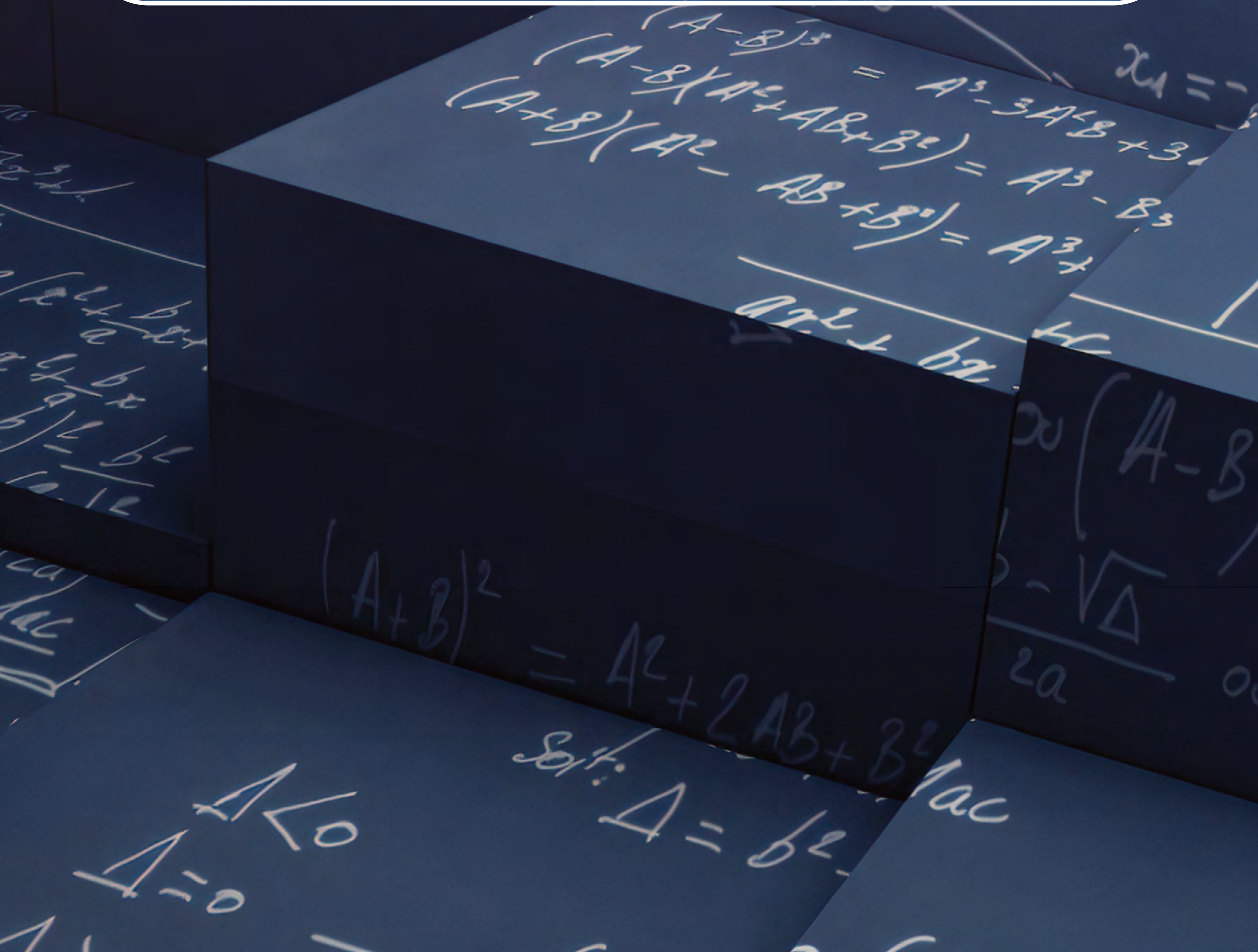
პროფესიული უნარების სააგენტო

ქეთევან ცერცვაძე • ევგენი გუგულაშვილი

მათემატიკური წიგნიერება

რიცხვები და მოქმედებები



სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- **ქეთევან ცერცვაძე**
- **ევგენი გუგულაშვილი**

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშელს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: **ზურაბ ვახანია**

გრაფიკული დიზაინერი: **ვერა პაპასკირი**

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

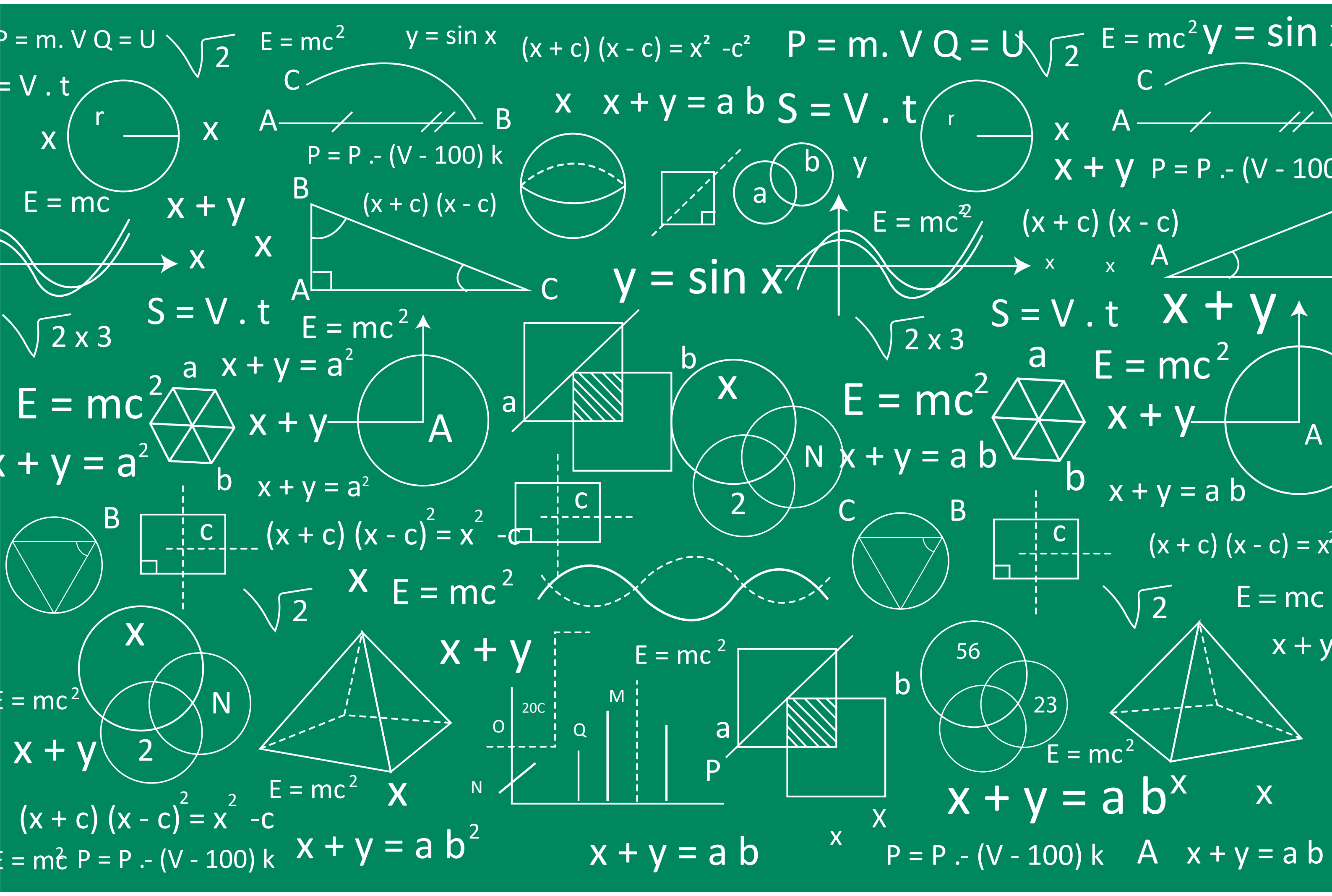
Swiss Agency for Development
and Cooperation SDC

პროფესიული უნარების სააგენტო

UNDP

საქართველო, თბილისი, 2022

მათემატიკური წიგნიერება



რიცხვები და მოქმედებები

სწრაფი ეკონომიკური აღმავლობა მხოლოდ ინდუსტრიის განვითარებით არის შესაძლებელი, რომლის განხორციელება ისტორიულად ხდებოდა და დღესაც ხდება შესაბამისი თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკით.

თანამედროვე ქვეყნების ინდუსტრიული განვითარება უმაღლეს კვალიფიკაციას და უახლესი ინსტრუმენტების გამოყენებას მოითხოვს. ახალი ინდუსტრიული პოლიტიკა აღარ შემოიფარგლება მხოლოდ წარმოების სექტორით, არამედ ფარავს სერვისებსაც. თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკა მჭიდროდაა დაკავშირებული ისეთ სფეროსთან, როგორიცაა, მაგალითად, კვლევებისა და ტექნოლოგიების პოლიტიკა, რომელიც ცნობილია ასევე ინოვაციური პოლიტიკის სახელით. ამასთან, ინდუსტრიული პოლიტიკა ურთიერთზეგავლენაშია გარემოს-დაცვით, განათლების, ჯანდაცვის, აგრარულ და თავდაცვის პოლიტიკასთან.

მათემატიკური წიგნიერება

თემატური ბლოკი: რიცხვები, მოქმედებები რიცხვებზე და მოქმედებათა თვისებები

1 თემა (1-4) – კომპლექსური დავალება

თემა 1. რიცხვები, მოქმედებები რიცხვებზე

1.1. ნატურალური რიცხვები და მოქმედებები

- **1.1.1** ნატურალური რიცხვები, ათობითი პოზიციური სისტემა
- **1.1.2** მოქმედებები რიცხვებზე
- **1.1.3** გამყოფი, ჯერადი, გაყოფადობის ნიშნები
- **1.1.4** მოქმედებათა თვისებები
- **1.1.5** მოქმედებათა თანმიმდევრობა

1.2. ტოლობის თვისებები, განტოლება

1.3. კავშირი ორობით და ათობით პოზიციურ სისტემას შორის

თემა 2. წილადი, ათწილადი, მოქმედებები მათზე

2.1. წილადი

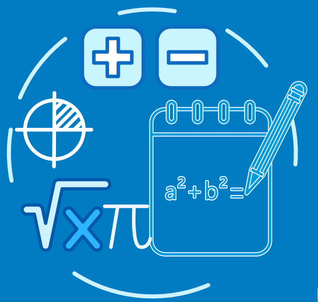
- **2.1.1** წესიერი და არაწესიერი წილადი
- **2.1.2** წილადის ძირითადი თვისება

6.6.2 რთული პროცენტი (რთული საპროცენტო განაკვეთი)

6.7. ფინანსური კალკულატორი

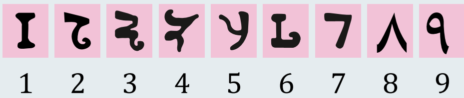
I. დავალების წარდგენა

კომპლექსური დავალება



იცით თუ არა,

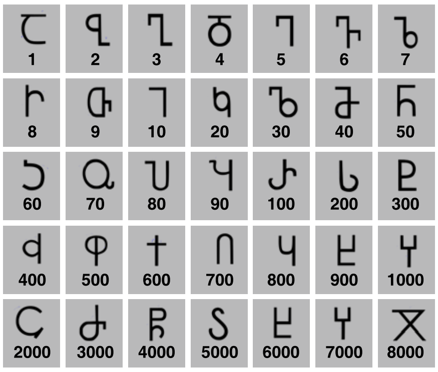
ძველ ქართულ დამწერლობაში, ანბანის თითოეული ასობგერა შეესაბამებოდა რიცხვს და შესაძლებელი იყო ასევე რაოდენობის ჩაწერა. გსმენია თუ არა, რომ ანბანის მიხედვით შესაძლებელი იყო კალენდარის შედგენა?



რიცხვთა სისტემას, რომელსაც დღესდღეისობით ვიყენებთ ინდურ-არაბული რიცხვთა სისტემა ეწოდება, რომელიც 2000 წლის წინ ინდოეთში შეიქმნა, ხოლო ევროპას 1000 წლის წინ გააცნეს არაბმა მოვაჭრეებმა. თავიდან არაბულ რიცხვთა სისტემა ეწოდა, ხოლო დღესდღეისობით ცნობილია, როგორც ინდურ-არაბული რიცხვთა სისტემა.

ინდურ-არაბულ რიცხვთა სისტემაში სულ 10 სიმბოლოა: **0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,** რომელთა მეშვეობითაც ჩაიწერება ნებისმიერი რაოდენობა, აღნიშნულ სიმბოლოებს ციფრები ეწოდება, ხოლო რაოდენობის აღმნიშვნელ ჩანაწერს – რიცხვი.

სიმბოლო 0 მოგვიანებით დაემატა.



ძველი ეგვიპტელები რაოდენობისა და ასო-ბგერების წარმოსადგენად იყენებდნენ სიმბოლოებს, რომლებსაც ერქვათ იეროგლიფები; ჩვ.წ.აღ 1600-1800 წლით ადრე, ეგვიპტეში უკვე იყენებდნენ წილადებს ნაწილის აღნიშვნისთვის.

სურათი 1.1.
ძვ.ეგვიპტური იეროგლიფები.

თქვენი დავალება

გამოიკვლიოთ როგორ ვითარდებოდა რიცხვები, რიცხვითი სისტემები კაცობრიობის ისტორიაში.

ნაშრომი წარმოადგინეთ რეფერატის ან პოსტერების მეშვეობით.

ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

- როგორ ვითარდებოდა რიცხვითი სისტემები დროთა განმავლობაში? რატომ ჰქვია ათობით სისტემას პოზიციური სისტემა?
- როგორ გესმით, რომ რიცხვი არის მათემატიკური მოდელი? როგორ ხდება ნატურალური, მთელი, რაციონალური რიცხვებით რეალური პროცესის შესაბამისი მათემატიკური მოდელირება?
- როგორ იყენებდნენ წილად რიცხვებს ძველად ეგვიპტეში? თავდაპირველად რა სიტუაციისთვის იყო საჭირო მთელი რიცხვების გამოყენება?
- როგორ არის დაკავშირებული ეკვივალენტური წილადები ერთმანეთთან? როგორ არის დაკავშირებული წილადები და ათწილადები ერთმანეთთან?
- რა ტიპის კანონზომიერებები შენიშნეთ მთელ, წილად, ათწილად რიცხვებში?
- რა განსხვავებაა ორობით და ათობით პოზიციურ სისტემებს შორის? ისაუბრეთ ორობითი პოზიციური სისტემის მნიშვნელობაზე პროგრამირებასა და კომპიუტერულ ინჟინერიაში?

1.1. ნატურალური რიცხვები და მოქმედებები

კაცობრიობის ისტორიაში სხვადასხვა რიცხვითი თვლის სისტემები არსებობდა.

რიცხვითი თვლის სისტემა, რომელსაც დღესდღეობით ვიყენებთ ეწოდება ათობითი თვლის სისტემას, რომელიც 1500-2000 წლის წინ შეიქმნა ინდოეთში. ვარკვლავთმრიცხველები ინდოეთში სამყაროს ასაკის და დიდი რიცხვების ჩასაწერად იყენებდნენ 10 სიმბოლოს. აღნიშნული სისტემა მოგვიანებით გაიზიარეს არაბმა მათემატიკოსებმა, ხოლო 1000 წლის წინ ევროპას გააცნეს არაბმა მოვაჭრეებმა, რის გამოც აღნიშნულ სისტემას თავიდან არაბული ერქვა, დღესდღეისობით კი ცნობილია, როგორც ინდურ-რაბული რიცხვითი თვლის სისტემა.

ინდურ არაბულ რიცხვითი თვლის სისტემაში სულ 10 სიმბოლოა: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, რომელთა მეშვეობითაც ჩაიწერება ნებისმიერი რაოდენობა, აღნიშნულ სიმბოლოებს ციფრები ეწოდება, ხოლო რაოდენობის აღმნიშვნელ ჩანაწერს – რიცხვი.

რიცხვი ეწოდება, აგრეთვე, ამ ჩანაწერის სიტყვიერ დასახელებას,

მაგალითად: 349 = სამას ორმოცდაცხრა.

ინდური	०	१	२	३	४	५	६	७	८
არაბული	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
შუა საუკუნე	0	I	2	3	ℛ	ϥ	6	Λ	8
თანამედროვე	0	1	2	3	4	5	6	7	8

სურათი 1.2. *ინდურ-არაბული რიცხვითი სისტემა.*

1.1.1 ნატურალური რიცხვები, ათობითი პოზიციური სისტემა

მოქმედებები რიცხვებზე

რიცხვებს, რომლებსაც თვლის დროს ვასახელებთ, ნატურალური **რიცხვები ეწოდება**.

1,2,3,4 ...

როგორც შესავალში აღვნიშნეთ, ნებისმიერი რიცხვის ჩასაწერად გამოიყენება სულ 10 ციფრი, ხოლო აღნიშნულ სისტემას ათობითი სისტემა ეწოდება; თვლის ათობითი სისტემა არის **პოზიციური სისტემა.** ეს ნიშნავს, რომ ნებისმიერი რიცხვის ჩაწერაში მნიშნელობა აქვს, როგორც ციფრს, ისე მის პოზიციას, ანუ ადგილს ჩანაწერში. ამ ადგილს **თანრიგი** ეწოდება. მაგალითად:

10349 = ათი ათას სამას ორმოცდაცხრა.

ამ რიცხვის ერთეულთა თანრიგში წერია ციფრი 9, ათეულთა თანრიგში – ციფრი 4, ასეულთა თანრიგში – ციფრი 3, ათასეულთა თანრიგში – ციფრი 0, ათიათასეულთა თანრიგში – ციფრი 1.

ნიმუში 1 – რაოდენობის ვიზუალური წარმოდგენა

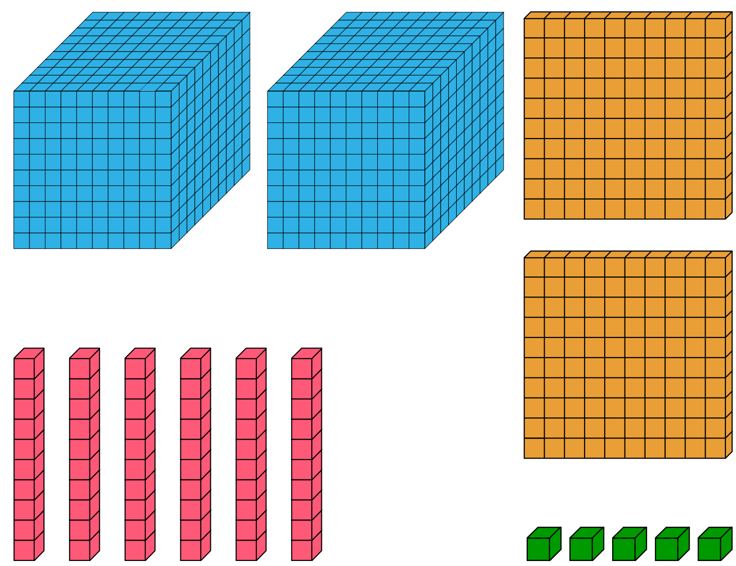
ნახაზზე მოცემულია:

- 2 ათასეული და კიდევ
- 2 ასეული და კიდევ
- 6 ათეული და კიდევ
- 5 ერთეული.

ერთ ერთეულს შეესაბამება 1 კუბი

ვიტყვით, რომ ნახაზზე მოცემული კუბების რაოდენობაა

$2265 = 2 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5$



როგორც ვხედავთ, ამ რიცხვში ორჯერ გვხდება ციფრი 2. მაგრამ ამ ციფრებს სხვადასხვა წვლილი შეაქვს რიცხვის მნიშვნელობაში, ეს წვლილი დამოკიდებულია რიცხვის ჩანაწერში ციფრის ადგილზე, თანრიგზე, ანუ მის მიერ დაკავებულ **პოზიციაზე**. ამიტომ ეწოდება რიცხვების ჩაწერის ასეთ ფორმას **პოზიციური**. მაგალითად, პირველი ციფრი 2 აღნიშნავს 2000-ს, ხოლო მეორე – 200-ს.

ფორმალურად, რიცხვის ჩანაწერში ციფრების მიერ დაკავებული **პოზიციები** შეიძლება **გადავნომროთ მარჯვნიდან მარცხნივ**, მაშინ ყოველი თანრიგის (პოზიციის) წონა უდრის **10^K**, სადაც **K** ამ პოზიციის რიგითი ნომერია, ამ გზით, ზემოგანხილული რიცხვისთვის, მივიღებთ:

$$2265 = 2 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5 = 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

შეგახსნებეთ: **$10^0 = 1$**

რიცხვებს 1,10,100, 1000... თანრიგის ერთეულები ეწოდება. 1 – ერთეულთა თანრიგის ერთეულია, 10 – ათეულთა თანრიგის ერთეული და ა.შ.

$10 = 1 \cdot 10,$
$100 = 10 \cdot 10$
$1\,000 = 100 \cdot 10$
$10\,000 = 1000 \cdot 10$

ნებისმიერი თანრიგის შემდეგი ერთეული წინა თანრიგის ერთეულზე ათჯერ უფრო მაღალი თანრიგის ერთეულია

თანრიგის ერთეულები დაყოფილია კლასებად

10^{11}	10^{10}	10^{9}	10^{8}	10^{7}	10^{6}	10^{5}	10^{4}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{0}
100 000 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1000	100	10	1
ასი მილიარდი	ათი მილიარდი	მილიარდი	ასი მილიონი	ათი მილიონი	მილიონი	ასი ათასეული	ათი ათასეული	ათასეული	ასეული	ათეული	ერთეული
მილიარდების კლასი			**მილიონების კლასი**			**ათასეულების კლასი**			**ერთეულების კლასი**		

ნიმუში 2 – რიცხვის წარმოდგენა თანრიგების შესაბამის ჯამად

ნებისმიერი რიცხვი შეიძლება ჩაიწეროს თანრიგის ერთეულების ჯამის სახით:

ა) 51479 = 50 000 + 1000 + 400 + 70 + 9 = = 5 · 10000 + 1 · 1000 + 4 · 100 + 7 · 10 + 9	ბ) 5 903 = = 5 · 1 000 + 9 · 100 + 0 · 10 + 3

ნიმუში 3 – რიცხვის წარმოდგენა თანრიგების შესაბამის ჯამად

51079 შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ა) 51 ათასეული 0 ასეული, 7 ათეული, 9 ერთეული 51079 = 51 · 1000 + 0 · 100 + 7 · 10 + 9 ან ბ) 510 ასეული, 7 ათეული, 9 ერთეული 51079 = 510 · 100 + 7 · 10 + 9 ან გ) 5107 ათეული, 9 ერთეული 51079 = 5147 · 10 + 9	ა) 51079 : 1000 = 51 (ნაშთი 79) 51079-ში 1000 მოთავსდება 51-ჯერ და დარჩება 79 ერთეული ბ) 51079 : 100 = 510 (79 ნაშთი) გ) 51079 : 10 = 5107 (9 ნაშთი)

რიცხვების შედარება

ორი განსხვავებული ნატურალური რიცხვის შედარების დროს, ყოველთვის შეიძლება გაირკვეს, თუ რომელია მეტი ან ნაკლები, შეიძლება ეს რიცხვები იყოს ტოლი. შედარების დროს გამოვიყენებთ შემდეგ აღნიშვნებს:

სიმბოლოები	<	>	≤	≥	≠
სიტყვიერად	ნაკლებობა	მეტობა	ნაკლებია ან ტოლია	მეტია ან ტოლია	არ უდრის

თუ ორ ნატურალურ რიცხვში ნიშნების (ციფრების) რაოდენობა სხვადასხვაა, მეტია ის, რომელშიც მეტი ნიშანია: მაგ.: 51240 > 5124

თუ ორ ნატურალურ რიცხვში, ნიშნების (ციფრების) რაოდენობა ტოლია, მაშინ მეტია ის, რომლის შესაბამის უდიდეს თანრიგშიც მეტი ერთეულია (უფრო დიდი ციფრია). მაგ.: 51298 < 51710, ათიათასეულების თანრიგებში მათ ტოლი ციფრი უწერიათ „5“, ასევე ტოლი აქვთ ათასეულების თანრიგში მდგომი ციფრი „1“, ხოლო ამის შემდეგ პირველი რიცხვი შეიცავს 2 ასეულს, მეორე 7 ასულს.

რიცხვების დამრგვალება

დავუშვათ, ქალაქში 3 531 945 ადამიანი ცხოვრობს, შეიძლება ითქვას, რომ ქალაქში ცხოვრობს დაახლოებით 3 500 000 ადამიანი. ვწერთ 3 531 945 ≈ 3 500 000

≈ დამრგვალების აღმნიშვნელი სიმბოლო

ნულებით შეიცვალა ციფრები ერთეულთა, ათეულთა, ასეულთა, ათასეულთა და ათი ათასეულთა თანრიგებში. ასეთ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ რიცხვი დამრგვალებულია ასეულ ათასეულამდე.

რიცხვის დამრგვალებისას რომელიმე თანრიგამდე ამ თანრიგის მომდევნო ყველა თანრიგში ციფრები იცვლება ნულებით. ამასთან, თუ დასამრგვალებელი თანრიგის მომდევნო (მომდევნო პირველი) ციფრია 0,1,2,3,4 მაშინ დასამრგვალებელ თანრიგის ციფრს უცვლელად ვტოვებთ, ხოლო თუ დასამრგვალებელი თანრიგის მომდევნო (მომდევნი პირველი) ციფრია 5,6,7,8,9, მაშინ ბოლო დარჩენილ ციფრს (დასამრგვალებენ თანრიგს) ერთით ვადიდებთ.

3 571 945 ≈ 3 600 000 რიცხვი დამრგვალებულია ასეულ ათასეულამდე. თანრიგში 5 შეცვლილია 6-ით.

1.1.2 მოქმედებები რიცხვებზე

გამეორება

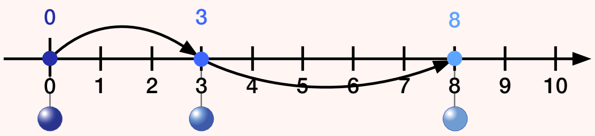
ჩვენ ვიცით, რომ რიცხვით გამოსახულებაში გამოთვლების დროს ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას, მოქმედებები ერთმანეთთან მჭიდრო კავშირშია და ვიყენებთ, ასევე, განტოლებების (უტოლობების) ამოხსნის დროს. გავიხსენოთ, ძირითადი ტერმინები.

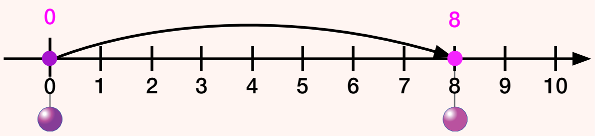
ნებისმიერი რიცხვის აღნიშვნისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ ლათინური ანბანის ასოები: a, b, c-ს და ა.შ.

მიმატება

მიმატების ვიზუალიზაციისთვის ხშირად იყენებენ სასწორს ან რიცხვით წრფეს.

3 + 5 = 8

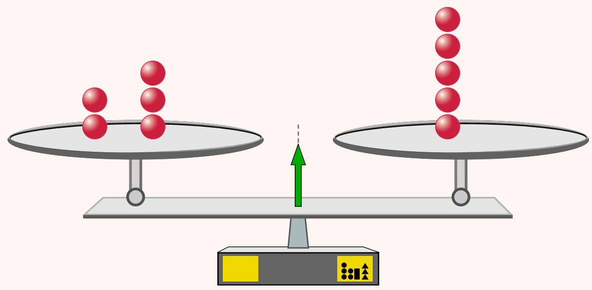




$a + b = c$

a და b-ს ეწოდება შესაკრებები, პასუხს, c-ს ჯამი (c – ჯამის მნიშვნელობაა).

ვიზუალიზაცია სასწორით:

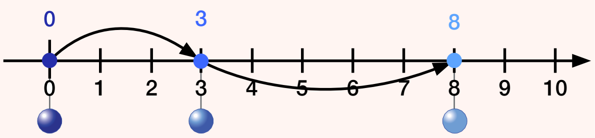


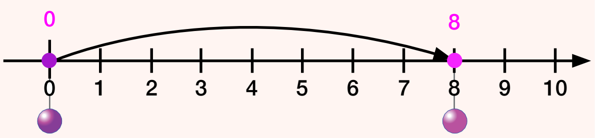
გამოკლება

შეკრების შებრუნებული (საპირისპირო) მოქმედებაა, მისი არსი უცნობი შესაკრების პოვნაა, როდესაც ცნობილია ჯამი და მეორე შესაკრები

8 – 3 = 5 და 8 – 5 = 3

სხვაობა – ესაა ის რიცხვი, რომელიც უნდა მივუმატოთ ერთ-ერთ შესაკრებს, რათა მივიღოთ მეორე შესაკრები.





$a = c - b$; $b = c - a$

ჩანაწერს ეწოდება **სხვაობა**; როდესაც ვწერთ სხვაობას, მასში შემავალი წევრების სახელწოდებები იცვლება.

$c - b = a$

საკლები **მაკლები** **სხვაობა**

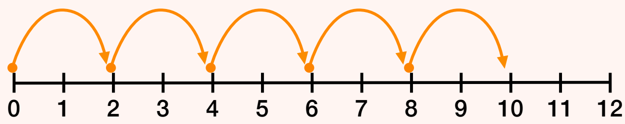
გაგრძელება

გამრავლება

მათემატიკური ოპერაცია, გამრავლება გულისხმობს თანამამრავლის აღებას (მიმატებას) იმდენჯერ, რამდენიცაა მეორე თანამამრავლი.

ავიღოთ 2, 5-ჯერ

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \cdot 2 = 10$



$$b \cdot a = \underbrace{(a + a + a + \cdots + a)}_{b\text{-ჯერ}} = c$$

a და b-ს ეწოდება თანამამრავლები, (თითოეულს მამრავლი), ხოლო c – ნამრავლის მნიშვნელობაა.

გაყოფა

გამრავლების შებრუნებული (საპირისპირო) მოქმედება, მისი არსი უცნობი თანამამრავლის პოვნაა, როდესაც ცნობილია ნამრავლი და მეორე თანამამრავლი.

გაყოფის მოქმედება უძველესი დროიდან მოყოლებული უმნიშვნელოვანესი ოპერაციაა. ოდითგანვე ნადავლის გაყოფისას, როდესაც საჭირო იყო გაენაწილებინათ თანაბრად, ყოფდნენ ისე, რომ თითოეულს ტოლი რაოდენობა შეხვედროდა.

$a = c : b$ – რამდენჯერ მოთავსდება b c-ში

ან $b = c : a$ რამდენჯერ მოთავსდება a c-ში

გაყოფას ვწერთ წილადის ხაზითაც:

$$a = c : b = \frac{c}{b}$$

ჩანაწერში, კომპონენტებს ეცვლებათ სახელები:

$c : b = a$

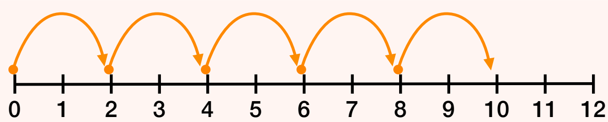
გასაყოფი **გამყოფი** **განაყოფი**

ნაშთი

როდესაც მიმატება-გამრავლების ოპერაციები სრულდება ნატურალურ რიცხვებში, პასუხიც ნატურალური რიცხვია. მაშინ, როდესაც გაყოფისას, შეიძლება ზუსტი პასუხი ვერ მივიღოთ, გასაყოფში გამყოფი ზუსტად არ მოთავსდეს. ასეთ შემთხვევაში, დარჩენილ რაოდენობას ეწოდება ნაშთი.

- ***რამდენჯერ მოთავსდება 11-ში 2?***

11 : 2 = 5 (ნაშთი 1)



$c : b = a$ (ნაშთი n)

ნაშთი იწერება ფრჩხილებში

გასაყოფი შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც

$$c = a \cdot b + n$$

$$11 = 2 \cdot 5 + 1$$

გაგრძელება

ხარისხი

ერთიდაიმავე რიცხვების ნამრავლის წარმო-სადგენად გამოიყენება ხარისხის ნიშანი

მაგ.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

ახარისხების მოქმედება გვიჩვენებს რამდენ-ჯერ გამრავლდა რიცხვი, რომელსაც **ფუძეს** ვუწოდებთ, თავის თავზე.

ხარისხის მაჩვენებელი

ფუძე → 2^4 ← **ხარისხის მაჩვენებელი**

შენიშვნა: *ხარისხის თვისებები განხილული იქნება მოგვიანებით*

1.1.3 გამყოფი, ჯერადი, გაყოფადობის ნიშნები

გამყოფი და ჯერადი

გამყოფი და ჯერადი

რიცხვის **გამყოფები** ეწოდება რიცხვებს, რომლებიც მოცემულ რიცხვს უნაშთოდ ყოფს;

20-ის გამყოფებია: 1 და 20; 2 და 10; 4 და 5;

a რიცხვის **ჯერადი** ეწოდება რიცხვს, რომელიც a რიცხვზე უნაშთოდ იყოფა

6-ის ჯერადებია: 6,12,18,**24**,30,36,42,**48**,54, ...

8-ის ჯერადებია: 8,16,**24**,32,40,**48**,56,64 ...

უ.ს.ჯ. და უ.ს.გ.

უ.ს.ჯ და უ.ს.გ

6-ის და 8 **ის საერთო ჯერადებია: 24 ,48** ...
24 ჯერადებს შორის უმცირესია
საერთო ჯერადებს შორის უმცირესს – უმცირესი საერთო ჯერადი ეწო-დება; მოკლედ ვწერთ: **უ.ს.ჯ**. (6,8) = 24

რიცხვების საერთო გამყოფი ეწოდება რიცხვს, რომელზეც ეს რიცხვები უნაშთოდ იყოფა;

12-ის გამყოფებია: 1, 2, 3, 4, 6, 12, ...
18- ის გამყოფებია: 1, 2, 3, 6, 9, 18, ...

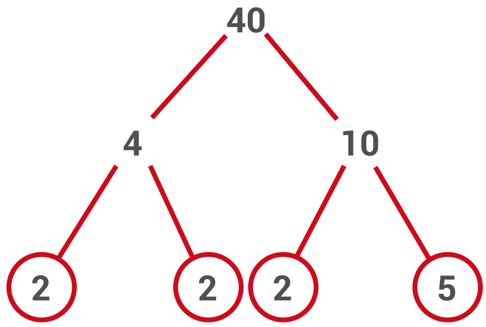
საერთო გამყოფებია: 2,3,6
6 არის გამყოფებს შორის უდიდესი, ამიტომ მას **უდიდესი საერთო გამყოფი** ეწოდება.

A და B რიცხვების **უდიდესი საერთო გამყოფი** ეწოდება ისეთ C რიცხვს, რომელიც A და B რიცხვებს უნაშთოდ ყოფს და გამყოფებს შორის უდი-დესია; მოკლედ ვწერთ: **უ.ს.გ.** მაგალითად: უ.ს.გ. (12,18) = 6

ნიმუში 4 – რიცხვის მარტივ მამრავლებად წარმოდგენა

რიცხვს, რომლის გამყოფი მხოლოდ ერთი და თავის თავია, **მარტივი რიცხვი** ეწოდება.

მეთოდი 1: ხისებრი დიაგრამით მარტივი მამრავლების პოვნა



$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

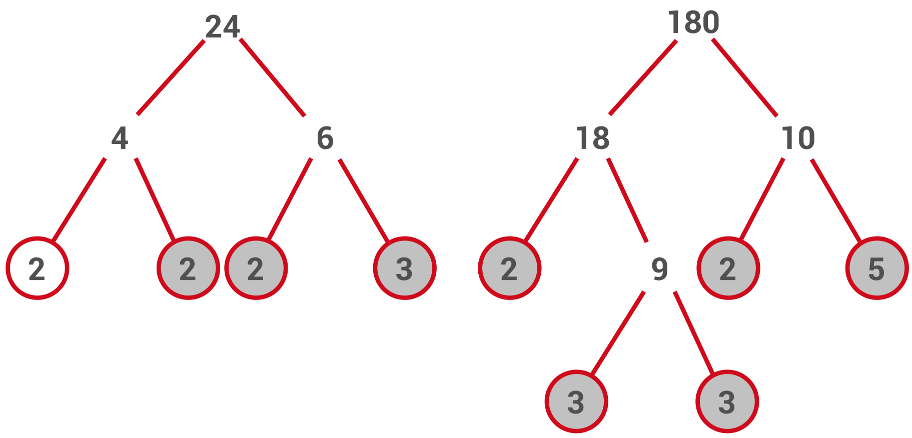
მეთოდი 2: ვერტიკალური ხაზით; ვერტიკალური ხაზის მარჯვნივ ვწერთ მარტივ გამყოფებს, ხოლო მარცხნივ პასუხს, სანამ გაყოფა არ დასრულდება

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

ნიმუში 5 – ორი რიცხვის უმცირესი საერთო ჯერადის და უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნა

როგორ ვიპოვოთ ორი რიცხვის უ.ს.ჯ და უ.ს.გ



გაგრძელება

როგორ ვიპოვოთ ორი რიცხვის უ.ს.ჯ და უ.ს.გ

ჩვენ ვხედავთ, რომ $24 = 2 \cdot \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2^3 \cdot 3$

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

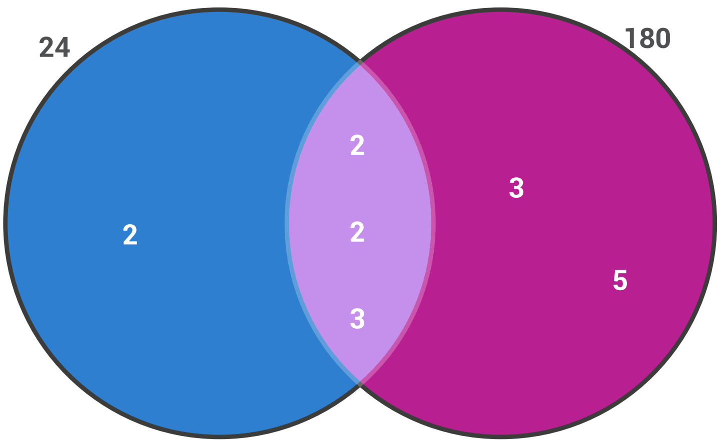
1. უ.ს.გ. ორივე რიცხვის საერთო მარტივი გამყოფების ნამრავლია **$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$;**

   შესაბამისად, უ.ს.გ. (24 და 180) = 12

2. უ.ს.გ. – უმცირესი საერთო ჯერადი უნდა შეიცავდეს ყველა თანამამრავლს ორივე რიცხვიდან; ნამრავლს ვადგენთ ორივე რიცხვის მარტივი მამრავლების სიმრავლეების გაერთიანდებით უ.ს.ჯ. (24 და 180) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

ვენის დიაგრამების მეშვეობით, მარტივად და თვალსაჩინოდ ჩანს, უ.ს.გ-ს ვიღებთ საერთო მამრავლების გადამრავლებით, ხოლო უ.ს.ჯ.-ს ვიღებთ ყველა მარტივი თანამამრავლის გაერთიანებით.

www.geogebra.org



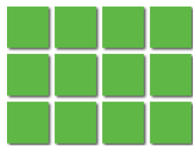
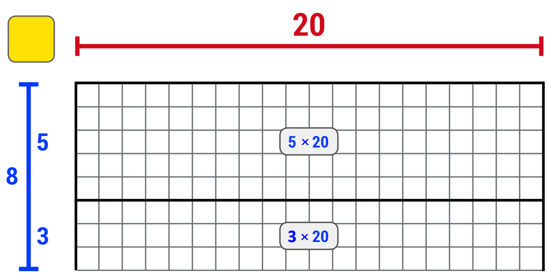
გაყოფადობის ნიშნები

გამოთვლების დროს ზოგჯერ საჭიროა დავადგინოთ მოცემული ნატურალური რიცხვი უნაშთოდ იყოფა თუ არა რომელიმე ერთნიშნა, ან ორნიშნა რიცხვზე. ქვემოთ მოცემულია რამდენიმე ისეთი მეთოდი (ნიშანი), რომლითაც შესაძლებელია დავადგინოთ ერთი რიცხვის მეორეზე გაყოფადობა.

2-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 2-ზე, თუ მის ჩანაწერში ერთეულების თანრიგში არის ციფრი 0, ან 2, ან 4, ან 6, ან 8.	მაგ., 230756 იყოფა 2-ზე, რადგან ერთეულების თანრიგში წერია 6. 230756 : 2 = 115378
3-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 3-ზე, თუ მის ჩანაწერში ყველა ციფრის ჯამი იყოფა 3-ზე.	მაგ., 18327 იყოფა 3-ზე, რადგან 1 + 8 + 3 + 2 + 7 = 21 და 21 იყოფა 3-ზე, 18327 : 3 = 6109
4-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 4-ზე, თუ მის ჩანაწერში ბოლო, ათეულების და ერთეულების თანრიგებში მდგომი, ორი ციფრით შედგენილი ორნიშნა რიცხვი იყოფა 4-ზე.	მაგ., 70348 იყოფა 4-ზე, რადგან 48 იყოფა 4-ზე, 70348 : 4 = 17587
6-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 6-ზე, თუ მის ჩანაწერში ყველა ციფრების ჯამი იყოფა 3-ზე და თანრიგში არის ციფრი 0, ან 2, ან 4, ან 6, ან 8.	მაგ., 5028 იყოფა 6-ზე, რადგან 5 + 0 + 2 + 8 = 15 , 15 იყოფა 3-ზე და ერთეულების თანრიგში წერია 8, 5028 : 6 = 838 .
9-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 9-ზე, თუ მის ჩანაწერში ყველა ციფრების ჯამი იყოფა 9-ზე.	მაგ., 27351 იყოფა 9-ზე, რადგან 2 + 7 + 3 + 5 + 1 = 18 და 18 იყოფა 9-ზე, 27351 : 9 =3039
10-ზე გაყოფადობის ნიშანი ნატურალური რიცხვი იყოფა 10-ზე, თუ მის ჩანაწერში ბოლო, ერთეულების თანრიგში არის ციფრი 0.	მაგ., 94130 იყოფა 10-ზე, რადგან ერთეულების თანრიგში წერია 0. 94130 : 10 = 9413

1.1.4 მოქმედებათა თვისებები

ვიცით, რომ 5 + 2 = 2 + 5. ალგებრულად მოცემულ ტოლობას ჩავწერთ როგორც $a + b = b + a$, სადაც a და b შეიძლება იყოს ნებისმიერი რიცხვი. მოცემულ ტოლობას ეწოდება შეკრების გადანაცვლებადობის თვისება. განვიხილოთ მოქმედებათა თვისებები; თვისებები, რომლებიც, ასევე, მარტივი ზეპირი ანგარიშის დროს გვეხმარება.

მოქმედებათა თვისებები	
თვისება	**კომენტარი ან ვიზუალიზაცია**
გადანაცვლებადობის თვისება	
▪ $a + b = b + a$ ▪ $a \cdot b = b \cdot a$	 $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 = 12$ $4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$
ჯუფდებადობის თვისება	
▪ $(a + b) + c = a + (b + c)$ ▪ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	შესაძლებელია რიცხვის მამრავლებად (ან ჯა-მად) დაშლა და შემდეგ გამოყენებბა ჯუფდება-დობის თვისების. $16 \cdot 25 = 4 \cdot 4 \cdot 25 = 4 \cdot (4 \cdot 25) = 400$
განრიგებადობის თვისება	
▪ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ▪ $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ ასევე სამართლიანია ▪ $(b + c) \cdot a = a \cdot b + a \cdot c$	 **როგორც ვიცით, მართკუთხედის ფართობი = სიგრძე · სიგანეზე** **მთლიანი მართკუთხედის ფართობიდ მისი შემადგენელი ფართობების ჯამის ტოლია.** ▪ $20 \cdot 8 = 20 \cdot (5 + 3) = 20 \cdot 5 + 20 \cdot 3 = 160$ ▪ $137 \cdot 20 + 13 \cdot 20 = (137 + 13) \cdot 20 =$ $= 150 \cdot 20 = 3000$
ნულის თვისება	
$a \cdot 0 = 0$ ერთის თვისება $a \cdot 1 = a$	$5 \cdot 0 = 0$ $5 \cdot 1 = 5$

მოქმედებათა თვისებები	
▪ $a-(b+c)=a-b-c$ ▪ $a-(b+c)=(a-c)-b$	▪ $167-(27+40)=167-27-40=167-27-40=100$
▪ $(b+c):a=a:b+a:c$	▪ $(140+21):7=140:7+21:7=20+3=23$
▪ $a:(b\cdot c)=a:b:c$	▪ $210:(10\cdot 7)=210:10:7=3$

1.1.5 მოქმედებათა თანმიმდევრობა

არითმეტიკული ოპერაციები მჭიდრო ურთიერთკავშირშია ერთმანეთთან. რიცხვითი გამოსახულების გამოსათვლელად ან გამარტივებებისთვის, აუცილებელია მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა. რიცხვით გამოსახულებასთან მუშაობისას, თუ გვხვდება გამრავლების, გაყოფის, მიმატების, გამოკლების, ახარისხების ოპერაციები და ასევე ფრჩიხლები, მაშინ მოქმედებების შესრულებისას ვიცავთ შემდეგ თანმიმდევრობას:

მოქმედებების შესრულებისას:	$38 + 5^2 \cdot (8-4) \mid 2$
▪ უნდა შესრულდეს მოქმედებები ფრჩხილებში	$38 + 5^2 \cdot (8-4) \div 2$
▪ შემდეგ ახარისხება	$= 38 + 5^2 \cdot 4 \div 2$
▪ შემდეგ გამრავლების ან გაყოფის ოპერაციები (ვიცავთ თანმიმდევრობას მარცხნიდან მარჯვნივ)	$= 38 + 25 \cdot 4 \div 2$
▪ ბოლოს შეკრება/ გამოკლება (აქაც ვიცავთ თანმიმდევრობას მარცხნიდან მარჯვნივ ან ვაქცევთ ყურადღებას მოქმედებათა თვისებებს მარტივი ანგარიშისთვის)	$= 88$

მითითება: აღნიშნულ მაგალითში ჯერ შესაძლებელია ახარისხების ოპერაცია გაკეთდეს და შემდეგ მოქმედება ფრჩხილებში

სავარჯიშოები

1. დაშალეთ რიცხვები სათანრიგო შესაკრებების მიხედვით.

ა) 204; ე) 4007; ი) 50469;
ბ) 473; ვ) 6372; კ) 49627;
გ) 880; ზ) 8163; ლ) 36094;
დ) 1509; თ) 9071; მ) 60409.

2. გაეცით პასუხი შემდეგ შეკითხვებს:

ა) მოცემულია რიცხვი 42715. დაასახელე ამ რიცხვში ათეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი;

ბ) მოცემულია რიცხვი 3781. დაასახელე ამ რიცხვში ასეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი;

გ) მოცემულია რიცხვი 70831. დაასახელე ამ რიცხვში ათასეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი;

დ) მოცემულია რიცხვი 6380. დაასახელე ამ რიცხვში ერთეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი;

ე) მოცემულია რიცხვი 53047. დაასახელე ამ რიცხვში ასეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი;

ვ) მოცემულია რიცხვი 893. დაასახელე ამ რიცხვში ერთეულების თანრიგში დაწერილი ციფრი.

3. გაეცით პასუხი შემდეგ შეკითხვებს (პასუხი დაასაბუთეთ):

ა) რამდენი ათეულია მოცემულ რიცხვში: 364;

ბ) რამდენი ერთეულია მოცემულ რიცხვში: 183;

გ) რამდენი ასეულია მოცემულ რიცხვში: 2751;

დ) რამდენი ათეულია მოცემულ რიცხვში: 1427;

ე) რამდენი ათასეულია მოცემულ რიცხვში: 32560;

ვ) რამდენი ასეულია მოცემულ რიცხვში: 5739.

4. იპოვეთ მოცემული რიცხვების მარტივი გამყოფები.

ა) 60; დ) 300; ზ) 147; კ) 210;
ბ) 98; ე) 105; თ) 294; ლ) 1155;
გ) 42; ვ) 175; ი) 350; მ) 1764.

5. იპოვეთ მოცემული რიცხვების ყველა გამყოფი.

ა) 8; დ) 56; ზ) 100; კ) 32;
ბ) 12; ე) 28; თ) 105; ლ) 126;
გ) 48; ვ) 64; ი) 42; მ) 180.

6. 120 ლიმონათის ბოთლი უნდა გადანაწილდეს ერთნაირ ყუთებში. რამდენი ბოთლი შეიძლება ეტეოდეს ერთ ყუთში. (დაასახელეთ ყველა შემთხვევა)

7. კოლეჯის 18 სტუდენტი გაემგზავრა ლაშქრობაში და მათ გადაწყვიტეს მდინარეზე ნავებით დაშვება, რისთვისაც სტუდენტებმა კომპანიისგან უნდა იქირაონ ნავები. რამდენ კაციანი ერთნაირი ნავები შეიძლება იქირაონ სტუდენტებმა (ნავები უნდა შეივსოს სრულად).

8. დაშალეთ მოცემული რიცხვები მარტივ მამრავლებად.

ა) 24; დ) 84; ზ) 225; კ) 1323;
ბ) 40; ე) 110; თ) 108; ლ) 1890;
გ) 72; ვ) 248; ი) 180; მ) 2940.

9. იპოვეთ მოცემული რიცხვთა წყვილებისთვის უსგ და უსჯ.

ა) 30 და 40; ბ) 9 და 12; გ) 8 და 12;
დ) 15 და 20; ე) 18 და 27. ვ) 25 და 50 ;
დ) 24 და 36; ე) 150 და 210. ვ) 48 და 36.

10. იპოვეთ:

ა) 27-ის 4-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;

ბ) 161-ის 5-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;

გ) 391-ის 10-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;

დ) 91-ის 5-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;

ე) 127-ის 10-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;

ვ) 2005-ის 100-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

11. ჯარისკაცები დალაგდნენ რიგებად, ისე რომ ყოველ რიგში 18 ჯარისკაცია. შემდეგ განლაგდნენ ისეთნაირად, რომ ყოველ რიგში 24 ჯარისკაცი იყო. რამდენი ჯარისკაცია სულ, თუ მათი რაოდენობა მეტია 210-ზე და ნაკლებია 230-ზე?

12. საწყისი A პუნქტიდან ერთდროულად მოძრაობას იწყებს სხვადასხვა წრიულ მარშრუტზე მიმავალი სამი ავტობუსი. პირველი ავტობუსი მთლიანი მარშრუტის გავლას ანდომებს 72 წთ-ს, მეორე – 54 წთ-ს, ხოლო მესამე – 90 წთ-ს. სულ მცირე რამდენი წუთის შემდეგ იქნება სამივე ავტობუსი ერთდროულად საწყის A პუნქტში (A პუნქტში ავტობუსები დროს არ ხარჯავენ)?

13. მეყვავილეს აქვს 45 წითელი და 63 თეთრი ფერის ვარდი. მან უნდა გამოიყენოს ყველა ვარდი და დაამზადოს ერთნაირი თაიგულები, რომლებშიც იქნება მაქსიმუალური რაოდენობის როგორც თეთრი, ისე წითელი ფერის ვარდები, ამასთან მაქსიმუმ რამდენი თაიგულის დამზადება შეუძლია მეყვავილეს? რამდენი წითელი და რამდენი თეთრი ვარდი იქნება ასეთ დამზადებულ ერთ თაიგულში?

14. შეასრულეთ მოქმედებები მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვით

ა) $9 - 9 : 9$;
ბ) $12 - 2^2$;
გ) $7 + 10 \cdot (76 + 24)$;
დ) $14 \cdot 10 + 10^2$;
ე) $20 - 20^2$;
ვ) $7 \cdot 40 + 2 \cdot (8 + 1^2)$;
ზ) $125 + 5 \cdot (12 + 2^3)$;
თ) $350 - 5 \cdot (36 - 4^2)$;
ი) $244 : 4 + 105 : 5$.

15. შეასრულეთ მოქმედებები, მოქმედებების შესრულების დროს საჭიროებისამებრ გამოიყენეთ მოქმედებათა თვისებები.

ა) $9 + 9 \cdot 9$;
ბ) $10 \cdot 76 - 76 \cdot 10$;
გ) $2 \cdot 15 + 8 \cdot 15$;
დ) $14 \cdot 42 + 14 \cdot 42$;
ე) $255 \cdot 10 - 55 \cdot 10$;
ვ) $7 \cdot 32 + 32 \cdot 193$;
ზ) $245 - (97 + 45)$;
თ) $450 - (77 + 50)$;
ი) $188 : 5 + 12 : 5$.

16. იპოვეთ

ა) 27-ის 4-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;
ბ) 16-ის 5-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;
გ) 39-ის 9-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;
დ) 91-ის 7-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;
ე) 64-ის 11-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი;
ვ) 135-ის 18-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი.

17. იპოვეთ რიცხვი, რომლის

ა) 3-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 4 და ნაშთი 2;
ბ) 5-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 3 და ნაშთი 1;
გ) 8-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 9 და ნაშთი 5;
დ) 7-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 12 და ნაშთი 6;
ე) 10-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 6 და ნაშთი 5;
ვ) 14-ზე გაყოფისას მიიღება განაყოფი 17 და ნაშთი 9.

18. ვახოს აქვს 43 ლარი, რომლითაც უნდა შეიძინოს მაქსიმალური რაოდენობის 8 ლარიანი წიგნები. რამდენ წიგნს შეიძენს ვახო და რამდენი ლარი დარჩება მას?

19. თათიას აქვს 37 ფანქარი, რომლებიც უნდა ჩაალაგოს ერთნაირ კოლოფებში. ცნობილია, რომ ერთ კოლოფში ეტევა 5 ფანქარი. რამდენი ასეთი კოლოფის შევსებას შეძლებს თათია და რამდენი ფანქარი დარჩება მას ჩაულაგებელი?

20. სკოლის 62 მოსწავლე და მათი 7 პედაგოგი უნდა გაემგზავრონ ექსკურსიაზე მინიავტობუსებით. მინიმუმ რამდენი მინიავტობუსი უნდა იქირაონ მათ, თუ ერთ მინიავტობუსში ეტევა 16 ადამიანი?

გაგრძელება

სავარჯიშოები

21. დაასახელეთ უდიდესი ორნიშნა რიცხვი, რომელიც 14-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 8-ს.

22. დაასახელეთ უდიდესი ორნიშნა რიცხვი, რომელიც 7-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 5-ს.

23. დაასახელეთ უმცირესი სამნიშნა რიცხვი, რომელიც 13-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 3-ს.

24. დაასახელეთ უმცირესი სამნიშნა რიცხვი, რომელიც 23-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 9-ს.

25. იპოვეთ უმცირესი ნატურალური რიცხვი, რომელიც 4-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 1-ს, ხოლო 5-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 3-ს.

26. იპოვეთ უმცირესი ნატურალური რიცხვი, რომელიც 6-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 3-ს, ხოლო 7-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 5-ს.

27. რიცხვების გაყოფადობის თვისებების მიხედვით დაადგინეთ რომელ ერთნიშნა რიცხვებზე იყოფა მოცემული რიცხვი (პასუხი დაასაბუთეთ):

ა) 44 ;	დ) 250;	ზ) 576;
ბ) 282 ;	ე) 2916;	თ) 3402
გ) 1470;	ვ) 2835;	ი) 900.

28. გაეცით პასუხი შემდეგ შეკითხვებს (პასუხი დაასაბუთეთ):

ა) რა ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 3 ∗ 27 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს 9-ზე ;

ბ) რა უმცირესი ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 54 ∗ 2 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს 6-ზე ;

გ) რა ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 509 ∗ 2 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს 3-ზე ;

დ) რა უდიდესი ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 781 ∗ 2 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს 9-ზე ;

ე) რა ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 310 ∗ 0 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვ უნაშთოდ იყოფოდეს 5-ზე ;

ვ) რა უდიდესი ციფრი უნდა ჩავსვათ რიცხვში 461 ∗ 2 ფიფქის ნაცვლად, რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს 9-ზე.

1.2. ტოლობის თვისებები, განტოლება

რას ეწოდება განტოლება

რატომ აღვნიშნავთ ხოლმე უცნობს, ცვლადს მაინცდამაინც X-ით? რატომ არის მათემატიკაში ციფრების გარდა სხვა სიმბოლოები? სინამდვილეში, დასაწყისში უცნობის აღმნიშვნელი სიმბოლო „X“-შეესაბამებოდა ენაში არსებულ ნაცვალსახელებს: „ის“, „რაიმე“, „რომელიღაც“...

საკვანძო კითხვა: *გიფიქრიათ თუ არა, რატომ აღვნიშნავთ უცნობს უმეტესად **X**-ით?*

თავდაპირველად არაბი მეცნიერები, უცნობს აღნიშნავდნენ არაბული ტერმინით "შაი'", რომელიც თარგმანში დაშვებული *უზუსტობების გამო ითარგმნა, როგორც X.*

სურათი 1.3. *სურათზე მოცემულია სიმბოლო, რომელიც აღნიშნავდა უცნობს.*

Why x is unknown

ეს საინტერესოა!

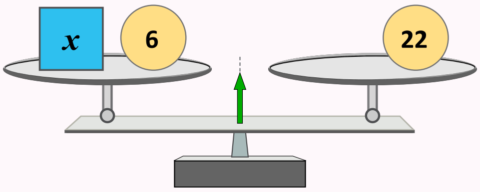
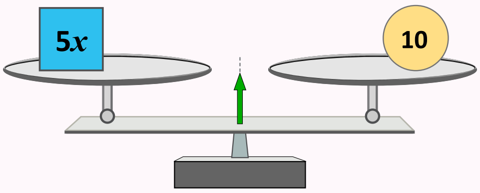
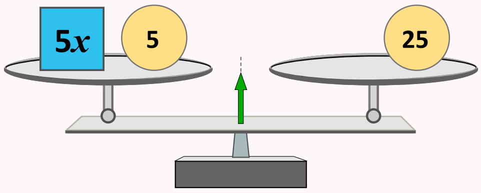
როგორ იქცა – x-ად მათემატიკაში უცნობის აღმნიშვნელი არაბული ტერმინი الشيء (შაი' – რაღაც), რომელსაც შემოკლებით წერდნენ როგორც ش (შ). როდესაც ესპანელებმა გადმოთარგმნეს მათემატიკური ტრაქტატები მოცემული „ ش“-ს ნაცვლად დაწერეს ბერძნული სიმბოლო ქაი, „χ", რადგან ესპანურში, არ იყო „შ“-ს შესაბამისი ბგერა, მოგვიანებით, როდესაც აღნიშნული მასალა ითარგმნა სხვა ევროპულ ენებზე, მათ უკვე გამოიყენეს ლათინური სიმბოლო x, რის შემდეგაც უცნობი რაოდენობა მეტწილად აღინიშნებოდა „x“-ით.

განმარტება	ნიმუში
რიცხვითი გამოსახულება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს რიცხვს/რიცხვებს, არითმეტიკულ მოქმედებას/მოქმედებებსა და, შესაძლოა, ფრჩხილებს, **რიცხვითი გამოსახულება** ეწოდება. მიღებულია, რომ ერთი რიცხვის ჩანაწერიც რიცხვითი გამოსახულებაა.	**რიცხვითი გამოსახულებებია:** 8; $14 \cdot 3 - 2$; $14 \cdot 3 - 8 : 4$ $5^2 - 8$
ალგებრული გამოსახულება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს რიცხვებს, არითმეტიკულ მოქმედებებს და უცნობს (ცვლადს), ასოითი გამოსახულება, იგივე **ალგებრული გამოსახულება** ეწოდება.	**ასოითი, იგივე ალგებრული გამოსახულების ნიმუშები:** $5 \cdot x$; $3 \cdot a^2 - 5$ $3 + y : 4$; და ა.შ.

განმარტება	ნიმუში
განტოლება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს რიცხვებს, არითმეტიკულ მოქმედებებს, ცვლადს და ტოლობის ნიშანს „=", **განტოლება** ეწოდება. უფრო ზუსტად: **განტოლება** ესაა ორი ასოითი გამოსახულების ტოლობა ან ასოითი გამოსახულებისა და რიცხვითი გამოსახულების ტოლობა, რომელიც ერთ, ორ ან რამდენიმე უცნობს ანუ ცვლადს შეიცავს.	**განტოლების ნიმუშები:** $5 \cdot x = 15$ $3 \cdot (x - 2) = 45$ $7 \cdot x + 2 = 4 \cdot x - 5$ $7 \cdot x + 2 \cdot y = 8$ და ა.შ. **მინიშნება:** $7 \cdot x = 7x$

მინიშნება: *ალგებრულ გამოსახულებებსა და განტოლებებს დეტალურად მოგვიანებით განვიხილავთ*

განვიხილოთ უმარტივესი განტოლებები და დავაკავშიროთ მოქმედებების შინაარსთან

N1		
$x + 6 = 22$ $-6 = -6$ $x = 22 - 6$ $x = 14$		იმისათვის, რომ ვიპოვოთ, x, ტოლობის ორივე მხარეს უნდა გამოვაკლოთ 6.
N2		
$5x = 10$ $:(5) = :(5)$ $x = 10 : 5$ $x = 2$		იმისათვის, რომ ვიპოვოთ უცნობი მამრავლი – x, ტოლობის ორივე მხარე უნდა გავყოთ 5-ზე. გამრავლების შებრუნებულ მოქმედებაზე.
N3		
$5x + 5 = 25$ $-5 = -5$ $5x = 25 - 5$ $5x = 20$ $:5 = :5$ $x = 20 : 5$ $x = 4$		როდესაც გვაქვს შერეული ოპერაციები, ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას: ჯერ გამოვაკლებთ ორივე მხარეს რიცხვს, შემდეგ გავყოფთ ორივე მხარეს მამრავლზე (კოეფიციენტზე).

ნიმუში 1 – განტოლება, ცვლადი ტოლობის ორივე მხარეს

$4(2x + 1) = 14 - 2x$ $8x + 4 = 14 - 2x$	ვხსნით ფრჩხილებს განრიგებადობის თვისების გამოყენებით
$-4 = -4$	ტოლობის ორივე მხარეს ვაკლებთ 4-ს
$8x = 14 - 2x - 4$ $8x = 10 - 2x$	
$+2x = +2x$	ტოლობის ორივე მხარეს ვუმატებთ $2x$-ს
$10x = 10$	ტოლობის ორივე მხარეს ვყოფთ 10-ზე
$x = 1$	

სავარჯიშოები

1. ამოხსენით განტოლებები:

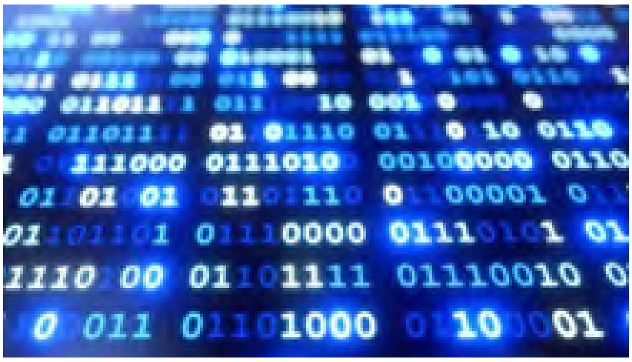
ა) $21 + 2x = 35$; ე) $14 \cdot x = 98$; ი) $21 + 2x = 35$;
ბ) $x + 18 = 29$; ვ) $x \cdot 23 = 78$; კ) $x + 18 = 29$;
გ) $27 - x = 14$; ზ) $42 : x = 4$; ლ) $27 - x = 14$;
დ) $4x - 13 = 47$; თ) $x : 16 = 8$; მ) $4x - 13 = 47$.

2. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $21 + 2x = x + 6$; ვ) $80 = 10 \cdot x$;
ბ) $5x + 18 = 3x + 40$; ზ) $3 \cdot (x + 4) = 45$;
გ) $27 + 8x = 187 + 4x$; თ) $8 \cdot (x - 12) = 88$;
დ) $20 \cdot 5x = 200$; ი) $2 \cdot (5x + 4) = 128$.
ე) $10 \cdot 5x = 450$;

1.3. კავშირი ორობით და ათობით პოზიციურ სისტემას შორის

კომპიუტერულ მეცნიერებაში ერთ-ერთი მთავარი რიცხვითი სისტემა ორობითი რიცხვითი სისტემაა, რომელსაც ასევე ბინარულს ეძახიან. ორობითი სისტემის სიმარტივე საშუალებას აძლევს კომპიუტერს, შეასრულოს რთული გამოთვლები რამდენჯერმე უფრო სწრაფად, ვიდრე ათობით სისტემაში.



ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ რიცხვითი სისტემა, რომელსაც ყოველდღიურობაში ვიყენებთ არის ათობითი პოზიციური სისტემა. ათობითი თვლის პოზიციურ სისტემაში ნებისმიერი რიცხვის გაშლა შესაძლებელია თანრიგობითი ჩანაწერით, სადაც ფუძე 10-ის ტოლია.

ორობით სისტემაში რიცხვების ჩასაწერად გამოიყენება მხოლოდ ორი ციფრი – 0 და 1. ამავე დროს, რიცხვში 0 ან 1-ის პოზიციიდან გამომდინარე, მისი მნიშვნელობა შეიცვლება.

ამავდროულად, კომპიუტერულ ენაზე ორობით სისტემაში დაწერილი სიგნალის აღქმისას ერთი ნიშნავს ძაბვის გამოყენებით გადაცემული სიგნალის არსებობას, ხოლო ნული ნიშნავს მის არარსებობას.

შევადაროთ ათობითი და ორობითი რიცხვითი სისტემები

ათობით სისტემაში ნებისმიერი რიცხვის ჩასაწერად გვჭირდება 10 განსხვავებული ციფრი (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), ციფრის პოზიცია გვიჩვენებს მის წონას; პოზიცია განისაზღვრება ათის ხარისხებით.

	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

ორობითი სისტემის განსხვავება ათობით პოზიციურ სისტემასთან: რიცხვის ორობითი ჩანაწერის მისაღებად საჭიროა მხოლოდ ორი ციფრის 0 და 1. ორობით ფუძეზე თანრიგის ერთეულები შესაბამისად იქნება ორის ხარისხები: 0, 1, 2, 3, 4 და ა.შ

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

ნიმუში 1 – რიცხვის წარმოდგენა ათობითი და ორობითი სისტემის მეშვეობით

რიცხვი 5247 წარმოდგენილია 10-ობითი ფუძით. იმისათვის, რომ გაგვიადვილდეს ორობითი სისტემის გააზრება, გავიხსენოთ რიცხვით თანრიგობრივი წარმოდგენა ათობით სისტემაში:

10^3	10^2	10^1	10^0
5	2	4	7

$5247 = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7$

ორობითი ფუძით წარმოდგენილი რიცხვის თანრიგობრივი გაშლა შეიძლება იმავე წესით, როგორც ათობითი ფუძით, 10-ის ნაცვლად ვწერთ 2-ს.

ა) 1011_2 გავშალოთ თანრიგობების ჯამის სახით

2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	1

$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11$

1011_2-ს ათობით სისტემაში შეესაბამება რიცხვი 11

განვიხილოთ ორობითი სისტემით წარმოდგენილი რიცხვი

$1011_2 \longrightarrow$ **2** აღნიშნავს, რომ რიცხვი წარმოდგენილია ორობითი ფუძით

ბ) $10100_2 =$

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0	0

$10100_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 16 + 4 = 20$

ნიმუში 2 – ათობითი სისტემით წარმოდგენილი რიცხვის ჩაწერა ორობით სისტემაში

მოცემულია რიცხვი 8,

წარმოვადგინოთ მოცემული რიცხვის ორობითი ჩანაწერი:

რიცხვს ვყოფთ 2-ზე, ვიღებთ განაყოფს და ნაშთს, შემდეგ განაყოფს ვყოფთ 2-ზე იმავე წესით და ვაგრძელებთ გაყოფას მანამ, სანამ არ დავასრულებთ.

ა)

გასაყოფი/ გამყოფი	განაყოფი	ნაშთი
8 : 2	4	0
4 : 2	2	0
2 : 2	1	0
1 : 2	0	1

$8 = 1000_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 8$

პ.ს. როგორც ხედავთ, ორობითი ჩაწერის დროს, ვწერთ ნაშთებს დაწყებული ბოლოდან.

წარმოვადგინოთ ათობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვი „10“ ორობით სისტემაში.

ბ)

გასაყოფი/ გამყოფი	განაყოფი	ნაშთი
10 : 2	5	0
5 : 2	2	1
2 : 2	1	0
1 : 2	0	1

შემოწმება

$1010_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 8 + 2 = 10$

სავარჯიშოები

1. მოცემული რიცხვები ჩაწერეთ ორობით სისტემაში:

ა) 5;	ე) 27;	ი) 64;
ბ) 9;	ვ) 35;	კ) 72;
გ) 11;	ზ) 40;	ლ) 81;
დ) 19;	თ) 47;	მ) 90.

2. ორობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვები ჩაწერეთ ათობით სისტემაში:

ა) 10_2;	ე) 10100_2;	ი) 101101_2;
ბ) 101_2;	ვ) 10110_2;	კ) 110011_2;
გ) 1100_2;	ზ) 10111_2;	ლ) 1011100_2;
დ) 1101_2;	თ) 101100_2;	მ) 1110011_2.

3. შეადარეთ ერთმანეთს მოცემული რიცხვები:

ა) 110_2 და 6;	ვ) 110110_2 და 53;
ბ) 111_2 და 9;	ზ) 111100_2 და 67;
გ) 1101_2 და 10;	თ) 1001100_2 და 85;
დ) 11101_2 და 18;	ი) 1010110_2 და 82;
ე) 110100_2 და 46;	კ) 1100000_2 და 97.

4. დაალაგეთ მოცემული რიცხვები ზრდადობის მიხედვით:

ა) 11_2 111_2 და 5;

ბ) 1001_2 1011_2 და 8;

გ) 1101_2 9 და 1100_2;

დ) 18 11100_2 11011_2 და 22;

ე) 42 11101_2 100111_2 და 38;

ვ) 57 101100_2 69 და 111011_2.

5. **გამოწვევა:** იმსჯელეთ, როგორი შეიძლება ჩაიწეროს რიცხვი სხვადასხვა პოზიციურ სისტემებში?

ა) გაავლეთ პარალელი 10-ობით და ორობით პოზიციურ სისტემაში და წარმოადგინეთ, როგორ შეიძლება ჩაიწეროს რიცხვი ოთხობით და რვაობით პოზიციური სისტემაში? (წარმოადგინეთ პოზიციური სისტემა ფუძით 4 ან 8).

6. შემდეგი დებულებებიდან აარჩიეთ ის, რომელიც გვიჩვენებს ორობითი სისტემის უპირატესობას ათობითთან შედარებით:

ა) რიცხვის ხარისხების გამოთვლა აღარაა საჭირო;

ბ) რიცხვის ციფრული ჩანაწერი გაცილებით უფრო მოკლე გამოდის;

გ) რიცხვის ციფრული ჩანაწერი გაცილებით უფრო გრძელი გამოდის;

დ) უფრო დიდი რაოდენობის ციფრებია საჭირო;

ე) უფრო მცირე რაოდენობის ციფრებია საჭირო.

7. შემდეგი დებულებებიდან აარჩიეთ ის, რომელიც გვიჩვენებს ორობითი სისტემის ნაკლს.

ა) რიცხვის ხარისხების გამოთვლა აღარაა საჭირო;

ბ) რიცხვის ციფრული ჩანაწერი გაცილებით უფრო მოკლე გამოდის;

გ) რიცხვის ციფრული ჩანაწერი გაცილებით უფრო გრძელი გამოდის;

დ) უფრო დიდი რაოდენობის ციფრებია საჭირო;

ე) უფრო მცირე რაოდენობის ციფრებია საჭირო.

თემა 2. წილადი, ათწილადი, მოქმედებები მათზე

2.1. წილადი

ჩვენ ვიცით, რომ სხვადასხვა რაოდენობის აღნიშვნისათვის ვიყენებთ, სხვადასხვა სიმბოლოებს, რიცხვებს; მთელის ნაწილის აღსანიშნავად **ვიყენებთ წილად** რიცხვებს.

ეგვიპტურ პაპირუსებზე, რომლებიც ძველი წელთაღრიცხვის 1600-1800 წლებშია შესრულებული, მეცნიერებმა აღმოაჩინეს გამოთვლები, რომელიც წილადების მეშვეობითაა შესრულებული.

ეგვიპტელებთან მთელს აღნიშნავდა შემდეგი სიმბოლო

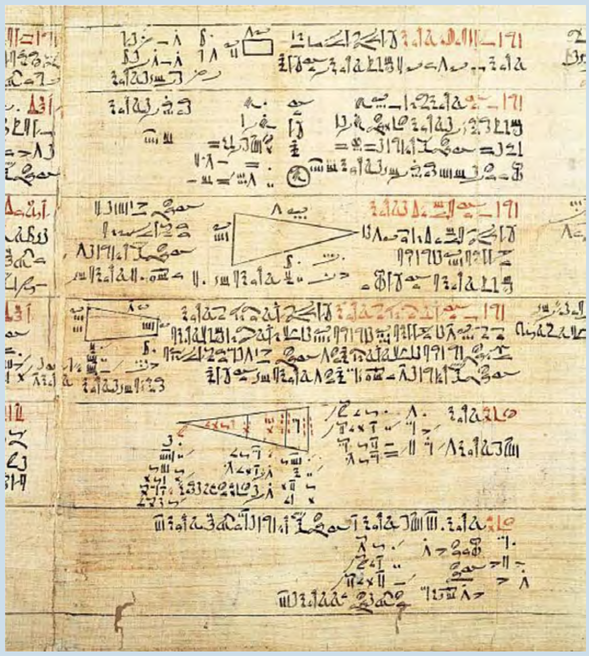
მთელის მეოთხედს კი აღნიშნავდნენ შემდეგი ჩანაწერით

წილადის ლათინური და ინგლისური სახელწოდება fraction მომდინარეობს ლათინური სიტყვიდან fractio, რომელიც ნიშნავს „გატეხვა, განაწილებას“.

ეგვიპტელები წილადებს იყენებდნენ ისეთი პრობლემების გადასაჭრელად, როგორიცაა გაზომვა, აწონა, აგრეთვე ნადავლის, საკვების, მარაგის განაწილება და ფულის გადაცვლა.

რომაელები მთელის ნაწილს სიტყვებით წერდნენ, ინდოელები კი ერთ რიცხვს წერდნენ მეორე რიცხვის ქვემოთ, წილადის ხაზის გარეშე; მოგვიანებით არაბებმა ამ ჩანაწერს წილადის ხაზი დაამატეს.

ეს საინტერესოა!



ეგვიპტელები ანგარიშისას ერთეულოვან წილადებს იყენებდნენ (წილადებს მრიცხველით 1); სხვა წილადებს კი მათი ჯამის სახით წარმოადგენდნენ.

მაგ.:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

შესავალი ამოცანა		
ჭიქის მოცულობა 250 მლ-ია, მასში უნდა ჩავასხათ სასმელი, რომელიც შეავსებს: ა) ჭიქის მეხუთედს. რამდენი მილილიტრი სითხე უნდა ჩავასხათ? ბ) ორჯერ მეხუთედს. რამდენი მილილიტრი სითხე უდნა ჩავასხათ? როგორ შეგვიძლია მათემატიკურად ჩავწეროთ ჭიქის მეხუთედი ან ორჯერ მეხუთედი?	ა) რადგან ჭიქის მოცულობაა 250 მლ, მაშინ მისი მეხუთედი იქნება 250 : 5 = 50 მლ, ე.ი. პირველ შემთხვევაში ჭიქაში უნდა ჩავასხათ 50 მლ სითხე. ▪ ***როგორ ჩავწეროთ მათემატიკურად ერთი მეხუთედი?***  $\frac{1}{5}$	ბ) რადგან ჭიქის მეხუთედი არის 50 მლ, ორჯერ მეხუთედი იქნება 50 · 2 = 100 მლ. ▪ ***როგორ ჩავწეროთ მატემატიკურად ორჯერ ერთი მეხუთედი?***  $\frac{2}{5}$
მითითება: მილილიტრი მოცულობის საზომი ერთეულია, დეტალურად ვიხილავთ ქვემოთ.	მთლიანი ჭიქა უნდა დაიყოს 5 ტოლ ნაწილად, შევსებული 1 ნაწილი შეგვიძლია ჩავწეროთ როგორც $\frac{1}{5}$, ან 1 : 5, ვიტყვით შევავსეთ ჭიქის მეხუთედი. ჭიქა განხილულია როგორც ერთ მთლიანად, რომელიც იყოფა 5 ტოლ ნაწილად.	მთლიანი ჭიქა უნდა დაიყოს 5 ტოლ ნაწილად, შევსებული ორი მეხუთედი ნაწილი, შეგვიძლია ჩავწეროთ როგორც $\frac{2}{5}$, ან 2 : 5, ვიტყვით, რომ შევავსეთ ჭიქის ორი მეხუთედი.

წილადი, ნაწილის აღმნიშვნელი

$$\frac{a}{b}$$

წილადი რიცხვები ხაზით გაყოფილი ორი რიცხვის სახით ჩაიწერება;

მრიცხველი, გვიჩვენებს რამდენი ნაწილია აღებული

წილადის ხაზი

მნიშვნელი, გვიჩვენებს რამდენ ნაწილად გაიყო მთელი

$\frac{a}{b}$ ნიშნავს ასევე $a : b$, სადაც b – ნატურალური რიცხვია, ხოლო a მთელი რიცხვი.

ქვედა ცხრილში იხილეთ, როგორ გამოითქმის ხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადი და როგორ ჩაიწერება თავად წილადი. გაითვალისწინეთ, იგულისხმება, რომ მრიცხველში არის 1, იცვლება მხოლოდ მნიშვნელი.

მნიშვნელი	გამოთქმა/ვამბობთ	ჩანაწერი/ჩაიწერება როგორც
1	მთელი	1
2	ნახევარი	$\frac{1}{2}$
3	მესამედი (ერთი მესამედი)	$\frac{1}{3}$
4	მეოთხედი (ერთი მეოთხედი)	$\frac{1}{4}$
5	მეხუთედი (ერთი მეხუთედი)	$\frac{1}{5}$
და ა.შ.		
100	მეასედი (ერთი მეასედი)	$\frac{1}{100}$

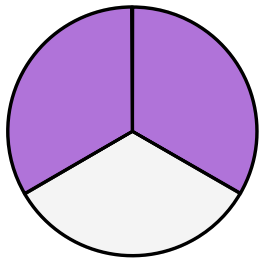
!! **ყურადღება მიაქციეთ,** ზოგადად, ერთ მთელად შეიძლება განხილული იყოს: კლასში მოსწავლეების რაოდენობა, შოკოლადის ფილა, ხელფასი, ქილაში წყლის მოცულობა, თანხა და ა.შ.

სიტყვიერად	ჩანაწერი
1 მ-ის მეასედი 1 სმ-ია	1 სმ = $\frac{1}{100}$მ
1 ლარის მეასედი 1 თეთრია	1 თეთრი = $\frac{1}{100}$ ლარი
1 ტონის მეათასედი 1 კგ-ია	1 კგ = $\frac{1}{1000}$ ტ
1 დღე-ღამის ოცდამეოთხედი 1 სთ-ია	1 სთ = $\frac{1}{24}$ დღე-ღამე
1 სთ-ის მესამოცედი 1 წთ-ია	1 წთ = $\frac{1}{60}$ სთ

2.1.1 წესიერი და არაწესიერი წილადი

წესიერი წილადი

წრე გაყოფილია 3 ტოლ ნაწილად. ვიტყვით, რომ გაფერადებულია წრის $\frac{2}{3}$ ნაწილი, გასაფერადებელია $\frac{1}{3}$ ნაწილი. წრე განიხილება როგორც 1 მთლიანად.



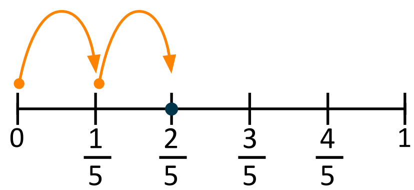
$\frac{2}{3}$ და $\frac{1}{3}$ — წესიერი წილადებია.

- წილადი, რომლის მნიშვნელი ნაკლებია მრიცხველზე **წესიერი წილადი** ეწოდება.
- წესიერი წილადი ყოველთვის ნაკლებია 1-ზე;
- თუ a და b ნატურალური რიცხვებია და $a < b$, მაშინ $\frac{a}{b}$ წესიერი წილადია

წილადის წარმოდგენა რიცხვით წრფეზე

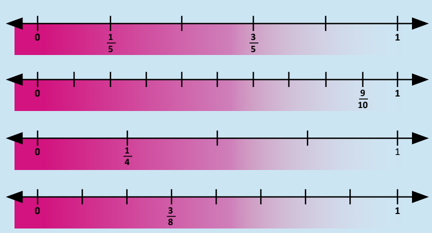
წილადის წარმოდგენა რიცხვით წრფეზე

იმისათვის, რომ $\frac{2}{5}$ გამოვსახოთ რიცხვით წრფეზე, საჭიროა ერთეული სიგრძის მონაკვეთი დავყოთ 5 ტოლ ნაწილად, მივიღებთ 5 ნაწილს, სადაც თითოეული წარმოადგენს მთელის $\frac{1}{5}$-ს. რიცხვით წრფეზე ვიპოვოთ წერტილი, რომელიც შეესაბამება 0-ს, 0-დან მარჯვნივ გადავთვალოთ 2-ჯერ $\frac{1}{5}$ და მოვნიშნოთ წერტილი.



იმისათვის, რომ წილადს შევუსაბამოთ წერტილი რიცხვით ღერძზე:

- ერთეულოვანი მონაკვეთი უნდა დავყოთ მნიშვნელის შესაბამის ტოლ ნაწილად
- შემდეგ, მოვნიშნოთ შესაბამისი ნაწილები

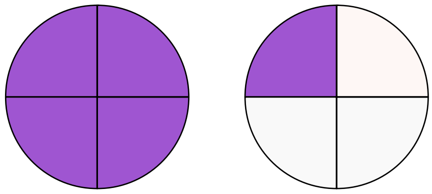


თუ 1 სმ-ის სიგრძის მონაკვეთს გავყოფთ 10 ტოლ ნაწილად, თითო ნაწილის სიგრძე იქნება 1 მმ, ვიტყვით რომ 1 მმ = $\frac{1}{10}$ სმ-ს.

გაგრძელება

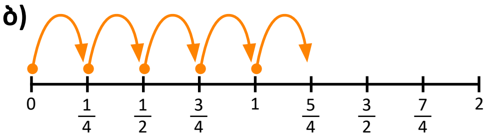
არაწესიერი წილადი

ნახაზზე მოცემულია 2 წრე, თითოეული გაყოფილია 4 ტოლ ნაწილად და გაფერადებულია 5 ცალი მეოთხედი, იგივე $\frac{5}{4}$ ნაწილი.

ა) 

$\frac{5}{4}$ **არაწესიერი წილადია**

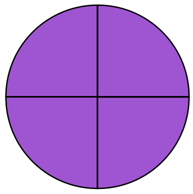
წილადს, რომელის მრიცხველი მნიშვნელზე მეტია ან ტოლი, არაწესიერი წილადი ეწოდება.

ბ) 

თუ არაწესიერი წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი ერთმანეთის ტოლია, მაშინ წილადი 1-ს უდრის.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \cdots$$

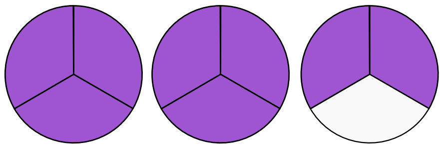
$\frac{5}{4}$ **რიცხვით წრფეზე**

გ) 

$\frac{4}{4} = 1$

შერეული რიცხვი

ნახაზზე მოცემულია 3 წრე, თითოეული გაყოფილი 3 ტოლ ნაწილად, გაფერადებულია 8 ცალი მესამედი, იგივე $\frac{8}{3}$ ნაწილი;



8 : 3 = 2 (ნაშთი 2); $\frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

მეორე მხრივ, ჩვენ ვხედავთ, რომ გაფერადებულია 2 წრე სრულად და დამატებით $\frac{2}{3}$ ნაწილი

შესაბამისად, შეგვიძლია $\frac{8}{3}$ წარმოვადგინოთ, როგორც 2 მთელი და $\frac{2}{3}$

$$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

დაიმახსოვრეთ, $2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$

არაწესიერი წილადი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს, როგორც მთელი და ნაწილი; წილადის ჩაწერის ასეთ ფორმას **შერეული რიცხვი** ეწოდება; ასევე პირიქით, შერეული რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ არაწესიერ წილადად.

$$\frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

პროცედურა

იმისათვის, რომ არაწესიერი წილადი წამოვადგინოთ როგორც შერეული რიცხვი:

- მრიცხველი უნდა გავყოთ მნიშვნელზე, გამოვყოთ მთელი და ნაშთი
- მთელი ნაწილი იწერება წილადის წინ და არის ამ შერეული რიცხვის მთელი ნაწილი
- მთელის გამოყოფის შემდეგ დარჩენილი წილადური ნაწილის მრიცხველში იწერება ნაშთი, ხოლო მნიშვნელი რჩება უცვლელი

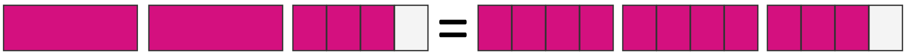
გაგრძელება

მთელი რიცხვის წილადად წარმოდგენა

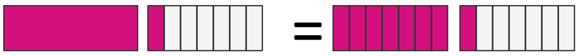
თუ დადებითი არაწესიერი წილადის მრიცხველი მნიშვნელზე უნაშთოდ იყოფა, მაშინ ამ წილადის მნიშვნელობა ნატურალური რიცხვის ტოლია და პირიქით, ყოველი ნატურალური რიცხვი შეიძლება ჩაიწეროს წილადური ფორმით, რომლის მნიშვნელი ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია.

$2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \cdots$ ასევე $12 = \frac{24}{2} = \frac{36}{3} = \frac{48}{4} = \cdots$

შერეული რიცხვის არაწესიერ წილადად წარმოდგენა



$$2\frac{3}{4} = \frac{(2 \text{ X } 4) + 3}{4} = \frac{11}{4}$$



$$1\frac{1}{7} = \frac{(1 \text{ X } 7) + 1}{7} = \frac{8}{7}$$

2.1.2 წილადის ძირითადი თვისება

ტოლი (ეკვივალენტური) წილადები

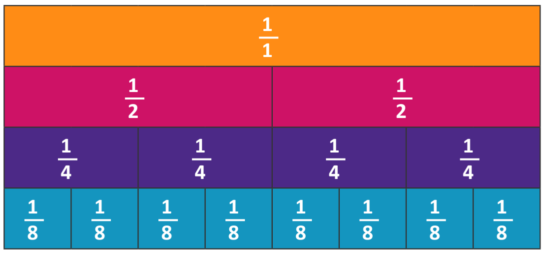
მოცემულია ოთხი ტოლი მართკუთხედი;

I. ერთი მთელი მართკუთხედია;

II. მართკუთხედი გაყოფილია ორ ტოლ ნაწილად;

III. მართკუთხედი გაყოფილია 4 ტოლ ნაწილად;

IV. გაყოფილია 8 ტოლ ნაწილად.



წარმოდგენილი ვიზუალური მოდელიდან ჩანს, რომ მართკუთხედის ნახევარი შეიძლება ჩავწეროთ სხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადების გამოყენებით

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

წილადებს, რომლებიც მთელის ერთსა და იმავე ნაწილს აღნიშნავენ, **ეკვივალენტური წილადები** ეწოდებათ.

გაგრძელება

წილადის ძირითადი თვისება

წილადების გამარტივება:

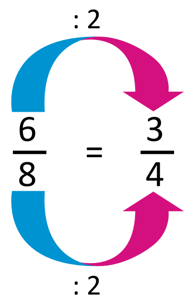
წინა მაგალითიდან ჩანს, რომ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

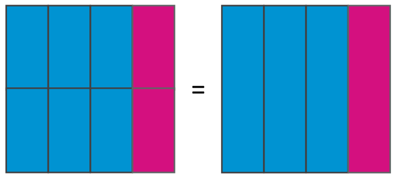
შეგვიძლია მარტივად დავინახოთ, რომ

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

დიაგრამიდან ჩანს, რომ $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

შესაბამისად მოცემული ნაწილების აღმნიშვნელი წილადები ტოლია





- წილადის მნიშვნელისა და მრიცხველის ერთსა და იმავე არანულოვან რიცხვზე გამრავლებით ან გაყოფით ვიღებთ საწყისი წილადის **ტოლ წილადს**
- წილადის მრიცხველისა და მნიშვნელის ერთსა და იმავე, არანულოვან რიცხვზე გაყოფას **შეკვეცა** ეწოდება. პროცესს კი გამარტივება
- გამარტივებისას, სასურველია საწყისი წილადის, უკვეც წილადად წარმოდგენა

ნიმუში 1

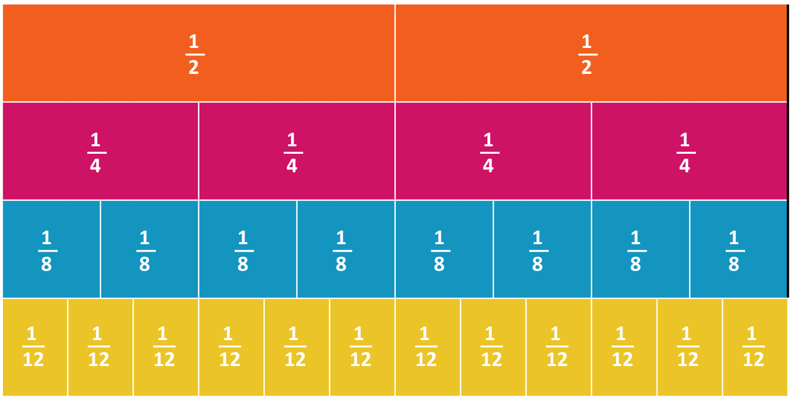
წილადების შეკვეცა

სავარჯიშო 1

მოცემულ დიაგრამაზე ვხედავთ, რომ

$$\frac{6}{12} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ – არის უკვე უმარტივესი წილადი, რომელიც უდრის $\frac{6}{12}$ და აღარ იკვეცება.შეკვეცისას ჩვენ შეგვიძლია რამდენჯერმე შევკვეცოთ, სანამ არ მივიღებთ უმარტივეს უკვეც წილადს.



გაგრძელება

სავარჯიშო 2

საწყისი წილადიდან, მრიცხველისა და მნიშვნელის ერთსა და იმავე რიცხვზე გამრავლებით შეგვიძლია მივიღოთ მისი ტოლი უამრავი წილადი.

$$\frac{1}{2}\ \xrightarrow[X2]{X2}\ \frac{2}{4}\ \xrightarrow[X2]{X2}\ \frac{4}{8}\ \xrightarrow[X2]{X2}\ \frac{8}{16}\ \xrightarrow[X2]{X2}\ \frac{16}{32}$$

$$\frac{1}{2} \underset{X2}{\overset{X2}{=}} \frac{2}{4} \underset{X3}{\overset{X3}{=}} \frac{3}{6} \underset{X4}{\overset{X4}{=}} \frac{4}{8} \underset{X5}{\overset{X5}{=}} \frac{5}{10} = \ldots\ldots$$

სავარჯიშო 3

გავამარტივოთ წილადი

$$\frac{24}{32} = \frac{24:8}{32:8} = \frac{3}{4}$$

თუ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს გავყოფთ უ.ს.გ.-ზე , პირდაპირ მივიღებთ საწყისი წილადის უმარტივეს ფორმას (უკვეც წილადს) უ.ს.გ (24,32) = 8

2.1.3 ამოცანები ნაწილებზე

ნიმუში 1

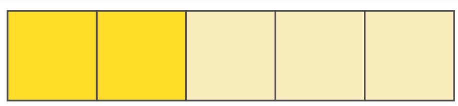
კლასში 40 მოსწავლეა, მოსწავლეების $\frac{2}{5}$ ნაწილი გოგოა, დანარჩენი ბიჭი

ა) მოსწავლეთა რა ნაწილია ბიჭი?

ბ) რამდენი ბიჭია კლასში?

ამოხსნა:

ა) თუ $\frac{2}{5}$ ნაწილია გოგო, მაშინ ბიჭების რაოდენობა იქნება, მოსწავლეთა რაოდენობის $\frac{3}{5}$.



გონებაში ანგარიშის ხერხები/ამოვხსნათ ზეპირად

ბ) კლასი უნდა განვიხილოთ როგორც 1 მთელი.

შესაბამისად, კლასის $\frac{1}{5}$ იქნება 40 : 5 = 8 მოსწავლე

ხოლო $\frac{2}{5}$ იქნება კლასის მეხუთედი ორჯერ 40 : 5 · 2 = 16,

კლასის $\frac{3}{5}$ კი იქნება 3-ჯერ $\frac{1}{5}$,

რაც ნიშნავს 40 : 5 · 3 = 24

კლასში არის 24 ბიჭი და 16 გოგო.

წილადური ჩანაწერი:

ვიპოვოთ 40-ის $\frac{1}{5}$ = 40 : 5 · 1, რაც იგივეა, რომ 40 · $\frac{1}{5}$ (წილადების გამრავლება იხილეთ ქვემოთ).

ნიმუში 2

კლასში სულ 30 მოსწავლეა, რომელთაგან 20 გოგოა.

ა) კლასის მოსწავლეების რა ნაწილს შეადგენს ბიჭების რაოდენობა?

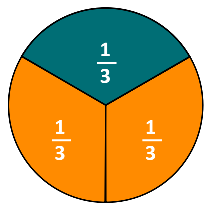
ბ) გოგოების რაოდენობა?

ამოცანის გააზრება

ა) 1 მოსწავლე კლასის $\frac{1}{30}$ ნაწილს წარმოადგენს, შესაბამისად 10 მოსწავლე წარმოადგენს კლასის $\frac{10}{30}$ ნაწილს;

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

ბ) რადგან მოსწავლეთა $\frac{1}{3}$ არის ბიჭები, მაშინ გოგოების რაოდენობა იქნება, კლასის მოსწავლეთა რაოდენობის $\frac{2}{3}$



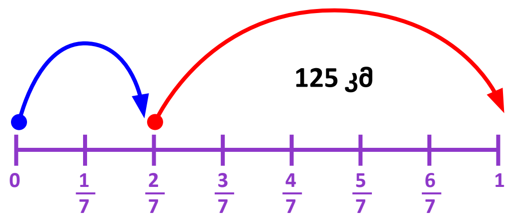
ნიმუში 3 – ამოცანა ნაწილებზე

ნინიმ გაიარა გზის $\frac{2}{7}$ და გასავლელი დარჩა 125 კმ, რა სიგრძისაა გზა?

ამოცანის გააზრება

ვიცით, რომ ნინიმ გაიარა $\frac{2}{7}$, რადგან გზა არის 1 მთლიანი, გასავლელი დარჩა $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$. ანუ გასავლელი დარჩა მთელი გზის $\frac{5}{7}$ ნაწილი

ვიზუალური მოდელი გვეხმარება ამოცანის გააზრებაში



მეთოდი 1: (გონებაში ამოხსნა)

თუ გზის 5 ნაწილი 125 კმ-ია, ე.ი 1 ნაწილი არის 125 : 5 = 25 კმ

მაშინ 7 ნაწილის, ანუ მთელი გზის სიგრძე იქნება: $25 \cdot 7 = 175$

მინიშნება: გონებაში ანგარიშის ხერხით გამოთვლა: $25 \cdot 7 = 25 \cdot 4 + 25 \cdot 3 = 175$

მეთოდი 2: (ჩანაწერის გაკეთება)

შესაბამება

თუ მთელი გზის $\frac{5}{7}$-ს $\longrightarrow$ 125 კმ

მაშინ მთელი გზის $\frac{1}{7}$-ს $\longrightarrow$ 25 კმ

რადგან, მთელი გზა $\frac{7}{7}$ -ია, ე.ი. მთელი გზის სიგრძეა $25 \cdot 7 = 175$ კმ.

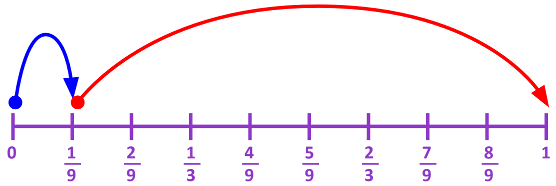
ნიმუში 4 – ამოცანა ნაწილებზე

მარიამ წაიკითხა წიგნის $\frac{1}{9}$, მეორე დღეს დარჩენილის $\frac{1}{2}$, მესამე დღეს კი დაასრულა წიგნის კითხვა.

ა) წიგნის რა ნაწილი წაიკითხა მესამე დღეს?

ბ) რამხელაა წიგნი, თუ მეორე დღეს წაიკითხა 120 გვერდი?

ვიზუალური მოდელი ყოველთვის გვეხმარება ამოცანის გააზრებაში

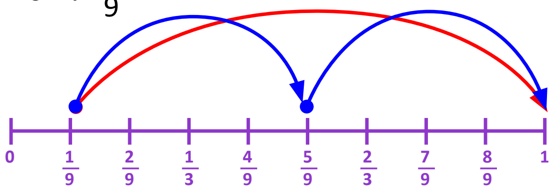


ამოცანის გააზრება

წიგნი შეესაბამება ერთ მთელს, რომლის ნაწილებსაც განვიხილავთ.

წაიკითხა წიგნის $\frac{1}{9}$ ნაწილი, წასაკითხი დარჩა წიგნის $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ ნაწილი.

დიაგრამაზე ჩანს, რომ $\frac{8}{9}$ მოიცავს, 2 ცალ $\frac{4}{9}$-ს



ა) მეორე დღეს წაიკითხა $\frac{8}{9}$-ის $\frac{1}{2}$ ანუ ნახევარი, ე.ი წაიკითხა $\frac{4}{9}$ ნაწილი, წასაკითხი დარჩა დარჩენილი $\frac{4}{9}$ ნაწილი.

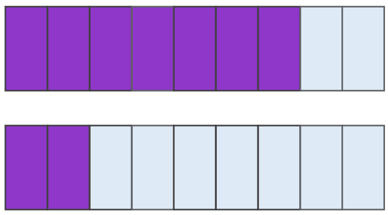
ბ) ვიცით, რომ მეორე დღეს წაიკითხა წიგნის $\frac{4}{9}$, რაც შეესაბამება წიგნის 120 გვერდს. თუ წიგნის $\frac{4}{9}$ ნაწილი არის 120 გვერდი, წიგნის $\frac{1}{9}$ ნაწილი იქნება იქნება $120 : 4 = 30$.

წიგნის 9 ნაწილი, იქნება $30 \cdot 9 = 270$ გვერდი

2.1.4 წილადების შედარება

წილადების შედარება

სურათზე წარმოდგენილი ვიზუალური მოდელიდან ნათლად ჩანს, რომ $\frac{7}{9} > \frac{2}{9}$



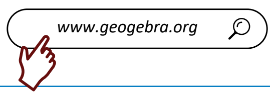
$= \frac{7}{9}$

$= \frac{2}{9}$

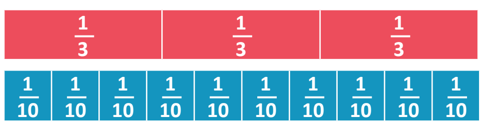
$\frac{7}{9} > \frac{2}{9}$

ტოლმნიშვნელიანი წილადებიდან მეტია ის წილადი, რომლის მრიცხველიც მეტია;

წილადების შედარებისას, სასურველია მათი ტოლ მნიშვნელებამდე დაყვანა



ტოლმრიცხველიანი წილადების შედარებისას, მეტია ის რომლის მნიშვნელიც ნაკლებია;



დიაგრამით ვხედავთ, რომ $\frac{1}{3} > \frac{1}{10}$

ნიმუში 1 – სხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადების შედარება

სხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადების შედარებისთვის საჭიროა წილადების გაერთმნიშვნელიანება, ხოლო ზოგჯერ საჭიროა მოცემული წილადების შედარება რაიმე ნიშნულთან, მაგ., $\frac{1}{2}$-თან, ან 1 მთელთან.

მაგალითად, შევადაროთ

ა) $\frac{5}{12}$ და $\frac{3}{8}$

შედარება გაერთმნიშვნელიანებით

ჩვენ ვიცით, რომ წილადის წარმოდგენა შესაძლებელია ეკვივალენტური (წილადის ტოლი) ფორმით;

თითოეული წილადი უნდა წარმოვადგინოთ მის ტოლ წილადად, რომლებსაც მნიშვნელში ექნებათ ერთი და იგივე რიცხვი, ამისთვის უნდა ვიპოვოთ მნიშვნებელის საერთო ჯერადი, სასურველია, ვიპოვოთ უ.ს.ჯ

12-ის და 8-ის უმცირესი საერთო ჯერადი 24-ია

$$\frac{5}{12}=\frac{5\cdot 2}{12\cdot 2}=\frac{10}{24};$$

$$\frac{3}{8}=\frac{3\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{9}{24}$$

მივიღეთ ორი ტოლმნიშვნელიანი წილადი

$$\frac{10}{24}>\frac{9}{24};\quad \text{ე.ი}\quad \frac{5}{12}>\frac{3}{8}$$

ბ) $\frac{3}{10}$ და $\frac{5}{8}$

შედარება შეფასებით, $\frac{1}{2}$-ზე შედარებით

მოცემულ შემთხვევაში გვაქვს ორი არატოლმნიშვნელიანი წილადი; რომლის შედარება შესაძლებელია მარტივი წესით;

მარტივი დასანახია, რომ $\frac{3}{10}$ არის $\frac{1}{2}$-ზე ნაკლები წილადი, ხოლო $\frac{5}{8}$ არის $\frac{1}{2}$-ზე მეტი წილადი, შესაბამისად, გაერთმნიშვნელიანების გარეშეც შეიძლება დავასკვნათ, რომ

$$\frac{3}{10}<\frac{5}{8}$$

შენიშვნა: *აღნიშნული მეთოდით ვერ შევადარებთ (ა) ვარიანტში მოცემულ წილადებს*

ნიმუში 2 – წილადების დალაგება ზრდადობით ან კლებადობით

დაალაგეთ შემდეგი რიცხვები ზრდადობით:

$$\frac{5}{12},\ \frac{3}{8},\ \frac{1}{2},\ \frac{12}{5},\ 1\frac{1}{3}$$

გავაერთმნიშვნელიანოთ: $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$,

უ.ს.ჯ. (12,8,2) = 24

$$\frac{5}{12}=\frac{10}{24},\quad \frac{3}{8}=\frac{9}{24},\quad \frac{1}{2}=\frac{12}{24},$$

მივიღებთ, რომ

$$\frac{3}{8},\ \frac{5}{12},\ \frac{1}{2},\ 1\frac{1}{3},\ 2\frac{2}{5}$$

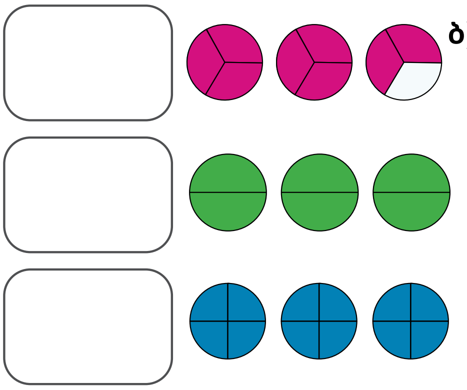
$$\frac{12}{5}=2\frac{2}{5};\qquad 2\frac{2}{5}>1\frac{1}{3}$$

დანარჩენი 3 წილადი წესიერი წილადია, იმისათვის რომ შევადაროთ უნდა გავაერთმნიშვნელიანოთ

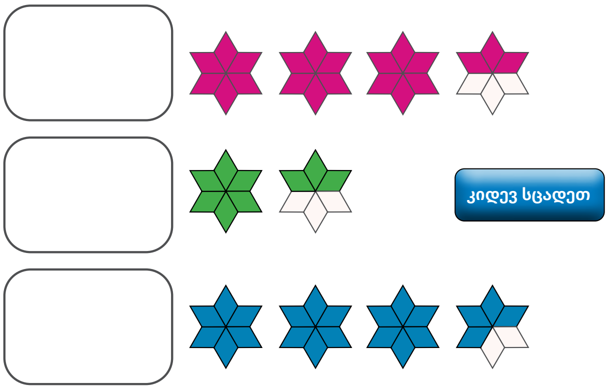
სავარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემულ ნახაზებზე თითოეული ფიგურა გაყოფილია ტოლ ნაწილად. შეუსაბამეთ თითოეულ დიაგრამას შესაბამისი ნაწილის აღმნიშვნელი წილადი, წარმოადგინეთ წილადი შერეული რიცხვის სახით.

ა)

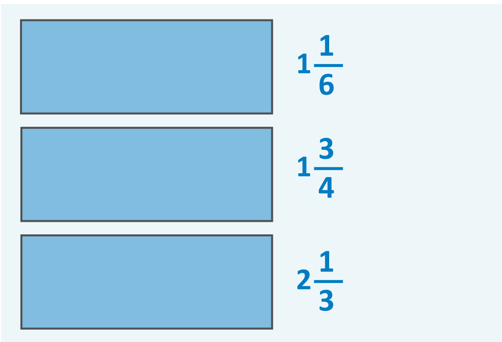


ბ)

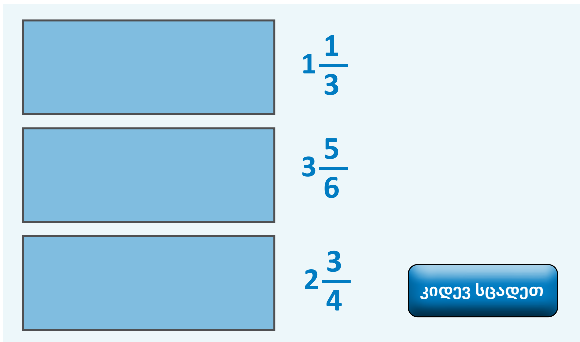


2. წარმოადგინეთ თითოეული შერეული რიცხვის შესაბამისი ვიზუალური მოდელი. დავალება შეასრულეთ რვეულში ან ჩაწერეთ პასუხი უჯრაში.

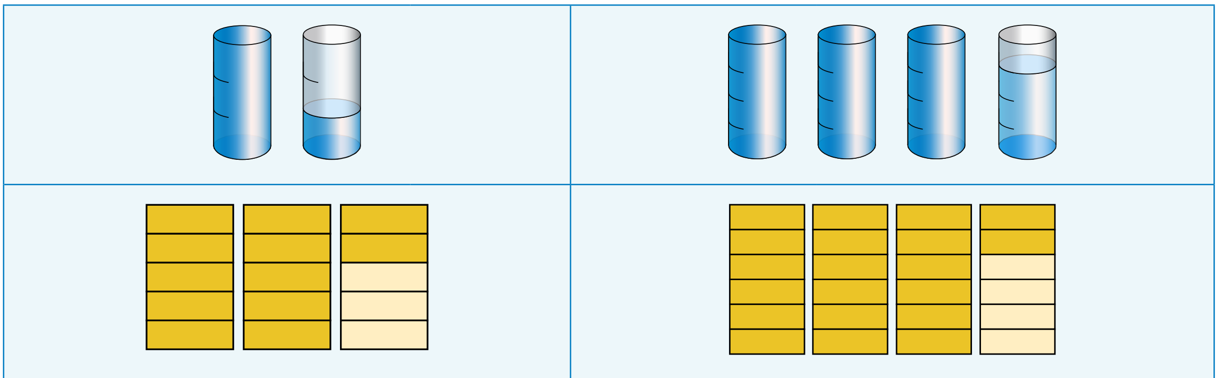
ა)



ბ)



3. წარმოადგინეთ ვიზუალური მოდელების შესაბამისი წილადური ჩანაწერი (ასევე, წარმოადგინეთ შერეული რიცხვი, რომელიც შეესაბამება მოცემულ ვიზუალურ მოდელებს).



https://Phet.Colorado.Edu

ტექნოლოგიების გამოყენება

შეგიძლიათ აარჩიოთ სხვადასხვა ვიზუალური მოდელი

გაგრძელება

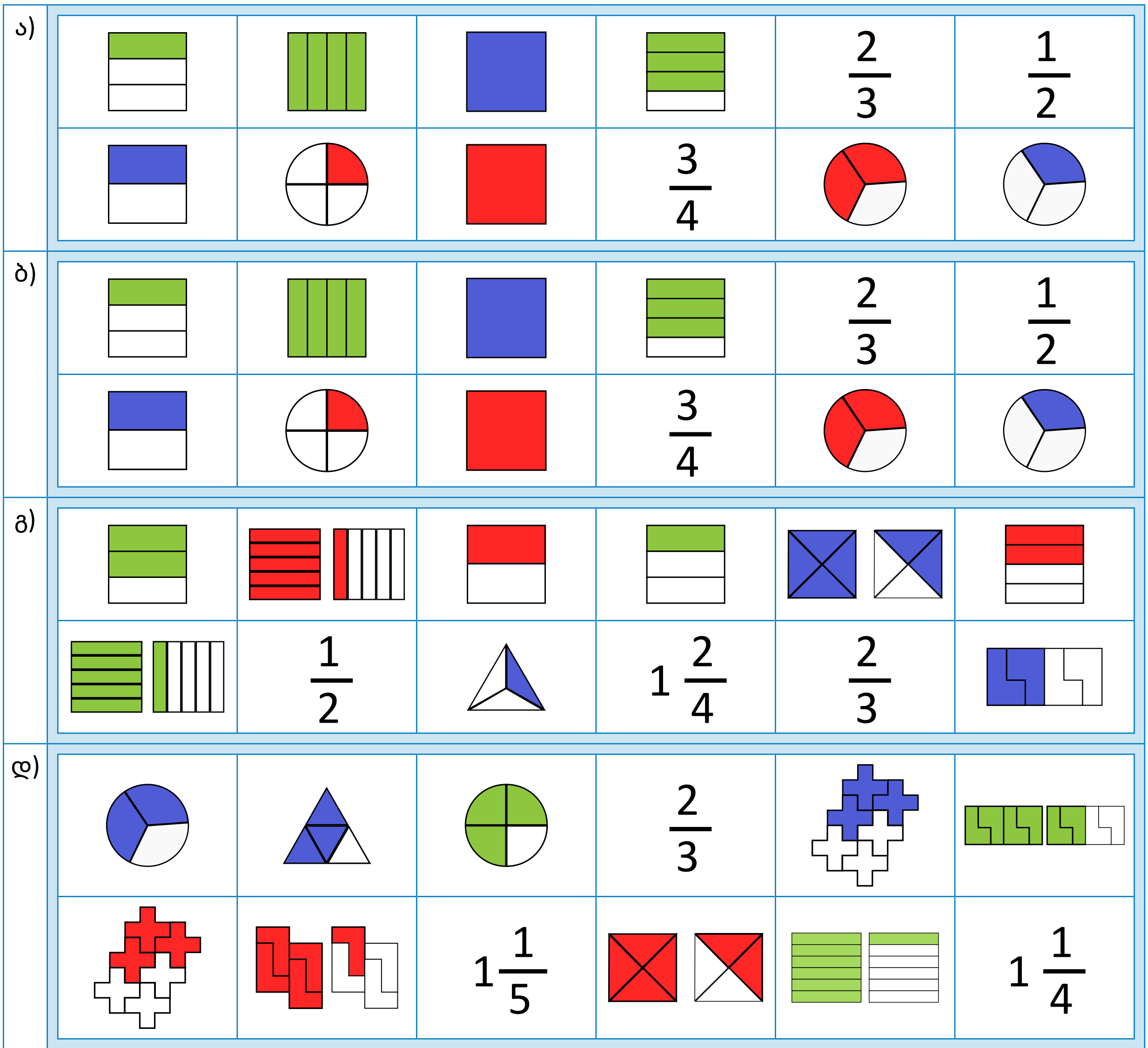
საავარჯიშოები

4. <u>ტექნოლოგიები</u>:

მთელთან და ნაწილებთან დაკავშირებული დავალებები იხილეთ ბულზე – ***Phet.Colorado.edu მთელი და ნაწილი***

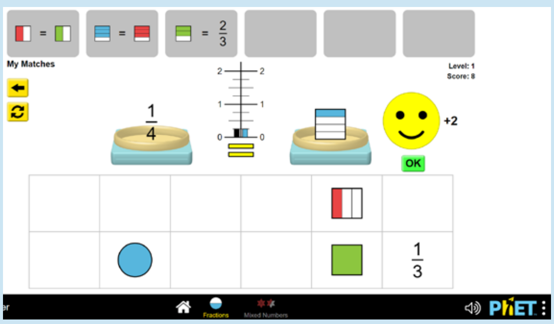
https://Phet.Colorado.Edu

5. ქვემოთ მოცემულია დიაგრამაზე შეუსაბამეთ ტოლი ნაწილები ან ნაწილის აღმნიშვნელი წი-ლადები ერთმანეთს.



ე) **დამატებით სხვა მსგავსი ნიმუშები იხილეთ ბმულზე**

https://Phet.Colorado.Edu



გაგრძელება

სავარჯიშოები

6. იპოვე მოცემული წილადის ტოლი 3 სხვა წილადი

ა) $\frac{2}{3}$; დ) $\frac{4}{7}$; ზ) $\frac{5}{1}$;

ბ) $\frac{1}{4}$; ე) $\frac{5}{6}$; თ) $\frac{24}{6}$;

გ) $\frac{3}{5}$; ვ) $1\frac{1}{2}$; ი) $\frac{9}{6}$.

7. მოცემული არაწესიერი წილადი წარმოადგინეთ, როგორც შერეული წილადი:

ა) $\frac{5}{4}$; ე) $\frac{17}{6}$; ი) $\frac{26}{3}$;

ბ) $\frac{7}{5}$; ვ) $\frac{24}{5}$; კ) $\frac{37}{9}$;

გ) $\frac{3}{2}$; ზ) $\frac{27}{8}$; ლ) $\frac{21}{13}$;

დ) $\frac{12}{7}$; თ) $\frac{34}{9}$; მ) $\frac{24}{19}$.

8. მოცემული შერეული წილადი წარმოადგინეთ, როგორ არაწესიერი წილადი:

ა) $1\frac{2}{3}$; ე) $4\frac{2}{9}$; ი) $5\frac{2}{7}$;

ბ) $1\frac{3}{4}$; ვ) $2\frac{7}{11}$; კ) $7\frac{4}{9}$;

გ) $2\frac{4}{7}$; ზ) $3\frac{3}{8}$; ლ) $14\frac{6}{7}$;

დ) $3\frac{2}{5}$; თ) $4\frac{1}{9}$; მ) $11\frac{8}{9}$.

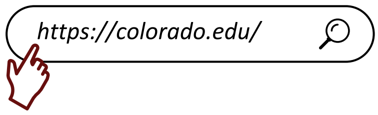
9. იპოვეთ:

ა) 24-ის რა ნაწილია 8;
ბ) 30-ის რა ნაწილია 6;
გ) 20-ის რა ნაწილია 10;
დ) 60-ის რა ნაწილია 90;
ე) 120-ის რა ნაწილია 200;
ვ) 25-ის რა ნაწილია 15;
ზ) 16-ის რა ნაწილია 12;
თ) 28-ის რა ნაწილია 16;
ი) 35-ის რა ნაწილია 45;
კ) 40-ის რა ნაწილია 72.

!! 10-13 დავალებების შესრულებაში დაგეხმარებათ ქვემოთ მოხემული ცხრილი

სიგრძის ერთეულები	დროის ერთეულები	მასის ერთეულები
1 მ = 100 სმ 1 მ = 10 დმ 1 დმ = 10 სმ 1 კმ = 1000 მ 1 მ = 1000 სმ 1 სმ = 10 მმ	1 სთ = 60 წთ 1 წთ = 60 წმ 1 წელი = 12 თვე 1 დღე-ღამე = 24 სთ	1 კგ = 1000 გრ 1ც = 100 კგ 1 ტ = 1000 კგ

მეტი ინფორმაციისთვის, იხილეთ დამხმარე ცხრილი



11. იპოვეთ:

ა) 1 მ-ის რა ნაწილია 5 სმ;
ბ) 1 მ-ის რა ნაწილია 30 სმ;
გ) 1 მ-ის რა ნაწილია 4 დმ;
დ) 1 მ-ის წა ნაწილია 12დმ;
ე) 1 მ-ის რა ნაწილია 250 სმ;
ვ) 1 კმ-ის რა ნაწილია 100 მ;
ზ) 1 კმ-ის რა ნაწილია 250 მ;
თ) 1 კმ-ის რა ნაწილია 800 მ;
ი) 1 კმ-ის რა ნაწილია 1 სმ;
კ) 1 კმ-ის რა ნაწილია 200 სმ.

12. იპოვეთ:

ა) 1 სთ-ის რა ნაწილია 15 წთ;
ბ) 1 სთ-ის რა ნაწილია 30 წთ;
გ) 1 სთ-ის რა ნაწილია 20 წთ;
დ) 1 სთ-ის რა ნაწილია 75 წთ;
ე) 1 სთ-ის რა ნაწილია 90 წთ;
ვ) 2 სთ-ის რა ნაწილია 45 წთ;
ზ) 2 სთ-ის რა ნაწილია 70 წთ;
თ) 3 სთ-ის რა ნაწილია 75 წთ;
ი) 3 სთ-ის რა ნაწილია 105 წთ;
კ) 3 სთ-ის რა ნაწილია 175 წთ.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

13. იპოვეთ:

ა) 1 დღე-ღამის რა ნაწილია 4 სთ;
ბ) 1 დღე-ღამის რა ნაწილია 12 სთ;
გ) 1 დღე-ღამის რა ნაწილია 8 სთ;
დ) 2 დღე-ღამის რა ნაწილია 12სთ;
ე) 2 დღე-ღამის რა ნაწილია 36 სთ;
ვ) 1 წლის რა ნაწილია 1 თვე;
ზ) 1 წლის რა ნაწილია 6 თვე;
თ) 1 წლის რა ნაწილია 9 თვე ;
ი) 2 წლის რა ნაწილია 9 თვე;
კ) 2 წლის რა ნაწილია 15 თვე.

14. იპოვეთ:

ა) 1 ტონის რა ნაწილია 100 კგ;
ბ) 1 ტონის რა ნაწილია 650 კგ;
გ) 1 ტონის რა ნაწილია 150 კგ;
დ)1 კგ-ის რა ნაწილია 200 გრ;
ე) 1 კგ-ის რა ნაწილია 500 გრ;
ვ) 1 კგ-ის რა ნაწილია 750 გრ;
ზ) 1ც-ის რა ნაწილია 10კგ;
თ) 2 ც-ის რა ნაწილია 100 კგ;
ი) 2 კგ-ს რა ნაწილია 500გრ;
კ) 5 კგ-ს რა ნაწილია 2 კგ.

15. შეადარეთ ერთმანეთს მოცემული წილადები:

ა) $\frac{2}{7}$ და $\frac{5}{7}$; ე) $\frac{3}{5}$ და $\frac{3}{20}$; ი) $\frac{4}{9}$ და $\frac{5}{12}$;
ბ) $\frac{3}{8}$ და $\frac{7}{8}$; ვ) $\frac{7}{5}$ და $\frac{7}{7}$; კ) $\frac{3}{8}$ და $\frac{13}{11}$;
გ) $\frac{5}{6}$ და $\frac{15}{18}$; ზ) $\frac{5}{8}$ და $\frac{5}{9}$; ლ) $\frac{7}{12}$ და 1;
დ) $\frac{2}{5}$ და $\frac{11}{27}$; თ) $\frac{11}{4}$ და $\frac{11}{3}$; მ) $\frac{3}{5}$ და $\frac{34}{13}$.

16. შეადარეთ წილადები შეფასების მეთოდით:

მინიშნება: *თითოეული გონებაში შეადარე $\frac{1}{2}$-ს , იმსჯელეთ და ისე დაწერე პასუხი*

ა) $\frac{2}{7}$ და $\frac{8}{9}$; გ) $\frac{9}{10}$ და $\frac{3}{7}$; ე) $1\frac{1}{3}$ და $\frac{4}{9}$;
ბ) $\frac{5}{8}$ და $\frac{1}{3}$; დ) $\frac{2}{11}$ და $\frac{5}{10}$; ვ) $2\frac{5}{8}$ და $1\frac{3}{8}$.

17. დაალაგეთ მოცემული წილადები ზრდადობის მიხედვით:

ა) $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{4}$; გ) $\frac{9}{11}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{11}$;
ბ) $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{9}$; დ) $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{4}$.

18. დაასახელეთ ორი წილადი, რომლებიც მოთავსებულია $\frac{3}{5}$ და $\frac{4}{5}$ წილადებს შორის.

19. დაასახელე სამი წილადი, რომლებიც მეტია $\frac{2}{3}$-ზე და ნაკლებია $\frac{3}{4}$-ზე.

20. მოძებნეთ სამი წილადი, რომელთა მნიშვნელია 24 და მოთავსებულია $\frac{5}{8}$ და $\frac{11}{12}$ წილადებს შორის.

21. ორ ქალაქს შორის მანძილი 120 კმ-ია, ნინომ პირველ დღეს გაიარა გზის $\frac{1}{4}$, დანარჩენი მეორე დღეს, რამდენი კმ გაიარა მეორე დღეს?

22. ლუკამ გადაწყვიტა ურეკიდან თბილისში ველოსიპედით ჩასვლა, პირველ დღეს გაიარა მთელი გზის $\frac{1}{3}$, მეორე დღეს დარჩენილი გზის ნახევარი, დანარჩენი მესამე დღეს. მთელი გზის რა ნაწილი გაიარა ლუკამ მესამე დღეს?

23. ზურამ პირველ დღეს გაიარა მთელი გზის $\frac{1}{3}$, მეორე დღეს კი დარჩენიილი 40 კმ, იპოვეთ რამდენი კმ გაიარა ზურამ სულ?

24. მაკამ პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის $\frac{2}{5}$, დანარჩენი 90 გვერდი მეორე დღეს, რამდენი გვერდი წაიკითხა მაკამ პირველ დღეს?

25. პროფესიულ სასწავლებელში სწავლობს 420 სტუდენტი, მათგან გოგონები სტუდენტთა რაოდენობის $\frac{2}{7}$ ნაწილია. რამდენი ვაჟი სწავლობს სასწავლებელში?

26. კლასში გოგოების რაოდენობა საერთო რაოდენობის $\frac{2}{5}$-ს შეადგენს, რამდენი ბიჭია კლასში, თუ გოგოების რაოდენობაა 8?

გაგრძელება

სავარჯიშოები

27. სტუდენტების საერთო რაოდენობის $\frac{3}{7}$-ს უყავრს კალათბურთი, დანარჩენს ფეხბურთი, რამდენი სტუდენტია სულ, თუ ფეხბურთი უყვარს 120 მოსწავლეს?

28. იპოვეთ ყველა ისეთი k ნატურალური რიცხვი, რომელთათვისაც წილადი $\frac{k}{6}$ წესიერია და აღემატება $\frac{3}{4}$-ს.

29. იპოვეთ ყველა ისეთი m ნატურალური რიცხვი, რომელთათვისაც წილადი $\frac{m}{11}$ არაწესიერია და არ აღემატება 2-ს.

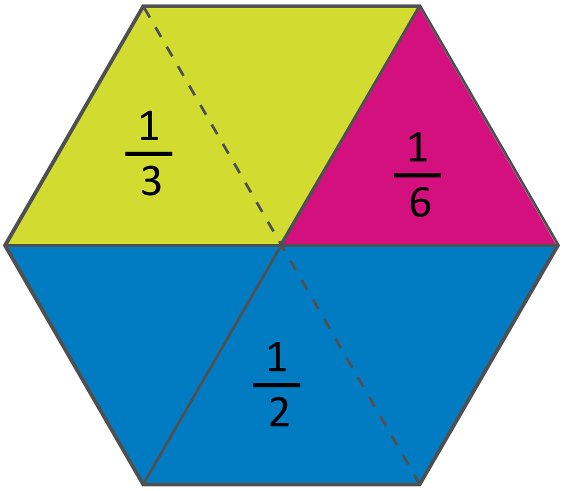
30. **გამოწვევა:** რა რიცხვი შეიძლება ჩაისვას a-ს ნაცვლად, რომ წილადი გახდეს ნატურალური რიცხვი?

ა) $\frac{12 \cdot a}{30}$; გ) $\frac{15 \cdot 4}{a \cdot 2}$; ე) $\frac{30 \cdot 2}{a \cdot 20}$;

ბ) $\frac{5 \cdot a}{10}$; დ) $\frac{6 \cdot 9}{a \cdot 3}$; ვ) $\frac{40 \cdot 8a}{a \cdot 5}$.

2.2. მოქმედებები წილადებზე; წილადების შეკრება და გამოკლება

მათემატიკასა და ყოველდღიურ ცხოვრებაში ხშირად გვიწევს მთელის ნაწილებთან სხვადასხვა ოპერაციების შესრულება.



https://www.geogebra.org

კითხვა:

- *რას უნდა მივაქციოთ ყურადღება წილადებზე მოქმედებების შესრულებისას?*
- *როგორ ხდება მთელის ნაწილების შეკრება და რა მიიღება შეკრებით?*

ნიმუში 1 – ტოლმნიშვნელიანი წილადების შეკრება

<table>
<tr>
<td></td>
<td>ერთმა მეგობარმა მიირთვა პიცის $\frac{3}{8}$, მეორემ – $\frac{2}{8}$, მთელი პიცის სულ რა ნაწილი მიირთვეს?
$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$$</td>
<td>
$\frac{3}{8}$
$\frac{2}{8}$</td>
</tr>
<tr>
<td>წესი</td>
<td colspan="2">■ ტოლმნიშვნელიანი წილადების შეკრებისას საჭიროა შევკრიბოთ მათი მრიცხველები, ხოლო მნიშვნელი იგივე დავტოვოთ.
ზოგადი ფორმულირება:
$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$, სადაც $b \neq 0$
■ ტოლმნიშვნელიანი წილადების გამოკლებისას საჭიროა საკლების მრიცხველს გამოვაკლოთ მაკლების მრიცხველი, ხოლო მნიშვნელი კი იგივე დავტოვოთ.
$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}, \text{ სადაც } b \neq 0$$</td>
</tr>
</table>

ნიმუში 2 – სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ერთი წილადის მნიშვნელი წარმოადგენს მეორე წილადის მნიშვნელის ჯერადს

ერთმა მეგობარმა მიირთვა პიცის $\frac{3}{8}$, ხოლო მეორემ $\frac{1}{2}$, პიცის რა ნაწილი მიირთვეს?

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$$

$\frac{3}{8}$

$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$

წესი

სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება

სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრებისას (ან გამოკლებისას):

- ჯერ უნდა გავაერთმნიშვნელიანოთ წილადები
- შემდეგ შევკრიბოთ წილადები

ნიმუში 3 – სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება

მეთოდი 1:

გაერთმნიშვნელიანებისთვის მნიშვნელების **უ.ს.ჯ.**-ის პოვნა

$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ = **უ.ს.ჯ. (4; 6) = 12**

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}+\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{9+10}{12}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$$

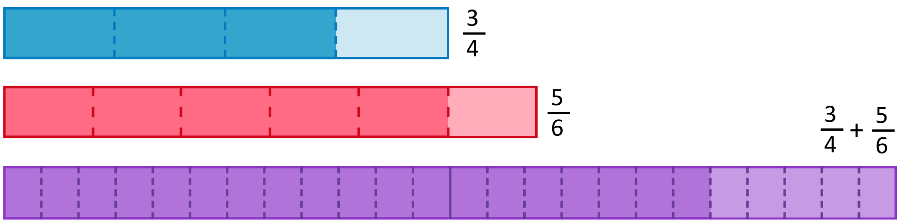
მეთოდი 2:

მნიშვნელების გადამრავლება

შენიშვნა: *წილადების გაერთმნიშვნელიანებისას შესაძლებელია ნებისმიერი საერთო ჯერადის გამოყენება, ხშირად მნიშვნელად განიხილავენ მნიშვნელების ნამრავლს*

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 6}+\frac{5\cdot 4}{6\cdot 4}=\frac{18+10}{24}=\frac{38}{24}=$$
$$=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$$

ვიზუალური მოდელი



ტექნოლოგიები:

https://www.geogebra.org

გაგრძელება

წესი **წილადების შეკრების ზოგადი წესი ალგებრულად**

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{ad+bc}{bd}; \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{ad-bc}{bd};$$

- წილადების შეკრებისას საერთო მნიშვნელად შეიძლება განვიხილოთ მნიშვნელების ნამრავლი.

ან

- წილადების გაერთმნიშვნელიანებისას დავადგინოთ მნიშვნელების უმცირესი საერთო ჯერადი (უ.ს.ჯ), შემდეგ გავაერთმნიშნელიანოთ და შევასრულოთ შეკრების ან გამოკლების ოპერაცია.

ნიმუში 4 – მთელს გამოკლებული ნაწილი

როგორც ცნობილია, $1=\frac{1}{1}=\frac{8}{8}$ შეგვიძლია, წარმოვადგინოთ ნებისმიერმნიშვნელიან წილადად. ე.ი. მივიღებთ

$$1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

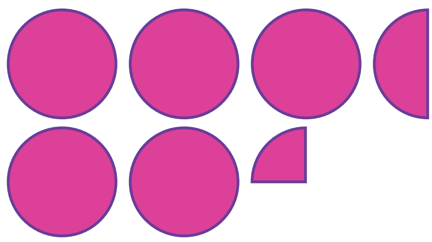
ნიმუში 5 – შერეული რიცხვების შეკრება

$$3\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=$$

მთელს ემატება მთელი, ნაწილს ემატება ნაწილი

$$=(3+2)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=5+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=5\frac{3}{4}$$

მინიშნება: $5\frac{3}{4}$ ნიშნავს 5 და $\frac{3}{4}$ იგივე $5+\frac{3}{4}$

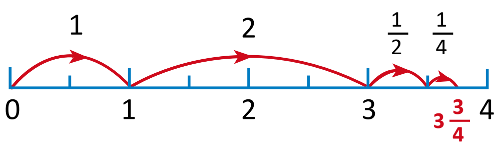


მითითება: წილადების შეკრება რიცხვითი ღერძის გამოყენებით:

$$1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=$$

მთელს ემატება მთელი, ნაწილს ემატება ნაწილი

$$=(1+2)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=3+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=3\frac{3}{4}$$



$$\therefore\ 1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=3\frac{3}{4}$$

ნიმუში 6 – შერეული რიცხვების გამოკლება

	$8\frac{2}{3} - 4\frac{1}{2} =$ *მთელს აკლდება მთელი, ნაწილს აკლდება ნაწილი* $= (8-4) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = 4 + \frac{2\cdot 2}{3\cdot 2} - \frac{1\cdot 3}{2\cdot 3} = 4\frac{4-3}{6} = 4\frac{1}{6}$
	მთელს გამოკლებული შერეული რიცხვი $4 - 1\frac{3}{7} = 4 - 1 - \frac{3}{7} = 3 - \frac{3}{7} =$ **წარმოვადგინოთ 3 როგორც 3 = 2 + 1** $2 + \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = 2\frac{4}{7}$
	შედარებით რთული ვარიანტი $4\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2} =$ *მთელს აკლდება მთელი, ნაწილს აკლდება ნაწილი* $= (4-1) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) = 3 + \frac{2}{10} - \frac{5}{10}$ *$\frac{2}{10}$ ნაკლებია $\frac{5}{10}$ შესაბამისად, 3-დან უნდა ვისესხოთ 1* $= 2 + \frac{10}{10} + \frac{2}{10} - \frac{5}{10} = 2 + \frac{7}{10} = 2\frac{7}{10}$
მითითება:	მთელს გამოკლებული შერეული წილადი. $4 - 1\frac{1}{5} = 3\frac{5}{5} - 1\frac{1}{5} = 2\frac{4}{5}$

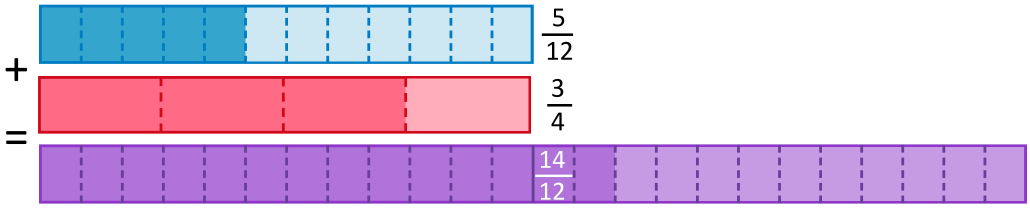
ნიმუში 7

$3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{6} =$

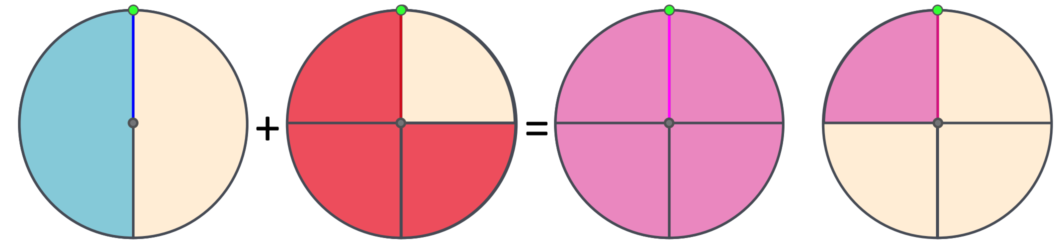
სავარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემულია ნაწილების შეკრების ვიზუალური მოდელები. ჩაწერეთ მოცემული ვიზუა-ლური მოდელების შესაბამისი რიცხვითი ჩანაწერი:

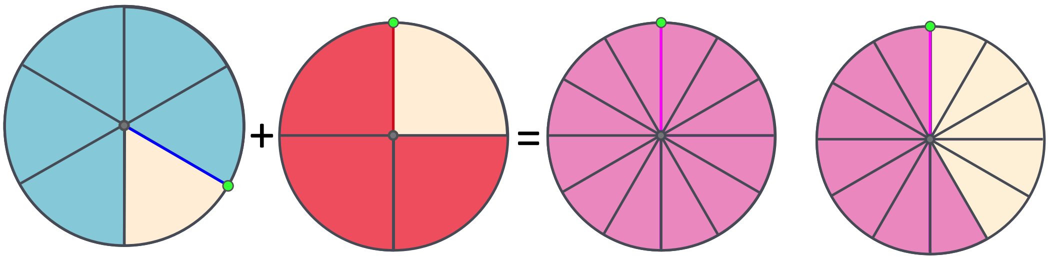
ა)



ბ)



გ)



GEOGEBRA

ტექნოლოგიების გამოყენება

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით შემდეგ ბმულზე (N1)

https://www.geogebra. org

(ვიზუალურ მოდელებად გამოყენებულია წრეები)

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით შემდეგ ბმულზე (N2)

https://www.geogebra. org

(ვიზუალურ მოდელებად გამოყენებულია მართკუთხედები)

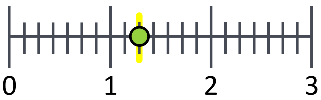
გაგრძელება

სავარჯიშოები

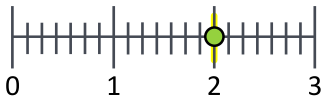
2. წარმოადგინეთ შემდეგი წილადები რიცხვით წრფეზე.

რიცხვით მონაკვეთზე მონიშნულია წერტილი, რომელსაც შეესაბამება კოორდინატი $1\frac{2}{7}$ და 2 – მთელი. ($2\frac{0}{7}$-ის ნაცვლად, მიღებულია ჩანაწერი 2)

ა) $1\frac{2}{7}$



ბ) 2



მოცემული ნიმუშიდან გამომდინარე, დახაზეთ რიცხვითი წრფე (სხივი ან მონაკვეთი) და მონიშნეთ წერტილები კოორდინატებით.

ა) $\frac{5}{7}$; $1\frac{4}{7}$; $2\frac{6}{7}$ ბ) $\frac{3}{10}$; $1\frac{7}{10}$; $2\frac{9}{10}$; $2\frac{1}{2}$ გ) $\frac{4}{5}$; $1\frac{3}{5}$; $2\frac{1}{5}$

GEOGEBRA

ტექნოლოგიების გამოყენება

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით შემდეგ ბმულზე

https://Phet.Colorado.edu

(ვიზუალურ მოდელად წარმოდგინილია რიცხვითი წრფე)

3. შეასრულეთ ტოლმნიშვნელიანი წილადების შეკრება:

ა) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$; დ) $\frac{3}{11}+\frac{6}{11}$; ზ) $4+\frac{1}{7}+\frac{4}{7}$; ნ) $3+\frac{4}{5}+\frac{6}{5}$;

ბ) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$; ე) $\frac{3}{8}+\frac{11}{8}$; თ) $2+\frac{3}{10}+\frac{7}{10}$; ო) $1+\frac{8}{11}+\frac{2}{11}$;

გ) $\frac{1}{6}+\frac{4}{6}$; ვ) $\frac{1}{9}+\frac{3}{9}+\frac{5}{9}$; ი) $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{2}{4}$; პ) $1+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}$.

4. შეასრულეთ სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება

ა) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$; დ) $\frac{3}{7}+\frac{1}{14}$; ზ) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}$; კ) $\frac{3}{10}+\frac{5}{6}$;

ბ) $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$; ე) $\frac{3}{5}+\frac{2}{15}$; თ) $\frac{1}{4}+\frac{5}{8}$; ლ) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$;

გ) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$; ვ) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$; ი) $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}$; მ) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$.

5. შეასრულეთ შერეული წილადების შეკრება:

ა) $2\frac{5}{9}+\frac{1}{9}$; დ) $2\frac{1}{6}+1\frac{5}{18}$; ზ) $\frac{2}{3}+4\frac{4}{7}$; კ) $4\frac{3}{10}+2\frac{1}{8}$;

ბ) $1\frac{3}{8}+2\frac{5}{8}$; ე) $1\frac{4}{5}+\frac{3}{10}$; თ) $\frac{4}{9}+2\frac{5}{6}$; ლ) $5\frac{7}{9}+3\frac{2}{5}$;

გ) $3\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$; ვ) $2\frac{1}{8}+\frac{3}{5}$; ი) $1\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}$; მ) $6\frac{7}{12}+8\frac{5}{8}$.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

6. შეასრულეთ ტოლმნიშვნელიანი წილადების გამოკლება:

ა) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$; ვ) $2-\frac{3}{5}$; ლ) $4\frac{5}{11}+\frac{9}{11}$;

ბ) $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}$; ზ) $1-\frac{3}{7}$; მ) $3\frac{4}{9}-1\frac{2}{9}$;

გ) $\frac{4}{9}-\frac{2}{9}$; თ) $13-7\frac{5}{8}$; ნ) $5\frac{3}{5}-2\frac{4}{5}$;

დ) $\frac{9}{10}-\frac{2}{10}$; ი) $2-\frac{5}{9}$; ო) $6\frac{2}{11}-4\frac{9}{11}$;

ე) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$; კ) $5-\frac{8}{15}$; პ) $9\frac{6}{13}-8\frac{9}{13}$.

7. შეასრულეთ სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების გამოკლება:

ა) $\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$; ვ) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$; ლ) $4\frac{5}{9}+2\frac{1}{6}$;

ბ) $\frac{2}{3}-\frac{7}{12}$; ზ) $\frac{8}{9}-\frac{5}{6}$; მ) $3\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}$;

გ) $\frac{5}{6}-\frac{2}{18}$; თ) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$; ნ) $5\frac{2}{3}-3\frac{4}{5}$;

დ) $\frac{4}{5}-\frac{2}{15}$; ი) $\frac{5}{6}-\frac{1}{8}$; ო) $6\frac{5}{12}-1\frac{7}{8}$;

ე) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$; კ) $\frac{5}{6}-\frac{8}{9}$; პ) $10\frac{7}{10}-2\frac{4}{5}$.

8. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\frac{2}{5}+\frac{2}{3}-\frac{7}{15}$; ზ) $2\frac{3}{4}-1\frac{1}{12}+\frac{5}{8}$;

ბ) $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}-\frac{7}{18}$; თ) $4\frac{2}{9}-\frac{7}{12}-\frac{2}{3}$;

გ) $\frac{7}{12}+\frac{4}{9}-\frac{11}{18}$; ი) $2\frac{3}{5}+1\frac{7}{10}-3\frac{1}{2}$;

დ) $\frac{3}{5}-\frac{1}{4}+\frac{7}{10}$; კ) $6\frac{3}{8}-2\frac{5}{12}-1\frac{1}{4}$;

ე) $5\frac{2}{9}-\frac{5}{6}-2\frac{1}{3}$; ლ) $2\frac{5}{18}-1\frac{2}{9}+3\frac{5}{6}$;

ვ) $\frac{1}{6}+3\frac{2}{3}-1\frac{8}{15}$; მ) $3\frac{5}{9}+1\frac{3}{4}-2\frac{7}{12}$.

9. ნინიმ გადაწყვიტა თბილისიდან ბათუმში ველოსიპედით წასვლა, პირველ დღეს მან გაიარა მთელი გზის $\frac{2}{5}$, მეორე დღეს მთელი გზის $\frac{1}{3}$, დანარჩენი – მესამე დღეს. გზის რა ნაწილი გაიარა მესამე დღეს?

10. მელანომ პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის $\frac{1}{10}$, მეორე დღეს რაც დარჩა იმის მესამედი, მესამე დღეს კი დაასრულა წიგნის კითხვა. მთელი წიგნის რა ნაწილი წაიკითხა მესამე დღეს?

11. ბექამ პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის $\frac{2}{5}$ ნაწილი, ხოლო მეორე დღეს კი წაიკითხა წიგნის $\frac{4}{15}$ ნაწილი. წიგნის რა ნაწილი წაიკითხა ბექამ ორივე დღეს ერთად?

12. ნათიამ ერთ მაღაზიაში დახარჯა თავისი თანხის $\frac{3}{8}$ ნაწილი, ხოლო მეორე მაღაზიაში დახარჯა თანხის $\frac{7}{12}$ ნაწილი. თანხის რა ნაწილი დარჩა ნათიას?

13. ტურისტებმა პირველ დღეს გაიარეს მთელი გასავლელი მანძილის $\frac{2}{9}$ ნაწილი, ხოლო მეორე დღეს დარჩენილი მანძილის $\frac{3}{7}$ ნაწილი. მთელი გზის რა ნაწილი გაუვლიათ ტურისტებს ორივე დღეს ერთად?

14. მაღაზიამ პირველ კვირაში გაყიდა ლიმონათების მთლიანი მარაგის $\frac{1}{4}$ ნაწილი, მეორე კვირაში კი გაყიდა ლიმონათების დარჩენილი მარაგის $\frac{2}{5}$ ნაწილი, ხოლო მესამე კვირაში გაყიდა კვლავ დარჩენილი მარაგის $\frac{3}{8}$ ნაწილი. ლიმონათების მთლიანი მარაგის რა ნაწილი დარჩა მაღაზიაში სამი კვირის შემდეგ?

2.3. მოქმედებები წილადებზე; წილადების გამრავლება და გაყოფა

a არანულოვანი რიცხვის შებრუნებული ეწოდება $\frac{1}{a}$ რიცხვს. შებრუნებული რიცხვების ნამრავლი 1-ია. მაგალითად: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

ნიმუში 1 – წილადის რიცხვზე გამრავლება

განვიხილოთ შემთხვევა	$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} =$ $= \frac{3+3+3+3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$	წილადის მთელ რიცხვზე გამრავლება ნიშნავს, მრიცხველი გავამრავლოთ მთელრიცხვზე, ხოლო მნიშვნელი დავტოვოთ უცვლელი
	შერეული რიცხვის მთელზე გამრავლებისას ■ შერეული რიცხვი უნდა გარდავქმნათ არაწესიერ წილადად ■ არაწესიერი წილადი გავამრავლოთ მთელ რიცხვზე $2\frac{3}{10} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 10 + 3}{10} \cdot 4 = \frac{23}{10} \cdot 4 =$ $\frac{23 \cdot 4}{10} = \frac{23 \cdot 2}{5} = \frac{46}{5} = 9\frac{1}{5}$	თუ შეკვეცა შესაძლებელია სასურველია ჯერ გავამარტივოთ წილადი, შევკვეცოთ
მითითება:	**შერეული რიცხვის არაწესიერ წილადად წარმოდგენა** ა) $2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$ ბ) $3\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{19}{3}$ **დაიმახსოვრეთ** $2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5}$ *ხოლო* $2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$	

ნიმუში 2 – მთელის ნაწილის პოვნა

ნინიმ 10 ლარის $\frac{3}{5}$ ნაწილი მისცა ქეთის. რამდენი ლარი მისცა ნინიმ?

ამოხსნა:

10 ლარის $\frac{1}{5}$ ნაწილი = 2 ლარს (10 : 5 = 2)

10 ლარის $\frac{3}{5}$ ნაწილი = 6 ლარს (10 : 5 · 3 = 6)

მოკლედ ვწერთ: $10 \cdot \frac{3}{5} = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6$

მსჯელობა:

ნინიმ მისცა $\frac{3}{5}$ ნიშნავს დარჩა თანხის $\frac{2}{5}$ ნაწილი;

ნიმუში 3 – წილადის წილადზე გამრავლება ვიზუალური მოდელებით

სავარჯიშო 1

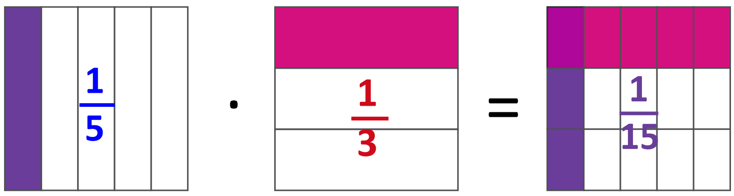
შევასრულოთ გამრავლება

$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} =$

ჩვენ ვიცით, ვიპოვოთ მთელის $\frac{1}{3}$ ნიშნავს, გავყოთ 3-ზე და ავიღოთ 1 ნაწილი

ვიპოვოთ $\frac{1}{5}$-ის $\frac{1}{3}$ ნიშნავს $\frac{1}{5}$-გავყოთ 3-ზე; ***რაც მთელის*** $\frac{1}{15}$ -ია;

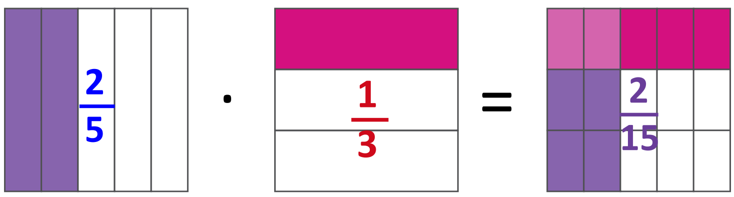
ვიპოვოთ $\frac{1}{5}$-ის $\frac{1}{3}$ შეიძლება ჩავწეროთ, როგორც $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$



სავარჯიშო 2

ვიპოვოთ $\frac{2}{5}$-ის $\frac{1}{3}$ ნიშნავს $\frac{2}{5}$-გავყოთ 3-ზე; ***რაც მთელის*** $\frac{2}{15}$ -ია;

ვიპოვოთ $\frac{2}{5}$-ის $\frac{1}{3}$ შეიძლება ჩავწეროთ, როგორც $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

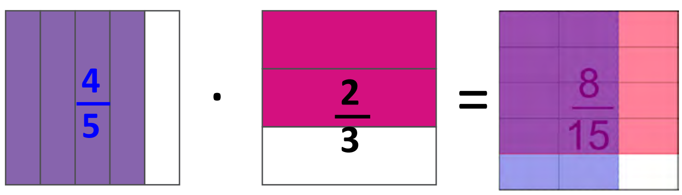


- წილადების გამრავლების დროს, წილადების მრიცხველები და მნიშვნელები შესაბამისად ერთმანეთზე მრავლდება
- ერთზე ნაკლებ წილადზე გამრავლების დროს ნამრავლი მცირდება

სავარჯიშო 3

https://www.geogebra.org

$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$



ნიმუში 4 – მთელის ნაწილის პოვნა

$\frac{9}{10}\cdot\frac{15}{16}=\frac{9}{\cancel{10}_{2}}\cdot\frac{\cancel{15}^{3}}{16}=\frac{27}{32}$ →	თუ წილადების მრიცხველი და მნიშვნელი იკვეცება, ჯერ ვამარტივებთ წილადს (ვასრულებთ შეკვეცის ოპერაციას) და შემდეგ ვამრავლებთ. მოცემულ მაგალითში მრიცხველი და მნიშვნელი გავყოთ 5-ზე

ნიმუში 5 – მთელის ნაწილის პოვნა

$3\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{3}=\frac{15}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{4}_{1}}\times\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{3}_{1}}$ → $=\frac{5}{1}=5$	შერეული რიცხვების გამრავლებისას, ჯერ წილადებს გარდავქმნით არაწესიერ წილადებად და შემდეგ ვასრულებთ გამრავლების ოპერაციას

წესი	წილადების გამრავლებისას	
	■ ჩვენ ვამრავლებთ წილადების მრიცხველებს და ვიღებთ ნამრავლის მრიცხველს და ვამრავლებთ წილადების მნიშვნელებს, რათა მივიღოთ ნამრავლის მნიშვნელი **თუ წილადები გადამრავლებამდე იკვეცება, სასურველია ჯერ შევკვეცოთ წილადები**	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

2.3.1 მოქმედებები წილადებზე; წილადების გაყოფა

b რიცხვი გავყოთ *a*-ზე, ნიშნავს *b* რიცხვი გავამრავლოთ *a* –რიცხვის შებრუნებულ რიცხვზე.

შებრუნებული

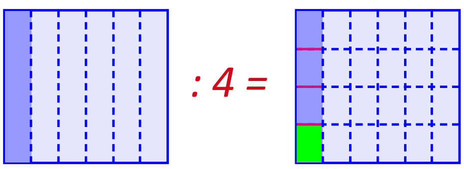
$$6 \div 3 = 2 \qquad 6\cdot\frac{1}{3}=2$$

პასუხი იგივეა

ნიმუში 4 – წილადის მთელზე გაყოფა

განვიხილოთ შემთხვევა

$\frac{1}{6}:4=\frac{1}{24}$



$\frac{1}{6}:4=\frac{1}{6}:\frac{4}{1}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$

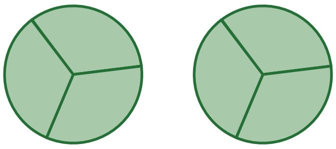
მოცემული წილადი გავყოთ მთელ რიცხვზე ნიშნავს, წილადი გავამრავლოთ შებრუნებულ რიცხვზე.

https://www.geogebra.org

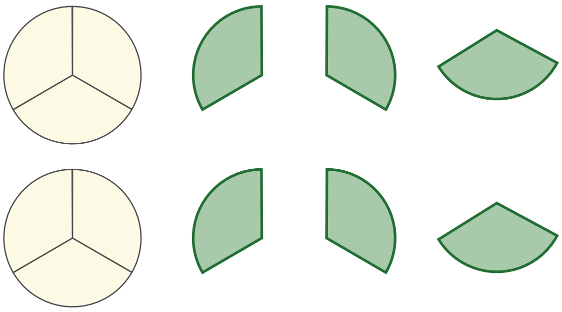
ნიმუში 5 – მთელი რიცხვის წილადზე გაყოფა

სავარჯიშო 1:

$2 : \frac{1}{3}$



$2 : \frac{1}{3} = 2 \cdot 3 = 6$



მთელი გავყოთ წილადზე, ნიშნავს მთელი გავამრავლოთ შებრუნებულ წილადზე.

მსჯელობა 1:

მთელი გავყოთ $\frac{1}{3}$-ზე, ნიშნავს რამდენი $\frac{1}{3}$ შეიძლება მოთავსდეს 2-ში? 2-მთელში მოთავსდება 6 ცალი მესამედი

ან

მსჯელობა 2:

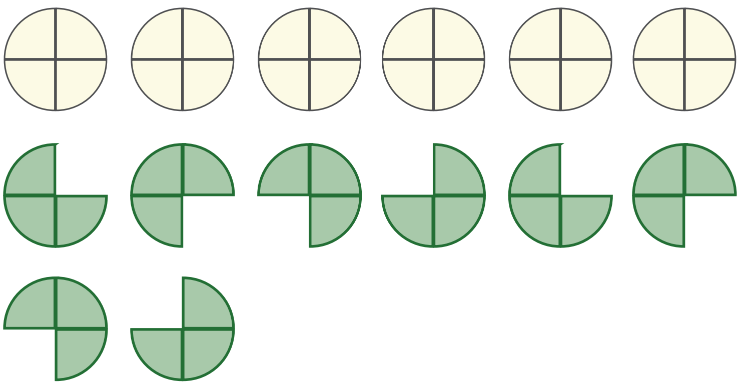
მთელი გავყოთ $\frac{1}{3}$-ზე, ნიშნავს, რა რიცხვის მესამედი შეიძლება იყოს 2?

$6 \cdot \frac{1}{3} = 2$ ანუ ვიპოვოთ რიცხვი რომლის მესამედია 2

ნიმუში 6 – მთელი რიცხვის წილადზე გაყოფა

მეთოდი 2:

ა) $6 : \frac{3}{4}$



რამდენი $\frac{3}{4}$ მოთავსდება 6 მთელში?

$6 : \frac{3}{4} = 8$

მთელი გავყოთ წილადზე, ნიშნავს მთელი გავამრავლოთ შებრუნებულ წილადზე.

გაგრძელება

სავარჯიშო 2:

$\mathbf{2} : 1\frac{1}{3} = \mathbf{2} : \frac{4}{3} = \mathbf{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

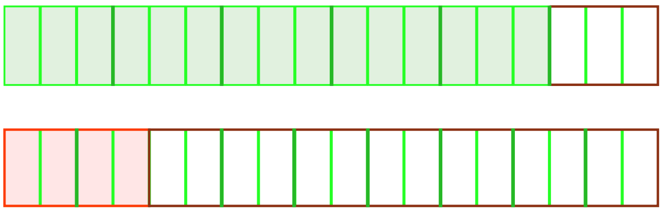
შერეული რიცხვი უნდა გადავაქციოთ არა-
წესიერ წილადად და შემდეგ შევასრულოთ
გაყოფის ოპერაცია

ნიმუში 7 – წილადის წილადზე გაყოფა

განვიხილოთ შემთხვევა

$\frac{5}{6} : \frac{2}{9} =$

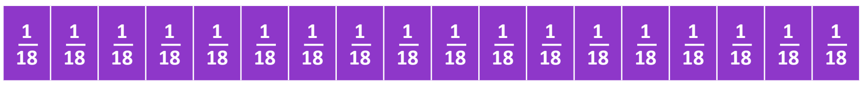
$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$



$\frac{15}{18}$

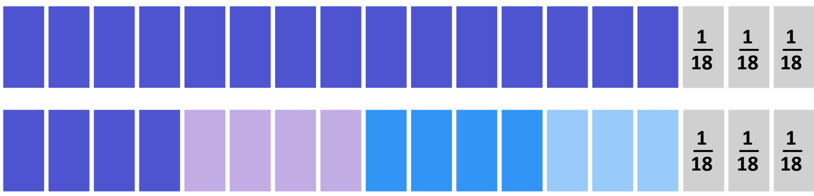
$\frac{4}{18}$

$\frac{5}{6} : \frac{2}{9} = \frac{15}{18} : \frac{4}{18} = \frac{15}{18} \cdot \frac{18}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$



$\frac{15}{18}$

$\frac{4}{18}$



წილადის წილადზე გაყოფის დროს, გასა-
ყოფ წილადს ვტოვებთ უცვლელად და ვამრავ-
ლებთ გამყოფის შებრუ-
ნებულ წილადზე.

რამდენჯერ მოთავსდება $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$-ში?

წესი

წილადების გაყოფისას

- გასაყოფ წილადს ვამრავლებთ გამყოფის შებრუნებულ წილადზე.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$\frac{c}{d}$-ს შებრუნებული წილადია $\frac{d}{c}$

a-ს შებრუნებული რიცხვია $\frac{1}{a}$

https://www.geogebra.org

ნიმუში 8 – შერეული წილადების გაყოფა

სავარჯიშო 1:

$1\frac{2}{5} : \frac{7}{10} = \frac{7}{5} \cdot \frac{10}{7} = 2$

სავარჯიშო 2:

$2\frac{1}{6} : 3\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{11}{3} = \frac{13}{6} \cdot \frac{3}{11} = \frac{13}{22}$

შერეული რიცხვების გაყოფისას:

- შერეული რიცხვი უნდა წარმოვადგინოთ როგორც არაწესიერი წილადი
- წილადი გავყოთ წილადზე
- წილადების გაყოფისას, გასაყოფს ვტოვებთ უცვლელად და ვამრავლებთ გამყოფის შებრუნებულ წილადზე

დაიმახსოვრეთ:

აუცილებელია შერეული რიცხვის არაწესიერ წილადად წარმოდგენა

ნიმუში 9 – მოქმედებები წილადებზე

გამოიანგარიშეთ შემდეგი წილადის მნიშვნელობა

$$\frac{10 - 2 \cdot 3}{1\frac{1}{6} - \frac{1}{3}} =$$

ჯერ უნდა გავამარტივოთ მრიცხველი, შემდეგ მნიშვნელი

შევასრულოთ მოქმედებები

1) $10 - 2 \cdot 3 = 10 - 6 = 4$

2) $1\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

$\frac{1}{6}$-ს $\frac{1}{3}$ არ აკლდება, $1\frac{1}{6}$ წამოვადგინოთ არაწესიერ წილადად

3) მივიღეთ, 4 გაყოფილი $\frac{5}{6}$-ზე. რომელიც შეიძლება ჩაიწეროს როგორც $\frac{4}{\frac{5}{6}}$.

რადგან წილადის ხაზი ნიშავს გაყოფას

სიმარტივისთვის ვწერთ $4 : \frac{5}{6}$. ვიცით, რომ

$$4 : \frac{5}{6} = 4 \cdot \frac{6}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$$

სავარჯიშოები

1. გამოიანგარიშეთ, რას უდრის:

ა) $5 \cdot \frac{1}{5}$;   დ) $8 \cdot \frac{1}{2}$;   ზ) $24 \cdot \frac{3}{4}$;

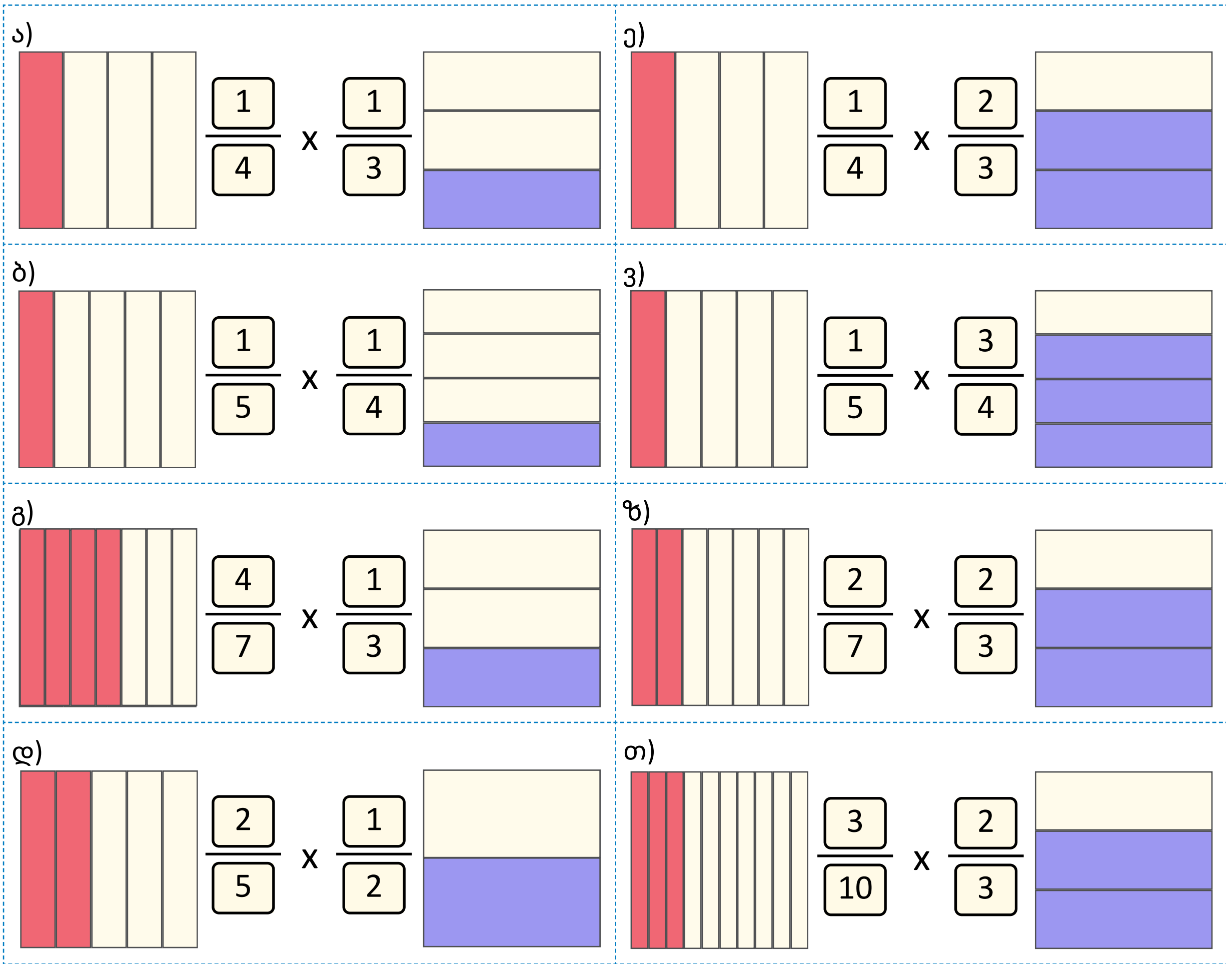
ბ) $4 \cdot \frac{3}{4}$;   ე) $12 \cdot \frac{5}{6}$;   თ) $42 \cdot \frac{5}{6}$;

გ) $6 \cdot \frac{3}{4}$;   ვ) $15 \cdot \frac{3}{10}$;   ი) $72 \cdot \frac{3}{8}$.

2.

GEOGEBRA	შერეული რიცხვების გამრავლება და ნამრავლის წარმოდგენა ვიზუალური მოდელებით
ტექნოლოგიების გამოყენება	*https://www.geogebra.org*

3. ქვემოთ მოცემულია წილადები და მათი შესაბამისი ვიზუალური მოდელები. წარმოადგინეთ წილადების ნამრავლის ვიზუალური მოდელი.



გაგრძელება

საავარჯიშოები

GEOGEBRA

ტექნოლოგიების გამოყენება

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით ბმულზე

https://www.geogebra.org

ვიზუალკური მოდელი წრე

https://www.geogebra.org

მოცემული ბმულის მეშვეობით შეგიძლიათ შეამოწმოთ თქვენ მიერ შესრულებული სამუშაოს პასუხები და შეასრულოთ დამატებითი სავარჯიშოები.

4. გამოიანგარიშეთ, რას უდრის:

ა) 5-ის $\frac{1}{5}$;

ბ) 20-ის $\frac{2}{5}$;

გ) 40-ის $\frac{3}{8}$;

დ) $\frac{1}{5}$-ის $\frac{1}{2}$;

ე) $\frac{2}{3}$-ის $\frac{1}{2}$;

ვ) $\frac{4}{5}$-ის $\frac{3}{4}$;

ზ) $\frac{5}{6}$-ის $\frac{1}{5}$;

თ) $\frac{4}{5}$-ის $\frac{5}{12}$;

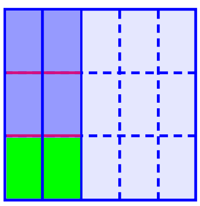
ი) $\frac{8}{9}$-ის $\frac{3}{4}$.

5. შეასრულეთ გაყოფა: გავყოთ წილადი მთელზე

ქვემოთ მოცემულია წილადის მთელზე გაყოფის შესაბამისი ვიზუალური მოდელი.

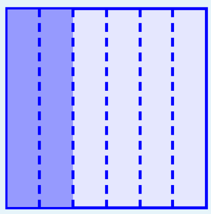
$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{15}$

გააანალიზეთ მოცემული მოდელი

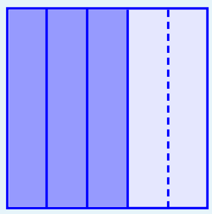


მოცემული ნიმუშის საფუძველზე, წარმოადგინეთ გაყოფის ვიზუალური მოდელი და იპოვეთ განაყოფი:

ა) $\frac{2}{6}$: 4 =



ბ) $\frac{3}{5}$: 4 =



GEOGEBRA

ტექნოლოგიების გამოყენება

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით ბმულზე

https://www.geogebra.org

მოცემული ბმულის მეშვეობით შეგიძლიათ შეამოწმოთ თქვენ მიერ შესრულებული სამუშაოს პასუხები.

გაგრძელება

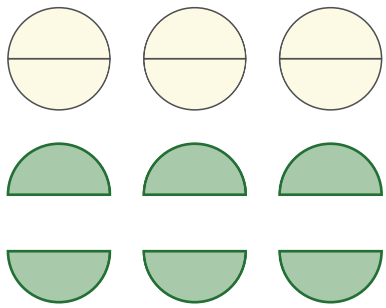
სავარჯიშოები

6. შეასრულეთ გაყოფა: გავყოთ მთელი წილადზე.

ა) ჩაწერეთ რიცხვითი გამოსახულება რომელიც შეიძლება შეესაბამებოდეს ქვემოთ მოცემულ დიაგრამებს

1. რა მიიღება 3-ის 2-ზე გამრავლებით?
2. რა რიცხვზე უნდა გავყოთ 3, რომ მივიღოთ 6?

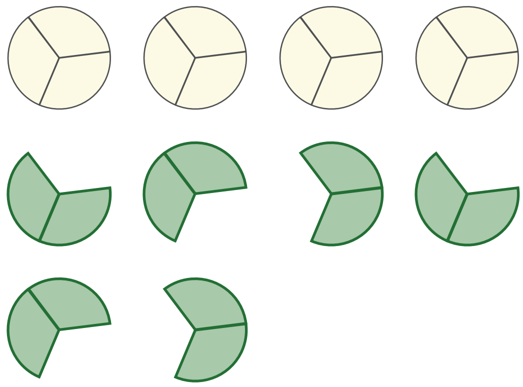
იმსჯელეთ პროცესზე



ბ) ჩაწერეთ რიცხვითი გამოსახულება რომელიც შეიძლება შეესაბამებოდეს ქვემოთ მოცემულ დიაგრამებს

- *რა რიცხვზე უნდა გავყოთ 4, რომ მივიღოთ 6?*

იმსჯელეთ პროცესზე



GEOGEBRA

ტექნოლოგიების გამოყენება

დამატებითი სავარჯიშოებისთვის გადადით ბმულზე

მოცემული ბმულის მეშვეობით, შეგიძლიათ შეამოწმოთ თქვენ მიერ შესრულებული სამუშაოს პასუხები, ასევე შეასრულოთ დამატებითი სავარჯიშოები, რომელიც დაგეხმარებათ გაიაზროთ მთელის ნაწილზე გაყოფა.

7. შეასრულეთ წილადების გამრავლება:

ა) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}$;

ბ) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{15}$;

გ) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$;

დ) $4 \cdot \frac{3}{10}$;

ე) $6 \cdot \frac{3}{4}$;

ვ) $3\frac{2}{5} \cdot 10$;

ზ) $4\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{14}$;

თ) $\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15}$;

ი) $\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{15}$;

კ) $4\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{11}$;

ლ) $1\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8}$;

მ) $\frac{3}{8} \cdot 3\frac{3}{10}$.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

8. რა რიცხვზე უნდა გავამრავლოთ:

ა) $\frac{3}{5}$, რომ მივიღოთ 15?
ბ) $\frac{2}{3}$, რომ მივიღოთ 18?
გ) $\frac{4}{7}$, რომ მივიღოთ 16?
დ) $\frac{5}{6}$, რომ მივიღოთ 20?
ე) 4, რომ მივიღოთ $\frac{1}{2}$?
ვ) 12, რომ მივიღოთ $\frac{2}{3}$?
ზ) 9, რომ მივიღოთ $1\frac{1}{5}$?
თ) 15, რომ მივიღოთ $1\frac{1}{2}$?

9. შეასრულეთ წილადების გაყოფა:

ა) $\frac{3}{4} : \frac{6}{7}$; ბ) $\frac{5}{8} : \frac{5}{6}$; გ) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; დ) $5 : \frac{1}{5}$; ე) $6 : \frac{2}{3}$; ვ) $\frac{1}{5} : 30$; ზ) $\frac{3}{8} : 12$; თ) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; ი) $3\frac{1}{5} : 1\frac{5}{2}$; კ) $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$; ლ) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9}$; მ) $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}$.

10. რა რიცხვზე უნდა გავყოთ:

ა) 10, რომ მივიღოთ 20?
ბ) 8, რომ მივიღოთ 12?
გ) 12, რომ მივიღოთ $\frac{2}{3}$?
დ) 20, რომ მივიღოთ $\frac{2}{5}$?
ე) $\frac{3}{10}$, რომ მივიღოთ 3?
ვ) $\frac{1}{20}$, რომ მივიღოთ 10?
ზ) $\frac{4}{5}$, რომ მივიღოთ 16?
თ) $\frac{2}{9}$, რომ მივიღოთ 4?

11. რამდენჯერ მეტია:

ა) 10 $\frac{2}{5}$-ზე?
ბ) 2 $\frac{1}{7}$-ზე?
გ) 4 $\frac{4}{9}$-ზე?
დ) 9 $\frac{3}{8}$-ზე?
ე) $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$-ზე?
ვ) $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{12}$-ზე?
ზ) $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{10}$-ზე?
თ) $\frac{6}{7}$ $\frac{3}{14}$-ზე?

12. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4}$;
ბ) $\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{4}$;
გ) $\left(1\frac{6}{7} + \frac{4}{7}\right) \cdot \frac{1}{12}$;
დ) $\left(3\frac{4}{9} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{3}{11}$;
ე) $\left(5\frac{1}{4} + 4\frac{5}{6}\right) : \frac{3}{8}$;
ვ) $\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4}\right)$.

13. იპოვეთ:

ა) 8-ის $\frac{1}{4}$ ნაწილი;
ბ) 20-ის $\frac{3}{5}$ ნაწილი;
გ) 36 -ის $\frac{2}{3}$ ნაწილი;
დ) 32-ის $\frac{5}{8}$ ნაწილი;
ე) 48-ის $\frac{7}{10}$ ნაწილის $\frac{3}{4}$ ნაწილი;
ვ) 60-ის $\frac{5}{6}$ ნაწილის $\frac{1}{10}$ ნაწილი;
ზ) 36-ის $\frac{1}{3}$ ნაწილის $\frac{7}{8}$ ნაწილი;
თ) 72 -ის $\frac{3}{8}$ ნაწილის $\frac{2}{9}$ ნაწილი;
ი) რიცხვი, რომლის $\frac{2}{5}$ ნაწილია 18;
კ) რიცხვი, რომლის $\frac{7}{12}$ ნაწილია 21;
ლ) რიცხვი, რომლის $\frac{4}{9}$ ნაწილია 16;
მ) რიცხვი, რომლის $\frac{8}{15}$ ნაწილია 24.

14. გაამარტივეთ შემდეგი რიცხვითი გამოსახულებები

ა) $\frac{15-8}{4+10} \cdot 4$; ბ) $\frac{19-3^2}{3^2+1} \cdot 10$; გ) $\frac{18-2^2}{4^2+4} \cdot 10$; დ) $\frac{22-22:2}{33-33:3} \cdot 10$.

15. იპოვეთ:

ა) საათის $\frac{2}{5}$ რამდენი წუთია;
ბ) საათის $\frac{1}{4}$ რამდენი წუთია;
გ) დღე-ღამის $\frac{3}{4}$ რამდენი საათია;
დ) წუთის $\frac{3}{4}$ რამდენი წამია;
ე) წუთის $\frac{1}{10}$ რამდენი წამია;
ვ) დღე-ღამის $\frac{1}{2}$ რამდენი საათია.
ზ) დღე-ღამის $\frac{2}{3}$ რამდენი საათია;
თ) 3 დღე-ღამის $\frac{3}{4}$ რამდენი საათია;

გაგრძელება

სავარჯიშოები

16. იპოვეთ:

ა) მეტრის $\frac{1}{10}$ რამდენი სმ-ია;

ბ) მეტრის $\frac{2}{5}$ რამდენი სმ-ია;

გ) კმ-ის $\frac{1}{10}$ რამდენი სმ-ია;

დ) კმ-ის $\frac{3}{4}$ რამდენი მ-ია;

ე) ტონის $\frac{1}{5}$ რამდენი კგ-ია;

ვ) ტონის $\frac{3}{10}$ რამდენი კგ-ია;

ზ) კგ-ის $\frac{1}{10}$ რამდენი გრ-ია;

თ) 2 კგ-ის $\frac{3}{4}$ რამდენი გრ-ია.

17. მზიამ მიირთვა შოკოლადის ფილის $\frac{7}{12}$ ნაწილი, გენომ მზიაზე 3-ჯერ მეტი, ხოლო შოკოლადის ფილის დარჩენილი ნაწილი მიირთვა დაჩიმ. მთელი შოკოლადის რა ნაწილი მიირთვა დაჩიმ?

18. მევენახემ ყურძნის მოსავლის აღებისას, პირველ კვირას ყუთებში გაანაწილა მთელი მოსავლის დაახლოებით $\frac{1}{3}$ ნაწილი, მეორე კვირას მთელი მოსავლის $\frac{1}{4}$ ნაწილი, რის შემდეგაც მან თქვა, რომ ყუთებში გადანაწილებულია სულ 36820 კგ ყურძენი. დაადგინეთ: დაახლოებით სულ რამდენი კგ ყურძენი გაადაანაწილა მევენახემ ყუთებში? რამდენი კგ მოსავალი გაანაწილა ყუთში პირველ კვირას?

19. ხელოსანს უნდა დაემზადებინა 60 დეტალი. პირველ დღეს მან დაამზადა შეკვეთის $\frac{2}{5}$ ნაწილი. რამდენი დეტალი დაამზადა ხელოსანმა პირველ დღეს?

20. აუზის სრულად ასავსებად საჭიროა 650 ტ წყალი. ცარიელი აუზის ავსებიდან ერთ საათში აივსო აუზის $\frac{3}{25}$ ნაწილი. რამდენი ტონა წყალი ჩაასხეს აუზში ავსების დაწყებიდან პირველ საათში?

21. მართკუთხედის სიგანე სიგრძის $\frac{2}{5}$-ს შეადგენს, იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი და ფართობი, თუ მართკუთხედის სიგრძე 20 სმ-ია.

22. ყუთში მოთავსებულია ორი ფერის ბურთულები, სულ 80 ცალი. მთელი რაოდენობის $\frac{7}{16}$ ნაწილი არის თეთრი ფერის ბურთები, ხოლო დანარჩენი შავი ფერის ბურთულები. რამდენით მეტია შავი ფერის ბურთულები თეთრი ფერის ბურთულებზე?

23. გემს ერთი პუნქტიდან მეორე პუნქტამდე უნდა გაევლო 360 კმ. პირველ საათში მან გაიარა მთელი მანძილის $\frac{4}{18}$ ნაწილი, ხოლო მეორე საათში გაიარა მთელი მანძილის $\frac{1}{9}$ ნაწილი. სულ რამდენი კილომეტრი გაიარა გემმა ?

24. მუშებს უნდა დაეტვირთათ 850 კგ ტვირთი. პირველ საათში მათ დატვირთეს მთელი ტვირთის $\frac{2}{5}$ ნაწილი, ხოლო მეორე საათში პირველ საათში დატვირთულ ტვირთზე 40 კგ-ით მეტი. სულ რამდენი კგ ტვირთი დატვირთეს მუშებმა ?

25. ხათუნამ პირველ კვირაში წაიკითხა მთლიანი წიგნის $\frac{4}{15}$ ნაწილი, ხოლო შემდეგ კვირაში ისევ მთლიანი წიგნის $\frac{7}{20}$ ნაწილი. რამდენ გვერდიანია მთლიანი წიგნი, თუ ხათუნას წასაკითხი დარჩა 220 გვერდი?

26. გიორგიმ გადაწყვიტა 30 მეტრის სიგრძის თოკი დაჭრას ნაწილებად, თითოეული ნაწილის სიგრძე სურს იყოს $2\frac{1}{2}$ მ; დაჭრის შემდეგ, რამდენ პატარა თოკის ნაწილს მიიღებს?

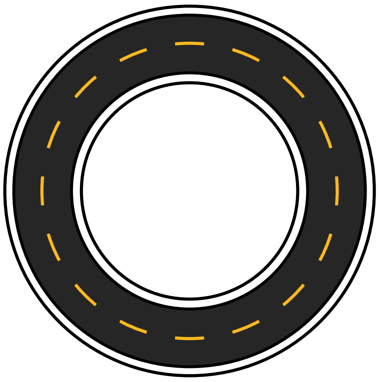
გაგრძელება

სავარჯიშოები

27. მორბენლები დარბიან წრიული ფორმის მოედანზე, რომლის გარშემოწერილობის სიგრძეა $20\frac{1}{4}$ მ, რამდენ წრე გაირბინა მორბენალმა, თუ ვიცით რომ მან სულ გაირბინა:

ა) 162 მეტრი?

ბ) 243 მეტრი?



სამომხმარებლო არითმეტიკა

28. ლანა ხელფასის $\frac{3}{25}$-ს საქველმოქმედო ფონდში რიცხავს. ვიცით, რომ ლანა საქველმოქმედო ფონდში ყოველთვე რიცხავს 240 ლარს. რამდენ ლარს შეადგენს ლანას ხელფასი?

29. ლიკამ ხელფასის $\frac{1}{10}$-ით გადასახადები გადაიხადა, დარჩენილი თანხის მესამედი ავეჯი იყიდა, ამის შემდეგ კი დარჩა 450 ლარი. რამდენი ლარია ლიკას ხელფასი?

30. დავითმა გადაწყვიტა თანხის ანაბარზე დადება, ბანკი შეპირდა მას სარგებელს, ყოველი წლის ბოლოს შეტანილი თანხის $\frac{1}{10}$-ს. რამდენი ლარს დაარიცხავდა ბანკი 5 წლის შემდეგ, თუ მან ანგარიშზე შეიტანა 10 000 ლარი?

31. ნიკა სტუდენტური სტიპენდიის $\frac{1}{10}$-ით იხდის ბინის ქირას, სტიპენდიის $\frac{3}{5}$ მას სჭირდება საკვებისთვის, სტიპენდიის დარჩენილი თანხით კი ყიდულობს წიგნებს. დაადგინეთ ნიკას სტიპენდია, თუ ვიცით, რომ საკვებისთვის მას სჭირდება 600 ლარი.

32. ექსკურსიის ორგანიზებისათვის მოგროვებული თანხის $\frac{1}{6}$ ნაწილი დაიხარჯა ტრანსპორტის მომსახურებაზე, ხოლო $\frac{3}{8}$ ნაწილი დაიხარჯა ექსკურსიაზე დაგეგმილ ღონისძიებებში. დარჩენილი 625 ლარი დაიხარჯა კვებაზე. რამდენი ლარი იყო შეგროვებული სულ ექსკურსიისათვის?

33. მაღაზიაში იყო 240 კგ კარტოფილი. პირველ დღეს გაყიდეს კარტოფილის $\frac{1}{8}$ ნაწილი, ხოლო მეორე დღეს დარჩენილი კარტოფილის $\frac{2}{7}$ ნაწილი. რამდენი კგ კარტოფილი გაყიდა მაღაზიამ მეორე დღეს?

34. ლევანმა ფეხსაცმელში გადაიხადა თავისი თანხის $\frac{5}{12}$ ნაწილი, ხოლო მაისურში გადაიხადა დარჩენილი თანხის $\frac{3}{7}$ ნაწილი. რამდენი ლარი გადაიხადა სულ ლევანმა, თუ თავდაპირველად მას ჰქონდა 240 ლარი?

სავარჯიშოები

ტესტი განმავითარებელი შეფასებისთვის

1. ა) გამოთვალეთ ზეპირად: $2+\frac{3}{9}+\frac{5}{9}$

ბ) შეკრიბეთ $4\frac{3}{8}$ და $2\frac{3}{4}$

გ) იპოვეთ $\frac{2}{3}$-ის შებრუნებული რიცხვი

დ) აახარისხეთ $\left(1\frac{1}{3}\right)^2$

ე) იპოვეთ x: $x\cdot\frac{7}{11}=1$

ზ) იპოვეთ $\frac{3}{5}$-ის $\frac{2}{3}$ ნაწილი

თ) იპოვეთ $\frac{1}{3}:2\frac{1}{2}$

2. გამოთვალეთ:

ა) $\frac{3}{8}+\frac{2}{3}$ ბ) $\frac{5}{6}+1\frac{3}{4}$ გ) $\frac{3}{4}-\frac{3}{8}+\frac{5}{12}$

3. გამოთვლეთ:

ა) $2\frac{1}{4}\cdot1\frac{3}{4}$ ბ) $2\frac{3}{4}:1\frac{1}{4}$ გ) 56-ის $\frac{7}{8}$

4. გამოთვალეთ ზეპირად:

ა) $\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}$ ბ) $128\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{8}{3}$

5. ა) ტენისის მოედნისთვის საჭიროა თორმეტი ბადე, თითო $4\frac{2}{3}$ მ სიგრძის. სულ რა სიგრძის ბადეა შესაძენი?

ბ) სპორტსმენმა პირველ საათში გაირბინა მთელი გზის $\frac{2}{5}$, მეორე საათში $\frac{1}{3}$. გზის რა ნაწილი დარჩა სპორტსმენს გასარბენი?

გ) გიორგიმ იყიდა 27 მეტრი ლენტი და დაჭრა $\frac{3}{4}$ მეტრი სიგრძის ნაჭრებად. რამდენი ლენტი მიიღო გიორგიმ?

6. გამყიდველმა პირველ დღეს გაყიდა პროდუქციის $\frac{2}{3}$ ნაწილი, მეორე დღეს დარჩენილის $\frac{1}{2}$. პროდუქციის რა ნაწილი დარჩა გასაყიდი?

7. გამოთვალეთ:

ა) $2\frac{5}{8}-1\frac{3}{4}$ ბ) $3\frac{1}{2}+5\frac{3}{8}$ გ) $\frac{3}{5}\cdot15$

Iskola

დამატებითი სავარჯიშოები

წილადები

https://el.ge

ტოლმნიშვნელიანი და ტოლმრიცხველიანი წილადები, შედარება

https://el.ge

წილადი, შერეული რიცხვი

https://el.ge

მოქმედებები წილადებზე

https://el.ge

2.4. ათწილადები, მოქმედებები ათწილადებზე

წილადი, რომელსაც მნიშვნელში 10-ის ხარისხები აქვს, შეიძლება ჩავწეროთ ათწილადური ფორმით.

აღმოაჩინეთ კანონზომიერება

$$\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0.01$$

$$\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}=0.001$$

$$\frac{1}{10^4}=\frac{1}{10000}=0.0001$$

$$\begin{array}{lcl}
 & 10000 = 10^4 & \\
\div 10 & & -1 \\
 & 1000 = 10^3 & \\
\div 10 & & -1 \\
 & 100 = 10^2 & \\
\div 10 & & -1 \\
 & 10 = 10^1 & \\
\div 10 & & -1 \\
 & 1 = 10^0 & \\
\div 10 & & -1 \\
 & \frac{1}{10} = 10^{-1} & \\
\div 10 & & -1 \\
 & \frac{1}{100} = 10^{-2} & \\
\div 10 & & -1 \\
 & \frac{1}{1000} = 10^{-3} &
\end{array}$$

https://www.geogebra.org

2.4.1 ათწილადი

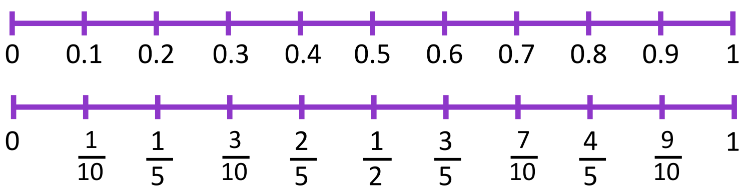
კავშირი წილადსა და ათწილადს შორის

პოზიციის თანრიგის ცხრილი, თანრიგის ერთეულები

პოზიციის მთელი ნაწილი				პოზიციის ათწილადური ნაწილი			
ასეული	ათეული	ერთეული		მეათედი	მეასედი	მეათასედი	მეათიათასედი
			.	$10^{-1}=\frac{1}{10}$	$10^{-2}=\frac{1}{100}$	$10^{-3}=\frac{1}{1000}$	$10^{-4}=\frac{1}{10000}$

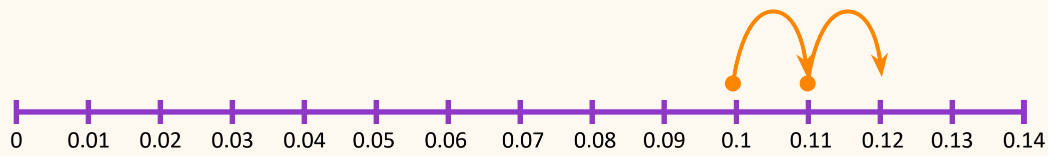
ათწილადის წარმოდგენა რიცხვით წრფეზე

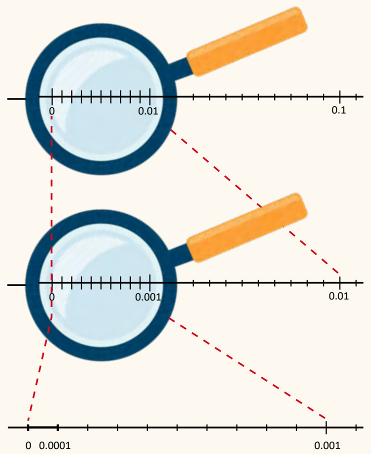
იმისათვის, რომ 0.1, 0.2 და ა.შ. გამოვსახოთ რიცხვით წრფეზე, საჭიროა ერთეული სიგრძის მონაკვეთი დავყოთ 10 ტოლ ნაწილად და მივიღებთ 0.1 მეათედ ნაწილს. რიცხვით წრფეზე ვიპოვოთ წერტილი, რომელიც შეესაბამება 0-ს, 0-დან მარჯვნივ გადავთვალოთ 0.1, ან 0.2 და მოვნიშნოთ. ქვემოთ ნახაზზე ხედავთ შესაბამისობას წილადებსა და ათწილადს შორის.



მინიშნება: ათწილადის ჩანაწერისთვის ვიყენებთ წერტილს ან მძიმეს

იმისათვის, რომ 0.12 გამოვსახოთ რიცხვით წრფეზე, საჭიროა ერთეული სიგრძის მონაკვეთი დავყოთ 10 ტოლ ნაწილად, მივიღებთ მეათედ ნაწილს, შემდეგ მეათედი გავყოთ 10 ტოლ ნაწილად, და მივიღებთ 0.01 მეასედ ნაწილს. შემდეგ რიცხვით წრფეზე მოვძებნოთ წერტილი 0.1 და გადავთვალოთ მარჯვნივ ორჯერ მეასედი (0.01).





მეასედის გაყოფით ათ ტოლ ნაწილად მივიღებთ მეათასედს, ხოლო მეათასედის გაყოფით 10-ზე მივიღებთ მეათიათასედს და ა.შ.

წილადის წარმოდგენა ათწილადად

როგორც ვიცით, წილადის ძირითადი თვისების თანახმად, არსებობს წილადის ტოლი ანუ ეკვივალენტური წილადები. წილადის წარმოდგენა შესაძლებელია მისი ტოლი წილადების სახით.

წილადის წარმოდგენა ათწილადად

	კავშირი პოზიციურ სისტემასთან			
განმარტებიდან გამომდინარე,	ერთეული		მეათედი	მეასედი
$\frac{27}{100} = 0.27$	0		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
	0		2	7

ათწილადის წარმოდგენა თანრიგების ერთეულად

$$0.27 = 2 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100}$$

ნიმუში 1

წარმოვადგინოთ წილადი $\frac{4}{5}$ და $\frac{3}{8}$ ათწილადის სახით

მსჯელობა:

წილადის ძირითადი თვისების თანახმად ვიცით, რომ თუ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს გავამრავლებთ (ან გავყოფთ) ერთსა და იმავე არანულოვან რიცხვზე, მივიღებთ საწყისი წილადის ტოლ წილადს. წილადის ათწილადად წარმოდგენისას მიზანია, მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ ისეთ რიცხვზე, რომ მნიშვნელში მივიღოთ 10-ის მთელ ნატურალურ ხარისხად ახარისხების შედეგი (10, 100, 1000 და ა.შ.)

მოცემულ თავში ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ წილადი იგივეა, რაც გაყოფა: $\frac{a}{b}$ იგივეა, რაც $a : b$

მეთოდი 1:

ა) $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = 0.8$

მეთოდი 2:

$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0.8$

მეთოდი 1:

ა) $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$

მეთოდი 2:

$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0.375$

ნიმუში 2

ათწილადის წარმოდგენა წილადად

ათწილადის თანრიგებად დაშლა	წილადური ფორმით
$2.34 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$	$2.34 = 2\frac{34}{100} = \frac{2 \cdot 100 + 34}{100} = \frac{234}{100} = \frac{117}{50}$
$1.05 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100}$	$1.05 = 1\frac{5}{100} = \frac{1 \cdot 100 + 5}{100} = \frac{105}{100} = \frac{21}{20}$

2.4.2 მოქმედებები ათწილადებზე

ნიმუში 3 – ათწილადების შეკრება და გამოკლება

$$\begin{array}{r} 66.8 \\ +\ 4.0 \\ \hline 70.8 \end{array}$$

ათწილადების შეკრების ან გამოკლების დროს მთელს ვუმატებთ მთელს, ხოლო ათწილადურ ნაწილს ათწილადურ ნაწილს; ქვეშმიწერით შეკრების დროს მთელის ნიშანი **„ჩამოდის“**

ათწილადების შეკრება

ა) $$\begin{array}{r} 3.62 \\ +\ 18.57 \\ \hline 22.19 \end{array}$$

ბ) $$\begin{array}{r} 9.000 \\ +\ 3.245 \\ \hline 12.245 \end{array}$$

ათწილადების გამოკლება

ა) $$\begin{array}{r} 12.49 \\ -\ 7.25 \\ \hline 5.24 \end{array}$$

ბ) $$\begin{array}{r} {\scriptstyle 13\ \ \ 9\,10} \\ \cancel{1}4.\cancel{0}\cancel{0} \\ -\ 7.32 \\ \hline 6.68 \end{array}$$

ნიმუში 4

ათწილადების გამრავლება თანრიგის ერთეულზე 10,100,1000 ...

ა) $0.7 \cdot 10 = 7$ კავშირი წილადის გამრავლებასთან $0.7 \cdot 10 = \frac{7}{10} \cdot 10 = 7$	ბ) $0.7 \cdot 100 = 70$	გ) $0.17 \cdot 1000 = 170$

ათწილადი რომ გავამრავლოთ თანრიგის ერთეულზე – 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე და ა.შ. ამ ათწილადში წერტილი უნდა გადავიტანოთ მარჯვნივ იმდენ ნიშანზე, რამდენი ნულიცაა თანრიგის ერთეულის ჩანაწერში.

ნიმუში 5 – ათწილადების გაყოფა თანრიგის ერთეულზე

$0.7 : 10 = 0.07$ $0.7 : 10 = \frac{7}{10} : 10 = \frac{7}{100} = 0.07$	ბ) $0.7 : 100 = 0.007$	გ) $17 : 100 = 0.17$

ათწილადი რომ გავყოთ თანრიგის ერთეულზე – 10-ზე, 100-ზე, 1000-ზე და ა.შ. ამ ათწილადში წერტილი უნდა გადავიტანოთ მარცხნივ იმდენ ნიშანზე, რამდენი ნულიცაა თანრიგის ერთეულის ჩანაწერში.

კავშირი თანრიგით ერთეულებით გამრავლებასა და გაყოფას შორის

ნიმუში 6

რიცხვის გამრავლება ან გაყოფა თანრიგის ერთეულზე 0.1,0.01,0.001 და ა.შ.

რიცხვის გამრავლება თანრიგის ერთეულზე:	რიცხვის გაყოფა თანრიგის ერთეულზე:
ა) $0.7 \cdot 0.1 = 0.7 \cdot \frac{1}{10} =$ $= 0.7 : 10 = 0.07$	ბ) $0.7 : 0.1 = 0.7 : \frac{1}{10} =$ $= 0.7 \cdot 10 = 7$
გავამრავლოთ მეათედზე ნიშნავს, ვიპოვოთ საწყისი რიცხვის $\frac{1}{10}$ ნაწილი	*გავყოთ მეათედზე ნიშნავს, რამდენჯერ მოთავსდება 0.7-ში 0.1?*
$0.7 \cdot 0.01 = 0.7 \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0.7 : 100 = 0.007$	$0.7 : 0.01 = 0.7 : \frac{1}{100} =$ $= 0.7 \cdot 100 = 70$

ნიმუში 7

$$\begin{array}{r} \mathbf{37.35 : 5 = 7.47} \\ \underline{-35} \\ 23 \\ \underline{-20} \\ 35 \\ \underline{-35} \\ 0 \end{array}$$

- 37 მთელი იყოფა 5-ზე, განაყოფში ვიღებთ 7 მთელს და 2 ნაშთს; 7-ის შემდეგ ვწერთ მძიმეს, რადგან გაყოფა არ არის დამთავრებული
- ნაშთს 2 ერთეულს წარმოვადგენთ მეათედებით $2 = \frac{20}{10}$ და გამყოფიდან ვუმატებთ (ჩამოგვაქვს) 3 მეათედი და ვაგრძელებთ გაყოფას

ათწილადების გაყოფა

რიცხვი ათწილადზე რომ გავყოთ, საჭიროა გასაყოფი და გამყოფი გავამრავლოთ თანრიგის ისეთ ერთეულზე, რომ გამყოფი იქცეს მთელ რიცხვად.

- იმისათვის, რომ გამყოფი იქცეს მთელ რიცხვად, გასაყოფი და გამყოფი უნდა გავამრავლოთ 10-ის შესაბამის ხარისხზე.

ნიმუში 8 – ათწილადების გაყოფა

ა) **4.32 ÷ 3.6**	ბ) **9 ÷ 1.25**
4.32 ÷ 3.6 = 43.2 ÷ 36	**9.00 ÷ 1.25 = 900 ÷ 125**
ჯერ გავამრავლოთ გასაყოფი და გამყოფი 10-ზე; გამყოფში მივიღებთ მთელ რიცხვს და გავაგრძელოთ გაყოფა.	ჯერ გავამრავლოთ გასაყოფი და გამყოფი 100-ზე, რათა გამყოფში მივიღოთ მთელი რიცხვი და შემდეგ გავაგრძელოთ გაყოფა.

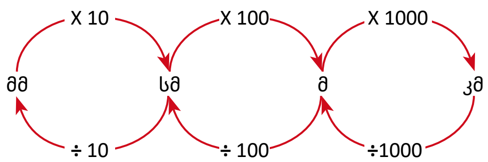
ნიმუში 9 – ათწილადების გაყოფა, კავშირი წილადებთან

სავარჯიშო 1:	სავარჯიშო 2:
0.7 : 0.8 = წარმოვადგინოთ გაყოფა როგორც წილადი/შეფარდება $0.7 : 0.8 = \frac{0.7}{0.8} = \frac{0.7 \cdot 10}{0.8 \cdot 10} = \frac{7}{8} =$ $= 7 : 8 = 0.875$ წილადის ძირითადი თვისების თანახმად, ჩვენ შეგვიძლია მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ ერთსა და იმავე არანულოვან რიცხვზე	$4.32 : 3.6 =$ წარმოვადგინოთ თითოეული ათწილადი როგორც წილადი და შევასრულოთ გაყოფა $4.32 \div 3.6 = \frac{432}{100} \div \frac{36}{10}$ $= \frac{{}^{12}\cancel{432}}{{}_{10}\cancel{100}} \cdot \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{36}_{1}}$ $= \frac{12}{10}$ $= 1.2$

2.4.3 სიდიდეებს შორის დამოკიდებულება

ყოველდღიურ ცხოვრებაში ჩვენ ვზომავთ ბევრ რამეს. ზომის დასადგენად ვიყენებთ სტანდარტულ ერთეულებს, ყველა ერთეულის დასადგენად კი არსებობს საზომი ხელსაწყოები.

წინა კლასიდან თქვენ უკვე იცით სიდიდის ზოგიერთი საზომი ერთეულები.

სიგრძე	სიგრძის საზომი ერთეულებია სმ, მ, კმ და ა.შ. სიგრძის ერთეულებს შორის არსებობს შესაბამისობა.  	1 სმ = 10 მმ; 1 მ = 100 სმ; → 1 სმ = $\frac{1}{100}$ მ = 0.01 მ 1კმ = 1000 მ; → 1მ = $\frac{1}{1000}$ კმ = 0.001 მ
წონა, მასა	**მასის ერთეულებია:** გრამი, კილოგრამი, ტონა და ა.შ. 1კგ = 1000 გ; 1 ტ = 1000 კგ; 1 ც = 100 კგ.	

ფართობის ერთეულები		სიჩქარის ერთეულები	მოცულობის ერთეულები
1 კმ^2 = 1 კმ · 1კმ = 1000 მ · 1000 მ= = 1 000 000 მ^2 = 10^6 მ^2 1 მ^2 = 10000 სმ^2 1 სმ^2 = 100 მმ ^{2}	1 მ^2 = 0.000 001 კმ^2 1 სმ^2 = 0.0001 მ^2 1 მმ^2 = 0.01 სმ^2	1 კმ/სთ ≈ 0.278 მ/წმ 1 მ/ წმ ≈ 3.6 კმ/სთ	1 ლ = 0.001 მ^3 1 ლ = 1 დმ ^{3}

სავარჯიშოები

1. წარმოადგინეთ წილადი ათწილადის სახით:

ა) $\frac{3}{10}$; ე) $\frac{125}{10}$; ი) $\frac{3}{100}$;
ბ) $\frac{7}{1000}$; ვ) $\frac{200}{100}$; კ) $\frac{107}{100}$;
გ) $\frac{15}{100}$; ზ) $\frac{205}{100}$; ლ) $\frac{39}{1000}$;
დ) $\frac{25}{100}$; თ) $\frac{45}{10}$; მ) $\frac{1001}{100}$.

2. წარმოადგინეთ წილადი ათწილადად, მნიშვნელის 10-ის ხარისხად წარმოდგენის ხერხით:

ა) $\frac{3}{10}$; გ) $\frac{7}{50}$; ე) $\frac{1}{2}$;
ბ) $\frac{9}{20}$; დ) $\frac{11}{25}$; ვ) $\frac{1}{4}$.

3. წარმოადგინეთ წილადები ათწილადად, თქვენთვის მისაღები ხერხით:

ა) $\frac{1}{8}$; დ) $\frac{122}{4}$; ზ) $\frac{3}{2}$;
ბ) $\frac{3}{4}$; ე) $\frac{8}{5}$; თ) $\frac{5}{4}$;
გ) $\frac{125}{8}$; ვ) $\frac{102}{5}$; ი) $\frac{12}{8}$.

4. წარმოადგინეთ ათწილადი წილადის სახით (უმარტივესი წილადის სახით):

ა) 0.7; დ) 0.0013; ზ) 31.01; კ) 1.16;
ბ) 0.45; ე) 2.5; თ) 25.25; ლ) 1.35;
გ) 0.15; ვ) 3.01; ი) 0.15; მ) 2.28.

5. შეასრულეთ შეკრება:

ა) 0.3 + 0.4; ე) 2.5 + 1.5; ი) 0.12 + 4;
ბ) 0.4 + 0.9; ვ) 2.5 + 0.15; კ) 0.12 + 0.4;
გ) 0.23 + 0.17; ზ) 0.23 + 0.17; ლ) 0.12 + 0.04;
დ) 0.23 +1.7; თ) 0.23 + 1.7; მ) 0.12 + 0.004.

6. შეასრულეთ შეკრება:

ა) 9.3 + 8; დ) 1.24 + 2.51; ზ) 37.58 + 4.145;
ბ) 4 + 0.9; ე) 2.19 + 3.127; თ) 201.02 + 13.08;
გ) 7 +3.49; ვ) 3.04 + 2.0187; ი) 21.004 + 2.016.

7. შეასრულეთ გამოკლება:

ა) 7.7 – 0.7; დ) 8.2 – 5; ზ) 9 – 0.4;
ბ) 7.7 – 7; ე) 8.2 – 0.5; თ) 9 – 0.04;
გ) 7 – 0.7; ვ) 8.2 – 0.05; ი) 9 – 8.04.

8. შეასრულეთ გამოკლება:

ა) 10 – 0.4; გ) 0.7 – 0.17; ე) 79.5 – 17.61;
ბ) 10 – 2.4; დ) 9.025 – 3.13; ვ) 10.101 – 4.11.

9. შეასრულეთ გამრავლება:

ა) 0.8 · 10; დ) 25 · 0.1; ზ) 7 · 0.01;
ბ) 0.8 · 100; ე) 25 · 0.01; თ) 7 · 0.001;
გ) 1.8 · 1000; ვ) 2.5 · 0.1; ი) 7 ·10 000.

10. შეასრულეთ გაყოფა:

ა) 0.4 : 10; დ) 25 : 0.1; ზ) 7 : 0.01;
ბ) 0.4 : 100; ე) 25 : 0.01; თ) 7 : 0.001;
გ) 2.4 : 1000; ვ) 2.5 : 0.1; ი) 7 : 10 000.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

11. შეასრულეთ გაყოფა

ა) 0.12 : 3; ე) 41.41 : 4.1; ი) 4.014 : 9;
ბ) 0.45 : 0.9; ვ) 18.036 : 0.06; კ) 4.014 : 0.9;
გ) 0.8 : 0.002; ზ) 102 : 0.3; ი) 51.132 : 1.2
დ) 10.02 : 0.3; თ) 0.102 : 0.03; კ) 511.32: 0.12.

12. იპოვეთ:

ა) 120-ის 0.8; დ) 4.2-ის 0.1; ზ) 5.6-ის 0.4;
ბ) 7.2-ის $\frac{3}{4}$; ე) 2.25-ის $\frac{3}{10}$; თ) 0.16-ის 0.25;
გ) 0.25-ის $\frac{2}{5}$; ვ) 14.32-ის $\frac{5}{8}$; ი) 67.5-ის $\frac{2}{9}$.

13. განრიგებადობის და ასოციაციურობის წესის გამოყენებით, იანგარიშეთ მარტივად:

ა) $13.5 \cdot 0.7 + 6.5 \cdot 0.7 =$
დ) $0.5 \cdot 13.9 \cdot 2 \cdot 100 =$
ბ) $495.5 \cdot 0.5 + 4.5 \cdot 0.5 =$
ე) $0.5 \cdot 12.25 \cdot 0.4 \cdot 100 =$
გ) $124.5 \cdot 0.8 - 24.5 \cdot 0.8 =$
ვ) $0.2 \cdot 2.5 \cdot 0.5 \cdot 100 =$

14. გამოთვალეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $8.5 + 4.3 - 2.5$ ვ) $9 + 9 : 0.9 - 0.1$
ბ) $3.7 - 4.25 + 2.3$ დ) $5.5 + 2.5 \cdot 0.2$
გ) $4.08 : 0.3 \cdot 0.4$ ე) $15.6 : 0.3 + 0.7$
დ) $2.5 + 2.5 \cdot 0.2$ ვ) $5.05 - 0.5 : 0.1 + 5$
ე) $8.8 : 8 + 8 - 0.8 : 0.8$

15. წარმოადგინეთ შესაბამის ერთეულებში:

ა) 4 სმ = $\boxed{}$ მ ვ) 4 სმ^2= $\boxed{}$ მ^2
ბ) 5,1 მ = $\boxed{}$ კმ ზ) 4,2 მ^2= $\boxed{}$ კმ^2
გ) 2,4 სმ= $\boxed{}$ კმ თ) 15 მ/წმ= $\boxed{}$ კმ/სთ
დ) 7 გ = $\boxed{}$ კგ ი) 36 კმ/სთ= $\boxed{}$ მ/წმ
ე) 9,3 კგ = $\boxed{}$ ტ

16. ანამ მაღაზიაში შეიძინა 1.6 კგ ვაშლი, მსხალი 2-ჯერ მეტი, ვიდრე ვაშლი, ატამი 4-ჯერ ნაკლები ვიდრე ვაშლი და მსხალი ერთად. სულ რამდენი კილოგრამი ხილი შეიძინა ანამ?

17. გიამ ლაშქრობის პირველ დღეს გაიარა დაგეგმილი გზის 0,4 ნაწილი, მეორე დღეს დარჩენილი გზის 0.52 ნაწილი. დაგეგმილი გზის რა ნაწილი გაიარა გიამ ამ ორ დღეში?

18. ბანანი მაღაზიაში ღირს 4.25 ლარი, ვაშლი კი – 3.45 ლარი. მაიამ ამ მაღაზიაში შეიძინა ბანანი 2 კგ და 250 გ, ხოლო ვაშლი – 4 კგ და 40 გ. სულ რა თანხას გადაიხდიდა მაია?

19. მანქანა ავტობანზე მიდიოდა 54კმ/სთ სიჩქარით, ამ დროს ქარის სიჩქარე იყო 16.1 მ/წმ. რომელი სიჩქარეა მეტი და რამდენით?

20. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია: 93.8 სმ, 10.2 დმ და 1.7 მ. რისი ტოლია ამ სამკუთხედის პერიმეტრი მეტრებში?

21. ლადოს აქვს ორი ნაკვეთი, ერთის ფართობია 202500 მ^2, ხოლო მეორეს – 1.03 კმ^2. სულ რამდენი კვ. კილომეტრია ამ ორი ნაკვეთის ფართობი?

თემა 3. მთელი რიცხვები და მოქმედებები

3.1. მთელი რიცხვები, მთელი რიცხვების მიმატება და გამოკლება

ეს საინტერესოა!

ფიბონაჩი იყო იტალიელი მათემატიკოსი, ერთ-ერთი პირველი მეცნიერი, რომელმაც მე-13 საუკუნეში დაინახა უარყოფითი რიცხვების გამოყენებისა და ჩაწერის საჭიროება. ერთხელ, როდესაც ის დაკავებული იყო ფინანსური პრობლემის გადაჭრით, მან გააცნობიერა, რომ აღნიშნული პრობლემის გადასაჭრელად, საჭირო იყო ახალი ტიპის რიცხვების, ახალი აღნიშვნების შემოღება, რადგან ის პასუხად იღებდა „უარყოფით" ამონახსნებს. სხვა მეცნიერები მსგავს სიტუაციაში ამბობდნენ, რომ პრობლემა გადაუჭრელი იყო. აღნიშნული პრობლემის გადაჭრის პროცესში, ფიბონაჩიმ დაწერა: აღნიშნული პრობლემა იქნება გადაუჭრელი, თუ პირველი ადამიანი არ აღიარებს, რომ მას აქვს ვალი.

სურათი 1.4. *ლეონარდო პიზელი, ფიბონაჩი (1170-1250) – იტალიელი მათემატიკოსი.*

ვალი იყო გაიგივებული უარყობითი რიცხვის ჩანაწერთან.

ჯერ კიდევ ჩვენი წელთაღრიცხვის მე-6 საუკუნეში, ინდოეთში, ვალის ჩასაწერად დაიწყეს სპეციალური აღნიშვნების გამოყენება (არა მინუს ნიშნის).

ფიბონაჩის მიგნებამდე, 5 საუკუნით ადრე, ინდოელი ბუღალტრები ვალის ჩანაწერის გაკეთებისთვის იყენებდნენ მინუს ნიშანს, რომელიც მათთვის ძალიან გონივრული და აზრიანი აღნიშვნა იყო. მათ მიაჩნდათ, რომ შეიძლება 6 ძროხიდან 10 ვერ ავიღოთ, მაგრამ პირიქით 10 ძროხიდან 6-ის აღება შესაძლებელია, კონკრეტულად –4 ძროხა რას ნიშნავდა ეს არ იყო მიღებული მაგრამ, „–" ნიშანი მიღებული იყო ვალის ჩასაწერად.

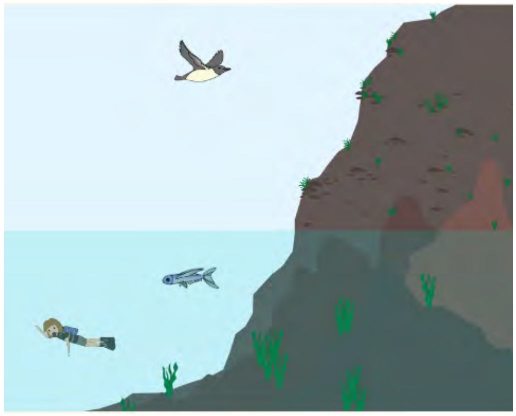
დროთა განმავლობაში უკვე დაიწყეს არა მხოლოდ ვალის ჩანაწერის გაკეთებისთვის, არამედ ტემპერატურის, მდებარეობის და სხვადასხვა სიტუაციის შესაბამისი რაოდენობრივი აღნიშვნისთვის.

დადებითი	უარყოფითი
ზემოთ	ქვევით
მარჯვნივ	მარცხნივ
სწრაფად	ნელა
მოგება	ზარალი
შემოსავალი	გასავალი

განვიხილოთ საპირისპირო მნიშვნელობის სიტყვები, თუ ერთს დავარქმევთ დადებითს, საპირისპირო მნიშვნელობის სიტყვას შეიძლება ვუწოდოთ უარყოფითი.

დედამიწის ზედაპირის რომელიმე წერტილის სიმაღლე აითვლება ოკეანის ან მასთან შეერთებული ზღვის დონის ზედაპირიდან შვეული ხაზის მიმართულებით ზემოთ ან ქვემოთ

- მსოფლიოს ზედაპირის უმაღლესი ადგილია ევერესტი, რომელიც სიმაღლე ზღვის დონიდან 8848 მეტრის სიმაღლეზე მდებარეობს.
- ხმელეთის ყველაზე დაბალი ადგილია, მკვდარი ზღვა, რომელიც ზღვის დონიდან დაბლა 422 მეტრით მდებარეობს. ამას შეიძლება ვუწოდოთ „–422 მ სიმაღლე“.



იმისათვის, რომ მათემატიკაში გავარჩიოთ საპირისპირო მნიშვნელობის ინფორმაცია, სიტყვების ნაცვლად იყენებენ დადებით და უარყოფით რიცხვებს.

3.1.1 მთელი რიცხვი, აღნიშვნა, მოდული

მთელი რიცხვები

დადებითი რიცხვი	0 ზე მეტია და იწერება „+“ ნიშნით ან ვწერთ რიცხვს ნიშნის გარეშე, მაგ.: +5 ან უბრალოდ 5.
უარყოფითი რიცხვი	არის დადებითი რიცხვის მოპირდაპირე და იწერება მინუს „ – “ ნიშნით. უარყოფითი რიცხვი 0-ზე ნაკლებია.

უარყოფითი რიცხვის მოპირდაპირე რიცხვი, დადებითი რიცხვია.

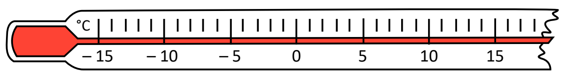
ჩაიწერება როგორც: $-(-a) = a$

ნატურალურ რიცხვებს, მათ მოპირდაპირე რიცხვებს და 0-ს, **მთელი რიცხვები** ეწოდება.

მოპირდაპირე რიცხვები

მოპირდაპირე რიცხვები

მთელი უარყოფითი რიცხვები არის 0-ზე ნაკლები რიცხვები, მაგალითად ჩვენ ვიყენებთ უარყოფით რიცხვებს, როდესაც ვზომავთ ტემპერატურას.



რიცხვით წრფეზე დადებითი რიცხვები განთავსებულია 0-ის მარჯვნივ, ხოლო უარყოფითი რიცხვები 0-ის მარცხნივ. 0-ს სათავე ეწოდება.

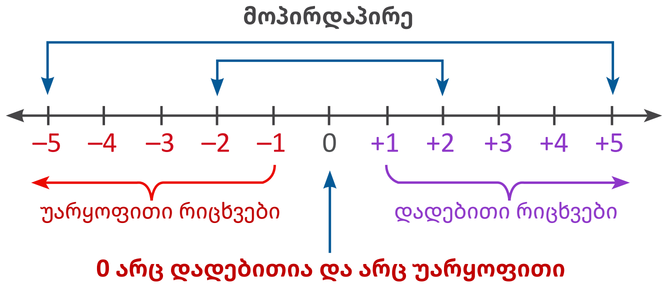
სათავიდან თანაბრად დაშორებულ რიცხვებს **მოპირდაპირე/ურთიერთმოპირდაპირე** რიცხვები ეწოდება.

„–„ ნიშანი ნიშნავს მოპირდაპირეს; 5-ის მოპირდაპირე რიცხვია „–5“ ;

ხოლო –5-ის მოპირდაპირე $(-(-5)) = 5$

გაგრძელება

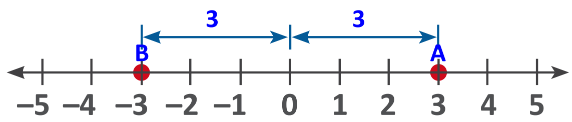
რიცხვის მოდული



დაიმახსოვრეთ, ნებისმიერი რიცხვისთვის $-(-a) = a$-ს

ყოველი უარყოფითი რიცხვი ყოველ დადებით რიცხვზე ნაკლებია	$-5 < 3$
რაც უფრო მარცხნივ არის რიცხვის შესაბამისი წერტილი რიცხვით ღერძზე, მით ნაკლებია	$-5 < -2$

რიცხვის მოდული არის მანძილი რიცხვის რიცხვით წრფეზე შესაბამისი წერტილიდან 0-მდე, რადგან მანძილი ვერასდროს იქნება უარყოფითი, შესაბამისად, ნებისმიერი რიცხვის მოდული ყოველთვის არაუარყოფითია. რიცხვის მოდული ყოველთვის დადებითია ან 0-ის ტოლია. 0-ის ტოლი მხოლოდ 0-ის მოდულია



მანძილი წერტილიდან $A(3)$ სათავემდე არის 3. ჩაიწერება $|3| = 3$

მანძილი წერტილიდან $B(-3)$ სათავემდე არის 3. ჩაიწერება. $|-3| = 3$

მოპირდაპირე რიცხვების მოდულები ტოლია

$$|-3| = |3| = 3$$

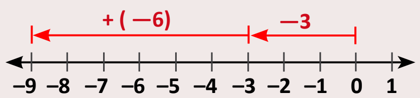
3.1.2 მოქმედებები მთელ რიცხვებზე

მთელი რიცხვებზე მოქმედებების შესრულება ადვილდება რიცხვითი ღერძის გამოყენებით

მთელი რიცხვების შეკრება

1) $(-6) + (-3) =$

როგორც ვიცით, დადებითი რიცხვის გამოკლება შეესაბამება რიცხვით ღერძზე მოძრაობას მარცხნივ, ე.ი.

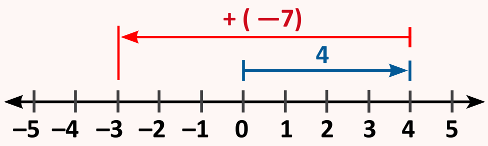


$(-6) + (-3) = -6 - 3 = -9$

უარყოფითი რიცხვების შეკრებისას, ვკრებთ რიცხვების მოდულებს და წინ ვუწერთ „–„ ნიშანს.

გაგრძელება

2) 4 + (–7) =



ხოლო თუ მოდულები ტოლი აღმოჩნდა, მაშინ ეს რიცხვები მოპირდაპირე ყოფილა, ამიტომ მათი ჯამია 0.

მეთოდი 1:

გამოკლების ოპერაცია რიცხვითი ღერძის დახმარებით ნიშნავს ღერძზე მოძრაობას მარცხნივ 7 ერთეულით

4 + (–7) = 4 – 7 = –3

სხვადასხვა ნიშნიანი რიცხვების შეკრებისას,

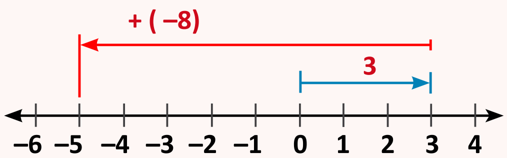
- ვადარებთ რიცხვების მოდულებს |–7| > |4|
- ვწერთ მოდულით დიდი რიცხვის ნიშანს „–“
- მოდულით დიდს ვაკლებთ მოდულით პატარას

მეთოდი 2:

4 + (–7) = – (7 – 4) = –3

მთელი რიცხვების გამოკლება

3) 3 + (– 8) = 3 – 8



მინიშნება:

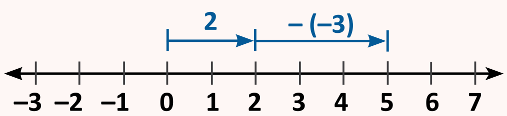
რადგან 3 + (– 8) = 3 – 8 = –5

3 + (– 8) = 3 – 8 = –5

დადებითი რიცხვის გამოკლებას შეესაბამება რიცხვით ღერძზე მოძრაობა მარცხნივ, ამიტომ

3 + (– 8) = 3 – 8 = –5

4) 2 – (–3) = 5



(–3)-ის მოპირდაპირე რიცხვია 3, გამოვაკლოთ (–3) იგივეა, რომ მივუმატოთ 3, ამას შეესაბამება რიცხვით ღერძზე მოძრაობა 3 ერთეულით მარჯვნივ

2 – (–3) = 2 + 3 = 5

საკვანძო კითხვა: რას ნიშნავს გამოვაკლოთ უარყოფითი რიცხვი? აღმოვაჩინოთ კანონზომიერება, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ვივარაუდოთ, თუ როგორ გამოვიანგარიშოთ $a - (-b)$

კვლევა

განვიხილოთ შემდეგი სხვაობები

$4 - 3 = 1$	$-3 - 3 = -6$
$4 - 2 = 2$	$-3 - 2 = -5$
$4 - 1 = 3$	$-3 - 1 = -4$
$4 - 0 = 4$	$-3 - 0 = -3$

თუ დავაკვირდებით, მაკლების 1-ით შემცირება იწვევს პასუხის 1-ით გაზრდას, კანონზომიერების გაგრძელებით მივიღებთ:

$4 - (-1) = 5$	$4 + 1 = 5$	$-3 - (-1) = -2$
$4 - (-2) = 6$	$4 + 2 = 6$	$-3 - (-2) = -1$
		$-3 - (-3) = 0$ ე.ი. $-3 + 3 = 0$

დასკვნა: უარყოფითი რიცხვის გამოკლება ნიშნავს მოპირდაპირე დადებითი რიცხვის მიმატებას.

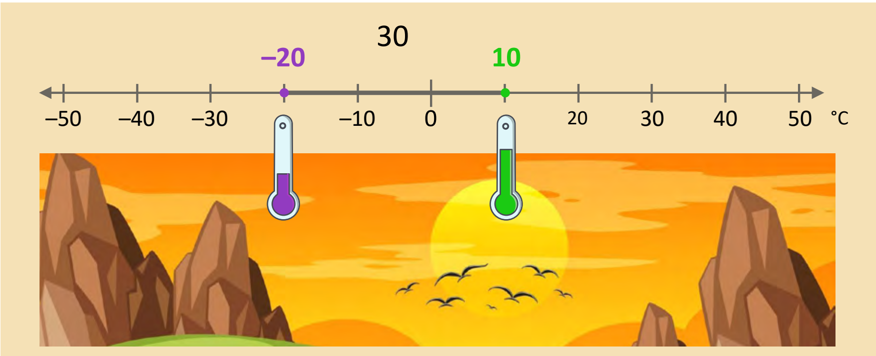
$$a - (-b) = a + b$$

3.1.3 ორ წერტილს შორის მანძილი რიცხვით წრფეზე

რიცხვით ღერძზე ნაჩვენებია ორი A და B ქალაქის ტემპერატურები.

A ქალაქში ტემპერატურა – 20 °-ია

B ქალაქში – 10°-ი



რიცხვს, რომელიც გვიჩვენებს შესაბამისი წერტილის მდებარეობას რიცხვით ღერძზე, **კოორდინატი ეწოდება**. ტემპერატურები შესაბამისად ჩაიწერება შემდეგნაირად:

A(–20) და **B**(10);

ქალაქებს შორის ტემპერატურათა სხვაობა 10 °C – (–20 °C) = 30 °C – ია;

ორ წერტილს შორის მანძილი	რიცხვით ღერძზე, ორ A(x_1) და B(x_2) წერტილს შორის მანძილი წერტილის კოორდინატებს შორის სხვაობის მოდულის ტოლია; გამოითვლება შემდეგი ფორმულით $$\lvert \mathbf{AB} \rvert = \lvert x_2 - x_1 \rvert$$

ცოდნის შეჯამება

მარტივი სქემები დასამახსოვრებლად | **ვიზუალიზაცია**

ორი ერთნაირნიშნიანი რიცხვების შეკრებისას:

1. ვკრებთ რიცხვების მოდულს

   წინ ვუწერთ რიცხვების საერთო ნიშანს („+" ან „–").

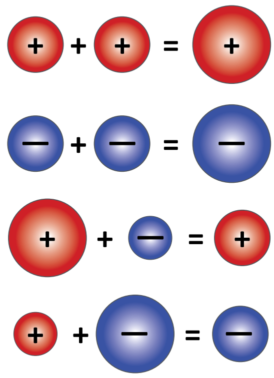
2. ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრებისას ამ რიცხვების მოდულებს ვადარებთ ერთმანეთს:

   2.1. თუკი მოდულები ტოლია, მაშინ ეს რიცხვები მოპირდაპირე ყოფილა. ხოლო:

   - მოპირდაპირე რიცხვების ჯამი ნულის ტოლია.

     $a + (-b) = -b + a = 0$

   2.2. თუკი მოდულები არაა ტოლი, მაშინ ვწერთ მოდულით დიდი რიცხვის ნიშანს („+" ან „–") და მოდულით დიდ რიცხვს ვაკლებთ მოდულით პატარა რიცხვს.



დაიმახსოვრეთ:

უარყოფითი რიცხვის მიმატება ნიშნავს დადებითი რიცხვის გამოკლებას:

$$a + (-b) = a - b$$

რაკი რიცხვით ღერძზე მარცხნივ მოძრაობა დადებითი რიცხვის გამოკლებას შეესაბამება, შედეგად ვიღებთ, რომ უარყოფითი რიცხვის მიმატება ნიშნავს დადებითი რიცხვის გამოკლებას;

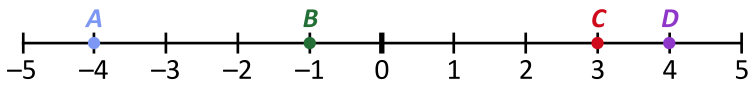
სავარჯიშოები

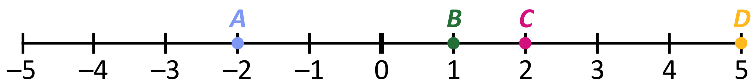
1. ჩაწერეთ ქვემოთ მოცემული ინფორმაციას დადებითი რიცხვი შეესაბამება თუ უარყოფითი.

ტემპერატურა არის:

ა) 0-ს ზემოთ 8 °C;
ბ) 0-ს ქვემოთ 14 °C;
გ) საბანკო ანგარიშზე აქვს 1500 ლარი;
დ) აქვს ვალი 250 ლარი;
ე) თერმომეტრის მიხედვით 20 °C სითბოა;
ვ) თერმომეტრის მიხედვით 15 °C ყინვაა;
ზ) ლატარეაში მოიგო 65;
თ) ნინიმ იზარალა 500 ლარი;

2. ამოწერეთ თითოეული წერტილის შესაბამისი კოორდინატი:

ა) 

ბ) 

3. გადაიტანეთ რიცხვები რიცხვით ღერძზე და დაადგინეთ, რომელი მთელი რიცხვებია შემდეგ რიცხვებს შორის:

ა) 5 და 8;
ბ) –4 და 1;
გ) –10 და –4;
დ) –3 და 4;
ე) –13 და –9;
ვ) $4\frac{1}{4}$ და $9\frac{1}{2}$;
ზ) –1 და –5;
თ) –4,5 და –7,5.

4. გამოთვალეთ:

ა) –15 + 8 =
ბ) (–31) + (–12) =
გ) 46 + (–58) =
დ) –16 + (–28) =
ე) –18 + (–23) =
ვ) 25 + (–13) =
ზ) 61 + (–39) =
თ) –45 + (–31) =
ი) 37 + (–58)=
კ) –87 + (–44) =
ლ) –97 + 97 =
მ) 78 + (–41) =

5. რიცხვითი ღერძის მეშვეობით:

ა) შეამცირეთ 4 12 ერთეულით
ბ) შეამცირეთ 4 6 ერთეულით
გ) შეამცირეთ 3 5 ერთეულით
დ) გაზარდეთ –3 4 ერთეული

6. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) |–18| =
ბ) |–17| – |–25| =
გ) |–12–1| – |–5+16| =
დ) –|–5| – |–2| =
ე) |–7| – |5| =
ვ) |(|–6| – |–15|)|=
ზ) |–25| + |–12|=
თ) –|–27–3|=
ი) |(|–6| – |75|)|=

7. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) –4 – (–18 – 21) =
ბ) –8 · (–5) – (–1) · 2 =
გ) –25 + (–27 + 16) =
დ) –13 – (–15) – (–28) =
ე) (–19 + 19) + (–37 – 23) =
ვ) 24 · (–5) – (–18) : (–2) =
ზ) (–23 + 37) – (–47 – 33) =
თ) –18 · (–5) – (–15) · 2 =

გაგრძელება

სავარჯიშოები

8. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $-2\cdot 6^2+15$ დ) $2\cdot(-4)^3$ ზ) $3\cdot(-2)^3:(-4)$

ბ) $-2\cdot(-3)^2+12$ ე) $(-2-3)\cdot 3^2$ თ) $-15\cdot(-1)^3-5\cdot(-3)^2$

გ) $-3\cdot(-2)^0$ ვ) $(-4)^2-44:(-4)$

9. რიცხვითი ღერძის მეშვეობით დაადგინეთ მართებულია თუ არა შემდეგი უტოლობები:

ა). a > b ბ). a < c გ). d > c დ). d < a ე). d < c ვ). b > c

10. **აღმოაჩინეთ შეცდომა**: დღის 12 სთ-ზე ტემპერატურა იყო -2°C,

საღამოს 8 სთ-ზე ტემპერატურა იყო -9 °C, სატელევიზიო გადაცემაში წამყვანმა გამოაცხადა რომ საღამოსთვის ტემპერატურა დათბა 7 °C-ით, რა შეეშალა წამყვანს?

11. **გამოწვევა:** თუ ა). $|x|=5$, რა შეიძლება იყოს x?

ბ). $|x|=12$, რა შეიძლება იყოს x?

12. **გამოწვევა:** შეიძლება თუ არა $|x|=-9$? პასუხი დაასაბუთეთ.

13. **გამოწვევა:** თუ a დადებითი რიცხვია და b უარყოფითი, შეადარეთ:

ა). a და b ბ). b და 0 გ). $-a$ და 0

14. განრიგებადობის და ჯუფდებადობის წესის გამოყენებით, იანგარიშეთ მარტივად:

ა) $13.5\cdot 0.7 + 6.5\cdot 0.7 =$ გ) $0.5\cdot 13.9\cdot 2\cdot 100 =$

ბ) $495.5\cdot 0.5 + 4.5\cdot 0.5 =$ დ) $0.5\cdot 12.25\cdot 0.4\cdot 100 =$

15. რა ციფრები უნდა ჩავსვათ a, b-ს ნაცვლად $13a7b$ რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს:

ა) 9-ზე? ბ) 30-ზე? გ) 4-ზე? დ) 15-ზე?

რამდენი სხვადასხვა წყვილი არსებობს თითოეული შემთხვევისათვის?

16. **გამოწვევა:**

ა) რა იქნება -6 დან 10-მდე მთელი რიცხვების ჯამი?

ბ) რა იქნება -10 დან 8-მდე მთელი რიცხვების ჯამი?

გ) რა იქნება -100 დან 102-მდე მთელი რიცხვების ჯამი?

დ) რა იქნება -176 და 174- მდე მთელი რიცხვების ჯამი?

17. რიცხვით ღერძზე მოცემულია ორი წერტილი. იპოვეთ მათ შორის მანძილი

ა) $A(5), B(-16)$ გ) $C(-31), D(21)$

ბ) $P(-25), Q(-11)$ დ) $K(-34), M(-47)$

გაგრძელება

სავარჯიშოები

18. ლაშამ ზამთარში ერთ დღეს დილის 5 საათზე გაზომა ჰაერის ტემპერატურა აივანზე და თერმომეტრი აჩვენებდა –12 °C. დღის 12 საათზე ჰაერის ტემპერატურა 2 °C იყო. რამდენი გრადუსით შეიცვალა ჰაერის ტემპერატურა ამ დროის განმავლობაში?

19. ჩანაწერში ზოგიერთი ციფრი კვადრატითაა დაფარული. რომელი ციფრებია დაფარული კვადრატებით?

ა) $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 4\,\blacksquare \\ 2\,3 \end{array} \\ \hline \blacksquare\,1 \end{array}$ ბ) $\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 8\,\blacksquare\,9\,2 \\ 1\,6\,4\,\blacksquare \end{array} \\ \hline \blacksquare\,9\,4\,6 \end{array}$

20. გამოიანგარიშეთ $(m + n) - k$ თუ:

ა) $m = 12.4$, $n = -20.8$ $k = 7.5$ ბ) $m = -310$, $n = -450$, $k = -500$

21. გამოწვევა:

აღმოაჩინეთ კანონზომიერება და დაწერეთ მიმდევრობის მომდევნო 3 წევრი:

ა) 14; 8; 2; –4; –10 ...

ბ) –3; –7; –11; –15; ...

გ) –18; –14; –10; –6 ; ...

წინარე ცოდნის გამეორება

22. ნუცამ ანგარიშიდან გამოიტანა თანხის $\frac{3}{5}$ და დარჩა 120 ლარი, რამდენი ლარი ჰქონდა ანგარიშზე?

23. ლიზიმ პირველი კვირის ბოლოს ანგარიშიდან გამოიტანა თანხის ნახევარი, მეორე კვირს ბოლოს $\frac{1}{4}$, ამის მერე მას ანგარიშზე დარჩა 230 ლარი. რამდენი ლარი ჰქონდა ანგარიშზე თავდაპირველად?

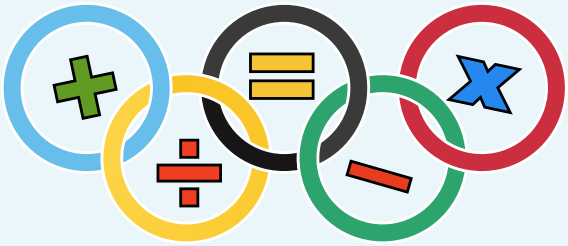
24. ერთი ონკანი ავზს ავსებს 8 წთ-ში, მეორე ონკანი ავზს ავსებს 12 წთ-ში:

ა) ავზის რა ნაწილს აავსებს ორივე ონკანი ერთად 1 წთ-ში?

ბ) რამდენ წთ-ში აავსებს ავზს ორივე ონკანი ერთად?

3.2. მთელი რიცხვების გამრავლება და გაყოფა

მათემატიკის ოლიმპიადაზე ყოველ სწორ პასუხზე საკითხს ენიჭება 3 ქულა, ხოლო ყოველ არასწორად გაცემულ პასუხზე აკლდება 2 ქულა. ანდრიამ უპასუხა 4 კითხვას სწორად და 4 კითხვას არასწორად.



სწორ პასუხებზე ანდრიამ დააგროვა:

ა) $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$

არასწორ პასუხზე ანდრიამ დააგროვა:

ბ) $-2 + (-2) + (-2) + (-2) = (-2) \cdot 4 = -8$

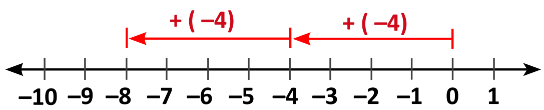
რადგან ქულა აკლდება ვწერთ -2-ს.

ჯამში ანდრიამ დააგროვა $12 - 8 = 4$ ქულა

ნიმუში 6 – მთელი რიცხვების გამრავლება და გაყოფა

ა) განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი

$(-4) + (-4) = 2 \cdot (-4) = -8$



უარყოფითი რიცხვების ჯამი უარყოფითი რიცხვია

ბ) აღმოაჩინე კანონზომიერება

$-3 \cdot 2 = -6$	$-6 \div (-3) = 2$
$-3 \cdot 1 = -3$	$-3 \div (-3) = 1$
$-3 \cdot 0 = 0$	$0 \div (-3) = 0$
$-3 \cdot (-1) = 3$	$3 \div (-3) = -1$
$-3 \cdot (-2) = 6$	$6 \div (-3) = -2$

მარცხენა სვეტიდან გამომდინარეობს მარჯვენა სვეტში მოცემული ტოლობები

- სხვადასხვა ნიშნიანი რიცხვების ნამრავლი/განაყოფი უარყოფითი რიცხვია
- ერთნაირნიშნიანი რიცხვების ნამრავლი/განაყოფი დადებითი რიცხვია

!! ყურადღება მიაქციეთ შემდეგ ნიმუშებს: ხშირად დაშვებული შეცდომები

ნიმუში 2

$-5^2 = -1 \cdot 5 \cdot 5 = -25$

დაიმახსოვრეთ:

$-a = -1 \cdot a$

$-a^2 = -1 \cdot a^2$

გაგრძელება

ნიმუში 3

$(-5)^2 = (-5)\cdot(-5) = 25$ $(-5)^3 = (-5)\cdot(-5)\cdot(-5) = -125$	უარყოფითი ფუძე ლუწ ხარისხში – > პასუხი დადებითია; უარყოფითი ფუძე კენტ ხარისხში – > პასუხი უარყოფითია

მთელი რიცხვების გამრავლებისა და გაყოფის წესები

თუ ორ რიცხვს აქვს		პასუხი
ერთნაირი ნიშანი	→	დადებითია
მოპირდაპირე ნიშანი	→	უარყოფითია

ნიმუში 4 – რიცხვითი გამოსახულებების გამარტივება

ა) $\frac{-2}{5}\cdot 15 + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - 0.4 : (2-1.8) =$

$-6 + (-4) - 0.4 : (0.2) = -6 + (-4) - 2 = -12$

წილადით მოცემული მაგალითი მოქმედებებით:

ბ) $\frac{-5.5 - 2.4\cdot(-2)}{1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}} =$

$\frac{-5.5-(-4.8)}{\frac{1}{6}} = \frac{-5.5+4.8}{\frac{1}{6}} = \frac{-0.7}{\frac{1}{6}} =$

$= -\frac{7}{10} : \frac{1}{6} = -\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{1} = -\frac{21}{5} = -4\frac{1}{5} = -4.2$

წილადის ხაზი ნიშნავს გაყოფას.

ჯერ ვპოულობთ მრიცხველს,

შემდეგ ვპოულობთ მნიშვნელს.

ნიმუში 5 – განტოლების ამოხსნა

ა) $\frac{x}{-4} = 8$

$-4\cdot\frac{x}{-4} = 8\cdot(-4)$

$x = -32$

განტოლების ორივე მხარის (–4)-ზე გამრავლებით ტოლობა რჩება ჭეშმარიტი.

ბ) $x\cdot(-5) = -25$

$: (-5) = -25 : (-5)$

$\frac{x\cdot(-5)}{(-5)}\ \ -25 : (-5)$

$x = 5$

განტოლების ორივე მხარის (–5)-ზე გაყოფით ტოლობა რჩება ჭეშმარიტი

ცოდნის შეჯამება

ყურადღება მიაქციეთ და გააანალიზეთ	
$-a + a = 0$	$-5 + 5 = 0$
$-a = -1 \cdot a$	$-7 = -1 \cdot 7$
$-(-a) = a$	$-(-7) = 7$
$-a \cdot (-b) = ab$	
$a - b = a + (-b)$	$8 - 5 = 8 + (-5)$
$a - (-b) = a + b$	$8 - (-5) = 8 + 5$
$-(a + b) = -1 \cdot (a + b) = -a - b$	
$-(a - b) = -1 \cdot (a - b) = b - a$	

ცოდნის შეჯამება

მოქმედებები მთელ რიცხვებზე; ვიზუალიზაცია

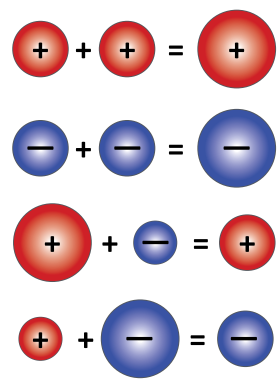
ორი ერთნაირნიშნიანი რიცხვის შეკრებისას:

1. ვკრებთ რიცხვების მოდულს
   წინ ვუწერთ რიცხვების საერთო ნიშანს („+" ან „–").

2. ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვის შეკრებისას:

   2.1. თუკი რიცხვების მოდულები ტოლია, მაშინ ჯამია 0.

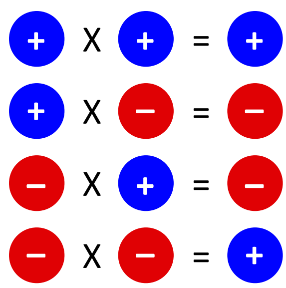
   2.2. თუკი რიცხვების მოდულები არაა ტოლი, მაშინ ვწერთ მოდულით დიდი რიცხვის ნიშანს („+" ან „–") და მოდულით დიდ რიცხვს ვაკლებთ მოდულით პატარა რიცხვს.



3. მთელი რიცხვების ნამრავლის მოდული ყოველთვის თანამამრავლების მოდულების ნამრავლის ტოლია. ოღონდ:

   3.1. ერთნაირნიშნიანი რიცხვების ნამრავლი დადებითი რიცხვია.

   3.2. სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების ნამრავლი უარყოფითი რიცხვია.



სავარჯიშოები

1. შეასრულეთ გამრავლება:

ა) $-5 \cdot 4 =$ გ) $-8 \cdot (-4) =$ ე) $-2.5 \cdot 3 =$

ბ) $12 \cdot (-20) =$ დ) $-3.7 \cdot (-0.2) =$ ვ) $-4 \cdot 25 =$

2. გამოთვალეთ:

ა) $5 \cdot (-9) =$ დ) $15 \cdot (-8) =$ ზ) $(-5) \cdot (-1.6) =$ კ) $(-0.4) \cdot (-15) =$

ბ) $(-1.3) \cdot 10 =$ ე) $-8 \cdot (-12) =$ თ) $7 \cdot (-1.4) =$ ლ) $2.5 \cdot (-4) =$

გ) $(-1) \cdot (-10) =$ ვ) $21 \cdot (-4) =$ ი) $-2 \cdot (-1.5) =$ მ) $(-18) \cdot 10 =$

3. გამოთვალეთ:

ა) $45 : (-9) =$ დ) $(-5.4) : 0.9 =$ ზ) $-9.9 : 11 =$ კ) $(-100) : (-2.5) =$

ბ) $(-6.3) : 7 =$ ე) $5.6 : (-8) =$ თ) $78 : (-3) =$ ლ) $8.8 : (-8) =$

გ) $(-7.2) : (-12) =$ ვ) $(-8.4) : (-14) =$ ი) $-90 : (-15) =$ მ) $(-350) : 10 =$

4. გამოთვალეთ:

ა) $(-3)^4 =$ გ) $-6^2 =$ ე) $-(-2)^2 =$ ზ) $-(-7)^2 =$ ი) $-(-2)^4 =$ ლ) $(-3)^3 =$

ბ) $(-2)^5 =$ დ) $(-4)^2 =$ ვ) $-(-2)^3 =$ თ) $-(-4)^3 =$ კ) $-(-2)^5 =$ მ) $-2^4 =$

5. გამოიანგარიშეთ:

ა) $-8 \cdot 4 - 12;$ გ) $\dfrac{-5 \cdot (-1.2)}{-24};$ ე) $-2.5 \cdot (8 - 12);$

ბ) $150 \div (-5) + 20 \div (-2);$ დ) $-12 \cdot 3 + 3 \cdot (-5);$ ვ). $\dfrac{-5 \cdot (-2.3) \cdot (-0.2)}{-4.5 \cdot 5}.$

6. ამოხსენით განტოლებები:

ა). $-2 \cdot x = 1.8;$ გ). $x : (-0.5) = -100;$ ე). $-6x = -1.26;$

ბ). $-5 \cdot x = -3.5;$ დ). $x : (-0.1) = 0.9;$ ვ). $-9x = 31.5.$

7. ამოხსენით განტოლებები:

ა). $x : (-2) = 8;$ ბ). $x \cdot (-5) = 35;$ გ). $x : (-2.4) = -48;$ დ). $x \cdot (-7) = -0.49.$

8. ამოხსენით განტოლებები:

ა). $-\dfrac{2}{9} \cdot x = 4;$ გ). $\dfrac{3}{8} \cdot x = -12;$ ე). $-1\dfrac{1}{2} \cdot x = -6;$

ბ). $x : \dfrac{3}{4} = -24;$ დ). $x : \dfrac{1}{4} = -9;$ ვ). $x : (-1\dfrac{3}{4}) = -2.1.$

9. დაალაგეთ ზრდადობის მიხედვით:

ა). –24; 8; 6; –12 ; 15; გ). 2,4; –1,5; –0,5; 2; 0;

ბ). –150; 80; –220; 180; 50; დ). –12; –90; –4; –8; –45.

10. იპოვეთ $3 \cdot a - 4 \cdot b$, თუ

ა). $a = -\dfrac{5}{9};$ $b = \dfrac{5}{16};$ ბ). $a = 2\dfrac{1}{3};$ $b = -3\dfrac{3}{8}.$

11. გამოიანგარიშეთ:

ა) $(2.5 - 1.4) : 0.2 + 0.25 \cdot 100 =$ გ) $(2.5 - 1.24) : 0.4 + 24.5 : 10 =$

ბ) $103 + 0.25 \cdot (202 - 102) =$ დ) $(1.5 - 3) : 0.5 + (4.5 + 0.4) : 10 =$

გაგრძელება

სავარჯიშოები

12. გამოიანგარიშეთ:

ა). $|-15| : 4 + 24 : |-6|$ ბ). $-124 : |-4| - 5 \cdot 8$

13. ჩამოთვლილთაგან რომელია ყველაზე პატარა რიცხვი

$-3\frac{1}{6}$; -3.7; $|-1,3|$; $|-2,4|$; -3.2

14. ანასტასიამ ბანკში შემნახველ ანგარიშზე შეიტანა 1500 ლარი, პირველ კვირას მან დახარჯა თანხის 0.2 ნაწილი, მეორე კვირას 800 ლარი, რამდენი ლარი დარჩა ანგარიშზე?

15. თორნიკემ ბანკისგან ისესხა 1400 ლარი, დღეში ფარავდა თანხის 0.02 ნაწილს.

ა) რამდენ ლარს შეიტანდა 18 დღეში?   ბ) რამდენ დღეში დაფარავდა სესხს?

16. კომპანია 3 თვის განმავლობაში თვეში ზარალობდა 20 000 ლარს, ხოლო შემდეგ მომდევნო 7 თვის განმავლობაში თვეში იგებდა 9 000 ლარს. ჯამურად, ამ 10 თვის განმავლობაში, კომპანია მოგებაში დარჩა თუ ზარალში? რამდენით?

17. ოთახში ხსნარის ტემპერატურაა 24°C, ხსნარი მოათავსეს მაცივარში, სადაც ყოველ წუთში ტემპერატურა ეცემა 5°C-ით. რამდენი წუთის შემდეგ იქნება ხსნარის ტემპერატურა 16°C ?

18. **პერსონალური ფინანსები:**

საზაფხულო დასაქმების კამპანიაში დასაქმდნენ ქეთი, ლანა და ნინო.

ა) ქეთიმ გამოიმუშავებდა კვირაში 450 ლარს, იმუშავა 3 კვირა და 3 კვირის განმავლობაში ყოველდღე ხარჯავდა 15 ლარს.

ბ) ლანა გამოიმუშავებდა 600 ლარს ყოველ კვირა, იმუშავა 4 კვირა და 4 კვირის განმავლობაში ყოველდღე ხარჯავდა 25 ლარს.

გ) ნინო გამოიმუშავებდა კვირაში 550 ლარს, იმუშავა 3 კვირა და 3 კვირის განმალობაში ყოველდღე ხარჯავდა 18 ლარს.

ჩაწერეთ გამოსახულება და გამოიანგარიშეთ რომელს მეტი დარჩა საზაფხულო კამპანიის დასრულების შემდეგ და რამდენით?

19. **გამოწვევა:** ამოხსენით განტოლება:

ა) $-2x + 4.5 = -9.5$;   ბ) $-\frac{x}{5} + 2.4 = -1.6$;   გ) $-3(x - 10) = 3.9$.

20. **გამოწვევა:** იპოვეთ ჯამი:

თუ $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$;

იპოვეთ რას უდრის შემდეგი ჯამი: $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}$?

21. **გამოწვევა:**

ა). თუ $-5 \cdot (3x + 1) = 100$; განტოლების ამოუხსნელად იპოვეთ, რისი ტოლია $(3x + 1)$?

ბ). თუ $-7 \cdot (4x - 1) = -0.49$; განტოლების ამოუხსნელად იპოვეთ, რისი ტოლი იქნება $(4x - 1)$?

22. **გამოწვევა:**

გამოიანგარიშეთ $a^2 + b^2$, თუ:

ა) $a = 8$ და $b = -4$;   ბ) $a = -5$ და $b = -7$.

გაგრძელება

სავარჯიშოები

წინარე ცოდნის გამეორება

23. ჩაწერეთ შემდეგი წილადები ათწილადების სახით:

ა) $\frac{1}{8}$; ბ) $\frac{9}{18}$; გ) $\frac{5}{16}$; დ) $\frac{48}{200}$; ე) $\frac{7}{25}$; ვ) $2\frac{96}{200}$; ზ) $1\frac{17}{50}$; თ) $4\frac{72}{125}$.

24. ორ ქალაქს შორის მანძილი 250 კმ-ია. გიორგიმ პირველ დღეს დაფარა გზის $\frac{1}{4}$, მეორე დღეს დარჩენილი გზის $\frac{2}{5}$, დანარჩენი მესამე დღეს. რამდენი კილომეტრი გაიარა მესამე დღეს?

25. რა ციფრები უნდა ჩავსვათ a, b-ს ნაცვლად $13a7b$ რომ მიღებული რიცხვი უნაშთოდ იყოფოდეს: ა) 9-ზე? ბ) 30-ზე? გ) 4-ზე? დ) 15-ზე? რამდენი სხვადასხვა წყვილი არსებობს თითოეული შემთხვევისათვის?

26. გამოიანგარიშეთ:

ა) $48 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12}\right) - 70\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right)$; გ) $0.2 \cdot 5 - \frac{1}{7} \cdot (-20) \cdot 21$; დ) $12 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right) + 35 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{2}{5}\right)$;

ბ) $-4.5 : \left(-\frac{1}{2}\right) - 7.2 : \frac{3}{4}$; ე) $-3\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{6}\right) + 5\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right)$; ვ) $-2.27 : (-0.3) - 4.5 : (-0.5)$.

27. გამოიანგარიშეთ:

ა) $-2 \cdot 6^2 + 15$; გ) $-3 \cdot (-2)^0$; ე) $(-2-3) \cdot 3^2$; ზ) $3 \cdot (-2)^3 : (-4)$;

ბ) $-2 \cdot (-3)^2 + 12$; დ) $2 \cdot (-4)^3$; ვ) $(-4)^2 - 44 : (-4)$; თ) $-15 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-3)^2$.

28. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $-\frac{2}{9} \cdot x = 4$; ბ) $x : \frac{3}{4} = -24$; გ) $\frac{3}{8} \cdot x = -12$; დ) $x : \frac{1}{4} = -9$; ე) $-1\frac{1}{2} \cdot x = -6$; ვ) $x : (-1\frac{3}{4}) = -2.1$.

29. **გამოწვევა:** ამოხსენით განტოლებები:

ა) $-2x + 5.4 \cdot (-5) = 7.2 : (-9)$; გ) $x : (-2) + 8.2 \cdot (-2) = -10$;

ბ) $2x - 4.8 \cdot (-0.5) = -3 : (-0.1)$; დ) $-5 : (-0.25) - x = 200$.

30. დაასაბუთეთ:

ჩამოთვლილთაგან რომელია ჭეშმარიტი?

ა) $|a^2 + 2| = a^2 + 2$; თუ ბ) $|a^2 - 2| = a^2 - 2$?;

31. ამოხსენით განტოლება:

ა) $-2.5 \cdot (x - 12) = 25$; ბ) $-1\frac{2}{5}x + \frac{1}{5} = -2.4$.

32. გამოიანგარიშეთ:

ა) $\frac{8}{3 \cdot 0.4 - 0.6 \cdot 4}$; ბ) $\frac{7.8 - 3.9 \cdot 2 - 2.5}{2.4 : (-6) + 0.4 - 0.5}$.

33. **გამოწვევა:**

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} \qquad \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{6}}}}$$

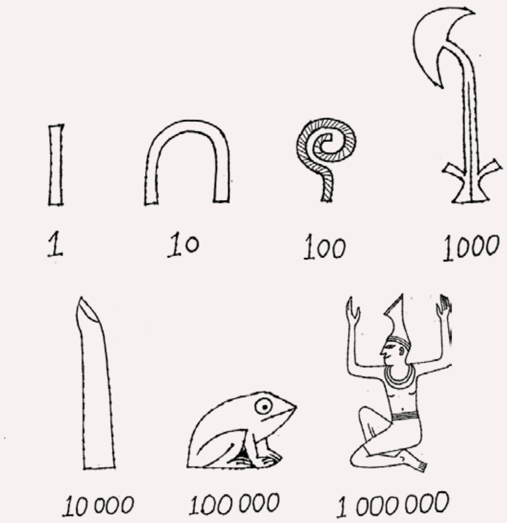
თემა 4. ხარისხი, ფესვი, ირაციონალური რიცხვი

4.1. რაციონალური რიცხვი

ეს საინტერესოა!

ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ეგვიპტეში რაოდენობის აღსანიშნავად არსებობდა იეროგლიფები. არსებობდა შესაბამისობა იეროგლიფებსა და რაოდენობას შორის.

აგრეთვე, ვიცით, რომ ყოველდღიურობაში ვიყენებთ ათობით პოზიციურ სისტემას, ასევე ვნახეთ, რომ რიცხვების ჩანაწერის ფორმებს შორის არსებობს კავშირი; მაგ.: წილადი შეიძლება ჩაიწეროს როგორც ათწილადი.



სურათი 1.5. *ძვ. ეგვიპტური ათობითი თვლის სისტემა.*

რიცხვს, რომლის ჩაწერა შეიძლება $\frac{a}{b}$ სახით, სადაც a მთელია და b ნატურალური, **რაციონალური რიცხვი** ეწოდება.

ტერმინი **რაციონალური რიცხვი**, წარმოიშვა ლათინური სიტყვისაგან **ratio**, რაც ქართულად „შეფარდებას" (ფარდობა, განაყოფს) აღნიშნავს.

4.1.1 რაციონალური რიცხვი, პერიოდული ათწილადი

ნატურალური რიცხვები, მთელი რიცხვები, წილადი რიცხვები, ათწილადები – რაციონალური რიცხვებია.

რაციონალური რიცხვებია, მაგალითად:	
$5 = \frac{-5}{1} = \frac{-10}{2}$; $\frac{3}{7}$; $-\frac{7}{10}$; $4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2}$ და ა.შ.	$\frac{-3}{5}$ რაციონალური რიცხვია $\frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$ (მინუს ნიშანი ხანდახან იწერება წილადის წინ)

შენიშვნა: *როგორც წინა პარაგრაფში ვნახეთ, ნებისმიერი მთელი რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც წილადი რიცხვი.*

პერიოდული ათწილადი $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0.33333 \ldots =$	$\frac{7}{45} = 7 : 45 = 0.15555 \ldots$

როგორც ვხედავთ, რომ გაყოფა არ სრულდება, ე.ი. წილად $\frac{1}{3}$-ს ვერ წარმოვადგენთ სასრული ათწილადის **სახით**. მივიღეთ ათწილადი, სადაც 3 მეორდება უსასრულოდ.

ასეთ ათწილადს ეწოდება **უსასრულო პერიოდული ათწილადი,** რიცხვს, რომელიც მეორდება ეწოდება პერიოდი.

ა) $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0.33333 \ldots \ 0.(3)$ ეწოდება წმინდა პერიოდი

ბ) $\frac{7}{45} = 7 : 45 = 0.15555\ldots = 0.1(5)$ ეწოდება შერეული პერიოდი, რადგან პერიოდამდე არის რიცხვი, რომელიც აღარ მეორდება

მსჯელობა:

წარმოვადგინოთ პერიოდული ათწილადი წილადის სახით:

მოცემულია $0.55555 \ldots = 0.(5) = \frac{5}{9}$

პერიოდული ათწილადის წილადად წარმოდგენისთვის მრიცხველში ვწერთ პერიოდს, ხოლო მნიშვნელში იმდენ ცხრიანს რამდენი თანრიგიც არის პერიოდში.

დასაბუთება

ვთქვათ x არის წილადი, რომელსაც ვეძებთ:

$x = 0.55555 \ldots$

$10x = 5.5555. \ldots$

გავამრავლოთ განტოლების ორივე მხარე 10-ზე

გამოვაკლოთ მეორე განტოლებას პირველი

მარჯვენა მხრეს აკლდება მარჯვენა, მარცხენას მარცხენა

$$10x - x = 5.(5) - 0.(5)$$

$$10 \cdot x - 1 \cdot x = 5$$

$$9 \cdot x = 5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

ნიმუში 1

ა) როგორც ვნახეთ:

$0.55555\ldots = 0.(5) = \frac{5}{9}$

ბ) წარმოვადგინოთ შერეული პერიოდული ათწილადი წილადის სახით:

$0.1\,55555 = 0.1(5) = \frac{15-1}{90} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$

$0.215555\ldots = 0.21(5) = \frac{215-21}{900} = \frac{194}{900} = \frac{97}{450}$

ნიმუში 2

რაციონალური რიცხვების წარმოდგენა ზრდადობის მიხედვით:

$-\frac{2}{5}$; $2\frac{5}{6}$; 2.4; -3.5; $-3\frac{5}{9}$.

წარმოვადგინოთ თითოეული წილადი ათწილადის სახით:

-0.4; $2.8(3)$; 2.4; -3.5; $-3.(5)$.

ჩვენ ვიცით, რომ $|-3.(5)| > |-3.5|$

შესაბამისად $-3.(5) < -3.5$

მივიღებთ: $-3.(5); -3.5; -0.4; 2.4; 2.8(3)$

ნიმუში 3

გამოიანგარიშეთ:

ა) $-\frac{2}{5}\cdot 15 + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - 0.4 : (2-1.8) =$

$-6 + (-4) - 0.4 : (0.2) = -6 + (-4) - 2 = -12$

წილადით მოცემული მაგალითი მოქმედებებით:

ბ) $\dfrac{-5.5 - 2.4\cdot(-2)}{1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}}$

წილადის ხაზი ნიშნავს გაყოფას.

გამოვიანგარიშოთ მრიცხველი და მნიშვნელი ცალ-ცალკე და შემდეგ გავამარტივოთ გამოსახულება

$= \dfrac{-5.5-(-4.8)}{\frac{1}{6}} = \dfrac{-5.5+4.8}{\frac{1}{6}} = \dfrac{-0.7}{\frac{1}{6}} =$

$= \frac{7}{10} : \frac{1}{6} = -\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{1} = \frac{21}{5} = -4\frac{1}{5} = -4.2$

რადგან $\frac{1}{6} = 0.1(6)$ და ვერ წარმოვადგენთ როგორც სასრულ ათწილადს, მრიცხველი ჩავწერეთ წილადის სახით და შევასრულეთ წილადების გაყოფა

სავარჯიშოები

1. გადავაქციოთ მოცემული წილადი პერიოდულ ათწილადად:

ა) $\frac{1}{3}$; დ) $\frac{2}{11}$; ზ) $\frac{73}{33}$; კ) $\frac{89}{7}$;

ბ) $\frac{2}{9}$; ე) $\frac{7}{11}$; თ) $\frac{44}{13}$;

გ) $\frac{5}{9}$; ვ) $\frac{5}{11}$; ი) $\frac{58}{7}$.

2. გადავაქციოთ მოცემული წილადი შერეულ პერიოდულ ათწილადად:

ა) $\frac{8}{15}$; დ) $\frac{8}{45}$; ზ) $-\frac{104}{330}$; კ) $\frac{61}{80}$;

ბ) $\frac{17}{90}$; ე) $\frac{67}{90}$; თ) $\frac{41}{18}$;

გ) $-\frac{16}{45}$; ვ) $-\frac{19}{150}$; ი) $-\frac{82}{15}$.

3. მოცემული პერიოდული ათწილადი გადავაქციოთ წილადად:

ა) 0,(4); ე) –0,(48); ი) –4,(35);

ბ) – 0,(7); ვ) –2,(25); კ) 5,(62).

გ) 0,(12); ზ) 3,(18);

დ) 0,(27); თ) 1,(29);

4. **გამოწვევა:** მოცემული პერიოდული ათწილადი გადავაქციოთ წილადად:

ა) 0,3(2); ე) – 0,13(4); ი) 4,35(1);

ბ) 0,1(6); ვ) 1,6(5); კ) –7,02(8).

გ) – 0,0(8); ზ) – 5,4(7);

დ) 0,6(4); თ) 3,12(3);

5. დაალაგეთ მოცემული რიცხვები ზრდადობის მიხედვით:

ა) 0,(32); $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{11}$; ბ) $\frac{4}{7}$; 0,54; 0,(53);

გ) 0,64; $\frac{23}{33}$; $\frac{31}{50}$; 0,6(4); დ) $\frac{4}{5}$; 0,(81); $\frac{41}{50}$; 0,8(1).

6. **გამოწვევა:**

იპოვეთ ჯამი: თუ $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$;

გამოთვალეთ შემდეგი ჯამი:

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}.$$

7. ლიზიმ სათამაშო კუბების 0.4 ნაწილი მისცა ელენურს, რამდენი სათამაშო კუბი აქვს ელენურს თუ ლიზის დარჩა 24?

8. ონკანი აუზს ავსებს 9 საათში, რამდენი ლიტრი წყალი ეტევა აუზში თუ ავსების დაწყებიდან 2 საათის შემდეგ აუზის შესავსებად საჭირო იყო 2.1 ტონა წყალი?

9. ერთი ონკანი ავზს ავსებს 6 საათში. მეორე – 9 საათში. ა) ავზის რა ნაწილს ავსებს ორივე ონკანი ერთ საათში? ბ) ავზის რა ნაწილს აავსებს ორივე ერთად 3 საათში?

10. რამდენ საათში დაფარავს ტურისტი 20 კილომეტრს, თუ მისი სიჩქარე იქნება 2.5 კმ/სთ?

შენიშვნა: *ათწილადს აღვნიშნავთ როგორც მძიმის გამოყენებით, ასევე, წერტილით. მაგალითებში შეიძლება შეგხვდეთ ორივე აღნიშვნა (მაგალითად 2.5 ან 2,5).*

4.2. ხარისხი, მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი

ხარისხის მაჩვენებელი

$$a^{n}$$

ფუძე

ხარისხის მაჩვენებელი გვიჩვენებს რამდენჯერ გამრავლდა a – ფუძე თავის თავზე

ჩვენ ვიცით, რომ: $2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 4$

გამრავლება გვიჩვენებს რამდენჯერ მიემატა შესაკრები თავის თავს.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც რიცხვი მრავლდება თავის თავზე $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

ოპერაცია **ახარისხება** ნიშნავს რამდენჯერ გამრავლდა რიცხვი, რომელსაც **ფუძეს** ვუწოდებთ, თავის თავზე.

ხარისხის მაჩვენებელი

ფუძე

$$2^{4} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

ხარისხს ხშირად ექსპონენტს უწოდებენ.

	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
1.	$\mathbf{5^3 \cdot 5^2} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	ტოლფუძიანი ხარისხების გამრავლებისას, ფუძე უცვლელი რჩება, ხოლო ხარისხის მაჩვენებლები იკრიბება.
2.	$5^4 : 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 = 5^2$	$a^n : a^m = a^{n-m}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	ტოლფუძიანი ხარისხების გაყოფისას, ფუძე უცვლელი რჩება, ხოლო მრიცხველის ხარისხის მაჩვენებელს აკლდება მნიშვნელის ხარისხის მაჩვენებელი.
3.	$(5^3)^2 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^6$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	ხარისხის ახარისხების დროს, ფუძე უცვლელი რჩება, ხარისხის მაჩვენებლები მრავლდება.
4.	$5^2 \cdot 3^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = (5 \cdot 3)^2$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	ნამრავლის ნატურალურ ხარისხში ახარისხების დროს თითოეული თანამამრავლი უნდა ავიყვანოთ მოცემულ ხარისხის მაჩვენებელში და მიღებული შედეგები გადავამრავლოთ.

გაგრძელება

	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
5	$5^0 = 1$	$a^0 = 1$	$5^2 : 5^2 = 25 : 25 = 1$ $5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0 = 1$
6	$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$
	დაიმახსოვრეთ: $-5^2 = -(5^2) = -25$ $(-5)^2 = 25; \quad -5^3 = -125$		უარყოფითი რიცხვი ლუწ ხარისხში დადებითი რიცხვია. უარყოფითი რიცხვი კენტ ხარისხსი უარყოფითი რიცხვია.

4.2.1 მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი და მისი თვისებები

დავაკავშიროთ ხარისხი და ათწილადი და უარყოფითი ხარისხის მაჩვენებელი ერთმანეთთან.

აღმოაჩინეთ კანონზომიერება

$$10000 = 10^4$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$1000 = 10^3$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$100 = 10^2$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$10 = 10^1$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$1 = 10^0$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$\frac{1}{10} = 10^{-1}$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$\frac{1}{100} = 10^{-2}$$
$$\div 10 \qquad -1$$
$$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ რიცხვის 10-ჯერ შემცირება იწვევს 10-ის ხარისხის მაჩვენებლის 1-ით შემცირებას;

შესაბამისად, ვიცით, რომ $1 = 10^0$, თუ გავაგრძელებთ კანონზომიერებას,

1-ის 10 ჯერ შემცირება გამოიწვევს, ხარისხის მაჩვენებლის 1-ით შემცირებას და მივიღებთ უარყოფით ხარისხს:

$$\frac{1}{10} = 0.1 = 10^{-1}$$

$$\frac{1}{100} = 0.01 = 10^{-2}$$

ზემოთმოცემული მაგალითიდან გამომდინარე, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ათწილადები 0.1; 0.01 და ა.შ. შეიძლება წარმოდგენილი იყოს უარყოფითმაჩვენებლიანი ხარისხის სახით.

10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
$10 \cdot 10$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10}$
100	10	1	$\frac{1}{10} = 0.1$	$\frac{1}{100} = 0.01$	$\frac{1}{1000} = 0.001$

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

ნიმუში 1 – განვიხილოთ უარყოფითი ხარისხის მაგალითები

რიცხვებში	ალგებრულად (წესი, ფორმულირება)	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

ნიმუში 2

რიცხვებში	ალგებრულად (წესი, ფორმულირება)	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
ა) $(2^3)^{-2} =$ $\frac{1}{(2^3)^2} = \frac{1}{2^3 \cdot 2^3} = \frac{1}{2^6}$	ბ) $(2^{-3})^{-2} = 2^{(-3)\cdot(-2)} = 2^6$	გ) $-2^2 + 10 \cdot (8 - 2 \cdot 0.1)^0 = -4 +$ $+ 10 \cdot 1 = 6$ **მინიშნება:** $-2^2 = -1 \cdot 2^2$

დამატებითი სავარჯიშოები იხილეთ ბმულზე:

drive.google.com

სავარჯიშოები

1. დაშალეთ მამრავლებად და წარმოადგინეთ ხარისხის სახით:

ა) $n \cdot n \cdot n \cdot n$; გ) 27; ე) 72;

ბ) $(-m) \cdot (-m) \cdot (-m)$; დ) 32; ვ) 200.

2. შეასრულეთ მოქმედებები ხარისხებზე:

ა) $2^4 \cdot 2^2$; დ) $3^{-2} : 3^6$; ზ) $3^5 \cdot 3^{-2}$;

ბ) $2^{10} : 2^{12}$; ე) $3^5 \cdot 3^{-2}$; თ) $5^{-5} : 5^{-7}$;

გ) $5^9 : 5^9$; ვ) $7^{-3} : 7^{-2}$; ი) $9^7 \cdot 27^{-5}$.

3. გაამარტივეთ გამოსახულებები:

ა) $m^9 : m^6$; გ) $m^3 \cdot (m^{-1})^6$; ე) $a^7 : (a^3)^0$;

ბ) $n^{12} : n^{10}$; დ) $a^2 : (a^3)^{-2}$; ვ) $(b^{-1})^6 \cdot b^2$.

4. გაამარტივეთ გამოსახულება, წარმოადგინეთ 2-ის, 3-ის ან 5-ის ხარისხის სახით:

მითითება: $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$

ა) $(5^2)\ 2 \cdot 25$; დ) $9^4 \cdot 3^2$; ზ) $4^3 \cdot 2^4$;

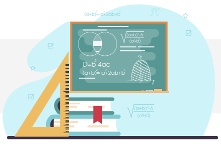
ბ) $8^2 \cdot 2^3$; ე) $25^4 \cdot 125$; თ) $9^2 \cdot 27$;

გ) $\frac{4^3}{2^4}$; ვ) $\frac{9^3}{3^4}$; ი) $\frac{25^3}{5^4}$.

გამოწვევა:

გაამარტივეთ გამოსახულება

ა) $2^k \cdot 2^{k+1}$; ბ) $5^{2n} \cdot 5^n$; გ) $3^{n+1} \cdot 3^{n-1}$; დ) $10^n \cdot 10^{1-n}$



მათემატიკური კვლევა

ა) $(3a)^4 = (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) = \square^{\square} \cdot \square^{\square}$

ბ) $(2b^3)^4 = (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) = \square^{\square} \cdot \square^{\square}$

გ) $\left(\frac{b}{5}\right)^4 = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square^{\square}}{\square^{\square}}$

ხარისხის ფუძის წარმოდგენა ნამრავლის სახით და გამოსახულების გამარტივება:

დ) $(\frac{b^4}{5^3})^4 = \frac{(2 \cdot 3)^4}{(3)^3} = \frac{\square^4 \cdot \square^4}{\square^3} =$

1. კვლევის შედეგების გათვალისწინებით აახარისხეთ:

ა) $(2a)^2$ ბ) $\left(\frac{a}{3}\right)^2$ გ) $(3b^2)^3$ დ) $\left(\frac{m}{2}\right)^5$ ე) $(5b)^2$ ვ) $(10a^2)^3$

გამოწვევა:

მითითება: $\frac{10^4}{4^3} = \frac{(2 \cdot 5)^4}{5^3} = \frac{2^4 \cdot 5^4}{5^3} = 5 \cdot 2^4$

2. წარმოადგინეთ ფუძე ნამრავლის სახით და გაამარტივეთ:

ა) $\frac{14^5}{7^3}$; ბ) $\frac{9^3}{3^3}$; გ) $\frac{100^4}{10^3}$; დ) $\frac{10^4}{2^3}$; ე) $\frac{21^4}{7^3}$; ვ) $\frac{10^5}{5^3}$.

გამოწვევა:

3. გაამარტივეთ:

ა) $(10^3)^2 \cdot 2^5 \cdot 5^3$; ბ) $(6^4)^2 \cdot 3^9 \cdot 2^4$; დ) $(10^3)^2 \cdot 2^5 \cdot 5^3$.

4.3. რიცხვის სტანდარტული ფორმა

დედამიწის მასა გამოისახება 25 ციფრიანი რიცხვით, რომლის ჩაწერაც მოუხერხებელია.

ბუნებაში არსებობს ძალიან დიდი და მცირე სხეულები. მცირე სხეულების სიგრძის, მასის თუ სხვა მახასიათებლების ჩაწერას ვისწავლით შემდეგ თავებში. ახლა ვისწავლოთ როგორ ჩავწეროთ დიდი სხეულის მახასიათებლები.

დედამიწის მასა

$= 5.9722 \cdot 10^{24}$ კგ $\approx 5.97 \cdot 10^{24}$ კგ

რიცხვის ჩაწერა სტანდარტული ფორმით, ნიშნავს წარმოვადგინოთ მოცემული რიცხვი როგორც: $A \cdot 10^{n}$ ნამრავლი, სადაც $1 \leq A < 10$, ხოლო n – მთელი რიცხვია.

სურათი 1.6. *დედამიწა*

ნიმუში 1

რიცხვის სტანდარტულ ფორმაში წარმოსადგენად, გავიხსენოთ 10-ის ხარისხებზე გამრავლების და გაყოფის წესები:

2.345 X 10^{0} = 2.3 4 5 2.345 X 10^{1} = 2 3. 4 5 2.345 X 10^{2} = 2 3 4. 5 2.345 X 10^{3} = 2 3 4 5.	2.345 X 10^{0} = 2.3 4 5 2.345 X 10^{-1} = 0.2 3 4 5 2.345 X 10^{-2} = 0.0 2 3 4 5 2.345 X 10^{-3} = 0.0 0 2 3 4 5
3.12 X 10^{9} 3.12 X 10^{9} 3.12 X 1,000,000,000 3,120,000,000	1.35 X 10^{-4} 1.35 X 10^{-4} 1.35 X $\frac{1}{10,000}$ 1.35 ÷ 10,000 0.0 0 0 1 3 5
მძიმემ გადაინაცვლა 9 ერთეულით მარჯვნივ.	მძიმემ გადაინაცვლა 4 ერთეულით მარცხნივ.
15,237 = 1.5237 X 10^{4}	**0.00396 = 3.96 X 10^{-3}**

ნიმუში 2

წარმოვადგინოთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით და პირიქით

ა) 23 600 000 = 2.36 X 10^7	ბ) 0. 000 023 6 = 2.36 X 10^{-5}

ნიმუში 3

სხეულის მასა 35 690 000 კგ-ია, ჩაწერეთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით:

ჩვენ ვიცით, რომ რიცხვის სტანდარტული ფორმა არის ნამრავლი $A \cdot 10^n$,
სადაც $1 \leq A < 10$, ხოლო n – მთელი რიცხვია;

$35\ 690\ 000 = 3.569 \cdot 10^7 \approx 3.57 \cdot 10^7$ მეცნიერულ ჩანაწერში მიღებულია, რომ 10-ის ხარისხის წინ რიცხვი უნდა იყოს დამრგვალებული მეასედ თანრიგამდე.

სავარჯიშოები

1. წარმოადგინეთ რიცხვები სტანდარტული ფორმით:

ა) 156;	ე) 0,147;	ი) 0,052;
ბ) 273,7;	ვ) 0,0081;	კ) 0,00000081;
გ) 540000;	ზ) 3002;	ლ) 0,000000147;
დ) 0,015;	თ) 310,008;	მ) 0,00000000017.

2. გამოიანგარიშეთ:

ა) $2.4 \cdot 10^4$;	გ) $0.4 \cdot 10^3$;	ე) $2.4 \cdot 10^4$;
ბ) $5.18 \cdot 10^5$;	დ) $5.1 \cdot 10^2$;	ვ) $0.05 \cdot 10^4$.

3. ჩაწერეთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით:

ა) მანძილი დედამიწიდან მზემდე 149 500 000 000 მეტრია;

ბ) ტემპერატრუა მზეზე 15 მილიონი გრადუსი ცელსიუსია;

გ) მზის დიამეტრი მიახლოებით 1 392 700 000 მეტრია, დედამიწაზე 109-ჯერ მეტი;

დ) იპოვეთ დედამიწის დიამეტრი და ჩაწერეთ სტანდარტული სახით;

ე) მზე 4 568 მილიარდი წლის წინ ჩამოყალიბდა.

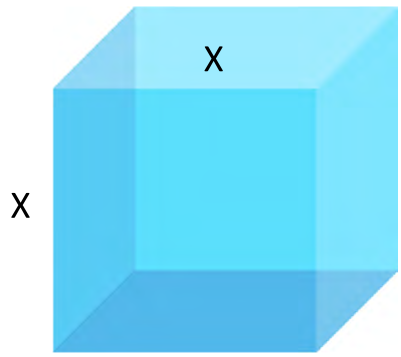
4.4. ფესვი, ირაციონალური რიცხვი

გეომეტრიის კურსიდან ვიცით, რომ კვადრატის ფართობი გვერდის სიგრძის კვადრატის ტოლია

$S = x^2$

სადაც s – აღნიშნავს ფართობს,
ხოლო x – კვადრატის გვერდის სიგრძეს

თუ x = 4 სმ-ს, მაშინ ფართობი s = 16 სმ²-ს.



დავსვათ, შებრუნებული კითხვა 1:

- რა იქნება იმ კვადრატის გვერდის სიგრძე, რომლის ფართობი 25 სმ²-ია?

  $s = x^2 = 25$ სმ²

იმისათვის, რომ ჩავწეროთ გვერდის სიგრძე, ვიყენებთ კვადრატული ახარისხების შებრუნებულ ოპერაციას, რომელსაც ეწოდება ფესვის ამოღება.

$5^2=25$
$5=\sqrt{25}$

ხარისხის თვისებებიდან ვიცით, რომ

$5^2 = 25$ ასევე $(-5)^2=25$

თუ განვიხილავთ განტოლებას

$x^2 = 25$, მაშინ x შეიძლება იყოს დადებითიც და უარყოფითიც, შესაბამისად

$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

განხილულ შემთხვევაში, რადგან გვერდის სიგრძე დადებითია, განვიხილავთ მხოლოდ დადებით მნიშვნელობას.

$\sqrt{\ }$ – აღნიშნულ სიმბოლოს ეწოდება **კვადრატული ფესვი**, ვამბობთ კვადრატული ფესვი რიცხვიდან.

- $\sqrt{a}$ – გამოსახულებას აზრი აქვს, თუ $a \geq 0$-ზე, თუ თუ $a < 0$-ზე, გამოსახულების რიცხვით მნიშვნელობას ვერ ვიპოვით.
- $\sqrt{a} \geq 0$, მნიშვნელობა ყოველთვის არაუარყოფითია, ვამბობთ არითმეტიკული კვადრატული რიცხვი a-დან.

დავსვათ, შებრუნებული კითხვა 2:

- რა იქნება იმ კვადრატის გვერდის სიგრძე, რომლის ფართობი 5 სმ²-ია?

  $s = x^2 = 5$ სმ²
  $x^2 = 5$
  $x = \sqrt{5}$ რადგან კვადრატის გვერდი ვერ იქნება უარყოფითი რიცხვი $\sqrt{5}$ – არ არის ნატურალური რიცხვი, არც მთელი რიცხვი, მისი წარმოდგენა შეუძლებელია წილადის სახით, $\sqrt{5}$ – ირაციონალური რიცხვია.

4.4.1 ირაციონალური რიცხვი

რიცხვს, რომლის წარმოდგენა არ არის შესაძლებელი $\frac{a}{b}$ სახით, სადაც a მთელი რიცხვია და b ნატურალური რიცხვი, ირაციონალური რიცხვი ეწოდება.

მოქმედებები ფესვებზე (რადიკალებზე); ფესვის თვისებები

ზემოთ განხილული ნიმუშებიდან, ჩანს რომ

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$$

	ნიმუშები რიცხვებში	ალგებრული, ზოგადი ფორმა
1.	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$ $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5})^3 = 5\sqrt{5}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$ თუ $a \geq 0$
2.	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ თუ $a \geq 0$ და $b \geq 0$
3.	$\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{18 : 2} = \sqrt{9} = 3$ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ თუ $a \geq 0$ და $b > 0$
4.	ვიცით, რომ როდესაც ფესქვეშა გამოსახულება დადებითია, პასუხი დადებითია. **დაიმახსოვრეთ:** $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{25} \neq \pm 5$; თუ a ნებისმიერი რიცხვია, მაშინ $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$	

ნიმუში 1 – მოქმედებები რადიკალებზე (ფესვებზე)

ა) $4\sqrt{5}+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$	ბ) $2\sqrt{5}\cdot3\sqrt{5}=6(\sqrt{5})^2=$ $6\cdot5=30$	გ) $4\sqrt{3}\cdot2\sqrt{5}=8\sqrt{15}$	დ) $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot2}=$ $=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ფესვის უმარტივეს ფორმამდე გამარტივება

დაიმახსოვრეთ: $\sqrt{5}+\sqrt{3}\neq\sqrt{5+3}$;

$3+\sqrt{2}$ არ იკრიბება

$\sqrt{5}$ – ირაციონალური რიცხვია

ნიმუში 2 – ირაციონალური რიცხვის შეფასება

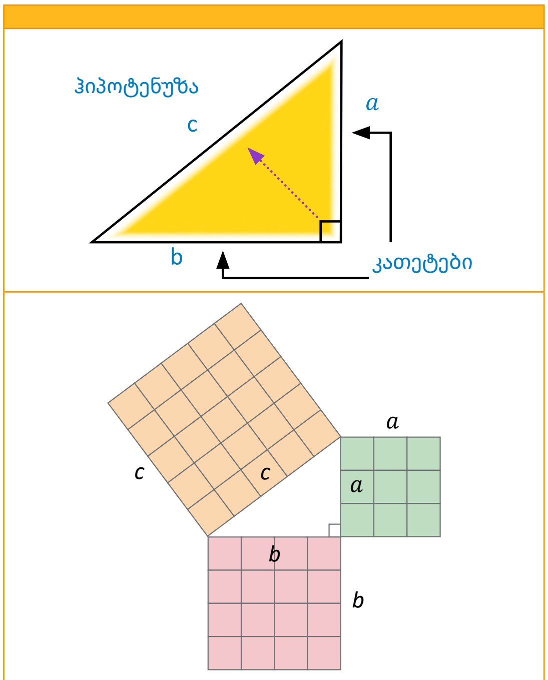
რა რიცხვებს შორის არის მოთავსებული $\sqrt{30}$?

გავიხსენოთ, რიცხვები, რომელთა კვადრატი 30-თან არის ყველაზე ახლოს: $4^2=16$; $5^2=25$ $6^2=36$; $7^2=49$ $25<30<36$, შესაბამისად $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$	$\sqrt{30}$ 16, **25**, **36**, 49 $25 < 30 < 36$ $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$ $5<\sqrt{30}<6$

4.4.2 პითაგორას თეორემა

როგორც ვიცით, მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების კვადრატების ჯამი, ჰიპოტენუზის კვადრატის ტოლია

$$a^2 + b^2 = c^2$$



პითაგორას თეორემის შემოწმება:

აღნიშნული თეორემის დამტკიცების ძალიან ბევრი მეთოდი არსებობს, ერთ-ერთი თვალსაჩინო მოდელია:

- დახაზეთ მართკუთხა სამკუთხედი
- თითოეულ გვერდზე ააგეთ კვადრატი
- გამოთვალეთ თითოეული კვადრატი ფართობი
- შეამოწმეთ ფორმულის მართებულობა, განიხილეთ სხვადასხვა ზომის მოდელები.

ნიმუში 3 – ირაციონალური რიცხვის რიცხვით ღერძზე მონიშვნა

განვიხილოთ მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების სიგრძეებია 1 და 2 სანტიმეტრი (იხ. ნახაზი 1), როგორ ვიპოვოთ ჰიპოტენუზის სიგრძე?

პითაგორას თეორემის თანახმად:

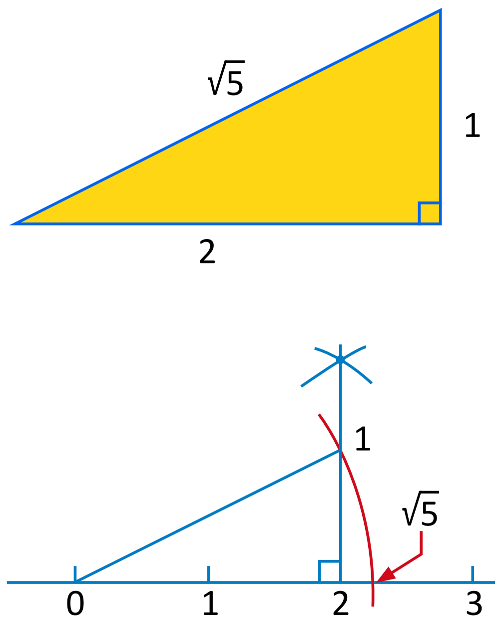
$1^2 + 2^2 = x^2$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$

იმისათვის, რომ $\sqrt{5}$-ის შესაბამისი წერტილი მოვნიშნოთ რიცხვით წრფეზე, უნდა მოიქცეთ შემდეგნაირად:

- დახაზეთ რიცხვითი წრფე და მონიშნეთ მთელი რიცხვები
- სათავიდან გადაზომეთ 2 ერთეულის ტოლი მონაკვეთი და ააგეთ ნახაზის 1 – შესაბამისი ნახაზი;
- მივიღებთ მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზის სიგრძე იქნება $\sqrt{5}$.



ნახაზი 1

4.4.3 უმარტივესი კვადრატული განტოლება

ნიმუშები რიცხვებში	ალგებრული, ზოგადი ფორმა
ჩვენ ვიცი, რომ $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = \left(\sqrt{5}\right)^2 = \sqrt{5^2} = 5$	განვიხილოთ განტოლება $x^2 = 5$ $x = \sqrt{5}$ ან $x = -\sqrt{5}$ მოკლედ ვწერთ: $x = \pm\sqrt{5}$
რადგან უარყოფითი რიცხვების ნამრავლი დადებითი რიცხვია: $\left(-\sqrt{5}\right)\cdot\left(-\sqrt{5}\right) = \left(-\sqrt{5}\right)^2 = 5$	**ზოგადი ფორმა:** *თუ* $x^2 = a$ *და* $a > 0$ *მაშინ* $x = \pm\sqrt{a}$ *როცა* $a < 0$, *მაშინ განტოლებას ამონახსენი არ აქვს*

ნიმუში 4 – ამოხსენით განტოლებები

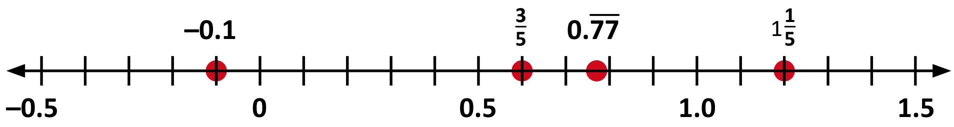
$3x^2 = 96$ $x^2 = 32$ $x = \pm\sqrt{32} = \pm\sqrt{16\cdot 2} = \pm 4\sqrt{2}$ $x = 4\sqrt{2}$ ან $x = -4\sqrt{2}$	$2x^2 - 36 = 0$ $2x^2 = 36$ $x^2 = 18$ $x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9\cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$ $x = 3\sqrt{2}$ ან $x = -3\sqrt{2}$

ნიმუში 5 – რიცხვების დალაგება ზრდადობით

რთული ნიმუში

დაალაგეთ შემდეგი რიცხვები 1.5; -0.5; $\frac{3}{5}$; -0.1; 0.(77); 1; $1\frac{1}{5}$ ზრდის მიხედვით:

იმისათვის, რომ დავალაგოთ რიცხვები ზრდადობით, მონიშნეთ რიცხვების შესაბამისი წერტილები რიცხვით წრფეზე და შემდეგ ამოწერეთ თანმიმდევრობით, მარცხნიდან მარჯვნივ.



სავარჯიშოები

1. რომელ ორ მომდევნო მთელ რიცხვს შორის არის მოთავსებული რიცხვები:

ა) $\sqrt{15}$; გ) $\sqrt{5}$; ე) $\sqrt{8}$;
ბ) $\sqrt{80}$; დ) $\sqrt{3}$; ვ) $\sqrt{50}$.

2. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt{16}$; ე) $\sqrt{81}$; ი) $\sqrt{1}$;
ბ) $\sqrt{144}$; ვ) $\sqrt{4}$; კ) $\sqrt{\frac{1}{4}}$;
გ) $\sqrt{0}$; ზ) $\sqrt{64}$; ლ) $\sqrt{\frac{1}{49}}$;
დ) $\sqrt{36}$; თ) $\sqrt{121}$; მ) $\sqrt{\frac{25}{64}}$.

3. გამოიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის გარეთ:

ა) $\sqrt{8}$; ე) $\sqrt{50}$; ი) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5}$;
ბ) $\sqrt{49}$; ვ) $\sqrt{32}$; კ) $\sqrt{7^5 \cdot 3^{13}}$;
გ) $\sqrt{81}$; ზ) $\sqrt{8}$; ლ) $\sqrt{5^2}$;
დ) $\sqrt{144}$; თ) $\sqrt{200}$; მ) $\sqrt{2^3}$.

4. შეიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის შიგნით:

ა) $3\sqrt{2}$; გ) $3\sqrt{3}$; ე) $6\sqrt{3}$;
ბ) $5\sqrt{3}$; დ) $4\sqrt{7}$; ვ) $a\sqrt{a}$.

5. დაალაგეთ რიცხვები ზრდადობით:

ა) 3; $\sqrt{7}$; 2; $\sqrt{7}$; ბ) $\sqrt{10}$; 4; $\sqrt{8}$; 3.

6. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$; დ) $4\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; ზ) $\sqrt{75} : 5$;
ბ) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; ე) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{8}$; თ) $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{32}$;
გ) $\sqrt{75} : \sqrt{3}$; ვ) $18\sqrt{75} \cdot 6\sqrt{3}$; ლ) $6 \cdot \sqrt{3}$.

7. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\sqrt{7} + \sqrt{7}$; ვ) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$;
ბ) $5\sqrt{3} - \sqrt{3}$; ზ) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5})$;
გ) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 1)$; თ) $(\sqrt{3} + \sqrt{12}) : \sqrt{3}$;
დ) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$; ი) $(\sqrt{8} - \sqrt{6}) : \sqrt{2}$.
ე) $\sqrt{50} + \sqrt{8}$;

8. ამოხსენით კვადრატული განტოლებები:

ა) $x^2 = 9$; ე) $x^2 = 13$; ი) $4x^2 = -4$;
ბ) $x^2 = 36$; ვ) $x^2 = 29$; კ) $-3x^2 = -3$;
გ) $x^2 = 0$; ზ) $x^2 = 100$; ლ) $2x^2 = 18$;
დ) $x^2 = 10$; თ) $4x^2 = 200$; მ) $-2x^2 = -26$.

9. ამოხსენით კვადრატული განტოლებები:

ა) $2x^2 + 7 = 11$; დ) $5 + 5x^2 = 30$; ზ) $x^2 + 16 = 34$;
ბ) $4x^2 + 9 = 25$; ე) $17 - x^2 = 5$; თ) $x^2 + 17 = 29$;
გ) $2x^2 + 3 = 39$; ვ) $4 - 2x^2 = 12$; ი) $10 + x^2 = 50$.

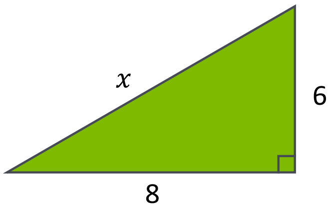
10. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე, თუ მისი ფართობია:

ა) 50 სმ²; ბ) 18 სმ².

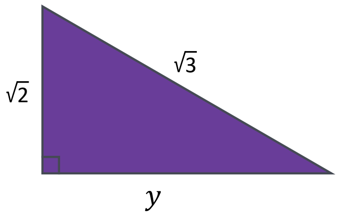
სავარჯიშოები

34. ნახაზზე მოცემული მონაცემებიდან გამომდინარე იპოვეთ უცნობი გვერდის სიგრძე.

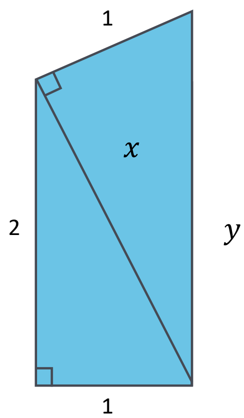
ა)



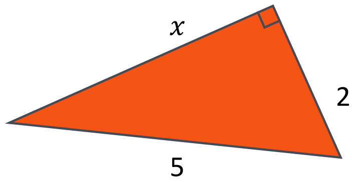
ბ)



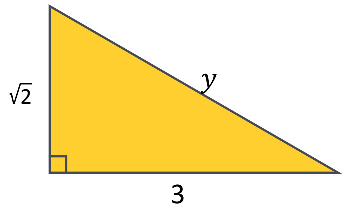
გ)



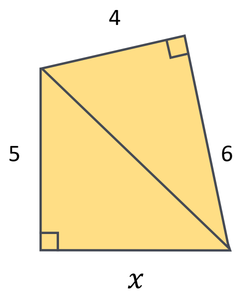
დ)



ე)



ვ)



35. გამოწვევა:

ნიმუში 4

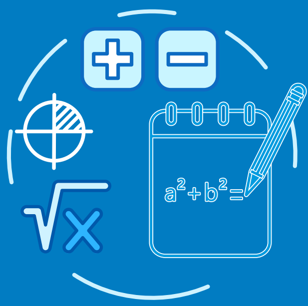
$\sqrt{72} = \sqrt{9 \cdot 8} = \sqrt{3^2 \cdot 2^3} =$

$\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2 \cdot 2^2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

ა) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5}$	დ) $\sqrt{2^3}$
ბ) $\sqrt{7^5 \cdot 3^{13}}$	ე) $\sqrt{162}$
გ) $\sqrt{5^6}$	ვ) $\sqrt{40}$

36. როგორც ვიცით, რაციონალური რიცხვი ეწოდება რიცხვს, რომელიც ჩაიწერება $\frac{m}{n}$ სახით, სადაც m მთელია და n – ნატურალური. გაარკვიეთ, არის თუ არა რაციონალური რიცხვი $\frac{8}{-7}$, რომლის მნიშვნელიც არაა ნატურალური. პასუხი დაასაბუთეთ.

II. დავალების წარდგენა



იცით თუ არა,

რას ნიშნავს აბრევიატურა STEM?

- S – Science (მეცნიერება)
- T – Technology (ტექნოლოგიები)
- E – Engeneering (ინჟინერია)
- M – Mathematics (მათემატიკა)

მოგვიანებით დაემატა

- A – Arts – ხელოვნება

ფიზიკის, ქიმიის, ბიოლოგიის ცნებები მათემატიკისგან არ მიიღება, მაგრამ სამეცნიერო საგნები მჭიდროდ არის დაკავშირებული მათემატიკასთან. ფიზიკაში მუშაობის ერთ-ერთი ძირითადი საშუალება მათემატიკაა.

საკვლევი კითხვა:

- *როგორ აღწერს მათემატიკური მოდელი რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე მოვლენებს? რომელი მათემატიკური მოდელები გამოიყენება ფიზიკასა და ქიმიაში?*

კომპლექსური დავალება

• მეცნიერება • ტექნოლოგია • ინჟინერია • მათემატიკა

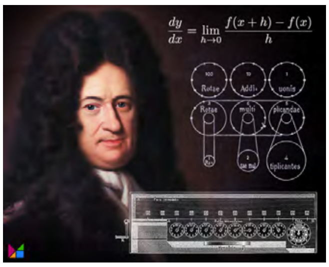
ისააკ ნიუტონი

სერ ისააკ ნიუტონი იყო ფიზიკოსი, მათემატიკოსი, ასტრონომი, გამომგონებელი, ფილოსოფოსი, ერთ-ერთი ყველაზე გავლენიანი მეცნიერი მსოფლიოო ისტორიაში.

უმაღლესი მათემატიკის კურსი **კალკულუსი** ისააკ ნიუტონმა შექმნა ფიზიკაში მის მიერ დასმული პრობლემის გადასაჭრელად.

ნიუტონმა შექმნა პირველი ინოვაციური ტელესკოპი, რომელშიც მან ლინზების ნაცვლად სარკე გამოიყენა. შედეგად, მსოფლიომ მიიღო გაცილებით მცირე ზომის, მარტივი და, ამავდროულად, უკეთესი ხარისხისა და სიზუსტის მქონე ინსტრუმენტი. საინტერესოა ის, რომ ნიუტონი ყველაფერს საკუთარი ხელით აკეთებდა.

გოტფრიდ ლაიბნიცი



სურათი 1.7. *ფოტო აღებულია ვებ გვერდიდან Mathigon*

გოტფრიდ ვილჰელმ ლაიბნიცი იყო მათემატიკოსი, რომელმაც დიდი წვლილი შეიტანა ფიზიკის, ფილოსოფიის განვითარებაში, ისტორიაში დარჩა, როგორც უნივერსალური მეცნიერი.

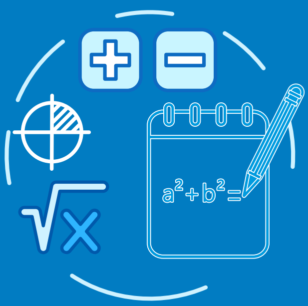
იმ პერიოდში, როდესაც ნიუტონი მუშაობდა რთულ პრობლემებზე და ქმნიდა კალკულუსს, ლაიბნიცმაც ნიუტონისგან დამოუკიდებლად შექმნა მათემატიკური ანალიზი (კალკულუსი), უსასრულოდ პატარა სიდიდეზე დაფუძნებული დიფერენცია-

გაგრძელება

II. დავალების წარდგენა

STEM

• მეცნიერება • ტექნოლოგია • ინჟინერია • მათემატიკა



სასკოლო კურსში ინტეგრალური აღრიცხვა არ ისწავლება, თუმცა აუცილებელია მოსწავლეებს (სტუდენტებს) ჰქონდეთ ინფორმაცია მოცემული დისციპლინების მჭიდრო კავშირზე და იცოდნენ, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია მეცნიერულად ფიქრი და აზროვნება. მეცნიერები უმეტესად აკვირდებიან მოვლენებს, ადგენენ მიზეზ-შედეგობრივ კავშირებს და ცდილობენ შემდეგი პროცესის ფორმულირებას.

კომპლექსური დავალება

ლური და ინტეგრალური აღრიცხვა, რადგან ნიუტონის აღნიშვნების სისტემა აღსაქმელად შედარებით რთული იყო, ლაიბნიცის მიერ შექმნილი აღნიშვნების (ჩანაწერის) სისტემა საყოველთაოდ იქნა მიღებული.

1672 წელს ლაიბნიცმა გამოიგონა საანგარიშო მანქანა, რომელსაც შეეძლო გაემრავლებინა, გაეყო და ამოეღო კვადრატული ფესვი. აღნიშნული მანქანა კომპიუტერის წინამორბედად ითვლება.

ლაიბნიცმა საფუძველი ჩაუყარა მათემატიკურ ლოგიკას, ასევე ფსიქოლოგიაში წამოაყენა იდეები არაცნობიერი გაგების შესახებ და განავითარა სწავლება არაცნობიერ ფსიქიკურ ცხოვრებაზე.

თქვენი დავალება

- მოიძიეთ ინფორმაცია STEM (STEAM) და მისი განვითარების ისტორიაზე. ქრონოლოგიურად დაალაგეთ მნიშვენლოვანი ფაქტები.
- მოიძიეთ ინფორმაცია ისააკ ნიუტონზე, გოტფრიდ ლაიბნიცზე და ამოწერეთ თქვენი აზრით ყველაზე მნიშვნელოვანი მიღწევები. დაასაბუთეთ თქვენი არჩევანი.
- ფიზიკის ან/და ქიმიის კურსიდან ამოიწერეთ თქვენთვის ნაცნობი ფორმულები და დააკავშირეთ მათემატიკის ცნებებთან (შეფარდება, პროპორცია და ა.შ.).

ნაშრომი წარმოადგინეთ პოსტერის ან რეფერატის სახით.

ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

- როგორ შეიძლება მივიღოთ ორი სიდიდის შეფარდებით ახალი სიდიდე.
- როგორ დგინდება სიდიდეებს შორის შესაბამისობა. (განიხილეთ, მაგალითად, სიჩქარე, აჩქარება ან სხვა)
- როგორ ხდება სხვადასხვა ვალუტის კურსებს შორის შესაბამისობის დამყარება? როგორ გვეხმარება პროპორცია გამოთვლების წარმოებაში?
- როგორ აღწერს მათემატიკური მოდელი რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე მოვლენებს? რომელი მათემატიკური მოდელები გამოიყენება ფიზიკასა და ქიმიაში? ისაუბრეთ ნასწავლიდან გამომდინარე ან მოიყვანეთ დამატებითი მაგალითები.

ხელოვნებასთან დაკავშირებული საინტერესო ინფორმაცია

ხეოფსის ცნობილი პირამიდა მსოფლიო 7 საოცრებიდან ერთ-ერთი საოცრებაა. მრავალგზის გაზომვების შედეგად დადგინდა, რომ პირამიდის ასაშენებლად გამოყენებულია დამუშავებული ქვები, რომელთა ზედაპირები წარმოადგენენ განსაკუთრებულ მართკუთხედებს. ამ მართკუთხედის გვერდების შეფარდება განსაკუთრებულია, აღნიშნულ შეფარდებას **ოქროს შეფარდება** ან **ოქროს კვეთა** ეწოდება.

„ოქროს მართკუთხედი“ მრავალი ხელოვნის მიერ ვიზუალურად ყველაზე მისაღებ და თვალისათვის ყველაზე მოსაწონ მართკუთხედად ითვლება. მართკუთხედი ისეა აგებული, რომ მის სიგრძესა და სიგანეს შორის თანაფარდობა განსაკუთრებულია.

მართკუთხედის სიგრძის შეფარდება მართკუთხედის სიგანესთან = 1.60833 :1 (მიახლოებით წერენ 1.6:1).

შეფარდებას 1.6:1 ეწოდება ოქროს შეფარდება, იგივე ოქროს კვეთა. ძველი ბერძნები ოქროს კვეთას იყენებდნენ მხატვრობაში, არქიტექტურაში, ჭურჭლის დიზაინის შექმნისა თუ სკულპტურების აგების დროს. მიჩნეულია, რომ ოქროს კვეთის პროპორციების მქონე დიზაინი ლამაზად აღქმადი იქნება თვალისთვის.

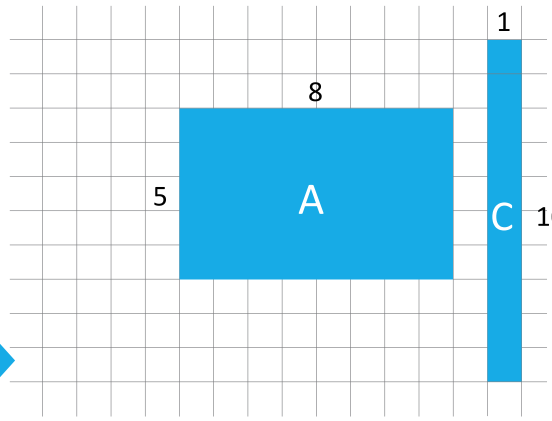
მონაკვეთის დაყოფა ოქროს კვეთის ფარდობით

იმისათვის, რომ მონაკვეთი დაიყოს ოქროს კვეთის ფარდობით, მონაკვეთის მთელი სიგრძე უნდა დავყოთ ორ ნაწილად, ისე რომ დაკმაყოფილდეს პირობა:

$$\frac{(a+b)}{a}=\frac{a}{b}$$

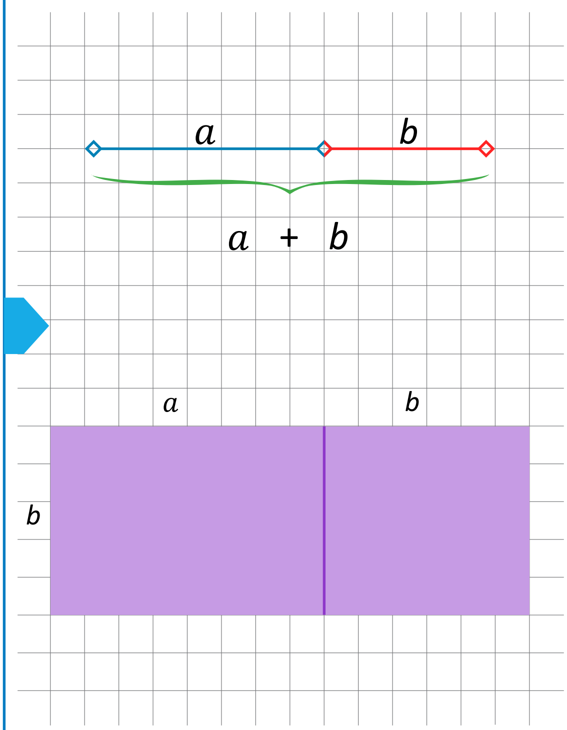
მონაკვეთის სიგრძის შეფარდება მონაკვეთის დიდ ნაწილთან ტოლი უნდა იყოს მონაკვეთის დიდი ნაწილის შეფარდების მონაკვეთის მცირე ნაწილთან.

ოქროს მართკუთხედი



თვალისზომით მართკუთხედი *A* მართკუთხედ *C*-სთან შედარებით უფრო პროპორციულად და ლამაზად მიგვაჩნია. მისი გვერდების სიგრძეთა თანაფარდობაა 1.6:1, ანუ 8:5

ოქროს კვეთა მონაკვეთზე:



5.1. შეფარდება, ერთეულოვანი შეფარდება

- ლაღიძის წყლების შეკვეთისას ვხედავთ, რომ ერთ ჭიქა (300 მლ) გაზიან სითხეს უმატებენ ერთ პატარა ჭიქა (15 მლ) სიროფს, რის შედეგადაც უგემრიელესი სასმელი მიიღება. რატომაა სასმელი გემრიელი, როგორი წესით განაზავეს და როგორ ჩაიწერება რეცეპტი?

იმისათვის რომ ვუპასუხოთ მსგავს კითხვებს, უნდა გვესმოდეს რას ნიშნავს ტერმინები **ფარდობა** და **პროპორცია**.

შეფარდება (ფარდობა) არის წილადი, რომელიც ადგენს შესაბამისობას ორ სხვადასხვა რაოდენობას შორის

300 მლ გაზიან წყალს დაუმატებს 15 მლ სიროფის ნაცვლად, შეიძლება ვთქვათ:

შეფარდება გაზიან წყალსა და სიროფს შორის არის 300 : 15-თან ან

$\frac{300}{15}$

შეფარდება შეიძლება მოცემული იყოს, როგორც:

- წილადი $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$
- გაყოფის ნიშნით $a : b$
- სიტყვიერად a b-სთან

- წილადის მსგავსად, თუ შეფარდების ორივე წევრს გავამრავლებთ ან გავყოფთ ერთი და იმავე არანულოვან რიცხვზე, მივიღებთ საწყისი შეფარდების ტოლ შეფარდებას.
- შეფარდების ჩაწერისას სასურველია ვაჩვენოთ ერთეულები. (მაგ.: 1კგ:20მლ და ა.შ.)
- შეფარდება უმეტესად გვიჩვენებს კონკრეტული ერთეულის რა რაოდენობა შეესაბამება მეორე ერთეულს, მაგ.: 300მლ გაზიანი წყალი: 15 მლ

ნიმუში 1 – ვიპოვოთ შეფარდება: გამოვთვალოთ შეფარდების მნიშვნელობა

ა) ზრდასრულმა ადამიანმა დღის განმავლობაში თავისი წონის ყოველ 10 კგ-ზე 200 მლ წყალი დაილია ჩაიწერება

როგორც 10 კგ : 200 მლ

შეგვიძლია ფარდობის ორივე მხარე გავყოთ ან გავამრავლოთ ერთი და იმავე არანულოვან რიცხვზე

1 კგ : 20 მლ	გავყავით 10 ზე
50 კგ : 1000 მლ	გავამრავლეთ 5-ზე.

ბ) გამოთვალეთ შეფარდების მნიშვნელობა: 8 სთ : 1 დღე-ღამე.

რადგან საათი დღის ნაწილია, უნდა გამოვსახოთ ორივე სიდიდე დროის ერთნაირ ერთეულებში.

1 დღე-ღამე = 24 სთ

ჩავწეროთ შეფარდება წილადის სახით:

$$\frac{8 \text{ სთ}}{1 \text{ დღე-ღამე}} = \frac{8 \text{ სთ}}{24 \text{ სთ}} = \frac{1}{3}$$

მეორენაირად,

8სთ : 1დღე-ღამე = 8სთ : 24 სთ = 1:3

STEM ერთეულოვანი ფარდობის ცოდნა ძალიან მნიშვნელოვანია ფიზიკაში, ქიმიასა თუ მათემატიკაში ფორმულების შედგენისა და გამოყენების დროს.

ერთეულოვანი შეფარდება (შეფარდება) არის წილადი, რომლის მნიშვნელია 1.

ნიმუში 2 – ერთეულოვანი შეფარდება:

ა) მატარებელმა 2 სთ-ში დაფარა 100 კმ, რამდენი კმ გაიარა მატარებელმა 1 სთ-ში?

დავწეროთ შეფარდება 100 კმ : 2 სთ

ან $\frac{100 \text{ კმ}}{2 \text{ სთ}}$ შეკვეცის შედეგად მივიღებთ

$$\frac{100 \text{ კმ} : 2}{2 \text{ სთ} : 2} = \frac{50 \text{ კმ}}{1 \text{ სთ}} =$$

$$v = \frac{S}{t}$$

50 : 1 = 50 კმ/სთ

მივიღეთ შეფარდება, რომელიც გვიჩვენებს რამდენ კმ-ს გადის მატარებელი 1 სთ-ში, აღნიშნულ შეფარდებას საათთან (კმ/სთ) ფიზიკაში სიჩქარე ქვია, რომელიც განვლილ მანძილს აკავშირებს დროსთან.

სიჩქარე არის განვლილი მანძილის შეფარდება შესაბამის დროსთან.

ბ) ვარჯიშის დროს ლანას გულისცემა 3 წთ-ში შეადგენდა 345. რა იქნება გულისცემა 1 წთ-ში?

დავწეროთ წილადი, რომელიც აფარდებს გულისცემას წუთთან.

345 გულისცემა : 3 წთ-ში

$\frac{345 \text{ გულისცემა}}{3 \text{ წთ}}$ შეკვეცის შედეგად მივიღებთ

$$\frac{345 \text{ გულისცემა}}{3 \text{ წთ}} = \frac{345 : 3}{3 : 3} = \frac{115 \text{ გულისცემა}}{1 \text{ წთ}}$$

მივიღეთ ერთეულოვანი შეფარდება, რომელიც გვიჩვენებს რამდენია გულისცემა 1 წთ-ში.

ნიმუში 3 – მთელის დაყოფა ნაწილებად

დედას აქვს დანაზოგი 10 000 ლარის ოდენობით და სურს, გაუნაწილოს შვილებს, მარიკოს და ლილეს თანაფარდობით 2:3. მეტი მისცეს ლილეს, რადგან ის სასწავლებლად მიდის. რამდენი ლარი შეხვდება თითოეულ დას?

რადგან შეფარდება არის 2:3-თან, თანხა იყოფა: 2 + 3 = 5 ნაწილად

მარიკოს შეხვდება: 10 000-ის $\frac{2}{5}$

$10\,000 \times \frac{2}{5} =$

$\frac{10\,000 \cdot 2}{5} = 4\,000$

ლილეს შეხვდება: 10 000-ის $\frac{3}{5}$

$10\,000 \times \frac{3}{5} =$

$\frac{10\,000 \cdot 3}{5} = 6\,000$

10 000 გაიყო 2 ნაწილად, 4000 და 6000

$$\frac{4\,000}{6\,000} = \frac{4\,000 : 1\,000}{6\,000 : 1\,000} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

როგორც ვხედავთ შეფარდება არის 2:3

სავარჯიშოები

1. ჩაწერეთ ფარდობის სახით, რაც შეიძლება მარტივი ფორმით:

ა) 25 კგ	40 კგ-თან;	ზ) 3.5 სმ	50 სმ-თან;	ნ) 20 წთ	1 სთ-თან;
ბ) 1.2 კგ	40 კგ-თან;	თ) 40 მ	55 მ-თან;	ო) 45 წთ	1 სთ-თან;
გ) 120 კგ	2 ც-თან;	ი) 90 სმ	1 მ-თან;	პ) 12 სთ	1 დღე-ღამესთან;
დ) 300 კგ	1.5 ტ-თან;	კ) 1.4 კმ	4.8 კმ-თან;	ჟ) 36 სთ	3 დღე-ღამესთან;
ე) 2.5 ტ	8 ტ-თან;	ლ) 2.4 მ	0.5 კმ-თან;	რ) 4 დღე-ღამე	1 თვესთან;
ვ) 1.2 ტ	1.5 ტ-თან;	მ) 300 მ	0.4 კმ-თან;	ს) 28 დღე-ღამე	7 თვესთან.

მითითება: 4.5 ტ 1.8 ტ-სთან

$4.5 : 1.8 \ \frac{4.5}{1.8} = \frac{4.5 \times 10}{1.8 \times 10} = \frac{45}{18} = \frac{5}{2} = 5:2$

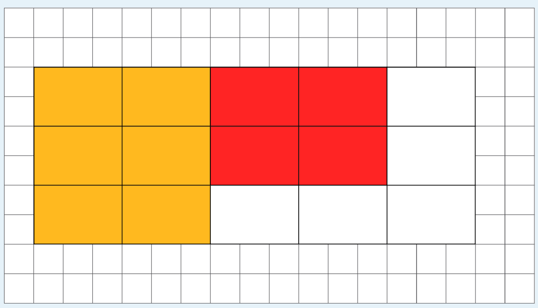
2. ჩაწერეთ ფარდობები:

მართკუთხედი დაყოფილია ნაწილებად.

გამოთვალეთ შეფარდების მნიშვნელობა:

ა) ყვითელი მართკუთხედების რაოდენობისა წითელი მართკუთხედების რაოდენობასთან.

ბ) თეთრი მართკუთხედების რაოდენობისა ყვითელი მართკუთხედების რაოდენობასთან



სავარჯიშოები

ამოცანები

3. ლეონარდო და ვინჩის „მონა ლიზას“ ნახატის სიგრძეა 77 სმ, სიგანე – 53 სმ. წარმოადგინეთ ეს მონაცემები როგორც:

- ფარდობა სიგრძე:სიგანე.
- გადაიყვანეთ სანტიმეტრები მეტრებში და ისე ჩაწერეთ.

4. ტატამ გამოიგონა ახალი ლიმონათის რეცეპტი, მისი რეცეპტის მიხედვით 1.5 ლიტრ გაზიან წყალს უნდა დავუმატოთ 120 მლ სიროფი:

- რა თანაფარდობით იღებს ტატა სითხე: სიროფს? ჩაწერეთ რეცეპტი.
- როგორ შეფარდებას მიიღებს ტატა თუ გააორმაგებს სიროფის ოდენობას?

5. თვითმფრინავი 5სთ-ში ფარავს 3250-კმ-ს. რამდენ კმ-ს ფარავს თვითმფრინავი ერთ საათში?

- ჩაწერეთ შეფარდება კმ:სთ.
- გადაიყვანეთ კმ/სთ შეფარდება მ/წმ-ში.

მითითება: 1კმ/სთ = x მ/წმ

$$1 \text{ კმ/სთ } \frac{1 \text{ კმ}}{1 \text{ სთ}} = \frac{1\,000 \text{ მ}}{3\,600 \text{ წმ}} = \frac{10 \text{ მ}}{36 \text{ წმ}} = \frac{5}{18} = \text{მ/მწ}$$

2მ/წმ

$$\frac{5}{18} \text{ მ/წმ} \approx 0.278 \text{ მ/წმ}$$

6. გიორგიმ დაამყარა მსოფლიო რეკორდი ცურვაში, მან 50 მეტრი 21 წმ-ში გაცურა. იპოვეთ:

- რამდენი მეტრი გაცურა გიორგიმ 1 წმ-ში?

მითითება: 1მ/წმ = x კმ/სთ

$$1 \text{ მ/წმ} = \frac{1 \text{ მ}}{1 \text{ წმ}} = \frac{\frac{1}{1000} \text{კმ}}{\frac{1}{3600} \text{სთ}} = \frac{36}{10} = 3.6 \text{ კმ/სთ}$$

გადაიყვანეთ მ/წმ კმ/სთ-ში.

7. ცხოველებში დიდ მანძილებზე ყველაზე სწრაფად დარბის ავაზა. 11 წლის ავაზას შეუძლია 5 სთ-ში დაფაროს 490 კმ.

- იპოვეთ ავაზას სიჩქარე, თანაშეფარდება კმ/სთ-თან.
- რამდენ კმ-ს დაფარავს ავაზა 1წმ-ში? გადაიყვანეთ კმ/სთ მ/წმ-ში.

სავარჯიშოები

ამოცანები

8. ლუკა ველოსიპედისტია და ის მონაწილეობას იღებს ჩემპიონატში. მან უნდა გაიაროს 280 კმ. პირველი 90 კმ მან დაფარა 1.5სთ-ში.

- იპოვეთ რა სიჩქარით მოძრაობს ლუკა?
- რამდენ სთ-ში დაფარავს მთელ გზას ლუკა თუ საშუალოდ იმავე სიჩქარით იმოძრავებს?

9. ლიკა და ზუკა წავიდნენ სამოგზაუროდ. ლიკას მანქანა წვავს 18 ლიტრ საწვავს ყოველ 270 კმ-ზე, ზუკას მანქანა წვავს 15 ლიტრ საწვავს 300 კმ-ზე.

- თითოეულისთვის იპოვეთ ერთეულოვანი ფარდობა, რამდენ კმ-ს ეყოფა 1 ლიტრი საწვავი.
- რომლის მანქანა წვავს ნაკლებს?

სოციალური ამოცანა

10. ანდრია ყოველდღე მუშაობს დილის 10-დან 6-მდე. ხანდახან მას უწევს სამსახურში დარჩენა, დამატებით სამუშაო დროში მას მეტს უხდიან, ვიდრე სამუშაო საათებში.

ამ კვირას ანდრიამ დამატებით იმუშავა 6 სთ და სულ გამოიმუშავა 800 ლარი.

- რამდენს გამოიმუშავებს ანდრია 1 სტანდარტულ სამუშაო საათში, თუ ცნობილია,რომ სულ კვირაში სამუშაო საათებში ის გამოიმუშავებს 500 ლარს?
- რამდენს უხდიან ანდრიას დამატებითი მუშაობის 1სთ-ში?
- რამდენი დამატებითი საათი იმუშავა მიმდინარე კვირას ანდრიამ?

11. მოსწავლემ 120 ლარი გაყო 3 ნაწილად, შეფარდებებით 2:3:7 და გაუნაწილა უმცროს დებს, რამდენი ლარი შეხვდა თითოეულ დას?

დამოუკიდებელი სამუშაო

12. გაარკვიეთ, რომელ წყვილშია ტოლი მნიშვნელობის მქონე შეფარდებები?

ა) 25:10 და 50:20; გ) 2.5:0.5 და 7.2:0.8; ე) $\frac{2}{5}:\frac{3}{10}$ და $\frac{4}{7}:\frac{8}{21}$; ზ) $\frac{4}{7}:\frac{5}{21}$ და $\frac{1}{15}:\frac{1}{30}$;

ბ) 84:12 და 60:20; დ) 4.5:0.5 და 1.8:0.2; ვ) $\frac{4}{9}:\frac{5}{18}$ და $\frac{3}{4}:\frac{8}{11}$; თ) $\frac{2}{5}:2$ და $1\frac{2}{7}:7$.

13. გამოთვალეთ, ერთეულოვანი შეფარდებები დროის მიმართ.

ა) 800 გულისცემა 10 წთ-ში; გ) 320 სიტყვის აკრეფა ვორდის ფაილში 8წთ-ში;

ბ) 720 გულისცემა 12წთ-ში; დ) 1560 სიტყვის წარმოთქმა 6 წთ-ში.

მოიძიე ინფორმაცია: რამდენ სიტყვას წარმოთქვამს რეპერი 1 წთ-ში?

სავარჯიშოები

ამოცანები

14. დელფინს შეუძლია 4 სთ-ში დაფაროს 50 კმ.

- რამდენ კმ-ს ფარავს დელფინი 1სთ-ში? იპოვეთ შეფარდება კმ/სთ?
- რამდენი მეტრის გაცურვა შეუძლია დელფინს 1 წმ-ში? იპოვეთ შეფარდება მ/წმ.

15. კლასში იყო 10 გოგო და 15 ბიჭი. მას შემდეგ, რაც კლასს დაემატა 4 გოგო და 5 ბიჭი, შეიცვლებოდა თუ არა გოგონების რაოდენობის შეფარდება ბიჭების რაოდენობასთან? რატომ?

16. მართკუთხედის სიგანე არის 25 სმ, სიგრძე 45 სმ. მას შემდეგ,რაც სიგანე გაზარდეს 2 ჯერ, ხოლო სიგრძეს დაუმატეს 45 სმ, შეიცვლებოდა თუ არა სიგრძისა და სიგანის შეფარდება? რატომ?

კომპიუტერის საშუალებით მოიძიეთ:

17. ინფორმაცია ყველაზე სწრაფ ფრინველზე, ყველაზე სწრაფ ძუძუმწოვარზე. რამდენ კმ-ს ფარავს თითეული 1 სთ-ში? გადაიყვანეთ სიჩქარეები მ/წმ-ში.

18. მოიძიეთ ინფორმაცია მსოფლიო რეკორდსმენებზე: ცურვაში, სირბილში. რამდენ მეტრს ფარავს თითეული 1 წმ-ში?

5.2. პროპორცია

სარეკლამო კომპანია ტურისტულ კომპანიას უბეჭდავს ორი სხვადასხვა ზომის საინფორმაციო ფურცელს. ბროშურის სიგრძეა 15 სმ, სიგანე – 10 სმ, ხოლო გარე სარეკლამო ბანერის სიგრძეა 7,5 მ, სიგანე – 5 მ. გამოთვალე შეფარდებები სიგრძე : სიგანე ან სიგანე : სიგრძე.

სარეკლამო ბროშურის შემთხვევაში:

სიგრძე : სიგანე $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

გარე სარეკლამო ბანერის შემთხვევაში:

სიგრძე:სიგანე $\frac{750 \text{ სმ}}{500 \text{ სმ}} = \frac{3}{2}$

სარეკლამო კომპანიამ ზომები აიღო ისე, რომ ბროშურის და ბანერის სიგრძე: სიგანე შეფარდებები ტოლია. ჩვენ შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$\frac{15}{10} = \frac{750 \text{ სმ}}{500 \text{ სმ}}$$

ტოლობას, რომელიც შედგება ტოლი მნიშვნელობის მქონე ორი შეფარდებისგან, **პროპორცია** ეწოდება.

პროპორციის ჩანაწერის ზოგადი ფორმა:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, სადაც $b \neq 0$ $d \neq 0$

a, d-ს ეწოდება კიდურა წევრები

b, c-ს ეწოდება შუა წევრები

ჯვარედინი ნამრავლის წესი:

$\frac{750 \text{ სმ}}{500 \text{ სმ}} = \frac{3}{2}$

500 · 3 = 1500

750 · 2 = 1500

შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

750:500 = 3:2

პროპორციის ძირითადი თვისებაა კიდურა წევრების ნამრავლი შიდა წევრების ნამრავლის ტოლია

დამტკიცება:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, სადაც $b \neq 0$ $d \neq 0$

ცნობილია, რომ ტოლობის ორივე მხარის ერთსა და იმავე არანულოვან რიცხვზე გამრავლებით ტოლობა არ იცვლება. გავამრავლოთ ტოლობის ორივე მხარე $b \cdot d$

$b \cdot d \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot b \cdot d$ შეკვეცის შედეგად მივიღებთ

$\cancel{b} \cdot d \cdot \frac{a}{\cancel{b}} = \frac{c}{\cancel{d}} \cdot b \cdot \cancel{d}$

$d \cdot a = c \cdot b$ –> $a \cdot d = b \cdot c$

გაგრძელება

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}, \quad \text{სადაც} \quad b \neq 0\ d \neq 0$$

პროპორციაში შეიძლება წევრები გადავაადგილოთ ისე, რომ მივიღოთ ეკვივალენტური პროპორციები:

$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$, $a \cdot d = c \cdot b$	$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$, $a \cdot d = c \cdot b$	$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, $a \cdot d = c \cdot b$

ნიმუში 1

პროპორციული ნაწილების პოვნა

უნივერსიტეტში კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტი გოგოების რაოდენობა ისე შეეფარდება ბიჭების რაოდენობას, როგორც 2:5. რამდენი გოგო სწავლობს ფაკულტეტზე, თუ ბიჭების რაოდენობა არის 235?

ამოცანის გააზრება, მოკლე ჩანაწერი:

ვიცით,

გოგოები : ბიჭები = 2 : 5 $=\frac{2}{5}$

ავღნიშნოთ x-ით, ფაკულტეტზე სტუდენტი გოგოების რაოდენობა

გოგოები : ბიჭები

$x : 235 = \frac{x}{235}$

ამოხსნა:

რადგან პროპორცია არის ორი შეფარდების ტოლობა, ჩავწეროთ პროპორცია:

$\frac{2}{5}=\frac{x}{235}$ ჯვარედინი წესის თანახმად მივიღებთ

$x \cdot 5 = 2 \cdot 235$

$x = 94$ ფაკულტეტზე სწავლობს 94 გოგო.

ნიმუში 2 – პროპორციის ჩაწერა

მოსწავლეს წასაკითხი აქვს „დიდოსტატის მარჯვენა", წიგნში 408 ფურცელია. 4 დღეში მან წაიკითხა 96 ფურცელი. რამდენ დღეში დაასრულებს წიგნის კითხვას, თუ ყოველდღე ერთსა და იმავე რაოდენობის ფურცელს კითხულობს?

მოკლე ჩანაწერი:

4 დღეში ⟶ 96 ფურცელი

x დღეში ⟶ 408 ფურცელი

ჩავწეროთ პროპორცია:

რადგან პროპორცია არის ორი შეფარდების ტოლობა, ჩავწეროთ პროპორცია:

$\frac{96}{4}=\frac{408}{x}$ ჯვარედინი ნამრავლის წესით მივიღებთ

$96 \cdot x = 4 \cdot 408$

$x = \frac{4 \cdot 408}{96}$ $\qquad x = 17$

მოსწავლე წიგნს დაასრულებს 17 დღეში.

!! ყურადღებით: მოკლე ჩანაწერის შემდეგ პროპორცია შეიძლება ჩაიწეროს რამდენიმე გზით:

$$\frac{96}{4}=\frac{408}{x} \quad \text{ან} \quad \frac{4}{96}=\frac{x}{408}; \quad \frac{4}{x}=\frac{96}{408} \quad \text{ან} \quad \frac{408}{96}=\frac{x}{4}$$

ჯვარედინი ნამრავლის წესით დავინახავთ, რომ შედეგი ერთი და იგივე იქნება, მთავარია, ფარდობები დავწეროთ სწორი თანმიმდევრობით.

ნიმუში 3 – რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად

1200 3-ის და 5-ის პროპორციულ ნაწილებად გავყოთ

ამოცანის გააზრება 1200 უნდა დაიშალოს ორი ისეთი რიცხვის ჯამად, რომელთა შეფარდებაა 3:5

მეთოდი 1:

1200 იყოფა 3 + 5 = 8 ნაწილად

ერთი ნაწილია: 1200-ის $\frac{3}{8}$

$1200 \cdot \frac{3}{8} = 450$

მეორე ნაწილია 1200-ის $\frac{5}{8}$

$1200 \cdot \frac{5}{8} = 750$

450 + 750 =1200

$\frac{450 \text{ სმ}}{750 \text{ სმ}} = \frac{3}{5}$

მეთოდი 2:

1200 უნდა დაიყოს ორ A და B რიცხვების ჯამად, რომელთა შეფარდებაა 3:5

$\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ *ვთქვათ A და B რიცხვების უსგ = x*

$A = 3x$, ხოლო $B = 5x$

$A + B = 1200$

$3x + 5x = 1200$

$8x = 1200$

$x = 150$

$A = 3 \cdot 150 = 450$; $B = 5 \cdot 150 = 750$

$\frac{450 \text{ სმ}}{750 \text{ სმ}} = \frac{3}{5}$

ნიმუში 4 – განტოლების ამოხსნა პროპორციის გამოყენებით

მოცემულია განტოლება: $\frac{2x-1}{2} = \frac{5x}{3}$

განტოლების ამოხსნისას გამოვიყენოთ ტოლობის თვისებები

$\frac{2x-1}{2} = \frac{5x}{3}$	ჯვარედინი ნამრავლის წესით მივიღებთ:
$3 \cdot (2x-1) = 5x \cdot 2$	
$6x - 3 = 10x$	გამოვაკლოთ $10x$ ტოლობის ორივე მხარეს
$6x - 3 - 10x = 10x - 10x$	აღნიშნული ტოლობის თვისების გამოყენებით ცვლადის შემცველი წევრები დაორგანიზდება ტოლობის ერთ მხარეს
$-4x - 3 = 0$	ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატოთ 3
$-4x = 3$	ტოლობის ორივე მხარე გავყოთ – 4-ზე
$x = -\frac{3}{4}$	

5.2.1 მასშტაბი

მასშტაბი გვიჩვენებს ფარდობას – გეგმაზე მოცემული სიგრძე: რეალობის შესაბამისი სიგრძე.

სურათზე მოცემულია ერთ-ერთი კორპუსის გეგმა და უკვე აშენებული რეალური კორპუსი. გეგმა წარმოადგენს რეალური კორპუსის შემცირებულ ვარიანტს.

ამბობენ, რომ გეგმა მასშტაბის დაცვითაა დახაზული. რა არის **მასშტაბი**?

გეგმა იხაზება ისე, რომ:

- რეალური ობოექტის (შენობის) ყოველ ორ წერტილს შორის მანძილი შესაბამისად შემცირებული უნდა იყოს ერთი და იმავე რიცხვჯერ.
- ყველა კუთხე გეგმაზე მონიშნული უნდა იყოს შეუცვლელად.

ამ ორი წესის დაცვა აუცილებელია იმიტომ, რომ ფორმა და პროპორციები იყოს შენარჩუნებული.

მასშტაბი გვიჩვენებს შეფარდებას რეალურ ობიექტსა და გეგმას შორის კერძოდ, რამდენჯერაა შემცირებული ან გაზრდილი ზომები.

მასშტაბის გამოსახვის გზები:

მეთოდი 1:

მასშტაბის გამოსახვა ფარდობით, მაგალითად, 1:2000.

ეს მასშტაბის გამოსახვის ყველაზე გავრცელებული ფორმაა, რომელიც გვეუბნება, რომ გეგმის ყოველ 1 სმ-ს შეესაბამება რეალური საგნის ან ობიექტის 2000 სმ, ანუ 20 მ.

მეთოდი 2:

მასშტაბი მოცემულია სიტყვიერად.

მაგალითად, ყოველი 1 სანტიმეტრი შეესაბამება 20 მეტრს.

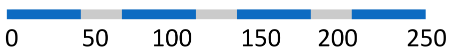
ეს ნიშნავს, რომ გეგმაზე ყოველი 1 სმ შეესაბამება რეალური ზომების 20მ-ს, ანუ 2000 სმ-ს.

მეთოდი 3:

მასშტაბი გამოისახება დანაყოფებიანი მონაკვეთებით.

ყოველი 1 სმ (მცირე მონაკვეთი) შეესაბამება 50 მ-ს

მასშტაბი



მეტრი

მასშტაბი შეიძლება რეალურ სურათს კი არ ამცირებდეს, არამედ ადიდებდეს.

მაგალითად, თუ მასშტაბი მოცემულია შემდეგნაირად 500:1, ნიშნავს, რომ გეგმაზე წარმოდგენილი სურათი რეალურ ობიექტს 500-ჯერ ადიდებს.

გეგმაზე 0.5 სმ ნიშნავს, რომ რეალური ზომა იქნება 0.5:500 = 0.001 სმ.

0.5 მმ ნიშნავს, რომ რეალური ზომა იქნება 0.5:500 = 0.001 მმ = 2 მიკრონი.

ნიმუში 5

მოცემულია ბინის გეგმა 1:150 მასშტაბით.

გამოთვალეთ ნამდვილი სამზარეულოს ფართობი, თუ გეგმის მიხედვით სამზარეულოს სიგანეა 4 სმ, სიგანე – 2 სმ.

მოქმედება 1:

1:150 – ნიშნავს: 1 სმ-ს შეესაბამება 150 სმ რეალობაში.

2 სმ-ს შეესაბამება $2 \cdot 150 = 300$ სმ.

4 სმ-ს შეესაბამება $4 \cdot 150 = 600$ სმ.

სამზარეულოს ფართობი უდრის:

$300 \cdot 600 = 180000$ სმ^2.

მოქმედება 2:

გადავიყვანოთ სმ^2 მ^2-ში, პროპორციის გამოყენებით.

თუ 1მ^2 შეესაბამება –> 10 000 სმ^2

x მ^2 შეესაბამება –> 180 000 სმ^2

დამოკიდებულება პირდაპირპროპორციულია, შესაბამისად, შეფარდებაა ტოლი, დავწეროთ განტოლება

$$\frac{10\,000}{1} = \frac{180\,000}{x}$$

$x = 18$ მ^2

სავარჯიშოები

1. ჯვარედინი წესის გამოყენებით იპოვეთ ცვლადი:

ა) $\frac{5}{x}=\frac{12}{35}$;
დ) $\frac{a-1}{3}=\frac{3-3a}{6}$;
ზ) $2.5 : x = 10 : 1.6$;
კ) $8.8 : 0.2 = a : 2.2$;

ბ) $\frac{5}{x}=\frac{4}{25}$;
ე) $\frac{5}{a+2}=\frac{25}{4a-2}$;
თ) $x : 4.5 = (0.5x+1) \div 9$;
ლ) $0.72 : 1.8 = 54 : a$;

გ) $\frac{12}{35}=\frac{a}{35}$;
ვ) $\frac{2x+4}{7}=\frac{3-x}{14}$;
ი) $5 : 2.5x = 12.5 : (x+2)$;
მ) $400 : a = 8 : 5$.

მითითება: $\frac{2x-1}{2}=\frac{5x}{3}$ ჯვარედინი ნამრავლის წესით მივიღებთ: $3 \cdot (2x-1) = 5x \cdot 2$ ამოხსენით განტოლება

2. დააჯგუფეთ რიცხვები ისე, რომ შეადგინოთ პროპორცია:
რამდენი სხვადასხვა ვერსიით შეიძლება ჩაწერა?

ა) 9, 5, 27, 15;
გ) 0.8, 4, 5, 25;
ე) 14, 63, 18, 4;
ზ) 0.1, 0.15, 0.4, 0.6

ბ) 750, 4, 3, 1000;
დ) 50, 80, 0.8, 0.5;
ვ) 8, 140, 115, 6.
თ) 1.2, 24, 60, 3

3. 100 გრ მარწყვის კალორიულობა შეადგენს 33 კკალ-ს (კილოკალორია), რამდენ კილოკალორიას შეიცავს 250 გრ მარწყვი? ჩაწერეთ პროპორცია და ამოხსენით.

4. 100 გრ თხილის კალორიულობაა 704 კკალ (კილოკალორია). რამდენი გრამი თხილი შეადგენს 985.6 კილოკალორიას?

მოიძიეთ ინფორმაცია კილოკალორიების შესახებ

5. თვითმფრინავმა 3 სთ-ში დაფარა 2640 კმ, რამდენ კმ-ს დაფარავს თვითმფრინავი 7 სთ-ში, თუ ფრენას გააგრძელებს იმავე სიჩქარით?

6. მანქანის სიჩქარე ისე შეეფარდება ავტობუსის სიჩქარეს როგორც 4:3, იპოვეთ მანქანის სიჩქარე თუ ავტობუსის სიჩქარეა 45 კმ/სთ-ში.

7. საავადმყოფოში მომუშავე ექიმების რაოდენობა ისე შეეფარდება მედდების რაოდენობას როგორც 2:5, რამდენი მედდა საავადმყოფოში, თუ საავადმყოფოში 36 ექიმი მუშაობს?

8. კოლეჯში მასწავლებლების რაოდენობა ისე შეეფარდება სტუდენტების რაოდენობას, როგორც 1:18. რამდენი სტუდენტია კოლეჯში, თუ მასწავლებლების რაოდენობა შეადგენს 32-ს?

9. ცურვის შეჯიბრებაზე დაწესებული ფულადი ჯილდო 3500 ლარი გაუნაწილეს პირველ-მეორე ადგილზე გასულებს შეფარდებით 4:3. რამდენი ლარი შეხვდა თითოეულს?

დამოუკიდებელი სამუშაო

10. ჯვარედინი წესის გამოყენებით ამოხსენით განტოლება:

ა) $\frac{x-3}{2}=\frac{3}{4}$;
გ) $\frac{a-1}{5}=\frac{a+2}{3}$;
ე) $4 \div (x+1) = 1 \div 8$;

ბ) $\frac{5}{2a-3}=\frac{1}{4}$;
დ) $\frac{5x+2}{4}=\frac{4x-1}{3}$;
ვ) $8 \div a = 6 \div (a+1)$.

სავარჯიშოები

დამოუკიდებელი სამუშაო

11. რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად. დაყავით:

ა) 250 3-ის და 7-ის პროპორციულ ნაწილებად;

ბ) 2,4 1-ის და 5 -ის პროპორციულ ნაწილებად;

გ) 180 1-ის და 8-ის პროპორციულ ნაწილებად;

დ) 360 4-ის და 11-ის პროპორციულ ნაწილებად;

ე) 690 11-ის და 12-ის პროპორციულ ნაწილებად;

ვ) 5.6 3 ის და 4 -ის პროპორციულ ნაწილებად;

ზ) 4.5მლნ 2 და 7ის პროპორციულ ნაწილებად.

12. სინათლის სიჩქარეა 300 000 კმ/წმ, გამოსახეთ სინათლის სიჩქარე კმ/სთ-ში.

13. ბათუმისკენ მიმავალმა მანქანამ 5 სთ-ში დაფარა 320 კმ. რამდენ კმ-ს დაფარავს მანქანა 8სთ-ში, თუ იმავე სიჩქარით იმოძრავებს?

14. **ქიმია – წყალი**. წყლის ერთი მოლეკულა შედგება ჟანგბადის 1 და წყალბადის ორი ატომი-საგან, რამდენი წყალბადის ატომი იქნება 230 წყლის მოლეკულაში?

15. **ჯანმრთელობა:** ჯანმრთელობისთვის სასარგებლო პროტეინებით მდიდარი საკვებია ნუში. მეოთხედი პორცია ნუში შეიცავს 7 გრ პროტეინს. რამდენი პორცია ნუში უნდა მიიღოს მოსწავლემ, თუ მას დღეში 56 გრ პროტეინი აქვს მისაღები?

16. 100 გრ შავი შოკოლადის კალორიულობა 540 კილოკალორიაა. რამდენი კილოკალორია მიიღო მოსწავლემ, თუ მან დასვენებაზე 60 გრ შოკოლადი მიირთვა?

დაფიქრდი

17. დაყავი 2500 1-ის, 4-ის და 5-ის პროპორციულ ნაწილებად.

18. დაყავი 810 2-ის, 3-ის და 4-ის პროპორციულ ნაწილებად.

ამოცანები მასშტაბზე

19. გამოიანგარიშეთ:

ა) ნამდვილი სიგრძე, თუ მაშტაბია 1:500 და გეგმაზე სიგრძე უდრის:
1) 2.5 სმ; 2) 1.2 სმ; 3) 6 სმ; 4) 0.4 სმ; 5) 15 სმ.

20. **გამოთვალეთ:** გეგმაზე სიგრძე, თუ მაშტაბია 1:2000 და სინამდვილეში სიგრძე არის:

ა) 48000 სმ;   ბ) 5 მ;   გ) 1.5 მ;   დ) 0.4 კმ;   ე) 0.8 კმ.

მითითება: მასშტაბი მოცემულია სმ-ში, გადაიყვანეთ მეტრი და კილომეტრი სმ-ში და შემდეგ შეუსაბამეთ;

ძირითადად, მაშტაბი მოცემულია სმ-ში, თუ კი საზომი ერთეული არაა მითითებული.

21. თბილისიდან ბათუმამდე საავტომობილო გზის სიგრძეა 400 კმ. გამოთვალეთ ამ გზის სიგრძე რუკაზე, რომლის მასშტაბია 1:1 000 000.

22. პირდაპირი მანძილი ლონდონიდან პარიზამდე 344 კმ-ია. რა იქნება დაშორება ქალაქებს შორის რუკაზე, რომლის მასშტაბია 1:500 000 .

23. მოცემულია სხვადასხვა გეომეტრიული ფიგურა და მონაცემები, დახაზეთ მოცემული გეომეტრიული ფიგურების გეგმები შესაბამისი მასშტაბის გათვალისწინებით.

ა) კვადრატის გვერდის სიგრძეა 400 მ,   მასშტაბი 1:10000;
ბ) მართკუთხედის სიგრძეა 600 მ, სიგანე 400 მ,   მასშტაბი 1:20000;
გ) ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდის სიგრძეა 800მ,   მასშტაბი 1:40000.

24. დახაზეთ მართკუთხედი, რომლის სიგრძეა 5 სმ და სიგანე 2 სმ. რა იქნება ნამდვილი მართკუთხედის სიგრძე და სიგანე, თუ მასშტაბია:

ა) 1:5 000 სმ;   ბ) 20:1სმ.

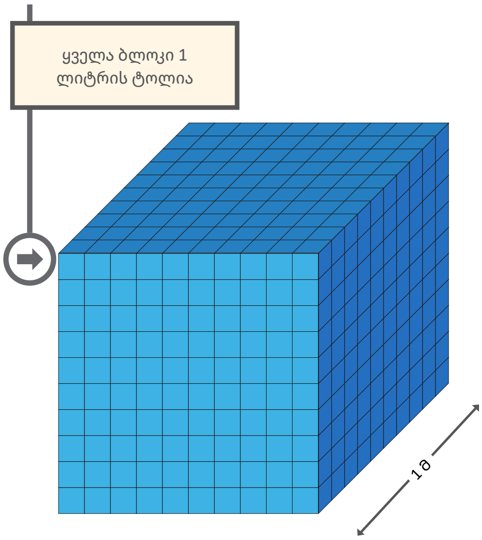
25. მოცემულია საქართველოს რუკა.

ა) რუკაზე მასშტაბი გამყოფი მონაკვეთებითაა მოცემული. იგივე მასშტაბი ჩაწერეთ შეფარდების ფორმით.

ბ) რუკის მიხედვით გამოთვალეთ მცხეთისა და ბათუმის შემაერთებელი სწორი ხაზის სიგრძე (წარმოიდგინეთ, რომ თვითმფრინავი მიფრინავს).

გ) რუკის მიხედვით გამოთვალეთ რეალური მანძილი თბილისიდან სოხუმამდე.

5.2.2 სიდიდეები



STEAM – კავშირი მეცნიერებასთან.

დამატებითი ინფორმაცია იხილეთ ბმულებზე:

https://Phet.Colorado.Edu

ჩვენ უკვე გავეცანით სიდიდეებს და მათ შორის დამოკიდებულებებს.

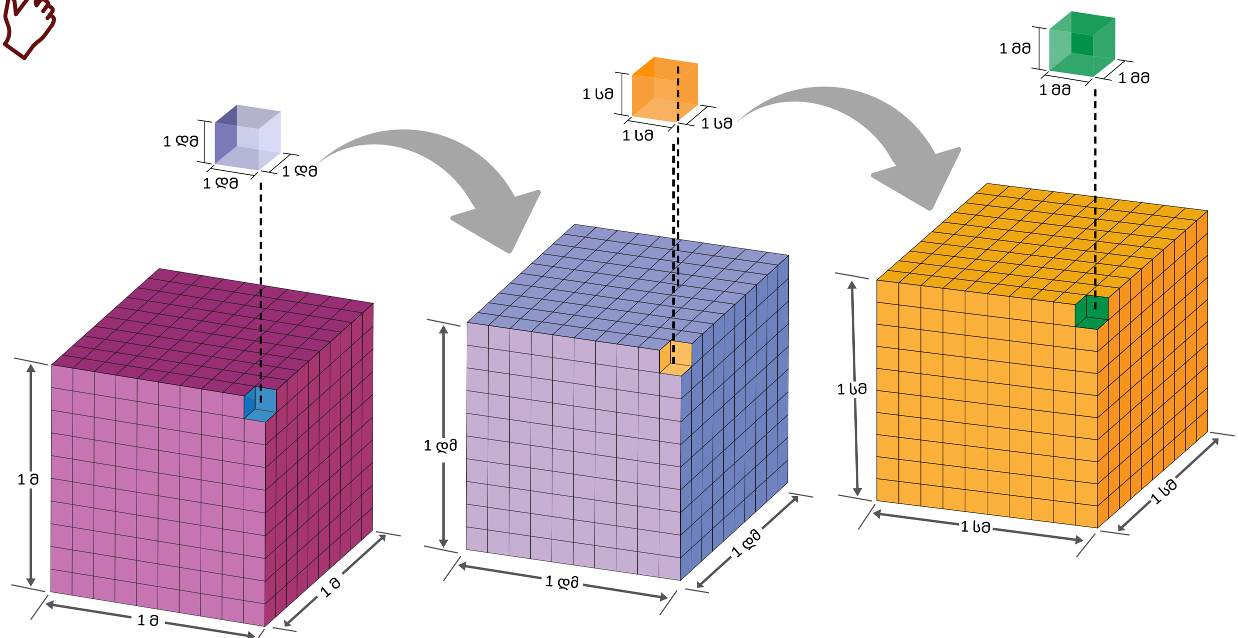
გავეცანით სიგრძის, მასის, ფართობის, მოცულობის ერთეულებს. მოცემულ პარაგრაფში დამატებითი ყურადღება მივაქციოთ სხვა მნიშვნელოვან სიდიდეებს.

მოცულობა

მოცულობა – ფიზიკური სიდიდეა, რომელიც სხეულის სივრცულ ზომას ახასიათებს. მოცულობის ერთეულია კუბური მეტრი. 1 მ^3 არის ისეთი კუბის მოცულობა, რომლის წიბოს სიგრძე 1 მეტრია.

მოცულობა შეიძლება გაიზომოს როგორც კუბურ მეტრებში, ასევე კუბურ სანტიმეტრებში, ლიტრებში, მილილიტრებში და ა.შ.

1 ლიტრი შეესაბამება 1დმ^3-ს. 1 დმ^3 არის ისეთი კუბის მოცულობა, რომლის წიბოს სიგრძე 1დმ-ია.



1 მ^3 = 1000 დმ^3

1 ლიტრი = 1 ლ = 1 დმ^3

1 სმ^3 = 1000 მმ^3= 1 მლ

მოცულობის სხვადასხვა სიდიდეს შორის დამოკიდებულების დამყარება მარტივი პროპორციის გამოყენებით.

ბეჭდვა

ნიმუში 1 – რამდენ სმ^3-ს შეესაბამება 5 მ^3-? 2 ლიტრი?

თუ 1მ^3=1 მ ·1 მ · 1 მ = = 100 სმ · 100 სმ · 100სმ= 10^6 სმ^3 მაშინ 5 მ^3 = 5 · 1 მ^3 = 5 · 10^6 სმ^3	თუ 1 ლ=1 დმ^3 = 1 დმ · 1 დმ · 1 დმ = = 10 სმ · 10 სმ ·10 სმ = 10^3 სმ^3 მაშინ 2 ლ=2 · 10^3 სმ^3 რადგან 1 სმ^3 = 1 მლ ე.ი. 2 ლ=2 · 10^3 = 2000 მლ

STEM ერთეულოვანი ფარდობის ცოდნა ძალიან მნიშვნელოვანია ფიზიკაში, ქიმიასა თუ მათემატიკაში ფორმულების შედგენისა და გამოყენების დროს.

ჩვენ ვიცით, რომ რკინა მყარი ლითონია, ვერცხლისწყალი თხევადი ლითონი, ასევე ვიცით ნივთიერებათა ნაერთის შედეგად შედგება ბამბა, რომელიც ფაფუკია. როგორ შეიძლება დახასიათდეს რკინა და ბამბა? საინტერესოა რა იწვევს რკინის სიმყარეს და ბამბის სიფაფუკეს? დეტალურად ამ კითხვებზე პასუხს მიიღებთ ქიმიის შესწავლისას. მათემატიკა ქიმიას ეხმარება ჩაწეროს და შემოიღოს ერთეულები, რომელთა მეშვეობითაც შემდეგში ხდება ფიზიკური თუ ქიმიური მახასიათებლების შემოღება და ელემენტებისა თუ ობიექტების დახასიათება.

სიმკვრივე გვიჩვენებს მასის შეფარდებას მოცულობის ერთეულთან. სიმკვრივე აკავშირებს ორ სხვადასხვა სიდიდეს, მასას მოცულობასთან. ჩაიწერება მასა : მოცულობა, რა მასა შეესაბამება მოცულობის ერთეულს კონკრეტული ელემენტის შემთხვევაში. სიმკვრივის მეშვეობით, შემდეგ ახასიათებენ ამა თუ იმ ობიექტს.

ცნება	ჩანაწერი	ერთეულები
სიჩქარე (საშუალო სიჩქარე) განვლილი მანძილის შეფარდება დროის ერთეულთან. ჩაიწერება როგორც კმ/სთ ან მ/წმ	$v = \frac{s}{t}$	v – სიჩქარე s – გავლილი გზა t – დრო
სიმკვრივე გვიჩვენებს რა მასა აქვს კონკრეტულ ელემენტს მოცულობის ერთეულზე. სიმკვრივის ერთეული კგ : მ^3 = კგ/მ^3 ან გ/სმ^3	$\rho = \frac{m}{V}$	ρ – სიმკვრივე m – მასა V – მოცულობა
აჩქარება – სიჩქარის ცვლილება დროის ერთეულში. აჩქარება არის ფარდობა სიჩქარის ცვლილების დროის ერთეულთან. აჩქარების ერთეულია მ/წმ^2; კმ/სთ^2 თუ აჩქარება დროში არ იცვლება, თანაბარი აჩქარება ეწოდება (მოძრაობას-თანაბარაჩქარებული მოძრაობა)	$a = \frac{v - v_0}{t}$	a – აჩქარება v_0 – საწყისი სიჩქარე v – საბოლოო (გაზრდილი ან შემცირებული) სიჩქარე t – დრო (რა დროში გაიზარდა სიჩქარე)
STEAM – კავშირი მეცნიერებასთან. დამატებითი ინფორმაცია იხილეთ ბმულებზე:	*სიმკვრივე* *მასა და წონა* *თანაბარი აჩქარება*	

ნიმუში 2 – სიდიდეებს შორის დამოკიდებულება

როგორ არის სიჩქარე დამოკიდებული აჩქარებაზე?

ა) ავტომობილის რომლის სიჩქარე 6 მ/წმ-ის ტოლია, 4 წამში აჩქარდა 8 მ/წმ^2-ით, რისი ტოლი იქნება ავტომობილის საბოლოო სიჩქარე? (დავუშვათ აჩქარება დროში არ იცვლება).

ამოცანის გააზრება

ვიცით, რომ v_0 = 6მ/წმ; t = 4წმ; a = 8 მ/წმ^2
უნდა ვიპოვოთ v

ჩვენ ვნახეთ, რომ

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

გავამარტივოთ გამოსახულება

$$at = v - v_0$$
$$v = at + v_0$$

v = 8 · 4 + 6 = 38 მ/წმ

$a = \frac{v - v_0}{t}$ იგივეა, რაც $\frac{s}{t} = \frac{v - v_0}{t}$

პროპორციის ძირითადი თვისებით ვიცით, რომ ჯვარედინი ნამრავლები ტოლია

ვალუტა

ინფორმაციის წყარო:
[fin.edu.ge]

დამატებით ინფორმაციას ქართული ვალუტის შესახებ გაეცანით ბმულზე

[Fin.Edu] – _ქართული ვალუტა_

ქართულ ფულს დიდი ხნის ისტორია აქვს და ის ჯერ კიდევ კოლხეთის სამეფოს ტერიტორიაზე იწყება. ამ ბლოგში სწორედ ქართული ფულის შესახებ გაგიზიარებთ საინტერესო ფაქტებს:

საქართველოს პირველი სრულფასოვანი ეროვნული ვალუტა – ლარი 1995 წლის 25 სექტემბრიდან გავიდა მიმოქცევაში. 2 ოქტომბრიდან კი საქართველოს ტერიტორიაზე ერთადერთ საგადამხდელო საშუალებად გამოცხადდა. მისი სახელწოდება 1992 წლის ქართული ფულის სახელწოდების შესარჩევი კომისიის სხდომაზე შეირჩა. „ლარი" ძველ ქართულში განძის, ქონების შესატყვისს აღნიშნავდა. მონეტების სახელად კი შეირჩა XIII საუკუნიდან დამკვიდრებული სამონეტო ტერმინი „თეთრი".

1 ლარი = 100 თეთრს.

ვალუტის გაცვლითი კურსი

USD	აშშ დოლარი	
ყიდვა	გაყიდვა	
2.67	2.75	
£	გირვანქა სტერლინგი	
ყიდვა	გაყიდვა	
3.22	3.34	

ქვეყანას აქვს საკუთარი ეროვნული ვალუტა და სხვადასხვა ქვეყნის ვალუტებს შორის არსებობს გარკვეული შესაბამისობა, გაცვლითი კურსი. ვალუტის გაცვლითი კურსი არის ერთი ქვეყნის ვალუტის ღირებულება გამოსახული მეორე ქვეყნის ვალუტის ერთეულებში. საქართველოში მოქმედებს მცურავი გაცვლითი კურსის რეჟიმი, რაც ნიშნავს, რომ ვალუტის კურსი განისაზღვრება სავალუტო ბაზარზე მოთხოვნა-მიწოდების ურთიერთქმედებით. ვალუტის კურსი შეიძლება იცვლებოდეს ყოველდღე (დღეში რამდენჯერმე).

დამატებით ინფორმაციას ქართული ვალუტის შესახებ გაეცანით ბმულზე

Fin.Edu – ქართული ვალუტა

ვალუტის კონვერტაცია არის ერთი ვალუტის გაცვლა მეორეში.

საკვანძო კითხვა: ***როგორ უნდა წავიკითხოთ აღნიშნული ინფორმაცია?***

ბანკთაშორის ბაზარზე დადებულ გარიგებათა გათვალისწინებით გამოითვლება სავალუტო კურსი, რომელსაც ეროვნული ბანკი შემდგომი დღისთვის ოფიციალურ გაცვლით კურსად აცხადებს. ოფიციალური კურსი შესაძლოა განსხვავდებოდეს სავალუტო ბაზარზე არსებული კომერციული კურსისგან, რომელსაც კომერციული ბანკები, სხვა ფინანსური ინსტიტუტები ან ვალუტის გადამცვლელი პუქტები აცხადებენ და რომელსაც განსაზღვრავს ვალუტაზე იმ დღეს არსებული მოთხოვნა-მიწოდება.

ეროვნულ ბანკის ოფიციალურ ვებგვერდზე ოფიციალური გაცვლითი კურსი მოცემულია სხვადასხვა ვალუტები და გაცვლითი კურსები.

კომერციული ბანკის ოფიციალურ ვებგვერდზე მოცემულია, მაგალითად, ლარის ყიდვის და ლარის გაყიდვის კურსები.

აუცილებელია, ვალუტის კონვერტირებისას ყურადღება მივაქციოთ კურსებს შორის თანაფარდობას (ვალუტის კურსს).

USD	აშშ დოლარი	
ყიდვა	გაყიდვა	
2.67	2.75	
£	გირვანქა სტერლინგი	
ყიდვა	გაყიდვა	
3.22	3,34	

ნიმუში 1

მაგალითად, ერთ-ერთი კომერციული ბანკის ვებგვერდზე 2022 წლის ივნისის თვეში მოცემული იყო შემდეგი ინფორმაცია:

<table>
<tr><td>

USD აშშ დოლარი

ოფიც.კურსი	საბითუმო კურსი	
	ყიდვა	გაყიდვა
2.9360 ^ 0.0000	**2.9100**	**2.9700**

* – USD ნიშნავს ამერიკულ დოლარს

</td><td>

მოცემულია ოფიციალური კურსი
1 USD = 2.936 ლარს

თუ კომერციულ ბანკში გვინდა ვალუტის კონვერტირება

ვარიანტი 1:

თუ გვაქვს 100 აშშ დოლარი და გვინდა კონვერტირება ლარში (ე.ი. გვინდა ვიყიდოთ ლარი), მაშინ ბანკი მოგვცემს 291 ლარს.

ვარიანტი 2:

თუ გვაქვს ლარი და გვინდა ვიყიდოთ 100 აშშ დოლარი, მაშინ 100 აშშ დოლარში უნდა გადავიხადოთ 297 ლარი (ნიშნავს გავყიდეთ ლარი).

</td></tr>
<tr><td>

მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე რამდენი ლარი იქნება საჭირო 270 აშშ დოლარის საყიდლად?

</td><td>

პასუხი:

თუ 100 აშშ დოლარი —— 297 ლარი
მაშინ 270 აშშ დოლარი —— x ლარი

$\frac{270}{100} = \frac{x}{297}$ x = 801.9 *ლარი*

</td></tr>
<tr><td>

მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე რამდენი დოლარი იქნება საჭირო 450 ლარის საყიდლად?

</td><td>

პასუხი:

თუ 100 აშშ დოლარი —— 291 ლარი
მაშინ x აშშ დოლარი —— 450 ლარი

$\frac{x}{100} = \frac{450}{291}$ x = 154.64 ≈ 155 აშშ დოლარი

</td></tr>
</table>

სავარჯიშოები

1. პროპორციის გამოყენებით, გადაიყვანეთ შესაბამის ერთეულებში:

მოცემული ცხრილის მიხედვით, გადაიყვანეთ მითითებულ ერთეულებში:			
ფართობის ერთეულები		სიჩქარის ერთეულები	მოცულობის ერთეულები
1 კმ^2 = 1 კმ · 1 კმ = 1000 მ · · 1000 მ = 1 000 000 მ^2 = 10^6 მ^2 1 მ^2 = 10000 სმ^2 1 სმ^2 = 100 მმ^2	1 მ^2 = 0.000001 კმ^2 = 10^{-6} კმ^2 1სმ^2 = 0.0001 მ^2= 10^{-4} მ^2 1მმ^2 = 0.01 სმ^2= 10^{-2} სმ^2	1 კმ/სთ ≈ 0.278 მ/წმ 1 მ/წმ ≈ 3.6 კმ/სთ	1 ლ = 0.001 მ^3 1 მ = 1 დმ^3

ა) 5 კმ^2 = ☐ მ^2; დ) 3000 მ^2 = ☐ კმ^2; ზ) 120 კმ/სთ = ☐ მ/წმ; კ) 35 მ/წმ = ☐ კმ/სთ;

ბ) 14 სმ^2 = ☐ მ^2; ე) 3005 სმ^2 = ☐ მმ^2; თ) 180 კმ/სთ = ☐ მ/წმ; ლ)10 000 მ/წმ = ☐ კმ/სთ;

გ) 8 მმ^2 = ☐ სმ^2; ვ) 50 მ^2 = ☐ კმ^2; ი) 90კმ/სთ = ☐ მ/წმ; მ) 2 მ/წმ = ☐ კმ/სთ.

ამოცანები სიჩქარესა და აჩქარებაზე

2. გაჩერებული მანქანა იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას 2,5 მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ მანქანის სიჩქარე 5 წმ-ის შემდეგ, 8 წმ-ის შემდეგ, 12 წმ-ის შემდეგ.

3. გაჩერებული მანქანა იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას. იპოვეთ მანქანის აჩქარება, თუ:

ა) მისი სიჩქარე 4 წმ-ის შემდეგ გახდა 12 მ/წმ?
ბ) მისი სიჩქარე 5 წმ-ის შემდეგ გახდა 17,5 მ/წმ?
გ) მისი სიჩქარე 3,5 წმ-ის შემდეგ გახდა 16,8 მ/წმ?

4. მოტოციკლისტის სიჩქარეა 16 $\frac{მ}{წმ}$ და იგი იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას 2,8 მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ მოტოციკლისტის სიჩქარე 4 წმ-ის შემდეგ, 7 წმ-ის შემდეგ, 15 წმ-ის შემდეგ.

5. მანქანის სიჩქარეა 20 მ/წმ და იგი იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას 4,5 მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ, რამდენი წამის შემდეგ იქნება მანქანის სიჩქარე 29 $\frac{მ}{წმ}$? 42,5 $\frac{მ}{წმ}$?

6. სხეული იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას. იპოვეთ სხეულის აჩქარება, თუ:

ა) მისი სიჩქარე იყო 9 მ/წმ და 5 წმ-ის შემდეგ გახდა 18 მ/წმ?
ბ) მისი სიჩქარე იყო 10,4 მ/წმ და 7 წმ-ის შემდეგ გახდა 27,3 მ/წმ?
გ) მისი სიჩქარე იყო 11,8 მ/წმ და 6 წმ-ის შემდეგ გახდა 25,2 მ/წმ?

7. ავტომანქანის სიჩქარეა 72 კმ/სთ და იგი იწყებს დამუხრუჭებას 4 მ/წმ^2 აჩქარებით. რამდენ წამში გაჩერდება მანქანა? ამოხსენით განტოლებები:

მითითება: ავტომანქანის სიჩქარე კმ/სთ-დან გადაიყვანეთ მ/წმ-ში. მაგ. თუ სიჩქარეა 180 კმ/სთ, მაშინ გვექნება:

$$180\,\frac{კმ}{სთ} = 180 \cdot \frac{5}{18} = 50\,\frac{მ}{წმ}.$$

8. თვითმფრინავი აეროდრომზე დაჯდომის დროს იწყებს სიჩქარის თანაბარაჩქარებულ შემცირებას. იპოვეთ თვითმფრინავის აჩქარება, თუ

ა) მისი სიჩქარე იყო 720 კმ/სთ და 16 წმ-ის შემდეგ გახდა 396 კმ/სთ?

ბ) მისი სიჩქარე იყო 680 კმ/სთ და 28 წმ-ის შემდეგ გახდა 400 კმ/სთ?

გ) მისი სიჩქარე იყო 850 კმ/სთ და 30 წმ-ის შემდეგ გახდა 280 კმ/სთ?

ამოცანები

9. მყარი სხეულის სიმკვრივეა 6,5 გრ/სმ^3. იპოვეთ ამ მყარი სხეულის მასა, თუ მისი მოცულობაა 50 სმ^3; 70 სმ^3; 85 სმ^3.

10. სხეულის მასაა 90 გრ. იპოვეთ ამ სხეულის მოცულობა, თუ მისი სიმკვრივეა 6 გრ/სმ^3; 7,5 გრ/სმ^3; 9 გრ/სმ^3.

11. იპოვეთ სხეულის სიმკვრივე, თუ:

ა) სხეულის მასაა 60 გრ და მისი მოცულობაა 30 სმ^3.

ბ) სხეულის მასაა 75 გრ და მისი მოცულობაა 2,5 სმ^3.

გ) სხეულის მასაა 2 კგ და მისი მოცულობაა 450 სმ^3.

მითითება: სხეულის მასა კგ-დან გადაიყვანეთ გრ-ში

12. ერთი სხეულის მასაა 4 კგ და მისი მოცულობაა 650 სმ ^{3}, ხოლო მეორე სხეულის მასაა 5 კგ და მისი მოცულობაა 825 სმ^3. რომელი სხეულის სიმკვრივეა უფრო დიდი? (პასუხი დაასაბუთეთ).

13. ერთი სხეულის მასაა 54 გრ და მისი სიმკვრივეა 4,8 გრ/სმ^3, ხოლო მეორე სხეულის მასაა 72 გრ და მისი სიმკვრივეა 6,5 გრ/სმ^3. რომელი სხეულის მოცულობაა უფრო დიდი? (პასუხი დაასაბუთეთ).

14. ერთი სხეული, რომლის მოცულობაა 315 სმ^3 და სიმკვრივეა 3,6 გრ/სმ^3, შეურიეს მეორე სხეულს, რომლის მოცულობაა 435 სმ^3 და სიმკვრივეა 4,2 გრ/სმ^3. იპოვეთ მიღებული სხეულის მასა და სიმკვრივე.

15. ერთი სხეული, რომლის მასაა 63 გრ და სიმკვრივეა 3 გრ/სმ^3, შეურიეს მეორე სხეულს, რომლის მასაა 56 გრ და სიმკვრივეა 7 გრ/სმ^3. იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა და სიმკვრივე.

16. 355 გრ თუთიას შეურიეს რამდენიმე გრამი სპილენძი და მიიღეს 80 სმ^3 მოცულობის ნაერთი. რამდენი გრამი სპილენძია ნაერთში, თუ ცნობილია, რომ თუთიის სიმკვრივეა 7,1 გრ/სმ^3, ხოლო სპილენძის სიმკვრივეა 8,9 გრ/სმ^3?.

ამოცანები ვალუტაზე

17. ვალუტის კონვერტაციისთვის ერთ-ერთ კომერციულ ბანკს აქვს სურათზე მოცემული შემოთავაზება.

USD	აშშ დოლარი
ყიდვა	გაყიდვა
2.718	2.726

ა) რამდენ ლარს ვიყიდით ამ ბანკში, თუ გავყიდით 50 აშშ დოლარს? 180 აშშ დოლარს? 340 აშშ დოლარს?

ბ) რამდენ აშშ დოლარს ვიყიდით ამ ბანკში, თუ გავყიდით 280 ლარს? 430 ლარს? 955 ლარს?

გ) კახას აქვს ვალი 300 აშშ დოლარი, თუმცა ამ დროს მას შეგროვებული აქვს მხოლოდ 120 აშშ დოლარი. მინიმუმ რამდენი ლარი უნდა გაყიდოს კახამ ამ ბანკში, რომ მოაგროვოს ვალის გადასახდელი თანხა?

დ) ნათიას სურს შეიძინოს სასურველი მობილური ტელეფონი, რომელიც ღირს 1450 ლარი, თუმცა მას მხოლოდ 560 ლარი და 400 აშშ დოლარი აქვს. მინიმუმ რამდენი აშშ დოლარი უნდა გაყიდოს ნათიამ ამ ბანკში, რომ მოაგროვოს სასურველი მობილური ტელეფონის საყიდელი თანხა?

18. ვალუტის კონვერტაციისთვის ერთ-ერთ კომერციულ ბანკს აქვს სურათზე მოცემული შემოთავაზება.

USD	აშშ დოლარი
ყიდვა	გაყიდვა
2.67	2.75
£	**გირვანქა სტერლინგი**
ყიდვა	გაყიდვა
3.22	3,34

ა) რამდენ ლარს ვიყიდით ამ ბანკში, თუ გავყიდით 150 აშშ დოლარს? 260 აშშ დოლარს? 180 გირვანქა სტერლინგს? 350 გირვანქა სტერლინგს?

ბ) რამდენ გირვანქა სტერლინგს ვიყიდით ამ ბანკში, თუ გავყიდით 480 ლარს? 540 ლარს? 1040 ლარს?

გ) ხატიას აქვს ვალი 500 აშშ დოლარი, თუმცა ამ დროს მას აქვს მხოლოდ 240 აშშ დოლარი და 400 გირვანქა სტერლინგი. ბანკში ვალუტის გადახურდავება შესაძლებელია მხოლოდ ეროვნული ლარების საშუალებით. მინიმუმ რამდენი გირვანქა სტერლინგი უნდა გაყიდოს ხატიამ ამ ბანკში, რომ მოაგროვოს ვალის გადასახდელად საჭირო თანხა?

დ) თორნიკემ გადაწყვიტა დასასვენებლად გამგზავრება ინგლისში. ტურისტულ სააგენტოში მას დაუანგარიშეს ეს დასვენება და გამოვიდა 2500 გირვანქა სტერლინგი. ამჟამად თორნიკეს აქვს 2100 გირვანქა სტერლინგი და 800 აშშ დოლარი. ბანკში ვალუტის გადახურდავება შესაძლებელია მხოლოდ ეროვნული ლარების საშუალებით. მინიმუმ რამდენი აშშ დოლარი უნდა გაყიდოს თორნიკემ ამ ბანკში, რომ მოაგროვოს სამოგზაუროდ საჭირო თანხა?

5.3. პირდაპირი და უკუპროპორციული დამოკიდებულებები

პირდაპირპროპორცია

თვითმრინავი ყოველ 1 სთ-ში 480 კმ-ს ფარავს. ცხრილში მოცემულია, რამდენ კმ-ს დაფარავს თვითმფრინავი შესაბამის დროში.

როგორც ვხედავთ,

განვლილი მანძილი = დრო · სიჩქარეზე.

თვითმფრინავის სიჩქარე უცვლელია – 480 კმ/სთ.

ვიტყვით, რომ განვლილ მანძილსა და დროს შორის არის **პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება.**

ორ ცვლადს შორის დამოკიდებულებას, როდესაც ერთი ცვლადის რამდენიმეჯერ გაზრდით (ან შემცირებით) მეორე ცვლადიც იმდენჯერვე იზრდება (ან მცირდება), **პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება** ეწოდება.

პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულების პირობებში ორი ცვლადის შეფარდება მუდმივია.

მუდმივ სიდიდეს ეწოდება **პირდაპირპროპორციულობის კოეფიციენტი** და აღინიშნება K ასოთი.

უკუპროპორციული დამოკიდებულება

თბილისიდან ლონდონამდე მანძილი თვითმფრინავით 3600 კმ-ია. ცხრილში მოცემულია ინფორმაცია, რამდენ სთ-ში დაფარავს თვითმფრინავი ორ ქვეყანას შორის მანძილს სხვადასხვა სიჩქარით ფრენის შემთვევაში.

ისევე, როგორც წინა მაგალითში:

განვლილი მანძილი = დრო · სიჩქარეზე.

მუდმივია გასავლელი მანძილი.

ვიტყვით, რომ სიჩქარესა და დროს შორის არის **უკუპროპორციული დამოკიდებულება**, რადგან სიჩქარის 2-ჯერ გაზრდამ გამოიწვია დროის 2-ჯერ შემცირება.

ორ სიდიდეს ეწოდება **უკუპროპორციულად დამოკიდებული**, თუ ერთი სიდიდის რამდენიმეჯერ გაზრდა (შემცირება) იწვევს მეორე სიდიდის შემცირებას (გაზრდას) იმავე რიცხვჯერ.

ორი უკუპროპორციულად დამოკიდებული სიდიდის ნამრავლი მუდმივია.

დრო (სთ)	1	2	5	10
მანძლი (კმ)	480	960	2400	4800

დროის 5-ჯერ გაზრდით გავლილი მანძილიც 5-ჯერ გაიზარდა.

მოცემულ მაგალითში:

$$K = \frac{(\text{განვლილი მანძილი})}{\text{დრო}}$$

მინიშნება: როდესაც დრო =0-ს, მაშინ განვლილი მანძილი = 0-ს.

სიჩქარე (კმ/სთ)	300	450	600	900
დრო (სთ)	12	8	6	4

როგორც ვიცით, უკუპროპორციული დამოკიდებულების დროს მუდმივია ორი ცვლადის ნამრავლი.

მოცემულ შემთხვევაში მუდმივია განვლილი მანძილი.

$$3600 = 300 \cdot 12 = 450 \cdot 8 = 600 \cdot 6 = 900 \cdot 4$$

ნიმუში 1

არის თუ არა დამოკიდებულება პირდაპირპროპორციული

ა) მოცემულია ცხრილი. გაარკვიეთ, არის თუ არა პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება ხსნარის მოცულობასა და ფასს შორის. თუ არის, იპოვეთ პროპორციულობის კოეფიციენტი.

მოცულობა	1	2	4	10
ფასი (ლარი)	4.5	9	18	45

ვიპოვოთ შეფარდება:

$\dfrac{\textit{(ფასი)}}{\textit{წონა}}$ – ვნახოთ, არის თუ არა მუდმივი

$\frac{9}{2} = 4.5$; $\frac{18}{4} = 4.5$; $\frac{45}{10} = 4.5$;

პირდაპირპროპორციულობის კოეფიციანტია 4.5

ნიმუში 2

მიხვდით, არის თუ არა დამოკიდებულება უკუპროპორციული?

სტუდენტს აქვს 1000 ლარი და მას სურს თანხის გადანაწილება დღეებზე. ცხრილით მოცემულია, კავშირი თანხასა და დღეებს შორის.

დღიური დანახარჯი	1000	500	250	100	50
დღეების რაოდენობა	1	2	4	10	20

რამდენჯერაც მცირდება ყოველდღიური დანახარჯი, იმდენჯერ იზრდება დღეების რაოდენობა.

მიხვდით, არის თუ არა დამოკიდებულება უკუპროპორციული?

ცხრილის მიხედვით ვხედავთ:

დღიური ხარჯი · დღეების რაოდენობაზე არ იცვლება, თანხა მუდმივია:

$$1000 \cdot 1 = 500 \cdot 2 = 250 \cdot 4 = 100 \cdot 10 = 50 \cdot 20 = 1000$$

ამიტომ, ჩვენ შეგვიძია ვთქვათ, რომ დღიურ დანახარჯსა და დღეების რაოდენობას შორის არის უკუპროპორციული დამოკიდებულება.

ნიმუში 3

არის თუ არა დამოკიდებულება პირდაპირპროპორციული

5 სამშენებლო ბრიგადა სახლს 120 დღეში აშენებს. გაარკვიეთ, რამდენ დღეში ააშენებს ასე-თივე სახლს 12 ბრიგადა, თუ ბრიგადების შემადგენლობა და მუშაობის ტემპი იგივე იქნება.

მოკლე შინაარსი:

5 ბრიგადა ——— 120 დღე

12 ბრიგადა ——— x დღე

შევადგინოთ განტოლება:

$12 \cdot x = 120 \cdot 5$

$x = 50$

ბრიგადების რაოდენობის $\frac{12}{5}$-ჯერ, ანუ 2,4-ჯერ გაზრდამ გამოიწვია სამუშაო დღეების 2,4-ჯერ შემცირება.

მსჯელობა:

რადგან შესასრულებელი სამუშაო იგივეა, ბრიგადების რაოდენობის გაზრდით დრო პროპორციულად შემცირდება. ე.ი. ბრიგა-დებსა და დროს შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულებაა. აქედან გამომდინარე, ვწერთ განტოლებას:

უკუპროპორციულ დამოკიდებული ცვლადების ნამრავლი მუდმივია

მნიშვნელოვანი მითითება:

- თუ ცხრილის მიხედვით, ორი ცვლადის (სიდიდის) შეფარდებაა მუდმივია, მაშინ დამოკი-დებულება პირდაპირპროპორციულია (ცხრილის მიხედვით).
- თუკი ორი დამოკიდებული ცვლადის ნამრავლი მუდმივია, მაშინ ამ ცვლადებს შორის უკუ-პროპორციული დამოკიდებულებაა.

სავარჯიშოები

1. ცხრილით მოცემული ინფორმაციის მიხედვით, დაადგინეთ რომელი ცხრილითაა პირდა-პირპროპორციული დამოკიდებულება მოცემული და იპოვეთ პირდაპირპროპორციულობის კოეფიციენტი.

ა)	წონა (კგ)	3	4	5
ბ)	ფასი (ლარი)	4.5	6	7.5

ე)	წონა (კგ)	4	6	8
ვ)	ფასი (ლარი)	10	15	20

გ)	გავლილი გზა (კმ)	240	160	80
დ)	დრო (სთ)	6	4	1

ზ)	გავლილი გზა (კმ)	720	360	180
თ)	დრო (სთ)	12	6	3

2. ცხრილით მოცემული ინფორმაციის მიხედვით, დაადგინეთ რომელი ცხრილითაა მოცემული უკუპროპორციული დამოკიდებულება.

ა)	წონა (კგ)	2	4	8
ბ)	გადახდილი თანხა (ლარი)	80	20	10

ე)	სიჩქარე (კმ/სთ)	120	80	60
ვ)	დრო (სთ)	5	7.5	10

გ)	გავლილი გზა (კმ)	240	160	80
დ)	დრო (სთ)	6	4	1

ზ)	გავლილი გზა (კმ)	720	360	180
თ)	დრო (სთ)	12	6	3

3. დეამ გადაწყვიტა თბილისიდან ბათუმში წასვლა. მანძილი თბილისიდან ბათუმამდე 400კმ-ია. შეავსეთ ცხრილი, სხვადასხვა სიჩქარის შემთხვევაში რა დრო დასჭირდება დეას ბათუმამდე ჩასასვლელად. გასავლელია 400 კმ:

სიჩქარე კმ/სთ	200			100	50
დრო (სთ)		4	5		

კიდევ სცადეთ

4. მოტოციკლეტისტმა 3 სთ-ში გაიარა 360 კმ. მოცემული ინფორმაციის საფუძველზე შეავსეთ ცხრილი.

დრო (სთ)	1	4	6		
გავლილი გზა (კმ)				1200	1800

კიდევ სცადეთ

5. გაარკვიეთ, რომელი ცხრილითაა მოცემული პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება და რომლით – უკუპროპორციული დამოკიდებულება ორ ცვლადს შორის (ცხრილების შესაბამის ფარგლებში).

ა)	წონა (კგ)	5	7	10
ბ)	ფასი (ლარი)	3.5	4.7	7

ე)	სიჩქარე (კმ/სთ)	150	100	150
ვ)	დრო (სთ)	2	3	6

გ)	შოკოლადის ფილა (ერთეული)	3	6	10
დ)	კალორიულობა (კკალ)	210	20	700

ზ)	დღეები რაოდენობა	10	5	2
თ)	დღიური ხარჯი	25	50	125

სავარჯიშოები

6. ერთი ბრიგადა საუშაოს ასრულებს 8 დღეში, რამდენ დღეში დაასრულებს იმავე სამუშაოს 4 ბრიგადა?

7. ოთხი ონკანი აუზს ავსებს 5სთ-ში. რამდენ წუთში აავსებს აუზს 12 ონკანი?

8. ექვს მოსწავლეს შეუძლია დღეში 420 საახალწლო სათამაშო გააკეთოს. დავუშვათ, ყველა მოსწავლეს შეუძლია დღეში ერთი და იმავე რაოდენობის სათამაშების გაკეთება. რამდენ ასეთივე საახალწლო სათამაშოს გააკეთებს 18 მოსწავლე ისეთივე მუშაობით? 20 მოსწავლე?

9. ხუთი ახალგაზრდა საზაფხულო დასაქმების ცენტრში დღეში 750 ლარს გამოიმუშავებს. რამდენი ლარის გამომუშვება შეუძლია 12 ახალგაზრდას დღეში (ისეთივე მუშაობით)? რამდენს გამოიმუშვებს 12 ახალგაზრდა 1 კვირაში? (დავუშვათ, თითოეული ახალგაზრდა ყოველდღე ერთი და იმავე რაოდენობის თანხას გამოიმუშვებს).

მოისაზრე

10. მართკუთხედის სიგანე 2 სმ-ია. შეავსეთ მოცემული ცხრილი და იპოვეთ მართკუთედის ფართობი, როცა მართკუთხედის სიგრძე იცვლება. დაამყარეთ კავშირი/დამოკიდებულება მართკუთხედის სიგანესა და ფართობს შორის.

სიგანე	2	2	2	2	2
სიგრძე	5	10	15	20	25
ფართობი					

კიდევ სცადეთ

11. მარკუთხედის გვერდების სიგრძეებია a და b, ხოლო ფართობი – 800 სმ^2. შეავსეთ ცხრილი ისე, რომ ფართობი არ შეიცვალოს და მუდმივად იყოს 800 სმ^2. ამ პირობებში როგორია დამოკიდებულება სიგრძესა და სიგანეს შორის – პირდაპირპროპორციული თუ უკუპროპორციული?

სიგრძე (a სმ)	200	160			
სიგანე (b სმ)			10	20	40
ფართობი	800	800	800	800	800

კიდევ სცადეთ

5.4. ამოცანების ამოხსნა პროპორციის მეშვეობით

რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად

პროპორციულ ნაწილებად რიცხვის დაყოფა შედარებისა და გარკვეული სიტუაციების ანალიზის დროს გვჭირდება. ფინანსისტებსა და ბიზნესმენებს კი ინვესტირებისა თუ მოგების განაწილების დროს. ამიტომ კიდევ ერთელ გავიაზროთ რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად.

ნიმუში 1

არის თუ არა დამოკიდებულება პირდაპირპროპორციული

დედას უნდა თანხა 20 000 ლარი გაუნაწილოს შვილებს: ქეთის, ლანას და ნინოს შემდეგი თანაფარდობით 5:3:2. რამდენი ლარი შეხვდება თითოეულს?

მეთოდი 1:

20 000 ლარი უნდა გაიყოს
5 + 3 + 2 = 10 ნაწილად.

ქეთის ერგება: 20 000-ის $\frac{5}{10} = 20\,000 \cdot \frac{1}{2} = 10\,000$

ლანას ერგება: 20 000-ის $\frac{3}{10} = 20\,000 \cdot \frac{3}{10} = 6\,000$

ნინოს ერგება: 20 000-ის $\frac{2}{10} = 20\,000 \cdot \frac{1}{5} = 4\,000$

თანხა გაიყო სამ ნაწილად,

10 000 : 6 000 : 4 000 = (სამივე რიცხვი იყოფა 2000-ზე უსგ = 2000)

$$10\,000 : 2\,000 = 5$$

$$6\,000 : 2\,000 = 3$$

$$4\,000 : 2\,000 = 2$$

$$10\,000 : 6\,000 : 4\,000 = 5 : 3 : 2$$

მეთოდი 2:

რადგან 20 000 უნდა გაიყოს 3 ნაწილად, რომელთა ჯამია 20000 და შეფარდებაა 5:3:2. რადგან ვიცით შეფარდება, დავუშვათ რომ მიღებული სამი რიცხვის უსგ = x. მაშინ:

ქეთის ერგება – 5 x
ლანას ერგება – 3 x
ნინოს ერგება – 2 x

დავწეროთ განტოლება:

$$5x + 3x + 2x = 20\,000$$
$$10x = 20\,000$$
$$x = 2\,000$$

ქეთის თანხა: $5 \cdot 2\,000 = 10\,000$
ლანას თანხა: $3 \cdot 2\,000 = 6\,000$
ნინოს თანხა: $2 \cdot 2\,000 = 4\,000$

ნიმუში 2 – თანხის პროპორციულ ნაწილებად განაწილება

მიხვდით, არის თუ არა დამოკიდებულება უკუპირდაპირპროპორციული

ბიზნესმენს სურს, 210 000 ლარით შეისყდოს სამი სხვადასხვა პროდუქცია: ნოუთბუქები, მობილურები და პლანშეტი ისე, რომ თანხა გადაანაწილოს შემდეგი შეფარდებით:

- ნოუთბუქების შესყიდვის თანხა შეფარდებული მობილურების შესყიდვის თანხასთან იყოს 2:3.
- მობილურების შესყიდვის თანხა პლანშეტების შესყიდვის თანხასთან 6:5.

რამდენი ლარი გამოყოს ბიზნესმენმა თითოეული პროდუქციისთვის?

მოკლე შინაარსი:

ნოუთბუქების თანხა : მობილურების თანხასთან = 2:3
მობილურების თანხა: პლანშეტების თანხასთან = 6:5.

გამომდინარე იქიდან, რომ მობილური ორივე შეფარდებაში მონაწილეობს, ორივეგან ერთი და იგივე წილი უნდა შეესაბამებოდეს, ამიტომ:

ნოუთბუქი : მობილური = 2:3 = 4:6
გავაერთიანოთ პროპორცია და მივიღებთ
ნოუთბუქი : მობილური : პლანშეტი = 4:6:5

წინა მაგალითიდან გამომდინარე უკვე ვიცით, როგორ უნდა ამოვხსნათ მსგავსი ამოცანა:
ნოუთბუქი – $4 \cdot x$; მობილური – $6 \cdot x$; პლანშეტი – $5 \cdot x$

$$4 \cdot x + 6 \cdot x + 5 \cdot x = 210\,000$$

$$15 \cdot x = 210\,000$$

$$x = 14\,000$$

ნოუთბუქი – 56 000 ლარი, მობილური – 84 000 ლარი, პლანშეტი – 70 000 ლარი.

სავარჯიშოები

ამოცანები 1

1. დაყავით 240 000 1:3:5-ის პროპორციულ ნაწილებად.
2. დაყავით 56 000 2:3:4-ის პროპორციულ ნაწილებად.
3. დაყავით 20 000 0.5 : 1.5-ის პროპორციულ ნაწილებად.
4. დაყავით 5 0.2 : 0.3-ის პროპორციულ ნაწილებად.
5. დაყავით 12.6 1:2:3-ის პროპორციულ ნაწილებად.
6. დაყავით 34 000 1:5:7-ის პროპორციულ ნაწილებად.
7. დაყავით 24 000 $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}:1$-ის პროპორციულ ნაწილებად.
8. დაყავით 8800 $\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$-ის პროპორციულ ნაწილებად.

ამოცანები 2

9. მამამ 300 000 ლარი გაუნაწილა გენოს, დემნას და კახას ისე, რომ დემნას თანხა ისე შეეფარდება კახას თანხას, როგორც 3:4, ხოლო კახას თანხა ისე შეეფარდება გენოს თანხას, როგორც 8:11, რამდენი ლარი შეხვდა თითოეულს?
10. ლილე წავიდა დასასვენებლად და თან წაიღო 4500 ლარი. ამ თანხით მას უნდა გადაეხადა სასტუმროს, კვებისა და ექსკურსიის ღირებულება. 4500 ლარი გაანაწილა 2-ის, 3-ის და 4-ის პროპორციულ ნაწილებად. თანხის დიდი ნაწილი დაიტოვა ექსკურსიისთვის, ხოლო მცირე – კვებისთვის. რამდელი ლარი დაუჯდა ლილეს სასტუმრო?
11. 40 სმ სიგრძის მონაკვეთი დაყოფილია სამ ნაწილად, რომელთა სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:5. დახაზეთ მონაკვეთი და გამოთვალეთ თითოეული ნაწილის სიგრძე.
12. სამკუთედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:3:4. იპოვეთ თითოეული გვერდის სიგრძე, თუ სამკუთედის პერიმეტრია 56 სმ.

დამოუკიდებლად სამუშაო:

ამოცანები 3

13. დასასვენებლად წასულმა ტატამ პირველ დღეს დახარჯა 150 ლარი, მეორე დღეს – 250 ლარი, მესამე დღეს – 125 ლარი. იპოვეთ დახარჯული თანხების შეფარდება დღეების მიხედვით.
14. მართკუთედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:5. იპოვეთ მართკუთხედის გვერდების სიგრძე, თუ მისი პერიმეტრია 96 სმ.
15. სამკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:6:7. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები და პერიმეტრი, თუ მცირე გვერდის სიგრძეა 3 სმ და 5 მმ.

ცოდნის შეჯამება

ტესტური დავალებები

1) რომელია $3\frac{1}{4}:5\frac{1}{4}$-ის შეფარდების ტოლი მნიშვნელობის მქონე შეფარდება?

ა) 10:3; ბ) 13:21; გ) 11:7; დ) 4:3.

3) თუ ვიცით, რომ $\frac{x}{4} := \frac{5}{8}$: მაშინ x=

ა) 2.5; ბ) 3.5; გ) 4; დ) 2.

5) მანქანას 322 კმ-ის გასავლელად 14 ლიტრი საწვავი სჭირდება. რამდენ კმ-ს გადის 1 ლიტრი საწვავით?

ა) 12; ბ) 20; გ) 32; დ) 23.

7) ველოსიპედისტი 2925 მეტრს 4.5 წუთში გადის. რამდენ მეტრს გადის 1 წუთში?

ა) 350 მ/წთ; ბ) 27მ/წთ; გ) 650მ/წთ; დ) 450 მ/წთ.

2) რომელია 36:25-ისშეფარდების ტოლი მნიშვნელობის მქონე შეფარდება?

ა) 72:40; ბ) 180:125; გ) 9:5; დ) 18:5.

4) თუ ვიცით, რომ $\frac{3-x}{2+x}=\frac{3}{5}$, მაშინ x =

ა) 10; ბ) 7.5; გ) 11.5; დ) 12.

6) ქსეროქსის აპარატი ყოველ საათში 4440 ასლს აკეთებს. რა დრო დასჭირდება 222 ასლის გაკეთებას, თუ იმავე სიჩქარით იმუშავებს?

ა) 3 წთ ბ) 5 წთ; გ) 4 წთ; დ) 12 წთ.

8) 4200-ის 2-ისა და 5-ის პროპორციულ ნაწილებად დაყოფით მივიღებთ:

ა) 1200 და 2000; ბ) 1200 და 3000; გ) 4000 და 200; დ) 2400 და 2000.

ღია კითხვები:

9). სამსახურში ქალების რაოდენობის შეფარდება კაცების რაოდენობასთან არის 5:7. რამდენი კაცი მუშაობს, თუ დასაქმებული ქალების რაოდენობაა 145?

10). მანქანა ყოველ 1 წთ-ში გადის $\frac{1}{100}$ კმ-ს. რამდენ კმ-ს გაივლის 1 სთ-ში?

11). თუ a რაოდენობის ვარდის ღირებულებაა b ლარი,რა ეღირება

ა) 1 ვარდი? ბ) 5 ვარდი? გ) x-რაოდენობის ვარდი?

12). კლასის გოგო მოსწავლეთა რაოდენობა ისე შეეფარდება ბიჭების რაოდენობას, როგორც 7:4. იპოვეთ ცალ-ცალკე გოგოებისა და ბიჭების რაოდენობა, თუ სულ კლასში 22 მოსწავლეა.

13). ყუთში თეთრი, მწვანე და ყვითელი ბურთებია. თეთრების რაოდენობის შეფარდება ყვითლებთან არის 2:5, ყვითლებისა მწვანეებთან – 10:11. როგორ შეეფარდება თეთრი ბურთების რაოდენობა მწვანე ბურთების რაოდენობას?

14). მოტოციკლეტისტი გზას სამსახურიდან სახლამდე 72 წთ-ში გადის. რა დროში გაივლის იმავე გზას, თუ სიჩქარეს გაადიდებს 4-ჯერ? შეამცირებს 2-ჯერ?

15). საახალწლო ტკბილეულის შეკვრაში შოკოლადის კანფეტების რაოდენობა ისე შეეფარდება ხილის კანფეტების და ჟელიბონების რაოდენობას, როგორც 3:5:7. რამდენია თითოეულის რაოდენობა, თუ სულ შეკვრაში 120 კანფეტია?

16). სკოლაში იმ მოსწავლეების რაოდენობათა ფარდობა, რომლებიც დადიან ფეხბურთზე, კალათბურთზე და ცეკვაზე, არის შესაბამისად 10:8:7. რამდენი მოსწავლე დადის ცეკვაზე, თუ ფეხბურთზე 50 მოსწავლე დადის?

17). ქალაქში მანძილი ქალაქის ცენტრიდან კინოთეატრამდე 2.8კმ-ია. რა იქნება მანძილი ქალაქის ცენტრიდან კინოთეატრამდე რუკაზე, რომლის მაშტაბია 1:40 000?

ტესტი განმავითარებელი შეფასებისთვის

1. შეავსეთ ცხრილი

ნახაზზე მოცემულია რიცხვები

ფარდობა	გამარტივებული ფარდობა
8 : 12	
21:35	
18:9	
4:16	
15:35	
45:10	

ა) იპოვეთ ცხრილის თითოეული თანაფარდობის შესაბამისი გამარტივებული ფარდობის ბარათი და შეავსეთ ცხრილი

ბ) ახსენით როგორ იპოვეთ ცხრილში მოცემული თითოეული ფარდობის შესაბამისი ბარათი

კიდევ სცადეთ

2. შეადგინეთ 5 :15 ფარდობის ექვივალენტური სამი ფარდობა

3. მოცემულია თანაფარდობები 2 : 3 : 7 და 14 : r : s . თუ მოცემული თანაფარდობები ეკვივალენტურია, მაშინ r= ----- s= -----

4. ორმა დასაქმებულმა სამუშაოს შესრულებისთვის მიიღო 120 ლარი, როგორ უნდა გაინაწილონ ეს თანხა მათ თუ ერთმა 2 საათი, ხოლო მეორემ 3 საათი იმუშავა?

5. რუკის მასშტაბი არის 1:250 000. გამოთვალეთ რეალური მანძილი ორ პუნქტს შორის, თუ რუკაზე ამ პუნქტებს შორის მანძილი არის 35 სმ.

6. გენოს სამუშაოს დასასრულებლად სჭირდება 12 საათი; ნინოს იგივე სამუშაოს დასასრუელებლად სჭირდება 18 საათი; სამუშაოს რა ნაწილს შეასრულობს ორივე 1 საათში? 2 საათში? თუ ორივე იმუშავებს ერთად, რა დროში დაასრულებენ სამუშაოს?

7. მყარი სხეულის სიმკვრივეა 4.5 გრ/სმ^3. იპოვეთ ამ მყარი სხეულის მასა, თუ მისი მოცულობაა 13.4 სმ^3

8. ვალუტის კონვერტაციისას ერთ-ერთ კომერციულ ბანკს აქვს კურსი:

ა) რამდენ ლარს ვიყიდით მოცემული კურსიდან გამომდინარე, თუ გავყიდით 80 დოლარს?

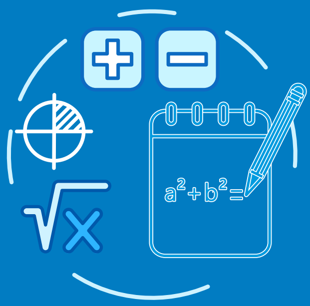
ბ) რამდენ დოლარს ვიყიდით 150 ლარით?

USD	აშშ დოლარი
ყიდვა	გაყიდვა
2.718	2.726

10. ველოსიპედისტი გზას სამსახურიდან სახლამდე 72 წთ-ში გადის. რა დროში გაივლის იმავე გზას, თუ სიჩქარეს გაადიდებს 8-ჯერ? რა დროში გაივლის იგივე გზას თუ აჩქარება იქნება 2 *კმ/წთ*^{2} თუ ვიცით, მანძილი სამსახურიდან სახლამდე არის 120 კმ?

11. ერთ-ერთი სკოლის მოსწავლეები ძირითადად ცეკვაზე, სიმღერასა და ფეხბურთზე დადიან. ცეკვაზე მოსიარულეების რაოდენობა ისე შეეფარება სიმღერაზე მოსიარულეების რაოდენობას, როგორც 2:5-ს, ხოლო სიმღერაზე მოსიარულეების რაოდენობა ისე შეეფარდება ფეხბურთზე მოსიარულეების რაოდენობას, როგორც 15:8-ს, როგორ შეეფარდება ცეკვაზე მოსიარულეების რაოდენობა ფეხბურთზე მოსიარულეების რაოდენობას?

III. დავალების წარდგენა



იცით თუ არა,

ფინანსური განათლება თანამედროვე ადამიანის ერთ-ერთი საბაზისო ცხოვრებისეული უნარია. დღესდღეობით, მოსახლეობის ფინანსური განათლების თემა ძალიან აქტუალურია არამხოლოდ საქართველოში, არამედ მთელს მსოფლიოში. ფინანსური განათლება გულისხმობს პირადი ფინანსების მართვისათვის საჭირო ცოდნის, ქცევებისა და დამოკიდებულების ერთობლიობას, რომლებიც მას ეხმარება არსებული გარემოს, რისკებისა და შესაძლებლობების სწორად შეფასებაში, ინფორმირებული არჩევანის გაკეთებასა და პასუხისმგებლობაზე დაფუძნებული გადაწყვეტილების მიღებაში, რაც, საბოლოო ჯამში, ფინანსური კეთილდღეობის მთავარი წინაპირობაა.

ფინანსური განათლების მნიშვნელობიდან გამომდინარე ეროვნულმა ბანკმა დაწერა სახელმძღვანელო. აღნიშნულ სახელმძღვანელოში დაინტერესებულ პირს შეუძლია ნახოს მნიშვნელოვანი ინფორმაცია.

https://nbg.gov.ge

კომპლექსური დავალება

ფინანსური მათემატიკის საწყისები

სტუდენტების ნაწილი სკოლის პერიოდიდან იწყებს დანაზოგის გაკეთებას, ბანკში სადეპოზიტო ანგარიშის (დეპოზიტის) გახსნას და თანხის დაგროვებას.

- გსმენიათ თუ არა რა არის დეპოზიტი? ანგარიში?

საკვლევი კითხვა:

- რატომ არის საჭირო დანაზოგის გაკეთება და თანხის დაგროვება?
- ბანკთან ურთიერთობის დროს, რა შემთხვევაში ვუხდით სარგებელს ბანკს და რა შემთხვევაში გვიხდის ბანკი სარგებელს?

ფინანსური მათემატიკის საწყისები

ცხოვრების განმავლობაში ადამიანებს უამრავი ფინანსური გადაწყვეტილების მიღება უწევთ, რომელთა დიდი ნაწილიც ფინანსურ ორგანიზაციებთან თანამშრომლობასთანაა დაკავშირებული. გადაწყვეტილება შესაძლოა მასშტაბური იყოს, როგორიცაა, მაგალითად, ბინის შეძენა, თანხის დაბანდება, ან, ერთი შეხედვით, უმნიშვნელოც, როგორიცაა, მაგალითად, ყოველთვიური კომუნალური გადასახადების გადახდა, ავტომობილის დაზღვევა. თუმცა, დღევანდელ რეალობაში ფინანსური პროდუქტები და ინსტრუმენტები ხშირად იმდენად კომპლექსურია, რომ გადაწყვეტილების მიღება არც თუ ისე მარტივია.

გაგრძელება

III. დავალების წარდგენა

იცით თუ არა,

რომ ბანკი მათ, ვინც ფულს ინახავს ბანკში, უხდის სარგებელს, ანუ ბანკში შეტანილ თანხას, ბანკი უმატებს გარკვეულ თანხას თქვენ სასარგებლოდ. ასევე, ალბათ, გსმენიათ, რომ ადამიანები ხშირად იღებენ ბანკისგან თანხას სესხად, რა შემთხვევაშიც, პირიქით, ბანკს უხდიან სარგებელს. საინტერესოა გამოვიკვლიოთ, რა პრინციპით ითვლის სარგებელს როგორც თქვენს, ასევე, თავის სასარგებლოდ. იმისათვის, რომ გამოვიკვლვიოთ ბანკის მუშაობა შევასრულოთ დავალება.

https://nbg.gov.ge

კომპლექსური დავალება

თქვენი დავალება

- მოიძიეთ, ინფორმაცია ბანკზე, საბანკო პროდუქტებსა და საბანკო ტერმინებზე (რას ეწოდება დეპოზიტი, სესხი, ანგარიში, საპროცენტო განაკვეთი, მარტივი და რთული პროცენტი და სხვა);
- გამოკითხეთ, ხალხი თქვენ ირგვლივ და დაადგინეთ, სესხით უფრო მეტი ადამიანი სარგებლობს თუ დეპოზიტით? დაადგინეთ, არიან თუ არა კმაყოფილი სესხის აღებით? არიან თუ არა კმაყოფილები დეპოზიტის გახსნით?
- წარმოიდგინეთ, ადამიანს სჭირდება 10 000 ლარი მანქანის საყიდლად, რა უფრო ხელსაყრელია, დადოს დეპოზიტზე თანხა 5 წლის ვადით და 5 წლის მერე იყიდოს მანქანა თუ აიღოს სესხი 5 წლის ვადით, იყიდოს და ყოველთვიური შენატანით გადაიხადოს სესხი? შეადარეთ ორი სიტუაცია ერთმანეთს.

მითითება: იმისათვის, რომ შეადაროთ, დარეკეთ ბანკში და გაარკვიეთ, მოცემული დღის მონაცემებით, რა პირობებია დეპოზიტისთვის და რა პირობებია სესხისთვის (რამდენ პროცენტიანი განაკვეთებია თითოეული შემთხვევისთვის).

პრეზენტაციისას ხაზგასმით უპასუხეთ დავალების კითხვებს, ასევე მზად იყავით იმსჯელოთ შემდეგ საკითხებზე:

ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

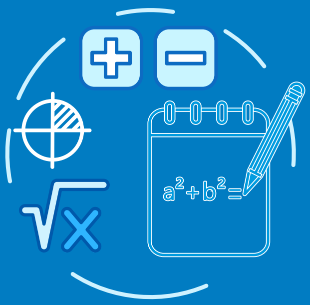
I. რას ნიშნავს დეპოზიტი (ანაბარი)? სესხი?

II. რას ნიშნავს პროცენტი და როგორ ხდება მისი დაანგარიშება? ასევე, რას ნიშნავს საპროცენტო განაკვეთი? იმსჯელეთ, რა მეთოდით ხდება პროცენტის დაანგარიშება ანაბარზე თანხის დადების დროს ან სესხის აღების დროს? იმსჯელეთ, რა წესით ხდება დარიცხვა მარტივი და რთული პროცენტის?

III. რა განსხვავებაა მარტივ და რთულ პროცენტს შორის? წარმოიდგინეთ, რომ ბანკში უნდა განათავსოთ x ლარი t წლით, როგორ დაიანგარიშებთ:

გაგრძელება

III. დავალების წარდგენა



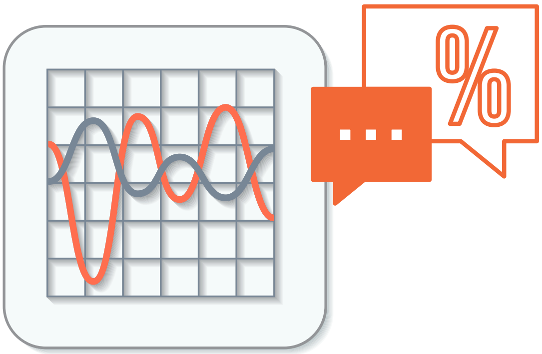
კომპლექსური დავალება

- რამდენი ლარი გექნებათ ანგარიშზე პერიოდის ბოლოს, თუ ბანკი არიცხავს სარგებელს p%-ის ოდენობით. წარმოადგინეთ **სიტუაციის მათემატიკური მოდელი** როგორც მარტივი, ასევე რთული პროცენტის შემთხვევებისთვის.
- დარეკეთ ნებისმიერ ბანკში, დაადგინეთ საპროცენტო განაკვეთის პირობები და დაიანგარიშეთ კონკრეტული თანხისთვის, რა იქნება სარგებელი მათ მიერ შემოთავაზებული პირობისთვის. წარმოადგინეთ ანგარიშის ფურცელი და გეგმა.
- ანგარიშისთვის შეგიძლიათ ისარგებლოთ 🔗 *ფინანსური კალკულატორით.* იმსჯელეთ, რატომ არის აუცილებელი მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა.
- როგორ გვეხმარებათ ტექნოლოგიები ზუსტი ან მიახლოებითი გამოთვლების შესასრულებლად.

IV. წარმოადგინეთ პასუხი და ანგარიშის ფურცელი დავალებაში მოცემულ კითხვაზე N3. იმსჯელეთ, რომელ გადაწყვეტილებას მიიღებდით თავად და რატომ?

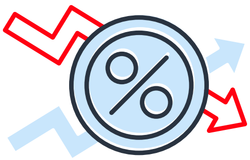
თემა 6. პროცენტი, ფინანსური წიგნიერება

6.1. პროცენტი



სიმბოლო % აღნიშნავს პროცენტს

სიტყვა **პროცენტი** მოდის ლათინური სიტყვიდან – Per centum, „ყოველ ასში“.



დაიმახსოვრეთ:

$\frac{1}{100}$ **ნაწ. = 1%**

1 მთელი = 100%

ყოველდღიურ ცხოვრებაში ყველგან გვხვდება სიტყვა პროცენტი: ფასდაკლებების, აქციების, ბანკში ანაბრის გახსნის თუ სესხის აღების დროს.

და მაინც, რა არის **პროცენტი**?

ჩვენ გვახსოვს წილადები რიცხვები, ანუ მთელის ნაწილები, სხვადასხვა მნიშვნელებით, მაგალითად:

$\frac{1}{5}; \frac{1}{10}$ ... ნაწილი (მოკლედ ნაწ.)

პროცენტი არის განსაკუთრებული სახის წილადი, რომლის მნიშვნელი ყოველთვის უდრის 100-ს და აღინიშნება შემდეგნაირად:

$\frac{1}{100} = 1\%$ $\frac{x}{100} = x\%$

$\frac{1}{100}$ შეესაბამება 1%-ს

ნიმუში 1 – პროცენტის წარმოდგენა წილადის ან ათწილადის სახით

წარმოვადგინოთ 15% წილადის და ათწილადის სახით:

პროცენტის წარმოდგენა წილადის სახით:	**პროცენტის წარმოდგენა ათწილადის სახით:**
ჩვენ ვიცით: $1\% = \frac{1}{100}$ ნაწ. ე.ი. $15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ ნაწ.	ჩვენ ვიცით: $1\% = \frac{1}{100}$ ნაწ. ე.ი. $15\% = \frac{15}{100} = 0{,}15$ ნაწ.

ნიმუში 2 – ათწილადის წარმოდგენა პროცენტის სახით:

წარმოვადგინოთ 0.8 ნაწ. პროცენტის სახით:

ჩვენ ვიცით: 1% = $\frac{1}{100}$ ნაწ. ე.ი. 15% = $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ ნაწ.	ჩვენ ვიცით: 1% = $\frac{1}{100}$ ნაწ. ე.ი. 15% = $\frac{15}{100}$ = 0,15 ნაწ.
მეთოდი 1: **ჩვენ ვიცით, რომ 1 მთელი** = $\frac{100}{100}$ ნაწ. = **100%** 0.8 = 0.8 · 1 = რადგან 1 =100% = 0.8 · 100% = 80% იმისათვის, რომ ათწილადური ნაწილი ჩავწე-როთ, როგორც პროცნტი, საკმარისია ათწი-ლადი გავამრავლოთ 100%-ზე.	**მეთოდი 2:** 0.8 = $\frac{8}{10}$ = წარმოვადგინოთ წილადი ისეთი წილადის სახით, = $\frac{8 \times 10}{10 \times 10} = \frac{80}{100}$ = 80% რომლის მნიშვნელია 100.

ნიმუში 3 – წილადური ნაწილის წარმოდგენა პროცენტის სახით:

წარმოვადგინოთ $\frac{3}{25}$ ნაწ. პროცენტის სახით:

მეთოდი 1: $\frac{3}{25} \cdot 1 = \frac{3}{25} \cdot$ 100% = შეკვეცის შედეგად მივიღებთ = 12%-ს იმისათვის, რომ წილადური ნაწილი ჩავწეროთ, როგორც პროცენტი, საკმარისია გავამრავ-ლოთ 100%-ზე და გავამარტივოთ.	**მეთოდი 2:** $\frac{3}{25} = \frac{3 \times 4}{25 \times 4}$ წარმოვადგინოთ წილადი ისეთი წილადის სახით = $\frac{12}{100}$ = 12% რომლის მნიშვნელია 100.

სავარჯიშოები

სავარჯიშოები კლასში:

1. წარმოადგინეთ პროცენტი წილადური ნაწილის სახით, რაც შეიძლება მარტივი ფორმით:

ა) 9%; დ) 14%; ზ) 3.5%; კ) 40%;
ბ) 75%; ე) 90%; თ) 2.8%; ლ) 30%;
გ) 1.2%; ვ) 1 %; ი) 2.5 %; მ) 4.5 %.

მითითება: $1.5\% = \frac{1.5}{100} = \frac{1.5 \cdot 10}{100 \cdot 10} = \frac{15}{1000}$

2. წარმოადგინეთ პროცენტი ათწილადური ნაწილის სახით:

ა) 18%; გ) 5.7%; ე) 7.4%; ზ) 0.4%;
ბ) 6%; დ) 115 %; ვ) 160%; თ) 205%.

3. წარმოადგინეთ ათწილადური ნაწილი პროცენტის სახით:

ა) 1.5; დ) 4; ზ) 0.06; კ) 0.3;
ბ) 0.12; ე) 3.2; თ) 0.14; ლ) 0.5;
გ) 0.03; ვ) 5.12; ი) 0.25; მ) 0.2.

4. წარმოადგინეთ წილადური ნაწილი პროცენტის სახით:

ა) $\frac{3}{10}$; დ) $\frac{18}{50}$; ზ) $\frac{54}{60}$; კ) $\frac{8}{5}$;
ბ) $\frac{12}{25}$; ე) $\frac{17}{40}$; თ) $\frac{81}{90}$; ლ) $\frac{2}{3}$;
გ) $\frac{7}{20}$; ვ) $\frac{21}{30}$; ი) $\frac{15}{40}$; მ) $\frac{2}{18}$.

მითითება: $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 100\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$

დაფიქრდით:

5. წარმოადგინეთ ათწილადური ნაწილის სახით ა) $4\frac{1}{2}\%$; ბ) $5\frac{3}{4}\%$.

6. წარმოადგინეთ პროცენტი წილადური ნაწილის ფორმით: ა) $8\frac{2}{5}\%$; ბ) $9\frac{1}{3}\%$; გ). $25\frac{1}{4}$ 5.

7. დაალაგეთ ზრდის მიხედვით: 0.5; 25%; $\frac{7}{10}$; $\frac{30}{50}$; 17%.

8. ჯგუფში სტუდენტთა 60 % გოგოა. რამდენი პროცენტია ბიჭი?

9. საგამოცდო ტესტის შედეგების შემდეგ გაირკვა, რომ ლანამ სწორად გასცა პასუხი კითხვების 85%-ს. ტესტის კითხვების რამდენ პროცენტს ვერ გასცა სწორი პასუხი?

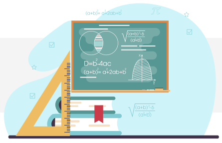
10. კლასის 20%-მა გამოცდაში 10 ქულა მიიღო, $\frac{1}{4}$-მა ნაწილმა – 9 ქულა, დანარჩენმა 8. რამდენმა პროცენტმა მიიღო 8 ქულა?

11. კლასის მოსწავლეთა 30% დადის ცურვაზე, მოსწავლეთა $\frac{2}{5}$ ნაწილი დადის ცეკვაზე, დანარჩენი – სიმღერაზე. კლასის მოსწავლეთა რარამდენი პროცენტი დადის სიმღერაზე?

სავარჯიშოები

12. ტესტში 50 კითხვაა, ლანამ სწორი პასუხი გასცა 45 კითხვას.

- კითვების რა ნაწილს გასცა ლანამ სწორი პასუხი?
- კითხვების რამდენ პროცენტს გასცა ლანამ სწორი პასუხი?



სოციალური ამოცანა, კვლევის შედეგები

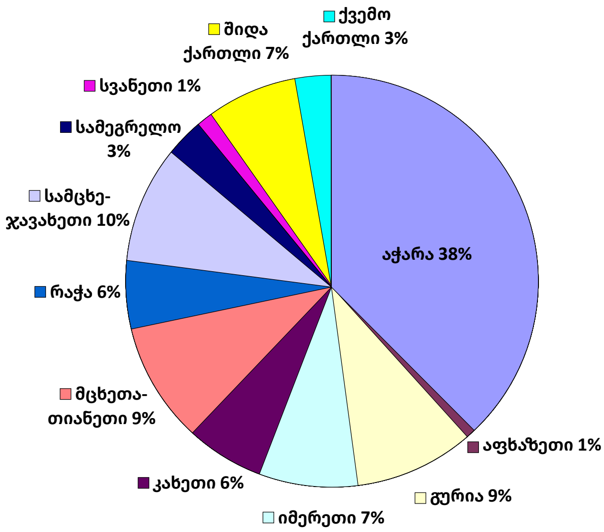
13. მოცემული წრიული დიაგრამა გვიჩვენებს 2017 წლის კვლევის შედეგებს, თუ საქართველოს რომელ რეგიონს დამსვენებელთა რამდენ-რამდენი პროცე-ნტი სტუმრობდა. იხელმძღვანელეთ დიაგრამის მონაცემებით და გაეცით პასუხები შემდეგ კითხვებს:

ა) საქართველოს რომელ რეგი-ონს ჰყავდა ყველაზე მეტი დამსვენებელი? რამდენი %-ია?

ბ) საქართველოს რომელ რეგი-ონს სტუმრობდა ყველაზე ნაკლები დამსვენებელი?

გ) რომელ რეგიონს სტუმ-რობდა სტუმრების $\frac{1}{10}$ ნაწილი?

დ) რომელ რეგიონს სტუმ-რობდა სტუმრების 0.01 ნაწილი?



შეავსეთ ცხრილი

14. წარმოადგინეთ პროცენტი წილადური და ათწილადური ნაწილების/ჩანაწერის სახით.

პროცენტი	წილადური ნაწილი	ათწილადური ნაწილი
1%		
5%		
10%		
20%		
25%		
50%		
100%		

კიდევ სცადეთ

სავარჯიშოები

15. წარმოადგინეთ პროცენტის სახით შემდეგი ნაწილები: (გაამრავლეთ 100%-ზე)

ა) 1.1; დ) 0.01; ზ) 0.09; კ) $2\frac{1}{2}$;

ბ) 7; ე) 0.2; თ) 1.5; ლ) $4\frac{2}{5}$;

გ) 2.4; ვ) 0.8; ი) 4.1; მ) $\frac{7}{10}$.

16. წარმოადგინეთ წილადური ან ათწილადური ნაწილების სახით:

მითითება: $\frac{1}{3}\% = \frac{\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{300}$

ა) $8\frac{2}{5}\%$; გ) $1\frac{2}{5}\%$; ე) $25\frac{1}{4}\%$; ზ) $2\frac{2}{3}\%$;

ბ) $9\frac{1}{3}\%$; დ) $25\frac{1}{4}\%$; ვ) 5.2%; თ) $3\frac{1}{9}\%$.

17. შეადარეთ ერთმანეთს შემდეგი ნაწილები:

ა) 0.5 და 50%; გ) 0.045 და 45%; ე) $\frac{7}{12}$ და 75 %;

ბ) 0.25 და $\frac{1}{4}$; დ) $\frac{15}{30}$ და 0.4; ვ) 0.1 და 1%.

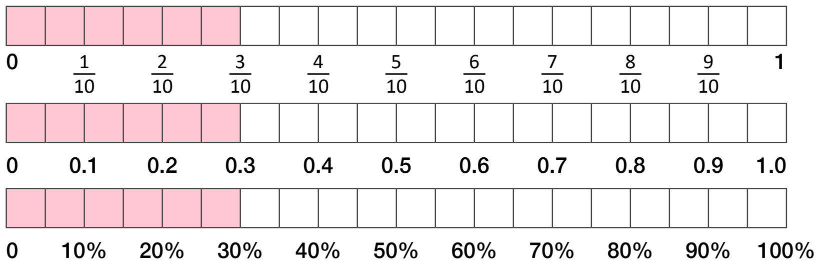
18. კლასში 25 მოსწავლეა, აქედან 15 გოგოა.

- კლასის მოსწავლეთა რა ნაწილს შეადგენს გოგოები?
- კლასის მოსწავლეთა საერთო რაოდენობის რამდენი პროცენტია გოგო?

6.2. რიცხვის პროცენტის პოვნა

როგორც ცნობილია, ადამიანის ორგანიზმის 60% წყლისაგან შედგება.

თუ ადამიანი იწონის 50კგ-ს, როგორ გავიგოთ რა წონის წყალია მის ორგანიზმში?



დედამიწის ზედაპირის საერთო ფართობია 149 მლნ. კმ^2. დედამიწის ზედაპირის 29 % ხმელეთს უკავია, ხოლო დანარჩენი წყლითაა დაფარული.

როგორც გამოვთვალოთ, ზედაპირის რა ფართობი უკავია ხმელეთს?

იმისათვის, რომ პასუხი გავცეთ მსგავს კითხვებს, უნდა ვიცოდეთ, როგორ ვიპოვოთ რიცხვის პროცენტი.

ჩვენ ვიცით როგორ ვიპოვოთ რიცხვის ნაწილი.

50 ის $\frac{2}{5} = 50 \times \frac{2}{5} = 20$ ან $50 : 5 \times 2 = 20$

რადგან პროცენტი არის ნაწილი, რომლის მნიშვნელი უდრის 100-ს, ამიტომ რიცხვის პროცენტის პოვნა ნიშნავს, ვიპოვოთ ამ რიცხვის შესაბამისი ნაწილი.

ნიმუში 1 – ვიპოვოთ 50-ის 60%

მეთოდი 1:

მარტივი გზა.

ვიპოვოთ 50-ის 60% – ნიშნავს, რომ ვიპოვოთ 50-ის $\frac{60}{100}$

$50 \cdot \frac{60}{100} =$ წარმოადგინეთ პროცენტი

$50 \cdot 0.6 = 30$ ათწილადის ფორმით.

მეთოდი 2:

პროპორციის მეშვეობით:

100 % ——• 50

60 % ——• x

დავწეროთ შეფარდებათა ტოლობა:

$\frac{50}{100} = \frac{x}{60}$ გამოვიყენოთ ჯვარედინი

$x \cdot 100 = 50 \cdot 60$ ნამრავლის წესი

$x = 30$

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ თითოეული რიცხვის პროცენტი

ა) 80-ის 25%; დ) 150-ის 7%; ზ) 85-ის 0.5%; კ) 50-ის 150%;
ბ) 75-ის 15%; ე) 180-ის 1%; თ) 110-ის 1.5%; ლ) 240-ის 120%;
გ) 4.5-ის 10%; ვ) 250-ის 50%; ი) 180-ის 12.5%; მ) 300-ის 200%.

2. შეადარეთ შემდეგი რიცხვები:

ა) 140-ის 20% და 200-ის 50%; დ) 12-ის 150% და 400-ის 20%;
ბ) 4.5-ის 30% და 5.6-ის 60%; ე) 90-ის 20% და 15-ის 300%;
გ) 1.2-ის 25% და 10-ის 0.1%; ვ) 25-ის 0.5% და 30-ის 0.3%.

3. წიგნში 500 გვერდია, პირველ კვირას ცოტნემ წაიკითხა წიგნის 80%. რამდენი გვერდი წაიკითხა ცოტნემ? რამდენი გვერდი დარჩა წასაკითხი?

4. კაბის ფასი იყო 250 ლარი, საახალწლო ფასდაკლებებზე კაბის ფასმა დაიკლო 40%-ით. რამდენი ლარით დაიკლო კაბის ფასმა? რა ღირს კაბა ფასდაკლების შემდეგ?

5. ტესტში 50 კითხვაა, ნინიმ გასცა პასუხი კითხვების 70%-ს. რამდენ კითხვას გასცა ნინიმ პასუხი?

6. ტესტში 80 კითხვაა, ელენემ გასცა სწორი პასუხი კითხვების 90%-ს. რამდენ კითხვას ვერ გასცა ელენემ სწორი პასუხი?

7. 18 კარატიან ოქროში ოქროს წილი შეადგენს წონის 75%-ს. რამდენი გრამი ოქრო იქნება 20 გრ-იან 18 კარატიან ბეჭედში?

8. **ბუღალტერია:** დღგ (დამატებითი ღრებულების გადასახადი) არის პროდუქტის ღირებულების 18%, რომელიც ემატება პროდუქტის ფასს და საერთო ფასს ქმნის. რა ეღირება 1200 ლარიანი ნოუთბუქი დღგ-ის ჩათვლით?

დაფიქრდით!

9. **იპოვეთ შეცდომა:** მოსწავლემ ჩაწერა პროპორცია $\frac{x}{100} = \frac{8}{40}$, იმისათვის რომ ეპოვნა 40-ის x% . რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ?

10. წიგნში 160 გვერდია, ლიზიმ წაიკითხა წიგნის 40 გვერდი. წიგნის გვერდების რამდენი პროცენ-ტი წაიკითხა ლიზიმ?

დამოუკიდებლად სამუშაო

11. გამოთვალეთ:

ა) 180 ლარის 20%; გ) 300 ლარის 40%; ე) 1.5 კმ-ის 10%; ზ) 4 კმ-ის 150%;
ბ) 240 ლარის 120%; დ) 1200 ლარის 0.1%; ვ) 2.7 კმ-ის 3%; თ) 250კმ-ის 300%.

12. გენოს ჰქონდა 5000 ლარი. თანხის 20%-ით დაფარა სწავლის გადასახადი, თანხის 35%-ით – საცხოვრებლის ხარჯი, დანარჩენით წავიდა დასასვენებლად. რამდენი ლარი დაუჯდა დასვენება?

სავარჯიშოები

13. ანასტასიას წასაკითი აქვს 550 გვერდიანი წიგნი. პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის 15%, მეორე დღეს წიგნის 45 %, დანარჩენი – მესამე დღეს. რამდენი გვერდი წაიკითხა მესამე დღეს?

14. ორ ქალაქს შორის 800 კმ მანძილი კახამ ველოსიპედით 3 დღეში გაიარა. პირველ დღეს გაიარა გზის $\frac{1}{4}$, მეორე დღეს დარჩენილი გზის 20%, დანარჩენი მესამე დღეს. რამდენი კმ გაიარა კახამ მესამე დღეს?

დაფიქრდით!

15. ა) იპოვეთ 40%-ის 50%; გ) იპოვეთ 5%-ის 2%; ე) 80%-ის 200%;
ბ) იპოვეთ 60%-ის 5%; დ) იპოვეთ 35%-ის 4%; ვ) 150%-ის 30%.

16. ანდრიამ პირველ დღეს გაიარა გზის 20%, მეორე დღეს – დარჩენილის 40%, გზის დანარჩენი ნაწილი – მესამე დღეს. გზის რა ნაწილი გაიარა მესამე დღეს?

17. სანდროს ჰქონდა 120 ლარი, ხატიას მისცა თანხის 40%, ხატიამ თავის მხრივ, თანხის 80% მისცა ლიზის, რამდენი ლარი მისცეს ლიზის?

18. ტესტში 80 კითხვაა, მელანომ სწორად გასცა პასუხი კითხვების 40%-ს, არასწორად – 20%-ს, დანარჩენ საკითხებზე – თავი შეიკავა. რამდენ ქულას აიღებს ტესტში მელანო თუ: თითო სწორად გაცემულ პასუხზე წერენ 2 ქულას, არასწორ პასუხზე –1-ს, პასუხგაუცემელ კითხვაზე კი 0-ს.

19. შეადარეთ:

ა) 0.15 და 7%; გ) 1.24 და 200%; ე) 3.5 და 400%;
ბ) 2 და 15%; დ) 0.25 და 25%; ვ) 2.5 და 250%.

20. **გამოწვევა:**

ა)იპოვეთ 20-ის 30%-ის 25%; გ) იპოვეთ 40-ის 15%-ის 25%;
ბ) იპოვეთ 150-ის 5%-ის 40%; დ) იპოვეთ 160-ის 40%-ის 30%.

6.3. პროცენტის და მთელის პოვნა

6.3.1 ერთი რიცხვი, როგორც მეორე რიცხვის x%

ნოუთბუქის საწყისი ღირებულება იყო 2000 ლარი, საახალწლო ფასდაკლების შემდეგ ფასმა დაიკლო 500 ლარით. რამდენ პროცენტიანი ფასდაკლება ყოფილა?

ამოცანის გააზრება:

ნაბიჯი 1: ჯერ გავიგოთ 500 2000-ის რა ნაწილია – დავწეროთ შეფარდება

$$\frac{\text{ნაწილი}}{\text{მთელი}} = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$$

ნაბიჯი 2: წარმოვადგინოთ ნაწილი პროცენტის სახით:

ჩვენ ვიცით, რომ:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$$

500 წარმოადგენს 2000-ის 25%-ს.

$2000 \cdot 25\% = 2000 \cdot 0.25 = 500$

თეორია:

იმისათვის, რომ გავიგოთ, a რიცხვი b რიცხვის რამდენი პროცენტია:

ნაბიჯი 1: ჯერ უნდა ჩავწეროთ, a რიცხვი b-ს რა ნაწილია – $\frac{a}{b}$

ნაბიჯი 2: ჩავწეროთ წილადური ნაწილი როგორც პროცენტი, ე.ი.

$$\frac{a}{b} \cdot 100\%$$

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ერთი რიცხვი მეორის რა პროცენტია ვიქცევით შემდეგნაირად:

$$x\% = \frac{\text{ნაწილი}}{\text{მთელი}} \cdot 100\%$$

6.3.2 საწყისი რიცხვის პოვნა მისი პროცენტის მეშვეობით

დედამიწის ზედაპირის უდიდესი ნაწილი წყალს უკავია, ხმელეთს მხოლოდ 29 % უკავია, რაც 149 მლნ კმ^2-ია.

როგორ გავიგოთ დედამიწის მთლიანი ზედაპირი რა ფართობისაა?

ამოცანის გააზრება:

ნაბიჯი 1: ჩავწეროთ მოკლედ პირობა:

29 % ——• 149 მლნ. კმ^2

100 % ——• x მლნ. კმ^2

ნაბიჯი 2: ჩავწეროთ პროპორცია და გამოვიყენოთ ჯვარედინი გამრავლების წესი:

ჩვენ ვიცით, რომ:

$$\frac{149}{29} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{149}{29} \cdot 100 \approx 513.79 \text{ მლნ კმ}^2$$

თეორია:

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ a საძიებელი რიცხვი, რომლის x%-ია b, ვიქცევით შემდეგნაირად:

$$a = \frac{b}{x} \cdot 100\%$$

6.3.3 STEM ხსნარები, ინტეგრირება მეცნიერების მოდულთან

ნიმუში 1 – ამოცანა ხსნარებზე

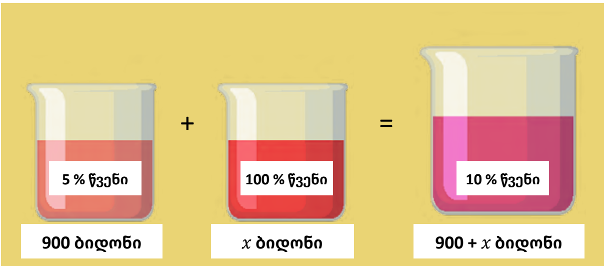
წვენების მწარმოებელი კომპანია, წვენის დასამზადებლად იყენებს კონცენტრატებს. დამზადებული წვენის მოცულობა შეიცავს 5% ნატურალურ წვენს. ახალი კანონმდებლობით, იმისათვის, რომ წვენი შეიტანონ მაღაზიებში, ნაწარმი უნდა შეიცავდეს 10% – ნატურალურ წვენს.

წარმოებაში უკვე დამზადებულია 900 ბიდონი 5%-იანი წვენი, რამდენი ბიდონი ნატურალური წვენი უნდა დაემატოს, რომ მიიღონ 10%-იანი წვენი? საწყისად ჩავთვალოთ, ბიდონში არის 1 ლიტრი წვენი.

მინიშნება: 5%-იანი წვენი ნიშნავს, რომ მოცულობაში მხოლოდ 5% არის ნატურალური წვენი. მაგალითად, თუ ავიღებთ 1000 მლ წვენს, მასში ნატურალური წვენის რაოდენობა იქნება 1000 · 0.05 = 50 მლ.

ამოცანის გააზრება:

მოცემულია 900ლიტრი 5%-იანი წვენი, საჭიროა მივიღოთ 10%-იანი წვენი, რისთვისაც დასამატებელია უცნობი რაოდენობის 100% ნატურალური წვენი.



ვთქვათ, უნდა დავამატოთ xლ წვენი (x ცალი ბიდონი), რომელიც 100%-იანი სუფთა წვენით არის სავსე.

x ლიტრი სუფთა წვენის დამატების შემდეგ, მივიღებთ (900 + x) ლიტრ წვენს, რომელიც შეიცავს 10%- ნატურალურ წვენს.

როგორ შევადგინოთ განტოლება? ტოლობა?

საწყის რაოდენობაში არსებულ სუფთა წვენს, რომელიც იქნებოდა 900 · 0.05 = 45 ლ	+ x ლ 100% სუფთა წვენი =	საბოლოო მოცულობაში არსებული სუფთა წვენს (900 + x) · 0.1

მივიღეთ განტოლება

$$900 \cdot 0.05 + x = 0.1\,(900 + x)$$
$$45 + x = 90 + 0.1x$$
$$0.9x = 45$$
$$x = 45 : 0.9$$
$$x = 50$$

დასამატებელი იყო 50 ლიტრი სუფთა წვენი

ნიმუში 2 – ხსნარების ამოცანა, განზოგადება

რთული ნიმუში

თუ გვაქვს a ლიტრი x%-იანი ხსნარი, და b ლიტრი y%-იანი ხსნარი, მაშინ მათი შერევით მიიღება (a+b) ლიტრი p% პოცენტიანი ხსნარი, მიღებული ხსნარის p% გამოითვლება ფორმულით:

$$p\% = \frac{a \cdot \frac{x}{100} + b \cdot \frac{y}{100}}{a + b} \cdot 100\ \%$$

კონკრეტული ნიმუში:

თუ გვაქვს 10 ლიტრი 5%-იანი ხსნარი და 40 ლიტრი 10%-იანი ხსნარი, მაშინ მათი შერევით მიიღება 50 ლიტრი p% პროცენტიანი ხსნარი, მიღებული ხსნარის p% გამოითვლება ფორმულით:

$$p\% = \frac{10 \cdot \frac{5}{100} + 40 \cdot \frac{10}{100}}{10 + 40} \cdot 100\ \%$$

$$p\% = \frac{10 \cdot 0.05 + 40 \cdot 0.1}{50} \cdot 100\ \% = 9\ \%$$

ინტეგრირება
მეცნიერების მოდულთან

ხსნარი

ხსნარი ორი ან მეტი ნივთიერებისაგან წარმომდგარი ცვლადი შედგენილობის ერთგვაროვანი სისტემაა. იგი შედგება გამხსნელის, გახსნილი ნივთიერებისა და მათი ურთიერთქმედების პროდუქტებისაგან.

ხსნარის დაყოფა გამხსნელად და გახსნილ ნივთიერებად პირობითია. გამხსნელად მიიჩნევენ იმ კომპონენტს, რომელიც სუფთა სახით იმავე აგრეგატულ მდგომარეობაშია, როგორშიც ხსნარი. თუ ორივე კომპონენტი ერთნაირ აგრეგატულ მდგომარეობაშია, გამხსნელია ის კომპონენტი, რომელიც ხსნარში მეტი რაოდენობითაა.

ექსპერიმენტი:

მოცემულ გვერდზე გაეცანით ინფორმაციას წყალში ხსნადობაზე და ჩაატარეთ ექსპერიმენტი

STEM – წყალში ხსნადობა

სავარჯიშოები

1. ჩაწერეთ პირველი რიცხვი მთელის (მეორე რიცხვის) რამდენი პროცენტია :

ა) 25 ლარი 200 ლარისა;
ბ) 700 ლარი 2800 ლარისა;
გ) 30 ლარი 90 ლარისა;
დ) 25 თეთრი 1 ლარისა;
ე) 50 თეთრი 3 ლარისა;
ვ) 14 მეტრი 42 მეტრისა;
ზ) 250 მეტრი 4 კმ-ისა;
თ) 15 წთ 1 სთ-ისა;
ი) 40 წთ 2სთ-ისა;
კ) 15სთ 5დღე-ღამისა.

2. იპოვეთ რიცხვი , რომლის:

ა) 15%-ია 45;
ბ) 60%-ია 12;
გ) 0.5%-ია 18;
დ) 8%-ია 56;
ე) 200%-ია 14;
ვ) 50%-ია 40;
ზ) 25%-ია 40;
თ) 10%-ია 60;
ი) 70%-ია 210.

3. იპოვეთ რიცხვის:

ა) 15%, თუ 20%-ია 8;
ბ) 30%, თუ 5%-ია 20;
გ) 60%, თუ 4%-ია 12;
დ) 40%, თუ 70%-ია 140;
ე) 55%, თუ 5%-ია 10;
ვ) 17%, თუ 3%-ია 90.

4. იპოვეთ:

ა) 10%-ის 20%;
ბ) 40 %-ის 5%;
გ) 50%-ის 1%;
დ) 0.1-ის 10%;
ე) 200%-ის 10%;
ვ) 0.5 %-ის 10%.

ამოცანები:

5. სპორტულ ღონისძიებაში მონაწილეების საერთო რაოდენობის 35% გოგოა. რამდენი მონაწილეა სულ, თუ გოგოების რაოდენობა 140-ია ?

6. სკოლის მოსწავლეების 40% დადის ცეკვაზე, 35% – ცურვაზე, დანარჩენი ფეხბურთზე. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში, თუ ცეკვაზე დადის 240 მოსწავლე?

7. კლასში 32 მოსწავლეა, მათემატიკის კლუბში ჩაწერილია 24 მოსწავლე. კლასის მოსწავლეთა რამდენი პროცენტია ჩაწერილი მათემატიკის კლუბში?

8. წიგნში 720 გვერდია, ლანამ პირველ დღეს წაიკითხა 180 გვერდი. წიგნის რამდენი პროცენტი წაიკითხა ლანამ?

9. **დაფიქრდით:** თუ იცით მთელის 5% და 1% რას უდრის, მარტივი გამოთვლით, როგორ იპოვი იგივე მთელის 16%-ს? 27 %? 35 %-ს? პასუხი დაასაბუთეთ

10. **დაფიქრდით:** თუ იცით მთელის 10 % და 2% რას უდრის, მარტივი გამოთვლით, როგორ იპოვი იგივე მთელის 32%-ს? 45 %? 74 %-ს? პასუხი დაასაბუთეთ

11. კლასის მოსწავლეთა 40% გოგოა, გოგოების 20% დადის კალათბურთზე, კლასის რა ნაწილი დადის კალათბურთზე, თუ ვიცით რომ არცერთი ბიჭი კლასიდან არ დადის კალათბურთზე?

სავარჯიშოები

12. კლასის მოსწავლეთა ნახევარი ბიჭია, ბიჭების 40% დადის ფეხბურთზე, კლასის რა ნაწილი დადის ფეხბურთზე, თუ ვიცით, რომ არცერთი გოგო კლასიდან არ დადის ფეხბურთზე?

13. ბაღის მოსწავლეთა 80%-ს უყვარს ტკბილეულობა, ტკბილეულის მოყვარულთა 50%-ს უყვარს შოკოლადები, ბაღის მოსწავლეთა საერთო რაოდენობის რამდენ პროცენტს უყვარს შოკოლადები?

14. იპოვეთ რიცხვი, რომლის:

ა) 12%-ია 3.6; გ) 0.5%-ია 12; ე) 130%-ია 390;

ბ) 4%-ია 0.8; დ) 28%-ია 14 ვ) 400%-ია 800.

15. ჩაწერეთ პირველი რიცხვი მთელის (მეორე რიცხვის) რამდენი პროცენტია :

ა) 5კგ 25კგ-ისა; გ) 36 სთ 1დღე-ღამისა; ე) 45 ლარი 900 ლარისა;

ბ) 2კგ 2ტ-ისა; დ) 15 თვე 1 წელიწადისა; ვ) 500 ლარი 200 ლარისა.

16. სკოლის მოსწავლეთა 70 % დაკავებულია სპროტით, დანარჩენი დადის ხატვაზე. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში, თუ ხატვაზე დადის 120 მოსწავლე?

17. ცურვის ტურნირში მონაწილეების 60%-გოგოა, მონაწილე გოგოების 20% 11-12 წლამდე გოგონები არიან. რამდენი მოსწავლე მონაწილეობს ტურნირზე, თუ 11-12 წლის გოგონების საერთო რაოდენობაა 36 გოგო?

18. მარიამმა პირველ დღეს გაიარა გზის 70%. რამდენი კმ-ია გზა, თუ გასავლელი დარჩა 120კმ?

19. ირაკლიმ პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის 35 %, მეორე დღეს 40%, დანარჩენი მესამე დღეს. რამდენი გვერდია წიგნში, თუ მესამე დღეს 75 გვერდი წაიკითხა?

20. რას ნიშნავს 70%-იანი ხსნარი? 50%-იანი ხსნარი? 10 %-იანი ხსნარი?

21. რამდენი მლ წყალი უნდა დავუმატოთ 100 მლ სამედიცინო სპირტს, რომ მივიღოთ 80%-იანი ხსნარი?

22. წვენების მწარმოებელი კომპანია, წვენის დასამზადებლად იყენებს კონცენტრატებს. დამზადებული წვენის მოცულობა შეიცავს 10% ნატურალურ წვენს. მწარმოებელს უნდა, რომ გაზარდოს ნატურალური წვენის რაოდენობა მზა სასმელში ისე, რომ წვენი შეიცავდეს 20%-ნატურალურ წვენს. წარმოებაში უკვე დამზადებულია 500 ლიტრი 10%-იანი წვენი, რამდენი ლიტრი ნატურალური წვენი უნდა დაემატოს, რომ მიიღონ 20%-იანი წვენი?

23. თუ გვაქვს 20 ლიტრი 5%-იანი ხსნარი და 80 ლიტრი 20 %-იანი ხსნარი, რა პროცენტიან ხსნარს მივიღებთ მათი შერევით?

24. თუ გვაქვს 60 ლიტრი 10 %-იანი ხსნარი და 140 ლიტრი 5 %-იანი ხსნარი, რა პროცენტიან ხსნარს მივიღებთ მათი შერევით?

25. ჩაწერეთ ხნარში სპირტის წილის დასადგენად ზოგადი ფორმულა. ვთქვათ, A მილილიტრ x%-იან სპირტის ხსნარში რამდენი მილილიტრია სპირტი? ჩაწერეთ გამოსახულება, თუ მაქვს 2 ლიტრი 67%-იანი სპირტის ხსნარი, რამდენი მილილიტრია სპირტი?

სავარჯიშოები

26. **გამოწვევა:** ქეთიმ გადაწყვიტა გაეკეთებინა 70%-იანი სადეზინფექციო ხსნარი 500 მლ-ის ოდენობით, მან აიღო 90%-იანი სპირტი 300 მლ სპირტი, რა რაოდენობის წყალი უნდა დაამატოს, რომ მიაღწიოს სასურველ შედეგს?

27. **გამოწვევა:** სანდრომ გადაწყვიტა დაამზადოს 50%-იანი სადეზინფექციო ხსნარი 2 ლიტრის ოდენობით, მან აიღო 1 ლიტრი 90%-იანი ხსნარი და შეურია 2 ლიტრი ხსნარი, რომლის პროცენტული მაჩვენებელი იყო უცნობი. რამდენ პროცენტიანი ხსნარი შეურია?

28. შეადგინე მსგავსი ამოცანები ხსნარებზე და ამოხსენი.

29. **ექსპერიმენტები:**

საპნის ბუშტი	მოცემულ გვერდზე იხილეთ დავალება, დაამზადეთ საპნის ბუშტები უმცროსკლასელებისთვის, დამზადების შემდეგ დაიანგარიშეთ თითოეული ინგრედიენტის წილი (პროცენტული მაჩვენებელი) საერთო ხსნარში და ახსენით მოვლენა. STEM-საპნის ბუშტები **მინიშნება:** მაგალითად, დაიანგარიშეთ საერთო მოცულობის რა ნაწილია (ან რამდენ პროცენტს შეადგენს) სარეცხი საშუალება? გლიცერინი? და ა.შ.
ექსპერიმენტების ბანკი	ინფორმაცია საინტერესო ექსპერიმენტებზე იხილეთ ბმულზე www.stem-cookbook.com

6.4. პროცენტული ცვლილება

რიცხვის გაზრდა (შემცირება) პროცენტით

- პროცენტი ძალიან აქტიურად გამოიყენება ბიზნესში, პროდუქციის შესყიდვის თუ გაყიდვის დროს.
- ფასს, რომლითაც პროდუქციას ყიდულობენ, ეწოდება შესყიდვის ღირებულება.
- ფასს, რომლითაც პროდუქციას ყიდიან, ეწოდება გასაყიდი ღირებულება.
- კიდევ ფასდაკლება კი გასაყიდი ღირებულების შემცირებაა.

ნიმუში 1

ფეხსაცმლის ფასი იყო 250 ლარი, საახალწლო ფასდაკლების შემდეგ გახდა 150 ლარი.

ჩვენი მიზანია, გავიგოთ, რამდენ პროცენტიანი ფასდაკლება ყოფილა.

ამოცანის გააზრება:

ამოცანა წინა გაკვეთილში მოცემული ამოცანის მსგავსია. განსხვავება ისაა, რომ ჯერ უნდა გავიგოთ, რამდენი ლარით დაიკლო ფასმა.

ნაბიჯი 1: რამდენი ლარით შემცირდა ფასი?
$250 - 150 = 100$:

ნაბიჯი 2: გავიგოთ, ეს 100 ლარი საწყისი ფასის რამდენი პროცენტია.

$$\frac{\text{ფასის ცვლილება}}{\text{სრული ფასი}} \cdot 100\ \% = \frac{100}{250} \cdot 100\ \% = 40\%$$

თეორია:

იმისათვის, რომ გავიგოთ a რიცხვი c რიცხვამდე რამდენი პროცენტით შემცირდა/გაიზარდა:

ნაბიჯი 1: ჯერ უნდა ვიპოვოთ სხვაობა.

ნაბიჯი 2: გამოვსახოთ სხვაობა პროცენტში, ანუ გამოვთვალოთ, სხვაობა a რიცხვის რამდენი პროცენტია.

$$\textbf{პროცენტის ცვლილება} = \frac{\textbf{სხვაობა}}{\textbf{საწყის რაოდენობასთან}} \cdot 100\%$$

$$\textbf{მოცემული მაგალითის პროცენტის ცვლილება} = \frac{\textbf{ფასის ცვლილება}}{\textbf{საწყის ფასთან}} \cdot 100\%$$

რიცხვის გაზრდა ან შემცირება x%-ით.

ბიზნესსა თუ ყოველდღიურ ცხოვრებაში შევხვდებით სიტუაციებს, როცა რიცხვი ან რაოდენობა უნდა გაიზარდოს ან შემცირდეს გარკვეული %-ით. შეიძლება შეგვხვდეს ფასის ზრდა ან შემცირება, ხელფასის ზრდა ან შემცირება, პროდუქციის, ექსპორტის ან იმპორტის ზრდა ან შემცირება, რასაც უფრო ხშირად პროცენტებით გამოსახავენ.

ნიმუში 2

მარიამის ხელფასი იყო 1200 ლარი, ახალი წლიდან მისი ხელფასი მოიმატებს 20%-ით. რამდენი იქნება ხელფასი ახალი წლიდან

მეთოდი 1:

ორი მოქმედებით ამოხსნა

ნაბიჯი 1: ჯერ უნდა ვიპოვოთ რამდენი ლარით იზრდება ხელფასი, ე.ი ვიპოვოთ

1200-ის $20\% = 1200 \cdot 20\% = 1200 \cdot \frac{20}{100} =$

$= 1200 \cdot 0.2 = 240$

ნაბიჯი 2: ვიპოვოთ გაზრდილი ხელფასი

$1200 + 240 = 1440$ ლარი

მეთოდი 2:

გამოვიყენოთ მამრავლი:

საწყისი ფასია 100 %, ფასი

გაიზარდა 20 %-ით – ნიშნავს გახდა თავდაპირველის 120 %. ე.ი.

$1200 \cdot 120\% = 1200 \cdot \frac{120}{100} = 1200 \cdot 1.2$

$= 1440$ ლარი

დაიმახსოვრეთ:

გავზარდოთ a რიცხვი p %-ით ნიშნავს:

$$a + a \cdot p\% = a + a \cdot \frac{p}{100} = a\left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

ნიმუში:

1. **გავზარდოთ** 50 10%-ით, ნიშნავს

$50 \cdot 1.1 = 55$

2. **გავზარდოთ 50 1%-ით, ნიშნავს**

$$\mathbf{50 \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right) = 50 \cdot 1.01 = 50.5}$$

შევამციროთ a რიცხვი p %-ით ნიშნავს:

$$a - a \cdot p\% = a - a \cdot \frac{p}{100} = a\left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

ნიმუში:

შევამციროთ 50 1%-ით, ნიშნავს

$50 \cdot 0.99$

$$\mathbf{50 \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) = 50 \cdot 0.99 = 49.5}$$

სავარჯიშოები

1. შეავსეთ ცხრილი.

ისარგებლეთ ფორმულით: **პროცენტის ცვლილება =** $\frac{\text{ფასის ცვლილება}}{\text{საწყის ფასთან}} \cdot 100\%$

	საწყისი ფასი	ახალი ფასი	ფასის ცვლილება ლარში	პროცენტული ცვლილება	მოიმატა თუ მოიკლო ფასმა?
ა)	2500 ლარი	2000 ლარი			
ბ)	120 ლარი	150 ლარი			
გ)	2.4 ლარი	1.8 ლარი			
დ)	0.8 ლარი	1 ლარი			
ე)	160 ლარი	144 ლარი			
ვ)	450 ლარი	360 ლარი			
ზ)	810 ლარი	648 ლარი			
თ)	1.4 ლარი	2.1 ლარი			

2. შეავსეთ ცხრილი.

კიდევ სცადეთ

	საწყისი ფასი	%-ით გაზრდა	ახალი ფასი			საწყისი ფასი	%-ით გაზრდა	ახალი ფასი
ა)	880	12 %			ვ)	1100	60 %	
ბ)	1700	8 %			ზ)	5100	20%	
გ)	2.5	60 %			თ)	34	50%	
დ)	0.8	40 %			ი)	2.5	20%	
ე)	910	1 %			კ)	0.5	4%	

3. გაზარდეთ:

კიდევ სცადეთ

ა) 50 15%-ით;	დ) 500 100%-ით;
ბ) 120 5%-ით;	ე) 60 200%-ით;
გ) 50 1.5%-ით;	ვ) 300 15%-ით.

4. შეამცირეთ:

ა) 40 15%-ით;	დ) 500 100%-ით;
ბ) 120 5%-ით;	ე) 60 7.5 %-ით;
გ) 50 1.5%-ით;	ვ) 300 15%-ით.

სავარჯიშოები

ამოცანები:

5. ნინიმ იყიდა კომპიუტერი 800 ლარად და გაყიდა 600 ლარად. რამდენი პროცენტი იზარალა ნინიმ?

6. გიორგიმ იყიდა ველოსიპედი 200 ლარად და გაყიდა 250 ლარად. რამდენი პროცენტი მოიგო გიორგიმ?

7. სათამაშო აპლიკაციის ფასი იყო 3 ლარი, ფასდაკლებაზე დავითმა გადაიხადა 1.8 ლარი. რამდენ პროცენტიანი ფასდაკლება ყოფილა?

8. ქეთიმ საბანკო შემნახველ ანგარიშზე დადო 2500 ლარი, ორი წლის მერე მან ბანკიდან გამოიტანა 3000 ლარი. რამდენი პროცენტით უსარგებლია ქეთის?

9. **დაფიქრდით!** 1000 შეამცირეთ ჯერ 30 %-ით, შემდეგ კიდევ შეამცირეთ 20 %-ით. ორჯერ შემცირების მერე რამდენი პროცენტით შემცირდება 1000?

(შეადარეთ ახალი რიცხვი საწყის რიცხვს)

10. **დაფიქრდით!** 500 შეამცირეთ 10%-ით, შემდეგ გაზარდეთ 40%-ით. იპოვეთ საბოლოო ცვლილება. რამდენი პროცენტით შეიცვალა 500?

11. კომპიუტერის ფასი იყო 2000 ლარი, 6 თვის მერე ფასმა დაიკლო 20 %-ით, ხოლო შემდეგი 6 თვის მერე დაკლებული ფასი კიდევ შემცირდა 20 %-ით. საწყის ფასთან შედარებით რამდენი %-ით დაიკლო ფასმა?

12. შეავსეთ ცხრილი:

კიდევ სცადეთ

	საწყისი რიცხვი	საბოლოო რიცხვი	რიცხვის ცვლილება	პროცენტული ცვლილება
27	4.5	3		
28	200		გაიზარდა 100-ით	
29	500			დაიკლო 20%-ით
30	700		შემცირდა 140-ით	
31	3.2	4		
32	18			გაიზარდა 40%-ით
33	400	300		
34	900			შემცირდა 45%-ით

13. 15%-იანი ზრდის შემდეგ მობილურის ფასი 460 ლარი გახდა. რა ღირდა მობილური ფასის გაზრდამდე?

14. 20%-იანი ფასდაკლების შემდეგ სათამაში ფასი 250 ლარი გახდა. იპოვეთ ფასი ფასდაკლებამდე.

სავარჯიშოები

15. 25%-იანი ფასდაკლების შემდეგ კალათბურთის ბურთის ფასი 60 ლარი გახდა. რა ღირდა ბურთი ფასდაკლებამდე?

16. ნოუთბუქის ფასმა მოიმატა 10%-ით და გახდა 2090 ლარი. რა ღირდა ფასის მომატებამდე?

17. ტანსაცმლის მაღაზიაში გააკეთეს ფასდაკლება. ერთ დღეს პირველ ფილიალში ფასი შეამცირეს ჯერ 20%-ით, შემდეგ ისევ 20 %-ით, საწყისთან მიმართებით რამდენი პროცენტით შემცირდა ფასი?

18. ვენერას წლის დასაწყისში ხელფასი მოუმატეს ჯერ 10%-ით, წლის ბოლოს გაზრდილი ხელფასი დამატებით ისევ 10%-ით. საწყის ხელფასთან მიმართებით რამდენი პროცენტით არის ვენერას ხელფასი მომატებული?

19. კომპიუტერული ტექნიკის ორ ფილიალში გააკეთეს ფასდაკლება ერთსა და იმავე ტექნიკაზე. ერთ დღეს პირველ ფილიალში ფასი შეამცირეს ჯერ 40%-ით ხოლო შემდეგ 20 %-ით, მეორე ფილიალში ერთჯერადად 50%-ით. რომელი ფილიალში უფრო დიდი ფასდაკლება იყო და რამდენი პროცენტით?

20. ტანსაცმლის მაღაზიაში გააკეთეს ფასდაკლება. ერთ დღეს პირველ ფილიალში ფასი შეამცირეს ჯერ 30%-ით, შემდეგ არსებული ფასი დამატებით 20 %-ით, მეორე ფილიალში 50%-ით. რომელი ფილიალში უფრო დიდი ფასდაკლება იყო და რამდენი პოცენტით? პასუხი დაასაბუთეთ.

წინარე ცოდნის გამეორება

1. ქალაქის მოსახლეობა ყოველ 20 წელიწადში იზრდება 15 %-ით. რა იქნება ქალაქის მოსახლეობა 2020 წლისთვის, თუ 1980 წელს ქალაქში ცხოვრობა 250 000 ადამიანი?

2. სოფლად მცხოვრები მოსახლეობა ყოველ 10 წელიწადში მცირდება 20%-ით. რამდენი ადამიანი იცხოვრებს სოფლად 2020 წლისთვის, თუ 1990 წელს სოფელში ცხოვრობდა 150 000 ადამიანი?

3. მაღაზიის საწყობში 200 წყვილი ფეხსაცმელია, ფეხსაცმლის 60% არის შავი, დანარჩენი – ფერადი რამდენი ფერადი ფეხსაცმელია მაღაზიის საწყობში?

4. თორნიკემ სახლი იყიდა 60000 ლარად და გაყიდა 54000 ლარად. რამდენი პროცენტი იზარალა თორნიკემ?

5. ანდრიამ მანქანა იყიდა 5000 ლარად და გაყიდა 6200 ლარად. რამდენი პროცენტი ისარგებლა ანდრიამ?

6. კინოთეატრში 120 ადგილიდან 90 დაკავებულია. ადგილების რამდენი პროცენტია დაკავებული?

7. მარიამმა ტესტზე 80 კითხვიდან სწორი პასუხი გასცა 70 კითხვას. კითხვების რამდენ პროცენტს გასცა სწორი პასუხი მარიამმა?

8. სკოლის მოსწავლეთა 35% თამაშობს მხოლოდ კალათბურთს, 40% მხოლოდ ფეხბურთს, დანარჩენი დადის ცეკვაზე. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში, თუ ფეხბურთზე დადის სულ 320 მოსწავლე?

9. მანქანის საწყისი ღირებულებაა 6000 ლარი. რა ეღირება მანქანა 15%-იანი ფასდაკლების მერე?

სავარჯიშოები

10. ნოუთბუქის ფასი იყო 2500 ლარი, საახალწლოდ ფასმა ჯერ მოიკლო 20%-ით, შემდეგ გაიზარდა 20%-ით.შეადარეთ საწყისი და საბოლოო ფასი ერთმანეთს. გააკეთეთ დასკვნა.

11. ტელევიზორის ფასი იყო 1200 ლარი. საახალწლო ფასდაკლებაზე ფასი ჯერ შემცირდა 25%-ით, შემდეგ გაიზარდა 40%-ით.შეადარეთ ახალი და თავდაპირველი ფასები ერთმანეთს.

12. სკოლაში 440 მოსწავლე იყო, ახალი სასწავლო წლიდან მოსწავლეთა რაოდენობა გაიზარდა 12%-ით, რამდენი მოსწავლეა სკოლაში?

13. a რიცხვის 20%-ია b. იპოვეთ b-ს რამდენი პროცენტია a?

14. a რიცხვის 40%-ია b. იპოვეთ b-ს რამდენი პროცენტია a?

15. m რიცხვის 10%-ია n. იპოვეთ n-ს რამდენი პროცენტია m?

16. m რიცხვის 50%-ია n. იპოვეთ n-ს რამდენი პროცენტია m?

17. თუ x-ის 40% უდრის 60-ს, რა იქნება x-ის 60%?

18. თუ x-ის 50% უდრის 30-ს, რა იქნება x-ის 20 %?

19. თუ x-ის 45% უდრის 120, რა იქნება x-ის 70 %?

20. თუ x-ის 65% უდრის 195, რა იქნება x-ის 75 %?

21. თუ x-ის 250 % უდრის 300, რა იქნება x-ის 75 %?

22. რა რიცხვის 36 %-ია 66-ის 18 %?

23. რა რიცხვის 25 %-ია 120-ის 40 %?

24. რა რიცხვის 50%-ია 200-ის 20%?

25. თუ a რიცხვის 60% უდრის b რიცხვის 20%-ს, მაშინ b რიცხვი a რიცხვის რამდენი პროცენტია?

26. თუ a რიცხვის 50% უდრის b რიცხვის 80%-ს, მაშინ a რიცხვი b რიცხვის რამდენი პროცენტია?

6.5. ბანკი და საბანკო პროდუქტები

ბანკი – ფინანსური დაწესებულება, რომელიც ახორციელებს სხვადასხვა ფინანსურ ოპერაციას, მათ შორის, გასცემს სესხებს, იღებს დეპოზიტებს, აწარმოებს ფულად ანგარიშსწორებას, ახდენს ვალუტის კონვერტაციას და ასრულებს სხვა ფინანსურ მომსახურებას.

ოპერატორი (კონსულტატნი) ბანკის თანამშრომელია, რომელიც მომხმარებლებს ემსახურება და აწვდის ბანკთან დაკავშირებულ სხვადასხვა ინფორმაციას.

საბანკო ანგარიში

ბანკში, ბანკის მომხმარებლები ხსნიან **ანგარიშს**. გაქვს ბანკში ანგარიში, ნიშნავს, რომ გაქვს შეთანხმება, რომლის მიხედვითაც შეგიძლია უსაფრთხოდ შეინახო და საჭიროებისამებრ გამოიყენო ფული. ადამიანებს ხელფასი ერიცხებათ ბანკში გახსნილ ანგარიშებზე. ბანკი მომხმარებლებს სთავაზობს რამდენიმე პროდუქტს, რომელთა საშუალებით შეუძლიათ მცირე ან დიდი თანხის შენახვა.

თანხის ანგარიშზე ჩარიცხვა

როდესაც ადამიანს საბანკო ანგარიშზე შეაქვს თანხა, ამ პროცესს თანხის ანგარიშზე ჩარიცხვა ეწოდება. მაგალითად, თუ ანგარიშზე ადამიანი შეიტანს 100 ლარს, ვიტყვით, რომ ანაგრიშზე ჩარიცხა 100 ლარი.

დაიმახსოვრეთ, როდესაც თანხას შეიტანთ ანგარიშზე, მიუხედავად იმისა, რომ თანხას ტოვებთ ბანკში, ეს თანხა თქვენია.

ანგარიშიდან თანხის გატანა

ყოველდღიურ ცხოვრებაში ჩვენ გვჭირდება სხვადასხვა ნივთებს ან საკვების ყიდვა, შესაბამისად დგება საჭირობა, რომ საბანკო ანგარიშიდან გავიტანოთ თანხა. როდესაც თანხა გაგვაქვს ანგარიშიდან, პროცესს ეწოდება – ანგარიშიდან თანხის გატანა, თუ თანხა გაგვაქვს ბანკომატიდან, მაშინ ვიტყვით, რომ თანხა გავანაღდეთ.

ბალანსი

თანხას, რომელიც მოცემულ მომენტში საბანკო ანგარიშზე გაქვთ, „ბალანსი“ ეწოდება.

მიმდინარე ანგარიში

მიმდინარე ანგარიში იმ ადამიანებისთვისაა განკუთვნილი, რომლებიც ხშირად იყენებენ ბანკის მომსახურებას და სურთ ბანკში თანხის უსაფრთხოდ შენახვა. მიმდინარე ანგარიშზე შესაძლებელია თანხის უსაფრთოდ შეტანა (ჩარიცხვა), გატანა, გადარიცხვა (ერთი ანგარიშიდან მეორეზე), კონვერტაცია (ფულის გადაცვლა ლარიდან სხვა ვალუტაში ან პირიქით). ამ აქტივობებს **საბანკო ოპერაციები** ეწოდება. მიმდინარე ანგარიშს იყენებენ მეწარმეებიც, ანუ ბიზნესის მფლობელებიც.

მიმდინარე ანგარიში

მიმდინარე ანგარიშზე არ ხდება პროცენტის, ანუ სარგებლის დარიცხვა. **პროცენტი ადამიანს ერიცხება იმ შემთხვევაში თუ თანხის დაგროვება ან შენახვა სურს.** თუ ადამიანს სურს თანხის შენახვა, უნდა გახსნას **დეპოზიტი (ანაბარი)**.

საბანკო ბარათები/საბანკო საგადახდო ბარათი

საბანკო ბარათი (საბანკო საგადასახადო ბარათი) ძირითადად „მიბმულია“ (დაკავშირებული) მიმდინარე ანგარიშთან, რათა მომხმარებელმა მარტივად შეძლოს თანხის განკარგვა და სხვადასხვა ოპერაციის განხორციელება. ბარათი შესაძლებელს ხდის ანგარიშიდან თანხა გაიტანოს მომხმარებელმა, იყიდოს ნივთები და გადაიხადოს ბარათით. მაღაზიებში არის პოსტ-ტერმინალები, რომელთა საშუალებით „ატარებ“ ბარათს (რომლის საშუალებით ხდება თანხის გადახდა). საბანკო საგადახდო ბარათი ნაღდი, ანუ ქაღალდის ფულის კარგი ალტერნატივაა. ბარათი ნაღდ ფულთან შედარებით ბევრად მოსახერხებელი და დაცულია.

ბარათის პინ-კოდი

როდესაც ბანკი ადამიანს (მომხმარებელს) აძლევს ბარათს, ის დახურული კონვერტით გადასცემს პინ-კოდს, იმავე პაროლს, რომლის მითითებით შესაძლებელია თანხის გატანა ან მაღაზიაში ნივთების შეძენა. პინ-კოდი შესაძლებელია მომხმარებელმა მიიღოს ასევე სატელეფონო საშუალებით, სმს-შეტყობინების სახით. ადამიანმა (მომხმარებელმა) საბანკო ბარათის პინ-კოდი (პაროლი) უნდა დაიმახსოვროს და არავის გაანდოს.

ბანკომატი

ბანკომატი არის სპეციალური მოწყობილობა, რომელიც იმისათვის გამოიყენება, რომ მომხმარებელმა საკუთარი საბანკო ბარათის (საბანკო საგადასახადო ბარათის) გამოყენებით ანგარიშიდან გაიტანოს თანხა ან შეამოწმოს, რა თანხა აქვს ანგარიშზე. ბანკომატის გამოყენებისას აუცილებელია მომხმარებელმა მიუთითოს 4-ნიშნა პინ-კოდი და შემდეგ ხდება თანხის გატანა შესაძლებელი. ამიტომ აუცილებელია, პინ-კოდი არავინ არ იცოდეს, რათა ანგარიში იყოს დაცული.

დეპოზიტი (ანაბარი)

დეპოზიტი (ანაბარი) – თუ ადამიანს სურს თანხის შენახვა ან დაგროვება ბანკში ხსნის დეპოზიტს (ანაბარს) და ხდება დეპოზიტორი (მეანაბრე). გაქვს დეპოზიტი ბანკში ნიშნავს, რომ ადამიანს აქვს ბანკთან შეთანხმება, რომლის მიხედვითაც, ფულს მცირე ან დიდი დროის განმავლობაში უსაფრთხოდ ინახავს. დეპოზიტზე ადამიანს ერიცხება საპროცენტო სარგებელი. თანხის დარიცხვა ხდება სხვადასხვა მეთოდით (მარტივი ან რთული დარიცხვის მეთოდით, იგივე მარტივი და რთული პროცენტი), რომელსაც შევისწავლით მოგვიანებით.

? **საკვანძო კითხვა:** *რას ნიშნავს საპროცენტო განაკვეთი დეპოზიტზე?*

საპროცენტო სარგებელი ის თანხაა, რომელსაც ბანკი ამატებს (ანუ, არიცხავს) მომხმარებლის დეპოზიტზე არსებულ თანხას.

ვადიანი დეპოზიტი

ვადიანი დეპოზიტი ისეთი ტიპის დეპოზიტია, რომელზეც ფული წინასწარ განსაზღვრული დროით (ვადით) შეაქვთ: მაგ.: 6 თვე, 9 თვე, 1 წელი, 2 წელი და ა.შ. ვადიან დეპოზიტზე თანხის შეტანის დროს, მომხმარებელი დებს პირობას, რომ ვადის გასვლამდე თანხას არ გაიტანს (თუ მომხ-

მარებელი თანხას ვადის გასვლამდე გაიტანს, მაშინ ირღვევა ვადიანი დეპოზიტის პირობები და შეიძლება მომხმარებელს სარგებელი არ დაერიცხოს).

საბავშვო დეპოზიტი

საბავშვო დეპოზიტი – ზრდადი დეპოზიტის სახეა და მასზე შესაძლებელია პერიოდულად თანხის დამატება.

უვადო დეპოზიტი

არსებობს ასევე **უვადო დეპოზიტი,** როდესაც მომხმარებელი დეპოზიტზე თანხას დებს უვადოდ. უვადო დეპოზიტს ასევე ეწოდება შემნახველი დეპოზიტი.

ანაბარზე თანხის შენახვა და დაგროვება კარგია გრძელვადიანი მიზნებისთვის, მაგალითად, როცა ადამიანს სურს თანხის დაგროვება: დასვენებისთვის, სწავლისთვის, მოგზაურობისთვის და ა.შ.

საინტერესოა ის ფაქტი, რომ როდესაც ადამიანი ანაბარზე ინახავს თანხას, ბანკი არიცხავს პროცენტს და ბანკი ყოველთვის აცნობებს მომხმარებელს, რამდენ პროცენტს არიცხავს დეპოზიტზე არსებულ თანხას – ანუ რამდენს შეადგენს დეპოზიტზე **საპროცენტო განაკვეთი**. სარგებელი გამოსახულია პროცენტის სახით.

საინტერესოა გამოიკვლიოთ: რატომ არიცხავს ბანკი პროცენტს? რა შეიძლება იყოს ბანკის ინტერესი?

სესხი

სესხი, იგივე კრედიტი, არის თანხა, რომელსაც ადამიანი იღებს ვალის სახით, იმ პირობით, რომ წინასწარ შეთანხმებულ ვადებში უკან დაუბრუნებს ამ თანხას და დამატებით მასზე დარიცხულ პროცენტს. სესხის პირობები და ვადები იწერება ხელშეკრულებაში, რომელსაც გამსესხებელი და მსესხებელი აწერენ ხელს. **დაიმახსოვრეთ:** ხელშეკრულების პირობების კარგად წაკითხვა აუცილებელია გაუგებრობების თავიდან ასაცილებლად.

სანამ ადამიანი აიღებს სესხს, უნდა დაფიქრდეს კარგად რამდენად შეძლებს მის გადახდას მისი შემოსავლების და ხაჯების გათვალისწინებით. მაგალითად, სესხის გაცემამდე ბანკი ამოწმებს მსესხებლის გადახდისუნარიანობას, ანუ იმას, თუ რამდენად დროულად და ხელშეკრულების პირობების დაცვით შეძლებს მსესხებელი სესხის გადახდას თავისი შემოსავლებიდან და ხარჯებიდან გამომდინარე. ასევე იმას, აქვს თუ არა სესხის აღების მსურველს სხვა სესხები და ვალდებულებები და რამდენად დროულად გადაუხდია მსეხებელს წარსულში სესხები.

იპოთეკური სესხი

იპოთეკური სესხი – ეს არის სესხი, რომლითაც მომხმარებელს შეუძლია სახლის (ან ნაკვეთის) ყიდვა, აშენება და გარემონტება. იპოთეკური სესხი ჩვეულებრივად გრძელვადიანია და უმეტესად იმ ქონებით არის უზრუნველყოფილი, რომლის შეძენაც აქვს გადაწყვეტილი მომხმარებელს, უზრუნველყოფა ნიშნავს, რომ თუ მომხმარებელი ვეღარ შეძლებს სესხის გადახდას, ბანკს აქვს უფლება გაყიდოს უზრუნველყოფაში არსებული ქონება (სახლი, ნაკვეთი და ა.შ.), ანუ მოახდინოს ქონების რეალიზაცია და ამ გზით დაიბრუნოს თანხა.

მინიშნება: როდესაც ბანკი გასცემს სესხს, ის ფიქრობს საკუთარი

ფულის დაცვაზე, რომ არ დაზარალდეს, ამიტომ ძალიან მნიშვნელოვანია მსესხებელმა კარგად დაითვალოს და დაიანგარიშოს, რა ვადებში შეუძლია სესხის დაფარვა. შესაბამისად აუცილებელია ყოველდღიურ ცხოვრებაში მათემატიკის ცოდნა და გამოყენება.

სამომხმარებლო სესხი

სამომხმარებლო სესხი: ისეთი ტიპის სესხია, რომელიც მომხმარებელს გამოაქვს ბანკიდან პირადი მოხმარებისთვის. სამომხმარებლო სესხი ხშირად გამოიყენება საყოფაცხოვრებო ნივთების შესაძენად, სამოგზაუროდ და სხვა. სამომხმარებლო სესხი ჩვეულებრივ მოკლევადიანია და შედარებით ძვირი.

განვადება

განვადება – სესხია, რომელსაც რაიმე საქონლის (მაგ.: ლეპტოპი) ან მომსახურების (მაგ.: მოგზაურობა) შესაძენად ვიღებთ. ხშირად არის სიტუაცია როდესაც ნივთი სასწრაფოდ აქვს შესაძენი ადამიანს და არ აქვს თანხა, ამ დროს ის ყიდულობს განვადებით, განვადება მოკლევადიანია, საშუალოდ ერთი წლის ვადით გაიცემა. ხშირად იმ მაღაზიებში სადაც შესაძლებელია ნივთის შეძენა, არიან ბანკის წარმომადგენლები, რომლებიც მომხმარებლებს აცნობენ განვადების პირობებს და ეხმარებიან განაცხადის შევსებაში.

> **დაიხმასოვრეთ:** როდესაც ადამიანი განვადებით ყიდულობს ნივთს, ხშირად განვადებით ნაყიდი ნივთი მაღაზიაში არსებულ ფასზე შედარებით ძვირია. თუ ერთიანად შეუძლია მომხმარებელს თანხის გადახდა, ნივთში გადაიხდის ნაკლებ ფასს. მაგრამ თუ მომხმარებელს არ აქვს ერთიანი თანხა და მაინც სურს ნივთის შეძენა, აკეთებს განვადებას, განვადების შემთხვევაში ნივთი მაღაზიიდან მიაქვს იმ დღესვე, თუმცა თანხას იხდის მთელი მომდევნო წლის განმავლობაში.

განვადების გაცემის შემთხვევაშიც ბანკი ამოწმებს რამდენად გადახდისუნარიანია მსესხებელი.

განვიხილოთ ბანკთან და ფინანსურ საქმიანობასთან დაკავშირებული ტერმინები

საპროცენტო განაკვეთი (პროცენტი

მარტივად, საპროცენტო განაკვეთი ის გადასახადია, სარგებელი, რომელსაც თანხის მიმღები უხდის თანხის გამცემს.

თუ ბანკისგან ვიღებთ სესხს, მაშინ საპროცენტო განაკვეთი ის გადასახადია, რომელსაც ბანკს ვუხდით იმის ნაცვლად, რომ გვასესხა გარკვეული თანხა. მაგალითად: სწავლისთვის, ბინის შესაძენად და ა.შ.

თუ ბანკში დეპოზიტს ვხსნით, მაშინ საპროცენტო განაკვეთი ის სარგებელია, რომელსაც ბანკი დეპოზიტზე ფულის შენახვის სანაცვლოდ გვიხდის.

საპროცენტო სარგებელი ერთგვარად წახალისებაა მომხმარებლებისთვის, რათა ბანკში თანხა შეინახონ და დააგროვონ. ამავე დროს, ბანკი არსებულ ფულს იყენებს სხვადასხვა მიზნებისთვის. შესაბამისად, ბანკისთვის მომგებიანია, თუ ფულს დეპოზიტზე შევინახავთ.

სანამ ფულს დეპოზიტზე შევინახავთ, რასაკვირველია, უნდა გადავამოწმოთ ბანკის ან ნებისმიერი ფინანსური დაწესებულების რეპუტაცია და სანდოობა.

საპროცენტო განაკვეთზე სარგებლის დათვლა ხდება მარტივი ან რთული პროცენტით, იგივე მარტივი ან რთული დარიცხვის მეთოდით.

მარტივი პროცენტი

პროცენტის დარიცხვის მეთოდი მარტივია, თუ ხელშეკრულების მოქმედების პერიოდში თანხაზე პროცენტის დარიცხვა ხდება ერთჯერადად, ვადის გასვლისას.

მარტივია ასევე დარიცხვის სქემა, როდესაც პროცენტის დარიცხვა ხდება ხელშეკრულების მოქმედების პერიოდში რამდენჯერმე, მაგრამ პროცენტი გამოანგარიშდება მხოლოდ ძირ თანხაზე.

რთული პროცენტი

პროცენტის დარიცხვის მეთოდი რთულია, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთის დარიცხვა ხდება პერიოდის განმავლობაში რამდენჯერმე და ამასთან, ყოველი შემდეგი დარიცხვა ხდება ძირ თანხასა და უკვე დარიცხული პროცენტის ჯამზე.

ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი

საპროცენტო განაკვეთი, რომლის გაანგარიშებაშიც გათვალისწინებულია ყველა ხარჯი (ხარჯების არსებობის შემთხვევაში) და ამ ხარჯების გაწევის პერიოდი, ასევე, ყველა სარგებელი/მისაღები თანხა და ამ სარგებლის მიღების პერიოდი.

პ.ს. ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი გამოიყენება სესხების/კრედიტებისა და დეპოზიტების/ანაბრების ხელშეკრულებებში. მისი მიზანია, მომხმარებელს მისცეს სხვადასხვა შემოთავაზების ერთმანეთთან შედარების და უკეთესი ალტერნატივის არჩევის შესაძლებლობა. აღსანიშნავია, რომ ქართული კანონმდებლობით დადგენილია სესხის გაცემის შემთხვევაში მაქსიმალური ეფექტური საპროცენტო განაკვეთის ოდენობა.

კითხვები ცოდნის გამოსავლენად

1. რას ეწოდება ბანკი და რამდენად მნიშვნელოვანია ბანკების არსებობა? პასუხი დაასაბუთეთ.
2. გსმენიათ თუ არა ანაბრის (დეპოზიტის) შესახებ? ისარგებლებთ თუ არა მომავალში ანაბრით და როგორ ფიქრობთ, რა ტიპის ანაბარს გახსნიდით?
3. გაამარტივა თუ არა ბანკომატებმა და საბანკო ბარათებმა ცხოვრება 21-ე საუკუნეში? თუ გაამარტივა რატომ? მოიყვანეთ 3 მაგალითი.
4. რა უარყოფითი მხარე აქვს, თქვენი აზრით, საბანკო ბარათებს? ბანკს?
5. შეიძლება თუ არა ადამიანი ბანკთან ურთიერთობისას იყოს მოგებული? რა შემთხვევაში?
6. რა არის ბანკის სარგებელი, როდესაც ის მოქალაქეებს აძლევს სესხს? (მოქალაქეებზე გასცემს სესხს?).
7. რა ტიპის სარგებელი გსმენიათ? რა განსხვავებაა მარტივ და რთულ პროცენტებს შორის?
8. თქვენ ირგვლივ უყიდია თუ არა ვინმეს განვადებით ნივთი და რამდენად კმაყოფილი იყო თავისი გადაწყვეტილებით?

ტერმინთა განმარტებები

🔗 www.finedu.gov.ge

ფინანსური განათლების პორტალი

6.6. საპროცენტო განაკვეთი; მარტივი და რთული პროცენტი

6.6.1 მარტივი პროცენტი (პროცენტის დარიცხვის მარტივი მეთოდი)

როდესაც ბანკში ანაბარზე ვდებთ თანხას, ბანკის მიერ შემოთავაზებული პირობების გათვალისწინებით, მას შეიძლება ყოველი წლის ბოლოს (ან ყოველი თვის ბოლოს, ზოგადად ხელშეკრულებით გათვალისწინებული პერიოდის ბოლოს) ემატებოდეს საწყისი თანხის პროცენტი, რომელიც წარმოადგენს სარგებელს. ამ პროცესს **მარტივი საპროცენტო განაკვეთი** ეწოდება.

როგორ ითვლება სარგებელი მარტივი პროცენტით დარიცხვის დროს?

$I = A \cdot P\% \cdot t$ **სადაც,**

I — ინტერესია, მომხმარებლის სარგებელი (თუ ანაბარზე თანხას ინახავს ადამიანი, მაშინ მეანაბრის სარგებელი).

A — ანგარიშზე განთავსებული თანხის რაოდენობა (ძირი თანხა);

P% — პროცენტი, რომელსაც ბანკი არიცხავს თანხას (ამბობენ საპროცენტო განაკვეთია P%)

t — დრო, რამდენი წელი (თვე) იქნება ანგარიშზე თანხა.

წარმოვადგინოთ სიტუაციის მათემატიკური მოდელი:

პერიოდის ბოლოს მისაღები თანხა აღვნიშნოთ *M*-ით, მაშინ

საბოლოო თანხა ანაბარზე = საწყის თანხას + სარგებელი

$$F = A + I = A + A \cdot P\% \cdot t = A(1 + P\% \cdot t)$$

მაგალითად, თუ ბანკში შევიტანთ 1000 ლარს, 3 წლის ვადით, რომელზეც წლიური საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 5 %-ს და პროცენტის დარიცხვა ხდება მარტივი პროცენტის მეთოდით, გამოვთვალოთ რამდენი იქნება სარგებელი 3 წლის შემდეგ? ასევე რა იქნება საბოლოო თანხა ანაბარზე. აჩვენეთ, რომ სარგებელი გამოითვლება ფორმულით $I = A \cdot P\% \cdot t$

ნიმუში 1

მაგალითად, თუ ბანკში შევიტანთ 1000 ლარს, 3 წლის ვადით, რომელზეც წლიური საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 5 %-ს და პროცენტის დარიცხვა ხდება მარტივი პროცენტის მეთოდით:

ა) გამოვთვალოთ რამდენი იქნება სარგებელი 3 წლის შემდეგ?

ბ) გამოვთვალოთ რა იქნება საბოლოო თანხა ანაბარზე.

გ) ვაჩვენოთ, რომ სარგებელი გამოითვლება ფორმულით $I = A \cdot P\% \cdot t$

გაგრძელება

ამოცანის გააზრება:

შემოვიღოთ აღნიშვნები. ჩვენ ვიცით, რომ $A = 1000$; $t = 3$; $p = 5\%$ უნდა გამოვთვალოთ სარგებელი – I და საბოლოო თანხა – F;

შეგახსენებთ, რომ: მარტივი დარიცხვის მეთოდით, ყოველი წლის ბოლოს სარგებელი ითვლება ანაბარზე შეტანილი თანხიდან (ძირიდან).

საწყისი თანხა და პროცენტი A = 1000; p =5%	დრო t	სარგებელი I
	1	$1000 \cdot 0.05 = 50$
	2	$1000 \cdot 0.05 \cdot 2 = 100$
	3	$1000 \cdot 0.05 \cdot 3 = 150$

თუ გავაგრძელებთ მოცემულ კანონზომიერებას, n წლის შემდეგ, ანგარიშზე არსებულ თანხას დაერიცხება საწყისი თანხის 5% აღებული n-ჯერ და სარგებელი იქნება

$t = n$	$1000 \cdot 0.05 \cdot n = 50n$

M საბოლოო თანხა

$M = 1000 + 150 = 1150$

ზოგადად, ფორმულა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად: $M = A + A \cdot p\% \cdot t$

ნიმუში 2

ქეთიმ ბანკის ანაბარზე შეიტანა 20 000 ლარი, 5 წლით 2%-იანი სარგებლით. რა იქნება ქეთის სარგებელი? რამდენ ლარს გამოიტანს ქეთი ბანკიდან 5 წლის მერე? რამდენ ლარს დაარიცხავს (დაუმატებს) ბანკი ქეთის თავის მიერ შეტანილ თანხაზე?

ამოცანის გააზრება:

მოცემულია, რომ

$A = 20\,000$

$P\% = 2\%$

$t = 5$ წელი

$I = A \cdot P\% \cdot t = 20\,000 \cdot 2\% \cdot 5 =$
$20\,000 \cdot 0.02 \cdot 5 = 2\,000$

5 წლის მერე ქეთის თანხას დაარიცხავენ (დაუმატებენ) 2 000 ლარს, რაც სარგებელია იმისათვის, რომ მან თანხა შეინახა ბანკში . ქეთი ბანკიდან გამოიტანს

20 000 + 2 000 = 22 000 ლარს.

ასევე შეიძლება ბიზნესში თანხის ინვესტირება მსგავსი წესით, რათა ინვესტორს ყოველ წელს ჰქონდეს პროცენტი, სარგებელი.

6.6.2 რთული პროცენტი (რთული საპროცენტო განაკვეთი)

რთული პროცენტის დარიცხვის მეთოდის შემთხვევაში, ყოველი შემდეგი დარიცხვა ხდება ძირ თანხასა და უკვე დარიცხული პროცენტის ჯამზე.

განვიხილოთ შემთხვევა

ნიმუში 1

მაგალითად, თუ ბანკში შევიტანთ 1000 ლარს, 3 წლის ვადით, რომელზეც წლიური საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 5 %-ს და პროცენტის დარიცხვა ხდება რთული პროცენტის მეთოდით, გამოვთვალოთ რამდენი იქნება სარგებელი 3 წლის შემდეგ, ასევე რა იქნება საბოლოო თანხა ანაბარზე.

ამოცანის გააზრება:

შემოვიტანოთ აღნიშვნები. ვიცით, რომ $A = 1000$; $t = 3$; $p = 5\%$; უნდა გამოვთვალოთ სარგებელი – I და საბოლოო თანხა – F;

შეგახსენებთ, რომ რთული დარიცხვის მეთოდით, ყოველი წლის ბოლოს სარგებელი ითვლება ძირ თანხასა და უკვე დარიცხული პროცენტის ჯამზე.

დრო t	ძირი თანხა A	სარგებელი I
1	1000	$1000 \cdot 0.05 = 50$
2	$1000 + 50 = 1050$	$1050 \cdot 0.05 = 52.5$
3	$1050 + 52.5$	$1102.5 \cdot 0.05 = 55.125$

ჯამური სარგებელი 3 წლის ბოლოს იქნება

$$50 + 52.5 + 55.125 = 157.625$$

საბოლოო თანხა ანაბარზე = საწყის თანხას + სარგებელი

$$F = 1000 + 157.625 = 1157.625$$

თუ რთული დარიცხვის მეთოდს შევადარებთ მარტივი დარიცხვის მეთოდს, დავინახავთ, რომ რთული დარიცხვის პირობით ანაბარზე მეტი თანხა დაგროვდება.

საკვანძო კითხვა: როგორ არის შესაძლებელი მოცემული სიტუაციების ფორმულირება, მათემატიკური მოდელის შექმნა?

შეიძლება თუ არა პროცესის აღმწერი მათემატიკური მოდელის შექმნა, რათა პირდაპირ დავინახოთ რა თანხა იქნება ანაბარზე ნებისმიერი წლის ბოლოს?

მარტივი დარიცხვის მეთოდის შემთხვევაში, ჩვენ მოვახდინეთ სიტუაციის ფორმულირება და მივიღეთ შემდეგი მათემატიკური მოდელი:

$$I = A \cdot P\% \cdot t$$

$$F = A + A \cdot P\% \cdot t = A(1 + P\% \cdot t)$$

განვიხილოთ შემთხვევა

ნიმუში 2

მაგალითად, თუ ბანკში შევიტანთ 1000 ლარს, 3 წლის ვადით, რომელზეც წლიური საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 5 %-ს და პროცენტის დარიცხვა ხდება რთული პროცენტის მეთოდით, გამოვთვალოთ რამდენი იქნება სარგებელი 3 წლის შემდეგ, ასევე რა იქნება საბოლოო თანხა ანაბარზე.

მეანაბრა დეპოზიტზე (ანგარიშზე) დებს 1000 ლარს, 3 წლით. ბანკი სთავაზობს დარიცხვის როგორც მარტივ ასევე რთულ მეთოდს, წლიური საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 5%-ს.

ა) მოვახდინოთ სიტუაციის მათემატიკური მოდელირება; დავაკავშიროთ წლის ბოლოს დეპოზიტზე არსებული თანხა დარიცხვების რაოდენობასთან.

ბ) დავადგინოთ რომელი პირობა იქნება მომგებიანი.

ამოცანის გააზრება:

შემოვიტანოთ აღნიშვნები

$A = 1000$ ლ; $t = 3$ წელი ; $P\% = 5\%;$

შევახსენებთ, რომ 5%-ს შეესაბამება თანხის $\frac{5}{100}$, ანუ 0.05 ნაწილი, ამიტომ

$P\% = 5\% = 0.05$

F-ით აღვნიშნეთ ანაბარზე არსებული საბოლოო თანხა

F_1-ით აღვნიშნოთ პირველი წლის ბოლოს, 5%-იანი სარგებლის დარიცხვის შემდეგ, რა თანხა იქნება ანგარიშზე

F_2-ით აღვნიშნოთ მეორე წლის ბოლოს, 5%-იანი სარგებლის დარიცხვის შემდეგ, რა თანხა იქნება ანგარიშზე და ა.შ.

გავაანალიზოთ, რა ხდება მარტივი და რთული პროცენტის შემთხვევაში და აღმოვაჩინოთ კანონზომიერება.

t	მარტივი პროცენტით დარიცხვის შემთხვევა	რთული პროცენტით დარიცხვის შემთხვევა
1	$F_1 = 1000 + 1000 \cdot 5\% = 1000 + 1000 \cdot 0.05 =$ $= 1000\,(1 + 0.05) = 1000 \cdot 1.05$	$F_1 = 1000 + 1000 \cdot 5\% = 1000 + 1000 \cdot 0.05$ $= 1000\,(1 + 0.05) = 1000 \cdot 1.05$
2	მეორე წლის ბოლოს საწყისი თანხის 5 % ემატება ანაბარზე არსებულ თანხას და საბოლოოდ იქნება: $F_2 = 1000 + 1000 \cdot 5\% \cdot 2 = 1000 + 1000 \cdot 0.05 \cdot 2 =$ $= 1000(1 + 0.05 \cdot 2)$	მეორე წლის ბოლოს გაზრდილი თანხის 5 % ემატება ანაბარზე არსებულ თანხას და მეორე წლის ბოლოს იქნება: $F_2 = 1000 \cdot 1.05 + 1000 \cdot 1.05 \cdot 5\% =$ $= 1000 \cdot 1.05 + 1000 \cdot 1.05 \cdot 0.05 =$ $= 1000 \cdot 1.05(1 + 0.05) = 1000 \cdot 1.05 \cdot 1.05 =$ $= 1000 \cdot 1.05^2$

	მარტივი პროცენტით დარიცხვის შემთხვევა	რთული პროცენტით დარიცხვის შემთხვევა
3	მესამე წლის ბოლოს საწყისი თანხის 5 % ემატება ანაბარზე არსებულ თანხას და საბოლოოდ იქნება: $F_3 = 1000 + 1000 \cdot 5\% \cdot 3 = 1000 + 1000 \cdot 0.05 \cdot 3 =$ $= 1000\ (1 + 0.05 \cdot 3)$	მესამე წლის ბოლოს გაზრდილი თანხის 5 % ემატება ანაბარზე არსებულ თანხას, შესაბამისად, მესამე წლის ბოლოს იქნება: $F_3 = 1000 \cdot 1.05^2 + 1000 \cdot 1.05^2 \cdot 5\ \% =$ $= 1000 \cdot 1.05^2 + 1000 \cdot 1.05^2 \cdot 0.05 =$ $= 1000 \cdot 1.05^2 \cdot (1 + 0.05) = 1000 \cdot 1.05^2 \cdot 1.05 =$ $= 1000 \cdot 1.05^3$ მივიღეთ, რომ $F_3 = 1000 \cdot 1.05^3 = 1000 \cdot (1 + 1.05)^3$,
n	თუ n-ით აღვნიშნავთ ნებისმიერ წელს, მივიღებთ, რომ $F_n = 1000 + 1000 \cdot 5\% \cdot n$	თუ n-ით აღვნიშნავთ ნებისმიერ წელს და გავაგრძელებთ კანონზომიერებას მივიღებთ, რომ: $F_n = 1000 \cdot (1 + 1.05)^n$
	განვაზოგადოთ ზემოთ მოცემული ინფორმაცია	
1	მარტივი პროცენტის შემთხვევაში, ანაბარზე არსებული საბოლოო თანხა გამოითვლება ფორმულით: $F_t = A + A \cdot P\% \cdot t = A(1 + P\% \cdot t)$	რთული პროცენტის შემთხვევაში, ანაბარზე არსებული საბოლოო თანხა გამოითვლება ფორმულით: $F_t = A \cdot (1 + p\%)^t$

ჩვენ ვხედავთ, რომ ორივე შემთხვევაში, როდესაც ვიცით დეპოზიტზე (ანაბარზე) შეტანილი საწყისი თანხა და დარიცხვის საპროცენტო განაკვეთი, შეგვიძლია გამოვითვალოთ რაღაც დროის შემდეგ რა თანხა იქნება სულ ანაბარზე. ანაბარზე არსებული საბოლოო თანხა დამოკიდებულია დროზე. ერთი განსხვავებით, თუ ერთი და იმავე რაოდენობის თანხას შევიტანთ და საპროცენტო განაკვეთიც ერთი და იგივე იქნება, მაშინ ერთზე მეტი დარიცხვისას რთული პროცენტის შემთხვევაში უფრო მეტი თანხა გროვდება დეპოზიტზე, ვიდრე მარტივი პროცენტის შემთხვევაში.

ტელესკოლა, **ვიდეო გაკვეთილები**	🔗 TBC – ვიდეო — განსხვავება მარტივ და რთულ პროცენტებს შორის 🔗 ტელესკოლა – მარტივი და რთული პროცენტი

ამრიგად, ჩვენ მოვახდინეთ სიტუაციის მათემატიკური მოდელირება და მივიღეთ შემდეგი ფორმულები:

მარტივი პროცენტი	რთული პროცენტი
$F_n = A + 1000 \cdot 5\% \cdot n$	$F_n = 1000 \cdot (1 + 1.05)^n$

აღნიშნულ ფორმულებზე საუბარს გავაგრძელებთ არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიის შესწავლისას, ასევე ლოგარითმების შესწავლისას.

6.7. ფინანსური კალკულატორი

გამომდინარე იქიდან, რომ დეპოზიტზე თანხის დადების შემთხვევაში სასურველია მეანაბრემ შეადაროს სხვადასხვა ბანკის პირობები, ასევე სასურველია შეადაროს გარკვეული თანხის პირობებში რა ტიპის დეპოზიტის გახსნა იქნებოდა მისთვის მომგებიანი. იმისათვის, რომ ანგარიშის პროცესი იყო მეტად მოსახერხებელი, მომხმარებლებისთვის შექმნილია ფინანსური კალკულატორი, რომელიც მომხმარებელს ეხმარება ზუსტად დაიანგარიშონ როგორც სარგებელი, ასევე სესხის აღების პროცესში რამდენი ექნება გადასახდელი ბანკისთვის. ფინანსური კალკულატორი იძლევა შესაძლებლობას, რომ მომხმარებელმა შეადაროს სხვადასხვა შეთავაზება.

ფინანსური კალკულატორი

მოცემულ ბმულზე იხილეთ 🔗 ფინანსური კალკულატორი

ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით დაიანგარიშეთ დეპოზიტზე თქვენთვის სასურველი თანხის განთავსების შემდეგ, რა იქნება სარგებელი 10 წლის შემდეგ. დაიანგარიშეთ როგორც მარტივი, ასევე რთული პროცენტის შემთხვევაში.

ნაბიჯი 1: აირჩიეთ
🔗 *კალკულატორი დეპოზიტებისთვის,*

ნაბიჯი 2: აირჩიეთ,
🔗 *დეპოზიტის ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი*

მოცემულია 3 ტიპის კალკულატორი, რომელიც მომხმარებელს მისცემს საშუალებას მისთვის საინტერესო სიტუაციისთვის აწარმოოს ზუსტი გამოთვლები.

ჩვენ ვიცით, რომ არსებობს მარტივი და რთული პროცენტი, მას შემდეგ, რაც დარიცხვა ხდება მარტივი ან რთული პროცენტით, შემდეგ ხდება ეფექტური საპროცენტო განაკვეთის დაანგარიშება.

საპროცენტო განაკვეთი, რომლის დაანგარიშებაშიც გათვალისწინებულია ყველა ხარჯი (ხარჯების არსებობის შემთხვევაში) და ამ ხარჯების გაწევის პერიოდი, ასევე, ყველა სარგებელი/მისაღები თანხა და ამ სარგებლის მიღების პერიოდი.

ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი გამოიყენება სესხების/კრედიტებისა და დეპოზიტების/ანაბრების ხელშეკრულებებში. მისი მიზანია, მომხმარებელს მისცეს სხვადასხვა შემოთავაზების ერთმანეთთან შედარების და უკეთესი ალტერნატივის არჩევის შესაძლებლობა. აღსანიშნავია, რომ ქართული კანონმდებლობით დადგენილია სესხის გაცემის შემთხვევაში მაქსიმალური ეფექტური საპროცენტო განაკვეთის ოდენობა.

შესაძლებელია მარტივი პროცენტით დარიცხვის შემთხვევაში, საპროცენტო განაკვეთი იყოს 5%, მაგრამ ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი იყოს 5.3%. (დეპოზიტზე შეტანილ თანხას შეიძლება დაემატოს სხვადასხვა საკომისიო ხარჯები ამ ყველაფრის გათვალისწინებით ადგენენ ეფექტურ საპროცენტო განაკვეთს.

ნაბიჯი 3:

თუ მომხმარებელს სურს ორი სხვადასხვა ვარიანტის შედარება, მაშინ მან უნდა გააქტიუროს ღილაკი „შედარება“, გამოჩნდება ორი სვეტი, შეავსოს შესაბამისი ველები და შეადაროს ინფორმაცია.

მინიშნება:

ანალოგიურად შესაძლებელია, მომხმარებელმა ფინანსური კალკულატორით ისარგებლოს, თუ მას ექნება სესხთან დაკავშირებული კითხვები.

იხილეთ *ფინანსური კალკულატორი სესხთან დაკავშირებული სხვადასხვა სიტუაციისთვის*

ნიმუში 2

საკვანძო კითხვა: შეგვიძლია თუ არა კალკულატორით დავადგინოთ, რა რაოდენობის სესხის აღებას შევძლებთ, თუ ვიცით რამდენი ლარის გადახდა შეგვიძლია ყოველთვე?

განვიხილოთ მაგალითი:

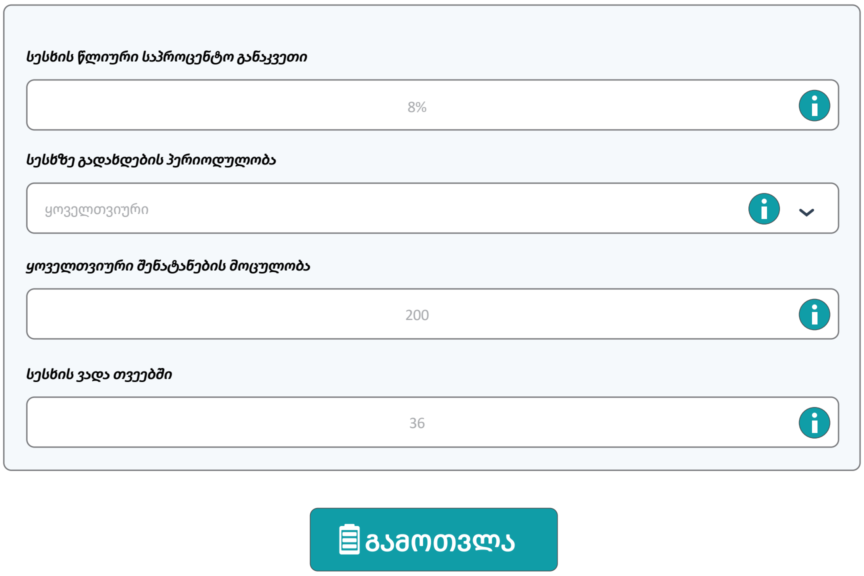
ამოცანის განხილვა:

მაგალითად, გვინდა ავიღოთ სესხი და ვიცით, რომ ყოველთვე შეგვიძლია 200 ლარის გადახდა 36 თვის განმავლობაში, ასევე ვიცით, რომ სესხის საპროცენტო განაკვეთია 8%.

ნაბიჯი 1:

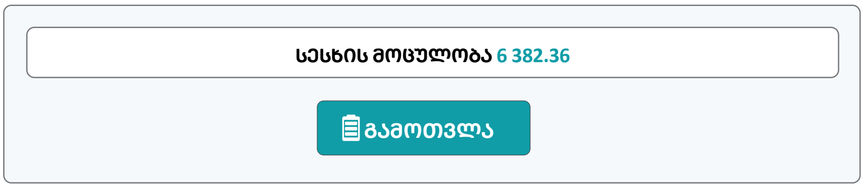
ფინანსური კალკულატორიდან [(იხილეთ კალკულატორი)](), ავირჩიოთ სესხები, შემდეგ ავირჩიოთ და გავხსნათ ფანჯარა [სესხის მოცულობა.]() შევავსოთ კალკულატორში მოცემული უჯრები.

1. ნახაზი



მას შემდეგ, რაც დავაწკაპებთ ღილაკს „გამოთვლა“, გამოჩნდება რა მოცულობის სესხის აღება არის შესაძლებელი ბანკისგან და დამატებითი დეტალები; მაგალითად, რამდენი ლარი დაერიცხება სესხს 36 თვის განმავლობაში, რომელიც მსესხებელმა უნდა გადაუხადოს ბანკს (აღნიშნული თანხა არის ბანკის სარგებელი, იმისათვის რომ გასესხათ თანხა).

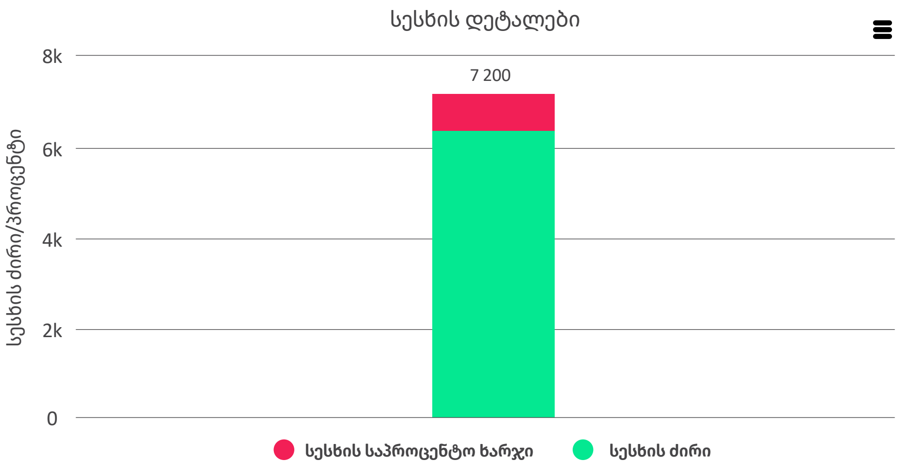
2. ნახაზი



დიაგრამიდან ჩანს, რომ მომხმარებელს შეუძლია აიღოს 6 382.36 ლარი სესხად 36 თვის განმავლობაში, 8 %-იანი წლიური საპროცენტო განაკვეთის პირობებში მას 3 წლის განმავლობაში გადასახდელი ექნება 7 200 ლარი;

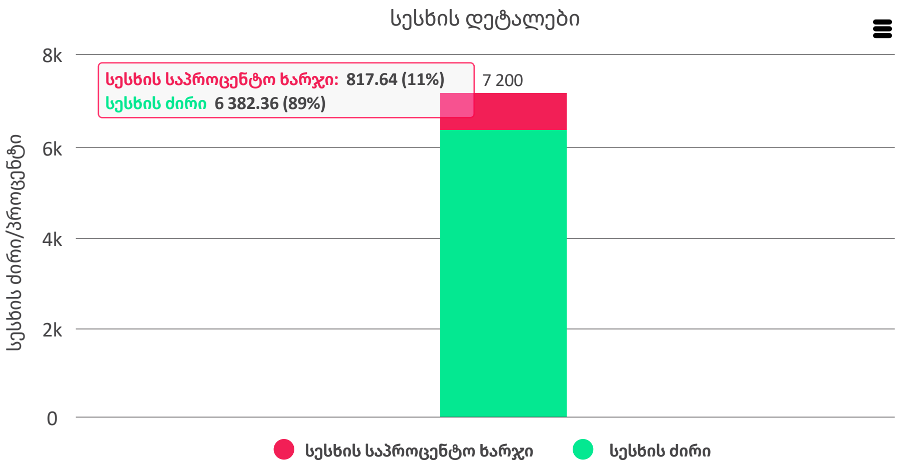
ბანკისთვის ექნება გადასახდელი სარგებელი 7 200 – 6382.36 = 817.64 ლარის ოდენობით, თუ მომხმარებლისთვის აღნიშნული პირობები მისაღები იქნება, მას სესხის აღება შეეძლება. სესხის ასაღებად მან, რა საკვირველია, უნდა დააკმაყოფილოს ბანკის მოთხოვნები.

3. ნახაზი



თუ ისარს მივიტანთ დიაგრამასთან, შევძლებთ დავინახოთ როგორც სესხის ძირი (თანხა რომლის სესხებაც გვინდა), ასევე საპროენტო ხარჯი (ჩვენთვის, მსესხებლისთვის ხარჯი, ხოლო ბანკისთვის აღნიშნული 817,64 ლარი არის სარგებელი).

4. ნახაზი



სესხის მოცულობის ქვემოთ (იხილეთ ნახაზი 2), დაინახავთ ღილაკს წარწერით, გადახდის გრაფიკი.

საკვანძო კითხვა: *რას გვიჩვენებს გადახდის გრაფიკი?*

როგორც მაგალითიდან გამოჩნდა, ამოცანაში მოცემული პირობიდან გამომდინარე ჩვენ ბანკი მოგვცემს სესხად 6382.36 ლარს. შეგვიძლია ბანკს ყოველთვე გადავუხადოთ 200 ლარი, გადახდილი 200 ლარიდან ნაწილი აკლდება ძირს, ხოლო ნაწილი აკლდება დარიცხულ პროცენტს.

3 წლის განმავლობაში ბანკს უნდა დავუბრუნოთ 7 200 ლარი, აქედან 6382.36 ლარი არის ჩვენ მიერ ბანკისგან ნასესხები თანხა, ხოლო 817.64 ლარი არის სესხის საპროცენტო ხარჯი (ბანკის სარგებელი); ამოცანის პირობიდან ვიცით, რომ შეგვიძლია ბანკს ყოველთვე გადავუხადოთ 200 ლარი; გადახდილი 200 ლარიდან ნაწილი აკლდება ძირს (6382.36 ლარს), ხოლო ნაწილი აკლდება დარიცხულ პროცენტს (817.64 ლარს).

გადახდის განრიგი დეტალურად გვიჩვენებს ყოველი გადახდის შემდეგ რამდენი მოაკლდა ძირს, რამდენი დარიცხვულ პროცენტს და რამდენი დარჩა გადასახდელი.

გადახდის განრიგი

თვე	ყოველთვიური შენატანი	პროცენტი	ძირითადი თანხა	სესხის ძირის ნაშთი
1	200.00	42.55	157.45	6224.91
2	200.00	41.50	158.50	6066.41
3	200.00	40.44	159.56	5906.85
4	200.00	39.38	160.62	5746.23
5	200.00	38.31	161.69	5584.54
6	200.00	37.23	162.77	5421.77
7	200.00	36.15	163.85	5257.91
8	200.00	35.05	164.95	5092.97
9	200.00	33.95	166.05	4926.92
10	200.00	32.85	167.15	4759.77
11	200.00	31.73	168.27	4591.50
12	200.00	30.61	169.39	4422.11
13	200.00	29.48	170.52	4251.59
14	200.00	28.34	171.66	4079.93
15	200.00	27.20	172.80	3907.13
16	200.00	26.05	173.95	3733.18
17	200.00	24.89	175.11	3558.07
18	200.00	23.72	176.28	3381.79
19	200.00	22.55	177.45	3204.33
20	200.00	21.36	178.64	3025.70
21	200.00	20.17	179.83	2845.87
22	200.00	18.97	181.03	2664.84

გაგრძელება

გადახდის განრიგი

თვე	ყოველთვიური შენატანი	პროცენტი	ძირითადი თანხა	სესხის ძირის ნაშთი
23	200.00	17.77	182.23	2482.61
24	200.00	16.55	183.45	2299.16
25	200.00	15.33	184.67	2114.48
26	200.00	14.10	185.90	1928.58
27	200.00	12.86	187.14	1741.44
28	200.00	11.61	188.39	1553.05
29	200.00	10.35	189.65	1363.40
30	200.00	9.09	190.91	1172.49
31	200.00	7.82	192.18	980.31
32	200.00	6.54	193.46	786.84
33	200.00	5.25	194.75	592.09
34	200.00	3.95	196.05	396.04
35	200.00	2.64	197.36	198.68
36	200.00	1.32	198.68	0.00

მინიშნება: მიაქციეთ ყურადღება, დასაწყისში თქვენ მიერ გადახდილი თანხიდან ბანკი უმეტეს თანხას აკლებს ძირ თანხას.

სავარჯიშოები

1. მეანაბრემ ბანკში განათავსა 4 000 ლარი წლიური 12%-იანი მარტივი საპროცენტო განაკვეთით. რა იქნება მეანაბრის სარგებელი და საბოლოო თანხა 3 წლის შემდეგ? 7 წლის შემდეგ? *k* წლის შემდეგ?

2. ნანამ პირველ ბანკში განათავსა 6 000 ლარი წლიური 7 % მარტივი საპროცენტო განაკვეთით და 5 000 ლარი მეორე ბანკში 8 % მარტივი საპროცენტო განაკვეთით. რა თანხას აიღებს ნანა ორივე ბანკიდან ერთად

ა) 2 წლის შემდეგ? ბ) 3 წლის შემდეგ? გ) *k* წლის შემდეგ?

3. მეანაბრემ ბანკში განათავსა 3500 ლარი წლიური 10 % მარტივი საპროცენტო განაკვეთით. მინიმუმ რამდენი წლის შემდეგ იქნება მეანაბრის საბოლოო თანხა:

ა) 4 300 ლარზე მეტი? ბ) 5 500 ლარზე მეტი?

4. თორნიკეს სურს 3 წლის შემდეგ შეიძინოს მანქანა, რომელიც მისი გათვლებით ეღირება 35 000 ლარი. ამჟამად მას აქვს 27 000 ლარი და სურს ეს თანხა განათავსოს ერთ-ერთი ბანკის დეპოზიტზე. მინიმუმ რამდენპროცენტიან მარტივ საპროცენტო განაკვეთზე უნდა განათავსოს თორნიკემ საკუთარი თანხა, რომ სამი წლის შემდეგ შეიძინოს სასურველი მანქანა?

5. მეანაბრემ ბანკიდან გამოიტანა სესხი, 7 500 ლარი წლიური *k* % მარტივი საპროცენტო განაკვეთით. 3 წლის შემდეგ, სესხის სრულად დასაფარავად, მეანაბრეს ბანკში შესატანი აქვს 10 650 ლარი. იპოვეთ რა იყო საპროცენტო განაკვეთი (იგივე k%).

6. მეანაბრემ ბანკში ანაბარზე (დეპოზიტზე) განათავსა 8 000 ლარი წლიური 10 % რთული საპროცენტო განაკვეთით. რა იქნება მეანაბრის სარგებელი და საბოლოო თანხა 2 წლის შემდეგ? 4 წლის შემდეგ? *k* წლის შემდეგ?

7. ბანკმა შორენას მისცა 9 000 ლარი სესხი წლიური 12%-იანი რთული საპროცენტო განაკვეთით. რამდენი ლარი ექნება დასამატებელი შორენას სესხის დასაფარად და რამდენი ლარი ექნება სულ გადასახდელი შორენას, თუ სესხის ვადაა 2 წელი? 3 წელი? *k* წელი?

8. თამუნამ გადაწყვიტა განათავსოს 3 000-3 000 ლარი ორ სხვადასხვა ბანკში. პირველი ბანკი სთავაზობს წლიური 11.5%-ს მარტივი საპროცენტო განაკვეთით, ხოლო მეორე ბანკი სთავაზობს წლიურ 10%-იანი რთული საპროცენტო განაკვეთით. რომელი ბანკი მისცემს უფრო მეტ სარგებელს თამუნას და რამდენი ლარით, თუ ბანკებში მეანაბრე დატოვებს თანხებს 2 წელი? 4 წელი? 5 წელი?

ამოხსენით ამოცანები ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით

9. კახას სურს განათავსოს 12 000 ლარი დეპოზიტზე. ბანკი სთავაზობს ორ ვარიანტს: 8.5 %-ს წლიურად, მარტივი პროცენტით, 7.5 %-ს წლიურად, რთული პროცენტით. კახამ მხოლოდ ერთ დეპოზიტზე უნდა განათავსოს საკუთარი თანხა. რომელი დეპოზიტი უფრო მომგებიანი იქნება კახასთვის, თუ თანხა უნდა იდოს დეპოზიტზე 1 წელი? 2 წელი? 4 წელი? 10 წელი?

დაიანგარიშეთ, როგორც ფორმულების გამოყენებით, ასევე ისარგებლეთ ფინანსური კალკულატორით. შეადარეთ როდის რომელი პირობა იქნება მეტად მომგებიანი კახასთვის.

სავარჯიშოები

10. მეწარმემ ბანკისგან აიღო 4 წლიანი სესხი წლიური 20%-იანი რთული საპროცენტო განაკვეთით. დაიანგარიშეთ ბანკის სარგებელი (რამდენი ლარი უნდა გადაუხადოს მეწარმემ ბანკს 4 წლის განმავლობაში ზედმეტი) თუ სესხის მოცულობა არის 20 000 ლარი? ასევე დაიანგარიშეთ ბანკის მიერ მიღებული სარგებელი გასესხებული თანხის რამდენი პროცენტია?

დაიანგარიშეთ, როგორც ფორმულის გამოყენებით, ასევე ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით. *სესხის ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი.*

მითითება: კალკულატორში მისათითებელია თარიღი, ვთქვათ როდის იღებს მეწარმე სესხს, ასევე, რა რიცხვში უნდა მას ყოველთვიურად სესხის გადახდა. ასევე, მიაქციეთ ყურადღება, დროის ველში უნდა მიუთითოთ თვეების რაოდენობა (ჩაწერეთ 48 თვე და არა 4 წელი). კალკუალტორში ასევე მოცემულია დამატებითი ველები, რომელთა მნიშვნელობა ამ ეტაპზე არ არის გასათვალისწინებელი და ჩაწერეთ სიმბოლო 0. (მაგალითად, ხანდახან გადასახდელია დამატებით ყოველთვიური საკომისიო, რომელიც ემატება სესხს, ან რაიმე დამატებითი ხარჯები, რომელთა დაანაგარიშებითა და გათვალისწინებით ხდება ეფექტური საპროცენტო განაკვეთის დათვლა).

11. ბანკმა გენოს მისცა 9 000 ლარის ოდენობის სესხი, წლიური 15%-იანი საპროცენტო განაკვეთით.

ფინანსური კალკულატორით გამოიანგარიშეთ:

ა) რამდენი ლარი ექნება გადასახდელი სულ გენოს ბანკისთვის, თუ ის სესხს აიღებს 2 წლის ვადით? რა იქნება ბანკის სარგებელი?

ბ) გამოიანგარიშეთ, რამდენი ლარი ექნება გენოს გადასახდელი ბანკისთვის სარგებელი, თუ ის სესხს აიღებს 10 წლის ვადით?

მინიშნება: ბანკი სესხს გასცემს ძირითადად რთული საპროცენტო განაკვეთით, ამიტომ აუცილებელია მსესხებელმა დააზუსტოს, თუ რა მეთოდით ხდება ბანკის მიერ სარგებლის გამოთვლა. ასევე შეტანილი თანხიდან გამომდინარე დაანგარიშდება დარიცხული სარგებელი. აუცილებელია, მსესხებელმა სესხის აღებისას კარგად დაიანგარიშოს, თუ რა სარგებელი უნდა გადაუხადოს ხელშეკრულების განმავლობაში ბანკს.

12. ბანკმა ლიზის მისცა 10 000 ლარის ოდენობის სესხი, წლიური 10%-იანი საპროცენტო განაკვეთით.

ფინანსური კალკულატორით გამოიანგარიშეთ:

ა) რამდენი ლარი ექნება გადასახდელი ლიზის ბანკისთვის სულ, თუ ის სესხს აიღებს 1 წლის ვადით? რა იქნება ბანკის სარგებელი?

ბ) გამოიანგარიშეთ, რამდენი ლარი ექნება ლიზის გადასახდელი ბანკისთვის სულ, თუ ის სესხს აიღებს 5 წლის ვადით? ასევე გამოიანგარიშეთ რა იქნება ბანკის სარგებელი.

გ) გამოიანგარიშეთ, რამდენი ლარი ექნება ლიზის გადასახდელი ბანკისთვის სულ, თუ ის სესხს აიღებს 10 წლის ვადით? ასევე გამოიანგარიშეთ რა იქნება ბანკის სარგებელი.

შეადარეთ მონაცემები და იმსჯელეთ, როგორ იზრდება სესხზე დარიცხული თანხა წლების მატებასთან ერთად?

სავარჯიშოები

13. მეწარმემ აიღო 5 წლიანი სესხი წლიური 24%-იანი მარტივი საპროცენტო განაკვეთით. რამდენჯერ აღემატება მეწარმის მიერ ვადის ბოლოს გადასახდელი თანხა მის მიერ თავდაპირველად აღებულ სესხის თანხას, თუ მეწარმემ სესხად აიღო 1 000 ლარი ?

14. ქეთის აქვს 5 000 ლარი, მას უნდა აღნიშნული თანხა დადოს დეპოზიტზე. ერთმა ბანკმა შესთავაზა სადეპოზიტო პირობა, რომლის მიხედვით ის ანაბარზე დადებულ თანხას დაარიცხავს 5%-ს, მარტივი პროცენტის მეთოდით, ხოლო მეორე ბანკმა შესთავაზა, რომ ის ანაბარზე დადებულ თანხას დაარიცხავს სარგებელს რთული პროცენტის მეთოდით, საპროცენტო განაკვეთით 4 %.

ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით გამოიანგარიშეთ:

ა) თუ ქეთი პირველ ბანკში დადებს 3 000 ლარს 4 წლით და მერე ბანკში 2 000 ლარს 4 წლით, რა იქნება ჯამური სარგებელი და დაიანგარიშეთ ასევე, რომელ ბანკში უფრო მეტი დაერიცხა?

ბ) თუ ქეთი პირველ ბანკში დადებს 2 000 ლარს 10 წლით და მერე ბანკში 3 000 ლარს 5 წლით, რა იქნება ჯამური სარგებელი და დაიანგარიშეთ ასევე, რომელ ბანკში უფრო მეტი დაერიცხება?

15. ლანას სურს ბანკიდან სესხის აღება, მან ნახა, რომ ერთ-ერთი ბანკი სთავაზობს სესხს 10%-იანი საპროცენტო განაკვეთით. ლანამ იცის, რომ ყოველთვე მას შეუძლია გადაიხადოს 400 ლარი 4 წლის განმავლობაში, მოცემული პირობების გათვალისწინებით რამდენი ლარი შეიძლება მისცეს სესხად ბანკმა?

....

დაიანგარიშეთ ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით, კერძოდ იხილეთ ბმული *სესხის მოცულობა.*

16. გიორგის სურს ბანკიდან სესხის აღება, მან ნახა, რომ ერთ-ერთი ბანკი სთავაზობს სესხს 7 %-იანი საპროცენტო განაკვეთით. გიორგიმ იცის, რომ ყოველთვე მას შეუძლია გადაიხადოს 600 ლარი 5 წლის განმავლობაში, მოცემული პირობების გათვალისწინებით რამდენი ლარი შეიძლება მისცეს სესხად ბანკმა?

....

დაიანგარიშეთ ფინანსური კალკულატორის მეშვეობით, კერძოდ იხილეთ ბმული *სესხის მოცულობა.*

17. გამოკითხეთ 4 ადამიანი, აუღია თუ არა სესხი ბანკისგან და თხოვეთ დაასახელოს 2 ფაქტი, რა შემთხვევაშია სესხის აღება მომგებიანი და რა შემთხვევაში არ არის მომგებიანი, ასევე სთხოვეთ, გაგიზიაროთ გამოცდილება, რამდენად კმაყოფილები არიან სესხის აღებით? გამოიკვლიეთ, რა შეცდომებს უშვებდნენ ადამიანები სესხის აღების დროს.

სავარჯიშოები

ტერმინი	განმარტება
ანაბარი (დეპოზიტი)	თანხის მფლობელი პირის (დეპოზიტორი, მეანაბრე) მიერ საფინანსო დაწესებულებაში (დეპოზიტარი) თანხის უკან დაბრუნების პირობით განთავსებული თანხაა.
სესხი	თანხა, რომელსაც მსესხებელი გამსესხებლისგან ვალის სახით იღებს წინასწარ შეთანხმებული პირობით, რომელიც მოიცავს თანხის დაბრუნების ვადებს, საპროცენტო განაკვეთებსა და სხვა პარამეტრებს.
საკომისიო	სხვადასხვა პროდუქტით/მომსახურებით სარგებლობისათვის მომხმარებლისთვის დაწესებული გადასახადი, რომლის ოდენობა და გადახდის წესიც განისაზღვრება ხელშეკრულებით.
სესხის გაცემის საკომისიო	საფინანსო ორგანიზაციის მიერ დამტკიცებული სესხის გასაცემად გაწეული ფინანსური ხარჯი.
მარტივი პროცენტი	პროცენტის დარიცხვის მეთოდი მარტივია, თუ ხელშეკრულების მოქმედების პერიოდში თანხაზე პროცენტის დარიცხვა ხდება ერთჯერადად, ვადის გასვლისას. მარტივია ასევე დარიცხვის სქემა, როდესაც პროცენტის დარიცხვა ხდება ხელშეკრულების მოქმედების პერიოდში რამდენჯერმე, მაგრამ პროცენტი გამოანგარიშდება მხოლოდ ძირ თანხაზე.
რთული პროცენტი	პროცენტის დარიცხვის მეთოდი რთულია, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთის დარიცხვა ხდება პერიოდის განმავლობაში რამდენჯერმე და ამასთან, ყოველი შემდეგი დარიცხვა ხდება ძირ თანხასა და უკვე დარიცხული პროცენტის ჯამზე.
ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი	საპროცენტო განაკვეთი, რომლის გაანგარიშებაშიც გათვალისწინებულია ყველა ხარჯი (ხარჯების არსებობის შემთხვევაში) და ამ ხარჯების გაწევის პერიოდი, ასევე, ყველა სარგებელი/მისაღები თანხა და ამ სარგებლის მიღების პერიოდი. პ.ს. ეფექტური საპროცენტო განაკვეთი გამოიყენება სესხების/კრედიტებისა და დეპოზიტების/ანაბრების ხელშეკრულებებში. მისი მიზანია, მომხმარებელს მისცეს სხვადასხვა შემოთავაზების ერთმანეთთან შედარების და უკეთესი ალტერნატივის არჩევის შესაძლებლობა. აღსანიშნავია, რომ ქართული კანონმდებლობით დადგენილია სესხის გაცემის შემთხვევაში მაქსიმალური ეფექტური საპროცენტო განაკვეთის ოდენობა.

სავარჯიშოები

კითხვები ცოდნის შესამოწმებლად

1. რომელი ათწილადი შეესაბამება 75%-ს?
ა) 0.075; ბ) 0.75; გ) 7.5; დ) 0.075.

3. რომელი ათწილადი შეესაბამება 2.5 %-ს?
ა) 0.25; ბ) 2.5; გ) 0.02; დ) 0.05.

5. რამდენია 24 -ის 2 %?
ა) 0.48; ბ) 0.048; გ) 4.8; დ) 48.

7. რამდენია 5%-ის 10%?
ა) 1.5; ბ) 0.5; გ) 0.05; დ). 0.005.

9. გამოკითხვაში მონაწილეობა მიიღო 10 000-მა ადამიანმა. გამოკითხულების 70%-ს მოსწონს აიფონი. რამდენ ადამიანს არ მოსწონს აიფონი?
ა) 7000; ბ) 4000; გ) 3000; დ) 5000.

2. რომელი წილადი შეესაბამება 80%-ს?
ა) $\frac{1}{5}$; ბ) $\frac{5}{8}$; გ) $\frac{4}{5}$; დ) $\frac{8}{5}$.

4. წარმოადგინეთ პროცენტის სახით 3 მთელი.
ა) 30%; ბ) 300%; გ) 0.3%; დ) 3%.

6. წარმოადგინეთ პროცენტის სახით 0.4 ნაწილი.
ა) 0.4%; ბ) 400%; გ) 4%; დ) 40%.

8. რამდენია 23%-ის 40%?
ა) 0.092; ბ) 0.92; გ) 9.2; დ) 92.

10. რამდენია 150-ის 30%?
ა) 4.5; ბ) 0.45; გ) 45; დ) 45.

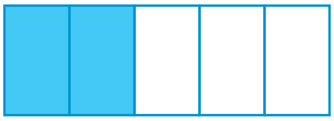
ღია კითხვები:

1. კინოთეატრში 120 ადგილიდან 90 დაკავებულია. ადგილების რამდენი პროცენტია დაკავებული?
2. მარიამმა ტესტზე 80 კითხვიდან სწორი პასუხი გასცა 70 კითხვას. კითხვების რამდენ პროცენტს გასცა სწორი პასუხი მარიამმა?
3. სკოლის მოსწავლეთა 35% თამაშობს მხოლოდ კალათბურთს, 40% – მხოლოდ ფეხბურთს, დანარჩენი ცეკვაზე დადის. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში, თუ ფეხბურთზე 320 მოსწავლე დადის?
4. მანქანის საწყისი ღირებულებაა 6 000 ლარი. რა ეღირება მანქანა 15%-იანი ფასდაკლების მერე?
5. სკოლაში 440 მოსწავლე იყო, ახალი სასწავლო წლიდან მოსწავლეთა რაოდენობა გაიზარდა 12%-ით. რამდენი მოსწავლეა სკოლაში?
6. a რიცხვის 20%-ია b. იპოვეთ b-ს რამდენი პროცენტია a?
7. ქალაქის მოსახლეობა ყოველ 20 წელიწადში 15 %-ით იზრდება. რა იქნება ქალაქის მოსახლეობა 2020 წლისთვის, თუ 1980 წელს ქალაქში 250 000 ადამიანი ცხოვრობდა?
8. სოფლად მცხოვრები მოსახლეობა ყოველ 10 წელიწადში 20%-ით მცირდება. რამდენი ადამიანი იცხოვრებს სოფლად 2020 წლისთვის, თუ 1990 წელს სოფელში 150 000 ადამიანი ცხოვრობდა?
9. მაღაზიის საწყობში 200 წყვილი ფეხსაცმელია, ფეხსაცმლების 60% შავია, დანარჩენი – ფერადი. რამდენი ფერადი ფეხსაცმელია მაღაზიის საწყობში?
10. თორნიკემ სახლი 60 000 ლარად იყიდა და 54 000 ლარად გაყიდა. რამდენი პროცენტი იზარალა თორნიკემ?
11. ანდრიამ მანქანა 5 000 ლარად იყიდა და შეაკეთა, რაშიც 600 ლარი დაეხარჯა. შემდეგ ეს მანქანა 6 400 ლარად გაყიდა. რამდენი პროცენტი ისარგებლა ანდრიამ?

სავარჯიშოები

ტესტი განმავითარებელი შეფასებისთვის

1. მოცემულია მართხკუთხედი, რომლის ნაწილი გაფერადებულია



- მართკუთხედის რა ნაწილია გაფერადებული? ________________________________
- მართკუთხედის რამდენი პროცენტია გაფერადებული? __________________________

2. მოცემულია ეკვივალენტური ჩანაწერები. რომელი ჩანაწერებია სწორი?

$\frac{42}{150}$	16%	0.28
$\frac{21}{60}$	28%	0.286

3. მაკამ პირველ დღეს წაიკითხა წიგნის $\frac{1}{2}$, მეორე დღეს წიგნის 35%, დანარჩენი მესამე დღეს; წიგნის რა ნაწილი წაიკითხა მესამე დღეს? (პასუხი წარმოადგინე პროცენტული ჩანაწერით).

4. ტესტში 60 კითხვაა, ნანამ კითხვების 80%-ს გასცა სწორი პასუხი, რამდენ კითხვას გასცა ნანამ სწორი პასუხი?

5. ზურამ შეასრულა დავალების 75%, რომელიც შეადგენს 12 სავარჯიშოს, სულ რამდენი სავარჯიშო ჰქონდა შესასრულებელი ზურას?

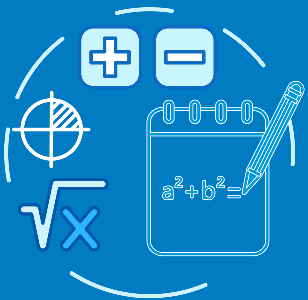
6. აჩვენეთ, როგორ გამოიანგარიშეთ:

ა) 0.15 ნაწილი; ბ) 1.5 ნაწილი; გ) 1.15 ნაწილი; დ) $1\frac{1}{2}$ ნაწილი.

7. კლასის მოსწავლეთა 60% გოგოა, გოგოების 20% დადის კალათბურთზე, კლასის რა ნაწილი დადის კალათბურთზე, თუ ვიცით, რომ არცერთი ბიჭი კლასიდან არ დადის კალათბურთზე.

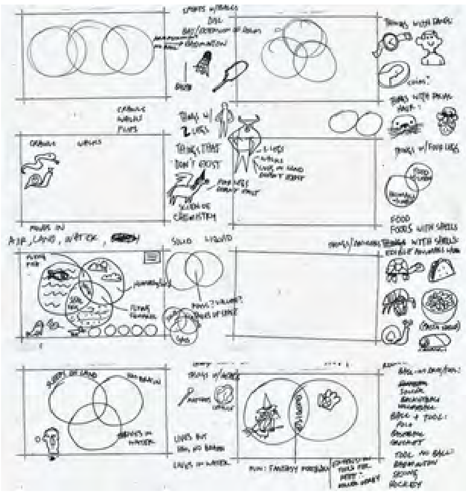
8. სათამაშოს საწყისი ღირებულება იყო 150 ლარი, ფასდაკლების შემდეგ მისი ღირებულება გახდა 120 ლარი, რამდენ პროცენტიანი ფასდაკლება იყო მაღაზიაში?

9. კომპიუტერული ტექნიკის ორ ფილიალში გააკეთეს ფასდაკლება ერთსა და იმავე ტექნიკაზე. ერთ დღეს პირველ ფილიალში ფასი შეამცირეს ჯერ 20%-ით, ხოლო შემდეგ 10 %-ით, მეორე ფილიალში 30%-ით. რომელი ფილიალში უფრო დიდი ფასდაკლება იყო?

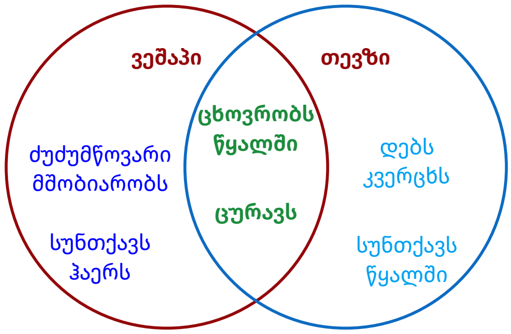


იცით თუ არა,

- რა მსგავსი და განსხვავებული ნიშან-თვისებები აქვთ თევზებსა და ვეშაპებს?
- რა ფორმითაა ყველაზე მოსახერხებელი და აღქმადი მსგავსებისა და განსხვავებების წარმოდგენა?



სურათი 1.8. *ჯონ ვენის ილუსტრაცია*



პრობლემასთან მუშაობის დროს ან სიტუაციის გააზრებისთვის, ხშირად, საჭიროა მისი ვიზუალურად ილუსტრირება, ერთ-ერთი მეთოდი, რომელსაც სიტუაციის გასააზრებლად ვიყენებთ ვენის (ეილერ-ვენის) დიაგრამებია.

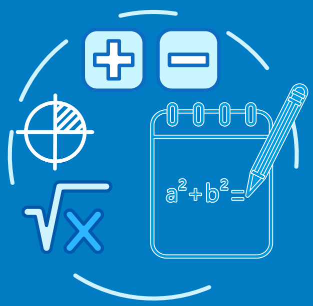
ვენის დიაგრამები არის გრაფიკული მაორგანიზებლები, რომლებიც გვეხმარება კომპლექსურად რთული კავშირების ვიზუალურ წარმოდგენაში.

ჯონ ვენი იყო ინგლისელი მათემატიკოსი და ლოგიკოსი, რომელმაც სიმრავლეებსა და მის ქვეჯგუფებს, ასევე სხვადასხვა სიმრავლეს შორის კავშირების დასადგენად, გამოიყენა დიაგრამები, რომლებსაც მოგვიანებით ვენის დიაგრამები ეწოდა. თავად ჯონ ვენი, დასაწყისში, აღნიშნულ დიაგრამებს ეილერის წრეებს ეძახდა, რადგან XVIII საუკუნის დასაწყისში მათემატიკოსმა ლეონარდ ეილერმა წარადგინა გრაფიკული მაორგანიზებლები, რომელთა ფართოდ გამოყენება და გაუმჯობესება ჯონ ვენმა დაიწყო.

დღესდღეობით, აღნიშნულ დიაგრამებს უმეტესწილად ვენის დიაგრამებად მოიხსენებენ, ან ეილერ-ვენის დიაგრამებად.

გაგრძელება

IV. დავალების წარდგენა



საკვანძო კითხვა:

- *რას ნიშნავს უსასრულობა და როგორ შეიძლება მისი ჩაწერა მათემატიკაში?*

კომპლექსური დავალება

თქვენი დავალება

1. გამოიკვლიოთ რიცხვების, რიცხვითი სიმრავლეების როგორც ურთიერთკავშირი, ასევე მნიშვნელობა; შემდეგ ვენის დიაგრამის მეშვეობით წარმოადგინოთ, თუ როგორ არის დაკავშირებული რიცხვითი სიმრავლეები ერთმანეთთან და მოიყვანოთ ორი არგუმენტი აღნიშნული წარმოდგენის უპირატესობაზე.
2. გამოიკვლიოთ, რომელ სფეროებში გამოიყენება ვენის დიაგრამები გარდა მათემატიკისა.
3. გამოიკვლიოთ, როგორ ახსნა დავიდ ჰილბერტმა უსასრულობის კონცეფცია.
4. მოიყვანოთ მაგალითი, რომლის საფუძველზეც ისაუბრებთ ნამდვილი რიცხვების მნიშვნელობაზე სხვადასხვა რეალურ სიტუაციასა თუ საბუნებისმეტყველო საგნებში.

ნაშრომი წარმოადგინეთ რეფერატის სახით

ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

I. რომელ სფეროებში გამოიყენება ვენის დიაგრამა და ამარტივებს თუ არა ვენის დიაგრამები ამოცანის აღქმას. საილუსტრაციოდ მოიყვანეთ ორი დამატებითი მაგალითი სხვადასხვა სფეროდან (მაგ., ლიტერატურა, ბიოლოგია, ფიზიკა და სხვა).

II. როგორ შეიძლება უსასრულობის მათემატიკურად წარმოდგენა/ჩაწერა?

III. რომელი მოდელებით შეიძლება სიმრავლეების ურთიერთმიმართების წარმოდგენა? შეადარეთ ორი მოდელი ერთმანეთს და ისაუბრეთ მათ უპირატესობაზე (მაგ., ვენის დიაგრამა და რიცხვითი წრფე).

IV. რა ტიპის კანონზომიერებებს ხედავთ რიცხვებში, რიცხვით სიმრავლეებში?

თემა 7. სიმრავლე, მოქმედებები სიმრავლეზე, რიცხვითი სიმრავლეები

7.1. სიმრავლე, მოქმედებები სიმრავლეზე

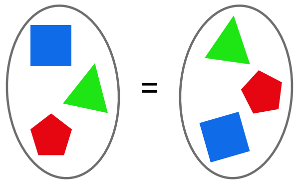
სიმრავლე არის სიმბოლოების, საგნების, ობიექტების ერთობლიობა. სიმრავლე შეიძლება იყოს: ადამიანების, საგნების, ობიექტების, ცხოველების, კომპანიების და ა.შ.

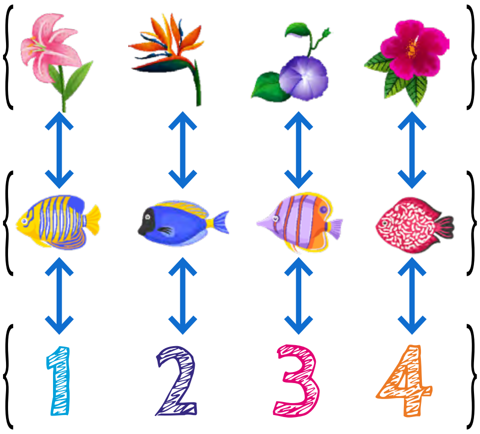
სიმრავლე შეიძლება იყოს სასრული ან უსასრულო.

საგნებს, ობიექტებს, სიმბოლოებს, რომელთა ერთობლიობაცაა სიმრავლე, **სიმრავლის ელემენტები** ეწოდება.

სიმრავლის აღნიშვნა	■ სიმრავლე აღინიშნება დიდი ლათინური ასოებით: A, B, C... სიმრავლის ელემენტებს ვწერთ ფიგურულ ფრჩხილებში { } სიმრავლე შეიძლება იყოს მოცემული სიტყვიერად.	მაგალითად, A არის ერთნიშნა დადებითი რიცხვების სიმრავლე $A = \left\{ \begin{matrix} \text{ერთნიშნა დადებითი} \\ \text{რიცხვების სიმრავლე} \end{matrix} \right\}$ A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}
სიმბოლოების მნიშვნელობები	∈ – ნიშნავს „ეკუთვნის“ ∉ – ნიშნავს „არ ეკუთვნის“ n(A) – ნიშნავს, რამდენი ელემენტია სიმრავლეში.	■ 1∈ A – ნიშნავს, 1 არის A სიმრავლის ელემენტი ■ 15 ∉ A – ნიშნავს, 15 არ არის A სიმრავლის ელემენტი ■ n(A) = 9, A – სიმრავლეში 9 ელემენტია
ცარიელი სიმრავლე	■ სიმრავლეს, რომელიც არ შეიცავს არცერთ ელემენტს, **ცარიელი სიმრავლე** ეწოდება.	∅ – ცარიელი სიმრავლის აღმნიშვნელი სიმბოლო
უნივერსალური სიმრავლე	■ უნივერსალური სიმრავლე არის ისეთი სიმრავლეს, რომელიც შეიცავს განხილულ შემთხვევაში ყველა მოცემულ სიმრავლეს.	უნივერსალური სიმრავლე, აღინიშნება ლათინური ასო-ბგერით U.

ტოლი სიმრავლეები	სიმრავლეებს ეწოდება ტოლი, თუ ისინი ზუსტად ერთი და იმავე ელემენტებისაგან შედგებიან.	A = {1,2,3,4}; B = {1,2,3,4}; A = B **ტოლი სიმრავლეები**
	■ თუ ორ სიმრავლეში შეგვიძლია დავაწყვილოთ ელემენტები ისე, რომ არცერთი ელემენტი არ დარჩეს შესაბამისი წყვილის გარეშე, ვიტყვით, რომ ასეთ დაწყვილებას, ჰქვია **ბიექცია.** სიმრავლიდან ყოველ ელემენტს შეესაბამება ერთადერთი ელემენტი მეორე სიმრავლიდან.	





ვენის დიაგრამა

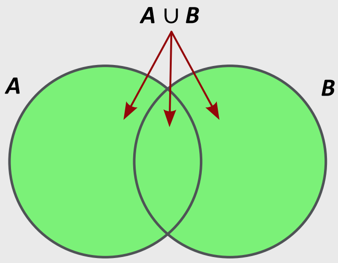
რიცხვების ან ობიექტების სიმრავლეზე მოქმედებების შესრულების თვალსაჩინოდ წარმოდგენისა და სიცხადისთვის იყენებენ დიაგრამებს (სხვადასხვა ბრტყელ ფიგურებს/არეებს), რომლებსაც **ვენის დიაგრამები** ეწოდება.

ვენის დიაგრამისთვის ძირითადად გამოიყენება წრეები (თუმცა, შეიძლება გამოყენებული იყოს სხვადასხვა ფორმის ფიგურა/არე). ამ არეების ფორმა შეიძლება იყოს წრე, ელიფსი, მართკუთხედი, სამკუთხედი, უსწორმასწორო არე და სხვა. არც ზომაა არსებითი. მთავარია ამ არეების ურთიერთგანლაგება, რომელი რომელს მოიცავს, რომელი რომლის გარეთ მდებარეობს და სხვა.

უნივიერსალური სიმრავლის წარმოსადგენად ხშირად იყენებენ მართკუთხედს, ხოლო დანარჩენი სიმრავლეების წარმოსადგენად წრეებს.

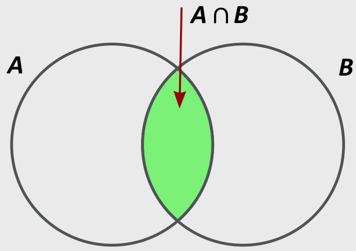
მოქმედებები სიმრავლეზე

A ∪ B – **სიმრავლეთა გაერთიანება**



ორი სიმრავლის გაერთიანება ეწოდება სიმრავლეს, რომელიც შედგება **A** და **B** სიმრავლეების ყველა ელემენტისგან. მასში შემავალი ნებისმიერი ელემენტი ეკუთვნის ან **A** სიმრავლეს,ან **B** სიმრავლეს, ან ორივე სიმრავლეს ერთდროულად.

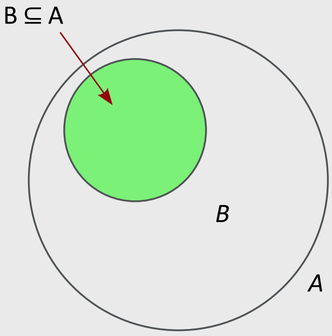
სიმბოლო ∪ – აღნიშნავს გაერთიანებას.



$A \cap B$ – **სიმრავლეთა თანაკვეთა**

ორი A და B სიმრავლის **თანაკვეთა** ეწოდება სიმრავლეს, რომელიც მოიცავს მხოლოდ A და B სიმრავლეების საერთო ელემენტებს.

$\cap$ სიმბოლო აღნიშნავს თანაკვეთას



მეტი სიცხადისთვის, მოცემულ დიაგრამაზე: $B \subset A$

B სიმრავლეს ეწოდება A სიმრავლის **ქვესიმრავლე**, თუ A სიმრავლე შეიცავს B სიმრავლის ყველა ელემენტს.

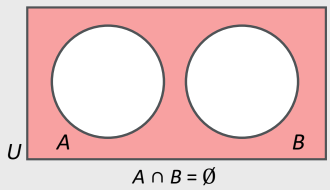
$\subset$ – ნიშნავს ქვესიმრავლეს

მოცემულ დიაგრამაზე B სიმრავლე A სიმრავლის ქვესიმრავლეა $B \subset A$,

თუმცა შეგვიძლია დავწეროთ ამგვარად,

$B \subseteq A$; B სიმრავლე A-ს ქვესიმრავლეა ან ტოლია (მოცემული ნიმუშით ვხედავთ, რომ $B \subset A$).

შენიშვნა: ცარიელი სიმრავლე ნებისმიერი სიმრავლის ქვესიმრავლეა

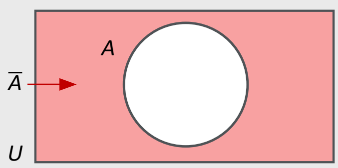


იმ შემთხვევაში, თუ ორ სიმრავლეს არ აქვს საერთო ელემენტი, ვამბობთ, რომ მათი თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

ორ სიმრავლეს შეიძლება არ ჰქონდეს საერთო ელემენტები, ასეთ შემთხვევაში ორი სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

$A \cap B = \emptyset$

$\overline{A}$ **– სიმრავლის დამატება;**



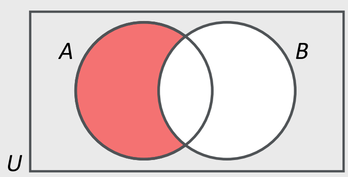
$\overline{A}$ **– სიმრავლის დამატება** წარმოადგენს იმ წერტილთა სიმრავლეს, რომლებიც არ შედიან A სიმრავლეში.

$$A \cup \overline{A} = U$$

$$n(A) + n(\overline{A}) = n(U)$$

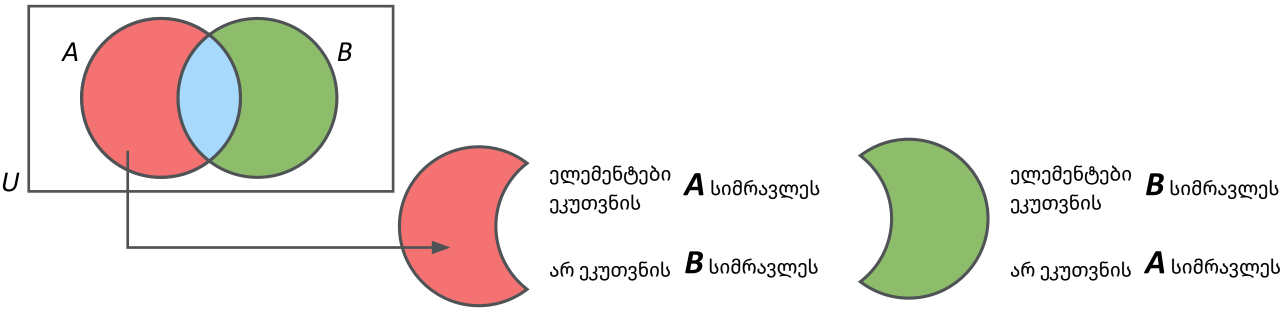
$$A \cap \overline{A} = \emptyset$$

***A\B* – გამოკლების ოპერაცია**



A და B სიმრავლეების სხვაობა ეწოდება იმ სიმრავლეს, რომელიც შეიცავს მხოლოდ იმ ელემენტებს, რომლებიც ეკუთვნის მხოლოდ A სიმრავლეს და არ ეკუთვნის B სიმრავლეს.

გაგრძელება



- n(A) = a – აღნიშნავს A სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას.
- n(B) = b – აღნიშნავს B სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას.
- n(A∩B) = c – აღნიშნავას იმ ელემენტების რაოდენობას, რომლებიც ორივე სიმრავლეს ეკუთვნის.

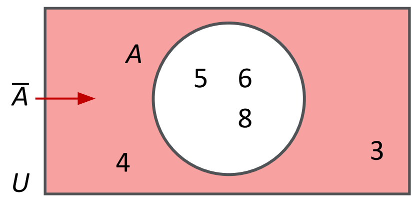
იმისათვის, რომ დავადგინოთ სულ რამდენი ელემენტია სიმრავლეთა გაერთიანებაში, ვიყენებთ ფორმულას:

$$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$$

მოცემული ტოლობის სისწორეს დავინახავთ ნიმუშის მიხედვით (ნიმუში 3-ის განხილვისას)

ნიმუში 1

- რომელი ელემენტებია A სიმრავლის დამატებაში?

$\overline{A}$ = {3,4}	

ნიმუში 2

- **იპოვეთ** A და B **სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და სხვაობა**

მოცემულია:

A {1 ,2}; B {1 ,3,4} ;

U{1 ,3,4,5,6} – უნივერსალური სიმრავლე

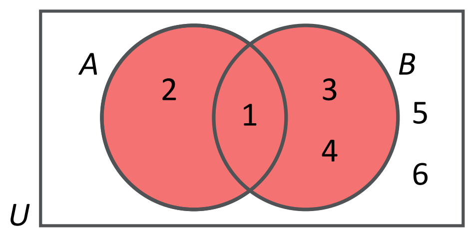
AUB = {1 ,2,3,4}

A∩B = {1 }

A\B= {2 }

B\A= {3,4 }

5-სა და 6-ს არ შეიცავს არც A და არც B სიმრავლე



ნიმუში 3

- **იპოვეთ** A და B **სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და სხვაობა**

კლასის 10 მოსწავლე დადის ცეკვაზე, 8 ცურვაზე, 3 – ორივეზე ერთად. კლასის რამდენი მოსწავლე დადის ერთ-ერთ წრეზე მაინც?

ამოცანის პირობის გააზრება:

A სიმრავლით მოცემულია იმ მოსწავლეთა რაოდენობა, რომლებიც დადიან ცეკვაზე.

B სიმრავლით მოცემულია იმ მოსწავლეთა რაოდენობა, რომლებიც დადიან ცურვაზე.

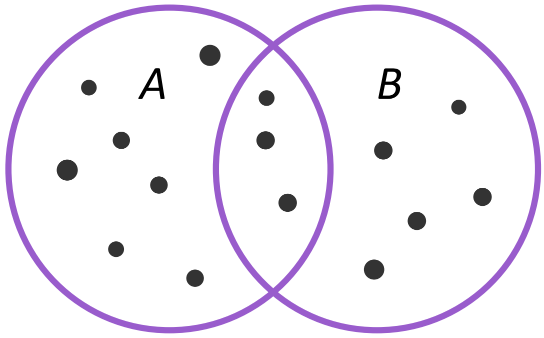
n(A) = 10 და n(B) = 8

ამოხსნა: n(A ⋂ B) = 3 – თანაკვეთაში 3 ელემენტია ნიშნავს, რომ 3 ელემენტი ერთდროულად შედის ორივე სიმრავლეში. ე.ი. ელემენტთა საერთო რიცხვი გაერთიანებაში (ჩვენს შემთხვევაში, კლასში) არის:

n(A∪C) = 10 + 8 – 3 = 15

დასკვნა: n(A∪C) = n(A) + n(B) – n(A∩B)

პასუხი: კლასის 15 მოსწავლე დადის ერთ-ერთ წრეზე მაინც.

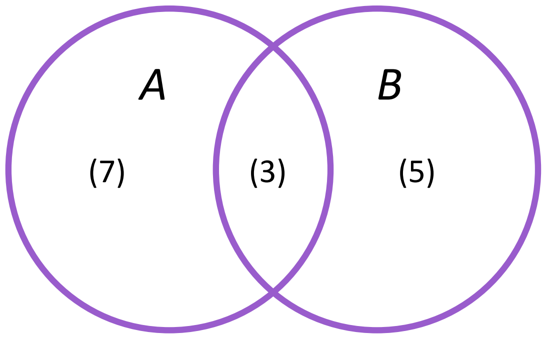


n(A) = 10 და n(B) = 8

ხშირად ელემენტების რაოდენობას დიაგრამებში შემდეგი წესით აღნიშნავენ:

(7) – ნიშნავს მხოლოდ A სიმრავლეში ანუ A-სა და B-ს სხვაობაში 7 ელემენტია.

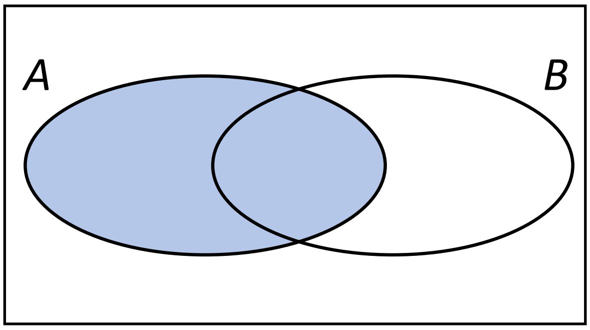
N (A\B) = 7; n(B\A) = 5;
n (A ∩ B) = 3



ნიმუში 4 – ვაჩვენოთ დიაგრამით შემდეგი A ∩ B'

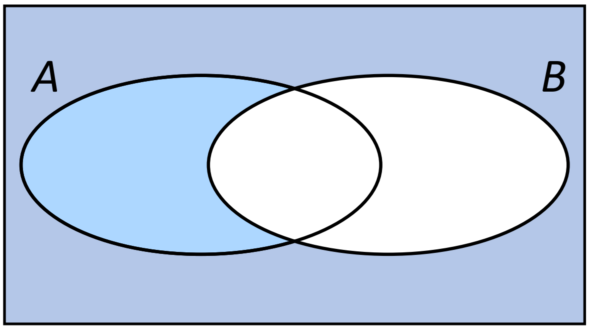
ნაბიჯი 1: **ვაჩვენოთ დიაგრამით A**

A



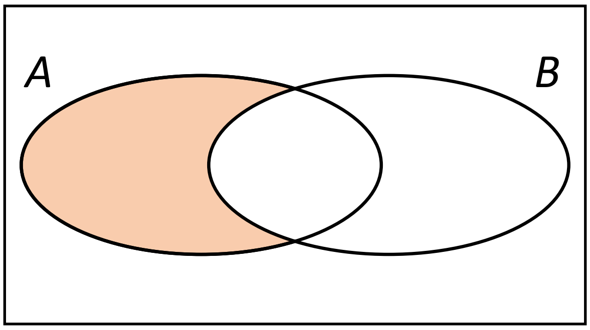
ნაბიჯი 2: **ვაჩვენოთ დიაგრამით B'**

B'



ნაბიჯი 3:

$A \cap B' =$



სიმბოლოების მნიშვნელობები:

$\in$	– „ეკუთვნის“
$\notin$	– „არ ეკუთვნის“
$\subset$	– ქვესიმრავლეა
$\subseteq$	– ქვესიმრავლეა ან ტოლია
$\cap$	– თანაკვეთა
$\cup$	– გაერთიანება
$n(A)$	– რამდენი ელემენტია სიმრავლეში.

სავარჯიშოები

1. გამოიყენეთ სიმრავლის აღმნიშვნელი სიმბოლოები და ჩაწერეთ შემდეგი სიმრავლეები:

ა) A არის 20-ზე ნაკლები ლუწი ნატურალური რიცხვების სიმრავლე;
ბ) B არის ნატურალური კენტი რიცხვების სიმრავლე 10-დან 24-მდე;
გ) C არის 40-ზე ნაკლები 5-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე;
დ) D არის 35-ზე ნაკლები მარტივი რიცხვების სიმრავლე;
ე) E არის 90-ზე ნაკლები 8-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე;
ვ) F არის 70-ზე ნაკლები იმ რიცხვების სიმრავლე, რომლებიც 6-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევენ 3-ს;
ზ) G არის 30-ზე მეტი და 90-ზე ნაკლები იმ რიცხვების სიმრავლე, რომლებიც 3-ზე და 4-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევენ 2-ს;
თ) H არის წესიერი წილადების სიმრავლე, რომელთა მნიშვნელია 9;
ი) M არის $\frac{1}{2}$-ზე ნაკლები და $\frac{1}{3}$-ზე მეტი იმ წილადების სიმრავლე, რომელთა მნიშვნელია 60;
კ) T არის 10-ზე მეტი ერთნიშნა რიცხვების სიმრავლე.

2. სავარჯიშო N1-დან გამომდინარე, იპოვეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა **n(A); n(B); n(C); n(D); n(E); n(F); n(G); n(H); n(M); n(T).**

3. მოცემულია სიმრავლე A = {2; 4; 5; 6; 10; 12; 14; 18; 22; 26; 28}. შესაბამისი სიმბოლოების გამოყენებით ჩაწერეთ:

ა) 5 ეკუთვნის A სიმრავლეს;
ბ) 14 ეკუთვნის A სიმრავლეს;
გ) 23 არ ეკუთვნის A სიმრავლეს;
დ) 17 არ ეკუთვნის A სიმრავლეს;
ე) სიმრავლე B = {5; 6; 12; 14} არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
გ) სიმრავლე C = {4; 10; 22; 26; 28} არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
დ) სიმრავლე D = {2; 9; 18; 22; 29} არ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
ე) სიმრავლე E = {2; 9; 18; 22; 29} არ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე.

5. მოცემულია M = {5;10;15;20;25; 30; 35; 40} და N = {10; 20; 30; 40; 50} ორი სიმრავლე. ქვემოთ მოცემული ჩანაწერებიდან რომელია სწორი და რომელი არასწორი?

ა) 5 ∈ N;	დ) 40 ∉ N;	ზ) 25 ∈ M;	კ) 45 ∈ M∩N;
ბ) 20 ∉ N;	ე) 25 ∈ N;	თ) 50 ∉ M ;	ლ) 30 ∈ M∪N;
გ) 15 ∈ M;	ვ) 35 ∉ N;	ი) 35 ∉ M∩N;	მ) 20 ∉ M∪N.

6. მოცემულია სიმრავლეები M = {3; 5; 11} და N = {12; 16; 24; 28}. დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლე.

7. იპოვეთ A ∪ B, n(A ∪ B) და A ∩ B , n(A ∩ B), თუ მოცემულია, რომ

ა) A = {1; 4; 9; 15} და B = {1; 5; 9; 13; 17} ;
ბ) A = {4; 7; 11; 16; 22} და B = {11; 22; 33; 44} ;
გ) A = {14; 16; 19; 21; 24; 30} და B = {12; 16; 19; 20; 24};
დ) A = {–12; –5; 0; 1; 7} და B = {–15;–5; 0; 5; 10};
ე) A = {a; b; c; d; e} და B = {b; d; e; k};
ვ) A = {c; e; h; k; 9; 17} და B = {e; f; h; 5; 9; 14; 19}.

სავარჯიშოები

8. სიმრავლეებისთვის იპოვეთ $A = \{25;50;75;100\}$ და $B = \{20; 40; 60; 80; 100; 120\}$:

ა) $A \cup B$; ბ) $A \cap B$; გ) $n(A)$; დ) $n(B)$; ე) $n(A \cup B)$; ვ) $n(A \cap B)$.

9. A არის 100-ზე ნაკლები 8-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე, ხოლო B არის 105-ზე ნაკლები 10-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე.

ა) დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტები;

ბ) დაადგინეთ, რომელი სიმრავლეა მეორის ქვესიმრავლე;

გ) იპოვეთ $n(A)$ და $n(B)$;

დ) იპოვეთ A და B სიმრავლეების თანაკვეთა და გაერთიანება;

ე) იპოვეთ $n(A \cup B)$ და $n(A \cup B)$.

10. A არის 10-ის ჯერადი რიცხვები 100-დან 200-მდე, ხოლო B არის 5-ის ჯერადი რიცხვები 80-დან 155-მდე.

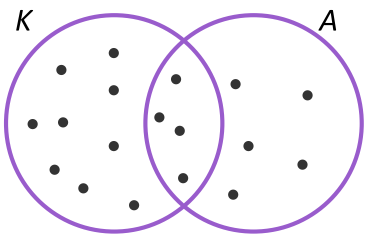
ა) დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტები;

ბ) დაადგინეთ, რომელი სიმრავლეა მეორის ქვესიმრავლე;

გ) იპოვეთ $n(A)$ და $n(B)$;

დ) იპოვეთ A და B სიმრავლეების თანაკვეთა და გაერთიანება;

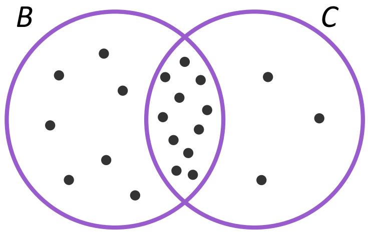
ე) იპოვეთ $n(A \cup B)$ და $n(A \cap B)$.



11. ნახაზზე მოცემულია ორი K და A სიმრავლე. იპოვეთ:

ა) $n(A)$; ბ) $n(K)$; გ) $n(A \setminus K)$;
დ) $n(K \setminus A)$; ე) $n(A \cup K)$; ვ) $n(A \cap K)$.

12. ნახაზზე მოცემულია ორი B და C სიმრავლე. იპოვეთ:



ა) $n(B)$; ბ) $n(C)$; გ) $n(B \setminus C)$;
დ) $n(C \setminus B)$; ე) $n(B \cup C)$; ვ) $n(C \cap B)$.

13. მოცემულია სიმრავლეები $M = \{3; 4; 5; 6; 9; 12; 15; 16; 18\}$ და $N = \{10; 12; 14; 16; 17; 24; 15; 28\}$. გამოსახეთ ეს ინფორმაცია ვენის დიაგრამის საშუალებით და იპოვეთ:

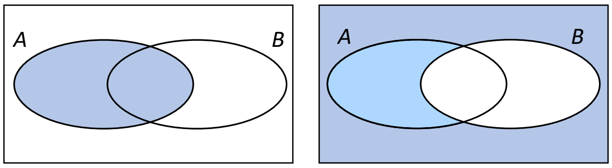
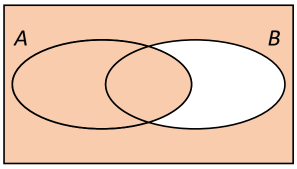
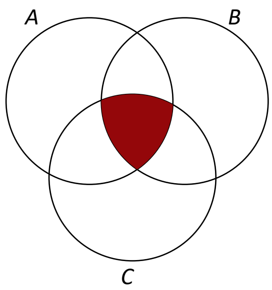
ა) $M \cup N$; დ) $N \setminus M$; ზ) $n(M \cup N)$; კ) $n(N \setminus M)$;
ბ) $N \cap M$; ე) $n(M)$; თ) $n(N \cap M)$; ლ) $(M \setminus N) \cup (N \setminus M)$;
გ) $M \setminus N$; ვ) $n(N)$; ი) $n(M \setminus N)$; მ) $n((M \setminus N) \cup (N \setminus M))$.

14. მოცემულია სიმრავლეები $A = \{5; 9; 11; 15; 17; 21\}$ და $B = \{9; 11; 18; 22; 26; 30\}$. გამოსახეთ ეს ინფორმაცია ვენის დიაგრამის საშუალებით და იპოვეთ:

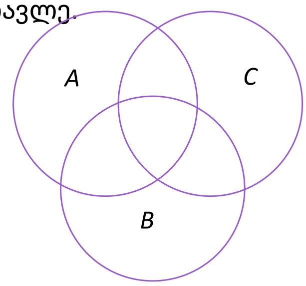
ა) $A \cup B$; დ) $B \setminus A$; ზ) $n(A \cup B)$; კ) $n(B \setminus A)$;
ბ) $B \cap A$; ე) $n(A)$; თ) $n(B \cap A)$; ლ) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;
გ) $A \setminus B$; ვ) $n(B)$; ი) $n(A \setminus B)$; მ) $n((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$.

სავარჯიშოები

15. ქვემოთ მოცემულია დიაგრამები და შესაბამისი ჩანაწერი. გააანალიზეთ და ახსენით თითოეული ჩანაწერის სისწორე; მოიყვანეთ რაიმე მაგალითი, რომელიც შეესაბამება თითოეულ დიაგრამას.

ა) მოცემულია $A \cup B'$	ბ) $A \cap B \cap C$
 A ∩ B' = 	A ∩ B ∩ C = 

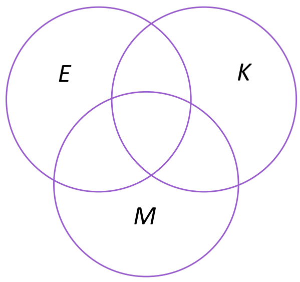
16. **გამოწვევა:** ვენის დიაგრამაზე მოცემულია სამი A, B და C სიმრავლე. დიაგრამაზე დაშტრიხეთ შემდეგი სიმრავლეები:



ა) A ∪ B;	დ) B ∩ C;	ზ) A\B;	კ) C\A;
ბ) B ∩ A;	ე) A ∩ C;	თ) C\B;	ლ) A\C;
გ) A ∪ C;	ვ) B ∩ C;	ი) B\A;	მ) B\C.

გამოწვევა:

17. ვენის დიაგრამაზე მოცემულია სამი E, M და K სიმრავლე. დიაგრამაზე დაშტრიხეთ შემდეგი სიმრავლეები:



ა) (E ∪ M) ∪ K;	ე) (K ∩ E) ∩ M;	ი) (K ∪ E) \ M;
ბ) (M ∩ K) ∪ E;	ვ) (M ∩ K)\ E;	კ) (M \ K) ∪ M;
გ) (E ∩ M) \ K;	ზ) (K \ E)\ M;	ლ) (E \ K) ∪ (M \ E);
დ) (K \ M) ∪ E;	თ) (M \ E) ∩ M;	მ) (M \ K) ∩ (E \ K).

18. კლასში 26 მოსწავლეა და ყველა სწავლობს უცხო ენას. მათგან 19 სწავლობს ინგლისურ ენას, 14 გერმანულს. რამდენი მოსწავლე სწავლობს ორივე ენას, ინგლისურსაც და გერმანულსაც?

19. სკოლაში გაკეთდა მათემატიკისა და ფიზიკის კლუბები, რომლებშიც გაწევრიანებულები არიან მე-9 კლასელები. მათემატიკის კლუბში 20 მოსწავლე გაერთიანდა, ფიზიკის კლუბში 18 მოსწავლე, 10-მა მოსწავლემ აირჩია ორივე კლუბი, ხოლო 12-მა არცერთი. რამდენი მე-9 კლასელია სკოლაში?

20. კლასში 28 მოსწავლეა და ყველა დადის სპორტულ სექციაში. ცნობილია, რომ 20 მოსწავლე დადის ფეხბურთზე, ხოლო 7 მოსწავლე დადის როგორც ფეხბურთზე, ისე ცურვაზე. რამდენი მოსწავლე დადის ცურვაზე? მხოლოდ ცურვაზე?

21. კოლეჯში 200 სტუდენტია, მათგან ჭადრაკის თამაში იცის 120-მა, შაშის თამაში – 90-მა, ხოლო 60-მა სრუდენტმა იცის როგორც ჭადრაკის, ისე შაშის თამაში. რამდენმა სტუდენტმა არ იცის არც ჭადრაკის და არც შაშის თამაში?

სავარჯიშოები

22. ბათუმში 30 დღიდან მხოლოდ 18 დღე იყო სულ მზიანი, 4 დღე იყო მზიანი და თან წვიმდა, დანარჩენი დღეები სულ წვიმდა. რამდენი დღე იყო წვიმიანი და უმზეო?

23. ზამთრის დასასვენებელ კურორტზე გაემგზავრა 55 დამსვენებელი. მათგან თხილამურებით სრიალი იცის 32-მა, ციგურებით სრიალი – 17-მა, ხოლო 11-მა დამსვენებელმა არ იცის არც ციგურებით და არც თხილამურებით სრიალი. რამდენმა დამსვენებელმა იცის როგორც ციგურებით, ისე თხილამურებით სრიალი?

24. კლასში 20 მოსწავლეა. მათგან ფანქარი აქვს 15-ს, კალამი – 16-ს, 10 მოსწავლეს – კალამიც და ფანქარიც, ხოლო დანარჩენს – არცერთი. რამდენ მოსწავლეს არ აქვს არც კალამი და არც ფანქარი?

25. სადარბაზოს მცხოვრებთაგან კატა ჰყავს 12 ოჯახს, ძაღლი – 6 ოჯახს, ორივე – 5-ს, ხოლო 8 ოჯახს არ ჰყავს არცერთი. რამდენი ოჯახი ცხოვრობს ამ სადარბაზოში?

გამოწვევა:

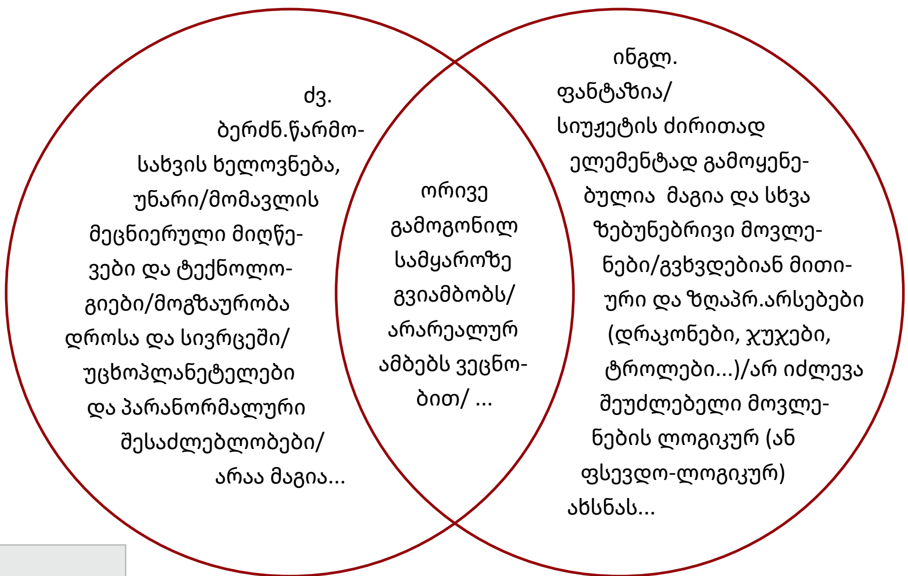
26. კლასში 30 მოსწავლეა, 19 მოსწავლეს აქვს შავი თმა, 14 მოსწავლეს აქვს ყავისფერი თვალები, 11 მოსწავლეს შავი თმა და ყავისფერი თვალები. 3 მოსწავლეს არც შავი თმა აქვს არც ყავისფერი თვალები.

- რამდენ მოსწავლეს აქვს შავი თმა ან ყავისფერი თვალები?
- რამდენ მოსწავლეს აქვს შავი თმა და არ აქვს ყავისფერი თვალები?

27. **კავშირი ქართულთან:** ვენის დიაგრამები ხშირად გამოიყენება სხვადასხვა დისციპლინაში, მაგალითად ქართულში.

მოსწავლეები ხშირად ინტერესდებიან იმით, რა განსხვავებაა დღესდღეობით ძალიან პოპულარულ **ფენტეზის** ჟანრსა და **ფანტასტიკას** შორის. ამ საკითხის დამუშავება ვენის დიაგრამის გამოყენებით თვალნათლივ წარმოაჩენს განსხვავებებს ორ, ბგერობრივად მსგავს, შინაარსობრივად კი სრულიად განსხვავებულ ჟანრს შორის.

ფანტასტიკა	ფენტეზი



წყარო
http://mastsavlebeli.ge/?p=16146

სავარჯიშოები

კავშირი ბუნებისმეტყველებასთან

28. შეადგინე ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ, მაგალითად, კატისებრთა ოჯახის ორ წარმომადგენელს შორის მსგავსებას და განსხვავებას.

29. ამოარჩიეთ ცხოველთა ორი სახეობა, შეადგინეთ ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ თქვენ მიერ ამორჩეულ ორ სახეობას შორის მსგავსებას და განსხვავებას.

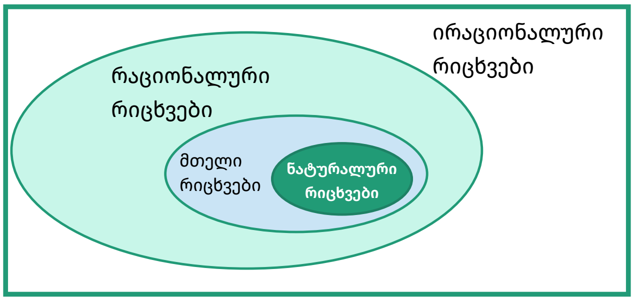
30. ამოარჩიეთ ფრინველთა ორი სახეობა, შეადგინეთ ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ თქვენ მიერ ამორჩეულ ორ სახეობას შორის მსგავსებას და განსხვავებას.

7.2. ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე

მარჯვნივ ვენის დიაგრამაზე გამოსახულია მიმართებები რიცხვით სიმრავლეებს შორის.

გავაანალიზოთ მოცემული მიმართებები და განვიხილოთ თითოეული რიცხვითი სიმრავლე

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე



ტელესკოპი | რიცხვითი სიმრავლეები | ამოცანები ვენის დიაგრამით | რიცხვითი სიმრავლეები, გამეორება

ნატურალური რიცხვები

რიცხვები, რომლებსაც თვლის შედეგად ვიღებთ. ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლოთ N-ით.

ის უსასრულო სიმრავლეა, შეიცავს ელემენტების უსასრულო რაოდენობას.

$N = \{1,2,3, \ \dots \};$

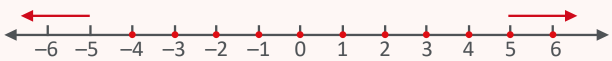
$1 \in N; -5 \notin N$

მთელი რიცხვები

ნატურალური რიცხვებს, მათ მოპირდაპირე რიცხვებს და 0-ს მთელი რიცხვები ეწოდება.

მთელ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლო Z-ით.

$Z = \{\dots -3, \ -2, \ -1, \ 0, \ 1, \ 2, \ 3, \dots \}; \quad -3 \in Z;$



რაციონალური რიცხვები

რიცხვებს, რომელთა წარმოდგენა შესაძლებელია $\frac{a}{b}$ ფორმით, სადაც, $a \in Z$ და $b \in N$, რაციონალური რიცხვები ეწოდება, რაციონალური რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება Q ასოთი.

აღნიშვნებით ჩაიწერება შემდეგნაირად

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \,\middle|\, a \in Z; b \in N \right\}$$

სადაც

სიმრავლე იმ ელემენტების

მინიშნება: როგორც ვიცით, ფიგურული ფრჩხილით, შეიძლება სიმრავლის ჩაწერა { ⬚ | ⬚ }

ირაციონალური რიცხვები

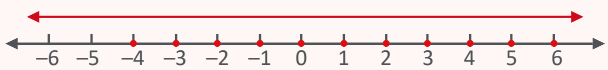
ირაციონალური რიცხვები ეწოდება რიცხვებს, რომელთა წარმოდგენა/ჩაწერა არ არის შესაძლებელი $\frac{a}{b}$ ფორმით.

ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლოთი – I. რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

$N \subset Z \subset Q \not\subset I$, და $Q \cap I = \emptyset$

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე

რაციონალურ (მათ შორის, მთელ, მათ შორის ნატურალურ) და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეთა გაერთიანებას ეწოდება **ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე**. ის აღინიშნება R სიმბოლოთი.



$N \subset Z \subset Q \subset R$, $I \subset R$ და $Q \cup I = R$

სიმრავლეებს შორის მიმართება შეიძლება წარმოვადგინოთ ვენის დიაგრამის სახით.

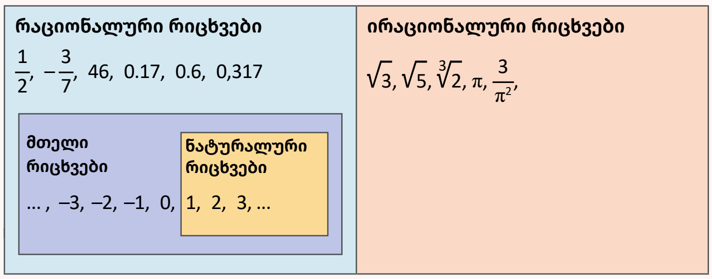
R – უნივერსალური სიმრავლეა

Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე მოიცავს მთელ რიცხვთა სიმრავლეს, რომელიც, თავის მხრივ, მოიცავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს $N \subset Z \subset Q$

$\overline{Q} = I$ – ირაციონალური რიცხვების სიმრავლე რაციონალურ რიცხვების სიმრავლის დამატებად შეიძლება ჩავთვალოთ

შესაბამისად, რაციონალურ და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეთა გაერთიანება წარმოადგენს ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეს. ამბობენ, რომ რაციონალურ და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის ელემენტებს ერთად **ნამდვილი რიცხვები** ეწოდება.

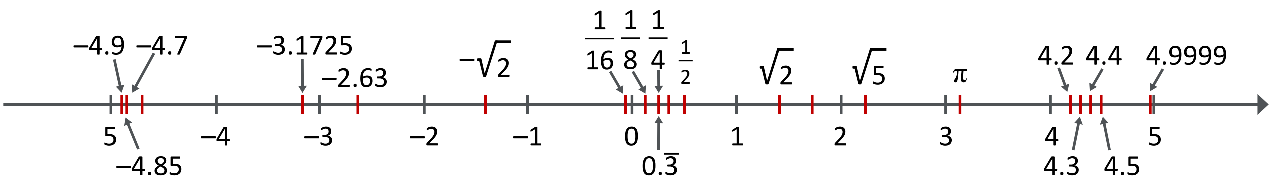
სიმრავლეებს შორის მიმართება მოცემულია მართკუთხედების ფორმის დიაგრამით.



ნამდვილ რიცხვთა წრფე

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე სრულად შეიძლება წარმოდგენილი იყოს რიცხვით წრფეზე.

ყოველ ნამდვილ რიცხვს რიცხვით წრფეზე შეესაბამება ერთადერთი წერტილი. ამ წერტილიდან მანძილი რიცხვითი წრფის სათავემდე ამ რიცხვის მოდულის ტოლია.



საკვანძო კითხვა: *რას ნიშნავს უსასრულობა, რას აღვნიშნავთ სიმბოლოთი ∞?*

უსასრულობა (აღინიშნება სიმბოლოთი ∞) ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ცნებაა, რომელზეც საუკუნეების განმავლობაში საუბრობენ. სიტყვა უსასრულობა წარმოიშვა ლათინური სიტყვისგან „infinitas“, რომელიც ნიშნავს შემოუსაზღვრელობას. უსასრულობის აღმნიშვნელ სიმბოლოს „∞“ ჰქვია „lemnistace“.

მათემატიკაში „უსასრულობა“ ხშირად გამოიყენება როგორც რიცხვი (მაგ., საგანთა უსასრულო რაოდენობა), მაგრამ არა ისეთი გაგებით, როგორც ნამდვილი რიცხვი.

ჰილბერტის სასტუმრო

ეს საინტერესოა!

მათემატიკოსმა დავიდ ჰილბერტმა სცადა, აეხსნა და თვალსაჩინოდ წარმოეჩინა უსასრულობის იდეა. საილუსტრაციოდ, მან განიხილა უსასრულო რაოდენობის ოთახებისაგან შემდგარი სასტუმროს იდეა, რომელსაც ყოველთვის შეუძლია მიიღოს 1-ით მეტი სტუმარი.

განვიხილოთ შემთხვევა N1:

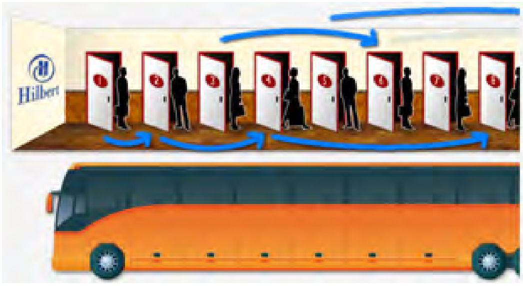
დავუშვათ, სასტუმროში არის უსასრულო რაოდენობის სტუმარი და მოვიდა კიდევ ერთი სტუმარი, ასეთ შემთხვევაში სასტუმროს ადმინისტრაცია მოახდენს სტუმრების წანაცვლებას იმისათვის, რომ გამოთავისუფლდეს დამატებითი ოთახი.

პირველ ოთახში მყოფი სტუმარი გადავა ოთახში ნომრით 2, მეორე ოთახში მყოფი სტუმარი გადავა ოთახში ნომრით 3 და ა.შ. რის შედეგადაც გამოთავისუფლდება ოთახი და ყველა სტუმარი განთავსდება სასტუმროში.

გავიხილოთ შემთხვევა N2:

დავუშვათ, სასტუმროში მოვიდა უსასრულო რაოდენობის სტუმარი და ნომრები დაკავებულია.

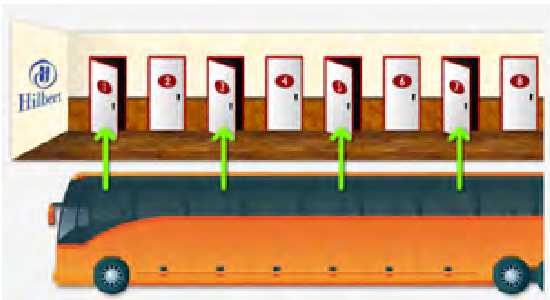
1. ასეთ შემთხვევაში სასტუმრო პირველ ოთახში მყოფ სტუმარს გადაიყვანს ოთახში ნომრით 2, მეორე ოთახში მყოფ სტუმარს გადაიყვანს ოთახში ნომრით 4.



2. ყველა სტუმარს განათავსებენ ოთახებში ლუწი ნომრით და გამოთავისუფლდება ოთახები კენტი ნომრით.

3. შესაბამისად, ახალ სტუმრებს განათავსებენ გამოთავისუფლებულ კენტნომრიან ოთახებში, რომელიც უსასრულოდ ბევრია.

   რამდენი სტუმარიც არ უნდა მოვიდეს, სასტუმროს ადმინისტრაცია აღნიშნული წესით მოახდენს სტუმრების წანაცვლებას და ყოველთვის დაიტევს ყველა სტუმარს.



დამატებითი ინფორმაცია ინგლისურ ენაზე	https://mathigon.org/

მარტივად რომ შევაჯამოთ, რა რიცხვიც არ უნდა დასახელდეს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლიდან, ჩვენ შევძლებთ დავასახელოთ მასზე 1-ით მეტი რიცხვი. შესაბამისად, აღნიშნული აზრით ხდება უსასრულობის გაგება.

სიმრავლის მოცემის გზები

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში წარმოდგენილია, თუ როგორ შეიძლება რიცხვთა სიმრავლის ან ქვესიმრავლის გამოსახვა სხვადასხვა გზით: სიტყვიერი აღწერით, სიმრავლური ჩანაწერით, რიცხვითი ღერძით, თუ უტოლობის მეშვეობით.

ნიმუში 1 – რიცხვით წრფეზე ასევე შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ნამდვილ რიცხვთა რაიმე ქვესიმრავლე

როგორ წარმოვადგინოთ რიცხვით წრფეზე 3-ზე მეტი რიცხვები?

<table>
<tr><td>დავუშვათ, A არის სიმრავლე რიცხვებისა, რომელიც მეტია 3-ზე;

შეგახსენებთ, 3-ზე მეტი რიცხვებს, უტოლობის სახით ჩავწერთ შემდეგნაირად: $x > 3$</td><td>
3
მკაცრი უტოლობა, 3 არ ეკუთვნის სიმრავლეს, შესაბამისად, რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით.</td></tr>
<tr><td colspan="2">უცნობი მეტია 3-ზე იგივეა, რაც 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე.
სიმრავლის აღნიშვნებს ჩავწერთ შემდეგნაირად.
იგივე $\{x \mid x > 3\}$

სიმრავლე ისეთი რიცხვებისა, რომლებიც მეტია 3-ზე. x ცვლადი მნიშვნელობას იღებს აღნიშნული სიმრავლიდან.
მინიშნება: სიმრავლის ჩანაწერში, უტოლობის ჩანაწერი მოქცეულია ფიგურულ ფრჩხილში.
წინ დაწერილი x ნიშნავს, რომ x ცვლადმა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობა 3-დან $+\infty$-მდე, რაც ასევე ჩაიწერება, როგორც $x \in (3; +\infty)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">წარმოდგენის ფორმებს შორის კავშირი:

გამოდის, რომ სიმრავლე, რომელიც შედგება 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შეძლება ჩავწეროთ სხვადასხვა ფორმით:

$x > 3$ ან $\{x \mid x > 3\}$ ან $x \in (3; +\infty)$ ასევე შეიძლება ვიზუალურად წარმოვადგინოთ რიცხვითი ღერძის მეშვეობით:


3</td></tr>
</table>

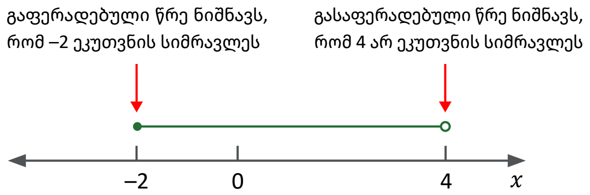
ნიმუში 2 – როგორ წარმოვადგინოთ რიცხვით წრფეზე 2-დან 4-მდე რიცხვები? როგორ ჩავწეროთ აღნიშნულ რიცხვთა სიმრავლე?

A არის სიმრავლე რიცხვებისა, რომელიც მეტია ან ტოლი – 2-ზე და ნაკლები 4-ზე;

ეს შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$A = \{x \mid -2 \le x < 4\}$$

მონაკვეთის მარცხენა ბოლოში გაფერადებული წრე აღნიშნავს, რომ – 2 წერტილი ეკუთვნის სიმრავლეს, ხოლო გასაფერადებელი წრე მარჯვენა ბოლოში ნიშნავს, რომ წერტილი + 4 არ ეკუთვნის ამ სიმრავლეს.



ჩაიწერება: $x \in [-2; 4)$

[⬚ სიმბოლო ნიშნავს, –2 ეკუთვნის სიმრავლეს

⬚) სიმბოლო ნიშნავს, 4 არ ეკუთვნის სიმრავლეს

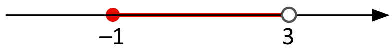
დაიმახსოვრეთ:

როდესაც რიცხვი არ ეკუთვნის სიმრავლეს, ვწერთ ღია ფრჩხილს (⬚ ⬚), როდესაც რიცხვი ეკუთვნის სიმრავლეს, ვწერთ დახურულ ფრჩხილს [⬚⬚].

ნიმუში 3 – განვიხილოთ და ჩავწეროთ სხვადასხვა შემთხვევები

სიტყვიერად	ალგებრულად (სიმრავლური აღნიშვნა)	გრაფიკულად
3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x > 3$ იგივე $x \in (3; +\infty)$ იგივე $\{x \mid x > 3\}$	 მკაცრი უტოლობა, 3 არ ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით
3-ის ან 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x \ge 3$ ან $x \in [3; +\infty)$ არამკაცრი უტოლობის დროს ფრჩხილი დახურულია, ნიშნავს, 3 ეკუთვნის უტოლობის ამონახსნს	 არამკაცრი უტოლობა, 3 ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გაუფერადებელი წრით
–1-ზე ნაკლები რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x < -1$ ან $\{x \mid x < -1\}$ ან $x \in (-\infty; -1)$	

გაგრძელება

სიტყვიერად	ალგებრულად (სიმრავლური აღნიშვნა)	გრაფიკულად
−1-ზე ნაკლები ან ტოლი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$a \le -1$ ან $\{x \mid x \le -1\}$ ან $x \in (-\infty; -1]$	
−1-ზე მეტი ან ტოლი და 3-ზე ნაკლები რიცხვებისგან შემ-დგარი სიმრავლე	$-1 \le x < 3$ $\{x \mid -1 \le x < 3\}$ ან $x \in [-1; 3)$	
ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი	$x \in R$ $x \in (-\infty; +\infty)$	

სავარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემული რიცხვები მიაკუთვნეთ შესაბამის სიმრავლეს, რომელსაც შეიძლება ეკუთვნო-დეს (დაწერეთ „+" სიმბოლო, იმ სიმრავლის გასწვრივ რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს).

კიდევ სცადეთ	N	Z	Q	I	R
-4		+	+		+
$\frac{2}{3}$					
$\sqrt{7}$					
$\sqrt{25}$					
8					
$0.(5)$					
-3.7					
$2\frac{1}{5}$					
$\sqrt{200}$					
π					

სავარჯიშოები

2. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

ა) $x < 2$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ბ) $x < -4$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

გ) $x < -6$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

დ) $x \geq -5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ე) $x \geq 0$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ვ) $x \geq 4$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ზ) $n \leq 5.5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

თ) $n \leq -2$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

3. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

ა) $-4 \leq x \leq 2$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ბ) $1.5 < x \leq 4.5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

გ) $0 < x < 5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

დ) $-5.5 \leq x \leq 6$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ე) $-7 < x < 7$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ვ) $-3 < x \leq 5.5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

4. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

ა) $x \in (-1;5)$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ბ) $x \in [-3;7]$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

გ) $0 < x < 5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

დ) $x \in (-4;\ 4)$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ე) $-x \in [-2.5;\ 6]$

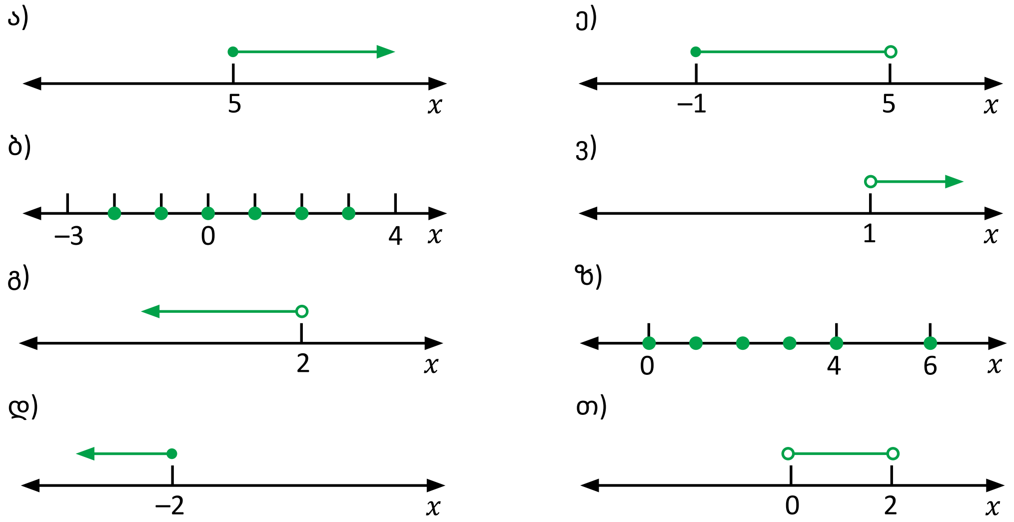
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

ვ) $-3 < x \leq 5.5$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

სავარჯიშოები

5. რიცხვით სხივზე მოცემულია ინტერვალები, ჩაწერეთ როგორც სიტყვიერად, სიტყვიერად და ალგებრულად რა ინტერვალებია მოცემული (იხელმძღვანელეთ ნიმუში 3-ით).



6. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი სიმრავლეები:

ა) $A = \{x \mid -3 \le x \le 2\}$; გ) $C = \{x \mid 2 \le x < 5\}$; ე) $E = \{x \mid x \le 3\}$; ზ) $G = \{x \mid x > -5\}$;

ბ) $B = \{x \mid -4 < x \le 0\}$; დ) $D = \{x \mid 0 < x \le 7\}$; ვ) $F = \{x \mid x < -1\}$; თ) $H = \{x \mid x \ge 4\}$.

7. ცნობილია რიცხვთა სიმრავლეების აღნიშვნები: N – ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე; Z – მთელ რიცხვთა სიმრავლე, Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, I – ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, R – ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე. ამ აღნიშვნების გათვალისწინებით იპოვეთ:

ა) $N \cap [-5;4]$; დ) $Z \cap [0; 2)$; ზ) $R \cup (0; 8)$;

ბ) $N \cap (1;6)$; ე) $N \cap (-\infty; 7)$; თ) $(N \cup Z) \cap [2; 7]$;

გ) $Z \cap (-2;3)$; ვ) $R \cap [-1; 5]$; ი) $(R \setminus I) \cup (0; 5)$.

8. **გამოწვევა:** იპოვეთ მოცემული სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და აღნიშნეთ ისინი რიცხვით ღერძზე და ჩაწერეთ პასუხი თქვენთვის მისაღები აღნიშვნით:

ა) [–2; 3] და [–1;6]; ე) (–∞; 5) და (2; 7) ; ი) (-∞; 2) და (–3; +∞);

ბ) [1; 5)⊣ და ⊦(–3;4]; ვ) (-∞;–3] და [–5; 1) ; კ) (–∞; 1] და [–4; +∞);

გ) (-5; –1) და [–3; 2); ზ) (2;+∞) და (–2; 6) ; ლ) (-∞; +∞) და [–1; 6);

დ) (0; 5) და (–4; 1); თ) [1⊣ ;+∞) და [–3;7] ; მ) [4; +∞) და (–∞; 4].

9. **გამოწვევა:** ცნობილია რიცხვთა სიმრავლეების აღნიშვნები: N – ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე; Z – მთელ რიცხვთა სიმრავლე, Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, I – ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, R – ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე. ამ აღნიშვნების გათვალისწინებით იპოვეთ:

ა) $N \cup Q$; დ) $R \cap N$; ზ) $I \cup Q$; კ) $(N \cup Z) \cup Q$;

ბ) $Q \cap Z$; ე) $Z \cap I$; თ) $R \cup I$; ლ) $(R \setminus I) \cap Z$;

გ) $Z \cup R$; ვ) $I \cap Q$; ი) $(R \cup N) \cap Z$; მ) $(R \setminus Q) \cup I$.

სავარჯიშოები

10. ქვემოთ მოცემული რიცხვები მიაკუთვნეთ შესაბამის სიმრავლეს, რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს (დაწერეთ „+" სიმბოლო, იმ სიმრავლის გასწვრივ რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს).

კიდევ სცადეთ	N	Z	Q	I	R
1000		+	+		+
$\frac{7}{9}$					
$-\sqrt{49}$					
$\sqrt{49}$					
-8					
0.(5)					
-3.7					
$\frac{15}{5}$					
$\sqrt{100}$					
$\sqrt{400}$					
π					

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვი

რეკომენდაცია:

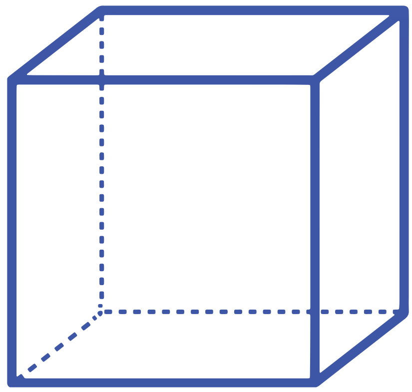
გაკვეთილის დაწყებამდე გაიხსენეთ ხარისხის და კვადრატული ფესვის თვისებები.

გეომეტრიის კურსიდან ვიცით, რომ კუბის მოცულობა ტოლია მისი წიბოს სიგრძის კუბისა, ანუ წიბოს სიგრძის მესამე ხარისხისა: $V = a^3$

სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას
ხოლო a – კუბის წიბოს სიგრძეს

მაგალითად, თუ a = 4 სმ-ს, მაშინ მოცულობა $V = 4^3 = 64$ სმ^3-ს;

ასევე, თუკი a = 2 სმ-ს, მაშინ:
$V = a^3 = 8$ $\qquad$ $a = \sqrt[3]{8} = 2$



ტელესკოლა, n-ური ხარისხის ფესვი

კუბური ფესვი

$$\sqrt[3]{8}$$

ფესვქვეშა გამოსახულება

$\sqrt[3]{}$ – მოცემულ სიმბოლოს ეწოდება კუბური ფესვი, ვამბობთ „კუბური ფესვი რიცხვიდან"

რას ნიშნავს $\sqrt[3]{8}$-? უნდა დავადგინოთ, რა რიცხვი უნდა გავამრავლოთ თავის თავზე 3-ჯერ, რომ მივიღოთ 8.

- $\sqrt[3]{a}$ – გამოსახულებას აზრი აქვს, ნებისმიერი $a \in R$
- თუ $a < 0$-ზე, მაშინ კუბური ფესვი a რიცხვიდან უარყოფითი რიცხვია.

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის განმარტება

თუ $n \geq 2$ ნატურალური რიცხვია, მაშინ **n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვი** $a \geq 0$ ნამდვილი რიცხვიდან ეწოდება ისეთ b რიცხვს, რომლის n ხარისხი a-ს ტოლია.

ალგებრულად განმარტება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ ნიშნავს, რომ } a = b^n;$$

ზოგადად, მაშინ **n-ური ხარისხის ფესვი** a ნამდვილი რიცხვიდან, როცა $n \geq 2$ და $n \in N$, ეწოდება ისეთ b რიცხვს, რომლის n ხარისხი a-ს ტოლია.

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ ნიშნავს, რომ } a = b^n;$$

მინიშნება: როდესაც ვამბობთ, არითმეტიკულ ფესვს, ვგულისხმობთ, რომ $a \geq 0$.

შევნიშნოთ, რომ როდესაც $a \geq 0$, გამოსახულებას ყოველთვის აქვს აზრი.

დამატებითი ინფორმაცია: თუ კენტი ხარისხის ფესვია უარყოფითი რიცხვიდან, მაშინ არითმეტიკული ფესვის საშუალებით ჩაიწერება შემდეგნაირად

$$\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad a > 0,\ n \in N \text{ (}2n + 1\text{ ნიშნავს, ნებისმიერ კენტ რიცხვს).}$$

იმისათვის, რომ კარგად გავიგოთ აღნიშნული საკითხი, განვიხილოთ სხვადასხვა შემთხვევა:

შემთხვევა N1:

თუ n ლუწია, მაშინ აუცილებლად უნდა სრულდებოდეს პირობა $a \geq 0$ და $b \geq 0$.

მართლაც, თუ ავიღებთ $a < 0$, მაშინ n ნატურალური რიცხვის ლუწობის გამო $b^n \geq 0$ და შესაბამისად, განმარტების პირობა არ შესრულდება.

შესაბამისი ნიმუში:

მაგალითად, როდესაც $n = 2$ და $a = 25$, ვიცით, რომ

ა) $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{25} \neq \pm 5$ ბ) თუ $n = 4$ და $a = 16$ $\sqrt[4]{16} = 2$

გ) თუ გვექნება $n = 4$ და $a = -16$

$\sqrt[4]{-16}$ = გამოსახულებას აზრი არ ექნება

შემთხვევა N2:

თუ n კენტია და ფესქვეშა გამოსახულება $a \geq 0$, მაშინ განმარტებიდან გამომდინარე შესაბამისი $b \geq 0$ რიცხვი არსებობს და ეს რიცხვია $b = \sqrt[n]{a}$

მაგალითად, როდესაც $n = 3$ და $a = 8$, ვიცით, რომ

$\sqrt[3]{8} = 2$

შემთხვევა N3: *მათემატიკის მოყვარულთათვის*

თუ n **კენტია** და ფესქვეშა გამოსახულება $a < 0$, მაშინ ამბობენ რომ **გვაქვს n-ური ხარისხის ფესვი.**

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის გამოყენებით შესაძლებელია ასეთ n-ური ხარისხის ფესვის მოძებნა:

$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{-|a|} = \sqrt[n]{-1} \cdot \sqrt[n]{|a|} = -\sqrt[n]{|a|}$

მაგალითად, როდესაც $n = 3$ და $a = -8$, ვიცით, რომ

$\sqrt[3]{-8} = -2$

ნიმუში 1

ა) $\sqrt[4]{16} = 2$ იმიტომ, რომ $2^4 = 16$ ბ) $\sqrt[4]{-16}$, $\sqrt{-4}$ და ა.შ. არ არსებობს, არ არის განსაზღვრული ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეში.	გ) $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$ იმიტომ, რომ $(-2)^3 = -8$ დ) $\sqrt[4]{(-9)^2} = \sqrt[4]{81} = 3$ ამ შემთხვევაში, ფესვქვეშა გამოსახულება არ არის უარყოფითი.

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის თვისებები თუ $a \ge 0$, $b \ge 0$ და $n \epsilon N$	
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{-27 \cdot 125} = \sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{125} = (-3) \cdot 5 = -15$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}} = \frac{3}{5}$
$\sqrt[n]{a^n} = a$, თუ n კენტია	$\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$
$\sqrt[nm]{a^{nk}} = \sqrt[m]{a^k}$	$\sqrt[9]{3^6} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$
$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$	$\sqrt[5]{2}^{\,5} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{5}} = \sqrt[6]{5}$
$\sqrt[n]{a^n} = \lvert a \rvert$, თუ n ლუწია	$\sqrt[4]{(-9)^4} = 9$ $\sqrt[4]{16x^4} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{x^4} = 2\lvert x \rvert$ $\sqrt{4x^4} = \sqrt[4]{(2x^2)} = \lvert 2x^2 \rvert = 2x^2$

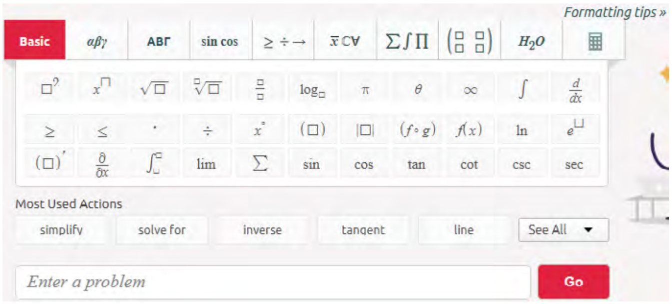
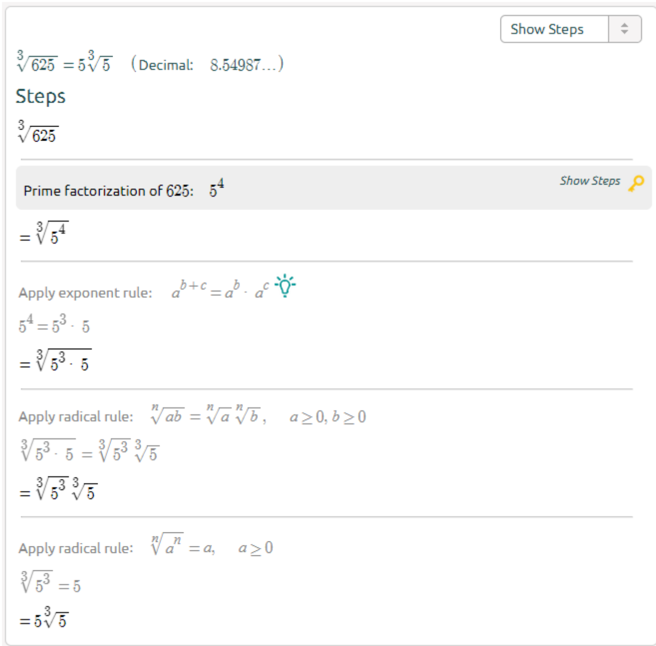
დაიმახსოვრეთ, ნებისმიერი რიცხვისთვის $-(-a) = a$-ს

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{თუ } n \text{ კენტია} \\ \lvert a \rvert, & \text{თუ } n \text{ ლუწია} \end{cases}$$

- როდესაც მოცემულია $\sqrt{\;}$ კვადრატული ფესვი, ყოველთვის განვიხილავთ არაუარყოფით კვადრატულ ფესვს, ამიტომ ვამბობთ არითმეტიკული კვადრატული ფესვი.
- როდესაც ვამარტივებთ გამოსახულებას და მოცემულია $\sqrt{x^2}$, პასუხი არ შეიძლება იყოს უარყოფითი, ამიტომ ვწერთ $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$.

ნიმუში 2

- ტექნოლოგიების მეშვეობით გამოითვალეთ $\sqrt[3]{625}$-დან

შედით ვებ-გვერდზე www.symbolab.com და გახსენით კალკულატორი, რომელიც სხვადასხვა გამოთვლის შესრულებას გაგიადვილებთ, ასევე საიტი დაგეხმარე-ბათ სიძნელეების შემთხვევაში ნაბიჯ-ბაბიჯ გააჩიოთ მაგალითი. საიტზე ისარგებლეთ უფასო ვერსიით.	
აირჩიეთ ისრით მითითებული სიმბო-ლო $\sqrt[\square]{\square}$ და ჩაწერეთ შესაბამისი მონა-ცემები. შემდეგ გაააქტიურეთ ღილაკი **GO,** რის შემდეგაც იხილავთ პასუხს და ნაბიჯებს, რომლებიც საშუალებას მოგ-ცემთ გაიხსენოთ წესები.	

ნიმუში 3 – ამოვხსნათ განტოლება

ა) $x^3=-125$ $x=\sqrt[3]{-125}$ $x=-5$ ბ) $(x+1)^3=-8$ $x+1=\sqrt[3]{-8}$ $x+1=-2$ $x=-3$	ე) $(x+4)^4=16$ $x+4=\pm\sqrt[4]{16}$ $x+4=\pm 2$ $x+4=2$ ან $x+4=-2$ $x=-2$ ან $x=-6$	ზ $(x-3)^{-6}=\dfrac{1}{64}$ $\dfrac{1}{(x-3)^6}=\dfrac{1}{64}$ $(x-3)^6=64$ $x-3=\pm\sqrt[6]{64}$ $x-3=\pm 2$ $x-3=2$ ან $x-3=-2$ $x=5$ ან $x=1$

გაგრძელება

გ) $x^4 = 81$ $x = \pm\sqrt[4]{81}$ $x = \pm 3$ **შემოწმება:** $3^4 = 81$; $(-3)^4 = 81$ დ) $x^6 = -16$ $x \in \emptyset$	ვ) $x^{-5} = -243$ $\frac{1}{x^5} = -243$ $x^5 = -\frac{1}{243}$ $x = \sqrt[5]{-\frac{1}{243}}$ $x = -\frac{1}{3}$ **შემოწმება:** $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} = ((-3)^{-1})^{-5} = (-3)^5 = -243$	**შემოწმება:** $(5-3)^{-6} = (2)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$ ან $(1-3)^{-6} = (-2)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

ნიმუში 4 – მოქმედებები ფესვის შემცველ გამოსახულებებზე

ა) გახსენით ფრჩხილები:

$-\sqrt{5}\,(4-\sqrt{5}) = -4\sqrt{5} + \sqrt{25} = -4\sqrt{5} + 5$

ბ) შეასრულეთ გამრავლება:

$8\sqrt{18} \cdot 0{,}4\sqrt{50} = 8 \cdot 0{,}4 \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{50} =$
$= 3{,}2 \cdot \sqrt{900} = 3{,}2 \cdot 30 = 96$

გ) გამოთვალეთ:

$\sqrt{1{,}96 \cdot 0{,}36 \cdot 25} = \sqrt{1.96} \cdot \sqrt{0.36} \cdot \sqrt{25} =$
$= 1{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 5 = 1{,}4 \cdot 3 = 4{,}2$

$\sqrt{0{,}91 \cdot 16 + 0{,}78 \cdot 16} = \sqrt{16 \cdot (0{,}91 + 0{,}78} =$
$= \sqrt{16} \cdot \sqrt{1.69} = 4 \cdot 1{,}3 = 5{,}2$

დ) გაამარტივეთ გამოსახულება, თუ ვიცით, რომ $x > 0$

$2\sqrt{x} + 3\sqrt{x}(1-\sqrt{x}) = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{x^2} =$
$= 5\sqrt{x} - 3x$

ე) შეადარეთ რიცხვები: $2\sqrt{5}$ და $3\sqrt{2}$;

შევიტანოთ მამრავლი ფესვის შიგნით

$\sqrt{4 \cdot 5}$ და $\sqrt{9 \cdot 2}$;

$\sqrt{20}$ და $\sqrt{18}$;

ცხადია $\sqrt{20} > \sqrt{18}$;

ე.ი. $2\sqrt{5}$ და $> 3\sqrt{2}$.

ირაციონალური განტოლება

ჩვენ ვიცით, რომ ტოლობას, რომელიც შეიცავს ცვლადს, **განტოლება** ეწოდება. განტოლებას, რომელიც შეიცავს ცვლადს, ფესვის ნიშნის ქვეშ (რადიკალის ქვეშ) **ირაციონალური განტოლება** ეწოდება.

ირაციონალური განტოლებებია: $\sqrt[3]{x} = 3$; $\sqrt{x-1} = 5$ და ა.შ.

ნიმუში 5 – უმარტივესი ირაციონალური განტოლებები

ამოვხსნათ განტოლება: $\sqrt{x-1} = 5$ იმისათვის, რომ ცვლადი არ იყოს ფესვის ნიშნის ქვეშ, ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე: $\sqrt{(x-1)^2} = 5^2$ $x-1 = 25$ $x = 26$	ამოვხსნათ განტოლება: $2\sqrt[3]{x-3} = 8;$ $\sqrt[3]{x-3} = 4$ იმისათვის, რომ ცვლადი არ იყოს ფესვის ნიშნის ქვეშ, ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე: $(\sqrt[3]{x-3})^3 = 4^3$ $x-3 = 64$ $x = 67$

სავარჯიშოები

1. გამოთვალეთ კვადრატული ხარისხის ფესვის მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt{7^2}$; ე) $\sqrt{\left(-\frac{2}{9}\right)^2}$; ი) $0.5 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2}$;

ბ) $\sqrt{(-5)^2}$; ვ) $-\sqrt{3.7^2}$; კ) $12 \cdot \sqrt{(1.5)^2}$;

გ) $\sqrt{(-13)^2}$; ზ) $2 \cdot \sqrt{(-17)^2}$; ლ) $-2.5 \cdot \sqrt{\left(1\frac{1}{2}\right)^2}$;

დ) $\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}$; თ) $-4 \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2}$; მ) $-0.3 \cdot \sqrt{(-2.8)^2}$.

2. გამოთვალეთ:

ა) $\sqrt{36 \cdot 2}$; ე) $-0,2\sqrt{10} \cdot 15\sqrt{10}$; ი) $\sqrt{0,64 \cdot 4}$;

ბ) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; ვ) $1,2\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}$; კ) $-0,3\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$;

გ) $-4\sqrt{32}$; ზ) $\sqrt{0,25 \cdot 0,49}$; ლ) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{1000}$;

დ) $-0,3\sqrt{45} \cdot \sqrt{3}$; თ) $\sqrt{0,36 \cdot 0,01}$; მ) $-0,9\sqrt{0.001} \cdot \sqrt{10}$.

3. გაამარტივეთ გამოსახულება: (აჩვენეთ გამარტივების გზა ნაბიჯ-ნაბიჯ)

ა) $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$; ვ) $-5\sqrt{28} + 4\sqrt{63} + \sqrt{175}$; ლ) $3\sqrt{25a} + 4\sqrt{9a} - \sqrt{16a}$;

ბ) $\sqrt{150} - \sqrt{54} + \sqrt{96}$; ზ) $-6\sqrt{12} + 3\sqrt{48} + 2\sqrt{108}$; მ) $\sqrt{25k} - 2\sqrt{36k} - 5\sqrt{4k}$;

გ) $\sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{108}$; თ) $2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - \sqrt{x}$; ნ) $\sqrt{18b} - \sqrt{8b} + \sqrt{2b}$;

დ) $\sqrt{32} + 4\sqrt{2} - \sqrt{50}$; ი) $-7\sqrt{y} + 4\sqrt{y} - 2\sqrt{x}$; ო) $2\sqrt{80n} - 3\sqrt{5n} - 2\sqrt{20n}$;

ე) $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} - \sqrt{125}$; კ) $\sqrt{16m} - 5\sqrt{m} + \sqrt{4m}$; პ) $7\sqrt{250c} + 4\sqrt{90c} - 8\sqrt{40c}$.

4. შეადარეთ მოცემული რიცხვები ერთმანეთს:

ა) $2\sqrt{3}$ და $\sqrt{10}$; გ) $4\sqrt{2}$ და $2\sqrt{7}$; ე) $0,5\sqrt{68}$ და $\sqrt{19}$; ზ) $\frac{1}{3}\sqrt{333}$ და $\frac{1}{2}\sqrt{152}$;

ბ) $3\sqrt{5}$ და $4\sqrt{3}$; დ) $3\sqrt{8}$ და $4\sqrt{5}$; ვ) $4\sqrt{6}$ და $0,3\sqrt{216}$; თ) $\frac{2}{3}\sqrt{90}$ და $\frac{3}{4}\sqrt{80}$.

5. გამოთვალეთ კუბური ხარისხის ფესვის მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt[3]{1}$; დ) $\sqrt[3]{125}$; ზ) $\sqrt[3]{0}$; კ) $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{125}\right)}$;

ბ) $\sqrt[3]{8}$; ე) $\sqrt[3]{-8}$; თ) $\sqrt[3]{-1000}$; ლ) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$;

გ) $\sqrt[3]{27}$; ვ) $\sqrt[3]{-64}$; ი) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{27}\right)}$.

6. გამოთვალეთ კვადრატული/კუბური ხარისხის ფესვი, თუ ფესქვეშა გამოსახულება არაუარყოფითია:

ა) $\sqrt[3]{a^3}$; დ) $\sqrt[3]{8a^3}$; ზ) $\sqrt[3]{0}$; კ) $\sqrt{25a^4}$;

ბ) $\sqrt[3]{b^3a^3}$; ე) $\sqrt[3]{27a^3}$; თ) $\sqrt[3]{1000a^3}$; ვ) $\sqrt{b^2a^4}$;

გ) $\sqrt[3]{a^6}$; ვ) $\sqrt[3]{64a^6}$; ი) $\sqrt{4a^2}$.

სავარჯიშოები

7. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x^3 = 1$; დ) $x^3 = 64$; ზ) $x^3 = -216$; კ) $x^3 = -\frac{64}{125}$;

ბ) $x^3 = 27$; ე) $x^3 = -8$; თ) $x^3 = \frac{1}{8}$; ლ) $x^3 = 11$;

გ) $x^3 = 0$; ვ) $x^3 = -125$; ი) $x^3 = \frac{8}{27}$; მ) $x^3 = -7$.

8. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x^2 = 36$; დ) $4x^2 - 20 = -8$; ი) $2(x-2)^2 = 8$;

ბ) $5x^2 = 120$; ე) $4x^2 - 20 = 4x^2$; კ) $-1(x-2)^2 = -4$;

გ) $(x-1)^2 = 36$; ვ) $(x+2)^2 = 0$; ლ) $(2x-2)^2 = 72$.

9. გამოთვალეთ ფესვის მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt[4]{16}$; გ) $\sqrt[5]{-243}$; ე) $\sqrt[6]{64}$; ზ) $\sqrt[7]{-1}$; ი) $\sqrt[4]{(-25)^4}$; ლ) $\sqrt[5]{(-9)^5}$;

ბ) $\sqrt[4]{81}$; დ) $\sqrt[5]{1024}$; ვ) $\sqrt[6]{729}$; თ) $\sqrt[8]{0}$; კ) $\sqrt[4]{13^4}$; მ) $\sqrt[5]{7^5}$.

10. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x^4 = 1$; დ) $x^4 = 81$; ზ) $x^5 = x^6 = \frac{1}{243}$; კ) $x^6 = -729$;

ბ) $x^4 = 16$; ე) $x^5 = -32$; თ) $x^5 = \frac{32}{3125}$; ლ) $x^7 = -128$;

გ) $x^4 = -625$; ვ) $x^5 = -1024$; ი) $x^6 = 64$; მ) $x^7 = 0$.

11. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $2x^2 - 12 = 6$; გ) $x^3 - 16 = -32$; ბ) $3 - 2x^3 = 35$; დ) $4 - 2x^4 = -1024$.

12. **გამოწვევა:** ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x^{-2} = 25$; დ) $(1+x)^{-2} = 36$; ზ) $(2+x)^3 = 8$; კ) $x^{-3} = -1000$;

ბ) $x^{-2} = \frac{1}{81}$; ე) $x^{-3} = 27$; თ) $(x-2)^{-3} = 8$; ლ) $(3-x)^4 = 625$;

გ) $(x-5)^2 = \frac{1}{16}$; ვ) $x^{-3} = -\frac{1}{64}$; ი) $x^{-4} = \frac{1}{16}$; მ) $(x+1)^{-4} = 16$.

13. მოცემული ცხრილი დაგეხმარებათ გამარტივებების დროს განსაზღვროთ გამოსახულების ნიშანი.

მოიყვანეთ ორ-ორი ნიმუში იმისათვის, რომ დარწმუნდეთ ცხრილი მართებულობაში.

როდესაც x არის ...	და n არის ...	მაშინ x^n არის ...	და $\sqrt[n]{x^n}$ არის ...
დადებითი	ლუწი	დადებითი	დადებითი
უარყოფითი	ლუწი	დადებითი	დადებითი
დადებითი	კენტი	დადებითი	დადებითი
უარყოფითი	კენტი	უარყოფითი	უარყოფითი

სავარჯიშოები

14. **გამოწვევა:** იპოვეთ ფესვის მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt{m^2}$, თუ $m \geq 0$;
ბ) $\sqrt{x^2}$, თუ $x < 0$;
გ) $-3 \cdot \sqrt{y^2}$, თუ $y < 0$;
დ) $-2 \cdot \sqrt{a^2}$, თუ $a \geq 0$;
ე) $\sqrt{32k^2}$, თუ $k \geq 0$;
ვ) $\sqrt{25b^2}$, თუ $b < 0$;
ზ) $-5 \cdot \sqrt{0.25y^2}$, თუ $y \geq 0$;
თ) $-15 \cdot \sqrt{64m^2}$, თუ $m < 0$;
ი) $-1{,}7 \cdot \sqrt{9a^2}$, თუ $a < 0$;
კ) $8 \cdot \sqrt{49x^2}$, თუ $x \geq 0$.

15. გამოთვალეთ:

ა) $\sqrt{81 \cdot 9}$,
ბ) $\sqrt[5]{125 \cdot (-8)}$
გ) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{216}}$;
დ) $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$;
ე) $\sqrt[4]{\dfrac{81}{296}}$;
ვ) $\sqrt[3]{-27 \cdot (-8)}$
ზ) $\sqrt[3]{\dfrac{347}{-729}}$;
თ) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}$.

გამეორება

16. გამოთვალეთ:

ა) $3\sqrt{12} \cdot 2\sqrt{3}$;
ბ) $0{,}5\sqrt{20} \cdot 8\sqrt{5}$;
გ) $-4\sqrt{32} \cdot 3\sqrt{8}$;
დ) $-0{,}3\sqrt{45} \cdot 6\sqrt{20}$;
ე) $\sqrt{0{,}64 \cdot 6{,}25 \cdot 1{,}21}$;
ვ) $1{,}2\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{35} \cdot 2\sqrt{10}$;
ზ) $\sqrt{169 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}49}$;
თ) $\sqrt{2{,}25 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}01}$;
ი) $\sqrt{0{,}64 \cdot 6{,}25 \cdot 1{,}21}$;
კ) $\sqrt{25 \cdot 0{,}48 + 0{,}96 \cdot 25}$;
ლ) $\sqrt{0{,}39 \cdot 64 + 0{,}82 \cdot 64}$;
მ) $\sqrt{3{,}17 \cdot 49 - 49 \cdot 0{,}92}$.

17. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $\sqrt{x+4} = 5$;
ბ) $\sqrt{2x-4} = 6$;
გ) $5\sqrt{x-4} = 40$;
დ) $\sqrt{x} - 4 = 3$;
ე) $\sqrt{2x} + 4 = 6$;
ვ) $\sqrt{2x} - 2 = 10$;
ზ) $\sqrt{2x} = 3$;
თ) $\sqrt[3]{x+4)} = 1$;
ი) $\sqrt[3]{2x-4)} = 2$;
კ) $2\sqrt[3]{2x-5)} = 16$;
ლ) $2\sqrt[3]{2x} + 8 = 12$;
მ) $2\sqrt[3]{4x} - 1 + 2 = 5$.

18. **გამოწვევა:** გაამრავლეთ და გაამარტივეთ თუ შესაძლებელია

ა) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32}$
ბ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{-24}$
გ) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$
დ) $\sqrt{-5} \cdot \sqrt{5}$
ე) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{32}$
ვ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{-81}$
ზ) $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt[3]{-25}$
თ) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{75}$
ი) $\sqrt[3]{-12 \cdot 2 \cdot 9}$
კ) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{9}$

19. **გამოწვევა:** გაამარტივეთ გამოსახულებები (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითი რიცხვია)

ა) $\sqrt[3]{8a^3}$;
ბ) $\sqrt[3]{27x^6}$;
გ) $\sqrt[3]{x^5}$;
დ) $\sqrt[4]{16x^4}$;
ე) $\sqrt[4]{81x^8}$;
ვ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3a^3}$;
ზ) $\sqrt[3]{5a} \cdot \sqrt[3]{25a^2}$;
თ) $\sqrt{50a} \cdot \sqrt{75a}$;
ი) $\sqrt[3]{-2a} \cdot \sqrt{4a^2}$;
კ) $\sqrt[4]{9a^2} \cdot \sqrt[4]{9a^2}$.

20. გაამარტივეთ გამოსახულება:

ა) $4(3 + \sqrt{5})$;
ბ) $2(\sqrt{7} - 6)$;
გ) $\sqrt{3}\,(4\sqrt{3} + 9)$;
დ) $-\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{8})$;
ე) $-\sqrt{5}(4\sqrt{5} + \sqrt{125})$;
ვ) $\sqrt{3}(2\sqrt{5} - 4\sqrt{3})$;
ზ) $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 3\sqrt{27})$;
თ) $-\sqrt{2}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{8})$;
ი) $-2\sqrt{3}(4 - 5\sqrt{3})$;
კ) $3\sqrt{7}(6\sqrt{7} + 4\sqrt{2})$;
ლ) $(\sqrt{3} - 2)^2$;
მ) $(3+\sqrt{5})^2$;
ნ) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$;
ო) $(4 - 2\sqrt{7})^2$;
პ) $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})^2$.

სავარჯიშოები

21. **გამოწვევა:** გაამარტივეთ გამოსახულება (ჩათვალეთ რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია)

ა) $\dfrac{\sqrt{300}}{\sqrt{5}}$; გ) $\dfrac{\sqrt{56x^5y^5}}{\sqrt{7xy}}$; ე) $\dfrac{\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{81a^5b^5}}$;

ბ) $\dfrac{\sqrt{48x}}{\sqrt{3x^3y^2}}$; დ) $\dfrac{\sqrt[2]{48x^3y^2}}{\sqrt[3]{7xy}}$; ვ) $\dfrac{\sqrt{20a^4}}{\sqrt{45a^4}}$.

22. გაამრავლეთ და გაამარტივეთ (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია). შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი www.symbolab.com

ა) $\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{16}$; ე) $-\sqrt[3]{5x^3y^3}\cdot 2\sqrt[3]{15x^5y^3}$;

ბ) $\sqrt{5x^5}\cdot\sqrt{4x^2}$; ვ) $3\sqrt[4]{18a^9}\cdot\sqrt[4]{6ab^9}$;

გ) $\sqrt[4]{81x^5y^4}\cdot\sqrt[4]{32x^5y}$; ზ) $2\sqrt[3]{2xy^2}\cdot 3\sqrt[3]{4x^2y^5}$;

დ) $\sqrt{8y^5}\cdot\sqrt{3y^3}$; თ) $4\sqrt{2x}\cdot 5\sqrt{6xy^2}$.

23. **გამოწვევა:** გაამარტივეთ (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია): შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი www.symbolab.com

ა) $\sqrt{20x^3}$; გ) $\sqrt{200a^6b^5}$; ე) $\sqrt[3]{128a^9b^3}$; ზ) $\sqrt[4]{64x^5y^7}$; ი) $\sqrt[4]{48y^9}$;

ბ) $\sqrt{50x^7}$; დ) $\sqrt[3]{-250x^6y^3}$; ვ) $\sqrt[3]{32a^7}$; თ) $\sqrt[5]{-32a^7b^9}$; კ) $\sqrt[5]{-96a^{11}b^8}$.

გამოწვევა: ამოხსენით განტოლებები

გ) $(x-5)^{-2}=\dfrac{1}{16}$; ზ) $(2+x)^{-3}=8$; ლ) $(3-x)^{-4}=\dfrac{1}{625}$;

დ) $(3+2x)^{-2}=36$; თ) $(4x-1)^{-3}=-\dfrac{1}{125}$; მ) $(5-3x)^{-5}=32$.

25. კუბის მოცულობა 80 სმ^3-ის ტოლია, იპოვეთ კუბის გვერდის სიგრძე.

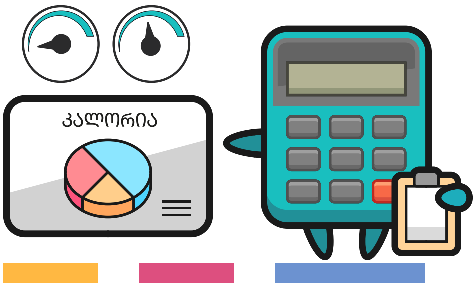
26. კვადრატის ფართობი 8 სმ^2-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

27. კვადრატის ფართობი 27 სმ^2-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

28. კვადრატის ფართობი 50 სმ^2-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

29. კუბის მოცულობა 81 სმ^3-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კვადრატის ფართობი და პერიმეტრი, რომლის გვერდის სიგრძე კუბის გვერდის სიგრძის ტოლია.

4 * რაციონალურ მაჩვენებლიანი ხარისხი ; კავშირი ფესვსა და ხარისხს შორის



კალორიების რაოდენობა, რომელიც ცხოველისთვის დღიურად არის საჭირო, გამოითვლება ფორმულით $C = 72\,m^{\frac{3}{4}}$, სადაც m-აღნიშნავს ცხოველის მასას კილოგრამებში, ხოლო C კალორიებს.

ტელესკოპი	მოცემულ ამოცანაში ვხედავთ, რომ ხარისხის მაჩვენებლად არის წილადი. წინა თავებში ჩვენ უკვე შევისწავლეთ ნატურალურ და მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი, ასევე მათი თვისებები, მოცემულ გაკვეთილში განვმარტოთ წილად-მაჩვენებლიანი ხარისხი.

გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები

	გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები	
	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით
1.	$5^3 \cdot 5^{-2} = 5^{3+(-2)} = 5^1 = 5$	$a^n \cdot a^m = a^{(n+m)}$
2.	$5^4 : 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 = 5^2$	$a^n : a^m = a^{(n-m)}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
3.	$(5^3)^2 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^6$	$(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$
4.	$5^2 \cdot 3^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = (5 \cdot 3)^2$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$
5	$5^2 : 5^2 = 25 : 25 = 1$ $5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0 = 1$	$a^\circ = 1$

	გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები	
	რიცხვებში	**ალგებრულად, ზოგადი ფორმით**
6	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $\frac{4^{-3}}{7^{-2}} = \frac{7^2}{4^3}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$

რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის განმარტება

დავაკავშიროთ ხარისხი და ფესვი ერთმანეთთან.

ხარისხის თვისებიდან გამომდინარე, ჩვენ ვიცით, რომ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

- ***თუ განვიხილავთ წილადმაჩვენებლიან ხარისხს, მივიღებთ რომ***

$$(a^{\frac{1}{n}})^n = a^{n \cdot \frac{1}{n}} = a^1 = a$$

ჩვენ ვიცით, რომ $(\sqrt[n]{a})^n = a$, თუ $a > 0$;

შესაბამისად, რაციონალურ მაჩვენებლიანი ხარისხი, იგივე წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი, როცა წილადის მრიცხველია 1, განვმარტოთ შემდეგნაირად: $a^{\frac{1}{n}}$

იმისათვის, რომ ფესვის ამ გამოსახულებას ჰქონდეს აზრი, აუცილებელი პირობაა:

თუ n ლუწია, მაშინ a არაუარყოფითი უნდა იყოს, $a \geq 0$;

ხოლო თუკი n კენტია, მაშინ ეს შეზღუდვა არაა საჭირო, a შეიძლება ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი იყოს.

რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი, იგივე წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი განიმარტება შემდეგნაირად.

ნებისმიერი $\frac{m}{n}$ უკვეცი წილადისთვის, სადაც $m \in Z$ და $n \in N$ (m მთელი რიცხვია და n ნატურალური რიცხვი),

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ რაც იგივეა $a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$

თუ n ლუწი რიცხვია, მაშინ აუცილებელია შესრულდეს პირობა $a \geq 0$

წილადმაჩვენებლიან ხარისხზე ვრცელდება ის წესები, რომლებიც მთელმაჩვენებლიანი ხარისხისთვის გვაქვს ნასწავლი.

ნიმუში 1 – წარმოვადგინოთ წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი ფესვის სახით და გამოვიანგარიშოთ, თუ ეს შესაძლებელია

ა) $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$; ბ) $4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$; გ) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$;	დ) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ მოცემული მაგალითი შეგვიძლია ამოვხსნათ ასევე შემდეგნაირად $8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$
მოცემული ნიმუშებიდან პირველი სამივე რიცხვი ირაციონალური რიცხვია, მეოთხე არა, დაასაბუთეთ რატომ.	

ნიმუში 2 – გამარტივებები სხვადასხვა მეთოდით

ა) გაამარტივეთ $8^{\frac{2}{3}}$

$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

გამარტივების პირველი მეთოდი

$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} =$

ჩვენ ვიცით, რომ $(a^m)^n = a^{mn}$

$(2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3\cdot\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

ბ) გაამარტივეთ $32^{\frac{4}{5}}$

$32^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{32^4}$ აღნიშნული შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგნაირად

$32^{\frac{4}{5}} = (\sqrt[5]{32})^4 = (\sqrt[5]{2^5})^4 = 2^4 = 16$

გამარტივების მეორე მეთოდი

$32^{\frac{4}{5}} = (2^5)^{\frac{4}{5}} = 2^{5\cdot\frac{4}{5}} = 2^4 = 16$

როდესაც მოცემულია წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი, გამარტივების ან გამოთვლების დროს შეარჩიეთ მეთოდი, რომელიც თქვენთვის მეტად მარტივი იქნება.

ნიმუში 3 – ამოცანა ბიოლოგიიდან

კალორიების რაოდენობა, რომელიც ცხოველისთვის დღიურად არის საჭირო, გამოითვლება ფორმულით $C = 72\,m^{\frac{3}{4}}$, სადაც m-აღნიშნავს ცხოველის მასას კილოგრამებში, ხოლო C კალორიებს. იპოვეთ, რა რაოდენობის კალორიები დასჭირდება ძაღლს რომლის წონაა 16 კგ.

➡ *პ.ს. მოცემული ამოცანა აღებულია Algebra 1-ის პროგრამიდან.*

ამოცანის გააზრება

ამოცანის პირობიდან ვიგებთ, რომ კალორიები დამოკიდებულია ცხოველის მასაზე და მოცემულია ფორმულა $C = 72\,m^{\frac{3}{4}}$,

ჩავსვათ m-ის ნაცვლად 16

$$C = 72\cdot 16^{\frac{3}{4}}$$

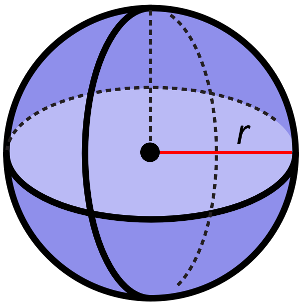
$$C = 72\cdot (2^4)^{\frac{3}{4}} = 72\cdot 2^{4\cdot\frac{3}{4}} = 72\cdot 2^3$$

$$C = 72\cdot 8 = 576 \text{ კალორია}$$

ძაღლს, რომელიც იწონის 16 კგ-ს, დღიურად სჭირდება 576 კალორია

ნიმუში 4 ამოცანა გეომეტრიიდან

სფეროს მოცულობა გამოითვლება ფორმულით $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, ხოლო r-სფეროს რადიუსს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ $V = 36\pi$ სმ^3



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

ამოცანის განხილვა:

ვიცით, რომ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, საძიებელია რადიუსი; გამოვსახოთ რადიუსი მოცულობით

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{3}{4}V = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$, – ტოლობის ორივე მხარე გავამრავლოთ $\frac{3}{4}$-ზე

$\pi r^3 = \frac{3}{4}V$, – ტოლობის ორივე მხარე გავყოთ π-ზე

$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$

$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ ჩავსვათ, მოცულობის მნიშვნელობა ფორმულაში და გამოვიანგარიშოთ

$r = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 36\pi}{4\pi}} = \sqrt[3]{27} = 3$ სმ

ნიმუში 5 – გაკვეთილის დასაწყისში ჩვენ შემოვიტანეთ აღნიშვნა, ვაჩვენოთ აღნიშვნის სისწორე

დავაკავშიროთ ხარისხი და ფესვი

განვიხილოთ შემთხვევა: $a > 0$

როგორ შეგვიძლია სხვა გზით ჩავწეროთ $\sqrt{a}$ – ?

დავუშვათ, რომ

$\sqrt{a} = a^n$;

$(\sqrt{a})^2 = (a^n)^2$ ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე

$a^1 = a^{2n}$

$1 = 2n$ რადგან ფუძეები ტოლია, ე.ი. ხარისხის მაჩვენებლებიც ტოლია

$n = \frac{1}{2}$

მივიღეთ, რომ $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$, როცა $a > 0$-ზე

ზოგადი დასაბუთება

განვიხილოთ შემთხვევა: $a > 0$

როგორ შეგვიძლია სხვა გზით ჩავწეროთ $\sqrt[n]{a}$ -?

დავუშვათ, რომ

$\sqrt[n]{a} = ak$;

$(\sqrt[n]{a})^n = (a^k)^n$ ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე

$a^1 = a^{kn}$

$1 = kn$ რადგან ფუძეები ტოლია, ე.ი. ხარისხის მაჩვენებლებიც ტოლია

$k = \frac{1}{n}$

მივიღეთ, რომ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, როცა $a > 0$-ზე

ᲡᲐᲕᲐᲠᲯᲘᲨᲝᲔᲑᲘ

1. წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი წარმოადგინეთ ფესვის სახით:

ა) $3^{\frac{1}{4}}$; დ) $13^{\frac{4}{5}}$; ზ) $7^{\frac{1}{7}}$;
ბ) $16^{\frac{1}{2}}$; ე) $17^{\frac{5}{9}}$; თ) $8^{\frac{1}{3}}$;
გ) $8^{\frac{3}{7}}$; ვ) $20^{\frac{2}{3}}$; ი) $27^{\frac{1}{3}}$.

2. გაამარტივეთ გამოსახულება:

ა) $8^{\frac{1}{3}}$; ვ) $216^{\frac{1}{3}}$; ლ) $81^{\frac{1}{4}}+8^{\frac{1}{3}}$; ჟ) $25^{\frac{3}{2}}$;
ბ) $16^{\frac{1}{2}}$; ზ) $1^{\frac{1}{9}}$; მ) $25^{\frac{1}{2}}-1^{\frac{1}{4}}$; რ) $36^{\frac{3}{2}}$;
გ) $0^{\frac{1}{6}}$; თ) $625^{\frac{1}{4}}$; ნ) $81^{\frac{3}{4}}$; ს) $64^{\frac{4}{3}}$;
დ) $27^{\frac{1}{3}}$; ი) $36^{\frac{1}{2}}+1^{\frac{1}{3}}$; ო) $8^{\frac{2}{3}}$; ტ) $1^{\frac{4}{3}}$;
ე) $81^{\frac{1}{8}}$; კ) $8^{\frac{1}{3}}+64^{\frac{1}{2}}$; პ) $125^{\frac{1}{3}}$; უ) $0^{\frac{2}{3}}$.

3. გაამარტივეთ გამოსახულება:

ა) $100^{\frac{1}{2}}$; ვ) $196^{\frac{1}{2}}$; ლ) $125^{\frac{1}{2}}-243^{\frac{1}{5}}$; ჟ) $64^{\frac{5}{6}}$;
ბ) $1^{\frac{1}{5}}$; ზ) $256^{\frac{1}{8}}$; მ) $256^{\frac{1}{4}}+0^{\frac{1}{3}}$; რ) $100^{\frac{3}{2}}$;
გ) $512^{\frac{1}{3}}$; თ) $400^{\frac{1}{2}}$; ნ) $4^{\frac{3}{2}}$; ს) $1^{\frac{5}{3}}$;
დ) $32^{\frac{1}{5}}$; ი) $36^{\frac{1}{2}}+1^{\frac{1}{3}}$; ო) $27^{\frac{2}{3}}$; ტ) $9^{\frac{5}{2}}$;
ე) $729^{\frac{1}{2}}$; კ) $25^{\frac{1}{2}}+81^{\frac{1}{4}}$; პ) $256^{\frac{3}{4}}$; უ) $243^{\frac{2}{5}}$.

4. შეავსეთ ცარიელი უჯრები ისე, რომ სამართლიანი იყოს ტოლობები:

ა) $256^{\frac{\square}{4}}=4$; დ) $\square^{\frac{1}{6}}=0$; ზ) $27^{\frac{4}{\square}}=81$;
ბ) $\square^{\frac{1}{5}}=1$; ე) $64^{\frac{\square}{3}}=16$; თ) $36^{\frac{\square}{2}}=216$;
გ) $225^{\frac{1}{\square}}=15$; ვ) $\square^{\frac{3}{4}}=125$; ი) $49^{\frac{3}{\square}}=81$.

ᲐᲛᲝᲪᲐᲜᲔᲑᲘ ᲒᲔᲝᲛᲔᲢᲠᲘᲘᲓᲐᲜ:

5. მოცემულია კვადრატი, რომლის ფართობია $S = 100$ მ²

- იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი;
- კვადრატის პერიმეტრი ფართობზე დამოკიდებულია შემდეგნაირად $P = 4\sqrt{S}$, დაასაბუთეთ, რომ აღნიშნული გამოსახულება სწორია.

6. სფეროს მოცულობა გამოითვლება ფორმულით $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, ხოლო r-სფეროს რადიუსს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ:

ა) $V = 12\pi$ სმ³; ბ) $V = 500\pi$ სმ³; გ) $V = 288\pi$ სმ³.

7. კონუსის მოცულობა გამოითვლება ფორმულით $V = \frac{1}{3}\pi r^3 h$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, ხოლო r – ფუძის რადიუსს, h – კონუსის სიმაღლეს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ:

ა) $V = 120\pi$ სმ³ და $h = 5$; ბ) $V = 600\pi$ სმ³ და $h = 2$; გ) $V = 800\pi$ სმ³ და $h = 4$.

სავარჯიშოები

ამოცანა ბიოლოგიიდან:

8. ბიოლოგები ძუძუმწოვრების ტვინის მასის მიახლოებით გამოსათვლელად იყენებენ ფორმულას: $B = \frac{1}{8}m^{\frac{2}{3}}$, სადაც m (გრამი) ძუძუმწოვარას მასაა, ხოლო B (გრამი) ტვინის მასა. იპოვეთ 64 გრამი მასის თაგვის ტვინის მასა.

9. **გამოწვევა:** შეიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის ქვეშ

ა) $a\sqrt[4]{2}$;	გ) $3\sqrt[4]{a}$;	ე) $b\sqrt[3]{a}$;	ზ) $-2\sqrt{3}$;
ბ) $2\sqrt{3}$;	დ) $2\sqrt[3]{a}$;	ვ) $a\sqrt[3]{a}$;	თ) $5\sqrt[4]{2}$;

რთული საკითხი:

10. გაამარტივეთ გამოსახულებები, ჩათვალეთ, რომ თითოეული ცვლადი წარმოადგენს არაუარყოფით რიცხვს.

➡ სიძნელეების შემთხვევაში, შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი: www.symbolab.com

ა) $\sqrt[4]{z^4}$; ე) $\sqrt[3]{a^6c^9}$; ი) $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2\sqrt{a^2}$; ნ) $\frac{\left(z^{\frac{1}{2}}\right)^3}{\sqrt{z^2}}$;

ბ) $\sqrt{x^4y^2}$; ვ) $\sqrt[3]{a^{12}b^6}$; კ) $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6\sqrt[4]{y^4}$; ო) $\frac{\sqrt[3]{x^6y^9}}{x^2}$;

გ) $\sqrt{x^6y^6}$; ზ) $\sqrt[3]{27x^6}$; ლ) $\left(x^{\frac{1}{2}}y^3\right)^2\sqrt{x^2}$; პ) $\frac{\sqrt[3]{x^6y^6}}{yx^2}$;

დ) $\sqrt[3]{8m^3}$; თ) $\sqrt[3]{x^{16}y^4}$; მ) $(a^2b^4)^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b^6}$; ჟ) $\frac{\left(a^2b^{\frac{1}{2}}\right)^4}{\sqrt{b^2}}$.

დამატებითი მასალა საგამოცდოდ	ტელესკოლა რაოდენობრივი მსჯელობა, აბიტურიენტების დრო ხარისხი, ფესვი

რიცხვები და მოქმედებები

პირველი არხი, & საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინიტრო. (2020). პირველი არხი ტელესკოლა - YouTube. Www.youtube.com. https://www.youtube.com/@Teleskola-1tv

საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო. (2020). მათემატიკა. El.ge. https://el.ge/articles/project_tasks/4/1

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2019). კალკულატორები. ფინანსური განათლების პორტალი. https://www.finedu.gov.ge/ge/calculators

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2019). ფინანსური განათლება მარტივად. shorturl.at/doLRY

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2022). 10 ფაქტი ქართული ფულის ისტორიიდან. ფინანსური განათლების პორტალი. https://finedu.gov.ge/ge/blogi-1/10-fakti-kartuli-fulis-istoriidan-1

ck12. (2020). CK12-Foundation. Flexbooks.ck12.org. https://bit.ly/3FBhspo

ck12. (2020). CK12-Foundation. Flexbooks.ck12.org. https://bit.ly/3JPJO1w

ck12. (2022). CK12-Foundation. Flexbooks.ck12.org. https://bit.ly/3n3H8o0

ck12. (2022). CK12-Foundation. Flexbooks.ck12.org. https://bit.ly/3Tsefhi

GeoGebra. (2018). GeoGebra. https://www.geogebra.org

Iwant2study.org. (2017). Fraction Multiplication Geogebra Applet. Open Educational Resources / Open Source Physics @ Singapore. https://iwant2study.org/ospsg/index.php/interactive-resources/mathematics/numbers-and-algebra/fractions/532-fraction-multiplication-geogebra-applet

Mastsavlebeli.ge ინტერნეტგაზეთი. (2017). ვენის დიაგრამის პრაქტიკული გამოყენება. Mastsavlebeli.ge. http://mastsavlebeli.ge/?p=16146

Mathigon. (2022). Infinity | World of Mathematics. Mathigon. https://mathigon.org/world/Infinity

Phet.colorado.edu. (2023). Phet.colorado.edu. https://phet.colorado.edu

Stem-cookbook. (2020). STEM. Www.stem-Cookbook.com. https://www.stem-cookbook.com/recipe?lan=geo&cat=3&id=24

Stem-cookbook. (2020). STEM. Www.stem-Cookbook.com. https://www.stem-cookbook.com/categories?lan=geo&cat=3&id=29

Symbolab. (2017). Symbolab Math Solver - Step by Step calculator. Symbolab.com. https://www.symbolab.com/

TBC • თიბისი. (2016). განსხვავება მარტივ და რთულ პროცენტს შორის. Www.youtube.com. https://www.youtube.com/watch?v=b1Pj97b4_Tg

TED. (2012). Why is “x” the unknown? | Terry Moore [YouTube Video]. In YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=YX_OxBfsvbk

Tsertsvadze, K. (2020). დანართი 5- ხარისხი.pdf. Google Docs. https://drive.google.com/file/d/1avP4it00F0f-hWt8MCtWPCLrXygibFwx2/view

https://www.youtube.com/watch?v=txtX42kF9Ps