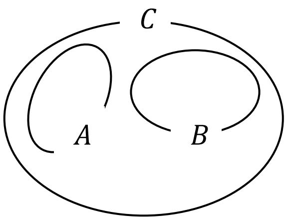
არათავსებადი ცნებები **არათავსებადია** იმის გამო, რომ მათ მოცულობებს საერთო ელემენტები არ გააჩნიათ, მაგრამ ისინი **თანადაქვემდებარებულნი** არიან მათ საერთო **გვარობითი** ცნების მიმართ. მაგალითისათვის ავიღოთ ცნებები: **„კვადრატი“** და **„ტოლფერდა ტრაპეცია“**. ამ ცნებათა მოცულობებს საერთო ელემენტები არა აქვთ, ამიტომ ისინი **არათავსებადი** ცნებებია. **კვადრატის** გვარია ტოლგვერდა პარალელოგრამი, **ტოლფერდა ტრაპეციის** გვარია ტრაპეცია, მაგრამ ისინი არც ერთისა და არც მეორის მიმართ არ არიან **თანადაქვემდებარებულნი** ერთდროულად. ისინი **ექვემდებარებიან** თავიანთ გვარებს ცალ-ცალკე. **თანადაქვემდებარებულები** არიან ისინი ერთდროულად ცნება **ოთხკუთხედის** მიმართ, რადგანაც **ოთხკუთხედი** მათი საერთო გვარია.

არათავსებად ცნებათა **თანადაქვემდებარების** კერძო შემთხვევაა **მოპირდაპირეობა.** მაგრამ **მოპირდაპირეობა** ორი სახისაა: **კონტრარულობა** და **კონტრადიქტორულობა**.

ამ შემთხვევაში ერთმანეთს უპირისპირდებიან ცნებათა შინაარსები, ე. ი. მათი მახასიათებელი ნიშნები.

მაშასადამე, გვაქვს **არათავსებად** ცნებათა შემდეგი სახეები:

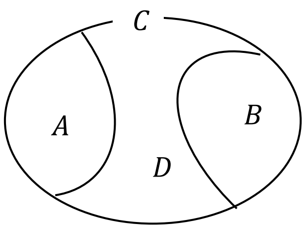
1. თანადაქვემდებარებული ცნებები (ნახ. 58).



ნახ. 58

ეს ის შემთხვევაა, როცა A და B ცნებები **არათავსებადია** და **თანადაქვემდებარებულია** მათი საერთო C გვარის მიმართ. A-სა და B-ს სხვა ურთიერთმიმართება არ არსებობს. ასეთი ცნებებია: **სამკუთხედი** და **ტრაპეცია ოთხკუთხედის** მიმართ და სხვა, აგრეთვე, **მუხა** და **თხმელა ხე**-ს მიმართ და ა. შ.

2. კონტრარული ცნებები (ნახ. 59).



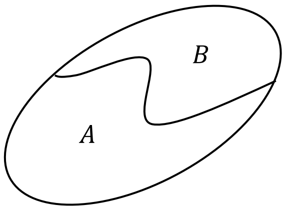
ნახ. 59

კონტრარული ცნებების მაგალითებია: **დადებითი რიცხვები** და **უარყოფითი რიცხვები, მახვილი კუთხე** და **ბლაგვი კუთხე, მეტი** და **ნაკლები** და სხვ. აგრეთვე, **სიბერე** და **ახალგაზრდობა, ცხელი** და **ცივი, დღე** და **ღამე. მდიდარი** და **ღარიბი, კეთილი** და **ბოროტი, მაღალი** და **დაბალი** და ა. შ.

კონტრარული ცნებებისათვის ყოველთვის არსებობს ერთი მაინც შუალედური ელემენტი. მაგალითად, **დადებით**

და **უარყოფით** რიცხვებს შორის არსებობს **ნული**, რომელიც არც დადებითია და არც უარყოფითი. **მახვილ** და **ბლაგვ** კუთხეებს შორის არსებობს მართი კუთხე და ა. შ.

3. კონტრადიქტორული ცნებები (ნახ. 60).



ნახ. 60

კონტრადიქტორული ცნებები **მოპირდაპირე** ცნებათა სხვა სახეა. ისინი **კონტრარულისაგან** იმით განსხვავდება, რომ **კონტრარულ** ცნებებში ერთის უარყოფა მეორეს არ უდრის, **კონტრადიქტორულში – უდრის;** **კონტრარულ** ცნებებში არსებობს ერთი მაინც შუალედური ელემენტი, **კონტრადიქტორულში** ასეთი არ არსებობს. **კონტრარული** ცნებები **მოპირდაპირე** არის, მაგრამ **წინააღმდეგობრივი** არ არის. **კონტრადიქტორული** ცნებები **წინააღმდეგობრივია. კონტრადიქტორული** ცნებებია, მაგალითად: **ტოლფერდა სამკუთხედი** და **არატოლფერდა სამკუთხედი, ტრაპეცია** და **არატრაპეცია, სწორი** და **არასწორი** და მრავალი სხვ.

ქართულ ენაში **კონტრარული** და **კონტრადიქტორული** ცნებები **ანტონიმებს** შეესაბამება. **კონტრარულობისა** და **კონტრადიქტორულობის** შესწავლის გამოცდილება, მიღებული მათემატიკურ განათლებაში, **ანტონიმიის** უფრო ღრმად შესწავლის საშუალებას გვაძლევს.

ყოველივე ზემონათქვამიდან გამომდინარე, შეიძლება თამამად დავასკვნათ, რომ მათემატიკურ ცნებათა შორის მიმართებების შესწავლა და მისი განზოგადება, სხვა სას-

წავლო დისციპლინებში, გვაძლევს ახალ ცოდნას **სინონიმიისა** და **ანტონიმიის** შესახებ, კერძოდ:

1. არ არის ზუსტი ის, რაც გრამატიკაშია ცნობილი, რომ **სინონიმები** ორი სახისაა: **აბსოლუტური** და **რელატიური**. სინამდვილეში **რელატიური სინონიმები,** თავის მხრივ ორი სახისაა: ერთი მათგანი **სიმეტრიულია**, ე. ი. თუ ერთი სიტყვა მეორის **სინონიმია**, მაშინ მეორე სიტყვა პირველის **სინონიმია**; მეორე – **სიმეტრიული არ არის**, ე. ი. თუ ერთი სიტყვა მეორის **სინონიმია**, მაშინ მეორე სიტყვა პირველის **სინონიმი** არ არის, რადგანაც ისინი **გვარობით-სახეობითია**. მაგალითად, **ჯადოქარი** და **მისანი** სიმეტრიულია, მაგრამ **კენკრა** და **ჟოლო** სიმეტრიული არ არის. მაშასადამე, სინონიმები საზოგადოდ სამი სახისაა: ***აბსოლუტური, რელატიური და ცალმხრივი.***

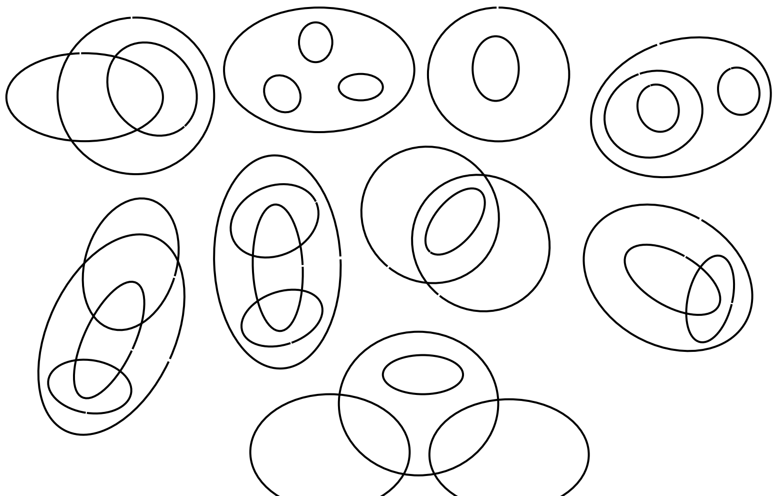
2. არც ისაა ზუსტი, რომ **ანტონიმები** ერთი სახისაა. სინამდვილეში **ანტონიმები** ორი სახისა უნდა იყოს: ***აბსოლუტური*** და ***რელატიური.*** **აბსოლუტური ანტონიმებია კონტრადიქტორული** სიტყვები, რადგანაც ისინი ერთმანეთის **საწინააღმდეგოა** და მათი შუალედური არ არსებობს, ერთის უარყოფა უდრის მეორეს. **რელატიური ანტონიმები კონტრარული** სიტყვებია, რადგანაც არსებობს მათი შუალედური. მაგალითად, **ქუდიანისა** და **უქუდოს** შუალედური არ არსებობს, ამიტომ ეს სიტყვები **აბსოლუტური ანტონიმებია; დღე** და **ღამე რელატიური ანტონიმებია,** რადგანაც არსებობს მათი შუალედური: **დილა, განთიადი, ცისკარი, ალიონი, აისი, დაისი, საღამო, მწუხრი** – არც **დღე** და არც **ღამე**.

ცნებათა შორის განხილული მიმართებანი უნდა იქნეს შესწავლილი ყველა სასწავლო დისციპლინაში, ამ დისციპლინის ცნებათა ბაზაზე. ეს უდავოდ შეუწყობს ხელს მოსწავლის ცნებითი და სტრუქტურული აზროვნების განვითარებას, ინტერდისციპლინარული მეთოდოლოგიის მრავალი პრინციპის გატარებას სწავლებაში.

ყველა სასწავლო დისციპლინაში სასარგებლოა შემდეგი ორი სახის სავარჯიშოები:

1. მოცემულია რამდენიმე ცნება, გამოსაკვლევია მათ შორის მიმართებები და ასაგებია ეილერ-ვენის დიაგრამები.

2. საძიებელია ცნებები, რომელთა შორის მიმართებები შეესაბამება, მაგალითად, შემდეგ გრაფიკულ სქემებს:



ნახ. 61

სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინათა ცნებების ფონზე განვიხილოთ გახმაურებული ამოცანა „მჩხავანა კატების“ შესახებ.

მოცემულია:

- ყველა კატა, რომელსაც რუხი ბეწვი აქვს, მჩხავანაა
- ყველა მჩხავანა კატას რუხი ფერის ბეწვი აქვს
- ჭკვიანები მხოლოდ არამჩხავანა კატები არიან

დავუშვათ, ეს სამი დებულება ჭეშმარიტია. რომელი დასკვნა არ გამომდინარეობს მათგან?

(ა) ჭკვიანები მხოლოდ ის კატები არიან, რომელთაც არა აქვთ რუხი ბეწვი

(ბ) მჩხავანა კატების რაოდენობა და რუხი კატების რაოდენობა ტოლია

(გ) არც ერთი რუხბეწვიანი კატა არ არის ჭკვიანი

(დ) არსებობს ჭკვიანი მჩხავანა კატები

ამოხსნა

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

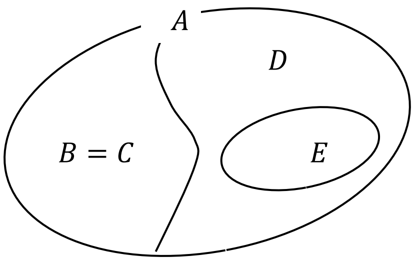
A – „კატა“,

B – „რუხბეწვიანი კატა“.

C – „მჩხავანა კატა“,

D – „არამჩხავანა კატა“,

E – „ჭკვიანი კატა“.



ნახ. 62

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ მჩხავანა და არამჩხავანა კონტრადიქტორული ცნებებია და დავაკვირდებით სხვა მონაცემების მიმართებას მათდამი, ადვილად შევადგენთ ეილერ-ვენის დიაგრამას მოცემული ამოცანისათვის (ნახ. 62), საიდანაც ვასკვნით, რომ მოცემულობიდან არ გამომდინარეობს დასკვნა (დ) იმის შესახებ, რომ არსებობენ ჭკვიანი მჩხავანა კატები.

შენიშვნა: უნდა აღინიშნოს, რომ ძალზე ადვილია ამ ამოცანის ზუსტი ანალოგის მონახვა მათემატიკის, ქართული ენისა და ლიტერატურის, ბუნებისმეტყველების და სხვა სასწავლო დისციპლინათა ცნებების ბაზაზე. ამისათვის უნდა შევინარჩუნოთ იგივე მიმართებანი ცნებათა შორის.

§6. მათემატიკურ ცნებათა სწავლების ტექნოლოგიური სქემები

მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის თანამედროვე დონე გულისხმობს პედაგოგიური ტექნოლოგიების გამოყენებას. ისმის საკითხი იმის შესახებ, თუ რას გულისხმობს მათემატიკური შინაარსის ამა თუ იმ მასალის სწავლების ტექნოლოგიური სქემის აგება? რა უნდა იყოს ასახული სწავლების ნებისმიერ ტექნოლოგიაში? და, საერთოდ, რა მიმარ-

თება არსებობს სწავლების მეთოდიკასა და სწავლების ტექნოლოგიას შორის? ამ მხრივ საყურადღებოა მ. ვ. მონახოვის სიტყვები: «მეთოდიკურთან შედარებით ტექნოლოგიური ხერხი, თავისი მიმართულების, მარგი ქმედების კოეფიციენტის... ემოციონალური შედეგის მიხედვით – არის სხვა, უფრო მაღალი რიგის კატეგორია”.

წინამდებარე პარაგრაფში ჩვენი მიზანი არ არის, თეორიულად გავარჩიოთ ურთიერთმიმართება სწავლების მეთოდიკასა და სწავლების ტექნოლოგიას შორის, მაგრამ შევეცდებით ეს მიმართება პრაქტიკულ მაგალითზე ვაჩვენოთ.

ცხადია, რომ სწავლების ნებისმიერი ტექნოლოგია არის სწავლების საერთო პროცესის ნაწილი. ამის გამო, პირველ რიგში, მასში უნდა აისახოს სწავლების პროცესის კანონზომიერებები. ამასთან, როცა საუბარია მათემატიკის სწავლებაზე, ცხადია, ტექნოლოგიური სქემა უნდა ითვალისწინებდეს მათემატიკური მასალის თავისებურებებს, მათემატიკური აზროვნების განსაკუთრებულობას, მოსწავლისა და მასწავლებლის ერთობლივი სასწავლო საქმიანობის ფსიქოლოგიურ და პედაგოგიკურ-მეთოდიკურ ასპექტებს.

ნებისმიერი ტექნოლოგიური სქემის აგება დამოკიდებულია იმ მოდელზე, რომელშიც ხორციელდება სწავლება, რომელშიც მიმდინარეობს პედაგოგიური პროცესი. ეს უკვე იმას ნიშნავს, რომ ამ ტექნოლოგიურ სქემაში უნდა აღიწეროს სწავლების თითოეული ეტაპი, შეფასების კრიტერიუმები, დიაგნოსტირების მეთოდ-ხერხები და ა. შ.

მათემატიკურ ცნებათა სწავლების მეთოდიკაცა და ტექნოლოგიაც განსხვადება მათემატიკური შინაარსის ნებისმი-

ერი სხვა ელემენტის სწავლების მეთოდიკისა და ტექნოლოგიისაგან. ეს განპირობებულია უპირველესად იმით, რომ მათემატიკური ცნებები განსაკუთრებული თავისებურებებით ხასიათდება. აქ ძირითადად ორი მხარეა გასათვალისწინებელი: ჯერ ერთი, ცნება აზროვნების ფორმაა. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ აზროვნებაში გამოიყოფა ნებისმიერი კონკრეტული ცნების არსებითი ნიშნები, რითაც ეს ცნება განირჩევა სხვა ცნებათაგან და ჩაერთვება სხვა ცნებათა სისტემაში, როგორც განსაკუთრებული ფენომენი. მეორე მხრივ, ცნება არის აბსტრაქცია, რომელშიც გამოიკვეთება რეალური ობიექტების რაოდენობრივი მიმართებები და სივრცითი ფორმები. ამის გამო, წარმოსადგენია ის რეალური ობიექტები, რომელთა აბსტრაჰირებითაა მიღებული ცნება. ამ ორი მხარის ერთიანობა სრულიად განაპირობებს მოსწავლის ცნობიერებაში მათემატიკურ ცნებათა ფორმირების თავისებურებებს. მაშასადამე, გარკვეული თავისებურებებით დახასიათდება მათემატიკური ცნების ფორმირების მეთოდიკა და ტექნოლოგია, მისი სწავლების ტექნოლოგიური სქემის აგება, ამ სქემის კონსტრუირება.

როგორც ვიცით, სწავლების პროცესში, საზოგადოდ, ლაპარაკია ნებისმიერ სასწავლო საგანზე, ცნების ფორმირება ხდება ორ დონეზე. პირველია – **ემპირიული დონე**, მეორე – **თეორიული დონე**. ზოგიერთ სასწავლო საგანში ცნების ფორმირება მხოლოდ ემპირიულ დონემდე ადის. ეს დონე ორ ქვედონეს მოიცავს:

1. ცნება ფორმირებულია წარმოდგენის დონეზე, ტერმინის შემოღებით. ცნების ფორმირებადობის მაჩვენებელია

„გამოცნობა''. მაგალითად, „მოცემული ფიგურებიდან რომელი წარმოადგენს კვადრატს?'' და სხვ.

2. ცნება ფორმირებულია წარმოდგენის დონეზე, მაგრამ უფრო განვითარებულია პირველთან შედარებით. აქ მოსწავლეს შეუძლია ცნების არსებითი ნიშნების ჩამოთვლა და გაცნობიერებული აქვს ცნების მოცულობა. ცნების ფორმირებადობის მაჩვენებელია ცნებისა და შესაბამისი ობიექტის ერთმანეთთან დაკავშირება, აგრეთვე, მსჯელობა დასკვნის გამოტანის დონეზე.

ემპირიულ დონეზე ხდება ცნების ფორმირება ქართულ ენასა და ლიტერატურაში, ისტორიაში, გეოგრაფიაში, ფიზიკაში, ქიმიაში და ა. შ. აზროვნებაც ამ დონეზე მიმდინარეობს. ამ შემთხვევაში აბსტრაქციის პირველ საფეხურთან გვაქვს საქმე, ის შეიძლება საკმაოდ მაღალიც იყოს (სწავლების პროცესში აბსტრაქციაში პირველ ნაბიჯებს საფეხურებად ვერ ჩავთვლით).

მეორე, ცნების ფორმირების თეორიული დონე, აბსტრაქციის მეორე საფეხურია. ეს დონე გულისხმობს ცნების მკაცრი განსაზღვრის შემოტანას. ცნების ფორმირებადობის მაჩვენებელია ცნების განსაზღვრის გაცნობიერებული ჩამოყალიბებისა და ახალი განსაზღვრის კონსტრუირების უნარი.

ცნების თეორიულ დონეზე გაცნობიერებას მათემატიკური აზროვნება გულისხმობს. ყოველი მათემატიკური ცნება აბსტრაქტულია. უფრო მეტიც, მათემატიკაში ხშირად გვაქვს აბსტრაქციის აბსტრაქცია.

მაგრამ, აღსანიშნავია, რომ მათემატიკის სწავლების პროცესში ცნება სამივე დონეზე (პირველი ორი ქვედონე და

მეორე) განიხილება. ეს განპირობებულია სწავლების საფეხურებით, მოსწავლეთა ინდივიდუალური და ასაკობრივი თავისებურებებით. სამივე დონის ცნება გამოიყენება სასწავლო საქმიანობაში, სასწავლო ამოცანებში, რომლებიც ორიენტირებულია ცნების შეთვისებაზე და მის გამოყენებაზე, დაწყებული პირველი კლასიდან. ამ შემთხვევაში ცნების ფორმირებადობის მაჩვენებელი მოსწავლის ასაკის მიხედვით იცვლება, ე. ი. სხვადსხვა დონეზე ხდება: ამოცანებში ცნებებით ოპერირება, ცნებათა სისტემატიზაცია, კლასიფიკაცია, სხვა ცნებათა მიმართ მოცემული ცნების დამოკიდებულების პოვნა.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ტექნოლოგიურ სქემაში უნდა აისახოს სასწავლო პროცესის კანონზომიერებები. ამიტომ, უნდა არსებობდეს ზუსტი შესაბამისობა სწავლების პროცესის ეტაპებსა და ცნების ათვისების ეტაპებს შორის.

სწავლების პროცესის ეტაპებია:

1. მიზნის ფორმულირება;
2. ახალი ინფორმაციის შემოღება;
3. მიღებული ცოდნის განმტკიცება;
4. ცოდნის შეთვისებისა და განმტკიცების კონტროლი;
5. განზოგადება.

შესაბამისად, მოცემული ნუმერაციის მიხედვით, ცნების ათვისების ეტაპები უნდა იყოს:

1. მოსალოდნელი შედეგებისა და მათი ინდიკატორების პროგნოზირება; მოსალოდნელი შედეგების მიღწევის მაჩვენებლების გარკვევა; დიაგნოსტიკური ამოცანების შერჩევა და შეფასების კრიტერიუმების დადგენა.

2. ცნების შესახებ ადრე მიღებული ცოდნის პირველადი შემოწმება; ცნების შესახებ ძირითადი ინფორმაციის შემოღება; ცნების პირველადი შეთვისების დიაგნოსტიკა.

3. სასწავლო საქმიანობის ორგანიზაცია ცნების შეთვისებისა და განმტკიცების მიზნით; ცნების შეთვისების დიაგნოსტიკა.

4. მოსალოდნელი შედეგების კონტროლი დიაგნოსტიკური ამოცანების საშუალებით.

5. ახალი ინფორმაცია ცნებათა სისტემაში ახალი ცნების ჩართვის შესახებ; ცნებათა შორის მიმართებებისა და კავშირების განჭვრეტის უნარის დიაგნოსტიკა ეილერ-ვენის დიაგრამების გამოყენებით.

სწავლების პროცესის ეტაპებსა და ცნების ათვისების ეტაპებს შორის ასეთი შესაბამისობის დადგენის შემდეგ შეგვიძლია გამოვყოთ ცნებათა სწავლების მიმართ ტექნოლოგიური მიდგომის რეალიზაციის ეტაპები:

1. **მოსამზადებელ ეტაპზე** მასწავლებლის მეთოდიკური მუშაობა მიმდინარეობს რამდენიმე მიმართულებით. აქ უნდა იქნეს უზრუნველყოფილი მოსწავლის სრული მზაობა მათემატიკური ცნების ათვისებისათვის.

- დავსახოთ მიზანი. იგი განისაზღვრება პროგრამული მასალით და მოთხოვნებით მოსწავლის მათემატიკური მომზადების მიმართ;
- დავამუშაოთ დიაგნოსტიკური ამოცანები და შეფასების კრიტერიუმები;
- შევარჩიოთ თეორიული შინაარსის სასწავლო მასალა და ჩავატაროთ მისი ანალიზი;

- დავამუშაოთ ამოცანათა სისტემები, რომელთა გამოყენება აუცილებელი იქნება ცნებაზე მუშაობის სხვადსხვა ეტაპზე;
- დავამუშაოთ დიაგნოსტიკურ ამოცანათა სისტემები, რომლებიც დაგვჭირდება სხვადსხვა ეტაპზე;
- შევარჩიოთ ტექნოლოგია დასახული ამოცანის გადასაწყვეტად. იგი განისაზღვრება ცნების დეფინიციის სახით, დასახული მიზნებით, მოსწავლეთა მომზადების დონით.

2. **ცნების უშუალო შესწავლის ეტაპზე** მიმდინარეობს მთელი მეთოდიკურ-ტექნოლოგიური მუშაობის ძირითადი ნაწილი.

3. **დიაგნოსტიკის ეტაპი** წარმოადგენს დასკვნითს, შემაჯამებელს.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ცნება **„კვადრატი“**-ს სწავლების ტექნოლოგია.

მოსამზადებელ ეტაპზე შევარჩიოთ თეორიული შინაარსი, გამოვყოთ ის თეორიული ცოდნა, რომლის აქტუალიზაციაც დაგვჭირდება და ის თეორიული ცოდნა, რომელიც უნდა შემოვიტანოთ. განვსაზღვროთ პროპედევტიკის შესაძლებლობა. ჩავატაროთ შერჩეული თეორიული შინაარსის ანალიზი. დავადგინოთ განსაზღვრის (დეფინიციის) სახე, მისი სტრუქტურა, გვარსახეობა. განვსაზღვროთ ამოცანათა სისტემა, რომელიც დაგვეხმარება ცოდნის აქტუალიზაციის ეტაპზე. ამასთან, შევადგინოთ მისი ვარიანტები. ამის შემდეგ შევარჩიოთ შინაარსის რეალიზაციის ტექნოლოგია.

მოცემული შემთხვევისათვის განვიხილოთ შერჩეული შინაარსის რეალიზაციის ტექნოლოგიის შესაძლო ორი ვარიანტი.

პირველი ვარიანტი. მომზადების საშუალო დონის კლასისათვის.

მუშაობის მიზანი: შემოვიღოთ ახალი ცნება **„კვადრატი“** (ჩამოვაყალიბოთ მისი განსაზღვრა წინასწარი მომზადების გარეშე), განვამტკიცოთ იგი, ვაჩვენოთ მისი გამოყენება უმარტივესი ამოცანების ამოხსნისას.

ცნების სწავლების ეტაპზე აუცილებელია:

1. ჩამოვაყალიბოთ გაკვეთილის თემა და მიზანი.
2. შევთავაზოთ მოსწავლეებს, სახელმძღვანელოს მიხედვით წაიკითხონ კვადრატის განსაზღვრა.
3. განსაზღვრაში გამოვყოთ: განსასაზღვრი ცნება (კვადრატი), გვარობითი ცნება (ტოლგვერდა პარალელოგრამი), სახეობითი განსხვავება (ყველა კუთხე ტოლი აქვს).
4. გავარჩიოთ პასუხი კითხვაზე: „არის თუ არა კვადრატი ამოზნექილი ოთხკუთხედი და რატომ?“
5. ამოვხსნათ ამოცანა: «დაამტკიცეთ, რომ, თუ ტოლგვერდა პარალელოგრამში ორი მეზობელი კუთხე ტოლია, მაშინ ფიგურა კვადრატია”. ამ ამოცანაზე მუშაობისას შევთავაზოთ მოსწავლეებს, წამოაყენონ ჰიპოთეზა, შემდეგ წაიკითხონ მზა დამტკიცება.
6. ამოვხსნათ ამოცანა: „კვადრატის რომელი თვისებების არსებობა შეიძლება ვივარაუდოთ?“ ამ ამოცანაზე მუშაობისას: ნახაზის მიხედვით ჩამოვაყალიბოთ ამოცანის პირობა და მოთხოვნა; გამოვყოთ განსაზღვრაში კვადრატის თვისება, ჩამოვაყალიბოთ იგი ისე, რომ გამოვიყენოთ კავშირი:

„თუ..., მაშინ...“; განვსაზღვროთ, რით შეიძლება ვისარგებლოთ მოპირდაპირე გვერდების პარალელურობის დამტკიცებისას; დამოუკიდებლად გავიხსენოთ პარალელური წრფეების ცნობილი თვისებები, შევუთანადოთ ისინი ამოცანის პირობას, დავგეგმოთ და ჩავატაროთ დამტკიცება.

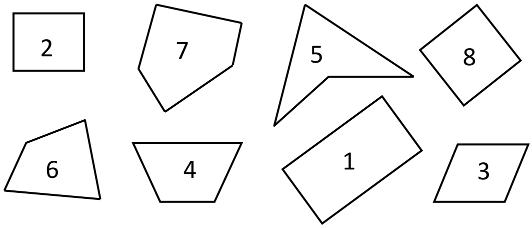
7. ამოვხსნათ ამოცანა: „მოცემულია *A*, *B* და *C* სამი წერტილი, რომლებიც კვადრატის წვეროებს წარმოადგენენ. ავაგოთ ეს კვადრატი. განვსაზღვროთ, რამდენი ამოხსნა გააჩნია ამოცანას. ამ ამოცანაზე მუშაობისას: შევარჩიოთ ინსტრუმენტები, რომელთა საშუალებითაც მოგვიხდება აგება.

მეორე ვარიანტი. კარგი მათემატიკური მომზადების კლასისათვის.

მუშაობის მიზანი: შემოვიღოთ **კვადრატის** ცნება, ვაჩვენოთ მისი ადგილი ადრე ნასწავლ და ცნობილ ცნებათა სისტემაში (გამოვიყენოთ ცნების შემოღების ევრისტიკული მეთოდი, რომელიც შეგვიქმნის პრობლემურ სიტუაციას. ამით ავამაღლებთ მოსწავლეთა დამოუკიდებლობასა და აქტიურობას, ისინი დამოუკიდებლად უნდა მივიდნენ „ახალი ცოდნის აღმოჩენამდე“). განვიხილოთ სავარჯიშოები ფიგურებს შორის კვადრატის ამოცნობაზე, საგნებს შორის კვადრატის ფორმის მონახვაზე და სხვ.

ცნების შესწავლის ეტაპზე აუცილებელია:

1. ჩამოვაყალიბოთ გაკვეთილის თემა და მიზანი.
2. ამოვხსნათ ამოცანა: ნახაზზე მოცემულია 8 გეომეტრიული ფიგურა.



ნახ. 63

უპასუხეთ კითხვებს:

➢ რომელი საერთო თვისებებით ხასიათდება რვავე ფიგურა? (ყველა მრავალკუთხედს წარმოადგენს).

➢ შეადარეთ მრავალკუთხედები. ყველა მრავალკუთხედი, გარდა ერთისა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩამოაყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 7, იგი ხუთკუთხედია. ყველა დანარჩენი ოთხკუთხედია).

➢ შეადარეთ ოთხკუთხედები. ყველა ოთხკუთედი, გარდა ერთისა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩამოაყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 5, იგი ჩაზნექილია. ყველა დანარჩენი ამოზნექილი ოთხკუთხედია).

➢ შეადარეთ ამოზნექილი ოთხკუთხედები. ყველა ოთხკუთედი, გარდა ერთისა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩამოაყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 6, მას პარალელური გვერდების არც ერთი წყვილი არ გააჩნია. დანარჩენი პარალელური გვერდების წყვილის მქონეა).

➢ შეადარეთ პარალელური გვერდების წყვილის მქონე ოთხკუთხედები. ყველა ასეთი ოთხკუთედი, გარდა ერთი-

სა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩამოაყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 4, მას პ-რალელური გვერდების ერთი წყვილი გააჩნია. დანარჩენი პარალელოგრამებია).

➢ შეადარეთ პარალელოგრამები. ყველა პარალელოგრა-მი, გარდა ერთისა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩამოა-ყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 3, მისი კუთხეები მართი არ არის. დანარჩენი მართკუთხა პარალელოგრამებია).

➢ შეადარეთ ერთმანეთს მართკუთხა პარალელოგრამე-ბი. ყველა, გარდა ერთისა, ხასიათდება საერთო ნიშნით. ჩა-მოაყალიბეთ ეს ნიშანი და აღმოაჩინეთ „ზედმეტი“ ფიგურა! (ზედმეტია 1, მას არა აქვს ტოლი გვერდები. დანარჩენი ტოლგვერდა და მართკუთხა პარალელოგრამებია).

3. ამოცანის ამოხსნის შემდეგ უნდა შევადგინოთ ოთხ-კუთხედების საკლასიფიკაციო სქემა. უმჯობესია დიქოტო-მიური, იგი ეფექტურია, ზუსტი ინფორმაციის მატარებელი.

ყურადღება გავამახვილოთ სქემაში კვადრატის ადგილ-ზე და ჩამოვაყალიბოთ კვადრატის განსაზღვრა: **„კვადრატი** ეწოდება ისეთ ტოლგვერდა პარალელოგრამს, რომლის კუ-თხეები მართია“.

4. შევისწავლოთ განსაზღვრის ლოგიკური სტრუქტურა.

5. ჩამოვაყალიბოთ კვადრატის განსაზღვრა სხვადასხვა სახით:

ა) გამოვიყენოთ განსაზღვრის ლოგიკური აგებულება,

ბ) ათვლის წერტილად მივიღოთ სხვადასხვა გვარი.

6. ამოვხსნათ ამოცანა: დაამტკიცეთ, რომ ტოლგვერდა პარალელოგრამი, რომლის ერთი კუთხე მართია, კვადრატს წარმოადგენს.

7. ჩავატაროთ მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობა:

ა) კვადრატის რომელი თვისებების არსებობა შეგვიძლია ვივარაუდოთ?

ბ) გამოსახეთ ნებისმიერი კვადრატი.

8. გავახსენოთ მოსწავლეებს დამტკიცებაზე ამოცანების ამოხსნის ძირითადი ეტაპები; რაში მდგომარეობს ასეთი მუშაობის არსი დამტკიცების ძიების ეტაპზე. აქ შეიძლება მოსწავლეთა ჯგუფური მუშაობის ორგანიზებაც.

9. შევამოწმოთ დამოუკიდებელი მუშაობის შედეგები.

10. მივცეთ დამოუკიდებელი სამუშაო: მოცემულია სამი წერტილი A, B და C, რომლებიც წარმოადგენენ კვადრატის წვეროებს. ააგეთ კვადრატი! რამდენი ამოხსნა შეიძლება არსებობდეს?

11. შევამოწმოთ დამოუკიდებელი მუშაობის შედეგები. შემოწმებისას ყურადღება მივაქციოთ იმას, რომ ამოხსნის მეორე ვარიანტის არსებობა-არარსებობის დადგენა შეიძლება ამოხსნის ძიების დროს.

დიაგნოსტიკის ეტაპზე აუცილებლად უნდა შევამოწმოთ ცნება **„კვადრატის“** შეთვისების დონე. ეს შეიძლება გავაკეთოთ დამოუკიდებელი მუშაობის ფორმით. სავარჯიშოები შეიძლება ასეთი იყოს:

1. ჭეშმარიტია თუ მცდარი გამონათქვამები:
    - კვადრატი ამოზნექილი ოთხკუთხედია;
    - კვადრატი მართკუთხედია;
    - მართკუთხედი კვადრატია;

- კვადრატი რომბია;
- კვადრატი პარალელოგრამია.

2. დაამტკიცეთ, რომ $ABCD$ კვადრატია, თუ $AB = AD$, $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle BAD = 90^0$.

3. მოცემულია წრფე და წერტილი მის გარეთ. ააგეთ კვადრატი, რომლის ერთი წვეროა მოცემული წერტილი და ერთი მისი გვერდი ეკუთვნის მოცემულ წრფეს.

თავი მეოთხე

ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა

§1. ზოგადი დებულებანი

არითმეტიკული ამოცანა არის სიტყვიერად ან წერილობით ჩამოყალიბებული კითხვა, რომელზედაც პასუხის გაცემა შეიძლება არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულების მეშვეობით.

როგორც ამ განსაზღვრიდან ჩანს, ამოცანა აუცილებლად შეიცავს კითხვას. კითხვის გარეშე ამოცანა არ არსებობს. ე. ი. კ ი თ ხ ვ ა ამოცანის ერთ-ერთი ელემენტია. კითხვაზე პასუხის გაცემა, როგორც ვთქვით, შეიძლება არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულების საფუძველზე, მაგრამ არითმეტიკული მოქმედებანი სრულდება მხოლოდ რიცხვებზე. მაშასადამე, ამოცანის კითხვაში არის მოთხოვნა, მოინახოს ესა თუ ის რიცხვი (ან რიცხვები). ამასთან, ამოცანა შეიცავს იმ რიცხვებს, რომლებზედაც უნდა შესრულდეს არითმეტიკული მოქმედებანი. ე. ი. არითმეტიკული ამოცანის აუცილებელი ელემენტებია, აგრეთვე, მ ო ც ე მ უ ლ ი და ს ა ძ ი ე ბ ე ლ ი რ ი ც ხ ვ ე ბ ი.

ამოცანის თავისებურება ისაა, რომ მის ტექსტში პირდაპირ არაა მითითებული, თუ რომელი მოქმედება ან მოქმედებები უნდა შესრულდეს იმისათვის, რომ კითხვაზე პასუხი გაიცეს. ეს მითითება გამოხატულია მოცემულ რიცხვებსა და, აგრეთვე, მოცემულსა და საძიებელ რიცხვებს შორის მიმართებებსა და კავშირებში, ამიტომ ამოცანის ტექ-

სტი უნდა შეიცავდეს გარკვეულ ირიბ მითითებებს ამ მიმართებებსა და კავშირებზე. ამასთან, ეს მითითებები უნდა განსაზღვრავდეს საჭირო არითმეტიკულ მოქმედებათა შერჩევასა და მათ თანამიმდევრობას. ეს ამოცანის პირობაა. ცხადია, რომ ამოცანის პირობა შეიცავს რიცხვით მონაცემებს.

მაშასადამე, ამოცანის ძირითადი ელემენტებია **პ ი რ ო - ბ ა და კ ი თ ხ ვ ა .** რიცხვითი მონაცემები პირობის ელემენტებს წარმოადგენს, ხოლო საძიებელი რიცხვი ყოველთვის კითხვაში მდგომარეობს, მაგრამ ზოგიერთ შემთხვევაში კითხვა შეიძლება შეიცავდეს პირობის ნაწილს, ან შესაძლოა, მთელი ამოცანა ფორმულირებული იყოს ერთი კითხვითი წინადადების სახით. მაგალითად:

1. გარაჟში იყო 15 ავტობუსი. რამდენი ავტობუსი გასულა გარაჟიდან, თუ დარჩა 7?

2. რამდენი ლარი დარჩა გიას, თუ სულ ჰქონდა 25 ლარი და 18 ლარით იყიდა რვეულები?

ხაზი უნდა გაესვას იმ გარემოებას, რომ ამოცანაში რიცხვი შეიძლება გამოხატავდეს:

- ამა თუ იმ სიმრავლის რიცხობრიობას,
- სიდიდის (დროის, წონის და ა.შ.) მნიშვნელობას (მაგალითად, 10 სთ, 5 კგ და ა.შ.),
- რიცხვებს შორის მიმართებას (სხვაობითი და ჯერადი შედარება და ა.შ.).

ე. ი. ამოცანაში შეიძლება გვქონდეს როგორც სახელდებული, ისე განყენებული რიცხვები.

უნდა აღინიშნოს, რომ სიტყვა ა მ ო ც ა ნ ა გაიგება უფრო განზოგადებული აზრითაც. გვხვდება ამოცანები, სადაც

რიცხვითი მონაცემები არ არის. ასეთ ამოცანებში მითითებული ნიშნებისა და კავშირების საფუძველზე ლოგიკური მსჯელობის შედეგად კეთდება დასკვნა. ეს ლოგიკური კითხვებია, მაგალითად: მესამე კლასის ყველა მოსწავლემ იცის ცურვა. გია სწავლობს ამ კლასში. იცის თუ არა გიამ ცურვა?

გვხვდება ისეთი ამოცანებიც, სადაც კითხვა არ არის. მთელ ამოცანას ერთი ძახილის წინადადების ფორმა აქვს. მაგალითად: იპოვეთ რიცხვი, რომელიც 15-ს აღემატება 3-ით!

ამოცანის პირობა უნდა იყოს ფორმულირებული ლაკონიურად, მრავალსიტყვაობის გარეშე, ზუსტად და გასაგებად. რიცხვითი მონაცემები უნდა შეესაბამებოდეს მოსწავლეთა არითმეტიკული მომზადების დონეს, აგრეთვე, იმ ცხოვრებისეულ ფაქტებს, რომლებიც იძლევა მასალას ამოცანებისათვს (არ შეიძლება, მაგალითად, ქვეითის მოძრაობის სიჩქარე იყოს 100 კმ საათში და მისთ.).

ამოცანის კითხვა უნდა დაისვას გარკვევით და ზუსტად, მონაცემებთან სრულ შესაბამისობაში.

ამოცანის ამოხსნა ნიშნავს მოცემულ და საძიებელ სიდიდეებს შორის კავშირებსა და მიმართებებში გარკვევას, ამ კავშირებისა და მიმართებების საფუძველზე მოქმედების (ან მოქმედებათა) სწორად შერჩევას, მოქმედების (ან მოქმედებათა) შესრულებას და კითხვაზე პასუხის გაცემას. მეთოდიკური თვალსაზრისით მხოლოდ კითხვაზე პასუხის გაცემა ამოცანის ამოხსნას არ წარმოადგენს, რადგანაც კითხვაზე პასუხის გაცემა ხშირად ინტუიციის საფუძველზე შეიძლება. სწავლების პროცესში მთავარი მნიშვნელობა უნდა მიენი-

ჭოს ამოცანის მოცემულ და საძიებელ რიცხვებსა თუ სიდიდეებს შორის კავშირებისა და მიმართებების არსის გახსნას. თუ მოსწავლე იმთავითვე გაერკვა ამ კავშირებსა და მიმართებებში, მაშინ ის სწორად შეარჩევს საჭირო არითმეტიკულ მოქმედებას, ეს კი ფრიად მნიშვნელოვანია. აქ თვალსაჩინოების გარეგან საშუალებათა გამოყენებით ხდება ცხოვრებისეული სიტუაციიდან არითმეტიკულ მოქმედებაზე გადასვლა. მოსწავლე დგამს პირველ ნაბიჯებს კონკრეტულიდან აბსტრაქტული აზროვნებისაკენ.

მაშასადამე, ამოცანის სრულ ამოხსნაში შედის: პირობის ანალიზი; გეგმა, რომელიც მიუთითებს არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობაზე; მითითებები, თუ რომელი მოქმედებით და რატომ მაინც და მაინც ამ მოქმედებით მოინახება ამა თუ იმ სისდიდის მნიშვნელობა; არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულება და პასუხი. ამოცანის ამოხსნას მიაკუთვნებენ, აგრეთვე, შემოწმებასა და მიღებული პასუხის გამოსადეგობის გამოკვლევას, რაც დაწყებითი მათემატიკის სწავლებისას იშვიათ შემთხვევაშია საჭირო.

უნდა აღინიშნოს, რომ ამოცანის სრული წერითი ამოხსნა დიდ დროს თხოულობს მოსწავლისაგან; თავისთავადაც, ასე რომ ვთქვათ, შრომატევადია, ამის გამო, მას დაწყებით კლასებში იშვიათად მიმართავენ, მაგრამ ამოცანის ამოხსნისას სრული ზეპირი მითითებები მეტად საჭიროა.

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პროცესში ამოცანებსა და მათ ამოხსნას არსებითი ადგილი უჭირავს როგორც დროის, ისე მოსწავლეთა სწავლების, აღზრდისა და განვითარების მიხედვით. ამასთან, ამოცანის ამოხსნის

როლი დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა ლოკალურ პედაგოგიურ მიზანს ისახავს მასწავლებელი. ხშირად ამოცანის ამოხსნა ემსახურება მოსწავლის მიერ არითმეტიკის თეორიის გარკვეული საკითხის არსის, მისი პრაქტიკული აზრისა და მნიშვნელობის გაგებას. ასეთ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლეებში ახალი მათემატიკური ცნების ფორმირებას. უფრო ხშირად ამოცანა მოსწავლეებს ეძლევა იმ მიზნით, რომ შევსებულ იქნას მათი ცოდნა, ფორმირებულ და განმტკიცებულ იქნას უნარ-ჩვევები. ამ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნის სწავლების მეთოდიკურ-პედაგოგიური მიზანი უფრო ზოგადია და იგი დაიყვანება შემდეგ მოთხოვნამდე:

1. ვასწავლოთ, რომ გაარკვიონ მიზეზ-შედეგობრივი კავშირები და დაადგინონ მიმართებანი ამოცანის პირობაში შემავალ სიდიდეებს შორის.

2. ვასწავლოთ, რომ ლოგიკურად სწორად იმსჯელონ ამოცანის ამოხსნის მსვლელობის გეგმის შედგენისას.

3. ვასწავლოთ არითმეტიკულ მოქმედებათა სწორად შერჩევა და მათი უშეცდომოდ შესრულება.

ამოხსნისათვის საჭირო არითმეტიკულ მოქმედებათა რაოდენობის მიხედვით გვაქვს ამოცანათა ორი ჯგუფი: მარტივი და შედგენილი ამოცანები.

ამოცანების **ამოხსნის უნარების სტრუქტურა ასეთია:**

1. ამოცანის ანალიზირების უნარი

➢ ტექსტის პირველადი ანალიზის ჩატარება (ამოცანური სიტუაციის წარმოდგენა, ამოცანის პირობისა და კითხვის, აგრეთვე, საყრდენი სიტყვების გამოყოფა).

➢ ცნობილი, უცნობი და საძიებელი სიდიდეების გამოყოფა.

➢ მოცემულ და საძიებელ სიდიდეებს შორის კავშირების დამყარება.

➢ ამოცანური სიტუაციის მოდელის კონსტრუირება (საგნობრივი, სქემატური ან გრაფიკული და სხვ.), ამოცანის ელემენტებისა და მოდელის ელემენტების ურთიერთშესაბამება.

➢ ამოცანის მონაცემების სისრულის დადგენა (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე).

➢ ამოცანის ტიპის გარკვევა.

2. ამოცანის ამოხსნის გეგმის ძიების წარმართვის უნარი

➢ შედგენილი ამოცანის დაშლა მარტივ (მდგენელ) ამოცანებად.

➢ მოცემულ და საძიებელ სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებების თარგმნა მათემატიკურ ენაზე.

➢ ამოცანის ამოხსნის რაციონალური ხერხის შერჩევა.

➢ ანალიზურ და სინთეზურ მსჯელობათა ჩატარება.

➢ ამოცანის ამოხსნისათვის აუცილებელი თეორიული ცოდნის აქტივიზირება.

3. ამოცანის ამოხსნის ნაპოვნი გეგმის რეალიზების უნარი

➢ დადგენა იმისა, რომ აგებული მათემატიკური მოდელი მოცემული ამოცანის ადეკვატურია.

➢ სიდიდეებს შორის მათემატიკური კავშირების რაციონალური შერჩევა.

➢ შუალედური და საბოლოო შედეგების შესაბამისობათა დადგენა.

➢ ამოხსნის გაფორმება.

4. ამოხსნის კონტროლისა და კორექციის განხორციელების უნარი

➢ მოცემულ ამოცანასთან მიღებული შედეგების შესაბამისობის დადგენა.

➢ ამოხსნის შემოწმება სხვადასხვა ხერხით.

➢ ამოხსნის სხვა ხერხების ძიება და პოვნა.

➢ ამოხსნის შედეგების შეფასება.

➢ ამოხსნის შედეგების განზოგადება.

§2. ამოცანების მნიშვნელობა და მათი როლი მათემატიკის სწავლების პროცესში

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლებაში ამოცანებს დიდი და მრავალმხრივი მნიშვნელობა აქვთ.

საგანმანათლებლო მნიშვნელობა. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისას მოსწავლე შეიმეცნებს მრავალ ახალ სიტუაციას, რომელიც ამოცანაშია აღწერილი, შეიმეცნებს ამოხსნის ახალ მეთოდს, რომელიც ამოცანის ამოხსნისთვისაა აუცილებელი და ა. შ. სხვა სიტყვებით, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლე იძენს ახალ ცოდნას, იმაღლებს თავის მათემატიკურ განათლებას. ამოცანების რომელიმე კლასის ამოხსნის მეთოდის დაუფლებისას მოსწავლეს უყალიბდება ასეთი ამოცანების ამოხსნის უნარი, ხოლო საკმარისი ვარჯიშის შედეგად – ჩვევაც, რაც, აგრეთვე, ამაღლებს მის მათემატიკურ განათლებას.

პრაქტიკული მნიშვნელობა. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლე ეუფლება მათემატიკური ცოდნის

პრაქტიკული საჭიროებისათვის გამოყენების ხერხებს, ემზადება პრაქტიკული მოღვაწეობისათვის შემდგომში, ემზადება იმ ამოცანების ამოხსნისათვის, რომელსაც მის წინაშე დასვამს ცხოვრებისეული პრაქტიკა. ამოცანების ამოხსნა მიაჩვევს მოსწავლეს სხვადასხვა კომუნიკაციის ხერხებს, გამოუმუშავებს მოვლენების ახსნასა და მათი განჭვრეტის უნარს, ასწავლის სხვადასხვა ტიპის მოდელების შექმნას, რაც მომავალში სიტუაციების გასაანალიზებლად და პრობლემების გადასაჭრელად დასჭირდება.

განუზომლად დიდია ამოცანების მნიშვნელობა მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებაში. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა აჩვევს მოსწავლეებს, გამოყოს წანამძღვრება და დასკვნები, მოცემულობები; შეადაროს, შეაპირისპიროს ერთმანეთს ფაქტები. ამოცანის ამოხსნისას უყალიბდება სწორი აზროვნება და სწავლობს სრულყოფილ არგუმენტაციას. ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეს უყალიბდება აზროვნების განსაკუთრებული სტილი: მსჯელობის ფორმალურ-ლოგიკური სქემის დაცვა, მიზნების ლაკონიური გამოხატვა, აზროვნების მიმდინარეობის მკაფიო დანაწევრება და ა.შ.

აღმზრდელობითი მნიშვნელობა. უპირველეს ყოვლისა, აღმზრდელობითი მნიშვნელობა აქვს ამოცანის ფაბულას, მის ტექსტობრივ შინაარს. ამიტომ, ამოცანების ტექსტების შერჩევა ორიენტირებული უნდა იყოს მოსწავლის მაღალი ზნეობრივი მახასიათებლების აღზრდაზე, სწორი მსოფლმხედველობის გამომუშავებაზე. მაგრამ, ზრდის არა მარტო ამოცანის ფაბულა, არამედ – მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის პროცესი საერთოდ. თუ ამოცანების ამოხსნის

სწავლების მთელი მეთოდიკური სისტემა სწორადაა აგებული, მაშინ მოსწავლეებში იზრდება და ვითარდება მკაფიოობისა და სამართლიანობის გრძნობა, დაჟინებულობა სიძნელეთა გადალახვაში, მისი ამხანაგების შრომის პატივისცემა, ვითარდება ნებისყოფა, მეხსიერება, პუნქტუალობა და სიფაქიზე.

ყოველი კონკრეტული სასწავლო მათემატიკური ამოცანა იმიტომ შემოგვაქვს სასწავლო პროცესში, რომ ის გამოვიყენოთ რომელიმე ან რამდენიმე მიზნის განსახორციელებლად. ეს მიზნებია: პედაგოგიური, დიდაქტიკური, სასწავლო. ეს მიზნები ხასიათდება როგორც ამოცანის შინაარსით, ისე მისი იმ დანიშნულებით, რომელსაც აძლევს მას მასწავლებელი. დიდაქტიკური მიზნები, რომლებსაც მასწავლებელი ამოცანებს უყენებს, სრულიად განსაზღვრავენ ამოცანების როლს მათემატიკის სწავლების პროცესში. თუ გავითვალისწინებთ ამოცანის შინაარსსა და ამოცანის დიდაქტიკურ მიზნებს, რომლებიც ეკისრება მას სწავლების პროცესში, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სწავლებაში ამოცანის როლი ძალზე მრავალფეროვანია. სხვა სიტყვებით, ამოცანა მრავალ როლს თამაშობს. მაგრამ სწავლების, აღზრდისა და განვითარების ზოგადპედაგოგიური შინაარსიდან გამომდინარე, შეიძლება ითქვას, რომ ამოცანის ყველა ეს როლი დაიყვანება სამზე: მსწავლებლური, განმავითარებლობითი და აღმზრდელობითი, რომელთაგან წამყვანია ამოცანის **მსწავლებლური როლი.**

ამ როლს ამოცანები ასრულებს მოსწავლეთა ცნობიერებაში მათემატიკური ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ფორმირე-

ბისას. ამოცანების მსწავლებლური როლის მიხედვით შეიძლება გამოიყოს ამოცანების რამდენიმე სახე.

1. **ამოცანები, რომლებიც ორიენტირებულია მათემატიკური ცნების შეთვისებაზე.** ცნობილია, რომ მათემატიკური ცნებების ფორმირება მიმდინარეობს ცნებებზე, მათ განსაზღვრებზე და თვისებებზე გაწეული გულმოდგინე და რუდუნებითი შრომით. მოსწავლე ცნებას რომ დაეუფლოს, ამისათვის სრულებით არ არის საკმარისი, იცოდეს მისი განსაზღვრა. აქ აუცილებელია, კარგად იყოს გარკვეული განსაზღვრის ყველა სიტყვაში, ჰქონდეს მკაფიო ცოდნა ამ ცნების თვისებებისა, სიღრმისეულად უნდა წვდებოდეს ამ თვისებებს. ეს კი მიიღწევა მხოლოდ ამოცანების ამოხსნითა და სხვა სავარჯიშოთა შესრულებით.

2. **ამოცანები, რომლებიც ორიენტირებულია მათემატიკური სიმბოლიკის დაუფლებაზე.** მათემატიკის სწავლების ერთ-ერთი მიზანია, რომ მოსწავლე დაეუფლოს მათემატიკურ ენას. ამაზეა დამოკიდებული მათემატიკური მეტყველების განვითარება. მათემატიკური ენა აპირველესად მათემატიკურ სიმბოლიკას გულისხმობს. შესასწავლი სიმბოლიკის სწორი გამოყენების სწავლება შესაძლებელია ამოცანების ამოხსნისას მათი როლისა და დანიშნულების არსის გახსნის შემთხვევაში. მაგალითად:

სავარჯიშო. წაიკითხეთ გამოსახულებები, იპოვეთ მათი მნიშვნელობები, რა როლს თამაშობენ ფრჩხილები.? რომელ გამოსახულებებში არ ცვლის ფრჩხილები მოქმედებათა თანამიმდევრობას.

$15 + 27 \cdot 63 - 48$ $\quad\quad$ $(15 + 27) \cdot 63 - 48$

$(15 + 27 \cdot 63) - 48$ $\quad\quad$ $15 + (27 \cdot 63 - 48)$

$15 + 27 \cdot (63 - 48)$ $\quad\quad$ $(15 + 27) \cdot (63 - 48)$

შესასწავლი სიმბოლიკის დაუფლებაში არსებითი მნიშვნელობა აქვს ამოცანის პირობისა და ამოხსნის ჩანაწერში მათ სწორ გამოყენებას. მათემატიკურ ჩანაწერებში სიმბოლიკის გამოყენებისას წიგნიერება აუცილებელია. არ შეიძლება სწორად ჩაითვალოს ჩანაწერები: „*a* < 253-ით“, „5-ით <, ვიდრე ...“ და სხვ. პირველ შემთხვევაში უნდა ჩაეწერა: „*a* ნაკლებია, ვიდრე 25, 3-ით“ ან „*a* 3-ით ნაკლებია 25-ზე“ ან „*a* + 3 = 25“ ან „25 – 3 = *a*“. მეორე შემთხვევაში: „5-ით ნაკლები, ვიდრე ...“

სიმბოლიკის გამოყენებისას მკაცრად უნდა დავიცვათ წესები. მათემატიკური ენაც სამეტყველო ენაა და საჭიროებს ფაქიზ მოპყრობას. მასაც თავისი გრამატიკა აქვს.

3. ამოცანები, რომლებიც ორიენტირებულია დამტკიცების, არგუმენტირების, დასაბუთების ჩვევების ფორმირებაზე.

უმარტივესი ამოცანები, რომელთა ამოხსნითაც იწყება დასაბუთების, დამტკიცების მოთხოვნა, – ეს არის ამოცანა-კითხვები და ელემენტარული ამოცანები გამოკვლევაზე. ასეთი ამოცანების ამოხსნა მდგომარეობს კითხვაზე პასუხის ძიებაში და მისი ჭეშმარიტობის დამტკიცებაში.

ამოცანა-კითხვები, როგორც ზოგჯერ ამბობენ – კითხვა-ამოცანები, თავისი ამოხსნისათვის (ჭეშმარიტობის დადგენისათვის) თხოულობს მხოლოდ ერთი იმპლიკაციის დადგენას, მოცემულობიდან დამტკიცებამდე ერთ ლოგიკურ ნაბიჯს.

კითხვა-ამოცანების ამოხსნის მიზანია შესასწავლი ცნებებისა და მათ შორის კავშირების გაცნობიერება, დაზუსტება და კონკრეტიზაცია. ასეთი ამოცანები აუცილებელია, აგრეთვე, მათემატიკური სიმბოლიკის ათვისებისა და მათემატიკურ ენაში გარკვევა-ორიენტაციისათვის.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

ა) $5 > 3$. შესრულდება თუ არა აუცილებლად პირობა: $5 + 1 > 3$? რატომ?

ბ) $5 > 3$. შესრულდება თუ არა აუცილებლად პირობა: $5 > 3 - 1$? რატომ?

გ) შეიძლება თუ არა სამკუთხედს ჰქონდეს ორი მართი კუთხე? რატომ?

დ) ვთქვათ, $a \neq 0$, $b \neq 0$. ჭეშმარიტია თუ არა, რომ $a + b \neq 0$? რატომ?

და ა.შ.

მეორე, **განმავითარებლობითი როლი,** უაღრესად მნიშვნელოვანია. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა თხოულობს მრავალრიცხოვანი აზრითი უნარის გამოყენებას:

- მოცემული სიტუაციის გაანალიზება;
- მოცემულობისა და საძიებლის შეპირისპირება;
- უკვე ამოხსნილი და ახლა ამოსახსნელი ამოცანების შედარება-შეპირისპირება;
- მოცემული სიტუაციის ფარული თვისებების გამოვლენა;
- აზრითი ექსპერიმენტის ჩატარებით უმარტივესი მათემატიკური მოდელების კონსტრუირება;

- ამოცანის ამოხსნისათვის სასარგებლო ინფორმაციის სისტემატიზაციის საფუძველზე ამ ინფორმაციის გადარჩევა, მისი სინთეზირება;
- საკუთარი აზრების გაფორმება მოკლედ და მკაფიოდ ტექსტის სახით, სიმბოლიკურად, გრაფიკულად და ა.შ.
- ამოცანის ამოხსნის შედეგების ობიექტური შეფასება, მათი განზოგადება, გამოკვლევა
- და სხვ.

ზემონათქვამი მოწმობს, რომ ამოცანის ამოხსნის სწავლებისას აუცილებელია, მასწავლებელმა გაითვალისწინოს ფსიქოლოგიის თანამედროვე მიღწევები.

ფსიქოლოგიურმა კვლევამ დაადასტურა, რომ ერთი და იგივე კლასის სხვადასხვა მოსწავლეს ამოცანის აღქმის სხვადასხვა უნარი აქვს. მათემატიკისაკენ მიდრეკილი მოსწავლე აღიქვამს ამოცანის ერთეულად ელემენტებსაც, მისი ურთიერთდაკავშირებული ელემენტების კომპლექსსაც და ამ კომპლექსში ყოველი ელემენტის როლსაც. საშუალო მოსწავლე აღიქვამს მხოლოდ ცალკეულ ელემენტებს. ამიტომ ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას აუცილებელია მოსწავლეებთან ამოცანის ელემენტების ურთიერთკავშირებისა და მათ შორის მიმართებების სპეციალური ანალიზის ჩატარება. ამოცანის ამოხსნის დროს დიდ როლს თამაშობს მეხსიერება. მათემატიკისადმი მიდრეკილი მოსწავლის ინდივიდუალური მეხსიერება ინახავს არა მთელ ინფორმაციას, არამედ უპირატესად „განზოგადებულ ასოციაციებს“.

მათემატიკური ამოცანებისა და სხვა სავარჯიშოების ეფექტურობა მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია მოსწავლეთა შემოქმედებითი აქტივობის ხარისხზე ამ სავარ-

ჯიშოთა ამოხსნის პროცესში. ამოცანათა და სხვა სავარჯიშოთა ერთ-ერთი ძირითადი დანიშნულება იმაში მდგომარეობს, რომ გაკვეთილზე აქტივიზირებულ იქნას მოსწავლეთა აზრითი, გონებრივი მოქმედიანობა.

მათემატიკური ამოცანები მოწოდებულია იმისათვის, რომ, უპირველეს ყოვლისა, გააღვიძონ მოსწავლეთა აზრი, უბიძგონ მას მუშაობისაკენ, განვითარებისაკენ, სრულყოფისაკენ. როცა აზროვნების აქტივიზაციაზე ვლაპარაკობთ, არ უნდა დავივიწყოთ, რომ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეები არა მარტო აგებენ, გარდაქმნიან, იმახსოვრებენ ფორმულირებებს, არამედ ეჩვევიან მკაფიო აზროვნებას, მსჯელობებს, ფაქტების შედარებასა და შეპირისპირებას, მათში ზოგადისა და განმასხვავებლის პოვნას, სწორი დანასკვების კეთებას.

მესამეა **აღმზრდელობითი როლი.** ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის პროცესი მჭიდროდაა დაკავშირებული მოსწავლეთა აღზრდასთან. მათემატიკისადმი ინტერესის აღძვრას და განვითარებას ხელს უწყობს ამოხსნა ისეთი ამოცანებისა, რომლებიც პრობლემური სიტუაციების შემქმნელი ახალი მათემატიკური ცოდნის მატარებელნი არიან. ამასთან, მათემატიკისადმი ინტერესს აღძრავს სახალისო, გასართობი, ისტორიული ამოცანების ამოხსნაც.

მათემატიკური ამოცანების სწორად ორგანიზებული ამოხსნა ზრდის მოსწავლეებში გონებრივი შრომის ისეთ ჩვევებს, როგორიცაა: სიბეჯითე, ყურადღებიანობა, მობილიზებულობა. იზრდება და ვითარდება პასუხიმგებლობისა და მოვალეობის გრძნობა, ეჩვევიან აკურატულობას, ლაკონიურობას, სიზუსტეს მათემატიკურ მეტყველებაში.

§3. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგადი მეთოდები

ანალიზი და სინთეზი. ეს ორი მეთოდი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას ფართო გამოყენებას პოულობს. **ანალიზი** – ეს არის მსჯელობის მეთოდი საძიებელი სიდიდეებიდან მოცემულამდე. **სინთეზი** კი – მსჯელობის მეთოდი, რომელსაც მივყავართ მოცემული სიდიდეებიდან საძიებელ სიდიდეებამდე. ჩვეულებრივ, ეს ორი მეთოდი გამოიყენება ურთიერთკავშირში.

ანალიზი და სინთეზი პრაქტიკულად გამოყენებას პოულობს ყოველი სახის ამოცანების, ყოველი ცალკეული ამოცანის ამოხსნაში.

ეს მეთოდები ამოცანების ამოხსნის ყველაზე ზოგადი მეთოდებია, მათ გამოყენებაში არავითარი შეზღუდვა არა აქვთ. ანალიზისა და სინთეზის გამოყენების ნიმუშები ნაჩვენები იქნება ცალკე, ამ პარაგრაფის სხვა ქვეპარაგრაფში.

არსებობს ამოცანების ამოხსნის სხვა ზოგადი მეთოდებიც, მაგრამ მათ უფრო შემოსაზღვრული პრაქტიკული გამოყენება აქვთ.

ერთ-ერთი ასეთი მეთოდის სახელწოდებაა **„ამომწურავი სინჯვების მეთოდი“** მას **გადარჩევის მეთოდსაც** ეძახიან. ამ მეთოდის საფუძველია ყველა ლოგიკური შესაძლებლობის გამოვლენა და მათგან ისეთების გადარჩევა, რომლებიც ამოცანის პირობას აკმაყოფილებს. სხვა სიტყვებით, აქ ხდება ამოცანის ცნობილი კომპონენტების ანალიზი, მათ შორის შესაძლო კავშირების გამოვლენა და მათგან ისეთების შერ-

ჩევა, რომლებიც აუცილებელია ამოცანის ამოხსნის უზრუნველსაყოფად.

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ერთი ისტორიული ეპიზოდი (თანამედროვე ტერმინებში).

ჰყვებიან, რომ ერთხელ შერლოკ ჰოლმსის ძმისშვილი ჯეკი თხოვნით მივიდა გენიალურ გამომძიებელთან, – დახმარებოდა შემდეგი ამოცანის ამოხსნაში.

ამოცანა. იყიდეს რამდენიმე ერთნაირი წიგნი და ერთნაირი ალბომი. წიგნებში გადაიხადეს 10 ლარი და 56 თეთრი. რამდენი წიგნი იყიდეს, თუ ერთი წიგნის ფასი 1 ლარით მეტია ერთი ალბომის ფასზე, ხოლო წიგნი იყიდეს 6-ით მეტი, ვიდრე ალბომი?

შერლოკ ჰოლმსმა მოისმინა ამოცანის პირობა, მივიდა ფანჯარასთან, რამდენიმე წუთის შემდეგ ისევ მივიდა მაგიდასთან, ერთხანს მიაჩერდა ჭერს, შემდეგ თქვა: „იყიდეს 8 ცალი წიგნი“.

– როგორ მიხვდი? _ წამოიძახა განცვიფრებულმა ჯეკმა.

იგივე გაიმეორა იქვე მყოფმა მისტერ უოტსონმა.

– ეს ძალიან მარტივი იყო! – თქვა შერლოკ ჰოლმსმა. მე შევხედე, – განაგრძო მან, – სიტყვებს „წიგნი იყიდეს 6-ით მეტი, ვიდრე ალბომი“. მაშინვე გავიგე, რომ წიგნები იყიდეს არანაკლებ 7-ისა. იქიდან, რომ „ერთი წიგნის ფასი 1 ლარით მეტია ალბომის ფასზე“, მე გავაკეთე დასკვნა: ყოველი წიგნი ღირს 1 ლარზე მეტი, რადგანაც მათში გადაიხადეს 10 ლარი და 46 თეთრი და წიგნები იყიდეს არაუმეტეს 10-სა. ამგვარად, 10-ზე მეტი და 7-ზე ნაკლები რიცხვები ეჭვს გარეშეა. შევამოწმე საეჭვო რიცხვები 7, 8, 9, 10 და დავად-

გინე, რომ საძიებელი რიცხვი არის მხოლოდ 8. დანარჩენები 1056-ს არ ყოფენ.

გადარჩევის მეთოდი, რომლითაც ისარგებლა შერლოკ ჰოლმსმა, ეტყობა, ძალიან ძველია. მას დიდხანს თვლიდნენ მეორეხარისხოვან მეთოდად. ასეთი ამოხსნა ულამაზო ამოხსნად მიაჩნდათ, მაგრამ ბოლო წლებში მან სულ უფრო და უფრო მეტი გამოყენება ჰპოვა.

ამ მეთოდს იყენებს კომპიუტერი უამრავი ამოცანის ამოხსნისას.

მეორეა **დაყვანის მეთოდი,** რომელიც დაწყებით სკოლაში გამოყენებას ჰპოულობს ტექსტური ამოცანების ამოხსნაში არითმეტიკული ხერხებით. აქ საქმის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ მოცემული შედგენილი ამოცანა დაიყვანება მარტივ ამოცანებზე. ამისათვის გამოიყენება **ევრისტიკული რედუქცია.**

ამოცანების ამოხსნის მესამე ზოგად მეთოდს საფუძვლად უდევს **მოდელირება** (მათემატიკური და საგნობრივი). მოდელირების ცნება შემეცნების თეორიიდანაა აღებული და მასში პროცესი ან მოდელის ამგები სუბიექტის საქმიანობა იგულისხმება.

აგების საშუალებათა ხასიათის მიხედვით გამოყოფენ საგნობრივი მოდელების შემდეგ სახეებს:

- *მატერიალურს* (ნივთიერს, რეალურს).
- *სტატიკურს* (უძრავს).
- *დინამიკურს* (მოძრავს, მოქმედს).
- *იდეალურს* (სახეობრივს, ნიშნობრივს, აზრობრივს).

მოდელირებისათვის გამოიყენება სხვადასხვა მათემატიკური ობიექტი: რიცხვითი და ასოითი ფორმულები,

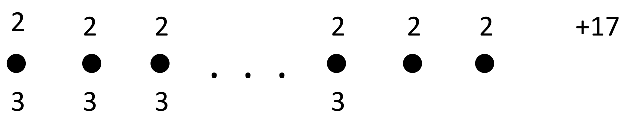
ცხრილები, განტოლებები, უტოლობები, მათი სისტემები, გეომეტრიული ფიგურები, გრაფსქემები, დიაგრამები, გრაფები და სხვ.

მათემატიკური მოდელირება გამოყენებას ჰპოულობს მრავალი ტექსტური ამოცანის ამოხნის დროს. მაგალითად, განტოლება ალგებრული მოდელია, ნახაზი – გეომეტრიული და სხვ. მაგრამ ხშირად უფრო ეფექტური გამოსაყენებელია საგნობრივი მოდელი.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

ამოცანა 1. თუ კლასში თითოეულ მოსწავლეს ორ-ორ კანფეტს დავურიგებთ, მაშინ 17 კანფეტი დაურიგებელი დარჩება. თუკი სამ-სამ კანფეტს დავურიგებთ, მაშინ ორი მოსწავლე უკანფეტოდ დაგვრჩება. სულ რამდენი კანფეტი იყო დასარიგებელი და რამდენი მოსწავლე იყო კლასში?

ამ ამოცანას მაღალ კლასებში ამოხსნიან ორი წრფივი განტოლების სისტემის შედგენით, მაგრამ მას ადვილად ამოხსნიან დაწყებით სკოლის მოსწავლეებიც, თუ გამოიყენებენ საგნობრივ მოდელს:



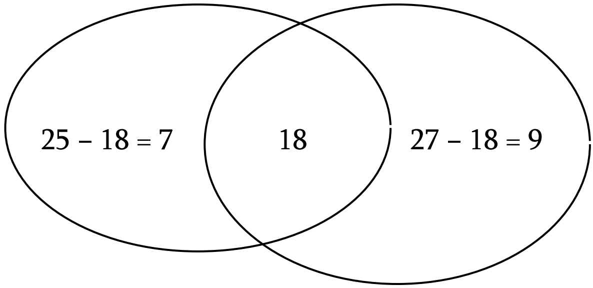
ნახ. 64

მოდელიდან ჩანს: იმ მოსწავლეებს, რომლებსაც ორ-ორი კანფეტი აქვთ, რომ ექნეთ სამ-სამი კანფეტი, უნდა დავურიგოთ დარჩენილი 17 კანფეტი და კიდევ 6 კანფეტი (ორ მოსწავლეს კანფეტი არ ეყო), ე. ი. დამატებით უნდა დარიგდეს 17 + 6 = 23 კანფეტი. აქედან გამომდინარე, – კლასში

ყოფილა 23 მოსწავლე, ხოლო კანფეტების რაოდენობა: $23 \cdot 2 + 17 = 63$, რაც იგივეა: $21 \cdot 3 = 63$.

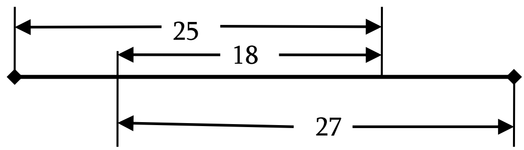
ამოცანა 2. კლასში ინგლისურს სწავლობს 25 მოსწავლე, ხოლო გერმანულს – 27. ამასთან, ორივე ენას ერთდროულად 18 მოსწავლე სწავლობს. რამდენი მოსწავლე სწავლობს კლასში ამ უცხო ენებს?

ამოცანის მოდელად გამოვიყენოთ ეილერ-ვეინის დიაგრამა. იგი უკეთ წარმოაჩენს საამოცანო სიტუაციას.



ნახ. 65

მოდელად შეიძლებოდა გამოგვეყენებინა მონაკვეთები:



ნახ. 66

ამოცანების **გარჩევისათვის** მიღებულია მსჯელობის განსაკუთრებული ხერხები.

ამოცანების ამოხსნის ანალიზური და სინთეზური მეთოდების საფუძველზე, ამოცანის ამოხსნის გზების ძიები-

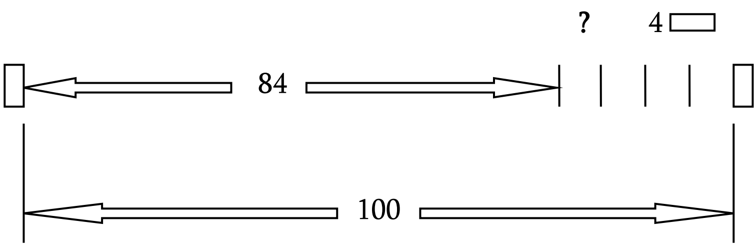
სას, გამოიყენება ამოცანის გარჩევის ორი ძირითადი ხერხი: ანალიზური (ანალიზი) და სინთეზური (სინთეზი). მაგრამ პრაქტიკაში ყველაზე ხშირად ამოცანის ანალიზურ-სინთეზურ გარჩევას მიმართავენ.

ამოცანის გარჩევა წარმოადგენს მსჯელობათა ჯაჭვს, რომელიც დამყარებულია ანალიზსა და სინთეზზე. ამიტომ ძალზე დიდი მნიშვნელობა აქვს მასწავლებლის მიერ კითხვების შერჩევის ოსტატობას, რადგანაც, ჯერ ერთი, არ შეიძლება ეს კითხვები იყოს „მისახვედრი“, „მოკარნახე“ და, მეორე, ამ კითხვებმა ამოცანის ამოხსნა უნდა წარმართონ გზების დამოუკიდებელი არჩევისაკენ.

ამოცანის გარჩევის ხერხების ილუსტრირება შემდეგი ამოცანის მაგალითზე მოვახდინოთ:

ამოცანა. ერთ დღეში ტურისტებმა 100 კილომეტრი გაიარეს. ამათგან, 84 კილომეტრი _ ავტობუსით, ხოლო დანარჩენი _ 4 საათის განმავლობაში განვლეს ფეხით. რამდენ კილომეტრს გადიოდნენ ტურისტები 1 საათში?

ამოცანის შინაარსის ანალიზის საფუძველზე შეგვიძლია შევადგინოთ მისი მოკლე ჩანაწერი, მაგალითად, ასეთი ნახაზის სახის სახით:



ნახ. 67

გარჩევები შეიძლება სამი მიმართულებით წარიმართოს:

1. გარჩევა კითხვიდან მოცემულობისკენ

_ რას გვეკითხება ამოცანა?

_ რამდენ კილომეტრს გადიოდნენ ტურისტები ერთ საათში.

_ რა უნდა ვიცოდეთ იმისათვის, რომ შევძლოთ ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა?

_ უნდა ვიცოდეთ მანძილი, რომელიც გაიარეს ტურისტებმა და დრო, რომელიც მათ დასჭირდათ ამ მანძილის გასავლელად.

_ შეგვიძლია თუ არა მოცემულობის მიხედვით გავიგოთ, რამდენ კილომეტრს გადიოდნენ ტურისტები ერთ საათში?

_ არ შეგვიძლია, რადგანაც ჩვენ არ ვიცით ის მანძილი, რომელიც მათ ფეხით გაიარეს.

_ მოცემულობის მიხედვით შეგვიძლია თუ არა გავიგოთ მანძილი, რომელიც მათ ფეხით გაიარეს?

_ შეგვიძლია.

_ რატომ ფიქრობთ, რომ შეგვიძლია?

_ იმიტომ, რომ ჩვენ ვიცით საერთო მანძილი და ის მანძილი, რომელიც მათ ფეხით გაიარეს.

ამის შემდეგ დაისახება ამოცანის ამოხსნის გეგმა (ნ. ქვემოთ).

ამოცანის გარჩევის სქემა იქმნება თანდათანობით, გარჩევის პროცესში.

2. გარჩევა მოცემულობიდან კითხვისკენ

_ შეარჩიეთ ამოცანის ორი მონაცემი, რომელთა საშუალებითაც შევძლებთ რაიმის გაგებას.

_ 100 კმ და 84 კმ.

_ რის გაგება შეგვიძლია ამ ორი მონაცემით?

_ მანძილის, რომელიც ტურისტებმა ფეხით გაიარეს.

_ ვთქვათ, გავიგეთ ეს მანძილი. რა არის ნათქვამი ამ მანძილის შესახებ ამოცანაში?

_ ნათქვამია, რომ იგი გაიარეს 4 საათის განმავლობაში.

_ რის გაგება შეიძლება, როცა ვიცით მანძილი და მის გასავლელად სჭირო დრო?

_ გზის ამ მონაკვეთზე მოძრაობის სიჩქარის.

_ სად შეიძლება ეს გამოვიყენოთ ამოცანის ამოხსნაში?

_ ამით ვუპასუხებთ ამოცანის კითხვას.

_ მაშასადამე, რას ვიპოვით ამით?

_ ვიპოვით ტურისტების ფეხით მოძრაობის სიჩქარეს.

ამის შემდეგ დაისახება ამოცანის ამოხსნის გეგმა (ნ. ქვემოთ).

3. კომბინირებული გარჩევა

_ რას გვეკითხება ამოცანა?

_ რამდენ კილომეტრს გადიოდნენ ტურისტები 1 საათში?

_ შეგვიძლია თუ არა, გავიგოთ ეს სიჩქარე?

_ არა!

_ რატომ?

_ იმიტომ, რომ არ ვიცით ფეხით გავლილი მანძილი.

_ ამოცანაში კიდევ არის მოცემული ორი რიცხვი, რომელი?

_ მთელი მანძილი _ 100 კმ და მანძილი, რომელიც ტურისტებმა ავტობუსით გაიარეს _ 84 კმ.

_ რის გაგება შეგვიძლია ამ მონაცემებით?

_ ტურისტების მიერ ფეხით გავლილი მანძილის.

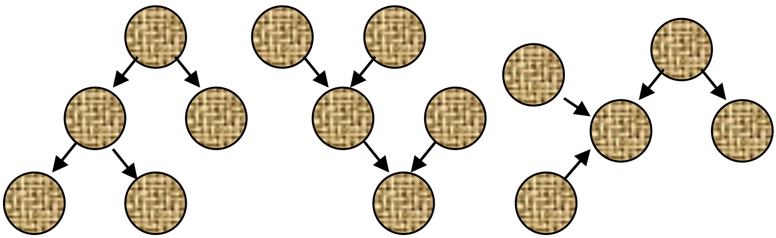
_ ჩვენ ეს გამოგვადგება?

_ დიახ, ჩვენ შევძლებთ ტურისტების მოძრაობის სიჩქარის პოვნას.

ამის შემდეგ დაისახება ამოცანის ამოხსნის გეგმა.

ამოცანის ამოხსნის გეგმისათვის შეიძლება ასეთი სახის მოდელები გამოვიყენოთ:

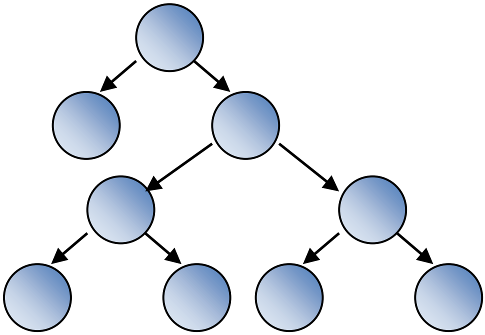
პირველისათვის მეორისათვის მესამისათვის



ნახ. 68

აქ სასარგებლოა შემდეგი სახის სავარჯიშოები:

1. მოცემულია **ამოცანა:** „ორი ქალაქიდან, რომელთა შორის მანძილია 1200 კმ, ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად გამოვიდა ორი მატარებელი. ერთი მათგანი ამ მანძილს გადის 20 საათში, მეორე კი _ 30 საათში. რამდენი საათის შემდეგ შეხვდებიან მატარებლები ერთმანეთს?“ განიხილეთ ამ ამოცანის გარჩევის სქემა და იფიქრეთ მის გარჩევაზე: კითხვიდან მოცემულობისკენ, მოცემულობიდან კითხვისკენ, კომბინირებული ხერხით. გარჩევის რომელი ხერხია თქვენი აზრით უფრო წარმატებული? როგორ ფიქრობთ, რაზეა დამოკიდებული ამოცანის გარჩევის ხერხის შერჩევა?

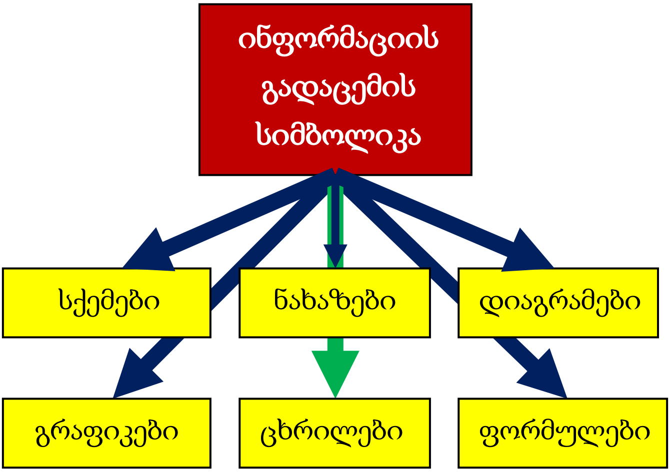


ნახ. 69

2. მოცემულია **ამოცანა:** „ერთ მაღაზიაში მოიტანეს ხილის 15 ყუთი, მეორეში _ 10 ასეთივე ყუთი. პირველ მაღაზიაში ხილი მოიტანეს 60 კილოგრამით მეტი, ვიდრე მეორეში. რამდენი კილოგრამი ხილი მოუტანიათ მეორე მაღაზიაში?“ გარჩევის სქემის გამოყენებით ჩაატარეთ ამოცანის გარჩევა სხვადასხვა ხერხით. შეარჩიეთ გარჩევის უკეთესი ხერხი. მიეცით გრაფიკული ილუსტრაცია.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ სწავლების პროცესში, როგორც ცნობილია, ინფორმაციის გადაცემის ფრიად ეფექტური ხერხია მხედველობითი. ეს იმითაა განპირობებული, რომ ფსიქოლოგიის მონაცემების მიხედვით მხედველობითი და სმენითი ინფორმაციების თანაფარდობა ფასდება როგორც 4:1, ეს იმას ნიშნავს, რომ ადამიანის ტვინში მიწოდებული მთელი ინფორმაციის 80% (ზოგიერთი გამოკვლევით _ მეტიც) გადის მხედველობითი არხით, და მხოლოდ 20% (ან ნაკლები) აღიქმება სმენის მეშვეპროცესში უდიდესი მნიშვნელობა აქვს ინფორმაციის გადაცემის გრა-

ფიკული ფორმის გამოყენებას. შესაბამისი სიმბოლიკა წარმოგვიდგება ნახაზით:



ნახ. 70

§4. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ორგანიზაცია

1. **ამოცანების ფრონტალური ამოხსნა.** ამოცანების ფრონტალური ამოხსნის ქვეშ გულისხმობენ ერთი და იგივე ამოცანის ამოხსნას კლასის ყველა მოსწავლის მიერ ერთ და იმავე დროში. ამოცანათა ფრონტალური ამოხსნის ორგანიზაცია შეიძლება სხვადასხვა იყოს.

ა) ზეპირი ფრონტალური მუშაობა. იგულისხმება ზეპირად შესრულებადი სავარჯიშოები გამოანგარიშებებში ან იგივურ გარდაქმნებში და კითხვა-ამოცანები, რომელთა პასუხების ჭეშმარიტობის დამტკიცება ხდება ზეპირად, დე-

დუქციური (ზოგჯერ – ინდუქციურიც) დასკვნების გაკეთების გზით. ასეთ მუშაობას დიდი მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს.

ბ) წერითი ფრონტალური მუშაობა. სწავლების პრაქტიკაში ხშირია შემთხვევა, როცა ერთსა და იმავე ამოცანას ხსნის კლასის ყველა მოსწავლე ერთდროულად და ამოცანის ამოხსნის ჩანაწერი კეთდება დაფაზე. ამასთან, დაფაზე ჩანაწერს ან მასწავლებელი აკეთებს, ან მოსწავლე. ხშირად ასეთი მუშაობა მიმდინარეობს შემდეგ შემთხვევებში:

- ახალი ცნებებისა და მეთოდების გაცნობისას.
- როცა ამოცანა დამოუკიდებლად მთელმა კლასმა ვერ დაძლია.
- როცა იხილება ერთი და იგივე ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ვარიანტი, ხდება უკეთესის შერჩევა.
- როცა ირჩევა შეცდომები, რომლებიც მრავალმა მოსწავლემ დაუშვა დამოუკიდებელი მუშაობის დროს.

გ) წერითი დამოუკიდებელი მუშაობა. ფრიად ეფექტურია ამოცანების ამოხსნის ისეთი ორგანიზაცია, რომლის დროსაც ბავშვები სწავლობენ შემოქმედებით ფიქრს, სხვადასხვა საკითხებში დამოუკიდებელ გარკვევას. გაკვეთილებზე მოსწავლეთა მიერ ამოცანის დამოუკიდებლად ამოხსნას მრავალი უპირატესობა აქვს.

- ამოცანების დამოუკიდებელი ამოხსნა ავითარებს მოსწავლეთა აზროვნებით მოქმედიანობას, ასტიმულირებს შემოქმედებით ინიციატივას.
- ამცირებს დროს, რომელიც მასწავლებელს ხშირად გამოკითხვაში ეხარჯება.

- მასწავლებელს ეძლევა საშუალება მოსწავლეთა დამოუკიდებელ მუშაობას მისცეს მიზანდასახული მიმართულება.

დ) მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის კომენტირება. ყველა მოსწავლე დამოუკიდებლად ხსნის ერთსა და იმავე მათემატიკურ ამოცანას, ერთი მათგანი კი თანამიმდევრობით ხსნის, განმარტავს (კომენტირებას უკეთებს) ამოხსნას. მოსწავლე-კომენტატორი ხსნის, რის საფუძველზე აკეთებს იგი ამა თუ იმ მოქმედებას, რით ამართლებს ამა თუ იმ ნაბიჯებს ამოხსნაში და ა.შ.

2. **ამოცანების ინდივიდუალური ამოხსნა.** ფრონტალური მუშაობა ყოველთვის არ იძლევა სასურველ შედეგს. ფრონტალური მუშაობის დროს ყველა მოსწავლე ხსნის ერთ ამოცანას. ეს კი ყველასათვის არ შეიძლება ერთნაირად საინტერესო იყოს. ზოგი მოსწავლე ადვილად ძლევს დაბრკოლებას, ზოგი – ძნელად. ამის გამო, აუცილებლობას წარმოადგენს მოსწავლეთა ინდივიდუალური თავისებურებების გათვალისწინება, მასთან დაკავშირებით – ამოცანების ინდივიდუალური შერჩევა. ამოცანების შერჩევა და სისტემატიზაცია ისეა საჭირო, რომ ერთის მხრივ, გათვალისწინებული იყოს მოსწავლეთა ინდივიდუალური შესაძლებლობები და უნარები, მეორეს მხრივ, შეიქმნას ამ უნარების განვითარების პირობები.

ამოცანების ამოხსნაში მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობის ინდივიდუალიზაცია მათი ძალებისა და შესაძლებლობების მიხედვით – სუსტებს აძლევს საშუალებას, დაეუფლონ აუცილებელ უნარ-ჩვევებს, ძლიერებს კი – მნიშვნელოვანწილად სრულყონ ისინი.

3. სასწავლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნაში ფრიად მნიშვნელოვანია **დასკვნითი ეტაპი.** იგი გულისხმობს შესრულებული ამოხსნის გააზრება-გაცნობიერებას, ფორმულირებას და ამოხსნას იმ ამოცანებისა (თუ ეს აღმოჩნდება შესაძლებელი), რომლებიც აშკარადაა დაკავშირებული პირველთან და – დასკვნების გაკეთებას იმის შესახებ, თუ როგორ მოიძებნება და შესრულდება ამოხსნა.

§5. შეკრება-გამოკლებაზე მარტივი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა

ამოცანას ეწოდება მარტივი, თუ მისი ამოხსნისათვის საჭიროა ერთი არითმეტიკული მოქმედების შესრულება.

რადგანაც დაწყებით კლასებში შეისწავლება ოთხი არითმეტიკული მოქმედება, ამიტომ, ბუნებრივია, მარტივი ამოცანებიც ოთხ ჯგუფად დაიყოფა. მაგრამ, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, რიცხვთა შეკრება-გამოკლება, შემდეგ კი გამრავლება-გაყოფა, ისწავლება ერთდროულად, ერთმანეთთან შერწყმულად, ურთიერთშედარებისა და შეპირისპირების გზით. ამის გამო, სწავლების პროცესში, მარტივი ამოცანები შეკრებასა და გამოკლებაზე, აგრეთვე, გამრავლებასა და გაყოფაზე, ერთმანეთისაგან გამოყოფილი არ არის. მარტივი ამოცანები ისწავლება დაწყებითი სკოლის ყველა კლასში, მაგრამ, როგორც ახალი მასალა, ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოსახსნელად საჭიროა შეკრების ან გამოკლების შესრულება, შეისწავლება პირველ-მეორე კლასებში; ამოცანები გამრავლებასა და გაყოფაზე კი განიხილება ძირითადად მესამე კლასში.

უპირველეს ყოვლისა, უნდა აღინიშნოს, რომ მეტად საჭიროა იმთავითვე მოსწავლეთა კარგი გარკვევა ამოცანისა და მისი ამოხსნის სტრუქტურულ აგებულებაში. როგორც უკვე ითქვა, ამოცანის ძირითადი ნაწილებია **პირობა** და **კითხვა**. ამ ნაწილებს განსაზღვრავს ამოცანის ტექსტი, სიუჟეტი. მაგრამ ამოცანა და მისი ამოხსნა უნდა განიხილებოდეს როგორც ერთი მთლიანი, ლოგიკურად დასრულებული მთელი. ამის გამო, გვაქვს ამოცანის ოთხი ძირითადი ნაწილი: **პირობა, კითხვა, ამოხსნა** და **პასუხი**. ამ ნაწილების გამოყოფა და დასახელება მოსწავლეს კარგად უნდა შეეძლოს პირველი კლასიდანვე.

ორი რიცხვის შეკრება, თავისი კონკრეტული აზრით, ორი სიმრავლის ელემენტების გაერთიანებას ეფუძნება და ამ კონკრეტული აზრიდან გამომდინარე, შემდგომ, შეკრების ცნება დაწყებით სკოლაში უფრო განზოგადებულად ისწავლება. ასევეა გამოკლების ცნებაც. ამ ოპერაციის კონკრეტული აზრი დაფუძნებულია სიმრავლიდან მისი წესიერი ნაწილის ჩამოცილებაზე, მაგრამ, როგორც ვთქვით, დაწყებით სკოლაში გამოკლება სხვა აზრითაც განიხილება. ამის გამო, გვაქვს მარტივ ამოცანათა სხვადასხვა სახე.

1. ამოცანა რიცხვისათვის რიცხვის მიმატების შედეგის პოვნაზე. დაწყებით სკოლაში მარტივი ამოცანების ამოხსნის სწავლება ამ სახის ამოცანათა განხილვით იწყება. აქ მოცემულია დინამიკური, მოძრაობის სიტუაცია, აშკარად ჩანს, რომ ერთ რიცხვს ემატება მეორე, თანაც, თვალსაჩინოდ ჩანს ისიც, რომ მოცემული რიცხვი მიმატებით დიდდება (იზრდება) და იზრდება იმდენი ერთეულით, რამდენი ერთეულიც ემატება მას. განვიხილოთ მაგალითი:

ხის ტოტზე იჯდა 9 ჩიტი. კიდევ მოფრინდა 3. რამდენი ჩიტი ზის ტოტზე? ან კიდევ: მედიკოს ჰქონდა 12 რვეული, ნიკამ მას კიდევ მისცა 4 რვეული. რამდენი რვეული აქვს მედიკოს?

ამოცანის ტექსტის გაანალიზების შემდეგ პირველი ამოცანა მოკლედ შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$\left.\begin{array}{c}\text{იჯდა} - 9 \text{ ჩიტი} \\ \text{მოფრინდა} - 3 \text{ ჩიტი}\end{array}\right\} x \text{ ჩიტი}$$

მაგრამ მეთოდიკური თვალსაზრისით უმჯობესია მისი სხვანაირად ჩაწერა:

იჯდა – 9 ჩიტი
მოფრინდა – 3 ჩიტი
ზის – x ჩიტი, ან: გახდა x ჩიტი.

ასეთი ჩაწერა უმჯობესია იმიტომ, რომ ეს ამოცანა ეფუძნება მიმატების (და არა შეკრების) კონკრეტულ აზრს და უპირისპირდება ამოცანის სტრუქტურას სქემით:

იყო – გაფრინდა – დარჩა.

2. ამოცანა ორი რიცხვის ჯამის პოვნაზე. ეს ამოცანა ხსნის შეკრების კონკრეტულ აზრს და ეფუძნება ორი არათანამკვეთი სიმრავლის გაერთიანების ოპერაციას.

მოვიყვანოთ მაგალითი: ლევანმა მდინარეში 7 თევზი დაიჭირა, გიამ კი – 4. რამდენი თევზი დაუჭერია ორივეს ერთად? ამ ამოცანის მოკლე ჩანაწერი შემდეგი იქნება:

$$\left.\begin{array}{r}\text{ლევანმა} \; - \; 7 \text{ თევზი} \\ \text{გიამ} \; - \; 4 \text{ თევზი}\end{array}\right\} x \text{ თევზი}$$

მოკლე ჩანაწერის მიმართ საჭიროა გავაკეთოთ რამდენიმე შენიშვნა.

1) ასო x გამოიყენება მას შემდეგ, რაც სახელმძღვანელო შემოიტანს მას. მანამდე შეიძლება მის ნაცვლად გამოყენებულ იქნას კითხვის ნიშანი (?), ან პატარა კვადრატი და მისთ.

2) მათემატიკაში ყოველ სიმბოლოს თავისი ზუსტი დანიშნულება აქვს. თავისი კონკრეტული შინაარსი გააჩნია ამოცანის მოკლე ჩანაწერში ფიგურულ ფრჩხილსაც. იგი ნიშნავს: „ორივეს ერთად“. ფიგურული ფრჩხილი გვიჩვენებს, რომ x არის 7-ისა და 4-ის ჯამი. ამის გამო, ფიგურული ფრჩხილის შეცვლა მონაკვეთით ან სხვა რომელიმე აღნიშვნით მიზანშეწონილი არ არის.

3) როგორც ამოცანის მოკლე ჩანაწერიდან ჩანს, სახელდება (თევზი) უწერია სამივე რიცხვს. - x ისათვის სახელდება რომ არ მიგვეწერა, მაშინ x სახელდებული რიცხვი იქნებოდა. ეს შინაარსობრივად დასაშვებია, მაგრამ ტოლობა: $x = 7 + 4$ იქნებოდა არასწორი, რადგანაც სახელდებული რიცხვი არ შეიძლება უდრიდეს განყენებული რიცხვების ჯამს. ამ შემთხვევაში სწორი იქნებოდა ტოლობა: $x = 7$ თევზი + 4 თევზი, მაგრამ ასეთი ჩანაწერი, როგორც ქვემოთ დავინახავთ, რიცხვით ფორმულაში არ გამოიყენება. ამასთან, x-ის ნაცვლად კითხვის ნიშანი რომ დაგვესვა, მას სახელდება არ მიეწერობდა, რადგანაც x ცვლის საძიებელ

რიცხვს, კითხვის ნიშანი კი – მთელ კითხვას. ე. ი. ამოცანის მოკლე ჩანაწერში სახელდება ეწერება ან ყველა რიცხვს ან არც ერთს.

ზემოთ მოცემული ამოცანის მოკლე ჩანაწერი შეიძლება შესრულდეს შემდეგნაირადაც:

$$\left.\begin{array}{c}\boxed{7}\\ \boxed{4}\end{array}\right\}\boxed{x} \quad \text{ან} \quad \left.\begin{array}{c}\mathrm{I}-7\\ \mathrm{II}-4\end{array}\right\}x$$

საბოლოოდ ამოცანის ამოხსნის ჩანაწერს ექნება შემდეგი სახე:

$$\left.\begin{array}{rcl}\text{ლევანმა} & - & 7\ \text{თევზი}\\ \text{გიამ} & - & 4\ \text{თევზი}\end{array}\right\} x\ \text{თევზი}$$

$x = 7 + 4,$

$x = 11.$

პასუხი: დაუჭერიათ 11 თევზი.

ამ ამოცანის ამოხსნა შეიძლება რიცხვითი ფორმულის, ან გამოსახულების გარეშეც:

7 + 4 = 11.

პ ა ს უ ხ ი : დაუჭერიათ 11 თევზი.

3. ამოცანა რიცხვის გადადებაზე რამდენიმე ერთეულით. შეკრების სწავლების დროს ყურადღება უნდა გამახვილდეს იმაზე, რომ, თუ რიცხვს ემატება რომელიმე რიცხვი, მაშინ მოცემული რიცხვი დიდდება (იზრდება). მხოლოდ ამის შემდეგ უნდა მიექცეს ყურადღება იმ ფაქტს, რომ რიცხვი იზრდება იმდენი ერთეულით, რამდენი ერთეუ-

ლიც ემატება მას. ეს ყოველივე არაცხადად ჩანდა პირველი სახის ამოცანებში, მაშასადამე, მესამე სახის ამოცანები, ერთი მხრივ, პირველი სახის ამოცანებთანაა დაკავშირებული, მაგრამ, მეორეს მხრივ, მათ დამოუკიდებლობაც გააჩნია, რადგანაც უკავშირდება ორი რიცხვის სხვაობით შედარებას. მოვიყვანოთ მაგალითი:

ფიქრიამ 15 რვეული იყიდა, ლელამ კი 2-ით მეტი. რამდენი რვეული უყიდია ლელას?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერს ამოხსნასთან ერთად ექნება სახე:

ფიქრიამ _ 15 რვ.

ლელამ _ x რვ., 2-ით მეტი

$x = 15 + 2$

$x = 17.$

პ ა ს უ ხ ი : უყიდია 17 რვეული.

ან:

ფიქრიამ _ 15 რვ.

ლელამ _ x რვ., 2-ით მეტი

$15 + 2 = 17$

პ ა ს უ ხ ი : უყიდია 17 რვეული.

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი შეიძლება გაკეთდეს ისრის გარეშეც, სახელდობრ:

ფიქრიამ – 15 რვ.

ლელამ – x რვ., 2-ით მეტი, ვიდრე ფიქრიამ.

მაგრამ ისრის გამოყენება უფრო მიზანშეწონილად უნდა ჩაითვალოს, რადგანაც ამ შემთხვევაში ამოცანის სიუჟეტის

ლოგიკური სტრუქტურა გამოხატულია გრაფიკულად და თვალსაჩინოების თვალსაზრისით მეტად ეფექტურია.

ყურადღებას იქცევს პასუხის ფორმულირება. შეიძლებოდა არ დაგვეწერა სიტყვა "უყიდია", მაგრამ, საერთოდ, კარგი იქნება, პასუხში გამეორდეს ამოცანის კითხვის ძირითადი სიტყვა.

4. ამოცანა რიცხვიდან რიცხვის გამოკლების შედეგის პოვნაზე. ამ სახის ამოცანები იხსნება პირველი სახის ამოცანების ამოხსნის პარალელურად. აქ მთავარია მოხდეს ამ ორი სახის ამოცანების შედარება-შეპირისპირება. სხვა სიტყვებით, უნდა მოხდეს ორი ურთიერთშებრუნებული ოპერაციის შეპირისპირება:

1. იყო – მიემატა – გახდა;
2. იყო – მოაკლდა – დარჩა.

მოვიყვანოთ მაგალითი.

თამაზს ჰქონდა 6 წითელი ფანქარი. მან 2 ფანქარი თავის პატარა დაიკოს მისცა. რამდენი ფანქარი დარჩა თამაზს?

მოსწავლეთა ყურადღება უნდა გამახვილდეს იმაზე, რომ ამოცანაში არის სამი ძირითადი სიტყვა: ჰქონდა, მისცა, დარჩა. დანარჩენი სიტყვები მეორეხარისხოვანია. მაშასადამე, ამოცანის მოკლე ჩანაწერი ამოხსნასთან ერთად იქნება შემდეგი:

ჰქონდა – 6 ფანქ.
მისცა – 2 ფანქ.
დარჩა – x ფანქ.
$x = 6 - 2$,
$x = 4$.
პ ა ს უ ხ ი : დარჩა 4 ფანქარი.

ან:

ჰქონდა – 6 ფანქ.

მისცა – 2 ფანქ.

დარჩა – x ფანქ.

$6 – 2 = 4$.

პ ა ს უ ხ ი : დარჩა 4 ფანქარი.

5. ამოცანა ორი რიცხვის სხვაობის მოძებნაზე (სხვაობით შედარებაზე). მოვიყვანოთ მაგალითი.

ლელამ სასწავლო ნივთებში დახარჯა 45 ლარი, ლაშამ კი 36 ლარი. რამდენით მეტი დახარჯა ლელამ?

აღსანიშნავია, რომ ამ ამოცანაში კითხვა შეიძლება დაისვას სხვანაირად: 1. რამდენით ნაკლები დახარჯა ლაშამ? 2. ვინ დახარჯა მეტი და რამდენით? 3. ვინ დახარჯა ნაკლები და რამდენით? მთავარი ისაა, რომ აქ ორი რიცხვი შედარებულია ერთმანეთთან და არა – მხოლოდ ერთი რიცხვი მეორესთან. ამის გამო, ამოცანის მოკლე ჩანაწერში შედარებისათვის გამოყენებულ ისარს უნდა ჰქონდეს ორი მხარე:

ლელამ _ 45 ლარი

x -ით

ლაშამ _ 36 ლარი

$z = 45 – 36$

$x = 9$.

პასუხი: ლელამ დახარჯა 9 ლარით მეტი.

პასუხის დაწერა შეიძლება შემოკლებულდაც: 9-ით მეტი.

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი მიზანშეწონილია, ზოგჯერ მიეცეს სხვანაირადაც. მაგალითად, ამ შემთხვევაში შეიძლება ასეთი ჩანაწერიც:

ლელამ _ 45 ლარი

ლაშამ _ 36 ლარი, x-ით

მსგავსი ჩანაწერების მოსწავლეთათვის შეხსენება საჭირო იქნება შებრუნებული ამოცანების განხილვის დროს.

6. ამოცანა რიცხვის შემცირებაზე რამდენიმე ერთეულით. ეს ამოცანა მესამე სახის ამოცანებს უპირისპირდება. მოვიყვანოთ მაგალითი:

მაღაზიაში მოიტანეს 12 ყუთი მანდარინი და 3 ყუთით ნაკლები ლიმონი. რამდენი ყუთი ლიმონი მოუტანიათ მაღაზიაში?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი მესამე სახის ამოცანების მოკლე ჩანაწერების ანალოგიურია:

მანდარინი _ 12 ყუთი

ლიმონი _ x ყუთი, 3-ით

$x = 12 - 36$

$x = 9.$

პასუხი: 9.

შებრუნებული ამოცანები. ყოველი სახის მარტივ ამოცანას გააჩნია ორი შებრუნებული ამოცანა იმის გამო, რომ ყოველ არითმეტიკულ მოქმედებაში მონაწილეობს სამი რიცხვი, რომელთაგან ორი ყოველთვის ცნობილია, ერთი – საძიებელი. უფრო სწორად, ყოველ არითმეტიკულ მოქმედებაზე არსებობს სამი ამოცანა, რომელთაგან ყოველი ორი ურთიერთშებრუნებულია.

მარტივი ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესში ისწავლება შებრუნებული ამოცანების ამოხსნაც. უფრო მეტიც,

შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა გამოიყენება როგორც პირდაპირი ამოცანის ამოხსნის შემოწმება. ასე, რომ დაწყებით კლასებში ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ამოხსნა ისწავლება ერთმანეთის პარალელურად, ერთმანეთან მჭიდრო კავშირში, შედარებისა და შეპირისპირების მეთოდის გამოყენებით.

განვიხილოთ ურთიერთშებრუნებული ამოცანები, მარტივ ამოცანათა ზემოთ მოცემული სახეების მიხედვით.

1. ხის ტოტზე იჯდა 9 ჩიტი. კიდევ მოფრინდა 3. რამდენი ჩიტი ზის ტოტზე?

1.ა. ხის ტოტზე იჯდა 9 ჩიტი. რამდენი ჩიტი მოფრენილა, თუ ახლა ზის 12 ჩიტი?

1.ბ. ხის ტოტზე იჯდა რამდენიმე ჩიტი. კიდევ მოფრინდა 3, გახდა 12 ჩიტი. რამდენი ჩიტი იჯდა ხეზე?

2. ლევანმა მდინარეში 7 თევზი დაიჭირა, გიამ კი – 4. რამდენი თევზი დაუჭერია ორივეს ერთად?

2.ა. ლევანმა მდინარეში 7 თევზი დაიჭირა, რამდენი თევზი დაუჭერია გიას, თუ ლევანმა და გიამ ერთად დაიჭირეს 11 თევზი?

2.ბ. ლევანმა და გიამ ერთად დაიჭირეს 11 თევზი. რამდენი თევზი დაუჭერია ლევანს, თუ გიამ დიაჭირა 4 თევზი?

3. ფიქრიამ 15 რვეული იყიდა, ლელამ კი 2-ით მეტი. რამდენი რვეული უყიდია ლელას?

3.ა. ლელამ 17 რვეული იყიდა, რამდენი რვეული უყიდია ფიქრიას, თუ ლელამ იყიდა 2-ით მეტი?

3.ბ. ფიქრიამ 15 რვეული იყიდა. ლელმა კი – 17. რამდენით მეტი უყიდია ფიქრიას?

4. თამაზს ჰქონდა 6 წითელი ფანქარი. მან 2 ფანქარი თავის პატარა დაიკოს მისცა. რამდენი ფანქარი დარჩა თამაზს?

4.ა. თამაზს ჰქონდა 6 წითელი ფანქარი. რამდენი ფანქარი მიუცია თამაზს პატარა დისთვის, თუ მას დარჩა 4 ფანქარი?

4.ბ. თამაზს ჰქონდა რამდენიმე წითელი ფანქარი. მან თავის პატარა დაიკოს მისცა 2 ფანქარი, რის შემდეგაც დარჩა 4 ფანქარი. რამდენი ფანქარი ჰქონია თამაზს?

5. ლელამ სასწავლო ნივთებში დახარჯა 45 ლარი. ლაშამ კი – 36 ლარი. რამდენით მეტი დახარჯა ლელამ?

5.ა. ლელამ სასწავლო ნივთებში დახარჯა 45 ლარი. რამდენი ლარი დახარჯა ლაშამ, თუ ლელამ დახარჯა 9 ლარით მეტი?

5.ბ. ლაშამ სასწავლო ნივთებში დახარჯა 36 ლარი. რამდენი ლარი დახარჯა ლელამ, თუ მან დახარჯა 9 ლარით მეტი?

6. მაღაზიაში მოიტანეს 12 ყუთი მანდარინი და 3 ყუთით ნაკლები ლიმონი. რამდენი ყუთი ლიმონი მოუტანიათ მაღაზიაში?

6.ა. მაღაზიაში მოიტანეს რამდენიმე ყუთი მანდარინი და 9 ყუთი ლიმონი. რამდენი ყუთი მანდარინი მოუტანიათ, თუ ლიმონი მოიტანეს 3 ყუთით ნაკლები?

6.ბ. მაღაზიაში მოიტანეს 12 ყუთი მანდარინი და 9 ყუთი ლიმონი. რამდენით ნაკლები ლიმონი მოუტანიათ?

ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ამოხსნის დროს განსაკუთრებული ყურადღებაა მისაქცევი სხვადასხვა სახის ამოცანების მსგავსება-განსხვავებაზე. შედარება-შეპირისპი-

რება უმჯობესია მოხდეს ამოცანათა მოკლე ჩანაწერების მიხედვით.

მოვიყვანოთ ზემოთ მოცემული ურთიერთშებრუნებუ-ლი ამოცანების მოკლე ჩანაწერები ერთმანეთთან შეპირის-პირებით.

1

იჯდა – 9 ჩიტი
მოფრინდა – 3 ჩიტი
ზის – x ჩიტი

1ა

იჯდა – 9 ჩიტი
მოფრინდა – x ჩიტი
ზის –12 ჩიტი

1ბ

იჯდა – x ჩიტი
მოფრინდა – 3 ჩიტი
ზის –12 ჩიტი

2

$$\left.\begin{array}{r}\text{ლევანმა – 7 თევზი}\\ \text{გიამ – 4 თევზი}\end{array}\right\} x \text{ – თევზი}$$

2 ა

$$\left.\begin{array}{r}\text{ლევანმა – 7 თევზი}\\ \text{გიამ – } x \text{ თევზი}\end{array}\right\} 11 \text{ თევზი}$$

2 ბ

$$\left.\begin{array}{r}\text{ლევანმა – } x \text{ თევზი}\\ \text{გიამ – 4 თევზი}\end{array}\right\} 11 \text{ თევზი}$$

3

ფიქრიამ – 15 რვ.
ლელამ – x რვ., 2-ით მეტი

3 ა

ფიქრიამ – x რვ.
ლელამ – 17 რვ., 2-ით მეტი

3 ბ

ფიქრიამ – 15 რვ.
ლელამ – 17 რვ., x -ით მეტი

4

ჰქონდა – 6 ფანქ.

მისცა – 2 ფანქ.

დარჩა – x ფანქ.

4 ა

ჰქონდა – 6 ფანქ.

მისცა – x ფანქ.

დარჩა – 4 ფანქ.

4 ბ

ჰქონდა – x ფანქ.

მისცა – 2 ფანქ.

დარჩა – 4 ფანქ.

5

ლელამ – 45 ლარი

x –ით

ლაშამ – 36 ლარი

5 ა

ლელამ – 45 ლარი

9 –ით

ლაშამ – x ლარი

5 ბ

ლელამ – x ლარი

9 –ით

ლაშამ – 36 ლარი

6

მანდ. – 12 ყუთი

ლიმ. – x ყუთი, 3-ით ნაკლ.

6 ა

მანდ. – x ყუთი

ლიმ. – 9 ყუთი, 3-ით ნაკლ.

6 ბ

მანდ. – 12 ყუთი

ლიმ. – 9 ყუთი, x -ით ნაკლ.

სწავლების პროცესში განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს მესამე და მეექვსე სამეულების კავშირი მეხუთე სამეულთან (იხ. სქემა).

ამოცანები ირიბი ფორმით. ჩვეულებრივ, ამოცანაში მოცემული სიტყვა „მეტი“ მიუთითებს შეკრების ოპერაციის შესრულებაზე. სიტყვა „ნაკლები“ კი – გამოკლების შესრულებაზე. ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ზემოთ მოცემული სქემის **3 ა** და **6 ა** შემთხვევებში სიტყვები „მეტი“ და „ნაკლები“ არ მიუთითებს შესაბამისად შეკრებასა და გამოკლებაზე. შემთხვევაში **3 ა** მოცემულია სიტყვა „მეტი“, მაგრამ ამოცანა იხსნება გამოკლებით. შემთხვევაში **6 ა** კი მოცემულია სიტყვა „ნაკლები“, მაგრამ ამოცანა იხსნება შეკრების შესრულებით. ასეთ ამოცანებს ეწოდება ირიბი ფორმით ჩამოყალიბებული ამოცანები, ან მოკლედ – ამოცანები ირიბი ფორმით. განვიხილოთ ამოცანა:

მოსწავლეებმა მიწის ერთ ნაკვეთზე დარგეს ხეხილის 30 ნერგი, რაც 5-ით მეტია მეორე ნაკვეთზე დარგული ნერგების რაოდენობაზე. რამდენი ნერგი დარგეს მოსწავლეებმა მეორე ნაკვეთზე?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერს აქვს სახე:

I _ 30 ნერგი, 5-ით მეტი

II _ x ნერგი

მსგავსი ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლეთა დასაყრდენი უნდა იყოს იმისი ცოდნა, რომ, თუ ერთი რიცხვი მეტია მეორეზე, მაშინ მეორე რიცხვი ნაკლებია პირველზე.

ამასთან, ერთი რიცხვი რამდენითაც მეტია მეორეზე, იმდენით ნაკლებია მეორე რიცხვი პირველზე.

ამ ცოდნის საფუძველზე მოსწავლე უნდა გადავიყვანოთ ამოცანის ირიბი ფორმიდან პირდაპირ ფორმაზე. ზემოთ მოცემული ამოცანის შემთხვევაში მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: ამოცანაში ლაპარაკია ორ რიცხვზე _ პირველი და მეორე ნაკვეთებზე დარგული ნერგების რაოდენობებზე. პირველი ვიცით (30), მეორე არ ვიცით (x). რადგანაც 30 არის x-ზე 5-ით მეტი, ამიტომ x არის 30-ზე 5-ით ნაკლები, ე. ი. მოკლე ჩანაწერი მიიღებს სახეს:

I _ 30 ნერგი

II _ x ნერგი, 5-ით ნაკლები

საბოლოოდ ამოცანის ჩანაწერი დაფაზე (ან რვეულებში) ასეთი იქნება:

I _ 30 ნერგი, 5-ით მეტი

II _ x ნერგი

I _ 30 ნერგი

II _ x ნერგი, 5-ით ნაკლები

$x = 30 - 5,$

$x = 25.$

პ ა ს უ ხ ი : დაურგავთ 25 ნერგი.

შემდგომში, როცა მოსწავლეები კარგად მიეჩვევიან ირიბიდან პიდაპირ ფორმაზე გადასვლას, ზემოთ მოცემულ ჩანაწერში საჭირო არ იქნება პირდაპირი ფორმა. მოსწავლეები ამ გადასვლას მოახდენენ ზეპირად.

მარტივი ამოცანების შედგენის სწავლება მიმდინარეობს ამოხსნის პარალელურად, მასთან ორგანულ კავშირში. ამოცანის ამოხსნისა და შედგენის სწავლების ერთმანეთისაგან განცალკევება არ ივარგებს. მათი ერთდროული სწავლება კი სრულიად განაპირობებს მოსწავლის მიერ ამოცანათა სახეებისა და ყოველი სახის ამოცანის სტრუქტურის შეგნებულ აღქმას, აამაღლებს მათ შემეცნებით აქტივობას, განუვითარებს აზროვნებას.

მარტივი ამოცანის შედგენის სწავლების დროს აუცილებელია, მასწავლებელმა ყურადღება მიაქციოს შემდეგ გარემოებას: სასკოლო პრაქტიკაში ხშირად კმაყოფილდებიან ერთი სახის ამოცანის შედგენით. პრაქტიკაში ძალზე ხშირად ადგენენ მხოლოდ შემდეგი სახის ამოცანას: თემურს ჰქონდა 15 ფანქარი, ლიას კი – 3. რამდენი ფანქარი ჰქონდა ორივეს ერთად? ეს არასწორი მიდგომაა საკითხისადმი. როგორც უკვე ვთქვით, გაკვეთილზე რიცხვითი გამოსახულების მიხედვით უნდა შედგეს ისეთი სახის ამოცანები, როგორი სახის ამოცანების ამოხსნაცა აქვთ ნასწავლი ბავშვებს. მაგალითად, ვთქვათ, მოცემულია რიცხვითი გამოსახულება $18 - 6$, ან რიცხვითი ფორმულა $x = 18 - 6$. შესადგენია ამოცანა. თუ ამ დროს ისწავლება გამოკლება, მაშინ მასწავლებლის ძირითადი მიზანი უნდა იყოს ამოცანის შედგენის სწავლება სქემით: იყო – მოაკლდა – დარჩა. თუკი ისწავლება რიცხვის შემცირება რამდენიმე ერთეულით, მაშინ ძირითადი მიზანი იქნება შესაბამისი სახის მარტივი ამოცანის შედგენა. იგივე ეხება ორი რიცხვის სხვაობითი შედარების შემთხვევასაც. ზემოთ ნაჩვენებ ყოველ შემთხვევაში გაკვეთილზე ძირითადი მიზანი უპირველესად უნდა

შესრულდეს, მაგრამ სხვა სახის ამოცნებიც უნდა შედგეს (თუკი ეს სახეები ბავშვებს ნასწავლი აქვთ). ხშირად მოსწავლეს ჰგონია, რომ ორი ერთნაირი სიუჟეტის მქონე ამოცანა სხვადასხვა სახისაა, თუ ერთი ეხება ჩიტებს, მეორე – კურდღლებს. ეს რომ ასე არ მოხდეს, სწორედ იმიტომაა საჭირო, მასწავლებელმა ერთ გაკვეთილზე მოახდინოს სხვადასხვა სახის მარტივი ამოცანების შედარება-შეპირისპირება მათი შედგენის პროცესში.

§6. გამრავლება-გაყოფაზე მარტივი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა

მათემატიკის დაწყებით კურსში გამრავლება-გაყოფაზე, როგორც შეკრებისა და გამოკლების შემთხვევებში, გვაქვს მარტივი ამოცანების სხვადასხვა სახე. განვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე (ნუმერაცია გრძელდება).

7. ამოცანა ორი რიცხვის ნამრავლის პოვნაზე. ამ სახის ამოცანა გამოხატავს გამრავლების კონკრეტულ აზრს (რომ გამრავლება არის ტოლ შესაკრებთა შეკრება) და ეფუძნება ტოლი რიცხობრიობების მქონე წყვილ-წყვილად არათანამკვეთი სიმრავლეების გაერთიანებას. განვიხილოთ ამოცანა:

მოსწავლეებმა ოთხ მწკრივად დარგეს ვაშლი ნერგები, თითო მწკრივში – 12 ნერგი. რამდენი ნერგი დაურგავთ მოსწავლეებს?

მსგავსი ამოცანების მოკლე ჩანაწერი ვერ შედგება ისე მოხდენილად, როგორც ეს შეკრება-გამოკლების შემთხვევებში გვქონდა. საერთოდ, ამოცანის მოკლედ ჩაწერა მიზანშეწონილად ჩაითვლება მაშინ, თუ ეს მოკლე ჩანაწერი ლა-

კონიურია და ზუსტად გადმოგვცემს ამოცანის სიუჟეტს, იზომორფულად გამოხატავს მის ლოგიკურ სტრუქტურას. ამოცანის მოკლე ჩანაწერის მიხედვით უნდა შეიძლებოდეს ამოცანის პირობისა და კითხვის (ე. ი. მთელი ტექსტის) აღდგენა. ამ მოთხოვნებს ვერ აკმაყოფილებს მეშვიდე სახის ამოცანის ვერცერთნაირი მოკლე ჩანაწერი. ამის გამო, ეს მოკლე ჩანაწერი, უმჯობესია, საერთოდ არ გაკეთდეს. ე.ი. მეშვიდე სახის ამოცანა დამუშავდება ზეპირად, წერილობით კი გადმოიცემა მხოლოდ ამოხსნა და პასუხი:

$$x = 12 \cdot 4,$$

$$x = 48.$$

პასუხი: დაურგავთ 48 ნერგი.

ან:

$$12 \cdot 4 = 48.$$

პასუხი: დაურგავთ 48 ნერგი.

თუ დავეყრდნობით გამრავლების იმ შინაარსს, რომელზედაც ლაპარაკი გვქონდა ზემოთ, მაშინ დიდი საზომი ერთეულიდან მცირე საზომ ერთეულზე გადასვლა გამოიხატება მწკრივებიდან ნერგებზე გადასვლაში და ამ გადასვლის მოდელი იქნება **4·12.**

შედეგად მივიღებთ: 4 .12 = 12 + 12 + 12 + 12 = 48.

8. ამოცანა რიცხვის გადიდებაზე რამდენჯერმე. მიწის ერთ ნაკვეთზე 36 ც კარტოფილი აიღეს, მეორეზე კი – 2-ჯერ მეტი. რამდენი ცენტნერი კარტოფილი აუღიათ მეორე ნაკვეთზე?

სტრუქტურულად ეს ამოცანა რიცხვის რამდენიმე ერთეულით გადიდებაზე ამოცანის ანალოგიურია. დაფაზე და

მოსწავლეთა რვეულებში ამოცანის და მისი ამოხსნის ჩანაწერს ექნება სახე:

I _ 36 ც

II _ x ც, 2-ჯერ მეტი

$x = 36 \cdot 2$

$x = 72.$

პ ა ს უ ხ ი : აუღიათ 72 ც კარტოფილი.

ამოხსნის ჩაწერა, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, შეიძლება x-ის გამოყენების გარეშეც: $36 \cdot 2 = 72$.

9. ამოცანა რიცხვის ტოლ ნაწილებად დაყოფაზე. როგორც ზემოთ ვთქვით, გაყოფის მოქმედების კონკრეტული აზრია რიცხვის ტოლ ნაწილებად დაყოფა და შემცველობითი გაყოფა. მეცხრე სახის ამოცანა პირველ მათგანს გამოხატავს. მოვიყვანოთ მაგალითი:

მასწავლებელმა 15 რვეული თანაბრად დაუნაწილა 5 მოსწავლეს. რამდენი რვეული ერგო თითოს?

არც ამ სახის ამოცანის მოკლე ჩანაწერი აკმაყოფილებს იმ მოთხოვნებს, რაზედაც ლაპარაკი გვქონდა მეშვიდე სახის ამოცანებთან დაკავშირებით. ამიტომ ამოხსნის ჩანაწერს ექნება სახე:

$x = 15 : 5,$

$x = 3.$

პ ა ს უ ხ ი : ერგო 3 რვეული.

ან:

$15 : 5 = 3.$

პ ა ს უ ხ ი : ერგო 3 რვეული.

10. ამოცანა შემცველობით გაყოფაზე. მოსწავლემ იყიდა 16 ლარის რვეულები, ცალი 2 ლარად. რამდენი რვეული უყიდია მოსწავლეს?

მსგავსი ამოცანების მოკლე ჩანაწერზეც იგივე ითქმის, ამიტომ ამოცანის ამოხსნის ჩანაწერი იქნება შემდეგი:

$$x = 16 : 2,$$

$$x = 8.$$

პ ა ს უ ხ ი : უყიდია 8 რვეული.

როგორც ზემოთ, ამ შემთხვევაშიც, ამოხსნა შეიძლება მოქმედების უშუალო შესრულებით.

11. ამოცანა ორი რიცხვის ჯერად შედარებაზე. მაღაზიაში მოიტანეს 16 ტომარა შაქარი და 8 ტომარა ბრინჯი. რამდენჯერ მეტი მოუტანიათ შაქარი?

ცხადია, რომ ამოცანის მოკლე ჩანაწერსა და ამოხსნას ექნება სახე:

შაქარი _ 16 ტომარა x-ჯერ
ბრინჯი _ 16 ტომარა

$$x = 16 : 8,$$

$$x = 2.$$

პ ა ს უ ხ ი : 2-ჯერ მეტი.

12. ამოცანა რიცხვის შემცირებაზე რამდენჯერმე. ლიკამ ამოხსნა 24 ამოცანა, ნიკამ კი 3-ჯერ ნაკლები. რამდენი ამოცანა ამოუხსნია ნიკას?

ამოხსნის მოკლე ჩანაწერი ამოხსნასთან ერთად გაფორმდება შემდეგნაირად:

ლიკამ _ 24 ამოცანა
ნიკამ _ x ამოცანა, 3-ჯერ ნაკლები

$$x = 24 : 3,$$
$$x = 8.$$

პ ა ს უ ხ ი : ამოუხსნია 8 ამოცანა.

აუცილებელია მოსწავლეთა ყურადღების გამახვილება იმაზე, რომ თითოეულ არითმეტიკულ მოქმედებაზე ამოცანების ყველა სახეს ერთნაირი ამოხსნა აქვს, მაგრამ განსხვავება მათ კონკრეტულ შინაარსში მდგომარეობს.

გამრავლება-გაყოფაზე ზემოთ მოცემულ მარტივ ამოცანებთან ერთად დაწყებით სკოლაში იხსნება, აგრეთვე, მათი შებრუნებული ამოცანები. როგორც შეკრება-გამოკლების შემთხვევებში გვქონდა, აქაც შ ე ბ რ უ ნ ე ბ უ ლ ი ამოცანების ამოხსნა გამოიყენება, აგრეთვე, პირდაპირი მარტივი ამოცანების ამოხსნის შემოწმებისათვის.

მოგვყავს შებრუნებული ამოცანები მარტივ ამოცანათა ზემოთ მოცემული სახეების მიხედვით.

7. მოსწავლეებმა ოთხ მწკრივად დარგეს ვაშლის ნერგები, თითო მწკრივში – 12 ნერგი. რამდენი ნერგი დაურგავს მოსწავლეებს?

7.ა. მოსწავლეებმა ოთხ მწკრივად დარგეს ვაშლის ნერგები. სულ დარგეს 48 ნერგი. რამდენი ნერგი დაურგავთ თითო მწკრივში?

7.ბ. მოსწავლეებმა მწკრივებში დარგეს ვაშლის ნერგები, თითო მწკრივში – 12 ნერგი. რამდენ მწკრივში დაურგავთ ნერგები, თუ სულ დარგეს 48 ნერგი?

8. მიწის ერთ ნაკვეთზე 36 ცენტნერი კარტოფილი აიღეს, მეორეზე კი – 2-ჯერ მეტი. რამდენი ცენტნერი კარტოფილი აუღიათ მეორე ნაკვეთზე?

8.ა. მიწის ერთ ნაკვეთზე აიღეს რამდენიმე ცენტნერი კარტოფილი, მეორეზე კი – 72 ცენტნერი. რამდენი ცენტნერი კარტოფილი აუღიათ პირველ ნაკვეთზე, თუ მეორე ნაკვეთზე აღებული იყო 2-ჯერ მეტი?

8.ბ. მიწის ერთ ნაკვეთზე 36 ც კარტოფილი აიღეს, მეორეზე კი – 72 ც. რამდენჯერ მეტი აუღიათ მეორე ნაკვეთზე?

9. მასწავლებელმა 15 რვეული თანაბრად დაუნაწილა 5 მოსწავლეს. რამდენი რვეული ერგო თითოს?

9.ა. მასწავლებელმა 5 მოსწავლეს თანაბრად დაურიგა რვეულები. რამდენი რვეული დაუნაწილებია მასწავლებელს, თუ თითო მოსწავლეს ერგო 3 რვეული?

9.ბ. მასწავლებელმა 15 რვეული თანაბრად დაუნაწილა მოსწავლეებს. რამდენი მოსწავლისათვის დაურიგებია რვეულები მასწავლებელს, თუ თითო მოსწავლეს ერგო 3 რვეული?

10. მოსწავლემ იყიდა 16 ლარის რვეულები, ცალი 2 ლარად. რამდენი რვეული უყიდია მოსწავლეს?

10.ა. მოსწავლემ იყიდა 16 ლარის რვეულები. რა ღირებულა 1 ცალი რვეული, თუ სულ იყიდა 8 ცალი?

10.ბ. მოსწავლემ იყიდა რვეულები, ცალი 2 ლარად. რამდენი ლარის რვეულები უყიდია მას, თუ სულ იყიდა 8 ცალი?

11. მაღაზიაში მოიტანეს 16 ტომარა შაქარი და 8 ტომარა ბრინჯი. რამდენჯერ მეტი მოუტანიათ შაქარი?

11.ა. მაღაზიაში მოიტანეს 16 ტომარა შაქარი და რამდენიმე ტომარა ბრინჯი. რამდენი ტომარა ბრინჯი მოუტანიათ, თუ შაქარი იყო 2-ჯერ მეტი?

11. ბ. მაღაზიაში მოიტანეს რამდენიმე ტომარა შაქარი და 8 ტომარა ბრინჯი. რამდენი ტომარა შაქარი მოუტანიათ, თუ იგი იყო ბრინჯზე 2-ჯერ მეტი?

12. გიომ ამოხსნა 24 ამოცანა, ნიკამ კი 3-ჯერ ნაკლები. რამდენი ამოცანა ამოუხსნია ნიკას?

12.ა. ჯეკომ ამოხსნა 8 ამოცანა. რამდენი ამოცანა ამოუხსნია გიოს, თუ ჯეკომ ამოხსნა 3-ჯერ ნაკლები?

12.ბ. გიომ ამოხსნა 24 ამოცანა, ჯეკომ კი 8. რამდენჯერ ნაკლები ამოუხსნია ჯეკოს?

ზემოთ მოცემული ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ამოხსნა და შედგენა უნდა მოხდეს ერთმანეთთან შედარება-შეპირისპირების ნიადაგზე. ეს ხშირ შემთხვევაში უმჯობესია გაკეთდეს ამ ამოცანების მოკლე ჩანაწერების მიხედვით, რადგანაც აქ ამოცანის სტრუქტურა უკეთესად ჩანს. მოვიყვანოთ ეს მოკლე ჩანაწერები.

8

I – 36 ც.

II – x ც, 2-ჯერ მეტი

8 ა

I – x ც.

II – 72 ც, 2-ჯერ მეტი

8 ბ

I – 36 ც.

II – 72 ც, x -ჯერ მეტი

11

შაქარი – 16 ტომ.

ბრინჯი – 8 ტომ.

x -ჯერ

11 ა

შაქარი – x ტომ.

ბრინჯი – 8 ტომ.

2-ჯერ

11 ბ

შაქარი – 16 ტომ.
ბრინჯი – x ტომ. 2-ჯერ

12

გიომ – 24 ამოც.
ჯეკომ – x ამოც, 3-ჯერ ნაკლ.

12 ა

გიომ – x ამოც.
ჯეკომ – 8 ამოც, 3-ჯერ ნაკლ.

12 ბ

გიომ – 24 ამოც.
ჯეკომ – 8 ამოც, x -ჯერ ნაკლ.

სქემაში მეშვიდე, მეცხრე და მეათე სახეების ურთიერთშებრუნებული ამოცანების მოკლე ჩანაწერები არ მოგვყავს. მართალია, ამ ამოცანების მოკლე ჩანაწერები მრავალ მეთოდიკურ სახელმძღვანელოში გვხვდება, მაგრამ, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ეს ჩანაწერები კომპაქტური არ არის, ბევრს არაფერს იძლევა და ჩვენ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოსწავლეები არ გადავტვირთოთ ამ ჩანაწერებით. ასეთი ამოცანების განხილვა უმჯობესია მოხდეს ზეპირად. ამ საკითხთან დაკავშირებით.

აღსანიშნავია, რომ ურთიერთშებრუნებული ამოცანების განხილვის დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს მერვე და მეთორმეტე სახის სამეულთა კავშირს მეთერთმეტე სახის სამეულთან (იხ. სქემა).

ი რ ი ბ ი ფ ო რ მ ი თ მოცემული ამოცანების შესახებ აქ იგივე ითქმის, რაც შეკრება-გამოკლების შემთხვევაში გვქონდა.

რიცხვითი გამოსახულების, ან რიცხვითი ფორმულის მიხედვით მარტივი ამოცანების შედგენა, როგორც ვთქვით, ამოხსნის პარალელურად ისწავლება. შეკრება-გამოკლების შემთხვევების ანალოგიურად აქაც შედგება იმდენი სახის ამოცანა, რამდენი სახის ამოცანის ამოხსნაც ისწავლება.

§7. არატიპური სახის შედგენილი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა.

ამოცანას ეწოდება **შედგენილი,** თუ მისი ამოხსნისათვის საჭიროა ერთზე მეტი არითმეტიკული მოქმედების შესრულება.

შედგენილი ამოცანების ამოხსნის სწავლების დაწყებას სჭირდება გარკვეული მომზადება. მთავარია, მოსწავლეებმა კარგად გაიგონ, როგორ ხდება ერთმოქმედებიანი ამოცანებიდან ორმოქმედებიან ამოცანებზე გადასვლა.

მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები აითვისებენ მარტივ ამოცანებში პირობისა და კითხვის, აგრეთვე, საძიებელი და მოცემული რიცხვების გამოყოფას, მიიღებენ მარტივი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის პირველ ჩვევებს, მაშინ საჭიროა სასწავლო პროცესში თანდათანობით ჩაერთოს ისეთი მარტივი ამოცანების ამოხსნა, რომელთაც გაგრძელება გააჩნია. სხვა სიტყვებით, უნდა ამოიხსნას მარტივი ამოცანების ისეთი წყვილები, სადაც ერთი ამოცანა წარმოადგენს მეორის გაგრძელებას. მაგალითად:

ლელამ ხეზე მოწყვიტა 6 ვაშლი, 2 თავის პატარა ძმას მისცა. რამდენი ვაშლი დარჩა ლელას?

ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი განაგრძობს: შემდეგ ლელამ აკრიფა ხიდან ჩამოვარდნილი 3 ვაშლი, რამდენი ვაშლი აქვს ლელას? მეორე ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი აერთიანებს ამ ორ ამოცანას:

ლელამ ხეზე მოწყვიტა 6 ვაშლი, 2 თავის პატარა ძმას მისცა. შემდეგ ლელამ აკრიფა ხიდან ჩამოვარდნილი 3 ვაშლი. რამდენი ვაშლი აქვს ლელას?

ამ ამოცანის ამოხსნა ჯერ დაფაზე უნდა დაიწეროს, შემდეგ რვეულებში შემდეგი სახით:

1) 6 - 2 = 4 (ვაშ.)
2) 4 + 3 = 7 (ვაშ.)

იგივე ამოცანა კარგია მიეცეს მოსწავლეებს სხვა ფორმულირებითაც: ლელამ ხეზე მოწყვიტა 6 ვაშლი და მიწაზე აკრიფა ჩამოვარდნილი 3 ვაშლი. 2 ვაშლი მისცა თავის პატარა ძმას. რამდენი ვაშლი აქვს ლელას?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერს ამოხსნასთან ერთად ასეთი სახე ექნება:

ჰქონდა – 6 ვაშ. და 3 ვაშ.,
მისცა – 2 ვაშ.
დარჩა – x ვაშ.

1) 6 + 3 = 9 (ვაშ.)
2) 9 – 2 = 7 (ვაშ.).

პ ა ს უ ხ ი : დარჩა 7 ვაშლი.

უნდა მოხდეს ორივე ამოცანის ამოხსნის შედარება-შეპირისპირება.

ამის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა მიეცეს იმავე ამოცანის ამოხსნა რიცხვითი ფორმულის ან რიცხვითი გამოსახულების შედგენის საშუალებით:

ჰქონდა – 6 ვაშ. და 3 ვაშ.

მისცა – 2 ვაშ.

დარჩა – x ვაშ.

$x = (6 + 3) - 2,$

$x = 7.$

პ ა ს უ ხ ი : დარჩა 7 ვაშლი.

ან:

ჰქონდა – 6 ვაშ. და 3 ვაშ.

მისცა – 2 ვაშ.

დარჩა – x ვაშ.

$(6 + 3) - 2 = 7.$

პ ა ს უ ხ ი : დარჩა 7 ვაშლი.

რიცხვითი ფორმულის ან გამოსახულების მიცემა იმითაა კარგი, რომ აქ უკეთ აითვისებს მოსწავლე ყოველი მოქმედების კონკრეტულ შინაარს ერთმანეთთან ურთიერთკავშირში.

შემდგომ ეტაპზე მასწავლებელი სთავაზობს მოსწავლეებს მარტივ ამოცანათა წყვილებს, ისინი ადგენენ შედგენილ ამოცანებს. მაგალითად: 1) თემურმა იყიდა 5 ცალხაზიანი და 8 უჯრედიანი რვეული. რამდენი რვეული უყიდია თემურს? 2) თემურმა იყიდა 13 ცალი რვეული. 6 რვეული მან მისცა ეკას. რამდენი რვეული დარჩა თემურს? ან კიდევ: 1) ხეს ესხა 16 ცალი ვაშლი. 7 ცალი ქარმა ჩამოაგდო. რამდენი ცალი ვაშლი დარჩა ხეზე? 2) ხეს ესხა 9 ცალი ვაშლი. 4 ცალი

მოწყვიტა ლევანმა. რამდენი ცალი ვაშლი დარჩა ხეზე? და მისთ.

ბავშვებმა, აგრეთვე, უნდა ისწავლონ ორმოქმედებიანი შედგენილი ამოცანის დაშლა ორ მარტივ ამოცანად.

პირველ ხანებში მოსწავლეებს უნდა მიეცეს ისეთი ორმოქმედებიანი შედგენილი ამოცანები, სადაც მოცემული რიცხვების რაოდენობა არის არა ორი, არამედ სამი. ამ შემთხვევაში მოსწავლეები უკეთ დაინახავენ მოქმედებათა თანამიმდევრობას. ასეთი ამოცანის დაშლა მარტივ ამოცანებად უფრო ადვილიცაა. ამოცანათა სიუჟეტი, პირველ ხანებში, მარტივი უნდა იყოს. ბავშვების ყურადღების მობილიზება მოქმედებათა თანამიმდევრობამ და მათმა შესრულებამ უნდა მოახდინოს. რთული სიუჟეტი კი ამ ყურადღებას დააბნევს, გაფანტავს.

მესამე ეტაპზე განიხილება ისეთი ორმოქმედებიანი ამოცანები, სადაც პირობაში მოცემული რიცხვების რაოდენობა არის ორი და შესასრულებელი მოქმედებანი – სხვადასხვა. მაგალითად: პირველ კლასში 28 მოსწავლეა, მეორეში - 30-ით ნაკლები. რამდენი მოსწავლეა ორივე კლასში ერთად? ამ ამოცანის მოკლე ჩანაწერი

I – 28 მოსწ. ←
II – ?, 3-ით ნაკლები } x მოსწ.

იძლევა საშუალებას, გაიგონ მოსწავლეებმა, რომ, თურმე, ზოგჯერ ორმოქმედებიანი ამოცანა შეიძლება მივიღოთ ერთმოქმედებიანი ამოცანისაგან კითხვის შეცვლით.

მეოთხე ეტაპზე იხსნება ისეთი ორმოქმედებიანი ამოცანები, სადაც მოცემულია ორი რიცხვი და შესასრულებელი მოქმედება ერთნაირია. მაგალითად: პირველ კლასში 28 მოსწავლეა. მეორეში კი – 3-ით მეტი. რამდენი მოსწავლეა ორივე კლასში ერთად?

განსაკუთრებით უნდა მიექცეს ყურადღება იმას, რომ ორი შესასრულებელი მოქმედებიდან ერთი ძირითადია, მეორე – შუალედური. ამასთან, ძირითადია ის მოქმედება, რომელიც ამოცანის კითხვაზე იძლევა პასუხს. იგი მოქმედებათა შესრულების თანამიმდევრობაში წარმოადგენს ბოლო მოქმედებას. ამასთან დაკავშირებით, საძიებელ რიცხვებს შორის გვაქვს ძირითადი საძიებელი რიცხვი (ამოცანის პასუხი) და შუალედური საძიებელი რიცხვი. ამოცანის მოკლე ჩანაწერში ძირითადი საძიებელი რიცხვი აღინიშნება x-ით, შუალედური კი – კითხვის ნიშნით.

აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ შედგენილი ამოცანების სწავლების დროს მიზანშეწონილი არ არის ერთნაირი ტიპის ამოცანებზე დიდხანს შეჩერება. ამოცანათა სახეები უნდა იცვლებოდეს. წინააღმდეგ შემთხვევაში, როგორც ფსიქოლოგიური გამოკვლევებიდან ჩანს, მოსწავლის აზროვნება ნაკლებად ვითარდება.

გარდა ამისა, ხაზი გვინდა გავუსვათ, რომ საერთოდ, ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის ჩვევების გამომუშავებას მოსწავლეებში მრავალი ფაქტორი უწყობს ხელს. მათ შორის შემოქმედებითი ხასიათის სავარჯიშოები, რომლებსაც ეკუთვნის ამაღლებული სირთულის ამოცანების ამოხსნა, ამოცანების ამოხსნა სხვადასხვა ხერხით, ნაკლული და ზედ-

მეტი მონაცემების მქონე ამოცანების ამოხსნა, ამოცანათა გარდაქმნა და ა.შ.

არატიპური სახის შედგენილი ამოცანების ამოხსნის საკითხები. ორმოქმედებიანი ამოცანებიდან ორზე მეტმოქმედებიან შედგენილ ამოცანებზე გადასვლა ძნელი არ არის. ასეთი სახის ამოცანების ამოხსნისადმი, სწავლების პროცესში, უნდა განხორციელდეს ერთნაირი მიდგომა.

უპირველეს ყოვლისა, უნდა იქნას შესწავლილი ამოცანის პირობა. ეს იმას ნიშნავს, რომ დადგინდეს: რომელია საძიებელი რიცხვი, რომელია მოცემული რიცხვები, რა კავშირია მოცემულ რიცხვებს შორის, რა კავშირია მოცემულ და საძიებელ რიცხვებს შორის. მოსწავლემ კარგად უნდა წარმოიდგინოს ის ცხოვრებისეული სიტუაცია, რომელიც აღწერილია ამოცანაში; აშკარად უნდა დაინახოს მიმართებანი მოცემულ და საძიებელ რიცხვებს შორის. ის უნდა გაერკვეს ამოცანის სტრუქტურაში. ამაში დიდი დახმარების გამწევია ამოცანის მოკლე ჩანაწერი იმ შემთხვევაში, თუ ამოცანა მოკლედ იწერება. მოკლე ჩანაწერის მიხედვით უნდა შეიძლებოდეს ამოცანის ტექსტის წაკითხვა. და ეს წაკითხვა უნდა შეძლოს იმ მოსწავლემაც, რომელსაც ამოცანა არ წაუკითხავს და რომლის თვალწინ არც მოკლე ჩანაწერი შესრულებულა. ყველა ამოცანა მოკლედ არ ჩაიწერება. ზოგიერთ შემთხვევაში მოკლე ჩანაწერის ნაცვლად შედგება დიაგრამა, ნახაზი და მისთ.

შემდეგ იწყება ამოხსნის გეგმის შედგენაზე მუშაობა. მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა:

მაღაზიაში 8 ყუთით მოიტანეს მანდარინი, თითოში 23 კგ და 7 ყუთით ფორთოხალი, თითოში 25 კგ. რომელი მოი-

ტანეს მეტი და რამდენით? ამოცანის მოკლე ჩანაწერი შეიძლება ასეთი იყოს:

მანდარინი _ 8 ყუთი, თითოში 23 კგ
ფორთოხალი _ 7 ყუთი, თითოში 25 კგ
x კგ-ით

მაგრამ უმჯობესია შემდეგი ჩანაწერი:

მანდარინი _ 23·8 კგ
ფორთოხალი _ 25·7 კგ
x კგ-ით

პირველ ხანებში უნდა გაკეთდეს პირველი მოკლე ჩანაწერი, რადგანაც იგი ამოცანის ტექსტის უშუალო შემოკლებაა. მეორე ჩანაწერის შედგენა მოითხოვს მოსწავლეთა აზროვნების უფრო მაღალ დონეს. ეს კი სწავლების შემდგომ ეტაპს განეკუთვნება. ოდნავ განსხვავებულ სახეს მიიღებს მოკლე ჩანაწერი, თუ გამრავლების ცნების მიმართ გამოვიყენებთ სხვა მიდგომას.

ამოცანის პირობის შესწავლისა და მოკლე ჩანაწერის გაკეთების შემდეგ ამოხსნის გეგმის შედგენის პროცესი შეიძლება წარიმართოს ორი გზით, რომლებიც შეიძლება დაახლოებით ასე წარმოვიდგინოთ:

1. ვიცით, რომ მანდარინი მოიტანეს 8 ყუთით, თითო ყუთში იყო 28 კგ. რისი გაგება შეგვიძლია? (რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს).

ვიცით, რომ ფორთოხალი მოიტანეს 7 ყუთით, თითო ყუთში იყო 25 კგ. რისი გაგება შეგვიძლია? (რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოიტანეს).

ვიცით, რომ მანდარინი მოიტანეს 23 · 8 კგ. ფორთოხალი მოიტანეს 25 · 7 კგ. რისი გაგება შეგვიძლია? (რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით).

ბოლო პასუხი ცალსახა არ არის. მოსწავლემ ასეთი პასუხი რომ გასცეს, მან ორიენტაცია უნდა აიღოს ამოცანის კითხვაზე.

ამოცანის ამოხსნის გეგმა უკვე მზად არის. გეგმის შედგენის ამ გზას უწოდებენ **სინთეზურს** (სვლა ცნობილიდან უცნობისაკენ).

2. რას გვეკითხება ამოცანა? (რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით).

რომ გავიგოთ, რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით, ამისათვის რა უნდა ვიცოდეთ? (რამდენი კილოგრამი მოიტანეს მანდარინი და რამდენი – ფორთოხალი).

ვიცით რამდენი კილოგრამი მოიტანეს მანდარინი? (არ ვიცით).

რომ გავიგოთ, რამდენი კილოგრამი მოიტანეს მანდარინი, ამისათვის რა უნდა ვიცოდეთ? (რამდენი ყუთით მოიტანეს მანდარინი და ყუთში რამდენი კილოგრამი იყო).

ვიცით რამდენი ყუთით მოიტანეს მანდარინი და ყუთში რამდენი კილოგრამი იყო? (ვიცით).

ვიცით რამდენი კილოგრამი მოიტანეს ფორთოხალი? (არ ვიცით).

რომ გავიგოთ, რამდენი კილოგრამი მოიტანეს ფორთოხალი, ამისათვის რა უნდა ვიცოდეთ? (რამდენი ყუთით მოიტანეს ფორთოხალი და ყუთში რამდენი კილოგრამი იყო).

ვიცით რამდენი ყუთით მოიტანეს ფორთოხალი და ყუთში რამდენი კილოგრამი იყო? (ვიცით).

მაშ, რა უნდა გავიგოთ პირველად? (რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მაღაზიაში).

მეორედ? (რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოიტანეს მაღაზიაში).

მესამედ? (რომელი მოუტანიათ მეტი და რამდენით).

ამოცანის ამოხსნის გეგმა უკვე მზად არის:

1) რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მაღაზიაში?

2) რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოიტანეს მაღაზიაში?

3) რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით?

ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენის ამ გზას უწოდებენ **ანალიზურს** (სვლა უცნობიდან ცნობილისაკენ). მაგრამ ამ გზაზე, როცა ამოხსნის გეგმის ჩამოყალიბება დაიწყო, მაშინ სინთეზი შემოიჭრა. ამიტომ ამ მეორე გზას , ანუ ხერხს, ჰქვია ამოხსნის ანალიზურ-სინთეზური ხერხი. ანალიზურ-სინთეზური ხერხის გამოყენების დროს მოსწავლეთა ყველა პასუხი ცალსახაა, თანაც, ამოხსნის ძიების ყოველი ნაბიჯი მოსწავლითათვის ცხადია. ამოხსნის გეგმის შედგენისას, გზადაგზა, ხდება სათანადო მოქმედებების შერჩევა.

ამოცანების ამოხსნის უმეტეს შემთხვევაში გამოიყენება **ანალიზურ-სინთეზური** ხერხი, მაგრამ ზოგჯერ მხოლოდ სინთეზურ ხერხსაც მიმართავენ.

ანალიზური ხერხის გამოყენების საწყისებს ბავშვები ჯერ კიდევ მარტივი ამოცანების ამოხსნის დროს უნდა მიე-

ჩვიონ. ამისთვის საჭიროა განხილულ იქნას შემდეგი სახის სავარჯიშოები:

1. თემურს 5 რვეული აქვს. რამდენი რვეული აქვს თემურსა და ნიკას ერთად? (ვერ გავიგებთ). რა აკლია ამოცანას? (რამდენი რვეული აქვს ნიკას). ე.ი. რა უნდა ვიცოდეთ, რომ გავიგოთ, რამდენი რვეული აქვს თემურას და ნიკას ერთად? (უნდა ვიცოდეთ, რამდენი რვეული აქვს თემურს და რამდენი – ნიკას).

2. ეკამ იყიდა რვეულები. რამდენი თეთრი დარჩა მას ? (ვერ გავიგებთ). რა აკლია ამოცანას? (რამდენი თეთრი ჰქონდა ეკას, რამდენი დახარჯა). ე.ი. რა უნდა ვიცოდეთ, რომ გავიგოთ, თუ რამდენი თეთრი დარჩა ეკას? (რამდენი თეთრი ჰქონდა, რამდენი დახარჯა).

3. ამოცანის კითხვა ასეთია: რამდენი რვეული აქვს ნინოს? – შეარჩიეთ ამოცანის პირობა (ნინოს ჰქონდა 4 რვეული, ბებიამ კიდევ მისცა 3 რვეული) და ა. შ.

ამოცანათა ამოხსნის ანალიზური და სინთეზური ხერხები (მეთოდები) არ უნდა ავურიოთ ანალიზურ და სინთეზურ მეთოდებში, რომლებიც განიხილება ლოგიკასა და ფილოსოფიაში, სადაც ისინი აზროვნების ფორმებს წარმოადგენს.

ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენისა და სათანადო მოქმედებათა შერჩევის შემდეგ საჭიროა ა მ ო ხ ს ნ ი ს შ ე ს რ უ ლ ე ბ ა, რაც შეიძლება განხორციელდეს როგორც ზეპირად, ისე წერილობით.

ამოცანის ამოხსნის წერილობითი გაფორმება შეიძლება სხვადასხვანაირად. მოვიყვანოთ მაღაზიაში მოტანილი მანდარინისა და ფორთოხლის შესახებ ზემოთ მოცემული

ამოცანის ამოხსნის წერილობითი გაფორმების სხვადასხვა ნიმუში.

ნ ი მ უ შ ი 1.

1) რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მაღაზიაში?

$23 \cdot 8 = 184$ (კგ).

2) რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოიტანეს მაღაზიაში?

$25 \cdot 7 = 175$ (კგ).

3) რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით?

$184 - 175 = 9$ (კგ)

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 2.

გეგმა:

1) რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მაღაზიაში?
2) რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოიტანეს მაღაზიაში?
3) რომელი მოიტანეს მეტი და რამდენით?

ა მ ო ხ ს ნ ა:

1) $23 \cdot 8 = 184$ (კგ).
2) $25 \cdot 7 = 175$ (კგ).
3) $184 - 175 = 9$ (კგ).

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 3.

1) $23 \cdot 8 = 184$ (კგ) – მოიტანეს მანდარინი,
2) $25 \cdot 7 = 175$ (კგ) – მოიტანეს ფორთოხალი,
3) $184 - 175 = 9$ (კგ) – მეტია მანდარინი.

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 4.

1) $23 \cdot 8 = 184$ (კგ),

2) $25 \cdot 7 = 175$ (კგ),

3) $184 - 175 = 9$ (კგ).

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 5.

1) $23 \cdot 8$ (კგ) – მოიტანეს მანდარინი,

2) $25 \cdot 7$ (კგ) – მოიტანეს ფორთოხალი,

3) $23 \cdot 8 - 25 \cdot 7$ (კგ) – მეტია მანდარინი.

$23 \cdot 8 - 25 \cdot 7 = 9.$

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 6.

1) $23 \cdot 8$ (კგ),

2) $25 \cdot 7$ (კგ),

3) $23 \cdot 8 - 25 \cdot 7$ (კგ).

$23 \cdot 8 - 25 \cdot 7 = 9.$

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 7.

1) $23 \cdot 8$ (კგ) – მოიტანეს მანდარინი,

2) $25 \cdot 7$ (კგ) – მოიტანეს ფორთოხალი,

3) $23 \cdot 8 - 25 \cdot 7$ (კგ) – მეტია მანდარინი.

$x = 23 \cdot 8 - 25 \cdot 7,$

$x = 184 - 175,$

$x = 9.$

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

ნ ი მ უ შ ი 8.

1) $23 \cdot 8$ (კგ),

2) $25 \cdot 7$ (კგ),

$x = 23 \cdot 8 - 25 \cdot 7$,

$x = 184 - 175$,

$x = 9$.

პ ა ს უ ხ ი: მანდარინი, 9 კილოგრამით.

უნდა აღინიშნოს, რომ პირველ-მეოთხე ნიმუშებში მოცემულია ამოცანის ამოხსნის ერთი ხერხის წერილობითი გაფორმების სხვადასხვა ვარიანტი. ეს არის მოქმედებათა შესრულების ხერხი. მეხუთე და მეექვსე ნიმუშები გვიჩვენებს რიცხვითი გამოსახულების შედგენის ხერხის გაფორმებას, ხოლო მეშვიდე და მერვე ნიმუშებში მოცემულია ამოცანის ამოხსნა რიცხვითი ფორმულის შედგენით. მეორე ნიმუშს მასწავლებელმა უმჯობესია მიმართოს მესამე და მეოთხე კლასებში.

არატიპური სახის შედგენილი ამოცანების შედგენის საკითხები. რიცხვითი ფორმულის ან გამოსახულების მიხედვით შედგენილი ამოცანების შედგენა მთლიანად დამოკიდებულია მარტივი ამოცანების შედგენის ცოდნაზე. განვიხილოთ მაგალითი:

შეადგინეთ ამოცანა $x = 47 \cdot 8 - 145$ რიცხვითი ფორმულის მიხედვით!

როგორც ჩანს, რიცხვით ფორმულაში ორი მოქმედებაა, ე. ი. უნდა შედგეს ორმოქმედებიანი ამოცანა. მოქმედებათა თანამიმდევრობაა: გამრავლება – გამოკლება. ე.ი. პირველი მარტივი ამოცანა შედგება გამრავლებაზე, მეორე (მისი გაგრძელება) – გამოკლებაზე. შემდეგ ეს ორი მარტივი ამო-

ცანა გაერთიანდება ერთ სიუჟეტში. მოსწავლისათვის მეტად მნიშვნელოვანია იმისი ცოდნა, რომ რიცხვით ფორმულაში ან გამოსახულებაში მოცემული მოქმედებებიდან ბოლო მოქმედების შესრულება იძლევა პასუხს ამოცანის კითხვაზე. ამოცანის შედგენისათვის მსჯელობა შეიძლება დაახლოებით ასეთი იყოს: რადგანაც პირველი მოქმედება არის გამრავლება, ვადგენთ მარტივ ამოცანას გამრავლებაზე: მოსწავლეებმა 8 მწკრივში დარგეს ატმის ნერგები, თითო მწკრივში 47 ძირი. რამდენი ნერგი დაურგავთ მოსწავლეებს? მეორე მარტივი ამოცანა შედგება გამოკლებაზე. მაგრამ რადგანაც მეორე ამოცანა უნდა იყოს პირველის გაგრძელება, ამიტომ იმავე ცხოვრებისეულ სიტუაციაზე უნდა ვილაპარაკოთ. ვადგენთ მორე მარტივ ამოცანას. მოსწავლეებმა დარგეს ატმის 47·8 ნერგი. 145 ძირი გახმა. რამდენმა ნერგმა გაიხარა? 47·8 გამოკლების მიმართ არის ერთი კომპონენტი, ამიტომ მას ვღებულობთ ერთ რიცხვად. ორივე მარტივი ამოცანის გაერთიანებით მივიღებთ საძიებელ შედგენილ ამოცანას: მოსწავლეებმა 8 მწკრივში დარგეს ატმის ნერგები, თითო მწკრივში 47 ძირი. 145 ძირი გახმა. რამდენმა ნერგმა გაიხარა?

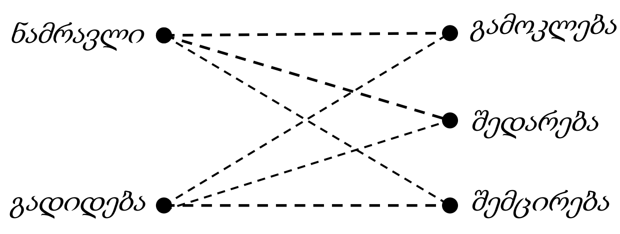
ასეთივე მსჯელობით შეიძლება სამმოქმედებიანი ამო--ცანის შედგენაც.

ამოცანის შედგენის ზემოთ მოცემული ხერხი აუცილებლად მისაცემია მოსწავლეთათვის. მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ რიცხვითი ფორმულით $x = 47 \cdot 8 - 145$ შედგება ექვსი სახის ამოცანა. ამასთან ექვსივე სახის ამოცანის ამოხსნა დაწყებით სკოლაში ისწავლება. ე.ი. უნდა ისწავლებოდეს ამავე სახის ამოცანების შედგენაც. ზემოთ მოცემული მსჯელო-

ბით კი ამოცანათა ამ სახეების ძებნაა საჭირო. ადვილი შესაძლებელია, რომ რომელიმე სახე გამორჩეს. ამიტომ უნდა იქნას გამოყენებული საკითხისაძმი მეორე მიდგომაც.

ავიღოთ იგივე რიცხვითი ფორმულა $x = 47 \cdot 8 - 145$.

გვაქვს ორი არითმეტიკული მოქმედება – გამრავლება და გამოკლება. გამრავლებაზე ორი სახის მარტივი ამოცანაა: ამოცანა ორი რიცხვის ნამრავლის პოვნაზე და ამოცანა რიცხვის გადიდებაზე რამდენჯერმე. გამოკლებაზე სამი სახის მარტივი ამოცანაა: ამოცანა რიცხვიდან რიცხვის გამოკლებაზე, ამოცანა ორი რიცხვის სხვაობით შედარებაზე და ამოცანა რიცხვის შემცირებაზე რამდენიმე ერთეულით. რიცხვითი ფორმულის მიხედვით შედგენილ ამოცანაში შეიძლება გვექნეს ნებისმიერი ზემოთ მოყვანილი სახე. მათი დაწყვილება ასე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:



ნახ. 71

მაშასადამე, ამოცანების შედგენისათვის გვაქვს შემთხვევები:

- ნამრავლის პოვნა – გამოკლება,
- ნამრავლის პოვნა – შედარება,
- ნამრავლის პოვნა – შემცირება,
- გადიდება – გამოკლება,

- გადიდება – შედარება,
- გადიდება – შემცირება.

განვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე.

1) ნამრავლის პოვნა ნიშნავს, რომ ამოცანაში ამ მოქმედების შინაარსად უნდა გვექნეს: „8, თითოში 47“. გამოკლება ნიშნავს, რომ უნდა გვქნეს: „მოაკლდა 145“. სქემა ამოცანის სიუჟეტისათვის უკვე გვაქვს. ვადგენთ ამოცანას:

მოსწავლეებმა 8 მწკრივად დარგეს ატმის ნერგები, თითო მწკრივში 47 ძირი. 145 ძირი გახმა. რამდენმა ნერგმა იხარა?

2) ისევ: „8, თითოში 47“. შედარება ნიშნავს, რომ ამოცანაში უნდა გვექნეს: „47·8 რამდენითაა მეტი 145-ზე?“ ვადგენთ ამოცანას:

მაღაზიაში მოიტანეს 8 ყუთი მანდარინი, თითოში 47 კგ და 145 კგ ფორთოხალი. რამდენით მეტი მოუტანიათ მანდარინი?

3) კვლავ: „8, თითოში 47“. შემცირება ნიშნავს, რომ ამოცანაში უნდა გვქონდეს სიტყვა: „145- ით ნაკლები“. ვადგენთ ამოცანას:

მაღაზიაში მოიტანეს 8 ყუთი მანდარინი, თითოში 47 კგ და 145 კგ-ით ნაკლები ფორთოხალი. რამდენი კილოგრამი ფორთოხალი მოუტანიათ?

4) გადიდება ნიშნავს, რომ ამოცანაში უნდა გვექნეს სიტყვა: ”8-ჯერ მეტი”. გამოკლება ნიშნავს, რომ უნდა გვექნეს: „მოაკლდება 145“. ვადგენთ ამოცანას:

მამამ პირველკლასელ გიას მისცა 47 რვეული, მეოთხეკლასელ ნინოს კი – 8-ჯერ მეტი. ნინომ თავის ძმას აჩუქა 145 რვეული. რამდენი რვეული დარჩა ნინოს?

5) კვლავ: „8-ჯერ მეტი“. შედარება ნიშნავს, რომ ამოცანაში უნდა გვექნეს: „ 47.8 რამდენითაა მეტი 145-ზე“. ვადგენთ ამოცანას:

გიას 47 რვეული ჰქონდა. ეკას – 8-ჯერ მეტი. ზურიკოს კი 145. რამდენით მეტი რვეული ჰქონდა ეკას, ვიდრე ზურიკოს?

6) ისევ: „8-ჯერ მეტი“. შემცირება ნიშნავს, რომ ამოცანაში უნდა გვექნეს “145-ით ნაკლები“. ვადგენთ ამოცანას:

გიას 47 რვეული ჰქონდა. ეკას – 8-ჯერ მეტი, ზურიკოს კი – 145-ით ნაკლები, ვიდრე ეკას. რამდენი რვეული ჰქონდა ზურიკოს?

მოცემული რიცხვითი ფორმულით შედგა ექვსი სახის ამოცანა. ვასწავლოთ ბავშვებს ექვსივე სახის ამოცანის შედგენა, არ ნიშნავს, იმას, რომ ერთ გაკვეთილზე ლაპარაკი გვქონდეს ექვსივე სახეზე. სწავლების პროცესში სხვადასხვა გაკვეთილზე მათ საჭიროა მიექცეს მეტ-ნაკლები ყურადღება. სხვა სიტყვებით, ამოცანის ამა თუ იმ სახეს გაკვეთილზე მიექცევა მეტი ყურადღება, დანარჩენს – ნაკლები. ეს დამოკიდებულია სასწავლო მასალაზე, დიდაქტიკურ მიზანზე და სხვ. მთავარი ერთია: მეოთხე კლასისათვის ბავშვებს უკვე თავისუფლად უნდა შეეძლოთ ექვსივე სახის ამოცანის შედგენა.

§8. ტიპური სახის შედგენილი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა

შედგენილ ამოცანებს შორის გვხვდება ისეთი ამოცანები, რომლებშიც აღწერილია ერთნაირი დამოკიდებულებანი მათში შემავალ სიდიდეებს შორის. ამ ამოცანათა ამოხსნები ჰგავს ერთმანეთს, თუმცა ამოცანათა სიუჟეტები შეიძლება სრულიად სხვადასხვა იყოს. ასეთი ამოცანების ჯგუფი ქმნის შედგენილ ამოცანათა ტიპს. ყოველ ტიპს გააჩნია ამოხსნის საკუთარი ალგორითმი, რომლის მიგნება ზოგჯერ ძალზე ძნელია.დაწვრილებით სკოლაში განიხილება ამოცანათა შემდეგი ტიპები:

- ამოცანები პროპორციულ სიდიდეებზე (სამთა წესზე, ანუ მეოთხე პროპორციულის მოძებნაზე).
- ამოცანები პროპორციულ გაყოფაზე.
- ამოცანები რიცხვთა მოძებნაზე ორი სხვაობის მიხედვით.

გარდა ამისა, ამოცანათა შინაარსის მიხედვით გამოიყოფა: ამოცანები დროზე, ამოცანები მოძრაობაზე, ამოცანები გეომეტრიული შინააარსით, ამოცანები რიცხვის ნაწილების პოვნაზე.

ამოცანების ამოხსნა პროპორციულ სიდიდეებზე. ადრე მათ ეძახდნენ ამოცანებს სამთა წესზე. საინტერესოა, რომ სამთა წესი ჩვენში შემოსულა ევროპიდან, ევროპაში კი – ინდოეთიდან ალ-ხორეზმისა და ლეონარდო ფიბონაჩის შრომების მეშვეობით. ამ წესს ძალიან დიდხანს უწოდებდნენ „ვაჭართა გასაღებს“, რადგანაც მათ კომერციაში და ცხოვრებისეულ პრაქტიკაში თვლიდნენ ძალზე სასარგებლოდ.

დაწყებითი სკოლის მათემატიკის კურსში ძირითადად გვხვდება პროპორციული სიდიდეების ორი სამეული:

- **ფასი, რაოდენობა, ღირებულება;**
- **სიჩქარე, დრო, მანძილი;**

მათ გარდა, გზადაგზა, პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანები გვაქვს ისეთ სამეულებზე, როგორიცაა მართკუთხედის სიგრძე, სიგანე, ფართობი; ხელფასი, სამუშაო დრო, ერთი დღის მუშაობის ანაზღაურება და მრავალი სხვა.

ამოცანების ამოხსნა პროპორციული სიდიდეების ნებისმიერ სამეულზე ერთი მეთოდიკით ისწავლება, ამიტომ ჩვენ შევარჩიოთ ერთი სამეული:

ფასი, რაოდენობა, ღირეულება.

ჯერ კიდევ მარტივი ამოცანების ამოხსნის სწავლების დროს უნდა გამახვილდეს ყურადღება ისეთ ამოცანებზე, როგორიცაა:

1) 5 მ ქსოვილი ღირს 60 ლარი. რა ღირს 1 მ იგივე ქსოვილი?

2) 1 მ ქსოვილი ღირს 12 ლარი. რამდენი მეტრი ასეთი ქსოვილის ყიდვა შეიძლება 60 ლარად?

3) იყიდეს 5 მ ქსოვილი, მეტრი 12 ლარად. რა თანხა გადაიხადეს სულ?

ასეთი ამოცანების ამოხსნის სწავლების დროს მთავარი ყურადღება უნდა გამახვილდეს შემდეგ საკითხებზე:

1) რა მოქმედებით მოინახება ფასი? (გაყოფით).

2) რა უნდა გაიყოს რაზე? (ღირებულება რაოდენობაზე).

3) რა მოქმედებით მოინახება რაოდენობა? (გაყოფით).

4) რა უნდა გაიყოს რაზე? (ღირებულება ფასზე).

5) რა მოქმედებით მოინახება ღირებულება? (გამრავლებით).

6) რა უნდა გამრავლდეს რაზე? (ფასი რაოდენობაზე).

გარდა ამისა, მოსწავლეს უნდა ჰქონდეს შეთვისებული: რა არის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება; რა არის უკუპროპორციული დამოკიდებულება; როგორი დამოკიდებულებაა ზემოთ მოცემული სამეულების წყვილებს (ფასი–რაოდენობა, ფასი–ღირებულება, რაოდენობა–ღირებულება) შორის. მოსწავლემ უნდა იცოდეს ზემოთ მოცემულ მარტივ ამოცანებში გამოყენებული სიტყვების: **იგივე, ასეთი** და ა.შ მნიშვნელობა.

მხოლოდ ამის შემდეგ შეიძლება პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანების ამოხსნის სწავლებაზე გადასვლა.

განვიხილოთ

ამოცანა 1. 5 მ ქსოვილი ღირს 60 ლარი. რა ეღირება 10 მ ასეთივე ქსოვილი?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერისთვის უმჯობესია გამოვიყენოთ ცხრილი:

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
ერთნაირი	5 მ 10 მ	60 ლარი x ლარი

ცხადია, რომ ამოცანა ერთეულზე დაყვანის ხერხით ამოიხსნება შემდეგნაირად:

1) რა ღირს 1 მ ქსოვილი?

60 : 5 = 12 (ლარი).

2) რა ღირს 10 მ ასეთივე ქსოვილი?

$12 \cdot 10 = 120$ (ლარი).

პ ა ს უ ხ ი: 120 ლარი.

ამოხსნის გაფორმება შეიძლება მრავალნაირად, როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები.

ყურადღებას იპყრობს ამოცანის ამოხსნა რიცხვითი ფორმულის ან გამოსახულების შედგენის საშუალებით. საუბარი შეიძლება ასე წარიმართოს:

– რას წარმოადგენს x? (x არის ღირებულება).

– რა მოქმედებით მოინახება ღირებულება? (ღირებულება მოინახება გამრავლებით).

– რა უნდა გამრავლდეს რაზე? (ფასი უნდა გამრავლდეს რაოდენობაზე).

– მოკლე ჩანაწერის რომელ სტრიქონშია x? (მეორეში).

– როგორ ვიპოვოთ x მეორე სტრიქონის მიხედვით? ვიცით ფასი და რაოდენობა? (ფასი არ ვიცით, რაოდენობა უდრის 10 მ -ს).

მასწავლებლის დახმარებით დაფაზე იწერება:

$$x = (\qquad\quad) \cdot 10.$$

– რა მოქმედებით მოინახება ფასი? (გაყოფით).

– რა უნდა გავყოთ რაზე? (ღირებულება უნდა გავყოთ რაოდენობაზე).

– შეგვიძლია ვიპოვოთ ფასი მოკლე ჩანაწერის პირველი სტრიქონიდან? (შეგვიძლია).

– რას უდრის ფასი? (60 ლარი : 5).

ფასის ეს მნიშვნელობა შეაქვთ ფრჩხილებში თავისუფალ ადგილას და რიცხვითი ფორმულა ღებულობს საბოლოო სახეს:

$$x = (60 : 5) \cdot 10.$$

ამოცანის ამოხსნა გაფორმდება შემდეგნაირად:

$$x = (60 : 5) \cdot 10,$$

$$x = 12 . 10,$$

$$x = 120.$$

პ ა ს უ ხ ი: 120 ლარი.

ან:

$(60 : 5) \cdot 10 = 120 \cdot 10 = 120$ (გამოსახულების შედგენით).

პ ა ს უ ხ ი: 120 ლარი.

ა მ ო ც ა ნ ა 2. 5 მ ქსოვილში გადაიხადეს 60 ლარი. რამდენი მეტრი ასეთივე ქსოვილის ყიდვა შეიძლება 120 ლარად?

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
ერთნაირი	5 მ x მ	60 ლარი 120 ლარი

- **ამოხსნა ერთეულზე დაყვანის ხერხით.**

  1) რა ღირს 1 მ ქსოვილი?

  60 : 5 = 12 (ლარი).

  2) რამდენი მეტრი ასეთივე ქსოვილის ყიდვა შეიძლება 120 ლარად?

  120 : 12 = 10 (მ).

  პ ა ს უ ხ ი: 10 მეტრის.

- **რიცხვითი ფორმულის შედგენით:**

$$x = 120 : (60 : 5),$$

$$x = 120 : 12,$$

$$x = 10.$$

პ ა ს უ ხ ი: 10 მეტრი.

- **რიცხვითი გამოსახულების შედგენით:**

  120 : (60 : 5) = 120 : 12 = 10.

  პ ა ს უ ხ ი: 10 მეტრი.

ა მ ო ც ა ნ ა 3. საბავშვო ბაღისათვის იყიდეს ერთნაირი რაოდენობის თოჯინები, ცალი 2 ლარად და დათუნიები. თოჯინებში გადაიხადეს 30 ლარი, დათუნიებში კი 90 ლარი. რა ღირს 1 დათუნია?

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
2 ლარი x ლარი	ერთნაირი	30 ლარი 90 ლარი

- **ამოხსნა ერთეულზე დაყვანის ხერხით:**

  1) 30 : 2 = 15 (ცალი);

  2) 90 : 15 = 6 (ლარი);

პ ა ს უ ხ ი: 6 ლარი.

- **რიცხვითი ფორმულის შედგენით:**

  x = 90 : (30 : 2),

  x = 90 : 15,

  x = 6.

  პ ა ს უ ხ ი: 6 ლარი.

- **რიცხვითი გამოსახულების შედგენით:**

  90 : (30 : 2) = 90 : 15 = 6.

  პ ა ს უ ხ ი: 6 ლარი.

ა მ ო ც ა ნ ა 4. საბავშვო ბაღისათვის იყიდეს ერთნაირი რაოდენობის თოჯინები, ცალი 2 ლარად და დათუნიები,

ცალი 6 ლარად. თოჯინებში გადაიხადეს 30 ლარი. რამდენი გადაიხადეს დათუნიებში?

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
2 ლარი 6 ლარი	ერთნაირი	30 ლარი x ლარი

- ამოხსნა ერთეულზე დაყვანის ხერხით:

  30 : 2 = 15 (ცალი),

  $6 \cdot 15 = 90$ (ლარი).

  პ ა ს უ ხ ი: 90 ლარი.

- რიცხვითი ფორმულის შედგენით:

  $x = 6 \cdot (30 : 2)$,

  $x = 6 \cdot 15$,

  $x = 90$.

  პ ა ს უ ხ ი: 90 ლარი.

- რიცხვითი გამოსახულების შედგენით:

  $6 \cdot (30 : 2) = 90$.

  პ ა ს უ ხ ი: 90 ლარი.

ა მ ო ც ა ნ ა 5. საბავშვო ბაღისთვის იყიდეს 8 თოჯინა, თითო 3 ლარად და 4 დათუნია. რა ღირს ერთი დათუნია თუ თოჯინებში და დათუნიებში გადაიხადეს ერთნაირი თანხა?

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
3 ლარი x ლარი	8 ცალი 4 ცალი	ერთნაირი

- ამოხსნა ერთეულზე დაყვანის ხერხით:

  $3 \cdot 8 = 24$ (ლარი),

  $24 : 4 = 6$ (ლარი).

  პასუხი: 6 ლარი.

- რიცხვითი ფორმულის შედგენით:

  $x = (3 \cdot 8) : 4,$

  $x = 24 : 4,$

  $x = 6.$

  პ ა ს უ ხ ი: 6 ლარი.

ა მ ო ც ა ნ ა 6. საბავშვო ბაღისათვის იყიდეს 8 თოჯინა, თითო 3 ლარად და დათუნიები, თითო 6 ლარად. რამდენი დათუნია უყიდიათ, თუ თოჯინებში და დათუნიებში გადაიხადეს ერთნაირი თანხა?

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
3 ლარი 6 ლარი	8 ცალი x ცალი	ერთნაირი

- **ამოხსნა ერთეულზე დაყვანის ხერხით:**

  $3 \cdot 8 = 24$ (ლარი),

  $24 : 6 = 4$ (ცალი).

  პ ა ს უ ხ ი: 4 დათუნია.

- **რიცხვითი ფორმულის შედგენით:**

  $x = (3 . 8) : 6$,

  $x = 24 : 6$,

  $x = 4$.

  პ ა ს უ ხ ი: 4 დათუნია.

- **რიცხვითი გამოსახულების შედგენით:**

  $(3 \cdot 8) : 6 = 4$.

  პ ა ს უ ხი: 4 დათუნია.

ამოცანების შედგენა პროპორციულ სიდიდეებზე. მოსწავლე აშკარად ხედავს, იმას, რაც ამოცანების ამოხსნამ უჩვენა: პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანის ამოხსნის რიცხვით ფორმულაში არის მხოლოდ ორი მოქმედება: გამრავლება და გაყოფა. არის, აგრეთვე, ფრჩხილები. ახლა, როცა ამოცანის შედგენას აპირებს, დააკვირდება რიცხვით ფორმულას. თუ მასში არის შეკრების ან გამოკლების ნიშანი, მაშინ წინასწარ იცის, რომ პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანა არ შედგება, მაგრამ, თუ შეკრებისა და გამოკლების ნიშნები არ არის, ეცდება პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანის შედგენას და ბევრჯერ შეცდება კიდეც. ამიტომ ბავშვებს უნდა ვასწავლოთ, თუ როგორ უნდა დაადგინონ, შედგება თუ არა მოცემული რიცხვითი ფორმულით ამოცანა პროპორციულ სიდიდეებზე.

ავიღოთ რიცხვითი ფორმულა $x = (48 : 6) : 4$.

საუბარი შეიძლება დაახლოებით ასე წარიმართოს:

– რომელი მოქმედებით მოინახება x? (x მოინახება 4-ზე გაყოფით).

– რატომ? (4-ზე გაყოფა არის ბოლო მოქმედება).

– რომელი სიდიდე მოინახება გაყოფით? (ფასი და რაოდენობა).

– ე. ი. რა შეიძლება იყოს x? (ფასი ან რაოდენობა).

– ვთქვათ, x არის ფასი, რას უდრის ფასი? (ღირებულება გაყოფილი რაოდენობაზე).

– რიცხვით გამოსახულებაში რომელი უნდა იყოს ღირებულება? (48 : 6).

– რომელი მოქმედებით მოინახება ღირებულება? (გამრავლებით).

– რა მოქმედება წერია გამოსახულებაში? (გაყოფა).

– რას ნიშნავს ეს? (ეს ნიშნავს, რომ მოცემული რიცხვითი ფორმულით პროპორციულ სიდეებზე ამოცანა არ შედგება).

შემდეგ უშვებენ, რომ x არის რაოდენობა და მიდიან იმავე დასკვნამდე.

სწავლების პროცესში კარგი იქნება, თანდათანობით ანალოგიური მსჯელობით გადაისინჯოს გამრავლებისა და გაყოფის ნიშნების შემცველი ფორმულის ყველა ვარიანტი, ესენია:

$x = a \cdot (b \cdot c)$; $x = (a \cdot b) \cdot c$; $x = a : (b : c)$; $x = (a : b) : c$;

$x = a \cdot (b : c)$; $x = (a \cdot b) : c$; $x = a : (b \cdot c)$; $x = (a : b) \cdot c$.

ბოლოს დადგინდება, რომ პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანები შედგება მხოლოდ ფორმულებით:

$$x = a : (b : c);$$
$$x = a \cdot (b : c);$$
$$x = (a \cdot b) : c;$$
$$x = (a : b) \cdot c.$$

მაგრამ ამ ფორმულათა დამახსოვრება მოსწავლეთათვის საჭირო არ არის, მთავარია, რომ მოსწავლეს შეეძლოს სათანადო მსჯელობა.

განიხილოთ პირველი რიცხვითი ფორმულით პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანის შედგენის პროცესი.

დაფაზე იწერება რიცხვითი ფორმულა გაშლილი სახით:

$$x = 48 : (12 : 3).$$

დაფაზე წინასწარ მზადდება, აგრეთვე, ნახაზი მოკლე ჩანაწერისათვის.

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება

საუბარი დაახლოებით ასე წარიმართება:

– რა მოქმედებით მოინახება x? (გაყოფით).

– რომელი სიდიდე მოინახება გაყოფით? (ფასი და რაოდენობა).

– ე. ი. რა შეიძლება იყოს x? (ფასი ან რაოდენობა).

– ვთქვათ, x არის რაოდენობა. რა უნდა გავყოთ რაზე? (ღირებულება ფასზე).

– ე. ი. რომელია ღირებულება? (48).

– რომელია ფასი? (12 : 3)

დაფაზე შემდეგნაირად ივსება რიცხვითი ფორმულა:

რაოდენობა ღირებულება ფასი

$$x = 48 : \overbrace{(12:3)}$$

x და 48 შეაქვთ ცხრილის ერთ სტრიქონში.

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
12:3	x	48

– გაიმეორეთ, რომელია ფასი? (12 : 3).

– რა მოქმედებით მოინახება ფასი? (გაყოფით).

– რა იყოფა რაზე? (ღირებულება რაოდენობაზე).

– ე. ი. რომელია ღირებულება? (12).

– რომელია რაოდენობა? (3).

რიცხვითი ფორმულა კვლავ ივსება:

$$\overset{\textbf{რაოდენობა}}{x} = \overset{\textbf{ღირებულება}}{48} : \overbrace{(\underset{\textbf{ღირ.}}{12} : \underset{\textbf{რაოდ.}}{3})}^{\textbf{ფასი}}$$

ცხრილის მეორე სტრიქონში შეაქვთ 12 და 3 :

ფასი	რაოდენობა	ღირებულება
ერთნაირი	x	48
	3	12

რადგანაც ცხრილში ფასის უჯრა თავისუფალია, მასში იწერება სიტყვა „ერთნაირი“.

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი მზად არის. ამოცანის შედგენა იწყება იმ სტრიქონიდან, რომელშიც ორივე რიცხვი ცნობილია, მხოლოდ, წინასწარ უნდა შეირჩეს საგანი, რომელზედაც ამოცანაში იქნება ლაპარაკი, ვადგენთ ამოცანას:

3 თოჯინა ღირს 12 ლარი. რამდენი ასეთივე თოჯინის ყიდვა შეიძლება 48 ლარად?

ამის შემდეგ, ვუშვებთ, რომ x არის ფასი და ანალოგიური მსჯელობით ვადგენთ მეორე ამოცანას.

ხაზი უნდა გაესვას იმ გარემოებას, რომ ზემოთ განხილული რიცხვითი ფორმულებით შედგება არატიპური ამოცანებიც. მაგალითად, ავიღოთ იგივე რიცხვითი ფორმულა $x = (48 : 6) : 4$. თუ ამ რიცხვით ფორმულას მივუდგებით იმავე მეთოდით, რომელიც განვახორციელეთ არატიპური ამოცანების შედგენისას, შეგვიძლია შევადგინოთ სხვადასხვა სახის ამოცანა. ერთ-ერთი მათგანი იქნება ასეთი: ეკას 48 რვეული აქვს, ზურიკოს – 6-ჯერ ნაკლები, ნინოს კი 4-ჯერ ნაკლები, ვიდრე ზურიკოს. რამდენი რვეული აქვს ნინოს?

არატიპური ამოცანები შედგება იმ რიცხვითი ფორმულებითაც, რომელთა მიხედვით არ შედგება ამოცანები პროპორციულ სიდიდეებზე.

ამოცანების ამოხსნა პროპორციულ გაყოფაზე. პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების საფუძველია ზემოთ განხილული ამოცანები პროპორციულ სიდიდეებზე, ანუ, რაც იგივეა, ამოცანები მეოთხე პროპორციულის პოვნაზე. ამის გამო, პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების განხილვა ხდება მეოთხე პროპორციულის პოვნაზე ამოცანების შესწავლის შემდეგ. პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანები სამი სახისაა:

1) ამოცანები მოცემული რიცხვების მწკრივის პროპორციულად გაყოფაზე;

2) ამოცანები რიცხვის პოვნაზე მოცემული ჯამითა და ჯერადი შეფარდებით;

3) ამოცანები მოცემული რიცხვების რამდენიმე მწკრივის პროპორციულად გაყოფაზე.

დაწყებით სკოლაში გაკვეთილებზე ისწავლება მხოლოდ პირველი სახის ამოცანები. მეორე და მესამე სახის ამოცანების განხილვა შეიძლება კლასგარეშე მუშაობისას მათემატიკაში.

მაშასადამე, ბავშვები პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების ამოხსნამდე უნდა იქნან მიყვანილი მეოთხე პროპორციულის პოვნაზე ამოცანების ამოხსნიდან გამომდინარე. მას შემდეგ, რაც მოსწავლეებმა კარგად შეითვისეს მეოთხე პროპორციულის პოვნაზე ამოცანების ამოხსნა და შედგენა (ეს ხდება მეოთხე კლასში), მასწავლებელი დამოუკიდებელ სამუშაოდ აძლევს მათ შემდეგ **ამოცანას:** პირველ დღეს მაღაზიაში 17 ყუთით მოიტანეს 425 კგ მანდარინი. რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მეორე დღეს 23 ასეთივე ყუთით?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერია:

ერთი ყუთის წონა	ყუთების რაოდენობა	საერთო წონა
ერთნაირი	17 ყუთი 23 ყუთი	$\left.\begin{matrix}425 \text{ კგ}\\ x \text{ კგ}\end{matrix}\right\}$

ა მ ო ხ ს ნ ა:

1) 425 : 17 = 25 (კგ),

2) 25 · 23 = 575 (კგ).

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი ართულებს მას და უმატებს კითხვას: რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოუტანიათ სულ?

ამ შემთხვევაში ამოცანის მოკლე ჩანაწერს ექნება სახე:

ერთი ყუთის წონა	ყუთების რაოდენობა	საერთო წონა
ერთნაირი	17 23	425 კგ ?

ამოხსნას კი დაემატება ერთი მოქმედება შეკრებაზე: 425 + 575 = 1000 (კგ).

ამის შემდეგ ამოცანა უნდა ამოიხსნას მეორე ხერხითაც: $x =$ (425 : 17) · (17 + 23) და შედგეს

შებრუნებული ამოცანა:

მაღაზიაში პირველ და მეორე დღეს ერთად მოიტანეს 1000 კგ მანდარინი. პირველ დღეს 17 ყუთით, ხოლო მეორე დღეს – 23 ასეთივე ყუთით. რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოუტანიათ მაღაზიაში პირველ და მეორე დღეს ცალ-ცალკე?

ამ შებრუნებული ამოცანის მოკლე ჩანაწერი იქნება:

ყუთების რაოდენობა	მოტანილია მანდარინი	ერთი ყუთის წონა	საერთო წონა
17 23	? ?	ერთნაირი	1000

პირდაპირი გართულებული ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხის $x = (425 : 17) \cdot (17 + 23)$ გათვალისწინებით შეიძლება ჩატარდეს შებრუნებული ამოცანის ანალიზი.

რას გვეკითხება ამოცანა? (რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მაღაზიაში პირველ და მეორე დღეს ცალ-ცალკე).

რა უნდა ვიცოდეთ იმისათვის, რომ გავიგოთ, თუ რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს პირველ დღეს და რამდენი მეორე დღეს? (უნდა ვიცოდეთ, რამდენი ყუთით მოიტანეს მანდარინი თითოეულ დღეს და რას იწონიდა თითო ყუთი).

რომელი ვიცით აქედან? (ვიცით, რომ მანდარინი მოიტანეს 17 ყუთით პირველ დღეს, 23 ყუთით – მეორე დღეს).

რა უნდა ვიცოდეთ იმისათვის, რომ გავიგოთ, თუ რას იწონიდა თითო ყუთი? (უნდა ვიცოდეთ, რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს სულ და რამდენი ყუთი იყო ერთად).

რომელი არ ვიცით აქედან? (რამდენი ყუთი იყო სულ).

რა უნდა ვიცოდეთ იმისათვის, რომ გავიგოთ, თუ რამდენი ყუთი იყო ერთად? (რამდენი ყუთით მოიტანეს მანდარინი პირველ დღეს და რამდენით – მეორე დღეს).

ვიცით? (ვიცით).

ანალიზი დამთავრდა. იწყება **სინთეზი.**

ამოხსნის გეგმა:

1) რამდენი ყუთით მოიტანეს მანდარინი სულ?

2) რამდენი კილოგრამი მანდარინი იყო ერთ ყუთში?

3) რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს პირველ დღეს?

4) რამდენი კილოგრამი მანდარინი მოიტანეს მეორე დღეს?

ა მ ო ხ ს ნ ა:

1) $17 + 23 = 40$ (ყუთი),
2) $1000 : 40 = 25$ (კგ),
3) $25 \cdot 17 = 425$ (კგ),
4) $25 \cdot 23 = 575$ (კგ).

კარგი იქნება, თუ ჩატარდება უმარტივესი შემოწმება: $425 + 575 = 1000$.

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა მიეცეს იგივე ამოცანის ამოხსნა რიცხვით

გამოსახულებათა შედგენით:

პირველ დღეს მოიტანეს $1000 : (17+ 23) \cdot 17$, მეორე დღეს – $1000 : (17 + 23) \cdot 23$.

განხილული სახის ამოცანებისადმი შეიძლება განხორციელდეს სხვა მიდგომაც. გაკვეთილზე იხსნება ამოცანათა შემდეგი წყვილი:

1. მეტრი ქსოვილი ღირს 4 ლარი. რა ღირს ასეთივე ქსოვილის ორი ნაჭერი, რომლებშიც არის 5 მ და 8 მ?

ა მ ო ხ ს ნ ა: 1) $4 \cdot 5 = 20$ (ლარი); 2) $4 \cdot 8 = 32$ (ლარი); 3) $20 + 32 = 52$ (ლარი) ან: 1) $5 + 8 = 13$ (მ); 2) $4 \cdot 13 = 52$ (ლარი).

2. 6 მ ქსოვილი ღირს 18 ლარი. რა ღირს ასეთივე ქსოვილის ორი ნაჭერი, რომლებშიც

არის 5 მ და 8 მ?

ა მ ო ხ ს ნ ა: 1) $18 : 6 = 3$ (ლარი); 2) $3 \cdot 5 = 15$ (ლარი); 3) $3 \cdot 8 = 24$ (ლარი); 4) $15 + 24 = 39$ (ლარი), ან: 1) $18 : 6 = 3$ (ლარი); 2) $5 + 8 = 13$ (მ); 3) $3 \cdot 13 = 39$ (ლარი).

ამ ორი ამოცანის ამოხსნის შემდეგ ამოიხსნება ამოცანა:

ქსოვილის ერთ ნაჭერში 5 მ-ია, ასეთივე ქსოვილის მეორე ნაჭერში 8 მ. რა ღირს თითოეული ნაჭერი, თუ სულ გადაიხადეს 39 ლარი?

ა მ ო ხ ს ნ ა: 1) 5 + 8 = 13 (მ); 2) 39 : 13 = 3 (ლარი); 3) 3 · 5 = 15 (ლარი); 4) 3 · 8 = 24 (ლარი).

შ ე მ ო წ მ ე ბ ა: 15 + 24 = 39, 39 =39.

ამოცანა საჭიროა ამოიხსნას შემდეგნაირადაც:

39 : (5 + 8) · 5 = 15 (ლარი) – ღირს პირველი ნაჭერი.

39 – (5 + 8) · 8 = 24 (ლარი) – ღირს მეორე ნაჭერი.

ამოცანების შედგენა პროპორციულ გაყოფაზე. სასწავლო პროცესში ფრიად სასარგებლოა პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების შედგენაც. ეს შედგენა მოხდება რიცხვით გამოსახულებათა წყვილის ან სამეულის საშუალებით და შედგენისათვის უმჯობესია გამოყენებულ იქნას ანალოგიის მეთოდი. მაგალითად, განვიხილოთ შემდეგი დავალებანი:

1) შეადგინეთ ამოცანა პროპორციულ გაყოფაზე შემდეგი რიცხვითი გამოსახულებებით:

35 : (2 + 3) · 2   და   35 : (2 + 3) ·3.

პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლე ღებულობდა ასეთ რიცხვით გამოსახულებებს. მოცემული გამოსახულებების გამოკვლევის შემდეგ ანალოგიის გამოყენებით მოსწავლე ადგენს ამოცანას:

ერთმა მუშამ იმუშავა 2 დღე, მეორემ – 3. რამდენი ლარი გამოიმუშავა თითოეულმა, თუ ერთად გადაუხადეს 25 ლარი?

2) შეადგინეთ ამოცანა პროპორციულ გაყოფაზე შემდეგი რიცხვითი გამოსახულებებით:

36 : (2 + 3 + 4) · 2;   36 : (2 + 3 + 4) · 3   და   36 : (2 + 3 + 4) · 4.

ამოცანის შედგენაზე მუშაობა ანალოგიურია.

ამოცანა რიცხვის პოვნაზე ორი სხვაობის მიხედვით. სირთულის მიხედვით ეს ამოცანები დგას პროპორციულ გაყოფაზე ამოცანების შემდეგ და მდგომარეობს ორი სხვაობის შეპირისპირებაში. მაგალითად, საგანთა ორი ჯგუფის სხვაობათა და მათი ღირებულებების სხვაობებს შორის.

რადგანაც ორი სხვაობის მიხედვით რიცხვის პოვნაზე ამოცანის ამოხსნა სიძნელის მაღალ დონეზე დგას, ამიტომ ასეთ ამოცანებზე მუშაობა უნდა დაიწყოს უმარტივესი შემთხვევებიდან, შემდეგ კი ამოცანები თანდათან უნდა რთულდებოდეს. განვიხილოთ ამ გართულების თანამიმდევრობა.

ა მ ო ც ა ნ ა 1. ეკამ და ნინომ იყიდეს ერთნაირი ფანქრები. ეკამ გადაიხადა 12 თეთრით მეტი, რადგანაც იყიდა 4 ფანქრით მეტი, რა ღირს ერთი ფანქარი?

მოსწავლეებს არ უნდა გაუჭირდეთ ამ ამოცანის ამოხსნა. ისინი ადვილად მიხვდებიან, რომ 12 უნდა გაყონ 4-ზე.

ამოცანის გარჩევისა და მისი ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი ამოცანის პირობას ართულებს.

ა მ ო ც ა ნ ა 2. ეკამ და ნინომ იყიდეს ერთნაირი ფანქრები. ეკამ იყიდა 15 ფანქარი, ნინომ კი – 11. ეკამ გადაიხადა 12 თეთრით მეტი, რა ღირს ერთი ფანქარი?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი შეიძლება ასეთი იყოს:

	რაოდენობა	ფასი	ღირებულება
ეკამ ნინომ	15 11	ერთნაირი	15 ფანქარი 11 ფანქარზე ძვირია 12 თეთრით

პირველი ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეთათვის ცხადია, რომ მეორე ამოცანაში ჯერ უნდა იპოვონ, თუ რამდენით მეტი ფანქარი იყიდა ეკამ (15 – 11 = 4); შემდეგ კი ადვილად იპოვიან ერთი ფანქრის ღირებულებას (ფასს).

ამის შემდეგ ამოცანის პირობა კიდევ უფრო რთულდება.

ა მ ო ც ა ნ ა 3. ეკამ იყიდა 15 ფანქარი, ნინომ კი – 11 ასეთივე ფანქარი. ეკამ გადაიხადა 12 თეთრით მეტი. რამდენი გადაუხდიათ ფანქრებში ეკასა და ნინოს ცალ-ცალკე?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი ასეთია:

	რაოდენობა	ფასი	ღირებულება
ეკამ ნინომ	15 11	ერთნაირი	?, 12 თეთრით მეტი ? ←

ამოხსნაში მოსწავლეთათვის ახალი უკვე არაფერი არ არის.

ამოხსნის გეგმა:

1) რამდენი ფანქრით მეტი უყიდია ეკას?
2) რა ღირს ერთი ფანქარი?
3) რამდენი გადაიხადა ეკამ 15 ფანქარში?
4) რამდენი გადაიხადა ნინომ 11 ფანქარში?

ამოხსნა:

1) 15 – 11 = 4 (ცალი),
2) 12 : 4 = 3 (თეთრი),
3) $3 \cdot 15 = 45$ (თეთრი),
4) $3 \cdot 11 = 33$ (თეთრი).

შემოწმებისათვის საკმარისია იპოვონ, თუ რამდენით მეტი გადაიხადა ეკამ (45 – 33 = 12).

§9. დროზე და მოძრაობაზე ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლების მეთოდიკა

შინაარსის მიხედვით, როგორც აღვნიშნეთ, ცალკეა გამოყოფილი ამოცანები დროზე და ამოცანები მოძრაობაზე (არაპროპორციულობის პლანში).

დაწყებით კლასებში მოსწავლეები თანდათანობით ეცნობიან დროის საზომ ერთეულებს: წამი, წუთი, საათი, დღე-ღამე, კვირა, თვე, წელიწადი, საუკუნე და ამ ერთეულებს იყენებენ დროზე ამოცანების ამოხსნისას. მოსწავლეებს უნდა შეეძლოთ დროის კალენდარული შუალედის გამოსახვა დროის ერთეულებში. ეს შუალედები ყოველთვის დაკავშირებულია გარკვეულ მოვლენებთან და მოთავსებულია რამდენიმე დღე-ღამის, ან ერთი წლის ფარგლებში.

ამოცანები დროზე ძირითადად **სამი სახისაა:**

- მოცემულია მოვლენის საწყისი და ბოლო მომენტები. დასადგენია შუალედის ხანგრძლივობა.
- მოცემულია მოვლენის საწყისი მომენტი და შუალედის ხანგრძლივობა.
- დასადგენია მოვლენის ბოლო მომენტი.
- მოცემულია მოვლენის ბოლო მომენტი და შუალედის ხანგრძლივობა.
- დასადგენია საწყისი მომენტი.

ეს სამი ამოცანა წყვილ-წყვილად ურთიერთშებრუნებულია. მათი ამოხსნა ხდება პირველად დღე-ღამის, შემდეგ თვისა და ბოლოს ერთი წლის ფარგლებში.

განვიხილოთ დღე-ღამის ფარგლებში მოცემული სამივე სახის ამოცანის ამოხსნის სწავლების საკითხი.

ა მ ო ც ა ნ ა 1. ავტობუსი-ექსპრესი „სოხუმი–სამტრედია" სოხუმის სადგურიდან გადის 10 საათზე. სამტრედიაში იგი დღის 2 საათზე ჩადის. რა დრო სჭირდება ექსპრესს გზაში?

მესამე კლასში, როცა მოსწავლეებს ჯერ კიდევ არა აქვთ სწორი წარმოდგენა 24-საათიან ციფერბლატზე, ამოცანა უნდა ამოიხსნას საათის ციფერბლატის ჩვენებით:

10 სთ-დან 12 სთ-მდე გაივლის 12 – 10 = 2 საათი.

12 სთ-დან 2 სთ-მდე გაივლის 2 საათი.

ე. ი. ექსპრესს გზაში სჭირდება 2 + 2 = 4 საათი.

ა მ ო ც ა ნ ა 2. ავტობუსი-ექსპრესი „სოხუმი-სამტრედია" სოხუმის სადგურიდან გადის 10 საათზე. გზაში მას სჭირდება 4 საათი, რომელ საათზე ჩადის ექსპრესი სამტრედიაში?

ამოხსნისას შეიძლება ისევ ციფერბლატის გამოყენება.

10-დან 12 საათამდე ექსპრესი იმოძრავებს 2 საათს, დარჩენილი 2 საათი აითვლება 12-დან ე. ი. ექსპრესი სამტრედიაში ჩავა დღის 2 საათზე.

ა მ ო ც ა ნ ა 3. ავტობუსი-ექსპრესი „სოხუმი–სამტრედია" სოხუმიდან სამტრედიამდე გზის გავლას ანდომებს 4 საათს. სამტრედიაში იგი ჩადის დღის 2 საათზე. რომელ საათზე გადის ექსპრესი სოხუმის სადგურიდან?

ეს ამოცანაც იხსნება ციფერბლატის გამოყენებით, მხოლოდ ათვლა დაიწყება დღის 2 საათიდან 12-ის გავლით, უკუმიმართულებით.

მეოთხე კლასში ამავე ამოცანების ამოხსნას ექნება სხვანაირი სახე. დღის 2 საათი გამოისახება როგორც 14 საათი (12 + 2 = 14). 10 საათიდან 14 საათამდე გაივლის 4 საათი (14 – 10 = 4).

მეორე ამოცანა: 10 + 4 = 14 (სთ).

მესამე ამოცანა: 14 – 4 = 10 (სთ).

მეოთხე კლასში ამოცანები დროზე თანდათანობით უნდა გართულდეს. განვიხილოთ

ამოცანა: სოხუმიდან თბილისამდე მატარებელი მიდის 13 საათს. სოხუმის სადგურიდან მატარებელი გავიდა 21 საათზე. რომელ საათზე ჩავა იგი თბილისში?

ა მ ო ხ ს ნ ა:

1) 21 საათიდან დღე-ღამის ბოლომდე გაივლის 24 – 21= 3 საათი

2) მეორე დღე-ღამის დასაწყისიდან მატარებელი ივლის 13 – 3 = 10 საათს.

პასუხი: მატარებელი თბილისში ჩავა მეორე დღის დილის 10 საათზე.

შებრუნებულ ამოცანებს შეადგენენ მოსწავლეები და ამოხსნიან დამოუკიდებლად.

ბოლოს, შემდგომ ეტაპზე უნდა ამოიხსნას სამივე სახის ამოცანა ერთი წლის ფარგლებში.

ამოხსნისას მოსწავლეები გამოიყენებენ ტაბელ-კალენდარს. განვიხილოთ

ამოცანა: სიმინდის ყანა დათესეს 17 აპრილს, ხოლო ამ ყანიდან მოსავალი აიღეს 17 ოქტომბერს. რა დრო გავიდა ყანის დათესვიდან მოსავლის აღებამდე?

ამოხსნა, როგორც ვთქვით, გამოანგარიშება ტაბელ-კალენდრის გამოყენებით ხდება და შეიძლება გაფორმდეს შემდეგნაირად:

ა მ ო ხ ს ნ ა:

აპრილში გავიდა	30 – 17 = 13 დღ.
მაისში	31 დღ.
ივნისში	30 დღ.
ივლისში	31 დღ.
აგვისტოში	31 დღ.
სექტემბერში	30 დღ.
ოქტომბერში	17 დღ.
სულ გავიდა	183 დღ., ანუ 6 თვე.

ამოცანები მოძრაობაზე. ეს ამოცანები ტრადიციულად გამოყოფილია ცალკე ტიპად, თუმცა, განსაკუთრებულ ტიპს იგი არ წარმოადგენს იმის გამო, რომ პროპორციულ სიდიდეებზე ამოცანები სამეულით **სიჩქარე-დრო-მანძილი**, რომლებიც ზემოთ იყო განხილული, არის , ასევე, ამოცა-ნები მოძრაობაზე. გარდა ამისა, ნათქვამის ნათელსაყოფად შევადაროთ ერთმანეთს ამოცანები:

1) ორი ქალაქიდან, რომელთა შორის მაძილი არის 400 კმ, ერთდროულად, ერთმანეთის შესახვედრად გამოვიდნენ ველოსიპედისტი სიჩქარით 20 კმ საათში და ავტომობილისტი სიჩქარით 80 კმ საათში. რამდენი საათის შემდეგ შეხვდებიან ისინი ერთმანეთს?

2) ოსტატი 1 საათში ამზადებს 80 დეტალს, მოწაფე კი – 20-ს. ერთდროული მუშაობით რამდენ საათში დაამზადებენ ისინი 400 დეტალს?

3) ლელამ იყიდა 20-თეთრიანი და 80-თეთრიანი საერთო რვეულები. სულ გადაიხადა 4 ლარი. რამდენი ცალი რვეული უყიდია ლელას?

როგორც ჩანს, სამივე ამოცანა სრულიად სხვადასხვა შინაარსისაა, მაგრამ, თუ დავუკვირდებით, ვნახავთ, რომ ეს ამოცანები ზუსტად ერთნაირი ლოგიკური სტუქტურის მქონეა და სამივე ამოცანის ამოხსნაც ერთნაირია: 1) 20 + 80 = 100; 2) 400 : 100 = 4.

მაშასადამე, სწავლების პროცესში მოძრაობაზე ამოცანების ცალკე ტიპად გამოყოფა აუცილებელი არ არის. მათი ამოხსნის სწავლება ორგანულად უნდა დაუკავშირდეს პროპორციულ სიდიდეებზე (სამეულით: დრო, სიჩქარე, მანძილი) ამოცანების ამოხსნის სწავლებას, მაგრამ განსაკუთრებული ყურადღება მაინც უნდა მიექცეს, რადგანაც, ჯერ ერთი, ასეთი ამოცანების მოკლე ჩანაწერებად გამოიყენება არა ცხრილები, არამედ ნახაზები და, მეორე, ამოხსნის სწავლების მეთოდიკაც ოდნავ თავისებურია. ეს ამოცანები განსაკუთრებულია იმით, რომ ისინი აგებულია პროპორციული სიდიდეების ფუნქციონალური დამოკიდებულების საფუძველზე.

მოძრაობაზე ამოცანების ამოხსნა ისწავლება მეოთხემეხუთე კლასებში, მაგრამ ამ სწავლებისთვის მომზადება საჭიროა მესამე კლასიდან.

იმ მიზნით, რომ მოსწავლეებს განუვითარდეთ წარმოდგენები სიდიდეებზე: სიჩქარე, დრო, მანძილი და მათ შორის

დამოკიდებულება-მიმართებებზე, სასარგებოლა, ჩატარდეს ექსკურსია, სადაც მოხდება დაკვირვება ტრანსპორტის მოძრაობაზე. აქ ყურადღება მიექცევა შემდეგ საკითხებს:

1) ფეხით მოსიარულე უფრო ნელა მოძრაობს, ვიდრე ავტომანქანა;

2) ავტომანქანა უფრო სწრაფად მოძრაობს, ვიდრე ფეხით მოსიარულე;

3) ზოგი ავტომანქანა სწრაფად მოძრაობს, ზოგი – ნელა;

4) შემხვედრი ავტომანქანები შეხვედრამდე უახლოვდებიან ერთმანეთს, შემდეგ – შორდებიან;

5) ისინი შეხვედრამდე და შეხვედრის შემდეგაც საწინააღმდეგო მიმართულებით მოძრაობენ;

6) ერთი მიმართულებით მოძრავი ორი მანქანიდან სწრაფად მიმავალი ეწევა ნელა მიმავალს და ასწრებს;

7) დაწევამდე უახლოვდება მას, გასწრების შემდეგ – შორდება და ა. შ.

ასეთი ექსკურსიის შემდეგ კარგია, სკოლის ეზოში ჩატარდეს პრაქტიკული მეცადინეობა მოძრავი თამაშების სახით, სადაც ჩაირთვება დავალებები: იარე ნელა! ირბინე ნელა! ირბინე სწრაფად! დაეწიე და გაუსწარი მიმავალ ამხანაგს! შეხვდი! წადი საწინააღმდეგო მიმართულებით! და ა. შ.

სამწუხაროდ, ტრადიციულად დამკვიდრდა სრულიად არასწორი ტერმინი. ვთქვათ, ორი სხეული მოძრაობს ერთმანეთის შესახვედრად. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ საქმე გვაქვს შემხვედრ მოძრაობასთან. თუ ამ სხეულებმა ჩაუარეს ერთმანეთს და განაგრძეს მოძრაობა, მაშინ ამბობენ, რომ საქმე გვაქვს საწინააღმდეგო მიმართულებით მოძრაობას-

თან. გამოდის, თითქოს სხეულები შეხვედრამდე საწინააღმდეგო მიმართულებით არ მოძრაობდნენ, თითქოს მეორე შემთხვევა სხვა რამ იყოს.

დაწყებით სკოლაში მოძრაობაზე ამოცანების ყველა შესაძლო სიუჟეტის მიხედვით გვაქვს ორი შემთხვევა: 1. მოძრაობა საწინააღმდეგო მიმართულებით, 2. მოძრაობა იმავე მიმართულებით. საწინააღმდეგო მიმართულებით მოძრაობისას გვაქვს ორი შემთხვევა: მოძრაობა შეხვედრამდე, მოძრაობა შეხვედრის შემდეგ. შეხვედრამდე მოძრაობისას სხეულები უახლოვდება ერთმანეთს, შეხვედრის შემდეგ – ერთმანეთს შორდება. მას შეიძლება დავარქვათ განშორება. ერთი მიმართულებით მოძრაობისას ერთი სხეული ეწევა მეორეს, დაწევის შემდეგ კი – შორდება მას. ამ შემთხვევაში შეიძლება ითქვას, რომ გვაქვს ერთი სხეულის დაშორება მეორისაგან. ყველა ეს სიტუაცია ამოცანებში ასახულია. ამიტომ, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, მოძრაობაზე ამოცანები დავყოთ შემდეგ სახეებად:

1) ამოცანები შემხვედრ მოძრაობაზე (როცა შეხვედრის წერტილი ბოლო პუნქტია).

2) ამოცანები განშორებით მოძრაობაზე (როცა ორი სხეული ერთი წერტილიდან შორდება ერთმანეთს საწინააღმდეგო მიმართულებით).

3) ამოცანები შემხვედრ-განშორებით მოძრაობაზე (როცა სხეულები მოძრაობენ შეხვედრის შემდეგაც).

4) ამოცანები დაწევით მოძრაობაზე (როცა დაწევის წერტილი ბოლო პუნქტია).

5) ამოცანები დაშორებით მოძრაობაზე (როცა ორი სხეული ერთი მიმართულებით გადის ერთი წერტილიდან;

ერთი – მეტი სიჩქარით, მეორე – ნაკლებით; ერთი სხეული შორდება მეორეს).

6) ამოცანები დაწევით-დაშორებით მოძრაობაზე (როცა ერთი სხეული ეწევა მეორეს და დაწევის შემდეგაც გრძელდება მათი მოძრაობა).

ამასთან, უნდა ითქვას, რომ ექვსივე სახის ამოცანების სიუჟეტები აგებულია შემდეგ შემთხვევებზე:

1) მოცემულია ორივე სხეულის სიჩქარე და მოძრაობის დრო. საძიებელია გავლილი ან გასავლელი მანძილი.

2) მოცემულია ორივე სხეულის სიჩქარე და გავლილი ან გასავლელი მანძილი. საძიებელია მოძრაობის დრო.

3) მოცემულია მანძილი, მოძრაობის დრო და ერთი სხეულის სიჩქარე. საძიებელია მეორე სხეულის სიჩქარე.

მაშასადამე, ექვსივე სახეში არის სამ-სამი ურთიერთშებრუნებული ამოცანა.

მეოთხე კლასის მოსწავლეთათვის ძნელი ასათვისებელია მოძრაობაზე ზემოთ მოცემული სახეებიდან მესამე და მეექვსე. მათი განხილვა შეიძლება კლასგარეშე მუშაობის დროს, აგრეთვე, შემდგომ კლასებში. ყველა დანარჩენი შემთხვევა ავსებს ერთმანეთს იმ გაგებით, რომ ორი სხეულის მოძრაობა შესწავლილი იქნება ყოველმხრივ. ამასთან, ამ ამოცანათა ამოხსნების ერთმანეთთან შედარება-შეპირისპირება მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებას დიდად შეუწყობს ხელს. საილუსტრაციოდ მოგვყავს ყოველი სახის თითო ამოცანა:

1) ორი სოფლიდან ერთმანეთის შესახვედრად წავიდა ორი ველოსიპედისტი. პირველი ველოსიპედისტის სიჩქა-

რეა12 კმ საათში, მეორისა კი 17 კმ საათში. 3 საათის შემდეგ ისინი შეხვდნენ ერთმანეთს, რა მანძილია სოფლებს შორის?

2) ერთი სოფლიდან საწინააღმდეგო მიმართულებებით გავიდა ორი ველოსიპედისტი. პირველი ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ საათში, მეორისა კი 17 კმ საათში. როგორი იქნება ველოსიპედისტებს შორის მანძილი 3 საათის შემდეგ?

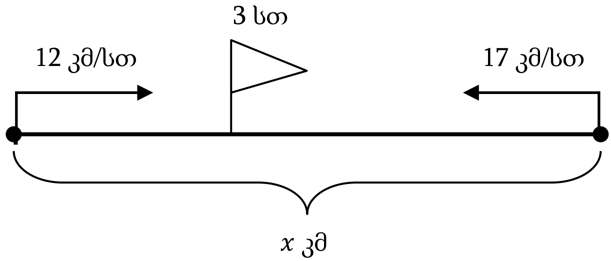
3) სოხუმიდან და ოჩამჩირედან ერთდროულად გავიდა ორი ავტომანქანა თბილისის მიმართულებით. პირველის სიჩქარე იყო 60 კმ საათში. 3 საათის შემდეგ იგი დაეწია ოჩამჩირედან გასულ ავტომანქანას. როგორი სიჩქარე ჰქონდა მეორე ავტომანქანას, თუ სოხუმიდან ოჩამჩირემდე მანძილი 45 კმ–ია?

4) სოხუმიდან თბილისის მიმართულებით გავიდა ორი ავტომანქანა, პირველის სიჩქარე იყო 69 კმ საათში, მეორისა კი 45 კმ საათში. რა მანძილი იქნება ავტომანქანებს შორის 4 საათის შემდეგ?

როგორც ჩანს, მოყვანილი ამოცანებიდან მეთოდიკური თვალსაზრისით მეოთხე სახის ამოცანა სხვებთან შედარებით მეტ სირთულეს შეიცავს. მისი შებრუნებული ამოცანების ამოხსნისას ზოგჯერ საჭირო იქნება განტოლების შედგენა, ამიტომ სწავლების პროცესში მეოთხე სახის ამოცანის გართულება მიზანშეწონილი არ არის. ამოცანათა დანარჩენი სახის ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა ერთმანეთის ანალოგიურია, ამიტომ განვიხილოთ მხოლოდ პირველი სახის ამოცანები (ამასთან, პირველი სახის ამოცანები, სხვებთან შედარებით, უფრო ხშირად გვხვდება მათემატიკის დაწყებით კურსში):

1) ორი სოფლიდან ერთმანეთის შესახვედრად წავიდა ორი ველოსიპედისტი. პირველი ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ საათში, მეორისა კი 17 კმ საათში. რა მანძილია სოფლებს შორის, თუ ისინი 3 საათის შემდეგ შეხვდნენ ერთმანეთს?

ამოცანის მოკლე ჩანაწერი გაკეთდება ნახაზის სახით:



ნახ. 72

სათანადო ანალიზის ჩატარების შემდეგ ბავშვებს უნდა მივცეთ ამოცანის ამოხსნა ორი ხერხით.

პირველი ხერხი:

1) $12 \cdot 3 = 36$ (კმ) – გაიარა პირველმა ველოსიპედისტმა;

2) $17 \cdot 3 = 51$ (კმ) – გაიარა მეორე ველოსიპედისტმა;

3) $36 + 51 = 87$ (კმ) – მანძილი სოფლებს შორის.

მეორე ხერხი:

1) $12 + 17 = 29$ (კმ) – ველოსიპედისტების დაახლოების სიჩქარე;

2) $29 \cdot 3 = 87$ (კმ) – მანძილი სოფლებს შორის.

თუ მეორე ხერხით მოსწავლეებს ამოცანის ამოხსნა გაუჭირდათ, მასწავლებელმა კარგად უნდა განუმარტოს ტერმინის „დაახლოების სიჩქარე“ მნიშვნელობა.

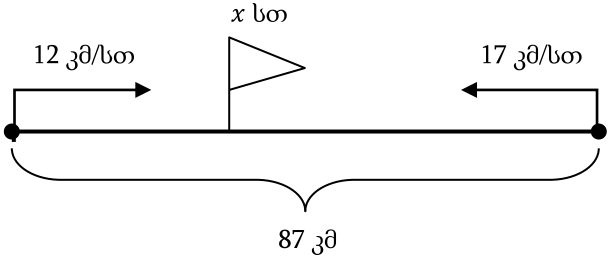
აქვე აუცილებელია რიცხვითი ფორმულის $x = (12 + 17) \cdot 3$ შედგენაც, რაც ამოცანის ანალიზისა და მეორე ხერხით ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეებს არ გაუჭირდებათ. შეიძლება რიცხვითი გამოსახულების შედგენაც. ამ შემთხვევაში ამოხსნა ასეთი იქნება:

$$(12 + 17) \cdot 3 = 87.$$

პ ა ს უ ხ ი: 87 კილომეტრი.

3) ორი სოფლიდან, რომელთა შორის მანძილია 87 კმ, ერთმანეთის შესახვედრად წავიდა ორი ველოსიპედისტი. პირველი ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ საათში, მეორისა კი 17 კმ საათში. რამდენი საათის შემდეგ შეხვდებიან ისინი ერთმანეთს?

მოკლე ჩანაწერს ექნება სახე:



ნახ. 73

ა მ ო ხ ს ნა:

1) $12 + 17 = 29$ (კმ) – ველოსიპედისტების დაახლოების სიჩქარე,

2) $87 : 29 = 3$ (სთ) – მოძრაობის დრო შეხვედრამდე.

ან:

$x = 87 : (12 + 17)$,

$x = 87 : 29$,

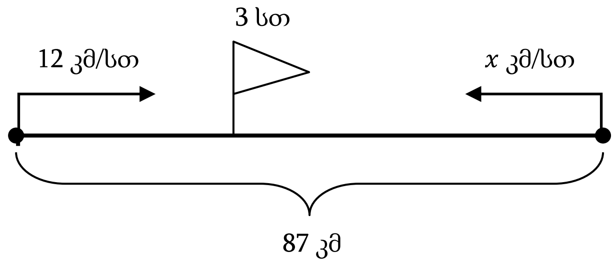
$x = 3$.

ან კიდევ:

87 : (12 + 17) = 87 : 29 = 3.

3) ორი სოფლიდან, რომელთა შორის მანძილია 87 კმ, ერთმანეთის შესახვედრად წავიდა ორი ველოსიპედისტი. პირველი ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ საათში. რას უდრის მეორე ველოსიპედისტის სიჩქარე, თუ ისინი ერთმანეთს შეხვდებიან 3 საათის შემდეგ?

მოკლე ჩანაწერი ასეთია:



ნახ. 74

ა მ ო ხ ს ნ ა:

1) $12 \cdot 3 = 36$ (კმ) – გაიარა შეხვედრამდე პირველმა ველოსიპედისტმა;

2) $87 - 36 = 51$ (კმ) – გაიარა შეხვედრამდე მეორე ველოსიპედისტმა;

3) $51 : 3 = 17$ (კმ) – მეორე ველოსიპედისტის სიჩქარე.

ან:

1) $87 : 3 = 29$ (კმ) – ველოსიპედისტების დაახლოების სიჩქარე;

2) $29 - 12 = 17$ (კმ) – მეორე ველოსიპედისტის სიჩქარე.

ან კიდევ:

$x = 87 : 3 - 12$,

$x = 29 - 12,$

$x = 17.$

შეიძლება ამოიხსნას რიცხვითი გამოსახულების შედგენითაც.

უნდა აღინიშნოს, რომ სამივე ამოცანა უმჯობესია ამოიხსნას ერთ გაკვეთილზე. თანაც, გამოყენებულ იქნას ერთი ნახაზი (ცვლილებების შეტანით).

რიცხვითი ფორმულის, ან გამოსახულების მიხედვით მოძრაობაზე ამოცანების შედგენის სწავლება სიძნელეს არ წარმოადენს. როგორც ახლახან ვნახეთ, რიცხვითი ფორმულებით:

$$x = (12 + 17) \cdot 3;$$

$$x = 87 : (12 + 17);$$

$$x = 87 \cdot 3 - 12$$

შეიძლება შედგეს ამოცანები შემხვერდ მოძრაობაზე. გარდა ამისა, მასწავლებელმა, აგრეთვე, უნდა მიმართოს მოძრაობაზე ამოცანების შედგენას ნახაზის მიხედვით.

მაღალ კლასებში (მე-5-მე-6) მოძრაობაზე უნდა ამოიხსნას ამოცანები განტოლების შედგენითაც.

განტოლების შედგენით ამოცანის ამოხსნა მოიცავს შემდეგ ეტაპებს:

- ამოცანის შინაარსის ანალიზი,
- ამოცანის ამოხსნის გზის ძიება და მისი ამოხსნის გეგმის შედგენა
- ამოცანის ამოხსნის გეგმის განხორციელება
- ამოცანის ამოხსნის შემოწმება

განვიხილოთ ისინი ორ კონკრეტულ მაგალითზე.

ამოცანა 1. *A* პუნქტიდან *B* პუნქტამდე მანძილი 116 კილომეტრია. *A*-დან *B* პუნქტისაკენ ერთდროულად გამოვიდა ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი. ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ/სთ, მოტოციკლისტისა კი _ 32 კმ/სთ. რამდენი საათის შემდეგ დარჩება ველოსიპედისტს გასავლელი 4-ჯერ მეტი მანძილი, ვიდრე მოტოციკლისტს?

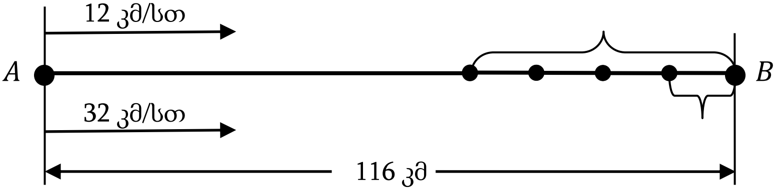
ამოხსნა.

1. ამოცანის შინაარსის ანალიზი

ამოცანაში საუბარია მოტოციკლისტზე და ველოსიპედისტზე, რომლებიც ერთდროულად გამოვიდნენ ერთი მიმართულებით *A* პუნქტიდან *B* პუნქტისაკენ. ცნობილია, რომ მანძილი ამ პუნქტებს შორის 116 კილომეტრია. გარდა ამისა, მოტოციკლისტის სიჩქარეა 32 კმ/სთ, ხოლო ველოსიპედისტის სიჩქარეა 12 კმ/სთ. ამოცანა გვეკითხება, რამდენი საათის შემდეგ დარჩება გასავლელი ველოსიპედისტს ოთხჯერ მეტი მანძილი, ვიდრე მოტოციკლისტს. მაშასადამე, ამოცანის პასუხის გაცემისათვის უნდა გამოვიყენოთ თანაფარდობები მანძილებს შორის.

მოცემულობის მიხედვით შევადგინოთ ამოცანის მოდელი (1) ნახაზის სახით.

(1)



ნახ. 75

2. ამოცანის ამოხსნის გზის ძიება და მისი ამოხსნის გეგმის შედგენა

_ რას გვეკითხება ამოცანა?

_ ამოცანა გვეკითხება, რამდენი საათის შემდეგ დარჩება ველოსიპედისტს გასავლელი 4-ჯერ მეტი მანძილი, ვიდრე მოტოციკლისტს?

_ რა უნდა ვიცოდეთ იმისათვის, რომ პასუხი გავცეთ ამოცანის კითხვას?

_ უნდა ვიცოდეთ, რა მანძილი გაიარა თითოეულმა მათგანმა და რა მანძილი დარჩა გასავლელი თითოეულს.

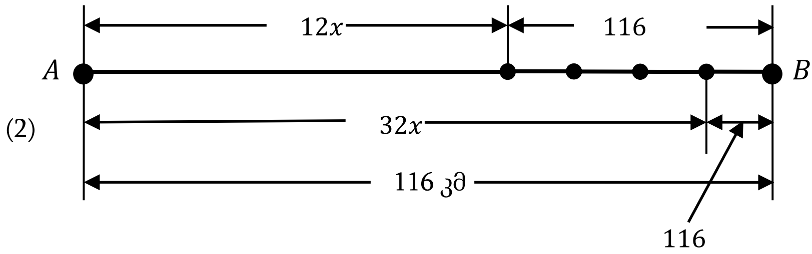
_ შევძლებთ თუ არა ამ სიდიდეების გაგებას?

_ შევძლებთ! ამისათვის საძიებელი რიცხვი აღვნიშნოთ x-ით. რადგანაც ვიცით მოტოციკლისტის სიჩქარე, შეგვიძლია გავიგოთ, თუ რა მანძილი გაიარა მან x საათში. შემდეგ, რადგანაც ვიცით მანძილი მოცემულ პუნქტებს შორის, შეგვიძლია გავიგოთ, რა მანძილი დარჩა გასავლელი მოტოციკლისტს. ასევე, რადგანაც ვიცით ველოსიპედისტის სიჩქარე, შეგვიძლია გავიგოთ მანძილი, რომელიც მან გაიარა x საათში და, რადგანაც ვიცით მანძილი ამ პუნქტებს შორის, შეგვიძლია გავიგოთ, თუ რა მანძილი დარჩა გასავლელი ველოსიპედისტს.

ამოცანის პირობის თანახმად, ველოსიპედისტს დარჩა გასავლელი ოთხჯერ მეტი მანძილი, ვიდრე მოტოციკლისტს. ამიტომ შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება, რომელიც ასახავს გასავლელი მანძილების მოცემულ თანაფარდობას. ამ განტოლების ამოხსნა მოგვცემს პასუხს ამოცანის კითხვაზე.

3. ამოცანის ამოხსნის გეგმის განხორციელება

ვთქვათ, x საათის შემდეგ ველოსიპედისტს დარჩება გასავლელი 4-ჯერ მეტი მანძილი, ვიდრე მოტოციკლისტს (მეორე ნახაზი).



ნახ. 76

ამ დროის განმავლობაში მოტოციკლისტი გაივლის 32 x კმ-ს. ე. ი. მას გასავლელი დარჩება $(116 - 32x)$ კმ. ველოსიპედისტი x საათში გაივლის $12x$ კმ-ს. ე. ი. მას გასავლელი დარჩება $(116 - 12x)$ კმ. პირობის თანახმად ეს მანძილი 4-ჯერ მეტია, ვიდრე მანძილი, რომელიც გასავლელი დარჩა მოტოციკლისტს. მაშასადამე, ვღებულობთ განტოლებას:

$$(116 - 32x) \cdot 4 = 116 - 12x.$$

მარტივი გარდაქმნების შედეგად გვექნება:

$$464 - 128x = 116 - 12x$$

$$116x = 348$$

$$x = 3.$$

მაშასადამე, საძიებელი სიდიდეა 3 სთ.

4. ამოცანის ამოხსნის შემოწმება

3 საათში მოტოციკლისტი გაივლის $32 \cdot 3 = 96$ კილომეტრს, გასავლელი დარჩება $116 - 96 = 20$ კილომეტრი. 3 საათში ველოსიპედისტი გაივლის $12 \cdot 3 = 36$ კილომეტრს, გასავლელი დარჩება $116 - 36 = 80$ კილომეტრი. ვიპოვოთ, რამდენჯერ მეტი დარჩება გასავლელი გზა ველოსიპე-

დისტს, ვიდრე მოტოციკლისტს: $80 : 20 = 4$ (ჯერ). ამოცანის პირობასთან წინააღმდეგობა არ არის. ამოცანა ამოხსნილია სწორად.

პასუხი: 3 საათის შემდეგ ველოსიპედისტს 4-ჯერ მეტი მანძილი დარჩება გასავლელი, ვიდრე მოტოციკლისტს.

ამოცანა 2. ორი ქალაქიდან ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად გამოვიდა ორი მატარებელი და ერთმანეთს შეხვდნენ 18 საათის შემდეგ. იპოვეთ თითოეული მატარებლის სიჩქარე, თუ ქალაქებს შორის მანძილია 1620 კმ და ერთი მატარებლის სიჩქარე 10 კმ/სთ-ით მეტია მეორე მატარებლის სიჩქარეზე.

ამოხსნა.

მსჯელობა შეიძლება ასე წარიმართოს:

1. ვთქვათ, ერთი მატარებლის სიჩქარეა x (კმ/სთ),

2. მაშინ მეორე მატარებლის სიჩქარე იქნება: $x + 10$ (კმ/სთ).

3. მატარებლების მიახლოების სიჩქარე იქნება: $x + x + 10$ (კმ/სთ).

4. მანძილი, რომელსაც მატარებლები გაივლიან შეხვედრამდე, იქნება: $(x + x + 10) \cdot 18 = 1620$.

განტოლების ამოხსნისას მოსწავლეებმა შეიძლება გამოიყენონ:

1. გამრავლების განაწილების კანონი შეკრების მიმართ: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$,

2. ურთიერთკავშირი მოქმედების კომპონენტებსა და შედეგს შორის,

3. ტოლობის შემდეგი თვისება: $a - b = c - b;\ a = c$.

ამოხსნა შეიძლება ასეთი იყოს:

$$(x + x + 10) \cdot 18 = 1620.$$

უცნობია პირველი თანამამრავლი. რომ ვიპოვოთ იგი, ამისათვის ნამრავლი უნდა გავყოთ ცნობილ თანამამრავლზე:

$$x + x + 10 = 1620 : 18$$
$$x + x + 10 = 90$$

ტოლობის ორივე მხარეს გამოვაკლოთ 10, მივიღებთ:

$$x + x = 80$$

გამოვიყენოთ გამრავლების განაწილების კანონი შეკრების მიმართ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, მივიღებთ:

$$(1 + 1) \cdot x = 80,$$
$$2 \cdot x = 80.$$

უცნობია მამრავლი. მამრავლი რომ ვიპოვოთ, საჭიროა ნამრავლი გავყოთ სამრავლზე:

$$x = 80 : 2 = 40.$$
$$x = 40.$$

როცა ვიხილავთ ტოლობას $x + x = 80$, შეგვიძლია მოვიქცეთ სხვანაირადაც: როგორ წარმოვადგინოთ 80 ორი ტოლი რიცხვის ჯამის სახით? აქ საჭიროა ლუწი რიცხვის განახევრების ზეპირი ოპერაცია.

ამოცანის ალგებრული ხერხით ამოხსნისას ჩანაწერის გაფორმებაზე ძალიან დიდი დრო მიდის და მოსწავლეთათვის ადვილი არ არის ყურადღების მობილიზება, დასამახსოვრებელია საკმაოდ ბევრი, ამიტომ, განტოლების უფრო ადვილად შედგენის მიზნით, უმჯობესია ამოცანის მოდელის (მოკლე ჩანაწერის) შესრულება ასეთი ცხრილის სახით:

v (სიჩქარე)	**t** (დრო)	**S** (მანძილი)
x	18	1620 $\left.\begin{matrix}?\\?\end{matrix}\right\}$
$x+10$	18	

ამოხსნა შეიძლება ასე წარიმართოს:

$x \cdot 18 + (x+10) \cdot 18 = 1620$

$x \cdot 18 + x \cdot 18 + 10 \cdot 18 = 1620$

$x \cdot (18+18) + 180 = 1620$

$x \cdot (18+18) = 1620 - 180$

$x \cdot 36 = 1440$

$x = 1440 : 36$

$x = 40$

პასუხი:

- 40 კმ/სთ _ პირველი მატარებლის სიჩქარე;
- 40+10=50 (კმ/სთ) _ მეორე მატარებლის სიჩქარე.

შენიშვნა: განტოლების ამოხსნისას, როგორც ვთქვით, ბავშვები სარგებლობენ მხოლოდ მათთვის უკვე ცნობილი წესებით:

- $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ _ დისტრიბუციულობის კანონით,
- არითმეტიკულ მოქმედებათა კომპონენტებს შორის კავშირით,
- არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებებით.

§10. ვარიაციულობა როგორც მოსწავლეთა შემეცნებითი მოქმედიანობის აქტივიზაციის საშუალება

როგორც არაერთხელ აღვნიშნეთ, მათემატიკის სწავლების ძირთადი მიზანია, ჯერ ერთი, შეიძინოს მოსწავლემ გარკვეული ცოდნა, მეორე, რაც არანაკლებ კი არა, შესაძლოა, უფრო მნიშვნელოვანიცაა, – ისწავლოს მოსწავლემ, თვითონ დამოუკიდებლად მოიპოვოს ახალი ცოდნა. ცნობილია, რომ ყოველი მოსწავლე ცოდნას ითვისებს იმის მიხედვით, თუ როგორაა განვითარებული მისი გონებრივი შესაძლებლობა, მეხსიერება, ყურადღება, შრომითი ჩვევები და სხვ. ამის გამო, და რადგანაც ჩამოთვლილი ნიშან-თვისებები მოსწავლეებს სხვადასხვანაირი გააჩნია, აუცილებელია, მასწავლებელი მეცადინეობებისათვის ამოცანების შერჩევას ვარიაციულად მიუდგეს. სხვა სიტყვებით, ამოცანათა შერჩევის ვარიაციულობას გადამწყვეტი მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს. მივიჩნიოთ, რომ ვარიაციულობას განეკუთვნება აგრეთვე, ერთი ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხები. მაშასადამე, დავალებათა ვარიაციულობის ქვეშ ვგულისხმობთ სავარჯიშოთა სისტემას, რომელშიც სავარჯიშოები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან სირთულის დონით. აგრეთვე, ამ სისტემის ერთ–ერთი უმნიშვნელოვანესი კომპონენტია ამოცანები, რომლებიც ორი ან მეტი ხერხით იხსნება.

ასეთი მიდგომა სწავლებისადმი სასწავლო პროცესში შემეცნებითი ინტერესების საფუძველზე ბუნებრივად აღმოაცენებს სასწავლო მოტივაციას, და ეს მოტივაცია უდავოდ განვითარდება ზემოხსენებული სისტემის სწორი შექმნისა

და გამოყენების შემთხვევაში. ე.ი. იმ შემთხვევაში, თუ ვარიაციულ მიდგომას საფუძვლად დაედება სწავლისა და განვითარების ფსიქოლოგიური თეორიების ძირითადი დებულებები.

ვარიაციული დებულებები უნდა მომზადდეს წინასწარ: დაფაზე, ცხრილებით, ბარათებით და სხვ. ისინი უნდა დაიყოს ორ სახედ:

- **სავალდებულო დავალებები.** ამ სავარჯიშოთა დაძლევა უნდა შეეძლოს ყველა მოსწავლეს.
- **დამატებითი დავალებები.** ეს ის დავალებებია, რომლებიც მოითხოვენ შედარებას, ანალიზს, გარკვეული დედუქციური დასკვნების გაკეთებას. გათვალისწინებულია იგი ძლიერი მოსწავლისათვის, რადგანაც ამაღლებული სირთულისაა.

განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიენიჭოს ამოცანების ამოხსნას სხვადასხვა ხერხით. მასწავლებელმა სახელმძღვანელოდ უნდა მიიღოს უ. უ. სოიერის სიტყვები: „იმისათვის, ვინც სწავლობს მათემატიკას, უფრო სასარგებლოა, ამოხსნას ერთი და იგივე ამოცანა სამი სხვადასხვა ხერხით, ვიდრე ამოხსნას სამი სხვადასხვა ამოცანა. ერთი ამოცანის სამი ხერხით ამოხსნისას, შედარების გზით შესაძლოა, გაირკვეს, რომელი ამოხსნაა უფრო მოკლე და ეფექტური. ასე გამომუშავდება გამოცდილება“.

ამ სფეროში უნარ-ჩვევების გამომუშავება ეფექტურად უწყობს ხელს მოსწავლის მათემატიკურ განვითარებას. აჰყავს იგი იმ დონემდე, რომ მას შეეძლება გამოთქვას ვარაუდები, წამოაყენოს ჰიპოთეზები და შეამოწმოს ისინი, შე-

უდაროს ერთმანეთს მიღებული შედეგები, გააკეთოს დასკვნები და სხვ., ე.ი. მოსწავლე ეჩვევა სწორად აზროვნებას.

განვიხილოთ ერთი მაგალითი.

ა მ ო ც ა ნ ა. მდინარის ადიდებით გამოწვეული წყალდიდობის დროს მოსახლეობა ორი ავტობუსით გამოიყვანეს. ერთი ავტობუსი იტევდა 24 მგზავრს, მეორე – 42-ს. რამდენი მოსახლე იყო სოფელში, თუ თითოეულმა ავტობუსმა გააკეთა 6 რეისი და ავტობუსები ყველა რეისის გაკეთებისას შევსებული იყო ბოლომდე?

ა მ ო ხ ს ნ ა:

არითმეტიკული.

პირველი ხერხი:

1) $24 \cdot 6 = 144$ (მოს.) – გადაიყვანა 24-ადგილიანმა ავტობუსმა.

2) $42 \cdot 6 = 252$ (მოს.) – გადაიყვანა 42-ადგილიანმა ავტობუსმა.

3) $144 + 252 = 396$ (მოს.) – მოსახლე სოფელში.

მეორე ხერხი:

1) $24 + 42 = 66$ (მოს.) – გადაიყვანა ორივე ავტობუსმა 1 რეისით.

2) $66 \cdot 6 = 396$ (მოს.) – მოსახლე სოფელში.

ალგებრული:

პირველი ხერხი	**მეორე ხერხი**
$x = 24 \cdot 6 + 42 \cdot 6$	$x = (24 + 42) \cdot 6$,
$x = 144 + 252$,	$x = 66 \cdot 6$,
$x = 396$.	$x = 396$.
პასუხი: სოფელში 396 მოსახლეა.	**პასუხი:** სოფელში 396 მოსახლეა.

როგორც ჩანს, მეორე ხერხი (არითმეტიკულიც და ალგებრულიც) უფრო რაციონალური და ლამაზია, ვიდრე პირველი. ამიტომ იბადება კითხვა: რატომ ამოვხსნათ ამოცანა პირველი ხერხით, თუ იგი უარესია? პასუხი ერთადერთია: ჯერ ერთი, ავტობუსებს რომ სხვადასხვა რაოდენობის რეისები გაეკეთებინათ, ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხი არ ივარგებდა. მეორე, ამოცანის ამოხსნა თვითმიზანი არ არის. სხვადასხვა ამოხსნების შედარება და შეპირისპირება ყველაზე ძვირფასია მეთოდიკური და ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით. სწორედ მაშინ ხდება რაციონალურისა და ლამაზის აღქმა, სწორედ მაშინ მიმდინარეობს განვითარების პროცესი, რასაც ასე ვესწრაფვით სწავლებისას.

ნებისმიერი ცალკეული პროგრამული თემის გავლისას მასწავლებელს შედგენილი უნდა ჰქონდეს სისტემა ისეთი სავარჯიშოებისა, რომლებიც უშვებენ მრავალი ხერხით ამოხსნას. ამ სისტემაში ამოცანების ადგილი განსაკუთრებული სიფრთხილითაა შესარჩევი.

საგანგებოდ უნდა შევჩერდეთ მრავალვარიაციული ამოხსნის მქონე ამოცანებზე. ეს ამოცანები განსხვავდება იმათგან, რომლებიც სხვადასხვა ხერხით იხსნებიან, მაგრამ ამოცანების ამოხსნისადმი ვარიაციული მიდგომის განხორციელებაში არანაკლები მნიშვნელობა გააჩნიათ.

ასეთი ამოცანა ერთ მაგალითზე განვიხილოთ.

ა მ ო ც ა ნ ა. ერთ საღამოს ნიკამ, იკამ და ლიკამ ერთად 16 ამოცანა ამოხსნეს, ყველაზე მეტი ამოცანა ამოხსნა ლიკამ, ყველაზე ნაკლები კი – ნიკამ, ის პატარაა. რამდენი ამოცანა ამოხსნა თითოეულმა ?

ა მ ო ხ ს ნ ა. ჩავწეროთ ცხრილის სახით. შევნიშნოთ, რომ, როგორც ცხრილიდან ჩანს, ამოცანას აქვს ათი ამოხსნა, მაგრამ ეს არ არის ამოხსნის ათი სხვადასხვა ხერხი.

	ამოხსნილი ამოცანების შესაძლო რაოდენობა									
ნიკა	1	1	1	1	1	2	2	2	3	4
იკა	2	3	4	5	6	3	4	5	4	5
ლიკა	13	12	11	10	9	11	10	9	9	7

აღსანიშნავია, რომ სკოლის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე პრობლემურ-ვარიაციული სწავლების მნიშვნელობა სულ უფრო და უფრო მატულობს.

§11. მოდელირების ხერხის გამოყენება ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას

რა არის მოდელირება? ან, რისთვისაა იგი საჭირო ამოცანების ამოხსნისას? – ამ კითხვაზე, ფიგურალურად რომ ვთქვათ, მოკლე პასუხი შეგვიძლია მოვნახოთ: ეს არის ოპტიმალური გზა, რომელიც მიდის მოსწავლის კონკრეტული თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნებიდან აბსტრაქტული აზროვნებისაკენ. ამოცანის ამოხსნის უნარის ფორმირებას საფუძვლად უნდა დავუდოთ მოდელირების ხერხი, რომელსაც მოსწავლე ძალიან კარგად და შემოქმედებითობის დონეზე შეიძლება დაეუფლოს. მასწავლებელი იზრუნებს იმაზე, რომ სასწავლო საქმიანობის შემეცნებითი პროცესი მო-

დელირების გამოყენებაზე ორიენტირებულად იყოს სპეციალურად ორგანიზებული.

მოდელი არის გამოსაკვლევი ობიექტის, პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის ანალოგი (აგებული გარკვეული წესით), რომელიც ასახავს ამ ობიექტის კავშირებისა და მიმართებების სტრუქტურას და, რომელსაც შეუძლია შეენაცვლოს მას ისე, რომ მოდელის შესწავლა გვაძლევდეს ახალ ინფორმაციას ამ ობიექტის (პროცესის, სიტუაციის, მოვლენის) შესახებ. ასე რომ, მოდელირების ქვეშ შეგვიძლია ვიგულისხმოთ მოდელის აგება.

ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლემ უნდა გამოიკვლიოს ის სიტუაცია, რომელიც ამოცანაშია მოცემული. მისთვის მთავარია, გამოყოს ის, რაც ძირითადია, უკუაგდოს ყოველივე მეორეხარისხოვანი და ამოცანა ჩაწეროს მათემატიკურ ენაზე. ამოხსნისათვის შესარჩევია მოქმედებები, მაგრამ ეს ძალიან ძნელი გასაკეთებელია.

ამიტომ, ყველაფერი უნდა დაიწყოს სრულიად ბუნებრივად, ცხოვრებისეული სიტუაციებიდან გამომდინარე.

ვთქვათ, ირაკლიმ შეხედა ხეს და დაინახა: ტოტზე სამი ჩიტი ზის. ერთი გაფრინდა, ორი დარჩა.

ირაკლიმ ეს თვითონ დაინახა. არაფერი არ გაკვირვებია, რადგანაც ყველაფერი ბუნებრივი იყო, მისთვის ნაცნობი. ბუნებაში მოხდა ერთი ჩვეულებრივი **მოვლენა,** შეიქმნა გარკვეული **სიტუაცია,** სრულიად ბუნებრივი, წარიმართა გარკვეული **პროცესი** და ისიც სრულიად ბუნებრივი.

მაგრამ ეს მოვლენა წავიდა, წარსულს ჩაბარდა, მისგან არაფერი დარჩა. უკვე ის დარჩენილი ორი ჩიტიც არსად არის.

ირაკლისთან თენგო მივიდა.

– რა მოხდა? – იკითხა თენგომ.

– ტოტზე სამი ჩიტი იჯდა. ერთი გაფრინდა. ორი ჩიტი დარჩა. – ამცნო ირაკლიმ.

ირაკლიმ სამი წინადადება წარმოთქვა. ეს სამი წინადადება ერთ სისტემაში, ერთ თხრობაში, ერთ ტექსტში – არის მომხდარი ბუნებრივი მოვლენის სიტყვიერი მოდელი. ე. ი. ირაკლიმ მოვლენის (სიტუაციის, პროცესის) **სიტყვიერი მოდელი** შექმნა. მანამდე, სანამ თენგოს მოუყვებოდა ყველაფერს, ირაკლის დასჭირდა იმისი წარმოდგენა, რაც მოხდა, ე. ი. სიტყვიერი მოდელის შექმნამდე ირაკლიმ თავისთვის შეიქმნა მომხდარი მოვლენის **აზრითი მოდელი.**

ზემონათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ მოსწავლეს პირველ რიგში კარგად, გაცნობიერებულად უნდა ვასწავლოთ ბუნებრივი მოვლენის, პროცესის, სიტუაციის აღწერა, თხრობითად, ზეპირად. აქვე უნდა ითქვას, რომ ეს მუშაობა, უპირველეს ყოვლისა, მშობლიური ენის გაკვეთილებზე წარმოებს. განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს სურათის აღწერისა და სურათის მიხედვით თხრობის სწავლების მნიშვნელობის შესახებ.

ირაკლი სახლში რომ მოვიდა, უბის წიგნაკში ჩაიწერა: „ ტოტზე იჯდა სამი ჩიტი. ერთი გაფრინდა. ორი ჩიტი დარჩა“. ამჯერად ირაკლიმ მოვლენის **წერილობითი მოდელი** შექმნა.

ამ მცირე დროის განმავლობაში ირაკლიმ ერთი მოვლენის სამი სხვადასხვა მოდელი შექმნა:

• **აზრითი მოდელი –** პირველი ნაბიჯი აბსტრაქციისაკენ, თვალსაჩინო-ხატოვანი წარმოდგენების დონეზე მდგარი.

• **სიტყვიერი მოდელი –** შექმნილი ბგერებში გამოხატული სიტყვებით (ზეპირი ტექსტი).

• **წერილობითი მოდელი –** შექმნილი ქართულ ასოებში გამოხატული სიტყვებით (წერილობითი ტექსტი).

ახლა შევცვალოთ სიტუაცია. ვთქვათ, ირაკლის არ უნახავს, რამდენი ჩიტი გაფრინდა. შეხედა ერთხელ, – სამი ჩიტი დაინახა, შეხედა მეორედ, – დაინახა ორი ჩიტი. ასეთ შემთხვევაში ირაკლის აუცილებლად თავში გაუელვებდა აზრი: რამდენი გაფრინდა? და პასუხს თვითონვე გასცემდა: „ერთი“. ეს უკვე ამოცანაა, მომხდარი ბუნებრივი მოვლენა საფუძვლად დაედო ამოცანას. ირაკლის ზემოხსენებული მოდელები ამ ამოცანის საფუძველზე რომ შეექმნა, მაშინ ეს მოდელები ამოცანის მოდელები იქნებოდა. სახლში მოსვლისას, როცა ამოცანის ტექსტს ჩაიწერდა, მათემატიკურ სიმბოლოებზეც რომ ეფიქრა, ჩაიწერდა: $3 - x = 2$; ეს კი ამოცანის მათემატიკური მოდელია, რადგანაც იგი მათემატიკური სიმბოლოებითაა შექმნილი.

მაგრამ პირველ სამ მოდელსა და მათემატიკურ მოდელს შორის დიდი მანძილია და ამიტომ არსებობს შუალედური მოდელებიც: საგნობრივი, გრაფიკული, აზრითი (უფრო მაღალი დონე, ვიდრე ზემოთ იყო აღნიშნული).

სწავლების დროს ამოცანის ტექსტი მოსწავლეს უკვე გამზადებული ეძლევა. მან უნდა გაიცნობიეროს ეს ტექსტი, წარმოიდგინოს ის სიტუაცია, რომელიც ამ ტექსტშია ასახული და, თუ ასეთი წარმოდგენების უნარი მოსწავლეს

განვითარებული აქვს, მხოლოდ მაშინ შეუძლია ამოცანის ამოხსნაზე გადასვლა. ე. ი. მოსწავლე გადადის ამოცანის ტექსტიდან სიტუაციის წარმოდგენაზე და ამ წარმოდგენიდან გადადის მათემატიკურ ჩანაწერებზე, მათემატიკური სიმბოლოების გამოყენებაზე. სხვა სიტყვებით, მოსწავლის სასწავლო-შემეცნებითი მოქმედების სტრუქტურა ასეთია:

სიტყვიერი მოდელი ⟶ **აზრითი მოდელი** ⟶ **მათემატიკური მოდელი**

აზრითი მოდელიდან ჩანაწერებზე გადასვლისას ხდება არითმეტიკულ მოქმედებათა შერჩევა. აქ კი ძალიან ხშირად შეცდომაა მოსალოდნელი. ამიტომ, სანამ ამოცანების ამოხსნაზე გადავიდოდეთ, მოსწავლეებს კარგად უნდა გავაცნობიერებინოთ არითმეტიკულ მოქმედებათა არსი.

მოდელირების გამოყენება მარტივი ამოცანების სწავლებისას. სანამ მარტივი ამოცანების მოდელის აგების სწავლებაზე გადავიდოდეთ, აუცილებელია, მოსწავლეებს გავაცნობიერებინოთ ცხოვრებისეული სიტუაციის მოდელი, როცა ამ სიტუაციის წერილობითი მოდელი (ტექსტი) უკვე აგებულია.

მაგალითად:

აკვარიუმში 5 თევზი ცურავდა. როცა ორი თევზი ამოიყვანეს, აკვარიუმში დარჩა 3 თევზი.

ჯერ საჭიროა მოცემულ სამ რიცხვს შორის ყველა მიმართებაში გარკვევა. ეს მიმართებებია:

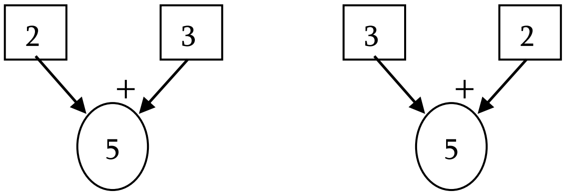
$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

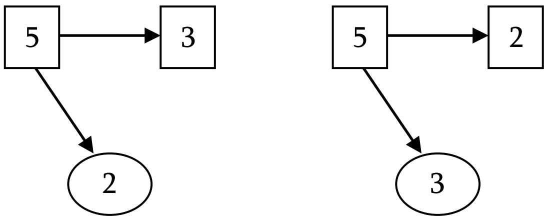
$$5 - 3 = 2$$

$$5 - 2 = 3$$

ამ მიმართებათა გარკვევის დროს უნდა გაცნობიერდეს, რომ ჯამი და საკლები ერთი და იგივეა. აგრეთვე, ისიც, რომ მაკლები და სხვაობა შესაკრებებს წარმოადგენს. ამის შემდეგ ძნელი არ იქნება სქემატური მოდელირება.



$2 + 3 = 5$ $\qquad$ $3 + 2 = 5$



$5 - 3 = 2$ $\qquad$ $5 - 2 = 3$

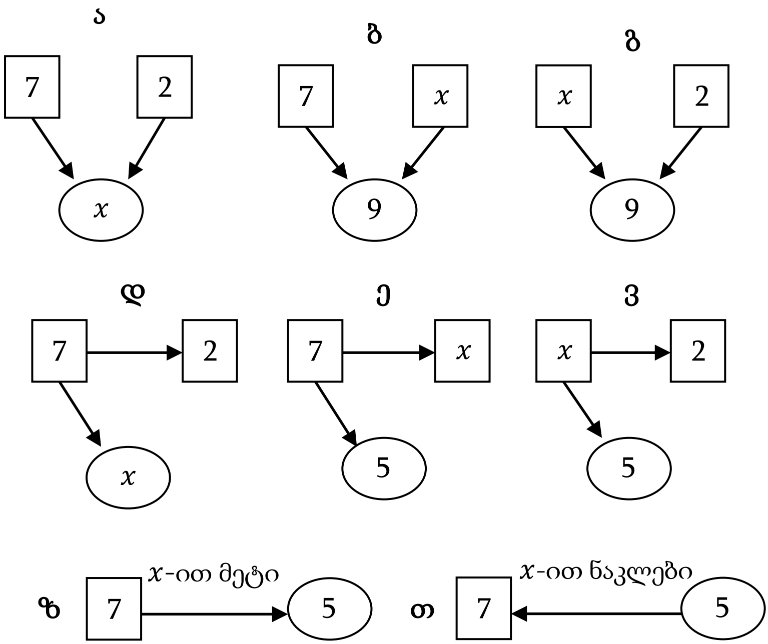
სიტუაციების ასეთი მოდელირების შემდეგ ძნელი არ არის მარტივი ამოცანების მოდელირებაზე გადავიდეთ უკვე ამოცანათა სახეების მიხედვით. ამასთან, მოსწავლემ კარგად უნდა გაიგოს, რომ ამოცანის ყოველგვარი მოკლე ჩანაწერი უნდა წარმოადგენდეს ამოცანის მოდელს. თუ ამოცანის მოკლე ჩანაწერი მოდელის თვისებებს არ აკმაყოფილებს, მაშინ ასეთი მოკლე ჩანაწერი სულ არ უნდა გავაკეთოთ.

აქ ფართოდ უნდა გაიშალოს მუშაობა ორი მიმართულებით: მოცემულია ამოცანა, ვადგენთ მის შესაბამის მოდელს და მოცემულია მოდელი, ვადგენთ (იგულისხმება ან

აღდგენა ან შედგენა) მის შესაბამის ამოცანას. განსაკუთრებითაა მნიშვნელოვანი წესი: ამოცანას შეესაბამება მისი მოდელი, მაგრამ ამ მოდელს შეესაბამება არა მხოლოდ მოცემული ამოცანა, არამედ მისი ტიპის ნებისმიერი ამოცანა.

ამ თავის წინა პარაგრაფებში მოცემული იყო მარტივი ამოცანების მოკლე ჩანაწერები (მოდელები). მათ გარდა, საჭიროა გამოვიყენოთ სქემატური მოდელებიც. მაგალითად:

მოცემულია ამოცანათა სქემატური მოდელები:



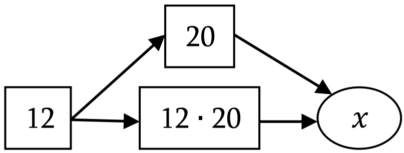
შესადგენია, ან რაც იგივეა, საძიებელია მათი შესაბამისი ამოცანები. ამ მუშაობის პროცესში საჭიროა ის მოდელებიც ჩაერთოს, რომლებიც განვიხილეთ წინა პარაგრაფებში.

თუ გამრავლებას მივიღებთ როგორც დიდი საზომი ერთეულებიდან მცირეზე გადასვლას, მაშინაც შეიძლება შედგეს ამოცანის სქემატური მოდელი.

მაგალითისათვის შეიძლება განვიხილოთ ამოცანა.

ა მ ო ც ა ნ ა: მაღაზიაში მოიტანეს კონსერვები 12 ყუთით. თითო ყუთში ეწყო 20 ქილა. რამდენი ქილა კონსერვი მოუტანიათ მაღაზიაში?

ა მ ო ხ ს ნ ა: რადგანაც გამრავლება არის დიდი საზომი ერთეულებიდან (ამ შემთხვევაში – ყუთები) მცირე საზომ ერთეულზე (ამ შემთხვევაში – ქილები) გადასვლის ოპერაცია, ამიტომ შეგვიძლია შევადგინოთ ამოცანის სქემატური მოდელი:



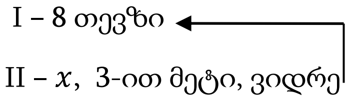
მაშასადამე, $12 \cdot 20 = 240$ (ქილა).

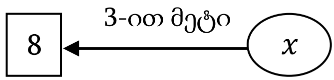
პასუხი: მოუტანიათ 240 ქილა.

მოდელების გამოყენება შედგენილი ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის სწავლებისას. ეს მეთოდიკა განვიხილოთ ერთ მაგალითზე.

ამოცანა. ჯეკომ ანკესით 8 თევზი დაიჭირა, გიომ კი 3-ით მეტი. რამდენი თევზი დაუჭერია გიოს?

ამოცანა იხსნება სათანადო ანალიზურ-სინთეზური გარჩევით, უფრო სწორად, ბავშვები იმეორებენ უკვე გავლილს; ეს ამოცანა მათ ნასწავლი აქვთ. კლასში, ვინ როგორ აზროვნებასაა მიჩვეული, იმის მიხედვით, დგება ორი სახის მოდელი:

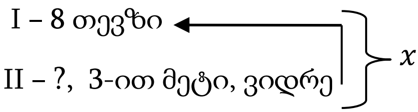
1)


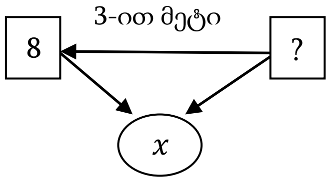
2)


პირველი მოდელი უფრო ახლოსაა ამოცანის ტექსტთან, მეორე მოდელი უფრო მიწეულია აბსტრაქციისკენ.

ამის შემდეგ მასწავლებელი მოცემულ ამოცანას უძენზის გაგარძელებას: გიომ და ჯეკომ თავიანთი ცოცხალი თევზები ჩაუშვეს ერთ წყლიან ვედროში. რამდენი თევზი დაცურავს ვედროში?

კვლავ ანალიზურ–სინთეზური გარჩევაა მთავარი და ამის შედეგად ივსება ამოცანის ორივე მოდელი. ამასთან, სადაც ძველი ამოცანის კითხვა იყო, იქ ჯდება შუალედური უცნობი და ამოცანის კითხვა გადადის ბოლოში. მოდელებს აქვთ სახე:

1)


2)


ამოხსნის პროცესში, მსჯელობის შედეგად, იგება მათემატიკური მოდელიც.

პირველ შემთხვევაში: $x = 8 + 3$,

მეორე შემთხვევაში: $x = 8 + (8 + 3)$.

შედგენილი ამოცანების ამოხსნის პროცესში სქემატურ მოდელებს მეტი გამოყენება აქვთ, რადგანაც მეტი გამომსახველობითი შესაძლებლობა გააჩნიათ. მაგალითად:

ამოცანა. კასრში 30 ლიტრი რძეა. პირველად გადმოასხეს 5 ლიტრი, მეორედ – 8 ლიტრი. რამდენი ლიტრი რძე დარჩა კასრში?

შეიძლება გაკეთდეს მოკლე ჩანაწერი:

პირველად ჩამოასხეს – 5 ლ

მეორედ ჩამოასხეს – 8 ლ

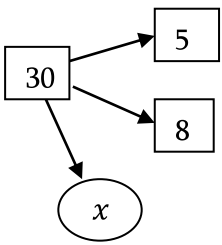
დარჩა – x

აქედან ადვილია რიცხვითი ფორმულის მიღება:

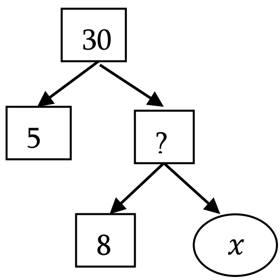
$x = 30 - 5 - 8$ ან $x = 30 - (5 + 8)$.

მოკლე ჩანაწერი შეიძლება სქემატური მოდელის სახით გაკეთდეს:

პირველი ვარიანტი



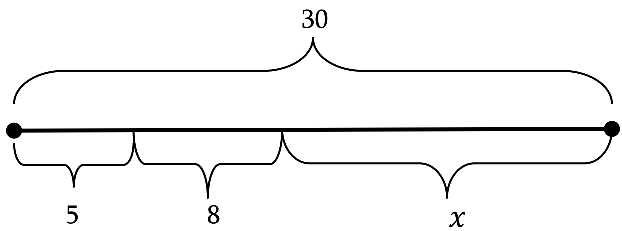
მეორე ვარიანტი



პირველი ვარიანტი კარგია რიცხვითი ფორმულის მისაღებად. მეორე ვარიანტი კარგია იმისათვის, რომ ამოცანა ამოიხსნას მოქმედებათა შესრულებით.

როგორც მარტივი ამოცანების შემთხვევაში, აქაც სასარგებლოა, მუშაობა ორი მიმართულებით წარიმართოს: ამოცანის ტექსტის მიხედვით შედგეს მოდელი, მოდელის მიხედვით – ამოცანა.

უნდა აღინიშნოს, რომ ფრიად ეფექტურია მოდელების აგებისას მონაკვეთების გამოყენებაც. მაგალითად, ბოლოს მოყვანილი ამოცანისათვის კასრიდან რძის გადმოსხმის შესახებ, მონაკვეთების დახმარებით შემდეგი მოდელი შეიქმნება:



ნახ. 77

არსებობს მოდელების აგების სხვა ვარიანტებიც. ისინი ნაჩვენები იყო წინა პარაგრაფში.

აღსანიშნავია ერთი გარემოება: ამოცანის სიუჟეტი, როგორც ვიცით, ყოველთვის შეიცავს რომელიღაც ინფორმაციას, ინფორმაცია კი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ვერბალური, რიცხვითი და/ან გრაფიკული სახით. ამასთან:

ვერბალური სახით წარმოდგენისას, ზეპირ ურთიერთობაში (საუბარი და სხვ.), ინფორმაცია შეიძლება მოცემული იყოს მხოლოდ სიტყვიერი, ტექსტური ფორმით.

რიცხვითი ინფორმაცია (გამრავლების ცხრილი, არითმეტიკული მაგალითი და სხვ.) წმინდა სახით იშვიათად

გვხვდება. ყველაზე ხშირად გამოიყენება ინფორმაციის წარმოდგენის კომბინირებული ფორმა.

ინფორმაციის წარმოდგენის **გრაფიკული ფორმა** (ნახატები, სქემები, გრაფიკები, ნახაზები, დიაგრამები, ესკიზები, სიმბოლოები, გამოსახულებები, ფოტოგრაფია და სხვ.) მოსწავლეთათვის ყველაზე ადვილადაა მისაწვდომი, რადგანაც იგი აუცილებელ სახოვნებას (მოდელს) უცებ გადმოგვცემს, სიტყვიერი და რიცხვითი კი მოითხოვს სახოვნების აზრობრივად ხელახლა შექმნას. ამავდროულად, გრაფიკული ფორმა არ იძლევა გადმოცემული ინფორმაციის ამომწურავ ახსნას. ამიტომ მოდელის შედგენისას ხშირად უფრო ეფექტურია ვერბალურის, რიცხვითისა და გრაფიკულის შეხამებული გამოყენება.

თავი მეხუთე.

ლოგიკური ამოცანების გამოყენება სასწავლო პროცესში

§1. მათემატიკის დაწყებითი კურსის ლოგიკურ-ფსიქოლოგიური პრობლემები და არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების გამოყენების ფსიქოლოგიური წანამძღვრები.

განუზომლად დიდია მათემატიკის როლი ლოგიკური აზროვნების განვითარებაში. მათემატიკის ასეთი განსაკუთრებულობა იმაში მდგომარეობს, რომ იგი არის სკოლაში სასწავლო საგნებიდან ყველაზე თეორიული. მასში აბსტრაქციის მაღალი დონეა და აბსტრაქტულიდან კონკრეტულისაკენ სვლა ყველაზე უფრო ბუნებრივი ხერხითაა გადმოცემული. საყოველთაო გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ უმცროს სასკოლო ასაკში აზროვნების განვითარების ერთ-ერთი ეფექტური ხერხია მოსწავლეთა მიერ არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების ამოხსნა.

ბავშვის ცხოვრებაში, სკოლაში მისი შესვლიდანვე დაწყებული, მნიშვნელოვანი ცვლილებები ხდება, ძირფესვიანად იცვლება განვითარების სოციალური სიტუაცია, ყალიბდება სასწავლო მოქმედიანობა, რომელიც მისთვის შემდგომში წამყვანი ხდება. სასაწავლო მოქმედიანობის საფუძველზე ვითარდება უმცროსი სასკოლო ასაკის ძირითადი ფსიქოლოგიური ახალწარმონაქმნები. სწავლება კი ბავშვის

ცნობიერების ცენტრში აზროვნებას აყენებს. ამით აზროვნება დომინირებითი ფუნქცია ხდება.

ნებისმიერ შემთხვევაში, სადაც აზროვნებაზეა ლაპარაკი, ადამიანთა აზროვნებითი მოქმედების მაწარმოებელია აზროვნებითი, გონებრივი, აზრითი ოპერაციები: შედარება, ანალიზი, სინთეზი, აბსტრაქცია, განზოგადება და კონკრეტიზაცია. ყველა დანარჩენი აზროვნებითი ოპერაცია მათზე დაიყვანება.

შედარება – ეს არის საგანთა და მოვლენათა ურთიერთშეპირისპირება, მათში განსხვავებისა და მსგავსების პოვნის მიზნით.

ანალიზი – არის საგანთა და მოვლენათა აზრითი დანაწილება მის შემადგენელ ნაწილებად, მასში ნაწილების, ნიშნებისა და თვისებების გამოყოფა.

სინთეზი – საგანთა და მოვლენათა ცალკეული ნაწილების, ნიშნებისა და თვისებების აზრითი შეერთებაა ერთ მთლიანობაში.

ანალიზი და სინთეზი უწყვეტადაა დაკავშირებული ერთმანეთთან, შემეცნების პროცესში ორივე ერთად ერთ მთლიანს წარმოადგენს და ეს მთლიანი ამ პროცესის წამყვანი ოპერაციაა (ოპერაციათა კომპოზიცია).

აბსტრაქცია – ეს არის საგანთა და მოვლენათა არსებითი ნიშნებისა და თვისებების აზრითი გამოყოფა მათი არაარსებითი ნიშნებისაგან განყენებასთან ერთდროულად.

განზოგადება – საგნებისა და მოვლენების აზრითი გაერთიანებაა ჯგუფებში, აბსტრაჰირების მეშვეობით გამოყოფილი არსებითი ნიშნებისა და თვისებების საფუძველზე.

ე. ი. აბსტრაქცია განზოგადების საფუძველია.

აბსტრაჰირებასა და განზოგადებას უპირისპირდება კონკრეტიზაცია.

კონკრეტიზაცია – ეს არის ზოგადიდან გადასვლა ერთეულადზე, რომელიც შეესაბამება ამ ზოგადს.

სასწავლო მოქმედიანობაში კონკრეტიზება ნიშნავს საილუსტრაციო მაგალითის მოყვანას.

ჯერ კიდევ სკოლამდელ ასაკში გააჩნია ბავშვს ანალიზის ელემენტარული ჩვევები; ამ შემთხვევაში განზოგადებისა და ცნებების შინაარსში შედის მხოლოდ გარეგანი და ხშირად არაარსებითი ნიშნები. ეს იმიტომ, რომ ბავშვის აზროვნება ამ ასაკში თვალსაჩინო-ხატოვანია, მისი აზრის საგანი ის საგნები და მოვლენებია, რომლებსაც ის აღიქვამს ან წარმოიდგენს.

სკოლაში სწავლების დაწყებიდან დაწყებული არა მარტო ფართოვდება ბავშვის ცნობიერებაში წარმოდგენებისა და ცნებების წრე, არამედ თვით წარმოდგენები და ცნებები ხდება თანდათანობით უფრო სრული და ზუსტი.

აქ განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს, რომ მოსწავლეთა განსწავლის საფუძველზე სასწავლო მოქმედებაში **განზოგადების ფორმა** უცვლელი არ არის. თავდაპირველად იგი აგებულია გარეგან ანალოგიებზე, შემდეგ ეფუძნება გარეგან ნიშან-თვისებათა კლასიფიკაციას, ბოლოს კი მოსწავლეები გადადიან **არსებითი ნიშნების სისტემატიზაციაზე.**

სწავლების პროცესში მოსწავლეები ნელ-ნელა მსჯელობათა ფორმულირებასა და დასკვნების გამოტანას ეჩვევიან. მათი მსჯელობები ვითარდება თანდათანობით _ სულ მარტივი ფორმიდან რთულისაკენ.

აზროვნების განვითარება, გონებრივი (აზრითი) ოპერაციების სრულყოფა, მსჯელობათა უნარები პირდაპირ და უშუალოდაა დამოკიდებული სწავლების მეთოდებზე. ლოგიკური აზროვნების უნარი, თვალსაჩინოებაზე დამყარების გარეშე მსჯელობისა და აზრების შეპირისპირების შეძლება – სასწავლო მასალის წარმატებით შეთვისების აუცილებელი პირობაა. და ამ აუცილებელი პირობის შემთხვევაში დიდ როლს თამაშობს არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების გამოყენება.

მასწავლებელმა აუცილებლად უნდა იცოდეს სასწავლო პროცესში არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების გამოყენების ფსიქოლოგიური წანამძღვრები და მაშინ უფრო ოპტიმალურად შეიქმნება ის აუცილებელი პირობები, რომლებიც ზემოთ ვახსენეთ.

უკანასკნელი ათეული წლების ლოგიკურმა და ფსიქოლოგიურმა გამოკვლევებმა (განსაკუთრებით ჟან პიაჟეს შრომები) ცხადყვეს ბავშვის აზროვნების ზოგიერთი „მექანიზმის“ კავშირი ზოგადმათემატიკურ და ზოგადლოგიკურ ცნებებთან.

ერთი შეხედვით, მართლაც, საოცარია, ისეთი რთული ორგანიზაციის ცნებები, როგორიცაა: „მიმართება“, „სტრუქტურა“, ,,კომპოზიციის კანონები“ და სხვ. როგორ შეიძლება იყოს დაკავშირებული პატარა ბავშვის მათემატიკური წარმოდგენების ფორმირებასთან! მაგრამ აღმოჩნდა, რომ ამ ურთულესი ცნებებით დაფიქსირებული ზოგიერთი თვისება საგნებისა თუ მოვლენებისა, თურმე, ბავშვის ჯერ კიდევ ძალიან ადრეულ ასაკში იჩენს თავს, შემეცნებაში პირველი

ნაბიჯების გადადგმისას. ამას ადასტურებს ფსიქოლოგიური გამოკვლევები.

დაბადებიდან ჯერ კიდევ 7-10 წლამდე ბავშვის ცნობიერებაში აღმოცენდება და ფორმირებას იწყებს გარესამყაროს შესახებ ზოგადი წარმოდგენების ურთულესი სისტემები და საფუძველი ეყრება შინაარსობრივ-საგნობრივ აზროვნებას, ბავშვები ვიწრო-ემპირიულ დონეზე გამოყოფენ სივრცით-დროითი და მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების ზოგად სქემებს, თუმცა, ეს ყოველივე, უპირატესად, ინტუიციურ დონეზე ხდება.

ბავშვის ინტელექტის ფორმირებისა და მის ცნობიერებაში სინამდვილის, დროისა და სივრცის შესახებ ზოგადი წარმოდგენების წარმოშობის საკითხები შეისწავლა ცნობილმა შვეიცარიელმა ფსიქოლოგმა ჟან პიაჟემ. მის ზოგიერთ შრომას პირდაპირი მიმართება აქვს ბავშვის მათემატიკური აზროვნების განვითარების პრობლემებთან. ერთ-ერთ თავის შრომაში (თანაავტორი _ ბარბელ ინელდერი) ჟან პიაჟე საუბრობს ბავშვების ცნობიერებაში ისეთი ელემენტარული ლოგიკური სტრუქტურების გენეზისსა და ფორმირებაზე, როგორიცაა **კლასიფიკაცია** და **სერიაცია**. კლასიფიკაცია გულისხმობს ჩართვის ოპერაციის შესრულებას (მაგალითად, $A = B + B'$), აგრეთვე, მისი შექცეული ოპერაციის შესრულებას (მაგალითად, $A - B' = B$). სერიაცია გულისხმობს საგანთა მოწესრიგებას სისტემატურ მწკრივში (მაგალითად, სხვადასხვა ზომის ბურთები შეიძლება დავალაგოთ მწკრივში ისე, რომ ნებისმიერი ბურთი უფრო დიდი იყოს წინაზე და უფრო პატარა იყოს მომდევნოზე).

პიაჟე, თავისი გამოკვლევების საფუძველზე, ამტკიცებს, რომ ბავშვები „ფიგურული ერთობლიობებიდან“, რომელიც შექმნილი იყო მხოლოდ საგანთა სივრცითი ახლობლობით, გადადიან კლასიფიკაციაზე, რომელიც ემყარება უკვე მსგავსების მიმართებას („არაფიგურული ერთობლიობები“), შემდეგ კი მისგან გადადიან ყველაზე რთულ ფორმაზე – კლასების ჩართვაზე, რომელიც განპირობებულია ცნებების მოცულობითა და შინაარსით. პიაჟე სპეციალურად განიხილავს კლასიფიკაციის ფორმირების შესახებ საკითხს არა მხოლოდ ერთი, არამედ ორი და სამი ნიშნის მიხედვით და ამის საფუძველზე თვლის, რომ ძნელი არ არის ბავშვებში კლასიფიკაციის საფუძვლის შეცვლის უნარის გამომუშავება ახალი ელემენტების დამატებით. ანალოგიურ სტადიებს გამოყოფს იგი სერიაციის ფორმირების პროცესშიც.

პიაჟეს გამოკვლევების მიზანი იყო გონების ოპერატორული სტრუქტურების ფორმირების კანონზომიერების გამოვლენა. მან გამოიკვლია ეს კანონზომიერება და , უპირველეს ყოვლისა, გამოავლინა მისი ისეთი თვისება, როგორიცაა შექცევადობა. შექცევადობას მაშინ აქვს ადგილი, როცა ოპერაცია შეიძლება შესრულდეს პირდაპირ და შექცეულად, ამასთან, ერთის გაგება განაპირობებს მეორის გაგებას და პირუკუ.

პიაჟე თვლის, რომ ბავშვის ცნობიერებაში არითმეტიკული და გეომეტრიული ოპერაციების განვითარება იძლევა საშუალებას, ზუსტად შევუსაბამოთ აზროვნების ოპერატიული სტრუქტურები ალგებრულ სტრუქტურებს, რიგისა და ტოპოლოგიურ სტრუქტურებს. მაგალითად, ალგებრული სტრუქტურა („ჯგუფი“) შეესაბამება გონების ოპერატორულ

მექანიზმებს, რომლებიც ექვემდებარება შექცევადობის ერთ-ერთ ფორმას – **ინვერსიას** (უარყოფას). ჯგუფს აქვს ოთხი ელემენტარული თვისება:

- ჯგუფის ორი ელემენტის ნამრავლი ეკუთვნის ამავე ჯგუფს,
- პირდაპირ ოპერაციას შეესაბამება ერთი და მხოლოდ ერთი შექცეული,
- არსებობს იგივეობის ოპერაცია,
- თანამიმდევრული კომპოზიციები ასოციაციურია.

ინტელექტუალურ მოქმედებათა ენაზე ეს ნიშნავს:

- მოქმედების ორი სისტემის კოორდინაცია შეადგენს ახალ სქემას, რომელიც შეერთებულია წინასთან,
- ოპერაცია შეიძლება განვითარდეს ორი მიმართულებით,
- ამოსავალ წერტილთან მობრუნებისას მას ვხედავთ უცვლელს,
- ერთი და იმავე წერტილთან მისვლა შეიძლება სხვადასხვა გზით, ამასთან, ეს წერტილი უცვლელი რჩება.

რიგის სტრუქტურას შეესაბამება შექცევადობის ისეთი ფორმა, როგორიცაა **ნაცვალგება** (რიგის გადანაცვლება). 7 წლიდან 11 წლამდე პერიოდში მიმართებათა სისტემა, რომელიც დამყარებულია ნაცვალგების პრინციპზე, მოსწავლის ცნობიერებაში იწვევს რიგის სტრუქტურის წარმოქმნას.

უპირველეს ყოვლისა, პიაჟეს გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ სკოლამდელ და უმცროს სასკოლო პერიოდებში მოსწავლეს უყალიბდება აზროვნების ისეთი ოპერატორული სტრუქტურები, რომლებიც შესაძლებლობას აძლევს მას, შე-

აფასოს ობიექტების კლასებისა და მათი მიმართებების ფუნდამენტური მახასიათებლები. ამასთან, უკვე კონკრეტული ოპერაციების სტადიაზე (7-8 წლები) ბავშვის ინტელექტი იძენს შექცევადობის თვისებას, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მათემატიკის სასწავლო თეორიული შინაარსის გაგებისათვის. პიაჟე ამ ოპერატორულ სტრუქტურებს პირდაპირ უსაბამებს ძირითად მათემატიკურ სტრუქტურებს. იგი ამტკიცებს, რომ მათემატიკური აზროვნება შესაძლებელია მხოლოდ უკვე შექმნილი ოპერატორული სტრუქტურების საფუძველზე. ეს ყოველივე შეიძლება გამოვხატოთ ასეც: ბავშვის გონების ოპერატორული სტრუქტურების ფორმირებას განსაზღვრავს არა მათემატიკური ობიექტების გაცნობა და მათზე მოქმედებათა ხერხების დაუფლება, არამედ ამ სტრუქტურების წინასწარი წარმოქმნა. ეს წარმოქმნა (როგორც „მოქმედებათა კოორდინატები“) კი მათემატიკური აზროვნების დასაწყისია, მათემატიკური სტრუქტურების „გამოყოფა“. აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ 7-11 წლის ბავშვის ინტელექტის ფორმირების შესახებ ფაქტობრივი მონაცემები იმაზე მეტყველებს, რომ ობიექტების თვისებები, რომლებიც აღიწერება მათემატიკური ცნებების „მიმართება – სტრუქტურა“ მეშვეობით, მისთვის არათუ არ არის „უცხო“, არამედ ეს ცნებები ბავშვის აზროვნების ორგანული კომპონენტებია.

დაწყებითი სკოლის პროგრამებით გათვალისწინებული ტრადიციული მათემატიკური ამოცანები არ ითვალისწინებს ამ გარემოებას. ამიტომ ბავშვის ინტელექტუალური განვითარების პროცესში ფარულად არსებული პოტენციალური შესაძლებლობები ჯერ კიდევ არ არის გამოყენებუ-

ლი. ამ მიმართებით მათემატიკის დაწყებით კურსში არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების ჩართვა მისაღები უნდა იყოს.

თანამედროვე პედაგოგიური ფსიქოლოგიისა და ბავშვის ფსიქოლოგიის მონაცემები გვაძლევს საფუძველს, მათემატიკის კურსში ჩავრთოთ ისეთი ამოცანები, რომელთა საფუძველში ძევს ცნებები მათემატიკური სტრუქტურების შესახებ. თუ მივდიეთ პიაჟეს ლოგიკას, მაშინ, ალბათ, ასეთი ამოცანები უნდა მივცეთ იმ დროს, როცა ბავშვებს სრულად აქვთ ჩამოყალიბებული ოპერატორული სტრუქტურები (14-15 წწ). მაგრამ, თუ ვიგულისხმებთ, იმავე პიაჟეს გამოკვლევებით, რომ ბავშვის რეალური მათემატიკური აზროვნება ფორმირდება სწორედ იმ პროცესის შიგნით, რომელსაც პიაჟე უწოდებს ოპერატორული სტრუქტურების წარმოქმნის პროცესს, მაშინ ასეთი ამოცანები პროგრამაში უნდა შევიტანოთ გაცილებით ადრე (მაგალითად, 7-8 წლიდან), როცა მოსწავლეებს უყალიბდებათ კონკრეტული ოპერაციები, შექცევადობის უმაღლესი დონით.

ამგვარად, ფსიქოლოგიურ გამოკვლევებზე დაყრდნობით მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში არსებობს მოსაზრება, რომ ზემოხსენებული იდეა სრულიად რეალური და მიღწევადია. ასე, რომ, არსებობს ფაქტობრივი მონაცემები, რომლებიც ბავშვის აზროვნების ოპერატორულ სტრუქტურებსა და ზოგადმათემატიკურ-ზოგადლოგიკურ სტრუქტურებს შორის მჭიდრო კავშირს ადასტურებენ, თუმცა, ამ კავშირის „მექანიზმი“ ჯერჯერობით გამოკვლეული არ არის. ამ კავშირის არსებობა გზას უხსნის ფართო შესაძლებლობებს, რომ მათემატიკის სასწავლო კურსი აიგოს სქე-

მით: მარტივი სტრუქტურებიდან მათი რთული შეხამებისაკენ. კურსის ასეთ აგებაში სათანადო ადგილს დაიჭერს უმცროსკლასელთათვის არასტანდარტული ლოგიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლება.

§2. ამოცანები სხვადასხვა მიმართებებით

ლოგიკურ ამოცანებში ხშირად გვხვდება მიმართებათა სხვადასხვა სახე. ზოგიერთ ამოცანაში მოცემულ სიდიდე--ებს შორის შეიმჩნევა ტრანზიტულობის მიმართება, ზოგიერთებში – ტოლობის, ზოგიერთებში კი რამდენიმე მიმართება ერთადაა მოცემული. ყველა მათგანს გარკვეული წვლილი შეაქვს მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების განვითარებაში.

ამოცანები ტრანზიტული მიმართებებით

ამოცანა 1. მსხალი უფრო მძიმეა ვაშლზე, ატამი კი ვაშლზე უფრო მსუბუქია. რომელი ხილია ყველაზე უფრო მძიმე?

ამოხსნა.

შესაძლოა, მოსწავლეებმა ამოცანა ამოხსნან ინტუიციური მსჯელობის დონეზე, მაგრამ ჩვენ ამოხსნის ლოგიკური მხარე გვაინტერესებს, თუმცა, ინტუიციური ამოხსნაც თავის-თავად ფრიად დადებითი და სასარგებლო მოვლენაა.

მასწავლებელმა მოსწავლეები უნდა მიიყვანოს ამოცანის სისტემური მოდელის შექმნამდე, რადგანაც მოდელი განაპირობებს ამოცანის სრულ გაცნობიერებას. მაგრამ მოდელის შესაქმნელად სიმბოლიკაა საჭირო, ეს კი ამ შემთხვევაში სულ ადვილია.

ამოცანაში მოცემული ვაშლი, მსხალი და ატამი აღვნიშნოთ მათი პირველი ასოებით. და, რადგანაც ამოცანაში სიმძიმეზეა ლაპარაკი, შევთანხმდეთ, რომ მძიმე საგანს დავწერთ პირველად. მაგალითად, ჩანაწერი **მვ** ნიშნავს, რომ მსხალი უფრო მძიმეა, ვიდრე ვაშლი. ასეთ შემთხვევაში, ამოცანის მეორე წინადადება გვაძლევს ჩანაწერს: **ვა** (რაკი ატამი უფრო მსუბუქია, იწერება მეორე ადგილზე). მივიღეთ ორი ჩანაწერი **მვ** და **ვა.** ეს ორი გამოსახულება ერთმანეთს მივუწეროთ ისე, რომ ერთნაირი **ვ** მოხვდეს ერთად. მივიღებთ: **მვვა**. შემდეგ ორი **ვ** შევცვალოთ ერთით და მივიღებთ ამოცანის სქემატურ მოდელს:

მ ვ ვ ა

მ ვ ა

1 2 3

ეს იმას ნიშნავს, რომ ყველაზე მძიმეა მსხალი.

ამოცანა 2. სამი და – ლიკა, მაკა და შორენა – სხვადასხვა კლასში სწავლობენ. შორენა ლიკაზე უფროსია, მაკა კი ლიკაზე უმცროსია. რომელი და არის უფროსი, რომელია საშუალო და რომელია უმცროსი?

ამოხსნა.

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს და ისე ვიმსჯელებთ, როგორც პირველ ამოცანაში, გვექნება: **შლ** და **ლმ**. მათი გაერთიანება მოგვცემს ამოცანის მოდელს:

შ ლ ლ მ

შ ლ მ

1 2 3

მაშასადამე, შორენა უფროსია, ლიკა – საშუალო, მაკა კი – უმცროსი.

ამოცანები არაკორექტული პირობებით

ამოცანა 1. ფეხბურთის სამი ბურთიდან წითელი ბურთი უფრო მძიმეა, ვიდრე ყავისფერი ბურთი, ხოლო მწვანე ბურთი უფრო მსუბუქია, ვიდრე წითელი ბურთი. რომელი ბურთია უფრო მძიმე: ყავისფერი თუ მწვანე?

ამოხსნა.

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

წითელი ბურთი – **წ**

ყავისფერი ბურთი – **ყ**

მწვანე ბურთი – **მ**

• რადგან წითელი ბურთი უფრო მძიმეა ყავისფერზე, გვაქვს: **წყ.**

• რადგან მწვანე ბურთი უფრო მსუბუქია წითელზე, გვაქვს: **წმ.**

• როგორც ჩანს, მიღებულ გამოსახულებებში ერთნაირია **წ.** მაგრამ ეს გამოსახულებები როგორც არ უნდა მივუწეროთ ერთმანეთს, ერთნაირ ასოებს ერთმანეთის გვერდით ვერ მოვახვედრებთ. ეს იმას ნიშნავს, რომ ამოცანის ამოხსნა შეუძლებელია, არ ყოფნის მონაცემი.

პასუხი: ამოცანა არ ამოიხსნება, არ ყოფნის პირობა.

ამოცანა 2. ერთ კლასში სამი მეგობარი სწავლობს: სერგო, ტარიელი და იუზა. სიმაღლის მიხედვით ისინი ოდნავ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან, ამიტომ ფიზკულტურის გაკვეთილებზე მწკრივში ერთმანეთის გვერდით დგანან. სერგო არ არის ტარიელზე დაბალი, იუზა არ არის ტარი-

ელზე მაღალი, სერგო იუზაზე მაღალია. რომელი მათგანია მაღალი, საშუალო და დაბალი?

ამოხსნა.

- რადგან სერგო ტარიელზე დაბალი არ არის, გავქვს: **სტ.**
- რადგან იუზა არ არის ტარიელზე მაღალი, გვაქვს: **ტი.**
- რადგან სერგო იუზაზე მაღალია, გვაქვს: **სი.**
- როგორც ჩანს, პირველ ორ გამოსახულებაში ერთნაირია **ტ,** ბოლო ორ გამოსახულებაში ერთნაირია **ი**, მაგარამ, როგორც არ უნდა მივუწეროთ ეს გამოსახულებები ერთმანეთს, ერთნაირ ასოებს ერთმანეთის გვერდით ვერ მოვახვედრებთ. ეს იმას ნიშნავს, რომ ამოცანა არ ამოიხსნება, ზედმეტი მონაცემია.

პასუხი: ამოცანა არ ამოიხსნება, ზედმეტი პირობაა.

ამოცანები ტოლობის მიმართებებით

ამოცანა 1. ლურჯი ფანქარი წითელ ფანქარზე უფრო მსხვილია, წითელი კი ისეთივე სისქისაა, როგორისაც მწვანე. რომელი ფანქარია უფრო სქელი?

ამოხსნა.

- რადგან ლურჯი ფანქარი წითელზე მსხვილია, გვაქვს: **ლწ.**
- რადგან წითელი ფანქარი ისეთივე სისქისაა, როგორიც მწვანე, გვაქვს: **წ=მ.**

მივუწეროთ გამოსახულებები ერთმანეთს ისე, რომ ერთნაირი ასოები აღმოჩნდეს ერთმანეთის გვერდით, მივიღებთ:

ლ წ წ = მ

ლ წ = მ

1 2 3

პასუხი: ლურჯი ფანქარი.

ამოცანა 2. ნიკა და ლიკა ერთნაირი სიმაღლისაა, ლიკა და სიკოც ერთი სიმაღლისაა. ვინ არის უფრო მაღალი, სიკო თუ ნიკა?

ამოხსნა.

- რადგან ნიკა და ლიკა ერთი სიმაღლისაა, გვაქვს: **ნ=ლ**.
- რადგან ლიკა და სიკო ერთი სიმაღლისაა, გვაქვს: **ლ=ს.**

მიღებულ გამოსახულებათა გაერთიანებით, გვექნება:

ნ = ლ ლ = ს

ნ = ლ = ს

1 2 3

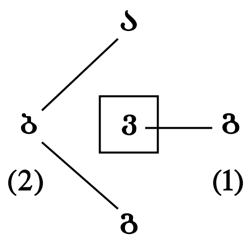
პასუხი: ყველა ბავშვი ერთი სიმაღლისაა.

ამოცანები არატრანზიტული მიმართებებით

ამოცანა 1. ოჯახში სამი ბავშვია – ორი ბიჭი და ერთი გოგონა. მათი სახელები იწყება ასოებით **„ა"**, **„ვ"** და **„ბ"**. სახელები, რომლებიც იწყება ასოებით **„ა"** და **„ვ",** – ეკუთვნის ერთ ბიჭს და ერთ გოგონას. სახელები, რომლებიც იწყება ასოებით **„ვ"** და **„ბ"**, ეკუთვნის ერთ ბიჭს და ერთ გოგონას. რომელი ასოთი იწყება გოგონას სახელი?

ამოხსნა.

- გამოვყოთ პირობაში ორჯერ გამეორებული ასო. ეს არის **„ვ“**. ჩავწეროთ ისინი ერთი მეორის ქვეშ.
- რადგანაც **„ა“** და **„ვ“** ეკუთვნის სხვადასხვა პიროვნებას, ამიტომ **„ა“** დავწეროთ **„ვ“**-ს ზემოთ. რადგანაც **„ვ“** და **„გ“** ეკუთვნის სხვადასხვა პიროვნებას, ამიტომ **„გ“** დავწეროთ **„ვ“**-ს ქვეშ.
- გამოვყოთ მართკუთხედით ორი ერთნაირი ასო.
- მართკუთხედს მარჯვნივ და მარცხნივ მივუწეროთ სახელების მფლობელები: გოგონა და ბიჭი (პირველი ასოები) და ქვეშ ფრჩხილებში აღვნიშნოთ მათი რაოდენობა.
- რადგანაც ამოცანის პირობის თანახმად გოგონა ერთია, ამიტომ მისი სახელი იწყება ასოთი **„ვ“.**



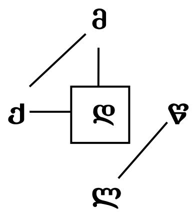
სქემა 1

პასუხი: გოგონას სახელი იწყება ასოთი **„ვ“.**

ამოცანა 2. დაზმირი, მიტუშა და ლევანი თევზაობდნენ. ყოველმა მათგანმა დაიჭირა ქორჭილა ან წვერა. ვინ რომელი თევზი დაიჭირა, თუ დაზმირმა და მიტუშამ დაიჭირეს ერთნაირი თევზები, ხოლო დაზმირმა და ლევანმა – სხვადასხვა, ლევანმა დაიჭირა წვერა?

ამოხსნა.

- შემოვიღოთ აღნიშვნები: დაზმირი – **დ**, მიტუშა – **მ,** ლევანი – **ლ**, ქორჭილა – **ქ**, წვერა – **წ**.
- გამოვყოთ ორჯერ გამეორებული პირობითი ცვლადი და ჩავწეროთ ერთი მეორის ქვეშ. ჩავსვათ ორივე ერთ მართკუთხედში. ეს არის დაზმირი – **დ.**
- რადგან დაზმირმა და ლევანმა დაიჭირეს სხვადასხვა თევზები, ამიტომ **ლ** ქვეშ მივუწეროთ მართკუთხედს. რად-გან დაზმირმა და მიტუშამ დაიჭირეს ერთნაირი თევზები, ამიტომ **მ** ზემოთ დავაწეროთ მართკუთხედს და დავაკავ-შიროთ მასთან.
- თევზების სახელები დავწეროთ მართკუთხედის მარ-ჯვნივ და მარცხნივ.
- რადგან ლევანმა დაიჭირა წვერა, დაზმირსა და მიტუ-შას დაუჭერიათ ქორჭილა.



სქემა 2

პასუხი: მიტუშამ და დაზმირმა დაიჭირეს ქორჭილა, ლევანმა კი – წვერა.

ამოცანები რამდენიმე მიმართებით.

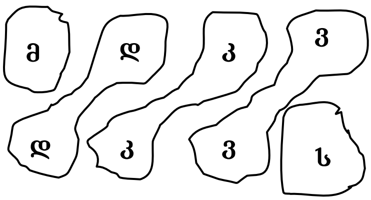
ამოცანა 1. წვეულებაზე უნდა მოსულიყო ხუთი სტუმა-რი. მალვინა მოვიდა დათოზე ადრე, ველოდი – კარინაზე გვიან, დათო – კარინაზე ადრე, სოფო – ველოდის შემდეგ.

ვინ მოვიდა ყველაზე ადრე? როგორი თანამიმდევრობით მოვიდნენ სტუმრები?

ამოხსნა.

- შემოვიღოთ აღნიშვნები: მალვინა – **მ,** დათო – **დ**, ველოდი – **ვ,** კარინა – **კ**, სოფო – **ს**.
- რადგან მალვინა მოვიდა დათოზე ადრე, ვწერთ: **მდ.**
- რადგან ველოდი მოვიდა კარინაზე გვიან, ვწერთ: **კვ.**
- რადგან დათო მოვიდა კარინაზე ადრე, გვაქვს: **დკ.**
- რადგან სოფო მოვიდა ველოდის შემდეგ, გვაქვს: **ვს.**

დავალაგოთ აღნიშნული მიმართებები და გამოვყოთ აღნიშნული სახელები ისე, როგორც ნახაზზეა აღნიშნული:



მ დდ კკ ვვ ს

1 2 3 4 5

სქემა 3

პასუხი: მალვინა მოვიდა ყველაზე ადრე, მეორე მოვიდა დათო, მესამე – კარინა, მეოთხე – ველოდი, ბოლოს – სოფო.

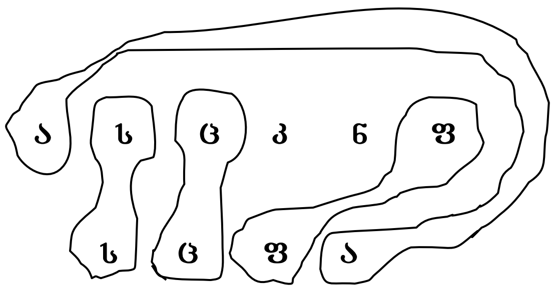
ამოცანა 2. პატარა სკვერში იზრდება ექვსი ხე: ფიჭვი, სოჭი, ცაცხვი, ალვა, ნაძვი და კაკალი. ცნობილია, რომ სოჭი ალვაზე დაბალია, ცაცხვი კაკალზე მაღალია, ფიჭვი ნაძვზე დაბალია, ცაცხვი უფრო დაბალია, ვიდრე სოჭი, ფიჭვი

ალვაზე მაღალია. როგორია ხეების თანამიმდევრობა სიმაღლის მიხედვით?

ამოხსნა.

- შემოვიღოთ აღნიშვნები: ფიჭვი – **ფ,** სოჭი – **ს,** ცაცხვი – **ც**, ალვა – **ა**, ნაძვი – **ნ,** კაკალი – **კ.**
- რადგან სოჭი ალვაზე დაბალია, გვაქვს: **ას.**
- რადგან ცაცხვი კაკალზე მაღალია, გვაქვს: **ცკ.**
- რადგან ფიჭვი ნაძვზე დაბალია, გვაქვს: **ნფ.**
- რადგან ცაცხვი სოჭზე დაბალია, გვაქვს: **სც.**
- რადგან ფიჭვი ალვაზე მაღალია, გვაქვს: **ფა.**

თუ მიღებულ მიმართებებს დავალაგებთ, მოვახდენთ სახელების კლასიფიცირებას ერთნაირობის ნიშნით, მივიღებთ მოდელს, რომელზედაც აშკარად ჩანს ამოცანის ამოხსნა.



ნ	**ფფ**	**აა**	**სს**	**ცც**	**კ**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

სქემა 4

პასუხი: ყველაზე მაღალია ნაძვი, შემდეგ მოდიან: ფიჭვი, ალვა, სოჭი, ცაცხვი, კაკალი.

§3. ამოცანები, რომლებიც იხსნებიან სქემების, ცხრილების, გრაფებისა და ტრაფარეტების საშუალებით

ამოცანა 1. როცა ნანამ, ილონამ და თეკლემ იკითხეს, რა ნიშნები მიიღეს მათემატიკის საკონტროლო წერაში, მასწავლებელმა უპასუხა: შეეცადეთ, მიხვდეთ თვითონ, თუ მე გეტყვით, რომ ჩვენს კლასში „ორები" არ არის, თქვენ კი სამივეს სხვადასხვა ნიშნები გაქვთ. ამასთან, ნანას არა აქვს „სამიანი", თეკლეს არც „სამიანი" აქვს და არც „ხუთიანი". რა ნიშანი მიიღო თითოეულმა?

ამოხსნა.

მსგავსი ამოცანების ამოხსნისათვის საჭირო აზროვნების ბუნების შესწავლის მიზნით განვიხილოთ დეტალური ამოხსნა.

1. მოცემულია გოგონათა სახელები _ ნანა, ილონა, თეკლე. აღვნიშნოთ ისინი სიმბოლური ცვლადებით: **ნ, ი, თ** და შევიტანოთ მოცემულობაში.

2. მოცემულია საკონტროლო წერის ნიშნები. რადგანაც „ორები" არ არის და გოგონებმა მიიღეს სხვადასხვა ნიშანი, მაშინ ეს ნიშნებია: „3", „4", „5". ესეც ჩავწეროთ მოცემულობაში.

3. მსჯელობისათვის მოვამზადოთ სქემის ადგილი და მასში მოცემულობა ჩავწეროთ სვეტებად: პირველ სვეტში სახელები, მეორე სვეტში ნიშნები.

4. ამოცანის კითხვა ჩავწეროთ მოცემულობაში.

მოცემულია:

ნანა **(ნ)**
ილონა **(ი)**
თეკლე **(თ)**
ნიშნები: **3,4,5.**

ვინ რა ნიშანი მიიღო?

სქემა მსჯელობისათვის:

ნ	●	●	3
ი	●	●	4
თ	●	●	5

მოსწავლის მსჯელობა:

1. თეკლეს არც „3“ აქვს და არც „5“ (პირობის თანახმად). ვაჩვენოთ სქემაზე პუნქტირით, რომ „**თ**“-სა და ნიშნებს „3“ და „5“ შორის შესაბამისობა არ არის, გამოვიყენოთ ლურჯი ფერი. ე. ი. თეკლეს აქვს „4“. ვაჩვენოთ შესაბამისობა „**თ**“-სა და „4“-ს შორის წითელი ფერის მთლიანი ხაზით.

2. რადგანაც თეკლეს აქვს „4“ (დამტკიცების მიხედვით), ეს ნიშნავს იმას, რომ „**ნ**“-სა და „4“-ს შორის, აგრეთვე, „**ი**“-სა და „4“-ს შორის შესაბამისობა არ არსებობს. აღვნიშნოთ ეს წითელი ფერის პუნქტირით.

3. რადგანაც ნანას არ აქვს „3“ (პირობის თანახმად), და არც „4“ (დამტკიცების თანახმად), ამიტომ ნანას აქვს „5“. ვაჩვენოთ სქემაზე „**ნ**“-სა და „3“-ს შორის შესაბამისობის უქონლობა ლურჯი ფერის პუნქტირით და „**ნ**“-სა და „5“-ს შორის შესაბამისობა – წითელი ფერის მთლიანი ხაზით.

4. რადგანაც ნანას აქვს „5“ (დამტკიცების თანახმად), ამიტომ ილონას „5“ არა აქვს. ვაჩვენოთ სქემაზე „**ი**“-სა და „5“-ს შორის შესაბამისობის უქონლობა წითელი ფერის პუნქტირით.

5. რადგანაც ილონას არც „4“ აქვს და არც „5“ (დამტკიცების თანახმად), ამიტომ ილონას აქვს “3“. ვაჩვენოთ

სქემაზე შესაბამისობა „**ი**“-სა და „3“-ს შორის წითელი ფერის პუნქტირით.

6. მაშასადამე, მსჯელობით მივედით დასკვნამდე: ნანამ მიიღო „5“, ილონამ – „3“, ხოლო თეკლემ – „4“.

მოცემულია:

ნანა **(ნ)**

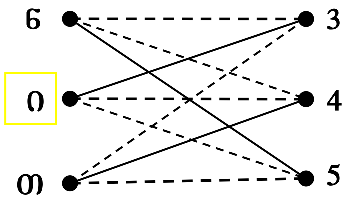
ლონა **(ი)**

თეკლე **(თ)**

ნიშნები: **3,4,5.**

ვინ რა ნიშანი მიიღო?

სქემა მსჯელობის შემდეგ:



სქემა 5

ამოცანა 2. უფროს კლასებში მუშაობს სამი მასწავლებელი: ვარშალომიძე, სიდამონიძე და კაკაურიძე. ყოველი მათგანი ორ საგანს ასწავლის, ასე რომ, მათ ცხრილში მხოლოდ ექვსი საგანია: მათემატიკა, ფიზიკა, ქიმია, ისტორია, ლიტერატურა, ინგლისური ენა. კაკაურიძე – ყველაზე ახალგაზრდაა. ქიმიის მასწავლებელი ისტორიის მასწავლებელზე უფროსია; სამივე – ქიმიის მასწავლებელი, ფიზიკის მასწავლებელი და სიდამონიძე – დაკავებულია სპორტით. როცა ლიტერატურის მასწავლებელსა და ინგლისური ენის მასწავლებელს შორის დაიწყება კამათი, მაშინ კამათში კაკაურიძეც მონაწილეობს. სიდამონიძე არც ინგლისურს ასწავლის და არც მათემატიკას.

ვინ რომელ საგნებს ასწავლის?

ცხრილი მსჯელობისათვის

ამოხსნა.

მოცემულია:
ვარშალომიძე
სიდამონიძე
კაკაურიძე
მათემატიკა
ფიზიკა
ქიმია
ისტორია
ლიტერატურა
ინგლისური ენა

მასწავლე-ბელი	საგანი					
	მათემატიკა	ფიზიკა	ქიმია	ისტორია	ლიტერატურა	ინგლისური ენა
ვარშალომიძე						
სიდამონიძე						
კაკაურიძე						

ვინ რომელ საგნებს ასწავლის?

მოსწავლის მსჯელობა:

1. რადგანაც ქიმიის მასწავლებელი, ფიზიკის მასწავლებელი და სიდამონიძე დაკავებულნი არიან სპორტით (პირობის თანახმად), ამიტომ სიდამონიძე არც ფიზიკას ასწავლის და არც ქიმიას. ეს შევიტანოთ ცხრილში, ჩავსვათ მინუსები უჯრებში: „სიდამონიძე, ქიმია“, და „სიდამონიძე, ფიზიკა“.

2. რადგანაც კაკაურიძე ღებულობს მონაწილეობას ლიტერატურის მასწავლებელსა და ინგლისური ენის მასწავლებელს შორის კამათში (პირობის თანახმად), ამიტომ კაკაურიძე არც ლიტერატურას ასწავლის და არც ინგლისურ ენას. ჩავსვათ მინუსები უჯრებში: „კაკაურიძე, ლიტერატურა“ და „კაკაურიძე, ინგლისური ენა“.

3. რადგანაც სიდამონიძე არც ინგლისურ ენას ასწავლის და არც მათემატიკას (პირობის თანახმად), ამიტომ ჩავსვათ მინუსები უჯრებში: „სიდამონიძე, ინგლისური ენა“ და „სიდამონიძე, მათემატიკა“.

4. რადგანაც კაკაურიძე ყველაზე ახალგაზრდაა, ხოლო ქიმიის მასწავლებელი უფროსია ისტორიის მასწავლებელზე (პირობის თანახმად), ამიტომ კაკაურიძე არ ასწავლის ქიმიას. ჩავსვათ მინუსი უჯრაში: „კაკაურიძე, ქიმია“.

ამოცანის პირობამ მოგვცა შემდეგი ცხრილი:

მასწავლებელი	საგანი					
	მათემატიკა	ფიზიკა	ქიმია	ისტორია	ლიტერატურა	ინგლისური ენა
ვარშალომიძე						
სიდამონიძე	–	–	–			–
კაკაურიძე			–		–	–

5. ყოველი მასწავლებელი ასწავლის ორ საგანს (პირობის მიხედვით). ცხრილიდან ჩანს, რომ სიდამონიძე ასწავლის ისტორიასა და ლიტერატურას, ვარშალომიძე ასწავლის ქიმიას და ინგლისურ ენას. ჩავსვათ პლუსები უჯრებში: „სიდამონიძე, ისტორია“, „სიდამონიძე, ლიტერატურა“, „ვარშალომიძე, ქიმია“ და „ვარშალომიძე, ინგლისური ენა“.

მასწავლებელი	საგანი					
	მათემატიკა	ფიზიკა	ქიმია	ისტორია	ლიტერატურა	ინგლისური ენა
ვარშალომიძე			+			+
სიდამონიძე	–	–	–	+	+	–
კაკაურიძე			–		–	–

6. რადგანაც სიდამონიძე ასწავლის ისტორიას და ლიტერატურას (დამტკიცების თანახმად), ამიტომ კაკაურიძე არ ასწავლის ისტორიას. ჩავსვათ მინუსი უჯრაში: „კაკაურიძე, ისტორია". რადგანაც ვარშალომიძე ასწავლის ქიმიასა და ინგლისურს (დამტკიცების თანახმად), ამიტომ ის არ ასწავლის სხვა საგნებს. შევავსოთ მინუსებით ვარშალომიძის ყველა დანარჩენი უჯრა.

მასწავლებელი	საგანი					
	მათემატიკა	ფიზიკა	ქიმია	ისტორია	ლიტერატურა	ინგლისური ენა
ვარშალომიძე	–	–	+	–	–	+
სიდამონიძე	–	–	–	+	+	–
კაკაურიძე			–	–	–	–

7. ცხრილიდან ჩანს, რომ კაკაურიძე არ ასწავლის ქიმიას, ისტორიას, ლიტერატურას, ინგლისურ ენას. ე. ი. კაკაურიძე არის მათემატიკისა და ფიზიკის მასწავლებელი. ჩავსვათ კაკაურიძის ორ დარჩენილ უჯრაში პლუს ნიშნები.

საბოლოოდ გვაქვს:

მასწავლებელი	საგანი					
	მათემატიკა	ფიზიკა	ქიმია	ისტორია	ლიტერატურა	ინგლისური ენა
ვარშალომიძე	–	–	+	–	–	+
სიდამონიძე	–	–	–	+	+	–
კაკაურიძე	+	+	–	–	–	–

პასუხი: კაკაურიძე ასწავლის მათემატიკასა და ფიზიკას, სიდამონიძე ასწავლის ისტორიასა და ლიტერატურას, ვარშალომიძე ასწავლის ქიმიასა და ინგლისურ ენას.

ამოცანა 3. მათემატიკის გაკვეთილზე ჯგუფური მუშაობის დროს პირველ ჯგუფში მოხვდა ექვსი მოსწავლე: ნათელა, ოფელია, ენვერი, ანი, ვანო და გიორგი. მასწავლებელს უნდა დააჯინოს მოსწავლეები ისე, რომ ყოველი ბიჭი აუცილებლად იჯდეს გოგოსთან. როგორი ვარიაციები აქვს მასწავლებელს, თუ ნათელას და გიორგის ერთად ჯდომა უნდათ?

ამოხსნა.

მოცემულია:

ნათელა (ნ)

ოფელია (ო)

ენვერი (ე) ვიპოვოთ ყველა ვარიანტი

ანი (ა)

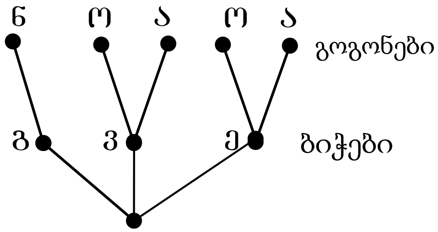
ვანო (ვ)

გიორგი (გ)

მოსწავლის მსჯელობა:

ამოცანის პირობა გამოვსახოთ **გრაფით.**

ნათელას სურს გიორგისთან ჯდომა (პირობის მიხედვით), ე. ი. ვანოსა და ენვერს მასთან ჯდომა არ შეუძლიათ. მაშასადამე, ყოველი მათგანი შეიძლება იჯდეს ან ოფელიასთან ან ანისთან. გამოვსახოთ ეს მონაცემები გრაფზე:



სქემა 6

ახლა განვიხილოთ შესაძლო ვარიანტები.

ვარიანტი 1.

გიორგი დაჯდება ნათელასთან (პირობის მიხედვით). ვთქვათ, ვანო დაჯდა ოფელიასთან, მაშინ ენვერი დაჯდება ანისთან. ვღებულობთ წყვილებს: გიორგი – ნათელა, ვანო – ოფელია, ენვერი – ანი.

ვარიანტი 2.

გიორგი დაჯდება ნათელასთან (პირობის მიხედვით). ვთქვათ, ვანო დაჯდა ანისთან, მაშინ ენვერი დაჯდება ოფელიასთან. ვღებულობთ წყვილებს: გიორგი – ნათელა, ვანო – ანი, ენვერი – ოფელია.

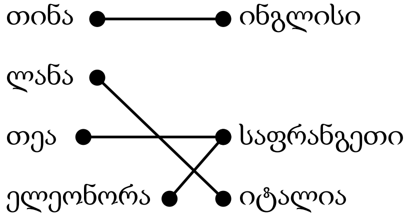
პასუხი: ორი ვარიანტი:

1) გიორგი – ნათელა, ვანო – ოფელია, ენვერი – ანი.

2) გიორგი – ნათელა, ვანო – ანი, ენვერი – ოფელია.

ამოცანა 4. თინა, ლანა, თეა და ელეონორა საგზურით დასასვენებლად იყვნენ საფრანგეთში, იტალიაში და ინგლისში. ცნობილია, რომ ორი გოგონა ისვენებდა ერთ ქვეყანაში. ლანა ისვენებდა იტალიაში. თეა, ელეონორასთან ერთად, არ წასულა ინგლისში. რომელი გოგონა რომელ ქვეყანაში ისვენებდა?

ამოხსნა.



სქემა 7

პასუხი: თინა ისვენებდა ინგლისში, თეა და ელეონორა – საფრანგეთში, ლანა კი – იტალიაში.

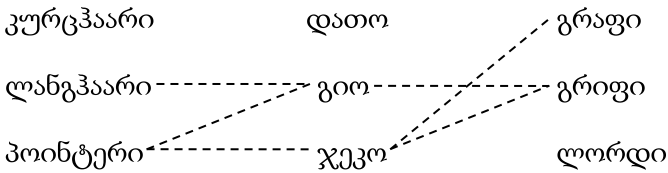
ხშირად გვხვდება ისეთი ამოცანები, სადაც გვაქცს ელემენტების არა ორი ნაკრები, არამედ _ სამი და მეტიც. განვიხილოთ ზოგიერთი მათგანი.

ამოცანა 5. სამმა მეგობარმა _ დათომ, გიომ და ჯეკომ იყიდეს სხვადასხვა ჯიშის ლეკვები: კურცჰაარი, ლანგჰაარი და პოინტერი, მათ მეტსახელებიც დაარქვეს: გრაფი, გრიფი და ლორდი. ცნობილია, რომ ჯეკოს ლეკვი შეფერილობით უფრო მუქია, ვიდრე პოინტერი, გრაფი და გრიფი; გიოს ლეკვი უფროსია გრიფზე, ლანგჰაარზე და პოინტერზე.

რომელი ჯიშისა და რომელი მეტსახელის ლეკვი ჰყავს ამ მეგობართაგან თითოეულს?

ამოხსნა:

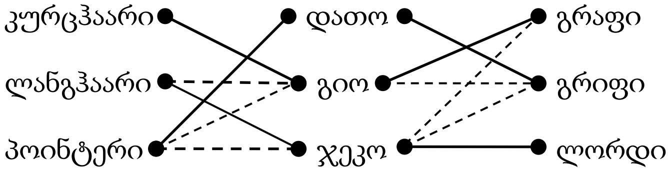
1. ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ჯეკოს ლეკვი არც პოინტერია, არც გრაფი და არც გრიფი; გიოს ლეკვი არც ლანგჰაარია, არც პოინტერია და არც გრიფი. ეს დასკვნები აღვნიშნოთ სქემაზე წყვეტილი ხაზებით; ამისათვის პუნქტირით შევაერთოთ ჯეკო პოინტერთან, გრაფთან და გრიფთან. აგრეთვე, ამოცანის მეორე პირობის თანახმად ასევე პუნქტირით შევაერთოთ გიო პოინტერთან, ლანგჰაართან და გრიფთან.



სქემა 8

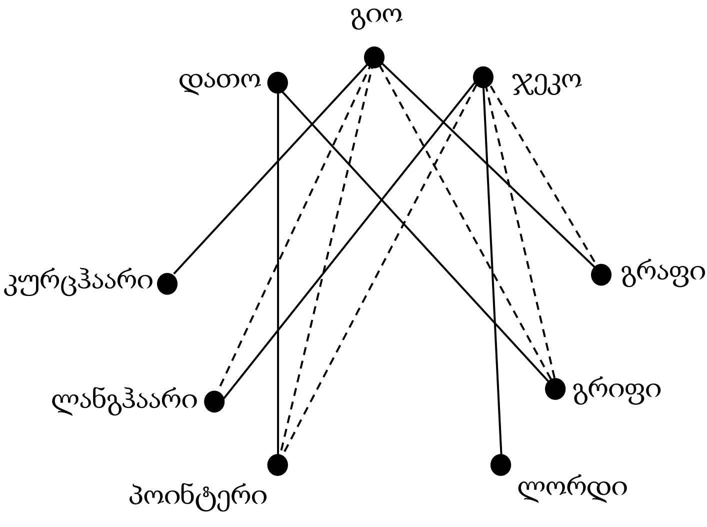
2. რაკი გიოს არც ლანგჰაარი ეკუთვნის და არც პოინტერი, ამიტომ მას ჰყოლია კურცჰაარი. რაკი გიოს ეკუთვნის კურცჰაარი და ჯეკოს არ ეკუთვნის პოინტერი, ამიტომ პოინტერი ეკუთვნის დათოს და ჯეკოს ეკუთვნის ლანგჰაარი.

აგრეთვე, სქემიდან ვგებულობთ, რომ გრიფი არის დათოს ლეკვის მეტსახელი, ხოლო ჯეკოს ლეკვის მეტსახელია ლორდი. ე. ი. გიოს ლეკვის მეტსახელია გრაფი. ეს მონაცემები სქემაზე აღვნიშნოთ მთლიანი (უწყვეტი) ხაზებით.



სქემა 9

შეგვეძლო სხვანაირი გრაფი აგვეგო, სახელდობრ:



სქემა 10

პასუხი: დათოს ჰყავს პოინტერი მეტსახელით გრიფი, გიოს ჰყავს კურცჰაარი მეტსახელით გრაფი და ჯეკოს ჰყავს ლანგჰაარი მეტსახელით ლორდი.

ახლა განვიხილოთ იმავე ტიპის რამდენიმე ლოგიკური ამოცანა მასწავლებელთა პროფესიული განვითარების ეროვნული ცენტრის პროგრამიდან (2013 წ.).

ამოცანა 6: დავუშვათ, რომ შოთა, გიორგი და სანდრო:

- ოლიმპიური ჩემპიონებია სპორტის სხვადასხვა სახეობაში: კრივში, ჭიდაობაში და მძლეოსნობაში;
- არიან სხვადასხვა სოფლიდან: ზემოქედიდან, ბოდბისხევიდან და თოხლაურიდან;
- ერთი მთიულია, მეორე – ქიზიყელი, ხოლო მესამე – ხევსური.

ცნობილია, აგრეთვე, რომ

- სანდრო არაა ბოდბისხევიდან, ხოლო გიორგი – ზემო ქედიდან;
- ბოდბისხეველი არაა ოლიმპიური ჩემპიონი ძალოსნობაში;
- მთიული ზემოქედიდანაა და კრივშია ოლიმპიური ჩემპიონი, შოთა ძალოსნობაშია ოლიმპიური ჩემპიონი;
- ჭიდაობაში ოლიმპიური ჩემპიონი არაა ქიზიყელი.

ქვემოთ ჩამოთვლილი დებულებებიდან რომელი დებულებაა მცდარი?

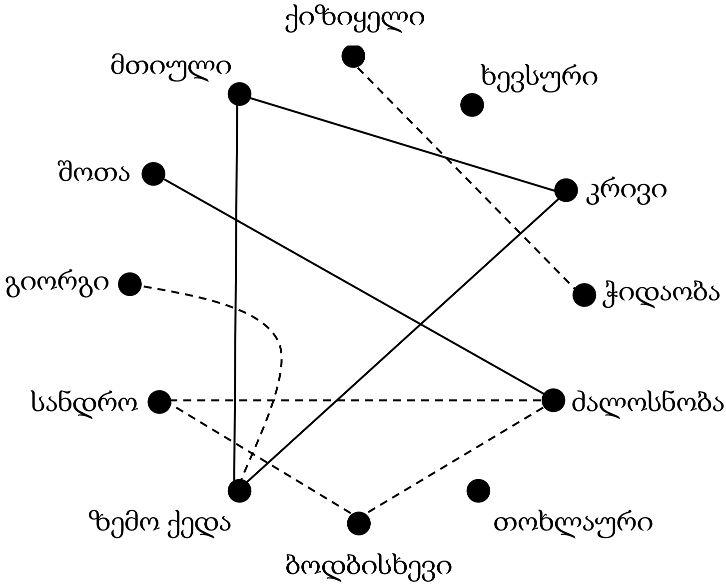
A. გიორგი ხევსურია, ბოდბისხევიდანაა და ჭიდაობაშია ოლიმპიური ჩემპიონი.

B. სანდრო მთიულია, ზემოქედიდანაა და კრივშია ოლიმპიური ჩემპიონი.

C. შოთა ქიზიყელია, თოხლაურიდანაა და ძალოსნობაშია ოლიმპიური ჩემპიონი.

D. გიორგი ხევსურია, სანდრო ქიზიყელია და შოთა _ მთიული.

ამოხსნა: ამოხსნის გაადვილების მიზნით გამოვიყენოთ ისეთი გრაფი, როგორიც გვქონდა წინა ამოცანაში. სქემაში მთლიანი ან წყვეტილი ხაზების დახმარებით შევიტანოთ ყველა მოცემულობა.



სქემა 11

სქემაზე A, B, C და D დებულებების შემოწმება გვიჩვენებს, რომ მცდარია დებულება D.

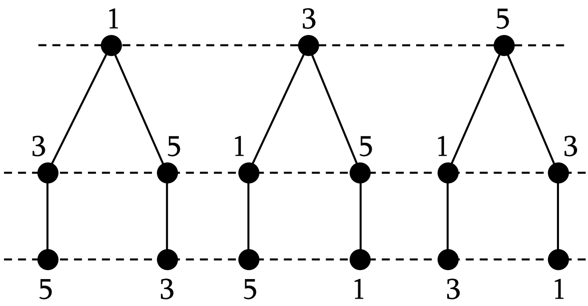
პასუხი: მცდარია დებულება D.

ამოცანა 7: რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებისაგან: 1, 3, 5 იმ პირობით, რომ ჩანაწერში ციფრები არ იქნება გამეორებული. ჩამოთვალეთ ეს რიცხვები.

ამოხსნა: მსჯელობა ჩავატაროთ გრაფების გამოყენებით.

საძიებელი რიცხვების პირველი ციფრია ან 1, ან 3, ან 5. 1-თან მეორე ციფრია ან 3, ან 5; 3-თან მეორე ციფრია ან 1, ან

5 და 5-თან მეორე ციფრია ან 1, ან 3. მესამე ციფრების პოვნაც ადვილია.

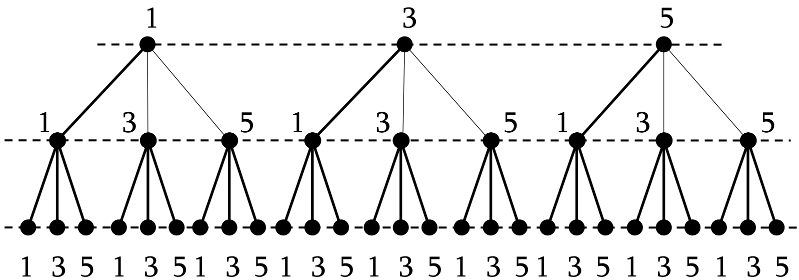


სქემა 12

პასუხი: ექვსი რიცხვი: 135, 153, 315, 351, 513, 531.

ამოცანა 8: რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებისაგან: 1, 3, 5 იმ პირობით, რომ ჩანაწერში ციფრები იქნება გამეორებული. ჩამოთვალეთ ეს რიცხვები.

ამოხსნა: მსჯელობა, წინა ამოცანის ანალოგიურად, ჩავატაროთ გრაფების გამოყენებით.



სქემა 13

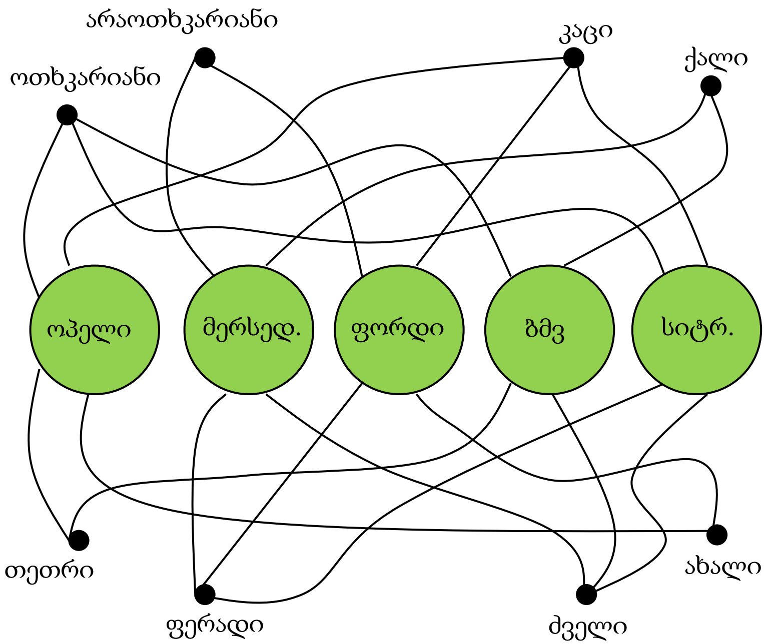
პასუხი: 111, 113, 115, 131, 133, 135, 151, 153, 155, 311, 313, 315, 331, 333, 335, 351, 353, 355, 511, 513, 515, 531, 533, 535, 551, 553, 555.

ამოცანა 9: ავტოსადგომზე დგას ხუთი ავტომანქანა: ოპელი, მერსედესი, ფორდი, ბმვ და სიტროენი. ოპელი და ბმვ თეთრი ფერისაა, დანარჩენი _ ფერადი. მერსედესი, ბმვ და სიტროენი ძველია, დანარჩენი _ ახალი. ყველა ავტომანქანა, მერსედესისა და ფორდის გარდა, ოთხკარიანია. ოპელის, ფორდისა და სიტროენის პატრონები მამაკაცებია, დანარჩენისა _ ქალები.

გაეცით პასუხი კითხვებს:

1. რომელი ახალი ავტომანქანაა ფერადი?
2. რომელი ახალი ავტომანქანაა ოთხკარიანი?
3. ქალის რომელი ავტომანქანაა ოთხკარიანი?

ამოხსნა: ავაგოთ სათანადო გრაფი.



სქემა 14

პასუხი: გრაფიდან უშუალოდ ვასკვნით:

1. ფერადია ახალი ავტომანქანა ფორდი;
2. ოთხკარიანია ახალი ავტომანქანა ოპელი;
3. ოთხკარიანია ქალის ავტომანქანა ბმვ.

შეგვეძლო გრაფის ნაცვლად გამოგვეყენებინა ცხრილი. მასში მონაცემები შეგვაქვს „+“ ნიშნის მეშვეობით.

მანქ.	თეთ-რი	ფერა-დი	ძველი	ახალი	ოთხკ.	არა-ოთხკ.	კაცი	ქალი
ოპელი	+			+	+		+	
მერს.		+	+			+		+
ფორდი		+		+		+	+	
ბვმ	+		+		+			+
სიტრ.		+	+		+		+	

პასუხი: ცხრილიდან უშუალოდ ვასკვნით:

1. ფერადია ახალი ავტომანქანა ფორდი;
2. ოთხკარიანია ახალი ავტომანქანა ოპელი;
3. ოთხკარიანია ქალის ავტომანქანა ბმვ.

საინტერესოა ლოგიკური ამოცანა, რომელიც გამოჩენილი ფიზიკოსისა და მათემატიკოსის _ ალბერტ აინშტაინის სახელს ატარებს.

აინშტაინის ამოცანა. მოცემულია პირობები:

1. ქუჩის გასწვრივ დგას ხუთი სახლი,
2. ინგლისელი ცხოვრობს წითელ სახლში,
3. ესპანელს ჰყავს ძაღლი,
4. მწვანე სახლში სვამენ ყავას,
5. უკრაინელი სვამს ჩაის,
6. მწვანე სახლი დგას თეთრი სახლიდან იქვე მარჯვნივ,
7. ის, ვინც ეწევა Old Gold-ს, ამრავლებს ლოკოკინებს,

8. ყვითელ სახლში ეწევიან Kools-ს,
9. ცენტრალურ სახლში სვამენ რძეს,
10. ნორვეგიელი ცხოვრობს პირველ სახლში,
11. მეზობელს იმისა, ვინც ეწევა Chesterfield-ს, ჰყავს მელა,
12. იმ სახლში, რომლის მეზობლად ჰყავთ ცხენი, ეწევიან Kools-ს,
13. ის, ვინც ეწევა Lucky Strike-ს, სვამს ფორთოხლის წვენს,
14. იაპონელი ეწევა Parliament-ს,
15. ნორვეგიელი ცხოვრობს ლურჯი სახლის გვერდით.

ვინ სვამს წყალს? ვის ჰყავს ზებრა?

სიცხადის მიზნით უნდა დავუმატოთ, რომ ამ ხუთი სახლიდან თითოეული შეღებილია თავისი ფერით, ხოლო მისი მცხოვრებლები _ სხვადასხვა ეროვნებისანი არიან, ჰყავთ სხვადასხვა ცხოველი, სვამენ სხვადასხვა სასმელს და ეწევიან სხვადასხვა მარკის ამერიკულ სიგარეტს. შევნიშნავთ, აგრეთვე, რომ მე-6 მონაცემში სიტყვა „მარჯვნივ“ ნიშნავს: „მარჯვნივ თქვენგან“.

ამოხსნა: გავამზადოთ გრაფები ცხრილისათვის და თანდათანობით შევავსოთ იგი.

სახლი	1	2	3	4	5
ფერი					
ეროვნება					
სასმელი					
სიგარეტი					
ცხოველი					

1. მე-10 პირობის თანახმად ნორვეგიელი ცხოვრობს პირველ სახლში. მე-10 და მე-15 პირობებიდან ვგებულობთ, რომ მეორე სახლი ლურჯია.

2. რა ფერისაა პირველი სახლი? იგი არც მწვანეა და არც თეთრი, იმიტომ, რომ მე-6 პირობის თანახმად მწვანე და თეთრი სახლები უნდა იდგნენ ერთმანეთის გვერდით, მეორე სახლი კი ლურჯია. იგი არც წითელი შეიძლება იყოს, რადგანაც მე-2 პირობის თანახმად წითელ სახლში ცხოვრობს ინგლისელი. მაშასადამე, პირველი სახლი არის ყვითელი.

3. მე-8 პირობის თანახმად პირველ სახლში ეწევიან Kools-ს, ხოლო მე-12 პირობის თანახმად მეორე სახლში ჰყავთ ცხენი.

4. რას სვამს ნორვეგიელი, რომელიც ცხოვრობს პირველ, ყვითელ სახლში და ეწევა Kools-ს? ეს არ არის ჩაი, რადგანაც ჩაის სვამს უკრაინელი (მე-5 პირობა), არც ყავაა, იმიტომ, რომ ყავას მწვანე სახლში სვამენ (მე-4 პირობა), არც რძეა, რძეს მესამე სახლში სვამენ (მე- 9 პირობა), არც ფორთოხლის წვენია, რადგანაც ადამიანი, რომელიც სვამს ფორთოხლის წვენს, ეწევა Lucky Strike-ს (მე-13 პირობა). მაშასადამე, ნორვეგიელი სვამს წყალს.

შევიტანოთ მოპოვებული მონაცემები ცხრილში, მივიღებთ:

სახლი	1	2	3	4	5
ფერი	ყვითელი	ლურჯი			
ეროვნება	ნორვეგიელი				
სასმელი	წყალი		რძე		
სიგარეტი	Kools				
ცხოველი		ცხენი			

5. რას ეწევიან მეორე, ლურჯ სახლში, სადაც ჰყავთ ცხენი? ეს არ არის Kools, რომელსაც პირველ სახლში ეწევიან (მე-8 პირობა), არც Old Gold-ია, რადგანაც ის, ვინც მას ეწევა, ამრავლებს ლოკოკინებს (მე-7 პირობა). ვთქვათ, მეორე სახლში ეწევიან Lucky Strike-ს, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ სახლში სვამენ ფორთოხლის წვენს (მე-13 პირობა). ასეთ შემთხვევაში ვინ შეიძლება აქ ცხოვრობდეს? ეს არ არის ნორვეგიელი, იგი პირველ სახლში ცხოვრობს (მე-10 პირობა), არც ინგლისელია, ინგლისელის სახლი წითელია (მე-2 პირობა), არც ესპანელია რადგანაც ესპანელს ჰყავს ძაღლი (მე-3 პირობა), არც უკრაინელია, იმიტომ, რომ უკრაინელი სვამს ჩაის (მე-5 პირობა), არც იაპონელია, რომელიც ეწევა Parliament-ს (მე-14 პირობა). როგორც ჩანს, მოცემული სიტუაცია შეუძლებელია, ეს იმას ნიშნავს, რომ მეორე სახლ-ში Lucky Strike-ს არ ეწევიან.

6. ვთქვათ, მეორე სახლში ეწევიან Parliament-ს. აქედან გამომდინარეობს, რომ ამ სახლში ცხოვრობს იაპონელი (მე-14 პირობა). ასეთ შემთხვევაში, რას სვამს იგი? ეს არ არის ჩაი, რადგანაც ჩაის უკრაინელი სვამს (მე-5 პირობა), არც ყავაა, ყავას მწვანე სახლში სვამენ (მე-4 პირობა), არც რძეა, მას მესამე სახლში სვამენ (მე-9 პირობა), არც ფორთოხლის

წვენია, რადგანაც წვენს მიირთმევს ის კაცი, რომელიც ეწევა Lucky Strike-ს (მე-13 პირობა). ამგვარად, არც ეს სიტუაციაა შესაძლებელი. ამიტომ მეორე სახლში Lucky Strike-ს არ ეწევიან. მაშასადამე, მეორე სახლში ეწევიან Chesterfild-ს.

7. რომელი ეროვნებისაა ის კაცი, რომელიც ცხოვრობს მეორე, ლურჯ სახლში, ეწევა Chesterfild-ს და რომელსაც ჰყავს ცხენი? ეს არ არის ნორვეგიელი _ იგი პირველ სახლშია (მე-10 პირობა), არც ინგლისელია _ იგი წითელ სახლშია (მე-2 პირობა), არც ესპანელია _ ესპანელს ძაღლი ჰყავს (მე-3 პირობა), არც იაპონელია _ იაპონელი ეწევა Parliament-ს (მე-14 პირობა). მაშასადამე, მეორე სახლში ცხოვრობს უკრაინელი და, როგორც მე-5 პირობიდან გამომდინარეობს, სვამს ჩაის.

ეს ახალი მონაცემებიც შევიტანოთ ცხრილში.

სახლი	1	2	3	4	5
ფერი	ყვითელი	ლურჯი			
ეროვნება	ნორვეგიელი	უკრაინელი			
სასმელი	წყალი	ჩაი	რძე		
სიგარეტი	Kools	Chesterfild			
ცხოველი		ცხენი			

8. რადგანაც Chesterfild-ს ეწევიან მეორე სახლში, ამიტომ მე-11 პირობიდან ვგებულობთ, რომ მელა ჰყავთ ან პირველ, ან მესამე სახლში. ვთქვათ, მელა უკავიათ მესამე სახლში. ასეთ შემთხვევაში რას სვამს ადამიანი, რომელიც ეწევა Old Gold-ს და ამრავლებს ლოკოკინებს (მე-7 პირობა)? ზემოთ ჩვენ უკვე გამოვრიცხეთ წყალი და ჩაი. ეს არც წვენი შეიძლება იყოს, რადგანაც წვენს სვამს ის კაცი, რომელიც

ეწევა Lucky Strike-ს (მე-13 პირობა). რძეც არ შეიძლება იყოს, მას მესამე სახლში სვამენ (მე-9 პირობა). რჩება ყავა, რომელსაც მე-4 პირობის თანახმად სვამენ მწვანე სახლში. ამგვარად, თუ მელა ჰყავთ მესამე სახლში, მაშინ მწვანე სახლში ცხოვრობს კაცი, რომელიც ეწევა Old Gold-ს, ამრავლებს ლოკოკინებს და სვამს ყავას. ვინ არის ეს კაცი? ნორვეგიელი იგი არ არის _ ნორვეგიელი პირველ სახლშია (მე-10 პირობა), არც უკრაინელია _ უკრაინელი სვამს ჩაის (მე-5 პირობა), არც ინგლისელია _ ინგლისელი წითელ სახლში ცხოვრობს (მე-2 პირობა), არც იაპონელია _ იაპონელი ეწევა Parliament-ს (მე-14 პირობა), არც ესპანელია _ ესპანელს ძაღლი ჰყავს (მე-3 პირობა). ასეთი სიტუაცია შეუძლებელია. მაშასადამე, მელა ჰყავთ პირველ სახლში.

ცხრილში შევიტანოთ ეს მონაცემიც.

სახლი	1	2	3	4	5
ფერი	ყვითელი	ლურჯი			
ეროვნება	ნორვეგიელი	უკრაინელი			
სასმელი	წყალი	ჩაი	რძე		
სიგარეტი	Kools	Chesterfild			
ცხოველი	მელია	ცხენი			

9. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ ყავასა და ფორთოხლის წვენს მიირთმევენ მეოთხე და მეხუთე სახლში. მნიშვნელობა არა აქვს, რომელი სასმელი რომელ სახლშია; შეიძლება ჩვეულებრივად დავასახელოთ: „სახლი, რომელშიც სვამენ წვენს“ და „სახლი, რომელშიც სვამენ ყავას“.

10. დავსვათ კითხვა: სად ცხოვრობს კაცი, რომელიც ეწე-ვა Old Gold-ს და ამრავლებს ლოკოკინებს? ის არ ცხოვრობს იმ სახლში, სადაც სვამენ წვენს, რადგანაც იქ ეწევიან Lucky Strike-ს (მე-13 პირობა).

11. ვთქვათ, ის ცხოვრობს იმ სახლში, სადაც სვამენ ყა-ვას. მაშინ ის კაცი, რომელიც ეწევა Old Gold-ს, ამრავლებს ლოკოკინებს და სვამს ყავას, ცხოვრობს მწვანე სახლში (მე-4 პირობა). ესეც შეუძლებელია. მაშასადამე, ადამიანი, რომე-ლიც ეწევა Old Gold-ს და ამრავლებს ლოკოკინებს, ცხოვ-რობს მესამე სახლში.

12. აქედან გამომდინარეობს, რომ Parliament-ს ეწევიან მწვანე სახლში, სადაც სვამენ ყავას, და იქ იაპონელი ცხოვ-რობს (მე-14 პირობა). ეს იმას ნიშნავს, რომ ესპანელი ისაა, ვინც სვამს ფორთოხლის წვენს, ეწევა Lucky Strike-ს და ჰყავს ძაღლი. თუ ამ მსჯელობას გავაგრძელებთ, იმ დასკვნამდე მივალთ, რომ ინგლისელი ცხოვრობს მესამე სახლში, და ეს სახლი წითელია. შემდეგ, გამორიცხვის მეთოდით ადვილი დასადგენია, რომ ესპანელის სახლი არის თეთრი.

შევიტანოთ ცხრილში ყველა მიღებული მონაცემი:

სახლი	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
ფერი	ყვითელი	ლურჯი	წითელი	თეთრი	მწვანე
ეროვნება	ნორვეგი-ელი	უკრაი-ნელი	ინგლი-სელი	ესპა-ნელი	იაპო-ნელი
სასმელი	წყალი	ჩაი	რძე	წვენი	ყავა
სიგარეტი	Kools	Chester-fild	Old Gold	Lucky Strike	Parlia-ment
ცხოველი	მელა	ცხენი	ლოკოკი-ნები	ძაღლი	?

ცხრილის შევსებას დააკლდა ერთი მონაცემი და ის, ცხადია, უნდა იყოს „ზებრა“, რომელიც ჰყოლია იაპონელს.

პასუხი: წყალს სვამს ნორვეგიელი, ზებრა ჰყავს იაპონელს.

შენიშვნა: აინშტაინის ამოცანა გავრცელებულია მსოფლიოში, ხშირად _ ოდნავ განსხვავებული ფორმულირებით.

უნდა აღინიშნოს, რომ ეს ამოცანა ჩვეულებრივი ლოგიკური ამოცანაა, მაგრამ მის ამოხსნას ართულებს მონაცემების დიდი სიმრავლე.

ამოცანა გრაფის შედგენითაც შეიძლება ამოიხსნას, მაგრამ გრაფის წვეროების რაოდენობა იქნება ძალიან ბევრი; ეს კი მოსწავლისათვის, ცოტა არ იყოს, საძნელოა.

§4. ალგორითმიკული ამოცანები

ამოცანა 1. გლეხი დგას მდინარის მარცხენა ნაპირას, თან ახლავს: მგელი, თხა და კომბოსტო. მას სჭირდება მდინარის მარჯვენა ნაპირზე გადასვლა მთელი თავისი ავლა-დიდებით, ე. ი. მდინარეზე უნდა გადაიყვანოს მგელი და თხა და გადაიტანოს კომბოსტო. მაგრამ მისი ნავი ძალიან პატარაა: გლეხს შეუძლია ნავში მის გარდა კიდევ ჩატიოს ერთი მგზავრი – ან მგელი, ან თხა, ან კომბოსტო. ამასთან, თუ ერთ ნაპირზე მარტო დატოვებს მგელსა და თხას, მაშინ მგელი თხას შეჭამს. თუკი თხასა და კომბოსტოს დატოვებს მარტო, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. ისინი მხოლოდ გლეხის თანდასწრებით არ ცელქობენ. როგორ მოიქცეს გლეხი?

ამოხსნა.

აქ მთავარია, მოსწავლე მიეჩვიოს სხვადასხვა შემთხვევის განხილვას, ამ შემთხვევების ერთმანეთთან შეპირისპირებას და საბოლოოდ, ყველა შემთხვევის ერთ მთლიანობაში წარმოდგენას.

მოდი, ვიფიქროთ, რომლის გადაყვანა შეუძლია გლეხს პირველად? ცხადია, მგლის გადაყვანა არ შეიძლება. ამ შემთხვევაში თხა კომბოსტოს შეჭამს. ვერც კომბოსტოს გადაიტანს, რადგანაც მგელი შეჭამს თხას. მაშასადამე, რჩება ერთადერთი გზა: პირველი სვლით გადაიყვანოს თხა, რადგანაც მგელს კომბოსტო არ უყვარს და ხელსაც არ ახლებს. ე. ი. პირველი სვლაა:

გადაიყვანე თხა.

თხის უკან დაბრუნებას აზრი არ აქვს, მაშასადამე, მეორე სვლაა:

გადმოდი მარტო.

ახლა უკვე გლეხის წინაშე ორი შესაძლებლობაა:

- გადაიტანოს კომბოსტო,
- გადაიყვანოს მგელი.

თუ გლეხი გადაიყვანს მგელს და უკან დაბრუნდება, მგელი თხას შეჭამს, თუკი კომბოსტოს გადაიტანს და უკან დაბრუნდება, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. თითქოს ჩიხში მოემწყვდა გლეხი. ხომ არ ნიშნავს ეს იმას, რომ ამოცანას ამოხსნა არ აქვს?

თურმე არა! ლამაზ და მოულოდნელ იდეას გამოვყავართ უხერხულობიდან. გლეხმა მგელი გადაიყვანა და თხა უკან დააბრუნა. ამოცანის ამოხსნის შემდგომი მსვლელობა ცხადი ხდება და მივიღეთ შემდეგი პროგრამა:

გადაიყვანე თხა;
დაბრუნდი მარტო;
გადაიყვანე მგელი;
გადმოიყვანე თხა;
გადაიტანე კომბოსტო;
დაბრუნდი მარტო;
გადაიყვანე თხა.

ცხრილის სახით ამოცანის ამოხსნა შემდეგნაირად წარმოგვიდგება:

ნაპირი 1	მდინარე	ნაპირი 2
გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო		
მგელი, კომბოსტო	გლეხი, თხა →	
მგელი, კომბოსტო	გლეხი ←	თხა
კომბოსტო	გლეხი, მგელი →	თხა
კომბოსტო	გლეხი, თხა ←	მგელი
თხა	გლეხი, კომბოსტო →	მგელი
თხა	გლეხი ←	მგელი, კომბოსტო
	გლეხი, თხა →	მგელი, კომბოსტო
		გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო

სქემა 15

მართალია, ამოცანა ამოიხსნა, მაგრამ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მოსწავლის აზროვნება სრულყოფილად არ წარგვიმართავს. გამოგვრჩა ერთი შემთხვევა, რომლის განუხილავობამ შეიძლება მოსწავლის ალგორითმული აზროვნების განვითარებაში ხარვეზი წარმოქმნას.

რა იქნებოდა, რომ გლეხს თხის მეორე ნაპირზე გადაყვანის შემდეგ, მგელი კი არ გადაეყვანა, არამედ კომბოსტო წაეღო? ხომ ჰქონდა ასეთი შესაძლებლობა? ვუბიძგოთ მოსწავლეს ამ შემთხვევისაკენ და იგი თვითონ მონახავს ამ ამოცანის მეორე ამოხსნას (მეორე ალგორითმს).

ამოცანა 2. გვაქვს ორი ჭურჭელი ტევადობით 5 ლ და 7ლ. ამ ჭურჭლების მეშვეობით როგორ გადმოვასხათ კასრიდან 1 ლიტრი წყალი?

ამოხსნა.

1. ავავსოთ ხუთლიტრიანი ჭურჭელი. მისგან წყალი გადავასხათ შვიდლიტრიანში. კვლავ ავავსოთ ხუთლიტრიანი და მისგან შევავსოთ შვიდლიტრიანი. ხუთლიტრიანში დარჩება 3 ლიტრი წყალი. დავცალოთ შვიდლიტრიანი და ხუთლიტრიანიდან მასში გადავასხათ დარჩენილი 3 ლიტრი. კვლავ ავავსოთ ხუთლიტრიანი და გადავასხათ შვიდლიტრიანში. ხუთლიტრიანში დარჩება 1 ლიტრი წყალი.

დაგვჭირდა 8 მოქმედება.

2. ავავსოთ შვიდლიტრიანი და გადავასხათ ხუთლიტრიანში. შვიდლიტრიანში დარჩება 2 ლიტრი წყალი. დავცალოთ ხუთლიტრიანი და შვიდლიტრიანიდან დარჩენილი 2 ლ წყალი გადავახსათ ხუთლიტრიანში. კვლავ ავავსოთ შვიდლიტრიანი და მისგან შევავსოთ ხუთლიტრიანი. დავცალოთ ხუთლიტრიანი. შვიდლიტრიანში დარჩენილი 4 ლ

წყალი გადავასხათ ხუთლიტრიანში. ავავსოთ შვიდლიტ-ირნი და მისგან შევავასოთ ხუთლიტრიანი. დავცალოთ ხუთლიტრიანი და შვიდლიტრიანში დარჩენილი 6 ლიტრი-დან შევავსოთ ხუთლიტრიანი. შვიდლიტრიანში დარჩება 1 ლიტრი.

დაგვჭირდა 12 მოქმედება.

ამოცანა 3. გვაქვს შვიდი ერთნაირი მონეტა, რომელთა შორის ერთი ყალბია, იგი სხვებზე მსუბუქია. იპოვეთ ყალბი მონეტა.

ამოხსნა.

პირველი აწონა

მოცემული მონეტები დავყოთ სამ ჯგუფად: 2 მონეტა, 2 მონეტა და 3 მონეტა. სასწორის თეფშებზე დავდოთ ორ-ორი მონეტა, ხოლო მესამე ჯგუფი, რომელშიც სამი მონეტაა, გვერდზე გადავდოთ.

აქ შესაძლებელია სასწორის ორი მდგომარეობა:

- **სასწორი გაწონასწორდა,**
- **სასწორი არ გაწონასწორდა.**

თუ სასწორი გაწონასწორდა, მაშინ ყალბი მონეტა ურე-ვია გვერდზე გადადებულ ჯგუფს.

თუ სასწორი არ გაწონასწორდა, მაშინ ყალბი მონეტა ურევია უფრო მსუბუქ ჯგუფს.

მეორე აწონა

პირველ შემთხვევაში გვერდზე გადადებული მონეტა დავყოთ სამ ჯგუფად: 1 მონეტა, 1 მონეტა და 1 მონეტა. სას-წორის თეფშზე დავდოთ თითო მონეტა, მესამე კი გვერდ-ზე გადავდოთ.

აქ შესაძლებელია ორი მდგომარეობა:

- **სასწორი გაწონასწორდა,**
- **სასწორი არ გაწონასწორდა.**

თუ სასწორი გაწონასწორდა, მაშინ ყალბი იქნება გვერდზე გადადებული მონეტა.

თუ სასწორი არ გაწონასწორდა, მაშინ ყალბი იქნება ის მონეტა, რომელიც უფრო მსუბუქია.

მეორე შემთხვევაში, თუ ყალბი მონეტა ურევია უფრო მსუბუქ ჯგუფს, რომელშიც ორი მონეტაა, ეს ორი მონეტა დავყოთ ორ ნაწილად: 1 მონეტა და 1 მონეტა. სასწორის თეფშზე დავდოთ ისინი.

აქ შესაძლებელია ერთი შემთხვევა:

- **სასწორი არ გაწონასწორდა.**

რადგან სასწორი არ გაწონასწორდა, მაშინ ყალბია ის მონეტა, რომელიც უფრო მსუბუქია.

სულ დაგვჭირდა ორი აწონა.

§5. ამოცანები წმინდა ლოგიკური მსჯელობით

ამოცანა 1. არსებობს თუ არა დედამიწაზე ორი ადამიანი თავზე თმების ერთნაირი რაოდენობით?

ამოხსნა. მსჯელობა შეიძლება ასე წარვმართოთ: დედამიწაზე ადამიანების რაოდენობა გაცილებით მეტია, ვიდრე თმების რაოდენობა ნებისმიერი ადამიანის თავზე. ეს ფაქტი სრულიად ცხადია. ამოცანის ამოხსნაც სწორედ ამაში მდგომარეობს. ვთქვათ, ერთი თავის თმების ყველაზე მეტი რაოდენობა არის n. ეს იმას ნიშნავს, რომ n რაოდენობის ადამიანებს შეიძლება ჰქონდეთ თავზე თმების სხვადასხვა რაოდე-

ნობა. დანარჩენებს თავზე n-ზე ნაკლები რაოდენობის თმა აქვთ ან n-ის ტოლი. ამოცანა ამოხსნილია.

ამოცანა 2. ლეგენდის თანახმად, დიდი ხნის წინათ ერთ ქვეყანაში იყო ტაძარი. ამ ტაძარში სამი ღმერთის ქანდაკება იდგა: სიმართლის ღმერთის, სიცრუის ღმერთისა და დიპლომატიის ღმერთის. ისინი იდგნენ ერთ მწკრივში. ამ ქანდაკებებს საოცარი თვისება ჰქონდათ: პასუხობდნენ მორწმუნეთა შეკითხვებზე. ცნობილი იყო, რომ სიმართლის ღმერთი ყოველთვის სიმართლეს ამბობდა, სიცრუის ღმერთი – ტყუილს, ხოლო დიპლომატიის ღმერთი ხან მართალს იტყოდა ხან ტყუილს. ქანდაკებები ზუსტად ჰგავდნენ ერთმანეთს და არავინ იცოდა, რომელი იყო სიმართლის ღმერთი, რომელი იყო სიცრუის ღმერთი და რომელი – დიპლომატიის. ამის გამო, ხალხი იძულებული იყო, ქურუმებისათვის მიემართათ ხოლმე, რომ გაეგოთ, თუ რა იყო მართალი ღმერთების პასუხებში.

და აი, ერთხელ ახალგაზრდა გლეხი შევიდა ტაძარში. ძლიერ სურდა გაეგო, თუ რომელი ქანდაკება რომელ ღმერთს წარმოადგენდა. იგი თამამად მივიდა მისგან მარჯვნივ მდგომ ქანდაკებასთან.

– რომელი ღმერთია შენს გვერდით? – ჰკითხა მან.

– სიმართლის ღმერთი, – იყო პასუხი.

მაშინ გლეხი მივიდა მარცხნივ მდგომ ქანდაკებასთან.

– რომელი ღმერთია შენს გვერდით? – ჰკითხა მან.

– სიცრუის ღმერთი, – უპასუხა ქანდაკებამ.

გლეხი მივიდა შუაში მდგომ ქანდაკებასთან.

– ვინა ხარ შენ? – ჰკითხა მან.

– დიპლომატიის ღმერთი, – იყო პასუხი.

– ახლა ყველაფერი ვიცი, – გაიფიქრა გლეხმა.

იგი გამოვიდა გარეთ და ხალხს უამბო ყველაფერი.

როგორ მიხვდა გლეხი?

ამოხსნა: გლეხისაგან მარჯვნივ მდგომი ქანდაკება არ არის სიმართლის ღმერთი: რომ იყოს, იგი არ იტყოდა, ჩემ მეზობლად სიმართლის ღმერთი დგასო. არც შუაში მდგომია სიმართლის ღმერთი: რომ იყოს, იგი არ იტყოდა დიპლომატიის ღმერთი ვარო. მაშასადამე, სიმართლის ღმერთია მარცხნივ მდგომი. რაკი მან თქვა, ჩემ გვერდით სიცრუის ღმერთიაო, ეს იმას ნიშნავს, რომ შუაში მდგომი სიცრუის ღმერთია. დიპლომატიის ღმერთი ყოფილა გლეხისაგან მარჯვნივ მდგომი ქანდაკება.

ამოცანა 3. მასწავლებელმა მათემატიკური წრის მეცადინეობაზე ორ მოსწავლეს უთხრა:

– თქვენს წინაშე სამი ქუდია: ერთი შავი და ორი თეთრი. თქვენ ახლა შეხვალთ ბნელ ოთახში, – განაგრძო მასწავლებელმა, – და იქ დაგახურავენ თითო ქუდს. მაინტერესებს, რომელი თქვენგანი მიხვდება უფრო ადრე, თუ რა ფერის ქუდი ახურავს მას.

ამის შემდეგ მოსწავლეები შეიყვანეს ბნელ ოთახში და დაახურეს თეთრი ქუდები. მერე ისევ შემოიყვანეს წრის მეცადინეობაზე. მცირე ხნის შემდეგ ერთმა წამოიძახა: „მე თეთრი ქუდი მახურავს!“

როგორ იმსჯელა მოსწავლემ?

ამოხსნა: მოსწავლის მსჯელობა ასეთი იყო: „მე რომ შავი ქუდი მეხუროს, მაშინ მეორე მოსწავლე უცებ მიხვდებოდა, რომ მას თეთრი ქუდი ახურავს, რადგან შავი მხოლოდ ერ-

თია. მაგრამ ის დუმს, მაშასადამე, მე თეთრი ქუდი მახუ-რავს“.

ამოცანა 4. მარი, გიო და ჯეკო მათემატიკური წრის წევ-რები არიან და კარგადაც აზროვნებენ. მათ იციან, რომ ერთ ბნელ ოთახში ძევს ოთხი ქუდი, რომელთაგან ორი თეთრია, ორი კი – შავი. ყმაწვილები შედიან ბნელ ოთახში, იხურავენ თითო ქუდს და ოთახიდან გამოდიან ერთმანეთის მიმდევ-რობით: ჯერ მარი, შემდეგ გიო და ბოლოს ჯეკო. მარი ვერც ერთის ქუდს ვერ ხედავს, არც ის იცის, თვითონ რა ფერის ქუდი ახურავს. გიო ხედავს მარის ქუდს, მაგრამ არ იცის, ჯეკოს და თვითონ მას რა ფერების ქუდები ახურავთ. ჯეკო ხედავს მარისა და გიოს ქუდებს, მაგრამ არ იცის, რა ფერის ქუდი ახურავს თვითონ.

მოინახება თუ არა ყმაწვილებს შორის ისეთი, რომელიც მიხვდება, რა ფერის ქუდი ახურავს თვითონ?

ამოხსნა: მარისა და გიოს ქუდების შეხამება შეიძლება ასეთი იყოს: 1) თეთრი_ თეთრი, 2) შავი – შავი, 3) თეთრი – შავი, 4) შავი – თეთრი.

თუ ჯეკო ხედავს, რომ მის წინ ორი თეთრი ქუდია, მაშინ ის მიხვდება, რომ მას შავი ქუდი ახურავს, რადგან თეთრი მეტი არ არის. თუ ის ხედავს მის წინ ორ შავ ქუდს, მაშინაც მიხვდება, რომ მას თეთრი ქუდი ახურავს, რადგა-ნაც შავი მეტი არ არის. ე. ი. პირველ და მეორე შემთხვევაში ჯეკო მიხვდება ყველაფერს. დანარჩენ ორ შემთხვევაში ჯე-კო ვერაფერს ვერ მიხვდება, რადგან, საკმარისი მონაცემები არ გააჩნია. თუკი ჯეკო მიდის და დუმს, მაშინ გიო მიხ-ვდება, რომ ადგილი აქვს მესამე და მეოთხე შემთხვევას. შეხედავს რა მარის ქუდს, თვითონ გაიგებს თავისი ქუდის

ფერს. თუ მარის ახურავს თეთრი, მაშინ გიოს ახურავს შავი და, თუ მარის ახურავს შავი, მაშინ გიოს ახურავს თეთრი ქუდი.

მაშასადამე, გიოსა და ჯეკოს შორის ერთ-ერთი აუცილებლად მიხვდება, თუ რა ფერის ქუდი ახურავს მას თვითონ.

ამოცანა 5. ერთმანეთთან ახლოს მდებარეობს ორი კუნძული, ერთი მართლის მთქმელებს ეკუთვნით, მეორე – მატყუარებს. ამ ორი კუნძულის მცხოვრებლებს კავშირი აქვთ ერთმანეთთან, ამიტომ თითოეულ კუნძულზე შეიძლება შეხვდეთ, როგორც მატყუარებს, ისე მართლის მთქმელებს. ყოველ კითხვაზე ისინი პასუხობენ სიტყვებით: „დიახ“ ან „არა“. მართლის მთქმელები ყოველთვის მართალს ამბობენ, მატყუარები კი ყოველთვის იტყუებიან. ერთხელ კუნძულზე მოხვდა მოგზაური. რომელი ერთად-ერთი კითხვა უნდა დაუსვას მან პირველ შემხვედრს, რომ მიხვდეს, რომელ კუნძულზე იმყოფება იგი, მართლების კუნძულზე თუ მატყუარების?

ამოხსნა: კითხვა უნდა იყოს: „თქვენ ამ კუნძულზე ცხოვრობთ?“ თუ მოგზაური მოხვდა მართლის მთქმელების კუნძულზე, მაშინ მართლის მთქმელის პასუხი იქნება: „დიახ“, მატყუარების პასუხი იქნება: „დიახ“. თუ მოგზაური მოხვდა მატყუარების კუნძულზე, მაშინ მართლის მთქმელის პასუხი იქნება: „არა“, აგრეთვე, მატყუარის პასუხი იქნება : „არა“. ე.ი. თუ მოგზაური მიიღებს პასუხს: „დიახ“, ეს იმას ნიშნავს, რომ იგი მოხვდა მართლის მთქმელების კუნძულზე, ხოლო თუ მიიღებს პასუხს: „არა“, მაშინ იგი მოხვდა მატყუარების კუნძულზე.

ამოცანა 6. სამი ქალაქიდან A, B და C ერთ-ერთში მოხდა ხანძარი. სახანძრო კოშკში გაისმა ზარის ხმა.

ხმა: ჩვენთან იწვის!

მეხანძრე: სად?

ხმა: C ქალაქში.

განსაზღვრეთ, რომელ ქალაქში მოხდა ხანძარი და საიდან დარეკეს, თუ A ქალაქში ყოველთვის ამბობენ მართალს, B ქალაქში ყოველთვის ცრუობენ, ხოლო C ქალაქში შენაცვლებით ლაპარაკობენ ხან მართალს, ხან ტყუილს.

ამოხსნა: A- დან რომ დაერეკათ, იტყოდნენ, ხანძარი A-ში არისო, რადგანაც ისინი ყოველთვის მართალს ამბობენ. ე. ი. ხანძარი A-ში არ არის. B-დან რომ დაერეკათ, ხანძარი B-ში არისო არ იტყოდნენ, რადგანაც ისინი ყოველთვის ცრუობენ. ასეც თქვეს. ამიტომ ხანძარი არის B-ში.

ამოცანა 7. მრავალი კამათისა და ზაფხულის სიცხისაგან დაღლილი სამი ძველბერძენი ბრძენი აკადემიის ბაღში ისვენებდა. მათ მალე ჩაეძინათ. ძილის დროს გამვლელებმა სამივეს შუბლზე ნახშირი წაუცხეს. გამოეღვიძათ თუ არა, როცა ერთმანეთს შეხედეს, სიცილი აუვარდათ. თითოეულს ეგონა, რომ დანარჩენ ორს ჰქონდა შუბლი დასვრილი და ერთმანეთზე იცინოდნენ. უცებ ერთი ბრძენი გაჩუმდა. იგი მიხვდა, რომ მასაც დასვრილი ჰქონდა შუბლი.

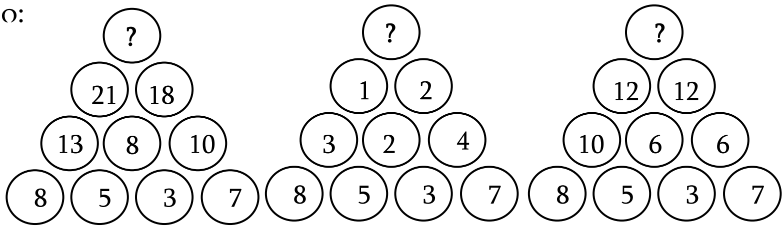
როგორ მიხვდა იგი?

ამოხსნა: მან ასე იმსჯელა: „ყოველ ჩვენგანს შეუძლია იფიქროს, რომ მას შუბლი სუფთა აქვს. დანარჩენი ორიდან პირველი დარწმუნებულია, რომ მისი შუბლი სუფთაა და აცინებს მეორის დასვრილი შუბლი. მაგრამ პირველი რომ ხედავდეს, რომ ჩემი შუბლი სუფთაა, მაშინ გაუკვირდებო-

და მეორის სიცილი, რადგანაც ამ შემთხვევაში მეორეს არ ექნებოდა სიცილის საფუძველი. პირველი გაკვირვებული არ არის, ე. ი. მას შეუძლია იფიქროს, რომ მეორეს ჩემი შუბლი აცინებს. მაშასადამე, ჩემი შუბლი დასვრილია“.

ლოგიკური ამოცანების ამავე ტიპს შეგვიძლია მივაკუთვნოთ ამოცანები, სადაც გარკვეული კანონზომიერებაა საძიებელი. მაგალითად:

ამოცანა 1. იპოვეთ უცნობი რიცხვი შემდეგ პირამიდებში:



1 2 3

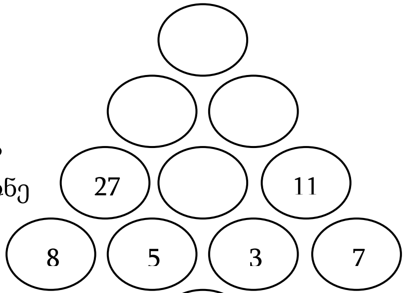
პირველ პირამიდაში მოსწავლე ადვილად შეამჩნევს, რომ ორი მეზობელი რიცხვის თავზე მოთავსებულია მათი ჯამი. მეორე პირამიდაში _ ორი მეზობელი რიცხვის თავზე მოთავსებულია მათი სხვაობა, ხოლო მესამე პირამიდაში ორი მეზობელი რიცხვის თავზე მოთავსებული რიცხვის საპოვნელად ამ რიცხვების ჯამს უნდა გამოვაკლოთ მათივე სხვაობა. ამასთან, მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებისათვის გასათვალისწინებელია სავარჯიშოს ამოხსნის სიძნელის დონეები.

მსგავსი პირამიდების გამოყენებით უამრავი ლოგიკური სავარჯიშოს შედგენა შეიძლება.

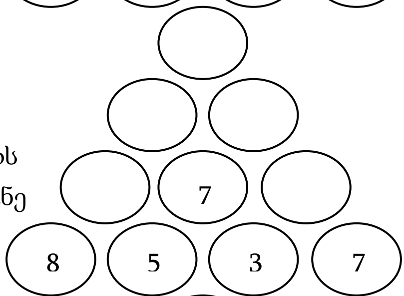
საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ერთი სავარჯიშო ამოხსნის სიძნელის დონეების მიხედვით.

ამოცანა 2. შეავსეთ პირამიდა:

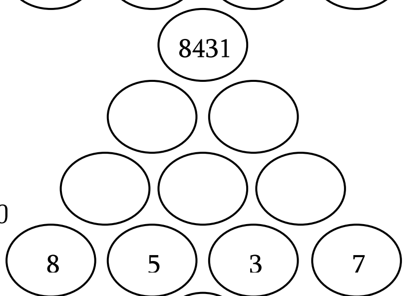
სიძნელის
პირველი დონე



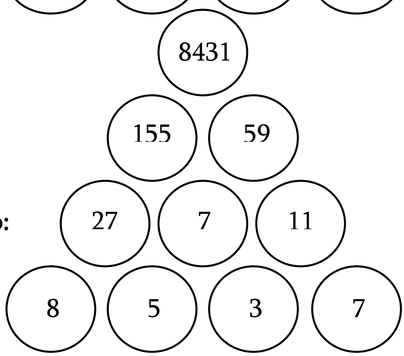
სიძნელის
მეორე დონე



სიძნელის
მესამე დონე



პასუხი:



რთული არ არის კანონზომიერების მიგნება: ორი მეზობელი რიცხვის თავზე მოთავსებული რიცხვის საპოვნელად მოცემული რიცხვების ნამრავლს უნდა გამოვაკლოთ მათივე ჯამი.

სიძნელის დონეები გათვალისწინებულია სწავლების დიფერენცირებული მიდგომისათვის (ნ. წიგნი III).

ბოლოს, უნდა აღინიშნოს, რომ ლოგიკური ამოცანები არასტანდარტულ ამოცანებს მიეკუთვნება და მათი ამოხსნა ამომხსნელის ინდივიდუალობაზე ბევრადაა დამოკიდებული. ყოველ ადამიანს შემეცნების შესაძლებლობები თავისებურად აქვს განვითარებული. მათემატიკური განვითარების ერთ დონეზე მდგომმა ორმა პიროვნებამ ერთი და იგივე ლოგიკური ამოცანა შესაძლოა სხვადასხვა გზით ამოხსნას. არსებობს მათემატიკური „აზროვნებითი გემოვნებაც“. ამის გამო, სწავლების პროცესში უდიდესი მნიშვნელობა აქვს ლოგიკური ამოცანების ამოხსნის გზების ძიების სწავლებას, ამ ძიების სურვილისა და ჟინის გაღვიძებას მოსწავლეებში.

§6. ლოგიკური თამაშობა წრეებით

ქვემოთ მოცემული ცნობილი ლოგიკურ-მათემატიკურ-დიდაქტიკური თამაშობის ანალოგი განხილული გვქონდა ადრეც.

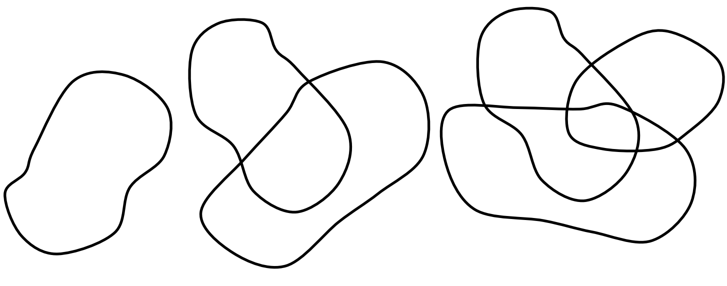
თამაშობა წრეებით შექმნილია ეილერ-ვენის ცნობილი დიაგრამების საფუძველზე. იგი სრულიად წარმატებულად უწყობს ხელს მოსწავლეთა განვითარებას პირველივე კლასიდან: ასწავლის ლოგიკური ოპერაციების (უარყოფა „არ“, კონიუქცია „და“, დიზიუნქცია „ან“) გაცნობიერებას და გა-

მოყენებას, უყალიბებს მათ კლასიფიკაციების შესრულების უნარ-ჩვევებს. ჩამოთვლილი ლოგიკური ოპერაციები ფრიად მნიშვნელოვანია საერთოდ, მათემატიკური მეტყველების განვითარებისათვის, და კერძოდაც, გონებრივი განვითარებისათვის, რადგანაც, მათი სხვადასხვა კომბინაციები ქმნის ყველა შესაძლო და ნებისმიერი სირთულის (უმარტივესიდან დაწყებული) ლოგიკურ სტრუქტურებს.

როგორც ვიცით, ბავშვი სწავლების პირველივე დღეებში ამჟღავნებს ლოგიკური აზროვნების ნიშნებს, ცდილობს, თავისი აზრი რაღაცნაირად დაუსაბუთოს უფროსებს, გაამართლოს თავისი ქცევა. სწორედ ამ პერიოდშია მნიშვნელოვანი, გადაიდგას სერიოზული ნაბიჯები ლოგიკური აზროვნების განვითარების გზით.

თამაშობისათვის საჭირო მასალა

1. დაფაზე დახაზული: ა) ერთი წრე, ბ) ორი წრე, რომლებიც ერთმანეთს კვეთენ, გ) სამი წრე, რომლებიც ერთმანეთს წყვილ-წყვილად კვეთენ, ე. ი. სამივეს ერთდროულად გააჩნია თანაკვეთა. წრეების ნაცვლად შეიძლება ნებისმიერად ჩაკეტილი მრუდის დახაზვა.



ნახ. 78

2. კლასში, დაფის წინ, იატაკზე დაწყობილი: ა) ერთი რგოლი, ბ) ორი ფერადი (მაგალითად, წითელი და ლურჯი) რგოლი, რომლებიც ერთმანეთს კვეთენ, ერთმანეთზეა გადადებული, გ) სამი სხვადასხვა ფერის (მაგალითად, წითელი, ლურჯი და თეთრი) რგოლი, რომლებიც ერთმანეთს წყვილ-წყვილად კვეთენ, ე. ი. სამივეს ერთდროულად გააჩნია თანაკვეთა. რგოლების ნაცვლად თუ ფერად თოკებს გამოვიყენებთ, თამაშობა უფრო ეფექტური გამოვა. თოკებს უნდა მოვუფსკვნათ თავები და დავალაგოთ, ისე როგორც ნახაზზეა მოცემული.

3. სხვადასხვა ფერისა (იგივე ფერები როგორისაც რგოლები ან თოკებია) და სხვადასხვა ზომის (დიდი და პატარა) გეომეტრიული ფიგურების კრებული.

4. ქაღალდის ბარათები, რომლებსაც აწერია რიცხვები (მაგალითად, 1-დან 25-მდე).

5. ქაღალდის ბარათები, რომლებსაც აწერია ქართული ასოები, თითო ბარათს თითო ასო (ანბანის ყველა ასო).

თამაშობს მთელი კლასი ან – ჯგუფებად დაყოფილი.

თამაშობა შეიძლება შესრულდეს კომპიუტერებზეც, სპეციალური პროგრამით.

თამაშობა იწყება დაფაზე.

ა) დაფაზე დახაზულია ერთი წრე. მასწავლებლის დავალებები შეიძლება ასეთი იყოს:

– დასვით წერტილი წრის შიგნით.

– დასვით წერტილი წრის გარეთ.

ბ) დაფაზე დახაზულია ორი სხვადსხვა ფერის წრე, ვთქვათ, წითელი და ლურჯი (ფერადი ცარცით). მასწავლებლის დავალებები შეიძლება ასეთი იყოს:

– დასვით წერტილი ისე, რომ იგი აღმოჩნდეს რომელიმე წრის შიგნით.

– დასვით წერტილი ისე, რომ იგი ლურჯი წრის შიგნით იყოს და წითელი წრის გარეთ.

– დასვით წერტილი ისე, რომ იგი იყოს ორივე წრის შიგნით.

– დასვით წერტილი ისე, რომ იგი იყოს ორივე წრის გარეთ.

– და ა. შ.

თამაშობა შეიძლება წარიმართოს შემოქმედებითად და ხალისიანად, მაღალმოტივაციურ დონეზე.

გ) დაფაზე დახაზულია სამი ფერის წრე, რომლებიც ერთმანეთს კვეთენ.

თამაშობა გრძელდება იმავე პრინციპით და მოსწავლეები ერკვევიან ცნებებში: ერთი წრის შიგნით, დანარჩენ ორს გარეთ; ორი წრის შიგნით, მესამეს გარეთ; სამი წრის შიგნით; სამივე წრის გარეთ.

ამის შემდეგ თამაშობა გადადის იატაკზე (ან სათამაშო მოედანზე).

1. თამაშობა ერთი წრით.

მიზანი: ისწავლონ საგანთა კლასიფიცირება ერთი ნიშნით, გაიცნობიერონ და გამოიყენონ უარყოფის ლოგიკური „არ“ ოპერაცია.

იატაკზე ძევს ერთი რგოლი (გერგვი), შეიძლება შეკრული თოკის გამოყენებაც. მასწავლებლის დავალებები შეიძლება ასეთი იყოს (სავარაუდო პასუხები მოცემულია ფრჩხილებში):

– დააწყვეთ წრის შიგნით სამკუთხედები, დანარჩენები დააწყვეთ წრის გარეთ!

– რომელი ფიგურები ძევს წრის შიგნით? (სამკუთხედები).

– რომელი ფიგურები აწყვია წრის გარეთ? (არასამკუთხედები).

– დააწყვეთ წრის შიგნით ლურჯი ფიგურები. დანარჩენები დააწყვეთ წრის გარეთ!

– რომელი ფიგურებია წრის შიგნით? (ლურჯი ფიგურები).

– რომელი ფიგურებია წრის გარეთ? (არალურჯი ფიგურები).

– და ა. შ.

აქ მიმდინარეობს მუშაობა ცნებებზე: **კლასიფიცირება ერთი ნიშნით** და **ლოგიკური უარყოფა.**

წარმატება დამოკიდებულია მასწავლებლის პედაგოგიურ სიმაღლეზე. მასწავლებელი უნდა არეგულირებდეს მოსწავლეთა მიერ ცნებათა გაცნობიერების პროცესს.

მასწავლებლის დავალებები უფრო მრავალფეროვანი ხდება:

– წრეში ჩააწყვეთ რიცხვები, რომლებიც იყოფა 3-ზე!

– როგორი რიცხვებია წრეში? (რიცხვები, რომლებიც 3-ზე იყოფა, 3-ის ჯერადი რიცხვები).

– როგორი რიცხვებია წრის გარეთ? (რიცხვები, რომლებიც 3-ზე არ იყოფა, 3-ის არაჯერადი რიცხვები).

– წრეში ჩააწყვეთ 5-ზე მეტი ყველა რიცხვი!

– როგორი რიცხვებია წრეში? (5-ზე მეტი რიცხვები).

– როგორი რიცხვებია წრის გარეთ? (5 და 5-ზე ნაკლები რიცხვები).

ეს პასუხი, რა თქმა უნდა, სწორია, მაგრამ, რადგანაც ჩვენ გვინდა უარყოფის ცნებისა და ერთი მახასიათებელი ნიშნის გამოყოფა, ამიტომ პასუხი უნდა იყოს: („წრის გარეთაა 5-ზე არამეტი რიცხვები). აქ უნდა დაზუსტდეს ცნებები: „არაუმეტეს 5-ისა“ და „არანაკლებ 5-ისა“.

– წრეში ჩააწყვეთ ყველა თანხმოვანი ასო!

გამოთქმა „ხმოვანი ასო“ დასაშვებია. ეს პირობითი ნათქვამია და ასახსნელია მისი ასეთი გადატანითი მნიშვნელობა.

– როგორი ასოებია წრეში? (თანხმოვანი).

– როგორი ასოებია წრის გარეთ? (არათანხმოვანი, ე.ი. ხმოვანი). და ა. შ.

მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები აითვისებენ ზემოთ განხილულ ამოცანებს, შეიძლება გადავიდეთ უფრო რთულ დავალებებზე.

– წრეში ჩააწყვეთ ყველა რიცხვი, რომლებიც იყოფა 2-ზე და 3-ზე ერთდროულად!

– წრეში ჩააწყვეთ ყველა რიცხვი, რომლებიც იყოფა 2-ზე ან 3-ზე !

მსგავსი სავარჯიშოები უნდა მიეცეს ქართული ანბანის ასოებზეც და გეომეტრიულ ფიგურებზეც.

2. თამაშობა ორი წრით

მიზანი: ისწავლონ საგანთა კლასიფიცირება ორი ნიშნით. გაიცნობიერონ და გამოიყენონ კონიუნქციის ლოგიკური ოპერაცია **„და“.**

იატაკზე ძევს ორი სხვადასხვა ფერის (წითელი და ლურჯი) რგოლი, რომლებიც ნაწილობრივ გადადებულია ერთმანეთზე. შეიძლება გამოვიყენოთ სხვადასხვა ფერის ორი თოკი, თავებშეკრული.

აქაც საჭიროა მოსამზადებელი საუბარი, როგორც პირველ შემთხვევაში, ერთი წრის დროს. შემდეგ მასწავლებელი აძლევს კლასს დავალებას:

- წითელ წრეში მოათავსეთ ყველა წითელი ფერის ფიგურა, ლურჯ წრეში კი – ყველა სამკუთხა!

ისევე, როგორც ერთი წრით ამოცანების ამოხსნისას, მოსწავლეები სრულიად შემთხვევით და ინტუიციით არჩევენ გეომეტრიულ ფიგურებს და აწყობენ მათ რგოლების მიერ გამოყოფილ არეებში. ეს კეთდება რიგ-რიგობით. სხვები თვალყურს ადევნებენ მოქმედებას. როგორც კი ვინმე შეცდება, ხელს წევენ და აჩერებენ. შეცდომა იხილება ჯგუფში. თუ შეცდომა ბავშვებმა ვერ შეამჩნიეს, ამას აკეთებს მასწავლებელი.

ამასთან, მოსწავლემ უნდა ახსნას მისი ყოველი მოქმედება:

- წითელი წრე უნდა იდოს წითელ წრეში, იმიტომ, რომ ის წითელია, მაგრამ ლურჯი წრის გარეთ, იმიტომ, რომ ის არ არის სამკუთხა.
- ლურჯი კვადრატი უნდა იდოს ორივე წრის გარეთ, იმიტომ, რომ ის არც წითელია და არც სამკუთხა.
- წითელი სამკუთხედი უნდა იდოს ორივე წრის შიგნით, იმიტომ, რომ ის წითელიცაა და სამკუთხაც.

ამ დავალების შესრულებისას დიდი ყურადღებაა საჭირო, რომ მოსწავლეს ყველა მოქმედება ჰქონდეს გაცნობიერებული.

დავალების შესრულების შემდეგ მოსწავლეები გამოყოფენ ფიგურათა მდებარეობის ოთხ შემთხვევას:

- ორივე წრის შიგნით.
- ლურჯი წრის შიგნით მაგრამ, წითელს გარეთ,
- წითელი წრის შიგნით, მაგრამ ლურჯს გარეთ,
- ორივე წრის გარეთ.

საუბარი შეიძლება ასე წარიმართოს:

– რომელი ფიგურები ძევს ორივე წრის შიგნით? (ყველა წითელი სამკუთხა)

– რომელი ფიგურები ძევს ლურჯი წრის შიგნით, მაგრამ წითელს გარეთ? (ყველა სამკუთხა არაწითელი ფიგურა).

– რომელი ფიგურები ძევს წითელი წრის შიგნით, მაგრამ ლურჯს გარეთ? (ყველა წითელი არასამკუთხა ფიგურა).

– რომელი ფიგურები ძევს ორივე წრის გარეთ? (ყველა არაწითელი არასამკუთხა ფიგურა).

ამ ცნებებში სწორი გარკვევა პატარებისთვის ადვილი, ალბათ, არ იქნება, მაგრამ, მასწავლებელმა საჭიროებისას უნდა მიმართოს სამოტივაციო-სტრატეგიულ კითხვებს, მითითებებს და სხვ.

აუცილებელია რაოდენობრივი მხარის გათვალისწინებაც:

– რამდენი ფიგურაა ორივე წრეში?

– რამდენი ფიგურაა წითელ წრეში, ლურჯი წრის გარეთ?

– და სხვ.

ამით სიმრავლეებთან დაკავშირებული ძალიან ბევრი ცნების გაგებისათვის მზადდება ნიადაგი.

შემდეგ, ამოხსნის გარჩევის გარეშე, შეძენილი ჩვევების განმტკიცების მიზნით, შეიძლება მიეცეს, მაგალითად, ასეთი დავალებები:

1. წითელ წრეში მოათავსეთ ყველა კვადრატული ფიგურა, ხოლო ლურჯ წრეში მოათავსეთ ყველა თეთრი ფიგურა.

2. წითელ წრეში მოათავსეთ ყველა მწვანე ფიგურა, ხოლო ლურჯ წრეში მოათავსეთ ყველა ყვითელი ფიგურა.

3. წითელ წრეში მოათავსეთ ყველა დიდი ფიგურა, ხოლო ლურჯ წრეში მოათავსეთ ყველა მართკუთხა ფიგურა.

4. წითელ წრეში მოათავსეთ ყველა რიცხვი, რომელიც იყოფა 5-ზე, ხოლო ლურჯ წრეში მოთავსეთ ყველა კენტი რიცხვი.

5. წითელ წრეში მოათავსეთ 5-ზე მეტი ყველა რიცხვი, ხოლო ლურჯ წრეში მოათავსეთ 12-ზე ნაკლები ყველა რიცხვი.

6. და ა. შ.

მიზანშეწონილია, თამაშობაში ჩაერთოს შებრუნებული ამოცანები. მაგალითად: „წითელი თოკით გააერთიანეთ ყველა კვადარატული ფიგურა, ხოლო ლურჯი თოკით გააერთიანეთ ყველა წითელი ფიგურა“ და სხვ.

სამი ნიშნის მიხედვით კლასიფიცირების შესწავლა და უფრო რთული ლოგიკური ოპერაციების განხილვა შეიძლება სამი წრის გამოყენებისას. ეს უკვე შემეცნების შედარებით მაღალი დონეა.

თავი მეექვსე

მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზაცია მათემატიკის გაკვეთილებზე

§1. დამოუკიდებელი მუშაობის არსი

მათემატიკის გაკვეთილებზე მოსწავლეთა აღზრდისა და მათი შემოქმედებითი ძალების განვითარების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი საშუალებაა დამოუკიდებელი მუშაობა. დამოუკიდებელი მუშაობის ჩვევების განვითარება ყოველთვის იყო სკოლის ერთ-ერთი ძირითადი ამოცანა მისი არსებობის ყველა ეტაპზე.

დამოუკიდებელი მუშაობის პროცესში მოსწავლეებს უვითარდებათ ყურადღება, მეხსიერება, ინიციატივა, აზრის დასაბუთებისაკენ სწრაფვა, მაღალზნეობრივი პიროვნული თვისებები.

დამოუკიდებელი მუშაობა გულისხმობს არა მხოლოდ მოსწავლეთა მიერ უკვე შეძენილი ცოდნის გამოყენებას, არამედ მათ მიერ ლოგიკურად, მოქნილად, თანამიმდევრულად, ოპერატიულად და შემოქმედებითად აზროვნების უნარის გამოყენებასაც. ამგვარად, დამოუკიდებელი მუშაობა არის დამოუკიდებელი აზროვნებითი ოპერაციების წანამძღვარი, წინაპირობა, მისი გამომწვევი ეფექტური ბიძგი.

დამოუკიდებელი მუშაობა არის ერთ-ერთი მძლავრი ინსტრუმენტი მოსწავლის აზროვნების განვითარებისა, რომელსაც მივყავართ მისი შემოქმედებითი მოქმედიანობის ფორმირებისაკენ. ამასთან, დამოუკიდებელი მუშაობა უნდა ისახავდეს შემდეგ **მიზნებს:**

2. აზროვნებითი ოპერაციების: ანალიზის, სინთეზის, შედარების, განზოგადების და ა. შ. ფორმირება და შემდგომი განვითარება.

3. განვითარება და ტრეინინგი აზროვნებისა საერთოდ და შემოქმედებითი აზროვნებისა – კერძოდ.

4. მოსწავლეთა შემეცნებითი ინტერესების შენარჩუნება.

5. შემოქმედებითი პიროვნების ისეთი თვისებების განვითარება, როგორიცაა: შემეცნებითი აქტიურობა, მიზნის მიღწევისათვის ბრძოლის ჟინი და უნარი, დამოუკიდებლობა.

6. მოსწავლის სასწავლო მოქმედების ეფექტიანობის რეგულარული კონტროლი.

ამ მიზანთა წარმატებით მიღწევა მაშინაა შესაძლებელი, თუ დამოუკიდებელი სამუშაოები ქმნიან გარკვეულ სისტემას. დამოუკიდებელ სამუშაოთა სისტემის ქვეშ უნდა ვიგულისხმოთ ურთიერთდაკავშირებული, ურთიერთგანპირობებული, ლოგიკურად გამომდინარე ერთი მეორისაგან და საერთო ამოცანებს დაქვემდებარებულ სამუშაოთა მოწესრიგებული ერთობლიობა. ყოველგვარი სისტემა უნდა აკმაყოფილებდეს გარკვეულ მოთხოვნებს ან პრინციპებს. წინააღმდეგ შემთხვევაში სისტემასთან კი არა, ფაქტების შემთხვევით კონგლომერატთან გვექნება საქმე. დამოუკიდებელ სამუშაოთა სისტემის აგებისას გვაქვს შემდეგი **დიდაქტიკური მოთხოვნები:**

1. დამოუკიდებელ სამუშაოთა სისტემა ხელს უნდა უწყობდეს ძირითადი დიდაქტიკური ამოცანების გადაწყვეტას – მოსწავლეთა მიერ ღრმა და მტკიცე ცოდნის შეძენას, მათში შემეცნებითი უნარების განვითარებას, მათ მიერ

ცოდნის შეძენის, მისი გაღრმავებისა და ცოდნის გამოყენების უნარ-ჩვევათა ფორმირებას.

2. სისტემა უნდა აკმაყოფილებდეს დიდაქტკიკის ძირითად პრინციპებს, უპირველესად, მისაწვდომობისა და სისტემატურობის, თეორიის პრაქტიკასთან კავშირის, შეგნებული და შემოქმედებითი აქტივობისა და მაღალმეცნიერულ დონეზე სწავლების პრინციპებს.

3. სისტემაში შემავალი სამუშაოები უნდა იყოს მრავალფეროვანი თავიანთი სასწავლო მიზნებითა და შინაარსით, რომ უზრუნველყოფილ იქნას მოსწავლეებში მრავალგვარი უნარ-ჩვევების ფორმირება.

4. საშინაო და საკლასო სამუშაოთა თანამიმდევრობა და მონაცვლეობა ლოგიკურად უნდა გამომდინარეობდეს წინასაგან და უნდა ამზადებდეს ნიადაგს მომავლისათვის. ამ შემთხვევაში ცალკეულ სამუშაოთა შორის უზრუნველყოფილი იქნება არა მხოლოდ „ახლო“, არამედ „შორი“ კავშირებიც. ამ ამოცანის წარმატებით გადაწყვეტა დამოკიდებულია არა მხოლოდ მასწავლებლის პედაგოგიურ ოსტატობაზე, არამედ იმაზეც, თუ როგორ ესმის მას, რა ადგილი უჭირავს და როგორი მნიშვნელობა გააჩნია ცალკეულ დამოუკიდებელ სამუშაოს მთელს სისტემაში, მოსწავლეთა შემეცნებითი უნარების, მათი აზროვნებისა და სხვა ხარისხობრივ თვისებათა განვითარებაში.

მაგრამ მხოლოდ სისტემა ვერ განსაზღვრავს მასწავლებლის წარმატებას მოსწავლეებში ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ფორმირების საქმეში. ამისათვის მან უნდა იცოდეს, აგრეთვე, ძირითადი პრინციპები, რომელთა სახელმძღვანელოდ მიღებისას შეიძლება დამოუკიდებელ სამუშაოთა ეფექტუ-

რობის უზრუნველყოფა, ასევე, უნდა ფლობდეს დამოუკიდებელ სამუშაოთა ხელმძღვანელობის მეთოდიკას.

დამოუკიდებელი სამუშაოს ეფექტურობა მიიღწევა, თუ იგი სასწავლო პროცესის ერთ-ერთ შემადგენელ, ორგანულ ელემენტს წარმოადგენს.

§2. დამოუკიდებელ სამუშაოთა სახეები და ფორმები

ფართოდაა გავრცელებული დამოუკიდებელ სამუშაოთა შემდეგი **კლასიფიკაცია:**

1. მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის ხარისხის მიხედვით.
2. მოსწავლეთა ინდივიდუალიზაციის ხარისხის მიხედვით.
3. დიდაქტიკური მიზნების მიხედვით.
4. ცოდნის წყაროს მიხედვით.

და ა. შ.

მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის ხარისხის მიხედვით განიხილავენ დამოუკიდებელ სამუშაოთა შემდეგ **სახეებს:**

1. *დამოუკიდებელი სამუშაოები ნიმუშის მიხედვით.*
2. *რეკონსტრუქციულ-ვარიაციული დამოუკიდებელი სამუშაოები.*
3. *ევრისტიკული დამოუკიდებელი სამუშაოები.*
4. *შემოქმედებითი (კვლევითი) დამოუკიდებელი სამუშაოები.*

ნიმუშის მიხედვით დამოუკიდებელ სამუშაოთა შესრულებისას მოსწავლეთა შემეცნებითი მოქმედიანობა ორიენ-

ტირებულია მუშაობის ხერხების დაუფლებაზე, ძირითადი პრაქტიკული უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებაზე, ცოდნის სხვა სფეროების დამოუკიდებელ შესწავლაზე. მათემატიკის სწავლებისას მოსწავლის შემეცნებით მოქმედიანობაში ეს შეიძლება იყოს მოცემული ნიმუშისა და ალგორითმის მიხედვით გამოთვლითი ჩვევების ფორმირება, ტიპური ამოცანების ამოხსნა და სხვ.

მუშაობა ნიმუშის მიხედვით მიმდინარეობს მოცემული სქემით, მკაცრი თანამიმდევრული მითითებების საფუძველზე. ასეთი მუშაობა მოსწავლეს ხელს უწყობს, დაეუფლოს სასწავლო მასალას, მაგრამ არ ამდიდრებს მას შემოქმედებითი შემეცნებითი გამოცდილებით. მაგალითად, თუ სამკუთხედია ასაგები სამი გვერდით და ამისათვის გამოსაყენებელია მხოლოდ ფარგალი და სახაზავი, მაშინ მასწავლებელი აძლევს მკაცრად განსაზღვრულ ალგორითმს, უჩვენებს აგების ნიმუშს. მოსწავლე იძენს ახალ ცოდნას, ეუფლება აგების წესებს, მაგრამ შემეცნებით-შემოქმედებითი თვალსაზრისით მოსწავლე წინ მნიშვნელოვნად ვერ მიდის. საამისოდ დამოუკიდებელ სამუშაოთა უფრო რთული სახეებია საჭირო.

საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის ხარისხის მიხედვით აგებული ერთი დამოუკიდებელი სამუშაო, რომელიც ითვალისწინებს ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლობის ხარისხით განსხვავებულ ვარიანტებს.

დავალება 1.

ა) ჩაიწერეთ რვეულში განტოლების ამოხსნის ნიმუში.

ნიმუში:

ამოხსენით განტოლება: $59 \cdot x = 1534$.

ამოხსნა:

$59 \cdot x = 1534,$

$x = 1534 : 59,$

$x = 26.$

$$\begin{array}{r} 1534 : 59 = 26 \\ -\underline{118} \\ -354 \\ \underline{354} \\ 0 \end{array}$$

პ ა ს უ ხ ი: $x = 26$.

ბ) ზემოთ მოცემული ნიმუშის მიხედვით ამოხსენით განტოლებები:

$146 \cdot x = 7446;$

$x \cdot 43 = 5891;$

$x : 64 = 52;$

$1097 - x = 348;$

$x - 4344 = 701;$

$8071 + x = 9207.$

დავალება 2.

ა) ჩაიწერეთ რვეულში განტოლების ამოხსნის ნიმუში.

ნიმუში:

ამოხსენით განტოლება: $(1209 + x) : 16 = 2017$.

ამოხსნა:

$(1209 + x) : 16 = 2017,$

$1209 + x = 2017 \cdot 16,$

$1209 + x = 32272,$

$x = 32272 - 1209,$

$x = 31063.$

პ ა ს უ ხ ი: $x = 31063$.

ბ) ზემოთ მოცემული ნიმუშის მიხედვით ამოხსენით განტოლებები:

$(x + 261) + 87 = 439$; $(142 + y) - 79 = 340$;

$(x - 386) + 204 = 324$; $42x : 4 = 819$.

დავალება 3.

ამოხსენით განტოლებები:

$45 + x + 876 = 1683$;

$28x - 12x = 600$;

$3x + 5x + x = 423$.

დავალება 4.

იპოვეთ განტოლების ფესვები:

$0 \cdot x = 0$; $3 \cdot x = x$;

$x : x = 1$; $3 \cdot x = x \cdot 3$.

ზემოთ მოცემული დავალებები ემსახურება განტოლების ცნების ფორმირებასა და შესაბამისი თემის სასწავლო მასალის შეთვისებას. ამასთან, პირველი და მეორე დავალებები სრულდება ნიმუშის მიხედვით სხვადასხვა დონეზე, მესამე დავალების შესრულება თხოულობს მოსწავლის დამოუკიდებლობის უფრო მაღალ დონეს, ხოლო მეოთხე დავალება შეიცავს შემოქმედების ელემენტებს, იგი არასტანდარტულ მიდგომასა და გამჭრიახობას საჭიროებს.

მოსწავლის შემოქმედებით მიდგომას თხოულობს:

- ამოცანის ამოხსნა არასტანდარტული, მოსწავლისთვის ახალი გზით,
- ამოცანების ამოხსნა სხვადასხვა ხერხებით,
- ამოცანების შედგენა მოსწავლეთა მიერ,
- ვარიაციული დავალებები.

მათემატიკის გაკვეთილებზე დამოუკიდებელი სასწავლო საქმიანობის ერთ-ერთ მახასიათებლად წარმოგვიდგება თვითკონტროლის მოქმედება – მოსწავლეთა თვითრეალიზაციის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ფორმა. მოსალოდნელი შედეგები ვერანაირად ვერ იქნება მიღწეული, თუ თვითონ მოსწავლე არ აკონტროლებს თავის მოქმედებებს. თვითკონტროლის მოქმედებებთან მჭიდროდაა დაკავშირებული შემფასებლობითი მოქმედებები, რომლებიც მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ თვითრეალიზაციის პროცესებში. შალვა ამონაშვილის გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ მათი ფორმირება ჯერ კიდევ უმცროს სასკოლო ასაკშია აუცილებელი. დამოუკიდებელი სამუშაოები, მათემატიკის გაკვეთილების ჩართვით, გამოიყენება ცოდნის გამეორების, სისტემატიზაციისა და შემოწმების მიზნით. ამასთან დაკავშირებით, შეიძლება დამოუკიდებელ სამუშაოთა შემდეგი სახების გამოყოფა:

1. წინასწარი სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია ახალი ცოდნის შეძენისათვის მომზადებაზე.

2. სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია ახალი მასალის შესწავლაზე.

3. სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია ცოდნის განმეორებასა და განმტკიცებაზე.

4. სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია ცოდნის გამოყენებასა და ჩვევების ფორმირებაზე.

5. სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია განზოგადებაზე.

6. სამუშაოები, რომლებიც ორიენტირებულია ცოდნის შემოწმებაზე.

ცნობილია დამოუკიდებელ სამუშაოთა სხვა კლასიფიკაციებიც.

ტრადიციულად დამოუკიდებელი მუშაობა განიხილება, როგორც მოსწავლის **ინდივიდუალური** შემეცნებითი მოქმედიანობა. ამ შემთხვევაში დამოუკიდებლად მუშაობისას მოსწავლე თანდათანობით, თავისი საკუთარი ტემპით, კლასთან კავშირის გარეშე, მიიწევს წინ. ამასთან, მან უნდა გამოავლინოს მაქსიმალური ძალისხმევა, პასუხისმგებლობა, უნდა ჰქონდეს თავის იმედი. ინდივიდუალური მუშაობა მოითხოვს სიძნელეთა გადალახვაში შეუპოვრობას, სიბეჯითეს. ინდივიდუალური მუშაობის ქვეშ უნდა გვესმოდეს ისეთი სასწავლო მუშაობა, რომელიც ითვალისწინებს ინდივიდუალიზირებულ დავალებებს და გამორიცხავს მოსწავლეთა თანამშრომლობას. დავალებები შეიძლება მასწავლებლის მიერ ფორმულირებული და მოცემული იყოს როგორც აუცილებელი, მაგრამ შეიძლება ალტერნატიული ვარიანტიც: მოსწავლე არჩევს დავალებას თვითონ, ნებაყოფლობით. ეს – სწავლების დემოკრატიზაციის პრინციპია.

საზოგადოდ, ინდივიდუალური დამოუკიდებელი მუშაობა მასწავლებელს მრავალ სიძნელეს უქმნის.

ამ ბოლო წლებში წარმატებით გამოიყენება დამოუკიდებელი მუშაობის **ჯგუფური ფორმა.** ეს ფორმა გაკვეთილზე ქმნის თვით მოსწავლეთა თანამშრომლობისა და კოლექტიური ურთიერთმოქმედებისათვის მეტად ხელსაყრელ და სასურველ პირობებს. ჯგუფში მუშაობა – ეს არის ურთიერთობის კარგი შესაძლებლობა; გაკვეთილზე მოსწავლეთა

თანამშრომლობის ყველაზე უფრო მარტივი და მისაწვდომი ფორმა კი **წყვილებში მუშაობაა.**

ჯგუფური მუშაობის პროცესში ყოველ მოსწავლეს აქვს საშუალება, გამოავლინოს დამოუკიდებლობა და იმავე დროს – განიცადოს თავისი მეგობრის დამოუკიდებლობის უფრო მაღალი დონის ზეგავლენა.

დიდი აღმზრდელობითი მნიშვნელობა აქვს **ფრონტალურ დამოუკიდებელ მუშაობას.** ფრონტალური დამოუკიდებელი სამუშაოების ჩატარება მეტწილად მაშინაა მიზანშეწონილი, როცა:

- მოსწავლეები იწყებენ თემის შესწავლას,
- შესაქმნელია განწყობა ახალი თემის შესასწავლად, გამოსაწვევია ინტერესი ამ ახალი თემისადმი,
- იწყება რომელიმე ჩვევის ფორმირების ეტაპი,
- მოსწავლეები ეუფლებიან დავალების შესრულების ხერხს ნიმუშის მიხედვით.

ფრონტალური დამოუკიდებელი მუშაობა ინდივიდუალურთან და ჯგუფურთან შედარებით მასწავლებელს საშუალებას აძლევს, უფრო ადვილად გადაწყვიტოს ზოგიერთი ორგანიზაციული საკითხი, მაგრამ მეთოდიკურ-ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით უხერხულობას იწვევს ის ფაქტი, რომ:

- მასწავლებელი ვალდებულია გაასაშუალოს მოთხოვნები, ორიენტაცია საშუალო მოსწავლეზე უნდა აიღოს,
- მასწავლებელმა ძნელია განსაზღვროს ერთნაირი დრო, რამდენადაც ყოველი მოსწავლე მუშაობს საკუთარი ტემპით,
- დაუდევარ მოსწავლეს ეძლევა გადაწერის შანსი.

საშინაო დამოუკიდებელი მუშაობა მრავალ სიკეთესთან ერთად იმით არის კარგი, რომ ხელს უწყობს მოსწავლის მიერ ცოდნის დამოუკიდებლად დაუფლებას, მასწავლებელსა და მშობელს საშუალებას აძლევს, იყვნენ საქმის კურსში, თუ როგორი წარმატებები აქვს მოსწავლეს. საშინაო დავალებებს შეძლება ჰქონდეს სხვადასხვა მიზანი: ცოდნისა და პრაქტიკული უნარ-ჩვევების განმტკიცება, შეძენილი ცოდნისა და უნარ-ჩვევების სისტემატიზაცია, განზოგადება და სხვ.

§3. დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზაცია

მათემატიკაში დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზაციისათვის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, მასწავლებელს სწორად ესმოდეს მისი სტრუქტურული კომპონენტების როლი. დამოუკიდებელი მუშაობის სტრუქტურას განსაზღვრავს მოსწავლეთა სასწავლო-შემეცნებითი მოქმედიანობის შინაარსობრივი, პროცესუალური და მოტივაციური მხარეები.

ყველა მხარე მნიშვნელოვანია. დამოუკიდებელი მუშაობის ჩატარებისას აუცილებელია მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის როგორც შინაარსობრივ, ისე პროცესუალურ მხარეებზე ერთნაირი ზრუნვა. მოქმედების ამ მხარეების ერთიანობა განსაზღვრავს სავარჯიშოების ამოხსნის ხერხებისა და მსჯელობათა გზების შერჩევას.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზება ზოგადად ოთხი ფორმით ხდება:

- ფრონტალური დამოუკიდებელი მუშაობა **(ფრონტალური ფორმა),**
- ჯგუფური დამოუკიდებელი მუშაობა **(ჯგუფური ფორმა),**
- ინდივიდუალური დამოუკიდებელი მუშაობა **(ინდივიდუალური ფორმა),**
- საშინაო დამოუკიდებელი მუშაობა **(საშინაო ფორმა).**

ფსიქოლოგები და დიდაქტიკოსები მოსწავლეთა დამოუკიდებელი შემეცნებითი მოქმედიანობის ოთხ სახესხვაობას გამოყოფენ:

1. მიზნის დასახვასა და შემდგომი მუშაობის დაგეგმარებას ახორციელებს მოსწავლე მასწავლებლის დახმარებით.

2. მხოლოდ მიზნის დასახვა ხორციელდება მასწავლებლის დახმარებით, ხოლო შემდგომ მუშაობას აგეგმარებს მოსწავლე დამოუკიდებლად.

3. მიზნის დასახვასა და შემდგომი მუშაობის დაგეგმარებას ახორციელებს მოსწავლე დამოუკიდებლად მასწავლებლის მიერ მიცემული დავალების ჩარჩოებში.

4. მუშაობა ხორციელდება მოსწავლის მიერ პირადი ინიციატივით: იგი მასწავლებლის დაუხმარებლად განსაზღვრავს სამუშაოს მიზანს, გეგმას და დამოუკიდებლად ასრულებს მას.

დამოუკიდებელი მუშაობის ორგანიზებისას უნდა იქნეს გათვალისწინებული სასწავლო მასალის სტრუქტურულ-ლოგიკური კავშირები, კერძოდ, რაზეა თემა ორიენტირებული, საგნის შიგა კავშირებზე თუ საგანთაშორის კავში-

რებზე. ამისათვის მასწავლებელმა წინასწარ უნდა ჩაატაროს თემის ზოგადი სტრუქტურის ანალიზი.

დამოუკიდებელი მუშაობის სწორი ორგანიზაციისათვის მოვიყვანოთ ზემოთ აღნიშნული თვალსაზრისით სამუშაოთა შერჩევის ოპტიმალური პრინციპი.

1. როცა გვინდა საგნის შიგა კავშირების გამოყენება:

ა) ***ნიმუშის მიხედვით*** დავალების შესრულებისას უნდა მივცეთ ისეთი დამოუკიდებელი სამუშაოები, რომლებიც მოითხოვენ ცნობილი ხერხების გადატანას ანალოგიურ და შორეულანალოგიურ საშიგაკავშირებო სიტუაციებზე.

ბ) ***რეკონსტრუქციულ-ვარიაციულ*** სამუშაოთა შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ ცნობილი ხერხის გადატანას მისი ამა თუ იმ მოდიფიკაციით უჩვეულო საშიგაკავშირებო სიტუაციებზე.

გ) ***ნაწილობრივ-ძიებითი*** (ევრისტიკული) სამუშაოს შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ რამდენიმე ცნობილი ხერხის გადატანას უჩვეულო საშიგაკავშირებო სიტუაციებზე და მათ კომბინირებას ახალი ამოცანის ამოხსნისათვის.

დ) ***შემოქმედებითი*** (კვლევითი) სამუშაოს შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ შიგაკავშირებითი პრობლემური ამოცანის ამოხსნის ახალი ხერხის, მეთოდის შექმნას.

2. როცა გვინდა საგანთაშორისი კავშირების გამოყენება:

ა) ***ნიმუშის მიხედვით*** დავალების შესრულებისას უნდა მივცეთ ისეთი დამოუკიდებელი სამუშაოები, რომლებიც მოითხოვენ ცნობილი ხერხის გადატანას ანალოგიურ და შორეულანალოგიურ სასაგანთაშორისო სიტუაციაზე.

ბ) ***რეკონსტრუქციულ-ვარიაციულ*** სამუშაოთა შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ ცნობილი ხერხის გადატანას მისი ამა თუ იმ მოდიფიკაციით უჩვეულო სასაგანთაშორისო სიტუაციებზე.

გ) ***ნაწილობრივ-ძიებითი*** (ევრისტიკული) სამუშაოს შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ რამდენიმე ცნობილი ხერხის გადატანას უჩვეულო სასაგანთაშორისო სიტუაციებზე.

დ) ***შემოქმედებითი*** (კვლევითი) სამუშაოს შესრულებისას უნდა შევარჩიოთ ისეთი საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ საგანთაშორისკავშირებითი პრობლემური ამოცანის ამოხსნის ახალი ხერხის, ახალი მეთოდის შექმნას.

პუნქტები გ) და დ) ორივე შემთხვევაში დაწყებით კლასებში მხოლოდ საწყის ელემენტებს გულისხმობენ.

თავი მეშვიდე

კლასგარეშე მუშაობა მათემატიკაში დაწყებით სკოლაში

§1. ზოგადი დებულებანი

კლასგარეშე მუშაობა წარმოადგენს სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის განუყოფელ ნაწილს. მისი მნიშვნელობა იმაში მდგომარეობს, რომ იგი ხელს უწყობს მოსწავლეთა შემეცნებითი მოქმედების ისეთი კომპონენტების განვითარებას, როგორიცაა: აღქმა, წარმოდგენა, ყურადღება, მეხსიერება, აზროვნება, მეტყველება და ა.შ. იგი ავითარებს მოსწავლეთა შემოქმედებით უნარს, რომელიც მჟღავნდება ამოცანების რაციონალურ ამოხსნაში, საზრიანობაში, მსჯელობაში; ამაღლებს მოსწავლეთა მათემატიკურ კულტურას, ზრდის ინტერესს საგნისადმი. კლასგარეშე მუშაობის სხვადასხვა სახე ხელს უწყობს მოსწავლეთა გრძნობების კულტურის აღზრდას, რადგანაც ბავშვები თავიანთი მოქმედების დროს ხელმძღვანელობენ, უპირველეს ყოვლისა, არა ლოგიკური მსჯელობებით, არამედ გრძნობებით. კლასგარეშე მუშაობა ბავშვებს აჩვევს რიცხვითი და ნიშნიერი სიმბოლიკით ოპერირებას, მსჯელობის პროცესის შემოკლებას, ენთიმემების გამოყენებას, აზროვნებითი პროცესის შემოკლებას (აზრის პირდაპირი სვლიდან უკუსვლაზე გადასვლას), აზროვნების მოქნილობას და ა. შ.

სასკოლო პრაქტიკაში გვხვდება სისტემატური და ეპიზოდური კლასგარეშე მუშაობის სხვადასხვა სახე. სისტემატურ მეცადინეობებს მიეკუთვნება წრეების მუშაობა, ათ-

წუთეულების რეგულარული ჩატარება, ეპიზოდურს კი – ვიქტორინები, კონკურსები, ოლიმპიადები, დილა-საღამოები, ცალკეული საუბრები და სხვ.

სისტემატურ მუშაობაში მონაწილეობას უნდა ღებულობდეს მთელი კლასი და არა მხოლოდ აკადემიურად ძლიერი მოსწავლეები. ჩამორჩენილ მოსწავლეს უფრო სჭირდება მათემატიკისადმი ინტერესის გაღვივება.

§2. მათემატიკური ათწუთეულები

მათემატიკური ათწუთეულები პირველ კლასში ტარდება, რადგანაც ეს არის პირველი ნაბიჯები კლასგარეშე მუშაობაში. მიზანშეწონილია, რომ ათწუთეულები დაკავშირებული იყოს მოძრავ დიდაქტიკურ თამაშობებთან და იგი უნდა ემსახურებოდეს კლასში გავლილი მასალის ცოდნის განმტკიცებასა და გაღრმავებას. ამიტომ მასწავლებელი საგულდაგულოდ უნდა ემზადებოდეს ათწუთეულების ჩატარებისათვის. ამასთან, მან უნდა გაითვალისწინოს: გაკვეთილებზე გავლილი სასწავლო მასალიდან რომელი საჭიროებს ცოდნის გაღრმავებას.

მოვიყვანოთ რამდენიმე ნიმუში.

ნიმუში 1. მეცადინეობა ტარდება სკოლის ეზოში. მასწავლებლის მითითებით ბავშვები ეწყობიან ერთ რიგად. „ დღეს თქვენ ისწავლით თქვენივე ნაბიჯების დათვლას“, – ეუბნება მასწავლებელი. იგი ბავშვებს (ცალ-ცალკე, ზოგჯერ ერთად) ადგმევინებს ნაბიჯებს, თვითონ ხმამაღლა ითვლის.

შემდგომ ეტაპზე მასწავლებელი ართულებს დავალებას. მოითხოვს: გადადგი 4 ნაბიჯი! და ა.შ. შემდეგ დავალება კვლავ უფრო რთულდება: გადადგი 4 ნაბიჯი! კვლავ 3! რამდენი ნაბიჯი გადადგი სულ? (4 + 3). შეამოწმე! შემოწმებისას ბავშვი უკან უნდა მობრუნდეს და გადადგას 7 ნაბიჯი.

რამდენიმე ასეთი სავარჯიშოს შესრულების შემდეგ მასწავლებელი აძლევს დავალებას: გამოიცანი თვალდათვალ, რამდენი ნაბიჯი იქნება ამ საგნებს შორის? (უსახელებს ორ საგანს). პასუხი მოწმდება გაზომვით.

მსგავს სავარჯიშოებს დიდი მნიშვნელობა აქვს ბავშვის სივრცითი წარმოდგენების განვითარებისათვის.

ნიმუში 2. მეცადინეობა-თამაში ტარდება სკოლის ეზოში. კლასი თანაბრად იყოფა ორ ჯგუფად. სხდებიან სკამებზე ერთმანეთის პირისპირ. მეცადინეობის ჩატარება შეიძლება ფეხზე დგომითაც. ერთ მოსწავლეს მასწავლებელი აძლევს ბურთს. მოსწავლე ასახელებს მაგალითს (ვთქვათ, 5 + 4) და ბურთს ესვრის მოპირდაპირე გუნდის რომელიმე მოსწავლეს. ეს უკანასკნელი ბურთის დაჭერისას ამბობს პასუხს (9) და ესვრის ბურთს რომელიმე მოსწავლეს მოპირდაპირე გუნდიდან, თან აძლევს დავალებას: გამოაკელი 3 და ა. შ. ის მოსწავლე, რომელიც იტყვის არასწორ პასუხს ან მისცემს არასწორ დავალებას (ვთქვათ, 5 – 7), გამოდის თამაშიდან.

ნიმუში 3. მეცადინეობა ტარდება საკლასო ოთახში. მასწავლებელი სთავაზობს: 5-ზე ნაკლებ ნებისმიერ რიცხვს მიუმატეთ 6, გამოაკელით 5, მიუმატეთ 3, გამოაკელით 1,

მიუმატეთ 2, გამოაკელით ჩაფიქრებული რიცხვი და ასახელებს პასუხს – 5.

სამი-ოთხი ასეთი მაგალითის მიცემის შემდეგ ხსნის „ფოკუსის“ შინაარსს.

მათემატიკურ ათწუთეულებში სათანადო ადგილი უნდა ეკავოს თხრობას სურათის მიხედვით, სურათის აღწერასა და მარტივი ამოცანების ზეპირ შედგენას სურათის მიხედვით.

§3. საწრეო მუშაობა

მათემატიკური წრე წარმოადგენს სისტემატური კლასგარეშე მუშაობის ერთ-ერთ სახეს. საწრეო მუშაობა უმჯობესია მეორე კლასიდან დაიწყოს. მანამდე იგი ნაადრევია. პირველ კლასში ათწუთეულების ჩატარებაც საკმარისია.

მათემატიკური წრის მუშაობა, თუ ის სწორად არის ორგანიზებული, ავითარებს მოსწავლის ინტერესს მათემატიკისადმი, მის აზროვნებას, მეტყველებას, აჩვევს მათემატიკური ტერმინებისა და სიმბოლიკის სწორად გამოყენებას, უმუშავებს მას დამკვირვებლობისა და დასკვნის გამოტანის უნარს და ა. შ.

საწრეო მუშაობის შინაარსში შედის ამაღლებული სიძნელის ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნა, ისეთი საკითხების განხილვა, რომლებიც უვითარებს მოსწავლეებს აზროვნებას, არკვევენ ისეთ საკითხებში, როგორიცაა: ანალიზი, სინთეზი, ინდუქცია, ანალოგია და სხვ. დიდი ადგილი უჭირავს გასართობი ხასიათის ისეთ სავარჯიშო-

ებს, როგორიცაა: მაგიური კვადრატები, არითმეტიკული ფოკუსები, რებუსები და ა. შ.

თავისი შინაარსის მიხედვით კლასგარეშე მუშაობის პროცესში განსახილველი საკითხები სახელმწიფო პროგრამით მკაცრად არაა რეგლამენტირებული, თუმცა მეცადინეობებზე მათემატიკური მასალა მოსწავლეებს მათი ცოდნისა და უნარ-ჩვევების შესაბამისად მიეწოდებათ. ეს ნიშნავს, რომ სასურველია (მაგრამ არააუცილებელი) კლასგარეშე მუშაობისათვის შერჩეული მასალა უშუალოდ იყოს დაკავშირებული მიმდინარე პროგრამულ მასალასთან. ნებისმიერ შემთხვევაში მხოლოდ მოსწავლეთა ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ზოგადი დონიდან უნდა გამოვიდეთ.

წრის მეცადინეობებისათვის მოსწავლეებს უნდა ჰქონდეთ ცალკე რვეული, სადაც ჩაიწერება ყველა მათემატიკური გამოთვლა, შესრულდება ნახაზები, ამოიხსნება ამოცანები. წრისათვის სასურველია ცალკე რვეულის, წრის ჟურნალის გამოყოფა, რომელშიც წრის მუშაობის ანგარიშს რიგრიგობით ჩაიწერენ მოსწავლეები. მიიღებს რა მორიგი მოსწავლე რვეულს, მასში შეაქვს მეცადინეობის თარიღი, თემა, ყველა სავარჯიშოსა და ამოცანის ამოხსნა და ა.შ.

ქვემოთ მოგვყავს თითო მეცადინეობის შინაარსი მესამე და მეოთხე კლასებისათვის (იოსებ ბენდელიანის წიგნიდან).

III კლასი

ერთი საწრეო მეცადინეობა

1. ორნიშნა რიცხვს დაუმატეს 1 და მიიღეს სამნიშნა რიცხვი. რა რიცხვია ეს? სამნიშნა რიცხვს დაუმატეს 1 და

მიიღეს ოთხნიშნა რიცხვი. რა რიცხვებია ეს სამნიშნა და ოთხნიშნა რიცხვები?

2. 863-ს გამოაკელით რიცხვები: 10, 20, 30, 40. 863-ს გამოაკელით რიცხვები: 100, 200, 300, 400.

3. გაადიდეთ სამჯერ რიცხვები: 9, 6, 12, 15, 21, 18, 30, 24. ეს რიცხვები გაადიდე 6-ით.

4. რომელი რიცხვია 7-ისა 6-ის ნამრავლზე ერთით მეტი?

5. რის ტოლია გასაყოფი, თუ გაყოფის შედეგად განაყოფში ვღებულობთ 6-ს, ნაშთში კი 2-ს?

6. წაიკითხეთ სწორი ჩანაწერები:

$$(700 - 600) : 5 > 700 - 600 : 5;$$

$$(400 + 600) : 5 < 400 : 5 + 600;$$

$$(600 + 250) : 5 = 600 : 5 + 250 : 5.$$

7. 860-ს გამოაკელით: 10, 20, 30, 40. 860-ს გამოაკელით: 100, 200, 300, 400.

8. ა) შესაკრებია 15, ჯამი – 40. იპოვეთ მეორე შესაკრები.

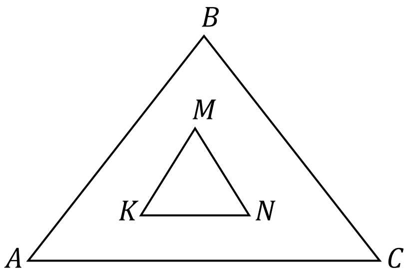
ბ) საკლებია 18, სხვაობა – 9. იპოვეთ მაკლები.

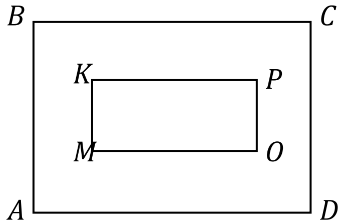
გ) რის ტოლია საკლები, თუ მაკლები და სხვაობა ტოლია და უდრის 8-ს.

9. გიამ მოკრიფა 82 სოკო. ეს ორჯერ მეტია დათოს მიერ მოკრეფილი სოკოს რაოდენობაზე. რამდენი სოკო მოუკრეფია დათოს?

10. ერთ სახლში 50 ბინაა. ეს 40-ით ნაკლებია მეორე სახლში ბინების რაოდენობაზე. რამდენი ბინაა მეორე სახლში?

11. რომელი ფიგურის პერიმეტრია მეტი, *ABC*-ს თუ *KMN*-ის, *ABCD*-ს თუ *KPOM*- ის?





ნახ. 79

12. „ჯადოსნური ცხრილი“

I	II	III	IV	V
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31

– ამ ცხრილის საშუალებით მე შემიძლია გამოვიცნო თქვენს მიერ ჩაფიქრებული რიცხვი (ის არ უნდა იყოს 31-ზე მეტი), – ამბობს მასწავლებელი. თითოეულმა თქვენგანმა ჩაიფიქროს რომელიმე რიცხვი.

ჩანიშნეთ, ჩამოწერილი 5 სვეტიდან რომელიშია ჩაფიქ-რებული რიცხვი?

– ჩემი რიცხვი არის I, III და V სვეტებში, – ამბობს გია.

– ჩემი რიცხვი არის I, II და V სვეტებში, – თქვა ნიკამ.

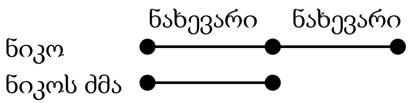
– ჩემი რიცხვი არის I, II და III სვეტებში, განაცხადა თეამ.

– გიას ჩაუფიქრებია 21, ნიკას – 19, ხოლო თეას – 7.

გამოცნობის „საიდუმლო“ მარტივია. ჩაფიქრებული რი-ცხვის გამოსაცნობად საჭიროა შეიკრიბოს მოსწავლეთა მიერ დასახელებული სვეტების პირველი რიცხვები.

13. ნიკომ თავის უმცროს ძმას მისცა თავისი ვაშლების ნახევარი და კიდევ 1 ვაშლი. მას არც ერთი ვაშლი არ დარჩა. რამდენი ვაშლი ჰქონია ნიკოს?

ამოხსნა:



პასუხი: 2 ვაშლი.

14. დაასახელეთ ყველა ორნიშნა რიცხვი, რომლის ერთე-ულებისა და ათეულების ციფრების ჯამი არის 4.

პასუხი: 31, 13, 22, 40.

15. სამი ხუთიანისა და ერთი არითმეტიკული მოქმედე-ბის გამოყენებით ჩაწერეთ რიცხვი 50 (**პასუხი:** 55 – 5).

16. სამკერვალო სახელოსნოს 64 მ ქსოვილი ჰქონდა. 40 მ ქსოვილით შეკერეს კაბები. დანარჩენით კი – 24 ერთნაირი წინსაფარი. რამდენი მეტრი ქსოვილი დასჭირდა ერთი წინსაფრის შეკერვას?

ამოხსნა: (64 – 40) : 24 = 1.

პასუხი: 1 მ.

IV კლასი

ერთი საწრეო მეცადინეობა

1. მაღაზიაში ორი ავტომანქანით მოიტანეს ფქვილი. ერთ მანქანაში იყო 24 ტომარა, მეორეში 2-ჯერ მეტი. რამდენი კილოგრამი ფქვილი მოიტანეს ორივე მანქანით, თუ თითოეულ ტომარაში არის 80 კგ?

2. შეადგინეთ ამოცანები მოკლე ჩანაწერის მიხედვით და ამოხსენით ისინი სხვადასხვა ხერხით

ამოცანა	სიჩქარე	დრო	მანძილი
1	ერთნაირი	3 სთ 7 სთ	240 კმ x კმ
2	15 კმ/სთ 25 კმ/სთ	ერთნაირი	75 კმ x კმ
3	45 კმ/სთ x კმ/სთ	4 სთ 5 სთ	ერთნაირი

რით განსხვავდება ეს ამოცანები ერთმანეთისაგან?

3. როცა მეთევზეს ჰკითხეს, თუ რა მასის თევზი დაიჭირა, მეთევზემ უპასუხა: „კუდის მასა ერთი კილოგრამია, თავის მასა იმდენივეა, რამდენიც ტანის მასის ნახევრისა და კუდის მასის ჯამი, ხოლო ტანის მასა თავისა და კუდის მასების ჯამის ტოლია“. რისი ტოლია თევზის მასა?

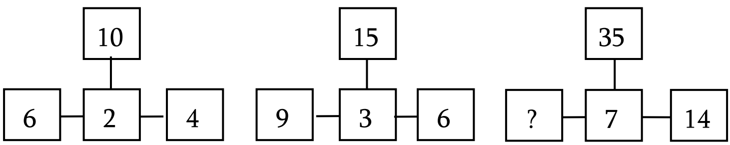
4. ორი რიცხვის ნამრავლი პირველზე 10-ჯერ მეტია, ხოლო მეორეზე – 6-ჯერ. რას უდრის თანამამრავლები და ნამრავლი?

5. ოცი მეტრი სიღრმის ჭაში ბაყაყი ჩავარდა და ამოსვლას ცდილობდა. ყოველდღიურად 5 მეტრს ამოდიოდა, მაგრამ მეხუთე მეტრზე ისე იღლებოდა, რომ თავს ვერ იკავებდა, ფეხი უცურდებოდა და ოთხი მეტრით უკანვე ბრუნდებოდა. მერამდენე დღეს ამოვიდოდა ბაყაყი ჭიდან?

6. გადამრავლების გარეშე დაადგინეთ, რამდენი ნულით დამთავრდება ერთიდან ათამდე რიცხვების ნამრავლი?

7. მგელი და კურდღელი ერთმანეთს ეჯიბრებოდნენ. კურდღლის ყოველი ნახტომი ორჯერ ნაკლებია მგლის ნახტომის სიგრძეზე. სამაგიეროდ კურდღელი ნახტომებს სამჯერ უფრო ხშირად აკეთებს. ვინ გაიმარჯვებს შეჯიბრებაში?

8. დაადგინეთ პირველ და მეორე ნახაზში ჩაწერილ რიცხვებს შორის არსებული კანონზომიერება და შეავსეთ ცარიელი უჯრა მესამე ნახაზში:



9. რამდენი მონაკვეთი უნდა გავავლოთ მართკუთხედში, რომ სხვადასხვა ზომის სამი მართკუთხედი მივიღოთ?

ნახ. 80

10. იპოვეთ ვარსკვლავების შესაბამისი ციფრები:

$$
\begin{array}{rcccc}
 & & & 6 & * \\
\times & & * & * & * \\
\hline
 & & & * & * \\
+ & & * & * & \\
 & * & * & & \\
\hline
 & * & * & * & 5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcccc}
 & & & 8 & * \\
\times & & * & * & * \\
\hline
 & & & * & * \\
+ & & * & * & \\
 & * & * & & \\
\hline
 & * & * & * & 8
\end{array}
$$

§4. მათემატიკური ვიქტორინები

კლასგარეშე მუშაობის ერთ-ერთი ყველაზე პოპულარული ფორმაა მათემატიკური ვიქტორინები. ისინი ტარდება ცალკეც, თუმცა, მათ არა აქვთ დიდი დამოუკიდებელი ღირებულება, მაგრამ მათემატიკური წრის მეცადინეობებზე, ან კიდევ ოლიმპიადებზე, ისინი შეუცვლელია. ვიქტორინებს არ სჭირდება დიდი დრო არც მომზადებისათვის, არც ჩატარებისათვის. კითხვების მომზადებას ხელმძღვანელობს მასწავლებელი ან მაღალი კლასის მოსწავლე. ჩატარებით კი უმჯობესია იგი მოსწავლეებმა ჩაატარონ. ვიქ-

ტორინების შინაარსს წარმოადგენს პროგრამიდან აღებული თეორიული კითხვები და სახალისო ამოცანები.

მათემატიკური ვიქტორინა შეიძლება გამოყენებულ იქნას ნებისმიერ კლასში, მაგრამ განსაკუთრებით ეფექტურია იგი მესამე და მეოთხე კლასებში. ვიქტორინა შეიძლება ჩატარდეს ცალკე თემების მიხედვითაც.

ვიქტორინის ჩატარების წესი შეიძლება ასეთი იყოს:

მასწავლებელი წინასწარ შეარჩევს კითხვებსა და ამოცანებს (მათი უმრავლესობის ამოხსნა უნდა შეიძლებოდეს ზეპირად), ნიშნავს ვიქტორინის ჩატარების დროსა და ადგილს (კლასგარეშე მეცადინეობისა, მათემატიკურ საღამოზე თუ სად), იწვევს ჟიურის (მასში მონაწილეობენ მაღალი კლასების მოსწავლეები, მშობლები, მასწავლებლები, 3 - 5 კაცი). კითხვები და ამოცანები თანამიმდევრულად ეძლევა მოსწავლეებს. ყოველი პასუხი ფასდება ქულებით. ბოლოს, ჟიური შეაფასებს მუშაობას, გამარჯვებულნი ჯილდოვდებიან.

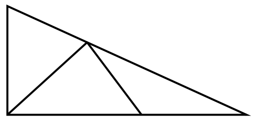
შეიძლება ვიქტორინა ჩატარდეს სხვანაირადაც, მაგალითად:

კითხვებისა და ამოცანების ტექსტი იწერება დაფაზე ან ცალკე ფურცლებზე, რომლებიც ურიგდებათ მოსწავლეებს. მოსწავლეები ფურცლებზე წერენ პასუხებს სათანადო ახსნა-განმარტებით და მას აბარებენ ჟიურის. ვიქტორინის დაწყებიდან გარკვეული დროის შემდეგ ფურცლების მიღება მონაწილეთაგან შეწყდება. ჟიური ამოწმებს პასუხებს და გამოაცხადებს გამარჯვებულს. სასურველია, ზოგიერთი კითხვა და ამოცანა იქნეს გარჩეული.

მოვიყვანოთ რამდენიმე ნიმუში.

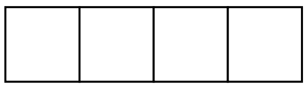
I კლასი. სასწავლო წლის მეორე ნახევარი

1. რამდენი სამკუთხედია ნახაზზე?



ნახ. 81

2. რამდენი მართკუთხედია ნახაზზე? რამდენი კვად-რატია?



ნახ. 82

3. გამოიცანით რიცხვები: $** - * = 1$.

4. რომელი რიცხვებია გამოტოვებული?

$12 + \square = 19$ $\square - 11 = 7$

$18 - \square = 3$ $\square + 5 = 16$

5. რომელი მოქმედებებია გამოტოვებული?

$17 \square 5 = 12$ $8 \square 3 = 11$

6. შედარების რომელი ნიშნებია გამოტოვებული?

$18 \square 20$ $12 \square 7$ $16 \square 16$

7. რომელი რიცხვებია გამოტოვებული?

$4 + 7 = 7 + \square$ $13 - 9 > \square - 10$

$12 - 5 = \square - 5$ $10 + 7 < 10 + \square$

როგორ იპოვეთ?

8. შეადგინეთ ამოცანა: $12 - ? = 9$.

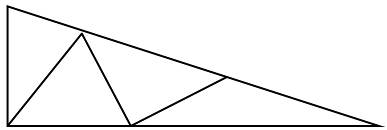
II კლასი

1. შეავსე ცარიელი ადგილი: $97 = ? + 7$.

2. რამდენი ერთეულია თითოეულ თანრიგში? სულ?

76, 50, 17, 52.

3. რამდენი სამკუთხედია ნახაზზე?



ნახ. 83

4. გამოიცანი რიცხვები: ** – * = 3.

5. შეადგინე ამოცანა: $x = 12 + (12 + 5)$.

6. განაგრძე მიმდევრობა: 2, 5, 8, 11, ...

7. წაიკითხე გამოსახულება: (40 + 12) – (37 – 16).

8. რამდენი წვერო დარჩება სამკუთხედს, თუ მას ერთ წვეროს მოვაჭრით?

III- IV კლასები

1. გოგონას ჰკითხეს, თუ რამდენი და ჰყავს მას. მან უპასუხა: იმდენი და მყავს, რამდენიც ძმა. მისმა ძმამ იმავე კითხვას ასეთი პასუხი გასცა: დები ორჯერ მეტი მყავს, ვიდრე ძმები. რამდენი და ყოფილა და რამდენი ძმა? (3 ქულა), (**პასუხი:** 4 და, 3 ძმა).

2. კენტია თუ ლუწი ოთხი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ჯამი? (2 ქულა), (**პასუხი**: ლუწი).

3. მოცემულია რიცხვების მწკრივი: 3, 4, 7, 12, 19, 28, ... განაგრძე იგი ათ რიცხვამდე (5 ქულა), (**პასუხი:** 39, 52, 67, 84).

მითითება: მეზობელ რიცხვებს შორის სხვაობები ქმნის კენტ რიცხვთა მწკრივს: 1, 3, 5, 7, ...

4. რომელი რიცხვი იყოფა უნაშთოდ ნებისმიერ რიცხვზე? (1 ქულა), (**პასუხი**: 0)

5. მოცემულია ოთხი წერტილი: სამი მოთავსებულია წრეწირზე და ერთი ცენტრში. წერტილების ყველა წყვილი შეაერთეთ მონაკვეთებით. რამდენი მონაკვეთი მიიღეთ? რამდენი სამკუთხედი? (2 ქულა), (პასუხი: 6 მონაკვეთი და 4 სამკუთხედი. შეიძლება იყოს სხვა შემთხვევებიც).

6. თუ გვაქვს 4 და 9 ლიტრი ტევადობის ორი ჭურჭელი, როგორ ამოვიღოთ მდინარიდან 7 ლ წყალი? (3 ქულა).

7. როცა მოსკოვში შუადღეა, მაშინ ვლადივასტოკში საღამოს 7 საათია. რომელი საათი იქნება მოსკოვში, როცა ვლადივასტოკში შუადღეა? (3 ქულა), (**პასუხი:** $12 - 7 = 5$, დილის 5 სთ).

8. რომელია მეტი: $0 + 1 + 2 + 3$, თუ $0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$? (1 ქულა).

9. იპოვეთ მარტივი ხერხით: 2800 : 25 (1 ქულა), (**პასუხი**: $2800 : 25 = 28 \cdot 4 = 112$).

10. რამდენი ციფრია საჭირო, რომ გადავნომროთ რვეულის 24 ფურცელი? (2 ქულა).

(**პასუხი**: 39 ციფრი).

§5. მათემატიკური ოლიმპიადები

მათემატიკაში კლასგარეშე მუშაობის მეტად ეფექტური ფორმაა ოლიმპიადა. ეს არ არის ერთდროული ღონისძიება ცალკეულ სკოლაში, ეს შეჯიბრებათა მთელი სისტემაა. მისი უმნიშვნელოვანესი თავისებურებებია:

1. ოლიმპიადას უნდა ეკავოს დროის მნიშვნელოვანი მონაკვეტი. თუ შესაძლებელია – მთელი სასწავლო წელი.

2. ოლიმპიადა უნდა იყოს მასიური, მასში ნებისმიერ მოსწავლეს უნდა შეეძლოს მონაწილეობის მიღება. ამასთან, საჭიროა სწრაფვა იმისკენ, რომ უზრუნველყოფილი იყოს მოსწავლეთა ერთნაირი შესაძლებლობა, სადაც არ უნდა ცხოვრობდნენ ისინი: ქალაქში, რაიონში თუ მიყრუებულ სოფელში.

3. ოლიმპიადას უნდა ჰქონდეს მრავალსაფეხურიანი ხასიათი – ცალკეული კლასის მასშტაბიდან სკოლების რეგიონალურ გაერთიანებამდე.

ოლიმპიადის ასეთი აგებისას მოიგებს არა მარტო გამარჯვებული, არამედ ნებისმიერი მონაწილეც.

აუცილებელია როგორც მთელი ოლიმპიადის, ისე მისი ყოველი ეტაპის მოსამზადებელი ღონისძიებების ჩატარება.

მნიშვნელოვანია მომზადების ეფექტურობის პირობები – ეს არის მასწავლებელთა სურვილი, იმუშაონ ორგანიზატორებთან ერთად. საჭიროა როგორც მოსწავლეების, ისე მასწავლებლების შეჯიბრებისა და წახალისების ზომების გონივრული შეხამება. ოლიმპიადის ორგანიზაციული ღონისძიებები უნდა შეივსოს მასწავლებელთა ინიციატივით. გამოცდილებიდან აშკარაა, რომ შემოქმედებითად მომუშავე მასწავლებლები მიისწრაფვიან ასეთი ღონისძიებებისაკენ.

დაწყებით სკოლაში ოლიმპიადების ჩატარება ძალიან უწყობს ხელს ბავშვების განვითარებას. სწორედ ამ დროს ხდება პირველი დამოუკიდებელი აღმოჩენები ბავშვის ცხოვრებაში. თუმცა ეს აღმოჩენები ძალზე მცირეა, მაგრამ ისინი მეცნიერებისაკენ მომავალი ინტერესის აღმძვრელია. რეალიზებული შესაძლებლობები განმავითარებლად ზემოქმედებენ მოსწავლეებზე, სტიმულს აძლევენ, უღვივებენ ინ-

ტერესს არა მარტო მათემატიკისადმი, არამედ სხვა მეცნიერებებისადმიც.

ოლიმპიადები ხელს უწყობს მოსწავლეს, შეიცნოს საკუთარი თავი, აძლევს საშუალებას, განმტკიცდეს საკუთარ თვალში და მის გარემოში. მთლიანობაში ისინი ემსახურებიან ბავშვის შემოქმედებითი ინიციატივის განვითარებას.

მასწავლებელმა უნდა უჩვენოს ბავშვებს, რომ სჯერა მათი ძალების, მათთან ერთად უხარია თითოეულის წარმატება. მცირეოდენი წარმატებებიც კი ბადებენ მოსწავლეში საკუთარი შესაძლებლობებისადმი რწმენას. სასურველია, ხელი შევუწყოთ ბავშვის ცნობისმოყვარეობას, ამისათვის მასწავლებელმა ზომიერება უნდა გამოიჩინოს ამოცანების შერჩევაში როგორც ხარისხობრივი, ისე რაოდენობრივი თვალსაზრისით ბავშვის განვითარების დონის შესაბამისად.

მოგვყავს ოლიმპიადისათვის მოსამზადებელი ამოცანები მესამე და მეოთხე კლასებისათვის.

1. შეცვალე ვარსკვლავები ციფრებით:

****** – 1 = *****

პასუხი: 1000 – 1 = 999.

2. გაშიფრე მაგალითი შეკრებაზე:

$$\begin{array}{rrr} & \text{ა} & \text{რ} \\ + & & \text{ა} \\ \hline \text{რ} & \text{ო} & \text{ო} \end{array}$$

პასუხი: **ა** = 9, **რ** = 1, **ო** = 0.

3. იპოვე **ა** და **ბ**, თუ **ა · ბ = ა** და **ა + ბ = 10.**

პასუხი: **ა** = 9, **ბ** = 1.

4. იპოვე ნამრავლი: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$.

პასუხი: 720

5. ერთნიშნა რიცხვს მიუწერეს ისეთივე ციფრი. რამდენ-ჯერ გადიდდა ეს რიცხვი?

პასუხი: 11-ჯერ.

ერთი მოსწავლე რწმუნდება პასუხის სისწორეში ერთი რიცხვისათვის, მეორე მოსწავლე – მეორე რიცხვისათვის და ა. შ. ბავშვები ხვდებიან, რომ პასუხი სწორია ნებისმიერი რიცხვისათვის.

მოვიყვანოთ ამოხსნა მასწავლებლისათვის.

ვთქვათ, a ერთნიშნა რიცხვია, თუ მას მივუწერთ ისე-თივე ციფრს, მივიღებთ ორნიშნა რიცხვს: $10\ a + a = 11\ a$. რიცხვი გადიდდა 11-ჯერ.

ცალკეული მოსწავლეები ასეთ ამოხსნასაც გაიგებენ.

6. ციფრებისაგან 2 და 3 შეადგინე ორი ორნიშნა რიცხვი სხვადასხვაციფრებიანი. იპოვე მათი ჯამი. თუ ავიღებთ 6-ზე ნაკლები რიცხვების სხვა წყვილს, მიიღება თუ არა ყოველთვის ისეთი რიცხვი, რომელიც იყოფა 11-ზე?

პასუხი: ყოველთვის მიიღება რიცხვი, რომელიც იყოფა 11-ზე, რადგან იგი ჩაიწერება ერთნაირი ციფრებით.

მოვიყვანოთ დამტკიცება მასწავლებლისათვის.

ვთქვათ, a და b ციფრებია, სადაც $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, \}$, $a \neq b$. ორნიშნა რიცხვები ასეთია: $10\ a + b$ და $10\ b + a$. მათი ჯამია

$$(10\ a + b) + (10\ b + a) = 10\ (a + b) + (a + b),$$

სადაც $3 \leq a + b \leq 9$.

მაშასადამე, შედეგი ყოველთვის ჩაიწერება ერთნაირი ციფრებით.

7. გვაქვს საწონების კრებული: 1 გ, 2 გ, 4 გ, 8 გ, 16 გ. შეიძლება თუ არა მათი საშუალებით გავაწონასწოროთ თეფშებიან სასწორზე 23 გ მასის დეტალი? დეტალიან თეფშზე საწონების დაწყობა არ შეიძლება.

8. ნიკასა და მაკას ფული ერთნაირად აქვთ. ნიკას 20-თეთრიანი მონეტები აქვს, ხოლო მაკას – 15-თეთრიანი. რამდენი მონეტა აქვს ნიკას, თუ მაკას აქვს 4 მონეტა?

პასუხი: მაკას აქვს 3 მონეტა.

9. 60-ფურცლიანი წიგნის სისქეა 1 სმ, რა სისქისაა წიგნი, თუ მასში 240 გვერდია?

პასუხი: წიგნის სისქეა 2 სმ

10. თბილისიდან ხაშურამდე მიკროავტობუსი მიდის 1 სთ 20 წთ, ხოლო ხაშურიდან თბილისამდე – 80 წთ. როგორ ავხსნათ ასეთი სხვაობა?

პასუხი: 1 სთ 20 წთ = 80 წთ.

11. ბორბალს (თვალს) აქვს 10 მანა. რამდენი შუალედია მანებს შორის?

პასუხი: 10 შუალედი.

12. ნიკა ცხოვრობს მეორე სართულზე. მაკა იმავე სადარბაზოშია, მაგრამ მას სჭირდება კიბეზე ასვლა, სადაც 2-ჯერ მეტი საფეხურია. სადარბაზომდე და პირველ სართულამდე საფეხური არ არის. რომელ სართულზე ცხოვრობს მაკა?

პასუხი: მაკა ცხოვრობს მე-3 სართულზე.

13. გვაქვს 3-წუთიანი და 7-წუთიანი ქვიშის საათი. უნდა ჩავუშვათ კვერცხი მდუღარე წყალში ზუსტად 4 წუთი. როგორ გავაკეთოთ ეს ქვიშის საათების დახმარებით?

პასუხი: უნდა დავდგათ ორივე საათი ერთდროულად, როცა 3-წუთიან საათში ქვიშა გათავდება, ჩავუშვათ კვერცხი

მდუღარე წყალში. 7-წუთიანი საათის დარჩენილი დრო არის 4 წთ.

14. მაგიდის ზედაპირს აქვს ოთხი კუთხე. ერთი მოახერხეს. რამდენი კუთხე დარჩა მაგიდის ზედაპირს?

პასუხი: 5 კუთხე.

15. ტურისტების ჯგუფი შედგება 6 უცხოელისაგან. ისინი ლაპარაკობენ ფრანგულ ან ინგლისურ ენებზე. სამი კაცი ლაპარაკობს მხოლოდ ინგლისურად, 2 კაცი – მხოლოდ ფრანგულად. რამდენი კაცი ლაპარაკობს ორ ენაზე?

პასუხი: ორ ენაზე ლაპარაკობს 1 კაცი.

16. ირაკლის ჯიბეში ორი მონეტა უდევს, ღირებულებით 7თეთრი. ერთი მათგანი ხუთთეთრიანი არ არის. რა მონეტებია ესენი?

პასუხი: ორთეთრიანი და ხუთთეთრიანი.

17. ლია, ნანა და თეა მონაწილეობდნენ 100 მეტრზე სირბილში. ლია მივიდა ფინიშთან 2 წამით ადრე, ვიდრე ნანა, ხოლო ნანა – 1 წამით გვიან, ვიდრე თეა. ვინ მივიდა ფინიშთან ადრე, თეა თუ ლია, და რამდენი წამით?

პასუხი: ლია მივიდა 1 წამით ადრე.

18. დაწერე რიცხვი 100 ხუთი 1-ისა და მოქმედებათა ნიშნების საშუალებით.

პასუხი: 111 – 11.

19. რომელი ციფრით მთავრდება ნამრავლი: $13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$?

პასუხი: 0-ით.

20. იპოვე ჯამი: $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20$.

პასუხი: 210.

ნიმუშისათვის საინტერესოა გავიხსენოთ საოლიმპიადო ამოცანები წარსული გამოცდილებიდან.

მოსამზადებელი ტური.

1. რამდენი ოთხნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 0 და 1. ციფრები შეიძლება გამეორდეს. ჩამოთვალე ეს რიცხვები.

2. 5 ლიტრი და 8 ლიტრი ტევადობის ჭურჭლების გამოყენებით როგორ ჩამოვასხათ 7 ლიტრი რძე ცისტერნიდან?

3. უფროსი ძმა სახლიდან სკოლამდე მიდის 30 წუთში, უმცროსი კი 40 წუთში. რამდენი წუთის შემდეგ დაეწევა უფროსი ძმა უმცროსს, თუ ის გავა სახლიდან 5 წუთით ადრე?

4. რა სიგრძის მავთულია საჭირო, რომ შევადუღოთ 5 სმ წიბოს მქონე კუბის კარკასი?

სასკოლო ტური.

1. როგორ გავაწონასწოროთ თეფშებიანი სასწორი, თუ გვაქვს 47-გრამიანი საგანი და საწონები: 1 გ, 3 გ, 9 გ, 27 გ, 81 გ? საწონების დადება შეიძლება ორივე თეფშზე.

2. კოლოფში არის ლურჯი, წითელი და მწვანე ფანქრები, სულ 20 ცალი. ლურჯი ფანქრები 6-ჯერ მეტია, ვიდრე მწვანე. წითელი ფანქრები ნაკლებია, ვიდრე ლურჯი. რამდენი წითელი ფანქარია კოლოფში?

3. რომელი ციფრით თავდება ნამრავლი: $13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$?

4. წრფეზე აიღეს ოთხი წერტილი. რამდენი მიიღეს სულ მონაკვეთი, რომელთა ბოლოებს წარმოადგენს ეს წერტილე-ბი?

რაიონული ტური.

1. ავტომობილის მრიცხველი უჩვენებდა 12921 კმ-ს. 2 საათის შემდეგ მრიცხველზე ისევ გაჩნდა რიცხვი, რომელიც ერთნაირად იკითხებოდა ორივე მხრიდან. რა სიჩქარით მოძრაობდა ავტომობილი?

2. სასწორის ერთ თეფშზე ძევს 5 ერთნაირი ვაშლი და 3 ერთნაირი მსხალი, მეორეზე კი 4 ასეთივე ვაშლი და 4 ასე-თივე მსხალი. სასწორი გაწონასწორებულია. რომელია უფ-რო მსუბუქი: ვაშლი თუ მსხალი?

3. ბინებში № 1, 2, 3 ცხოვრობდა 3 კნუტი: თეთრი, შავი და ქერა. ბინებში № 1 და 2 არ ცხოვრობდა შავი კნუტი. თეთრი არ ცხოვრობდა № 1-ში. რომელ ბინაში ცხოვრობდა თითოეული?

4. კვადრატული ფორმის პატარა ბაღის კიდეებში დ-ასარგავია 14 იასამანი ისე, რომ კვადრატის თითოეული გვერდის გასწვრივ დარგული იყოს თანაბარი რაოდენობა. დახატე, როგორ გააკეთებ ამას?

რაიონთაშორისი ტური.

1. 6 მ სიმაღლის ვერტიკალურ ბოძზე მოძრაობს ლოკო-კინა. დღისით ის მაღლა იწევს 4 მ-ით, ღამით ჩამოცოცდება 3 მ-ით. რამდენი დღე მოუნდება ლოკოკინა ბოძის წვერზე ასვლას?

2. 1, 2, 3, 4, 5 ციფრებს შორის ჩასვი არითმეტიკულ მოქმედებათა ნიშნები და ფრჩხილები ისე, რომ მიიღო 40.

3. მჭედელს მოუტანეს ჯაჭვის 5 ნაწყვეტი. თოთოეულში იყო 3 რგოლი და თხოვეს, შეეერთებინა ერთ ჯაჭვად. მჭედელმა გახსნა მხოლოდ სამი რგოლი და შეასრულა შეკვეთა. როგორ გააკეთა მან ეს?

4. 1 მ სიგრძის გვერდის მქონე კვადრატი დაჭრეს კვადრატებად, რომელთა გვერდები იყო 1 სმ და დაალაგეს ისინი ერთ მწკრივში ზოლად. რა სიგრძისაა ზოლი?

§6. მათემატიკური დილა-საღამოები

მათემატიკური დილა და საღამო სტრუქტურით თითქმის ერთნაირია. საღამოს ჩატარება მეტ დროს მოითხოვს, ვიდრე დილის. ეს მაღალი კლასებისთვისაა გათვალისწინებული. დაწყებით კლასებში კი ეს ორი ტერმინი შეიძლება სინონიმებად ჩავთვალოთ.

კლასგარეშე მუშაობის ეს ძალზე საინტერესო ფორმა უდავოდ ყურადღების ღირსია. სკოლაში მათემატიკური საღამო შეიძლება დიდი ინტერესით ჩატარდეს. თუ სკოლა მრავალრიცხოვანია, უმჯობესია საღამო ჩაატარონ პარალელური კლასების მოსწავლეებმა, თუ არადა, მათემატიკურ საღამოში მონაწილეობას მიიღებენ ყველა კლასის წარმომადგენლები.

საღამო აუცილებელია მომზადდეს დიდი მონდომებითა და პასუხისმგებლობის გრძნობით. საღამომ უნდა დატოვოს ბავშვებში წარუშლელი შთაბეჭდილება. აქ შეიძლება გავიტანოთ სახალისო ამოცანები, თავსატეხები, ლოგიკური ამო-

ცანები, სოფიზმები, რებუსები, ჩაინვორდები, პატარ-პატარა საინტერესო მოთხრობები მათემატიკის ისტორიიდან, ეპი-ზოდები გამოჩენილი მათემატიკოსების ცხოვრებიდან, სხვადასხვა შინაარსის ვიქტორინები და მრავალი სხვა. ფრიად სასარგებლო იქნება რიცხვებთან დაკავშირებული პატარა პიესების ინსცენირება.

მათემატიკური საღამო უნდა ჩატარდეს გაკვეთილების შემდეგ და არ უნდა გაგრძელდეს დიდხანს.

მასწავლებელი ატარებს საუბარს მოსწავლეებთან და ამ საუბარში კოლექტიურად იქმნება მათემატიკური საღამოს პროგრამა (მასწავლებელი ამისთვის წინასწარაა მზად). საღამოს ჩატარების ორგანიზაციაში დამხმარედ საჭიროა მოწვეულ იქნან მაღალი კლასების მოსწავლეები, მშობლები.

ოთახი, სადაც ტარდება საღამო, უნდა მოირთოს საზეი-მოდ. კედლებზე უნდა გაიკრას პლაკატები, სადაც მოცემუ-ლი იქნება რებუსები, გამოცანები, სახალისო ამოცანები, პა-რადოქსები, იუმორი.

მათემატიკური საღამოს ჩატარება რეკომენდებულია 1-2- ჯერ წელიწადში.

ნიმუშისათვის მოგვყავს მეოთხე კლასისათვის ერთი სა-ღამოს მასალები.

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ უ რ ი ს ა ღ ა მ ო ს თ ე მ ა: დრო და მისი გაზომვა.

პ რ ო გ რ ა მ ა:

1. მასწავლებლის გამოსვლა: „დრო და მისი გაზომვა“ – 8-10 წთ.

2. მოსწავლეთა გამოსვლა: მოთხრობები და ლექსები.

ა) „წელიწადი და მისი ოთხი დრო“.

ბ) ლექსები, გამოცანები.

გ) „თვე და კვირა“.

დ) ლექსები. გამოცანები.

ე) „დღე-ღამე“

ვ) ლექსები. გამოცანები.

ზ) „საათი“. „ცის საათი“. „მზის საათი“. „წყლის საათი“. „ქვიშის საათი“.

თ) „როგორ დავაყენოთ გაჩერებული საათი?“

ი) ლექსები. გამოცანები.

3. თვის, კვირისა და დღის გამოცნობა.

4. კონკურსი „ვინ უფრო სწრაფად და ზუსტად?“ (სახალისო ამოცანების ამოხსნა).

5. თამაშობანი.

მ ა ს ა ლ ე ბ ი ს ა ღ ა მ ო ს ა თ ვ ი ს:

მასწავლებლის გამოსვლის გეგმა:

1. რატომ არ ჩერდება დრო?
2. როგორ გებულობდა დროს უძველესი ხალხი?
3. როგორ გებულობს დროს თანამედროვე ხალხი?
4. როგორ ვითარდებოდა დროის საზომი ხელსაწყოები?
5. რა მოხდებოდა, რომ საათი არ ყოფილიყო?

წელიწადი და მისი ოთხი დრო (თხრობის ტექსტი მოსწავლეთათვის):

ჩვენს წინაპრებს, ძველად, დედამიწა ბრტყელი ეგონათ. ეგონათ, რომ დედამიწას დასასრული ჰქონდა და მის იქით უფსკრული იყო. მზე დღისით ანათებდა და ათბობდა ქვეყანას, ღამით მიწისქვეშეთში მიდიოდა.

განვითარდა მეცნიერება და ყველამ გაიგო, რომ დედამიწა ბურთივით მრგვალია, იგი არაფერს არ ეყრდნობა, მიჰ-

ქრის სადღაც ამ უსაზღვრო სივრცეში, მაგრამ მზე შორს არ უშვებს, იზიდავს თავისკენ, სწორედ ამიტომ დედამიწა მის გარშემო ტრიალებს. მზე, სითბოსა და სინათლის ეს დაუშრეტელი წყარო, უხვად აჯილდოებს დედამიწას; ათბობს და ანათებს მის ყველა მხარეს, ანებივრებს სხივების სიუხვით.

დედამიწამ მზეს ერთხელ ირგვლივ რომ შემოუაროს, გარკვეული დროა საჭირო. სწორედ ამ დროს ჰქვია **წელიწადი.**

დედამიწის მზის გარშემო ტრიალის დროს მზე დედამიწის ერთ მხარეს პირდაპირ უყურებს, მეორეს ალმაცერად. იმ მხარეზე, რომელსაც მზე პირდაპირ უყურებს – ცხელა, ხოლო იმ მხარეზე, რომელსაც მზე ალმაცერად უყურებს – ცივა. ეს მხარეები იცვლება, რადგან დედამიწა გაჩერებული არ არის. ამ მოძრაობაში დედამიწა იცვლის თავის მდებარეობას მზის მიმართ, ამიტომ დედამიწაზე ხან გაზაფხულია, ხან ზაფხული, ხან შემოდგომა და ხან ზამთარი. ეს **წელიწადის ოთხი დროა**.

მაშასადამე, წელიწადი და მისი დროები მზისა და დედამიწის პირმშოა.

მზეო, ამოდი, ამოდი!

(ხალხური)

მზეო, ამოდი, ამოდი,
ნუ ეფარები გორასა,
სიცივეს კაცი მოუკლავს,
საწყალი აგერ გორავსა.

გამოცანა

(ალექსანდრე საჩინოელი)

სითბო-სინათლის მშობელი,
კაშკაშა ცხოველმყოფელი,
ცაში თუ დედამიწაზე
იმას შეჰხარის ყოველი.
(მზე)

მზეშინა
(ხალხური)
მზე შინა და მზე გარეთა,
მზევ, შინ შემოდიო.
უყივლია მამალსაო,
მზევ, შინ შემოდიო.
გათენდი, თუ გათენდები,
მზევ, შინ შემოდიო,
მზე დაწვა და მთვარე შობა,
მზევ შინ შემოდიო.

გამოცანა
(ხალხური)
ერთსა ალვისა ხეზედა
თორმეტი ტოტი აბია,
სცვივა და სცვივა
ფოთოლი,
ისევ იმდენი ასხია.
(წელიწადი)

გუგულები
(მურმან ლებანიძე)
ველად ტრაქტორებს
აქვთ გუგუნი
და გაზაფხულის
პირველი დღიდან
„კაფე-თესეო“ _ გვიხმობს
გუგული, _
გვარიგებს ტყიდან...

იაკუტიური გამოცანა
ვინ იცვლის ტანსაცმელს
წელიწადში ოთხჯერ?
(დედამიწა)

გამოცანა
(ალექსანდრე საჩინოელი)
არც ფრთები აქვს, არც ფეხები,
მას ვერც ხელით შეეხები,
მიფრენს, მიჰქრის, არ ჩერდება,
არც კვდება და არც ბერდება.
(დრო)

გამოცანა
ზაფხულში ყრიან ბეღელში,
შემოდგომაზე _ ხნულზედა,
მიწაში ათევს მთელ ზამთარს,
ამოდის გაზაფხულზედა.
(ხორბალი)

გამოცანა
(გიორგი წერეთელი)
ზამთარში ვართ საჭმელი,
ხმელი ხილის ნაჭრები,
გვამჯობინებ ჩურჩხელას,
ისე ტკბილად დავჭკნებით.
(ჩირი)

თვე და კვირა. (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). დედამიწა მზის გარშემო ბრუნავს, განუწყვეტელ მოგზაურობაშია. და ამ მოგზაურობაში იგი მარტო არ არის, მას მთვარე დაჰყვება თან. მთვარე დედამიწის თანამგზავრია და მის გარშემო ტრიალებს, როგორც დედამიწა ტრიალებს მზის გარშემო. მთვარე ერთხელ რომ შემობრუნდეს დედამიწის გარშემო, გარკვეული დროა საჭირო. სწორედ ამ დროს **თვე** ეწოდება. წელიწადში თორმეტი თვეა. ე.ი. სანამ დედამიწა მზეს ერთხელ შემოუვლის გარშემო, მთვარე დედამიწას თორმეტჯერ შემოუვლის.

ვარსკვლავები

(ტიტე მოსია)

ამ ვეება მთის წვეროდან
მთვარე მალე ამოსცურავს.
მოკაშკაშე ვარსკვლავები
შესახვედრად გამოსულან.

გამოცანა

(ალექსანდრე საჩინოელი)

მაღლა ამომავალია,
ხან ბურთი, ხან ნამგალია.
(მთვარე)

ია და თებერვალი

(ტიტე მოსია)

გამარკვიე, ამიხსენი,
ჩემო კარგო მზია:
იას მოჰყავს თებერვალი
თუ თებერვალს _ ია?!

შარადა

(შოთა ამირანაშვილი)

სანუკვარი გაზაფხული
კარს მოდგება როცა,
ნეტარებით ეგებება
თავდახრილი მორცხვად.
მეორე კი თენებისას,
ჯერ რომ ისევ გძინავს,
ეპკურება ვარდ-ყვავილებს
მარგალიტის მძივად.
წინა ბგერა შეუცვალე
ახლა ბოლო სიტყვას,
და ორივე შეაერთე _
Ra Tve aris, miTxar!
(ianvari)

სალამი აპრილს
(მურმან ლებანიძე)
ხეხილი ჰყვავის
მერცხალი დაჰქრის,
ბოჩოლა ბღავის...
სალამი აპრილს!
გამდნარა თოვლი,
გამთბარა ტოტი...
აპრილი მოდის!
ზუის ფუტკარი _
ოსტატი თაფლის...
სალამი აპრილს!
ნუშის და ტყემლის,
მუხის და წაბლის
იღვიძებს ტევრი...
სალამი აპრილს!
ტრაქტორი გუგუნებს,
გუგული დაჰქრის.
სალამი გუგულებს!
სალამი აპრილს!

ნოემბერი
(ტიტე მოსია)
ნოემბერი დადგა,
ცივა და წვიმს.
ფოთლები მიწაზე
ცვივა და მწყინს.

მაისი
(მურმან ლებანიძე)
წაბრძანდა თეთრი აპრილი
და ჰა, ფერების ხვავითა
მოდის მაისი, წინ უძღვის
გუნდი და გუნდი ყვავილთა.
ზეცა მტრედებით სავსეა,
ქუჩა ყვავილით გაივსო...
სალამი! სალამი! სალამი!
ჩვენი სალამი, მაისო!

დეკემბერი
(მზია ჩხეტიანი)
აივლ-ჩაივლის ქირქილით
დეკემბრის ქარი აშარა,
ფიფქი მიმოაქვს ცივ-ცივი
და ღრუბლის ქულა შავ-შავი
_
ხან _ დევი კოპებშეკრული,
ხან _ გაწეწილი თავშალი.
მოწყენილია ჭადარი
ტანსაცმელშემოძარცვული,
მონატრებია ზღაპარი
კალთაშრიალა ზაფხულის.
ჭადარს ამშვენებს ღაზუა
გოგო წამწამებფახულა _
ახალ წელს თოვლის ბაბუა
თეთრ ნაბადს
წამოგვახურავს.

თურმე, უძველეს ადამიანს ჰგონებია, რომ მთვარეა მთავარი, თორემ მზე რაა. მზე დღისით ანათებს, როცა ყველაფერი ისედაც კარგად ჩანს, მთავრე კი ღამე ანათებს სიბნელეში. სინამდვილეში მთვარე თვითონ არ ანათებს. იგი მზის სხივებს აირეკლავს და ისე ანათებს.

თუ დავაკვირდებით, მთვარე ხან სავსეა, გაბადრული. ხან კი – ახალია, ნამგალივით ლამაზი. იგი თვეში ოთხჯერ იცვლის სახეს. მთვარემ რომ სახე შეიცვალოს, გარკვეული დროა საჭირო. სწორედ ამ დროს **კვირა** ეწოდება. ამიტომ არის თვეში ოთხი კვირა.

დღე-ღამე (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). უძველეს ადამიანებს ეგონათ, რომ დედამიწა უძრავი იყო. მათი აზრით, იმიტომ თენდებოდა და ღამდებოდა, რომ მზე ამოდიოდა და ჩადიოდა. ახლა ვიცით, რომ დედამიწა მრგვალია და ბრუნავს თავისი ღერძის გარშემო. ამ ბრუნვის შედეგად დედამიწის ხან ერთი მხარეა მიშვერილი მზისკენ, ხან მეორე. განათებულ მხარეზე დღეა, მეორეზე კი – ღამე. ღერძის გარშემო დედამიწის ერთხელ შემობრუნებას გარკვეული დრო სჭირდება. სწორედ ამ დროს **დღე-ღამე** ეწოდება.

გათენდა

(ტიტე მოსია)

გათენდა,
სხივი გვშვენის _
ხემ გადასძახა ხეს:
_ გამარჯობაო შენი,
მოგილოცავო მზეს!

გამოცანები

(ალექსანდრე საჩინოელი)

ისე არის ნათელი,
არ სჭირდება სანთელი.
(დღე)

საღამო
(მზია ჩხეტიანი)
მზე დიდი და
მზისთვალება
მთის გადაღმა
იმალება
ვარსკვლავთვალა
ხამხამითა,
შავი წამოსასხამითა,
ღამე მოდის,
მოფრთხიალებს _
უკვე ბაჩას ნახვა მინდა.

ზამთარში _ მოკლე,
ზაფხულში _ გრძელი,
გამოსაცნობად
არ არის ძნელი.
(დღე)

ზაფხულში _მოკლე,
ზამთარში _გრძელი,
ვერ შეეხება
მას კაცის ხელი.
(ღამე)

საათი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). ძველმა ბაბილონელებმა დღე-ღამე 24 ნაწილად დაყვეს. ე. ი. დღე დაიყო 12 ნაწილად და ღამეც ასევე, დაიყო 12 ნაწილად. თითოეულ ნაწილს **საათი** ეწოდება. საათი თავის მხრივ იყოფა 60 ნაწილად და თითოეულ ნაწილს წუთი ჰქვია. წუთიც 60 ნაწილად იყოფა და თითოეულ ნაწილს **წამი** ეწოდება. საათი, წუთი და წამი დროის საზომი ერთეულებია.

მზისკენ

(ევგენი ბართაია)

ახლა სკოლის მერხზე ზიხარ,
მასწავლებელს უსმენ დინჯად.
შენს მაჯაზე გულისცემას
დრო საათის ისრით სინჯავს.
გარბის წამი და წამს მისდევს
და მიფრინავ დროის ქარით.
დრო კი მზისკენ მიიჩქარის
და შენც მზისკენ მიიჩქარი.

შარადა

(შოთა ამირანაშვილი)

ორი რიცხვითი სახელი
ერთი მეორეს ერთვის,
პირველის ბოლო მარცვალი
ზედმეტი არის ჩვენთვის.
ნეტა რა დროა გასული,
აბა, დახედე ერთი.
(საათი)

ცის საათი. (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). ძალიან დიდი ხნით ადრე, ვიდრე საათს მოიგონებდნენ, უძველესი ადამიანები ცას შეხედავდნენ და ისე ხვდებოდნენ, თუ რა დრო იქნებოდა. იმ უძველესი დროიდან მოდის ქართული სიტყვები: განთიადისას, დილით, შუადღისას, საღამოს, შებინდებისას, შუაღამისას, შუადღის შემდეგ და ა. შ. ე. ი. უძველესი ხალხი დროს აღნიშნავდა დღისა და ღამის ნაწილებით.

დღისით დროის განსაზღვრა უფრო ადვილი იყო, ვიდრე ღამით. ღამით ჩვენი შორეული წინაპრები ვარსკვლავებს აკვირდებოდნენ და მათი მდებარეობის მიხედვით ხვდებოდნენ, თუ რა დრო იყო. ვარსკვლავების მდებარეობის მიხედვით-მეთქი, იმიტომ ვამბობ, რომ ვარსკვლავები მოძრაობენ. ჩრდილოეთის მხარეზე შეგიმჩნევიათ პოლარული ვარსკვლავი. იგი ვარსკვლავიერი ცის თაღის ცენტრია. მთელი ვარსკვლავიერი ცის თაღი ბრუნავს პოლარული ვარსკვლავის გარშემო.

მზის საათი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). როცა მზე ანათებს, დროის განსაზღვრა ძალიან მოხერხებულია მზის საათის მიხედვით. მზის საათი რომ დავამზადოთ, ამისათვის საჭიროა ავარჩიოთ ისეთი ადგილი, სადაც მთელი დღე მზეა. მიწაში ვერტიკალურად ჩავასოთ ჯოხი, თვალი ვადევნოთ მის ჩრდილს. ამის შემდეგ პატარა ჯოხებით აღვნიშნოთ ჩრდილის მდებარეობა დილიდან საღამომდე ყოველ საათში. მზის საათი მზად იქნება. იგი კარგია და ზუსტი, მაგრამ დროს გვიჩვენებს მხოლოდ მზიან დღეებში.

ძველი მზის საათი შემორჩენილია გელათის მონასტრის კედლებზე.

წყლის საათი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). უძველეს დროში ხალხი დღისით მზის საათს იყენებდა, ხოლო ღამით – წყლის საათს. წყლის საათის დამზადება ძალზე ადვილია, ამისათვის ავიღოთ ქილა. ძირში გავუკეთოთ პატარა ნახვრეტი და ჩავასხათ წყალი. წყალი დაიწყებს ნელ-ნელა გამოდენას. წყლიანი ქილა დავამაგროთ სამფეხზე და ქვეშ შევუდგათ მინის რომელიმე ჭურჭელი. თვალი ვადევნოთ წყლის გამოდენას. ყოველ საათში მინის ჭურჭელზე გავაკეთოთ დანაყოფი გამონადენი წყლის დონის მიხედვით.

ქვიშის საათი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). ქვიშის საათი წყლის საათის ანალოგიურია, მხოლოდ, აქ ზედა ჭურჭელში წყლის ნაცვლად ქვიშაა ჩაყრილი. ქვიშის საათი ქარხანაში მზადდება და დღესაც გამოიყენება სხვადასხვა ლაბორატორიებში და სამედიცინო დაწესებულებებში.

როგორ დავაყენოთ გაჩერებული საათი? (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). ვთქვათ, ვდგავართ მინდორში. მაისის მშვენიერი დღეა. დღე მზიანია და ღამით ცა ვარსკვლავებითაა მოჭედილი. საათი არ მოგვიმართავს და გაგვიჩერდა. ირგვლივ კი არავინაა, რომ საათი დავაყენოთ. როგორ მოვიქცეთ?

– ღამით მოვნახოთ პოლარული ვარსკვლავი. მისი მონახვა ძნელი არ არის, რადგანაც იგი ჩრდილოეთ მხარესაა და მის ირგვლივ მისი სიდიდის ვარსკვლავები არ არის. მიწაში ვერტიკალურად ჩავასოთ გრძელი ჯოხი. ჩვენ დავიკავოთ ისეთი ადგილი, რომ მიწაში ჩასობილი ჯოხის წვერი დავუმიზნოთ პოლარულ ვარსკვლავს. ამის შემდეგ ჯოხიდან ჩვენამდე მიწაზე გავავლოთ ხაზი. ამ ხაზზე მიწაში ვერტიკალურად ჩავასოთ პატარა ჯოხი. მეორე დღეს, როცა პატარა ჯოხის ჩრდილი გაჰყვება ხაზს, იმ ადგილას ზუსტი 12 საათი იქნება.

თვის, კვირისა და დღის გამოცნობა. (მიჰყავს მოსწავლეს). გია: – გთხოვთ ამოხვიდეთ სცენაზე რამდენიმე მოსწავლე (ამოდიან სცენაზე: თემური, ლია და ქეთო). თქვენ თუ აირჩევთ რომელიმე თვეს, თვის რომელიმე კვირას და კვირის რომელიმე დღეს, – მე შემიძლია გამოვიცნო ისინი.

დაწერეთ თქვენ მიერ არჩეული თვის ნომერი (წერენ). გაამრავლეთ 2-ზე (ამრავლებენ); მიუმატეთ 6 (უმატებენ); გაამრავლეთ 5-ზე (ამრავლებენ); მიუმატეთ ის რიცხვი, მერამდენე კვირაც აირჩიეთ (უმატებენ); გაამრავლეთ 10-ზე (ამრავლებენ); მიუმატეთ დღის რიცხვი (უმატებენ). თუ დამისახელებთ, რა რიცხვი მიიღეთ, მე გამოვიცნობ, ვინ რომე-

ლი თვე, თვის რომელი კვირა და კვირის რომელი დღე აირჩიეთ.

თემური – მე მივიღე 1321.

გია – შენ აგირჩევია ოქტომბრის მეორე კვირის ორშაბათი.

თემური – სწორია!

ლია – მე მივიღე 743.

გია – შენ აგირჩევია აპრილის მეოთხე კვირის ოთხშაბათი.

ლია – სწორია!

ქეთო – მე მივიღე 1629.

გია – შენ მოქმედებაში შეცდომა დაგიშვია, ხელახლა უნდა გამოიანგარიშო.

ლია – როგორ გამოიცანით? აგვიხსენით, რა!

გია – აგიხსნით. გავარჩიოთ მაგალითზე. ვთქვათ, ავირჩიეთ თებერვლის მესამე კვირის ორშაბათი. ვწერთ იმ რიცხვს, მერამდენეცაა არჩეული თვე (2); გავამრავლოთ 2-ზე (2 · 2 = 4); მივუმატოთ 6 (4 + 6 = 10); გავამრავლოთ 5-ზე (10 · 5 = 50); მივუმატოთ ის რიცხვი, მერამდენეც არის არჩეული კვირა (50 + 3 = 53); გავამრავლოთ 10-ზე (53 · 10 = 530), მივუმატოთ დღის რიცხვი (530 + 1 = 531). მიღებულ რიცხვს გამოვაკლოთ ჩემი საკონტროლო რიცხვი 300 (531 – 300 = 231). მივიღეთ 231. ამ რიცხვის ასეულები, ე. ი. 2, გვიჩვენებს მერამდენე თვეა, ათეულები, ე. ი. 3, გვიჩვენებს მერამდენე კვირაა, ხოლო ერთეულები, ე. ი. 1, გვიჩვენებს – მერამდენე დღეა.

ნაკიანი წელი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის). დროის გარდა ყველა სიდიდის საზომი ერთეულები ხალ-

ხის მოგონილია და ამიტომ ადვილი დასადგენია, თუ რამდენი სანტიმეტრია მეტრში ან რამდენი გრამია კილოგრამში და ა. შ. მაგრამ დროის საზომი ერთეულები ბუნებამ მოგვცა და აქ ძალიან ძნელია დავადგინოთ, ერთი ერთეული რამდენ მეორე ერთეულს შეიცავს.

ჩვენ ვამბობთ, რომ წელიწადი შეიცავსო 365 დღე-ღამეს. სინამდვილეში წელიწადი შეიცავს 365 დღე-ღამეს, 6 საათს, 11 წუთსა და 14 წამს. ჩვენ ვთვლით მხოლოდ დღე-ღამეებს. დაუთვლელი საათები ოთხ წელიწადში ერთ დღე-ღამეს შეადგენენ. ამიტომაა, რომ ყოველ მეოთხე წელიწადს ერთი დღე ემატება და იგი შედგება 366 დღე-ღამისაგან. ესაა **ნაკიანი წელიწადი.**

ძველი და ახალი სტილი (თხრობის ტექსტი მოსწავლისათვის) დაუთვლელი წუთები და წამები 128 წლის განმავლობაში გვაძლევს ერთი დღე-ღამის ნამატს, 400 წლის მანძილზე კი განსხვავება 3 დღე-ღამე, 2 საათი და 53 წუთია.

გასული საუუკუნების განმავლობაში ასე დაგროვდა 13 დღე-ღამე: ამიტომ კალენდარი გადაწიეს 13 დღით. ეს არის ძველ სტილსა და ახალ სტილს შორის განსხვავება.

ამოცანები კონკურსისათვის

1. ძველებური კედლის საათი რეკავს იმდენჯერ, რომელ საათსაც უჩვენებს საათის ისარი. გარდა ამისა, იგი ყოველ ნახევარ საათში რეკავს ერთხელ. კაცმა, თავის ოთახში შესვლისას, გაიგონა ერთხელ დარეკვა. ნახევარ საათში კიდევ ერთხელ დარეკვა მოისმა. მესამედ, ნახევარი საათის შემდეგ, საათმა კვლავ ერთხელ დარეკა. რომელი საათი იყო, როცა კაცი შევიდა ოთახში? (**პასუხი**: 12 სთ და 30 წთ).

2. ქალაქ სოხუმის სამხრეთ-აღმოსავლეთით 50 კილომეტრზე არის ოჩამჩირე, ხოლო ჩრდილო-დასავლეთით ამავე მანძილზე არის გუდაუთა. დილის ათ საათზე ოჩამჩირიდან და გუდაუთიდან სოხუმის სადგურისაკენ გამოვიდა მსუბუქი ავტომანქანები. თითოეული ავტომანქანის სიჩქარე იყო 50 კილომეტრი საათში. იმავე წამს სოხუმის სადგურის სახურავიდან აფრინდა ნამგალა, რომლის ფრენის სიჩქარე საათში სამას კილომეტრს უდრიდა. პირველად ნამგალა გაფრინდა ოჩამჩირისაკენ. როცა შეხვდა მომავალ ავტომანქანას, უცებ დაბრუნდა და გაეშურა გუდაუთისაკენ. შეხვდა თუ არა მომავალ ავტომანქანას, უცებ დაბრუნდა და გაეშურა ისევ ოჩამჩირისაკენ. ასე იფრინა ნამგალამ, სანამ ავტომანქანები სოხუმის სადგურში ერთმანეთს არ შეხვდნენ. ნამგალა ისევ სადგურის სახურავზე დაჯდა. რამდენი კილომეტრი გაიფრინა ნამგალამ? (**პასუხი**: 300 კილომეტრი, რადგანაც იფრინა ზუსტად ერთი საათი).

3. ორი მოსწავლე გოგონა სკოლისაკენ მიიჩქაროდა. მათ სამი ყმაწვილი წამოეწიათ. ერთ წუთში კიდევ სირბილით მომავალი ორი მოსწავლე ყმაწვილი და ორი გოგონა შეხვდათ. სულ რამდენი მოსწავლე მიდიოდა სკოლაში? (**პასუხი:** სკოლისაკენ – ხუთი მოსწავლე).

4. – შენ უკვე ასი წლისა ხარ, ბებო? – ჰკითხა ღუმელთან მჯდარ მოხუცს ნოდარმა.

– რას ამბობ, გენაცვალე! – თუ იმის ნახევარს გავძლებ, რაც მიცხოვრია და კიდევ იმ ნახევრის მესამედს, მაშინ ვიქნები ასი წლისა.

რამდენი წლისაა ბებია?

5. ერთმა მოხუცმა იცოცხლა 12 წელი მხოლოდ პარასკევები რომ დაეთვალა, რამდენი წელი უცოცხლია მოხუცს?

მათემატიკური დილა-საღამოების შინაარსი რაც შეიძლება მრავალფეროვანი უნდა იყოს. ამის საშუალებას იძლევა სახალისო ამოცანების საინტერესო და უკიდეგანო სამყარო.

დიდ ხალისსა და ინტერესს იწვევს, მაგალითად, ისეთი სავარჯიშოები, როგორიცაა:

1. მოცემულია რიცხვები 1-დან 9-მდე ჩათვლით. მათი მიმდევრობის დაურღვევლად მათ შორის ისე ჩასვით მოქმედებათა ნიშნები, რომ მიიღოთ 99.

- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 99$,
- $12 + 3 + 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 99$,
- $1 + 23 + 45 + 6 + 7 + 8 + 9 = 99$.

2. მოცემულია რიცხვები 1-დან 9-მდე ჩათვლით. მათი მიმდევრობის დაურღვევლად მათ შორის ისე ჩასვით მოქმედებათა ნიშნები, რომ მიიღოთ 100.

- $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$,
- $123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$,
- $123 - 45 - 67 + 89 = 100$,
- $123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$,
- $12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100$.

3. ოთხი ორიანითა და მოქმედებათა ნიშნებით შეადგინეთ გამოსახულება, რომელიც ტოლი იქნება: 0-ის, 1-ის, ..., 10-ის, – 7-ის გამოტოვებით.

$0 = 22 - 22 = 2 + 2 - 2 - 2 = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 2 : 2 - 2 : 2$,

$1 = 22 : 22 = 2 \cdot 2 : 2 : 2$,

$2 = 2 : 2 + 2 : 2$,

$3 = 2 \cdot 2 - 2 : 2$,

$4 = 2 \cdot 2 \cdot (2 : 2) = 2 + 2 + 2 - 2 = 2 : 2 \cdot 2 + 2 = 2 \cdot 2 + 2 - 2$,

$5 = 2 \cdot 2 + 2 : 2 = 2 + 2 + 2 : 2$,

$6 = 2 \cdot 2 . 2 - 2$,

$8 = 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2$,

$9 = 22 : 2 - 2$,

$10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2$.

4. რვა რვიანითა და მხოლოდ „+“ ნიშნით შეადგინეთ გამოსახულება, რომლის მნიშვნელობა იქნება 1000.

$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$

5. ოთხი ოთხიანითა და მოქმედებათა ნიშნებით, ფრჩხილების გამოყენებით, გამოსახეთ რიცხვები: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

$1 = 4 : 4 + 4 - 4$,

$2 = 4 \cdot 4 : (4 + 4)$,

$3 = (4 \cdot 4 - 4) : 4$,

$4 = (4 - 4) \cdot 4 + 4$,

$5 = (4 \cdot 4 + 4) : 4$,

$6 = (4 + 4) : 4 + 4$,

$7 = 4 + 4 - 4 : 4$,

$8 = (4 + 4) \cdot 4 : 4$,

$9 = 4 : 4 + 4 + 4$,

$10 = (44 - 4) : 4$.

§7. მათემატიკური ექსკურსიები

მათემატიკური ექსკურსიები კლასგარეშე მუშაობის მეტად საინტერესო ფორმაა, მაგრამ იგი რატომღაც ნაკლებად გამოიყენება სასკოლო პრაქტიკაში. მათემატიკური ექსკურსიის ძირითადი მიზანია, გააცნოს მოსწავლეს ადგილზე სხვადასხვა სახის გაზომვები, უმარტივესი სახის საზომი ხელსაწყოები და მათი პრაქტიკული გამოყენება. ფრიად

სასარგებლოა ელემენტარული გეოდეზიური სამუშაოები: წრფის ასარყვა, მანძილის გაზომვა და სხვა.

მათემატიკური ექსკურსიის ხასიათი ბევრად არის დამოკიდებული სკოლის ადგილმდებარეობაზე. სხვადასხვა იქნება ბუნებრივია სოფლისა და ქალაქის სკოლებში ჩატარებული მათემატიკური ექსკურსიები.

მნიშვნელოვანია ექსკურსიების დროს მოპოვებული მასალების საფუძველზე ამოცანების შედგენა, ამოხსნა და სხვ.

ექსკურსიის ორგანიზაცია და ჩატარება შედგება შემდეგი ეტაპებისაგან:

- მასწავლებლის მომზადება ექსკურსიისათვის და გეგმის შედგენა.
- ექსკურსიისათვის მოსწავლეთა მზადება.
- მოსწავლეთა მუშაობა ექსკურსიის დროს.
- ექსკურსიის შედეგების შეჯამება. ექსკურსიის დროს მოპოვებული მასალების გამოყენება.

§8. მათემატიკური გაზეთი

მათემატიკური გაზეთი ზრდის მოსწავლეთა ინტერესს მათემატიკისადმი. მოსწავლე, თუ ის მათემატიკური კედლის გაზეთის მუშაობაში აქტიურადაა ჩაბმული, ეჩვევა პუნქტუალურობას, წესრიგს, მოწესრიგებული ხდება მისი ქცევა, იზრდება გონებრივად, ზნეობრივად, ესთეტიკურად.

მათემატიკურ კედლის გაზეთში შეიძლება მოთავსდეს რჩეული საკითხები საწრეო მუშაობისას განხილული საკითხებიდან. გარდა ამისა, საინტერესო იქნება საკითხები რუბრიკით „იცი თუ არა შენ“. გაზეთში ადგილი უნდა და-

ეთმოს მათემატიკური ოლიმპიადების, ექსკურსიების, დილა-საღამოების და სხვა სახის შეჯიბრებების შედეგებს. ამასთან, გაზეთში შეიძლება აისახოს სკოლის ჩვეულებრივი საგაკვეთილო ცხოვრება მათემატიკაში.

ამასთანავე, მათემატიკურ კედლის გაზეთში უნდა მოთავსდეს სახალისო ამოცანები, თავსატეხები, სახუმარო ამოცანები, იუმორი და სხვ.

აუცილებელია, გაზეთში აისახოს მოსწავლეთა შემოქმედება: ამოცანებისა და თავსატეხების ორიგინალური ამოხსნა, მიგნებები და სხვა. არ იქნება ურიგო, თუ მასში საკონტროლო წერის შედეგებიც აისახება გვარების დაუსახელებლად.

თავი მერვე.

ესთეტიკური აღზრდა მათემატიკის გაკვეთილებზე

ესთეტიკა (< *ბერძ. αισθητικός* გრძნობა, გრძნობითი აღქმა, შეგრძნება) ფილოსოფიის დარგია, რომელიც არკვევს ხელოვნებისა და მშვენიერების ბუნებას, ღირებულებასა და საზრისს. **ესთეტიკური აღზრდა** კი სინამდვილისადმი ადამიანის ესთეტიკური მიმართების ფორმირების მიზანმიმართული პროცესია; ეს ის პროცესია, რომელიც ემსახურება მოსწავლის ესთეტიკური ემოციონალურ-გრძნობითი და ფასეულობითი შეგნების ჩამოყალიბებასა და განვითარებას; იგი პიროვნების კულტურის ერთ-ერთი უნივერსალური ასპექტია, რომელიც ხელოვნებისა და რეალობის მრავალსახოვანი ესთეტიკური ობიექტებისა და მოვლენების გავლენით უზრუნველყოფს მის სოციალურ და ფსიქიკურ ზრდასა და განვითარებას.

როგორც ჩანს, მოსწავლეთა აღზრდისათვის ესთეტიკური წყაროები უნდა ვეძებოთ ყველგან, სადაც კი ეს იქნება შესაძლებელი.

მოსწავლის ესთეტიკური აღზრდა საერთოდ, და კერძოდ _ მათემატიკის გაკვეთილებზე, ჩვენი ღვთაებრივი პედაგოგიური მიზანია. ჩვენს სინამდვილეში კი, მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის მთელი ისტორიის მანძილზე, ძალიან დიდი ხნის განმავლობაში, მათემატიკის გაკვეთილებზე ესთეტიკური აღზრდის შესახებ ფიქრიც კი წარმოუდგენელი იყო. პედაგოგიკაში გამოყოფილი ჰქონდათ ესთეტიკური ციკლის საგნები, როგორიცაა: სიმღერა, ხატვა, ძერწვა,

ცეკვა და სხვ., მათთან მიერთებული იყო ჰუმანიტარული სასწავლო საგნები, და მათ რიგში, რა თქმა უნდა, არ შედიოდა მეცნიერება, მით უმეტეს _ მათემატიკა, ეს ზუსტი და მკაცრად აბსტრაქტული ფენომენი. რუსულ, და, შესაბამისად, ქართულ მეთოდიკაში გაბატონებული იყო აზრი, რომ მათემატიკას ესთეტიკურ აღზრდასთან არაფერი ესაქმებოდა. სინამდვილეში საქმე სრულიად საწინააღმდეგოდაა.

მათემატიკის ესთეტიკურ შესაძლებლობებზე არაერთხელაა ლაპარაკი ჩვენს ხუთტომეულში, განსაკუთრებით მეხუთე ტომში, მაგრამ წინამდებარე პარაგრაფში უფრო სიღრმისეულად შევჩერდეთ ამ შესანიშნავ და ფრიად ამაღლებულ საკითხზე.

მათემატიკის სწავლების მეშვეობით მოსწავლეთა ესთეტიკურ აღზრდაზე ფიქრის წინ, მასწავლებლის განწყობის შესაქმნელად, გვინდა გავიხსენოთ გენიალურ ადამიანთა ზენაარსამდე აღზევებული აზრები იმის შესახებ, თუ რა არის მათემატიკა, როგორია ამ მადლიანი მეცნიერების ამამაღლებელი და აღმაზევებელი მარადიული ფასდაუდებელი ფასეულობები...

ჯერ ერთი, რაოდენ აღმაფრთოვანებელია **სიმეონ დენი პუასონის** სიტყვები: *ცხოვრებას ალამაზებს ორი რამ: პირველი ის, რომ შეგიძლია მათემატიკა ისწავლო; მეორე ის, რომ შეგიძლია მათემატიკა ასწავლო!* მეორე, _ **რას წარმოადგენს მათემატიკა?**

ლეონ ბრილუენი – *„მათემატიკურ სახეებში არის პოეტური თვისებები“.*

კონსტანტინე გამსახურდია – *„მათემატიკა ნამდვილი, დიდი რანგის პოეზიაა“.*

კარლ ვაიერშტრასი – *„არ შეიძლება იყო მათემატიკოსი, თუ არა ხარ სულში პოეტი“.*

ლეოპოლდ კრონეკერი – *„მათემატიკოსი ვერ იქნება ის, ვინც პოეტი არ არის“.*

ნორბერტ ვინერი – *„როგორც მხატვრისა და კომპოზიტორის, ისე მათემატიკოსის შემოქმედებითი აქტის საერთო მახასიათებელთა ძირითადი პარამეტრია სწრაფვა სილამაზის იდეალებისაკენ“.*

ერნსტ ედუარ კუმერი – *„უჩვეულო სილამაზე სუფევს მათემატიკის საუფლოში“.*

ივან ლეპეხინი – *„მათემატიკა დიადი და მშვენიერია, და არ შეიძლება არ დავაფასოთ მისი ნამდვილი სილამაზე, მისი პოეზია“.*

ავგუსტ ფერდინანდ მებიუსი – *„მათემატიკაში ისევეა, როგორც ფერწერაში ან პოეზიაში“.*

პლატონი – *„მათემატიკის შესწავლა გვაახლოებს უკვდავ ღმერთებთან“.*

ალფრედ პრინსჰაიმი – *„ნამდვილი მათემატიკოსი ყოველთვის დიდი მხატვარია, არქიტექტორი ან პოეტიც კი“.*

ლაზარ იმანუელ ფუკსი – *„მათემატიკა სასწაულებრივი პეიზაჟია, გადაშლილი ყველას თვალწინ, ვისთვისაც აზროვნება წარმოადგენს ნამდვილ სიხარულს“.*

ჟოზეფ ჟან ბატისტ ფურიე – *„მათემატიკა წარმოგვიდგება ადამიანური სულის ძლიერებად“.*

გოტფრი ჰაროლდ ჰარდი – *„მათემატიკოსი, როგორც მხატვარი ან პოეტი, ქმნის უზორებს, და ეს უზორები თუ უფრო დღეგრძელია, ეს მხოლოდ იმიტომ, რომ ისინი მოქსოვილია იდეებისაგან“.*

გიორგი ნიკოლაძე – *„ყოველი ახალი კანონი ან თეორემა ჯერ უსათუოდ ინტუიციურად უნდა გავიგოთ, გეომეტრიულად უნდა ვიგრძნოთ მისი აუცილებლობა“.*

ფლორიკა კიმპანი – *„როცა მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა მიღებულია, მისი სტრუქტურა არაიშვიათად სუნთქავს სილამაზით, რომელიც ზემოქმედებს გონებასა და სულზე, მსგავსად კლასიკური სიმფონიის ბგერებისა“.*

ბლეზ პასკალი – *„ჭეშმარიტება ეფუძნება „გულის ლოგიკას“.*

ჯეიმს ჯოზეფ სილვესტრი _ *„მუსიკა _ გრძნობათა მათემატიკაა, ხოლო მათემატიკა _ გონების მუსიკა“.*

ნიკოლაი ჟუკოვსკი – *„მათემატიკას, მსგავსად ფერწერისა და მუსიკისა, თავისი სილამაზე გააჩნია“.*

ბერტრან რასელი – *„მათემატიკაზე სწორ შეხედულებას მივყავართ არა უბრალოდ ჭეშმარიტებამდე, არამედ მივყავართ სრულყოფილ სილამაზემდე, რომელიც ცივია და მკაცრი, როგორც ქანდაკება; რომელიც აცილებულია ადამიანურ სისუსტეებს; რომელიც მოკლებულია ფერწერისა და მუსიკის ღვლარჭნილ ფანდებს; _ მივყავართ დიადი კრისტალურობის სილამაზემდე, რომელიც ხელოვნებათგან უმაღლესის სრულყოფილებას წარმოადგენს. მასთან შეხება აღუწერელი აღფრთოვანებაა, ექსტაზია, რომელიც გვათავისუფლებს წარმავალი ადამიანური გარსისაგან და შედარებადია მხოლოდ პოეზიასთან“.*

პოლ ლოკხარდი – *„ქვეყანაზე არაფერია ისეთი საოცნებო და პოეტური, ისეთი რადიკალური, ფეთქებადი და ფსიქოქმედითი, როგორიც მათემატიკა“.*

ილია ვეკუა – *მათემატიკა სამეცნიერო შემოქმედებისა და ბუნების საიდუმლოებებში შეღწევის უმძლავრესი იარაღია.*

ასეთი გამონათქვამები უამრავია კიდევ.

მაშასადამე, ჩვენს წინაშე დგება მარად ახალგაზრდა და მარად უკვდავი პედაგოგიური პრობლემა: ჯერ ჩვენ თვითონ დავინახოთ და აღვიქვათ მათემატიკაში ეს ღვთაებრივი სილამაზე, შევიგრძნოთ მისი სურნელება და შემდეგ ვასწავლოთ მათემატიკა, აღვზარდოთ მოსწავლის პიროვნება ესთეტიკურად, მის სულში სინათლის, სითბოსა და სიყვარულის შეტანით.

ესთეტიკური აღქმის ფსიქოლოგიური თავისებურებანი

ცნობილია, რომ ობიექტის ესთეტიკურ აღქმაში მონაწილეობს პიროვნების ყველა ფსიქიკური პროცესი: შეგრძნება, აღქმა, წარმოდგენა, წარმოსახვა, აზროვნება, ნებისყოფა, ემოციები და სხვ. 6-12 წლის ასაკის მოსწავლეთა ფსიქიკაში უკვე უხვად არსებობს ისეთი პოლიფონიური მიმართებები, ბუნებრივი (გენეტიკური და სხვ.) უნარი, რომელიც ვლინდება პიროვნებისა და ხელოვნების თუ სხვა ესთეტიკურ საგანთა ურთიერთქმედების აქტში და სრულად გვიშლის წინ პიროვნების ცნობიერებაში მსოფლმხედველობის, მორალურ-ზნეობრივი თვისებების, შემოქმედებითი უნარების ფორმირების უმდიდრეს შესაძლებლობებს.

ესთეტიკური ობიექტის აღქმის ფსიქოლოგიური მექანიზმი წარმოადგენს განსაკუთრებულ სისტემას, რომელშიც შედის, ერთის მხრივ, პიროვნების აფექტურ-მოთხოვნილე-

ბითი სტრუქტურები, რომლებიც გამოხატულია მოთხოვნილებებში, მიდრეკილებებში, ინტერესებში, იდეალებში, რაც სისტემის საკუთრივ დინამიკურ ნაწილს წარმოადგენს, მეორეს მხრივ, _ პიროვნების ოპერაციონალური სტრუქტურები, ისეთი ფსიქიკური პროცესები, როგორიცაა: შეგრძნება, აღქმა, წარმოდგენა, წარმოსახვა, აზროვნება და სხვ.

ამ ფსიქოლოგიური მაქანიზმის შიგასისტემური მიმართებები დამოკიდებულია მოსწავლის ასაკზე, მის ინდივიდუალურ-ტიპოლოგიურ პარამეტრებზე, მისი მხატვრული განვითარებულობის დონეზე, მის ცნობიერებაში უკვე ფორმირებულ წარმოდგენათა სამყაროს სიმდიდრეზე და სხვა თავისებურებებზე. პიროვნების ფასეულობითი ორიენტაციები განპირობებულია ადრინდელი სოციალური გამოცდილებით, ოჯახური აღზრდით, სკოლამდელი და სასკოლო განათლებით, ყველა საშუალებით მიღებული ინფორმაციით. ასეთი ორიენტაციები დაიყვანება განსაზღვრულ ფასეულობით-ესთეტიკურ ნორმატივებამდე, ესთეტიკური გემოვნების კრიტერიუმებამდე.

ესთეტიკურ აღქმასთან დაკავშირებული ოპერაციონალური სტრუქტურების განვითარება ნეიტრალური არ რჩება ესთეტიკურ მოთხოვნილებათა დონისა და ხასიათის მიმართ. ფერთა დანახვის, მუსიკალური სმენის, და სხვა მისთანათა სფეროში გაძლიერებული უნარები, რაც ქმნის შემოქმედებით წარმოსახვას, ესთეტიკურ ფასეულობათა სფეროში უნდა დაეტყოს პიროვნების მოთხოვნათა და ინტერესთა კულტურას. თავის მხრივ, შემოქმედებითი წარმოსახვა და აზროვნება დამოკიდებულია ინდივიდის სენსორული ორგანიზაციის განვითარებაზე.

ორგანიზმის სენსორული აპარატი _ ეს „შესასვლელი“ ჭიშკარია, რომლის გავლითაც ადამიანი აღიქვამს გარესამყაროს საღებავებისა და ფორმების, ბგერებისა და სურნელებათა მთელ სიმდიდრესა და სახესხვაობებს. ხელოვნების სამყაროსთან სრულყოფილი ურთიერთობა ადამიანურ აღქმაზეა დამოკიდებული. ფერის, ფორმის, ობიექტების კომპოზიციური ურთიერთმდებარეობის დასრულებულობისა და წონასწორობის, პროპორციის გრძნობა და მრავალი სხვა _ ორგანიზმის სენსორულ შესაძლებლობათა მთელი ეს პოტენციალი ესთეტიკურ ობიექტთან სრულფასოვანი შეხვედრის აუცილებელი პირობაა.

სენსორულ არაამთვისებლობას, სინამდვილისა და მხატვრული ნაწარმოებების გრძნობად-ესთეტიკური აღქმის ტექნიკისა და კულტურის არქონას საბოლოო ჯამში მივყავართ ესთეტიკური ეფექტის ნგრევამდე. აი, რატომაა ასე მნიშვნელოვანი მოსწავლეთა სენსორული გრძნობების განვითარება ჯერ კიდევ უმცროსი სასკოლო ასაკიდან, შესაძლოა, უფრო ადრიდანაც. ამაში დაგვეხმარება სასკოლო საგნები, პირველ რიგში _ ესთეტიკური მიმართულებისანი. მაგრამ გრძნობითი აღქმის მომენტი მხოლოდ პირველი აუცილებელი ბიძგია უფრო რთული საქმიანობის გამოღვიძებისათვის.

როგორც ვიცით, შემეცნების გზა შეგრძნებებიდან და აღქმებიდან აბსტრაქტული აზროვნებისაკენ მიდის და მთავრდება პრაქტიკით. ასე, რომ, გრძნობითი შემეცნება აერთიანებს ყველა ფსიქიკურ პროცესს, რომლებიც წარმოიშობა საგანთა უშუალო ზემოქმედებით და გავლენას ახდენენ მოსწავლეთა გრძნობების ორგანოებზე.

აღქმის ფორმებს შორის არსებობს ფორმა, რომელიც ფრიად მნიშვნელოვანია სწორედ ხელოვნების ქმნილებათა გრძნობითი შემეცნების პროცესისათვის. იგი ხასიათდება უფრო მეტი აქტივობით, ორგანიზებულობით, გააზრებულობით და შემოქმედებითი ხასიათით, ვიდრე აღქმის სხვა ფორმები. ეს არის **დაკვირვება.**

დაკვირვების სახესხვაობები კონკრეტულ ამოცანებზეა დამოკიდებული:

- დაკვირვება შეიძლება ორიენტირებული იყოს საგნის ზოგად და წინასწარ გაცნობაზე, იმ მიზნით, რომ ამოცნობილ იქნას ეს საგანი და გამოყოფილ იქნას მისი არსებითი ნიშნები.
- დაკვირვება შეიძლება ორიენტირებული იყოს საგნის არსებითი დატალებისა და ზოგიერთი მხარეების გამოყოფაზე.
- დაკვირვება შეიძლება ორიენტირებული იყოს საგნების ან მოვლენათა სხვადასხვა ეტაპებს შორის მსგავსებათა და განსხვავებათა დადგენაზე.

დაკვირვებამ შეიძლება მოითხოვოს ნებისყოფის მნიშვნელოვანი ძალვა, დაჟინება და დიდი მოთმინება. ეს თვისებები მოსწავლეებში აღზრდას საჭიროებს, მით უმეტეს _ უმცროსკლასელებში. მოსწავლეებში დაკვირვების კულტურის აღზრდის მიზნით აუცილებელია გონივრულად სისტემური და სისტემატური მუშაობა.

უმცროსკლასელთა ზოგიერთი თავისებურება

ბავშვის ესთეტიკურ მიმართებათა სფერო ძალზე ფართოა და პრაქტიკულად იგი მთელ მის მსოფლშეგრძნობას

აფერადებს. ამ ასაკის ბავშვებს, ძირითადად, სჯერათ, რომ ცხოვრება შექმნილია სიხარულისთვის. ბავშვის მიმართება სინამდვილისადმი გამეშვეობითებულია. ეს კი, თავის მხრივ, იწვევს მის ესთეტიკურ მიმართებათა ზედაპირულობას. მართალია, ბავშვი ადვილად აღმოაჩენს სამყაროს როგორც ხალისიანს, მშვენიერს, მოძრავს, ფერებითა და ბგერებით სავსეს, როგორც ერთმთლიანს, რომელიც შექმნილია მისი სურვილების შესასრულებლად, მაგრამ იგი ჯერ კიდევ ღრმად ვერ აღწევს მშვენიერების არსში.

სამყაროს კონკრეტულ-ზღაპრული და ფერადოვანი აღქმის მიუხედავად, უმცროს სასკოლო ასაკში ახალი ვალდებულებები და ახალი პასუხისმგებლობა ამზადებს ხარისხობრივ ნახტომს ბავშვის ცნობიერებაში: მკვეთრად იცვლება სკოლამდელის ჩვეული სამყაროს ვიწრო ჩარჩოები, ხდება ადრინდელ ფასეულობათა გადაფასება: ძველი ფორმა ივსება ახალი შინაარსით. და ეს გარდამავალი პროცესები მიმდინარეობს ესთეტიკურ მიმართებათა სფეროშიც.

დადებითი გარდაქმნების მთელი რიგის მიუხედავად, ამ ასაკში ბავშვის პიროვნულ განვითარებაში ხელისშემშლელია მრავალი უარყოფითი მხარეც. უმცროსკლასელის აღქმისა და აზროვნების მეტისმეტი თვალსაჩინოება არა მარტო განსაზღვრავს სახეთა აგების ფოტოგრაფიულობასა და დიფუზურობას, მის ფრაგმენტარულობას, არამედ უკარგავს მოსწავლეს იმას, რასაც უწოდებენ საგნისადმი ან მოვლენისადმი პიროვნულ მიმართებას. მაგრამ, თუ გავითვალისწინებთ ასაკობრივ-ფსიქოლოგიურ თავისებურებათა კანონზომიერებებს და ვიზრუნებთ მოსწავლის ესთეტიკური აღზრდილობის დონის ამაღლებაზე, მაშინ ბავშვის, როგორც

პიროვნების, განვითარების სისტემურობაში წარმატებას ადვილად მივაღწევთ.

უაღრესად მნიშვნელოვანია შემდეგი გარემოებაც:

მეოცე საუკუნის 60-იანი წლების ბოლოს ამერიკელმა ნეიროფსიქოლოგმა პროფესორმა **როჯერ უოლკოტ სპერიმ** (1913-1954) სპეციალური კვლევების შედეგად შექმნა თავის ტვინის ნახევარსფეროების ფუნქციონალური ასიმეტრიის თეორია, რომლის თანახმადაც ირკვევა, რომ ეს ნახევარსფეროები თავიანთ ერთიანობაში დამოუკიდებლობასაც ფლობენ. ეს თეორია მედიცინის სფეროში შეიქმნა, მაგრამ მისი გამოყენება სწავლების მეთოდიკაში უაღრესად მნიშვნელოვანია, მით უმეტეს _ მათემატიკის.

სპერის თეორიის თანახმად არსებობს ორი ნახევარსფეროს ფუნქციონალური ორგანიზაციის რამდენიმე ტიპი:

- დომინირებს მარცხენა ნახევარსფერო _ შემეცნებითი პროცესების სიტყვიერ-ლოგიკური ხასიათი (მარცხენანახევარსფერული ადამიანები).
- დომინირებს მარჯვენა ნახევარსფერო _ კონკრეტულხატოვანი აზროვნება, განვითარებული წარმოსახვა (მარჯვენანახევარსფერული ადამიანები).
- არც ერთის დომინირება მკვეთრად გამოხატული არ არის _ (ტოლნახევარსფერული ადამიანები).

სპერის კვლევების თანახმად:

- 3-7 წლის ბავშვებს როგორც არანებისმიერი, ისე ნებისმიერი ყურადღების სიტუაციაში უაქტიურდება უპირატესად მარჯვენა ნახევარსფერო,
- 8-9 წლის მოსწავლეებში მარჯვენა ნახევარსფერო ფრიად აქტიურია,

➢ 10-დან 14 წლამდე იზრდება მარცხენა ნახევარსფეროს აქტიურობა.

უფრო კონკრეტულად:

➢ 3 წლის ასაკიდან გააქტიურებას იწყებს მარჯვენა ნახევარსფერო, წინა პლანზე იწევს თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნება.

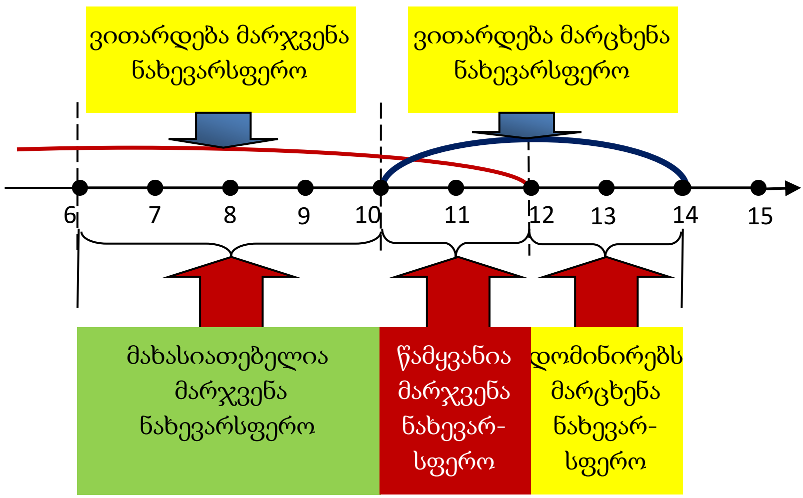
➢ 6-10 წლების ასაკისათვის თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნება **მახასიათებელი** ხდება,

➢ 10-12 წლების ასაკისათვის თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნება **წამყვანი** ხდება.

➢ 10-დან 14 წლამდე იზრდება მარცხენა ნახევარსფეროს აქტიურობა.

➢ 12 წლის ასაკიდან მარცხენა ნახევარსფერო **დომინანტი** ხდება.

ეს გრაფიკულად ასე გამოიყურება:



ნახ. 84

ამასთან, თუ სპერის კვლევებს გავითვალისწინებთ, აღსანიშნავია, რომ V-VI კლასებში მათემატიკის სწავლების თვალსაზრისით მარჯვენა- და მარცხენანახევარსფეროელ მოსწავლეთა ზოგადი დახასიათება ასეთია:

1. **მოსწავლეებთან მუშაობის პირობები**

მარჯვენისათვის: *სახეები; კონტექსტი; ინფორმაციის კავშირი პრაქტიკასთან, რეალობასთან; შემოქმედებითი დავალებები; ექსპერიმენტები; მუსიკალური ფონი; მეტყველებითი და მუსიკალური რიტმი.*

მარცხენისათვის: *ტექნოლოგიები; დეტალები; ინფორმაციის მოწოდების აბსტრაქტული, წრფივი სტილი; სასწავლო მასალის მრავალჯერადი გამეორება; სიჩუმე გაკვეთილზე.*

2. **მოტივაციის ფორმირება**

მარჯვენისათვის: *ავტორიტეტის მოპოვება; კოლექტივში მდგომარეობის პრესტიჟულობა; ახალი კონტაქტების დამყარება; საქმიანობის სოციალური მნიშვნელოვნება.*

მარცხენისათვის*: სწრაფვა დამოუკიდებლობისკენ; ცოდნის სიღრმე; გონებრივი საქმიანობის მაღალი მოთხოვნილება; მოთხოვნილება განათლებაში.*

3. **მასალის აღქმა**

მარჯვენისათვის: *ერთმთლიანი, ჩქარი, მყისიერი; გამოკვეთილია მეტყველების ინტონაციური მხარე; ბავშვები ვიზუალისტებია (მხედველობითი).*

მარცხენისათვის: *დისკრეტული (ნაწილ-ნაწილ), ნელი, თანამიმდევრული; გამოკვეთილია მეტყველების აზრობრივი მხარე; ბავშვები აუდიალისტებია (სმენითი).*

4. დიფერენცირებული მიდგომის მეთოდები

მარჯვენისათვის: *სინთეზი; დროითი დავალებები; მუშაობა ჯგუფში; თეორემების ფორმულირება; სივრცითი კავშირებით ოპერირება; დავალებები ნახატებში; მუშაობს გეომეტრია (სივრცითი აზროვნება); სქემები, ცხრილები; სურათები.*

მარცხენისათვის: *ანალიზი; დროისგარეშე დავალებები; მუშაობა ცალკეულად; თეორემების დამტკიცება; ნიშნებით ოპერირება სიბრტყეზე; დავალებები სიმბოლოებში; მუშაობს ალგებრა (თანამიმდევრული ლოგიკური აზროვნება სიბრტყეზე); მრავალჯერადი გამეორება.*

აქ ერთიცაა აღსანიშნავი:

თვალსაჩინო-ხატოვან აზროვნებაზე პასუხისმგებელია თავის ტვინის მარჯვენა ნახევარსფერო, ხოლო აბსტრაქტულ-ლოგიკურ აზროვნებაზე პასუხს აგებს თავის ტვინის მარცხენა ნახევარსფერო. ამასთან, თვალსაჩინო-ხატოვანი მეხსიერების სიჩქარეა 60 ± 5 ბიტი წამში. შედარებისათვის _ აბსტრაქტული მეხსიერების სიჩქარეა 7 ± 2 ბიტი წამში. ისიც საინტერესოა, რომ მათემატიკური წესებისა და ტექსტური მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დამახსოვრებისათვის IV-VI კლასების მოსწავლეთა 30 % სარგებლობს უპირატესად ხატოვანი აზროვნებით, 25 % _ უპირატესად თანამიმდევრულ-ლოგიკურით, ხოლო 45 % _ იყენებს ორივე ნახევარსფეროს.

მაშასადამე, მათემატიკის სილამაზისა და ხელოვნებასთან მათემატიკის კავშირის ჩვენება იწყება სამი წლის ასაკიდან, მაგრამ საამისოდ ყველაზე ნოყიერი ნიადაგი 11-12 წლის ასაკია. აქ მიმდინარეობს ხატოვანი აზროვნების ინ-

ტენსიური განვითარება, მაშასადამე, ესთეტიკურ მიმართებათა ფორმირებისათვის გვეძლევა მრავალფეროვანი უკიდეგანო შესაძლებლობები. თუ ეს ნიადაგი სწორადაა გამოყენებული, მაშინ ზედა კლასებში ყველაფერი თავის ადგილზე დადგება.

ზიარება სახვით ხელოვნებას

მოსწავლეთა მხატვრული აღქმის განვითარება ყველა მასწავლებლის კეთილშობილური მოვალეობაა, რადგანაც სწორედ მასზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა ხატოვანი აზროვნების განვითარება, რომლის გარეშეც ლოგიკურ აბსტრაქტულ აზროვნებაზე გადასვლა ყოვლად შეუძლებელია. ხატოვანი აზროვნების დროს იქმნება კონკრეტული სახეები, რომლებიც თანდათანობით აბსტრაქტულ ხატოვან სახეებში იზრდებიან და ბადებენ აბსტრაქტულ ლოგიკურ სახეებს. ეს ერთიანი პროცესია, რომელიც ერთიანი ცნობიერების აღზევებულ განვითარებას განაპირობებს. და აზროვნების სახეთა ამ იერარქიაში თავისი განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს ფარწერას, ქანდაკებას, მუსიკას, პოეზიას, მათემატიკას. გალაკტიონის სწორუპოვარი სტრიქონები

„მე ძლიერ მიყვარს იისფერ თოვლის
ქალწულებივით ხიდიდან ფენა“

აბსტრაქტული ხატოვანი სახეების მთელი სამყაროა და ეს სამყარო ძალიან ახლოს ენათესავება როგორც მუსიკალურ, ისე მათემატიკურ აბსტრაქტულ სახეებს.

სწორედ ამიტომ, დიდი მნიშვნელობა აქვს ჩვენს საპატიო მიზანს: ვაზიაროთ მოსწავლეები ხელოვნებას, მის უკვდავ ქმნილებებს.

მხატვრული აღქმის განვითარება მოიცავს შემდეგი ძირითადი სასწავლო ამოცანების ამოხსნას:

➢ ქმნილების მიმართ გულისხმიერების გამოჩენის უნარის განვითარება.

➢ ქმნილების მიმართ საკუთარი მიმართების გამოხატვის უნარის განვითარება.

➢ ხელოვნების შესახებ ცოდნისა და წარმოდგენათა მოცულობის გაფართოება.

დაწყებითი სკოლის მოსწავლეებს გააჩნიათ ხელოვნების ქმნილებებზე ემოციონალური გამოხმაურების შესაძლებლობები, მაგრამ ეს შესაძლებლობები უნარებად ჯერ კიდევ არაა ფორმირებული. ამიტომაა, რომ დაბალი კლასების მოსწავლეების შთაბეჭდილებები დაიყვანება სიტყვებზე: „მომწონს“, „არ მომწონს“, „ლამაზია“, „არ არის ლამაზი“.

აუცილებელია, მივდიოთ ხელოვნებასთან შეხვედრისა და მისი გაცნობის განსაკუთრებულ მეთოდიკას, რომელიც ორიენტირებულია მოსწავლეთა მიერ მხატვრული აღქმის შედეგად მიღებული შთაბეჭდილებების შესახებ საკუთარი აზრებისა და განცდების გამოხატვის ხერხების განვითარებაზე. ამ მეთოდიკის ამოცანებია:

➢ განვავითაროთ მოსწავლეებში ხელოვნების ქმნილებათა შესახებ თხრობის უნარი გამომხატველობითი საშუალებების გამოყენებით.

➢ განვავითაროთ ხელოვნების სფეროში მოსწავლეთა აზროვნების უნარი, რომ ურთიერთობებში შეძლონ გამოხატონ საკუთარი აზრები ხელოვნების ქმნილებათა შესახებ. ამისათვის საჭიროა მოსწავლის მიერ მხატვრული აღქმის პროცესის ორგანიზება.

➢ ვასწავლოთ მოსწავლეებს, ხელოვნების ქმნილებათა შესახებ საუბრისას გამოიყენონ საკუთარი ადრინდელი მხატვრული გამოცდილება, რომელიც მიღებულია დაკვირვების შედეგად.

➢ განვავითაროთ მოსწავლეებში ხელოვნების სხვადასხვა სახეებიდან ანალოგიურ ქმნილებათა შედარება-შეპირისპირების უნარები. რომ ელემენტარულად გრძნობდნენ მათ ზოგად კავშირებს.

➢ მხატვრული აღქმის პროცესში ვასწავლოთ მოსწავლეებს „გრაფიკული მეტყველება", ე. ი. ვასწავლოთ ხელოვნების ქმნილებათა შესახებ შთაბეჭდილებათა გადმოცემა გამოსახვების გამოყენებით (სწრაფი მონახაზები მეხსიერების მიხედვით). ამ მეთოდს პირდაპირი მიმართება აქვს ხატოვანი აზროვნების, ხატოვანი მხედველობითი მეხსიერების, აღქმების რეაქციების სიმარდის განვითარებასთან.

ეს ამოცანები გადაწყვეტას პოულობს ხელოვნების გაკვეთილებზე, სადაც მოსწავლე ფერწერის, ქანდაკების, მუსიკის, პოეზიის სილამაზეში პოულობს საერთო აბსტრაქტულ ხატოვან სახეებს. ამის შემდეგ, ძნელი არ არის ასეთი სახეების შემჩნევა მათემატიკის სილამაზეში.

იმისათვის, რომ ეფექტური იყოს ასეთი გაკვეთილი, აუცილებელია საჩვენებელ ნაწარმოებთა რაოდენობისა და მოსწავლეთა მიერ მათი აღქმის შესაძლებლობების სწორი გათვალისწინება. საჩვენებელ ნაწარმოებთა რაოდენობა გაკვეთილზე არ შეიძლება იყოს ზუსტად საჭიროზე მეტი. ეს მოსწავლეთა მხედველობით შთაბეჭდილებებს გადატვირთავს; არც ნაკლები შეიძლება იყოს, რადგანაც მოსალოდნელი ეფექტი შემცირდება. მაშასადამე, საჭიროა ოპტიმა-

ლური რაოდენობის შერჩევა, რომ ოპტიმალური იყოს ხელოვნების ემოციონალური ზემოქმედების ძალა. ეს ოპტიმალურობა დამოკიდებულია მოსწავლეთა მომზადების დონეზე, მათ განწყობაზე და სხვ. ე. ი. აქ მასწავლებლის შემოქმედებითობა ფრიად მნიშვნელოვანია. გამოცდილებიდან ცნობილია, რომ ასეთი რაოდენობა საშუალოდ არის 3-4. უაღრესად მნიშვნელოვანია ამ მხრივ მასწავლებლის მიერ **კითხვათა სისტემის** სწორი შერჩევა. მასზეა დამოკიდებული გაკვეთილის მთელი ეფექტურობა. კითხვათა სისტემა ისე უნდა იყოს შერჩეული, რომ ფაქტობრივად მან მართოს მოსწავლეთა ცნობიერებაში მხატვრული სახეების შექმნის პროცესი, უზრუნველყოს ამ მხატვრულ სახეებში საგანთაშორისი კავშირები. მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს, რომ უმცროსკლასელის აზროვნების ყოველგვარი თავისებურება მდგომარეობს იმაში, რომ ხელოვნების ქმნილებებზე მოსწავლეთა სრული მეტყველებითი რეაქციები შეიძლება წარმოიშვას მხოლოდ მასწავლებლის კითხვის გავლენით, თორემ ხელოვნების ქმნილებათა დამოუკიდებელი გაცნობისას ეს რეაქციები უღიმღამოა ან მეტწილად არც კი წარმოიშობა. კითხვები, მათი ხასიათი და თანამიმდევრობა დამოკიდებულია მოსწავლეთა ასაკზე, გაკვეთილის ამოცანებზე და იმ განწყობაზე, რომელიც სასწავლო გარემოშია შექმნილი. მაშასადამე, ხელოვნების ქმნილებათა აღქმა მოსწავლეთა მიერ უნდა წარმოადგენდეს ინტელექტუალურ და ემოციონალურ-შემოქმედებით საქმიანობას, ამ პროცესში უნდა მიმდინარეობდეს აზროვნების ხატოვანი კომპონენტების რთული ურთიერთქმედება.

მათემატიკის სილამაზე

ბერტრან რასელი ამბობდა: „მათემატიკაზე სწორ შეხედულებას მივყავართ არა უბრალოდ ჭეშმარიტებამდე, არამედ მივყავართ სრულყოფილ სილამაზემდე, რომელიც ცივია და მკაცრი, როგორც ქანდაკება; რომელიც აცილებულია ადამიანურ სისუსტეებს; რომელიც მოკლებულია ფერწერისა და მუსიკის ღვლარჭნილ ფანდებს; _ მივყავართ დიადი კრისტალურობის სილამაზემდე, რომელიც ხელოვნებათგან უმაღლესის სრულყოფილებას წარმოადგენს. მასთან შეხება აღუწერელი აღფრთოვანებაა, ექსტაზია, რომელიც გვათავისუფლებს მიწიერი, წარმავალი ადამიანური გარსისაგან და შედარებადია მხოლოდ პოეზიასთან“.

მათემატიკის ესთეტიკური სილამაზის მახასიათებლებად გამოყოფენ:

- ერთმთლიანობას მრავალსახეობაში,
- მეცნიერულ ჭეშმარიტებათა საზოგადოობას,
- არაცხადი ჭეშმარიტების მოპოვებას, რომლის შესახებ ვარაუდი დამტკიცებას საჭიროებს,

გარდა ამისა, მათემატიკური სილამაზის გამოვლინებად თვლიან:

- რიცხვების ჰარმონიულობას,
- გეომეტრიულ ფორმებს,
- ალგებრულ სტრუქტურებს,
- გეომეტრიულ გამომხატველობას,
- მათემატიკური ფორმულების სიმწყობრესა და გამართულობას,

- მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის შესაძლებლობას სხვადასხვა, ერთის შეხედვით, სრულიად მოულოდნელი, ხერხით,
- მათემატიკურ მტკიცებათა ელეგანტურობასა და მოხდენილობას,
- მათემატიკურ გამოყენებათა სიმდიდრეს,
- მათემატიკური მეთოდების უნივერსალურობას.

რა თქმა უნდა, შეიძლება მათემატიკა ჩავთვალოთ (და ზოგი თვლის კიდეც) არასაინტერესო, რთულ, მოსაწყენ, მშრალ საგნად, მაგრამ, თუ მასში არის სილამაზის ელემენტები, მაშინ ამ სილამაზეს ყურადღების მიქცევა უნდა. მაშასადამე, მათემატიკის აღქმაში ყურადღების როლი უდიდესია, სხვანაირად როგორ შეიძლება მათემატიკით გატაცებაზე საუბარი. გამოდის, რომ ძალზე დიდია მასწავლებლის როლი მათემატიკისადმი მოსწავლის სწორი მიმართების აღზრდის საქმეში. მასწავლებელმა მათემატიკა უნდა ასწავლოს არა როგორც მხოლოდ მეცნიერება ან მეცნიერების საფუძვლები, არამედ, აგრეთვე, როგორც რომელიღაც ხელოვნება, რომელიც ლამაზია, ესთეტიკურია, მშვენიერია, ყოვლისმომცველია, რადგანაც სასკოლო კურსის ყველა საგანთან აქვს განსაკუთრებული კავშირი. ამიტომ მათემატიკის ესთეტიკის თემა და მისი უმდიდრესი საგანთაშორისი კავშირები ყოველთვის, სწავლების ყველა საფეხურზე, ფრიად აქტუალურია. მაგრამ, სამწუხაროდ, ჩვენს სკოლებში გაკვეთილებზე მათემატიკის ესთეტიკური აღქმის განვითარებაზე არ მიმდინარეობს სისტემატური მუშაობა, ხოლო კლასგარეშე მუშაობა ან საერთოდ არ არის, ან აქცენტირებულია პროგრამის ცალკეული თემების სიღრმისეულ შეს-

წავლაზე. ფრიად აქტუალური უნდა იყოს მათემატიკის გაკვეთილის ესთეტიკა, მათემატიკის სილამაზის დემონსტრაციის თემა. თავისი მნიშვნელობა აქვს ამ მხრივ მათემატიკოსთა ბიოგრაფიების შესწავლასაც; ამასთან, ხაზი უნდა გაესვას იმას, რომ ისინი იყვნენ არა მარტო უდიდესი მეცნიერები, არამედ დიადი პიროვნებები, რომელთაც ჰქონდათ ამაღლებული პიროვნული თვისებები. ერთ-ერთი მათგანი, **გოტფრი ჰაროლდ ჰარდი,** ამბობდა: „მათემატიკოსის შემოქმედება ისევეა მშვენიერის შექმნა, როგორც ფერმწერის ან პოეტის შემოქმედება, _ ეს არის იდეების ერთობლიობა, საღებავთა და სიტყვათა ერთობლიობის მსგავსად. იგი ფლობს შინაგან ჰარმონიას. სილამაზე არის მათემატიკური თეორიის საჯილდაო ქვა; სამყაროში არ არის ულამაზო მათემატიკის ადგილი“.

მათემატიკის ისტორია _ ესთეტიკური პოტენციალი

მათემატიკის ისტორიას არანაკლები ესთეტიკური პოტენციალი გააჩნია, ვიდრე თვით მათემატიკას როგორც მეცნიერებას. ვუთითებთ მისი რეალიზაციის მხოლოდ ზოგიერთ გზას.

✓ მოსწავლეებზე ძლიერ შთაბეჭდილებას ახდენს ისტორიული ამოცანები, მათი ორიგინალური ფორმულირებები, დამტკიცებები. ასეთი ამოცანები უხვადაა გაბნეული ისტორიულ-მათემატიკურ თუ მეთოდიკურ ლიტერატურაში. ზოგიერთი მათგანი მოყვანილია წინამდებარე წიგნის მესამე ტომში.

✓ ძალზე ეფექტურია ალგებრული ფორმულების გეომეტრიული დამტკიცება. ასეთი მაგალითების განხილვის წინ საჭიროა ისტორიული ექსკურსი.

✓ ესთეტიკურ ზემოქმედებას ახდენს ცნობები ზოგიერთ მათემატიკურ ტერმინთა და სიმბოლოთა შექმნის ისტორიიდან. მასალები უამრავია მათემატიკის ისტორიაში.

✓ XIV-XVI საუკუნეებში არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულება განსაკუთრებულ ხელოვნებად ითვლებოდა. ისინი თვლის ოსტატებად იყვნენ ცნობილი. ყოველ მათგანს საკუთარი ხერხი ჰქონდა გამრავლებისა თუ გაყოფის. მათემატიკის ისტორიაში ცნობილია მრავალი ასეთი ხერხი. მათ რომანტიკული შეფერილობა გააჩნიათ.

✓ ესთეტიკური აღზრდისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ცნობებს მათემატიკოსთა ბიოგრაფიებიდან, მათი მრავალმხრივი ინტერესებისა და ნიჭის შესახებ.

✓ ესთეტიკურ აღზრდაში ფრიად პოპულარულია საგანთაშორისი ხასიათის მქონე ისტორიული ცნობების გამოყენება. მაგალითად, ცნობები იმის შესახებ, თუ რა გავლენას ახდენდა მათემატიკა ხელოვნების ისეთი სახეების განვითარებაზე, როგორიცაა: ფერწერა, მუსიკა, არქიტექტურა.

მოგვყავს ზოგიერთი ისტორიული ცნობა, რომელთაც, ჩვენის აზრით, დიდი ესთეტიკური ზემოქმედების ძალა გააჩნია.

- გეომეტრიის განვითარებაში დიდი და მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა აღორძინების ეპოქაში პერსპექტივის შესახებ მოძღვრების განვითარებამ. თუმცა, ჯერ კიდევ ბერძნებმა და რომაელებმა მიაღწიეს გარკვეულ წარმატებებს პერსპექტივაში, მაგრამ მისი ნამდვილი აყვავება მიეკუთვნება რენესანსის ეპოქას და ემთხვევა ფერწერის ბრწყინ-

ვალე პერიოდს იტალიაში, ნიდერლანდებსა და გერმანიაში. გამოჩენილმა **ალბრეხტ დიურერმა** (1471-1528) დაწერა შრომა, რომელიც მიეძღვნა პერსპექტივის კანონების კვლევას, გამოიცა 1525 წელს ნიურნბერგში. შემდეგ მრავალი გერმანელი ფერმწერი მუშაობდა პერსპექტივის კანონების გამოკვლევაზე. მეთხუთმეტე საუკუნის პირველ ნახევარში იტალიაში მრავალი მხატვარი და არქიტექტორი იყენებდა თავის ხელოვნებაში პერსპექტივის წესებს.

არქიტექტორმა და სწავლულმა **ალბერტიმ** (1402-1472) პირველმა დაწერა წიგნი პერსპექტივის შესახებ დაახლოებით 1446 წელს, მაგრამ გამოიცა იგი მოგვიანებით, 1511 წელს ლათინურ ენაზე. ამ წიგნში მან აღწერა პერსპექტივის აგების წესები, რომელთაც დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა ჰქონდა.

მრავალმხრივი გენიოსი **ლეონარდო და ვინჩი** სისტემატურად იყენებდა პერსპექტივის კანონებს. მან დაწერა მეტად მნიშვნელოვანი შრომა პერსპექტივის შესახებ.

იტალიური ფერწერის უდიდესი ოსტატები **რაფაელი, მიქელანჯელო, ტიციანი, ვერონეზე** და სხვები მიმართავდნენ პერსპექტივის წესებს, ამასთან, **რაფაელი** და **მიქელანჯელო** ამ წესებს იცავდნენ მკაცრად, მაშინ, როცა, მაგალითად, **ვერონეზე** უშვებდა მნიშვნელოვან გადახრებს.

მეცნიერული თვალსაზრისით დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა 1600 წელს **გვიდო უბალდის** მიერ გამოცემულ შრომას პერსპექტივის შესახებ.

ამრიგად, რენესანსის ეპოქაში ფერწერისა და არქიტექტურის ბრწყინვალე განვითარებამ პერსპექტივის მიმართ უდიდესი ყურადღება გამოიწვია და მისმა თეორიულმა და-

მუშავებამ არ დააყოვნა გავლენა მოეხდინა გეომეტრიის განვითარებაზე.

პერსპექტივის ამოცანები ამოსავალი წერტილი გახდა ფრანგი მათემატიკოსებისათვის და მათ საფუძველი ჩაუყარეს გეგმილურ გეომეტრიას. ამ მხრივ განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს **დეზარგი** (1593-1661), **პასკალი** (1623-1662), **ჟერგონი** (1771-1859), **ბრიანშონი** (1783-1864), **პონსელე** (1788-1867). განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს **გასპარ მონჟს**, რომელმაც შექმნა მხაზველობითი გეომეტრია.

აღსანიშნავია იტალიელი **ბონავენტურა კავალიერის** ღვაწლი, მან პირველი ნაბიჯი გადადგა ანალიზური გეომეტრიის შექმნაში. ანალიზური გეომეტრიის შემქმნელები **პიერ ფერმა** და **რენე დეკარტი** არიან.

- თავის ტიტანურ შრომაში „საწყისები" **ევკლიდემ** გეომეტრიის კურსი აქსიომატიკურად ააგო (იმ დროისათვის მკაცრად). პირველ წიგნს იგი განსაზღვრებით იწყებს, შემდეგ მოჰყავს პოსტულატები და აქსიომები, ე. ი. ისეთი წინადადებები, რომლებიც მიიღება დაუმტკიცებლად. ერთის გარდა ყველა პოსტულატი და აქსიომა მარტივადაა ფორმულირებული და არც ერთი მათემატიკოსის თვალში ეჭვი არ გამოუწვევია. მხოლოდ მეხუთე პოსტულატი ყველა დროის მათემატიკოსს ეჩვენებოდა რთულად. იგი ასეა ჩამოყალიბებული:

„თუ წრფე გადაკვეთს ორ წრფეს და შექმნის მათთან შიგაცალმხრივ კუთხეებს, რომლებიც ერთად ნაკლებია ორ მართზე, მაშინ ეს ორი წრფე საკმარისად გაგრძელებისას გადაკვეთს ერთმანეთს იმ მხრით, სადაც კუთხეები ერთად ორ მართზე ნაკლებია".

ეს მეხუთე პოსტულატი, რომელსაც პარალელობის აქსიომას უწოდებენ, მრავალი მიზეზით აცბუნებდა მათემატიკოსებს. იგი სხვა აქსიომებზე უფრო რთულია როგორც მასში აღწერილი ფაქტით, ისე ფორმულირებით, ამიტომ ცდილობდნენ მის დამტკიცებას, ე. ი. სურდათ ლოგიკურად გამოეყვანათ იგი სხვა აქსიომებიდან. ასეთი ცდები გრძელდებოდა ორი ათას წელიწადზე მეტს. თითქმის ყველა გამოჩენილმა მათემატიკოსმა მიიღო მონაწილეობა, მაგრამ ამაოდ, დამტკიცება არ ხერხდებოდა.

მათ შორის აღსანიშნავია; ძველ დროში – **პოსეიდონიოსი** (პირველი საუკუნე ჩვენს ერამდე), **პტოლემე კლავდიოსი** (მეორე საუკუნე ჩვენი ერით), **პროკლე დიადოქოსი;** შუა საუკუნეებში – **ნასირედინი, კლავი, კატალდი, ბორელი, ვალისი, ჯორდანი, ვიტალე** და სხვ.

მიუხედავად იმისა, რომ მეხუთე პოსტულატის დამტკიცების ცდები მარცხით მთავრდებოდა, ეს ცდები მაინც არ შეწყვეტილა.

მათ უფრო ინტენსიური სახე მიიღეს მეთვრამეტე საუკუნეში. ეს იმით აიხსნება, რომ მეთექვსმეტე საუკუნიდან ყალიბდება ალგებრა, მის ნიადაგზე წარმოიშვა ანალიზური გეომეტრია, მას მოჰყვა დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვის აღმოჩენა.

ყოველივე ამან გამოიწვია მათემატიკის და, კერძოდ, გეომეტრიის სწრაფი განვითარება. ამიტომ მეხუთე პოსტულატის დამტკიცების სურვილიც გამძაფრდა. ეს იყო განვითარებით გამოწვეული აუცილებლობა. ამ საკითხის შესწავლის საქმე ახალ სიმაღლეზე ავიდა და მალე მიაღწია კიდეც თავის საბოლოო გადაწყვეტას.

აღმოჩნდა, რომ მეხუთე პოსტულატის დამტკიცება შეუძლებელია. აღმოჩნდა, რომ არსებობს გეომეტრია მეხუთე პოსტულატის გარეშე და არსებობს გეომეტრია მეხუთე პოსტულატის საწინააღმდეგო დებულებით.

ამ დიად აღმოჩენებში თავიანთი წვლილი შეიტანეს იტალიელმა სწავლულმა **საკერიმ,** შვეიცარიელმა მათემატიკოსმა და ფილოსოფოსმა **ლამბერტიმ**, ფრანგმა გეომეტრმა **ლეჟანდრმა,** უნგრელმა მათემატიკოსებმა **ფარკაში ბოიამ, ფრიდრიხ ვახტერმა.** ესენი არაევკლიდური გეომეტრიის წინამორბედნი არიან. ხოლო არაევკლიდური გეომეტრიის ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად აღმომჩენები არიან გერმანელი **კარლ ფრიდრიხ გაუსი,** უნგრელი **იანოშ ბოია,** რუსი **ნიკოლოზ ივანეს ძე ლობაჩევსკი.** ახალი გეომეტრიის აღმოჩენამდე ძალიან ახლოს მივიდნენ **შვაიკარტი** და **ტაურინუსი.**

დღეს გეომეტრია ძალზე მრავალ დარგს შეიცავს.

- გეომეტრიის ისტორიაში განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს გეომეტრიულ აგებათა ისტორიას. აქ აღზევებულია ისეთი სახელები, როგორიცაა **მასკერონი, შტეინერი** და მრავალი სხვა.

აგებაზე კლასიკურ ამოცანებთან კი მჭიდროდაა დაკავშირებული π რიცხვის ცნება.

მათემატიკის ისტორიაში არც ერთ მათემატიკურ ცნებას არ რგებია წილად იმდენი თაყვანი და ყურადღება, ისეთი აღზევება, როგორიც ერგო იმ მუდმივას, რომელიც წრეწირის შეფარდებას წარმოადგენს მის დიამეტრთან. ეს არის ულამაზესი და უმშვენიერესი π რიცხვი.

საოცარია π რიცხვზე წარმოდგენის განვითარების ისტორია. ამ რიცხვის იდუმალ ბუნებას ადამიანი ჯერ კიდევ მაშინ შეეჯახა, როცა ნატურალურის გარდა სხვა რიცხვს არ იცნობდა. ადამიანს სჭირდებოდა ეს რიცხვი და იპოვა კიდეც იგი, როცა შეამჩნია, რომ წრეწირის სიგრძე სამჯერ მეტია მის დიამეტრზე. ამ თანაფარდობაში ათასწლეულების მანძილზე არავის შეჰპარვია ეჭვი. შემდეგ კი ადამიანი მიხვდა, რომ წრეწირის სიგრძე მეტია, ვიდრე მისი სამი დიამეტრი, მაგრამ, „რამდენით?" ეს – კვლავ სრული იდუმალება იყო. ამ იდუმალებას ადამიანის გონება ოდნავ მიუახლოვდა მაშინ, როცა მის ცხოვრებაში წილადები გაჩნდა.

π რიცხვის გამოანგარიშების ცდები ძველი წელთაღრიცხვის მეოთხე საუკუნეს ეკუთვნის. ბიბლიაში მოხსენიებულია, რომ წრეწირის სიგრძის მის დიამეტრთან შეფარდება სამის ტოლია. ბაბილონელებთან π=25/8. ეგვიპტელებთან $\pi=\left(\frac{16}{9}\right)^2$. ინდოელებთან $\pi=\sqrt{10}$. **არქიმედე** თვლიდა, რომ $3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{10}{70}$.

დრო მოვიდა და დაისვა ამოცანა წრის კვადრატურის შესახებ. ამან კიდევ უფრო გაამძაფრა ლტოლვა π-ს იდუმალებისაკენ. π-ს ბუნება მის მკვლევარებში იწვევდა ქარიშხლისებრ გრძნობებს, უკიდურესად ემოციურ განცდებს, თავდავიწყებამდე მისულ კამათებს. ამ რიცხვის ბუნების ძიებამ მოიცვა არა მარტო მეცნიერების, არამედ ფილოსოფოსების, მხატვრებისა და სხვათა გონება. ეს ძიებები, რომლებიც ცალ-ცალკე მიმდინარეობდნენ, სივრცესა და დროში ეძებდნენ ერთმანეთს, პოულობდნენ ერთმანეთს, ერწყმოდნენ ერთმანეთს და ერთვოდნენ ერთ დიდ მდინარეს, რო-

მელიც თვითონვე შექმნეს და, რომელიც ცოცხალივით ფეთქავდა, სუნთქავდა ჯადოსნური სილამაზით და ძალიან ჰგავდა იდუმალებით მოცემული კლასიკური სიმფონიის საოცარი ბგერების ჯადოქმნილ ქარიშხალს, ეს უკვე მდინარე იყო, π-ს ბუნების იდუმალებისაკენ მიმართულ აზრთა მჩქეფარე მდინარე.

π რიცხვის ბუნებას მრავალი მათემატიკოსი სწავლობდა. აღმოსავლეთელი მეცნიერები π-ს შემეცნებაში ხშირად ევროპელებზე წინაც მიდიოდნენ. **არიაბხატასთან**, მეხუთე საუკუნეში, π უდრიდა 3,1416-ს, **ძუ ჩუნ ჯისთან** π-ს მნიშვნელობა 3,141526-სა და 3,141527-ს შორის იყო მოთავსებული.

მეცხრე, მეათე, მეთერთმეტე საუკუნეებში $\pi = \frac{22}{7}$, მაგრამ არავინ იცოდა, როგორ დადგინდა ეს ტოლობა.

1400 წელს **მადჰავამ** აღმოაჩინა: $\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \cdots$

მეთექვსმეტე საუკუნეში **სიმონ ვან დერ ეიკესთან** $\pi = \left(\frac{39}{22}\right)^2$, **ადრიან ანტონისთან** $\pi = \frac{355}{113}$.

უამრავი მათემატიკოსი ცდილობდა π-სათვის შეერჩია რაციონალური რიცხვი და ეს ძიება გრძელდებოდა დაუსრულებლად, მაგრამ ამაოდ, საბოლოო შედეგს ვერავინ აღწევდა. **ლუდოლფ ვან ცეილენმა** 1610 წელს გამოიანგარიშა π-ს მნიშვნელობა 34 ნიშნით. 1706 წელს **ჯონსმა** თავის წიგნში მოათავსა **მეჩინის** მიერ π-ს გამოანგარიშების შედეგი 100 ნიშნად ციფრამდე, **შენკსმა** იპოვა π-ს მნიშვნელობა 707 ნიშნით, მაგრამ შემდგომში აღმოჩნდა, რომ 528-ე ნიშნიდან დაწყებული ყველა ციფრი არასწორი იყო.

ეილერამდე წრეწირის სიგრძის შეფარდებისათვის მის დიამეტრთან, არც ერთი სიმბოლო არ იყო შერჩეული. ამას მრავალი მეცნიერი შეეცადა, შემოიღეს სხვადასხვა სიმბოლო, მაგრამ არც ერთი მათგანი არ დამკვიდრებულა. სიმბოლო π-ს შემოღება **ეილერს** ეკუთვნის. დღეს ორთოგრაფიული „π“ – და ორთოეპიული „პი“ არც სიმბოლოა და არც აღნიშვნა, იგი საკუთარი სახელია, ერთი განსაკუთრებული მუდმივას საკუთარი სახელი.

მათემატიკოსთა კვლევა-ძიება თანდათანობით უფრო და უფრო შორს მიდიოდა და ეს ძიება ჟამთა სრბოლაში მართლაც რომ, ფანტასტიკურ ხასიათს ღებულობდა.

ვიეტამ აღმოაჩინა ტოლობა:

$$\frac{2}{\pi} = cos\frac{\pi}{4} cos\frac{\pi}{8} cos\frac{\pi}{16} \cdots$$

თუ რკალის კოსინუსს შევცვლით მისი მნიშვნელობით, მივიღებთ:

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdots$$

ეს უკვე ბრწყინვალებაა. თანდათანობით შევდივართ π-ს საიდუმლო ლაბირინთებში.

ეილერმა აღმოაჩინა:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot \cdots}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot \cdots}$$

ეს ტოლობა შეიძლება ასეთი სახითაც წარმოვადგინოთ:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \cdots$$

იმავე **ეილერმა** აღმოაჩინა:

$$\frac{\pi^2}{6}=\frac{2^2}{2^2-1}\cdot\frac{3^2}{3^2-1}\cdot\frac{5^2}{5^2-1}\cdot\ldots$$

აგრეთვე,

$$\frac{\pi^4}{90}=\frac{2^4}{2^4-1}\cdot\frac{3^4}{3^4-1}\cdot\frac{5^4}{5^4-1}\cdot\ldots$$

აი, გამოსახულება 1665 წელს გამოქვეყნებული წიგნიდან, რომლის ავტორია **ვალისი:**

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\cdots}}}}}$$

ჯაჭვური წილადებით **ეილერმაც** ისარგებლა:

$$\frac{\pi}{2}=1+\cfrac{2}{3+\cfrac{1\cdot 3}{4+\cfrac{3\cdot 5}{4+\cfrac{5\cdot 7}{4+\cfrac{7\cdot 9}{4+\cdots}}}}}\qquad \frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1\cdot 3}{8+\cfrac{3\cdot 5}{8+\cfrac{5\cdot 7}{8+\cfrac{7\cdot 9}{8+\cdots}}}}}$$

უამრავმა მათემატიკოსმა შეადგინა π რიცხვისათვის ტოლობა, და ამ ტოლობათა გენიალური არსი განფენილია ბრწყინვალე უსასრულო ლაბირინთებში, მაგრამ ჯადოქრული სილამაზისა და ღვთაებრივი ჰარმონიულობის პიკს აღწევს ***მათემატიკის პაგანინად*** წოდებული გენიალური ინდოელი ალგებრაისტი **სრინივაზა რამანუჯანი.**

მათემატიკოსთათვის კარგადაა ცნობილი π რიცხვის გამოსათვლელი ფორმულა, რომელიც მიღებულია **სრინივაზა რამანუჯანის** მიერ 1910 წელს, ტეილორის მწკრივში არკტანგენსის განფენის გზით:

$$\pi = \frac{9801}{2\sqrt{2}\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(4k!)}{(k!)^4}\cdot\frac{[1103+26390k]}{(4\cdot 99)^{4k}}}$$

აი, კიდევ **რამანუჯანის** უზრწყინვალესი და უელეგანტურესი ფორმულები:

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\cdots}}}} = 3.$$

$$1-5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+9\cdot\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^3-13\cdot\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^3+\cdots=\frac{2}{\pi}$$

ეს კი, ზესილამაზისა და ზემშვენიერების ყოველგვარ ზღვარს სცილდება:

თუ

$$a = 1+\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}+\cdots$$

და

$$b = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{1+\cfrac{4}{1+\cfrac{5}{1+\cdots}}}}}}$$

მაშინ

$$a+b=\sqrt{\frac{\pi\cdot e}{2}}$$

ეს ფორმულა **რამანუჯანის** გენიალური გონების ზეაღზევებული ლტოლვაა მშვენიერების უსასრულობისკენ.

1739 წელს, როცა **ლეონარდ ეილერს** გასარჩევად მისცეს ერთი პატარა ბროშურა, სადაც მტკიცდებოდა, რომ

$$\pi = \frac{3844}{1225}.$$

ეილერი წერდა: „უფრო მარტივი იქნებოდა, გვემტკიცებინა, რომ წრეწირის სიგრძის <შეფარდება> წრის დიამეტრთან არ შეიძლება იყოს გამოსახული არა მარტო კვადრატული რიცხვებით, არამედ, საერთოდ, რაციონალური რიცხვებითაც კი“.

1767 წელს **ლამბერტმა** დაამტკიცა, რომ π ირაციონალური რიცხვია. 1794 წელს **ლეჟანდრმა** მოგვცა კიდევ უფრო მკაცრი დამტკიცება π რიცხვის ირაციონალურობისა.

მაგრამ ეს არ აღმოჩნდა საკმარისი. π-ს ბუნება მაინც რჩებოდა იდუმალებაში, რადგანაც იგი ვერა და ვერ თავსდებოდა საერთოდ ალგებრულობის კატეგორიაში. და **ლინდემანმა** დასვა საკითხი: ირაციონალური ალგებრული თუ ირაციონალური არაალგებრული, ე. ი. ტრანსცენდენტული?

ამას წინ უძღოდა ის ფაქტი, რომ **ჯეიმს გრეგორიმ** 1667 წელს სცადა π-ს ტრანსცენდენტულობის დამტკიცება, მაგრამ არაფერი გამოუვიდა და 1873 წელს **ერმიტმა** დაამტკიცა e რიცხვის ტრანსცენდენტულობა. **ლინდემანმა** სრულყო **ერმიტის** მეთოდი და 1882 წელს დაამტკიცა, რომ π რიცხვი არის ტრანსცენდენტული.

ამით დასრულდა ძიების ოთხიათასწლოვანი ისტორია და გაიხსნა π რიცხვის ჭეშმარიტი მათემატიკური ბუნება.

ამაოდ არ დამშვრალა კაცობრიობის გენიალური გონებები!

ჩვენ აქ e ვახსენეთ. ესეც მათემატიკური ცნებაა. e მათემატიკური მუდმივაა (კონსტანტა), ნატურალური ლოგარითმის ფუძე, ირაციონალური და ტრანსცენდენტული რიცხვი. ზოგჯერ მას **ეილერის რიცხვს** ეძახიან, ზოგჯერ **ნეპერის რიცხვსაც.** მნიშვნელოვან როლს თამაშობს დიფე-

რენციალურ და ინტეგრალურ აღრიცხვებში, მათემატიკის მრავალ სხვა დარგშიც.

$e \approx 2{,}718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235\ 360\ 287\ 471\ 352\ 662\ 497 \ldots$

საინტერესოა ვიცოდეთ, რომ იაპონიაში მცხოვრებმა **აკირა ჰარაგუჩიმ** 2006 წელს ახალი მსოფლიო რეკორდი დაამყარა, ზეპირად დაიმახსოვრა **პი** რიცხვის ასი ათასი ნიშანი მძიმის შემდეგ. იმისათვის, რომ ხმამაღლა წარმოეთქვა ეს მნიშვნელობა, მას დასჭირდა დაახლოებით 16 საათი. წინა რეკორდიც მასვე ეკუთვნის, მაშინ მან დაიმახსოვრა მძიმის შემდეგ 83431 ნიშანი. ეს იყო 1995 წელს.

მათემატიკა და პოეზია

პოეზიის ქმნილებათა სტრუქტურაში ძალიან ბევრი რამ ხელოვნების ამ სახეს აახლოებს მუსიკალურთან. რიტმის გამოკვეთილობა, მარცვალთა კანონზომიერი მონაცვლეობა, დალაგებული განზომილობა და მათი ემოციონალური გაჯერებულობა ლექსს აახლოებს და სახეებში უტოლებს მუსიკალურ ნაწარმოებებს. ყოველი ლექსი ფლობს მუსიკალურ ფორმას თავისი რიტმიკითა და მელოდიით. ლექსის აგებულებაში მჟღავნდება მუსიკალურ კომპოზიციათა თვისებები, მუსიკალური ჰარმონიის კანონზომიერებები. ეს იმას ნიშნავს, რომ ლექსების აგებულებაში, მის ელეგანტურობაში და ფორმების მრავალფეროვნებაში დომინირებს **ოქროს პროპორცია** და **ფიბონაჩის რიცხვები.** ფიბონაჩის რიცხვები არა მარტო დომინირებს პოეზიაში, არამედ ისინი ძალიან ხშირად განსაზღვრავენ ლექსის კომპოზიციას. ამ რიცხვების არსებობა ლექსში გამოხატავს პოეტის შემოქმედებითი მეთოდის ერთ-ერთ ფუნდამენტალურ კანონზომი-

ერებას, მის ესთეტიკურ მოთხოვნილებას, ჰარმონიის განცდას. ამით მხატვრული ფორმა ხდება ახალი, უჩვეულო, ორიგინალური და პასუხობს ჰარმონიის კრიტერიუმებს. სწორედ ამაში ვლინდება პოეტის ინდივიდუალურობა.

ხაზი უნდა გაესვას იმ გარემოებას, რომ ყოველივე ეს პოეტის უნებლიე ხდება. პოეტი მათემატიკაში არ ეძებს მისთვის ლექსში გამოსაყენებელ თანაფარდობებს. მუზით შეპყრობილი პოეტი ქმნის პოეტურ ნაწარმოებს და ამ ნაწარმოებში თავისთავად, ავტორისაგან დამოუკიდებლად, ჩნდება მათემატიკური კანონზომიერებები, პოეტი ინტუიციით ხელმძღვანელობს „შინაგანი“ მათემატიკით. ეს იმიტომ ხდება, რომ აბსტრაქტულ პოეტურ სახეებსა და მათემატიკურ აბსტრაქტულ ხატოვან სახეებს შორის არსებობს გარკვეული ბუნებრივი იდენტურობა. ორივეში დაცულია ხატოვან სახეთა ლოგიკური თანამიმდევრობა.

უამრავი პოეტი ეთაყვანებოდა მათემატიკას: **ალექსანდრ პუშკინი, მიხაილ ლერმონტოვი, ალექსანდრ ბლოკი, ვალერი ბრიუსოვი, ლევ ტოლსტოი** და სხვ. თუმცა, **პუშკინი** ბავშვობაში გაურბოდა მათემატიკას. **ომარ ხაიამი** ხომ ამ მხრივ უნიკალურად ლეგანდარული პიროვნებაა, პოეზიაშიც და მათემატიკაშიც უბრწყინვალესი მსოფლიო აღიარება მოიპოვა. **ლუის კეროლმა** და **ანდრეი ვოზნესენსკიმ,** ზუსტი მეცნიერების ადამიანებმა, სახელი გაითქვეს ლიტერატურული შემოქმედებით. მშვენიერ ლექსებს წერდნენ მათემატიკოსები: **რენე დეკარტი, ნიკოლაი ლობაჩევსკი, კარლ ვაიერშტრასი, სოფია კოვალევსკაია, ვლადიმირ არნოლდი** (მას მათემატიკის პუშკინს ეძახდნენ), **მიხაილ ლომონო-**

სოვი, იბნ რუშდი (ავეროესი), **მიტაგ ლეფლერი** და უამრავი სხვა.

პოეტი იყო შუა საუკუნეების მრავალი აღმოსავლელი ბრწყინვალე მათემატიკოსი. მეცნიერ-ენციკლოპედისტი, აი, მხოლოდ ზოგიერთი მათგანი: **იბნ სინა** (ავიცენა, X-XI სკ.), **ალ-ხაიამი** (XI სკ.), **ალ-ბერუნი** (XII სკ.), **იბნ ალ-იასმინი** (XII სკ.), **იბნ ალ-ხაიმი** (XV სკ.), **იბნ ჰაზი ალ-ფასი** (XV სკ.), **იბნ ეზრა** (XII სკ.) _ შუასაუკუნეების ფილოსოფოსი, პოეტი, ლინგვისტი, მთარგმნელი, ასტროლოგი, მათემატიკოსი და ექიმი.

ზუსტი სიტყვების, სახეებისა და რითმების რიტმის ჰარმონიის მეშვეობით ლექსები იძენენ ემოციონალურობას, ჟღერადობას, სილამაზეს. ამასთან, რიტმი, ჰარმონია, ნაწარმოების სტილიც კი, ხელექვეითება მათემატიკას. მათემატიკისა და პოეზიის ენებს შორის არსებული შინაგანი კავშირების ბუნებას მათემატიკოსები იკვლევენ, ხოლო მრავალი პოეტისათვის ეს კავშირები შემოქმედების ინტუიციური საყრდენია.

პოეტის ლექსების მეტრიკასა და კომპოზიციაში არსებობს ორი საწყისი, რომლებიც განაპირობებენ მათ ჰარმონიულობას. ეს არის **სიმეტრია** და **ასიმეტრია.** სიმეტრია გამოიხატება გარითმულ სტრიქონებში, მრავალი თვალსაზრისით მათ ოსტატურ დაწყვილებაში. ზოგიერთი ლექსი სიმეტრიულია შინაარსობრივი გააზრებით. სიმეტრია ლექსს ანიჭებს მოწესრიგებულობის სილამაზეს, აღქმის სიმსუბუქეს, სიმკაცრესა და მონუმენტალურობას. ხოლო ასიმეტრიის ფორმები ლექსში მჟღავნდება მაშინ, როცა ეს ლექსი ფორმის თავისუფალ სილაღეს იძენს, როცა მისი კულმი-

ნაციური მომენტები არასიმეტრიულია. ასიმეტრია ლექსს ანიჭებს სიცოცხლეს, ამაღლებს მის ემოციონალურ ზემოქმედებას. ლექსის მეტრიკასა და კომპოზიციაში ასიმეტრიის გამოხატულებას წარმოადგენს ოქროს პროპორცია და მეტრიკის დაქვემდებარება ფიბონაჩის რიცხვებს. ჰარმონიის ამ ორი საწყისის შეხამება ბადებს მხატვრული ფორმების საოცარ ნაირსახეობას.

მაგრამ, სინამდვილეში, თუ შემოქმედებითად ჩავუღრმავდებით საკითხს, აშკარად შევამჩნევთ, რომ ოქროს კვეთა არ არის სიმეტრიის რაღაცა საწინააღმდეგო, იგი სიმეტრიის ერთ-ერთი თავისებური გამოვლინებაა. დიახ! ეს ასიმეტრიული სიმეტრიაა, გეომეტრიის ლეგენდარული ფენომენი, რომელიც საოცარ ხატოვან აბსტრაქტულ სახეებს ბადებს პოეზიაშიც, ფერწერაშიც, მუსიკაშიც, სკულპტურაშიც, არქიტექტურაშიც, გრაფიკაშიც. მათემატიკაში ხომ არის და არის, ულამაზესი და უელეგანტურესი.

როგორც ამბობენ, ფორმა _ ეს არის წესრიგი, ხოლო წესრიგი _ ეს არის მათემატიკა, ეს არის ლოგიკა... ბუნებრივია, ლიტერატურა რაც უფრო მეტად მისდევს ფორმის კანონებს, მასში, როგორც ყველა სხვა ხელოვნებაში, მით უფრო მატად მჟღავნდება მათემატიკის კანონები.

მათემატიკა და მუსიკა

საგულისხმოა, რომ მუსიკის თეორიის პირველი აღმომჩენია ძველი ბერძენი მათემატიკოსი **პითაგორა.** ამ აღმოჩენით დაიწყო მუსიკის თეორიის ჩამოყალიბება. და ამ პროცესში მრავალ მათემატიკოსს აქვს მონაწილეობა მიღებული, მაგრამ **ლეონარდ ეილერის** შრომა „მუსიკის თეორია“ უკვე

შემოქმედების უმაღლესი რანგია. ამ წიგნის შესახებ მუსიკოსები და მათემატიკოსები ერთნაირად ხუმრობდნენ. მუსიკოსები ამბობდნენ, რომ მათთვის ეს წიგნი გაუგებარია, რადგანაც მასში მეტისმეტი მათემატიკაა, ხოლო მათემატიკოსები ამბობდნენ, რომ ეს წიგნი მათთვის გაუგებარია, რადგანაც მასში მეტისმეტი მუსიკაა.

მათემატიკა არის მუსიკალური „ბგერის საფუძველი“, ხოლო ბგერა, მის მუსიკალურ ასპექტებში, წარმოადგენს რიცხვების შესანიშნავ მასივებს. რიცხვითი მიმართებების თვალსაზრისით მუსიკალური გამის ექსპრესიის პირველი მკვლევარები პითაგორელებია. მათი მთავარი პოსტულატი ასეთი იყო: „მთელი ბუნება შედგება რიცხვებზე დამყარებული ჰარმონიებისგან“.

პლატონის დროიდან მოყოლებული, ჰარმონია ფუნდამენტალურად ითვლებოდა და შემდგომში ამიტომ იქნა გამოყოფილი ფიზიკისაგან. ეს არის დღევანდელი მუსიკალური აკუსტიკა. ძველი ინდოელი და ჩინელი თეორეტიკოსები სწავლობდნენ აკუსტიკურ პროცესებს და ჰარმონიისა და რიტმის მათემატიკურ კანონზომიერებს ფუნდამენტალურად თვლიდნენ. მათემატიკა უფრო მეტადაა დაკავშირებული მუსიკალურ აკუსტიკასთან, ვიდრე ნოტებთან. მუსიკის სტრუქტურების, აგრეთვე, შექმნისა და მოსმენის ახალი ხერხების კვლევა-ძიებამ გამოიწვია სიმრავლეთა თეორიის გამოყენების აუცილებლობა ამ დარგში. ზოგიერთი კომპოზიტორი თავის ქმნილებებში ოქროს კვეთასა და ფიბონაჩის რიცხვებს უძებნიდა სათანადო ადგილს. ზოგიერთმა თეორეტიკოსმა, ავითარებდა რა სიმრავლეთა მუსიკალურ თეო-

რიას, მუსიკის ანალიზისათვის გამოიყენა აბსტრაქტული ალგებრა.

შემთხვევითი არაა, რომ სიტყვა „რითმა“ წარმომდგარია სიტყვისაგან „რიტმი“ და ორივე ერთად იწვევს რიცხვის ცნების ასოციაციას.

მათემატიკა და არქიტექტურა

შილინგი ამბობდა არქიტექტურა გაცივებული მუსიკა არისო, **გოეთე** კი არქიტექტურას მიმწყდარ მელოდიას უწოდებდა. მათემატიკისა და არქიტექტურის მჭიდრო კავშირის შესახებ დიდი ხანია ცნობილია. ძველ საბერძნეთში გეომეტრია არქიტექტურის ნაწილად იყო მიღებული. არქიტექტურულ ნაგებობათა სამყაროს ამშვენებს „ოქროს კვეთა“. ეს _ მათემატიკური ფორმულაა, რომელსაც უფრთხილდება ნებისმიერი არქიტექტორი. ოქროს კვეთით არ ამოიწურება მათემატიკის გამოყენება არქიტექტურაში. თანამედროვე არქიტექტორი კარგად იცნობს რიტმიკული მწკრივების სხვადასხვა ურთიერთმიმართებებს, რომელთა გამოყენება არქიტექტურულ ქმნილებას ხდის უფრო ჰარმონიულსა და გამომხატველობითს. გარდა ამისა, მან იცის ანალიზური გეომეტრია და მათემატიკური ანალიზი, უმაღლესი ალგებრის საფუძვლები და მატრიცთა თეორია, იგი ფლობს მათემატიკურ მოდელირებასა და ოპტიმიზაციას.

მათემატიკა და სკულპტურა

ძველი ეგვიპტის მხატვრულ ქმნილებებში გვხვდება ოქროს კვეთის გამოყენების მრავალი შემთხვევა. ამ თანაფარ-

დობის საფუძველზე შექმნილი იყო ძველეგვიპტური კანონის პროპორციები – რვა პროპორციული სიდიდე. ისინი მიღებულია კვადრატის გვერდების დაყოფით ოქროს კვეთის პროპორციით. მიღებულ სიდიდეებს შორის თანაფარდობები გამოყენებული იყო ქანდაკებათა აგებისას.

ძველი ბერძენი მხატვრები აღფრთოვანებულები იყვნენ ეგვიპტელების მიღწევებით. ისინი ბევრს მოგზაურობდნენ ეგვიპტეში, რათა შეესწავლათ მათი გამოცდილება. ბერძნებმა განავითარეს ხელოვნებაში ეგვიპტელთა ტრადიციები. ისინი ამტკიცებდნენ, რომ სამყაროში სუფევს საყოველთაო კანონზომიერება, მშვენიერის არსი კი მდგომარეობს მკაცრ წესრიგში, სიმეტრიაში, მთელისა და მისი ნაწილების ჰარმონიაში, სწორ მათემატიკურ თანაფარდობებში.

ბერძნული (და საერთოდ – მსოფლიო) ხელოვნების ერთ-ერთი უმაღლესი მიღწევაა ათენელი მოქანდაკის **ფიდიუსის** (ძვ. წ. 490-430) შემოქმედება. ის იყო ათენში აკროპოლის რეკონსტრუქციის დროს **პერიკლეს** მთავარი თანაშემწე. ფიდიუსის შემოქმედებამ გავლენა მოახდინა მთელი ელინიზმის სამოქანდაკო ხელოვნებაზე. მისი სახეების შექმნა რეალური სამყაროს ღრმა შესწავლაზეა დამყარებული.

ყველაზე ჰარმონიულ თანაფარდობად ფიდიუსი თვლიდა ოქროს კვეთას. ეს ცნება დღესაც ინახავს ფიდიუსის სახელის ხსოვნას, რადგანაც ოქროს კვეთის რიცხვითი მნიშვნელობა აღინიშნება ფიდიუსის სახელის პირველი ასოთი φ. და ეს მნიშვნელობა თავისი აღნაგობით მშვენიერებას წარმოადგენს:

$$\varphi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdot}}}} \qquad \varphi = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}$$

მათემატიკა და ფერწერა

ფერწერაში იმთავითვე, ძველი ბერძნებიდან დაწყებული, გამოიყენებოდა მათემატიკური პროპორციები. **ლეონარდო და ვინჩიმ** მეცნიერულად შეისწავლა ადამიანის სხეულის ნაწილები და ისინი მკაცრად დაუქვემდებარა მათემატიკურ პროპორციებს. ფერწერაში ოქროს კვეთა უმაღლეს დონეზე მნიშვნელოვანი გახდა.

ფერწერაში საპატიო ადგილი დაიკავა, აგრეთვე, სიმეტრიის ყველა სახემ: ცენტრალურმა, ღერძითმა, სარკულმა.

მხატვართა ყურადღება გამოსახულებათა უცნაურმა თვისებებმა მიიპყრო და მათ ხშირად შეიძლება შევხვდეთ ფერწერულ ტილოებში. ეს უცნაური თვისებები ოთხი სახისაა:

- **არაცალსახა,** როცა საგანი შეიძლება დავინახოთ ხან შიგა, ხან გარე მხრიდან.
- **პარადოქსალური,** როცა სურათზე საგანი მოცემულია როგორც ბრტყელი, სინამდვილეში იგი სამგანზომილებიანია.
- **განუსაზღვრელი,** მაგალითად, როცა ვუყურებთ ხეს, არ ჩანს, როგორაა განლაგებული მისი ტოტები.
- **ილუზორული,** როცა სურათის მხილველი ტყუვდება მხატვრის ხელოვნებით. ადგილი აქვს მხედველობის მცდარობას.

გეომეტრიული ფორმები

მეცხრამეტე საუკუნის შუაწლებიდან ფერწერამ, გრაფიკამ, სკულპტურამ გადაუხვია ნატურალისტურ ტრადიციებს და წავიდა იმ გზით, რომელშიც სურათის პირდაპირი აღქმა მიუწვდომელი იყო. წარმოიშვა უამრავი მიმართულება, რომელთა შორის ავანგარდული გახდა კუბიზმი. მისი ერთ-ერთი მთავარი ფუძემდებელი **პაბლო პიკასო** იყო და აქ მთავარ როლს ფიგურათა გეომეტრიული სილამაზე თამაშობდა. კუბიზმმა პირველ პლანზე წამოსწია სიბრტყეზე მოცულობითი ფორმის კონსტრუირება, მარტივი მდგრადი გეომეტრიული ფორმების გამოვლენა (კუბი, კონუსი, ცილინდრი, სფერო), რთული ფორმების დაშლა სიბრტყეზე. ასეთ სურათებში გეომეტრიზირებულია ყველაფერი, მათ შორის ადამიანის სხეულის ნაწილები: თავი, ხელები, ფეხები და სხვ. ისინი გეომეტრიულ ფიგურათა აბსტრაქტული ფორმებითაა გამოსახული. კუბიზმმა საფუძველი დაუდო მეოცე საუკუნის მრავალ მოდერნისტულ მიმართულებას.

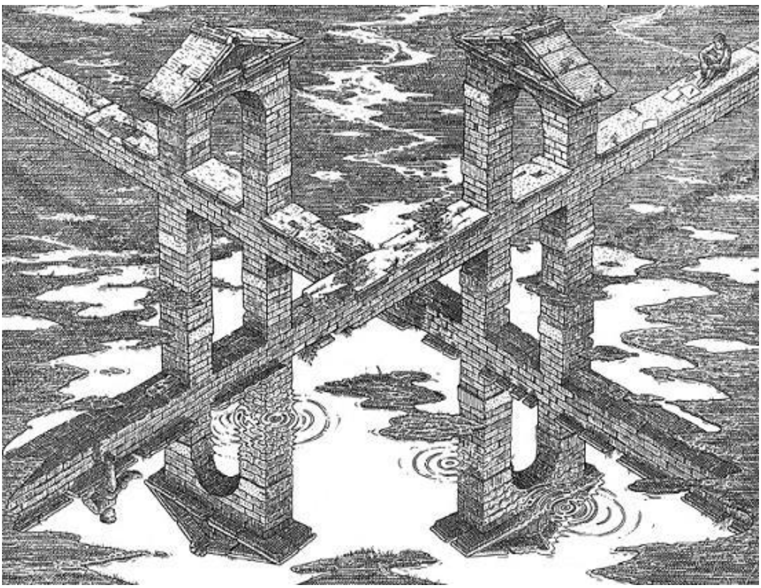
პერსპექტივა – ფერწერის გეომეტრია

პერსპექტივის შესახებ დეტალურად გვქონდა საუბარი ზემოთ. **ლეონარდო და ვინჩის** სიტყვებია: „პერსპექტივის ყველა პრობლემა შეიძლება აიხსნას მათემატიკის ხუთი ტერმინის საშუალებით: წერტილი, წრფე, კუთხე, ზედაპირი და სხეული“. მას ეკუთვნის, აგრეთვე, შემდეგიც: „პერსპექტივა არის ფერწერის საჭე“.

მას შემდეგ შეიქმნა პერსპექტიული აგების მრავალი მეთოდი და ხერხი, რომელთა მეშვეობითაც ზუსტად შეიძლება სიბრტყეზე გამოისახოს ნებისმიერი საგანი ნებისმიერი

მობრუნებით, სურათის სიღრმეში ნებისმიერი ჩაძირვით და ეს ყოველივე – ნებისმიერი ხედვის წერტილიდან.

დღეს არსებობს პერსპექტივის მრავალი სხვა სახეც. მათ შორის აღსანიშნავია პერსპექტივის ის სახე, რომელშიც იხატება შეუძლებელი ფიგურები. ეს ფიგურები პერსპექტივაში ისეა გამოსახული, რომ პირველი შეხედვით ჩვეულებრივ ფიგურებად ჩანან, მაგრამ დაკვირვებული თვალი უცებ შეამჩნევს, რომ ასეთი ფიგურები არ შეიძლება არსებობდეს. მაგალითისათვის თანამედროვე უნგრელი მხატვრის – **იშტვან ოროსის** სურათიც კმარა:



სურათზე გამოსახულია ხიდები, რომლებიც სამგანზომილებიან სივრცეში არ შეიძლება არსებობდეს

მასწავლებლის როლი მოსწავლეთა მიერ მათემატიკური სილამაზის აღქმაში

მათემატიკური სილამაზის აღქმა მხოლოდ მათემატიკის მეშვეობით – შესანიშნავი და მშვენიერია, მაგრამ ეს აღქმა უფრო ეფექტური, გამომხატველობით-ზემოქმედებითი ძალის მქონე და აღზევებული იქნება, თუ იგი ორგანულად დაუკავშირდება ხელოვნების ქმნილებათა სილამაზის აღქმას. აქ საუბარია მათემატიკისა და ხელოვნების შინაგანი, სიღრმისეული ურთიერთკავშირის ესთეტიკური იდეალების ძიების შესახებ. ასეთი ძიება მოსწავლისათვის მიუწვდომელია, თუ მთელი შესაბამისი პედაგოგიური საქმიანობა ზუსტად და გონივრულად არ იქნება დაგეგმილი მასწავლებლის მიერ. ამ საქმეში მასწავლებლის როლი უდიდესია. მასწავლებელი არის შუამავალი მოსწავლესა და ხელოვნების უკიდეგანო და მშვენიერ სამყაროს შორის. მისი პედაგოგიური ამოცანა მდგომარეობს ხელოვნების შემეცნების ისეთ ორგანიზებაში, რომელიც ხელს შეუწყობს მოსწავლეს საკუთარი სულიერი ძალების ბუნებრივ და ორგანულ გამოვლენაში.

მასწავლებლის მოვალეობაა არა მარტო ხელოვნების შესახებ მოსწავლეთა განცალკევებული, დაქსაქსული ცოდნის სისტემატიზირება, არამედ, აგრეთვე, – მუშაობის ისე წარმართვაც, რომ უზრუნველყოფილი იყოს მოსწავლეთა მიერ ახალი ცოდნის შეთვისება, გრძნობითი გამოცდილების მიღება და ესთეტიკური განცდა. ეს მუშაობა უნდა იყოს სისტემური, თანამიმდევრული, ამიტომ აუცილებელია მისი პედაგოგიური დაგაგმარება.

უმცროსკლასელის ესთეტიკური აღზრდის დაგეგმარებისას საჭიროა, გათვალისწინებულ იქნას შემდეგი ეტაპები:

- უპირველეს ყოვლისა, პედაგოგიური გარემო უნდა შეფასდეს ესთეტიკური აღზრდის მიზნების თვალსაზრისით: აღვზარდოთ ჰუმანური, ყოველმხრივ განვითარებული პიროვნება. ზოგადი მიზანი რეალიზებული უნდა იქნეს კერძო მიზნებში. მიზნების ფორმულირება ახდენს საქმიანობის პროგნოზირებას, ხელს უწყობს შრომის მსვლელობისა და მისი შედეგების დანახვას. კერძო მიზნების განსაზღვრა აადვილებს მოქმედებათა სისტემის ფორმირების შესაძლებლობას, მიზანშეწონილი მეთოდებისა და საშუალებების შერჩევას. თუ ზოგადი მიზანი არ იქნება დანაწევრებული კერძო მიზნებად, მაშინ ეს გააძნელებს გონებრივ და პრაქტიკულ საქმიანობას, გაწირავს მას სტიქიურობისათვის.
- მუშაობა სწორად უნდა იქნეს გათვლილი სივრცესა და დროში. ერთი საქმეა მეცადინეობის ჩატარება საკლასო ოთახში, მაგრამ სულ სხვაა მისი ჩატარება მუზეუმში ან სხვაგან.
- საჭიროა განცალკევებული ამოცანებისგან ერთმთლიანი სისტემის შექმნა, მაგრამ უნდა განისაზღვროს ამ სისტემის ჩარჩოები. უნდა იქნეს გათვალისწინებული შესაძლო ფაქტები, აიწონ-დაიწონოს მოსწავლეთა ძალები და შესაძლებლობები, მასწავლებლის შესაძლებლობები და სხვ.
- უნდა იქნეს გათვალისწინებული მოსწავლეთა ინდივიდუალური და ასაკობრივი შესაძლებლობები, მათი პოტენციალი.

მასწავლებელმა არ უნდა დაივიწყოს, რომ წარმატება მის შემოქმედებითობაზე ბევრადაა დამოკიდებული.

თავი მეცხრე

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკის განვითარების მოკლე ისტორიული მიმოხილვა

საქართველო ძველთაგანვე ეზიარა აღმოსავლურ და დასავლურ კულტურულ მიმდინარეობებს. იგი, ამიერკავკასიის სხვა ქვეყნებთან ერთად, აქემენიდური ხანიდან მოყოლებული, ძლიერი მეზობელი სახელმწიფოების ყურადღების ცენტრში იდგა. ქართველი ფილოსოფოსები ცნობილნი იყვნენ როგორც საქართველოში, ისე წინა აზიურ თუ ბერძნულ სამყაროში.

განათლების სფეროში საქართველოს საუკეთესო ტრადიციები საყოველთაოდ იყო განთქმული. მსოფლიო იცნობდა ფაზისის ფილოსოფიისა და რიტორიკის სკოლას კოლხეთში (III საუკუნე), გელათისა და იყალთოს აკადემიებს (XII საუკუნე), სამონასტრო-საგანმანათლებლო ცენტრებს პალესტინაში (V საუკუნე), სირიაში (VI საუკუნე), საბერძნეთში (X-XI საუკუნეები), ბულგარეთში (XI საუკუნე). მაგრამ შემდგომი პოლიტიკურ-ეკონომიკური დაუძლურებისა და ბოლოს რუსეთის კოლონიად გადაქცევის შედეგად რამდენიმე საუკუნის განმავლობაში აღარ გააჩნდა ეროვნული უმაღლესი სასწავლო დაწესებულება.

როგორც ცნობილია, რომის იმპერიაში ძვ. წ. მეორე-პირველ და ახ. წ. პირველ-მეორე საუკუნეებში არსებული რიტორიკული სკოლების სასწავლო პროგრამებში გარკვეული მოცულობით შედიოდა მათემატიკა (კერძოდ – არითმეტიკა). **კოლხეთის რიტორიკული სკოლა,** რომელიც ახ. წ. მე-3

საუკუნეშიც არსებობდა, თავისი შინაარსითა და მიზანდასა-ხულობით ძველბერძნული და, კერძოდ, რომაული რიტო-რიკული სკოლებისაგან ბევრად არ უნდა ყოფილიყო განს-ხვავებული. თემისტიოსის ცნობით, ამ სკოლაში სწავლობ-და საბერძნეთიდან ჩამოსული ახალგაზრდობაც.

ე. ი. საქართველოში არითმეტიკა უძველესი დროიდან უნდა ყოფილიყო სწავლების საგანი. მათემატიკა ისწავლე-ბოდა **გელათისა** და **იყალთოს** აკადემიებში, სხვაგანაც.

სამწუხაროდ, საქართველოს ტრაგიკული ისტორიის ქარცეცხლიანმა საუკუნეებმა „აღგავა პირისაგან მიწისა“ ყო-ველი საბუთი, რომლის მიხედვითაც ზუსტად შეგვეძლო გვემსჯელა: საქართველოში სად ისწავლებოდა მათემატიკა, რა მოცულობით და რომელი სახელმძღვანელოებით.

აღორძინების ხანის ყველაზე შემოქმედებითი ეტაპი იყო პერიოდი, როცა **ვახტანგ მეექვსე** გარშემორტყმული იყო „სწავლული კაცებით“ და კულტურულ საქმიანობას ეწეო-და. მიზანი იყო – გადაერჩინათ ის კულტურული მემკვიდ-რეობა, რაც წარყვნა და გაანადგურა მონღოლების, ყიზილ-ბაშებისა და ოსმალების შემოსევებმა, შეევსოთ ეს მემკვიდ-რეობა ახალი მონაცემებით და ჩაეყენებინათ ხალხის სამსა-ხურში.

განათლების დარგში ეს საქმე ჯერ კიდევ **არჩილმა** და-იწყო.

განსაკუთრებული ინტენსივობით დაიწყეს არა მარტო ადრე არსებული სახელმძღვანელოების აღდგენა, არამედ – ახალი სახელმძღვანელოების შედგენაც.

ვახტანგ VI-ის შემდეგ ეს საქმე **ანტონ პირველმა** განა-გრძო.

არითმეტიკის შემორჩენილი ხელნაწერი სახელმძღვანელოები ამჟამად მუზეუმშია დაცული. ესენია:

- უცნობი ავტორი, 1737 წ. (გადმოქართულებული მაგნიცკის სახელმძღვანელო);
- უცნობი ავტორი (ალბათ, ორიგინალური. იოანე ბატონიშვილის კოლექცია);
- დიმიტრი ციციშვილი (თარგმანი ფრანგულიდან);
- უცნობი ავტორი (პეტრე უმიკაშვილს ჩაუბარებია მუზეუმისთვის).

დაბეჭდილი სახელმძღვანელოები გვხვდება მე-19 საუკუნის მეორე ნახევრიდან:

- მიხეილ ყიფიანი და ვახტანგ თულაშვილი, 1862 (გადმოქართულებული ფოგელის არითმეტიკა);
- ივანე როსტომაშვილი, 1876;
- მიხეილ ყიფიანი, 1884;
- რაჟდენ ჯაჯანაშვილი, 1886 (განიცდის გრუბეს მეთოდის გავლენას);
- ანტონ ნატროშვილი, 1889 (შედგენილია მოქმედებათა შესწავლის მეთოდით);
- ეგნატე ხრამელაშვილი, 1906;
- სიმონ ოცხელი, 1920.

როგორც ჩანს, არითმეტიკის რევოლუციამდელი ქართული ხელნაწერი თუ დაბეჭდილი სახელმძღვანელოების ავტორები საფუძვლიანად იცნობდნენ არა მარტო რუსი მეთოდისტების იდეებსა და მათ სახელმძღვანელოებს, არამედ საზღვარგარეთელი პედაგოგ-მეთოდისტების ნაწერებსაც. მაგრამ მთავარი ისაა, რომ ქართული მეთოდიკური აზროვნება, 1801 წლიდან, მას შემდეგ, რაც მეფის რუსეთმა

გეორგიევსკის ტრაქტატი დაარღვია და საქართველოს გარუსების პოლიტიკას მიმართა, მთლიანად ვითარდებოდა რუსული მეთოდიკური ტრადიციების მიხედვით. რუსეთში კი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკას თავისი ისტორია ჰქონდა. და იგი ქართული მეთოდიკის წინაისტორიადაც შეიძლება ჩავთვალოთ, რადგანაც, გარკვეული გაგებით, ქართული მეთოდიკა მემკვიდრეა მისი.

როგორც ცნობილია, VIII-IX საუკუნეების მიჯნაზე შეიქმნა ევროპაში ერთ-ერთი უძლიერესი ადრეფეოდალური სახელმწიფო – კიევის რუსეთი. ძლიერი პოლიტიკური კავშირის შექმნამ გამოიწვია კიევის რუსეთში კულტურისა და განათლების ამაღლება, აღზრდისა და სწავლების ახალი ფორმების ძიება. ამას დაემატა ისიც, რომ 988 წელს ბიზანტიიდან შემოვიდა ქრისტიანობა და იგი სახელმწიფო რელიგიად იქცა. შენდებოდა ეკლესიები და მონასტრები.

სახელმწიფოს მცოდნე ხალხი სჭირდებოდა.

სხვადასხვა ქალაქის მთავრები ეკლესიებსა და მონასტრებთან ხსნიდნენ სკოლებს. სმოლენსკის მთავარმა რომან როსტისლავოვიჩმა დააარსა მრავალი სკოლა. იაროსლავ ოსმომისლმა (XIII ს.) დააარსა სასწავლებლები და დაავალა მღვდლებს, ესწავლებინათ ბავშვებისათვის. მსგავსი სკოლებისა და სასწავლებლების გვერდით მომდევნო საუკუნეებში, იხსნებოდა ე. წ. „გაძლიერებული სკოლები“, სადაც ისწავლებოდა არითმეტიკა (ოთხი არითმეტიკული მოქმედება).

მაგრამ არითმეტიკის სწავლების მეთოდები და ხერხები დიდი ხნის განმავლობაში ინტუიციის შედეგი იყო. ძალზე დიდი დრო და მრავალსაუკუნოვანი გამოცდილება დას-

ჭირდა არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკის ჩამოყალიბებას. რუსეთში არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკას (დაწყებითი სკოლებისათვის) საფუძველი ჩაეყარა მე-18 საუკუნის ბოლოს.

მე-18 საუკუნე – გვიანი ფეოდალიზმის პერიოდი იყო, რუსეთის ეკონომიკაში არსებითი ძვრები ხდებოდა და სწრაფად ვითარდებოდა ფულად-სასაქონლო მიმართებანი. რუსეთში ჩამოყალიბდა აბსოლუტური მონარქია. აბსოლუტური მონარქიისა და ძლიერი სახელმწიფო აპარატის შექმნამ, მრეწველობისა და ვაჭრობის ზრდამ, რეგულარული არმიისა და ფლოტის მშენებლობამ მოითხოვა კვალიფიცირებული კადრების მომზადებისა და საგანმანათლებლო რეფორმების აუცილებლობა. გაიხსნა სკოლები, რომლებიც ამზადებდა კადრებს არმიის, ფლოტის, მრეწველობისა და ვაჭრობისათვის.

ერთ-ერთი პირველი და ყველაზე უკეთესი სკოლა, რომელიც **პეტრე პირველის** ბრძანებით გაიხსნა მე-18 საუკუნის დასაწყისში, იყო „მათემატიკური და სანავიგაციო მეცნიერების სკოლა“, რომელიც ამზადებდა სხვადასხვა სპეციალისტს, მათ შორის მასწავლებლებსაც. ამ სკოლაში ღებულობდნენ მოზარდებს 13-დან 18 წლამდე, მაგრამ, რადგანაც ბევრ მათგანს არც კითხვა შეეძლო და არც თვლა-ანგარიში, ამიტომ გაიხსნა ორი დაწყებითი კლასი, სადაც ასწავლიდნენ კითხვას, წერასა და თვლა-ანგარიშს. სინამდვილეში ეს იყო „მათემატიკური და სანავიგაციო მეცნიერების სკოლისათვის“ უცოდინარ ბავშვთა მოსამზადებელი კლასები და ამიტომ აქ არ იყო აუცილებლობა, გამოეყენებინათ ლ. ფ. მაგნიცკის სახელმძღვანელო, რომლითაც არითმეტიკა შე-

ისწავლებოდა „მათემატიკური და სანავიგაციო მეცნიერების სკოლაში“.

ლეონტი ფილიპეს ძე მაგნიცკი (1669–1739) თვითონ ასწავლიდა ამ სკოლაში და მოსწავლეთათვის მან შეადგინა არითმეტიკის სახელმძღვანელო „არითმეტიკა, რომელ არს გამოანგარიშების მეცნიერება“, რომელიც დაიბეჭდა 1703 წელს მოსკოვში.

მაგნიცკის „არითმეტიკა“ გათვალისწინებული იყო მოზრდილი მოსწავლისათვის და, როგორც ეს ბუნებრივია, იმ დროისათვის, ატარებდა დოგმატურ ხასიათს. მისი შინაარსის შესწავლისას მოსწავლე ძირითადად უნდა დაყრდნობოდა მახსოვრობას. ამოცანის ამოხსნაც კი მოცემული იყო მზამზარეულ ფორმაში და საჭირო იყო მისი დაზეპირება, დამახსოვრება. მიუხედავად ამისა, ეს წიგნი მე-18 საუკუნის დასაწყისისათვის რუსეთში წარმოუდგენელი ნაბიჯი იყო წინ და იგი რუსეთს ემსახურა მე-18 საუკუნის მთელი პირველი ნახევარი.

დაწყებითი სკოლებისათვის, რომლებიც გაიხსნა „მათემატიკური და სანავიგაციო მეცნიერების სკოლაზე“ გვიან, გაამარტივეს მაგნიცკის „არითმეტიკა“. გაამარტივეს ენა და შემოიღეს თხრობის კითხვა-პასუხის ფორმა (სახელმძღვანელო „არითმეტიკისათვის“, 1783; მ. მემორსკი „მოკლე არითმეტიკა“, 1794 და სხვ.). მაგრამ ეს გამარტივება ნაკლებად სასარგებლო იყო. ასეთი სწავლებით, მართალია, ბავშვები ღებულობდნენ ზოგიერთ არითმეტიკულ ჩვევას, მაგრამ შეგნებულ სწავლებაზე ლაპარაკი ზედმეტი იყო.

მე-19 საუკუნის მიჯნაზე ევროპაში ფართოდ გაიშალა მუშაობა არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკის პრინციპულ

საკითხებზე. **იან ამოს კომენსკისა** და **ჟან-ჟაკ რუსოს** პედაგოგიური იდეების საფუძველზე შვეიცარიელმა პედაგოგმა **ჰენრიხ ჰესტალოციმ** (1746–1827) დაამუშავა არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკა. მისი მიზანი იყო _ სასკოლო სწავლება გაეთავისუფლებინა დოგმატიზმისაგან. პესტალოციმ შესანიშნავად გამოიყენა სწავლების დიდაქტიკური პრინციპები, შეცვალა არითმეტიკის სწავლების ტრადიციული თანამიმდევრობა, ცალკე კონცენტრად გამოყო პირველი ასეული და გაცილებით გააადვილა არითმეტიკის შესწავლა, მაგრამ პესტალოცის მეთოდიკას მრავალი უარყოფითი მხარეც ჰქონდა. საინტერესოა, თვალ-ყური მივადევნოთ პესტალოცის იდეებს.

ჰენრიხ პესტალოცი.

იგი სამართლიანად ითვლება არითმეტიკის მეთოდიკის ფუძემდებლად დასავლეთ ევროპაში. მისი თხზულებები *„თვალსაჩინოების ანბანი ანუ ზომათა მიმართების სწავლება“* და *„რიცხვით მიმართებათა თვალსაჩინო სწავლება“* მეთოდიკისაკენ შესანიშნავ გზამკვლევს წარმოადგენს. ამ წიგნების რუსული თარგმანი მოსკოვში 1806 წელს გამოჩნდა. 1810 წელს რუსეთში ჩამოვიდა პესტალოცის უახლოესი თანამშრომელი პასტორი იოჰან ფონ-მურალტი, რომელმაც 1811 წელს რეფორმატულ ეკლესიასთან გახსნა პესტალოცის იდეების გამტარებელი სასწავლებელი, რომელიც მალე სანიმუშო სასწავლებლად იქცა. ამ სასწავლებელში პესტალოცის მეთოდიკის ფონზე გაღმერთებული იყო თვალსაჩინოება, როგორც „ყველა შემეცნების ერთადერთი ფუნდამენტი“.

პესტალოცის შედგენილი ჰქონდა სპეციალური ცხრილები, რომელთა მიხედვით იძლეოდა სავარჯიშოებს. პეს-

ტალოცი მოითხოვდა: ბავშვმა რომ მიაღწიოს გონებრივი ძალების გარკვეულ საფეხურს, რომელიც განაპირობებს მოცემულ კითხვებზე სწორ პასუხებს, იგი ვალდებულია, შეასრულოს ყველა სავარჯიშო, პირველიდან ბოლოს ჩათვლით. ამასთან, არასოდეს არ უნდა გადავიდეს იგი სავარჯიშოდან მომდევნოზე მანამ, სანამ წინა სავარჯიშოში არ მიაღწევს უპირობო უნარებს, ან, სანამ ჭვრეტა, რომელსაც ეფუძნება პასუხები ყოველ კითხვაზე, არ მიაღწევს წარუშლელ შეგნებულობას.

პესტალოცის სავარჯიშოებში თვლის ათობითი სისტემა უყურადღებოდაა დატოვებული; ცნება რიცხვის შესახებ მიიღწევა ჭვრეტით; სახელდებული რიცხვებით გამოანგარიშებები არ არის; მოქმედებები, როგორც განსაკუთრებული ოპერაციები, ადგილს ვერ პოულობენ. მათში აშკარად არაა საკმარისი საშუალებები, რომლებსაც შეუძლიათ გონებრივ ძალთა განვითარება; არ არის კერძო შემთხვევების მიყვანა ზოგად წესამდე, არა აქვს ადგილი განზოგადებას.

მეცხრამეტე საუკუნის მეორე ნახევარში გერმანელი პედაგოგი **კნილინგი** წერდა: „ერთეულების ცხრილის მიხედვით აგებული სავარჯიშოები მიეკუთვნება ყველაზე შემზარავს, საოცარს, ახირებულსა და საკვირველს, რაც კი ოდესმე არსებულა სწავლების მეთოდიკაში“.

პესტალოცი იყო ისტორიაში პირველი პედაგოგი, რომელმაც დაწყებით სკოლაში შემოიღო გეომეტრიის ელემენტები.

კონსტანტინ უშინსკი მოსწავლეთა შესაძლებლობებისა და სულიერი ძალების განმტკიცების შესახებ პესტალოცის შეხედულებებში ხედავს პრაქტიკულ და ძლიერ იდეას, მაგ-

რამ სწავლების სისტემაში ამჩნევს „გენიოსის გულუბრყვილო, ბავშვურ არაპრაქტიკულობას“.

საქმისადმი ჭეშმარიტი სიყვარულით, კაცობრიობის ნათელ მომავალზე ოცნებით პესტალოციმ მიიპყრო მთელი დასავლეთ ევროპის პედაგოგიური სამყაროს საუკეთესო წარმომადგენელთა ყურადღება. დიდი შვეიცარიელი პედაგოგის სისტემის ფილოსოფიური საფუძვლები ამოდის კანტის ტრანსცენდენტალური ფილოსოფიიდან, რომელიც გვასწავლის, რომ ადამიანის გრძნობითი უნარი ქმნის აღქმათა ქაოსს, მაგრამ ეს ქაოსი წესრიგდება ჭვრეტის სუბიექტური ფორმების მეშვეობით.

გერმანიაში პესტალოცის მეთოდიდან აღმოცენდა *„გრუბეს მეთოდი“* და *„რიცხვითი ფიგურების მეთოდი“.*

შემდგომ მეთოდიკის განვითარება ევროპაში წარიმართა ორი გზით. საფუძველი ჩაეყარა ორ მიმართულებას მეთოდიკაში. **პირველი** მიმართულების, რომელსაც მოგვიანებით **„გრუბეს მეთოდი“** დაერქვა, ფუძემდებელი იყო **იოსიფ შმიდი**, პესტალოცის თანამშრომელი. **მეორე** მიმართულების ფუძემდებელი იყო **ადოლფ დისტერვეგი** (1790–1866). მან არითმეტიკული მასალა განალაგა კონცენტრების მიხედვით. ავითარებდა რა იმ დადებითს, რაც პესტალოცის ჰქონდა, დისტერვეგმა დაადგინა მთელი რიცხვების შესწავლის შემდეგი ეტაპები: პირველი ათეული, მეორე ათეული, პირველი ასეული, მრავალნიშნა რიცხვები. ყოველ კონცენტრში, დისტერვეგის მიხედვით, შეისწავლებოდა არა რიცხვის შედგენილობა, არამედ მოქმედებანი ერთმანეთის თანამიმდევრობით. ამით საფუძველი ჩაეყარა იმ მეთოდს, რომელსაც გვიან **„მოქმედებათა შესწავლის მეთოდი“** ეწოდა.

ევროპაში შექმნილი მოწინავე პედაგოგიური იდეები გადმოვიდა რუსეთში. ამ საქმეში პირველი წვლილი მიუძღვის **პ. ს. გურევს** (1807–1887). მან გამოიყენა პესტალოცისა და დისტერვეგის მოწინავე იდეები და შექმნა არითმეტიკის სწავლების პირველი მეთოდიკა რუსეთში, დაამუშავა ამ მეთოდიკის როგორც თეორიული, ისე პრაქტიკული საფუძვლები. პ. ს. გურევის სახელმძღვანელოების მიხედვით არითმეტიკა უნდა შესწავლილიყო სამი კონცენტრის ფარგლებში: პირველი ათეული, პირველი ასეული და მრავალნიშნა რიცხვები. ამ სახელმძღვანელოებში დამუშავებული იყო როგორც ნუმერაციის, ისე მოქმედებათა შესწავლის მეთოდიკა კონცენტრების მიხედვით, ასევე, ზეპირი და წერითი გამოთვლების სწავლების საკითხები.

სამწუხაროდ, პ. ს. გურევის შრომა სათანადოდ ვერ შეაფასეს მისმა თანამედროვეებმა, ამას დაემატა ისიც, რომ პ. ს. გურევმა ვერ შეადგინა მოსწავლეთათვის შესაფერისი სახელმძღვანელოები და ამიტომ პ. ს. გურევის იდეები დაწყებითი სკოლის პრაქტიკაში არ შესულა. ტრადიციული სქოლასტიკური იდეები ძველი და უვარგისი იყო, ახალი იდეები, როგორც აღვნიშნეთ, სკოლაში ვერ შევიდა და, ამის გამო, დაწყებით სკოლაში ადგილი დაიკავა გერმანელ მეთოდისტ **ა. ვ. გრუბეს** მონოგრაფიულმა მეთოდმა, რომელიც რუსეთში ოდნავ გადაკეთებული სახით მოიტანა **ვ. ა. ევტუშევსკიმ** (1836-1888), 1860 წელს. გრუბეს მეთოდის მიხედვით ცალ-ცალკე უნდა შესწავლილიყო ყოველი რიცხვი 1-დან 1000-მდე, რადგანაც ყველა რიცხვს გააჩნია თავისი ინდივიდუალური თვისებები და, როგორც თვითონ ამბობდა, თუ ეს რიცხვები ბავშვმა შეისწავლა, მას არითმე-

ტიკა ეცოდინება. მხოლოდ, ეს შესწავლა დამყარებული იყო რიცხვის შედგენილობის დაზეპირებაზე, დამახსოვრებაზე.

გრუბეს მეთოდის მიხედვით მოსწავლეებს გამოთვლის ხერხებს არ ასწავლიდნენ. სასწავლო მასალა განლაგებული იყო არა მოქმედებათა მიხედვით, არამედ რიცხვების მიხედვით. ოთხივე მოქმედება განიხილებოდა თითოეული რიცხვის შესწავლისას. ვ. ა. ევტუშევსკის სახელმძღვანელომ გრუბეს მონოგრაფიულ მეთოდს პოპულარობა მოუპოვა. თუმცა, ვ. ა. ევტუშევსკის ეს მეთოდი, როგორც ვთქვით, ოდნავ შეცვლილი ჰქონდა. იგი თვლიდა, რომ საჭირო იყო 1-დან 20-მდე ყველა რიცხვის შესწავლა, ხოლო 100-ის ფარგლებში საკმარისი იყო შეესწავლათ ის რიცხვები, რომელთაც მრავალი გამყოფი ჰქონდა. 100-ის ზევით რიცხვების შესწავლას ვ. ა. ევტუშევსკი აუცილებლად არ მიიჩნევდა. გრუბეს მეთოდით კი 100-მდე ყველა რიცხვი ყოველმხრივ შეისწავლებოდა.

მაგრამ ძირითადი განსხვავება გრუბესა და ევტუშევსკის მეთოდებს შორის მაინც სხვა იყო. გრუბე თვლიდა, რომ რიცხვის იდეა მემკვიდრეობითია და მხოლოდ ხელი უნდა შევუწყოთ მის განვითარებას. ევტუშევსკი კი გამოდიოდა იქიდან, რომ რიცხვის ცნება შეიძლება ფორმირებულ იქნას მხოლოდ კონკრეტულ რაოდენობებზე მრავალჯერადი დაკვირვებით.

გრუბე-ევტუშევსკის მეთოდი დიდხანს ბატონობდა რუსულ დაწყებით სკოლაში. ვერც თვით პ. ს. გურევმა და ვერც მონოგრაფიული მეთოდის სხვა მოწინააღმდეგეებმა ვერ შეძლეს დაემტკიცებინათ ამ მეთოდის მეცნიერული უსუსურობა. ეს გააკეთა **ა. ი. გოლდენბერგმა** (1837-1902). მან

არა მარტო უარყო მონოგრაფიული მეთოდი, არამედ პ. ს. გურევის იდეების საფუძველზე შექმნა შესანიშნავი სახელმძღვანელოები, რომლებმაც სკოლიდან გამოდევნეს ევტუშევსკის ამოცანათა კრებულები. გოლდენბერგმა განავითარა პ. ს. გურევის იდეები და სკოლაში **„მოქმედებათა შესწავლის მეთოდის“** გამტარებელი გახდა.

გოლდენბერგის გვერდით და მის შემდეგ მუშაობდა შესანიშნავი მეთოდისტების მთელი პლეადა, რომელთა შორის აღსანიშნავია **ს. ი. შოხორ-ტროცკი** (1853–1923), რომელმაც შექმნა **„მიზანშეწონილ ამოცანათა მეთოდი“.**

უნდა აღინიშნოს, რომ მონოგრაფიული მეთოდის რესტავრაცია სცადა დ. ლ. ვოლკოვსკიმ, რომელიც თხოულობდა რიცხვების შესწავლას მხოლოდ ათეულების ფარგლებში. მონოგრაფიული მეთოდი მეორე ათეულის რიცხვების მიმართ გამოყენებულია ს. ვ. ზენჩენკოსა და ვ. ლ. ემენოვის ამოცანათა კრებულში, რომელიც დაიბეჭდა 1926 წელს.

ამ დროისათვის მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა უკვე გაყოფილი იყო ორ ნაწილად: **ზოგად** და **კერძო** მეთოდიკად. მათემატიკის სწავლების ტრადიციული მეთოდიკის ზოგად ნაწილს ეძახდნენ თეორიულს, კონცეპტუალურს და მასში განიხილებოდა ძალზე ზოგადი საკითხები. კერძო (სპეციალური) მეთოდიკა ატარებდა ნორმატიულ ხასიათს და მას ზოგჯერ ეძახდნენ რეცეპტურულს, მასში მასწავლებელთათვის მოცემული იყო სასწავლო მასალის დამუშავების „რეცეპტები“.

ოქტომბრის სოციალისტური რევოლუციის შემდეგ ძირეულად შეიცვალა თვით არითმეტიკის სწავლება და მისი მეთოდიკის მეცნიერული მიმართულება. თანდათანობით

არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკა მეცნიერულ დონეზე ავიდა. მისი საფუძველი გახდა სასწავლო შემეცნების ლოგიკა, ბავშვის ფსიქოლოგიური და ასაკობრივი თავისებურებანი და ა. შ., რაც, აგრეთვე, თანდათანობით დადგინდა პედაგოგიური და ფსიქოლოგიური ექსპერიმენტების საშუალებით.

საქართველოში საბჭოთა ხელისუფლების დამყარების შემდეგ სასკოლო სწავლების ახლად ჩამოყალიბებული იდეური მიმართულების შესაბამისად ძირეულად იცვალა სახე არითმეტიკის პროგრამებმა და სახელმძღვანელოებმა, მაგრამ ეს პროგრამები იმთავითვე დახვეწილი არ იყო.

საინტერესოა, თვალი გადავავლოთ ამ პროგრამების ცვლილების ძირითად სურათს.

პირველი პროგრამები 1921 წელს გამოქვეყნდა. დაწყებითი სკოლის არითმეტიკის პროგრამები ძირითადად შემდეგი საკითხების სწავლებას ითვალისწინებდა:

- ***I კლასი.*** *ოთხი არითმეტიკული მოქმედება 100-ის ფარგლებში. გამრავლების ტაბულა. გამრავლების გადანაცვლებადობის თვისება. გამრავლებისა და გაყოფის შემოწმება. ოთხმოქმედებიანი ამოცანების ამოხსნა. უმარტივესი წილადები: 1/2, 1/4, 1/3.*
- ***II კლასი****. ოთხი არითმეტიკული მოქმედება 1000-ის ფარგლებში. მოქმედებანი სახელდებულ და განყენებულ რიცხვებზე. წილადები: 1/16, 1/6, 1/12, 1/5, 1/10.*
- ***III კლასი.*** *ოთხი არითმეტიკული მოქმედება მრავალნიშნა რიცხვებზე. რიცხვთა გაყოფადობა. მეტრული ზომების შესწავლა. ტოლმნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება.*

- ***IV კლასი.*** *მოქმედებანი რთულ სახელდებულ რიცხვებზე. ათწილადები, მთელი რიცხვის ნაწილის პოვნა და ნაწილის მიხედვით მთელის მონახვა. წილადების შეკრება და გამოკლება. წილადის მთელზე გამრავლება და გაყოფა.*

1932 წელს შედგენილ იქნა ახალი პროგრამები. მისი მოკლე შინაარსი ასეთია:

- ***I კლასი***. *პირველი ათეული (შეკრება და გამოკლება), მეორე ათეული (ოთხივე მოქმედება). ნუმერაცია 100-ის ფარგლებში. ოთხივე მოქმედება მრგვალ ათეულ-ოცეულებზე.*
- ***II კლასი.*** *ოთხი მოქმედება 100-ის ფარგლებში (ყველა შემთხვევა), შეკრება და გამოკლება 1000-ის ფარგლებში, გამრავლება და გაყოფა 1000-ის ფარგლებში (უმარტივესი შემთხვევები).*
- ***III კლასი.*** *ოთხი მოქმედება 1000-ის ფარგლებში (ყველა შემთხვევაში). ოთხი მოქმედება 1000 000-ის ფარგლებში (ყველა შემთხვევა). ზეპირი ანგარიში – გამრავლება 11-ზე, 9-ზე, 99-ზე.*
- ***IV კლასი***. *გამრავლება და გაყოფა 15-ზე, 125-ზე. ნებისმიერი რიცხვების ნუმერაცია და მათზე მოქმედებანი. ათწილადები. ათწილადების შეკრება და გამოკლება. ათწილადების გამრავლება და გაყოფა მთელ რიცხვზე. პროცენტი. ნებისმიერი რიცხვის ერთი ან რამდენიმე პროცენტის მონახვა. ჩვეულებრივი წილადები. წილადების შეკვეცა, წესიერი და არაწესიერი წილადები. არაწესიერი წილადიდან მთელის გამოყოფა. შერეული რიცხვის გადაქცევა არაწესიერ წილადად. ჩვეულებრივი წილადების შეკრება და გამოკლება (ყველა შემთხვევა). წილადების გამრავლება და გა-*

ყოფა მთელ რიცხვზე. რიცხვის მონახვა მოცემული წილადით.

გეომეტრიული მასალა. *კუბური ზომები. კუბისა და მართკუთხა პარალელეპიპედის პირეულისა და მოცულობის გამოანგარიშება. წრეხაზისა და წრის გაცნობა. წრეხაზის ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, სამკუთხედები. მათი სახეები გვერდებისა და კუთხეების მიხედვით. მართკუთხედისა და მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი.*

მას შემდეგ არითმეტიკის პროგრამები ბევრჯერ შეიცვალა. ამ ცვლილებათა პროცესში პროგრამები უფრო იხვეწება და სრულყოფილი ხდება.

აღსანიშნავია, რომ პროგრამების განმარტებითი ბარათები ყოველთვის დაწერილი იყო მაღალ დონეზე და მასწავლებელთათვის წარმოადგენდა შესანიშნავ მეთოდიკურ სახელმძღვანელოს.

არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკის *პირველი ქართული ორიგინალური* სახელმძღვანელო ეკუთვნის **ათანასე ხარაბაძეს.** ცნობილი მეთოდისტის ამ წიგნის პირველი გამოცემა განხორციელდა 1928 წელს. იმავე დროს **გ. ბურჭულაძის** ავტორობით გამოვიდა მეორე სახელმძღვანელო. 1933 წელს დაიბეჭდა **გ. ვოლკოვსკის** „მთელი რიცხვების მეთოდიკა“ (მთარგმნელი **ი. შტეინბერგი**). 1954 წელს რუსულიდან ითარგმნა **ა. ს. პჩელკოს** „არითმეტიკის სწავლების მეთოდიკა დაწყებით სკოლაში“.

ქართული მეთოდიკური აზროვნების ჩამოყალიბებასა და განვითარებაში ათანასე ხარაბაძის როლი დაუფასებელია.

ათანასე გაბრიელის ძე ხარაბაძე _ გამოჩენილი ქართველი ჰუმანისტ-პედაგოგი, მასწავლებელთა მასწავლებელი, საქართველოში მათემატიკის მეცნიერული მეთოდიკის ფუძემდებელი, მათემატიკაში ქართული ორიგინალური სახელმძღვანელოების ავტორი, ქართული განათლების ერთ-ერთი ბრწყინვალე კორიფე, ჭეშმარიტი მამულიშვილი, _ დაიბადა 1882 წელს სოფელ დიდ ჯიხაიშში.

1898 წელს დიდ ჯიხაიშში დაამთავრა დაწყებითი სკოლა, ხოლო 1903 წელს _ საოსტატო სემინარია და იმავე წელს მასწავლებლად დაინიშნა დიდი ჯიხაიშის ორკლასიან სასწავლებელში, სადაც მუშაობდა 1906 წლამდე.

1907 წელს, ექსტერნის წესით ქუთაისის კლასიკური გიმნაზიის დამთავრების შემდეგ, ჩაირიცხა ხარკოვის უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტზე, რომელიც 1911 წელს პირველი ხარისხის დიპლომით დაამთავრა. უნივერსიტეტის დამთავრების შემდეგ, 1911-1918 წლებში მუშაობდა ხონის საოსტატო სემინარიის მასწავლებლად.

1917-1921 წლებში ათანასე ხარაბაძე ხონის საოსტატო სემინარიის დირექტორად დაინიშნა. იმავდროულად, 1919-1921 წლებში, იგი შეთავსებით ხონის ქალთა გიმნაზიის დირექტორიც გახლდათ.

1921 წლის სექტემბრიდან თბილისში მოღვაწეობს. ჯერ თბილისის მეხუთე შრომის სკოლის დირექტორია, შემდეგ, 1924-1928 წლებში, _ თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებული პედაგოგიური ინსტიტუტის დირექტორის მოადგილე.

1928-1938 წლებში ათანასე ხარაბაძე თბილისის განათლების განყოფილების ინსპექტორია და პედაგოგიური ტექ-

ნიკუმის მასწავლებელი, ხოლო 1936-1967 წლებში, პენსიაზე გასვლამდე, მუშაობს თბილისის სახელმწიფო პედაგოგიურ ინსტიტუტში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის მასწავლებლად.

1966 წელს ათანასე ხარაბაძე გარდაიცვალა.

1970 წელს ჩატარდა მათემატიკის სწავლების საკავშირო რეფორმა და დაწყებით სკოლაში შევიდა ალგებრისა და გეომეტრიის ელემენტები. ამის გამო, სასწავლო საგანს „არითმეტიკის“ ნაცვლად ეწოდა **„მათემატიკა“.**

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკის *მეორე ქართული ორიგინალური* სახელმძღვანელო: „მათემატიკის დაწყებითი სწავლების მეთოდიკა“, რომელიც ახალ პროგრამას შეესაბამებოდა, გამოაქვეყნა ცნობილმა მეთოდისტმა **ალექსანდრე წერეთელმა** 1976 წელს;

1990 წელს გამოვიდა **ჯემალ ჯინჯიხაძის** „დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა“ _ *მესამე ქართული ორიგინალური* სახელმძღვანელო.

მალე ამ სახელმძღვანელოებს დაემატა სამი წიგნი:

1. **ავთანდილ დოგრაშვილი**. დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა, 1997.

2. **ქეთევან ზვიადაძე, თეიმურაზ გიორგაძე.** მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა დაწყებით სკოლაში, 2003,

3. **ზურაბ ვახანია.** მათემატიკის სწავლება დაწყებით კლასებში, 2006.

ამ სახელმძღვანელოებმა კარგი სამსახური გაუწიეს სტუდენტებსა და მასწავლებლებს. მთელი ამ წლების განმავლობაში ქართველი მეთოდისტები და მოწინავე მასწავლებლები სისტემატურად წერდნენ მეთოდიკურ წერილებ-

სა და სტატიებს ქართულ სამეცნიერო პერიოდიკაში, აქვეყნებდნენ ბროშურებს.

მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში შესანიშნავი შრომები იქმნებოდა თბილისის, ქუთაისის, სოხუმის, ბათუმის, ცხინვალის, თელავის, გორის პედაგოგიურ ინსტიტუტებში, ამავე ქალაქებში – მასწავლებელთა დახელოვნების ინსტიტუტებში, სადაც მოღვაწეობდნენ ცნობილი მეთოდისტები. ამ მხრივ განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს საქართველოს იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკის სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტის მათემატიკის სექცია და მისი დიდაქტიკურ-ექსპერიმენტული ლაბორატორია. ამასთან, საოცრად ტრიუმფალური წარმატება ჰქონდა ამ ინსტიტუტში ჩატარებულ **პედაგოგიურ კითხვებს.**

განსაკუთრებითაა აღსანიშნავი **ტერენტი ტყემალაძის, ნინო თოფურიძის, შოთა ბაკურაძის, შოთა იაშვილის, ალექსანდრე წერეთლისა** და მრავალ სხვათა ღვაწლი ქართული მათემატიკურ-მეთოდიკური აზროვნების განვითარების საქმეში. მათ შექმნეს უმდიდრესი მეთოდიკური მემკვიდრეობა.

სასკოლო სახელმძღვანელოების შედგენაში ფრიად წარმატებით მუშაობდნენ: **ათანასე ხარაბაძე, ტერენტი ტყემალაძე, შოთა იაშვილი, შოთა ბაკურაძე, ირინა რუხაძე, ზურაბ ვახანია** და მრავალი სხვა.

გასული საუკუნის 60-იანი წლების ბოლოს და 70-იანი წლების დასაწყისში ცნობილი მეთოდისტი **ნინო თოფურიძე** ხელმძღვანელობდა მათემატიკის სწავლების რეფორმირებისადმი მიძღვნილ ექსპერიმენტებს, ცდას გადიოდა მარკუშევიჩის სახელმძღვანელო მეოთხე-მეხუთე კლასებში.

მასში უმაღლესი წარმატებით მონაწილეობდნენ მოწინავე მასწავლებლები: თბილისელი **დავით გონდაური** და **ალექსანდრე ბუაძე,** ქუთაისელი **არონ თოფჩიაშვილი,** სოხუმელი **ლუიზა გოგავა** და **ჯემალ ჯინჯიხაძე.**

ამავე წლებში პედაგოგიკურ-მეთოდიკური კვალიფიკაციის ასამაღლებლად მოსკოვში სისტემატურად იყვნენ მიწვეულები: თბილისიდან – **ალექსანდრე ხოშტარია** და **ალექსანდრე ფარჯანაძე**, ქუთაისიდან – **იაშა ბაკურაძე,** ბათუმიდან – **ვიქტორ გიორგაძე**, სოხუმიდან – **ჯემალ ჯინჯიხაძე.** მათ ახალი სიტყვა ჩამოჰქონდათ საქართველოში და აქ მათემატიკური განათლების განვითარებას ედგნენ სათავეში.

მთელი ამ წლების განმავლობაში დაწყებითი სკოლის მასწავლებელთა უპირველესი დამხმარე იყო – იმთავითვე ჟურნალი „კომუნისტური აღზრდისათვის“, შემდეგ კი, 1966 წლიდან, ჟურნალი „დაწყებითი სკოლა, სკოლამდელი აღზრდა“. ამ ჟურნალებში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში დაწყებითი სკოლისათვის სისტემატურად აქვეყნებდნენ სტატიებს ცნობილი მეთოდისტები: **ა. ხარაზაძე, ა. წერეთელი, შ. ბაკურაძე, ნ. თოფურიძე, ს. ტყეშელაშვილი, ე. ნატროშვილი, შ. იაშვილი, ი. ბალანჩივაძე, ა. ხელაია, ს. ჯინჯიხაძე, ნ. გეთიაშვილი, ე. დავითაშვილი, ნ. აბაკელია, ჯ. ჯინჯიხაძე** და მრავალი სხვა.

ამჟამად, ახალი სასკოლო რეფორმის პირობებში, უწყვეტად მიმდინარეობს მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების ხარისხობრივად ახალ საფეხურზე აყვანის ეფექტური გზების ინტენსიური ძიება.

ბოლოთქმა

წინამდებარე წიგნში (უფრო სწორად _ შვიდტომეულში) არ არის მოცემული სტუდენტებთან პრაქტიკულ-სემინარული და ლაბორატორიული მუშაობის საკითხები. ეს საკითხები წიგნში რომ ჩაგვერთო, მისი მოცულობა ძალზე გაიზრდებოდა. არადა, ყოველი თეორიულ-მეთოდიკური საკითხის სწავლებისათვის აუცილებელია შესაბამისი პრაქტიკუმი, – პრაქტიკულ-სემინარულ და ლაბორატორიულ მეცადინეობათა ორგანიზება, სადაც გამიზნული შედეგების მისაღწევად ლექტორს მოუწევს, გამოიყენოს სწავლების სხვადასხვა მიდგომები, მეთოდები, სტრატეგიები; მონახოს ახალი ეფექტური გზები და საშუალებები იმის მიხედვით, თუ რა ცოდნის მიღება და უნარ-ჩვევების განვითარება აქვს მიზნად დასახული. ამის გათვალისწინებით, მან უნდა განახორციელოს სტუდენტებისადმი **ინდივიდუალური, კონკურენტული** თუ **კოლაბორაციული** მიდგომა.

განვიხილოთ რამდენიმე ნიმუში.

➢ **პრაქტიკული მეცადინეობის ნიმუში,** რომლებიც საერთოდ პრაქტიკულ-სემინარული და ლაბორატორიული მუშაობისათვის საორიენტაციოდ შეიძლება გამოდგეს.

ნიმუში 1

- **სემინარული და პრაქტიკული მეცადინეობები**

მთელი არაუარყოფითი რიცხვების ნუმერაციის სწავლების მეთოდიკა

მეცადინეობა 1

თემა: რიცხვთა ნუმერაციის შესწავლა 100-ის ფარგლებში.

საკითხები განსჯა-განხილვისათვის:

1. საკითხის მეთოდიკურ-მათემატიკური საფუძვლები.

2. რიცხვის ორსახოვანი ბუნება: რაოდენობითი და რიგობითი. ურთიერთკავშირი მათ შორის. თვლა. რიცხვი და ციფრი 0. ნატურალური მწკრივის მონაკვეთი.

3. თვლის ათობითი პოზიციური სისტემა. რიცხვთა ნუმერაციის სწავლების მეთოდიკა კონცენტრში „ასეული“.

სასწავლო-კვლევითი დავალებები:

1. მოამზადეთ რეფერატული გამოსვლები ნატურალური რიცხვის ცნების განვითარების ისტორიული ეტაპების შესახებ. რეფერატების მოსმენის შემდეგ შეადგინეთ მათი რეცენზიები.

2. მოამზადეთ გამოსვლები, სადაც გახსნილი იქნება რაოდენობითი და რიგობითი რიცხვების ურთიერთკავშირის არსი. დაამზადეთ თვალსაჩინოების საშუალება 10-ის ფარგლებში რიცხვთა ნუმერაციის შესწავლისათვის.

3. მოამზადეთ გამოსვლები თვლის ათობითი პოზიციური სისტემის შესახებ. მოამზადეთ გამოსვლები ქართული ნუმერაციის თავისებურებათა შესახებ.

ლიტერატურა სტუდენტთა დამოუკიდებელი მუშაობისათვის:

1. ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.

2. ჯემალ ჯინჯიხაძე. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1990.

3. ალექსანდრე წერეთელი. მათემატიკის დაწყებითი სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1976.

4. ზურაბ ვახანია. მათემატიკის სწავლება დაწყებით კლასებში. თბილისი, 2006.

5. ავთანდილ დოგრაშვილი. დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1997.

6. ქეთევან ზვიადაძე, თეიმურაზ გიორგაძე. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა დაწყებით სკოლაში. ქუთაისი, 2003.

მეცადიენობა 2

თემა: მრავალნიშნა რიცხვების ნუმერაციის სწავლების მეთოდიკა.

საკითხები განსჯა-განხილვისათვის:

1. 100-ის ფარგლებში რიცხვთა ნუმერაციის სწავლების მეთოდიკა.

2. „კლასის“ ცნება და ახალი სათანრიგო ერთეულების შემოღების მეთოდიკა.

სასწავლო-კვლევითი დავალებები:

1. დაამზადეთ თვალსაჩინოების საშუალებანი, რომელთა გამოყენება შეიძლება მრავალნიშნა რიცხვების ნუმერაციის სწავლებისას.

2. შეარჩიეთ სავარჯიშოები გაკვეთილებისათვის თემაზე: „რიცვების თანრიგობრივი შედგენილობა“, „ციფრების მნიშვნელობა“. შეარჩიეთ დიდაქტიკური თამაშობანი მრავალნიშნა რიცხვების ნუმერაციის სწავლებიასას.

3. დაამუშავეთ გაკვეთილის ფრაგმენტი თემაზე: „კლასის ცნების გაცნობა“.

4. დაამუშავეთ არატრადიციული გაკვეთილის სცენარი თემაზე: „მრავალნიშნა რიცხვების ნუმერაცია“.

ლიტერატურა სტუდენტთა დამოუკიდებელი მუშაობისათვის:

1. ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.

2. ჯემალ ჯინჯიხაძე. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1990.

3. ზურაბ ვახანია. მათემატიკის სწავლება დაწყებით კლასებში. თბილისი, 2006.

4. ავთანდილ დოგრაშვილი. დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1997.

5. ალექსანდრე წერეთელი. მათემატიკის დაწყებითი სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1976.

6. ქეთევან ზვიადაძე, თეიმურაზ გიორგაძე. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა დაწყებით სკოლაში. ქუთაისი, 2003.

7. მათემატიკის ალტერნატიული სახელმძღვანელოები დაწყებითი კლასებისათვის.

მეცადინეობა 3

თემა: ცოდნისა და უნარ-ჩვევების განმტკიცება მარავალნიშნა რიცხვების ნუმერაციის სწავლების მეთოდიკაში.

საკითხები განსჯა-განხილვისათვის:

1. მრავნიშნა რიცხვების ნუმერაციის ცოდნისა და შესაბამისი უნარჩვევების განმტკიცებაში მუშაობის ტრადიციული ფორმები.

2. მეთოდიკური ამოცანების ამოხსნა (კონკრეტული სიტუაციები), [2].

სასწავლო-კვლევითი დავალებები:

1. მათემატიკის სახელმძღვანელოებიდან შეარჩიეთ სავარჯიშოების, რომლებიც ხელს უწყობს რიცხვთა ნუმერაციის შესწავლასთან დაკავშირებული უნარ-ჩვევების გამომუშავებას.

2. გამოიკვლიეთ კონკრეტული სიტუაციები [2]-ის მიხედვით.

3. მოამხადეთ რეფერატები: „როგორ ითვლიდნენ ადამიანები ძველად“, „როგორ გახდა მათემატიკა ნამდვილი მეცნიერება“.

რიცხვის გარჩევის (გამოკვლევის) სქემა:

1. წაიკითხე რიცხვი.

2. დაასახელე, რამდენი ციფრია გამოყენებული მის ჩასაწერად.

3. დაასახელე, რამდენი ერთნაირი ციფრია რიცხვის ჩანაწერში და რამდენი სხვადასხვა.

4. დაასახელე, მოცემულ რიცხვიში რამდენია ერთეული, ათეული, ასეული, ათასეული.

5. დაასახელე, მოცემულ რიცხვში სულ რამდენია ერთეული, ათეული, ასეული, ათასეული.

6. დაასახელე ამდენივე ციფრით შედგენილი უდიდესი რიცხვი.

7. დაასახელე ამდენივე ციფრით შედგენილი უმცირესი რიცხვი.

8. წარმოადგინე მოცემული რიცხვი სათანრიგო ერთეულების ჯამად.

9. მოცემული რიცხვის ციფრებით შეადგინე შესაძლო რიცხვები.

ლიტერატურა სტუდენტთა დამოუკიდებელი მუშაობისათვის:

1. ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.

2. ჯემალ ჯინჯიხაძე. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1990.

3. ალექსანდრე წერეთელი. მათემატიკის დაწყებითი სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1976.

4. რომანოზ დანელია, ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკა, საყმაწვილო ენციკლოპედია. თბილისი, 2004.

ნიმუში 2

- **ლაბორატორიული მეცადინებობები**

მეცადინეობა 1

თემა: ცნების განსაზღვრის ლოგიკურ-მათემატიკური ანალიზი, ცნების ფორმირების ძირითადი ეტაპები.

მუშაობის ძირითადი მიზნები:

1. ჩამოვაყალიბოთ მათემატიკის დაწყებითი კურსის ცნებათა განსაზღვრების ლოგიკურ-მათემატიკური ანალიზის შესრულების ჩვევები.

2. ვაჩვენოთ მაგალითებზე ცნებათა ფორმირების ძირითად ეტაპებზე მუშაობის ორგანიზების შესაძლო მეთოდიკა.

საკითხები განსჯა-განხილვისათვის:

1. ცნება. ცნების შინაარსი და მოცულობა.

2. ცნების განსაზღვრის სტრუქტურა. განსაზღვრის ლოგიკურ-მათემატიკური ანალიზი.

3. ცნების ფორმირების პროცესი.

4. მათემატიკის დაწყებითი კურსის ცნებათა შემოტანის მეთოდიკის ვარიანტები.

შენიშვნა:

1. მეცადინეობებზე ლექტორი წინასწარ აძლევს სტუდენტებს მოსამზადებელ დავალებებს, როგორიცაა: საჭირო საკითხების გამეორება, ალტერნატიულ სახელმძღვანელოებში ცნებათა განსაზღვრების მონახვა, შედარება და სხვ.

2. მეცადინეობებს ახლავს მეთოდიკური კომენტარები.

3. ჯგუფებისათვის და მიკროჯგუფებისათვის დავალებები შეირჩევა ცალკე.

➢ **ცნების განსაზღვრის ლოგიკურ-მათემატიკური ანალიზის შესრულების ნიმუშები**

ნიმუში 1. პარალელური წრფეების განსაზღვრა:

*ორ წრფეს ეწოდება **პარალელური,** თუ ისინი მდებარეობენ ერთ სიბრტყეში და ერთმანეთს არ კვეთენ.*

ტერმინი – „პარალელური წრფეები“, **გვარი** – „წრფეების წყვილები“, **სახეობითი განსხვავება** – „მდებარეობენ ერთ სიბრტყეზე, არ იკვეთებიან“.

სახეობითი განსხვავებები ერთმანეთთან შეერთებულია კონიუნქციურად.

დასკვნა: პარალელური წრფეების განსაზღვრა არის ვერბალური და კონიუნქციური.

ნიმუში 2. კვადრატის ტრადიციული განსაზღვრა:

***კვადრატი** ეწოდება ისეთ რომბს, რომელსაც მართი კუთხეები აქვს.*

ტერმინი – *„კვადრატი“*, **გვარი** – *„რომბი“*, **სახეობითი განსხვავება** – *„აქვს მართი კუთხეები“.*

ანალიზი:

1. იმისათვის, რომ **კვადრატი** განვსაზღვროთ, უნდა ვიცოდეთ **რომბის** განსაზღვრა და მისი თვისებები,

2. იმისათვის, რომ **რომბი** განვსაზღვროთ, უნდა ვიცოდეთ **პარალელოგრამის** განსაზღვრა და მისი თვისებები.

სინთეზი:

1. პარალელოგრამების სიმრავლეში შევიტანოთ ერთი თვისება: *„ჰქონდეს მართი კუთხე“.* პარალელოგრამების სიმრავლე **დაიყო ორ ქვესიმრავლედ:**

ა) მართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლე,

ბ) არამართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლე.

2. არამართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლეში შევიტანოთ ერთი თვისება: *„ჰქონდეს ტოლი გვერდები“.* არამართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლე **დაიყო ორ ქვესიმრავლედ:**

ა) ტოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლე (რომბები),

ბ) არატოლგვერდა არამართკუთხა პარალელოგრამების სიმრავლე.

დასკვნა: *მართკუთხა რომბი არ არსებობს. მაშასადამე, კვადრატის განსაზღვრა, რომელიც საყოველთაოდაა მიღებული: „კვადრატი ეწოდება ისეთ რომბს, რომელსაც მართი კუთხეები აქვს“, არ არის სწორი. ე. ი. არ არის სწორი, აგრეთვე, ყველა სახელმძღვანელოში მიღებული შემდეგი განსაზღვრაც: „რომბი ეწოდება ისეთ პარალელოგრამს, რომელსაც გვერდები ტოლი აქვს“. ეს განსაზღვრა არ გამორიცხავს რომბისათვის მართი კუთხეების ქონას. ამიტომ სწორია: „რომბი ეწოდება ისეთ არამართკუთხა პარალელოგრამს, რომელსაც გვერდები ტოლი აქვს“, ანუ „რომბი ეწოდება არამართკუთხა ტოლგვერდა პარალელოგრამს“.*

ლიტერატურა სტუდენტთა დამოუკიდებელი მუშაობისათვის:

1. **ჯემალ ჯინჯიხაძე.** მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.

2. **ჯემალ ჯინჯიხაძე**. მათემატიკის დაწყებითი კურსის მეცნიერული საფუძვლები. თბილისი, 2011.

3. **ლევან ჯინჯიხაძე**. ქართული ენისა და მათემატიკის საგანთაშორისი კავშირების ზოგიერთი ასპექტი. თბილისი, 2000.

4. **ზურაბ ვახანია.** მათემატიკის სწავლება დაწყებით კლასებში. თბილისი, 2006.

5. **თამაზ მორალიშვილი, გიგლა ონიანი, გიორგი ჯინჯიხაძე.** სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. თბილისი, 2008.

6. **გიორგი ჯინჯიხაძე.** მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის აქტუალური საკითხები და საგანთაშორისი კავშირები ინფორმატიკასთან. თბილისი, 2016.

ლიტერატურა

1. ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.
2. ჯემალ ჯინჯიხაძე. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1990.
3. ჯემალ ჯინჯიხაძე. თანამედროვე პედაგოგიური ტექნოლოგიები. თბილისი, 2012.
4. ჯემალ ჯინჯიხაძე. პედაგოგის ჩანაწერები ანუ აღსარება. თბილისი, 1995.
5. ზურაბ ვახანია. მათემატიკის სწავლება დაწყებით კლასებში. თბილისი, 2006.
6. თამაზ მორალიშვილი, გიგლა ონიანი, გიორგი ჯინჯიხაძე. სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. თბილისი, 2008.
7. რომანოზ დანელია, ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკა, საყმაწვილო ენციკლოპედია. თბილისი, 2004.
8. ხათუნა შაბანოვა, დანიელ რომანიშვილი. უცხოპლანეტელთა მათემატიკა. თბილისი, 2010.
9. ნათელა ვასაძე. პედაგოგიკა. თბილისი, 2004.
10. დიმიტრი უზნაძე. პედაგოგიური თხზულებანი. თბილისი, 2005.
11. განათლების ფსიქოლოგია. რედ. მ. ჯაფარიძე. თბილისი, 2005.
12. Л. Н. Стефанова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов, В. П. Радченко, В. В. Крылов, В. И. Снегурова, И. А. Иванов. Мето-

дика и технология обучения математике. Курс лекции. М., 2005.
13. Л. Н. Стефанова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов, А. В. Орлова, В. П. Радченко, В. В. Крылов, В. Е. Ярлолюк, В. И. Снегурова, И. А. Иванов. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум. М., 2007.
14. А. В. Белошистая. Методика обучения математике в начальной школе. М., 2007.
15. Н. Б. Истомина. Методика обучения математике в начальной школе. М., 2002.
16. Л. В. Виноградова. Методика преподавания математики в средней школе. Ростов-на-Дону, 2005.
17. Л. В. Шелехова. Сюжетные задачи по математике. Майкоп, 2007.
18. Л. М. Фридман. Теоретические основы методики обучения математике. М., 2005.
19. И. С. Якиманская. Развивающее обучение. М., 1979.
20. В. В. Давыдов. Проблемы развивающего обучения. М., 1986.
21. Н. Л. Арнина. Уроки прекрасного М., 1983.
22. Эстетическое воспитание школьников. Под редакцией А. И. Бурова, Б. Т. Лихачева. М., 1974.
23. И. Зенкевич. Эстетика урока математики. М., 1981.