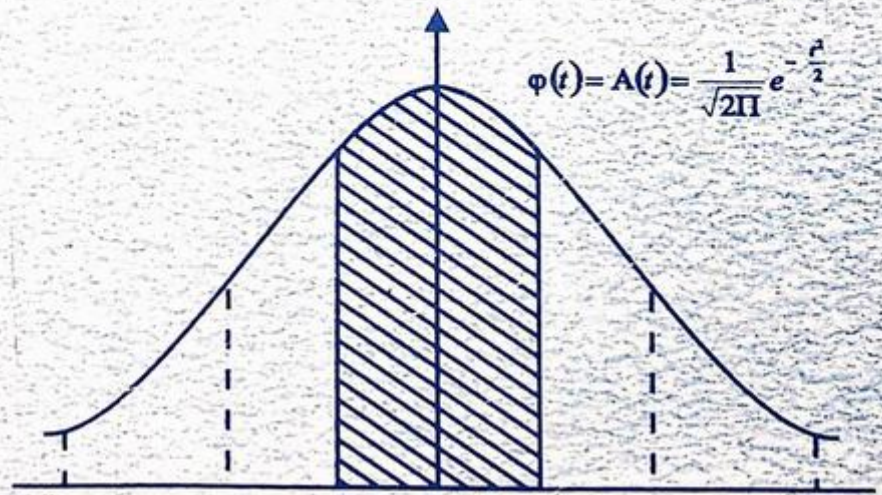
ბ. გაბიძაშვილი

სტატისტიკის თეორია



ბ. გაბიძაშვილი

სტატისტიკის თეორია

სახელმძღვანელო
უმაღლეს სასწავლებელთა
სტუდენტებისათვის

მეორე შევსებული და გადამუშავებული
გამოცემა

30.08.06წ.

თბილისი

2005წ.

წიგნში გადმოცემულია სტატისტიკის თეორიის მოქმედი სასწავლო პროგრამით გათვალისწინებული საკითხები, რომელთაგან მნიშვნელოვანი ადგილი განეკუთვნება ეკონომიკაში მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებასა და სტატისტიკის ზოგად თეორიას. თეორიული მასალა განმტკიცებულია კონკრეტულ ამოცანათა ამოხსნის მეთოდებით. მასში ასახულია საბაზრო ეკონომიკის პირობებში მომუშავე სპეციალისტთა მოთხოვნები სტატისტიკური პროგნოზირების მარტივი მეთოდების გადმოცემით.

წიგნი განკუთვნილია მენეჯერების, ბიზნესმენების, კომერციული დარგისა და ყველა ეკონომიკური პროფილის უმაღლეს სასწავლებელთა სტუდენტებისათვის. იგი გამოადგებათ აგრეთვე ამ საკითხებით დაინტერესებულ სამეურნეო დარგის მუშაკებსა და მკითხველთა ფართო წრეს.

რედაქტორი პროფ. ს. გელაშვილი
რეცენზენტები: დოც. მ. მინდორაშვილი
დოც. ნ. აბესაძე

ვუძღვნი შვილის,
გოჩა გაბიძაშვილის
ნათელ ხსოვნას.

წინასიტყვაობა

მენეჯერთა, ბიზნესმენთა და ნებისმიერი დარგის კომერციული საქმიანობა მჭიდროდაა დაკავშირებული საბაზრო ეკონომიკის განვითარების გარდაუვალ და შეუქცევად პროცესებთან. ეს კი აუცილებლად მოითხოვს ამ დარგის მაღალკვალიფიციურ სპეციალისტთა მომზადებას საქართველოში. ამიტომ, ბუნებრივია, საბაზრო მოთხოვნილებამ განაპირობა ამ მიმართულებით სახელმწიფო და კომერციულ უმაღლეს სასწავლებელთა ფართო ქსელის შექმნა ჩვენს ქვეყანაში. თითქმის ყველა მათგანი (იქნება ის წმინდა ეკონომიური თუ შერეული პროფილის) ამზადებს პრესტიჟულ დარგთა სპეციალისტებს: საგარეო ეკონომიკური კავშირურთიერთობანი, საფინანსო-საბანკო საქმე, წარმოების მენეჯერი, აგრობიზნესი, სამეურნეო სამართალმცოდნეობა, მარკეტინგი და სხვა. ნებისმიერი ამ დარგის სრულყოფილი სპეციალისტის ჩამოყალიბებისათვის აუცილებელია სტატისტიკურ დისციპლინათა ათვისება თანამედროვე დონეზე. ამიტომაა, რომ შესაბამის სასწავლო გეგმებში აუცილებელ, ძირითად სასწავლო დისციპლინათა შორის სტატისტიკაც ფიგურირებს. სტატისტიკურ სასწავლო დისციპლინათა ციკლი ხუთი ნაწილისაგან შედგება: მათემატიკური სტატისტიკა ეკონომიკაში, სტატისტიკის ზოგადი თეორია, სოციალურ-ეკონომიკური სტატისტიკა, დარგობრივი (მრეწველობის, სოფლის მეურნეობის, მშენებლობის, კომერციის, საყოფაცხოვრებო მომსახურების, განათლების, ჯანდაცვის, სასამართლო, საგარეო ეკონომიკური ურთიერთობების და სხვა.) სტატისტიკა და საერთო, გამჭოლი საკითხების (შრომის, ფინანსებისა და კრედიტის და სხვ.)

სტატისტიკური დიციპლინები. თითოეული მათგანი შესაბამისი სფეროს მოვლენებისა და პროცესების განვითარების რაოდენობრივი მხარის შემსწავლელი მეცნიერებაა. მაშ, რომელი მათგანის უგულებელყოფამ შეიძლება არ დააზარალოს მარკეტოლოგების, ბიზნესმენებისა და მენეჯერების მაღალკვალიფიციური, თანამედროვე დონის სპეციალისტების მომზადება? ყოველ შემთხვევაში, სამი მათგანის (მათემატიკური სტატისტიკა ეკონომიკაში, სტატისტიკის ზოგადი თეორია და სოციალურ-ეკონომიკური სტატისტიკა) სწავლების აუცილებლობა ეჭვს არ იწვევს, რამეთუ კონკრეტული დარგის არსებული მდგომარეობის მეცნიერული ანალიზი და განვითარების პროგნოზირება შეუძლებელია მძლავრი სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების გარეშე. ეს ამოცანები კი, საბაზრო ეკონომიკისა და კონკურენციის შეუბრალებელი კანონების მოქმედების პირობებში ყოველთვის დგას ნებისმიერი სამეურნეო დარგის მუშაკის წინაშე.

ავტორმა გაითვალისწინა კონკურენციის პირობებში სამეურნეო დარგის მუშაკთა წინასწარხედვის უნარის აუცილებლობა და სტატისტიკის თეორია შეავსო ეკონომიკური პროგნოზირების მძლავრი სტატისტიკური მეთოდებით.

წინამდებარე ნაშრომი, სტატისტიკის თეორია, ეკონომიკაში მათემატიკური სტატისტიკისა და სტატისტიკის ზოგადი თეორიის საკითხებს მოიცავს. აქ განიხილება სტატისტიკური მეცნიერების კატეგორიები,პრინციპები,წესები,აგრეთვე ზოგადი მეთოდოლოგია, რაც შემდგომ გამოიყენება სოციალურ-ეკონომიკურ სტატისტიკაში.

თემა 1. სტატისტიკის შესწავლის ობიექტი, საგანი და მეთოდები.

1. სტატიტიკის ისტორიული წარმოშობა და განვითარება

სიტყვა „სტატისტიკა" ხშირად სმენია მრავალ ადამიანს, მაგრამ მისი ძირითადი არსისა და შინაარსის შესახებ სწორი და მეცნიერული მსჯელობა მხოლოდ სპეციალური განათლების მქონე პირებს თუ შეუძლიათ. სტატისტიკური საქმიანობა ადამიანთა საზოგადოების პრაქტიკული თუ სამეცნიერო მოღვაწეობის მნიშვნელოვანი უბანია. ამიტომ მისი წარმოშობა და განვითარება ჯერ კიდევ, ბიბლიურ დროში დაიწყო. თვით ტერმინი „სტატისტიკა" ლათინური სიტყვა „status"-ისგანაა წარმოშობილი, რაც ნიშნავს ნივთების, მოვლენების მდგომარეობას. აქედანაა წარმომდგარი ნივთების, მოვლენებისა და პროცესების შესწავლისადმი მიძღვნილი სტატისტიკის სხვადასხვა გაგება. კერძოდ, სტატისტიკაში გულისხმობენ ადამიანთა პრაქტიკულ საქმიანობას საზოგადოებრივი ცხოვრების მოვლენებისა და პროცესების შესახებ არსებული მონაცემების შეგროვებისა და განზოგადების სფეროში. მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობისა და შემადგენლობის შესაბამისი მონაცემების შეგროვება და განზოგადება, სასოფლო-სამეურნეო, სამრეწველო, სამშენებლო და სხვა სახის საწარმოების მიერ პროდუქციის გამოშვების, მუშახელის რაოდენობისა და შემადგენლობის მონაცემთა მოპოვება და განზოგადება და ა.შ.

სტატისტიკა გულისხობს აგრეთვე საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების დამახასიათებელ ციფრობრივ

მონაცემებს. მაგალითად, პროდუქციის გამოშვების სტატისტიკა, მუშახელის მოძრაობისა და გამოყენების სტატისტიკა და ა.შ.

სტატისტიკა ჰქვია საზოგადოებრივი მეცნიერების განსაკუთრებულ დარგს, რომელსაც მნიშვნელოვანი როლი განეკუთვნება ეკონომიკურ მეცნიერებათა შორის. სტატისტიკური მეცნიერების შესწავლის გარეშე წარმოუდგენელია ნებისმიერი დარგის მაღალკვალიფიციური ეკონომისტის, მენეჯერისა და ბიზნესმენის მომზადება. ეკონომისტი საზოგადოებრივი ცხოვრების შესაბამისი უბნის თავისებური ექიმია, რომელიც გაანალიზებს მის მდგომარეობას, დაუსვამს დიაგნოზსა და საქმის გამოსწორების შესაბამის რეცეპტსაც გამოუწერს. ამისათვის კი აუცილებელია სტატისტიკა, მოვლენებისა და პროცესების შესახებ არსებული მონაცემების მოპოვება და განზოგადება.

ამრიგად, საზოგადოების ისტორიული განვითარების აუცილებლობამ წარმოშვა სტატისტიკა, როგორც ადამიანთა პრაქტიკული საქმიანობის გარკვეული სფერო და სტატისტიკა, როგორც საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების შემსწავლელი მეცნიერება. პირველი ისტორიულად წინ უსწრებდა მეორის წარმოშობა-განვითარებას. მაგალითად, კლასობრივი საზოგადოებისა და სახელმწიფოს წარმოშობამ მოითხოვა შესაბამისი ჯარების, სახელმწიფოს შენახვისათვის საჭირო ხარჯების არსებობა და სხვა. ამისათვის საჭირო შეიქმნა ჯარში გასაწვევ პირთა, მოსახლეობის ქონების, მიწისა და პირუტყვის რაოდენობის დადგენა, რისთვისაც ტარდებოდა მოსახლეობის რიცხოვნობისა და ქონებრივი მდგომარეობის აღწერები. აი ეს იყო სტატისტიკური სამუშაოების პირველდაწყებითი ფორმები. შემდგომში ამ სამუშაოებმა მიიღო რეგულარული ხასიათი, რამაც მოითხოვა მათი ჩატარებისათვის საჭირო მეთოდური მითითებების შექმნა, თეორიული განზოგადება. ეს იყო სტატისტიკის, როგორც მეცნიერების წარმოშობის აუცილებელი საფუძველი.

სტატისტიკის თეორიის წარმოშობას ხშირად უკავშირებენ ინგლისელი ვ. პეტის (1623-1687) სახელს. მან თავის ნაშრომში "პოლიტიკური არითმეტიკა", პირველმა საზოგადოებრივი ცხოვრების კანონზომიერებათა ანალიზისათვის გამოიყენა „ციფრების ენა". ამიტომ მას უწოდებენ ბურჟუაზიული პოლიტიკური ეკონომიის მამამთავარსა და გარკვეული თვალსაზრისით სტატისტიკის შემქნელს.

სტატისტიკის მეცნიერების განვითარებამ კიდევ უფრო მაღალ საფეხურს მიაღწია კაპიტალიზმის განვითარებასთან ერთად. ჯერ 1746 წელს გერმანელმა მეცნიერმა, ფილოსოფიისა და სამართლის პროფესორმა **გოტფრიდ ახენვალმა (1719-1772)** პირველად მორბურგის, შემდეგ გეტინგენის უნივერსიტეტებში წაიკითხა ახალი სასწავლო დისციპლინა, რომელსაც მანვე უწოდა სტატისტიკა. **გ. ახენვალდი** იყო სტატისტიკაში გერმანული აღწერილობითი სკოლის ფუძემდებელი. ის ფიქრობდა, რომ რადგან ლათინური **სიტყვა "status"** – მდგომარეობას, იტალიური **სიტყვები „stato"** - სახელმწიფოს და "statista" სახელმწიფოს მცოდნეს მიშნავს, ამიტომ სტატისტიკის, როგორც ახალი სასწავლო დისციპლინის შინაარსი სახელმწიფოს პოლიტიკური და ეკონომიკური მდგომარეობის აღწერაში მდგომარეობს.

100 წლით ადრე წარმოიშვა სტატისტიკაში ინგლისური პოლიტიკური არითმეტიკოსების სკოლა, რომლის ფუძემდებლები იყვნენ ინგლისელი მეცნიერები **ჯონ გრაუნტი (1620-1674)** და ზემოთ უკვე ნახსენები **ვ. პეტი**. ამ სკოლის წარმომადგენლებმა, პირველად მასობრივი, საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ანალიზის საფუძველზე დაადგინეს მათი განვითარების კანონზომიერებანი, რაც გერმანულ აღწერილობით სკოლასთან შედარებით უფრო ახლო იყო სტატისტიკის მეცნიერების თანამედროვე გაგებასთან.

სტატისტიკური მეცნიერების განვითარებაში დიდი წვლილი შეიტანა **ბელგიელმა ადოლფ კეტლემ (1796-1887)**. მან 1829 წლის მონაცემების ანალიზით 1830 წლისათვის გასაოცარი სიზუსტით იწინასწარმეტყველა საფრანგეთში მკვლელობათა რაოდენობა ცალკეული იარაღების გამოყენებით. ამ საფუძველზე მან დაადგინა, რომ საზოგადოებრივი მოვლენებიც ხასიათდებიან განვითარების შინაგანი აუცილებლობით, მაგრამ ამ აუცილებლობის ახსნა ა. კეტლემ ვერასგზით ვერ შეძლო.

სტატიტიკურმა მეცნიერებამ დიდი განვითარება ჰპოვა რუსი მეცნიერ-სტატისტიკოსების ნაშრომებში. აქ პირველ რიგში აღსანიშნავია აკადემიკოს **კ. ფ. გერმანი (1755-1815)**, რომელმაც პირველმა 1809 წელს გამოსცა ორიგინალური ნაშრომი "სტატისტიკის საყოველთაო თეორია". შემდეგ შეიძლება აღინიშნოს გამოჩენილი რუსი სტატისტიკოსების ღვაწლი: **დ. პ. ჟურავსკი (1810-1856), ჰ. ჰ. სემენოვ-ტიანშანსკი (1827-1914), ი. ე. იანსონი (1835-1893), ა. ი. ჩუპროვი (1842-1908), ა. ა. ჩუპროვი (1874-1926), ა. ა. კაუფმანი (1864-1919) და მრავალი სხვა.**

ჯერ ცარიზმისა და შემდეგ საბჭოთა იმპერიის კოლონიურმა პოლიტიკამ საქართველოში გამანადგურებელი გავლენა იქონია ქართული სტატისტიკური მეცნიერების განვითარებაზე. მათ მოხერხებულად გამოიყენეს სტატისტიკა, როგორც სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების შემეცნების მძლავრი იარაღი ქართველი ერის დათრგუნვისა და მორჩილებაში ყოფნის მზაკვრული მიზნებისათვის. სტატისტიკის ცენტრალიზაციის გზით მათ მოსწყვიტეს მშრომელთა ფართო მასები სტატიტიკური კვლევა-ძიების მეცნიერულ მეთოდებს, სტატისტიკა მათ ხელში იქცა სინამდვილის დამახინჯების, მოჩვენებითობისა და პომპეზურობის მძლავრ საშუალებად. საბჭოთა იმპერიის პირობებში ფალსიფიცირებული სტატისტიკა ყოველდღიურად გაჰყვიროდა ხმამაღლა, ვითომდა საბჭოთა ადამიანების

ცხოვრების დონის სისტემატური ამაღლების, საბჭოთა ეკონომიკის არნახული ტემპებით განვითარების, ერების ჰარმონიული და მეგობრული ურთიერთობების შესახებ და ა.შ. სინამდვილეში მშრომელებს თავიანთი შრომითი შედეგების მცირედი ნაწილიც კი არ რჩებოდა და ექსპლოატაციის უმაღლესი ნორმები განაპირობებდა ტოტალიტარული სახელმწიფოს უზარმაზარი ბიუროკრატიული აპარატის ფუფუნებით ცხოვრებას და მსოფლიოში უძლიერესი სამხედრო დიქტატორული მანქანის შენახვას.

სტატიტიკური მეცნიერების მეთოდოლოგიური სრულყოფა-განვითარება მხოლოდ საბჭოთა იმპერიის ცენტრში მოკალათებული ბიუროკრატებისა და შოვინისტ 'მეცნიერთა" კუთვნილება გახდა. მიუხედავად ამისა, იყვნენ მეცნიერ-სტატისტიკოსები, რომლებსაც არ უღალატიათ მეცნიერული სინდისისადმი და მნიშვნელოვანი კვალი დაამჩნიეს სამამულო სტატისტიკური მეცნიერების განვითარებას. მათ პირველ რიგში მიეკუთვნება აკადემიკოსები **ს. გ. სტრუმილინი (1877-1977), ვ. ს. ნემჩინოვი (1894-1967), პროფესორები ა. ი. ბოიარსკი, ბ. ბ. ს. იასტრემსკი** და სხვა. საქართველოშიც არსებობდა სტატისტიკური მეცნიერებისადმი დაუოკებელი ინტერესი. ამიტომ, მიუხედავად კოლონიალური მდგომარეობისა, მათ დიდი წვლილი შეიტანეს ქართული სტატისტიკური მეცნიერების აზრის განვითარებაში. მათ შორის გამოირჩევიან ეკონომისტ-სტატისტიკოსები: **ფ. გ. გოგიჩაიშვილი (1872-1950), ჰ. ბ. გუგუშვილი (1905-1988), გ. ს. გამყრელიძე (1902-1953), შ. ჰ. ბერაძე (1908-1980)** და სხვა.

2. სტატისტიკის შესწავლის საგანი, ობიექტი და მეთოდები

თითოეულ მეცნიერულ დისციპლინას გააჩნია შესწავლის ობიექტი, საგანი და მეთოდები. სტატისტიკა, როგორც საზოგადოებრივი მეცნიერება, შეისწავლის საზოგადოებას, საზოგადოებრივ მოვლენებს და პროცესებს. ეს არის მისი შესწავლის ობიექტი. მაგრამ ამ ობიექტს სხვა საზოგადოებრივი მეცნიერებანიც (ისტორია, ეკონომიკური თეორია და სხვ.) შეისწავლიან. ამასთან თითოეული მათგანი საზოგადოებრივი ცხოვრების ამა თუ იმ მხარეზე ამახვილებს ყურადღებას. ეს მხარე კი წარმოადგენს თითოეული მეცნიერული დისციპლინის შესწავლის საგანს. მაშ, რაში მდგომარეობს სტატისტიკის, როგორც საზოგადოებრივი მეცნიერების შესწავლის საგანი? საზოგადოებრივი ცხოვრების, მოვლენებისა და პროცესების რომელ მხარეს შეისწავლის ის? თითოეულ საზოგადოებრივ მოვლენასა და პროცესს გააჩნია როგორც რაოდენობრივი განსაზღვრულობა, ასევე თვისებრივი მხარეც. ამასთან, რაოდენობრიობით ისინი ხასიათდებიან არა საერთოდ ყველა დროსა და სივრცეში, არამედ კონკრეტულ დროსა და სივრცეში. მაგალითად, სამრეწველო და სასოფლო-სამეურნეო საწარმოების მიერ პროდუქციის გამოშვების რაოდენობა მოცემულ ქვეყანაში ან რომელიმე რეგიონში ამა თუ იმ წელს, მოსახლეობის რიცხოვნობა, შემადგენლობა, მოკვდაობა, შობადობა და ა.შ. სწორედ ეს რაოდენობრივი განსაზღვრულობაა სტატისტიკის შესწავლის საგანი. მაგრამ მოვლენის რაოდენობას სტატისტიკა ვერ დაადგენს მისი თვისებრივი მხარისაგან მოწყვეტით. შეუძლებელია, მაგალითად, ქარხნებისა და ფაბრიკების, ან მსხვილი, საშუალო და წვრილი საწარმოების, ფირმების რაოდენობის დადგენა, თუ წინასწარ არ განისაზღვრა ქარხნის, ფაბრიკის, მსხვილი საშუალო და წვრილი საწარმოების ცნება, მათი თვისებები.

ამრიგად, სტატისტიკა არის საზოგადოებრივი მეცნიერება, რომელიც შეისწავლის მასობრივი, საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების

რაოდენობრივ მხარეს, მათი განვითარების კანონზომიერებებს კონკრეტულ დროსა და სივრცეში თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო კავშირში.

თითოეული მეცნიერება შეიარაღებულია აგრეთვე შესაბამისი ხერხებით ანუ მეთოდებით, რომელთა დახმარებით იგი შეისწავლის ობიექტს. ისე როგორც ყველა სხვა მეცნიერებისათვის, სტატისტიკის მეცნიერებისათვისაც ზოგადი მეთოდია დიალექტიკური მეთოდი. ეს იმას ნიშნავს, რომ სტატისტიკა მოვლენებსა და პროცესებს განიხილავს არა უძრაობაში, არამედ მუდმივ მოძრაობასა და განვითარებაში, არა იზოლირებულად არამედ ურთიერთკავშირში სხვა მოვლენებთან და პროცესებთან და ა. შ. ამ ზოგადი მეთოდის საფუძველზე სტატისტიკა ამუშავებს და იყენებს საკუთარ, მხოლოდ მისთვის დამახასიათებელ სპეციფიკურ მეთოდებს, რომელთა ერთობლიობა წარმოადგენს სტატისტიკურ მეთოდოლოგიას.

ეს სპეციფიკური მეთოდები განსხვავებულია სტატისტიკური **გამოკვლევის ცალკეული სტადიების მიხედვით.** ეს სტადიებია **სტატისტიკური დაკვირვება, მასალის თავმოყრა-დაჯგუფება და ანალიზი.** პირველ სტადიაზე გამოიყენება მასობრივი დაკვირვების, მეორეზე – სტატისტიკური დაჯგუფების, ხოლო მესამეზე – ანალიზის სხვადასხვა მეთოდები, მათ შორის საბალანსო, საშუალოების, შერჩევითი, კორელაციური და სხვა მეთოდები, რომლებიც დაწვრილებით შეისწავლება ამ კურსის შემდგომ თავებში.

3. სტატისტიკური ერთობლიობანი და კანონზომიერებანი

სტატისტიკური მეცნიერების ერთ-ერთი თავისებურება ისაა, რომ იგი საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრიობას, მათი განვითარების კანონზომიერებებს შეისწავლის არა ცალკეული ფაქტების, არამედ მასობრივი მოვლენებისა და პროცესების საფუძველზე.

სტატისტიკურად შესასწავლ მასობრივ მოვლენებსა და პროცესებს ორი ძირითადი ნიშანი უნდა ახასიათებდეს. **ერთეულთა თვისებრივი ერთგვაროვნება და შესასწავლი ნიშნის ვარიაცია. მოვლენებისა და პროცესების ისეთ ერთობლიობას, რომლებსაც ეს ნიშნები ახასიათებს, ეწოდება სტატისტიკური ერთობლიობა.** რას ნიშნავს ერთეულთა თვისებრივად ერთგვაროვნება და შესასწავლი ნიშნის ვარიაცია? საზოგადოებრივი მოვლენები და პროცესები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან თვისებრიობით. ერთ სტატისტიკურ ერთობლიობაში უნდა მოვათავსოთ თვისებრივად ერთგვაროვანი ელემენტები და მაშინ შეიძლება მათზე დაკვირვებით სწორი დასკვნების გაკეთება. თვისებრივად ერთგვაროვანი ელემენტებია, მაგალითად ფირმები, რომელთა წარმოების საშუალებანი და წარმოებული პროდუქცია კერძო ჯგუფური საკუთრებაა, აგრეთვე სახელმწიფო საწარმოები, რომლებიც განსხვავებულია თვისებრივად კერძო საწამოებისაგან წარმოების საშუალებებისა და წარმოებული პროდუქციის საერთო სახალხო სახელმწიფოებრივი საკუთრებით. ამიტომ ცალკეული ნიშნით საწარმოების შესწავლისას, მათთგან გამოიყოფა ორი სტატისტიკური ერთობლიობა: კერძო და სახელმწიფო საწარმოები. ამასთან, თუ ერთი რომელიმე ნიშნის შესწავლისას ერთობლიობანი ერთგვაროვანია, სხვა ნიშნის აღებისას ისინი არაერთგვაროვანი აღმოჩნდება. მაგალითად, თითოეული ჯგუფის საწარმოები განსხვავებულია კონცენტრაციის, გამომუშავების ნორმების შესრულების, რენტაბელობის დონეებისა და სხვა ნიშნების მიხედვით. **ამიტომ თითოეული ნიშნით საწარმოების შესწავლისას გამოიყოფა შესაბამისი სტატისტიკური ერთობლიობანი.**

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, მეორე ნიშანი, რომლითაც ხასიათდება სტატისტიკური ერთობლიობა, არის **შესასწავლი ნიშნის ვარიაცია. ნიშნის ვარიაცია ეწოდება მის ცვალებადობას დროსა და სივრცეში.** მაგალითად, საქართველოს მოსახლეობის რიცხოვნობა შეადგენდა 1940

წლის დასაწყისისათვის 2612.0 ათას, 1961 წლის შესაბამისი მომენტისათვის 4189.9 ათას, 1970 წლის მოსახლეობის აღწერით 4686.4 ათას, 1979 წლის აღწერით 5014.6 ათას, 1989 წლის აღწერით 5442.4 ათას, ხოლო 2002 წლის აღწერით 4440.0 ათას კაცს. ესაა მოსახლეობის რიცხოვნობის ცვალებადობა დროში, ხოლო თითოეული წლისათვის მოსახლეობის რიცხოვნობა განსხვავებულია ცალკეული რეგიონების მიხედვით. მაგალითად, 1990 წლის პირველი იანვრისათვის სახეზე მყოფმა მოსახლეობის რიცხოვნობამ შეადგინა აფხაზეთში 526.9 ათასი კაცი, აჭარაში – 381.7 ათასი კაცი, თბილისში – 1260,0 ათასი კაცი და ა.შ.[1]

იქ, სადაც შესასწავლი ნიშნის ცვალებადობას ადგილი არა აქვს (პრეზიდენტების რაოდენობა საშუალოდ ერთ ფირმაში და სხვ.) სტატისტიკა არ გამოიყენება.

შესასწავლი ნიშნის ვარიაცია გამოწვეულია მრავალი, მასზედ მოქმედი ფაქტორის ზემოქმედებით. მაგალითად, შრომის ნაყოფიერება იცვლება მუშის კვალიფიკაციის დონის, შრომისა და წარმოების ორგანიზაციის პროგრესული ფორმების, ტექნიკური პროგრესისა და სხვა ფაქტორების გავლენით. ამ ფაქტორების ერთი ნაწილი მოვლენის შინაგანი ბუნებიდან გამომდინარეობს და მუდმივმოქმედია, ხოლო მეორენი – შემთხვევითია, დროებით მოქმედი. მაგალითად, სასოფლო-სამეურნეო კულტურების მოსავლიანობაზე მუდმივად მოქმედებს მიწის ნაყოფიერება, სასუქების შეტანის რაოდენობა, ნიადაგების დამუშავება შესაბამის აგროტექნიკურ ვადებში და ა.შ., ხოლო შემთხვევითია ნალექების მოსვლის რეჟიმი წლის მანძილზე და სხვა.

შინაგანი, მუდმივმოქმედი ფაქტორების გავლენით განისაზღვრება მოვლენის (შრომის ნაყოფიერების დონე, მოსავლიანობის ხიდიდე და ა.შ.) რაოდენობრივი განვითარების გარკვეული წესი, ხიდიდე,

---

[1] ციფრები იხილეთ: მოსახლეობის რიცხოვნობა (სქესობრივი და ასაკობრივი სტრუქტურა, ქორწინება და განქორწინება, თბ. 1990, გვ. 5,6,7,8,9

განმეორებადობა, თანმიმდევრობა, რასაც ეწოდება სტატისტიკური კანონზომიერება. სტატისტიკური კანონზომიერებაა, მაგალითად, რომ დაბადებულთა საერთო რიცხვში საშუალოდ 51-52% ვაჟია, ხოლო 48-49% ქალი. მაგრამ ეს კანონზომიერება გამოვლინდება არა ყველა კონკრეტული შემთხვევისათვის (ცალკეულ ოჯახებში, რაიონებში და ზოგჯერ უფრო დიდი მოცულობის რეგიონებშიც კი), არამედ დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში. აქ თავს იჩენს დიდ რიცხვთა კანონის მოქმედების ძალა. **ამ კანონის არსი იხაა, რომ ცალკეული შემთხვევითი გადახრები, რომლებიც დამახასიათებელია ცალკეული ერთეულებისათვის, დაკვირვების დიდ რიცხვში ერთმანეთს აბათილებენ და გამოვლინდება საშუალოდ, ყველა ერთეულისათვის დამახასიათებალი განვითარების კანონზომიერება.**

აქედან ცხადია სტატისტიკისათვის მასობრივი დაკვირვების მეცნიერული მნიშვნელობა. საქმე ისაა, რომ მეცნიერული განზოგადებანი და შესაბამის სტატისტიკურ კანონზომიერებათა გამოკვლევა, შეიძლება მხოლოდ დაკვირვების საკმარისი დიდი რიცხვის პირობებში. აქ ვლინდება, აგრეთვე, აუცილებლობასა და შემთხვევითობას შორის დიალექტიკური ურთიერთკავშირი. მაგალითად, ადამიანის სიცოცხლის ხანგრძლივობაზე მოქმედებს როგორც მუდმივი, ასევე შემთხვევითი ფაქტორები. შემთხვევით ფაქტორთა ზემოქმედების გამო ცალკეული ინდივიდები, კონკრეტული ადამიანები ვერც კი აღწევს სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობას და ამიტომ მათ საფუძველზე შეუძლებელია რაიმე მეცნიერული კანონზომიერების დადგენა სიცოცხლის საშუალო ხანრძლივობის შესახებ ამა თუ იმ ქვეყანასა და რეგიონში. ამიტომ, სტატისტიკა ეყრდნობა არა კონკრეტული, ცალკეული ინდივიდების გამოკვლევას, არამედ ამ ინდივიდებისაგან შედგენილი დიდი მასის შედეგებს, რაც დიდი რიცხვის პირობებში გამოავლენს მეცნიერულ

კანონზომიერებებსა და ტენდენციებს. ალბათობის თეორიაში მტკიცდება, რომ შემთხვევით მონაცემთა საშუალო სიდიდე (სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობა, საშუალო მოსავლიანობა სასოფლო-სამეურნეო სავარგულებზე და სხვა) დიდ მასაში ერთთან ახლომდგომი ალბათობით ძალიან მცირედით განსხვავდება ამ საშუალოს მათემატიკური ლოდინისაგან. ამიტომ, რაც უფრო დიდია დაკვირვების რიცხვი სტატისტიკური გამოკვლევის დროს, მით მეტი სიზუსტით ასახავს საშუალო სიდიდე შესასწავლი ერთობლიობის განვითარების კანონზომიერებებს.

გარდა, სტატისტიკური კანონზომიერებებისა, არსებობს აგრეთვე **დინამიკური** კანონზომიერებანი. მათი არსი ისაა, რომ ერთი მოვლენის ზემოქმედება იწვევს მეორე მოვლენის ცვალებადობას არა მხოლოდ დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში, არამედ ყოველთვის და ყველა ცალკეული ერთეულისათვის. ასეთია, მაგალითად, წრის ფართობის ცვალებადობა რადიუსის ცვალებადობის გავლენით და ა.შ.

სტატისტიკური კანონზომიერების შესწავლა სტატისტიკის მეცნიერების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ამოცანაა.

4. სტატისტიკის თეორიული და მეთოდოლოგიური საფუძვლები

როგორც ზემოთ აღინიშნა, სტატისტიკა საზოგადოებრივი მეცნიერებაა. აქედან გამომდინარე, ცხადია, საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი მხარის, მათ თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო კავშირში შესწავლისათვის სტატისტიკა ეყრდნობა ისეთ მეცნიერებებს, რომლებიც საზოგადოების განვითარების კანონებს შეისწავლიან. ასეთ მეცნიერებებს მიეკუთვნება პირველ რიგში ეკონომიკური თეორია. საზოგადოებრივი ცხოვრების განვითარების კანონები, რომლებსაც იკვლევს ეკონომიკური თეორია, განსაზღვრავენ

მოვლენებისა და პროცესების არსს, მათ თვისებრიობას, როგორც ეკონომიკაში, ასევე პოლიტიკასა და კულტურაში. სტატისტიკას სწორედ ამ კანონებზე დაყრდნობით შეუძლია მოვლენებსა და პროცესებს მისცეს სწორი ციფრობრივი დახასიათება. შეუძლებელია, მაგალითად, სტატისტიკამ მოგვცეს საზოგადოების სოციალური სტრუქტურის რაოდენობრივი დახასიათება მუშათა კლასის, გლეხობისა და სახალხო ინტელიგენციის არსის, მათი ისტორიული განსაზღვრის გარეშე. თავისთავად ეკონომიკური თეორია იყენებს სტატისტიკურ გამოკვლევებს, რაც ასახავს მოვლენების რაოდენობრივ განვითარებას და ამ საფუძველზე ადგენენ გარკვეულ კანონებსა და კანონზომიერებებს.

სტატისტიკის, ისე როგორც სხვა მეცნიერების, მეთოდოლოგიურ საფუძველს **დიალექტიკა** წარმოადგენს. ყველა სტატისტიკური მეთოდი იყენებს დიალექტიკის მეთოდის ისეთ მოთხოვნებს, როგორიცაა თითოეული მოვლენის სხვა მოვლენებთან ურთიერთკავშირი, აგრეთვე მუდმივ მოძრაობაში განხილვა, რაოდენობის თვისებრიობაში გადასვლის კანონი და ა.შ.

დიალექტიკა მოვლენებსა და პროცესებს ბუნებასა და საზოგადოებაში განიხილავს არა უძრაობაში, არამედ მუდმივ მოძრაობასა და განვითარებაში, არა იზოლირებულად, არამედ სხვა მოვლენებთან მჭიდრო კავშირში, არა თვისებრივად უცვლელს, არამედ ცვალებადს რაოდენობრივ ცვალებადობასთან ერთად. სწორედ დიალექტიკის ამ კანონებს ეყრდნობა სტატისტიკა მეცნიერული კვლევა-ძიების დროს. მოსავლიანობის (საერთო მოსავალი შეფარდებული ნათეს ფართობებზე გამოსახული ცენტნერობით 1 ჰა-დან) დადგენისას, მაგალითად, სტატისტიკა იხილავს იმ მოვლენების (ნიადაგის ნაყოფიერება, ნალექების მოსვლის რეჟიმი წლის მანძილზე, ნიადაგების დამუშავება აგროტექნიკურ ვადებში და სხვა) განვითარებას, რომლებმაც ჩამოაყალიბეს მისი სიდიდე მოცემულ პერიოდში. აქ იშველიებს ის მოვლენებს შორის დიალექტიკურ კავშირურთიერთობას და ადგენს

მეცნიერულად დასაბუთებულ ტენდენციებსა და კანონზომიერებებს.

სტატისტიკა, ეყრდნობა რა დიალექტიკის კანონს, მიუთითებს, რომ მოსავლიანობის ეს დონე ამა თუ იმ წელს უცვლელი არაა, არამედ ის მომავალში შეიცვლება მასზედ მოქმედი ფაქტორების ზემოქმედებით. ამიტომ იხილავს მოსავლიანობას მუდმივ ცვალებადობასა და განვითარებაში ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით რაოდენობრივი თვალსაზრისით. რაოდენობრიობასა და თვისებრიობას შორის კავშირურთიერთობის საფუძველზე სტატისტიკა სწავლობს რა რაოდენობრიობას, ითვალისწინებს ამ მოვლენის ახალ თვისებრიობაში გადასვლის აუცილებლობას. მაგალითად, კერძო მეწარმე, რომელიც თავისი მოთხოვნილების დასაკმაყოფილებლად, საკუთარი შრომის ხარჯზე აწარმოებს ამა თუ იმ სახის პროდუქციას, თანდათანობით აფართოებს თავისი წარმოების არეალს, მასშტაბებს და განვითარების განსაზღვრულ ეტაპზე, როდესაც ის მიმართავს დაქირავებული შრომის გამოყენებას, თვისებრივად საზოგადოების უკვე ახალი სოციალური ფენის წარმომადგენელი ხდება. აქედან ცხადია, რომ სტატისტიკა, ითვალისწინებს რა დიალექტიკის მოძღვრებას ყველაფრის წარმავლობის შესახებ, ასახავს პროგრესული ელემენტების რაოდენობრივ განვითარებას. ამიტომაა, რომ სტატისტიკური მეცნიერების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ფუნქციაა სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების პროგნოზირება.

5. სტატისტიკა და სხვა მეცნიერული დისციპლინები

თავისთავად სტატისტიკა მრავალდარგოვანი მეცნიერებაა. გამოიყოფა შემდეგი სტატისტიკური დისციპლინები: სტატისტიკის ზოგადი თეორია, სოციალური სტატისტიკა,

ეკონომიკური სტატისტიკა, დარგობრივი სტატისტიკები და ე.წ. გამჭოლი სტატისტიკური დისციპლინები. ისინი დამოუკიდებელი სტატისტიკური დისციპლინებია. მათ ერთმანეთთან მჭიდრო ურთიერთკავშირი გააჩნია. სტატისტიკის ზოგადი თეორია შეისწავლის კატეგორიებს, პრინციპებს, წესებსა და მეთოდებს, რომლებიც საჭიროა საზოგადოებრივი პროცესების რაოდენობრივი მხარის შესწავლისათვის.

სოციალური სტატისტიკა სტატისტიკის შედარებით ახალი დარგია. იგი შეისწავლის სოციალური სფეროს (მოსახლეობის სოციალური სტრუქტურა, ცხოვრების დონე და ა.შ.) განვითარების რაოდენობრივ მხარეს. მაგრამ სახალხო მეურნეობის ცალკეულ დარგებს (მრეწველობა, სოფლის მეურნეობა, მშენებლობა, ტრანსპორტი, ვაჭრობა, მატერიალურ-ტექნიკური მომარაგება და სხვ.) გააჩნია სპეციფიკური თავისებურებანი, რომელთა გამო გამოიყოფა დარგობრივი სტატისტიკური დისციპლინები. ისინი შესაბამისი დარგის სპეციფიკური თავისებურებების გათვალისწინებით ამ დარგში მიმდინარე მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივ მხარეს შეისწავლის. ასეთია მრეწველობის სტატისტიკა, სოფლის მეურნეობის სტატისტიკა, მშენებლობის სტატისტიკა, კომერციული სტატისტიკა და სხვ.

ზემოთ ჩამოთვლილი სტატისტიკური დისციპლინების გარდა არსებობს აგრეთვე შრომის სტატისტიკა, ფინანსების სტატისტიკა და სხვ. ეს არის გამჭოლი სტატისტიკური დისციპლინები,რომლებიც შეისწავლიან შესაბამისი საკითხების რაოდენობრივ მხარეს, თანაფარდობებს, კანონზომიერებებს სახალხო მეურნეობის ყველა დარგში.

სტატისტიკას, როგორც საზოგადოებრივ მეცნიერებას, კავშირი აქვს ყველა საზოგადოებრივ მეცნიერებებთან. ზემოთ აღინიშნა ეკონომიკურ თეორიასა და ფილოსოფიასთან მისი მჭიდრო კავშირის შესახებ. ამის გარდა თითოეულ დარგობრივ სტატისტიკას კავშირი აქვს აგრეთვე შესაბამისი დარგის ეკონომიკასთან. მაგალითად, სტატისტიკა, ჯერ ერთი, ამზადებს

მასალას მეურნეობის განვითარების პროგნოზირებისათვის და შემდეგ ამოწმებს მათ შესრულებას, ავლენს რეზერვებს და ა.შ.

სტატისტიკას კავშირი აქვს აგრეთვე საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებთან, კერძოდ, მათემატიკასა და განსაკუთრებით ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკასთან. მათემატიკური სტატისტიკა, ისე როგორც სტატისტიკური ფიზიკა, სტატისტიკური მექანიკა და სხვა, საბუნებისმეტყველო დარგის მეცნიერული დისციპლინაა და შეისწავლის ორგანული და არაორგანული სამყაროს შესაბამისი პროცესების განვითარების კანონზომიერებებს. მათემატიკური სტატისტიკის ზოგადი დებულებანი და თეორემები ფართოდ გამოიყენება სტატისტიკაში როგორც დამხმარე ინსტრუმენტი საზოგადოებრივი ცხოვრების რაოდენობრივი მხარის შესასწავლად.

6. სხვადასხვა შეხედულებანი სტატისტიკის მეცნიერების შესახებ.

სტატისტიკური მეცნიერების, მისი შესწავლის ობიექტისა და საგნის შესახებ მსოფლიოს მეცნიერთა შორის არ არის ერთნაირი შეხედულებანი. ამ ნიშნით მსოფლიოში შეიძლება ოთხი სხვადასხვა შეხედულებანი გამოვყოთ. პირველი შეხედულება სტატისტიკის მეცნიერების შესახებ იმაში მდგომარეობს, რომ შესაბამისი დარგის მეცნიერთა აზრით, **სტატისტიკა მეცნიერება კი არაა, არამედ - მათემატიკური უნივერსალური მეთოდია**, რომელიც გამოიყენება როგორც საბუ-ნებისმეტველო, ისე საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების შესასწავლად. ასეთი მიმართულების მიმდევრები არიან, უმთავრესად, ამერიკული სკოლის წარმომადგენლები. ისინი სტატისტიკას განიხილავენ მათემატიკის ერთ-ერთ დარგად, რომელიც თანაბრად გამოიყენება როგორც სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და

პროცესების შესწავლაში, ისე ბიოლოგიაში, მედიცინაში, ფიზიკაში და სხვა მოვლენებში.

მეორე მიმართულება, რომლის წარმომადგენლები უმთავრესად ინგლისური მათემატიკურ-სტატისტიკური სკოლის ფუძემდებლები არიან[1], სტატისტიკას აღიარებენ, როგორც მეცნიერებას და არა როგორც მეთოდს; მაგრამ მათი აზრით, სტატისტიკა არა მარტო საზოგადოებრივი, არამედ – საბუნებისმეტყველო მოვლენებისა და პროცესების შემსწავლელი სამეცნიერო დარგია. ამ მიმართულებას იზიარებს, აგრეთვე, ქართველ სტატისტიკოსთა ერთი ნაწილიც[2]. რა მოსაზრებას ეყრდნობა ასეთი მიმართულება? აღნიშნული მიმართულების წარმომადგენელთა აზრით, საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენები და პროცესები (მოსახლეობა, პროდუქციის გამოშვება, პირუტყვის სულადობა, მოსახლეობის შემოსავლები და გასავლები, ეროვნული სიმდიდრე, ეროვნული შემოსავალი და სხვა) ხასიათდებიან ორი ძირითადი ნიშნით: თვისებრივი და რაოდენობრივი განსაზღვრულობით. ასეთივე ნიშნებით ხასიათდება საბუნებისმეტყველო მოვლენები და პროცესები (წვიმა, სეტყვა, წყალდიდობა, ფოლადისა და თუჯის გამოდნობა, ნაგლინის წარმოება, ჭრის ჩქაროსნული მეთოდები, ლითონის მექანიკური დამუშავება, ნართის წარმოება, ხამი ქსოვილის წარმოება, ქსოვა, ხვნა, თესვა, წველადობა და სხვა). ამასთან, როგორც საზოგადოებრივი, ისე საბუნებისმეტყველო მოვლენა, თუ პროცესი, ხასიათდება ვარიაციით, ანუ ცვალებადობით დროსა და სივრცეში. მოვლენებისა და პროცესების თვისებრიობას, ანუ რაობას. მაგალითად, რას წარმოადგენს მანქანათმშენებლობაში ლითონის წნევით დამუშავება, ან კიდევ

---

[1] იხ. მაგალითად, Едни Дж. Юл, Кендел М. Дж., Теория стстистики, перовод с англиского под ред. проф. Ф. Д. Лившица, М. 1960, Ланге О., Банасийский А., Теория Статистики, М. 1971 და სხვ.

[2] იხ. ბ. გაბიძაშვილი, ნ. კუხიანიძე-ახვლედიანი, საბაჟო სტატისტიკის აქტუალური საკითხები საქართველოში, ქუთაისი, 2002 წ.

დეტალების ზუსტი ჩამოსხმა, წნეხვის ოპერაციები, რთვისა და გამოყვანის ოპერაციები, რა არის მოსახლეობა, მისი სოციალური ფენები, მდიდრები, ღარიბები და ა.შ. განსაზღვრავს და შეისწავლის ამ დარგის საბუნებისმეტყველო თუ საზოგადოებრივი მეცნიერება, რომელსაც განეკუთვნება მოცემული მოვლენა, თუ პროცესი. მაგალითად, მოსახლეობის რაობას სწავლობს დემოგრაფია, რთვის, ქსოვისა და გამოყვანის ოპერაციებს – საფეიქრო ტექნოლოგია, თუჯის, ფოლადის ჩამოსხმის და ნაგლინის წარმოებას – მეტალურგიის ტექნოლოგია, სამჭედლო-სატვიფრი, ლითონის ჭრისა და მანქანის აწყობის ოპერაციებს – მანქანათმშენებლობის მრეწველობის ტექნოლოგია და ა.შ. ზოგადად, ესენია საზოგადოებრივი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი. არ არსებობს საბუნებისმეტყველო და საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების შემსწავლელი ერთიანი გამჭოლი ან საზოგადოებრივი, ან საბუნებიმეტყველო მეცნიერული დისციპლინა. მოსახლეობის თვისებრიობის შემსწავლელი არ შეიძლება იყოს სხვა მეცნიერება, თუ არა დემოგრაფია; ლითონის ჩამოსხმის - მეტალურგიული; რთვისა და ქსოვის –საფეიქრო მრეწველობის ტექნოლოგია და ა.შ. რატომ? იმიტომ, რომ ჩამოთვლილი ტექნოლოგიური პროცესები რადიკალურად განსხვავდება ერთმანეთისაგან და მათი ერთნაირი პრინციპებით და მეთოდებით წარმართვა ყოვლად შეუძლებელია.

ახლა ვნახოთ რა არის მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი განსაზღვრულობა?

თითოეულ მოვლენას, პროცესს გააჩნია ზომა, სიდიდე, მოცულობა, სიგრძე, სიგანე და ა.შ. ასეთია, მაგალითად. მოსახლეობის რიცხოვნობა მლნ. კაცებში, ექსპორტ-იმპორტის მოცულობა წელიწადში მლნ. ლარობით, სტუდენტთა რიცხოვნობა მლნ. კაცობით, ფოლადის, თუჯის წონა მლნ. ტონობით, ქსოვილების სიგრძე გრძივი მეტრობით, ავტომობილების რაოდენობა ცალობით, ქვანახშირის

რაოდენობა მლნ. ტონობით, ელექტროენერგიის გამოშვება მლნ. კვტ/საათობით და ა.შ. სწორედ ესაა მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი განსაზღვრულობა დროსა და სივრცეში როგორც საბუნებისმეტყველო, ისე საზოგადოებრივ მოვლენებსა და პროცესებში. რა სახის მეცნიერებამ უნდა შეისწავლოს მოვლენებისა და პროცესების ეს რაოდენობრივი განსაზღვრულობა დროსა და სივრცეში როგორც საზოგადოებაში, ისე ბუნებისმეტყველებაში? ფაქტობრივად, ადამიანთა საზოგადოების განვითარების ადრეული საფეხურიდანვე, როგორც საზოგადოებაში, ისე ბუნებისმეტყველებაში მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობას სტატისტიკა სწავლობს. აქ უნდა ვთქვათ, აგრეთვე, მათემატიკის შესწავლის საგანზედაც; ისიც, ხომ რაოდენობრიობას სწავლობს? ელემენტარული მათემატიკა (არითმეტიკა, ალგებრა, გეომეტრია, ტრიგონომეტრია) შეადგენს საშუალო სკოლის კურსს და შეისწავლის მუდმივ სიდიდეებსა და ფიგურებს. მაგალითად, ალგებრა სწავლობს ალგებრული განტოლებების ამოხსნის ხერხებს, ანუ განტოლებების მუდმივი ფესვების მოძებნის გზებს, გეომეტრია სწავლობს მუდმივი გეომეტრიული ფიგურების თვისებებს, ტრიგონომეტრია – სამკუთხედის, ოთხკუთხედის, ცილინდრის და სხვათა ბრუნვითი სხეულების ელემენტების პოვნას ტრიგონომეტრიული განტოლებების დახმარებით და ა.შ. მაშასადამე, ელემენტარული მათემატიკა მუდმივი სიდიდეების რაოდენობრიობას სწავლობს არა რომელიმე კონკრეტულ დროსა და სივრცეში, არამედ აბსტრაქტულად. მაგალითად, წრეხაზის სიგრძე ($2\Pi R$) და წრის ფართობი (ΠR^2) ყველა დროისა და სივრცის პარამეტრებია, რომლებიც იცვლებიან მხოლოდ რადიუსის ცვალებადობის ბაზაზე. სტატისტიკა კი სწავლობს რაოდენობრიობას არა მუდმივი რიცხვებისას, არამედ ცვალებადობაში, განვითარებაში მყოფი მოვლენებისა და პროცესებისა. იქ, სადაც მოვლენა და პროცესი არ განიცდის ცვალებადობას დროსა და სივრცეში,

სტატისტიკას საქმე არა აქვს. მაშასადამე, ელემენტარული მათემატიკისაგან სტატისტიკა განსხვავებულია ორი ნიშნით: ელემენტარული მატემატიკა სწავლობს მუდმივი სიდიდეების რაოდენობრიობას, ხოლო სტატისტიკა კი სწავლობს მხოლოდ და მხოლოდ ცვალებადი სიდიდეების რაოდენობრიობას; ელემენტარული მათემატიკა შეისწავლის რაოდენობრიობას აბსტრაქტულ ფორმაში, კონკრეტული სივრცისა და დროის დამოუკიდებლად, ხოლო სტატისტიკა-კონკრეტულ დროსა და სივრცეში. ელემენტარულ მათემატიკას, მაგალითად, შეუძლია თქვას, რომ ამა თუ იმ ზომის ცილინდრის მოცულობა შეადგენს 10მ^3, ხოლო სტატისტიკას შეუძლია თქვას არა მხოლოდ ის, რომ მოსახლეობის რიცხოვნობა შეადგენს 4400,0 ათას კაცს, არამედ ის, რომ 2002 წლის 16-17 იანვრის კონკრეტული, კრიტიკული მომენტის მიხედვით, საქართველოში მოსახლეობის საყოველთაო აღწერის მონაცემებით მოსახლეობის როცხოვნებამ შეადგინა 4400,0 ათასი კაცი.

ახლა ვნახოთ, როგორია უმაღლეს მათემატიკასა და სტატისტიკას შორის მსგავსება-განსხვავებანი. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ელემენტარული მათემატიკის შესწავლის საგანი უმთავრესად, მუდმივი სიდიდეები და ფიგურებია. მაგრამ, მათემატიკა ხომ ადამიანის მიერ ბუნების შეცნობისა და ცვალებადობის მძლავრი იარაღია, მაგრამ ამ უდაო როლს მატემატიკა ვერ შეასრულებს, თუ ის მხოლოდ და მხოლოდ მუდმივ სიდიდეებს შეისწავლის იმდენად, რამდენადაც, თავისთავად, ცხოვრება და ბუნება მუდმივ მოძრაობასა და განვითარებაშია, როგორც ამას ფილოსოფია გვასწავლის; ამიტომ, მათემატიკა გახდა საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა განვითარების საფუძველი. გახდა იმის შედეგად, რაც მან შეიმუშავა ცვლადი სიდიდეების შესწავლის მეთოდები და ხერხები. მათემატიკაში ცვლადი სიდიდეების შემოტანისა და შესწავლის ამოცანები განსაკუთრებით მწვავედ დააყენა კაპიტალიზმისა და წარმოების განვითარების

პროცესებმა მე-16, მე-17 საუკუნეებში. ამ ამოცანების გადაწყვეტის აუცილებლობამ შექმნა მსოფლიოში პრინციპულად ახალი მათემატიკური აპარატი, რომლის ნაწილებია ანალიზური გეომეტრია და მათემატიკური ანალიზი (დიფერენციალური და ინტეგრალური გამოთვლები).

დიფერენციალური და ინტეგრალური გამოთვლები გვხვდება ჯერ კიდევ ჩვენს წელთაღრიცხვამდე უდიდესი მათემატიკოსის, ფიზიკოსის და ინჟინრის არქიმედეს (287-212 წ.წ.) ნაშრომებში. მაგრამ, როგორც ფრ. ენგელსი აღნიშნავს თავის ნაშრომში 'ბუნების დიალექტიკა" დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვა კი არ გამოუგონიათ, არამედ განავითარეს მე-17 საუკუნის მეორე ნახევარში გენიალურმა მეცნიერებმა ი. ნიუტონმა (1642-1772 წ.წ.) და გ. ლაიბნიცმა (1646-1716 წ.წ.), რომელთა მთავარი დამსახურება ისაა, რომ მათ ბოლომდე გახსნეს დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვის საგანი და შექმნეს უსასრულოდ მცირეთა ანალიზის თეორია.

ანალიზურ გეომეტრიაში ცვლად სიდიდეთა შესწავლის კლასიკური თეორია უდიდესმა ფრანგმა მათემატიკოსმა რ. დეკარტემ (1596-1650 წ.წ.) შექმნა გეომეტრიული ამოცანების კოორდინატთა სისტემის მეთოდის ამოხსნის საფუძველზე. ასევე, მან შექმნა უმაღლესი მათემატიკის ახალი მიმართულება 'ანალიზური გეომეტრია". ამიტომ ამბობდა ფ. ენგელსი, რომ მათემატიკაში გადამწყვეტი პუნქტი იყო დეკარტეს ცვლადი სიდიდე, რომლის შესწავლისათვის აუცილებელი გახდა დიფერენციალური და ინტეგრალური გამოთვლების თეორიის შექმნა[1].

ამრიგად, უმაღლესი მატემატიკაც რაოდენობრიობას სწავლობს ცვლადი სიდიდეების დახმარებით. ამიტომ, უმაღლეს მათემატიკას და სტატისტიკას შორის ის მსგავსებაა, რომ

[1] ფ. ენგელსი, ბუნების დიალექტიკა. მ.: 1952, გვ.206

ორივე შეისწავლის ცვლებადი მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრიობას. განსხვავება მათ შორის ისაა, რომ მათემატიკას არ აინტერესებს მოვლენებისა და პროცესების თვისებრიობა, აგრეთვე, კონკრეტული დრო და სივრცე, ის მათ რაოდენობრიობას განიხილავს აბსტრაქტულ ფორმაში, ხოლო სტატისტიკას მოვლენებისა და პროცესების შესწავლისას რაოდენობრიობა აინტერესებს მათ თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო ურთიერთკავშირში, კონკრეტულ დროსა და სივრცეში.

არის, აგრეთვე, გამოყენებითი მათემატიკის ერთ-ერთი დარგი —მათემატიკური სტატისტიკა, რომელიც, როგორც აკადემიკოსი ვ. ს. ნემჩინოვი აღნიშნავს, დამოუკიდებელი მეცნიერებაა, რომელიც არ წარმოადგენს საზოგადოებრივ მეცნიერებას და არ არის სოციალურ-ეკონომიკური სტატისტიკის ნაწილი[1]. მათემატიკის ყველა ნაწილი ერთმანეთს ემსგავსება თავიანთი აბსტრაქტული ხასიათით. თითოეულის სპეციფიკა მდგომარეობს მასში, რომ ისინი ასახავენ ობიექტური სინამდვილის ამა თუ იმ სფეროს კანონზომიერებებს. კერძოდ, მათემატიკური სტატისტიკის სპეციფიკური ამოცანაა მოვლენათა რეალური სინამდვილისაგან მოწყვეტით მიიღოს მასობრივი ერთობლიობის შესახებ კრებსითი აბსტრაქტულ-რაოდენობრივი მახასიათებლები. ამიტომ, მისი მეთოდები გამოსაყენებელია, როგორც ბუნებისმეტყველების, ისე

[1] ვ. ს. ნემჩინოვი და მისი დროის სტატისტიკოსთა რუსული სკოლის წარმომადგენლები ვერ გასცდნენ. ი. ლენინის ერთხელ ნათქვამ სიტყვებს იმის შესახებ, რომ სოციალურ—ეკონომიკური სტატისტიკა არის სოციალური შემეცნების მძლავრი იარაღი. სამწუხაროდ, ვ. ი. ლენინის ამ ცნობილი სიტყვების შემდეგ საბჭოთა სტატისტიკოსებმა სოციალურ—ეკონომიკურ სტატისტიკაში გააერთიანეს ყველა სახის სტატისტიკური დისციპლინა და მათ შორის სტატისტიკის ზოგადი თეორიაც, რაც, ცხადია არ იყო სწორი. სტატისტიკის ზოგადი თეორია ყველა სხვა სახის სტატისტიკური დისციპლინებისათვის შეიმუშავებს ზოგად პრინციპებს, თეორემებს, ფორმულებს და კვლევის ზოგად მეთოდოლოგიას. ამიტომ, მისი გაერთიანება სხვასთან ერთად ერთ სასწავლო დისციპლინაში არასწორია.

საზოგადოების სფეროში მიმდინარე მასობრივი მოვლენებისა და პროცესების შესწავლისათვის. ამიტომ, მატემატიკური სტატისტიკა უდაოდ უნდა ჩავთვალოთ, საერთოდ, სტატისტიკის ერთ-ერთ თეორიულ საფუძვლად, რომლის ზოგადი პრინციპები და მეთოდები სტატისტიკის ზოგად თეორიასთან ერთად საფუძველია სტატისტიკის ყველა დარგის მეცნიერული კვლევისა და პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად.

ამრიგად, ამ შეხედულებით სტატისტიკა არის მეცნიერება, რომელიც საზოგადოებასა და ბუნებისმეტყველებაში შეისწავლის მასობრივი მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივ მხარეს, მათი განვითარების კანონზომიერებებს თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო ურთიერთკავშირში კონკრეტულ დროსა და სივრცეში.

სტატისტიკის მეცნიერების შესახებ თავისებური მოსაზრება გააჩნიათ რუს სტატისტიკოსთა ერთ ნაწილს. მათ შორის გამოიყოფა პროფ. ა. ბოიარსკი და მისი თანამოაზრეები: გ. გრომიკო, მ. ტრუდოვა, მ. შეპინოვი, ე. იახინი, ს. კაზირინოვა და სხვები. ესაა მესამე დამოუკიდებელი შეხედულება სტატისტიკის მეცნიერების, მისი შესწავლის ობიექტისა და საგნის შესახებ მსოფლიოში. მათი აზრით, სტატისტიკა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც მეცნიერება, მაგრამ მხოლოდ როგორც საზოგადოებრივი მოვლენებისა და პროცესების შემსწავლელი და შეიძლება განვიხილოთ აგრეთვე როგორც მეთოდი, რომელიც გამოიყენება საბუნებისმეტყველო მოვლენებისა და პროცესების შესწავლისას. ეს მოსაზრებები ძირშივე მცდარია, ვინაიდან ყოველ მეცნიერებას გააჩნია შესწავლის ობიექტი, საგანი და მეთოდი. სტატისტიკას, როგორც ზემოთ დავინახეთ გააჩნია, აგრეთვე, თავისი შესწავლის ობიექტი, საგანი და მეთოდი. ამიტომ თუ ის მეცნიერებაა იმავე დროს არ შეიძლება იყოს მეთოდიც, ვინაიდან აქ არის წინააღმდეგობა, რომელიც ვერ

აიხსნება ვერავითარი დამატებითი არგუმენტებით; მეორეს მხრივ, სტატისტიკის ასეთი გაგებით, მაგალითად, ავადობის შესწავლის (ავადობის მოცულობა, მისი გავრცელების ხარისხი, ავადობის სტრუქტურა, დინამიკა ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით, ავადობის გავლენა შრომის ნაყოფიერებაზე ან კიდევ, ამა თუ იმ დაავადებაზე მოქმედი ფაქტორ-მიზეზები) მეთოდოლოგიის სრულყოფა წარმოადგენს მეთოდს საბუნებისმეტყველო დარგებში, ხოლო მოსახლეობის რიცხოვნობის, შემადგენლობის, დინამიკისა და სხვათა შესწავლის მეთოდოლოგიის სრულყოფა საზოგადოებაში წარმოადგენს მეცნიერებას. ჩამოთვლილი საკითხები ერთი და იგივე ტიპისაა და გულისხმობს შესაბამისი მეთოდების სრულყოფას, რაც ერთნაირია როგორც საზოგადოებაში, ისე საბუნებისმეტყველო მოვლენებისა და პროცესების შესწავლაში.

და, ბოლოს, ავტორთა მეოთხე ჯგუფი ემხრობა სტატისტიკის მეცნიერების შესახებ ყოფილ სსრ კავშირში გავრცელებულ აზრს, იმის თაობაზე, რომ სტატისტიკა არის არა მეთოდი, არამედ, მხოლოდ და მხოლოდ საზოგადოებრივი მეცნიერება, რომლის შესწავლის ობიექტია საზოგადოება, საზოგადოებრივი, ანუ სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენები და პროცესები, ხოლო შესწავლის საგანი – ამ მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი მხარეები თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო კავშირში, მათი განვითარების კანონზომიერებანი კონკრეტულ დროსა და სივრცეში. ეს აზრი გავრცელებულია რუსული სკოლის სტატისტიკოსთა უმრავლესობაში და დაადასტურა სსრ კავშირის სტატისტიკოსთა 1954 წლის სრულიად საკავშირო თათბირმა. ლაპარაკია იმ რუსული სკოლის სტატისტიკოსებზე, რომელთა ფუძემდებლურმა სამეცნიერო პოსტულატებმა ძირითადში შეინარჩუნეს წამყვანი პოზიციები საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდშიც. ამ სკოლის ფორმირება ჯერ კიდევ გასულ საუკუნეებში საერობო

სტატისტიკოსთა სამეცნიერო პუბლიკაციებით დაიწყო. მათ მიეკუთვნება გერმანი კ. ფ., ჟურავსკი დ. პ., სემენოვ-ტიან-შანსკი პ. პ., იანსონი ი. ე., კაუფმანი ა .ა., ჩუპროვი ა. ი. და სხვა. საბჭოთა და შემდგომ პერიოდში სტატისტიკოსთა რუსული სკოლის განვითარებაში დიდი როლი შეასრულეს ნემჩინოვმა ვ. ს., სავინსკიმ ვ. ნ., სტრუმილინმა ს. გ., ადამოვმა ვ. ე., ბოიარსკიმ ა. ი., იასტრემსკიმ ბ. ს., მალიმ პ. პ., ოვსიენკომ ვ. ე., რიაბუშკინმა ტ. ვ., რიაუზოვმა ნ. ნ., ვაინშტეინმა ა. ლ., კოზლოვმა ტ. ი., დრუჟინინმა ნ. კ., ბაშინმა ო. ე., ბელიაევსკიმ ი. კ., გრომიკომ ი. კ., გრომიკომ გ. ლ., ელისეევმა ი. ი., ეფიმოვამ მ. რ., ივანოვმა ი. ნ., ილენკოვამ ს. დ., კულაგინამ გ. დ., მხიტარიანმა ვ. ს., ნაზაროვმა მ. გ., ოვსიენკომ ვ. ე., რიაბკინმა ვ. ი., რიაბუშკინმა ბ. ტ., რიაბცევმა ვ. მ., სიმჩერამ ვ. მ., ჩეტირკინმა ვ. ი., და სხვ.

არ შეიძლება საქართველოში რუსული სკოლის ამ დიდი ავტორიტეტების აზრს ანგარიში არ გაეწიოს და სტატისტიკის სახელმძღვანელოში მათი უმრავლესობის, მათ შორის მსოფლიო ავტორიტეტების მოსაზრება არ დააფიქსიროს სტატისტიკის შესწავლის ობიექტის, საგნისა და მეთოდების შესახებ. წინამდებარე სახელმძღვანელოშიაც, როგორც წინა პარაგრაფებიდან დავინახეთ, ავტორი სტატისტიკოსთა რუსული სკოლის მოსაზრებებს აფიქსირებს სტატისტიკის, როგორც საზოგადოებრივი მეცნიერების შესწავლის ობიექტის, საგნისა და მეთოდების შესახებ.

7. ქართული სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების ისტორიული ასპექტები

სტატისტიკა, როგორც ადამიანთა პრაქტიკული და სამეცნიერო მუშაობის სფერო საქართველოში ჯერ კიდევ უძველეს დროში იღებს სათავეს. მოსახლეობის აღწერები და ისტორიულ თუ ქართულ – ეკონომიკური ხასიათის

სიბრძნისეული ქმნილებანი ადრეული ხანიდან XIX-XX საუკუნეების ჩათვლით წარმოუდგენელია სტატისტიკური პრაქტიკული მასალისა და აზროვნების გარეშე. მაგრამ მას განსაკუთრებული მაცოცხლებელი ფრთები შეასხა დიდი ივანე ჯავახიშვილის თაოსნობით საქართველოში, უძველესი ქართული აკადემიების ნამდვილი მემკვიდრის, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის დაარსებამ. უნივერსიტეტში პირველი დღეებიდანვე სხვა მნიშვნელოვან ეკონომიკურ დისციპლინებთან (პოლიტიკური ეკონომია, ფინანსები და კრედიტი) ერთად სტატისტიკაც იკითხებოდა. სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების სათავეებთან იდგნენ დიდი ივანე ჯავახიშვილი და ფილიპე გოგიჩაიშვილი. სწორედ ფილიპე გოიჩაიშვილი, როგორც ცნობილი საზოგადო მოღვაწე და მეცნიერ-ეკონომისტი კითხულობდა ეკონომიკურ დისციპლინებს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში. მას შემდგომში მხარში ამოუდგნენ და გააგრძელეს სტატისტიკური მეცნიერების განვითარება პ. გუგუშვილმა, ვ. ჩანტლაძემ, ლ. კარბელაშვილმა, გ. გამყრელიძემ, ნ. ლაჭყეპიანმა, შ. ბერაძემ, ვ. პაპავამ და სხვა.

სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების ისტორია საქართველოში გაგრძელდა ფ. გოგიჩაიშვილის თაოსნობის საფუძველზე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში სტატისტიკის კათედრის შექმნით. კათედრა უნივერსიტეტში ცალკე დამოუკიდებელ სტრუქტურულ ერთეულად ჩამოყალიბდა დიდი სამამულო ომის მძიმე პერიოდში, 1944 წელს. 1954 წლამდე მას ხელმძღვანელობდა საქვეყნოდ ცნობილი, მაღალერუდირებული მეცნიერ-ეკონომისტი გ. გამყრელიძე. კათედრა თავიდანვე ემსახურებოდა როგორც სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების, ისე მაღალკვალიფიციური პრაქტიკული და სამეცნიერო კადრების მომზადების ეროვნულ საქმეს. 1954 წლიდან 1974 წლამდე, მთელი ორი ათეული წლის მანძილზე კათედრას ხელმძღვანელობდა საქართველოში ცნობილი მეცნიერი და

პედაგოგი, პროფესორი შ. ბერაძე. 1974 წლიდან კათედრისა და სტატისტიკის ისტორია საქართველოში წინაპრების საიმედო მომავალმა გააგრძელა. მას შემდეგ დღემდე (კათერდის გამგე ეკ. მეც. დოქტორი, პროფესორი ბ. გაბიძაშვილი) კათედრის წევრთა რიცხვი საგრძნობლად გაიზარდა და მკვეთრად გაუმჯობესდა მისი ხარისხობრივი შემადგენლობა.

მაღალკვალიფიციურ სტატისტიკოსთა სპეციალისტების მომზადებასთან ერთად კათედრამ სტატისტიკურ დისციპლინებში (სტატისტიკის ზოგადი თეორია, მაკროეკონომიკური, აგრეთვე, სოციალურ-ეკონომიკური, სამართლებრივი, სამედიცინო, დარგობრივი, საფინანსო-საკრედიტო, საერთაშორისო, სააგარეო-ეკონომიკურ ურთიერთობათა, კომერციული და სხვა) ლექციების კითხვით აქტიური მონაწილეობა მიიღო სხვადასხვა პროფილის ეკონომისტების, ბიზნესმენების, მარკეტოლოგების, იურისტების, ფინანსისტების და სხვათა მრავალათასიანი კოლექტივის მომზადების მამულიშვილურ საქმეში. ამავე პერიოდში კათედრამ აღზარდა 6 ეკ. მეცნ. დოქტორი, პროფესორი (ბ. გაბიძაშვილი, მ. ტურავა, ქ. მარშავა, ს. გელაშვილი, ა. თოთაძე, მ. ხმალაძე) და მრავალი ათეული ეკ. მეცნ. კანდიდატი: დოცენტები (ქ. კოპალეიშვილი, მ. მონდორაშვილი, ნ. აბესაძე, ა. სახვაძე, მ. დემეტრაშვილი, ნ. ასლამაზიშვილი, ნ. ქოქაშვილი, ზ. შონია, კ. ნაყოფია, ნ. ჩიხლაძე, ნ. კუხიანიძე-ახვლედიანი, ნ. ვირსალაძე და სხვა). კათედრის დიდი სამეცნიერო პოტენციალის დადასტურება იყო 1990 წლამდე თბილისის ივანე ჯავახიშვილის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტში სტატისტიკაში სადოქტორო დისერტაციების დაცვის საბჭოს ფუნქციონირება, რომელზედაც იმდროინდელ მთელს სსრ კავშირში მხოლოდ სამი ანალოგიური საბჭოს (მოსკოვი, ლენინგრადი, კიევი) გვედრდით მიმდინარეობდა როგორც საკანდიდატო, ისე სადოქტორო დისერტაციების დაცვა (თავმჯდომარე, პროფ. ბ. გაბიძაშვილი). კათედრის ისტორიაში ასახულია უცხოეთის (რუსეთის, პოლონეთის, გერმანიის და

სხვა) მსხვილ ცენტრებთან მჭიდრო სასწავლო-სამეცნიერო კავშირურთიერთობანი.

ქართულ სტატისტიკაში სამეცნიერო მუშაობის ისტორია მოიცავს ისეთ მიმართულებებს, როგორიცაა სტატისტიკის ისტორია (ივ. ჯავახიშვილი, ფ. გოგიჩაიშვილი, გ. გამყრელიძე, პ. გუგუშვილი, გ. მაზიაშვილი, მ. ხმალაძე, ა. სახვაძე და სხვა), სოციალური სტატისტიკა (მ. ტურავა, მ. ცინცაძე, ნ. აბესაძე, ზ. შონია, ნ. ჩიხლაძე, კ. ნაყოფია, ნ. კუხიანიძე-ახვლედიანი, ნ. ვირსალაძე და სხვა), წარმოების ეკონომიკური ეფექტურობის სტატისტიკური შესწავლა (ე. პაპავა, ვ. ომიაძე, ნ. ასლამაზიშვილი, ქ. კოპალეიშვილი, მ. მინდორაშვილი, ნ, ქოქაშვილი და სხვა), სტატისტიკური მოდელირება და პროგნოზირება (ბ. გაბიძაშვილი, ს. გელაშვილი, მ. დემეტრაშვილი და სხვა).

სტატისტიკის ისტორიაში ფასდაუდებელ განძადაა შესული ქართველ სტატისტიკოსთა ორიგინალური სასწავლო-მეთოდური და სამეცნიერო ნაშრომები. მათ შორის გამორჩეულია მონოგრაფიები, სახელმძღვანელოები და დამხმარე სახელმძღვანელოები: გ. გამყრელიძის – დემოგრაფიასა და სტატისტიკის ზოგად თეორიაში, შ. ბერაძის – სტატისტიკის ზოგად თეორიაში, დემოგრაფიასა და ეკონომიკურ სტატისტიკაში, გ. მაზიაშვილის – კომერციის სტატისტიკისა და სტატისტიკის ისტორიაში, ვ. ომიაძის – მრეწველობის სტატისტიკაში, თ. როსტომაშვილის – კაპიტალური მშენებლობის სტატისტიკაში, ქ. კოპალეიშვილის – სოციალურ-ეკონომიკურ სტატისტიკაში, მ. ტურავას – სოციალურ სტატისტიკაში, ქ. მარშავას – კომერციულ სტატისტიკაში, მ. ხმალაძის – დემოგრაფიულ სტატისტიკაში, ბ. გაბიძაშვილის და ს. გელაშვილის – სტატისტიკურ მოდელირებასა და პროგნოზირებაში, აგრეთვე, სტატისტიკის ზოგად თეორიასა და სოციალურ-ეკონომიკურ სტატისტიკაში, მ. მინდორაშვილის – მრეწველობის სტატისტიკაში, ნ. ჩიხლაძის – სამედიცინო სტატისტიკაში, ა. სახვაძის – დემოგრაფიაში,

ნ. ასლამაზიშვილის – საგარეო-ეკონომიკური ურთიერთობების სტატისტიკაში და ა.შ.

ახალი სამეცნიერო მიმართულებებიდან საქართველოში აღსანიშნავია საბაზრო ეკონომიკის ამსახველი და მსოფლიო სტანდარტების დონეზე განვითარებული სტატისტიკური მოდელირება და პროგნოზირება. ამ მიმართულებიდან საქართველოში შემუშავებულია ორიგინალური მრავალგანზომილებიანი სტატისტიკური პროგნოზირების მეთოდოლოგია (ავტორი პროფ. ბ. გაბიძაშვილი), რომელიც აღიარა მოსკოვის, ლენინგრადის, კიევის, ნოვოსიბირსკისა და სხვა მსხვილი სამეცნიერო ცენტრების წარმომადგენლებმა, ამ სამეცნიერო მიმართულებაში იქნა პროფ. ბ. გაბიძაშვილის მიერ დაცული პირველი სადოქტორო დისერტაცია 1985 წელს. შემდგომში ეს დარგი განავითარეს და დაიცვეს სადოქტორო და საკანდიდატო დისერტაციები პროფესორებმა ქ. მარშავამ და ს. გელაშვილმა, დოცენტებმა მ. მინდორაშვილმა, ნ. აბესაძემ, ზ. შონიამ, მ. დემეტრაშვილმა, ნ. ასლამაზიშვილმა, ნ. გიორგობიანმა, ნ. კუხიანიძე-ახვლედიანმა, ნ. ვირსალაძემ, ნ. ჩიხლაძემ, კ. ნაყოფიამ და სხვ.

ამ სამეცნიერო მიმართულებაში იჩენს დიდ ინტერესს ახალგაზრდა თაობა, მეცნიერ-მუშაკები, ასპირანტები, მაძიებლები და სხვ. წინა თაობები ღირსეული მომავალი თაობის ხელში იმედიანად შესცქერის სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების დიდ პერსპექტივებს საქართველოში საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.

საკოლოქვიუმე და საკონტროლო კითხვები

1. როგორ და როდის წარმოიშვა ისტორიულად სტატისტიკა როგორც ადამიანთა პრაქტიკული საქმიანობის სფერო?
2. როგორ და როდის წარმოიშვა სტატისტიკური მეცნიერება?

3. ვინ არიან მსოფლიოში სტატისტიკური მეცნიერების წარმომადგნლები?
4. რა არის სტატისტიკის როგორც საზოგადოებრივი მეცნიერების შესწავლის ობიექტი და საგანი?
5. როგორია სტატისტიკის, როგორც მეცნიერების შესწავლის მეთოდები?
6. როგორია დინამიკური და სტატისტიკური კანონზომიერებანი?
7. რა არის სტატისტიკის, როგორც მეცნიერების თეორიული და მეთოდოლოგიური საფუძვლები?
8. როგორია სტატისტიკის დიფერენციაცია და კავშირი სხვა მეცნიერულ დისციპლინებთან?
9. როგორია სტატისტიკის მეცნიერების, მისი შესწავლის ობიექტის, საგნისა და მეთოდების შესახებ მსოფლიოში არსებული შეხედულებანი?
10. როგორია საქართველოში სტატისტიკური მეცნიერების განვითარების წარსული, აწმყო და მომავალი?

თემა 2 სტატისტიკის ამოცანები და ორგანიზაცია

1. აღრიცხვისა და სტატისტიკის ერთიანი სისტემა, მისი დახასიათება

აღრიცხვა ფართო გაგებით არის საზოგადოებრივი ცხოვრების რაოდენობრივი და ხარისხობრივი მხარეების ციფრობრივი დახასიათება მიმდინარე მოვლენების მეცნიერულად დასაბუთებული რეგისტრაციის გზით. აღრიცხვის ერთიანი სისტემა ჩვენს ქვეყანაში მოიცავს

საბუღალტრო, ოპერატიულ-ტექნიკურ და სტატისტიკურ აღრიცხვას.

საბუღალტრო აღრიცხვა ახასიათებს საწარმოების, დაწესებულებებისა და ორგანიზაციების მატერიალური, შრომითი და ფინანსური რესურსების წრებრუნვას. მისი ძირითადი მიზანია კონტროლი გაუწიოს რესურსების ხარჯვას, რისთვისაც იყენებს ორმაგი ჩაწერის, საბალანსო და სხვა მეთოდებს.

ოპერატიულ-ტექნიკური აღრიცხვის მიზანია წარმოების მსვლელობის ოპერატიული, დეკადური, კვირეული, დღეღამური, დღიური და საათობრივი აღრიცხვა. ეს აუცილებელია წარმოების ოპერატიული ხელმძღვანელობისათვის, მისი რეგულირებისა და მართვისათვის თითოეულ სამუშაო ადგილზე, უბანზე, საამქროში და მთელს საწარმოში. ასეთია, მაგალითად, მუშახელის სამუშაოზე გამოცხადებისა და არგამოცხადების, პროდუქციის გამოშვების, მოწყობილობის მუშაობის, ნედლეულის ხარჯვის და სხვა სახის აღრიცხვა.

სტატისტიკურ აღრიცხვას წამყვანი ადგილი უჭირავს აღრიცხვის ერთიან სისტემაში. ის აზოგადებს საბუღალტრო და ოპერატიულ-ტექნიკური აღრიცხვის მონაცემებს და იძლევა საზოგადოებრივი ცხოვრების განვითარების კანონოზომიერებათა ყოველმხრივ, ციფრობრივ დახასიათებას. აღრიცხვის ერთიან სისტემაში სტატისტიკას აქვს მაორგანიზებელი და წარმმართველი როლი. მათი ერთიანობა განპირობებულია ერთიანი მიზნით, რაც მდგომარეობს საწარმოების, გაერთიანებების, სამინისტროებისა და მთელი სახალხო მეურნეობის მართვაში. ამიტომ ყოველგვარი პირველადი აღრიცხვა უნდა აიგოს ისე, რომ მისი მონაცემები გამოყენებულ იქნეს განზოგადების, შესაბამისი კანონზომიერების დასადგენად და მეურნეობის მართვისათვის.

ამრიგად, სტატისტიკას მასობრივი მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივ, განზოგადებულ დახასიათებასთან აქვს საქმე, რითაც ის განსხვავებულია სხვა სახის აღრიცხვისაგან და

წამყვანი, მაორგანიზებელი ადგილი უჭირავს აღრიცხვის ერთიან სისტემაში.

2. სტატისტიკის ამოცანები საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში

გეგმური ეკონომიკის რღვევისა და საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლის პროცესმა მნიშვნელოვანი ამოცანები დააყენა სტატისტიკის, როგორც სოციალური შემეცნების მძლავრი იარაღის წინაშე. ეს ამოცანებია:

1. წარსული პერიოდის ქვეყნის სოციალურ-ეკონომიკური რეტროსპექტიული ღრმა ანალიზი და მომავლის განვითარების შესახებ მეცნიერულად დასაბუთებული, უტყუარი ინფორმაციით საკანონმდებლო, აღმასრულებელი, სამეურნეო, სამმართველო და ფართო საზოგადოების უზრუნველყოფა. ამ ამოცანის გადაწყვეტა უნდა წარიმართოს ინდივიდუალურ, კერძო პირთა საქმიანობის მონაცემთა კონფიდენციალურობის დაცვის პირობებში დემოკრატიზაციის და საჯაროობის განვითარების ფონზე. ამ მხრივ გეგმური ეკონომიკისაგან განსხვავებით უნდა გაფართოვდეს და გამარტივდეს სტატისტიკურ მონაცემთა ბაზა, რაც უზრუნველყოფს თავისუფალი და დემოკრატიული ქვეყნის საზოგადოებას სათანადო ინფორმაციით იმ მიზნით, რომ მისი თითოეული მოქალაქე ნათლად ხედავდეს ქვეყნის და პირადი მდგომარეობის განვითარების წარსულს, აწმყოსა და მომავალს.

2.პირველი ამოცანის გადაწყვეტის აუცილებლობიდან უშუალოდ გამომდინარეობს სტატისტიკის მეორე და გადაუდებელი ამოცანა—სოციალურ-ეკონომიკური ინფორმაციის გადამუშავების სწორი და მეცნიერული ანალიზი. ამ ამოცანის გადაწყვეტა გამოწვეულია არა იმდენად ტრადიციული სოციალურ-ეკონომიკური განვითარების მაჩვენებელთა სრულყოფით, რამდენადაც ახალი. ღია ეკონომიკისა და საბაზრო ურთიერთობათა განვითარების

სტატისტიკური მეთოდოლოგიის შექმნის აუცილებლობით. ასეთია, მაგალითად, საგარეო ვაჭრობის, საბაჟო საქმიანობის, მონეტარული და ფისკალური პოლიტიკის, ჩრდილოვანი ეკონომიკის, მოსახლეობის ცხოვრების დონისა და სიღარიბის და სხვა საკითხთა სტატისტიკური მეთოდოლოგიის გადამუშავება და მისი შემდგომში სრულყოფის პრობლემების გადაწყვეტა.

3. ეროვნულ ანგარიშთა სისტემის დანერგვის პრობლემის გადაწყვეტა. ეს საკითხიც სოციალურ-ეკონომიკური სტატისტიკური ინფორმაციის მეთოდოლოგიის სრულყოფის ერთ-ერთი ნაწილია, მაგრამ მისი დიდი მნიშვნელობის გამო ის შეიძლება სატატისტიკის ცალკე ამოცანად ჩამოვაყალიბოთ. დღესდღეობით, საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლასთან დაკავშირებით, საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტი ანხორციელებს სტატისტიკის თეორიასა და პრაქტიკაში ეროვნულ ანგარიშთა სისტემის (ეას) დანერგვის ინტენსიურ პროცესს. ეს სისტემა სოციალურ-ეკონომიკურ გაანგარიშებებში მისი მაღალეფექტურობის გამო დამუშავებულია მსოფლიოს 120-ზე მეტ ქვეყანაში. ეს სხვა ქვეყნებში დასანერგავად რეკომენდირებულია გაერთიანებული ერებისა და სხვა საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ. ეროვნულ ანგარიშთა სისტემა (ეას) ყოველგვარი სახის რესურსების წარმოქმნისა და განაწილების ორმაგი ჩაწერის მეთოდის სახით ურთიერთ-დაკავშირებული საბალანსო გაანგარიშებანია. მისი ამოცანებია: სახელმწიფოსა და სახელმწიფოთაშორისო მართვის ორგანოების უტყუარი, საიმედო ინფორმაციით უზრუნველყოფა ოპტიმალურ გადაწყვეტილებათა მიღების მიზნით, კომპლექსურ, ურთიერთდაკავშირებულ და სისტემატიზირებულ მაჩვენებელთა შექმნა და შესაბამისი სოციალურ-ეკონომიკური პოლიტიკის შემუშავება, მეწარმეთა საქმიანობის უზრუნველყოფა სოციალურ-ეკონომიკური ინფორმაციით მათ მიერ გაწეული რისკის შეფასების, სამეწარმეო მაკრო და მიკროარეალების

განსაზღვრის, ინვესტიციების გაწევის, საგარეო ეკონომიკურ ურთიერთობათა გაფართოების და სხვა სახის საქმიანობაში.

ეროვნულ ანგარიშთა სისტემის (ეას) პირველი მოდელი გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის სტატისტიკური კომისიის მიერ მომზადდა 1953 წელს, რამაც განიცადა მნიშვნელოვანი ცვლილებები 1968 წელს. ბოლოს ეროვნულ ანგარიშთა სისტემის გაუმჯობესებული მოდელი გაერთიანებული ერებისა და ზოგიერთი სხვა საერთაშორისო ორგანიზაციის ერთობლივი ძალებით შემუშავებულ და დამტკიცებულ იქნა 1993 წელს. მის შემუშავებასა და დანერგვაში მონაწილეობდნენ მსოფლიოში ცნობილი ეკონომისტები და სტატისტიკოსები: ვ. ლეონტიევი, დ. კეინსი, რ. სტოუნი, ს. კუზნეცი, ხ. იამადა, ხ. მარშალი და სხვ.

ამჟამად, საქართველოში ეროვნულ ანგარიშთა სისტემის დანერგვის მნიშვნელოვან სამუშაოებს ასრულებენ საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის თანამშრომლები, რაც ჩვენს ქვეყანაში საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლის შეუქცევადი პროცესის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი წინაპირობაა.

4. ანგარიშგებითი ფორმებისა და სპეციალურ ორგანიზებულ სტატისტიკურ დაკვირვებათა ჩატარების მეთოდოლოგიის სრულყოფა. სულ უფრო მეტ აქტუალობას იძენს საბაზრო ეკონომიკის მექანიზმის შესაბამისი სტატისტიკური ანგარიშგებითი ფორმების შემუშავებისა და დამტკიცების საქმე. აქ უნდა აღინიშნოს გეგმური ეკონომიკის პირობებში დანახარჯთა მეთოდის შესაბამისი ანგარიშგების ფართო სისტემის შემცირებისა და სასწრაფო, ოპერატიული და საიმედო, უტყუარი ინფორმაციის მატარებელი ანგარიშგების ფორმების შემუშავების გადაუდებელი ამოცანის გადაწყვეტის აუცილებლობის შესახებ. საბაზრო ეკონომიკის ჩრდილოვანი ტენდენციების აღმოფხვრის მიზნით სულ უფრო მეტ მნიშვნელობას იძენს მთლიანი დაკვირვებიდან არამთლიან დაკვირვებაზე გადასვლის აუცილებლობა. შეუძლებელია, მაგალითად, მთელი თვის განმავლობაში საბაჟო ტერმინალზე

ტვირთების მოძრაობის გაკონტროლება ერთდროული, სამომენტო (ვთქვათ, ერთი დღე-ღამის) დაკვირვების გარეშე.

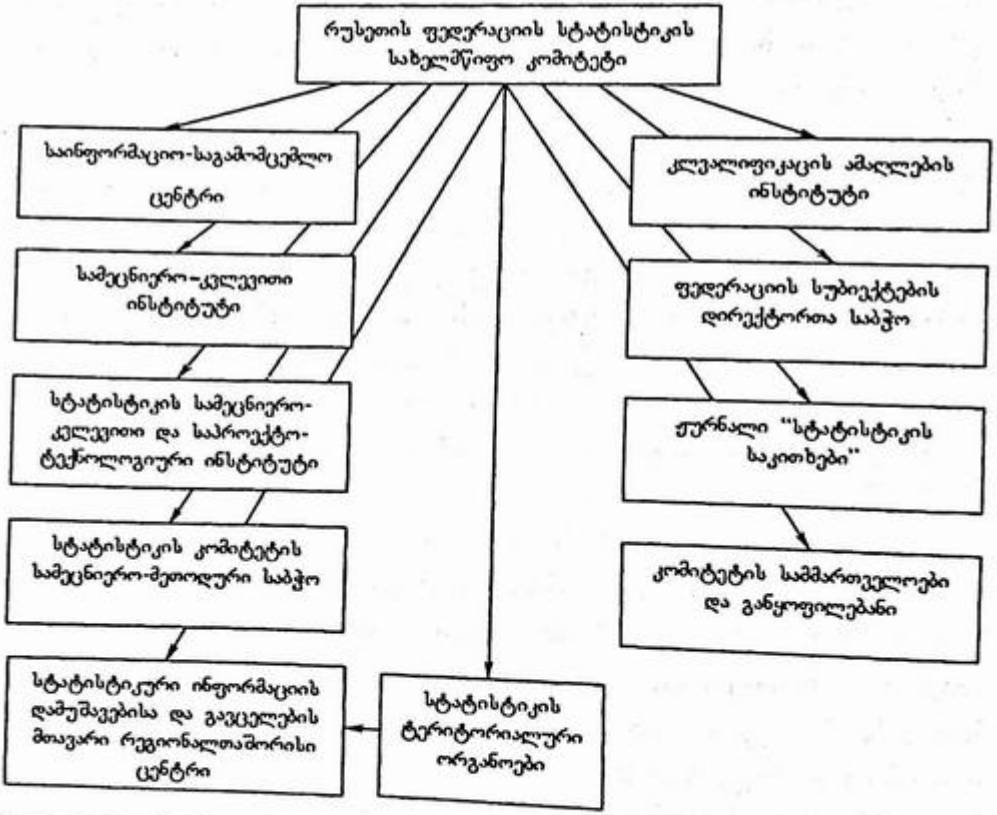
5. სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების პროგნოზირება. საბაზრო ურთიერთობებზე გადასვლასთან დაკავშირებით სულ უფრო მეტ მნიშვნელობას იძენს სტატისტიკური მოდელირებისა და პროგნოზირების ფუნქციის განვითარება სტატისტიკურ კვლევებში. დღესდღეობით საბაზრო ეკონომიკის ფუნქციონირების ულმობელი კანონების პირობებში შეუძლებელია მეწარმეების საქმიანობა ხვალინდელი დღის შეცნობისა და პროგნოზირების გარეშე. ამიტომ, საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ და შემდგომ პერიოდშიაც სტატისტიკამ უნდა შეძლოს ამ მხრივაც მეწარმეთა საიმედო და უტყუარი ინფორმაციით უზრუნველყოფა, რისთვისაც აუცილებელია სტატისტიკის წინაშე არსებული მოკლე, საშუალო და გრძელვადიანი პროგნოზირების ამოცანის გადაწყვეტა.

3. სტატისტიკის ორგანიზაცია საზღვარგარეთის ქვეყნებში.

საზღვარგარეთის განვითარებული საბაზრო ეკონომიკის ქვეყნებში სტატისტიკურ სამუშაოებს ასრულებენ როგორც კერძო, ისე სახელმწიფო ორგანიზაციები. ეს უკანასკნელნი ქვეყნის ადმინისტრაციული მართვისათვის, ხოლო კერძო სტატისტიკური ორგანოები კი კერძო მეწარმეთა და პირთათვის საჭირო მონაცემებს აგროვებენ. რიგ ქვეყნებში სტატისტიკური აღრიცხვა არაა ცენტრალიზებული. თუმცა ზოგიერთ მათგანში არსებობს ცენტრალური სამთავრობო სტატისტიკური ორგანოები, მაგრამ ისინი კი არ აერთიანებენ სტატისტიკურ სამუშაოებს, არამედ ატარებენ აღწერებს და სხვადასხვა დაწესებულებათა მიერ შეგროვილ მასალებს ამზადებენ პუბლიკაციებისთვის. ამასთან პუბლიკაციისას მტკიცედაა დაცული კომერციული საიდუმლოება. მაგ., აშშ-ში სტატისტიკური მასალა შეიძლება გამოქვეყნდეს მხოლოდ მაშინ, როცა ეს საშედეგო მონაცემები ეკუთვნის სამსა

და მეტ ფირმას იმ პირობით, რომ ერთ-ერთ, ან ორ მათგანზე არ უნდა მოდიოდეს ამ მონაცემთა 90%-ზე მეტი.

საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალი პერიოდის ქვეყნებში, მათ შორის, როგორც ზემოთ დავინახეთ საქართველოშიც, სტატისტიკის ორგანიზაციულ აგებულებას ჯერჯერობით არა აქვს მთლიანად საბაზრო ეკონომიკის პირობებისათვის საჭირო სახე. მაგალითად, ისეთი მსხვილი გარდამავალი ეკონომიკის მქონე ქვეყნის სტატისტიკა, როგორიცაა რუსეთის ფედერაცია, ჯერ კიდევ რეფორმირების პროცესშია. იქაც სახელმწიფო სტატისტიკის ორგანოთა სტრუქტურა შეესაბამება ქვეყნის ადმინისტრაციულ-ტერიტორიულ დაყოფას, რაც დღესდღეობით ასეთი სახისაა:



[1] სქემა ალებულია წიგნიდან: А. В. Сиденко, В. М. Матвеева, Статистика, Учебник -М.: Издательство "Дело и Сервис ", 2000, ст. 11.

რუსეთის სტატისტიკის ორგანოთა სქემა[1]:

საინფორმაციო-საგამომცემლო ცენტრი აწარმოებს ინფორმაციის გადამუშავებას, განზოგადებული, კრებსითი მაჩვენებლების გაანგარიშებას და აქვეყნებს წელიწდეულებისა და სხვათა გამოცემების სახით. რუსეთის სტატიტიკის სახელმწიფო კომიტეტის სამეცნიერო-კვლევითი ინტიტუტი ქვეყნის სტატისტიკური მეცნიერების მსხვილი სამეცნიერო ცენტრია, რომელიც აწარმოებს მაღალმეცნიერულ სამეცნიერო სტატისტიკურ კვლევებს, მათ დანერგვას პრაქტიკაში. **სტატისტიკის სამეცნიერო-კვლევითი და საპროექტო-ტექნოლოგიური ინსტიტუტი** წყვეტს ახალი საინფორმაციო ტექნოლოგიების დამუშავებისა და პროექტების კომპლექსურ პრობლემებს. სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტის **სამეცნიერო-მეთოდური საბჭო** ანხორციელებს სტატისტიკურ სამუშაოთა შესრულების მეთოდურ მითითებათა პრაქტიკაში დანერგვის მეტად მნიშვნელოვან საქმეს საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალი პერიოდის შესაბამისად. მეტად მნიშვნელოვანია **სტატისტიკის ინფორმაციის დამუშავებისა და გავრცელების მთავარი რეგიონალთაშორისი ცენტრის არსებობა რუსეთის ფედერაციის სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტის სტრუქტურაში.** მას ევალება თანამედროვე საინფორნაციო ტექნოლოგიების საფუძველზე სტატისტიკური ინფორმაციის დამუშავება და სტატისტიკის საინფორმაციო-ტელეკომუნიკაციური სისტემის შექმნა სარაიონთაშორისო და რეგიონალურ ჭრილში. სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტის სტრუქტურაში შედის მრავალი **დარგობრივი** (მაკროეკონომიკური, შრომისა და ხელფასის, ფინანსებისა და სხვა) სტატისტიკის სამმართველო, ან განყოფილება, რომლებიც თავიანთი კომპეტენციის ფარგლებში ხელმძღვანელობენ დარგის სტატიტიკური სამუშაოების ჩატარებას მთელს ფედერაციაში.

სტატისტიკის ტერიტორიალურ ორგანოებში შედის **ქ. მოსკოვისა და სანტკ-პეტერბურგის, აგრეთვე,**

ავტონომიური რესპუბლიკების, მხარეებისა და ოლქების ადგილობრივი სტატისტიკის კომიტეტები და სტატისტიკის რაიონული ინსპექციების ქვედა რგოლები.

როგორც სქემიდან ჩანს, ყველა ისინი ფუნქციონალურად და მეთოდურად ემორჩილებიან როგორც რუსეთის ფედერაციის სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტის, ასევე, სტატისტიკური ინფორმაციის დამუშავებისა და გავრცელების მთავარ რეგიონალთაშორისო ცენტრს, ხოლო ადმინისტრაციულად – შესაბამისი ტერიტორიული ერთეულის ადმინისტრაციას.

რუსეთის სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტი აღმასრულებელი ხელისუფლების სტატისტიკური ფედერალური ორგანოა, რომელიც კოორდინაციას უწევს მთელი ქვეყნის მასშტაბით სტატისტიკური სამუშაოების ჩატარებას და თავის მუშაობაში ხელმძღვანელობს საკანონმდებლო ორგანოების გადაწყვეტილებებითა და კანონებით, რუსეთის ფედერაციის პრეზიდენტის ბრძანებულებებითა და განკარგულებით, აგრეთვე, აღმასრულებელი ხელისუფლების მითითებით. მსგავს სამუშაოებს თავიანთი კომპეტენციის ფარგლებში ატარებენ ტერიტორიულ-რეგიონალური, აგრეთვე, საქალაქო და რაიონული სტატისტიკური ორგანოები.

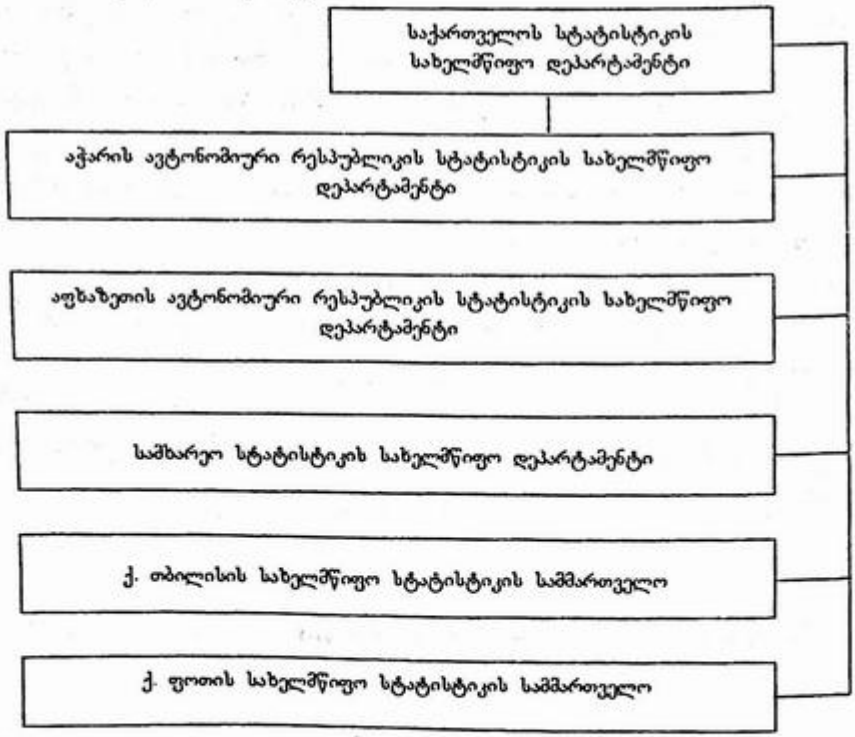
მსგავსი სტატისტიკური ორგანოებია სხვა პოსტსოციალისტურ ქვეყნებში. საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში, სტატისტიკის რეფორმირებასთან ერთად, სავარაუდოა რადიკალური ცვლილებები განიცადოს ამ ქვეყნების სტატისტიკის სახელმწიფოებრივმა, უწყებრივმა, არასამთავრობო და კერძო სტრუქტურებმა.

4. სტატისტიკის თანამედროვე ორგანიზაცია საქართველოში.

ორგანიზებული აგების თვალსაზრისით საქართველოში ჯერჯერობით არებობს სახელმწიფოებრივი და უწყებრივი

სტატისტიკა. საქართველოს კანონში 'მეწარმეთა შესახებ", აგრეთვე, სამოქალაქო კოდექსში მითითებულია ნებადართულობა იმის შესახებ, რომ "... შეიძლება დაფუძნდნენ ნებისმიერი ორგანიზაციულ-სამართლებრივი ფორმის სტატისტიკურ დაკვირვებათა მწარმოებელი არასამთავრობო დაწესებულებები და ორგანიზაციები"[1]. ამიტომ, სულ მოკლე ხანში საქართველოში დემოკრატიული პროცესების განვითარების კვალობაზე შეიძლება გაჩნდნენ კერძო სტატისტიკის შესაბამისი ორგანიზაციული ფორმები.

სახელმწიფოებრივი სტატისტიკა ორგანიზებულია ქვეყნის სახალხომეურნეობრივი აგებულებისა და ადმინისტრაციულ-ტერიტორიული დაყოფის შესაბამისად. მისი სქემა ვერტიკალური დაქვემდებარების მიხედვით შეიძლება ასეთნაირად წარმოვიდგინოთ:



[1] საქართველოს კანონი "სტატისტიკის შესახებ", გვ. 2

თავის მხრივ, **აჭარის ავტონომიური რესპუბლიკის სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის** ცენტრალურ დაქვემდებარებაშია საქალაქო, აგრეთვე, ქედის, ქობულეთის, შუახევის, ხელვაჩაურისა და ხულოს რაიონული სტატისტიკის განყოფილებები.

ქ. თბილისის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოს ექვემდებარება გლდანი-ნაძალადევის, დიდუბე-ჩუღურეთის, ვაკე-საბურთალოს, მთაწმინდა-კრწანისის და სამგორი-ისნის სტატისტიკის რაიონული განყოფილებანი.

სამხარეო სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოებიდან ამჟამად, საქართველოში არსებობს გურიის, იმერეთის, კახეთის, მცხეთა-მთიანეთის, რაჭა-ლეჩხუმის, სამეგრელოსა და ზემო სვანეთის, სამცხე-ჯავახეთის, ქვემო ქართლის და შიდა ქართლის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოები.

გურიის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოს დაქვემდებარებაშია ლანჩხუთის, ოზურგეთისა და ჩოხატაურის რაიონული სტატისტიკური განყოფილებები; **იმერეთის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოში** შედის ჭუთაისის, ტყიბულის, წყალტუბოს, ჭიათურის, ბაღდადის, ვანის, ზესტაფონის, თერჯოლის, სამტრედიის, საჩხერის, ხარაგაულის, ხონის სტატისტიკის რაიონული განყოფილებანი; **კახეთის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველო** მოიცავს ახმეტის, გურჯაანის, დედოფლისწყაროს, თელავის, ლაგოდეხის, საგარეჯოს, სიღნაღისა და ყვარლის სტატისტიკის რაიონულ განყოფილებებს; **მცხეთა-მთიანეთის** სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოს დაქვემდებარებაში შედის ახალგორის, დუშეთის, მთიანეთის, მცხეთისა და ყაზბეგის; **რაჭა-ლეჩხუმისა და ქვემო სვანეთის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოს დაქვემდებარებაში** – ამბროლაურის, ონის, ცაგერის და ლენტეხის; **სამეგრელოსა და ზემო სვანეთის სახელმწიფო** სტატისტიკის სამმართველოს დაქვემდებარებაში – ზუგდიდის, აბაშის, მარტვილის,

სენაკის, ჩხოროწყუს, წალენჯიხის, ხობისა და მესტიის; **სამცხე-ჯავახეთის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოში** – ადიგენის, ასპინძის, ახალქალაქის, ახალციხის, ბორჯომისა და ნინოწმინდის; **ქვემო ქართლის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოში** – რუსთავის, ბოლნისის, გარდაბნის, თეთრიწყაროს, მარნეულისა და წალკის, **ხოლო შიდა ქართლის სახელმწიფო სტატისტიკის სამმართველოს** დაქვემდებარებაში – გორის, კასპის, ქარელისა და ხაშურის სახელმწიფო სტატიტიკის რაიონული განყოფილებები.

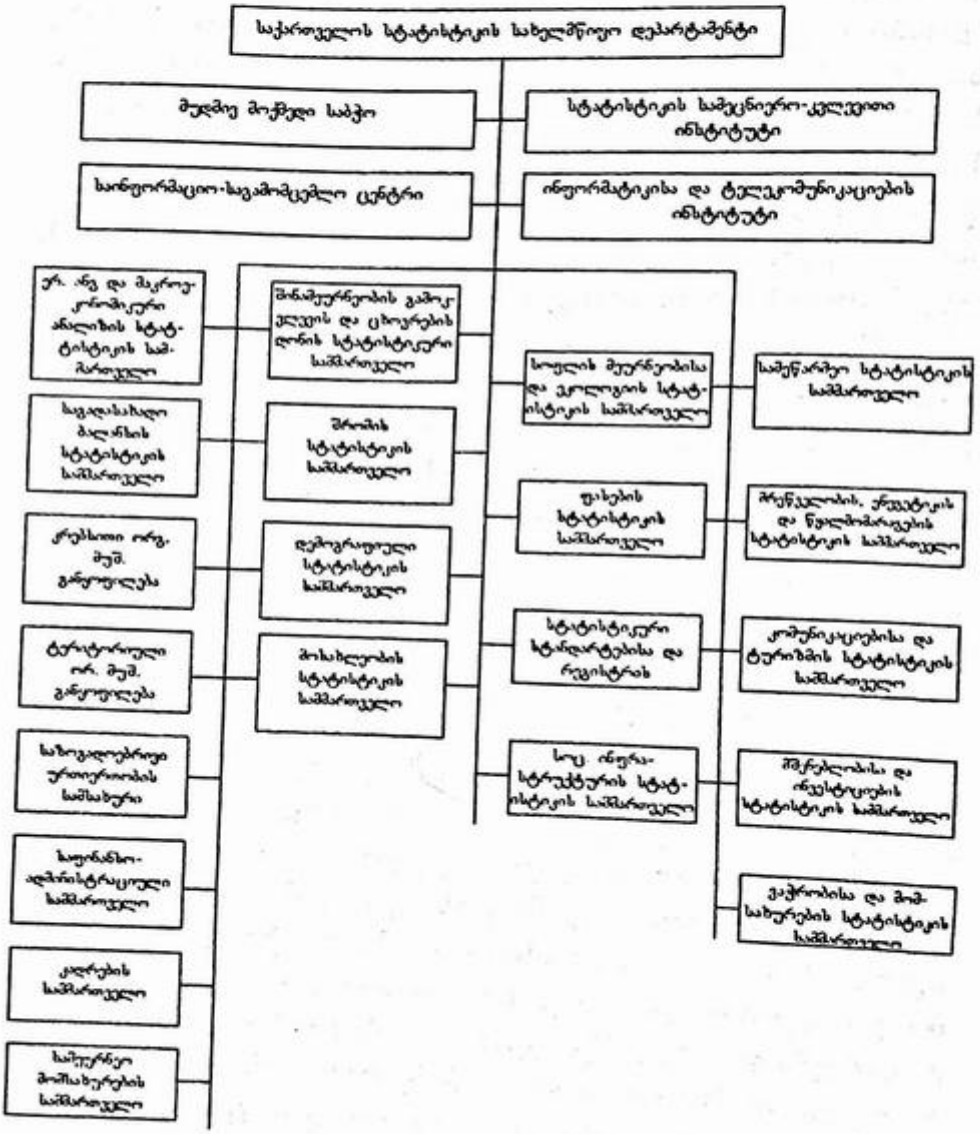
სახელმწიფოებრივი სტატისტიკის ორგანოებთან ერთად არსებობს, აგრეთვე, უწყებრივი (ცალკეული სამინისტროების, დეპარტამენტების, უწყებების) სტატისტიკური ორგანიზაციული ფორმები. მათი სახელწოდება შეიძლება იყოს სხვადასხვა: სტატისტიკური განყოფილება, ბიურო, სექტორი და ა.შ. მსხვილ და, ზოგჯერ, საშუალო და წვრილ საწარმოებში (ფირმებში) შეიძლება გვქონდეს არა ცალკე სტატისტიკური ორგანო, არამედ სტატისტიკოსთა ჯგუფი, ან პიროვნება გაერთიანებული სხვა რომელიმე ფუნქციონალურ განყოფილებასთან.

თითოეული უწყებრივი სტატისტიკური ორგანო ორმაგ დაქვემდებარებაშია, ერთი მხრივ (ადმინისტრაციულად) ექვემდებარება შესაბამისი უწყების ხელმძღვანელს, ხოლო მეორეს მხრივ (მეთოდოლოგიურად)—სახელმწიფოებრივ სტატისტიკურ შესაბამის ორგანოს. უწყებრიბრივი სტატისტიკის ორგანოები თავიანთი კომპეტენციის ფარგლებში აგროვებენ სტატისტიკურ ინფორმაციას, ამუშავებენ და გადასცემენ სათანადო ინსტანციებში.

5. საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის სტრუქტურა და უფლება-მოვალეობანი

საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტი სახელმწიფო სტატისტიკის ორგანოებიდან წამყვანი და

მაორგანიზებელია. მას გააჩნია მუდმივმოქმედი საბჭო, სტატისტიკის სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი, ინფორმატიკისა და ტელეკომუნიკაციის ინსტიტუტი, საინფორმაციო-საგამომცემლო ცენტრი, დარგობრივი სამმართველოები, განყოფილებანი და სამსახურები, რომელთა დასახელება კარგად ჩანს შემდეგი სქემიდან:



საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის მუშაობას ხელმძღვანელობს დეპარტამენტის თავმჯდომარე და მოადგილეები. დეპარტამენტის მუშაობა ეყრდნობა სტატისტიკური ინფორმაციის **ობიექტურობის, უტყუარობის, დამოუკიდებლობის, ქრონოლოგიურად შესადარისობის, თავსებადობის, სისრულის, თავისდროულობის, მიწოდების სტაბილურობის, კანონმდებლობით გათვალისწინებული ხელმისაწვდომობის, საჯაროობისა და კონფიდენციალურობის პრინციპებს.** საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტი, საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში სტატისტიკის წინაშე მდგარი ამოცანების შესაბამისად, ანხორციელებს სტატისტიკური ინფორმაციის შეგროვებას, კოორდინაციას უწევს მთელს სტატისტიკურ საქმიანობას და ქმნის შესაბამის ინფორმაციულ ბაზებს. შეგროვილი უტყუარი და საიმედო ინფორმაციის ბაზაზე აანალიზებს ქვეყნის სოციალურ-ეკონომიკურ განვითარებას, ეკოლოგიურ მდგომარეობას, აწარმოებს სამეცნიერო-კვლევით სამუშაოებს, რაც მოიცავს წარსულის რეტროსპექტივას, აწმყოს სურათს და მომავლის მეცნიერულ პერსპექტივებს. შესაბამის შედეგებს წარუდგენს სახელმწიფო ხელისუფლების ორგანოებს სამთავრობო პროგრამებისა და სამომავლო პროგნოზების შესამუშავებლად. ამის გარდა აქტიურად მონაწილეობს პირველადი აღრიცხვისა და წლიური საფინანსო-საბალანსო ფორმების, აგრეთვე, სხვა დოკუმენტების შემუშავებასა და საჭიროების შემთხვევაში, დამტკიცებაში. გარკვეული პერიოდულობით ატარებს ერთდროულ სტატისტიკურ დაკვირვებებს (მოსახლეობის აღწერა, ძირითადი ფონდების გადაფასება, პირუტყვის სულადობის დადგენა, მოსახლეობის საბიჯეტო გამოკვლევები, მოწყობილობის გამოყენებაზე ერთდროული სტატისტიკური დაკვირვება და სხვა). შედეგებს აწვდის სათანადო სამთავრობო, აგრეთვე, არასამთავრობო დაწესებულებებს და სათანადო შემთხვევაში აქვეყნებს პერიოდულ გამოცემებში. ქმნის

სახელმწიფო და ადგილობრივ რეგისტრებს, უზრუნველყოფს ინფორმაციის საერთაშორისო გაცვლას კომპიუტერული სისტემებითა და კავშირგაბმულობის საშუალებების გამოყენებით. უწყებათაშორისი ინფორმაციული რესურსების თავსებადობის მიზნით აქტიურად ეხმარება როგორც ეკონომიკური, ისე არაეკონომიკური პროფილის სახელმწიფო და არასახელმწიფო ორგანიზაციებს საკუთარი სტატისტიკური ინფორმაციული ბაზის შექმნასა და გამოყენებაში.

მსგავს სამუშაოებს ასრულებენ აჭარისა და აფხაზეთის, აგრეთვე საქალაქო და რაიონული სტატისტიკური ორგანოები, არასამთავრობო დაწესებულებები თავიანთი კომპეტენციისა და ტერიტორიის ფარგლებში. ასეთი სამუშაოების შესრულებისათვის სახელმწიფო სტატისტიკის ორგანოებს უფლება აქვთ: ა) მოსთხოვონ მოცემულ ტერიტორიაზე არსებულ ყველა იურიდიულ პირს, აგრეთვე ტერიტორიის გარეთ მყოფ მოცემული ქვეყნის რეზიდენტებს განსაზღვრული მოცულობისა და ფორმის ინფორმაცია სათანადო ვადებში; ბ) მოწოდებულ ინფორმაციაში შემჩნეული უზუსტობების, მათ შორის არითმეტიკული და ლოგიკური შეცდომების შემთხვევაში შეამოწმონ პირველადი მასალის უტყუარობისა და საიმედობის ხარისხი; გ) მონაცემების გაყალბების, განსაზღვრული მოცულობითა და ფორმით, ან სათანადო ვადებში წარმოუდგენლობის შემთხვევაში დასვან ანგარიშვალდებულ პირთა პასუხისმგებლობის საკითხი სათანადო ორგანოების წინაშე; დ) კანონმდებლობით დადგენილი წესებით შეასრულონ სადაკვეთო სტატისტიკური სამუშაოები, ან გასწიონ სათანადო ინფორმაციული მომსახურება.

უფლებებთან ერთად სახელმწიფო სტატისტიკის ორგანოები, როგორც სტატისტიკის შესახებ საქართველოს კანონშია ჩაწერილი ვალდებულნი არიან: ა) უზრუნველყონ სტატისტიკური ინფორმაციის ობიექტურობა, საიმედობა და უტყუარობა, სახელმწიფო და არასახელმწიფო

ორგანიზაციებისათვის მათი მიწოდების ოპერატიულობა, სოციალურ-ეკონომიკურ სტატისტიკურ მაჩვენებელთა სისტემის სრულყოფა, ამ მაჩვენებლებით მდგომარეობის მეცნიერული ანალიზი და პროგნოზი; ბ)დაიცვან შეგროვილი პირველადი ინფორმაციის კონფიდეციალობა; გ) უზურუნველყონ კრებსითი სტატიტიკური ინფორმაციის გამოქვეყნება, ხელმისაწვდომობა და საჯაროობა; დ) მოთხოვნის შესაბამისად მიაწოდონ საქართველოს რეზიდენტებს მონაცემთა ბანკებსა და რეგისტრებში მათ შესახებ არსებული ინფორმაცია; ე) უზრუნველყონ ანგარიშვალდებული რეზიდენტები სტატისტიკური სამუშაოების ჩასატარებლად საჭირო სტატისტიკური ანგარიშგების ფორმებით, ანკეტებით, კითხვარებითა და ინსტრუქციებით.

6. საერთაშორისო სტატისტიკური ორგანიზაციები

სტატიტიკა, როგორც ადამიანთა პრაქტიკული საქმიანობის გარკვეული სფერო და სტატისტიკა, როგორც მეცნიერება მთელს მსოფლიოში მიღებულია საზოგადოების სოციალურ-ეკონომიკური და პოლიტიკური განვითარების შემეცნების მნიშვნელოვან საფუძვლად. ამიტომ ქვეყნებს შორის ურთიერთკავშირების განვითარებამ, ერთიანი შესადარისი სტატისტიკური მეთოდოლოგიის შექმნისა და სხვათა აუცილებლობამ მსოფლიო სტატისტიკის მეცნიერებისა და პრაქტიკის განვითარებაშიც წარმოშვა გლობალიზაციის პროცესები. ამ პროცესმა შექმნა საერთაშორისო სტატისტიკური ორგანიზაციების ფართო ქსელი მთელს მსოფლიოში, რომლებიც დღესდღეობით გაერთიანებულია გლობალურ სტატისტიკურ სისტემაში. მასში[1] შედის:

[1] ორგანიზაციათა ჩამონათვალი აღებულია წიგნიდან: А. В. Сиденко, Б. И. Башкатов, В. М. Матвеева, Международная статистика. Учебник – М. Издательство „Дело и Сервис“ ,1999, ст., 15

1. გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის სტატისტიკური კომისია;
2. გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის დარგობრივი სტატისტიკური დანაყოფები;
3. გაერთიანებული ერებისა და სხვა საერთაშორისო ორგანიზაციების სტატიტიკურ გამოცემათა სისტემა;
4. გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის სპეციალური დაწესებულებების სტატისტიკური სამსახურები: სურსათის კომისია, მეცნიერების, კულტურისა და განათლების (იუნესკო), ჯანდაცვის მსოფლიო ორგანიზაცია, მსოფლიო ბანკი, საერთაშორისო სავალუტო ფონდი, საერთაშორისო სავაჭრო ორგანიზაცია.
5. სახელმწიფოთაშორისო ორგანიზაციების სტატისტიკური სამსახურები: ეკონომიკური თანამშრომლობისა და განვითარების ორგანიზაცია, ევროპის ეკონომიკური საზოგადოება, დამოუკიდებელ სახელმწიფოთა კავშირი (СНГ);
6. რეგიონალური სტატისტიკური ორგანიზაციები: საერთო ბაზრის ქვეყნების სტატისტიკური ორგანიზაცია (ЕВРОСТАТ), **დამოუკიდებელი ქვეყნების კავშირის (СНГ) სტატიტიკის სახელმწიფო კომიტეტი.** ასეთი გლობალური სტატისტიკური სისტემის შექმნას წინ უძღოდა მნიშვნელოვანი მოძრაობანი. დიდმა გეოგრაფიულმა აღმოჩენებმა, საერთაშირისო ვაჭრობის, აგრეთვე მსოფლიო ბაზრის წარმოქმნამ და სხვა მოვლენების განვითარებამ წარმოშვა უცხო ქვეყნების ეკონომიკის, კულტურისა და სხვათა სტატისტიკაზე ცოდნის აუცილებლობა. ამ პროცესებმა ჯერ კიდევ მე-17, მე-18 საუკუნეებში ცხადი გახადა ეროვნული სიმდიდრისა და

ეროვნული შემოსავლის, სახელმწიფოთა ეკონომიკური სიძლიერის გაზომვის აუცილებლობა. ევროპის უმაღლეს სასწავლებლებში დაიწყო პოლიტიკური არითმეტიკის, აღწერილობითი სტატისტიკის, საერთაშორისო შედარებების კურსების კითხვა. უკვე მე-19 საუკუნეში, კერძოდ, 1853 წელს, ცნობილი ევროპელი სტატისტიკოსების ადოლფ კეტლესა და ე. ენგელის ინიციატივით გადაწყდა საერთაშორისო სტატისტიკური კონგრესების პერიოდული ჩატარება. სწორედ ეს იყო პირველი საერთაშორისო სტატისტიკური ორგანიზაცია, რომელმაც მნიშვნელოვანი როლი შეასრულა საერთაშორისო სტატიტიკის განვითარებაში. ამ კონგრესების მუშაობაში აქტიურად მონაწილეობდნენ გამოჩენილი რუსი სტატისტიკოსები სემენოვ-ტიან-შანსკი და ი. იანსონი, რომელთა თაოსნობით 1872 წელს ქ. პეტერბურგში ჩატარდა კონგრესის სესია.

1885 წელს დაარსდა საერთაშორისო სტატისტიკური ინსტიტუტი, რომლის ძირითად მიზანს წარმოადგენდა სტატისტიკური მეთოდებისა და მეთოდოლოგიის სრულყოფა სხვადასხვა ქვეყანაში. სწორედ საერთაშორისო სტატისტიკური ინსტიტუტის მიერ არის სასწავლო ცენტრები დაარსებული კაიროში, კალკუტაში, ბეირუთსა და ბომბეიში აზიისა და აფრიკის ქვეყნების სტატისტიკოსთა გადასამზადებლად.

გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის სტატისტიკური კომისია 1946 წელს დაარსდა. მას შემდეგ დღემდე გაფართოვდა გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის სტატისტიკური სამსახურის ქსელი, რომლებიც მეტად მნიშვნელოვან სამუშაოებს ატარებენ სხვადასხვა ქვეყანაში ერთიანი

სტატისტიკური მეთოდებისა და მეთოდოლოგიის დანერგვისათვის.

სტატისტიკის გაანვითარების საქმეში დიდ სამუშაოებს ატარებენ, აგრეთვე, საერთაშორისო სახელმწიფოთაშორისი ორგანიზაციების სტატისტიკური სამსახურები, რომელთა შორისაა დამოუკიდებელ სახელმწიფოთა კავშირის (CHГ) სტატისტიკის სახელმწიფო კომიტეტი. კომიტეტი 1992 წელს დაარსდა და მისი ძირითადი მიზანია რუსეთის, ყაზახეთის, საქართველოს, სომხეთის, აზერბაიჯანის, უზბეკეთისა და სხვა ამ კავშირში შემავალი ქვეყნების სოციალურ-ეკონომიკური განვითარების შესახებ სტატისტიკური მასალების მოძიება, გადამუშავება, პუბლიკაცია და სხვა მეტად მნიშვნელოვანი სტატისტიკური სამუშაოების ჩატარება.

საკოლოქვიუმე და საკონტროლო კითხვები

1. როგორია სტატისტიკის ამოცანები სააბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში?
2. აღრიცხვის ერთიანი სისტემა რა ელემენტებს მოიცავს?
3. რაში მდგომარეობს სტატისტიკის მაორგანიზებელი და წამყვანი როლი აღრიცხვის ერთიან სისტემაში?
4. როგორია საქართველოში სტატისტიკის თანამედროვე ორგანიზაციული სტრუქტურა?
5. როგორია საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის უფლება-მოვალეობანი და სტრუქრურა?
6. როგორია სტატისტიკის ორგანიზაცია საზღვარგარეთის ქვეყნებში?
7. დაახასიათეთ საერთაშორისო სტატისტიკური ორგანიზაციები.

თემა 3. სტატისტიკური დაკვირვება

1. სტატისტიკური დაკვირვების არსი და ძირითადი ამოცანები

სტატისტიკური დაკვირვება სტატიტიკური გამოკვლევის პირველი და მეტად მნიშვნელოვანი სტადიაა. მის სწორად და მაღალორგანიზებულად ჩატარებაზე დიდადაა დამოკიდებული მთელი სტატისტიკური საქმიანობის შედეგების სისწორე. რა არის სტატისტიკური დაკვირვება? ყოველგვარი სტატისტიკური საქმიანობის დასაწყისში საჭიროა შესაბამისი მასალის შეგროვება. მაგალითად, მთელი ქვეყნის მოსახლეობის რიცხოვნობისა და შემადგენლობის, ან კიდევ ეროვნული შემოსავლისა და სხვა მაჩვენებლების დასადგენად პირველ რიგში საჭიროა მოსახლეობის აღწერა სხვადასხვა ნიშნების მიხედვით, პროდუქციის გამოშვების შესახებ პირველადი სტატისტიკური მასალის მიღება და ა.შ. სწორედ ამ მიზნებს ემსახურება სტატისტიკური დაკვირვება.

სტატისტიკური დაკვირვება ეწოდება ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების მდგომარეობის ამსახველი მასობრივი მონაცემების გეგმაზომიერ, მეცნიერულად ორგანიზებულ შეგროვებას.

სტატისტიკური დაკვირვებისას დაშვებული შეცდომების გასწორება ძნელდება შემდგომ სტადიებზე. ამიტომ მის წინაშე დგას მეტად მნიშვნელოვანი ამოცანები. მან უნდა უზრუნველყოს მოვლენების განვითარების შესახებ უტყუარი მონაცემების შეგროვება, სხვადასხვა სოციალურ-ეკონომიკური პროცესების განვითარების ტენდენციების, კანონზომიერების გამოვლენა და შესწავლა, აგრეთვე ქვეყნის, მისი ცალკეული ტერიტორიული ერთეულების, საწარმოების, გაერთიანებებისა და დარგების ეკონომიკური და სოციალური განვითარების პროგნოზების შედგენისა და კონტროლისათვის საჭირო ინფორმაციის მოპოვება-დამუშავება.

სტატისტიკური დაკვირვება მოიცავს სამ ეტაპს: მომზადება, თვითდაკვირვებით მასალის მოპოვება და კონტროლი. თითოეული ეტაპი მეტად მნიშვნელოვანია და პასუხსაგები ამოცანების გადაწყვეტას ემსახურება.

2. სტატისტიკური დაკვირვების ორგანიზაციული ფორმები

ორგანიზაციულად სტატისტიკური დაკვირვება სამი ფორმისაა: **ანგარიშგება, სპეციალურად ორგანიზებული სტატისტიკური დაკვირვებანი და სარეგისტრაციო დაკვირვება. ანგარიშგება ეწოდება საწარმოების, ორგანიზაციებისა და დაწესებულებების მიერ გაწეული საქმიანობის ამსახველი დოკუმენტების შედგენასა და წარდგენას პასუხისმგებელი პირების ხელმოწერით სათანადო დროს და შესაბამისი მისამართებით.** იგი დგება პირველადი აღრიცხვის მონაცემების საფუძველზე და შესაბამისი, წინასწარ დამტკიცებული ფორმების მიხედვით. პირველადი **აღრიცხვა ეწოდება** სამეურნეო საქმიანობის სხვადასხვა ფაქტების სისტემატური ჩანაწერების გაკეთებას შესაბამისი ფორმების მიხედვით. მაგალითად, სამრეწველო საწარმოს პროდუქციის გამოშვების ყოველთვიური პროგრამის შესრულების ანაგარიშის (ფორმა №1) შედგენისათვის გამოიყენება ისეთი პირველადი დოკუმენტები, როგორიცაა პროდუქციის გამოშვების უწყისი, ზედნადები საწყობში მზა ნაწარმის ჩაბარებისა და საწყობიდან მისი გაცემის შესახებ და ა.შ.

ანგარიშგებანი არის **საერთო სახელმწიფოებრივი და შიგასაუწყებო.** პირველი აუცილებელია ყველა საწარმოს, დაწესებულებისა და ორგანიზაციებისათვის და წარედგინება მთავრობას, მეორე თვით სამინისტროებისა და უწყებების შიგნით წარმოებს ოპერატიული ხელმძღვანელობისათვის.

ანგარიშგება არის **წლიური** (წარედგინება წლიურად) და **მიმდინარე** (წლის მანძილზე ყოველთვიურად და ყოველკვარტალურად). ამის მიხედვით განსხვავებულია ანგარიშგებითი ფორმებიც. თითოეულ ფორმაში ნაჩვენებია: როდისაა ეს ფორმა დამტკიცებული ცენტრალური თუ ადგილობრივი სტატისტიკური ორგანოების მიერ, ფორმის სახელწოდება, რა პერიოდს მოიცავს ანგარიშგება, საწარმოს, დაწესებულების ან ორგანიზაციის დასახელება, მისი ადგილმდებარეობა, პასუხისმგებელი ხელმომწერნი და ა.შ.

იმის მიხედვით, თუ რით გადაიგზავნება, ანგარიშგება არის **საფოსტო** ან **სატელეგრაფო**. ეს უკანასკნელი გამოიყენება განსაკუთრებულ შემთხვევაში, როცა საჭიროა მონაცემების მიღება უმოკლეს დროსა და განსაკუთრებული საკითხებისათვის.

უნდა აღინიშნოს, რომ ყველა სახის მონაცემი არ შეიძლება იყოს ანგარიშგებაში. ამიტომ ატარებენ **სპეციალურად ორგანიზებულ სტატისტიკურ დაკვირვებებს**. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის აღწერა, მრავალწლიანი ნარგავების რაოდენობის, პირუტყვის სულადობის დადგენა, შინამეურნეობათა საბიუჯეტო გამოკვლევები, მოწყობილობის გამოყენებაზე ერთდროული დაკვირვებანი და სხვა.

მოსახლეობის აღწერა მიზნად ისახავს მოსახლეობის რიცხოვნობისა და შემადგელობის დადგენას. იგი ტარდება პერიოდულად, ყოველ ათ წელიწადში ერთხელ. საქართველოში ჩატარებულია სულ მოსახლეობის შვიდი აღწერა: 1926, 1939, 1959, 1970, 1979, 1989 და 2002 წლებში.

საბიუჯეტო გამოკვლევები მიზნად ისახავს შინამეურნეობათა შემოსავალ-გასავლების დადგენას. იგი ტარდება შერჩევითი წესით და მონაცემები გამოიყენება მოსახლეობის მატერიალური კეთილდღეობის დონისა და დინამიკის დასადგენად და სხვ. მაგალითად, სოფლის მცხოვრებთა საბიუჯეტო გამოკვლევები მოიცავს მათი ყველა ფულადი და ნატურალური შემოსავლების, აგრეთვე ხარჯების

აღრიცხვას კვების პროდუქტების, ტანსაცმლისა და ფეხსაცმლის, აგრეთვე ავეჯის, მანქანებისა და სხვათა შეძენაზე.

სარეგისტრაციო დაკვირვება მხოლოდ უკანასკნელ ხანს შეემატა დაკვირვების ორგანიზაციულ ფორმებს. ის გულისხმობს დაკვირვების თითოეული ერთეულისათვის რეგისტრის შემოღებას და მასში დაკვირვების მთელი პერიოდის განმავლობაში დასაკვირვებელ სუბიექტთა მუშაობის ამსახველი მაჩვენებლების სისტემატურ დაფიქსირებას. სარეგისტრაციო დაკვირვება საბაზრო ეკონომიკის პირობებში უზურუნველყოფს მუშაობის ყოვლისმომცველი სტატისტიკური მასალების შეგროვებას, რაც ერთობ მნიშვნელოვანია სწორი ეკონომიკური პოლიტიკის გატარებისათვის.

3. სტატისტიკური დაკვირვების სახეები

სტატისტიკური დაკვირვებანი სხვადასხვა სახეობისაა. ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან საკლასიფიკაციო ნიშნების მიხედვით და დასაკვირვებელი ერთეულების მომცველობის ხარისხით.

პირველი ნიშნით დაკვირვებანი არის **მიმდინარე, პერიოდული** და **ერთდროული.** მიმდინარე ეწოდება ისეთი სახის დაკვირვებას, რომლის დროსაც ფაქტების რეგისტრაცია წარმოებს მათი მოხდენისთანავე. ასეთია, მაგალითად, მუშების სამუშაოზე გამოცხადების, პროდუქციის გამოშვების, მოსახლეობის დაბადების, გარდაცვალების აღრიცხვა და ა.შ.

პერიოდული დაკვირვება ისეთი სახის დაკვირვებაა, რომლის დროსაც ფაქტების რეგისტრაცია წარმოებს გარკვეული პერიოდის გასვლის შემდეგ რეგულარულად. მაგალითად, მოსახლეობის აღწერები პერიოდულია, ვინაიდან იგი ხორციელდება ყოველ ათ წელიწადში ერთხელ.

ერთდროული სტატისტიკური დაკვირვება საჭიროების მიხედვით ტარდება. ასეთია მრავალწლიანი ნარგავების აღწერა, მოწყობილობის გამოყენებაზე ერთდროული დაკვირვებანი და სხვა.

შესასწავლი ერთობლიობის ერთეულთა მომცველობის ხარისხის მიხედვით სტატისტიკური დაკვირვება არის **მთლიანი და არამთლიანი.** თავისთავად არამთლიანი (არასრული) დაკვირვება ოთხი სახისაა: **ძირითადი მასივის, შერჩევითი, მონოგრაფიული** და **საანკეტო. მთლიანი (სრული) დაკვირვების** დროს შესწავლას ექვემდებარება ერთობლიობის ყველა ერთეული, ხოლო არასრული დაკვირვებისას – მისი მხოლოდ გარკვეული ნაწილი. მაგალითად, მოსახლეობის 1989 წლის აღწერა ჩატარდა როგორც სრული, ასევე არასრული, კერძოდ შერჩევითი დაკვირვებით. ამის მიხედვით განსხვავებული იყო პროგრამებიც.

ძირითადი მასივის დაკვირვება არამთლიანი დაკვირვების ისეთი სახეობაა, რომლის დროსაც შეისწავლება ერთობლიობის ერთეულთა ნაწილი, რომელსაც მნიშვნელოვანი ხვედრითი წილი უჭირავს მთელს ერთობლიობაში. მაგალითად, ბაზრებზე საშუალო ფასების დასადგენად შეისწავლება ქალაქის მსხვილი ბაზრების ფასები და მას ავრცელებენ მთელს ერთობლიობაზე. მიღებული მასალა საიმედოა, ვინაიდან მართალია აღებულ ქალაქებს რაოდენობით მცირე ხვედრითი წილი უჭირავთ ქალაქების საერთო რაოდენობაში, მაგრამ მოსახლეობის რიცხოვნობით დიდად სჭარბობენ დანარჩენ ქალაქებს. ამასთან, თითოეულ ქალაქში შეისწავლიან არა ყველა ბაზრის ფასებს, არამედ მსხვილი ბაზრების ფასების დონეს, იმ ბაზრებისას რომლებსაც საქონელბრუნვით დიდი ხვედრითი წილი უჭირავს ქალაქის ვაჭრობის საერთო მოცულობაში.

შერჩევითი დაკვირვება არასრული დაკვირვების ყველაზე გავრცელებული სახეობაა. ის გულისხმობს მთლიანი ერთობლიობიდან ნაწილის შემთხვევითი წესით ამორჩევას და შესწავლის შედეგების გავრცელებას მთელს ერთობლიობაზე. ვინაიდან შერჩევა შემთხვევითია, ამიტომ შედეგები არაა დამოკიდებული სუბიექტზე და წარმოადგენენ მთელი ერთობლიობისათვის დამახასიათებელ

სიდიდეებს. მაგალითად, მოსახლეობის საბიუჯეტო გამოკვლევებისას სოფლის მცხოვრებთა შემოსავლებისა და გასავლების დასადგენად აიღებენ მათ გარკვეულ ნაწილს და შედეგებს ავრცელებენ მოცემული ტერიტორიის ყველა ერთეულზე.

არამთლიანი დაკვირვების განსაკუთრებული სახეობაა **მონოგრაფიული დაკვირვება**, რომლის დროსაც დაწვრილებით აღიწერება ერთობლიობის ცალკეული, მაგრამ ტიპური ერთეულები. მაგალითად, მოწინავე გამოცდილების გავრცელების მიზნით შეისწავლიან ცალკეული წარმატებული ფირმების ან სხვათა საქმიანობას და ა.შ.

არამთლიანი დაკვირვების ერთ-ერთი სახეობაა, აგრეთვე, **საანკეტო დაკვირვება**. მისი არსი ისაა, რომ ყველა პიროვნებას ან ორგანიზაციას დაეგზავნება ანკეტები, რომლებიც შეიცავს გარკვეულ კითხვარებს. ვინაიდან, როგორც წესი, ამ კითხვარებზე პასუხის გაცემა ნებაყოფლობითია, ამიტომ ანკეტების მხოლოდ ნაწილი ივსება და ბრუნდება უკან. ამის გამო ეს დაკვირვება არასრულ სახეს ღებულობს. ვინაიდან კითხვარებზე პასუხის გაცემის სიზუსტე ძნელად დასადგენია, ამიტომ დაკვირვების ეს სახეობა მხოლოდ იმ შემთხვევებში გამოიყენება, როდესაც არა გვაქვს მონაცემების მიღების სხვა უფრო საიმედო წყარო. საანკეტო დაკვირვება გამოიყენება სოციოლოგიურ გამოკვლევებში, ბიბლიოთეკებში მკითხველთა გამოსაკითხავად და ა.შ.

4. დაკვირვების მეთოდები

სტატისტიკური დაკვირვება ტარდება გარკვეული ხერხებით ანუ მეთოდებით. ესენია: **უშუალო, დოკუმენტური** და **გამოკითხვა**. **უშუალო** დაკვირვება ისეთი ხერხია, როდესაც დამკვირვებელი თვითონ მიდის და უშუალოდ აღწერს, შეისწავლის დაკვირვების ერთეულს. მაგალითად, დეფიციტური მასალების, მრავალწლიანი ნარგავების რაოდენობის დასადგენად

უპირობესია უშუალო ხერხის გამოყენება, ვიდრე გამოკითხვა, ვინაიდან შესაძლებელია ამ უკანასკნელის დროს მივიღოთ არასწორი, ტენდენციური მასალა.

დაკვირვების დოკუმენტური ხერხი გულისხმობს მომხდარი ფაქტების ჩაწერას დოკუმენტებში. ასეთია, მაგალითად, ჩანაწერები პროდუქციის გამოშვების, მუშათა სამუშაოზე გამოცხადების, დაბადების, მოკვდაობის და სხვათა შესახებ.

გამოკითხვა დაკვირვების მეთოდებს შორის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ადგილს იჭერს. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის გამოკითხვა აღწერების დროს და სხვ. თვით გამოკითხვა შეიძლება იყოს **კორესპონდენტული, საექსპედიციო და თვითრეგისტრაციული.**

კორესპონდენტულის დროს ბლანკების შევსება წარმოებს სპეციალურად გამოყოფილი კორესპონდენტების მეშვეობით. ეს წესი ნაკლებ დროს მოითხოვს, მაგრამ არ იძლევა მიღებული მასალის საიმედოობის გარანტიას.

საექსპედიციო ხერხი გულისხმობს გამოსაკითხავად ექსპედიციების მოწყობას, რომელიც მოითხოვს შედარებით დიდ დროსა და ხარჯებს, მაგრამ სამაგიეროდ მიღებული მასალა მაღალხარისხოვანია.

კიდევ უფრო ეკონომიურია **თვითრეგისტრაცია,** მაგრამ იგი შეიძლება მხოლოდ განსაკუთრებულ შემთხვევებში იქნეს გამოყენებული. კერძოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც კითხვარები მარტივია და გამოსაკითხავ პირებს შეუძლიათ მათზე სწორი პასუხების გაცემა. მაშასადამე, თითოეულ ხერხს გააჩნია გამოყენების შესაბამისი პირობები და სფეროები.

5. დაკვირვების პროგრამულ-მეთოდოლოგიური საკითხები

სტატისტიკური დაკვირვებანი ტარდება შესაბამისი გეგმით, რომელიც მოიცავს როგორც პროგრამულ-მეთოდოლოგიურ, ასევე ორგანიზაციულ საკითხებს.

პროგრამულ-მეთოდოლოგიურ საკითხებში შედის: დაკვირვების მიზანი და ამოცანები, ობიექტი და ერთეული, დაკვირვების პროგრამა.

ყოველგვარი სტატისტიკური დაკვირვება იწყება მისი მიზნისა და ამოცანების განსაზღვრით. მაგალითად, მოსახლეობის საბიუჯეტო გამოკვლევების მიზანი და ამოცანებია დაადგინოს მუშების, მოსამსახურეებისა და სხვა სოციალური ფენების შემოსავლები წყაროების მიხედვით, აგრეთვე გასავლები მიზნისა და მიმართულებების ჩვენებით და ა.შ. მოსახლეობის აღწერების მიზანია დაადგინოს მოსახლეობის რიცხოვნობა და შემადგენლობა სხვადასხვა ნიშნების (ეროვნების, სქესის, ასაკის, მოსაქმეობის და ა.შ.) მიხედვით მთელი ქვეყნისა და აგრეთვე ცალკეული ტერიტორიული ერთეულების მასშტაბით.

დაკვირვების მიზანი პირდაპირ განსაზღვრავს მის **ობიექტსა და ერთეულს. დაკვირვების ობიექტი ეწოდება** გამოსაკვლევ სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებს. მაგალითად, მოსახლეობის აღწერისას ობიექტია მოსახლეობა, მრავალწლიანი ნარგავების აღწერისას – მრავალწლიანი ნარგავები და ა.შ. ხშირად აუცილებელია განისაზღვროს ობიექტის საზღვრები, რისთვისაც სარგებლობენ ე.წ. ცენზით. **ცენზი** ეწოდება ობიექტის საზღვრების მაჩვენებელ წინასწარ დაწესებულ ნიშნებს. მაგალითად, მოსახლეობის აღწერისას უნდა განისაზღვროს რომელი მიეკუთვნება ქალაქს,ქალაქის ტიპის დასახლებას,ან სოფელს და ა.შ. მაგალითად, ზოგჯერ ქალაქს მიაკუთვნებენ ტერიტორიას, რომლის მოსახლეობის რიცხოვნობა 2.0 ათასზე მეტია და აქედან 60% მუშები, მოსამსახურეები და მათი ოჯახის წევრებია.

ობიექტის განსაზღვრის შემდეგ ადვილი დასადგენია **დაკვირვების ერთეული**. აქ უნდა განვასხვაოთ **ერთობლიობის ერთეული** და **დაკვირვების ერთეული. ერთობლიობის ერთეული ეწოდება** ობიექტის პირველად ელემენტს, რომელიც ატარებს გამოკვლევის მიზნის შესაბამის ნიშანს. დაკვირვების ერთეული კი ერთობლიობის პირველადი

უჯრედია, საიდანაც უნდა ავიღოთ საჭირო მონაცემები. მრავალწლიანი ნარგავების აღწერისას ერთობლიობის ერთეულია თვით მრავალწლიანი ნარგავი (ვაშლი, ატამი, კომში და სხვა), ხოლო დაკვირვების ერთეულია შინამეურნეობა. ერთობლიობის ერთეული და დაკვირვების ერთეული ზოგჯერ ერთმანეთს ემთხვევა. მაგალითად მოსახლეობის აღწერისას კერძო მეურნეობაში დასაქმებულთა რაოდენობის დასადგენად გამოკითხული შინამეურნეობის შრომისუნარიანი წევრი ერთსა და იმავე დროს ერთობლიობის ერთეულიცაა და დაკვირვების ერთეულიც.

დაკვირვების პროგრამა იმ კითხვართა ჩამონათვალია, რომლებსაც მიზნის შესაბამისად უნდა გაეცეს პასუხები. მაგალითად, მოსახლეობის აღწერისას პროგრამა მოიცავს შემდეგ კითხვებს: სქესი, ასაკი, ეროვნება, განათლება, საქმიანობა და ა.შ.

6. დაკვირვების ორგანიზაციული საკითხები

დაკვირვების ორგანიზაციული საკითხები მოიცავს დაკვირვების **ადგილის, დროისა** და **ვადების** დადგენას, კადრების შერჩევასა და მომზადებას, მათ ინსტრუქტაჟს, ფორმულარების შედგენას, მათ დაგზავნასა და სხვა საკითხებს.

დაკვირვების ადგილი არის ის ტერიტორიული პუნქტი, სადაც უშუალოდ ტარდება რეგისტრაცია. ამიტომ ხშირად დაკვირვების ადგილი ემთხვევა დაკვირვების ერთეულის ადგილმდებარეობას. ზოგჯერ კი განსხვავებულია. მაგალითად, დადგენილია, რომ მოსახლეობის აღწერა უნდა ჩატარდეს არა სამუშაო, არამედ საცხოვრებელი ადგილის მიხედვით. ამიტომ იმ შემთხვევაში, როდესაც პიროვნება არ მუშაობს საცხოვრებელ ადგილზე, დაკვირვების ადგილი განსხვავებულია ერთობლიობის ერთეულის ადგილმდებარეობისაგან.

დაკვირვების ორგანიზაციული საკითხებიდან ერთ-ერთი მნიშვნელოვანია **დაკვირვების დროისა** და ჩატარების

ვადების განსაზღვრა. განასხვავებენ **სუბიექტურ** და **ობიექტურ დროს**. სუბიექტური დრო ეწოდება დროის იმ ინტერვალს, რომლის განმავლობაში ტარდება დაკვირვება, ფაქტების რეგისტრაცია. დაკვირვების დასაწყისშივე განისაზღვრება დროის ინტერვალი და ვადები (დაწყება და დამთავრება).

დაკვირვების ობიექტური დრო ეწოდება იმ დროს, რომელსაც ეკუთვნის აღებული მონაცემები. ეს დრო შეიძლება იყოს დროის განსაზღვრული პერიოდი (მაგალითად, პროდუქციის გამოშვება ყოველთვის დროის განსაზღვრულ ინტერვალს განეკუთვნება, ცვლა, დღე-ღამე, დეკადა, თვე, კვარტალი, წელი და ა.შ.) ან გარკვეული მომენტი. მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა, პირუტყვის სულადობა წლის დასაწყისში და ა.შ.

დროის მომენტს, რომლის მდგომარეობის მიხედვით ვახდენთ ფაქტების რეგისტრაციას, **ეწოდება დაკვირვების კრიტიკული მომენტი**. მაგალითად, მოსახლეობის 2002 წლის აღწერა ჩატარდა იმავე წლის 16-17 იანვრის ღამის 12 საათის მდგომარეობის მიხედვით, ე.ი. ეს მომენტი წარმოადგენდა კრიტიკულ მომენტს. ეს იმას ნიშნავდა, რომ ღამის 12 საათამდე ახლად დაბადებულნი მოხვდებოდნენ აღწერაში, ხოლო გარდაცვლილები არ ჩაითვლებოდნენ აღწერის ერთეულებად. ე.ი. კრიტიკული მომენტი უზრუნველყოფს მოსახლეობის რიცხოვნობის გარკვეულ ფოტოგადაღებას, რაც განაპირობებს მასალის შესადარისობას მთელი ქვეყნის მასშტაბით.

დაკვირვების ორგანიზაცია მოიცავს, აგრეთვე, **ინსტრუქციის** შედგენასა და დაგზავნას. როგორი მარტივი და ნათელიც არ უნდა იყოს პროგრამისეული კითხვარები, მაინც საჭიროა მათზე პასუხის გაცემის მეთოდების, წესების ჩამოყალიბება შესაბამის დოკუმენტში, რომელსაც **ინსტრუქცია ეწოდება**. მაგალითად, იმ შემთხვევაში, როცა დედ-მამა სხვადასხვა ეროვნებისაა და ჭირს ბავშვების ეროვნების განსაზღვრა, მოსახლეობის აღწერის ინსტრუქციაში

მითითებულია რომ ბავშვებისათვის ჩაიწერება დედის ეროვნება, ხოლო ენა – რომელზედაც ჩვეულებრივად ლაპარაკობენ ოჯახში.

დაკვირვების პირველადი მასალა ჩაიწერება განსაკუთრებულ დოკუმენტებში, რომელსაც **ფორმულარი ეწოდება.** ფორმულარი შეიძლება იყოს **ინდივიდუალური** (მასში ჩაიწერება მხოლოდ ერთი ერთეულის კითხვარის პასუხები) და **სიობრივი** (ერთ ფორმულარში ჩაიწერება დაკვირვების რამდენიმე ერთეულის კითხვების პასუხები). ამ უკანასკნელს უპირატესობა გააჩნია მანქანური დამუშავების გამოყენების მიზნით.

7. დაკვირვების შეცდომები და მასალის კონტროლის ხერხები

სტატისტიკური დაკვირვების მასალის აღებისას დაიშვება გარკვეული უზუსტობანი, რომელსაც დაკვირვების **შეცდომებს ვუწოდებთ.** ეს შეცდომები ორი სახისაა: **რეგისტრაციისა და რეპრეზენტატივობის შეცდომები. რეგისტრაციის შეცდომა** ეწოდება ფაქტის არასწორ ჩაწერას. ამიტომ ის შეიძლება დაშვებულ იქნეს ყოველთვის, როგორც სრული, ასევე არასრული დაკვირვების დროს.

რეგისტრაციის შეცდომა შეიძლება თავისთავად იყოს ორი სახის: **შემთხვევითი** და **სისტემატური. შემთხვევითი** შეცდომა შეიძლება დაშვებულ იქნეს ბლანკის შევსებისას გადიდების ან შემცირების მიმართულებით. ამიტომ საერთო ჯამში ისინი ერთმანეთს აბათილებენ და კანონზომიერების ჩამოყალიბებაზე დიდ გავლენას ვერ ახდენენ. უფრო საშიშია **სისტემატური** შეცდომები, რომლებიც დაიშვება სისტემატურად რომელიმე ერთი მიმართულებით, მაგალითად, ყოველთვის შემცირების ან ყოველთვის გადიდების მიმართულებით.

სისტემატური შეცდომები შეიძლება იყოს **წინასწარგანზრახვითი, ტენდენციური** (კერძო

საკუთრებაში პირუტყვის აღწერისას მოქალაქეები ყოველთვის ცდილობენ შემცირებული რიცხვი უჩვენონ) და **არაწინასწარგანზრახვითი,** რომელიც დაიშვება, ვთქვათ, საზომი ხელსაწყოს უწესივრო მდგომარეობით და ა.შ.

რეპრეზენტაციის შეცდომა წარმომადგენლობითი შეცდომაა. იგი დაიშვება მხოლოდ არასრული დაკვირვებისას, მაშინ,როდესაც გამოკვლეული ნაწილი არაა ტიპური,სწორი (რეპრეზენტატიული) წარმომადგენელი მთელი ერთობლიობისა.

დაკვირვებისას დაშვებული მოსალოდნელი შეცდომების გამო საჭიროა მიღებული მასალის კონტროლი, რისთვისაც არსებობს ორი მეთოდი: **არითმეტიკული** და **ლოგიკური** კონტროლი. არითმეტიკული გულისხმობს ჯამების (ცხრილების სვეტებისა და სტრიქონების ჯამი ერთმანეთს უნდა ემთხვეოდეს) შემოწმებას და უზუსტობის აღმოფხვრას. ლოგიკური კონტროლი გულისხმობს მასალაში არალოგიკური მონაცემების გამოვლენასა და გასწორებას. მაგალითად, შეიძლება წლოვანებაში ეწეროს 10, ხოლო განათლებაში – უმაღლესი. რომელი მათგანია სწორი? ამისათვის საჭიროა სხვა კითხვების მოშველიება. თუ სხვა კითხვაში ჩანს, რომ გათხოვილი ან ცოლიანია, მაშინ ასაკია არასწორად ჩაწერილი და ა.შ.

8. სტატისტიკური დაკვირვების გამოყენების პრაქტიკა საბაზრო ეკონომიკის პირობებში

სტატისტიკურ დაკვირვებას ფართო გამოყენება აქვს საბაზრო ეკონომიკის პირობებში. არ არსებობს არცერთი ეკონომიკურ-სტატისტიკური გამოკვლევა, რომლის პირველ და აუცილებელ სტადიას არ წარმოადგენდეს სტატისტიკური დაკვირვება. ამ სტადიაზე უნდა შეგროვდეს უტყუარი, საიმედო და სრულყოფილი სტატისტიკური ინფორმაცია შესაბამისი მოვლენებისა და პროცესების წარსულის, აწმყოსა და მომავლის

შესახებ. ეს აუცილებელია ეკონომიკურ-სტატისტიკური გამოკვლევების მეორე (მასალის თავმოყრა-დაჯგუფების) და მესამე (ანალიზის) სტადიებზე ობიექტური, სწორი და ადექვატური სურათის წარმოსახვისათვის. ყველაფერი ეს კი აუცილებელია საბაზრო ურთიერთობათა განვითარების სწორი სტრატეგიისა და ტაქტიკის შემუშავებისათვის. მრავალ სოციალურ-ეკონომიკურ საკითხთა შორის, რომელთა შესწავლისათვის გამოიყენება სტატისტიკური დაკვირვება აღსანიშნავია **მოსახლეობის აღწერები, შინამეურნეობათა გამოკვლევები, სარეგისტრაციო დაკვირვება, ანგარიშგებიანობა და სხვა.**

საბაზრო ეკონომიკის პირობებში ქვეყნის განვითარების სწორი ეკონომიკური პოლიტიკის შემუშავებისა და მისი განხორციელებისათვის საჭიროა მოსახლეობის რიცხოვნობის, შემადგენლობის, მოძრაობის (ბუნებრივი და მექანიკური), აგრეთვე ასაკის, განათლების, არსებობის ეკონომიკური საშუალებებისა და სხვათა შესახებ უტყუარი და სწორი ინფორმაციის არსებობა. ამ მიზნებით, როგორც ზემოთ აღინიშნა, ყოველ ათ წელიწადში ერთხელ შესაბამისი პროგრამით ტარდება მოსახლეობის საყოველთაო აღწერები. მოსახლეობის საყოველთაო აღწერა, ანუ მოსახლეობის შესახებ პირველადი ინფორმაციის შეგროვება, მოსახლეობის მთლიანი ეკონომიკურ-სტატისტიკური გამოკვლევის პირველადი სტადიაა, რომელსაც ემსახურება სტატისტიკური დაკვირვება.

2002 წელს საქართველოში ჩატარდა მოსახლეობის ბოლო საყოველთაო აღწერა. მისი პროგრამა 17 კითხვას მოიცავდა. ესენია: 1) ნათესაური დამოკიდებულება შინამეურნეობაში პირველად ჩაწერილი პირისადმი; 2) სქესი; 3) დაბადების თარიღი; 4) დაბადების ადგილი; 5) მოცემულ დასახლებულ პუნქტში ცხოვრების უწყვეტობა; 6) ეროვნება; 7) მშობლიური ენა; 8) მოქალაქეობა; 9) სარწმუნოება; 10) დადის თუ არა სკოლამდელ დაწესებულებაში; 11) სწავლობს თუ არა ამჟამად; 12)განათლების დონე; 13) ქორწინება; 14) შვილიანობა; 15)

არსებობის საშუალებათა წყაროები; 16) ძირითადი საქმიანობის, ან შესრულებული სამუშაოს სრული დასახელება; 17) მუშაობის შესახებ.

პირველი კითხვა შინამეურნეობაში პირველად ჩაწერილი პირის მიმართ აფიქსირებს ნათესაურ დამოკიდებულებას, ანუ მის მიმართ შინამეურნეობაში არსებულ პირთა ნათესაურ დამოკიდებულებას, მათ შორისაა მეუღლე, შვილი, დედა, მამა, და, ძმა, რძალი, სიძე, დედამთილი, მამამთილი, სხვა ნათესავი, მოყვარე, არამოყვარე. **მეორე კითხვა** არკვევს შინამეურნეობაში მცხოვრებთა შორის რამდენია მამრობითი (მამაკაცი) და მდედრობითი (ქალი) სქესის ადამიანი. **მესამე კითხვა** წლოვანების გამომხატველია, რისთვისაც აფიქსირებს დაბადების წელს, თვეს, რიცხვს და შესრულებულ წელთა რაოდენობას. **მეოთხე**—არკვევს დაბადების ადგილს სახელმწიფოს, ქალაქისა და რაიონის მიხედვით. **მეხუთე კითხვა** არკვევს დაბადებიდან ცხოვრობს მოცემულ პუნქტში, თუ ჩამოსულია სხვა რომელიმე დასახლებული პუნქტიდან. თუ დაბადებიდან ცხოვრობს, რომელი წლიდან, ხოლო თუ სხვა საცხოვრებელი ადგილიდანაა ჩამოსული, რომელია მისი წინა საცხოვრებელი ადგილი. აქვეა სახელმწიფოს, ქალაქის და რაიონის დასახელება, სადაც ცხოვრობს ესა, თუ ის პირი და, აგრეთვე, არის თუ არა იძულებით ადგილნაცვალი. **ეროვნებაში ნაჩვენებია** რომელი ეროვნებისაა: ქართველის, აფხაზის, ოსის, აზერბაიჯანელის, რუსის, თუ სომეხის. **მოქალაქეობაში** აღინიშნება საქართველოს მოქალაქეობა, მოქალაქეობის გარეშეა, თუ სხვა სახელმწიფოს მოქალაქეა. **სარწმუნოებაში** დაფიქსირდება მართლმადიდებლური, კათოლიკური, სომხურ-გრიგორიანული, იუდეური, მაჰმადიანური, ან სხვა რომელიმე სარწმუნოება. **მეათე კითხვა** განკუთვნილია სკოლამდელთათვის და **მეთერთმეტე**—6 წლისა და უფროსი ასაკის პირთათვის. **მეთორმეტე კითხვას**, ანუ განათლების დონის პასუხებში მიეთითება უმაღლესი განათლებისაა ესა თუ ის პიროვნება, თუ უმაღლეს დაუმთავრებელი, საშუალო

პროფესიულის, დაწყებითი პროფესიულის, საშუალო სრული ზოგადის, საბაზო ზოგადის, არა აქვს დაწყებითი ზოგადი განათლება, მაგრამ შეუძლია წერა-კითხვა და, ბოლოს, წერა-კითხვის უცოდინარი. ამავე კითხვაში მიეთითება განათლების დონის შესაბამისი პროფესია და სამეცნიერო ხარისხის მქონეთათვის – მეცნიერებათა კანდიდატია, თუ მეცნიერებათა დოქტორი. **მეცამეტე** კითხვაში ქორწინების შესახებ უნდა გარკვეულიყო დაქორწინებულია, არასდროს არ ყოფილა ქორწინებაში, ქვრივია, თუ განქორწინებულია მოცემული პიროვნება. **მეთოთხმეტე** კითხვაში შვილიანობა განკუთვნილია 15 და მეტი ხნის, ანუ ფერტილური ასაკის დასაწყისიდან რამდენი შვილი შობა, მათგან რამდენია ცოცხალი. ცხოვრობს ცალკე და რამდენი შვილის ყოლას აპირებენ არსებულის ჩათვლით ქალები ფერტილურ (15-49 წ.წ.) ასაკში.

მეტად საინტერესოა მე-15 კითხვა, რომელიც სრულიად განსხვავებულია წინა აღწერების პროგრამისეულ კითხვარებთან შედარებით. ეს კითხვა ახასიათებს ეკონომიკურ საქმიანობას და მეტად საჭირო და აუცილებელია საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალი პერიოდისათვის. აქ მიეთითება დაქირავებით მუშაობისათვის ხელფასი ან სხვა რეგულარული ანაზღაურება, შემოსავალი საკუთარი საწარმოდან (მათ შორის მუშაკთა დაქირავებით და დაქირავების გარეშე), შემოსავალი ინდივიდუალური შრომითი საქმიანობიდან, შემოსავალი საკუთარი გლეხური (ფერმერული) საქმიანობიდან, შემოსავალი ძირითადი და დამხმარე მეურნეობიდან, შემოსავალი საკუთრებიდან და დანაზოგებიდან (მათ შორის საკუთარი საწარმოდან, რომლის მფლობელი არ მუშაობს), პენსია, სტიპენდია, უმუშევრობის შემწეობა, დახმარება (უმუშევრობის შემწეობის გარდა), სახელმწიფო უზრუნველყოფის სხვა სახე, სხვა პირთა კმაყოფაზე, ოჯახის დამხმარე წევრი არარეგულარული ანაზღაურებით, არარეგულარული, შემთხვევითი ანაზღაურება, შემოსავლების სხვა წყარო (მათ შორის ძირითადი წყარო). **ბოლო მეჩვიდმეტე** კითხვა განკუთვნილია 15 და

უფროსი ასაკის დაუსაქმებელ პირთათვის. ეს კითხვა არკვევს, ეძებს თუ არა სამუშაოს მოცემული პიროვნება. მუშაობდა თუ არა წინათ, შეუძლია თუ არა შეუდგეს მუშაობას უახლოეს ორ კვირაში და როდის განთავისუფლდა ბოლო სამუშაოდან.

საქართველოს მოსახლეობის 2002 წლის საყოველთაო აღწერა ჩატარდა 17 იანვრიდან 24 იანვრის ჩათვლით. აღწერის კრიტიკული მომენტი იყო 2002 წლის 16-17 იანვრის ღამის 12 საათი, რაც იმას ნიშნავდა, რომ საარწერო დოკუმენტაციაში არ უნდა შესულიყო ინფორმაცია კრიტიკული მომენტის შემდეგ დაბადებულთა და კრიტიკულ მომენტამდე გარდაცვლილთა შესახებ.

აღწერას დაექვემდებარა თითოეულ საცხოვრისში **მუდმივად** მცხოვრებნი, **დროებით** არ მყოფნი, **დროებით** მცხოვრებნი, პირნი, რომლებსაც არა აქვთ მუდმივი საცხოვრებელი ადგილი. მუდმივი მოსახლეობა ის მოსახლეობაა, რომელიც მუდმივად ცხოვრობს მოცემულ დასახლებულ პუნქტში, მიუხედავად იმისა თუ სად იმყოფებოდა იგი აღწერის კრიტიკულ მომენტში. **დროებით** მცხოვრებნი მოსახლეობის ის კატეგორიაა, რომელიც კრიტიკულ მომენტში იმყოფებოდა მოცემულ საცხოვრისში, მაშინ როცა მისი მუდმივი საცხოვრებელი ამ პუნქტის ტერიტორიის გარეთაა (იმ პირობით, რომ მისი ამ ტერიტორიაზე ცხოვრების ვადა არ უნდა აღემატებოდეს 12 თვეს). **დროებით არ მყოფნი** მოსახლეობის ის კატეგორიაა, რომელიც მუდმივად ცხოვრობს მოცემულ დასახლებულ პუნქტში, მაგრამ აღწერის კრიტიკულ მომენტში იმყოფებოდა ამ დასახლებული პუნქტის ფარგლებს გარეთ იმ პირობით თუ მისი არყოფნა არ აღემატებოდა 12 თვეს.

არსებობს, აგრეთვე მოსახლეობის მეოთხე კატეგორია, რომელსაც ეწოდება **სახეზე მყოფი მოსახლეობა**, რომელიც დაკვირვების პირველადი სტატისტიკური მასალის საფუძველზე გამოითვლება მუდმივი მოსახლეობისა და დროებით სახეზე მყოფი მოსახლეობის რიცხოვნობის შეჯამებით.

2002 წლის საქართველოს საყოველთაო აღწერის წინასწარი შედეგების მიხედვით მოსახლეობის რიცხოვნობამ შეადგინა დაახლოებით 4400 ათასი კაცი, რაც ერთი მილიონი კაცით ნაკლებია 1989 წლის მოსახლეობის რიცხოვნობაზე. ეს არის საქართველოში სამოქალქო ომის, გარდამავალი პერიოდის სიძნელეებისა და მოუქნელი, არასწორი ეკონომიკური პოლიტიკის გატარების შედეგი, რამაც უკანასკნელი 10-12 წლის მანძილზე გამოიწვია მოსახლეობის ბუნებრივი მატების მნიშვნელოვანი შემცირება და აქტიური შრომითი რესურსების უცხოეთში ემიგრირება.

შინამეურნეობათა გამოკვლევები, ანუ მოსახლეობის საბიუჯეტო გამოკვლევები, როგორც მას წინა პერიოდში უწოდებდნენ, მოსახლეობის სოციალურ-ეკონომიკური მდგომარეობის დასახასიათებლად გამოიყენება. საქართველოში ამ კვლევებს ხანგრძლივი ისტორია აქვს. იგი ჯერ კიდევ მე-20 საუკუნის დასაწყისიდან გამოიყენებოდა მოსახლეობის წლიური შემოსავლებისა და დანახარჯების დასადგენად. საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტმა საბაზრო ეკონომიკის პირობების შესაბამისად მსოფლიო ბანკის დაფინანსებით, აგრეთვე, კანადის სტატისტიკური სამსახურის დახმარებით, 1995-1997 წლებში შეიმუშავა და დანერგა შინამეურნეობათა გამოკვლევის ახალი, თანამედროვე საერთაშორისო სტანდარტების შესაბამისი სისტემა. **შინამეურნეობათა გამოკვლევები** არამთლიანი დაკვირვების ერთ-ერთი სახეობაა. ის ტარდება შერჩევითი[1] დაკვირვების გზით. საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტმა უკანასკნელ წლებში მეტად მნიშვნელოვანი სამუშაოები ჩაატარა მოსახლეობის შინამეურნეობათა საბიუჯეტო და სხვა სახის გამოკვლევების დარგში. ამ მიზნით, როგორც საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო

[1] შემდგომში შერჩევითი დაკვირვება სტატისტიკის თეორიის კურსში ცალკე, დამოუკიდებელ თემად იქნება განხილული.

დეპარტამენტი იტყობინება[1], "შერჩევა ორსაფეხურიანი, სტრატიფირებული პროცედურით განხორციელდა. პროცედურის პირველ საფეხურზე მოხდა პირველადი შერჩევითი ერთეულების – სააღწერო უბნების შერჩევა: საქართველოს მოსახლეობის 1989 წლის საყოველთაო აღწერის უწყისებით შეიქმნა სააღწერო უბნების მონაცემთა ძირითადი ბაზა მათი იდენტიფიკატორების, მოსახლეობის სულადობისა და მისამართების რაოდენობის ჩვენებით. ამ აღწერის მონაცემების მიხედვით საქართველოს ტერიტორია დაახლოებით 1200 სააღწერო უბნად იყო დაყოფილი, 1.3 მილიონამდე შინამეურნეობებით". აღნიშნული გამოკვლევების შედეგად მიღებული იქნა მოსახლეობის ასაკობრივ-სქესობრივი სტრუქტურის, განათლების, შინამეურნეობების საყოფაცხოვრებო სათავსოების, წყლის, ენერგიისა და საკომუნიკაციო სისტემებით, საცხოვრებლის საერთო ფართობით, ხანგრძლივი მოხმარების საგნებით უზრუნველყოფის შესახებ, აგრეთვე, მიწათმოქმედების სტრუქტურის, სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციის საერთო მოსავლის, მიწათმოქმედების პროდუქტების პირველადი გადამუშავების, 15 წელზე მეტი ასაკის მოსახლეობის ეკონომიკური სტატუსის (ეკონომიკურად აქტიური მოსახლეობა, აქედან მომუშავე, დაქირავებული, თვითდასაქმებული, უმუშევარი, რეგისტრირებული, არარეგისტრირებული და ა.შ.) მიხედვით განაწილების, მოსახლეობის საშუალო თვიური შემოსავლებისა და ხარჯების, აგრეთვე სხვა მაჩვენებელთა მდიდარი სტატისტიკური მასალა. ასეთი დაკვირვების მასალა საშუალებას იძლევა დავახასიათოთ მოსახლეობის სოციალურ-ეკონომიკური მდგომარეობა წლების მიხედვით, რაც სახელისუფლებო შტოებში შესაბამისი ეკონომიკური პოლიტიკის გატარების მნიშვნელოვანი საფუძველია. ამ მასალებით, მაგალითად, საქართველოს მოსახლეობის შემოსავლების სტრუქტურა ასეთ სურათს იძლევა:

---

[1] საქართველოს შინამეურნეობები, სტატისტიკური კრებული, თბ., 2002., გვ. 2

საქართველოში მოსახლეობის საშუალო თვიური შემოსავლების სტრუქტურა[1] (%)

ცხრილი №1

შემოსავლების დასახელება \ წლები	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ფულადი შემოსავლები და ტრანსფერები	49.6	63.6	63.6	62.7	61.9	67.9
დაქირავებული შრომიდან	17.4	12.6	25.2	25.5	25.1	27.4
თვითდასაქმებიდან	14.5	18.9	13.4	8.9	12.4	12.6
სოფ. მეურნეობის პროდუქციის გაყიდვიდან	10.0	12.5	12.6	15.8	12.0	11.1
ქონების (გაქირავებიდან, პროცენტი ანაბრიდან)	0.4	0.1	0.4	0.7	0.7	0.8
პენსიები და დახმარებები	4.7	5.8	5.8	4.6	4.9	6.4
უცხოეთიდან მიღებული გზავნილები	1.5	1.1	2.5	3.2	2.1	4.4
ახლობლებისაგან მიღებული ფული	1.2	1.6	3.7	4.0	4.7	5.0
სხვა ფულადი სახსრები	14.9	8.9	14.7	13.2	15.4	9.7
ქონების გაყიდვა	6.5	3.7	6.2	3.8	4.0	3.6
ფულის სესხები ან დანაზოგის გამოყენება	8.5	5.1	8.5	9.3	11.4	6.0
სულ ფულადი სახსრები	64.5	72.4	78.2	75.8	77.3	77.5
არაფულადი შემოსავლები	35.5	27.6	21.8	24.2	22.7	22.5
სულ შემოსავლები	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

როგორც ჩანს, 1996 წლიდან 2001 წლის ჩათვლით საერთო შემოსავლებში შემცირდა არაფულადი შემოსავლების (საკუთარი მოხმარებისათვის წარმოებული, ჰუმანიტარული დახმარებით, ან ახლობლებისაგან მიღებული პროდუქციის ღირებულება, რაც იანგარიშება განსახილველი პერიოდის საშუალო ფასებით) ხვედრითი წილი (35.5% -დან 22.5 % -მდე) და შესაბამისად, გაიზარდა ფულადი შემოსავლების ხვედრითი წილი. ეს იმას ნიშნავს, რომ საბაზრო ეკონომიკა თანდათანობით იკიდებს ფეხს საქართველოს ეკონომიკაში. ამაზე ისიც მეტყველებს, რომ დაქირავებული შრომიდან შემოსავლების ხვედრითი წილი აღნიშნულ პერიოდში გაიზარდა 17.4%-დან 27.4%-მდე, რაც სწორედ საბაზრო

[1] საქართველოს შინამეურნეობები, სტატისტიკური კრებული. თბ., 2002., გვ. 194

ეკონომიკისთვისაა დამახასიათებელი. საშუალო თვიურმა შემოსავლებმა ლარებში შინამეურნეობის ერთ სულზე შეადგინა 1996 წელს 42.4, 1997 წელს 46.6, ხოლო 2001 წელს – 50.1. ეს მაჩვენებელი ამ პერიოდში, როგორც ჩანს გაიზარდა, მაგრამ მაინც საარსებო მინიმუმზე თითქმის ორჯერ ნაკლებია, რაც იმაზე მეტყველებს, რომ გამოკვლეული შინამეურნეობები საშუალოდ ყველა ღარიბია და თითქმის სილატაკის მატარებელი.

საინტერესო სურათი გამოავლინა შინამეურნობებზე სტატისტიკურმა დაკვირვებამ სამომხმარებლო და არასამომხმარებლო ხარჯების დინამიკაში 1996-2001 წლებში. ამ პერიოდში შინამეურნეობების ერთ სულზე სამომხმარებლო ხარჯები (ხარჯები სურსათზე, სასმელზე, თამბაქოს ნაწარმზე, ტანსაცმელსა და ფეხსაცმელზე, საოჯახო მოხმარების საქონელზე, ჯანმრთელობის დაცვაზე, სათბობსა და ელექტროენერგიაზე, ტრანსპორტზე, განათლებასა, კულტურასა და დასვენებაზე) და არასამომხმარებლო (სასოფლო-სამეურნეო ხარჯები, ტრანსფერტებზე, დაზოგვასა და გასესხებაზე) ხარჯები მთლიანად გაიზარდა 62.4 ლარიდან 70.9 ლარამდე. ეს იმას ნიშნავს, რომ გაღარიბების პროცესი უმთავრესად, ჩვენს ქვეყანაში სოფლის ხარჯზე წარიმართა. აქედან, ცხადია, თუ არ შეიცვალა ასეთი ტენდენცია, საქართველოში სოფლის მოსახლეობა კიდევ უფრო გაღატაკდება. ასეთი მეტად მნიშვნელოვანი და საჭირო ინფორმაცია შეიძლება მივიღოთ სტატისტიკური დაკვირვების პრაქტიკულად გამოყენების გზით მოსახლეობის სოციალურ-ეკონომიკური მდგომარეობის შესწავლისა და მის საფუძველზე მოქნილი ეკონომიკური პოლიტიკის გატარების მიზნით მთელს ქვეყანასა და მის ცალკეულ რეგიონებში.

სტატისტიკური დაკვირვების ორი ორგანიზაციული ფორმის, ანგარიშგებისა და **სპეციალურად ორგანიზებული სტატისტიკური დაკვირვების** გვერდით საბაზრო ეკონომიკამ გამოავლინა კიდევ ერთი ფორმა, რომელსაც

სარეგისტრაციო დაკვირვება ეწოდება. დაკვირვების ეს ფორმა რეგისტრის შემოღებას ემყარება. რეგისტრი დაკვირვების ერთეულის მაჩვენებელთა აღრიცხვის სისტემაა, რომლის მიზანია საღრიცხვო-სტატისტიკური ინფორმაციის შეგროვება და გამოყენება სახელმწიფოებრივი და სხვა ინტერესების მართვისათვის. რეგისტრში ერთობლიობის თითოეული ერთეული ხასიათდება მაჩვენებელთა სისტემით, რომლის ნაწილი უცვლელია მთელი დაკვირვების პერიოდისათვის და ფიქსირდება მხოლოდ ერთხელ, ხოლო მეორე ნაწილი ცვალებადია და ფიქსირდება თითოეულის ცვალებადობა დაკვირვების დამთავრებამდე. როგორც ცვალებადი, ისე უცვლელი მაჩვენებლები და მახასიათებლები ინახება მთელი ერთობლიობის დაკვირვების დამთავრებამდე.

სტატისტიკოსები ასახელებენ ორი სახის სარეგისტრაციო დაკვირვებას: **მოსახლეობის სარეგისტრაციო დაკვირვება და საწარმოთა, ორგანიზაციების სარეგისტრაციო დაკვირვება.**

მოსახლეობის რეგისტრი ქვეყნის მცხოვრებთა ჩამონათვალია. რეგისტრში შეიტანება მოსახლეობის შესწავლისათვის ისეთი ნიშნები, როგორიცაა სქესი, დაბადების თარიღი, დაბადების ადგილი, ქორწინება და სხვა. როგორც წესი, ისეთი ნიშნები შეიტანება მოსახლეობის რეგისტრში, რომელთა ცვალებადობა დოკუმენტალურადაა გაფორმებული. რეგისტრში ფიქსირდება თითოეულ დაბადებულზე და უცხოეთიდან ჩამოსულზე შესაბამისი მონაცემები. სიკვდილიანობის შემთხვევაში ან უცხოეთში წასვლასთან დაკავშირებული მონაცემები ამოიღება რეგისტრიდან.

საწარმოებისა და ორგანიზაციების სარეგისტრაციო დაკვირვება ხორციელდება რეგიონალურ ჭრილში და აერთიანებს ყველა საწარმოსა და ორგანიზაციას ფორმის მიუხედავად. ამ ბაზაზე იქმნება საწარმოებისა და ორგანიზაციების ერთიანი სახელმწიფო რეგისტრი (სოესრ). ეს სისტემა გაცილებით მეტ და უფრო სრულყოფილ სტატისტიკურ ინფორმაციას იძლევა, ვიდრე დაკვირვების

სხვა ფორმები. რეგისტრი მოიცავს შემდეგი სახის ინფორმაციას: რეგისტრაციის შექმნის დროს, საწარმოს (ორგანიზაციის) დასახელებას, მის ორგანიზაციულ-სამართლებრივ ფორმას, სტრუქტურას, ეკონომიკური საქმიანობის სახეობას, სუბიექტის სარეგისტრაციო კოდს, საწარმოს (ორგანიზაციის) დარგობრივ და ტერიტორიალურ კუთვნილებას, დამფუძნებელთა და ფაქსის ნომრებს და ყველა სახის ეკონომიკურ მაჩვენებლებს (მომუშავეთა საშუალო-სიობრივ რიცხვს, ძირითადი და საბრუნავი კაპიტალის ღირებულებას, საწესდებო ფონდს, საფინანსო-საბანკო მაჩვენებლებს და სხვა).

სარეგისტრაციო დაკვირვების სამსახურები იქმნება ქვეყნის ადმინისტრაციულ-ტერიტორიალური ქვედანაყოფების მიხედვით. საქართველოში ასეთი ქვედანაყოფებია ადმინისტრაციული რაიონები, სამხარეო (კახეთი, შიდა ქართლი, ქვემო ქართლი, სამცხე-ჯავახეთი, აჭარა, გურია, სამეგრელო, იმერეთი და ა.შ.) ადმინისტრაციულ-ტერიტორიული ქვედანაყოფები.

თითოეული ადმინისტრაციულ-ტერიტორიული ერთეულის სარეგისტრაციო დაკვირვების ორგანო აერთიანებს მის ტერიტორიაზე არსებულ ყველა საწარმოსა და ორგანიზაციას და ვალდებულია აწარმოოს რეგიონალურ დონეზე ყოველგვარი ინფორმაციის შეტანა სათანადო რეგისტრებში, დაამუშაოს საინსტრუქციო-მეთოდური და პროგრამულ-ტექნოლოგიური დოკუმენტები, სამუშაოთა კოორდინაცია და კონტროლი, საწარმოთა კოორდინაცია და კონტროლი, სხვადასხვა უწყებებს დაქვემდებარებულ საწარმოთა და ორგანიზაციათა ურთიერთქმედება და სხვა.

სარეგისტრაციო დაკვირვება იძლევა მთლიანი და ყოვლისმომცველი ინფორმაციის შემცველი მონაცემების შეგროვების საშუალებას, რაც ერთობ საჭირო და აუცილებელია საბაზრო ეკონომიკის პირობებში ქვეყნის სოციალურ-ეკონომიკური მდგომარეობის შესწავლისა და პროგნოზირებისათვის.

სტატისტიკური დაკვირვების გამოყენების პრაქტიკა. როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები, მოიცავს სტატისტიკური დაკვირვების ისეთ მეტად გავრცელებულ ფორმას, როგორიცაა **ანგარიშგებიანობა** (მისი დახასიათება მოცემულია ამ თემის მე-2 პარაგრაფში). ამ ფორმამ კიდევ უფრო მეტი მნიშვნელობა შეიძინა საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში. დებულებაში საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის შესახებ[1] მითითებულია: დეპარტამენტის ერთერთ ძირითად ამოცანას სხვა ამოცანებთან ერთად წარმოადგენს „პირველადი სტატისტიკური აღრიცხვისა და აღწერების ბლანკების შემუშავება და სათანადო ინსტრუქციული მასალების მომზადება, დამტკიცება და ტირაჟირება". მაგალითად, მიმდინარე სასწრაფო ყოველთვიური ანგარიში, ფორმა №1, რომელიც საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის მიერაა დამტკიცებული, პროდუქციის (საქონლისა და მომსახურების) გამოშვებას ასახავს. მასში მითითებულია, რომ საქართველოს ადმინისტრაციულ სამართალდარღვევათა კოდექსის 177-(2) მუხლის თანახმად სახელმწიფო საანგარიშგებო დისციპლინის დარღვევა, ე.ი. სტატისტიკური დაკვირვების პირველადი მონაცემების გაყალბება, დადგენილი ფორმითა და შესაბამის ვადაში მათი წარუდგენლობა გამოიწვევს დაჯარიმებას ორას ლარამდე. ფორმაში მითითებულია, აგრეთვე, რომ ეს ფორმა წარდგენილ უნდა იქნას მომდევნო თვის 4 რიცხვამდე ეკონომიკის ყველა დარგის, ნებისმიერი საკუთრებისა და ორგანიზაციულსამართლებრივი ფორმის დამოუკიდებელ ბალანსზე მყოფ მსხვილი, საშუალო და მცირე, აგრეთვე, ინდივიდუალური საწარმოების მიერ, ვინც იყენებს დაქირავებულ შრომას. ეს ფორმა მოიცავს შემდეგ მაჩვენებლებს: საქონლის გამოშვება და მომსახურება ფაქტიურ ფასებში დამატებული ღირებულების

---

1 იხ. საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის დებულება, თბ., 2001წ., გვ.4

გადასახადისა (დღგ) და აქციზის გარეშე, მათ შორის ძირითადი საქმიანობის მიხედვით, გადატვირთული საქონლის, ანუ გაყიდვებზე გაგზავნილი საქონლის ღირებულება დამატებითი ღირებულების გადასახადისა და აქციზის გარეშე, საკუთარი წარმოების მზა პროდუქციის ნაშთი, საბითუმო და საცალო ვაჭრობის მოცულობა, მომსახურების ექსპორტ-იმპორტი, მოხმარებული ელექტროენერგია, არასამრეწველო ორგანიზაციების მიერ წარმოებული სამრეწველო პროდუქცია, დამკვეთის ნედლეულისა და მასალების ღირებულება, ტვირთის გადატანითა და მგზავრების გადაყვანისაგან მიღებული შემოსავლები, საკუთარი ძალებით შესრულებული სამშენებლო და სარემონტო სამუშაოების ღირებულება, ინვესტიციები (მათ შორის უცხოური), მომუშავეთა საშუალო-სიობრივი რიცხოვნობა.

არის აგრეთვე, საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის მიერ დამტკიცებული წლიური ანგარიშგების ფორმები. მათ შორის შეიძლება აღვნიშნოთ ფორმა №1-მს და ფორმა №1-სფ. ფორმა №1-მს-ს წარადგენენ ზემდგომ ინსტანციებში ნებისმიერი სახის ეკონომიკური საქმიანობით დაკავებული, დამოუკიდებელ ბალანსზე მყოფი მცირე საწარმოები საკუთრებისა და ორაგანიზაციულ-სამართლებრივი ფორმის მიუხედავად. ამასთან მცირე საწარმოდ მიჩნეულია ის საწარმო, რომელშიაც დასაქმებულთა რიცხოვნობა არ აღემატება სამრეწველო, სასოფლო-სამეურნეო, სატრანსპორტო, საფოსტო და კავშირგაბმულობის დარგებში 50 კაცს, სამშენებლო-სარემონტო საწარმოებში–35 კაცს, სავაჭრო საწარმოებში, სასტუმროებსა და რესტორნებში–20 კაცს, განათლებისა და სამეცნიერო დაწესებულებებში–30 კაცს, სხვა სახის საქმიანობის საწარმოებში–25 კაცს. **აღნიშნული ფორმა ორი განყოფილებისაგან შედგება. პირველში** მოცემულია პროდუქციისა და მომსახურების ღირებულება, საბითუმო და საცალო ვაჭრობა, რესტორნებისა და ბარების ბრუნვის მოცულობა, არასამრეწველო

საწარმოების მიერ სამრეწველო პროდუქციის გამოშვების მოცულობა, ტვირთის გადატანითა და მგზავრთა გადაყვანით მიღებული შემოსავლები, საკუთარი ძალებით შესრულებული სამშენებლო-სარემონტო სამუშაოთა ღირებულება, მომუშავეთა საშუალო-სიობრივი რიცხოვნობა. **მეორე განყოფილება** ფინანსურ შედეგებს ასახავს. აქ მოცემულია ამონაგები პროდუქციის წარმოებისა და გაწეულ მომსახურებაზე დანახარჯები, ძირითადი საშუალებების ამორტიზაცია, სოციალური ანარიცხები; მოცემულია, აგრეთვე, მოგება, ან ზარალი, დამატებითი ღირებულების გადასახადი, აქციზი, ძირითადი კაპიტალის ნარჩენი ღირებულება წლის ბოლოს, კაპიტალური დაბანდებები მიწის შეძენაზე, საწარმოო დანიშნულების მოწყობილობაზე და ა.შ.

ფორმა №1-სფ მსხვილი და საშუალო საწარმოების წლიური ანგარიშგებითი ფორმაა, რომლის პირველ განყოფილებაში პროდუქციის გამოშვებისა და სხვა ეკონომიკური საქმიანობის მაჩვენებლებია, მეორეში–ფინანსური შედეგები, მესამეში–სუბსიდიები და გადასახადები, მეოთხეში–საწარმოს ქონება, ხოლო მეხუთეში–ელექტრობალანსი. არის აგრეთვე, სტატისტიკური დაკვირვების ფორმა №03-02-021 (ყოველთვიური), რომელიც საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის მიერ დამტკიცებულია 2001 წლის 14 დეკემბერს და ა.შ.

საკოლოქვიუმე და საკონტროლო კითხვები

1. რა არის სტატისტიკური დაკვირვება? მისი ამოცანები
2. როგორია სტატისტიკური დაკვირვების ორგანიზაციული ფორმები?
3. რა არის სარეგისტრაციო სტატისტიკური დაკვირვება?

4. როგორია სტატისტიკური დაკვირვების სახეები დროში ფაქტების რეგისტრაციის მიხედვით?
5. როგორია სტატისტიკური დაკვირვების სახეები დასაკვირვებელი ერთეულების მომცველობის ხარისხის მიხედვით?
6. როგორია საქართველოს 2002 წლის მოსახლეობის აღწერის პროგრამა? დაახასიათეთ კითხვარების ჩამონათვალი.
7. როგორია სტატისტიკური დაკვირვების ჩატარების ორგანიზაციული საკითხები?
8. რა მეთოდებით წარმოებს სტატისტიკური დაკვირვების ჩატარება?
9. როგორია სტატისტიკური გამოკვლევების სტადიები? დაახასიათეთ.
10. როგორია თვით სტატისტიკური დაკვირვების ჩატარების ეტაპები?
11. რა არის ანგარიშვებიანობა? დაახასიათეთ ანგარიშვებითი ფორმები.
12. რა არის შინამეურნეობათა გამოკვლევები? დაახასიათეთ ზოგადად საქართველოში შინამეურნეობათა გამოკვლევის შედეგები.

ტესტები

1. **სტატისტიკური დაკვირვება**

ა) მასალების კონტროლის ხერხია (მეთოდია);

ბ) პირველადი სტატისტიკური ინფორმაციის შეგროვებაა;

გ) მასალების შეგროვების ხერხია.

2. **მუშების ფირმაში სამუშაოზე გამოცხადების აღრიცხვა**

ა) მიმდინარე დაკვირვებაა;

ბ) პერიოდული დაკვირვებაა;

გ) ერთდროული დაკვირვებაა.

3. მოსახლეობის აღწერა

ა) მიმდინარე დაკვირვებაა;

ბ) ერთდროული დაკვირვებაა;

გ) პერიოდული დაკვირვებაა.

4. ბავშვების დაბადების რეგისტრაცია სათანადო ორგანოებში

ა) დოკუმენტური მეთოდია;

ბ) გამოკითხვის მეთოდია;

გ) საკორესპოდენტო მეთოდია.

5. ქ. თბილისის მსხვილ აგრარულ ბაზრებზე პროდუქტების ფასების შესწავლა

ა) ძირითადი მასივის დაკვირვებაა;

ბ) საანკეტო დაკვირვებაა;

გ) მონოგრაფიული დაკვირვებაა.

6. საქართველოში მოსახლეობის აღწერის კითხვარები

ა) აღწერის პროგრამაა;

ბ) სტატისტიკური ფორმულარია;

გ) სტატისტიკური დაკვირვების ერთეულია.

7. სამომენტო დაკვირვება

ა) შერჩევითი დაკვირვების ნაირსახეობაა;

ბ) მონოგრაფიული გამოკვლევაა;

გ) საანკეტო დაკვირვებაა.

8. ანგარიშგება არის

ა) სტატისტიკური დაკვირვების ფორმა;

ბ) სტატისტიკური დაკვირვების ობიექტი;

გ) სტატისტიკური დაკვირვების ერთეული.

თემა 4. სტატისტიკური მასალის თავმოყრა და დაჯგუფება

1. თავმოყრის ცნება და შინაარსი

თავმოყრა სტატისტიკური გამოკვლევის მეორე მნიშვნელოვანი სტადიაა. პირველადი სტატისტიკური მასალა შეიცავს დაკვირვების ცალკეული ერთეულების დამახასიათებელ ნიშნებს. ამიტომ, ბუნებრივია, ის თავისთავად არ იძლევა ერთობლიობის ამა თუ იმ ნიშნით დახასიათების საშუალებას. მაგალითად, მოსახლეობის 2002 წლის აღწერის პირველადი მასალა საქართველოში 4 400 ათას მცხოვრებელს ითვლიდა. მოცემული იყო თითოეული მათგანის სქესი, ასაკი, საქმიანობა, და ა.შ. მაგრამ ამით ქვეყნის მოსახლეობის ზოგადი დახასიათება ეროვნების, სქესის, ასაკის და სხვა ნიშნების მიხედვით მაინც არ შეიძლებოდა. მაშასადამე, საჭიროა მასალის სისტემატიზაცია, დალაგება გარკვეული ნიშნების მიხედვით. **ამას ემსახურება თავმოყრა.**

მაშასადამე, პირველადი სტატისტიკური მასალის შეწესრიგებას, დალაგებას, დამუშავებას ტიპური ნიშნებისა და კანონზომიერებების დასადგენად წოდება თავმოყრა

თავმოყრა ორი გაგებით შეიძლება ვიხმაროთ. **ვიწრო გაგებით** ის წარმოადგენს პირველადი სტატისტიკური მონაცემების უბრალო შეჯამებას. მაგალითად, რაიონების მიხედვით წარმოდგენილი ჩაის მწვანე ფოთლის დამზადების მონაცემები შეჯამების შემდეგ გვაძლევს მთელი ქვეყნის მ.ა.შ. ტაბით ამ სახის ნედლეულის დამზადების საერთო მოცულობას. მაგრამ ეს მონაცემები არ იძლევა ჩამორჩენილი წარმატებული ფირმების გამოვლენის საშუალებას. ამიტომ **ფართო გაგებით** თავმოყრა არა მარტო პირველადი სტატისტიკური მასალის უბრალო შეჯამებაა, არამედ მათი დაჯგუფებაცაა გარკვეული ნიშნის მიხედვით.

თავმოყრა უნდა მოხდეს შესაბისი გეგმისა და პროგრამის მიხედვით. გეგმა გულისხმობს მისი ჩატარების ვადებისა და თანამიმდევრობის, ჩამტარებლების რაოდენობისა და შემადგენლობის, აგრეთვე შედეგების ჩამოყალიბების წესების დადგენას. პროგრამა შეიცავს იმ კითხვებს, რომლებსაც პასუხი უნდა გაეცეს თავმოყრის ჩატარებისას. ასეთია, მაგალითად, იმ ჯგუფების ჩამონათვალი, რომლებიც უნდა გამოიყოს ერთობლიობიდან, აგრეთვე მაჩვენებლების შერჩევა, რომელთა დახმარებით უნდა დავახასიათოთ მოცემული სტატისტიკური ერთობლიობა და ა.შ.

2. თავმოყრის ორგანიზაცია და ტექნიკა

თავმოყრა ორგანიზაციულად სამი წესით წარმოებს: **ცენტრალიზებული, დეცენტრალიზებული** და **შერეული წესებით.** ცენტრალიზებული წესი გულისხმობს პირველადი სტატიტიკური მასალის შეგროვებას ერთ ცენტრში და თავმოყრა-დაჯგუფების ყველა ოპერაციის აქ ჩატარებას. დეცენტრალიზებულის დროს თავმოყრის ოპერაციები ადგილებზე ხორციელდება. ასეთია, მაგალითად, სახელმწიფოებრივი ანგარიშგების დამუშავება.

ძალიან ხშირად თავმოყრა შერეული წესით ხორციელდება. ამ დროს ნაწილი ოპერაციებისა სრულდება ადგილებზე, ხოლო მეორე ნაწილისა – ცენტრებში. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის აღწერის მასალის თავმოყრა და ა.შ.

თავმოყრის ტექნიკა ორი სახისაა: **თავმოყრა ხელით და თავმოყრა მანქანური.** ხელით თავმოყრა ძალიან იშვიათად გამოიყენება. თავმოყრა უმთავრესად წარმოებს მანქანური წესით, კერძოდ თანამედროვე პერიოდში მაღალეფექტურია თავმოყრის ოპერაციების ჩატარება მძლავრი კომპიუტერული სისტემებისა და ქსელების გამოყენებით.

3. დაჯგუფების ცნება, ამოცანები და საზღვები.

როგორც ზემოთ აღინიშნა, თავმოყრა ფართო გაგებით სტატიტიკური მასალების დაჯგუფებასაც გულისხმობს.

დაჯგუფება ეწოდება შესასწავლი ერთობლიობის ერთეულთა განაწილებას მათთვის დამახასიათებელი არსებითი ნიშნების მიხედვით და შესაბამისი ერთგვაროვანი ჯგუფების გამოყოფას. დაჯგუფება მიზნად ისახავს ერთობლიობიდან ერთგვაროვანი სოციალ-ეკონომიკური ტიპებისა და სტრუქტურული ქვედანაყოფების გამოყოფას, აგრეთვე ერთობლიობისათვის დამახასიათებელ ნიშნებს შორის კავშირებისა და დამოკიდებულებების შესწავლას. ამ ამოცანების შესაბამისად დაჯგუფება სამი სახისაა: **ტიპოლოგიური, სტრუქტურული და ანალიზური.** ამასთან, დაჯგუფება პროგრამის შესაბამისად შეიძლება იყოს მარტივი და კომბინაციური. თუ პროგრამა მიზნად ისახავს ჯგუფების გამოყოფას მხოლოდ ერთი ნიშნით, მაშინ გვაქვს მარტივი დაჯგუფება. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის განაწილება მხოლოდ სქესობრივი ნიშნის მიხედვით. ხოლო თუ ორი ან მეტი ნიშნით წარმოებს ერთობლიობის ერთეულთა განაწილება, **მაშინ ასეთ დაჯგუფებას ეწოდება კომბინაციური.**

ერთობლიობიდან ერთგვაროვანი სოციალურ-ეკონომიკური ტიპების გამოყოფას ეწოდება ტიპოლოგიური. მაგალითად, მოსახლეობის განაწილება სოციალური (მუშები და მოსამსახურეები და სხვა) ნიშნების მიხედვით. მაგრამ თითოეული ჯგუფის ერთეულები ხასიათდებიან სხვადასხვა ნიშნების ცვალებადობით, ვარიაციით. ამიტომ აქაც უნდა გამოიყოს სხვადასხვა ტიპური სტრუქტურული ქვედანაყოფები.

ერთტიპური ერთობლიობის ერთეულთა განაწილებას რაიმე ნიშნის მიხედვით ეწოდება სტრუქტურული დაჯგუფება. ასეთია, მაგალითად, მუშების განაწილება სქესის, ასაკის, განათლების და სხვა ნიშნების მიხედვით.

დაჯგუფების ნიშნები არის **ატრიბუტული** და **რაოდენობრივი**. ატრიბუტული ნიშნით დაჯგუფებისას ჯგუფები განსხვავდებიან არა სიდიდით, არამედ თვისებრივად. ასეთია მაგალითად, სქესის, ასაკის და ა.შ. ნიშნებით ერთობლიობის ერთეულთა განაწილება. რაოდენობრივი ნიშანია, მაგალითად, ხელფასის, გამომუშავების ნორმებისა და სხვა ნიშნებით მუშების განაწილება.

დაჯგუფებისას მნიშვნელოვანი საკითხია ოპტიმალური ინტერვალისა და ჯგუფების რაოდენობის დადგენა. **ინტერვალი** ეწოდება თითოეული ჯგუფის წევრთა მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობათა შორის სხვაობას. ეს ინტერვალი დამოკიდებულია გამოსაკვლევი ობიექტის ხასიათსა და კვლევის მიზანზე. ამასთან, შეიძლება გვქონდეს თანაბარინტერვალიანი და არათანაბარინტერვალიანი დაჯგუფებანი. მაგალითად, ასაკის მიხედვით მოსახლეობის დაჯგუფებისას შეიძლება გამოვყოთ ერთ წლამდე ასაკის მქონე ბავშვების რაოდენობა, 1-დან 10 წლამდე, 10-დან 15 წლამდე და ა.შ. საქართველოს მოსახლეობის 2002 წლის აღწერისას, გამოიყო შემდეგი ასაკობრივი ჯგუფების მოსახლეობა: 0-9 წელი, 10-19, 20-29, 30-39 და ა.შ. აქ კი გვაქვს თანაბარინტერვალიანი დაჯგუფება.

ზოგჯერ ინტერვალის სიდიდეს ჯგუფების რაოდენობის მიხედვით ადგენენ. ჯგუფების რაოდენობას კი თვითონ მკვლევარნი განსაზღვრავენ დასმული ამოცანის შესაბამისად. მაგალითად, გეგმის შესრულების დონის მიხედვით შეიძლება გამოვყოთ საწარმოების სამი ჯგუფი: 100%-მდე შესრულების მქონენი, 100%-ით შემსრულებელნი და გადაჭარბებით (100%-ზე ზევით) შემსრულებელნი. შეიძლება ჯგუფების რიცხვი გადიდდეს გეგმის შესრულების პროცენტის დიფერენციაციის მიხედვით.

მათემატიკურ სტატისტიკაში ჯგუფების ოპტიმალური რაოდენობის (K) განსაზღვრისათვის გამოიყენება ამერიკელი მეცნიერის სტერჯესის ფორმულა:

$$K = 1 + 3.322 \log n \qquad (4.1),$$

სადაც n–ერთობლიობის ერთეულთა რაოდენობაა.

თანაბარინტერვალიანი დაჯგუფების დროს ინტერვალის სიდიდე (h) ადვილი დასადგენია. ის განისაზღვრება ფორმულით:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} \qquad (4.2)$$

სადაც X_{max} – ნიშნის მაქსიმალური მნიშვნელობაა: X_{min}–ნიშნის მინიმალური მნიშვნელობაა.

ანალიზური ეწოდება ისეთი სახის დაჯგუფებას, რომელიც განსაზღვრავს სტატისტიკაში ერთობლიობის სხვადასხვა ნიშანს შორის ურთიერთკავშირს. ეს კავშირიც შეიძლება შესწავლილ იქნეს ტიპოლოგიური და ანალიზური დაჯგუფების საფუძველზე. მაგალითად, თუ მუშებს დავაჯგუფებთ კვალიფიკაციის დონის (თანრიგების) მიხედვით და თითოეული ჯგუფებისათვის საშუალო ხელფასს დავადგენთ, აღმოჩნდება, რომ კვალიფიკაციის დონის მიხედვით იცვლება საშუალო ხელფასიც.

4. მეორადი დაჯგუფება

ზოგჯერ პირველადი დაჯგუფება არაა საკმარისი შედეგების შეცნიერული განზოგადებისათვის. ამიტომ მიმართავენ ახალი ჯგუფების წარმოქმნას, რასაც **მეორადი დაჯგუფება ეწოდება.**

პრაქტიკაში გამოიყენება ჯგუფების წარმოქმნის ორი წესი: პირველადი დაჯგუფების ინტერვალების გამსხვილება, ცვლილება და ერთობლიობის ერთეულთა განსაზღვრული ხვედრითი წილის გამოყოფა. მაგალითად, თუ პირველადი

დაჯგუფებით გამოყოფილია მუშების, ჯგუფები ხელფასის დონის მიხედვით (I ჯგუფი 500 ლარამდე, II ჯგუფი 501-600 ლარამდე, II ჯგუფი 601-დან 700 მდე და ა.შ.) და ეს ჯგუფები არაა საკმარისი ამა თუ იმ კანონზომიერების დასადგენად, საჭიროა გავზარდოთ ან შევამციროთ ინტერვალები.

მეორადი დაჯგუფების მეორე წესი მდგომარებს იმაში, რომ თუ მოცემულია აგროფირმების შემდეგი განაწილება:

ჯგუფები	I	II	III	IV	V	სულ
ფირმების პროცენტული შეფარდებანი	30	25	20	15	10	100
ნათესების ხვედრითი წილი	15	20	20	21	24	100

და საჭიროა სამი ჯგუფის გამოყოფა (50, 30, 20 ფირმების რიცხვის მიხედვით), იქცევიან შემდეგნაირად:
I ჯგუფში გააერთიანებენ პირველადი დაჯგუფების I ჯგუფს მთლიანად და მეორე ჯგუფის 4/5 ნაწილს (25 x 4/5 = 20). შესაბამისად იქცევიან ნათესი ფათობების ხვედრითი წილის მიმართ. I ჯგუფის 15%-ს მიემატება II ჯგუფის 4/5 ნაწილი (20 x 4/5 =16) და სულ ახალი, მეორადი დაჯგუფების I ჯგუფში მოხვდება ნათესი ფართობების 31%. მეორე ჯგუფში გაერთიანდება პირველადი დაჯგუფების II ჯგუფის 1/5 ნაწილი 15 x 1/3=5. ასეთნაირად განაწილდება ნათესი ფართობების ხვედრითი წილიც. დანარჩენი ნაწილები III ჯგუფში გაერთიანდება.

5. სტატისტიკური მწკრივები და მათი დახასიათება

დაკვირვების მასალების თავმოყრისა და დაჯგუფების შედეგად მიღებული მონაცემები ახასიათებენ მოვლენებს

განვითარებას ქრონოლოგიური თარიღების, ან სტატიკაში რაიმე ნიშნის ვარიაციის მიხედვით. **მოვლენებისა და პროცესების დამახასიათებელ მოწესრიგებულ განაწილებას ციფრობრივი გამოსახულების საშუალებით ეწოდება სტატისტიკური მწკრივები.**

სტატისტიკური მწკრივები არის ორი სახის: **განაწილებისა და დინამიკის მწკრივები.** განაწილების მწკრივები ახასიათებენ მოვლენის, ერთობლიობის ერთეულთა განაწილებას რაიმე ნიშნის მიხედვით სტატიკაში. მაგალითად, ქარხნის მუშათა განაწილება ხელფასის სიდიდის მიხედვით, მიწის ნაკვეთების განაწილება მოსავლიანობის მიხედვით და ა.შ.

ნიშანი, რომლითაც ხასიათდება ერთობლიობის ერთეულთა განაწილება, არის **ატრიბუტული ან რაოდენობრივი.** ამის მიხედვით გვაქვს ატრიბუტული და ვარიაციული მწკრივები. ატრიბუტული ნიშანი ახასიათებს მოვლენის თვისებას, ხარისხს და არა აქვს რაოდენობრივი გამოსახულება. ასეთია, მაგალითად, სქესის, ასაკის, ეროვნების და სხვა ნიშნის მიხედვით მოსახლეობის განაწილება.

ვარიაციული განაწილების მწკრივები არის რაოდენობრივი ნიშნის სიდიდეთა მოწესრიგებული განაწილება. ასეთ სიდიდეთა თითოეულ მნიშვნელობას ეწოდება **ვარიანტები,** ხოლო თითოეული ვარიანტის მნიშვნელობის რაოდენობას – **სიხშირე, წონა.** ზოგჯერ ამ სიხშირეთა პროცენტულ, ფარდობით გამოსახულებას – **ხშირადობას** უწოდებენ. მაგალითად, თუ თვეში 100 ლარის ხელფასის მქონე მუშების რაოდენობა ფირმაში შეადგენს 1000-ს, და მთელი მუშების რიცხვი კი 5000-ია, მაშინ ვარიანტი (x) იქნება 100 ლარი. სიხშირე, წონა (f) 1000, ხოლო ხშირადობა

$$\frac{1000}{5000}\times 100 = 20\%$$

ვარიაციული მწკრივები შეიძლება იყოს **წყვეტილი** (დისკრეტული) და **უწყვეტი**.

თუ ვარიანტები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან მხოლოდ გარკვეული სიდიდით (ჩვეულებრივად ერთეულით), სხვაგვარად რომ ვთქვათ, წარმოადგენენ მთელ რიცხვებს, მაშინ ასეთი მწკრივი წყვეტილი ანუ დისკრეტულია. ასეთია, მაგალითად, მუშების სატარიფო თანრიგები, ბინაში მცხოვრებთა რიცხვი და ა.შ.

თუ ვარიანტებს გარკვეულ საზღვრებში შეუძლიათ მიიღონ ნებისმიერი მნიშვნელობანი (როგორც მთელი, ასევე არამთელი), მაშინ საქმე გვაქვს უწყვეტ ვარიაციულ მწკრივთან. ასეთია, მაგალითად, ხელფასის, წლოვანებისა და სხვა ნიშნების მიხედვით მუშების განაწილება, ვინაიდან ხელფასი შეიძლება გამოისახოს არა მარტო ლარობით, არამედ მისი ნაწილებითაც.

6. სტატისტიკური ცხრილები და მათი დახასიათება

სტატისტიკური დაკვირვების, თავმოყრისა და დაჯგუფების მასალა ნათლად წარმოდგენის მიზნით ფორმდება სტატისტიკურ **ცხრილებში. ცხრილი არის თავმოყრილი და დამუშავებული სტატისტიკური მასალის ციფრობრივი შედეგების მოკლე, რაციონალური. თვალსაჩინო და სისტემატიზებული წარმოდგენის ფორმა.**

ციფრებით შეუვსებელ ფორმას, რომელსაც გააჩნია სათაური და გვერდითი დასახელებანი, ცხრილის **მაკეტი** ეწოდება ცხრილს გააჩნია ორი ელემენტი: **ქვემდებარე და შემასმენელი.** ქვემდებარე ეწოდება იმ ობიექტს, რომელსაც ვახასიათებთ, ხოლო შემასმენელი ის ნიშნებია, რომლებიც ახასიათებენ ქვემდებარეს. ქვემდებარე მოთავსებულია ცხრილის მარჯვენა, ქვემო ნაწილში, ხოლო შემასმენელი – მარცხენა ზემო ნაწილში, მაგრამ ზოგჯერ შეიძლება პირიქით იყოს. ცხრილის მაგალითია:

საქართველოს მოსახლეობის რიცხოვნობა 1989 და 2002 წლების აღწერების მიხედვით (ათასი კაცი)

ცხრილი №2

	სახეზე მყოფი მოსა-ლეობა		მუდმივი მოსახლეობა	
	2002 წ.	%-ობით 1989 წლის მიმართ.	2002 წ.	%-ობით 1989 წლის მიმართ.
სულ საქართველო მ.შ.	4355.7	80.0	4371.5	80.9
ქალაქის მოსახლეობა	2282.3	75.2	2284.8	76.4
სოფლის მოსახლეობა	2073.4	86.1	2086.7	86.6

ამ ცხრილში ქვემდებარეა საქართველო და მისი დაყოფა ქალაქისა და სოფლის მიხედვით, ხოლო შემასმენელი - მუდმივი და სახეზე მყოფი მოსახლეობა. ქვემდებარის დამუშავების მიხედვით ცხრილი შეიძლება იყოს **მარტივი, ჯგუფური** და **კომბინაციური.**

მარტივი ეწოდება ისეთ ცხრილს, რომლის ქვემდებარე არაა დაჯგუფებული რაიმე ნიშნის მიხედვით და მასში შესასწავლი ობიექტების უბრალო ჩამონათვალია. **ჯგუფური** ცხრილის ქვემდებარე დაჯგუფებულია ტერიტორიული ნიშნის მიხედვით და ამიტომ ცხრილიც ჯგუფურია.

კომბინაციური ცხრილის ქვემდებარე დაჯგუფებულია ორი ან მეტი ნიშნით. თუ ზემოთ მოტანილი ცხრილის ქვემდებარეში გამოვყოფთ, აგრეთვე, ქალაქის და სოფლის მოსახლეობას, ან კიდევ რაიმე სხვა ნიშანს (ეროვნება, ასაკი, განათლება და ა.შ.), მაშინ გვექნება კომბინაციური ცრილი.

7. სტატისტიკური თავმოყრა-დაჯგუფების გამოყენების პრაქტიკა საბაზრო ეკონომიკის პირობებში

საბაზრო ეკონომიკა გარდაუვლად მოითხოვს სტატისტიკური მასალის თავმოყრის, კლასიფიკაციებისა და დაჯგუფების ფართო გამოყენებას სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში. წარმოუდგენელია, მაგალითად, 2002 წლის საქართველოს მოსახლეობის საყოველთაო აღწერის პირველადი სტატისტიკური მასალებით ვიმსჯელოთ მთელი მოსახლეობის განაწილებაზე სქესის, ასაკის, განათლების, ეროვნებისა და სხვა ნიშნების მიხედვით მასალების თავმოყრის გარეშე. პირველადი მასალა ამ ნიშნებით მოცემულია 4400.0 ათასი კაცის შესახებ. ამიტომ, თუ გვინდა ქალების და მამაკაცების ხვედრითი წილი, ანუ სქესობრივი შემადგენლობა გავიგოთ როგორია, ჯერ უცილობრივ, თავი მოვუყაროთ მდედრობითი სქესის ერთეულთა რაოდენობას ცალკე და მამრობითი სქესის ერთეულთა რაოდენობას ცალკე. მათი უბრალო დათვლით მივიღებთ მოსახლეობის საერთო შემადგენლობაში მამაკაცებისა და ქალების აბსოლუტურ მაჩვენებლებს, რომელთა შეფარდებით მოსახლეობის საერთო რიცხოვნობასთან, ანუ 4400.0 ათას კაცთან და 100-ზე გადამრავლებით, მივიღებთ ქალებისა და მამაკაცების ხვედრით წილს გამოსახულს პროცენტებში. მსგავსი სამუშაოები ტარდება მოსახლეობის საბიუჯეტო, ან შინამეურნეობათა, აგრეთვე, პროდუქციის გამოშვების, პირუტყვის სულადობის დადგენისა და სხვა სტატისტიკური გამოკვლევების დროს.

თავმოყრილი სტატისტიკური მასალის საფუძველზე უკვე შეიძლება კლასიფიკაციები და დაჯგუფებანი. ეს უკანასკნელნი ერთმანეთთან მჭიდროდაა დაკავშირებული და ერთმანეთს განაპირობებენ, მაგრამ მათ შორის მაინცაა განსხვავებანი, რის გამო სტატისტიკა მათ ცალცალკე მოიხსენიებს და ახასიათებს.

კლასიფიკაცია არის სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაიმე მსგავსი ნიშნებით სისტემატიზირებული განაწილება კლასების, ჯგუფებისა და სხვა ქვედანაყოფების მიხედვით.

კლასიფიკაციები და დაჯგუფებანი ერთმანეთისაგან ძირითადად განსხვავებულია განაწილების ნიშნების მიხედვით. თუ კლასიფიკაციებს საფუძვლად მაინც, უმთავრესად, თვისებრივი ნიშანი უდევს, დაჯგუფებას – რაოდენობრივი და ა.შ. ამის გარდა, კლასიფიკაციები სტანდარტულია და უცვლელი შედარებით ხანგრძლივი პერიოდის მანძილზე, ხოლო დაჯგუფებანი ხშირად იცვლება დაჯგუფების ნიშნის ცვალებადობისა და სტატისტიკური გამოკვლევის მიზნის შესაბამისად.

თანამედროვე პერიოდში გვაქვს შემდეგი სახის საერთაშორისო კლასიფიკაციები:

1. ყველა სახის საქმიანობის საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;
2. განათლების საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;
3. პროფესიათა საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;
4. დაავადებათა და სიკვდილიანობის საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;
5. საქონლის საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;
6. მოსახლეობის დასაქმების საერთაშორისო სტანდარტული კვალიფიკაცია;
7. ვაჭრობის საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკაცია;

აღნიშნული კლასიფიკაციების პრაქტიკული გამოყენება წარმოადგენს ქვეყნების სოციალურ-ეკონომიკური განვითარების მაჩვენებელთა გაანგარიშების ერთიანი მეთოდოლოგიისა და უნიფიკაციის საფუძველს. ამის გარდა არსებობს 22 საერთო

ევროპული კლასიფიკატორი, რომელთა შორისაა: მოსახლეობის სოციალური დაცვის ინფორმაციის, მომსახურების, ეკონომიკური საქმიანობის, პროდუქციის გამოშვებისა და მომსახურების, სახელმწიფო მმართველობის, საწარმოთა და ორგანიზაციათა, განათლების, სპეციალობათა, დასაქმების, სამმართველო დოკუმენტაციის, ძირითადი ფონდების, ვალუტის, ზომის ერთეულების, მუშების პროფესიების, მოსამსახურეთა თანამდებობის და სატარიფო თანრიგების, უმაღლესი კვალიფიკაციის სპეციალობათა, მოსახლეობის შესახებ ინფორმაციის, ადმინისტრაციულ-ტერიტორიალური ქვედანაყოფების ობიექტების, დაწყებითი პროფესიონალური განათლების, ეკონომიკური რეგიონების, მსოფლიოს ქვეყნების და სხვა კლასიფიკატორები. მაგალითად, ძირითადი ფონდების საერთაშორისო სტანდარტული კლასიფიკატორი მოიცავს შემდეგი სახის ძირითად ფონდებს: შენობები, ნაგებობანი, ძალოვანი მანქანები და მოწყობილობანი, გადამცემი მანქანები და მოწყობილობანი, მუშა მანქანები და მოწყობილობანი, საზომი და მარეგულირებელი მოწყობილობანი და ხელსაწყოები, სატრანსპორტო საშუალებანი, ინსტრუმენტები, საწარმოო და სამეურნეო ინვეტარი, მუშა და პროდუქტიული პირუტყვი, მრავალწლიანი ნარგავები, სხვა ძირითადი ფონდები. ძირითადი ფონდების ეს კლასიფიკაცია შედგენილია ძირითადი ფონდების სახეობათა მიხედვით. არსებობს, აგრეთვე, ძირითადი ფონდების კლასიფიკაცია და დაჯგუფებანი სხვა ნიშნების მიხედვითაც (დარგების, რეგიონების, ეკონომიკური საქმიანობის, საკუთრების ფორმებისა და სხვა ნიშნების მიხედვით).

ამ კლასიფიკაციებს დაჯგუფებანი განსაზღვრავს ცალკეული ნიშნების მიხედვით, მაგრამ ასეთი კლასიფიკაცია, თავისთავად შეიძლება საფუძვლად დაედოს დაჯგუფებას. მაგალითად, ცალკეული სახის ძირითადი ფონდები შეიძლება დავაჯგუფოთ ასაკის, საკუთრების ფორმისა და სხვა ნიშნების მიხედვით. მაგალითად, მოწყობილობის ასაკობრივი ნიშანი მოიცავს შემდეგ ჯგუფებს: 1-დან 5 წლამდე, 5-დან 10 წლამდე, 10—დან

ამდე და ა.შ. თუ სჭარბობს 15 წელს გადაცილებული კობრივი ჯგუფები, შეიძლება ითქვას, რომ მოწყობილობა ზოგადად და მორალურად მოძველებულია და შესაბამისი წარმოო ერთეული (ფირმა, საწარმო, კომპანია და ა.შ.) ჭიროებს ტექნიკურ გადაიარაღებას და ა.შ. სტატისტიკური ჯგუფება, ანუ რაიმე ერთობლიობის განაწილება რაიმე შნის მიხედვით და გარკვეული რაოდენობის ჯგუფების ქმნა ითვალისწინებს სოციალურ–ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რეალური ანალიზის შესაძლებლობების აფართოებას. მთლიანი სტატისტიკური ერთობლიობა რაიმე ოგადი ნიშნითაა დალაგებული, რაც ვერ ითვალისწინებს ის ცალკეულ ნაწილებს შორის თვისებრივ განსხვავებას. აგალითად, საქართველოს ეკონომიკაში დასაქმებულების საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასი და საშუალოთვიური ენსიის ოდენობა ასეთ სურათს იძლევა:

საქართველოს ეკონომიკაში დასაქმებულთა საშუალოთვიური ხელფასი და პენსიის ოდენობა (ლარებში)[1]

ცხრილი №3

წლები / მაჩვენებლები	1990	1995	1996	1997	1998	1999
საშუალოთვიური ხელფასი	214.0	13.6	29.0	42.5	55.4	67.5
საშუალოთვიური პენსია			10.2	11.1	14.0	14.0

ეს მონაცემები დღესდღეობითაც ასეთია და მნიშვნელოვნად არ შეცვლილა უკანასკნელ წლებშიაც. მათი მეშვეობით თუ ვიმსჯელებთ, საქართველოში ყველა ღატაკია, მაშინ როდესაც საქართველოში გამძვინვარებული კორუფციის პირობებში უკვე

[1] საქართველოს სტატისტიკური წელიწდეული 2001 წ., თბ., 2002წ., გვ., 57,120

ჩამოყალიბდა მდიდართა ფენა, რომელთა საერთო ქონება მილიონებს აღემატება. მარტო პარლამენტარების ხელფასი და პენსია, რაც თვითონვე დაუკანონეს თავიანთ თავს 400-500 ლარს აღწევს, რაც 6-7 ჯერ აღემატება საშუალოთვიურ ხელფასს და, შესაბამისად, 29-37 ჯერ პენსიას. აი, როგორია მოსახლეობის ცალკეულ ფენებს შორის სოციალურ მდგომარეობათა განსხვავება, რასაც ვერ ახასიათებს დაჯგუფების გარეშე აღებული მთელი მოსახლეობის საშუალოთვიური ხელფასისა და პენსიის სიდიდე. ამიტომ დიდ მნიშვნელობას იძენს საბაზრო ეკონომიკის პირობებში მოსახლეობის დაჯგუფება თვიური შემოსავლებისა და დანახარჯების მიხედვით, რაც ნათლად წარმოაჩენს საქართველოში მდიდრების, ღარიბებისა და ღატაკების ნათელ სურათს.

სტატისტიკური დაჯგუფების პრაქტიკული გამოყენების მიზნით დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ჯგუფებისა და ინტერვალების სწორ დადგენას. დიდი რაოდენობის ჯგუფების წარმოქმნა ამცირებს ინტერვალების სიდიდეს, ანუ ჯგუფის ქვედა და ზედა საზღვრებს შორის მანძილს. ამით მცირდება ჯგუფების წარმომადგენლობის, ანუ რეპრეზენტატიულობის ხარისხი და დადგენილი ტენდენციებისა და კანონზომიერებების საიმედობა. მცირე რაოდენობის ჯგუფები კი მეტისმეტად ადიდებს ინტერვალების სიდიდეს და ვერ გამოავლენს ერთობლიობის ცალკეული ნაწილების თავისებურებებსა და თვისებრივ მხარეებს.

ამიტომ სტატისტიკის პრაქტიკაში რამდენიმე მეთოდი განიხილება ოპტიმალური რაოდენობის ჯგუფებისა და ინტერვალის სიდიდის დასადგენად. ზემოთმოტანილი სტერჯერსის ფორმულა (4.1) ხასიათდება გარკვეული ნაკლოვანებებით. მათ შორის მთავარი ისაა, რომ ერთობლიობა შედგება მცირე რაოდენობის ერთეულებისაგან, ვერ ვღებულობთ სასურველ შედეგებს. ამიტომ ზოგჯერ სტატისტიკური დაჯგუფების პრაქტიკაში სხვა მეთოდებიც გამოიყენება ოპტიმალური რაოდენობის ჯგუფებისა და ინტერვალის სიდიდის დასადგენად. ზოგიერთი მათგანი მოტანილია

სახელმძღვანელოში (Теория статистики, учебник под редакцией Р.А. Шмоиловой — 3-е изд перераб — М.: Финансы и статистика, 2002, с 77-78).

ერთ-ერთი ასეთი მეთოდი საშუალოკვადრატულ[1] გადახრას $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})}{n}}$ ეყრდნობა. თუ ინტერვალის სიდიდე σ-ის ტოლია, მაშინ მთლიანი ერთობლიობა 6 ჯგუფად დაიყოფა, ხოლო თუ 0.5 σ-ის ტოლია - 12 ჯგუფი წარმოიქმნება. თუ ინტერვალი საშუალო კვადრატული გადახრის ტოლია, ცენტრში წარმოიქმნება ვარიანტი $\bar{x}$. მაშინ ცენტრამდე არსებული ინტერვალები იქნება: $(\bar{x} - 3\sigma)$ –დან $(\bar{x} - 2\sigma)$ –მდე, $(\bar{x} - 2\sigma)$ –დან $\bar{x}$ -მდე, ხოლო ცენტრის შემდეგ $(\bar{x} + \sigma)$-დან $(\bar{x} + 2\sigma)$-მდე, $(\bar{x} + 2\sigma)$ -დან $(\bar{x} + 3\sigma)$-მდე. მაშასადამე, წარმოიქმნა სულ 6 ჯგუფი.

თუ ინტერვალი 0.5σ-ის ტოლია, მაშინ წარმოიქმნება შემდეგი 12 ჯგუფი:

$(\bar{x} - 3.0\sigma)$- დან	$(\bar{x} - 2.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} - 2.5\sigma)$- დან	$(\bar{x} - 2.0\sigma)$-მდე
$(\bar{x} - 2.0\sigma)$- დან	$(\bar{x} - 1.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} - 1.5\sigma)$- დან	$(\bar{x} - 1.0\sigma)$-მდე
$(\bar{x} - 1.0\sigma)$- დან	$(\bar{x} - 0.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} -$ დან	$(\bar{x} + 0.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} + 0.5\sigma)$- დან	$(\bar{x} + 1.0\sigma)$-მდე
$(\bar{x} + 1.0\sigma)$- დან	$(\bar{x} + 1.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} + 1.5\sigma)$- დან	$(\bar{x} + 2.0\sigma)$-მდე
$(\bar{x} + 2.0\sigma)$- დან	$(\bar{x} + 2.5\sigma)$-მდე
$(\bar{x} + 2.5\sigma)$- დან	$(\bar{x} + 3.0\sigma)$-მდე

[1] საშუალოკვადრატული გადახრის (σ) გაანგარიშების წესები იხილეთ მე-8 თემაში. მარტივი საშუალოკვადრატული გადახრის გასაანგარიშებელი ფორმულაა: $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})}{n}}$, სადაც x -ვარიანტების მნიშვნელობაა, n -ვარიანტების რიცხვი, $\bar{x}$ -საშუალო არითმეტიკული.

სტატისტიკური დაჯგუფების პრაქტიკული გამოყენების მიზნით სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ანალიზისათვის საბაზრო ეკონომიკის პირობებში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ინტერვალის სიდიდის სწორად შერჩევას. **ინტერვალი ეწოდება ვარირებადი ნიშნის მნიშვნელობას, რომელიც მოთავსებულია რაიმე საზღვრებში.** ინტერვალი პრაქტიკული გამოყენების პირობებში შეიძლება იყოს **ღია** ან **დახურული.**

ძალიან ხშირად პრაქტიკაში თანაბარინტერვალიანი ვარიაციული დაჯგუფებანი გამოიყენება. ამ შემთხვევაში ინტერვალის სიდიდე, ანუ ინტერვალის ზედა და ქვედა მნიშვნელობათა შორის სხვაობა განისაზღვრება ამ თავის მე-3 პარაგრაფში მოტანილი ფორმულის (4.2) $\left(h = \frac{X_{max} - X_{min}}{K}\right)$ მეშვეობით. მოვიტანოთ პრაქტიკული მაგალითი:

საქართველოს 2001 წელს გამოცემული სტატიტიკური წელიწდეულის 60-61 გვერდებზე[1] მოცემულია ეკონომიკაში დასაქმებულების საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასი 1997-2000 წლებში ლარობით ეკონომიკური საქმიანობის სახეობების მიხედვით: 1) სოფლის მეურნეობა, 2) სამთომომპოვებელი მრეწველობა, 3) გადამამუშავებელი მრეწველობა, 4) ელექტროენერგია, გაზი და წყალმომარაგება, 5) მშენებლობა, 6) ვაჭრობა, 7) სასტუმროები და რესტორნები, 8) ტრანსპორტი, 9) ფოსტა და კავშირგაბმულობა, 10) ფინანსები, კრედიტი, დაზღვევა, საპენსიო უზრუნველყოფა, 11)ოპერაციები უძრავი ქონებით, 12)საინფორმაციო-გამოთვლითი მომსახურება,13) სხვა კომერციული საქმიანობა, 14) სახელმწიფო მართვა და თავდაცვა, 15) განათლება, 16)

[1] იხ. საქარველოს სტატისტიკური წელიწდეული 2001 წელს, 2002 წ., გვ. 60-61.

ჯანდაცვა, 17) საყოფაცხოვრებო მომსახურების სხვა დარგები, 18) სხვა სახის მომსახურება. ეკონომიკური საქმიანობის სახეობათა მიხედვით საშუალოთვიური ხელფასის დაჯგუფება შეიძლება ჩვენთვის საკვლევი მიზნიდან გამომდინარე. მაგალითად, თუ ჩვენ გვინდა გავიგოთ რამდენადაა მოსახლეობა უზრუნველყოფილი ხელფასით დაიკმაყოფილოს მინიმალური მოთხოვნილებანი (მატერიალური და სულიერი), მაშინ დაჯგუფების ინტერვალები უნდა განვალაგოთ საარსებო მინიმუმის ირგვლივ. თანამედროვე პირობებში საარსებო მინიმუმი ანუ სიღარიბის ზღვარი ერთსულიანი ოჯახებისათვის შეადგენს თვეში 115 ლარს. ამიტომ ჩვენ შეგვიძლია საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასის ინტერვალები ავიღოთ 50 ლარის ფარგლებში. შეგვიძლია წარმოვქმნათ 50 ლარამდე საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასის დარგების, 50 ლარიდან 100 ლარამდე, 100-დან 150 ლარამდე, 150-დან 200 ლარამდე, 200-დან 250 ლარამდე, 250-დან 300 ლარამდე და 300 ლარზე ზევით ხელფასის მქონე დარგების ჯგუფები. ასეთ ინტერვალურ დაჯგუფებას ეწოდება **ღია ინტერვალიანი დაჯგუფება**. მოცემულ შემთხვევაში ინტერვალი ღიაა როგორც ზემოდან, ისე ქვემოდან. შესაძლებელია გვქონდეს ღია ინტერვალიანი დაჯგუფება ან მხოლოდ ზემოდან, ან მხოლოდ ქვემოდან. თუ შევქმნით ინტერვალებს 50 ლარიდან 100 ლარამდე, 100-150,150-200,200-250,250-300 და ა.შ., მაშინ გვექნება დახურულინტერვალიანი დაჯგუფება. ღია ინტერვალიანი დაჯგუფებით საქართველოში ეკონომიკური საქმიანობის დარგები საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასის მიხედვით ასე შეიძლება დაჯგუფდეს:

საქართველოს ეკონომიკაში დასაქმებულთა საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასის ინტერვალები წლების მიხედვით

ცხრილი N4

ინტევალები	1997	1998	1999	2000
50 ლარამდე	11	10	6	6
51-100	5	5	8	6
101-150	2	4	2	6
151-200	1	-	1	-
201-250	-	-	-	-
251-300	-	-	1	-
300-ზე ზევით	-	-	-	1
სულ დარგები	19	19	19	19

ასეთი დაჯგუფება ეკონომიკაში მრავალი მოვლენისა და პროცესის განვითარების ტენდენციებსა და კანონზომიერებაზე მეტყველებს. შეიძლება ითქვას, რომ დაბალი ხელფასის მქონე დარგების რიცხვი ამ წლებში შემცირდა 11-დან 6-მდე და მკვეთრად გაიზარდა (2-დან 6-მდე) იმ დარგების ხვედრითი წილი და აბსოლუტური რაოდენობა, სადაც შრომის საშუალო ანაზღაურება 101 ლარიდან 150 ლარამდე მერყეობს.

ამ ცხრილიდან ისიც კარგად ჩანს, რომ საქართველოს ეკონომიკაში დასაქმებულთა საშუალოთვიური ნომინალური ხელფასი ნაკლებია ერთსულიანი ოჯახისათვის დაწესებულ საარსებო მინიმუმზე (115 ლარი) 1997 წელს დაახლოებით 16 დარგში, 1999 წელს 14 დარგში, ხოლო 2000 წელს 12 დარგში, ანუ 63%-ში. ცხადია, ამ წლებში უმნიშვნელოდ, მაგრამ მაინც შეიმჩნევა შრომის დაბალი ანაზღაურების ზრდა და მისი საარსებო მინიმუმთან მიახლოების ტენდენცია. ეს კი შრომის ანაზღაურების უმნიშვნელოდ, მაგრამ მაინც გაზრდაზე მეტყველებს საქართველოს ეკონომიკაში.

მოცემულ ცხრილში საშუალოთვიური ხელფასით დაჯგუფებულია ეკონომიკური საქმიანობის დარგები. ასეთ

ინტერვალებს, როდესაც ერთი და იგივე ნიშნით (საშუალო ხელფასით) დაჯგუფებულია ერთობლიობა (დარგთა მთელი ერთობლიობა) სტატისტიკაში უწოდებენ **სპეციალიზირებულ ინტერვალებს**. ჩვენს მიერ აღებულ ინტერვალებს ეწოდება თანაბარინტერვალიანი დაჯგუფება, როდესაც კვლევის მიზნის შესაბამისად დაჯგუფების ინტერვალები თანაბარია. თუ ჩვენ ავიღებდით ჯგუფებს 50 ლარამდე, 51-დან 115 ლარამდე (საარსებო მინიმუმი ერთსულიანი ოჯახებისათვის), 166-დან 200-მდე და ა.შ. მაშინ გვექნებოდა არათანაბარინტერვალიანი სტატისტიკური დაჯგუფება.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რას ეწოდება სტატისტიკური მასალის თავმოყრა? რით განსხვავდება იგი დაჯგუფებისაგან?
2. რამდენი სახისაა ორგანიზაციული თვალსაზრისით თავმოყრა და როგორია მისი ტექნიკა?
3. რას ეწოდება სტატისტიკური მასალის დაჯგუფება? რატომაა ეს აუცილებელი?
4. რას ეწოდება ტიპოლოგიური დააჯგუფება?
5. როგორია სტრუქტურული დაჯგუფება და მისი გამოყენება ეკონომიკაში?
6. როგორია ანალიზური დაჯგუფება და მისი გამოყენება საბაზრო ეკონომიკის პირობებში?
7. რატომაა ზოგჯერ აუცილებელი მეორადი დაჯგუფება?
8. რას ეწოდება სტატისტიკური მწკრივები? როგორია მისი სახეები და ელემენტები?
9. რას ეწოდება სტატისტიკური ცხრილი, როგორია მისი მაკეტი, სახეები ქვემდებარისა და შემასმენლის დამუშავების მიხედვით?
10. როგორია დაჯგუფებისა და კლასიფიკაციების ურთიერთკავშირი?

11. როგორ უნდა განისაზღვროს დაჯგუფების ინტერვალები და ჯგუფების რაოდენობა?
12. როგორია დაჯგუფების და კლასიფიკაციების გამოყენების პრაქტიკა სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების ანალიზში?

ტესტები ტექსტისადმი

1. ქ. ქუთაისში ჩატარებული საქართველოს მოსახლეობის საყოველთაო აღწერის მასალის თვმოყრის ოპერაციები:
   ა) ცენტრალიზებული თავმოყრაა;
   ბ) დეცენტრალიზებული თავმოყრაა.
2. საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტში თავმოყრის ოპერაციები:
   ა) ცენტრალიზებული თავმოყრაა;
   ბ) დეცენტრალიზებული თავმოყრაა.
3. კომერციული ბანკების ხვედრითი წილი ბანკების საერთო სისტემაში:
   ა) სტრუქტურული დაჯგუფებაა;
   ბ) ანალიზური დაჯგუფებაა;
   გ) ტიპოლოგიური დაჯგუფებაა.
4. მოსახლეობის დანაწილება მდიდრებად და ღარიბებად:
   ა) ანალიზური დაჯგუფებაა;
   ბ) ტიპოლოგიური დაჯგუფებაა;
   გ) სტრუქტურული დაჯგუფებაა.
5. ჯგუფების ოპტიმალური რაოდენობის განსაზღვრა ხდება ფორმულით:
   ა) $K = 1 + 3.2 \log n$;
   ბ) $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}$;
   გ) $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$.

6. ოპტიმალური ინტერვალის გაანგარიშება თანაბარინტერვალიანი დაჯგუფებისათვის ხდება ფორმულით:

ა) $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$;

ბ) $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}$;

გ) $K = 1 + 3.322 \log n$.

7. მსხვილი, საშუალო და წვრილი მეწარმეების განაწილება მიღებული შემოსავლების მიხედვით არის:
   ა) ტიპოლოგიური დაჯგუფება;
   ბ) სტრუქტურული დაჯგუფება;
   გ) ანალიზური დაჯგუფება.
8. საქართველოს რეგიონების მოსახლეობის სქესობრივი ნიშნით აგებული ცხრილი არის:
   ა) მარტივი;
   ბ) ჯგუფური;
   გ) კომბინაციური.
9. ინტერვალები 50 ლარამდე, 51-100 ლარამდე, 101-დან 200 ლრამდე არის:
   ა) ღიაინტერვალიანი მწკრივი;
   ბ) დახურულინტერვალიანი მწკრივი;
   გ) თანაბარინტერვალიანი მწკრივი.

ამოცანები და სავარჯიშოები

1. ქ. თბილისის 6 მსხვილი აგრარული ბაზრის მუშაობა ხასიათდება შემდეგი მონაცემებით

ბაზრების ნომრები რიგზე	ძირითადი კაპიტალის ღირებულება (მლნ. ლარი)	დღიური საქონელბრუნვა (მლნ. ლარი)
1	6.0	2.5
2	1.5	0.5
3	8.6	3.0
4	3.5	1.2
5	4.2	1.8
6	5.0	2.0

ბაზრის ძირითად კაპიტალსა და საქონელბრუნვას შორის ურთიერთკავშირის გამოსაკვლევად მოვახდინოთ ბაზრების დაჯგუფება ძირითადი კაპიტალისა და საქონელბრუნვის მოცულობის მიხედვით. შევქმნათ ორი ჯგუფი თანაბარი ინტერვალებით. ჯგუფების მიხედვით დავადგინოთ ბაზრების რიცხვი, საქონელბრუნვა მთლიანად და ერთ ბაზარზე საშუალოდ, ძირითადი კაპიტალის ღირებულება მთლიანად და საშუალოდ ერთ ბაზარზე. შევადგინოთ ჯგუფური ცხრილი და გავაკეთოთ მოკლე დასკვნები.

2. კომერციულ ბანკში მუშაობს 200 თანამშრომელი. მათი ყველაზე მცირე თვიური ხელფასი შეადგენს 80 ლარს. გაინგარიშეთ დაჯგუფებისათვის საჭირო ინტერვალის სიდიდე, თუ ხელფასების განაწილების ვარიაციული შწკრივის მაქსიმალური მნიშვნელობა 5-ჯერ მეტია მინიმალურზე 4 ჯგუფის წარმოქმნის პირობებში.
3. სტატისტიკის ზოგად თეორიაში საბანკო სპეციალობის 20 სტუდენტიდან დაიწერა შემდეგი ნიშნები: 5,2,3,4,5,2,2,3,5,4,2,4,3,5,2,5,3,5,3,2. დააჯგუფეთ სტუდენტები აკადემიური მოსწრების (ოროსანი, სამოსანი, ოთხოსანი, ფრიადოსანი) ნიშნის მიხედვით. გაინგარიშეთ სტატისტიკის ზოგად თეორიაში სტუდენტთა საშუალო აკადემიური მოსწრება (საშუალო ნიშნის მიხედვით).

თემა 5. აბსოლუტური და შეფარდებითი სიდიდეები

1. სტატისტიკური მაჩვენებლები და სტატისტიკური სიდიდეები საბაზრო ეკონომიკის პირობებში

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი მხარეების, მათი განვითარების კანონზომიერებათა შესწავლა თვისებრივ მხარესთან მჭიდრო ურთიერთკავშირში კონკრეტულ დროსა და სივრცეში, საქართველოში საბაზრო ურთიერთობათა განვითარების შეუქცევად მოვლენებთან დაკავშირებით ძნელია წარმოვიდგინოთ შესაბამისი სტატისტიკური სიდიდეებისა და მაჩვენებლების გარეშე. სტატისტიკური სიდიდეები (აბსოლუტური, შეფარდებითი, საშუალო) სტატისტიკურ მაჩვენებლებში აისახება. ისე, როგორც წამყვან ფუნდამენტალურ მეცნიერებას, მათემატიკას გააჩნია რიცხვთა თეორია მათემატიკური მეცნიერების უშუალო საგნის შესწავლისათვის, ეკონომიკასაც გააჩნია განვითარების მზომელობის ისეთი მძლავრი იარაღი, როგორიცაა სტატისტიკურ მაჩვენებელთა სისტემა. ამ სისტემის სრულყოფა განსაკუთრებით დიდ მნიშვნელობას იძენს გეგმური ეკონომიკიდან საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლის თანამედროვე ეტაპზე. შეუძლებელია ამ გადასვლის ისტორიულ პროცესში სტატისტიკამ, როგორც საზოგადოებრივმა მეცნიერებამ არ უზრუნველყოს დემოკრატიზაციის, საზოგადოების სოციალური სტრუქტურის, ადამიანის პიროვნების, ოჯახისა და საზოგადოების, საზოგადოებრივი აზრის, მორალური ცხოვრების დონის განვითარების ცვლილებათა სწორი და მეცნიერული ანალიზი სწორი და მეცნიერულად დასაბუთებული სტატისტიკურ მაჩვენებელთა სისტემის გარეშე. გეგმური ეკონომიკის პირობებში საკომანდო-ადმინისტრაციული მმართველობა თავისთავად განსაზღვრავდა ისეთ მაჩვენებელთა სისტემას, რომელიც

შეესაბამებოდა ცენტრალიზებულ მართვა-გამგებლობას. მაჩვენებელთა განსხვავებულ სისტემას მოითხოვს საბაზრო ეკონომიკა. დღესდღეობით წარმოუდგენელია, მაგალითად, ფირმებმა, საწარმოებმა და ორგანიზაციებმა განსაზღვრონ თავიანთი შეტევითი, თავდაცვითი, თუ უკანდახევითი სტრატეგია ბაზარზე მათი მდგომარეობის და, მთლიანად, მთელი ბაზრის კონიუქტურის გარკვეული მაჩვენებლებით შესწავლის გარეშე.

სტატისტიკური მაჩვენებელი მნიშვნელოვანი სოციალურ-ეკონომიკური კატეგორიაა. მისი რაობა უშუალოდაა დაკავშირებული სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების როგორც რაოდენობრივ, ისე თვისებრივ განსაზღვრულობასთან. სტატისტიკურმა მაჩვენებელმა უნდა ასახოს მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრიობა, რაც, თავისთავად, დაკავშირებულია მათ თვისებრიობასთან. მაგალითად, საბანკო სტატისტიკა ვერ დაადგენს საბანკო აქტივების საერთო მოცულობას, თუ წინასწარ არ გაარკვია რა არის ეს საბანკო აქტივები და რა ელემენტებს მოიცავს ის. **ამიტომ სტატისტიკური მაჩვენებელი შეიძლება განისაზღვროს როგორც "სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი დახასიათება თვისებრივი განსაზღვრულობის პირობებში"**[1].

მაშასადამე, **სტატისტიკური მაჩვენებელი არის სოციალურ-ეკონომიკური ანუ საზოგადოებრივი მოვლენის რაოდენობრივი ზომა, რომელსაც გააჩნია თვისებრივი განსაზღვრულობა.** ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა, პროდუქციის გამოშვება, ბიუჯეტის შემოსავლები და დანახარჯები, მოსახლეობის შემოსავლები და დანახარჯები და სხვა. თვისებრივი განსაზღვრულობა იმაში მდგომარეობს, რომ ისინი გამოხატავენ სოციალურ-ეკონომიკურ კატეგორიებს (მოსახლეობა, ეროვნული სიმდიდრე, ბიუჯეტი, საქონელბრუნვა, ცხოვრების დონე და ა.შ.)

---

[1] Теория статистики под редакцией Р. А. Шмойловой .: учебник М. Финансы и статистики, 2002 с. 151

ქვეყნის ეკონომიკური განვითარება ხასიათდება მეცნიერულად დასაბუთებული, სოციალურ-ეკონომიკურ მაჩვენებელთა სისტემით, რაც ახასიათებს ქვეყნის ტერიტორიას, მოსახლეობას, ბუნებრივ სიმდიდრეს, ეროვნულ ქონებას, მთლიანი შიდა პროდუქტისა და ეროვნული შემოსავლის წარმოებას, განაწილებას, გაცვლას და მოხმარებას და ა.შ.

სტატისტიკოსები სტატისტიკურ მაჩვენებელს განასხვავებენ მათემატიკური რიცხვისაგან. თუ მათემატიკური რიცხვი (მთელი, წილადი, რაციონალური, ირაციონალური) გამოსახავს მოვლენის ზომას აბსტრაქტულ ფორმაში (მაგალითად, ვარდნილი სხეულის სიჩქარე, აჩქარება, კუბის მოცულობა და სხვ.), სტატისტიკური მაჩვენებელი მოვლენის განმაზოგადებელი ზომის რაოდენობრივი და თვისებრივი ერთიანობაა. მაგალითად, მამაკაცების, ან ქალების სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობა – სტატისტიკური მაჩვენებელია, რომელიც მამაკაცების, ან ქალების, როგორც თვისებრივად ერთგვაროვანი (სქესის მიხედვით) ერთობლიობის სიცოცხლის ხანგრძლიოვობის განმაზოგადებელი მაჩვენებელია. მაგრამ სტატისტიკურ მაჩვენებელს სტატისტიკოსები განასხვავებენ სტატისტიკური ნიშნისაგან. სტატისტიკური ნიშანი მაჩვენებლის თვისებრივი შინაარსია (მაგალითად, ცალკეულ ინდივიდუალურ პიროვნებათა სქესი, ასაკი და ა.შ). სტატისტიკური ნიშნები შეიძლება ორი სახის იყოს: **ატრიბუტული და მოცულობითი.** ატრიბუტულია თვისებრიობის გამომსახველი მაჩვენებელი, მაგალითად, სქესი, ასაკი, განათლება და ა.შ. მოცულობითი – რაოდენობრიობის გამომსახველი მაჩვენებელია, მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა, პირუტყვის სულადობა, პროდუქციის მოცულობა და სხვა. მაგრამ ნიშანი ჯერ კიდევ არ არის სტატიტიკური მაჩვენებელი. სტატისტიკურ მაჩვენებლად ასაკი შეიძლება იქცეს მაშინ, თუ ჩვენ მას შევისწავლით მოსახლეობის ცალკეული ასაკობრივი ერთგვაროვანი (მაგალითად, სკოლამდელი, სასკოლო, შრომის უნარიან, საპენსიო და სხვა) ჯგუფებისათვის. თუ ჩვენ,

მაგალითად, დავადგენთ საპენსიო ასაკის მოსახლეობის მოსალოდნელ სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობას, ეს უკვე სტატიტიკური მაჩვენებელია.

სტატისტიკური მაჩვენებლების ისტორიული წარმოშობა-განვითარების პროცესი მსგავსია მატემატიკაში რიცხვების წარმოშობა-განვითარებისა. რიცხვთა თეორიიდან ცნობილია, რომ თავიდანვე საზოგადოებას საბუნებისმეტყველო მოვლენების გასაზომად დასჭირდა მთელი რიცხვები. შემდგომში აღმოჩნდა, რომ მთელი რიცხვები აღარ იყო საკმარისი, მაგალითად, მთელის გარკვეული ნაწილების რაოდენობრივი წარმოსახვისათვის, რისთვისაც შემოღებულ იქნა წილადი რიცხვები. შემდგომში აღარც წილადი რიცხვები გამოდგა, მაგალითად, იმ მარკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის გასაზომავად, რომლის თითოეული ფერდი 1-ის ტოლია. ცნობილია, რომ პითაგორას თეორემის თანახმად, ჰიპოტენუზის კვადრატი უდრის კათეტების კვადრატების ჯამს. ამ საფუძველზე, სამკუთხედის ჰიპოტენუზა უდრის $\sqrt{2}$. მიღებული მაჩვენებელი არც მთელია და არც წილადი რიცხვი, რის გამოც რიცხვთა თეორიაში შემოღებულ იქნა **ირაციონალური რიცხვის** ცნება.

სტატისტიკის თეორიასა და პრაქტიკაში საზოგადოების განვითარების ადრეულ საფეხურზე წარმოიშვა აბსოლუტური სიდიდეები, რომლებიც გამოხატავდნენ სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების მოცულობას. მაგრამ აბსოლუტური სიდიდეები ვერ ახასიათებენ მოვლენათა შორის ურთიერთშეფარდებას, რის გამოც აბსოლუტური სიდიდეების ურთიერთშეფარდების საფუძველზე წარმოიშვა შეფარდებითი სიდიდეები, საშუალო სიდიდეები და ვარიაციის მაჩვენებლები.

ამ მაჩვენებლებით შეიძლება საზოგადოებაში სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების სრულყოფილი დახასიათება.

სტატისტიკურ მაჩვენებელს გააჩნია სამი ძირითადი ფუნქცია: **შემეცნებითი, მმართველობითი და მასტიმულირებელი.** სტატიტიკური მაჩვენებლის შემეცნებითი

ფუნქცია მასში მდგომარეობს, რომ მან უნდა შეიცნოს მოვლენებისა და პროცესების განვითარების სურათი. როგორი სახის საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენაც არ უნდა განიხილოს სტატისტიკამ, მასში ყოველთვის ჩანს წარსულის ნაშთები, აწმყოს სურათი და მომავლის ჩანასახები. ამიტომ სტატისტიკურმა მაჩვენებელმა უნდა აჩვენოს სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების ეს სამი ასპექტი. სწორედ ამ შემთხვევაში ექნება მას შესრულებული თავისი შემეცნებითი ფუნქცია.

სტატისტიკური მაჩვენებლის მმართველობითი ფუნქცია მასში მდგომარეობს, რომ ის კარგი იარაღი უნდა იყოს სახელისუფლებო მმართველობითი სისტემის წარმომადგენელთათვის ქვეყნის, მისი ცალკეული რეგიონების, ფირმების, საწარმოებისა და დაწესებულებების განვითარების მართვის საქმეში.

თავისთავად, სტატისტიკური მაჩვენებელი თავისთავში **მასტიმულირებელ** ფუნქციასაც შეიცავს. მაგალითად, ბაზარზე რეალიზაციის მოცულობის ზრდისა და ფირმის სეგმენტის გაფართოების მაჩვენებელი ასტიმულირებს მეწარმეებს საქონლის წარმოების ზრდისა და მომსახურების გაფართოების მიმართულებით. რეალიზაციის სტაბილიზაციის მაჩვენებელი – აფიქრებინებს უნარიან ხელძღვანელებს თავიანთი ნაწარმის დიზაინის შეცვლისა და ხარისხის გაუმჯობესების მიმართულებით, ხოლო რეალიზაციის შემცირების მაჩვენებელი აიძულებს მეწარმეებს გადავიდნენ სხვა სახის პროდუქციის გამოშვებასა და მომსახურებაზე და ა.შ. ასეთ ფუნქციებს ასრულებს ეს უწყინარი სტატისტიკური მაჩვენებლები საბაზრო ურთიერთობების განვითარებაში.

2. სტატისტიკური მაჩვენებლების სახეობანი და მათი დახასიათება

სტატისტიკური მაჩვენებლები, რომლებიც სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი მხარის მრავალმხრივი ანალიზის დროს გამოიყენება, ბუნებრივია, ვერ იქნება ერთნაირი. ისინი განსხვავდებიან სხვადასხვა ნიშნებით, რომლებიც საფუძვლად უდევს მათ კლასიფიკაციას[1]. ეს ნიშნებია:

1. **სტატისტიკური მაჩვენებლების გამოსახვის ფორმა.** ამ ნიშნით გვაქვს აბსოლუტური, შეფარდებითი, საშუალო და ვარიაციული სიდიდეები (ეს სიდიდეები ამ და შემდგომ თემებში განიხილება ცალ-ცალკე).

2. **შესასწავლი ნიშნის კონკრეტულობის ხარისხი (ფორმა).** ნიშანს, რომლითაც შეისწავლება სტატისტიკური ერთობლიობა, ეწოდება შესასწავლი ნიშანი. ამ მეტად გავრცელებული გამოთქმის ქვეშ შეიძლება ვიგულისხმოთ ნებისმიერი სოციალურ-ეკონომიკური კატეგორია, ან კონკრეტული მაჩვენებელი, რომლის რაოდენობრივი მხარის შესწავლა წარმოადგენს ჩვენს მიზანს მოცემულ კონკრეტულ შემთხვევაში. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა, სქესობრივი, ასაკობრივი და სხვა ნიშნებით განაწილება, პროდუქციის გამოშვება ფირმაში, რეალიზაციის მოცულობა ბაზარზე, ბანკების საფინანსო აქტივები, პასივები, მეწარმეთა მიერ გამოშვებული პროდუქციის თვითღირებულება, ფასები, მოგება-ზარალი და ა.შ.

ნიშნის მოცულობას კონკრეტულ დროსა და სივრცეში ეწოდება კონკრეტული სტატისტიკური მაჩვენებელი. თუ ვიტყვით, რომ მოსახლეობის რიცხოვნობამ

---

[1] ეს ნიშნები კარგადაა დახასიათებული საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში სტატისტიკის თეორიის სახელმძღვანელოებში (იხ. Теория статистики под редакцией Р. А. Шмойловой, третье издание переработанное, М. Финансы и статистика 2002 с. 151-153, Общая теория статистики, учебник под ред. А. А. Спирина, О. Е. Башиной 4-у изд, М. Финансы и статистика, 1997 с. 75-77 და სხვა)

საქართველოში 2002 წლის 16-17 იანვრის ღამის 12 საათის მდგომარეობით, ანუ აღწერის კრიტიკული მომენტის მიხედვით შეადგინა 4400,0 ათასი კაცი, საქმე გვაქვს კონკრეტულ სტატისტიკურ მაჩვენებელთან იმდენად, რამდენადაც მასში მოცემულია შესასწავლი ნიშნის (მოსახლეობის რიცხოვნობა) სივრცობრივი (საქართველო) განსაზღვრულობა და კონკრეტული დრო (2002 წლის 16-17 იანვრის ღამის 12 საათი).

შესასწავლი ნიშნის კონკრეტულობის ხარისხის მიხედვით განსხვავებით კონკრეტული სტატისტიკური მაჩვენებლისაგან გვაქვს, აგრეთვე, **აბსტრაქტული მაჩვენებელი,** რომელსაც ზოგჯერ სტატისტიკოსები მაჩვენებელ-კატეგორიას უწოდებენ. აქ მოცემულია, ძირითადად, შესასწავლი ნიშნის დასახელება (თვისებრივი განსაზღვრულობა) სივრცის, ანუ ადგილის, დროისა და მოცულობის გარეშე. ასეთია, მაგალითად, საცალო საქონელბრუნვა აგრარულ ბაზრებზე, საფინანსო აქტივები და პასივები კომერციულ ბანკებში, სამეწარმეო პროდუქცია, პროდუქციის თვითღირებულება, მიმოქცევის ხარჯები და სხვა.

3. შესასწავლი მოვლენებისა და პროცესების თვისებრიობის ნიშნით სტატისტიკური მაჩვენებლები შეიძლება იყოს **მოცულობითი და ხარისხობრივი.** ეს დაყოფა პირობითია, მაგრამ აუცილებელია სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი და ხარისხობრივი ანალიზისათვის. მოცულობითია, მაგალითად, გამოშვებული პროდუქციისა და გაწეული მომსახურების, ბაზრის საქონელბრუნვის, წარმოებისა და მიმოქცევის ხარჯების მთლიანი ღირებულება თვეში, კვარტალში, წელში და ა.შ. მაგრამ, თუ ამ მოცულობით მაჩვენებლებს ავიღებთ შეფარდებით წარმოებისა და მომსახურების, აგრეთვე, ბაზრის მომუშავეთა საშუალოსიობრივი რიცხვის მიმართ, მივიღებთ ისეთ ხარისხობრივ სტატისტიკურ მაჩვენებელს, როგორიცაა წარმოებაში, მომსახურებასა და მიმოქცევაში შრომის ნაყოფიერება, რომლის გადიდება ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი

ხარისხობრივი მაჩვენებელია ეკონომიკური ეფექტიანობის ამაღლების მიმართულებით. ამის მსგავსად შეიძლება წარმოების ხარჯების მთლიანი ღირებულების გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობასთან შეფარდებით, ან კიდევ მიმოქცევის ხარჯების საქონელბრუნვასთან შეფარდებით მივიღოთ ისეთი ხარისხობრივი მაჩვენებლები, როგორიცაა პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება და მიმოქცევის ხარჯები საქონელბრუნვის ერთეულზე. ამ მაჩვენებლის შემცირება მეწარმეობის განვითარების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ხარისხობრივი ინდიკატორია, რაც მათი საქმიანობის ეფექტიანობის ამაღლებაზე მეტყველებს.

4. შესაწავლი მოვლენის ხასიათის მიხედვით ეკონომიკურ-სტატისტიკური მაჩვენებლები შეიძლება იყოს **სამომენტო და ინტერვალური.** სამომენტო სტატისტიკური მაჩვენებლები მოვლენის მოცულობას ასახავენ დაკვირვების გარკვეული მომენტებისათვის. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა დაკვირვების კრიტიკული მომენტის, ან წლის 1 იანვრისათვის, სტუდენტთა რიცხოვნობა ამა თუ იმ თარიღისათვის, საბრუნავი კაპიტალის, ძირითადი კაპიტალის მოცულობა, პირუტყვის სულადობა და ა.შ.

ინტერვალური სტატისტიკური მაჩვენებლები სოციალურ-ეკონომიკურ მაჩვენებელთა მოცულობაა განსაზღვრული პერიოდის (დეკადა, თვე, კვარტალი, წელი და ა.შ.) განმავლობაში. მაგალითად, პროდუქციის გამოშვება, გაწეული მომსახურების ღირებულება, რეალიზაციის მოცულობა, საბიუჯეტო შემოსავლები და სხვა, რომლებიც დასახელებული მოვლენების სიდიდეს ერთი რომელიმე მომენტისათვის კი არა, არამედ, პერიოდის დასაწყისიდან ბოლომდე ასახავენ. მაგალითად, საბიუჯეტო საგადასახადო შემოსავლები (დამატებული ღირებულების გადასახადი, აქციზი, მოგების გადასახადი და სხვა) შეიკრიბება ყოველდღიურად და მივიღებთ თვიურ შემოსავლებს, თვიური შემოსავლების შეჯამებით მივიღებთ წლიურ შემოსავლებს.

სამომენტო და ინტერვალურ სტატისტიკურ მაჩვენებლებს შორის ძირითადი განმასხვავებელი ნიშანი ისაკაა, რომ სამომენტო სტატისტიკური მაჩვენებლების შეჯამება არ შეიძლება, ვინაიდან არავითარ ეკონომიკურ აზრს არ ატარებს. მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობის, პირუტყვის სულადობის, ძირითადი კაპიტალის შეჯამება დღეების, თვეების, კვარტალებისა და წლების მიხედვით არავითარ ეკონომიკურ აზრს არ ატარებს, ვინაიდან შეჯამებაში ერთი და იგივე მოცულობის მაჩვენებლები რაოდენიმეჯერ განმეორდება, რაც უაზრობაა. რაც შეეხება ინტერვალურ სტატისტიკურ მაჩვენებლებს, მათი შეკრება ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით შეიძლება და გარკვეული ეკონომიკური აზრის მატარებელია. მაგალითად, პროდუქციის გამოშვების, გაწეული მომსახურების, ან რეალიზაციის მოცულობის შეჯამება დღეების მიხედვით გვაძლევს თვიურ, თვეების მიხედვით კვარტალურ და კვარტალების მიხედვით წლიურ მაჩვენებლებს და ა.შ.

5. დასაკვირვებელი ერთეულების მომცველობის ხარისხის მიხედვით სტატისტიკური მაჩვენებლები შეიძლება იყოს **ინდივიდუალური და კრებსითი. ინდივიდუალური** სტატისტიკური მაჩვენებლები ახასიათებს ცალკეული ფირმების, ბაზრობების, ტერიტორიული ერთეულების (რეგიონების) შესაბამის მუშაობას. ასეთია, მაგალითად, ცალკეული ფირმების პროდუქციის გამოშვება, ბანკების აქტივები და პასივები, ბაზრობების საქონელბრუნვა და ა.შ.

კრებსითი სტატისტიკური მაჩვენებლები ახასიათებს მთელი დარგის, ან დარგების, საერთო ტერიტორიული ერთეულების, მთლიანად ქვეყნების და ა.შ. განვითარებას. ეს მაჩვენებლები შეიძლება მივიღოთ ინდივიდუალური მაჩვენებლების საფუძველზე (შეჯამებით, გადამრავლებით, ურთიერთშეფარდებით და სხვა გზით).

როგორც ინიდივიდუალური ისე კრებსითი სტატისტიკური მაჩვენებლები შეიძლება იყოს აბსოლუტური, შეფარდებითი, საშუალო, ან ვარიაციული სიდიდეებით გამოსახული.

3. სტატისტიკური მაჩვენებლების სრულყოფის გზები საბაზრო ეკონომიკის პირობებში

სტატისტიკურმა მაჩვენებლებმა საერთოდ და, განსაკუთრებით, საბაზრო ეკონომიკის პირობებში, სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების რაოდენობრივი დახასიათება უნდა უზრუნველყოს ინფორმაციის **სიზუსტის, სრულყოფილობის, შესადარისობის, მოვლენის არსებითი ნიშნების გამოყოფის, კომპლექსურობის, ობიექტურობის, სისტემურობის და სხვათა დაცვის** პირობებში. **ინფორმაციის სიზუსტე** ნიშნავს იმას, რომ სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ცვალებადობას ყოველთვის აქვს ალბათური ხასიათი. მაგალითად, სახელმწიფო ბიუჯეტის შემოსავლები იგეგმება წლის მანძილზე სამამულო წარმოების განვითარების, ექსპორტ-იმპორტის, მეწარმეობისა და სხვათა განვითარების შესაბამისად. ამ ფაქტორების ცვალებადობას წლის მანძილზე განაპირობებს მრავალი, როგორც ეკონომიკური, ისე პოლიტიკური ფაქტორების ზემოქმედება. ამიტომ სტატიტიკამ უნდა შესძლოს ფაქტორთა ზემოქმედების ალბათური ხასიათის ზუსტი გაზომვა და მათი მაღალი სიზუსტით ასახვა საბიუჯეტო მაჩვენებლების ანგარიშგებიანობის საქმეში. **ინფორმაციის შესადარისობა** იმას ნიშნავს, რომ უნდა მოხდეს მაჩვენებელთა უნიფიცირება, რაც მათ მიანიჭებს მეტ შესადარისობას როგორც რეგიონალურ, ისე დარგობრივ ჭრილში. ამჟამად, მთლიანად საქართველოში მიმდინარეობს სტატისტიკურ მაჩვენებლთა გაანგარიშების მეთოდოლოგიის სრულყოფა იმ მიმართულებით, რომ ისინი შესადარისი იყოს არა მარტო ქვეყნის შიგნით, არამედ საერთაშორისო მასშტაბითაც.

ასეთივე დიდი მნიშვნელობა ენიჭება საბაზრო ეკონომიკის პირობებში **სრულყოფილი, კომპლექსური, სისტემური და სხვა** არსებითი ნიშნების მქონე ინფორმაციის შეგროვებას. ამ მოთხოვნებს სტატისტიკა ვერასდროს შეასრულებს

ცალკეული, იზოლირებულად აღებული მაჩვენებლების გამოყენებით. ამიტომ, დღესდღეობით, განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება სტატისტიკურ მაჩვენებელთა სისტემის შემუშავებას და მის დანერგვას პრაქტიკაში. შეუძლებელია, მაგალითად, ფირმის, ასოციაციის, სუპერმარკეტის, საწარმოს, ორგანიზაციის და სხვა ანგარიშვალდებულთა მუშაობის დახასიათება თვეში, კვარტალში, წელში და ა.შ. მხოლოდ ერთი რომელიმე მაჩვენებლის მიხედვით. მხოლოდ გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა ამა თუ იმ პერიოდში ვერ დაახასიათებს ფირმის მუშაობას კომპლექსურად. ამასთან ერთად, აუცილებელია პროდუქციის ხარისხი, დიზაინი, რეალიზაციის მოცულობა ბაზარზე, დანახარჯები წარმოებისა და მიმოქცევის პროცესში, მოგება, ზარალი, ძირითადი კაპიტალი, საბრუნავი კაპიტალი და ა.შ. **ასეთ მაჩვენებლებს, რომლებიც ერთობლიობაში კომპლექსურად ახასიათებენ ფირმის მუშაობას, როგორც მოცულობითი, ისე ხარისხობრივი მაჩვენებლების მიხედვით, ეწოდება არა მაჩვენებელების, არამედ მაჩვენებლთა სისტემის სრულყოფა საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.**

თანამედროვე პერიოდში მსოფლიო სტატისტიკური მეცნიერება და პრაქტიკა დაინტერესებულია მაჩვენებლთა სისტემის შემცვლელი, ერთი რომელიმე ინტეგრალური მაჩვენბლის შემუშავებით, რომელიც კომპლექსურად და სრულყოფილად დაახასიათებს მოვლენის განვითარებას დროსა და სივრცეში.

4. აბსოლუტური სიდიდეები და მათი ზომის ერთეულები

სტატისტიკა მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივ მხარეს ახასითებს გარკვეული განმაზოგადებელი მაჩვენებლებით, მათგან გამოიყოფა **აბსოლუტური, შეფარდებითი და საშუალო სიდიდეები.**

აბსოლუტური სიდიდეები მოვლენის ზომისა (მოცულობა, დონე) და ნიშნის სიდიდის (ეროვნული შემოსავლის, ხელფასის, ფასის და სხვ.) გამომხატველი მაჩვენებლებია. ის შეიძლება იყოს **ინდივიდუალური და ჯამობრივი**. ინდივიდუალური ერთობლიობის ცალკეული ერთეულების ამა თუ იმ ნიშნის რაოდენობის გამომხატველია. ასეთია, მაგალითად, თითოეული მუშის ხელფასი, სახნავის მოცულობა ცალკეულ მეურნეობებში და ა.შ.

ჯამობრივი აბსოლუტური სიდიდე მთლიანად ერთობლიობის ამა თუ იმ ნიშნის რაოდენობრიობის მაჩვენებელია. მაგალითად, მთელი რესპუბლიკის მოსახლეობის რიცხოვნობა, ხელფასის ფონდი და ა.შ.

ჯამობრივი აბსოლუტური სიდიდე მიიღება ორი წესით: ცალკეული ინდივიდუალური აბსოლუტური სიდიდეების შეჯამებით (თითოეული მუშის ხელფასის შეჯამებით მივიღებთ ფირმის ხელფასის ფონდს) და საშუალო მაჩვენებლის ერთობლიობის ერთეულთა რაოდენობაზე გადამრავლებით (საშუალო ხელფასის და მომუშავეთა რიცხოვნობის ურთიერთგადამრავლებით, აგრეთვე, მივიღებთ ხელფასის ფონდს).

აბსოლუტური სიდიდეები გამოისახება შესაბამისი ზომის ერთეულებით. მათგან გამოიყოფა **ნატურალური და ფულადი** ზომის ერთეულები.

ნატურალურია ისეთი ზომის ერთეულები, რომლებიც მოცემული საგნის ფიზიკურ თვისებას შეესაბამება და გამოისახებიან სიგრძის, ფართობის, მოცულობის, წონის და სხვა ზომის ერთეულებით. ასეთია, მაგალითად, ფოლადის გამოდნობა ტონებში, ავტომობილების გამოშვება ცალებში, ხამი ქსოვილების წარმოება გრძივ მეტრებში, ნართის წარმოება კგ/ნ-ებში, ტვირთბრუნვა ტონა/კმ-ებში, ელექტროენერგიის წარმოება კვტ/ს-ებში და ა.შ. ამასთან, სამი უკანასკნელი წოდებულია კომბინირებული ნატურალური ზომის ერთეულებად.

ჩამოთვლილი ზომის ერთეულები არ იძლევიან სხვადასხვა დასახელების პროდუქციის შეჯამების საშუალებას. ეს კი აუცილებელია, ვინაიდან საწარმოთა უმრავლესობა უშვებს არა ერთი, არამედ მრავალი დასახელების პროდუქციას. ამიტომ იყენებენ, პირობით-ნატურალურ ზომის ერთეულებს. ასეთია მაგალითად, 15 ცხენისძალიანი ტრაქტორი, ორღერძიანი ვაგონი, ათასი პირობითი ქილა, პირობითი სათბობი და სხვ.

უფრო გავრცელებულია ღირებულებითი ანუ ფულადი ზომის ერთეულები (ლარი, ათასი ლარი, მლნ ლარი და ა.შ.)

5. შეფარდებითი სიდიდეები და მათი ზომის ერთეულები

თავისთავად აბსოლუტური სიდიდეები ზოგჯერ ვერ იძლევიან სრულყოფილ წარმოდგენას შესასწავლი მოვლენებისა და პროცესების შესახებ. მაგალითად, ხორცის წარმოების მოცულობა ამა თუ იმ წელს თავისთავად ვერ მოგვცემს წარმოდგენას თუ როგორია ის წინა წლების მიმართ, აკმაყოფილებს თუ არა მოსახლეობის გაზრდილ მოთხოვნილებებს და ა.შ. ამისათვის პრაქტიკაში ძალიან ფართოდ გამოიყენება შეფარდებითი სიდიდეები. შეფარდებითი სიდიდეები მიიღება აბსოლუტური სიდიდეების ურთიერთშეფარდებით და გვიჩვენებს თუ რამდენჯერ მეტია ან ნაკლები ერთი ფაქტი ან მოვლენა მეორეზე.

შეფარდებითი სიდიდეები ზომის ერთეულებია:

1) რიცხვი (მთელი ან წილადი), რომელიც გვიჩვენებს რამდენჯერ მეტია ან ნაკლები ერთი აბსოლუტური სიდიდე მეორეზე.
2) კოეფიციენტი ან პროცენტული გამოსახულება, მაგალითად, გეგმის შესრულების პროცენტი, ვაჟებისა და ქალების ხვედრითი წილი და ა.შ.
3) პრომილი (‰) , პროდეცილი (‱) და ა შ.

პრომილი მეათასედ ნაწილს გამოსახავს. მაგალითად, მოსახლეობის მოკვდაობის, შობადობის, ბუნებრივი მატების მაჩვენებლები ყოველ 1000 მცხოვრებელზე, **პროდეციმილი** რიცხვის მეათიათასედ ნაწილს გამოხატავს. ასეთია მაგალითად, ექიმების, საწოლების და სხვათა რაოდენობა ყოველ 10000 მცხოვრებელზე.

6. შეფარდებითი სიდიდეების სახეები

შეფარდებითი სიდიდეების სახეებია: **გეგმის შესრულების, დინამიკის, სტრუქტურის, ინტენსივობის, კოორდინაციის და შედარების სიდიდეები.**

გეგმის შესრულების შეფარდებითი სიდიდე გვჩვენებს მოცემულ პერიოდში დავალების შესრულების ხარისხს. ის გაიანგარიშება ფაქტობრივი შესრულების დავალებაზე გაყოფით და100-ზე გადამრავლებით. ამიტომ ის გვიჩვენებს მოცემულ პერიოდში ამა თუ იმ მაჩვენებლის მიხედვით გეგმის შეუსრულებლობის, 100%-ით შესრულების, ან გადაჭარბებით შესრულების დონეს, რითაც მსჯელობენ ორგანიზაციის მუშაობის ხარისხზე.

დინამიკის შეფარდებითი სიდიდე ახასიათებს მოვლენის განვითარებას დროში. ის გაიანგარიშება ამა თუ იმ წლის დონის შეფარდებით წინა, რომელიმე წლის დონესთან და გამოისახება კოეფიციენტის ამ პროცენტის სახით. დინამიკის შეფარდებითი სიდიდე არის **ჯაჭვური** და **საბაზისო**. თუ თითოეული წლის დონის ცვლილებას ვანგარიშობთ ამ წლის მომიჯნავე წინა წლის დონესთან შედარებით, მაშინ მივიღებთ ჯაჭვურ დინამიკურ შეფარდებით სიდიდეებს, ხოლო თუ თითოეული წლის დონის ცვლილებას ვანგარიშობთ რომელიმე ერთი, საბაზისო წლის მიმართ, მაშინ შედეგად მივიღებთ საბაზისო დინამიკის შეფარდებით სიდიდეებს. თუ გვაქვს წლების მიხედვით დონეები $y_1, y_2, y_3, ..., y_n$; მაშინ ჯაჭვური წესით გაანგარიშებული დინამიკის სიდიდეები (k) იქნება:

$$k_1 = \frac{y_2}{y_1}, k_2 = \frac{y_3}{y_2}, \ldots, k_{n-1} = \frac{y_n}{y_{n-1}} \qquad (5.1)$$

ხოლო თუ პირველ წელს ბაზად მივიჩნევთ, მივიღებთ საბაზისო დინამიკის შეფარდებით სიდიდეებს:

$$k_1 = \frac{y_2}{y_1}, k_2 = \frac{y_3}{y_1}, \ldots, k_{n-1} = \frac{y_n}{y_1} \qquad (5.2)$$

თუ ჯაჭვური დინამიკის სიდიდეებს ერთმანეთზე გადავამრავლებთ, მივიღებთ საბაზისო დინამიკის შეფარდებით სიდიდეს.

$$\frac{y_2}{y_1} \times \frac{y_3}{y_2} \times \ldots \times \frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{y_n}{y_1} \qquad (5.3)$$

სტრუქტურის შეფარდებითი სიდიდე ისეთ მაჩვენებელს ეწოდება, რომელიც ახასიათებს ერთობლიობაში თითოეული ელემენტის ხვედრით წილს. მაგალითად, ვაჟებისა და ქალების, ან კიდევ შრომისუნარიანი და არაშრომისუნარიანი მოსახლეობის ხვედრითი წილი მოსახლეობის საერთო რიცხოვნობაში და ა.შ. სტრუქტურის შეფარდებითი სიდიდე გამოიანგარიშება თითოეული ნაწილის რიცხვითი გამოსახულების შეფარდებით მთლიან ერთობლიობასთან და 100-ზე გადამრავლებით.

მაგალითად, საქართველოს მოსახლეობის საერთო რიცხვში 1989 წლის აღწერის მიხედვით ქალაქის მოსახლეობას ეჭირა 55.8 %, ხოლო სოფლის მოსახლეობას – 44.2%. მოსახლეობის 2002 წლის აღწერის მიხედვით ამ ციფრებმა შეადგინა შესაბამისად 52.4 და 47.6. როგორც ჩანს ამ აღწერათა შორის პერიოდში საქართველოს ქალაქის მაცხოვრებელთა რიცხოვნობამ იკლო 55.8%-დან 52.4%-მდე და შესაბამისად გაიზარდა სოფლის მოსახლეობის ხვედრითი წილი.

ინტენსივობის შეფარდებითი სიდიდე ახასიათებს გარკვეულ გარემოში მოვლენის გავრცელების ხარისხს. ეს მაჩვენებელი გაიანგარიშება მოცემული მოვლენის აბსოლუტური სიდიდის შეფარდებით იმ გარემოს სიდიდესთან, რომელშიც ისაა გავრცელებული. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის სიმჭიდროვე, პროდუქციის წარმოება საწარმოო ფართობის $1მ^2$-ზე, პროდუქტების წარმოება ან მოხმარება მოსახლეობის ერთ სულზე, ექიმების რაოდენობა 1000 მაცხოვრებელზე, შობადობის, მოკვდავობის და ბუნებრივი მატების კოეფიციენტები.

კოორდინაციის შეფარდებითი სიდიდე ახასიათებს ერთობლიობის რაიმე ელემენტთა შორის ურთიერთშეფარდებას, მაგალითად, ინჟინერ-ტექნიკური პერსონალის რაოდენობა 1000 მუშაზე, ქალების რაოდენობა ვაჟების მიმართ და ა.შ.

შედარების შეფარდებითი სიდიდე ორი სხვადასხვა ტერიტორიული ერთეულის ან ობიექტის ამა თუ იმ მაჩვენებლის ურთიერთშეფარდებას ახასიათებს ამა თუ იმ პერიოდში ან მომენტში. ასეთია, მაგალითად, საქართველოს და რუსეთის ფოლადის, თუჯის, ნაგლინის და სხვათა წარმოების ურთიერთშედარება პროცენტულად.

შეფარდებითი სიდიდეების თითოეული სახეობა ფართოდ გამოიყენება საალრიცხვო-სტატისტიკურ პრაქტიკაში.

7. შეფარდებითი სიდიდეების გამოყენების პრაქტიკა

შეფარდებითი სიდიდეების გამოყენების სფერო ეკონომიკის განვითარების ანალიზსა და პროგნოზირებაში ძალიან ფართოა. თითქმის არ არსებობს ეკონომიკის განვითარების არცერთი უბანი, სადაც არ გამოიყენებოდეს შეფარდებითი სიდიდეების რომელიმე სახეობა მაინც. მათი გამოყენების ყველა შემთხვევის აქ მოტანა შეუძლებელია. მაგალითისათვის, დავასახელებთ მხოლოდ ზოგიერთ მათგანს.

საგეგმო ეკონომიკიდან საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლასთან დაკავშირებით ძალიან შემცირდა გეგმურ დავალებათა რიცხვი სახალხო მეურნეობაში (აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ზოგჯერ მათ საპროგნოზო მაჩვენებელს უწოდებენ თანამედროვე პერიოდში). ამის გარდა, კერძო ფირმებს, ორგანიზაციებს, დაწესებულებებს ამა თუ იმ პერიოდისათვის (დღე, დეკადა, თვე, კვარტალი, წელი) ყოველთვის აქვს ბიზნესგეგმაში ისეთი მაჩვენებლები, რომელთა შესრულების კონტროლის გარეშე შეუძლებელია თითოეული მათგანის ფუნქციონირება. ამიტომ შეფარდებითი სიდიდეებიდან ჯერჯერობით მაინც უფრო ფართო პრაქტიკული გამოყენება გეგმის (პროგრამის, საპროგნოზო მაჩვენებლის) შესრულების შეფარდებით სიდიდეს აქვს. ამის გარდა, ეკონომიკური განვითარების ანალიზში ფართო გამოყენება აქვს, აგრეთვე, სტრუქტურის, დინამიკის კოორდინაციისა და შედარების შეფარდებით სიდიდეებს. მოვიტანოთ მაგალითი:

საქართველოს ნაერთი ბიუჯეტი (ფაქტიურად მოქმედ ფასებში; მლნ. ლარი)[1]

ცხრილი N5

ბიუჯეტის შემოსავლები და ხარჯები	1995	1996	1997	1998	1999	2000
მთელი შემოსავლები და გრანტები	271.3	518.1	749.8	842.6	931.6	918.3
ხარჯები და წმინდა დაკრედიტება	469.3	771.3	929.5	1019.7	1188.9	1135.8
შემოსავლების ხარჯებზე გადამეტება (+), დეფიციტი (–)	-198.0	-253.2	-179.7	-177.1	-257.3	-216.9

ცხრილში მოტანილია საქართველოს ნაერთი ბიუჯეტის წლიური შემოსავლებისა და ხარჯების აბსოლუტური მონაცემები. თავისთავად, ეს აბსოლუტური მონაცემები საჭირო და აუცილებელია ბიუჯეტის მენეჯერული მართვისათვის, მაგრამ არაა საკმარისი ჩვენთვის საინტერესო ყველა კითხვაზე პასუხის

[1] საქართველოს სტატისტიკური წელიწდეული, 2001 წ. თბ., 2002 წ., გვ. 244

გასაცემად. საინტერესოა: 1) როგორ იზრდებოდა ბიუჯეტის შემოსავლები, ხარჯები და დეფიციტი – ა) ყოველწლიურად პირველი საბაზისო წლის (1995 წ.) მიმართ (საბაზისო ზრდის ტემპები); ბ) ყოველწლიურად წინა წლის მიმართ (ჯაჭვური ზრდის ტემპები).

შევადგინოთ ცხრილი:

ბიუჯეტის მაჩვენებლთა ზრდის ტემპები (%-ობით)

ცხრილი N6

მაჩვენებლები	საბაზისო					ჯაჭვური				
	1995-1996	1995-1997	1995-1998	1995-1999	1995-2000	1995-1996	1995-1997	1995-1998	1995-1999	1995-2000
შემოსავლები და ხარჯები	1.90	2.76	3.10	3.43	3.38	1.90	1.44	1.12	1.10	0.98
ხარჯები და წმინდა დაკრედიტება	1.64	1.98	2.17	2.53	2.42	1.64	2.21	1.09	1.16	0.95
დეფიციტი	1.28	0.91	0.89	1.30	1.09	1.28	0.71	0.98	1.45	0.84

როგორც ჩანს, 1995-2000 წლებში მთლიანად საბიუჯეტო შემოსავლები საქართველოში 3.38-ჯერ გაიზარდა. ასეთივე ზრდას ჰქონდა ადგილი ცალკეულ წლებშიაც. თუმცა, ზრდის ტემპები შემცირდა 1996-1997, 1997-1998 და 1999-2000 წლებში, რაც ცუდი მაჩვენებელია. ხარჯები უფრო ნაკლებად გაიზარდა ამავე პერიოდში (2.42-ჯერ), ვიდრე შემოსავლები. აქაც ზრდის ტემპები შემცირდა იმავე წლებში, რომლებშიც შემცირების ტენდენციით ხასიათდება შემოსავლების ზრდა. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ საბიუჯეტო შემოსავლების შემცირებამ გავლენა იქონია საბიუჯეტო ხარჯების სიდიდეზე წლების მიხედვით. რაც შეეხება ბიუჯეტის დეფიციტს, ის არ შემცირებულა, არამედ, პირიქით, გაიზარდა 1,09-ჯერ 1995-2000 წლებში, რაც ცუდი ეკონომიკური მაჩვენებელია.

კიდევ უფრო საინტერესო სურათს მოგვცემს ბიუჯეტის შემოსავლებისა და დანახარჯების სტრუქტურის შეფარდებითი სიდიდეები (შემოსავლების ან დანახარჯების თითოეული

სახეობის შეფარდება მთლიან შემოსავლებთან ან დანახარჯებთან და გამრავლებით 100-ზე გვაძლევს შემოსავლებისა და დანახარჯების სტრუქტურას პროცენტულ გამოსახულებაში). იმავე სტატისტიკური კრებულის მონაცემებით ჩანს, რომ შემოსავლებში ყველაზე დიდი ხვედრითი წილით (93%) გამოირჩევა საგადასახადო შემოსავლები (საშემოსავლო, მოგების, დამატებული ღირებულების, საბაჟო გადასახადები და აქციზი). ამიტომ მენეჯერული ღონისძიებანი საბიუჯეტო შემოსავლების გადიდების მიმართულებით უნდა იქნას პირველ რიგში მიმართული საგადასახადო შემოსავლების გადიდებისაკენ.

საბიჯეტო ხარჯებში დიდი ხვედრითი წილით გამოირჩევა სოც. დაზღვევა და სოც. უზრუნველყოფა (32%) და ე.წ. გაუშიფრავი სხვა ხარჯები (30%). პირველი მაჩვენებელია ხალხის სოციალური მდგომარეობის გაუმჯობესების პრიორიტეტულობის, ხოლო მეორე – კორუფციის ჯერ კიდევ მაღალ დონეზე მეტყველებს სახელისუფლებო სტრქტურებში.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რაში მდგომარეობს სტატისტიკური მაჩვენებლის არსი და გამოყენება ეკონომიკაში?
2. როგორია სტატისტიკური მაჩვენებლის ფუნქციები?
3. როგორია სტატისტიკური მაჩვენებლის სახეობანი?
4. როგორია სტატისტიკური მაჩვენებლის სრულყოფის გზები საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში?
5. რაში მდგომარეობს აბსოლუტური სიდიდეების არსი და ზომის ერთეულები?
6. შეფარდებითი სიდიდეების არსი და ზომის ერთეულები;

7. შეფარდებითი სიდიდეების სახეობანი და მათი გაანგარიშების წესები;
8. რაში მდგომარეობს შეფარდებითი სიდიდეების გამოყენების პრაქტიკა საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში?

ტესტები თემისადმი

1. ფირმის პრეზიდენტმა შეიტყო, რომ ბაზარზე ფირმის პროდუქციის რეალიზაცია იზრდება და გადაწყვიტა გააფართოოს ამ სახის პროდუქციის წარმოება. როგორია ამ შემთხვევაში სტატისტიკური მაჩვენებლის ფუნქცია?
   ა) შემეცნებითი;
   ბ) მმართველობითი;
   გ) მასტიმულირებელი.
2. მოსახლეობის რიცხოვნობამ საქართველოში 2002 წლის საყოველთაო აღწერით შეადგინა 4400.0 ათასი კაცი. როგორი სახისაა სტატისტიკური მაჩვენებელი?
   ა) აბსოლუტური;
   ბ) შეფარდებითი;
   გ) საშუალო.
3. აგრარულ ბაზრობაზე მთლიანი დღიური საქონელბრუნვის 60% სასურსათო საქონელია, დანარჩენი – სამრეწველო. როგორი სახის შეფარდებითი სიდიდეა?
   ა) კოორდინაციის;
   ბ) სტრუქტურის;
   გ) შედარების.
4. ყირგიზეთში ჩაის საშუალოსულადობრივი წლიური მოხმარება 3 – ჯერ მეტია რუსეთის ფედერაციის შესაბამის მაჩვენებელზე. როგორი სახის შედარებითი სიდიდეა?

ა) დინამიკის;
ბ) სტრუქტურის;
გ) შედარების.

5. საბელმწიფო ბიუჯეტის საგადასახადო შემოსავლები იანვრის თვეში 30%-ით მეტი შემოვიდა ვიდრე პარლამენტის მიერ დამტკიცებული იყო. როგორი სახის შეფარდებითი სიდიდეა?
ა) დინამიკის;
ბ) სტრუქტურის;
გ) გეგმის შესრულების.

6. საქართველოში ქალების რიცხოვნობა 1,2-ჯერ მეტია მამაკაცების რიცხოვნობაზე. როგორი სახის შეფარდებითი სიდიდეა?
ა) კოორდინაციის;
ბ) სტრუქტურის;
გ) ინტენსივობის.

საქართველოში მოსახლეობის 1000 კაცზე 2000 წელს დაიბადა 8,9 კაცი. გარდაიცვალა 9,1 კაცი. როგორია ზომის ერთეული?
ა) პროცენტი;
ბ) კოეფიციენტი;
გ) პრომილი.

7. საქართველოში მოსახლეობის 1000 კაცზე გაანგარიშებით 1980 წელთან შედარებით 2000 წელს დაბადებულთა რიცხვი 0.51%-ჯერ ნაკლებია, გარდაცვლილთა რიცხვი კი 1,07-ჯერ მეტი. როგორი სახის შეფარდებითი სიდიდეა?
ა) დინამიკის;
ბ) სტრუქტურის;
გ) კოორდინაციის.

პრაქტიკული ამოცანები და სავარჯიშოები

1. საქართველოში მოსახლეობის 1000 კაცზე გარდაცვლილთა რიცხვი 1998 წელს 1997 წლის მიმართ გაიზარდა 0.98-ჯერ, 1999 წელს 1998 წლის მიმართ 1.16-ჯერ, ხოლო 2000 წელს 1999 წლის მიმართ 1.03-ჯერ. რამდენია ზრდა 1997-2000 წლებში?
2. საქართველოში საშუალოთვიურმა ხარჯებმა მოსახლეობის ერთ სულზე ლარობით შეადგინა:

ხარჯები/წლები	1996	1997	1998	1999	2000	2001
სამომხმარებლო ხარჯები (სურსათზე, სასმელზე, თამბაქოს ნაწარმზე, ტანსაცმელსა და ფეხსაცმელზე, საოჯახო მოხმარების საქონელზე, ჯანდაცვაზე, სათბობსა და ელექტროენერგიაზე, ტრანსპორტზე, განათლებაზე, კულტურასა და დასვენებაზე, სხვა სამომხმარებლო ხარჯები)	43.7	47.8	46.7	51.3	52.5	52.6
არასამომხმარებლო ფულადი ხარჯები (სასოფლო-სამრწყო ხარჯები, ტრანსფერებზე, დაზღვევა ან გასესხებაზე)	5.7	3.7	5.4	4.7	6.9	7.1
სულ ფულადი ხარჯები	49.5	51.5	52.1	56.0	59.4	59.7
არაფულადი ხარჯები	15.0	10.4	10.1	11.9	10.6	11.3
სულ ხარჯები	64.5	61.89	62.2	67.9	70.0	71.0

გაინგარიშეთ: 1) სტრუქტურის შეფარდებითი სიდიდეები წლების მიხედვით (მოხმარების, ანუ მოსახლეობის დანახარჯების სტრუქტურა); 2) დინამიკის შეფარდებითი სიდიდეები (ჯაჭვური და საბაზისო); 3) შეადგინეთ ჯგუფური ცხრილი და გააკეთეთ დასკვნები.

3. საქართველოში 1991-2000 წლებში მოსახლეობის მიგრაციული დენადობა შემდეგ სურათს იძლევა (ათასი კაცი)

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
ჩამოსვლა	16.6	8	12.6	12.7	5.7	1.2	0.4	0.4	0.4	0.2
გასვლა	60.6	49.6	38.9	44.2	25.9	12.9	0.9	0.6	1.3	1.5

გაიანგარიშეთ: დინამიკის შეფარდებითი სიდიდეები (ჯაჭვური და საბაზისო), გასვლის გადაჭარბება ჩამოსვლაზე წლების მიხედვით და სულ 1991-2000 წლებში. გააკეთეთ დასკვნები.

თემა 6. სტატისტიკური მონაცემების გრაფიკული გამოსახვის ხერხები

1. სტატისტიკური გრაფიკის ცნება და ელემენტები

სტატისტიკური მასალების უფრო მეტი პოპულარიზაციის, გაგებისა და დამახსოვრებისათვის გამოიყენება მათი გრაფიკული გამოსახულებანი.

გრაფიკები სტატისტიკაში ეწოდება მოვლენებისა და პროცესების დამახასიათებელი ციფრობრივი მონაცემებისა და მათი ურთიერთშეფარდების პირობით გამოსახვას სხვადასხვა გეომეტრიული ნიშნებით (წერტილი ხაზი, ფიგურა და ა.შ.).

თითოეული სტატისტიკური გრაფიკი შემდეგ ძირითად ელემენტებს მოიცავს: 1) თვით გრაფიკული გამოსახულება; 2) დამხმარე ელემენტები, რომელიც თავისთავად მოიცავს გრაფიკის სათაურს, პირობითი ნიშნის ახსნას, კოორდინატთა ღერძს, ციფრობრივ მონაცემებს და სხვა.

დამხმარე მასალებში მთავარია მასშტაბების სწორად შერჩევა. **გრაფიკის მასშტაბი არის მონაცემების ციფრობრივი სიდიდეების გრაფიკულში გადასაყვანი პირობითი ზომა.** მაგალითად, 1 მლნ ლარის რაოდენობის პროდუქცია გრაფიკზე შეიძლება გამოვსახოთ ერთი სმ-ით და ა.შ.

დამხმარე მასალის სწორად შერჩევას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება მთელი გრაფიკის ასაგებად და მისი თვალსაჩინოდ წარმოდგენისათვის.

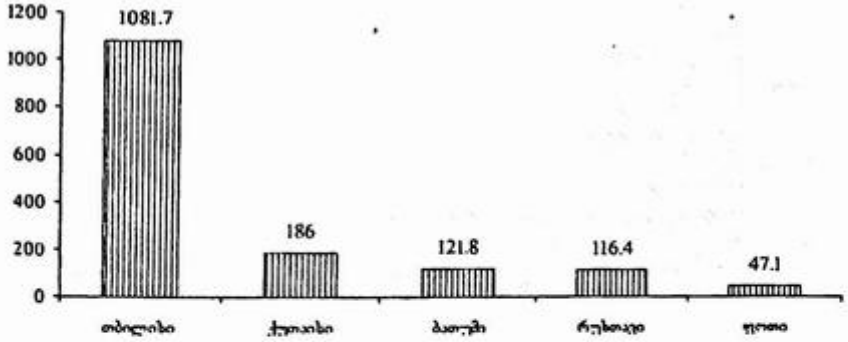
2. გრაფიკის სახეები

დასმული ამოცანის ხასიათის მიხედვით გრაფიკები შეიძლება იყოს: სტატისტიკურ მაჩვენებელთა **შედარების, სტრუქტურის, დინამიკის, გეგმის შესრულების კონტროლის, სივრცობრივი განლაგებისა და გავრცელების,**

ვარიაციული მწკრივებისა და მოვლენათა ურთიერთკავშირის გრაფიკები. განვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე.

3. მაჩვენებელთა ურთიერთშედარების გრაფიკები

ეკონომიკურ გამოკვლევებში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება სხვადასხვა ობიექტთა (ქარხნების, ფაბრიკების, ფირმების, ქალაქების, რესპუბლიკების და ა.შ.) სტატისტიკურ მაჩვენებელთა ურთიერთშედარებას, რომლის თვალსაჩინოდ წარმოდგენისათვის გამოიყენება **სვეტოვანი, ზოლებიანი, კვადრატული, წრიული და ფიგურული დიაგრამები.** მაგალითად, თუ გვინდა შევადაროთ ერთმანეთს საქართველოს ხუთი ქალაქის (თბილისი, ქუთაისი, რუსთავი, ბათუმი, ფოთი) მოსახლეობის რიცხოვნობა[1], მაშინ ამის ამსახველი გრაფიკი შეიძლება ავაგოთ სვეტოვანი დიაგრამის სახით.

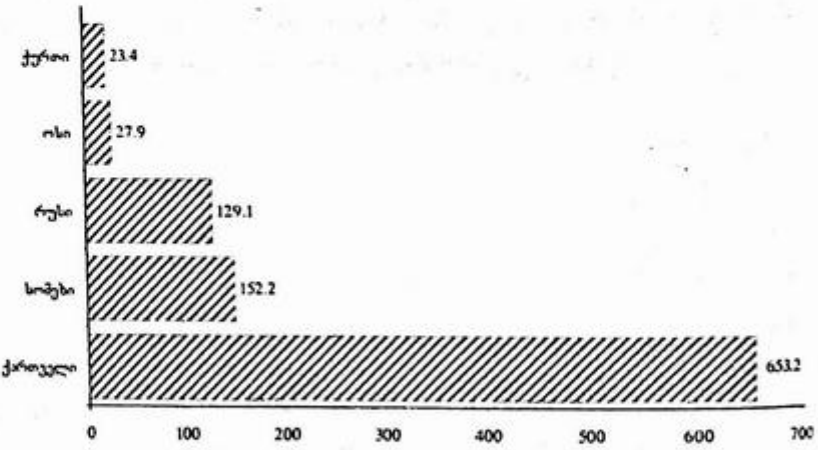


ნახ. 1 მოსახლეობის რიცხოვნობა საქართველოს ხუთ ქალაქში 2002 წლის აღწერით (ათასი კაცი)

[1] მოსახლეობის რიცხოვნობა (მუდმივი მოსახლეობა) აღებულია 2002 წლის აღწერის მიხედვით. მან შეადგინა თბილისში 1081.7 ათასი კაცი, ქუთაისში 186.0 ათასი კაცი, ბათუმში 121.8 ათასი კაცი, რუსთავში – 1.16.4 ათასი კაცი, ხოლო ფოთში – 47.1 ათასი კაცი.

სვეტოვანი დიაგრამის აგებისათვის საჭიროა ავაგოთ დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა. აბსცისთა ღერძზე ერთნაირი სიგანის სვეტები მოთავსდება იმდენი, რამდენი შესადარებელი ობიექტიც გვაქვს. სვეტების სიმაღლე შეესაბამება თითოეული ობიექტის რიცხვით მაჩვენებელს, ჩვენს შემთხვევაში მოსახლეობის რიცხოვნობას. სვეტები შეიძლება დავაშოროთ ერთმანეთს ერთნაირი მანძილით (როგორც ჩვენს მაგალითზეა) ან შეიძლება ერთმანეთის მიჯრით განვალაგოთ, რომელსაც მიჯრით სვეტოვან დიაგრამას ვუწოდებთ. სვეტოვანი დიაგრამებით შეიძლება გამოისახოს, აგრეთვე მოვლენების შემადგენლობა, მათი განვითარების პროცესი და სხვა.

ზოლებიანი დიაგრამა აიგება არა აბსცისთა, არამედ ორდინატთა ღერძზე. ამის მაგალითია:



ნახ.2 ქ. თბილიში მცხოვრებ ეროვნებათა რიცხოვნობა 1989 წლის 17 იანვრისათვის[1]

[1]2002 წლის აღწერის მიხედვით მკვეთრად შეიცვალა საქართველოში და ქ. თბილისში მოსახლეობის ეროვნული სტრუქტურა არაქართველთა ხვედრითი წილის შემცირებისა და ქართველთა ხვედრითი წილის მკვეთრად გადიდების მიმართულებით.

ზოგჯერ მაჩვენებლების შედარებას ახდენენ კვადრატული ან წრიული დიაგრამებით. ამ შემთხვევაში კვადრატის ან წრის ფართობი შეესაბამება მაჩვენებლის რიცხვითი გამოსახულების სიდიდეს. მაშასადამე, მათი აგებისათვის საჭიროა პირველ რიგში კვადრატის გვერდისა და წრის რადიუსის მნიშვნელობათა პოვნა, რისთვისაც საჭიროა მაჩვენებლის რიცხვითი გამოსახულებიდან ფესვის ამოღება. მაგალითად, ქ. თბილისში მცხოვრები ქართველების რიცხოვნობიდან (653.2 ათასი კაცი) კვადრატული ფესვი არის 808.2, სომხების რიცხოვნობიდან 390.1 და ა.შ. ახლა საჭიროა შევარჩიოთ მასშტაბი (ვთქვათ 1 მმ შეუსაბამოთ ათას კაცს). ასეთი მასშტაბის შესაბამისად შეგვიძლია ავაგოთ კვადრატული ან წრიული დიაგრამები, სადაც თითოეული კვადრატი ან წრე შეესაბამება მოსახლეობის რიცხოვნობას. მაგალითად:

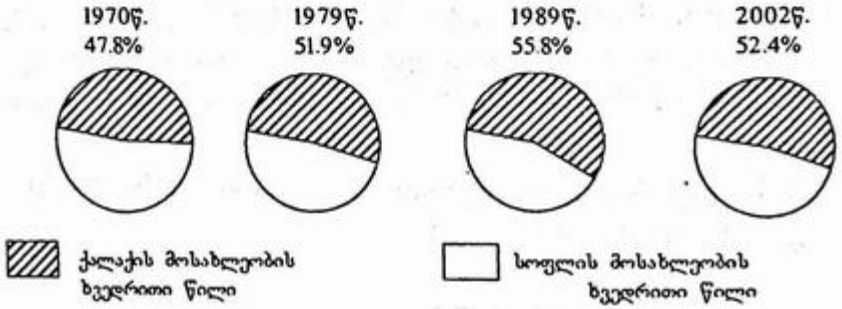
მოსახლეობის რიცხოვნობა თბილისში 1989 წლის 17 იანვრისათვის (ათასი კაცი).

4. სტრუქტურული გრაფიკები

ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების შემადგენლობის სტრუქტურის ამსახველ გრაფიკებს ეწოდებათ სტრუქტურული გრაფიკები. ასეთია მაგალითად, მოსახლეობის სქესობრივი, ეროვნული და სხვა ნიშნის მიხედვით შემადგენლობის გრაფიკები.

სტრუქტურული გრაფიკების ძირითადი სახეობა სექტორული დიაგრამაა. მისი აგებისათვის საჭიროა წრე რადიუსის მეშვეობით დაიყოს სექტორებად, რომელთა

მომჭიმავი რკალები შეესაბამება მოვლენის ცალკეული ნაწილების ხვედრით წილს გამოსახულს პროცენტებში. პრაქტიკულად თითოეული სექტორის შესაბამისი რკალის სიდიდე გრადუსებში გამოიანგარიშება 360-ის 100-ზე გაყოფით და თითოეული ნაწილის ხვედრით წილზე გამრავლებით. მაგალითად, ქალაქის მოსახლეობა მოსახლეობის საერთო რიცხოვნობაში შეადგენდა 1970 წელს – 47.8%-ს, 1979 წელს – 51.9%-ს, 1989 წელს – 5.8%-ს და 2002 წელს 52.4%-ს. ცხადია, დანარჩენი სოფლის მოსახლეობას შეადგენდა. სექტორული დიაგრამების სახით ეს სტრუქტურა ასეთნაირი იქნება:



ნახ. 3. ქალაქის მოსახლეობის სტრუქტურა მოსახლეობის საერთო რიცხოვნობაში

წრის დაშტრიხული ნაწილია ქალაქის მოსახლეობის ხვედრითი წილი, ხოლო დაუშტრიხავი–სოფლის მოსახლეობის ხვედრითი წილი.

ქალაქის მოსახლეობის ხვედრითი წილის შესაბამისი რკალის სიგრძე შეადგენდა

$$1970 \text{ წელს } \frac{360}{100} \times 47.8 = 172.1^0 \text{ -ს,}$$

$$1979 \text{ წელს } \frac{360}{100} \times 51.9 = 186.8^0 \text{ -ს,}$$

1989 წელს– $\frac{360}{100} \times 55.8 = 200.8^0$ -ს,

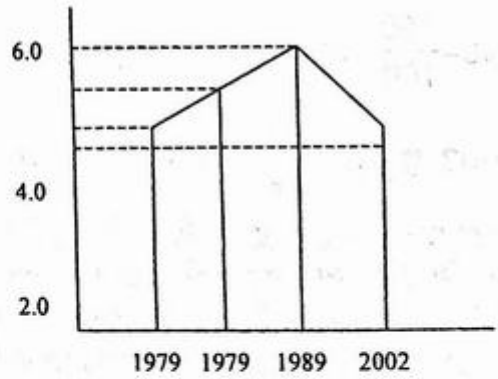
ხოლო 2002 წელს– $\frac{360}{100} \times 52.4 = 188.6^0$ -ს

სექტორული დიაგრამები გვიჩვენებს მოვლენის ტრუქტურის სურათს არა მარტო ამა თუ იმ წლისათვის, არამედ მის ცვალებადობას დინამიკაში. ჩვენს მაგალითზე ნათლად ჩანს, თუ როგორ გაიზარდა ქალაქის მოსახლეობის ხვედრითი წილი 1970-2002 წლებში.

5. დინამიკის გრაფიკები

როგორც ზემოთ აღინიშნა, ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების სურათს წლების მიხედვით ანუ დინამიკაში სტრუქტურული და სხვა სტატისტიკური გრაფიკებიც ასახავს. მაგრამ ყველაზე ნათლად დინამიკას მაინც **წრფივი** ან **ხაზოვანი** სტატისტიკური გრაფიკები გვიჩვენებს.

ასეთი გრაფიკები აიგება მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაზე, სადაც აბსცისთა ღერძზე გადაიზომება ქრონოლოგიური თარიღები, ჩვეულებრივად წლები, ხოლო ორდინატთა ღერძზე ამ მოვლენის განვითარების მაჩვენებლები. მაგალითად, აღწერების მიხედვით მოსახლეობის რიცხოვნობამ საქართველოში შეადგინა 1970 წელს 4.686 ათასი, 1979 წელს–5.014 ათასი, 1989 წელს–5443.3 ათასი, ხოლო 2002 წელს 4440.0 ათასი კაცი. შევარჩიოთ მასშტაბები. ვინაიდან აღწერები ტარდებოდა ყოველ ათ წელიწადში ერთხელ, ამიტომ აბსცისთა ღერძზე წლები თანატოლი მანძილით იქნებიან ერთიმეორისგან დაშორებული. ამასთან, დაშორების ინტერვალად მივიჩნიოთ 2 სმ. ე. ი. 2 სმ შეესაბამება 10 წელს. ორდინატთა ღერძზე–კი 2 სმ შევუსაბამოთ 1.0 მლნ კაცს. გრაფიკი მიიღებს შემდეგ სახეს:



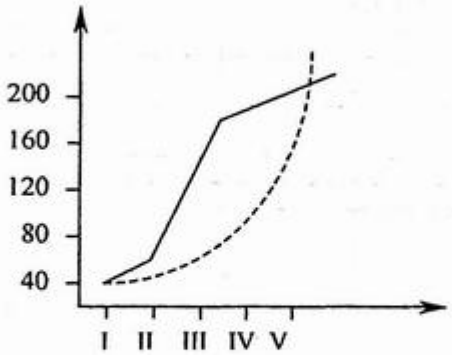
ნახ. 4. საქართველოს მოსახლეობის რიცხოვნობის გრაფიკი უკანასკნელი ოთხი აღწერის მიხედვით

გრაფიკის შემაერთებელი წერტილების პოვნა წარმოებს აბსცისთა და ორდინატთა ღერძების შესაბამისი მნიშვნელობებიდან აღმართული პერპენდიკულარების გადაკვეთის მიხედვით. დინამიკას ასახავს არა სწორი ხაზი, არამედ ტეხილი. ეს იმის მიხედვით, თუ როგორია მოვლენის განვითარების ტენდენცია მოცემულ პერიოდში.

6. გეგმის შესრულების გრაფიკი

გრაფიკული გამოსახულებანი ფართოდ გამოიყენება გეგმის შესრულების პროცესის თვალსაჩინოდ წარმოდგენისა და მისი ოპერატიული რეგულირებისათვის. ამისათვის მიმართავენ ხაზოვანი და სააღრიცხვო-საანგარიშო გრაფიკების გამოყენებას. პირველის აგებისათვის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე გადაიზომება დეკადის ან თვის დღეები, ხოლო ორდინატთა ღერძზე გადაიზომება ჯერ გეგმიური დავალებანი, შემდეგ ფაქტობრივი მონაცემები. აქედან აღმართული შესაბამისი პერპენდიკულარების გადაკვეთის წერტილების შეერთებით მივიღებთ დავალებისა და ფაქტობრივი შესრულების გრაფიკულ გამოსახულებას. მათი შედარება გვიჩვენებს დღეებისა და დეკადების მიხედვით

გეგმური დავალების შესრულების სურათს. მაგალითად, თუ ამ გრაფიკებს აქვს ასეთი სახე,

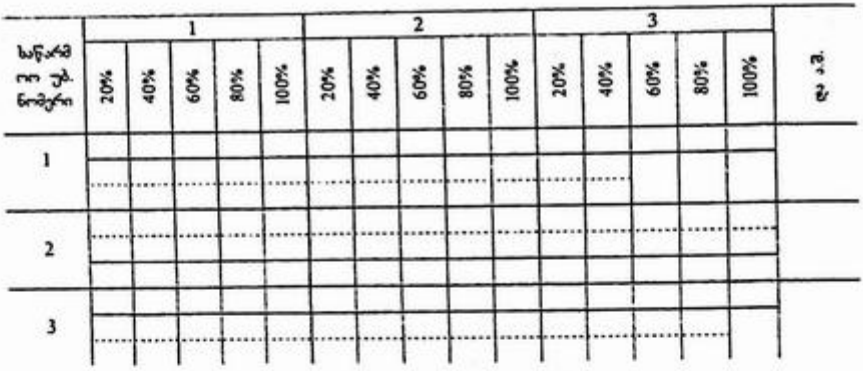


ნახ.5. ხუთდღიური

—— გეგმა
--- ფაქტი

მაშინ ცხადია, რომ მოცემულმა ობიექტმა მხოლოდ მე-5 ხუთდღიურში შეასრულა დავალება. დანარჩენში კი ფაქტობრივი შესრულება ყოველთვის ნაკლები იყო გეგმურზე, რაც მეტყველებს 'იერიშობანაზე" მუშაობაში. ეს კი თავისთავად უარყოფითად მოქმედებს რესურსების გამოყენებასა და ამ საწარმოსთან დაკავშირებული სხვა ობიექტების მუშაობაზე.

ხაზოვანი გრაფიკი ასახავს მხოლოდ ერთი ობიექტის გეგმის შესრულების სურათს. მრავალი ობიექტის (ბრიგადა, საწარმოო უბანი, საამქრო, ქარხანა და ა.შ.) გეგმის შესრულების ოპერატიული კონტროლისათვის გამოიყენება სააღრიცხვო-სტატისტიკური გრაფიკები. ამისათვის ადგენენ სპეციალურ ქსელს, რომლის მარცხენა ქვემო ნაწილში (ქვემდებარე) ჩამოთვლილია ობიექტები, ხოლო მარჯვენა ზემო ნაწილში (შემასმენელი), დეკადის ან თვის დღეები. დღეები დაყოფილია ხუთ ტოლ ნაწილად. თითოეული ნაწილი შეესაბამება გეგმის 20%-ით შესრულებას, გატარებული პირობითი ნიშნების შესაბამისი ხაზები ნათლად წარმოადგენს გეგმის შესრულების სურათს. მაგ.,



ნახ. 6. გეგმის შესრულების გრაფიკი

—— გეგმა
--- ფაქტი

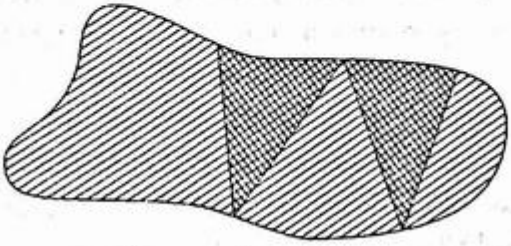
გრაფიკზე ნათლად ჩანს, რომ მოცემულ დღეებში მხოლოდ მე-2 საწარმოო უბანმა შეასრულა გადაჭარბებით საგეგმო დავალება.

7. კარტოგრამა და კარტოდიაგრამა

კარტოგრამა და **კარტოდიაგრამა** ცალკეულ გეოგრაფიულ ადგილმდებარეობას ახასიათებენ ამა თუ იმ მაჩვენებლით. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის სიმჭიდროვის. მოსავლიანობის, სავაჭრო ქსელის სიმჭიდროვისა და სხვა მაჩვენებლების მიხედვით რაიონების დახასიათება. კარტოგრამის ასაგებად ჯერ მაჩვენებელს დაჰყოფენ და თითოეული ნაწილისათვის შემოიღებენ პირობით აღნიშვნებს. მაგალითად, ჩაის ფოთლის მოსავლიანობის მიხედვით შეიძლება რაიონების ორი ჯგუფი გამოვყოთ, 20 ცენტნერზე ნაკლები მოსავლიანობის და 20 ცენტნერზე მეტი მოსავლიანობის მქონე რაიონები. თუ პირველი ჯგუფისათვის შემოვიღებთ აღნიშვნას

ხოლო მეორისათვის

და ამ ნიშნებს გადავიტანთ შესაბამისი მოსავლიანობის მქონე გეოგრაფიული ადგილებისათვის, რუკაზე მივიღებთ კარტოგრამას.



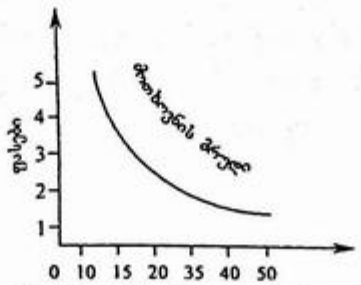
ნახ.7. კარტოგრამა

ზოგჯერ რუკაზე ცალკეულ გეოგრაფიულ ადგილებზე დაიტანენ შესაბამისი მაჩვენებლის დიაგრამას. ამ შემთხვევაში ვღებულობთ **კარტოდიაგრამებს**.

უფრო მეტი თვალსაჩინოებისათვის გრაფიკზე საჭიროა ამა თუ იმ მაჩვენებლის განმსაზღვრელი ფაქტორების ჩვენებაც. მაგალითად, ჩაის საერთო მოსავალი განისაზღვრება მოსავლიანობისა და ფართობების ნამრავლით. თუ მოსავალს კვადრატის ფართობით გამოვსახავთ, მაშინ მისი ერთი გვერდი შეიძლება შევუსაბამოთ (შესაბამისი მასშტაბით) მოსავლიანობას, ხოლო მეორე – ფართობს. ასეთი ნიშნები პირველად გამოიყენა რუსმა სტატისტიკოსმა ვ. ე. ვარზარმა (1851-1940), რის გამო ასეთ გრაფიკულ გამოსახულებას **ვარზარის** ნიშნებს უწოდებენ.

8. გრაფიკული ანალიზის გამოყენების პრაქტიკა საბაზრო ეკონომიკის პირობებში

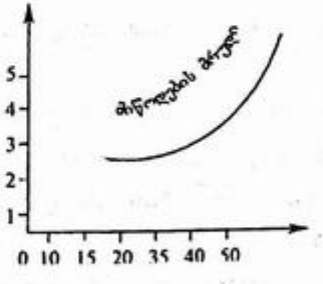
გრაფიკული გამოსახულებანი ფართოდ გამოიყენება საბაზრო ეკონომიკის პირობებში. პირველი სფერო, სადაც შეიძლება ფართოდ გამოვიყენოთ გრაფიკული ანალიზი, ესაა მოთხოვნა-მიწოდების შესწავლა. მოთხოვნა-მიწოდების შესასწავლად ეკონომიკურ თეორიაში გამოიყენება სტატისტიკური მეცნიერების მიერ შემუშავებული ისეთი გრაფიკები, როგორიცაა მთლიანი მოთხოვნის, აგრეთვე, მთლიანი მიწოდების მრუდეები და სხვა მრავალი გრაფიკული გამოსახულებანი. ასეთი მრუდეები აანალიზებს ურთიერთდამოკიდებულებას ფასებსა და მოთხოვნა-მიწოდებას შორის. ამასთან, მთლიან მოთხოვნაში ეკონომიკური თეორია გულისხმობს ცალკეულ საქონელთა და მომსახურების ჯამს, ანუ სხვაგვარად, წარმოების რეალურ მოცულობას, რომლის ყიდვა ხელმისაწვდომი ფასების პირობებში, თავიანთი შემოსავლებით, მოცემულ პერიოდში შეუძლია მომხმარებელს (კერძო პირებს, საწარმოებს, მთავრობას და სხვა). არსებობს მთლიან მოთხოვნასა და ფასებს შორის ცნობილი ურთიერთდამოკიდებულება: რაც უფრო მაღალია ფასები, მით ნაკლებია მთლიანი მოთხოვნა, ანუ მოთხოვნილება საქონელსა და მომსახურებაზე, რომელსაც თავისი ფულადი შემოსავლებიდან გამომდინარე მომხმარებელი ბაზარზე აყენებს და, პირიქით, ფასების შემცირებასთან ერთად იზრდება მთლიანი მოთხოვნაც. ეს კარგად ჩანს მთლიანი მოთხოვნის მრუდის გრაფიკული გამოსახულებიდან:



ნახ. 8 წარმოების რეალური მოცულობა

აქ დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე შესაბამისი მასშტაბით გადაზომილია წარმოების რეალური მოცულობა, ანუ მთლიანი მოთხოვნა, ხოლო ორდინატთა ღერძზე – ფასები. გრაფიკიდან კარგად ჩანს, რომ როცა ფასი მაღალია და უდრის 5-ს, წარმოების რეალური მოცულობა, ანუ მთლიანი მოთხოვნა შედარებით დაბალია და უდრის 15-ს. ფასების შემცირებასთან დაკავშირებით მთლიანი მოთხოვნაც იზრდება და შესაბამისი გრაფიკიც გადაადგილდება მარცხნიდან მარჯვნივ.

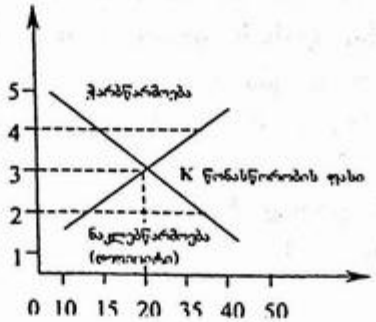
სტატისტიკური გრაფიკები გამოიყენება, აგრეთვე, მთლიანი მიწოდებისა და ფასების ცვალებადობის ურთიერთქმედების საანალიზოდ. ეკონომიკურ თეორიაში მთლიანი მიწოდება განმარტებულია, როგორც წარმოების რეალური მოცულობის არსებული დონე ფასის ყოველი დონის პირობებისათვის. თუ მთლიანი მოთხოვნა და ფასები ურთიერთშებრუნებული სიდიდეები არის, მთლიანი მიწოდება და ფასები პირდაპირპროპორციული სიდიდეებია, ანუ ერთის გადიდება იწვევს მეორის გადიდებას და პირიქით. ეს კარგად ჩანს მიწოდების მრუდის საფუძველზე:



ნახ. 9. მიწოდების მოცულობა

როგორც გრაფიკიდან ჩანს, ფასის გადიდებასთან ერთად იზრდება მიწოდების მოცულობაც და, პირიქით, ფასის შემცირება იწვევს მიწოდების შემცირებას, რადგან მწარმოებლებს ეკარგებათ სტიმული წარმოების გაფართოებისათვის.

ეკონომიკურ თეორიაში მტკიცდება, რომ არა მარტო ფასის ცვალებადობა მოქმედებს მიწოდების მოცულობის ცვალებადობაზე, არამედ პირიქითაც ხდება. ბაზარზე საქონლისა და მომსახურების ჭარბი მიწოდება გამოიწვევს ფასების შემცირებას, ხოლო ნაკლები მიწოდება, ანუ საქონლისა და მომსახურების დეფიციტი – ფასების გადიდებას. ამ საფუძველზე ყალიბდება საბაზრო წონასწორობა, რომელიც სტატისტიკური გრაფიკის მეშვეობით ასახავს სამ ძირითად შემთხვევას: **ჭარბწარმოებას, ნაკლწარმოებას** და **წონასწორობას** (მიწოდება ემთხვევა მოთხოვნას). თუ მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდეებს გავაწრფივებთ, მაშინ საბაზრო წონასწორობის სტატისტიკური გრაფიკი ასეთ სახეს მიიღებს:



ნახ.10. საბაზრო წონასწორობის გრაფიკი

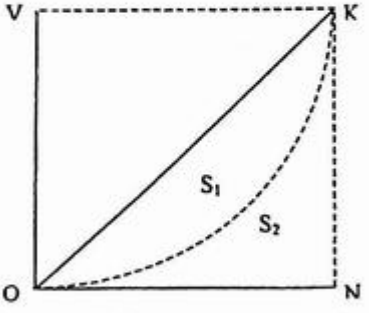
როგორც სტატისტიკური გრაფიკიდან ჩანს, როდესაც ფასი 3-ის ტოლია, მიწოდება და მოთხოვნა ერთმანეთს ემთხვევა და უდრის 20-ს (წონასწორობის წერტილია K). როდესაც ფასი გაიზარდა 3-დან 4-მდე, ამით მწარმოებლები დაინტერესდნენ, გააფართოეს წარმოება, რითაც შეიქმნა ჭარბწარმოება, ხოლო ფასის 3-დან 2-მდე შემცირებამ, პირიქით, გამოიწვია წარმოების შეკვეცა და წარმოიქმნა საქონლისა და მომსახურების დეფიციტი.

ასეთი და კიდევ უფრო ღრმა ანალიზის საშუალებას იძლევა სტატისტიკური გრაფიკები საბაზრო მოთხოვნა-მიწოდების კანონების შესწავლაში.

ცხადია, შეუძლებელია სტატისტიკური გრაფიკების გამოყენების პრაქტიკის სრულყოფილი წარმოდგენა სახელმძღვანელო გამოცემაში. მოგვყავს მხოლოდ ზოგიერთი ტიპური მაგალითი.

საბაზრო ეკონომიკა წარმოშობს მოსახლეობის შემოსავლებსა და დანახარჯებში მკვეთრ უთანასწორობას. ამიტომაა, რომ მეტად უზრუნველყოფილი მოსახლეობის 20%-ის შემოსავლები აჭარბებს ნაკლებად უზურუნველყოფილი მოსახლეობის 20%-ის შემოსავლებს თურქეთში 16-ჯერ, ავსტრალიაში, ახალ ზელანდიასა და პორტუგალიაში – 9-ჯერ, ამერიკის შეერთებულ შტატებში, იტალიაში, საფრანგეთში, ფინეთსა და დანიაში 7-ჯერ, ბელგიაში, ნიდერლანდებში, იაპონიაში, ირლანდიაში, დიდ ბრიტანეთსა და ესპანეთში 5-ჯერ და ა.შ. საქართველოში კიდევ უფრო მეტად აჭარბებს მდიდრების შემოსავლები ღარიბების შემოსავლებს (სილარიბის დონე ჩვენს ქვეყანაში 52-54%-ს აჭარბებს). ამასთან მხოლოდ პენსიაზე გასული თითოეული პარლამენტარის საპენსიო შემოსავალი 28, 30-ჯერ აჭარბებს საქართველოში თითოეული პენსიონერის საპენსიო შემოსავალს (პენსიონერთა რიცხვი საქართველოში მთელი მოსახლეობის 22.7%-მდეა).

სტატისტიკაში შემოსავლების, დანახარჯებისა და მრავალი სხვა მაჩვენებლის მოსახლეობის ცალკეული ფენების მიხედვით გასაზომავად შემოღებულია გრაფიკული მრუდე, რომელსაც ლორენცის მრუდს უწოდებენ. ეს მრუდი ასეთ სახეს ატარებს:

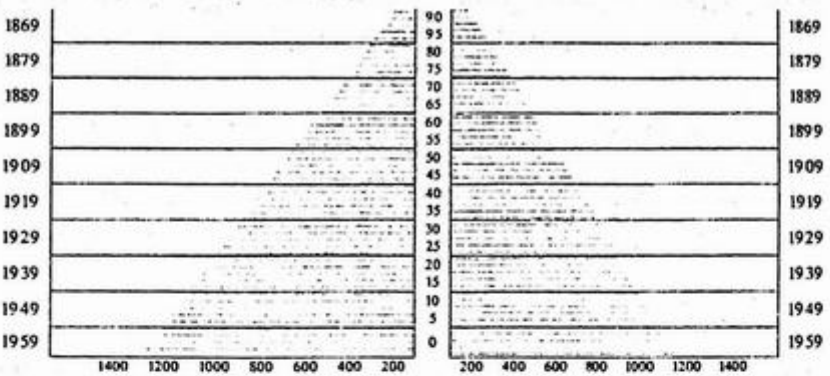


ნახ.11. ლორენცის მრუდი

აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია მოსახლეობის პროცენტული შემადგენლობა, ხოლო ორდინატთა ღერძზე — თითოეული ჯგუფის მოსახლეობის პროცენტული წილი შემოსავლებში, ან დანახარჯებში. თუ, მაგალითად, მოსახლეობის 10%-ს შემოსავლების 10% აქვს, 20% -ს – 20% და ა. შ, მაშინ აბსცისთა და ორდინატთა ღერძებიდან აღმართული პერპენდიკულარების გადამკვეთი წერტილები OK სწორ ხაზზე განლაგებიან. ეს იმას ნიშნავს, რომ განაწილება თანაბარია. მაგრამ, თუ მოსახლეობის 10%-ს აქვს შემოსავლების არა 10, არამედ, 1%, 20%-ს – 5% და ა.შ., მაშინ შემოსავლებისა და მოსახლეობის პროცენტული შემადგენლობის შესაბამისი გადამკვეთი წერტილები განლაგდება OK მრუდზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ შემოსავლების განაწილება არათანაბარია, რომლის გასაზომად საჭიროა S_1 ფართობი შევუფარდოთ S_1+S_2 ფართობს. მივიღებთ კოეფიციენტს, რომელსაც უწოდებენ იტალიელი **მეცნიერ-სტატისტიკოსის, კორადო ჯინის** კოეფიციენტს. ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობა იცვლება 0-დან 1-მდე. ნულთან ტოლობა ნიშნავს, რომ შემოსავლების განაწილება მოსახლეობის ცალკეულ ფენათა შორის თანაბარია, ხოლო 1-თან მიახლოება უთანაბრობის ხარისხის გადიდებას ნიშნავს.

სტატისტიკური გრაფიკები ფართოდ გამოიყენება, აგრეთვე, დემოგრაფიული მოვლენებისა და პროცესების ანალიზში. მოვიტანთ მხოლოდ ერთ-ერთ გრაფიკს მრავალთაგან, რომელსაც ეწოდება მოსახლეობის **სქესობრივ-ასაკობრივი პირამიდა**. აი, ერთ-ერთი მათგანი[1]:

[1]პირამიდა მოტანილია წიგნიდან: ვ.ა. ბორისოვი, დემოგრაფია (თარგმანი რუსულიდან), თბ., 2001 წ., გვ. 163

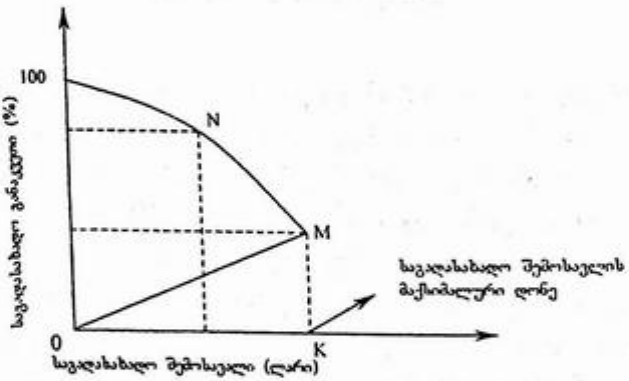


ნახ: 12 მოსახლეობის სქესობრივ-ასაკობრივი სტრუქტურის პირამიდა

სტატისტიკური პირამიდა კარგად გვიჩვენებს მოსახლეობის სქესობრივ-ასაკობრივი სტრუქტურის, ანუ შემადგენლობის ცვალებადობას მოცემულ წლებში. ჩავარდნები და ღრმულები პირამიდაზე შეინიშნება 1919, 1939, 1949 მოსახლეობის სქეობრივ-ასაკობრივ სტრუქტურაზე. ეს იმაზე მეტყველებს, რომ სტატისტიკური გრაფიკების დახმარებით შეიძლება მრავალი, რთული სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენა და პროცესი წარმოვადგინოთ თვალნათლივ და მოვახდინოთ მათი ანალიზი.

სტატისტიკური გრაფიკები გამოიყენება, აგრეთვე, ქვეყნის ფისკალური (საგადასახადო-საბიუჯეტო) პოლიტიკის შემუშავებისა და მისი რეალიზაციის საქმეშიც. საქართველოში დღემდე შეუნელებელი კრიტიკაა მოქმედი საგადასახადო კოდექსის მიმართ. მეცნიერთა დიდი უმრავლესობა, აგრეთვე, პრაქტიკოსი მუშაკები (ბიზნესმენები, მეწარმეები, მარკეტოლოგები და სხვ.) მას მიიჩნევს კორუფციულ სისტემად, რომელიც 'მახრჩობელა" საგადასახადო განაკვეთების გამო ანელებს მეწარმეთა აქტივობას, ხელს უწყობს ფარული და ჩრდილოვანი ეკონომიკის გაძლიერებას და სხვა ნეგატიური

მოვლენების განვითარებას. ამიტომ მოითხოვენ ლიბერალური (შეღავათიანი, დაბალი) საგადასახადო განაკვეთების დაწესებას, რასაც ხშირად ასაბუთებენ ე. წ. **ლაფერის** ეფექტის საფუძველზე. **ლაფერის** ეფექტი მდგომარეობს, მასში, რომ დაბალი საგადასახადო განაკვეთების დაწესება პირველ ხანებში მართალია ამცირებს საგადასახადო შემოსავლებს, მაგრამ შემდგომში მეწარმეობის გააქტიურების, ინვესტიციების მოზიდვის, საგადამხდელო ბაზის გადიდების და სხვათა საფუძველზე იზრდება გადასახადების საერთო მოცულობა. საგადასახადო განაკვეთების მეტისმეტი გადიდებით შემოსავლების შემცირება კარგად ჩანს ლაფერის სტატისტიკურ მრუდზე:



ნახ. 13. ლაფერის მრუდი

როგორც მრუდიდან ჩანს საგადასახადო განაკვეთების გადიდება 0-დან M წერტილამდე იწვევს საგადასახადო შემოსავლების გადიდებას – 0 დან k წერტილამდე. განაკვეთების შემდგომში გადიდება 100%-მდე ამცირებს საგადასახადო შემოსავლებს და შეიძლება 0-დეც დავიდეს. ამიტომაა საჭირო საგადასახადო განაკვეთების ოპტიმალური (ზოგჯერ შემცირებულისაც) სიდიდის დადგენა ეკონომიკის განვითარების კონკრეტული მონაკვეთისათვის მრავალი სოციალურ ეკონომიკური ფაქტორის გათვალისწინებით.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რატომაა აუცილებელი სტატისტიკური გრაფიკების გამოყენება ეკონომიკაში?
2. რა ელემენტებს შეიცავს სტატისტიკური გრაფიკი?
3. დაასახელეთ დიაგრამების სახეები და დაახასიათეთ თითოეული მათგანი.
4. როგორ აიგება სოციალურ-ეკონომიკურ მაჩვენებელთა წრფივი გრაფიკები?
5. აჩვენეთ კონკრეტულ მაგალითზე სტრუქტურის გრაფიკების აგების წესი.
6. როგორ აიგება მაჩვენებელთა განვითარების დინამიკური გრაფიკები?
7. როგორია გრაფიკის აგების წესი?
8. როგორია კარტოგრამის აგების წესი?

ტესტები თავისადმი

1. რა სახის გრაფიკული გამოსახულებით შეიძლება გამოვსახოთ საქართველოში წლების მიხედვით ნავთობის წარმოება?
   ა) სვეტოვანი დიაგრამით;
   ბ) სტრუქტურული დიაგრამით;
   გ) წრფივი გრაფიკით.
2. მოცემულია საქართველოს მსხვილ ქალაქებში ბაზრობებზე საქონელბრუნვის მოცულობანი 2003 წლის პირველი იანვრისათვის. რა სახის გრაფიკი გამოიყენება?
   ა) სვეტოვანი დიაგრამა;
   ბ) სტრუქტურული დიაგრამა;
   გ) წრფივი გრაფიკი.
3. მოცემულია საქართველოს მოსახლეობის სტრუქტურა სქესობრივი ნიშნის მიხედვით. რა სახის დიაგრამით გამოისახება?

ა) სვეტოვანი დიაგრამით;
ბ) სტრუქტურული დიაგრამით;
გ) წრფივი გრაფიკით.

4. მოცემულია საქართველოს მოსახლეობის სტრუქტურა ეროვნებათა მიხედვით. რა სახის დიაგრამა გამოიყენება?
ა) სვეტოვანი დიაგრამა;
ბ) სტრუქტურული დიაგრამა;
გ) წრფივი გრაფიკი.

პრაქტიკული ამოცანები და სავარჯიშოები

1. გამოსახეთ ვარზარის ნიშნებით მოსახლეობის რიცხოვნობის წლიური ბუნებრივი მატების აბსოლუტური მაჩვენებლები შემდეგი მონაცემების საფუძველზე[1]:

მაჩვენებლები \ წლები	1996	1997	1998	1999	2000
მუდმივი მოსახლეობის რიცხოვნობა წლის ბოლოსათვის (ათასი კაცი)	5381.0	5394.9	5101.0	5100.5	5945.6
მოსახლეობის ბუნებრივი მატება(+), კლება (–) (1000 სულზე)	4.0	3.0	1.5	0.1	-0.3

2. იმავე მონაცემების საფუძველზე ააგეთ საქართველოში მუდმივი მოსახლეობის რიცხოვნობის დინამიკის წრფივი (ხაზოვანი) გრაფიკი და ქალაქისა და სოფლის მოსახლეობის სექტორული დიაგრამები, თუ ქალაქის მოსახლეობის ხვედრითი წილი[2] შეადგენდა 1959 წ. 42.4%-ს, 1989 წ – 55.8%-ს, 2001 წ. – 57.8%-ს (გააკეთეთ დასკვნები).

---

[1]საქართველოს სტატისტიკური წელიწდეული, 2001 წ., თბ.,2002 წ., გვ. 26
[2]იქვე, გვ. 33.

3. საქართველოში შერჩევითი დაკვირვების მიხედვით ერთ შინამეურნეობაზე საშუალოთვიური შემოსავლები იძლევა შემდეგ სურათს[1]:

მაჩვენებლები / წლები	1996	1997	1998	1999	2000	2001
სულ ფულადი და არაფულადი შემოსავლები (ლარი)	153.5	134.7	162.2	168.8	174.8	192.2
ფულადი შემოსავლების ხვედრითი წილი (%)	83.2	86.9	90.5	89.5	89.8	91.6

ამ მონაცემების საფუძველზე ააგეთ:

ა) შემოსავლების დინამიკის წრფივი გრაფიკი;

ბ) ფულადი და არაფულადი შემოსავლების სექტორული დიაგრამები;

გ) გააკეთეთ დასკვნები.

თემა 7. საშუალო სიდიდეები

1. საშუალო სიდიდის ცნება და გამოყენება

განზოგადებულ მაჩვენებელთაგან ყველაზე გავრცელებულია საშუალო სიდიდე. მისი საშუალებით წარმოებს ერთტიპური მოვლენებისა და პროცესების რაიმე ნიშნის მიხედვით ურთიერთშედარება. ასეთია, მაგალითად, ქარხნების ურთიერთშედარება საშუალო ხელფასის, გამომუშავების ნორმების შესრულების საშუალო პროცენტისა და სხვათა მიხედვით, სხვადასხვა რეგიონების ურთიერთშედარება საშუალო მოსავლიანობის, საშუალო წველადობის და ა .შ. რა არის საშუალო სიდიდე?

[1] საქართველოს შინამეურნეობები 1996-2001 წ.წ., თბ., 2002 წ., გვ. 192-193.

სტატისტიკაში საშუალო სიდიდე ეწოდება ერთტიპურ მოვლენათა ერთობლიობის რაიმე ნიშნის მოცულობას ერთობლიობის ერთ ერთეულზე. მაგალითად, საშუალო ხელფასი არის მისი სიდიდე ერთ მუშაზე გაანგარიშებით, საშუალო მოსავლიანობა – მოსავლის მოცულობა ფართობის ერთ ჰა-ზე და ა.შ.

საშუალო სიდიდე განზოგადებული მაჩვენებელია და წარმოდგება კონკრეტული სიდიდეებისაგან. ამიტომ საშუალო ასახავს იმ საერთოს, რომელიც იმალება ერთგვაროვანი ერთობლიობის თითოეულ ერთეულში.

2. საშუალოების სახეები

საშუალო სიდიდეები ორ ძირითად კლასად იყოფა: ხარისხოვანი და სტრუქტურული საშუალოები (ეს უკანასკნელი ცალკე საკითხად განიხილება ამავე თავში). ხარისხოვანი საშუალოების ზოგადი ფორმულა:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}}, \qquad (7.1)$$ (მარტივი)

სადაც $\bar{x}$ –(იქს საშუალო, ხაზიანი) – საშუალო სიდიდეა;

n - ვარიანტის რიცხვი;

m - საშუალოს ხარისხის მაჩვენებელი;

$\sum$ - სიგმა (ბერძნული ასოა და ნიშნავს ჯამს)

თუ ვარიანტების მნიშვნელობანი მეორდება ერთზე მეტად, მაშინ გვექნება შწორილი ხარისხოვანი საშუალოების ზოგადი ფორმულა: $\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m f}{\sum f}}, \qquad (7.2)$

სადაც f თითოეული ვარიანტის განმეორების სიხშირეა ვარიაციულ მწკრივში ანუ წონა, როგორც მას სხვაგვარად ვუწოდებთ.

ხარისხოვანი საშუალოს ხარისხის მაჩვენებლის (m) ცვალებადობის მიხედვით ვღებულობთ საშუალოების სხვადასხვა სახეებს. როცა $m=1$, მაშინ მივიღებთ მარტივ და შეწონილ საშუალო არითმეტიკულის გასაანგარიშებელ ფორმულებს:

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}, \qquad (7.3) \qquad \bar{x}=\frac{\sum xf}{\sum f}, \quad (7.4)$$

$m=2$, მიიღება კვადრატული საშუალო, შესაბამისად მარტივი და შეწონილი:

$$\bar{x}=\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}, \qquad (7.5) \qquad \bar{x}=\sqrt{\frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f}}, \quad (7.6)$$

$m=3$, მივიღებთ კუბურ საშუალოს, რომელიც პრაქტიკულ გამოყენებას ვერ პოულობს.

$m=0$, მივიღებთ

$$\bar{x}=\sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}}=\sqrt[0]{\frac{\sum x^0}{n}}=\left(\frac{\sum 1}{n}\right)^{\frac{1}{0}}=\left(\frac{n}{n}\right)^{\infty}=1^{\infty}$$

ამ სახის განუზღვრელობის გასახსნელად გავალოგარითმოთ გამოსახულება:

$$ln\bar{x}=\frac{1}{m}\left(ln\sum x^m-lnn\right)=\frac{ln\sum x^m-lnn}{m}=\frac{ln\sum x^0-lnn}{0}=\frac{ln\sum 1-lnn}{0}=\frac{0}{0}$$

მოცემული $0/0$ სახის განუზღვრელობის გასახსნელად ვიყენებთ ლოპიტალის წესს, რომლის თანახმად ორი ისეთი სიდიდის შეფარდების ზღვარის პოვნა, რომელთაგან ერთერთი მათგანი მიისწრაფის ნულისაკენ, შეიძლება მათი (ე.ი. ამ სიდიდეების) შეფარდების წარმოებულის პოვნის გზით (ეს შეფარდება ავიღოთ ჩვენი ფუნქციის ლოგარითმებისათვის). გვექნება:

$$\lim\left(\sum\bar{x}\right)=\lim_{m\to 0}\frac{\sum x^m lnx}{1\cdot\sum x^m}=\frac{\sum \ln x}{n}$$

მაშასადამე $ln\bar{x} = \frac{lnx}{n}$. ამ გამოსახულების პოტენცირებ
გზით მივიღებთ;

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod(x)}, \qquad (7.7)$$

სადაც $\prod$ – გამრავლების სიმბოლოა;
n – ვარიანტების რიცხვი.

$$\bar{x}_{გეომ.} = \sqrt[\Sigma f]{x_1 f_1 \cdot x_2 f_2 \cdot x_3 f_3 \cdot \ldots \cdot x_n f_n} = \sqrt[\Sigma f]{\prod(fx)} \qquad (7.8)$$

$m = -1$, შესაბამისად მივიღებთ მარტივ და შეწონილ საშუალო ჰარმონიულ ფორმულებს:

$$\bar{x} = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}, \qquad (7.9) \qquad \bar{x} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{1}{x} f}, \qquad (7.10)$$

რაც უფრო მაღალია ხარისხის მაჩვენებელი, მით უფრ დიდია საშუალოს მნიშ ვნელობა. ამის მიხედვით გვაქვ საშუალოების მაჟორანტობის შემდეგი წესი:

$$\bar{x}_{ჰარმ.} < \bar{x}_{არითმ.} < \bar{x}_{გეომ.} \quad (7.11)$$

3. საშუალო არითმეტიკული და მისი თვისებები

საშუალო არითმეტიკული გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როცა მთელი ერთობლიობის შესასწავლი ნიშნის მოცულობა წარმოიქმნება ერთობლიობაში შემავალ ცალკეულ ერთეულთა ამ ნიშნის ინდივიდუალურ მნიშვნელობათა შეჯამებით. მაგალითად, ცალკეული მუშების ხელფასის შეჯამებით მიიღება ხელფასის ფონდი, ცალკეული მიწის ნაკვეთებზე მოსავლის შეჯამებით –საერთო მოსავალი და ა. შ.

როგორც ზემოთ აღინიშნა, საშუალო არითმეტიკული ორი სახისაა: მარტივი და შეწონილი. თუ გვაქვს ვარიანტთა

მნიშვნელობანი და თითოეული მათგანი მეორდება მხოლოდ ერთჯერ, მაშინ მათი საშუალო მიიღება მარტივი საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \qquad (7.12)$$

თუ თითოეული ვარიანტი მეორდება ერთზე მეტად, ე. ი. x_1 მეორდება f_1-ჯერ, $x_2 - f_2$-ჯერ და ა. შ. $x_n - f_n$-ჯერ, მაშინ საშუალო გამოიანგარიშება შეწონილი არითმეტიკულის გამოყენებით:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} \qquad (7.13)$$

მაგალითი: თუ ბრიგადის სამი წევრიდან ერთ მუშას აქვს თვეში 150 ლარი, მეორეს – 180 ლარი, ხოლო მესამეს – 200 ლარი, მაშინ საშუალო ხელფასი იქნება

$$\bar{x} = \frac{150 + 180 + 200}{3} = 177 \text{ ლარი}$$

თუ საამქროში 100 მუშაა და აქედან 20 აქვს თვეში 80 ლარი, 50-ს - 130 და დანარჩენს 180 ლარი, მაშინ მუშების საშუალო თვიური ხელფასი საამქროში შეადგენს:

$$\bar{x} = \frac{80 \cdot 20 + 130 \cdot 50 + 180 \cdot 30}{20 + 50 + 30} = 135 \text{ ლარს}$$

შესაძლებელია ქარხნის ან საამქროს მუშების საშუალო ხელფასი გავიანგარიშოთ შესაბამისი ობიექტის (ქარხნის, საამქროს) ხელფასის ფონდის გაყოფით მუშების რიცხვზე.

ზოგჯერ მოცემულია ინტერვალური ვარიაციული მწკრივი. მაგალითად, საამქროს 50 მუშიდან თითოეულ მათგანს თვეში აქვს ხელფასი 100-დან 120 ლარამდე, ხოლო დანარჩენ 50 მუშას–120-დან 180 ლარამდე, მაშინ საშუალო ხელფასის გასაანგარიშებლად ჯერ საჭიროა მოცემული ინტერვალური ანუ უწყვეტი მწკრივი დავიყვანოთ დისკრეტულ მწკრივზე,

ხოლო შემდეგ ჩვეულებრივი საშუალო შეწონილი არითმეტიკულის გამოყენებით შეიძლება დავადგინოთ საშუალო ხელფასი. დისკრეტულ მწკრივზე დაყვანისათვის საჭიროა გავიანგარიშოთ ინტერვალის საშუალო მნიშვნელობა (ზედა და ქვედა მნიშვნელობების ჯამის ორზე გაყოფით). პირველი ინტერვალის საშუალო მნიშვნელობა იქნება $\frac{100+120}{2}=111$ ლარი, ხოლო მეორე ინტერვალის $\frac{120+180}{2}=150$ ლარი.

თუ გვაქვს ღიაინტერვალიანი მწკრივი (მაგ., 100 ლარამდე ხელფასი აქვს ქარხნის 30 მუშას, ხოლო 180 ლარზე ზევით –80 მუშას), მაშინ ქვედა ინტერვალის სიდიდედ მივიჩნევთ მომდევნო ინტერვალს, ხოლო ზედა ინტერვალის სიდიდედ წინა ინტერვალის სიდიდეს.

საშუალო არითმეტიკული ხასიათდება რიგი თვისებებით. მათგან აღსანიშნავია:

1) საშუალო არითმეტიკულიდან ვარიანტების მნიშვნელობათა გადახრების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია:

$$\Sigma(x-\bar{x})f=0, \qquad (7.14)$$

მართლაც

$$\Sigma(x-\bar{x})f=\Sigma xf-\bar{x}\Sigma f=\Sigma xf-\frac{\Sigma xf}{\Sigma f}\Sigma f=0$$

2) საშუალო არითმეტიკულის სიხშირეების ჯამზე ნამრავლი ტოლია ვარიანტების მნიშვნელობათა მათ შესაბამის წონებზე ნამრავლთა ჯამისა:

$$\bar{x}\Sigma f=\Sigma xf, \qquad (7.15)$$

მართლაც

$$\bar{x}\Sigma f=\frac{\Sigma xf}{\Sigma f}\Sigma f=\Sigma xf, \qquad (7.15)$$

3) თუ ვარიანტების მნიშვნელობებს შევამცირებთ ან გავადიდებთ რაიმე მუდმივი რიცხვით, მაშინ ვარიანტების ახალ მნიშვნელობათა საშუალოც შემცირდება ან გადიდდება იმავე მუდმივი რიცხვით:

$$\frac{\Sigma(x \mp a)f}{\Sigma f} = \bar{x} \mp a \qquad (7.16)$$

მართლაც

$$\frac{\Sigma(x+a)f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma xf + a\Sigma f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} + a\frac{\Sigma f}{\Sigma f} = \bar{x} + a$$

ასეთივე წესით დამტკიცდება, რომ $\frac{\Sigma(x-a)f}{\Sigma f} = \bar{x} - a$.

4) თუ ვარიანტების მნიშვნელობებს შევამცირებთ ან გავადიდებთ რაიმე მუდმივ რიცხვჯერ, მაშინ საშუალო არითმეტიკულიც შემცირდება ან გადიდდება იმავე მუდმივ რიცხვჯერ:

$$\frac{\Sigma xf \cdot h}{\Sigma f} = \bar{x} \cdot h \qquad (7.17)$$

$$\frac{\Sigma\left(\frac{x}{h}\right)f}{\Sigma f} = \frac{\bar{x}}{h} \qquad (7.18)$$

5) თუ ვარიანტების წონებს შევამცირებთ ან გავადიდებთ რაიმე მუდმივ რიცხვჯერ, ამით საშუალო არითმეტიკულის მნიშვნელობა არ შეიცვლება:

$$\frac{\Sigma xf \cdot h}{\Sigma fh} = \bar{x} \qquad (7.19),$$

$$\frac{\Sigma x\frac{f}{h}}{\Sigma\frac{f}{h}} = \bar{x} \qquad (7.20).$$

4. საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშების „სამომენტო“ წესი.

საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშების გამარტივებული წესია „სამომენტო“[1] ანუ პირობითი ნულიდან ათვლის წესი. ამ წესის გამოყენებისას ვსარგებლობთ საშუალო არითმეტიკულის თვისებებით, ჯერ თითოეულ ვარიანტს ვაკლებთ რომელიმე მუდმივ რიცხვს (a), გაანგარიშების უფრო გამარტივების მიზნით უმჯობესია ავიღოთ რომელიმე ცენტრალური ვარიანტი. შემდეგ მიღებულ შედეგებს ვყოფთ რომელიმე მუდმივ რიცხვზე (აქაც გაანგარიშების გამარტივების მიზნით თანაბარ ინტერვალური ვარიაციული მწკრივის შემთხვევაში მუდმივ გამყოფად ავიღოთ ინტერვალის სიდიდე h), მივიღებთ ვარიანტის ახალ მნიშვნელობებს, რომელთა საფუძველზე გაანგარიშებული საშუალო ($\bar{x}'$) უნდა გავამრავლოთ h-ზე, დავუმატოთ მუდმივი a სიდიდე და მივიღებთ საძიებელ საშუალოს

$$\bar{x} = \bar{x}' \cdot h + a \quad , \qquad (7.21)$$

განვიხილოთ ეს წესი შემდეგ მაგალითზე:

საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშება „სამომენტო“ წესით

x	$\frac{x-a}{h} = \frac{x-140}{10} = x'$	f	$x'f$
120	-2	5	-10
130	-1	6	-6
140	0	7	0
150	+1	8	8
160	+2	5	10

[1] ტერმინი ‘სამომენტო“ ნასესხებია ფიზიკური ტერმინი ‘ძალის მომენტი“-დან.

$$\overline{x'} = \frac{\Sigma x'f}{\Sigma f} = \frac{(-10)+(-6)+(0)+(+8)+(+10)}{5+6+7+8+5} = \frac{+2}{31} = \frac{2}{31},$$

$$\bar{x} = \overline{x'}h + a = \frac{2}{31} \cdot 10 + 140 = 140.6$$

ვარიანტების მნიშვნელობებიდან ცენტრალური ვარიანტის გამოკლებით ჩვენ ვღებულობთ ცენტრში 0-ს, ამიტომ ამ წესს უწოდებენ, აგრეთვე, პირობითი ნულიდან ათვლის წესს.

5. საშუალო ჰარმონიული და მისი გამოყენება

საშუალო ჰარმონიული ეწოდება ვარიანტების შებრუნებული სიდიდეების საშუალო არითმეტიკულის შებრუნებულ მნიშვნელობას. ის გამოიყენება მაშინ, როცა წონებად აღებულია არა მოცემული ნიშნის მატარებელი ერთობლიობის ერთეულები, არამედ ამ ერთეულების ნამრავლი ნიშნის მნიშვნელობაზე. მაგალითად, ცვლაში ერთი დეტალის დამზადებაზე ერთმა მუშამ საშუალოდ დახარჯა 4 წუთი, მეორემ 6 წუთი. უნდა გვეფიქრა, რომ საშუალოდ ერთ დეტალზე იხარჯება $\frac{6+4}{2} = 5$ წუთი. ეს გაანგარიშებულია მარტივი საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით. მაგრამ, თუ დავაკვირდებით, მიღებული 5 წუთი არაა სწორი მაჩვენებელი, ვინაიდან საათში ასეთნაირი დროის დანახარჯით ერთმა მუშამ უნდა აწარმოოს $\frac{60}{5} = 12$ დეტალი, ხოლო ცვლაში 12X8=96 დეტალი. ორივე ერთად კი გამოუშვებს 2X96 =192 დეტალს. მაშინ, როდესაც ცალ-ცალკე ინდივიდუალური დროის დანახარჯებით პირველი მუშა გამოუშვებს საათში $\frac{60}{4} = 15$ დეტალს, ცვლაში 8X15=120

დეტალს, მეორე საათში $\frac{60}{6}\times 10$ დეტალს, ცვლაში 10X8=80 დეტალს. ორივე ერთად 120+80=200 დეტალს. მაშასადამე საშუალო არითმეტიკულით დეტალების დამზადების საშუალო დროის გაანგარიშება არაა სწორი. გავიანგარიშოთ ის მარტივი საშუალო ჰარმონიულით:

$$\bar{x} = \frac{2}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}} = 4.8 \quad \text{წუთი}$$

საათში ერთი მუშა დაამზადებს $\frac{60}{4.8} = 12.5$ დეტალს, ცვლაში –12.5X8=100 დეტალს, ორივე ერთად 100+100=200 დეტალს, რაც ემთხვევა ინდივიდუალური დროის დანახარჯებით დეტალების დამზადების რაოდენობას. თუ მოცემულია წონები, მაშინ გამოვიყენებთ შეწონილი ჰარმონიულის ფორმულას:

$$\bar{x}_{\text{ჰარმ}} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{1}{x} f} \qquad (7.22)$$

საშუალო ჰარმონიული პრაქტიკაში გამოიყენება ფირმაში გეგმის შესრულების საშუალო პროცენტის დასადგენად, მაშინ როდესაც მოცემულია ფირმაში შემავალი ცალკეული ობიექტების მიხედვით გეგმის შესრულების პროცენტები და ფაქტიური შესრულება, ფასების საშუალო შეწონილი ინდექსის გასაანგარიშებლად და ა.შ.

6. ხვედრითი წილის საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშება

ზოგჯერ საქმე გვაქვს ურთიერთგამომრიცხავი ნიშნების ხვედრითი წილის საშუალოს გაანგარიშებასთან. მაგალითად,

ვაჟებისა და ქალების ხვედრითი წილი, წუნდებული და ვარგისი პროდუქციის ხვედრითი წილი, სტანდარტული და არასტანდარტული პროდუქციის ხვედრითი წილი და ა. შ. როგორია მათი საშუალო მნიშვნელობა? ნიშნის არსებობას აღვნიშნავთ 1-ით, ხოლო არარსებობას 0-ით, არსებული ნიშნის ხვედრით წილს p-ით, ხოლო არარსებულის q-ით. მაგალითად, ვაჟების ხვედრითი წილი p თუ უდრის 0.52, მაშინ ქალების ხვედრითი წილი q იქნება 0.48. ამიტომ p+q=1. გავიანგარიშოთ საშუალო შეწონილის დახმარებით საშუალო მნიშვნელობა:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q}, \qquad \bar{x} = p. \tag{7.23}$$

7. მოდა და მედიანა. მათი გაანგარიშების წესი.

მოდა და მედიანა სტრუქტურული საშუალოების ძირითადი სახეობანია. მოდა ეწოდება ვარიანტთა ყველაზე გავრცელებულ მნიშვნელობას. თუ ასეთი არა გვაქვს, მაშინ მწკრივს ამოდალური ეწოდება, ხოლო თუ ორია ასეთი, –ბიმოდალური. მედიანა ვარიაციული მწკრივის შუა ადგილზე მყოფი წევრია. ის თანაბრადმზარდ ან თანაბრადკლებად ვარიაციულ მწკრივს ორ ტოლ ნაწილად ჰყოფს.

მოდისა და მედიანის პოვნა დისკრეტული ვარიაციული მწკრივისათვის შედარებით ადვილია. ჩვეულებრივად ვარიანტის ის მნიშვნელობა იქნება მოდა, რომლის წონა (სიხშირე) ყველაზე მეტია ვარიაციულ მწკრივში. მედიანის პოვნისათვის საჭიროა შევკრიბოთ წონები, გავყოთ 2-ზე და დავუმატოთ ერთი მეორედი. ეს გვიჩვენებს მედიანის რიგით ნომერს ვარიაციულ მწკრივში. მაგალითი:

ქალების რაოდენობა დაბადებული ბავშვების მიხედვით (ციფრები პირობითია).

ცხრილი №

ქალების რიცხვი (ათასი კაცი)	დაბადებულ ბავშვთა რაოდენობა
472.3	1 ბავშვი
309.7	2 „
155.3	3 „
83.1	4 „
43.9	5 „
54.8	6 „
	7 და მეტი
სულ 1079.0	

ამ ვარიაციული მწკრივის მოდაა ქალები, რომლებმაც შობე 1 ბავშვი, ვინაიდან ყველაზე დიდია მათი რიცხვი (472. ათასი). იმისათვის,რომ ვიპოვოთ მედიანა,საჭიროა შევკრიბო სიხშირეები (ქალების რაოდენობა), გავყოთ ორზე დ

დავუმატოთ 1/2., გვექნება $\frac{1079}{2}+\frac{1}{2}=540$ ე.ი. 540-ე ვარიანტ იქნება მედიანა. როგორია მისი მნიშვნელობა? ამისათვ საჭიროა დაწყებული უმცირესი ვარიანტიდან შევკრიბო სიხშირეები. პირველი ვარიანტი არ ხვდება მედიანაში, ვინაიდ 540 აჭარბებს მის წონას. ამიტომ მედიანა იქნება ქალებ რომლებმაც შობეს ორი ბავშვი.

ინტერვალური ვარიაციული მწკრივისათვის მოდ ვანგარიშობთ შემდეგი ფორმულით:

$$\bar{x}_{მოდ}=x_{მოდ}+h_{მოდ}\frac{f_{მოდ}-f_{მოდ-1}}{\left(f_{მოდ}-f_{მოდ-1}\right)+\left(f_{მოდ}-f_{მოდ+1}\right)}, \qquad (7.24)$$

$\bar{x}_{მოდ}$ -ინტერვალური ვარიაციული მწკრივის მოდაა;

$x_{მოდ}$ -მოდალური ინტერვალის ქვედა საზღვრის მნიშვნელობ

$h_{მოდ}$ -მოდალური ინტერვალის მნიშვნელობა;

$f_{მედ}$-მოდალური ინტერვალის სიხშირე;

$f_{მედ-1}$ და $f_{მედ+1}$ შესაბამისად მოდალური ინტერვალის წინა და მომდევნო ინტერვალების სიხშირეებია.

ინტერვალური ვარიაციული მწკრივის მედიანის გასაანგარიშებელ ფორმულას აქვს შემდეგი სახე:

$$\bar{x}_{მედ} = x_{მედ} + h_{მედ} \frac{\frac{\Sigma f}{2} - s_{მედ-1}}{f_{მედ}}, \qquad (7.25)$$

სადაც $\bar{x}_{მედ}$-მედიანის მნიშვნელობაა ინტერვალურ ვარიაციულ მწკრივში;

$x_{მედ}$-მედიანური ინტერვალის საწყისი მნიშვნელობაა;

$h_{მედ}$-მედიანური ინტერვალის სიდიდეა;

Σf-მწკრივის სიხშირეთა ჯამია;

$s_{მედ-1}$-მედიანური ინტერვალის წინა ინტერვალების სიხშირეთა ჯამია;

$f_{მედ}$-მედიანური ინტერვალის სიხშირეა.

8. მრავალგანზომილებიანი საშუალოები

მრავალგანზომილებიანი საშუალოების გამოყენების შესაძლებლობის გზების ძიება, შედარებით ახალია მოქმედ ეკონომიკურ-სტატისტიკურ ლიტერატურაში. ეს უკანასკნელი პირველად რუსეთის ეკონომიკურ-სტატისტიკურ ლიტერატურაში დასვა პროფ. პ. ბ. რაბინოვიჩმა, რამაც გამოიწვია პრესის და მონოგრაფიული ლიტერატურის ფურცლებზე მეცნიერთა ცხარე კამათი და აზრთა ურთიერთგაზიარება. მრავალგანზომილებიან ეკონომიკურ

მოვლენათა შეფასების კრიტერიუმების ძიება დიდი ხანია იქცევს მეცნიერთა ყურადღებას. ასეთი საკითხები ისმის, მაგალითად, რეგიონში სასოფლო-სამეურნეო წარმოების ეფექტურობაზე საშუალოწლიური ტემპერატურის, კლიმატის კონტინენტალურობის, ნიადაგის ნაყოფიერების, ნალექების წლის მანძილზე მოსვლის რეჟიმის და სხვა ფაქტორების გავლენის, ეკონომიკური რაიონებისა და რეგიონების განვითარების დონის, აგრეთვე სამრეწველო წარმოების ეფექტურობის სხვადასხვა მაჩვენებლებისა და კრიტერიუმების მიხედვით გაზომვისას და ა.შ. მსგავსი მოვლენების შეფასების ფაქტორთა ისეთ კომპლექსთან გვაქვს საქმე, რომელთა შეკამება ან გამრავლება არ შეიძლება, ე. ი. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ისინი არ ხასიათდებიან ადიტიურობისა და მულტიპლიკატიურობის თვისებებით. ზოგჯერ ასეთი ფაქტორების სინთეზისათვის ანუ გაერთიანებისათვის მეცნიერები მიმართავენ მათი ბალობრივი შეფასების მიხედვით მოვლენებისა და პროცესების დაჯგუფებას, ანალიზს.

ამის ტიპური მაგალითია პ. ი. ვედიშჩევის მიერ დამუშავებული ბალურ-საინდექსო სისტემა, რომლის მიხედვითაც იგი შეეცადა თითოეული ეკონომიკური რაიონისათვის განესაზღვრა ეკონომიკური განვითარების დონის შესაბამისი ადგილი. ამის მიხედვით ამიერკავკასიის რაიონებს 20 ეკონომიკური რაიონიდან მიეკუთვნა მე-17 ადგილი, ხოლო ბოლო ადგილებზე გამოვიდა შუა აზია, ყაზახეთი, ჩრდილო კავკასია. ეს ადგილები განაწილდა მრეწველობის, სოფლის მეურნეობის, ტრანსპორტისა და კავშირგაბმულობის მიხედვით.

განსხვავებით ბალურ-საინდექსო სისტემისაგან, პროფ. პ. რაბინოვიჩმა დაჯგუფებაში გამოიყენა მრავალგანზომილებიანი საშუალო.

მრავალგანზომილებიანი საშუალოს არსის გაგებისათვის გამოვიყენოთ სტატისტიკაში საყოველთაოდ ცნობილი ეკონომიკურ მოვლენებს შორის არსებული კავშირის

ამსახველი ცნებები. ვთქვათ, გვაქვს Y საშედეგო ნიშანი და x_{ij} მიზეზობრივი ფაქტორები $(i=1,2,...,n, j=1,2,...,k)$. პროფ პ. რაბინოვიჩის აზრით, სხვადასხვა ფაქტორის ერთგვაროვანი შინაარსის მქონე ცნებაზე დაყვანისათვის საჭიროა მათი ნორმირება ინდივიდუალურ მაჩვენებელთა შეფარდებით თითოეულის საშუალო მნიშვნელობასთან. მივიღებთ:

$$\frac{Y_i}{\overline{Y}_i}, \frac{x_1}{\overline{x}_1}, \frac{x_2}{\overline{x}_2}, \frac{x_3}{\overline{x}_3}, ..., \frac{x_k}{\overline{x}_k}; \qquad (7.26)$$

ამრიგად, მათი აბსოლუტური მნიშვნელობანი დაიყვანება ერთ საფუძველზე, რის გამო ისინი შეიძლება განვაზოგადოთ და გავაერთიანოთ, რადგანაც სხვადასხვა ნივთთა სიდიდენი რაოდენობრივად შედარებადი ხდებიან მხოლოდ მას შემდეგ, რაც ისინი გარკვეულ ერთიანობაზე არიან დაყვანილი. მხოლოდ როგორც გამოხატულებანი გარკვეული ერთიანობისა, ისინი წარმოადგენენ ერთსახელწოდებიან და, მაშასადამე, თანაზომად სიდიდეებს.

გაანგარიშებულ შეფარდებით მაჩვენებელთა ერთგვაროვნება მდგომარეობს შემდეგში: ა) ყველა ფაქტორი შეადგენს ერთ კომლექსს, ერთი დანიშნულების ფაქტორების სისტემას; ბ) ყველა ფაქტორი გამოსახულია ზომის სტანდარტიზებულ ერთეულებში (სტატისტიკაში მსგავსი სტანდარტიზებული ერთეულია აგრეთვე $t=\frac{x-\overline{x}}{\sigma}$). გაანგარიშებული სიდიდეები შეიძლება შევაჯამოთ ან ერთმანეთზე გავამრავლოთ. ამიტომ მათი საშუალო მნიშვნელობის გაანგარიშებასაც აქვს აზრი.

$$\overline{P}_{ij}=\frac{\Sigma P_{ij}}{k}, \qquad (7.26)$$

სადაც

$$P_{ij} = \frac{x_{ij}}{\bar{x}_{ij}}\left(P_{11} = \frac{x_{11}}{\bar{x}_{11}}, P_{12} = \frac{x_{12}}{\bar{x}_{12}}, \ldots, P_{21} = \frac{x_{21}}{\bar{x}_{21}}, \ldots,\right)$$

ასეთი საშუალოები არის მრავალგანზომილებიანი საშუალოები. მათი წარმოდგენისათვის მოვიტანოთ P_{ij} შეფარდებათა მატრიცა.

ცხრილი N9

სტატისტიკური სიმრავლის ელემენტების რიგითი ნომერი	$\frac{Y_i}{\bar{Y}_i}$	ფაქტორული ნიშნის ინდივიდუალური მნიშვნელობების შეფარდება მათ საშუალო არითმეტიკულთან					
		$\frac{x_{i1}}{\bar{x}_{i1}}$	$\frac{x_{i2}}{\bar{x}_{i2}}$	$\frac{x_{i3}}{\bar{x}_{i3}}$	...	$\frac{x_{ik}}{\bar{x}_{ik}}$	$\bar{p}_{i\cdot} = \frac{\Sigma p_{i\cdot}}{k}$
1	Q_1	P_{11}	P_{12}	P_{13}	...	P_{1k}	$\bar{p}_{1\cdot} = \frac{\Sigma p_{1\cdot}}{k}$
2	Q_2	P_{21}	P_{22}	P_{23}	...	P_{2k}	$\bar{p}_{2\cdot} = \frac{\Sigma p_{2\cdot}}{k}$
3	Q_3	P_{31}	P_{32}	P_{33}	...	P_{3k}	$\bar{p}_{3\cdot} = \frac{\Sigma p_{3\cdot}}{k}$
...	...	...	...	...	...	...	...
n	Q_n	P_{n1}	P_{n2}	P_{n3}	...	P_{nk}	$\bar{p}_{n\cdot} = \frac{\Sigma p_{n\cdot}}{k}$

ადვილი დასამტკიცებელია, რომ

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = n, \sum \frac{x_{i1}}{\bar{x}_{i1}} = n, \sum \frac{x_{i2}}{\bar{x}_{i2}} = n \qquad (7.27)$$

და ა. შ., ხოლო $\sum P_{ij} = n$ (7.28)

მაგალითად

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \frac{Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n}{\bar{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{\frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}} = n \qquad (7.29)$$

$$\sum \frac{x_{j1}}{\bar{x}_{i1}} = \frac{x_{11} + x_{21} + x_{31} + \ldots + x_{n1}}{\bar{x}_{i1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i1}}{\frac{\sum x_{i1}}{n}} = n \qquad (7.30)$$

მართლაც, $$p_{ij} = \frac{p_{11} + p_{21} + p_{31} + \ldots + p_{n1}}{n} = \frac{n}{n} = 1 \qquad (7.31)$$

9. საშუალო სიდიდეების გამოყენების პრაქტიკა საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.

საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალი პერიოდი კიდევ უფრო აფართოებს საშუალოების გამოყენების პრაქტიკას სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ანალიზში. მოვიტანოთ ზოგიერთი კონკრეტული მაგალითი. ვთქვათ საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში ქალაქის 88.0 ათასი შინამეურნეობის შერჩევითმა გამოკითხვამ აჩვენა შემდეგი მონაცემები:

შინამეურნეობათა განაწილება საშუალოთვიური სულადობრივი ნომინალური შემოსავლის მიხედვით

ცხრილი N10

მოსახლეობის ჯგუფები საშუალოთვიური ნომინალური სულადობრივი შემოსავლის მიხედვით (ლარი)	შინამეურნეობათა რიცხვი (ათასობით)
20 ლარამდე	10.0
20-30	11.0
30-40	12.0
40-50	13.0
50-60	15.0
60-70	12.0
70-80	8.0
80-ზე ზევით	7.0

ამ მონაცემების საფუძველზე ვაჩვენოთ როგორია საშუალო არითმეტიკულის, მოდისა და მედიანის გაანგარიშების წესები. ინტერვალური ვარიაციული მწკრივისათვის (თანაბარინტერვალიანი, ქვემოდან და ზემოდან ღია ინტერვალის შემთხვევისათვის), ზემოთ უკვე ნაჩვენები იყო საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშების მეთოდოლოგია. ჯერ უნდა დავიყვანოთ მოცემული ინტერვალური (უწყვეტი) მწკრივი დისკრეტულზე (რისთვისაც პირველ და ბოლო ინტერვალად უნდა მივიჩნიოთ, შესაბამისად, შემდგომი და წინა ინტერვალის სიდიდეები, შემდგომ კი თითოეული ინტერვალის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობათა ჯამის ორზე გაყოფით მივიღებთ ახალ, დისკრეტულ ვარიანტებს ანუ ვარიაციულ მწკრივს). გვქონდა:

ცხრილი N11

ნომინალური საშუალოსულადობრივი თვიური შემოსავალი (ლარი)	შინამეურნეობათა რიცხვი (ათასობით)
15	10.0
25	11.0
35	12.0
45	13.0
55	15.0
65	12.0
75	8.0
85	7.0

როგორც ჩანს საშუალოსულადობრივი თვიური შემოსავლის გასაანგარიშებლად აუცილებელია გამოვიყენოთ საშუალო შეწონილი არითმეტიკულის ფორმულა ($\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$), სადაც $\overline{X}$ – სულადობრივი შემოსავალია თვეში შინამეურნეობაში, f – შინამეურნეობათა რიცხვი ანუ ვარიანტის წონა.

$$\overline{X} = \frac{(15\times10.0)+(25\times11.0)+(35\times12)+(45\times13.0)}{10.0+11.0+12.0+13.0+15.0+12.0+8.0+7.0} +$$

$$+\frac{(55\times15.0)+(65\times12)+(75\times8.0)+(85\times7.0)}{10.0+11.0+12.0+13.0+15.0+12.0+8.0+7.0} = 48\text{ლ.}$$

როგორია მედიანისა და მოდის მნიშვნელობანი მოცემული ვარიაციული მწკრივისათვის? ამისათვის ჯერ საჭიროა გავიგოთ მედიანური ინტერვალის რიგითი ნომერი, რომელსაც ზოგჯერ ანგარიშობენ წილადით $\frac{n+1}{2}$, სადაც n–სტატისტიკური ერთობლიობის მოცულობაა. ჩვენს მაგალითზე მედიანური ინტერვალის რიგითი ნომერია $\frac{88+1}{2}=44.5$. ასეთი მაჩვენებელი, ანუ ათწილადური მნიშვნელობა ყოველთვის მიიღება, როცა n ლუწი რიცხვია. ეს იმას ნიშნავს, რომ რიგითი ნომერი 44000-სა და 45000-ს შორისაა მოთავსებული. რომელ ჯგუფს მიეკუთვნება ასეთ შინამეურნეობათა რიცხვი? ცხადია, რომ პირველ ჯგუფს არ მიეკუთვნება, ვინაიდან პირველი ჯგუფის რაოდენობაა 10.0 ათასი შინამეურნეობა, არც მეორე ჯგუფს მიეკუთვნება, ვინაიდან I და II ჯგუფის საერთო რაოდენობაა 21 (10.0+11.0)ათასი, არც მესამე ჯგუფს (21+12+33.0 ათასი) და მეოთხე ჯგუფი კი აკმაყოფილებს პირობას, ვინაიდან მეოთხე (40-50) ჯგუფის ჩათვლით შინამეურნეობათა რიცხვი უდრის 46 ათასს. ჩვენს მიერ ცნობილი ფორმულის მიხედვით მედიანა ჩვენი მასალების მიხედვით შეადგენს:

$$\bar{x}_{\text{მედ}} = x_{\text{მედ}} + h_{\text{მედ}} \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{(\text{მედ}-1)}}{f_{\text{მედ}}} = 40 + 10\frac{\frac{28}{2}-33}{13} = 40 + 10\frac{11}{13} = 48.5$$

$\bar{x}_{\text{მედ}} = 48.5$ლარს

ახლა გავიანგარიშოთ მოდა. ფორმულაში

$$\bar{x}_{\text{მოდ}} = x_{\text{მოდ}} + h_{\text{მოდ}} \frac{f_{\text{მოდ}} - f_{\text{მოდ}-1}}{\left(f_{\text{მოდ}} - f_{\text{მოდ}-1}\right) + \left(f_{\text{მოდ}} - f_{\text{მოდ}+1}\right)}$$

ჩვენი მონაცემების ჩასმით (მოდალური ინტერვალია 50-60, ვინაიდან მას ყველაზე დიდი წონა აქვს) მივიღებთ:

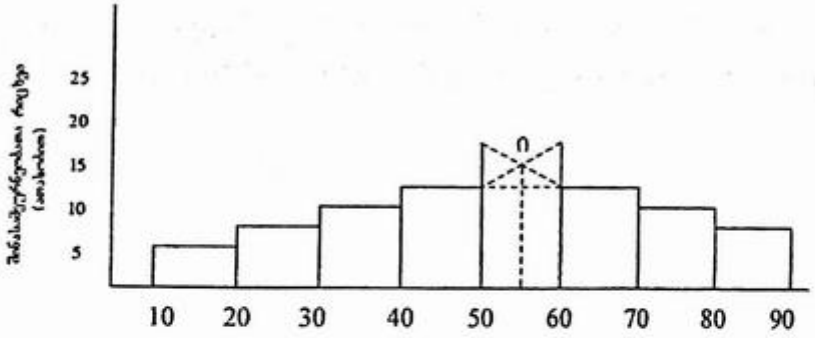
$$\bar{x}_{\text{მოდ}} = 50 + 10\frac{2}{2+3} = 54\text{ლარი}$$

მაშასადამე

$$\bar{x}_{\text{მედ}} = 48.5\text{ლარს} \quad \text{და} \quad \bar{x}_{\text{მოდ}} = 54\text{ლარს}.$$

ნორმალური განაწილების ვარიაციული მწკრივისათვის $\bar{x}_{\text{მედ}} = \bar{x} = \bar{x}_{\text{მოდ}}$, მაგრამ ჩვენს შემთხვევაში დარღვეულია ნორმალური განაწილების კანონი იმით, რომ მე-5 ინტერვალურ ჯგუფს 8 ჯგუფიდან ყველაზე მეტი წონა აქვს, რაც ასახა კიდევაც მოდის სიდიდეში, რომელიც მეტია საშუალო არითმეტიკულსა და მედიანაზე.

ზოგადად, საშუალო არითმეტიკულის, მოდისა და მედიანის სიდიდეთა ურთიერთშეფარდებით მსჯელობენ მოცემული ვარიაციული მწკრივის სიმეტრიულობასა და ექსცესულ განაწილებაზე. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სიმეტრიული განაწილებისას ეს სამი მაჩვენებლი სიდიდით ერთმანეთს ემთხვევა. რაც უფრო დიდია მოდასა და საშუალო არითმეტიკულს შორის განსხვავება, მით მეტად ასიმეტრიულია განაწილება. სტატისტიკოსები ზომიერად ასიმეტრიული განაწილებისათვის ვარაუდობენ, რომ განსხვავება საშუალო არითმეტიკულსა და მოდას შორის 3-ჯერ აღემატება საშუალო არითმეტიკულსა და მედიანას შორის განსხვავებას და აქედან ადგენენ მათ შორის თანაფარდობის შემდეგი სახის განტოლებას: $\left|\bar{x}_{\text{მოდ}} - \bar{x}\right| = 3\left|\bar{x}_{\text{მედ}} - \bar{x}\right|$, ეს კარგად ჩანს გრაფიკული გამოსახულებიდან, რისთვისაც საჭიროა დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე გადავზომოთ ინტერვალის ზედა და ქვედა საზღვრები, ხოლო ორდინატთა ღერძზე - მათი წონები. მივიღებთ შემდეგი სახის გრაფიკულ გამოსახულებას:



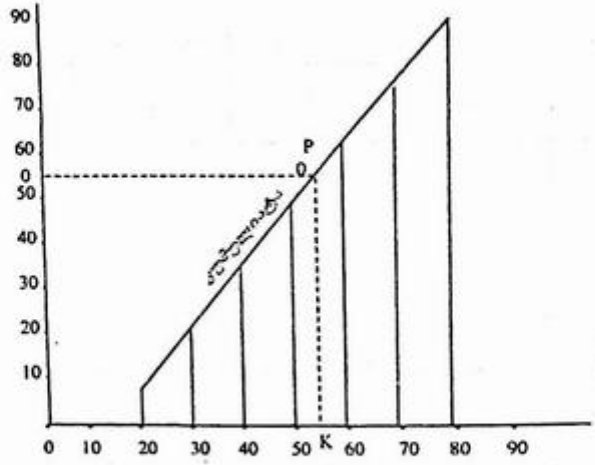
ნახ.14

მივიღეთ მიჯრით სვეტოვანი დიაგრამა. თითოეული სვეტი შეესაბამება ინტერვალის სიდიდესა და მის წონას. ასეთ გრაფიკულ გამოსახულებას სტატისტიკაში უწოდებენ **ჰისტოგრამას. ჰისტოგრამაზე** მარცხნიდან მარჯვნივ მე-5 სვეტი მოდალური სვეტია, ვინაიდან ის ყველაზე მაღალია და ეს სიმაღლე შეესაბამება ამ სვეტის ინტერვალის წონას (15). სვეტის მარცხენა ზემო კუთხიდან გავლებულია მომდევნო სვეტის მარცხენა კუთხემდე, ხოლო მარჯვენა კუთხიდან წინა სვეტის მარჯვენა კუთხემდე ტეხილები, რომელთა ურთიერთგადამკვეთი წერტილიდან (0) დაშვებულია პერპენდიკულარი ტეხილი აბსცისთა ღერძზე წერტილში და ეს პერპენდიკულარი მოდის გრაფიკია. მაშასადამე, ამ გზითაც (გრაფიკული გზა) შეიძლება მოდის პოვნა.

სტატისტიკაში ცნობილია, აგრეთვე, მედიანის პოვნის გრაფიკული მეთოდიც. ამისათვის საჭიროა კუმულიატის გრაფიკის აგება, რაც წარმოებს აბსცისთა ღერძზე იგივე ინტერვალების (ნომინალური შემოსავლები), ხოლო ორდინატთა ღერძზე მათი წონების ნაზარდი ჯამების[1] გადაზომვისა და

[1]წონების ნაზარდი ჯამები ჩვენს მაგალითზე მიიღება შინამურნეობათა რიცხვის შეჯამებით. მათი რიცხვი ჯგუფების მიხედვით ათასობით არის 10,0, 11,0, 12,0, 13,0,15,0,12,08.0 და ა.შ. ნაზარდი ჯამები იქნება: 10,0,(10,0+11,0)=21,0, (21,0+12,0)=33,0, (33,0+13,0)=46, (46+15)=61,0, (61+12)73,0, (73+8)=81,0, (81,0+7)=88 ათასი შინამეურნეობა.

აქედან აბსცისთა და ორდინატთა ღერძებისადმი ალმართულ პერპენდიკულართა გადამკვეთი წერტილების შეერთებით გვექნება:



ნახ. 15

მიღებული გრაფიკული **გამოსახულება კუმულიატის** სახელწოდებას ატარებს სტატისტიკაში. თუ წონების ნაზარდი ჯამის (88) 50%-ის შესაბამის წერტილს (88/2=44) ავიღებთ ორდინატთა ღერძზე (0) და აქედან გავავლებთ აბსცისთა ღერძის პარალელურს კუმულიატის გრაფიკის გადაკვეთამდე (P წერტილი), ამ წერტილიდან აბსცისთა ღერძზე დაშვებული პერპენდიკულარი (PK) იქნება მედიანის გრაფიკული გამოსახულება და რიცხვითი მნიშვნელობა. ასე შეიძლება მედიანის გრაფიკული ხერხით პოვნა სტატისტიკაში.

ზემოთ მოტანილი მახასიათებლები (საშუალო არითმეტიკული, მოდა, მედიანა) ვარიაციული განაწილების მწკრივების ცენტრის დამახასიათებელი მაჩვენებლებია და სრულებითაც ვერ უზრუნველყოფენ მწკრივის განაპირა წევრთა დახასიათებას. ამიტომ საბაზრო ეკონომიკის პირობებში, როცა წარმოიშვა სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენათა მეტისმეტი დიფერენციაცია (მოსახლეობის შემოსავლების, დანახარჯების,

აგრეთვე, უძრავი თუ მოძრავი ქონების, ფულადი და არაფულადი საკუთრების არათანაბარი განაწილება მოსახლეობის სოციალური ფენების მიხედვით) აუცილებელია ისეთი მაჩვენებლების გამოყენების პრაქტიკაში დანერგვა, როგორიცაა კვარტილი, დეცილი, პერცენტილი და სხვ.

რანჟირებული განაწილების მწკრივებისათვის, სადაც მაჩვენებლები დალაგებულია ზრდადი ნიშნის მიხედვით, კვარტილები ეწოდება–შესასწავლი ნიშნის იმ მნიშვნელობებს, რომლებიც რანჟირებულ ერთობლიობას ოთხ ტოლ ნაწილად ყოფენ. ბუნებრივია, ასეთი კვარტილები იქნება სამი. სტატისტიკაში მათ აღნიშნავენ Q_1, Q_2 და Q_3 სიმბოლოებით. პირველი კვარტილი, რომელსაც სხვაგვარად ქვედა კვარტილსაც უწოდებენ, გამოყოფს რანჟირებული ერთობლიობის მინიმალურ მნიშვნელობებს. ეს მნიშვნელობანი რაოდენობით ერთობლიობის 25%-ია და TiToeuli maTgani Tavisi sididiT Q_1-ზე ნაკლებია. Q_2 კვარტილი იგივე მედიანაა და მისი გაანგარიშების წესიც ისეთია, როგორიც ვაჩვენეთ მედიანის გაანგარიშების დროს. Q_3 კვარტილი სტატისტიკური ერთიობლიობის უდიდეს მნიშვნელობათა 25%-ს გამოყოფს და თითოეული მათგანი თავისი სიდიდით მეტია Q_3-ზე. ისე რომ მთელი სტატისტიკური ერთობლიობა ოთხ თანაბარ ნაწილადაა დაყოფილი, პირველი ნაწილი მოიცავს მთელი ერთობლიობის უმცირეს მნიშვნელობათა 25%-ს, მეორე მოთავსებულია Q_1 და Q_2 კვარტილებს შორის, მე-3 25% მოთავსებულია Q_2 და Q_3 კვარტილებს შორის და ბოლო მე-4 ნაწილი– Q_3 კვარტილის ზემოთაა მოთავსებული. მაშასადამე, Q_1 კვრტილი მთელი ერთობლიობიდან 1/4 ნაწილს ჩამოჭრის, ხოლო Q_3 რომელსაც სხვაგვარად **ზედა კვარტილსაც** უწოდებენ–3/4 ნაწილს. აქედან მედიანის მსგავსად ინტერვალური ვარიაციული მწკრივისათვის შეგვიძლია დავადგინოთ ქვედა (Q_1) და ზედა (Q_3) კვარტილების გასაანგარიშებელი ფორმულები:

$$Q_1 = X_{Q_1} + h\frac{\sum\frac{f}{4} - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \qquad (7.32)$$

და

$$Q_3 = X_{Q3} + h\frac{\frac{3}{4}\sum f - S_{Q3-1}}{f_{Q3}} \qquad (7.33)$$

სადაც X_{Q_1} – ქვედა ინტერვალის, ხოლო X_{Q3} ზედა ინტერვალის პირველ მნიშვნელობათა სიდიდეებია;

h – ინტერვალის სიდიდე;

$\sum f$ – წონების ჯამი

S_{Q_1-1} – ქვედა კვარტილური ინტერვალის წინა ინტერვალის წონათა ჯამია;

S_{Q_3-1} – ზედა კვარტილური ინტერვალის წინა ინტერვალის წონათა ნაზრდი ჯამია;

f_{Q_1} და f_{Q_3} – შესაბამისად, ქვედა და ზედა კვარტილური ინტერვალების წონებია.

ჩვენი მონაცემების საფუძველზე (იხ. ცხრლ. 11) შეგვიძლია გავიანგარიშოთ Q_1 და Q_3. ამისათვის საჭიროა ჯერ მოინახოს ქვედა და ზედა კვარტილური ინტერვალები, რისთვისაც ვიყენებთ, ნაზარდ ჯამებს. ჩვენს მაგალითზე წონათა ნაზარდი ჯამია 88,0 ათასი. ქვედა კვარტილი (Q_1) ჩამოჭრის 1/4 ნაწილს ანუ 88X1/4=22.0 ათასს. ამ ოდენობით წონით პირველი კვარტილი ვერ მოხვდება პირველ ჯგუფში, რადგან მისი წონა 10.0 ათასია, ვერც მეორე ჯგუფში მოხვდება, ვინაიდან II ჯგუფისათვის წოანთა ნაზარდი ჯამი 21.0 ათასია. ამიტომ I კვარტილი ხვდება მესამე ჯგუფში, რომლის წონათა ჯამია

33.0 ათასი შინამეურნეობა, ხოლო ინტერვალი (30-40) ლარი. ამ მონაცემებით:

$$Q_1 = 30 + 10\frac{88/4 - 21}{12} = 30 + 0.83 = 30.8 \text{ლარს}$$

ზედა კვარტილი, როგორც დავინახეთ 88 წონითი ჯამიდან ჩამოჭრის $\frac{3}{4}$ ნაწილს, ანუ 88X3/4=66.0 (ე. ი. 66.0 ათასს). ასეთი წონითი ჯამით ვეძებთ დაწყებული I ჯგუფიდან ზემოთ ზედა კვარტილური ინტერვალს. ასეთი ინტერვალი იქნება მე-6 ჯგუფი, რომლის წონათა ნაზარდი ჯამია (10+11+12+13+15+12)=73.0 ათასი შინამეურნეობა, ხოლო ინტერვალი (60-70) ლარი. აქედან გამომდინარე:

$$Q_3 = 60 + 10\frac{88 \times 3/4 - 61}{12} = 65.0 \text{ ათასი შინამეურნეობა.}$$

დეცილი რანჟირებულ ვარიაციულ მწკრივს ჰყოფს 10 ტოლ ნაწილად. მაგალითად, საქართველოს სტატისტიკის სახელმწიფო დეპარტამენტის მიერ ჩატარებულმა შერჩევითმა დაკვირვებამ მოსახლეობის შემოსავლებსა და დანახარჯებზე დეცილური ჯგუფების მიხედვით შემდეგი სურათი მოგვცა:

მოსახლეობის საშუალოთვიური შემოსავლების სტრუქტურა ფულადი შემოსავლების მიხედვით დეცილურ ჯგუფებში (%%-ობით)[1]

ცხრილი №12

დეცილური ჯგუფები / წლები	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	სულ
1996	0.1	0.9	1.7	2.7	4.2	5.8	8.1	11.3	17.0	48.3	100.0
1997	0.3	1.4	2.4	3.7	5.2	7.1	9.4	12.8	18.9	39.0	100.0
1998	0.6	1.7	2.7	3.9	5.2	6.9	9.0	12.2	17.4	40.5	100.0
1999	0.5	1.7	2.8	4.0	5.3	6.9	8.9	11.7	16.5	41.5	100.0
2000	0.4	1.4	2.6	3.9	5.4	7.0	9.2	12.3	17.1	40.7	100.0
2001	0.6	1.8	2.8	4.0	5.4	7.0	9.0	12.1	16.9	40.4	100.0

[1] საქართველოს შინამეურნეობები, სტატისტიკური კრებული (1996-2001 წ.წ.)., თბ., 2002 წ. გვ. 307, 308, 309.

რა დასკვნების გაკეთების საშუალებას იძლევა საშუალოთვიური ფულადი შემოსავლების მიხედვით მოსახლეობის განაწილება დეცილური ჯგუფების მიხედვით? როგორც ჩანს ძალიან დაბალია მოსახლეობის ფულადი შემოსავლები I, II და III დეცილურ ჯგუფებში, ანუ ღარიბებში და ძალიან მაღალია მე-10 დეცილური ჯგუფის ანუ მდიდრების ფულადი შემოსავლების ხვედრითი წილი. მაშასადამე, მდიდართა ფენის 10%-ის ხელშია საქართველოში მოსახლეობის ფულადი შემოსავლების 40%-ზე მეტი, რაც მეტყველებს შემოსავლების მეტად არათანაბარ განაწილებაზე ქვეყანაში. ასეთი დასკვნის გაკეთების საშუალებას ვერ მოგვცემდა ცენტრის საშუალო მაჩვენებლები: საშუალო არითმეტიკული, მოდა, მედიანა. ამიტომაა საჭირო დეცილის გამოყენება სტატისტიკაში.

პერცენტილი რანჟირებული ვარიაციული მწკრივის 100 ტოლ ნაწილად გამყოფი მაჩვენებელია. ეს მაჩვენებელიც მოსახლეობის სოციალური მდგომარეობის შესწავლისთვისაა გამოსაყენებელი.

დეცილი და პერცენტილიც გაინგარიშება მედიანის და კვარტილის მსგავსად. ფორმულები, რომლებიც შეიძლება გამოვიყენოთ დეცილისა და პერცენტილის გასაანგარიშებლად ასეთ სახეს ატარებს:

$$d_1 = X_{d_1} + h\frac{\frac{\sum f}{10} - S_{d_1-1}}{f_{d_1}}. \qquad (7.34)$$

$$d_9 = X_{d_9} + h\frac{\frac{9\sum f}{10} - f_{d_9-1}}{f_{d_9}}. \qquad (7.35)$$

$$k_1 = X_{k1} + h\frac{\frac{\sum f}{100} - S_{k_1-1}}{f_{k_1}}. \qquad (7.36)$$

$$k_{99} = X_{k_{99}} + h\frac{\frac{99}{100}\sum f - S_{k_{99}-1}}{f_{k_{99}}}. \qquad (7.37)$$

სადაც, d_1 და d_9–პირველი და მე-9 დეცილია;

X_{d_1} და X_{d_9}–პირველი და მე-9 დეცილური ინტერვალების პირველი მნიშვნელობაა;

h–ინტერვალის მნიშვნელობა ვარიაციული მწკრივში;

S_{d_1-1} და S_{d_9-1}-შესაბამისად, პირველი და ბოლო დეცილური ინტერვალების წონების ნაზარდი ჯამია;

f_{d_1} და f_{d_9}-პირველი და მე-9 დეცილური ინტერვალების წონაა;

k_1 და k_{99}- შესაბამისად, პირველი და 99-ე პერცენტილებია;

X_{k_1} და $X_{k_{99}}$- შესაბამისად, პირველი და 99-ე პერცენტილური ინტერვალების მინიმალური მნიშვნელობებია;

S_{k_1-1} და $S_{k_{99}-1}$-პირველი და 99-ე პერცენტილური ინტერვალების წონების ნაზარდი ჯამია;

f_{k_1} და $f_{k_{99}}$-პირველი და 99-ე ინტერვალების წონაა[1].

უნდა აღინიშნოს, რომ პერცენტილური გაანგარიშებანი შედარებით ნაკლებად გამოიყენება სოციალურ-ეკონომიკურ

[1] როგორც დეცილის, ისე პერცენტილის გაანგარიშების სქემა იგივეა, რაც კვარტილის შემთხვევაში. აქაც დეცილური და პერცენტილური ინტერვალები მოიძებნება ინტერვალთა წონების ნაზრდი ჯამის საფუძველზე.

გაანგარიშებათა პრაქტიკაში. ამიტომ სტატისტიკაში მის თეორიულ ცოდნას უფრო მეტი შემეცნებითი მნიშვნელობა ენიჭება, ვიდრე პრაქტიკულ გამოყენებას.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1) რატომაა აუცილებელი საშუალოების გამოყენება ეკონომიკაში?
2) რას ეწოდება საშუალო სიდიდე?
3) როგორია ხარისხოვანი საშუალო სიდიდეების ზოგადი ფორმულა?
4) რა სახის ხარიხოვანი საშუალოები იცით?
5) როგორია საშუალო არითმეტიკულის თვისებები?
6) როგორია საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშების „სამომენტო“ წესი?
7) როდის გამოიყენება საშუალო ჰარმონიული?
8) რას უდრის წილობრივი ნიშნის საშუალო არითმეტიკული?
9) როგორია მოდა, მედიანა და მათი გაანგარიშების წესები ინტერვალური ვარიაციული მწკრივებისათვის?
10) რატომაა მრავალგანზომილებიანი საშუალოს გამოყენების აუცილებლობა ეკონომიკაში?
11) როგორია მრავალგანზომილებიანი საშუალოს გაანგარიშების წესი?
12) როგორია კვარტილი და მისი გაანგარიშების ფორმულები?
13) როგორია დეცილი და მისი გაანგარიშების ფორმულები?
14) როგორია პერცენტილი და მისი გაანგარიშების ფორმულები?
15) რით ახსნით კვარტილის, დეცილის და პერცენტილის გამოყენების აუცილებლობას საბაზრო ეკონომიკის პირობებში?

ტესტები თავისადმი

1. სტატისტიკური მწკრივის ყველა ვარიანტი ერთნაირი რაოდენობით მეორდება ვარიაციულ მწკრივში. რომელი საშუალო არითმეტიკული უნდა გამოვიყენოთ?
   ა) მარტივი;
   ბ) შეწონილი;
   გ) სულ ერთია.
2. მამაკაცების ხვედრითი წილი მოსახლეობის რიცხოვნობაში 30%-ია. რას უდრის ალტერნატიული ნიშნის საშუალო არითმეტიკული?
   ა) 30%;
   ბ) 70%;
   გ) 100%.
3. მამაკაცების ხვედრითი წილი მწკრივში შემცირებულია 6-ჯერ. როგორ შეიცვალა საშუალო არითმეტიკული?
   ა) შემცირდა 6-ჯერ'
   ბ) არ შეცვლილა.
4. ვარიანტების მნიშვნელობანი ვარიაციულ მწკრივში გადიდებულია 25-ით. როგორ შეიცვალა საშუალო არითმეტიკულის მნიშვნელობა?
   ა) გადიდდა 25-ით;
   ბ) შემცირდა 25-ით;
   გ) არ შეცვლილა.
5. სიმეტრიული ვარიაციული მწკრივისათვის რა ურთიერთობაშია რაოდენობრივად საშუალო არითმეტიკული, მოდა და მედიანა?
   ა) განსხვავებულია;
   ბ) ერთმანეთის ტოლია.
6. რანჟირებულ ვარიაციულ მწკრივში II კვარტილი და მედიანა რაოდენობრივად რა ურთიერთობაშია?
   ა) განსხვავებულია;
   ბ) ტოლია.

პრაქტიკული ამოცანები და სავარჯიშოები

1. აგრარულ ბაზარზე სულ გაიყიდა დღეში 10 ტონა კარტოფილი. აქედან 5 ტონა – 1კგ. 0.60 ლარად, 2 ტონა – 1 კგ. 0.50 ლარად, ხოლო დანარჩენი – 1 კგ. 0.70 ლარად. რამდენია 10 ტ. კარტოფილის საშუალო ფასი?
2. გვაქვს ფირმის ოთხი საწარმოს საწარმოო საქმიანობის შემდეგი მონაცემები:

საწარმოს №	წარმოების საერთო დანახარჯები (ათასი ლარი)	დანახარჯები წარმოებული პროდუქციის 1 ლარზე (თეთრი)
1	2600.0	50
2	9800.0	76
3	6300.0	81
4	2700.0	95

გაანგარიშოთ 1 ლარზე საშუალო დანახარჯები 4-ივე საწარმოს მიხედვით.

თემა 8. ვარიაციის მაჩვენებლები

1. ვარიაცია და მისი შესწავლის აუცილებლობა

საშუალო სიდიდე არის ვარიაციული ნიშნის განზოგადებული მახასიათებელი, მაჩვენებელი. მაგრამ ის ვერ ახასიათებს ვარიაციული მწკრივის ვარიანტების განლაგებას, ნიშნის ვარიაციის ხარისხს და მის რხევადობას. მაგალითად:

ფირმის ორი საწარმოო ბრიგადის მუშათა საშუალო დღიური ხელფასის მონაცემები

ცხრილი №13

მაჩვენებლები / საწარმოო ბრიგადები	მუშათა რიცხვი	ცალკული მუშების საშუალო დღიური ხელფასი					ერთი მუშის საშუალო დღიური გამომუშავება (ლარ) ($\bar{x}$)
ბრიგადა №1	5	2.5	3.0	2.6	2.8	3.1	2.8
ბრიგადა №2	5	1.5	6.4	1.6	1.0	3.5	2.8

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ორივე ბრიგადის მუშათა საშუალოდღიური ხელფასი ($\bar{x}$) ერთი და იგივეა და შეადგენს 2.8 ლარს. მაგრამ თუ გადავხედავთ ცალკეული მუშების საშუალო დღიურ ხელფასს, ე.ი. ვარიაციული მწკრივის ვარიანტები როგორაა განლაგებული საშუალოს ირგვლივ, დავინახავთ, რომ მეორე ბრიგადის მუშათა ხელფასის განსხვავება უფრო მკვეთრია საშუალო ხელფასისაგან, ვიდრე I ბრიგადაში. I ბრიგადაში საშუალოსაგან მაქსიმალური გადახრა შეადგენს 3.1-2.8=0.3 ლარს, ხოლო მეორე ბრიგადაში 6.4-2.8=3.6 ლარს. ეკონომიკურად ეს იმას ნიშნავს, რომ I ბრიგადაში დაახლოებით თანაბარი კვალიფიკაციის მუშებია, ვიდრე მეორეში. მაშასადამე ირკვევა, რომ განაწილების ცენტრის მაჩვენებელთან ერთად (საშუალო არითმეტიკული, მედიანა,

მოდა) საჭიროა რაღაც სხვა, დამატებითი მაჩვენებლები, რომლებიც დაახასიათებენ ვარიაციის ხარისხს, მის რხევადობას და ა. შ. სწორედ ასეთია ვარიაციის მაჩვენებლები.

2. ვარიაციის გაქანება (დიაპაზონი)

ვარიაციის ყველაზე მარტივი მახასიათებელი ანუ მაჩვენებელია ვარიაციის დიაპაზონი (გაქანება), რომელიც წარმოადგენს ვარიაციული მწკრივის ვარიანტების მაქსიმალურ (x_{min}) და მინიმალურ (x_{max}) მნიშვნელობათა შორის სხვაობას და აღინიშნება R-ით.

$$R = X_{max} - X_{min} \qquad (8.1)$$

ზემოთ მოყვანილ მაგალითზე I ბრიგადის საშუალოდღიური ხელფასის ვარიაციის დიაპაზონი იქნება R=3.1-2.5=0.6, ხოლო მეორე ბრიგადაში R=6.4-1.0=5.4.

საზოგადოდ თუ გვაქვს X შემთხვევით სიდიდეზე დაკვირვებით მიღებული მნიშვნელობანი $X_1, X_2, \ldots X_n$ და ზოგადობის შეუზღუდავად ვიგულისხმებთ, რომ ისინი დალაგებულია ზრდადი მიმდევრობით, ე.ი.

$$X_1 \le X_2 \le,\ldots,\le X_n \qquad (8.2)$$

ისე რომ უმცირესია X_1, უდიდესი X_n, მიმდევრობის უდიდეს და უმცირეს წევრს შორის სხვაობას ამ მიმდევრობის დიაპაზონი ანუ ვარიაციის გაქანება ეწოდება:

$$R= X_n - X_1, \qquad (8.3)$$

ვარიაციის გაქანება (დიაპაზონი) იმ ერთეულებში გამოისახება, რა ერთეულებშიც გამოისახება ვარიანტები.

ვარიაციის გაქანების თავისებურება ისაა, რომ ის დამოკიდებულია მხოლოდ ორ წევრზე და ვერ ასახავს მინიმალურ და მაქსიმალურ ვარიანტებს შორის არსებულ წევრებს, რაც მისი ნაკლია. ამიტომ ეს მაჩვენებელი გამოიყენება მაშინ, როცა თითოეული ვარიანტი გვხვდება მხოლოდ ერთხელ,

ან როცა მინიმალურ ან მაქსიმალურ მნიშვნელობას განსაკუთრებული როლი აქვს.

ვარიაციის გაქანების (დიაპაზონის) ნაკლოვანებას ავსებს საშუალო წრფივი და საშუალო კვადრატული გადახრა.

3. საშუალო წრფივი გადახრა

საშუალო წრფივი გადახრა ახასიათებს ვარიაციული მწკრივის საშუალოსაგან დანარჩენი ვარიანტების საშუალო გადახრას. ეს მაჩვენებელი გვიჩვენებს თუ რამდენად სწორად შეუძლია დაახასიათოს მწკრივის ცენტრის მახასიათებელმა ანუ მაჩვენებელმა შესასწავლი ერთობლიობა.

საშუალო წრფივი გადახრა წარმოადგენს ერთობლიობის საშუალო არითმეტიკულისაგან ცალკეული ვარიანტების გადახრის აბსოლუტური სიდიდეების საშუალო არითმეტიკულს და აღინიშნება $\bar{d}$ -ით.

ვინაიდან შესასწავლი ნიშნის ცალკეული ინდივიდუალური მნიშვნელობების (ვარიანტების) მათი საშუალო არითმეტიკულისაგან გადახრების ჯამი ყოველთვის უდრის ნულს, საშუალო წრფივი გადახრის გაანგარიშებისათვის აიღება გადახრების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამი. (გვაქვს თუ არა ამის უფლება? თუ განვიხილავთ ამ გადახრებს კოორდინატთა სისტემაზე, დავინახავთ, რომ ისინი წარმოადგენს საშუალო არითმეტიკულისაგან ცალკეული ვარიანტების დაცილების მანძილებს, რაც შეიძლება მივიჩნიოთ დადებითად).

საშუალო წრფივი გადახრის
გასაანგარიშებელი ფორმულა:

$$\bar{d} = \frac{\Sigma|x - \bar{x}|}{n}. \qquad (8.4)$$

ამას ეწოდება მარტივი საშუალო წრფივი გადახრის გასაანგარიშებელი ფორმულა, ხოლო შეწონილს აქვს სახე:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}. \qquad (8.5)$$

(გადახრების პირდაპირი ფრჩხილები უჩვენებს, რომ ეს გადახრები აიღება ნიშნის გარეშე),

სადაც x – ვარიანტის ინდივიდუალური მნიშვნელობა,

$\bar{x}$ – საშუალო არითმეტიკული,

f -თითოეული ვარიანტის სიხშირე, წონა,

n –ვარიანტების რაოდენობა მწკრივში.

საშუალო წრფივი გადახრა ჩვენ მიერ ზემოთ მოყვანილი მაგალითისათვის იქნება:

I ბრიგადისათვის

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^{5} \frac{|x - \bar{x}|}{5} = \frac{|2.5 - 2.8| + |3.0 - 2.8|}{5} + \frac{|2.6 - 2.8| + |2.8 - 2.8| + |3.1 - 2.8|}{5} =$$

$$= \frac{0.3 + 0.2 + 0.2 + 0.0 + 0.3}{5} = \frac{1 + 0}{5} = 0.2.$$

II ბრიგადისათვის

$$\bar{d} = \frac{1 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 7}{5} = 1 \cdot 72.$$

ე. ი. მეორე ბრიგადის მუშებში საშუალოდღიური ხელფასის საშუალო წრფივი გადახრა 8-ჯერ მეტია, ვიდრე I ბრიგადის მუშების საშუალოდღიურ ხელფასებში. ეს იმას ნიშნავს, რომ II ბრიგადაში უფრო განსხვავებული კვალიფიკაციის მუშებია, ვიდრე I-ში.

I ბრიგადაში საშუალო გადახრა საშუალო არითმეტიკულისგან შეადგენს 20 თეთრს, ხოლო მეორეში 1 ლარსა და 72 თეთრს. ე. ი. საშუალო წრფივი გადახრა იმავე ერთეულებში გაიზომება, რა ერთეულებშიც გაზომილია თვით ვარიანტები.

4. დისპერსია და საშუალო-კვადრატული გადახრა.

საშუალო წრფივ გადახრასთან შედარებით მეტ გავრცელებას პოულობს დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა. მათი ფართო გამოყენება დაკავშირებულია მათ მათემატიკურ თვისებებთან. ისინი ფართოდ გამოიყენება კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის და აგრეთვე შერჩევითი დაკვირვების შეცდომის გასაზომად, ხარისხის სტატიკური კონტროლის დროს და ა.შ.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ საშუალო სიდიდეს სხვაგვარად მათემატიკურ ლოდინს უწოდებენ. თუ მოცემულია x ̀ემთხვევითი სიდიდის განაწილება.

$$X\begin{cases} x_1, x_2, \ldots, x_n \\ p_1 \cdot p_1, \ldots, p_n \end{cases} \qquad (8.6)$$

მაშინ შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი ვუწოდოთ ამ შემთხვევითი სიდიდის შესაძლო რიცხვით მნიშვნელობათა შესაბამის ალბათობაზე ნამრავლთა ჯამს.

თუ x შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკურ ლოდინს $E(x)$ ით აღვნიშნავთ,

$$E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \,. \qquad (8.7)$$

p_i -არის შემთხვევითი სიდიდის ალბათობა, ე.ი.

$$\frac{f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \quad f_i \text{- წონაა, სიხშირეა.} \qquad (8.8)$$

აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ საშუალო წრფივი გადახრა წრფივი გადახრების მათემატიკური ლოდინია, ხოლო დისპერსია კვადრატული გადახრის მათემატიკური ლოდინია და აღინიშნება ბერძნული ასო მცირე სიგმა კვადრატით (σ^2)

გადახრის კვადრატის საშუალო მნიშვნელობას შემთხვევითი სიდიდის ანუ ვარიაციული მწკრივის დისპერსია ეწოდება.

$$\text{მარტივი } \sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}. \qquad (8.9)$$

$$\text{შეწონილი } \sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}. \qquad (8.10)$$

საშუალო კვადრატული გადახრა ეწოდება კვადრატულ ფესვს დისპერსიიდან

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}, \quad \text{მარტივი} \qquad (8.11)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}}, \quad \text{შეწონილი} \qquad (8.12)$$

5. ალტერნატიული ნიშნის დისპერსია

ხშირ შემთვევაში ჩვენ გვაინტერესებს არა ნიშნის საშუალო მნიშვნელობა, არამედ ამ ნიშნის მქონე ერთეულთა ხვედრითი წილი. მაგ., მამაკაცებისა და ქალების ხვედრითი წილი მოსახლეობაში, სტიპენდიანტებისა და არასტიპენდიანტების ხვედრითი წილი სტუდენტებში და ა. შ.(ასეთ შემთხვევას ეკონომიკაში ეწოდება ნიშნის ხარისხობრივი ვარიაცია. თუ არსებობს მხოლოდ ორი ურთიერთგამომრიცხავი ვარიანტი, მაშინ ნიშნის ვარიაციას **ეწოდება ალტერნატიული.**

ნიშნის არსებობა აღინიშნება 1-ით, არარსებობა 0-ით. ერთეულთა ხვედრითი წილი, რომლებიც ხასიათდება ამ ნიშნით, p-ით აღვნიშნოთ, ხოლო, რომლებიც არ ხასიათდებიან ამ ნიშნით, აღვნიშნოთ q-ით, მაშინ ალტერნატიული ნიშნის საშუალო არითმეტიკული და საშუალო კვადრატული გადახრა იქნება:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p+q} = p; \qquad (p+q=1) \tag{8.13}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{(1-p)^2 p + (0-p)^2 q} = \\ = \sqrt{(1-1+q)^2 p + p^2 q} = \sqrt{q^2 p + p^2 q} = \sqrt{p(1-p)} \tag{8.14}$$

რადგან q+p=1.
მაგ., 10000 მცხოვრებიდან 4000 მამაკაცია და 6000 ქალი

$$p = \frac{4000}{10000} = 0{,}4$$

$$q = \frac{6000}{10000} = 0{,}6$$

$$\sigma = \sqrt{0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{0{,}24} = 0{,}49 \quad \text{ე.ი. } 49\%$$

6. დისპერსიის თვისებები

ჩვენ საშუალო სიდიდეების თემაში ვაჩვენეთ საშუალო არითმეტიკულის ზოგიერთი თვისება, რომელიც შემდგომ გამოვიყენეთ გაანგარიშებათა გამარტივების მიზნებისათვის. აქაც შეიძლება მოვიტანოთ დისპერსიის ზოგიერთი თვისება, რაც შემდგომ გამოყენებულ იქნება დისპერსიების გაანგარიშების გამარტივებისათვის.

1. თუ ვარიანტების მნიშვნელობას (x) გავადიდებთ რაიმე მუდმივი რიცხვით (a), ამით დისპერსიის მნიშვნელობა არ შეიცვლება.

$$\sigma^2_{x+a} = \frac{\sum (x+a-\bar{x})^2 f}{\sum f} = \sigma^2. \tag{8.15}$$

მართლაც, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ვარიანტების მნიშვნელობათა გადიდება ან შემცირება ერთიდაიგივე მუდმივი რიცხვით იწვევს საშუალო არითმეტიკულის გადიდებას ან შემცირებას იმავე მუდმივი რიცხვით, გვექნება:

$$\sigma^2_{x+a} = \frac{\sum[(x+a)-(\bar{x}+a)]}{\sum f} = \frac{\sum(x+a-\bar{x}-a)^2 f}{\sum f} = \sigma^2$$

ამ თვისებას მხოლოდ თეორიული მნიშვნელობა აქვს, ვინაიდან გაანგარიშებებს ვერ ამარტივებს და არც გამოიყენება პრაქტიკულად.

2. თუ ვარიანტების მნიშვნელობებს (x) შევამცირებთ რაიმე მუდმივი რიცხვით (a), ამით დისპერსიის მნიშვნელობა არ შეიცვლება

$$\sigma^2_{x-a} = \frac{\sum(x-a-\bar{x})}{\sum f} = \sigma^2 \qquad (8.16)$$

(დამტკიცება იქნება წინა თვისების მსგავსი).

ეს თვისება კი შეიძლება ფართოდ გამოვიყენოთ დისპერსიის გაანგარიშებათა გამარტივებისათვის, ვინაიდან როგორი სიდიდითაც არ უნდა შევამციროთ ვარიანტების მნიშვნელობანი, ამით დისპერსიის მნიშვნელობა არ შეიცვლება. ეს კი გაამარტივებს გაანგარიშებებს.

3. თუ ვარიანტების მნიშვნელობებს შევამცირებთ ან გავადიდებთ ერთი და იგივე მუდმივ რიცხვჯერ (h), მაშინ დისპერსიის მნიშვნელობა გადიდდება ან შემცირდება ამ მუდმივი რიცხვის კვადრატჯერ (h^2) და საშუალო კვადრატული გადახრა h-ჯერ. ეს თვისებაც ფართოდ გამოიყენება დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშების გამარტივებისათვის. მუდმივი რიცხვები, რომლებითაც შეიძლება შევამციროთ ვარიანტების მნიშვნელობანი უმჯობესია ავიღოთ თანაბარინტერვალიანი ვარიაციული მწკრივისათვის ცენტრალური ვარიანტი და ინტერვალის მნიშვნელობა, რაც ყველაზე მეტად ამარტივებს სათანადო გაანგარიშებებს.

4. საშუალო კვადრატული გადახრა ყოველთვის მეტია საშუალო წრფივ გადახრაზე $\sigma > \bar{d}$, კერძოდ ნორმალური განაწილებისათვის $\sigma = 1{,}25\bar{d}$. ამავე დროს $\bar{x} \pm 1\sigma$ ფარგლებში თავსდება დაკვირვებათა 68,3%, $\bar{x} \pm 2\sigma$ ფარგლებში–დაკვირვებათა რიცხვის 95,4%, ხოლო $\bar{x} \pm 3\sigma$ ფარგლებში–დაკვირვებათა რიცხვის 99.7%. მაშასადამე პრაქტიკულად ნორმალური განაწილებისათვის საშუალოდ ყველა სახის გადახრა არ აღემატება 3σ–ს, რასაც **სტატისტიკაში „სამი სიგმას კანონს"** უწოდებენ.

5. მუდმივი რიცხვის (C) დისპერსია ნულის ტოლია. ადვილი მისახვედრია, რომ მუდმივი რიცხვის საშუალო მნიშვნელობა იგივე მუდმივი რიცხვია და ამიტომ ამ შემთხვევაში დისპერსია, რომელიც საშუალოდან ვარიანტების მნიშვნელობათა გადახრების კვადრატების საშუალოს წარმოადგენს, ნულის ტოლი იქნება. ეს თვისებაც ზოგჯერ შეიძლება გამოყენებულ იქნას დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშების გამარტივების მიზნებისათვის.

7. დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშების მარტივი წესები

დისპერსიისა და საშუალო-კვადრატული გადახრის გაანგარშების ზემოთ მოყვანილი ფორმულები მეტად შრომატევადია. მათი გამარტივების ორი წესი არსებობს:

I წესი: გამოსახულება დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშებისას გამოყენებული ფორმულა

$$\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}, \qquad (8.17)$$

გარდავქმნათ: ავიყვანოთ კვადრატში, გადავამრავლოთ f-ზე და შემდეგ წევრ-წევრად გავყოთ $\sum f$ -ზე:

$$\frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}=\frac{\sum\left(x^2 f-2\bar{x}xf+\bar{x}^2 f\right)}{\sum f}=\frac{\sum x^2 f}{\sum f}-2\bar{x}\frac{\sum xf}{\sum f}+\frac{\sum(\bar{x})^2 f}{\sum f}=\overline{x^2}-(\bar{x}$$

მაშასადამე $$\sigma^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2 \qquad (8.18)$$

$$\sigma=\sqrt{\overline{x^2}-(\bar{x})^2} \qquad (8.19)$$

საშუალო კვადრატული გადახრა უდრის კვადრატულ ფესვი ვარიანტების კვადრატების საშუალოდან მინუს ვარიანტების საშუალოს კვადრატი.

II წესი – მომენტების წესი ანუ „პირობითი ნულიდან ათვლის წესია.

სანამ ამ წესს განვიხილავდეთ, საჭიროა გავარჩიოთ განაწილების მომენტების ცნება[1].

მათემატიკურ სტატისტიკაში განაწილების მომენტს უწოდებენ ამა თუ იმ რიცხვიდან ვარიანტების ამა თუ იმ ხარისხის გადახრის საშუალო სიდიდეებს. თუ ეს რიცხვი საშუალო არითმეტიკულია, როგორც ჩვენ ამას აქამდე ვიხილავდით მოყვანილ მაჩვენებლებში, მაშინ განაწილების მომენტს უწოდებენ **ცენტრალურს**. თუ გადახრები იანგარიშება რომელიღაც ნებისმიერი რიცხვიდან, განაწილების მომენტს ეწოდება **პირობითი**, ხოლო თუ ნულიდან ხდება გადახრების ათვლა, მაშინ განაწილების მომენტს ეწოდება **საწყისი**.

---

[1]განაწილების მომენტები შემოთავაზებულია რუსი მათემატიკოსის პ.ლ. ჩებიშევის მიერ.

მატემატიკურ სტატისტიკაში ჩვეულებრივად იხმარება I, II, III, და IV რიგის მომენტები. ფორმულები ასეთია:

განაწილების მომენტი	ცენტრალური	პირობითი	საწყისი
პირველი რიგის	$\frac{\Sigma(x-\bar{x})f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-A)f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-O)f}{\Sigma f}=\frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$
II რიგის	$\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-A)^2 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-O)^2 f}{\Sigma f}=\frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f}$
III რიგის	$\frac{\Sigma(x-\bar{x})^3 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-A)^3 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-O)^3 f}{\Sigma f}=\frac{\Sigma x^3 f}{\Sigma f}$
IV რიგის	$\frac{\Sigma(x-\bar{x})^4 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-A)^4 f}{\Sigma f}$	$\frac{\Sigma(x-O)^4 f}{\Sigma f}=\frac{\Sigma x^4 f}{\Sigma f}$

გავიხსენოთ საშუალო არითმეტიკულის ზოგიერთი თვისება: თუ ნიშნის ყველა ვარაიანტს შევამცირებთ ან გავადიდებთ გარკვეული ერთი და იგივე რიცხვით ან რიცხვჯერ, მაშინ სათანადოდ შეიცვლება მათი საშუალოც. მაგ., ვარიანტები ჯერ შევამციროთ x_0-ით და შემდეგ h-ჯერ. ახალი ვარიანტებია:

$$x' = \frac{x - x_0}{h}. \qquad (8.20)$$

და მათი საშუალო არითმეტიკული იქნება:

$$\overline{x'} = \frac{\Sigma\left(\frac{x - x_0}{h}\right)f}{\Sigma f} \qquad (8.21)$$

ამასთან საშუალო არითმეტიკულის თვისების თანახმად საშუალო ახალი ვარიანტებიდან $\left(\frac{x - x_0}{h}\right)$ იქნება ანუ უდრის თავდაპირველი ვარიანტების საშუალო შემცირებული ჯერ x_0–ით და შემდეგ h–ჯერ:

$x' = \frac{x - x_0}{h}$, საიდანაც $\bar{x} = x_0 + \bar{x'}h$ (მივიღებთ საშუალოს გამარტივებული გაანგარიშების წესი).

x_0 და h ნებისმიერი რიცხვებია, მაგრამ გაანგარიშების გამარტივების მიზნით უნდა ავიღოთ მწკრივის რომელიმე ცენტრალური ვარიანტი, ხოლო h – $(x - x_0)$ სიდიდის საერთო უდიდესი გამყოფი, მაგ., თანაბარი ინტერვალების შემთხვევაში ინტერვალი უნდა მივიჩნიოთ h-ად.

მომენტების წესით დისპერსიის გასაანგარიშებელი ფორმულა ასეთი სახისაა:

$$\sigma^2 = h^2 \left[\overline{x'^2} - \left(\overline{x'}\right)^2 \right] \quad . \qquad (8.22)$$

სადაც h- ინტერვალის სიდიდეა;

$$\overline{x'^2} = \frac{\sum x'^2 f}{\sum f}, \quad \left(\overline{x'}\right)^2 = \left(\frac{\sum x' f}{\sum f}\right)^2 .$$

f - თითოეული ვარიანტის წონა.

ამ ფორმულის (8.22) გამოსაყვანად გავიხსენოთ დისპერსიის თვისებები:

1. თუ ვარიანტების მნიშვნელობებს შევამცირებთ რაიმე მუდმივი რიცხვით, დისპერსია ანუ გადახრების კვადრატების საშუალო არ შეიცვლება;

2. თუ ვარიანტებს შევამცირებთ რაიმე მუდმივ რიცხვჯერ, მაშინ დისპერსია შემცირდება ამ რიცხვის კვადრატჯერ.

ამ საფუძველზე შეიძლება გავამარტივოთ დისპერსიის გაანგარიშების პროცესი. x ვარიატებს ჯერ გამოვაკლოთ რაღაც მუდმივი x_0 და შემდეგ გავყოთ h ინტერვალის სიდიდეზე.

მაშასადამე, ახალი ვარიანტები და ამ ვარიანტების საშუალო არითმეტიკული, როგორც ზემოთ დავინახეთ

(8.20, 8.21) იქნება: $x' = \frac{x - x_0}{h}$, $\overline{x'} = \frac{\sum\left(\frac{x - x_0}{h}\right) f}{\sum f}$

დისპერსიების თვისებების თანახმად ახალი ვარიანტების დისპერსია $\frac{\sum (x - x_0)^2 f}{\sum f}$ არ შეიცვლება x_0-ით, არამედ შემცირდება h^2-ჯერ თავიდან მოცემული x ვარიანტების დისპერსიასთან (σ^2) შედარებით. მაშასადამე, სრული უფლება გვაქვს დავწეროთ x' ვარიანტების დისპერსია (8.22) უდრის x ვარიანტების დისპერსია σ^2 გაყოფილი h^2-ზე:

$$\frac{\sum (x' - \overline{x'})^2 f}{\sum f} = \frac{\sigma^2}{h^2} \qquad (8.23)$$

თუ (8.23) ტოლობის მარცხენა ნაწილის მრიცხველს ავიყვანთ კვადრატში, ფრჩხილების შიგნით შევიტანთ $\sum$ და f სიმბოლოებს და შემდეგ მრიცხველს წევრ-წევრად გავყოფთ მნიშვნელზე $(\sum f)$, მივიღებთ:

$$\frac{\sum \left| x'^2 - 2x'\overline{x'} + \left(\overline{x'}\right)^2 \right| f}{\sum f} = \frac{\sigma^2}{h^2} \qquad (8.24)$$

(8.24) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$\frac{\sum x'^2 f}{\sum f} - \frac{2\sum x'\overline{x'} f}{\sum f} + \frac{\sum \left(\overline{x'}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{\sigma^2}{h^2} \qquad (8.25)$$

ამ გამოსახულებიდან:

$$\frac{\sum x'^2 f}{\sum f} = \overline{x'^2}, \qquad (8.26)$$

$$\frac{\sum\left(\overline{x'}\right)^2 f}{\sum f} = \left(\overline{x'}\right)^2, \qquad (8.27)$$

ხოლო $\frac{2\sum x'\overline{x'}f}{\sum f}$ გარდავქმნათ შემდეგნაირად:

$$2\overline{x'}\frac{\sum x'f}{\sum f} = 2\overline{x'}\cdot\overline{x'} = 2\left(\overline{x'}\right)^2 \qquad (8.28)$$

აქედან მივიღებთ: $\overline{x'^2} - \left(\overline{x'}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{h^2}$. (9.29)

საბოლოოდ გვექნება: $\sigma^2 = h^2\left[\overline{x'^2} - \left(\overline{x'}\right)^2\right]$ (8.30)

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

(8.30) ფორმულიდან საშუალო კვადრატული გადახრა იქნება

$$\sigma = h\sqrt{\overline{x'^2} - \left(\overline{x'}\right)^2}, \qquad (8.31)$$

მე-7 თემის მე-4 პარაგრაფში მოტანილი კონკრეტული მაგალითის მიხედვით გავიანგარიშოთ დისპერსიები როგორც ჩვეულებრივი, ისე სამომენტო წესებით (შედეგები ერთმანეთს შევადაროთ). აღნიშნულ პარაგრაფში მოტანილი მასალის შესაბამისი ცხრილი ასეთი სახისაა:

ცხრილი №14

x	$\frac{x-a}{h} = \frac{x-140}{10} = x'$	f	$x'f$
120	-2	5	-10
130	-1	6	-6
140	0	7	0
150	+1	8	8
160	+2	5	10

ამ ცხრილის მიხედვით, $\overline{x'} = \frac{2}{31}$, ხოლო $\overline{x} = 140{,}6$.

ჩვეულებრივი წესით დისპერსია (σ^2) გავიანგარიშოთ (8.17) ფორმულით: $\sigma^2 = 173{,}2$.

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{\sum f} = \frac{(140{,}6-120)^2 5 + (140{,}6-130)^2 6}{5+6+7+8+5}$$
$$+ \frac{(140{,}6-140)^2 7 + (140{,}6-150)^2 8 + (140{,}6-160)^2 5}{5+6+7+8+5} = 173{,}2.$$

$\sigma^2 = 173{,}2.$

სამომენტო წესით:

$$\sigma^2 = h^2\left[\overline{x'^2} - \left(\overline{x'}\right)^2\right] =$$
$$= 10^2\left[\frac{(-2)^2\cdot 5 + (-1)^2\cdot 6 + 0 + 1^2\cdot 8 + 2^2\cdot 5}{31} - \left|\frac{2}{31}\right|^2\right] = 173.2$$

როგორც ვხედავთ, ჩვენს მაგალითზე ჩვეულებრივი და სამომენტო წესებით გაანგარიშებული დისპერსიის მნიშვნელობანი ერთმანეთს დაემთხვა, რაც იმაზე მიანიშნებს, რომ ზოგჯერ უმჯობესია სამომენტო წესის გამოყენება, რომელიც ძალიან ამარტივებს გაანგარიშებებს.

8. ვარიაციის კოეფიციენტები

ვარიაციის გაქანება (დიაპაზონი), საშუალო წრფივი გადახრა და საშუალო კვადრატული გადახრები წარმოადგენს ვარიაციის აბსოლუტურ მაჩვენებლებს და აისახებიან იმ ერთეულებში, რა ერთეულებშიც ასახულია ვარიანტები. ეს არ იძლევა საშუალებას შევადაროთ სხვადასხვა მაჩვენებლების (ნიშნების)

ვარიაცია. ამისათვის იყენებენ ვარიაციის შეფასების ხარისხობრივ მაჩვენებელს, ვარიაციის კოეფიციენტს.

ვარიაციის გაქანების (დიაპაზონი), საშუალო წრფივი და საშუალო კვადრატული გადახრის პროცენტული შეფარდება საშუალო არითმეტიკულთან გვაძლევს ვარიაციის კოეფიციენტებს. აქედან' ვარიაციის გაქანების (დიაპაზონის) პროცენტული შეფარდებით საშუალო არითმეტიკულთან მიიღება **ასილაციის** კოეფიციენტი:

$$V = \frac{R}{\bar{x}} 100. \qquad (8.32)$$

საშუალო წრფივი გადახრის ($\bar{d}$) საშუალო არითმეტიკულთან ($\bar{x}$) შეფარდება გვაძლევს ვარიაციის კოეფიციენტს, რომელიც ასე გამოისახება:

$$V = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} 100. \qquad (8.33)$$

საშუალო კვადრატული გადახრის (σ) საფუძველზე გაანგარიშებული ვარიაციის კოეფიციენტი გამოისახება ფორმულით:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100. \qquad (8.34)$$

9. დისპერსიის შეკრების კანონი და მისი გამოყენება კორელაციურ ანალიზში

თუ რომელიმე ერთობლიობა დაყოფილია გარკვეულ ჯგუფებად, მაშინ საერთო დისპერსიასთან (σ^2) ერთად შეიძლება გავიანგარიშოთ ჯგუფური დისპერსიების საშუალო, საშუალო ჯგუფური დისპერსია და ჯგუფთაშორისი დისპერსია.

ჯგუფური დისპერსიების საშუალო ახასიათებს ნიშნის შიგაჯგუფურ ვარიაციას:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum_i f_i}, \qquad (8.35)$$

სადაც $\bar{x}_i$ — i-ური ჯგუფის საშუალო არითმეტიკულია,

x_i —ჯგუფის -ური ვარიანტის მნიშვნელობა.

მათი საშუალო იქნება:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum_i \sigma_i^2 f_i}{\sum_i f_i}. \qquad (8.36)$$

ჯგუფური საშუალოების ვარიაციას ანუ რხევადობას საერთო დისპერსიის გარშემო ახასიათებს ჯგუფთაშორისი დისპერსია, რომელიც აღინიშნება დელტა კვადრატით (δ^2-ით)

$$\delta^2 = \frac{\sum_i \left(\overline{x_i} - \bar{x}\right)^2 f_i}{\sum f_i} \qquad (8.37)$$

საერთო დისპერსიას, კერძო, ჯგუფური დისპერსიების საშუალოსა და ჯგუფთაშორის დისპერსიას შორის არსებობს ასეთი კავშირი:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2 \qquad (8.38)$$

ე. ი. კერძო, ჯგუფური დისპერსიების საშუალოს მიმატებული ჯგუფთაშორისი დისპერსია უდრის საერთო დისპერსიას, რასაც ეწოდება დისპერსიების შეკრების წესი.

დამტკიცება: დისპერსიების შეკრების წესის დასამტკიცებლად შიგაჯგუფური დისპერსია და ჯგუფთაშორისი დისპერსია შეიძლება განვიხილოთ როგორც ორი ურთიერთდამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების, (x) და (y), დისპერსიები. დავამტკიცოთ, რომ $x+y$ ჯამის

დისპერსია უდრის x და y შემთხვევითი ურთიერთდამოუკიდებელი სიდიდეების დისპერსიების ჯამს (x და y ურთიერთდამოუკიდებელი სიდიდეებია იმიტომ, რომ ჯგუფის ანუ ინტერვალის ფარგლებში ვარიანტების ცვალებადობა არ იწვევს სხვა ჯგუფში ცვალებადობას).

დავამტკიცოთ, რომ

$$D(x+y)=D(x)+D(y) \qquad (8.39)$$

დისპერსიის განმარტებით

$$D(x)=E(x-\bar{x})^2 \qquad (8.40)$$

E მათემატიკური ლოდინია და უდრის შემთხვევითი სიდიდეების ყველა მნიშვნელობათა მათ ალბათობაზე ნამრავლთა ჯამს

ე. ი. $$D(x)=E(x-\bar{x})^2 P_i \qquad (8.41)$$

მაშასადამე

$$D(x+y)=E[(x+y)-(\bar{x}+\bar{y})]^2 \qquad (8.42)$$

დავაჯგუფოთ

$$(x-\bar{x})-(y-\bar{y})$$

ანუ რაც იგივეა

$$D(x+y)=E[(x+y)-E(x)+E(y)] \qquad (8.43)$$

გვექნება

$$D(x+y)=E[(x-\bar{x})-(y-\bar{y})]^2 = \\ =E\left[(x-\bar{x})^2-2(x-\bar{x})(y-\bar{y})+(y-\bar{y})\right]^2 \qquad (8.44)$$

ჯამის მათემატიკური ლოდინი უდრის შესაკრებთა მათემატიკური ლოდინის ჯამს. გვექნება

$$D(x+y)=E(x-\bar{x})^2+E[2(x-\bar{x})(y-\bar{y})]+E(y-\bar{y})^2 \qquad (8.45)$$

$$E(x-\bar{x})^2=D(x) \qquad (8.46)$$

$$E(y-\bar{y})^2=D(y) \qquad (8.47)$$

ხოლო მეორე შესაკრები ნამრავლის ლოდინია და უდრის მათ ლოდინთა ნამრავლს და რადგან გადახრების ალგებრული ჯამი ნულს უდრის, მივიღებთ

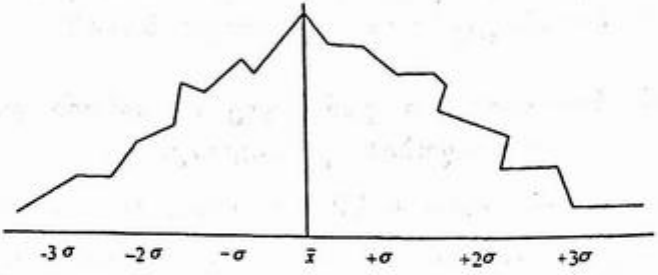
$$D(x+y)=D(x)+D(y) \qquad (8.48)$$

თუ საშუალო ჯგუფურ დისპერსიას გავყოფთ საერთო დისპერსიაზე, მივიღებთ დეტერმინაციის კოეფიციენტს (η^2-ეტა კვადრატი), რომელიც გვიჩვენებს მთლიანი ვარიაციის რა ნაწილია განსაზღვრული დაჯგუფების ნიშნით. ფესვი დეტერმინაციის კოეფიციენტიდან არის კორელაციური დამოკიდებულება, რაც გვიჩვენებს დაჯგუფებისა და საშედეგო ნიშნებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს.

10. ნორმალური განაწილების კანონი და თანადობის კრიტერიუმები

ეკონომიკაში ძალიან ხშირად გვხვდება განაწილების ვარიაციული მწკრივები (დისკრეტული ან ინტერვალური), რომლებშიც კავშირი ვარიანტების მნიშვნელობებსა (x) და წონებს (სიხშირეებს f) შორის ემორჩილება გარკვეულ კანონზომიერებებს. ასეთია, მაგალითად, სასოფლო-სამეურნეო მიწის ნაკვეთებზე მისავლიანობისა და სასუქების, მოსახლეობის რიცხოვნობისა და ფეხსაცმელების ზომების, ხელფასისა და მუშათა რიცხოვნობის და სხვა განაწილების ვარიაციული მწკრივები. ასეთი სახის მწკრივებში ვარიანტის მნიშვნელობათა ზრდის შესაბამისად სიხშირეები (წონები) ჯერ დიდდება, მწკრივის რომელიღაც შუა ნაწილში აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და შემდეგ იწყებს კლებას. მაშასადამე, წონების მნიშვნელობანი სავარიაციო ნიშნის ცვალებადობის მიხედვით იცვლებიან კანონზომიერად. მაგალითად, თუ ავიღებთ ქალების პროცენტულ განაწილებას ფეხსაცმელების ზომების მიხედვით აღმოჩნდება, რომ დაბალი ზომის ფეხსაცმელს ქალების

ნაკლები პროცენტული რაოდენობა ატარებს. შემდეგ ფეხსაცმელების ზომების (x) გადიდებასთან ერთად ქალების პროცენტული რაოდენობა (f) თანდათან იზრდება და შესაძლებელია 36 ან 37 ზომის ფეხსაცმელს ქალების ყველაზე მეტი რაოდენობა ატარებდეს. შემდეგ ისევ იკლებს ფეხსაცმლის ზომის გადიდებასთან ერთად ქალების პროცენტული შემადგენლობა. ისე, რომ თუ კოორდინატთა სისტემაზე გადავიტანთ ამ ურთიერთდამოკიდებულებას, მივიღებთ გარკვეულ მრუდს, რომელიც ასახავს ზემოთ აღწერილ კანონზომიერებას.



ნახ. 8. ფაქტობრივ მონაცემთა განაწილების მრუდი

ეს მრუდი ფაქტობრივი (ემპირიული) მონაცემების საფუძველზეა აგებული და ამიტომ ტეხილი ხაზით გამოისახება. კანონზომიერების გამოვლენის მიზნით საჭიროა მისი მოსწორება, რასაც ახდენენ ნორმალური განაწილების მრუდის დახმარებით. ნორმალური განაწილება ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს, რომელიც გრაფიკულად კარგად ჩანს მე-18 და მე-8 გრაფიკულ გამოსახულებაზე.

მათემატიკური სტატისტიკიდან ცნობილია, რომ თუ გვაქვს x შემთხვევითი სიდიდის ისეთი განაწილება, რომელიც ემორჩილება სიდიდის ნორმალურ განაწილებას შეიძლება განისაზღვროს x-ის წონების (სიხშირეების f) მიხედვით x_1-დან x_2 ინტერვალში მოხვედრის ალბათობა. ამისათვის უნდა ვიპოვოთ x ფუნქციის განსაზღვრული ინტეგრალი, ანუ

$$P[x_1 < x < x_2] = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx \quad [1] \qquad (8.49)$$

ამ გამოსახულებას ამარტივებენ ნორმალური გადახრის $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ სიდიდის გამოყენებით. აქედან გამოსახულების მარჯვენა მხარე მიიღებს სახეს:

$$\frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t_2}^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t_1}^{t_1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = F(t_2) - F(t_1)$$

სადაც t, $\left(t_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}, t_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right)$ როგორც ვიცით, არის ნორმირებული, სტანდარტიზებული გადახრა, $F(t)$–განაწილების ინტეგრალური ნორმირებული სტანდარტიზებული ფუნქციაა[2]. ასეთი განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია, ანუ ნორმალური განაწილების სიმჭიდროვის (ანუ მრუდზე სიხშირეების განაწილების ხარისხი, მრუდის თითოეულ წერტილში სიხშირეების სიდიდე) მაჩვენებელია ინტეგრალქვეშა გამოსახულება:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad (8.50)$$

---

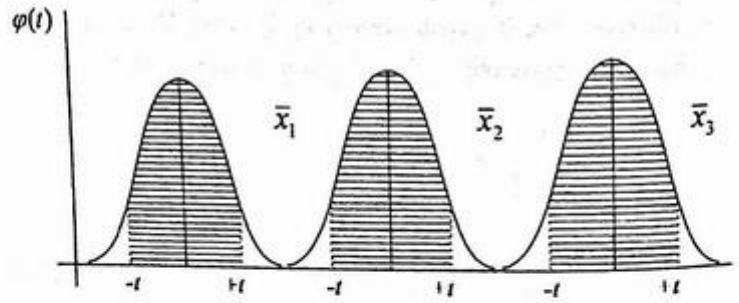
[1](8.49) გამოსახულების ინტეგრალი ლაპლასის ინტეგრალის სახელწოდებათაა ცნობილი სტატისტიკაში. ის ნორმირებული ($t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$) შემთხვევითი სიდიდისათვის ასახავს ნორმალური მრუდის ქვეშ მოთავსებულ ფართობს $t = 1$-ისათვის ეს ფართობია 0.683, $t = 2$-ისათვის 0.954, $t = 3$-ისათვის 0.997)

[2]ამ ფუნქციის მნიშვნელობანი t-ს სიდიდის მიხედვით ტაბულირებულია და მოცემულია ცხრილებში (იხ. დანართი №2).

(ეს გამოსახულებაც ტაბულირებულია და მოიძებნება ცხრილებში).

სადაც $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$, Π – როგორც წრეხაზის სიგრძის შეფარდება დიამეტრთან არის მუდმივი სიდიდე და უდრის 3.1415-ს, e ნატურალური ლოგარითმის ფუძეა და უდრის დაახლოებით 2.7182-ს, σ - საშუალო კვადრატული გადახრაა.

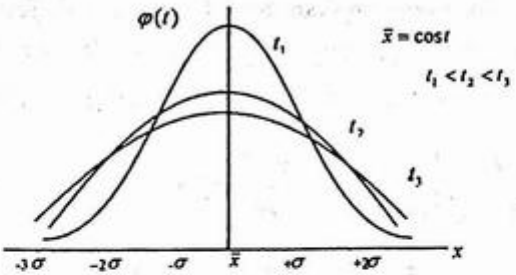
როგორც ამ გამოსახულებიდან ჩანს, ნორმალური განაწილების მრუდეები შეიძლება ავაგოთ ორი პარამეტრის ($\bar{x}$ და σ) მიხედვით. ამასთან თუ საშუალო კვადრატული გადახრა (σ) არ იცვლება და იცვლება მხოლოდ საშუალო არიტმეტიკული, ვთქვათ $\bar{x}_1 < \bar{x}_2 < \bar{x}_3$, მაშინ ნორმალური განაწილების მრუდული ფორმა არ იცვლება. მათ შორის მხოლოდ ის განსხვავებაა რომ მაქსიმალური მდგომარეობა შედარებით მაღალი აქვს საშუალო არითმეტიკულის უფრო მეტი სიდიდის შესაბამის მრუდს. ეს კარგად ჩანს შემდეგი სახის სქემიდან.



ნახ. 17. ნორმალური განაწილების მრუდეები t-ს უცვლელობისას

ამ სქემიდან ჩანს, რომ $t = \cos t, \bar{x}_1 < \bar{x}_2 < \bar{x}_3$.

იმ შემთხვევაში, თუ საშულო არითმეტიკული არ იცვლება ($\bar{x} = \cos t$) და იცვლება მხოლოდ ნორმირებული გადახრა (t), მაშინ ნორმალური განაწილების მრუდეები ასეთ სახეს მიიღებს:



ნახ. 18. ნორმალური განაწილების მრუდები $\bar{x}$ -ის უცვლელობის პირობებში.

ამ სქემიდან ჩანს ნორმალური განაწილების შემდეგი ძირითადი თავისებურებანი:

ა. ნორმალური განაწილების მრუდი სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ და მაქსიმალური გადაღუნვა გააჩნია ორ $\bar{x} = x_{მედ.} = x_{მოდ.}$ წერტილში;

ბ. მრუდი ასიპტონურად უახლოვდება აბცისთა ღერძს ორთავე, როგორც პლიუსი ისე მინუსი მიმართულებით უსასრულობამდე;

გ. ფართობი (დაშტრიხული მე-17 ნახაზზე), რომელიც მოთავსებულია $\bar{x} \pm \sigma$ მანძილზე გავლებულ ორდინატებს შორის შეადგენს 0.683-ს ანუ გამოსაკვლევი ერთეულების (ჩვენს შემთხვევაში x -ის წონების, სიხშირეების, ხშირადობის) 68.3% იხრება საშუალო არითმეტიკულისაგან არაუმეტეს 1σ სიდიდით, ე. ი. იმყოფება $\bar{x} \pm \sigma$ საზღვრებში. $\bar{x} \pm 2\sigma$ საზღვრებში მოთავსებულია გამოსაკვლევი ერთეულების 95.4%, ხოლო $\bar{x} \pm 3\sigma$ საზღვრებში–99.7%.

თეორიული ნორმალური მრუდის (იხ.ნახ.17, ნახ.18), რომელიც განსხვავებულია ემპირიული მონაცემებით ტეხილხაზოვანი მრუდისაგან (ნახ.16) ასაგებად საჭიროა ვარიაციული მწკრივის მოსწორება.

ვარიაციული მწკრივის მოსწორება ეწოდება წონების ემპირიული მახასიათებლების (f) შეცვლას მათთან ახლომდგომი

თეორიული მახასიათებლებით. ნორმალური განაწილების მრუდის დახმარებით ვარიაციული მწკრივის მოსწორების დროს თეორიული სიხშირეები (f') განისაზღვრება ფორმულით:

$$f' = \frac{w \cdot i}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} = \frac{w \cdot i}{\sigma} \varphi(t) \qquad (8.51)$$

სადაც $W = \Sigma f$ – ვარიაციული მწკრივის სიხშირეთა ჯამია; i-ინტერვალის მნიშვნელობა ვარიაციულ მწკრივში.

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad (8.52)$$

$\varphi(t)$ მნიშვნელობანი t-ს შესაბამისად ტაბულირებულია და ადვილად შეიძლება ვიპოვოთ (იხ. დანართი №1).

ვარიაციული მწკრივის მოსწორების შემდეგ საჭიროა გაიზომოს ემპირიულ და თეორიულ სიხშირეებს შორის განსხვავების არსებითობა ან არაარსებითობა. თუ განსხვავება არაარსებითია, მაშინ მოსაწორებლად ჩვენს მიერ შერჩეული მრუდი სწორად ასახავს ემპირიულ განაწილებას და მაშასადამე ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონის მოთხოვნებს.

ემპირიულ (f) და თეორიულ (f') სიხშირეებს შორის განსხვავების გასაზომად ყველაზე გავრცელებულია პირსონის (χ^2) – "ხი კვადრატის", რომანოვსკის და კოლმოგოროვის (λ) - „ლამბდა" კრიტერიუმების გამოყენება. **მათ უწოდებენ თანხმობის ანუ თანადობის კრიტერიუმებს.**

პირსონის (ინგლისელი მათემატიკოსი (1857-1936) თანხმობის კრიტერიუმი (χ^2) გაიზომება ფორმულით:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(f - f')^2}{f'} \qquad (8.53)$$

არსებობს ცხრილები (იხ. დანართი 11), რომლებშიც χ^2-ისა და თავისუფლების ხარისხის (K)[1] მიხედვით მოიძებნება χ^2-ის

შემთხვევითი დადგომის ალბათობა $p(\chi^2)$. ამის გარდა χ^2-ის ფაქტობრივი მაჩვენებელი უნდა შევუდაროთ ცხრილურ მონაცემს (იხ. დანართი №4). ემპირიულ (ფაქტობრივ) და თეორიულ სიხშირეთა სრული თანდამთხვევის პირობებში $\chi^2 = 0$-ს. წინააღმდეგ შემთხვევაში $\chi^2 > 0$. ამასთან თუ $\chi^2_{\text{ფაქტ.}} < \chi^2_{\text{ცხრ.}}$, მაშინ ჩვენს მიერ წინასწარ დაშვებული **ჰიპოთეზა** თეორიულ და ემპირიულ სიხშირეთა შორის განსხვავების არაარსებითობის (შემთხვევითობის) შესახებ მიღებულია და მოცემული ემპირიული განაწილება ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს.

რომანოვსკის თანხმობის კრიტერიუმი გაიანგარიშება ცხრილების გამოყენების გარეშე შემდეგი ფორმულით:

$$\frac{|\chi^2 - K|}{\sqrt{2k}} \qquad (8.54).$$

თუ ეს მაჩვენებელი 3-ზე მეტია, მაშინ განსხვავება ითვლება არსებათად, და პირიქით, თუ 3-ზე ნაკლებია–არაარსებითად.

კიდევ უფრო მარტივია კოლმოგოროვის თანხმობის კრიტერიუმი

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{W}} \qquad (8.55)$$

სადაც D–ემპირიული და თეორიული სიხშირეების მზარდ ჯამებს შორის განსხვავების აბსოლუტური მნიშვნელობით მაქსიმალური სიდიდეა: W–სიხშირეთა ჯამია. არსებობს ცხრილები (იხ. დანართი №6), სადაც λ-ს შესაბამისად ვიპოვით ალბათობას,რომლის მიხედვით ვმსჯელობთ თეორიულ და ფაქტიურ სიხშირეთა შორის განსხვავების არსებითობაზე. მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი (ციფრები პირობითია):

---

[1]თავისუფლების ხარისხი (K) ეწოდება ვარიაციულ მწკრივში ჯგუფების რაოდენობას გამოკლებული ემპირიული მწკრივის იმ მაჩვენებლების რიცხვი, რომლებიც გამოიყენება თეორიულ სიხშირეთა გაანგარიშებისათვის (ასეთია $\bar{x}$ და σ)

ფირმის მუშების მიერ გამომუშავების
ნორმების შესრულების მაჩვენებლები

შესრულების %	78-82	82-86	86-90	90-94	94-98	98-102	102-106	106-110
მუშების რიცხვი	4	8	21	27	36	28	19	5

მუშების რიცხვი არის ემპირიული სიხშირეები (f რომელთა მოსწორებისათვის ანუ თეორიული სიხშირეებ (f') გაანგარიშებისათვის გამოვიყენოთ ნორმალურ განაწილება და შემდგომ შევაფასოთ, რამდენად ემორჩილე მოცემული თანაბარინტერვალიანი ვარიაციული მწკრ შერჩეული განაწილების კანონს. ჩვენთვის უკვე ცნობილ მეთოდების გამოყენებით გავიანგარიშოთ საშუალ არითმეტიკული ($\bar{x}$) და საშუალოკვადრატული გადახრა (σ გაანგარიშების შედეგად საშუალო არითმეტიკული შეადგ 95%–ს, ხოლო საშუალოკვადრატული გადახრა 6.5%-ს როგოც ზამთ იყო ნაჩვენები, (f') თეორიული სიხშირეებ გაიანგარიშება განტოლებით:

$$f' = \frac{W \times i}{\sigma} \varphi(t), \qquad (8.56)$$

სადაც W –მუშების რიცხვია,
ხოლო i–ინტერვალის სიდიდე.
მაშასადამე, მუდმივი თანამამრავლი

$$\frac{W \times i}{\sigma} = \frac{148 \cdot 4}{6.5} = 91.$$

მოვიტანოთ ცხრილი, რომელშიც გვექნება თეორიულ სიხშირეების, აგრეთვე თანადობის კრიტერიუმების გაანგარიშებისათვის საჭირო მონაცემები.

ინტერვალის შუალედი, x	ემპირიული სიხშირეები f	$t=\frac{x-\bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t)$ [1]	თეორიული სიხშირეები $f'=91\varphi(t)$	$\frac{(f-f')^2}{f'}$
80	4	-2.3	0.0283	2.6	0.754
84	8	-1.6	0.1109	10.2	0.474
88	21	-1.07	0.2251	20.6	0.007
92	27	-0.46	0.3589	32.7	0.995
96	36	0.15	0.3945	36.0	0
100	28	0.78	0.2943	26.8	0.053
104	19	1.38	0.1539	14.1	1.702
108	5	2.0	0.0540	5.0	0
	148			148	3.985

თავისუფლების ხარისხის (8-2=6) და α-ს 0.05 მნიშვნელობისათვის $\chi^2_{\text{ცხრ.}}=12.59$-ს. რადგან $\chi^2_{\text{ფაქტ.}}<\chi^2_{\text{ცხრ.}}$ (3.985<12.59), ამიტომ 1-0.05=0.95 ალბათობით შეიძლება ვამტკიცოთ რომ მოცემული ემპირიული განაწილება ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს.

იგივე შედეგს ვღებულობთ რომანოვსკის კრიტერიუმით,

$$\frac{|\chi^2-k|}{\sqrt{2k}}=\frac{3.985-6}{\sqrt{2\cdot 6}}=\frac{2.015}{3.46}=0.582,$$

რაც ნაკლებია 3-ზე, ე.ი. ემპირიულ და თეორიულ სიხშირეებს შორის განსხვავება არაარსებითია. მაშასადამე, მოცემული ვარიაციული მწკრივი ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს.

კოლმოგოროვის λ ("ლამბდა") თანადობის კრიტერიუმის გასაანგარიშებლად მოვიყვანოთ ცხრილი:

[1] t-ს – მნიშვნელობათა შესაბამისად სპეციალური ცხრილიდან (იხ. დანართი 1) ნაპოვნია $\varphi(t)$ მნიშვნელობანი

ცხრილი №16

f	f'	ნაზარდი ჯამი		$\lvert F - F' \rvert$
		ემპირიული F	თეორიული F'	
4	2.6	4	2.6	1.4
8	10.2	12	12.8	0.8
21	20.6	33	33.4	0.4
27	32.7	60	66.1	6.1
36	36.0	96	102.1	6.0
28	26.8	124	128.9	4.9
19	14.1	143	143	0
5	5.0	148	148	0

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{W}} = \frac{6.1}{\sqrt{148}} = 0.5$$

ახლა $P(\lambda) = P(0.5)$ ცხრილში (იხ. დანართი 6) ვიპოვ
ალბათობა, რაც შეადგენს: $P(0.5) = 0.9639$

მაშასადამე, თამამად შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ განსხვავება
თეორიულ და ემპირიულ სიხშირეებს შორის არაარსებითია
ანუ შემთხვევითი.

11. ვარიაციული მწკრივის განაწილების ფორმის სტატისტიკური შესწავლა

ვარიაციული მწკრივის განაწილებას ორი ფორმა გააჩნია: სიმეტრიული და ასიმეტრიული. სიმეტრიული განაწილება ეწოდება x შემთხვევითი სიდიდის ისეთ განაწილებას, რომელშიაც განაწილების ცენტრიდან თანაბრად დაშორებული ნებისმიერი ორი ვარიანტის წონები ერთმანეთის ტოლია.

ზემოთ ფეხსაცმელების ზომებისა და ამ ზომების მიხედვით ქალების პროცენტული ურთიერთდამოკიდებულება განაწილების მრუდის სახით გამოვსახეთ, რომელსაც სიმეტრიული ფორმა აქვს. **ზოგადად განაწილების მრუდი ეწოდება ვარიაციული მწკრივის ვარიანტებსა და მათ**

წონებს შორის ურთიერთდამოკიდებულების უწყვეტი ხაზის გრაფიკულ გამოსახულებას. განაწილების მრუდის, რომელიც აგებულია ემპირიული (ფაქტობრივი) მასალების მიხედვით, შეიძლება ჰქონდეს პოლიგონის ან ჰისტოგრამის სახე, რაც ტეხილი ხაზითაა წარმოდგენილი. თუ ემპირიულ მონაცემებს გავანთავისუფლებთ შევთხვევითი ფექტორების გავლენისაგან და მათ საფუძველზე ავაგებთ განაწილების მრუდეს, მაშინ მივიღებთ განაწილების თეორიულ მრუდს, რომელიც ასახავს ვარიანტების მნიშვნელობებსა და მათ წონებს შორის ურთიერთდამოკიდებულების კანონზომიერებას.

სიმეტრიული განაწილება თავისთავად შეიძლება იყოს ნორმალური და ექსცესური ფორმის. როგორც მე-17 და მე-18 ნახაზებიდან ჩანს, ნორმალური სიმეტრიული განაწილების მრუდის წვერი ნორმალური კუთხითაა წარმოდგენილი. თუ მახვილი კუთხითაა წარმოდგენილი, მაშინ მას ეწოდება ექსცესი ზემო ნაწილში, ხოლო თუ ბლაგვი კუთხითაა წარმოდგენილი — ექსცესი ქვემო ნაწილში. ექსცესის ხარისხს მათემატიკურ სტატისტიკაში ზომავენ მეოთხე რიგის ცენტრალური ნორმირებული მომენტით (სხვადასხვა რიგის ცენტრალური მომენტები იხ. მე-7 პარაგრაფში). ცენტრალური მომენტების საფუძველზე მათემატიკურ სტატისტიკაში გაიანგარიშება შესაბამისი რიგის ცენტრალური ნორმირებული მომენტები (საერთოდ განაწილების მომენტები-საწყისი, პირობითი, ცენტრალური როგორც I, ისე II და III რიგის დამუშავებულია რუსი მათემატიკოსის პ. ლ. ჩებიშევის და შემდგომ ნორმალური განაწილებისათვის გამოყენებულ იქნა ა. ა. მარკოვის მიერ). მათემატიკურ სტატისტიკაში კვადრატული ფესვი მეორე რიგის ცენტრალური მომენტიდან $\left(\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}}\right)$, რომელსაც სხვაგვარად საშუალო კვადრატული გადახრა (σ) ეწოდება მიღებულია

სტანდარტად. მის მიმართ თითოეული რიგის ცენტრალური მომენტის შეფარდებით და შესაბამის ხარისხში აყვანით ვღებულობთ შესაბამისი რიგის ნორმირებულ ცენრტალურ მომენტებს. თუ მათ აღვნიშნავთ z - სიმბოლოთი, მაშინ მივიღებთ:

ა) საწყისი ნორმირებული ცენტრალური მომენტი:

$$z_1 = \frac{\sum(x-\bar{x})f}{\sum f} : \sigma = 0 : \sigma = 0$$

ბ) მეორე რიგის ნორმირებული ცენტრალური მომენტი:

$$z_2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f} : \sigma^2 = 1$$

გ) მესამე რიგის ნორმირებული ცენრალური მომენტი:

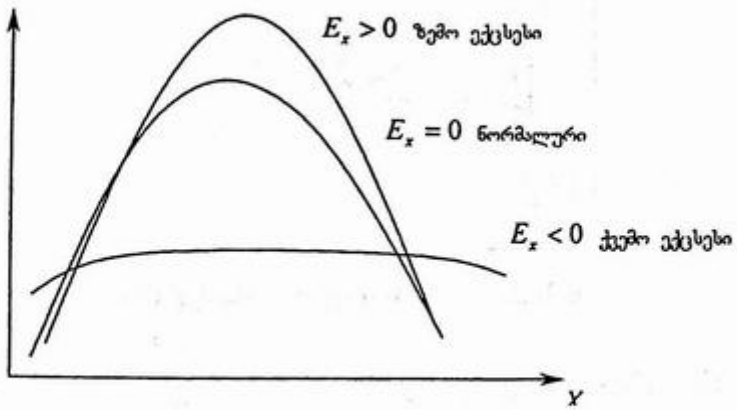
$$z_3 = \frac{\sum(x-\bar{x})^3 f}{\sum f} : \sigma^3 = \frac{M^3}{\sigma^3}$$

დ) მეოთხე რიგის ნორმირებული ცენტრალური

მომენტი: $z_4 = \frac{\sum(x-\bar{x})^4 f}{\sum f} : \sigma^4 = \frac{M^4}{\sigma^4}$

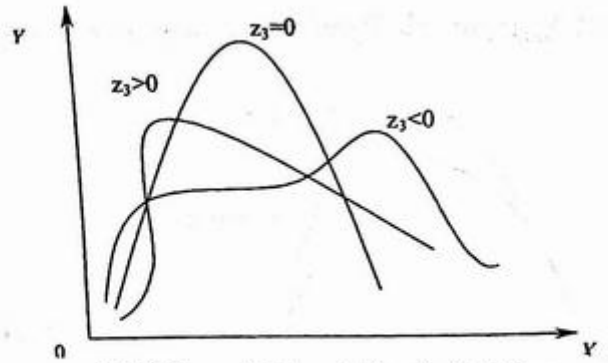
ნორმალური განაწილებისათვის $z_4 = \frac{M^4}{\sigma^4} = 3$. ამიტომ ნორმალურ განაწილებასთან შედარებით სხვა სახის განაწილების ექსცესს ანგარიშობენ ფორმულით: $E_x = \frac{M^4}{\sigma^4} - 3$, რომელსაც ეწოდება ექსცესური განაწილების მაჩვენებელი. თუ $E_x > 0$, მაშინ საქმე გვაქვს ზემოდან ექსცესთან, თუ $E_x = 0$ -ნორმალურ განაწილებასთან, ხოლო თუ $E_x < 0$, მაშინ ქვემო ექცსესთან გვაქვს საქმე.

გრაფიკულად ეს შემთხვევები ასე გამოისახება:



ნახ.19 განაწილების ექსცესი

ასიმეტრიული განაწილება ეწოდება ისეთ განაწილებას, რომლის დროსაც ვარიაციული მწკრივის ცენტრიდან მარჯვნივ ან მარცხნივ არსებული ვარიანტები ერთმანეთისაგან განსხვავებული წონებით გამოირჩევიან. ამიტომ ასიმეტრიული განაწილებაც ორი სახისაა: მარჯვნივ ასიმეტრიული და მარცხნივ ასიმეტრიული. ასიმეტრიის ყველაზე ზოგადი მაჩვენებელია $z_3 = \frac{M^3}{\sigma^3} = 3$, რომელიც ნორმალური განაწილებისათვის უდრის ნულს $z_3 = \frac{M^3}{\sigma^3} = \frac{0}{\sigma^3} = 0$. თუ $z_3 > 0$, მაშინ იმ ვარიანტებს აქვს მეტი წონა, რომლებიც საშუალო არიტმეტიკულის მარჯვნივ მდებარეობენ და გრაფიკულადაც მარჯვნივ აქვს გრაფიკს უფრო გრძელი ფრთა, თუ $z_3 < 0$, მაშინ ასეთივე მიზეზებით მარცხნივ ასიმეტრიასთან გვაქვს საქმე. გრაფიკულად ეს მაჩვენებლები ასე გამოისახება:



ნახ.20 განაწილების ასიმეტრია

ასიმეტრიის კოეფიციენტი $z_3 = \frac{M^3}{\sigma^3}$ არა მარტ

ასიმეტრიის არსებობის, არამედ მისი არსებითობის
არაარსებითობის კარგი მაჩვენებელია. საერთოდ მიღებულ
სტატისტიკაში, რომ თუ z_3 აჭარბებს 0,05-ს, მაშინ ასიმეტრ
მნიშვნელოვანია ანუ არსებითია და შესასწავლი ნიშნის
განაწილება გენერალურ ერთობლიობაში არასიმეტრიულია.

სტატისტიკაში არსებობს, აგრეთვე, უფრო მარტივ
ფორმულები, რომელთა გამოყენებით გაიზომება ასიმეტრია
განაწილებაში. ასეთია, მაგალითად, **ასიმეტრიის პირსონის**
კოეფიციენტი:

$$K_x = \frac{\bar{x} - \bar{x}_{მოდ}}{\sigma} \quad (8.61) \qquad \text{ან} \quad K_x = \frac{\bar{x} - \bar{x}_{მედ}}{\sigma} \quad (8.62)$$

სადაც - K_x ასიმეტრიის კოეფიციენტია;

$\bar{x}, \bar{x}_{მოდ}$ და $\bar{x}_{მედ}$ -შესაბამისად საშუალო არითმეტიკულ
მოდა და მედიანაა,

σ -საშუალო კვადრატული გადახრა.

თუ $K_x = 0$ - ვარიაციული მწკრივი სიმეტრიულია;

$K_x < 0$ გვაქვს მარცხენამხრივი ასიმეტრია;

$K_x > 0$ გვაქვს მარჯვენამხრივი ასიმეტრია.

არსებობს აგრეთვე **ლინდბერგის** ასიმეტრიის კოეფიციენტი:

$$K_x = \lambda - 50, \qquad (8.63)$$

სადაც λ -ვარიანტების იმ რაოდენობის ხვედრითი წილია პროცენტობით ვარიანტების საერთო რაოდენობაში, რომლებიც მეტია თავიანთი სიდიდით საშუალო არითმეტიკულზე. 50 იგივე მაჩვენებელია სიმეტრიული განაწილებისათვის. აქაც თუ $K_x = 0$, განაწილება სიმეტრიულია, თუ $K_x < 0$ ან $K_x > 0$, გვაქვს შესაბამისად მარჯვენამხრივი და მარცხენამხრივი ასიმეტრია.

ასიმეტრიისა და ექცესის მაჩვენებელთა გასაანგარიშებლად მოვიტანოთ მარტივი მაგალითი. ქ. თბილისის ერთერთმა სუპერმარკეტმა წინასაახალწლო დღეს გაყიდა 1 ლარის ფასის მქონე საქონელი 200 ერთეული, 2 ლარის –300 ერთეული, 3 ლარის – 220 ერთეული, 4 ლარის – 180 ერთეული, 5 ლარის 100 ერთეული.

ამ მონაცემებით შევადგინოთ ცხრილი:

ცხრილი №17

x	f	xf	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^3 f$	$(x-\bar{x})^4 f$	$(x-\bar{x})^5 f$
1	200	200	-1,68	564,4	-948,3	1593,1
2	300	600	-0,68	138,7	-94,3	64,1
3	220	660	+0,32	22,5	7,20	2,30
4	180	720	+1,32	313,6	413,9	546,3
5	100	500	+2,32	538,2	1248,7	2896,9
	$\Sigma f = 1000$	$\Sigma xf = 2680$	$\Sigma(x-\bar{x}) = 1.60$	$\Sigma(x-\bar{x})^3 f = 1577.4$	$\Sigma(x-\bar{x})^4 f = 627$	$\Sigma(x-\bar{x})^5 f = 51027$

ამ ცხრილის საფუძველზე საშუალო არითმეტიკული

$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2680}{1000} = 2.68$ -ს, საშუალო კვადრატული გადახრა

ანუ სტანდარტი $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{1577.4}{1000}} = 1.25$, მოდა,

$\bar{x}_{\text{მოდ}} = 2$ (რადგან მას ყველაზე მეტი წონა (300) აქვ
ვარიაციულ მწკრივში. მესამე რიგის ცენტრალური მომენტ

$$M_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = \frac{627}{1000} = 0.627$$

და $z_3 = \frac{M^3}{\sigma^3} = \frac{0.627}{1.25^3} = \frac{0.627}{1.95} = 0.32$

მესამე რიგის ნორმირებული მომენტია.

$$M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{5102.7}{1000} = 5.10$$

მეოთხე რიგის ცენტრალური მომენტი, ხოლო

$$z_4 = \frac{M^4}{\sigma^4} = \frac{5.10}{1.25^4} = \frac{5.10}{2.44} = 2.1$$

მეოთხე რიგის ნორმირებული მომენტია.

ამ მონაცემების მიხედვით ასიმეტრიის პირსონის

კოეფიციენტი $K_x = \frac{\bar{x} - \bar{x}_{\text{მოდ.}}}{\sigma} = \frac{2.68 - 2.0}{1.25} = 0.54$. ეს ნიშნავს,

რომ ასიმეტრია არის მარჯვენამხრივი (რადგან $K_x > 0$)
და არა დიდი. ამავე შედეგს იძლევა ლინდბერგის ასიმეტრიის
კოეფიციენტი: $K_x = \lambda - 50 = 60 - 50 = 10 > 0$

$(\lambda = \frac{3+4+5}{5} \times 100 = 60\%)$, რაც ნიშნავს, რომ ასიმეტრია
დადებითია, ე. ი. მარჯვენამხრივი.

განაწილების ექსცესი $E_x = Z_4 = 2.1 - 3 = -0.90$. რადგან
$E_x < 0$, ამიტომ ექსცესი დაბალსიმაღლიანია.

12. პუასონის განაწილება

ზემოთ ჩვენ ვაჩვენეთ თანადობის კრიტერიუმები, რომელთა დახმარებით ვზომავთ ემპირიულ და თეორიულ სიხშირეებს შორის განსხვავების არსებითობის ან არაარსებითობის საკითხს. გამოვიყენეთ ლაპლასის ინტეგრალი სიხშირეების მოსასწორებლად, რის შედეგადაც მივიღეთ რომ განსხვავება ემპირიულ (f) და თეთრიულ სიხშირეებს (f') შორის არაარსებითია. ამ საფუძველზე გავაკეთეთ დასკვნა იმის შესახებ, რომ ჩვენს მიერ აღებული სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენის ემპირიული (ფაქტობრივი) მონაცემები ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს. წინააღმდეგ შემთხვევაში თეორიული სიხშირეების გასაანგარიშებლად ანუ ემპირიული სიხშირეების მოსასწორებლად უნდა გამოვიყენოთ **პუასონის** (1781-1840) განაწილება. ფრანგი მათემატიკოსის სიმეონ პუასონის განაწილების გამოყენება სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში შეიძლება იმ შემთხვევებში, როცა შესასწავლი ნიშნის მნიშვნელობანი ღებულობს დისკრეტულ ხასიათს (0, 1, 2, 3 და ა. შ.), ამასთან არის იშვიათი მოვლენა (სეტყვა, ქარიშხალი და სხვ.), დაკვირვების რიცხვი არის დიდი (№=100), ხვედრითი წონების ვარიანტები ძალიან მცირეა, ემპირიული მონაცემების დისპერსია და საშუალო არითმეტიკული თავიანთი სიდიდით მცირედით განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან.

მოვიტანოთ პირობითი მაგალითი სოციალურ-ეკონომიკური სფეროდან. დავუშვათ, რომ მსოფლიოს ქვეყნებში (ამერიკის შეერთებული შტატები, ინგლისი, საფრანგეთი, რუსეთი, სომხეთი, საქართველო) ავიღეთ რამდენიმე კომერციული ბანკი, რომლებშიაც ვადაგადაცილებული საკრედიტო დავალიანება ანუ ვადაზე დაუბრუნებელი კრედიტი აღმოჩნდა შემდეგი ოდენობით:

ვადაგადაცილებული საკრედიტო დავალიანება მსოფლიოს ექვს ქვეყანაში

ცხრილი №18

ქვეყნების დასახელება	კომერციული ბანკების რიცხვი (f)	ვადაგადაცილებულ საკრედიტო დავალიანება (x)
აშშ	215	0
ინგლისი	135	1
საფრანგეთი	38	2
რუსეთი	8	3
სომხეთი	3	4
საქართველო	1	5

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ვადაგადაცილებული საკრედიტო დავალიანებანი იშვიათი შემთხვევაა განვითარებული საბაზრო ეკონომიკის ქვეყნებში. ამასთან შესასწავლი ნიშნის ანუ ვადაგადაცილებული საკრედიტო დავალიანების ხვედრითი წონები ძალიან განსხვავებულია ქვეყნების მიხედვით. ამიტომ სავარაუდოა, რომ ასეთ შემთხვევაში თეორიული სიხშირეების გასაანგარიშებლად და შემდეგ ემპირიული დონეების მოსასწორებლად უნდა გამოვიყენოთ **პუასონის** განაწილება.

პუასონის განაწილების ალბათობა იანგარიშება ფორმულით:

$$P(x)=\frac{\bar{x}^{x}e^{-\bar{x}}}{x!} \qquad (8.64)$$

სადაც $p(x)$ იმის ალბათობაა მიიღებს თუ არა x ამა თუ იმ მნიშვნელობას.

$\bar{x}$ – საშუალო არითმეტიკული,

e –ნატურალური ლოგარითმის ფუძე ($e=2.71828$),

$x!$ - x -ის ფაქტორიალი

ამ განაწილების ბაზაზე გაიანგარიშება სიხშირის თეორიული მნიშვნელობანი (f')

$$f'=np(x) \qquad (8.65)$$

სადაც n – შესასწავლ ერთობლიობაში ერთეულთა რიცხვია (ჩვენს მაგალითზე 400). შევადგინოთ ჩვენი მონაცემებით საანგარიშო ცხრილი:

ცხრილი №19

ქვეყნების დასახელება	კომერციული ბანკების რიცხვი (f)	ვადაგადაცილებული საკრედიტო დავალიანება (x)	xf	$(x-\bar{x})^2 f$	f'
აშშ	215	0	-	77.40	213
ინგლისი	135	1	135	21.60	134
საფრანგეთი	38	2	76	74.48	42
რუსეთი	8	3	24	46.08	9
სომხეთი	3	4	12	34.68	1
საქართველო	1	5	5	19.36	1
Σ	400	15	252	273.6	400

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = 0.63$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f} = 0.68$$

როგორც ჩანს, საშუალო არითმეტიკული და დისპერსია ერთმანეთს უახლოვდებიან თავიანთი სიდიდით. ამიტომ არსებობს იმის საფუძველი ვიფიქროთ, რომ მიღებული ემპირიული მონაცემები აღიწერება პუასონის განაწილებით.

ახლა (8.65) ფორმულით გავიანგარიშოთ თეორიული სიხშირეები (f'). $f' = np(x)$

ამისათვის პირველ რიგში ვიანგარიშოთ $P(x) = \frac{\bar{x}^x e^{-\bar{x}}}{x!}$

ალბათობანი: $\bar{x} = 0.63$, $e^{-x} = 2.71828^{-0.63}$ (ეს გამოსახულება ტაბულირებულია და შეიძლება მოვნახოთ სპეციალურ ცხრილებში. ჩვენს შემთხვევაში ის უდრის 0.5326).

ამ საფუძველზე გვექნება:

$$p(0)=\frac{0.63^0\cdot 0.5326}{0!}=0.5326$$ (ვინაიდან ნულის ფაქტორიალი 1-ის ტოლია)

$$p(1)=\frac{0.63^1\cdot 0.5326}{1!}=0.3355(1!=1\cdot 1=1);$$

$$p(2)=\frac{0.63^2\cdot 0.5326}{2!}=0.1057(2!=2\cdot 1);$$

$$p(3)=\frac{0.63^3\cdot 0.5326}{3!}=0.1123(3!=3\cdot 2\cdot 1);$$

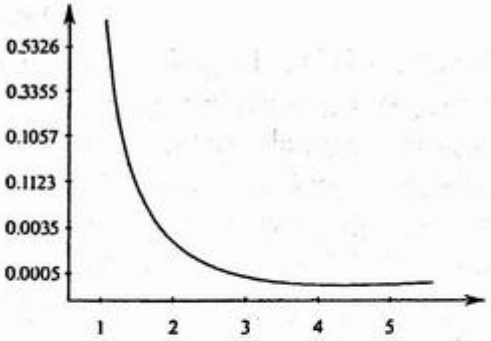
$$p(4)=\frac{0.63^4\cdot 0.5326}{4!}=0.0035(4!=4\cdot 3\cdot 2\cdot 1);$$

$$p(5)=\frac{0.63^5\cdot 0.5326}{5!}=0.0005(5!=5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1).$$

$$f'=nP(x)=400\,P(x)$$

როგორც ცხრილიდან ჩანს (იხ. ცხრ.№19) ფაქტობრივი და თეორიული სიხშირეების ჯამი ერთმანეთის ტოლია, რაც იმაზე მიანიშნებს, რომ პუასონის განაწილებამ ადექვატურად ასახა ჩვენს მიერ მოტანილი ემპირიული განაწილება. აქაც შეიძლება ემპირიულ და თეორიულ სიხშირეებს შორის სხვაობის არსებითობის საკითხი გადავწყვიტოთ იგივე პირსონის, კოლმოგოროვისა და რომანოვსკის კრიტერიუმებით.

თუ დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე გადავზომავთ x (1,2,3,4,5) მნიშვნელობებს, ხოლო ორდინატთა ღერძზე მათ ალბათობებს p(x), მივიღებთ პუასონის განაწილების მრუდს:



ნახ. 21. პუასონის განაწილების მრუდი

როგორც ნახაზიდან ჩანს, შესასწავლი ნიშნის მნიშვნელობათა ზრდასთან ერთად მცირდება ამ ნიშნის ალბათობანი.

13. ვარიაციული მწკრივის კონცენტრაციის მაჩვენებელები

ვარიაციული მწკრივის კონცენტრაცია ეწოდება მის მაჩვენებელთა, ვარიანტებისა (x) და მათი წონების (f) თავმოყრას, განაწილებას, ამა თუ იმ წერტილში. საილუსტრაციოდ მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალი პერიოდისათვის დამახასიათებელი სიტუაციიდან:

პრივატიზებული ქონება მესაკუთრეთა მიხედვით (ციფრები პირობითია)

პრივატიზებული ქონების ინტერვალები (ათას ლარებში)	მესაკუთრეთა რაოდენობა (%%-ობით ჯამის მიმართ)
10.0	30.0
10-20	32.0
20-30	20.0
30-40	ს0.0
40-50	5.0
50-ზე მეტი	3.0
სულ	100.0

ცხრილი №20

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ქონების დიდი ნაწილი (50.0 ათას მეტი ღირებულების) კონცენტრირებულია, თავმოყრილია მესაკუთრეთა მცირე ჯგუფის (3%) ხელში. მაშასადამე განაწილება მეტისმეტად უთანაბროა. მოცემული უთანაბრობა ეხება პრივატიზებული ქონების მეპატრონეებს. მით უმეტეს უთანაბრო იქნება ეს მაჩვენებელი მთელი მოსახლეობის მიმართ რომელთა დიდი და მნიშვნელოვანი ნაწილი საქართველოში საერთოდ ქონების გარეშე, ღარიბ-ღატაკად დარჩა.

მესაკუთრეთა მიხედვით პრივატიზებული ქონების თანაბარი განაწილების შემთხვევაში მესაკუთრეთა 3%–ის ხელში ქონების 3% უნდა მოხვედრილიყო, 5%-ის ხელში ქონების 5%, 10%-ის ხელში – 10% და ა.შ.

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების მაჩვენებელთა არათანაბარი განაწილების მრავალი მაგალითია მსოფლიოს როგორც განვითარებული ისე განვითარებადი საბაზრო ეკონომიკის ქვეყნებში. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის შემოსავლები, დანახარჯები, პრივატიზებული ქონება და ა.შ.

მსოფლიო ეკონომიკურ-სტატისტიკურ თეორიასა და პრაქტიკაში ასეთ ეკონომიკურ მაჩვენებელთა გრაფიკული გამოსახვისათვის ცნობილია ლორენცის მრუდი. ამ მრუდის ასაგებად საჭიროა გვქონდეს ქონებისა და მესაკუთრეთა ხვედრადობანი[1] კოეფიციენტების სახით და მათ საფუძველზე გაანგარიშებული ხვედრადობათა კუმულიატური ანუ ნაზრდი ჯამები. როგორც ცხრილიდან ჩანს, მესაკუთრეთა პროცენტებია 30%, 32%, 20%, 10%, 5%, 3%, მათი შესაბამისი ხვედრადობანი 0.30, 032, 0.20, 0.10, 0.05, 0.03. ამ ხვედრადობათა კუმულიატური ნაზრდი ჯამებია 0.30, 0.62, 0.82, 0.92, 0.97, 1.0. პრივატიზებული

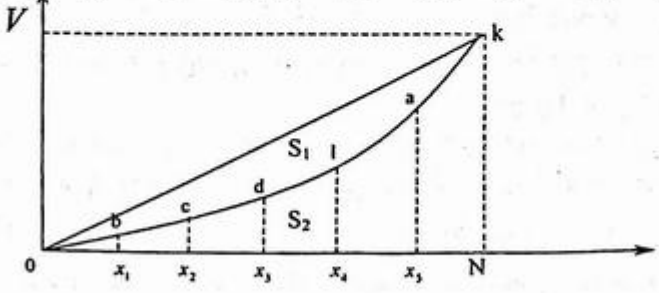
[1]სტატისტიკაში ხვედრადობანი ეწოდება სტატისტიკური ერთობლიობის თითოეული ნაწილის უშუალო შეფარდებას მთლიან ერთობლიობასთან. ჩვენს მიერ ზემოთ მოტანილ მაგალითზე 3%-ის შესაბამისი ხვედრადობა იქნება 0.03, 5%-ის 0.05, 8%-ის 0.08 და ა.შ.

ქონების ხშირადობათა გასაანგარიშებლად ჯერ მოცემული ინტერვალური ვარიაციული მწკრივი უნდა დავიყვანოთ დისკრეტულ ანუ წყვეტილ ვარიაციულ მწკრივზე, რისთვისაც ინტერვალის ქვედა და ზედა მნიშვნელობათა ჯამს ვყოფთ ორზე. (ამასთან რადგან მოცემული ინტერვალური ვარიაციული მწკრივი ღიაა როგორც ქვემოდან, ისე ზემოდან, საჭიროა ქვედა ინტერვალად მივიჩნიოთ 1-10 ათასი ლარი, ხოლო ზედა ინტერვალად 50-60 ათასი ლარი). გვექნება დისკრეტული ვარიაციული მწკრივი: 5,15,25,35,45,55. შესაბამისი ხშირადობანი იქნება:

$$\frac{5}{5+15+25+35+45+55}=\frac{5}{180}=0.03;$$

$$\frac{15}{180}=0.08,\frac{25}{180}=0.14,\frac{35}{180}=0.13,\frac{45}{180}=0.25,\frac{55}{180}=0.30.$$

მათი შესაბამისი კუმულიატური ნაზრდი ჯამებია 0.03,0.11,0.25,0.44,0.70, 1.0. მაშასადამე მივიღეთ: პრივატიზებული ქონების კუმულიატური ხშირადობანი (x) 0.03, 0.11, 0.25,0.44, 0.70, 1.0. მესაკუთრეთა შესაბამისი ხშირადობანი (f) 0.30,0.62, 0.82,0.92,0.97,1.0. თუ მესაკუთრეთა კუმულიატურ ხშირადობებს გადავზომავთ დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე, ხოლო პრივატიზებული ქონების შესაბამის მაჩვენებლებს ორდინატთა ღერძზე, მივიღებთ ლორენცის ცნობილ მრუდს:



ნახ.21 ლორენცის მრუდი

თანაბარი განაწილების შემთხვევაში აბსცისთა და ორდინატთა ღერძებიდან აღმართული პერპენდიკულარების გადაკვეთის წერტილები განლაგდებოდა OK ღერძზე (დიაგონალზე). რაც უფრო სცილდება obcdea ლორენცის მრუდი ok დიაგონალს, მით უფრო ღრმავდება განაწილების უთანაბრობა. ამიტომ უთანაბრობის მაჩვენებლად მიჩნეულია მრუდის მიერ დიაგონალის ქვემოდ მოჭრილი S_1 ფართობის და მთლიანი OKN სამკუთხედის ფართობთა ურთიერთშეფარდება $\left(\frac{S_1}{S_1+S_2}\right)$. ამ შეფარდების საფუძველზე გაანგარიშებული **ჯინის კოეფიციენტი**, რომელსაც ეკონომიკაში ფართოდ იყენებენ განაწილების უთანაბრობის ანუ კონცენტრაციის გასაზომავად. თუ შეფარდება ანუ კონცენტრაციის (დიფერენციაციის) კოეფიციენტი $K_{\text{კონც}} = \frac{S_1}{S_1+S_2}$ ნულის ტოლია, ე.ი. OK დიაგონალიდან ქვემოთ მოჭრილი ფართობი არ არსებობს, მაშინ შესასწავლი ნიშნის განაწილება ერთობლიობაში თანაბარია. რაც უფრო იზრდება, OK დიაგონალიდან ქვემოთ მოჭრილი ფართობი, მით უფრო კონცენტრაციის კოეფიციენტი ($K_{\text{კონც}} = \frac{S_1}{S_1+S_2}$) უახლოვდება ერთს. ეს იმას ნიშნავს, რომ იზრდება ვარიაციული ნიშნის კონცენტრაციის ხარისხი და ჩვენს მაგალითზე, ქონების სულ უფრო და უფრო მეტი ნაწილი კონცენტრირდება ერთ მესაკუთრეთა ხელში.

კონცენტრაციის ჯინის კოეფიციენტის გასაანგარიშებელი საბოლოო ფორმულის მისაღებად ვნახოთ რას წარმოადგენს ONK სამკუთხედის მთლიანი S_1+S_2 ფართობი. ის OVKN ოთკუთხედის ფართობის ნახევარია. იმდენად, რამდენადაც აბსცისთა და ორდინატთა ღერძზე გადაზომილი მაჩვენებლების

მაქსიმალური მნიშვნელობანი ერთის ტოლია, ე. ი. ამ ოთკუთხედის ფართობიც ერთის ტოლი იქნება და OKN სამკუთხედის ფართობი 1/2ის ტოლია. თუ ზემოთ მოტანილ ფორმულაში ჩავსვამთ ამ მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$K_{\text{კონც}} = \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{S_1}{\frac{1}{2}} = 2S_1.$$

თუ S_1-ს გამოვსახავთ S_2 ფართობითა და OKN სამკუთხედის მთლიანი ფართობის (1/2) საფუძველზე გვექნება

$$S_1 = \frac{1}{2} - S_2$$

შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა კონცენტრაციის კოეფიციენტის ($K_{\text{კონც}} = 2S_1$) მნიშვნელობაში, გვექნება:

$$K_{\text{კონც}} = 2S_1 = 2\left(\frac{1}{2} - S_2\right) = 1 - 2S_2$$

$$K_{\text{კონც}} = 1 - 2S_2$$

ახლა ვნახოთ რა არის S_2 ფართობი? თუ დავაკვირდებით ნახაზს, ადვილად შევამჩნევთ, რომ S_2 ფართობი დაფარულია გეომეტრიული სხეულებით. აქედან პირველი (კოორდინატთა სისტემის ცენტრთან) მართკუთხა სამკუთხედია, ხოლო დანარჩენი მართკუთხა ტრაპეციებია, რომელთა ფუძეებია x_1b (პირველი ტრაპეცია), x_2c (მეორე ტრაპეცია), x_3d (მესამე ტრაპეცია), x_4l (მეოთხე ტრაპეცია), x_5a (მეხუთე ტრაპეცია), და Nk (მეექვსე ტრაპეცია). ამ ტრაპეციების სიმაღლეებია შესაბამისად $x_1x_2, x_2x_3, x_3x_4, x_4x_5, x_5x_n$. მაშასადამე, თუ გამოვთვლით აღნიშნული გეომეტრიული სხეულების

(გაანგარიშების გამარტივებისათვის სამკუთხედი ax_1b ჩათვალოთ ტრაპეციად, რომლის ერთ-ერთი ფუზე ნულის ტოლია, რაც შეგვიძლია, რადგან გაანგარიშების ტექნოლოგიას და შედეგებს არ ცვლის) ფართობებს, მათი ჯამი S_2 ფართობი იქნება. ამის გაანგარიშება კი თავისუფლად შეგვიძლია, ვინაიდან ზემოთ ჩამოთვლილი ტრაპეციათა სიმაღლეები და ფუძეები ჩვენთვის უკვე ცნობილია. კერძოდ, აბსცისთა ღერძზე ჩვენ გადავზომავთ მესაკუთრეთა პროცენტებს ხშირადობათა სახით. ამიტომ $0x_1$, მონაკვეთი (სიმაღლე) უდრის 0.30-ს, $x_1x_2 = 0.32$, $x_2x_3 = 0.20$, $x_3x_4 = 0.10$, $x_4x_5 = 0.05$, $x_5x_N = 0.03$ ორდინატთა ღერძზე გადაზომილია პრივატიზებებული ქონების კუმულიატიური ხშირადობანი. ამიტომ, x_1b მონაკვეთი უდრის 0.03-ს, $x_2c = 0.11$, $x_3d = 0.25$ და ა.შ. ელემენტალური მათემატიკიდან ცნობილია, რომ ტრაპეციის ფართობი ფუძეების ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. აქედან გამომდინარე, ზოგადად S_2 ფართობი ასე შეიძლება გამოვსახოთ:

$$S_2 = \frac{1}{2}h_1(l_0 + l_1) + \frac{1}{2}h_2(l_1 + l_2) + \ldots + \frac{1}{2}h_n(l_{n-1} + l_n) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} h_i(l_{i-1} + l_i)$$

სადაც h_1, h_2 და h_n ტრაპეციების სიმაღლეებია, ხოლო $l_0 (l_0 = 0)$ და ა.შ. l_n – ტრაპეციათა ფუძეებია.

თუ მოცემულ გამოსახულებას შევიტანთ კონცენტრაციის კოეფიციენტის $(1 - 2S_2)$ ფორმულაში, მივიღებთ:

$$K_{\text{კონც}} = 1 - 2S_2 = 1 - 2\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} h_i(l_{i-1} + l_i) = 1 - \sum_{i=1}^{n} h_i(l_{i-1} + l_i)$$

$$K_{\text{კონც}} = 1 - \sum_{i=1}^{n} h_i(l_{i-1} + l_i)$$

ეს ფორმულა ვარიაციული მწკრივის ათწილადებით გამოსახულ მაჩვენებლებში (ვარიანტების მნიშვნელობანი– x და წონები– f) ასე გამოისახება:

$$K_{\text{კონც}} = 1 - \sum h_i (x_{i-1} + x_i)$$

ესაა სწორედ კონცენტრაციის ჯინის კოეფიციენტი. თუ ამ ფორმულაში ჩვენს მონაცემებს ჩავსვამთ, მივიღებთ:

$$K_{\text{კონც}} = 1 - [0.30(0 + 0.03) + 0.32(0.03 + 0.11) +$$
$$+ 0.20(0.11 + 0.25) + 0.10(0.25 + 0.44) +$$
$$+ 0.05(0.44 + 0.70) + 0.03(0.70 + 1.0)] = 1 - 0.306 = 0.694$$

$K_{\text{კონც.}} = 0.694$ ანუ 69.4%.

ძალიან ხშირად ჯინის კოეფიციენტი გამოიყენება მოსახლეობის შემოსავლების, დანახარჯების კონცენტრაციის და დიფერენციაციის გასაზომავად. ამ მიზნებისათვის ჩვენი რეკომენდაციით[1] უმჯობესია გამოვიყენოთ შედარებით მარტივი ფორმულები. კერძოდ, მოსახლეობის შემოსავლების ან დანახარჯების კვარტილური ჯგუფების მიხედვით განაწილებისათვის $K_{\text{კონც}} = 1 - 0.25\sum_{i=1}^{4}(l_{i-1} + l_i)$, დეცილური ჯგუფების მიხედვით განაწილებისათვის $K_{\text{კონც}} = 1 - 0.10\sum_{i=1}^{10}(l_{i-1} + l_i)$, ხოლო პერცენტილური ჯგუფების მიხედვით განაწილებისათვის. $K = 1 - 0.01\sum_{i=1}^{100}(l_{i-1} + l_i)$.

კონცენტრაციის ჯინის კოეფიციენტი შეიძლება გამოყენებულ იქნას მრავალი ვარიაციული მწკრივის

[1]ჩვენს მიერ (ავტორი) ჯინის კოეფიციენტის მოდიფიცირებული ფორმულები მიღებულია მოსახლეობის შემოსავლების მიხედვით კვარტილური, დეცილური და პერცენტილური განაწილებისათვის.

მაჩვენებელთა განაწილების უთანაბრობის გასაზომავად. მაგრამ უმთავრესად ის საბაზრო ეკონომიკის პირობებში მოსახლეობის შემოსავლებისა და დანახარჯების დიფერენციაციის (კონცენტრაციის) გასაზომავად გამოიყენება პრაქტიკულად. რაც შეეხება პროდუქციის წარმოებისა და რეალიზაციის, აგრეთვე საბანკო სფეროს, აქ მსგავსი ამოცანების გადაწყვეტისას სტატისტიკოსები უპირატესობას შედარებით მარტივ მეთოდებს ანიჭებენ. მათ შორის გამოიყოფა **გერფინდალისა და როზენ ბლიუტის** კოეფიციენტები. გერფინდალის კონცენტრაციის გაანგარიშების ფორმულა შემდეგი სახისაა:

$$K_{\text{კონც}} = \sum\left(\frac{x}{\Sigma x}\right)^2$$

სადაც x –ვარიაციული მწკრივის ვარიანტის მნიშვნელობაა. როზენ ბლიუტის მიერ კი შემოთავაზებულია შემდეგი ფორმულა: $K_{\text{კონც.}} = \dfrac{1}{2\sum id - 1}$

სადაც i – ობიექტების ნომერი (ფირმის, საწარმოს, ქარხნის, ფაბრიკის, მეწარმის და სხვ.)

d –ობიექტის ხვედრითი წილი ერთობლიობაში. გავიანგარიშოთ ეს კოეფიციენტები კომერციული ბანკების აქტივების საფუძველზე.

კომერციული ბანკების აქტივები (მლნ აშშ დოლარი)

კომერციული ბანკების რიცხვი	აქტივები (მლნ. დოლარი)
20	20.5
30	100.5
40	1200.0
60	2000.0
სულ 150	3321.0

გერფინდალის კონცენტრაციის კოეფიციენტი:

$$K_{\text{კონც}} = \left(\frac{20.5}{3321}\right)^2 + \left(\frac{100.5}{3321.0}\right)^2 + \left(\frac{1200.0}{3321.0}\right)^2 + \left(\frac{2000.0}{3321.0}\right)^2 = 0.401.$$

როზენ ბლიუტის კოეფიციენტი:

$$K_{\text{კონც}} = \frac{1}{2\left(1\frac{2000}{3321} + 2\frac{1200}{3321} + 3\frac{100.5}{3321} + 4\frac{20.5}{3321}\right) - 1} =$$

$$= \frac{1}{2\left(\frac{2000}{3321} + \frac{2400}{3321} + \frac{301.5}{3321} + \frac{82.0}{3321}\right) - 1} =$$

$$= \frac{1}{2(0.602 + 0.722 + 0.09 + 0.02) - 1} = \frac{1}{3488} = 0.286$$

როგორც ჩანს, ამ ორ კოეფიციენტს შორის მნიშვნელოვანი განსხვავებაა, რაც მათ ერთ-ერთ ნაკლზე მიანიშნებს. ამიტომ თავისი პრაქტიკული მნიშვნელობით კონცენტრაციისა და დიფერენციაციის მაჩვენებლებს შორის მაინც ჯინის კოეფიციენტი სარგებლობს შედარებითი უპირატესობით.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რატომაა აუცილებელი ვარაიაციის მაჩვენებლების გამოყენება ეკომიკურ გაანგარიშებებში?
2. რა სახის ვარიაციის მაჩვენებლები გვაქვს?
3. როგორია ვარიაციის მაჩვენებლების გაანგარიშების წესები?
4. რა თვისებებით ხასიათდება დისპერსია?
5. როგორია დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშების გამარტივებული წესები და ფორმულები?

6. რა სახის განაწილების მომენტები არსებობს სტატისტიკაში და როგორია მათი საანგარიშო ფორმულები?
7. როგორია ვარიაციის კოეფიციენტები და მათი გაანგარიშების წესები?
8. დაამტკიცეთ დისპერსიების შეკრების კანონი.
9. როგორ გამოიყენება დისპერსიების შეკრების კანონი ვარიაციულ ანალიზში?
10. როგორია ვარიაციული მწკრივის კონცენტრაციის მაჩვენებლები?
11. როგორ აიგება ლორენცის კონცენტრაციის მრუდი?
12. როგორ გაინგარიშება კონცენტრაციის ჯინის კოეფიციენტი?
13. დაახასიათეთ ვარიაციული მწკრივის განაწილების ფორმები.
14. როგორია სიმეტრიული განაწილება? ასიმეტრია? ექსცესი?
15. როგორია ნორმალური განაწილების მრუდი და მისი აგების წესები?
16. როგორია თანადობის კრიტერიუმები? დაახასიათეთ თითოეული მათგანი.

ტესტები ტექსტისადმი

1. რომელია აბსოლუტური მაჩვენებელი?
   ა) ვარიაციის კოეფიციენტი;
   ბ) საშუალო კვადრატული გადახრა;
   გ) ასიმეტრიის კოეფიციენტი.
2. რომელია შეფარდებითი მაჩვენებელი?
   ა) ვარიაციის ასიმეტრიის კოეფიციენტი;
   ბ) დისპერსია;
   გ) ვიარიაციის დიაპაზონი.

3. საშუალოდან ვარიანტების მნიშვნელობათა გადახრების კვადრატების საშუალო არის:
   ა) ვარიაციის დიაპაზონი;
   ბ) შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი;
   გ) შემთხვევითი სიდიდის ალბათობა.
4. ვარიაციული მწკრივის ვარიანტების მნიშვნელობანი ცალ-ცალკე გავადიდეთ 4-ჯერ. დისპერსია გადიდდება:
   ა) 16-ჯერ;
   ბ) 20-ჯერ;
   გ) 4-ჯერ.
5. ჯგუფური დისპერსიების საშუალოს შეფარდება საერთო დისპესიასთან შეადგენს (0.30)-ს. საერთო ვარიაციის რამდენიმე პეროცენტია განპირობებული დაჯგუფების ნიშნით?
   ა) 20%;
   ბ) 30%;
   გ) 80%.
6. რომანოვსკის თანადობის კრიტერიუმით განსაზღვრული მაჩვენებელი შეადგენს 5.8-ს. განაწილების მწკრივი არის:
   ა) ნორმალური განაწილების;
   ბ) მარჯვნივ ასიმეტრიული;
   გ) მარცხნივ ასიმეტრიული.
7. ვარიაციული მწკრივის საშუალო არითმეტიკული, მოდა და მედიანა ტოლია. მოცემული მწკრივი არის:
   ა) სიმეტრიული;
   ბ) მარჯვნივ ასიმეტრიული;
   გ) მარცხნივ ასიმეტრიული.
8. ასიმეტრიის კოეფიციენტი ნულის ტოლია. განაწილება არის:
   ა) მარჯვნივ ასიმეტრიული;
   ბ) მარცხნივ ასიმეტრიული;
   გ) სიმეტრიული.

9. განაწილების ასიმეტრიის კოეფიციენტი დადებითია. განაწილება არის:
   ა) სიმეტრიული;
   ბ) მარჯვნივ ასიმეტრიული;
   გ) მარცხნივ ასიმეტრიული.

10. განაწილების ასიმეტრიის კოეფიციენტი უარყოფითია. განაწილება არის:
   ა) სიმეტრიული;
   ბ) მარცხნივ ასიმეტრიული;
   გ) მარჯვნივ ასიმეტრიული.

11. ვარიაციული მწკრივის ვარიანტების მნიშვნელობები ცალ-ცალკე გავადიდეთ 20 ერთეულით.
   ა) დისპერსია გადიდდება 20 ერთეულით;
   ბ) უცვლელი დარჩება;
   გ) შემცირდება 20 ერთეულით.

12. მოსახლეობის შემოსავლების მიხედვით კვარტილური, დეცოლური და პერცენტილური განაწილებისათვის ჯინის კოეფიციენტის მოდიფიცირებული ფორმულების ავტორია:
   ა) გერფინდალი;
   ბ) როზენ ბლიუტი;
   გ) გაბიძაშვილი.

პრაქტიკული ამოცანები და სავარჯიშოები

1. გავიანგარიშოთ ვარიაციის გაქანება და ასილაციის კოეფიციენტი, თუ ვარიაციული მწკრივის მაქსიმალური მნიშვნელობაა 125 ერთეული. რომელიც 30%-ით მეტია საშუალო არითმეტიკულზე, ხოლო 70%-ით ვარიაციული მწკრივის მინიმალურ მნიშვნელობაზე.
2. გავიანგარიშოთ ვარიაციის კოეფიციენტი, თუ საშუალო არითმეტიკული 220 ერთეულის ტოლია და ის 2-ჯერ მეტია საშუალოდან ვარიანტების გადახრების აბსოლუტურ მნიშვნელობათა ჯამზე, ხოლო ვარიანტების რიცხვი 100-ს უდრის.

სუპერმარკეტების ჯგუფები თვიური საქონელბრუნვის მიხედვით (ათას ლარი)	სუპერმარკეტების რიცხვი
30-40	15
40-50	20
50-60	45
60-70	60
70-80	55
80-90	30
90-100	18
100.0ათას ლარს ზევით	

3. ქალაქ თბილისში სუპერმარკეტების მიხედვით თვიური საქონელბრუნვა შემდეგ სურათს იძლევა: სუპერმარკეტების განაწილება თვიური საქონელბრუნვის მიხედვით

გავიანგარიშოთ: 1)დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა სამომენტო წესით; 2) ვარიაციის კოეფიციენტი; 3) კონცენტრაციის ჯინის კოეფიციენტი; 4) ასიმეტრიის კოეფიციენტი; 5) ექსცესის კოეფიციენტი; 6) პირსონის, კოლმოგოროვისა და რომანოვსკის თანადობის კრიტერიუმები; 7) ჯგუფთაშორისი დისპერსია; 8) შიგაჯგუფური დისპერსია; 9) დეტერმინაციის კოეფიციენტი. გააკეთეთ დასკვნები.

თემა 9. სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების ურთიერთკავშირის კორელაციურ-რეგრესული[1] ანალიზი

1. მოვლენათა შორის ურთიერთკავშირის ფორმები და სახეები

სტატისტიკა საზოგადოებრივ–ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებს განიხილავს არა იზოლირებულად, არამედ მათ მჭიდრო ურთიერთკავშირში. თითოეული მოვლენის განვითარება გავლენას ახდენს სხვა რომელიმე, მასთან დაკავშირებული მოვლენებისა და პროცესების განვითარებაზე ან კიდევ პირიქით. ამიტომ მოვლენათა შორის ურთიერთკავშირის განხილვისას გამოყოფენ ფაქტორულ მოვლენებს, რომლებიც მოქმედებენ სხვა მოვლენების განვითარებაზე და საშედეგო (მოვლენები, რომელთა განვითარება მოცემულ შემთხვევაში განპირობებულია სხვა, მათზედ მოქმედი მოვლენებისა და პროცესების განვითარებით) ნიშნებს.

სტატისტიკა ერთიმეორისაგან განასხვავებს მოვლენებს შორის ურთიერთკავშირის ორ ფორმას: **ფუნქციურსა და კორელაციურს, ანუ სტატისტიკურს.**

ფუნქციურ კავშირს სხვაგვარად სრულ კავშირს უწოდებენ. ამ ფორმის შემთხვევაში ფაქტორული ნიშნის თითოეულ მნიშვნელობას შეესაბამება საშედეგო ნიშნის მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა. ის ერთნაირი ძალით გამოვლინდება ყველგან და ყველა შემთხვევაში. ასეთია, მაგალითად, კავშირი წრის ფართობსა და რადიუსს შორის, ან წრეხაზის სიგრძესა და რადიუსს შორის. რადიუსის ცვალებადობა (მოზეზობრივი

---

[1]სიტყვა 'კორელაცია" ლათინური სიტყვა Correlatio –ისგანაა წარმოშობილი და ნიშნავს ურთიერთდამოკიდებულებას, შეფარდებას, ხოლო სიტყვა – რეგრესი, ლათინური სიტყვა – Regressus-ისგანაა წარმოშობილი და ნიშნავს უკუსვლას, დაქვეითებას, პროგრესის საპირისპიროს.

მოვლენა ანუ ფაქორული ნიშანი), ყოველთვის, ყველგან და ერთი და იმავე ძალით იწვევს წრეხაზის სიგრძის ან წრეხაზის ფართობის (საშედეგო მოვლენები) ცვალებადობას. ფუნქციურ კავშირს უმთავრესად ადგილი აქვს საბუნებისმეტყველო მოვლენებსა და პროცესებში. საზოგადოებრივ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში კი სხვა ფორმის კავშირი შეიმჩნევა. აქ ერთი მოვლენის ცვალებადობა მეორეზე მოქმედებს არა ერთობლიობის ყველა კონკრეტული ერთეულისათვის, შემთხვევისათვის, არამედ საერთოდ, საშუალოდ, დაკვირვების საკმარისი რიცხვის პირობებისათვის. ასეთია, მაგალითისათვის, კავშირი შრომის ნაყოფიერებასა და მუშების კვალიფიკაციას შორის, წარმოების მოცულობასა და პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებას შორის და ა.შ. მუშების კვალიფიკაციის ამაღლება იწვევს შრომის ნაყოფიერების გადიდებას არა ყველა კონკრეტული შემთხვევისათვის, არამედ საერთოდ, საშუალოდ მთელს ქარხანაში ან დარგში. რატომ ხდება ასე? საშედეგო მოვლენის ცვლილება დამოკიდებულია მრავალ, მასზედ (ზოგჯერ ურთიერთსაწინააღმდეგო) მოქმედი ფაქტორების განვითარებაზე. ხდება ხოლმე ისე, რომ ზოგჯერ ერთი ფაქტორის გავლენას გადაფარავს სხვა ფაქორების ზემოქმედება და შედეგიც ვერ გამოავლენს მიზეზ-შედეგობრივ კავშირ-ურთიერთობას. მაგრამ თუ განვიხილავთ რამდენიმე შემთხვევას, მაშინ საშუალოდ, საერთოდ ყველა შემთხვევისათვის მივიღებთ, რომ მიზეზობრივი მოვლენის განვითარებამ გავლენა მოახდინა საშედეგო მოვლენის ცვალებადობაზე. მაგალითად, სასუქების შეტანამ მიწის ნაკვეთებზე ყოველთვის შეიძლება არ გაადიდოს მოსავლიანობა (ვინაიდან შესაძლებელია მოსავლიანობა შეამციროს ცუდმა კლიმატურმა პირობებმა). მაგრამ საერთოდ, თუ ავიღებთ დაკვირვების დიდ (საკმარის) რიცხვს, მაშინ გამოვლინდება კანონზომიერება: სასუქების რაოდენობის გადიდება (გარკვეულ საზღვრამდე) იწვევს მოსავლიანობის გადიდებას.

არსებობს კავშირების სხვადასხვა სახეობანი. მათ შორის აღსანიშნავია პირდაპირი და უკუ, წრფივი და არაწრფივი, ერთფაქტორიანი და მრავალფაქტორიანი კავშირები. პირდაპირი კავშირის დროს მიზეზობრივი ფაქტორის ცვლილების მიმართულება (შემცირება ან გადიდება) ემთხვევა საშედეგო მოვლენის ცვლილების მიმართულებას. მაგალითად, მუშების კვალიფიკაციის ამაღლება ან შემცირება გამოიწვევს შრომის ნაყოფიერების ამაღლებას ან შემცირებას ან პირიქით, შემცირება-გადიდებას. მაგალითად, წარმოების მოცულობის გადიდება იწვევს პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების შემცირებას და პირიქით.

მიზეზობრივი ფაქტორის გადიდებასთან ერთად ზოჯერ მიმდინარეობს საშედეგო მოვლენის უწყვეტი გადიდება ან შემცირება, რასაც ეწოდება წრფივი კავშირის სახეობა და მათემატიკურად გამოისახება წრფივი განტოლებით $y = a_0 + a_1 x$, სადაც y –საშედეგო მოვლენის რაოდენობრივი გამოსახულება, a_0 და a_1 კავშირის გამომსახველი პარამეტრებია და x – მიზეზობრივი მოვლენის რაოდენობრივი გამოსახულებაა.

არაწრფივი კავშირის შემთხვევაში მიზეზობრივი ფაქტორის გადიდებისას საშედეგო ფაქტორი დიდდება ან მცირდება უთანაბროდ, ზოგჯერ ცვლილების მიმართულება საწინააღმდეგოა. ასეთი სახის კავშირი მათემატიკურად გამოისახება არაწრფივი (პარაბოლა, ჰიპერბოლა, მაჩვენებლიანი ფუნქცია და ა.შ.) განტოლებით.

ზოგჯერ საჭიროა მოვახდინოთ საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე მოქმედი ფაქტორების აბსტრაჰირება (გარდა ერთისა) და განვიხილოთ მხოლოდ ჩვენთვის საინტერესო ფაქტორის გავლენა. ამ შემთხვევაში გვაქვს ერთფაქტორიანი სახეობის კავშირი. სხვაგვარად ასეთ კავშირს უწოდებენ **წყვილად კავშირს, წყვილად კორელაციას.** იმ შემთხვევაში, თუ მრავალი ფაქტორის

გავლენას ვიხილავთ საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე, მაშინ საქმე გვაქვს **მრავალფაქტორულ კავშირთან, მრავლობით კორელაციასთან.**

სტატისტიკის ერთერთი მთავარი და მნიშვნელოვანი ამოცანაა სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებს შორის კავშირის კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზი. თვით კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის შემქმნელებად ითვლებიან (ფ. გალტონი (1822-1911) და ლ. პირსონი (1857-1936წ). ფ. გალტონი დაინტერესებული იყო მამებისა და შვილების სიმაღლეთა შორის კავშირით. მან გამოიკვლია 200-ზე მეტი ოჯახი. კვლევის შედეგებმა აჩვენა, რომ მაღალი მამების შვილები მამებთან შედარებით ნაკლები სიმაღლის ვითარდებოდნენ, ანუ ხასიათდებოდნენ სიმაღლის რეგრესით, ხოლო დაბალი მამების შვილები, პირიქით უფრო მაღალი სიმაღლით ვითარდებოდნენ მამებთან შედარებით (აქედან წარმოდგა რეგრესიული ანალიზი). საშუალოდ კი საზოგადოებაში შვილების სიმაღლე უფრო მეტია, ვიდრე მამებისა (ეს კი გამოწვეულია ცოლების საპირისპირო (მაღალი ან დაბალი) სიმაღლითა და სხვა ფაქტორებით).

2. კავშირის შესწავლის სტატისტიკური მეთოდები

მოვლენათა შორის კავშირის ფორმისა და სახეობის, რაოდენობრივი თანაფარდობის დადგენისათვის გამოიყენება სხვადასხვა ხერხები და მეთოდები. მათ შორის აღსანიშნავია **პარალელურ მწკრივთა, საბალანსო, ანალიზური დაჯგუფების, კორელაციურ-რეგრესული** და სხვ. მეთოდები. **პარალელურ მწკრივთა** შედარების მეთოდი გულისხმობს, რომ მიზეზობრივი და საშედეგო მოვლენების რაოდენობრივი გამოსახულებანი ჩაიწერება ერთმანეთის პარალელურად. ასე შეიძლება ჩაიწეროს, მაგალითად, ქარხანაში მუშების საშუალო თანრიგი და შრომის ნაყოფიერების

მაჩვენებლები, მოსავლიანობა და პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება და ა.შ. ჩაწერილი პარალელური მწკრივების ურთიერთშედარებით შეიძლება დავადგინოთ კავშირის ფორმა, სახეობა, აგრეთვე კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი მაჩვენებლები სხვადასხვა კოეფიციენტებით და ა.შ.

საბალანსო მეთოდი გულისხმობს რესურსების მოძრაობის აბსოლუტურ მაჩვენებლთა ურთიერთდაკავშირებული სისტემის შედგენას. ასეთია, მაგალითად, მატერიალური ბალანსი, რომლებიც სქემატურად შეიძლება წარმოვადგინოთ რესურსებისა და მათი გამოყენების წყაროების ტოლობით:

ნაშთი პერიოდის დასაწყისში+შემოსულობანი= =დანახარჯები+ნაშთი პერიოდის ბოლოსათვის. ეს ბალანსი გვიჩვენებს მატერიალური რესურსების მოძრაობის ერთიან პროცესს და ახასიათებს ამ პროცესის ცალკეულ ელემენტებს შორის კავშირსა და პროპორციებს.

კავშირების შესწავლის სტატისტიკურ მეთოდებს შორის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანია **ანალიზური დაჯგუფების მეთოდი.** ეს მეთოდი გულისხმობს არა მარტო დაჯგუფების გამოყენებას, არამედ განზოგადებული მაჩვენებლების გაანგარიშებას ანალიზისათვის. ამ მეთოდის გამოყენებით მოვლენათა შორის ურთიერთკავშირის გამოვლენისათვის საჭიროა ჯერ მიზეზობრივი მოვლენის მიხედვით დავაჯგუფოთ საშედეგო მოვლენის მაჩვენებლები; შემდეგ კი თითოეული ჯგუფისათვის გავიანგარიშოთ საშედეგო მოვლენის საშუალო ან შეფარდებითი მაჩვენებლები; ამის შემდეგ შეგვიძლია საშედეგო მოვლენისა და მიზეზობრივი ფაქტორის ცვლილებანი ერთმანეთს შევადაროთ და გამოვავლინოთ კავშირის ხასიათი, სახეობა, ფორმა და რაოდენობრივი თანაფარდობანი. მაგალითად, 24 ფირმის ძირითადი ფონდებისა და გამოშვებული პროდუქციის შესახებ საანგარიშო პერიოდისათვის გვაქვს შემდეგი მონაცემები:

ცხრილი №21

ფირმის ნომერი რიგზე	ფირმის საწარმოო ფონდების საშუალო წლიური ღირებულება (მლნ. ლარობით)	პროდუქცია საანგარიშო პერიოდში, შესადარის ფასებში (მლნ. ლარობით)
1.	2.	3.
1	2.0	1.5
2	3.9	4.2
3	3.3	6.4
4	3.3	4.3
5	3.0	1.4
6	3.1	3.0
7	3.1	2.5
8	4.4	7.9
9	3.1	3.6
10	5.6	8.9
11	3.5	2.5
12	4.0	2.8
13	1.0	1.6
14	7.0	2.9
15	3.5	5.6
16	4.9	4.4
17	2.8	2.8
18	5.5	9.4
19	6.6	1.9
20	2.0	2.5
21	4.7	3.5
22	2.7	2.3
23	3.0	3.2
24	6.1	9.3

ძირითადი საწარმოო ფონდებისა და გამოშვებული პროდუქციის ღირებულებათა შორის არსებული კავშირის გამოვლენისათვის საჭიროა ფირმები დავაჯგუფოთ ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულების მიხედვით (ვთქვათ, 4 ჯგუფად თანაბარი ინტერვალებით). თითოეული ჯგუფისათვის გავიანგარიშოთ ფირმების რიცხვი, ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულება სულ და საშუალოდ ერთ ფირმაზე, პროდუქციის ღირებულება სულ და საშუალოდ ერთ ფირმაზე, ცალკეული ჯგუფების ხვედრითი წილი როგორც ძირითადი საწარმოო ფონდების, ასევე პროდუქციის ღირებულების მიხედვით.

წინა მასალიდან (თემა №4) გავიხსენოთ თანაბარინტერვალიანი დაჯგუფების ინტერვალის სიდიდის (h) განმსაზღვრელი ფორმულა:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{n}$$

ჩვენს მაგალითზე:

$$x_{max} = 7.0,\ x_{min} = 1.0,\ n = 4,\ h = \frac{7.0 - 1.0}{4} = 1.5$$

I ჯგუფში მოხვდება ფირმები, რომელთა ძირითადი ფონდების ღირებულება არის 1.0 მლნ ლარიდან 2.5 მლნ ლარამდე, II ჯგუფში 2.5 მლნ ლარიდან 2.5+1.5=4 მლნ ლარამდე, III ჯგუფში 4.0 მლნ ლარიდან 5.5 მლნ ლარამდე, IV ჯგუფში 5.5 მლნ ლარიდან 7.0 მლნ ლარამდე. შევადგინოთ ცხრილი, სადაც მოთავსდება ყველა საძიებელი სიდიდე.

ცხრილი №22

ჯგუფები	ფირმების რაოდენობა	ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირ. (მლნ. ლარი)		საერთო პროდუქცია (მლნ. ლარი)		ზვედრითი წილი (%)	
		ჯამი	ერთ ფირმაზე	ჯამი	ერთ ფირმაზე	ფონდების მიხედვით	საერთო პროდუქციის მიხედვით
I 1.0–2.5	3	5.0	1.6	5.4	1.8	5.3	4.5
II 2.5–4.0	12	38.8	3.2	39.0	3.2	41.6	32.8
III 4.0–5.5	5	24.0	4.8	31.0	6.2	25.8	26.2
IV 5.5–7.0	4	25.3	6.3	43.3	10.8	27.3	36.5
ჯამი	24	93.1	3.8	118.7	4.9	100.0	100.0

როგორც ჩანს, ძირითადი ფონდების ღირებულების ზრდასთან ერთად იზრდება გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობა საშუალოდ ერთ ფირმაზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ ძირითადი ფონდებისა და გამოშვებული პროდუქციის ღირებულებათა შორის არსებობს პირდაპირი კორელაციური კავშირი. ამ მაჩვენებლების საფუძველზე შეგვიძლია გავიანგარიშოთ ძირითადი ფონდების გამოყენების დონეები ფირმების ჯგუფების მიხედვით. ეს დონეები გამოისახება ფონდუკუგებით და გაიანგარიშება პროდუქციის გაყოფით

ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულებაზე. ეს მაჩვენებლები გვიჩვენებს ძირითადი ფონდების ერთ ლარზე შექმნილი პროდუქციის რაოდენობას. ფირმების I ჯგუფში ფონდუკუგება შეადგენს 1.12 ლარს, II ჯგუფში – 1.0 ლარს, III-ში – 1.55 ლარს, IV-ში 1.71 ლარს, მთელი დარგის მიხედვით – 1.27 ლარს. მაშასადამე, წარმოების მოცულობის გადიდებასთან დაკავშირებით იზრდება ძირითადი ფონდების გამოყენების დონეც, რაც მეტყველებს მსხვილი წარმოების ეკონომიკურ უპირატესობაზე.

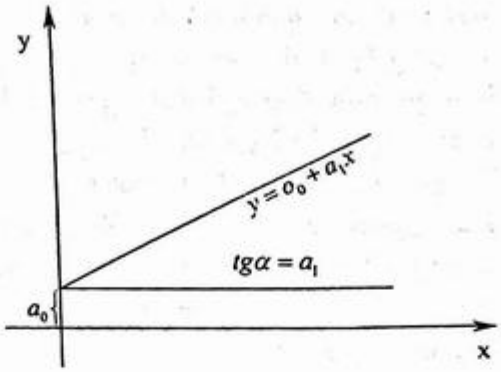
3. კორელაციურ-რეგრესული ანალიზის მეთოდები

კორელაციურ-რეგრესული ანალიზის მეთოდი გულისხმობს კავშირის ადექვატური ამსახველი მოდელის აგებას და მისი მეშვეობით მიზეზობრივ-შედეგობრივი კავშირის რაოდენობრივი თანაფარდობის გაანგარიშებას. თუ მოვლენებს შორის კავშირი წრფივი ფორმისაა, მაშინ ის გამოისახება წრფივი განტოლებით $y = a_0 + a_1 x$

a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებლად ვიყენებთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x = \Sigma y \\ a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 = \Sigma xy \end{cases} \qquad (9.1)$$

განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მივიღებთ a_0 და a_1 პარამეტრების მნიშვნელობებს, რომელთა დახმარებით მივიღებთ ემპირიულ განტოლებას. როგორია პარამეტრების გეომეტრიული და ეკონომიკური შინაარსი? თუ ავაგებთ დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაზე x-ისა და y-ის მნიშვნელობებს, მივიღებთ:



ნახ.21. წრფივი განტოლების გრაფიკი

a_0 გეომეტრიულად არის მანძილი კოორდინატთა ცენტრიდან გრაფიკული გამოსახულების ორდინატთა ღერძის გადაკვეთამდე. ხოლო a_1 იმ კუთხის ტანგენსია, რომელსაც ქმნის გრაფიკი აბსცისთა ღერძთან.

ეკონომიკურად a_0 არის საშედეგო მოვლენის რაღაც საწყისი მნიშვნელობა, ხოლო a_1 გვიჩვენებს მიზეზობრივი მოვლენის ერთი ერთეულით ცვლილება რამდენი ერთეულით შეცვლის საშედეგო მოვლენას.

ზემოთმოყვანილი განტოლებით გამოისახება, მაგალითად, კავშირი შრომის ნაყოფიერებასა და მუშების კვალიფიკაციას, მოსავლიანობასა და სასუქების რაოდენობას შორის და ა. შ.

ზოგჯერ მოვლენებს შორის კავშირი არაწრფივია, მაშინ მას ასახავს ჰიპერბოლა

$$y = a_0 + a_1 \frac{1}{x} \qquad (9.2),$$

პარაბოლა

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad (9.3),$$

ან მაჩვენებლიანი ფუნქცია

$$y = a_0 a_1^x \qquad (9.4).$$

ჰიპერბოლური კავშირის პარამეტრების განსა-ზღვრისათვის ამოიხსნება შემდეგი ნორმალურ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y \\ a_0 \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \Sigma \frac{1}{x^2} = \Sigma \frac{y}{x} \end{cases} \qquad (9.5),$$

პარაბოლის შემთხვევაში:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x + a_2 \Sigma x^2 = \Sigma y \\ a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 + a_2 \Sigma x^3 = \Sigma xy \\ a_0 \Sigma x^2 + a_1 \Sigma x^3 + a_2 \Sigma x^4 = \Sigma x^2 y \end{cases} \qquad (9.6).$$

მაჩვენებლიანი ფუნქციის შემთხვევაში ჯერ საჭიროა გავაწრფივოთ გალოგარითმების წესით:

$$\log a_0 + \log a_1 \Sigma x = \log y \qquad (9.7).$$

ახლა შეგვიძლია გამოვიყენოთ წრფივ განტოლებათა სისტემა და ვიპოვოთ a_0 და a_1 ლოგარითმები:

$$\begin{cases} n \log a_0 + \log a_1 \Sigma x = \Sigma \log y \\ \log a_0 \Sigma x + \log a_1 \Sigma x^2 = \Sigma \log xy \end{cases} \qquad (9.8).$$

ანტილოგარითმების დახმარებით ვიპოვით a_0 და a_1 პარამეტრების მნიშვნელობებს.

ზემომოყვანილი განტოლებანი ასახავს წყვილად კორელაციას. მაგრამ თითოეულ მოვლენაზე მოქმედებს არა მხოლოდ ერთი ფაქტორი, არამედ მრავალი. ამ უკანასკნელ შემთხვევაში საქმე გვაქვს მრავლობით კორელაციასთან, რომლის განტოლება წრფივი დამოკიდებულების შემთხვევაში ასეთია:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n \qquad (9.10),$$

სადაც $x_1, x_2, ..., x_n$ არის y საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე მოქმედი ფაქტორები. პარამეტრების გასაანგარიშებლად გვაქვს განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x_1 + a_2\Sigma x_2 + ... + a_n\Sigma x_n = \Sigma y \\ a_0\Sigma x_1 + a_1\Sigma x_1^{\,2} + a_2\Sigma x_1 x_2 + ... + a_n\Sigma x_1 x_n = \Sigma x_1 y \\ ..... \\ a_0\Sigma x_n + a_1\Sigma x_1 x_n + a_2\Sigma x_2 x_n + ... + a_n\Sigma x_n^2 = \Sigma y x_n \end{cases} \quad (9.11),$$

x_i-ს თითოეული კოეფიციენტი გვიჩვენებს, რამდენით ერთეულით შეიცვლება y, x_i-ის ერთი ერთეულით ცვალებადობისას და სხვა ფაქტორების ფიქსირებულ მნიშვნელობის შემთხვევაში.

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზი ძალიან მარტივდება მრავალგაზომილებიანი საშუალოების გამოყენებით. წრფივი კავშირის შემთხვევაში შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\overline{Q}_i = a_0 + a_1\overline{P}_{ij} \quad (9.12)$$

a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებლად ნორმალურ განტოლებათა სისტემა მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\begin{aligned} na_0 + a_1\Sigma\overline{P}_{ij} &= \Sigma\overline{Q}_i \\ a_0\Sigma\overline{P}_{ij} + a_1\Sigma\left(\overline{P}_{ij}^{\,2}\right) &= \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right) \end{aligned} \quad (9.13),$$

ვინაიდან

$$\Sigma\overline{P}_{ij} = n \quad \text{და} \quad \Sigma\overline{Q}_i = n \quad (9.14),$$

ამიტომ გვაქვს

$$na_0 + a_2 n = n$$

$$na_0 + \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\right)^2 = \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right)$$

$$a_0 = 1 - a_1$$

$$n(1-a) + a_1\Sigma\left(\overline{P}_{ij}\right)^2 = \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right)$$

$$n - na_1 + a_1\Sigma\left(\overline{P}_{ij}\right)^2 = \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right)$$

$$a_1\Sigma\left(\overline{P}_{ij}\right)^2 - na_1 = \Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right)$$

$$a_1 = \frac{\Sigma\left(\overline{P}_{ij}\overline{Q}_i\right) - n}{\Sigma\left(\overline{P}_{ij}\right)^2 - n}$$

მაშასადამე, რეგრესული განტოლების კოეფიციენტების ჯამი ყოველთვის 1-ს უდრის.

საილუსტრაციოდ მოვიტანოთ ციფრობრივი მასალა[1].

ცხრილი №23

ერთეულის ნომერი	მიწის ნაკუთვრება		საერთო პროდუქცია ძირითადი წონების 100 ღირებულებაზე		მოგება ძირითადი წონების 100 ღირებულებაზე		ტექნიკური კულტურების ხვედრითი წილი ნათესი ფართობის სტრუქტურაში				მოგება ერთეულზე, ლარი
	ბაღები x_1	P_{1j}	მან x_2	P_{2j}	მან x_3	P_{3j}	%-ით x_4	P_{4j}	ΣP_{ij}	$\overline{P}_{ij}$	
1	65	0.93	70	0.70	16	0.80	15	9.50	2.93	0.73	55
2	60	0.86	70	0.70	18	0.90	18	0.60	3.06	0.76	61
3	60	0.86	90	0.90	16	0.80	21	0.70	3.26	0.82	60
4	70	1.00	90	0.90	20	0.90	24	0.80	3.60	0.90	68
5	65	0.94	100	1.00	18	0.90	33	1.00	3.93	0.98	71
6	70	1.10	100	1.00	20	1.00	30	1.00	4.00	1.00	70
7	70	1.00	100	1.00	20	1.00	27	0.90	3.90	0.98	69
8	80	1.14	110	1.10	22	1.10	36	1.20	3.45	1.13	72
9	75	1.07	110	1.10	22	1.10	39	1.30	4.57	1.13	74
10	75	1.07	120	1.20	24	1.20	45	1.50	5.07	1.27	80
11	80	1.14	140	1.40	24	1.20	42	1.40	5.14	1.29	89
ჯამი	-	11.00		11.00		11.00		11.00	44.00	11.00	

[1]Рабинович П. М. Экономический анализ методом многомерных группировок, Экономика сельского хозяйства № 9, 1973 с 63, Та же таблица приведена в книгах :Пасхвер И. С. Средние величины в статистике Статистика М., 1979 с 208. кильдишев Г .С. и др. Общая теория статистики Статистика М., 1980 с. 258.

პროფ. პ. რაბინოვიჩმა მრავალგანზომილებიანი საშუალო სიდიდის მიხედვით თანაბარი ინტერვალებით მეურნეობები დაყო სამ ჯგუფად.

მეურნეობის დაჯგუფება მრავალგანზომილებიანი საშუალოთი

ცხრილი №24

ჯგუფები მრავალგანზომილებიანი საშუალო სიდიდის მიხედვით	ფირმების რიცხვი	მოგება ნათესი ფართობის 1 ჰა-ზე	მოგების ზრდა
0.70–0.90	4	61	–
0.91–1.10	3	70	10
1.10–1.30	4	79	9
სულ	11	70	–

მონაცემები გვიჩვენებს, რომ ფაქტორთა კომპლექსის 0.1-ით ზრდა მოგებას ზრდის დაახლოებით 5%-ით.

დაჯგუფება მარტივი მრავალგანზომილებიანი საშუალოს მიხედვით ზოგჯერ არასწორ შედეგებს იძლევა, ვინაიდან ყველა ფაქტორი ერთნაირად არ მოქმედებს საშედეგო მოვლენაზე. ამიტომ საჭიროა გავიანგარიშოთ შეწონილი მრავალგანზომილებიანი საშუალო თითოეული ფაქტორის გავლენის გათვალისწინებით.

პროფ. პ. რაბინოვიჩმა დაამტკიცა, რომ, თუ P_i-ის სტანდარტიზებულ მნიშვნელობებსა და y-ს შორის კავშირს გამოვსახავთ მრავლობითი კორელაციით

$$Y_p = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2 + \ldots + a_nP_n \qquad (9.15),$$

მაშინ

$$a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 1 \qquad (9.16).$$

მაშასადამე, ეს კოეფიციენტები საშუალებას იძლევა აგხსნათ თითოეული ფაქტორის ხვედრითი წილი საშედეგო ნიშნის ვარიაციაში. ამიტომ მანვე შემოგვთავაზა – შევწონოთ მრავალგანზომილებიანი საშუალოები a_i-ს მნიშვნელობების მიხედვით. ამ პირობებში მრავალგანზომილებიანი საშუალო

$$\overline{P_{ij}} = \Sigma P_{ij}a_i \qquad (9.17)$$

4. წყვილადი კორელაცია და მისი სტატისტიკური შესწავლა

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების სტატისტიკური ანალიზის შემთხვევაში უმეტესწილად განიხილავენ ორ მოვლენას შორის ურთიერთკავშირს. ასეთი მოვლენები და პროცესები მრავლად გვხვდება სოციალურ-ეკონომიკურ სფეროში. მაგალითად, კავშირი შრომის ნაყოფიერებასა და მუშათა კვალიფიკაციას შორის (მუშათა კვალიფიკაციის ამაღლება იწვევს შრომის ნაყოფიერების გადიდებას), კავშირი წარმოების მოცულობასა და პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების შემცირებას (ფირმაში, ქარხანასა და ფაბრიკებში პროდუქციის წარმოების მოცულობის გადიდება იწვევს პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების შემცირებას), კავშირი ქვეყანაში დანაშაულობათა ზრდასა და სიღარიბეს შორის (სიღარიბის დონის, სიღრმისა და სიმწვავის გადიდება ადიდებს სხვადასხვა სახის დანაშაულობათა რაოდენობას ქვეყანაში) და ა.შ.

ორ მოვლენას შორის კავშირს უწოდებენ წყვილად კორელაციას, ხოლო ასეთი კავშირების სტატისტიკურ ანალიზს–კორელაციურ ანალიზს.

ხშირად წყვილად კორელაციას წყვილად რეგრესიას უწოდებენ, რაც სავსებით დასაშვებია, ვინაიდან კორელაცია კავშირის ფორმას ასახავს, ხოლო რეგრესია კავშირის ფორმის გამომსახველი განტოლებაა.

წყვილადი კორელაცია ანუ რეგრესია შეიძლება იყოს ორი სახის: წრფივი ანუ სწორხაზოვანი და არაწრფივი ანუ მრუდხაზოვანი. პირველ შემთხვევაში კავშირის ანალიზური გამომსახველი განტოლებაა $y = a_0 + a_1 x$, ხოლო მეორე შემთხვევაში–ჰიპერბოლა $y = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$ ან პარაბოლა $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$. ზოგადად

არაწრფივ კავშირს ხშირად გამოსახავენ ნახევარლოგარითმული ფუნქციით:

$$y = a_0 + a_1 \log x \qquad (9.18).$$

წყვილადი კორელაციის წრფივი და არაწრფივი ფორმების გამოსავლენად მრავალი მეთოდი არსებობს. მათგან გავრცელებულია ორი: კავშირის ფორმის გამოვლენის გრაფიკული მეთოდი და ვიზუალური მეთოდი. გრაფიკული მეთოდი გულისხმობს ემპირიული მონაცემების საფუძველზე შესაბამისი გრაფიკის აგებას. თუ გრაფიკი სწორხაზოვანია, ამბობენ, რომ მოცემული წვილადი კორელაცია წრფივი სახეობისაა, ხოლო თუ მრუდხაზოვანია – არაწრფივი სახეობის.

ვიზუალური მეთოდი ყველაზე მარტივია და გულისხმობს მიზეზობრივი და საშედეგო მოვლენების განვითარების შესწავლას ვიზუალურად, განვითარების დათვალიერებას. თუ ეს მოვლენები იცვლება (იზრდება ან მცირდება) არითმეტიკული პროგრესიით, მაშინ განვითარება წრფივი სახეობისაა, ხოლო თუ გეომეტრიული პროგრესიით იცვლება, მაშინ არაწრფივი სახეობისაა: პარაბოლური, ჰიპერბოლური ან მაჩვენებლიან-ხარისხობრივი.

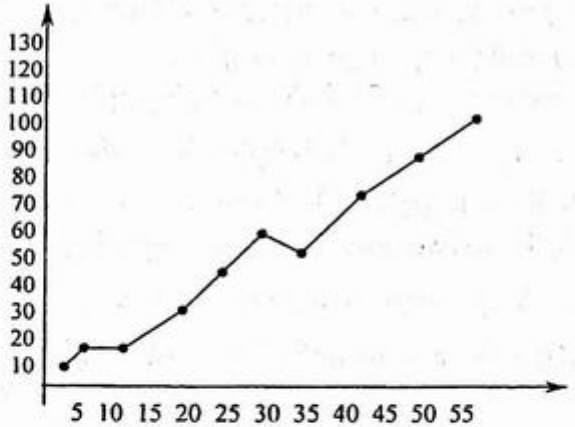
ფირმის საწარმოთა ძირითადი ფონდები და გამოშვებული პროდუქცია (მლნ. ლარი)

ცხრილი №25

ძირითადი ფონდები x	6	8	12.5	19	22.5	27.5	30	40	45.5	50
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა y	14	20	19	32.5	40	50.5	47.5	62.5	91.5	122.5
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}

როგორც ჩანს ძირითადი ფონდების ღირებულება და გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა დაახლოებით არითმეტიკული პროგრესიით დიდდება. ამიტომ მოცემულ შემთხვევაში წყვილადი კორელაცია წრფივი ფორმისაა. ჩვენა მოსაზრების სისწორის დამტკიცების მიზნით გრაფიკულ

მეთოდიც გამოვიყენოთ. ამისათვის დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისთა ღერძზე გადავზომოთ ძირითადი ფონდების ღირებულებანი, ხოლო ორდინატთა ღერძზე – გამოშვებული პროდუქციის მონაცემები.



ნახ. 22. ძირითადი ფონდებისა და გამოშვებული პროდუქციის ურთიერთდამოკიდებულების გრაფიკი

ნახაზი ნათლად გვიჩვენებს, რომ მაჩვენებელთა შორის ურთიერთდამოკიდებულების გრაფიკი სწორხაზოვანია, რადგან მათი წრფეზე ურთიერთდამკვეთი წერტილები ფაქტობრივად სწორ ხაზზეა განლაგებული ან მასთან მიახლოებულია. ამიტომ მოცემულ შემთხვევაში ძირითადი ფონდების მოცულობასა და გამოშვებული პროდუქციის ურთიერთდამოკიდებულების ანალიზური ფორმა შეიძლება წრფივი განტოლებით $(y = a_0 + a_1 x)$ გამოისახოს.

ახლა ისმის კითხვა: კი მაგრამ რამდენად მოქმედებს მიზეზობრივი მოვლენის განვითარების ცვალებადობა საშედეგო მოვლენის განვითარების ცვალებადობაზე? როგორია მათ შორის კავშირის რაოდენობრივი თანაფარდობანი? ამისათვის ჯერ უნდა შევარჩიოთ მოცემული ემპირიული მონაცემების განვითარების ამსახველი განტოლება. როგორც ზემოთ

დავინახეთ, ჩვენს მაგალითზე, ძირითადი ფონდებისა და გამოშვებული პროდუქციის ურთიერთკავშირი წრფივი ფორმისაა და გამოისახება წრფივი განტოლებით: $\hat{y} = a_0 + a_1 x$, სადაც $\hat{y}$ - გამოშვებული პროდუქციის მოცულობის (საშედეგო მოვლენის) მოსწორებული დონეებია;

x – ძირითადი ფონდების ღირებულება (მიზეზობრივი მოვლენა). a_0 და a_1 პარამეტრებია, რომლებიც ამ ორ მოვლენას შორის კავშირის რაოდენობრივ თანაფარდობაზე მიანიშნებენ. მაშასადამე, ჩვენი შემთხვევა წყვილადი კორელაციის წრფივი სახეობის შემთხვევაა. a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებლად ზემოთმოტანილი განტოლებათა სისტემები მოცემულია სტატისტიკაში მზამზარეული ფორმით, რაც ზოგჯერ გაუგებრობას იწვევს. ამიტომ მიზანშეწონილია ვაჩვენოთ რა მათემატიკური აპარატის გამოყენებით მიიღება ასეთი სისტემები. ამოსავალი ამ სისტემების მისაღებად არის უმცირეს კვადრატთა მეთოდი, რომელიც შეიმუშავა კ.ფ. გაუსმა (1777-1855) და რომლის კრიტერიუმია შემდეგი სახის გამოსახულება: $\Sigma(y - \hat{y})^2 = \min$

სადაც y - საშედეგო მოვლენის ემპირიული, ფაქტობრივი დონეებია;

$\hat{y}$ – მოსწორებული, თეორიული დონეები.

მოსწორებული ანუ თერიული დონეები ($\hat{y}$) ისეთი მაჩვენებლებია, რომლებიც აღმოფხვრის ემპირიული დონეების ნახტომისებური განვითარების ჭრელ სურათს და წარმოადგენს მას მზარდი ან კლებადი ტენდენციის სურათის სახით. ჩვენს მაგალითზე, ფირმის საწარმოთა მიერ გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა ჯერ იზრდება (პირველი და მეორე დონეები), შემდეგ მცირდება (მესამე დონე), შემდეგ ისევ იზრდება და ა.შ. სწორედ ასეთი ზიგზაგისებური განვითარების სურათის

ალმოსაფხვრელადაა საჭირო მოსწორებული ანუ თეორიული დონეების გაანგარიშება. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის კრიტერიუმი გულისხმობს ისეთი თეორიული დონეების გაანგარიშებას, რომლისგანაც ემპირიული დონეების გადახრების კვადრატების ჯამი მინიმალური იქნება. ასეთი დონეების გასაანგარიშებელი განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელად უნდა მოიძებნოს $S = \Sigma(y - \hat{y})^2$ მინიმუმი. თუ $\hat{y}$-ის ნაცვლად ჩავსვამთ მის მნიშვნელობას $(a_0 + a_1 x)$, გვექნება:

$$S = \Sigma(y - a_0 - a_1 x)^2 = \min$$

ასეთი ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად არსებობს ორი გზა. პირველი გზა გულისხმობს აღნიშნული განტოლების ისეთ გარდაქმნაში, რომელიც მას მისცემს კვადრატული სამწევრის სახეს[1]. ამისათვის საჭიროა მოცემული ფუნქციის პირველ წევრად ჩათვალოდ y, ხოლო მეორე წევრად $a_0 - a_1 x$ და სახვაობა ავიყვანოთ კვადრატში. გვექნება:

$$S = \Sigma(y - a_0 - a_1 x)^2 = \Sigma\left[y^2 - 2y(a_0 - a_1 x) + (a_0 - a_1 x)^2\right] =$$
$$= \Sigma(y^2 - 2a_0 y + 2a_1 xy + a_0^2 - 2a_0 a_1 x + a_1^2 x^2) =$$
$$= \Sigma(y^2 + a_0^2 + a_1{}^2 x^2 - 2a_0 y - 2a_0 a_1 x + 2a_1 xy) =$$
$$= \Sigma y^2 + \Sigma a_0^2 + a_1{}^2 \Sigma x^2 - 2a_0 \Sigma y - 2a_0 a_1 \Sigma x + 2a_1 \Sigma xy$$

ტოლობის მარჯვენა მხარე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი კვადრატული სამწევრის სახით: 1) კვადრატული სამწევრა a_0-ის, $f(a_0)$ მიმართ და 2) კვადრატული სამწევრა a_1-ის მიმართ. გვექნება გამოსახულება (Σa_0 შეცვლილია მისი ექვივალენტური სიდიდით na_0):

---

[1]იხ. О. Ланге А. Банасинский, Теория статистики (перевод) Статистика, Москва, 1971, стр 256-257

$$S = f(a_0) = na_0^2 - 2a_0 \sum y - 2a_0 a_1 \sum x + c,$$

სადაც c როგორც $ax^2 + bx + c$ სამწევრის თავისუფალი წევრი ამ შემთხვევაში მოიცავს იმ წევრების ჯამს, რომლებიც არ შეიცავენ საძიებელი ანუ უცნობი პარამეტრის (a_0) რაიმე მნიშვნელობას $\sum y^2 + a_1^2 \sum x^2 + 2a_1 \sum xy$. გამოსახულებას $na_0^2 - 2a_0 \Sigma y + 2a_0 a_1 \Sigma x + c$ თუ გარდავქმნით, გვექნება $S = f(a_0) = na_0^2 + 2a_0(a_1 \Sigma x - \Sigma y) + c$. მიღებული ტოლობის მარჯვენა მხარე $f(x) = ax^2 + bx + c$ კვადრატული სამწევრას ტიპიური გამოსახულებაა, სადაც $a = n, b = 2(a_1 \Sigma x - \Sigma y)$ მათემატიკიდან ცნობილია, რომ კვადრატული სამწევრის $f(x) = ax^2 + bx + c$ წარმოებული $f'(x) = 2ax + b$ არსებობს ყველა $x \in b$ - ისათვის და ერთადერთ $x = -\frac{b}{2a}$ წერტილში. ამ წერტილში ფუნქციის მნიშვნელობა

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\frac{b^2}{4a^2} + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{D}{4a},$$

სადაც $D = b^2 - 4ac$, რაც $f(x) = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის დისკრიმინანტია. ამასთან $-\frac{b}{2a}$ ექსტრემალურ წერტილში ფუნქცია არის მაქსიმალური მნიშვნელობის, თუ $a < 0$, ხოლო თუ $a > 0$, მაშინ – მინიმალური მნიშვნელობის.

ჩვენს შემთხვევაში $a > 0$ ($n < 0$) და რადგან საძიებელი სიდიდეა a_0, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$a_0 = -\frac{2(a_1 \sum x - \sum y)}{2n} = -\frac{a_1 \sum x - \sum y}{n}; \quad na_0 = \sum y - a_1 \sum x$$

აქედან $na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y$. ეს არის პირველი განტოლება, რომელიც მივიღეთ იმ შემთხვევისათვის, როცა სამწევრის მინიმალური მნიშვნელობა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით გამოყენებისათვის ვიპოვეთ a_0–ის მიმართ.

ეხლა a_1–ის მიმართ შევადგინოთ სამწევრას გამოსახულება. ზემოთ მოტანილი ტოლობის მარჯვენა მხარე

$$S = \Sigma y^2 + \Sigma a_0^{\,2} + a_1^2\Sigma x^2 - 2a_0\Sigma y - 2a_0a_1\Sigma x + 2a_1\Sigma xy \quad (9.20)$$

შეგვიძლია a_1-ის მიმართ წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$S = f(a_1) = a_1^{\,2}\Sigma x^2 - 2a_0a_1\Sigma x + 2a_1\Sigma xy + c, \qquad (9.21)$$

სადაც თავისუფალი წევრი c იმ შესაკრებელთა ჯამია, რომლებიც არ შეიცავენ a_1-ს, როგორც საძიებელ სიდიდეს. თუ $-2a_1$-ს გავიტანთ ფრჩხილებს გარეთ, გვექნება:

$$S = f(a_1) = a_1^{\,2}\Sigma x^2 + 2a_1\left(a_0\Sigma x - \Sigma xy\right) + c.$$

ამ კვადრატულ სამწევრში $a = \Sigma x^2$-ს. აქედან a_1-ის მინიმალური მნიშვნელობა იქნება $-\dfrac{b}{2a}$,

$$\text{ანუ } a_1 = -\frac{2(a_0\Sigma x - \Sigma xy)}{2\Sigma x^2} = -\frac{a_0\Sigma x - \Sigma xy}{\Sigma x^2}$$

$$a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy - a_0\Sigma x \qquad a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy.$$

ეს არის მეორე განტოლება a_1-ის მიმართ. ახლა შეგვიძლია დავწეროთ a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებელ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy \end{cases}$$

მეორე გზა ასეთი განტოლებათა სისტემის მისაღებად $S = \Sigma(y - a_0 - a_1x)^2$ გაწარმოების წესია.

უმაღლესი მათემატიკიდან ცნობილია, რომ ორი უცნობის $S = f(a_0, a_1) = \Sigma(y - a_0 - a_1 x)^2$ ფუნქციის მნიშვნელობამ ექსტრემუმს შეიძლება მიაღწიოს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა მოცემული ფუნქციის პირველი რიგის კერძო წარმოებულები ნულის ტოლია, ე. ი. როცა

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \quad \text{და} \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \qquad (9.22)$$

გავიხსენოთ გაწარმოების ზოგიერთი წესი უმაღლესი მათემატიკიდან.

პირველ რიგში უნდა გავიხსენოთ, რომ ფუნქცია $S = f(a_0, a_1) = \Sigma[y - (a_0 + a_1 x)]^2 = \min$, რომელიც საჭიროა a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებელ განტოლებათა სისტემის მისაღებად, ჯერ უნდა გავაწარმოოთ a_0 მიმართ ანუ მოვძებნოთ პირველი რიგის კერძო წარმოებული a_0–ის მიმართ, შემდეგ ასეთნაირად უნდა მოვიქცეთ a_1–ის მიმართ. არის რთული ფუნქცია. გრ. ხიდეშელს[1] მოჰყავს ორი მაგალითი:

$$y = \lg x \qquad (9.23)$$

$$y = \lg(x - 2x) \qquad (9.24)$$

და მიანიშნებს, რომ (1) ფუნნქციაში არგუმენტი არის x, ხოლო (2) ფუნქციაში–გამოსახულება $x - 2x$, რომელიც დამოუკიდებელი x ცვლადის მიმართ თავისთავად წარმოადგენს ფუნქციას. **ფუნქციას, რომლის არგუმენტი თავის მხრივ ფუნქციას წარმოადგენს, ფუნქციის ფუნქცია, ანუ რთული ფუნქცია ეწოდება. თუ $x - 2x$ გამოსახულებას აღვნიშნავთ U-თი:**

---

[1]იხ. გრ. ხიდეშელი, უმაღლესი მატემატიკის ელემენტები, სახელმძღვანელო. თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბ., 1973, გვ. 368

$$U = x - 2x, \qquad (9.25)$$

მაშინ რთული ფუნქცია 9.24 შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$y = \lg U \text{, სადაც } U = x - 2x.$$

საზოგადოდ, მათემატიკაში რთულ ფუნქციას ასე ჩაწერენ:

$$y = f[\varphi(x)]$$

როგორც ჩანს „ ... y ცვლადი საბოლოოდ x-ის ფუნქციაა, მაგრამ x-ზე დამოკიდებულია არა უშუალოდ, არამედ დამხმარე ცვლადის U მეშვეობით".

რთული ფუნქციის გაწარმოების წესი შემდეგნაირია: ჯერ რთული ფუნქცია უნდა გავაწარმოოთ დამხმარე ცვლადის მიმართ, ხოლო დამხმარე ცვლადი, დამოუკიდებელი ცვლადის მიმართ და მიღებული შედეგები ერთმანეთზე გადავამრავლოთ.

დამხმარე ცვლადი ჩვენს შემთხვევაში არის ხარისხოვანი ფუნქცია $[(y-(a_0+a_1x)]^2$, რომელიც საჭიროებს ხარისხოვანი ფუნქციის გაწარმოების წესის გამოყენებას. ხარისხოვანი ფუნქციის წარმოებული უდრის ხარისხის მაჩვენებელი გამრავლებული იმავე არგუმენტზე 1-ით ნაკლებ ხარისხში. მაგალითად, $y'(x) = x^3 = 3x^2$ $y'(x) = x^2 = 2x$ და ა შ. ჩვენს მაგალითზე რთული ფუნქცია გაწარმოებული დამხმარე ცვლადით იქნება:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 2\sum(y - a_0 - a_1x) = 0 \qquad (9.26)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2\sum(y - a_0 - a_1x) = 0 \qquad (9.27)$$

მაგრამ თუ არგუმენტს $(y - a_0 - a_1x)$ განვიხილავთ თავისთავად ფუნქციის სახით დამოუკიდებელი ჯერ a_0 და შემდეგ a_1 ცვლადების მიმართ, გვექნება:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 - 1 - 0 = -1 \qquad (9.28),$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 - 0 - x = -x \qquad (9.29).$$

რადგანაც დამოუკიდებელი ცვლადის წარმოებული უდრის ერთს (a_0 პირველ შემთხვევაში და a_1–მეორე შემთხვევაში ერთის ტოლია, ისე როგორც $x' = 1$), ხოლო მუდმივების წარმოებული ნულის ტოლია, ისე როგორც $c' = 0$. პირველ შემთხვევაში მუდმივებია y და a_1, ხოლო მეორე შემთხვევაში y და a_0. საბოლოოდ როგორც რთული ფუნქციის გაწარმოების წესი მოითხოვს თუ გაწარმოების შედეგებს ერთმანეთზე გადავამრავლებთ და თითოეულ მათგანს გავუტოლებთ ნულს, მივიღებთ:

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2\sum(y - a_0 - a_1 x)(-1) = -2\sum(y - a_0 - a_1 x) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2\sum(y - a_0 - a_1 x)(-x) = -2\sum(xy - a_0 \sum x - a_1 \sum x^2) = 0$$

თუ ორთავე ტოლობის მარჯვენა მხარეს – 2-ზე შევკვეცავთ, მივიღებთ:

$$\Sigma y - n a_0 - a_1 \Sigma x = 0 \qquad n a_0 + a_1 \Sigma x = \Sigma y$$

$$\Sigma xy - a_0 \Sigma x - a_1 \Sigma x^2 = 0 \qquad a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 = \Sigma xy$$

მივიღეთ განტოლებათა სისტემა, რომელთა ამოსახსნელად და a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებლად მრავალი ჩვენთვის ცნობილი ხერხი არსებობს მათემატიკაში. მაგრამ აქედან ყველაზე მოსახერხებელი, ჩვენი აზრით, კრამერის

ფორმულების გამოყენებაა.

კრამერის ფორმულები და საერთოდ მატრიცული უმაღლესი ალგებრის ელემენტების გამოყენება ძალიან დიდ ეფექტს იძლევა ეკონომიკურ გაანგარიშებებში საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში. ასეთია მაგალითად, მატრიცული ალგებრის ელემენტების გამოყენება საანგარიშო დარგთაშორისი ბალანსის ოპტიმალურ გაანგარიშებებში და სხვა. ჩვენი ნორმალურ განტოლებათა სისტემა მატრიცული ფორმითა და მატრიცების ერთმანეთზე გადამრავლების წესის გათვალიწინებით შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$\begin{pmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{vmatrix} \qquad (9.30).$$

ეს ჩანაწერი მსგავსია წრფივ ალგებრაში ცნობილი ჩანაწერისა $\overline{A}x = \overline{B}$, სადაც A, a სახის კოეფიციენტებით შედგენილი მატრიცაა, $\overline{x} - x$-ის ვექტორი, ანუ იგივე ერთსვეტოვანი მატრიცა და $\overline{B} - B$ სახის ვექტორი. როგორც ვიცით აქ საძიებელი სიდიდეებია a_0 და a_1. კრამერის ფორმულების თანახმად თითოეული უცნობი უდრის წილადს, რომლის მნიშვნელია ამ სისტემის დეტერმინანტი $\begin{pmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{pmatrix}$, ხოლო მრიცხველი იგივე დეტერმინანტია, მაგრამ იმ განსხვავებით, რომ მასში საძიებელი უცნობის შესაბამისი კოეფიციენტებით შედგენილი ვექტორი შეცვლილია თავისუფალი წევრების $\begin{vmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{vmatrix}$ ვექტორით.

აქედან გამომდინარე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$a_0 = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma y & \Sigma x \\ \Sigma xy & \Sigma x^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{vmatrix}} = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma xy \Sigma x}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \qquad (9.31),$$

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} n & \Sigma y \\ \Sigma x & \Sigma xy \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{vmatrix}} = \frac{n\Sigma yx - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \qquad (9.32).$$

გავიანგარიშოთ პარამეტრები ჩვენს მიერ მოტანილი მაგალითის საფუძველზე.

ძირითად ფონდებსა და გამოშვებულ პროდუქციას შორის წრფიული კავშირის ინფორმაცია.

ცხრილი №26

ძირითადი ფონდების ღირებულება(x) (მლნ. ლარი)	გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა (y) (მლნ. ლარი)	x^2	y^2	$\hat{y} = -7.2 + 2.26x$
6	14	36	84	10
8	20	64	160	20
12.5	19	156.3	237.5	36
19	32.5	361	617.5	42
22.5	40	506.3	900	53
27.5	50.5	756.3	1388.8	59
30	47.5	900	1425	80
40	62.5	1600	2500	93
45.5	91.5	2070.3	4163.3	102
50	122.5	2500	5125	
Σ 261.0	500.3	8950.2	17901	500

ამ მონაცემების საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემა:

$$10a_0 + 261a_1 = 500.3$$

$$261a_0 + 8950.2a_1 = 17901$$

კრამერის ფორმულების გამოყენებით ამ სისტემის a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებლად გვექნება:

$$a_0 = \frac{\Sigma x^2 \Sigma y - \Sigma xy \Sigma x}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} = \frac{192376}{21382} = -7.2$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} = \frac{48432}{21381} = 2.2$$

განტოლება მიიღებს სახეს: $\hat{y} = -7.2 + 2.26x$ (მოსწორებული დონეები იხილეთ ცხრილის ბოლო სვეტში). მოსწორებული დონეების ჯამი უდრის 500-ს, ხოლო ემპირიული დონეების ჯამი–500,3-ს, $\Sigma(y - \hat{y})^2 = (500.3 - 500)^2 = 0.3^2 = 0.09$, რაც აკმაყოფილებს ამოცანის მინიმიზაციის პირობას. ეს იმას ნიშნავს, რომ შერჩეულმა წრფივმა განტოლებამ ადექვატურად ასახა ემპირიული დონეების განვითარება.

შევნიშნავთ, რომ ზოგჯერ განტოლების თავისუფალი წევრი a_0 ეკონომიკური შინაარსის მიხედვით უნდა იყოს დადებითი, რადგანაც ის საშედეგო მოვლენის რაღაც საწყისი დონეა, ხოლო რეგრესიის კოეფიციენტი a_1 გვიჩვენებს მიზეზობრივი ფაქტორის ვარიაციისა და საშედეგო მოვლენის ვარიაციას შორის კავშირის სიმჭიდროვის ძალას. რაოდენობრივად ის გვიჩვენებს შესაბამის ზომის ერთეულებში მიზეზობრივი მოვლენის ინდივიდუალური მნიშვნელობის ამავე მოვლენის (ფაქტორის) საშუალო მნიშვნელობიდან ერთი ერთეულით გადახრა (გადიდება ან შემცირება), რამდენი ერთეულით გამოიწვევს საშედეგო ფაქტორის (y) ინდივიდუალური მნიშვნელობის გადახრას ამავე საშედეგო ფაქტორის საშუალო მნიშვნელობიდან.

ჩვენს მაგალითზე შეიძლება ითქვას, რომ ძირითადი ფონდების ერთი მილიონი ლარით გადიდება ძირითადი ფონდების საშუალო წლიურ ღირებულებასთან შედარებით 2,2 მლნ. ლარით გაადიდებს გამოშვებული პრიდუქციის წლიურ მოცულობას ამავე მაჩვენებლის საშუალო წლიურ მაჩვენებელთან შედარებით. რით აიხსნება a_0 - უარყოფითი მნიშვნელობა?

ზოგიერთი ავტორის[1] მოსაზრებით ეს იმით აიხსნება, რომ საშედეგო ნიშნის (y) არსებობის არეალი არ მოიცავს მაზეზობრივი ფაქტორის (x) ნულოვან ან მასთან ახლო მდგომ მნიშვნელობებს. ამისათვის ავტორის აზრით, რომ შეიძლება გავიანგარიშოთ x ფაქტორის მინიმალური შესაძლებელი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც უზრუნველყოფილი იქნება y საშედეგო ფაქტორის მინიმალური მნიშვნელობა (ცხადია დადებითი).

ჩვენს მაგალითზე $x_{min} = a_0 : a_1 = 7.2 : 2.2 = 3.3$ მლნ. ლარი ეს არის ძირითადი ფონდების მინიმალური მოცულობა, რომლითაც მიიღწევა გამოშვებული პროდუქციის მინიმალური წლიური მოცულობა.

ავტორის (მ. იუზბაშევი) აზრით თუ y-ის არსებობის არეალი მოიცავს x-ის ნულოვან მნიშვნელობას, მაშინ თავისუფალი წევრი (a_0) დადებითია და აღნიშნავს საშედეგო მოვლენის საშუალო მნიშვნელობას.

5. პარაბოლური წყვილადი კორელაცია

წყვილადი კორელაციის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი სახეობა პარაბოლური, არაწრფივი კორელაცია, რომელიც შეიძლება

---

[1]იხილეთ, მაგალითად, Елисеева И. И. Юзбашев М. М. Общая теория статистики , Учебник, под редакцией И. И. Елисеевой – М. Финансы и статистика , 1995 с 208.

იყოს მე-2 რიგის ($\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$), მე-3 რიგის ($\hat{y} = a_0 + a_1 x^2 + a_2 x^3$) და ა. შ.

პარაბოლური სახის წყვილად კორელაციასთან მაშინ გვექნება საქმე, როცა მიზეზობრივი მოვლენის (x) თანაბარი (არითმეტიკული პროგრესიის) ცვლილებასთან დაკავშირებით შედეგო მოვლენა იცვლება (იზრდება ან მცირდება) შედარებით სწრაფად. ამ ცვალებადობის სისწრაფის ხარისხის მიხედვითაა სწორედ განსხვავებული პარაბოლის სახეობანი (მე-2 რიგის ანუ კვადრატული, მე–3 რიგის ანუ კუბური პარაბოლა და ა. შ.).

პარაბოლური წყვილადი კორელაციის შემთხვევაში რაგრესიის განტოლება ასეთი სახისაა:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad (9.33).$$

აქაც პარამეტრების a_0, a_1, a_2-ის საპოვნელად ვიყენებთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდს, რომლის მიხედვით $\Sigma(y - \hat{y})^2 = \min$.

თუ ამ გამოსახულებაში $\hat{y}$- ის ნაცვლად ჩავსვამთ $\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ გამოსახულებას, გვექნება $\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)^2 = \min$. როგორც ვიცით ეს ფუნქცია $S = f(a_0, a_1, a_2)$ მინიმალურ მნიშვნელობას ღებულობს მისი პირველი რიგის წარმოებულის ნულთან გატოლების შემთხვევაში.

ამიტომ საჭიროა ამ ფუნქციის, როგორც რთული ფუნქციის პირველი რიგის, კერძო წარმოებულის მოძებნა ჯერ a_0-ის მიმართ და ნულთან გატოლება, ასეთნაირი ოპერაციის ჩატარებაა საჭირო a_1-ის და a_2-ის მიმართ. გვექნება:

$$\frac{\partial s}{\partial a_0} = 2\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0$$
$$\frac{\partial s}{\partial a_1} = 2\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0 \qquad (9.34).$$
$$\frac{\partial s}{\partial a_2} = 2\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0$$

როგორც უკვე ჩვენთვის ცნობილია, რთული ფუნქციის წარმოებულის მოსაძებნად ტოლობის მარჯვენა მხარეზე არსებული გამოსახულება $a_0 - a_1 x - a_2 x^2$, რომელიც თავიდან განხილული იყო როგორც არგუმენტი, ამჯერად უნდა განვიხილოთ, როგორც x არგუმენტის ფუნქცია და გავაწარმოოთ ჩვეულებრივი ხერხებით, გვექნება:

$$\frac{\partial s}{\partial a_0} = -2\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0$$
$$\frac{\partial s}{\partial a_1} = -2x\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0 \qquad (9.35).$$
$$\frac{\partial s}{\partial a_2} = -2x^2\Sigma\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0$$

თუ სამივე ტოლობას შევკვეცავთ – 2-ზე და მოვახდენთ მარტივ ალგებრულ გარდაქმნებს, მივიღებთ a_0, a_1 და a_2 პარამეტრების ანუ რეგრესიის კოეფიციენტების გასაანგარიშებელ ნორმალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma y \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 + a_2\Sigma x^3 = \Sigma xy \\ a_0\Sigma x^2 + a_1\Sigma x^3 + a_2\Sigma x^4 = \Sigma x^2 y \end{cases} \qquad (9.36).$$

ამ სისტემის ამოხსნაც მოსახერხებელია იგივე კრამერის დეტერმინანტების გამოყენებით. სტატისტიკოსები ამჯობინებენ სისტემის გამარტივებას x-ის ნაცვლად $(x-\bar{x})$-ს გამოყენებით. ამ შემთხვევაში სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma(x-\bar{x}) + a_2\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma y \\ a_0\Sigma(x-\bar{x}) + a_1\Sigma(x-\bar{x})^2 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^3 = \Sigma(x-\bar{x})y \\ a_0\Sigma(x-\bar{x})^2 + a_1\Sigma(x-\bar{x})^3 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^4 = \Sigma(x-\bar{x})^2 y \end{cases} \quad (9.37).$$

ვინაიდან $\Sigma(x-\bar{x}) = 0$, ამიტომ სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} na_0 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma y \\ a_1\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma(x-\bar{x})y \\ a_0\Sigma(x-\bar{x})^2 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^4 = \Sigma(x-\bar{x})^2 y \end{cases} \quad (9.38).$$

მეორე განტოლებიდან $a_1 = \dfrac{\Sigma(x-\bar{x})y}{\Sigma(x-\bar{x})^2}$, ხოლო a_0 და a_2 მიიღება ორუცნობიანი განტოლებათა შემდეგი სისტემის ამოხსნით:

$$\begin{cases} na_0 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma y \\ a_0\Sigma(x-\bar{x})^2 + a_2\Sigma(x-\bar{x})^4 = \Sigma(x-\bar{x})^2 y \end{cases} \quad (9.39).$$

ასეთი გზით ჩვენ ვღებულობთ y და $(x-\bar{x})^2$-ს შორის ურთიერთკავშირის რეგრესულ განტოლებას

$$\hat{y} = a_0 + a_1(x-\bar{x}) + a_2(x-\bar{x})^2 \quad (9.40).$$

თუ ასეთ განტოლებაში ბოლოს, a_0, a_1 და a_2 პარამეტრების განსაზღვრის შემდეგ, ჩავსვამთ $\bar{x}$, მნიშვნელობას და მიღებულ გამოსახულებას გარდავქმნით, მივიღებთ y-სა და x -ს შორის ურთიერთკავშირის პარაბოლურ განტოლებას.

მოვიტანოთ პრაქტიკული მაგალითი სასოფლო-სამეურნეო სავარგულებზე სასუქების შეტანის რაოდენობასა და მოსავლიანობას შორის ურთიერთკავშირის შესახებ. როგორც ცნობილია სასუქების სასოფლო-სამეურნეო სავარგულებზე შეტანის რაოდენობის გადიდება გარკვეულ საზღვრამდე სხვა თანაბარ პირობებში იწვევს სასოფლო-სამეურნეო შესაბამისი კულტურის (სიმინდის, ბრინჯის, სოიას, ჩაის მწვანე ფოთლის და სხვა) მოსავლიანობის გადიდებას. მაგრამ ეს ხდება არა ყოველთვის, ყველა კონკრეტულ შემთხვევაში, არამედ ზოგადად, საბოლოოდ დაკვირვების საკმარისი რიცხვის პირობებში. ამ შემთხვევაში ამ ორ მოვლენას შორის არსებობს კორელაციური ანუ სტატისტიკური კავშირი, რომელიც ცალკეულ კონკრეტულ შემთხვევაში მოსავლიანობაზე მოქმედი სხვა ფაქტორების (მიწის ნაყოფიერება, ნიადაგის დამუშავების აგროტექნიკური ვადები, ნალექების მოსვლის რეჟიმი წლის მანძილზე და სხვ.) ზეგავლენით შეიძლება გადაიფაროს სასუქების შეტანის ზემოქმედების ფაქტორი და მივიღოთ საწინააღმდეგო სურათი. ვთქვათ გვაქვს ასეთი სურათი:

ცხრილი №27

მინერალური სასუქების შენატანის რაოდენობა (x)	2	4	6	8	10
მოსავლიანობა, ც/ჰა (y)	32	38	40	44	46

შევადგინოთ, a_0, a_1 და a_2 პარამეტრების გასაანგარიშებელ

მონაცემების ცხრილი x-ის $x-\bar{x}$-სხვაობით შეცვლის შემთხვევისათვის.

საანგარიშო ცხრილი

ცხრილი. №28

(x)	(y)	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^4$	$y(x-\bar{x})$	$y(x-\bar{x})^2$	$\hat{y}$
2	32	-4	16	256	-128	512	32
4	38	-2	4	16	-76	152	38
6	40	0	0	0	0	0	41
8	44	+2	4	16	88	176	44
10	46	+4	16	256	184	736	45
$\bar{x}=6$	200	0	40	544	68	1576	200

დავწეროთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემა (x)-ის $(x-\bar{x})$ სხვაობებით შეცვლის პირობებისათვის $n=5$, გვექნება:

$$5a_0+40a_2=200$$
$$40a_1=68$$
$$40a_0+544a_2=1576$$

აქედან მეორე განტოლების მიხედვით $a_1=\frac{68}{40}=1.7$, ხოლო a_0, და a_2 პარამეტრების საპოვნელად გვაქვს შემდეგი სახის ორუცნობიანი განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases}5a_0+40a_2=200\\40a_0+544a_2=1576\end{cases}$$

ამ სისტემის ამოსახსნელად თუ კრამერის ფორმულებს გამოვიყენებთ, მივიღებთ:

$$a_0=40.85,\quad a_1=1.7\quad \text{და}\quad a_2=-0.107$$

პარაბოლური განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\hat{y}=40.85+1.7(x-\bar{x})-0.107(x-\bar{x})^2$$

თუ ამ განტოლებაში ჩავსვამთ $\bar{x}$ -ს მნიშვნელობას $(\bar{x}=6)$ და მოვახდენთ ელემენტარულ ალგებრულ გარდაქმნებს, მივიღებთ:

$$\hat{y}=40.85+1.7(x-6)-0.107(x-6)^2=40.85+1.7x+10.2-0.107(x^2-12x+36)=$$
$$=40.85+1.7x-10.2-0.107x^2+1.284x-3.852=26.7+2.984x-0.107x^2$$

საბოლოოდ ჩვენი საძიებელი პარაბოლური განტოლება:

$$\hat{y}=26.7+2.984x-0.107x^2 \quad (9.41)$$

- მოსწორებული დონეები ცხრილის ბოლო სვეტში ჯამთი ჯამი მეტყველებს, რომ შერჩეული პარაბოლური ფორმულა ადექვატურად ასახავს ემპირიული დონეების განვითარების სურათს.

6. პიპერბოლური არაწრფივი წყვილადი კორელაცია

ჰიპერბოლური წყვილადი, არაწრფივი ურთიერთკავშირები ეკონომიკურ ანალიზში გამოიყენება ისეთ შემთხვევებში, როცა ერთი მოვლენის (მიზეზობრივი მოვლენა – x) გადიდება იწვევს მეორე მოვლენის (საშედეგო მოვლენა – y) შემცირებას ან პირიქით, შემცირება იწვევს გადიდებას. მოვლენებისა და პროცესების ამ სახის ურთიერთკავშირის შემთხვევები ძალიან ხშირია ეკონომიკაში. ასეთია, მაგალითად, ურთიერთდამოკიდებულება წარმოების მოცულობასა და პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებას და სხვ. შორის.

მაგალითად, ეკონომიკაში ცნობილია, რომ ამა თუ იმ ფირმის მიერ წარმოებული პროდუქციის მოცულობის გადიდება იწვევს პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების[1] შემცირებას და

[1]თვითღირებულება ეწოდება პროდუქციის წარმოებისა და რეალიზაციის დანახარჯების ფულად გამოხატულებას. განსხვავება სააბაზრო ფასსა და თვითღირებულებას შორის წარმოქმნის ფირმის მოგებას. ამიტომ საქმიანი ბიზნესმენები კონკურენტულ ბრძოლაში ცდილობენ ნაკლები დანახარჯებით აწარმოონ მეტი რაოდენობის პროდუქცია და მიიღონ მაღალი მოგება.

ამ საფუძველზე მოგების გადიდებას, ან პირიქით, წარმოების მოცულობის შემცირება იწვევს პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების გადიდებას. პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებასა (c) და წარმოების მოცულობას (x) შორის ურთიერთკავშირი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$c = a + \frac{b}{x} \qquad (9.42)$$

სადაც a – პირობით–ცვალებადი ხარჯებია პროდუქციის ერთეულზე;

b – პირობით-უცვლელი ხარჯები მოცემულ პერიოდში (თვე, კვარტალი, წელი);

x – მოცემულ პერიოდში პროდუქციის გამოშვების მოცულობა;

c – პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება.

პირობით-ცვალებადი ხარჯები ის ხარჯებია, რომელთა საერთო მოცულობა წარმოების მოცულობის ცვალებადობასთან ერთად იცვლება, მაგრამ უცვლელი რჩება პროდუქციის ერთეულზე. ასეთია, მაგალითად, ძირითადი ნედლეულისა და მასალების, აგრეთვე ტექნოლოგიური სათბობის, ტექნოლოგიური ელექტროენერგიის, ძირითადი მუშების ხელფასის და სხვა დანახარჯები. ისე, რომ ეს ხარჯები პირობით ცვალებადია წარმოების მოცულობის მიმართ, ხოლო პირობით-უცვლელია პროდუქციის ერთეულის მიმართ ანუ წარმოების მოცულობის ერთეულზე. პირობით-უცვლელი ხარჯები არის, მაგალითად, ფირმის დროით ანაზღაურებაზე მყოფი მუშაკების ხელფასი, შენობების ამორტიზაცია ან შენობის ქირის და სხვა დანახარჯები, რომლებიც მოცემულ პერიოდში (თვე, კვარტალი, წელი) არ იცვლება და ამიტომ წარმოების მოცულობის გადიდებისას პროდუქციის ერთეულზე მცირდება (ეს კარგად ჩანს ზემოთ მოტანილი ფორმულიდან, სადაც x-ის გადიდებასთან ერთად მცირდება c). ასეთივე ურთიერთდამოკიდებულებაა მეცხოველეობაში ცხოველის

გამოკვების დანახარჯებსა და ასაკს შორის. თავიდან (მელორეობა, მეძროხეობა, მექათმეობა და ა.შ.) ცხოველის გარკვეულ ასაკამდე რაციონალურ გამოკვებასთან ერთად ცხოველის წონითი ნამატის ერთეულზე (მაგალითად, 1 კგ-ზე) ნაკლები დანახარჯებია პირუტყვის გამოკვებაზე საჭირო იმდენად, რამდენადაც პირუტყვის წონა უფრო მეტად მატულობს, ვიდრე გამოკვებაზე საჭირო დანახარჯები. ზრდადასრულებული პირუტყვის გარკვეულ ასაკში შეიძლება ეს ტენდენცია შეიცვალოს. ამიტომ უნარიანი ბიზნესმენები ითვალისწინებენ ამ ფაქტორის გავლენას წარმოების მოგების გადიდების საქმეში და ცდილობენ იმ ასაკში გაუშვან დაკლული პირუტყვი ან ფრინველი და ღორი რეალიზაციაში, რომლის შემდეგ მათ გამოკვებაზე დანახარჯები წონითი ნამატის ერთეულზე გადიდებას იწყებს. ამ თემის მე-3 საკითხში მოტანილია მოვლენათა შორის ურთიერთშებრუნებული კავშირის ჰიპერბოლური განტოლება: $\hat{y} = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$. აქაც უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით $\Sigma(y - \bar{y})^2 = \min$, ან $\Sigma\left(y - a_0 - a_1 \frac{1}{x}\right)^2 = \min$ განტოლებაში $\bar{y}$-ის ნაცვლად მისი ტოლი სიდიდის $a_0 + a_1 \frac{1}{x}$ ჩასმით, ჯერ a_0-ის, შემდეგ a_1-ის მიმართ პირველი რიგის კერძო წარმოებულების პოვნისა და ნულთან გატოლებით, ანუ S ფუნქციის $f(a_0, a_1)$ მინიმუმის მოძებნით ვღებულობთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y \\ a_0 \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \Sigma \frac{1}{x^2} = \Sigma \frac{y}{x} \end{cases} \qquad (9.43)$$

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი:

ფირმას გააჩნია ხუთი სახის წარმოება, რომელთა მიხედვით ეკონომიკური მაჩვენებლები შემდეგ სურათს იძლევა:

ცხრილი №29

წარმოების ნომრები	1	2	3	4	5
სასაქონლო პროდუქცია (მლნ. ლარი) (x)	5.0	6.5	10.8	11.2	15.0
დანახარჯები სასაქონლო პროდუქციის 1 ლარზე (ლარი) (y)	0.98	0.94	0.91	0.85	0.80

შევადგინოთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელი ინფორმაციის ცხრილი:

ცხრილი №30

წარმოების ნომერი	(x)	(y)	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$y\frac{1}{x^2}$	$\dot{y} = 0.78 + 1.2\frac{1}{x}$
1	5.0	0.98	0.2	0.040	0.196	0.98
2	6.5	0.94	0.15	0.023	0.141	0.93
3	10.8	0.91	0.09	0.0086	0.082	0.86
4	11.2	0.85	0.08	0.0079	0.068	0.86
5	15	0.80	0.07	0.0044	0.056	0.85
Σ	48.5	4.48	0.59	0.084	0.543	4.48

ჰიპერბოლური განტოლების პარამეტრების ამოსახსნელი ნორმალურ განტოლებათა ზემოთმოტანილი სისტემა განსხვავდება წრფივი განტოლების პარამეტრების ამოსახსნელი სისტემისაგან მხოლოდ იმით, რომ მასში x-ის ნაცვლად ჩასმულია $\frac{1}{x}$. ამიტომ კრამერის ფორმულების გამოყენებით წრფივი განტოლების მსგავსად პირდაპირ შეგვიძლია დავწეროთ a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებელი ფორმულები:

$$a_0 = \frac{\Sigma y \cdot \Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{y}{x} \cdot \Sigma \frac{1}{x}}{n\Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{1}{x} \cdot \Sigma \frac{1}{x}} \qquad (9.44)$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma\frac{y}{x} - \Sigma\frac{1}{x}\cdot\Sigma y}{n\Sigma\frac{1}{x^2} - \Sigma\frac{1}{x}\cdot\Sigma\frac{1}{x}} \qquad (9.45)$$

ჩვენი მონაცემების ამ ფორმულაში ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$a_0 = \frac{4.48\cdot 0.084 - 0.543\cdot 0.59}{5\cdot 0.084 - 0.59\cdot 0.59} = 0.78$$

$$a_1 = \frac{5\cdot 0.543 - 0.59\cdot 4.48}{5\cdot 0.084 - 0.59\cdot 0.59} = 1.0$$

ამრიგად მივიღეთ განტოლება: $\hat{y} = 0.78 + 1.0\frac{1}{x}$ (9.46), რომელშიც ემპირიული ანუ ფაქტობრივი მონაცემების (x-ის მნიშვნელობების) შეტანით მივიღებთ $\hat{y}$-ის შესაბამის მოსწორებულ დონეებს (ეს დონეები ნაჩვენებია ცხრილის ბოლო სვეტში). როგორც ჩანს განსხვავებათა ჯამი ემპირიულ და თეორიულ (მოსწორებულ) დონეთა შორის ნულის ტოლია, რაც მიანიშნებს რეგრესიული ჰიპერბოლური განტოლების შერჩევის სისწორეზე.

7. არაწრფივი, მაჩვენებლიანი წყვილადი კორელაცია

წყვილადი კორელაციის ერთერთი სახეობაა არაწრფივი მაჩვენებლიანი ფუნქცია, რომელიც როგორც ამ თემის მე-3 პარაგრაფშია ნაჩვენები გამოისახება განტოლებით:

$$y = a_0 a_1^x \qquad (9.47)$$

გალოგარითმების შედეგად ეს ფუნქცია ღებულობს წრფივ ფორმას: $\log y = \log a_0 + x\log a_1$

a_0 და a_1 პარამეტრების მოსაძებნად ნორმალურ წრფივ განტოლებათა სისტემის მსგავსად, სადაც $a_0 = \log a_0$, $a_1 = \log a_1$ და $\Sigma y = \Sigma \log y$, გვექნება:

$$\begin{aligned} n\log a_0 + \log a_1 \Sigma x &= \Sigma \log y \\ \log a_0 \Sigma x + \log a_1 \Sigma x^2 &= \Sigma x \log y \end{aligned} \qquad (9.48)$$

მაჩვენებლინი ფუნქცია კორელაციურ ანალიზში გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როდესაც საშედეგო მოვლენის განვითარება მიზეზობრივი მოვლენის ცვალებადობასთან ერთად ნახტომისებურად წარიმართება.

დეტერმინანტთა თეორიითა და კრამერის ფორმულებით ჯერ განისაზღვრება $\log a_0$ და $\log a_1$:

$$\begin{aligned} \lg a_0 &= \frac{\Sigma \lg y \cdot \Sigma x^2 - \Sigma x \lg y \cdot \Sigma x}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \cdot \Sigma x}, \\ \lg a_1 &= \frac{n\Sigma x \lg y + \Sigma x \cdot \Sigma \lg y}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \cdot \Sigma x} \end{aligned} \qquad (9.49)$$

ბრადისის ცხრილის ანტილოგარითმებში მოვნახავთ გაანგარიშებული $\log a_0$ და $\log a_1$ ციფრობრივი მონაცემების შესაბამის a_0 და a_1 მნიშვნელობას. ამის შემდეგ შეგვიძლია დავწეროთ საძიე ბელი განტოლება, რომლის მიხედვითაც ვიპოვით $\hat{y}$-ის თეორიულ დონეებს. ამ დონეების შედარება უმცირეს კვადრატთა მეთოდის $\Sigma(y - \hat{y})^2 = \min$ გამოყენებით ფაქტობრივ ანუ ემპირიულ დონეებთან გვაძლევს შერჩეული განტოლების შეფასების საშუალებას.

8. მრავლობითი კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზი

წყვილადი კორელაციის განხილვისას საქმე გვქონდა ორ ურთიერთდამოკიდებულ მოვლენასთან, რომელთაგან ერთი იყო მიზეზობრივი ფაქტორი, ხოლო მეორე – საშედეგო. მაგრამ ეკონომიკაში ამა თუ იმ სახის მოვლენის განვითარებაზე მოქმედებს არა მხოლოდ ერთი, არამედ მრავალი ფაქტორი. ავიღოთ, მაგალითად, ნიადაგებში სასუქების შეტანის რაოდენობასა და ამ საფუძველზე სასოფლო-სამეურნეო კულტურის მოსავლიანობის ცვალებადობა, ან კიდევ მუშათა კვალიფიკაცია და მასთან დაკავშირებული შრომის ნაყოფიერება. მოსავლიანობაზე ზემოქმედებს არა მარტო სასუქების შეტანის რაოდენობა ნიადაგებში, არამედ ნიადაგების დამუშავების აგროტექნიკური ვადები, ნიადაგის ნაყოფიერება, წლის მანძილზე ნალექების მოსვლის რეჟიმი და სხვ. შრომის ნაყოფიერებაზე მოქმედებს არა მარტო მუშების კვალიფიკაციის დონე, არამედ მოწყობილობის წარმადობა, ნედლეულით, სათბობით, ელექტროენერგიით და სხვა საჭირო საბრუნავი სახსრებით ფირმის მომარაგება, ბიზნესის ორგანიზაცია, ხელმძღვანელობის უნარჩვევები, შრომისა და წარმოების ორგანიზაცია და სხვა ფაქტორები. ამიტომ რთული სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ანალიზის დროს საჭიროა ამ მოვლენებისა და პროცესების განვითარებაზე მოქმედი მრავალი ფაქტორის განხილვა, რომელიც წარმოშობს მრავალფაქტორულ ანუ მრავლობით კორელაციას.

მრავალფაქტორული ანუ მრავლობითი კორელაცია მოვლენებს შორის სტატისტიკური, სტოქასტური კავშირია, ხოლო რეგრესია – კავშირის გამომსახველი განტოლებაა. ამიტომ ხშირად მრავლობით კორელაციას მრავლობით რეგრესიასაც უწოდებენ სტატისტიკურ მეცნიერებაში.

მრავლობითი კორელაციურ-რეგრესული ანალიზის საწყის ეტაპზე აუცილებელია შეირჩეს საანალიზო მოვლენაზე მოქმედი უმნიშვნელოვანესი ფაქორები და მრავალ ფაქტორსა და

საშედეგო მოვლენას შორის ურთიერთკავშირის ადექვატურად ამსახველი შესაბამისი მათემატიკური ფუნქცია. პირველი ამოცანა ეკონომიკური ამოცანაა და მას ყველაზე კარგად რთულ ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში გათვითცნობიერებული მაღალკვალიფიციური ეკონომისტი გადაწყვეტს, ხოლო მეორე – მეტად რთული მათემატიკური სახის ამოცანაა და მას ამჟამად კომპიუტერული ტექნიკის გამოყენებით წყვეტენ. ამ ეტაპზე საშედეგო მოვლენასა და მასზედ მოქმედ მრავალ ფაქტორს შორის ურთიერთკავშირის გამომსახველი მრავალი მოდელიდან ხდება ისეთის შერჩევა, რომელიც როგორც წინა მასალაში იყო ნაჩვენები, უზრუნველყოფს უმცირეს კვადრატთა მეთოდის მიხედვით $\Sigma(y-\hat{y})^2=\min$ გამოსახულების მინიმიზაციის კრიტერიუმებით ამოცანის გადაწყვეტას. ასეთი თეორიული მოდელები კი მრავლობითი კორელაციის შემთხვევაში არის როგორც წრფივი ისე არაწრფივი სახის.

წრფივი მოდელია $\hat{y}=a_0+a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n$ (9.50)

ხოლო არაწრფივია :

1. პარაბოლური: $\hat{y}=a_0+a_1x_1^2+a_2x_2^2+\ldots+a_nx_n^2$ (9.51)

2. ჰიპერბოლური $\hat{y}=a_0+\frac{a_1}{x_1}+\frac{a_2}{x_2}+\ldots+\frac{a_n}{x_n}$ (9.52)

3. ხარისხოვანი $\hat{y}=a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}\ldots x_n^{a_n}$ (9.53)

4. მაჩვენებლიანი $\hat{y}=e^{a_0+a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n}$ (9.54)

ამ მოდელებში $\hat{y}$ საშედეგო მოვლენის გამომსახველი სიმბოლოა, $x(x_1,x_2,\ldots,x_n)$– მიზეზობრივი მოვლენის ანუ საშედეგო მოვლენაზე მოქმედი ფაქტორის გამომსახველი სიმბოლოა.

a_0– თავისუფალი წევრი,

$a_1,a_2,\ldots,a_n$ – რეგრსიის კოეფიციენტებია ანუ საძიებელი

პარამეტრებია, რომელთა მნიშვნელობანი მეტყველებს თუ როგორ მოქმედებს თითოეული მათგანი საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე.

$a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ პარამეტრების გასაანგარიშებელ განტოლებათა სისტემა მიიღება მოდელის გაწარმოებით ჯერ a_0, შემდეგ $a_1, a_2, ..., a_n$ -ის მიმართ ცალცალკე და პირველი რიგის კერძო წარმოებულის ნულთან გატოლებით.

თუ წრფივი განტოლების (დანარჩენი არაწრფივი განტოლებანი გალოგარითმების წესით ჯერ უნდა დავიყვანოთ წრფივ ფორმაზე და შემდეგ ვაწარმოოთ წრფივი განტოლებით მსგავსი მოქმედებანი) მიმართ ვაწარმოებთ მოქმედებებს, მაშინ უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მოიძებნება

$$S = f(a_0, a_1, a_2, ..., a_n) = \Sigma(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 ... - a_nx_n) = \min$$

ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობანი. ამ მნიშვნელობებს ეს ფუნქცია, როგორც ვიცით ღებულობს მხოლოდ მაშინ, როცა მისი პირველი რიგის კერძო წარმოებულები გაუტოლდება ნულს. მაშასადამე, უნდა ვიპოვოთ S ფუნქციის კერძო წარმოებულები ცალცალკე $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$-ის მიმართ და გავუტოლოთ ნულს. ე.ი.

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, ..., \frac{\partial S}{\partial a_n} = 0. \qquad (9.55)$$

მაგალითად, a_2 პარამეტრის მიმართ გვექნება:

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = \Sigma 2(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 ... - a_nx_n) \cdot (-x_2) = 0$$

მარტივი ალგებრული გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ:

$$a_0\Sigma x_1 + a_2\Sigma x_1x_2 + a_2\Sigma {x_2}^2 + ... + a_n\Sigma x_2x_n = \Sigma yx_2$$

თუ ყველა პარამეტრის მიხედვით ასეთ მოქმედებებს ჩავატარებთ მივიღებთ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x_1 + a_2\Sigma x_2 + \ldots + a_n\Sigma x_n = \Sigma y \\ a_0\Sigma x_1 + a_1\Sigma x_1^2 + a_2\Sigma x_1 x_2 + \ldots + a_n\Sigma x_n x_1 = \Sigma x_1 y \\ a_0\Sigma x_2 + a_1\Sigma x_1 x_2 + a_2\Sigma x_2^2 + \ldots + a_n\Sigma x_2 x_n = \Sigma y x_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_n\Sigma x_n + a_1\Sigma x_1 x_n + a_2\Sigma x_2 x_n + \ldots + a_n\Sigma x_n^2 = \Sigma y x_n \end{cases} \quad (9.56)$$

განტოლებათა სისტემის ამოხსნა $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ პარამეტრების მიმართ ადვილად შეიძლება დეტერმინანტთა თეორიისა და კრამერის ფორმულების გამოყენებით.

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი:

როგორც ცნობილია მაღალი ხარისხის ჩაის ხვედრითი წილი (y) ჩაის მზა პროდუქციის საერთო რაოდენობაში დამოკიდებულია პირველ რიგში, უმაღლესი ხარისხის ნედლეულის ხვედრით წილზე დამზადებული ჩაის მწვანე მასის საერთო რაოდენობაში და აგრეთვე ჩაის მწვანე ფოთლის მოკრეფიდან მის გადამუშავებამდე დაყოვნების დროზე, იმდენად, რამდენადაც ნედლეულში დროის დაყოვნებასთან დაკავშირებით იკარგება მშრალი ნივთიერება, რაც იწვევს მზა პროდუქციის ხარისხის გაუარესებას. ვთქვათ გვაქვს შემდეგი მონაცემები (ციფრები პირობითია):

უმაღლესი და I სორტის ჩაის მზა პროდუქციის დამოკიდებულება ნედლეულის ხარისხსა და გადამუსავების დაყოვნების დროზე.

ცხრილი №31

ჩაის მწვანე ფოთლის დამზადების ზონები	უმაღლესი და I ხარისხის მზა პროდუქციის ხვედრითი წილი (%) y	I სორტის ნედლეულის ხვედრითი წილი ნედლეულის საერთო მასაში (%) x_1	ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების საშუალო დრო (საათებში) x_2
I ზონა	42.5	55.6	25
II ზონა	43.8	57.7	20
III ზონა	45.6	60.8	26
IV ზონა	44.8	61.5	17
V ზონა	46.7	62.8	17

მრავლობითი რეგრესიის ზოგადი განტოლება ამ შემთხვევაში იქნება:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (9.57)$$

შევადგინოთ რეგრესიის პარამეტრების გასაანგარიშებელი ცხრილი:

ცხრილი №32

y	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	x_1x_2	x_1y	x_2y	$\hat{y}$
42.5	55.6	25	3091.4	625	1390.0	2363.0	1062.5	42.8
43.8	57.7	20	3329.3	400	1154.0	2527.3	876.0	43.7
45.6	60.8	26	3696.6	676	1580.8	2772.5	1185.6	45.2
44.8	61.5	19	3782.3	361	1168.5	2755.2	851.2	45.4
46.7	62.8	17	3943.8	289	1067.5	2932.8	793.9	46.0
223.4	298.4	107	17843.4	2351	6360.9	13350.8	4769.2	223.11

ზოგადად ამ ამოცანის გადაწყვეტისათვის საჭირო ნორმალურ განტოლებათა სისტემა ასეთი სახისაა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x_1 + a_2\Sigma x_2 = \Sigma y \\ a_0\Sigma x_1 + a_1\Sigma x_1^2 + a_2\Sigma x_1x_2 = \Sigma x_1y \\ a_0\Sigma x_2 + a_1\Sigma x_1x_2 + a_2\Sigma x_2^2 = \Sigma x_2y \end{cases}$$

ჩვენი მონაცემების საფუძველზე ეს განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} 5a_0 + 298.4a_1 + 107a_2 = 223.4 \\ 298.4a_0 + 17843.4a_1 + 6360.9a_2 = 13350.8 \\ 107a_0 + 6360.9a_1 + 2351a_2 = 4769.2 \end{cases}$$

გავყოთ თითოეული განტოლება a_0-ის კოეფიციენტებზე (პირველი განტოლება 5-ზე, მეორე 298.4-ზე, ხოლო მესამე – 107-ზე), მივიღებთ:

$$\begin{cases} a_0 + 59.68a_1 + 21.40a_2 = 44.68 \\ a_0 + 59.80a_1 + 21.32a_2 = 44.74 \\ a_0 + 59.45a_1 + 21.97a_2 = 44.57 \end{cases}$$

თუ მეორე და მესამე განტოლებებს ცალცალკე გამოვაკლებთ პირველ განტოლებას, გვექნება:

$$\begin{cases} 0.21a_1 + 0.08a_2 = 0.06 \\ -0.23a_1 + 0.57a_2 = 0.11 \end{cases}$$

თუ იმავე პროცედურას გავიმეორებთ მიღებულ განტოლებათა სისტემის მიმართ, მივიღებთ პარამეტრების მნიშვნელობებს:

$$a_0 = 17.59$$
$$a_1 = 0.45$$
$$a_2 = 0.011$$

მრავლობითი რეგრესიის განტოლება ასეთი სახის იქნება:

$$\hat{y} = 17.59 + 0.45x_1 + 0.011x_2 \quad (9.58)$$

ამ განტოლებით მოსწორებული დონეები, რომლებიც, მოთავსებულია ცხრილის ბოლო სვეტში, ჯამში იძლევა 223.11-ს, რაც მცირედითაა განსხავავებული ემპირიული დონეების ჯამისაგან (223.4). განსხვავება გამოწვეულია ციფრების დამრგვალებით. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ჩვენს მიერ შერჩეულმა წრფივმა მრავალფაქტორულმა მოდელმა ადექვატურად ასახა ემპირიული მონაცემების, ჩვენს შემთხვევაში ჩაის ხარისხის ამაღლების დამოკიდებულება ნედლეულის ხარისხსა და გადამუშავების დაყოვნების დროზე.

მრავლობითი კორელაციურ-რეგრეციული ანალიზის დროს უნდა გავითვალისწინოთ შერჩეულ ფაქტორთა არაერთგვაროვნება, მათი სხვადასხვა ზომის ერთეულებში გამოსახვა და სხვა მოვლენები და პროცესები, რომლებიც ზოგჯერ ამახინჯებს მიზეზ-შედეგობრივი ურთიერთკავშირის სურათს. ამიტომ სტატისტიკაში შემოღებულია ფაქტორთა გადაყვანის პრაქტიკა ერთგვაროვან, ფარდობით სიდიდეებში. ასეთ ქმედებას უწოდებენ ცვლადების **სტანდარტიზაციას** ანუ მათ წარმოდგენას **სტანდარტულ** მასშტაბებში. ცვლადების y, x_1, x_2, x_n სტანდარტულ მასშტაბებში გადაყვანა

წარმოებს ფორმულებით:

$$t_{iy} = \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad t_{ix} = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \qquad (9.59),$$

სადაც t_{iy} და t_{ix} შესაბამისად y და x ნატურალურ მნიშვნელობათა სტანდარტული შეფარდებითი სიდიდეებია, $\bar{y}$ და $\bar{x}$ – მონაცემთა საშუალო არითმეტიკულია

σ_y და σ_x - შესაბამისად y და x მონაცემთა საშუალოკვადრატული გადახრაა.

სტანდარტულ მასშტაბში გადაყვანილი ცვლადების საშუალო მნიშვნელობა ნულის ტოლია ($\bar{t}_{iy} = 0, \quad \bar{t}_{ix} = 0$), ხოლო საშუალოკვადრატული გადახრა უდრის ერთს.

სტანდარტულ მასშტაბებში რეგრესის წრფივი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$t_y = B_1 t_1 + B_2 t_2 + \ldots + B_n t_n \qquad (9.60)$$

(a_0 განტოლებაში არა გვაქვს, ვინაიდან მისი მიღება შეიძლება განტოლებით: $a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}_1 - a_2\bar{x}_2 - \ldots - a_n\bar{x}_n$)

B კოეფიციენტები განტოლებაში არის რეგრესიის სტანდარტიზებული კოეფიციენტები, რომლებიც გვიჩვენებენ ამა თუ იმ ფაქტორის საშუალოკვადრატული გადახრით ცვალებადობისას, ამ საშუალოკვადრატული გადახრის რა ნაწილით შეიცვლება საშედეგო მოვლენა სხვა ფაქტორების უცვლელობის პირობებში.

B კოეფიციენტების გაანგარიშება შეიძლება უმცირეს კვადრატთა მეთოდით $\Sigma(t - \hat{t})^2 = \min$.

თუ $\hat{t}$ - ნაცვლად ამ გამოსახულებაში ჩავსვამთ მის შესაბამის მნიშვნელობას ($B_1 t_1 + B_2 t_2 + \ldots + B_n t_n$), გვექნება:

$$\sum\left[t - (B_1 t_1 + B_2 t_2 + \ldots + B_n t_n)\right]^2 = \min \qquad (9.61).$$

როგორც წინა მასალიდანაა ცნობილი ასეთი რთული ფუნქცია მინიმუმს აღწევს მხოლოდ ამ ფუნქციის პირველი რიგის კერძო წარმოებულის ნულთან გატოლების წერტილში.

მაშასადამე, საჭიროა მოვძებნოთ მოცემული ფუნქციის პირველი რიგის კერძო წარმოებული და თითოეული მათგანი ჯერ B_1-ის, შემდეგ B_2-ის და ა.შ. B_n-ის მიმართ გავუტოლოთ ნულს.

გვექნება:

$$\begin{aligned}
&2\sum[t-(B_1t_1+B_2t_2+..+B_nt_n)](-t)=0\\
&2\sum[t-(B_1t_1+B_2t_2+..+B_nt_n)](-t_2)=0\\
&\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\\
&2\sum[t-(B_1t_1+B_2t_2+..+B_nt_n)](-t_n)=0
\end{aligned}\qquad (9.62)$$

მარტივი ალგებრული გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ $B_1, B_2 ... B_n$ რეგრესიული განტოლების სტანდარტული მაჩვენებლების (კოეფიციენტების) გასაანგარიშებელ განტოლებათა სიტემას:

$$\begin{cases}
B_1\Sigma t_1^{\,2}+B_2\Sigma t_1t_2+...+B_n\Sigma t_1t_n=\Sigma tt_1\\
B_1\Sigma t_1t_2+B_2\Sigma t_2^{\,2}+...+B_n\Sigma t_2t_n=\Sigma tt_2\\
\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\\
B_1\Sigma t_1t_n+B_2\Sigma t_2t_n+...+B_n\Sigma t_n^{\,2}=\Sigma tt_n
\end{cases}\qquad (9.63)$$

აქაც ვფიქრობთ ყველაზე მოსახერხებელია სისტემის ამოხსნისათვის გამოვიყენოთ კრამერის ფორმულები.

B სტანდარტული კოეფიციენტები შეიძლება გადავიყვანოთ ნატურალურ a კოეფიციენტებში შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$a_i = \frac{\sigma_y}{\sigma_{xi}} \beta_i \quad (i = 1,2,...,n) \qquad (9.64)$$

a_0 კი, როგორც ზემოთ დავინახეთ, გაიანგარიშება ფორმულით:

$$a_0 = y - a_1 x_1 - a_2 x_2 - .. - a_n x_n \qquad (9.65)$$

გაანგარიშებათა შედეგად შეგვიძლია ჩავწეროთ x და y ნიშნებს შორის ნატურალურ კოეფიციენტებში გამოსახული რეგრესიული განტოლება.

9. დაჯგუფებული მონაცემების კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზი

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებს შორის კორელაციურ-რეგრესიული ურთიერთკავშირის შესწავლისას ზოგჯერ საქმე გვაქვს დაკვირვების დიდ რიცხვთან. ეს კი ართულებს სათანადო გაანგარიშებებს და აძნელებს მოვლენებს შორის არსებული კავშირების რეალური სურათის წარმოდგენას. ამ შემთხვევაში სტატისტიკაში ფართოდ გამოიყენება დაჯგუფების მეთოდი. მიზეზობრივ და საშედეგო მოვლენებს აჯგუფებენ გარკვეული ნიშნებით, დაჯგუფებულ მასალას წარმოადგენენ **კორელაციური** ცხრილის სახით და აწარმოებენ სათანადო რეგრესიული განტოლების გაანგარიშებას.

ასე მაგალითად, თუ ავიღებთ საქართველოს კომერციული ბანკების ფართო ქსელს და მიზნად დავისახავთ კომერციული ბანკების კაპიტალის მოცულობასა და ფირმებზე გაცემულ კრედიტებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის გამოვლენას, დაჯგუფების გარეშე ძნელი აღმოჩნდება ასეთი ამოცანის გადაწყვეტა. ამიტომ მიზანშეწონილია ჯერ დავაჯგუფოთ კომერციული ბანკები მათ ხელთ არსებული კაპიტალის, ხოლო ფირმები – აღებული კრედიტების მოცულობის მიხედვით.

შევქმნათ, მაგალითად, კომერციული ბანკების 5, ხოლო

ფირმების – 4 თანაბარინტერვალიანი ჯგუფი. თუ კომერციული ბანკების ფართო ქსელში მინიმალური კაპიტალია 20,0 მლნ. ლარი (x_{min}), ხოლო მაქსიმალური 100,0 მლნ ლარი (x_{max}), მაშინ ინტერვალის სიდიდე (h)

იქნება $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{n} = \frac{100-10}{5} = 18$ მლნ ლარი.

თუ კომერციული ბანკებიდან ფირმებზე გაცემული კრედიტების მინიმალური თანხაა 1,0 მლნ ლარი (x_{min}), ხოლო მაქსიმალური – 41,0 მლნ ლარი, მაშინ ფორმების დასაჯგუფებლად აღებული კრედიტების მოცულობის მიხედვით ინტერვალის სიდიდე შეადგენს $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{n} = \frac{41-1}{4} = 10.0$ მლნ ლარს (n - ჯგუფების რაოდენობაა). ამ შემთხვევაში, თუ დავუშვებთ, რომ კომერციული ბანკების რაოდენობა 40-ია და ამდენივე მათთან დაკავშირებული ფირმების რიცხვია, კორელაციური ცხრილი შემდეგნაირად შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:

კომერციული ბანკების განაწილება კაპიტალის სიდიდისა და გაცემული კრედიტების მოცულობის მიხედვით

ცხრილი №33

კაპიტალის სიდიდე, მლნ ლარი (y)	კრედიტების სიდიდე (მლნ. ლარი) (x)					კომერციული ბანკების რიცხვი (f_y)	yf_y	$\Sigma x_i y_i f_{xy}$
		1-10	10-20	20-30	30-40			
	x_i / y_i	5.5	15	25	35			
10-28	19	6	8	3	3	20	380	6327
28-46	37	2	4	–	–	6	222	2627
46-64	55	–	2	2	–	4	220	4400
64-82	73	2	2	1	–	5	365	4818
82-100	91	2	–	1	2	5	455	9646
ფირმების რიცხვი (f_x)	–	12	16	7	5	40	1642	Σxyf_{xy}, $\Sigma = 27818$
xf_x	–	66	240	175	175	$\Sigma = 656$	–	–
$x^2 f_x$	–	363	3600	4375	8575	$\Sigma = 16913$	–	–

კორელაციურ ცხრილში y_i-ის მაჩვენებლები მიღებულია y უწყვეტი (ინტერვალური) მწკრივის დისკრეტულ მწკრივზე დაყვანით, რისთვისაც თითოეულ შემთხვევაში ინტერვალის ზედა და ქვედა მნიშვნელობათა ჯამი იყოფა ორზე. ასეთივე წესით მიღებულია x_i-ის მაჩვენებლები.

ცხრილიდან ჩანს, რომ 10 მლნ ლარიდან 28 მლნ ლარამდე კაპიტალის მქონე კომერციული ბანკების რაოდენობა შეადგენს 20-ს, რომლებსაც კრედიტების გაცემის გზით კავშირურთიერთობა გააჩნიათ იგივე (20) რაოდენობის ფირმებთან. მათ შორის 1 მლნ ლარიდან 10 მლნ ლარამდე მოცულობის კრედიტი გატანილი აქვს 6 ფირმას, 10 მლნ ლარიდან 20 მლნ ლარამდე – 8 ფირმას, 20 მლნ ლარიდან 30 მლნ ლარამდე 3 ფირმას, ხოლო 30 მლნ ლარიდან 30 მლნ ლარამდე – ავრეთვე 3 ფირმას (უნდა გვახსოვდეს, რომ აქ ფირმების რიცხვი ემთხვევა ბანკების რიცხვს). ასეთნაირად ნაწილდება დანარჩენი ჯგუფების კომერციული ბანკები.

სპეციფიკურობით ხასიათდება ცხრილის ბოლო სვეტის მაჩვენებელთა გაანგარიშების მეთოდი. მაგალითად, ბანკების პირველი ჯგუფისათვის $\Sigma x_i y_i f_{yi}$ (i-არის კომერციული ბანკებისა და ფირმების ჯგუფების აღმნიშვნელი სიმბოლო) ჯამი გაიანგარიშება შემდეგნაირად:

$$\Sigma x_i y_i f_{yi} = 19 \cdot 6 \cdot 5.5 + 19 \cdot 8 \cdot 15 + 19 \cdot 3 \cdot 25 + 19 \cdot 3 \cdot 35 = 6327$$

მეორე ჯგუფებისათვის:

$$\Sigma x_i y_i f_{yi} = 37 \cdot 2 \cdot 5.5 + 37 \cdot 4 \cdot 15 = 2627$$

და ა. შ.

აქაც უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით სათანადო ფუნქციის გაწარმოებითა და მიღებული წარმოებულების ნულთან გატოლებით მიიღება რეგრესული განტოლების a_0 და a_1 კოეფიციენტების გასაანგარიშებელი ნორმალურ განტოლებათა სისტემა (აქ მიზეზობრივი მოვლენაა კრედიტების

მოცულობა, რომელსაც სხვაგვარად მუშა აქტივებს უწოდებენ, ხოლო საშედეგო მოვლენაა კომერციული ბანკების კაპიტალის მოცულობა):

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x f_x = \Sigma y f_y \\ a_0 \Sigma x f_x + a_1 \Sigma x^2 f_x = \Sigma x y f_y \end{cases}$$

სადაც ჩვენი ცხრილის მონაცემებით $n = 40$,

$\Sigma x f_x = 656$, $\Sigma x^2 f_x = 16913$, $\Sigma y f_y = 1642$, $\Sigma y f_y = 27818$.

ამრიგად განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} 40a_0 + 656a_1 = 1642 \\ 565a_0 + 16913a_1 = 27818 \end{cases}$$

კრამერის ფორმულების გამოყენებით მოცემული სისტემის a_0 და a_1 პარამეტრების გასაანგარიშებელი ზოგადი ფორმულები შემდეგი სახის იქნება:

$$a_0 = \frac{\Sigma y f_y \cdot \Sigma x^2 f_x - \Sigma x y f_y \cdot \Sigma x f_x}{n \cdot \Sigma x^2 f_x - \Sigma x f_x \cdot \Sigma x f_x} \qquad (9.66)$$

$$a_1 = \frac{n \cdot \Sigma x y f_y - \Sigma x f_x \cdot \Sigma y f_y}{n \cdot \Sigma x^2 f_x - \Sigma x f_x \cdot \Sigma x f_x} \qquad (9.67)$$

ჩვენი მონაცემებით:

$$a_0 = 39,6,$$

$$a_1 = 0,148.$$

განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\hat{y} = 39,6 + 0,148$$

ცხადია თუ x და y შორის ურთიერთდამოკიდებულება არაწრფივი ან კიდევ მრავლობითი რეგრესიის ფორმისაა, გამოიყენება შესაბამისი არაწრფივი წყვილადი რეგრესიის ან

მრავლობითი კორელაციურ-რეგრესიული განტოლების შესაბამისი სახეობანი.

კორელაციური ცხრილი საშუალებას იძლევა არა მარტო განისაზღვროს ორ მოვლენას შორის კავშირის განტოლება ანუ კორელაციური კავშირი, არამედ ამ კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი. ამ ბოლო ამოცანის გადასაწყვეტად სტატისტიკა მოუხმობს დისპერსიულ ანალიზს და მათ შორის დისპერსიების შეკრების კანონს, საერთო, საშუალო, ჯგუფურ და ჯგუფთაშორისი დისპერსიების თეორიას (ეს საკითხები განხილულია თემაში ,,ვარიაციის მაჩვენებლები", მაგრამ აქ საჭიროა ანალიტიკური დაჯგუფების საფუძველზე მოვახდინოთ კორელაციური ანალიზი და მისი ეკონომიკური ინტერპრეტაცია). მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი.

სუპერმარკეტების ჯგუფები საქონლის რეალიზაციისა და რეალიზაციის 1 ლარზე დანახარჯების მიხედვით (კორელაციური მატრიცა)

ცხრილი №34

სუპერმარკეტების ჯგუფები დღეში საქონლის რეალიზაციის მიხედვით (ათასი ლარი) x	დანახარჯები რეალიზაციის 1 ლარზე (ლარობით) y_i				სულ სუპერმარკეტების რიცხვი $f_x = f_i$	ერთ ლარზე საშუალო დანახარჯის ჯგუფების მიხედვით $\bar{y}_i$
	0.85-მდე $y_1 = 0.825$	0.85-0.90 $y_2 = 0.875$	0.90-0.95 $y_3 = 0.925$	0.95-1.0 $y_4 = 0.975$		
ა	1.	2.	3.	4.	5.	6.
7-მდე ($x_1 = 6$)	-	-	-	1	1	0.975
7-9 ($x_2 = 8$)	-	1	2	2	5	0.91
9-11($x_3 = 10$)	-	-	3	1	4	0.93
11-13 ($x_4 = 12$)	-	4	4	-	8	0.90
13-15($x_5 = 14$)	2	10	6	-	18	0.88
15-17 ($x_6 = 16$)	1	4	1	-	6	0.87
17-ზე მეტი ($x_7 = 18$)	2	1	-	-	3	0.84
სულ სუპერმარკეტების რიცხვი	5	20	16	4	$\Sigma f = 45$	$\bar{y} = 0.89$

საერთოდ კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზი მოიცავს კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გაზომვას (კორელაციური ანალიზი) და კავშირის მიმართულებისა და ანალიტიკური ფორმის გამომხატველი რეგრესიული განტოლების დადგენას (regresiul i anal izi). **კორელაციური** ანალიზი, რომელიც გულისხმობს შესაბამისი კოეფიციენტების დახმარებით კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის რაოდენობრივ დადგენას, თავიდან ბიოლოგიაში გამოიყენებოდა, ხოლო შემდგომში ფართოდ გავრცელდა მეცნიერების სხვა დარგებშიაც და მათ შორის სოციალურ-ეკონომიკურ სფეროში. **რეგრესიული** ანალიზი გულისხმობს კავშირის (წყვილადი და მრავლობითი) განტოლების დადგენას, მისი პარამეტრების ანალიზს.

ცხრილში ინტერვალური ვარიაციული მწკრივები როგორც x, ასევე y ნიშნის მიხედვით დაყვანილია დისკრეტულზე ინტერვალის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობათა ჯამის ორზე გაყოფით. აქედანაა მიღებული y_1 =0,825, y_2=0,875 და ა.შ. ასეთივე წესითაა მიღებული x_1=6, x_2=8 და ა.შ. რეალიზაციის ერთ ლარზე საშუალო დანახარჯები ანუ y_i (i =1,2,3,4,5,6,7) გაიანგარიშება საშუალო შეწონილი არითმეტიკულის მიხედვით. ასე, მაგალითად, სუპერმარკეტების პირველი ჯგუფისათვის, რომელთა საქონლის დღიური რეალიზაცია შეადგენს 7,0 ათას ლარამდე, გაანგარიშებულია შემდეგნაირად:

$$y_1 = \frac{0.975 \cdot 1}{1} = 0.975 \quad \text{ლარი}$$

მეორე ჯგუფისათვის $y_2 = \frac{3 \cdot 0.925 + 1 \cdot 0.975}{4} = 0.91$ ლარი და ა. შ.

მთლიანად ყველა ჯგუფის მიხედვით საშუალო დანახარჯი

რეალიზაციის 1 ლარზე გაანგარიშებულია იგივე საშუალო შეწონილი არითმეტიკულით, სადაც ვარიანტების მნიშვნელობებია საშუალო დანახარჯები ჯგუფების მიხედვით, ხოლო წონები–საქონლის დღიური რეალიზაციის მოცულობის ჯგუფების მიხედვით სუპერმარკეტების რაოდენობა (1, 5, 4. - .3, სულ 45).

ცხრილიდან ჩანს, რომ საქონლის რეალიზაციის გადიდებასთან ერთად მცირდება რეალიზაციის ერთეულის დანახარჯები, რაც მიზეზობრივ ფაქტორსა (x) და საშედეგო ფაქტორს შორის შებრუნებულ ურთიერთდამოკიდებულებაზე მეტყველებს.

თუ დავაკვირდებით ცხრილის მონაცემებს, ვიზუალურადაც ჩანს, საქონლის რეალიზაციის მოცულობასა და რეალიზაციის ერთეულზე (1 ლარზე) დანახარჯებს შორის სტოქასტური კავშირი. მაგრამ მხოლოდ სტოქასტური კავშირი არ ნიშნავს, რომ ამ მოვლენებს შორის კორელაციური კავშირიც არის. კორელაციური კავშირი ამ შემთხვევაში (ცხრილის მონაცემებით) მაშინ იარსებებს, თუ საშედეგო მოვლენის საშუალო მნიშვნელობა იცვლება (იზრდება ან მცირდება) მიზეზობრივი მოვლენის ცვალებადობასთან ერთად. ცხრილის მონაცემებით $\bar{y}_i$ მცირდება რეალიზაციის მოცულობის გადიდებასთან დაკავშირებით. მაშასადამე, მათ შორის არსებობს კორელაციური კავშირი, რაც თავისთავად გულისხმობს, რომ სტოქასტური კავშირიც არსებობს ამ მოვლენებს შორის. მაშასადამე, სტოქასტური კავშირის არსებობა არ გულისხმობს იმავდროულად კორელაციური კავშირის არსებობას, ხოლო კორელაციური კავშირის არსებობა ამავე დროს სტოქასტური კავშირების არსებობასაც გულისხმობს. მაგრამ ისმება კითხვა, როგორ გავზომოთ კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი ცხრილის დაჯგუფებულ მონაცემებს შორის?

ამისათვის საჭიროა გავიხსენოთ დისპერსიების შეკრების კანონი, რომლის მიხედვით საერთო დისპერსია ($\sigma^2_{\text{საერთო}}$)

უდრის ჯგუფური დისპერსიების საშუალოს ანუ საშუალოჯგუფურ დისპერსიას მიმატებული ჯგუფთაშორისი დისპერსია:

$\sigma^2_{\text{საერთ.}} = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2$, ჩვენი ცხრილის მონაცემებით

$$\sigma^2_{\text{საერთ.}} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{(0.825-0.89)^2 \times 5 + (0.875-0.89)^2 \times 20}{1+5+4+8+18+6+3} +$$

$$\frac{(0.925-0.89)^2 \times 16 + (0.975-0.89)^2 \times 4}{1+5+4+8+18+6+3} = 0.0016$$

ჯგუფთაშორისი დისპერსია (δ^2), რომელიც გვიჩვენებს ვარიაციის რა ნაწილი მოდის დაჯგუფების საფუძვლად აღებულ ნიშანზე (ჩვენს შემთხვევაში, რეალიზაციის მოცულობაზე) გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2 f_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j} = \frac{(0.98-0.89)^2 \times 1 + (0.91-0.89)^2 \times 5}{1+5+4+8+18+6+3} +$$

$$\frac{(0.93-0.89)^2 \times 4 + (0.90-0.89)^2 \times 8}{1+5+4+8+18+6+3} = 0.00064$$

ჯგუფური დისპერსიების საშუალო ანუ დისპერსიების საშუალო ანუ საშუალოჯგუფური დისპერსია რომ გაიანგარიშოდ, ჯერ საჭიროა დავადგინოთ საშედეგო ნიშნის დისპერსია თითოეულ ჯგუფში ფორმულით:

$$\sigma_i^2 = \frac{\Sigma(y_i - \bar{y})^2 f_i}{\Sigma f_i}.$$

ამ ფორმულით პირველი ჯგუფისათვის:

$$\sigma_1^2 = \frac{(0.975-0.89)^2 x1}{1} = 0$$

მეორე ჯგუფისათვის:

$$\sigma_2^2 = \frac{(0.875-0.91)^2 x1 + (0.925-0.91)^2 x2 + (0.925-0.91)^2 x2}{1+2+2} = 0.00202$$

მესამე ჯგუფისათვის:

$$\sigma_3^2 = \frac{(0.925-0.93)^2 x3 + (0.975-0.93)^2 x1}{3+1} = 0.00048$$

მეოთხე ჯგუფისათვის

$$\sigma_4^2 = \frac{(0.875-0.90)^2 x4 + (0.925-0.90)^2 x4}{4+4} = 0.000625$$

მეხუთე ჯგუფისათვის

$$\sigma_5^2 = \frac{(0.825-0.88)^2 x2 + (0.875-0.88)^2 x10 + (0.925-0.88)^2 x6}{2+10+6} = 0.0010$$

მეექვსე ჯგუფისათვის

$$\sigma_6^2 = \frac{(0.825-0.87)^2 x1 + (0.875-0.87)^2 x4 + (0.925-0.87)^2 x6}{1+4+1} = 0.00085$$

მეშვიდე ჯგუფისათვის

$$\sigma_7^2 = \frac{(0.825-0.84)^2 x2 + (0.875-0.84)^2 x1}{2+1} = 0.000558$$

როგორც ზემოთ ვაჩვენეთ შიგაჯგუფური დისპერსიების საშუალო გაიანგარიშება საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით, სადაც წონებად აღებულია სუპერმარკეტების რაოდენობა ჯგუფების მიხედვით:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\Sigma \sigma_i^2 f_i}{\Sigma f_i} = \frac{0 \cdot +0.00202x5 + 0.00048x4 + 0.000625x8}{1+5+4+8+18+6+3} +$$

$$+ \frac{0.001025x8 + 0.000858x6 + 0.000558x3}{1+5+4+8+18+6+3} = 0.0009398$$

ამ მონაცემებითაც მტკიცდება დისპერსიების შეკრების კანონი $\left(\sigma^2 = \overline{\sigma}_i^2 + \delta^2\right)$. ჩვენს მაგალითზე

$$\sigma^2 = 0.0016,\ \delta^2 = 0.00064,\ \overline{\sigma}_i^2 = 0.0009398,$$

$$0{,}0016 = 0{,}00064 + 0{,}0009398$$

ჯგუფთაშორისი დისპერსიის შაფარდებას საერთო დისპერსიასთან ეწოდება **დეტერმინაციის** ემპირიული კოეფიციენტი (η^2), რომელიც გვიჩვენებს საშედეგო ნიშნის ვარიაციის რა ნაწილია განპირობებული დაჯგუფების საფუძვლად აღებული ნიშნის ცვალებადობით. ჩვენს მაგალითზე ის შეადგენს:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{0.00064}{0.0016} = 0{,}4$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ სუპერმარკეტებში საქონლის რეალიზაციის 1 ლარზე დანახარჯების ცვალებადობის ვარიაციის 40% განპირობებულია საქონლის რეალიზაციის საერთო მოცულობის ცვალებადობით.

დეტერმინაციის ემპირიული კოეფიციენტიდან ამოღებული კვადრატული ფესვი გვაძლევს მოცემულ მოვლენებს შორის არსებული კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს $\left(\left(\eta^2 = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}\right)\right)$. ჩვენი ცხრილის მონაცემებით ის შეადგენს:

$$\eta^2 = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{0.4} = -0{,}63$$

(მინუსით აღებულია კოეფიციენტი იმის გამო, რომ ცხრილში მოტანილ მონაცემებს შორის არსებობს შებრუნებული ურთიერთკავშირი).

შეიძლება ითქვას, რომ აღნიშნულ მოვლენებს შორის კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი საშუალოზე ძლალია.

10. ფაქტორების შერჩევა მრავლობით რეგრესიაში

მრავალი სოციალურ-ეკონომიკური ფაქტორიდან მრავლობითი რეგრესიის მოდელში გასათვალისწინებელი (ჩასართავი) ფაქტორები უნდა შეირჩეს ამ ფაქტორთა საშედეგო მოვლენაზე ზემოქმედების ხარისხის მიხედვით. ცხადია, რომ მოდელში გათვალისწინებულ უნდა იქნას ის ფაქტორები, რომლებიც შედარებით ძლიერად მოქმედებენ საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე და უგულველყოფილ უნდა იქნას სუსტად მოქმედი მოვლენები და პროცესები. საშედეგო მოვლენაზე მიზეზობრივი მოვლენის ზემოქმედების ანუ კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად მრავალი მეთოდია ცნობილი სტატისტიკაში. მათგან ერთი უკვე ჩვენ განვიხილეთ წინა მასალაში, რომელსაც კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი ეწოდება. ამ მაჩვენებელს ზოგჯერ კორელაციის წყვილად კოეფიციენტსაც უწოდებენ. მრავლობით რეგრესიაში ჩასართავი ფაქტორების შესარჩევად პირველ ეტაპზე, გაიზომება საშედეგო მოვლენასა და თითოეულ მასზე ზემოქმედ ფაქტორთან ურთიერთკავშირის წრფივი კოეფიციენტები.

ამის გარდა უნდა გავითვალისწინოთ, რომ არა მარტო საშედეგო მოვლენასა და მასზედ მოქმედ ფაქტორებს შორის არსებობს კორელაციური კავშირები, არამედ თვით ფაქტორულ მოვლენებსა და პროცესებს შორისაც. ეს სტატისტიკაში ცნობილია **მულტიკორელაციის** სახელწოდებით. მულტიკორელაცია აძნელებს ყველაზე არსებითი ფაქტორების შერჩევას, იწვევს მოდელის პარამერტების ცვლილებას, რეგრესიის კოეფიციენტების ეკონომიკური ინტერპრეტაციის აზრის შეცვლას და სხვა უარყოფით შედეგებს. ამიტომ კორელაციის წყვილადი კოეფიციენტების დახმარებით

(შევნიშნავთ, რომ თუ კორელაციური კავშირის განტოლება ზომავს საშედეგო ნიშნის ვარიაციის დამოკიდებულებას ფაქტორული ნიშნის ვარიაციისაგან, კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი ზომავს საშედეგო ნიშნის ვარიაციის ხვედრით წილს) საჭიროა ფაქტორებს შორისაც გაიზომოს კავშირების სიმჭიდროვის ხარისხი, რომელიც დაკავშირებულია ფაქტორული ნიშნის (ნიშნების) ვარიაციასთან. აქ საჭიროა გავიხსენოთ კორელაციის წყვილადი წრფივი კოეფიციენტის გასაანგარიშებელი ფორმულა:

$$Z_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

ან $$Z_{xy} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2 \Sigma(y-\bar{y})^2}},$$

სადაც Z_{xy} (ზოგჯერ მას აღნიშნავენ R_{xy} სიმბოლოთი) $-x$ და y მოვლენებს შორის წყვილადი კორელაციის წრფივი კოეფიციენტია.

$$\overline{xy} = \frac{\Sigma xy}{n},\ \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n},\ \bar{y} = \frac{\Sigma y}{n},$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}},\ \sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n}}$$

თუ წინა მასალაში არსებული ძირითადი ფონდების მოცულობასა და გამოშვებული პროდუქციის ღირებულებას შორის ურთიერთკავშირის ინფორმაციულ მასალას (იხ. ცხრილი 26) გამოვიყებებთ, ამ მოვლენებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის დადგენა წყვილადი წრფივი კოეფიციენტის დახმარებით შეიძლება შემდეგი ცხრილის მონაცემებით:

წყვილადი წრფივი კორელაციის გასაანგარიშებელი ინფორმაციული მასალა

ცხრილი №35

y	x	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	xy
14	6	404	1296	84
20	8	328	900	160
19	12.5	185	961	237.5
32.5	19	50	306	617.5
40	22.5	13	100	900
50.5	27.5	2	0.25	1388.8
47.5	30	17	6.3	1425
62.5	40	193	156.3	2500
91.5	45.5	376	1722.3	63.0
122.5	50	571	5256.3	4163.0
				6125
500.0	261.0	2139	10614	17601

$$\bar{x}=\frac{264}{10}=26.4,\quad \bar{y}=\frac{500.3}{10}=50.0$$

$$\overline{xy}=\frac{17601}{10}=1760,\quad \sigma_x=\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{2139}{10}}=14.6,$$

$$\sigma_y=\sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}}=\sqrt{\frac{10614}{10}}=32.6$$

ამ მონაცემების საფუძველზე წრფივი წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$Z_{xy}=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x\cdot\sigma_y}=\frac{1790-26.1\cdot 50.0}{14.6\cdot 32.5}=\frac{455}{475}=0.95$$

როგორც ჩანს ამ მონაცემებს შორის კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი ძალიან მაღალია, რაც მეტყველებს ძირითადი ფონდების ღირებულებასა და გამოშვებული პროდუქციის მოცულობას შორის მჭიდრო კორელაციურ კავშირზე.

წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტების მიხედვით აგებენ მატრიცას, რომელიც შეგვიძლია ასეთი სახით წარმოვიდგინოთ:

კორელაციის წყვილადი კოეფიციენტების მატრიცა

ცხრილი №36

	y	x_1	x_2	. . .	x_i	. . .	x_k
y	1	z_{y1}	z_{y2}	. . .	z_{yi}	. . .	z_{yk}
x_1	z_{1y}	1	z_{12}	. . .	z_{1i}	. . .	z_{1k}
x_2	z_{2y}	z_{21}	1	. . .	z_{2i}	. . .	z_{2k}
. . .	. . .	. . .	. . .	1	. . .	. . .	. . .
x_i	z_{iy}	z_{i1}	z_{i2}	. . .	1	. . .	z_{ik}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	1	. . .
x_k	z_{ky}	z_{k1}	z_{k2}	. . .	z_{ki}	. . .	1

როგორც მატრიციდან ჩანს წყვილადი კოეფიციენტები ასახავს საშედეგო მოვლენის (y) კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს თითოეულ ფაქტორთან (z_{iy}, z_{yi}), აგრეთვე ფაქტორებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს (z_{ij}). დიაგონალზე არსებული ერთიანები ასახავს თითოეული მოვლენის თავისთავთან კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს, რომელიც არის ფუნქციონალური და თავისთავად, ცხადია, კოეფიციენტები ერთის ტოლია.

მატრიცის კოეფიციენტების ანალიზისას მთავარი კრიტერიუმია: $z_{yi} > z_{ij}$, $z_{iy} > z_{ij}$, $z_{ij} > 8$. ეს იმას ნიშნავს, რომ ფაქტორთა შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი არ უნდა აღემატებოდეს 0.8 ანუ 80%-ს, ხოლო საშედეგო მოვლენაზე მოქმედ მნიშვნელოვან და არსებით ფაქტორებად ითვლებიან ისეთი ფაქტორები, რომელთანაც საშედეგო მოვლენის ურთიერთკავშირის კორელაციის კოეფიციენტი აჭარბებს ფაქტორებს შორის ურთიერთკავშირის კორელაციის კოეფიციენტს.

11. ურთიერთშეუღლებული მოვლენების კორელაცია.

სოციალურ–ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ძალიან ხშირია შემთხვევები, როდესაც ერთი მოვლენა მეორის ცვლილებების მიზეზია და ამავე დროს, პირიქით, მეორე მოვლენის განვითარება იწვევს პირველის ცვლილება-განვითარებას. მაშასადამე x და y მოვლენებს შორის ურთიერთკავშირის განხილვისას შეგვიძლია თითოეული მათგანი წარმოვადგინოთ როგორც მიზეზობრივი, ასევე საშედეგო ფაქტორი. ასეთ მოვლენებს მიეკუთვნება, მაგალითად, კომერციისა და ბიზნესის სფეროში პროდუქციის რეალიზაციისა და მოგების მასის ურთიერთკავშირი. ვინაიდან არა მარტო რეალიზაციის გადიდება ადიდებს მოგების მასას, არამედ მოგების მასის გადიდების შემთხვევაში იქმნება საშუალება მოგების ნაწილი დაბანდებული იქნას ბიზნესში, რაც ადიდებს რეალიზაციის მოცულობას. ასეთივე კავშირია შრომის ნაყოფიერებასა და შრომის ანაზღაურებას შორის და ა.შ.

ასეთ მოვლენებსა და პროცესებს სტატისტიკაში უწოდებენ **ურთიერთშეუღლებულს**. აქედან გამომდინარე წრფივი კავშირის შემთხვევაში სამართლიანი იქნება განტოლებანი:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x$$

$$\hat{x} = a_0 + a_1 y$$

ასეთ განტოლებებსაც ურთიერთშეუღლებულ განტოლებებს უწოდებენ. ცხადია, რომ ურთიერთშეუღლებულ მოვლენებს შორის კავშირის კორელაციის კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლი იქნება: $z_{xy} = z_{yx}$

მაგრამ ურთიერთშეუღლებული განტოლებების რეგრესიის კოეფიციენტები განსხვავებულია. სტატისტიკაში ცნობილია ფორმულები, რომელთა დახმარებით რეგრესიის კოეფიციენტი შეიძლება გავიანგარიშოთ კორელაციის კოეფიციენტის

საფუძველზე ან კიდევ, პირიქით. მათ შორის ურთიერთდამოკიდებულების ფორმულა ასე გამოისახება:

$$a_{1(x/y)} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot z_{x/y}$$

$$a_{1(y/x)} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot z_{y/x}$$

თუ წინა პარაგრაფის მასალებით ვიხელმძღვანელებთ, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$a_{1(x/y)} = z_{x/y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.95 \frac{32.6}{14.6} = 2.2$$

ამ თავის მე-4 პარაგრაფში ძირითადი ფონდების ღირებულებასა და გამოშვებული პროდუქციის მოცულობას შორის ურთიერთკორელაციური კავშირის გამომსახველი განტოლება ასეთი სახის იყო:

$$\bar{y}_x^1 = -7.2 + 2.2x$$

როგორც ჩანს ჩვენს მიერ კორელაციის კოეფიციენტის საფუძველზე გაანგარიშებული $a_{1(x/y)}$ – კოეფიციენტის მნიშვნელობა ემთხვევა რეგრესიული განტოლების შესაბამის მაჩვენებელს ($a_1 = 2.2$).

---

[1] სტატისტიკოსები ზოგჯერ $\hat{y}$ მოსწორებულის ნაცვლად ხმარობენ $\bar{y}$-ს, რის მათემატიკური საფუძველიც მათ აქვთ, იმდენად რამდენადაც, მაგალითად თუ გამოსახულებაში $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ ცვლადების ნაცვლად ჩავსვამთ ამ ცვლადების საშუალო არითმეტიკულს ($\bar{x}$) მივიღებთ: $\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}n$, , რითაც ჯამი არ იცვლება. ასეთივე მსჯელობით ვლებულობთ: $\sum_{i=1}^{n} y_i = n\bar{y}$. ამდენად შეიძლება y-ის ნაცვლად ვიხმაროთ $\bar{y}$ სიმბოლო, რაც არ შეცვლის გაანგარიშებებს.

მოცემული რეგრესიის განტოლება ასახავს გამოშვებული პროდუქციის მოცულობის (y) დამოკიდებულებას ძირითადი ფონდების ცვალებადობაზე. a_1–ის მნიშვნელობა 2.2 ეკონომიურად გვიჩვენებს, რომ ძირითადი ფონდების ერთი ერთეულით გადიდება 2.2 ერთეულით ადიდებს გამოშვებული პროდუქციის მოცულობას. თუ პირობითად დავუშვებთ, რომ გამოშვებული პროდუქციის მოცულობა და ძირითადი ფონდების ღირებულება ურთიერთშეუღლებული მოვლენებია, მაშინ შეგვიძლია გავიანგარიშოთ $\bar{x}_y = a_0 + a_1 y$ განტოლების პარამეტრებიც. ამ შემთხვევაში $a_1 = z_{x/y} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot = 0.95 \frac{14.6}{32.6}$ (იხ. მე-10 პარაგრაფი)=0,43, ხოლო a_0 ზემოთ მოტანილი განტოლებიდან უდრის: $a_0 = \bar{x}_y - a_1 \bar{y} = 26.1 - 50.0 \cdot 0.43 = 4.6$. მაშასადამე შეუღლებული განტოლება შეიძლება შემდეგნაირად ჩავწეროთ:

$$\bar{x}_y = 4.6 + 0.43 \bar{y}$$

აქედან გამომდინარე თუ ვიცით ერთი მოვლენის განტოლების რეგრესიის კოეფიციენტი და კორელაციის კოეფიციენტი, შეგვიძლია მეორე, მასთან შეუღლებული მოვლენის პარამეტრების (a_0, a_1) გაანგარიშება და რეგრესიული განტოლების ჩაწერა.

12. წყვილადი კორელაციის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის მაჩვენებლები

საერთოდ კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის დადგენა გულისხმობს გაიზომოს თუ როგორ მოქმედებს საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე ანუ ვარიაციის ცვლილებაზე მიზეზობრივი ფაქტორის (წყვილადი კორელაცია) ან ფაქტორების (მრავლობითი კორელაცია) ვარიაციული ცვალებადობანი. წყვილადი კორელაციური კავშირის

შესწავლისას გამოყოფენ მოვლენათა ორ ჯგუფს: პარამეტრული და **არაპარამეტრული** მოვლენები და პროცესები. **პარამეტრული** სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენები და პროცესები ეწოდება რაოდენობრივი შინაარსის მქონე მოვლენებსა და პროცესებს, რომელთა განვითარების სურათი რაოდენობრივი პარამეტრებით გაიზომება, ხოლო არაპარამეტრული მოვლენები და პროცესები ისეთი მოვლენები და პროცესებია, რომლებიც გამოსახულია არა რაოდენობრივი, არამედ არაპარამეტრული მაჩვენებლებით. ასეთს მიეკუთვნება, მაგალითად, რანგების მიხედვით გამოსახული მოვლენების ურთიერთკავშირი.

რანგი ეწოდება შესასწავლი ნიშნის მზარდი და კლებადი ტენდენციით დალაგებულ მწკრივში რიგით ნომერს, რომელიც მოვლენის მნიშვნელობის ადგილს მიანიშნებს. წყვილადი კორელაციური კავშირების პარამეტრული სიმჭიდროვის ხარისხის მაჩვენებლებს განეკუთვნება კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი, დეტერმინაციის ემპირიული კოეფიციენტი, დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტი, ემპირიული კორელაციური დამოკიდებულება, თეორიული კორელაციის დამოკიდებულება, კორელაციის კერძო კოეფიციენტი და სხვა, ხოლო არაპარამეტრულს განეკუთვნება კორელაციის რანგების კოეფიციენტი, ასოციაციისა და კონტიგენციის კოეფიციენტი და ა. შ.

განვიხილოთ ისინი ცალცალკე.

13. კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი

წრფივი კავშირის შემთხვევაში კორელაციის სიმჭიდროვის ხარისხის ყველაზე გავრცელებული მაჩვენებელია კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი, რომელიც შემუშავებული იქნა მე-19 საუკუნის 90-იან წლებში ინგლისელი სტატისტიკოსისა და ფილოსოფოსის კარლ პირსონის (1857-1936), აგრეთვე ეჯვორტისა და ველდონის მიერ. ზოგადად მისი

გასაანგარიშებელი ფორმულები და გამოყენება ამ თემის წინა მასალაშია ნაჩვენები. აქ მხოლოდ ვაჩვენებთ მისი გასაანგარიშებელი ფორმულების მოდიფიკაციას, აგრეთვე მნიშვნელობათა ცვალებადობის ინტერვალებსა და სანდოობის კრიტერიუმებს. **კ. ფიშერის** ინტერპრეტაციით კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი (R_{xy}) სხვა არაფერია თუ არა რეგრესიის სტანდარტიზებული კოეფიციენტი (a_1), რომელიც გამოსახულია არა აბსოლუტურ ერთეულებში, როგორც ეს რეგრესიის კოეფიციენტის შემთხვევაში გვაქვს, არამედ საშუალო კვადრატული გადახრის ნაწილებში. ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$R_{xy} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

a_1-ის სიდიდე შეიძლება განვსაზღვროთ ნორმალურ განტოლებათა სისტემიდან:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x = \Sigma y \\ a_1 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 = \Sigma xy \end{cases}$$

თუ სისტემის ორივე განტოლებას ცალცალკე გავყოფთ n-ზე მივიღებთ:

$$\begin{cases} a_0 + a_1 \dfrac{\Sigma x}{n} = \dfrac{\Sigma y}{n} \\ a_0 \dfrac{\Sigma x}{n} + a_1 \dfrac{\Sigma x^2}{n} = \dfrac{\Sigma xy}{n} \end{cases}$$

ანუ $$\begin{cases} a_0 + a_1 \bar{x} = \bar{y} \\ a_0 \bar{x} + a_1 \overline{x^2} = \overline{xy} \end{cases}$$

თუ პირველი განტოლებიდან a_0- ის მნიშვნელობას

განვსაზღვრავთ ($a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$) და ჩავსვამთ მეორე განტოლებაში მივიღებთ a_1- ის მნიშვნელობას:

$$\bar{x}(\bar{y} - a_1\bar{x}) + a_1\overline{x^2} = \overline{xy}$$

$$\bar{x}\,\bar{y} - a_1\bar{x}^2 + a_1\overline{x^2} = \overline{xy}$$

$$a_1\overline{x^2} - a_1\bar{x}^2 = \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}$$

აქედან $a_1 = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$ და ვინაიდან დისპერსიების გაანგარიშების წესებიდან გვახსოვს, რომ $\overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \sigma_x^2$, გვექნება: $a_1 = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x^2}$. თუ მიღებულ გამოსახულებას ჩავსვამთ კორელაციის კოეფიციენტის ($R_{xy} = a_1\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$) ფორმულაში, მივიღებთ:

$$R_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x^2} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

მივიღეთ ჩვენთვის უკვე ცნობილი კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის გასაანგარიშებელი ერთი ფორმულა.

მეორეს მხრივ კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის ფიშერისეული ინტერპრეტაცია მასში მდგომარეობს, რომ ის წარმოადგენს x და y ნიშნების მიხედვით ნორმირებული გადახრების საშუალო სიდიდეს. x ნიშნის მიხედვით ნორმირებული გადახრა, როგორც უკვე ჩვენთვის ცნობილია, უდრის $t_x = \dfrac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$, ხოლო y ნიშნის მიხედვით $t_y = \dfrac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$.

მაშასადამე შეგვიძლია დავწეროთ კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის ფორმულა:

$$R_{xy} = \frac{\sum\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\bar{y}}{\sigma_y}\right)}{n} \qquad (9.68)$$

როგორც მუდმივი რიცხვები σ_x და σ_y შეგვიძლია გავიტანოთ ფრჩხილებს გარეთ, გვექნება:

$$R_{xy} = \frac{\frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y}}{n} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n\sigma_x\sigma_y} =$$

$$= \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n\sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}\cdot\sqrt{\frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n}}} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n\sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2\cdot\Sigma(y-\bar{y})^2}{n^2}}}$$

თუ n^2-დან ამოვიღებთ ფესვს და $\frac{1}{n}$ გავიტანთ რადიკალის გარეთ, გვექნება:

$$R_{xy} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2\cdot\Sigma(y-\bar{y})^2}} \qquad (9.69)$$

მივიღეთ კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის გასაანგარიშებელი მეორე ფორმულა.

მაშასადამე თუ გვაქვს რეგრესიის კოეფიცინტი a_1, აგრეთვე x და y ნიშნების მიხედვით საშუალო კვადრატული გადახრები (σ_x და σ_y), შეგვიძლია გავიანგარიშოთ კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი ფორმულით: $R_{xy} = a_1\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$.

აქედან ცხადია რეგრესიის კოეფიციენტი თავის მხრივ ამ ფორმულიდან უდრის: $a_1 = \frac{R_{xy}\sigma_y}{\sigma_x}$ და ა.შ.

დანარჩენ შემთხვევაში მოსახერხებელია კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი გავიანგარიშოთ მოტანილი რომელიმე ფორმულით. კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი იცვლება 1-დან – 1-მდე ან პირიქით. თუ ის უდრის ნულს, მოვლენებს შორის კავშირი არ არსებობს, თუ მეტია ნულზე და ნაკლებია 1-ზე ($o < R_{xy} < 1$) პირდაპირი კავშირია მოვლენებს შორის, თუ მეტია –1-ზე და ნაკლებია ნულზე ($-1 < R_{xy} < 0$), მაშინ შებრუნებული კავშირი გვაქვს, თუ ერთს უდრის ($R_{xy} = 1$), მაშინ საქმე გვაქვს არა კორელაციურ, არამედ ფუნქციონალურ კავშირთან.

ჩვენ ზემოთ ვაჩვენეთ, რომ კორელაციის კოეფიციენტი (R_{xy}) იცვლება 1 დან +1 მდე. მაგრამ თუ ნულის ტოლია კავშირი აღნიშნულს მოვლენებს შორის არ არსებობს, ხოლო თუ 1-ის ტოლია, არსებობს არა კორელაციური, არამედ ფუნქციონალური ანუ სრული კავშირი. მაგრამ –1 დან +1 ინტერვალში რა სიდიდის კორელაციის კოეფიციენტი ჩაითვლება არსებითად ანუ მნიშვნელოვან სიდიდედ, რის გამო უნდა განხორციელდეს მენეჯმენტური ღონისძიებანი ასეთი ფაქტორის მართვის მიმართულებით? სტატისტიკაში შემოღებულია მოვლენებს შორის კავშირის რეგრესიისა და კორელაციის კოეფიციენტების კრიტერიუმები, რომელთა დახმარებით დადგინდება მათი არსებითობა ან არარსებითობა.

სტატისტიკოსები[1] კორელაციის კოეფიციენტის არსებითობის საკითხის გარკვევის ამოსავალ პუნქტად კორელაციის

[1]იხ. Теория статистики. Учебник под редакцией проф Р. Л. Громыко М.: ИНФРА–.,М 2002, стр. 211, 212. Теория статистики под редакцией Р. А.Шмойловой М. Финансы и статистика, 2002, стр. 304-302 და სხვ

კოეფიციენტის მის საშუალოკვადრატულ გადახრასთან შედარებას მიიჩნევენ. ამის საფუძველზე ამ ორი მაჩვენებლის შეფარდებით გაინგარიშებენ კოეფიციენტს $\left(\frac{|R_{xy}|}{\sigma_R}\right)$ ანუ R_{xy}-ს აბსოლუტური მნიშვნელობის მისივე საშუალოკვადრატულ გადახრასთან შეფარდებით. არსებობს კორელაციის კოეფიციენტის საშუალო კვადრატულ გადახრასთან შეფარდებით გაანგარიშების წესები დაკვირვების მცირე რიცხვის ($n<50$) პირობებისათვის ანუ მცირე შერჩევისათვის და დაკვირვების დიდი რიცხვისათვის ($n>50$).

დაკვირვების მცირე რიცხვისათვის: $\sigma_R = \frac{\sqrt{1-R^2}}{\sqrt{n}}$ (9.70)

ხოლო დაკვირვების დიდი რიცხვისათვის: $\sigma_R = \frac{1-R^2}{\sqrt{n}}$ (9.71)

ამიტომ შედარებითი კოეფიციენტი $\left(t = \frac{|R|}{\sigma_R}\right)$, რომელსაც სტატისტიკოსები t-სტატისტიკას უწოდებენ, მიიღებს სახეს: მცირე შერჩევისათვის:

$$t = \frac{|R|}{\frac{\sqrt{1-R^2}}{\sqrt{n}}} = \frac{|R|}{\sqrt{1-R^2}} \cdot \sqrt{n} \qquad (9.72)$$

ხოლო დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებისათვის:

$$t = \frac{|R|}{\frac{1-R^2}{\sqrt{n}}} = \frac{|R|}{1-R^2} \cdot \sqrt{n} \qquad (9.73)$$

სადაც n – დაკვირვების რიცხვია.

ბოლო ფორმულიდან შეიძლება განვსაზღვროთ[1]

$|R| = t\frac{1-R^2}{\sqrt{n}} = t\sigma_R$. გავიხსენოთ, რომ ნორმალური განაწილების დროს კონკრეტული ვარიაციული მაჩვენებელი თავსდება $\pm 3\sigma$-ს ფარგლებში. აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ თუ დაკვირვების დიდი რიცხვის (n) პირობებში კორელაციის კოეფიციენტი (R) 3-ჯერ მეტია თავის საშუალოკვადრატულ გადახრაზე ($R > \pm 3\sigma$ ანუ $\frac{|R|}{\sigma} > 3$), მაშინ ის ითვლება მნიშვნელოვნად (არსებითად) და კავშირი რეალურად. ნდობის ინტერვალი ამ შემთხვევაში არის $\pm 3\sigma$. ცხადია თუ ნდობის ინტერვალზე დაბალია კორელაციის კოეფიციენტი, მაშინ ის არაარსებითად ითვლება და კავშირი-მეტისმეტად სუსტად, რომელიც შეიძლება არ გავითვალისწინოთ მენეჯმენტურ მართვაში.

მცირე შერჩევისათვის გაიანგარიშება t-სტატისტიკა (9.72) ფორმულის მიხედვით და შეუდარდება სტიუდენტის კრიტერიუმს. რადგან სტიუდენტის t კრიტერიუმი (იხილეთ დანართი 9) გაანგარიშებულია გარკვეული ალბათობისა (α-ს მიიჩნევენ 0.05-ის ანუ 5%-ის ფარგლებში) და $n-2$ თავისუფლების ხარისხისათვის, ამიტომ t ფაქტიური ანუ საანგარიშო მიიღებს სახეს:

---

[1] მოტანილ ფორმულებში დაკვირვების რიცხვი ყოველი კონკრეტული ამოცანის გადაწყვეტისას შეიძლება შეიცვალოს თავისუფლების ხარისხით. სტატისტიკაში თავისუფლების ხარისხს უწოდებენ დაკვირვების რიცხვსა და არათავისუფალ პარამეტრებს შორის სხვაობით მიღებულ რიცხვს. მაგალითად, წრფივი კავშირის შემთხვევაში თავისუფლება არა აქვს ორ პარამეტრს (a_0, a_1), რომლებსაც ჩვენს ვანგარიშობთ და ვფიქსირებთ გარკვეულ დონეზე. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში თავისუფლების ხარისხი იქნება $n-2$.

$$t_{\text{გაანგ.}} = \frac{|R|}{\sigma} = \frac{|R|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} \qquad (9.74)$$

ამ ფორმულით გაანგარიშებული ნდომის ინტერვალი ($t_{\text{გაანგ}}$) უნდა შევუდაროთ სტიუდენტის ცხრილურ მაჩვენებელს. ამასთან წინასწარ მიიღება ნულოვანი ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ $R = 0$ ე. ი. ამ მოვლენებს შორის კავშირი არ არსებობს.

თუ გაანგარიშებული მაჩვენებელი მეტია ცხრილურ მაჩვენებელზე ($t_{\text{გაანგ.}} > t_{\text{ცხრ.}}$), მაშინ ნულოვანი ჰიპოთეზა უარიყოფა და კორელაციის კოეფიციენტი ითვლება არსებითად, ხოლო კავშირი მნიშვნელოვნად (სტიუდენტის ცხრილებში მოცემულია t-სტატისტიკური მაჩვენებლის კრიტიკული შეფასებანი, რომლებიც სამართლიანია მხოლოდ ნულოვანი ჰიპოთეზის პირობებისათვის. ცხადია გაანგარიშებითი მაჩვენებელი თუ ნაკლებია ცხრილურ კრიტიკულ ზღვარზე, მაშინ მიიღება ნულოვანი ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ კავშირი ამ მოვლენებს შორის არ არსებობს და კორელაციის კოეფიციენტის ფაქტობრივი მნიშვნელობა არარსებითია).

ზემოთ მოტანილი ფორმულებიდან შეიძლება განისაზღვროს კორელაციის კოეფიციენტის მიმართულების საზღვრები გენერალურ ერთობლიობაში.

$$\tilde{R} = R \pm t\sigma \qquad (9.75)$$

სადაც $\tilde{R}$ - გენერალური ერთობლიობის კორელაციის კოეფიციენტია,

R შერჩევითი ერთობლიობის კორელაციის კოეფიციენტი,

t – სტიუდენტის კრიტერიუმი (0.95 ალბათობისათვის ცხრილის მიხედვით ის უდრის 1.96, 0.71 ალბათობისათვის –1.06-ს, 0.99 ალბათობისათვის 3-ს და ა.შ.)

σ – კორელაციის კოეფიციენტის საშუალო კვადრატული გადახრა.

ჩვენს მიერ ამავე თავში ძირითად ფონდებსა და გამოშვებულ

პროდუქციას შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის შემთხვევაში კორელაციის კოეფიციენტი შეადგენს 0.95-ს, $n=8$; აქედან საშუალო კვადრატული გადახრაა:

$$\sigma_R=\frac{\sqrt{1-R^2}}{\sqrt{n-2}}=\frac{\sqrt{1-0.95^2}}{\sqrt{8-2}}=0.13 \qquad t_{\text{გაანგ.}}=\frac{|R|}{\sigma_R}=\frac{0.95}{0.13}=7.3$$

ცხრილური მაჩვენებლები (თავისუფლების ხარისხის $n-2=6$ და $\alpha=0.05$ მნიშვნელობისათვის იხ. მე-9 დანართი) შეადგენს 2.4469-ს $t_{\text{ცხრ.}}=2.4469$.

მაშასადამე, რადგან t-სტატისტიკის გაანგარიშებითი მაჩვენებელი (7.3) მეტია ცხრილურ მაჩვენებელზე (2.4469), ამიტომ შეიძლება დავასკვნათ, რომ გენერალურ ერთობლიობაში x-სა და y-ს შორის ნულოვანი ჰიპოთეზა უარიყოფა. აქედან ცხადია, რომ ამ მოვლენებს შორის კავშირის კორელაციის კოეფიციენტი არსებითია, მნიშვნელოვნად განსხვავდება ნულისაგან და ამიტომ მოცემულ მოვლენებს შორის კორელაციური კავშირი არსებითია.

14. კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტი

კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტი სტატისტიკაში ცნობილია **გერმანელი ფსიქოლოგის (1801-1887) გ. თ. ფეხნერის ავტორობით.** სწორედ მან შემოგვთავაზა მოვლენებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი გავზომოთ არა თვით ნიშნის რაოდენობრივი მახასიათებლებით, არამედ თითოეული ნიშნის რაოდენობრივი ინდივიდუალური მნიშვნელობის მათი საშუალოსაგან გადახრების ნიშნების მიხედვით. ფეხნერის კორელაციის კოეფიციენტის გასაანგარიშებლად საჭიროა ჯერ გავიანგარიშოთ ცალცალკე x მიზეზობრივ და y საშედეგო მოვლენების ინდივიდუალურ მნიშვნელობათა გადახრები ანუ სხვაობანი მათი საშუალო არითმეტიკულისაგან. ამის შემდეგ უნდა დავითვალოთ $(x-\bar{x})$

და $(y-\bar{y})$ გადახრების ნიშანთა თანდამთხვევისა და არათანდამთხვევის რაოდენობა. ნიშანთა თანდამთხვევათა და არათანდამთხვევათა რიცხვებს შორის სხვაობას თუ გავყოფთ ორთავეს ჯამზე, მივიღებთ კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტს. ზოგადად კოეფიციენტი გამოისახება ფორმულით:

$$K_{\text{ფეხნ.}} = \frac{a-b}{a+b} \qquad (9.76)$$

სადაც K - ფეხნერის კორელაციის კოეფიციენტია

a – ნიშნების მნიშვნელობათა მათი საშუალოსაგან გადახრების ნიშანთა თანდამთვევის რიცხვი,

b – არათანამთხვევის რიცხვი,

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი:

წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტების გასაანგარიშებელი ინფორმაცია

ცხრილი №37

№ რიგზე	y	x	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$	xy	y^2	x^2
1	110	45	+	-	4950	12100	2025
2	500	35	-	+	17500	250000	1225
3	400	35	-	+	14000	160000	1225
4	300	46	+	-	13800	90000	2116
5	350	42	+	-	14700	122500	1764
6	450	40	-	+	18000	202500	1600
ჯამი Σ	2110	243	-	-	82950	937100	9955
საშუალო	351.7	40.5	-	-	13825	139516	1659

როგორც ცხრილიდან ჩანს კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$K_{\text{ფეხნ.}} = \frac{a-b}{a+b} = \frac{0-6}{0+6} = -1$$

ამავე ცხრილის მონაცემებით შეგვიძლია გავიანგარიშოთ კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი (R_{xy}):

$$R_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{13825 - 351.7 \cdot 40.5}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

გავიხსენოთ საშუალოკვადრატული გადახრის გაანგარიშების გამარტივებული წესი თემიდან „ვარიაციის მაჩვენებლები“.

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}, \sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\overline{y})^2},$$

გვექნება:

$$\sigma_x = \sqrt{1659 - 40.5 \cdot 40.5} = 4.4$$

$$\sigma_y = \sqrt{139515 - 351.7 \cdot 351.7} = 125$$

$$R_{xy} = \frac{-418.85}{4.4 \cdot 125} = -\frac{418.85}{550} = -0.76$$

როგორც ჩანს, კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტი შეადგენს -1-ს, რაც ნიშნავს ამ მოვლენებს შორის არა კორელაციურ, არამედ ფუნქციონალურ დამოკიდებულებას, მაშინ როდესაც ჩვეულებრივი კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი $B_{xy} = -0.76$, რაც მნიშვნელოვნად განსხვავებულია ფეხნერის კორელაციის კოეფიციენტისაგან. აქედან დასკვნა იმის შესახებ, რომ რაოდენობრივად კორელაციის ფეხნერის კოეფიციენტი ყოველთვის არ იძლევა ზუსტ შედეგს. ამიტომ იგი საიმედოა მხოლოდ კავშირის მიმართულების განსაზღვრისათვის. ამ შემთხვევაში მიმართულება შებრუნებულ კავშირს გვიჩვენებს, რაც დასტურდება კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის მიხედვითაც.

15. წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტები ხარისხობრივ სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებში.

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ძალიან ხშირად საქმე გვაქვს ხარისხობრივ, ალტერნატიულ მაჩვენებლებთან. ასეთია, მაგალითად, სქესი, განათლება, პროფესია, დანაშაულთა სახეობანი, დაავადებათა სახეობანი,

საკუთრების ფორმა, ოჯახური მდგომარეობა და სხვ. ასეთი მოვლენები და პროცესები ძალიან ხშირად წარმოიშობა სოციოლოგიური გამოკვლევების შედეგად, რომელთა პროგრამები აგებულია ზემოთ ჩამოთვლილი ნიშნების კითხვარების მიხედვით. ასეთი სოციოლოგიური გამოკვლევების შედეგებს აჯგუფებენ ალტერნატიული ნიშნების მიხედვით, რომლებშიც, მაგალითად, მითითებულია „დიახ", „არა", „კარგი", „ცუდი" და ა.შ. დაჯგუფებულ მასალებს წარმოადგენენ ურთიერთშეუღლებული ცხრილების მიხედვით, რომელთა ანალიზისათვის საჭიროა წყვილადი კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის მაჩვენებლების გაანგარიშება.

ასეთი შეუღლებული ცხრილის ერთერთი უმარტივესი მოდელია „ოთხი მინდვრის" ანუ ოთხუჯრედიანი მაკეტი. ამ მაკეტის ერთერთი კონკრეტული მაგალითია შემდეგი:

„ოთხი მინდვრის" ცხრილი

ცხრილი №38

ჯგუფები	პირთა რაოდენობა		
	მუშაობენ პროფესიონალურ თანამდებობაზე	არ მუშაობენ პროფესიონალურ თანამდებობაზე	სულ
უმაღლეს დამთავრებულები	60 (*a*)	40 (*b*)	100
უმაღლეს დაუმთავრებლები	15 (*c*)	140 (*d*)	155
სულ	75	180	255

თუ დავაკვირდებით ცხრილს დავინახავთ, რომ მთლიანი კონტიგენტიდან (75 კაცი), რომლებიც მუშაობენ პროფესიონალურ თანამდებობაზე, 80%, ე.ი. დიდი ნაწილი უმაღლეს დამთავრებულია, ხოლო უმუშევრებში 77% უმაღლესდაუმთავრებელია. ამიტომ უნდა ვიფიქროთ, რომ პროფესიონალურ სამუშაოებზე პირთა განაწილება არაა შემთხვევითი, არამედ დამოკიდებულია განათლების ცენზზე. მაგრამ ვიზუალურად ძნელია გავარკვიოთ ამ კავშირის არსებითობისა და სიძლიერის საკითხი. ამიტომ სტატისტიკოსები მოიშველიებენ პირსონის სტატისტიკურ კრიტერიუმს (χ^2 კვადრატს). ამ კრიტერიუმის

განგარიშებისათვის მაჩვენებელთა ემპირიულ ფაქტობრივ (f_{ij}) წონებთან ერთად საჭიროა გვქონდეს თეორიული წონებიც (f'_{ij}). თეორიული წონების გასაანგარიშებლად სტატისტიკოსები ემყარებიან ე.წ. ნულოვან ჰიპოთეზას, რომელიც უშვებს წინასწარ, რომ განაწილება ცხრილის შიგნით არის შემთვევითი და მაშასადამე არ არსებობს კავშირი დაჯგუფების ნიშნებს შორის. ამასთან სტატისტიკოსები მიიჩნევენ, რომ თუ განაწილება შემთხვევითია, მაშინ ცხრილის თითოეულ სტრიქონში წონების (ან ხშირადობის)[1] განაწილება შეესაბამება ანუ პროპორციულია საშედეგო სტრიქონებში ანუ ჯამურ სტრიქონში წონების განაწილებისა.

რამდენადაც ჩვენ თავიდანვე უშვებთ, რომ ამ მოვლენებს შორის არ არსებობს კავშირი, ე. ი. ნულოვან ვარიანტს ანუ შემთხვევით განაწილებას, ამიტომ სიხშირეებს (ხშირადობები) სტრიქონების მიხედვით ანგარიშობენ საშედეგო (ჯამურ) სტრიქონში ნიშნების განაწილების პროპორციულად. მაგალითად, ჩვენს მიერ მოტანილ ურთიერთ შეუღლებულ ცხრილში მომუშავენი სულ შეადგენენ 75-ს, რაც მთლიანი რიცხოვნობის, 255-ის მიმართ შეადგენს $\frac{75}{255} = 0.294$ ნაწილს.

---

[1] გავიხსენით, რომ ხშირად და ამ შემთხვევაშიაც მოსახერხებელია აბსოლუტური წონები (f_i) გადავიყვანოთ ხშირადობებში. ეს უკანასკნელი მიიღება ინდივიდუალური წონის აბსოლუტური მაჩვენებელის შეფარდებით ინდივიდუალურ წონათა ჯამურ მაჩვენებელზე. მაგალითად, ცხრილში პირველი სვეტის მიხედვით მომუშავეთა შორის უმაღლესდამთავრებულთა წონაა 60 აბსოლუტური მნიშვნელობით, ხოლო ხშირადობა იქნება $\frac{60}{75} = 0.8$, ხოლო უმაღლესდაუმთავრებელთა ხშირადობა $\frac{15}{75} = 0.2$. ასეთნაირად გაინგარიშება, აგრეთვე ხშირადობანი სტრიქონების მიხედვით. ცხადია ხშირადობათა ჯამი როგორც სვეტების, ასევე სტრიქონების მიხედვით 1-ის ტოლია.

ესაა მისი ხშირადობა, ხოლო არამომუშავეების 0,706-ს $\left(\frac{180}{255}\right)$.

ამ ხშირადობათა მიხედვით, მაგალითად, პირველი სტრიქონის ნიშნები იქნება მომუშავეებისათვის $100\times0.294=29$, ხოლო არამომუშავეებისათვის $0.706\times100=71$. მეორე სტრიქონში მომუშავეებისათვის წონა იქნება $0.294\times155=46$, ხოლო არამომუშავეებისათვის $155\times0.706=109$. ჩვენ მიერ მოტანილი ცხრილი ემპირიული და თეორიული (ფრჩხილებში) დონეებით მიიღებს შემდეგ სახეს:

ცხრილი №39

ჯგუფები	I (დახ)	II (არა)	Σ
I (დახ)	60 (29)	40 (71)	100
II (არა)	15 (46)	140 (109)	155
Σ	75	180	255

ემპირიული და თეორიული სიხშირეების შეფარდებით გაიანგარიშება χ^2- კრიტერიუმი ფორმულით:

$$\chi^2=\sum_j\sum_i\frac{\left(f_{ij}-f'_{ij}\right)^2}{f'_{ij}}$$

სადაც f_{ij} და f'_{ij} - ცალკეული ჯგუფების მიხედვით ემპირიული და თეორიული სიხშირეებია. ჩვენი მონაცემებით ის შეადგენს:

$$\chi^2=\frac{(60-29)^2}{29}+\frac{(40-71)^2}{71}+\frac{(15-46)^2}{46}+\frac{(140-109)^2}{109}=72.48$$

მაშასადამე $\chi^2_{\text{ფაქტ.}}=72.48$.

ეს მაჩვენებელი უნდა შევადაროთ ცხრილურ მაჩვენებელს, რომელიც მოინახება ცხრილში (იხილეთ დანართი 4) α-ს მოცემული მნიშვნელობის დონისათვის ($\alpha=0.05$) და $K=\left(K_1^n-1\right)\left(K_2^n-1\right)$ თავისუფლების ხარისხისათვის (*n*

ჯგუფების რაოდენობაა ნიშნების მიხედვით) $K=(2-1)(2-1)=1$. ამიტომ ცხრილის მიხედვით ის შეადგენს 3,84-ს. რამდენადაც $\chi^2_{\text{ფაქტ.}} > \chi^2_{\text{ცხრ.}}$ ამიტომ ჩვენს მიერ წინასწარ დაშვებული ნულოვანი ჰიპოთეზა მოცემულ მოვლენებს შორის კავშირის არარსებობის შესახებ უარიყოფა და მტკიცდება საწინააღმდეგო თეორემა. საწინააღმდეგო კი იმაში მდგომარეობს, რომ უმაღლესდამთავრებულებისა და უმაღლესდაუმთავრებლების განაწილება მუშაობისა და არ მუშაობის, ანუ „დიახ" და „არას" მიხედვით შემთხვევითი არაა. მაშასადამე, თუ შემთხვევითი არაა, მაშინ უმაღლესის დამთავრება (მიზეზობრივი ფაქტორი) გავლენას ახდენს (კორელაციურ კავშირშია) სამუშაო ძალის (მუშაობა-არმუშაობის მაჩვენებელი) განვითარებაზე.

მაშასადამე დავამტკიცეთ, რომ აღებული ატრიბუტული (ხარისხობრივი) ნიშნები ერთმანეთთან კორელაციურ ურთიერთკავშირშია. ამიტომ დგება საკითხი ამ კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გაზომვის შესახებ. სტატისტიკაში ამისათვის გამოიყენება ასოციაციის, კონტიგენციის, პირსონისა და ჩუპროვის, აგრეთვე ბისერიალური კოეფიციენტები. პირველი ორი მათგანი გამოიყენება „ოთხ მინდვრიანი" ცხრილებისათვის, შემდეგი ორი–ნებისმიერი ზომის ცხრილებისათვის, ხოლო ბისერიალური კორელაციის კოეფიციენტი–თვისებრივ (ალტერნატიულ) და რაოდენობრივ მაჩვენებლებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად.

16. ასოციაციის, კონტინგენციისა და ბისერიალური კორელაციის კოეფიციენტები.

მე-15 პრაგრაფში მოტანილი „ოთხ მინდვრიანი" ცხრილის მონაცემების მიხედვით, სადაც სიხშირეები აღნიშნულია a,b,c

და d სიმბოლოებით, ასოციაციის[1] კოეფიციენტი ზოგადად ასე ჩაიწერება:

$$K_{\text{ასოც.}} = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (9.78)$$

კონკრეტული მონაცემებით (იხ, ცხრილი 38) ის შეადგენს:

$$K_{\text{ასოც.}} = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{(60 \times 140) - (15 \times 40)}{(60 \times 140) + (15 \times 40)} = 0.87$$

მაშასადამე ასოციაციის კოეფიციენტი გვიჩვენებს, რომ კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი პირთა მუშაობისა და ამ პირთა უმაღლესის დამთავრების ნიშანს შორის მაღალია.

სტატისტიკოსები აღნიშნავენ ამ კოეფიციენტის უარყოფით მხარეს. კერძოდ თუ რომელიმე უჯრის სიხშირე არა გვაქვს, ანუ უდრის ნულს, მაშინ როგორც ფორმულიდან ჩანს კოეფიციენტი უდრის +1-ს ან –1, რომელიც წარმოადგენს ფუნქციონალურ ანუ სრულ კავშირს და ამახინჯებს კორელაციური კავშირის სურათს. ამიტომ გვთავაზობენ მეორე ფორმულას, რომელსაც ჰქვია კონტინგენციის კოეფიციენტი. ის ზოგადად გაიანგარიშება ფორმულით:

$$K_{\text{კონტ.}} = \frac{ab - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \quad (9.79)$$

კონკრეტული ცხრილის მონაცემებით:

$$K_{\text{კონტ.}} = \frac{(60 \times 140) - (15 \times 40)}{\sqrt{(60+40)(15+40)(60+15)(40+140)}} = 0.545$$

მივიღეთ კორელაციის კონტინგენციის კოეფიციენტი, რომელიც გაცილებით ნაკლებია ასოციაცის კოეფიციენტზე. სტატისტიკოსები მიიჩნევენ[2], რომ კონტიგენციის

---

[1] სიტყვა „ასოციაცია" წარმომდგარია ლათინური სიტყვა associo-საგან. რაც ნიშნავს გაერთიანებას, კავშირს.

[2] იხ. Теория статистики. Учебник, под редакцией проф. Р. А. Громыко. М.: ИНФРА–М, 2002 стр. 203

კოეფიციენტი ყოველთვის ნაკლებია ასოციაციის კოეფიციენტზე და ამიტომ თუ კონტინგენციის კოეფიციენტი $(|K|_{\text{კონტ.}} > 0.3)$ აბსოლუტური სიდიდით მეტია 0.3-ზე ხოლო ასოციაციის კოეფიციენტი $(|K|_{\text{ასოც.}} > 0.5)$, კავშირი აღნიშნული მოვლენებს შორის მნიშვნელოვანი და არსებითია. ასოციაციისა და კონტინგენციის კოეფიცენტები გამოიყენება სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ალტერნატიულ ნიშანთა ორი ჯგუფის წარმოქმნის პირობებში. მაგრამ თუ ჯგუფების რაოდენობა ორზე მეტია, მაშინ სტატისტიკაში არსებობს ურთიერთშეუღლებულ მაჩვენებელთა პირსონის და ჩუპროვის კორელაციის კოეფიციენტები (მათი გამოყენება შეიძლება, აგრეთვე, ორი ჯგუფის წარმოქმნის შემთხვევაშიაც).

პირსონის კოეფიციენტი ($K_{\text{პირს.}}$) გამოიანგარიშება ფორმულით:

$$K_{\text{პირს.}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \qquad (9.80)$$

რუსმა სტატისტიკოსმა ა. ა. ჩუპროვმა (1874-1926) შეიმუშავა კავშირის განსხვავებული მაჩვენებელი, რომელიც გამოისახება ფორმულით:

$$K_{\text{ჩუპრ.}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(K_1 - 1)(K_2 - 1)}} \qquad (9.81)$$

სადაც χ^2 - პირსონის ხი-კვადრატია, რომელიც ცნობილია წინა მასალიდან.

n - დაკვირვების ერთეულთა რიცხვი

K_1 და K_2 – შესაბამისად სტრიქონებისა და სვეტების რიცხვი ცხრილში (ჯამის გარდა).

ჩვენი ცხრილი №39-ის მონაცემებით დაკვირვების საერთო რიცხვი (უმაღლესდამთავრებულები და უმაღლესდაუმთავრებლები) შეადგენს 255-ს. χ^2 – წინა მასალაში გაანგარიშების მიხედვით შეადგენს 72,48-ს, $K_1 = 2$, $K_2 = 2$, აქედან გამომდინარე პირსონის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$K_{\text{პირს.}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} = \sqrt{\frac{7248}{7248 + 255}} = 0.47$$

ჩუპროვის კოეფიციენტი:

$$K_{\text{ჩუპრ.}} = \sqrt{\frac{x^2}{n(K_1 - 1)(K_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{7248}{255(2-1)(2-1)}} = 0.53$$

როგორც ჩანს ალტერნატიული ნიშნის ორი ჯგუფის შემთხვევისთვისაც შეიძლება გამოვიყენოთ პირსონისა და ჩუპროვის კოეფიციენტები, მაგრამ ამ შემთხვევაში შედეგები ნაკლებსარწმუნოა, ვინაიდან ჩუპროვის კოეფიციენტი მეტია, ვიდრე პირსონის კოეფიციენტი. 2-ზე მეტი რაოდენობის ჯგუფების წარმოქმნისას კი პირიქითაა, ჩუპროვის კოეფიციენტი ყოველთვის ნაკლებია პირსონის კოეფიციენტზე. ამიტომ სტატისტიკოსები 3-ზე ნაკლები ჯგუფების შემთხვევაში არ იძლევიან პირსონისა და ჩუპროვის კოეფიციენტების გამოყენების რეკომენდაციას.

ზოგჯერ სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში საჭიროა დავადგინოთ კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი ალტერნატიული (თვისებრივ, ხარისხობრივ) მაჩვენებელსა და რაოდენობრივ მაჩვენებლებს შორის. მაგალითად, იგივე უმაღლესდამთავრებულები და უმაღლესდაუმთავრებლები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან არა მარტო სამუშაოზე დასაქმებით, არამედ შემოსავლების ოდენობითაც. მოვიტანოთ პირობითი მაგალითი:

ფირმის მუშაკთა შემოსავლის თვიური დონე მათი განათლებისაგან დამოკიდებულებით

ცხრილი №40

	საშუალო თვიური შემოსავლები (ლარებში)				სულ თანამშრომლები (კაცი)
	80	120	150	200	
უმაღლეს დამთავრებულები	10	15	25	30	80
უმაღლეს დაუმთავრებლები	20	20	15	10	65
სულ	30	30	40	40	145

როგორც ჩანს უმაღლესდამთავრებულთა რაოდენობა იზრდება ხელფასის გადიდებასთან ერთად (მაგალითად, 80 ლარი აქვს 10 კაცს, ხოლო 200 ლარი 30 კაცს), ხოლო უმაღლესდაუმთავრებელთა რიცხვი ხელფასის ზრდასთან ერთად კლებულობს. მაშასადამე, ვიზუალურად ჩანს, რომ მომუშავეთა რიცხოვნობის განაწილება ხელფასის დონის მიხედვით არაა შემთხვევითი, არამედ დამოკიდებულია მათი განათლების დონეზე.

ასეთ შემთხვევაში ანუ ისეთ შემთხვევებში, როდესაც მიზეზობრივი მოვლენა (ფაქტორი) ხარისხობრივია (თვისებრივი), ხოლო საშედეგო მოვლენა რაოდენობრივი (ან პირიქით), სტატისტიკაში კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად გამოიყენება ბისერიალური კორელაციის კოეფიციენტი, რომლის ფორმულაა:

$$B = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1|}{\sigma_y} \cdot \frac{pq}{z} \qquad (9.82)$$

სადაც B –ბისერიალური კოეფიციენტია,

$\bar{y}_2 - \bar{y}_1$ – შესაბამისად I და II ჯგუფების საშუალო მაჩვენებელია,

σ_y – საშუალო კვადრატული გადახრა.

p და q – შესაბამისად I და II ჯგუფების ხვედრითი წილი საერთო რაოდენობაში.

z – ფიშერის ცხრილური – განაწილების მაჩვენებელი,

რომელიც მოიძებნება ცხრილში (იხ. დანართი 10) შესაბამისი ალბათობის მიხედვით. ალტერნატიულ ნიშნებში ალბათობად შეიძლება ჩავთვალოთ თითოეული ნიშნის წილი საერთო მოცულობაში (ხელშემწყობ რიცხვთა შეფარდება ყველა შესაძლო რიცხვთან).

ჩვენს მიერ მოტანილი ცხრილის მონაცემებით:

$$\bar{y}_1 = \frac{(80\times 20)+(120\times 15)+(150\times 25)+(200\times 30)}{10+15+25+30} = \frac{12350}{80} = 154;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{(80\times 20)+(120\times 20)+(150\times 15)+(200\times 10)}{20+20+15+10} = \frac{8255}{65} = 125$$

$$\bar{y}_{\text{საერთ.}} = \frac{(80\times 30)+(120\times 35)+(150\times 40)+(200\times 40)}{145} = \frac{20605}{145} = 145$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = 43.3$$

$$\sigma_y = 43.3$$

$$p = 0.55$$

$$q = 0.45$$

$Z =$ (რადგან $p = 0.55$, რასაც ჩვენ მივიჩნევთ ალბათობად, ცხრილში – დანართი 10, ის შეადგენს 0.6184) $= 0.6184$

ამ მონაცემების საფუძველზე კორელაციის ბისერიალური კოეფიციენტი შეადგენს:

$$B_{\text{ბისერ.}} = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1|}{\sigma_y} \cdot \frac{pq}{z} = \frac{|127-154|}{43.3} \cdot \frac{0.55\times 0.45}{0.6184} = 0.27$$

$$B_{\text{ბისერ.}} = 0.27$$

კოეფიციენტის მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაში შემოსავლებსა და უმაღლესის დამთავრებას შორის კავშირი არსებობს, მაგრამ ძალიან სუსტი.

17. რანგების კორელაციის კოეფიციენტი

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში წყვილადი კორელაციური კავშირების სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად ხშირად იყენებენ რანგების კორელაციის კოეფიციენტებს, რომლებიც გამოირჩევიან გაანგარიშებათა სიმარტივით და მოხერხებულობით. ასეთია **ინგლისელი სტატისტიკოსების სპირმენისა და კენდელის** რანგების კორელაციის კოეფიციენტები. ორთავე მეცნიერის მიერ შემოთავაზებული კოეფიციენტის გაანგარიშების მეთოდოლოგია ეყრდნობა x და y ნიშნების მიხედვით მოცემული ვარიაციული მწკრივების რანჟირებას და შესაბამისი რანგების ვარიაციული მწკრივების წარმოქმნას.

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების ვარიაციული მწკრივების რანჟირება ეწოდება ამ მწკრივების ინდივიდუალურ მნიშვნელობათა ადგილების (პირველი 1, მეორე 2 და ა. შ.) განსაზღვრას, ანუ მათდამი რანგების მიკუთვნებას, სიდიდის მიხედვით ზრდის ან კლების ტენდენციის გათვალისწინებით.

აქედან, ცხადია, **რომ რანგი მაჩვენებელთა რიგითი ნომერია ზრდის ან კლების ტენდენციით დაალაგებულ ვარიაციულ მწკრივში.** მოვიტანოთ პირობითი მაგალითი, რომლის მიხედვით ადვილი გასაგები გახდება ვარიაციული მწკრივების რანჟირების პროცესი.

ავიღოთ, მაგალითად, 10 მსხვილი კომერციული ბანკი, რომელთა მიხედვით გვაქვს აქტივები და წლიური მოგების მაჩვენებლები მლნ. ლარობით:

ბანკების ნომერი	აქტივები (მლნ. ლარი) x	წლიური მოგება (მლნ. ლარი) y	რანჟირებული ვარიაციული მწკრივები: x ნიშნით N_x	y ნიშნით N_y	რანგებს შორის სხვაობა $(N_x - N_y)$	d^2
1	10.0	0.5	10	10	10-10=0	0
2	15.0	0.7	9	8	9-8=1	1
3	20.0	0.6	8	9	8-9=-1	1
4	25.0	0.8	7	7	7-7=0	0
5	30.0	1.2	6	5	6-5=1	1
6	40.0	1.3	5	4	5-4=1	1
7	50.0	1.0	4	6	4-6=-2	4
8	60.0	1.5	3	3	3-3=0	0
9	70.0	1.8	2	2	2-2=0	0
10	80.0	2.0	1	1	1-1=0	0
$n=10$	ჯ					$\Sigma d^2=8$

კომერციული ბანკების აქტივები და წლიური მოგება (მლნ ლარობით)

ცხრილი №41

მოვლენებს შორის პირდაპირი კავშირების დროს რანჟირება იწყება უდიდესიდან უმცირესის მიმართულებით. უდიდესი მნიშვნელობის მქონე ვარიანტს ენიჭება უპირატესობა და ესმის რანგი 1, ანუ თავსდება პირველ ადგილზე, ხოლო თუ შებრუნებულ ანუ უკუკავშირების შემთხვევაში რომელიმე ერთერთი ნიშნის მნიშვნელობათა რანჟირება წარმოებს, მაშინ—უმცირესიდან უდიდესამდე. მაგალითად, წარმოების მოცულობისა და პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების ურთიერთკავშირის შესწავლისას წარმოების მოცულობის ვარიაციული მწკრივის რანჟირება მოხდება უდიდესიდან უმცირესამდე, ხოლო პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების რანჟირება—უმცირესიდან უდიდესამდე (ბუნებრივია, რომ პირველ ადგილზე მოხვდება უმცირესი დანახარჯების მქონე წარმოებანი).

(ცხრილში მიზეზობრივი ფაქტორი აღნიშნულია x-ით, საშედეგო ფაქტორი y-ით, ნიშნის მიხედვით რანგი N_x-ით, y ნიშნით მიხედვით რანგი N_y-ით). ცხრილში რანგები წარმოიქმნება მაჩვენებელთა რაიმე ნიშნის უპირატესობის მიხედვით. როგორც საწესდებო კაპიტალის ასევე წლიური მოგების მიხედვით უპირატესობა ენიჭება მათ სიდიდეს. ცხადია პირველ ადგილზე უნდა დავსვათ ის ბანკები, რომლებსაც ყველაზე დიდი საწესდებო კაპიტალი და წლიური მოგება აქვს, შემდეგ ადგილებზე განაწილდება ამ მაჩვენებელთა უფრო ნაკლები სიდიდის ბანკები და ა. შ.

იმ შემთხვევაში თუ რამდენიმე ბანკს აქვს სიდიდით ერთი და იგივე მაჩვენებელი, მაშინ თითოეულ მათგანს რანგი მიეკუთვნება ვარიაციულ მწკრივში მათი რიგითი ადგილების

საშუალო არითმეტიკულის მიხედვით.

მაგალითად, თუ მე-4 რანგის შემდეგ ორი მაჩვენებელია ერთნაირი სიდიდის, მაშინ თითოეულ მათგანს მიეკუთვნება 4.5 რანგი $\left(\frac{4+5}{2}=4.5\right)$, ხოლო თუ სამია ასეთი, მაშინ თითოეულ მათგანს მიენიჭება მე-5 რანგი $\left(\frac{4+5+6}{3}=5\right)$ და ა.შ.

რანჟირებული ვარიაციული მწკრივების რანგების საფუძველზე **სპირმენმა** შეიმუშავა კორელაციის რანგების კოეფიციენტის გასაანგარიშებლად შემდეგი ფორმულა:

$$R_{xy}=1-\frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} \qquad (9.83)$$

სადაც R_{xy} - რანგების კორელაციის კოეფიციენტია,

d, i–ური რიგის x და y ნიშნების რანგებს შორის სხვაობაა $\left(N_x-N_y\right)$

n–დაკვირვების რიცხვი.

ჩვენი ცხრილის მონაცემებით $n=10$, $\Sigma d^2=8$. ამ საფუძველზე **სპირმენის** რანგების კორელაციის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$R_{xy}=1-\frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}=1-\frac{48}{990}=0.95$$

როგორც ჩანს კორელაციის რანგების კოეფიციენტმა აჩვენა მოცემულ მოვლენებს შორის პირდაპირი და ამავე დროს მაღალი სიმჭიდროვის ხარისხის კავშირი. სტატისტიკოსები იტყობინებიან, რომ კორელაციის რანგების კოეფიციენტის

მაჩვენებელი ნაკლებ საიმედოა, ვიდრე წრფივი კორელაციის კოეფიციენტის მაჩვენებელი. მაგრამ გაანგარიშებათა სიმარტივის გამო მას შედარებით ფართო გამოყენება აქვს სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ანალიზის დროს[1].

ინგლისელმა სტატისტიკოსმა გ. ჯ. კენდელმა რანგების კორელაციის კოეფიციენტის გაანგარიშება შემოგვთავაზა x და y ნიშნების რანგების ზრდისა და კლების შესადარისობის საფუძველზე. საქმე ისაა, რომ x ნიშნის რანგები აიგება მკაცრად განსაზღვრულ ზრდის ტენდენციის მიხედვით. მაგრამ მის შესაბამისად y ნიშნის რანგების (N_y) ზრდა ყოველთვის არ შეესაბამება x-ის ზრდას ე. ი. არაა დაცული მათ შორის ზრდის თანმიმდევრობა. მაგალითად, ჩვენს მიერ ზემოთმოტანილ ცხრილში რანგები ხასიათდება მუდმივი ზრდის ტენდენციით, ხოლო ზემოდან მე-2 და მე-6 რიგის რანგები ნაკლებია შესაბამისად მათ წინამდებარე რანგებზე. ამიტომ განსაზღვრავენ იმ რანგების რაოდენობას, რომლებიც თავისი მნიშვნელობით მეტია მის წინამდებარე რანგების

---

[1]შევნიშნავთ, რომ კორელაციის რანგების კოეფიცენტი სხვა არაფერია თუ არა წრფივი კორელაციის კოეფიციენტი მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ამ უკანასკნელის გასაანგარიშებელ ფორმულაში x და y–ის ნაცვლად რანგები (N_x და N_y) გამოიყენება. ნატურალური რიცხვებისათვის საშუალო სიდიდე განისაზღვრება ფორმულით $\frac{n^2+n}{2n}=\frac{n+1}{2}$, ხოლო საშუალოდან ნატურალური რიცხვების გადახრის კვადრატების საშუალო $\frac{n^3-n}{12}$ ფორმულით. ამ მაჩვენებლების ფიშერის კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის ფორმულაში შეტანითა და მარტივი გარდაქმნებით ვღებულობთ სპირმენის კორელაცის რანგების კოეფიციენტს. (დამტკიცებას იხილეთ: Дж, Эдж, Юл, М. Дж. Кендел, Теория Статистики, Гостатиэдат ЦСУ, М., 1960, с. 304)

მნიშვნელობაზე, ე.ი. სწორი „თანმიმდევრობის“ რაოდენობას. მათ რაოდენობას „+“ ნიშნით გამოსახავენ და აღინიშნება p სიმბოლოთი. პარალელურად დაითვლიან ამ რანგების რაოდენობას, რომლებიც თავისი მნიშვნელობით ნაკლებია მის წინამდებარე რანგების მნიშვნელობაზე. ასეთ შემთხვევებს გამოსახავენ „–“ ნიშნით და აღნიშნავენ Q სიმბოლოთი. ორთავეს ჯამს გამოსახავენ S სიმბოლოთი ($S = p + Q$).

ადვილი მისახვედრია, რომ p მაქსიმალურ მნიშვნელობას მიაღწევს მაშინ, როდესაც N_x და N_y რანგები სრულ შესაბამისობაშია, ე.ი. როგორც N_x, ისე N_y იზრდებიან ნატურალური მთელი რიცხვების შესაბამისად, 1-დან n-მდე. მაშინ პირველი წყვილ ($N_x = 1$ და $N_y = 1$) რანგების შემდეგ რანგების მნიშვნელობათა წინა რანგების მნიშვნელობებზე გადაჭარბების რიცხვი იქნება $n-1$, რანგების მეორე წყვილის ($N_x = 2$ და $N_y = 2$) შემდეგ $n-2$ და ა.შ. მაშასადამე სულ გვექნება:

$$P_{\max} = (n-1) + (n-2) + \ldots + 3 + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

იმ შემთხვევაში, როცა y-ის რანგებს აქვს x-ის რანგების ტენდენციის საწინააღმდეგო ტენდენცია, უნდა ავიღოთ აბსოლუტური მნიშვნელობით:

$$\left|P_{\max}\right| = \frac{n(n-1)}{2}.$$

მ. ჯ. კენდელმა კორელაციის რანგების კოეფიციენტი შეიმუშავა $S = P + Q$-ს P ან Q-ს მაქსიმალურ შესაძლებელ რიცხვთან შეფარდებით:

$$R_{xy} = \frac{S}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{2S}{n(n-1)} \qquad (9.84).$$

ჩვენს მიერ ზემოთ მოტანილი ცხრილის მონაცემებით ვაჩვენოთ კენდელის კორელაციის რანგების კოეფიციენტის გაანგარიშების წესი.

ცხრილი №4

რანგები		ბალანსის გაანგარიშება	
N_x	N_y	„+“	„–“
1.	1	9	0
2.	2	8	0
3.	3	7	0
4.	6	4	1
5.	4	4	2
6.	5	5	0
7.	7	3	0
8.	9	1	1
9.	8	1	0
10.	10	-	-
n=10		P=42	Q=4

ბალების გაანგარიშება „+“ და „–“ მინუს ნიშნების მიხედვით შემდეგნაირად ხდება: პირველ სტრიქონში ($N_x = 1, N_y = 1$) აღმოჩნდა, რომ 1-ზე გადაჭარბების 9 შემთხვევაა და არცერთი ერთზე ნაკლები შემთხვევა სვეტის რანგებიდან. ამიტომ „+“ ნიშანია 9 ანუ 9 ბალი, ხოლო მინუსი ნიშანი 0. ასეთივე მდგომარეობაა მეორე და მესამე სტრიქონებში. მეოთხე სტრიქონის შემდეგ 6-ზე მეტია 4 რანგი, ხოლო ნაკლები 1. ამიტომ მეოთხე

სტრიქონში გვაქვს „+“ 4, ხოლო მინუსი 1 და ა.შ.

მაშასადამე სულ გვაქვს $P=42$, $Q=-4$ აქედან

$$S=P+(-4)=38$$

კორელაციის კენდელის რანგების კოეფიციენტი უდრის:

$$R_{xy}=\frac{2S}{n(n-1)}=\frac{2\cdot 38}{10(10-1)}=\frac{76}{90}=0.84.$$

როგორც ჩანს კენდელის რანგების კოეფიციენტი აღმოჩნდა უფრო ნაკლები თავისი სიდიდით, ვიდრე სპირმენის კოეფიციენტია.

კენდელის აღნიშნული კოეფიციენტი გამოიყენება იმ პირობებისათვის, როცა x და y ნიშნების ვარიაციულ მწკრივებში ვარიანტები არ მეორდება და აქედან გამომდინარე არ ხდება რანგების გაერთიანება საშუალო მაჩვენებლებში (რანგებში). თუ ვარიანტების ერთი და იგივე მნიშვნელობანი მეორდება და მაშასადამე წარმოიქმნება ერთი და იგივე რანგები, მაშინ კორელაციის რანგების კოეფიციენტის გასაანგარიშებლად გამოიყენება **კენდელის მეორე ფორმულა:**

$$B_{xy}=\frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2}-K_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2}-K_y\right]}} \qquad (9.85)$$

სადაც $K_x=K_y=\frac{\sum t(t-1)}{2}$ - ბალების რიცხვი, რომლითაც კორექტირდება თითოეულ მწკრივში გაიმეორებული t რანგების ხარჯზე (უნდა გვახსოვდეს, რომ ერთნაირი ბალების თანმიმდევრობის შემთხვევები ნებისმიერ მწკრივში ფასდება ნულოვანი ბალით (0), რის გამო ისინი კოეფიციენტის გაანგარიშებისას არც პლიუსი და არც მინუსი ნიშნებით მხედველობაში არ

მიიღება). აღნიშნული შემთხვევისათვის ვაჩვენოთ კენდელის რანგების კორელაციის კოეფიციენტის გაანგარიშების წეს პირობით მაგალითზე.

რანგიების კორელაციის კენდელის კოეფიციენტის გაანგარიშების ცხრილი.

ცხრილი №4

x	y	N_x	N_y	ბალანსის დაცვის შედეგები	
				„+“ ნიშნით	„–“ ნიშნით
26	62	1	2	8	1
30	60	2.5	1	7	0
30	64	2.5	3	7	0
32	66	4	4.5	5	0
36	66	6	4.5	3	0
36	68	6	6	3	0
36	70	6	7.5	2	0
38	70	8	7.5	2	0
40	76	9	9.5	0	0
44	76	10	9.5	-	-
n=10				P=37	Q=-1

მოქმედი წესის მიხედვით[1] თავიდანვე უნდა განვსაზღვროთ x ნიშნისათვის ერთნაირ მნიშვნელობათა რანგები. მინიმალურ მნიშვნელობას ($x=26$) მიენიჭება რანგი 1. მის მომდევნო ორ ერთნაირ მნიშვნელობებს, რომლებსაც უჭირავს მეორე და მესამე ადგილი 2.5 ($\frac{3+2}{2}=2.5$), $x=32$ მნიშვნელობას მიენიჭება რანგი 4. მის მომდევნო თითოეულ ერთნაირ მნიშვნელობებს ($x=36$), რომლებსაც უჭირავს შესაბამისად მე-5, მე-6 და მე-7 ადგილები, ბალი 6 ($\frac{5+6+7}{3}=6$). რადგანაც

[1] იხ. Теория статистики. Учебник под редакцией проф. Р. А. Громыко М.: ИНФРА–М, 2002, стр. 219

ამის შემდგომ მწკრივის მაჩვენებლები არაა ერთნაირი, ამიტომ თითოეულის დანარჩენ ვარიანტების ბალები მიენიჭება შესაბამისად 8,9,10.

ამის ანალოგიურად წარმოებს y ნიშნის მიხედვით რანგების დათვლის პროცესი მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ რანგების მეორე წყვილის ($N_x = 2.5$, $N_y = 1$) შემდეგ მესამე წყვილს მხედველობაში არ ვღებულობთ არც პლუსი და არც მინუსი ნიშნებით, ვინაიდან 2.5 რანგის მნიშვნელობა იმეორებს მეორე წყვილის მნიშვნელობას. ამავე მიზეზით, მაგალითად, მეხუთე წყვილის ($N_x = 6, N_y = 4.5$) განხილვისას, მხედველობაში არ ვღებულობთ მე-6 და მე-7 წყვილებს, რომელთათვისაც $N_x = 6$. მე-7 წყვილის განხილვისას ($N_x = 6, N_y = 7.5$) მხედველობაში არ ვღებულობთ მე-8 წყვილს, რომლისთვისაც $N_y = 7.5$ იმეორებს მე-7 წყვილის მნიშვნელობას და ა.შ.

დავითვალოთ K_x და K_y. N_x რანგებში განმეორებით ორი შემთხვევა გვაქვს: ერთ შემთხვევაში რანგი 2.5 მეორდება 2-ჯერ, მეორე შემთხვევაში რანგი 6 მეორდება 3-ჯერ. მაშასადამე

$$K_x = \frac{2(2-1)+3(3-1)}{2} = 4.$$

N_y -ის მწკრივში გვაქვს რანგების განმეორების სამი შემთხვევა. პირველ შემთხვევაში რანგი 2.5 მეორდება 2-ჯერ, რანგი 7.5 აგრეთვე ორჯერ და რანგი 2.5-ორჯერ. მაშასადამე

$$K_y = \frac{2(2-1)+2(2-1)+2(2-1)}{2} = 3 \quad (t \text{ როგორც აღვნიშნეთ}$$

ერთზე მეტად განმეორებადი რანგის განმეორების სიხშირე).

$$S = P + Q = 37 + (-1) = 36$$

მაქსიმალური ბალების რაოდენობა

$$\frac{n(n-1)}{2}=\frac{10\cdot 9}{2}=45$$

კორელაციის რანგების კენდელის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$B_{xy}=\frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2}-K_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2}-K_y\right]}}=\frac{36}{41}=0.867$$

როგორც ჩანს კორელაციის რანგების კოეფიციენტი ძალიან მაღალია და აჩვენებს x და y მოვლენებს შორის მჭიდრო ურთიერთკავშირს.

ამიტომ სტატისტიკოსები კორელაციის სპირმენისა და კენდელის რანგების კოეფიციენტებს ანიჭებენ უპირატესობას იმის გამო, რომ მათი გამოთვლა მარტივია. მათი მეშვეობით შეიძლება კავშირების სიმჭიდროვის ხარისხი გაიზომოს არა მარტო რაოდენობრივ, არამედ თვისებრივ (ხარისხობრივ) მოვლენებსა და პროცესებში და ა.შ.

18. პირსონის თეორიული კორელაციური შეფარდება

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ურთიერთკავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის განხილული კორელაციის კოეფიციენტები უმთავრესად გამოიყენება წრფივი კავშირების შემთხვევებისათვის.

პირსონის თეორიული კორელაციური შეფარდება უნივერსალური კორელაციის კოეფიციენტია, რომლითაც შეიძლება გაიზომოს მოლენებს შორის არსებული კავშირების სიმჭიდროვის ხარისხი არა მარტო წრფივი, არამედ არაწრფივი კავშირების (პარაბოლური, ჰიპერბოლური, ხარისხოვანი და ა. შ.) შემთხვევისათვის.

წინა მასალაში, დაჯგუფებულ მონაცემებს შორის

კორელაციური ურთიერთკავშირების შესწავლისას, დისპერსიების შეკრების კანონის ძალით ვაჩვენეთ ემპირიული კორელაციური შეფარდების გაანგარიშება დეტერმინაციის ემპირიული კოეფიციენტიდან ფესვის ამოღების გზით:

$$\left(\eta_{\text{ემპ.}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_y^2}}\right).$$

პირსონის თეორიული კორელაციური შეფარდება გაინგარიშება დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტიდან კვადრატული ფესვის ამოღებით. თავისთავად დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტი დგინდება ნებისმიერი ფუნქციის (წრფივი და არაწრფივი) საშუალო მოვლენების დონეთა მოსწორებით, ანუ ისეთი თეორიული დონეების გაანგარიშებით, რომლებიც უმცირეს კვადრატთა მეთოდით საერთო ჯამში მინიმალური მნიშვნელობით იქნება განსხვავებული ემპირიული დონეებისაგან. კოეფიციენტის სიდიდე განისაზღვრება საშუალო მოვლენის თეორიული დონეების დისპერსიის $\frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{\hat{y}})^2}{n}$ შეფარდებით ემპირიული დონეების დისპერსიასთან $\left(\frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n}\right)$. ამის შედეგად თეორიული დეტერმინაციის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$K_{\text{თეორ.}} = \frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{\hat{y}})^2}{n} : \frac{\Sigma(y-\bar{y})}{n} = \frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{\hat{y}})^2}{\Sigma(y-\bar{y})^2},$$

სადაც $K_{\text{თეორ.}}$ თეორიული დეტერმინაციის კოეფიციენტია,

n - დაკვირვების რიცხვი,

y - ემპირიული დონეები,

$\hat{y}$ - თეორიული ანუ მოსწორებული დონეები

$\bar{\hat{y}}$ -თეორიული დონეების საშუალო. თეორიული და ემპირიული დონეების საშუალოები (რამდენადაც $\Sigma y = \Sigma\hat{y}$) ერთმანეთის ტოლია. ამიტომ იქ, სადაც ფორმულებში გვაქვს

$\bar{\hat{y}}$ თავისუფლად ვიხმაროთ სიდიდით მისი შემცვლელი $\bar{y}$.

როგორია თეორიული ანუ მოსწორებული და ემპირიული დონეების დისპერსიების ეკონომიკური შინაარსი? რის ცვალებადობას ასახავენ ისინი? ემპირიული დონეების $\left(\sigma^2 = \frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n}\right)$ ანუ საერთო დისპერსია ასახავს მოცემული ეკონომიკური მაჩვენებლის ვარიაციის (ცვალებადობის) ხარისხს უამრავი სოციალურ-ეკონომიკური ფაქტორის ზეგავლენით. ასეთი ფაქტორები იწვევენ საშედეგო მოვლენის ზრდას, კლებას ან სტაბილიზაციას. ძნელია სრულყოფილად დავასახელოთ საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარებაზე მოქმედი მიზეზობრივი ფაქტორების სია. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში მათი ჩამონათვალი მხოლოდ თვალშისაცემ ფაქტორებს ეხება და არა ყველას, რომელთა ნაწილი არა აშკარა, არამედ ფარული გზითაც, ზოგჯერ პოლიტიკურ ზეგავლენასაც კი ახდენენ ამა თუ იმ მოვლენის განვითარებაზე.

რაც შეეხება თეორიული, მოსწორებული დონეების დისპერსიას $\left(\sigma^2 = \frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{y})^2}{n}\right)$. ის იმდენად რამდენადაც თვით თეორიული, მოსწორებული დონეები x (მიზეზობრივი) ფაქტორის ზეგავლენით ჩამოყალიბდა, ასახავს საშედეგო მოვლენის x ფაქტორის ზემოქმედებით გამოწვეულ ცვალებადობის დისპერსიას. ამიტომ დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტი $\left(\frac{\delta^2}{\sigma^2} = K_{\text{დეტ.}}\right)$ გვიჩვენებს საშედეგო მოვლენის (y) საერთო ცვალებადობის (დისპერსიის) რა ნაწილია გამოწვეული მოდელში გათვალისწინებული

ფაქტორის (ან ფაქტორების) ცვალებადობით.

ამიტომ დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტის ეკონომიკური შინაარსი ერთნაირია როგორც წყვილადი, ისე მრავლობითი კორელაციური კავშირურთიერთობის განხილვის პირობებისათვის.

პირსონის თეორიული შეფარდება ანუ კვადრატული ფესვი დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტიდან $\left(\eta_{\text{თეორ.}} = \sqrt{\frac{\sum(\hat{y} - \bar{\hat{y}})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}\right)$ წოდებულია კორელაციური

კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის უნივერსალურ მაჩვენებლად, რომელიც შეიძლება თავისუფლად გამოვიყენოთ როგორც წყვილადი ისე, მრავლობითი, აგრეთვე წრფივი და არაწრფივი კორელაციური კავშირურთიერთობის კორელაციურ-რეგრესიულ ანალიზსა და პროგნოზირებაში.

პირსონის თეორიულ კორელაციურ შეფარდებას ზოგჯერ **უწოდებენ კორელაციის ინდექსს** და გამოიყენება როგორც წყვილადი ასევე მულტიკორელაციური ანუ მრავლობითი კორელაციის დროს. მისი მნიშვნელობა იცვლება 0-დან 1-მდე. სტატისტიკოსები ამბობენ, რომ თუ მისი მნიშვნელობა ნაკლებია 0.3-ზე $(\eta < 0.3)$ კორელაციური კავშირი სუსტია, თუ 0.3-0.6 ფარგლებში – საშუალო, ხოლო თუ მეტია 0.6-ზე $(\eta > 0.6)$- კავშირი ძლიერია. თუ კორელაციის ინდექსი 0-ის ტოლია, მაშინ მოდელში შეყვანილი ფაქტორი არავითარ ზეგავლენას არ ახდენს საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე, თუკი ერთის ტოლია, მაშინ შეიძლება ითქვას, რომ საშედეგო მოვლენის ცვალებადობა (ვარიაცია) მთლიანად განისაზღვრება მიზეზობრივი ფაქტორით.

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი:

კორელაციური შეფარდების საანგარიშო ცხრილი

ცხრილი №44

წლიური საბანკო პროცენტი	ბანკებში დეპოზიტებზე თანხები (მლნ. ლარი)		$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	$\hat{y}_x-\bar{y}$	$(\hat{y}_x-\bar{y})^2$	$y-\hat{y}_x$	$(y-\hat{y}_x)^2$
	ფაქტობრივი y	თეორიული, მოსწორებული $\hat{y}$						
1	32	32.4	-8	64	-7.6	57.76	-0.4	0.16
2	38	37.0	-2	4	-0.3	9.0	1	1
3	40	40.8	0	0	0.8	0.64	-0.8	0.64
4	44	43.8	24	16	+3.8	14.44	0.2	0.4
5	46	46.0	36	36	+6	36	0	0
$\Sigma x = 15$	$\Sigma y = 200$	$\Sigma\hat{y}_x = 200$	0	120	0	117.84	0	1.84

მოცემულ შემთხვევაში ბანკებში დეპოზიტებზე არსებული თანხების საშუალო შეადგენს:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{200}{5} = 40 \text{ მლნ. ლარს.}$$

ასეთივე მაჩვენებლი იქნება მოსწორებული დონეების საშუალო:

$$\bar{\hat{y}} = \frac{\Sigma \hat{y}}{n} = \frac{200}{5} = 40 \text{ მლნ. ლარი.}$$

დეტერმინაციის თეორიული კოეფიციენტი იქნება:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{y})^2}{\Sigma(y-\bar{y})^2} = \frac{117.84}{120} = 0.982$$

პირსონის თეორიული შეფარდება:

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma(\hat{y}-\bar{y})^2}{\Sigma(y-\bar{y})^2}} = 0.990$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ დეპოზიტების ზრდის პროცესი ბანკებში 98%-ით გამოწვეულია საბანკო წლიური პროცენტის მატებით. ამ ორ მოვლენას შორის, ე.ი. საბანკო პროცენტის მატებასა და ბანკებში დეპოზიტების ზრდას შორის კორელაციის კოეფიციენტი შეადგენს 0.99-ს. ე. ი. კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი ძალიან მაღალია.

19. მრავლობითი კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის მაჩვენებლები

მრავლობითი კორელაციური კავშირების სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად სტატისტიკაში ცნობილია:

მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი,

მრავლობითი კორელაციის დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტი,

დეტერმინაციის კერძო კოეფიციენტები,

კორელაციის კერძო კოეფიციენტები,

ელასტიურობის კერძო კოეფიციენტები,

კონკორდაციის კორელაციის კოეფიციენტი.

წინა პარაგრაფში ვაჩვენეთ დეტერმინაციის ემპირიული და თეორიული კოეფიციენტების გაანგარიშების წესები. ისიც აღვნიშნეთ, რომ დეტერმინაციის კოეფიციენტებიდან ამოღებული კვადრატული ფესვი გვაძლევს შესაბამისი სახის (ემპირიული და თეორიული) კორელაციის კოეფიციენტებს და ის წოდებულია მოვლენებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის უნივერსალური მაჩვენებლის სახელწოდებით. ამიტომ ეს მაჩვენებელი თანაბარი ძალით გამოიყენება როგორც წყვილადი, ისე მრავლობითი კორელაციის ანალიზის მიზნებისათვის.

დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტი გაიანგარიშება ფორმულით:

$$R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n} = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \quad (9.86)$$

სადაც δ^2- მრავლობითი კორელაციის რეგრესიული განტოლების საფუძველზე გაანგარიშებული თეორიული დონეების დისპერსიაა.

σ^2—საერთო დისპერსიაა, რომელიც გაიანგარიშება ემპირიული (ფაქტობრივი) დონეების საფუძველზე.

$R^2_{y/x_1,x_2,...,x_n}$ –დეტერმინაციის კოეფიციენტია, რომელიც ასახავს საშედეგო y მოვლენის დამოკიდებულებას $x_1, x_2, .., x_n$ ფაქტორებთან.

აქედან ამოღებული კვადრატული ფესვი გვიჩვენებს მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობას:

$$R_{y/x_1,x_2,..,x_n} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} \qquad (9.87).$$

წრფივი კორელაციური კავშირის შემთხვევაში თუ გამოვიყენებთ წყილად კორელაციურ კოეფიციენტებს, დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტი შეგვიძლია შემდეგნაირად ჩავწეროთ:

$$R^2_{y/x_1,x_2,..,x_n} = \frac{a_1 z_{yx_1}\sigma_{x_1} + a_2 z_{yx_2}\sigma_{x_2} + .. + a_n z_{yx_n}\sigma_{x_n}}{\sigma_y} \qquad (9.88)$$

სადაც $a_1, a_2, .., a_n$ –მრავლობითი რეგრესიული განტოლების პარამეტრებია ნატურალურ გამოსახულებაში.

$z_{yx_1}, z_{yx_2}, .., z_{yx_n}$ –წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტებია, რომლებიც გვიჩვენებენ y საშედეგო მოვლენის კორელაციურ ურთიერთკავშირს შესაბამისად $x_1, x_2, .., x_n$ ფაქტორებთან ცალცალკე, $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, .., \sigma_{x_n}$ - შესაბამისად $x_1, x_2, .., x_n$ – მიზეზობრივი ფაქტორების საშუალო კვადრატული გადახრაა.

σ_y – საშედეგო მოვლენის საშუალო კვადრატული გადახრაა.

აქედან გამომდინარე, მრავლობითი კორელაციის მთლიანი (საერთო) კოეფიციენტი გაინგარიშება ფორმულით:

$$R_{y/x_1,x_2,..,x_n} = \sqrt{\frac{a_1 z_{yx_1}\sigma_{x_1} + a_2 z_{yx_2}\sigma_{x_2} + .. + a_n z_{yx_n}\sigma_{x_n}}{\sigma_y}}.$$

სტატისტიკოსები გვთავაზობენ[1], აგრეთვე, დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტი გავიანგარიშოთ სტანდარტიზებულ მასშტაბში გაზომილი მრავლობითი რეგრესიული განტოლებით:

$$R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n} = \beta_1 r_{yx_1} + \beta_2 r_{yx_2} + \ldots + \beta_n r_{yx_n} \qquad (9.89),$$

სადაც წინა მასალაში მოტანილი სტანდარტიზებულ მასშტაბებში წრფივი რეგრესიული განტოლების

$l_1, l_2, \ldots, l_n$ ცვლადები შეცვლილია წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტებით. ამ ფორმულის საფუძველზე გამოიანგარიშება მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტი:

$$R_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n} = \sqrt{\beta_1 r_{yx_1} + \beta_2 r_{yx_2} + \ldots + \beta_n r_{yx_n}} \qquad (9.90)$$

თუ გვაქვს y საშედეგო მოვლენასა და ორ მიზეზობრივ ფაქტორთან წყვილადი კავშირის კორელაციის კოეფიციენტები, აგრეთვე ამ ორ მიზეზობრივ ფაქტორს შორის კორელაციური კავშირის წყვილადი კოეფიციენტი (z_{yx_1}, z_{yx_2} და $z_{x_1x_2}$), მაშინ მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტი გამოიანგარიშება ფორმულით[2]:

$$R_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n} = \sqrt{\frac{z^2_{yx_1} + z^2_{yx_2} - 2z_{yx_1} z_{yx_2} z_{x_1x_2}}{1 - z^2_{x_1x_2}}} \qquad (9.91).$$

---

[1] იხ., მაგალითად, Теория статистики, под редакцией Р. А. Шмойловой, М.: Финансы и статистика 2002, стр. 307. Теория статистики. Учебник под редакцией проф. Р. Л. Громыко М.: ИНФРА–М 2002, стр. 252 და სხვ

[2] შევნიშნავთ, რომ მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებულია არა მარტო საშედეგო მოვლენასა (y) და მიზეზობრივ ფაქტორებს, არამედ თვით მიზეზობრივ ფაქტორებს შორის კორელაციურ ურთიერთკავშირზე. ამასთან თუ წყვილადი კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი (R_{xy}) ძლიან მალალია და აჭარბებს 0.8-ს, მაშინ სტატისტიკაში ორ ფაქტორს შორის ასეთი კავშირი წოდებულია **კოლინეარობის**, ხოლო მრავალ ფაქტორს შორის – **მულტიკოლინეარობის** სახელწოდებით

გავიანგარიშოთ მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი 32-ე ცხრილის მონაცემებით. ცხრილის პირველი და ბოლო სვეტის მიხედვით გავიანგარიშოთ დისპერსიები. აქედან პირველი სვეტის დისპერსია (σ^2) გვაძლევს საერთო დისპერსიას ანუ საშედეგო ნიშნის საერთო დისპერსიას.

ამ სვეტის მიხედვით მონაცემთა საშუალო არითმეტიკული შეადგენს 44,6-ს $\left(\frac{223.4}{5}\right)$. ამავე სიდიდეს მივიღებთ ბოლო სვეტის მიხედვით. ბოლო სვეტის მონაცემთა დისპერსია არის მოსწორებული დონეების ($\hat{y}$) დისპერსია, რომელიც შეადგენს:

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\hat{y} - \bar{\hat{y}})}{n} = \frac{(42.8-44.6)^2 + (43.7-44.6)^2 + (45.2-44.6)^2}{5} +$$

$$+ \frac{(45.4-44.6)^2 + (46.0-44.6)^2}{5} = 1.402$$

პირველი სვეტის მონაცემების (y) მიხედვით საერთო დისპერსია უდრის:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(y - \bar{y})}{n} = \frac{(42.5-44.6)^2 + (43.8-44.6)^2 + (45.6-44.6)^2}{5} +$$

$$+ \frac{+(44.8-44.6)^2 + (46.7-44.6)^2}{5} = 2.1$$

ამ მონაცემებით დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტი ($R^2_{y/x_1,x_2}$) შეადგენს:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{1.402}{2.1} = 0.667$$

ეს გვიჩვენებს, რომ საშედეგო ნიშნის ანუ უმაღლესი და I ხარისხის ჩაის ხვედრითი წილის ვარიაციის (ცვალებადობის) 66,7% განისაზღვრება ჩვენს მიერ აღებული ფაქტორების

(პირველი სორტის ნედლეულის ხვედრითი წილის (x_1), ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების დროის (x_2) ცვალებადობით, ვარიაციით.

მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი, რომელიც განსაზღვრავს ჩვენს მიერ აღებულ საშედეგო მოვლენასა და მასზე მოქმედ ფაქტორებს (x_1, x_2) შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს, გაიანგარიშება დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტიდან კვადრატული ფესვის ამოღებით:

$$R_{y/x_1,x_2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{0.667} = 0.817$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ საშედეგო ნიშნის (ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხი) კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი შეადგენს 81,7%-ს, რაც ძალიან მაღალია და მეტყველებს ჩვენს მიერ შერჩეული ფაქტორების არსებითობაზე.

ახლა იმავე ცხრილის მონაცემების მოშველიებით ვაჩვენოთ მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტის გაანგარიშების სხვა წესებიც. ამისათვის ცხრილის მონაცემებით გავიანგარიშოთ საშუალო მაჩვენებლები საშუალო არითმეტიკულის ფორმულის გამოყენებით $\left(\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}\right)$, საშუალო კვადრატული გადახრები დისპერსიისა და საშუალო კვადრატული გადახრის გაანგარიშების სამომენტო ანუ გამარტივებული ფორმულის $\left(\sigma = \sqrt{\overline{x^2} + (\bar{x})^2}\right)$ დახმარებით და წყვილადი წრფივი კორელაციის კოეფიციენტები ჩვენთვის უკვე ცნობილი ფორმულის $\left(r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}\right)$ გამოყენებით.

მათშორის: ა) საშუალოები:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{223.4}{5} = 44.68\% \qquad \overline{x_1 x_2} = \frac{6360.9}{5} = 1272.18$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x_1}{n} = \frac{298.4}{5} = 59.68\% \qquad \overline{x_1 y} = \frac{13350.8}{5} = 2670.18$$

$$\bar{x}_2 = \frac{107}{5} = 21.4 \text{ საათი} \qquad \overline{x_2 y} = \frac{4769.2}{5} = 953.84$$

$$\overline{x_1^2} = \frac{17843.4}{5} = 3568.68 \qquad \overline{y^2} = \frac{9991.99}{5} = 1998.398$$

$$\overline{x_2^2} = \frac{2351}{5} = 470.2$$

ბ) საშუალო კვადრატული გადახრები:

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = \sqrt{1998.398 - 1996.302} = 1.447$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2} = \sqrt{3568.68 - 3561.70} = 2.642$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_2)^2} = \sqrt{470.2 - 457.96} = 3.498$$

გ) კორელაციის წყვილადი წრფივი კოეფიციენტები:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{2670.18 - 44.68 \cdot 59.68}{1.447 \cdot 2.642} = 0.962$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{yx_2} - \bar{y} \cdot \bar{x}_2}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{953.84 - 21.4 \cdot 44.68}{1.447 \cdot 3.498} = -0.456$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_x} = \frac{1272.18 - 1277.15}{2.642 \cdot 3.498} = -0.545$$

წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტებიდან ორი მათგანის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი უარყოფითი

მაჩვენებელია. ეს ბუნებრივიცაა, ვინაიდან ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების დროის შემცირებასთან დაკავშირებით, როგორც ცხრილიდან ჩანს, იზრდება როგორც უმაღლესი და I სორტის მზა პროდუქციის, ასევე ნედლეულის საერთო მოცულობაში მაღალი ხარისხის ნედლეულის ხვედრითი წილი.

ამ კოეფიციენტების საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$
\begin{aligned}
r_{y_1} &= \beta_1 + r_{12}\beta_2 + \ldots + r_{1k}\beta_k \\
r_{y_2} &= r_{21}\beta_1 + \beta_2 + \ldots + r_{2k}\beta_k \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
r_{y_k} &= r_{k1}\beta_1 + r_{k2}\beta_2 + \ldots + \beta_k
\end{aligned}
$$

სადაც r_{y_i} - საშედეგო ნიშნის თითოეული

i-ურ ფაქტორულ ნიშანთან კავშირის წყვილადი, წრფივი კორელაციის კოეფიციენტებია,

r_{ij} – თითოეული j-ური ფაქტორის სხვა i-ურ ფაქტორებთან კავშირის წყვილადი, წრფივი კორელაციის კოეფიციენტებია.

მოცემული სისტემის წყვილადი კოეფიციენტები წინასწარაა გაანგარიშებული და ნაცნობ სიდიდეებად ითვლებიან. სისტემის ამოხსნით მიიღება $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ კოეფიციენტები.

ეს ნორმალურ განტოლებათა ზოგადი სისტემა ჩვენი კონკრეტული ორფაქტორიანი მოდელისათვის $\left(R^2_{y/x_1,x_2} = \beta_1 r_{yx_1} + \beta_2 r_{yx_2}\right)$ ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$
\begin{aligned}
r_{yx_1} &= \beta_1 + r_{12}\beta_2 \\
r_{yx_2} &= r_{21}\beta_1 + \beta_2
\end{aligned}
\qquad (9.92)
$$

ჩვენს მაგალითზე:

$$r_{yx_1} = 0.962$$

$$r_{yx_2} = -0.456$$

$$r_{x_1x_2} = -0.545$$

გავიანგარიშოთ მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი ზემოთმოტანილი შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = \sqrt{\frac{r^2_{yx_1} + r^2_{yx_2} - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}}}$$

ჩავსვათ ჩვენს მიერ გაანგარიშებული სიდიდეები:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = \sqrt{\frac{0.962^2 + (-0.456)^2 - 2 \cdot (-0.456)(-0.545) \cdot 0.962}{1 - (-0.545)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0.962 + 0.207 - 2 \cdot 0.962 \cdot 0.248 \cdot 0.962}{1 - 0.297}} = 0.965$$

იგივე მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი შეგვიძლია გავიანგარიშოთ სტანდატულ მასშტაბებში რეგრესიული განტოლების ფორმის საფუძველზე. ამისათვის საჭიროა წინა მასალაში მოტანილი დეტერმინაციის კოეფიციენტის შესაბამისი რეგრესიული განტოლების $R^2_{y/x_1,x_2} = \beta_1 r_{x_1} + \beta_2 r_{x_2} + \ldots + \beta_n r_{x_n}$ $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ პარამეტრების გასაანგარიშებელი განტოლებათა სისტემა ჩავწეროთ შემდეგი ფორმით[1], გვექნება:

---

[1]ეს განტოლებათა სისტემა მიიღება უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით და გულისხმობს, რომ მრავლობითი კორელაციის დეტერმინაციისა და კორელაციის საერთო კოეფიციენტები წყვილადი წრფივი კორელაციის კოეფიციენტების ფუნქციაა და მათ საფუძველზედაც შეიძლება ისინი გავიანგარიშოთ

$$0.962 = \beta_1 - 0.545\beta_2$$

$$-0.456 = -0.545\beta_1 + \beta_2$$

ამოვხსნათ მოცემული სისტემა β_1 და β_2- ის მიმართ. ამისათვის მოსახერხებელია პირველი განტოლებიდან განვსაზღვროთ β_1.

$$\beta_1 = 0.962 + 0.545\beta_2$$

შევიტანოთ β_1-ის მნიშვნელობა მეორე განტოლებაში. გვექნება:

$$-0.456 = -0.545(0.962 + 0.545\beta_2) + \beta_2 = -0.524 - 0.297\beta_2 + \beta_2$$

$$0.703\beta_2 = 0.068,$$

$$\beta_2 = 0.096,$$

$$\beta_1 = 0.962 + 0.096 \cdot 0.545 = 1.014.$$

არიგად, სტანდარტიზებული სახით ჩვენი კონკრეტული შემთხვევისათვის მრავლობითი რეგრესიული განტოლება შეიძლება შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$t_y = 1.014t_1 + 0.096t_2.$$

t-ს კოეფიციენტები მიუთითებს აშკარა ჭეშმარიტებაზე იმის შესახებ, რომ ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხის ამაღლებაზე ყველაზე მეტ გავლენას ახდენს ნედლეულის ხარისხის გაუმჯობესება ($\beta_1 > \beta_2$). ეკონომიკურად ეს კოეფიციენტები იმაზე მიუთითებენ, რომ ნედლეულის ხარისხის ამაღლება საშუალოკვადრატული გადახრის (σ) ოდენობით, ანუ ჩვენს შემთხვევაში, რადგან $\sigma_{x_2} = 3.498$, ნედლეულის საერთო მასაში I სორტის ნედლეულის ხვედრითი წილის 3.498%-ით ამაღლება, ნედლეულის გადამუშავების საშუალო დროის უცვლელობის პირობებში, ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხს ამაღლებს 1.014 საშუალოკვადრატული გადახრის ოდენობით

ანუ ჩვენს შემთხვევაში უმალლესი და პირველი ხარისხის მზა პროდუქციის ხვედრითი წილი გადიდდება 2.642X1.014=2.678 პროცენტით (რადგან $\sigma_y = 2.642$).

სტანდარტიზებული კოეფიციენტებიდან ნატურალურ კოეფიციენტებში გადასვლისათვის, როგორც წინა მასალაში იყო ნაჩვენები, ვიყენებთ ამ მაჩვენებლებს შორის შემდეგ თანაფარდობებს:

$$a_i = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \beta_1, \; a_0 = \bar{y} - a_1 x_1 - a_2 x_2 .$$

ჩვენს კონკრეტულ მაგალითზე:

$$a_1 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \beta_1 = \frac{1.447}{2.642} \cdot 1.014 = 0.555 ,$$

$$a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \beta_2 = \frac{1.447}{3.498} \cdot 0.096 = 0.039 .$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}_1 - a_2 \bar{x}_2 = 44.68 - 0.555 \cdot 59.68 - 0.039 \cdot 21.4 = 10.72$$

მრავლობითი კორელაციის რეგრესიის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\hat{y}_x = 10.72 + 0.555 x_1 + 0.039 x_2 .$$

მოცემული კონკრეტული ორფაქტორიანი მოდელის შემთხვევისათვის მრავლობითი დეტერმინაციის კოეფიციენტი განისაზღვრება ფორმულით:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = \beta_1 r_{yx_1} + \beta_2 r_{yx_2}$$

თუ შევიტანთ ჩვენს მონაცემებს განტოლებაში, გვექნება:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = 1.014 \cdot 0.962 + 0.096 \cdot (-0.456) = 0.929$$

აქედან ამოღებული კვადრატული ფესვი გვაძლევს მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტს, რაც შეადგენს 0.963-ს. ეს კი ემთხვევა წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტების

მიხედვით გაანგარიშებულ მაჩვენებელს. ეს მაჩვენებლი ე.ი. y საშედეგო მოვლენასა და x_1, x_2 ფაქტორებს შორის მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ემთხვევა y-ის ერთ-ერთ ფაქტორთან (x) კორელაციის წყვილადი კოეფიციენტის სიდიდეს $(r_{yx_1} = 0.962)$. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ფაქტორებს შორის კორელაციური კავშირი მნიშენელოვანია $(r_{x_1x_2} = -0.545)$. რაც უფრო მაღალია ფაქტორებს შორის მულტიკორელაციის ხარისხი მით უფრო მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტის მნიშვნელობა უახლოვდება ერთერთი წყვილადი კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის მაჩვენებელს.

მრავლობითი კორელაციის საერთო კოეფიციენტი განსაზღვრავს შერჩეული ფაქტორების საშედეგო ნიშნის განვითარებაზე ზემოქმედების სიმჭიდროვის ხარისხს. ამასთან ერთად მნიშვნელოვანია, აგრეთვე, საშედეგო ნიშანზე თითოეული ფაქტორის ზემოქმედების დადგენა სხვა ფაქტორების უცვლელობის, ანუ თითოეული ფაქტორის სხვა ფაქტორებთან კავშირის ელიმინირების პირობებში. **ამისათვის სტატისტიკაში გამოიყენება დეტერმინაციისა და კორელაციის კერძო კოეფიციენტები.**

დეტერმინაციის კერძო კოეფიციენტი $\left(r^2_{yk(x_1,x_2,\ldots,x_{n-1})}\right)$ გამოიანგარიშება დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტების გამოყენებით:

$$r^2_{yk(x_1,x_2,\ldots,x_{n-1})} = \frac{R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n} - R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_{n-1}}}{1 - R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_{n-1}}}$$

სადაც r^2_{yk} - k-ური ფაქტორის საშედეგო მოვლენაზე ზემოქმედების კოეფიციენტია ამ ფაქტორის სხვა ფაქტორებთან ურთიერთკავშირის ელიმინირების პირობებში;

$R^2_{y/x_1,x_2,\ldots,x_n}$ – დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტია,

რომელიც ასახავს საშედეგო ნიშნის განვითარებაზე ანუ ვარიაციაზე მოდელში ჩართული ყველა ფაქტორის ერთდროული ზემოქმედების ხარისხს;

$R^2_{y/x_1,x_2,\ldots x_{n-1}}$ – დეტერმინაციის საერთო კოეფიციენტია, რომელიც ასახავს ყველა ფაქტორის გავლენას საშედეგო მოვლენის განვითარებაზე გარდა ერთი, K-ური ფაქტორისა, რომლის ზემოქმედებასაც ჩვენ ვზომავთ.

ჩვენი შემთხვევისათვის კონკრეტული მაგალითის მიხედვით:

$$R^2_{y/x_1,x_2} = 0.929,$$

$$R^2_{y/x_1} = 1.014 \cdot 0.962 = 0.975,$$

$$R^2_{y/x_2} = -0.043.$$

აქედან პირველი ფაქტორის ანუ ჩაის მზა პროდუქციის ამაღლებაზე ნედლეულის ხარისხის გაუმჯობესება იმოქმედებს შემდეგი ოდენობით:

$$r^2_{y/x_1} = \frac{R^2_{y/x_1,x_2} - R^2_{y/x_2}}{1 - R^2_{y/x_2}} = \frac{0.929 + 0.043}{1 + 0.043} = \frac{0.972}{1.043} = 0.932,$$

ხოლო მეორე ფაქტორის ანუ ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების დრო:

$$r^2_{y/x_2} = \frac{R^2_{y/x_1,x_2} - R^2_{y/x_1}}{1 - R^2_{y/x_1}} = \frac{0.929 - 0.975}{1 - 0.975} = \frac{-0.046}{0.025} = -1.84$$

მიღებული კოეფიციენტები მიუთითებენ იმ ბუნებრივ გარემოებაზე, რომ ჩაის მწვანე ფოთლის ნედლეულის ხარისხის გაუმჯობესება ყველაზე დიდ გავლენას ახდენს ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხის ამაღლებაზე, ხოლო ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების დროის გადიდება, პირიქით, დიდ უარყოფით ზემოქმედებას ახდენს ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხზე, ვინაიდან კერძო კოეფიციენტი შეადგენს –1.84-ს.

დეტერმინაციის კერძო კოეფიციენტებიდან ამოღებული

კვადრატული ფესვი გვაძლევს კორელაციის კერძო კოეფიციენტებს. პირველი ფაქტორის მიხედვით კორელაციის კერძო კოეფიციენტი იქნება: $r_{y/x_1} = \sqrt{0.932} = 0.965$, ხოლო მეორე ფაქტორის მიხედვით $r_{y/x_2} = \sqrt{-1.84} = -1.356$. ამის გარდა, თითოეული ფაქტორის გავლენის ხარისხს ზომავენ ელასტიურობის კერძო კოეფიციენტების დახმარებით. ელასტიურობის კერძო კოეფიციენტი გვიჩვენებს მიზეზობრივი ფაქტორის 1%-ით ცვალებადობისას საშედეგო ნიშნის რამდენი პროცენტით ცვალებადობას უნდა ველოდოთ. მის გასაანგარიშებლად სტატისტიკოსების მიერ შემოთავაზებულია ფორმულა:

$$Э_i = a_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}} \quad (9.93),$$

სადაც $Э_i$ - ფაქტორის ელასტიურობის კოეფიციენტია,

a_i – ფაქტორის მიხედვით რეგრესიის კოეფიციენტია,

$\bar{x}_i$ და $\bar{y}$ – შესაბამისად, x_i ფაქტორისა და y საშედეგო მოვლენის საშუალო არითმეტიკული სიდიდეებია.

ჩვენს კონკრეტულ მაგალითზე ელასტიურობის კოეფიციენტების დასაანგარიშებელი სიდიდეებია:

$$a_1 = 0.45,\ a_2 = -0.011$$
$$\bar{y} = 44.68,\ \bar{x}_1 = 59.68$$
$$\bar{x}_2 = 21.4$$

ამ მონაცემებით ელასტიურობის კოეფიციენტები იქნება:

$$Э_1 = a_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = 0.45 \frac{59.68}{44.68} = 0.60$$

$$Э_2 = a_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{21.4}{44.68} \cdot (-0.011) = -0.005$$

აქედან ჩანს, რომ ნედლეულის ხარისხის 1%-ით გაუმჯობესება ჩაის მზა პროდუქციის ხარისხს აუმჯობესებს 0,6%-ით, ხოლო ნედლეულის გადამუშავების დაყოვნების დროის გადიდება 0,005%-ით აუარესებს მზა პროდუქციის ხარისხს.

20. მრავლობითი კორელაციის რანგების კონკორდაციის კოეფიციენტი

წინა მასალაში განხილული **რანგების სპირმენისა და კენდელის** კოეფიციენტები გამოიყენება მხოლოდ და მხოლოდ წყვილადი კორელაციური კავშირების შემთხვევებისთვის. ორზე მეტი ნიშნის რანჟირებული მწკრივების განხილვისას საქმე გვაქვს არა წყვილად, არამედ მრავლობით კორელაციასთან. ამ შემთხვევისათვის ინგლისელი **სტატისტიკოსების მ. კენდელისა და ბ. სმიტის** მიერ მოვლენებს შორის ურთიერთკორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გასაზომავად შემოთავაზებულია **რანგების კონკორდაციის** კოეფიციენტები. მათი გაზომვისათვის გამოიყენება ფორმულები:

$$K_{\text{კონკ.}} = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)} \qquad (9.94).$$

ეს ფორმულა გამოსაყენებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა თითოეული ნიშნის რანგები არ მეორდება რანჟირებულ მწკრივში. თუ ეს ასე არ არის და რანგები რანჟირებულ მწკრივებში მეორდება ორჯერ და მეტად, მაშინ გამოიყენება მეორე ფორმულა:

$$K_{\text{კონკ.}} = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m\sum_{1}^{m}(t^3 - t)} \qquad (9.95).$$

სადაც S – ნიშანთა მიხედვით რანგების ჯამის მისი საშუალო მნიშვნელობიდან (T) გადახრების კვადრატების ჯამია,

m – რანჟირებულ ნიშანთა რიცხვია,

n – დაკვირვების რიცხვი,

t – თითოეული ნიშნის მიხედვით ერთნაირი რანგების რიცხვი.

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი, რომლითაც გასაგები გახდება რანგების კონკორდაციის კოეფიციენტის გაანგარიშება როგორც პირველი ისე მეორე ფორმულის გამოყენებით. მაგალითად, საქართველოში საპარლამენტო საარჩევნო პროგრამებში მეტად პრიორიტულია ისეთი საკვანძო, ქვეყნისათვის სასიცოცხლო მნიშვნელობის საკითხები, როგორიცაა ეკონომიკის აღორძინება, ქვეყნის ტერიტორიულ-ეკონომიკური მთლიანობის აღდგენა, მოსახლეობის სოციალური მდგომარეობის გაუმჯობესება, ოპტიმალური, დამოუკიდებელი ქვეყნისათვის შესაბამისი საკადრო პოლიტიკის გატარება, დაპირებათა შესრულების საიმედოობა და ა.შ.

თუ პირველი ოთხი ფაქტორის შეფასებას რანგების მიხედვით მივანდობთ სამ ექსპერტს, შესაძლებელია ასეთი პირობითი ციფრები მივიღოთ.

ფაქტორთა საექსპერტო შეფასებანი (რანგებში)

ცხრილი №45

ფაქტორული ნიშნები x_i	ექსპერტთა მიერ მიკუთვნებული რანგები R_{ij}			რანგების ჯამი $\sum_1^n R_{ij}$	რანგების ჯამის კვადრატი $\left(\sum_1^n R_{ij}\right)^2$	რანგების ჯამის მისი საშუალოდან (T) გადახრების კვადრატი $\left(\sum R_{ij} - T\right)^2$
	I ექსპერტი R_{1j}	II ექსპერტი R_{2j}	III ექსპერტი R_{3j}			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
x_1	1	2	1	4	16	12.25
x_2	2	1	2	5	25	6.25
x_3	3	3	4	10	200	6.25
x_4	4	4	3	11	121	12.25
Σ	10	10	10	30	262	37.0

ჩვენი ცხრილის მონაცემებით $m=3$, $n=4$, S -ის მნიშვნელობის გასაანგარიშებლად სტატისტიკოსები ორ

მეთოდს გვთავაზობენ[1]:

I მეთოდით

$$S=\sum_{1}^{n}\left(\sum_{1}^{m}R_{ij}\right)^2-\frac{\left(\sum_{1}^{n}\sum_{1}^{m}R_{ij}\right)^2}{n}=262-\frac{30}{4}=37,$$

II მეთოდით

$$S=\sum_{1}^{n}\left(\sum_{1}^{m}R_{ij}-T\right)=(4-7.5)^2+(5-7.5)^2+(10-7.5)^2+(11-7.5)^2=37.$$

$$T=\frac{30}{4}=7.5.$$

თუ ჩვენს მონაცემებს შევიტანთ რანგების კონკორდაციის გასაანგარიშებელ პირველ ფორმულაში, გვექნება:

$$K_{\text{კოეფ.}}=\frac{12\cdot 37}{m^2(n^3-n)}=-\frac{12\cdot 37}{3^2(4^3-4)}=0.822.$$

როგორც ჩანს, კონკორდაციის კოეფიციენტი ძალიან მაღალია. ეს იმას ნიშნავს, რომ ექსპერტთა შეფასებებს შორის კავშირი ძალიან მჭიდროა, რაც ამაღლებს ამ შეფასებათა საიმედოობის ხარისხს.

ამავე წესებით ადვილი გასაანგარიშებელია, აგრეთვე, კონკორდაციის კოეფიციენტის გაანგარიშება ცალკეული ექსპერტის შეფასებათა შორის განმეორებათა შემთხვევაში.

21. რეგრესიისა და კორელაციის კოეფიციენტების ეკონომიკურ-სტატისტიკური ანალიზი.

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის ერთერთი

[1]იხ. იხ. Теория статистики. Учебник, под. редакцией проф. Р. А Громыко. М.: ИНФРА–М, 2002, стр. 222

მნიშვნელოვანი ამოცანაა დავადგინოთ რამდენად ადექვატურად ასახავს ჩვენს მიერ შერჩეული განტოლება, მათემატიკური ფუნქცია, ემპირიული მონაცემების განვითარების სურათს. ამ მიზნებისათვის სტატისტიკაში იყენებენ ფიშერის F-კრიტერიუმს. ეს კრიტერიუმი გაიანგარიშება თეორიული ანუ მოსწორებული დონეების ($\hat{y}$) დისპერსიის (რომელსაც ფაქტორულ დისპერსიას (δ^2) უწოდებენ) შეფარდებით ნარჩენ დისპერსიასთან. ამასთან ნარჩენი დისპერსია ($\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}$) როგორც დისპესიების შეკრების კანონიდან ვიცით, უდრის საერთო დისპერსიას (σ^2) გამოკლებული ფაქტორული დისპერსია (δ^2) ანუ $\sigma^2_{\text{ნარჩ.}} = \sigma^2 - \delta^2$. საერთო დისპერსია და ფაქტორული დისპერსიები გამოისახება ტოლობებით:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n},$$

$$\delta^2 = \frac{\sum(\hat{y}-\bar{y})^2}{n}.$$

რადგანაც ვიცით, რომ $\bar{\hat{y}} = \bar{y}$.

F-კრიტერიუმის გაანგარიშებისას როგორც ფაქტორული, ისე ნარჩენი დისპერსიები გაიანგარიშება 1 თავისუფლების ხარისხისათვის.

საბოლოოდ ფიშერის F-კრიტერიუმი განისაზღვრება ფორმულით:

$$F = \frac{\delta^2/(m-1)}{\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}/(n-m)} = \frac{\delta^2}{\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}} \cdot \frac{n-m}{m-1}$$

n– დაკვირვების რიცხვია, m - პარამეტრების რიცხვი მოდელში.

თუ გავყოფთ მრიცხველსა და მნიშვნელს ერთსა და იგივე სიდიდეზე, კერძოდ საერთო დისპერსიაზე ანუ ემპირიული დონეების დისპერსიაზე (σ^2), მივიღებთ:

$$F = \frac{\frac{\delta^2}{\sigma^2} n - m}{\frac{\sigma^2_{\text{ნარჩ}}}{\sigma^2} m - 1} = \frac{r^2(n-m)}{1-r^2(m-1)} \qquad (9.96)$$

იმდენად რამდენადაც მრიცხველსა და მნიშვნელში გაყოფის შედეგად მივიღეთ დეტერმინაციის კოეფიციენტები (r^2) ანუ კორელაციის კოეფიციენტები (r) აყვანილი კვადრატში. F-კრიტერიუმების ფაქტობრივი მნიშვნელობის შედარებით მის ცხრილურ (კრიტიკულ) მნიშვნელობასთან მსჯელობენ შერჩეული მოდელის (განტოლების) ადექვატურობაზე. თუ ამ კრიტერიუმების საანგარიშო მნიშვნელობა აღემატება ცხრილურ მნიშვნელობას ანუ თუ $F_{\text{საანგ.}} > F_{\text{ცხრ.}}$, მაშინ შერჩეული მოდელი ანუ განტოლება მნიშვნელოვანია ანუ არსებითია (ადექვატურია). ცხრილური მნიშვნელობანი შედგენილია (იხ. დანართი 8) $m-1=V_1$ და $m-n=V_2$ თავისუფლების ხარისხისა და α-ს დონის მოცემული მნიშვნელობისათვის (სტატისტიკაში α არის სხვაობა 1-სა და ალბათობას შორის. თუ ალბათობა შეადგენს 0.95-ს, $\alpha = 1-0.95 = 0.05$, თუ ალბათობა შეადგენს 0.90-ს, მაშინ $\alpha = 1-0.90 = 0.10$ და ა. შ.). ამასთან ცხრილში მოცემულია F-ს ისეთი კრიტიკული მნიშვნელობანი, რომლის ქვევით მოცემული ალბათობით, კრიტერიუმი განაპირობებს შერჩეული მოდელის არაადექვატურობას.

გავსინჯოთ ჩვენს მიერ წინა მასალაში გაანგარიშებული მრავლობითი კორელაციის რეგრესიული განტოლების $(\hat{y}_x = 10.72 + 0.555x_1 + 0.039x_2)$ ადექვატურობის ხარისხი, რომლისთვისაც $n=5$, $m=3$, $z^2 = 0.929$. ამ საფუძველზე F-კრიტერიუმის საანგარიშო მნიშვნელობა იქნება:

$$F_{\text{საანგ.}} = \frac{r^2(n-m)}{1-r^2(m-1)} = \frac{0.929(5-3)}{1-0.929(3-1)} = 13.0$$

მაშასადამე $F_{საანგ.}$ ნაკლებია ცხრილურ მონაცემზე, რომელიც $V_1 = (5-3) = 2$ და $V_2 = 3-1 = 2$ თავისუფლების ხარისხისათვის, აგრეთვე α-ს 0.05 მნშვნელობისათვის შეადგენს 19-ს. ეს მიანიშნებს ჩვენს მიერ მიღებული რეგრესიის განტოლების არაადექვატურობაზე.

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის ერთერთი მნიშვნელოვანი საკითხია გაანგარიშებული პარამეტრების $(a_0, a_1, a_2, .., a_n)$ არსებითობის განსაზღვრა.

პარამეტრის არსებითობაზე მსჯელობენ ამ პარამეტრის გენერალურ ერთობლიობაში მოძრაობის საზღვრებიდან გამომდინარე. იმდენად, რამდენადაც ჩვენს მიერ გაანგარიშებული პარამეტრი მაინც შერჩევითი ერთობლიობის მახასიათებელია. გენერალურ ერთობლიობაში მისი მოძრაობის სანდოობის (გარკვეული ალბათობით) ინტერვალი იქნება: $a_i \pm t\mu_{a_i}$, სადაც a_i–ჩვენს მიერ გაანგარიშებული i-ური პარამეტრია, μ_{a_i} (მიუ) - a_i-ური პარამეტრის საშუალო შეცდომაა, t–სტიუდენტის კრიტერიუმი ანუ ნდობის ინტერვალი.

ნდობის ინტერვალი ანუ სტიუდენტის კრიტერიუმი ზემოთმოტანილი გამოსახულებიდან უდრის:

$$t = \frac{a_i}{\mu_{a_i}} \qquad (9.97).$$

სწორედ $t_{საანგ.}$– მნიშვნელობის $t_{ცხრ.}$ მნიშვნელობასთან შედარებით მსჯელობენ ამა თუ იმ პარამეტრის არსებითობაზე.

ზემოთმოტანილი t-ს საანგარიშო ფორმულის მნიშვნელი ანუ პარამეტრის საშუალო შეცდომა a_0–სთვის გამოიანგარიშება ფორმულით:

$$\mu_{a_0} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sqrt{n-2}} \qquad (9.98)$$

სადაც $\sigma_{\text{ნარჩ.}}$ - ნარჩენი დისპერსიაა,

$\sqrt{n-2}$ - თავისუფლების ხარისხია, რომელიც ორპარამეტრული განტოლებისათვის (a_0 და a_1 პარამეტრი) $(n-2)$-ს უდრის, სამპარამეტრიული მოდელისათვის $(n-3)$ და ა.შ.

დანარჩენი a_i პარამეტრებისათვის ანუ რეგრესიის კოეფიციენტებისათვის $(a_1, a_2, .., a_n)$ პარამეტრის საშუალო შეცდომა იქნება:

ა)ორპარამეტრიული მოდელის a_1-სათვის:

$$\mu_{a_1} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma_{x_1}\sqrt{n-2}}, \qquad (9.99)$$

სამპარამეტრიული მოდელისათვის:

$$\mu_{a_1} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma_{x_1}\sqrt{n-3}}, \qquad (9.100)$$

და ა.შ.

a_2-სათვის:

ა) ორპარამეტრიული მოდელისათვის:

$$\mu_{a_2} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma_{x_2}\sqrt{n-2}}, \qquad (9.101)$$

ბ) სამპარამეტრიული მოდელისათვის:

$$\mu_{a_2} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma_{x_2}\sqrt{n-3}}, \qquad (9.102)$$

და ა.შ.

ზოგადად შეიძლება დავწეროთ:

$$\mu_{a_i} = \frac{\sigma_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n-m}} \qquad (9.103)$$

სადაც σ_{x_i} - i -ური პარამეტრის შესაბამისი x_i -ის საშუალოკვადრატული გადახრაა. თუ გვაქვს დეტერმინაციის კოეფიციენტები, მაშინ a_i პარამეტრის საშუალო კვადრატული შეცდომა ასე ჩაიწერება:

$$\mu_{a_i} = \frac{\sigma\sqrt{1-r^2}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n-m}} \qquad (9.104)$$

ეს ფორმულა მიიღება დისპერსიების შეკრების კანონის საფუძველზე, სადაც გვაქვს: $\sigma^2 = \delta^2 + \sigma^2_{\text{ნარჩ.}}$, ე. ი. საერთო დისპერსია (σ^2) უდრის საშუალოჯგუფურ ანუ ფაქტორულ დისპერსიას (δ^2) მიმატებული ჯგუფთაშორისი ანუ ნარჩენი დისპერსია ($\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}$). თუ ტოლობის ორივე მხარეს წევრ-წევრად გავყოფთ საერთო დისპერსიაზე (σ^2), მივიღებთ:

$$1 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} + \frac{\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma^2} \qquad (9.105)$$

ტოლობის მარჯვენა მხარის პირველი წევრი, როგორც ვიცით, დეტერმინაციის კოეფიციენტია (r^2), ამიტომ გვექნება:

$$1 - r^2 = \frac{\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}}{\sigma^2}$$

აქედან ნარჩენი დისპერსია უდრის:

$$\sigma^2_{\text{ნარჩ.}} = \sigma^2(1-r^2) \qquad (9.106)$$

თუ a_i პარამეტრის საშუალო შეცდომის (μ_{a_i}) ზემოთ მოტანილ ფორმულაში (9.103) $\sigma^2_{\text{ნარჩ.}}$-ის ნაცვლად მის ტოლო მნიშვნელობას შევიტანთ, გვექნება:

$$\mu_{a_i} = \frac{\sigma\sqrt{1-r^2}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n-m}} \qquad (9.107)$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ სტიუდენტის კრიტერიუმის ზემოთმოტანილ საანგარიშო ფორმულაში (9.97) $\left(t=\frac{a_i}{\mu_{a_i}}\right)$, გვექნება:

$$t=\frac{a_i}{\frac{\sigma\sqrt{1-z^2}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n-m}}}=\frac{a_i\sigma_{x_i}\sqrt{n-m}}{\sigma\sqrt{1-z^2}} \qquad (9.108)$$

სტატისტიკოსები ამტკიცებენ, რომ t-ს საანგარიშო მნიშვნელობის მის ცხრილურ მნიშვნელობასთან შედარება აუცილებელია მხოლოდ მცირე შერჩევისათვის (როცა $n<30$). სტიუდენტის t-ს ცხრილური კრიტიკული მნიშვნელობანი გასაანგარიშებელია $\nu=n-2$ თავისუფლების ხარისხისათვის და α-ს 0.10, 0.05, 0.01 მნიშვნელობისათვის. თუ t-ს საანგარიშო მნიშვნელობა მეტია ცხრილურზე, მაშინ პარამეტრები მნიშვნელოვანი და საიმედოა. რაც შეეხება დაკვირვების დიდი რიცხვის შემთხვევას, მსჯელობენ t–ს მნიშვნელობის მხოლოდ 3-თან შედარებით. თუ $t>3$, მაშინ პარამეტრები საიმედოა.

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის პროცესში აუცილებელია, აგრეთვე, კორელაციის კოეფიციენტების მნიშვნელობათა არსებითობის განსაზღვრა, რათა მათზე მოქმედმა შემთხვევითმა ფაქტორებმა არ დაამახინჯოს ანალიზის მოსალოდნელი, რეალური სურათი.

კორელაციის კოეფიციენტების ანალიზისათვის გავრცელებულია **ჩედდოკის** კორელაციური კავშირის სიძლიერის კოეფიციენტების გამოყენების პრაქტიკა. ეს კოეფიციენტები ასეთი სახისაა:

ცხრილი №46

კორელაციის კოეფიციენტი	0.1–0.3	0.3–0.5	0.5–0.7	0.6–0.9	0.9–0.99
კავშირის სიძლიერე	სუსტი (თითქმის არ არსებობს)	ზომიერი	შესამჩნევი	მაღალი	ძალიან ძალიან

კორელაციის კოეფიციენტების არსებითობის გარკვევისათვის უფრო მკაცრი მათემატიკური ანალიზი მოითხოვს ზემოთმოტანილი რეგრესიის კოეფიციენტებისა და თვით რეგრესიული განტოლების არსებითობის გარკვევის ზემოთმოტანილი მეთოდოლოგიის მსგავსად მათ საანგარიშო მნიშვნელობათა შედარებას—წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტების შემთხვევისათვის—სტიუდენტის t—კრიტერიუმის, ხოლო მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტების შემთხვევისათვის—ფიშერის F-კრიტერიუმის ცხრილურ მნიშვნელობებთან. თითოეულ შემთხვევაში თუ ფაქტობრივი მნიშვნელობანი აჭარბებს ცხრილურ მნიშვნელობას, კორელაციის გაანგარიშებული კოეფიციენტის მნიშვნელობა არსებითია და თამამად შეიძლება მათი გამოყენება სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების ურთიერთკავშირის შესწავლისათვის.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რაში მდგომარეობს სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებს შორის კორელაციური კავშირის არსი?
2. როგორია კორელაციური კავშირის შესწავლის მეთოდები?
3. როგორია წრფივი და არაწრფივი კავშირების ამსახველ განტოლებათა სისტემა?
4. რაში მდგომარეობს უმცირეს კვადრატთა მეთოდის არსი და გამოყენება ნორმალურ განტოლებათა სისტემის მისაღებად?
5. როგორია წრმოებულის გამოყენება ნორმალურ განტოლებათა სისტემის მისაღებად?
6. როგორია წყვილადი კორელაცია?
7. რას ეწოდება მრავლობითი კორელაცია?
8. როგორია განტოლებთა პარამეტრების გეომეტრიული და ეკონომიკური შინაარსი?

9. როგორია კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის მაჩვენებლები?

10. როგორ გაიანგარიშება წრფივი კავშირის წყვილადი კორელაციის კოეფიციენტი? ვინაა მისი ავტორი?

11. როგორია მრავლობითი კორელაციის დეტერმინაციისა და კორელაციის საერთო კოეფიციენტების გაანგარიშების წესები?

12. როგორია კორელციის დეტერმინაციის კერძო და ელასტიურობის კოეფიციენტების გაანგარიშების წესები?

13. როგორია კავშირი რეგრსიისა და კორელაციის კოეფიციენტებს შორის?

14. როგორია ფეხნერის კორელაციის კოეფიციენტის გაანგარიშების წესები?

15. ვინაა კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის ავტორი?

16. როგორ გაიაიგარიშება ფიშერის (ხი კვადრატის) კრიტერიუმი?

17. როგორია ბისერიალური და ასოციაციის კოეფიციენტების გაანგარიშების წესები?

18. როგორია პირსონისა და ჩუპროვის კორელაციის კოეფიციენტები?

19. როგორია სპირმენისა და კენდელის რანგების კორელაციის კოეფიციენტები?

20. როგორია პირსონის თეორიული კორელაციური შეფარდება? რა გამოყენება აქვს მას ეკონომიკაში?

21. როგორ გაიანგარიშება დეტერმინაციის კოეფიციენტი და როგორია მისი ეკონომიკური შინაარსი?

22. როგორია რანგების კონკორდაციის კორელაციის კოეფიციენტის გაანგარიშების წესები?

23. როგორია რეგრესიისა და კორელაციის კოეფიციენტების არსებითობის, საიმედოობის შეფასების კრიტერიუმები?

ტესტები ტექსტისადმი

1. წარმოების მოცულობის გადიდება ფირმაში იწვევს პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების შემცირებას. გვაქვს:
   ა) პირდაპირი კავშირი;
   ბ) უკუკავშირი;
   გ) კავშირი არა არსებობის.
2. კორელაციის კოეფიციენტი არის 1-ის ტოლი, გვაქვს:
   ა) სრული, ფუნქციონალური კავშირი;
   ბ) არასრული, კორელაციური;
   გ) კავშირი არ არსებობს.
3. კორელაციის კოეფიციენტი უდრის 0-ს, გვაქვს:
   ა) ფუნქციონალური კავშირი;
   ბ) კორელაციური კავშირი;
   გ) კავშირი არ არსებობს.
4. რეგრესიის კოეფიციენტი $a_1 = 0{,}15$. საშედეგო მოვლენა;
   ა) იზრდება;
   ბ) მცირდება;
   გ) უცვლელი რჩება.
5. რეგრესიის კოეფიციენტი $a_1 = -0{,}15$. საშედეგო მოვლენა
   ა) იზრდება;
   ბ) მცირდება;
   გ) უცვლელი რჩება.
6. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ავტორია:
   ა) გაუსი;
   ბ) პირსონი;
   გ) ფიშერი.
7. χ^2 (ხი კვადრატი) კრიტერიუმის ავტორია:
   ა) ფიშერი;
   ბ) ვებნერი;
   გ) პირსონი.

8. კორელაციური შეფარდების (დეტერმინაციის კოეფიციენტის) ავტორია:

ა) გაუსი;
ბ) პირსონი;
გ) ვებნერი.

9. გამოსახულება $R_{xy} = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ არის:

ა) კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი;
ბ) კორელაციის არაწრფივი კოეფიციენტი;
გ) რანგების კოეფიციენტი.

10. გამოსახულება $R_{xy} = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 (y-\bar{y})^2}}$ არის:

ა) კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი;
ბ) კორელაციის რანგების კოეფიციენტი;
გ) ასოციაციის კოეფიციენტი.

11. წყვილად კორელაციაში $\sigma_x = 2.5$, $\sigma_y = 4.5$, $a_1 = 1.56$ კორელაციის კოეფიციენტი R_{xy} უდრის:

ა) 0.866-ს;
ბ) 0.716;
გ) 0.07-ს.

12. კორელაციის წყვილადი კოეფიციენტი $R_{xy} = 0.71$-ს $\sigma_x = 2.5$, $\sigma_y = 4.5$. რეგრესიის კოეფიციენტი უდრის:

ა) 1.20;
ბ) 1.15;
გ) 1.27.

13. $R_{xy} = \dfrac{2S}{n(n-1)}$ არის:

ა) კენდელის რანგების კოეფიციენტი;

ბ) სპირმენის რანგების კოეიფიენტი;
გ) ჩუპროვის კორელაციის კოეფიციენტი.

14. $R_{xy} = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$ არის:

ა) სპირმენის რანგების კოეფიციენტი;
ბ) კენდელის რანგების კოეფიციენტი;
გ) ჩუპროვის კორელაციის კოეფიცენტი.

15. კორელაციის კოეფიციეტი უდრის 0.45-ს. ჩედდოკის ცხრილის მიხედვით კავშირი:

ა) სუსტია;
ბ) ზომიერი;
გ) მაღალი.

თემა 10. დინამიკის მწკრივები

1. დინამიკის მწკრივების ცნება და სახეები

დიალექტიკა მოვლენებსა და პროცესებს განიხილავს მათ განვითარებაში, მოძრაობაში, დროსა და სივრცეში. **დროში მოვლენებისა და პროცესების განვითარების მაჩვენებლებს ცალკეული ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით ეწოდება დინამიკური მწკრივი.** მაჩვენებლების მიხედვით დინამიკური მწკრივი შეიძლება იყოს აბსოლუტური, შეფარდებითი და საშუალო სიდიდეების დინამიკური მწკრივები. თვით აბსოლუტური სიდიდეების დინამიკური მწკრივი ორი სახისაა: **ინტერვალური და სამომენტო.** ინტერვალური დინამიკური მწკრივის მაჩვენებლები მოვლენის განვითარებას ასახავს თითოეული ქრონოლოგიური თარიღის (წელი, კვარტალი, თვე) ინტერვალში. ასეთია, მაგალითად, პროდუქციის გამოშვება (ქვანახშირის ამოღება, ფოლადის გამოდნობა და ა. შ.) ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით. ქვანახშირის ამოღება, მაგალითად, წლების მიხედვით, ასახავს ამ პროდუქციის წარმოების მოცულობას თითოეული წლის პირველი იანვრიდან 31 დეკემბრის ჩათვლით, მაშასადამე ერთი წლის ინტერვალით. ინტერვალური დინამიკური მწკრივის მაჩვენებლების შეკრება გარკვეული ეკონომიკური შინაარსის მატარებელია და გვიჩვენებს უფრო მსხვილი პერიოდების მიხედვით მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივ გამოსახულებას. მაგალითად, თუ ხუთწლედის ცალკეული წლების ქვანახშირის ამოღებას შევკრიბავთ, მივიღებთ ხუთწლედში ქვანახშირის ამოღების საერთო მოცულობას.

სამომენტო დინამიკური მწკრივის მაჩვენებლები მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობას ასახავენ ქრონოლოგიური თარიღების გარკვეული მომენტისათვის. ასეთია, მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობა, პირუტყვის სულადობა, ძირითადი ფონდების ღირებულება წლების მიხედვით.

თითოეული მაჩვენებლის მიხედვით აგებული დინამიკური მწკრივი გვიჩვენებს ამ მოვლენის რაოდენობას თითოეული წლის პირველი იანვრის ან სხვა რომელიმე მომენტისათვის. ასეთი მწკრივის მაჩვენებლების შეკრება არ შეიძლება, ვინაიდან არავითარ ეკონომიკურ აზრს არ ატარებს.

აბსოლუტური მაჩვენებლების დინამიკური მწკრივის საფუძველზე შეიძლება მივიღოთ შეფარდებითი და საშუალო სიდიდეების დინამიკური მწკრივები. მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობისა და დაკავებული ტერიტორიის ურთიერთშეფარდებით მივიღებთ მოსახლეობის სიმჭიდროვის ანუ ინტენსივობის შეფარდებითი სიდიდის დინამიკურ მწკრივს. საერთო მოსავლისა და ნათესი ფართობის ურთიერთშეფარდებით მივიღებთ მოსავლიანობის სიდიდის დინამიკურ მწკრივს და ა.შ.

2. დინამიკური მწკრივის საანალიზო მაჩვენებლები

დინამიკური მწკრივის საანალიზო მჩვენებლებია: დინამიკური მწკრივის დონე, აბსოლუტური მატება, საშუალო დონე, საშუალო აბსოლუტური მატება, დინამიკური მწკრივის ზრდისა და მატების ტემპები, საშუალო წლიური ზრდისა და მატების ტემპები, მატების ერთი პროცენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა. თუ წლების მიხედვით მოცემულია დინამიკური მწკრივის მაჩვენებლები $y_1, y_2, ..., y_n$, მაშინ მათ მნიშვნელობებს ეწოდებათ დინამიკური მწკრივის დონეები. აბსოლუტური მატება არის სხვაობა მომდევნო და წინა დონეებს შორის. თუ წინა დონედ აღებულია ერთი რომელიმე (ჩვეულებრივად იღებენ საწყისს y_1) დონე, მაშინ გვაქვს საბაზისო აბსოლუტური მატება, ხოლო თუ თითოეულ დონეს აკლდება მისი მომიჯნავე წინა დონე – გვაქვს ჯაჭვური

აბსოლუტური მატება. ისე, რომ თუ აბსოლუტურ მატებას აღვნიშნავთ Δ (დელტა) ასოთი, მაშინ საბაზისო აბსოლუტური მატება იქნება:

$$\Delta_{საბ.} = y_t - y_1 \quad (10.1),$$

ხოლო ჯაჭვური

$$\Delta_{ჯაჭ.} = y_t - y_{t-1} \quad (10.2),$$

სადაც y_t – დინამიკური t-ური დონეა,

ხოლო y_{t-1} – მისი მომიჯნავე წინა დონე;

y_1 – საწყისი დონეა

დინამიკური მწკრივის საშუალო დონე ($\bar{y}$) გაინაგარიშება ინტერვალური დინამიკური მწკრივისათვის ჩვეულებრივი საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_n}{n} = \frac{\Sigma y}{n} \quad (10.3),$$

ხოლო სამომენტო დინამიკური მწკრივისათვის, ქრონოლოგიური საშუალო არითმეტიკულით:

$$\bar{y} = \frac{0{,}5y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + 0{,}5y_n}{n-1} \quad (10.4),$$

სადაც n – დინამიკური მწკრივის დონეთა რიცხვია.

ზოგჯერ საჭიროა დავადგინოთ დინამიკური მწკრივის საშუალო აბსოლუტური მატება ($\bar{\Delta}$). ის გაინგარიშება ფორმულით:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i}{n-1} \quad (10.5),$$

სადაც $\bar{\Delta}$ - ჯაჭვური წესით გაანგარიშებული აბსოლუტური მატებანია, ხოლო n – დინამიკური მწკრივის დონეთა რიცხვია.

ეკონომიკურ გაანგარიშებებში მეტად მნიშვნელოვანი მაჩვენებლებია **ზრდისა და მატების ტემპები. ზრდის ტემპი გვიჩვენებს თუ რამდენჯერ იზრდება დინამიკური მწრივის ესა თუ ის დონე წინა** რომელიმე დონესთან შედარებით. თუ წინა დონედ მიჩნეულია ერთი რომელიმე უცვლელად, მაშინ მივიღებთ საბაზისო ზრდის ტემპებს, ხოლო თუ ის იცვლება და თითოეულ დონეს ვადარებთ მის მომიჯნავე წინა დონეს, მაშინ შედეგად ვღებულობთ ჯაჭვური ზრდის ტემპებს. მაშასადამე, თუ ზრდის ტემპს K ასოთი აღვნიშნავთ და გამოვსახავთ პროცენტებში, გვექნება:

$$K_{\text{საბაზ.}} = \frac{y_t}{y_1} \times 100 \qquad (10.6)$$

$$K_{\text{ჯაჭვ.}} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \times 100 \qquad (10.7)$$

მატების ტემპი მიიღება აბსოლუტური მატების შეფარდებით წინა შესაბამის დონესთან. იმის მიხედვით, თუ რომელი დონეა აღებული შესადარებლად, გვაქვს საბაზისო და ჯაჭვური მატების ტემპი. მაგალითად, მთლიან პერიოდში მატების ტემპი ტოლია:

$$\frac{y_n - y_1}{y_1} 100 = \frac{y_n}{y_1} 100 - 100 \qquad (10.8)$$

მაშასადამე, მატების ტემპი სხვაგვარადაც შეგვიძლია გამოვიანგარიშოთ. კერძოდ, თუ ზრდის ტემპს გამოვაკლებთ 111-ს ან 100-ს (თუ პროცენტებშია ზრდის ტემპი გაანგარიშებული), მივიღებთ მატების ტემპს.

დიდი გამოყენება აქვს საშუალოწლიური **ზრდისა და მატების ტემპებს**. ზრდის საშუალოწლიური ტემპი გვიჩვენებს საშუალოდ წლიურად რამდენჯერ იზრდებოდა მოცემული მაჩვენებელი. ამიტომ მისი გაანგარიშებისათვის ხშირად მიმართავენ საშუალო გეომეტრიულის გამოყენებას,

კერძოდ,

$$\overline{K} = \sqrt[n-1]{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \ldots k_{n-1}} \qquad (10.9),$$

სადაც $k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \ldots k_{n-1}$ – არის ჯაჭვური წესით გაანგარიშებული ზრდის ტემპები.

$$k_1 = \frac{y_2}{y_1}, k_2 = \frac{y_3}{y_2}, k_3 = \frac{y_4}{y_3}, \ldots, k_{n-1} = \frac{y_n}{y_{n-1}}. \qquad (10.10).$$

აქედან საშუალო წლიური ზრდის ტემპის გასაანგარიშებელი ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\overline{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}100} \quad \text{(პროპცენტობით)} \qquad (10.11).$$

y_1 და y_n – შესაბამისად საწყისი და საბოლოო დონეებია.

$\overline{K}$ -ს პოვნისათვის საჭიროა მოცემული გამოსახულების გალოგარითმება:

$$\log \overline{K} = \frac{1}{n-1}(\log y_n - \log y_1)$$

მაშადამე, უნდა ვიპოვოთ ათობითი ფუძით (ბრადისის ცხრილების დახმარებით) y_1 -ისა და y_n -ის ლოგარითმები, მათი სხვაობა გავყოთ $(n-1)$-ზე და მივიღებთ $\log \bar{k}$ -ს მნიშვნელობას. აქედან ცხადია, რომ ჩვენთვის ცნობილი მეთოდებით (იგივე ბრადისის ცხრილების დახმარებით) ანტილოგარითმებში ვიპოვით $\log \bar{k}$ -ს შესაბამის $\bar{k}$ - ს მნიშვნელობას, რომელიც იქნება საშუალო წლიური ზრდის ტემპის მაჩვენებელი. სხვაგვარად საშუალო წლიური ზრდის ტემპი შეიძლება გავიანგარიშოთ ფორმულით:

$$\bar{k} = \frac{\sum y - y_1}{\sum y - y_n} \qquad (10.12)$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, საშუალო წლიური მატების

ტემპები გაიანგარიშება ზრდის ტემპების დახმარებით.

ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების ანალიზისათვის ხშირად მეტად დიდი მნიშვნელობა ენიჭება **მატების ერთი პროცენტის აბსოლუტური მნიშვნელობის** გაანგარიშებას. ის გვიჩვენებს, მატების თითოეული პროცენტი აბსოლუტარად რა მნიშვნელობისაა. მატების 1 %-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა გაიანგარიშება აბსოლუტური მატების შეფარდებით მატების ტემპთან. ზოგჯერ ზრდისა და მატების ტემპები მცირდება, მაგრამ ერთი პროცენტის მნიშვნელობა გაცილებით მეტია, ვიდრე წინა პერიოდებში.

3. დინამიკური მწკრივის დაყვანა ერთ საფუძველზე

დინამიკური მწკრივის ანალიზის დასაწყისშივე უნდა გავარკვიოთ მისი დონეების ურთიერთშესადარისობის საკითხი. ზოგჯერ ისინი შეუდარებელია, რაც გამოწვეულია სხვადასხვა მიზეზით. მათ შორის აღსანიშნავია: 1) ტერიტორიული ცვალებადობა. ცხადია, თუ იცვლება მოცემული ქალაქის ან რესპუბლიკის ტერიტორია, მათი შესაბამისი მაჩვენებლების (მაგალითად, მოსახლეობის რიცხოვნობის, ან ამა თუ იმ კულტურის საერთო მოსავლის) დინამიკური მწკრივებიც შეუდარებელია; 2) ზომის ერთეულის ცვალებადობა. არ შეიძლება, მაგალითად, ერთმანეთს შევადაროთ ამა თუ იმ მაჩვენებლის დინამიკური მწკრივის დონეები, თუ ნაწილი მათგანი გაანგარიშებულია ერთი ზომის ერთეულებით (ვთქვათ საერთო მოსავალი ფუთებში) და მეორე ნაწილი სხვა ზომის ერთეულებში (ტონებში); 3) გაანგარიშების სხვადასხვა მეთოდოლოგია. თუ, მაგალითად, შეიცვალა რაიმე მაჩვენებლის გაანგარიშების მეთოდოლოგია, ცხადია, შესაბამისი მაჩვენებლების დინამიკური მწკრივების დონეებიც შეუდარებელი ხდება; 4) დინამიკური მწკრივის დონეები შესაძლებელია შეუდარებელი იყოს ფასების სხვადასხვა დასშტაბის გამო, რაც უნდა მოვიყვანოთ შესაბამისობაში.

იმისათვის, რომ დინამიკური მწკრივის დონეები შესადარისი გახდეს, ზოგჯერ მიმართავენ დინამიკური მწკრივების მიჯრას. მაგალითად, დავუშვათ, რომ 1997 წლის შემდეგ საბაჟო შემოსავლები განსხვავებული მეთოდიკით იანგარიშება.

საბაჟო შემოსავლები

ცხრილი №47

საბაჟო შემოსავლები	1996წ.	1997წ.	1998წ.	1999წ.	2000წ
ძველი მეთოდიკით	12500	15200	17800	–	–
ახალი მეთოდიკით	–	–	16600	18700	21880
შესადარისი მწკრივებით	11625	141360	16600	18700	21880

დინამიკური მწკრივის მიჯრისათვის საჭიროა 1996 და 1997 წლების მაჩვენებლები გადავიყვანოთ ახალი მეთოდიკით გაანგარიშებულ მაჩვენებლებში, რისთვისაც ვიყენებთ 1998 წლის მონაცემებს, სადაც მოცემულია როგორც ძველი, ისე ახალი მეთოდიკით გაანგარიშებული მაჩვენებლები. ვანგარიშობთ კოეფიციენტს ახალი მეთოდიკით გაანგარიშებული საბაჟო შემოსავლების შეფარდებით ძველი მეთოდიკით გაანგარიშებულ საბაჟო შემოსავლებზე. გვექნება: $\frac{16600}{17800} = 0.93$.

ამ კოეფიციენტზე ვამრავლებთ 1996 და 1997 წლის საბაჟო შემოსავლებს და მივიღებთ შესადარის დონეებს.

ზოგჯერ საჭიროა სხვადასხვა მოვლენათა დინამიკური მწკრივების შედარებითი ანალიზი. ამისათვის თითოეული დინამიკური მწკრივისათვის ანგარიშობენ დინამიკის საბაზისო ზრდის ტემპებს რომელიმე ერთი წლის მიმართ. **ამას ეწოდება დინამიკური მწკრივების ერთ საფუძველზე დაყვანა.** ასეთი იქნება, მაგალითად, საქართველოსა და რუსეთში ელექტროენერგიის, ქვანახშირის, ფოლადისა და სხვა სახის პროდუქციის ზრდის ტემპების დინამიკური მწკრივები, ვთქვათ, 2000 წლის მიმართ. ეს საშუალებას იძლევა შევადაროთ ამ ორი ქვეყნის მაჩვენებლების ზრდის ტემპები ერთმანეთს და გავაკეთოთ შესაბამისი დასკვნები.

4. დინამიკური მწკრივის განვითარების ტენდენციის გამოვლენის მარტივი ხერხები

დინამიკური მწკრივის ერთ-ერთი დანიშნულებაა სწორი წარმოდგენა მოგვცეს მოვლენის განვითარების ტენდენციაზე (ზრდადია, კლებადი თუ ტენდენცია საერთოდ არა აქვს). ზოგჯერ ერთი შეხედვით დინამიკური მწკრივის ემპირიული მონაცემები ამის საშუალებას არ იძლევა, ვინაიდან მთელს პერიოდში ზოგჯერ მატებას ცვლის კლება და პირიქით. ტენდენციის გამოვლენისათვის საჭიროა დინამიკური მწკრივის დონეების **მოსწორება**, ანუ მწკრივში ე. წ. 'ხახტომების", ზრდიდან კლებაში და კლებიდან ზრდაში გადასვლების ლიკვიდაცია და განვითარების საერთო სურათის გამოვლენა. დინამიკური მწკრივის მოსწორების მარტივი ხერხებიდან აღსანიშნავია მოსწორება **სრიალა საშუალოს, საშუალო აბსოლუტური მატების, აგრეთვე საშუალოწლიური ზრდისა და მატების ტემპების გამოყენებით**. სრიალა საშუალოს დახმარებით დინამიკური მწკრივის მოსწორება ნიშნავს, რომ გარკვეული ინტერვალებისათვის გაინგარიშება სრიალა საშუალოები და ისინი ცვლიან დინამიკური მწკრივის დონეებს. თუ ინტერვალი სამწევრიანია, მაშინ სრიალა საშუალოები იქნება

$$\overline{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \overline{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}, \ldots, \overline{y}_{n-2} = \frac{y_{n-2} + y_{n-1} + y_n}{3} \qquad (10.13)$$

ამ მეთოდის ნაკლი ისაა, რომ ვღებულობთ უფრო ნაკლები რაოდენობის საშუალოებს, ვიდრე დინამიკური მწკრივის დონეების რიცხვია. **საშუალო აბსოლუტური** მატების გამოყენების შემთხვევაში დინამიკური მწკრივის პირველი დონე რჩება უცვლელი, ხოლო ყოველი შემდგომი მიიღება წინა დონეს მიმატებული საშუალო აბსოლუტური მატება. ამისადმე, მეორე დონე უდრის:

$$\hat{y}_2 = y_1 + \overline{\Delta} \qquad (10.14);$$

მესამე

$$\hat{y}_3 = y_2 + \overline{\Delta} = y_1 + \overline{\Delta} + \overline{\Delta} = y_1 + 2\overline{\Delta} \qquad (10.15);$$

და ა.შ.

ზოგადად

$$\hat{y}_t = y_1 + \overline{\Delta}(t-1) \qquad (10.16),$$

სადაც

$$\hat{y}_2, \hat{y}_3, .., \hat{y}_t .$$

დინამიკური მწკრივის მოსწორებული დონეებია.

საშუალო წლიური ზრდის ტემპის[1] გამოყენების შემთხვევაშიც პირველი დონე რჩება უცვლელი, ხოლო შემდგომი დონეები მიიღება წინა დონის საშუალო წლიური ზრდის ტემპზე გამრავლებით. მაშასადამე გვაქვს:

$$\hat{y}_2 = y_1 \cdot \bar{k}, \qquad \hat{y}_3 = y_2 \cdot \bar{k} = y_1 \cdot \bar{k} \cdot \bar{k} = y_1 \cdot \bar{k}^2 \qquad (10.17)$$

ზოგადად

$$\hat{y}_t = y_1 \cdot \bar{k}^{t-1} \qquad (10.18)$$

სადაც $\overline{K}$ –დინამიკური მწკრივის საშუალოწლიური ზრდის ტემპია გაანგარიშებული კოეფიციენტის სახით. თუ პროცენტებშია ეს გაანგარიშებული, მაშინ ზემომოყვანილი მაჩვენებლები უნდა გაიყოს 100-ზე.

5. დინამიკური მწკრივის მოსწორების ანალიზური ხერხები

დინამიკური მწკრივის **მოსწორების ანალიზური ხერხებიდან აღსანუშნავია მოსწორება წრფივი ფუნქციით, პარაბოლით, ჰიპერბოლით ან მაჩვენებლიანი ფუნქციით.**

თითოეული ფუნქცია ადეკვატურად უნდა ასახავდეს

[1]თუ გვაქვს საშუალო წლიური მატების ტემპები, ადვილი მისახვედრია, რომ ჯერ შეგვიძლია მის საფუძველზე დავადგინოთ ზრდის ტემპი, ხოლო შემდეგ მოვასწოროთ დინამიკური მწკრივი.

მოვლენის სურათს. ისე რომ თუ დინამიკური მწკრივის დონეების ცვალებადობა არითმეტიკული პროგრესიით ხორციელდება, მაშინ ვიყენებთ წრფივ ფუნქციას, ხოლო თუ გეომეტრიული პროგრესიით – მაშინ რომელიმე დანარჩენ ფუნქციას გამოვიყენებთ.

დინამიკური მწკრივის მოსწორების ანალიზური ხერხების გამოყენებისას ისეთ თეორიულ დონეებს ($\hat{y}_t$) ვპოულობთ, რომელთა ემპირიული დონეებისაგან გადახრების კვადრატების ჯამი იქნება მინიმალური.

მაშასადამე, ვიყენებთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდს:

$$\Sigma(y-\hat{y}_t)^2 = \min \qquad (10.19)$$

თუ $\hat{y}$-ის ნაცვლად ჩავსვამთ შესაბამის ფუნქციას, ვიპოვით მიღებული გამოსახულების პირველი რიგის წარმოებულებს ცალ-ცალკე a_0, a_1, a_2, -ის მიმართ, მივიღებთ ამ პარამეტრების დასაანგარიშებელ ნორმალურ განტოლებათა სისტემებს.

მაგალითად, წრფივი განტოლების $y = a_0 + a_1 t$ შემთხვევაში გვექნება:

$$\Sigma(y - a_0 - a_1 t) = \min \qquad (10.20)$$

სადაც t-წლების აღმნიშვნელია.

ნორმალურ განტოლებათა სისტემას აქვს სახე:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma t = \Sigma y \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma yt \end{cases} \qquad (10.21).$$

ზოგჯერ იყენებენ ამ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გამარტივებულ ხერხებს. თუ წლების ათვლას გადავიტანთ დინამიკური მწკრივის ცენტრში, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ $\Sigma t = 0$. ამ შემთხვევაში

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n}; \qquad a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}. \qquad (10.22)$$

მაგალითი: დავუშვათ, რომ ჩაის მწვანე ფოთლის საშუალოწლიურმა მოსავლიანობამ საქართველოში ცენტნერობით 1 ჰა-დან შეადგინა:

2000	წ.	63.6
2001	წ.	73.1
2002	წ.	77.2
2003	წ	81.0
2004	წ	89.5

შევადგინოთ ცხრილი:

ცხრილი №48

წლები	t	t^2	y	yt
2000	-2	4	63.5	-127.0
2001	-1	1	73.1	-73.1
2002	0	0	77.2	0
2003	+1	1	81.0	+81.0
2004	+2	4	89.5	179
		10	384.3	+59.9

რომ არ გადაგვეტანა წლების ათვლა ცენტრში, მაშინ t-ს პირდაპირი მნიშვნელობანი იქნებოდა 2000-1, 2001-2, და ა. შ. 2004-5.

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{384.3}{5} = 76.8;$$

$$a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = 5.9.$$

მაშასადამე, განტოლებას ექნება შემდეგი სახე: $y = 76.8+5.9t$. ახლა მოცემულ განტოლებაში t-ს მნიშვნელობათა ჩასმით მივიღებთ $\hat{y}$-ის მოსწორებულ დონეებს:

$$2000\ \text{წ.} - \hat{y}_1 = 76{,}8+5{,}9\ (-2) = 65{,}0$$

2001 წ. – $\hat{y}_2 = 76,8+5,9\ (-1) = 70,9$

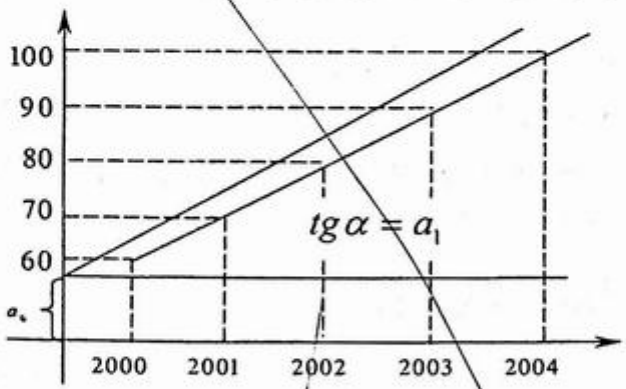
2002 წ. – $\hat{y}_3 = 76,8+5,9\ (0) = 76,8$

2003 წ. – $\hat{y}_4 = 76,8+5,9\ (+1) = 82,7$

2004 წ. – $\hat{y}_5 = 76,8+5,9\ (+2) = 88,6$

თუ სწორადაა მოსწორებული, მაშინ ემპირიული მონაცემების ჯამი მცირედით უნდა განსხვავდებოდეს მოსწორებული დონეების ჯამისაგან. ჩვენს მაგალითზე $\Sigma y = 384.3$, $\Sigma\hat{y} = 384$, რაც მიუთეთებს მოსწორების სიზუსტეზე.

როგორია a_0 და a_1 პარამეტრების შინაარსი? ეკონომიკურად a_0 არის y-ის რაღაც საწყისი მნიშვნელობა, ხოლო, a_1 ასახავს ამ მაჩვენებლის განვითარების აჩქარებას. გეომეტრიულ შინაარსს კარგად დავინახავთ გრაფიკზე:



ნახ. 23 წრფივი დინამიკური მწკრივის გრაფიკი

a_0 წამოადგენს მანძილს კოორდინატთა სათავიდან გრაფიკის კოორდინატთა ღერძის გადაკვეთამდე, ხოლო a_1 არის იმ კუთხის ტანგენსი, რომელსაც გრაფიკი ადგენს აბსცისთა ღერძთან.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, თუ მოვლენის განვითარების

სურათი არაწრფივია, მაშინ დინამიკური მწკრივის მოსწორებისათვის ვიყენებთ შესაბამის პარაბოლურ ან მაჩვენებლიან ფუნქციას. პარაბოლური ფორმის დრის განტოლებას აქვს სახე:

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \qquad (10.23).$$

a_0, a_1 და a_2 პარამეტრების ამოსახსნელად გვაქვს განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases} \qquad (10.24).$$

ჰიპერბოლას აქვს სახე

$$y = a_1 + \frac{1}{a_1} t \quad , \qquad (10.25).$$

ხოლო მაჩვენებლიან ფუნქციას

$$y = a_0 a_1^{\,t} \qquad (10.27).$$

ჰიპერბოლური განტოლების პარამეტრების ამოსახსნელ განტოლებათა სისტემას ასეთი სახე აქვს:

$$\begin{cases} na_0 + \frac{1}{a_1} \Sigma t = \Sigma y \\ a_0 \Sigma t + \frac{1}{a_1} \Sigma t^2 = \Sigma yt \end{cases} \qquad (10.28).$$

მაჩვენებლიანი ფუნქცია ჯერ უნდა გავაწრფივოთ გალოგარითმების წესით:

$$\log y = \log a_0 + t \log a_1, \qquad (10.29)$$

ახლა შეგვიძლია დავწეროთ პარამეტრების ამოსახსნელ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} n\log a_0 + \log a_1 \Sigma t = \Sigma \log y \\ \log a_0 \Sigma t + \log a_1 \Sigma t^2 = \Sigma \log yt \end{cases} \qquad (10.30).$$

ყველა ზემომყვანილ განტოლებებში y არის დინამიკური მწკრივის ფაქტობრივი დონეები, t – წლების აღმნიშვნელი, n – დინამიკური მწკრივის დონეების რიცხვი.

6. დინამიკური მწკრივების ინტერპოლაცია და ექსტრაპოლაცია

ინტერპოლაცია ეწოდება დინამიკური მწკრივის შუალედური რომელიმე უცნობი წევრის პოვნას. ეს შეიძლება დინამიკური მწკრივის მოსწორების ნებისმიერი ხერხის გამოყენებით. საშუალო გეომეტრიულის დახმარებით, როგორც ზემოთ დავინახეთ, შეიძლება საწყისი და ბოლო დონეების საფუძველზე დავადგინოთ საშუალო–წლიური ზრდისა და მატების ტემპები. ინტერპოლირება შეიძლება აგრეთვე რომელიმე ანალიტიკური ფუნქციის გამოყენებით.

ექსტრაპოლაცია ეწოდება დინამიკური მწკრივის არსებულ უცნობი დონეების პოვნას. ამ წესს ძალიან ხშირად იყენებენ პროგნოზირებაში. ექსტრაპოლაციაც ნებისმიერი ზემოგანხილული დინამიკური მწკრივების მოსწორების ხერხის გამოყენებით შეიძლება. მაგალითად, ჩვენ ზემოთ დავადგინეთ ჩაის მოსავლიანობის ამსახველი წრფივი განტოლება 2000-2004 წლებისათვის: $\hat{y} = 76.8 + 5.9t$, სადაც 2004 წლისათვის t-ს მნიშვნელობა უდრიდა +2-ს. თუ გავაგრძელებთ t-ს მნიშვნელობებს შემდგომი წლებისათვის (2005 წლისათვის იქნება 3, 2006 წლისათვის 4, 2007 წლისათვის 5 და ა. შ.) და მათ ჩავსვამთ მოცემულ განტოლებაში, მივიღებთ მოსავლიანობის საპროგნოზო მნიშვნელობებს. მაგალითად, 2007 წლისათვის მოსავლიანობის სიდიდემ უნდა შეადგინოს:

$$\hat{Y} = 76.8 + 5.9 \cdot 5 = 106.3 \text{ ცენტნერი 1 ჰა-დან.}$$

7. სეზონური რხევები დინამიკურ მწკრივებში

ხშირად ზოგიერთი ეკონომიკური მაჩვენებლის დინამიკური მწკრივების დონეები განიცდის პერიოდულ ცვალებადობას, **რასაც სეზონურ რხევებს უწოდებენ.** სეზონურობა დაკავშირებულია წლისშიგა დინამიკასთან და შეიძლება გამოწვეული იყოს სხვადასხვა ფაქტორით, მათ შორის ნედლეულის დამზადების, ნავიგაციის, ამა თუ იმ საქონელზე მოთხოვნის სეზონურობით და ა. შ.

წლის მანძილზე თვეების მიხედვით სეზონურ რხევებს სწავლობენ სეზონურობის ინდექსით, რაც გაიანგარიშება ერთსახელიანი თვეების ფაქტობრივი დონეების საშუალოს ($\bar{y}_{\text{ფაქტ.}}$) შეფარდებით მოსწორებული დონეების საშუალო ($\bar{y}_{\text{გასწ.}}$) მნიშვნელობასთან:

$$i_{\text{სეზ.}} = \frac{\bar{y}_{\text{ფაქტ.}}}{\bar{y}_{\text{ფაქტ.}}} \qquad (10.31)$$

სადაც $i_{\text{სეზ.}}$ – სეზონურობის ინდექსია;

$\bar{y}_{\text{ფაქტ.}}$ – რამდენიმე წლის მიხედვით ერთსახელიანი თვეების (მაგალითად, იანვარი ან თებერვალი და ა. შ.) ფაქტობრივი დონეების საშუალოა;

$\bar{y}_{\text{გასწ.}}$ – იმავე ერთსახელიანი თვეების მოსწორებული დონეების საშუალო მნიშვნელობა.

სეზონურობის გამო დინამიკური მწკრივების რხევადობის ხარისხს სწავლობენ სეზონურობის ინდექსების საშუალო კვადრატული გადახრით (σ), გაანგარიშებულს პროცენტობით:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum(i-100)^2}}{12} \qquad (10.32)$$

თუ მცირდება ეს მაჩვენებელი, ეს მიუთითებს მოცემული მოვლენის სეზონურობის შერბილებაზე და პირიქით.

8. ავტოკორელაცია დინამიკურ მწკრივებში

დინამიკური მწკრივების განვითარების ანალიზი შეიძლება ვაწარმოოთ მასზედ მოქმედი ფაქტორების მიხედვით. მაგალითად, ჩაის პლანტაციებში მოსავლიანობის დინამიკას (ცვალებადობას წლების მიხედვით) განსაზღვრავს ისეთი ფაქტორების ზემოქმედება, როგორიცაა მიწის ნაყოფიერების, შეტანილი სასუქების რაოდენობის, აგროტექნიკურ ვადებში ჩატარებული სასოფლო-სამეურნეო სამუშაოების, ნალექების წლის მანძილზე მოსვლის რეჟიმის ცვალებადობანი და ა. შ. მაგრამ დინამიკურ მწკრივებში თითოეული ამ ფაქტორის (მიზეზობრივი მოვლენის) საშედეგო მოვლენაზე ზემოქმედების რაოდენობრივი მაჩვენებელი იცვლება აგრეთვე ავტოკორელაციით. **ავტოკორელაცია** ეწოდება დინამიკური მწკრივის წინა დონეების ზემოქმედებას მომდევნო დონეებზე. მისი გამოვლენა წარმოებს კორელაციის კოეფიციენტის საშუალებით მოცემული დინამკური მწკრივის დონეებსა (y_t) და იმ, ახალი დინამიკური მწკრივის დონეებს შორის y_{t+1}, რომელიც მიიღება წინა დინამიკური მწკრივის დონეთა ერთი ქრონოლოგიური თარიღით წინგადაწევის გზით. ეს იქნება ავტოკორელაციის კოეფიციენტი. კავშირის წრფივი ფორმის შემთხვევაში ავტოკორელაციის კოფიციენტის ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\sum(y_t - \bar{y}_t)(y_{t+1} - \bar{y}_{t+1})}{\sqrt{\sum(y_t - \bar{y}_t)^2 \sum(y_{t+1} - \bar{y}_{t+1})^2}} \qquad (10.33)$$

ავტოკორელაციის გასაანგარიშებელი მონაცემები

ცხრილი №49

წლები	დონე Y_t	წლები	დონე Y_{t+1}	$(Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})$	$(Y_t - \bar{Y}_t)^2$	$(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})^2$
1990	260.8	1991	254.1	6029.9	4569.7	7956.6
1991	254.1	1992	260.2	6174.3	5520.4	6905.5
1992	260.2	1993	273.7	4746.7	4651.2	4844.1
1993	273.7	1994	296.2	2576.3	2992.0	2218.4
1994	296.2	1995	314.9	914.4	1036.8	806.5
1995	314.9	1996	310.8	438.7	182.2	1056.2
1996	310.8	1997	328.5	260.4	309.7	219.0
1997	328.5	1998	329.4	-1.3	0	193.2
1998	329.4	1999	329.8	-13.5	1.0	182.2
1999	329.8	2000	367.7	34.1	1.9	595.3
2000	367.7	2001	394.2	2000.3	1544.4	2590.8
2001	394.2	2002	430.7	5750.9	4329.5	7638.7
2002	430.7	2003	446.9	10598.2	10465.2	10732.9
2003	446.9	2004	470.5	15073.2	14042.2	16179.8

ცხრილის მონაცემების მიხედვით:

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{54582.6}{\sqrt{496.462 \cdot 62119.2}} = \frac{54582.6}{\sqrt{3982227}} = \frac{54582.6}{55533.6} = 0.982$$

ამრიგად, ავტოკორელაციის კოეფიციენტი 0.982 მიუთითებს დინამიკური მწკრივის ყოველ შემდგომ დონესა და მის წინა დონეთა შორის მჭიდრო ურთიერთკავშირზე, ანუ ავტოკორელაციის მაღალ ხარისხზე.

ხშირად ეკონომიკურ მაჩვენებელთა დინამიკური მწკრივის თითოეული დონე უფრო მეტად წინა დონესთან შედარებით დამოკიდებულია იმ ქრონოლოგიური თარიღის დონეზე, რომელიც დაშორებულია მოქმედი ფაქტორის ცვალებადობის გავლენის დაწყების დროით. მაგალითად ინვესტიციური პოლიტიკა ეკონომიკურ შედეგს სამრეწველო ან სასოფლო-სამეურნეო წარმოებაში იძლევა არა ერთი წლის, არამედ გარკვეული პერიოდის (დროითი ბიჯის) გასვლის შემდეგ.

სტატისტიკაში დროითი ბიჯის გათვალისწინებულ დინამიკურ მწკრივთა ურთიერთკავშირს განსაზღვრავენ კორელაციის კოეფიციენტით, (R). რომელშიც განიხილება დინამიკური მწკრივების მოწორებული დონეების ($\hat{x}$ და $\hat{y}$) ანუ ტრენდისაგან დონეთა (x და y) გადახრები:

$$R = \frac{\Sigma(x-\hat{x})(y-\hat{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\hat{x})^2 \cdot \Sigma(y-\hat{y})^2}} \quad (10.34)$$

დროითი ბიჯის სიდიდისაგან დამოკიდებულებით დინამიკურ მწკრივებში ასხვავებენ პირველი, მეორე, მესამე და ა.შ. რანგის ავტოკორელაციებს. თუ დროითი ბიჯი ერთი წელია, გვაქვს პირველი რიგის (რანგის) ავტოკორელაცია და ა.შ.

9. ავტოკორელაციის არსებობის განმსაზღვრელი სტატისტიკური ხერხები

დინამიკურ მწკრივებში ავტოკორელაციის[1] არსებობის დამტკიცებისათვის ჯერ გავამარტივოთ ავტოკორელაციის კოეფიციენტები. ავტოკორელაციის კოეფიციენტი $R_{y_t y_{t+1}}$ 10.33 შეიძლება ასეთნაირადაც ჩაიწეროს:

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\Sigma(Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})}{\sqrt{\Sigma(Y_t - \bar{Y}_t)^2 \Sigma(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})^2}}$$

ან კიდევ წინა კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის, $R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\overline{xy} + \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$ ფორმულის მსგავსად

[1] ავტოკორელაცია დინამიკურ მწკრივებში განსხვავებულია დროითი ბიჯის მიხედვით. დროით ბიჯს უწოდებენ იმ დროის მონაკვეთს, რომლის გასვლის შემდეგ იწყება დინამიკური მწკრივის დონეთა შორის ურთიერთქმედება. ეს დროის მონაკვეთი შეიძლება იყოს ერთწლიანი (პირველი რიგის ავტოკორელაცია), ორწლიანი (მეორე რიგის ავტოკორელაცია) და ა.შ.

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\overline{y_t y_{t+1}} - \bar{y}_t \overline{y_{t+1}}}{\sigma_{y_t} \sigma_{y_{t+1}}} \quad (10.34)$$

ადვილი მისახვედრია, რომ პირველი რიგის ავტოკორელაციის გაანგარიშებისას (ე ი. ავტოკორელაცია y_t და y_{t+1} დონეებს შორის, როდესაც გადაადგილება ხდება წინ ან უკან ერთი წლით), დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში, საშუალო დონეები $\bar{y}_t$ და $\overline{y_{t+1}}$, აგრეთვე საშუალო კვადრატული გადახრები ძალიან მცირე სიდიდით იქნება ერთმანეთისაგან განსხვავებული. ამიტომ ეს განსხვავება შეიძლება უგულველვყოთ და ჩავთვალოთ რომ $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1}$ და $\sigma_{y_t} = \sigma_{y_{t+1}}$. აქედან გამომდინარე ავტოკორელაციის წრფივი კოეფიციენტი მიიღებს სახეს:

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\overline{y_t y_{t+1}} - \left(\bar{y}_t\right)^2}{\sigma_t^2} \quad (10.35).$$

ეს არის ავტოკორელაციის კოეფიციენტის გასაანგარიშებელი გამარტივებული ფორმულა. ეს ფორმულა ასე შეიძლება გარდავქმნათ:

$$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\frac{\Sigma y_t y_{t+1}}{n} - \left(\bar{y}_t\right)^2}{\Sigma \frac{\left(y_t - \bar{y}_{t+1}\right)^2}{n}} = \frac{\Sigma y_t y_{t+1} - n\left(\bar{y}_t\right)^2}{\frac{\Sigma y^2 - 2\Sigma y_t \bar{y}_t + \Sigma\left(\bar{y}_t\right)^2}{n}} = \frac{\Sigma y_t y_{t+1} - n\left(\bar{y}_t\right)^2}{\frac{\Sigma y^2}{n} - 2\Sigma y_t \frac{\bar{y}_t}{n} + \frac{\Sigma\left(\bar{y}_t\right)^2}{n}}$$

რადგან $2\bar{y}_t \cdot \frac{\Sigma y_t}{n} = 2\bar{y}_t^2$ და $\Sigma\left(\bar{y}_t\right)^2 = n\left(\bar{y}_t\right)^2$

ამიტომ $$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\Sigma y_t y_{t+1} - n\left(\bar{y}_t\right)^2}{\frac{\Sigma y^2}{n} - \left(\bar{y}_t\right)^2} = \frac{\Sigma y_t y_{t+1} - n\left(\bar{y}_t\right)^2}{\Sigma y^2 - n\left(\bar{y}_t\right)^2}$$

საბოლოოდ მივიღეთ: $$R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\Sigma y_t y_{t+1} - n\left(\bar{y}_t\right)^2}{\Sigma y^2 - n\left(\bar{y}_t\right)^2} \qquad (10.36)$$

მაგრამ გაანგარიშებული ავტოკორელაციის კოეფიციენტის სიდიდე თავისთავად არ მეტყველებს ავტოკორელაციის არსებობაზე დინამიკურ მწკრივში. გაანგარიშებული კოეფიციენტი არაფერს ამბობს მისი ფაქტობრივი სიდიდის არსებითობა ან არარსებითობაზე. ამიტომ ჯერ ის უნდა შევადაროთ რაღაც სხვა სიდიდეს და ამის მიხედვით ვიმსჯელოთ ავტოკორელაციის არსებობაზე ან არარსებობაზე. ამის შესადარებლად სტატისტიკაში არსებობს სპეციალური ცხრილები, რომელთა მცირის სტატისტიკოსები ასახელებენ **რ. ანდერსონის** მიერ შედგენილ ცხრილს. ეს ცხრილი ასეთი სახისაა:

ავტოკორელაციის კოეფიციენტის კრიტიკული დონეები $(R_{y_t y_{t+1}})$ $d = 0.05$ და $a = 0.01$ მნიშვნელობათა შესაბამისად

ცხრილი №50

დაკვირვების რიცხვი (n)	დადებითი მნიშვნელობანი		უარყოფითი მნიშვნელობანი	
	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
5	0.263	0.297	-0.753	-0.798
6	0.345	0.447	-0.700	-0.863
7	0.370	0.510	-0.674	-0.799
8	0.371	0.531	-0.625	-0.764
9	0.366	0.533	-0.593	-0.737
10	0.360	0.525	-0.564	-0.705
11	0.353	0.515	-0.539	-0.679
12	0.348	0.505	-0.516	-0.655
13	0.341	0.495	-0.497	-0.634
14	0.335	0.485	-0.479	-0.615
15	0.328	0.475	-0.462	-0.597
20	0.299	0.432	-0.399	-0.524

5 და 1 პროცენტიან მნიშვნელობათა დონის პირობებში ავტოკორელაციის ფაქტობრივი კოეფიციენტი უნდა შევადაროთ ცხრილურ (კრიტიკულ) მნიშვნელობებს. ამასთან წინასწარ ეთმობა ნულოვანი ჰიპოთეზა დინამიკურ მწკრივში

ავტოკორელაციის არარსებობის შესახებ. თუ ავტოკორელაციის ფაქტობრივი კოეფიციენტი ნაკლებია ცხრილურ (კრიტიკულ) მონაცემზე,მაშინ ნულოვანი ჰიპოთეზა მიიღება და ჯეთდება დასკვნა იმის თაობაზე, რომ დინამიკურ მწკრივში ავტოკორელაცია არ არსებობს. ხოლო თუ ავტოკორელაციის ფაქტობრივი მაჩვენებელი მეტია ცხრილურზე, მაშინ, პირიქით, ნულოვანი ჰიპოთეზა უარიყოფა და დავასკვნით,რომ მოცემულ დინამიკურ მწკრივში ავტოკორელაცია არსებობს. 49-ე ცხრილის მონაცემებით, ავტოკორელაციის კოეფიციენტი უდრის 0.982-ს. ცხრილური მონაცემი კი ($n=14$ და 5%-იანი მნიშვნელობის დონისათვის) შეადგენს 0.335-ს. ე. ი. ფაქტობრივი მონაცემი მეტია ცხრილურზე. აქედან $P=1-\alpha=1-0.05=0.950$ ალბათობით შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ მოცემულ დინამიკურ მწკრივში არსებობს ავტოკორელაცია. ასეთივე შედეგს ვღებულობთ $1-\alpha=1-0.01=0.99$ ალბათობისათვის.

სოციალურ-ეკონომიკურ გაანგარიშებისათვის ძალიან ხშირად საჭიროა განისაზღვროს ავტოკორელაციის არსებობა არა მარტო დინამიკური მწკრივების დონეთა შორის, არამედ ამ დონეების საშუალო ან მოსწორებული მნიშვნელობებიდან მათ გადახრებს შორის ($\lambda_t=\bar{y}-y_t, \lambda_t=\hat{y}-y_t$).

ასეთი გადახრებისათვის ზემოთ მოტანილი ავტოკორელაციის კოეფიციენტი $R_{y_t y_{t+1}}=\dfrac{\overline{y_t y_{t+1}}-\left(\bar{y}_t\right)^2}{\sigma^2_{y_t}}$ მიიღებს სახეს: $R_{\lambda_t \lambda_{t+1}}=\dfrac{\overline{\lambda_t \lambda_{t+1}}-\left(\bar{\lambda}_t\right)^2}{\sigma^2_{\lambda_t}}$, რაც იგივეა

$R_{y_t y_{t+1}}=\dfrac{\sum y_t y_{t+1}-n(\bar{y}_t)^2}{\sum y^2-n(\bar{y}_t)^2}$ მსგავსად

$R_{\lambda_t \lambda_{t+1}} = \frac{\Sigma \lambda_t \lambda_{t+1} - n(\bar{\lambda}_t)^2}{\Sigma \lambda_t^2 - n(\bar{\lambda}_t)^2}$. მაგრამ ჩვენთვის უკვე

ცნობილია, რომ ვარიანტების მნიშვნელობებიდან საშუალო რითმეტიკულის გადახრების ალგებრული ჯამი უდრის ნულს. მიტომ ასეთი გადახრების საშუალო არითმეტიკულიც ნულის ოლი იქნება. ამ საფუძველზე გადახრებს შორის ვტოკორელაციის კოეფიციენტი კიდევ უფრო გამარტივდება ა ჩაიწერება ასეთნაირად:

$$R_{\lambda_t \lambda_{t+1}} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} \lambda_t \lambda_{t+1}}{\sum_{t=1}^{n-1} \lambda_t^2} \qquad (10.37)$$

ეს ფორმულა ასედაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$R_{\lambda_t \lambda_{t-1}} = \frac{\sum_{t=2}^{n} \lambda_t \lambda_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} \lambda_t^2} \qquad (10.38)$$

49-ე ცხრილის მონაცემების საფუძველზე გავიანგარიშოთ არიენტების ანუ დინამიკური მწკრივის დონეების ნიშვნელობებსა და მათ საშუალო დონეს შორის გადახრებში ვტოკორელაცის კოეფიციენტი.

გადახრებს შორის ავტოკორელციის
გასაანგარიშებელი მონაცემები

ცხრილი №51

წლები	დონე (y_t)	λ_t	λ_{t-1}	λ_t^2	$\lambda_t \lambda_{t-1}$	$\lambda_t - \lambda_{t-1}$	$(\lambda_t - \lambda_{t-1})^2$
19199	329.8	-64.0	-	409.60	-	-	-
20000	367.7	-26.1	-64.90	681.2	1670.4	37.9	1436.4
20001	394.2	0.4	-26.1	0.16	-10.44	26.5	702.2
20002	430.7	36.7	0.4	1346.9	14.68	36.3	1317.6
20003	446.9	53.0	376.7	2809.0	1945.1	16.3	265.7
ΣΣ	1969.4	0	53.0	8933.2	3619.7	117.0	3721.9

დინამიკური მწკრივის საშუალო დონე ($\bar{y}$) უნდა გავიანგარიშოთ ფორმულით: $\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{1969.4}{5} = 393.8$.

გადახრები (λ_t) უნდა ვიანგარიშოთ ემპირიულ დონეებსა და საშუალო დონეს ($\bar{y}$) შორის სხვაობით. ასეთივე გადახრები შეგვეძლო გაგვეანგარიშებინა ემპირიულ დონეებსა და მოსწორებულ დონეებს შორის. ცხრილის λ_{t-1} სვეტში კარგად ჩანს, რომ გადახრების დინამიკური მწკრივის დონეები ერთი წლითაა გადაწეული წინ. მაშასადამე უნდა გაიზომოს λ_t სვეტისა და λ_{t-1} სვეტის მონაცემებს შორის ავტოკორელაციის კოეფიციენტი. ამისათვის გამოვიყენოთ ზემოთმოტანილი ფორმულა

$$R_{\lambda_t \lambda_{t-1}} = \frac{\sum_{t=2}^{n} \lambda_t \lambda_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} \lambda_t^2} = \frac{3619.7}{8933.2} = 0.405 .$$

ახლა შეგვიძლია მიღებული ავტოკორელაციის კოეფიციენტი 0.405 შევადაროთ რ. ანდერსონის მიერ შედგენილ ცხრილურ მაჩვენებლებს. ცხრილური კოეფიციენტი $n = 5$ რიცხვისა და $\alpha = 0.05$ მნიშვნელობისათვის შეადგენს 0.263-ს. მაშასადამე, გაანგარიშებული ფაქტობრივი კოეფიციენტი მეტია ცხრილურზე (0.405>0.263). ეს იმას ნიშნავს, რომ გადახრებს შორის ავტოკორელაცია არსებობს.

ასეთი სახის გადახრებს შორის ავტოკორელაციის არსებობის ან არარსებობის გამოსაკვლევად სტატისტიკაში ცნობილია, აგრეთვე, **დარბინ–უოტსონის** კრიტერიუმი (d), რომელიც ავტორთა მიერ რეკომენდებულია გავიანგარიშოთ ფორმულით:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\lambda_t - \lambda_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\lambda_t^2} \qquad (10.39)$$

ავტორებმა ფორმულის გარდაქმნის გზით ეს კრიტერიუმი დაიყვანეს $2-2R_{\lambda_t,\lambda_{t-1}}$ გამოსახულებამდე. კერძოდ თუ ფორმულის მრიცხველს ავიყვანთ კვადრატში გაშლილი ფორმით, გვექნება:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2 - 2\sum_{t=2}^{n}\lambda_t\lambda_{t-1} + \sum_{t=2}^{n}\lambda_{t-1}^2}{\sum_{t=1}^{n}\lambda_t^2}$$

ავტორებმა ჩათვალეს, რომ გამოსახულებანი $\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2$ და $\sum_{t=2}^{n}\lambda_{t-1}^2$, აგრეთვე $\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2$ და $\sum_{t=1}^{n}\lambda_t^2$ ერთმანეთისაგან ისეთი მცირედი მნიშვნელობით განსხვავდებიან, რომლის უგულებელყოფა გაანგარიშების შემდგომი გამარტივების მიზნით სავსებით შესაძლებელია. მაშასადამე, შეგვიძლია დავწეროთ: $\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2 = \sum_{t=2}^{n}\lambda_{t-1}^2$. ამიტომ კრიტერიუმის მნიშვნელობა იქნება:

$$d = \frac{2\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2 - 2\sum_{t=2}^{n}\lambda_t\lambda_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n}\lambda_t^2} = 2\left(1 - \frac{\sum_{t=2}^{n}\lambda_t\lambda_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n}\lambda_{t-1}^2}\right) = 2 - 2R_{\lambda_t,\lambda_{t-1}}$$

რადგანაც ფრჩხილებში მოთავსებული მაკლები, როგორც წინა მასალაში იყო ნაჩვენები (10.37) გადახრებს შორის ავტოკორელაციის კოეფიციენტია.

მაშასადამე, დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმი საბოლოოდ მიიღებს სახეს:

$$d = 2 - 2R_{\lambda,\lambda_{t-1}} \quad (10.39)$$

ამ საფუძველზე ავტორები ასკვნიან, რომ თუ გადახრებს შორის ავტოკორელაცია არ არსებობს, ე. ი. $R_{\lambda,\lambda_{t-1}} = 0$, მაშინ $d = 2$, ხოლო სრული კავშირია და $R_{\lambda,\lambda_{t-1}} = 1$, მაშინ $d = 0$ (დადებითი კორელაციისას) ან 4-ს (უარყოფითი კორელაციისას). დადებითი კორელაციის შემთხვევაში კრიტერიუმის შუალედური მნიშვნელობებისათვის (0-დან 2-მდე)ავტორთა მიერ შედგენილია ცხრილური მონაცემები. ცხრილური მონაცემები შედგენილია დაკვირვების რიცხვისა (n) და დინამიკური მწკრივის მოსწორებისათვის გამოყენებული რეგრესიის განტოლების ცვლადების (Q) რაოდენობის შესაბამისად[1]. თუ დინამიკური მწკრივის მოსწორებისათვის გამოყენებულია წრფივი განტოლება ($y = a_0 + a_1 t$), მაშინ $Q = 2$, პარაბოლური განტოლების გამოყენების შემთხვევაში ($y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$), $Q = 3$ და ა. შ.

[1]ცხრილური მონაცემების ერთერთი ნაკლი ისაა, რომ ისინი მხოლოდ დინამიკური მწკრივის ემპირიული (ფაქტობრივი) დონეებიდან მოსწორებული დონეების გადახრების ავტოკორელაციის არსებითობას ზომავს.

ცხრილის მონაცემები ასეთი სახისაა:

დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმის მნიშვნელობანი 5%-იანი არსებითობის დონეთათვის

ცხრილი № 52

დაკვირვების რიცხვი (n)	$Q=1$		$Q=2$		$Q=3$	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.93	1.71
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.97	1.69
19	1.18	1.40	1.08	1.53	1.00	1.68
20	1.20	1.41	1.00	1.54	1.21	1.68
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.42	1.65
50	1.50	1.59	1.76	1.63		1.67

გადახრათა შორის ავტოკორელაციის არსებობის ნულოვანი ჰიპოთეზის შესამოწმებლად ცხრილში მოცემულია d კრიტერიუმის ქვედა და ზედა საზღვრები (d_1 და d_2). თუ ჩვენი გაანგარიშებული ფაქტობრივი მაჩვენებელი (d) $d > d_2$ ($4-d_2$-მდე), ავტოკორელაციის არარსებობის ჰიპოტეზა მიღებულია. თუ $d < d_2$, დაშვებული ჰიპოთეზა უარიყოფა, თუ $d > (4-d_1)$, მაშინ არსებობს უარყოფითი ავტოკორელაცია. თუ $d_1 \le d \le d_2$, $(4-d_2) \le d \le (4-d_1)$ სიტუაცია გაურკვეველია და სხვა გზანტოლებით უნდა მოვასწოროთ დინამიკური მწკრივი, ვინაიდან როგორც ჩანს შერჩეულმა რეგრესიის განტოლებამ პრაქტიკურად ვერ ასახა დინამიკური მწკრივის გავითარების ტენდენცია.

ჩვენს მიერ მოტანილ მაგალითზე (ცხრილი №49) ვაჩვენოთ დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმის გამოყენების წესი.

დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმის გასაანგარიშებელი მონაცემები

ცხრილი №53

წლები	დინამიკური მწკრივის დონეები y_t	t	yt	t^2	მოსწორებული დონეები $(\hat{y}_t)$	გადახრები მოსწორებული დონეებიდან $(y_t - \hat{y}_t)\lambda_t$	λ_{t-1}	λ_t^2	$\lambda_t - \lambda_{t-1}$	$(\lambda_t - \lambda_{t-1})^2$
1999	329.8	-2	-659.6	4	334.5	-4.7		22.1		1.44
2000	367.7	-1	-367.2	1	364.2	3.5	-4.7	12.3	-1.2	9.6
2001	394.2	0	0	0	393.9	0.4	3.5	0.16	-3.1	44.9
2002	430.7	+1	430.7	1	423.6	7.1	0.4	50.4	6.7	152.3
2003	446.9	+2	893.8	2	453.3	-6.4	7.1	40.9	-13.5	
Σ	1969.4	0	297.2	10	1969.5			125.9	-11.5	238.2

დაკვირვება დინამიკური მწკრივის დონეებზე მეტყველებს მასზედ, რომ ისინი დაახლოებით არითმეტიკული პროგრესიით იზრდება. ამიტომ მათ მოსასწორებლად გამოგვადგება წრფივი განტოლება $y = a_0 + a_2 t$. რადგან t-ს ათვლა ცენტრში გვაქვს გადატანილი, ამიტომ პარამეტრები $a_0 = \frac{\Sigma y}{n}$,

$a_1 = \frac{\Sigma y_t}{\Sigma t^2}$, $a_0 = \frac{1969.4}{5} = 393.9$, $a_1 = \frac{297.2}{10} = 29.7$ ხოლო მოსწორებული დონეები:

$$\hat{y}_1 = a_0 + a_1 t = 393.9 + 29.7(-2) = 334.5,$$
$$\hat{y}_2 = 393.9 + 29.7(-1) = 364.2,$$
$$\hat{y}_3 = 393.9 + 29.7(0) = 393.9,$$
$$\hat{y}_4 = 393.9 + 29.7(+1) = 423.6,$$
$$\hat{y}_5 = 393.9 + 29.7(-2) = 453.3.$$

ემპირიული (ფაქტობრივი) დონეებისა და მოსწორებული დონეების ჯამი თითქმის ერთმანეთს ემთხვევა: $\Sigma y_t = \Sigma \hat{y}_t$ ანუ $1969.4 = 1969.5$. განსხვავება 0.1 გამოწვეულია ციფრების დამრგვალებით.

ამ მონაცემებით დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმის ფაქტობრივი მნიშვნელობა შეადგენს:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\lambda_t - \lambda_{t-1})^2}{\sum_{\lambda=1}^{n} \lambda_t^2} = \frac{238.2}{125.9} = 1.89$$

d კრიტერიუმის ცხრილური მონაცემები არ არსებობს დაკვირვების n=5 რიცხვისათვის. ამიტომ ვიღებთ დაკვირვების $n=15$ რიცხვისათვის. ამიტომ ვიღებთ დაკვირვების ცხრილურ 15 რიცხვს. 5%-იანი არსებითობის დონის და რეგრესიის განტოლების ორი ცვლადის პირობებისათვის ($y = a_0 + a_1 t$, სადაც ცვლადებია a_0 და a_1) d_2 კრიტერიუმი შეადგენს 1.54-ს. ვინაიდან ფაქტობრივი კრიტერიუმი $1.89 > 1.54$, ამიტომ ვიკეთებთ დასკვნას იმის შესახებ, რომ გადახრათა შორის ავტოკორელაციის არარსებობის ჰიპოთეზა მიღებულია.

ყველაფერი ზემოთთქმული გამოიყენება საბაზრო ეკონომიკის პირობებში სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების როგორც ანალიზში ისე პროგნოზირებაში.

10. ავტოკორელაციის აღმოფხვრა დინამიკურ მწკრივებში

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების დროის მიხედვით განვითარების ანალიზსა და პროგნოზირებაში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება დინამიკური მწკრივების ავტოკორელაციის გავლენისაგან განთავისუფლებას. მაგალითად, მოსავლიანობასა და სასუქების რაოდენობას შორის არსებულ რეალურ ურთიერთკავშირს განვიხილავთ, მაშინ უნდა ვიცოდეთ, რომ ამ კავშირზე არა მარტო ნიადაგებში

შეტანილი სასუქების რაოდენობის გადიდება იმოქმედებს, არამედ თვით სასუქებისა და მოსავლიანობის განვითარების დინამიკური მწკრივის დონეების ავტოკორელაციური ფაქტორიც. ამ უკანასკნელს კი ასახავს დინამიკური მწკრივის ტრენდი, ანუ მოსწორებული დონეები. მასასადამე, თუ ჩვენ შევძლებთ ამ ტრენდის ანუ მოსწორებული დონეების გავლენა გამოვთიშოთ, მაშინ დავინახავთ ავტოკორელაციის გავლენისაგან თავისუფალ ურთიერთკავშირს. სტატისტიკაში ამისათვის მრავალი მეთოდია შემუშავებული. მაგრამ აქედან ყველაზე მარტივი და ეფექტურია სამი მათგანი: 1. დინამიკური მწკრივის დონეებს შორის სხვაობათა კორელირების; 2. ფაქტიურ და მოსწორებულ დონეთა შორის სხვაობათა კორელირების და 3. დროის ფაქტორის გათვალისწინება რეგრესიის განტოლებაში.

ფაქტიური დონეები ზემოთ ჩვენ გამოვსახეთ განტოლებით: $y = f_t + \alpha_t$ სადაც y – ფაქტიური დონეა, f_t - მოსწორებული დონე ანუ ტრენდი (სხვაგვარად ის ზოგჯერ გამოისახება $\hat{y}$ -ით), α_t - შემთხვევითი გადახრებია. $\hat{y}$ –ტრენდი, როგორც ვიცით, გამოისახება რომელიმე მათემატიკური ფორმულით (წრფივი, პარაბოლა, ჰიპერბოლა, მაჩვენებლიანი და სხვ.). თუ წრფივი ფუნქციით არის დინამიკური მწკრივი მოსწორებული – მაშინ პირველი ფაქტიური დონე, სადაც $t = 1$ იქნება: $\hat{y}_1 = a_0 + a_1 1 + \alpha_1$, მეორე $(t = 2) - y = a_0 + a_1 2 + \alpha_2$, მესამე $(t = 3) - y = a_0 + a_1 3 + \alpha_3$ მეოთხე $(t = 4) - y = a_0 + a_1 4 + \alpha_4$ და ა. შ. მათ შორის პირველი რიგის სხვაობანია:

$$\Delta_1' = y_2 - y_1 = (a_0 + 2a_1 + \alpha_2) - (a_0 + a_1 + \alpha_1) = a_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)$$
$$\Delta_2' = y_3 - y_2 = (a_0 + 3a_1 + \alpha_3) - (a_0 + 2a_1 + \alpha_2) = a_1 + (\alpha_3 - \alpha_2)$$
$$\Delta_3' = y_4 - y_3 = (a_0 + 4a_1 + \alpha_4) - (a_0 + 3a_1 + \alpha_3) = a_1 + (\alpha_4 - \alpha_3) \quad (10.40)$$

როგორც ჩანს, წრფივი განტოლებით მოსწორებული დინამიკური მწკრივის დონეთა პირველი რიგის სხვაობების ცვალებადობაზე გავლენას საერთო განვითარების ტენდენცია ანუ ტრენდი ვერ მოახდენს, ვინაიდან აქედან მხოლოდ a_1 პარამეტრია შემორჩენილი სხვაობებში და ისიც ყველა მათგანში უცვლელია. ამიტომ ეს სხვაობანი განთავისუფლებულია ავტოკორელაციისგან.

თუ პარაბოლით ან მეორე ხარისხის პოლინომიითაა მოსწორებული დინამიკური მწკრივი, მაშინ დინამიკური მწკრივის ფაქტიური დონეები იქნება:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 1^2 + \alpha_1 \quad (t = 1), \\ y_2 &= a_0 + a_1 \cdot 2 + a_2 \cdot 2^2 + \alpha_2 \quad (t = 2), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_n &= a_0 + a_1 \cdot n + a_2 \cdot n^2 + \alpha_n \quad (t = n). \end{aligned} \tag{10.41}$$

დონეთა შორის პირველი რიგის სხვაობანი იქნება:

$$\Delta'_{11} = y_2 - y_1 = (a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \alpha_2) - (a_0 + a_1 + a_2 + \alpha_1) = a_1 + 3a_2 + (\alpha_2 - \alpha_1),$$
$$\Delta'_{22} = y_3 - y_2 = (a_0 + 3a_1 + 9a_2 + \alpha_3) - (a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \alpha_2) = a_1 + 5a_2 + (\alpha_3 - \alpha_2).$$

როგორც ჩანს, ამ შემთვევაში (როცა დინამიკური მწკრივი მოსწორებულია მე-2 ხარისხის პოლინომით $y'' = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$) პირველი სხვაობანი არაა თავისუფალი ძირითადი ტენდენციის ანუ ტრენდის გავლენისაგან, ვინაიდან მასში კიდევაა შემორჩენილი არამუდმივი სიდიდე a_2. ამიტომ საჭიროა მეორე რიგის სხვაობანი გავიანგარიშოთ. გვექნება:

$$\begin{aligned} \Delta''_1 &= \Delta'_2 - \Delta'_1 = 2a_2 + (\alpha_3 - 2\alpha_2 + \alpha_1) \\ \Delta''_2 &= \Delta'_3 - \Delta'_2 = 2a_2 + (\alpha_4 - 2\alpha_3 + \alpha_2) \end{aligned} \tag{10.42}$$

და ა.შ. ეს სხვაობანი უკვე თავისუფალია ავტოკორელაციის გავლენისაგან, ვინაიდან ძირითადი ტენდენციისაგან შემორჩენილია მხოლოდ a_2 და ისიც მუდმივი. მაშასადამე,

ავტოკორელაციის გავლენის აღმოსაფხვრელად დინამიკური მწკრივის დონეთა წრფივი განტოლებით მოსწორებისას, უნდა გავიანგარიშოთ პირველი რიგის სხვაობანი, პარაბოლის მიხედვით მოსწორებისას, მეორე რიგის სხვაობანი, ხოლო n-ური ხარისხის პარაბოლის მიხედვით მოსწორების შემთხვევაში n–ური რიგის სხვაობანი. ასეთი სხვაობანი თავისუფალია ავტოკორელაციისაგან. x და y მოვლენებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის გარკვევისათვის საკმარისია ცალცალკე ვიანგარიშოთ როგორც x ფაქტორის, ისე y ფაქტორის მიხედვით დონეთა შორის შესაბამისი რიგის სხვაობანი და მხოლოდ ამ სხვაობებს შორის დავადგინოთ კორელაციის კოეფიციენტი, რაც იქნება ავტოკორელაციის გავლენისაგან თავისუფალი მაჩვენებელი, რომელიც შეგვიძლია გამოვიყენოთ x და y მოვლენებს შორის ურთიერთკავშირის ანალიზსა და პროგნოზირებაში. ამ შემთხვევაში სხვაობათაშორის კორელაციის კოეფიციენტს სტატისტიკაში განსაზღვრავენ შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$R_{\Delta x \Delta y} = \frac{\Sigma \Delta_x \Delta_y}{\sqrt{\Sigma \Delta^2{}_x \Sigma \Delta^2{}_y}} \qquad (10.43).$$

ეს ფორმულა გამომდინარეობს კორელაციის წრფივი კოეფიციენტის შემდეგი ფორმულიდან:

$$R_{xy} = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (x - \bar{x})^2 \Sigma (y - \bar{y})^2}}$$

სადაც $R_{\Delta x \Delta y}$ და x და y შესაბამისად დინამიკური მწკრივების დონეთა სხვაობათაშორის კორელაციის კოეფიციენტია; Δx და Δy შესაბამისად x და y დინამიკურ მწკრივებში დონეთა შორის სხვაობანია. აღნიშნული ვაჩვენოთ შემდეგი სახის კონკრეტულ მაგალითზე:

სასუქების შეტანისა და მოსავლიანობის მაჩვენებლები ჩაის პლანტაციაში.

ცხრილი №54

წლები	შეტანილი სასუქების მოცულობა 1ჰ-ზე (კგ) x	ჩაის მოსავლიანობა 1ჰ-ზე (ცენტნერობით y	$\Delta x = x_i - x_{i-1}$	$\Delta y = y_i - y_{i-1}$	Δx^2	Δy^2	$\Delta x \Delta y$
1998წ.	30	200	–	–	–	–	–
1999წ.	40	250	10	50	100	2500	500
2000წ.	35	220	-5	-30	25	900	150
2001წ.	50	250	15	30	225	900	450
2002წ.	60	280	10	30	100	900	300
Σ					450	5200	1400

შედეგად მივიღეთ კორელაციის კოეფიციენტი:

$$R_{\Delta x \Delta y} = \frac{1400}{\sqrt{450 \times 5200}} = 0.92$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ შეტანილი სასუქების რაოდენობის გადიდება ძლიერად მოქმედებს ჩაის პლანტაციებში ჩაის მწვანე ფოთლის მოსავლიანობის გადიდებაზე, რაც შეიძლება გათვალისწინებულ იქნას სოფლის მეურნეობის მართვისა და დაგეგმვის პროცესში.

დინამიკურ მწკრივებში ავტოკორელაციის აღმოფხვრის მეორე მეთოდი პირველი მეთოდის მსგავსია და გულისხმობს ფაქტობრივ დონეებსა და მოსწორებულ დონეებს შორის სხვაობების კორელირებას ანუ მათ შორის კორელაციური ურთიერთდამოკიდებულების განსაზღვრას ზემოთმოტანილი კორელაციის კოეფიციენტის დახმარებით:

$$R_{\Delta x \Delta y} = \frac{\Sigma \Delta_x \Delta_y}{\sqrt{\Sigma \Delta^2{}_x \Sigma \Delta^2{}_y}}$$

სადაც $\Delta y_{(i)} = y_i - \hat{y}_i$.

კოეფიციენტის გაანგარიშების წესები ვაჩვენოთ ზემოთმოტანილი ცხრილის მონაცემების მიხედვით

ცხრილი №55

წლები	სასუქების რაოდენობა 1ჰ-ზე (კგ)	მოსავლიანობა 1ჰ-ზე ცენტნერობით	$\Delta x = x_i - \hat{x}_i$	$\Delta y = y_i - \hat{y}_i$	Δx^2	Δy^2	$\Delta x \Delta y$
1998წ.	30	200	1	-8	1	64	-8
1999წ.	40	250	4	26	16	676	104
2000წ.	35	220	-8	-20	64	400	160
2001წ.	50	250	0	-6	0	36	-6
2002წ.	60	280	3	8	9	64	24
Σ	215	1200	0	0	90	1240	274

ცხრილის შესავსებად, პირველ რიგში საჭიროა x და y მონაცემების მოსწორება. როგორც ჩანს, ორთავე დინამიკურ მწკრივის დონეების ცვალებადობა წლების მიხედვით დაახლოებით არითმეტიკული პროგრესიით ხორციელდება. ამიტომ ორთავეს მოსასწორებლად ანუ ტრენდის გასაანგარიშებლად გამოვიყენებთ წრფივ განტოლებებს: $x = a_0 + a_1 t$; $y = a_0 + a_1 t$. გამოვიყენოთ a_0 და a_1 პარამეტრების გაანგარიშების გამარტივებული წესი, რისთვისაც t-ს ათვლა გადაგვაქვს ცენტრში. ამ შემთხვევაში პირველი დინამიკური მწკრივისათვის: $a_0 = \frac{\Sigma x}{n}, a_1 = \frac{\Sigma xt}{\Sigma t^2}$, მეორე დინამიკური მწკრივისათვის: $a_0 = \frac{\Sigma y}{n}, a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}$, ხოლო

$t = -2,-1,0,+1,+2$ $(\Sigma t = 0 \ \ \Sigma t^2 = 10)$

შევადგინოთ საანგარიშო ცხრილი:

ცხრილი №56

წლები	x	y	t	t^2	xt	yt	$\hat{x}$	$\hat{y}$
1998წ.	30	200	-2	4	-60	-400	29	205
1999წ.	40	250	-1	1	-40	-250	36	224
2000წ.	35	220	0	0	0	0	43	240
2001წ.	50	250	+1	1	50	250	50	256
2002წ.	60	280	+2	4	120	560	57	372
Σ	215	1200	0	10	70	160	215	1200

პირველი დინამიკური მწკრივისათვის გვექნება:

$$a_0 = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{215}{5} = 43, a_1 = \frac{\Sigma xt}{\Sigma t^2} = \frac{70}{10} = 7 \qquad \hat{x} = 43 + 7t$$

მეორესათვის:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = 240, a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = \frac{160}{10} = 16 \qquad \hat{y} = 240 + 16t$$

თუ t-ს მნიშვნელობებს ($t = -2, -1, 0, +1, +2$) თანმიმდევრულად ჩავსვამთ ზემოთმოტანილ განტოლებებში ($\hat{x} = 43 + 7t$; $\hat{y} = 240 + 16t$) მივიღებთ შესაბამისად 1998, 1998, 1999, 2000, 2001, და 2002 წლების მოსწორებულ მნიშვნელობებს (რაც ნაჩვენებია ცხრილში).

ჩვენს მიერ მოსწორებული დონეების ჯამი ემთხვევა ემპირიული ანუ ფაქტობრივი დონეების ჯამს, რაც მეტყველებს წრფივი განტოლების სწორად შერჩევაზე.

ზემოთმოტანილი ცხრილის საფუძველზე კორელაციის კოეფიციენტი შეადგენს:

$$R_{\Delta x \Delta y} = \frac{\Sigma \Delta_x \Delta_y}{\sqrt{\Sigma \Delta^2_x \Sigma \Delta^2_y}} = \frac{274}{\sqrt{90 \times 1240}} = 0.82$$

ეს იმაზე მეტყველებს, რომ ამ გზითაც კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი ჩვენს მიერ მოტანილ ეკონომიკურ მაჩვენებლებს შორის ძალიან მჭიდროა.

დროის ფაქტორის ჩართვა რეგრესიის განტოლებაში შეიმთავაზებულია ფიშერისა და ბოუს მიერ. ავტორთა აზრით თუ რეგრესიის ნებისმიერ განტოლებაში დამატებით ფაქტორად ჩავრთავთ დროს (t), მაშინ ის შეასრულებს ორ ფუნქციას ერთდროულად. ალმოფხვრის ავტოკორელაციას დინამიკურ მწკრივებში და ამასთან ერთად ასახავს ჩვენს მოდელში გაუთვალისწინებელი ყველა ფაქტორის გავლენას.

ამ შემთხვევაში წრფივი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$y_x = a_0 + a_1 x + a_2 t \ , \qquad (10.44)$$

პარაბოლა: $\hat{y}_{x_1t} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3t$ (10.45) და ა.შ.

ნორმალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნისა და პარამეტრების a_0, a_1, a_2, a_3 და ა. შ. გაანგარიშების წესი იქნება ისეთივე, როგორც ნაჩვენებია წინა საკითხების განხილვისას.

11. განვითარების ტენდენციის შესწავლა დინამიკურ მწკრივებში

საბაზრო ეკონომიკის პირობებში სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების მოკლევადიანი პროგნოზირებისათვის მეტად დიდი მნიშვნელობა აქვს დინამიკური მწკრივების განვითარების ტენდენციის შესწავლას. დინამიკური მწკრივის განვითარების შესწავლისას შეიძლება გვქონდეს სამი შემთხვევა: **ზრდის ტენდენცია, კლების ტენდენცია და ტენდენციის არარსებობა.**

სტატისტიკას გააჩნია მძლავრი მეცნიერული აპარატი დინამიკური მწკრივის საერთო დონის ცვალებადობის არსებითობის გამოსავლენად. თუ ეს ცვალებადობა არსებითია (ზოგჯერ მარტივად ამბობენ, რომ დონეთა შორის განსხვავება თუ 5%-ს აღემატება), მაშინ შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ განვითარება არსებითია. საქმე გვაქვს ზრდის ან კლების ტენდენციასთან. მაგრამ განვითარების ერთი დონის ცვალებადობაზე მრავალი ფაქტორი მოქმედებს, რომელთა დიფერენცირებული ანალიზი სტატისტიკის ერთერთი მნიშვნელოვანი ამოცანაა. თავისი ზემოქმედების ხასიათის მიხედვით ეს ფაქტორები შეიძლება დაიყოს ოთხ ჯგუფად: **სისტემატური, ციკლური, სეზონური და შემთხვევითი.**

სისტემატური ფაქტორები ევოლუციური ზემოქმედების ხასიათისაა. ასეთია, მაგალითად, ფასებზე მოქმედი მოთხოვნა-მიწოდება, მოსავლიანობაზე მოქმედი ნიადაგების ნაყოფიერება, მათი დამუშავების აგროტექნიკური ვადები, სასუქების შეტანა

სასოფლო-სამეურნეო სავარგულებზე და სხვ. ამ ფაქტორთა ზემოქმედება განაპირობებს მოვლენებისა და პროცესების განვითარების საერთო ცვალებადობას, ტენდენციას, რომელსაც სტატისტიკაში **ტრენდი ეწოდება.**

ციკლური ზემოქმედების ფაქტორები საშედეგო მოვლენის ცვალებადობას (ზრდას ან კლებას) პერიოდულად განაპირობებენ გარკვეული ციკლის განმავლობაში. მაგალითად, საქონლის საბაზრო ფასებზე მოქმედი მიწოდების ფაქტორი ციკლური ხასიათისაა, რომელიც დასაწყისში (დაბალი მიწოდება) ამაღლებს საქონლის საბაზრო ფასებს, გარკვეული პერიოდის გასვლის შემდეგ იწვევს მათ სტაბილიზაციას ბაზარზე და ბოლოს (მაღალი მიწოდება) ამცირებს მათ.

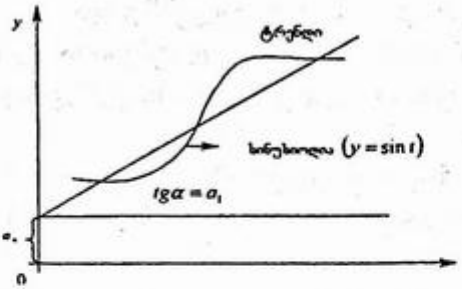
სეზონური ფაქტორები იწვევენ მოვლენის ზრდას ან კლებას (სრულიად განსაზღვრულ პერიოდებში (სეზონებში). ასეთია, მაგალითად ფასების ცვალებადობა აგრარულ ბაზრებზე სასოფლო-სამეურნეო პროდუქტების დამზადების სეზონური ხასიათის გამო და ა.შ.

ბოლოს, შემთხვევითი ფაქტორებიც (ომები, ეკოლოგიური კატასტროფა, სეტყვა და სხვ.) **ეკონომიკაში მოქმედებს მოვლენებისა** და პროცესების განვითარებაზე.

შესაბამისად, როგორც წინა პარაგრაფში იყო ნაჩვენები დინამიკის მწკრივს გამოსახავენ განტოლებით:

$y_t = f_t + \alpha_t$ სადაც y_t – დინამიკური მწკრივის დონე t-ურ წელს; f - განვითარების სისტემური ფაქტორები, რომლებიც ძირითადი ტენდენციის (ტრენდის) მაჩვენებელია იგივე წელს; α_t – დანარჩენი ფაქტორების ზემოქმედებით გამოწვეული შემადგენელი ნაწილი.

ანალიტიკური ძირითადი ტენდენციის (ტრენდის) რაოდენობრივი მახასიათებელია დინამიკური მწკრივის მოსწორებული დონეები, ხოლო დამატებითი ნაწილის – დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა. გრაფიკულად ორივე ეს შემადგენელი ნაწილი ასე გამოისახება:



დინამიკური მწკრივის განვითარების ანალიზი ტრენდის გამოვლენით იწყება. უამრავ მეთოდს ასახელებენ ამ მიზნის შესასრულებლად. მაგრამ ყველაზე მარტივია დინამიკური მწკრივის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფა და შესაბამისი ნაწილების ანუ პირველი და მეორე ნაწილის საშუალო დონეების ურთიერთშედარება. ზოგჯერ ამბობენ, თუ ამ საშუალო დონეებს შორის განსხვავება 5%-ზე ნაკლებია, დინამიკურ მწკრივს განვითარების ტენდენცია (ზრდის ან კლების) არ გააჩნია და ამ საშუალო დონეებით შეიძლება ვიწინასწარმეტყველოთ შესაბამისი მოვლენის განვითარება მომავლისათვის.

დინამიკური მწკრივის მონოტონურად კლებადი ან მონოტონურად მზარდი ტენდენციის შესწავლა წარმოებს ზემოთ აღწერილი რეგრესიულ განტოლებათა გამოყენებით. მათ შორისაა წრფივი, პარაბოლური, ჰიპერბოლური, ექსპონენციური, მაჩვენებლიანი განტოლებები და ა. შ.

შესაძლებელია დინამიკურ მწკრივებს ჰქონდეს არამონოტონური განვითარების ტენდენცია. ზოგჯერ ასეთი არამონოტონური განვითარება გამოისახება დინამიკური მწკრივის დონეების დასაწყისში ძალიან სწრაფი ზრდით, განსაზრვრულ ექსტრემალურ მაჩვენებლამდე მიღწევის შემდეგ შესაძლებელია გვქონდეს ზრდის შენელება ან პირიქით. ასეთი დინამიკური მწკრივების დამუშავება, მოსწორება შეიძლება ვაწარმოოთ **გომპერცის მრუდით,** რომელსაც შემდეგი სახე აქვს: $\hat{y}_t = K(a_0)^{a_1 t}$. გალოგარითმების შემდეგ შეიძლება მას მივცეთ წრფივი ფორმა: $\log \hat{y}_t = \log k + a_1 t \log a_0$.

ჩვენთვის უკვე ცნობილი მეთოდებით შეიძლება განტოლების პარამეტრების გაანგარიშება და დინამიკური მწკრივის მოსწორება. თუ უკუშებრუნებულ სიდიდეებთან გვაქვს საქმე, მაშინ მათ შორის ურთიერთდამოკიდებულების მოდელირება შეიძლება ლოგისტიკური ფუნქციით:

$$\bar{y}_t = \frac{k}{1+10^{a_0+a_1 t}} \qquad (10.46).$$

როგორც ჩანს გამოყენებულია ათობითი ლოგარითმი 10 ფუძით.

განსაკუთრებული თავისებურებებით ხასიათდება განვითარების ტენდენციების დადგენა არამონოტონურ დინამიკურ მწკრივებში[1]. არამონოტონური ანუ განვითარების ცვლილი სურათის მქონე (ზრდა იცვლება კლებით ან პირიქით) დინამიკური მწკრივების მრავალი ტიპური მაგალითი შეიძლება მოტანილ იქნას საქონლის სეზონური რეალიზაციის (მაგალითად, ზამთრის ან ზაფხულის ტანსაცმლის, ფეხსაცმლის, ასაოფლო-სამეურნეო პროდუქტების სეზონური წარმოების და სხვ.) სფეროდან. ამ საქონლის წლის მანძილზე (გაზაფხული, ზაფხული, შემოდგომა, ზამთარი) რეალიზაციის მაჩვენებლების ცვალებადობა მსგავსია ტრიგონომეტრიული ფუნქციების, სინუსისა და კოსინუსის მეოთხედების (I, II, III, IV) მიხედვით ცვალებადობისა, ანუ პერიოდულობისა (მაჩვენებლები პერიოდულად მეორდებიან). ამიტომ ასეთ შემთხვევაში დინამიკური მწკრივების მოსწორებისა და პროგნოზირებისათვის იყენებენ ფურიეს მწკრივებს, რომელთა დახმარებით თითოეული დონის მოსწორებული მნიშვნელობა გამოისახება შემდეგი განტოლებით:

---

[1]მონოტონური განვითარების ანუ გამოკვეთილი ზრდის ან კლების ტენდენციების მქონე დინამიკურ მწკრივებში განვითარების ტენდენციის ანუ ტრენდის დადგენის ხერხები, საშუალო წლიური ზრდისა და მატების ტემპების, საშუალო აბსოლუტური მატების, სრიალა საშუალოები, წრფივი განტოლების, არაწრფივი განტოლებების და სხვათა გამოყენება ჩვენ ზემოთ ვაჩვენეთ.

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^{m} (a_k \cos kt + b_k \sin kt), \qquad (10.47).$$

სადაც $\hat{y}_t$ – დინამიკური მწკრივის მოსწორებული დონეა;

t - დროის მაჩვენებელია, რომელიც შეიძლება გამოვსახოთ მნიშვნელობებით $(0,1,2. \ . \ . \ . \ n)$;

k - გარმონიკის[1] მაჩვენებელია $K = 0,1,2,...,m$, უცნობი a_0, a_k, b_k პარამეტრებია, რომელთა გასაანგარიშებლად ვიყენებთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდს:

$$\Sigma(y_t - \hat{y}_t)^2 = \min$$

სადაც y_t – ემპირიული ანუ ფაქტობრივი დონეებია;

$\hat{y}_t$ - მოსწორებული დონეები.

თუ $\hat{y}_t$-ს ნაცვლად ჩავსვამთ მის მნიშვნელობას, გვექნება:

$$\Sigma\left[y_t - a_0 - \sum_{k=1}^{m} (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \right] = \min \qquad (10.48).$$

თუ მიღებულ გამოსახულებას გავაწარმოებთ a_0, a_k და b_k მიმართ, ე. ი. მოვნახავთ პირველი რიგის წარმოებულებს და თითოეულ მათგანს გავუტოლებთ 0-ს, მვიღებთ a_0, a_k და b_k პარამეტრების შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n}; \ a_k = \frac{2\Sigma y \cos kt}{n}; \ b_k = \frac{2\Sigma y \sin kt}{n}. \qquad (10.48)$$

---

[1]როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ზოგიერთ შემთხვევაში დინამიკური მწკრივების დონეთა მნიშვნელობები სინუსისა და კოსინუსის ფუნქციების განმეორების მსგავსად პერიოდულად მეორდებიან, რასაც წარმოადგენენ სინოსოიდალური რხევადობის გზით. იმის გამო, რომ ასეთი ცვალებადობანი წარმოადგენენ გარმონიულ რხევადობებს, ამიტომ დინამიკური მწკრივის მოსწორების შედეგად მიღებულ სინუსოიდებს გარმონიკებს უწოდებენ.

ასეთი პარამეტრების გასაანგარიშებლად საჭიროა $\sin kt$-ს და $\cos kt$-ს მნიშვნელობათა დადგენა. ეს მნიშვნელობანი უნდა დავადგინოთ გარმონიკის მიხედვით. ჩვეულებრივად ფურიეს მწკრივების მიხედვით ანგარიშობენ ოთხ გარმონიკას. განსაზღვრავენ რომელი მათაგნი უფრო ადექვატურად ასახავს ემპირიული დონეების განვითარების სურათს. ფურიეს მწკრივს ექნება სახე:

$k=1$, $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t$, (10.49),

I გარმონიკა

$k=2$, $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$, (10.49),

II გარმონიკა

$k=3$, $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t$, (10.49),

III გარმონიკა

$k=4$, $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t + a_4 \cos 4t + b_4 \sin 4t$, (10.49).

IV გარმონიკა

t-ს მნიშვნელობანი I და II გარმონიკისთვის გაინგარიშება შემდეგი მაჩვენებლების გამოყენებით: 1) t-ს მნიშვნელობანი დინამიკური მწკრივის დონეების მიხედვით, როგორც ზემოთ დავინახეთ, იცვლება 0-დან n-მდე. თუ გვაინტერესებს წლის განმავლობაში ცალკეული პერიოდების მიხედვით რაიმე ეკონომიკური მაჩვენებლის სეზონური ან სხვა სახის ცვალებადობა, მაშინ თვეების მიხედვით t=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11. . ისე, რომ 0 აღნიშნავს იანვარს, II თებერვალს და ა.შ. თუ ცალკეულ პერიოდებს წრეხაზის სიგრძის ($2\Pi R$) ნაწილებით გამოვსახავთ, მაშინ თვის

რადიანული ზომა იქნება $\frac{2\Pi}{12}$[1]. მაშასადამე t-ს რადიანული სიდიდეები შესაბამისად იქნება: იანვარში $-\frac{2\Pi}{12}\cdot 0=0$, თებერვალში $-\frac{2\Pi}{12}\cdot 1=\frac{\Pi}{6}$, მარტში, $\frac{2\Pi}{12}\cdot 2=\frac{\Pi}{3}$, აპრილში $\frac{2\Pi}{12}\cdot 3=\frac{\Pi}{2}$ და ა. შ. მაშასადამე t-ს რადიანული მნიშვნელობანია:

$$t=0;\ \frac{\Pi}{6};\frac{\Pi}{3};\frac{\Pi}{2};\frac{2\Pi}{3};\frac{5\Pi}{6};\Pi;\frac{7\Pi}{6};\frac{4\Pi}{3};\frac{3\Pi}{2};\frac{5\Pi}{3};\frac{11\Pi}{6};$$

2) t-ს მნიშვნელობათა შესაბამისად საჭიროა კოსინუსისა და სინუსის მნიშვნელობანი დავადგინოთ.

ელემენტარული მათემატიკიდან ცნობილია, რომ ცენტრალური კუთხის **რადიანული ზომა ეწოდება შესაბამისი რკალის სიგრძის ფარდობას რადიუსთან.**

რადიანი არის ცენტრალური კუთხე, რომელიც დაყრდნობილია წრეწირის იმ რკალზე, რომლის სიგრძე ამ წრეწირის რადიუსის ტოლია. განსაზღვრის თანახმად 1რად. $=\frac{180}{\Pi}$ გრადუს $\approx 57^0 17'45''$. ცხადია 1^0-ის რადიანული ზომა იქნება $\frac{\Pi}{180}\approx 0.01745$[2] რადიანი. α^0-ის რადიანული ზომა,

---

[1] 2Π – წრეხაზის სიგრძის რადიანული სიდიდეა, ვინაიდან წრეხაზის სიგრძე ($2\Pi R$) შეფარდებულია რადიუსთან (R).

[2] ა. ბუაძე და სხვ. მატემატიკა უმაღლესში შემსვლელსათვის, თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბ., 1986, გვ. 164.

თუ მას ავღნიშნავთ a-თი, იქნება $a = \frac{\Pi}{180} \cdot \alpha$.

აქედან ვღებულობთ კუთხეების რადიანულ მნიშვნელობებს. პირდაპირ ვწერთ:

$d = \frac{\Pi}{2}$; $30^0 = \frac{\Pi}{6}$; $60^0 = \frac{\Pi}{3}$; $45^0 = \frac{\Pi}{4}$; $135^0 = \frac{3\Pi}{4}$; $270^0 = \frac{3\Pi}{2}$; $180^0 = \Pi$

და ა.შ.

თუ ამ მაჩვენებლებს გამოვიყენებთ და გავიხსენებთ ნახევარკუთხის, ორმაგი კუთხის და ა.შ. ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს, მაშინ კოსინუსი და სინუსი შემდეგ მნიშვნელობებს მიიღებს:

ცხრილი №57

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\cos 3t$	$\cos 4t$	$\sin t$	$\sin 2t$	$\sin 3t$	$\sin 4t$
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\frac{\Pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.5	0	-0.5	0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\Pi}{3}$	0.5	-0.5	-1	-0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\Pi}{2}$	0	-1	0	1	1	0	-1	0
$\frac{2\Pi}{3}$	-0.5	-0.5	1	-0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{5\Pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.5	0	-0.5	0.5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
Π	-1	1	-1	1	0	0	0	0
$\frac{7\Pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.5	0	-0.5	-0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{4\Pi}{3}$	-0.5	-0.5	1	-0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{3\Pi}{2}$	0	-1	0	1	-1	0	1	0
$\frac{5\Pi}{3}$	0.5	-0.5	-1	-0.5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{11\Pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.5	0	-0.5	-0.5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

მოვიტანოთ კონკრეტული მაგალითი (ციფრები პირობითია)

ცხრილი №58

თვეები	გაზის მოხმარება (ათას მ³) y_t	$y\cos t$	$y\sin t$	$\hat{y}_t$	$y\cos 2t$	$y\sin 2t$	$\hat{y}_t$
იანვარი	336.92	336.92	0.00	338.82	339.92	0.00	338.68
თებერვალი	339.30	294.00	169.66	338.60	169.66	294.00	338.22
მარტი	337.04	168.52	292.00	336.78	-168.52	292.00	336.56
აპრილი	332.24	.0.00	332.24	333.84	-332.24	0.00	333.98
მაისი	332.04	-166.02	287.62	330.58	-166.02	-287.62	330.96
ივნისი	328.46	-284.2	164.22	329.88	164.22	-284.20	328.10
ივლისი	332.08	-326.08	0.00	326.46	326.08	0.00	326.32
აგვისტო	326.06	-282.2	-163.04	328.68	163.045	282.20	326.3
სექტემბერი	329.06	-164.54	-225.00	328.15	-165.40	285.00	328.28
ოქტომბერი	330.92	0.00	-330.92	331.44	-330.92	0.00	331.58
ნოემბერი	335.26	167.64	-290.40	334.70	-167.64	-290.40	335.08
დეკემბერი	338.28	293.00	-163.14	337.40	169.14	-293.00	339.62
სულ	3991.66	37.04	7.24	3991.68	-0.82	-2.02	3997.68

ამ მონაცემების საფუძველზე პირველი გარმონიკის განტოლების პარამეტრები შეადგენს:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{3991.66}{12} = 332.64$$

$$a_1 = \frac{2\Sigma y\cos t}{n} = \frac{2\times 37.04}{12} = 6.17$$

$$b_1 = \frac{2\Sigma \sin t}{n} = \frac{7.04\times 2}{12} = 1.21$$

აქედან გამომდინარე პირველი გარმონიკის წრფივი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\hat{y}_t = 332.64 + 6.17\cos t + 1.21\sin t$$

მეორე გარმონიკის განტოლების პარამეტრები:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{3991.66}{12} = 332.64$$

$$a_1 = \frac{2\Sigma y \cos 2t}{12} = \frac{2 \times (-0.82)}{12} = -0.14$$

$$b_1 = \frac{2\Sigma \sin 2t}{n} = \frac{2 \times (-2.02)}{12} = -0.34$$

განტოლება მიიღებს ფურიეს მწკრივის შემდეგ სახეს:

$$\hat{y}_t = 332.64 + 6.17\cos t + 1.21\sin t - 0.14\cos 2t - 0.34\sin 2t$$

თუ პირველ განტოლებაში თვეების მიხედვით ჩავსვამთ $\cos t$ და $\sin t$, ხოლო მეორე განტოლებაში $\cos 2t$ და $\sin 2t$-ს მნიშვნელობებს, მივიღებთ გაზის მოხმარების მოსწორებულ დონეებს შესაბამისად პირველი და მეორე გარმონიკების მიხედვით (ეს დონეები ასახულია 58-ე ცხრილში).

ასეთივე წესით შეიძლება დინამიკური მწკრივის მოსასწორებლად გამოვიყენოთ მესამე და მეოთხე გარმონიკების შესაბამისი განტოლებანი. თითოეულის მიხედვით დინამიკური მწკრივის მოსწორების შემდეგ უმცირეს კვადრატთა მეთოდით $\left|\Sigma(y-\hat{y})^2 = \min\right|$ უნდა ვიანგარიშოთ მოსწორების სიზუსტის ხარისხი. ცხადია, იმ გარმონიკის მიხედვით მოსწორება უნდა ავირჩიოთ, რომლითაც განსხვავება ფაქტობრივი ანუ ემპირიული დონეებისა და მოსწორებული დონეების ჯამთა შორის იქნება მინიმალური. ჩვენ მხოლოდ ორი (პირველი და მეორე) გარმონიკების მიხედვით მოვასწორეთ დინამიკური მწკრივი. აღმოჩნდა, რომ როგორც ცხრილიდან ჩანს, ყველაზე ზუსტად დინამიკური მწკრივის განვითარების ტენდენციას ასახავს ფურიეს მწკრივის პირველი გარმონიკა, რადგან $\Sigma(y-\hat{y})^2 = (3391.66 - 3391.68)^2 = 0.02^2 = 0.0004$, რაც მხოლოდ ციფრების დამრგვალებითაა გამოწვეული.

ჩვენს მიერ გაანგარიშებული განტოლებანი შეიძლება

გამოყენებულ იქნას პროგნოზირებაში ანუ წარსულში ტენდენციების მომავალ პერიოდზე გავრცელების ანუ ექსტრაპოლირების დროს. ეს მხოლოდ მაშინ იძლევა სასურველ ეფექტს, როცა წარსულში არსებული სიტუაციები უცვლელი დარჩება მომავალშიაც.

12. დინამიკური მწკრივების განვითარების სტატისტიკური პროგნოზირება

დინამიკური მწკრივების პრაქტიკული გამოყენების ერთერთი ფართო სფეროა სოციალურ-ეკონომიკური პროგნოზირება. მომავლის წინასწარ შეცნობა ყოველთვის იყო ადამიანის ოცნება. იგი დიდ მნიშვნელობას იძენს თანამედროვე მეცნიერულ-ტექნიკური რევოლუციის პირობებში ადამიანის შემეცნებითი და პრაქტიკული საქმიანობის ყველა სფეროში. მაგრამ საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლა და კონკურენციის ულმობელი კანონების მოქმედება განსაკუთრებულ ადგილს უთმობს სოციალურ-ეკონომიკური პროგნოზირებისა და მისი მეთოდების სრულყოფა-განვითარებას.

პროგნოზირება წარმოშობილია ბერძნული სიტყვა პროგნოზის-ისგან, რაც ნიშნავს წინასწარცოდნას. შინაარსით ის გულისხმობს ადამიანის შემეცნებით საქმიანობას, რომელიც მიმართულია ამა თუ იმ ობიექტის წარსულში განვითარების ტენდენციებისა და კანონზომიერების საფუძველზე მომავლის განსაზღვრაში. შედეგად იქმნება ჰიპოთეზა და პროგნოზი.

ჰიპოთეზა ობიექტის სტრუქტურის, მისი ელემენტების ურთიერთკავშირის, აგრეთვე ფუნქციონირებისა და განვითარების შესახებ მეცნიერული წინასწარმეტყველებაა. ის ატარებს ზოგად ხასიათს და ამიტომ შეუძლებელია მისი მეშვეობით ობიექტის მართვა. ამიტომ მის საფუძველზე დგება პროგნოზები, რომელთა დახმარებით წარმოებს მოცემული სფეროს ფუნქციონირება და მართვა.

პროგნოზი ობიექტის მომავლის განვითარების გამოსახულებაა, რაც ჰიპოთეზასთან შედარებით გამოირჩევა რაოდენობრივი განსაზღვრულობითა და მეტი სარწმუნოებით. თუმცა ობიექტის განვითარებაზე მოქმედებს მრავალი შემთხვევითი ფაქტორიც, რომელთა ზუსტი განსაზღვრა პრაქტიკულად შეუძლებელია და ამიტომ პროგნოზებიც მეტნაკლები ზომით ალბათური ხასიათისაა. პროგნოზები კლასიფიცირდება სხვადასხვა ნიშნებით. მათ შორის გამოიყოფა ობიექტი, პერიოდი, მასშტაბი, მიზანი და მეთოდი. ობიექტის მიხედვით პროგნოზირება არის სამეცნიერო-ტექნიკური, სოციალურ-ეკონომიკური, სამხედრო-პოლიტიკური და ა.შ. მასშტაბის მიხედვით გვაქვს **გლობალური** (მთელი მსოფლიოს მასშტაბით), **მიკროეკონომიკური** (საწარმოების, ფირმების და შეიძლება ცალკეული პროდუქტების მასშტაბით).

პერიოდის მიხედვით გამოიყოფა **ოპერატიული** (ერთ თვემდე), **მოკლევადიანი** (1 თვიდან 1 წლამდე), **საშუალოვადიანი** (1 წლიდან 5 წლამდე), **გრძელვადიანი** (5 წელზე მეტი) პროგნოზები.

მიზნის მიხედვით შეიძლება გვქონდეს **ნორმატიული** (გარკვეული ნორმატივების მიღწევის მიზნით, მაგალითად, ხორცის მოხმარების რაციონალური ნორმის მიღწევის თვალსაზრისით, დგება პროგნოზი გარკვეული პერიოდისათვის) და **საძიებო** (რაიმე ნორმატივის მიღწევა კი არ გაითვალისწინება, არამედ განისაზღვრება ობიექტის განვითარების შესაძლებელი ვარიანტები, პროგნოზები).

უფრო ფართოა გამოყენებული მეთოდების ანუ ხერხების მიხედვით პროგნოზების კლასიფიკაცია. დღესდღეობით 150-ზე მეტი მეთოდი გამოიყენება პროგნოზირებაში, რომლებიც შეიძლება დავყოთ სამ ჯგუფად. **ხაექსპერტო შეფასებათა** მეთოდები, **სტატისტიკური მეთოდები** და **ანალოგიური** მეთოდები. ამის მიხედვით შეიძლება გვქონდეს **საექსპერტო, სტატისტიკური** და **ანალოგიური** პროგნოზირება და პროგნოზები.

საექსპერტო შეფასებათა მეთოდები (ინდივიდუალური და კოლექტიური) ეყრდნობა ცალკეული ექსპერტების შეფასებას ამა თუ იმ ობიექტის განვითარებაში. ისინი შეიძლება გამოიყენონ როგორც სამეცნიერო-ტექნიკურ, ისე ეკონომიკურ და სამხედრო-პოლიტიკურ პროგნოზირებაში. აქედან ყველაზე გავრცელებულია ამერიკული **„დელფის“** მეთოდი, რომელიც კოლექტიური საექსპერტო შეფასებათა მეთოდია და ეყრდნობა ექსპერტების გამოკითხვას რამდენიმე ტურად. თითოეული ტურის შედეგებით დგინდება საერთო ანუ შეთანხმებული შეფასება, რომელიც შემდგომ ტურში გასათვალისწინებლად ეცნობება თითოეულ ექსპერტს. საბოლოო ტურის შემდეგ დგინდება რეალური საექსპერტო პროგნოზი ობიექტის განვითარების შესახებ.

სტატისტიკური მეთოდები გულისხმობს წარსულში არსებული ტენდენციებისა და კანონზომიერებების გავრცელებას მომავალზე. ის შეიძლება განხორციელდეს ესტრაპოლიციის, სტატისტიკური მოდელირების, მათემატიკური პროგრამირებისა და სხა მეთოდების დახმარებით.

ანალოგიურს სხვაგვარდ შეიძლება ვუწოდოთ ლოგიკური მეთოდები, რომლებიც ეყრდნობა წარსულში მოვლენების განვითარების ისტორიულ ანალოგიასა და სცენარს.

13. დინამიკური მწკრივის განვითარების სტატისტიკური პროგნოზირების მეთოდები და მათი კლასიფიკაცია

დინამიკური მწკრივის განვითარების სტატისტიკური პროგნოზირების მეთოდები ეწოდება იმ ხერხების ერთობლიობას, რომლის მეშვეობით წარმოებს ობიექტისათვის დამახასიათებელი შინაგანი და გარეგანი კავშირების ურთიერთზემოქმედებისა და ცვალებადობის საფუძველზე წარსულის რეტროსპექტრული ანალიზი და

მომავლის განვითარების წინასწარხედვა.

სტატისტიკური პროგნოზირების მეთოდები შეიძლება ორ ჯგუფად დაიყოს: **საერთო და კერძო მეთოდები.** საერთო მეთოდებიდან გამოიყოფა სტატისტიკური **მოდელირების ზოგადი მეთოდი,** რომელიც საერთოა ყველა კერძო (სპეციფიკური) მეთოდისათვის.

მოდელირება ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების სურათის ასახვაა რაიმე ენაზე. მას შეიძლება ვუწოდოთ პროგნოზირების საფუძველი, რამდენადაც მომავლის ყოველგვარი წინხედვა ეყრდნობა წარსულის განსაზღვრულ მოდელს, რომელიც ამა თუ იმ სახით ადამიანს ეძლევა ობიექტური სინამდვილის ასახვის შედეგად.

ეკონომიკის შინაგანი კავშირურთიერთობების განვითარების შესწავლა, სინამდვილის ამსახველი ადეკვატური სურათის შექმნა შესაძლებელია მხოლოდ სამყაროს მეცნიერული შემეცნების ხერხის, მოდელირების დახმარებით. ასეთი, წარსულის ამსახველი სურათი შეიცავს, აგრეთვე, მომავლის კონსტრუქციულ მოდელს და ამიტომ მოდელირება თავისთავად პროგნოზირების ზოგადი მეთოდია, რომლის გარეშე წარმოუდგენელია რაიმე ობიქტის განვითარების წინასწარხედვა. სტატისტიკა, როგორც სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების რაოდენობრივი მხარის შემსწავლელი მეცნიერება, მოდელებს წარმოადგენს კავშირურთიერთობათა განსაზღვრული პარამეტრების დახმარებით. ამ რაოდენობრივი პარამეტრების განსაზღვრისათვის აუცილებელია ობიქტის განვითარების თვისებრივი ანალიზი, სადაც ჩანს ყოველგვარი სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენის წარსულის ნაშთები, აწმყოს სურათი და მომავლის ჩანასახები.

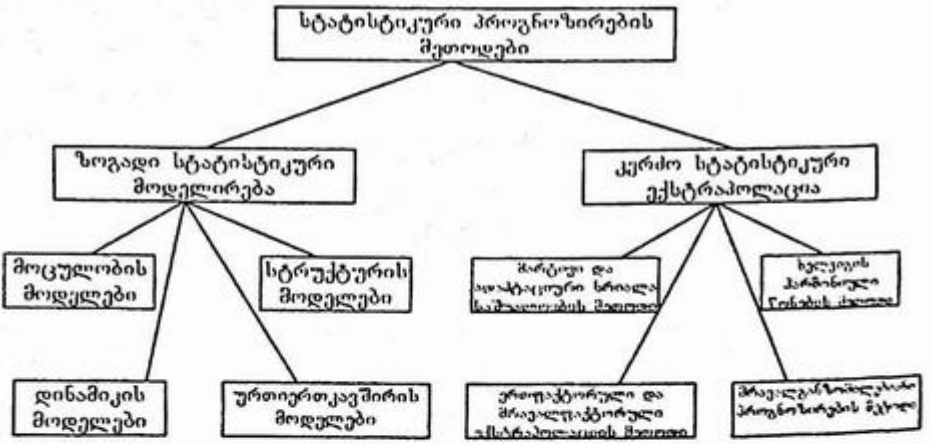
ეკონომიკის პირველი სტატისტიკური მოდელი წარმოადგინა XVIII საუკუნის ცნობილმა ფრანგმა მეცნიერმა **ფრანსუა კენემ ნაშრომში „ეკონომიკური ცხრილი“.** ეს იყო ეკონომიკის ფუნქციონირების მატერიალური და ფულადი ნაკადების ერთი სისტემის სახით წარმოდგენის

გენიალური იდეა, რამაც დიდი როლი ითამაშა შემდგომ მეცნიერული აზრის განვითარებაში.

სტატისტიკა რაოდენობას შეისწავლის სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების მოცულობის, სტრუქტურის, დინამიკის, ვარიაციისა და ურთიერთკავშირის მიხედვით.

ამის შესაბამისად გვაქვს მოცულობის, სტრუქტურის, დინამიკისა და ურთიერთკავშირის სტატისტიკური მოდელები.

კერძო მეთოდებიდან ყველაზე გავრცელებულია **ექსტრაპოლაციის** მეთოდი, რომლის სახეებია **მარტივი და ადაპტაციური სრიალა საშუალოების, ერთფაქტორული და მრავალ-ფაქტორული ექსტრაპოლაციის, ბრაუნის ექსპონენციალური პროგნოზირების, ხელვიგის ჰარმონიული წონების, მრავალგანზომილებიანი და სხვ.** მეთოდები. სქემატურად პროგნოზირების სტატისტიკური მეთოდები ასე შეიძლება წარმოვიდგინოთ:



14. მოცულობის დინამიკური მწკრივის სტატისტიკური მოდელები

ძალიან ხშირად დინამიკური მწკრივის დონეები მოცულობითი მაჩვენებლებით (პროდუქციის მოცულობა, მოსახლეობის რიცხოვნობა, პირუტყვის სულადობა,

მრავალწლიანი ნარგავების რაოდენობა და სხვ.) გამოისახება, რომელთა სიდიდეს ცალკეული ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით განსაზღვრავენ **მოცულობის სტატისტიკური მოდელების საფუძველზე.**

მოცულობის სტატისტიკური მოდელები ეკონომიკურ-სტატისტიკურ ლიტერატურაში გავრცელებულია **საწარმოო** ფუნქციების სახელწოდებით. ისინი გამოიყენება წარმოების მოცულობის, ეროვნული შემოსავლის, მთლიანი შიგა პროდუქტისა და სხვა. მნიშვნელოვან მაჩვენებელთა კორელაციურ–რეგრესული ანალიზისა და პროგნოზირებაში. თითოეული მოცულობითი ეკონომიკური მაჩვენებელი კორელაციურ (სტატისტიკურ) კავშირშია მასზედ მოქმედი ფაქტორების ცვალებადობასთან. მაგალითად, წარმოების მოცულობა ანუ პროდუქციის გამოშვების რაოდენობა დამოკიდებულია ისეთ საწარმოო ფაქტორებზე, როგორიცაა ინვესტიცია ანუ კაპიტალური დაბანდებანი, ფონდების მოცულობა, შრომითი რესურსები და სხვა. ეს კავშირი შეიძლება ასე გამოისახოს:

$$P = f(f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n) \qquad (10.53)$$

სადაც P -წარმოებული პროდუქციის მოცულობა;

$f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ –სხვადასხვა სახის საწარმოო რესურსების (ნედლეულის, მასალების, შრომის, ძირითადი ფონდების და ა შ.) დანახარჯებია განსაზღვრული მოცულობის პროდუქციის წარმოებაზე. პროდუქციის წარმოების მოცულობასა და საწარმოო დანახარჯებს შორის წრფივი კავშირის შემთხვევაში ზემოთ მოყვანილი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$P = a_0 + a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3 + \ldots + a_n f_n \qquad (10.54)$$

სადაც $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ ურთიერთკავშირის პარამეტრებია, რომელთა გეომეტრიული და ეკონომიკური შინაარსი ნაჩვენები იყო მე-9 თემაში.

არაწრფივი კავშირების შემთხვევაში კორელაციურ-

რეგრესული განტოლება შემდეგი სახის იქნება:

$$P = a_0 f_1^{a_1} f_2^{a_2} f_3^{a_3} \dots f^{a_n}{}_n \qquad (10.55)$$

ეს ფორმულა გალოგარითმების გზით დაიყვანება წრფივ ფორმაზე:

$$\log P = \log a_0 + a_1 \log f_1 + a_2 \log f_2 + a_3 \log f_3 + \dots + a_n \log f_n \qquad (10.56)$$

კორელაციურ-რეგრესული განტოლების $y = a_0 + a_1 x$ განხილვისას ვაჩვენეთ a_1 პარამეტრის ეკონომიკური და შეფარდებითი მნიშვნელობა, რომელიც გვიჩვენებს რამდენი პროცენტით გაიზრდება წარმოების მოცულობა ამა თუ იმ სახის რესურსის ერთი პროცენტით გადიდებისას. ამ მაჩვენებლის გაანგარიშებისათვის საჭიროა აბსოლუტური მნიშვნელობა, ანუ წარმოების მოცულობის ზრდის სიჩქარე გადავამრავლოთ მოცემული სახის რესურსისა და წარმოების მოცულობის თანაფარდობაზე $\left(\frac{f_i}{p}\right)$.

აბსოლუტური სიჩქარე კი თავისთავად კერძო წარმოებულის გაანგარიშებით დგინდება: მაგალითად, პირველი სახის რესურსის მიმართ გვექნება:

$$\frac{Dp}{Df} = a_0 a_1 f_1^{a_1 - 1} f_2^{a_2} f_3^{a_3} \dots f^{a_n}{}_n \qquad (10.57)$$

შეფარდებითი სიჩქარე მიიღებს სახეს:

$$\frac{Dp}{Df} \cdot \frac{f_i}{p} = \frac{\left(a_0 a_1 f^{a_1 - 1} f_2^{a_2} f_3^{a_3} \dots f^{a_n}{}_n\right) f_1}{p} = \frac{a_0 a_1 f_1^{a_1 - 1} f_2^{a_2} f_3^{a_3} \dots f^{a_n}{}_n}{a_0 a_1 f^{a_1} f_2^{a_2} f_3^{a_3} \dots f^{a_n}{}_n} = a_1 \qquad (10.58)$$

ამ მაჩვენებელს სხვაგვარად უწოდებენ პროდუქციის გამოშვების **ელასტიურობის კოეფიციენტს**. ანალოგიური გაანგარიშებით მივიღებთ, რომ წარმოების მოცულობის ელასტიურობის კოეფიციენტები იქნება მეორე სახის რესურსის მიმართ a_2, მესამე სახის რესურსის მიმართ a_3 და ა. შ.

ზოგადად i -ური სახის რესურსის (დანახარჯის) ერთი პროცენტით გადიდებისას წარმოების მოცულობა დიდდება a_i %-ით. ცხადია, ამ პარამეტრის გამოყენებით შეგვიძლია რესურსების დანახარჯების ცვალებადობის მიხედვით წარმოების მოცულობის პროგნოზირებაც.

პირველად პრაქტიკულ გაანგარიშებებში საწარმოო ფუნქციები გამოიყენეს ამერიკელმა **ჩ. კობამ და პ. დუგლასმა.**

$$p = a_0 a_1 f_1^{a_1} f_2^{a_2} \qquad (10.59)$$

სადაც p – სამრეწველო წარმოების მოცულობის ინდექსია;

f_1 და f_2 –შესაბამისად სამუშაო ძალის რიცხოვნობისა და ძირითადი კაპიტალის ინდექსებია.

ეს ფუნქცია ეკონომიკურ-სტატისტიკური ლიტერატურაში ცნობილია **კობა-დუგლასის** ფუნქციის სახელწოდებით.

15. სტრუქტურის დინამიკური მწკრივის სტატისტიკური მოდელები

სტრუქტურული შეფარდებითი სიდიდეებით (მოსახლეობის შემოსავლისა და დანახარჯების, საბიუჯეტო საგადასახადო შემოსავლების, მოსახლეობის შემადგენლობისა და სხვა სტატისტიკურ ერთობლიობათა სტრუქტურა) დინამიკური მწკრივის დონეების გამოსახვის შემთხვევაში პროგნოზირებისათვის აუცილებელია სტრუქტურული მოდელების განხილვა.

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და **პროცესების სტრუქტურა ანუ აგებულება,** შემადგენლობა შეიძლება განვიხილოთ სხვადასხვა ნიშნებით. ისინი შეიძლება იყოს თვისებრივი (ალნიშნავს მოვლენათა თვისებრივ თავისებურებას) და რაოდენობრივი (მოცულობის დამახასიათებელი) გამოსახულების. თვისებრივად ერთგვაროვანი მოცვლენები და

პროცესები ქმნიან **სტატისტიკურ ერთობლიობას**. მაგრამ თუ ერთი რომელიმე ნიშნით სტატისტიკური ერთობლიობის ერთეულები ერთგვაროვანია, სხვა რომელიმე ნიშნით შეიძლება იყოს განსხვავებული. ამიტომ სტრუქტურის შესწავლისა და პერსპექტივაში მისი ცვალებადობის პროგნოზირების მიზნით აწარმოებენ მასში შემავალი მოვლენებისა და პროცესების გამოყოფას. მაგრამ მარტივი დაჯგუფება ვერ უზრუნველყოფს სტატისტიკურად ერთგვაროვანი ჯგუფების წარმოქმნას. ამ ამოცანას ვერ წყვეტს, აგრეთვე, კომბინაციური დაჯგუფებანი, რომლებიც ორი ან მეტი ნიშნით იძლევა მოვლენათა განაწილებას. საჭიროა ნიშნების უნიფიცირება და გაერთიანება შესაბამისი მეთოდებით, რომელთა შორის აღსანიშნავია მრავალგანზომილებიანი საშუალო (იხ. მე-7 თავი), სიახლოვის ზომა ევკლიდეს მანძილით და სხვ. მე-7 თემაში განხილული იყო მრავალგანზომილებიანი საშუალოს წარმოქმნის მექანიზმი, რაც შეიძლება გამოვიყენოთ მრავალგანზომილებიანი დაჯგუფების მიზნით. მაგალითად, სამრეწველო საწარმოები შეიძლება დავაჯგუფოთ მრავალგანზომილებიანი საშუალო სიდიდის მიხედვით, რომელიც თავისთავში აერთიანებს სხვადასხვა ნიშნებს: პროდუქციის მოცულობას, ძირითად ფონდებს, მომუშავეთა რიცხოვნობას, თვითღირებულებას, მოგებას და სხვ. ეს საშუალებას იძლევა წარმოვქმნათ სამრეწველო საწარმოთა ერთგვაროვანი სტატისტიკური ჯგუფები ერთი „გამსხვილებული“ ნიშნით. ამ მეთოდმა ვერ ჰპოვა ფართო გავრცელება იმის გამო, რომ ძნელი ხდება მრავალგანზომილებიანი საშუალოს ეკონომიკური ინტერპრეტაცია.

სტატისტიკურ ერთობლიობათა ერთეულების სიახლოვის ზომას ზოგჯერ განსაზღვრავენ ევკლიდეს მანძილით:

$$S = \sqrt{\left(x_i^{(1)} - x_j^{(1)}\right)^2 + \left(x_i^{(2)} - x_j^{(2)}\right)^2 + \ldots + \left(x_i^{(k)} - x_j^{(k)}\right)^2} \quad (10.60)$$

ამ ფორმულით განსაზღვრავენ x_i და x_j წერტილების სიახლოვის ხარისხს და ამის მიხედვით ერთობლიობაში

გამოყოფენ მსგავს ჯგუფებს, ვარიაციულ მწკრივებში (ტაქსონომებს) და დინამიკურ მწკრივებში მსგავს კლასებს (კლასტარებს).

სტრუქტურის ანალიზის უფრო რთულ მეთოდებს განეკუთვნება სტატისტიკური მრუდეების გამოყენება (იხ. მე-8 თავი). ნორმალური განაწილების კანონის მრუდი, აგრეთვე პუასონისა და სხვა მრუდეები იძლევიან არა მარტო სტრუქტურის ანალიზის შესაძლებლობას (მოსახლეობის განაწილება ფეხსაცმლების ზომების მიხედვით, ოჯახის სულადობის მიხედვით და ა. შ.), არამედ ხასიათდებიან კარგი ექსტრაპოლაციური თვისებებით და ამიტომ მოხდენილად შეიძლება მათი გამოყენება პროგნოზირების მიზნებისათვის.

16. საკუთრივ დინამიკის სტატისტიკური მოდელები

დინამიკის ანუ მოვლენებისა და პროცესების დროში, ქრონოლოგიური თარიღების მიხედვით განვითარების სტატისტიკური მოდელები ნაწილობრივ განხილულია წინა პარაგრაფებში. დინამიკის მწკრივის მოსწორების ანალიზურ ხერხებში იყო განვითარების კანონზომიერების გამოვლენა სხვადასხვა ხარისხის პოლინომის (წრფივი განტოლებით, პარაბოლით, ჰიპერბოლით და ა.შ.) დახმარებით. მოსწორების შედეგად მიღებულ ტენდენციას[1] სტატისტიკა განიხილავს ოთხი ძირითადი ნაწილისაგან შედეგენილს: 1) ძირითადი კანონზომიერება, რომელიც წარმოიქმნება მუდმივ-მოქმედი ფაქტორებისაგან; 2) პერიოდული კომპონენტი, რომელსაც ზოგჯერ განაპირობებს სეზონური რხევები; 3) ციკლური კომპონენტი, რომელიც ზოგჯერ წარმოიშობა კვლავწარმოების ამა თუ იმ ეტაპზე (მაგალითად, ძირითადი ფონდების განახლება და სხვ.) 4) შემთხვევითი კომპონენტი, რომელსაც

[1] აქ შეიძლება ორი შემთხვევა გქონდეს: ტენდენციის არსებობა (ზრდადი ან კლებადი) და ტენდენციის არარსებობა.

განაპირობებს სრულიად შემთხვევითი ფაქტორები. სტატისტიკა განიხილავს აგრეთვე, ტენდენციის არსებობის პირობებს დინამიკის მოდელებში[1]. ტენდენციის არსებობის გამოსავლენად სტატისტიკას მრავალი მეთოდი აქვს შემუშავებული. ყველაზე მარტივი მათგანი მდგომარეობს შემდეგში: დროით, ქრონოლოგიურ მთლიან პერიოდს ყოფენ ორ ნაწილად, თითოეული პერიოდისათვის ანგარიშობენ საშუალო არითმეტიკულსა და დისპერსიას. თუ პირველი და მეორე პერიოდის მახასიათებლების განსხვავება არსებითია[1], მაშინ შეიძლება დავასკვნათ, რომ განვითარების ტენდენციას ადგილი ჰქონდა და საჭიროა მისი ამსახველი სტატისტიკური მოდელების შემუშავება. წინა მასალაში ნაჩვენები დინამიკური მწკრივის მოსწორების ხერხები სხვადასხვა ხარისხის პოლინომების გამოყენებით, ფაქტობრივად ერთფაქტორიანი მოდელებია, სადაც დროის ფაქტორი t თავისთავში აერთიანებს მოვლენის განვითარებაზე მოქმედ მრავალ ფაქტორს. არსებობს აგრეთვე, მრავალფაქტორული სტატისტიკური და დინამიკური მოდელები. სტატისტიკური მოდელები აიგება თითოეული წლისათვის მრავალი ფაქტორის გამოყენებით

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + .. + a_k x_k \qquad (10.61)$$

სახით, სადაც k – საშედეგო მოვლენაზე (y) მოქმედ მიზეზობრივ მოვლენათა (x) რაოდენობაა.

ეს ტოლობა სტატისტიკური ფორმით ასეთნაირადაც შეიძლება გამოისახოს:

$$y = f(a_0, a_1, a_2, ..., a_k, x_1, x_2, x_3, ..., x_k) \qquad (10.62)$$

მოცემული მოდელი გამოიყენება მოვლენათა შორის წრფივი კავშირის შემთხვევაში. შეიძლება გვქონდეს აგრეთვე არაწრფივი კავშირი, რომელიც გამოისახება შესაბამისი ხარისხობრივი მოდელებით.

---

[1] არსებითობას ზომავენ სხვადასხვა კრიტერიუმებით: პირსონის (ხი კვადრატ), იასტრემსკის, კოლმოგოროვის და სხვ. კრიტერიუმებით.

მსგავსი სტატისტიკური მოდელები აიგება თითოეული წლისათვის. თუ გვაქვს n რაოდენობის წელი ($t = 1,2,..,n$), მაშინ გვექნება n სტატისტიკური მოდელი. თუ განვიხილავთ ამ მოდელებს წლების მიხედვით, დავიანახავთ, რომ იცვლება არა მარტო საშედეგო და მიზეზობრივი მოვლენები, არამედ მათ შორის ურთიერთდამაკავშირებელი პარამეტრებიც $(a_0, a_1, a_2, ..., a_k)$. დინამიკური ფორმით მოდელი ასე ჩაიწერება:

$$y = f[a_0(t), a_1(t), a_2(t), ..., a_k(t), x_1(t), x_2(t), x_3(t), ..., x_k(t)] \quad (10.63)$$

წლების მიხედვით კოეფიციენტების მნიშვნელობათა საფუძველზე შეგვიძლია მისი ექსტრაპოლაცია, რაც იძლევა მრავალფაქტორული დინამიკური პროგნოზირების საშუალებას. მაგალითად, K ფაქტორის შესაბამისი პარამეტრის $a_k(t)$ მიხედვით გვექნება მოდელი:

$$a_k(t) = a_{0(k,t)} + a_{1(k,t)}t \quad (10.64)$$

მსგავსი მოდელები გვექნება თითოეული პარამეტრის მიხედვით, რომელთა გამოყენება შეიძლება ექსტრაპოლაციის მიზნებით.

სტატისტიკა განიხილავს აგრეთვე ავტოკორელაციის (თითოეულ ემპირიული დონისა და მოსწორებულ დონეებს შორის სხვაობით) და მულტიკორელაციის აღმოფხვრის შესაბამის მოდელებს.

17. დინამიკური მწკრივების ურთიერთკავშირის სტატისტიკური მოდელები

ურთიერთკავშირის სტატიტიკური მოდელების უმარტივესი სახეები განხილული იყო მე-9 თავში. წყვილადი და წრფივი მრავალფაქტორული სტატისტიკური მოდელების გარდა ურთიერთკავშირს ასახავს პარაბოლური, ხარისხოვანი,

მაჩვენებლიანი, ჰიპერბოლური მრავაფაქტორული სტატისტიკური მოდელები. როგორც წინა მასალაში ვაჩვენეთ ისინი ასე გამოისახება:

პარაბოლური– $y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + .. + a_n x_n^2$

ხარისხოვანი– $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} ... x_n^{a_n}$

მაჩევენებლიანი– $y = e^{a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + .. + a_n x_n^2}$ (10.65)

ჰიპერბოლური– $y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + .. + \frac{a_n}{x_n}$

სათანადო გაანგარიშებათა ჩატარებისათვის საჭიროა თითოეული მათგანის გაწრფივება გალოგარითმების გზით.

მოცემული მოდელები გამოსახულია ნატურალურ ერთეულებში ანუ იმ ზომის მაჩვენებლებით, რაც გააჩნიათ საშედეგო და მიზეზობრივ მოვლენებს. იმ შემთხვევაში, როცა ფაქტობრივი ზომის ერთეულები სხვადასხვაა, როგორც ცნობილია, მიმართავენ მათ სტანდარტული ზომის ერთეულებში გამოსახვას შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_i} \qquad (10.66)$$

სადაც t_i – ფაქტობრივი ნიშანია სტანდარტულ ერთეულებში;

x_i და $\bar{x}_i$ – შესაბამისად ნატურალურ ერთეულებში გამოსახული ფაქტობრივი ნიშანი.

σ_i –საშუალო კვადრატული გადახრაა.

სტანდარტულ მასშტაბში გამოსახულია წრფივი მოდელი მიიღებს სახეს;

$$\hat{t} = \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + ... + \beta_n t_n \qquad (10.67)$$

სადაც $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n$ პარამეტრებია. როგორც ჩანს მიღებულ

მოდელს არა აქვს თავისუფალი წევრი a_0.

სტატისტიკა ამოწმებს, აგრეთვე, გამოყენებული მოდელის სისწორეს, თუ რამდენად ასახავს ის მოვლენის ფაქტობრივი განვითარების სურათს. ამისათვის ხშირად იყენებენ ყველაზე მარტივ ხერხს, რომელსაც ჰქვია აპროქსიმაციის[1] საშუალო შეცდომა და შეიძლება გავიანგარიშოთ ფორმულით:

$$\lambda = \frac{\Sigma|y_i - \hat{y}_i|}{n} \cdot 100 \qquad (10.68)$$

სადაც y_i და $\hat{y}_i$ - შესაბამისად საშედეგო მოვლენის ემპირიული (ფაქტობრივი) და მოსწორებული (აპროქსიმირებული) დონეებია;

n – დონეთა რიცხვი.

შეცდომა გამოისახება პროცენტობით და თუ ის მოთავსებულია 12-15%-ის ფარგლებში, მაშინ იტყვიან, რომ შერჩეული მოდელი ადეკვატურად ასახავს ემპირიულ დონეებს.

18. დინამიკური მწკრივის მარტივი და ადაპტაციური სრიალა საშუალოები პროგნოზირებაში

სრიალა საშუალოებს მნიშვნელოვანი გამოყენება აქვს სტატისტიკურ პროგნოზირებაში. მათი აგებისათვის საჭიროა სრიალის ინტერვალის სწორად შერჩევა. ხშირად ინტერვალის სიდიდეს უკავშირებენ ეკონომიკური მოვლენის ხასიათს. რაც უფრო მაღალია მაჩვენებლის რხევადობა, მით მეტი უნდა იყოს ინტერვალის სიდიდე და პირიქით.

თუ გვაქვს დინამიკური მწკრივი $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ და

[1] აპროქსიმაცია ლათინური სიტყვისაგანაა წარმოშობილი და ნიშნავს მიახლოებას, სიდიდეთა მიახლოებული გამოსახვაა.

სრიალის ინტერვალი m, მაშინ სრიალა საშუალოს ზოგადი ფორმულა იქნება:

$$\bar{y}_t = \frac{y_t + y_{t+1} + y_{t+2} + \ldots + y_{t+m-1}}{m} \qquad (10.69)$$

მაგალითად, თუ $m = 3$, $\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$, $\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$

და ა.შ. აქედან ცხადია, რომ ყოველი შემდგომი საშუალო შეიძლება მივიღოთ წინა საშუალოს დახმარებით რეკურენტული ფორმით:

$$\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + \frac{y_{t+(m-1)} - y_{t-1}}{m} \qquad (10.70)$$

როგორც ვხედავთ, დინამიკური მწკრივის დონეებს სრიალა საშუალოს გაანგარიშებისათვის აქვთ თანაბარი წონები. ამიტომ მათ ეწოდებათ მარტივი სრიალა საშუალოები. მათი გამოყენება შეიძლება ისეთი მოვლენებისა და პროცესების განვითარების პროგნოზირებისათვის, რომლებსაც გამოკვეთილი ზრდის ან კლების ტენდენცია არ გააჩნიათ და წარსულში არსებული საშუალო ტენდენცია მომავალშიც შეიძლება განმეორდეს.

სრიალა საშუალოს გასაანგარიშებელ ფორმულაში ყოველი ბოლო დონე $y_{t+(m-1)}$ შეგვიძლია განვიხილოთ ჩვენთვის უცნობი საპროგნოზო პერიოდის დონეებად და განვსაზღვროთ ფორმულაში არსებული დანარჩენი ცნობილი წევრების საფუძველზე. მაგრამ საპროგნოზო დონეებზე ერთნაირად არ მოქმედებს 'ძველი" და 'ახალი" ინფორმაცია. თითოეული საპროგნოზო შეფასება უფრო მეტადაა დამოკიდებული მასთან ახლომდგომ დონეებზე, ვიდრე შორეულ ინფორმაციაზე. ამიტომ **ბრაუნმა** პროგნოზირებისათვის გამოიყენა ექსპონენციური ადაპტაციური სრიალა საშუალო, სადაც შედარებით 'ძველი" ინფორმაციის გავლენის ხარისხი კლებულობს ექსპონენტას $y = a_0 a_1^t$ მიხედვით. ამიტომ მას უწოდებენ პროგნოზირების

ბრაუნის მეთოდი. ეს საშუალო გამოისახება შემდეგი ტოლობით:

$$\bar{y}_t = \alpha\ y_{t+(m-1)} + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1} \qquad (10.71)$$

ეს ფორმულა მიიღება ზემოთ მოყვანილი მარტივი ირეკურენტული ფორმის სრიალა საშუალოს ფორმულის გარდაქმნის გზით. თუ $\frac{1}{m}$ აღნიშნავთ α გამოსახულებით, ტოლობა შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\bar{y}_t = \alpha\ \bar{y}_{t-1} + \alpha\ (y_{t+m-1} - y_{t-1}) \qquad (10.72)$$

თუ აღვნიშნავთ $y_{t+(m-1)} = y_t$ და წევრებს გადავაადგილებთ, ფორმულა შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$\bar{y}_t = \alpha\ y_t + (1-\alpha)\ y_{t-1} \qquad (10.73)$$

ბრაუნმა y_{t-1}-ის შეფასებად გამოიყენა $\bar{y}_{t-1}$, რის შემდეგ ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\bar{y}_t = \alpha\ \ y_t + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1}$$

ამ ფორმულაში ჩანს, რომ ყველაზე დიდი წონით გამოირჩევა ახალი დონე (y_t), ხოლო ძველი დონეების ($\bar{y}_{t-1}$) წონები პროგრესულად კლებულობს, რადგანაც პირველი წევრი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ როგორც $\alpha\ (1-\alpha)^0 y_t$ სახით. $\bar{y}_{t-1}$ თავისთავად უდრის:

$$\bar{y}_{t-1} = \alpha\ \ y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \bar{y}_{t-2}, \qquad (10.74)$$

ხოლო

$$\bar{y}_{t-2} = \alpha\ \ y_{t-2} + (1-\alpha)^3 \bar{y}_{t-3}, \qquad (10.75)$$

და ა. შ.

საბოლოოდ გაშლილი ფორმით გვექნება:

$$\bar{y}_t = \alpha\,(1-\alpha)^0 \bar{y}_t + \alpha\,(1-\alpha)\bar{y}_{t-1} + \alpha\,(1-\alpha)^2 \bar{y}_{t-2} +$$
$$+ \alpha\,(1-\alpha)^3 \bar{y}_{t-3} + \ldots + \alpha\,(1-\alpha)^k \bar{y}_{t-k} + \ldots + (1-\alpha)^t y_0$$

მოკლედ შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$\bar{y}_t = \sum_{k=0}^{t-1} (1-\alpha)^k \bar{y}_{t-k} + (1-\alpha)^t y_0 \quad (10.76).$$

პროგნოზირების მიზნით, როგორც ვხედავთ, საჭიროა α პარამეტრის სწორად შერჩევა. ავტორი, ბრაუნი გვთავაზობს, რომ α განისაზღვროს არა როგორც $\frac{1}{m}$ შეფარდება, არამედ როგორც $\frac{2}{m}$ შეფარდება. m დამოკიდებულია სრიალის ინტერვალზე. თუ ის ოთხის ტოლია, მაშინ $\alpha = 0.5 = \frac{2}{4}$, ხოლო წონები წლების მიხედვით გაინგარიშება $q = 0.5 \cdot 0.5^t$ გამოსახულებით. თუ საპროგნოზო წლისათვის წონა $q = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$, წინა მე-10 წლისათვის ის იქნება $q_{10} = 0.0005$ - ის ტოლი. $m = 5$ შემთხვევაში ეს წონები შესაბამისად იქნება 0.16-ისა და 0.018-ის ტოლი. როგორც ჩანს, ინტერვალის ზრდასთან ერთად მცირდება ახალი და ძველი ინფორმაციის წონებს შორის განსხვავება. მრავალი მეცნიერი გვთავაზობს პრაქტიკული გაანგარიშებისათვის α - ის მნიშვნელობა 0.1-0.3 ფარგლებში ავიღოთ, რაც მათი აზრით იძლევა ყველაზე კარგ შედეგებს.

არანაკლები მნიშვნელობა აქვს პროგნოზებისათვის საჭირო საწყისი დონეების (y_0) განსაზღვრას. ზოგიერთი ავტორის აზრით, საწყისი დონე უნდა გავიანგარიშოთ როგორც წინაისტორიის საშუალო მაჩვენებელი და ა.შ. მეცნიერთა აზრით, ექსპონენციური საშუალოების მეთოდის გამოყენება ეფექტურია უფრო მეტად მოკლევადიან პროგნოზირებაში. ამიტომ მას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ტანამედროვე პერიოდში საბაზრო ეკონომიკაზე გადასვლასთან დაკავშირებით.

19. დინამიკური მწკრივის ერთფაქტორიანი და მრავალფაქტორული ექსტრაპოლაციის მეთოდები.

ერთფაქტორული ექსტრაპოლაციის მეთოდები გულისხმობს წარსულში არსებული ტენდენციების გავრცელებას მომავალზე მხოლოდ ერთი ფაქტორის გათვალისწინებით. ეს ფაქტორია დრო, ქრონოლოგიური პერიოდი, რომელშიც თავისთავად აისახება ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებზე მოქმედი ფაქტორების ზეგავლენა. ერთფაქტორული ექსტრაპოლაციის ზოგადი ფორმულა ასეთი სახისაა:

$$\hat{y}_{i+t} = f(\hat{y}_i, t, \lambda) \qquad (10.77)$$

სადაც $\hat{y}_{i+t}$ საპროგნოზო მაჩვენებელია $i = t$ პერიოდში;

$\hat{y}_i$ –ექსტრაპოლაციის საბაზო დონეა;

t –საპროგნოზო პერიოდი;

λ –ექსტრაპოლაციის პარამეტრი.

ერთფაქტორული ექტრაპოლაციის უმარტივესი მეთოდებია პროგნოზირება საშუალოწლიური აბსოლუტური მატების, საშუალოწლიური ზრდის ტემპისა და ტრენდის გამოყენებით.

პროგნოზები საშუალოწლიური აბსოლუტური მატების გამოყენებით გაიანგარიშება შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$\hat{y}_{i+t} = y_1 + \overline{\Delta}(i + t - 1), \qquad (10.78)$$

სადაც $\hat{y}_{i+t}$ –საპროგნოზო შეფასება $i+t$ წლისათვის;

y_1 –დინამიკური მწკრივის საწყისი დონეა;

$\overline{\Delta}$ –საშუალოწლიური აბსოლუტური მატებაა;

i –აღნიშნავს საანალიზო წელს, ხოლო t – საპროგონოზო პერიოდის წელს. ამიტომ მოცემულ ფორმულაში t-ს შესაბამის მნიშვნელობათა ჩასმის გზით შეგვიძლია მივიღოთ დინამიკური მწკრივის მოსწორებული დონეები საანალიზო

პერიოდისათვის და საპროგნოზო დონეები პერსპექტიული პერიოდისათვის. საშუალოწლიური ზრდის ტემპის $\overline{K}$ გამოყენებით საპროგნოზო დონეები ($\hat{y}_{t+l}$) გაინგარიშება ფორმულით:

$$\hat{y}_{t+l} = y_t \overline{K}^{(t+l-1)}, \qquad (10.79)$$

როგორც ჩანს, ექსტრაპოლაციის მიზნით საწყის, ანუ ამოსავალ მონაცემად გამოყენებულია საანალიზო პერიოდის პირველი დონე. მაგრამ პროგნოზირების მიზნისა და ამოცანების შესაბამისად და კონკრეტული სიტუაციის გათვალისწინებით შესაძლებელია გამოვიყენოთ სხვადასხვა მონაცემი. მათ შორის ზოგჯერ იყენებენ საანალიზო პერიოდის ბოლო დონეს. ამ შემთხვევაში ზემოთ მოყვანილი ექსტრაპოლაციის ფორმულები მიიღებს სახეს:

ა) საშუალო წლიური აბსოლიტური მატების გამოყენებით,

$$\hat{y}_t = y_1 + \overline{\Delta}(t-1) \qquad (10.80)$$

ბ) საშუალოწლიური ზრდის ტემპის გამოყენებით,

$$\hat{y}_t = \hat{y}_t \cdot \overline{K}^{(t-1)} \qquad (10.81)$$

ზოგჯერ ბოლო დონე მნიშვნელოვნადაა განსხვავებული საშუალო დონისაგან. ამიტომ ამ შემთხვევაში ამოსავალ დონედ მიიჩნევენ საშუალო დონეს. ყოველ შემთხვევაში, ამოსავალ დონედ ექსტრაპოლაციის მიზნებისათვის მიიჩნევენ იმ დონეს, რომელიც ყველაზე მეტად უზრუნველყოფს შემთხვევით ფაქტორთა ზეგავლენის ალმოფხვრას და სწორი ტენდენციის განვითარების დაპროექტებას.

ტრენდის ანუ განვითარების ამსახველი კანონზომიერების საფუძველზე პროგნოზირება წარმოებს სხვადასხვა მათემატიკურ-სტატისტიკური ფუნქციების გამოყენებით, რომლებიც ასეთ სახეს ატარებს:

№№	ფუნქციის სახეობა	საპროგნოზო ფუნქცია
1	წრფივი	$\hat{y}_{t+l} = a_0 + a_1(i+t)$
2	პარაბოლა	$\hat{y}_{t+l} = a_0 + a_1(i+t) + a_2(i+t)^2$
3	ჰიპერბოლა	$\hat{y}_{t+l} = a_0 + \frac{a_1}{i+t}$
4	ხარისხოვანი	$\hat{y}_{t+l} = a_0 a_1^{i+t}$
	და ა. შ.	და ა. შ.

თითოეული ფუნქციის შერჩევა დამოკიდებულია თვით ემპირიული (ფაქტობრივი) ინფორმაციის ხასიათზე, დინამიკური მწკრივის დონეების განვითარების ტემპებზე. მოცემული ფუნქციებით ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების პროგნოზების გაანგარიშება მექანიკური ექსტრაპოლაციაა, რომელიც გულისხმობს წარსულში არსებული ტენდენციებისა და კანონზომიერების უცვლელად გადატანას მომავალ პერიოდზე. მაგრამ დიალექტიკა გვასწავლის, რომ ყველა მოვლენა, ამ შემთხვევაში განვითარების ტენდენციებიც ცვალებადია დროსა და სივრცეში. ამიტომ პარადოქსების თავიდან აცილების მიზნით ჩატარებულ გაანგარიშებებთან ერთად უნდა ვაწარმოოთ შემოქმედებითი ანალიზი ინტუიციური აზროვნების გამოყენებით და საპროგნოზო შესაფესებებში შევიტანოთ სათანადო კორექტივები.

ზემოთ მოყვანილ ერთფაქტორულთან ერთად სტატისტიკურ პროგნოზირებას გააჩნია, აგრეთვე, მრავალფაქტორული ექსტრაპოლაციის მეთოდებიც. წინა მასალაში ნაჩვენები იყო მრავალფაქტორული პროგნოზირების მოდელი და აგრეთვე, ექსტრაპოლიციურ გაანგარიშებათა ტექნიკა. ამასთან ერთად დიდი მნიშვნელობა ენიჭება მოცემული მოვლენის განვითარებაზე მოქმედი ფაქტორების შერჩევას. ამ მიზნით, შეადგენენ r_{ij} წყვილადი კორელაციური კოეფიციენტების მატრიცას, რომელიც აღნიშნავს x_i და x_j

მოვლენათა შორის კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხს. ამ მოვლენებიდან ერთი შეიძლება იყოს საშედეგო, ხოლო დანარჩენი მიზეზობრივი. წინასწარ უნდა გაანალიზდეს წყვილადი კოეფიციენტები. უპირატესობა უნდა მიენიჭოს იმ ფაქტორების შერჩევას, რომელთა კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი სუსტია სხვა ფაქტორებთან და მაღალია საშედეგო მოვლენასთან. პრაქტიკულად თუ მულტიკორელაცია ანუ კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი სხვა ფაქტორთან 0,8-ზე მეტია, მაშინ ასეთ ფაქტორს გამოთიშავენ გაანგარიშებიდან. დავუშვათ, რომ x_i და x_j, მოვლენათა შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი 0,8-ზე მეტია, მაშინ უნდა გამოითიშოს რომელიმე (x_i და x_j) მოვლენათაგანი. აქ გამოთიშავენ იმ მოვლენას, რომელსაც უფრო სუსტი კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხი გააჩნია საშედეგო მოვლენასთან.

ფაქტორების შერჩევა და მათ საფუძველზე მრავალფაქტორული საპროგნოზო შეფასებანი, ძალიან ხშირად განიცდის ავტოკორელაციისა და მულტიკორელაციის გავლენას, რის გამო ვერ ხერხდება საიმედო საპროგნოზო გაანგარიშებანი. ამიტომ მრავალფაქტორულ მოდელში შერჩეულ ფაქტორებთან ერთად ითვალსწინებენ დროის ფაქტორს, რომელიც ასახავს ყველა დანარჩენი, მოდელში გაუთვალისწინებელი ფაქტორების ზემოქმედებას და აღმოფხვრის ავტოკორელაციის გავლენას.

ამ შემთხვევაში წრფივი კავშირის ფორმით მრავალფაქტორული დინამიკური მოდელი მიიღებს სახეს:

$$y = f\left[a_0(t), a_1(t), a_2(t), \ldots, a_n(t), x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), t\right] \quad (10.82),$$

სადაც მე-16 პარაგრაფში მოყვანილ დინამიკურ (10.63) მოდელს ემატება t, რომელიც ალნიშნავს საშედეგო მოვლენის განვითარების დამოკიდებულებას დროზე და ამ უკანასკნელში აისახება ყველა ფაქტორის ზემოქმედებაც.

მრავალფაქტორული პროგნოზირება განვიხილოთ 31-ე

ცხრილის მაგალითზე.

ჩაის ხარისხის მაჩვენებლები
(ციფრები პირობითია)

ცხრილი №59

ნედლეულის დამზადების ზონები	უმაღლესი და I სორტის ჩაის ხვედრითი წილი %% (y)	I სორტის ნედლეულის ხვედრითი წილი %% (x_1)	ნედლეულის გზაში, დაყოვნების დრო (საათობით) (x_2)
I	42.5	55.6	25
II	43.8	57.7	20
III	45.6	60.8	26
IV	44.8	61.5	19
V	46.7	62.8	17

ამ შემთხვევაში სტატიკური მოდელი

$$y = f(a_0, a_1, a_2, x_1, x_2) \qquad (10.83)$$

ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \qquad (10.84).$$

a_0, a_1 და a_2 პარამეტრების გასაანგარეშებელი განტოლებათა სისტემა იქნება:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x_1 + a_2 \Sigma x_2 = \Sigma y \\ a_0 \Sigma x_1 + a_1 \Sigma x_1^2 + a_2 \Sigma x_1 x_2 = \Sigma x_1 y \\ a_0 \Sigma x_2 + a_1 \Sigma x_1 x_2 + a_2 \Sigma x_2^2 = \Sigma x_2 y \end{cases} \qquad (10.85)$$

სისტემის ამოსახსნელად მოვიყვანოთ ცხრილის სახით:

ცხრილი №60

y	x_1	x_2	x_1^2	x_1^2	x_1x_2	x_1y	x_2y
42.5	55.6	25	3091.4	625	1390.0	2363.0	1062.5
43.8	57.7	20	3329.3	400	1154.0	2527.3	876.0
45.6	60.8	26	3696.6	676	1580.8	2772.5	1185.6
44.8	61.5	19	3782.3	361	1168.5	2755.2	851.2
46.7	62.8	17	3943.8	289	1067.6	2932.8	793.9
Σ 223.4	298.4	107	17843.4	2351	6360.9	13350.8	4769.2

ამ მონაცემების მიხედვით განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$5a_0 + 298 \cdot 4a_1 + 107a_2 = 223 \cdot 4$$

$$298 \cdot 4a_1 + 17843 \cdot 4a_1 + 6360 \cdot 9a_2 = 13350 \cdot 8$$

$$107a_0 + 6360 \cdot 9a_1 + 2351a_2 = 4769 \cdot 2$$

თუ თითოეულ ტოლობას გავყოფთ შესაბამისი a_0-ის კოეფიციენტზე (I-5-ზე, II – 298.4-ზე, III – 107-ზე), II და III ტოლობას გამოვაკლებთ I ტოლობას წევრ-წევრად და ა.შ. მივიღებთ:

$$a_0 = 17.59; \qquad a_1 = 0.45; \qquad a_2 = 0.011$$

ჩვენი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\hat{y} = 17.59 + 0.45x_1 + 0.011x_2$$

ასეთი განტოლებანი გაიანგარიშება დინამიკური მწკრივის თითოეული წლისათვის. ამის შემდეგ განტოლებათა პარამეტრები და ფაქტორები განიხილება როგორც დროის ფინქცია და შესაბამის გაანგარიშებათა საფუძველზე ხდება მათი საპროგონოზო შეფასებათა დადგენა. მათი მოდელში ჩასმის გზით შეგვიძლია საშედეგო მოვლენის განვითარების ექსტრაპოლირება პერსპექტიული პერიოდისათვის.

18. დინამიკური მწკრივების განვითარების პროგნოზირების ჰარმონიული წონების მეთოდი

პროგნოზირების ჰარმონიული წონების მეთოდი შეიმუშავა პოლონელმა სტატისტკოსმა **ზ. ჰელვიგმა,** რის გამოც მას ჰელვიგის მეთოდსაც უწოდებენ. თვით მეთოდის სახელწოდება წარმოდგება დინამიკური მწკრივის თითოეული დონისათვის მინიჭებული წონებისაგან (ახალი ინფორმაცია გაცილებით მეტი წონისაა, ვიდრე მოძველებული,). ავტორმა ყველაზე

ძველ ინფორმაციას მიანიჭა $m_t = \frac{1}{n-t}$ წონა ($n-$ დინამიკური მწკრივის დონეების რიცხვი). ყოველი შემდგომი წონა m_{t+1} გაინგარიშება ფორმულით:

$$m_{t+1} = m_t + \frac{1}{n-t} \qquad (t = 2,3,...,n-1) \qquad (10.86).$$

ასეთ წონებს იყენებენ ჰარმონიული კოეფიციენტების გასაანგარიშებლად, რისთვისაც თითოეული ჰარმონიულ წონას ჰყოფენ $(n-1)$-ზე. ისე, რომ

$$c_{t+1} = \frac{m_{t+1}}{n-1} \qquad (t = 2,3,...,n-1) \qquad (10.87).$$

აქედან ცხადია, რომ

$$\sum_{t=1}^{n-1} c_{t+1} = 1 \qquad (10.88).$$

საპროგნოზო გაანგარიშებათა შემდგომი ეტაპია დინამიკური მწკრივის დაყოფა ფაზების მიხედვით. ფაზები გამოიყოფა სრიალის ინტერვალის საფუძველზე. მაგალითად, თუ სრიალის ინტერვალი $K = 3$, მაშინ I ფაზაში გაერთიანდება y_1, y_2 და y_3 დონეები, II ფაზაში y_2, y_3 და y_4; III-ში y_3, y_4 და y_5 და ა.შ. სულ გვექნება $i = n - K + 1$ ფაზა. თითოეული ფაზისათვის გაინგარიშებენ წრფივი ფორმის ტრენდს

$$\hat{y}_{i(t)} = a_i + b_i t \qquad (t = 2,3,...,n-K+1)$$

და უმცირეს კვადრატთა მეთოდით დაადგენენ პარამეტრების მნიშვნელობებს.

I ფაზაში	$i = 1$	, ხოლო	$t = 1,2,...,K$
II ფაზაში	$i = 2$	, ხოლო	$t = 2,3,...,k+1$ (10.89)
III ფაზაში	$i = 3$	, ხოლო	$t = 3,4,...,K+2$

$n-K+1$ ფაზაში $i=n-K+1$, ხოლო $t=n-K+1, i=n-K+2,...,n$. მაშასადამე, მივიღებთ $(n-K+1)$ $\hat{y}_{i(t)}$ წრფივ განტოლებას, რომელთა საფუძველზე განისაზღვრება მოსრიალე ტრენდის მნიშვნელობა. ამისათვის საჭიროა გამოვყოთ $\hat{y}_{i(t)}$-ის მნიშვნელობანი, რომელთათვის $t=i$ და ისინი აღვნიშნოთ $\hat{y}_{i(t)}$ გამოსახულებით. შემდეგ ანგარიშობენ $y_{j(t)}$ მნიშვნელობათა საშუალოს:

$$\bar{\hat{y}}_{j(t)}=\frac{\sum_{i=1}^{\lambda}\hat{y}_{j(t)}}{\lambda} \qquad (i=1,2,...,\lambda) \qquad (10.90),$$

სადაც λ იმ განტოლებათა რაოდენობაა, რომლებშიც i და t ერთმანეთს ემთხვევა.

ასეთ განტოლებათა რიცხვი იქნება n-ზე მეტი, ვინაიდან თუ სრიალის ინტერვალი უდრის 3-ს, მაშინ $i=1$ მნიშვნელობისათვის ასეთი განტოლება მხოლოდ I ფაზის განტოლება იქნება, იმდენად, რამდენადაც მხოლოდ აქ უდრის t ერთს. $i=2$ მნიშვნელობისათვის ასეთი განტოლება იქნება ორი, I ფაზის და II ფაზის, რადგან ორივეში $t=2$-ს. ორთავე განტოლებაში საშუალოს გაანგარიშებისათვის t-ს მნიშვნელობაში ჩაისმება 2. $i=3$ მნიშვნელობისათვის ისეთი განტოლება, რომელშიც t-ს მნიშვნელობაც უდრის 3 არის სამი: I,II და III ფაზების განტოლებანი, და ა.შ. როგორც ჩანს, ასეთ განტოლებათა რაოდენობა დამოკიდებულია დინამიკური მწკრივის დონეების რიცხვსა და სრიალის ინტერვალზე. შემდგომ ეტაპზე თითოეული $i=t$ მნიშვნელობისათვის, t-ს შესაბამის მნიშვნელობათა ჩასმის შედეგად, გაიანგარიშებენ $y_{i(t)}$ საშუალო მნიშვნელობას.

მაგალითად, თუ პირველი ფაზის წრფივი განტოლებაა $\hat{y}_{1(t)} = 25 \cdot 6 + 1.4t$, II ფაზის $\hat{y}_{2(t)} = 30 \cdot 7 + 0.9t$, III ფაზის $\hat{y}_{3(t)} = 35.8 + 1.2t$ და სრიალის ინტერვალი სამია, მაშინ $i = 1$ მნიშვნელობისათვის საშუალოს განსაზღვრავს მხოლოდ I ფაზის განტოლება მასში t-ს ნაცვლად ერთის ჩასმით:

$$\hat{y}_{1(t)} = 25 \cdot 6 + 1 \cdot 4 \cdot 1 = 27 \cdot 0,$$

$i = 2$ მნიშვნელობისათვის

$$\hat{y}_{1(t)} = \frac{(25 \cdot 6 + 1.4 \cdot 2) + (30 \cdot 7 + 0.9 \cdot 2)}{2} = 30.2,$$

$i = 3$ მნიშვნელობისათვის

$$\hat{y}_{1(t)} = \frac{(25 \cdot 6 + 1.4 \cdot 3) + (30 \cdot 7 + 0.9 \cdot 3) + (35 \cdot 8 + 1.2 \cdot 3)}{3} = 66.2$$

და ა. შ.

აღნიშნული საშუალოებიდან გაიანგარიშებენ ჯაჭვურ აბსოლუტურ მატებებს $(\Delta_{t+1} = \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t)$ და მათ საფუძველზე დაადგენენ შეწონილ საშუალოაბსოლუტურ მატებას, სადაც წონებად გამოყენებულია ჰარმონიული კოეფიციენტი (c_{t+1}) ფორმულით:

$$\overline{\Delta} = \sum_{t=1}^{n-1} c_{t+1} \Delta_{t+1}. \qquad (10.91).$$

ამის შემდეგ ექსტრაპოლაციას აწარმოებენ ჩვენთვის უკვე ცნობილი გაანგარიშებული მაჩვენებლებით:

$$\hat{y}_t = \bar{y}_{j(t)} + \overline{\Delta}, \qquad (10.92),$$

სადაც $\hat{y}_t$ -საპროგნოზო მაჩვენებელია.

ჰარმონიული წონების მეთოდის გამოყენება სტატისტიკურ პროგნოზირებაში შედარებით შეზღუდულია. მისი გამოყენება

ეფექტურია იმ შემთხვევაში, როცა ახალი ინფორმაცია შედარებით უფრო ძლიერ გავლენას ახდენს საპროგნოზო მაჩვენებელზე, ვიდრე ძველი (რაც დასტურდება ავტოკორელაციის შემცირებით t-ს ზრასთან დაკავშირებით), საპროგნოზო მაჩვენებელი ხასიათდება ინერციულობით და ემპირიული ინფორმაცია არ განიცდის ნახტომისებურ განვითარებას.

21. მრავალგანზომილებიანი დინამიკური მწკრივების პროგნოზირება

მრავალგანზომილებიანი სტატისტიკური პროგონოზირება ეწოდება მრავალგანზომილებიანი საშუალოების (იხ. მე-7 თავი) გამოყენებით სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარების ექსტრაპოლაციას პერსპექტიული პერიოდისათვის[1].

მრავალგანზომილებიანი პროგონოზირების მეთოდები საშუალებას იძლევა არა მარტო გავამარტივოთ მრავალფაქტორული პროგნოზირების რთული გაანგარიშებანი, არამედ ეფექტურად გამოვიყენოთ მარავალგანზომილებიანი საშუალოების ადაპტაციური თვისებები და დავადგინოთ მაღალი საიმედობის მქონე საპროგნოზო შეფასებანი.

თუ მოცემულია დინამიკური მწკრივი $y_t (t = 1,2,...,n)$, მისი საშუალო მნიშვნელობა $\bar{y}_t$, აგრეთვე დინამიკური მწკრივის განვითარებაზე მოქმედი ფაქტორები $x_{ij} (j = 1,2,..., K)$, მაშინ საშედეგო მოვლენის მოსწორებული დონეების $\hat{y}_t$ შეფარდება საშუალო დონესთან $(\bar{y}_t)$ შეიძლება წრფივი კავშირის

[1]ჩვენ დავაშუშაველთ როგორც მარტივი, ისე ექსპონენციალური საშუალოების დახმარებით მრავალგანზომილებიანი პროგნოზირების მეთოდები.

შემთხვევაში დავაკავშიროთ მრავალგანზომილებიან საშუალოს შემდეგი განტოლებით:

$$\frac{\hat{y}_t}{\bar{y}_t} = a_0 + a_1 \overline{P}_{ij} \qquad \left(\overline{P}_{ij} = \frac{\Sigma P_{ij}}{K}, P_{ij} = \frac{x_{ij}}{\bar{x}_{ij}} \right)$$

სადაც $\bar{x}_{ij}$ –ური ფაქტორის საშუალო მნიშვნელობაა

$$\left(\bar{x}_{ij} = \frac{\Sigma x_{ij}}{n} \right)^1$$

$\bar{y}_t$ შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც სრიალა საშუალო. ამიტომ პერსპექტიული პერიოდისათვის საპროგნოზო შეფასებათა $\hat{y}_t (t = n+1, n+2, ..., n+m)$ გასაანგარიშებლად სრიალა საშუალოს ნაცვლად შეგვიძლია გამოვიყენოთ მისი რეკურენტული ფორმა. ზოგადად $t = n+i$ წლისათვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\frac{\hat{y}_{n+i}}{\hat{y}_{n+i-1} + \frac{\hat{y}_{n+i} - y_t}{n}} = a_0 + a_1 \overline{P}_{n+i,j} \qquad (10.94),$$

სადაც – n სრიალის ინტერვალია.

თუ განტოლებას ამოვხსნით $\hat{y}_{n+1}$ უცნობის მიმართ, მივიღებთ:

$$\hat{y}_{n+i} = \frac{(ny_{n+i-1} - y_i)(a_0 + a_1 \overline{P}_{n+i,j})}{n - a_0 - a_1 \overline{P}_{n+i,j}} \qquad (10.95).$$

---

[1] დინამიკურ მწკრივებში $\bar{y}$ და $\bar{x}_i$ დინამიკური მწკრივის დონისა და მასზე მოქმედი i –ური ფაქტორის ცენტრალური მნიშვნელობანია. ამიტომ თითოეული მნიშვნელობის შეფარდება საშუალოსთან წარმოადგენს საბაზისო ზრდის ტემპებს დინამიკური მწკრივის, ე.ი. საანალიზო პერიოდის მეორე ნახევარში. ამიტომ მრავალგანზომილებიანი საშუალო დინამიკურ მწკრივებში, შეგვიძლია შევცვალოთ ფაქტორული ნიშნების საშუალო წლიური ზრდის ტემპების საშუალო მნიშვნელობით.

თუ მრიცხველსა და მნიშვნელს გავყოფთ $(a_0 + a_1\overline{P}_{n+i,j})$-ზე და $(n\overline{y}_{n+i-1} - y_i)$-ის წარმოვადგენთ როგორც

$$n\frac{y_i + y_{i+1} + y_{i+2} + \ldots + y_{n+i-1}}{n} - y_i = \sum_{t=i+1}^{n+i-1} y_t \qquad (10.96),$$

მაშინ მივიღებთ საპროგნოზო მარტივ ფორმულას[1]:

$$\hat{y}_{n+1} = \frac{\sum_{t=i+1}^{n+i-1} y_t}{\frac{n}{a_0 + a_1\overline{P}_{n+i,j}}}. \qquad (10.97)$$

მოცემული ფორმულის მისაღებად გამოვიყენეთ მარტივი სრიალა საშუალო, რომელიც „ძველ" და „ახალ" ინფორმაციას ერთნაირ წონებს ანიჭებს. ამიტომ ეს ფორმულა გამოიყენება იმ შემთხვევებში, როცა ავტოკორელაციური კავშირი არ მცირდება წლების ზრდასთან ერთად. წინააღმდეგ შემთვევაში უმჯობესია ექსპონენციური საშუალოს რეკურენტული ფორმის $(\overline{y}_t = \alpha\ y_t + (1-\alpha)\overline{y}_{t-1})$ გამოყენება, რომელიც უახლეს ინფორმაციას უფრო მაღალ წონებს ანიჭებს. თუ საპროგონოზო დონეების $(\hat{y}_{n+i})$ შესაბამისად ექსპონენციურ საშუალოში t-ს შევცვლით $(n+i)$ გამოსახულებით, მაშინ წრფივი კავშირისათვის გვექნება:

$$\frac{\hat{y}_{n+i}}{\alpha\,\hat{y}_{n+i} + \alpha(1-\alpha)y_{t+i-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t+i-2} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^k y_{t+i-k} + \ldots + (1-\alpha)^0 y_0} =$$
$$= a_0 + a_1\overline{P}_{n+i,j} \qquad (10.98)$$

[1]მოცემულ ფომულაში არაწრფივი ფორმის კავშირების შემთხვევაში $y = a_0 + a_1 t$ ნაცვლად გვექნება შესაბამისი ფორმის გამოსახულება, ჰიპერბოლა მაჩვენებლიანი ან ხარისხოვანი ფუნქცია და ა. შ.

თუ მოცემულ განტოლებას ამოვხსნით y_{n+i} უცნობის მიმართ, მივიღებთ:

$$\hat{y}_{n+i} = \frac{\alpha \sum_{k=1}^{n-2} (1-\alpha)^k y_{t+i-k} + (1-\alpha)^{n-1} y_0}{\frac{1}{a_0 + a_1 \overline{P}_{n+i,j}}} \qquad (10.99)$$

სადაც α - სრიალის პარამეტრია;

y_0 – საპროგნოზო მაჩვენებლის საწყისი დონე.

აქაც არაწრფივი კავშირის შემთხვევაში ფორმულაში $a_0 + a_1 \overline{P}_{n+i,j}$ ნაცვლად გვექნება შესაბამისი არაწრფივი ფორმის ;გამოსახულება.

22. პროგნოზის სიზუსტისა და საიმედობის მაჩვენებლები დინამიკურ მწკრივებში

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების განვითარებას, როგორც ზემოთ დავინახეთ, ორი რიგის ფაქტორები განაპირობებს. პირველი რიგის ფაქტორები, რომლებიც მოვლენის განვითარებაზე მუდმივად, სისტემატურად მოქმედებენ, აყალიბებენ ძირითად ტენდენციას, კანონზომიერებას, ტრენდს, ხოლო მეორე რიგის ფაქტორები შემთხვევითი ხასიათისაა და წარმოქმნიან განვითარების შემთხვევით კომპონენტს. ზემოთ ნაჩვენები სტატისტიკური მეთოდები მოვლენის განვითარების ძირითადი ტენდენციის, კანონზომიერებების ექსტრაპოლაციის საშუალებას იძლევიან, ხოლო შემთხვევითი კომპონენტის განვითარებას ითვალისწინებენ პროგონოზის სანდოობის ინტერვალის გაანგარიშებისას შემდეგი გამოსახულებით:

$$\hat{y}_t^i = \hat{y}_t \pm tS\hat{y}, \qquad (10.100),$$

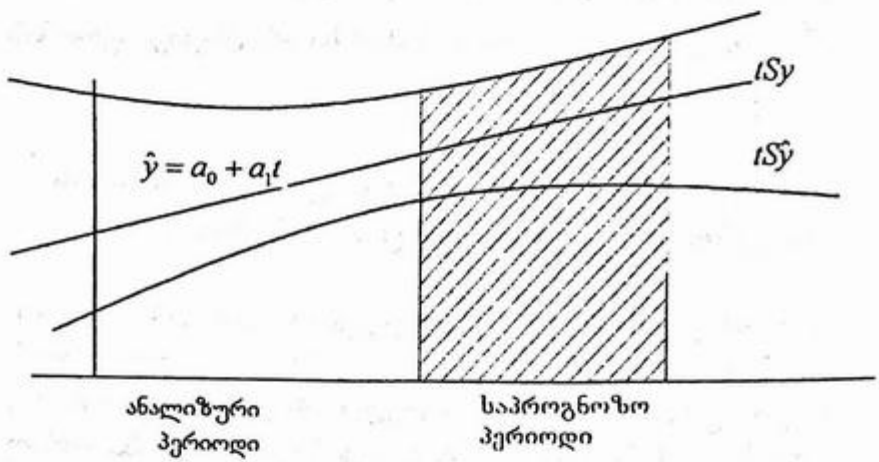
სადაც $\hat{y}_t^i$ - მოვლენის განვითარების მთლიანი საპროგნოზო შეფასებაა;

$\hat{y}_t$ —ძირითადი ტრენდის საპროგნოზო მაჩვენებელი;

t —სტიუდენტის კრიტერიუმი;

$S\hat{y}$ —ტრენდის საშუალო კვადრატული შეცდომაა, რომელიც გაინგარიშება $(\hat{y} - y_t)$ გამოსახულების საშუალო კვადრატული გადახრით.

გრაფიკულად ინტერვალური პროგნოზი, წრფივი კავშირის შემთხვევაში, შემდეგნაირად გამოისახება:



ნახ. 26 ინტერვალური პროგნოზის გრაფიკი

აღნიშნულ ინტერვალში საპროგნოზო შეფასების ფაქტობრივად მოხვედრის ალბათობა წარმოადგენს პროგნოზის საიმედოობას, ხოლო სიზუსტე გამოისახება აბსოლუტური და შეფარდებითი რაოდენობრივი მაჩვენებლებით. სიზუსტის აბსოლუტური მაჩვენებელია პროგნოზის შეცდომა ანუ სხვაობა საპროგნოზო და ფაქტობრივ მაჩვენებლებს შორის. თუ საშუალოა ბსოლუტურ შეცდომას ანუ სხვაობას შევუფარდებთ საშუალო ფაქტობრივ დონეს, მივიღებთ პროგნოზის შეცდომის შეფარდებით მაჩვენებელს.

არსებობს აგრეთვე, პროგნოზის სიზუსტის კოეფიციენტი (K)

$$K = \frac{P}{p+q}, \qquad (10.101),$$

სადაც p –საპროგნოზო და ფაქტობრივ მაცვენებელთა ინტერვალში თანდამთხვევის რაოდენობა;

q – არათანდამთხვევის რიცხვი.

გ. ტეილმა[1] შეიმუშავა ფორმულა:

$$V = \frac{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t - y_t)^2 : n}}{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t^{\,2}) : n}} = \frac{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t^{\,2})}}, \qquad (10.102)$$

სადაც V – პროგნოზის სიზუსტის კოეფიციენტი;

$\hat{y}_t$ –საპროგნოზო შეფასება;

y_t –ფაქტობრივი მაჩვენებელი;

n – დონეთა რიცხვი.

პროგნოზის სიზუსტის კოეფიციენტი იცვლება 0-დან 1-მდე. თუ არც ერთი საპროგნოზო შეფასება არ დაემთხვა ფაქტობრივს, მაშინ კოეფიციენტი უდრის ნულს, ხოლო თუ ყველა მათგანი ერთმანეთს ემთხვევა – ერთს. რაც უფრო უახლოვდება ეს მაჩვენებელი ერთს, მით უფრო მაღალია პროგნოზის სიზუსტის ხარისხი.

როგორც ვხედავთ, პროგნოზის სიზუსტის ხარისხის შესამოწმებლად საპროგნოზო შეფასებასთან ერთად ვიყენებთ ფაქტობრივ მონაცემებსაც. მაგრამ ეს უკანასკნელი ჩვენ მოგვეპოვება მხოლოდ საპროგნოზო პერიოდის გასვლის შემდეგ. მოკლევადიანი პროგნოზების სიზუსტის ხარისხის შესამოწმებლად ეს მეთოდი სავსებით რეალურია.

ხშირად სტატისტიკური პროგნოზირების მეთოდის შესამოწმებლად აწამოებენ რეტროსპექტრულ პროგნოზირებას.

---

[1]იხ. Г. Теил. Экономические прогнозы и принятие решений (пер с англ. М.: Статистика, 1971, с. 39-40

ამისათვის წარსულ პერიოდს ორ ნაწილად დაჰყოფენ. პირველი პერიოდის საანალიზო მაჩვენებლების ექსტრაპოლაციის გზით აწარმობენ მეორე პერიოდის მაჩვენებელთა პროგნოზირებას. აქ უკვე საშუალება გვეძლევა საპროგნოზო და ფაქტობრივი მაჩვენებლები შევადაროთ ერთმანეთს და შევამოწმოთ გამოყენებული მეთოდის სიზუსტის ხარისხი.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რას ეწოდება დინამიკური მწკრივი და როგორია მისი სახეები?
2. როგორია დინამიკური მწკრივის საანალიზო აბსოლუტური მაჩვენებლები და მათი გაანგარიშების წესები?
3. როგორია დინამიკური მწკრივის საანალიზო შეფარდებითი მაჩვენებლები და მათი გაანგარიშების წესები?
4. რას ეწოდება დინამიკური მწკრივების ინტერპოლაცია და ექსტრაპოლაცია?
5. რას ეწოდება სეზონური რხევადობა დინამიკურ მწკრივებში და როგორ გაინგარიშება მისი ინდექსი?
6. როგორია დინამიკური მწკრივის განვითარების ტენდენციის გამოვლენის მარტივი ხერხები?
7. როგორია დინამიკური მწკრივის განვითარების ტენდენციის დადგენის ანალიზური ხერხები?
8. რას ეწოდება უმცირეს კვადრატთა მეთოდი დინამიკურ მწკრივებში?
9. როგორია პირველი რიგის კერძო წარმოებულების გაანგარიშების წესები უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებაში?
10. რა არის ავტოკორელაცია დინამიკურ მწკრივებში და როგორ შეიძლება იგი გაიზომოს?
11. როგორ შეიძლება რ. ანდერსონის ცხრილით დავადგინოთ ავტოკორელაციის არსებითობა?
12. როგორია დარბინ-უოტსონის კრიტერიუმი და მისი

გაანგარიშების ფორმულა?

13. როგორია ავტოკორელაციის აღმოფხვრის ხერხები?

14. როგორია არამონოტონური დინამიკური მწკრივების მოსწორების ხერხები (გომპერცის მრუდი, ფურიეს მწკრივები და სხვ.)?

15. დაწერეთ ფურიეს გარმონიკული მწკრივის ფორმულა.

16. აჩვენეთ ფურიეს მწკრივის პარამეტრების ($a_0 a_1 b_2$) გასაანგარიშებელი ფორმულები.

17. გაიხსენეთ ტრიგონომეტრიული ფუნქციების რადიანული ზომები.

18. რას ეწოდება დინამიკური მწკრივის განვითარების პროგნოზირება?

19. როგორია მარტივი და ადაპტაციური სრიალა საშუალეობის გამოყენება პროგნოზირებაში?

20. როგორია ერთფაქტორული და მრავალფაქტორული პროგნოზირების მეთოდი?

21. დაახასიათეთ მრავალგანზომილებიანი პროგნოზირების მეთოდები დინამიკურ მწკრივებში.

22. დაახასიათეთ ზ. ჰელვიგის პროგნოზირების მეთოდი დინამიკურ მწკრივებში.

23. დაწერეთ პროგნოზის სიზუსტის ხარისხის გ. ტეილის ფორმულა.

ტესტები ტექსტისადმი

1. მოსახლეობის რიცხოვნობა 2003-2005 წლების პირველი იანვრისათვის არის:

ა) ინტერვალური დინამიკური მწკრივი;

ბ) სამომენტო დინამიკური მწკრივი.

2. ბიუჯეტის შემოსავლები 2003 წლის თვეების მიხედვით არის:

ა) სამომენტო დინამიკური მწკრივი;

ბ) ინტერვალური დინამიკური მწკრივი.

3. პროდუქციის გამოშვების საშუალოწლიური ზრდის ტემპის ფორმულა არის:

ა) აბსოლუტური მაჩვენებელი;

ბ) შეფარდებითი მაჩვენებელი.

4. საბიუჯეტო შემოსავლების საშუალოწლიური ზრდის ტემპის ფორმულაა:

ა) $\overline{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$;

ბ) $\Delta = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} \Delta_t}{n-1}$.

5. საბიუჯეტო შემოსავლების ჯაჭვური ზრდის ტემპების ურთიერთნამრავლი გვაძლევს:

ა) საბაზისო ზრდის ტემპს;

ა) ბიუჯეტის მთლიან შემოსავლებს მოცემულ პერიოდში.

6. დინამიკური მწკრივის მოსწორების ჰიპერბოლური განტოლებაა:

ა) $y = a_0 a_1^t$;

ბ) $y = a_0 + \frac{a_1}{t}$.

7. დინამიკური მწკრივის მოსწორების პარაბოლური განტოლებაა:

ა) $y = a_0 + a_1 t_1$;

ბ) $y = a_0 + at_1 + a_2 t^2$.

8. ავტოკორელაციის კოეფიციენტია:

ა) $R_{y_t y_{t+1}} = \frac{\Sigma(y_t - \bar{y}_t)(y_{t+1} - \bar{y}_{t+1})}{\sqrt{\Sigma(y_t - \bar{y}_t)^2 (y_{t+1} - \bar{y}_{t+1})^2}}$;

ბ) $V = \frac{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\Sigma(\hat{y}_t{}^2)}}$.

9. გომპერცის მრუდის ფორმულაა:

ა) $\hat{y}_t = k(a_0)^{a_1 t}$;

ბ) $\hat{y}_t = a_0 a_1{}^t$.

10. $\sin 90^0$ უდრის:

ა) 1-ს;

ბ) 0-ს;

გ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

11. $\cos 90^0$ უდრის:

ა) 0-ს;

ბ) -1-ს;

გ) 1-ს.

12. $\sin 2\alpha$, როცა $\alpha = 60^0$, უდრის:

ა) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

ბ) 0-ს;

გ) -1-ს.

13. ფურიეს მწკრივის a პარამეტრი განისაზღვრება ფორმულით:

ა) $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$;

ბ) $\frac{2\Sigma y \cos kt}{n}$;

გ) $\frac{2\Sigma y \sin kt}{n}$.

14. ფურიეს მწკრივისათვის b პარამეტრი განისაზღვრება ფორმულით:

ა) $\frac{2\Sigma y \cos kt}{n}$;

ბ) $\frac{2\Sigma y \sin kt}{n}$.

15. კობა-დუგლასის ფუქციაა:

ა) $P = a_0 f_1^{a_1} f_2^{a_2}$;

ბ) $\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n} = \sigma^2$.

16. პროგნოზირების ჰარმონიული წონების მეთოდი შეიმუშავა:

ა) ლ. ანდერსონმა;
ბ) ზ. ჰელვიგმა;
გ) გ. ტეილმა.

17. პროგნოზის სიზუსტის კოეფიციენტია:

ა) $K = \frac{p}{p+q}$;

ბ) $K = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}}$.

18. რეკურენტული ექსპონენციალური საშუალოს გამოყენებით მრავალგანზომილებიანი პროგნოზირების ავტორია:

ა) ბ. გაბიძაშვილი;
ბ) ზ. ჰელვიგი;
გ) ტ. ბრაუნი.

თემა 11. შერჩევითი დაკვირვება

1. შერჩევითი დაკვირვების ცნება და გამოყენების მიზეზები

შერჩევითი დაკვირვება არამთლიანი დაკვირვების ერთ-ერთი ნაირსახეობაა. მისი არსი ისაა რომ, მთლიანი ერთობლიობიდან შეირჩევა ნაწილი, შეისწავლება ის და შედეგები გავრცელდება მთელს ერთობლიობაზე. მთლიან **ერთობლობას** ეწოდება **გენერალური,** ხოლო შერჩეულ ნაწილს, რომელზედაც ტარდება დაკვირვება – **შერჩევითი ერთობლიობა** ეწოდება.

მახასიათებლები, რომლებიც დადგინდება შერჩევითი ერთობლიობის შესწავლით და გავრცელდება გენერალურ ერთობლიობაზე, არის ორი სახის: საშუალო სიდიდეები (საშუალო ხელფასი, საშუალო მოსავლიანობა, საშუალო თანრიგი, საშუალო გამომუშავება და ა.შ.) და წილობრივი სიდიდე (ვაჟების ან ქალების ხვედრითი წილი, წუნდებული და ვარგისი პროდუქციის ხვედრითი წილი, ხარისხიანი პროდუქციის ხვედრითი წილი და ა.შ.).

შერჩევითი დაკვირვების გამოყენების აუცილებლობას სტატისტიკაში განაპირობებს შემდეგი ძირითადი მიზეზები: 1) დაკვირვების დროისა და სახსრების შემცირება. მართლაც, რადგან დაკვირვებას ექვემდებარება ერთობლიობის მხოლოდ ნაწილი, მცირდება როგორც დაკვირვების ჩატარებისთვის საჭირო დრო, ასევე შესაბამისი მატერიალური, შრომითი და ფინანსური რესურსები; 2) დაკვირვების თითოეული ერთეულის დეტალური გამოკვლევის აუცილებლობა. მაგალითად, საოჯახო ბიუჯეტების გამოკვლევისას შემოსავლებისა და გასავლების დეტალური, დაწვრილებითი შესწავლაა საჭირო, ასეთი შესწავლა კი შეუძლებელია მოვახდინოთ ყველა ოჯახში, რის გამო გამოიყენება შერჩევითი დაკვირვება; 3) მატერიალური ფასეულობების დანაკარგების მინიმუმამდე დაყვანა. მაგალითად,

ელექტრო ნათურების განათების ხანგრძლივობის დასადგენად საჭიროა მათი ფიზიკური განადგურება და სხვა; 4) გამოკვლევის უფრო მეტი სიზუსტის მიღწევა. ვინაიდან დაკვირვებას ექვემდებარება მთლიანი ერთობლიობის მხოლოდ ნაწილი, ამიტომ მცირდება დაშვებული შეცდომების რაოდენობაც და იზრდება მიღებული შედეგების სიზუსტის ხარისხი.

2. შერჩევითი დაკვირვების სახეები და წესები

შერჩევითი დაკვირვება ორი სახისაა: **განმეორებითი** და **განუმეორებელი**. განმეორებითია ისეთი შერჩევითი დაკვირვება, რომლის დროსაც შერჩეული ნაწილი შესწავლის შემდეგ ისევ უბრუნდება გენერალურ ერთობლიობას და მონაწილეობას ღებულობს ახალ შერჩევაში. განუმეორებელი შერჩევისას კი პირიქით, შერჩეული ნაწილი აღარ უბრუნდება გენერალურ ერთობლიობას და ვერც მონაწილეობს მორიგ შერჩევაში.

შერჩევის წესებიდან აღსანიშნავია **ინდივიდუალური და სერიული;**

ინდივიდუალურის დროს შეირჩევა ცალკეული ერთეულები, ხოლო სერიულის დროს–მთელი პარტიები, სერიები. თავისთავად ორივე მათგანი შეიძლება შეირჩეს საკუთრივ-შემთხვევითი, მექანიკური, ტიპური და სხვა წესებით. **საკუთრივ-შემთხვევითი** წესის დროს ერთობლიობა არაა დალაგებული რაიმე ნიშნის მიხედვით და შერჩევა ხდება წინასწარ რაიმე განზრახვის გარეშე. ასეთია, მაგალითად, ლატარიის გათამაშება და სხვა. **მექანიკური წესის** დროს ჯერ ერთობლიობას რაღაც გარკვეული ნიშნით დაალაგებენ, შემდეგ მექანიკურად ამოიღებენ, ვთქვათ, ყოველ მეათეს (10 %-ნი შერჩევა) ან ყოველ მეოთხეს (25 %-იანი შერჩევა) და ა. შ. ტიპური ანუ რაიონირებადი შერჩევის დროს საქმე გვაქვს არაერთტიპურ ერთობლიობასთან (გენერალურ ერთობლიობასთან). ამიტომ წინასწარ მას არსებითი ნიშნის მიხედვით დაჰყოფენ ერთტიპურ ნაწილებად. შემდეგ თითოეული ტიპური ჯგუფიდან საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესით შეირჩევა გარკვეული ნაწილი და მოხდება მასზე

დაკვირვება.

უფრო მეტი სიზუსტისათვის ზოგჯერ მიმართავენ ალნიშნული წესების კომბინირებულ გამოყენებას. მაგალითად, სერიული შერჩევა შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ტიპურთან ერთად,ტიპური მექანიკურთან და ა.შ. (დაწვრილებით შერჩევის წესები განხილულ იქნება ამ თავის მომდევნო პარაგაფებში).

3. შერჩევითი დაკვირვების მახასიათებლები და მათი გაანგარიშების მათემატიკური საფუძვლები

შერჩევითი დაკვირვების ჩატარება გაივლის შემდეგ ძირითად ეტაპებს: 1. შერჩევითი დაკვირვების მიზნისა და ამოცანების განსაზღვრა; 2. შერჩევითი დაკვირვების პროგრამის შედგენა; 3. სოციალურ-ეკონომიკური ინფორმაციის მოპოვება; 4. მიღებული შედეგების ანალიზი; 5. ძირითადი მახასიათებლების გაანგარიშება; 6. შერჩევის შეცდომების განსაზღვრა; 7. შერჩევითი მახასიათებლების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელება დაშვებულ ცდომილებათა გათვალისწინებით. შერჩევის ძირითადი მახასიათებლების აღსანიშნავად სტატისტიკა გამოიყენებს შემდეგი სახის პირობით აღნიშვნებს:

მახასიათებლების პირობით აღვნიშვნათა სიმბოლოები

ცხრილი №61

მახასიათებლების დასახელება	გენერალური ერთობლიობა	შერჩევითი ერთობლიობა
1.დაკვირვების რიცხვი	N	n
2.შესასწავლი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობა	$\overline{X_*}$	$\bar{X}$
3.შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილი	$P(q = 1 - P)$	$W(1 - W)$
4.დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა	(σ_0^2, σ_0)	σ^2, σ

შერჩევითი დაკვირვების ბოლო ეტაპზე, როგორც ზემოთ დავინახეთ, წარმოებს შერჩევითი ერთობლიობის შესწავლის შედეგების გავრცელება გენერალურ ერთობლიობაზე. კითხვაზე თუ რამდენად გვაქვს ჩვენ ასეთი გავრცელების უფლება, პასუხს იძლევა შერჩევითი და გენერალური მახასიათებლების გაანგარიშების მათემატიკური, აგრეთვე თეორიულ-მეთოდოლოგიური საფუძვლები. მათემატიკური საფუძვლებიდან საჭიროა შევიხსენოთ შემთხვევითი რიცხვის (X) ცნება და მათემატიკური ლოდინი (E).

მათემატიკურ სტატისტიკაში შემთხვევითი სიდიდე (X) განმარტებულია როგორც ცვლადი, რომელსაც სხვადასხვა შემთხვევით გარემოებათა გავლენით შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა რიცხვითი მნიშვნელობანი.

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ასეთი შემთხვევითობანი ძალიან ხშირია და შესაბამისად ფართოდ გამოიყენება შემთხვევითი სიდიდეები და მათზე მოქმედებანი.

შემთხვევითი სიდიდის (X) სრული დახასიათებისათვის საჭიროა გვქონდეს არა მარტო მისი n რაოდენობის სხვადასხვა მნიშვნელობანი ($X_1, X_2, ..., X_n$), არამედ ალბათობანიც ($A_1, A_2, ..., A_n$), რომლის ძალითაც თითოეული სიდიდე ღებულობს მხოლოდ და მხოლოდ მოცემულ მნიშვნელობას. ეს ორი მაჩვენებელი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ცხრილის სახით:

შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ცხრილი

ცხრილი №62

მნიშვნელობა	X_1	X_2	. . . .	X_n
ალბათობა	A_1	A_2	. . . .	A_n

დავუშვათ, რომ ფირმაში მომუშავე 100 მუშიდან 20 იღებს თვეში ხელფასს 80 ლარის ოდენობით, 10–120 ლარის ოდენობით, 15, 150 ლარის, 25, 180 ლარის, ხოლო 30, 200 ლარის ოდენობით. ცხრილის სახით ეს მონაცემები ასე შეიძლება წარმოვადგინოთ:

ფირმის მუშების განაწილება თვიური ხელფასის მიხედვით

ცხრილი № 63

ხელფასი თვეში (ლარი) (X)	80	120	150	180	200
მუშების რიცხვი (f)	20	10	15	25	30
(A) (ალბათობა)	$\frac{20}{200} = 0,2$	0,1	0,15	0,25	0,3

კლასიკური განმარტების მიხედვით მოვლენის დადგომის ალბათობას განსაზღვრავს ამ მოვლენის ხელშემწყობ ხდომილებათა რიცხვის შეფარდება მთლიან ხდომილებათა რიცხვთან. ვინაიდან 80 ლარიანი თვიური ხელფასის მქონე მუშების რიცხვი ფირმის 100 მუშიდან 20-ია, ამიტომ ალბათობა

$A_1 = \frac{20}{100} = 0.2$, ამის მსგავსად: $A_2 = \frac{20}{200} = 0,1.$ $A_3 = \frac{15}{100} = 0,15,$

$A_4 = \frac{25}{100} = 0,25,$ $A_5 = \frac{30}{100} = 0,3.$

როგორც ჩანს ალბათობათა ჯამი ტოლია ერთის:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = \sum_{i=1}^{5} A_i = 1$$

შემთხვევითი სიდიდის **მათემატიკური ლოდინი** (E) ეწოდება ამ შემთხვევითი სიდიდის ყველა შესაძლო მნიშვნელობათა (X_i) მათ ალბათობაზე (A_i) ნამრავლთა ჯამს. ეს ასე ჩაიწერება:

$$E(X) = X_1A_1 + X_2A_2 \ldots\ldots X_nA_n = \sum_{i-1}^{n} X_iA_i \quad (11.1)$$

63- ე ცხრილის მონაცემების მიხედვით გვექნება:

$$E(X) = (80 \times 0.2) + (120 \times 0.1) + (150 \times 0.15) + (180 \times 0.25) + (200 \times 0.3) = 155.5$$

ამ შემთხვევაში ფირმის მუშების თვიური ხელფასის მათემატიკური ლოდინი ასახავს ხელფასის იმ მოცულობას, რომელსაც თითოეული მუშა მიიღებდა თვეში ხელფასის თვიური ფონდის ყველა მუშაზე თანაბარი განაწილების შემთხვევაში.

იგივე შედეგს მივიღებთ თუ ფირმის მუშათა საშუალო თვიური ხელფასის მოცულობას იგივე 63-ე ცხრილის მონაცემებით გავიანგარიშებთ ჩვენთვის უკვე ცნობილი საშუალო შეწონილი არითმეტიკულის გამოყენებით. გვექნება:

$$\overline{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{(80 \times 20) + (120 \times 10)(150 \times 15) + (180 \times 25) + (200 \times 30)}{20 + 10 + 15 + 25 + 30} = 155.5$$

აქედან გამომდინარე შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი სხვა არაფერია თუ არა თვით ამ შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი, ამიტომ "შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკურ ლოდინს ზოგჯერ მის საშუალო მნიშვნელობასაც უწოდებენ".

მათემატიკურ ლოდინს გააჩნია ზოგიერთი თვისება. მათ შორის:

1. მუდმივი რიცხვის მათემატიკური ლოდინი იგივე მუდმივი რიცხვია: $E(a) = a \times 1 = a$; (11.2)

2. მუდმივი მამრავლი (K) შეიძლება გამოვიტანოთ მათემატიკური ლოდინის სიმბოლოს (E) გარეთ: $E(KX) = KEX$ (11.3);

3. ჯამის მათემატიკური ლოდინი უდრის ამ შემთხვევით სიდიდეთა მათემატიკური ლოდინების ჯამს: $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$; (11.4);

4. შემთხვევითი სიდიდეთა სხვაობის მათემატიკური ლოდინი უდრის ამ შემთხვევით სიდიდეთა მათემატიკური ლოდინების სხვაობას: $E(X - y) = E(X) - E(y)$; (11.5);

5. შემთხვევით სიდიდეთა ნამრავლის მათემატიკური ლოდინი უდრის ამ შემთხვევით სიდიდეთა მათემატიკურ ლოდინთა ნამრავლს: $E(XY) = E(X) \times E(Y)$; (11.6)

6. შემთხვევითი სიდიდის მისი მათემატიკური ლოდინისაგან გადახრის მათემატიკური ლოდინი ნულის ტოლია: $E[X - E(X)] = 0$. (11.7);

მათემატიკური ეს თეორემა ჩვენს მიერ დამტკიცებულია საშუალო არითმეტიკულის თვისებებში, რომელიც ასე გამოითქმის: საშუალო არითმეტიკულიდან ვარიანტების მნიშვნელობების გადახრების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია.

შერჩევითი და გენერალური ერთობლიობის მახასიათებლების ურთიერთშედარებისათვის საჭიროა, აგრეთვე, გავიხსენოთ დისპერსიის მათემატიკური ინტერპრეტაცია. მათემატიკურ სტატისტიკაში მიიჩნევენ, რომ მათემატიკური ლოდინი ვერ ახასიათებს შემთხვევითი სიდიდის გადახრებს ანუ განბნევის ხარისხს. ეს კარგად ჩანს ორი სხვადასხვა შემთხვევითი სიდიდის მათემათიკურ ლოდინთა ურთიერთშედარებით, რომლებიც ზოგჯერ ერთმანეთის ტოლია. მაგალითად ორი ფირმის მუშების განაწილებას ხელფასის მიხედვით თუ შევადარებთ ერთმანეთს მხოლოდ მათემატიკური ლოდინით, შესაძლებელია ეს უკანასკნელი ერთნაირი აღმოჩნდეს ორივე ფირმისათვის. მხოლოდ ამ ინდიკატორით თუ ვიმსჯელებთ, მაშინ გამოდის, რომ ანაზღაურების დონე ერთნაირია ორივე ფირმაში, რაც არასაკმარისია მაღალი და დაბალი ანაზღაურების, ანუ საშუალო ხელფასიდან მკვეთრად განსხვავებული ანაზღაურების მქონე მუშების ხვედრითი წილის დასახასიათებლად. ამიტომ სტატისტიკაში იხილავენ საშუალოდან ანუ მათემატიკური ლოდონიდან შემთხვევითი სიდიდის ვარიანტების გადახრის კვადრატების საშუალოს, **რომელსაც დისპერსია და მისგან უშუალოდ გამომდინარე საშუალო კვადრატული გადახრა ეწოდება.** თუ 62-ე ცხრილის მონაცემებში შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობების

$(X_1, X_2, \ldots X_n)$ ნაცვლად ჩავსვამთ თითოეულის მათი მათემატიკური ლოდონიდან გადახრების კვადრატებს, გვექნება:

ცხრილი №64

შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობანი	$[X_1 - E(X)]^2$	$[X_2 - E(X)]^2$	. . . . .	$[Xn - E(X_n)]^2$
ალბათობა	A_1	A_2	. . . . .	An

ასეთი სხვაობის კვადრატის გარეშე განხილვა არ შეიძლება, ვინაიდან,როგორც ვიცით, მათემატიკური ლოდინის 6-ე თვისების თანახმად ის ნულს უდრის.

მივიღეთ ახალი შემთხვევითი სიდიდის $[X_i - E(X)]^2$ იგივე განაწილების ცხრილი, როგორიც გვქონდა 62-ე ცხრილში. თუ ამ ახალი შმთხვევითი სიდიდის მათემატიკურ ლოდინს განვიხილავთ, გვექნება

$$E[X - E(X)]^2 = [X_1 - E(X)]^2 A_1 + [X_2 - E(X)]^2 A_2 + \ldots + [X_n - E(X)]^2 A_n = \Sigma[Xi - E(X)]^2 A_i \quad (11.8)$$

ამ გამოსახულებას ეწოდება დისპერსია, რომელსაც მათემატიკაში $D(X)$**–ით აღნიშნავენ, ხოლო სტატისტიკაში** $-\sigma^2$**–ით.** მაშასადამე მათემატიკურად **დისპერსია** ეწოდება შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინიდან გადახრების კვადრატის მათემატიკურ ლოდინს და ჩაიწერება ასეთნაირად:

$$D(X) = E[X - E(X)]^2 \qquad (11.9).$$

თუ 63-ე ცხრილის მონაცემებს გამოვიყენებთ, რომელთა მიხედვით $E(X)=155,5$ ლარს, გვექნება:

$$D(X) = (80-155.5)^2 0.2 + (120-155.5)^2 0.1 + (150-155.5)^2 0.15 +$$
$$+ (180-155.5)^2 0.25 + (200-155.5)^2 0.3 = 1890 \quad \text{ლარი.}$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ ფირმის მუშების ხელფასთა შორის სხვაობა ძალიან მაღალია და ხასიათდება განბნევის დიდი ხარისხით. დისპერსიიდან ამოღებული კვადრატული ხარისხის

ფესვი შეადგენს საშუალო კვადრატულ გადახრას (σ):

$$(\sigma)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{1890}=43{,}4 \quad \text{ლარი.}$$

ე. ი. გადახრის ანუ ინდივიდუალური ხელფასების საშუალოდან ანუ მათემატიკური ლოდინიდან დაშორების საშუალო მაჩვენებელი ფირმაში 43,4 ლარია თვეში, რაც საკმაოდ მაღალია და საშუალო ხელფასის მიმართ ვარიაციის კოეფიციენტის სახით შეადგენს $V=\frac{\sigma\times 100}{\overline{X}}=28\%$ -ს

ეს კი ხელფასების განაწილების ხარისხობრივი მაჩვენებელია და გვიჩვენებს მუშების ხელფასებს შორის განსხვავების მაღალ დონეს.

შერჩევითი მახასიათებლების ურთიერთთანაფარდობის გარკვევისათვის საჭიროა გავიხსენოთ დისპერსიების ზოგიერთი თვისება[1]. მათ შორის:

1. მუდმივი სიდიდის (α) დისპერსია ნულს უდრის:

$$D(a)=(a-a)^2\times 1=0 \qquad (11.10);$$

2. მუდმივი თანამამრავლი (K) შეიძლება გამოვიტანოთ დისპერსიის ნიშნის გარეთ მხოლოდ კვადრატში აყვანილი:

$$D(KX)=K^2D(X) \qquad (11.11);$$

3. შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია უდრის ამ შემთხვევითი სიდიდის კვადრატის მათემატიკურ ლოდინს გამოკლებული მათემატიკური ლოდინის კვადრატი:

$$D(X)=E(X)^2-E^2(X) \qquad (11.12);$$

ამის მსგავსი ფორმულა ჩვენთვის უკვე ცნობილია ვარიაციის შაჩვენებლიდან $\sigma^2=\overline{X^2}-\left(\overline{X}\right)^2$;

4. ურთიერთდამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეთა (X,Y)

---

[1] თვისებათა დამტკიცება იხ. მათემატიკურ სტატისტიკაში, კერძოდ А. И. Карасев, основы математической статистики, Росвузиздат, 1962, gv. 35-42

ჯამის დისპერსია უდრის შესაკრებთა დისპერსიების ჯამს.

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y) \qquad (11.13).$$

აქედან გამომდინარეობს შედეგი იმის შესახებ, რომ ასეთი შემთხვევითი სიდიდეების სხვაობის დისპერსია უდრის იგივე ამ შემთხვევით სიდიდეთა დისპრსიების ჯამს:

$$D(X-Y)=D(X)+D(Y) \qquad (11.14)$$

დამტკიცება ადვილია თუ $X-Y$ გამოსახულებას წარმოვადგენთ $X+(-1)Y$ გამოსახულების სახით. გვექნება:

$$D(X-Y)=D(X)+D(-1)Y;$$

თუ გამოვიყენებთ მე-2 თვისებას და -1-ს, როგორც მუდმივ თანამამრავლს გამოვიტანთ დისპერსიის გარეთ კვადრატში აყვანილს, გვექნება:

$$D(X-Y)=D(X)+(-1)^2 DY = D(X)+D(Y)^{1}.$$

როგორია შერჩევითი და გენერალური ერთობლიობის მახასიათებლების (საშუალო არითმეტიკული, წილობრივი ხვედრითი წილი, დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა) ურთიერთრაოდნობრივი თანაფარდობანი? შეგვიძლია თუ არა შერჩევითი მახასიათებლები გავავრცელოთ გენერალურზე ან კიდევ პირიქით, შესაბამის სტატისტიკურ ფორმულებში გენერალური მახასიათებლები შევცვალოთ შერჩევითი მახასიათებლებით? ამის უფლებას იძლევა მათემატიკურ სტატისტიკაში დამტკიცებული თეორემები იმის

---

[1]მათემატიკურ სტატისტიკაში შედარებით რთული ინტეგრალური აღრიცხვის ელემენტების გამოყენებით მტკიცდება, აგრეთვე, თეორემები უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინისა და დისპერსიების გაანგარიშების შესახებ. ჩვენ საშუალო არითმეტიკულის გაანგარიშება ინტერვალური ვარიაციული მწკრივებისათვის ვაჩვენეთ უწყვეტი ვარიაციული მწკრივების წყვეტილი ანუ დისკრეტიულ ვარიაციულ მწკრივებზე დაყვანის გზით. მსგავსი უმარტივესი მეთოდებით ეკონომიკაში ყოველთვის შეიძლება ავიცილოთ თავიდან რთული მათემატიკური გაანგარიშებანი, რის გამო არასაჭიროების გამო აქ არ მოგვაქვს რთული მათემატიკური გაანგარიშებანი.

შესახებ, რომ "....საკუთრივ-შემთხვევითი შერჩევის შერჩევითი საშუალო ($\overline{X}$) წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს, რომლის მათემატიკური ლოდინია გენერალური საშუალო $\overline{X}_0$, ხოლო დისპერსია უდრის $\frac{\sigma_0^2}{n}$, სადაც σ_0^2 –გენერალური დისპერსიაა და n შერჩევის მოცულობა"[1], ".... განუმეორებელი შერჩევის საშუალოს მათემატიკური ლოდინი ასევე გენერალური საშუალოს ტოლია"[2], ხოლო "განუმეორებელი შერჩევის საკუთრივ-შემთხვევითი შერჩევითი საშუალოს დისპერსია $\sigma_{\bar{x}}^2$ უდრის

$$\frac{\sigma_0^2}{n}\frac{N-n}{N-1} \qquad (11.15),$$

სადაც σ_0^2 –გენერალური დისპერსიაა;

N –გენერალური ერთობლიობის მოცულობა;

n –შერჩევის რიცხვი"[3].

(11.15) ფორმულის გამარტივება შეიძლება თუ გავითვალისწინებთ, რომ დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში ფორმულის მნიშვნელში N–ის შემცირება 1-ით შეიძლება უგულვებელვყოთ და ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right) \qquad (11.16).$$

მათემატიკურ სტატისტიკაში თანაფარდობას შერჩევით და გენერალურ დისპერსიათა შორის ასეთი თეორემით გამოსახავენ:

„საკუთრივ შემთხვევითი განმეორებითი შერჩევის შერჩევითი დისპერსიის მათემატიკური ლოდინი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობის განსაზღვრისას უდრის $\frac{n-1}{n}\sigma_0^2$, ხოლო

---

[1] А. И. Карасев, основы математической статистики, Росвузиздат, 1962, გვ. 174

[2] იქვე, გვ.189

[3] იქვე, გვ.189

ხვედრითი წილის პოვნის შემთხვევაში $\frac{n-1}{n}pq$,, სადაც n შერჩევის მოცულობაა, σ_0^2 – გენერალური დისპერსია, p – გენერალური ხვედრითი წილი და $q=1-p$ "[1]

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა: შერჩევითი დისპერსია $\sigma^2=\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{n}$ ჯერ წარმოვადგინოთ გაშლილი ფორმით:

$$\sigma^2=\frac{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+.....+(X_n-\overline{X})^2}{n}=$$

$$=\frac{1}{n}\left[(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+.....(X_n-\overline{X})^2\right] \qquad (11.17).$$

საჭიროა ვიპოვოთ ამ გამოსახულების მათემატიკური ლოდინი. ამისათვის ჯერ რომელიმე შესაკრების, ვთქვათ პირველის მათემატიკური ლოდინი ვიპოვოთ და რადგან ასეთი შესაკრები სულ n რაოდენობისაა, ამიტომ მთლიანად დისპერსიის მათემატიკური ლოდინი იქნება:

$$E(\sigma^2)=\frac{1}{n}\times nE(X_1-\overline{X})^2 \qquad (11.18).$$

$$E(X_1-\overline{X})^2=E\left[X_1^2-2X_1\overline{X}+(\overline{X})^2\right] \qquad (11.19).$$

ვინაიდან $\overline{X}=\frac{X_1+X_2+.....X_n}{n}$, ამიტომ (11.19) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$E(X_1-\overline{X})^2=E\left[X_1^2-\frac{2}{n}X_1^2-\frac{2}{n}(X_1X_2+X_1X_3+....+X_1X_n)+(\overline{X})^2\right] \qquad (11.20).$$

[1]А. И. Карасев, основы математической статистики, Росвузиздат, 1962, gv.198-199

ვინაიდან შემთხვევით სიდიდეთა ჯამის მათემატიკური ლოდინი შესაკრებთა მათემატიკური ლოდინების ჯამის ტოლია, გვექნება:

$$E\left(X_1-\overline{X}\right)^2 = E(X_1)^2 - \frac{2}{n}E(X_1)^2 - \frac{2}{n}E(X_1X_2+X_1X_3+\ldots+X_1X_n)+E\left(\overline{X}\right)^2$$

(11.21)

განვიხილოთ (12.21) ტოლობის მარჯვენა ნაწილი წევრ-წევრად. დისპერსიების მე-3 თეორემის ძალით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$E(X_1)^2 = D(X_1)+E^2(X_1)=\sigma_0^2+\left(\overline{X_0}\right)^2;$$

$$E\left(\overline{X}^2\right)=D\left(\overline{X}\right)+E^2\left(\overline{X}\right)=\frac{\sigma_0^2}{n}+\left(\overline{X_0}\right)^2.$$

(ვინაიდან შერჩევითი საშუალოს დისპერსია განმეორებითი შერჩევისას $\frac{\sigma_0^2}{n}$–ის, ხოლო X_1 - ის მათემატიკური ლოდინი გენერალური საშუალოს $\left(\overline{X}_0\right)$ ტოლია)[1].

მათემატიკური ლოდინის მე-5 თვისების ძალით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$E(X_1X_i)=E(X_1)\times E(X_i)=\overline{X}_0\times\overline{X}_0=\left(\overline{X_0}\right)^2.$$

ეს მაჩვენებელი (11.21) ტოლობის მარჯვენა მხარეს ჯამის სახით $(n-1)$ ჯერ მეორდება. ამიტომ (12.21) ტოლობა

---

[1] აქვე შევნიშნავთ, რომ შემთხვევითი სიდიდეები $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ამ შემთხვევაში შერჩევის ჩატარებისას თავისთავად ცალკეული ცდის დროს დადგენილი საშუალებია, რომელთა დისპერსია, როგორც მათემატიკურ სტატისტიკაშია დამტკიცებული n-ჯერ ნაკლებია გენერალურ დისპერსიაზე, ხოლო მათემატიკური ლოდინი გენერალური საშუალოა $\left(\overline{x}_0\right)$ (ამის ნათელი დადასტურება იქნება შემდგომში მოტანილი პრაქტიკული მაგალითი).

შეგვიძლია ასე წარმოვიდგინოთ:

$$E\left(X_1-\overline{X}\right)^2=\sigma_0^2+\left(\overline{X}_0\right)^2-\frac{2}{n}\left[\sigma_0^2+\left(\overline{X}_0\right)^2\right]-\frac{2(n-1)}{n}\left(\overline{X}_0\right)^2+\frac{\sigma_0^2}{n}+\left(\overline{X}_0\right)^2, \tag{11.22}$$

$$E\left(X_1-\overline{X}\right)^2=\frac{n-1}{n}\sigma_0^2 \tag{11.23}.$$

თუ მიღებულ $\frac{n-1}{n}\sigma_0^2$ მნიშვნელობას ჩავსვავთ (11.18) ტოლობაში, გვექნება:

$$E\left(\sigma^2\right)=\frac{1}{n}\times n\frac{n-1}{n}\sigma_0^2=\frac{n-1}{n}\sigma_0^2 \tag{11.24}.$$

ამის მსგავსად მტკიცდება, რომ შერჩევითი დისპერსიის მათემატიკური ლოდინი განუმეორებელი საკუთრივ-შემთხვევითი შერჩევისათვის გამოისახება შემდეგი თანაფარდობით:

$$E\left(\sigma^2\right)=\frac{n-1}{n}\times\frac{N}{N-1}\sigma_0^2 \tag{11.25}.$$

შერჩევის საკმარისი, მით უმეტეს დიდი რიცხვის პირობებში (11.24) და (11.25) ფორმულებში კოეფიციენტები $\frac{n-1}{n}$ და $\frac{N}{N-1}$ ძალიან მცირედით განსხვავდებიან ერთისაგან. ამიტომ მათი გავლენა შეიძლება უგულებელვყოთ და ვთქვათ, რომ შერჩევითი დისპერსიის მათემატიკური ლოდინი როგორც განმეორებითი ისე განუმეორებელი საკუთრივ-შემთხვევითი შერჩევისათვის არის გენერალური დისპერსია.

გენერალურ და შერჩევით დისპერსიებს შორის (12.24) და (12.25) ფორმულებით ნაჩვენები თანაფარდობანი უფრო მარტივად დისპერსიების შეკრების კანონით ძალითაც

შეიძლება ვაჩვენოთ. ამ შემთხვევაში გენერალური დისპერსია, რომელიც ინდივიდუალურ მნიშვნელობებსა და გენერალურ საშუალოს შორის გადახრებს $(X-\overline{X}_0)$ ზომავს, შეიძლება წარმოვიდგინოთ ორი დისპერსიის ჯამის სახით. აქედან ერთი დისპერსია ზომავს ცალკეული ინდივიდუალური მნიშვნელობების გადახრებს შერჩევითი საშუალოსაგან $(X-\widetilde{X})$, ხოლო მეორე-შერჩევითი საშუალოს გადახრებს გენერალური საშუალოსაგან $\left(\widetilde{X}-\overline{X}_0\right)$.

მათემატიკური ლოდინის სახით ეს ჯამი ასე წარმოგვიდგება:

$$E\left(X-\overline{X}_0\right)^2=E\left(X-\widetilde{X}\right)^2+E\left(\widetilde{X}-\overline{X}_0\right)^2$$

$E\left(X-\overline{X}_0\right)^2-$ გენერალური დისპერსიაა $\left(\sigma_0^2\right)$,

$E\left(X-\widetilde{X}\right)^2$ – შერჩევითი დისპერსია σ^2,

$E\left(\widetilde{X}-\overline{X}_0\right)$ – შერჩევითი საშუალოს დისპერსია, რომელიც n -ჯერ ნაკლებია გენერალურ დისპერსიაზე (σ_0^2).

გვექნება:

$$\sigma_0^2=\sigma^2+\frac{\sigma_0^2}{n},$$

აქედან

$$\sigma^2=\sigma_0^2-\frac{\sigma_0^2}{n}=\frac{n-1}{n}\sigma_0^2. \qquad (11.26)$$

რაც გვინდოდა დაგვემტკიცებინა.

დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში კოეფიციენტი $\frac{n-1}{n}\simeq 1$ -ს, ამიტომ შეიძლება დავწეროთ: $\sigma^2=\sigma_0^2$.

შერჩევითი და გენერალური მახასიათებლების ურთი-

ერთშედარებისათვის მოვიტანოთ პირობითი კონკრეტული მაგალითი.

სიმარტივისათვის მოვიტანოთ მონაცემები ფირმის ოთხი მუშის თვიური ხელფასის შესახებ.

შერჩევითი და გენერალური მახასიათებლების საანგარიშო მონაცემები

ცხრილი №65

მუშების ნომრები	თვიური ხელფასი (ლარი)	შერჩევითი ერთეულების ნომრები	შერჩევითი საშუალო (ლარი) $\bar{x}_i$	შერჩევითი ერთეულების ნომრები	შერჩევითი საშუალო (ლარი) $\bar{x}_i$	შერჩევითი ერთეულების ნომრები	შერჩევითი საშუალო (ლარი) $\bar{x}_i$	შერჩევითი ერთეულების ნომრები	შერჩევითი საშუალო $\bar{x}_i$
1	80	1და1	80	2და1	90	3და1	90	4და 1	100
2	100	1და2	90	2და2	100	3და2	100	4და2	110
3	100	1და3	90	2და3	100	3და3	100	4და3	110
4	120	1და4	100	2და4	110	3და4	110	4და4	120

გენერალური ერთობლიობიდან (ფირმის მუშები), რომელთა რიცხვი შეადგენს 4-ს, $N=4$) განმეორებითი საკუთრივ-შერჩევითი წესით თითოეულ ცდაზე ამოიღება ორი მუშის ნომერი, $n=2$). შერჩეულ ერთეულთა ნომრები ასახავს ყოველგვარ ვარიანტს, რომელიც კი შესაძლებელია გვქონდეს შემთხვევითი შერჩევის პირობებში. თითოეული ცდის ანუ ამოღებული ვარიანტის ნომრების ხელფასების საფუძველზე დგინდება საშუალო ხელფასი, რომელსაც ეწოდება შერჩევითი საშუალო. მაგალითად, 1 და1 ნომრებით საშუალო ხელფასა იქნება $\frac{80+80}{2}=80$ ლარი, 1 და 4 – $\frac{80+120}{2}=100$ ლარი და ა.შ.

გენერალური საშუალო ანუ საშუალო თვიური ხელფასი გენერალურ ერთობლიობაში შეადგენს:

$$\overline{X}_0=\frac{\Sigma X}{N}=\frac{80+100+100+120}{4}=100 \quad \text{ლარს;}$$

გენერალური დისპერსია:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum(X - \overline{X}_0)^2}{N} = \frac{(80-100)^2 + (100-100)^2}{4}$$

$$+ \frac{(100-100)^2 + (120-100)^2}{4} = 200$$ ლარი.

შევადგინოთ შერჩევითი საშუალოს განაწილების ცხრილი.

ცხრილი №66

i	საშუალო ხელფასი შერჩევით ერთეულებში (ლარი) $\overline{X}_i$	შერჩევითი საშუალოს გადახრა გენერალური საშუალოდან $(\overline{X}_i - \overline{X}_0)$	$(\overline{X}_i - \overline{X}_0)^2$	შერჩევითი საშუალოს სიხშირე f_i	შერჩევითი საშუალოს ალბათობა A_i
1	2	3	3	4	5
1	80	-20	400	1	0,0625
2	90	-10	100	4	0,2500
3	100	0	0	6	0,3750
4	110	+10	100	4	0,2500
5	120	+20	400	1	0,0625
ჯამი:			1000	16	1 000

როგორც ცხრილიდან ჩანს, შერჩევითი საშუალოს ყველაზე დიდი გადახრის (აბსოლუტური მნიშვნელობით, 20 ლარი.) დადგომის ალბათობა ყველაზე მცირეა, ხოლო ნულოვანი გადახრა ყველაზე დიდი ალბათობით გამოირჩევა. ეს იმას ნიშნავს, რომ არსებობს რაღაცა ზღვარი, რომლისკენაც შეიისწრაფვის ეს გადახრები. შერჩევითი საშუალოს მათემატიკური ლოდინი:

$$E(\widetilde{X}) = (80 \times 0.0625) + (90 \times 0.2500) + (100 \times 0.3750) +$$

$$+ (110 \times 0.2500) + (120 \times 0.625) = 100$$ ლარი.

ემთხვევა გენერალურ საშუალოს $(\overline{X}_0)$, რაც ერთხელ კიდევ ადასტურებს იმას, რომ შერჩევითი საშუალოს მათემატიკური ლოდინი გენერალური საშუალოა. 66-ე ცხრილის მონაცემებით გავიანგარიშოთ შერჩევითი საშუალოს $(\widetilde{X})$ დისპერსია ანუ გენერალური საშუალოდან გადახრების კვადრატების მათემატიკური ლოდინი (საშუალო არითმეტიკული). გვექნება:

$$E(\tilde{X} - \overline{X}0)^2 = E\left[(\tilde{X}_1 - \overline{X}0)^2 + (\tilde{X}_2 - \overline{X}0)^2 + \ldots\ldots + (\tilde{X}_n - \overline{X}0)^2\right] =$$

$$= E(\tilde{X}_1 - \overline{X}0^2) + E(\tilde{X}_2 - \overline{X}0)^2 \ldots\ldots + E(\tilde{X}_n - \overline{X}0)^2 =$$

$$(\tilde{X}_1 - \overline{X}0)^2 A_1 + (\tilde{X}_2 - \overline{X}0)^2 A_2 + \ldots\ldots + (X_n - \overline{X}0)^2 A_n =$$

$$= 400 \times 0{,}0625 + 100 \times \sigma{,}2500 + 0 + 100 \times 0{,}2500 +$$

$$+ 400 \times 0{,}0625 = 25 + 25 + 0 + 25 + 25 = 100$$

მაშასადამე, შერჩევითი საშუალოს დისპერსია შეადგენს 100 ლარს, რაც 2-ჯერ ანუ n-ჯერ (შერჩევითი დაკვირვების რიცხვი) ნაკლებია გენერალურ დისპერსიაზე (200 ლარი). ეს კიდევ ერთხელ ადასტურებს თეორემას იმას შესახებ, რომ შერჩევითი საშუალოს $(\tilde{X})$ დისპერსია n-ჯერ ნაკლებია გენერალურ დისპერსიაზე.

თუ შერჩევითი საშუალოს დისპერსიიდან ამოვიღებთ კვადრატულ ფესვს მივიღებთ საშუალო კვადრატულ გადახრას, რომელსაც სტატისტიკაში შერჩევის საშუალო შეცდომას უწოდებენ და აღინიშნება μ (მიუ) სიმბოლოთი.

მაშასადამე შერჩევის საშუალო შეცდომა (μ) **ეწოდება შერჩევითი საშუალოს გენერალური საშუალოსაგან საშუალო კვადრატულ გადახრას** და გამოითვლება ფორმულით:

$$\mu = \sqrt{E(\tilde{X} - \overline{X}_0)^2} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}} \qquad (11.27)$$

როგორც წინა მასალაში ვაჩვენეთ შერჩევითი დისპერსიის (σ^2) მათემატიკური ლოდინი განერალური დისპერსიაა (σ_0^2). ვინაიდან ჩვენთვის წინასწარ უცნობია გენერალური დისპერსია, ამიტომ გაანგარიშებებში ის ყველგან შეცვლილია შერჩევითი დისპერსიით. მაშასადამე საბოლოოდ **შერჩევის საშუალო** შეცდომა მიიღებს სახეს:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \qquad (11.28)$$

4. შერჩევითი დაკვირვების თეორიულ–მეთოდოლოგიური საფუძვლები

შერჩევითი დაკვირვება როგორც ზემოთ დავინახეთ გულისხმობს მთლიანი ერთობლიობიდან (გენერალური ერთობლიობა) გარკვეული ნაწილის (შერჩევითი ერთობლიობა) შერჩევას და ამ უკანასკნელის შესწავლის შედეგად მიღებული მახასიათებლების მთლიან ერთობლიობაზე გავრცელებას. აქ ისმის ბუნებრივი კითხვა. რამდენად ვართ ჩვენ უფლებამოსილნი გარკვეული ნაწილის მიხედვით ვიმსჯელოთ მთლიან ერთობლიობაზე? ამ კითხვაზე პასუხს იძლევა მეცნიერების **თეორიული** (ეკონომიკური თეორია, მათემატიკური სტატისტიკა და სხვა) და **მეთოდოლოგიური** (ფილოსოფია, კერძოდ დიალექტიკა) საფუძვლები. **ეკონომიკური თეორია** სტატისტიკას აძლევს საზოგადოებრივ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ცნებებს, განმარტებებს, ფუნდამენტალურ მასალას თეორიული მხარეების შესახებ. სტატისტიკა იყენებს მას საერთოდ და კერძოდ შერჩევითი დაკვირვების შემთხვევაშიაც. ამ საფუძველზე სტატისტიკა არკვევს ხომ არ იცვლება შერჩევითი დაკვირვების გამოყენებისას შესასწავლი ერთობლიობის თვისებრიობა და შემდეგ ავრცელებს შესწავლის შედეგებს გენერალურ ერთობლიობაზე.

იგივე ფილოსოფიური მეცნიერება გვასწავლის, ხომ არაა დაპირისპირებულნი ერთმანეთთან შერჩეული ერთობლიობის მახასიათებლები (როგორც შემთხვევითობანი) გენერალური ერთობლიობის შესაბამის მაჩვენებლებთან (როგორც აუცილებლობასთან). აქ ფილოსოფიის მიხედვით დამტკიცებულია, რომ შემთხვევითობა და აუცილებლობა ურთიერთდაპირისპირებულნი კი არ არიან, არამედ იმყოფებიან დიალექტიკურ კავშირურთიერთობაში. ის რაც მტკიცდება აუცილებლობად, მიუთითებდა ფ. ენგელსი,- შედგება ნაწილი შემთხვევითობებისაგან და ის რაც ითვლება შემთხვევითობად წარმოადგენს ფორმას, რომელშიაც იმალება აუცილებლობა

შერჩევითი მეთოდის გამოყენებას საფუძვლად უდევს, აგრეთვე დიდ რიცხვთა კანონის თეორიულ-მათემატიკური აპარატი. დიდ რიცხვთა კანონის ეკონომიკური შინაარსი იმაში მდგომარეობს, რომ დაკვირვების მცირე რიცხვი ზოგჯერ არ იძლევა ეკონომიკურ-სტატისტიკური კანონზომიერებების გამოვლენის საშუალებას. ამიტომ დიდ რიცხვთა კანონი იმაზე მიანიშნებს, რომ საჭიროა შერჩევითი ერთობლიობის საკმარისი რიცხვის აღება. რაც უფრო დიდია ეს რიცხვი მით უფრო უახლოვდება შერჩეული ერთობლიობის მახასიათებლები გენერალური ერთობლიობის მახასიათებლებს და ნაკლებია დაშვებული შეცდომის სიდიდე. მსოფლიო სტატისტიკურ მეცნიერებას გააჩნია მათემატიკოსებისა და ეკონომისტ—სტატისტიკოსების ღირსეული წარმომადგენლები, რომელთა მეცნიერული, თეორიული ნაშრომები საფუძვლად უდევს სოციალურ-ეკონომიკურ გამოკვლევებში შერჩევითი მეთოდის გამოყენებას. მათ შორისაა **ი. ბერნულის, პ. ჩებიშევის, ა. ლიაპუნივის,ა. მარკოვის, ს. პუასონის, პ. ლაპლასის, ა. ჩუპროვის, ე. ნეიმანის და სხვათა შრომები.**

ი. ბერნულის (1654-1705) თეორემა დიდ რიცხვთა კანონის შესახებ, გამოქვეყნდა 1713 წელს, რომელმაც საფუძველი ჩაუყარა ეკონომიკურ გამოკვლევებში დიდ რიცხვთა კანონის გამოყენებას.

ი. ბერნულმა დაამტკიცა, რომ ერთთან ძალზე ახლომდგომი ალბათობისათვის (A), შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილი შერჩევით ერთობლიობაში (w), შერჩევის საკმარისად დიდი რიცხვის პირობებში, ძალზედ მცირედით განსხვავდება იმავე ნიშნის გენერალურ ერთობლიობაში ხვედრითი წილისაგან (p) . მათემატიკრად ეს ასე ჩაიწერება:

$$A\left[\left|w-p\right| \le t\mu\right] \to 1 \qquad (11.29),$$
$$n \to \infty$$

სადაც, t - სტიუდენტის კრიტერიუმი ანუ ნდობის ინტერვალია;

μ -შერჩევის საშუალო შეცდომა.

შერჩევითი დაკვირვების თეორიასა და პრაქტიკაში ძალიან ფართოდ გამოიყენება სტიუდენტის კრიტერიუმი ანუ ნდობის ინტერვალი t. ამ მაჩვენებელს სტატისტიკაში ჩვეულებრივად ნორმირებულ გადახრას უწოდებენ და გაიანგარიაშება ფორმულით: $t = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$ (სადაც X -ვარიანტის მნიშვნელობაა ვარიაციულ მწკრივში, $\overline{X}$ -საშუალო არითმეტიკული, σ - საშუალო კვადრატული გადახრა). 1908 წელს ინგლისელმა მათემატიკოსმა **ვ. გოსეტმა** (რომელიც შრომებს აქვეყნებდა სტიუდენტის ფსევდონიმით) გახსნა მცირე შერჩევისათვის (როცა $n < 30$) ნორმირებული გადახრისა და მისი შესაბამისი ალბათობებისათვის განაწილების კანონი. . ნორმირებული გადახრა (t) ამ შემთხვევაში სტიუდენტმა გაიანგარიშა ფორმულით: $t = \frac{\widetilde{X} - \overline{X}_0}{\mu}$ (სადაც $\widetilde{X}$ - შერჩევითი საშუალო, $\overline{X}_0$ -გენერალური საშუალო, μ შეჩევის საშუალო შეცდომა). ამიტომ შერჩევის თეორიაში t-ს უწოდებენ სტიუდენტის კრიტერიუმს, $t\mu$-ს კი — საზღვრით შეცდომას. ის გარკვეული ალბათობით გვიჩვენებს რა საზღვრებში იმოძრავებს შერჩევის საშუალო შეცდომა μ.

მაგალითი: ვთქვათ ფირმის მიერ გამოშვებული კვების შესაბამისი სახის პროდუქციის ხარისხის შემოწმებისას აღმოჩნდა, რომ 150 ერთეულიდან წუნდებულია 54,9%. საჭიროა 0,954 ალბათობით განისაზღვროს საზღვრითი შეცდომა $t\mu = \Delta$ (დელტა). ამოცანის მონაცემებიდან ჩანს,რომ $w = 0.549$, $p = 1 - W = 1 - 0,549$. შერჩევის რიცხვი $n = 150$ ერთეულს. სტიუდენტის კრიტერიუმი მოცემული ალბათობისათვის (0,954) შეადგენს 2-ს (იხ. დანართი 2).

საზღვრითი შეცდომა შეადგენს:

$$\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{pq}{n}} = 2\sqrt{\frac{0,549(1-0,549)}{150}} = 2 \times 0,0406 = 0,0812$$ ეი. 8,1%.

მაშასადამე, 0,954 ალბათობით შეიძლება ვამტკიცოთ,რომ ფირმაში კვების პროდუქტების მოცემული სახეობის მიხედვით წუნის საზღვრითი შეცდომა არ გადააჭარბებს 8,1 %-ს.

შეიძლება ამოვხსნათ შებრუნებული ამოცანა:

მოცემულია შერჩევის საზღვრითი შეცდომა და გვინდა გავიგოთ რა ალბათობით იქნება ასეთი შეცდომა გარანტირებული. ამისათვის ჯერ უნდა გავიგოთ t-ს მნიშვნელობა $\left(t=\frac{\Delta}{\mu}\right)$. ჩვენს მაგალითზე $t=\frac{0,0812}{0,0406}=2$ და შემდეგ იგივე ცხრილით $t=2,0$ მნიშვნელობისათვის ვიპოვით 0,9545 ალბათობას. დიდ რიცხვთა კანონის შემდგომ დამუშავებასა და გამოყენებაში დიდი წვლილი შეიტანეს რუსმა მათემატიკოსებმა **პ.ლ. შებიშევმა და ა.მ. ლიაპუნოვმა, აგრეთვე სტატისტიკოსებმა ა.ა. ჩუპროვმა, ა.გ. კოვალენსკიმ, ა.ი. ბოიარსკიმ და ბ.ს. იასტრემსკიმ.**

ა. ლ. ჩებიშევის თეორემა შერჩევითი მეთოდის მიმართ ასე შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ: **ერთთან ძალზედ ახლომდგომი ალბათობით,** შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ საკმარისად დიდი მოცულობის შერჩევის, აგრეთვე გენერალური ერთობლიობის შეზღუდული დისპერსიის პირობებში, განსხვავება შერჩევითი და გენერალური ერთობლიობის საშუალოთა შორის ძალიან მცირეა. მათემატიკურად ეს თეორემა ასე ჩაიწერება:

$$A\left[\left(\tilde{X}-\overline{X}_0\right)\le\Delta\right]\to 1, n\to\infty \qquad (11.30),$$

სადაც, A – ალბათობა;

$\tilde{X}$ – შერჩევითი ერთობლიობის საშუალო;

$\overline{X}_0$ – გენერალური საშუალო;

n – შერჩევის რიცხვი.

ა. მ. ლიაპუნოვმა დაამტკიცა,რომ გენერალური ერთობლიობის ნებისმიერი განაწილების პირობებშიაც კი შერჩევის მოცულობის გადიდების შესაბამისად შერჩევითი საშუალოსა ($\tilde{X}$) და მასთან დაკავშირებული საზღვრითი

შეცდომის (Δ) დადგომის ალბათობათა განაწილება ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს. ეს განაწილება როგორც t–ფუნქცია აღიწერება **პ. ლაპლასის (1749–1827) ალბათობათა ინტეგრალის დახმარებით:**

$$F(t)=\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}\int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \qquad (11.31).$$

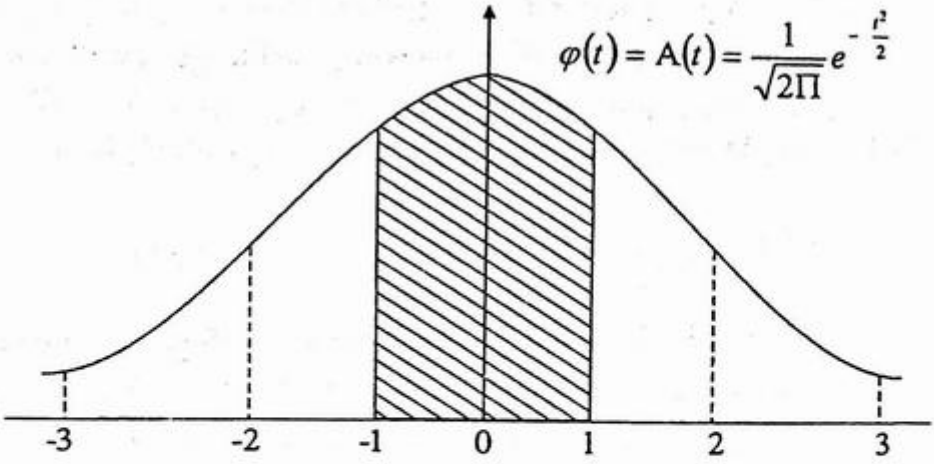
პ. ლაპლასის ალბათობათა ინტეგრალის მნიშვნელობანი t–ს შესაბამისად გაანგარიშებული და მოტანილია სპეციალურ ცხრილებში (იხ. დანართი 2).

$F(t)$ ფუნქციის ინტეგრალქვეშა გამოსახულებას $\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$ სტატისტიკაში უწოდებენ **განაწილების სიმკვრივეს ნუ სიმჭიდროვეს,** რომელიც წარმოადგენს t-ს მნიშვნელობათა შესაბამისად შერჩევითი საშუალოს ($\tilde{X}$) და მასთან დაკავშირებული საზღვრითი შეცდომის ალბათობათა განაწილების განსაზღვრის საფუძველს. მას გამოსახავენ შემდეგი სახის განტოლებით:

$$\varphi(t)=A(t)=\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}\ell^{-\frac{t^2}{2}} \qquad (11.32).$$

ამ ფუნქციის ალბათობანიც t-ს მნიშვნელობათა შესაბამისად გაანგარიშებული და მოცემულია სპეციალურ ცხრილებში (იხ. დანართი 1)

$\varphi(t)$ ფუნქციის მიხედვით ავაგოთ ნორმალური განაწილების მრუდის გრაფიკი (ნახ. 27) და ვაჩვენოთ ნახაზზე შერჩევითი საშუალოს ($\tilde{X}$) გენერალური საშუალოდან ($\overline{X}_0$) t – ჯერადი გადახრის ალბათობანი.



ნახ. 27. ნორმალური განაწილების მრუდი

მთლიანი ფართობი, რომელიც მოთავსებულია ნორმალური განაწილების მრუდსა და აბცისთა ღერძს შორის შეესაბამება გენერალური საშუალოდან $\left(\overline{X}_0\right)$ შერჩევითი საშუალოს $\left(\widetilde{X}\right)$ ყველა შესაძლო გადახრის ალბათობათა ჯამს (ალბათობათა ჯამი, როგორც 63-ე ცხრილიდან კარგად ჩანს, ერთის უდრის). გენერალური საშუალოდან შერჩევითი საშუალოს გადახრა ანალიტიკურად ასე გამოისახება:

$$\overline{X}_0 - \widetilde{X} = \pm\Delta = \pm t\sigma \cdot$$

სპეციალური ცხრილდან (იხ. დანართი 2) ჩანს, რომ როცა $t = 1$, შესაბამისი ალბათობა შეადგენს 0,683 –ს, როცა $t = 2$-ს – 0,954, ხოლო როცა $t = 3$-ს – 0,997-ს.

პირველ შემთხვევაში 68,3%-ით შეიძლება გარანტია ვიქონიოთ იმისა, რომ გენერალური საშუალოდან შერჩევითი საშუალოს გადახრა არ გადააჭარბებს ერთჯერად შერჩევის საშუალო შეცდომას $(\Delta = t\sigma = t\mu)$. ნახაზზე –1-დან +1-მდე დაშტრიხული ფართობიც შეესაბამება 0,683 ალბათობას. ამავე ალბათობით შეიძლება ვივარაუდოთ რომ გენერალური საშუალო ($\overline{X}_0$) იმოძრავებს საზღვრებში $\overline{X}_0 = \widetilde{X} \pm \sigma$, ანუ

$\left(\tilde{X}-\sigma\right)$-დან $\left(\tilde{X}+\sigma\right)$-მდე, რაც იგივეა:

$$\tilde{X}-\sigma \le \overline{X}_0 \le \tilde{X}+\sigma \qquad (11.33).$$

ასევე შეიძლება ითქვას, რომ მეორე შემთხვევაში 0,954 ალბათობით $(t=2)$ გენერალური საშუალოდან შერჩევითი საშუალოს გადახრა არ გაცილდება ორჯერადი, ხოლო მესამე შემთხვევაში 0,997 ალბათობით $(t=3)$ –სამჯერადი შერჩევითი საშუალო შეცდომის ფარგლებს (რაც კარგად ჩანს 27-ე ნახაზიდან). ი.ბერნულის თეორემა გამოიყენება იმ შემთხვევებისათვის, როცა შერჩევითი პარტიების შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილი არ იცვლება. მაგალითად, ფირმაში წარმოებული პროდუქციის ხვედრითი წილის გამოსავლენად ჩატარდა 10 ცდა (თითოეული ცდის დროს შესწავლას დაექვემდებარა პროდუქციის 50 ერთეული $-n=50$) და ამითვე ცდისას არასტანდარტული თვისებების მქონე პროდუქციის ხვედრითი წილი $w=0,2$ ანუ 20% შეადგენს. მსგავსი ასეთი შემთხვევებისათვის ი. ბერნულის თეორემა იძლევა დაკვირვების თეორიულ საფუძვლებს. მაგრამ ასეთი შემთხვევა უფრო იშვიათია, ვიდრე ცდების მიხედვით შესასწავლი ნიშნის ცვალებადობა.

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ასეთი პირობებისათვის შერჩევითი დაკვირვების ჩასატარებლად ფრანგმა მათემატიკოსმა, **ს. პუასონმა** შეიმუშავა დიდ რიცხვთა კანონის შესაბამისი თეორემა, რომელიც მათემატიკურად ასე ჩაიწერება:

$$\left[(w-p) \le t\sigma = t\sqrt{\frac{\overline{pq}}{n}}\right] \to 1, n \to \infty \qquad (11.34).$$

სადაც $\overline{pq}$ – ალტერნატიული ნიშნის საშუალო დისპერსიაა.

5. საკუთრივ – შემთხვევითი შერჩევა

შერჩევითი დაკვირვების სახეობებისა და წესების მიხედვით განსხვავებულია დაშვებული შეცდომების რაოდენობრივი მახასიათებლები. ამიტომ აუცილებელია ისინი განვიხილოთ ცალ-ცალკე და ვაჩვენოთ თითოეულის მიხედვით დაშვებული შეცდომები და მათი გაანგარიშების მეთოდოლოგია.

საკუთრივ–შემთხვევითი შერჩევა შერჩევითი დაკვირვებიდან ყველაზე ადრე დამუშავებული და კარგად აპრობირებული წესია, რომელიც როგორც ზემოთ დავინახეთ, გულისხმობს წინასწარ რაიმე ნიშნის დაულაგებელი ერთობლიობიდან სრულიად შემთხვევით გარკვეული წილის ამოღებას და მისი ჩვენთვის საინტერესო ნიშნით შესწავლის შედეგების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელებას.

იმისათვის, რომ შერჩევითი ერთობლიობა იყოს რეპრეზენტანტული და თამამად შეგვეძლოს მისი შესწავლის შედეგების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელება საჭიროა შესრულდეს ორი ძირითადი პირობა: ა) გენერალური ერთობლიობის ყველა ერთეულს ჰქონდეს შერჩევაში მოხვედრის თანაბარი შანსი ანუ ალბათობა; ბ) შერჩევა ანუ გენერალური ერთობლიობიდან ერთეულების შესასწავლად ამოღება განხორციელდეს სრულიად შემთხვევით. ამ უკანასკნელს აღწევენ ორი მეთოდის გამოყენებით. პირველის დროს გენერალური ერთობლიობის ერთეულებს ნომრავენ, თითოეულ ნომერს ჩაიწერენ ბარათებზე, კარგად აურევენ და აქედან სრულიად შემთხვევითი წესით ამოღებული ბარათების ნომრების შესაბამისი ერთეულები შეისწავლება ჩვენთვის საინტერესო ნიშნით. ასე ხდება როგორც **განმეორებითი** ისე **განუმეორებელი** შერჩევითი დაკვირვების ჩატარება.

განუმეორებელი შერჩევის დროს შერჩევის საშუალო შეცდომა ნაკლებია, ვიდრე განმეორებითი შერჩევისას. ეს თავისთავად ცხადია, ვინაიდან თუ თავიდან ამოღებული რომელიმე ბარათის ნომრის შესაბამისი გენერალური

ერთობლიობის ერთეული არაა სწორი, რეპრეზენტანტული წარმომადგენელი, მაშინ ის შესწავლის შემდეგ უკან დაბრუნებული შეიძლება განმეორებით მოხვდეს შერჩევაში და ამით ერთხელ დაშვებული შეცდომა კიდევ უფრო გადიდდება. აქედან გამომდინარეობს, რომ შერჩევითი საშუალოს დისპერსიისა და აქედან საშუალო კვადრატული გადახრის, ანუ შერჩევის საშუალო შეცდომის გასანგაარიშებელ ფორმულაში განმეორებელი შერჩევისათვის შემოღებულია კოეფიციენტი $\left(1-\frac{n}{N}\right)$, რომელიც ამცირებს განმეორებითი შერჩევის შესაბამის მაჩვენებელს.

არსებობს, აგრეთვე, გენერალური ერთობლობიდან შერჩევითი ერთეულების შემთხვევითი წესით ამოღების მეორე, **მ. კადიროვის** წესი. ეს წესი ეყრდნობა სპეციალური ცხრილების გამოყენებას. ცხრილი შედგება ოთხნიშნა რიცხვებისაგან, რომელთა თანმიმდევრობა არაა განპირობებული რაიმე კანონზომიერებით. ცხრილის თითოეულ გვერდზე ყველა რიცხვი 10 სვეტშია განლაგებული. სვეტში მოთავსებული 50 რიცხვი დაყოფილია ჯგუფებად (თითოეული ჯგუფი ხუთ რიცხვს მოიცავს). მაშასადამე ნებისმიერ გვერდზე გვაქვს 500 ოთხნიშნა (10×50) ანუ 2000 ერთნიშნა (500×4) რიცხვი, რომლებიც 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ციფრებიდან შემთხვევითაა შედგენილი. ამ ცხრილის შედგენის შემთხვევითობა იმაშიაც მდგომარეობს, რომ თითოეული ეს ციფრი (0, 1, 2, ...9) ცხრილის ერთ გვერდზე გვხვდება ერთი და იგივე რაოდენობით (ანუ დაახლოებით 200 ჯერ). მოტანილი შემთხვევით სიდიდეთა ცხრილის საფუძველზე შერჩევითი ერთობლიობის შესაქმნლად მიმართავენ ცხრილის ნებისმიერ გვერდს და შესაბამისი სვეტიდან ან სტრიქონიდან თანმიმდევრულად ამოიწერენ იმდენ რიცხვს, რამდენი ერთეულიცაა შერჩევით ერთობლიობაში (შერჩევითი ერთეულების რაოდენობა უდრის შერჩევის რიცხვს, რომელიც

როგორც ვიცით, აღინიშნება n სიმბოლოთი და წინასწარ დგინდება შერჩევითი დაკვირვების პროგრამის მიხედვით). თუ ერთეულთა რიცხვი გენერალურ ერთობლიობაში სამნიშნიანია, მაშინ შერჩეული ოთხნიშნა რიცხვებიდან უკუაგდებენ პირველ ან ბოლო რიცხვს. ამის შემდეგ ამოარჩევენ რიცხვებს, რომლებიც არ აღემატებიან გენერალური ერთობლიობის რიცხვს. პროცესს ვაგრძელებთ მანამ, სანამ ასეთი სახის რიცხვებს არ მივიღებთ n რაოდენობით. საბოლოოდ შერჩეული რიცხვების შესაბამის ნომრებს ამოვიღებთ გენერალური ერთობლიობის წინასწარ დანომრილი ვარიანტებიდან და ეს იქნება **შერჩევითი ერთობლიობა.**

მაგალითი. ვთქვათ გენერალური ერთობლიობა მოიცავს 500 ერთულს ($N = 500$). შერჩევის პროგრამის შესაბამისად უნდა ჩავატაროთ 10%-ანი შერჩევა ანუ შერჩევის რიცხვი $n = 50$ -ს. შემთხვევით რიცხვთა ცხრილის რომელიმე სვეტიდან ან სტრიქონიდან სულ უნდა ავიღოთ 50 რიცხვი.

ვთქვათ ესენია: 3470, 2700, 5600, 3158, 4358 და ა.შ. (სულ 50 რიცხვი). ვინაიდან გენერალური ერთობლიობის რიცხვია 500 ანუ სამნიშნა რიცხვი, ამიტომ თითოეული შერჩეული რიცხვებიდან საჭიროა უკუვაგდოთ პირველი ან ბოლო ციფრი (ვთქვათ პირველი). დაგვრჩება რიცხვები: 470, 700, 600,158, 358 და ა.შ. როგორც ჩანს გენერალური ერთობლიობის რიცხვზე მეტია 700 და 600. ამიტომ ისინი ამოვარდება შერჩეული რიცხვებიდან. გენერალური ერთობლიობიდან შერჩევაში მოხვდა 470, 158, 358 და ა.შ. ნომრიანი ერთეულები.

საკუთრივ-შერჩევითი დაკვირვების ჩატარებისას დიდ გამოყენებას პოულობს შერჩევის საშუალო და საზღვრითი შეცდომების გაანგარიშების ფორმულები. ეს ფორმულები განსხვავებულია შესასწავლი ნიშნის საშუალო და წილობრივი მნიშვნელობებისათვის. იმ შემთხვევაში, როცა ვანგარიშობთ ნიშნის საშუალო მნიშვნელობას (საშუალო ხელფასი, საშუალო მოსავლიანობა, საშუალო შემოსავლები, საშუალო დანახარჯები

და ა.შ.) შერჩევის საშუალო და საზღვრითი შეცდომები განისაზღვრება ფორმულებით:

1) განმეორებითი შერჩევისათვის:

ა) $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$, (11.35),

ბ) $\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$. (11.36).

2)განუმეორებელი შერჩევისათვის

ა) $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$; (11.37),

ბ) $\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$ (11.38).

იმ შემთხვევაში, როცა ვსწავლობთ წილობრივ ნიშანს ((წუნდებული პროდუქციის ხვედრითი წილი, ვარგისი ანუ ხარისხიანი პროდუქციის ხვედრითი წილი, ქალებისა და მამაკაცების ხვედრითი წილი მოსახლეობის საერთო რიცხოვნობაში და ა.შ.), მაშინ შერჩევის საშუალო და საზღვრითი შეცდომები საკუთრივ-შემთხვევითი შერჩევისათვის გაიანგარიშება ფორმულით:

1) განმეორებითი შერჩევისათვის:

ა) $\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$ (11.39),

ბ) $\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$ (11.40).

2) განუმეორებელი შერჩევისათვის:

ა) $\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$ (11.41),

ბ) $\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$, (11.42):

სადაც μ და Δ– საშუალო და საზღვრითი შეცდომებია; σ^2 და $w(1-w)$ შერჩევითი ერთობლიობის დისპერსიაა საშუალო და წილობრივი ნიშნებისათვის;

n და N –შესაბამისად შერჩევითი და გენერალური ერთობლიობის რიცხვია;

t-სტიუდენტის კრიტერიუმი ანუ ნდობის ინტერვალია, რომელიც გვიჩვენებს გარკვეული ალბათობით რა საზღვრებში იმოძრავებს შერჩევითი მახასიათებლები.

პირობითი მაგალითი. შერჩევითი გამოკვლევებით დადგინდა, რომ 2002 წელს საქართველოში შინამეურნეობების საშუალო თვიურმა შემოსავალმა შეადგინა $\widetilde{X} = 34,4$ ლარი, საშუალო კვადრატულმა გადახრამ $\sigma = 13,8$ ლარი.

0,997 ალბათობით განვსაზღვროთ საზღვრები, რომელშიაც იმოძრავებს გენერალური ერთობლიობის ანუ მთელი საქართველოს შინამეურნეობათა საშუალო თვიური ფულადი შემოსავალი, თუ გამოკითხულთა რაოდენობა შეადგენს 155000 შინამეურნეობას, რაც საქართველოს მთელი შინამეურნეობების საერთო რიცხვის მიმართ შეადგენს $\frac{155000}{N} = 0,15\%$. ასეთი მაგალითის ამოხსნისათვის ჯერ გავიხსენოთ გენერალური ერთობლიობის საშუალოს($\overline{X}_0$) მოძრაობის საზღვრების ფორმულა: $\overline{X}_0 = \widetilde{X} \pm \Delta$, რაც იგივეა $\widetilde{X} - \Delta \le \overline{X}_0 \le \widetilde{X} + \Delta$, $\widetilde{X} = 34,4$ ლარს, ხოლო საზღვრითი შეცდომა

განუმეორებელი შერჩევის შემთხვევაში, როცა ვანგარიშობთ ნიშნის საშუალო მნიშვნელობას განისაზღვრება (11.37) ფორმულით:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

სტიუდენტის კრიტერიუმი t 0,997 ალბათობით უდრის 3-ს (იხ დანართი 2), საშუალო კვადრატული გადახრა σ=13,8 ლარს, n=155000, $\frac{n}{w}$ შეადგენს 0,0015 ნუ 0,15%-ს. თუ ამ მონაცემებს შევიტანთ (11.42) ფორმულაში, გვექნება:

$$\Delta = t\sigma = 3\sqrt{\frac{13{,}8^2}{155000}(1-0{,}0015)} = 0{,}1$$ ლარს.

მაშასადამე, საქართველოს შინამეურნეობის საშუალო თვიური ფულადი შემოსავალი 2002 წელს მოძრაობდა $\widetilde{X}-\Delta \le \overline{X}_0 \le \widetilde{X}+\Delta$ ანუ $34{,}4-0{,}1 \le \overline{X}_0 \le 34{,}4+0{,}1$ ეი. 34,3 ლარიდან 34,5 ლარამდე.

პირობითი მაგალითი. ქ.თბილისის ბაზრობებზე საკუთრივ-შემთხვევითი განუმეორებელი შერჩევითი წესით შეამოწმეს კვების პროდუქტების სტანდატრულობის საკითხი. შემოწმებას დაექვემდებარა 1550 სინჯი $(n=1550)$, რომელთაგან 54,9%-ის შემთხვევაში კვების პროდუქტი იყო უხარისხო, არასტანდარტული და ჯანმრთელობისათვის საშიში. 0,954 ალბათობით განვსაზღვროთ წუნდებული კვების პროდუქტების ხვედრითი წილის მოძრაობის საზღვრები მთლიანად ქ. თბილისის ბაზრობებისათვის, თუ ცნობილია, რომ სრული დაკვირვებისას უნდა აგველო 6200 სინჯი. ამოცანის პირობის თანახმად შერჩევაში 54,9% წუნდებულია, ეი. $w=0{,}549, n=1550, \mathrm{E}|w-p| = t\mu = 0{,}954$ ალბათობით t= 2 (იხ.დანართი 2), $N=6200$,

გვექნება:

$$\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{0.549(1-0.549)}{1550}\left(1-\frac{1550}{6200}\right)} = \pm 0.0218$$

ე.ი. $\Delta = 2{,}2\%$

მაშასადამე ქ. თბილისის მთელს ბაზრობებზე წუნდებული კვების პროდუქტების ხვედრითი წილი იმოძრავებს $54{,}9\% - 2{,}2\% \le \overline{X}_0 \le 54{,}9\% + 2{,}2\%$, ე.ი. 52,7%-დან 57,1%-მდე.

6. მექანიკური შერჩევა

შერჩევითი საკუთრივ-შერჩევითი წესი უმთავრესად გენერალური ერთობლიობის ერთეულთა სრული ჩამონათვალის პირობებში გამოიყენება. დანარჩენ შემთხვევებში და საერთოდ სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში უფრო ფართოდ შერჩევის მექანიკური წესია გავრცელებული. მაგრამ მექანიკური შერჩევის გამოყენების აუცილებელი პირობაა რაიმე ნიშნით მოწესრიგებული, დალაგებული ერთობლიობის არსებობა. ასეთი შემთხვევები კი ძალიან ხშირია სოციალურ-ეკონომიკურ სფეროში. მაგალითად, მოწესრიგებული და დალაგებულია მოწაფეების, სტუდენტთა და ასპირანტთა ერთობლიობანი ალფავიტური სიების ჩამონათვალით, ფირმაში მომუშავეთა სატაბელო ნომრები, საცხოვრებელი სახლების ნომრები ქალაქისა და ქალაქის ტიპის დასახლების ქუჩებში, თვით საცხოვრებელ სახლებში ბინების ნომრები და ა. შ. ამიტომ ასეთი სახის სტატისტიკური გენერალური ერთობლიობიდან მექანიკურად ყოველი მე-5 (20%-ანი შერჩევა), ან კიდევ ყოველი მე-10 (10%-ანი შერჩევა) ერთეულის ამოღება და ა.შ. წარმოქმნის

რეპრეზენტატულ შერჩევით ერთობლიობას, რომლის ჩვენთვის საინტერესო ნიშნებით შესწავლა ამაღლებს კვლევის შედეგების საიმედოობის ხარისხს.

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენების და პროცესების გენერალური ერთობლიობანი ზოგჯერ შესასწავლი ნიშნის მიხედვით დალაგებულია ჯგუფებად. მაგალითად, შინამეურნეობანი შემოსავლების ან დანახარჯების ნიშნით მოიცავს სხვადახვა ჯგუფს. მათ შორის ვთქვათ, თვეში 0-დან 20 ლარამდე შემოსავლით, 20 ლარიდან 40 ლარამდე და ა.შ. ასეთ შემთხვევებში მექანიკურად ყოველი მე-5, მე-10, მე-15, და ა.შ. ერთეულების შესასწავლად ამოღებამ შესაძლებელია შერჩევისათვის დამახასიათებელი რეპრეზენტატიული შეცდომის გარდა, დამატებით წარმოშვას სისტემატიური შეცდომაც. ამ უკანასკნელს განაპირობებს შერჩევაში უმთავრესად დაბალშემოსავლიანი ან უმთავრესად მაღალშემოსავლიანი შინამეურნეობების მექანიკური მოხვედრა. ამიტომ საჭიროა ინტერვალური ვარიაციული მწკრივები დავიყვანოთ დისკრეტულ ვარიაციულ მწკრივზე და ინტერვალების საშუალო შემოსავლის (ინტერვალის ზედა და ქვედა მნიშვნელობათა ჯამის ორზე შეფარდებით) მიხედვით გავანაწილოთ შინამეურნეობანი. ეს იმაზე მეტყველებს, რომ მექანიკური შერჩევისათვის აუცილებელია წინასწარ მოვაწესრიგოთ გენერალური ერთობლიობანი.

მექანიკური შერჩევისათვის წინასწარ უნდა განისაზღვროს ერთეულთა ამორჩევის პროპორცია. პროპორციას განსაზღვრავს შერჩევითი და გენერალური ერთობლიობის ურთიერთშეფარდება. მაგალითად, თუ შერჩევითი ერთობლიობის რიცხვია 5000 ერთეული, ხოლო გენერალურის 50 000, მაშინ პროპორცია იქნება $\frac{5000}{50000} = \frac{1}{10}$.

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ დალაგებული და მოწესრიგებული გენერალური ერთობლიობიდან უნდა ამოვიღოთ ყოველი მე-10, 10%-იანი შერჩევა, და ა.შ.

თავისი ბუნებით მექანიკური შერჩევა განუმეორებელი შერჩევითი დაკვირვებაა, რადგანაც მექანიკურად შერჩეული ერთეულები აღარ უბრუნდება გენერალურ ერთობლიობას და არ მონაწილეობს ახალ შერჩევაში. ამიტომ აქ შერჩევის საშუალო, აგრეთვე, საზღვრითი შეცდომების გასაანგარიშებლად როგორც საშუალო ისე წილობრივი ნიშნებისათვის გამოიყენება საკუთრივ-შემთხვევითი წესით შერჩევისათვის წინა პარაგრაფში დადგენილი ფორმულები.

7. ტიპური სერჩევა

ტიპური შერჩევა ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი წესია შერჩევით დაკვირვებაში, რომელიც გულისხმობს წინასწარ გენერალური ერთობლიობის რაიმე ნიშნით (უმთავრასედ ჩვენთვის საინტერესო, შესასწავლი ნიშნით) დაყოფას ერთტიპურ ჯგუფებად, თითოეული ჯგუფიდან საკუთრივ–შემთხვევითი ან მექანიკური წესით განსაზღვრული რაოდენობის ერთეულთა ამორჩევას, მათ შესწავლას და შესწავლის შედეგების მთელს გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელებას. იმის გამო, რომ გენერალური ერთობლიობა დანაწილებილია თვისებრივად ერთგვაროვან ჯგუფებად, ამიტომ ტიპური შერჩევა გაცილებით უფრო ზუსტ შედეგებს იძლევა, ვიდრე სხვა შერჩევის რომელიმე წესი. სოციალურ-ეკონომიკური ნიშნები, რომელთა მიხედვით წარმოებს გენერალური ერთობლიობის ერთტიპურ ჯგუფებად დანაწევრება, შეიძლება იყო სხვადასხვაგვარი. თანამედროვე, საბაზრო ეკონომიკაზე გარდამავალ პერიოდში, შეიძლება საწარმოთა მთლიანი ერთობლიობიდან გამოვყოთ, მაგალითად, სახელმწიფო და არასახელმწიფო საწარმოები, რომლებშიაც განსხვავებულია შრომის ანაზღაურების დონე, ან კიდევ წვრილი, საშუალო და მსხვილი საწარმოები,რომლებშიაც განსხვავებულია პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება,

რენტაბელობა და ა.შ.

მოვიტანოთ კონკრეტული პირობითი მაგალითი, რომლის მიხედვით ადვილი გახდება ტიპური შერჩევის თეორია და პრაქტიკა. ვთქვათ საქართველოში ფირმების მიერ გამოშვებული პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულების(დანახარჯები სასაქონლო პროდუქციის ერთ ლარზე) შესასწავლად ჩავატაროთ 2 პროცენტიანი განუმეორებელი ტიპური შერჩევა, რომლის შედეგები შემდეგ სურათს იძლევა:

ტიპური შერჩევითი დაკვირვების მონაცემები

ცხრილი №67

ფირმების დასახელება	ფირმების რიცხვი (N_i)	შერჩეული ფირმების რაოდენობა (n_i)	დანახარჯები სასაქონლო პროდუქციის 1 ლარზე (ლარობით) (x_i)	საშუალო კვადრატული გადახრა (σ_i)
მსხვილი	2500	50	0.80	0.15
საშუალო	12000	240	0.85	0.25
წვრილი	20000	400	0.95	0.20
სულ	34500	690		

ცხრილში გენერალური ერთობლიობის რიცხოვნობა ფირმების მიხედვით აღნიშნულია N_i სიმბოლოთი, ($N_1 + N_2 + N_3 = N$) (11.43), ხოლო თითოეული ჯგუფიდან საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესით შერჩეული ფირმების რაოდენობა n_i სიმბოლოთი ($n_1 + n_2 + n_3 = n$), დანახარჯები სასაქონლო პროდუქციის ერთ ლარზე x_i–ით (როგორც ჩანს მსხვილ ფირმებს სასაქონლო პროდუქციის ერთი ლარის გამოშვება უჯდებათ 80 თეთრი, საშუალო ფირმებს–85 თეთრი, ხოლო წვრილ ფირმებს–95 თეთრი), საშუალო კვადრატული გადახრა თითოეულ ჯგუფში σ_i–ით.

როგორც ცხრილიდანაა (ცხრ. 67) ცხადი, შერჩეული ერთობლიობა ყალიბდება თითოეული ტიპური ჯგუფიდან შერჩევის საერთო რიცხვიდან გამომდინარე შესასწავლი ერთეულების არჩევით. ამიტომ დაკვირვების შედეგების სიზუსტისა და საიმედოობის ხარისხის თვალსაზრისით პრინციპული მნიშვნელობა ენიჭება ამ ერთეულთა შერჩევის წესს. ასეთი თეორიული საკითხები ტიპური შერჩევის მიმართ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად დამუშავებულ იქნა გასული საუკუნის 20–იან წლებში ჯერ **ა. ა. ჩუპროვის,** ხოლო, ცოტა მოგვიანებით, 30–იან წლებში–**ე. ნეიმანოვის** მიერ. ამ თეორიულ საფუძვლებზე სტატისტიკაში ჩამოყალიბდა სიდიდის განმსაზღვრელი სამი წესი. აქედან ყველაზე მარტივია თითოეული ჯგუფიდან ერთეულთა თანაბარი რაოდენობის შერჩევა, ცხადია თუ დაკვირვების საერთო რიცხვი n-ს შეადგენს, ხოლო გენერალური ერთობლიობა დაყოფილია m ჯგუფად,

მაშინ ასეთ შემთხვევაში $n_i = \frac{n}{m}$ (11.44).

ეს წესი მხოლოდ იმ შემთხვევაში განაპირობებს შედეგების მაღალ სიზუსტესა და საიმედოობას, თუ ჯგუფები თავიანთი სიდიდით ერთმანეთის ტოლია ($N_1 = N_2 = N_3 ..... N_m$), წინააღმდეგ შემთხვევაში მივიღებთ საწინააღმდეგო ანუ არაზუსტ შედეგებს. ამიტომ სტატისტიკაში გამოიყენებენ მეორე წესს, რომელსაც ეწოდება **პროპორციული ფორმირების** წესი. ეს იმას ნიშნავს,რომ თითოეული ტიპური ჯგუფიდან შესასწავლად უნდა ავიღოთ ჯგუფების სიდიდის პროპორციული ერთეულების რაოდენობა, რაც მიიღწევა შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$n_i = \frac{N_i}{N} \cdot n \qquad (11.45).$$

ჩვენს პირობით მაგალითზე (ცხრ. 67) ფირმების რაოდენობა (50, 240, 400) ჯგუფების მიხედვით სწორედ ასეთი წესითაა

გაანგარიშებული. ეს წესი სხვა არაფერია, თუ არა შერჩევის რიცხვის (n) განაწილება თითოელი ჯგუფის მოცულობის გენერალური ერთობლიობის საერთო რიცხოვნიბაში ხვედრითი წილის პროპორციულად.ჩვენს პირობით მაგალითში (ცხრ. 67) მსხვილ საწარმოებს უჭირავს $\frac{2500}{34500} = 0{,}073$ ანუ 7,3%, %, საშუალო ზომის ფირმებს–0,346 ანუ 34,6 %, ხოლო წვრილს–0,579 ანუ 57,9 %. ვინაიდან, სულ შერჩევითი ერთობლიობის რიცხვი 690 ერთეულია ანუ 690 ფირმაა, ამიტომ მისი ნამრავლი თითოიეული ჯგუფის ხვედრით წილზე გვაძლევს შესასწავლი ფირმების რაოდენობას.

მსხვილი ფირმებიდან 50=690 × 0,073;
საშუალო ფირმებიდან 240=690 × 0,348;
წვრილი ფირმებიდან 400=690 × 0,579.

პროპორციული წესით შერჩევითი ერთობლიობის ფორმირება უფრო მარტივად შეიძლება იმის მიხედვით თუ რამდენპროცენტიან შერჩევით დაკვირვებას ვაწარმოებთ.

ჩვენს მაგალითზე (ცხრილი №67) ვახდენთ 2 %-იან დაკვირვებას. ამიტომ გენერალური ერთობლიობისა და მისი ცალკეული ჯგუფების მოცულობის მიმართ გაანგარიშებული 2 % იგივე მაჩვენებლებს გვაძლევს.

ჯგუფების მოცულობის პროპორციული წესის მიხედვით გაანგარიშების გამოყენებაც შეზღუდულია, განსაკუთრებით მაშინ, თუ ჯგუფების მიხედვით შესასწავლი ნიშნის ვარიაცია მკვეთრადაა განსხვავებული. ამიტომ სტატისტიკაში ცნობილია აგრეთვე, შესასწავლ ერთეულთა ჯგუფების მიხედვით **ოპტიმალური განაწილების წესიც.**

აქ განაწილებისას გაითვალისწინება არა მარტო ერთეულთა ჯგუფების განსხვავებული მოცულობანი, არამედ ვარიაციის ხარისხებიც. ვარიაციის ხარისხის გათვალისწინება შეიძლება თითოეული ჯგუფის საშუალო კვადრატული გადახრის (σ_i) საშუალო ჯგუფურ ვარიაციასთან ($\overline{\sigma_i}$) შეფარდების

კოეფიციენტის $\left(\frac{\sigma_i}{\overline{\sigma_i}}\right)$ გამოყენების გზით.

ეს კოეფიციენტი გვიჩვენებს თუ რა ხვედრითი წილი უჭირავს i–ური ტიპური ჯგუფის ვარიაციას საშუალო ჯგუფურ ვარიაციაში. ამიტომ შერჩევის რიცხვის ჯგუფების მოცულობისადმი პროპორციული განაწილების მაჩვენებელს თუ დამატებით გადავამრავლებთ ასეთ კოეფიციენტზე, მივიღებთ შერჩევითი დაკვირვების საერთო რიცხვის (n) არა მარტო ჯგუფების მოცულობისადმი, არამედ ჯგუფების შიგნით შესასწავლი ნიშნის ვარიაციისადმი პროპორციულ განაწილებას. გვექნება:

$$n_i = n\frac{N_i}{N}\cdot\frac{\sigma_i}{\overline{\sigma i}} \quad . \qquad (11.46).$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ:

$$N = \sum N_i, \overline{\sigma_i} = \frac{\sum \sigma_i N_i}{\sum N_i} \qquad (11.47)$$

და აღნიშნულ გამოსახულებებს შევიტანთ (11.46) ფორმულაში, გვექნება:

$$n_i = n\frac{N_i}{\sum N_i}\cdot\frac{\sigma_i}{\frac{\sum \sigma_i N_i}{\sum N_i}} = \frac{nN_i\sigma_i}{\sum \sigma_i N_i} \quad . \qquad (11.48)$$

ჯგუფებიდან შერჩევითი ერთეულების თანაბარი, აგრეთვე ჯგუფების მოცულობის პროპორციული შერჩევის შემთხვევაში, შერჩევის საშუალო შეცდომა განისაზღვრება ფორმულებით:

1) შესასწავლი ნიშნის საშუალოს განგარიშების შემთხვევაში:

ა)განმეორებითი შერჩევისას:

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}}; \qquad (11.49)$$

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას:

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}; \qquad (11.50)$$

2) შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილის გაანგარიშების შემთხვევაში:

ა) განმეორებითი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{p_i q_i}}{n}} = \sqrt{\frac{\overline{w_i(1-w_i)}}{n}} \qquad (11.51),$$

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{w_i(1-w_i)}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \qquad (11.52)$$

სადაც n – შერჩევითი ერთობლიობის საერთო რიცხოვნობაა;

N – გენერალური ერთობლიობის რიცხვი;

w_i – შესასწავლი ნიშნის მქონე ერთეულთა ხვედრითი წილია i-ურ ტიპურ ჯგუფში;

$\overline{p_i q_i}$ – ჯგუფური დისპერსიების საშუალოა, წილობრივი ნიშნისათვის, იგივეა რაც $w_i(1-w_i)$.

$\overline{\sigma_i^2}$ – ჯგუფური დისპერსიების საშუალოა ნიშნის საშუალოს შეანგარიშებისას.

ამ უკანასკნელი მაჩვენებლით შეცვლილია შერჩევითი საშუალო დისპერსია (σ^2), რაც გამოყენებული გვქონდა

შერჩევის საშუალო შეცდომების გასაანგარიშებლად. ამ შეცვლის უფლებას გვაძლევს დისპერსიების შეკრების კანონის ფორმულის გარდაქმნა ტიპური შერჩევისათვის. დისპერსიების შეკრების კანონის ძალით საერთო დისპერსია (σ^2) უდრის საშუალო ჯგუფურ დისპერსიას $\left(\overline{\sigma_i^2}\right)$ მიმატებული ჯგუფთაშორისი დისპერსია $\left(\delta^2\right)\left(\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2\right)$. სტატისტიკოსები ამტკიცებენ, რომ „...ტიპური შერჩევის ჩატარებისას ჯგუფთაშორისი დისპერსია (δ^2) არ ატარებს შემთხვევითი ვარიაციის ხასიათს, ვინაიდან ჯგუფები ფორმირებულია შერჩევითი გამოკვლევის დაწყებამდე".[1]

ვინაიდან მუდმივი რიცხვის დისპერსია ნულის ტოლია, ამიტომ დისპერსიების შეკრების ფორმულიდან

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2 = \overline{\sigma_i^2} + 0., \qquad \sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} \qquad (11.53).$$

განსხვავებულია შერჩევის საშუალოს გასაანგარიშებელი ფორმულები იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ჯგუფებიდან შერჩევითი ერთეულების შერჩევა წარმოებს, როგორც ჯგუფის მოცულობის, ასევე შიგაჯგუფური ვარიაციის პროპორციულად, როგორც ეს ნაჩვენები იყო (11.46) და (11.48) ფორმულებში. ამ შემთხვევაში ჯგუფური დისპერსიების საშუალოს $\left(\overline{\sigma_i^2}\right)$ გასაანგარიშებლად ვიყენებთ ჯგუფური საშუალო კვადრატულის საშუალოს (11. 47) ფორმულას:

$$\overline{\sigma_i} = \frac{\sum \sigma_i N_i}{\sum N_i} \qquad (11.54).$$

თუ მოცემული ტოლობის ორივე მხარეს ავიყვანთ კვადრატში, გვექნება:

---

[1]იხ. მაგალითად, Теория статистики, учебник под редакцией проф. Г. Л. Громико, ИНФРА-М, Москва, 2002, стр 153.

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum N_i^2 \sigma_i^2}{\sum N_i^2} \qquad (11.55)$$

თუ (11.49)–(11.52) ფორმულებში ნიშნის საშუალო მნიშვნელობის გაანგარიშების შემთხვევში $\overline{\sigma_i^2}$ -ის ნაცვლად შევიტანთ მის (11.55) მნიშვნელობას, ხოლო წილობრივი ნიშნისათვის $w_i(1-w_i)$ მნიშვნელობას, მივიღებთ ჯგუფების მოცულობისა და ვარიაციის ხარისხის პროპორციული განაწილებისათვის შერჩევის საშუალო შეცდომის გასაანგარიშებელ ფორმულებს.

1) შესასწავლი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობის გაანგარიშების შემთხვევისათვის:

ა) განმეორებითი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\frac{\sum \sigma_i^2 N_i^2}{\sum N_i^2}}{n = \sum n_i}} = \sqrt{\frac{\sum \sigma_i^2 N_i^2}{\sum N_i^2 \cdot \sum n_i}} = \frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{n_i}}$$

(ვინაიდან $\sum N_i = N$) (11.56).

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას

$$\sigma = \frac{1}{N}\sqrt{\sum\left[\frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)\right]} \qquad (11.57).$$

2) წილობრივი ნიშნისათვის:

ა) განმეორებითი შერჩევისას

$$\mu = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{w_i(1-w_i)N_i^2}{n_i}} \qquad (11.58),$$

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას

$$\mu = \frac{1}{N}\sqrt{\sum\left[\frac{w_i(1-w_i)}{n_i}\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)\right]} \qquad (11.59).$$

67-ე ცხრილის მონაცემებით საშუალო დანახარჯები სასაქონლო პროდუქციის ერთ ლარზე შერჩევითი ერთობლიობისათვის შეადგენს:

$$\widetilde{X} = \frac{\sum X_i n_i}{\sum n_i} = \frac{(0{,}80\times 50)+(0{,}85\times 240)+(0{,}95\times 400)}{50+240+400} = 0{,}90 \text{ ლარს.}$$

როგორია გენერალურ ერთობლიობაში ამ მაჩვენებლის (ე.ი. სასაქონლო პროდუქციის ერთ ლარზე 90 თეთრი იხარჯება) მოძრაობის საზღვრები? ამისათვის საჭიროა გარკვეული ალბათობით (ვთქვათ $E(X) = 0{,}9749$) მოვნახოთ t –ს მნიშვნელობა. ამ ალბათობით $t = 2{,}24$ (იხ. დანართი 2). საჭიროა, აგრეთვე,ჯგუფური დისპერსიების საშუალო:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{(0{,}15^2\cdot 50)+(0{,}25^2\cdot 240)+(0{,}20^2\cdot 400)}{50+240+400} = 0{,}046.$$

ახლა შეგვიძლია გავიანგარიშოთ შერჩევის საშუალო შეცდომა. ვინაიდან შერჩევა განუმეორებელია, ამიტომ მისი გაანგარიშებისათვის ვიყენებთ ფორმულას:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0.046}{690}\left(1-\frac{690}{34500}\right)} = 0.008.$$

საზღვრითი შეცდომა :

$$\Delta = t\mu = 2{,}24\times 0{,}008 = \pm 0{,}0179 \qquad \text{ლარი.}$$

შერჩევითი საშუალოს მოძრაობის საზღვრები გენერალურ ერთობლიობაში იქნება:

$$\widetilde{X} - \Delta \le \overline{X} \le \widetilde{X} + \Delta,$$

ანუ $0{,}90 - 0{,}0179 \le 0{,}90 \le 0{,}90 + 0{,}0179,$

ე.ი. 0,882 ლარი ≤ 0,90 ლარი ≤ 0,917 ლარი.

ახლა ვნახოთ როგორია შერჩევის საზღვრითი შეცდომა ფირმების საერთო რაოდენობიდან 2 %-იანი შერჩევით განსაზღვრული შერჩევითი ერთობლიობის (690 ფირმა $= \frac{34500 \times 2}{100}$) მსხვილი, საშუალო და წვრილი ფირმებიდან ფირმების რაოდენობისა და შიგაჯგუფური ვარიაციის პროპორციულად განაწილების შემთხვევაში.

(11.48) ფორმულის მიხედვით მსხვილი ფირმებიდან დაკვირვება უნდა მოვახდინოთ

$$34\left(n_1 = \frac{nN_1\sigma_1}{\sum N_i\sigma_i} = \frac{690 \cdot 2500 \cdot 0{,}15}{7375}\right),$$

საშუალო ფირმებიდან

$$283\left(n_2 = \frac{nN_2\sigma_2}{\sum N_i\sigma_i} = \frac{690 \cdot 12000 \cdot 0{,}25}{7375}\right),$$

ხოლო წვრილი ფირმებიდან

$$373\left(n_3 = \frac{nN_3\sigma_3}{\sum N_i\sigma_i} = \frac{690 \cdot 20000 \cdot o{,}20}{7375}\right)$$ ფირმაზე.

ამ შემთხვევაში შერჩევის საშუალო შეცდომა

$$\mu = \frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}\left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)} = \frac{1}{34500}\sqrt{\frac{2500^2 \cdot 0.15^2}{34}\left(1 - \frac{34}{2500}\right) + \frac{12000^2 \cdot 0.25^2}{283} \cdot}$$

$$\cdot\sqrt{\left(1 - \frac{283}{12000}\right) + \frac{20000^2 \cdot 0.20^2}{373}\left(1 - \frac{373}{20000}\right)} = 0.003$$ ლარი.

მაშასადამე თუ შერჩევითი რიცხვის მხოლოდ ჯგუფების მოცულობის პროპორციულად განაწილების შემთხვევაში შერჩევის საშუალო შეცდომა $\mu = 0{,}008$ ლარი იყო, ჯგუფების მოცულობასთან ერთად ვარიაციის ხარისხის პროპორციული განაწილების შემთხვევაში საშუალო შეცდომა $\mu = 0{,}003$ ლარია, ანუ გაცილებით ნაკლები.

ტიპური შერჩევის ერთერთი ნაირსახეობაა **რაიონირებადი** შერჩევა. ამ შემთხვევაში ერთობლიობა ყალიბდება ადმინისტრაციულ-ტერიტორიული წარმონაქმნებიდან არჩეული ერთეულების საფუძველზე. ასეთი შერჩევა ფართოდ შეიძლება გამოყენებულ იქნას შინამეურნეობათა შემოსავლებისა და დანახარჯების შესწავლისა და სხვა მრავალი სოციალური საკითხის კვლევისათვის.

8. სერიული შერჩევა

სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენებსა და პროცესებში ძალიან ხშირია შემთხვევები, როცა გენერალური ერთობლიობა შერჩევითი დაკვირვების ჩატარებამდე თავისთავადაა დანაწილებული გარკვეულ სერიებად, ბუდეებად. ასეთია კომერციულ საქმიანობაში შეფუთული საქონელი (თითოეულ შეფუთვაში საქონლის მრავალი ერთეულია მოთავსებული), ან კიდევ მაცხოვრებლები ცალკეული ტერიტორიული ერთეულებისა და პუნქტების მიხედვით. ასეთ შემთხვევებში, მაგალითად, საქონლის ხარისხის შემოწმება, მოსახლეობის დემოგრაფიული ნიშნების შესწავლა, ან კიდევ წლიური შემოსავლებისა და დანახარჯების დადგენა უმჯობესია ვაწარმოოთ ე.წ. ს ე რ ი უ ლ ი (ბუდობრივი) შერჩევითი დაკვირვებით. ასეთი შერჩევის არსი მდგომარეობს მასში,რომ გენერალური ერთობლიობიდან შეარჩევენ არა ცალკეულ ერთეულებს, არამედ სერიებს (ბუდეებს) და თითოეულ სერიაში არსებული ყველა ერთეულების მთლიანი გამოკვლევის შედეგებს ავრცელებენ გენერალურ ერთობლიობაზე.

შერჩევას აწარმოებენ თანაბარი სიდიდის ან არათანაბარი სიდიდის სერიებით. თუმცა არათანაბარი სიდიდის სერიების შერჩევისას სარგებლობენ თანაბარი სიდიდის სერიების შერჩევისათვის დადგენილი წესებითა და საანგარიშო ფორმულებით. თუ საქმე გვაქვს თანაბარი სიდიდის სერიებთან და გენერალური ერთობლიობა მოიცავს N ერთეულს, მაშინ R

რაოდენობის სერიების არსებობის პირობებში თითოეული სერია შეიცავს $\frac{N}{R}$ ერთეულს. გენერალურ ერთობლიობაში სერიების რაოდენობა განიხილება როგორც დამოუკიდებელი ელემენტები და აქედან საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესით შესასწავლად შეირჩევა რაღაც r რაოდენობის სერიები. რადგან შესასწავლი ნიშნის მიხედვით შეისწავლება შერჩეული სერიების ყველა ერთეული მთლიანად, ამიტომ თავისუფლად შეგვიძლია დავადგინოთ შერჩევითი საშუალოები სერიების მიხედვით: $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots\ldots\ldots, \overline{X}_z$, ვინაიდან გვაქვს სულ R რაოდენობის სერია გენერალურ ერთობლიობაში, ამასთან ყოველ მათგანს შერჩევაში მოხვედრის თანაბარი შანსი გააჩნია და როგორც წესი სერიული შერჩევა განუმეორებელია, ცხადია, რომ შერჩევითი საშუალოების ალბათობა თანაბარია და უდრის $\frac{1}{R}$-ს.

აქედან შემთხვევითი სიდიდის $\left(\overline{X}_i\right)$ განაწილების კანონი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი ცხრილის სახით:

შერჩევითი საშუალოს მნიშვნელობა	$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	. . . . .	$\overline{X}_R$
ალბათობა	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{R}$	. . . . .	$\frac{1}{R}$

მოცემული შემთხვევითი სიდიდის $(\overline{X}_i)$ მათემატიკური ლოდინი $E\left(\overline{X}_i\right)$ტოლია ამ შემთხვევითი სიდიდის ყველა შესაძლო მნიშვნელობათა მათ ალბათობაზე ნ ა მ რ ა ვ ლ თ ა ჯ ა მ ი ს ა. გვექნება:

$$E\left(\overline{X}_i\right) = \sum_{i=1}^{R} \overline{X}_i p_i = \overline{X}_1 \frac{1}{R} + \overline{X}_2 \frac{1}{R} + \ldots\ldots\ldots + \overline{X}_R \frac{1}{R} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots\ldots \overline{X}_R}{R} = \overline{X}_0 ,$$

(11.60).

ე. ი. გენერალური ერთობლიობის საშუალოს ტოლია. შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია, როგორც ცნობილია,

არის ამ შემთხვევითი სიდიდის საშუალო არიტმეტიკულიდან გადახრის კვადრატის მათემატიკური ლოდინი. აქედან გამომდინარე გვექნება:

$$D(\overline{X}_i) = E(\overline{X}_i - \overline{X}_0)^2 = (\overline{X}_1 - \overline{X}_0)^2 \frac{1}{R} + (\overline{X}_2 - \overline{X}_0)^2 \frac{1}{R} +$$

$$+ \ldots + (\overline{X}_R - \overline{X}_0)^2 \frac{1}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{R} (\overline{X}_i - \overline{X}_0)^2}{R} = \delta_{\bar{x}}^2 \qquad (11.61).$$

მაშასადამე, მოცემული შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია არის სერიათშორისი (ჯგუფაშორისი) დისპერსია. ამიტომ სერიული შერჩევის პირობებში საშუალო შეცდომას ანგარიშობენ შემდეგი ფორმულების გამოყენებით:

1) რაოდენობრივი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობისათვის:

ა) განმეორებითი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}} \qquad (11.62);$$

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)} \qquad (11.63).$$

2) ალტერნატიული (წილობრივი) ნიშნისათვის:

ა) განმეორებითი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^{\ 2}}{r}} \qquad (11.64);$$

ბ) განუმეორებელი შერჩევისას

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^{\ 2}}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)} \qquad (11.65).$$

სადაც r – შესასწავლად შერჩეული სერიების რიცხვია, R – სერიების რიცხვი (რაოდენობა) გენერალურ ერთობლიობაში,

δ^2— სერიათაშორისი (ჯგუფთაშორისი) დისპერსიაა რაოდენობრივი ნიშნისთვის, რომელიც გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\delta^2 = \frac{\sum\left(\overline{X}_i - \widetilde{X}\right)^2}{r} \qquad (11.66),$$

სადაც $\overline{X}_i - i-$ური სერიის საშუალოა,

$\widetilde{X}-$ შერჩევითი სერიებისათვის საშუალო არითმეტიკულია $\widetilde{X} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots + \overline{X}_r}{r}$

(როგორც ზემოთ ვაჩვენეთ (11.60) ეს მაჩვენებელი გენერალური საშუალოს ($\overline{X}_0$) ტოლია),

$\delta^2 w$–სერიათაშორისი (ჯგუფთაშორისი) დისპერსიაა წილობრივი (ალტერნატიული) ნიშნისათვის, რომელიც გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\delta_w^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r}\left(w_i - \overline{w}\right)^2}{r}, \qquad (11.67)$$

სადაც $\overline{w}$ – მთლიანი შერჩევითი ერთობლიობისათვის (r სერიებისათვის) შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილის საშუალო მნიშვნელობაა $\overline{w} = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i}{r}$, w_i –შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილია $i-$ურ სერიაში.

მაგალითი. კარტოფილის მწარმოებელი 20 რეგიონიდან საქართველოში 5 რეგიონი შეირჩა, რომლებშიაც კარტოფილის საშუალო წლიურმა მოსავლიანობამ (ციფრები პირობითი) შეადგინა 70, 80, 100, 85, 75, ც/ჰაზე. ვიპოვოთ 0,954 ალბათობით კარტოფილის საშუალო წლიური მოსავლიანობა:

ჯგუფთაშორისი, სერიათშორისი საშუალო:

$$\tilde{X} = \frac{70+80+100+85+75}{5} = 82 \quad \text{ც/ჰა}$$

ჯგუფთაშორისი (სერიათა შორისი) დისპერსია:

$$\delta^2 = \frac{(70-82)^2+(80-82)^2+(100-82)^2+(85-82)^2+(75-82)^2}{5} = 106 \quad \text{ც/ჰა.}$$

ამ საფუძველზე შერჩევის საზღვრითი შეცდომა (0,954 ალბათობით $t=2$) განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\Delta = t\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)} = 2\sqrt{\frac{106}{5}\left(1-\frac{5}{20}\right)} \approx 4 \quad \text{ც/ჰა.}$$

მაშასადამე, 0,954 ალბათობით საქართველოში კარტოფილის საშუალო წლიური მოსავლიანობა იმოძრავებს $82-4 \le \overline{X} \le 82+4 = 78$ ცენტნერიდან 86 ცენტნერამდე.

9. სამომენტო შერჩევითი დაკვირვებანი

სამომენტო დაკვირვება შერჩევითი გამოკვლევის ერთერთი ნაირსახეობაა,რომელიც 1938 წელს შეიმუშავა ტიპეტმა და გავრცელებულია მუშებისა და საწარმოო მოწყობილობის ცვლის შიგა მოცდენების შესასწავლად. სამომენტო შერჩევითი დაკვირვება გულისხმობს დასაკვირვებელი ერთეულის მდგომარეობის დაფიქსირებას წინასწარ საკუთრივშემთხვევითი ან მექანიკური შერჩევის წესით დადგენილი დროის მომენტების მიხედვით.

საწარმოო მოწყობილობისა და მუშების მუშაობის დროის ფონდის შესწავლა ცვლაში გულისხმობს შერჩეული დროის მომენტების მიხედვით მოცდენების დაფიქსირებას მიზეზების (ნედლეულის უქონლობა, მოწყობილობის უწესივრო მდგომარეობა, ინსტრუმენტის გატეხვით მოცდენა, ელექტროენერგიის გამორთვა, პირადი საუბარი მეზობელ მუშასთან და სხვა) ჩვენებით. ასეთი მონაცემების შეგროვება ფირმების, ფაბრიკების, ქარხნების და სხვა საწარმოო ობიექტებზე

ქრონომეტრაჟისა და სამუშაო დღის ფოტოგრაფიის[1] გზით მოითხოვს დროის მნიშვნელოვან დანახარჯებს. სამომენტო შერჩევითი დაკვირვება კი მარტივია და დაკვირვების ჩასატარებლად არ მოითხოვს დროის დიდ დანახარჯებს.

დაკვირვების ჩასატარებლად დაკვირვების დროის მომენტების შერჩევა წარმოებს ორი წესით: მომენტების (საათი, wuTi) arCeva saku T r i v-SemT x veviT i wesiT **მ. კადიროვის** შემთხვევით რიცხვთა ცხრილის გამოყენებით (ამ ცხრილის გამოყენების შესახებ იხ. წინა პარაგრაფში) ან პერიოდული სამომენტო დაკვირვებით. ეს უკანასკნელი გულისხმობს დაკვირვების ჩატარებას მექანიკური არჩევის წესით განსაზღვრული დროის პერიოდების მიხედვით. ამ შემთხვევაში დაკვირვების მომენტების პერიოდების ჯამი წარმოადგენს შერჩევით ერთობლიობას, ხოლო მუშისა და საწარმოო მოწყობილობის ცვლაში მუშაობის დროის ფონდი გენერალურ ერთობლიობას.

საწარმოო მოწყობილობისა და მუშის მუშაობის დროის ფონდის გამოყენების შესწავლის დაკვირვების მიზანია მუშაობის მთლიანი დროის ფონდში მოცდენების ხვედრითი წილის დადგენა.

ამიტომ ხდება წილობრივი ნიშნის (w) გაანგარიშება.

თუ w— სიმბოლოთი ავღნიშნავთ მოცდენების ხვედრით

---

[1] ქრონომეტრაჟი და სამუშაო დღის ფოტოგრაფია ფირმებში, ქარხნებსა და ფაბრიკებში საწარმოო მოწყობილობის მუშაობის დროის ფონდის გამოყენებაზე დაკვირვების გავრცელებული ფორმებია. ქრონომეტრაჟი უმთავრესად საწარმოო ოპერაციის ხანგრძლივობის დასადგენად გამოიყენება. ის გულისხმობს სხვადასხვა მუშის მიერ ამა თუ იმ სახის ოპერაციის შესრულებაზე დროის დანახარჯების გაზომვას და შემდეგ საშუალო მაჩვენებლის დადგენას. სამუშაო დღის ფ ო ტ ო გ რ ა ფ ი ა მთელი ცვლის განმავლობაში, ცვლის დასაწყისიდან დამთავრებამდე, მუშის მიერ დროის დანახარჯების ჩანაწერებია. მოიცავს როგორც სასარგებლო, ისე უნაყოფო დროის დანახარჯებს. ბიზნესმენებსა და მენეჯერებს ასეთი მასალა უნაყოფო დროის დანახარჯების აღმოფხვრისა და სასარგებლო დროის დანახარჯების ხვედრითი წილის გადიდების გათვალისწინებით აძლევს წარმოებაში შრომის ნაყოფიერების ამაღლებისა და პროდუქციის თვითღირებულების შემცირების შესაძლებლობებს.

წილს ცვლის მუშაობის დროის ფონდში, მაშინ $1-w$ იქნება სასარგებლო მუშაობის დროის დანახარჯების ხვედრითი წილი.

სამომენტო შერჩევითი დაკვირვების ჩატარებისათვის პირველ რიგში განსაზღვრავენ მომენტების რიცხვს (რაოდენობას), რომელთა მიხედვით იწარმოებს პროცესის (ამ შემთხვევაში მუშაობის) მდგომარეობის ფიქსაცია, ცდება მოწყობილობა და მუშა თუ მუშაობს. ამისათვის იყენებენ საზღვრითი შეცდომის (Δ) ფორმულას:

$$\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$ განმეორებითი შერჩევისათვის (11.68).

თუ ტოლობის ორივე მხარეს ავიყვანთ კვადრატში და აქედან განვსაზღვრავთ შერჩევითი დაკვირვების რიცხვს (n), გვექნება:

$$n = \frac{w(1-w)t^2}{\Delta^2_{აბს.}} \qquad (11.69).$$

სადაც Δ –შერჩევითი ხვედრითი წილის საზღვრითი შეცდომის აბსოლუტური მნიშვნელობაა.

ამ მაჩვენებლის (საზღვრითი შეცდომის) მნიშვნელობას ზოგჯერ ანგარიშობენ პროცენტობით წილობრივი ნიშნის (w) მიმართ. კერძოდ $\Delta_{შეფ.} = \frac{\Delta_{აბს.}100}{w}$ (12.70). აქედან განვსაზღვრავთ $\Delta_{აბს.}$ და შევიტანთ (12.69) ფორმულაში, მივიღებთ:

$$n = \frac{t^2(1-w)}{\Delta^2_{შეფ.}}100^2 \qquad (11.71).$$

თუ მაგალითად, სახარატო ჩარხების უბანზე დადგმული და სამუშაოდ გამართულია 30 ჩარხი, წინა პერიოდში სამუშაო დღის ფოტოგრაფიის მასალებით დადგენილია, რომ მათი ექსტენსიური[1] დატვირთვის კოეფიციენტი შეადგენს 0,8-ს

($w = 0,8$), და შეფარდებით საზღვრითი შეცდომა $\Delta_{შეფ.} = \pm 10\%$, მაშინ გამოკვლევის შედეგების 0,9973 ალბათობით ($t = 3$, იხ. დანართი 2) გარანტიის პირობებისათვის გამოკვლევათა (მომენტების) რიცხვი შეადგენს:

$$n = \frac{t^2(1-w)}{\Delta^2_{შეფ.} w} 100^2 = \frac{3^2(1-0,8)}{10^2 \cdot 0,8} 100^2 = 225$$

მაშასადამე, დასაკვირვებელი მომენტების რაოდენობა შეადგენს 225-ს. აქედან ცხადია, რომ თითოეულ მოწყობილობაზე (ჩარხზე) მოდის 7,5 ($\frac{225}{30}$) მომენტი ანუ შემოვლათა რაოდენობა. თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ თითოეული ჩარხის მდგომარეობისა და მოცდენის შემთხვევაში სათანადო მიზეზის დაფიქსირებას დაახლოებით 5 წუთი დასჭირდება, მთლიანად დაკვირვების ჩატარებისათვის საჭირო იქნება 1125 წუთი, რაც 480 წუთიანი (8×60) ცვლის ხანგრძლივობის პირობებში შეადგენს 2,3 ცვლას. ასეთ შემთხვევაში შეიძლება გამოვყოთ არა ერთი, არამედ 4 დამკვირვებელი, რომლებიც ნახევარ ცვლაში $\left(\frac{1125}{4} = 281 წუთს\right)$ დაამთავრებენ მოცემულ სამუშაოს. თუ დაკვირვებით სახარატო ჩარხების მოცდენებმა 1125 წუთის განმავლობაში შეადგინა 281 წუთი, მაშინ შერჩევაში მოცდენების ხვედრითი წილი

---

[1] ექსტენსიური დატვირთვის კოეფიციენტი მოწყობილობის დროის მიხედვით გამოყენების მაჩვენებელია. ის გაიანგარიშება ცვლაში ფაქტიურად ნამუშევარი დროის შეფარდებით მუშაობის გეგმიურ დროსთან. თუ, მაგალითად, ცვლაში უნდა ემუშავა 480 ჩარხ/საათი და ფაქტიურად იმუშავა 400 ჩარხ/საათი, ექსტენსიური დატვირთვის კოეფიციენტი შეადგენს $\frac{400}{480} = 0,833$ ანუ 83,3 %-ს.

(w) უდრის 0,25 $\left(\frac{281}{1125}\right)$ ანუ 25%. ამ საფუძველზე შეგვიძლია დავადგინოთ შერჩევის საშუალო შეცდომა (μ). იმის გამო, რომ რამდენიმე შემოვლის მიხედვით წარმოებს დაკვირვება სახარატო ჩარხებზე თავისი ბუნებით შერჩევა განმეორებითი დაკვირვებაა (ვინაიდან ერთი და იგივე ჩარხი შეიძლება რამდენიმეჯერ მოხვდეს დაკვირვებაში), რის გამო ვიყენებთ მექანიკური წესით განმეორებითი შერჩევითი დაკვირვების საშუალო შეცდომის ფორმულას:

$$\mu = \sqrt{\frac{0{,}25(1-0{,}25)}{225}} = \pm 0{,}028 \qquad \text{ანუ } 2{,}8\%.$$

აქედან საზღვრითი შეცდომა:

$$\Delta = 3(\pm 0{,}028) = 0{,}084 \qquad \text{ანუ } \pm 8{,}4\%.$$

მაშასადამე 0,997 ალბათობით შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ სახარატო ჩარხების უბანზე მოწყობილობის მოცდენები ცვლაში მერყეობს $0{,}25 \pm 0{,}084$ ფარგლებში ანუ 16,6%-დან 33,4%-მდე. ეს კი ცხადჰყოფს, რომ მოწყობილობა დროში დატვირთულია მხოლოდ 66,6–83,4%-ის ფარგლებში, რაც საკმარისად დაბალი მაჩვენებელია. სამომენტო შერჩევითი დაკვირვება ფართოდ შეიძლება გამოვიყენოთ სხვა სახის სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების შეწავლის საქმეშიაც. მათ შორის დიდ მნიშვნელობას იძენს საბაჟო ტვირთების მოძრაობის, აგრეთვე საბაჟო შემოსავლების დადგენისა და კონტროლისათვის ასეთი სახის შერჩევითი დაკვირვების გამოყენება, რომელიც არ მოითხოვს დროისა და სახსრების დიდ დანახარჯებს.

10. კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვებანი

ზემოთ განხილული შერჩევითი დაკვირვებანი პრაქტიკაში იშვიათად გამოიყენება დამოუკიდებელი, "სუფთა" სახით. სოციალურ-ეკონომკური მოვლენებისა და პროცესების შესწავლისას ისინი უმთავრესად კომბინირებული სახით პოულობს გამოყენებას. მაგალითად, სერიული და ტიპური შერჩევა გამოიყენება საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესების კომბინაციაში და ა.შ. ამ შემთხვევაში გენერალური ერთობლიობა ჯერ სერიებად ან ტიპურ ჯგუფებად დალაგდება და შემდგომ თითოეული, ვთქვათ, სერიიდან შემთხვევითი ან მექანიკური წესით შეირჩევა ცალკეული ერთეულები. **ასეთ შერჩევას ორ საფეხურიანი კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვებანი ეწოდება.** საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესით უშუალოდ პირველივე ეტაპზე შესასწავლი ერთეულების ამორჩევისას საქმე გვაქვს ერთსაფეხურიან შერჩევასთან.

კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვებანი შეიძლება იყოს, აგრეთვე, **მრავალსაფეხურიანი**. მაგალითად, გლეხურ შინამეურნეობათა საბიუჯეტო გამოკვლევები ხშირად სამსაფეხურიანი შერჩევით წარმოებს. პირველ საფეხურზე საკუთრივ-შემთხვევითი წესით ხდება რაიონების შერჩევა, მეორეზე-გლეხების შერჩევა მექანიკური წესით წარმოებს, ხოლო ბოლოს მეურნეობების ამორჩევა ისევ საკუთრივ-შემთხვევითი წესით ხდება. ტიპური შერჩევისაგან განსხვავებით, რომლის პირობებში შერჩევით ერთობლიობაში ყველა ტიპური ჯგუფი ხვდება, მრავალსაფეხურიანი შერჩევის დროს ჯგუფების მთლიანი რაოდენობიდან მხოლოდ გარკვეული ნაწილის შერჩევა წარმოებს.

მრავალსაფეხურიანი კომბინირიბული შერჩევითი დაკვირვებებისაგან განსხვავებით გამოიყენება, აგრეთვე, ე.წ. **მრავალფაზური კომბინირებული** შერჩევითი დაკვირვებანი. მრავასაფეხურიანი კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვების

დროს დაკვირვების ერთული თითოეულ საფეხურზე განსხვავებულია, ხოლო მისგან განსხვავებით მრავალფაზური კომბინირებული დაკვირვების დროს ყველა საფეხურზე ერთსა და იგივე ერთეულზე ხდება დაკვირვება. ასეა, მაგალითად, მოსახლეობის სრული და არასრული აღწერის შემთხვევაში, როცა ერთი სახეობის აღწერის მასალები გამოიყენება შემდგომ ეტაპზე, სხვა სახის აღწერის მასალების დასაზუსტებლად და ა.შ.

მრავალსაფეხურიანი კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვების საშუალო შეცდომას (μ) განსაზღვრავს თითოეულ საფეხურზე დაშვებული შეცდომის სიდიდე და საფეხურთა რაოდენობა. მაგალითად, თუ ორსაფეხურიანი კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვების პირველ ეტაპზე წარმოებს სერიების გამოყოფა, ხოლო მეორეზე-თითოეული სერიიდან საკუთრივ-შემთხვევითი ან მექანიკური წესით დასაკვირვებელი ერთეულების ამორჩევა, საშუალო შეცდომა განისაზღვრება სერიული და საკუთრივ-შემთხვევითი საშუალო შეცდომების ჯამით. კერძოდ, რაოდენობრივი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობისათვის:

1) განმეორებითი შერჩევისას (11.35) და (11.62) ფორმულების საფუძველზე გვექნება:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\delta^2}{r}} \qquad (11,72),$$

1) განუმეორებელი შერჩევისას (11.37) და (11.63) ფორმულების საფუძველზე

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} + \frac{\delta^2}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right) \qquad (11.73).$$

წილობრივი ნიშნისათვის:

1) განმეორებითი შერჩევისას (11.39) და (11.64) ფორმულების საფუძველზე,

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} + \frac{\delta_w^{\,2}}{r}} \qquad (11.74),$$

1) განუმეორებელი შერჩევისას (11.41) და (11.65) ფორმულების საფუძველზე.

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right) + \frac{\delta_w^{\,2}}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)} \qquad (11.75).$$

11. შერჩევის საჭირო რიცხვის განსაზღვრა

საშუალო და საზღვრითი შეცდომების განხილვიდან ნათლად ჩანს, რომ შერჩევითი ერთობლიობის რეპრეზენტატულობისა და დაშვებული შეცდომების ხარისხი დიდადაა დამოკიდებული შერჩევის რიცხვზე. შერჩევის მცირე რიცხვი ვერ უზრუნველჰყოფს გენერალური ერთობლიობის ადექვატურად ამსახველი მაჩვენებლების მაღალი სიზუსტის ხარისხს. ეს უკანასკნელი მიიღწევა შერჩევის რიცხვის გადიდების გზით. მაგრამ მეტისმეტად დიდი რიცხვის პირობებში, სამაგიეროდ იზრდება დაკვირვების დროისა და დანახარჯების რაოდენობა. ამიტომ შერჩევითი დაკვირვების მოსამზადებელ ეტაპზე დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა ენიჭება შერჩევის ოპტიმალური რიცხვის დადგენას. სტატისტიკაში შერჩევის საჭირო, საკმარისად აუცილებელ, ოპტიმალურ რიცხვს განსაზღვრავენ შერჩევის საზღვრითი შეცდომის

ფორმულებიდან, რომელთა შესაბამისი განტოლებანი ამოიხსნება n-ის ანუ შერჩევის რიცხვის, როგორც უცნობის მიმართ.

საკუთრივ-შემთხვევითი და მექანიკური წესებით ჩატარებული შერჩევის დროს საზღვრითი შეცდომები (11.36), ((11.38), (11.40) და (11.42) ფორმულებით განისაზღვრება. თუ ამ ფორმულების შესაბამის ტოლობათა ორივე მხარეს

კვადრატში ავიყვანთ და ელემენტალურ გარდაქმნებს მოვახდენთ, მივიღებთ შერჩევის რიცხვის გასაანგარიშებელ ფორმულებს.

მაგალითად, (11.36) ტოლობის მიმართ გვექნება:

$$\Delta = t\sigma = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \qquad \Delta^2 = \frac{t^2\sigma^2}{n}. \quad \text{აქედან}$$

$$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}. \qquad (11.76).$$

ასეთი წესებით მიიღება ოპტიმალური შერჩევის რიცხვის გასაანგარიშებელი ფორმულები დანარჩენი სახეობისა და წესების შერჩევითი დაკვირვებისათვის. თუ ამ ფორმულებს წარმოვადგენთ ცხრილის[1] სახით, გვექნება:

შერჩევის ოპტიმალური რიცხვის განმსაზღვრელი ფორმულები

ცხრილი №68

შერჩევის წესები	შესაფასებელი პარამეტრი	განმეორებითი შერჩევა	განუმეორებელი შერჩევა
საკუთრივ–შემთხვევითი და მექანიკური	საშუალო	$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta^2 + t^2\sigma^2}$
	ხვედრითი წილი	$n = \frac{t^2 pq}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2 pq}{N\Delta^2 + t^2 pq}$
ტიპური	საშუალო	$n = \frac{t^2\overline{\sigma_i}^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2\overline{\sigma_i}^2}{N\Delta^2 + t^2\overline{\sigma_i}^2}$
	ხვედრითი წილი	$n = \frac{t^2\overline{p_i q_i}}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2\overline{p_i q_i}}{N\Delta^2 + t^2\overline{p_i q_i}}$
სერიული	საშუალო	$r = \frac{t^2\delta^2}{\Delta^2}$	$r = \frac{Nt^2\delta^2}{N\Delta^2 + t^2\delta^2}$
	ხვედრითი წილი	$r = \frac{t^2\delta^2 w}{\Delta^2}$	$r = \frac{Nt^2\delta_w^2}{N\Delta^2 + t^2\delta_w^2}$

სერიული შერჩევის პირობებში ამოირჩევა არა ცალკეული ინდივიდუალური ერთეულები, არამედ სერიები. ამიტომ

[1] ცხრილი მოტანილია წიგნიდან: Теория статистики: учебник под редакцией проф. Г. Л. Громико.- М! ИНФРА- М Москва, 2002, стр 163

სერიული შერჩევის ოპტიმალური რიცხვია არა n, არამედ r - შერჩეული სერიების რიცხვი, ხოლო გენერალური სერიების რაოდენობაა N.

როგორც ჩანს, შერჩევის საჭირო რიცხვის გასაანგარიშებლად საჭიროა პარამეტრები:

t–სტიუდენტის კრიტერიუმი, ნდობის ინტერვალი, მოიძებნება განსაზღვრული ალბათობით შესაბამის ცხრილში (იხ. დანართი 2);

N - გენერალური ერთობლიობის რიცხვი, რომელიც წინასწარაა ცნობილი;

σ , pq ან რაც იგივეა $w(1-w)$–დისპერსიაა შესაბამისად საშუალო და წილობრივი ნიშნებისათვის.

ეს უკანასკნელი მაჩვენებლები შერჩევამდე ჩვენთვის უცნობია, მაგრამ შერჩევის საჭირო რიცხოვნობის გასაანგარისებლად სტატისტიკაში მიღებულია ავიღოთ ისინი წინასწარ საცდელი წესით ჩატარებული გამოკვლევის ან მთლიანი დაკვირვების მონაცემების საფუძველზე. მაგალითად, თუ წინასწარი მთლიანი გამოკვლევებით ცნობილია ვარიაციის კოეფიციენტი, მაშინ მის საფუძველზე გაანგარიშებული დისპერსია იქნება:

$$\sigma^2 = \frac{V^2\left(\overline{X}\right)^2}{100^2}, \qquad (11.77).$$

ამის გარდა შესასწავლი ნიშნის გენერალურ ერთობლიობაში ნორმალური განაწილების კანონის შესაბამისი განაწილების შემთხვევაში დადგენილია, რომ ვარიაციის გაქანება (R) 6-ჯერ მეტია საშუალო კვადრატულ გადახრაზე (σ) ე.ი. $R = 6\sigma$.

R - გენერალურ ერთობლიობაში კი წინასწარაა ცნობილი, საიდანაც $\sigma^2 = \left(\frac{R}{6}\right)^2$.

წილობრივი ნიშნის შემთხვევაში დისპერსია $pq = w(1-w)$

თითოეული ალტერნატიული ნიშნის მაქსიმალური ხვედრითი წილის (0,5) გათვალისწინებით 0,25-ს უდრის. ეს სავარაუდო მაჩვენებლები გამოიყენება შერჩევის საჭირო რიცხვის დასადგენად სხვადასხვა წესისა და სახის შერჩევითი დაკვირვების ჩასატარებლად გაწეული საორგანიზაციო პერიოდის საწყის ეტაპზე.

მაგალითი: რეგიონში 15000 შინამეურნეობაა, რომელთა წლიური შემოსავლების მიხედვით ვარიაციის კოეფიციენტმა შეადგინა 80%.

რამდენი შინამეურნეობა უნდა შევისწავლოთ წლიური შემოსავლების დადგენის მიზნით მთლიანად მთელს რეგიონში თუ 0,9973 ალბათობით საზღვრითმა შეცდომამ (Δ) არ უნდა გააჭარბოს 5%-ს?

0,9973 ალბათობით სტუდენტის კრიტერიუმი $t=3$-ს (იხ. დანართი 2). თუ ჩვენ ჩავატარებთ განმეორებით შერჩევას, მაშინ დასაკვირვებელი ერთეულების რიცხვი შეადგენს:

$$n=\frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}=\frac{3^2\cdot 80^2}{5^2}=2304 \text{ ერთეულს.}$$

მაშასადამე, ამ შემთხვევაში შერჩევა 15,4%-იანია $\left(\frac{2304}{15000}\right)$, რაც უზრუნველყოფს მიღებული შედეგების მაღალი სიზუსტისა და საიმედობის ხარისხს.

12. მცირე შერჩევა

ამ თავის მე-3 და მე-4 პარაგრაფებში **ი. ბერნულის, პ. ჩებიშევის, ა. ლიაპუნოვის, პ. ლაპლასისა** და სხვათა გამოკვლევების ბაზაზე ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ დაკვირვების დიდი რიცხვის პირობებში შერჩევითი მახასიათებლები (საშუალო არითმეტიკული, დისპერსია და სხვა) ძალიან მცირედით განსხვავდებიან გენერალური ერთობლიობის

შესაბამისი მახასიათებლებისაგან. ამიტომ თამამად შეგვიძლია შერჩევის საფუძველზე ვიმსჯელოთ მთლიან სტატისტიკურ ერთობლიობაზე. მაგრამ სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების შესწავლის პრაქტიკაში „დიდ" შერჩევებთან ერთად, როდესაც დაკვირვების რიცხვი 100-ს აჭარბებს, დროისა და სახსრების ეკონომიის მიზნით ძალიან ხშირად მცირე შერჩევებიც გამოიყენება.

მცირე შერჩევას სტატისტიკაში ისეთ შერჩევით გამოკვლევებს უწოდებენ, რომლის პირობებში მთლიანი ერთობლიობის არა უმეტეს 30 ერთეული შეისწავლება $(n \le 30)$. ვინაიდან შერჩევის რიცხვი მცირეა, ამიტომ „დიდი" შერჩევისაგან განსხვავებით ვერ ვიტყვით, რომ შერჩევითი დისპერსია შეიძლება გამოვიყენოთ გენერალური დისპერსიის შესაფასებლად. ამასთან ერთად თუ „დიდ" შერჩევებში შერჩევითი საშუალოს $(\tilde{X})$ გენერალური საშუალოსაგან $(\tilde{X}_0)$ ნორმირებული გადახრის $\left(t = \frac{\tilde{X} - \bar{X}}{\sigma}\right)$ დადგომის ალბათობა ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს, იმის მიუხედავად თუ როგორია გენერალურ ერთობლიობაში ერთეულთა განაწილება. მცირე შერჩევებში გენერალურ ერთობლიობაში ერთეულთა განაწილების ხასიათი გამოკვეთილად ზემოქმედებს საშუალო შეცდომის დადგომის ალბათობაზე. ამიტომ საჭირო იყო მცირე შერჩევებისათვის მეცნიერებას შეემუშავებინა შესაბამისი თეორია, რაც მნიშვნელოვან პრაქტიკულ გამოყენებას ჰპოვებდა. ასეთი თეორია შეიმუშავა ინგლისელმა მათემატიკოსმა **ვ. გოსეტმა** (სტიუდენტის ფსევდონიმით), რომელმაც 1908 წელს მცირე შერჩევებისათვის შერჩევითი საშუალოს გენერალური საშუალოსაგან ნორმირებული გადახრისა (t) და შესაბამისი ალბათობების განაწილების კანონი შეიმუშავა. ამ კანონს **სტიუდენტის განაწილების** სახელი ჰქვია. შემდგომში მცირე შერჩევის თეორია **განავითარა რ. ფიშერმა.**

სტიუდენტის[1] განაწილების კანონის მიხედვით შერჩევითი საშუალოს ($\tilde{x}$) გენერალური საშუალოსაგან ($\overline{X}_0$) ნორმირებული გადახრის $\left(t=\frac{\tilde{X}-\overline{X}_0}{\sigma}\right)$ განაწილების სიმჭიდროვე (სიმკვრივე) განისაზღვრება ფორმულით:

$$S(t)=\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\Pi(n-1)}\cdot\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\times\left(1+\frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}} \qquad (11.78),$$

სადაც $\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)$ და $\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)$ ე.წ. გამა-ფუნქციებია;

n – შერჩევის რივხვი.

მათემატიკურ სტატისტიკაში მტკიცდება, რომ ნებისმიერი n დადებითი რიცხვისათვის გამა-ფუნქცია განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$\Gamma(n)=\int_0^{\infty}X^{n-1}e^{-X}dX=(n-1)! \qquad (11.79).$$

კერძო შემთხვევებში:

$\Gamma(1)=1;\Gamma(2)=1;\Gamma(3)=2!;\Gamma(4)=3!=6$ და ა.შ.

გამა-ფუნქციის თვისებებია:

1) $\Gamma(n+1)=n\Gamma(n)$; 2) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\Pi$.

ამიტომ გამა-ფუნქციის პირველი კერძო შემთხვევა და პირველი მისი თვისება იძლევა $\Gamma(1)=0!=1$.

---

[1] И. Г. Венецкий, Г. С. Кильдишев, Теория вероятностей и математическая статистика, М: "Статистика" 1975, стр. 247-248.

გამა-ფუნქციის თვისება საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ $\Gamma(n)$ $\frac{1}{2}$-ის ჯერადი n-ის შემთხვევაში. მაგალითად.

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)=\Gamma\left(\frac{1}{2}+1\right)=\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\Pi}}{2}.$$

აქედან შეიიძლება ვთქვათ, რომ თუ (11.79) ფორმულაში n-ის ნაცვლად ჩავსვავთ თანმიმდევრულად $\frac{n}{2}$ და $\frac{n-1}{2}$, მივიღებთ გამა-ფუნქციის მნიშვნელობებს.

მათემატიკურ სტატისტიკაში მტკიცდება[1] აგრეთვე თეორემა იმის შესახებ,რომ "ალბათობა იმისა, შემთხვევითი სიდიდე ინტერვალში (a,b) მიიღებს რომელიმე მნიშვნელობას, უდრის ამ ინტერვალში გავრცელებული ალბათობის სიმკვრივის განსაზღვრულ ინტეგრალს:

$$p(a\le X\le b)=\int_a^b \varphi(X)dx \qquad (11.80)$$

მაშასადამე, შეგვიძლია დავწეროთ, რომ შერჩევითი საშუალოს გენერალური საშუალოსაგან ნორმირებული გადახრის (t) ალბათობა განისაზღვრება ინტეგრალით:

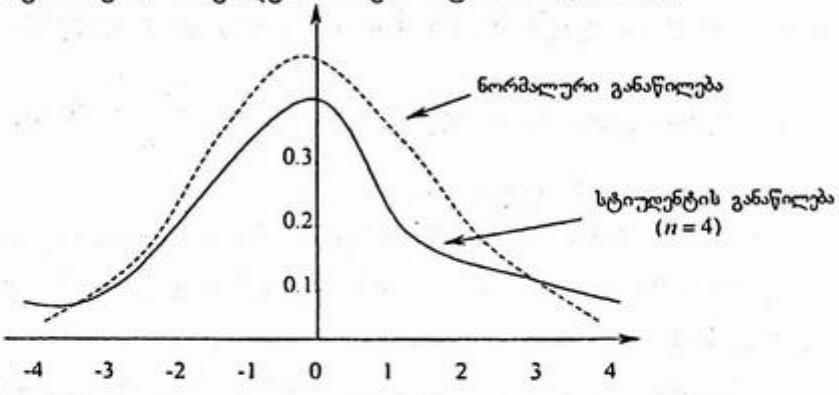
$$S(t)=\int_{-t}^{t}\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\sqrt{\Pi(n-1)}}\left(1+\frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}dt=\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\sqrt{\Pi(n-1)}}\int_{-t}^{t}\left(1+\frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}dt$$

(11.81).

[1]А. И. Карасев, основы математической статистики, Росвузиздат, 1962, стр. 53

სადაც $\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\sqrt{\Pi(n-1)}}$ არის მუდმივი თანამამრავლი.

თუ ნორმალურ და სტიუდენტის განაწილებას გრაფიკულად გამოვსახავთ, მივიღებთ ასეთ სურათს ($n=4$)



ნახ. 28. ნორმალური და სტიუდენტის განაწილების მრუდეები ($n=4$-ის შემთხვევაში).

როგორც ნახაზიდან ჩანს შერჩევითი რიცხვის (n) გადიდებასთან ერთად სტიუდენტის განაწილების მრუდი თანდათან უახლოვდება ნორმალური განაწილების მრუდს.

(11.81) ფორმულით სტიუდენტის განაწილების ალბათობათა გაანგარიშებანი ერთობ რთული პროცესია. მაგრამ ამ გაანგარიშებათა თავიდან აცილების მიზნით სტიუდენტის განაწილება t და n პარამეტრების მნიშვნელობათა შესაბამისად ცხრილირებულია. მოვიტანთ ზოგიერთი მათგანის ამონაბეჭდს:

ალბათობათა განაწილება მცირე შერჩევის პირობებში ნდობის ინტერვალისა (t) და შერჩევის მოცულობის (n) შესაბამისად[1]

ცხრილი №69.

t \ n	5	10	15	20	∞
0,5	0,356	0,372	0,376	0,378	ო,383
0,8	0,532	0,556	0,564	0,566	0,576
1,0	0,626	0,656	0,666	0,670	0,683
1,5	0,792	0,832	0,844	0,850	0,866
2,0	0,884	0,924	0,934	0,940	0,954
2,6	0,940	0,972	0,980	0,982	0,991
3	0,960	0,984	0,990	0,992	0,997

როგორც ცხრილიდან ჩანს, შერჩევის მოცულობის (n) ზრდადებასთან დაკავშირებით ალბათობანი დიდდება და უახლოვდება ნორმალური განაწილების კანონის შესაბამის პარამეტრებს.

მაგალითი. ვთქვათ შერჩევითი დაკვირვება ჩავატარეთ 110 საწარმოში, რომლებშიაც პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებამ ლარებში შეადგინა: 5,6; 6,0; 2,5; 4,0; 3,5; 3,2; 3,0;5,0; 4,5; 3,5.

ვიპოვოთ საშუალო თვითღირებულება:

$$\tilde{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} Xi}{n} = \frac{5,6 + 6,0 + 2,5 + 4,0 + 3,5}{10} +$$

$$+ \frac{3,2 + 3,0 + 5,0 + 4,5 + 3,5}{10} = 4,08 \quad \text{ლარი.}$$

[1] ამონაბეჭდი მოტანილია წიგნიდან: А. И. Карасев, основы математической статистики, Росвузиздат, 1962, стр. 354 ($n = \infty$-თვის ალბათობანი მოტანილია ნორმალური განაწილების კანონის შესაბამისად)

შერჩევითი დისპერსია

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{(5.6-4.08)^2+(6-4.08)^2+(2.5-4.08)^2}{10}+$$

$$+\frac{(4.0-4.08)^2+\ldots+(3.5-4.08)^2}{10}=1.18 \quad \text{ლარი.}$$

აქედან მცირე შერჩევის საშუალო შეცდომა, რომელიც განსხვავებით "დიდი" შერჩევების საშუალო შეცდომისაგან, განისაზღვრება ფორმულით $\mu=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{1{,}18}{10-1}}=0{,}362$ ლარი.

69-ე ცხრილიდან, მაგალითად, ნდობის კოეფიციენტია $t=0.5$ და შერჩევის რიცხვის $n=10$ პირობებში ალბათობა $S(t)$ უდრის 0,372-ს. მოცემული ალბათობით (0,372) შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ განსხვავება შერჩევითი ერთობლიობისა და გენერალურ ერთობლიობის საშუალოებს შორის იმოძრავებს $-0{,}5\mu$ –დან $+0.5\mu$ -მდე, ანუ თავისი აბსოლუტური მნიშვნელობით არ გადააჭარბებს 0,181 $(0{,}5\times 0{,}362)$ ლარს. შესამჩნევად იცვლება ეს საზღვრები ნდობის ინტერვალის გადიდება – შემცირებასთან დაკავშირებით. მაგალითად, $t=3$ პირობებში, როგორც 69-ე ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა შეადგენს 0,984-ს. ამ შემთხვევაში შერჩევით და გენერალურ საშუალოებს შორის აბსოლუტური სხვაობა 0,984 ალბათობით არ გადააჭარბებს $(0{,}362\times 3)$ 1,08 ლარს. მაშასადამე მთელს მცირე საწარმოებში პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება იმოძრავებს

$\left[\tilde{\bar{X}}-\Delta(t\mu)\right]\le \bar{X}_0 \le \left[\tilde{\bar{X}}+\Delta(t\mu)\right]=(4{,}08-1{,}08)$ -დან $(4{,}08+1{,}08)$ -მდე ანუ 3 ლარიდან 5,11 ლარამდე.

ცხრილში მოცემული $S(t)$ ალბათობანი გვიჩვენებს, რომ

სხვაობანი შერჩევით და გენერალურ საშუალოებს შორის არ გადააჭარბებს t–ჯერად $(t\mu)$ შერჩევის საშუალო შეცდომას. შეიძლება დაისვას საწინააღმდეგო მოვლენის დადგომის ალბათობის საკითხიც. მაგალითად, ალბათობა იმისა, რომ ეს სხვაობანი გადააჭარბებს t–ჯერად შერჩევის საშუალო შეცდომას. ცხადია ასეთი ალბათობა უდრის $1-S(t)$.ჩვენს მაგალითზე ალბათობა იმისა, რომ მთლიანად მცირე საწარმოებში პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებასა და შერჩევით საწარმოებში პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულებას შორის განსხვავებანი გადააჭარბებს $(t\mu)=3\cdot 0{,}362=1{,}08$ ლარს, შეადგენს 1-0,984=0,0016-ს.

მაგალითი. საქართველოში განუბაჟებელი ტვირთის შესწავლის მიზნით მცირე შერჩევის გზით საკუთრივ-შემთხვევითი წესით ავარჩიეთ 10 საბაჟო, სადაც დადგინდა, რომ კონტრაბანდული ტვირთის მოცულობამ შეადგინა 20%. განვსაზღვროთ იმის ალბათობა, რომ გენერალურ ერთობლიობაში ანუ საქართველოს ყველა საბაჟო-გამშვებ პუნქტში განუბაჟებელი ტვირთის ხვედრითი წილი არ იქნება 20%-ზე ნაკლები და არ გადააჭარბებს 30%-ს. როგორც ჩანს ამოცანის პირობიდან მოცემულია, საზღვრითი შეცდომა $\Delta=t\mu=10\%$ ანუ 0,10-ს კოეფიციენტის სახით. შერჩევის საშუალო შეცდომას არ ვანგარიშობთ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე. ვინაიდან განუბაჟებელი ტვირთის მოცულობის ხვედრითი წილი შერჩევაში 20%-ია, ამიტომ $w=0{,}20$, ხოლო განბაჟებული ტვირთის ხვედრითი წილი იქნება 80% ანუ 0,8. საშუალო შეცდომა $\mu=\sqrt{\frac{w(1-w)}{n-1}}=\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{10-1}}=0{,}13$

(11.40) ფორმულიდან $\Delta=t\mu$ განვსაზღვროთ t.

$$t=\frac{\Delta}{\mu}=\frac{0{,}10}{0{,}13}=0{,}77$$

69-ე ცხრილიდან $0,77 \approx 0,8 = t$ და $n = 10$ მახასიათებლების ალბათობა შესაბამისი სვეტისა და სტრიქონის გადაკვეთაში უდრის 0,556, ე.ი. $S(t) = 0,556$. მაშასადამე, საქართველოს ყველა საბაჟო პუნქტზე განუბაჟებელი ტვირთის ხვედრითი წილის ცვალებადობის 20%-დან 30%-მდე ვარაუდი მხოლოდ 0,556 ალბათობით შეგვიძლია. აქედან ცხადია, რომ $1 - S(t)$ ანუ 1–0,556=0,444 ალბათობით, ე.ი. 44,4%-ით ის შეგვიძლია გავითვალისწინოთ, რომ განუბაჟებელი ტვირთის ხვედრითი წილი საქართველოს საბაჟო გამშვებ პუნქტებში გაცდება აღნიშნულ საზღვრებს და შეიძლება გადააჭარბოს 30%-ს.

12. შერჩევითი მახასიათებლების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელების ხერხები

შერჩევითი ერთობლიობის საფუძვლიანი შესწავლის ბოლო ეტაპზე საჭიროა მიღებული შედეგების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელება. ამისათვის პირველ რიგში კიდევ ერთხელ უნდა შევამოწმოთ, ხომ არ შეიცვალა რაიმე ისეთი გენერალურ ერთობლიობაში, რომელიც არარეპრეზენტანტულს ხდის გაანგარიშებულ მაჩვენებლებს. მაგალითად, თუ გვინდა ადმინისტრაციულ–ტერიტორიული რაიონის რაიმე სასოფლო-სამეურნეო კულტურის წლიური საერთო მოსავლის დადგენა და ამისათვის მოსავლიანობა შევისწავლეთ შერჩევითი დაკვირვების რამდენიმე რეგიონში, საჭიროა დაკვირვების დამთავრების მომენტისათვის შევამოწმოთ ხომ არ შეიცვალა რაიონის საზღვრები, ან კიდევ ხომ არ დააზიანა სასოფლო-სამეურნეო სავარგულები სტიქიურმა მოვლენებმა (სეტყვა, კოკისპირული წვიმები, წყალდიდობანი და ა.შ.) და სხვა.

გულდასმით შემოწმების შემდეგ შეგვიძლია შერჩევითი დაკვირვების შესწავლის შედეგები გავავრცელოთ გენერალურ

ერთობლიობაზე. ამ მიზნით სტატისტიკაში გამოიყენება ორი მეთოდი: **პირდაპირი გადაანგარიშებისა და კოეფიციენტების მეთოდები.** პირდაპირი გადაანგარიშების მეთოდი გულისხმობს შერჩევითი მახასიათებლის (მაგალითად, საშუალო მოსავლიანობა, საშუალო წველადობა და სხვა) გამრავლებას გენერალური ერთობლიობის ერთეულთა რაოდენობაზე. მაგალითად, თუ შერჩევითი გამოკვლევით დადგინდა, რომ ხორბლის საშუალო მისავლიანობა 120 ც/ჰა-ს ანუ 12 ტონას უდრის და რაიონში სულ 40000 ჰექტარი ხორბლის ნათესებია, მაშინ გამართლებულია ვარაუდი იმის შესახებ, რომ მოცემულ რაიონში ხორბლის საერთო წლიურმა მოსავალმა უნდა შეადგინოს $\left(\frac{40000\times120}{100}\right)=480000$ ტონა. შეიძლება აგრეთვე, გენერალური ერთობლიობის საერთო საძიებელი მაჩვენებელი დავადგინოთ გარკვეულ საზღვრებში, ინტერვალში. ჩვენს შემთხვევაში თუ საზღვრითი შეცდომა (Δ) ერთ ტონას შეადგენს, მაშინ საშუალო მოსავლიანობა გენერალურ ერთობლიობაში იმოძრავებს $\widetilde{X}\pm\Delta=(12\pm1)$ ტონის საზღვრებში. მაშასადამე რაიონში განსაზღვრული ალბათობით მოცემულ წელს უნდა მივიღოთ 440000(40000×11) ტონიდან 520000(40000×13) ტონამდე ხორბალი. ზოგადად გენერალური ერთობლიობის საერთო მაჩვენებლის მოძრაობის საზღვრები ასე ჩაიწერება:

$$N\left(\widetilde{X}-\Delta\right)\le N\overline{X}\le N\left(\widetilde{X}+\Delta\right) \qquad (11.82)$$

სადაც N – გენერალური ერთობლიობის რიცხვი,

$\widetilde{X}$ – შერჩევითი საშუალო,

Δ – საზღვრითი შეცდომა.

კოეფიციენტების მეთოდი გამოიყენება მთლიანი დაკვირვების შედეგების დასაზუსტებლად. ამ მეთოდს ხშირად მიმართავენ მოსახლეობის აღწერების ჩატარებისას. თუ მაგალითად,

მთლიანი აღწერით მოსახლეობის რიცხოვნობამ რაიონში შეადგინა 10000 კაცი, ხოლო იმავე რაიონში შერჩევითმა დაკვირვებამ აჩვენა სულ 9000 კაცი, მაშინ კოეფიციენტით

(0,9) $K_{შესწ.} = \frac{9000}{10000} = 0,9$ უნდა შესწორდეს სხვა რაიონების მთლიანი დაკვირვების მონაცემებიც.

13. შერჩევითი დაკვირვების გამოყენების პრაქტიკა

შერჩევითი დაკვირვება ფართოდ გამოიყენება მოსახლოების აღწერებსა და საბიუჯეტო გამოკვლევებში, პროდუქციის ხარისხის კონტროლში, სხვადასხვა სახის ჰიპოთეზების შეფასებისა და სხვა მეტად მნიშვნელოვანი სამეურნეო, სოციალურ-ეკონომიკური საკითხების გადაწყვეტის საქმეში.

მოსახლეობის აღწერებში ფართოდ იქნა გამოყენებული შერჩევითი დაკვირვება 1989 წელს. ამ წელს ჩატარდა როგორც მთლიანი, ისე არამთლიანი აღწერა. მთლიანი აღწერა მოიცავდა შემდეგ კითხვებს; დამოკიდებულება ოჯახში პირველად ჩაწერილი წევრისადმი, სქესი, დროებით არ მყოფი, დროებით მცხოვრები, დაბადების თარიღი, დაბადების ადგილი, ქორწინებაში ყოფნა, ეროვნება, მშობლიური ენა, განათლება, დაამთავრა თუ არა პროფტექნიკური სასწავლებელი, სასწავლებლის ტიპი, სადაც სწავლობს, არსებობის საშუალებათა წყაროები. არამთლიანი ანუ შერჩევითი აღწერის პროგრამა 17 კითხვიანი იყო (მთლიანი აღწერის კითხვების გარდა შერჩევითი აღწერის პროგრამა მოიცავდა მუშაობის ადგილს, მოსაქმეობას, უწყვეტად ცხოვრების ხანგრძლივობას მოცემულ დასახლებულ პუნქტში). შერჩევითი დაკვირვებით აღიწერებოდა ყოველი მე-4 კომლი, ანუ ტარდებოდა 25%-იანი შერჩევა. ამ გზით გადამოწმდა მთლიანი აღწერის

„კითხვებზე პასუხები. ამავე დროს დამატებით მიღებულ იქნა სოციალური გამოკვლევის საინტერესო მასალა მოსახლეობის შესახებ.

შერჩევითი დაკვირვების გამოყენება მოსახლეობის ხაბიუჯეტო გამოკვლევებში გულისხმობს შემოსავლებისა და დანახარჯების შესწავლას, რაც ქვეყანაში სწორი სოციალურ-ეკონომიკური პოლიტიკის გატარების საფუძველია.

პროდუქციის ხარისხის კონტროლის საქმეში შერჩევითი მეთოდის გამოყენება მნიშვნელოვნად ამცირებს როგორც დროის, ასევე სხვა სახის დანახარჯებს. პროდუქციის მთელი პარტიიდან შეირჩევა გარკვეული რაოდენობის მზა ნაწარმი და მათი ხარისხის შემოწმების შედეგები ვრცელდება მთელს ერთობლიობაზე.

14. შერჩევითი დაკვირვების გამოყენება ჰიპოთეზების სტატისტიკურ შეფასებაში

შერჩევითი დაკვირვებანი ფართოდ გამოიყენება სოციალურ-ეკონომიკური და სხვა სახის ჰიპოთეზების შეფასების საქმეში.

ასეთი ჰიპოთეზები ძალიან ხშირად წარმოიშობა სახალხო მეურნეობისა და კულტურის თითქმის ყველა სფეროში, მათ შორის კომერციულ დარგში, იურისპრუდენციაში, სამედიცინო სფეროში და სხვა.

ჰ ი პ ო თ ე ზ ა ეწოდება მოსაზრებებს, წარმოდგენებს ვრაიმე მოვლენის არსებობის შესახებ. მაგალითად, ჰიპოთეზა შეიძლება არსებობდეს იმის თაობაზე, რომ საქართველოში მოსახლეობის 20%-ზე მეტი მდიდარია, ან 80%-ზე მეტი ღარიბი, სამართალდამცავი ორგანოების თანამშრომელთა 80%-ზე მეტი კორუმპირებულია, ბაზრობებზე კვების პროდუქტების უმრავლესობა (50%-ზე მეტი) უხარისხოა და არ შეესაბამება დადგენილ სტანდარტებს, ქ.თბილისში ჰაერი ეკოლოგიურად ძლიერ დაჭუჭყიანებულია (დასაშვებ ნორმაზე მეტია მასში ადამიანის ჯანმრთელობისათვის მავნე ნივთიერებანი) და ა.შ.

ამ და სხვა მსგავსი ჰიპოთეზების შემოწმება მთლიანი დაკვირვებით თითქმის შეუძლებელია. ამიტომ ასეთი საკითხების შესწავლაში შერჩევით დაკვირვებებს უდიდესი მნიშვნელობა ენიჭება.

ჰიპოთეზის სტატისტიკური შეფასება გულისხმობს წამოყენებულ ჰიპოთეზასა და შერჩევითი დაკვირვების შედეგებს შორის განსხვავების შემთხვევითობის ან არაშემთხვევითობის დადგენას.

თუ დადგინდა, რომ ეს განსხვავება შემთხვევითია, ვინაიდან გარკვეული ალბათობით არ სცილდება შემთხვევითი შეცდომების საზღვრებს,მაშინ წამოყენებული ჰიპოთეზა მიიღება მისი საწყისი ფორმით. იმ შემთხვევაში თუ აღმოჩნდა, რომ განსხვავება ჰიპოთეზასა და შერჩევით მახასიათებელს შორის გასცილდა შემთხვევითი შეცდომების ფარგლებს, ე.ი. არაშემთხვევითია, მაშინ იგულისხმება, რომ ასეთი ჰიპოთეზა სინამდვილეს არ შეეფერება და უარიყოფა.

ჰიპოთეზების სტატისტიკური შეფასებისთვის საჭიროა:

– ძირითადი (შესაფასებელი) და ალტერნატიული ჰიპოთეზების ჩამოყალიბება;

– ჰიპოთეზის სისწორის შესაფასებლად სტატისტიკური კრიტერიუმების შერჩევა;

– კრიტერიუმის ცვალებადობის კრიტიკული სფეროსა საზღვრების დადგენა;

– შერჩევითი დაკვირვების ჩატარება, რომლის შედეგების მიხედვით ხდება შერჩეული კრიტერიუმის
ფაქტიურ მნიშვნელობათა დადგენა;

– შერჩეული კრიტერიუმის ფაქტიურ და კრიტიკულ მნიშვნელობათა ურთიერთშედარების საფუძველზე წამოყენებული ჰიპოთეზის მიღება ან უარყოფა.

შესაფასებელ ჰიპოთეზას ეწოდება ძირითადი ანუ ნულოვანი და აღინიშნება H_0 სიმბოლოთი, ხოლო მის საწინააღმდეგოს ალტერნატიული ეწოდება და H_1

სიმბოლოთი გამოისახება. მაგალითად, თუ გავრცელებულია აზრი იმის თაობაზე, რომ საქართველოში მდიდრები არ აღემატებიან მოსახლეობის 10%-ს ან ღარიბები არ არის 60%-ზე ნაკლები, მაშინ ეს ჰიპოთეზები არის ძირითადი ანუ ნულოვანი (H_0). ხოლო მათი ალტერნატიული ჰიპოთეზები (H_1) იქნება დებულებანი იმის თაობაზე, რომ მდიდრები 10%-ზე მეტია და ღარიბები 60%-ზე ნაკლები. ცხადია სტატისტიკურ კრიტერიუმად ამ შემთხვევაში უნდა მივიჩნიოთ მოსახლეობის სულადობრივი თვიური ან წლიური შემოსავლები. კრიტერიუმის შესაბამისი მაჩვენებელი ძირითადი ჰიპოთეზისათვის, ვთქვათ მდიდრებისათვის 10%-, აღინიშნება X_0-ით, ხოლო ფაქტობრივი X-ით. აი, ამ ფაქტობრივი მაჩვენებლის დადგენისათვის ტარდება შერჩევითი დაკვირვება. თუ, მაგალითად, მდიდრებისათვის $X > X_0$ ან ღარიბებისათვის $X < X_0$, მაშინ ორივე ძირითადი ჰიპოთეზა უარიყოფა.

statistikosebi hipoTezebis Caweras[1] შემდეგნაირად ახდენენ:

ა) ნულოვანი ჰიპოთეზისათვის, ჩვენს მაგალითზე მდიდრების პროცენტის დასადგენად:

$$H_0: X \leq X_0,$$

წამოყენებული ჰიპოთეზა, როგორც სტატისტიკოსებს მიაჩნიათ[2], შეიძლება იყოს მარტივი და რთული.

მარტივი ჰიპოთეზის შემთხვევაში შესაფასებელი პარამეტრი გენერალურ ერთობლიობაში ერთმნიშვნელოვნად განისაზღვრება და ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$H_0 : X = X_0$$

რთული ჰიპოთეზის დროს შესაფასებელ პარამეტრს განსაზღვრულ ფარგლებში შეუძლია მიიღოს გარკვეული რაღაც

[1] იხ. მაგალითად Теория статистики: учебник под редакцией проф. Г. Л. Громико.- М! ИНФРА- М Москва, 2002, стр 172

[2] იქვე, გვ. 173

მნიშვნელობა. ასეთია ჩვენს მიერ ზემოთმოტანილი ჰიპოთეზა:

$H_0: X \le X_0$.

ჰიპოთეზის შეფასებას აქვს ალბათური ხასიათი და ამიტომ გამორიცხული არ არის რაიმე ხასიათის შეცდომის დაშვება. აქედან ასახელებენ ორი სახის შეცდომას:

პირველი წარმოიშობა იმ შემთხვევაში, როცა კეთდება დასკვნა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის შესახებ, მაშინ როცა ის სწორია;

მეორე—როცა ნულოვანი ჰიპოთეზა მიიღება, მაშინ როცა ის არაა სწორი.

კრიტერიუმს, რომლითაც შესაფასებელ მაჩვენებელს ადარებენ ფაქტობრივს, აღნიშნავენ Q სიმბოლოთი. მაგალითად, გენერალურ ერთობლიობაში შესასწავლი ნიშნის საშუალო მნიშვნელობის შესახებ არსებული ჰიპოთეზის პირობებში $\left(H_0 : \widetilde{X} = a\right)$ კრიტერიუმად შეიძლება გამოდგეს შერჩევის საშუალო $\left(\widetilde{X}\right)$ ან მისი გადახრა a—დან $\left(\widetilde{X} - a\right)$, ან კიდევ ნორმირებული გადახრა $\dfrac{\left(\widetilde{X} - a\right)}{\sigma}$.

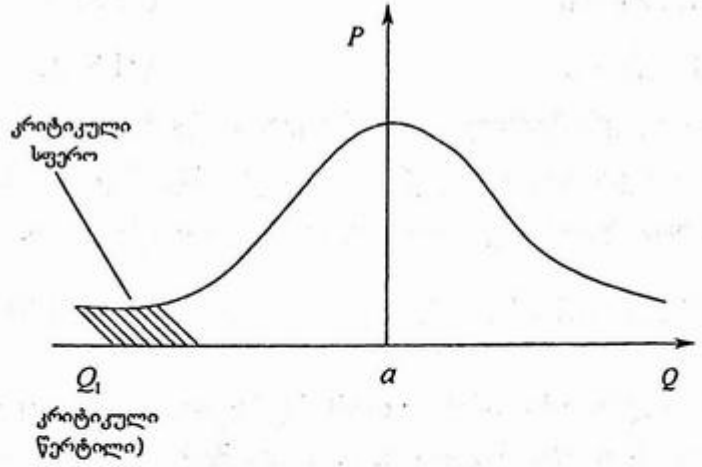
ჰიპოთეზის შესაფასებლად უნდა განისაზღვროს ე. წ. **კრიტიკული** სფერო. ეს ის სფეროა, რომელშიაც შერჩეული მახასიათებლის მოხვედრისას ნულოვანი ანუ ძირითადი ჰიპოთეზა უარიყოფა. ამ სფეროს საზღვრები ისეთნაირად უნდა დადგინდეს, რომ ნულოვანი ჰოპოთეზის სისწორის შემთხვევაში მასში შერჩევითი მახასიათებლის მოხვედრის ალბათობა იყოს საკმარისად მცირე. სტატისტიკაში, როგორც ცნობილია, ასეთი ალბათობა კრიტერიუმის მნიშვნელობის დონის სახელწოდებითაა ცნობილი და α სიმბოლოთი გამოისახება. ჩვეულებრივად α—ს მნიშვნელობად სტატისტიკაში მიღებულია 0,05 ან 0,01. ისე, რომ თუ ნულოვანი ჰიპითეზა სწორია, მაშინ მისი მიღების ალბათობაა $1-\alpha$ (ანუ $a = 0.05$ პირობებში

95%, ხოლო უარყოფის 5%).

თუ სწორი ნულოვანი ჰიპოთეზის პირობებში კრიტერიუმის მნიშვნელობა კრიტიკულ სფეროში ხვდება,მაშინ ეს ჰიპოთეზა უნდა უარვყოთ. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ დაშვებულია ზემოთ ნახსენები პირველი რიგის (სახის) შეცდომა, რომლის ალბათობა α –ს უდრის. თუ შევამცირებთ α -ს მნიშვნელობას, მაშინ პირველი სახის შეცდომის დაშვების ალბათობა მცირდება, მაგრამ სამაგიეროდ დიდდება მეორე სახის შეცდომის დაშვების ალბათობა.

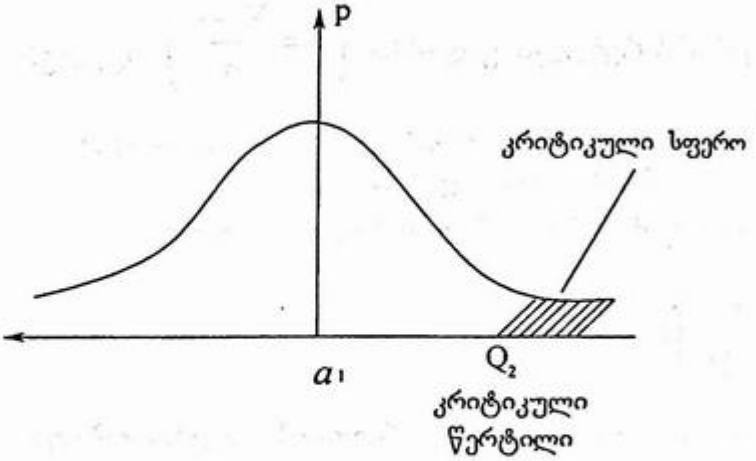
α მოცულობის დონის პირობებში კრიტიკული სფერო შეიძლება იყოს ცალმხრივი (მაჯვენა ან მარცხენამხრივი) ან ორმხრივი. მათი თვალსაჩინოდ წარმოდგენისათვის ისინი განვიხილოთ ცალ-ცალკე გრაფიკული გამოსახულების დახმარებით.

მარცხენამხრივი კრიტიკული სფეროს გრაფიკული გამოსახულება ასეთი სახისაა:



ნახ. 29. მარცხენამხრივი კრიტიკული სფერო

გრაფიკზე წარმოდგენილია კრიტიკული წერტილი Q_1 ,რომელიც კრიტიკულ სფეროს გამოჰყოფს ნულოვანი ჰიპოთეზის მიღების სფეროსაგან. თუ კრიტიკული სფეროს ფართობს (დაშტრიხული ნაწილი) S_0 სიმბოლოთი, ხოლო



ნახ.30 მარჯვენამხრივი კრიტიკული სფერო

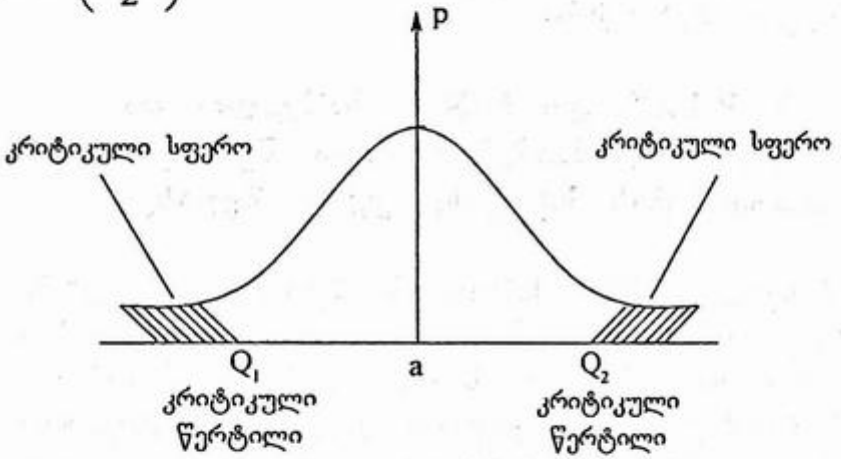
$\alpha = 0{,}01$ –ის პირობებში ალბათობა $p\left(\widetilde{X} > a + t\mu\right) = 0{,}01$ ანუ

$$p\left(\widetilde{X} > a + t\mu\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}01 \qquad (11.90).$$

აქედან $\frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}49,$ t –ს შესაბამისი მნიშვნელობა უდრის 2,3-ს. მაშადამე კრიტიკულ წერტილში კრიტერიუმი ღებულობს მნიშვნელობას $Q = a + 2.3\mu$

განვიხილოთ მესამე შემთხვევა (11.87), როცა $H_1 : \overline{X}_0 \neq a$ (იხ. ნახ. 31). ასეთი ალტერნატიული ვარიანტის შემთხვევაში განიხილავენ ორმხრივ კრიტიკულ სფეროს, რომელშიაც მოხვედრის მთლიან ალმათობას ჩვენს შემთხვევაში, $\alpha = 0{,}01$ –ის პირობებში ანგარიშობენ $p\left(\widetilde{X} < Q_1\right)$ და $p\left(\widetilde{X} > Q_2\right)$ ალბათობათა ჯამით. ეს ჯამი 0,01-ის ტოლია. ამ

შემთხვევაში $p\left(\widetilde{X} < Q_1\right)$ და $p\left(\widetilde{X} > Q_2\right)$ ალბათობებს მიიჩნევენ ტოლ სიდიდეებად. მაშასადამე თითოეულის ალბათობა უდრის 0,005 $\left(\frac{0,01}{2}\right)$.



ნახ. 31. ორმხრივი კრიტიკული სფერო

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცენტრიდან ანუ a-ს მნიშვნელობიდან კრიტიკული წერტილები თანაბარი მანძილითაა დაშორებული.

ამ შემთხვევაში t -ს მნიშვნელობის პოვნისათვის მივმართავთ ისევ ლაპლასის განტოლებას:

$$p\left(\left|\widetilde{X} - a\right| > t\mu\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,01 \qquad (11.91)$$

აქდან

$$\frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,99 .$$

მე-2 დანართიდან 0,99 ალბათობით შესაბამისი t=2,5. ამის მიხედვით კრიტიკული წერტილების მნიშვნელობანია:

$$Q_1 = a - 2,5\mu , \qquad Q_2 = a + 2,5\mu .$$

ჩვენს შემთხვევაში ჰიპოთეზების სტატისტიკური შეფასებისათვის გამოყენებულია სტიუდენტის კრიტერიუმი ანუ ნდობის ინტერვალი (კოეფიციენტი). სხვა შემთხვევაში შესაძლებელია გამოვიყენოთ **პირსონის** კრიტერიუმი, ან კოლმოგოროვის და რომანოვსკის კრიტერიუმები, რომლებიც განხილულია მე-8 თემაში.

15. შესასწავლი ნიშნის საშუალო და წილობრივ მნიშვნელობათა შესახებ ჰიპოთეზების სტატისტიკური შეფასება

შესასწავლი ნიშნის საშუალოს შესახებ ჰიპოთეზები პრაქტიკულად ორი სახის შეიძლება იყოს: სხვადასხვა სახის ერთობლიობათა საშუალოების შედარებისა და მოცემული სახის ერთობლიობაში ფაქტიური საშუალოს ნორმატიულთან შედარების ჰიპოთეზები. პირველი სახის ამოცანა ძალიან ხშირად ისმის სახელმწიფო და კერძო სექტორის რაიმე მაჩვენებლის ურთიერთშედარების დროს (ვთქვათ, მაგალითად, კვების პროდუქტებში სასარგებლო ნივთიერებათა, ცხიმების, ცილების, ნახშირწყლების შემცველობის მიხედვით). ამ შემთხვევაში ნულოვანი ჰიპოთეზა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2, \qquad (11.92).$$

სადაც $\overline{X}_1$-ერთი სტატისტიკური ერთობლიობის (სახელმწიფო სექტორში არსებული ფირმების) საშუალო მნიშვნელობაა, $\overline{X}_2$–მეორე სტატისტიკური ერთობლიობის (კერძო ფირმების) საშუალო მნიშვნელობა.

ასეთი ნულოვანი ჰიპოთეზის (ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ ამ ორი სხვადასხვა სექტორის საშუალო მაჩვენებლები ერთმანეთის ტოლია) კრიტერიუმად მიიღება t-სტატისტიკა ანუ ნორმირებული გადახრა. ხდება ამ მაჩვენებლის ფაქტიური

მნიშვნელობის გაანგარიშება, რომლის შედარება ცხრილურ მნიშვნელობასთან გვაძლევს ნულოვანი ჰიპოთეზის მიღების ან არ მიღების საშუალებას. თუ კრიტერიუმის ფაქტიური მნიშვნელობა ნაკლებია ცხრილურზე $\left(t_{\text{ფაქტ.}} < t_{\text{ცხრ.}}\right)$, მაშინ წამოყენებული ჰიპოთეზა მიიღება, წინააღმდეგ შემთხვევაში უარიყოფა.

t-ს ფაქტიური მნიშვნელობა გაიანგარიშება ფორმულით:

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{\left|\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2\right|}{\mu_{\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2}} \qquad (11.93)$$

სადაც $\mu_{\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2}$ – შერჩევითი საშუალოების სხვაობის სტანდარტული შეცდომაა. ის გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\mu_{\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, \qquad (11.94)$$

სადაც σ_1^2 და σ_2^2 დისპერსიებია შესაბამისად პირველ და მეორე ერთობლიობაში, n_1 და n_2 შერჩევის რიცხვია შესაბამის ერთობლიობებში.

თუ დავუშვებთ, რომ დისპერსიები ორთავე ერთობლიობაში ერთმანეთის ტოლია ე. ი. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, მაშინ გვექნება:

$$\mu_{\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma^2\left(n_1 + n_2\right)}{n_1 n_2}} \qquad (11.95)$$

σ^2 ანუ საერთო დისპერსია ცალკეულ სტატისტიკურ ერთობლიობათა დისპერსიების $\left(\sigma_1^2 \sigma_2\right)$ საფუძველზე შეიძლება გავიანგარიშოთ საშუალო შეწონილი არითმეტიკულის გამოყენებით. წონებად გამოგვადგება თავისუფლების ხარისხი (V) ცალკეულ შერჩევათა მიხედვით

($V = n-1$ იმდენად, რამდენადაც მხოლოდ ერთ მაჩვენებელს ვანგარიშობთ და ვაფიქსირებთ ერთ გარკვეულ დონეზე, ხოლო დანარჩენ $n-1$ მაჩვენებლებს თავისუფლება გააჩნიათ).

მაშასადამე საერთო დისპერსია (σ^2) შეიძლება ასეთნაირად გავიანგარიშოთ:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2(n_1-1)+\sigma_2^2(n_2-1)}{(n_1-1)+(n_2-1)}, \qquad (11.96).$$

სადაც

$$\sigma_1^{\,2} = \frac{\Sigma(X_{i1}-\tilde{X}_1)^2}{n_1-1} \text{ და } \sigma_2^{\,2} = \frac{\Sigma(X_{i2}-\tilde{X})^2}{n_2-1}. \qquad (11.97)$$

(X_{i1}-პირველი შერჩევითი ერთობლიობის, ხოლო X_{i2}-მეორე შერჩევითი ერთობლიობის ვარიანტების მნიშვნელობანია). თუ ამ მნიშვნელობებს ანუ (12.97) ფორმულას შევიტანთ (12.96) ფორმულაში, გვექნება:

$$\sigma^2 = \frac{\frac{\Sigma(X_{i1}-\tilde{X}_1)^2}{n_1-1}(n_1-1)+\frac{\Sigma(X_{i2}-\tilde{X}_2)^2}{n_2-1}(n_2-1)}{(n_1-1)+(n_2-1)} =$$

$$= \frac{\Sigma(X_{i1}-\tilde{X}_1)^2+\Sigma(X_{i2}-\tilde{X}_2)^2}{n_1+n_2-2} \qquad (11.98).$$

(12.98) ფორმულის მნიშვნელობა შევიტანოთ (11.95) ფორმულაში, გვექნება:

$$\mu_{\tilde{X}_1-\tilde{X}_2} = \sqrt{\frac{\Sigma(X_{i1}-\tilde{X}_1)^2+\Sigma(X_{i2}-\tilde{X}_2)^2(n_1+n_2)}{(n_1+n_2-2)n_1n_2}}, \qquad (11.99).$$

საბოლოოდ t-სტატისტიკის ფაქტობრივი მნიშვნელობა შეგვიძლია განვსაზღვროთ შემდეგი ფორმულის გამოყენებით

(12.99 ფორმულას შევიტანთ 12.93 ფორმულაში):

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{\left|\widetilde{X}_1 - \widetilde{X}_2\right|}{\sqrt{\frac{\Sigma\left(X_{i1} - \widetilde{X}_1\right)^2 + \Sigma\left(X_{i2} - \widetilde{X}_2\right)^2 (n_1 + n_2)}{(n_1 + n_2 - 2) n_1 n_2}}}, \quad (11.101).$$

ამ ფორმულას სახეშეცვლილი ფორმით ასე წარმოადგენენ[1]:

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{\left|\widetilde{X}_1 - \widetilde{X}_2\right| \sqrt{n_1 + n_2 - 2} \cdot \sqrt{n_1 n_2}}{\sqrt{n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2} \sqrt{n_1 + n_2}}$$

t - ს ფაქტიური მნიშვნელობის ცხრილურ მნიშვნელობასთან შედარება გვაძლევს ნულოვანი ჰიპოთეზის (11.92) მიღების ან არ მიღების საშუალებას.

მ ა გ ა ლ ი თ ი: სახელმწიფო და კერძო ფირმებში ყურძნის საშუალო შაქრიანობის გამოსაკვლევად შერჩევითი დაკვირვებით შევისწავლეთ სულ 30 ფირმა, მათ შორის 20 სახელმწიფო და 10 კერძო ფირმებია. შესწავლის შედეგები ასეთ სურათს იძლევა:

ცხრილი №70

საკუთრების ფორმები	გამოკვლეული ფირმების რიცხვი (n_i)	შაქრიანობის საშუალო პროცენტი $(\bar{x}_i)$	შერჩეული ერთობლიობის დისპერსია (σ_i^2)
სახელმწიფო	20	20	2,5
კერძო	10	18	1,8

ნულოვანი ჰიპოთეზის სახით წამოვაყენოთ აზრი იმის შესახებ, რომ საკუთრების ფორმა არ მოქმედებს ყურძნის შაქრიანობაზე, ე. ი. ეს მაჩვენებელი თანაბარია ორივე ფორმის მიხედვით: $H_0 : \overline{X}_1 = \overline{X}_2$.

[1] იხ. Теория статистики: учебник под редакцией проф. Г. Л. Громико.- М: ИНФРА- М, Москва, 2002, стр. 181.

ალტერნატიული ჰიპოთეზაა: $H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$. α მნიშვნელობად მივიღოთ $\alpha = 0{,}05$. ამ პირობებში t- ს ფაქტიური მნიშვნელობა იქნება:

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{|20-18|\sqrt{20+10-2}\sqrt{20\cdot 10}}{\sqrt{20\cdot 2.5+10\cdot 1.8}\sqrt{20\cdot 10}} = 1.13$$

ვინაიდან მცირე შერჩევასთან გვაქვს საქმე ($n \leq 30$) ამიტომ t- სტატისტიკის მნიშვნელობა უნდა ავიღოთ არა პ. ლაპლასის ალბათობათა ცხრილიდან (დანართი 2), არამედ სტიუდენტის განაწილების შესაბამისი ცხრილიდან (დანართი 9). ვინაიდან თავისუფლების ხარისხი $V = 20+10-2 = 28-$ს უდრის, $\alpha = 0{,}05$ კრიტერიუმის მნიშვნელობის პირობებში ცხრილიდან $t = 2{,}0484$. ვინაიდან t-ს ფაქტობრივი მნიშვნელობა $t_{\text{ფაქტ.}} = 1.13 < t_{\text{ცხრ.}} = 2.0484$, ამიტომ 1–0,05=0.95 ალბათობით ნულოვანი ჰიპოთეზა მიღებულია და არ უარიყოფა. ეს იმას ნიშნავს, რომ საკუთრების ფორმები არ მოქმედებს ყურძნის საშუალო შაქრიანობის მაჩვენებლებზე და შეიძლება ვთქვათ, რომ ეს ინდიკატორი ორივე ფორმისთვის ერთნაირია. მსგავსი ამოცანა შეიძლება დაისვას აგრეთვე, ორი ერთობლიობის იმ ერთეულთა ხვედრითი წილის შედარებისას, რომლებიც ხასიათდებიან ჩვენთვის საინტერესო ანუ შესასწავლი ნიშნით. ეს ამოცანაც წინა ამოცანის მსგავსად შეიძლება გადავწყვიტოთ მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ t სტატისტიკის ფაქტობრივი მნიშვნელობა ამ შემთხვევაში გაიანგარიშება ფორმულით:

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{w_1 - w_2}{\mu_{w_1 - w_2}}, \qquad (11.102).$$

სადაც w_1 და w_2 –შესასწავლი ნიშნის მატარებელი ერთეულების ხვედრითი წილია შერჩევით პირველ და მეორე ერთობლიობებში, $\mu_{w_1 - w_2}$ - შერჩევითი ხვედრითი წილების

სხვაობის სტანდარტული შეცდომაა.

თავისთავად სტანდარტული შეცდომა $\mu_{w_1-w_2}$ გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\mu_{w_1-w_2}=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_1}+\frac{p(1-p)}{n_2}} \qquad (11.103)$$

სადაც p - შესასწავლი ნიშნის მქონე ერთეულთა ხვედრითი წილია გენერალურ ერთობლიობაში,

n_1 და n_2 – შერჩევის რიცხვია პირველ და მეორე შერჩევით ერთობლიობაში.

ვინაიდან გენერალური ერთობლიობის p – ს მაჩვენებელი წინასწარ უცნობია ამიტომ მის შესაცვლელად უნდა გამოვიყენოთ შერჩევით ერთობლიობათა შესაბამის მაჩვენებელთა საერთო მნიშვნელობა:

$$p=\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}, \qquad (11.104)$$

სადაც m_1 და m_2 – შესასწავლი ნიშნის ხვედრითი წილია პირველ და მეორე შერჩევით ერთობლიობაში.

t–ს ცხრილური მნიშვნელობა მცირე შერჩევის დროს შერჩევითი დაკვირვების რიცხვის (n_1+n_2) და კრიტერიუმის მნიშვნელობის (α) მიხედვით მოიძებნება სტიუდენტის განაწილების ცხრილიდან (დანართი 9), ხოლო დიდი შერჩევისას–ლაპლასის ალბათობათა ცხრილში (დანართი 2) ($(1-\alpha)$ ალბათობით.

აქაც წინა ამოცანის მსგავსად წყდება საკითხი ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის ან არუარყოფის შესახებ.

მეორე მოცანა ფაქტობრივი საშუალოს ნორმატიულთან შედარების ჰიპოთეზაც წინა პარაგრაფში მოცემული საერთო მიდგომით წყდება. მაგრამ ნულოვანი ჰიპოთეზის ($H_0:\overline{X}=a$)

შესაფასებლად სტატისტიკოსები ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილად მიიჩნევენ კრიტერიუმად გამოვიყენოთ შერჩევითი საშუალოს ($\widetilde{X}$) ნორმატიული მაჩვენებლიდან (a) ნორმირებული გადახრა:

$$t = \frac{\widetilde{X} - a}{\mu}, \qquad (11.105),$$

სადაც μ (შერჩევის საშუალო შეცდომა) მცირე შერჩევისათვის ($n \le 30$) განისაზღვრება $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$, ხოლო "დიდი" შერჩევისათვის ($n > 30$) $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ ფორმულებით.

აქაც იგივე მიდგომა გამოიყენება ნულოვანი ჰიპოთეზის შესაფასებლად, როგორც წინა ამოცანის გადაწყვეტის დროს გვქონდა. კერძოდ თუ t - ს ფაქტობრივი მნიშვნელობა ნაკლებია ცხრილურზე (ცხრილური მაჩვენებელი მოიძებნება მცირე შერჩევისას სტიუდენტის განაწილების ცხრილში–დანართი 9, ხოლო "დიდი" შერჩევისას–ლაპლასის ალბათობათა ცხრილში–დანართი 2), მაშინ ნულოვანი ჰიპოთეზა მიიღება, ხოლო საწინააღმდეგო შემთხვევაში–უარიყოფა.

მაგალითი: წამოყენებულია ჰიპოთეზა იმის შესახებ,რომ საქართველოში 2003 წლის ბოლოსა და 2004 წლის დასაწყისში სახელისუფლებო მმართველობის ცვლილება გავლენას ვერ მოახდენს მეწარმეებიდან გადასახადების ამოღების პროცენტის ცვლილებაზე და რაც იყო (60 %) იგივე დარჩება საშუალოდ, ე.ი. ნულოვანი ჰიპოთეზაა: $H_0 : \overline{X} = 60$. მისი ალტერნატიული ჰიპოთაზა იმის შესახებ,რომ ხელისუფლებაში რადიკალური ცვლილებანი

გავლენას მოახდენს გადასახადების ამოღების საშუალო პროცენტებზე ე. ი. ჰიპოთეზა ასეთია: $H_1 : \overline{X} \neq 60$. ამისათვის 2004 წლის მარტის თვეში ქ. თბილისის 40 საწარმოში ჩატარდა შერჩევითი გამოკვლევა, რამაც გამოავლინა, რომ გადასახადების საშუალო ამოღების პროცენტია 65 და საშუალო კვადრატული გადახრა 7 %.

წამოყენებული ჰიპოთეზის შეფასებისათვის საჭიროა განვსაზღვროთ კრიტერიუმის დონის მნიშვნელობა α. ვთქვათ, $\alpha = 0{,}05$, რის გამო $p\left(\left|\overline{X} - 60\right| \geq t\mu\right) = 0.05$. რადგან ამასთან ერთად $n > 30$, ამიტომ t–ს მნიშვნელობისათვის გამოვიყენებთ **ლაპლასის** ალბათობათა ინტეგრალს:

$$\frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}95,$$

რომლის მიხედვით $t = 1{,}96$ (იხ. დანართი 2). t–ს ფაქტობრივი მნიშვნელობა იქნება:

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{\left|\tilde{X} - a\right|}{\mu} = \frac{\left|\tilde{X} - a\right|}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{\left|\tilde{X} - a\right|}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n}}} = \frac{65 - 60}{7\sqrt{\frac{1}{40}}} = \frac{5}{1{,}107} = 4{,}5.$$

ვინაიდან t–ს ფაქტობრივი მნიშვნელობა გაცილებით მეტია ცხრილურზე ($t_{\text{ფაქტ.}} > t_{\text{ცხრ.}} = 4{,}5 > 1{,}96$), ამიტომ წამოყენებული ჰიპოთეზა არ მიიღება ანუ უარიყოფა და მტკიცდება საწინააღმდეგო, ალტერნატიული ჰიპოთეზა იმის თაობაზე, რომ საქართველოში ხელისუფლების რადიკალურმა ცვლილებებმა მკვეთრად გაადიდეს გადასახადების ამოღების საშუალო პროცენტი ქ. თბილისის საწარმოებში. წილობრივი ნიშნისათვის მსგავსი ამოცანების გადაწყვეტა წინა ამოცანის ანალოგიურად წარმოებს მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ამ

შემთხვევაში $\overline{X} = p$. ამიტომ ნულოვანი ჰიპოთეზა მიიღებს სახეს:

$H_0 : P = a$, ხოლო ალტერნატიული – $H_1 : P \neq a$.

$$t_{\text{ფაქტ.}} = \frac{w - a}{\mu} \qquad (11.106).$$

სადაც w – შესაწავლი ნიშნის ხვედრითი წილია შერჩევით ერთობლიობაში,

σ – შერჩევის საშუალო შეცდომა, რომლის მცირე შერჩევისათვის ($n \leq 30$) გაიანგარიშება ფორმულით:

$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n-1}}$, ხოლო "დიდი" შერჩევისათვის: $\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$

(n – შერჩევის რიცხვია).

t-ს ცხრილურ მნიშვნელობას ვიპოვით მცირე შერჩევისათვის სტიუდენტის განაწილების ცხრილში (დანართი 9), ხოლო "დიდი" შერჩევისათვის ლაპლასის ალბათობათა ინტეგრალის შესაბამის ცხრილში (დანართი 2).

აქაც თუ t-ს ფაქტობრივი მნიშვნელობა ნაკლებია ცხრილურზე, წამოყენებული ჰიპოთეზა მიიღება როგორც ჭეშმარიტება, წინააღმდეგ შემთხვევაში უარიყოფა.

16. „გამორჩეული" ვარიანტების მოცემული გენერალური ერთობლიობისადმი მიკუთვნებადობის ჰიპოთეზების სტატისტიკური შეფასება

ხშირად შერჩევითი დაკვირვების შედეგად მიღებული დინამიკური თუ ვარიაციული მწკრივის ვარიანტებიდან ზოგიერთი მათგანი თავისი სიდიდით მკვეთრადაა გამორჩეული.

აქ ისმის კითხვა იმის შესახებ ეკუთვნის თუ არა ასეთი ვარიანტები მოცემულ გენერალურ ერთობლიობას. იმ

შემთხვევაში თუ ისინი მიღებულია სხვადასხვა სახის შეცდომის დაშვების შედეგად და არ ეკუთვნიან მოცემულ გენერალურ ერთობლიობას, ცხადია, უნდა გამოითიშოს ვარიანტებიდან და არ უნდა მივიღოთ მხედველობაში შემდგომი ანალიზის დროს. მაგრამ ხელაღებით მათი უგულებელყოფა არ იქნება გამართლებული მასალის მეცნიერული დამუშავების თვალსაზრისით. ამიტომ საჭიროა სათანადო წამოყენებული ჰიპოთეზების მეცნიერული კრიტერიუმების შემუშავება და დასაბუთება.

სტატისტიკურ მეცნიერებას საამისოდ მნიშვნელოვანი კრიტერიუმები გააჩნია, რომელთა ბაზაზე შეიძლება ამ ჰიპოთეზების შეფასება. ამ მიზნით პირველ რიგში უნდა მივმართოთ ჰიპოთეზების შეფასების ზოგად მეთოდოლოგიასა და კრიტერიუმებს, რომლებიც განხილულია ამ თავის მე-14 პარაგრაფში. თუ მაგალითად, შერჩევით დაკვირვებაში შესასწავლი ნიშნის n მნიშვნელობებიდან $(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$ ვიზუალურად ჩანს, რომ X_1 და X_n მკვეთრადაა განსხვავებული დანარჩენებისაგან, ამ შემთხვევაში ნულოვანი ჰიპოთეზაა წინასწარმეტყველება იმის შესახებ, რომ x_1 და x_2 მნიშვნელობანიც მიეკუთვნება ამ სტატისტიკურ ერთობლიობას, რომელსაც განეკუთვნება დანარჩენი $n-2$ ვარიანტები. მაშასადამე ასეთ შემთხვევაში წინასწარმეტყველება გულისხმობს, რომ ეს მკვეთრად გამორჩეული ვარიანტები არაა წარმოქმნილი რაღაც გარკვეული, შერჩევისას დაშვებული შეცდომების შედეგად. ასეთ შემთხვევაში იგულისხმება, რომ შერჩევაში მოხვედრილი დაკვირვების ერთეულთა სიდიდის მთავრობის საზღვრებია:

$$\overline{X} \pm t\sigma, \qquad (11.107).$$

სადაც $\overline{X}$ – საშუალო მნიშვნელობა,

t – ნდობის ინტერვალია,

σ –საშუალო კვადრატული გადახრა.

ამ შემთხვევაში ალბათობა იმისა, რომ X_n თავისი მნიშვნელობით გადააჭარბებს $(\overline{X}+t\sigma)$–ს კრიტიკული სფეროს ზედა საზღვარს, გამოისახება ტოლობით:

$$p\left(X_n > \overline{X}+t\sigma\right)=\alpha \qquad (11.108).$$

X_1 –სათვის ანუ მინიმალური მნიშვნელობისათვის, რომელიც მკვეთრად გამოირჩევა დანარჩენი ვარიანტებისაგან, –კრიტიკული სფეროს ქვედა საზღვრის $(\overline{X}-t\sigma)$ შესაბამის ტოლობით:

$$p(X_1 < \overline{X}-t\sigma)=\alpha \qquad (11.109),$$

ხოლო თუ ორივე მაჩვენებლის (X_1, X_n) შეფასება ერთდროულად გვინდა, მაშინ კრიტიკული სფერო მიიღებს სახეს:

$$p\left(\left|X-\overline{X}\right| > t\sigma\right)=\alpha \qquad (11.110),$$

$\overline{X}$ -შერჩეული ვარიანტების საშუალო მნიშვნელობა,

t – ნდობის ინტერვალი,

σ –საშუალო კვადრატული გადახრა,

α – კრიტერიუმის დონის მნიშვნელობა ($\alpha=0{,}01, \alpha=0{,}05$ და ა.შ.).

X –მკვეთრად გამორჩეულო ვარიანტების მნიშვნელობანია (ჩვენს მაგალითზე X_1, X_n).

ადვილი მისახვედრია, რომ საწინააღმდეგო მოვლენის დადგომის ალბათობა, რომელიც ლაპლასის ინტეგრალით გამოისახება, უდრის $(1-\alpha)$–ს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ალბათობა იმისა, რომ X_1 გადააჭარბებს $(\overline{X}-t\sigma)$–ს იქნება $1-\alpha$ ანუ თუ α–ს მნიშვნელობად მიჩნეულია $\alpha=0{,}05$–ს, $1-\alpha=0{,}95$.

მაგალითი: ვთქვათ 10 ერთეულზე $(n=10)$ შერჩევითი

დაკვირვების შედეგად მივიღეთ შემდეგი სახის რანჟირებული ვარიაციული მწკრივი:

ცხრილი №71

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
5	30	35	45	50	55	60	80	90	120

ამ მონაცემებით მინიმალურ მნიშვნელობათა შორის სხვაობა შეადგენს $X_2 - X_1 = 30 - 5 = 25$-ს, ხოლო მაქსიმალურ მნიშვნელობათა შორის სხვაობა $X_n - X_{n-1} = 120 - 90 = 30$-ს. მაშასადამე X_1 და X_n მკვეთრად გამორჩეული ვარიანტებია. ამაში კარგად დავრწმუნდებით თუ შევადარებთ მათ საშუალო არითმეტიკულსა და საშუალო კვადრატულ გადახრას.

ცხრილის მონაცემებით საშუალო არითმეტიკული შეადგენს: $\overline{X} = 57$-ს, ხოლო საშუალო კვადრატული გადახრა: $\sigma = 23{,}9$. ნათელია, რომ როგორც ქვედა მინიმალურ, ისე ზედა მაქსიმალურ მნიშვნელობათა შორის სხვაობა აჭარბებს საშუალო კვადრატულ გადახრას. ამიტომ შესაძლებელია როგორც X_1-ის ისე X_n-ის ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ ისინი მოცემულ სტატისტიკურ ერთობლიობას არ განეკუთვნებიან. ჯერ შევაფასოთ X_1-ის მნიშვნელობა. ამისათვის α-ს მნიშვნელობად ავიღოთ $\alpha = 0{,}05$. ამ კრიტიკული სფეროსათვის ლაპლასის ნორმირებული ფუნქციის მნიშვნელობა იქნება:

$$\frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_0^{-t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} - 0{,}05 = 0{,}45$$ ე.ი. მთლიანი ალბათობა იქნება 0,90(0.45+0.45). ამის შესაბამისი t-ს მნიშვნელობა (იხ. დანართი 2) შეადგენს 1,64-ს. მაშასადამე ნიშნის ქვედა საზღვარი, რომელზედაც 0,90 ალბათობით არ შეიძლება

ნაკლები იყოს $(\overline{X} - t\sigma)$-ზე, ტოლი იქნება 17,80 $(57 - 1{,}64 \cdot 23{,}9)$.

$X_1 = 5$ ნაკლებია გაანგარიშებულ საზღვარზე. ამიტომ 0,90 ალბათობით $X_1 = 5$ არ მიეკუთვნება მოცემული სტატისტიკურ ერთობლიობას და უნდა გამოითიშოს შემდგომი გაანგარიშებებიდან. ახლა შევაფასოთ X_n-ის მოცემული სტატისტიკური ერთობლიობისადმი მიკუთვნებადობა. ამ შემთხვევაში ზედა კრიტიკული ზღვარის 0,90 ალბათობით მნიშვნელობა შეადგენს $(57 + 1{,}64 \cdot 23{,}9) = 96{,}2$-ს. აქაც ვღებულობთ ნულოვანი ჰიპოთეზისგან განსხვავებულ ჰიპოთეზას იმდენად, რამდენადაც $X_n = 120$ გამოდის გაანგარიშებული საზღვრის ფარგლებიდან $(120 > 96.2)$, რაც იმაზე მეტყველებს, რომ $X_n = 120$ არ მიეკუთვნება მოცემულ ერთობლიობას და ის უნდა გამოვთიშოთ შემდგომი გაანგარიშებებიდან. ასეთი მეთოდი გამოიყენება მაშინ, როცა აღებულია დაკვირვების დიდი რიცხვი, რის გამო მიღებული პარამეტრების ცვალებადობა ემორჩილება ნორმალური განაწილების კანონს და აღიწერება **პ. ლაპლასის** ინტეგრალით. მცირე შერჩევისას ნორმალური განაწილების კანონის მოთხოვნებიდან მნიშვნელოვნადაა გადახრილი პარამეტრების $(\overline{X}, \sigma, t)$ განაწილება, რის გამო მიმართავენ **ფ. გრუბსის** კრიტერიუმის გამოყენებას, რომელიც ავტორმა ჯერ კიდევ 1950 წელს შეიმუშავა. ეს კრიტერიუმი (K) იმ ვარიანტის სტატისტიკური შეფასებისათვის, რომელიც თავისი უდიდესი მნიშვნელობით მკვეთრად გამოირჩევა დანარჩენი ვარიანტებისაგან, გაიანგარიშება ფორმულით:

$$K \geq \frac{\sum\left(X - \overline{X}^1\right)^2}{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}, \qquad (11.111).$$

სადაც $\bar{X}' = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} X_i}{n-1}$ (11.112),

X –რანჟირებული ვარიაციული მწკრივის ვარიანტების მნიშვნელობანია $(X_1 \le X_2 \le X_3 \le \ldots\ldots\ldots \le X_n)$,

ხოლო იმ ვარიანტის შეფასებისათვის, დანარჩენისაგან რომელიც თავისი უმცირესი მნიშვნელბით გამოირჩევა:

$$K \ge \frac{\sum\left(X - \bar{X}_1\right)^2}{\sum\left(X - \bar{X}\right)^2}, \qquad (11.113),$$

სადაც $\bar{X}_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n} X_i}{n-1}$ (11.114).

მოცემული კრიტერიუმის ფაქტობრივი მნიშვნელობა უნდა შევუდაროთ ცხრილურ მნიშვნელობას და ჰიპოთეზის შესახებ გავაკეთოთ შესაბამისი დასკვნები. **ფ. გრუბსის** კრიტერიუმის ცხრილური მნიშვნელობანი შედგენილია დაკვირვების რიცხვისა (n) და α მოცემული მნიშვნელობისათვის. მოვიტანთ ამ ცხრილიდან ამონაბეჭდს:

ფ. გრუბსის ცხრილის ამონაბეჭდი

ცხრილი №72

დაკვირვების რიცხვი (n)	α მნიშვნელობის დონე	
	0,01	0,05
3	0,0001	0,0027
4	0,0100	0,0494
5	0,0442	0,1270
9	0,2411	0,3742
10	0,2831	0,4154
15	0,4401	0,5559
20	0,5393	0,6379
25	0,6071	0,6923

ცხრილის მონაცემები გვიჩვენებს გადახრათა კვადრატების ჯამის იმ ზღვრულ სიდიდეს, რომელიც $(1-\alpha)$ ალბათობით არ შეიძლება აიხსნას შემთხვევითი მიზეზებით.

მაშასადამე თუ $(K_{\text{ცხრ.}})$ ცხრილური მნიშვნელობა მეტია ან ტოლი ფაქტობრივ მნიშვნელობაზე $(K_{\text{ფაქტ.}})$, მაშინ უდიდესი ან უმცირესი მნიშვნელობანი არ უარიყოფა, ე.ი. შეადგენენ მოცემული ერთობლიობის კანონზომიერ სიდიდეებს. თუ პირიქით ხდება ე.ი. ფაქტობრივი მაჩვენებელი მეტია ცხრილურზე$(K_{\text{ფაქტ.}} > K_{\text{ცხრ.}})$, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ განსხვავება გადახრათა კვადრატების ჯამთა შორის შეიძლება აიხსნას შემთხვევითი ფაქტორებით და შეადგენს α-ს დონეს. რადგან α-ს მნიშვნელობა მცირე ალბათობისაა, ამიტომ ეს მოვლენა პრაქტიკულად უნდა გამოვთიშოთ გაანგარიშებებიდან.

მ ა გ ა ლ ი თ ი: კვების პროდუქტებში შერჩევითი დაკვირვებით გამოირკვა, რომ სასარგებლო ნივთიერებების ნორმისაგან გადახრა შეადგენს (პროცენტობით): 7, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 25. არის თუ არა 25% მოცემული ერთობლიობის კუთვნილების? **ფ. გრუბსის** მეთოდით ჯერ უნდა ვიანგარიშოთ $\overline{X} = 13{,}8\%$-ს, შემდეგ აქედან გადახრათა კვადრატების სხვაობის ჯამი $\sum\left(X-\overline{X}\right)^2 = 2{,}31\%$. შემდეგ უნდა გამოვთიშოთ ვარიაციული მწკრივიდან მაქსიმალური მნიშვნელობა (25%) და დანარჩენისათვის ($n-1$ ვარიანტი) გავიანგარიშოთ საშუალო არითმეტიკული $\overline{X}$, და აქედან გადახრების კვადრატების ჯამი $\sum\left(X-\overline{X}^1\right)^2$.

$$\overline{X'} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} X_i}{n-1} = 12{,}4\%,$$

$$\Sigma\left(X_i - \overline{X}_1\right)^2 = 0{,}888$$

კრიტერიუმი $K = \frac{0{,}888}{2{,}31} = 38{,}1\%$.

ცხრილის მიხედვით კრიტერიუმის მნიშვნელობა $n = 9, \alpha = 0{,}01$ პარამეტრებისათვის შეადგენს 0,2411 ანუ 24,11%-ს. მაშასადამე ფაქტობრივი მნიშვნელობა 38,1% მეტია ცხრილურზე, ამიტომ 25% უნდა გამოითიშოს შემდგომი შეანგარიშებებიდან.

მკვეთრად გამორჩეული ვარიანტების მოცემული სტატისტიკური ერთობლიობისადმი მიკუთვნებადობის ერთ-ერთი კრიტერიუმი სტატისტიკაში ცნობილია **ჯ. ირვინის** კრიტერიუმის სახელწოდებით, რომელიც ავტორმა შეიმუშავა 1925 წელს. ამ კრიტერიუმის გასაანგარიშებლად რანჟირებული ვარიაციული მწკრივისათვის ცნობილია შემდეგი ფორმულა:

$$\lambda = \frac{X_n - X_{n-1}}{\sigma}, \qquad (11.115),$$

$$(X_1 \le X_2 \le X_3 \le \ldots\ldots \le X_n)$$

სადაც λ – **ჯ. ირვინის კრიტერიუმია;**

X_n – მაქსიმალური მნიშვნელობის ვარიანტი, რომელიც მკვეთრად გამორჩეულია დანარჩენი ვარიანტებისაგან;

X_{n-1} – ბოლო ვარიანტის წინა ვარიანტის მნიშვნელობა;

σ – ყველა (n) ვარიანტისათვის გაანგარიშებული საშუალო კვადრატული გადახრა.

ავტორის მიერ შემუშავებულია ცხრილი, რომელშიაც მოცემულია $X_n - X_{n-1}$ სხვაობის ერთობლიობის n ვარიანტისათვის გაანგარიშებული საშუალო კვადრატულ გადახრაზე (σ) არა ნაკლები λ – ჯერ მეტობის ალბათობანი. ეს ცხრილი ასეთი სახისაა:

ჯ. ირვინის $P(\lambda)$ ალბათობანი

ცხრილი №73

შერჩევის რიცხვი (n)	λ–ის მნიშვნელობანი										
	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
10	0,152	0,121	0,096	0,075	0,059	0,045	0,038	0,026	0,020	0,015	0,011
20	0,107	0,082	0,062	0,047	0,035	0,026	0,019	0,014	0,010	0,007	0,005
30	0,089	0,068	0,050	0,037	0,027	0,020	0,014	0,010	0,007	0,005	0,004
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
60	0,065	0,048	0,034	0,025	0,017	0,012	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002
70	0,061	0,044	0,032	0,022	0,016	0,011	0,008	0,005	0,004	0,002	0,002
80	0,058	0,041	0,030	0,021	0,015	0,010	0,007	0,005	0,003	0,002	0,001

n-სა და λ-ს გადაკვეთაში მოცემულია შესაბამისი ალბათობანი, რომლებიც შეიძლება გამოყენებულ იქნას წამოყენებული ჰიპოთეზის შესაფასებლად.

მაგალითად: 71-ე ცხრილის მონაცემებით $X_n = 120$, $X_{n-1} = 90$, $\sigma = 23.9$. აქედან შეიძლება დავწეროთ:

$$\lambda = \frac{X_n - X_{n-1}}{\sigma} = \frac{120 - 90}{23,9} = 1,25.$$

73-ე ცხრლის მონაცემებით ($n = 10, \lambda = 1,3$) $p(\lambda)$ უდრის 0,075-ს. ვინაიდან 0,075 ძალიან მცირე ალბათობაა, ამიტომ $X_n = 120$ მაქსიმალური მნიშვნელობა არ მიეკუთვნება მოცემულ სტატისტიკურ ერთობლიობას და ის უნდა გამოითიშოს შემდგომი გაანგარიშებებიდან.

განხილული მეთოდები წარმატებით შეიძლება გამოყენებულ იქნას აგრეთვე, დინამიკური მწკრივების ანომალური ანუ მკვეთრად გამორჩეული დონეების სტატისტიკური შეფასებისათვის.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რას ეწოდება შერჩევითი დაკვირვება და რისგანაა მისი გამოყენების აუცილებლობა გამოწვეული?
2. როგორია შერჩევითი დაკვირვების სახეები და წესები?
3. სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რა მახასიათებლებს ვსწავლობთ შერჩევითი დაკვირვებით?
4. რას ეწოდება შემთხვევითი რიცხვის მათემატიკური ლოდინი?
5. როგორია მათემატიკური ლოდინის თვისებები?
6. როგორია დისპერსიის თვისებები?
7. როგორია შერჩევით და გენერალურ დისპერსიათა

შორის თანაფარდობანი? (დამტკიცება).

8. როგორია შერჩევითი დაკვირვების თეორიულ-მეთოდოლოგიური საფუძვლები?

9. როგორია შერჩევის შეცდომები და როგორ გაიზომება ისინი საკუთრივ-შემთხვევითი, მექანიკური, სერიული, ტიპური და კომბინირებული შერჩევითი დაკვირვების დროს?

10. როგორ განისაზღვრება შერჩევის საჭირო რიცხოვნობა შერჩევის სხვადასხვა სახისა და წესის გამოყენების პირობებში?

11. რას ეწოდება მცირე შერჩევა და როგორია მისი ჩატარების წესები?

12. როგორია **პ. ლაპლასის** ალბათობათა ინტეგრალი "დიდი" შერჩევის და **სტიუდენტის** განაწილების კრიტერიუმები მცირე შერჩევის პირობებში?

13. როგორია შერჩევითი მახასიათებლების გენერალურ ერთობლიობაზე გავრცელების წესები?

14. როგორია ჰიპოთეზების სტატისტიკური შეფასების ხერხები?

15. როგორია მკვეთრად გამორჩეული და ანომალური ვარიანტების მოცემული სტატისტიკური ერთობლიობისადმი მიკუთვნებადობის განსაზღვრის მეთოდები?

ტესტები თემისადმი

1. საოჯახო ბიუჯეტების შესწავლის მიზნით ჩატარდა ყოველი მე-6 შინამეურნეობის გამოკვლევა. შერჩევა არის:

1) ტიპური;
2) მექანიკური;
3) სერიული.

2. 100 შემთხვევითი სიდიდიდან 40-ის ალბათობათა ჯამია 0,35. დანარჩენის ალბათობათა ჯამი შეადგენს:

1) 0,40;
2) 0,75;
3) 0,65.

3. ორი შემთხვევითი სიდიდის ნამრავლის მათემატიკური ლოდინი 20-ის ტოლია ($E(Xy)=20$), აქედან X-ის მათემატიკური ლოდინი 8-ის ტოლია: $E(X)=8$ $E(Y)$-ის მათემატიკური ლოდინია:

1) 4,5;
2) 16,0;
3) 2,5 .

4. საკუთრივ-შემთხვევითი განმეორებითი შერჩევის რიცხვია 100, დისპერსია 15. გენერალური ერთობლიობის დისპერსიაა:

1) 2005;
2) 2150;
3) 1500.

5. საკუთრივ-შემთხვევითი განმეორებითი შერჩევის რიცხვია 100, დისპერსიაა 150. შერჩევის საშუალო შეცდომა უდრის:

1) 1,22;
2) 1,56;
3) 2,05.

6. შერჩევის საშუალო შეცდომა 5,05-ს შეადგენს, სტიუდენტის კრიტერიუმი $t=2,32$. საზღვრითი შეცდომა შეადგენს:

1) $\pm 10,5$;
2) $\pm 11,82$;
3) $\pm 15,1$.

7. სტიუდენტის კრიტერიუმი (ნდობის ინტერვალი) განისაზღვრება ფორმულით:

1) $t=\dfrac{X-\overline{X}}{\sigma}$;
2) $\Delta = t\sigma$;
3) $\overline{X}_0 = \overline{X} \pm \Delta$.

8. სამომენტო დაკვირვება არის:

1) მონოგრაფიული დაკვირვება;

2) შერჩევითი დაკვირვება;

3) ძირითადი მასივის დაკვირვება.

9. შერჩევითი დაკვირვების მასალიდან მაქსიმალურად გამორჩეული ვარიანტის მოცემული ერთობლიობისადმი მიკუთვნებადობის **გრუბსის** კრიტერიუმია:

1) $K \geq_1 \frac{\sum\left(X - \overline{X}^1\right)^2}{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}$;

2) $t = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$;

3) $\Delta = t\sigma$

10. **ჯ. ირვინის კრიტერიუმია:**

1) $t = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$

2) $\Delta = t\sigma$

3) $\lambda = \frac{X_n - X_{n-1}}{\sigma}$

პრაქტიკული სავარჯიშოები და ამოცანები

1. განუმეორებელი შერჩევითი დაკვირვების მასალებით საიმპორტო განუბაჟებელი საქონლის ხვედრითი წილის საშუალომ შეადგინა 20%. დაადგინეთ მთლიან საიმპორტო შემოზიდვაში განუბაჟებელი საქონლის ხვედრითი წილის მოძრაობის საზღვრები, თუ $\sigma = 2\%, t = 2$.

2. სამომენტო შერჩევითი დაკვირვებით დადგინდა, რომ საბაჟო შემოსავლები დღე–ღამეში შეადგენს 2,5 მლნ ლარს. პირდაპირი გადაანგარიშების წესით დაადგინეთ თვიური შემოსავლები.

3. გაიანგარიშეთ შერჩევის საჭირო რიცხოვნობა განმეორებითი შერჩევის პირობებში საკუთრივ–შემთხვევითი ამორჩევის წესის გამოყენებით, თუ $t = 2{,}34$, $\sigma^2 = 240$, $\Delta = 6$.

4. 1000 კერძო საწარმოდან 5%-იანი შერჩევის წესით განუმეორებელი, მექანიკური წესით შესწავლილ იქნა საგადასახადო დავალიანების მქონე საწარმოები, რომელთა ხვედრითმა წილმა შეადგინა 20%. რამდენი იქნება ასეთ საწარმოთა რაოდენობა მთლიან გენერალურ ერთობლიობაში?

5, რანჟირებული შერჩევითი ერთობლიობის მაქსიმალური ვარიანტია 180 ლარი, მისი წინა–150 ლარი, საშუალო kvadratuli gadaxra_5.6. gansazRvreT **ჯ. ირვინის** კრიტერიუმით მიეკუთვნება თუ არა 180 ლარი მიღებულ შერჩევით ერთობლიობას.

6, საქართველოს ჩაის პლანტაციების 40000 ჰექტარიდან მექანიკური წესით ჩატარდა 10%-იანი შერჩევა საშუალო მოსავლიანობის გასაანგარიშებლად (შერჩევა განუმეორებელია). გაიანგარიშეთ საზღვრითი შეცდომა, თუ $t = 2{,}34$, $\sigma = 10$ ტ/ჰა.

თემა 12. ინდექსები

1. ინდექსების ცნება და გამოყენება ეკონომიკურ გამოკვლევებში

ეკონიმიკაში შეიძლება გავარჩიოთ ორი სახის ერთობლიობა: ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ელემენტებისაგან შედგენილი ერთობლიობანი. ერთგვაროვან ელემენტებს მოიცავს, მაგალითად, ნათესი ფართობების ერთობლიობა, პირუტყვის ერთობლიობა და ა.შ. ასეთი ერთობლიობის ელემენტები პირდაპირ იკრიბება და მათი დინამიკა შეიძლება დავახასიათოთ მთელი ნაკრები ერთობლიობის ან ერთობლიობის ერთ ერთეულზე მათი საშუალოს მეშვეობით. ამისათვის საჭიროა მოცემული პერიოდის (საანგარიშო პერიოდი) მაჩვენებელი შევაფარდოთ წინა შესაბამისი პერიოდის (საბაზისო პერიოდი) მაჩვენებელს. მაგრამ მეორე სახის ერთობლიობა, რომელიც სხვადასხვა სახის (არაერთგვაროვან) ელემენტებს შეიცავს (წარმოებული ან მოხმარებული პროდუქციის საერთო რაოდენობა, გაყიდული საქონლის საერთო მოცულობა და ა.შ.), პირდაპირ არ შეიძლება შევადაროთ წინა პერიოდების მონაცემებს, ვინაიდან ასეთი ერთობლიობის არაერთგვაროვანი ელმენტების შეკრება არ შეიძლება. შეუძლებელია, მაგალითად, გაყიდული სხვადასხვა სახის საქონლის (ფეხსაცმელი, ტანსაცმელი, ავეჯი და ა.შ.) შეკრება. სწორედ ასეთი არაერთგვაროვანი ერთობლიობის დინამიკის დახასიათებისთვის გამოიყენება ინდექსები ეკონომიკაში. **ინდექსი ლათინური სიტყვა "Index"–ისგანაა წარმოშობილი და მაჩვენებელს ნიშნავს.**

ზემოთმოყვანილი არაერთგვაროვანი ელემენტების შეკრება არ შეიძლება იმის გამო, რომ მათ სხვადასხვა ნივთობრივ-ნატურალური სახე აქვს. მაგრამ ყველა მათ აერთიანებს ის, რომ ისინი შრომის პროდუქტებია, რაც თავის გამოხატულებას პოულობს ღირებულებაში.

ამრიგად, ღირებულებით, ფასობრივ გამოსახულებაში

არაერთგვაროვანი პროდუქტების დინამიკა შეიძლება ადვილად გავიგოთ საანგარიშო პერიოდის საბაზისოსთან შედარებით. მაგრამ, ღირებულებითი გამოსახულება მიიღება პროდუქციის ფიზიკური რაოდენობის მათ ფასებზე გადამრავლებით. აქედან, ცხადია ასეთი მაჩვენებლების დინამიკა ორი ფაქტორით განისაზღვრება: პროდუქციის ფიზიკური მოცულობით (ფეხსაცმელების რაოდენობა წყვილებში, ავტომობილების რაოდენობა ცალებში და ა.შ.) და ერთეულის ფასებით. ამიტომ ერთ-ერთი ფაქტორის გავლენის გასაზომავად საჭიროა მეორე ფაქტორი დავტოვოთ უცვლელად. ასეთი ამოცანების გადაწყვეტას ემსახურება **ინდექსების გამოყენება ეკონომიკაში.**

2. ინდექსების სახეები

ინდექსების აღსაგებად სტატისტიკაში გამოყენებულია შესაბამისი სიმბლოები. მათ შორის q_1 და q_0–შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდების პროდუქციის ან საქონლის ფიზიკური მოცულობა; p_1 და p_0–პროდუქციის ან საქონლის ერთეულის ფასი საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში; c_1 და c_0 პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება; t_1 და t_0 პროდუქციის ერთეულის შრომატევადობა საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში; J საერთო ინდექსი; i–ინდივიდუალური ინდექსი.

ინდექსები არის ორი სახის: ინდივიდუალური და საერთო. ინდივიდუალური ინდექსები ახასიათებს ამა თუ ამ ერთობლიობის ცალკეული ელემენტების დინამიკას. ასეთია მაგალითად, პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდუალური ინდექსი.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \qquad (12.1).$$

ფასების ინდივიდუალური ინდექსი:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \qquad (12.2).$$

თვითღირებულების ინდივიდუალური ინდქსი:

$$i_c = \frac{c_1}{c_0}, \qquad (12.3).$$

შრომატევადობის ინდივიდუალური ინდქსი:

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \qquad (12.4).$$

ან მისი მეშვეობით შრომის ნაყოფიერების ინდივიდუალური ინდქსი:

$$t_w = \frac{t_0}{t_1}, \qquad (12.5).$$

საერთო ინდექსის ასაგებად, რომლის ძირითადი ფორმა არის აგრეგატული (**agregoro**–ლათინური სიტყვაა და გაერთიანებას ნიშნავს), გამოიყენება ორი მაჩვენებელი: საინდექსო და თანაზომადობის სიდიდეები. **საინდექსო ეწოდება იმ სიდიდეს,** რომლის დინამიკასაც ჩვენ ვზომავთ, ხოლო თანაზომადობის მაჩვენებელია, რომლის საშუალებითაც იკრიბება საინდექსო სიდიდე. მაგალითად, თუ გვინდა ავაგოთ პროდუქციის ღირებულების, საქონელბრუნვის საერთო ინდექსები, პროდუქციის და საქონლის ფიზიკური რაოდენობა არის საინდექსო სიდიდე, ხოლო, პროდუქციის ან საქონლის ერთეულის ფასი– თანაზომადობის მაჩვენებელი. ინდექსები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$J_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}, \qquad (12.6)$$

სადაც $\sum q_1 p_1$ და $\sum q_0 p_0$ საანგარიშო და საბაზისო

პერიოდების პროდუქციის ან საქონლის ღირებულებაა.

პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსი:

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \qquad (12.7)$$

ფასების აგრეგატული ინდექსი:

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}, \qquad (12.8).$$

თვითღირებულების აგრეგატული ინდექსი:

$$J_c = \frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1 c_0}, \qquad (12.9).$$

შრომის ნაყოფიერების აგრეგატული ინდექსი:

$$J_w = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_1 t_1}, \qquad (12.10).$$

ზოგჯერ ანგარიშობენ ფასების შემცირებით მიღებულ ეკონომიას, რაც მიიღება ფასების აგრეგატული ინდექსის მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობით;

$$\epsilon = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 \qquad (12.11)$$

როგორც ჩანს, საინდექსო სიდიდე (პროდუქცია ან საქონელი), ფასების აგრეგატულ ინდექსში–ფასები და ა.შ.) ცვალებადი, ხოლო მეორე, თანაზომადობის მაჩვენებელი უცვლელია რომელიმე პერიოდის (საანგარიშო ან საბაზისო) დონეზე. ამასთან, თუ თანაზომადობის მაჩვენებელი რაოდენობრივია, მოცულობითია, მაშინ, ის უცვლელად დარჩება საანგარიშო პერიოდის დონეზე, ხოლო თუ ხარისხობრივია (თვითღირებულება, ფასი,შრომატევადობა), დარჩება უცვლელად საბაზისო პერიოდის დონეზე.

აქედან გამომდინარეობს საერთო ანუ აგრეგატული ინდექსის ორი ფუნქცია: **სინთეთიკური და ანალიტიკური.** პირველი ფუნქცია იმაში მდგომარეობს, რომ ერთსა და იგივე ინდექსში

ერთიანდება (სინთეზირდება) უშუალოდ არათანაზომადი მოვლენები და პროცესები. მაგალითად, სხვადასხვა სახის საქონლის ფიზიკური რაოდენობა (ხორცი, რძე, ტანსაცმელი, ფეხსაცმელი და სხვა) ან ფასები, რომლებიც არ ხასიათდებიან ადიტიურობითა (შეჯამების) და მულტიპლიკატურობის (ერთმანეთზე გადამრავლების) თვისებებით.

მეორე ფუნქცია—ანალიტიკური ფუნქცია, გამომდინარეობს აგრეგატული ინდექსების ურთიერთკავშირიდან. ეს იმაში გამოიხატება, რომ თითოეული საერთო ანუ აგრეგატული ინდექსი შეიძლება დაიშალოს ორ ინდექსად, რომელთაგან თითოეული საერთო მოვლენის განვითარებაზე ამა თუ იმ ფაქტორის ზემოქმედებას ზომავს. (იხ. პარაგრაფი 5) ამ საფუძველზე წარმოებს მოვლენებს შორის ურთიერთკავშირის სტატისტიკური ანალიზი.

3. საშუალო ინდექსები

სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების რაოდენობრივი მხარეების, მათი დროსა და სივრცეში ცვალებადობის შესასწავლად ძალიან ხშირად სტატისტიკა იყენებს საშუალო ინდექსებს. მათ შორის შეიძლება გამოვყოთ საშუალო **არითმეტიკული და საშუალო ჰარმონიული** ინდექსები.

ზოგჯერ მოცემულია ინდივიდუალური ინდექსები და მათ საფუძველზე საჭიროა გავიანგარიშოთ საერთო, აგრეგატული ინდექსი. მაგალითად, საბაზისო პერიოდში საქონელბრუნვამ შეადგინა ხორცზე 120,0 ათასი ლარი, ყველზე 50,0 ათასი ლარი და კარტოფილზე—32,0 ათასი ლარი. საანგარიშო პერიოდში საბაზისოსთთან შედარებით ხორცის ფასები შემცირდა 20%-ით, ყველის გაიზარდა 10% -ით, კარტოფილის ფასი დარჩა უცვლელი. საკითხავია, როგორ შეიცვალა საშუალოდ საქონლის ფასები? აი სწორედ ასეთი შემთხვევებისათვის ვიყენებთ საშუალო არითმეტიკული ინდექსის ფორმულას:

$$J_{\text{საშ. შეწ.}} = \frac{\sum iq_0p_0}{\sum q_0p_0}, \qquad (12.12)$$

ჩვენს მაგალითზე:

$$J_{\text{საშ. შეწ.}} = \frac{(120.0\times 0.8)+(1.1\times 50.0)+(32.0\times 1.0)}{120+50+32} = 0.90.$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ საშუალოდ ფასები საანგარიშო პერიოდში საბაზისოსთან შედარებით შემცირებულია 10%-ით.

სტატისტიკაში ცნობილია აგრეთვე, **აკად. სტრუმილინის** შრომის ნაყოფიერების საშუალო შეწონილი ინდექსი, რომელიც გაიანგარიშება ფორმულით:

$$J = \frac{\sum\left(\frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}\right)T_1}{\sum T_1}$$, სადაც T_1, q_1 ღირებულების გამოშვებაზე დახარჯული დროის დანახარჯები; T_0, q_0 ღირებულების პროდუქციის გამოშვებაზე დახარჯული დრო.

ზემოთ მოყვანილი საშუალო შეწონილი არითმეტიკული ინდექსის ფორმულა (12.12) მიიღება საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსისაგან:

$$J_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0}, \qquad (12.13),$$

სადაც q_0-ის ნაცვლად ჩასმულია მისი მნიშვნელობა განსაზღვრული ინდივიდუალური ინდექსისაგან:

$$i = \frac{q_1}{q_0};\ q_1 = iq_0 \qquad (12.14),$$

თუ q_0-ის მნიშვნელობას განვსაზღვრავთ პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდუალური ინდექსიდან და

ჩავსვავთ აგრეგატული ინდექსის მნიშვნელში, გვექნება:

$$J = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum \frac{1}{i} q_1 p_0}, \qquad (12.15).$$

რომელსაც ეწოდება **საშუალო ჰარმონიული ინდექსი.**

4. ინდექსების მწკრივები უცვლელი და ცვალებადი წონებით

ერთ რომელიმე ინდექსში, როგორც ზემოთ დავინახეთ, თანაზომადობის მაჩვენებელი მრიცხველსა და მნიშვნელში ერთი და იგივეა. თუ ინდექსების მწკრივებს ავაგებთ რამდენიმე წლისათვის, მაშინ შეგვიძლია მივიღოთ ინდექსები ცვალებადი და უცვლელი წონებით. მაგალითად, თუ ხარისხობრივი მაჩვენებლის ინდექსებს ავაგებთ, მაშინ მივიღებთ ინდექსების მწკრივებს ცვალებადი წონებით, ვინაიდან თითოეულ ინდექსში წონა, ანუ თანაზომადობის მაჩვენებელი ყოველთვის საანგარიშო პერიოდის დონეზე აიღება და საანგარიშო პერიოდი კი ცვალებადია თითოეული ინდექსისათვის. მაგრამ თუ რაოდენობრივი მაჩვენებლების ინდექსების მწკრივებს ავაგებთ, აქ ხარისხობრივი მაჩვენებელი, როგორც თანაზომადობის სიდიდე, საბაზისო პერიოდის დონეზეა და შეგვიძლია დავტოვოთ რომელიმე ერთი უცვლელი პერიოდის მაჩვენებლები. ამოტომ მივიღებთ ინდექსების მწკრივებს უცვლელი წონებით. ინდექსები ცვალებადი წონებით სხვაგვარად წოდებულია ჯაჭვურ ინდექსებად, ხოლო უცვლელი წონებით—საბაზისო ინდექსებად. ჯაჭვური ინდექსების ნამრავლი უდრის საბაზისო ინდექსს.

ინდექსების მწკრივები შეიძლება ავაგოთ აგრეთვე, ცვალებადი და უცვლელი ბაზებით. მაგალითად, გვაქვს საინდექსო სიდიდეები: $p_0, p_1, p_2, \ldots\ldots p_n$, წონები: $q_0, q_1, q_2, \ldots\ldots, q_n$.

ჯაჭვური ინდექსები იქნება:

მუდმივი წონებით:

$$J_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_n}{\sum p_0 q_n}, J_{2/1} = \frac{\sum p_2 q_n}{\sum p_1 q_n}, \ldots, J_{n/n-1} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n} \quad (12.16)$$

ცვალებადი წონებით

$$J_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, J_{2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}, \ldots, J_{n/n-1} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n} \quad (12.17)$$

საბაზისო ინდექსები:

უცვლელი წონებით:

$$J_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_n}{\sum p_0 q_n}, J_{2/0} = \frac{\sum p_2 q_n}{\sum p_0 q_n}, \ldots, J_{n/0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \quad (12.18).$$

ცვალებადი წონებით:

$$J_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, J_{2/0} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}, \ldots, J_{n/0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \quad (12.19).$$

5. ინდექსების ურთიერთკავშირი და მისი გამოყენება ეკონომიკურ ანალიზში

საერთო ინდექსი, რომელიც აგებულია ორი ფაქტორის გავლენით, უდრის თითოეული ფაქტორის მიხედვით აგებული ინდექსების ურთიერთნამრავლს. ეს გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \quad (12.20),$$

ან კიდევ

$$\frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_0 c_0} = \frac{\sum q_1 c_0}{\sum q_0 c_0} \times \frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1 c_0} \qquad (12.21).$$

და ა.შ.

მაშასადამე, თუ გვაქვს მოცემული ორი მათგანი, შეგვიძლია გავიგოთ მესამე ფაქტორის ცვალებადობა. მაგალითად, როგორ შეიცვალა საშუალოდ ფასები, თუ პროდუქციის ფიზიკური მოცულობა გაიზარდა 20%-ით და საერთო ღირებულება 10%-ით?

მაშასადამე, მოცემულია, რომ

$J_q = 1.2$ და $J_{qp} = 1.1$

და რადგან

$J_{qp} = J_q \times J_p$

აქედან

$$J_q = \frac{J_{qp}}{J_q} = \frac{1.1}{1.2} = 0.92$$

მაშასადამე ფასები საშუალოდ შემცირებულია 8%-ით

6. ცვალებადი, ფიქსირებული და სტრუქტურული შემადგენლობის ინდექსები.

ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების დასახასიათებლად ხშირად მივმართავთ საშუალო მაჩვენებლის დინამიკის გაზომვას. ასეთია მაგალითად, დარგში საშუალო ხელფასის, შრომის ნაყოფიერებისა და სხვა მაჩვენებლების დინამიკის დახასიათება წლების მიხედვით. თითოეული მაჩვენებლის დინამიკაზე მოქმედებს არა მარტო საშუალო მაჩვენებლის სიდიდიდე ერთობლიობის ცალკეულ ობიექტებში, არამედ ამ ობიექტების ხვედრითი წილის ანუ სტრუქტურის ცვალებადობაც. მაგალითად, დარგის მუშაკთა საშუალო ხელფასის ცვალებადობა დამოკიდებულია მასში

შემავალი ცალკეული ქარხნების მუშაკთა საშუალო ხელფასსა და ამ ქარხნების ხვედრით წილზე მუშაკთა რაოდენობის მიხედვით. მოვიყვანოთ ასეთი მაგალითი:

საშუალო ხელფასის ინდექსები ორი ქარხნის მიხედვით

ცხრილი №74

ქარხნების № რიგზე	მუშაკთა რიცხოვნობა, ათასი კაცი		ხელფასის ფონდი, ათასი ლარი		საშუალო ხელფასი ლარი		საშუალო ხელფასის ინდექსი პროცენტებში
	საბაზისო პერიოდი	საანგარიშო პერიოდი	საბაზისო პერიოდი	საანგარიშო პერიოდი	საბაზისო პერიოდი	საანგარიშო პერიოდი	
1	4,5	6,8	810,0	14960	180	220	122,2
2	6,2	7,1	620,0	994,0	120	140	116,6
სულ	10,7	13,9	1430,0	2490,0	134	179	133,5

როგორც ჩანს, თითოეული ქარხნის მიხედვით საშუალო ხელფასი უფრო ნაკლებად გაიზარდა, ვიდრე ორივე ქარხანაში ერთად აღებული. რამ გამოიწვია ეს? ეკონომიკაში ასეთი პარადოქსები ხშირად გამოწვეულია სტრუქტურული ძვრებით. როგორც ჩანს, პირველი ქარხნის ხვედრითი წილი გაიზარდა მუშაკთა რიცხოვნობის მიხედვით 42,1 %-დან 48,9 %-მდე, სამაგიეროდ მეორე ქარხნის ხვედრითი წილი შემცირდა 57,9 %-დან 51,1 –მდე. მაშასადამე, გაიზარდა მაღალი საშუალო ხელფასის ქარხნის ხვედრითი წილი, რამაც განაპირობა ორივე ქარხნის მიხედვით საშუალო ხელფასის უფრო მეტად გაზრდა, ვიდრე თითოეულ ქარხანაში ცალკ-ცალკე. ასეთ შემთხვევაში ცვალებადი, უცვლელი ანუ ფიქსირებული და სტრუქტურული შემადგენლობის გარკვევისათვის ანგარიშობენ შესაბამის ინდექსებს.

ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსი:

$$J_{ცვ.} = \frac{\sum N_1 Z_1}{\sum N_1} : \frac{\sum N_0 Z_0}{\sum N_0} \qquad (12.22).$$

სადაც $J_{ცვ.}$–ხელფასის ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსია,

N_1 და N_0–მუშაკთა რიცხოვნობაა ცალკეულ ქარხანაში შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

Z_1 და Z_0 –საშუალო ხელფასი თითოეულ ქარხანაში საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში.

აქ ცვალებადია მუშაკთა რაოდენობა, ხოლო თუ მას უცვლელად დავტოვებთ, მივიღებთ ფიქსირებული შემადგენლობის ინდექსს:

$$J_{ფიქს.} = \frac{\sum N_1 Z_1}{\sum N_1} : \frac{\sum N_1 Z_0}{\sum N_1} = \frac{\sum N_1 Z_1}{\sum N_1 Z_0} \qquad (12.23).$$

ეს გვიჩვენებს საშუალო ხელფასის ცვალებადობას მუშაკთა შენადგენლობის უცვლელობის პირობებში. თუ ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსს გავყოფთ ფიქსირებული შემადგენლობის ინდექსზე, მივიღებთ სტრუქტურული შემადგენლობის ინდექსს ($J_{სტრ.}$), რაც გვიჩვენებს საშუალო ხელფასზე მუშაკთა რიცხოვნობის ცვალებადობის გავლენას.

ჩვენს მაგალითზე:

$$J_{ცვ.} = \frac{(6.8 \cdot 220) + (7.1 \cdot 140)}{6.8 + 7.1} : \frac{(4.5 \cdot 180) + (6.2 \cdot 120)}{4.5 + 6.2} = 1.335,$$

რაც %-ბში 133,5 %-ია.

$$J_{ფიქს.} = \frac{(6.8 \cdot 220) + (7.1 \cdot 140)}{(6.8 \cdot 180) + (7.1 \cdot 120)} = \frac{1496 + 994}{1221 + 852} = 1.068 \times 100 = 106.8$$

$$J_{სტრ.} = 133,5 : 106,8 = 1,25 \times 100 = 125\%.$$

მაშასადამე, თვით საშუალო ხელფასი მუშაკთა რიცხოვნობის უცვლელობის პირობებში გაიზარდა 6,8 %-ით, მუშაკთა შემადგენლობა 25 %-ით. ორივე ფაქტორის ხარჯზე კი საერთოდ საშუალო ხელფასი გაიზარდა 33,5 %-ით.

7. ლასპეირესის, პააშესა და ფიშერის ინდექსები

ინდექსების შექმნამ მსოფლიო სტატისტიკურ მეცნიერებაში გარკვეული ისტორია გაიარა. ჯერ კიდევ 1738 წელს ფრანგი მეცნიერ-ეკონომისტის **დიუტოს** მიერ შემუშავებული იქნა ფასების ცვალებადობის მარტივი ინდექსი, რომელსაც ასეთი სახე ჰქონდა:

$$J_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} \qquad (12.24),$$

სადაც J_q – ფასების განმაზოგადოებელი ინდექსია;

$\sum p_1$ – საანგარიშო პერიოდში სხვადასხვა სახის საქონლის ერთეულის ფასთა ჯამი;

$\sum p_0$ – იგივე მაჩვენებელია საანგარიშო პერიოდში.

1764 წელს სტატისტიკურ მეცნიერებასა და პრაქტიკაში იტალიელმა **კარლიმ** შემოგვთავაზა ფასების ინდექსის შესაანგარიშებელი შემდეგი სქემა:

$$J_p = \frac{\sum i_p}{n}, \qquad (12.25);$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

სადაც

n–საქონელთა რაოდენობა.

როგორც ჩანს **კარლის** ფასების ინდექსი ცალკეული სახის საქონლის ფასების ინდივიდუალური ინდექსების შარტივი საშუალო არითმეტიკულია და სხვა არაფერი. ვაჩვენოთ ამ ინდექსების გაანგარიშება და ურთიერთშედარება კონკრეტულ შაგალითზე.

ქ. თბილისის ბაზრობებზე ხორცის რეალიზაცია
(ციფრები პირობითია)

ცხრილი №75

ხორცის სახეობა	2000 წ.		2004 წ.	
	1 კგ-ის ფასი p_0 (ლარობით)	q_0 გაიყიდა (ტონობით)	1 კგ-ის ფასი p_1 (ლარობით)	q_1 გაიყიდა (ტონობით)
ძროხის ხორცი	4,50	20,8	5,50	31,5
ცხვრის ხორცი	3,60	11,5	4,20	12,6
ღორის ხორცი	4,00	30,8	5,00	35,9

2004 წელს 2003 წლის მიმართ ხორცის ფასი ქ. თბილისის ბაზრობებზე შეიცვალა:

ა) **დიუტოს** ინდქსის მიხედვით:

$$i_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} = \frac{5,5+4,2+5,0}{4,5+3,6+4,0} = \frac{14,7}{12,1} = 1,215$$ ანუ გაიზარდა 21,5% - ით.

ა) **კარლის** ინდექსის მიხედვით:

$i_1 = \frac{p_1}{p_0} = \frac{5,5}{4,5} = 1,222$. ანუ ძროხის ხორცის ფასი გაიზარდა 22,2 %-ით;

$i_1 = \frac{p_1}{p_0} = \frac{4,2}{3,6} = 1,167$ – ცხვრის ხორცის ფასი გაიზარდა 16,7 %-ით;

$i_3 = \frac{p_1}{p_0} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25$.–ღორის ხორცის ფასი გაიზარდა 25 %-ით.

საშუალოდ ხორცის ფასი კარლის ინდექსის მიხედვით შეიცვალა:

$$J_p = \frac{\sum i_p}{n} = \frac{1,222+1,167+1,250}{3} = 1,213$$ ე. ი. ხორცის ფასი საშუალოდ გაიზარდა 21,3 %-ით.

როგორც ჩანს **დიუტოსა** და **კარლის** ინდექსების მიხედვით გაანგარიშებული ფასების ცვალებადობა, დიდად არ განსხვავდება ერთმანეთისაგან.

ფასების აგრეგატული ანუ საერთო ინდექსები რომლებიც წინა პარაგრაფებში განვიხილეთ, მხოლოდ მე-19 საუკუნის ბოლოს შეიმუშავა მსოფლიო მეცნიერებამ და დღემდე წარმატებით გამოიყენება პრაქტიკულ გაანგარიშებებში.

გერმანელმა სტატისტიკოსებმა **გ. პააშემ** და **ე. ლასპეირესმა** ფასების აგრეგატული ინდექსის გაანგარიშებას საკუთარი მოსაზრებანი შესთავაზეს. მათ შორის **გ. პააშეს მიხედვით** ფასების საშუალო ცვალებადობა გაიანგარიშება საანგარიშო პერიოდის წონების გამოყენებით.

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \qquad (12.26),$$

ხოლო ე. ლასპეირესის მიხედვით—საბაზისო პერიოდის წონების მიხედვით:

$$J_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} \qquad (12.27).$$

ჩვენს მაგალითზე (ცხრ. 75), გვექნება:

ა) გ. პააშეს ინდექსის მიხედვით:

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{(31500 \times 5{,}5) + (12600 \times 4{,}2) + (35900 \times 5{,}0)}{(31500 \times 4{,}5) + (12600 \times 3{,}6) + (35900 \times 4{,}0)} = 1{,}227,$$

ე.ი. ხორცის ფასები საშუალოდ აღნიშნულ პერიოდში გაიზარდა 22,7 %-ით.

მაშასადამე, მიღებული მაჩვენებელი მეტია დიუტოსა და კარლის შემოთავაზებული ინდექსების მიხედვით გაანგარიშებულ შედეგებთან შედარებით: 22,7 > 21,3% ≈ 21,5%.

ა) **ე. ლასპეირესის** ინდექსის მიხედვით:

$$J_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{(20800 \times 5{,}5) + (11500 \times 4{,}2) + (30800 \times 5{,}0)}{(20800 \times 4{,}5) + (11500 \times 3{,}6) + (30800 \times 4{,}0)} = 1{,}207$$

ანუ უფრო დაბალი მაჩვენებელია, ვიდრე დიუტოს, კარლისა და პააშეს ინდექსებით გაანგარიშებული მაჩვენებლები.

რითაა გამოწვეული სხვადასხვა წონებით გაანგარიშებულ ინდექსებს შორის განსხვავებანი?

ვ. ი. ბორტკევიჩის (1868–1931) აზრით განსხვავებული წონების ინდექსებს შორის სხვაობას ასახავს შემდეგი სახის ტოლობა:

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} : \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = 1 + Z_{qp} \cdot K_q \cdot K_p \qquad (12.28)$$

სადაც Z_{qp} – საქონლის ფიზიკურ მოცულობასა და ფასებს შორის კორელაციის კოეფიციენტია.

K_q – ცალკეული სახეობის საქონლის ფიზიკური მოცულობის ზრდის ტემპის ცვალებადობის მაჩვენებელია;

K_p – ფასების ზრდის ტემპის მაჩვენებელი.

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ საბაზისო და საანგარისო პერიოდის წონებით გაანგარიშებული ინდექსები ერთმანეთის ტოლია, თუ სრულდება ერთი პირობა მაინც: ა) თუ $Z_{qp} = 0$, ე.ი. საქონლის ფიზიკურ მოცულობასა და ფასებს შორის კორელაციური კავშირი არ არსებობს;

ბ) თუ საქონლის ფიზიკური მოცულობის ზრდის ტემპები ცალკეული სახის საქონლის მიხედვით არაა განსხვავებული ანუ ერთი და იგივეა. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ცალკეული სახის საქონლის ფიზიკური მოცულობის ზრდის ტემპების ცვალებადობის მაჩვენებელი (K_q) ნულის ტოლია. გ) ფასების ზრდის ტემპის ცვალებადობის მაჩვენებელი ნულის ტოლია ($K_p = 0$).

ამის გარდა დიუტოსა და კარლის ინდექსები ვერ ითვალისწინებს საქონლის ასორტიმენტში ძვრების გავლენას. ეს კი როგორც ზემოთ დავინახეთ (იხ. პარაგრაფი 6) დიდ

გავლენას ახდენს საშუალო მაჩვენებლების ცვალებადობაზე. ჩვენს მაგალითზე (იხ. ცხრ. 75) 2004 წელს 2003 წელთან შედარებით უფრო მეტად გაიზარდა მაღალი ფასის მქონე ხორცის ფასი (ძროხის 22,2 %-ით, ღორის 25 %-ით), ვიდრე დაბალი ფასის მქონე საქონლის ფასი (ამ შემთხვევაში ცხვრის). ამიტომ ამ ფაქტორს, ცხადია, უნდა გამოეწვია საერთო ჯამში საშუალო ფასის გაზრდა უფრო მეტად (საქონლის ასორტიმენტში ძროხის ხორცის ხვედრითი წილი გაიზარდა

$$\left(\frac{20,8}{20,8+11,5+30,8}\times 100 = 32,9\right)$$ 32,9 %-დან 49,9 %-მდე $$\left(\frac{31,5}{31,5+12,6+35,9}\times 100 = 49,9\right).$$

ცხვრისა და ღორის ხორცის წარმოებისა და რეალიზაციის მოცულობა შემცირდა საქონლის საერთო ასორტიმენტში. პააშეს ინდექსით გაანგარიშებული ფასების მატება, როგორც დავინახეთ, მეტია (22,7 %) **ლასპეირესის** ინდექსით გაანგარიშებული შესაბამის მაჩვენებელზე. თუ გავითვალისწინებთ ამ ინდექსების ეკონომიკურ დანიშნულებას, ადვილი მისახვედრია, რომ, რადგან პააშეს ინდექსი გვიჩვენებს რამდენად გაძვირდა საქონლის ფასი მიმდინარე პერიოდში, ხოლო ლასპეირესის ინდექსი–რამდენად გაძვირდებოდა საბაზისო პერიოდის საქონლის ფასები, შესაბამის ინდექსებს შორის სხვაობა ყოველთვის დარჩება და გამოწვეულ იქნება საბაზისო და საანგარიშო პერიოდების სასაქონლო სტრუქტურების ცვალებადობით. სტატისტიკის სსრ კავშირის პრაქტიკა გასული საუკუნის 90-იან წლებამდე უპირატესობას ანიჭებდა **პააშეს** ინდექსის გამოყენებას, ხოლო მის შემდეგ მსოფლიოს უმრავლეს ქვეყნებში (აშშ, ინგლისი, გერმანია, რუსეთი და სხვა.) ფასების ცვალებადობას უმთავრესად **ლასპეირესის** ფორმულით აწარმოებენ. ამ შემთხვევაში ყოველწლიურად ინდექსის გაანგარიშებას ამარტივებს წონებად რომელიმე

საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვის გამოყენება.

უცხოელი სტატისტიკოსები[1] მიანიშნებენ, რომ ცალცალკე საბაზისო ან საანგარიშო წონებით მოვლენის ცვალებადობის გაზომვა არ იძლევა სასურველ ეფექტს. მაგალითად, ჩვენ შეიძლება ტელევიზიით ვნახოთ მოძრავი გამოხატულება ხმის გარეშე, ან გვესმის ხმა გამოსახულების გარეშე, არც ერთია და არც მეორე სასურველი ეფექტის მატარებელი ცალცალკე. თუ ისინი ერთად შეერთდება და მოვისმენთ როგორც ხმას და იმავდროულად მოძრავ გამოსახულებას, ცხადია ეფექტი მეტი იქნება.

ამიტომ უფრო მეტი ეფექტის მისაღებად მსოფლიო სტატისტიკურ მეცნიერებას ამერიკელმა ეკონომისტმა **ი. ფიშერმა შესთავაზა პაასესა და ლასპეირესის** ინდექსების საშუალო გეომეტრიულის მიხედვით ფასების აგრეგატული ინდექსის გაანგარიშება, რომელსაც თვითონ ავტორმა უწოდა იდეალური ინდექსი. ი. ფიშერის ინდექს ასეთი სახე აქვს:

$$J_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}} \qquad (12.29).$$

ეს ინდექსი შეიძლება გამოყენებულ იქნას აგრეთვე, საქონლის (პროდუქციის) ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსის გასაანგარიშებლად:

$$J_y = \sqrt{\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \times \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}} \qquad (12.30).$$

75-ე ცხრილის მონაცემებით გვექნება:

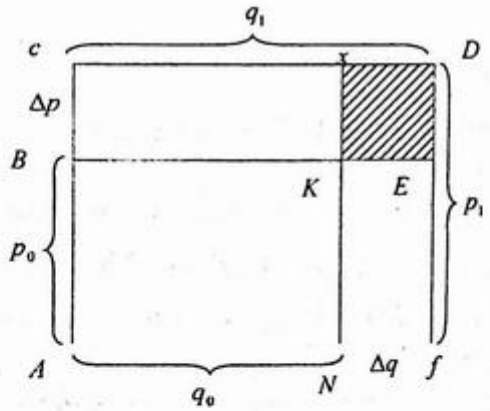
$$J_p = \sqrt{1{,}227 \times 1{,}207} = 1{,}217$$

[1]იხ. მაგალითად, И. И. Елисева, М. М. Юзбашев, Обшая теория статистики (под. ред. проф .И. И. Елисевой);Учебник изд. "Финансы и статистика" М., 1995, стр. 325,326,327.

ი. ფიშერის საშუალო გეომეტრიული ინდექსი მოკლებულია კონკრეტულ ეკონომიკურ შინაარსს იმდენად, რამდენადაც ინდექსის მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობა ჩეულებრივი აგრეგატული ფორმის ინდექსისაგან განსხვავებით ვერ იძლევა რაიმე კონკრეტული შინაარსის მქონე მაჩვენებელს. ამიტომ მას პრაქტიკაში ძალიან იშვიათად იყენებენ.

8. საინდექსო ანალიზის ეკონომიკური და გეომეტრიული შინაარსი

ხშირად სტატისტიკოსები საერთო ეკონომიკური მოვლენის განვითარებაზე მოქმედ ფაქტორთა ერთდროულ ქმედებას გამოსახავენ ცნობილი რუსი სტატისტიკოსის **ვ.ე. ვარზარის (1851–1940)** ნიშნებით, რომლის გრაფიკულ გამოსახულებას ასეთი სახე აქვს (ნახ. 32):



ნახ. 32. ვარზარის ნიშნები

ვარზარის ნიშნები იმას ნიშნავს, რომ ავტორმა თითოეული ეკონომიკური მაჩვენებელი გამოსახა გეომეტრიული ფიგურებით, მაგალითად, ოთხკუთხედის ფართობი (S_0) გამოისახება p_0 და q_0 ნამრავლით (საბაზისო პერიოდის რეალიზებული საქონლის ფიზიკური მოცულობა გამრავლებული იმავე

საბაზისო პერიოდის საქონლის ერთეულის ფასზე—, გვაძლევს საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვას, რაც შეესაბამება მოცემული ოთხკუთხედის ფართობს). მასასადამე ABKN ოთხკუთხედის ფართობით $S_0 = AN(q_o) \times AB(p_0)$ გამოისახება საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვის მოცულობა ($\sum q_0 p_0$). საანგარიშო პერიოდში გაიზარდა საქონელბრუნვაზე მოქმედი (შეიძლება შემცირებული გვქონდეს) როგორც პირველი ფაქტორი, საქონლის ფიზიკური მოცულობა Δq—ით, ისე მეორე ფაქტორი, საქონლის ერთეულის ფასი Δp—ით. $q_0 + \Delta q = q_1, p_0 + \Delta p = p_1$. მაშასადამე საანგარიშო პერიოდის საქონელბრუნვას, რომელიც გამოისახება $\sum q_1 p_1$-ით შეესაბამება $ACDf$ ოთხკუთხედის ფართობი. $ACDf$ და ABKN ოთხკუთხედის ფართობთა სხვაობა შეესაბამება საქონელბრუნვის საერთო ინდექსის $J_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$ მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობას.

მაშასადამე საქონელბრუნვის საერთო მატება საანგარიშო პერიოდში საბაზისო პერიოდთან შედარებით შეადგენს $(\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0)$-ს. თუ ამ საერთო სხვაობას დავშლით ფაქტორების (q და p) მიხედვით, მივიღებთ, რომ საქონლის ფიზიკური მოცულობის (q) ცვალებადობის ხარჯზე მოდის საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსის ($J_y = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$) მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობის შესაბამისი ნაწილი. $(\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0)$, ხოლო ფასების ($p$) ცვალებადობის ხარჯზე ფასების ინდექსის ($I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$)

მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობის შესაბამისი ნაწილი.

ანალიტიკურად შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ საანგარიშო და საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვათა საერთო სხვაობა $(\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0)$ უდრის ცალკეული ფაქტორის ხარჯზე საქონელბრუნვათა სხვაობის ჯამს.

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0) + (\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0) =$$
$$= \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 + \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$$

32-ე ნახაზზე საანგარიშო პერიოდის საქონელბრუნვას $(\sum q_1 p_1)$ შეესაბამება $ACDf$ ოთხკუთხედის ფართობი (S_1), ხოლო საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვას $(\sum q_0 p_0)$ $ABKN$ ოთხკუთხედის ფართობი (S_0). საქონელბრუნვას $\sum q_1 p_0$ შეესაბამება $ABEf$ ოთხკუთხედის ფართობი, სხვაობას $\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$ – $NKEf$ ოთხკუთხედის ფართობი, საქონელბრუნვათა სხვაობას $\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$ შეესაბამება $BCXK$ ოთხკუთხედის ფართობი. მაშასადამე $KXDE$ დაშტრიხული ოთხკუთხედის ფართობი რომელ ფაქტორს მივაკუთვნოთ? ესაა პრობლემა თანამედროვე სოციალურ–ეკონომიკური მოვლენების განვითარების ანალიზსა და პროგნოზირებაში.

75-ე ცხრილის მონაცემებით საანგარიშო ანუ 2004 წლის საქონელბრუნვის მოცულობამ ხორცის პროდუქტებზე შეადგინა

$$\sum q_1 p_1 = (31500 \times 5{,}5) + (12600 \times 4{,}2) + (35900 \times 5{,}0) =$$
$$= 173250 + 52920 + 179500 = 405670 \text{ ლარი.}$$

საბაზისო პერიოდში:

$$\sum q_0 p_0 = (20800 \times 4{,}5) + (11500 \times 3{,}6) + (30800 \times 4{,}0) =$$
$$= 93600 + 41400 + 123200 = 258200 \quad \text{ლარი.}$$

სხვაობა საანგარიშო და საბაზისო საქონელბრუნვათა შორის შეადგენს $405670 - 258200 = 147470$ ლარს.

ეს საერთო მატება შეიძლება დავშალოთ ორი ფაქტორის მიხედვით: საქონლის ფიზიკური მოცულობის გადიდების ხარჯზე მოდის საერთო მატების

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = [(31500 \times 4{,}5) + (12600 \times 3{,}6) + (35900 \times 4{,}0)] -$$
$$- [(20800 \times 4{,}5) + (11500 \times 3{,}6) + (30800 \times 4{,}0)] = 72510$$ ლარი.

ფასების გადიდების ხარჯზე კი საერთო მატების

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = [(31500 \times 5{,}5) + (12600 \times 4{,}2) + (35900 \times 5{,}0)] -$$
$$- [(31500 \times 4{,}5) + (12600 \times 3{,}6) + (35900 \times 4{,}0)] =$$
$$= 405670 - 330710 = 74960$$ ლარი.

მაშასადამე, ანალიტიკურად ცალკეული ფაქტორის გავლენით გამოწვეულ ეფექტთა ჯამი საერთო ეფექტის ტოლია. მაგრამ ნახაზზე (ნახ. 32) ნათლად ჩანს, რომ აშკარად რჩება $KXDE$ დაშტრიხული ოთხკუთხედის შესაბამისი ეფექტი გაუნაწილებელი ფაქტორების მიხედვით.

სტატისტიკური მეცნიერების მიერ შემუშავებულია ამ გაუნაწილებელი ეფექტის ფაქტორებისადმი მიკუთვნებადობის ზოგიერთი ვერსია. მათ შორისაა რომელიმე ერთი ფაქტორისადმი, ან ორთავე ფაქტორისადმი თანაბრად მიკუთვნებადობის და სხვა ვერსიები. დღესდღეობით არცერთი მათგანი დასმულ კითხვაზე პასუხს ვერ იძლევა და მაშასადამე პრობლემის გადაწყვეტა მაინც ღიად რჩება.

9. ტერიტორიალური ინდექსები

ინდექსი, როგორც ზემოთ ვაჩვენეთ, რაიმე სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების ცვალებადობის მძლავრი სტატისტიკური მაჩვენებელია. ეს ცვალებადობა განიხილება როგორც დროში ქრონოლოგიური თარიღების, ისე სივრცის ანუ ტერიტორიელური ჭრილის მიხედვით.

პირველ ცვალებადობას განსაზღვრავს დინამიკური, ხოლო მეორეს ტერიტორიალურ-სივრცობრივი ინდექსები. განსხვავებით აქამდე განხილული და ჩვენთვის უკვე ცნობილი დინამიკური, აგრეგატული ფორმის ინდექსებისაგან ტერიტორიალურ-სივრცობრივი აგრეგატული ფორმის ინდექსების გაანგარიშებისას მწვავედ დგას თანაზომადობის მაჩვენებლის ანუ წონების შერჩევის საკითხი. დინამიკური ინდექსები **პააშეს** მიხედვით გაიანგარიშება საანგარიშო, (12.26), ხოლო **ლასპეირესის** მიხედვით–საანალიზო პერიოდის წონების გამოყენებით (12.27). გაანგარიშების შედეგები ძალიან მცირედით განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან.

ტერიტორიალურ-სივრცობრივი ინდექსების გამოყენებით წარმოებს სხვადასხვა ტერიტორიალური ერთეულების(ქვეყნები,რეგიონები, რაიონები) ეკონომიკური მაჩვენებლების ურთიერთშედარება. მაგალითად, თუ გვინდა "ა" და "ბ" რაიონები ერთმანეთს შევადაროთ საქონელბრუნვით, ფასებით ან საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობით, მაშინ რომელი რაიონის შესაბამისი მაჩვენებელი უნდა ავიღოთ მეცვლელ დონეზე როგორც წონა? ამ შემთხვევაში რომელიმე ერთი რაიონის შესაბამისი მაჩვენებლის გამოყენება წონის სახით არ იძლევა სწორ შედეგს. ამას ნათლად დავინახავთ შემდეგი სახის კონკრეტულ მაგალითზე:

საქონელბრუნვა "ა" და "ბ" რაიონებში
(ციფრები პირობითია)

ცხრილი №76

პროდუქტის დასახელება	ზ/ე	"ა" რაიონი		"ბ" რაიონი		საქონელბრუნვა		$p_ბq_ა$	$p_ბq_ბ$	რეალიზაციის მოცულობა ორთავე რაიონში $q_ა+q_ბ$	$p_ა(q_ა+q_ბ)$	$p_ბ(q_ა+q_ბ)$
		ერთეულის ფასი (ლარი) $P_ა$	რეალიზაციის მოცულობა $q_ა$	ერთეულის ფასი (ლარი) $p_ბ$	რეალიზაციის მოცულობა $q_ბ$	"ა" რაიონი $p_აq_ა$	"ბ" რაიონი $p_ბq_ბ$					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
ხორცი	კგ.	4,0	2000	4,5	400	8000	1800	9000	1600	2400	9600	10800
რძე	კგ.	3,5	1000	3,0	800	3500	1400	3000	2800	1800	6300	5400
კარაქი	კგ.	6,2	500	5,0	2500	3200	12500	2500	15500	3000	18600	15000
სულ	–	–	–	–	–	14600	16700	14500	19900	–	34500	31200

ამ ცხრილის მონაცემებით შეიძლება დაისვას ორი საკითხი: 1) როგორია "ა" რაიონის საქონლის საშუალო ფასების ცვალებადობა "ბ" რაიონის საშუალო ფასების მიმართ?, 2) როგორია "ბ" რაიონის ფასების ცვალებადობა "ა" რაიონის შესაბამისი მაჩვენებლების მიმართ?

პირველ კითხვაზე პასუხის გასაცემად ავაგოთ ფასების აგრეგატული ინდექსი "ა" რაიონის საქონლის ფიზიკური მოცულობის წონებად გამოყენებით. გვექნება:

$$J_{p(ა/ბ)} = \frac{\sum p_ა q_ა}{\sum p_ბ q_ა} \qquad (12.31),$$

ხოლო მეორე კითხვაზე პასუხის გასაცემად გვექნება ინდექსი:

$$J_{p(ბ/ა)} = \frac{\sum p_ბ q_ბ}{\sum p_ა q_ბ} \qquad (12.32).$$

76-ე ცხრილის მონაცემებით გვექნება:

$$J_{p(ა/ბ)} = \frac{14600}{14500} = 1{,}007;$$

$$J_{p(ბ/ა)} = \frac{16700}{19900_ა} = 0{,}839.$$

მივიღეთ, რომ "ა" რაიონის საქონლის საშუალო ფასები მხოლოდ 0,7 %-ით (100,7–100,0) აჭარბებს "ბ" რაიონის საქონლის საშუალო ფასებს, მაშინ, როდესაც "ბ" რაიონის საქონლის საშუალო ფასები 0,7 %-ით კი არ ჩამორჩება (უფრო დაბალი) "ა" რაიონის საშუალო ფასებს, არამედ 16,1 %-ით (100,0–83,(). მივიღეთ პარადოქსული ეკონომიკური შედეგი.

რითაა გამოწვეული ასეთი დიდი განსხვავებანი? ეს განსხვავება გამოწვეულია იმით, რომ ცალკეული ქვეყნების, რეგიონებისა და რაიონების როგორც საქონლის ფიზიკური მოცულობის, ისე ფასების სტრუქტურა უფრო მკვეთრადაა განსხვავებული ერთმანეთისაგან, ვიდრე ერთი და იგივე ტერიტორიული ერთეულის ან სივრცის სხვადასხვა პერიოდის

შესაბამისი მაჩვენებლები. ეს კი თავისთავად გამოწვეულია ცალკეული ტერიტორიული ერთეულების ეკონომიკის თავისებურებებით, რაც შეიძლება გამოისახოს საქონლისა და მომსახურების სუბსიდირების განსხვავებულობაში, ქვეყანაში არასაბაზრო საქმიანობის გავრცელების ხარისხში, ზოგიერთი სოციალური მომსახურების სტრუქტურაში ანაზღაურებადი და არაანაზღაურებადი სახეების მიხედვით და ა.შ.

ამიტომ სტატისტიკის თეორიასა და პრაქტიკაში წონებად გამოიყენებენ არა ერთი რომელიმე ტერიტორიული ერთეულის რაიმე მაჩვენებელს, არამედ ე.წ. სტანდარტულ სიდიდეს. სტანდარტული წონის სახით ჩვეულებრივად იყენებენ შესადარებელი ტერიტორიულ-სივრცობრივი ერთეულების წონათა საერთო ჯამს. ამ საფუძველზე ტერიტორიული ინდექსის ფორმა ასეთი იქნება:

$$J_{p(ა/ბ)} = \frac{\sum p_ა (q_ა + q_ბ)}{\sum p_ბ (q_ა + q_ბ)} \qquad (12.33)$$

მოცემული ინდექსი (12.33) გამოიყენება "ა" რაიონის ფასების "ბ" რაიონის ფასებისადმი შესადარებლად.

"ბ" რაიონის ფასების "ა" რაიონის ფასებისადმი შესადარებლად ინდექსი მიიღებს სახეს:

$$J_{p(ბ/ა)} = \frac{\sum p_ბ (q_ა + q_ბ)}{\sum p_ა (q_ა + q_ბ)} \qquad (12.34).$$

76-ე ცხრილის მონაცემებით გვექნება:

$$J_{p(ა/ბ)} = \frac{34500}{31200} = 1{,}105$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ "ა" რაიონის საქონლის საშუალო ფასები 10,5 %-ით მეტია "ბ" რაიონის საქონლის საშუალო ფასებზე.

$$J_{p(ბ/ა)} = \frac{31200}{34500} = 0{,}913$$

მაშასადამე, "ბ" რაიონის საქონლის საშუალო ფასები "ა" რაიონის საქონლის საშუალო ფასებზე ნაკლებია 8,7 %-ით.

განსხვავება (12.33) და (12.34) ფორმულებით გაანგარიშებულ შედეგებს შორის სავსებით ბუნებრივი და კანონზომიერია, რადგან შეესაბამება რიცხვთა შორის ურთიერთშეფარდების საყოველთაოდ ცნობილ შედეგებს. თუ, მაგალითად, 25 მეტია 20-ზე 25%-ით, 20 ნაკლებია 25-ზე 20%-ით (20 : 25).

10. ინდექსების თვისებები

პააშესა და ლასპეირესის ინდექსების საფუძველზე შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ ინდექსების ზოგიერთი თვისება, რომელიც გამოიყენება საინდექსო ანალიზსა და პროგნოზირებაში. ამ ინდექსების სქემა ასეთია:

პააშესა და ლასპეირესის ინდექსები

ცხრილი №77

ინდექსის დასახელება	ინდექსის ფორმულა	
	პააშეს (საანგარიშო პერიოდის წონებით)	ლასპეირესის (საბაზისო პერიოდის წონებით)
ფიზიკური მოცულობის ინდექსი	$J_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$	$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$
ფასების ინდექსი	$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	$J_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$

I-თვისება: პააშეს ფასების ინდექსი უდრის პროდუქციის ღირებულების საქონელბრუნვის ინდექსი გაყოფილი **ლასპეირესის** ფიზიკური მოცულობის ინდექსზე:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} : \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \qquad (12.35).$$

II-თვისება: **ლასპეირესის** ფასების ინდექსი გამრავლებული **პააშეს** პროდუქციის ან საქონელბრუნვის ფიზიკური

მოცულობის ინდექსზე უდრის პროდუქციის ან საქონელბრუნვის საერთო ღირებულების ინდექსს:

$$\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} \qquad (12.36)$$

III- თუ ცნობილია ფასების ინდივიდუალური ინდექსები, მაშინ საბაზისო პერიოდის საქონელბრუნვის ან პროდუქციის ღირებულების წონებად გამოყენებით შეგვიძლია გავიანგარიშოთ **ლასპეირესის** ფასების აგრეგატული ინდექსი, რასაც ძალიან ფართოდ იყენებენ დასავლეთის ქვეყნებში.

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \qquad (12.37),$$

სადაც $i_p = \frac{p_1}{p_0}$. აქედან $p_1 = i_p p_0$.

ბოლო ტოლობას თუ შევიტანთ p_1-ის ნაცვლად **ლასპეირესის** ფასების აგრეგატული ინდექსის ფორმულაში, მივიღებთ (12.37) ფორმულას.

IV-თვისება: ლასპეირესის ფიზიკური მოცულობის ინდექსი უდრის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდუალური ინდექსების შეწონილ არითმეტიკულს, სადაც წონებად გამოყენებულია საბაზისო პერიოდის პროდუქციის ღირებულება ან საქონელბრუნვა.

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_y q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \qquad (12.38),$$

სადაც $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ აქედან $q_1 = i_q q_0$

V-თვისება: **პააშეს** ფასების აგრეგატული ინდექსი უდრის პროდუქციის ფასების ინდექსების საშუალო შეწონილ არითმეტიკულს, სადაც წონებად გამოყენებულია საანგარიშო

.პერიოდის პროუქციის ან საქონელბრუნვის ფიზიკური ¡მოცულობა შეფასებული საბაზისო პერიოდის ფასებით:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum i_p p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}, \qquad (12.39)$$

სადაც ტოლობის მარცხენა ნაწილის მრიცხველში p_1 ფასების ინდივიდუალური ინდექსიდანაა განსაზღვრული:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, p_1 = i_p \cdot p_0$$

VI- თვისება: პააშეს პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსი უდრის პროდუქციის ან საქონლის ფიზიკური მოცულობის საშუალო შეწონილ ინდექსს, სადაც წონებად გამოყენებულია საბაზისო პერიოდის საქონლის ან პროდუქციის ფიზიკური მოცულობა გამოსახული საანგარიშო პერიოდის ფასებით

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_1}{\sum q_0 p_1},$$

სადაც ტოლობის მარცხენა ნაწილის q_1 მიღებულია პროუქციის ან საქონელბრუნვის ინდივიდუალური ინდექსიდან:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, q_1 = i_q q_0$$

ინდექსების ასეთი თვისებების გამოყენება საგრძნობლად ამარტივებს საინდექსო მეთოდით სოციალურ-ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესებისს ანალიზს.

11. ინდექსების გამოყენება მიკროეკონომიკურ ანალიზში

ინდექსები ფართოდ გამოიყენება სასოფლო-სამეურნეო, სამრეწველო, სამშენებლო, კომერციულ და სხვა სახის

მიკროეკონომიკურ მეწარმეობაში.

სასოფლო-სამეურნეო ფირმებსა და მეწარმეობაში ბიზნესმენებს საქმე აქვთ სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციის წარმოებასა და რეალიზაციასთან. ამიტომ სტატისტიკის ერთერთი მნიშვნელოვანი ამოცანაა შეისწავლოს სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციის მოცულობისა და სტრუქტურის ცვალებადობანი როგორც დროის (ქრონოლოგიური თარიღების), ისე სივრცის (ტერიტორიული) მიხედვით. თვით სოფლის მეურნეობის პროდუქცია, რომელსაც გადამწყვეტი როლი განკუთვნება მოსახლეობის სურსათით მომარაგების საქმეში, ეწოდება მცენარეული და ცხოველური ნედლეულის ერთობლიობას. მემცენარეობის პროდუქციის ძირითადი მაჩვენებელია **საერთო მოსავალი და მოსავლიანობა.** საერთო მოსავალი ეწოდება წლის განმავლობაში ნათეს, ნარგავ, და სავარგულ ფართობზე წარმოებულ პროდუქციას სასოფლო-სამეურნეო კულტურების (მარცვლეული, ტექნიკური, საკვები კულტურები, კარტოფილი, ხილი და სხვა) ცალკეულ სახეობათა მიხედვით.

მოსავლიანობა წარმოადგენს მოსავლის სიდიდეს 1 ჰა-ზე გაანგარიშებით და გამოისახება ცენტნერობით.

საერთო მოსავლის ცვალებადობაზე მოქმედებს ორი ფაქტორი: ნათესი, ნარგავი, სასავარგულე და სხვა სახის ფართობი (S) და მოსავლიანობა (y). ამ ფაქტორების გათვალისწინებით საერთო მოსავლის ინდექსი ასე შეიძლება გამოისახოს:

$$J_{ys} = \frac{\sum S_1 y_1}{\sum S_0 y_0}, \qquad (12.41)$$

სადაც $\sum S_1 y_1$ და $\sum S_0 y_0$ – შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდების საერთო მოსავალია ანუ თითოეულ პერიოდში მოსავლიონობა (y_0-საბაზისო პერიოდი, y_1-საანგარიშო პერიოდი) გამრავლებული ნათეს ფართობზე (S_0-საბაზისო პერიოდი, S_1-საანგარიშო პერიოდი). საერთო

მოსავლის ცვალებადობას ფართობის ცვალებადობის ხარჯზე გაიანგარიშებენ ფართობის აგრეგატული ინდექსით:

$$J_s = \frac{\sum S_1 y_0}{\sum S_0 y_0} \qquad (12.42),$$

ხოლო მოსავლიანობის ცვალებადობის ხარჯზე:

$$J_y = \frac{\sum y_1 S_1}{\sum y_0 S_1} \qquad (12.43).$$

მაგალითი:

მონაცემები (პირობითია) სასოფლო-სამეურნეო კულტურების შესახებ

ცხრილი №78

კულტურების დასახელება	2000 წ.		2004 წ.	
	ნათესი ფართობი (ჰა)	მოსავლიანობა (ც/ჰა)	ნათესი ფართობი (ჰა)	მოსავლიანობა (ც/ჰა)
სიმინდი	100	50	300	50
საშემოდგომო ხორბალი	240	20	170	19,5
	340	–	470	–

ამ მონაცემებით:

$$J_{sy} = \frac{\sum S_1 y_1}{\sum S_0 y_0} = \frac{(300\times 50)+(170\times 19{,}5)}{(100\times 50)+(240\times 20)} = \frac{183{,}5}{9800} = 1{,}868$$

მაშასადამე საერთო მოსავალი 2004 წელს 2000 წელთან შედარებით გაიზარდა 86,8%-ით. მათ შორის:

ა) ფართობის ცვალებადობის ხარჯზე:

$$J_s = \frac{\sum S_1 y_0}{\sum S_0 y_0} = \frac{(300\times 50)+(170\times 20)}{(100\times 50)+(240\times 20)} = 1{,}877$$

ანუ ფართობის ზრდის ხარჯზე საერთო მოსავალი გაიზარდა 87,7%-ით;

ა) მოსავლიანობის ცვალებადობის ხარჯზე:

$$J_y = \frac{\sum y_1 S_1}{\sum y_0 S_1} = \frac{(300\times 50)+(170\times 19{,}5)}{(300\times 50)+(170\times 20)} = \frac{18315}{18400} = 0{,}995$$

ე.ი. მოსავლიანობის შემცირების ხარჯზე საერთო მოსავალი შემცირდა 0,5%-ით $(1-0{,}995)\times 100$

ორივე ფაქტორის ხარჯზე:

$$J_s \times J_y = J_{ys} = 1{,}877\times 0{,}995 = 1{,}868,$$

რაც შეესაბამება ინდექსთა შორის ურთიერთკავშირის განტოლებას $(12\cdot 20{,}12\cdot 21)$.

მემცენარეობის პროდუქციის მწარმოებელ ბიზნესმენებს ამ მეთოდოლოგიის მსგავსად წარმატებით შეუძლიათ გამოიყენონ ინდექსები თვითღირებულების ან პროდუქციის წარმოებისა და რეალიზაციის დანახარჯების ანალიზის მიზნებისათვის. თუ დანახარჯები გაანგარიშებულია ერთ ჰექტარზე, მაშინ საერთო დანახარჯების აგრეგატული ინდექსი შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$J_{sf} = \frac{\sum S_1 f_1}{\sum S_0 f_o}, \qquad (12.44),$$

სადაც f_1 და f_0 –ერთ ჰექტარ სასოფლო-სამეურნეო სავარგულზე დანახარჯებია წლის მანძილზე.

აქაც შეგვიძლია საერთო ინდექსი (J_s) წარმოვადგინოთ ფართობის ინდექსისა და ერთი ჰექტარის დამუშავების თვითღირებულების ურთიერთნამრავლის სახით:

$$J_{sf} = J_s \times J_f = \frac{\sum S_1 f_1}{\sum S_0 f_o} = \frac{\sum S_1 f_0}{\sum S_0 f_0} \times \frac{\sum f_1 S_1}{\sum f_0 S_1}, \qquad (12.45).$$

ცხადია თუ გვაქვს ორი ინდექსი შეგვიძლია გავიანგარიშოთ მესამე. შესაძლებელია გვქონდეს დანახარჯები გაანგარიშებული არა ერთი ჰექტარის დამუშავებაზე, არამედ ერთი ცენტნერი რაიმე სახის სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციის ერთეულზე

(ერთეულის თვითღირებულება), მაშინ დანახარჯების საერთო ინდექსი ასეთ სახეს მიიღებს:

$$J_f = \frac{\sum Q_1 f_1}{\sum Q_0 f_0} = \frac{\sum Q_1 f_0}{\sum Q_0 f_0} \times \frac{\sum Q_1 f_1}{\sum Q_1 f_0}, \qquad (12.46).$$

↓ დანახარჯების საერთო ინდექსი

↓ სასოფლო სამეურნეო პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსი

↓ თვითღირებულების აგრეგატული ინდექსი

ბიზნესმენებსა და ამ საკითხებით დაინტერესებულ პირებს ინდექსები შეუძლიათ გამოიყენონ, აგრეთვე, მეცხოველეობის პროდუქციისა და სხვა მაჩვენებლების დინამიკისა და სტრუქტურის დასახასიათებლად.

მემცენარეობისაგან განსხვავებით მეცხოველეობის პროდუქცია იანგარიშება არა მარტო წლიურად, კვარტალურად, არამედ თვიურად და სხვა პერიოდების მიხედვით. მისი რაოდენობა მიიღება უშუალოდ დათვლით, აწონვით, გაზომვით და ა.შ.

მაგალითად, რძის საერთო ჩამონაწველი გაიანგარიშება ძროხების, თხების, ცხვრების, კამეჩებისა და სხვა სახის დედა პირუტყვისაგან მიღებული რძის საერთო ფიზიკური წონით. ასეთნაირად მიიღება მატყლის, კვერცხის, ხორცისა და სხვა სახის სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციის რაოდენობა მოცემულ პერიოდში.

პროდუქციის საერთო რაოდენობის გარდა მეცხოველეობის დარგის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ხარისხოვანი მაჩვენებელია **პროდუქტიულობა**.

ეს მაჩვენებელი განისაზღვრება პროდუქციის საერთო რაოდენობის (მაგ. ხორცის, რძის, მატყლის) შესაბამისი

კატეგორიის (სახორცე, სარძევე, სამატყლე) პირუტყვის საშუალო სულადობაზე გაყოფით.

მეცხოველეობის პროდუქციის აგრეგატული ინდექსების ასაგებად გამოიყენება ორი მაჩვენებელი: პირუტყვის სულადობა (აიღება დროის მომენტისათვის, თვის, კვარტლის ან წლის დასაწყისში, ან საშუალო მაჩვენებელი) და პროდუქტიულობა.

მეცხოველეობის საერთო პროდუქციის ინდექსი $\left(\frac{\sum Q_1 \Pi_1}{\sum Q_0 \Pi_0}\right)$ უნდა განვიხილოთ პირუტყვის სულადობის $\left(\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}\right)$, პროდუქტიულობისა $\left(\frac{\sum Q_1 \Pi_1}{\sum Q_1 \Pi_0}\right)$ და ჯოგის სტრუქტურის $\left(\frac{\sum Q_1 \Pi_0}{\sum Q_0 \Pi_0} \times \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}\right)$ ინდექსებთან ურთიერთკავშირში:

$$\frac{\sum Q_1 \Pi_1}{\sum Q_0 \Pi_0} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \times \frac{\sum Q_1 \Pi_1}{\sum Q_1 \Pi_0} \times \left(\frac{\sum Q_1 \Pi_0}{\sum Q_0 \Pi_0} \times \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}\right) \quad (12.47)$$

სადაც Q_1 და Π_1 – ჯოგის სულადობა და პროდუქტიულობაა საანგარიშო პერიოდში;

Q_0 და Π_0 – იგივე მაჩვენებლებია საბაზისო პერიოდში.

მემცენარეობის მსგავსად მეცხოველეობაშიაც შეიძლება ავაგოთ საერთო დანახარჯების, პროდუქციის ფიზიკური მოცულობისა და თვითღირებულების აგრეგატული ინდექსები. ინდექსების ასაგებად გვექნება მეცხოველეობის პროდუქციის რაოდენობის და პროდუქციის ერთეულზე დანახარჯების მაჩვენებლები. ამ საფუძველზე გაიანგარიშება მეცხოველეობის პროდუქციაზე საერთო დანახარჯების, პროდუქციის ფიზიკური

მოცულობისა და თვითღირებულების აგრეგატული ინდექსები. თუ თვითღირებულების ნაცვლად ჩავსვავთ პროდუქციის ერთეულის საბაზრო ფასებს როგორც საანგარიშო ისე საბაზისო პერიოდებისათვის გვექნება მეცხოველეობის პროდუქციის საერთო ღირებულების ინდექსი,აგრეთვე, პროდუქციის ფიზიკური მოცულობისა და ფასების ინდექსები. ამის გარდა სასოფლო-სამეურნეო მეწარმეობაში შეიძლება ინდექსები გამოვიყენოთ შრომის ნაყოფიერების, საკვები ბაზისა და სხვა დინამიკის დასადგენად.

შრომის ნაყოფიერების ღირებულებითი საერთო ინდექსი ასეთი სახისაა:

$$J = \frac{\sum Q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum Q_0 p}{\sum T_0} \qquad (12.48),$$

შრომის ნაყოფიერების შრომითი აგრეგატული ინდექსი:

$$J = \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_1 Q_1} \qquad (12.49),$$

სადაც Q_1 და Q_0 –პროდუქციის მოცულობა (მემცენარეობის ან მეცხოველეობის) საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

t_1 და t_0 –მუშაკთა საშუალო–სიობრივი რიცხოვნობა საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

t -დროის დანახარჯები პროდუქციის ერთეულზე:

$$t = \frac{\sum Qt}{\sum Q} \qquad (12.50).$$

p –პროდუქციის საბაზრო ფასი (მიღებულია უცვლელად რომელიმე პერიოდის დონეზე).

t –ს სხვაგვარად ეწოდება პროდუქციის ერთეულის წარმოების შრომატევადობა კაცსაათობით. ის არის შრომის ნაყოფიერების შებრუნებული სიდიდე, ვინაიდან თუ შრომის

ნაყოფიერება დროის ერთეულში დამზადებელი პროდუქციაა, შრომატევადობა პროდუქციის ერთეულზე დახარჯული დროა.

სამრეწველო ფირმაში ინდექსების გამოყენებით შეიძლება გავაანალიზოთ პროდუქციის გამოშვების, შრომის ნაყოფიერებისა და ხელფასის ფონდის, პროდუქციის ასორტიმენტისა და ხარისხის, თვითღირებულებისა და სხვა მეტად მნიშვნელოვანი ეკონომიკური სიდიდეების დინამიკა, სტრუქტურა და მათზე მოქმედ ფაქტორთა ზეგავლენა. ამ საკითხების გადაწყვეტის საქმეში გამოგვადგება ამ თემის მე-2 და მე-5 პარაგრაფში განხილული ინდექსები. ამის გარდა თანამედროვე პერიოდში დიდ მნიშვნელობას იძენს საბაზრო ფირმის სტრაგედიის (შეტევითი, თავდაცვითი და უკანდახევითი) შესამუშავებლად პროდუქციის ხარისხის, ასორტიმენტისა და სხვა სახის მეტად მნიშვნელოვანი ამოცანების გადაწყვეტა. სტატისტიკური ანალიზის შედეგები კარნახობს ფირმის ხელმძღვანელობას შეიმუშაოს **შეტევითი** (გააფართოოს მოცემული სახის პროდუქციის წარმოება), **თავდაცვითი** (გააუმჯობესოს პროდუქციის ხარისხი და ასორტიმენტი) ან **უკანდახევითი** (მოხსნას წარმოებიდან ძველი და გადავიდეს ახალი სახის პროდუქციის წარმოებაზე) სტრატეგია იმის მიხედვით იზრდება, სტაბილურია თუ მცირდება ბაზარზე ფირმის მიერ წარმობული პროდუქციის რეალიზაცია. ვაჩვენოთ ფირმის მიერ გამოშვებული პროდუქციის ხარისხიანობის ინდექსი შემდეგი სახის პირობით მაგალითზე:

ფირმის პროდუქციის რეალიზაცია ბაზარზე

ცხრილი 79

პროდუქციის ხარისხი	ერთეულის სარეალიზაციო ფასი (ლარი)	რეალიზაცია (ცალობით)	
		საბაზისო პერიოდი	საანგარიშო პერიოდი
პირველი	10	60000	48000
მეორე	6	25000	35000
მესამე	5	5000	15000
სულ	–	90000	98000

ამ მონაცემებით შეგვიძლია ფასები პროდუქციის ხარისხის მიხედვით მივიჩნიოთ უცვლელად საბაზისო პერიოდის დონეზე და დავადგინოთ პროდუქციის საერთო გამოშვების სტრუქტურის ცვალებადობამ რა გავლენა მოახდინა ფირმის მოგებაზე. როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველი ხარისხის პროდუქციის რაოდენობა შემცირდა 60000 ერთეულიდან 48000 ერთეულამდე, ხოლო დანარჩენი, უფრო დაბალი ხარისხის პროდუქციის რეალიზაცია გაიზარდა. ვინაიდან ფასთასხვაობა ხარისხების მიხედვით დიდია, ამიტომ ასეთ სტრუქტურულ ცვალებადობას არ შეიძლება არ ეუმოქმედა ფირმის მოგებაზე.

ანალიზისათვის საჭიროა გავიანგარიშოთ პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსი:

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{(48000 \times 10) + (35000 \times 6) + (15000 \times 5)}{(60000 \times 10) + (25000 \times 6) + (5000 \times 5)} =$$

$$= \frac{765000}{775000} = 0{,}987 \quad ,$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ ფირმამ პროდუქციის ხარისხის[1] (ასორტიმენტის) ცვალებადობით ბაზარზე წააგო

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 765000 - 775000 = 10000 \text{ ლარი.}$$

თუ გვაქვს პროდუქციის ხარისხის ინდივიდუალური ინდექსები (i_K), მაშინ ხარისხიანობის ცვლილება დროში შეიძლება გაიზომოს **ა.ი. ბოიარსკის მიერ შემოთავაზებული საშუალო–შეწონილი არითმეტიკული ინდექსით:**

$$J_K = \frac{\sum i_K q_1 p_0}{\sum q_1 p_0} \qquad (12.51),$$

[1] პროდუქციის ხარისხი იმ თვისებათა ერთობლიობაა, რომელიც განსაზღვრავს ამ პროდუქციის მოხმარებისადმი გამოსადეგობის დონეს. მრეწველობის მრავალ დარგში (კვების, მსუბუქი, და სხვა) პროდუქციის ხარისხის გრადაციას (ცვალებადობას) სორტებით გამოსახავენ.

სადაც წონებად აღებულია ($q_1 p_0$) საანგარიშო პერიოდის პროდუქციის მოცულობა საბაზისო ფასებით.

ინდექსები ფართოდ გამოიყენება აგრეთვე, **სამშენებლო ფირმის პროდუქციის**, შრომის ნაყოფიერების, შრომის ანაზღაურებისა და სამშენებლო პროდუქციის თვითღირებულების დინამიკის შესწავლისა და ანალიზის საქმეშიაც. განსხვავებით მრეწველობისაგან , მშენებლობის პროდუქცია იქმნება როგორც სახჯარო (სამშენებლო-სამონტაჟო და სხვა ორგანიზაციების მიერ შექმნილი პროდუქციის) ასევე ქარხნების, ფაბრიკების,და სხვა ფირმების მიერ გაწეული კაპიტალურ დაბანდებათა ღირებულება. ფიზიკურად მშენებლობის დარგის პროდუქციის საბოლოო სახეა დამთავრებული და ექსპლოატაციისათვის გამზადებული შენობები, ნაგებობანი, მთელი საწარმოები და ა.შ. მათ შესაქმნელად კი საჭიროა საპროექტო სამშენებლო, სამონტაჟო და სხვა ფირმების მიერ გაწეული სამუშაოები. მშენებლობის პროდუქციის, შრომის ნაყოფიერების, პროდუქციის თვითღირებულების და სხვა ეკონომიკურ მაჩვენებელთა დინამიკის შესასწავლად გამოიყენება ისეთივე ინდექსები, როგორიც ჩვენ ვაჩვენეთ სამრეწველო ფირმებისათვის.

ეკონომიკური ინდექსები წარმატებით გამოიყენება, აგრეთვე, **კომერციული საქმიანობის** პროდუქციისა და გაწეული მომსახურების დინამიკის, სტრუქტურის და მათზე მოქმედი ფაქტორების ანალიზისათვის. აქ ამ დარგთა საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ცვალებადობას განსაზღვრავს საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსი (12.7), მთლიანი საქონელბრუნვის მოცულობის ცვალებადობას–საქონელბრუნვის საერთო მოცულობის ინდექსი (12.6),

[1]ტარიფი მომსახურების სფეროში (გადაზიდვები, საყოფაცხოვრებო სამუშაოები და ა.შ.) იგივე ფასის სინონიმად იხმარება. ამიტომ, იქ სადაც პროდუქციის ან საქონლის ერთეულის ფასი გვაქვს ინდექსებში, მომსახურების სფეროს ინდექსებში გვექნება ტარიფი, რაც მომსახურების ერთეულისათვის საჭირო ანაზღაურებას ნიშნავს. (მაგალითად, 1 ტ/კგ –ის ანაზღაურება ტრანსპორტში,1 დღე-ღამის ღირებულება სასტუმროებში და ა.შ.)

საქონლისა და მომსახურების ტარიფების ცვალებადობას—ფასების ინდექსი (12.8), თვითღირებულების ცვალებადობისა და ტარიფების[1] ინდექსი (12.9) და ა.შ.

ასეთივე ინდექსები გამოიყენება, აგრეთვე, მცირე და საშუალო შეწარმეობის მუშაობის ამსახველი მაჩვენებლების დინამიკის, სტრუქტურის და სხვა პარამეტრების დასახასიათებლად.

12. იდექსების გამოყენება საერთაშორისო შედარებებში

საერთაშორისო შედარებებში ფართოდ გამოიყენება ინდექსები (როგორც ინდივიდიალური ისე აგრეგატული) ისეთი მაკროეკონომიკური მაჩვენებლების შედარებისათვის, როგორიცაა მთლიანი შიდა პროდუქტი, მთლიანი ეროვნული შემოსავალი ანუ ეროვნული შემოსავალი და სხვა. სხვადასხვა ქვეყნების შედარებებისათვის პირველ რიგში მიმართავენ ტერიტორიული ინდექსების გამოყენებას, რომლებიც აღწერილია ამ თავის მე—9 პარაგრაფში. მთლიანი შიდა პროდუქტი გამოიყენება სხვადასხვა ქვეყნების განვითარების ეკონომიკური დონის ურთიერთშედარებისათვის. **პროდუქციისა და მომსახურების მაკროეკონომიკურ მაჩვენებლთა შორის ცენტრალურ ადგილს იჭერს მთლიანი შიდა პროდუქტი, რომელიც წარმოადგენს მოცემული ქვეყნის ტერიტორიაზე დროის გარკვეულ პერიოდში პროდუქციის წარმოებისა და გაწეული მომსახურების საერთო ღირებულებას შუალედური მოხმარების გამოკლებით.** შუალედური მოხმარება მოიცავს საწარმოო და არასაწარმოო მატერიალურ დანახარჯებს, მატერიალური და არამატერიალური მომსახურების ანაზღაურებას, ხანგრძლივი მოხმარების სამხედრო მომსახურებისა და აღჭურვილობის შეძენის, აგრეთვე მივლინებებისა და მაცხოვრებელთა მიერ საცხოვრებელი ფართობის მოვლის ხარჯებს, ბანკების პირობით პროდუქციას, წარმოების დანახარჯებს. შუალედურ

მოხმარებაში არ შეიტანება ძირითადი კაპიტალის ცვეთისა და არა-მორტიზირებული ნაწილის სალიკვიდაციო ღირებულება. ამრიგად ის ყველა დარგისა და ეკონომიკის სექტორის დამატებული ღირებულებაა, რომლითაც ყველა რეზიდენტისა[1] და არარეზიდენტის მიერ შექმნილ ღირებულებას მოიცავს და არ ითვალისწინებს მოცემული ქვეყნის ტერიტორიის ფარგლებს გარეთ შექმნილ ღირებულებას.

მთლიანი შიგა პროდუქტისაგან განსხვავებით მთლიანი ეროვნული პროდუქტი მოიცავს დროის გარკვეულ პერიოდში მოცემული ქვეყნის ყველა მოქალაქის მიერ შექმნილ ღირებულებათა ჯამს (შიგა ანუ შუალედური მოხმარების გამოკლებით), როგორც ქვეყნის ეკონომიკურ ტერიტორიაზე, ისე მის ფარგლებს გარეთ. ამრიგად, ის მოიცავს რეზიდენტის საქმიანობის შედეგებს როგორც ქვეყნის ეკონომკურ ტერიტორიაზე ისე მის ფარგლებს გარეთ და არ მოიცავს მოცემული ქვეყნის ტერიტორიაზე არარეზიდენტების საქმიანობის შედეგებს.

განსაკუთრებით გავრცელებულია სხვადასხვა ქვეყნის მთლიანი შიგა პროდუქტის, აგრეთვე სამრეწველო, სასოფლო-სამეურნეო და სხვა სახის პროდუქციაზე ფასების ურთიერთშედარება ინდექსების გამოყენებით. მაგალითად, თუ ორი, „ა" და „ბ" ქვეყნების ფასები უდარდება ერთმანეთს, მაშინ მთლიანი შიგა პროდუქტიდან ამოარჩევენ ინდენტური დასახელების სასაქონლო პროდუქციის სახობებს ან მათ ჯგუფებს, თითოეული სასაქონლო ჟგუფის მიხედვით გაიანგარიშებენ, ვთქვათ „ა" ქვეყნის ფასების ინდივიდუალურ ინდექსებს „ბ" ქვეყნის მიმართ. ეს ინდექსი შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$i_{ა/ბ} = \frac{p_ა}{p_ბ} \qquad (12.52),$$

[1]რეზიდენტი წარმოშობილია ლათინური სიტყვიდან რესიდენს-საგან და მჯდომარეს ნიშნავს. რეზისენტი უცხო ქვეყნის მოქალაქეა, რომელიც მუდმივად ცხოვრობს მოცემულ ქვეყანაში.

სადაც $i_{ა/ბ}$ – "ა" ქვეყნის ფასების ინდივიდუალური ინდექსია "ბ" ქვეყნის ფასების მიმართ;

$p_ა$ – "ა" ქვეყნის სასაქონლო ერთეულის ფასია;

$p_ბ$ – "ბ" ქვეყნის შესაბამისი მაჩვენებელი.

ინდივიდუალური ინდექსების საფუძველზე ანგარიშობენ საშუალო ინდექს ($\bar{i}$):

$$\bar{i}(ა/ბ) = \sqrt[n]{i_1 \cdot i_2 \ldots\ldots i_n} = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} i_j (ა/ბ)} \qquad (12.53),$$

სადაც n – სასაქონლო ჯგუფების რაოდენობაა.

ასეთი საშუალო ინდივიდიალური ინდექსის მიხედვით საერთაშორისო სტატისტიკაში გავრცელებულია აგრეგატული საშუალო არითმეტიკული **პააშესა და ლასპეირესის ინდექსების** გაანგარიშებანი:

პააშეს ინდექსი:

$$J_{ა/ბ} = \sum_{j=1}^{n} i_j w_{j(ა)} \qquad (12.54)$$

ლასპეირესის:

$$J_{ა/ბ} = \sum_{j=1}^{n} i_j w_{j(ბ)} \qquad (12.55)$$

სადაც $w_{j(ა)}$ – "ა" ქვეყნის მთლიან შიგა პროდუქტში სასაქონლო წარმომადგენელთა ხვედრითი წილია გამოსახული ხშირადობით.

$w_{j(ბ)}$ – "ბ" ქვეყნის შესაბამი სიმაჩვენებელი.

პააშესა და ლასპეირსის ინდექსების სიდიდეთა შორის ზოგჯერ გარკვეული განსხვავებაა.

წესით სიდიდთ **ლასპეირესის** ინდექსი მეტია **პააშეს ინდექსზე**. ამას სტატისტიკაში უწოდებენ **გერშენკრონის**

ეფექტს და ხსნიან იმით, რომ მოცემულ ქვეყანაში მომხმარებელი ეტანება უმთავრესად ისეთი საქონლის შეძენასა და მომსახურების მიღებას, რაც სხვა ქვეყნებთან შედარებით უფრო იაფია.

აღნიშნული განსხვავების უგულველსაყოფად საბოლოოდ ანგარიშობენ საშუალო ინდექსს **ფიშერის** საშუალო გეომეტრიული ინდექსის დახმარებით:

$$\overline{J}_{ა/ბ} = \sqrt{J_{ა/ბ(ლასპ.)} \times J_{ა/ბ(პააშე)}} \qquad (12.56)$$

სადაც $J_{ა/ბ}$–პააშესა და ლასპეირესის ინდექსების საშუალოა;

$J_{ა/ბ}$–ლასპეირესის ინდექსი

$J_{ა/ბ}$–პააშეს ინდექსი

თუ გვაქვს არა ორი არამედ მრავალი ქვეყნის შესაბამის ეკონომიკურ მაჩვენებელთა შედარების საჭიროება, მაშინ გამოიყენება ინდექსების სხვა სახეობანი, რომელთაგან აღსანიშნავია **ეკშ-ის, გირი-კამისა და უოლშის ინდექსები.**

ეკშ-ის ინდექსის სახელწოდება წარმოშობილია სტატისტიკოს-ექსპერტების (**უნგრელი ელტეტესა და კევეშას და პოლონელი შულცის**) გვართა პიტველი ასოებისაგან და გამოითვლება ფორმულით:

$$J_{ა/ბ(ეკშ)} = \sqrt[2]{J_{ა/ბ(ფიშერი)} \times J_{ა/ბ(ფიშერი)} \times J_{ბ/ა(ფიშერი)}}$$

სადაც $J_{ა/ბ(ფიშერი)}$–ეკშ-ს ტერიტორიალური ინდექსია „ა" და "ბ" ქვეყნებისათვის;

$J_{ა/ბ(ფიშერი)}$–ფიშერის ტერიტორიალური ინდექსია „ა" და "ბ" ქვეყნებისათვის;

$J_{ბ/ა}$–ფიშერის ტერიტორიალური ინდექსია „ა" და

—„j" ქვეყნებისათვის;

$J_{j/B}$ —ფიშერის ტერიტორიული ინდექსია j-ური და B-ს ქვეყნებისათვის;

n —ქვეყნების რიცხვი-.

მაშასადამე, ეკშ-ს ინდექსი „ა" და „ბ" ქვეყნებისათვის სიდიდე არაფერია თუ არა ფიშერის ინდექსების საშუალო გეომეტრიული, რომლებიც გაანგარიშებულია პირდაპირი და ირიბი (მესამე ქვეყნის მეშვეობით) გზით. ამასთან პირდაპირი გზით („ა" და „ბ") ქვეყნებს შორის გაანგარიშებული ინდექსი აიღება წონით 2. მაგალითად, თუ შედარებაში მონაწილეობს 4 ქვეყანა („ა", „ბ", „c", „დ"), მაშინ ეკშ-ს ინდექსი „ა" და „ბ" ქვეყნებს შორის მიიღებს სახეს:

$$J_{ა/ბ(ეკშ)} = \sqrt[4]{J_{ა/ბ} \cdot 2\left(J_{ა/c} \cdot J_{c/ბ}\right)\left(J_{ა/დ} J_{დ/ბ}\right)} \qquad (12.58)$$

და "ა" და "c" ქვეყნებისათვის გვექნება:

$$J_{ა/c(ეკშ)} = \sqrt[4]{J_{ა/c} \cdot 2(J_{ა/ბ} \cdot J_{ბ/c})(J_{ა/დ} \cdot J_{დ/c})}$$

ასეთნაირად ანგარიშობენ, აგრეთვე დანარჩენი თითოეული წყვილი ქვეყნებისათვის **ეკშ-ის** ინდექსს.

საერთაშორისო შედარებებში გამოყენებული ინდექსებიდან ერთ-ერთ მარტივ ინდექსს **უოლშის** ინდექსი წარმოადგენს. მისი ფორმა ასეთია:

$$J_{ა/ბ} = \Pi\left(i_p^{ა/ბ}\right)^{w_s} \qquad (12.59),$$

სადაც $J_{ა/ბ}$ —უოლშის ტერიტორიალური ინდექსია ანუ „ა" ქვეყნის შესაბამისი მაჩვენებლის შედარების ინდექსია „ბ" ქვეყნის შესაბამისი მაჩვენებლის მიმართ;

Π —ნამრავლის სიმბოლოა;

$i_p^{ა/ბ}$ — S სასაქონლო ჯგუფისათვის ფასების საშუალო ინდექსია „ა" ქვეყნისა „ბ" ქვეყნის მიმართ;

w_s — სასაქონლო ჯგუფის საშუალო ხვედრითი წილია.

მოვიტანოთ მაგალითი. (ცხრილი მოტანილია წიგნიდან: Теория статистики; (Учебник под. Ред. Г. Л. Громико), М.: ИНФРА-М, 2002, с. 396)

„ა", „ბ", და „გ" ქვეყნების მთლიანი შიდა პროდუქტის სტრუქტურა

ცხრილი 80

სასაქონლო ჯგუფები	ცალკეული სასაქონლო ჯგუფის ხვედრითი წილი ქვეყნების მთლიან შიდა პროდუქტში			საშუალოდ სამივე ქვეყნისათვის	ფასების საშუალო ინდექსი	
	"ა"	"ბ"	"გ"		ა/ბ	ბ/გ
1	0,2	0,3	0,4	0,3	1,2	1,4
2	0,4	0,6	0,5	0,5	1,4	1,7
3	0,4	0,1	0,1	0,2	1,8	1,1
Σ	1,0	1,0	1,0	1,0	1,5	1,6

აქედან გამომდინარე „ა" ქვეყნის მთლიანი შიდა პროდუქტის საშუალო ფასების ინდექსი „ბ" ქვეყნის მიმართ შეადგენს:

$$J_p^{ა/ბ} = 1{,}2^{0{,}3} \cdot 1{,}4^{0{,}5} \cdot 1{,}8^{0{,}2} = 1{,}5,$$

ხოლო "ბ" ქვეყნისა "გ" ქვეყნის მიმართ:

$$J_p^{ბ/გ} = 1.4^{0.3} \cdot 1.7^{0.5} \cdot 1.1^{0.2} = 1.6$$

მაშასადამე "ა" ქვეყნის მთლიანი შიდა პროდუქტის ფასები 50%-ით მეტია "ბ" ქვეყნის მთლიანი შიდა პროდუქტის საშუალო ფასებზე, ხოლო "ბ" ქვეყნისა "გ" ქვეყნის შესაბამისი მაჩვენებლის მიმართ 60%-ით მეტია.

მთლიანი შიგა პროდუქტის ფასებისა და სხვა მაკროეკონომიკური საერთაშორისო შედარებებში გამოყენებული ინდექსებიდან აღსანიშნავია, აგრეთვე, **გირი–კამისის** ინდექსი. ავტორმა მეცნიერებას მთლიანი შიგა პროდუქტის ფასების საერთაშორისო შედარებისათვის შესთავაზა საშუალო საერთაშორისო ფასების გაანგარიშება ეროვნული ფასების საშუალო შეწონილი სიდიდის მიხედვით, სადაც წონებად გამოყენებულია ქვეყნებში წარმოებული ან მოხმარებული პროდუქციის მოცულობა.

ქვეყნების მთლიანი შიგა პროდუქტის საერთაშორისო შედარებისათვის ცნობილია **გერარდის** (იტალიელი სტატისტიკოსის, გ. გერარდის ავტორობით) მეთოდი, რომელიც გირი-კამისიაგან განსხვავებით საერთაშორისო ვალუტაში გადასაყვან ფასებს ანგარიშობს არა საშუალო- შეწონილი არითმეტიკულით, არამედ მარტივი საშუალო გეომეტრიული ფორმულის მიხედვით[1].

საერთაშორისო შედარებებში ფართოდაა გამოყენებული, აგრეთვე, პროდუქციის (საქონლის) ფიზიკური მოცულობისა და ფასების აგრეგატული ინდექსები, სადაც ცალკეული ქრონოლოგიური თარიღების ნაცვლად გამოყენებულია ურთიერთშესადარისი ქვეყნები და რეგიონები.

11. ინდექსების გამოყენება საგარეო ეკონომიკურ კავშირურთიერთობებში

ინდექსები (ინდივიდიალური და აგრეგატული) ფართოდ გამოიყენება საგარეო ეკონომიკურ . კავშირურთიერთობებში. კერძოდ, ინდექსების დახმარებით იზომება საგარეო ვაჭრობის საქონელბრუნვის, ექსპორტ-იმპორტის მოცულობის, ფასების, საგარეო ვაჭრობის პირობების და სხვა მნიშვნელოვანი მაჩვენებლების მოცულობა, დინამიკა, სტრუქტურა და სხვა მოვლენებთან კორელაციურ-რეგრესიული ურთიერთკავშირები. საგარეო ვაჭრობის საქონელბრუნვას ახასიათებს ექსპორტ–იმპორტის ჯამი. **ექსპორტი ეწოდება სამამულო წარმოების საქონლის გაყიდვას სხვა ქვეყნებში, ხოლო იმპორტი შემოზიდვას.** ქსპორტ–იმპორტის, ანუ საგარეო ვაჭრობის სალდო ეწოდება სხვაობას ექსპორტსა და იმპორტს შორის. ის შეიძლება იყოს აქტიური („პლიუს"

[1]ასეთი ფასებით ძალიან ხშირად ანგარიშობენ აგრეთვე, მსყიდველობითი უნარიანობის პარიტეტს, რომელიც მიიღება საერთაშორისო შესადარისი ფასებით გამოსახული მთლიანი შიდა პროდუქტის მოცულობის შეფარდებით ეროვნული ვალიუტით გამოსახულ იმავე მაჩვენებლის მოცულობასთან.

ნიშნით), როცა ექსპორტი აჭარბებს იმპორტს და პასიური ("მინუს" ნიშნით), როცა საწინააღმდეგო შემთხვევასთან გვაქვს საქმე. საგარეო ვაჭრობის განვითარებას თუ განვიხილავთ დროში წლების მიხედვით, ინდექსები გვექნება ინდივიდუალური, ჯგუფური და საერთო. ცალკეული სახის საქონლის (მანქანების, სათბობის, ხორცის, კარაქის და სხვა) ფიზიკური მოცულობის ცვალებადობას ექსპორტში ან იმპორტში გვიჩვენებს ინდექსები, რომლიც გამოისახება ფორმულით:

$$J_{qp} = J_q \times J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \qquad (12.61).$$

↓ საგარეო ვაჭრობის საქონელბრუნვის საერთო ინდექსი

↓ საგარეო ვაჭრობის საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსი

↓ საგარეო ვაჭრობის ფასების ინდექსი

საგარეო ვაჭრობის საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსი შეგვიძლია გავიანგარიშოთ, აგრეთვე, საქონლის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდიალური ან ჯგუფური ინდექსებისა და საქონელბრუნვის მოცულობის საფიძველზე, რასაც ეწოდება საქონელბრუნვის ფიზიკური მოცულობის საშუალო არითმეტიკული ინდექსი (J_q):

$$J_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum \sum q_0 p_0} \qquad (12.62)$$

სადაც i_q – ცალკეული სახის საქონლის ექსპორტის ან იმპორტის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდიალური ინდექსია;

$q_0 p_0$ – წინა საბაზისო პერიოდში ცალკეული სახის საქონლის გაზიდვის (ექსპორტი) ან შემოზიდვის (იმპორტი)

ღირებულებაა შესაბამისი ფასებით.

მნიშვნელოვანი როლი ინდექსებს განეკუთვნება საგარეო ვაჭრობის ფასების დინამიკის, აგრეთვე, საგარეო ვაჭრობის პირობების შესწავლაში.

საგარეო ვაჭრობის ფასების დონე განისაზღვრება სავაჭრო ფარიგებებით და აისახება საკონტრაქტო მოლაპარაკებებში. საკონტრაქტო ფასების დადგენისას მყიდველები და გამყიდველები ითვალისწინებენ მსოფლიო ფასების დონეს. საქონლის ფასის მსოფლიო დონის ქვეშ იგულისხმება ბაზარზე რეალიზებული საქონლის ინტერნაციონალური ღირებულების (წარმოების ინტერნაციონალური ფასი) ფულადი გამოხატულება. ამის გარდა ფასის დონე ყოველთვის განისაზღვრება მიწოდების ბაზრის მიხედვით. საგარეო ვაჭრობაში მიწოდების ბაზარი ეწოდება საქონლის მიღება-წარმოების გეოგრაფიულ ადგილს, სადაც საქონელზე საკუთრების უფლება გამყიდველიდან გადადის მყიდველზე. მსოფლიო საგარეო ვაჭრობის პრაქტიკაში გავრცელებულია საკონტრაქტო ფასების დადგენა სხვადასხვა ბაზისზე. მათ შორის გვაქვს ფრანკო საზღვარი ან საქონლის მიმწოდებლის ან მიმღების პორტი. ეს იმას ნიშნავს, რომ ინტერნაციონალური ღირებულების გარდა ფასი შეიცავს გაგზავნის პორტში გემის პორტამდე საქონლის გადაზიდვის ან კიდევ დანიშნულების პორტამდე მიტანის ხარჯებს. საქონელბრუნვის დონისა და დინამიკის შესადარისობის უზრუნველსაყოფად სხვადასხვა საბაზისო საკონტრაქტო ფასები გადაიყვანება მიწოდების ერთიან ბაზისში. პრაქტიკულად ფასები გადაიყვანება გამგზავნის ან მიმღების ფრანკო-საზღვრის საბაზისო ფასში, რაც საგარეო ვაჭრობის ღირებულებით მაჩვენებლებს ხდის ურთიერთშესადარისს. სხვადასხვა საქონლის საშუალო ფასი $I\left(\overline{p}\right)$ საგარეო ვაჭრობაში განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$\overline{p} = \frac{\sum qp}{\sum q} \qquad (12.63)$$

სადაც q –საერთაშორისო ან საიმპორტო საქონლის ფიზიკური მოცულობაა;

p –საქონლის ერთეულის ფასი.

მაგალითი. დავუშვათ, რომ ექსპორტში გაგზავნილი რკინის მადნის მოცულობამ შეადგინა 10000000 ტონა. ეს მოცულობა მიეწოდა სამ მომხმარებელს: პირველს 3000000., მეორეს 4000000., მესამეს 3000000 ტონა. კონტრაქტის მიხედვით პირველი მომხმარებლის მადანში რკინის შემცველობა შეადგენდა –50%-ს, მეორე მომხმარებლის მადანში –55%-ს, ხოლო მესამე მყიდველის მადანში –60%-ს. მომხმარებელი იხდის რკინის შემცველობის ერთეულისათვის 20 თეთრს. მაშასადამე პირველმა მომხმარებელმა ერთი ტონა რკინის მადნისათვის უნდა გადაიხადოს 10 ლარი, მეორემ 11 ლარი, მესამემ 12 ლარი. ამ მონაცემებით ერთი ტონა რკინის მადნის საშუალო ფასი შეადგენს:

$$\bar{p} = \frac{\sum qp}{\sum q} = \frac{(3000000 \cdot 10) + (4000000 \cdot 11) + (3000000 \cdot 12)}{3000000 + 4000000 + 3000000} = 11 \text{ ლარს.}$$

დინამიკაში საშუალო ფასის ინდექსი გაიზომება ფასების ინდივიდიალური ინდექსით:

$$i_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} \qquad (12.64).$$

სადაც $i_{\bar{p}}$ – საშუალო ფასის ინდივიდუალური ინდექსია;

$\bar{p}_1$ და $\bar{p}_0$ – საშუალო ფასებია შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში.

ასეთი ინდექსების საფუძველზე ანგარიშობენ ვაჭრობის "პირობების" ინდექსს (J ვაჭრ. პირ.):

$$J_{\text{ვაჭრ.პირ.}} = \frac{J_{\text{ექსპ.საშ.ფასი}}}{J_{\text{იმპორტ.საშ.ფასი}}} \qquad (12.65).$$

სადაც $J_{\text{ექსპ.საშ.ფასი}}$ – ექსპორტის საშუალო ფასის ინდექსი;

$J_{\text{იმპორტ.საშ.ფასი}}$ – იმპორტის საშუალო ფასის ინდექსი.

თუ „ვაჭრობის პირობების" ინდექსი ერთის ტოლია, მაშინ იტყვიან, რომ საანგარიშო პერიოდში საბაზისოსთან შედარებით არ შეცვლილა ვაჭრობის პირობები. თუ ერთზე ნაკლებია, მაშინ ეს „პირობები" გაუარესებულია, ხოლო თუ ერთზე მეტია, მაშინ საანგარიშო პერიოდში გაცილებით ხელსაყრელი „ვაჭრობის პირობები" გვქონია. მაგალითად, თუ ინდექსმა შეადგინა 1,03, მაშინ „ვაჭრობის პირობების" გაუმჯობესების შედეგად მოცემული ქვეყანა საქონელბრუნვის ყოველ 100 სავალუტო ერთეულზე ღებულობს დამატებით მოგებას 3 სავალუტო ერთეულით ან პირიქით, თუ ინდექსი 0,97-ს შეადგენს, მაშინ წაგებას ღებულობს იმავე ოდენობით.

14. ინდექსების გამოყენება მაკროეკონომიკურ მაჩვენებელთა ანალიზში

ინდექსები ეფექტურად გამოიყენება ისეთი მაკროეკონომიკური მაჩვენებლების ანალიზსა და პროგნოზირებაში, როგორიცაა მთლიანი შიდა პროდუქტი, მთლიანი ეროვნული პროდუქტი, ფასიანი ქაღალდების კურსის ცვალებადობა, სამომხმარებლო ფასების დინამიკა, ფასების ანალიზი დეფლიატორის გამოყენებით, საგადასახადო ანალიზი და სხვა. მთლიანი შიდა პროდუქტისა და ეროვნული შემოსავლის საინდექსო მეთოდით ანალიზი და პროგნოზირება ისეთნაირი სქემით წარიმართება, როგორიც ნაჩვენებია ამ თავის წინა პარაგრაფებში. სპეციფიკური თავისებურებებით ხასიათდება ფასიანი ქაღალდების მდგომარეობის ანალიზი. ფასიანი ქაღალდებიდან ყველაზე გავრცელებულია აქცია და ობლიგაცია.

აქცია არის ფასიანი ქაღალდი, რომელიც ადასტურებს მფლობელის უფლებას მონაწილეობა მიიღოს აქციონერული საზოგადოების მართვაში, მოგებისა

და ქონების განაწილებაში....[1]

აქცია ყიდვა-გაყიდვის ობიექტია საბაზრო ეკონომიკის პირობებში. ამიტომ მისი ფასის დინამიკისა და პროგნოზირების შესწავლას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ბიზნესის განვითარებაში. განვიხილოთ აქციის საშუალო ფასის დინამიკის საინდექსო მეთოდი კონკრეტულ მაგალითზე.

აქციის საშუალო ფასის დინამიკის ამოსავალი მონაცემები (ციფრები პირობითია)

ცხრილი №81

აქციის მფლობელი კომპანიების დასახელება	აქციის კურსი ლარი		გამოშვებული აქციების რაოდენობა (მლნ. ერთ.)	აქციის კურსის ზრდის ტემპები	ყველა აქციის საბაზრო ღირებულება (მლნ. ლარი)	
	საბაზისო პერიოდი (p_0)	საანგარიშო პერიოდი (p_1)			საბაზისო პერიოდი	საანგარიშო პერიოდი
1.	2.	3.	4.	5.	6	7.
სოკარეტის ბიზნესი	40	44	20	1.10	800	880
ბენზინის ბიზნესი	80	76	10	0,95	800	760
პურპროდუქტების ბიზნესი	200	240	1	1,20	200	240
სულ					1800	1880

პირველ რიგში გავიანგარიშოთ აქციის საშუალო ფასი მარტივი საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით:

ა) საბაზისო პერიოდში: $\overline{p}_0 = \frac{40+80+200}{3} = 106,6$ ლარი.

ბ) საანგარიშო პერიოდში: $\overline{p}_1 = \frac{44+76+240}{3} = 120$ ლარი.

აქციის ფასის ინდივიდუალური ინდექსი იქნება:

[1] რ. კაკულია, გ.ხელაია, ფულის მიმოქცევისა და კრედიტის ზოგადი თეორია, თბ., 2000, გვ.213.

$$i_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{120}{106,6} = 1,125.$$

მაშასადამე, კომპანიების აქციების საშუალო ფასის ინდექსმა შეადგინა 1,125, ანუ აქციის ფასი გაიზარდა 12,5%-ით.

თუ აქციის საშუალო ფასს საშუალო შეწონილი არითმეტიკულით გავიანგარიშებთ, სადაც წონებად გამოვიყენებთ გამოშვებული აქციების რაოდენობას, გვექნება:

ა) საბაზისო პერიოდში: $\bar{p}_0 = \frac{\sum pf}{\sum f}$,

სადაც p –საბაზისო პერიოდის აქციების ფასები (კურსი),

f –გამოშვებული აქციების რაოდენობა.

$$\bar{p}_0 = \frac{(40\times 20)+(80\times 10)+(200\times 1)}{20+10+1} = 58.06$$ ლარი.

ბ)საანგარიშო პერიოდში:

$$\bar{p}_1 = \frac{(44\times 20)+(76\times 10)+(240\times 1)}{20+10+1} = 60,64$$

აქციის საშუალო ფასის ინდექსი იქნება:

$$J_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{60,64}{58,06} = 1,0445,$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ აქციის საშუალო ფასი გაიზარდა 44,45%-ით.

იგივე შედეგს მივიღებთ თუ აქციის საშუალო ფასის ინდექსს გავიანგარიშებდით ჩვენთვის უკვე ცნობილი ფასების აგრეგატული ინდექსის გამოყენებით:

$$J_{\bar{p}} = \frac{\sum f_1 p_1}{\sum f_1 p_0} = \frac{(20\times 44)+(10\times 76)+(1\times 240)}{(20\times 40)+(10\times 80)+(1\times 200)} = 1,0445.$$

პრაქტიკაში იყენებენ აგრეთვე, აქციის ფასის ინდექსის

გაანგარიშებას საშუალო გეომეტრიულის გამოყენებით. გვექნება:

$$\overline{K} = \sqrt[3]{1{,}10 \times 0{,}95 \times 1{,}20} = 1{,}0784\,,$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ აქციის საშუალო ფასი საანგარიშო პერიოდში საბაზისო პერიოდთან შედარებით გაიზარდა 7,84%-ით.

სამივე მეთოდით მივიღეთ ფასიანი ქაღალდების ბაზარზე აქციის საშუალო ფასის ზრდის განსხვავებული მაჩვენებლები. როგორც ანალიზი გვიჩვენებს ამ მაჩვენებლებიდან ყველაზე სწორი იქნებოდა მაინც ფასების აგრეგატული ინდექსის გამოყენება, რაც ითვალისწინებს აქციების გამოშვების ხვედრითი წილს კამპანიების მიხედვით,

სამომხმარებლო ფასების საინდექსო მეთოდი მაკროეკონომიკური ანალიზის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი იარაღია. მისი მეშვეობით წარმოებს ინფლაციის შეფასება, შემოსავლების ინდექსაცია, წარმოების მიმდინარე დანახარჯების დონის სტრუქტურისა და დინამიკის განსაზღვრა, აგრეთვე ეროვნული ვალუტის რეალური კურსის რეგულირება და სხვა მეტად მნიშვნელოვანი ამოცანების გადაწყვეტა. სამომხმარებლო ფასების ინდექსი გასული საუკუნის 20-იანი წლებიდან მსოფლიოს თითქმის ყველა განვითარებულ ქვეყანაში გამოიყენება ცხოვრების დონის გასაზომავად და მას იგივე საუკუნის 60-იან წლებამდე ცხოვრების დონის ინდექსს უწოდებენ.[1] მაგრამ იგი ყოველთვის იანგარიშებოდა ადამიანთა მიერ სამომხმარებლო ღირებულებათა და მომსახურების ფასების ჯამით.

სამომხმარებლო ღირებულებაში იგულისხმება სასურსათო, არასასურსათო საქონლის და ფასიანი მომსახურების ღირებულებანი. სასურსათო საქონელია: ხორცი და ხორცის პროდუქტები, თევზი და თევზის პროდუქტები, ცხიმები, რძე და რძის პურპროდუქტები, კვერცხი, შაქარი,

[1] იხ., Стоимость жизни и ее измерение,под редакцией В. М. Рутгайзера и С. П. Шпилько, "Финансы и статистика" М. 1991.

საკონდიტრო ნაწარმი, პური და პურპროდუქტები, კვერცხი, შაქარი, ფქვილი, პარკოსნები და ბურღულეული, მაკარონის ნაწარმი, კარტოფილი, ბოსტნეული, ხილი და მისი ჯგუფის პროდუქტები, ალკოჰოლური სასმელები. **სამომხმარებლო ღირებულების** არასასურსათო საქონელი მეორე დიდი ჯგუფია, რომელშიაც გაერთიანებულია; ქსოვილები, ტყავისა და სხვა სახის ფეხსაცმელები, რეზინის ფეხსაცმელები, კულტურულ—საყოფაცხოვრებო და სამეურნეო საქონელი (საათები, მაცივრები, სარეცხი მანქანები, ელექტრო მტვერსასრუტები, მოტოციკლეტები და ველოსიპედები, მსუბუქი ვტომანქანები, რადიომიმღებები და რადიოები, ტელევიზორები, მაგნიტოფონები, ფოტოაპარატები, სამკერვალო მანქანები, ავეჯი,საიუველირო ნაწარმი, ჭურჭლეული, ბეჭდვითი ნაწარმი), თამბაქოს ნაწარმი და სხვა.

ფასიანი მომსახურების ღირებულებაში შედის სატრანსპორტო საშუალებანი (რკინიგზები, საჰაერო, საზღვაო, სამდინარო, საავტომობილო ტრანსპორტი, მსუბუქი ტაქსები, ტრამვაი, ტროლეიბუსი, მეტრო), კავშირგაბმულობა (საფოსტო-სატელეგრაფო გზავნილებანი, ტელეფონი, რადიო), საბინაო-კომუნალური მომსახურება (წყალმომარაგება, კანალიზაცია, ელექტრომომარაგება, საწვავი გაზი, ცხელი წყალმომარაგება, ცენტრალური გათბობა, სასტუმროები), სკოლამდელი ასაკის ბავშვების მომსახურება, არასაწარმოო საყოფაცხოვრებო მომსახურება (სამრეცხაოები, სადალაქოები, აბანოები), უმაღლესი და სხვა სახის განათლების მომსახურება, დასვენების დაწესებულებათა, აგრეთვე, სანატორიულ-საკურორტო და ტურისტულ-საექსკურსიო მომსახურება, ჯანდაცვის დაწესებულებათა მომსახურება, კულტურისა და ხელოვნების დაწესებულებათა მომსახურება და სხვა.

სწორედ სამომხმარებლო ღირებულებათა ამ სამი ჯგუფის მიხედვით ანგარიშობს სტატისტიკა ცხოვრების **სასურსათო მინიმუმს (კალათას), სამომხმარებლო კალათას (მინიმუმს) და საარსებო მინიმუმს.**

სასურსათო მინიმუმს ანუ სურსათის მინიმალურ რაოდენობას, რაც საჭიროა მინიმალურად მაინც ადამიანის განვითარებისა და არსებობისათვის, მიემატება არასასურსათო საქონლისა და ფასიანი მომსახურების მინიმალურად საჭირო მოხმარება მოცემულ პერიოდში (ჩვეულებრივად ანგარიშობენ თვიურად) და მიიღება ცხოვრების **საცხოვრებელი მინიმუმი, ხოლო საცხოვრებელ მინიმუმს მიმატებული გადასახადები, გვაძლევს საარსებო მინიმუმს.**

საცხოვრებელი მინიმუმის ზემოთჩამოთვლილი საქონლისა და მომსახურების თითოეული ჯგუფი მრავალი კონკრეტული დასახელების პოზიციას მოიცავს.

ამიტომ ცხოვრების დონისა და სამომხმარებლო ფასების ინდექსის გასაანგარიშებლად ამ ჯგუფებიდან შეარჩევენ ე.წ. "წარმომადგენლებს" და მათი ფასების მიხედვით ახდენენ სათანადო გაანგარიშებებს. ისეთ დიდ ქვეყანაში, როგორიცაა რუსეთის ფედერაცია, სამომხმარებლო კალათა მოიცავს სულ 409 სასაქონლო წარმომადგენელს, მათ შორისაა 103 სასურსათო, 222 არასასურსათო და 84 ფასიანი მომსახურების წარმომადგენელი. სამომხმარებლო ფასების ინდექსის გასაანგარიშებლად შერჩეულია სულ სასაქონლო-წარმომადგენელთა 122 პოზიცია, რომელთა ფასებს აკვირდებიან 132 ქალაქში და თითოეულის ცვალებადობას ანგარიშობენ წინა კვირის ან წინა თვის უკანასკნელი კვირის, ან კიდევ წინა წლის დეკემბრის ბოლო კვირის შესაბამის მაჩვენებელთან შედარებით. ინდივიდუალური ფასების ინდექსის (i_p)საფუძველზე სამომხმარებლო ფასების ინდექსს ანგარიშობენ ფორმულით:

$$J = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i} q_1 p_1} \qquad (12.66),$$

სადაც J -ფასების საშუალო ჰარმონიული ინდექსია;

q_1 და p_1 შესაბამისად საქონლის ან მომსახურების ფიზიკური მოცულობა და ერთეულის ფასი საანგარიშო პერიოდში;

თუ ამ ფორმულაში შევიტანთ ფასების ინდივიდუალური ინდექსის ფარმულის მნიშვნელობას

($i_p = \frac{p_1}{p_0}$, p_1 და p_0 – საქონლის ან მომსახურების ერთეულის ფასი შესაბამისად საანგარისო და საბაზისო პერიოდებში), მივიღებთ ჩვეულებრივ აგრეგატული ფორმის ფასების ინდექსს:

$$J = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{\frac{p_1}{p_0}} q_1 p_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \qquad (12.67).$$

თითოეულ ქალაქში ან რეგიონში ასეთი ფორმულით გაანგარიშებული ფასების ინდექსი არის ყველა სახის შერჩეული საქონლის ფასების საშუალო ინდექსი. მთელი ქვეყნის მასშტაბით საშუალო ინდექსს ანგარიშობენ იგივე საშუალო არითმეტიკული ინდექსის გამოყენებით:

$$J_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} J_i N_i}{\sum_{i=1}^{n} N_i} \qquad (12.68)$$

სადაც J_p – მთელი ქვეყნის მასშტაბით სამომხმარებლო ფასების საშუალო ინდექსია;

J_i – i-ურ რეგიონში ან ქალაქში სამომხმარებლო ფასების ინდექსი;

N_i – -ური რეგიონის მოსახლეობის რიცხოვნობა.

n–რეგიონისა და ქალაქების რიცხვი.

მაგალითი: დავუშვათ პირობითად, რომ ქვეყანა დაყოფილია ოთხ რეგიონად. თითოეულ რეგიონში სამომხმარებლო ფასების ინდექსები სამივე ჯგუფის სამომხმარებლო ღირებულებათა მიხედვით (სასურსათო საქონელი, არასასურსათო საქონელი, ფასიანი მომსახურება) 2000–20004 წლებში შემდეგ სურათს იძლევა:

სამომხმარებლო ფასების ინდექსები და მოსახლეობის რიცხოვნობა ქვეყნის რეგიონების მიხედვით

ცხრილი № 82

რეგიონები	სამომხმარებლო ფასების ინდექსები (J_i)	მოსახლეობის რიცხოვნობა
I	1,75	1600,0
II	0,86	1100,0
III	1,10	1200,0
IV	1.16	543,0
სულ ქვეყნის მიხედვით	1,281	4443,0

მთელი ქვეყნის მიხედვით სამომხმარებლო ფასების ინდექსი შეადგენს:

$$J_p = \frac{\sum_{i=1}^{4} J_i N_i}{\sum_{i=1}^{4} N_i} = \frac{(1{,}75\times 1600)+(0{,}86\times 1100)+(1{,}10\times 1200)+(1{,}16\times 543)}{1600+1100+1200+543} = 1{,}281$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ მთელს ქვეყანაში სამომხმარებლო ფასები 2004 წელს 2000 წლის მიმართ გაიზარდა 28,1%-ით. **თუ ფასების ინდექსს შევაბრუნებთ, მივიღებთ**

მოსახლეობის მსყიდველობითი უნარიანობის ინდექსს. ჩვენს შემთხვევაში ის უდრის $\frac{1}{1,281} = 0,777$, რაც იმას ნიშნავს, რომ 2000-2004 წლებში ქვეყანაში მოსახლეობის მსყიდველობითი უნარიანობა შემცირდა $(1 - 0,777 = 0,223 \times 100)$ 22,3%-ით.მაშასადამე აქედან გამომდინარე ცხოვრების დონე დაეცა.

მაკროეკონომიკურ ანალიზში ფართოდ გამოიყენება ინდექსი, როგორც ინდექსი-დეფლიატორი. ავიღოთ ისეთი მნიშვნელოვანი მაკროეკონომიკური მაჩვენებელი, როგორიცაა მთლიანი შიგა პროდუქტი. მისი მოცულობის გადიდება ამა თუ იმ დროის ინტერვალში შეიძლება არა მარტო რეალური მოცულობის (სხვაგვარად შეიძლება ვთქვათ ფიზიკური მოცულობის) გადიდებით, არამედ ინფლაციით ანუ ფასების გადიდებით იყოს გამოწვეული. ინფლაციის გავლენის გამოთიშვის მიზნით აწარმოებენ საანგარიშო პერიოდის მთლიანი შიგა პროდუქციის ნომინალური მოცულობის გადაანგარიშებას საბაზისო პერიოდის რეალურ მოცულობაში ინდექს–დეფლიატორის დახმარებით.[1] ინდექს-დეფლიატორი გაიანგარიშება საანგარიშო პერიოდის პროდუქციისა და მომსახურების ფაქტობრივი მოცულობის შეფარდებით საბაზისო პერიოდის პროდუქციისა და მომსახურების მოცულობასთან, რომელიც თავისი სტრუქტურით (საქონლისა და მომახურების დასახელებით) შეესაბამება საანგარიშო პერიოდის მაჩვენებელს და გაანგარიშებულია საბაზისო

---

[1]ეკონომიკური თეორიის განმარტებით მთლიანი შიდა პროდუქტის ნომინალური ღირებულება ეწოდება საანგარიშო პერიოდის პროდუქციის მოცულობას (y_1) გაანგარიშებულს იგივე საანგარიშო პერიოდის ფასებში (p_1), ხოლო რეალური –საანგარიშო პერიოდის პროდუქციის მოცულობას გაანგარიშებულს საბაზისო პერიოდის ფასებში .

პერიოდის ფასებით. მაშასადამე, ინდექს-დეფლიატორის გაანგარიშებას საფუძვლად უდევს **პააშეს აგრეგატული ინდექსის ფორმულა.** ინდექს-დეფლიატორი კოეფიციენტის სახითაა გამოსახული, რომელზედაც გაიყოფა საანგარიშო პერიოდის ღირებულებითი მაჩვენებელი და მიიღება საბაზისო პერიოდის ღირებულება. მაგალითად, მთლიანი შიგა პროდუქტის ინდექს-დეფლიატორი გამოიყენება ინფლაციის გათვალისწინებით მთლიანი შიგა პროდუქტის ნომინალური მოცულობის კორექტორებისა და ამ საფუძველზე რეალური მოცულობის დადგენისათვის.

მაშასადამე მთლიანი შიგა პროდუქტის ინდექს-დეფლიატორი გაიანგარიშება ფორმულით:

$$J_{\text{დეფლ.}} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0},$$

სადაც $\sum q_1 p_1$ – საანგარიშო პერიოდის საქონლისა და მომსახურების (q_1) ღირებულებაა იგივე პერიოდის ფასებში (p_1), ხოლო $\sum q_1 p_0$ – იგივე საქონლის და მომსახურების (q_1) ღირებულება საბაზისო პერიოდის ფასებით ანუ შესადარისი ფასებით. მაგრამ აქ გამოიყენება მხოლოდ შესადარი სასაქონლო პროდუქციისა და მომსახურების ფიზიკური მოცულობანი. მაგრამ მიმდინარე პერიოდის მთლიანი შიდა პროდუქტი მოიცავს აგრეთვე ისეთი სახის საქონელსა და მომსახურებას, რომელსაც ადგილი არა ჰქონია საბაზისო პერიოდში. ამიტომ მიმდინარე პერიოდის მთლიანი შიდა პროდუქტის შესადარ ფასებში (ინფლაციის გათვალისწინებით) გასაანგარიშებლად საჭიროა მიმდინარე პერიოდის მთლიანი შიდა პროდუქტი გაიყოს დეფლაციის კოეფიციენტზე ანუ ინდექს-დეფლიატორზე.[1]

ამიტომ ინდექს-დეფლიატორი გამოიყენება მთელი ქვეყნის

[1] ეკონომიკაში ფასების გადიდებას ინფლაციას უწოდებენ, ხოლო შემცირებას-დეფლაციას.

მასშტაბით ფასების ინფლაციის, მოსახლეობის მსყიდველობითი უნარიანობის და სხვა მნიშვნელოვან ეკონომიკურ მოვლენათა ცვალებადობის დასახასიათებლად.

ამ ბოლო ხანებში ინდექსებმა მნიშვნელოვანი გამოყენება ჰპოვა სასამართლო სტატისტიკაშიაც. ერძოდ, შემუშავებულია კორუფციისა და სხვა ნეგატიურ მოვლენათა ზოგადი დახასიათებისათვის ინდექსების გარკვეული სისტემა. ამ მიმართულებით მნიშვნელოვანია **ქართველი მეცნიერ-ეკონომისტის, ვ. პაპავას** წვლილი საგადასახადო კორუფციის ინდექსების შემუშავებაში.[1] ამ ინდექსების გაანგარიშება ეყრდნობა ფაქტიურად მიღებული საგადასახადო შემოსავლების თანაფარდობას პოტენციურ შემოსავლებთან. ინდექსი მოკლედ ასე შეიძლება ჩავწეროთ:

$$J_{\text{კორ.}} = 1 - \frac{K_1}{K_0},$$

სადაც K_1—არის ფაქტიურად მიღებული საგადასახადო შემოსავლების შეფარდება საგადასახადო შემოსავლების პოტენციურ მოცულობასთან საანგარიშო პერიოდში.[2]

K_0—იგივე მაჩვენებელია საბაზისო პერიოდში.

ინდექსი ნათლად მეტყველებს იმაზე, თუ როგორ იზრდება საგადასახადო შემოსავლების ამოღების პროცენტი, მცირდება კორუფციის დონე თუ პირიქით. ეს კი საფუძველია ფისკალური პოლიტიკის გატარებისათვის საგადასახადო შემოსავლების ამოღების ადმინისტრირების და კორუფციის წინააღმდეგ ბრძოლის გაძლიერების, ავრეთვე გადასახადების განაკვეთების ლიბერალიზაციის მიმართულებით.

---

[1] იხ. კ. შევარდნაძე, რ. ჩეჩელაშვილი, ვ. ჩოჩელი, ნ. ხადური, საგადასახადო კორუფციის პაპავას ინდექსები, თბ., 2000 წ.

[2] როგორც საბაზისო ისე საანგარიშო წელს ავტორის მიხედვით პოტენციური საგადასახადო შემოსავლები გაიანგარიშება წინა წლის მთლიანი შიდა პროდუქტის ერთეულზე საგადასახადო შემოსავლების დონის გამრავლებით მიმდინარე წლის მთლიანი შიდა პროდუქტის საერთო მოცულობაზე.

საკონტროლო კითხვები თვითშემოწმებისათვის

1. რა არის ინდექსი და რისთვის გამოიყენება ეკონომიკაში?
2. როგორია ინდექსების სახეები?
3. როგორია აგრეგატული ანუ საერთო ინდექსების გასაანგარიშებელი ფორმულები?
4. როგორია საშუალო არითმეტიკული და საშუალო ჰარმონიული ინდექსების გაანგარიშების ფორმულები?
5. როგორია ინდექსები უცვლელი და ცვალებადი წონებით?
6. როგორია ინდექსების ურთიერთკავშირი და მისი გამოყენება ფაქტორულ ეკონომიკურ ანალიზში?
7. როგორ გაიანგარიშება ცვალებადი, ფიქსირებული და სტრუქტურული შემადგენლობის ინდექსები?
8. როგორია დიუტოსა და კარლის ინდექსების გასაანგარიშებელი ფორმულები?
9. როგორია **პააშესა და ლასპეირესის** ინდექსების გასაანგარიშებელი ფორმულები?
10. როგორია ინდექსების თვისებები?
11. როგორია საინდექსო ანალიზის ეკონომიკური და გეომეტრიული შინაარსი?
12. დაახასიათეთ **ვარზარის** ნიშნები.
13. როგორია ტერიტორიალური ინდექსები და მათი გაანგარიშების წესები?
14. დაასახელეთ ინდექსების გამოყენების სფეროები მიკროეკონომიკურ ანალიზში.
15. როგორ გამოიყენება ინდექსები საერთაშორისო ეკონომიკურ შედარებებში?
16. როგორია ინდექსების გამოყენება საექსპორტო და საიმპორტო კავშირურთიერთობებში?
17. როგორ გაიანგარიშება ვაჭრობის "პირობების" ინდექსი?
18. როგორია აქციების კურსის ანალიზის საინდექსო მეთოდი?.
19. როგორ გაიანგარიშება სამომხმარებლო ფასების ინდექსი?
20. რაში მდგომარეობს **პააშესა** და **ლასპეირესის** ინდექსებს შორის განსხვავების **გერშენკრონის** ეფექტი?
21. დაახასიათეთ ეკშ–ის, გირი-კამისა და უოლშის ინდექსები.

22. როგორია პაპავას საგადასახადო კორუფციის ინდექსის ფორმულა?

ტესტები ტექსტისამი.

1. პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის აგრეგატული ინდექსია:

1. $J = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$;

2. $J = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

3. $J = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$.

2. საქონლის ფასები გაიზრდა 5 %-ით, საქონელბრუნვა კი გაიზარდა 10 %-ით. საქონლის ფიზიკური მოცულობა გაიზარდა:

1. 1,5 %-ით;
2. 8,6 %-ით;
3. 4,8 %-ით.

3. ფირმის პრეზიდენტმა შეამჩნია, რომ ბაზარზე მის მიერ საარეალიზაციო საქონელზე ფასები მომავალ თვეში შემცირდება 15 %-ით. რამდენი პროცენტით მეტი საქონელი უნდა გაიტანოს წინა თვესთან შედარებით ფირმამ ბაზარზე იმისათვის, რომ არ შემცირდეს ანუ უცვლელი დარჩეს მთლიანი საქონელბრუნვა?

1. 18,6 %;
2. 11,8 %;
3. 17,6 %.

4. სავაჭრო ფირმის საქონელბრუნვამ მიმდინარე თვეში შეადგინა 100 ათასი ლარი. მოგება მიიღო 20 ათასი ლარი. რამდენი უნდა შეადგინოს მომდევნო თვეში საქონელბრუნვის ინდექსმა, რომ ფირმამ დამატებით მიიღოს მოგება 5,0 ათასი ლარის ოდენობით.

1. 1,12;
2. 1,50;
3. 1,25.

5. ხელფასის ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსში ცვალებადია:
   1. მუშების რიცხოვნობა;
   2. მუშის ხელფასი.
6. **პააშეს** ინდექსში წონა მოცემულია:
   1. საბაზისო პერიოდის დონეზე;
   2. საანგარიშო პერიოდის დონეზე.
7. **ლასპეირესის** ინდექსში წონა მოცემულია:
   1. საბაზისო პერიოდის დონეზე;
   2. საანგარიშო პერიოდის დონეზე.
8. მოცემულია ორი "ა" და "ბ" ტერიტორიალური ერთეული. მათი ეკონომიკური მაჩვენებლის შესადარებლად აგებულ ტერიტორიალურ ინდექსში წონებად გამოყენებულია:
   1. "ა" ტერიტორიული ერთეულის მაჩვენებელი:
   2. "ბ" ტერიტორიული ერთეულის მაჩვენებელი:
   3. ორივეს მაჩვენებელთა ჯამი.
9. საერთო მოსავლის ინდექსია:

$$1.J = \frac{\sum q_1 S_1}{\sum q_0 S_0};$$

$$2.J = \frac{\sum q_1 S_0}{\sum q_0 S_0};$$

$$3.J = \frac{\sum q_1 S_1}{\sum q_1 S_0}$$

10. ეკშ-ს ინდექსია:

$$1.J_{ა/ბ} = \sqrt[n]{\left(J_{ა/ბ(ფიშერი)}\right)2 \times J_{ა/ბ(ფიშერი)} \times J_{ბ/ა(ფიშერიი)}}$$

$$2.J = \Pi\left(i_p{}^{ა/ბ}\right)^{w_i}$$

11. ვაჭრობის "პირობების" ინდექსია:

$$1.J = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0};$$

$$2. J = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0};$$

$$3. i_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0}.$$

II2. საგადასახადო კორუფციის პაპავას ინდექსია:

$$1. J = 1 - \frac{K_1}{K_0};$$

$$2. i_p = \frac{p_1}{p_0};$$

$$3. i_t = \frac{t_0}{t_1}.$$

პრაქტიკული სავარჯიშოები და ამოცანები

1. ქ. თბილისის ბაზრობებზე საანგარიშო წელს 1,5 – ჯერ მეტი ფიზიკური მოცულობის საქონელი გაიყიდა საბაზისო წელთან შედარებით. ფასები შემცირდა 10 %-ით. როგორ შეიცვალა მთლიანი საქონელბრუნვის მოცულობა?

2. ფასები შემცირდა 20 %-ით, საქონლის ფიზიკური მოცულობა გაიზარდა 10 %-ით, როგორ შეიცვალა საქონელბრუნვის მოცულობა?

3. ბაზარზე ძროხის ხორცი სანგარიშო პერიოდში გაიყიდა 40,0 ათასი ლარის ღირებულებით, 1 კგ. ძროხის ხორცის ფასი გაიზარდა 10 %-ით. კარტოფილი გაიყიდა 60,0 ათასი ლარით, ხოლო 1 კგ. კარტოფილის ფასი შემცირდა 20 %-ით. როგორ შეიცვალა საშუალოდ ფასები ორივე სახის პროდუქტზე?

4. ფასების დეფლიატორმა შეადგინა 1,04. მთლიანი შიდა პროდუქციის ნომინალურმა ღირებულებამ 6,5 მლნ ლარი. რამდენს შეადგენს მთლიანი შიდა პროდუქტის რეალური ღირებულება?

5. საქონლის ფასების უცვლელობის პირობებში საქონელბრუნვა შემცირდა 20 %-ით, როგორ შეიცვალა

საქონლის ფიზიკური მოცულობა?

ამოცანების ამოხსნის მეთოდური მითითებანი

ამოცანა №1.

საანგარიშო პერიოდში ფირმების მუშაობა ხასიათდება შემდეგი მაჩვენებლებით

ფირმების ნომერი რიგზე	ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულება მლნ. ლარი	პროდუქცია მლნ. ლარი
1	2	3
1	3,5	2,5
2	4,0	2,8
3	1,	1,0
4	7.0	12,9
5	2,8	1,7
6	3,3	4,0
7	3,1	2,5
8	4,5	7,9
9	3,2	3,6
10	5,6	8,9
11	4,5	5,6
12	4,9	4,4
13	2.0	3,0
14	5,5	7,4
15	6,0	8,5
16	2,0	2,5
17	3,5	4,7
18	2,7	2,3
19	3,0	3,2
20	6,1	9,6
21	2,1	1,6
22	3,9	5,4
23	3,4	4,3
24	3,3	4,5

წარმოების მოცულობასა და ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულების (საწარმოთა ტექნიკურ აღჭურვილობას შორის) კავშირის შესაწავლისათვის მოვახდინოთ ფირმების დაჯგუფება ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულების მიხედვით, შევქმნათ ხუთი ჯგუფი თანაბარი ინტერვალებით. თითოეულ ჯგუფში და საერთოდ ყველა ფირმის მიხედვით დავადგინოთ:

1) ფირმების რიცხვი;

2) ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულება მთლიანად და საშუალოდ ერთ ფირმაზე;

3) პროდუქციის ღირებულება–მთლიანად და საშუალოდ ერთ ფირმაზე;

4) ჯგუფების ხვედრითი წილი ძირითადი საწარმოო ფონდების და პროდუქციის მიხედვით.

შედეგები წარმოვადგინოთ ჯგუფური ცხრილით და გავაკეთოთ მოკლე დასკვნები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის ამოხსნისათვის საჭიროა გავიხსენოთ თავმოყრა და დაჯგუფების თემიდან ინტერვალის განსაზღვრის წესი:

$$h = \frac{X_{\text{მაქს.}} - X_{\text{მინ.}}}{n}.$$

სადაც h–ინტერვალის სიდიდეა თანაბარინტერვალიან მწკრივებში;

$X_{\text{მაქს.}}$–ვარიანტის უდიდესი მნიშვნელობა;

$X_{\text{მინ.}}$–ვარიანტის უმცირესი მნიშვნელობა;

n–ჯგუფების რაოდენობა.

ჩვენს მაგალითზე $X_{\text{მაქს.}} = 7{,}0$; $X_{\text{მინ.}} = 1{,}0$; ხოლო $n = 5$.

$$h = \frac{7{,}0 - 1{,}0}{5} = 1{,}2 \text{ მლნ. ლარი}$$

ამ ინტერვალით განსხვავებულია თითოეული ჯგუფის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობანი. ამიტომ I ჯგუფში მოხვდება ის ფირმები, რომლებსაც ექნება ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულება 1,0 მლნ. ლარიდან 2.2 მლნ. ლარის ჩათვლით; II ჯგუფში მოხვდება ის ფირმები, რომელთა ძირითადი

საწარმოო ფონდების ღირებულება არის 2,2–დან 3,4 მლნ.ლარის ჩათვლით და ა.შ. მაშასადამე გვექნება ჯგუფები:

I –ჯგ. 1,0–2,2
II –ჯგ. 2,2–3,5
III–ჯფ.3,5–4,7
IV–ჯგ.4,7–5,9
V–ჯგ.5,9–7,0

სანამ გაანგარიშების შედეგებს ჯგუფური ცხრილის სახით წარმოვადგენთ, საჭიროა გავიხსენოთ საშუალო სიდიდეების გაანგარიშების წესი. იმისათვის, რომ გავიანგარიშოთ ძირითადი საწარმოო ფონდების და პოდუქციის ღირებულება საშუალოდ ერთ ფირმაზე, საჭიროა ჯგუფის საერთო მაჩვენებელი გავყოთ ჯგუფში შემავალი ფირმების რიცხვზე. შეფარდებითი სიდიდეებიდან საჭიროა გავიხსენოთ აფრეთვე სტრუქტურის შეფარდებითი სიდიდე, რომელიც გამოგვადგება ჯგუფების ხვედრითი წილის გასაანგარიშებლად როგორც ძირითადი საწარმოო ფონდების, ასევე პროდუქციის ღირებულების მიხედვით. ამისათვის საჭიროა თითოეული ჯფგუფის შესაბამისი მაჩვენებელი გავყოთ ყველა ფირმის საერთო მაჩვენებელზე და გავამრავლოთ ასზე.

შევადგინოთ ჯგუფური ცხრილი:

№№	ჯგუფები	ფირმების რიცხვი	ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულება მლნ. ლარი		პროდუქციის ღირებულება მლნ. ლარი		ხვედრითი წილი	
			ჯამურად	ერთ ფირმაზე	ჯამურად	ერთ ფირმაზე	ძირითადი საწარმოო ფონდების მიხედვით	პროდუქციის მიხედვით
I	1,0–2,2	3	5,1	1,7	5,1	1,7	5,5	4,4
II	2,2–3,5	11	34,7	34,15	36,3	3,3	37,6	31,4
III	3,5–4,7	4	16,9	4,23	21,7	5,4	18,3	18,9
IV	4,7–5,9	3	16,0	5,33	20,7	6,9	17,3	18,3
V	5,9–7,0	3	19,7	6,57	31,0	10,3	21,3	27,0
	სულ	24	92,4	3,85	114,8	4,78	100,0	100,0

როგორც ჩანს, ძირითადი საწარმოო ფონდების ღირებულების ზრდასთან ერთად საშუალოდ ერთ ფირმაზე იზრდება გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობაც. ამ მაჩვენებლების საფუძველზე შეგვიძლია დავადგინოთ ფონდების გამოყენების დონეც. ამ დონეს ასახავს ფონდების უკუგება, რომელიც გაიანგარიშება პროდუქციის გაყოფით ძირითადი ფონდების ღირებულებაზე. ის I ჯგუფის საწარმოებში შეადგენს 1,0 ლარს, II-ში 1,04 ლარს, III-ში 1,28 ლარს, IV-ში 1,29 ლარს.

როგორც ჩანს, წარმოების მოცულობის გადიდებასთან დაკავშირებით უმჯობესდება ძირითადი საწარმოო ფონდების გამოყენებაც, რაც მეტყველებს მსხვილი წარმოების უპირატესობაზე წვრილ წარმოებასთან შედარებით.

ამოცანა №2

ერთნაირი დასახელების პროდუქციის მწარმოებელი ფირმების შესახებ გვაქვს შემდეგი მონაცემები

ცხრილი №85

საწარმოს ნომერი	I კვარტალი		II კვარტალი	
	პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება ლარი.	ნაკეთობათა რაოდენობა ათასი ცალი	მთელი პროდუქციის თვითღირებულება (დანახარჯები პროდუქციაზე) ათასი ლარი	პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება ლარი
I	10	11	108	9,0
II	12	16	200	10,0
III	9	18	162	9,0

გამოვთვალოთ პროდუქციის ერთეულის საშუალო თვითღირებულება ა) I კვარტალისათვის, ბ) II კვარტალისათვის; შეადარეთ მონაცემები

ამოხსნა

ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გავიხსენოთ საშუალო არითმეტიკულის ($\bar{x}$) ფორმულები, მათ შორის ჩვეულებრივი

საშუალო შეწონილი არითმეტიკული: $\overline{X} = \frac{\Sigma Xf}{\Sigma f}$

სადაც $\overline{X}$ - საშუალო არითმეტიკული,

X - ვარიანტების მნიშვნელობა,

f -ვარიანტების წონებია, ანუ განმეორების სიხშირე.

ეს ფორმულა გამოგვადგება I კვარტალში საშუალო თვითღირებულების გასაანგარიშებლად, ვინაიდან პირდაპირ არის მოცემული ვარიანტების მნიშვნელობა და წონები.

II კვარტალისათვის საშუალო თვითღირებულების გასაანგარიშებლად უნდა გამოვიყენოთ შეწონილი საშუალო ჰარმონიულის ფორმულა:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{1}{X} f}$$

ჩვენს მაგალითზე გვექნება:

ა) I კვარტალისათვის საშუალო თვითღირებულება:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma Xf}{\Sigma f} = \frac{(10 \cdot 11) + (12 \cdot 16) + (9 \cdot 18)}{11 + 16 + 18} = \frac{464}{45} = 10.3$$

ბ) II კვარტალისათვის საშუალო თვითღირებულება:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{X}} = \frac{108 + 200 + 162}{\frac{108}{9} + \frac{200}{10} + \frac{162}{9}} = 9,4$$

მაშასადამე, II კვარტალში პროდუქციის ერთეულის საშუალო თვითღირებულება შემცირდა.

$$\frac{(10,3 - 9,4)100}{10,3} = \frac{0,9 \times 100}{10,3} = 8,7\% \text{ –ით.}$$

ამოცანა. № 3

ფირმის მუშების მიერ გეგმის შესრულების შესწავლისათვის შემთხვევითი განუმეორებელი შერჩევის წესით ჩატარებული

იქნა 10%-იანი შერჩევითი დაკვირვება. შედეგებმა გვიჩვენა გამომუშავების ნორმების შესრულების მიხედვით მუშების შემდეგი განაწილება:

ცხრილი №86

ნორმების შესრულების %	მუშების რიცხვი, კაცი
90-მდე	4
90-100	16
100-110	40
110-120	30
120-130	10
	100

ამ მონაცემების საფუძველზე გავიანგარიშოთ:

1) მომენტების წესით: ა) გამომუშავების ნორმების საშუალო შესრულების პროცენტი; ბ) დისპერსია და საშუალო კვადრატული გადახრა;

2) ვარიაციის კოეფიციენტი;

3) 0,954 ალბათობით შესაძლებელი საზღვრები, რომელშიც მოსალოდნელია იმოძრაოს მთელი ფირმების მიხედვით ნორმების შესრულების საშუალო პროცენტმა;

4)0,954 ალბათობით იმ მუშების ხვედრითი წილის შესაძლებელი საზღვრები, რომლებიც ასრულებენ გამომუშავების ნორმებს 110%-ზე მეტად.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის ამოსახსნელად გავიხსენოთ მომენტების წესით საშუალო სიდიდის ($\overline{X}$), დისპერსიის (σ^2) და საშუალო კვადრატული გადახრის (σ), ვარიაციის კოეფიციენტის (V), აგრეთვე საშუალო და წილობრივი ნიშნისათვის საზღვრითი შეცდომის (Δ) გაანგარიშების ფორმულები:

ა) $\overline{X} = \overline{X'}h + X_0$

სადაც h – ინტერვალის სიდიდე;

X_0 – რომელიმე ცენტრალური ვარიანტის მნიშვნელობა;

$\overline{X'}$ – ახალი ვატიანტებიდან საშუალო არითმეტიკულის მნიშვნელობა

$$\overline{X}' = \frac{\Sigma\left(\frac{X - X_0}{h}\right)f}{f}.$$

ჩვენს მაგალითზე $h = 10$, X_0-ის შერჩევისათვის ინტერვალური მწკრივი დავიყვანოთ დისკრეტულ მწკრივზე, გვექნება:

$$\frac{80+90}{2} = 85; \frac{90+100}{2} = 95; \frac{100+110}{2} =$$

$$= 105; \frac{110+120}{2} = 115; \frac{120+130}{2} = 125;$$

დავუშვათ $X_0 = 105$;

$$X_1' = \frac{85+105}{10} = -2$$

$$X_2' = \frac{95-105}{10} = -1$$

$$X_3' = \frac{015-105}{10} = 0$$

$$X_4' = \frac{115-105}{10} = 1 \; X_5' = \frac{125-105}{10} = 2$$

$$\overline{X}' = \frac{(-2)\cdot 4 + (-1)\cdot 16 + 0\cdot 40 + 1\cdot 30 + 2\cdot 10}{4+16+40+30+10} =$$

$$= \frac{(-8)+(-16)+0+30+20}{100} = \frac{-24+50}{100} = \frac{26}{100} = 0{,}26$$

$$\overline{X} = 0{,}26 \cdot 10 + 105 = 107{,}6$$

მაშასადამე, ნორმების შესრულების საშუალო პროცენტი შეადგენს 107,6 %-ს.

გ) მომენტების წესით დისპერსიის და საშუალო კვადრატული გადახრების გაანგარიშების ფორმულებია:

$$\sigma^2 = h\left[\left(\overline{X'^2}\right) - \left(\overline{X'}\right)^2\right]$$

$$\sigma = h\sqrt{\left(\overline{X'^2}\right) - \left(\overline{X'}\right)^2}$$

ჩვენს მაგალითზე

$$\left(\overline{X'}\right)^2 = \frac{(-2)^2 \cdot 4 + (-1)^2 \cdot 16 + 0^2 \cdot 40 + 1^2 \cdot 30 + 2^2 \cdot 10}{4 + 16 + 40 + 30 + 10} =$$

$$= \frac{16 + 16 + 0 + 30 + 40}{100} = \frac{102}{100} = 1{,}02$$

$$\overline{X'^2} = 0{,}26^2 = 0{,}07$$

$$\sigma^2 = 10^2 \cdot (1{,}02 - 0{,}07) = 100 \cdot 0{,}95 = 95$$

$$\sigma = \sqrt{95} = 9{,}7$$

2) ვარიაციის კოეფიციენტი

$$V = \frac{\sigma \cdot 100}{\overline{X}} = \frac{9.7 \cdot 100}{107.6} = 9.0$$

$$V = 9.0\%$$

3) საზღვრითი შეცდომა განუმეორებელი შერჩევისათვის, როდესაც ვანგარიშობთ ნიშნის საშუალო მნიშვნელობას, განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$\Delta = t\mu = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

ჩვენს მაგალითზე $t=2$; $n=100$ და შერჩევა 10%-ანია, ამიტომ $N=1000$;

$$\mu=\sqrt{\frac{95}{100}\cdot\left(1-\frac{100}{1000}\right)}=\sqrt{0{,}95\cdot 0{,}9=0{,}85}=\sqrt{0{,}85}$$

$$\mu=0{,}92$$

$$\Delta=2\cdot 0{,}92=1{,}84$$

ამ საფუძველზე ჩვენ შეგვიძლია გავიანგარიშოთ გამომუშავების ნორმების შესრულების საზღვრები:

$$\widetilde{X}=\overline{X}\pm\Delta \qquad \widetilde{X}=107{,}6\pm 1{,}84$$

$$\widetilde{X}_1=107{,}6+1{,}84=109{,}4$$

$$\widetilde{X}_2=107{,}6-1{,}84=105{,}7$$

ნორმების შესრულების საშუალო პროცენტი იმოძრავებს 105,7 %-დან 109,4 %-მდე.

4. წილობრივი ნიშნის განუმეორებელი შერჩევის დროს საზღვრითი შეცდომა (Δ) გაიანგარიშება ფორმულით:

$$\Delta=t\mu=t\sqrt{\frac{pq}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

ჩვენს მაგალითზე $t=2$; $n=100$; $N=1000$; $p=0.4$; $q=0.6$

$$\Delta=2\sqrt{\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{100}\left(1-\frac{100}{1000}\right)}=2\cdot\sqrt{0{,}002}=2\cdot 0{,}14=0{,}28.$$

ამოცანა №4

ჩაის ფოთლის დამზადება წლების მიხედვით შეადგენს შემდეგ სურათს (ციფრები პირობითია):

ცხრილი №86

წლები	ჩაის წარმოება ათასი ტ.
1999	400
2000	402
2001	443
2002	486
2003	492
2004	508

დინამიკური მწკრივის ანალიზისათვის გავიანგარიშოთ:

1) აბსოლუტური მატებანი, ზრდისა და მატებების ტემპები, როგორც საბაზისო, ასევე ჯაჭვური, მატების 1 %-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა; მონაცემები წარმოადგინეთ ცხრილის სახით;

2) ჩაის საშუალოწლიური წარმოება;

3) ზრდისა და მატების საშუალოწლიური ტემპები.

ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გავიხსენოთ დინამიკური მწკრივის დამუშავების საანალიზო მაჩვენებლები:

1. აბსოლუტური მატება:

$$\Delta_{\text{ჯაჭვური}} = y_i - y_{i-1} \qquad \text{(ჯაჭვური);}$$

$$\Delta_{\text{საბაზისო}} = y_i - y_0 \qquad \text{(საბაზისო),}$$

სადაც Δ ჯაჭვური და Δ საბაზისო არის შესაბამისად ჯაჭვური და საბაზისო აბსოლუტური მატებანი;

y_i – დინამიკური მწკრივის i – ური დონე;

y_{i-1} – -იური დონის წინა დონე;

y_0 – საბაზისო დონე.

ზრდის ტემპები:

$$K_{\text{ჯაჭვური}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$$

$$K_{\text{საბაზისო}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100$$

სადაც- $K_{\text{ჯაჭვური}}$ და $K_{\text{საბაზისო}}$ საბაზისო არის შესაბამისად ჯაჭვური და საბაზისო ზრდის ტემპები, გამოსახული პროცენტებით;

მატების ტემპები შეიძლება გამოვიანგარიშოთ ორი გზით:

აბსოლუტური მატების ან კიდევ ზრდის ტემპების დახმარებით. უფრო ადვილია ზრდის ტემპების დაზმარებით, ზრდის ტემპებს გამოაკლდება 100 და მივიღებთ მატების ტემპებს გაანგარიშებულს პროცენტობით. მატების 1 %-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა მიიღება აბსოლუტური მატების შეფარდებით მატების ტემპთან.

II. საშუალოწლიური დონე გაიანგარიშება საშუალო არითმეტიკულის გამოყენებით:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

სადაც $\bar{y}$ – დინამიკური მწკრივის საშუალო დონეა;

$\sum y$ – დინამიკური მწკრივის დონეების ჯამი;

n – დინამიკური მწკრივის დონეთა რიცხვი.

III. საშუალოწლიური ზრდისა და მატების ტემპების გასაანგარიშებლად უმჯობესია გამოვიყენოთ მარტივი ფორმულა:

$$\bar{K} = \frac{\sum y - y_1}{\sum y - y_n}$$

სადაც $\overline{K}$ – საშუალოწლიური ზრდის ტემპია;

$\sum y$ – დინამიკური მწკრივის დონეთა ჯამი;

y_1 – დინამიკური მწკრივის საწყისი დონე;

y_n – დინამიკური მწკრივის საბოლოო დონე.

ჩვენს მაგალითზე აბსოლუტური მატებანი, ზრდისა და მატების ტემპები და მატების 1 %-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა ცხრილის სახით იძლევა შემდეგ სურათს:

ცხრილი №87

წლები	აბსოლუტური მატება ათ. ც.	ზრდის ტემპი %	მატების ტემპი %	მატების 1%-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა ათ. ტ.
ჯაჭვური				
1999-2000	2,0	1,01	0,01	200
2000-2001	41,0	1,10	0,10	410
2001-2002	43,0	1,09	0,09	477
2002-2003	6,0	1,01	0,01	600
2003-2004	16,0	1,03	0,03	533
საბაზისო				
1999-2000	2,0	1,01	0,01	200
1999-2001	43,0	1,11	0,11	390
1999-2002	86,0	1,22	0,22	390
1999-2003	92,0	1,23	0,23	400
1999-2004	108,0	1,27	0,27	400

II. საშუალოწლიური წარმოება

$$\overline{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{400 + 402 + 443 + 486 + 492 + 508}{6} = 455,2$$

ათასი ტონა.

III. ჩაის საშუალოწლიური ზრდის ტემპი

$$K = \frac{\sum y - y_1}{\sum y - y_n} = \frac{2731-400}{2731-508} = \frac{2331,0}{2223,0} = 1,05 \cdot 100 = 105\%$$

მატების ტემპი 105%-100%=5%

ამოცანა№5

ბაზარზე ბოსტნეულის რეალიზაცია ხასიათდება შემდეგი მაჩვენებლებით:

ცხრილი №88

საქონლის დასახელება	საბაზისო პერიოდი		საანგარიშო პერიოდი	
	რაოდენობა	1 კგ-ის ფასი (თეთრი)	რაოდენობა	1 კგ-ის ფასი (თეთრი)
კარტოფილი, ტ.	500	20	650	10
სტაფილო, ტ.	200	40	250	55

განსაზღვრეთ:

1) პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის საერთო ინდექსი;

2) ფასების საერთო ინდექსი;

3) ფასების შემცირებით მიღებული ეკონომიის აბსოლუტური თანხა.

გაანგარიშებული (1, 2) ინდექსების საფუძველზე განსაზღვრეთ საქონელბრუნვის ინდექსი.

ამოხსნა

ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა გავიხსენოთ ინდექსების გასაანგარიშებელი ფორმულები:

1. პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის საერთო უნდექსი:

$$Iq = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

სადაც Iq – პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის საერთო ინდექსი;

q_1 და q_0 – პროდუქციის ფიზიკური მოცულობა შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

p_0 – პროდუქციის (საქონლის) ერთეულის ფასი საბაზისო პერიოდში.

1. ფასების საერთო ინდექსი

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

სადაც Ip – ფასების საერთო ინდექსი

p_1 – პროდუქციის ერთეულის ფასი საანგარიშო პერიოდში.

1. ფასების შემცირებით მიღებული ეკონომიის თანხა გაიანგარიშება ფასების ინდექსის მრიცხველსა და მნიშვნელს შორის სხვაობით:

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = ?$$

საქონელბრუნვის საერთო ინდექსი უდრის პროდუქციის ფიზიკური მოცულობის საერთო ინდექსი გამრავლებული ფასების ინდექსზე,

$$Iqp = Iq \cdot Ip$$

ანუ

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

ჩვენს მაგალითზე:

$$Iq = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{650 \cdot 20 + 250 \cdot 40}{500 \cdot 20 + 200 \cdot 40} = \frac{23000}{18000} = 1{,}27$$

$Iq = 1{,}27$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{650 \cdot 10 + 250 \cdot 35}{650 \cdot 20 + 250 \cdot 40} = \frac{15250.0}{23000.0} = 0.66$$

ანუ 66%

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 15250{,}0 - 23000{,}0 = -7750{,}0$$

ფასების შემცირებით მიღებული ეკონომიის აბსოლუტური თანხა შეადგენს 7750 ლარს.

საქონელბრუნვის საერთო ინდექსი უდრის

$Ipq = Ip \times Iq = 0{,}66 \times 1{,}27 = 0{,}83,$

ე. ი. საქონელბრუნვა შემცირებულია 17 %-ით.

ამოცანა №6

გაყიდული საქონლის შესახებ გვაქვს შემდეგი მონაცემები:

ცხრილი №90

საქონლის ჯგუფები	2003 წ. გაყიდული საქონლის რაოდენობა (ათას ლარი)	გაყიდული საქონლის ერთეულის ცვლილება 2004 წელს 2003 წელთან შედარებით, %
ნახევრად შალეული ქსოვილები, ტრიკოტაჟის ნაწარმი, რეზინის ფეხსაცმელი	360 240 260	-5 +20 უცვლელი

გამოვთვალოთ საქონლბრუნვის ფიზიკური მოცულობის საერთო ზრდა 2004 წლს 2003 წელთან შედარებით.

ინდექსების ურთიერთკავშირის გამოყენებით განვსაზღვროთ რამდენი %-ით შემცირდა ფასები, თუ ცნობილია, რომ საქონელბრუნვა ფაქტიურ ფასებში გაიზარდა 12 %-ით.

ამოხსნა

როგორც ჩანს, მოცემულია საქონლის ფიზიკური მოცულობის ინდივიდუალური ინდექსები და გაყიდული საქონლის მოცულობა საბაზისო პერიოდში ($q_0 p_0$). ამიტომ საქონლბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსის გასაანგარიშებლად უნდა გამოვიყენოთ საშუალო შეწონილი არიტმეტიკული ინდექსის ფორმულა:

$$I = \frac{\sum_i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

ჩვენს მაგალითზე $i_1 = 0{,}95; i_2 = 1{,}20; i_3 = 1{,}0$ გვექნება

$$I_q = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{(0.95 \times 360) + (1.20 \times 240) + (1.0 \times 280)}{360 + 240 + 280} = \frac{910}{880} = 1.03$$

ინდექსების ურთიერთკავშირი გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$Iqp = Iq \times Ip$$

ანუ

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

სადაც Iqp – საქონლის მოცულობის ინდექსია;

Iq – საქონლბრუნვის ფიზიკური მოცულობის ინდექსი;

Ip – ფასების ინდექსი.

ჩვენს მაგალითზე $Iqp = 1{,}12$ (რადგან საქონელბრუნვა გაიზარდა 12 %-ით), I_q გაანგარიშების თანახმად შეადგენს 1,03.

მაშასადამე, ფასების ინდექსი უდრის საქონელბრუნვის

ინდექსი შეფარდებული ფიზიკური მოცულობის ინდექსზე:

$$I_p = \frac{I_{qp}}{I_q} = \frac{1.12}{1.03} = 1.08$$

მაშასადამე ფასები გაიზარდა 8%-ით, ხოლო საქონლის ფიზიკური მოცულობა 3%-ით.

ამოცანა №7

ერთსახელიანი პროდუქციის გამოშვებისა და მისი თვითღირებულების შესახებ ორ ფირმაში გვაქვს შემდეგი მონაცემები;

ცხრილი №91

ფირმის №	პროდუქციის წარმოება ათ. ცალი		პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება, (ლარი)	
	I კვარტალი	II კვარტალი	I კვარტალი	II კვარტალი
I	80	90	70	65
II	70	100	58	50

გამოთვალეთ:

1. თვითღირებულების ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსი;
2. თვითღირებულების მუდმივი შემადგენლობის ინდექსი;
3. სტრუქტურული ძვრების ინდექსი (ინდექსების ურთიერთკავშირის გამოყენებით–1,2,3).

ახსენით მიღებული შედეგები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის ამოხსნისათვის უნდა გავიხსენოთ ფიქსირებული, ცვალებადი და სტრუქტურული ძვრების ინდექსები.

I. ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსი:

$$\frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1} : \frac{\sum q_0 c_0}{\sum q_0} = \bar{c}_1 : \bar{c}_0$$

სადაც q_1 და q_0 არის პროდუქციის რაოდენობა შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

c_1 და c_0 – პროდუქციის ერთეულის თვითღირებულება შესაბამისად საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

$\bar{c}_1$ და $\bar{c}_0$ – პროდუქციის ერთეულის საშუალო თვითღირებულება ორი ფირმის მიხედვით საანგარიშო და საბაზისო პერიოდებში;

II. მუდმივი შემადგენლობის ინდექსი:

$$\frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1} : \frac{\sum q_1 c_0}{\sum q_1} = \frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1 c_0}$$

III. სტრუქტურული ძვრების ინდექსი მიიღება ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსის გაყოფით მუდმივი შემადგენლობის ინდექსზე.

ჩვენს მაგალითზე:

თვითღირებულების ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსი:

$$\frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1} : \frac{\sum q_0 c_0}{\sum q_0} = \frac{(90 \cdot 65) + (100 \cdot 50)}{90 + 100} : \frac{(80 \cdot 70) + (70 \cdot 58)}{80 + 10} = 64.4 : 57.1 = 0.8866$$

ე. ი. ცვალებადი შემადგენლობის ინდექსი=88,66 %. ეს იმას ნიშნავს, რომ საშუალო თვითღირებულება შემცირდა 11,34 %-ით.

მუდმივი შემადგენლობის ინდექსი:

$$\frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1 c_0} = \frac{(90 \cdot 65) + (100 \cdot 50)}{(90 \cdot 70) + (100 \cdot 50)} = 0.8966$$

ე. ი. მუდმივი შემადგენლობის ინდექსი=89,66 %.

სტრუქტურული ძვრების ინდექსი:

0,8866:0,8966=0,9888 ე. ი. 98,88 %.

ეს იმას ნიშნავს, რომ პროდუქციის ხვედრითი წილის ცვალებადობის ხარჯზე თვითღირებულება შემცირდა 2,22%-ით.

ამოცანა №8

საანგარიშო პერიოდში 10 ერთგვაროვანი საწარმოს შრომის ნაყოფიერების და ელექტროშეიარაღების შესახებ გვაქვს შემდეგი მონაცემები:

ცხრილი №92

საწარმოს ნომერი რიგზე	შრომის ელექტრო შეიარაღება, ერთ მოსაშავეზე, კვტ საათი	პროდუქციის გამოშვება ერთ მუშაკზე, ათას ლარობით საშუალოდ ერთ წელში
1	7	8,7
2	3	3,7
3	4	6,0
4	5	6,2
5	4	5,9
6	6	7,8
7	7	8,7
8	3	3,6
9	5	6,2
10	6	7,5

გამოვთვალოთ:

1. რეგრესიის განტოლება, რომელიც ასახავს ელექტროშეიარაღებასა და შრომის ნაყოფიერებას შორის კავშირს;
2. კავშირის სიმჭიდროვის მაჩვენებელი (კორელაციის წრფივი კოეფიციენტი).

გააკეთეთ დასკვნები.

ა მ ო ხ ს ნ ა

ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გავიხსენოთ წრფივი განტოლების ფორმულა.

$$y = a_0 + a_1 x$$

სადაც y –საშედეგო მოვლენაა;

x –მიზეზობრივი მოვლენა.

ჩვენს მაგალითზე შრომის ნაყოფიერება არის საშედეგო მოვლენა და ელექტროშეიარაღება –მიზეზობრივი მოვლენა.

a_0 და a_1 – არის პარამეტრები, რომელთა გასაანგარიშებლად გვაქვს ნორმალურ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

წრფივი განტოლების გასაანგარიშებლად ვადგენთ ცხრილს:

ცხრილი №93

№	x	y	x^2	xy
1	7	8,7	49	60,9
2	3	3,7	9	11,1
3	4	6,0	16	24,0
4	5	6,2	25	31,0
5	4	5,9	16	23,6
6	6	7,8	36	46,8
7	7	8,7	49	60,9
8	3	3,6	9	10,8
9	5	6,2	25	31,0
10	6	7,5	36	45,0
	50	64,3	270	345,1

განტოლებათა სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} 10a_0 + 50a_1 = 64,3 \\ 50a_0 + 270a_1 = 345,1 \end{cases}$$

განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მივიღებთ: $a_1 = 1.18,\ a_0 = 0.53.$

რეგრესიის განტოლებაა: $y = 0.53 + 1.18x$.

კორელაციური კავშირი 93-ე ცხრილის მონაცემებით გაიანგარიშება შემდეგ ნაირად:

$$R_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = 0.98.$$

სარეკომენდაციო ლიტერატურა

1. Аивазян С. А., Енюков И. С., Машкин Л. Д. Прикладная статистика: исследование зависимостей: Справ. изд. – М.: Финансы и статистики, 1985.
2. Аивазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов. – М.: ИНФФА, 1977.
3. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. – М.: Финансы и статистика, 1981.
4. გაბიძაშვილი ბ.ს. სტატისტიკის ზოგადი თეორია. – თბ.: თსუ გამომცემლობა, 1994.
5. გაბიძაშვილი ბ.ს. სტატისტიკის მოკლე კურსი. – თბ.: გამომცემლობა, 1998.
6. Габидзашвили Б. С. Економико-статистические методы прогнозирования производства и потребления чая (монография). –Тб.: изд-во Тбилисского университета, 1981.
7. გელაშვილი ს. ჩიხლაძე ნ. სტატისტიკური მოდელირებისა და პროგნოზირების თეორიული საფუძვლები. – თბ.: თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 2001.
8. Гмурман Г.Н. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: статистика, 1978.
9. Губарев В. В. математическая статистика, – Новосибирск: изд-во НГТУ, 1998
10. Венецкий И. Г., Кильдишев Г. С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: статистика, 1975.
11. Венецкий И. Г., Кильдишев Г. С, основы Теории вероятностей и математическая статистика. – М.: статистика. 1988.
12. Карасев А. И. основы математической статистики. – Росвузизд,. 1962.

13. Карасев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика, 1988.

14. Кендел М. ранговые корелящии. – М.: статистика, 1975.

15. Кейн Э. экономическая статистика и эконометрия. – М.: статистика, 1977. вып. 2.

16. Колде Я. К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 1991.

17. Крамер Г. математические методы статистики. – М.: Мир, 1975.

18. მანია გ.მ. ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტკის კურსი. – თბ.: მეცნიერება, 1982.

19. Маленво Э. статистические методы эконометрии. – М.: статистика, 1976.

20. Методические указания, рабочая программа и контролные задания по курсу теории вероятностей и математической статистики. – М.: изд-во МГУ, 1988.

21. Методические указания и контролные задачи по курсу теории вероятностей и математической статистики. – Киев.: изд-во КГИ, 1989.

22. ლაზრიევა ნ. და სხვა ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა ეკონომისტებისათვის. – თბ.: 2000.

23. Общая теория статистики (Под ред. А. А. Смириной и О. Е. Башиной). – М.: Финансы и статистика, 2002.

24. Павловский З. Введение в математическую статистику. – М.: статистика, 1967.

25. Практикум по теории статистики. – М.: Финансы и статистика, 1998.

26. ტყებუჩავა რ. ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა. – თბ.: თსუ გამომცემლობა, 2001.

27. Теория статистики (Под ред. Р. А. Шмойловой). - М.: Финансы и статистика, 2002.

28. Теория статистики (Под ред А. Г. Громико). – М.: ИНФФА-М, 2002.

29. Эконометрика (Под ред И. И. Елисеевой). – М.: Финансы и статистика, 2001.

30. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики. – М.: Финансы и статистика, 1995.

31. Ефимова М. Р. и др. общая теория статистики. – М.: ИНФФА-М, 1996.

32. Четыркин Е. М. статистические методы прогнозирования. – М.: статистика, 1977.

33. შევარდნაძე კ., ჩეჩელაშვილი რ., ჩოხელი ვ., ხადური ვ., საგადასახადო კორუფციის პაპავას ინდექსები, თბ., 2000.

34. Юл. Д,, Кендел М., Теория статистики (перевод с ангийского, под. ред. Д. Лившица), Госстатиздат ЦСУ СССР, М., 1960.

მათემატიკურ-სტატისტიკური დანართები

დანართი 1.

ფუნქციის მნიშვნელობა $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0.2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0.5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0.6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0.8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1.0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1.2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1.3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1057	1957	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1.7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0,246	0241	0235	0229
2.4	0224	0219	0213	0203	0208	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
4,0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

დანართი 2.

ლაპლასის ალბათობათა ინტეგრალის მნიშვნელობანი.

$$F(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

t	ასობითი ნაწილები								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0,0	0000	0080	0160	0239	0319	0399	0478	0558	0638
0,1	0797	0876	0955	1034	1114	1192	1271	1350	1428
0,2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205
0,3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2961
0,4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688
0,5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381
0,6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035
0,7	5161	5223	5285	5346	5407	5467	5527	5587	5646
0,8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211
0,9	6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6679	6729
1,0	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199
1,1	7287	7330	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620
1,2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7995
1,3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324
1,4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611
1,5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859
1,6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070
1,7	9109	9127	9146	9164	9182	9199	9216	9233	9249
1,8	9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399
1,9	9425	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523
2,0	9545	9556	9566	9576	9586	9596	9606	9615	9625
2,1	9643	9651	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9770
2,2	9722	9729	9736	9743	9749	9755	9762	9768	9774
2,3	9785	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827
2,4	9836	9840	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869
2,5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901
2,6	9907	9909	9912	9915	9917	9920	9924	9926	9927
2,7	9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946
2,8	9949	9950	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960
2,9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971
3,0	99730	99739	99747	99755	99763	99771	99779	99786	99793
3,1	99807	99813	99819	99825	99831	99837	99842	99847	99853
3,2	99863	99867	99872	99876	99880	99884	99889	99892	99896
3,3	99903	–	–	–	–	–	–	–	–
3,4	99933	–	–	–	–	–	–	–	–
3,5	99953	–	–	–	–	–	–	–	–
4,0	99994	–	–	–	–	–	–	–	–
5,0	99999	–	–	–	–	–	–	–	–

დანართი №3

$s(t)$ სტიუდენტის განაწილებაში

t \ ν	1	2	3	4	5	6-7	8-10	11-15	16-25	25-30	∞
0.0	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500,000
0.1	532	535	537	537	538	538	539	539	539	539	539,827
0.2	563	570	573	574	576	575	578	578	578	578	579,259
0.3	593	606	608	610	612	613	615	616	616	616	617,911
0.4	621	636	642	645	647	649	651	652	653	654	655,421
0.5	648	667	674	678	681	683	685	687	689	689	691,462
0.6	672	695	705	710	713	715	718	721	722	724	725,746
0.7	694	723	733	739	742	746	749	752	754	756	758,036
0.8	715	746	759	766	770	774	778	781	783	785	788,144
0.9	733	768	783	790	795	800	804	808	811	813	815,939
1.0	750	789	804	813	818	823	828	832	835	838	841,344
1.1	765	807	824	834	839	844	850	854	858	860	864,333
1.2	779	824	842	852	858	864	870	874	878	881	884,930
1.3	791	838	858	868	875	881	887	892	896	899	903,199
1.4	803	852	872	883	890	896	902	907	912	915	919,243
1.5	813	864	885	896	903	909	916	921	925	928	933,192
1.6	822	875	896	908	915	921	928	933	937	940	945,200
1.7	831	884	906	918	925	932	938	943	948	951	955,434
1.8	839	893	915	927	934	941	947	952	956	959	964,069
1.9	846	901	923	935	942	948	955	960	964	967	971,283
2.0	852	908	930	942	949	955	962	967	970	973	977,249
2.1	858	915	937	948	955	961	967	972	976	978	982,135
2.2	864	921	942	954	960	966	972	977	980	982	986,096
2.3	870	926	948	958	965	971	977	981	984	986	989,275
2.4	874	931	952	963	969	975	980	984	987	989	991,802
2.5	979	935	956	966	973	978	983	987	989	991	993,790
2.6	883	939	960	970	976	981	986	989	991	993	995,338
2.7	887	943	963	973	979	983	988	991	993	995	996,533
2.8	891	946	966	976	981	985	990	993	995	996	997,444
2.9	894	949	969	978	983	987	991	994	996	997	998,134
3.0	898	952	971	980	985	989	993	995	99	997	998,650
3.1	901	955	973	982	987	990	994	996	997	998	999,032
3.2	904	957	975	984	988	991	995	997	998	998	999,312
3.3	906	960	977	985	989	992	995	997	998	999	999,516
3.4	909	962	979	986	990	993	996	998	998	999	999,663

მე-3 დანართის გაგრძელება

ν / t	1	2	3	4	5	6-7	8-10	11-15	16-25	25-30	∞
3,5	911	964	980	988	991	993	997	998	999	–	999,767
3,6	914	965	982	989	992	994	997	998	–	–	999,840
3,7	916	967	983	990	993	995	998	999	–	–	999,892
3,8	918	969	984	990	994	996	998	999	–	–	999,927
3,9	920	970	985	991	994	996	998	999	–	–	999,951
4,0	922	971	986	992	995	997	998	–	–	–	999,968
4,1	924	973	987	993	995	997	999	–	–	–	999,979
4,2	926	974	988	993	996	998	999	–	–	–	999,986
4,3	927	975	988	994	996	998	999	–	–	–	999,991
4,4	929	976	989	994	996	998	–	–	–	–	999,994
4,5	930	977	989	995	997	998	–	–	–	–	999,996
4,6	932	978	990	995	997	998	–	–	–	–	999,997
4,7	933	979	991	995	997	999	–	–	–	–	999,998
4,8	935	980	991	996	998	999	–	–	–	–	999,999
4,9	936	980	992	996	998	999	–	–	–	–	999,999
5,0	937	981	992	996	998	999	–	–	–	–	999,999
5,1	938	982	993	996	998	–	–	–	–	–	999,999
5,2	940	982	993	997	998	–	–	–	–	–	999,999
5,3	941	983	993	997	998	–	–	–	–	–	999,999
5,4	942	984	994	997	998	–	–	–	–	–	–
5,5	943	984	994	997	999	–	–	–	–	–	–
5,6	943	984	994	997	999	–	–	–	–	–	–
5,7	945	985	995	998	999	–	–	–	–	–	–
5,8	946	986	995	998	999	–	–	–	–	–	–
5,9	947	986	995	998	999	–	–	–	–	–	–
6,0	947	987	995	998	–	–	–	–	–	–	–

დანართი №4

პირსონის χ^2 - (ხი-კვადრატ) კრიტერიუმის მნიშვნელობანი, 0,10 0,05, 0,01 დონის მნიშვნელობისა და V თაცისუფლების ხარისხის შესაბამისად

$df(v)$	0.10	0.05	0.01	$df(v)$	0.10	0.05	0.01
1	2,71	3,84	6,63	21	29,62	32,67	38,93
2	4,61	5,99	9,21	22	30,81	33,92	40,29
3	6,25	7,81	11,34	23	32,01	34,17	41,64
4	7,78	9,49	13,28	24		36,42	42,98
5	9,24	11,07	15,09	25	34,38	37,65	44,31
6	10,64	12,59	16,81	26	35,56	38,89	45,64
7	12,02	14,07	18,48	27	36,74	40,11	46,96
8	13,36	15,51	20,09	28	37,92	41,34	48,28
9	14,68	16,92	21,67	29	39,09	42,56	49,59
10	15,99	18,31	23,21	30	40,26	43,77	50,89
11	17,28	19,68	24,72	40	51,80	55,76	63,69
12	18,55	21,03	26,22	50	63,17	67,50	76,15
13	19,81	22,36	27,69	60	74,40	79,08	88,38
14	21,06	23,68	29,14	70	85,53	90,53	100,4
15	22,31	25,00	30,58	80	96,58	101,88	2
16	23,54	26,30	32,00	90	107,56	113,14	112,33
17	24,77	27,59	33,41	100	118,50	124,34	124,12
18	25,99	28,87	34,81				135,81
19	27,20	30,14	36,19				
20	28,41	31,41	37,57				

დანართი №5

დურბინ-ვატსონის კრიტერიუმის მნიშვნელობანი (d) 5 %-იანი არსებითობის დონის, დაკვირვების რიცხვის (n), რეგრესიის განტოლებაში ცვლადთა რაოდენობის (ν) და დადებითი ავტოკორელაციის პირობებში

დაკვირვების რიცხვი	$\nu=1$		$\nu=2$		$\nu=3$	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67

დანართი №6

$p(\lambda)$ ფუნქციის მნიშვნელობანი

λ	p	λ	p
0,30	1,0000	1,10	1777
0,35	9997	1,20	1122
0,40	9972	1,30	0681
0,45	9874	1,40	0397
0,50	9639	1,50	0222
0,55	9228	1,60	0120
0,60	8643	1,70	0062
0,65	7920	1,80	0032
0,70	7112	1,90	0015
0,75	6272	2,00	0007
0,80	5441	2,10	0003
0,85	4653	2,20	0001
0,90	3927	2,30	0001
0,95	3275	2,40	0000
1,00	2700	2,50	0000

დანართი №7

ავტოკორელაციის კოეფიციენტის კრიტიკული მნიშვნელობანი $d = 0,05$ და $d = 0,01$ დონის მნიშვნელობისათვის

დაკვირვების რიცხვი n	დადებითი მნიშვნელობანი		უარყოფითი მნიშვნელობანი	
	$a = 0,05$	$a = 0,0$	$a = 0,05$	$a = 0,0$
5	0,253	0,297	-0,753	-0,798
6	0,345	0,447	-0,708	-0,863
7	0,370	0,510	-0,674	-0,799
8	0,371	0,531	-0,625	-0,764
9	0,366	0,533	-0,593	-0,737
10	0,360	0,525	-0,564	-0,705
11	0,353	0,515	-0,539	-0,679
12	0,348	0,505	-0,516	-0,655
13	0,341	0,495	-0,497	-0,634
14	0,335	0,485	-0,479	-0,615
15	0,328	0,475	-0,462	-0,597
20	0,299	0,432	-0,399	-0,524

დანართი №8

ფიშერის F – კრიტერიუმის მნიშვნელობანი 0,05 დონის მნიშვნელობისათვის $df_1(\nu_1)$ – თავისუფების ხარისხი დაბალი დისპერსიისათვის

df_2 (ν_2)	df_1 (ν_1)																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	250	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	29,42	19,43	19,44	19,46	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,74	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,46	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,90	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	2,44	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,20	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	2,29	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,15	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	2,18	2,12	2,04	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,15	2,09	2,00	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,26	2,23	2,18	2,13	2,07	1,98	1,78

მე-8 დანართის დასასრული

df_2 (ν_2)	df_1 (ν_1)																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	∞
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2,20	2,14	2,10	2,04	1,96	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18	2,13	2,09	2,02	1,94	1,73
25	4,24	3,88	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,06	2,00	1,92	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,10	2,05	1,99	1,90	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,16	2,13	2,08	2,03	1,97	1,88	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,06	2,02	1,96	1,87	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,00	1,94	1,85	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,ო2	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,86	1,81	1,75	1,65	1,39
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,69	1,64	1,57	1,46	1,00

სტიუდენტის t – კრიტერიუმის მნიშვნელობანი 0,10, 0,05, და 0,01 დონის მნიშვნელობისათვის

$df(\nu)$	a			$df(\nu)$	a		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	2,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

დანართი 10

ფიშერის Z მახასიათებლების ცხრილური მაჩვენებლები

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0101	0,0200	0,0300	0,0400	0,0501	0,0601	0,0701	0,0802	0,0902
1	0,1003	0,1104	0,1206	0,1307	0,1409	0,1511	0,1614	0,1717	0,1820	0,1923
2	0,2027	0,2132	0,2237	0,2342	0,2448	0,2554	0,2661	0,2769	0,2877	0,2986
3	0,3095	0,3205	0,3316	0,3428	0,3541	0,3654	0,3767	0,3884	0,4001	0,4118
4	0,4236	0,4356	0,4477	0,4599	0,4722	0,4847	0,4973	0,5101	0,5230	0,5361
5	0,5493	0,5627	0,5764	0,5901	0,6042	0,6184	0,6328	0,6475	0,6625	0,6777
6	0,6932	0,7089	0,7250	0,7414	0,7582	0,7753	0,7928	0,8107	0,8291	0,8480
7	0,8673	0,8872	0,9077	0,9287	0,9505	0,9730	0,9962	1,0203	1,0454	1,0714
8	1,0986	1,1270	1,1568	1,1881	1,2212	1,2562	1,2933	1,3331	1,3758	1,4219
9	1,4722	1,5275	1,5890	1,6584	1,7381	1,8318	1,9459	2,0923	2,2976	2,6467
0,99	2,6466	2,6996	2,7587	2,8257	2,9031	2,9945	3,1063	3,2504	3,4534	3,8002

დანართი №11

$P(\chi^2)$ ალბათობის ცხრილი

K / χ^2	1	2	3	4	6	8	10
1	0,3173	0,1574	0,0833	0,0455	0,0143	0,0047	0,0016
2	0,6065	0,3679	0,2231	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067
3	0,8013	0,5724	0,3916	0,2615	0,1116	0,0460	0,0186
4	0,9098	0,7358	0,5578	0,4060	0,1991	0,0916	0,0404
5	0,9626	0,8491	0,7000	0,5494	0,3062	0,1562	0,0752
6	0,9856	0,9197	0,8088	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247
7	0,9948	0,9598	0,8850	0,7798	0,5398	0,3326	0,1886
8	0,9982	0,9810	0,9344	0,7591	0,6472	0,4335	0,2650
9	0,9994	0,9915	0,9643	0,9114	0,7399	0,5341	0,3505
10	0,9998	0,9963	0,9814	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405
11	0,9999	0,9985	0,9907	0,9699	0,8734	0,7133	0,5304
12	1,0000	0,9994	0,9955	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160
13	-	0,9998	0,9979	0,9912	0,9462	0,8436	0,6939
14	-	0,9999	0,9991	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622
15	-	1,0000	0,9996	0,9974	0,9797	0,9238	0,8197
16	-	-	0,9998	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666
17	-	-	0,9999	0,9995	0,9932	0,9665	0,9036
18	-	-	1,0000	0,9998	0,9962	0,9789	0,9319
19	-	-	-	0,9999	0,9979	0,9867	0,9539
20	-	-	-	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682
21	-	-	-	-	0,9994	0,9951	0,9789
22	-	-	-	-	0,9997	0,9972	0,9863
23	-	-	-	-	0,9999	0,9984	0,9913
24	-	-	-	-	0,9999	0,9991	0,9945
25	-	-	-	-	1,0000	0,9997	0,9967
26	-	-	-	-	-	0,9999	0,9980
27	-	-	-	-	-	0,9999	0,9988
28	-	-	-	-	-	1,0000	0,9993
29	-	-	-	-	-	-	0,9996

დანართი 11-ის გაგრძელება

$P(\chi^2)$ ალბათობის ცხრილი

12	14	16	18	20	22	24	26	30
0,0005	0,0002	0,0001	0,0000	-	-	-	-	-
0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	-	-	-
0,0074	0,0029	0,0011	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000	-	-
0,0174	0,0073	0,0030	0,0012	0,0005	0,0002	0,0001	0,0000	-
0,0348	0,0156	0,0068	0,0029	0,0013	0,0005	0,0002	0,0001	-
0,0620	0,0296	0,0138	0,0062	0,0028	0,0012	0,0005	0,0002	0,0000
0,1006	0,0512	0,0251	0,0120	0,0056	0,0025	0,0011	0,0005	0,0001
0,1512	0,0818	0,0424	0,0212	0,0103	0,0049	0,0023	0,0010	0,0002
0,2133	0,1223	0,0669	0,0352	0,0179	0,0089	0,0043	0,0020	0,0004
0,2851	0,1730	0,0996	0,0550	0,0293	0,0151	0,0076	0,0037	0,0009
0,3626	0,2330	0,1411	0,0816	0,0453	0,0244	0,0127	0,0065	0,0016
0,4457	0,3007	0,1912	0,1157	0,0571	0,0375	0,0203	0,0107	0,0028
0,5276	0,3738	0,2491	0,1575	0,0652	0,0554	0,0311	0,0170	0,0047
0,6063	0,4497	0,3134	0,2068	0,1301	0,0786	0,0458	0,0259	0,0076
0,6790	0,5255	0,3821	0,2627	0,1719	0,0178	0,0615	0,0380	0,0199
0,7440	0,5987	0,4530	0,3239	0,2202	0,1432	0,0895	0,0540	0,0180
0,8001	0,6671	0,5238	0,3885	0,2742	0,1847	0,1194	0,0745	0,0263
0,4872	0,7291	0,5925	0,4557	0,3328	0,2320	0,1550	0,0998	0,0374
0,8856	0,7837	0,6535	0,5224	0,3946	0,2843	0,1962	0,1302	0,0518
0,9161	0,8305	0,7166	0,5874	0,4579	0,3405	0,2424	0,1658	0,0699
0,9306	0,8696	0,7696	0,6490	0,5213	0,3995	0,2931	0,2064	0,0920
0,9574	0,9015	0,8159	0,7060	0,5830	0,4599	0,3472	0,2517	0,1185
0,9705	0,9269	0,8553	0,7575	0,5919	0,5203	0,4038	0,3009	0,1494
0,9799	0,9466	0,8881	0,8080	0,6968	0,,5793	0,4616	0,3532	0,1848
0,9866	0,9617	0,9148	0,8424	0,7468	0,6357	0,5194	0,4076	0,2243
0,9912	0,9730	0,9362	0,8758	0,7916	0,6887	0,5760	0,4631	0,2676
0,9943	0,9813	0,9529	0,9035	0,8308	0,7374	0,6303	0,5186	0,3142
0,9964	0,9872	0,9658	0,9261	0,8645	0,7813	0,6815	0,5730	0,3632
0,0977	0,9914	0,9755	0,9443	0,8929	8202	0,7289	0,6265	0,4140

ვუძღვნი შვილის,
ბოჩა გაბიძაშვილის
ნათელ ხსოვნას

ბიკენტი გაბიძაშვილი – ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი. ვერცხლის მედლით საშუალო სკოლის დამთავრების შემდეგ ჩაირიცხა ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ეკონომიკის ფაკულტეტზე, რომლის წარჩინებით დამთავრების შემდეგ სწავლა გააგრძელა იმავე უნივერსიტეტის ასპირანტურაში. 1965 წელს დაიცვა საკანდიდატო, ხოლო 1985 წელს – სადოქტორო დისერტაცია. წლების განმავლობაში მუშაობდა ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში დოცენტის, პროფესორის, საინჟინრო-ეკონომიკური ფაკულტეტის დეკანის და 1974 წლიდან დღემდე – სტატისტიკის კათედრის გამგის თანამდებობაზე. გამოქვეყნებული აქვს 100-ზე მეტი სამეცნიერო ნაშრომი ეკონომიკაში მათემატიკური მეთოდების გამოყენების, ეკონომიკისა და სტატისტიკის აქტუალურ საკითხებზე. განსაკუთრებული წვლილი მიუძღვის საქართველოში სტატისტიკური მოდელირებისა და პროგნოზირების სამეცნიერო მიმართულების განვითარების საქმეში.

დაჯილდოვებულია ივ. ჯავახიშვილის მედლითა და ღირსების ორდენით.