თამარ დოგრაშვილი

უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანებით

ქუთაისი
2019

უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანებით

თამარ დოგრაშვილი

Active training of primary school pupils (I-III grades) by using mathematical problems with developmental and intersubject communications content

Tamar Dograshvili

მონოგრაფია მომზადდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით გრანტის **„უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანებით“ (YS17-80)** ფარგლებში.

The monograph was prepared with the financial support of Shota Rustaveli National Science Foundation within the grant **„Active training of primary school pupils (I-III grades) by using mathematical problems with developmental and intersubject communications content“ (YS17-80).**

რეცენზენტები:
1.პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი ჯემალ ჯინჯიხაძე;
2. განათლების დოქტორი, ანდრია რაზმაძის სახელობის ქუთაისის №41 ფიზიკა-მათემატიკის საჯარო სკოლის მათემატიკის წამყვანი მასწავლებელი

რედაქტორი: პროფესორი გიორგი ბერძულიშვილი

ISBN 978-9941-484-94-0

მონოგრაფია გამოსაცემად დამტკიცებულია აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის დარგობრივი სარედაქციო საგამომცემლო საბჭოს მიერ (ოქმი №5, დადგენილება №20 (19/20) 27 ნოემბერი 2019 წელი)

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა

ქუთაისი, თამარ მეფის ქუჩა №59

ავტორის წინასიტყვაობა

მონოგრაფიაში გადმოცემულია განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში ჩართვის თეორიული საფუძვლები, დასაბუთებულია ასეთი ამოცანების სასწავლო პროცესში ჩართვის აუცილებლობა. მეთოდურად დამუშავებულია საგანთაშორისი და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლების საკვანძო საკითხები, რომლებიც უკავშირდება მათემატიკის, ბუნებისმეტყველების, ქართული ენის, სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების სწავლებას ერთიან კონტექსტში- მათემატიკის საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემების სასწავლო პროცესში ჩართვით. შედგენილია უმცროსკლასელთათვის მათემატიკური ამოცანების სისტემები, რომლებიც მჭიდრო კავშირშია ეკოლოგიასთან, ბუნების დაცვასთან, ეთნოლოგიასთან, ჯანსაღი ცხოვრების წესთან, ასტრონომიასთან, ეკონომიკასთან, ფინასებთან და სხვ. ამოცანათა სისტემების შედგენა განვახორციელე ჩემს მიერ შემუშავებული ორიგინალური სქემით.

განმავითარებელი ამოცანების პირობა შევადგინე ისე, რომ მასში მოსწავლეთა ასაკობრივი განვითარების შესაბამისად შემოყვანილი გვყავს მათთვის საყვარელი გმირები ზღაპრებიდან, მულტფილმებიდან, კინოფილმებიდან, ამოცანის პირობებში დომინირებენ მეკობრეები, განძის მაძიებლები, საუბარია უკაცრიელ კუნძულზე და სხვ. ხოლო ფუნქციური დატვირთვით ამოცანებს აქვს განმავითარებელი ხასიათი, მათი ამოხსნა მოით-

ხოვს ძიებას. პრაქტიკით დადასტურდა, რომ ასეთი ამოცანების ამოხსნის პროცესში მოსწავლეები სიამოვნებით ერთვებიან, რადგან ამოცანის პირობა მოსწავლეებისათვის მიმზიდველია. ამოცანის პირობის გაცნობის შემდეგ მასწავლებელი ერთ ან ორ წუთს დაუთმობს მოსწავლებთან კითხვების დასმას, რომლითაც მოსწავლეებთან გააცოცხლებს მათთვის საინტერესო სამყაროს და საყვარელ გმირებს, რაც მოსწავლეებში წარმოშობს ამოცანის ამოხსნისადმი მზაობას. ხოლო ამოცანა თავისი აგებულებით განმავითარებელი შინაარსისაა, მისი ამოხსნა მოითხოვს ძიებას, გონების ვარჯიშს, რაც მოსწავლეებში აყალიბებს ლოგიკურ უნარებს და ქმნის წანამძღვარს, რომ შემდგომშიც ამოხსნან ასეთი შინაარსის ამოცანები. თანამედროვე მეთოდური მიდგომებით განხილული გვაქვს ისეთი განმავითარებელი ამოცანები, რომელთა ამოხსნა უკავშირდება დირიხლეს პრინციპს, ანალოგიას, განზოგადებას, ინვარიანტებს და ნახევარინვარიანტებს, არასრულ და სრულ ინდუქციას, ანალიზურ და სინთეზურ მეთოდებს, დედუქციის მეთოდს, დალაგებულ წყვილებს, სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების შემცველ კომბინატორულ და ალბათური შინაარსის ამოცანებს, სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფას, გადანაცვლებას, წყობას, ჯუფთებას, ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენას, ცდას, ცდათა რიცხვს, ცდის შედეგს, ცდის გამოსავალს, თანაბრად შესაძლებელ შედეგებს, აუცილებელ და შეუძლებელ შედეგებს, შემთხვევით მოვლენას, ალალბედზე შერჩევას, ხელშემწყობ და ყველა შესაძლო შემთხვევებს, ალბათობის გამოთვლას, პირდაპირპრო-

პორციულობას, უკუპროპორციულობას, რიცხვის გაყოფას მოცემული შეფარდებით, იგივეობას, იგივურად ტოლ გამოსახულებებს, ასახვას, ფუნქციას, განტოლებების და უტოლობების ამოხსნას, ტექსტურ ამოცანებს, არითმეტიკულ საშუალოს, მათემატიკური ლოგიკის ელემენტების გამოყენებას, გრაფებს, ამოცანებს სითხის გადასხმაზე და მათი ამოხსნის მეთოდურ თავისებურებებს, ამოცანებს აწონვებზე, მათემატიკურ რებუსებს და პარადოქსებს, სახალისო და სახუმარო ამოცანებს და სხვ. მეთოდურად დამუშავებულია ამოცანების შედგენის და ამოხსნის ერთიან კონტექსტში სწავლების საკითხები.

მონოგრაფია განკუთვნილია სპეციალისტებისათვის, ის დაეხმარება დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებლებს, დაწყებითი განათლების და მათემატიკის სპეციალობის სტუდენტებს, მაგისტრანტებს და დოქტორანტებს, მათემატიკის საგნობრივ წრეებს და მათემატიკის გაღრმავებულად შესწავლით დაინტერესებულ პირებს.

სიამოვნებით მივიღებთ განსხვავებულ მოსაზრებებს, წინადადებებს, შენიშვნებს და საქმიან კრიტიკას.

თამარ დოგრაშვილი

ქუთაისი. 2019 წელი

I თავი
განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში ჩართვის თეორიული საფუძვლები

§1.1. უმცროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების ფსიქოლოგიური საფუძვლები

უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანების ჩართვის მეცნიერული დასაბუთებისათვის აუცილებელია განხილული იქნეს საკითხის ფილოსოფიური, ფსიქოლოგიური და პედაგოგიური მიდგომები. როგორც განმავითარებელ სწავლებას, ისე საგანთაშორისი კავშირების თანამედროვე თეორიას საფუძვლად უდევს სწავლება მოვლენების და პროცესების საერთო კავშირებზე ბუნებაში, საზოგადოებაში და მეცნიერებათა დარგებს შორის. ფილოსოფიური მიდგომის თვალსაზრისით როგორც განმავითარებელი სწავლება, ისე საგანთაშორისი კავშირები განიხილება, როგორც სისტემურობის საერთო პრინციპის დიალექტიკური ფორმა. ეს პრინციპი მიეკუთვნება ზოგად მეთოდოლოგიურ ასპექტს, რომელიც შეადგენს შემეცნების საფუძველს. ის მოითხოვს ნებისმიერი შესასწავლი ობი-

ექტის, როგორც ერთიანი მთელის გახსნას, რომელიც ფლობს თვითონ საგნის სიღრმეში მრავალმხრივ კავშირებს, მათ თვისებებს, რაც აერთიანებს მას ობიექტურ სინამდვილესთან. ამ პრინციპის საფუძველზე აღებული შემეცნების პროცესის მნიშვნელოვანი ამოცანაა-კავშირების მრავალსახეობის დაყვანა ერთიან აბსტრაქტულ სახეობამდე.

ჩვენი კონკრეტული საკითხის გადაწყვეტაში ერთიან ასპექტში ვიხილავთ განმავითარებელ სწავლებას და საგანთაშორის კავშირებს, თუ უფრო დავკონკრეტდებით, განმავითარებელი სწავლება უმცროსკლასელებთან ხორციელდება საგანთაშორისი კავშირების რეალიზებით, ამიტომ ამ კონტექსტიდან გამომდინარე, თუ ჩვენ გამოვიკვლევთ და გადავწყვეტთ პრობლემას საგანთაშორისი კავშირებისათვის, მაშინ გადაწყვეტილად ჩაითვლება პრობლემის გადაწყვეტა განმავითარებელი სწავლებისათვისაც. თვითონ, საგანთაშორისი კავშირების პრობლემა წარმოიშვა სასკოლო დისციპლინების განცალკავებით სწავლების შემოღებასთან დაკავშირებით. ამ საკითხებს უკავშირდება ი.კომენსკის, ჯ.ლოკის, ი.პესტალოცის და სხვათა ნაშრომები.

ი.კომენსკიმ მისცა პირველი მეცნიერული დასაბუთება საგანთაშორისი კავშირების პრობლემას. სასწავლო დისციპლინების ურთიერთმოქმედებაში ის ხედავდა მოსწავლეში შესასწავლი მოვლენების შესახებ ერთიანი წარმოდგენის ჩამოყალიბების მნიშვნელოვან პირობას: „ყველაფერი, რაც ურთიერთკავშირშია უნდა ისწავლებოდეს ასეთივე კავშირში“ [128].

ჯ.ლოკმა შრომაში „აზრები აღზრდის შესახებ“ გამოთქვა განზოგადებული შემეცნების იდეა, როგორც „ჭეშმარიტების ძიების მეთოდი“ და დაუკავშირა ის განათლების კონკრეტული შინაარსის განსაზღვრების აუცილებლობასთან, რომელშიც ერთი საგანი უნდა შეივსოს მეორე საგნის ელემენტებით და ფაქტებით [131].

სწავლების პროცესში სასწავლო საგნების ურთიერთკავშირის იდეას განავითარებდა თავის პედაგოგიურ თეორიაში ი.პესტალოციც. ის ამტკიცებდა: სწავლების საქმე უნდა მდგომარეობდეს იმაში, რომ ერთის მხრივ- გამიჯნოს საგნები ერთმანეთისაგან, მეორეს მხრივ- „გავაერთიანოთ ჩვენს ზონებში მსგავსი და მონათესავე, ამით შევიტანოთ ჩვენს წარმოდგენაში მეტი ნათელი და მათი სრული აღქმის შემდეეგ ავამაღლოთ მკაფიო ცნებებამდე“ [141]. საგანთაშორისი კავშირების განხორციელების აუცილებლობას არაერთხელ გაუსვა ხაზი კ.უშინსკიმ. ის თვლიდა, რომ საგანთაშორისი კავშირები ხელს უწყობენ ნათელი, სრული და ერთიანი წარმოდგენების ჩამოყალიბებას რეალური სამყაროს შესახებ, მსოფლმხედველობის განვითარებას. სასწავლო პროცესში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის იდეა კ.უშინსკის თეორიაში გვევლინება, როგორც სწავლების სისტემურობის ზოგადი პრობლემის ნაწილი. მისი მტკიცებით, ცოდნის სისტემა გვაძლევს საშუალებას ავიდეთ მაღალ ლოგიკურ და ფილოსოფიურ განყებებამდე. ცოდნის განკერძოება კი იწვევს იდეების, ცნებების კვდომას, როდესაც „ისინი წვანან თავში, რო-

გორც სასაფლაოზე და არ იციან ერთმანეთის არსებობის შესახებ“.

კ.უშინსკი ერთ-ერთი პირველთაგანი ასაბუთებს საგანთაშორისი კავშირების განხორციელების აუცილებლობას ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით. ის თვლიდა, რომ საგანთაშორისი კავშირები ბავშვის თავში წარმოადგენენ ასოციაციათა ჯაჭვს, რომლებიც შეერთებულია საერთო რგოლებით. კ.უშინსკის აზრები საგანთაშორისი კავშირების ასოციაციურ-ფსიქოლოგიურ ბუნებაზე საფუძვლად უდევს საგანთაშორისი კავშირების პრობლემის თანამედროვე ფსიქოლოგიურ გამოკვლევებს [160].

განსაკუთრებული ყურადღების მიქცევა საგანთაშორისი კავშირების პრობლემის შემუშავებაზე დაიწყეს მეოცე საუკუნის 50-იანი წლებიდან. ეს აიხსნება შემდეგი მიზეზებით: ხდება მეცნიერების, ტექნიკის, წარმოების ინტენსიური, დაჩქარებული ურთიერთშეღწევა. სულ უფრო ხშირად ახალი აღმოჩენები ხდება რამოდენიმე მეცნიერების საზღვარზე, ხდება საზოგადოებრივი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა შემდგომი ურთიერთშეღწევა და ურთიერთგამდიდრება, ღრმავდება სამეცნიერო ცოდნის ინტეგრაციის და დიფერენციაციის პროცესი. მეცნიერებაში ინტეგრაციული ტენდენციების გამყარების კვალდაკვალ, პედაგოგიკაშიც თანდათანობით ვითარდება საგანთაშორისი კავშირების პრობლემა.

მეოცე საუკუნის 70-იანი წლებიდან საგანთაშორისი კავშირების პრობლემა ხდება ერთ-ერთი ყველაზე აქტუალური და იკავებს მნიშვნელოვან ადგილს ფსიქო-

ლოგების, დიდაქტიკოსების და მეთოდისტების შრომებში. საგანთაშორისი კავშირების პრობლემის განხილვისას წინა პლანზეა წამოწეული მისი თეორიულ-მეთოდოლოგიური საფუძვლები, კვლევის განხორციელების გზები, როგორც ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური, აგრეთვე მეთოდიკურ ასპექტშიც.

მენიერები საგანთაშორის კავშირებს სხვადასხვაგვარად განსაზღვრავენ. ეს განპირობებულია იმით თუ სწავლების რომელ საფეხურზე, რომელ საგნებში ან მეცნიერებების რომელ დარგებში ხდება კავშირების დამყარება. ჩვენ ვთვლით, რომ საგანთშორისი კავშირები არის სწავლების სისტემურობის და მეცნიერულობის დიდაქტიკური პრინციპების კონკრეტული გამოვლენა, რომელიც უზრუნველყოფს ცოდნის სისტემატიურობას, შემეცნებითი უნარების და აქტიურობის, სასწავლო ინტერესების განვითარებას. დიდაქტიკური სისტემა ელემენტების რთული თანაფარდობით, რომელიც დაფუძნებულია ცნებითი აპარატის, კვლევის მეთოდების, სასწავლო საგნების სტრუქტურების, ოპტიმალური შეთანხმებულობის ერთობაზე; სწავლების შინაარსის სპეციფიკური კონსტრუქცია, რომელიც გამოიყენება ცოდნის ინტეგრირების დიდაქტიკური მიზნების მიღწევისათვის და ა.შ.

განსაკუთრებით საინტერესო მიდგომას ავლენს ნ. ჩერეს-ზადე, ის თვლის რომ საგანთაშორისი კავშირები სწავლების განსაზღვრული ამოცანების ამოხსნადობის დიდაქტიკური პირობაა [162].

ცნების „საგანთაშორისი კავშირი“ უნივერსალურობის გამო ასეთი „ფუნქციონალური“ განსაზღვრების რაოდენობა საკმაოდ ბევრია.

პედაგოგიურ გამოკვლევებში იხსნება საგანთაშორისი კავშირების შინაარსი, მისი კომპონენტების სტრუქტურული თანაფარდობა, მათი ფუნქციები სწავლების პროცესში. ნაჩვენებია, რომ საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის ძირითადი მიზანი არის სწავლების პროცესის მიმართ შემდეგი მოთხოვნების შესრულება:

1)დუბლირების გამორიცხვა მასალის შესწავლის პროცესში სხვადასხვა სასწავლო პროგრამებში;

2)ცალკეული საკითხების შესწავლის დროში შეთანხმების შესაძლებლობა;

3)სამეცნიერო ცნებების შორის წინააღმდეგობის არ არსებობა, იდენტურობა განსაზღვრებებში და დახასიათებებში;

4)სხვადასხვა საგნის მასწავლებლების ძალისხმევის გაერთიანება მოსწავლეებში სამეცნიერო წარმოდგენების და ცნებების ჩამოყალიბებაში, მათში პრაქტიკული უნარ-ჩვევების დანერგვა;

5)მასწავლებლების მიერ სამეცნიერო და ტექნიკური ინფორმაციის ურთიერთგამოყენება, რომლებიც მოსწავლეებმა მიიღეს სასწავლო საგნის სწავლების პროცესში;

6)სხვა პედაგოგიური ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც განპირობებულია სასწავლო საგნების სფეციფიკით და მათ შორის არსებული კავშირების თავისებურებებით [10], [27].

კვლევების შედეგია სწავლების ჩამოყალიბებული საგნობრივი სისტემა, სადაც საგანთაშორისი კავშირების რეალიზება ხდება ცოდნის ინტეგრირების და კოორდინირების შეთავსების საფუძველზე, რომლებიც ავსებენ ერთმანეთს.

ვთვლით, რომ საგანთაშორისი კავშირების კოორდინაცია მოითხოვს სწავლების განსაკუთრებულ შინაარსს, რომლის ძირითადი მახასიათებლებია:

1)რამდენიმე სასწავლო საგნის სწავლების შინაარსის აზრობრივი შესაბამისობა;

2)სწავლების ფორმების და მეთოდური ხერხების ერთობლიობა;

3)ცოდნის და უნარების კომპლექსური გამოყენება პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისას.

ამასთან აუცილებელი ხდება სხვადასხვა საგნის სასწავლო მასალის სისტემატიზაციის ძირითადი მიმართების გამოვლენა, პროგრამებსა და სახელმძღვანელოებში ურთიერთკავშირების ასახვა [4].

ცოდნის კოორდინაცია ხორციელდება მონათესავე საგნების მიხედვით სასწავლო პროგრამების შეთანხმების გზით შესასწავლი ცნებების, პროცესების, მოვლენების და მათი შესწავლის დროის ზოგადი ახსნის თვალსაზრისით. ეს არის საგანთშორისი კავშირები ვიწრო გაგებით. კოორდინაცია ხელს უწყობს ცოდნის ინტეგრირებას, ანუ სხვადასხვა სასწავლო საგნის ელემენტების შერწყმას ერთიან ინტეგრირებულ კურსებში.

ურთიერთკავშირების დადგენა უნდა ეხებოდეს არა მხოლოდ სხვადასხვა საგნებში მიღებული ცოდნით, არამედ სხვადასხვა დისციპლინების სწავლების ოპერა-

ციულ მხარეებს (მოქმედებათა სისტემა, რომელიც მიმართულია სასწავლო და სხვა პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტაზე), ამიტომაც განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს მოსწავლეთა საქმიანობის ოპერაციულ მხარეებს.

გ.ფერგილესის აზრით საგანთშორისი კავშირების გამოყენება ქმნის გონებრივი მოქმედებების ჩამოყალიბების ფართო შესაძლებლობებს [114]. პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნა მოითხოვს ცოდნის გაერთიანებას, მათ გადატანას ახალ სიტუაციაში. ამასთანავე ცოდნის ასეთი კომბინაციების აგების ლოგიკა მნიშვნელოვნად განსხვავდება მათი კომპონენტების მიწოდების და ათვისების ლოგიკისაგან ცალკეული დისციპლინების საბაზო შესწავლისას. ა.უსოვა [159] თვლის, რომ ცოდნის ურთიერთდაკავშირებული სისტემა, რომელსაც გააჩნია დინამიკური გარდაქმნის უნარი, უნდა უზრუნველყოფდეს მათი გამოყენების წარმატებულობას პრაქტიკის საქმიანობაში და ცვალებად რეალურ პირობებში [159].

დიდაქტიკაში ცნება „საგანთაშორისი კავშირები“ მოიცავს ურთიერთკავშირებს მოსწავლეთა ცოდნის, უნარ-ჩვევების, მოღვაწეობის ხერხებს შორის, აგრეთვე ცოდნის მიწოდების ფორმების, მეთოდების და ხერხების შორის. ერთვება რა პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტაზე მიმართულ მოქმედებაში, ცოდნა მნიშვნელოვნად გარდაიქმნება. აქედან გამომდინარე ცოდნის ათვისების პროცესის ეფექტურობა დამოკიდებულია მათი შესწავლის მოღვაწეობის ხასიათზე.

ყოველი საგნის შესწავლის პროგრამაში ისეთი პირობის შეტანა, როგორიცაა საგანთაშორისი კავშირები აზ-

რით უზრუნველყოფს მოსწავლეთა ცოდნის მეცნიერულობას, სისტემატურობას, შემეცნებითი ინტერესების და უნარების განვითარებას, ანუ ხელს უწყობს სხვა დიდაქტიკური პრინციპების რეალიზაციას [161].

საგანთაშორისი კავშირების რეალიზება ხელს უწყობს შემეცნებითი საქმიანობის და ინტერესების, ერთიან მთლიანობაში სასწავლო პროცსის აქტივიზაციას.

ნაშრომში „ადამიანი, როგორც აღზრდის საგანი“ კ.უშინსკიმ [160], ერთ-ერთმა პირველმა დააყენა საკითხი საგანთაშორისი კავშირების კლასიფიკაციის შესახებ. სხვადასხვა ასოციაციური კავშირის განხილვის საფუძველზე მან გამოყო საგანთაშორისი კავშირების რამდენიმე ჯგუფი დაპირისპირებულობის, მსგავსების, დროის, ადგილის ერთიანობის და ა.შ. მიხედვით.

დროის კატეგორიის მიხედვით იქნა გამოყენებული წინასწარი, თანმდევი და შემდგომი კავშირები, რომელთა განხორციელება ხელს უწყობს ცოდნის სისტემატიზაციას, უზრუნველყობს დაყრდნობას უკვე განვლილს სხვა საგნებში, ეხმარება სწავლებაში პერსპექტივის განსაზღვრაში (ი. ლერნერი, ნ, ლაშქარავა) [130], [132].

აღნიშნული კვლების საფუძველზე ვ.მაქსიმოვას მიერ შემოთავაზებული იქნა საგანთაშორისი კავშირების კლასიფიკაცია, სადაც გამოყოფილია სამი სისტემური საფუძველი: სასწავლო მასალის შინაარსის საინფორმაციო სტრუქტურა, სასწავლო-შემეცნებითი მოღვაწეობის სტრუქტურა, სასწავლო პროცესის საორგანიზაციო ელემენტები.

1. შინაარსობრივ-საინფორმაციო საგანთაშორისი კავშირები:

-ფაქტიური-ნათესაობითი კავშირის დადგენა სხვადასხვა საგანში შესასწავლ ფაქტებში, რომლებიც ადასტურებენ და ხსნიან ზოგად იდეებსა და თეორიებს;

-თეორიული-სამეცნიერო ცნებების სისტემა, რომელშიც ასახულია ფაქტების, კანონების, პოსტულატების, შედეგების, დებულებების ურთიერთკავშირები, რომლებიც მიეკუთვნება განსაზღვრულ საგნობრივ სფეროს;

2. საოპერაციო-სამოღვაწეო საგანთაშორისი კავშირები:

-შემეცნებითი (ცოდნის მოპოვების ხერხის შესახებ) საგანთაშორისი კავშირები-აყალიბებენ განზოგადებულ შემეცნებით უნარებს (გონებრივი, თეორიული, შემოქმედებითი, თვითსაგანმანათლებლო);

-პრაქტიკული (ცოდნის გამოყენების ხერხის მიხედვით) საგანთაშორისი კავშირები-ხელს უწყობენ მოსწავლეებში შემეცნებით-პრაქტიკული უნარების გამომუშავებას (საანგარიშო-საზომი, გრაფიკული, ექსპერიმენტული, გამოსახვითი და სხვა).

3. საორგანიზაციო-მეთოდური საგანთაშორისო კავშირები:

-რეპროდუქციული, საძიებო, შემოქმედებითი (ცოდნის ათვისების ხერხის მიხედვით);

-კურსებთშორისი, შიდაციკლური, ციკლთაშორისი, შიდასაგნობრივი (განხორციელების ჰორიზონტალური მიხედვით);

-მონაცვლეობითი, თანმდევი, პერსპექტიული (განხორციელების დროის მიხედვით);

-ცალმხრივი, ორმხრივი, მრავალმხრივი (საგნების ურთიერთკავშირის ხერხის მიხედვით);

-ეპიზოდური, სისტემატური (რეალიზაციის მუდმივობის მიხედვით);

-საგაკვეთილო, თემატური და ა. შ. (სასწავლო პროცესის ორგანიზაციის დონის მიხედვით);

-ინდივიდუალური, ჯგუფური, კოლექტიური (სწავლების პროცესში მოსწავლეთა და მასწავლებელთა საქმიანობის ორგანიზაბის ფორმების მიხედვით).

სწავლის პროცესში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის შესაძლებლობების შესწავლა იძლევა საშუალებას გაკეთდეს დასკვნები მათ ზეგავლენაზე მოსწავლეთა შემეცნებითი მოღვაწეობის მიმდინარეობასთან მიმართებაში.

ცოდნის ათვისების პროცესში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაცია განსაზღვრულ ზეგავლენას ახდენს მის მიმდინარეობაზე. საწყის ეტაპზე ახალი მასალის გაცნობასთან მომზადებისას ისინი გვეხმარებიან მივიყვანოთ ბავშვები უცნობის აქტიურ აღქმასთან, უზრუნველყონ კავშირი და გადასვლა ცნობილიდან უცნობამდე. ყველაფერ ამას უზრუნველყოფს ის, რომ საგანთაშორისი კავშირები ხელს უწყობს წინმსწრები არეკვლის ჩამოყალიბებას, რომელიც განჭვრეტს აღქმას. ამ ეტაპზე მათი რეალიზება ხდება ურთიერთდაკავშირებულ ცოდნაზე დაფუძნებული კითხვების და ამოცანების გამოყენების გზით (ბ. ესიპოვი) [121].

ახალი მასალის გაცნობისას ხდება მისი შედარება სხვადასხვა დისციპლინებიდან უკვე მიღებულ ცოდნასთან, ანალიზი, დაზუსტება და გამდიდრება.

ამრიგად, უზრუნველყოფილია ახალი მასალის ჩართვა ცოდნის სისტემაში. ცოდნის შეთვისების შემდგომ ეტაპზე-გააზრება და გამყარება-საგანთაშორისი კავშირები აგრძელებენ თავისი გამააქტივებელი როლის შესრულებას. მათი განხორციელება ხდება წარსული გამოცდილების მოზიდვის წყალობით, რომელიც ხელს უწყობს დროის კავშირების-კვალების წარმოქმნასა და განმტკიცებას. გარდა ამისა, საგანთაშორისი კავშირები საშუალებას იძლევა გაამრავალფეროვნოს მასალის განმტკიცების ხერხები, აამაღლოს დავალებათა ვარიანტულობა, გამეორება იძენს განზოგადებულ ხასიათს. ბავშვები აღიქვამენ მნიშვნელოვან ფაქტებს, რაშიც მათ ეხმარება უკვე ცნობილი არსებული კავშირები და დამოკიდებულებები. განმეორების პროცესის მსგავსი ორგანიზება გვეხმარება მყარი, სისტემური და შეგნებული ათვისების უზრუნველყოფიაში. საგანთაშორისი კავშირების გამოყენება მათი ფორმირებისას და განმტკიცებისას ხელს უწყობს მათ განზოგადებას, შეგნებას და სიმყარეს.

მნიშვნელოვან როლს ასრულებს საგანთაშორისი კავშირები უმცროსკლასელთა სწავლების პროცესის ოპტიმიზაციაში, რადგან დაუშვებელია ერთი და იგივე სასწავლო მასალის დუბლირება სხვადასხვა სასწავლო საგანში, ამიტომ იზრდება გაკვეთილის საორგანიზაციო გამოყენების შედეგიანობა.

დაწებითი კლასების სწავლების პროცესში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაცია არა მხოლოდ აძლევს მას დამატებით შესაძლებლობებს, არამედ უყენებს რიგ მოთხოვნებს. აუცილებელი ხდება კონკრეტუ-

ლი საგაკვეთილო ამოცანების კომპლექსურად ჩამოყალიბება, რომელიც შეიცავს მომიჯნავე სასწავლო საგნების ამოცანებს, აგრეთვე აუცილებელია გაკვეთილის შესაბამისი შინაარსის შემუშავება. სასწავლო პროცესის მსგავსი აგების დროს მოსწავლეთა შემეცნებითი მოღვაწეობა შეიცავს მუშაობის განზოგადებული უნარ-ჩვევების სპეციალურად ორგანიზებულ სწავლებას, რაც დამახასიათებელია სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინებისათვის. კომპლექსურობა აუცილებელია სასწავლო მოღვაწეობის აქტივიზაციის საშუალებების გამოყენებაში, სწავლების ფორმებსა და საშუალებებში, რომლებიც დამახასიათებელია სხვადასხვა სასწავლო საგნებში, სასწავლო პროცესის დაგეგმარებაში.

ეს კვლევები საფუძვლად დაედო ჩვენს დასკვნას, რომ უმცროს სასკოლო ასკში აუცილებელია სასწავლო პროცესის აგება საგანთაშორისი კავშირების საფუძველზე. მასში თავდაპირველად უნდა იყოს დაგეგმილი სხვადასხვა გაკვეთილებზე არსებული ცოდნის ურთიერთგამოყენების შესაძლებლობები, აგრეთვე ათვისებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება. ცოდნის პრაქტიკული გამოყენება სასწავლო და შრომითი საქმიანობის სხვადასხვა სახეობებში იწვევს ახალი ქმედითი და ინტეგრირებული ცოდნის და უნარების წარმოქმნას. თავის მხრივ მათი ჩამოყალიბება მოსწავლეებს აძლევს შესაძლებლობებს ახალი დონის პრაქტიკული და თეორიული ამოცანების ამოსახსნელად.

ამრიგად, საგანთაშორისო კავშირების რეალიზაციის შედეგია ახალი ცოდნა (რომელიც წარმოიქმნა სხვადასხვა საგნებიდან ცოდნის კავშირების ათვისების მეშ-

ვეობით) ან ახალი განზოგადებული უნარი (რომელიც ჩამოყალიბდა სხვადასხვა საგანში გამოყენებული სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობის ხერხებს შორის კავშირების ათვისებით). სასწავლო პროცესში საგანთაშორისი კოორდინაცია ხელს უწყობს მოსწავლეთა შემეცნებითი მოღვაწეობის განვითარებას და აქტივიზაციას, სასწავლო პროცესის ოპტიმიზაციას.

სწავლების პროცესში საგანთაშორისი კავშირების ეფექტური განხორციელებისათვის აუცილებელია მათ საფუძველში არსებული ფსიქოლოგიური კანონზომიერებების გათვალისწინება. საგანთაშორისი კავშირების დადგენა ეფუძნება ტვინისა და ფსიქიკური ფუნქციების მუშაობის სისტემურობის ფსიქოლოგიურ და ფიზიოლოგიურ მონაცემებზე. ი.სეჩენოვის აზრით, გარე სამყაროს აღქმა მიმართულია საგნებს შორის კავშირების და დამოკიდებულებების გარკვევაზე. ცოდნით გამდიდრებას წინა პლანზე გამოაქვს ხარვეზების შევსების ამოცანა, ცნებების და წარმოდგენების სისტემაში მოყვანა, მათი დაჯგუფება სახელმძღვანელო იდეების საფუძველზე. ამასთანავე, სწავლების პროცესის საფუძველია დაგროვილი ცხოვრებისეული გამოცდილება, ცოდნის, უნარ-ჩვევების სისტემატიზაცია, მათი მოძრაობის უნარი. ახალი ცოდნის სისტემატიზაციის პროცესს თან ახლავს მათ შორის ახალი კავშირების დამყარება. ი.სეჩენოვის მიერ შემუშავებული სწავლების შესაბამისად, ტვინის მოღვაწეობის საფუძველში ძევს მუდმივი და დროებითი კავშირების (ასოციაციების) სისტემა, რომელიც განსაზღვრავს ადამიანის მიერ გარე სამყაროს აღქმას [155].

ი.სამარინი შრომებში ეყრდნობოდა ი.სეჩენოვის გამოკვლევებს უმაღლესი ნერვული მოღვაწეობის ფუნქციონირების კანონზომიერებებზე და გამოთქვა აზრი, რომ „ყველანაირი ცოდნა არის ასოციაცია ანუ ფიზიოლოგიური დროებითი კავშირი; ცოდნის სისტემა არის ასოციაციების, ანუ დროებითი კავშირების სისტემა“ [154]. განასხვავებენ ლოკალურ, კერძოსისტემურ, შიდასისტემურ, სისტემათაშორის და საგანთაშორის ასოციაციებს.

ნებისმიერი ცოდნის საწყისი ლოკალური და კერძოსისტემური ასოციაციებია. ლოკალური ასოციაცია არის უმარტივესი ნერვული კავშირი, რომელიც ქმნის ელემენტარულ ცოდნას საგნის ან მოვლენის შესახებ. ის არის შედარებით იზოლირებული და არ არის შესაბამისობაში სხვა კავშირებთან, არ უზრუნველყოფს სრულყოფილი სააზროვნო, შესაბამისად კი სასწავლო-შემეცნებითი მოღვაწეობის შესაძლებლობას. კერძოსისტემური ასოციაციები არის გონებრივი მოღვაწეობის დასაწყისი და წარმოადგენენ ორგანიზებული ცოდნის პირველ საფეხურს. ამ ასოციაციების განხორციელებისას ხდება ახალი ფაქტების და ცნებების შერჩევა, შესწავლილი ცნებების და ფაქტების ახლებთან შედარება, ცოდნის განზოგადება. მოსწავლეთა ანალიზურ-სინთეზური მოღვაწეობის განხორციელება სასწავლო შემეცნებაში იწყება სწორედ ამ დონეზე.

შიდასისტემური ასოციაციები წარმოადგენენ გაფართოებულ კერძო სისტემურ ასოციაციებს, რომლებიც განსაზღვრული სახით უკავშირდებიან ერთმანეთს. აღნიშნულ ეტაპზე გონებრივი მოღვაწეობა მოიცავს

ცოდნის გამოყენებას შესწავლილი საგნის ფარგლებში. შიდასისტემური ასოციაციები აერთიანებენ კურსის შინაარსს სისტემაში. აქ გონებრივი მოღვაწეობა მიმართულია ძირითადი ცნებების გამოვლენაზე, ზოგადი და განმასხვავებელი ნიშნების გამოყოფაზე, მიზეზის და შედეგის დადგენაზე. მოსწავლეთა ცოდნის სისტემატიზაცია ხდება სწორედ შიდასისტემური ცოდნის სხვადასხვა სახის წარმოქმნის მეშვეობით.

სისტემათაშორისი და საგანთაშორისი ასოციაციები წარმოადგენენ მოსწავლეთა გონებრივი მოღვაწეობის უმაღლეს ეტაპს, მათი წარმოქმნა შესაძლებელია სხვა სახის ასოციაციებთან მჭიდრო ურთიერთკავშირის უზრუნველყოფის შემთხვევაში. სისტემათაშორისი და საგანთაშორისი ასოციაციები მოიცავენ ცოდნის, უნარების და ჩვევების სხვადასხვა სისტემებს რიგ სასწავლო დისციპლინებში. ისინი იძლევიან საშუალებას განვაზოგადოთ შესწავლილი მასალა, განვიხილოთ ის სხვადასხვა ასპექტში. სისტემათაშორისი კავშირების წარმოქმნა წარმოადგენს სხვადასხვა საგნობრივი სფეროების ცოდნის ინტეგრაციის საფუძველს.

ი.სამარინის აზრით სისტემათშორისი და საგანთაშორისი ასოციაციების ჩამოყალიბება ხელს უწყობს პრაქტიკული და თეორიული ცოდნის განზოგადებას, მეცნიერული მსოფლმხედველობის ჩამოყალიბებას და წარმოადგენს საგანთაშორისი კავშირების საფუძველს.

გონებრივი მოღვაწეობის შესწავლის საფუძველს, რომელიც მიმდინარეობს საგანთაშორისო კავშირების გამოყენებით, წარმოადგენს ასოციაციური კავშირი. საწყისი წარმოდგენა ობიექტებზე და მოვლენებზე,

რომელსაც ბავშვები იღებენ დაწყებითი კლასებში ცალკეულ გაკვეთილებზე („ლოკალური ასოციაციები“), ერთიანდება და სწავლის პროცესში ხდება ურთიერთ დაქვემდებარებული, რაც წარმოადგენს განზოგადების შემდეგ საფეხურს, მას მივყავართ „კერძოსისტემურ კავშირებთან“ და ასახავს საგნებს უფრო სრულად და სხვადასხვა თვალსაზრისით. საგანთაშორისი კავშირები ლოკალური ასოციაციების გაერთიანებისათვის იძლევა წარმოდგენების ისეთ დონეს, რომელიც აუცილებელია მათ საფუძველზე ცნებების შემდგომი ჩამოყალიბებისათვის [154].

საგანთაშორისო კავშირების პრობლემის ფსიქოლოგიური ასპექტები განიხილება აგრეთვე ნ.მენჩინსკაიას, ე.კაბანოვა-მელერის გამოკვლევებში. ისინი თვლიან, რომ საგანთაშორისი კავშირების განხორციელებისათვის აუცილებელია საგანთაშორისი ასოციაციების წარმოქმნა, მრავალჯერადი განმეორება, რომელიც ყოველ ჯერზე ახალ პირობებში მიმდინარეობს სხვადასხვა დისციპლინების შესწავლისას და მას თან ახლავს სხვადასხვა გამაღიზიანებელი, წარმოადგენს საგანთაშორისი ასოციაციების წარმოქმნის საფუძველს. საგანთაშორის ასოციაციურ კავშირებს ეკუთვნის წამყვანი როლი ცნებების ჩამოყალიბების პროცესში, რაც უფრო მრავალფეროვანია შესასწავლ ცნებებს შორის კავშირი, უმცროსკლასელებს მით უფრო მყარად ამახსოვრდებათ და ღრმად შეიმეცნებენ მას. მაშასადამე, არსებობს სწავლების მეთოდების გამოყენების აუცილებლობა, რომელიც სტიმულირებას უწევს მოსწავლეთა ასოციაციურ გონებრივ მოღვაწეობას. შედეგად მოსწავლეები

იწყებენ ცნებათა ოპერირებას ფართო წრით და იყენებენ მათ სხვადასხვა საგნის შესწავლის დროს [123], [135].

გამოკვლევების შედეგები მოწმობენ, რომ საგანთაშორისი კავშირები სწავლების პროცესში წარმოადგენენ საგანმანათლებლო, აღმზრდელობით და განმავითარებელი ფუნქციების რეალიზაციის უმნიშვნელოვანეს საშუალებას.

მოცემული დებულებების ერთ-ერთი შედეგია ცოდნის ათვისების აუცილებელი შერწყმა მათ გამოყენებასთან. ცოდნის ათვისება და გამოყენება ერთიანი პროცესის ორი მხარეა. დაწყებითი კლასების ერთი სასწავლო საგნის შინაარსში შემავალი ცნებების უცვლელი შინაარსით გამოყენება ხდება სხვა სასწავლო საგანშიც. ამიტომ ცხადია, ისინი წარმოადგენენ საგანთაშორისი ასოციაციების წყაროს. განსაკუთრებული როლი აღნიშნული იდეის რეალიზაციაში ეთმობა მასწავლებელს, რადგანაც მის მიერ საგნების ურთიერთკავშირების სწორი აგება ხელს უწყობს უფრო სრული, სწორი წარმოდგენების ჩამოყალიბებას. საგანთაშორისი კავშირები წარმოადგენს ერთიანი სისტემური ცოდნის ჩამოყალიბების აუცილებელ პირობას.

სასწავლო საგნების ურთიერთდაკავშირებული სწავლების განხორციელება დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს ჩამოუყალიბებს უნარს ორგანიზაციულად და მიზანმიმართულად შესრულონ მოქმედებები ახალი ამოცანების ამოსახსნელად, შეძლონ მოსალოდნელი შედეგების განჭვრეტა მიღებული ცოდნის ერთი სასწავლო დისციპლინიდან მორეში გადატანის დროს.

ახალ პირობებში ცოდნის გადატანა მათი გამოყენების მსვლელობაში ხელს უწყობს განზოგადებულობის ზრდას. ლ.ვიგოტსკის, ვ.დავიდოვის, პ.ლეონტიევის კვლევები გვიჩვენებს, რომ დაწყებითი კლასის მოსწავლეების მიერ შესასწავლ მასალასთან ერთად მოქმედებათა ხერხების აღქმა ხელს უწყობს ცოდნის გაგებას და გამყარებას [115], [120], [129].

ბავშვების მიერ სხვადასხვა გაკვეთილზე საგნის შესახებ ადრე ათვისებული ცოდნის სპეციალურად ორგანიზებული კვლავწარმოება ხელს უწყობს ახალი მასალის არა მხოლოდ უკეთეს ათვისებას და გაგებას, არამედ მის უკეთესად დამახსოვრებას და სისტემაში მოყვანას. ა.სმირნოვის აზრით, სასწავლო მასალის აზრობრივი დაჯგუფება, მასში ზოგადი საყრდენი პუნქტების გამოყოფა, ახალის და უკვე ათვისებულს შორის კავშირების დამყარება ხელს უწყობს უფრო მყარ დამახსოვრებას, ჩამოყალიბებული წარმოდგენების მდგრადობას და მათ მკაფიოობას. ეს თავის მხრივ ხელს უწყობს სახეების მეტ დიფერენცირებას. ერთი სასწავლო საგნიდან ცოდნისა და უნარების მეორის შესწავლის პროცესში გადატანის ხერხის დაუფლებას მოსწავლეთა ანალიზურ-სინთეტიკურ მოღვაწეობაში შეაქვს მეტი მიზანდასახულობა, ზრდის აქტუალურობას და დამოუკიდებლობას, ეხმარება ცხოვრებისეულ-პრაქტიკული ამოცანების ეფექტური გადაწყვეტილების ხერხების და ლოგიკის ათვისებაში.

აზროვნების მიზანია საგნების და მოვლენების არსებითი და აუცილებელი კავშირების გამოვლენა ანალიზის საფუძველზე სინთეზის მეშვეობით. ანალიზის

გასვლა ერთი სასწავლო დისციპლინის ჩარჩოებიდან აღრმავებს და აფართოებს მას, აჰყავს უფრო მაღალ დონეზე. როგორც აღნიშნავს ს.რუბინშტეინი, მასალის შიგნით ურთიერთკავშირების დამყარება წარმოადგენს გონებრივი მოღვაწეობის განსაზღვრულ ხერხს, რომელიც არის სინთეზის და განზოგადების სისტემა შემეცნებითი ამოცანების ამოხსნაში [152]. აზროვნების ასოციაციურ-რეფლექტური ბუნების და მისი სისტემური ხასიათის აღიარებამ განსაზღვრა ცოდნის ათვისების პროცესი, როგორც ასოციაციების რთული სისტემის ჩამოყალიბება, რომელიც ასახავს კავშირებს საგნებსა და მოვლენებს შორის. საგანთაშორისი კავშირები უზრუნველყოფენ სწავლების, აღზრდისა და შრომითი საქმიანობის ერთიანი სისტემის აგებას, მნიშვნელობანი ზეგავლენა აქვთ წარმოდგენების განზოგადების, სიმტკიცის, სისრულის და დიფერენცირებულობის ჩამოყალიბების ხარისხზე. ეს დადებითად აისახება ცნებების ათვისებაზე, რომლებიც შეადგენენ სასწავლო საგნების შინაარსს [107], [108], [111].

კვლევებში, რომლებიც ბ.ანანიევის ხელმძღვანელობით ჩატარდა, საგანთაშორისი კავშირები და მათი გამოყენება სწავლების პროცესში განიხილება, როგორც მოსწავლეთა შემეცნებითი მოღვაწეობის აქტივიზაციის ერთ-ერთი გზა, რომელიც წარმოდგენების და ცნებების ჩამოყალიბებას ფსიქოლოგიური კანონზომიერების საფუძველზე ახდენს.

საგანთაშორისი კავშირების პრობლემა-რთული პედაგოგიური მოვლენაა, რომელიც ასახავს სკოლაში სწავლების საგანმანათლებლო, აღმზრდელობითი და

განმავითარებელი ფუნქციების ერთობლიობას და ურთიერთკავშირს. საშუალებების შერჩევაში.

პედაგოგოკაში ურთიერთკავშირების განხორციელება სწავლებაში ცოდნის ერთიანი სისტემის ჩამოყალიბების მიზნით, მისი გადატანის უნარების განვითარება, განზოგადების ზრდის უზრუნველყოფა ითვლება მუშაობის ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს მიმართულებად.

მეთოდიკური ხასიათის გამოკვლევების უმრავლესობაში ქართველი ავტორები საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის ერთ-ერთ მთავარ პირობად თვლიან შესასწავლი სასკოლო დისციპლინების პროგრამების შეთანხმებულობას [125], [126], [3], [4], [5], [6], [43].

ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური კვლევების მონაცემები მოწმობს, რომ პრაქტიკულ მოღვაწეობაში ათვისებული მასალის გამოყენების წარმატება დამოკიდებულია მისი განზოგადოების ხარისხზე და ხასიათზე, უნარისგან მოხდეს მსგავსი მასალის დიფერენცირება და მისი შერჩევით გამოყენება. განსაკუთრებით დიდია გონებრივი მოღვაწეობის პროცესში გადართვის უნარი ერთი გონებრივი ოპერაციის შესრულებიდან მეორეზე პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნის დროს.

განსაკუთრებით საინტერესოა მეცნიერული კვლევები უმცროსკლასელებში გრაფიკული ჩვევების, აზომვითი და გამოთვლითი უნარების ჩამოყალიბების საკითხებზე. მათემატიკური ცოდნის და მხაზველობითგრაფიკული უნარების გამოყენების სწავლების ოპტიმიზაციის გზების ძიებით დადგენილია, რომ, მათემატიკის, ბუნებისმცოდნეობის და შრომითი სწავლების გაკეთილების ურთიერთდაკავშირებული ჩატარება უზ-

რუნველყოფს მოსწავლეთა ზოგადი განათლების და შრომითი მომზადების ხარისხის ამაღლებას.

საგანთაშორისი კავშირების განხორციელების აუცილებლობა მათემატიკის სწავლების დროს დაწყებით კლასებში (განსაკუთრებით მისი გეომეტრიული შემადგენელი) განპირობებულია სასწავლო დისციპლინის შინაარსით, მასალის ათვისების ზოგადი და სპეციფიკური, მხოლოდ ცოდნის ამ სფეროსათვის დამახასიათებელი კანონზომიერებებით. გეომეტრიის ელემენტები-მათემატიკის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ნაწილია ცხოვრებისეულ-პრაქტიკული თვალსაზრისით, რომელსაც შეისწავლიან I-IV კლასის მოსწავლეები [145].

დაწყებითი კლასების მოსწავლეთათვის გეომეტრიის ელემენტების სწავლების მეთოდიკის შემუშავებას უკავშირდება ა.პიშკალოს სამეცნიერო კვლევები. მან დაასაბუთა ბავშვებისათვის გეომეტრიული ცოდნის და უნარების გაცნობის აუცილებლობა უმცროსი სასკოლო ასაკიდან. პროგრამაში მათ ჩართვას საფუძვლად დაედო ფორმის შესახებ წარმოდგენების მარაგის დაგროვების აუცილებლობა იმისათვის, რომ უფროს კლასებში ბავშვებმა წარმატებით აითვისონ გეომეტრიის სისტემური კურსი. ექნებათ გეომეტრიული ცოდნის და უნარების მოთხოვნა სხვა საგნების შესწავლის დროს: ხატვა, ხელსაქმე და სხვ. [146]. მან განსაზღვრა უმცროს კლასებში გეომეტრიის ელემენტების სწავლების ძირითადი ამოცანები: 1) გრძნობითი გამოცდილების დაგროვება და მის საფუძველზე გეომეტრიული წამოდგენების ჩამოყალიბება ცნებების შემდგომი ათვისებისათვის; 2) აზროვნების განვითარება; 3) სივრცითი წარმოდგენების და წარმოსახვის ჩამოყალიბება; 4)

გეომეტრიული მასალის სხვა საგნების შინაარსთან კავშირის უძრუნველყოფა.

მან გამოყო უმცროს კლასებში გეომეტრიის სწავლების ორგანიზაციის პრინციპები: 1) თვალსაჩინოება; 2) ფიგურის გეომეტრიული ფორმების და მისი თვისებების ათვისების საცდელ-პრაქტიკული ხასიათი; 3) ცოდნისა და უნარების ჩამოყალიბების ქმედითი ხასიათი.

განსაზღვრა მხაზველობით-გრაფიკული ხასიათის პრაქტიკული უნარების ადრეული ჩამოყალიბების აუცილებლობა, მხაზველობით-საზომი ხელსაწყოების გამოყენებით ფიგურების და ხაზების აგება (დახაზვა). განსაკუთრებული ადგილი გეომეტრიის ელემენტების სწავლებაში ეთმობა პრაქტიკული მოღვაწეობის სხვადასხვა სახეობებს, როგორც გეომეტრიული ცოდნის ჩამოყალიბების მნიშვნელოვან პირობას, პრაქტიკულ გამოყენებას, მოდელირებას და კონსტრუირებას: გეომეტრიული ფორმების დამზადება სხვადასხვა მასალასთან მუშაობით (ქაღალდი, პლასტილინი და სხვ.).

მოდელირების და კონსტრუირების გამოყენება, როგორც მოსწვლეთა სასწავლო მოღვაწეობის უმნიშვნელოვანესი სახეობა გეომეტრიული მასალის შესწავლისას განხილულია გ.გლეიზერის, ვ.ზიკოვას, ა.კისელიოვის და სხვათა გამოკვლევებში [117]. კონსტრუირება არის მოღვაწეობა, რომელსაც გააჩნია სამოდელო ხასიათი. წარმოსახვა ერთვება მოსწავლის მოღვაწეობაში და აძლევს საშუალებას ახალი და ნაცნობი ამოცანების ამოხსნისას მნიშვნელოვნად უფრო სწრაფად იპოვნოს პასუხები. ძერწვის და კონსტრუირების პროცესში ბავშვები ქმნიან მოცულობით საგნებს და საკმარისად რთულ კონსტრუქციებს. ამასთანავე იხვეწება და ვითა-

რდება ზოგადი და მცირე მოტორიკა, მხედველობით-სამოძრაო კოორდინაცია, წარმოსახვა და გონებრივი მოღვაწეობა. კონსტრუქციული მოღვაწეობის პროცესში, აგრეთვე აპლიკაციის, ძერწვის, ხატვის დროს ბავშვები გამოცდილების გზით ეუფლებიან სენსორულ ეტალონებს.

ყველა განხილულ მეთოდიკაში ძირითადი ყურადღება ეთმობა არა მხოლოდ გეომეტრიული საბაზო ცოდნის ჩამოყალიბებას, არამედ შემეცნებითი მოღვაწეობის განვითარებას უმცროსი სასწავლო ასაკის ბავშვების ფსიქოფიზიოლოგიური თავისებურებების გათვალისწინებით და მათ მიერ გეომეტრიული მასალის ათვისების სპეციფიკით [109].

თავის კვლევაში ს.ალპეროვიჩი გამოყოფს ხუთ ძირითად მიმართულებას უმცროსკლასელთა მიერ გეომეტრიის სწავლებაში: მიწათაზომვითი სამუშაოების საფუძველზე, გეომეტრიის სწავლა მოდელებზე, გეომეტრიული ფიგურების აგების მეშვეობით, ცდის გზით, სხვადასხვა მეთოდების გამოყენებით.

გეომეტრიული წარმოდგენების განვითარების საწყის ეტაპზე ავტორი გვთავაზობს ჩატარდეს მუშაობა ქაღალდის ფურცლის გადაკეცვაზე, ბრტყელი გეომეტრიული ფიგურების გამოჭრაზე და მოცულობითი სხეულების გაშლაზე, ჩხირებით და პლასტილინით მრავალკუთხედების და მრავალწახნაგების კონსტრუირებაზე, მრგვალი სხეულების-სფეროს, კონუსის, ცილინდრის ძერწვაზე. შემდგომი ეტაპი-ამ ფიგურების გამოსახვა ნახატზე და ნახაზზე. როგორც ავტორი ვარაუდობს, ამ შემთხვევაში გარე სამყაროს შესწავლა ხდება არა მხოლოდ რაოდენობრივი დამოკიდებულებებით, არა-

მედ სივრცითის მხრიდანაც. ასეთი მუშაობა ქმნის ხელსაყრელ პირობებს შესასწავლი გეომეტრიული მასალის შრომით სწავლებასთან კავშირების განსახორციელებლად.

ნაშრომში [174] განხილულია მოსწავლეთა შიშების ფენომენი, რომელიც სამეცნიერო ლიტერატურაში ცნობილია, როგორც მათემატიკური შიშები (ნეგატიური განცდები, დაძაბულობა და შიში, რომელსაც განიცდის მრავალი მოსწავლე მათემატიკის შესწავლის დროს), აგრეთვე ის შედეგები, რომელსაც იწვევს მათემატიკური შიშები მათემატიკის ეფექტურად სწავლის განსახორციელებლად.

ნაშრომში გადმოცემულია ავტორთა მოსაზრებები, რომელთა თანახმად მათემატიკური შიშების დასაძლევად აქცენტი უნდა გადავიტანოთ მათემატიკის შესწავლაში მიღწეული შედეგებზე, არ უნდა მოხდეს მიღწეული შედეგების იგნორირება და რა გავლენას ახდენს მათემატიკის შესწავლისას მიღწეული შედეგები მოსწავლეთა ქცევებზე, განსაკუთრებით უმცროს სასკოლო ასაკში.

[175] კვლევა ეხება ბავშვების მათემატიკური აზროვნების განვითარებას. ჩატარებული იქნა ექსპერიმენტი 6-დან 9 წლამდე ასაკის ბავშვებში, თუ როგორ ხდება სასწავლო მათემატიკური მასალის შემეცნება სხვადასხვა მიმართულებებით, მაგალითად არითმეტიკაში, მონაცემთა ანალიზში/ალბათობაში, ალგებრასა და გეომეტრიაში, როგორი შედეგები ქონდათ და სად უკეთესი შედეგები აჩვენეს, ექსპერიმენტში მონაწილეობდა 167 ბავშვი.

კვლევაში [178] განხილულია, როგორ ეხმარება ბავშვებს მათემატიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაში

განმავითარებელი საკითხების ჩართვა და როგორ იყენებენ ამ მიდგომას ამერიკის სკოლებში მათემატიკური განათლების პრაქტიკაში. კვლევაში ყურადღება უფრო მეტად ფსიქოლოგიურ ასპექტზეა გამახვილებული, მასში გადმოცემულია როგორ განვუვითაროთ ბავშვებს მათემატიკურად აზროვნება და დავეხმაროთ მათ გამოიყენონ მიღებული ცოდნა პრაქტიკაში, რაც იმას არ ნიშნავს, რომ მოსწავლეებმა ისწავლონ და უბრალოდ იცოდნენ განტოლებების და ამოცანების ფურცლებზე ამოხსნა).

ნაშრომში [179] ძირითადად ყურადღება გამახვილებულია სწავლების ფსიქოლოგიური ასპექტების შესახებ. ავტორის მიერ გამოყენებულია იმ დროისათვის ფსიქოლოგიაში შესრულებული მნიშვნელოვანი კვლევები. ძირითადი აქცენტი გადატანილია და ხაზგასმულია მოსწავლეთა სასწავლო პროცესში აქტიური ჩართულობის და აქტიური სწავლების მნიშვნელობა. ნაშრომი დაყოფილი აქვს 12 ნაწილად. მათში ყველაზე მეტად აქცენტი აქტიურ სწავლებაზე და სასწავლო პროცესში ჩართულობაზე აქვს გამახვილებული.

წიგნი [180] სკოლამდელი აღზრდის მასწავლებლებს აცნობს ვიგოტსკის თეორიას და უმცროსკლასელთა კვლევებს, რომლებიც ეყრდნობა ამ თეორიას და მისგან გამომდინარე თანამედროვე საგანმანათლებლო პრაქტიკის შედეგებს. კვლევა მოიცავს შვიდ თავს. პირველი თავი აღწერს ვიგოტსკის ცხოვრებას, იმ სოციალურ პირობებს, რომელშიც წარმოიშვა მისი იდეები და მისი საქმიანობას. მეორე თავში დეტალურად აღწერილია ვიგოტსკის შეხედულებები, განვითარების და შემეცნების ცნებები, როგორც სოციალურად კონსტრუირებული და გააზრებული, ასევე ენა, როგორც ყველაზე მნიშვნელო-

ვანი მაკავშირებელი ადამიანის სოციალური და ფსიქოლოგიური ფუნქციონირების გეგმებს შორის. მესამე თავი ეძღვნება ვიგოტსკის შეხედულებას ბავშვების რეალური ან წარმოსახვითი თამაშების განვითარების და მნიშვნელობის შესახებ. მეოთხე თავი აჯამებს ვიგოტსკის შეხედულებებს იმ ბავშვებზე, რომელთაც სერიოზული სწავლისა და ქცევის პრობლემები აქვთ. მეხუთე თავი ადარებს ვიგოტსკის მიდგომებს წინა საუკუნეში ბავშვთა განვითარების სხვა ძირითად თეორიებს, რომელიც ცხადყოფს ვიგოტსკის მიდგომების უპირატესობას სკოლამდელთა აღზრდაში. მეექვსე თავი ეძღვნება ვიგოტსკის თეორიის თანამედროვე გამოყენებებს უმცროსკლასელთა სწავლებასა და სწავლაში. და ბოლოს, მეშვიდე თავში წარმოადგენლია ვიგოტსკის თეორიის ხედვა უმცროსკლასელთა განათლების საკითხებზე, რომელშიც გაშლილია დისკუსია აკადემიურ და ბავშვზე ორიენტირებულ სასწავლო პროგრამებზე, რაც ითვალისწინებს ბავშვების შესაძლებლობებზე რეაგირება მოახდინონ იმ ფორმით, რომ მოხდეს წინსვლა მოსწავლეთა განვითარებაში.

ნაშრომში [182] განხილულია პირველკლასელთა ქცევები და ქცევების კავშირი მათ განვითარებასთან. ავტორს აქცენტი გადატანილი აქვს როგორ უნდა შევუწყოთ მათ ხელი რომ უკეთ აითვისონ ახალი გარემო და იყვნენ ფსიქოლოგიურად სრულ მზადყოფნაში. ნაშრომში ავტორი განიხილავს ბავშვის ფსიქოლოგიის შესაბამისად როგორი მეთოდოლოგია უნდა იქნას გამოყენებული მათი მოტივაციის ხელშესაწყობად. დაახლოებით იგივე საკითხებია განხილული ნაშრომში [183].

ნაშრომში [184] განხილულია რატომ არის რთული უმცროსკლასელებისათვის ელემენტარული არითმეტიკული ცნებების შესწავლა, განხილულია სემიოტიკური მიდგომა მათემატიკურ მაგალითებში ანუ სხვაგვარად რომ ვთქვათ-საგნებით მოქმედება. მაგალითად, 1+1=2 ოღონდ შეკრების ამ ოპერაციას ავტორი განიხილავს, როგორც სახელდებულ რიცხვებზე მოქმედებას, რომელიც მისი აზრით გაცილებით ადვილი აღსაქმელია მოსწავლეებისათვის. ის შეკრებას ახდენს ასე:

ერთ ხე + ერთი ხე = ორ ხე.

მათემატიკის შესწავლა გავლენას ახდენს ინდივიდის დამოკიდებულებებზე, ემოციებსა და მათემატიკის მიმართ მოტივაციებზე. ეს აფექტური კონსტრუქციები ფართოდ იქნა შესწავლილი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში, განსაკუთრებით კი ფსიქოლოგიაში. ნაჩვენებია, რომ ეს დაკავშირებულია კოგნიტურ შედეგებთან, როგორიცაა მათემატიკური დავალებების შესრულება. ამასთან, ჯერჯერობით უცნობია, თუ როგორ ვითარდება ეს კონსტრუქციები, ან როგორ უკავშირდება მათემატიკის სწავლების ადრეულ ეტაპზე უმცროსკლასელ ბავშვებში კოგნიტურ ფაქტორებს. როგორც ასეთი, მიმდინარე სპეციალური საკითხი ფოკუსირებულია მათემატიკასთან დაკავშირებულ ზემოქმედებაზე უმცროსკლასელ ბავშვებში. მასში შედის ბოლო ემპირიული გამოკვლევები და სადისკუსიო სტატიები, რომელიც გულისხმობს მათემატიკისადმი დამოკიდებულებების, ემოციების და მოტივაციების განვითარებას და უმცროსკლასელთა ჯგუფებში ემოციურ და კოგნიტურ ფაქტორებს შორის ურთიერთობებს. ნაშრომში [185] მოკლედ არის მოცემული საკითხის ისტორიული კონტექსტი, რასაც მოჰყვება სპეციალური საკითხის

დასაბუთება და მისი სტრუქტურისა და მასშტაბის მიმოხილვა.

ნაშრომში [189] ყურადღება გამახვილებულია აქტიური სწავლების დადებით მხარეებზე, აქტიური სწავლების პედაგოგიურ და ფსიქოლოგიურ ღირებულებებზე. კვლევაში აქცენტი გადატანილია აქტიურ სწავლებასა და მოსწავლის მოტივაციას შორის კავშირზე, კერძოდ, დასაბუთებულია აქტიური სწავლების დადებითი გავლენა მოსწავლის მოტივაციაზე. ექსერიმენტის ობიექტები იყვნენ ჩვეულებრივ სასწავლო გარემოში მყოფი მოსწავლეები და აქტიურ სასწავლო პროცესში ჩართული მოსწავლეები. ექსპერიმენტის შედეგებში ყურადღება ხაზგასმულია ორ მნიშნელოვან ფაქტზე: პირველი, როგორ იმოქმედა ამ ყველაფერმა მოსწავლეების ემოციაზე და მათ მოტივაციაზე და მეორე, როგორ ეფექტურად უზრუნველყო (უფრო სწორი იქნება რით უზრუნველყო) ამ ყველაფერმა სასწავლო გარემო.

ავტორები [190] იხილავენ შეზღუდული შესაძლებლობების მქონე პირებისთვის მათემატიკის და აქტიური სწავლების საკითხებს. მასში განხილულია შეზღუდული შესაძლებლობების მქონე მოსწავლეებისთვის სწავლების ორი განსხვავებული მიდგომა: აქტიური და ტრადიციული სწავლება. აქტიური, სადაც ტრადიციულისგან განსხვავებით მოსწავლეები უშუალოდ ერთვებიან სასწავლო პროცესში და ცდილობენ ყველანაირად შეეწყოთ ხელი სასწავლო პროცესის განვითარებისა და გახალისებისთვის და ტრადიციული, ფრონტალური სწავლება. ექსპერიმენტში მონაწილეობა მიიღო 400 მოსწავლემ და შედეგმა აჩვენა რომ მოსწავლეების თვითრეგულაცია, მოტივაცია და მათი მიღწევები მათე-

მატიკის სწავლებაში, აქტიურ კლასებში ბევრად უფრო მაღალი იყო ვიდრე ტრადიციულ კლასებში.

კვლევაში [191] განხილულია აქტიური სწავლების მეთოდი, როგორც მოსწავლეთა თვითდაჯერებულობის, მოტივაციის და იმ სასწავლო უნარების ამაღლების საშუალება, რომელიც მათ დაეხმარებათ სხვადასხვა სირთულეების გადასაჭრელად და ხელს შეუწყობთ სწავლის დონის ამაღლებას. დაახლოებით იგივე საკითხებია განხილული ნაშრომში [192].

ნაშრომში [194] განხილულია რა გავლენას ახდენს სწავლება/სწავლის ახალი ინოვაციური მიდგომები მოსწავლეთა მოტივაციის ამაღლებაზე. ავტორი საკლასო ინოვაციაში გულისხმობს იმ უნიკალური გზების პოვნას, რომ მოსწავლემ შეაგროვოს და წარმოადგინოს გარკვეული მონაცემები, რომელიც ხელს შეუწყობს იმის გაანალიზებას თუ რას სწავლობენ ისინი და რით უკავშირდება ეს ყველაფერი მათ ცხოვრებას. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ავტორები ინოვაციად თვლიან სასწავლო მასალაში იმ ინფორმაციის ჩართვას, რომელიც ცხოვრებისეული სინამდვილიდან არის აღებული და თითქმის ყოველდღიური შეხება უხდებათ მოსწავლეებს.

საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში აქტიურად უნდა იქნეს გამოყენებული საგანთშორისი კავშირები, მაქსიმალურად უნდა იქნეს გათვალისწინებული ერთი საგნის სასწავლო მასალა და სწავლების მეთოდები მონათესავე სასწავლო დისციპლინებში, ამასთან სასწავლო პროცესი უნდა მიმდინარეობდეს დიდაქტიკის პრინციპების სრული დაცვით.

ჩვენ ვთვლით, რომ უმცროსკლასებში სასწავლო პროცესში მიზანშეწონილია ისეთი სახის საგანთაშორისი კავშირები, რომლებიც ფასეულია ზოგადი განათლებისათვის, ადვილად ასათვისებელია მოსწავლეებისათვის, ამავე დროს ათვისებადობა მიღწეული უნდა იქნეს ისეთი დიდაქტიკური მიდგომებით, რომ არ დაირღვეს ურთიერთდაკავშირებული სასწავლო საგნების საგანმანათლებლო დანიშნულება. განსახილავმა მასალამ უნდა უზრუნველყოს მოსწავლის შემოქმედებითი უნარის, ზოგადად აზროვნების განვითარება, თანამედროვე მსოფლხედველობის ფორმირება, მიღებული ცოდნის პრაქტიკული გამოყენება, მეცნიერული თვალსაწიერის გაფართოება, მოსწავლის მომზადება ცხოვრებისეული საკითხების დაძლევისათვის. საგანთაშორის კავშირებს მყარი ფსიქოლოგიური საფუძვლები გააჩნია და მაქსიმალურად უწყობს ხელს უმცროსკლასელებთან განმავითარებელი სწავლების განხორციელებას.

§1.2. უმცროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების პედაგოგიური საფუძვლები

უმცროსკლასელთა სწავლებაში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ჩართვა დაკავშირებულია პიროვნების აღზრდისადმი კომპლექსურ მიდგომასთან და მისი გადაჭრა სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის სრულყოფის ფართო შესაძლებლობებს იძლევა.

უმცროსკლასელთა აქტიურ სწავლებაში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები წარმოადგენენ დიდაქტიკური პრობლემის გადაჭრის მნიშვნელოვან საშუალებას. სასწავლო პროცესში ერთმანეთის პარალელურად ხდება სხვადასხვა მეცნიერებათა საწყისების დიფერენციაცია და ინტეგრაცია და ამ პროცესში დიდ როლს თამაშობს განმავითარებელი სწავლება, რომელის ეფუძნება საგანთაშორისი კავშირების განხორციელებას. მისი მეშვეობით შესაძლებელია გარე სამყაროს მოვლენებსა და პროცესებს შორის არსებული მრავალნაირი მიმართებებისა და კავშირების შეცნობა, მათ შორის ურთიერთქმედების არსში ჩაწვდომა.

უმცროსკლასელებისათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური სავარჯიშოების სასწავლო პროცესში ჩართვის შესახებ მეცნიერებს შორის არსებობს სხვადასხვანაირი მოსაზრებები. განვიხილოთ ზოგიერთი მათგანი.

გაბმავითარებელი და აქტიური სწავლების პროცესში მეცნიერები იყენებენ სასწავლო თვალსაჩინოებებს. კერძოდ, ავტორი [176] იხილავს და აფასებს დიალოგური სწავლების ჩართვის განხორციელებას და მის გავლენას პედაგოგიურ პრაქტიკაზე. ვიდეოს გამოყენებამ მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა პედაგოგიური პროცესის რადიკალურად შეცვლაში. ავტორი დაინტერესებული იყო, რომ სასწავლო პროცესი გაეხადა უფრო მხიარული, რადგან ფიქრობდა, რომ მოსწავლეების დაინტერესება ამ ფორმით უფრო მეტად გაიზრდებოდა, რადგან იზრდებოდა ინტერესი თუ რა ხდება.

ნაშრომი [177] ეხება იმას თუ როგორ მოვარგოთ სწავლება/სწავლის სხვადასხვა სტრატეგიები განსხვავებულ მიდგომებს სკოლაში. ავტორები სწავლება/სწავლის სხვადასხვა აქტივობებში გულისხმობენ მოსწავლეთათვის გაკვეთილზე განსახორციელებელ ისეთ ქმედებებს, რომლებიც იწვევენ მოსწავლეთა დაინტერესებას (მაგალითად, რაიმე თამაშების მოწყობას, სხვადასხვა შემეცნებით ექსკურსიებს და ა.შ).

ბოლო პერიოდში სამეცნიერო კვლევებში, ვლინდება მზარდი ინტერესი უმცროსკლასელთა მათემატიკის სწავლების გაუმჯობესების საკითხებისადმი, რადგან უმცროსკლასელთა მათემატიკური უნარები საფუძველს უქმნის მომავალ აკადემიურ წარმატებას. ამის საპასუხოდ, ავტორებმა [181] კვლევაში გამოიყენეს საბავშვო ბაღებში არსებული 20 საკლასო ოთახის სადამკვირვებლო მონაცემები იმის გასაგებად, თუ რას და როგორ იყენებენ სკოლამდელ ასაკში თანამედროვე პედაგოგები და როგორი მიდგომებით ახდენენ აამაღლონ ბავშვების ინტერესი მათემატიკის შესწავლის მიმართ.

ნაშრომში [186] გამოკვლეულია მცირეწლოვანი ბავშვების მათემატიკური შესაძლებლობები. კოგნიტური გამოკვლევები აჩვენებს, რომ მცირეწლოვან ბავშვებს შეუძლიათ მათემატიკა შეისწავლონ იმაზე უფრო მეტად და ღრმად, ვიდრე ჩვეულებრივ ვარაუდობენ. მეორე საკითხია მცირეწლოვანი ბავშვების მათემატიკური განათლების შინაარსი და კომპონენტები. ნაჩვენებია, რომ მცირეწლოვანი ბავშვებისთვის მათემატიკის შინაარსი ფართოა (რაოდენობა და ოპერაციები, ფორმა, სივრცე, გაზომვა და სტრუქტურა) და ზოგჯერ აბსტრაქტული. იგი მოიცავს აზროვნების პროცესებს, ასევე უნარებს და მექანიკურ მეხსიერებას. მათემატიკის სწავლების კომპონენტები მცირეწლოვან ბავშვობაში მერყეობს თამაშიდან დაწყებული ორგანიზებულ სასწავლო პროცესამდე) და მიზანმიმართულ სწავლებამდე. ავტორები განსაკუთრებულ ყურადღებას უთმობენ სკოლამდელი აღზრდის მასწავლებლების მათემატიკურ მომზადებას.

ავტორი [187] იხილავს ტრადიციული სწავლებისაგან განსხვავებულ სწავლების მეთოდოლოგიას, რაც გულისხმობს იმას, რომ თამაშის საფუძველზე აითვისონ უმცროსკლასელებმა მათემატიკური თვლა და ელემენტარული კომბინატორიკა. პირველი კლასელებს ერთიდან ათამდე სხვადასხვა მოქმედებები, მეორე კლასელებს კი მიმატება და გამოკლება ოცამდე, რაც შედეგად მეორე კლასის ბოლოს მოგვცემს იმას რომ მოსწავლეების გონება უკვე შეჩვეული იქნება ორნიშნა რიცხვებზე მოქმედებას. ეს მათემატიკური თამაშები მათ ეხმარებათ სწრაფ აზროვნებაში, უმაღლებთ თვითდაჯერებას და რაც მნიშვნელოვანია, ახდენს მოსწავლეთა დაინტერესებას მათემატიკით.

კვლევაში [188] ძირითად ყურადღება გამახვილებულია სამ ასპექტზე:

1) მოსწავლეები;

2) მასწავლებლებსა და მოსწავლეებს შორის დამოკიდებულება;

3) როგორ უკავშირდება სასკოლო პროგრამები საკლასო ოთახებს და არის თუ არა ის შინაარსობრივად/კონტექსტურად გამართული, ანუ, არის თუ არა იმ საჭიროებებზე მორგებული რაც სასწავლო პროცესში კონკრეტულად საჭიროა საკლასო ოთახებში.

ავტორები თვლიან, რომ არსებობს სწავლება/სწავლის რესტრუქტურიზაციის საჭიროება საკლასო ოთახებში. ისინი აყენებენ ახალი რეფორმების საჭიროებას განათლების სისტემაში, რათა გაუმჯობესდეს და ამაღლდეს სწავლის ხარისხი.

ნაშრომში [193] განხილულია სხვადასხვა სასწავლო აქტივობების საშუალებით მათემატიკის შესწავლა. მასში გადმოცემულია როგორ შევასწავლოთ აქტიურ და სახალისო გარემოში მოსწავლეებს მათემატიკის შედარებით რთული მასალა. მასში განხილულია მოსწავლეთა სხვადასხვა ინდივიდუალური მოქმედებები, სწავლება წყვილებში და ჯგუფები, სხვადასხვა სახის სასწავლო თამაშები, საშინაო დავალებებით ურთიერთქმედებები, კითხვები, როლური თამაშები, მოსწავლეთა პრეზენტაციები და სხვადასხვა სახის ტრენინგები. ავტორთა დასკვნით, ეს და სხვა მრავალი განსხვავებული მეთოდი ხელს უწყობს რომ აქტიურ გარემოში მოსწავლეები იყვნენ უფრო გახსნილები და უკეთესად წარმოაჩინონ საკუთარი თავი.

ცნებაში–საგანთაშორისი კავშირები გამოყოფენ სამ არსებით ნიშანს: კავშირის შემადგენლობას, კავშირის ხერხებს და კავშირის მიმართულებას. კავშირის შემადგენლობაში იგულისხმება კონკრეტული საკითხებისა და სასწავლო თემების ერთობლიობა, რომლებიც ერთმანეთთან თანაფარდობაში იმყოფებიან განსაზღვრული წესებისა და ნიშნების მიხედვით. მხედველობაში მიიღება ის, რომ კავშირის შემადგენლობის დეტალიზაცია მდგომარეობს ძირითადი მეცნიერული ფაქტების, მოვლენების, პროცესების, მათი შემადგენელი ნაწილებისა და თვისებების დანაწევრებაში. ყოველი მათგანი ერთ მთლიანობაში იძლევა იმ მასალას, რომელიც გადაეცემა მონათესავე სასწავლო დისციპლინას. კავშირის დამყარების ქვეშ იგულისხმება ის მიმართულება, რომლითაც ხორციელდება რაიმე ცნებების გადაცემა ერთი სასწავლო დისციპლინიდან მეორეზე. ამასთან მხედველობაში მიიღება ის, რომ ეს კავშირი შეიძლება იყოს როგორც ორმხრივი, ასევე ცალმხრივი. დროებითი კავშირების მიხედვით შეიძლება გამოვყოთ პერსპექტიული კავშირები, რომლებიც გამომდინარეობს მათი წინამორბედი კავშირებისაგან. ამ არსებითი ნიშნებისაგან გამომდინარეობს საგანთაშორისი კავშირის სპეციფიკა: რამდენიმე სასწავლო საგნის ელემენტები შინაარსის მიხედვით ერთმანეთთან უნდა იყვნენ თანაფარდობაში; სწავლების მეთოდებს შორის უნდა დამყარდეს ურთიერთკავშირი; თეორიული და პრაქტიკული ხასიათის საკითხების გადაწყვეტისას საჭიროა ცოდნის კომპლექსური გამოყენების უნარ-ჩვევების ფორმირება.

საგანთაშორისი კავშირები გამოყენებული უნდა იქნეს პედაგოგიური მიზნებიდან გამომდინარე. უნდა მოხდეს: ცოდნის ინტეგრაცია, სხვადასხვა სასწავლო საგნის თეორიული და პრაქტიკული მონაცემების შეჯამება. ამ პროცესის განხორციელება განპირობებულია იმ გარემოებით, რომ ცოდნის შეძენა ხდება სხვადასხვა საგნის შესწავლით. ამ საგნებიდან თითოეული აღწერს სინამდვილის მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეს. ეს ბუნებრივიცაა, რადგან გარე სამყაროს მოვლენების დანაწევრების გზითაა შესაძლებელი ღრმად შევიმეცნოთ მისი ცალკეული მხარეები. თუმცა სინამდვილის ასეთი დიფერენცირებული შესწავლა საკმარისი არ არის, რადგან ამ შემთხვევაში სამყარო არ აღიქმება როგორც ერთიანი მთლიანი. ამიტომ, აუცილებელია სხვადასხვა სახის ცოდნის ე.ი. მონათესავე სასწავლო საგნების მონაცემების სინთეზი. ეს ნიშნავს, რომ ერთი და იგივე ფაქტი, თუ მოვლენა განვიხილოთ სხვადასხვა კუთხით, გამოვავლინოთ ურთიერთკავშირი სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინის თეორიულ მონაცემებს შორის.

,,ახალი ცოდნის შეძენა; ამ მიზნის ფორმულირება განპირობებულია არა მარტო ამა თუ იმ სასწავლო დისციპლინის შინაარსის, არამედ მისი მონათესავე სასწავლო დისციპლინის შინაარსის ღრმად გაგებით. რამდენადაც თეორიული და პრაქტიკული ცოდნა შეუძლებელია მიღებულ იქნას მხოლოდ ერთი სასწავლო დისციპლინის მეშვეობით, ამიტომ აუცილებელია კავშირის დამყარება მონათესავე სასწავლო დისციპლინებთან ინფორმაციის მიღების მიზნით.

სასწავლო ინფორმაციის ხარისხობრივი და რაოდენობრივი მხარეების სინთეზი. ეს მიზანი გულისხმობს სწავლებაში იმ პრინციპის ასახვას, რომელიც ემყარება რეალური სამყაროს მოვლენებისა და პრცესების ახსნას რაოდენობრივი ფაქტორის გათვალისწინებით. ხარისხობრივად განსხვავებული მოვლენების შეფასება რაოდენობრივი მაჩვენებლების მიხედვით წარმოადგენს მნიშვნელოვან ფაქტორს პრაქტიკულად ყველა სასწავლო დისციპლინის შესწავლაში.

ცოდნის პრაქტიკული გამოყენების სფეროს გაფართოება. ეს მიზანი გულისხმობს ცოდნის კომპლექსური გამოყენების აუცილებლობას და მოითხოვს სასწავლო პროცესში ,,საგანთაშორისი" კავშირების დამყარების სიტუაციის შექმნას. პედაგოგთა ერთ ნაწილს მიაჩნია, რომ საგანთაშორისი კავშირები ზოგადად ცოდნის სისტემის ფორმირების დიდაქტიკურ საფუძველს წარმოადგენს, მეორე ნაწილი თვლის, რომ ისინი სასწავლო პროცესის სრულყოფის მეთოდებს მიეკუთვნებიან, მესამენი საგანთაშორის კავშირებში ხედავენ მოსწავლეთა შემეცნებითი აქტივობის განვითარების სტიმულს, მეოთხენი მას განიხილავენ, როგორც სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის ორგანიზაციის შემადგენელ ნაწილს, მეხუთენი მას თვლიან მეცნიერებათშორის არსებული კავშირების ეკვივალენტად და სხვ.

პედაგოგიურ ლიტერატურაში არსებობს მრავალრიცხოვანი მონაცემები, მცდელობები, მიმართულებები, კონკრეტულად, პედაგოგიური და უნივერსალური სახით საგანთშორისი კავშირების განსაზღვრისა.

საგანთაშორისი კავშირების ფუნქცია და როლი სასწავლო-აღმზრდელობით პროცესში უწინარეს ყოვლისა უნდა განისაზღვროს იმ დიდაქტიკური მიზნებით რომელთა მისაღწევადაც გამოიყენება ისინი. ერთიანი მეცნიერული მსოფლხედველობის ფორმირებისას საგანთაშორის კავშირებმა უნდა უზრუნველყოს ცალკეული სასწავლო დისციპლინების კოორდინაცია, ცოდნის ინტეგრაცია. მათი მეშვეობით მოსწავლეებს უნდა შეექმნას სრულყოფილი წარმოდგენა სამყაროს მეცნიერულ სურათზე, რომლითაც გააანალიზებენ ბუნებაში მიმდინარე სხვადასხვა სახის მოვლენებს, პროცესებს და განაზოგადებენ მათ.

სამეცნიერო-პედაგოგიურ ლიტერატურაში საგანთაშორისი კავშირების სისტემატიზაციის და კლასიფიკაციის სხვადასხვა ვარიანტი არსებობს.

ს.ბაბაჯანიანი და ვ.მონახოვი [112] აღნიშნავენ, რომ ცნება ,,საგანთაშორისი კავშირები" მოიცავს კავშირის შემდეგ ტიპებს:

ა)ცნებითი ანუ დროებითი კავშირები;

ბ)საგანთაშორის ცალმხრივი კავშირები, რომლის ამოცანაა კონკრეტული საგნის კონკრეტული საკითხის შესწავლისას სხვა საგნების გამოყენება;

გ)დამატებითი კავშირები;

დ)საგანთაშორისი კავშირების განხორციელება ცნებისა და განსაზღვრებების მეშვეობით.

ი.ლაშქარავა [134] აღნიშნავს, რომ საგანთაშორისი კავშირები გავლენას ახდენს სასწავლო-აღმზრდელობით პროცესის ყველა მხარეზე, განსაკუთრებით დიდია მათი როლი მოსწავლეთა შემეცნებითი აქტიურობის

განვითარებაში, სწავლების მეთოდების შემუშავებასა და გამოყენებაში.

ი. ლაშქარავა [134] გამოყოფს კავშირების სამ ეტაპს:

ა)კავშირი სასწავლო დისციპლინების შინაარსის მიხედვით'

ბ)კავშირი უნარ-ჩვევების ფორმირების მიხედვით;

გ)კავშირი სწავლების მეთოდების მიხედვით.

მ.სკატკინისა და ი.ლერნერის [156] მიხედვით საგანთაშორისი კავშირები შეიძლება დავყოთ:

ა)თითოეული სასწავლო საგნისათვის დამახასიათებელ სპეციფიკურ ცოდნასა და უნარ-ჩვევებს შორის კავშირებად;

ბ)კავშირებად, იმ ცოდნასა და უნარ-ჩვევებს შორის რომლებიც დამახასიათებელია ზოგადად ყველა სასწავლო საგნისათვის;

გ)კავშირებად დროის ფაქტორის მიხედვით.

ასევე გამოყოფენ კავშირების შემდეგ ჯგუფებს:

ა)მსოფლხედველობრივი კავშირები;

ბ)საინფორმაციო კავშირები;

გ)ქრონოლოგიური ანუ დროითი კავშირები.

მსოფლხედველობრივი კავშირები იყოფა სამ კატეგორიად:

ა)გენერალური საგანთაშორისი კავშირები სასწავლო-აღმზრდელობით პროცესში უზრუნველყოფენ სამყაროს მეცნიერული სურათის შესახებ წარმოდგენების ჩამოყალიბებას;

ბ)შიდაციკლური საგანთაშორისი კავშირების ამოცანაა უზრუნველყონ უმცროსკლასელბში მეცნიერების

საწყისების ზოგადი კანონზომიერებების შესახებ ადექვატური წარმოდგენების გამომუშავება;

გ)ლოგიკური კავშირების მიზანია ცალკეული მეცნიერული დისციპლინების შესახებ ცოდნის ერთიან სისტემაში მოყვანა.

დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს კავშირებს დროის მიხედვით. ამ ნიშნით მათი კლასიფიკაცია ასეთია:

ა)წინამორბედი კავშირები, რომლებიც მოითხოვენ სხვა სასწავლო დისციპლინიდან შესწავლილი მასალის აღდგენას;

ბ)თანმხლები კავშირები, რომლებიც მოითხოვენ ამა თუ იმ ცნების შინაარსის ცალსახა გამოყენებას სხვადასხვა სასწავლო საგნის ერთდროული სწავლებისას;

გ)პერსპექტიული კავშირები, რომლებიც მოითხოვენ ამა თუ იმ ცნების შინაარსის უფრო ღრმად გაანალიზებას მომავალში შესასწავლი სხვა სასწავლო დისციპლინებიდან მასალის მოშველიებით.

საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის არსის ანალიზი, მათი კლასიფიკაცია, დიდაქტიკური პრინციპების გამოყენება მიუთითებს, რომ სწავლების პროცესის ორგანიზაციისას აუცილებელია მთელი რიგი მოთხოვნების შესრულება ამ კავშირების განხორციელების პირობებში. ამ მოთხოვნებიდან ყველაზე არსებითია:

1.დამოუკიდებელი სამუშაოებისა და კომპლექსური სასწავლო მეცადინეობის ორგანიზაცია;

2.ცოდნის შეძენა, განვითარება, განმტკიცება და განზოგადება საგანთაშორის კავშირების საფუძველზე;

3.სასწავლო მასალაში იმ თეორიის ჩართვა, რომელიც წამოჭრის საგანთაშორის სასწავლო-შემეცნებით პრობლემებსა და შემეცნებით ამოცანებს.

4.სასწავლო მეცადინეობებზე მონათესავე სასწავლო დისციპლინებიდან ფსიქოლოგიურ-დიდაქტიკური მასალისა და მეთოდების გამოყენება;

5.სწავლების სხვადასხვა მოტივების შექმნა და გამოყენება.

იმ დიდაქტიკური ამოცანის გადაჭრა, რომელიც საფუძვლად უდევს სასწავლო-შემეცნებითი პროცესის ორგანიზაციას, დამოკიდებულია ცოდნის ათვისების ამა თუ იმ ფსიქოლოგიური კონცეფციის რეკომენდაციებზე.

გონებრივი მოქმედების სისტემა დამოკიდებულია შემეცნებითი მოღვაწეობის მიზნებზე. ამის შესაბამისად პედაგოგიურ ფსიქოლოგიაში შემუშავებულია კონცეფციები, რომლებიც აღწერენ შემეცნებითი მოქმედებების შესაძლო სისტემებს, რომელთა საფუძველზეც შემდგომში წარმატებით ვითარდება ისეთი ფუნდამენტური აზროვნებრივი ფუნქციები, როგორიცაა ანალიზი, სინთეზი, განზოგადება და სხვ.

ასოციაციურ-რეფლექტორული კონცეფცია შემუშავებულია ს.რუბენშტეინის, ი.სამარინის, პ.შევარიოვის, ე.კაბანოვა-მელერის და სხვ. ამ კონცეფციისათვის ამოსავალი პუნქტია ი.სეჩენოვისა და ი.პავლოვის ასოციაციურრეფლექტორული თეორია. კონცეფციის ძირითად საფუძველს წარმოადგენს იმის დასაბუთება, რომ ადამიანი გარე სამყაროს შესახებ ცოდნასა და გა-

მოცდილებას აგროვებს სინამდვილის მოვლენებსა და ობიექტებს შორის კავშირების ასახვის გზით.

ასოციაციურ-რეფლექტორული კონცეფციის შესახებ გამოკვლევები აქვს ი.სამარინს [154]. იგი გვთავაზობს ასოციაციის თავისებურ კონცეფციას: ლოკალური, ანუ ცალსახა ასოციაციები, რომლებიც ასახავენ ცალკეულ კავშირებს ცალკეულ ფაქტებს შორის; კერძო სისტემური ასოციაციები, მოცემული სასწავლო თემების საზღვრებში; შიგასისტემური ასოციაციები, რომლებიც მოცემული სასწავლო საგნის ფარგლებში ერთ სისტემად აერთიანებს მთელ რიგ ასოციაციებს.

სასწავლო პროცესში ხდება ასოციაციების უწყვეტი ცვლილება ორი ურთიერთსაპირისპირო მიმართულებით. ერთის მხრივ კავშირები რთულდება, იქმნება ასოციაციათა ჯაჭვი, მათი სისტემები, დაბალი სახეობები გადადიან მაღალ სახეობებში, მეორეს მხრივ ხდება ასოციაციების გამარტივება.

ე.კაბანოვა-მელერი [122] გვთავაზობს ასოციაციების რამდენიმე განსხვავებულ კლასიფიკაციას. იგი გამოყოფს პირველად ასოციაციებს, სადაც კავშირები მყარდება სასწავლო მასალის აღქმისას და მეორადი ასოციაციები-ახალი კავშირები ცნებებსა ანუ წარმოდგენებს შორის, როცა აღქმის პროცესში წინასწარ არ მყარდება კავშირები თვალსაჩინოების საფუძველზე. მეორადი ასოციაციები პირველადი ასოციაციებისაგან განსხვავებით მყარდება მეხსიერების მეშვეობით. პირველად და მეორად ასოციაციებს შორის არსებობს შუალედური ასოციაციები-ეს არის კავშირები აღქმასა და წარმოდგენას შორის. ყოველივე ზემოთ თქმულიდან

გამომდინარე, საგანთშორისი კავშირების დამყარების პროცესში მასწავლებლის უმთავრესი ამოცანაა სწორი განზოგადებული ასოციაციების შექმნა. ასოციაციური თეორიის ავტორები არაფერს ამბობენ იმაზე, თუ როგორ იქმნება აღქმები და წარმოდგენები მოვლენებზე, ობიექტებზე, კავშირებზე, რომელთა შორისაც შემდგომში მყარდება ასოციაციები.

ერთ-ერთი ფსიქოლოგიური კონცეფცია არის-გონებრივი მოქმედების ეტაპობრივი ფორმირების თეორია. ამ კონცეფციის საფუძველს შეადგენს არა აღქმა არამედ მოქმედება გარეგანი-პრაქტიკული ან შინაგანი-გონებრივი. ამ თეორიის მიმდევრების აზრით, მოქმედება-ათვისებული ცოდნის დონის პროპორციულია, ამასთან მოქმედებები განიხილება ორ ასპექტში: ერთი, როგორც სასწავლო-შემეცნების წყარო და მეორე, როგორც შემეცნებითი მოქმედების აქტივიზაციის და მასზე კონტროლის საშუალება.

გონებრივი მოქმედების ეტაპობრივი თეორიის თანახმად, გონებრივ მოქმედებათა საწყის ფორმას წარმოადგენს გარეგანი, მატერიალური მოქმედებები. მოქმედება სანამ გადაიქცეოდეს გონებრივად, მაქსიმალურად განზოგადებულად, გაივლის მთელ რიგ გარდამავალ საფეხურებს. განასხვავებენ ინფორმაციის გადამუშავების ხუთ ძირითად ეტაპს. ეს სახეებია:

1.გონებრივი მოქმედების შესრულების დროს ორიენტაცია და სასწავლო პროცესის თანმიმდევრობის განსაზღვრა;

2.გარეგანი მატერიალური მოქმედება შესწავლის ობიექტებზე დაყრდნობით, რაც საშუალებას აძლევს

მოსწავლეებს შეითვისონ მოძრაობის შინაარსი, მისი ყველა ოპერატორის შემადგენლობა, მათი შესრულების წესები და ამავე დროს გააკონტროლონ მათ მიერ შესრულებული თვითოეული ოპერაცია და მათი შესრულების წესები.

3.სასაუბრო მოქმედებები. ამ მოქმედების ელემენტები წარმოდგენილია გარეგანი მოქმედების ფორმით ზეპირი ან წერილობითი სახით. მოქმედება შემდგომ განზოგადდება, შეიკვეცება, მაგრამ ჯერ კიდევ არ არის ავტომატიზირებული;

4.მოქმედების შესრულება მეტყველების სახით. ამ დროს ხდება მოქმედების შემდგომი განზოგადება და ჩამოყალიბება.

5.გონებრივი მოქმედებები. ამ ეტაპზე მოქმედება უკვე ავტომატიზირებულია.

ამ ხუთი სახის მოქმედების თანმიმდევრულად შესრულება აუცილებელია გონებრივი მოქმედების სრულყოფილი ფორმებისათვის. ეს იმას ნიშნავს, რომ თავდაპირველად მოსწავლეები იღებენ ორიენტაციას, ეუფლებიან მოვლენათა ანალიზის ზოგად მეთოდებს, შემდგომში კი დამოუკიდებლად ადგენენ საორიენტაციო მოქმედების გეგმას.

გონებრივი მოქმედების რეალიზაციის მიზნით მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს მოქმედების ის ეტაპები, რომლებიც აუცილებელია ცოდნის შეძენისა და მისი პრაქტიკულად გამოყენების უნარ-ჩვევების ფორმირებისათვის. ეს ეტაპებია:

1.მოქმედების მიზნის განსაზღვრა;

2.მოქმედების მეცნიერული საფუძვლების გარკვევა;

3.მოქმედების მოდელის აგება კოლექტიური ან ინდივიდუალური, დამოუკიდებელი ძიების გზით. ეს მოდელი მოიცავს მოქმედების სტრუქტურის ანალიზს და განსაზღვრავს ოპერაციების შესრულების უფრო რაციონალურ თანმიმდევრობას;

4.მოსწავლეთა მიერ მოქმედების შესრულება, სადაც კონტროლს აწარმოებს მასწავლებელი;

5.შესრულებულ მოქმედებაზე თვითკონტროლი;

6.მოცემული მოქმედების სხვა სასწავლო სიტუაციებში დამოუკიდებლად ორგანიზაცია.

ამ ეტაპების მიზანმიმართული და სისტემატური დანერგვა ხელს უწყობს მოსწავლეთა გონებრივი მოქმედების აქტივიზაციას.

კვლევა [195] ეხება სწავლებაში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზებას. განხილულია საგანთაშორისი კავშირების ძირითადი ასპექტები. რა გავლენას ახდენს საგანთაშორისი კავშირების გამოყენება მოსწავლეთა აქტიურ სწავლებაში ჩართვაზე და როგორ მოქმედებს ზოგადად სწავლების ასეთი მიდგომა მოსწავლეებზე. აღნიშნულია სწავლებაში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზების თეორიული და პრაქტიკული ღირებულებები, რამდენად მოტივირებულებს ხდის მოსწავლეებს და რამდენად ეფექტურია სწავლებაში მათი გამოყენება.

სტატიაში [196] მოყვანილია არგუმენტები, რომელიც ადასტურებს საგანთაშორისი კავშირების რეალიზების რამდენიმე თეორიული მიდგომის გამოყენების უპირატესობას. განხილულია: სასაზღვრო ობიექტების თეორია, ეპისტემოლოგიური ობიექტები, კულტურულ-ისტორიული საქმიანობის თეორია და ინფრასტრუქტურის ობიექტები. ამ უკანასკნელში მოიაზრება ინტერ-

დისციპლინური მიდგომების რეალიზებაში ობიექტების როლის აღქმა. ასეთი პლურალისტული მიდგომა ხაზს უსვამს იმას, რომ ამ კონტექსტში ობიექტები ასრულებენ მინიმუმ სამი ტიპის სამუშაოს: ისინი ამაღლებენ თანამშრომლობით მოტივაციას, მონაწილეებს საშუალებას აძლევენ ჩაატარონ სამუშაოები სხვადასხვა ტიპის საზღვრებთან და წარმოადგენს საქმიანობის ფუნდამენტურ ინფრასტრუქტურას. ემპირიული გამოკვლევის შედეგების საფუძველზე, ავტორები ილუსტრირებას უკეთებენ იმ ცნებას, რომელიც თითოეული თეორიული ობიექტიდან გამომდინარეობს გუნდური მუშაობის პრაქტიკაში და შეიმუშავებს ახალ ანალიზურ სტრუქტურას, რომელიც ახდენს ობიექტების ორგანიზებას აქტიური მუშაობის შესაბამისად. ავტორების მიერ განხილულ სტრუქტურა ნათელს ფენს თანამშრომლობის პროცესში ობიექტების და კონფლიქტის წყაროების სტატუსის ცვლილებებთან დაკავშირებულ საკითხებს. ამ ახალი იდეების განხილვის შემდეგ, ავტორები გამოყოფენ მომავალი კვლევების ახალ მიმართულებებს. ნაშრომის ბოლოს ავტორები ასევე იხილავენ კვლევის მენეჯმენტის შედეგებს.

განვიხილოთ კიდევ ერთი ფსიქოლოგიური კონცეფცია. ეს არის სწავლების პროცესის ალგორითმიზაცია. ალგორითმიზაციის კონცეფციის ძირითადი ამოსავალი ის არის, რომ სწავლება განხილული უნდა იქნეს, როგორც მართვის პროცესი. მართვა ხორციელდება ალგორითმის შედგენის საფუძველზე. არსებობს განსხვავება სასწავლო ალგორითმებსა და მათემატიკურ ალგორითმებს შორის.

მათემატიკური ალგორითმის შედგენის დროს სარგებლობენ ამოხსნის ხერხებით და ამასთანავე განსაზღვრავენ ამოხსნის ყველაზე რაციონალურ გზას.

სასწავლო ალგორითმების შედგენის დროს ხელმძღვანელობენ არა მარტო ამოცანების ამოხსნის ხერხებით, არამედ ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური მეთოდებით. სწავლების მიზნით გამოყენებულ ალგორითმებს ყოფენ მატერიალური ობიექტების ინფორმაციის გარდაქმნისა და შემეცნების ალგორითმებად. შემუშავებულია შემეცნების ალგორითმების აგების პრინციპები და მათი გამოყენების მეთოდები სასწავლო პროცესში.

ალგორითმების სწავლებამ ხელი უნდა შეუწყოს მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებას. მიზანშეწონილია მოიძებნოს და სპეციალურად შესწავლილი იქნას ერთი და იმავე ტიპის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმი და შემდეგ ამოიხსნას ასეთი ტიპის ამოცანები ალგორითმული პროცედურების მეშვეობით. მეთოდიკურ ლიტერატურაში განასხვავებენ სწავლების ალგორითმებს და ალგორითმებით სწავლებას.

სწავლების ალგორითმი ეს არის ის პროგრამა, რომლითაც ხელმძღვანელობს პედაგოგი. ეს პროგრამა განსაზღვრავს აღმზრდელის მოქმედებას აღსაზრდელთა საქმიანობის შესაბამისად. ალგორითმების სწავლება-ეს არის იმ პროგრამის სწავლება, რომლითაც ხელმძღვანელობს აღსაზრდელი. ამ დროს ხდება ინფორმაციის გადაცემა იმის შესახებ, თუ როგორ უნდა წარიმართოს მოქმედება მოცემული ტიპის ამოცანების ამოხსნისათვის. ამ დროს სრულდება შესაბამისი ოპერაციები.

განხილული ფსიქოლოგიური კონცეფციები წარმოადგენენ ძირითად შემეცნებით საშუალებებს სასწავლო პროცესის ორგანიზაციაში საგანთაშორისი კავშირების დამყარებისა და გამოყენების დროს.

გარდა ამისა, სასწავლო მუშაობის თვითოეულ ეტაპზე მიღებული მეთოდების მიზნობრივი რეალიზაცია გვიკარნახებს მოთხოვნებს შემეცნებითი საქმიანობის ორგანიზაციისადმი. ყველა ამ მოთხოვნათა კომპლექსური გამოყენება სასწავლო-შემეცნებითი მუშაობის ორგანიზაციის საფუძველია, რომელიც მიმართულია სხვადასხვა სახის მეცადინეობებზე საგანთშორისი კავშირების განხორციელებისა და გამოყენებისაკენ.

საგანთაშორისი კავშირების კვლევაში თავისი წვლილი შეიტანეს ქართველმა მეცნიერებმაც. მათემატიკის საგანთაშორისი საკითხების მეცნიერულ კვლევას სათავე საქართველოში პროფესორმა ვ.ქელბაქიანმა დაუდო [125], [126], [127], რაც შემდგომ გაგრძელდა [3], [4], [44], [45], [100], [101], [105] და გრძელდება დღესაც, მაგრამ უმცროსკლასელთა საგანთაშორისი კავშირების კვლევას როგორც საზღვარგარეთ, ისე საქართველოში ნაკლები ყურადღება ეთმობა. მიგვაჩნია, რომ საკითხი ძალზედ აქტუალურია და წარმოდგენილი ნაშრომით ნაწილობრივ მაინც შევავსებთ არსებულ ხარვეზს.

ამრიგად, თანამედროვე პირობებში საგანთაშორის კავშირებს უდიდესი მნიშვნელობა ენიჭება, ჯერ ერთი იმიტომ, რომ იგი დაკავშირებულია სწავლების და განათლების სტრუქტურასთან და ასახვას პოულობს სწავლების მეთოდებში, ფორმებსა და საშუალებებში. მეორე-მართალია, მეცნიერებათა საფუძვლები სკოლაში

ისწავლება ცალ-ცალკე, მაგრამ პედაგოგიური პროცესი ერთიანია, მთლიანობაში უწყვეტია აღზრდის, სწავლების და განვითარების პროცესი. ბუნებაში ნებისმიერ პროცესს სწავლობს სხვადასხვა მეცნიერება სხვადასხვა მხრივ, სხვადასხვა მიდგომით, მაგრამ ეს მოვლენა თუ საგანი ხომ ერთია, სწორედ ამიტომ აქვს დიდი მნიშვნელობა სასწავლო საგნების ურთიერთშეთანხმებას, ხოლო სწავლება დაფუძნებული უნდა იყოს საგანთაშორისი კავშირების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიურ კონცეფციაზე.

საბოლოოდ შეგვიძლია გავაკეთოთ ასეთი დასკვნა: უმცროსკლასებში სწავლება უნდა მიმდინარეობდეს საგანთაშორისი კავშირების რეალიზებით, გამოყენებული უნდა იქნეს ერთი სასწავლო საგნიდან მიღებული ცოდნა სხვა სასწავლო დისციპლინებში, ამასთან სასწავლო პროცესი უნდა მიმდინარეობდეს დიდაქტიკის პრინციპების სრული დაცვით.

საგანთაშორის კავშირების განხორციელება საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანათა სისტემის სწავლებით ერთ-ერთი დიდაქტკური პრობლემაა. ეს საკითხი განსაკუთრებით აქტუალურია ბოლო პერიოდისათვის, რადგან მეცნიერულ-ტექნიკური პროგრესის ძირითადი ტენდენცია მიმართულია ადამიანთა საქმიანობის სამეცნიერო და ტექნიკური სფეროების ურთიერთდაკავშირების პროცესისაკენ, მათი ინტერესისა დიფერენციაციისაკენ.

საგანთაშორისი კავშირები ასახავენ იმ დიალექტიკურ ურთიერთობებს, რომელიც ობიექტურად არსებობენ ბუნებაში და შეიმეცნებიან თანამედროვე მეც-

ნიერებების მიერ. ამიტომ ზოგიერთი მკვლევარი საგანთაშორის კავშირებს განიხილავენ როგორც მეცნიერებათა შორის კავშირების ეკვივალენტს. საგანთაშორისი კავშირები ამჟამად განიხილება როგორც სასწავლო პროცესის სრულყოფის დიდაქტიკური პირობა, სწავლების მეცნიერული დონის ამაღლების საშუალება.

საგანთაშორისი კავშირების პრობლემის განვითარების ისტორიულპედაგოგიური ანალიზი წარმოაჩენს მისი კვლევის ძირითად მიმართულებებს შემდეგ ასპექტებში:

1.სოციალურ-პედაგოგიური, რომელიც გვიჩვენებს საგანთაშორისი კავშირების მნიშვნელობას პიროვნების ყოველმხრივი განვითარების საქმეში;

2,ფილოსოფიური, რომელიც ასახავს საგანთაშორისი კავშირების მეთოდოლოგიურ საფუძველს;

3.ფსიქოლოგიური, რომელიც აანალიზებს სასწავლო-შემეცნებითი პროცესის სტრუქტურის თავისებურებებს;

4.დიდაქტიკური, რომელიც გვიჩვენებს სწავლების საგანთაშორისი კავშირების სპეციფიკას, სწავლების შინაარსის ფორმებისა და მეთოდების სრულყოფას;

5.მეთოდური მიმართულება გვიჩვენებს სწავლების მეთოდური სისტემის აგებულებას საგანთაშორისი კავშირების საფუძველზე სასწავლო მასალის შინაარსისა და სპეციფიკის გათვალისწინებით;

6.კიბერნეტიკული-წარმოაჩენს საგანთაშორისი კავშირების როლს, როგორც სწავლების საგნობრივი სისტემის კოორდინაციის მთავარ ფაქტორს;

საგანთაშორისი კავშირები ფუნქციონირებენ სწავლების პროცესში და ხორციელდებიან ამა თუ იმ მეთოდებისა და ორგანიზაციული ფორმების მეშვეობით.

მოსწავლეთა შემეცნებითი აქტივობა ხორციელდება საგანთაშორისი კავშირების საფუძველზე უნივერსალური ფსიქოლოგიური მექანიზმის მეშვეობით ,,ანალიზი-სინთეზი“, რომელითაც ხასიათდება შემეცნებითი აზროვნება ამოცანების ამოხსნის პროცესში. საგანთაშორისი კავშირები ხელს უწყობს მოსწავლეებში პრაქტიკული უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას, იგი განსაკუთრებულ გავლენას ახდენს სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის ყველა ძირითად მხარეზე.

საგანთაშორისი კავშირები სწავლებაში დადებით შედეგს იძლევა მაშინ, როცა წინასწარ კარგად არის მოფიქრებული ამ კავშირების სახეები და მათი განხორციელების გზები. დაწყებითი კლასების სასწავლო პრაქტიკაში საგანთაშორისი კავშირების დამყარება და გამოყენება მჭიდროდ უკავშირდება პიროვნების აღზრდისადმი კომპლექსური მიდგომის პრობლემას და მისი გადაჭრა სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის სრულყოფის ფართო შესაძლებლობებს იძლევა.

საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაციის ერთერთი მიზანია ცნების არსებითი ნიშნების გამოყენებისა და სხვადასხვა სახით ცნების განსაზღვრის უნარჩვევების გამომუშავება. მნიშვნელოვანია ის ფაქტიც, რომ მოსწავლეებმა გაიცნობიერონ ის კავშირები, რომლებიც არსებობს ცნებების თვისებებს შორის, ამასთან სასწავლო მასალა აგებული უნდა იქნეს ცნების არსებითი და არაარსებითი ნიშნების გამოყოფის საფუძ-

ველზე. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ასეთი სამუშაოების ჩატარება გეომეტრიული ცნებების ფორმირებისას.

პედაგოგიურმა პრაქტიკამ გვიჩვენა, რომ ცნებათა შორისი კავშირების უკეთ რეალიზაციისათვის აუცილებელია აზროვნების ისეთი ლოგიკური ფორმების გამოყენება, როგორიცაა შედარება, ანალოგია, დასკვნა და ა.შ.

ცნებათშორისი კავშირების განხორციელების საკითხებში წამყვანი ადგილი უჭირავს იმ უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას, როგორიცაა გაანალიზება, დაკონკრეტება, სინთეზირება, მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დამყარება.

ცნებებს შორის სხვადასხვა სახის თანაფარდობათა დაფიქსირება ხდება საკლასიფიკაციო სქემების, სისტემატიზირებული გრაფების მეშვეობით. დანიშნულების მიხედვით სქემები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. არსებობს სქემები, რომლებიც ასახავენ ობიექტის სტრუქტურას და სქემები, რომლებიც ასახავენ ობიექტების ურთიერთკავშირს.

საგანთაშორისი კავშირების რეალიზაცია პედაგოგიურ პროცესში ხორციელდება მასწავლებლის და მოსწავლეთა სასწავლო-აღმზრდელობითი მუშაობით. სწავლებაში საგანთაშორისი კავშირების სრულყოფილი განხორციელება დიდად არის დამოკიდებული მოსწავლეთა აქტივობაზე და შემოქმედებით მუშაობაზე.

სწავლა განიხილება არა როგორც სასწავლო მასალის აღქმა და დამახსოვრება, არამედ პირველ რიგში, როგორც აქტიური შემეცნებითი მოღვაწეობა, რაც მოსწავ-

ლეთა დამოუკიდებელი მუშაობით მიიღწევა. დამოუკიდებელი მუშაობა შეიძლება იყოს შემდეგი სახის:

1.დამოუკიდებელი სამუშაოები ნიმუშის მიხედვით;

2.დამოუკიდებელი სამუშაოები მათი შესრულების მითითებით;

3.დამოუკიდებელი სამუშაოები ვარიანტების მიხედვით;

4.შედარებით რთული სახის დამოუკიდებელი სამუშაოები.

რეკომენდირებულია დაწყებით კლასებში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზება ისეთი სახის დამოუკიდებელი სამუშაოების გამოყენებით. რომელთაც თან ახლავს თანმიმდევრული, გეგმაზომიერი მითითებები. ასეთი სახის დავალებები ხელს უწყობს ცნობილი ხერხებისა და მეთოდების გამოყენებას მსგავს სიტუაციებში. დამოუკიდებელი სამუშაოები სათანადო მითითებებით იძლევიან ძირითად მიმართულებას სამუშაოს შესასრულებლად. მითითებებში აუცილებელია გათვალისწინებული იქნეს ის მოსალოდნელი გართულებები, რომლებსაც მოსწავლეები წააწყდებიან კონკრეტული საკითხების გადაწყვეტისას.

დამოუკიდებელი სამუშაოები ვარიანტების მიხედვით ითვალისწინებს დავალების ნაწილობრივ შეცვლას. საგანთაშორისი კავშირების განხორციელება ხდება ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ახალ პირობებში გამოყენების საფუძველზე. ასეთი სახის დამოუკიდებელი სამუშაოები იძლევიან ცოდნის განზოგადების შესაძლებლობას. შედარებით რთული სახის დამოუკიდებელი სამუშაოები მოითხოვს მოსწავლეთა დამოუკიდე-

ბელი შემოქმედებითი უნარ-ჩვევების გამოყენებას. ამ სამუშაოების შესრულებისას მოსწავლეები ავლენენ თავიანთ შესაძლებელობებს. მათ დამოუკიდებლად უნდა შეძლონ ამოცანების ამოხსნის ხერხებისა და მეთოდების ძიება და საკითხის გადაწყვეტის ოპტიმალური გზის შერჩევა.

საგანთაშორისი კავშირების განხორციელების ერთერთი კარგი საშუალებაა შემაჯამებელი მეცადინეობები, რომლებიც ითვალისწინებენ შესწავლილი თემის ან მთლიანი კურსის განმაზოგადებელ განმეორებას, რომელიც ხელს უწყობს განვლილი მასალის სისტემაში მოყვანას. განმაზოგადებელი განმეორება განხილულ უნდა იქნეს დიდაქტიკურ ასპექტში ცნებების, ცნებათა სისტემების და თეორიების დონეზე.

დაწყებითი სკოლის ერთ-ერთი უმთავრესი ამოცანაა კონკრეტულ-ხატოვანი აზროვნების განვითარება, რომელიც გამდიდრებულია აბსტრაქტული აზროვნების ელემენტებით. ზოგადად, ცნებები გვევლინებიან როგორც რეალური სამყაროს ურთიერთობებისა და ფორმების აბსტრაქციები. ამიტომ, დაწყებითი კლასების მოსწავლეების აბსტრაქტული აზროვნების ჩამოსაყალიბებაში სასწავლო საგნებს სხვადასხვა წონითი შეფარდებები აქვთ. მათემატიკას მნიშვნელოვანი უპირატესობა აქვს დანარჩენ სასკოლო დისციპლინებთან, რადგან აბსტრაქტული აზროვნებიდან იკვეთება ლოგიკური აზროვნება, რომელიც მოიცავს შედარება-შეპირისპირებას, ანალიზს, სინთეზს განზოგადებას, აბსტრაჰირებას და სხვ.

თითოეული მათემატიკური მსჯელობა ჯაჭვური ლოგიკური აზროვნების შემადგენელი ნაწილი და მისი აუცილებელი ელემენტია. ლოგიკური აზროვნება განიმარტება როგორც ზუსტი და სწორი აზროვნება, რომლის მეშვეობითაც მიიღწევა ჭეშმარიტება და რომლის დასკვნებიც მთლიანად შეესიტყვება გარესამყაროს სინამდვილესა და რეალობას.

დაწყებითი კლასების სასწავლო საგნების შინაარსის გაანალიზების, სწავლების ლოგიკურ უნართა ჩამოყალიბებასთან დაკავშირებით გამოიკვეთა ლოგიკური უნარ-ჩვევების ნუსხა, მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ:

1.ობიექტების შედარება-შეპირისპირება მითითებული ნიშნის მიხედვით, ამ შედარებათა შეპირისპირების საფუძვლის წარმოჩენა;

2.სხვადასხვა ობიექტებს შორის საერთო და განმასხვავებელი თვისებების გამოკვეთა;

3.ობიექტთა კლასიფიცირება მითითების საფუძველზე;

4.ინფორმაციის გაანალიზება ტექსტის, ამოცანის, სიტუაციისა და მისთ. შემადგენელ ნაწილებად დაყოფა;

5.ინფორმაციის სინთეზირება, რამდენიმე სხვადასხვა ინფორმაციის ურთიერთდაკავშირება და გამთლიანება;

6.ჭეშმარიტი წანამძღვრებისა და დასკვნათა სწორი ფორმების საფუძველზე შესაბამის გადაწყვეტილებათა მიღება.

7.კანონზომიერებებსა და კავშირების გამოვლენა;

8.უმარტივეს განზოგადებათა გამოტანა;

9.ობიექტთა არსებითი ნიშან-თვისებების გამოკვეთა. აღსანიშნავია, რომ დაწყებით კლასებში მოსწავლეთა მიერ ჩამოთვლილ უნართა ფორმირება ხდება არა მხოლოდ მათემატიკის, არამედ ქართული ენის, სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების, ბუნებისმეტყველების და სხვ. საგნების შესწავლისას. მოსწავლეებმა აუცილებლად უნდა შეძლონ სიტუაციის გაანალიზება, მიზეზთა დადგენა, ჭეშმარიტი წანამძღვრებისა და დასკვნათა სწორი ფორმების საფუძველზე შესაბამის გადაწყვეტილებათა გამოტანა. ეს კი ჩამოთვლილი უნარ-ჩვევების ზოგად ხასიათზე მიუთითებს.

ლოგიკური აზოვნება შეიძლება განვავითაროთ სპეციალურად შერჩეული სავარჯიშოთა სისტემის მეშვეობითაც. მაგრამ ამ უნარის ჩამოყალიბებას საქართველოში გარდა იშვიათი გამონაკლისისა (გ.ბერძულიშვილი, ნ.ონიანი, ბ. ბაკურაძე, ი.რუხაძე, ნ.ნახუცრიშვილი და სხვ.) ჯერ-ჯერობით სათანადო ყურადღება არ ექცევა დაწყებითი კლასების არა მარტო მათემატიკის, არამედ სხვა საგნების სწავლების დროსაც, თუმცა ლოგიკური აზროვნების ელემენტები გამოყენებულია ყველა სასკოლო დისციპლინაში.

დაწყებით კლასებში მათემატიკური განათლების ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას წარმოადგენს სივრცითი აზროვნების განვითარება, რაც ტრადიციულად უკავშირდება გეომეტრიული შინაარსის მქონე მასალის შესწავლას.

§1.3. მათემატიკის I-III კლასების სასკოლო სახელმძღვანელოების მეთოდური ანალიზი. მომავლის პერსპექტივები

მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებზე საუბრისას ჩვენ მხედველობაში გვაქვს საქართველოს განათლების სამინისტროს მიერ გრიფირებული მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოები, საქართველოს კანონმდებლობის საფუძველზე სამინისტროსთან შეთანხმებული სახელმძღვანელოები, დამატებითი საგანმანათლებლო (მათ შორის, ელექტრონული) რესურსები და სხვადასხვა სახის თვალსაჩინოებები, (სპეციალური პლაკატები, მათემატიკური სხეულების მოდელები და სხვ.). ყველა ეს სასწავლო რესურსი (სახელმძღვანელოები, დამხმარე სახელმძღვანელოები, თვალსაჩინოება და სხვ.) შესაბამისობაშია ეროვნულ სასწავლო გეგმასთან.

2018-2024 წლების ეროვნული სასწავლო გეგმა დამტკიცებულია საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების მინისტრის 2017 წლის 2 აგვისტოს ბრძანებით (ბრძანება №123/ნ). მასში განსაზღვრულია ზოგადი განათლების საფეხურები. ჩამოყალიბებულია სწავლა-სწავლების მიზნები და საგანმანათლებლო პრინციპები, კონკრეტულად არის გაწერილი დაწყებითი საფეხურის მისია, რომელზეც ჩვენ გავამახვილებთ ყურადღებას.

ეროვნული სასწავლო გეგმით დაწყებითი საფეხურის მისიაა:

ა) საგანთა თანამიმდევრული სწავლა-სწავლების გზით მოსწავლის გონებრივი, ფიზიკური, ემოციური და სოციალური განვითარების ხელშეწყობა;

ბ)საბაზისო უნარების-წიგნიერებისა და რაოდენობრივი წიგნიერების განვითარების ხელშეწყობა;

გ)სასკოლო გარემოსა და სწავლის მიმართ დადებითი დამოკიდებულების ჩამოყალიბება, ცნობისმოყვარეობის ცოდნისმოყვარეობაში გადაზრდა და მოსწავლის მომზადება საბაზო საფეხურისთვის.

ეროვნული სასწავლო გეგმით მოცემული მისიის განხორციელება ნამდვილად გაიყვანს მოსწავლეებს ცოდნის იმ დონეზე, რომელსაც ისინი უნდა ფლობდნენ დაწყებითი საფეხურის გავლისას, მაგრამ პრაქტიკულად ამის მიღწევას ბოლო საერთაშორისო კვლევების მიხედვით დაწყებითი სკოლების მოსწავლეთა უმცირესობა ახერხებს. რაშია საქმე, რა არის ამის მიზეზი?

მივყვეთ ეროვნულ სასწავლო გეგმას. მისი მეშვიდე მუხლი მოიცავს ზოგადი განათლების სწავლა-სწავლების მიზნებს, რომელშიც გაწერილია მოსწავლეებისათვის განსავითარებელი ან/და ჩამოსაყალიბებელი უნარები. რადგან მასში მოცემული ყველა უნარის განვითარება ჩვენი კვლევის საგანს არ შეადგენს, ამიტომ შევჩერდებით იმ უნარ-ჩვევების ფორმირებაზე, რომლებიც ჩვენ საკვლევ თემატიკას უშუალოდ ეხება, კერძოდ:

ა)კულტურული მემკვიდრეობის დაფასების და მასზე ზრუნვის უნარი;

დ)ჯანსაღი ცხოვრების უნარ-ჩვევები;

ზ)კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნების, პრობლემების გადაჭრისა და კვლევის უნარები;

თ)ლოგიკური აზროვნებისა და არგუმენტირებული მსჯელობის უნარი;

ი)სამყაროს ესთეტიკური აღქმის უნარი;

კ)საკუთარი შესაძლებლობებისა და ინტერესების საფუძველზე არჩევანის გაკეთების უნარი; დამოუკიდებელ გადაწყვეტილებათა მიღებისა და იდეების ქმედებაში განხორციელების უნარი;

მ)გარემოსდაცვითი პრობლემების გადაჭრის უნარი რისკების გაცნობიერებით;

ჟ)სწავლის სტრატეგიების ადეკვატურად შერჩევისა და მათი ეფექტიანად გამოყენების უნარი;

რ)თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებით ინფორმაციის მოძიების, დამუშავების, შენახვის, გაზიარებისა და გაანალიზების უნარი.

ჩამონათვალი საკმაოდ ვრცელია, მაგრამ ჩვენი კვლევის შედეგები აქტიურად დაეხმარება უმცროსკლასელებს ჩამოთვლილი უნარების ჩამოყალიბებასა და განმტკიცებაში. აქ სრულიადაც არ ვგულისხმობთ იმას, რომ ამ უნარებს მაღალ კლასებში შემდგომი განვითარება აღარ დაჭირდება, რა თქმა უნდა დაჭირდება, მაგრამ ჩამოთვლილი უნარების ფორმირება მოხდება უმცროს სასკოლო ასაკში, ხოლო შემდგომი განვითარება უფრო მაღალ კლასებში. ლოგიკურად დაისმის შეკითხვა თუ როგორ ვაპირებთ ამ უნარების ჩამოყალიბებას და განვითარებას მოსწავლეებში უფრო აქტიურად, ვიდრე დღეს ხორციელდება. ამას ჩვენ ვაღწევთ ჩვენს მიერ სპეციალურად შერჩეული საგანთაშორისი

კავშირების და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ჩართვით სასწავლო პროცესში. ჩვენს მიერ სპეციალურად შედგენილი საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების პირობებში ჩადებულია ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი უნარების განმავითარებელი ინფორმაცია, რომელიც რეალური ცხოვრებისეული სიტუაციებიდან არის აღებული. ამას კი დღეს მოქმედი მათემატიკის დაწყებითი კლასების გრიფირებული არცერთი სასწავლო სახელმძღვანელო არ შეიცავს, ან შეიცავს ძალზედ მცირე დოზით. ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდური მიდგომები, განსხვავებულია იმ მიდგომებისაგან რომლითაც ამჟამად ხორციელდება მათემატიკის სწავლება უმცროსკლასელებთან. ჩვენი მეთოდური მიდგომები სრულ შესაბამისობაშია ეროვნული სასწავლო გეგმის საგანმანათლებლო პრინციპებთან, რომელიც ეფუძნება პიროვნების განვითარებაზე ორიენტირებულ კონსტრუქტივისტულ საგანმანათლებლო კონცეფციას და განსაზღვრავს ხუთ ძირითად საგანმანათლებლო პრინციპს, რომლებსაც ეყრდნობა სწავლა-სწავლების პროცესი. ეს პრინციპებია:

ა)სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს მოსწავლეთა შინაგანი ძალების გააქტიურებას. მიღებული ინფორმაცია ცოდნად გარდაიქმნება მოსწავლის მიერ მისი აქტიური დამუშავების შედეგად. მოსწავლე მიწოდებული ინფორმაციიდან გამოარჩევს ცოდნის კონსტრუირებისთვის მნიშვნელოვან ელემენტებს და ცოდნად გარდაქმნის შერჩეულ ინფორმაციას სხვადასხვა სააზროვნო ოპერაციის განხორციელების საფუძველზე.

ბ)სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს ცოდნის ეტაპობრივად კონსტრუირებას წინარე ცოდნაზე დაფუძნებით. ინფორმაციის დამუშავება და ცოდნად გარდაქმნა წინარე ცოდნის საშუალებით ხორციელდება. წინარე ცოდნა განაპირობებს იმას, მიწოდებული ინფორმაციიდან რა კომპონენტებს მიაქცევს ყურადღებას მოსწავლე და რის სწავლას შეძლებს იგი.

გ)სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს ცოდნათა ურთიერთკავშირს და ორგანიზებას. მეხსიერებაში ცოდნათა ურთიერთკავშირები და ორგანიზება ზრდის გააზრების, დამახსოვრებისა და ცოდნის ფუნქციური გამოყენების შესაძლებლობებს.

დ)სწავლა-სწავლება უნდა უზრუნველყოფდეს სწავლის სტრატეგიების დაუფლებას (სწავლის სწავლა). სწავლის პროცესში მართებული ხერხებისა და მიდგომების გამოყენება წარმატებული სწავლის განმსაზღვრელ ფაქტორს წარმოადგენს. კონკრეტული მიზნის მისაღწევად განსახორციელებელ ქმედებათა გააზრებულად, გაცნობიერებულად დაგეგმვა და კოორდინირება ზრდის მოსწავლის ქმედობაუნარიანობას, ეხმარება მას მიზნის ეფექტიანად მიღწევასა და სიძნელეთა გადალახვაში. აქედან გამომდინარე, მასწავლებელი ვალდებულია დააფიქროს მოსწავლე იმ ხერხებსა თუ მიდგომებზე, რომლებსაც იგი გამოიყენებს მიზნის მისაღწევად და დაეხმაროს მათ შორის, საუკეთესოს აღმოჩენაში.

ე)სწავლა-სწავლება უნდა მოიცავდეს ცოდნის სამივე კატეგორიას: დეკლარატიულს, პროცედურულსა და პირობისეულს.

დეკლარატიული ცოდნა გულისხმობს თეორიების, ფაქტების, წესების ცოდნას და პასუხობს კითხვას: რა ვიცი?

პროცედურული ცოდნა იძლევა ცოდნის რეალიზების საშუალებას. პროცედურული ცოდნა პასუხობს კითხვას: როგორ გავაკეთო? როგორ შევასრულო?

პირობისეული ცოდნა გულისხმობს პირობების, ანუ არსებითი ნიშან-თვისებების ამოცნობას. იგი უზრუნველყოფს სხვადასხვა კონტექსტში ცოდნის ადეკვატურად გამოყენებას და პასუხობს კითხვას: როდის ან რატომ გამოვიყენო ეს ცოდნა?

მათემატიკის დაწყებითი კლასების სასკოლო სახელმძღვანელოები ნაკლებად არის ორიენტირებული მოსწავლეზე, ამ სახელმძღვანელოებში მცირე ყურადღება აქვს დათმობილი მოსწავლეთა ინდივიდუალურ, ფიზიკურ და ფსიქიკურ მახასითებლებს, მათ მისწრაფებებსა და ინტერესებს. ასევე მნიშვნელოვანია სასწავლო გარემოც. სწავლა უნდა მიმდინარეობდეს პოზიტიურ და მოწესრიგებულ გარემოში. მოსწავლე უნდა იყოს დაფასებული მასწავლებლის მიერ, მასწავლებელი მოსწავლეს უნდა აღიქვამდეს როგორც პიროვნებას, რომელიც მასწავლებელთან ერთად პასუხისმგებელია საკუთარ სწავლასა და განვითარებაზე. უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) მათემატიკის არსებული სასკოლო სახელმძღვანელოები ვერ უზრუნველყოფს საგნის სიღმისეულ სწავლებას, რაც ეფუძნება ახალი საკითხების, ცნებების საფუძვლიანად და განსხვავებულ კონტექსტებში განხილვას, საგანთაშორისი კავშირების გამოვლენას და საერთო ასპექტების დამუშავებას.

გარდა ამისა ვერ ახდენს მოსწავლეთა მოტივაციის გაზრდას და მათ სასწავლო პროცესში აქტიურ ჩართვას. მოსწავლეთა გამოკითხვით დგინდება, რომ ისინი ვერ ხედავენ დავალების მიზანს, მის საჭიროებას, კავშირს სკოლაში მიმდინარე საქმიანობასა და სკოლის გარეთ მიმდინარე ცხოვრებას შორის. ეს ერთ-ერთი მთავარი მიზეზია იმის, რომ სასწავლო პროცესში არ არის უზრუნველყოფილი მოსწავლეთა თანაბარი ჩართულობა. მოსწავლეები აქტიურად არ მონაწილეობენ განათლების მიღების პროცესში, ისინი უმრავლეს შემთხვევაში ერთმანეთს არ ან ვერ ეხმარებიან სწავლაში, არა აქვთ საშუალება ერთმანეთს გაუზიარონ თავიანთი შთაბეჭდილებები და განცდები, აქტიურად ჩაერთონ ან/და მონაწილეობა მიიღონ თავიანთი კლასელების სწავლა-სწავლების პროცესში.

ჩვენ ვთვლით, რომ უმცროსკლასელებს მათემატიკის ამოცანები უნდა მიეწოდებოდეს ისეთნაირად, რომ მათი პირობები შეიცავდეს მოსწავლეებისათვის საყვარელი ზღაპრების, მულტფილმების, საბავშვო კინოფილმების გმირებზე ინფორმაციას, რაც იწვევს მოსწავლეთა დაინტერესებას და ამავე დროს უნდა იყოს განმავითარებელი სწავლებისათვის შესატყვისი. იმ შემთხვევებში, როცა მათემატიკური ამოცანის პირობა უმცროსკლასელთათვის მიმზიდველია, ისინი სიამოვნებით ერთვებიან ამოცანის პირობის განხილვაში, რასაც ხელი უნდა შეუწყოს მასწავლებელმა სათანადოდ დასმული კითხვებით, შეაქოს და წაახალისოს ის მოსწავლეები, რომლებმაც უკეთ იციან ამოცანის პირობაში მოყვანილი ზღაპრის, მულტფილმის, საბავშვო

მოთხრობების თუ კინოფილმების გმირების შესახებ. მოსწავლეებს მიაწოდოს ის ინფორმაციები, რომლებიც მათ არ იციან ამ გმირების შესახებ, ზოგჯერ წაუკითხოს კიდეც ესა თუ ის ნაწარმოები, აჩვენოს მულტფილმებიდან ფრაგმენტები, ან მოსწავლეებს მოამზადებინოს ამოცანის თემატიკიდან პრეზენტაცია და სხვ.

ყველა უმცროსკლასელისათვის საყვარელი ზღაპარია ,,სამი გოჭი“. ისინი არა მარტო გატაცებით კითხულობენ ამ ზღაპარს, არამედ სიამოვნებით უყურებენ ამ ზღაპრის მიხედვით გადაღებულ მულტფილმსაც. მეთოდური თვალსაზრისით კარგ ეფექტს იძლევა ასეთი შინაარსის ამოცანის განხილვა:

სამმა გოჭმა: ნიფ-ნიფიმ, ნაფ-ნაფიმ და ნუფ-ნუფიმ მოაწყვეს შეჯიბრება სირბილში. გასარბენი მანძილია 60 მეტრი. როცა ნიფ-ნიფი ფინიშთან მივიდა, ნაფ-ნაფის ფინიშამდე დარჩენილი ჰქონდა 20 მეტრი, ხოლო ნუფ-ნუფი 8 მეტრით წინ იყო, ვიდრე ნაფ-ნაფი. ფინიშიდან რა მანძილზე იქნება ნაფ-ნაფი, როცა ნუფ-ნუფი ფინიშთნ მივა, თუ ცნობილია, რომ თითოეული გოჭი მუდმივი სიჩქარით დარბის?

კარგია თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს შესტავაზებს ისეთი შინაარსის მათემატიკურ ამოცანებს, რომლის პირობაში მოცემული იქნება ქართული ხალხური ზღაპრების გმირები, მაგალითად,

სიზმარამ, ნაცარქექიამ და კომბლემ ანკესებით ერთად 58 თევზი დაიჭირა. საუზმისთვის თევზის შეწვა გადაწყვიტეს. სიზმარამ თავის წილად 7 თევზი დადო, ნაცარქექიამ-9, ხოლო კომბლემ-12. ამის შემდეგ თითოეულ ზღაპრის გმირს ერთნაირი რაოდენობის თევზი

დარჩათ. რამდენი თევზი დაიჭირა თითოეულმა მათგანმა?

ამ ამოცანაში სამი ქართული ზღაპრის გმირებია გაერთიანებული, მათგან ზოგიერთს შესაძლოა მოსწავლეები არ იცნობდნენ, ამიტომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა დაავალოს მათი წაკითხვა, პრეზენტაციის მოწყობა, რომელიმე ზღაპრის გმირის დახატვა და სხვ, რაც გაზრდის მოსწავლეთა მოტივაციას არა მარტო მათემატიკის შესწავლისადმი, არამედ ეროვნული კულტურის მიმართ პატივისცემას და გაუმდიდრებს მათ ცოდნის თვალსაწიერს.

უმცროსკლასელთათვის საყვარელი მულტფილმია ,,წუნა და წრუწუნა“. ამ მულტფილმის გმირებზე მასწავლებელმა მოსწავლეებს შესაძლოა შესთავაზოს ასეთი შინაარსის ამოცანა:

წუნამ ფული იპოვა და ნაპოვნი ფულით წრუწუნას უყიდა თხილი, კაკალი და კანფეტები. თხილი და კანფეტები ერთად ღირს 3 კვინტო, ხოლო თხილი და კაკალი 7 კვინტო. ამასთან, ცნობილია რომ, კანფეტები თხილზე ძვირი ღირს. რამდენი კვინტო იპოვა წუნამ?

ამ ამოცანაში შემოტანილია ფულის ჩვენს მიერ შექმნილი ერთეული ,,კვინტო“, რომელიც ბუნებაში არ არსებობს. ასეთი არარსებული ფულის ერთეულების გამოყენების პრაქტიკა გრიფირებული სახელმძღვანელოებიდან ზოგიერთში გვხვდება და მოსწავლეები ამას შეჩვეული არიან, რომელი მოსწავლეებიც ასეთი სახელმძღვანელოებით არ სწავლობენ, მათ სათანადო ახსნა-განმარტებები უნდა მისცეს მასწავლებელმა.

უმცროსკლასელი ვაჟების უმრავლესობა გატაცებით კითხულობენ სათავგადასავლო ნაწარმოებებს, უყურებენ მულტფილმებს, ფილმებს მეკობრეებზე, უკაცრიელ, განძით სავსე კუნძულზე, მეკობრეთა ბრძოლებზე და სხვ. მაგალითად, განვიხილოთ ასეთი შინაარსის ამოცანა.

100 მეკობრის გააფთრებული ბრძოლის შემდეგ 70-მა დაკარგა ერთი თვალი, 75-მა ერთი ყური, 80-მა ერთი ხელი და 90-მა ერთი ფეხი. სადაზღვევო კომპანიაში „მხიარული როჯერი“, რომელშიც ყველა მეკობრე იყო დაზღვეული დაისვა კითხვა: იპოვეთ მეკობრეების მინიმალური რაოდენობა, რომლებმაც ერთდროულად დაკარგეს თვალი, ყური, ფეხი და ხელი? გაეცით კითხვას დასაბუთებული პასუხი.

შესაძლებელია ასეთი შინაარსის ამოცანის განხილვაც:

ორმა მეკობრემ უკაცრიელ კუნძულზე ოქროს მონეტები იპოვა. ერთმა მეკობრემ მეორეს შესთავაზა ეთამაშოს ოქროს მონეტებზე. დასაწყისში პირველმა წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა მეორეს, შემდეგ მეორემ წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა პირველს. შემდეგ პირველმა მეკობრემ წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა მეორეს. ამის შემდეგ პირველ მეკობრეს დარჩა 5 მონეტა, მეორეს კი 11 მონეტა. რამდენი მონეტა ჰქონდა თითოეულ მეკობრეს თამაშის დაწყებამდე?

ასევე შესაძლებელია ამოცანების განხილვა ბიჭუნასა და კარლსონზე:

კარლსონი 600 გრამ მურაბას 3 წუთში ჭამს, ბიჭი კი იგივე რაოდენობის მურაბის შეჭმას ორჯერ უფრო მეტ დროს ანდომებს. რა დროში შეუძლიათ ბიჭუნასა და კარლსონს ერთად შეჭამონ 600 გრამი მურაბა? რამდენს შეჭამს კარლსონი? ბიჭუნა?

მასწავლებელმა უნდა იცოდეს მოსწავლეთა ინტერესების სფეროები და მათ უნდა შესთავაზოს ინტერესთა სფეროდან სხვადასხვა სახის მათემატიკური ამოცანები, რომელთაც ექნებათ განმავითარებელი ეფექტი. ასე მაგალითად:

1. ორთავიანი დრაკონის სამი ნახტომის სიგრძე სამთავიანი დრაკონის ორი ნახტომის სიგრძის ტოლია. იმ დროში, როცა ორთავიანი დრაკონი აკეთებს ხუთ ნახტომს, სამთავიანი დრაკონი აკეთებს სამ ნახტომს. რომელი მათგანია უფრო სწრაფი? პასუხი დაასაბუთეთ.

2. ჯადოსნურ ველზე ორი ხე ხარობს. თუ ერთ-ერთი ხის ქვეშ ჩავფლავთ ოქროს მონეტებს, მეორე დღისთვის მონეტები ორმაგდება, თუ მეორე ხის ქვეშ-კი სამმაგდება. ბურატინოს აქვს 15 ოქროს მონეტა. მან არ იცის რომელი ხე აორმაგებს და რომელი ასამმაგებს მონეტებს, მაგრამ დილით აუცილებლად სჭირდება 36 ოქროს მონეტა. როგორ მოიქცეს? (ბურატინოს შეუძლია მონეტების ნაწილი ჩაფლას როგორც ერთი, ისე მეორე ხის ქვეშ, ასევე ნაწილი დაიტოვოს და არ დამარხოს).

3. ბოროტმა დედინაცვალმა ფიფქიას უთხრა:-ჩვენ მივდივართ წვეულებაზე, შენ გიტოვებ ჭურჭელს, რომელშიც 8 ლიტრი ყურძნის წვენია და კიდევ ორ ცარიელ 3 ლიტრიან და 5 ლიტრიან ჭურჭლებს. არ გამოიყენებ არანაირ სხვა რაიმეს, უნდა გაყო ყურძნის წვენი ორ

ტოლ ნაწილად. როცა წვეულებიდან დავბრუნდები შევამოწმებ. თუ დავალებას სწრაფად შეასრულებ, შეგიძლია წვეულებაზე მოხვიდე და უყურო როგორ ვცეკვავთ. დაეხმარეთ საბრალო გოგონას დედინაცვალის დავალების შესრულებაში.

4. საბრძოლო მოედნის ორი ფიქსირებული ადგილიდან ერთმანეთთან საბრძოლველად ორი რაინდი მირბის. 3 წუთის შემდეგ რაინდები ერთმანეთის პირისპირ დამსხვრეული შუბებით დგანან. ისინი დროის დაკარგვის გარეშე მობრუნდნენ და საჩქარეთა შეუცვლელად გაიქცნენ უკან ახალი იარაღების ასაღებად. შეხვედრიდან 30 წამის შემდეგ რაინდები გაჩერდნენ, მათ შორის მანძილი 21 მეტრი იყო. ერთი რაინდის სიჩქარე მეორეზე 6 მ/წთ-ით მეტია. რა მანძილზეა მოედნის ფიქსირებული ადგილიდან უფრო სწრაფი რაინდი?

5. კატა ტომი და ძაღლი პლუტო ყოველ დილით მირბიან მდინარეზე საბანაოდ. სახლიდან ისინი ერთდროულად გამოდიან და მირბიან ერთსა და იმავე ბილიკზე. თითოეულს მუდმივი სიჩქარე აქვს, მაგრამ პლუტო ორჯერ უფრო სწრაფად გარბის, ვიდრე პლუტო, ხოლო კატა იმდენ დროს უნდება ბანაობას, რამდენსაც ძაღლი. ერთხელ, როცა პლუტომ მიირბინა მდინარესთან, აღმოაჩინა, რომ სახლში პირსახოცი დარჩა. ის მაშინვე გაიქცა სახლში, აიღო პირსახოცი და მდინარესთან მივიდა ზუსტად იმ დროს, როცა ტომიმ ბანაობა დაამთავრა. პლუტო მირბოდა იმავე ბილიკზე, იმავე სიჩქარით, როგორც ყოველ დილით. ტომი უფრო ადრე დაბრუნდება სახლში თუ პლუტო?

6. ზღაპრული ქვეყნის ერთ ზღაპრულ ქალაქში 4 ჯუჯა ცხოვრობს. ისინი გაერთიანებული არიან სხვადასხვა კლუბებში. კანონის ძალით კლუბებში არანაკლებ სამი ჯუჯა უნდა იყოს და ორ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ კლუბში არ შეიძლება იყოს ერთი და იგივე წევრი. ამას გარდა, ყოველი ჯუჯა შეიძლება იყოს არაუმეტეს ორი კლუბის წევრი. კლუბების რა უდიდესი რაოდენობა შეიძლება იყოს ყვავილების ზღაპრულ ქალაქში?

7. შტორმის დროს გემის კაპიტანმა გასცა ბრძანება, ბორტიდან ზღვაში გადაეყარათ 10 შეკვრიდან ნახევარი, რომელიც ორ ვაჭარს, თითოეულს 5 შეკვრა ეკუთვნოდა. არცერთ ვაჭარს არ უნდოდა თავისი ტვირთის ზღვაში გადაყრა. კაპიტანმა ეს შეამჩნია და თქვა:-,,მატროსები მთელ ტვირთს დააწყობენ წრეზე, ჩვენ ვივლით ამ წრეზე და წყალში გადავაგდებთ ყოველ მეშვიდე შეკვრას მანამ, ვიდრე არ გადავყრით ტვირთის ნახევარს-5 შეკვრას“. ერთმა ვაჭარმა მოისყიდა მატროსები და მისი ტვირთი ისე დააწყვეს, რომ ტვირთის გადაყრის შემდეგ გემბანზე მხოლოდ ამ ვაჭრის 5 შეკვრა დარჩა. როგორ დააწყვეს ტვირთი?

შევნიშნოთ, რომ ჩვენს მიერ უმცროსკლასელებისათვის საგანთაშორისი და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების სისტემები და თეორიული მიდგომები გამოიყენება სასწავლო მასალაში მოცემული კანონზომიერებების შესასწავლად, სიტუაციის ანალიზის და პრობლემების გადასაჭრელად. პრობლემის გადაჭრისას აუცილებელია მის არსში წვდომა, დასმული საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის მქონე მათე-

მატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდების და ხერხების შერჩევა, ან შემუშავება, პროცესებისა თუ ობიექტების გააზრებული თეორიული მოდელის/მოდელების შექმნა, დასკვნების გაკეთება და შემდეგ მათი განზოგადება.

ჩვენ კონკრეტულ შემთხვევაში ზღაპრები, მულტფილმები, კინოფილმები, საბავშვო ნაწარმოებები მათემატიკის მასწავლებელს საშუალებას აძლევს უმცროსკლასელებს შეუდგინოს საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანები და მათი სისტემები მათთვის საინტერესო თემებზე. აქედან გამომდინარე, უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში მასწავლებელმა მნიშვნელოვანი ყურადღება უნდა მიაქციოს მათემატიკური ამოცანების პირობებში ჩადებული ინფორმაციის საშუალებით გარემომცველი სამყაროს შემეცნებას, ბუნებისდაცვითი, ეკოლოგიური, საყოფაცხოვრებო და სხვ. პრობლემების გადაჭრას, რომელიც დაეფუძნება მათემატიკურ ცოდნას, როგორც ლოგიკურად გამართულ სისტემას. გარდა ამისა, მათემატიკის სწავლებისას, ძირითადი ფოკუსის გადატანა როგორც პრაქტიკული, ასევე მეცნიერული ხასიათის პრობლემების გადაჭრაზე, აძლიერებს მოსწავლეთა მოტივაციას და აღძრავს მათემატიკისადმი ინტერესს.

§1.4. უმცროსკლასელთა სასკოლო სახელმძღვანელოებში განხილული ამოცანათა ტიპები. ამოცანათა კლასიფიკაცია ამოხსნის ხერხების მიხედვით

ამოცანის ცნების მრავალნაირი განმარტება არსებობს. ამოცანებს სხვადასხვანაირ ფუნქციებს მიაწერენ მკვლევარები [9], [13], [77], [78], [103], [104].

მაგალითად, მათემატიკურ ამოცანაში ი.კოლიაგინი გამოყოფს შემდეგ კომპონენტებს: საწყისი მდგომარეობა (ამოცანის პირობა); საბოლოო მდგომარეობა (ამოცანის დასკვნა); ამოხსნა (პირობის გარდაქმნა საძიებლის პოვნის მიზნით); ამოხსნის ბაზისი (მისი თეორიული დახასიათება). მათემატიკურად ითვლება ყველა ამოცანა, რომლებშიაც საწყისი მდგომარეობიდან საბოლოო მდგომარეობამდე გადასვლა მათემატიკური აპარატით ხორციელდება. ავტორი ამ ჯგუფს აკუთვნებს წმინდა მათემატიკურ ამოცანებს, რომელთა ყველა კომპონენტი მათემატიკურ ობიექტებს წარმოადგენს და ამოცანებსაც, რომლებიც ამოხსნადია მათემატიკური აპარატის გამოყენებით. [137].

ზოგადად, ყოველი ამოცანა შედგება ორი ნაწილისაგან-პირობისა და კითხვისაგან. პირობა წარმოადგენს რაიმე ობექტების ერთობლიობას და მათ შორის გარკვეულ მიმართებებს, რომლებიც შესაბამისი აღწერითაა მოცემული, ხოლო კითხვით მოითხოვება რაიმე მათემატიკური ფიგურის აგება (ამოცანები აგებაზე), ან კონკრეტული მათემატიკური ფაქტის დამტკიცება (ამოცანები დამტკიცებაზე), ან რაიმე სიდიდის (სიდი-

დეების) რიცხვითი მნიშვნელობების პოვნა (ამოცანები გამოთვლაზე).

ამოცანის ამოხსნის ქვეშ ვგულისხმობთ ისეთ აზრობრივ ქმედებასპროცესს, რაც იწვევს იმ შედეგის დადგომას, რომელიც ამოცანის პირობებს აკმაყოფილებს.

ამოცანების ამოხსნის ხერხები ემყარება მათემატიკურ მეთოდებსა და მათემატიკური ობიექტების თვისებებს (რიცხვი, ფუნქცია და ა.შ). ამოცანების ამოხსნის მიმართ სხვადასხვაგვარი მიდგომები ჩვენს მიერ გამოყენებული იქნება უმცროსკლასებთან განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის მქონე ამოცანების ამოხსნისას, რის შემდეგაც მოვახდენთ ასეთი ამოცანების სისტემების შედგენას.

ამოცანა სისტემის ქვეშ ჩვენ გვესმის რაიმე საერთ ნიშან-თვისების მიხედვით დალაგებული ამოცანათა ერთობლიობა, რომლებიც აკმაყოფილებენ რაიმე გარკვეულ პედაგოგიურ მიდგომებს. განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას აუცილებელია გამოვყოთ ამოცანები, რომელთა ამოხსნა შესაძლებელია ერთი და იმავე ხერხით, ხოლო შემდეგ ისინი დავალაგოთ სირთულის მიხედვით.

ჩვეულებრივ ამოცანებს ყოფენ სტანდარტულ და არასტანდარტულ ამოცანებად. სტანდარტულად ითვლება ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნის ალგორითმი ცნობილია, ხოლო არასტანდარტული ამოცანისათვის ამოხსნის ალგორითმი ცნობილი არ არის. ზოგჯერ არასტანდარტულ ამოცანებს მიაკუთვნებენ ოლიმპია-

დის ამოცანებს, ჩვენ არასტანდარტული ამოცანების ქვეშ ვგულიხსმობთ უფრო ფართო კლასს, კერძოდ იმ ამოცანებს, რომლებიც სტანდარტული არ არის.

მეთოდურ ლიტერატურაში მათემატიკური ამოცანების ამოხსნას ზოგიერთი მკვლევარი ყოფს სამ ეტაპად: 1. ამოცანის ფორმალიზაცია; 2. პრაქტიკული რეალიზაცია; 3. ინტერპრეტაცია. [2], [9], [13].

მოსწავლეები ამოცანათა ნებისმიერი სისტემის განხილვის დროს, სრულად ან ნაწილობრივ ხვდებიან ამ ეტაპებს, ამიტომ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ამ საკითხს დავუთმოთ გარკვეული ყურადღება.

განვიხილოთ სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ეტაპები დაწვრილებით.

1. ფორმალიზაცია-არის მოცემული სიტუაციიდან გადასვლა ფორმალურ მათემატიკურ მოდელზე, რომელიც მიახლოებით ასახავს ამ სიტუაციას.

განმავითარებელი ამოცანების განხილვის შემთხვევაში ამ ეტაპს მიეკუთვნება: ამოცანის პირობებში მოცემული ინფორმაციის სრულფასოვანი შესწავლა, დადგენა იმისა, მოცემული ამოცანის მსგავსი ამოცანა ადრე ხომ არ აქვთ ამოხსნილი, თუ ასეთი სახის ამოცანა მოსწავლეებს უკვე ამოხსნილი აქვთ იმის გარკვევა რომელი ხერხით იქნა ამოხსნილი, შეიძლება თუ არა იმავე ხერხით მოცემული ამოცანის ამოხსნა, თუ ასეთი სახის ამოცანა ამოხსნილი არა აქვთ, მაშინ იმის დადგენა, რომელი ხერხით ამოხსნა უფრო პერსპექტიულია, რომელი გზა არ არის ჩიხური და სხვ.

2. რეალიზაცია-არის ამოცანის ამოხსნა მისთვის განკუთვნილი ხერხის მიხედვით, ამ დროს მოსწავ-

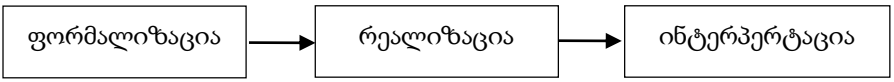
ლეები გამოიყენებენ ამოცანათა ამოხსნის შესახებ მათთვის უკვე ცნობილ მიდგომებს, წესებს, ფორმულებს, იგივეობებს, მათემატიკურ გარდაქმნებს და სხვ.

3. ინტერპრეტაცია-არის ამოცანის ამოხსნის გათვალისწინებით ამოხსნის სისწორის შემოწმება.

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემებისათვის ინტერპრეტაცია შეიძლება მოხდეს სხვადასხვა გზით, როგორიც არის დიაგრამების და ნახაზების აგება, გრაფების და გრაფ-ხის გამოყენება, ექსპერიმენტული ან/და ლაბორატორიული შემოწმება და სხვ.

ყოველი ტექსტიანი ამოცანა აღწერს რეალურ სიტუაციას ან მასთან მიახლოებულს, სადაც მოთხოვნილია გავიგოთ უცნობი სიდიდე ან გავაკეთოთ რაიმე თვისობრივი დასკვნა დამახასიათებელი ამ სიტუაციისათვის. პირველ ეტაპზე საჭიროა უცნობი სიდიდე შევიტანოთ ამოცანის პირობებში, მისი საშუალებით გამოვსახოთ სხვა სიდიდეები და შევადგინოთ ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე მათემატიკური მოდელი. ეს შეიძლება იყოს განტოლება, ფორმულა და სხვ. შესაძლებელია, რომ ეს მათემატიკური მოდელი შეესაბამებოდეს კიდევ სხვა სიტუაციას.

ეს სამი ეტაპი სქემატურად ასე წარმოდგება:



განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვა სასწავლო პროცესში მიზანშეწონილია თითოეული თემის გავლასთან დაკავშირებით. ჩვენ არ ვითხოვთ, რომ ამისათვის

გამოიყოს სპეციალურად სასწავლო დრო. კონკტეტული სასწავლო თემის განხილვის დროს, მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ ამ თემის შესაბამისი ამოცანები, ამასთან სასწავლო პროცესი ისე უნდა წარვმართოთ, რომ გათვალისწინებული იყოს მოსწავლეთა ასაკობრივი შესაძლებლობები.

დ.პოიას ამოცანის ამოხსნის პროცესის რამდენადმე განსხვავებული სქემა აქვს განხილული ნაშრომში [144], კერძოდ ის გამოყოფს შემდეგ ოთხ ეტაპს: 1. დასმული ამოცანის გაგება; 2. ამოცანის გეგმის შედგენა; 3. შედგენილი გეგმის შესრულება; 4. შემოწმება (მიღებული ამონახსენის შესწავლა).

თ.მორალიშვილი [75] შენიშნავდა, რომ „რაც შეეხება უკანასკნელ, მეოთხე ეტაპს (მიღებული ამონახსნის შესწავლა) იგი უმრავლეს შემთხვევაში არ სრულდება. ამოხსნის გეგმის შესრულების შემდეგ ამოცანის ამოხსნა სრულდება და ამოხსნის ძიებას ჩვეულებრივ არ უბრუნდებიან (დროის ნაკლებობის გამო)“. ეს ტენდენცია გრძელდება და არც თუ ისე სასარგებლო შედეგები მოაქვს სასწავლო პროცესში.

ფსიქოლოგიურ და მათემატიკურ ლიტერატურაში ამოცანის ცნების განმარტების სხვადასხვანაირი განსაზღვრება არსებობს. ეს განსაზღვრებები საკმაოდ რთულია და არ შეესაბამება სიტყვის ინტუიციურ გაგებას, რა მნიშვნელობითაც იგი გამოიყენება უმცროსკლასელებთან, ამიტომ უმჯობესია დავკმაყოფილდეთ ამ ცნების ინტუიციური მნიშვნელობით. მათემატიკის შესწავლისას, განსაკუთრებით იქ სადაც საქმე გვაქვს ამოცანებთან, ინტუიციურად სავსებით გასაგებია რა

გვაქვს მხედველობაში როცა ამოცანის შესახებ ვლაპარაკობთ.

ყოველი ამოცანა შედგება ორი ნაწილისაგან:

1. რომელიც წარმოადგენს ობიექტების ერთობლიობას და მათ შორის მიმართებას, იგი მოცემულია აღწერით;
2. მოთხოვნა (კითხვა) თუ რა უნდა ვიპოვოთ მოცემული პირობების მეშვეობით.

იმისდა მიხედვით, თუ როგორაა დასმული ამოცანის კითხვა, შეიძლება განვსაზღვროთ, თუ როგორი შეიძლება იყოს პასუხი, რას უნდა წარმოადგენდეს იგი. ამ მიზნით ამოცანები იყოფა სამ კლასად:

ა. პირველ კლასს მიეკუთვნება ამოცანები, რომლებშიც კითხვას აქვს სახე: ,,აქვს თუ არა“, ,,გადაკვეთს თუ არა“, ,,არსებობს თუ არა“ და ა.შ. ასეთი ამოცანების პასუხია ,,კი“ ან ,,არა“. ასეთ ამოცანებს უწოდებენ ამოცანებს არსებობაზე, რადგან გასარკვევია არსებობს თუ არა განსაზღვრული თვისების ობიექტი, რომელიც ამოცანის პირობებშია აღწერილი.

ბ. მეორე კლასს მიეკუთვნება ამოცანები, რომლებშიც ამოცანის კითხვას აქვს სახე: ,,რას უდრის“, ან შეიცავს მოთხოვნას ,,იპოვეთ“, ,,განსაზღვრეთ“, ,,გამოთვალეთ“, ,,ააგეთ“, და ა.შ. ასეთი ამოცანის პასუხი არის რაიმე ობიექტი, რომელიც ამოცანის პირობას აკმაყოფილებს. ასეთი სახის ამოცანებს ჩვეულებრივ უწოდებენ ,,ამოცანებს გამოთვლაზე“, ,,ამოცანებს გამოანგარიშებაზე“, ,,ამოცანებს აგებაზე“.

გ. მესამე კლასს მიეკუთვნება ამოცანები, რომლებშიც ამოცანების კითხვას აქვს სახე: ,,დაამტკიცეთ“.

ასეთი ამოცანების პასუხი არის გარკვეული სახის მსჯელობა, რომელსაც დამტკიცება ეწოდება. ასეთი სახის ამოცანებს ეწოდება ამოცანები დამტკიცებაზე.

პირველი კლასის ამოცანები (ამოცანები არსებობაზე) განსხვავდება მეორე კლასის ამოცანებისაგან (ამოცანები აგებაზე, ამოცანები გამოანგარიშებაზე, ამოცანები გამოთვლაზე და ა.შ.). პირველ შემთხვევაში გამოსარკვევია არსებობს თუ არა ისეთი ობიექტი, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას, მეორე შემთხვევაში კი თვით ამ ობიექტის პოვნაა საჭირო.

მესამე კლასის ამოცანები (ამოცანები დამტკიცებაზე) იმით განსხვავდება პირველი და მეორე კლასის ამოცანებისაგან, რომ აქ საჭიროა ლოგიკური ბუნების სპეციალური ობიექტის აგება, რომელსაც მტკიცება ეწოდება.

განსაზღვრული თვისების ობიექტის არსებობა ან არარსებობა ყოველთვის მოითხოვს დამტკიცებას, ამიტომ ამოცანები არსებობაზე ხშირად ჩამოყალიბებულია, როგორც ამოცანები დამტკიცებაზე ,,დაამტკიცეთ, რომ არსებობს“, ან ,,დაამტკიცეთ, რომ არ არსებობს“. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა მხოლოდ დამტკიცება. პირველი კლასის ამოცანებში კი ჩვენ თვითონ უნდა ვიპოვოთ სწორი პასუხი ,,კი“ ან ,,არა“, ცხადია დამტკიცებასთან ერთად.

მეორე კლასის ამოცანებშიც საჭიროა აგრეთვე დამტკიცება იმისა, რომ მიღებული ობიექტი არის ერთადერთი პასუხი და სხვა ამონახსნები არა გვაქვს. ამრიგად, გარდა იმ ამოცანებისა, რომლებიც ჩამოყალიბებულია როგორც ამოცანები დამტკიცებაზე (მესამე სა-

ხის ამოცანები) ამოცანები დამტკიცებაზე გვხვდება როგორც პირველი, ისე მეორე კლასის ამოცანების ამოხსნის დროს.

ზოგიეთი მკვლევარი ამოცანის სხვადასხვანაირ განმარტებასაც იყენებს. ზოგჯერ ამოცანებს სხვადასხვანაირ ფუნქციებს მიაწერენ მკვლევარები [9], [13], [11], [76], [104], [136] და სხვ. ჩვენ ვემხრობით ამოცანის ინტუიციურ გაგებას, რომელსაც იზიარებენ ქართველი მათემატიკის მეთოდისტები გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე, ბ.ბაკურაძე, ნ.ონიანი–საღინაძე, ლ.ციბაძე, მ.გოგაძე, თ.წერეთლი, მ.ლომთაძე და სხვ.

ზოგჯერ სპეციალისტები ამოცანის და მისი მათემატიკური ამოხსნის ქვეშ გულისხმობენ არა მარტო წმინდა მათემატიკური ხასიათის ამოცანებს, არამედ ზოგადად ამოცანას და მის ამოხსნას. მაგალითად, მათემატიკურ ამოცანაში ავტორები [137], გამოყოფენ შემდეგ კომპონენტებს: საწყისი მდგომარეობა–ამოცანის პირობა; საბოლოო მდგომარეობა–ამოცანის დასკვნა; ამოხსნა–პირობის გარდაქმნა საძიებლის პოვნის მიზნით; ამოხსნის ბაზისი–მისი თეორიული დახასიათება.

მათემატიკურად ითვლება ყველა ამოცანა, რომლებშიც საწყისი მდგომარეობიდან საბოლოო მდგომარეობამდე გადასვლა მათემატიკური აპარატით ხორციელდება. ავტორი ამ ჯგუფს აკუთვნებს წმინდა მათემატიკურ ამოცანებს, რომელთა ყველა კომპონენტი მათემატიკურ ობიექტებს წარმოადგენს და ისეთ ამოცანებსაც, რომელთა ამოხსნა ხდება მათემატიკური აპარატის გამოყენებით. [137].

ჩვენ ვთვლით, რომ ამოცანების ამოხსნა არის მოქმედებათა თანმიმდევრული შესრულების პროცესი ან მიზნის მიღწევისათვის მიზანმიმართული აზროვნების ოპერაციები, რომლებიც ემსახურება ამოცანის პრობლემური სიტუაციის გადაწყვეტას. ამოცანის ამოხსნის პროცესი წარმოადგენს აზროვნების შემადგენელ ნაწილს. კოგნიტური მიდგომის თვალსაზრისით ამოცანათა ამოხსნის პროცესი წარმოადგენს ინტელექტის ფუნქციებიდან ყველაზე რთულს და განისაზღვრულია როგორც უფრო მაღალი რიგის კოგნიტური პროცესი, რომელიც მოითხოვს ელემენტარული და ფუნდამენტური უნარ-ჩვევების შეთანხმემულობას და მართვას.

ამოცანის ამოხსნის პროცესი შედგება ისეთი ქვეპროცესებისაგან, როგორიცაა:

- პრობლემური სიტუაციის აღმოჩენა;
- ამოცანის დასმა: მოცემულობის (პირობის) ელემენტებს და მათ შორის დამოკიდებულებების და მოთხოვნის (მიზნის) გამოვლენა;
- ამოცანის ამოხსნის გზის პოვნა.

ეს ეტაპები გამოიყენება მრავალი სახის ამოცანათა ამოხსნის თეორიებში. ამოცანის დასმის სტადია და მისი ამოხსნის გზის პოვნა განსაკუთრებულად ხაზგასმულია ვიცბურგის სკოლის წარმომადგენლის ოტტო ზელცის, გენშტალ-ფსიქოლოგის კ.დუნკერის, კოგნიტივისტ გრინოს თეორიებში მიუხედავად იმისა, რომ ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავებულია. ამასთან, ამოცანის დასმაში შეიძლება იგულისხმებოდეს როგორც გაცნობიერებული ისე გაუცნობიერებელი ინფორმაციების გადამუშავების პროცესები.

ამოცანის ამოხსნა წარმოადგენს მიმდევრობით გადასვლას ერთი მდგომარეობიდან მეორეში, ამის მერე შემდეგ მდგომარეობაში და სხვ. სანამ არ იქნება მიღწეული საბოლოო მდგომარეობა, ანუ არ მოხდება ამოცანის საბოლოო ამოხსნა. ასეთი გადასვლები ხორციელდება ოპერატორების გამოყენებით, რომელთა საშუალებით ხდება ერთი მდგომარეობიდან უშუალოდ მის მომდევნო მდგომარეობაზე გადასვლა. ამოცანების ამოხსნის უმთავრესი სიძნელე დაკავშირებულია საჭირო ოპერატორების პოვნასთან.

არსებობს ამოხსნის ორი სტრატეგია: პირდაპირი და შებრუნებული ძიება.

1. პირდაპირი ძიების დროს ამომხსნელი ცდილობს ამოცანის ამოხსნას რაიმე მეთოდით, ხოლო შემდეგ აკვირდება გამოყენებული მეთოდით მოხდა თუ არა ამოცანის ამოხსნის პროცესის წინ წაწევა.
2. შებრუნებული ძიების დროს ამომხსნელი აკვირდება მიღებულ ამონახსნს და სვამს კითხვებს: რომელია ის საწყისი ნაბიჯი, რომელიც უნდა გადაიდგას იმისათვის, რომ მივიდეთ ამოცანის ამოხსნამდე? ასეთი ნაბიჯის პოვნის შემდეგ უნდა განისაზღვროს უშუალოდ პირველი ნაბიჯის მომდევნო ნაბიჯი, შემდეგ უშუალოდ მისი მომდევნო ნაბიჯი და ა.შ. სანამ არ მივალთ ამოცანის ამოხსნამდე.

შებრუნებული ძიების პროცესი ეყრდნობა მიზნის და საშუალებების შეჯერებას: ყოველ ნაბიჯზე შუალედურ მიზანს ადარებენ საბოლოოს და პოულობენ ოპე-

რატორს, რომელიც ამცირებს ამოცანის ამოხსნის გზის სიგრძეს.

არსებობს ოპერატორების ორი სახე: ალგორითმული და ევრისტიკული.

1. ალგორითმი (წესების ერთობლიობა, რომელსაც მივყავართ გარანტირებულ შედეგამდე);
2. ევრისტიკული (საკმაოდ რთული ამოცანებისთვის, რომლისთვისაც ალგორითმები ნაპოვნი არ არის ან არ არსებობს).

სასკოლო მათემატიკური ამოცანების დაყოფა პირობითად ხდება ალგებრული და გეომეტრიული შინაარსის ამოცანებად. ზოგადად, სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდები და ხერხები ემყარება მათემატიკურ მეთოდებსა და მათემატიკური ობიექტების თვისებებს.

ვთვლით, რომ განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანები მასწავლებელმა უნდა ჩართოს საგაკვეთილო პროცესში კონკრეტული თემის გავლის დროს. ხაზგასმით გვინდა აღვნიშნოთ, ჩვენ არ ვითხოვთ, რომ ამისათვის სპეციალურად გამოიყოს სასწავლო დრო. სასწავლო თემების განხილვისას, მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ თემის შესაბამისი ამოცანები, ამასთან სასწავლო პროცესი ისე უნდა წარვმართოთ, რომ გათვალისწინებული იყოს მოსწავლეთა ასკობრივი თავისებურებები.

პრაქტიკაში ხშირად გამოვიყენებთ განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის მიმართ გარკვეულ წესებს. ჩამოვაყალიბოთ რამოდენიმე მათგანი:

- „მარტივი“ წესი: არ გამოტოვოთ ყველაზე მარტივი ამოცანა. ჩვეულებრივ, მასწავლებლები მარტივ ამოცანებს არ განიხილავენ, არადა მეთოდურად გამართლებულია, რომ განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნა ასეთი ამოცანების განხილვით უნდა დავიწყოთ.
- „რიგითი“ წესი: ამოცანის ზოგიერთი პირობა ან პირობები შესაძლებლობის შემთხვევაში უნდა შევცვალოთ რაიმე რიგით. ამოცანაში პირობები სასრული რიცხვით გამოისახება, ასე რომ, ყველა პირობას ადრე თუ გვიან თავისი რიგი მოუწევს.
- „უცნობი“ წესი: შევცვალოთ ამოცანის ერთი რომელიმე პირობა, სხვა პირობით. მივიღებთ დამხმარე ამოცანას, რომლის ამოხსნა უფრო მარტივია მოცემულთან შედარებით. ამოვხსნით დამხმარე ამოცანას, რის შემდეგაც ვუბრუნდებით ძირითად ამოცანას და ამოვხსნით მას მოცემული პირობებით.
- „საინტერესო“ წესი: შევცვალოთ ამოცანის პირობა უფრო საინტერესო პირობით.
- „დროებითი“ წესი: თუ ამოცანის პირობაში საუბარია რაიმე პროცესზე და საბოლოო მდგომარეობა უფრო თვალსაჩინოა, ვიდრე საწყისი, მაშინ უფრო მოსახერხებელია დროის უკუათვლა: პირველად განვიხილოთ პროცესის ბოლო ბიჯი, შემდეგ ბოლოსწინა და ა.შ.

შევნიშნოთ, რომ აქ ჩამოყალიბებული წესების სია არასრულია, რადგან კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე შესაძლოა საჭიროებამ მოითხოვოს სხვა რომელიმე წესის გამოყენება ან სრულიად ახალი წესის შედგენა.

განვიხილოთ ამ წესების გამოყენებით რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 1. ხუთმა ბიჭმა იპოვა 9 სოკო. დამტკიცეთ, რომ ორმა მათგანმა მაინც იპოვა ერთი და იმავე რაოდენობის სოკო.

პირველი ბიჯი. ბიჭების რაოდენობა ძალიან ბევრია. ვთქვათ, მათი რაოდენობა 2-ით ნაკლებია შემდეგ ამოცანაში.

სამმა ბიჭმა იპოვა x სოკო. დაამტკიცეთ, რომ ორმა მათგანმა მაინც იპოვა ერთი და იმავე რაოდენობის სოკო.

დავადგინოთ, x-ის რა მნიშვნელობებისათვის აქვს ამოცანას ამონახსნი.

როცა x=0, x=1, x=2 ამოცანას ამონახსნი აქვს, როცა x=3 ამოცანას ამონახსნი არა აქვს. ჩამოვაყალიბოთ მსგავსი ამოცანა:

სამმა ბიჭმა იპოვა 2 სოკო. დაამტკიცეთ, რომ ორმა მათგანმა მაინც იპოვა ერთი და იმავე რაოდენობის სოკო.

ვთქვათ სამივე ბიჭმა იპოვა სოკოების თანაბარი რაოდენობა. მაშინ სოკოების მინიმალური რაოდენობა იქნება 3, რადგან 3=0+1+2. მაგრამ, ამოცანის პირობის ძალით, სოკოების რაოდენობა 3-ზე ნაკლებია. ამიტომ, სამიდან ორმა ბიჭმა იპოვა ერთნაირი რაოდენობის სოკოები.

მოცემული ამოცანის ამოხსნისას მსჯელობა წარიმართება ანალოგიურად. ვთქვათ, ხუთიმ იპოვა სხვადასხვა რაოდენობის სოკოები. მაშინ სოკოების მინიმალური რაოდენობა უნდა იყოს 10. (10=0+1+2+3+4). მაგრამ,

პირობის ძალით სოკოების რაოდენობა 10-ზე ნაკლებია. ამიტომ ორმა მათგანმა მაინც იპოვა ერთი და იმავე რაოდენობის სოკო.

ამოცანის ამოხსნის დროს გამოყენებული იყო „უცნობი“ წესი.

ამოცანა 2. ტბების თავზე მიფრინავდნენ გედები. თითოეულ ტბაზე დაჯდა გედების ნახევარი და კიდევ ნახევარი გედი, დანარჩენები აგრძელებენ ფრენას. ყველა გედი დაჯდა შვიდ ტბაზე. რამდენი გედი მიფრინავდა სულ?

მიმდინარეობს დროში გარკვეული პროცესი, რომელშიც საწყისი მდგომარეობა გაურკვეველია, საბოლოო მდგომარეობა ნულოვანია, ე.ი. ყველა გედი ტბებზე დასხდა, მფრინავი გედები აღარ არიან.

დავაბრუნოთ დრო უკან, მოვიყვანოთ ასეთი ამოცანა.

ტბების თავზე მიფრინავდნენ გედები. თითოეული ტბიდან აფრინდა ნახევარი გედი და კიდევ იმდენი, რამდენიც უკვე მიფრინავდა. ყველა გედი აფრინდა შვიდი ტბიდან. რამდენი გედი აფრინდა სულ?

მეორე ბიჯი. დავიწყოთ ნულიდან:

(((((((0+1/2)2+1/2)2+1/2)2+1/2)2+1/2)2+1/2)2+1/2)2 =127.

ამოცანა 3. მდინარეზე გადასასვლელ ხიდთან ერთმანეთს შეხვდა ორი გლეხი, ღარიბი ალალი და მდიდარი ცბიერი. ერთმანეთის მოკითხვის შემდეგ ალალმა თავის სიდუხჭირეზე დაიჩივლა, რაზეც მდიდარმა უთხრა:

-მე შემიძლია დაგეხმარო. ხიდის ყოველ გადასვლაზე შენი მონეტები გაორმაგდება, მაგრამ მე უნდა

მომცე 24 მონეტა. ალალ კაცს გაეხარდა, მაგრამ სამჯერ ხიდზე გადასვლის შემდეგ ნახა, რომ ქისა ცარიელი ჰქონდა. რამდენი მონეტა ჰქონდა ალალს?

$$(((0+24):2+24):2+24):2= 21.$$

მეორე და მესამე ამოცანების განხილვის დროს გამოყენებული იყო „დროებითი“ წესი.

ამოცანა 4. მჭედელი ცხენის ერთი ჩლიქის დაჭედვას უნდება 5 წუთი. რა დრო დასჭირდება 8 მჭედელს 10 ცხენის დასაჭედად? (ცხენს ორ ფეხზე დგომა არ შეუძლია).

პირველი ბიჯი. ცხენებისა და მჭედლების რაოდენობა საკმაოდ დიდია. გამარტივების მიზნით შევადგინოთ ასეთი შინაარსის ამოცანა.

მჭედელი ცხენის ერთი ჩლიქის დაჭედვას 5 წუთს ანდომებს. რა დრო დასჭირდება 4 მჭედელს 5 ცხენის დასაჭედად?

ცხადია, რომ 5 ცხენს 20 ნალი დაჭირდება, რომლის დაჭედვას სულ ცოტა 100 წუთი მოუნდება, ამიტომ მინიმალური დრო 25 წუთზე ნაკლები არ იქნება. მაგრამ შესაძლებელია კი ეს შესრულდეს? ამისათვის მჭედლების მოქმედებები ისე უნდა დავგეგმოთ, რომ მოცდენა არ მოხდეს. განვალაგოთ 5 ცხენი წრეზე. მას შემდეგ, რაც ოთხივე მჭედელი დაჭედავს თითოეული ცხენის ერთ ჩლიქს, მჭედლები გადაინაცვლებენ წრის მომდევნო ცხენის დასაჭედად. რომ შემოიარონ მთელი წრე მჭედლებს დასჭირდებათ ხუთი ტაქტი თითოეული ხუთი წუთის შუალედით. 4 ტაქტის შესრულების შემდეგ თითოეული ცხენი დაიჭედილი იქნება, ხოლო ერთი

ტაქტს ცხენები დაისვენებენ. საბოლოოდ, 5 ცხენი 25 წუთის განმავლობაში დაიჭედება.

მეორე ბიჯი. დავუბრუნდეთ საწყის ამოცანას, შევნიშნოთ, რომ $8=4\cdot2$, ხოლო $10=5\cdot2$. ამიტომ 8 მჭედელი უნდა გავყოთ ორ ბრიგადად, თითოეულში 4 მჭედელი, ხოლო 10 ცხენი ორ რემად-თითოეულში 5 ცხენი.

25 წუთის განმავლობაში პირველი ბრიგადა დაჭედავს პირველ რემას, ხოლო მეორე ბრიგადა-მეორე რემას.

ამოცანა 5. კატლეტის შეწვას ერთ გვერდზე 3 წუთი სჭირდება. ტაფაზე ეტევა მხოლოდ ორი კატლეტი. რა უმცირესი დროა საჭირო 3 კატლეტის ორივე გვერდზე შესაწვავად?

ჯერ ტაფაზე უნდა დავდოთ ორი კატლეტი და შევწვათ ერთ გვერდზე, ამისათვის დაგვჭირდება 3 წუთი, შემდეგ ამ ორი კატლეტიდან ერთი გადმოვიღოთ ტაფიდან და მის ნაცვლად ტაფაზე დადოთ მესამე კატლეტი, რომელსაც არცერთი გვერდი არა აქვს შემწვარი, ხოლო მეორე კატლეტი გადავაბრუნოთ. 3 წუთის შემდეგ ერთი კატლეტი შეიწვება ორივე გვერდიდან და გადმოვიღებთ, თაფაზე დარჩენილ კატლეტს გადავაბრუნებთ და ტაფაზე დავდებთ მეორე გვერდიდან იმ კატლეტს, რომელსაც ერთი გვერდი შემწვარი აქვს, რომლების კიდევ 3 წუთში შეიწვება. ე.ი კატლეტების შეწვას სულ 9 წუთი დაჭირდა.

ამოხსნის დროს გამოყენებული იყო „რიგითი“ წესი.

შესაძლოა პრაქტიკული მოღვაწეობის დროს შეგვხვდეს ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნა არ მოხერხ-

დეს არცერთი ზემოთ ჩამოყალიბებული წესით, მაშინ უნდა შევქმნათ ასეთი ამოცანის ამოხსნის განსაკუთრებული ხერხი. ამასთანავე, უნდა გვახსოვდეს, რომ ზოგადად ამოცანების ამოხსნა არის ხელოვნება, რომელსაც შეიძლება ამომხსნელი ფლობდეს მხოლოდ მაშინ, თუ სისტემატიურად ახდენს ამოცანების ამოხსნის მოქმედების თვითანალიზს.

ზოგჯერ, დაბალ კლასებში შესაძლებელია განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნისას გამოყენებული იქნეს განტოლების შედგენა. ასეთი მიდგომა მიზანშეწონილია მაშინ, როცა მოსწავლეები განტოლების შედგენით ამოცანების ამოხსნაში ჯერ კიდევ კარგად გაწაფული არ არიან. ხოლო, როცა კარგად დაეუფლებიან, შემდგომში ასეთი ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით მათთვის მარტივი საქმე იქნება, მაგრამ თუ მოსწავლეები ასეთი ამოცანებს დაბალ კლასებში არ გაეცნენ, მაშინ უმჯობესია სანამ დავიწყებდეთ ტექსტური ალგებრული ამოცანების განვიხილვას განტოლებების და განტოლებათა სისტემების გამოყენებით შევთავაზოთ რამდენიმე ამოცანა, რომელთა ამოხსნა არითმეტიკული გზითაც შეიძლება და თავისი შინაარსით განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონეა.

განვიხილოთ ასეთი შინაარსის რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 6. უდაბნოში აქლემების ქარავანი მიემართება. სულ 40 აქლემი. თუ ამ აქლემების ყველა კუზს დავთვლით 57 კუზი გამოვა. ამ ქარავანში რამდენია ერთკუზიანი აქლემი?

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მასწავლებელმა უნდა დასვას კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი კუზი შეიძლება ჰქონდეს აქლემს?

მოსწავლე; ერთი ან ორი.

მასწავლებელი: ყველა აქლემს მივამაგროთ დროშა კუზზე ერთკუზიანებსაც და ორკუზიანებსაც. ცხადია ორკუზიან აქლემების ერთი კუზი დროშის გარეშე დარჩება. რამდენი დროშა დაგვჭირდება?

მოსწავლე: 40 აქლემს დასჭირდება 40 დროშა.

მასწავლებელი: რამდენი აქლემს არ ექნება მეორე კუზზე მიმაგრებული დროშა?

მოსწავლე: ასეთი იქნება 57-40=17 აქლემი.

მასწავლებელი: რამდენი ყოფილა ორკუზიანი აქლემი?

მოსწავლე: ორკუზიანი აქლემი სულ არის 17.

მასწავლებელი: რამდენია ერთკუზიანი აქლემი?

მოსწავლე: ერთკუზიანი აქლემია 40-17=23.

მასწავლებელი: რა არის ამოცანის პასუხი?

მოსწავლე: ორკუზიანია 17 აქლემი, ერთკუზიანი-23 აქლემი.

ამ ამოცანის ამოხსნა მარტივად შეიძლება განტოლების გამოყენებითაც.

ვთქვათ, ქარავანში ერთკუზიანი აქლემია x, მაშინ ორკუზიანი აქლემი იქნება $(40-x)$. რადგან სულ აქლემებს 57 კუზი აქვთ, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ განტოლება:

$$x+2(40-x)=57.$$

საიდანაც,

$$x = 23.$$

ამოცანა 7. ავტოფარეხში 18 სატრანსპორტო საშუალება დგას, მსუბუქი ავტომობილები და ეტლიანი მოტოციკლები. ავტომანქანებსა და მოტოციკლებს სულ 65 ბორბალი აქვთ. რამდენი ეტლიანი მოტოციკლი იდგა ავტოფარეხში, თუ ავტომანქანებს 4 ბორბალი აქვთ და ეტლიან მოტოციკლებს კი-3?

ამოხსნა. მოვახდინოთ ამოცანის პირობის შეცვლა და ის ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად: მძარცველები შეიპარნენ ავტოფარეხში, სადაც 18 სატრანპორტო საშუალება იდგა-მსუბუქი ავტომობილები და ეტლიანი მოტოციკლები. მოხსნეს თითოეულ ავტომანქანას და ეტლიან მოტოციკლს 3-3 ბორბალი და წაიღეს. რამდენი ბორბალი დარჩა ავტოფარეხში თუ სულ 65 ბორბალი იყო?

ამოხსნა. მასწავლებელმა სავარაუდოდ უნდა დასვას ასეთი კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი ბორბალი მოიპარეს მძარცველებმა?

მოსწავლე: $18 \cdot 3 = 54$ ბორბალი.

მასწავლებელი: რამდენი ბორბალი დარჩა?

მოსწავლე: 65-54=11 ბორბალი.

მასწავლებელი: რამდენი მსუბუქი ავტომანქანა იყო ავტოფარეხში?

მოსწავლე: რამდენი ბორბალიც დარჩა, ანუ 11.

მასწავლებელი: რამდენი ეტლიანი მოტოციკლი იყო ავტოფარეხში?

მოსწავლე: 18-11=7 ეტლიანი მოტოციკლი.

ამ ამოცანის პირობის შეცვლა შეიძლებოდა სხვანაირადაც. მაგალითად,

ავტოფარეხში 18 სატრანსპორტო საშუალება დგას, მსუბუქი ავტომობილები და ეტლიანი მოტოციკლები. ავტომანქანებსა და მოტოციკლებს სულ 65 ბორბალი აქვთ. ყველა ეტლიან მოტოციკლში გვინდა ჩავდოთ თითო სათადარიგო ბორბალი, რამდენი ავტომანქანა დგას ავტოფარეხში, თუ ავტომანქანებს 4 ბორბალი აქვთ და ეტლიან მოტოციკლებს კი-3.

ცხადია, რომ ავტომანქანებისა და მოტოციკლების ბორბლების რაოდენობა ერთად გახდება $4 \cdot 18 = 72$.

სულ რამდენი სათადარიგო ბორბალი გახდა საჭირო ეტლიან მოტოციკლებში ჩასადებად?

$$72 - 65 = 7 \text{ (ბორბალი)}.$$

რამდენი ავტომანქანაა ავტოფარეხში? $18 - 7 = 11$.

ამოცანა 8. კომბლეს 13 ცხვარი ჰყავდა, რომელიც დათვმა, მგელმა და ტურამ შეუჭამა. ყველაზე მეტი ცხვარი დათვმა შეჭამა, ყველაზე ცოტა ტურამ. რომელმა ნადირმა რამდენი ცხვარი შეჭამა?

ამოხსნა. მასწავლებელმა სავარაუდოდ ასეთი კითხვები უნდა დასვას:

მასწავლებელი: ვის შეუძლია ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა? (მასწავლებელი ეკითხება რამდენიმე მოსწავლეს, რომლებიც სხვადასხვა პასუხებს ასახელებენ).

მასწავლებელი: რატომ მოხდა, რომ სხვადასხვა პასუხები მივიღეთ?

მოსწავლე: იმიტომ, რომ კონკრეტულად ამოცანის პირობაში ნათქვამი არ არის რამდენი ცხვარი შეჭამა თითოეულმა ნადირმა.

მასწავლებელი: მოდი შევეცადოთ ამოვხსნათ ამოცანა სრულყოფილად და ვიპოვოთ ამოცანის ყველა შესაძლო ამონახსნი, რაშიც დაგვეხმარება ცხრილი

მასწავლებელი: რა პირობების დაცვაა აუცილებელი ამ ამოცანის ამოხსნის დროს?

მოსწავლე: ყველა ნადირმა სხვადასხვა რაოდენობის ცხვარი შეჭამა, ტურამ ყველაზე ცოტა, დათვმა ყველაზე მეტი.

მასწავლებელი: რამდენი განსხვავებული ამონახსნი აქვს ამოცანას?

მოსწავლე: ამოცანას აქვს 8 განსხვავებული ამონახსნი

ნადირი	შეჭმული ცხვრების რაოდენობა							
ტურა	1	1	1	1	2	2	2	3
მგელი	2	3	4	5	3	4	5	4
დათვი	10	9	8	7	8	7	6	6

მასწავლებელი: ასეთ ამოცანებს ეწოდება ამოცანები მრავალი ამონახსნით.

ასეთი სახის ამოცანების განხილვის დროს მიზანშეწონილია საკლასო მეცადინეობაზე გავარჩიოთ ასეთი

ამოცანა 9. ცისკარა სამთავიან და სამკუდიან გველეშაპს უნდა შეებრძოლოს. ცისკარას ხმლის ერთი მოქნევით შეუძლია გველეშაპს მოჭრას ან ერთი თავი, ან ორი თავი, ან ერთი კუდი, ან ორი კუდი. თუ მოჭრის ერთ თავს-ახალი ამოიზრდება, თუ მოჭრის ერთ კუდს-ორი ამოიზრდება, თუ მოჭრის ორ კუდს-თავი ამოიზრდება, თუ მოჭრის ორ თავს-არაფერი არ ამოიზრდება.

დაეხმარეთ ცისკარას როგორ მოიქცეს, რომ დაამარცხოს გველეშაპი, ე.ი. მოჭრას ყველა თავი და ყველა კუდი.

მასწავლებელი: რა მოხდება თუ ცისკარა შგველეშაპს მოჭრის ერთ თავს?

მოსწავლე: ამოიზრდება ახალი თავი.

მასწავლებელი: აქვს თუ არა აზრი გველეშაპისათვის ერთი თავის მოკვეთას?

მოსწავლე: არა, ამით არაფერი არ იცვლება.

მასწავლებელი: გველეშაპისათვის ერთი თავის მოკვეთა უპერსპექტივო გზაა, დროისა და ძალების უქმი ხარჯვაა. რა მოხდება, თუ ცისკარა გველეშაპს მოაჭრის ერთ კუდს?

მოსწავლე: ამოიზრდება ორი ახალი კუდი.

მასწავლებელი: თუ მოაჭრის ორ კუდს?

მოსწავლე: ამოიზრდება ახალი თავი.

მასწავლებელი: თუ ორ თავს მოაჭრის?

მოსწავლე: არაფერი არ ამოიზრდება.

მასწავლებელი: ამრიგად, გველეშაპისათვის ერთი თავის მოჭრით არაფერი არ იცვლება, ისევ ამოიზრდება ახალი თავი. უნდა მივიღოთ ისეთი მდგომარეობა, რომ გველეშაპის თავების რაოდენობა იყოს ლუწი, ხოლო კუდები არ დარჩეს, მაგრამ ამისათვის კუდების რაოდენობაც უნდა იყოს ლუწი. როგორ უნდა მივაღწიოთ ამას?

ცისკარას გველეშაპთან ბრძოლის I სტრატეგია

1-ლი დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 4 თავი და 1 კუდი,

მე-2 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 4 თავი და 2 კუდი,

მე-3 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 4 თავი და 3 კუდი,

მე-4 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 4 თავი და 4 კუდი,

მე-5 დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 5 თავი და 2 კუდი,

მე-6 დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 6 თავი და 0 კუდი,

მე-7 დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 4 თავი,

მე-8 დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 2 თავი,

მე-9 დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 0 თავი.

ცისკარას გველეშაპთან ბრძოლის II სტრატეგია

1-ლი დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 1 თავი და 3 კუდი,

მე-2 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 1 თავი და 4 კუდი,

მე-3 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 1 თავი და 5 კუდი,

მე-4 დარტყმა-მოაჭრას 1 კუდი-გაუხდება 1 თავი და 6 კუდი,

მე-5 დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 2 თავი და 4 კუდი,

მე-6 დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 3 თავი და 2 კუდი,

მე-6 დარტყმა-მოაჭრას 2 კუდი-გაუხდება 4 თავი და 0 კუდი,

მე-8 დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 2 თავი,

მე-9 დარტყმა-მოაჭრას 2 თავი-გაუხდება 0 თავი.

მეთოდური თვალსაზრისით უმჯობესია მასწავლებელმა ცისკარას გველეშაპთან ბრძოლის მოყვანილი ორი სტრატეგიიდან გაკვეთილზე გაარჩიოს ერთი, მეორე კი მოსწავლეებს მიცეს საშინაო დავალებად.

ამოცანა 10. ოჯახში ოთხი ბავშვია: სოსო, ირინა, ვახო და თამარი. ისინი 5, 7, 9 და 11 წლის არიან. რამდენი წლის არის თითოეული, თუ ერთი ბიჭი საბავშვო ბაღში დადის, ირინა უმცროსია სოსოზე, ხოლო გოგონების ასაკთა ჯამი 3-ზე იყოფა?

მასწავლებელი, იმისათვის, რომ გამარტივდეს ამოცანის ამოხსნა იყენებს ცხრილს:

ასაკი სახელი	5 წლის	7 წლის	9 წლის	11 წლის
სოსო				
ირინა				
ვახო				
თამარი				

ამის შემდეგ კლასს დაუსვამს კითხვებს და პარალელურ რეჟიმში ავსებს ცხრილს:

მასწავლებელი: ამოცანის პირობიდან რა არის ჩვენთვის ცნობილი ერთ-ერთი ბიჭის შესახებ?

მოსწავლე: ის დადის საბავშვო ბაღში.

მასწავლებელი: რამდენი წლის არის ეს ბავშვი?

მოსწავლე: 5 წლის.

მასწავლებელი: ეს ბიჭი შეიძლება სოსო იყოს?

მოსწავლე: არა, სოსო ირინაზე უფროსია, ამიტომ ეს ბიჭი ვახოა.

ჩავსვათ ვახოს გასვრივ „5 წლის“ სვეტში „+“ ნიშანი. ეს ნიშნავს, რომ ოჯახის ყველაზე უმცროსი შვილი ვახოა და ის 5 წლისაა.

მასწავლებელი: რა ვიცით ირინას ასაკის შესახებ?

მოსწავლე: ის სოსოზე უმცროსია და თუ მის ასაკს მივუმატებთ მეორე დის ასაკს, ჯამი გაიყოფა 3-ზე.

მასწავლებელი: შევადგინოთ სოსოს, ირინას და თამრიკოს შესაძლო ასკთა 7, 9 და 11 ჯამების ყველა შესაძლო ვარიანტი.

მოსწავლეები წერენ: 7+9=16, 7+11=18. 9+11=20.

მიღებული ჯამებიდან 3-ზე იყოფა 18. ე.ი. გოგონების ასკია 7 და 11 წელი.

ასაკი სახელი	5 წლის	7 წლის	9 წლის	11 წლის
სოსო			+	
ირინა		+		
ვახო	+			
თამარი				+

მასწავლებელი: რამდენი წლის არის სოსო?

მოსწავლე: სოსო 9 წლისაა.

მასწავლებელი: ირინა?

მოსწავლე: 7 წლის, რადგან ის სოსოზე უმცროსია.

მასწავლებელი: თამარი?

მოსწავლე: თამარი 11 წლისაა.

მასწავლებელი: როგორ ჩამოყალიბდება ამოცანის პასუხი?

მოსწავლე: ვახო 5 წლისაა, ირინა-7-ის, სოსო-9-ის, თამარი-11-ის.

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ჩართვა საგაკვეთილო პროცესში ხასიათდება ზოგიერთი თავისებურებებით, კერძოდ,

1. განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლება უნდა განხორციელდეს კონკრეტული ამოცანების ამოხსნის დროს;

2. უმრავლეს შემთხვევაში მასწავლებელმა არ უნდა მოახდინოს განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდების ან/და ხერხების მზა რეცეპტების სახით მიწოდება, მან უნდა ისარგებლოს ისეთი მითითებებითა და კითხვებით, რომლებიც საშუალებას მისცემს მოსწავლეებს თვითონ მივიდნენ ამოხსნის მეთოდის ან/და ხერხის „აღმოჩენამდე“;

3. მასწავლებელმა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი უნდა წარმართოს ისე, რომ მასში მონაწილეობა მიიღოს მთელმა კლასმა, მოსწავლეებს საშუალება უნდა ჰქონდეთ გამოთქვან თავისი შეხედულებები, შესაძლოა ეს შეხედულებები მცდარიც იყოს და დაიცვან საკუთარი მიდგომები. მასწავლებლებმა პატივი უნდა სცენ მოსწავლეთა მიერ გამოთქმულ აზრებს;

4. მასწავლებელმა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის შემდეგ უნდა მოახდინოს გამოყენებული მეთოდის ან/და ხერხის სრულყოფილი მეთო-

დური ანალიზი და თუ ამოხსნილი ამოცანის სახე იძლევა ამის შესაძლებლობას, მოახდინოს მისი/მათი განზოგადება სხვა უფრო ფართო კლასის ამოცანების მიმართ;

5. მომდევნო ეტაპებზე, როცა მოსწავლეები მიიღებენ საკმაო გამოცდილებას, დახელოვნდებიან განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირის შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებაში, მასწავლებლის ჩარევა უნდა შემცირდეს, როგორც ამოხსნის მეთოდის ან/და ხერხის შერჩევისას, ასევე ამოხსნის პროცესშიც. მან ყურადღება უნდა გადაიტანოს იმ მოსწავლეებზე, რომლებსაც შედარებით უძნელდებათ ამოხსნის მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენება.

§1.5. უმცროსკლასელთა მათემატიკის სწავლების პროცესში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვის აუცილებლობის დასაბუთება

საქართველოს განათლების სამინისტროს მიერ გამოცემულ მათემატიკის სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტში [92] ნათქვამია: „XX საუკუნეში განათლების ძირითადი მიზანი იყო იმ ცოდნისა და უნარჩვევების დაგროვება, რაც აუცილებელია პროფესიული ფუნქციების შესასრულებლად ინდუსტრიულ საზოგადოებაში. მათემატიკური დისციპლინებიც უწყობენ ხელს შესაბამისი სოციალური დაკვეთის შესრულებას, მაგრამ ამჟამად საზოგადოება ხდება ინფორმაციული და პოლიტექნიკური განათლების ძველი კონცეფცია აღარ შეესაბამება მის მოთხოვნებს. გადაისინჯება შეხედულებაც მათემატიკის სასწავლო შინაარსზე, მის როლზე და ადგილზე ზოგად განათლებაში“.

მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის კრიტიკული ანალიზი ცხადყოფს, რომ მოსწავლეთა უმეტესობა სუსტად ფლობს ამოცანების ამოხსნის ხერხებს. საშუალო სკოლის მათემატიკის მაღალი კლასების სასწავლო სახელმძღვანელოებში საჭიროზე ნაკლები დრო აქვს დათმობილი ამოცანების ამოხსნას, რასაც ვერ ვიტყვით თეორიული საკითხების შესწავლაზე.

მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის ერთ-ერთი აქტუალური პრობლემაა სწორი თანაფარდობის აღდგენა თეორიასა და პრაქტიკას შორის. ეს პრობლემა ცხა-

დია უნდა გადაწყდეს ამოცანების ამოხსნის სწავლების დროს. ამოცანების ამოხსნის უნარი და ჩვევები დამოკიდებულია არა მარტო ამოხსნილი ამოცანების რიცხვზე, არამედ ამოცანების შინაარსსა და ამოხსნის სპეციალურ ხერხებზე.

მათემატიკის სწავლების უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა ყველა მოსწავლის მათემატიკური მომზადების სავალდებულო დონის უზრუნველყოფა მოსწავლეთა მომავალი პროფესიული არჩევანისაგან დამოუკიდებლად. საზოგადოების კომპიუტერიზაცია, თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დანერგვა მოითხოვს მუშაკის მათემატიკურად განათლებულობას თითქმის ყოველ სამუშაო ადგილზე. მათემატიკურ განათლებულობაში იგულისხმება საგნის კონკრეტული ცოდნაც და მათემატიკის მეშვეობით გამომუშავებული აზროვნების სტილიც, რომლის ჩამოყალიბებაში მნიშვნელოვან როლს ასრულებს სწავლების პროცესში ჩართული სხვადასხვა შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის ხერხების სწავლება. კონკრეტული მათემატიკური ცოდნის გარეშე გაძნელებულია თანამედროვე ტექნიკის მუშაობის პრინციპების გაგება და გამოყენება, მეცნიერული ცოდნის შეთვისება, მრავალფეროვანი სოციალური, ეკონომიკური, პოლიტიკური ინფორმაციის აღქმა და ინტერპრეტაცია. შეუძლებელია თანამედროვე ადამიანის განათლების მიღება, ნაკლებად ეფექტიანია ასეთი ადამიანის ყოველდღიური პრაქტიკული საქმიანობა.

მათემატიკა საშუალო სკოლაში საყრდენი საგანია მომიჯნავე დისციპლინების შესასწავლად. თანამედროვე პირობებში საგრძნობლად გაიზარდა მათემატიკური

განათლების გავლენა ჰუმანიტარული ციკლის საგნებზეც.

იმისათვის, რომ მოსწავლეს ჩამოუყალიბდეს ამოცანების ამოხსნის უნარი და გამოუმუშავდეს შესაბამისი ჩვევები, მეთოდიკურ ლიტერატურაში გვხვდება ორი თვალსაზრისი: პირველი, რომლის თანახმადაც საჭიროა ამოიხსნას რაც შეიძლება ბევრი რაოდენობის ამოცანა და მეორე, რომლის თანახმადაც არსებითი მნიშვნელობა აქვს განსახილავი ამოცანების შინაარსს და ამოხსნის სპეციალურ ხერხებს.

ჩვენი აზრით, შეუძლებელია ამოცანების ამოხსნის სწავლება ამოცანების ამოხსნის გარეშე, მაგრამ განსაკუთრებულ მნიშვნელობას ვანიჭებთ ამოცანების სპეციფიკას და მათი შინაარსის სპეციფიკიდან გამომდინარე ამოხსნის ხერხების სწავლებას, რომელიც ხელს უწყობს მოსწავლეებში შესაბამისი ცოდნა-ჩვევების განვითარებას და განმავითარებელი სწავლებისათვის აუცილებელია.

ცოდნა-ჩვევების სრულფასოვნების მნიშვნელოვან მაჩვენებლად მიგვაჩნია არა მარტო ის, თუ რამდენად გააზრებული და გაცნობიერებულია სპეციფიკური ამოცანების ამოხსნის ხერხების ცოდნა მოსწავლეთა მიერ, არამედ ისიც, თუ რამდენად ღრმად, საფუძვლიანად და მტკიცედ აქვს ათვისებული ის მოსწავლეს. ამიტომ, სპეციფიკური ამოცანების ამოხსნის ხერხების ცოდნის მტკიცედ დაუფლება სწავლების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა და ამავე დროს სწავლების ზოგადმეთოდოლოგიური დიდაქტიკური პრინციპის

ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილია. ეს პრინციპი გულისხმობს, უპირველეს ყოვლისა სასწავლო მასალის ისე მიწოდებას, რომ მოსწავლე მტკიცედ იმახსოვრებდეს და ამის საფუძველზე უნარი შესწევდეს თავისუფლად აღადგინოს თავის მეხსიერებაში ის, რაც მან ადრე სწავლების პროცესში აღიქვა და აითვისა.

ცოდნა-ჩვევების განმტკიცება მჭიდროდაა დაკავშირებული გავლილი და ახალი მასალის თანმიმდევრულ ურთიერთკავშირზე, ამისათვის კი აუცილებელია დიდაქტიკის პრინციპების სრული დაცვა, კერძოდ მასწავლებელმა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შემცველი ამოცანებიდან პირველ ეტაპისათვის უნდა გამოყოს ისეთი ამოცანები, რომელთა პირობებში მოცემული ინფორმაცია ემსახურება უმცროსკლასელებში განმავითარებელ და საგანთაშორისი კავშირების ფორმირებას, ხოლო მათი ამოხსნა ხორციელდება ალგორითმელად. როცა მოსწავლეები საფუძვლიანად შეისწავლიან ამოხსნის ალგორითმულ ხერხებს, ამის შემდგომ ეტაპზე მიზანშეწონილია ისეთი სახის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანების ჩართვა სასწავლო პროცესში, რომლების მოითხოვენ ამოხსნის ძიებას, ამავე დროს უნდა იქნეს დაიცული გავლილი მასალიდან ახალ მასალაზე გადასვლის დიდაქტიკური მოთხოვნები, რომელთა შორის მთავარია ამოცანების ამოხსნის ალგორითმული ხერხების სისტემაში მოყვანა და უმთავრესის გამოყოფა მეორეხარისხოვნისაგან, ამოცანის დასმა და ახალი საკითხის ფაბულის ისეთი მოხაზვა, რომ მოსწავლე ნათლად ხედავდეს განსახილველი ტიპის ამოცანე-

ბის სწავლების აუცილებლობას. ყოველივე ამით მასწავლებელი მოსწავლეებში ქმნის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების სწავლების მოტივაციას და ადვილად დაძლევის განწყობას.

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანების ამოხსნის ხერხების მტკიცედ დაუფლებისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება სისტემატიურ ვარჯიშს, რომელიც უნდა შეუფარდდეს კონკრეტული ტიპის ამოცანების სიძნელე-სიადვილეს და მის შესაბამის სპეციფიკას.

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანების მტკიცედ დაუფლება მოითხოვს აგრეთვე მოსწავლისადმი ინდივიდუალურ მიდგომას, თითოეული მოსწავლის თავისებურებების გათვალისწინებას, სწავლების პროცესში დავალებათა ინდივიდუალიზაციას და სხვ.

მოსწავლისადმი ინდივიდუალური მიდგომის დროს სწავლების ყველა ეტაპზე საჭიროა იმის გათვალისწინება, რომ თითოეული მოსწავლე წარმოადგენს განუმეორებელ ინდუვიდუალობას, რომელთაც საერთო ზოგად თავისებურებებთან ერთად ახასიათებს სპეციფიკური მხარეები, რომელიც მხოლოდ ინდივიდს ახასიათებს. მასწავლებელმა სწავლებაში რომ წარმატებას მიაღწიოს, პირველ რიგში, ყურადღების ცენტრში უნდა მოიქციოს თითოეული მოსწავლის ყოველმხრივი შესწავლა, მოსწავლის ხასიათი, ტემპერამენტი, ნებისყოფა, ყურადღება, უნარ-ჩვევები, აკადემიური მომზადების

დონე, შრომისმოყვარეობა, კოლეგიალობა, მშობელთა განათლების დონე და მათი სპეციალობები, მოსწავლის მეგობრების წრე და სხვა მხარეები. მასწავლებლის დაკვირვების საგანს უნდა წარმოადგენდეს ტლიანად სწავლების პროცესი თავისი მრავალფეროვანი შინაარსით, ორგანიზაციით და მეთოდებით. ასევე მრავალმხრივია მოსწავლისადმი ინდივიდუალური მიდგომის გზები და ფორმები, რომელიც ყველა კონკრეტულ შემთხვევაში ინდივიდუალურად უნდა გადაწყვიტოს მასწავლებელმა.

მასწავლებელმა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანების ამოხსნის მთელი პროცესი უნდა ააგოს სწავლების მეცნიერულ შინაარსზე და გააზრებულ, გაცნობიერებულ შეთვისებაზე, რომელიც დამყარებულია აქტიურ დამახსოვრებაზე და ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაზე. მოსწავლისაგან ყოველმხრივ განვითარებული ადამიანის აღზრდა რიგ სხვა ღონისძიებებთან ერთად მოითხოვს ისეთ სწავლებას, რომელიც უზრუნველყოფს მოსწავლის მიერ მეცნიერებათა საფუძვლების თანმიმდევრულ შეთვისებას.

მათემატიკის სასწავლო პროგრამები განსაზღვრავს თუ რა თემები უნდა შეისწავლოს მოსწავლემ თითოეულ კლასში, ე.ი. განსაზღვრულია ალგორითმულად ამოხსნადი სავარჯიშოების ტიპები და სახეები. აშკარაა, რომ მხოლოდ ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანების სწავლებით შეუძლებელია მოსწავლეთა მათემატიკური მომზადების მაღალი დონის მიღწევა.

მათემატიკის სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი არ ზღუდავს მასწავლებელს ამოცანების შინაარსის და მათი ამოხსნის ხერხებში, კერძოდ, როგორ ხერხს აირჩევს მასწავლებელი სასწავლო პროცესში ალგორითმულს თუ სპეციალურს. „სტანდარტი არ განსაზღვრავს ცალსახად მათემატიკის სასკოლო კურსის შინაარსს, იგი მხოლოდ იმ საკითხებს მოიცავს, რომელთაც აუცილებლად უნდა შეიცავდეს კურსი (გაცნობის თუ სისტემატიური კურსის სახით) ამიტომ, სტანდარტის მოთხოვნები შეიძლება პროგრამების და სახელმძღვანელოების სხვადასხვა ვარიანტმა დააკმაყოფილოს“ [92].

მათემატიკის სასკოლო პროგრამებში [57], [58] და მათემატიკის სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტში [92] მკაფიოდ არის ჩამოყალიბებული ის მოთხოვნები, რომელსაც უნდა ფლობდეს მოსწავლე თითოეული კლასის მათემატიკის კურსის გავლის შემდეგ. მასში მითითებულია, რომ მოსწავლეს მოეთხოვება არა მარტო ის მათემატიკური ცოდნა და უნარ-ჩვევები, რომლებიც მიიღწევა ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანების სწავლებით, არამედ მათ უნდა იცოდნენ არაალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანების დაყვანა ალგორითმულად ამოხსნად ამოცანებზე. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოსწავლეებმა ამოცანების ამოხსნისას უნდა გამოიყენონ ისეთი მიდგომები, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია სწავლების ამა თუ იმ მიდგომისათვის სპეციალურად შედგენილი საძიებო ამოცანები, (მაგალითად, განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშიების შინაარსის მქონე ამოცანები,

მათემატიკის საოლიმპიადო ამოცანები და სხვ.) დაიყვანონ ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანების სახეზე.

მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების ჩამოყალიბებაში ძლიერ გავლენას ახდენს ისეთი ამოცანები, რომლებიც უშუალოდ არ ამოიხსნება ცნობილი ალგორითმების გამოყენებით. ასეთი ამოცანების ამოხსნის პროცესი მოითხოვს შემეცნებით აზროვნებას, რაც მოსწავლეებში აძლიერებს ამოხსნის გზის აღმოჩენის სიხარულს ეს კი ემოციონალურ ფაქტორს წარმოადგენს და მოსწავლის ქცევის მძლავრი ბერკეტია. ემოციონალურ ფაქტორის სწორად მართვას უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს ადამიანის მოქმედების ყველა სფეროში, მოსწავლის სრულყოფილ პიროვნებად ფორმირებისა და სწავლების პროცესშიც.

მოსწავლის ემოციები, განცდები, როგორც მისი სუბიექტური მდგომარეობის გამომხატველი, უმთავრესად დაკავშირებულია სწავლებასა და მის პროცესთან, ამიტომ ემოციების სწორი მიმართულების მიცემა და იმავე დროს მათი, როგორც ფსიქოლოგიური ფაქტორის გამოყენება ამოცანის დასაძლევად პირველ ყოვლისა სკოლისა და მასწავლებლის საქმეა. მოსწავლეთა ემოციების თვისობრივი გარდაქმნა-განვითარება ძირითადად სწორედ აღზრდისა და სწავლების საშუალებებით ხორციელდება.

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშიების შინაარსის მქონე საძიებო ამოცანების ამოხსნით გამოწვეული ემოციები მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს როგორც აღმზრდელობითი პროცესის შემადგენელი

ნაწილი. ამიტომ მასწავლებელმა წინასწარ ზუსტად უნდა გაითვალისწინოს კონკრეტული გზები და ღონისძიებები, რომელთა საშუალებითაც უზრუნველყოფს მოსწავლეებში დადებითი ემოციების და განცდების აღზრდას, ამასთანავე მიმზიდველს და სახალისოს გახდის სასწავლო პროცესს. მასწავლებელი თავადაც უნდა განიცდიდეს მოსწავლის სიხარულს, თანაგრძნობით და გულისხმიერებით ეხმარებოდეს მოსწავლეს ყოველი დაბრკოლებისა და სიძნელის გადალახვაში, ის უნდა იცნობდეს მოსწავლეების მისწრაფებებს, მათ ემოციებს, სისტემატიურად უნდა აკვირდებოდეს და სწავლობდეს ემოციების გარდაქმნა-განვითარებას სწავლა-აღზრდის პროცესში, თითოეული მოსწავლისადმი ინდივიდუალური მიდგომით ახორციელებდეს მოსწავლის განვითარებას სწორი მიმართულებით.

უმცროსკლასელთა მათემატიკის სახელმძღვანელოების ანალიზი ადასტურებს, რომ განმავითარებელი და საგანთშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანებისა და სავარჯიშოების რაოდენობა ძალზედ მცირეა და მათზე იხარჯება სწავლებისათვის განკუთვნილი დროის უმნიშვნელო ნაწილი, რის გამოც ვთვლით, რომ არსებული დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოებში მოცემული სავარჯიშოები ნაკლებ განმავითარებელი ეფექტის მქონეა და ისინი ვერ აკმაყოფილებენ თანამედროვე ზოგად საგანმანათლებლო და საგნობრივ მოთხოვნებს. ეს ტენდენცია ახალი არ არის, ასე იყო წარსულშიც და გრძელდება დღესაც. მართლაც, თუ გადავავლებთ თვალს ახლო წარსულს ვნახავთ, რომ მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის

სპეციალისტთა საერთო აღიარებით საშუალო სკოლის მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოებში არსებულ სავარჯიშოთა სისტემებს მრავალ ნაკლი გააჩნია. ერთ-ერთი მთავარი ნაკლი არის ის, რომ სახელმძღვანელოებში მოცემული სავარჯიშოები მოწყვეტილია პრაქტიკულ შინაარსს, მასში მოყვანილი მონაცემები მოსწავლეებისათვის არანაირ სასარგებლო ინფორმაციის შემცველი არ არის, ისინი მათთვის მხოლოდ მშრალი არაფრის მომცემი რიცხვებია, რომლის უკან მოსწავლეები არანაირ დატვირთვას ვერ ხედავენ და ვერ აანალიზებენ როგორ არის შესაძლებელი ამ მონაცემების პრაქტიკაში გამოყენება. ამიტომ, მოსწავლეთა უმრავლესობა ვერ ხედავს მათემატიკის სწავლების აზრს, მისი გამოყენების არეალს, რაც იწვევს სწავლებისადმი გულაცრუებას. რასაც ადსტურებს მათემატიკის მეთოდისტთა არაერთი მოსაზრება, კერძოდ, ა.სტოლიარი აღნიშნავს [158], რომ მათემატიკის გაკვეთილებზე ძირითადად მიმდინარეობს მათემატიკურ ტერმინებში ჩამოყალიბებული განყენებული ამოცანების საწვრთნელი ამოხსნა; ი.კოლიაგინი, ვ.ოგანესიანი და სხვ., მიიჩნევენ [136], [137], [139] რომ სასკოლო მათემატიკის კურ-სის სავარჯიშოები მწირია სააზროვნო ხასიათის და შინაარსის მხრივ, ი.გრუდიონოვი [118], აღნიშნავს მათემატიკის სასკოლო კურსის სავარჯიშოთა ერთტი-პურობას, ა.დოგრაშვილი თვლიდა, რომ სასკოლო სახელმძღვანელოები არ შეიცავს ალბათური და კომბინატორული შინაარსის მქონე ამოცანებს [54], [55], თ.მორალიშვილი აღნიშნავდა [75], რომ მათემატიკის სასკოლო კურსის სავარჯიშოთა სისტემა არ არის სტრუქტურუ-

ლად სრული, გ.ბერძულიშვილი, ი.გოგიბერიძე და თ.დოგრაშვილი [4], [16], [17], [19], [20] თვლიან რომ სასკოლო კურსი არ შეიცავს საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირის შინაარსის მქონე ამოცანებს, გ.ბერძულიშვილი, ნ. ონიანი-საღინაძე და ბ. ბაკურაძე თვლიან [1], [34], [35], [36], [37] რომ ნაკლები ყურადღება აქვს დათმობილი დაწყებით და საშუალო სკოლაში სიმრავლეთა და ალბათობის თეორიის შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემებს, ნ.ნახუცრიშვილი თვლის, რომ დაწყებითი სკოლის საფეხურზე საჭიროა პრობლემურ-განმავითარებელი შინაარსის მქონე ამოცანების წინა პლანზე დაყენება, [82], გ.ნოზაძე და მ.ოჩხიკიძე თვლიან, რომ განმავითარებელი ამოცანების სიმცირეს განიცდის სასკოლო მათემატიკის სახელმძღვანელოები [83], ი.ჩხიკვაძე თვლის, რომ, განმავითარებელი სწავლებისათვის დაწყებით კლასებში აუცილებელია ტექსტური ამოცანების უფრო მეტი დოზით ჩართვა სასწავლო პროცესში [102] და სხვ.

არა მარტო უმცროსკლასელთა, არამედ მთლიანად საშუალო სკოლის მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში მოცემული სავარჯიშოთა სისტემები ფუნქციური დანიშნულების მიხედვით შეესაბამება ტრადიციულ სქემას „თეორია→ამოცანები“. [46], [47], [48], [49], [50], [51], [60], [61], [62], [63], [64], [65], [87], [88], [89], [90], [91] და სხვ. ჩვენ მიზანშეწონილად ვთვლით, რომ უმცროსკლასელებთან, და დაწყებით კლასებში სწავლება მიმდინარეობდეს სქემით:

„ამოცანები →თეორია →ამოცანები“.

თამამად შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ამგვარი მიდგომა არა მარტო აუცილებელია, არამედ საჭიროა უმცროსკლასელთა საწავლო პრაქტიკაში განმავითარებელი სწავლების პრინციპების ასამოქმედებლად, სადაც მათემატიკის სწავლებაში თეორიული მასალის ხვედრითი წილი ძალზე დაბალია და სწავლება მიმდინარეობს ძირითადად სავარჯიშოების საშუალებით. შემუშავებულ მიდგომას უმცროსლკასელთა სასწავლო პრაქტიკაში ალტერნატივა არა აქვს. ასევე, ძალიან კარგი ეფექტის მომცემია განხილული მიდგომის რეალიზება სწავლების მეორე და მესამე საფეხურზეც. ეს განსაკუთრებით თვალნათელია, თუ სწავლებაში ჩვენს მიერ წარმოდგელილი სქემა გამოიყენებოდა სწავლების ყველა საფეხურზე, ჯერ უმცროსკლასელებთან და შემდგომ გრძელდებოდა მაღალ კლასებშიც.

წარმოდგენილი სქემა უმცროსკლასელებში განამტკიცებს საჭირო თეორიული მასალის ცოდნას არა ერთი სასწავლო საგნიდან (მათემატიკა), არამედ სხვა სასწავლო საგნებიდანაც, რაც უზრუნველყოფილია ამოცანის პირობაში ჩადებული ინფორმაციის მოსწავლეებისათვის მიწოდებით. ამ ინფორმაციის საფუძველზე მასწავლებელი მოსწავლეებთან ერთად გამოკვეთენ მიწოდებული ინფორმაციის გამოყენების ხარისხს, რაც ეხმარება მოსწავლეებს ახალი ცოდნის დამოუკიდებლად მოპოვებაში.

სწავლების შეცვლილი სქემა საჭიროებს მისთვის შესაფერის სავარჯიშოთა სისტემას, რომელიც შეიცავს არსებულისაგან განსხვავებული ფუნქციური დანიშნულების მქონე სავარჯიშოებსაც. რისთვისაც გაანაალიზე-

ბული იქნა არა მარტო ქართული და პოსტსაბჭოთა სივრცის, არამედ ევროპული გამოცდილებაც [168], [169], [170], [171], [172] [173].

ქართველი მეცნიერ-მეთოდისტები გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე, გ.ჯინჯიხაძე, ნ.ნახუცრიშვილი, ნ.ონიანი, ლ.ციბაძე, ბ.ბაკურაძე, მ.ლომთაძე, გ.ნოზაძე, მ.გოგაძე, ი.გოქაძე და სხვ. იყენებენ მათემატიკის სასკოლო კურსში ამოცანათა სისტემებს, რომლებიც დაფუძნებულია სქემაზე:

„ამოცანები →თეორია →ამოცანები“.

უმცროსკლასელთათვის მათემატიკის კურსში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის საძიებო ხერხების სწავლებისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს სასწავლო პროცესში სქემის „ამოცანები → თეორია →ამოცანები“ გამოყენებას, რომელიც მოითხოვს სავარჯიშოთა სისტემის ახლებურად აგებას.

შესამზადებელი სავარჯიშოების როლი და ადგილი კარგად არის ცნობილი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში, მაგრამ ასეთი სახის სავარჯიშოები არ გვხვდება მათემატიკის სასკოლო კურსისათვის დამხმარე ამოცანათა კრებულებში, ხოლო მათი შედგენა მასწავლებლებისათვის რთულია და მაღალ კვალიფიკაციას მოითხოვს. შესამზადებელი სავარჯიშოების შედგენასა და გამოყენებასთან დაკავშირებული საკითხები სათანადოდ არ არის შესწავლილი, ამიტომ პრაქტიკოსი მასწავლებელები იშვიათად მიმართავენ შესამზადებელ

ამოცანებს. ისინი სწავლებაში ძირითადად იყენებენ ტრადიციული სქემას „თეორია →ამოცანები“.

ფუნქციური დანიშნულების მიხედვით გამამდიდრებელი სავარჯიშოები განსამტკიცებელი სავარჯიშოების კლასს მიეკუთვნება. სავარჯიშოთა ამ კლასზე ყურადღების გამახვილება გამოწვეულია იმით, რომ ამჟამად ჩვენში მოქმედ მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში მოცემული გამამდიდრებელი სავარჯიშოების აბსოლუტური უმრავლესობა მოსწავლეთა ცოდნის დონეს არც აღრმავებს და არც აფართოებს. მათ შორის იშვიათად გვხვდება შემოქმედებითი ხასიათის სავარჯიშოები.

გამამდიდრებელი სავარჯიშოები მოსწავლეებს ეხმარება ახალი მასალა განიხილონ სხვადასხვა კუთხით და დაუკავშირონ ისინი ადრე მიღებულ ცოდნას, განაზოგადონ შეძენილი ცოდნა და მოახდინონ მისი შეჯერება შესწავლილი თეორიულ საკითხებთან ახალი ცოდნის ცალკეული ნაწილების ერთმანეთთან დაკავშირება. ახალი ცოდნის ჩართვა ადრე მიღებული ცოდნის სტრუქტურაში აძლიერებს აღქმის სიღრმეს და სიცხადეს, ეხმარება მოსწავლეებს ახალი მასალის უკეთ დამახსოვრებაში.

გამამდიდრებელი სავარჯიშოები საშუალებას იძლევა მათემატიკის სასწავლო შინაარსი გადანაწილდეს თეორიულ ტექსტებსა და ამოცანებზე ისე, რომ არ მოხდეს ახალი მასალის შემეცნებითი დონის დაწევა. ყოველივე ზემოთთქმული საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ ერთი არსებითი ხასიათის შენიშვნა: განმავი-

თარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვა სწავლების პროცესში თავისი შინაარსით წარმოადგენს გამამდიდრებელი ხასიათის სავარჯიშოებს. ასეთი სახის სავარჯიშოების ნაკლებობა გარკვეულ ბარიერს უქმნის უმცროსკლასელებთან ამოცანების ამოხსნის საძიებო ხერხების სწავლებას.

საშუალო სკოლების მათემატიკის სასწავლო მასალა გადატვირთულია არა მარტო ჩვეთან, რამედ მსოფლიოს მრავალ წამყვან ქვეყანაში. უმრავლეს შემთხვევაში მასწავლებლებს საშუალება არ აქვთ განიხილონ სხვადასხვა შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების და ამოხსნა განახორციელონ მთელ კლასთან [171],[172], [173]. როგორც წესი სპეციალურად შედგენილი სხვადასხვა სახის უნარ-ჩვევების განმავითარებელი ამოცანების სწავლება ძირითადად ხდება ფაკულტატიურ, მათემატიკის საგნობრივი წრის სხდომებზე ან მათემატიკის საკვირაო სკოლებში. ე.ი. მოსწავლეთა მხოლოდ მცირე ნაწილთან. მაშასადამე, ის მოსწავლეები, რომლებიც შედარებით უკეთ ითვისებენ ტრადიციულ სასკოლო კურსს იღებენ უფრო მეტ გონებრივ დატვირთვას აზროვნების განვითარებისათვის, ვიდრე საშუალო და სუსტი მოსწავლეები. ამის მიზეზია ის, რომ სკოლის კურსდამთავრებულთა უმეტესობას უჭირს მარტივი ალგორითმული მათემატიკური ამოცანის ამოხსნაც კი.

მეთოდურად დამუშავებულია ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი მეთოდები [75], [79], [106], [142], [143], [144], [157], [158], [165] და სხვ, მაგრამ კერძომეთოდიკურ ასპექტებს ნაკლები ყურადღება აქვს დათმობილი. დამუშავებულია ზოგიერთი კლასის ამოცანათა ამოხსნის

ხერხები [10], [14], [15], [16], [17], [18], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [116], [124], [138] და სხვ. რაც საკმარისი არ არის.

სისტემატიზირებული არ არის უმცროსი სასკოლო ასაკის მოსწავლეთა მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში განხილული ამოცანების სახეები, მათი ამოხსნის სწავლების მეთოდები და ხერხები, სისტემურად არ არის დამუშავებული უმცროსკლასელთათვის მათემატიკის განმავითარებელ და გაღრმავებულ სწავლებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები.

ჩვენი აზრით ეს განპირობებულია იმით, რომ უმაღლეს სკოლაში მათემატიკის და დაწყებითი განათლების სპეციალობის სტუდენტებთან სათანადო ყურადღება არ ეთმობა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის ამოცანათა ამოხსნის ხერხების სწავლების თეორიულ და მეთოდიკურ თავისებურებებს.

აღნიშნული პრობლემის გადასაჭრელად საჭიროდ მიგვაჩნია:

- განისაზღვროს უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების არსი, სპეციფიკა, დანიშნულება და ფუნქცია;
- შემუშავდეს უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების კლასიფიკაციის კრიტერიუმები;

• შემუშავდეს უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების სწავლების კერძო მეთოდიკა.

უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემის კვლევა მრავალ ასპექტს მოიცავს, კერძოდ: ფსიქოლოგიურ, ზოგად და კერძო მეთოდიკურ ასპექტებს და სხვ.

ფსიქოლოგიური ასპექტების კვლევის დროს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ, აზროვნების პროცესის თავისებურებანი მოსწავლეთა ფსიქიკური განვითარების სხვადასხვა ასაკობრივ საფეხურზე და როგორია ცოდნის დაუფლების შესაძლებლობები ამა თუ იმ ასაკის მოზარდთან. ქართველმა ფსიქოლოგებმა ცნების შემუშავების უნარისა და მასზე სწავლების სხვადასხვა ფორმის გავლენის პრობლემის კვლევას საგანგებო გამოკვლევები მიუძღვნეს დ.უზნაძემ [93], რ.ნათაძემ [140], შ.ნადირაშვილმა [81], ი.კოტეტიშვილმა [68], ზ.ვახანიამ [59] და სხვებმა. საბჭოთა და პოსტსაბჭოთა სივრცეში ჩატარებული კვლევებიდან შეიძლება გამოვყოთ ს.რუბენშტეინის [151], [152], ე.კაბანოვა-მელერის, ვ.კრუტეცკის, ი.კალიუტკინას, ნ.მენჩინსკაიას, ნ.ტალიზინას, ლ.ფრიდმანის, ა.რახიმოვის [149] და სხვათა შრომები. განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია დ.ელკონინისა [163], [164] და ვ.დავიდოვის [124] წვლილი, რომლებმაც სწავლების საგანგებო სისტემაც კი შექმნეს ე.წ. „ელკონინ-დავიდოვის სისტემა“ და მათემატიკის სწავლებაში ახალი პრინციპი შემოიტანეს. დასავლეთელი მკვლევარებიდან ამ საქმეში დიდი დამსახურება

ბავშვის ინტელექტუალური განვითარების შესახებ ორიგინალური თეორიის ავტორს შვეიცარიელ ჟან პიაჟეს [147], [148] მიუძღვის. ასევე, ამ საკითხების კვლევას დიდი ღვწლი დასდო ამერიკელმა მეცნიერმა ჯ.ბრუნერმა, რომელმაც დაადასტურა, რომ ბავშვს ყოველთვის გაცილებით მეტის გაგება შეუძლია ვიდრე ეს ერთი შეხედვით ჩანს, თუ სასწავლო მასალას მისი აზროვნების ფორმის შესაბამისად მივაწვდით [113].

უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების კერძომეთოდიკური ასპექტები თითქმის დაუმუშავებელია. საძიებო ამოცანების ამოხსნის საკითხებზე გამოკვლევები აქვთ დ.პოიას, ა.სტოლიარს, მ.ტიმოშჩუკს, თ.მორალიშვილს, გ.ბერძულიშვილს, ტ.პივოვარუკს, ი.როზკას, ლ.ციბაძეს, ლ.ბაბუნაშვილს, ნ.ონიანს, ბ.ბაკურაძეს, გ.ჯინჯიხაძეს, მ. ლომთაძეს და სხვ. რაც შეეხება დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკას, აქ კიდევ უფრო ცუდადა საქმე და იშვიათად იპოვით რაიმე ღირებულს. აქედან გამომდინარე საჭიროდ ვთვლით მოხდეს:

- უმცროსკლასელთა მათემატიკის სასწავლო პროცესში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ჩართვა, როგორც მოსწავლეთა გონებრივი და ინტელექტუალური ფორმირების საშუალება;

- უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების კლასიფიკაცია;
- უმცროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ამოცანების მეთოდური თავისებურებების გამოკვლევა;
- უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანების შედგენის მეთოდიკური საფუძვლების დადგენა და მის საფუძველზე უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანების სისტემების შედგენა.

სამეცნიერო შრომები, რომლებიც სხვადასხვა ასპექტით ეხებიან დასახელებულ პრობლემას, განხილულია დაწყებითი კლასების ამოცანათა ამოხსნის ზოგიერთი ცალკეული ხერხი, რომელშიც ასახული არ არის ზოგადი თეორიული და მეთოდიკური კონცეფცია, რაც ქმნის იმის შთაბეჭდილებას, რომ თითქოს შეუძლებელია უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმული და სზძიებო ხერხების ზოგადი და კერძო მეთოდიკური საფუძვლების დამუშავება. ასეთი მოსაზრებები მცდარია და შორს არის ჭეშმარიტებისაგან.

დავამუშავეთ უმცროსკლასელთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების სწავლების დანიშნულების თეორიული და პრაქტიკული საფუძვლები, მისი ფუნქცია,

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების კლასიფიკაციის კრიტერიუმები და სწავლების კერძო მეთოდიკა. მასწავლებელს შეუძლია ჩვეულებრივ საგაკვეთილო პროცესში ჩართოს ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანები, რაც არ მოითხოვს დამატებით სასწავლო დროს, ეფექტურია თავისი განმავითარებელი ფუნქციით, ხასიათდება ლოგიკური აზროვნების მაღალი დონით, ამაღლებს მოსწავლეთა მათემატიკურ კულტურას და ზოგადად ინტელექტს.

II თავი
უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით

§2.1. უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით

დღეისათვის სადაო არ არის, რომ სასწავლო პროცესის წარმართვა დაფუძნებული უნდა იყოს აქტიურ სწავლებაზე. უმცროსკლასელებთან აქტიური სწავლების ერთ–ერთი ყველაზე მისაღები ეფექტური მოდელი უკავშირდება საგანთაშორისი კავშირების რეალიზებას. მასწავლებელს შეუძლია უმცროსკლასელებთან სასწავლო პროცესში საგანთშორისი კავშირების რეალიზება მოახდინოს სხვადასხვაგვარი მიდგომით, მაგრამ აუცილებლად უნდა იქნეს დაცული მეცნიერული პრინციპი, რაც გულისხმობს იმას, რომ მოსწავლებისათვის გადაცემული თეორიული ცოდნა ან მათემატიკური ამოცანის პირობაში მოყვანილი რაიმე კონკრეტული მონაცემი უნდა ასახავდეს რეალურად არსებული მეცნიერულად დადასტურებულ ინფორმაციას, რადგან მოსწავლეები ადვილად იმახსოვრებენ რიცხვით მონაცემემს და თუ შემდგომში მათ მიერ მოპოვებული ინფორმაცია არ დაემთხვა მათთვის ცნობილ მონაცემებს, მოსწავლეებში ეს იმედგაცრუებას იწვევს.

უმცროსკლასელებთან ეფექტურად წარმართული სასწავლო პროცესი ნიშნავს მასში კლასის ყველა მოსწავლის აქტიურ ჩართულობას. როდის მიიღწევა ეს? მაშინ, როცა გაკვეთილის თემა მოსწავლეებისათვის საინტერესოა შინაარსობრივად, როცა მოსწავლეებს საგაკვეთილო თემის შესახებ უკვე აქვთ გარკვეული ცოდნა, რომლის გამოვლენასაც ისინი ცდილობენ კლასის წინაშე. ასეთი თემები მაღალ კლასებში სხვადასხვა შეიძლება იყოს, ხოლო უმცროს კლასებში დიდი არჩევანი მასწავლებელს არა აქვს, რადგან უმცროკლასელთა ცოდნის არეალი შედარებით მცირეა. ერთ ერთი ასეთი საკითხი, რომელიც მასწავლებელმა შეიძლება ჩართოს უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში არის ეკოლოგიური აღზრდის საკითხები, რომელიც თავისი არსით მეტად აქტუალურია და თემატურად კარგად შეიძლება მისი გამოყენება საგანთაშორისი კავშირების დასამყარებლად. ჩვენ ვთვლით, რომ აუცილებელია მეტი ყურადღება დაეთმოს სკოლაში მოსწავლეთა ეკოლოგიურ აღზრდას სწავლების პირველივე წლიდან.

2.1.1. საგანთაშორის კავშირები და უმცროსკლასელთა ეკოლოგიური აღზრდის ზოგიერთი საკითხი

ეკოლოგიური პრობლემები გლობალურ ხასიათს ატარებენ და მათ გადაჭრაში მთელი კაცობრიობაა ჩართული. საზოგადოების განვითარების თანამედროვე ეტაპზე განსაკუთრებით აქტუალურია ეკოლოგიური აღზრდა. ამის მთავარი მიზეზი მოსახლეობის ტოტა-

ლური ეკოლოგიური უპასუხისმგებლობაა. რომლის დასაძლევად აუცილებელია გაძლიერდეს და მეტი ყურადღება დაეთმოს თანამედროვე სკოლაში მოსწავლეთა ეკოლოგიურ აღზრდას სწავლების პირველივე წლიდან.

რატომ არის ეს ასე აუცილებელი და რა არის ამის მიზეზი? საკამათო არ არის, რომ ეკოლოგებისათვის ყველაზე საგანგაშო პრობლემას წარმოადგენს გარემოს დაბინძურებასთან დაკავშირებული საკითხები. დაბინძურებულია ყველაფერი: ჰაერი წყალი, მიწა. მიწების არარაციონალურად გამოყენების გამო გახშირებულია მეწყერები, განადგურებული და დაბინძურებულია მათი საცხოვრებელი არეალები, ნადგურდება მცენარეების და ცხოველების სახეობები, გადაშენებულია ასობით სხვადასხვა ჯიშის მწერი, ფრინველი და ცხოველი.

ჩვენ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ეკოლოგიური საკითხები უმცროსკლასელებთან განიხილებოდეს ბუნებისმეტყველების, მათემატიკის, სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების, მუსიკისა და სიმღერის და ქართული ენის გაკვეთილებზე თითოეული სასწავლო საგნისათვის დამახასიათებელი სხვადასხვა ასპექტით, რომლებზეც უმცროსკლასელთათვის მისაწვდომ დონეზე გაშუქდება ეკოლოგიური პრობლემები და მასწავლებელი მოსწავლეებთან ერთად დასახავს დასმული პრობლემების გადაჭრის გზებს.

ნათელია, რომ სამყაროს გადარჩენა ადამიანთა დეგრადაციისაგან შესაძლებელია თითოეული ადამიანის მოქალაქეობრივი პოზიციის გაცნობიერებით, რაც გამოიხატება დედამიწის–როგორც ყველა ადამიანის საერთო სახლის მიმართ საკუთარი პასუხისმგებლობის

შესრულებაში. ეკოლოგიური აღზრდის მიზანია გარესამყაროს მიმართ მოზარდის (ზოგადად ადამიანის) პასუხისმგებლური დამოკიდებულების ფორმირება, რომელიც დაფუძნებულია ეკოლოგიური შეგნებაზე. ეს მოითხოვს ბუნებათსარგებლობის მორალური და სამართლებრივი პრინციპების დაცვას, ადგილობრივი ბუნების შესწავლას, მის მოვლას და დაცვას.

ეკოლოგიური აღზრდის მიზანი მიიღწევა მაშინ, როცა ერთიანობაში გადაწყდება შემდეგი ამოცანები:

- საგანმანათლებლო–ეკოლოგიური პრობლემების შესახებ ცოდნის სისტემის ფორმირება, არსებული პრობლემების გამოყოფა და მათი გადაწყვეტის გზების დასახვა;
- აღმზრდელობითი–ჯანსაღი ცხოვრების წესის მიმართ ეკოლოგიურად მიზანმიმართული მოქმედებების მოტივების ფორმირება და ქცევის მოთხოვნილება;
- განმავითარებელი–ინტელექტუალური და პრაქტიკული ცოდნის განვრცობა, თავისი საცხოვრებლის ადგილმდებარეობის ფლორისა და ფაუნის შესწავლა, მათი კრიტიკული შეფასება და გარემის დაცვითი ღონისძიებების დასახვა და პრაქტიკული შესრულება.

ეკოლოგიური შინაარსის მქონე სასწავლო მასალის ახსნა და შესწავლა ძირითადად ბუნებისმცოდნეობის, სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების, მათემატიკის, ქართული ენის და სხვა გაკვეთილებზე ხდება. გაკვეთილებზე მოსწავლეთათვის მისაწვდომად განიხილება კავშირები ცოცხალ და არაცოცხალი ბუნებას შორის,

ცოცხალი ბუნების სხვადასხვა კომპონენტებს (მცენარეები, ცხოველები და სხვ.), ბუნებასა და ადამიანს შორის. ამის საფუძველზე მოსწავლეები ამყარებენ გარესამყაროსა და ადამიანებს შორის ეკოლოგიურ კავშირებს, რომლებიც შემდგომში სათანადოდ დასმული ამოცანების საშუალებით მათ ეხმარებათ ლოგიკური კავშირების დამყარებაში.

განსაკუთრებით ემოციური და მგრძნობიარეა უმცროსი სასკოლო ასაკის მოსწავლეებისათვის იმ წანამძღვრების და დამოკიდებულებების გარკვევა, რომლებიც უკავშირდება თვითონ აღსაზრდელებს, მათ დამოკიდებულებას გარესამყაროს მიმართ, ზოგადად ადამიანებს, მათ კავშირს ბუნებასთან, მოსწავლეთა ჯანმრთელობას, სოციალურ გარემოს და სხვ. ეს დაინტერესება საფუძველს ქმნის უმცროსკლასელებმა მიიღონ ეფექტური ეკოლოგიური ცოდნა.

ეკოლოგიური განათლების ერთ–ერთი მიზანია გარესამყაროს მიმართ პასუხისმგებლობის გრძნობის ჩამოყალიბება, რასაც აღსაზრდელებს უყალიბებს ბუნებისმეტყველების გაკვეთილებზე ეკოლოგიური ხასიათის ცოდნის გადაცემა, რომელზეც მოსწავლეებს შეუძლიათ აითვისონ ბუნებაში ქცევის ეკოლოგიური წესები და ნორმები, რადგან ეკოლოგიური აღზრდის შედეგად მოსწავლეებს უყალიბებს ეკოლოგიური პასუხისმგებლობის გრძნობას. მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ გარესამყაროში ქცევის წესების და ნორმების დარღვევით, ისინი არღვევენ ეკოლოგიას.

ეკოლოგიური აღზრდის პირველი ძირითადი პირობა მდგომარეობს იმაში, რომ მოსწავლეთა ეკოლოგიური

აღზრდა უნდა მოხდეს ადგილობრივი გარესამყაროს ეკოლოგიურ საკითხებთან მჭიდრო კავშირში, რომელიც პირველი კლასიდან თანდათან მრავალფეროვან და ღრმა ცოდნას აწვდის მოსწავლეებს და ემსახურება გლობალური ეკოლოგიური პრობლემების შესახებ არსებულ ცოდნას და ეკოლოგიური პრობლემების გადაჭრას.

ეკოლოგიური აღზრდის მეორე ძირითად პირობას წარმოადგენს უმცროსკლასელების აქტიურად ჩართვა ადგილობრივი ბუნებრივი რესურსების დაცვაში. ასეთი საქმე უამრავია: ეს შეიძლება იყოს სკოლის შიგა და გარე გამწვანება, სასკოლო სკვერის მოწყობა, ან მოწყობილი სკვერის გამრავალფეროვნება, ყვავილების მოვლა, სკოლასთან ახლოს მდებარე ტყის პატარა–პატარა კორომებზე შეფობის აღება, ან სკოლასთან ახლოს მდებარე ქარსაცავი ზოლის შეფობა, ბუჩქებიდან კენკრის შეგროვება, ასკილის მოკრეფა, მარწყვის შეგროვება, სხვადასხვა სახეობის ხილის შეგროვება, ჩიტების დაცვა, მათთვის ხეზე სპეციალური პატარა სახლების გაკეთება, ბუდეების გამაგრება, ზამთარში მათ კვებაზე ზრუნვა, ადგილობრივი ბუნების ძეგლებზე შეფობა, მათი დაცვა, ტრამვირებულ და უპატრონო ცხოველებზე და ფრინველებზე ზრუნვა, მათი კვების საკითხების მოგვარება და სხვ.

ამრიგად, ეკოლოგიური აღზრდა, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ ეკოლოგიურ სიტუაციებთან, ბუნებასთან კავშირზე, ეხმარება მოსწავლეებს თვითონ დაადგინონ ბუნებაში ქცევის წესები და ნორმები, რომ-

ლებიც გაცნობიერებულია თითოეული მოსწავლის რეალური ქმედებებით.

ეკოლოგიური განათლების საფუვლიანი ცოდნის მიღების სერიოზულ რეზერვს წარმოადგენს ადგილობრივი ეკოლოგიური გარემო, მისი მდგომარეობა, დაცვის მექანიზმები და ეკოლოგიური გარემოს გაჯანსაღება რომლის გამოყენება სისტემატიურად შეიძლება მოსწავლეთა ეკოლოგიური აღზრდის პროცესში, რადგან არ საჭიროებს არანაირ მატერიალურ დანახარჯებს, არც ექსკურსიის ჩატარებას, არც თვალსაჩინოებას, ან მის სანახავად წასვლას, რადგან მოსწავლეებს ყველაფერი ნანახი და განცდილი აქვთ.

მოსწავლეთა ეკოლოგიური აღზრდის პროცესში მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს სწავლების თანამედროვე მიმართულებები: საგანთაშორისი კავშირები; ახალი პედაგოგიური ტექნოლოგიები; კომპლექსური ექსკურსია; ეთიკური საუბრები; ეკოლოგიური ზღაპრები: დიდაქტიკური და როლური თამაშები და სხვ.

ეკოლოგიური აღზრდის პრობლემა თავისი არსით ფართო შესაძლებლობებს იძლევა მოსწავლეთა ეკოლოგიური ცოდნის გაღრმავებისათვის. ბუნებისმეტყველების, მათემატიკის, ქართული ენის, სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების გაკვეთილებზე მასწავლებელი უნდა ეცადოს მოსწავლეებს ისეთი დავალებები მიცეს, რომლებიც მათ მკვლევარის, მეცნიერის მდგომარეობაში ჩააყენებს და მოსწავლეებს საშუალება ექნებათ დაადგინონ ურთიერთკავშირები ბუნების მოვლენებს შორის, შეამჩნიონ რაოდენობრივი თანაფარდობები და

მათი ცვლილებები, აღმოაჩინონ და გაშიფრონ ბუნების პატარ-პატარა საიდუმლოებები და გამოცანები და სხვ.

არავისთვის არ წარმოადგენს საიდუმლოს, რომ უმცროსი სასკოლო ასაკის ბავშვების გამონათქვამების უმრავლესობა ბუნებასთან მტკიცე კავშირშია. მიზანშეწონილია მასწავლებელმა უმცროსკლასელებთან ჩაატაროს ეკოლოგიური გაკვეთილი–,,ბუნება ჩვენი მთავარი სიმდიდრეა“. ამ გაკვეთილზე მასწავლებელი მოახდენს მოსწავლეთა აზრების, ფიქრების შეგროვებას, მაგალითად, ბავშვებს როცა ეკითხებიან ტყის შესახებ, მდინარის შესახებ და სხვ. ისინი ასეთ აზრებს გამოთქვამენ: ,,ტყეს დიდი სარგებლობა მოაქვს, მასში უნდა მოვაგროვოთ სოკო, კენკრა, წაბლი, რკო, პანტა ვაშლი და მსხალი. ხეებისაგან ავაშენოთ სახლი, ტყიდან მოვიტანოთ შეშა და ფიჩხი, ხის მასალისაგან დავამზადოთ ავეჯი და სხვ.“. ,,მდინარესაც დიდი სარგელობა აქვს ადამიანისათვის, მასში შეგვიძლია დავიჭიროთ თევზი, ვიბანაოთ“. ,,ბუნებაში ფუტკრები იმიტომ არსებობს, რომ ჩვენთვის დაამზადონ რაც შეიძლება ბევრი თაფლი“ და სხვ.

მოსწავლეთა მიერ გამოთქმული შეფასებები რეალურად დაკავშირებულია მათ ქმედებებთან ბუნებაში: ერთ მოსწავლეს უყვარს ცხოველები და სიამოვნებით თამაშობს ლეკვთან ან კნუტთან (ძაღლთან ან კატასტან) ბუნებაში, მეორეს უყვარს ხეებზე აძრომა და ხეებზე დაძვრება, მესმეს თევზაობა იტაცებს და თავისუფალ დროს თევზაობს, მეოთზე ცურვითაა გატაცებული და მდინარეზე ცურავს, გოგონებს ყვავილები უყვართ და

გატაცებით უვლიან მათ სახლში და ეზოში, მდელოზე აგროვებენ მათთვის უცხო ყვავილების თესლს და სხვ.

ეკოლოგიური აღზრდის ერთ–ერთი მნიშვნელოვანი ასპექტია მოსწავლეთა მშობლების ეკოლოგიური განათლება. ეს პირველ რიგში გულისხმობს მოსწავლეთა ფიზიოლოგიური თავისებურებების ცოდნას, რასაც გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს მოზარდის ფიზიკურ და გონებრივ განვითარებაში, კვების რაციონს, ფიზიკურ ვარჯიშს, ბუნებაში მოქცევის წესებს, ბუნების ფაქიზ მოპყრობას. მასწავლებელმა უნდა ჩაატაროს სხვადასხვა ეკოლოგიურ თემებზე მშობელთა კრებები და გააცნოს ეკოლოგიის აქტუალური საკითხები მშობლებს.

ჰიგიენის სპეციალისტთა აზრით ბავშვთა ჯანმრთელობის პრობლემები კვებასთან არის დაკავშირებული. კერძოდ, რას მოიხმარს ადამიანი საკვებად და როგორ მოიხმარს საკვებს (დოზირების თვალსაზრისით). ამიტომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს და მოსწავლეთა მშობლებს უნდა გააცნოს მოსწავლეთა რა წარმოადგენს ჯანსაღ საკვებს და ასეთი საკვებით კვების წესები, კვების რაოდენობას, საკვების დოზებს, სადაც გათვალისწინებული იქნება მოსწავლეთა ასაკი. მოსწავლეებს და მათ მშობლებს უნდა განვუმარტოთ, რომ არაჯანსაღი კვება, საკვების მიღების დროის ან კვების რაოდენობის შემცირება პირველ რიგში იწვევს წონაში მატებას, ხოლო ჭარბწონიანობა იწვევს სხვადასხვა სახის დაავადებებს, მათ შორის მძიმე დაავადებებსაც, რაც მათი ასაკში შესვლის შემდეგ შეიძლება გამოვლინდეს. აგრეთვე, საკვების მიმართ მოუფრთხილებელი მოპყრობა, მოუწესრიგებელი კვება, არაბუნებრივად

ცოტას ჭამა, აგრეთვე შეიძლება გახდეს მრავალი სხვადასხვა სერიოზული დაავადების მიზეზი.

მასწავლებლის საუბრის მიზანი აგრეთვე შეიძლება გახდეს:

მოსწავლეებისა და მათი მშობლებისათვის კვების ჰიგიენის ელემენტარული წესების გაცნობა;

მოსწავლეებისა და მათი მშობლებისათვის საკვების როლის მნიშვნელობა ბავშვების ფიზიკურად ზრდაში და მათ გონებრივ განვითარებაში;

მოსწავლეთა კვების რეჟიმის გაცნობა;

სასარგებლო საკვები პროდუქტების გაცნობა;

პურ–ფუნთუშეულის და შაქრის შემცველი პროდუქტების, შოკოლადის, ნამცხვრების საკვებად გამოყენების ზომიერების შესახებ;

ცხელი და წვნიანი საკვების მიღების აუცილებლობა და უპირატესობები;

ჩიპსების, კუბეტების და სხვა მშრალი საკვების სისტემატურად მიღების არამიზანშეწონილობა;

რა ზიანს აყენებს ჯანმრთელობას სწრაფი კვების ობიექტებსა და საშაურმებში ნაყიდი საკვების მიღება;

ჰიგიენის მოთხოვნების და სასადილო მაგიდასთან მოქცევის წესები და სხვ.

მოსწავლეებთან სისტემატიურად უნდა ჩატარდეს ჯანმრთელობის გაკვეთილები. მასწავლებელმა განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიაქციოს მოსწავლეთა დღის წესრიგს წელიწადის სხვადასხვა დროს. უნდა ეცადოს პრაქტიკული მაგალითებით დაარწმუნოს მოსწავლეები, რომ მათ განსაკუთრებული ყურადღება მიაქციონ თავიანთ ჯანმრთელობას. მოსწავლეთა წინაშე

დასვას კონკრეტულ ამოცანა: ,,რა უნდა გააკეთო შენ იმისათვის, რომ ჯანმრთელი იყო? რა არ უნდა გააკეთო შენ, ჯანმრთელი რომ იყო?“. საინტერესოა კლასგარეშე ღონისძიებები, რომლებიც ეკოლოგიურ ჯანმრთელობას უკავშირდება. მაგალითად, ,,თამაში–მოგზაურობა სისუფთავისა და წესრიგის ქალაქში“, რომლის შედეგადაც ბავშვები მივლენ დასკვნამდე, რომ ,,ჭუჭყიანები ზარმაცი ადამიანები ხდებიან“. ,,ჭუჭყიანი და მოუწესრიგებელი ტანსაცმელი–ეს შენი ჯანმრთელობის მოუფრთხილებლობაა“, ,,უსუფთაობა–შენ გარშემო მყოფი ადამიანების, პირველ რიგში კი–საკუთარი თავის უპატივცემულობაა“.

სასურველია, მასწავლებელმა ბავშვებს ქართული ენის გაკვეთილზე წაუკითხოს ნოდარ დუმბაძის ლექსის ,,მანანა“–ს ნაწყვეტი:

,,რა ძნელია ამდენის
მოთმენა და ატანა,
გაგონილა ყოველდღე
საპნით პირის დაბანა?
მაგრამ მაგას არ ვამბობ,
ჯავრიც არ მაქვს მაგისი,
შეიძლება ყოველდღე
კბილის ხეხვა ჯაგრისით?

ამის შემდეგ მოსწავლეებმა უნდა გამოთქვან თავიანთი აზრი, თუ როგორი მოსწავლეა ლექსის გმირი მანანა და ის იცავს თუ არა ჰიგიენის წესებს? როგორ იქცევით თქვენ? სწორია თუ არა თქვენი საქციელი? როგორ უნდა მოიქცეთ სწორად? როგორ მოიქცევით შემდეგში? რამდენჯერ უნდა გამოიხეხოთ დღის განმავ-

ლობაში კბილები? უნდა დაიბანოთ თუ არა საჭმლის ჭამის წინ ხელები საპნით? საჭმლის ჭამის შემდეგ? იცით თუ არა საპნით ხელის დაბანის წესები? და სხვ.

კარგი იქნება თუ მასწავლებელი მოსწავლეს დაავალებს კლასში საბავშვო პოეტის მანანა ტონიას ლექსის ,,სუფთა ღრუტუნია“–ს წაკითხვას:

,,ბინძური და ლაფიანი,
დაძუნძულებს თხრილ-თხრილ ღორი,
სურვილი აქვს ღრუტუნიას,
არა ბევრი, ორად ორი.
რომ ეს ჭუჭყი მოიშოროს,
დაიბანოს მალე ტანი,
და მოძებნოს მარტოხელამ,
გულერთგული მეგობარი.
ყველა ვისაც ის მიადგა,
გვერდზე გადგა უცებ მისგან,
რას გევხარო, არ დაგვსვარო,
სულ შავი ხარ ტალახისგან“.

მოსწავლეები გამოთქვამენ თავიანთ აზრებს, თუ რატომ არ მეგობრობს არავინ ღრუტუნიასთან, რატომ გადგა გვერდზე ყველა, ვისაც ის მიადგა, მოსწონთ თუ არა მათ ჭუჭყიანი ტანსაცმლით სიარული, როგორ უნდა ჩაიცვან სკოლაში, სახლში, წვეულებაზე, სტადიონზე და სხვ.

მასწავლებელი უნდა ეცადოს მის მიერ ეკოლოგიური აღზრდის გაკვეთილები იყოს საინტერესო, რისთვისაც უნდა გამოიყენოს საგანთაშორისი კავშირები, პრაქტიკული გამოცდილება, მოსწავლეთა შემოქმედებითი ნაშრომები (მოსწავლეთა ლექსები, მათი ნახატები, ნაქსოვები და სხვ.), ეკოლოგიური ექსკურსიები და სხვ.

მეოდურად გამართლებული იქნება თუ მოსწავლეებთან გავმართავთ თათბირს და მასწავლებელი ჩამოაყალიბებს ,,ნორჩ ბუნებისდამცველთა წრეს“, რომელშიც ნებაყოფილობით გაერთიანდებიან ბავშვები. თუ მათ მასწავლებელი წაუკითხავს საბავშვო პოეტის მზია გოგნიაშვილის ლექსს ,,ჩვენი ქვეყნის ბუნება“.

საქართველოს ბუნება
საოცარი განძია.
მთებზე ჯიხვი ბინადრობს,
ტყეში,- მურა დათვია.
ბალახზე რომ მოცოცავს,-
ეს ირემა ხოჭოა,
მდინარეს რომ მოჰყვება
კალმახი და ღორჯოა.
მთიდან თმებად იშლება
წყაროს წყალი კამკამა,
ჩვენებური არწივი
ცაში ხაზავს კამარას.
მაგრამ მარტო შექება
არ უშველის ბუნებას,-
ჩვენი დაუდევრობით
თუკი განადგურდება.
წითელ წიგნში შეყვანილ
ირემსა და მურა დათვს
ჯავშანს ხომ არ ჩავაცმევთ
ან დავხურავთ მუზარადს!

მოსწავლეებს მივცემთ დავალებებს ლექსში მოყვანილი ერთ–ერთი ცხოველის, თევზის და ფრინველის (ჯიხვის, მურა დათვის, ირემა ხოჭოს, კალმახის, ღორ-

ჯოს, არწივის, ირემის) შესახებ მოამზადონ და ჩაატარონ პრეზენტაცია მომდევნო მეცადინეობაზე. სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების გაკვეთილზე დახატონ პრეზენტაციისათვის შერჩეული თევზი, ფრინველი თუ ცხოველი, მათემატიკის გაკვეთილზე შეადგინოს მარტივი ეკოლოგიური ამოცანა და სხვ.

კარგი იქნება თუ დროთა განმავლობაში მასწავლებელი მოსწავლეებს აზიარებს ვაჟას პოეზიას, რომელიც ბუნების მესაიდუმლე იყო და ხეები, ფრინველები და ცხოველები აამეტყველა და მათი მძაფრი ემოციები იმდენად ხატოვნად გადმოსცა, რომ მათ წამკითხველს თვალზე ცრემლი ადგება. ყველა პატარას სურს იცოდეს ბუნების ენა. ძალიან კარგი მიგნება გააკეთა მანანა ტონიამ ლექსში ,,ბუნების ენა“:

მე ბუნების ენა მინდა,
რომ მესმოდეს მისი ნეტავ,
რომ გავიგო ტყის ნანინა,
და ჩურჩული ბალახ-ხეთა.

უმცროსკლასელებისათვის ეკოლოგიური საკითხების გადაჭრისადმი კომპლექსური მიდგომები სხვადასხვა სასწავლო საგნის ჩართულობით საშუალებას აძლევს მოსწავლეებს ეკოლოგიური პრობლები დაინახონ სხვადასხვა კუთხით, ხოლო პრობლემების გადაჭრის გზების სხვადასხვა ფორმით ძიება მათში ამტკიცებს იმის შეგნებას, რომ არსებული ეკოლოგიური პრობლემები ძალზედ აქტუალურია და მათი გადაჭრა კი აუცილებელია.

2.1.2. სასწავლო ეკოლოგიური ექსკურსიები დაწყებით კლასებში

გამოცდილი, ნოვატორი მასწავლებელი ადვილად მოახერხებს უმცროსკლასელთა სასწავლო საგნებიდან გამოყოს ეკოლოგიური ხასიათის საკითხები. მეთოდური თვალსაზრისით განსაკუთრებით საინტერესოა მათგან მასწალებელმა გამოყოს ისეთები, რომელთა რეალიზება უმჯობესია კლასგარეშე მუშაობის დროს. კლასგარეშე მუშაობა ხელს უწყობს პიროვნების განვითრებასა და ფორმირებას. სწორად ორგანიზებული კლასგარეშე მუშაობა შეიძლება გავხადოთ სწავლების ხარისხის გაუმჯობესების საუკეთესო წყაროდ, რადგან იქმნება ისეთი პირობები, რომლის დროსაც უკეთ შეიძლება დავინახოთ მოსწავლის ინდივიდუალური თვისებები. კლასგარეშე ღონისძიებებით უკეთ ვლინდება მოსწავლის შინაგანი სამყარო: კლასში მორიდებული ან ანცი მოსწავლე სულ სხვა პიროვნებად გვევლინება.

დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში მიღებული ცოდნის რეალიზების ძალიან კარგ საშუალებას წარმოადგენს სასწავლო ექსკურსია, რომელსაც კონკრეტული დანიშნულება და ფუნქცია აქვს. მოკლედ შევჩერდეთ სასწვლო ექსკურსiის მიზნებისა და ამოცანების გარკვევაზე. ექსკურსიები თავისი ამოცანებით და მონაწილეებზე ზემოქმედებით წარმოადგენს პედაგოგიურ პროცესს. ექსკურსიაში მონაწილეობენ მასწავლებელი-ექსკურსიამძღოლი, რომელიც ასწავლის და ექსკურსანტები, რომლებიც სწავლობენ. მასწავლებელი გადასცემს ცოდნას განსაზღვრულ თემაზე, ექსკურსან-

ტები კი ამ ცოდნას ითვისებენ. მასწავლებლისა და მოსწავლეების ურთიერთქმედება არის პედაგოგიური პროცესის საფუძველი. ნებისმიერი სასწავლო ექსკურსია იძლევა ახალ ცოდნას ბუნებაზე, საზოგადოებაზე, ისტორიულ მოვლენებზე, ე.ი. წარმოადგენს სწავლის პროცესის ნაწილს. ურთიერთობა მასწავლებელთან, მისი რეკომენდაციები, შენიშვნები ახდენენ აღმზრდელობით ზეგავლენას ექსკურსანტებზე. თვით შესასწავლი მასალა ზნეობრივად და ესთეტიკურად მოქმედებს მოსწავლეების ცნობიერებაზე. აქედან გამომდინარე, სასწავლო ექსკურსია ხდება პედაგოგიური პროცესის ნაწილი, რომელიც ემსახურება მოსწავლეების განათლებისა და აღზრდის ფუნქციებს, მისი მსოფლმხედველობის ფორმირებას. სასწავლო ექსკურსია დაფუძნებულია დიდაქტიკურ პრინციპებზე, რომლებიც განსაზღვრავენ შინაარსს, ექსკურსანტების სწავლების მეთოდიკასა და ორგანიზაციას. განსაკუთრებით აღსანიშნავია ის დიდაქტიკური ფუნქცია, რომლის დროსაც ხორციელდება სწავლების თვალსაჩინოების პრინციპი და მოსწავლე ეცნობა საგანს ან მოვლენას. არანაკლებ მნიშვნელოვანია პრინციპები, რომლებიც სწავლების მეცნიერული დონის ამაღლებას ემსახურება და მიღებულ ცოდნას უკავშირებს ცხოვრებისეულ პრაქტიკას. მასწავლებელმა მეტი ყურადღება უნდა დაუთმოს სასწავლო ექსკურსიის აღმზრდელობით ასპექტს და შეუხამოს ის საგანმანათლებლოს. სასწავლო საექსკურსიო მასალა ისე უნდა იყოს შერჩეული და გამოყენებული, რომ მან განავითაროს ექსკურსიის მონაწილეთა შემეცნებითი შესაძლებლობები, აღზარდოს მათში მაღა-

ლი მორალური ღირსებები-სამშობლოს სიყვარული, სხვა ეროვნების ხალხთა ღირებულებების დაფასება და პატივისცემა, კოლექტივიზმის სული და ა შ. სასწავლო ექსკურსიის, როგორც პედაგოგიური პროცესის ამოცანაა ექსკურსანტებს გაუღვივოს ცნობისმოყვარეობა ობიექტზე დამოუკიდებელი დაკვირვებისათვის და გამოიმუშაოს მათ პრაქტიკული ჩვევები. სასწავლო ექსკურსია თავისი თვალსაჩინოებით, მეთოდური ხერხებით, თხრობის ფორმებით ხელს უწყობს მოსწავლეთა გააქტიურებას. ამ ამოცანის გადასაწყვეტად მასწავლებელი ცდილობს მოსწავლეებს გამოუმუშავდეთ ობიექტის შეფასების უნარი. სასწავლო ექსკურსია განიხილება როგორც სასწავლო-სააღმზრდელო პროცესის უკეთ წარმართვის ფორმა, რომლის საშუალებითაც მოსწავლე აკვირდება სხვადასხვა საგანს და მოვლენას, რის შედეგად იძენს ახალ ცოდნას. სასწავლო ექსკურსიების ჩატარება ისეთ ადგილებში, როგორებიცაა: სხვადასხვა პროფილის მუზეუმები, ისტორიული ძეგლები, სხვადასხვა სახის საწარმოებ, ბუნებაში ისეთი განსაკუთრებული ადგილები, რომლების შეიცავენ განცხვავებული სახის მცენარეებს, ან გადაშენების პირას მყოფ სახეობებს და სხვა, ყოველთვის ასრულებენ ისეთ დიდაქტიკურ ფუნქციებს, რომელთა მეშვეობითაც მასწავლებელს შეუძლია საგანგებო კორექტივი შეიტანოს თავის მუშაობაში. ასეთი ექსკურსიები საჭირო დოზირებით და დანიშნულებით შეტანილი უნდა იქნეს სასწავლო პროგრამებში, როგორც სწავლების სისტემის გარკვეული და სავალდებულო ნაწილი. ჩვენ სასწავლო ექსკურსიებს თავისი დანიშნულებით, შინაარსით და

ჩატარების ფორმით პირობითად ვყოფთ რამდენიმე სახეობად, კერძოდ ასეთი სახეობებია: საბუნებისმეტყველო, საწარმოო, ისტორიულ-ლიტერატურული, სამხარეთმცოდნეო, ეკოლოგიური და ზოგადი. სასწავლო ექსკურსიების კლასიფიკაციას საფუძვლად ისიც უდევს, თუ რა დიდაქტიკური მიზნის გადაწყვეტას ემსახურება მისი ჩატარება: ახალი მასალის გაცნობას თუ უკვე შესწავლილის განმტკიცებას. ორივე შემთხვევაში მასწავლებელი ისახავს და წყვეტს კონკრეტულ ამოცანას, რომლის გადაჭრისას გათვალისწინებული უნდა იყოს მოსწავლეთა ასაკი და ინდივიდუალური თავისებურებები.

მასწავლებელი–ექსკურსიათმძღოლის პედაგოგიურ საქმიანობაში განასხვავებენ შემდეგ ეტაპებს:

1. მასწავლებლის და ჯგუფის მომზადება ექსკურსიისათვის;

2. თვით ექსკურსიის ჩატარება;

3. ექსკურსიის შემდგომი სამუშაო, რომელიც განამტკიცებს საექსკურსიო მასალას.

სასწავლო ექსკურსიის ჩატარების წარმატება დამოკიდებულია მისი წინა სამზადისის სწორ გააზრებაზე, საექსკურსიო ადგილის შერჩევასა და დაგეგმვაზე, თვით მასწავლებლის კომპეტენტურობაზე, იქ დამხვდურთა მომზადებაზე და სხვა ცნობილი თუ მოულოდნელი ვითარების სწორ მართვაზე. არანაკლებ მნიშვნელოვანია მოსწავლეთა სურვილისა და განწყობის გათვალისწინება, სასწავლო ექსკურსიის ჩატარება და შედეგების შეჯამება.

სამივე დასახელებული ეტაპი განაპირობებს ურთიერთწარმატებას. თუ სასწავლო ექსკურსია სწორად მომზადდა და ჩატარდა, მაშინ წარმატებაც მისი შედეგების შეჯამების დროს იჩენს თავს. თვით შეჯამება შეიძლება ჩატარდეს წერითი სამუშაოს შესრულებით, გამოფენის მოწყობით, დისკუსიით, კონფერენციით და სხვ.

ჩვენს დაწვრილებით განვიხილავთ პედაგოგიურ და მეთოდურ ლიტერატურაში ყურადღების მიღმა დარჩენილ ისეთი სახის სასწავლო ექსკურსიას, რომელიც უკავშირდება ეკოლოგიური აღზრდის საკითხებს და მათი გამოყენება დაწყებითი კლასების სასწავლო პრაქტიკაში ძალზედ ეფექტურად არის შესაძლებელი.

ეკოლოგიური აღზრდის სასწავლო ექსკურსიების დანიშნულება და ფუნქცია არის ბუნებისმცოდნეობის და სხვა სასწავლო საგნების კურსების შინაარსის შემცველი ეკოლოგიური საკითხების პრაქტიკული რეალიზება, მათი შემოწმება, რაც გამოიხატება მცენარეების და ცხოველების ნახვით, ზოგიერთ საწარმოო პროცესზე დაკვირვებით, იმ ისტორიული ადგილების მონახულებით, რომლებზეც საუბარი იყო სასწავლო მასალაში, ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანის პირობებში მოყვანილი მონაცემების შემოწმება, რომლებშიც ხე–მცენარეების სიმაღლესა და ასაკზეა საუბარი და სხვ. ასეთი სახის სასწავლო ეკოლოგიური ექსკურსიები მოსწავლეთა დაინტერესებას იწვევს, მოსწავლეები გადიან ბუნებაში, საწარმოში ან ფაბრიკაში, ეცნობიან ზოგიერთი სახის საწარმოო პროცესს, ახდენენ ხე-მცენარეების გაზომვებს, ხილის, კენკრების

ნაყოფების აწონვებს, რაც მათ ეხმარება პრაქტიკული უნარ-ჩვევების გამომუშავებაში.

უმცროსკლასელებთან ზოგჯერ, მიზანშეწონილია იმიტირებული სასწავლო ექსკურსიების მოწყობაც. ეს პირველ რიგში ისეთი თემების განხილვის დროს შეიძლება მოხდეს, რომლის პრაქტიკაში რეალიზება შესაძლებელია გარკვეულ რისკებს შეიცავდეს, მათ შორის დაზღვეული არ არის არც მოსწავლეები და არც მასწავლებელი. მაგალითად, მდინარეზე, ტბაზე, წყალსატევებზე ექსკურსიის მოწყობა შეიცავს გარკვეულ რისკებს როგორც უმცროსკლასელთა, ისე მასწავლებელთა მხრიდანაც, რადგან შესაძლოა მოსწავლის მიერ რაიმე დაუფიქრებელ ნაბიჯს შეიძლება მოყვეს გაუთვალისწინებელი შედეგი, ამიტომ უმჯობესია ამ ეტაპზე თავი ავარიდოთ ექსკურსიებს მდინარეზე, ტბებზე და წყალსატევებზე.

განვიხილოთ პრაქტიკული მაგალითები. თემის ,,წყალი ბუნებაში“ შესწავლისას განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს ეკოლოგიურ აღზრდას და მდინარეებისა და წყალსატევების სისუფთავის დაცვას.

პირველ კლასში შესაძლებელია პირდაპირ არ მოვაწყოთ ეკოლოგიური ექსკურსია, არამედ შემოვიტანოთ სათამაშო ელემენტები და მოვახდინოთ მდინარეზე დაუსწრებელი ექსკურსიის ინსცენირება.

ჩვენს წინ ლურჯზე უფრო ლურჯი მდინარე მოედინება.

მისი ტალღების თავზე თოლიები დაფრინავენ და ხმაურობენ.

ყველამ მაშველი რგოლები და ბადეები აიღეთ და მოემზადეთ მდინარეში შესასვლელად.

თქვენ შეგიძლიათ ნავებში ჩასხდეთ, ნიჩბები მოუსვათ და მდინარეში შეცუროთ.

მდინარე დაბინძურებულია. მასში პლასტმასის ბოთლები, ქილები, ქაღალდის ნაჭრები, შუშის ნამსხვრევები და სხვა ჭუჭყიანი ნივთები ყრია.

ჩვენი მიზანია მდინარე გავწმინდოთ ნაგავისა და ჭუჭყისაგან, რისთვისაც გამოვიყენოთ ბადეები.

ბავშვები ,,მდინარეში“ ბადეებით ,,იჭერენ“ პლასტმასის ბოთლებს, ქილებს, ქაღალდის ნაგლეჯებს, შუშის ნამსხვრევებს და სხვა სახის დაბინძურებულ ნივთებს. ამის შემდეგ მოსწავლეებს მასწავლებელმა უნდა დაუსვას შეკითხვები: აგვიხსენით რატომ არ შეიძლება მდინარეში ნაგავის ჩაყრა?

მეორე და მესამე კლასებში იმავე თემის გავლისას მოსწავლეები ეცნობიან წყლის მყარ და გაზობრივ მდგომარეობებს; წყლის ბრუნვას ბუნებაში; წყლის გაწმენდის მეთოდებს; მდინარეთა და წყალსატევების ეკოლოგიურ დაცვას ფაბრიკა–ქარხნების საწარმოო ნარჩენებისაგან; წყლის ყაირათიან და მიზნობრივ ხარჯვას სახალხო მეურნეობაში. ამ პერიოდში ქართული ენის გაკვეთილზე მასწავლებელმა მოსწავლეებს შეიძლება შესთავაზოს თხზულების დაწერა, მაგალითისათვის შეიძლება განვიხილოთ რამდენიმე თემა: ,,წყლის წვეთის მოგზაურობა“, ,,თოვლის ფიფქი ჩემს ხელისგულზე“, ,,ჯადოსნური ყინულის ნატეხი“, ,,წყალი-სასწაულები და მოლოდინები“ და სხვ.

საქართველოში განთავსებული სკოლები, იქნება ის ქალაქის, თუ სოფლის, ყველას აქვს ბუნებასთან კონტაქტის საშუალება. ზოგი სკოლა კი პირდაპირ პარკების, ნაკრძალების, ბაღების ახლოს მდებარეობენ და საშუალება აქვთ მათი სკოლის ახლოს მდებარე ბუნებრივი არეალები გამოყენებული იქნეს ეკოლოგიური აღზრდის ე.წ. ლაბორატორიად. მიზანშეწონილია შემოდგომაზე უმცროსკლასელთა ეკოლოგიური ექსკურსია სკოლის ახლოს მდებარე ტყეში. მასწავლებელმა უნდა მოახდინოს შემოდგომაზე ბუნების ცვლილებებზე დაკვირვება, მოსწავლეებს უნდა აუხსნას ბუნებაში შემოდგომაზე მიმდინარე პროცესების არსი მათთვის გასაგებად. მოაწყოს შემეცნებითი თამაში ,,ვიპოვოთ ნიშნებით აღწერილი ხე“. მაგალითად: 35 მეტრამდე სიმაღლის ხეა, საუკეთესო მერქნით. ვარჯის დიამეტრი 1,5 მეტრს აღწევს. მერქანი გამოიყენება ავეჯის დასამზადებლად. ნაყოფი გამოიყენება საკონდიტრო მრეწველობაში ყვავის ივნის-ივლისში, ნაყოფი მწიფდება და ცვივა სექტემბერ-ოქტომბერში ნაყოფი ეკლიან გარსშია, რომელიც 5-6 სმ დიამეტრისაა და იტევს 2-3 ცალს. საჭმელად ვარგისია შეიცავს ნახშირწყლებს. მისი შემადგენლობა უახლოვდება ხორბლის შემადგენლობას. უფრო გავრცელებულია დასავლეთ საქართველოში. აღმოსავლეთ საქართველოში გვხვდება ბორჯომის ხეობაში, სამაჩაბლოში, ალაზნის მარცხენა ნაპირზე; კარგად ხაროობს ზღვის დონიდან 1200 მეტრამდე.

მოსწავლეთა უმრავლესობა ხვდება, რომელ ხეზეა საუბარი გამოცანაში: რა თქმა უნდა ეს წაბლია.

მოსწავლეებს ჯილდოდ შესაძლებელია გადავცეთ მოხარსული და უმი წაბლი. ისინი დარწმუნდებიან, რომ წაბლის ნაყოფი ძალზედ გემრიელია. პიკნიკზე შესაძლებელია მოსწავლეებს შევთავაზოთ წაბლის თაფლიც, რა თქმა უნდა ზომიერად, რადგან მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ დიდი რაოდენობით წაბლის თაფლის მიღება იწვევს ალკოჰოლურ თრობას და მოზარდის ჯანმრთელობისათვის საზიანოა.

საშემოდგომო ეკოლოგიური ექსკურსიის დროს უნდა შევაგროვოთ მცენარეებიდან ჩამოცვენილი ფოთლები, რომელთაც გამოვიყენებთ სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნების გაკვეთილზე, რომლითაც შეგვიძლია შევქმნათ ,,შემოდგომის ხალიჩა“, ,,პეპლები“, ,,ტყის მინდორზე“, ,,შემოდგომის ფერები“ და სხვ.

გაზაფხულზე ვპოულობთ გაზაფხულის პირველ ყვავილებს: იას, ენძელას, ფურუსულას. შემდეგ ტყე მწვანდება. ტყეში მწერების ნახვაც შეიძლება. ჭიანჭვე-ლები მუშაობენ და ბუდეში საჭმელს ეზიდებიან, ჩნდებიან ხოჭოები. ტყეში ყველა არსებას თავისი საქმე აქვს.

ყველაზე ხალისიანი ეკოლოგიური ექსკურსია მდინარეზეა. მდინარის პირას იზრდება მტირალა ტირიფი, (ტირიფის ლათინური სახელწოდების თარგმანია ,,წყალთან ახლოს“). მდინარის ნაპირებთან წყალმცენარეებია, ცოტა მოშორებით თხელის ხეების კოროზია. ნაპირზე ფერადი კენჭებია. ბავშვები მათთვის მოსაწონ კენჭებს აგროვებენ. აკვირდებიან მდინარის ნაპირზე მოხტუნავე ბაყაყებს, შესაძლოა მეთევზეებსაც შეხვდნენ და თევზაობას უყურონ...

ყოველი ექსკურსიის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს აუცილებლად უნდა გამოკითხოს შთაბეჭდილებები, უნდა დაუსვას კითხვები:

რა მოგცათ თქვენ ბუნებასთან კონტაქტმა?

გახდით თუ არა უფრო კეთილი? სულიერად უფრო მდიდარი?

თქვენ, მოსწავლეებს რით შეგიძლიათ დაეხმაროთ ბუნებას? და სხვ.

მათემატიკის გაკვეთილებზე მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს ამოცანები, რომელთა პირობები შეიცავს ეკოლოგიურ საკითხებს. ცხადია, რომ ამოცანის პირობებში მოცემული მონაცემები რეალური, ან რეალურთან ძალიან მიახლოებული უნდა იყოს. ასეთი ამოცანების განხილვა მოსწავლეებში მათემატიკური უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბების გარდა სერიოზულ დახმარებას უწევს მოსწავლეთა ეკოლოგიურ აღზრდას.

უმცროსკლასელთა ეკოლოგიურ განათლებაში განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს თითოეულ სასწავლო საგნში ისეთი მასალების განხილვას, რომელიც ემსახურება ეკოლოგიურ აღზრდას. მოსწავლეებთან სისტემატიური მუშაობა საფუძველს იძლევა რეგულარულად ჩავატაროთ წელიწადის დროების შესაბამისი სეზონური ზეიმები, რომლებსაც შესაძლებელია დავარქვათ სეზონის შესაფერისი სახელი: ,,ოქროსფერი შემოდგომა“, ,,შემოდგომის წვეულება“, ,,გავაცილოთ ზამთარი“, ,,ზამთრის წვეულება“, ,,გაზაფხული-ფერთა გამა“, ,,შევხვდეთ ზაფხულს“ და სხვ. ეს დღესასწაულები კლასში შესაძლებელია მოეწყოს ყოველ სეზონზე. უმცროსკლასელთა ასაკის ზრდასთან ერთად შეიცვლება

ღონისძიების ჩატარების ფორმაც და შინაარსიც. დღესასწაულისათვის მომზადება კლასში ადრიდანვე უნდა დაიწყოს მასწავლებელმა. მასში აქტიურად უნდა ჩაერთონ მოსწავლეთა მშობლები. კარგი იქნება თუ ეს საკითხი მასწავლებლის მიერ განხილული იქნება მშობელთა კრებაზე.

მოსწავლეებს უნდა ვასწავლოთ, რომ მათ ესმოდეთ, უსმენდნენ და შეძლონ გაუგონ სხვებს, იყვნენ თანატოლებისა და გარშემო მყოფთა მიმართ თავაზიანები და ყურადღებიანები, შეძლონ სხვების ემოციების გაგება, შეძლონ ბუნების საშიშროებების აღქმა და მათთვის წინააღმდეგობის გაწევა, შეძლონ არასტანდარტული სიტუაციებიდან გამოსავლის მოძებნა, იყვნენ სრულყოფილი ფიზიკურად და გონებრივად.

რა სპეციალობისაც უნდა იყოს ადამიანი, ჩვილი იქნება თუ მოხუცი, ბუნება ყველასათვის წარმოადგენს მათი ცხოვრების განუყოფელ კომპონენტს. მასწავლებელმა უნდა შეძლოს მოსწავლეებს არა მარტო ასწავლოს ბუნება, არამედ მათ გააცნობიერებინოს ის ტკივილი, რომელსაც დანაგვიანებული მდინარის ნახვისას განიცდიან, გააცნობიერონ ის წუხილი, რასაც განიცდიან, როცა ხედავენ, რომ პიკნიკზე წასულების მიერ ტყეში დანთებულმა ცეცხლმა ხანძარი გააჩინა და ხეები ზეზეულად იწვიან, მდელოზე ხუმრობით გამხმარი ბალახებისათვის ცეცხლის წაკიდების შემდეგ, მდელოს ცეცხლი რომ უკიდია... მოსწავლეებმა უნდა აღიქვან, რომ თუ არ დავიცავთ ბუნებას, არ შევინარჩუნებთ და არ მოვუვლით მას, არ გვექნება სამშობლო. დედაბუნება–ჩვენი სახლია.

2.1.3. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები და მათი შედგენის მეთოდიკა

ჩვენ მეთოდურად გამართლებულად მიგვაჩნია უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების ჩართვა, კონკრეტულად იმ სასწავლო თემების გავლის დროს, როცა განიხილება შესაბამისი შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები. ასეთნაირად წარმართული სასწავლო პროცესი არ მოითხოვს დამატებით სასწავლო დროის გამოყოფას, ხოლო მოსწავლეთა განმავითარებელი ეფექტი მაღალი აქვს, რადგან ასეთი შინაარსის ამოცანების ჩართვით ერთიან სისტემაში მოდის სასწავლო პროცესი, რაც ხელს უწყობს მოსწავლეთა აქტიურ სწავლებას, ახალი ცოდნის და სწავლების ახალი, თანამედროვე მეთოდიკის შექმნას, რის საფუძველზეც ხდება შესაბამისი მეთოდიკური რეკომენდაციების შემუშავება. ასევე მიზანშეწონილად ვთვლით განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების განხილვას კლასგარეშე, ფაკულტატიურ და მათემატიკის საგნობრივი წრეების მეცადინეობებზე.

ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანათა სისტემების შედგენისას ვსარგებლობთ ჩვენს მიერ შემუშავებული სქემით:

„ეკოლოგიის საკითხების შესახებ თეორიული ცოდნის მიწოდება სხვა საგნიდან→ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანა, რომლის პირობა

კავშირშია სხვა საგნის თეორიდან მიღებულ ცოდნასთან → დასმული მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა → ამოხსნილი ამოცანის პასუხის ჩაწერის შემდეგ მოსწავლეთათვის წინასწარ შედგენილი ისეთი კითხვების დასმა, რომელიც ახდენს არსებული ცოდნის გაღრმავებას".

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკურ ამოცანებს დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოები თითქმის არ შეიცავენ, ამიტომ მათი შედგენა ძირითადად მასწავლებლებს მოუხდებათ, რისთვისაც მათ თავდაპირველად უნდა შეადგინონ მონაცემთა ბაზა, რომელშიც მოცემული იქნება ის არსებული მეცნიერული ინფორმაცია, რომელიც დაკავშირებულია ეკოლოგიურ საკითხებთან, ფლორასთან, ფაუნასთან და სხვ. მაგალითად,

ზოგიერთი ჯიშის ხის სიცოცხლის ხანგრძლივობა: სოჭი-500 წლამდე; მუხა-2000 წლამდე; ფიჭვი-350 წლამდე; ცაცხვი-500 წლამდე; არყის ხე-150 წლამდე; კედარი-850 წლამდე; ცირცელი - 80 წლამდე; თელა-400 წლამდე; იფანი (კოპიტი)-100 წლამდე; ვერხვი-100 წლამდე.

ზოგიერთი ჯიშის ხეების სიმაღლე: წიფელი-60 მეტრამდე; არყის ხე-20 მეტრამდე; ცაცხვი-35 მეტრამდე; მუხა-40 მეტრამდე; ფიჭვი-45 მეტრამდე; სოჭი-30-40 მეტრამდე; კედარი-45 მეტრამდე; თელა-40 მეტრამდე;

ტყის ეკოლოგიური მნიშვნელობა: 1 ჰექტარი ფოთლოვანი ტყე ერთ დღე–ღამეში გამოყოფს 2 კგ ფიტონციდებს, 1 ჰექტარი წიწვოვანი ტყე–5 კილოგრამს, ხოლო 1

ჰექტარი მარადმწვანე მცენარეების ტყე-30 კილოგრამს; 1 ჰექტარი მუხის ტყე ერთი წლის განმავლობაში გამოყოფს 830 კილოგრამ ჟანგბადს, 1 ჰექტარი არყის ხის ტყე-725 კილოგრამ ჟანგბადს, ხოლო 1 ჰექტარი ფიჭვის ტყე-540 კილოგრამ ჟანგბადს; 1 ჰექტარი მარადმწვანე ტყე 1 წლის განმავლობაში ფილტრავს 30-35 ტონა მტვერს, ფოთლოვანი ტყის 1 ჰექტარი წლის განმავლობაში ფილტრავს 50–70 ტონა მტვერს.

ფრინველების და მწერების ეკოლოგიური როლი ბუნებაში: დიდი წივწივების ოჯახი ერთი ზაფხულის განმავლობაში 40 ვაშლის ხეზე ანადგურებს ბაღისათვის საშიშ მწერებს. კოდალას ხშირად-ტყის ექიმსაც უწოდებან. ის ხეებს ათავისუფლებს მწერებისაგან და ქერქიამია ჭიებისაგან. კოდალა დღის განმავლობაში ჭამს 750–900 ქერქიჭამიას. საჭმლის მოსაპოვებლად ის ხეებზე აკეთებს ნაჭდევებს. ბუდეებს იკეთებს ხეებზე. ბარტყები გაზრდის შემდეგ ტოვებენ ბუდეს და შემოდგომაზე თვითონ იკეთებენ ახალს. კოდალას მიერ ხეებზე საკვების მოსაპოვებლად გაკეთებული ნაჭდევების და ბუდეების გამოყენებას ახდენენ სხვა, შედარებით პატარა ჩიტები ღამის გასათევად, აგრეთვე იყენებენ მათ თავიანთი ბუდეებისათვის. გუგული, რომლის ხმაც ხშირად ესმით ტყეში ექსკურსიაზე წასულ მოსწავლეებს, ერთი დღის გამნავლობაში ანადგურებს 40 მუხლუხოს, მაისის ხოჭოს 5 ჭუპრს, 50–მდე სხვა სახეობის ხოჭოს და მათ ჭუპრებს და სხვ. ბუზიჭერია ჩიტი, მართალია პატარა ტანისაა, მაგრამ ერთი დღის განმავლობაში ანადგურებს 300-ზე მეტ ბუზს და კოღოს; ბუ ერთი ღამის განმავლობაში ანადგურებს 7-8 მინდვრის

თაგვს. ბუს ერთი ოჯახი 10000–მდე თაგვს ანადგურებს და ეხმარება ფერმერებს 20 ტონამდე მარცვლის გადარჩენაში, რომელსაც გაანადგურებენ თაგვები; ჭიამაია თავისი ცხოვრების მანძილზე ანადგურებს 4000–მდე მწერს, წითელი ჭიანჭველების საშუალო ზომის ბუდე ერთ დღეში ანადგურებს საშუალოდ 3500–4500 მწერს.

ზოგიერთი რიცხობრივი მონაცემი, რომელთა გამოყენება შესაძლებელია საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების შესადგენად: საქართველოს მდინარეთა სიგრძეები (კმ): მტკვარი-1515 კმ; რიონი-327 კმ; იორი-320 კმ; ალაზანი-390 კმ; ენგური-213 კმ. მანძილი დედამიწიდან მთვარემდე-384 ათასი კმ; ეკვატორის სიგრძე-40 ათასი კმ; მანძილი დედამიწიდან მზემდე-დაახლოებით 150 მილიონი კმ. ყოველწლიურად დედამიწაზე 120 000 კვადრატულ მეტრ ფართობზე ქრება ტყის მასივები; ყოველწლიურად დედამიწაზე 33 000 ჰექტარზე იჩეხება ტყე; მსოფლიოში ყოველწლიურად ჯუნგლებში იჭრება 5 მილიონი ხე; ტროპიკული ტყის ყოველი ჰექტარი წლიურად გამოჰყოფს 28 ტონა ჟანგბადს; პლანეტის ყველა მცენარე ერთი წლის მანძილზე გამოჰყოფს 175 მილიონ ტონა ბიოლოგიურად აქტიურ ნივთიერებებს; ტყეების საერთო ფართობი მსოფლიოში შეადგენს 19 მილიონ კვადრატულ კილომეტრს, რომელთაგან 12 მილიონი კვადრატული კილომეტრი მოდის ტროპიკებზე, რომელთა შორის 10 მილიონ კვადრატულ კილომეტრზე ფოთლოვანი ტყეებია; 1 ჰექტარ განაყოფიერებულ, სასოფლო-სამეურნეოდ ვარგის ფართობზე ცხოვრობს დაახლოებით 4 მილიონ 500 ათასი სხვადასხვა სახეობის ჭია, რომლებიც 200 დღე-ღამის განმავ-

ლობაში ,,გადახნავენ“ დაახლოებით 450 ტონა გრუნტს. დედამიწაზე მწერების დაახლოებით 1 მილიონი სახეობაა. მათ შორის: ხოჭოები-250 ათასი სახეობის; პეპლები-140 ათასი სახეობის; სიფრიფანაფრთიანები-90 ათასი სახეობის; ბუზები და კოღოები-80 ათასი სახეობის და სხვ. მიზანშეწონილია ამ მონაცემების ჩამოწერა ცხრილის სახით, რაც ეხმარება მოსწავლეებს შემდეგში თვითონ შეადგინონ სხვადასხვა შინაარსის მათემატიკური ამოცანები.

გარდა რიცხობრივი მონაცემებისა, მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ ჩვენი ქვეყნის ეროვნული ტყე–პარკები, მათი ისტორია, ფლორა და ფაუნა, რის შემდეგაც შევთავაზოთ ამოცანები ამ თემებზე. ამისათვის მიზანშეწონილია მასწავლებელს მონაცემთა ბაზაში ჰქონდეს აგრეთვე ინფორმაცია საქართველოში არსებული ბაბაბეურის, ბაწარის, ბიჭვინთა–მიუსერას, ბორჯომის, ფსხუ–გუმისთის, ვაშლოვანის, დუშეთის, კინტრიშის, ლაგოდეხის, ლიახვის, მარიამჯვრის, რიწის, სათაფლიის და ქობულეთის სახელმწიფო ნაკრძალების შესახებ. მართალია, ამ ნაკრძალებიდან ზოგიერთზე დღეი-ათვის საქართველოს იურისდიქცია არ ვრცელდება, მათი ტერიტორიები ოკუპირებულია რუსეთის მიერ, მაგრამ მოსწავლეებისათვის მათი გაცნობა აუცილებელია ეროვნული ინტერესებიდან გამომდინარე.

მასწავლებელს მონაცემთა ბაზაში აგრეთვე უნდა ჰქონდეს ინფორმაციები ალგეთის, ბორჯომ–ხარაგაულის, ვაშლოვნის, თბილისი, თუშეთის, კოლხეთის, მტირალას, ყაზბეგის, ჯავახეთის, მაჭახელას, ფშავ–ხევსურეთის ეროვნული პარკების, ბუნების ძეგლების,

აღკვეთილი ტერიტორიების, დაცული ლანდშაფტების, საქართველოში არსებული ტბებისა და წყალსატევების და სხვ. შესახებ. უმცროსკლასელებისათვის რთული იქნება ყველა მონაცემის დამახსოვრება და სიღრმისეული აღქმა, მაგრამ მასწავლებელმა მათთვის გასაგებად უნდა მოახდინოს აუცილებლად საჭირო ინფორმაციის მიწოდება. ნიმუშად მოვიყვანთ ბორჯომ–ხარაგაულის და კოლხეთის ეროვნული პარკების, აჯამეთის აღკეთილის და პალიასტომის ტბის შესახებ მოსწავლეებისათვის გასაცნობ ინფორმაციას. მიწანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს სახელმწიფო ნაკრძალების, ეროვნული პარკების, დაცული ტერიტორიების და ა.შ. გაცნობა დაიწყოს სასწავლო დაწესებულებასთან ტერიტორიულად უფრო ახლოს არსებული ობიექტების გაცნობით, რათა პირველ რიგში მოახდინონ ადგილობრივი ფლორის და ფაუნის გაცნობა, რომელსაც ნაწილობრივ ისედაც იცნობენ მოსწავლეები და შემდგომ გააცნოს სხვა ანალოგიური ობიექტები.

- **ბორჯომ–ხარაგაულის ეროვნული პარკი**

ბორჯომ–ხარაგაულის ეროვნული პარკი ერთ-ერთი უდიდესი ეროვნული პარკია ევროპაში. მისი ისტორია მეცხრამეტე საუკუნის შუა წლებიდან იწყება.

1862 წელს ამიერკავკასიაში მეფისნაცვლად დაინიშნა რუსეთის იმპერატორის ძმა მიხეილ რომანოვი. მას ძალიან მოეწონა ბორჯომის ხეობა და აქ საზაფხულო რეზიდენციის აშენება გადაწყვიტა.

1871 წელს რუსეთის ხელმწიფემ ალექსანდრე II-მ ძმას მთელი ბორჯომის ხეობა აჩუქა. მიხეილ რომანოვმა ტყის დიდი ნაწილი შემოღობა და უნებართვოდ ხეტყის მოჭრა და ნადირობა აკრძალა.

1935 წელს დაარსდა ბორჯომის სახელმწიფო ნაკრძალი. ას წელზე მეტი ხნის ისტორიის გავლის შემდეგ ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვნული პარკის დაარსებით, კავკასიის რეგიონში პირველი ეროვნული პარკის დაარსებას ჩაეყარა საფუძველი. იგი შეიქმნა 1995 წელს ბუნების დაცვის მსოფლიო ფონდისა (WWF) და გერმანიის მთავრობის დახმარებით.

ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვნული პარკის მთავარი სიმდიდრე ტყეა (ტერიტორიის 75%). აქ დაცულია კავკასიის შერეული ტყეების ხელუხლებელი მონაკვეთების დიდი ფართობები; გვხვდება უნიკალური, რელიქტური კოლხური ტყეების ფრაგმენტები. პარკის დაახლოებით მეოთხედი სუბალპურ და ალპურ მდელოებს უჭირავს. ამასთან, აქ არის თავმოყრილი წმინდა ნაძვნარების და ფიჭვნარების მასივები, რომლებიც ზღვის დონიდან 1400-1800 მ-ის ფარგლებშია გავრცელებული. ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვნული პარკის ტყის წიწვოვანი მცენარეებია: აღმოსავლური ნაძვი, კავკასიური სოჭი და კავკასიური ფიჭვი.

ფართოფოთლოვანებიდან ქვედა სარტყლებში ქართული მუხა და რცხილა ჭარბობს, ზედა სარტყლებში– წიფელი. ხშირია საქართველოს წითელ ნუსხაში შეტანილი წაბლი. საქართველოს წითელ ნუსხაში შეტანილ ხემცენარეთა სახეობებიდან, წაბლის გარდა, გვხვდება

უხრავი, ჯონჯოლი, აღმოსავლური მუხა, შიშველი თე - ლადუმა.

ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვნული პარკის ტერიტო- რიაზე აღრიცხულია 64 სახეობის ძუძუმწოვარი, სა- იდანაც 11 კავკასიის ენდემია და 8 სახეობა საქართვე- ლოს წითელ ნუსხაშია შესული. აქ 217 სახეობის გა- დამფრენი და მობუდარი ფრინველი გვხვდება, მათგან 13 სახეობა საქართველოს წითელ ნუსხაშია შეტანილი. დაცული ტერიტორიის ტენიან ტყეებში რეპტილიების 30 სახეობა ბინადრობს, რომელთაგან 3 დასავლეთ კავკასიის ენდემია, და 2 სახეობა წითელ ნუსხაშია შე- ტანილი. მნიშვნელოვანი სახეობებია კავკასიური რო- ჭო, რობერტის მემინდვრია. ბორჯომ-ხარაგაულის და- ცულ ტერიტორიებზე გავრცელებულია ენდემური სახე- ობები: კავკასიური სალამანდრა, კავკასიური ჯვარუ- ლა, აჭარული ხვლიკი, კავკასიური გველგესლა და სხვა.

დაცულ ტერიტორიებზე შენარჩუნებულია იშვიათი თუ გადაშენების საფრთხის წინაშე მყოფი, საქართვე- ლოს წითელ ნუსხაში შეტანილი მსხვილი ძუძუმწოვ- რების და ფრინველების ისეთი სახეობები და ქვესახეო- ბები, როგორიცაა: კავკასიური კეთილშობილი ირემი, მურა დათვი, ფოცხვერი, კავკასიური არჩვი, ევროპუ- ლი მაჩქათელა, გიგანტური მეღამურა, კავკასიური ციყ- ვი, კავკასიური წავი, თეთრკუდა არწივი, სვავი, მთის არწივი, ქორცქვიტა, ველის კაკაჩა, კასპიური შურთხი და როჭო და სხვ. ტყეში ბინადრობს: გარეული ღორი, შველი, მგელი, ტყის კატა. ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვ- ნულ პარკში აღრიცხულია ღამურების 20 სახეობა.

ბორჯომ-ხარაგაულის ეროვნულ პარკში 17-მდე სახეობის რეპტილია და ამფიბია არის გავრცელებული, მათ შორის აღსანიშნავია კავკასიის ენდემი-კავკასიური სალამანდრა, რომელიც იშვიათი და გადაშენების პირას მყოფი სახეობაა. ის საქართველოსა და IUCN-ის „წითელ ნუსხაშია“ შესული.

ბორჯომ-ხარაგაულის დაცული ტერიტორიების მდინარეებში წყალმცენარეების გარდა გავრცელებულია კალმახი, წვერა და ნაფოტა.

- **აჯამეთის აღკვეთილი**

დაარსდა 1935 წელს, ფართობი 4848 ჰექტარი, მდებარეობს იმერეთში ქუთაისიდან 15 კილომეტრში, შექმნილია ორი მასივისგან: აჯამეთის მუხნარის (მდინარე რიონის მარცხენა შენაკადებს ყვირილასა და ხანისწყალს შორის) და ვარციხი მასივისგან (მდინარე ხანისწყლის მარცხენა მხარეს).

აჯამეთის აღკვეთილში შემონახულია კოლხური ტიპის იმერული მუხის რელიქტური ტყეები. მუხნარების ხნოვანება 120-200 წლებს შორის მერყეობს, კავკასიური ძელქვის წმინდა კორომები. აჯამეთის აღკვეთილში წარმოდგენილია ტყის სხვა ჯიშებიც იფანი, კავკასიური რცხილა, მინდვრის ნეკერჩხალი, და სხვ. გავრცელებულია იელი და კუნელი, რომლებიც ზოგან გაუვალ რაყას ქმნის. აჯამეთის აღკვეთილში გვხვდება შველი, მელა, თეთრყელა კვერნა მაჩვი, კურდღელი, ციყვი. ფრინველებიდან: ტყის ქათამი, სხვადასხვა სახეობის ჩიტი. აჯამეთის აღკვეთილის ძირითადი მიზანია კოლხეთის ტყის ნიმუშების, მუხის, ძელქვისა და

ფაუნის დაცვა, მომრავლება და მეცნიერული შესწავლა. აჯამეთის აღკვეთილი საქართველოს ულამაზესი ბუნების ერთ–ერთი უნიკალური ძეგლია.

მოვიყვანოთ სანიმუშოდ ამოცანები, რომლებიც დაკავშირებულია ბორჯომ–ხარაგაულის ეროვნულ პარკთან და აჯამეთის აღკვეთილთან (ნაკრძალთან).

1. აჯამეთის აღკვეთილი (ნაკრძალი) ერთ–ერთი უძველესია საქართველოში. აჯამეთი სახელმწიფო ნაკრძალის სახით 1946 წელს ჩამოყალიბდა და მისი შექმნის მიზანი იშვიათი რელიქტების-იმერეთის მუხისა და ძელქვის შენარჩუნება იყო. აჯამეთის განთქმული მუხნარი ძალიან ძველია. ზოგიერთი ხის ასაკი 200 წლამდეა. რამდენი წელია, რაც აჯამეთის ნაკრძალი შეიქმნა?

2. გაეცანიღ ბორჯომ–ხარაგაულის პარკის შესახებ ინფორმაციას და უპასუხეთ კითხვას: რამდენი სრული საუკუნეა, რას არსებობს ბორჯომ–ხარაგაულის პარკი?

• კოლხეთის ეროვნული პარკი

კოლხეთის ნაკრძალი მდებარეობს შავი ზღვის სანაპიროზე, პალიასტომის ტბის მოდამოებში. ფართობი 561 ჰა. დაარსდა 1935 წელს.

ნაკრძალის მიზანია კოლხეთის დაბლობისათვის დამახასიათებელი რელიქტური ფლორისა და ფაუნის მთლიანი კომპლექსის დაცვა. ნაკრძალს დიდი სამეცნიერო-კვლევითი და ისტორიული მნიშვნელობა აქვს. შემონახულია კოლხეთისათვის დამახასიათებელი ჭაობისა და დაბლობის ტყეების ლანდშაფტი. გავრცელებულია მურყანი, წიფელი, რცხილა, კოლხური სურო,

წყავი, შქერი და რელიქტური ბალახოვანი მცენარეები. ცხოველებიდან შველი, გარეული ღორიდა სხვა.

- **პალიასტომის ტბა**

პალიასტომი გამდინარე ტბა ოდიშ-გურიის დაბლობზე, ქალაქ ფოთთან. მდებარეობს ზღვის დონიდან–0.3 მ დაბლა. საზრდოობს წვიმის წყლითა და შენაკადებით. ტბას ერთვის მდინარე ფიჩორი, გამოედინება მდინარე კაპარჭინა. სიტყვა პალიასტომი შედგება ორი ბერძნული სიტყვისაგან ,,პალიას“ (ძველი) და ,,სტომა“ (ციხე-სიმაგრე). ე.ი. ძველი ციხე-სიმაგრე. 1924 წელს ტბის სამხრეთ-დასავლეთი ნაპირიდან გაიყვანეს არხი და პირდაპირ შეუერთეს ზღვას, ხოლო 1933 წლის დეკემბერში ძლიერი ზვირთცემის შედეგად არხი გაფართოვდა და სრუტე გაჩნდა, წყალი მლაშე გახდა.

იყენებენ ხე-ტყის დასაცურებლად, თევზჭერისთვის. ტბა შედის კოლხეთის ეროვნული პარკის შემადგენლობაში, კოლხეთის ეროვნული პარკი ტურისტებს სთავაზობს სანაოსნო მარშრუტებს ტბის უკეთ გასაცნობად.

ჩვენს მიერ უმცროსკლასელებისათვის შედგენილ ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკურ ამოცანებში, ისევე როგორც სხვა განმავითარებელ ამოცანების პირობებში მოყვანილი რიცხვითი მონაცემები აღებულია რეალურად არსებულიდან, ეს გულისხმობს იმას, რომ თუ ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკურ ამოცანაში საუბარია, ვთქვათ მუხის ხის ასაკზე, მაშინ ეს მონაცემი არ უნდა აღემატებოდეს 2000 წელს, რადგან მუხის სიცოცხლის ხანგრძლივობაა-2000 წლამდე, ხოლო მისი

მაქსიმალური სიმაღლეა 40 მეტრამდე. ეს ეხება სხვა მონაცემებსაც. ჩვენ აქ მოყვანილი გვაქვს სხვადასხვა რიცხვითი რეალური მონაცემები, რომლებიც დიდ დახმარებას გაუწევენ მათემატიკის მასწავლებებს თვითონ შეადგინონ ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები, რომლებსაც თავიანთი შეხედულებისამებრ ჩართავენ უმცროსკლასელებთან სასწავლო პროცესში კონკრეტული თემების გავლისას.

ეკოლოგიას დიდ საფრთხეს უქმნის საწარმოთა მიერ ატმოსფეროში გატყორცნილი დაბინძურებული ჰაერი მჭვარტლის სახით. უმცროსკლასელებს უნდა ავუხსნათ, რომ თუ საწარმოები დააყენებენ თანამედროვე ტექნოლოგიებით შექმნილ ფილტრებს, მაშინ ატმოსფეროს დაბინძურება მცირდება 20-ჯერ. ინტერნეტიდან შესაძლებელია მოძიებული იქნეს ინფორმაცია, რომ ერთი დიდი საწარმო წელიწადში რა რაოდენობის მჭვარტლს გამოყოფს ატმოსფეროში. ამის შემდეგ ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანის შედგენისათვის მხოლოდ ტექნიკის დემონსტრირება დარჩა. მაგალითად,

ერთი დიდი საწარმო წელიწადში ატმოსფეროში გატყორცნის 200 ტონა მჭვარტლს. თუ მას დავუყენებთ გამწმენდ ფილტრებს, მაშინ ამ საწარმოს მიერ ატმოსფეროში გატყორცნილი მჭვარტლის რაოდენობა 20-ჯერ შემცირდება. რამდენი ტონა მჭვარტლი გაიტყორცნება საწარმოს მიერ მას შემდეგ, რაც მას გამწმენდი ფილტრები დაუყენეს?

ჩვენი ქალაქის (რეგიონის) რომელი საწარმოები აჭუჭყიანებენ გარემოს?

ან შესაძლებელია ასეთი ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანის შედგენა.

ერთი დიდი საწარმო წელიწადში ატმოსფეროში გატყორცნის 200 ტონა მჭვარტლს. მას შემდეგ, რაც საწარმომ დააყენა გამწმენდი ფილტრები, ამ საწარმოს მიერ ატმოსფეროში გატყორცნილი მჭვარტლის რაოდენობა 10 ტონამდე შემცირდა. რამდენჯერ ნაკლები მჭვარტლი გაიტყორცნება საწარმოს მიერ მას შემდეგ, რაც მას გამწმენდი ფილტრები დაუყენეს?

ჩვენი ქალაქის (რეგიონის) რომელი საწარმოები აჭუჭყიანებენ გარემოს?

ან შეიძლება შევადგინოთ ასეთი ამოცანა:

ერთი დიდი საწარმო წელიწადში ატმოსფეროში გატყორცნის 200 ტონა მჭვარტლს. მას შემდეგ, რაც საწარმომ დააყენა გამწმენდი ფილტრები, ამ საწარმოს მიერ ატმოსფეროში გატყორცნილი მჭვარტლის რაოდენობა 10 ტონამდე შემცირდა. რამდენი ტონით ნაკლები მჭვარტლი გაიტყორცნება საწარმოს მიერ მას შემდეგ, რაც მას გამწმენდი ფილტრები დაუყენეს?

ჩვენი ქალაქის (რეგიონის) რომელი საწარმოები აჭუჭყიანებენ გარემოს?

არსებული მონაცემებით შესასძლებელია სხვადასხვა ფორმულირებით ჩამოვაყალიბოთ ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები.

მასწავლებელმა შეიძლება მოიძიოს მონაცემები რამდენი ჟანგბადი ჭირდება სრდასრულ ადამიანს დღის განმავლობაში, ასევე რა რაოდენობის ჟანგბადს გამოყოფს საშუალოდ ერთი ძირი ზრდასრული ხე. აღმოჩნდება, რომ ეს მონაცემები დიდად არ განსხვავდებიან

ერთმანეთისაგან. განსხვავება არის იმაში, რომ თითქმის 10-ჯერ ნაკლები რაოდენობის ჟანგბადს გამოყოფს ერთი ძირი ზრდასრული ხე ქალაქის პირობებში, ტყესთან შედარებით, ამიტომ ქალაქის პირობებში 10-ჯერ მეტი ხეა საჭირო იმისათვის, რომ ქალაქი უზრუნველყოფილი იყოს ჟანგბადით. ეს მონაცემები საშუალებას აძლევს მასწავლებელს შეადგინოს ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ასეთი მათემატიკური ამოცანა:

ერთი ზრდასრული ხე გამოყოფს იმდენ ჟანგბადს, რამდენის საჭიროა ერთი ადამიანისათვის ერთი დღის განმავლობაში. ქალაქის პირობებში, ეკოლოგიური დაბინძურების მაღალი ხარისხის გამო ჟანგბადის გამოყოფა შემცირებულია 10-ჯერ. რამდენი ზრდასრული ხეა საჭირო, რომ ქალაქი, რომელშიც 1 მილიონი ადამიანი ცხოვრობს უზრუნველყოფილი იყოს ჟანგბადით?

არსებული მონაცემებით შესაძლებელია ასეთი პირობის მქონე ამოცანის შედგენაც:

ერთი ზრდასრული ხე გამოყოფს იმდენ ჟანგბადს, რამდენის საჭიროა ერთი ადამიანისათვის ერთი დღის განმავლობაში. ქალაქის პირობებში, ეკოლოგიური დაბინძურების მაღალი ხარისხის გამო ჟანგბადის გამოყოფა შემცირებულია რამდენჯერმე. რამდენჯერ არის შემცირებული ჟანგბადის გამოყოფა ქალაქის პირობებში, თუ ქალაქისათვის, რომელშიც 100 000 ადამიანი ცხოვრობს ჟანგბადით უზრუნველყოფისათვის საჭიროა 1 მილიონი ზრდასრული ხე?

ეკოლოგიური მდგომარეობის გაუარესებაში ერთერთი მნიშვნელოვანი წვლილი ,,შეაქვს“ საავტომობილო ტრანსპორტს. ავტოსატრანსპორტო საშუალებების

მკვეთრი მატება უარყოფითად აისახება ეკოლოგიაზე, რადგან ერთი ავტომობილი საშუალოდ დღის განმავლობაში ატმოსფეროს აბინძურებს საშუალოდ 20 კილოგრამი მომწამვლელი აირით. ამ მონაცემის საფუძველზე შესაძლებელია ასეთი ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანის შედგენა:

დღე-ღამის განმავლობაში ერთ ავტობობილს შეუძლია ატმოსფერო დააბინძუროს 20 კილოგრამი მომწამვლელი აირით. რამდენ კილოგრამ მომწამლავ აირს გამოყოფს 8 ავტომობილი 10 დღეში?

უმცროსკლასელებთან როცა ეკოლოგიაზე საუბრობს მასწავლებელი, მიზანშეწონილი არ არის სულ უარყოფით ტენდენციებზე გაამახვილოს ყურადღება. მოსწავლეებს უნდა ვასწავლოთ, რომ გარემო მართალია ახდენს დაზიანებული სისტემის აღდგენას, მაგრამ ეს ძალზე ნელა მიმდინარეობს და ის, რაც შეიძლება განადგურდეს რამდენიმე წუთში, მის აღდგენას დაჭირდეს რამდენიმე სუკუნე. მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიწის საფარის აღდგენა. 5 სანტიმეტრიანი მიწის საფარის განადგურება შესაძლებელია რამდენიმე წამში მასზე ნავთობპროდუქტის დასხმით, ხოლო მის აღდგენას ჭირდება 2000 წელი.

მიზანშეწონილია, მოსწავლეებმა რომ დაინახონ თუ რა ზიანი შეიძლება მიადგეს მიწის საფარს და რამდენ ხანში შეიძლება მოხდეს მისი აღდგენა, უმცროსკლასელებს შევთავაზოთ ასეთი ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანა:

ბუნებაში 5 სანტიმეტრიანი სისქის მიწის ფენის შექმნისათვის მეცნიერების გამოთვლით საჭიროა 2000

წელი. რამდენი წელი დასჭირდება ბუნებრივად 12 სანტიმეტრი სისქის მიწის ფენის შექმნას?

ეკოლოგიური საკითხების გადაწყვეტისათვის უმცროსკლასელებმა იციან, რომ მაკულატურის შეგროვებით ისინი განადგურებისაგან იცავენ ხეებს, მაგრამ ცოტამ თუ იცის, რომ მეორადი, გამოყენებისათვის უვარგისი ტანსაცმლის გადამუშავების შედეგად შესაძლებელია გამოსაყენებლად ვარგისი ქსოვილის მიღება. მაგალითად,

1 ტონა ძონძების გადამუშავებისას მიიღებენ 600 მეტრ ქსოვილს. რამდენი მეტრი ქსოვილი შეიძლება მივიღოთ 25 ტონა ძონძების გადამუშავებით?

უმცროსკლასელთა დაინტერესებას იწვევს ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ისეთი მათემატიკური ამოცანები, რომელთა პირობებში საუბარია ფრინველებზე და ცხოველებზე. მაგალითად, მას შემდეგ, რაც მასწავლებელმა იცის, რომ დღის განმავლობაში წივწივას შეუძლია შეჭამოს საშუალოდ 120 რგოლოვანი ჭია, მას შეუძლია შეადგინოს ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ასეთი მათემატიკური ამოცანა:

დიდ წივწივას შეუძლია ერთ დღეში შეჭამოს დაახლოებით 120 რგოლოვანი ჭია, რომელთა ჯამური წონა 30 გრამია. რა წონის რგოლოვანი ჭიის შეჭმა შეუძლია დიდ წივწივას ზაფხულის (ივნისი, ივლისი, აგვისტო) და შემოდგომის დასაწყისში (სექტემბერი)?

თუ უმცროსკლასელებს დამატებით მივაწვდით ინფორმაციას იმის შესახებ, რომ წივწივას შეუძლია ერთ დღე-ღამეში შეჭამოს თავისი წონის ტოლი წონის საკვე-

ბი, ეს მასწავლებელს მისცემს საშუალებას ამოცანის პირობა ჩამოაყალიბოს სხვაგვარადაც, მაგალითად:

დიდ წივწივას შეუძლია ერთ დღეში შეჭამოს თავისი წონის ტოლი წონის საკვები. დიდი წივივა დღეში დაახლოებით 120 რგოლოვანი ჭიას ჭამს. რამდენ გრამს იწონის დიდი წივწივა, თუ საშუალოდ 4 რგოლოვანი ჭია 1 გრამს იწონის?

უმცროსკლასელების დაინტერესებას იწვევს ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ისეთი ამოცანები, რომლებშიც საუბარია ადგილობრივი ფლორის და ფაუნის შესახებ. ამ მხრივ ძალზედ მოსახერხებელია ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკურ ამოცანებში ჩავრთოთ საქართველოში არსებული ეროვნული ტყე-პარკების შესახებ არსებული ინფორმაციები, ნაკრძალებში, ეროვნულ პარკებში, წყალსატევებში გავრცელებული მცენარეებისა და ცხოველების შესახებ არსებული მონაცემების მქონე მათემატიკური ამოცანები. მაგალითად, იმერეთის ტერიტორიაზე, ქუთაისთან ახლოს მდებარეობს აჯამეთის ნაკრძალი, რომლის არსებობის შესახებ მოსწავლეებს ინფორმაცია აქვთ. მაგრამ უმცროსკლასელებს ნაკლები ინფორმაცია აქვთ ნაკრძალში არსებული ფლორის და ფაუნის შესახებ. ამიტომ თუ მასწავლებელი კლასში განიხილავს ეკოლოგიური შინაარსის ასეთ მათემატიკურ ამოცანას:

აჯამეთის ნაკრძალის ტერიტორიაზე ასობით ჩიტი ბუდობს. თავისი ბარტყებისთვის დედალ-მამალ შაშვებს დღეში 60 მუხლუხო მიაქვთ, დედალ-მამალ ნიბლიებს 2-ჯერ მეტი, ხოლო დედალ-მამალ ბოლოწითელებს 3-ჯერ მეტი, ვიდრე ნიბლიებს. რამდენჯერ მეტი

მუხლუხო მიაქვთ დედალ-მამალ ბოლოწითელებს თავიანთი ბარტყებისათვის, ვიდრე დედალ-მამალ შაშვებს თავიანთი ბარტყებისათვის.

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიზანშეწონილია მასწავლებელმა მოსწავლეებს დაავალოს მოიძიონ მონაცემები აჯამეთის ნაკრძალის შესახებ, როგორი ტყის მასივებია ნაკრძალში, რომელი ცხოველები და ფრინველებია გავრცელებული ნაკრძალის ტერიტორიაზე, რამდენია ნაკრძალის ფართობი, როდის დაარსდა და სხვ. და რამდენიმე დღის (კვირის) შემდეგ მოახდინონ მათ მიერ მოძიებული ინფორმაციის პრეზენტაცია. ასეთი მიდგომა წარმოშვებს მოსწავლეებში ახალი ცოდნის შეძენის წყურვილს, რომელსაც დროთა განმავლობაში ისინი მიყავს ინფორმაციის დამოუკიდებლად მოძიებამდე.

ასევე, კარგ ეფექტს იძლევა მასწავლებლის მიერ ადგილობრივი გარემოპირობებისათვის დამახასიათებელ მცენარეებზე მათემატიკური ამოცანების შედგენა. მაგალითად, დასავლეთ საქართველოში, განსაკუთრებით კი შავი ზღვის სანაპიროზე, აჭარაში, სამეგრელოში, გურიაში, აფხაზეთში, კოლხეთის დაბლობზე, იმერეთში იზრდება ბამბუკი. უმცროსკლასელებმა მცენარის შესახებ იციან, რომ ის სხვა მცენარეებთან შედარებით ძალიან სწრაფად იზრდება. შესაძლებელია მასწავლებელმა კლასში განიხილოს ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანა:

ბამბუკი დღე-ღამეში იზრდება 30 სმ-ით. რამდენი სანტიმეტრით მოიმატებს მისი სიმაღლე 12 საათში?

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეებს შეიძლება ვკითხოთ, თუ რა გამოყენება აქვს ბამბუკს. თითქმის ყველა მოსწავლემ იცის, რომ ბამბუკი სპინინგის (სათევზაო ჯოხი) შემადგენელი ნაწილია, მაგრამ მისი სხვა გამოყენების შესახებ მოსწავლეებს შესაძლოა ინფორმაცია არც ჰქონდეთ. ამ შემთხვევაში მოსწავლეებს ბამბუკის შესახებ შეიძლება ვუთხრათ, რომ მისი გამოყენება შესაძლებელია სხვადასხვა დანიშნულებით, კერძოდ, მისი გამოიყენება შესაძლებელია ავეჯის, კიბეების, სათხილამურო ჯოხების, წყალსადენი მილების, საყრდენების ქაღალდის დასამზადებლად და სხვ. ამის შემდეგ დავავალოთ მოსწავლეებს, რომ მოაგროვონ ინფორმაცია ბამბუკის შესახებ და გაგვიკეთონ პატარა პრეზენტაცია რამდენიმე დღის (კვირის) შემდეგ.

ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ყველა სახის ამოცანის აქ მოყვანა რა თქმა უნდა შეუძლებელია და საჭირო არ არის, მაგრამ მეთოდური თვალსაზრისით ამოცანების შინაარსი ისე უნდა შეარჩიოს მასწავლებელმა, რომ მათემატიკური ამოცანის პირობაში ყურადღება გამახვილებული იყოს იმ მცენარეებზე, ფრინველებსა თუ ცხოველებზე, რომელთაც სარგებლობა მოაქვთ ადამიანებისათვის და აუმჯობესებენ ეკოლოგიურ გარემოს. მაგალითისათვის შესაძლებელია განვიხილოთ ღამის ფრინველი-ბუ, რომელზეც მოსახლეობაში გავრცელებულია ისეთი წარმოდგენა, რომ ის მავნებელია, სინამდვილეში მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ ბუ მეტად სასარგებლო ფრინველია, რომელიც ანადგურებს მღრნელებს, განსაკუთრებით კი მინდვრის თაგვებს, რომლებიც დიდ ზიანს აყენებენ

ფერმერებს, ანადგურებენ მარცვლეული კულტურების მოსავალს-ხორბალს, სიმინდს, ჭვავს, შვრიას და სხვ. მოსწავლეებს ბუს სარგებლიანობაზე წარმოდგენას შეუქმნის ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანა:

ბუს ერთი ოჯახი ერთ წელიწადში ანადგურებს 1000-ზე მეტ მინდვრის თაგვს. რამდენი კილოგრამი ხორბლის ეკონომიას უკეთებს ის ფერმერებს, თუ ერთი მინდვრის თაგვი წელიწადში ანადგურებს 1 კგ ხორბალს?

შესაძლებელია მოსწავლეებს დავალებად არ მივცეთ ინფორმაციის მოძიება ბუს და მისი ოჯახების შესახებ, მაგრამ მომდევნო მეცადინეობაზე დავუსვათ შეკითხვები, ხომ არ დაინტერესდნენ ისინი და ხომ არ მოაგროვეს მათ რაიმე დამატებითი ინფორმაცია ბუს და მისი ოჯახის შესახებ. თუ კლასში ისეთი მოსწავლეები აღმოჩნდნენ, რომლებიც დაინტერესებას იჩენენ მასწავლებლის დავალების გარეშე და ახდენენ ინფორმაციის მოძიებას სხვა წყაროებიდან, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ მიზანი მიღწეულია.

კარგია, თუ უმცროსკლასელებს მივაწვდით ინფორმაციას გადაშენების პირას არსებული ცხოველების და მცენარეების შესახებ, განვუმარტავთ თუ რას წარმოადგენს ე.წ. ,,წითელი წიგნი“ და რა პრინციპით ხვდებიან ამ წიგნში მცენარეები და ცხოველები. მიზანშეწონილია, როცა მასწავლებელი ისაუბრებს ასეთი ჯიშის (სახეობის) ცხოველზე(მცენარეზე), მოსწავლეებს აჩვენოს ამ ცხოველების ფოტოები ან წინასწარ მომზადებული კლიპი და გააცნოს პოპულაციის შესახებ ცნო-

ბები. შესაძლებელია, რომ ,,წითელ წიგნში“ შეტანილი ცხოველები ან მცენარეები არ განეკუთვნებოდეს საქართველოში მცხოვრებ ცხოველებს, ან არ ხაროზდეს მცენარის ეს ჯიში საქართველოში, რადგან ამას არსებითი მნიშვნელობა არა აქვს, რადგან უმცროსკლასელების ცოდნის არეალი არ უნდა შემოვფარგლოთ მხოლოდ ადგილობრივი ენდემური ჯიშებით.

მაგალითად, მოსწავლეებს შესაძლებელია შევთავაზოთ ეკოლოგიური შინაარსის ასეთი მათემატიკური ამოცანა:

მეოცე საუკუნის დასაწყისში დომბა-ბიზონები გადაშენების პირას იყვნენ. კავკასიის ნაკრძალში 1964 წელს შეიყვანეს რამდენიმე ზრდასრული დომბა-ბიზონი. რამდენით გაიზარდა დომბა-ბიზონების რაოდენობა 2018 წლამდე, თუ ყოველწლიურად იბადებოდა 10 პატარა დომბა-ბიზონი?

კარგი იქნება თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს აჩვენებს წინასწარ მომზადებულ 2-3 წუთიან კლიპს დომბა-ბიზონებზე და დაუსვამს შესაბამის კითხვებს.

მეთოდური თვალსაზრისით კარგი იქნება თუ მასწავლებელი უმცროსკლასელებს გააცნობს პოლარული დღისა და ღამის შესახებ ინფორმაციას. მოსწავლეებისათვის ძნელი აღსაქმელია ის რომ თითქმის ნახევარი წელი მხოლოდ ღამეა, ხოლო შემდეგ, წლის დარჩენილი დრო-სულ დღეა. მასწავლებლებს სარეკომენდაციოდ შეიძლება შევთავაზოთ ასეთი ამოცანა:

უკიდურეს ჩრდილოეთში პოლარული ღამე გრძელდება 150 დღე-ღამე, ხოლო ტუნდრაში 1 დეკემბრიდან 28 თებერვლის ჩათვლით. რამდენი დღე-ღამით მეტი

გრძელდება პოლარული ღამე უკიდურეს ჩრდილოეთში ტუნდრასთან შედარებით?

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეები იღებენ ინფორმაციას პოლარული ღამის შესახებ. ე.ი. მოსწავლეები იღებენ ახალ ცოდნას, ამავე დროს იმეორებენ უკვე ნასწავლს-ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გაიხსენონ რამდენი დღეა დეკემბერსა და იანვარში.

ბუნებისმცოდნეობაში მიღებული ცოდნის განვრცობაც არის შესაძლებელი მათემატიკური ამოცანების გამოყენებით. მაგალითად, საქართველოს ტერიტორიაზე არ ფიქსირდება მოქმედი ვულკანი, ამიტომ ამ თემაზე ამოცანის შედგენას ვერ შევძლებთ, ხოლო სეისმურად აქტიურ ზონებში ასეთი ვულკანები საკმაოდაა. როცა მოსწავლეებს ვაწვდით ინფორმაციას ვულკანების შესახებ, მათ უნდა მივცეთ ზუსტი განმარტება თუ როგორ ვულკანს ეწოდება ჩამქრალი, რომელს მოქმედი და ეს ისე უნდა მოახდინოს მასწავლებელმა, რომ მოსწავლეებში შიშის გრძნობა არ გამოიწვიოს. მაგალითად, შესაძლებელია საკლასო მეცადინეობაზე განვიხილოთ ასეთი ამოცანა:

ახალ ზელანდიაში 120 ვულკანია, რომელთაგან 29 მოქმედია. რამდენი ჩამქრალი ვულკანია ახალ ზელანდიაში?

კარგი იქნება თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს მოუთხრობს პომპეის შესახებ და პატარა კლიპს აჩვენებს წყალქვეშა ვულკანების ამოფრქვევაზე.

ყველა მოსწავლისათვის ნაცნობი მწერებია ჭიანჭველები, რომლებსაც შესაძლებელია მათთვის უსიამოვნებანიც კი მოუტანიათ, ჭიანჭველების ნაკბენი საკმაოდ

მწარეა, მაგრამ დასაბუთებული ფაქტია, რომ ყველაზე შრომისმოყვარე არსებები არიან. მოსწავლეებს შეიძლება შევახსენოთ სხვადასხვა გამონათქვამები ჭიანჭველების შესახებ: ჭიანჭველასავით ბეჯითია, ჭიანჭველასავით შრომობს და სხვ. მიზანშეწონილია მოსწავლეებს მივაწოდოთ ინფორმაცია ჭიანჭველების ბუდეების შესახებ, რა სარგებლობა და რა ზიანის მოტანა შეუძლიათ მათ მოსახლეობისათვის.

ტყის ყველაზე შრომისმოყვარე არსებები ჭიანჭველებია. საშუალოდ ჭიანჭველებს 1 წუთში თავიანთ ბუდეში მიაქვთ 2 ათეული მწერი. რამდენ მწერი მიაქვთ ჭიანჭველებს თავიანთ ბუდეში 1 საათში?

ეს ამოცანა უმცროსკლასელებს ნათელ წარმოდგენას უქმნის ჭიანჭველებზე, რომლებიც ანადგურებენ მწერებს, რითაც ხელს უწყობენ ბევრი სასარგებლო პროცესის ნორმალურად წარმართვას ბუნებაში.

უმცროსკლასელთა უმრავლესობას უყვარს ცხოველები და სახლსიც ბევრს ყავს ძაღლები, ზოგს კატები, ასევე სხვა ცხოველები. მათ შორის იშვიათად, მაგრამ შესაძლებელია იყვნენ ისეთებიც, რომელთაც აქვთ აკვარიუმები, რომლებშიც მოთავსებული ყავთ სხვადასხვა ჯიშის თევზი.

მასწავლებელმა უმცროსკლასელებს უნდა გააცნოს აკვარიუმში განსათავსებული თევზების სხვადასხვა ჯიშის შესახებ ინფორმაცია, რა რაოდენობის და რა მოცულობის წყალია საჭირო თევზების ნორმალური არსებობისათვის აკვარიუმში და სხვ. მიზანშეწონილია მეთოდურად ასეთი ამოცანის განხილვა:

აკვარიუმში ერთი თევზის ნორმალური არსებობისათვის საჭიროა არანაკლებ 3 ლიტრი წყალი. რამდენი თევზი უნდა ვიყიდოთ ზოოლოგიურ მაღაზიაში აკვარიუმში ჩასასმელად, რომლის ტევადობა 50 ლიტრია?

ამ ამოცანაში აკვარიუმის ტევადობისათვის სპეციალურად გვაქვს არჩეული ისეთი რიცხვი, რომელიც 3-ზე არ იყოფა. მოსწავლეები უნდა მიხვდნენ, რომ აკვარიუმში 17 თევზის ჩასმა არ შეიძლება, რადგან ამ შემთხვევაში მათთვის საჭირო იქნებოდა 51 ლიტრი წყალი. მოსწავლეთა უმრავლესობა ამოცანის კითხვას პასუხობს-16 თევზი. მასწავლებელმა უნდა განუმარტოს მოსწავლეებს, რომ შესაძლებელია აკვარიუმში ჩავსვათ არაუმეტეს 16 თევზისა. რას ნიშნავს გამოთქვამები არაუმეტესი და არანაკლები, რა შემთხვევაშია მიზანშეწონილი მათი გამოყენება და სხვ.

სასიამოვნო მოსასმენი იქნება მასწავლებლისათვის თუ უმცროსკლასელთა შორის იქნებიან ისეთები, რომლებიც დაინტერესებული იქნებიან მთამსვლელობით, ექნებათ ინფორმაცია მწვერვალების სიმაღლეებზე, მთამსვლელების მარშრუტებზე და სხვ.

იალბუზის მწვერვალის სიმაღლე 5642 მეტრია, რაც 609 მეტრით მეტია ყაზბეგის მწვერვალის სიმაღლეზე. გამოთვალეთ ყაზბეგის მწვერვალის სიმაღლე.

ამის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა შესთავაზოს ზოგიერთი ინფორმაცია ევერესტზე, ხოლო ინფორმაციის ნაწილის გაცნობა და მოგროვება დაავალოს მოსწავლეებს. მომდევნო გაკვეთილზე კი შესთავაზოს მოსწავლეებს გაცვალონ ინფორმაციები, რომლებიც მოსწავლეებმა მოაგროვეს და რა ინფორმა-

ცია ექნება მასწავლებელს. ვინც უკეთ იქნება მომზადებული, მათ მასწავლებელი შეაქებს და მადლობას გამოუცხადებს კლასის წინაშე.

მაშასადამე, იმისათვის რომ მასწავლებელმა შეძლოს უმცროსკლასელებისათვის ეკოლოგიური შენაარსის მქონე განმავითარებელი ეფექტური მათემატიკური ამოცანების შედგება, მან პირველ რიგში ინფორმაციის სხვადასხვა სანდო წყაროებზე დაყრდნობით უნდა მოაგროვოს სწორი მეცნიერული ინფორმაცია ეკოლოგიურ სისტემებთან დაკავშირებით და შემდგომ ამ მონაცემების გამოყენებით შეადგინოს სათანადო მათემატიკური ამოცანა იმ მეთოდური მიდგომებით, რომელზეც საუბარი გვქონდა ზემოთ.

ჩვენს მიერ აქ წარმოდგენილი მიდგომით ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების შედგენის მეთოდის დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებლებს ეხმარება სასწავლო პროცესი წარმართონ შემოქმედებითად, ემსახურება მოსწავლეთა აქტიურ, განმავითარებელ სწავლებას. აღნიშნული მეთოდით შედგენილი მათემატიკური ამოცანებით მოსწავლეები იძენენ ახალ ცოდნას, ამყარებენ ლოგიკურ კავშირებს არსებულ და ახლად შეძენილ ცოდნას შორის. სასწავლო პროცესს კი შინაარსიანს და მიმზიდველს ხდის.

წარმოდგენილი მეთოდური მიდგომა მასწავლებლებს საშუალებას აძლევს შეადგინონ უმცროსკლასელთათვის საინტერესო თემატიკის მქონე მათემატიკური ამოცანები და ჩართონ ისინი სასწავლო პროცესში.

2.1.4. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სისტემების შედგენის მეთოდოლოგია

ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სისტემების შედგენისას შესაძლებელია ამოცანები დავალაგოთ როგორც შედგენილობის მიხედვით (ერთნიშნა რიცხვებზე მოქმედებების, ორნიშნა და მრავალნიშნა რიცხვებზე მოქმედებები, მარტივი და რთული ამოცანები, ამოცანები, რომლების უკავშირდება სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებას, ლოგიკური, კომბინატორული, ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანები, სახუმარო და თავსატეხი ამოცანები და სხვ.), ასევე, შესაძლებელია დალაგებული იქნეს კლასების მიხედვით, აგრეთვე ეკოლოგიური შინაარსის მიხედვით, რაშიც ვგულისხმობთ იმას, რომ თუ ბუნებისმეტყველებაში მოსწავლეებს აქვთ დასამუშავებელი თემა ვთქვათ, ფრინველები, მაშინ უმჯობესია მათემატიკის გაკვეთილზე განხილული ამოცანების პირობებში დომინირებდეს მონაცემები, რომლებიც დაკავშირებულია სხვადასხვა სახეობის ფრინველებთან.

ჩევნ უმცროსკლასელებისათვის ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების სისტემების შედგენა მოვახდინეთ კომბინირებულად, რაც გულისხმობს იმას, რომ ანოცანათა სისტემების ნაწილი დავალაგეთ შედგენილობის მიხედვით, ნაწილი თემატიკის მიხედვით, ნაწილი კლასების მიხედვით და სხვ. ხოლო ნაწილი წარმოვადგინეთ ერთ სისტემაში გაერთიანებული.

ჩვენს მიერ შედგენილია ეკოლოგიური შინაარსის მარტივი და შედგენილი ამოცანები, რომლებიც ეხება დაწყებითი სკოლის ყველა კლასს, მოქმედებებს ერთნიშნა და მრავალნიშნა რიცხვებზე, თავსატეხი და ლოგიკური ამოცანები, ამოცანები რიცხვის რამდენჯერმე გაზრდაზე/შემცირებაზე, ამოცანები მოძრაობაზე, ეკოლოგიური შინაარსის სახუმარო მათემატიკური ამოცანები, ამოცანები პროცენტების პოვნაზე, ორი ნამრავლის ჯამის პოვნაზე, კომბინატორული ამოცანები, ამოცანები ფრინველებზე და ცხოველებზე, მცენარეებზე, მწერებზე, ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება საქართველოში არსებულ ნაკრძალებს, მათში არსებულ ფლორასა და ფაუნას და სხვ. მოვიყვანოთ ზოგიერთი მათგანი.

2.1.5. ეკოლოგიური შინაარსის მარტივი ამოცანები

1. ყვავილზე ზის ფუტკარი, რომელიც ნექტარს აგროვებს. მასთან მიფრინდა კიდევ ერთი ფუტკარი და იმავე ყვავილზე დაჯდა. სულ რამდენი ფუტკარი ზის ახლა ყვავილზე?

2. ციყვი ფიჭვის ხეზე ზის და აგროვებს გირჩის თესლს. მასთან ფიჭვის ხეზე კიდევ ორი ციყვი მივიდა. სულ რამდენი ციყვია ახლა ფიჭვის ხეზე?

3. ჭაობში ლელქაშში 5 ყანჩა დგას. ერთი ყანჩა გადაფრინდა მეორე ჭაობში. რამდენი ყანჩა დარჩა პირველი ჭაობის ლელქაშში?

4. ციყვმა ხეზე ფუღუროში ბინა მოიწყო. დილით მან თავის ბინაში 3 კაკალი მიიტანა, სარამოს კიდევ 2 კაკალი. რამდენი კაკალი აქვს ციყვს სულ მოგროვებული?

5 დილით ადრე, ყვავილნარში 8 თუთიყუში მოფრინდა. საუზმისთვის მათ კიდევ ორი თუთიყუში მიემატა. სულ რამდენი თუთიყუშია ყვავილნარში?

6. ღეროზე მაჩიტას 6 ყვავილი ება. დაქროლა ქარმა და ღეროზე მხოლოდ მაჩიტას 1 ყვავილი დარჩა. მაჩიტას რამდენი ყვავილი ჩამოვარდა ღეროდან?

7. სკაში 4 ფუტკარი მოფრინდა ერთი მინდვრიდან, ხოლო 3 ფუტკარი მეორე მინდვრიდან. სულ რამდენი ფუტკარი მოფრინდა სკაში?

8. მარწყვის ბუდნაზე 5 მარწყვი ება. 2 მათგანი დამწიფდა და მოწყვიტეს. რამდენი მარწყვი დარჩა ბუდნაზე?

9. 5 მელიის ლეკვი მონადირისაგან დამალვას ცდილობს. რამდენიმე მათგანი სოროში შეძვრა, ხოლო მელიის 3 ლეკვმა დამალვა ვერ მოასწრო. მელიის რამდენი ლეკვი დაიმალა სოროში?

10. ბუჩქზე 6 ვარდი აყვავდა. 3 ვარდი ბიჭმა დედას აჩუქა, ხოლო დანარჩენი ბებიას. რამდენი ვარდი აჩუქა ბიჭმა ბებიას?

11. 7 მუხლუხომ გაიკეთა პარკი და გახდნენ ჭუპრები. რამდენიმე დღის შემდეგ ორი ჭუპრიდან გამოფრინდა ორი პეპლელა. კიდევ რამდენი პეპელა შეიძლება გამოფრინდეს დარჩენილი ჭუპრებიდან?

12. მოსწავლეებმა სკოლის საცდელ ნაკვეთზე დარგეს სირენის 7 ბუჩქი, ასკილის ბუჩქები კი-3-ით

მეტი, ვიდრე სირენის ბუჩქები. რამდენი ასკილის ბუჩქი დარგეს მოსწავლეებმა სკოლის სასცდელ ნაკვეთზე? სულ რამდენი ბუჩქი დარგეს მოსწავლეებმა სკოლის საცდელ ნაკვეთზე?

13. წიფელის სიმაღლეა 16 მეტრი, ალვის ხე წიფელზე 3 მეტრით დაბალია. იპოვეთ ალვის ხის სიმაღლე. გადააკეთეთ ამოცანის პირობა ისე, რომ მასში იყოს სიტყვები: 3 მეტრით მაღალია.

14. მდელოზე იზრდება 3 ცაცხვი და რამდენიმე კოპიტი. სულ 7 ხე. რამდენი კოპიტი იზრდება მდელოზე? სულ რამდენი ხე იზრდება მდელოზე?

15. კოღოს 6 ფეხი აქვს, ობობას 8. რამდენით მეტი ფეხი აქვს ობობას? სულ რამდენი ფეხი აქვთ კოღოს და ობონას ერთად?

16. მოსწავლეებს უნდა დაერგოთ 25 ხე. მათ დარგეს 18 ხე. რამდენი ხე დარჩათ მოსწავლეებს დასარგავი?

17. ბოსტანში 8 მწკრივზე ხახვია დარგული, ხოლო სტაფილოს 3 მწკრივით მეტი უკავია, ვიდრე ხახვს. სტაფილოს რამდენი მწკრივია ბოსტანში?

18. არყის ხის სიმაღლეა 20 მეტრი, ხოლო მუხის სიმაღლე 30 მეტრი. რამდენი მეტრით დაბალია არყის ხე მუხაზე? (რამდენი მეტრით მაღალია მუხის ხე არყის ხეზე?).

19. საქართველოში ნადირობა სრულიად აკრძალულია 18 სახეობის მტაცებელ ცხოველზე, 14 სახეობის ბალახისმჭამელ ცხოველზე და 29 სახეობის ფრინველზე. სულ რამდენი სახეობის ცხოველზე და ფრინველზეა საქართველოში აკრძალული ნადირობა?

20. ტყეში ტყისმცველმა დათვალა 70 ზეზეულად გამხმარი ხე. გამხმარი ხეების ნაწილი მოჭრეს, მოსაჭრელი დარჩა 39 გამხმარი ხე. რამდენი გამხმარი ხე მოჭრეს ტყეში?

21. მუხის სიმაღლე 30 მეტრია, ცაცხვის სიმაღლე მუხის სიმაღლეზე 12 მეტრით ნაკლებია. რამდენი მეტრია ცაცხვის სიმაღლე?

22. მუხის სიმაღლეა 40 მეტრი, ხოლო წიფელის სიმაღლე 45 მეტრი. რამდენი მეტრით დაბალია მუხა წიფელზე?

23. ერთი პატარა პინგვინის წონა 2 კილოგრამია, ზრდასპული პინგვინის წონა 43 კილოგრამით მეტია პატარა პინგვინის წონაზე. რამდენ კილოგრამს იწონის ზრდასრული პინგვინი?

24. შავი მერცხალი დაფრინავს 45 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო ნამგალა მერცხალი 28 კმ/სთ სიჩქარით. რამდენი კმ/სთ-ით მეტი სიჩქარე აქვს შავ მერცხლს ნამგალა მერცხლზე?

25. ციყვს ზამთრის მარაგისათვის მოგრონილი აქვს კაკლები. როცა მან 35 კაკალი შეჭამა კიდევ დარჩა 28 კაკალი. სულ რამდენი კაკალი ჰქონდა მოგროვილი ციყვს ზამთრისათვის?

26. ბაღში 37 ვაშლის ხე ხარობს. შემოდგომაზე ბაღში კიდევ დარგეს ვაშლის ხეები და მათი რაოდენობა გახდა 54. რამდენი ვაშლის ხე დარგეს შემოდგომისას ბაღში?

27. ჯგუფური ღრუბლების წარმოქმნა ხდება დედამიწის ზედაპირიდან 10 კილომეტრის სიმაღლეზე, ხოლო მჩატე ღრუბლების წარმოქმნა ხდება დედამიწის

ზედაპირიდან 2 კილომეტრით უფრო მაღლა, ვიდრე ჯგუფური ღრუბლების წარმოქმნა. დედამიწის ზედაპირიდან რა სიმაღლეზე წარმოიშვება მსუბუქი ღრუბლები?

28. C ვიტამინის დღიურ ნორმას შეიცავს 4 გრამი ასკილი, ან 30 გრამი შავი მოცხარი. რამდენი გრამით მეტი შავი მოცხარი უნდა შევჭამოთ, ვიდრე ასკილი, რომ მივიღოთ C ვიტამინის დღიური ნორმა?

29. პარკოსანის ერთ პარკში 6 მუხუდოა. რამდენი მუხუდო იქნება ამ პარკოსნის 5 ასეთ პარკში?

30. კედრის კაკლის დამწიფებას 27 თვე სჭირდება. გამოთვალეთ რამდენი წელი და რამდენი თვე ჭირდება კედრის კაკლის დამწიფებას?

31. 1 კილოგრამი ასკილი შეიცავს 20 გრამ C ვიტამინს. რამდენი გრამი C ვიტამინია 30 კილოგრამ ასკილში?

32. 60 კილოგრამი ბამბიდან გამოწურავენ 15 კილოგრამ ზეთს. რამდენი კილოგრამი ბამბაა საჭირო 4 კილოგრამი ზეთის მისაღებად?

33. ცხვარი წლის განმავლობაში იძლევა 10 კილოგრამ მატყლს. რამდენი ასეთი ცხვარია საჭირო, რომ წლის განმავლობაში მივიღოთ 70 კილოგრამი მატყლი? (რამდენ კილოგრამ მატყლს იძლევა წელიწადში ცხვრის ფარა, რომელშიც ასეთი 150 ცხვარია?)

34. ბამბის ბოჭკოს გადამუშავების შედეგად მიიღება 2-ჯერ ნაკლები გადამუშავებული, სარეალიზაციოდ ვარგისი ბამბა. რამდენი კილოგრამი გადამუშავებული ბამბა მიიღება 90 კილოგრამი ბამბის ბოჭკოდან?

35. 1 სანტიმეტრი ფენის სისქის მიწის საფარის ბუნებრივად აღსადგენად საჭიროა დაახლოებით 100 წელი. მინდვრის ჩამორეცხვების შედეგად განადგურდა 10 სანტიმეტრი სისქის მიწის საფარი. რამდენი წელი დასჭირდება დაზიანებულ მიწის საფარს ბუნებრივად აღსადგენად?

36. მარილით სავსე ვედროს წონა 27 კილოგრამია, ხოლო თოვლით სავსე ვედროს წონა 3 კილოგრამი. რამდენჯერ მძიმეა მარილით სავსე ვედრო თოვლით სავსე ვედროსთან შედარებით?

37. ღვიას სიმაღლეა 10 მეტრი, ხოლო ფიჭვის–40 მეტრი. რამდენჯერ დაბალია ღვია, ვიდრე ფიჭვი?

38. ღვია ერთ დღეღამეში გამოყოფს 30 კილოგრამ არომატულ ნივთიერება–ფიტონციდს, რომელიც ბაქტერიებს ანადგურებს, ხოლო არყის ხე გამოყოფს 2 კილოგრამ ფიტოციდს. რამდენჯერ მეტ ფიტონციდს გამოყოფს ღვია დღე–ღამეში, ვიდრე არყის ხე?

39. მარადმწვანე ტყე წლის განმავლობაში ფილტრავს 35 ტონა მტვერს, ხოლო ასეთივე ფართობის მქონე ფოთლოვანი ტყე–70 ტონას. რამდენჯერ მეტ მტვრს ფილტრავს ფოთლოვანი ტყე ერთი წლის განმავლობაში მარადმწვანე ტყესთან შედარებით?

როგორი ხეების დარგვაა უმჯობესი ქალაქში?

40. ბამბუკი ერთ დღე–ღამეში იზრდება 1 მეტრით. რა დრო დასჭირდება ბამბუკს იმისათვის, რომ გაიზარდოს 20 მეტრი?

2.1.6. ეკოლოგიური შინაარსის შედგენილი ამოცანები

1. ერთი სკიდან გამოხადეს 40 კგ თაფლი, მეორედან-12 კგ-ით მეტი. რამდენი კილოგრამი თაფლი გამოხადეს ორივე სკიდან?

2. ხეზე იდა 9 ბეღურა და 7 ნიბლია იჯდა. 6 ჩიტი გაფრინდა. რამდენი ჩიტი დარჩა ხეზე?

3. მოსწავლეებმა პარკში 70 ძირი ხე დარგეს. მათგან 30 ძირი ცაცხვია, 23 ძირი წიფელი, ხოლო დანარჩენი რცხილა. რამდენი ძირი რცხილა დარგეს მოსწავლეებმა პარკში?

4. მდელოზე ამოვიდა 25 ქამა სოკო და 10 მჭადა სოკო. წვიმის შემდეგ მდელოზე კიდევ 20 სოკო ამოვიდა. რამდენი სოკოა სულ მდელოზე?

5. კაკლის ერთმა ხემ 35 კილოგრამი კაკალი მოისხა, მეორემ 32 კილოგრამი. 15 კილოგრამი კაკალი ციყვებმა მოიპარეს და ზამთრის მარაგად შეინახეს. რამდენი კილოგრამი კაკალი დარჩა ორივე კაკლის ხიდან?

6. ზაფხულზე მოსწავლეებმა შეაგროვეს 28 კილოგრამი ასკილი, ხოლო მოცვი 5 კილოგრამით ნაკლები. რამდენი კილოგრამი კენკრა შეაგროვეს მოსწავლეებმა?

7. მოსწავლეთა სამმა ბრიგადამ შეაგროვა 84 კგ რკო. პირველმა ბრიგადამ შეაგროვა 29 კგ, მეორემ-2 კილოგრამით ნაკლები, ვიდრე პირველმა. რამდენი კილოგრამი რკო შეაგროვა მოსწავლეთა მესამე ბრიგადამ?

8. კედარის სიმაღლეა 45 მეტრი, არყის ხე მასზე 20 მეტრით დაბალია, ხოლო მუხის ხე არყის ხეზე 13 მეტრით მაღალია. რა სიმაღლისაა მუხა?

9. სკოლის ბაღში 43 ხე იზრდება. 7 გამხმარი ხე მოჭრეს და მის ნაცვლად დარგეს 25 ნერგი. რამდენი ხე გახდა ბაღში?

10. საფეხბურთო მოედნის გარშემო დარგეს 65 ბუჩქი ასკილი, კუნელი კი 34 ბუჩქით მეტი, ვიდრე ასკილი, ხოლო სირენები იმდენი, რამდენიც ასკილისა და კუნელის ბუჩქები ერთად. რამდენი სირენის ბუჩქი დარგეს საფეხბურთო მოედნის გარშემო?

11. ცხენი დადის 5 კმ/სთ სიჩქარით, ოთხით ჭენობს 3-ჯერ უფრო სწრაფად, ხოლო ჩორთით 8 კმ/სთ-ით ნელა მოძრაობს, ვიდრე ოთხით ჭენობს. რა სიჩქარით მოძრაობს ცხენი ჩორთით სვლისას?

12. ძროხას გამოსაკვებად ერთ დღე-ღამეში ესაჭიროება: თივა 9 კილოგრამი, ქატო სამჯერ ნაკლები, ვიდრე თივა, ხოლო სილოსი-15 კილოგრამით მეტი, ვიდრე ქატო. რამდენი სილოსი ესაჭიროება ძროხას დღე-ღამეში?

2.1.7. ეკოლოგიური შინაარსის მარტივი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება მრავალნიშნა რიცხვებს

1. წაბლის ხე ჰაერს წმენდს მავნე გამონაბოლქვი აირებიდან. ბორჯომი-ხარაგაულის ტყე-პარკში 700 000 ძირი წაბლია, ხოლო კოლხეთის დაბლობზე მასზე 5-ჯერ ნაკლები წაბლის ხეა. რამდენი ძირი წაბლის ხეა კოლხეთის დაბლობზე?

2. მუხლუხოს შეუძლია ერთ დღე-ღამეში შეჭამოს 30 ფოთოლი. რამდენ ფოთოლს შეჭამს 10 მუხლუხო (30 მუხლუხო, 73 მუხლუხო) ერთ დღე-ღამეში?

3. 2000 წელს საქართველოში 15 ნაკრძალი იყო. 2000 წლის შემდეგ საქართველოში 23 ახალი ნაკრძალი შეიქმნა. რამდენი ნაკრძალია ახლა სულ საქართველოში?

4. ერთი ჰექტარი ტყე ყოველწლიურად გამოიმუშავებს 28 ტონა ჟანგბადს. წელიწადში დედამიწაზე იჩეხება 28 მილიონი ჰექტარი ტყე. რამდენ ტონა ჟანგბადს ვერ იღებს დედამიწა ყოველწლიურად?

5. ნეკერჩხალი ყოველწლიურად გამოყოფს 2 კგ 100 გრ ჟანგბადს, ხოლო თელა გამოყოფს 7-ჯერ მეტს, ვიდრე ნეკერჩხალი. რამდენ ჟანგბადს გამოჰყოფს თელა ერთი წლის მანძილზე?

6. ცაცხვი ცოცხლობს 500 წელი, ხოლო მუხა 2000 წელი. რამდენჯერ ნაკლებს ცოცხლობს ცაცხვი, ვიდრე მუხა? რამდენი წლით ნაკლებს ცოცხლობს ცაცხვი, ვიდრე მუხა?

7. ბოლო წლებში, კლიმატური პირობების გაუარესების გამო, საკვებად ვარგისი სოკოების მოსავლიანობა ერთ ჰექტარზე 202 კილოგრამიდან შემცირდა 101 კილოგრამამდე. რამდენჯერ შემცირდა სოკოს მოსავალი ერთ ჰექტარზე?

8. საშუალო სიდიდის ჭიანჭველების ბუდეში ცხოვრობს 300000 ჭიანჭველა, ხოლო ტერმიტების გუნდში 600000 ტერმიტი. რამდენჯერ მეტი ტერმიტია ტერმიტების 3 გუნდში, ვიდრე ჭიანჭველების ორ ბუდეში?

9. დედამიწის ყოველი მაცხოვრებელი ყოველწლიურად მოიხმარს ქაღალდს, რომლის დასამზადებლად საჭიროა 3 ძირი წიწვოვანი ხე. რამდენი ძირი წიწვო-

ვანი ხეა საჭირო თქვენი ოჯახისათვის, რომ ქაღალდის მოთხოვნა დაკმაყოფილდეს?

10. დედამიწაზე არსებული მცენარეთა 250 ათასი სახეობიდან მათი 1/10 იმყოფება განადგურების პირას. რამდენი სახეობაა დედამიწაზე განადგურების საშიშროების წინაშე?

11. ერთ სეზონზე, მაისიდან სექტემბრამდე ერთი თელას ხე ჰაერიდან შეიწოვს 120 კგ ისეთ დაბინძურებულ ჰაერს, რომელიც წარმოადგენს ბუნების ყველაზე მომწამვლელ გაზებს. თელა ცოცხლობს 400 წელს. თავისი სიცოხლის მანძილზე რამდენ კილოგრამ მომწამვლელ გაზს ანადგურებს თელა?

12. მუხის ბუჩქნარი წელიწადში გამოყოფს 830 კგ ჟანგბადს, ხოლო ისეთივე ფიჭვის ბუჩქნარი-540 კგ-ს. რამდენით მეტ ჟანგბადს გამოყოფს მუხის ბუჩქნარი, ვიდრე ფიჭვის ბუჩქნარი?

2.1.8. ეკოლოგიური შინაარსის შედგენილი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება მრავალნიშნა რიცხვებს

1. მუხის ხე დღე-ღამეში ნიადაგიდან შეიწოვს 40 ლიტრ წყალს ხოლო ევკალიპტის ხე მუხის ხეზე 8-ჯერ მეტს. რამდენ წყალს შეიწოვენ ერთად ნიადაგიდან ერთ დღე-ღამეში 1 მუხის და 1 ევკალიპტის ხე? (2 მუხის და 3 ევკალიპტის ხე?).

2. საქართველოში მოსახლეობა ყოველწლიურად აგროვებს 11 ათას ტონა კენკროვან ნაყოფს, 5 ათას ტონა კაკალს და თხილს, 2 ათას კილოგრამ სოკოს. სულ რამ-

დენ ტონა ბუნების საჩუქარს აგროვებენ საქართველოში ყოველწლიურად?

3. ოთახში ონკანიდან წვეთავს წყალი. 6 წუთის განმავლობაში წყლით ივსება ერთი ჭიქა. რამდენი ლიტრი წყალი იღვრება გაუმართავი ონკანიდან 1 საათის განმავლობაში, თუ 5 ჭიქა წყალი 1 ლიტრია? რამდენი ლიტრი წყალი იღვრება ერთ დღე-ღამეში?

4. კალია ერთ თვეში ჭამს ჭიის 42 ჭუპრს, 3-ჯერ უფრო ნაკლებ ფუტკრის ჭუპრს და 6-ჯერ მეტ ოთახის ბუზის ჭუპრს. რამდენ მწერს ჭამს კალია სულ ერთ თვეში? ზაფხულის 3 თვეში?

2.1.9. ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანა–თავსატეხები და ლოგიკური ამოცანები

1. პაპუნამ 12 მჭადა სოკო და 19 მიქლიო სოკო იპოვა, თამრიკომ კი 32 ნიყვის სოკო იპოვა. რომელმა იპოვა მეტი სოკო და რამდენით?

2. მავთულზე 5 მერცხალი და 7 ბეღურა იჯდა. 6 ჩიტი გაფრინდა. იყო თუ არა მათ სოროს ერთი მაინც ბეღურა? (რა თქმა უნდ იყო, რადგან სულ გაფრინდა 6 ჩიტი, მათ შორის ყველა მერცხალი რომ ყოფილიყო, იქნებოდა სულ 5, ხოლო მეექვსე აუცილებლად იქნებოდა ბეღურა. ე.ი. მავთულიდან გაფრენილ 6 ჩიტს შორის ერთი მაინც ბეღურაა.).

3. ერთი ვერხვის ხე ერთ დღე-ღამეში ნიადაგიდან შეიწოვს 50 ლიტრ წყალს. რამდენ დღე-ღამეში შეიწოვს ნიადაგიდან 100 ლიტრ წყალს ორი ასეთი ვერხვის ხე? (1 დღე-ღამეში). რამდენ წყალს შეიწოვს ნიადაგიდან

სამი ასეთი ვერხვის ხე ორ დღე-ღამემეში? (300 ლიტრ წყალს).

4. ხეზე ორი ყვავი ზის და იცქირებიან სხვადასხვა მხარეზე, ერთი სამხრეთისკენ, მეორე ჩრდილოეთისკენ.

-შენ, ტალახიანი გაქვს ფეხები-ეუბნება პირველი ყვავი მეორეს.

-შენ კი, ნისკართი გავს მიწით დასვრილი-პასუხობს მეორე ყვავი პირველს.

ეს როგორ შეიძლება? ისინი სხვადასხვა მხარეს იხედებიან და ერთმანეთს ხედავენ? (სამხრეთი და ჩრდილოეთი ერთმანეთის საპირისპირო მხარეებია, რაც ნიშნავს, რომ ყვავები ერთმანეთის წინ სხედან და ერთმანეთს ხედავენ, მაგრამ ამავე დროს იცქირებიან ერთმანეთის საპირისპირო მიმართულებით).

5. თუ ღამის 12 საათზე წვიმა მოდის, შესაძლებელია თუ არა 48 საათის შემდეგ იყოს მზიანი ამინდი? (არა, რადგან 48 საათის შემდეგ ისევ ღამის 12 საათი იქნება)

6.როცა ქათამი ერთ ფეხზე დგას, მისი წონა 3 კგ-ია. რამდენს იწონის ქათამი, როცა ის ორ ფეხზე დგას?

7. ფუტკარს იმდენი თვალი აქვს, რამდენიც შენ, კიდევ იმდენი და იმის ნახევარი. რამდენი თვალი აქვს ფუტკარს?

8. კიბოს 2 ფეხით მეტი აქვს, ვიდრე ობობას, ხოლო ფუტკარს 4 ფეხით ნაკლები, ვიდრე კიბოს. რამდენი ფეხი აქვს ყველა მათგანს ერთად (მოსწავლეებს მასწავლებელი ჩვენებს ობობას ნახატს). ამის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს აჩვენებს ხოჭოს სურათს

და დაუსვამს კითხვებს: რამდენი ფეხი აქვს ხოჭოს? (6), რამდენი ფეხი აქვს ობობას? (8)

დათვალეთ სულ რამდენი ფეხი აქვთ ამოცანაში მოყვანილ ტყის ბინადრებს:

9. არყის ხის ფოთოლზე ზის 3 ხოჭო, ვერხვის ფოთოლზე ზის 3 ობობა, ფიჭვის ხის ხის ძირში ფოთლებში 2 ზღარბი საჭმელს ეძებს, ხოლო მუხის ტოტზე 2 შაშვი გალობს. (ხოჭოს 6 ფეხი აქვს, ე.ი. 3 ხოჭოს 18 ფეხი ექნება, ობობას 8 ფეხი აქვს, ე.ი. 3 ობობას 24 ფეხი ექნება, ორ ზღარბს 8 ფეხი აქვს, 2 შაშვს კი-4 ფეხი. სულ ჯამში კი-54 ფეხი).

2.1.10. სახუმარო ამოცანა

ჭაობში, ლელქაშში სამარისებური სიჩუმეა. კოღოების ოჯახის უფროსები დედა და მამა კოღოები ისვენებენ. მათ გარშემო უამრავი შვილი ახვევია–პატარ–პატარა კოღოები. დედა კოღოს მამა კოღო ეუბნება:

–დათვალე შვილები, ხომ ყველანი აქ არიან.

–როგორ დავთვალო–ამბობს დედა კოღო, ისინი არ მიჯერებენ, რიგში არ დგებიან და ჩემთვის ეს ძალზედ ძნელია, გარდა ამისა სადილიც მოსამზადებელი მაქვს.

დედა კოღომ ორმოცი წყვილი დათვალა და სადილის გასაკეთებლად წავიდა. შვილების დათვლა მამა კოღომ განაგრძო, რომელთაც ის საღამომდე თვლიდა და ცხრა ათას ორმოცდარვა დათვალა. აბა ბავშვებო, გაიგეთ რამდენი კოღოა სულ კოღოების ამ ოჯახში.

2.1.11. ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანები ფრინველებზე და თევზებზე

1. მერცხალს 5 დღე-ღამეში შეუძლია 3000 კილომეტრი მანძილზე გადაფრენა. რა მანძილზე შეუძლია მერცხალს გადაფრენა ერთ დღე-ღამეში, თუ მისი სიჩქარე ფრენის დროს ყოველთვის მუდმივია.

2. ნამგალა მერცხალი დაფრინავს 28 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო მიმინო 4-ჯერ უფრო სწრაფად. რა სიჩქარით დაფრინავს მიმინო?

3. სამყაროში აღმოჩენილი და აღწერილია 19056 სახეობის თევზი, 9040 სახეობის ფრინველი და 4010 სახეობის ცხოველი. ჩაწერეთ ეს რიცხვები ზრდადობის მიხედვით. თითოეულ რიცხვში გამოყავით თანრიგები.

2.1.12. ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანები რიცხვის რამდენჯერმე გაზრდაზე ან რამდენჯერმე შემცირებაზე

1. ბორჯომი-ხარაგაულის ტყეპარკში ნორჩი ფიჭვის სიმაღლე 3 მეტრია, ზრდასრული ფიჭვის სიმაღლე კი მასზე 10-ჯერ მეტია. რამდენი მეტრია სრდასრული ფიჭვის სიმაღლე?

2. გოლფსტრიმი ოკეანის თბილი დინებაა. სამხრეთით მისი სიგანე 75 კმ-ია, ხოლო მოძრაობის სიჩქარე 10 კმ/სთ. ნიუფაუნდლენდთან მისვლისას მისი სიგანე აღწევს 200 კილომეტრს, ხოლო სიჩქარე იზრდება 2-ჯერ. როგორია გოლფსტრიმის დინების სიჩქარე ნიუფაუნდლენდთან მისვლისას?

3. ზრდასრული გველგესლას სიგრძე 80 სანტიმეტრია, პატარა გველგესლას სიგრძე მასზე 5-ჯერ ნაკლებია. რამდენი სანტიმეტრია პატარა გველგესლა?

4. გოლფსტრიმის თბილ დინებაში ყოველ წუთში 25 მილიონი კუბური მეტრი წყალი გაივლის. რამდენი წყალი გაივლის გოლფსტრიმის თბილ დინებაში 1 წუთში?

5. ტექნიკური მოწყობილობა, რომლის საშუალებითაც მეოცე საუკუნის შუა წლებში შესაძლებელი იყო თევზების ცხოვრების პირობების შესწავლა საშუალებას იძლეოდა კვლევები ჩაგვეტარებინა მაქსიმუმ 200 მეტრ სიღმეზე. თანამედროვე მოწყობილობებით ასეთი კვლევების ჩატარება შესაძლებელია 2000 მეტრ სიღრმეზე. რამდენჯერ გაიზარდა თანამედროვე პირობებში თევზების ცხოვრების შესწავლის არეალი მეოცე საუკუნის შუა წლებთან შედარებით?

6. გააშრეს 80 კილოგრამი მანჭკვალა სოკო და მიიღეს 10 კილოგრამი გამომშრალი სოკო. რამდენი კილოგრამი გამომშრალი სოკო მიიღება 240 კილოგრამი მანჭკვალა სოკოსაგან?

2.1.13. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები ორი ნამრავლის ჯამის პოვნაზე

1. ევროპაში XVIII სუკუნეში მეზღვაურები თევზჭერას ახორციელებდნენ 12 დიდი გემისაგან შემდგარი ფლოტილიისაგან, რომელთაგან თითოეულს 48 მეზღვაური და 5 ახალგაზრდა ემსახურებოდა. სულ რამდენი მეთევზე აწარმოებდა თევზჭერას?

2. ძაღლის ლეკვი იწონის 2 კილოგრამს, კატის კნუტი 1 კილოგრამს. რამდენს იწონის 2 ძაღლის ლეკვი? 3 კატის კნუტი? 3 ძაღლის ლეკვი და 2 კატის კნუტი?

3. კატას 4 კნუტი ყავს. კატის წონა 3 კილოგრამია, თითოეული კნუტის წონა კი 1 კილოგრამი. რამდენ კილოგრამს იწონის კათა თავის კნუტებთან ერთად?

2.1.14. ამოცანები მოძრაობაზე

1. რა მანძილია თბილისსა და ქუთაისს შორის, თუ ავტობუსი თბილისიდან ქუთაისში ჩასვლას 3 საათს ანდომებს და 78 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს?

2. ბათუმიდან თბილისამდე 370 კილომეტრია. რა სიჩქარით მოძრაობდა ავტობუსი, თუ ის ბათუმიდან თბილისში 5 საათში ჩავიდა?

3. ფოთიდან ბათუმში ზღვით კატარღა გაემგზავრა. ფოთსა და ბათუმს შორის მანძილი 90 კილომეტრია. რამდენ საათში ჩავა ფოთიდან კატარღა ბათუმში, თუ ის 30 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს?

4. თბილისიდან ბაკურიანში ტურიტების ჯგუფი გაემგზავრა, რა მანძილია თბილისიდან ბაკურიანამდე, თუ თბილისიდან ბაკურიანში ავტობუსით ჩასვლას ტურისტებმა 4 საათი მოანდომა და ავტობუსის საშუალო სიჩქარე მთელ გზაზე 50 კმ/სთ იყო?

5. თელავიდან ქუთაისისკენ ავტობუსი და ქუთაისიდან თელავისკენ მიკროავტობუსი გაემგზავრა. რა მანძილია თელავსა და ქუთაისს შორის, თუ ავტობუსი და მიკროავტობუსი ერთმანეთს გამოსვლიდან 4 საათის

შემდეგ შეხვდა. ავტობუსის სიჩქარე იყო 45 კმ/სთ და მიკროავტობუსის სიჩქარე კი 55 კმ/სთ?

6. დილის 8 საათზე ზუგდიდიდან ვარძიაში გაემგზავრა ტურისტების ჯგუფი, რომლებიც ვარძიაში 13 საათზე ჩავიდნენ. რა მანძილია ზუგდიდიდან ვარძიამდე, თუ მიკროავტობუსი, რომლითაც ტურისტები ისხდნენ მგზავრობდნენ 68 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობდა.

7. ტურისტების ჯგუფი ქუთაისიდან ბაგრატის ტაძრის დათვალიერების შემდეგ ველოსიპედებით 15 საათზე გაემგზავრენ ადრე ფეოდალური ხანის ძეგლის-სკანდას ციხის დასათვალიერებლად. ველოსიპედისტების სიჩქარე საათში იყო 15 კმ/სთ. რომელ სათზე მივიდნენ ისინი სკანდას ციხესთან, თუ მათ დასაფარი ჰქონდათ 45 კილომეტრი მანძილი?

8. საქართველოს მთლიანი ფართობი 69 700 კვადრატული კილომეტრია. რომლის მეხუთედი რუსეთის მიერ არის ოკუპირებული. რამდენი ათასი კილომეტრია რუსეთის მიერ ოკუპირებული?

9. საქართველოს მთლიანი ფართობი 69 700 კვადრატული კილომეტრია. მისი ფართობის დაახლოებით მესამედი ტყეებს უკავია. რამდენი ათასი ჰექტარი უკავია საქართველოში ტყის მასივებს?

2.1.15. ამოცანები პროცენტების პოვნაზე

1. საქართველოში 26 060 მდინარეა, მათი საერთო სიგრძე დაახლოებით 60 ათასი კმ-ა. საქართველოს ტერიტორიაზე გამავალი მდინარეების სიგრძეებია: მტკვარი-351 კმ, რიონი-327 კმ, ტეხური-101 კმ, ენგუ-

რი-213 კმ, კოდორი-117 კმ, ალაზანი-391 კმ, ბზიფი-110 კმ, ყვირილა-140 კმ, ცხენისწყალი-176 კმ, ქციახრამი-187 კმ, არაგვი-112 კმ, ხობისწყალი-150 კმ, ლიახვი-115 კმ, სუფსა-109 კმ, იორი-183 კმ, ალგეთი-116 კმ, ფარავანი-74 კმ, ჭოროხი-28 კმ. ჩამოთვლილი მდინარეების სიგრძეთა ჯამი საქართველოს მდინარეების საერთო სიგრძის რამდენი პროცენტია.

2.1.16. სხვადასხვა ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები

1.ერთი ცენტნერი მაკულატურის გადამუშავების შემდეგ მიიღება იმდენი ქაღალდი, რაც მიიღება 8 ზრდასრული ფიჭვის ხის მოჭრის და დამუშავების შედეგად. მოსწავლეებმა შეაგროვეს 3000 კილოგრამი მაკულატურა. რამდენი ხე გადაარჩინეს მოჭრას მოსწავლეებმა? (240 ხე).

2. მსოფლიოში ერთი წლის მანძილზე საწარმოების მიერ ატმოსფეროში გაიტყორცნება 58 მილიონი დაბინძურებული ნივთიერებები, ავტოსატრანსპორტო საშუალებების მიერ კი ატმოსფეროში გატყორცნის 36 მილიონ დაბინძურებულ ნივთიერებებს. სულ რამდენი მილიონი ტონა დაბინძურებული ნივთიერებების გატყორცნა ხდება ატმოსფეროში წლის განმავლობაში? (94 მილიონი ტონის).

3. ჩვენი ქვეყნის წყალსატევებში წლის მანძილზე 30 000 ტონა დაბინძურებული ნივთიერებები. რამდენი ათასი ტონა დაბინძურებული ნივთიერებები მოხვდება წყალსატევებში 5 წლის მანძილზე?

4. ყოველწლიურად მსოფლიოში 57 მილიონი ტონა საყოფაცხოვრებო ნაგავი გროვდება. რამდენი საყოფაცხოვრებო ნაგავი გროვდება მსოფლიოში 3 წლის მანძილზე? (171 მილიონი ტონა).

5. მსოფლიოში ყოველდღიურად 1 სახეობის მცენარე და 1 სახეობის ცხოველი გადაშენდება. რამდენი სახეობის მცენარე და ცხოველი გადაშენდება 10 წლის მანძილზე?

6. წითელ წიგნში შეტანილია: მწერების 202 სახეობა, ფრინველთა 80 სახეობა და ძუძუმწოვართა 94 სახეობა. რამდენი სახეობაა გადაშენების პირას? (376 სახეობა).

7. ერთი წუთის მანძილზე მსოფლიოში 2 ჰა ტყე იჩეხება. რამდენ ჰექტარ ტყეს ჩეხავენ ადამიანები ერთი საათის განმავლობაში? (120 ჰექტარი).

8. საქართველოში არსებული ყველა სახეობის გზების ჯამური სიგრძე 120 ათას კილომეტრს შეადგენს. დედამიწის ეკვატორის სიგრძე 40 ათასი კილომეტრია. რამდენჯერ გრძელია საქართველოში არსებული ყველა სახეობის გზების სიგრძე ეკვატორის სიგრძესთან შედარებით? (3–ჯერ).

9. დაზიანებული ონკანიდან ნაწვეთი წყალი ჭიქას 6 წუთში ავსებს. რამდენი ჭიქა წყალი დაიღვრება გაფუჭებული ონკანიდან 1 საათის განმავლობაში? 1 დღე–ღამის განმავლობაში?

10. დედამიწაზე 8500 სახეობის ფრინველია. მათგან საქართველოში 650 სახეობა ცხოვრობს. რამდენი სახეობის ფრინველი არ ცხოვრობს საქართველოში?

11. ტბის ბაყაყის სიგრძე 15 სანტიმეტრია, ხოლო გომბეშოს სიგრძე 8 სანტიმეტრით მეტია ტბის ბაყაყის სიგრძეზე. რამდენი სანტიმეტრია გომბეშოს სიგრძე?

12. ბაყაყი დღე–ღამის განმავლობაში ჭამს 7 მწერს. რამდენ მწერს შეჭამს ბაყაყი ერთ კვირაში,? ერთ თვეში?

13. თხუნელა ერთ დღეში ჭამს 24 მატლს. რამდენ მატლს შეჭამს ის 3 კვირაში? 3 თვეში?

14. მუხამ 1000 წელი იცოცხლა, სოჭმა 500 წლი. რამდენჯერ მეტი იცოცხლა მუხამ სოჭთან შედარებით (2–ჯერ).

15. ტყეში ცაცხვი ცოცხლობს 700 წელი. ქალაქში კი 70 წელი. რამდენჯერ მეტს ცოცხლობს ცაცხვი ტყეში, ვიდრე ქალაქში? (10–ჯერ).

16. მწვანე კალია სეზონზე ჭამს 147 მატლს, 41 კოღოს, 266 ბუზს. რამდენ მწერს ჭამს მწვანე კალია სეზონზე? (454 მწერს).

17. რამდენი ყვავილი დაჭკნება თუ ექსკურსიაზე მყოფი 25 მოსწავლიდან თითოეული მდელოზე მოკრეფს 5–5 ყვავილს? (125 ყვავილი).

2.1.17. ეკოლოგიური შინაარსის კომბინატორული ამოცანები

1. ზღარბს 6 ვაშლი აქვს. მათგან 4 ვაშლი წითელია დ 2 მწვანე. ზღარბმა შეჭამა 3 ვაშლი. რა ფერის შეიძლება იყოს შეჭმული ვაშლები? რამდენი ერთმანეთისაგან განსხვავებული შემთხვევა მიიღეთ?(3 ვარიანტი).

2. ციყვს სხვადასხვა ზომის 4 რკო აქვს და სხვადასხვა სახეობის 3 სოკო. რკოსა და სოკოს რამდენი

ერთმანეთისაგან განსხვავებული წყვილი შეუძლია შეადგინოს ციყვმა? (4.3=12).

3. სამმა გოჭმა ნიფ–ნიფმა, ნუფ–ნუფმა და ნაფ–ნაფმა გადაწყვიტეს სახლები აიშენონ. შეარჩიეს სამი შესანიშნავი ადგილი: მდინარის პირას, ტბის პირას და მთაზე. იპოვეთ ყველა შესძლო ვარიანტები სად შეიძლება გოჭებმა აიშენონ სახლები და ჩაწერეთ ცხრილში. რამდენი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ვარიანტი მიიღეთ? (3.3=9).

4. ყვავილზე ზის კრაზანა, ხოჭო, ჭრიჭინა, პეპელა და ბუზი. შეადგინეთ მწერების ყველა შესაძლო წყვილები. მწერების რამდენი წყვილი მიიღეთ?

(4+3+2+1=10).

5. ციყვმა, მელამ, იხვმა, კუმ და თაგვმა გადაწყვიტეს წვეულების გამართვა და მგლის, კურდღლის, დათვის, ზღარბის და ენოტის მოწვევა. რამდენი ერთმანეთისაგან განსხვავებული მოცეკვავე წყვილის შედგენა შეიძლება მასპინძლებისა და სტუმრებისაგან? (5.5=25).

6. ნამცხვრის მოსართავად ციყვმა გადაწყვიტა ერთმანეთს შეურიოს ორი სხვადასხვა პროდუქტი და გამოაცხოს ნამცხვართან ერთად. რამდენი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ნამცხვრის მოსართავი შეიძლება გამოაცხოს ციყვმა, თუ მას აქვს მაყვალი, ყურძენი, ვაშლი და სოკო? $\left(\frac{4\cdot 3}{2}=\frac{12}{2}=6\right)$ ან $(3+2+1=6)$.

7. ექვსმა მინდვრის თაგვმა იქირავა ორ ადგილიანი ნავი. მინდვრის თაგვების ერთმანეთისაგან განსხვა-

ვებულ რამდენ წყვილს შეუძლია ნავით ისეირნოს? $\left(\frac{5\cdot 4}{2}=\frac{30}{2}=15\right)$, ან $(5+4+3+2+1=15)$.

8. 5 მეგობარი: კურდღელი, ზღარბი, მაჩვი, ქრცვინი და ენოტი შეთანხმდა ერთმანეთს გაუგზავნონ თითო სმს–ი და მიიღონ რეკომენდაციები, როგორ გადაურჩნენ მონადირეებს, მგელს და მელას. სულ რამდენი სმს–ს გაუგზავნიან მეგობრები ერთმანეთს? (5.4=20 სმს–ს).

9. მელამ გადაწყვიტა სასეირნოდ დაპატიჟოს მაჩვი, კურდღელი და ზღარბი და მათთან სათითაოდ მარტო ისეირნოს. როგორი თანმიმდევრობით შეუძლია მელას ისინი დაპატიჟოს? რამდენი ვარიანტი მიიღება? (მ კ ზ; მ ზ კ; კ მ ზ; კ ზ მ; ზ კ მ; ზ მ კ. 1.2.3=6).

10. მელას 2 შარვალი და 3 პერანგი აქვს. ყველა ჩასაცმელი სხვადასხვა ფერისაა. შეუძლია თუ არა მელას ერთი კვირის განმავლობაში ყოველდღიურად ჩაიცვას სხვადასვა კომპლექტის შარვალი და პერანგი? (არა, რადგან 2.3=6).

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით ჩართვით უმცროსკლასელთა სწავლა ხდება აქტიური, საინტერესო და მრავალმხრივი, თვალნათლივ ჩანს ყველა სასწავლო საგნის აუცილებლობა. ფართოვდება მოსწავლეთა მეცნიერული თვალსაწიერი და მაძიებლობის უნარი, ისინი იღებენ ფართო ზოგად განათლებას. სწავლების ასეთი ფორმა არ მოითხოვს დამატებით სასწავლო დროს და ეხმარება საქართვე-

ლოში მიმდინარე განათლების რეფორმის წარმატებით განხორციელებას.

2.1.18. ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ამოცანა-რებუსები.

ამოცანა 1. მოცემული გვაქვს ცხრილი, სადაც თითოეულ ჯამს შეესაბამება ასო. შეავსეთ მეორე ცხრილი და მიღებულ შედეგებს შეუსაბამეთ პირველი ცხრილიდან შესაბამისი რიცხვი. რისი დასახელება მიიღეთ? რა იცით მის შესახებ? გვიამბეთ (მოამზადეთ და წარმოადგინეთ პრეზენტაცია).

ცხრილი 1

+	3	5
20	ი	ე
40	მ	ა
60	დ	წ

ცხრილი 2

71	-	8	=	63	დ
97	-	72	=	25	ე
39	+	24	=	63	დ
93	-	48	=	45	ა
41	+	2	=	43	მ
78	-	55	=	23	ი
13	X	5	=	65	წ
17	+	28	=	45	ა

ამოცანა 2. მართკუთხედები დაალაგე ისე, რომ ყოველ მომდევნო მართკუთხედში რიცხვი 5-ით მეტი იყოს წინა მართკუთხედთან შედარებით. რა მიიღეთ?

13	33	28	38	18	48	43	23
ე	ო	ლ	გ	კ	ა	ი	ო

13	ე
18	კ
23	ო
28	ლ
33	ო
38	გ
43	ი
48	ა

ამოცანა 3. დაალაგეთ რიცხვები ზრდადობის მიხედვით, რისი სახელწოდება მიიღეთ? გვიამბეთ რა იცით მისი ეკოლოგიური მდგომარეობის შესახებ. (გაგვიკეთეთ პრეზენტაცია).

68	54	25	98	36	87	41
ი	ლ	თ	ი	ზ	ს	ი

25	თ
36	ზ
41	ი
54	ლ
68	ი
87	ს
98	ი

ამოცანა 4. შეასრულე მეორე ცხრილში მოთავსებული მოქმედებები და შეუსაბამე ასო პირველი ცხრილიდან. რა მიიღეთ? რა იცით მის შესახებ?

4	7	5	9	8	2	75	6	18	14	11	19
ა	ო	ა	დ	ფ	ფ	ლ	ა	რ	ა	ნ	უ

9	.	x	=	72	ფ
x	:	25	=	3	ლ
x	.	13	=	91	ო
3	.	x	=	54	რ
24	:	x	=	6	ა
81	:	x	=	9	დ
12	.	x	=	72	ა
36	:	x	=	18	ფ
x	.	17	=	85	ა
4	.	x	=	76	ჟ
88	:	x	=	8	ნ
x	.	7	=	98	ა

§2.2 ეთნოგრაფიული ტურები მოსწავლეთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი სწავლების პროცესში

მშობლიური მხარის მოსახლეობის მატერიალური კულტურის, მისი ათასწლეულებით დაგროვებული სამეურნეო ცოდნისა და გამოცდილების, საზოგადოებრივი და საოჯახო ყოფის, ზნე-ჩვეულებებისა და რელიგიური რწმენის, წარმოდგენების, ხალხური ხელოვნების და ზეპირსიტყვიერების შესწავლას დიდი მნიშვნელობა აქვს ერის კულტურული ცხოვრებისათვის. განსაკუთრებით ღირებულია თუ ეთნოგრაფიული საკითხების შესწავლის პროცესში ჩაერთვება მოსწავლე–ახალგაზრდობა. ჩვენ მიზანშეწონილად ვთვლით, რომ მასწავლებელმა ეთნოგრაფიული მასალის გაცნობა და შესწავლა დაწყებითი კლასებიდან უნდა დაიწყოს და გაგრძელდეს სწავლების მთელი პერიოდის განმავლობაში. ამავე დროს, ეთნოგრაფიული მასალის მიწოდება მოსწავლეთათვის უნდა მოხდეს მათი ინდივიდუალური და ასაკობრივი თავისებურებების გათვალისწინებით, არ უნდა მოხდეს მათთვის ეთნოგრაფიული მასალის ისეთი სიღრმისეული მიწოდება, რომ ძნელი იყოს გადაცემული მასალის აღქმა, რაც შესაძლებელია მოსწავლეებისათვის შემდგომში მსგავსი საკითხებისადმი გულგრილი დამოკიდებულების საბაბი გახდეს. ეთნოგრაფიული საკითხების შესწავლის, დაკვირვების და შეგროვების საუკეთესო გზად ჩვენ ვთვლით მოსწავლეთათვის ეთნოგრაფიული ტურების მოწყობას. ტერმინი ,,ეთნოგრაფიული ტური“ ჩვენ შემოგვაქვს, ასეთი

ტერმინი ხმარებაში არ ყოფილა და ამიტომ მის შესახებ მოკლე განმარტებას გავაკეთებთ.

ტერმინში ,,ეთნოგრაფიული ტური“ არ იგულისხმება საოლიმპიადო ტური, ისეთი როგორიც მაგალითად, ტარდება მათემატიკაში, ან სხვა სასწავლო საგანებში, ტერმინში ვგულისხმობთ მასწავლებლის ხელმძღვანელობით მოსწავლეთა კონკრეტული კლასის/ჯგუფის გასვლას წინასწარ განსაზღვრული ეთნოგრაფიული საკითხების შესწავლის, დაკვირვების და მონაცემთა შეგროვების მიზნით. შესაძლებელია, ტერმინზე შემოგვედაონ და თქვან, რომ ,,ეთნოგრაფიული ტურის“ გაერთიანება მოგვეხდინა სასწავლო ექსკურსის ქუდის ქვეშ, რასაც ვერ დავეთანხმებით, რადგან თავისი ფორმით ეთნოგრაფიული ტური მართალია გავს სასწავლო ექსკურსიას (ხდება მოსწავლეთა სასწავლო დაწესებულებიდან გასვლა, აქვს სასწავლო და სააღმზრდელო მიზნები), მაგრამ ეთნოგრაფიული ტური სასწავლო ექსკურსიისაგან განსხვავდება თავისი შინაარსით, დანიშნულებით, მიზნით, ტურის წინა მოსამზადებელი პერიოდის აქტივობებით, ტურის დასრულების შემდგომი აქტივობებითა და მოსალოდნელი შედეგებით. ასევე, შესაძლებელია ოპონენტებმა თქვან, რომ სახელწოდება იყოს ,,ეთნოგრაფიული ექსპედიცია“, რაც ასევე არამართებულად მიგვაჩნია, რადგან ეთნოგრაფიული ექსპედიციაში სხვა ასაკობრივი ჯგუფის ადამიანები (ძირითადად ეთნოგრაფები და სხვადასხვა დარგის მეცნიერები) მონაწილეობენ განსხვავებით მოსწავლეებისაგან, რის გამოც ეთნოგრაფიული ექსპედიციების და ეთნოგრაფიული ტურების დანიშნულებები სხვადა-

სხვაა. ასევე, ეთნოგრაფიული ექსპედიციის ჩატარების დრო ბევრად აღემატება ეთნოგრაფიული ტურის ხანგრძლივობას. თუ პრაქტიკაში რეალიზების შედეგად ,,ეთნოგრაფიული ტურის“ ნაცვლად მისი შინაარსის შეუცვლელად პედაგოგიკის, მეთოდიკის სპეციალისტების, ან პრაქტიკოსი მასწავლებლების მიერ შემოთავაზებული იქნება სხვა უფრო მისაღები სახელწოდება, ჩვენ სიამოვნებით გავიზიარებთ და შევეცდებით მის პრაქტიკაში დანერგვას.

ეთნოგრაფიული ტური მოსწავლეებს აძლევს ახალ ცოდნას და წარმოადგენს სასწავლო პროცესის ნაწილს. ურთიერთობა მასწავლებელთან, მისი რეკომენდაციები, მითითებები ახდენენ აღმზრდელობით ზეგავლენას მოსწავლეებზე. შესასწავლი ეთნოგრაფიული მასალა თავისი ფორმით და შინაარსით ზნეობრივად და ესთეტიკურად მოქმედებს ბავშვების ცნობიერებაზე. რის გამოც, ეთნოგრაფიული ტური ხდება პედაგოგიური პროცესის ნაწილი, მოსწავლეებს აღჭურვავს ეთნოგრაფიული ცოდნით, უყალიბებს მკვლევარის თვისებებს, აქვს ეფექტური აღმზრდელობითი ფუნქცია და ემსახურება მოსწავლეთა მსოფლმხედველობის ფორმირებას.

ეთნოგრაფიული ტურის მიზანია დაეხმაროს მოსწავლეებს მათ მიერ შერჩეული ეთნოგრაფიული საკითხის შესწავლაში. ეთნოგრაფიული ტურის დროს მოსწავლეებმა უნდა მოახდინონ დაკვირვება, შეაგროვონ საჭირო ინფორმაციები, რაც იწვევს მათში სამეცნიერო კვლევების მიმართ ინტერესების გაღვივებას, ემსახურება მოტივაციის ამაღლებას, ხელს უწყობს განმავითარებელ სწავლებას და საგანთაშორისი კავშირების

ინტეგრაციას, უყალიბებთ გარემოზე დაკვირვების, ჯგუფური მუშაობის, სოციალური, კვლევითი და თვითმართვის, დაგეგმვის უნარებს, ცალკეულ საგნებში შეძენილი ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარს, ემსახურება ცხოვრების ჯანსაღი წესის დამკვიდრებას, მსოფლმხედველობისა და ქცევის ნორმების ჩამოყალიბებას.

ეთნოგრაფიული ტურის დასრულების შემდეგ მოსწავლემ უნდა შეეძლოს შერჩეული ეთნოგრაფიული საკითხისადმი სწორი დამოკიდებულების გამომუშავება, მას უნდა შეეძლოს შერჩეული ეთნოგრაფიული საკითხის ირგვლივ ჩაატაროს დაკვირვება და მოახდინოს საჭირო მასალის შეკრება, შეძლოს საგანთა შორის არსებული ცოდნის ინტეგრაცია, ცალკეულ საგანებში შეძენილი ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება.

მოსწავლეთა ეთნოგრაფიული ტურების სახელწოდებები შესაძლოა იყოს: ,,საქართველო–ყურძნისა და ღვინის სამშობლო“, ,,თიხა და თიხის ჭურჭელი“, ,,ჭაჭის/ხილის/თაფლის არაყის გამოხდის ადგილობრი-ვი წეს–ჩვეულებები“, ,,ზეპირსიტყვიერების/მითების/ ლეგენდების/ზღაპრების/ლექსების და სხვ. ნიმუშების შეგროვება“, ,,ქალაქის/სოფლის/დაბის/უბნის სახელწოდების წარმოშობის ისტორია“, ,,პურის/ხაჭაპურის/ მჭადის/ლობიანის/ ნაზუქის და სხვ. თონეში გამოცხობის წეს–ჩვეულებები“ ,,ღომის/ელარჯის/ჭვიშტარის/ კუბდარის მომზადების წეს–ჩვეულებები“, ,,ხინკლის მომზადების ტრადიცია და წეს–ჩვეულებები“, ,,ადგილობრივი ჯიშის მსხვილფეხა/წვრილფეხა პირუტყვი და მათი მოვლის წეს–ჩვეულებები“, ,,მდინარის/მთის/

დაბლობის/ ზეგნის/ ტბის/ წყალსატევის/ მყინვარის და ა.შ. სახელწოდების წარმოშობის ისტორია“, ,,გვარ–სახელების წარმოშობის ისტორია“, ,,ქართული საბრძოლო იარაღი (ხმლები, ხანჯლები, თოფები, ზარბაზნები და სხვ.), ,,ქართული საბრძოლო ხელოვნება, მათი წარმოშობის ისტორიები“, ,,ქართული ჭიდაობა და მისი წარმოშობა“, ,,ქართულ ზარაფხანებში მიერ მოჭრილი მონეტები და მათი ისტორია“, ,,ხატწერა და მისი ისტორია“, ,,გობელენი, ხალიჩებიის და ფარდაგების ქსოვა“, ,,ტიხრული მინანქარი“, ,,მიწათმოქმედების იარაღები, მათი ისტორია და დამზადების წესები“ და სხვ.

ძირითადი აქტივობები ეთნოგრაფიული ტურის მოწყობამდე.

აქტივობა 1

მოსწავლეები ეთნოგრაფიული ტურის მოწყობამდე ეცნობიან მათ მიერ შერჩეული ეთნოგრაფიული საკითხის არსს, გადაინაწილებენ სამუშაოს. ერთი ჯგუფი სწავლობს საკითხის ირგვლივ არსებულ ზეპირსიტყვიერ გადმოცემებს, მეორე ჯგუფი ეცნობა სათანადო ლიტერატურას, მესამე ჯგუფი ინტერნეტიდან მოიძიებს საჭირო ინფორმაციას, მეოთხე ჯგუფი ამუშავებს საკითხის ირგვლივ არსებულ ფოტომასალას და ა.შ. რჩევას ეკითხებიან მასწავლებელს, მხარეთმცოდნეობის მუზეუმის წარმომადგენლებს, ეთნოგრაფებს და სხვ.

აქტივობა 2

ჯგუფები მათ მიერ მოპოვებულ ინფორმაციებს გაუზიარებენ ერთმანეთს და თითოეული ჯგუფი გააკეთებს

მის მიერ მოპოვებულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით პრეზენტაციას.

აქტივობა 3

მასწავლებელი მოსწავლეებს გააფრთხილებს იმ აუცილებელი და საჭირო მასალების შესახებ, რომლებიც დასჭირდებათ ეთნოგრაფიულ ტურზე. ეთნოგრაფიული ტურის წინ მასწავლებელი მოსწავლეებს ინდივიდუალურად განსაზღვრავს აუცილებელი ნივთების ნუსხას.

აქტივობა 4

მასწავლებელი ჩამოაყალიბებს ეთნოგრაფიული ტურის განრიგს, რომელშიც მოსწავლეთა ქმედებები გაწერილი იქნება დროითი შუალედების მიხედვით.

ძირითადი აქტივობები ეთნოგრაფიული ტურის დასრულების შემდეგ:

აქტივობა 1

სკოლაში დაბრუნებული მოსწავლეთა თითოეული ჯგუფი დაწერს ეთნოგრაფიული ტურის კვლევის შემაჯამებელ ანგარიშს.

აქტივობა 2

მოწავლეთა თითოეული ჯგუფი შეაფასებს სხვა ჯგუფების მიერ დაწერილ ეთნოგრაფიული ტურის კვლევის შემაჯამებელ ანგარიშებს და თანაკლასელების ნამუშევრებს.

აქტივობა 3

ეთნოგრაფიული ტურის დასრულების შემდეგ მოსწავლეებთან ერთად განვიხილავ შედეგებს-რა ნახეს ან მოისმინეს, რამდენად გასაგები და საინტერესო იყო ინფორმაცია. მასწავლებელი მოსწავლეებს შეთავაზებს

თემებს, რომელთგან მათ უნდა შეარჩიონ მომდევნო ეთნოგრაფიული ტური.

ეთნოგრაფიული დაკვირვების და მასალის შეკრებას გარკვეული ცოდნა და უნარ–ჩვევები სჭირდება, რაც მოსწავლეებს დამოუკიდებლად ვერ ჩამოუყალიბდებათ. როგორ უნდა დააკვირდნენ და შეაგროვონ მოსწავლეებმა ეთნოგრაფიული მასალები, ამისათვის მათ მასწავლებელმა უნდა გამოუმუშაოს და ჩამოუყალიბოს სათანადო ცოდნა და უნარ–ჩვევები, რისთვისაც მასწავლებელს მჭიდრო კავშირი უნდა ჰქონდეს ადგილობრივი მხარეთმცოდნეობის მუზეუმის თანამშრომლებთან და ეთნოგრაფებთან. ამ მიზნით მასწავლებელმა ეფექტურად უნდას გამოიყენოს მხარეთმცოდნეობის მუზეუმში მოსწავლეთა სასწავლო ექსკურსიები ან მხარეთმცოდნეობის მუზეუმის თანამშრომლების და ეთნოგრაფების სკოლაში სტუმრობა და მოსწავლეებს მიაწოდონ საჭირო ინფორმაცია.

ვიდრე მოსწავლეები ეთნოგრაფიულ ტურს მოაწყობენ, დაკვირვებას და ეთნოგრაფიული მასალის შეგროვებას დაიწყებენ, მასწავლებელმა მოსწავლეებს მათი ასაკობრივი მდგომარეობის შესაბამისად უნდა გააცნოს მშობლიური კუთხის შესახებ არსებული ისტორიულ–გეოგრაფიული მასალები, თქმულებები, ლეგენდები და ეთნოგრაფიული ლიტერატურა, რაც საფუძველს შექმნის და მოსწავლეებს გეზს მისცემს არსებული მასალებიდან გამოყონ და შეარჩიონ მათთვის საინტერესო თემები, შეადგინონ საჭირო კითხვარები და ა.შ.

მოსწავლეთა ეთნოგრაფიული ტურის დასახელება მეტად მრავალფეროვანი შეიძლება იყოს. მოსწავლეებს

უნდა ავუხსნათ, რომ ხალხის მიერ შექმნილი უბრალო ნივთიც კი, მისი ყოფა–ცხოვრების ყოველი წვრილმანი, ყოველი ტერმინი, ლეგენდა თუ თქმულება ძვირფასია მეცნიერებისათვის. მკვლევართა და მეცნიერთა ხელში ამგვარი თითქოს სრულიად უმნიშვნელო, ჩვეულებრივი ფაქტი შეიძლება საოცრად ამეტყველდეს და მისი საშუალებით ნათელი მოეფინოს ჩვენი კულტურის შორეულ წარსულს, სხვა ხალხებთან ჩვენი ხალხის კულტურულ–ისტორიულ წარსულს.

ეთნოგრაფიული ტური შეიძლება მოვაწყოთ, გამოვიკვლიოთ და მონაცემები შევაგროვოთ, როცა საქმე ეხება:

- მატერიალური კულტურის რომელიმე ძეგლს ან მის რაიმე ელემენტს, საცხოვრებელ თუ სამეურნეო ნაგებობას, ტანსაცმელს, საჭაპანო, სახმელეთო ან წყლის ტრანსპორტს, შრომის იარაღებს, ჭურჭლს, საჭმელს, სასმელს და სხვ.
- სოფლის მეურნეობის დარგებს, მემინდვრეობას, მევენახეობა–მეღვინეობას, მესაქონლეობას, მეფუტკრეობას, მეთევზეობას, მონადირეობას და სხვ.
- საშინაო და სახელოსნო წარმოების დარგებს: მჭედლობას, კერამიკულ წარმოებას, ხით ხუროობას (დურგლობას), ქვის მთლელობას, მეჩუქურთმეობას, ქსოვას, ქარგვას და სხვ.
- ზნე–ჩვეულებებს: საახალწლო მეკვლეობას, საქორწინო და ნიშნობის წესებს, დღესასწაულებს, გართობა–თამაშობებს და სხვ.

- რელიგიურ დღესასწაულებს: ჯვრისწერას, შობის, ნათლობას, აღდგომის, გიორგობის, მიცვალებულის წესის აგებას, ნათლისღების, მარიამობის და სხვა რელიგიური დღესასწაულების აღნიშვნას და ჩატარების წესებს.
- ხალხური ხელოვნების ნიმუშების: ცეკვა–სიმღერები, მუსიკალური ინსტრუმენტები, ზეპირსიტყვიერი ნიმუშები, მითები, ლეგენდენი, ზღაპრები, ხის, ქვის, ლითონის მოჩუქურთმება და სხვ.

თითოეული თემა შეიძლება დაიყოს რამდენიმე მეტ–ნაკლებად დიდ თუ მცირე თემად. მაგალითად, მემინდვრეობის თემიდან შეიძლება ცალ–ცალკე შესასწავლად გამოვყოთ და ეთნოგრაფიული ტურები მოვაწყოთ ასეთ თემებზე: ადგილობრივი პურის და სხვა მარცვლოვანი ჯიშები, ძველებური სახნავი იარაღები, კალოობა, პურეული და მისი გამოლეწვა, კალოობა, ნამკალი და პურეულის მკა და ა.შ.

მევენახეობა–მეღვინეობიდან შეიძლება ცალკე თემებად გამოვყოთ და თითოეულ მათგანზე ჩავატაროთ ეთნოგრაფიული ტური. ეს თემებია: ვენახის გაშენება, ვაზის სასხლავი იარაღები, ვაზის სხვლის წესები, საწნახელი და ყურძნის დასაწური სხვა ხელსაწყოები, საქაჩავი, ღვინის დასაყენებელი ქვევრების რეცხვა, რთველი, ყურძნის დაწურვა, ბადაგი და მისი მიღების წესი, თათარა და მისი მოდუღება, ჩურჩხელა, მისი დამზადების წესი და სხვ.

კერამიკული წარმოებიდან შესაძლებელია ცალკე თემებად გამოვყოთ და თითოეულ მათგანზე ჩავატა-

როთ ეთნოგრაფიული ტური. ეს თემებია: გამოსაწვავი ქურები, მათი მოწყობილობა და მოქმედების პრინციპები, ქვევრები და მისი დამზადება, მეკრამიტეობა, მორგვი, მეაგურეობა, მეთონეობა და სხვ.

მას შემდეგ, რაც მასწავლებელი და მოსწავლეები შეთანხმდებიან და ერთად შეარჩევენ ეთნოგრაფიული ტურისათვის თემას, მასწავლებელი გამოყოფს თემის მთავარ მიმართულებებს, რის შემდეგაც კლასს დაყოფს იმდენ ჯგუფად, რამდენი მთავარი მიმართულებაც გამოიყოფა შესასწავლი თემიდან. თითოეულ ჯგუფის მოსწავლეებს მასწავლებელი მიცემს საშინაო დავალებად ერთ ძირითად მიმართულებას. მოსწავლეები მოძებნიან საჭირო ნაბეჭდ ლიტერატურას და ინტერნეტში განთავსებულ მასალებს თემის ირგვლივ, ფოტო და ვიდეო კლიპებს, შეეკითხებიან მშობლებს, რჩევას დაეკითხებიან მასწავლებელს, ეთნოგრაფებს, მხარეთმცოდნეობის მუზეუმის წარმომადგენლებს, ახლობლებს და გარკვეულ ცოდნას დააგროვებენ თემის დასამუშავებელი მიმართულებით. ამის შემდეგ ჯგუფები მოპოვებულ ინფორმაციებს ერთმანეთს აცნობენ, ატარებენ პრეზენტაციებს.

მასწავლებელმა უნდა შეადგინოს კითხვარი, რომელიც მოსწავლეებს დაეხმარება დასამუშავებელი და გამოსაკვლევი საკითხის სრულფასოვნად შესწავლაში. მაგალითად, კითხვარი რომელიმე ნივთიერი ელემენტის შესახებ (შრომის იარაღი, ნაგებობა, ჭურჭელი), უნდა შეიცავდეს შემდეგ პუნქტებს:

- საგნის აგებულება (კონსტრუქცია), რა ნაწილებისაგან შედგება, რა მასალისგანაა დამზა-

დებული თითოეული მათგანი, საგნის და მისი ნაწილების სახელწოდებები.

- საგნის დანიშნულება–რისთვის გამოიყენება, მისი მოხმარების წესი.
- საგნის დამზადების ტექნიკა–ვის მიერ, რა იარაღებით და რა წესით არის დამზადებული.

რომელიმე შრომის პროცესის აღწერის შესწავლისთვის შედგენილი კითხვარი უნდა შეიცავდეს შემდეგ პუნქტებს:

- ვინ ასრულებს ამ სამუშაოს (კაცი, ქალი, საგანგებო პირი თუ ყველას შეუძლია შეასრულოს)? როდის ასრულებენ მას (წელიწადის დრო და სხვ.
- რა ხელსაწყო იარაღები და ინვენტარის მეშვეობით სრულდება ეს პროცესი. მათი აგებულება და დამზადების ტექნიკა.
- შრომის პროცესის ცალკეული მომენტები, მათი დანიშნულება და თანმიმდევრობა.

შესაძლებელია კითხვარი მუშაობის პროცესში უფრო დაზუსტდეს და შეივსოს. კითხვარით სარგებლობა აუცილებელია როგორც ეთნოგრაფიული დაკვირვების წარმოებისას, ისე ადგილობრივი მცხოვრებლებისაგან საჭირო ცნობების შეგროვების დროს.

მასწავლებელი მოსწავლეებს გააფრთხილებს აუცილებელი და საჭირო მასალების შესახებ, რომლებიც მოსწავლეებს დასჭირდებათ ეთნოგრაფიული ტურზე. ეთნოგრაფიული ტურის წინ მასწავლებელი მოსწავლეებს ინდივიდუალურად განსაზღვრავს აუცილებელი ნივთების ნუსხას. მასწავლებელი შეადგენს ეთნოგრა-

ფიული ტურის მსვლელობის განრიგს. სასურველია, რომ ეთნოგრაფიული ტურის მსვლელობა წარიმართოს დასახული გეგმის მიხედვით, მაგრამ როგორც წესი პრობლემას არ წარმოადგენს ტურის მსვლელობის დროს გეგმაში კორექტივების შეტანაც.

ეთნოგრაფიული მუშაობა მოითხოვს მოსწავლეთაგან დაკვირვების უნარს და ყურადღებას, რაც მოსწავლეებში უნდა გამომუშავდეს დროთა განმავლობაში, რისთვისაც ეთნოგრაფიული ტურის ჩატარებისას მათ საკუთარი თავალით უნდა ნახონ, გაეცნონ და უშუალოდ დააკვირდნენ კონკრეტულ ეთნოგრაფიული საკითხის შესწავლას იქნება ის მატერიალური, კულტურის ელემენტი, შრომის პროცესი და სხვ. უმჯობესია, თუ ამის შესაძლებლობა იქნება მოსწავლეებმა თვითონ მიიღონ მონაწილეობა რომელიმე სამუშაოს შესრულებაში.

ეთნოგრაფიულ დაკვირვებებს უნდა დაერთოს ადგილობრივ მაცხოვრებლებში შეგროვილი ცნობები. მთხრობელებად უნდა შეირჩეს გამოცდილი და საქმის მცოდნე მოხუცები, ისეთი პირები, რომლებიც ჩართული არიან კონკრეტული სამუშაოს შესრულებაში.

მთხრობელთან მუშაობა, მისი ნაამბობის ჩაწერა გარკვეულ ჩვევებს მოითხოვს. მთხრობელთან მუშაობისას დიდი მნიშვნელობა აქვს მასთან მიდგომას. მთხრობელი უნდა დავაინტერესოთ, მას უნდა ავუხსნათ და განვუმარტოთ ეთნოგრაფიული მასალის შეკრების და გამოკვლევის მნიშვნელობა. გამოკითხვა უნდა წარვმართოთ ყოველგვარი ძალდატანების და ხელოვნურობის გარეშე, არ უნდა ჩავერიოთ მის თხრობაში, არ

უნდა შევაწყვეტინოთ კითხვის დასმით მსჯელობა. ამავე დროს მნიშვნელობა აქვს დასმული კითხვებს.

თუ ამის შესაძლებლობა იქნება, სასურველია არ დავკმაყოფილდეთ ერთი მთხრობელის მიერ გადმოცემული მასალის ჩაწერით. მისგან მოწოდებული ინფორმაცია შევაჯეროთ სხვა მთხრობელების მიერ გადმოცემულ მასალებთან. დავაზუსტოთ და შევავსოთ მოწოდებული ინფორმაციები. შესაძლებელია, მუშაობა ერთდროულად რამდენიმე მთხრობელთანაც. ისინი საუბრის დროს დააზუსტებენ ერთმანეთის ნათქვამს, შეავსებენ მოწოდებულ ინფორმაციას და შედარებით სრულყოფილი სახით მოგვაწვდიან.

აუცილებელია მთხრობელის მონაყოლის ჩაწერა ადგილზე, ან გაკეთდეს მისი აუდიო ან ვიდეო ჩანაწერი. ამასთან, ფურცელზე ჩანაწერს, აუდიო თუ ვიდეო ჩანაწერს წინ უნდა უძღოდეს ცნობა მისი ჩაწერის ადგილის და დროის შესახებ, აგრეთვე მთხრობელის სახელი და გვარი, ასაკი და სადაურობა. თუ აუდიო და ვიდეო ჩაწერის საშუალება არ არის, მაშინ მონაყოლი უნდა ჩაიწეროს სრულად და ზუსტად, სიტყვა-სიტყვით. მთხრობელის ენა უნდა დავტოვოთ ,,შესწორებების“ გარეშე. დაუშვებელია მთხრობელის ნალაპარაკების საკუთარი სიტყვებით შეცვლა.

მატერიალური კულტურის (ნაგებობები, შრომის იარაღები და სხვ.) შესწავლის დროს მოსწავლეები არ უნდა დაკმაყოფილდნენ მისი მხოლოდ აღწერით. საჭიროა საგნების ჩახატვა, მისი ფოტო და ვიდეო გადაღება. ეთნოგრაფიული ჩანახატები მკაფიოდ უნდა წარმოადგენდეს საგანს, მისი ყველა ნაწილით. ჩანახატს უნდა

დაერთოს ნივთის და მისი ნაწილების სახელ-წოდებები და ზომები, საგნის მნიშვნელოვანესი ნაწი-ლები უმჯობესია ჩაიხატოს ცალ-ცალკე.

ეთნოგრაფიული ტურის მონაწილე მოსწავლეებს მობილური ტელეფონები აქვთ, რომლებიც იღებენ ფოტოს და ვიდეოს, რაც მოსწავლეებს საშუალებას აძლევს საგნები აღბეჭდონ არა მარტო უძრავ (სტატიკურ) მდგომარეობაში, არამედ მათი გამოყენების (მოხმარების) დროსაც. სასურველია შრომის და სხვა პროცესების ფოტო და ვიდეო გადაღება.

ეთნოგრაფიული ტურების დროს მოსწავლეებმა უნდა შეაგროვონ ეთნოგრაფიული კოლექციები. ადვი-ლი მოსახერხებელია მცირე ნივთების შეძენა (სასხლა-ვი, ნამგალი, სათითურები, ორშიმო, ხაპირი და სხვ.) მათ ადგილობრივი მოსახლეობა ადვილად იმეტებს და ჩუქნიან მოსწავლეებს.

მოსწავლეებმა კოლექციის თითოეულ ნივთს აუცილებლად უნდა შეუდგინონ თავისი პასპორტი, რომელშიც ზუსტად ჩაიწერება სად, როდის და ვისგან არის შეძენილი, თუ ნაჩუქარი ნივთი, აგრეთვე დაწვრილებითი ცნობები მისი აგებულების, დამზადების და დანიშნულების შესახებ. თუ მოსწავლეები ეთნოგრაფიული ტურის დროს აღმოაჩენენ ეთნოგრაფიულად საინტერესო ნივთს, რომლის შეძენაც ვერ მოხერხდება, ისინი ამ ფაქტს შეატყობინებენ მასწავლებელს და თუ მასწავლებელი საჭიროდ ჩათვლის ამ ნივთის შეძენას, ის შეატყობინებს მხარეთმცოდნეობის მუზეუმს.

ეთნოგრაფიული ტურის დროს მოპოვებული მასალა სათანადო წესით უნდა დაბინავდეს არქივებსა და სა-

მუზეუმო ფონდებში, მათგან საუკეთესოები შესაძლებელია გამოაქვეყნონ მოსწავლეთა შემოქმედებით კონფერენციებზე.

მასწავლებლებისათვის საილუსტრაციოდ შევადგინეთ კითხვარი ერთ–ერთი ეთნოგრაფიული ტურისათვის ,,საქართველო–ყურძნისა და ღვინის სამშობლო“

2.2.1. ეთნოგრაფიული ტურის-,,საქართველო–ყურძნისა და ღვინის სამშობლო“

კითხვარი

ვაზის ანატომია

1. რა ნაწილებისაგან შედგება ვაზი? (ფესვი, ტანი, რქა, ულვაში, კუპხალი, კვირტი, ფოთოლი, მტევანი, აკიდო, ჩხა და სხვ). ადგილობრივი სახელწოდებები.

2. რა ნაწილებისაგან შედგება მტევანი? (ყუნწი, კიწი, კლერტი, მარცვალი, მარცვლის კანი, გული და წიპწა) ადგილობრივი სახელწოდებები.

3. ასხვავებენ თუ არა მტევნებს მარცვლის სიხშირის მიხედვით? (თხელი მტევანი, კუმსი მტევანი და სხვ.)

ვაზის ჯიშები

1. ვაზის რა ჯიშებია გავრცელებული კონკრეტულ რეგიონში? თითოეული ჯიშის გარეგნული აღწერა (ფერი, მარცვლის, ფოთლის მოყვანილობა) და თვისობრივი დახასიათება (საჭმელი, სამაჭრე, საღვინე, საადრეო, საგვიანო და სხვ.)

2. კონკრეტულ რეგიონში გვხვდება თუ არა გარეული (ველური) ვაზი და რა ეწოდება მას?

ვენახის სახეები

1. კონკრეტულ რეგიონში ვაზის რა სახეები გვხვდება? (მაღლარი, დაბლარი, ოლიხნარი და სხვ. ნამყენი, უმყნობი, შინა ვენახი, კარის ვენახი და სხვ.).

2. რომელ ხეებზეა გასული მაღლარი ვაზი?

3. დაბლარი ვაზის საყრდენის სახეები (სარი, ჭიგო და სხვ.). რომელი ჯიშის ხისგან ამზადებენ ვაზის საყრდენებს? კიდევ რა მასალისაგან მზადდება დაბლარი ვაზის საყრდენები?

ვენახის გაშენება

1.რა მოთხოვნებს უნდა აკმაყოფილებდეს სავენახედ შერჩეული ადგილი მდებარეობის თვალსაზრისით: როგორ უდგება მზე, დაცულია თუ არა ქარისა და ნიაღვრისაგან.

2.ნიადაგების ადგილობრივი კლასიფიკაცია და მათი შეფასება მევენახეობის თვალსაზრისით.

3.რა სამუშაოები უნდა შესრულდეს შერჩეულ სავენახე ადგილზე? (მისი გასუფთავება ქვებისაგან, ბუჩქებისა და ძირკვების ამოყრა, არხების გაჭრა, ორმოების ამოთხრა და სხვ.).

4.როგორ ხდება ნამყენი ვაზით ვენახის გაშენება? (მყნობა, ნამყენის ჩაყრა).

5.რა წესით ხდება უმყნობი ვაზით ვენახის გაშენება? (ჩასაყრელი რქის აჭრა, შენახვა და დარგვა).

6.როგორ ხდება უმყნობ ვენახში ვაზის გამრავლება (გადაწვენა, გადაწინდვა, გადამუხვლა და სხვ.) რა ეწოდება ახლად გაშენებულ ვენახს?

ვაზის მოვლა

1. რა სამუშაოებს ასრულებენ ვენახში მთელი წლის განმავლობაში? (ბარვა, თოხნა, შესარვა, შეყელვა, ახვევა, გაფურჩქვნა, ცის გახსნა, შეწამვლა და სხვ.) თითოეული მათგანის დანიშნულება, ადგილობრივი სახელწოდებები.

2. როდის, რამდენჯერ და რა ხელსაწყო–იარაღებით აწარმოებენ აღნიშნულ სამუშაოებს?

3. რა წესით სხლავენ ვაზს: რამდენ რქას უტოვებენ და რამდენ კვირტზე აყენებენ რქებს? (სამამულე და სანაყოფე რქები). რა ეწოდება ნასხლავს? (წალამი). სასხლავი იარაღები (სავაზე, სეკატორი, მაკრატელი).

ვაზის ბიოლოგიური განვითარების ფაზები

1. რა მთავარ მომენტებს გამოყოფენ ვაზის ცხოვრებაში? (ტირილი, ყვავილობა, მარცვლის გამოჩენა–დამწიფება და სხვ.).

2. როდისაა თითოეული ფაზა? (თვე).

რთველი

1. რა ნიშნის მიხედვით ამოწმებენ დასაკრეფი ყურძნის სიმწიფეს? (ფერი, გემო, წებოვნება და სხვ.)

2. კონკრეტულ რეგიონში რთველის დრო (თვე, ამინდი).

3. კონკრეტულ რეგიონში ყურძნის დასაკრეფი ინვენტარი (ჭურჭელი და საჭრელი იარაღი). მათი აღწერილობა.

4. შრომის განაწილება რთველში.

მეღვინეობა

1. სად არის მოთავსებული მარანი? (სახლის პირველ სართულზე ან სარდაფში განცალკევებით ეზოში, ვენახში და სხვ.). დაწვრილებით აღწერეთ მარნის კედლები, სახურავი, კარ–ფანჯარა და მარანში მოთავსებული საღვინე ინვენტარი–ქვევრები, საწნახელი, საქაჩავი (ჭაჭის საწნეხი), ღარი, თალარი, ისარნა, ნიჩაბი, სარევი, ორშიმო, ხაპი და სხვ. აღნიშნეთ თითოეულის დანიშნულება, მოცულობა, რისგან არის დამზადებული, ცალკეულ ნაწილთა სახელწოდებები.

2. ღია ცის ქვეშ ჩაყრილი ქვევრები (ჭურისთავი, ოლაგვანე). სად არის გამართული ჭურისთავი? რითია შემოღობილი და დაჩრდილული? აღწერეთ ჭურისთავის ინვენტარი.

3. ქვევრების რეცხვა, დიდი და პატარა ქვევრების სარეცხი წყლის ამოსაქცევი და ამოსამშრალებელი ხელსაწყოები. მათი სახელწოდებები და აღწერა. ქვე-რების რეცხვის პროცესი.

ღვინის დაყენება

1.საწნახელში ყურძნის დაწურვა. ვინ წურავს ყურძენს? (კაცი, ქალი). ყურძნის ფეხით დაწურვის პროცესის აღწერა. დაწურული ტკბილი რჩება საწნახელში თუ ჩადის ისარნაში (თაღარაში), ან ღარით მიედინება პირდაპირ ქვევრებში? როგორ ხდება დაწურული ტკბილის ფილტრაცია, რომ მას არ გამოყვეს წიპწები, ჩენჩო? საწნახლის ძირში მოთავსებული ლასტი, ტკბილის გამოსასვლელ ხვრელს დაცობილი აქვს მცენარის კონა და ა.შ.)

2.ყურნის დაწურვა საწურავი მანქანით.

3.სად წარმოიშობა ღვინის მძაფრი დუღილი? (საწნახელში, ქვევრებში). როგორი პროპორციით, რამდენი ჭაჭა ეყრება თეთრ ტკბილს, რამდენი–შავი ყურძნის ტკბილს? ღვინის დუღილი თავღია ქვევრებში, დახურულ ქვევრებში, ქვევრების დარევა, მძაფრი დუღილის დამთავრების შემდეგ მაჭარს ჭაჭაზე ტოვებენ, თუ გადაიღებენ? ჭაჭის დაწნეხა საქაჩავით (წნეხით).

4.ნაქაჩის დაყენება. მიღებულ ნაქაჩს ცალკე ჭურჭელში ასხამენ თუ დანარჩენ ღვინოში ურევენ?

5.მსოფლიოში არსებული ღვინის დაყენების წესები: კახური, იმერული და ევროპული. მათი დახასიათება.

6.როგორ ხურავენ ქვევრს? (სარქველი, აყალო მიწა და სხვ.). საამისო ხელსაწყოები. რამდენჯერ გადაიღებენ ღვინოს? ღვინის გადაღების მიზანი. ღვინის გადასაღები ჭურჭელი.

7.როგორ და რა საშუალებებით წარმოებს ქვევრების თავის ახდა?

8.ღვინის ავადმყოფობანი. ღვინის რა ზადს თუ ავადმყოფობას იცნობენ (ღვინის გადაბრუნება, მოლბობა, დაჭანგება, ჭურის ხელი და სხვ.). რა ღონისძიებებს მიმართავენ მათ წინააღმდეგ?

9.ჭაჭის გამოყენება. წყალდასხმული ჭაჭისაგან ღვინის დამზადება (საშინაო ღვინო). მისი ტექნოლოგია.

10.არყის გამოხდა. აღწერეთ არყის გამოხდის პროცესი და მოახდინეთ საჭირო ინვენტარის დახასიათება.

11.როგორი მასალისაგან დამზადებულ არყის გამოსახდელ ინვენტარს ანიჭებენ უპირატესობას? რატომ?

12.კონკრეტულ რეგიონში ღვინის ადგილობრივი საწყაოები (ჩაფი, საპალნე და სხვ.).

13.ღვინის შორ მანძილზე გადასატანი ჭურჭელი (ტიკჭორა, ტიკი, კოლოტი, რუმბი და სხვ.). მათი ცალკეულ ნაწილთა სახელწოდებები.

14.ღვინის სუფრაზე მისატანი ჭურჭელი და სასმისები (ხის, რქის, თიხის, ლითონის, მინის).

15.ღვინისაგან მიღებული სხვა საკვებად გამოსაყენებელი პროდუქტები. ბოღლიწო და მისი მიღება. ბოღლიწოს საკვები თვისებები და გამოყენება.

16.ტკბილისაგან დამზადებული სხვა პროდუქტები (ბადაგი, თათარა, ფელამუში, ჩურჩხელა, ჯამჯუხა და სხვ.). აღწერეთ მათი დამზადების პროცესი.

17.რა განსხვავებაა თათარასა და ფელამუშს შორის?

18.რა განსხვავებაა ჩურჩხელასა და ჯანჯუხას შორის? (ჩურჩხელა თათარასგან და ნიგვზისგან კეთ-დება, ჯანჯუხა-ფელამუშისგან და თხილისგან).

19.საქართველოს რომელ კუთხეებშია გავრცელებული ჩურჩხელა და ჯანჯუხა? (ჩურჩხელა აღმოსავლეთ საქართველოშია გავრცელებული, ჯანჯუხა-დასავ-ლეთ საქართველოში).

20.როგორ მზადდება ჩურჩხელა, ჯანჯუხა? (ჩურჩხელა, როგორც წესი კენტად კეთდება, ანუ ძაფზე ერთი ჩურჩხელაა ასხმული; ჯანჯუხა კი წყვილად ისხმება და შემდეგ ხის ჯოხზე გადაკიდებული შრება).

21.როგორ მზადდება ყურძნის ტკბილისაგან ტყლაპი (ტკბილი კვერი)?

22.ვაზსა და ღვინოსთან დაკავშირებული რელიგიური რწმენა–წარმოდგენები.

23.ჩაიწერეთ გავრცელებული თქმულებები, ანდაზები, ლექსები ვაზისა და ღვინის შესახებ. გააკეთეთ ჩანახატები, გადაიღეთ მევენახეობა–მეჭვინეობის ნაგებობები. ინვენტარი და შრომის იარაღები.

ბადაგი

ბადაგის მოსადუღებლად ინგრედიენტია თეთრი ყურძნის ტკბილი წვენი.

ბადაგის მისაღებად ახლად დაწურულ თეთრი ყურძნის ტკბილ წვენს ჩავასხამთ ქვაბში, დავადგამთ ცეცხლზე და ვადუღებთ, სანამ არ განახევრდება. დუღილის დროს მოვხდით ქაფს, როცა ყურძნის წვენი შესქელდება, გავაციებთ, ჩავასხამთ ბოთლებში და ისე შევინახავთ.

თათარა (ფელამუში)

თათარას (ფელამუშის) მოსადუღებლად საჭირო ინგრედიენტებია:

- 1 ლიტრი ბადაგი;
- 1 სუფრის კოვზი შაქარი;
- 200-250 გრ სიმინდის ფქვილი და 1 სუფრის კოვზი ხორბლის ფქვილი (ფელამუშისთვის);
- 200-250 გრ ხორბლის ფქვილი (თათარასთვის);
- ნიგოზი 50 გრამი

მომზადება

500 მილილიტრი ბადაგი დავადგათ ქურაზე გასაცხელებლად. მანამდე ნარჩენილ 500 მილილიტრში გავხსნით ფქვილს. ჩავასხამთ გაცხელებულ ბადაგში და მოვადუღებთ. როცა ადუღდება, დავუწევთ ცეცხლს.

როცა ფელამუში (თუ თათარა) ბუშტუკებს გაიკეთებს და კარგად შესქელდება, დავაყრით შაქარს. ამის შემდეგ ცეცხლზე კიდევ რამდენიმე წუთს გავაჩერებთ. გადმოვიღებთ ფორმებზე ან თეფშებზე. თათარა (ფელამუში) მზად არის! თათარას ჩამოვასხამთ თეფშებზე, გავაციებთ და მოვათავსებთ მაცივარში. მომზადებულ თათარას მოვრთავთ ნიგვზის ლებნებით. თუ გამოვიყენებთ სიმინდის ფქვილს მივიღებთ ფელამუშს.

ჩურჩხელა (ჯანჯუხა)

თუ ჩურჩხელას ამოვლება გვინდა, წინასწარ ავასხამთ ნიგოზს (თხილს, გარჩეული გოგრის კაკლებს, ქიშმიშს ან სხვა შიგთავსს). ზემოთ მოყვანილი წესით მოვადუღებთ თათარას ჩურჩხელისათვის/ფელამუშს ჯანჯუხისათვის და ცხელ თათარაში/ცხელ ფელამუშში ქვაბშივე ვავლებთ.

ჯანჯუხას ორჯერ მაინც ჭირდება ამოვლება, რადგან ფელამუში, როგორც წესი, თათარასთან შედარებით თხელი გამოდის. ჩუჩხელასთვის ერთხელ ამოვლებაც საკმარისია.

ამოვლებულ ჩურჩხელებს, ჯანჯუხებს ჰაერზე ვაშრობთ 10-15 დღის მანძილზე, შემდეგ კი ტილოს ჩანთაში ან მარლაში გახვეულებს ვინახავთ.

ეთნოგრაფიული ტურიდან დაბრუნების მეორე-მესამე დღეს მოსმენილი უნდა იქნეს თითოეული ჯგუფის ანგარიში მისი მუშაობის შედეგებზე. ასეთი ჯგუფური ანგარიშები საინტერესოა ეთნოგრაფიული ტურის თითოეული მონაწილისათვის, მეორე მხრივ ეს აადვილებს ეთნოგრაფიული ტურის საერთო ანგარიშის შედგენას.

მასწავლებელი მოსწავლეებთან ერთად განიხილავს და აჯამებს ეთნოგრაფიული ტურის შედეგებს.

ეთნოგრაფიული ტური დასრულებულად ითვლება, როცა მზად იქნება კოლექციები, ჰერბარიუმები, დაიბეჭდება ეთნოგრაფიული ტურის მსვლელობის დროს გადაღებული ფოტო მასალა, გაფორმდება ანგარიში, ჩატარდება კლასის კრება, სადაც შეჯამდება ეთნოგრაფიული ტურის შედეგები. მასწავლებელი მოსწავლეებს და მათ მშობლებს გააცნობს შემდგომი ეთნოგრაფიული ტურების თემატიკას, რათა ერთად შეარჩიონ მომდევნო ეთნოგრაფიული ტურის თემა.

ეთნოგრაფიული ტურის მონაწილეთა ანგარიშები, დახაზული რუკები, ზოოლოგიური და მინეროლოგიური კოლექციები, ჰერბარიუმები, თვითნაკეთი ხელსაწყოები-ყველა ეს კარგი თვალსაჩინო მასალაა, რომელიც გადაეცემა სკოლას. მასწავლებლები მას გამოიყენებენ ბუნებისმცოდნეობის, გეოგრაფიის, ბიოლოგიის, ზოოლოგიის გაკვეთილებზე. გარდა ამისა ეთნოგრაფიული ტურის მსვლელობისას შეგროვილი მასალა გამოადგებათ სკოლის საგნობრივი წრეებს მუშაობისთვისაც.

2.2.2. ეთნოგრაფიული ტურთან ,,საქართველო–ყურძნისა და ღვინის სამშობლო“ დაკავშირებული საგანთაშორისი კავშირების და განმავითარებელი მათემატიკურ ამოცანათა სისტემები

1. ერთი კილოგრამი დაუმტვრეველი კაკლისაგან შეიძლება დამზადდეს თათარაში ამოსავლები 8 ჩურჩხელა. თათარაში ამოსავლები რამდენი ჩურჩხელა შეიძ-

ლება დამზადდეს 2,5 კილოგრამი დაუმტვრეველი კაკლისაგან? (გაითვალისწინეთ, რომ ჩურჩხელა კენტად კეთდება-ძაფზე ერთი ჩურჩხელაა ასხმული, შემდეგ თათარაში ივლება და ხის ჯოხზე გაკიდებული შრება).

2. ერთი კილოგრამი დაუმტვრეველი თხილისაგან შეიძლება დამზადდეს ფელამუშში ამოსავლები 6 ჯანჯუხი. ფელამუშში ამოსავლები რამდენი ცალი ჯანჯუხი შეიძლება დამზადდეს 2 კილოგრამი დაუმტვრეველი თხილისაგან? (გაითვალისწინეთ, რომ, ჯანჯუხა წყვილად ისხმება-ძაფზე ორი ჯანჯუხაა ასხმული, შემდეგ ფელამუშში ივლება და ხის ჯოხზე გადაკიდებული შრება).

3. პაპუნამ ვაზს გასხვლის შემდეგ სამი ნეკი და ორი სამამულე რქა დაუტოვა. თითო ნეკზე 3 კვირტია, ერთ სამამულე რქაზე 9 კვირტი, ხოლო მეორეზე კი 10 კვირტია. სულ რამდენი კვირტია ვაზზე?

4. ორი ძირი ვაზის გასხვლის შემდეგ ერთ ძირზე ორი ნეკი და სამი სამამულე რქა დატოვეს, მეორე ძირზე კი სამი ნეკი და ორი სამამულე რქა. რამდენით მეტი კვირტია მეორე ვაზზე პირველთან შედარებით, თუ ერთ ნეკზე სამი კვირტია, ხოლო ერთ სამამულე რქაზე 9 კვირტი?

5. ვაზის დასარგავად წინასწარ შერჩეულ და დამუშავებულ ღია გრუნტში იღებენ წრიულ ორმოებს, აურევენ ორგანულ-მინერალურ სასუქებს და წინასწარ გახარებულ, დაფესვიანებულ ნერგს სათუთად რგავენ ორმოში მიწის თანდათანობით მიყრით, ისე, რომ კალმის ზედა ნამყენი კვირტი 4-5 სანტიმეტრით ზევით დარჩეს ნიადაგის ზედაპირიდან. დარგული ნერგ-

კალამი იკვრება ჭიგოზე და ირწყვება დარგვისთანავე. ვაზის დასარგავი ორმოს სიღრმე 40 სანტიმეტრია, ხოლო მისი დიამეტრი 50 სანტიმეტრი. რა მოცულობის მიწა უნდა ამოთხაროს ლუკამ, თუ მან 50 ძირი ვაზი დარგოს?

6. გამოიყენეთ წინა ამოცანის პირობა და უპასუხეთ კითხვას: ლუკამ 40 სანტიმეტრი სიღრმის და 50 სანტიმეტრი დიამეტრის ორმოები ამოთხარა და მასში ვაზის ნერგები დარგო. რამდენი ნერგი დარგო ლუკამ, თუ მის მიერ ამოთხრილი ორმოების ჯამური მოცულობა 2 კუბური მეტრია?

7. გამოიყენეთ წინა ამოცანის პირობა და უპასუხეთ კითხვას: ლუკამ 200 ძირი ვაზის ნერგი უნდა დარგოს. რისთვისაც მან 40 სანტიმეტრი სიღრმის და 50 სანტიმეტრი დიამეტრის ორმოები ამოთხარა. რამდენ დღეში დარგავს ლუკა ამ ნერგებს სრულად, თუ ის დღეში იმდენ ნერგს რგავს, რომელთა ჯამური მოცულობა 500 კუბური სანტიმეტრია?

8.ვაზის ნორმალური განვითარებისა და მოსავლის მისაღებად გამოიყენებენ ორგანულ და მინერალურ სასუქებს. ორგანული სასუქების (გადამწვარი ნაკელი, სხვადასხვა სახის კომპოსტები და სხვ.) შეიტანება ოთხ წელიწადში ერთხელ ჰექტარზე 40-60 ტონის ოდენობით, ხოლო ყოველწლიურად აზოტოვანი სასუქი ჰექტარზე 50-80 კილოგრამი, კალიუმიანი ჰექტარზე 50-100 კილოგრამი და ფოსფოროვანი-ჰექტარზე 30-60 კილოგრამი. დაარღვია, თუ არა ვაზისათვის ორგანული და მინერალური სასუქების შეტანის დოზები გიორგიმ, თუ

მას 2000 კვადრატული მეტრის ფართობის ვაზი აქვს და შარშან მასში:

ა)9 ტონა ორგანული სასუქი, 13 კილოგრამი აზოტოვანი სასუქი, 16 კილოგრამი კალიუმიანი სასუქი და 10 კილოგრამი ფოსფოროვანი სასუქი შეიტანა?

ბ)10 ტონა ორგანული სასუქი, 18 კილოგრამი აზოტოვანი სასუქი, 19,5 კილოგრამი კალიუმიანი სასუქი და 12,3 კილოგრამი ფოსფოროვანი სასუქი შეიტანა?

გ)8 ტონა ორგანული სასუქი, 10 კილოგრამი აზოტოვანი სასუქი და 11 კილოგრამი ფოსფოროვანი სასუქი შეიტანა?

9.თათარას მოსადუღებლად ყოველ ლიტრ ბადაგზე საჭიროა 200-250 გრამი ხორბის ფქვილი. სულ ცოტა, რამდენი ხორბლის ფქვილი დაჭირდება მაროს, რომ მან სრულად მოადუღოს 5 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული ბადაგი?

10.თათარას მოსადუღებლად ყოველ ლიტრ ბადაგზე საჭიროა 200-250 გრამი ხორბის ფქვილი. მაროს 1,5 კილოგრამი ხორბლის ფქვილი აქვს. საკმარისია თუ არა ფქვილის ეს მარაგი იმისათვის, რომ მარომ სრულად მოადუღოს ბადაგით სავსე რვალიტრიანი?

11.ფელამუშის მოსადუღებლად ყოველ ლიტრ ბადაგზე საჭიროა 200-250 გრამი სიმინდის ფქვილი. სულ ცოტა რამდენი სიმინდის ფქვილი დასჭირდება ირინას, რომ მან სრულად მოადუღოს 7 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული ბადაგი?

12.ფელამუშის მოსადუღებლად ყოველ ლიტრ ბადაგზე საჭიროა 200-250 გრამი სიმინდის ფქვილი. ირინას 2 კილოგრამი სიმინდის ფქვილი აქვს. საკმარისია თუ არა

ეს მარაგი იმისათვის, რომ ირინამ სრულად მოადუღოს ბადაგით სავსე ექვსლიტრიანი?

13.გოგის მარანში 12 ქვევრი აქვს. ამ ქვევრებიდან სამი ქვევრი ,,ჩასავალია“, რომელსაც გოგი ქვევრში ჩასული რეცხავს, დანარჩენ ქვევრებს კი გოგი ზემოდან, ქვევრში ჩაუსვლელად რეცხავს. რამდენით/რამდენჯერ მეტი ქვევრი აქვს გოგის ზემოდან სარეცხი, ვიდრე ჩასავალი?

14.გოგის მარანში 4-ჯერ მეტი ქვევრი აქვს ზემოდან სარეცხი, ვიდრე ,,ჩასავალი“. რამდენი ,,ჩასავალი“ ქვევრი აქვს გოგის მარანში, თუ სულ მარანში 25 ქვევრია?

15.ქვევრების მოცულობას ზოგჯერ ზომავენ ფუთობით. მიღებულია, რომ 1 ფუთი 16 ლიტრის ტოლია. ეს ნიშნავს, რომ თუ ქვევრის ტევადობაა 30 ფუთი, ის 480 ლიტრს იტევს 30X16=480. მიხოს ერთი ქვევრი 65 ფუთიანია, მეორე 20 ფუთიანი. მიხომ თავის ვენახში 2 200 კილოგრამი ყურძენი მოკრიფა. გაავსებს თუ არა მიხო თავისი მოწეული მოსავლის დაწურვის შედეგად ყურძნის ტკბილით ქვევრებს, თუ ყურძნის დაწურვისას ტკბილის სახით გამოდის ყურძნის 62 პროცენტი. ჩათვალეთ, რომ 1 ლიტრი ტკბილი 1 კილოგრამია.

16.ქვევრების მოცულობას ზოგჯერ ჩაფობითაც ზომავენ. მიღებულია, რომ 1 ჩაფი 18 ლიტრის ტოლია. ეს ნიშნავს, რომ თუ ქვევრის ტევადობაა 50 ჩაფი, ის 900 ლიტრს იტევს 50X18=900. მიხოს ერთი ქვევრი 65 ჩაფიანია, მეორე 20 ჩაფიანი. მიხომ თავის ვენახში 2 500 კილოგრამი ყურძენი მოკრიფა. გაავსებს თუ არა მიხო თავისი მოწეული მოსავლის დაწურვის შედეგად ყურძნის ტკბილით ქვევრებს, თუ ყურძნის დაწურვის დროს

ტკბილის სახით გამოდის ყურძნის 62 პროცენტი. ჩათვალეთ, რომ 1 იტრი ტკბილი 1 კილოგრამია.

17.დიმიტრიმ ჭაჭის გამოსახდელი აპარატის ერთხელ დადგმის შედეგად 12 ლიტრი არაყი აიღო. რამდენ ლიტრ არაყს აიღებს დიმიტრი, თუ ჭაჭის გამოსახდელ აპარატს კიდევ 4-ჯერ დადგამს?

18.ალექსანდრემ სულ 78 ლიტრი არაყი გამოხადა, რისთვისაც ჭაჭის გამოსახდელი აპარატი 6-ჯერ დადგა. რამდენი ლიტრი არაყი აიღო ალექსანდრემ ჭაჭის გამოსახდელი აპარატის ერთხელ დადგმით?

19.ვახტანგიმ ჭაჭიდან არყის გამოსახდელი აპარატი 7-ჯერ დადგა, დათუნამ 4-ჯერ. ვახტანგიმ თითო გამოხდაზე 12 ლიტრი არაყი აიღო, დათუნამ კი 11 ლიტრი. რამდენი ლიტრი არაყით მეტი გამოხადა ვახტანგიმ დათუნაზე?

20.ბიძინას ,,ჩინურის“ ჯიშის 3 ჰექტარი ვაზი აქვს. მამუკას ,,რქაწითელის“ 2 ჰეტარი. ბიძინამ ჰექტარზე 65 ცენტნერი მოსავალი მიიღო. მამუკამ კი ჰექტარზე 40 ცენტნერი. რამდენი ცენტნერით მეტი მოსავალი აიღო ბიძინამ, ვიდრე მამუკამ?

21.საფერავის ჯიშის ყურძენი უხვმოსავლიანია, მისი მოსავლიანობა ჰექტარზე 80-120 ცენტნერია. გლეხურ მეურნეობას 27 ჰექტარ ფართობზე აქვს გაშენებული საფერავის ჯიშის ყურძენი. საფერავის არანაკლებ/არაუმეტეს რამდენ ცენტნერ მოსავალს უნდა ელოდეს გლეხური მეურნეობა თავისი ზვრიდან?

22.საქართველოდან 2017 წელს ექსპორტირებულია 76,7 მილიონი ბოთლი ღვინო, რაც 54 პროცენტით აღემატება წინა წელს საქართველოდან ექსპორტირებუ-

ლი ღვინის რაოდენობას. რამდენი მილიონი ბოთლი ღვინო იყო ექსპორტირებული 2016 წელს საქართველოდან?

23.2017 წელს აქართველოდან ექსპორტირებული იყო 76,7 მილიონი ბოთლი ღვინო. 2018 წელს იგეგმება ექსპორტის გასულ წელთან შედარებით 26 პროცენტიანი ზრდა. რამდენი მილიონი ბოთლი ღვინის ექსპორტირება იგეგმება საქართველოდან 2018 წელს?

24.ვაზის გაშენების დროს ვაზის ნერგებს ისე რგავენ, რომ მწკრივთა შორის მანძილი 2 მეტრი იყოს. ხოლო ორ მეზობელ ვაზს შორის მანძილი 1,5 მეტრი. რამდენი ძირი ვაზის დარგვაა შესაძლებელი ნაკვეთზე, რომლის სიგანეა 21 მეტრია და სიგრძე 61 მეტრი? განიხილეთ ვაზის მწკრივებში დარგვის ორი შემთხვევა.

25.გიგო ვაზს ისე სხლავს, რომ ვაზის ყოველი ძირის თითოეულ ნეკს ერთი და იგივე რაოდენობის კვირტებს უტოვებს. ნეკზე დატოვებული კვირტების რაოდენობისაგან განსხვავებული ერთნაირი რაოდენობის კვირტებს უტოვებს სამამულე რქასაც. გიგომ ერთ ძირ ვაზზე 4 ნეკსა და 5 სამამულე რქაზე 52 კვირტი დატოვა, მეორე ძირ ვაზზე 5 ნეკსა და 7 სამამულე რქაზე კი სულ 71 კვირტი. რამდენი კვირტია ერთ ნეკზე და რადენი ერთ სამამულე რქაზე?

§2.3. მათემატიკის და ასტრონომიის ელემენტების საგანთაშორისი კავშირების გამოყენება განმავითარებელი სწავლებისას

2.3.1. დედამიწა

დედამიწა-მზის სისტემის მესამე პლანეტაა, რომელიც დასახლებულია ცოცხალი ორგანიზმებით.

დედამიწიდან მზემდე საშუალო მანძილი 150 მილიონი კილომეტრია.

დედამიწის ფორმა მიახლოებულია წრეწირთან. რომლის საშუალო დიამეტრი დაახლოებით 12 800 კილომეტრია. დედამიწის უმაღლეს მწვერვალი წარმოადგენს ევერესტის მთა, რომლის სიმაღლე ზღვის დონიდან 8848 მეტრია, ხოლო ყველაზე ღრმა-მარიანას ღრმულია.

დედამიწის ატმოსფერო შედგება აზოტის, ჟანგბადის, არგონის და ნახშირორჟანგისაგან. დედამიწის ზედაპირზე ტემპერატურა მერყეობს -89^{0}C -დან 62,5^{0}C-მდე.

დედამიწის რელიეფი მრავალფეროვანია. მისი ზედაპირის ფართობის 70,8% მსოფლიო ოკეანეს, ხოლო დარჩენილი ნაწილი-კონტინენტებსა და კუნძულებს უკავია. დედამიწას აქვს ერთი ბუნებრივი თანამგზავრი -მთვარე.

მოსწავლეებს მიზანშეწონილია მივაწოდოთ გარკვეული ინფორმაცია ევერესტის და მარიანას ღრმულის შესახებ. მარიანას ღრმულის სიღრმე სხვადასხვა გაზომვებით სხვადასხვაა. კერძოდ, მისი სიღრმე 11023 მეტრია (სიღრმე გაზომა 1957 წელს საბჭოთა კავშირის

საკვლევი გემის „ვიტიაზი“ ექსპედიციამ, პირველი გაზომვა-11034 მეტრი). დაზუსტებით, რომელიც იაპონურმა ზონდმა აწარმოა 1995 წელს–მისი სიღრმე 10920 მეტრს არ აღემატება. ბოლო გაზომვით კი, რომელიც 2011 წელს ამერიკულმა ოკეანოგრაფიულმა ექსპედიციამ ჩაატარა, დაფიქსირდა 10,994 მ (±40 მ) სიღრმე.

2.3.2. მთვარე

მთვარე-დედამიწის ერთადერთი ბუნებრივი თანამგზავრია.

მეცნიერულ შრომებში „ლუნა"-დ მოიხსენიებენ (ლათინურად Luna), რაც სინათლის, ნათელის სიმბოლოდ მიიჩნეოდა. ძველად ადამიანებისათვის მთვარე ღმერთი იყო, რომელიც ღამის მფარველად მიაჩნდათ.

მთვარის საშუალო სიშორე დედამიწიდან 384 000კმ-ია. მისი დიამეტრი 3 476 კმ-ია.

მთვარე ბნელი და ცივი, ციური სხეულია, რომელიც მზისგან არეკლილი სინათლით ანათებს, იგი მზიდან გამოსხივებული სინათლის მხოლოდ 7%-ს ირეკლავს.

პირველი ხელოვნური ობიექტი, მთვარეზე 1959 წელს დაეშვა (ხომალდი ,,ლუნა 2“). იმავე წელს გადაიღეს პირველი ფოტოსურათები მთვარის დედამიწისგან მოფარებულ მხარეს (ხომალდი ,,ლუნა 3“). 1969 წელს ამერიკელი ასტრონავტი ნილ ამსტრონგი იყო პირველი ადამიანი, რომელმიც გამოვიდა ხომალდიდან ,,აპოლო 11“ და მთვარეზე ფეხი დადგა.

მთვარის ფაზები. მთვარის დაბნელება მხოლოდ სავსემთვარეობისას ხდება, როცა მთვარე დედამიწის

ჩრდილში მოექცევა და მზის სინათლე მას ვერ სწვდება. მთვარე თითქოს ციდან ქრება.

ადამიანი მთვარის მხოლოდ ერთ მხარეს ხედავს, რადგან იგი მუდამ ერთი მხრითაა დედამიწისაკენ მოქცეული.

დედამიწის ირგვლივ მთვარის ბრუნვისას მზე მის სხვადასხვა ნაწილს ანათებს. სინამდვილეში მთვარის ფორმა სრულებით არ იცვლება. იგი 27,3 დღეს ანდომებს დედამიწის გარშემო შემობრუნებას. მთვარის „ფორმის ცვლილებებს“ ფაზები ეწოდება.

როდესაც მზე მთვარის უკანა მხარეს ანათებს, მთვარე ცაზე თითქმის არ ჩანს. ამ მოვლენას ახალმთვარეობა ეწოდება. მომდევნო ორი კვირის მანძილზე, მთვარის დედამიწის ირგვლივ ბრუნვისას, მზის სინათლის ქვეშ მისი სულ უფრო მეტი ნაწილი ექცევა.

როდესაც მთვარე დედამიწას სანახევროდ შემოუვლის, იგი მთლიანად გამოჩნდება. ამ მოვლენას სავსემთვარეობა ეწოდება. მომდევნო ორი კვირის განმავლობაში მთვარის დისკო ცაზე პატარავდება, რადგან მზის სინათლე მის სულ უფრო მცირე ნაწილს ხვდება. მალე მთვარე ახალ შემობრუნებას დაიწყებს. როდესაც მთვარე დედამიწის გარშემო ბრუნავს, დედამიწიდან მთვარის მხოლოდ მზით განათებული მხარის სხვადასხვა ნაწილები ჩანს. მთვარის ფორმა თხელი ნამგლის ფორმიდან, დისკოს ფორმამდე იმატებს, შემდეგ კი ისევ იკლებს. ძირითადად განირჩევა მთვარის ოთხი ფაზა: ახალი მთვარე, პირველი მეოთხედი, სავსე მთვარე და უკანასკნელი მეოთხედი. მთელი ეს ციკლი დედამიწის 29,5 დღე-ღამეს მოიცავს.

მთვარის ზედაპირზე საშუალო ტემპერატურა -143°c-დან -53°c-მდეა, მინიმალური ტემპერატურა -240°c, მაქსიმალური 117°c.

მთვარეს საკუთარი ნათება არ აქვს და მხოლოდ ირეკლავს მზის სინათლეს, არეკლილი სინათლის მოღწევას დედამიწამდე სჭირდება 1,28 წამი.

მთვარე ჯერჯერობით ერთადერთი ციური სხეულია, სადაც ადამიანმა ფეხი დადგა.

2.3.3. კოსმოსი

2.3.1. პირველი ცოცხალი არსებები კოსმოსში

ძაღლები ბელკა და სტრელკა პირველი ცოცხალი არსებები იყვნენ, რომელთაც დედამიწის ორბიტაზე კოსმოსში 24 საათი გაატარეს და დედამიწაზეც მშვიდობიანად დაეშვნენ 1960 წელს. ამ დროში მათმა ხომალდმა ,,სპუტნიკ 5“-მა პლანეტის ირგვლივ 5 სრული წრის დარტყმა მოასწრო. პროექტის წარმატებით დასრულებიდან გარკვეული დროის შემდეგ სტრელკას 6 ლეკვი გაუჩნდა, რომელთაგანაც ერთ-ერთი ჟაკლინ კენედის გადასცეს საჩუქრად.

2.3.3.2. პირველი ადამიანები კოსმოსში

1961 წლის 12 აპრილს კოსმოსური ხომალდით ,,ვოტსტოკ–1“ საბჭოთა კოსმონავტი იური გაგარინი გაფრინდა კოსმოსში. ეს იყო სსრკ–ის მიერ შექმნილი პილოტირებული კოსმოსური ხომალდი, რომელზეც მუშაობა 1957 წელს დაიწყო. ხომალდი შედგებოდა სფეროსებური დასაშვები მოდულისგან, რომელშიც

ძრავა და საწვავი იყო მოთავსებული. ატმოსფეროში შემოსვლისას კოსმონავტი კატაპულტის საშუალებით ტოვებდა ხომალდს 7 კმ სიმაღლეზე. მიწაზე პარაშუტის საშუალებით ეშვებოდა, ხოლო დასაშვები მოდული ვარდებოდა ოკეანეში.

1963 წელს საბჭოთა კოსმოსური ხომალდით ,,ვოსხოდ–2“ კოსმონავტი ალექსი ლეონოვი გავიდა ღია კოსმოსში. ეს ხომალდი აღჭურვილი იყო სპეციალური გასაბერი ლუკით, რომელიც ხომალდის ორბიტაზე გასვლისთანავე იბერებოდა.

გაფრენიდან 90 წუთის შემდეგ, კოსმონავტმა ალექსეი ლეონოვმა ჩაიცვა სკაფანდრი და გავიდა ღია კოსმოსში. გასეირნება 20 წუთი გაგრძელდა. კაფსულაში დაბრუნებისას აღმოაჩინა, რომ სკაფანდრი გაბერილიყო და ლუქში ვეღარ ეტეოდა, ამიტომ მას ჰაერის გამოშვება დასჭირდა, რითაც გადაურჩა დაღუპვას.

2.3.3.3. ადამიანი მთვარეზე

1962 წელს არმსტრონგი შერჩეული იქნა ასტრონავტად NASA-ს მიერ. 1969 წელს ის ხელმძღვანელობდა მისიას „აპოლო 11“ ედვინ ალდრინთან (მთვარეზე დასაჯდომი კაპსულა „არწივის“ პილოტი) და მაიკლ კოლინთან (მმართველ ხომალდ „აპოლო 11“-ის პილოტი) ერთად. „აპოლო 11“-მა დატოვა კენედის კოსმოსური ცენტრი (ფლორიდა) 16 ივლისს 1969 წელს და 4 დღეში, 20 ივლისს დაეშვა მთვარის ზედაპირზე, ე.წ. „სიმშვიდის ზღვაზე“. ამ მოვლენას მთელი მსოფლიო პირდაპირ ეთერში ადევნებდა თვალს ტელევიზიით. მთვარეზე დასაჯდომი კაფსულიდან „არწივი“

ნილ არმსტრონგი გამოდის ხაზზე: „ჰიუსტონ, წყნარი ზღვის ბაზა. არწივი დაჯდა...“

21 ივლისს 1969 წ დილას არმსტრონგი ჩამოდის ხომალდიდან 2 საათსა 56 წუთსა და 15 წამს და პირველი დგამს ფეხს მთვარეზე. ამ დროს იძახის ისტორიულ სიტყვას: „ეს პატარა ნაბიჯი ადამიანისთვის, არის დიდი ნახტომი კაცობრიობისთვის.“

15 წუთის შემდეგ მას უერთდება ედვინ ალდრინი, რომელთან ერთადაც აღმართავს აშშ-ს სახელმწიფო დროშას. შემდეგ გააგრძელეს მთვარის გარშემო ტრიალი მესამე ასტრონავტ მაიკლ კოლინთან ერთად. ამ სამ ასტრონავტს შორის არმსტრონგი არჩეული იქნა პირველ კაცად, რომელსაც მთვარეზე უნდა გაევლო, რადგან იგი ჩვეულებრივი მოქალაქე იყო და არა სამხედრო, როგორც მისი ორივე თანაშემწე. არმსტრონგმა მთვარეზე გაატარა 2 საათი და 31 წუთი, გაიარა 250 მ. დედამიწაზე დაბრუნდნენ 24 ივლისს, თან წამოიღეს რამდენიმე ქვის ნატეხი შესასწავლად.

2.3.3.4. ქალები კოსმოსში

მოსწავლეთათვის ინტერესმოკლებული არ იქნება ინფორმაცია კოსმონავტი ქალების შესახებ.

პირველი კოსმონავტი ქალი ვალენტინა ტერეშკოვა იყო, საბჭოთა კავშირიდან, რომელიც 400 კანდიდატიდან იქნა შერჩეული და მან 1963 წლის 16-19 ივნისს 48-ჯერ შემოუფრინა დედამიწას. მეორე კოსმონავტი ქალი ისევ საბჭოელი იყო-სვეტლანა სავიცკაია, რომელიც კოსმოსში 1982 წლის 19 აგვისტოს გაფრინდა. მესამე კოსმონავტი ქალი იყო ამერიკელი სალი კრის-

ტიან რაიდი, რომელმაც 32 წლის ასაკში ყველაზე ახალგაზრდა, 1983 წლის 18 ივნისს კოსმოსური ხომალდი ,,ჩეინჯერიდან“ გავიდა კოსმოში. შემდეგ იყვნენ: ჯუდით რეზნიკი – 1984 წლის 30 აგვისტო. კეტრინ სალივანი – 1984 წლის 5 ოქტომბერი. ანა ლე ფიშერი, მარგარეთ რია სედონი, შენონ ლუსედი, ბონი დანბარი, მერი ქლივი, კეტრინ თორნტონი, მარშა ივინსი, ლინდა გადვინი, ელენ შერმანი, თამარა ჯერნიგანი, მილი ჰალფორდი, რობერტა ბონდარი კანადიდან, ნეიოკო იემოზაკი იაპონიიდან, ლიუ იანი ჩინეთიდან, ანუშა ანსარი ირანიდან. 2010 წლის 14 აპრილს კი 4 ქალბატონი ერთად იმყოფებოდა კოსმოსურ ხომალდზე.

2.3.3.5. კოსმოსური რეკორდები

დღეისათვის, კოსმოსში ყოფნის რეკორდი 437 დღე და 18 საათს შეადგენს. ის რუსმა ასტრონავტმა ვალერი პოლიაკოვმა დაამყარა, კოსმოსში ორჯერ გაფრენით (პირველ ჯერზე 240 დღე). 330 000 000 კილომეტრი დედამიწის გარშემო 7075-ჯერ შემოფრენით დაფარა, სანამ 1995 წლის 22 მარტს დედამიწაზე წარმატებით დაეშვებოდა. ის ერთადერთ ასტრონავტად დარჩა, რომლისთვისაც კოსმოსი მეორე სახლად იქცა. ის მარტო გაფრინდა და კოსმოსში ,,მირის“ ორბიტულ სადგურზე საერთო ჯამში 22 თვეზე მეტი გაატარა.

ალან შეპარდი პირველი და ერთადერთი ამერიკელი ადამიანია, რომელმაც კოსმოსში მთვარეზე გოლფი ითამაშა.

იუჯინ სერნანის მიერ 1972 წელს მთვარეზე გადადგმული ნაბიჯი, მასზე ადამიანის უკანასკნელი ფეხის დადგმა აღმოჩნდა.

,,**მთვარეზეც დავბრუნდებით და შემდეგი გაჩერება მარსი იქნება“**-ამბობს ასტრონავტი იუჯინ სერნანი. ის ერთერთია იმ თორმეტიდან, რომელიც მთვარეზე ბოლო გაფრენაში, „აპოლო-17“-ის მისიაში მონაწილეობდა. იუჯინ სერნენი კოსმოსში სამჯერ გაფრინდა, ორჯერ იმყოფებოდა მთვარეზე. ის იყო მეორე ამერიკელი, რომელიც ღია კოსმოსში გავიდა

2.3.3.6. ხელოვნური თანამგზავრები

ერთ სრულ მიმოქცევას წრიულ ორბიტაზე დედამიწის ზედაპირთან ახლოს თანამგზავრი ასრულებს 1 საათს 24 წუთსა და 30 წამში, 200 კილომეტრის სიმაღლეზე-1 საათს 28 წუთსა და 30 წამში, 7000 კილომეტრის სიმაღლეზე-4 საათს 16 წუთსა და 30 წამში. 35.810 კლომეტრის სიმაღლეზე მოძრავი თანამგზავრი დღეღამეში ერთხელ შემოუვლის დედამიწას და ამიტომ ამ სიმაღლეზე მოძრავი თანამგზავრი ისე მოგვეჩვენება, თითქოს ერთ წერტილში იყოს გაჩერებული; მისი სიჩქარე კი იქნება 3.076 მეტრი წამში.

2.3.3.7. მათემატიკური ამოცანები კოსმოსზე

1.მსოფლიოს პირველი კოსმონავტის იური გაგარინის კოსმოსში მოგზაურობის დრო 108 წუთია. გაგარინი კოსმოსში 1961 წლის 12 აპრილს გაფრინდა კოსმოსური ხომალდით ,,ვოსტოკი“. ხომალდის მაქსიმალური სიჩ-

ქარე იყო 28 250 კმ/სთ. იპოვეთ ხომალდის მიერ გავლილი მანძილი.

2.დედამიწის ერთ-ერთი ყველაზე დიდი გლობუსი დაამზადეს 1889 წელს პარიზის მსოფლიო გამოფენისათვის. მისი დიამეტრი 12 მეტრი და 80 სანტიმეტრია. რა მასშტაბით გამოსახავს ეს გლობუსი დედამიწას?

3.იური გაგარინი დაიბადა მეორე მსოფლიო ომის დაწყებამდე 5 წლით ადრე. რამდენი წლის იყო იური გაგარინი, როცა მან შეასრულა კოსმოსში გაფრენა?

4.დედამიწის პირველი ხელოვნური თანამგზავრი გაუშვეს 1957 წელს. 12 წლის შემდეგ ამერიკელი ასტრონავტი ნილს ამსტრონგი პირველი ადგამს ფეხს მთვარეზე. რამდენი წლის წინ მოხდა მთვარეზე პირველად ადამიანის ფეხის დადგმა?

5.პირველმა ასტრონავტმა ნილს ამსტრონგმა მთვარეზე ფეხი დადგა 1969 წელს. ის 2012 წელს 82 წლის ასაკში გარდაიცვალა. რამდენი წლის იყო ნილს ამსტრონგი, როცა ის მთვარეზე გაფრინდა?

6.მზის სხივი დედამიწაზე მოსვლას უნდება $8\frac{1}{3}$ წუთი. რამდენ წამში მოდის სინათლის სხივი მზიდან დედამიწამდე? რა მანძილია მზესა და დედამიწას შორის?

7.სხივი მთვარიდან დედამიწაზე მოსვლას 1,28 წამი უნდება. რა მანძილია მთვარიდან დედამიწამდე?

8.დედამიწის რადიუსი 6400 კილომეტრია. მზის რადიუსი დედამიწის რადიუსზე 109-ჯერ მეტია. იპოვეთ დედამიწისა და მზის დიამეტრები.

9.მსოფლიოს პირველი კოსმონავტი ქალი ვალენტინა ტერეშკოვა 26 წლის იყო, როცა 1963 წელს 48-ჯერ შემოუფრინა დედამიწას. რომელ წელს დაიბადა ვალენტინა ტერეშკოვა?

10.32 წლის სალი კრისტიან რაიდი პირველი ამერიკელი ასტრონავტი ქალი, ყველაზე ახალგაზრდა იყო ვინც ღია კოსმოსში გავიდა. ის 1983 წელს კოსმოსური ხომალდი ,,ჩელენჯერიდან“ გავიდა კოსმოსში. იყო თუ არა სალი კრისტიან რაიდი დაბადებული, როცა პირველი ცოცხალი არსებები ძაღლები ბელკა და სტრელკა 1960 წელს კოსმოსში გაფრინდნენ?

2.3.3.8. ტექსტში გამოტოვებული ადგილების შევსება

1.დედამიწა-მზის სისტემის ---------- პლანეტაა, რომელიც დასახლებულია ---------- ორგანიზმებით.

დედამიწიდან მზემდე საშუალო მანძილი ----- მილიონი კილომეტრია.

დედამიწის ფორმა მიახლოებულია ----------, რომლის საშუალო დიამეტრი დაახლოებით ---------- კილომეტრია. დედამიწის უმაღლეს მწვერვალი წარმოადგენს --------------- მთა, რომლის სიმაღლე ზღვის დონიდან --------- მეტრზე მდებარეობს, ხოლო ყველაზე ღრმა ---------- ღრმულია.

დედამიწის ატმოსფერო შედგება --------------, --------, ---------- და ----------. დედამიწის ზედაპირზე ტემპერატურა მერყეობს -89^{0}C -დან 62,5^{0}C-მდე.

დედამიწის რელიეფი მრავალფეროვანია. მისი ზედაპირის ფართობის 70,8% ---------- უკავია. დარჩენილი ნაწილი კი ---------- და ------- უკავია.

დედამიწას აქვს ერთი ბუნებრივი თანამგზავრი-----.

2. მთვარე-დედამიწის ---------- ბუნებრივი თანამგზავრია.

ძველად ადამიანები მთვარეს ---------- მიიჩნევდნენ, რომელიც ------- მფარველად მიაჩნდათ.

მთვარის საშუალო სიშორე დედამიწიდან ---------- კილომეტრია. მისი დიამეტრია ----------კილომეტრი.

მთვარე ბნელი და ცივი, --------- სხეულია, რომელიც მზისგან არეკლილი ---------- ანათებს, იგი მზიდან გამოსხივებული სინათლის მხოლოდ --------პროცენტს ირეკლავს.

პირველი ხელოვნური ობიექტი, რომელიც მთვარეზე --------- წელს დაეშვა (ხომალდი ,,ლუნა 2“). იმავე წელს გადაიღეს პირველი ფოტოსურათები მთვარის დედამიწისგან მოფარებულ მხარეს (ხომალდი ,,----------“). ---------წელს ამერიკელი ასტრონავტი ---------- იყო პირველი ადამიანი, რომელმიც გამოვიდა ხომალდიდან ,,----------“ და მთვარეზე ფეხი დადგა.

მთვარის ფაზები. მთვარის დაბნელება მხოლოდ ---------- ხდება, როცა მთვარე დედამიწის ჩრდილში მოექცევა და მზის სინათლე მას ვერ სწვდება.

ადამიანი მთვარის მხოლოდ ---------- მხარეს ხედავს, რადგან იგი მუდამ ერთი მხრითაა დედამიწისაკენ მოქცეული.

დედამიწის ირგვლივ მთვარის ბრუნვისას ------ მის სხვადასხვა ნაწილს ანათებს. მთვარე ---------- დღეს ანდომებს დედამიწის გარშემო შემობრუნებას. მთვარის „ფორმაცვლილებებს“ ფაზები ეწოდება.

როდესაც მზე მთვარის უკანა მხარეს ანათებს, მთვარე ცაზე თითქმის არ ჩანს. ამ მოვლენას ---------- ეწოდება. როდესაც მთვარე დედამიწას სანახევროდ შემოუვლის, იგი მთლიანად გამოჩნდება. ამ მოვლენას ------ეწოდება.

მთვარის ფორმა თხელი ნამგლის ფორმიდან, დისკოს ფორმამდე იმატებს, შემდეგ კი ისევ იკლებს. ძირითადად განირჩევა მთვარის ოთხი ფაზა: -------- მთვარე, პირველი მეოთხედი, ---------- მთვარე და უკანასკნელი მეოთხედი. მთელი ეს ციკლი დედამიწის---------- დღეღამეს მოიცავს.

მთვარის ზედაპირზე საშუალო ტემპერატურა -143°C-დან -53° C-მდეა, მინიმალური ტემპერატურა -240°C, მაქსიმალური 117°C.

მთვარეს საკუთარი ნათება არ აქვს და მხოლოდ ირეკლავს ---------- სინათლეს, არეკლილი სინათლის მოღწევას დედამიწამდე სჭირდება ---- წამი.

მთვარე ---------- ციური სხეულია ჯერჯერობით, სადაც ადამიანმა ფეხი დადგა.

§2.4.ცხოვრების ჯანსაღი წესი და უმცროსკლასელთა საგანთაშორისი კავშირები

სიტყვები ,,ცხოვრების ჯანსაღი წესი“ ხშირად გვესმის საუბრებში, სატელევიზიო გადაცემებში, წაგვიკითხავს გაზეთებში, ბროშურებსა თუ წიგნებში და არაერთხელ დავფიქრებულვართ კიდეც ამ ფორმულირებაზე. მაინც რა არის ცხოვრების ჯანსაღი წესი, რას გულისხმობს, რას მოიცავს? თუმცა ჯანსაღი წესის მთავარი დეტალები ბევრს სათანადოდ არც კი აქვს გაცნობიერებული,

ცხოვრების ჯანსაღი წესი ადამიანის ჯანმრთელობის, დღეგრძელობის, სოციალურ ფუნქციათა სრულფასოვნად განხორციელების საწინდარია. სხვა საკითხია, ვინ როგორ მისდევს ამ წესს. განვმარტოთ ცხოვრების ჯანსაღი წესის არსი, მისი მთავარი პრინციპები, მათი დანერგვისა და დაცვის აუცილებლობა.

ცხოვრების ჯანსაღი წესი არის, ცხოვრების აქტიური, კულტურული წესი, ჰუმანური და ცივილიზებული, რომელიც უშუალო კავშირშია ადამიანის ჯანმრთელობასა და დღეგრძელობასთან, კეთილდღეობასა და ბედნიერებასთან. ეს ცხოვრების პოზიციაა, ადამიანის ქცევა და შემოქმედება, მიმართული საკუთარი ჯანმრთელობის განმტკიცებისკენ. ცხოვრების ჯანსაღი წესის განსაკუთრებული აქტუალობა გამოწვეულია ადამიანის ორგანიზმზე სხვადასხვა სახის დატვირთვის გაზრდით, რასაც, განაპირობებს საზოგადოებრივი ცხოვრების გართულება, ტექნოგენური, ეკოლოგიური, ფსიქოლოგიური, პოლიტიკური, სამომარი რისკების მატება, ადა-

მიანის ჯანმრთელობის მდგომარეობის ნეგატიური ფაქტორების გამრავლება და სხვ. ასეთი მოსაზრებაც არსებობს: ცხოვრების ჯანსაღი წესი არის ადამიანის გონივრული ქცევის სისტემა (ზომიერება ყველაფერში, ოპტიმალური მოძრაობითი რეჟიმი, გაკაჟება, სწორი კვება, ცხოვრების რაციონალური რეჟიმი, მავნე ჩვევებზე უარის თქმა), რომელიც ემყარება რელიგიურ-ეროვნულ ტრადიციებს და ემსახურება ადამიანის ფიზიკური, სულიერი, ფსიქიკური და სოციალური კეთილდღეობის უზრუნველყოფას. ცხოვრების ჯანსაღი წესი–ეს არის შრომით, საოჯახო-საყოფაცხოვრებო და საზოგადოებრივ ცხოვრებაში ჩართულობა და აქტიურად მონაწილეობა.

ცხოვრების ჯანსაღ წესში უამრავ კომპონენტს მოიაზრებენ, თუმცა რამდენიმე მათგანი მთავარ, ბაზისურ ნაწილად არის გამოყოფილი; ესენია:

- ჯანსაღი უნარ-ჩვევების დაუფლება, ჯანსაღად აღზრდა ადრეული ასაკიდანვე;
- გარე სამყაროს უსაფრთხოების უზრუნველყოფა, ჯანმრთელობაზე მისი ზემოქმედების შესწავლა;
- მავნე ჩვევებზე (თამბაქოს, ალკოჰოლისა და ნარკოტიკულ საშუალებათა მოხმარებაზე) უარის თქმა;
- კვება–ზომიერი, ინდივიდუალური და ფიზიოლოგიური თავისებურებების შესაბამისად. ინფორმირებულობა გამოყენებული პროდუქტების ხარისხიანობის შესახებ;
- მოძრაობა–ფიზიკურად აქტიური ცხოვრება, დღის რეჟიმში სპეციალური ფიზიკური ვარჯიშების ჩარ-

თვა ასაკობრივი და ფიზიოლოგიური თავისებურებების გათვალისწინებით;

- ჰიგიენა–პირადი და საზოგადოებრივი ჰიგიენის დაცვა, პირველი დახმარების ძირითადი ჩვევების ცოდნა;
- გაკაჟება.

ცნობილია, რომ ადამიანის ფიზიოლოგიურ მდგომარეობაზე დიდ გავლენას ახდენს მისი ფსიქო-ემოციური მდგომარეობა, რომელიც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია პიროვნების მენტალურ თავისებურებებზე, ამიტომ ზოგჯერ ცხოვრების ჯანსაღი წესის განხილვისას შემდეგ ასპექტებსაც გამოყოფენ:

- ემოციური თვითშეგრძნება–ფსიქოჰიგიენა, საკუთარ ემოციებსა და პრობლემებთან გამკლავების შესაძლებლობა და ცოდნა;
- ინტელექტუალური თვითშეგრძნება–ადამიანის უნარი შეიტყოს და გამოიყენოს ახალი ინფორმაცია ახალ გარემოში ოპტიმალური მოქმედებისთვის;
- სულიერი თვითშეგრძნება–ადამიანის უნარი დაადგინოს ნამდვილად ღირებული, ფასეული და მნიშვნელოვანი, კონსტრუქციული ცხოვრებისეული მიზნები და ისწრაფოდეს ამ მიზნებისკენ.

ექიმთა, დიეტოლოგთა და ფსიქოლოგთა მიერ შემუშავებულია ათი რჩევა, რომელიც ქმნის ცხოვრების ჯანსაღი წესის მთავარ საფუძველს:

1. აქტიური გონებრივი შრომა;
2. სასიამოვნო სამუშაო;
3. რაციონალური კვება;

4. ასაკის შესაბამისი კვება;

5. საკუთარი აზრის ქონა;

6. სიყვარული და სიფაქიზე;

7. ძილი 17-18 გრადუსი ტემპერატურის პირობებში;

8. მუდმივი ფიზიკური დატვირთვა;

9. პერიოდულად ტკბილეულის მიღება;

10. ემოციური განტვირთვა.

2.4.1. ცხოვრების ჯანსაღი წესის არსი და პრინციპები

ფორმულირებას-ცხოვრების ჯანსაღი წესი არცთუ დიდი ხნის ისტორია აქვს. ის მეოცე საუკუნის 70-იან წლებში დამკვიდრდა. ისმის კითხვა: რატომ დადგა დღის წესრიგში ამ ფორმულირების ჩამოყალიბების საკითხი, მით უმეტეს, რატომ გახდა ის ასე აქტუალური და მნიშვნელოვანი?

ამ თემისადმი ინტერესი ადამიანის სიცოცხლის გახანგრძლივებასთან უშუალო კავშირშია, რაც თავის მხრივ უკავშირდება ადამიანის საარსებო გარემოს და საკუთრივ, ადამიანის შეცვლას. ისიც საყურადღებოა, რომ დღეს აშკარად არის გამოკვეთილი თანამედროვე ადამიანის სამი მთავარი მტერი–დეპრესია, ჰიპოდინამია და დაცემული ზნეობა. თანამედროვე ადამიანს სიცოცხლე გაუხანგრძლივდა, თუმცა დღეს ის ნაკლებს მოძრაობს, ბევრს ჭამს, აქვს მავნე ჩვევები, დაკარგა სულიერება. ყოველივე ამის გამო თანამედროვე ადამიანებში გაიზარდა მოდუნება, დაავადმყოფება და დადარდიანება. მართალია, ეპიდემიებთან ბრძოლა ის-

წავლა, მაგრამ სანაცვლოდ სხვა, ცივილიზაციის დაავადებები დაემართა. ეს არის გულსისხლძარღვთა და საყრდენ-მამოძრავებელი სისტემის პათოლოგიები, ონკოლოგიური დაავადებები. აღნიშნულ დაავადებათა აღმოცენება, განვითარება და შედეგი დამოკიდებულია არა მხოლოდ გარეგან ფაქტორებზე, არამედ საკუთრივ ადამიანის ცხოვრების წესზე. მედიცინამ და ჯანდაცვამ მიაღწიეს იმ დონეს, რომლითაც მაქსიმალურად არის შესაძლებელი ადამიანის ჯანმრთელობის გაუმჯობესება, სიცოცხლის გახანგრძლივება, თუმცა ეს არ კმარა, საჭიროა მოსახლეობის გაჯანსაღების სხვა გზების ძიება. სწორედ ეს გზაა ცხოვრების ჯანსაღი წესი, რომელიც ადამიანმა თავად უნდა დაიცვას და რომლის არსიც არის სულისა და სხეულის ჯანმრთელობის შენარჩუნება თვითშეზღუდვისა და საგანგებო ვარჯიშების მეშვეობით.

ჯანმრთელობის, ცხოვრების ჯანსაღი წესისა და დღეგრძელობის შემსწავლელ მეცნიერებას ვალეოლოგია ეწოდება. ჯანმრთელობა სულისა და სხეულის სიჯანსაღეს, ჰარმონიასა და ერთიანობას გულისხმობს. შესაბამისად, დაავადებისა თუ ფიზიკური დეფექტის არარსებობა ჯერ კიდევ არ ნიშნავს ჯანმრთელობას. ორგანიზმის სიჯანსაღე-სულისა და სხეულის ჰარმონია მრავალ განზომილებას მოიცავს და საკმაოდ რთული მდგომარეობაა, რომელიც მრავალ პარამეტრზეა დამოკიდებული.

ადამიანის ორგანიზმის ადაპტაციური მექანიზმების გაძლიერება და განმტკიცება ოთხ მთავარ პრინციპს

ეფუძნება, კერძოდ: სუნთქვას; მოძრაობას; აზროვნებას და კვებას.

ჩვენ განუწყვეტლივ ვხარჯავთ სასიცოცხლო ენერგიას, არა მხოლოდ მაშინ, როცა ვაზროვნებთ, ვფიქრობთ, ფიზიკურად ვაქტიურობთ, არამედ მაშინაც, როცა ვისვენებთ ან გვძინავს. გული, ფილტვები, თირკმელები და სხვ. ორგანოები არასოდეს ისვენებენ. მათი ცხოველმყოფელობა უწყვეტია. ამის კვალობაზე, მათ განუწყვეტლივ სჭირდებათ ენერგია. ენერგიის წარმოქმნა–ხარჯვის სათანადო ბალანსს მხოლოდ ჯანმრთელი ორგანიზმი ინარჩუნებს. ყოველივე ამის გათვალისწინებით, სასურველია დაიცვათ ჯანმრთე-ლობის ოთხი მთავარი პრინციპი. ეს საშუალებას მოგვცემს მოვახდინოთ ორგანიზმის გაჯანსაღება და სიცოცხლის გახანგრძლივება.

დაწყებითი კლასის მოსწავლეები მშობლებისაგან, მასწავლებლებისაგან, სხვადასხვა საინფორმაციო საშუალებებიდან ინფორმირებული არიან, რომ მათი ჯანმრთელობისათვის სასარგებლო და აუცილებელია სწორი და აქტიური ცხოვრების წესის დაცვა, მათთვის საიდუმლოს არ წარმოადგენს, რომ აქტიური ცხოვრების წესი და სწორი კვება, აუმჯობესებს ჯანმრთელობას და ახანგრძლივებს სიცოცხლის ხანგრძლივობას, ხალისიანს და ლამაზს ხდის მათ ცხოვრებას. მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ ჯანსაღი ცხოვრების წესი არ გულისხმობს დაუსრულებელ დიეტებს (უმცროს სასკოლო ასაკში და შემდეგაც დიეტები დაუშვებელია), რათა ისეთივე გამხდრები იყვნენთ, როგორც გოგონები ჟურნალის გარეკანზე. პირიქით, მათ უნდა შეიგნონ, რომ

ჯანსაღი ცხოვრების წესი, ეს არის ფიზიკური ვარჯიში, დაბალანსებული კვება, სტრესთან გამკლავება. მათ უნდა გამოუმუშავდეთ ჩვევები, რომ ამ ყველაფერზე ზრუნვას ყოველდღიურად უნდა ახდენდნენ, რათა იცხოვრონ სრულფასოვნად, იყვნენ ემოციურად და ფიზიკურად ჯანმრთელნი.

ზრდასრული ადამიანებისათვის კარგად არის ცნობილი იმ საფრთხეების შესახებ, რომლებიც თანამედროვე ცხოვრებამ მოიტანა. კერძოდ, სტრესი, დაძაბულობა, გადაღლა, საწარმოო პროცესის დროს ატმოსფეროში გატყორცნილი მომწამვლელი აირები, რომლებიც სიცოცხლისათვის საზიანოა, ტრანსპორტის გამონაბოლქვი აირები, სხვადასხვა სახის მავნე ნივთიერებებით დაბინძურებული ჰაერი თუ საკვები-ეს ყველაფერი უარყოფითად მოქმედებს ადამიანთა ცხოვრებაზე, ასუსტებს და აუძლურებს ადამიანის ორგანიზმს და პროვოცირებას უკეთებს სხვადასხვა ინფექციურ, თუ ონკოლოგიურ დაავადებებს, რაც საერთო ჯამში ადამიანთა ცხოვრებაზე უარყოფითად აისახება. სწორედ ამიტომ არის აუცილებელი, თანამედროვე ადამიანებმა იცხოვრონ ჯანსაღი ცხოვრების წესით. მოწესრიგებული კვება, ჯანსაღი საკვები, ფიზიკური ვარჯიში და სტრესთან ბრძოლა ეხმარება მათ ჯანმრთელობის შენარჩუნებაში.

ჯანსაღი ცხოვრების წესი პირდაპირ აისახება ადამიანთა გარეგნობაზე. როდესაც საკუთარ თავს უთმობთ მეტ დროს, ვარჯიშობთ და იღებთ ჯანსაღ საკვებს, თქვენ დროთა განმავლობაში აღმოაჩენთ რომ გამოიყურებით თქვენ ასაკთან შედარებით გაცილებით ახალ-

გაზრდულად. ვარჯიში ხელს უწყობს თქვენი ორგანიზმიდან ტოქსინების გამოდევნას და ამიტომ კანი, ფრჩხილები და თმა ძლიერდება. კანი ივსება ვიტამინებითა და იმ ნივთიერებებით, რომლებიც ანელებს დაბერების პროცესს.

მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ მას შემდეგ რაც ისინი აქტიურად დაიწყებენ ჯანსაღი წესით ცხოვრებას, აუცილებლად იგრძნობენ მომეტებულ ძალასა და სასიცოცხლო ენერგიას, რადგან ეს ყველაფერი პირდაპირ პროპორციულად მოქმედებს მათ ორგანიზმზე.

მოსწავლეთა მშობლებისათვის კარგად არის ცნობილი, რომ ჯანსაღი ცხოვრების წესით ცხოვრებისას საგრძნობლად მცირდება ისეთი ქრონიკული დაავადებების რისკები, როგორიცაა გულ–სისხლარღვთა დაავადებები, შაქრიანი დიაბეტი, ავთვისებიანი სიმსივნეები და სხვ. რა თქმა უნდა, ჩვენ არ შეგვიძლია ვაკონტროლოთ გენეტიკური ფაქტორები, თუმცა ჯანსაღი ცხოვრების წესის დამკვიდრებით, ან არსებული ცხოვრების წესის გაუმჯობესებით შეგვიძლია შევამციროთ რისკები. კვლევებმა დაადასტურეს, რომ ნაკლებად ცხიმიანი საკვების მიღება, ყოველდღიურად 30 წუთიანი ვარჯიში და სიგარეტზე უარის თქმა მნიშვნელოვნად ამცირებს გულის დაავადებებისა და კიბოს გაჩენის რისკს.

ჯანსაღი ცხოვრება არა მხოლოდ ადამიანთა ფიზიკურ მხარეს, არამედ მათ მენტალურ მხარესაც ეხმარება. ისინი მალე ამჩნევენ როგორ გამოუკეთდებათ გუნება-განწყობილება, ხასიათი და დამოკიდებულება ყველაფრის მიმართ. ამიტომ, მიზანშეწონილია ცხიმის და

ალკოჰოლის ჩანაცვლება ხილითა და ბოსტნეულით, რაც საფუძველს ქმნის, რომ დაამარცხოთ დეპრესია და ბრაზი, გამოგიკეთდეთ ხასიათი. კვლევებმა დაადასტურეს, რომ ადამიანები, რომლებიც ჯანსაღი ცხოვრების წესით ცხოვრობენ, არიან უფრო ბედნიერები, კომუნიკაბელურები და ხალისიანები.

მასწავლებელმა მოსწავლეთა მშობლებს უნდა აუხსნას, რომ ჯანსაღი წესით ცხოვრება მათი არჩევანია. მათზეა დამოკიდებული იზრუნებენ თუ არა საკუთარ თავზე. განა რამეა საკუთარ ჯანმრთელობაზე მნიშვნელოვანი? ზრდასრულ ადამიანებს დროის ნაკლებობისა და უამრავი პრობლემის გამო ხშირად გვავიწყდება საკუთარი თავი, რაც ძალიან დიდი შეცდომაა. ცნობილი ფაქტია, რომ როცა ოჯახში მშობლები ცხოვრების ჯანსაღ წესს იცავენ, ასეთივე ჯანსაღი ცხოვრების წესს იცავენ მათი შვილებიც. ამიტომ, მოსწავლეთა იმ მშობლებს, რომლებსაც სამსახურეობრივი, თუ სხვა რაიმე მდგომარეობის გამო უჭირთ მისდიონ ჯანსაღი ცხოვრების წესს, უნდა ავუხსნათ, რომ ნელ-ნელა მიეჩვიონ და გადავიდნენ ჯანსაღი ცხოვრების წესზე, გამოყონ დრო საკუთარი თავისთვის და იყვნენ სამაგალითოები საკუთარი შვილებისა და სხვებისთვის. ისინი, ძალიან მალე შეამჩნევენ იმ დადებით ცვლილებებს, რომლებიც მათ ცხოვრებას გაალამაზებს და უფრო საინტერესოს გახდის და დაეხმარება მათ შვილებს ჯანსაღი ცხოვრების წესით ცხოვრებაში.

ძალიან მნიშვნელოვანია, ბავშვები პატარაობიდანვე შევაჩვიოთ ჯანსაღი ცხოვრების წესით ცხოვრებას, რაც გულისხმობს ჯანსაღი საკვების მიღებას, ყოველდღიურ

ვარჯიშებს, სწორი ძილის რეჟიმს და ა.შ. ეს განუვითარებს მათ ჯანსაღი ცხოვრებისთვის აუცილებელ უნარ-ჩვევებს და ხელს შეუწყობს მათი ორგანიზმის სწორ ფიზიოლოგიურ ზრდა-განვითარებას.

ჯანსაღი ცხოვრება ხელს უწყობს მოზარდებში ასაკისა და სხეულის სხვა პარამეტრების შესაფერისი, ოპტიმალური წონის შენარჩუნებას. ჯანსაღი კვება და ჯანსაღი ცხოვრების წესი საუკეთესო პრევენციაა სიმსუქნისკენ მიდრეკილი მოზარდებისთვის სხვადასხვა დაავადებების, მათ შორის შაქრიანი დიაბეტის თავიდან ასაცილებლად.

ჯანსაღი კვება გავლენას ახდენს მოზარდების გონიერებასა და საზრიანობაზე. არასრულფასოვანი კვება შესაძლოა გახდეს ქცევითი და სოციალური პრობლემების, არაკონცენტრირებულობის, უძალობისა და ნებისყოფის ნაკლებობის მიზეზი.

გარდა ჯანსაღი კვებისა, ძალიან მნიშვნელოვანია ფიზიკური აქტივობა. მოზარდის ფიზიკური აქტივობის სახე და სიხშირე უნდა განვსაზღვროთ და დავგეგმოთ მათი ინტერესების, შესაძლებლობების, იდენტურობისა და წინასწარი ცოდნის შესაბამისად.

რა სარგებლობა მოაქვს ფიზიკური აქტივობებს და ზოგადად, ჯანსაღი ცხოვრების წესს მოზარდებისთვის?

- ხელს უწყობს ორგანიზმის ჯანსაღ ზრდა-განვითარებას;
- ეხმარება სასურველი წონის მიღწევასა და შენარჩუნებაში;
- აძლიერებს ძვლებსა და კუნთებს;

- არეგულირებს და აბალანსებს კოორდინაციის უნარებსა და ქცევებს;
- აუმჯობესებს კონცენტრაციისა და აზროვნების უნარებს;
- ამაღლებს საკუთარი თავის რწმენასა და თავდაჯერებულობას;
- ათავისუფლებს სტრესისგან და ასვენებს ორგანიზმს/გონებას;
- უზრუნველყობს სოციალური უნარ-ჩვევების განვითარებას და ა.შ.

ბავშვებში და მოზარდებში არასწორი კვების უარყოფითი შედეგები მომავალში შეიძლება გამოვლინდეს ჭარბი წონის, დიაბეტის ან სიმსივნური დაავადების სახით, თუმცა შეიძლება ეს უფრო ადრეულ ასაკშიც მოხდეს: ბავშვებში მრავალი დაავადება, მათ შორის, ალერგია, ბრონქული ასთმა, ყურის ინფექციები, შეკრულობა, ტიპი 1-შაქრიანი დიაბეტი და სხვადასხვა სახის გამონაყარი–პირდაპირ კავშირშია კვებასთან. ინფექციებთან ბრძოლაში ორგანიზმისთვის განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს იმუნურ სისტემას, რომელიც პასუხისმგებელია, დაიცვას ორგანიზმი ვირუსების, ბაქტერიების და მიკროორგანიზმების შეჭრისაგან. სასარგებლო საკვები აძლიერებს იმუნიტეტს, მავნე საკვები კი პირიქით–ასუსტებს. მიღებულია გაციების დროს დიდი რაოდენობით ხილის ან ხილის წვენის მიღება.

იმუნური სისტემის ეფექტური ფუნქციონირება დამოკიდებულია ორგანიზმში ცხიმისა და ქოლესტერინის შემცველობაზე–რაც უფრო მაღალია ქოლესტერინის დონე სისხლში, მით უფრო ძნელდება ინფექციებთან

ბრძოლა. თავის მხრივ, ქოლესტერინის დონე პირდაპირ კავშირშია მიღებულ საკვებთან. მაქსიმალურად უნდა შეიზღუდოს ცხოველური ცხიმების მოხმარება.

ალერგიისკენ მიდრეკილება, ნაწილობრივ, მემკვიდრეობით არის განპირობებული. თუკი რომელიმე მშობელს აქვს ალერგია, ალბათობა იმისა, რომ ბავშვსაც ექნება დაავადების სიმპტომები, დაახლოებით 30%-ის ტოლია; ხოლო თუ ორივე მშობელი ალერგიულია, ბავშვში ალერგიული რეაქციების გამოვლინების ალბათობა 65%-მდე იზრდება. ალერგიაზე ან ორგანიზმის მომატებულ მგრძნობელობაზე მნიშვნელოვან ზეგავლენას ახდენს საკვები. მაგალითად, კერსეტინი, ბუნებრივი ფიტოქიმიური ნივთიერება, რომელიც ბევრ ბოსტნეულში გვხვდება, ამცირებს ალერგიულ რეაქციას. კერსეტინს შეიცავს წითელი ყურძენი, ყვითელი ყაბაყი, პრასი, ხახვი. ორგანიზმის ანთებით რეაქციებს C ვიტამინიც ამცირებს. ცხოველური წარმოშობის პრო-დუქტებისგან განსხვავებით, მცენარეული პროდუქტების დიდი ნაწილი ეხმარება ორგანიზმს ალერგიასთან გამკლავებაში.

მასწავლებელმა უმცროსკლასელებთან ყურადღება უნდა გაამახვილოს საგზაო მოძრაობის ელემენტარული წესების შესწავლაზეც, როდის უნდა გადავიდნენ შუქნიშანზე, მათთვის მსუბუქ ავტომობილში სპეციალური სკამის არსებობაზე და სხვ.

2.4.2. მათემატიკური ამოცანები ცხოვრების ჯანსაღ წესზე

2.4.2.1. საკუთარი სხეული და მათემატიკა

1. პლიაჟზე 8 ბავშვი და 7-ჯერ მეტი ზრდასრული ადამიანი წევს. რამდენი ზრდასრული ადამიანი ირუჯება პლაჟზე? შეიძლება ვთქვათ თუ არა, რომ ბავშვები და ზრდასრული ადამიანები ირუჯებიან პლაჟზე, თუ ეს ხდება დღის 13.00 საათზე?

2. ორი ტურისტი პლაჟზე ირუჯება. პირველი მზეზე ირუჯებოდა 34 წუთი, მეორე კი პირველზე 1 საათი და 13 წუთით მეტი. რამდენი წუთი ირუჯებოდა მზეზე მეორე ტურისტი? თქვენ გარუჯვის რა წესები იცით? იცავთ თუ არა ამ წესებს?

3. ზრდასრულ ადამიანს ერთ დღე-ღამეში 8 საათი ძინავს. რამდენი საათი ძინავს ერთ თვეში ადამიანს?

4. ბავშვმა დღე-ღამეში უნდა იძინოს 11 საათი. რამდენი საათი უნდა ეძინოს ბავშვს ერთი კვირის განმავლობაში?

5. ყმაწვილმა გუშინ საღამოს 10 საათზე დაიძინა და დღეს დილით 8 საათზე გაიღვიძა. რამდენი საათი ეძინა ყმაწვილს? ჯანსაღი ცხოვრების წესით ცხოვრობს ყმაწვილი?

6. ჯანმრთელი ადამიანის გულისცემაა წუთში 75 დარტყმა. რამდენ დარტყმას აკეთებს ჯანმრთელი ადამიანის გული 12 წუთში?

7. ზრდასრული ადამიანის გულის წონა 300 გრამია, ხოლო ერთ წლამდე ბავშვის გულის წონა 30 გრამი.

რამდენჯერ მეტს იწონის ზრდასრული ადამიანის გული ერთ წლამდე ბავშვის გულთან შედარებით?

8. ადამიანის საჭმლის მომნელებელი ტრაქტის სიგრძე საშუალოდ 10 მეტრია. გამოსახეთ ის დეციმეტრობით, სანტიმეტრებით და მილიმეტრებით.

9. ახალდაბადებული პატარა დელფინის სიგრძე 150 სანტიმეტრია, ხოლო ახალდაბადებული ჩვილი 1 მეტრით პატარაა, ვიდრე ახალდაბადებული დელფინი. რამდენჯერ პატარაა ჩვილის სიგრძე ახალდაბადებული დელფინის სიგრძეზე?

10. ძაღლს 50 მეტრიდან ესმის ადამიანის ბალახზე ფეხის დადგმის შრიალის ხმა, ხოლო ადამიანს ასეთი ხმა ესმის 45 მეტრით უფრო ახლოდან. რამდენჯერ სორს ესმის ძაღლს ბალახზე ფეხის დადგმის შრიალის ხმა ვიდრე ადამიანს?

11. შევარდენი ბეღურას ხედავს 800 მეტრიდან, ხოლო ადამიანი 700 მეტრით უფრო ახლოდან. რამდენჯერ შორს იყურება შევარდენი, ვიდრე ადამიანი?

12. ადამიანის კაპილარების საშუალო სიგრძე 30 კილომეტრია. გამოსახეთ კაპილარების სიგრძე მეტრებში, სანტიმეტრებში და მილიმეტრებში.

13. ადამიანის ღიმილში მონაწილეობს ერთმანეთისაგან განსხვავებული 6 კუნთი, რაც 100-ჯერ ნაკლებია ადამიანის კუნთების საერთო რაოდენობაზე. სულ რამდენი კუნთი აქვს ადამიანს?

14. ადამიანის კანის ერთი უჯრედი ცოცხლობს 30 დღე, შემდეგ ის სხეულს შორდება და მის ადგილს იკავებს ახალი უჯრედი. კანის რამდენი უჯრედი შეიცვალა ადამიანის სხეულის ერთსა და იმავე ადგილზე მისი

სიცოცხლის მანძილზე, თუ ადამიანმა 80 წელი იცოცხლა?

15. საშუალოდ ადამიანი 70 წლის მანძილზე მიირთმევს 40 ტონა პროდუქტს, ხოლო წყალს მოიხმარს საკვებ პროდუქტებზე 5 ტონით მეტს. სულ რამდენ ტონა საკვებ პროდუქტებს და წყალს მოიხმარს ადამიანი 70 წლის მანძილზე?

16. გაამრავლე ერთმანეთზე 5 და 10. მიღებული რიცხვი კიდევ გაამრავლე 10-ზე. გამოთვალე და გაიგებთ, თუ რამდენ ლიტრ ჰაერს ჩაისუნთქავს ზრდასრული ადამიანის ფილტვები ერთი დღის განმავლობაში.

17. ჩვენ ვიცით, რომ ვიცოცხლოთ უნდა ვისუნთქოთ. ერთ წუთში 15 წლის ყმაწვილი ჩაისუნთქავს 20-ჯერ, სპილო-10-ჯერ უფრო ნაკლებს, ვიდრე ყმაწვილი, ხოლო ძაღლი 15 ჩასუნთქვით მეტს, ვიდრე სპილო. რამდენჯერ ჩაისუნთქავს ძაღლი ერთ წუთში?

18. ახალშობილს 300-ზე მეტი ძვალი აქვს, რომელთა ნაწილი შემდეგ ერთმანეთს შეეზრდება. ზრდასრული ადამიანის ჩონჩხს 206 ძვალი აქვს. ადამიანის რამდენი ძვალი შეეზარდა ერთმანეთს მისი გაზრდის პროცესში?

19. ზრდასრული ადამიანის გულისცემაა 60 დარტყმა წუთში, ხოლო ბავშვის გულისცემაა 90 დარტყმა წუთში. რამდენჯერ მეტად შეიკუმშება 1 საათის განმავლობაში ბავშვის გული ზრდასრული ადამიანის გულთან შედარებით?

20. ადამიანის წონა კილოგრამებში პირობითად ტოლია მისი სანტიმეტრებში გამოსახული სიმაღლის რიცხვისა და 100-ის სხვაობისა. ნორმალურად ჩაითვლება

თუ არა, რომ 168 სანტიმეტრი სიმაღლის მამაკაცი 90 კილოგრამს იწონიდეს?

21. ადამიანს ერთ თვალზე საშუალოდ 80 წამწამი აქვს. სულ რამდენი წამწამი აქვს საშუალოდ ადამიანს?

22. ზრდასრული ადამიანის ჩონჩხს 206 ძვალი აქვს, ხოლო კუნთი 400-ით მეტი, ვიდრე ძვალი. რამდენი კუნთი აქვს სხეულზე ადამიანს?

2.4.2.2. მათემატიკა და ჯანმრთელი კვება

1. შეფუთვაში 100 აბი პოლივიტამინია. ერთი აბი შეიცავს 8 მილიგრამ C ვიტამინს. რამდენი აბი პოლივიტამინია საჭირო, რომ სულ მივიღოთ 480 მილიგრამი C ვიტამინი?

2. შეფუთვაში 200 ცალი ასკორბინის მჟავის დრაჟეა. 20 დრაჟე შეიცავს 1 გრამ C ვიტამინს. რამდენი გრამი C ვიტამინია შეფუთვაში?

3. ბავშვები ყოველდღიურად საუზმეზე სკოლაში მიირთმევენ 200 გრამ რძეს. რამდენ გრამ რძეს სვამს მეორე კლასის ყველა მოსწავლე ერთად, თუ კლასში 23 მოსწავლეა? რამდენი ლიტრია ეს?

4. ლაშქრობაზე მყოფი კლასის საუზმეზე მორიგე მოსწავლეებმა ჯერ შემოიტანეს 4 ლანგარი, თითოეული 13 ჭიქა მაწონით, შემდეგ კიდევ 29 ჭიქა ხილის წვენი. სულ რამდენი ჭიქა შემოიტანეს მორიგე მოსწავლეებმა საუზმეზე?

5. ივლისში მოსწავლეებმა სკოლოს ბუფეტისათვის შეაგროვეს 5 კგ ცაცხვის ჩაი. რამდენი ჭიქა ჩაი შეიძლება დავაყენოთ მოსწავლეების მიერ შეგროვილი ცაცხვის ჩაიდან, თუ ერთი ჭიქა ჩაის დასაყენებლად საჭიროა2

გრამი ცაცხვის ჩაი? რამდენი დღე ეყოფა ცაცხვის ჩაი სკოლის ბუფეტს, თუ ყოველდღიურად ბუფეტში ჩაის სვამს 70 ადამიანი?

6. მარილი ასრულებს ორგანიზმის სიცოცხლისუნარიანობისათვის მნიშვნელოვან როლს. 70 კილოგრამი წონის ადამიანის ორგანიზმი შეიცავს 140 გრამ მარილს. რამდენ გრამ მარილს შეიცავს იმ ადამიანის ორგანიზმი, რომელიც 35 კილოგრამს იწონის?

7. ერთ ადამიანს ნორმალური კვებისათვის ერთი წლის განმავლობაში ესაჭიროება 7 კილოგრამი მარილი. რამდენი კილოგრამი მარილია საჭირო ერთი წლის მანძილზე 5 სულიანი ოჯახისათვის?

8. სპორტით დაკავებული მოსწავლის საკვები უნდა შეიცავდეს საკმაო რაოდენობის პროტეინებს, რომელიც კუნთების განვითარებისათვის აუცილებელია. ინტენსიური ვარჯიშის დროს შესაძლებელია პროტეინების მოხმარების ნორმა აიწიოს 120 გრამამდე დღეში. რა რაოდენობის პროტეინებია საჭირო მოსწავლისათვის ერთ კვირაში? ერთ თვეში?

9. ყავა და შავი ჩაი შეიცავს კოფეინს. ერთ ფინჯან ყავაში დაახლოებით 150 მილიგრამი კოფეინია, ხოლო შავ ჩაიში კოფეინის შემცველობა 3-ჯერ უფრო ნაკლებია, ვიდრე ყავაში. რამდენ მილიგრამ კოფეინს შეიცავს შავი ჩაი?

10. უმცროსკლასელი მოსწავლის სითხის მოხმარების დღიური ნორმა 2 ლიტრია. ფიზიკური დატვირთვის დროს სითხის მოხმარების დღიური ნორმა 2-ჯერ იზრდება. რა რაოდენობის სითხე უნდა მოიხმაროს

უმცროსკლასელმა მოსწავლემ, რომელიც სპორტითაა დაკავებული?

11. ბავშვის ორგანიზმისათვის ერთ დღე-ღამეში კალციუმის მოხმარების ნორმა 1100 მილიგრამია. რა რაოდენობის კალციუმია საჭირო ბავშვისათვის ერთ კვირაში? ერთ თვეში?

12. ბავშვის ორგანიზმისათვის ერთ დღე-ღამეში ფოსფორის მოხმარების ნორმა 1650 მილიგრამია. რა რაოდენობის ფოსფორია საჭირო ბავშვისათვის ერთ კვირაში? ერთ თვეში?

13. ერთი კილოგრამი ყველის დასამზადებლად საჭიროა 8 ლიტრი რძე. რამდენი ლიტრი რძეა საჭირო 6 კილოგრამი ყველის დასამზადებლად?

14. საღამოს ვახშამი რეკომენდირებულია დაძინებამდე 2 საათის და 30 წუთით ადრე. რომელ საათზე უნდა ივახშმოს მოსწავლემ, რომელიც დილით უნდა ადგეს 7 საათზე, ხოლო მოსწავლემ უნდა იძინოს 10 საათი?

15. ნიორი-სასარგებლო ბოსტნეულია. მეცნიერები ამბობენ, რომ თუ ნიორის ერთ კბილს დავღეჭავთ 3 წუთის მანძილზე, მაშინ პირის ღრუ მიკრობებისაგან სრულად გათავისუფლდება. რამდენ წამს შეადგენს ეს დრო?

16. გია დღის განმავლობაში მიირთმევს 1 ლიტრ ბოსტნეულის სუპს. რამდენ ლიტრ სუპს მიირთმევს გია ერთი კვირის მანძილზე?

17. ერთი სტაფილო შეიცავს 3 მილიგრამ C ვიტამინს. რამდენ მილიგრამ C ვიტამინს შეიცავს სამი სტაფილო?

18. ერთ საშუალო ზომის სტაფილოში დაახლოებით 5 მილიგრამი A ვიტამინია და 3 მილიგრამი C ვიტამინი. რამდენი მილიგრამით მეტი A ვიტამინია სტაფილოში, ვიდრე C ვიტამინი?

19. ჟოლოს ერთი კენკრა შეიცავს 25 მილიგრამ C ვიტამინს. რამდენ მილიგრამ C ვიტამინს შეიცავს ჟოლოს 5 კენკრა?

20. 100 გრამ ანანასში 85 გრამი წყალია. რამდენი გრამი წყალია 500 გრამ ანანასში?

21. მამუკა ტყეში სოკოზე წავიდა. მამამ ყურადღებით შეამოწმა მამუკას კალათით მოტანილი სოკოები. კალათში 6 თეთრი სოკო, 10 მჭადა სოკო, 8 მიქლიო იყო. კალათაში შხამიანი სოკოების რაოდენობა მთელი სოკოების რაოდენობაზე 8-ჯერ ნაკლები იყო. რამდენი შხამიანი სოკო იყო მამუკას მიერ მოტანილ კალათაში?

22. რომ დავამზადოთ ჯანმრთელობისათვის სასარგებლო კოქტეილი, უნდა შევურიოთ 200 გრამი რძე, 120 გრამი ჟოლო, 60 გრამი მარწყვი, 150 გრამი მოცვი და 30 გრამი თაფლი. სულ რამდენი გრამი ხილია საჭირო კოქტეილის დასამზადებლად?

23. ორი ტურისტი გაემგზავრა იაპონიაში. იქ მათ სუში ჭამეს. ერთმა ერთი კვირის განმავლობაში 2 კილოგრამი სუში მიირთვა, მეორემ 4 კილოგრამი. რამდენი კილოგრამი სუში მიირთვა ორივე ტურისტმა 2 კვირის განმავლობაში?

24. მარინა ყოველდღიურად სვამს 200 გრამ ახალგამოწურულ ხილის წვენს. 100 გრამი ხილის წვენი შეიცავს 12 გრამ ნახშირწყლებს. ხილის წვენის მიღებით რა

რაოდენობის ნახშირწყლებს მოიხმარს მარინა ყოველდღიურად?

25. იმისათვის, რომ ადამიანი ჯანმრთელი იყოს მან დღეში უნდა მიიღოს 3 გრამი პროტეინი თავისი წონის ყოველ 4 კილოგრამზე. გამოთვალეთ რა რაოდენობის პროტეინი ესაჭიროება 60 კილოგრამი წონის ადამიანს ორ დღეში?

26. 100 გრამი წიწვი შეიცავს 250 მილიგრამ C ვიტამინს, ხოლო იგივე წონის ასკილი შეიცავს 100 მილიგრამით ნაკლებს. რა რაოდენობის C ვიტამინს შეიცავს 100 გრამი ასკილი?

27. ჯანმრთელობისთვის მნიშვნელოვანია მეგობარი ვიტამინები! ირინა ყოველდღე მიირთმევს ვაშლებს. დილით მის ლარნაკში 10 ვაშლი იყო. სადილის შემდეგ ლარნაკში 6 ვაშლი დარჩა. რამდენი ვაშლი შეჭამა ირინამ?

28. მესამე კლასის მოსწავლე დღეში 500 გრამ ვაშლს ჭამს. რამდენ დღეში შეჭამს მოსწავლე აგარაკზე მოკრეფილ ვაშლს, რომლის წონა 70 კილოგრამია?

29. 100 გრამი კარტოფილი შეიცავს 25 მილიგრამ C ვიტამინს, ხოლო ზამთარში მასში C ვიტამინის შემცველობა 10-ჯერ მცირდება. რამდენი C ვიტამინი შეიძლება მივიღოთ 200 გრამი კარტოფილიდან შემოდგომაზე? ზამთარში?

30. 100 გრამ ბროკოლოს კომბოსტო შეიცავს 120 მილიგრამ C ვიტამინს, ხოლო ჩვეულებრივი კომბოსტო შეიცავს 40 მილიგრამით ნაკლებს. რამდენ C ვიტამინს შეიცავს 200 გრამი ჩვეულებრივი კომბოსტო?

31. თეა, ვახო და სოსო ბებოს მოეხმარენ ბაღში ვაშლების მოგროვებაში. სამუშაოს დასრულების შემდეგ თეამ შეჭამა 7 ვაშლი, ვახომ 3 ვაშლით ნაკლები, ვიდრე თეამ, ხოლო სოსომ იმდენი ვაშლი შეჭამა, რამდენიც ვახომ. სულ რამდენი ვაშლი შეჭამეს ბავშვებმა ერთად? მალე ბავშვებს მუცელი ატკივდათ. რატომ?

2.4.2.3. მათემატიკა და ჯანმრთელი ცხოვრების წესი

1. ერთი დიდი ხე ერთ დღეში გამოყოფს იმდენ ჟანგბადს, რამდენიც საჭიროა ერთი ადამიანისათვის ერთ დღეში. ქალაქში ჰაერის მაღალი დაბინძურების გამო ხისგან გამოყოფილი ჟანგბადის რაოდენობა 10-ჯერ მცირდება. რამდენი ხეა საჭირო, რომ უზრუნველყოფილი იქნეს ჩვენი კლასი ჟანგბადით, თუ ჩვენ კლასში 23 მოსწავლეა? რას ფიქრობთ თქვენ, აისახება ეს ჯანმრთელობაზე თუ არა?

2. სტადიონის სარბენი ბილიკის სიგრძე მეტრებში ტოლია 5 და 80-ის ნამრავლის. რამდენი მეტრი სიგრძე აქვს სტადიონის სარბენ ბილიკს?

3. ველოსიპედისტის სიჩქარე 15 კმ/სთ, ხოლო მგზავრის სიჩქარეა 5 კმ/სთ. რამდენჯერ ნაკლები სიჩქარე აქვს მგზავრს ველოსიპედისტთან შედარებით?

4. ჭოკით მხტომელმა სპორტსმენმა, რომლის სიმაღლეა 1 მეტრი და 85 სანტიმეტრი დაძლია თავის სიმაღლეზე 3-ჯერ მეტი სიმაღლე. რა სიმაღლე დაძლია სპორტსმენმა? რამდენი სანტიმეტრით მეტია ჭოკით მხტომელის მიერ დაძლეული სიმაღლე სპორტსმენის სიმაღლეზე?

5. ერთმა სპორტსმენმა 800 მეტრი გაირბინა 1 წუთსა და 41 წამში, ხოლო მეორემ 104 წამში. რომელს მეტი სიჩქარე ჰქონდა?

6. სპორტსმენი გადახტა სიგრძეში 7 მეტრი და 16 სანტიმეტრი. ეს 4-ჯერ მეტია მის სიმაღლეზე. რა სიმაღლისაა სპორტსმენი?

7. ტურისტულ ლაშქრობაში გაემგზავრა 28 ბიჭი, ხოლო გოგნები 4-ჯერ ნაკლები ბიჭებთან შედარებით. რამდენი გოგონა წავიდა ტურისტულ ლაშქრობაში? დათო არ წავიდა ტურისტულ ლაშქრობაში და სახლში დარჩა. სწორად მოიქცა? ურჩიეთ დათოს.

8.სპორტული სკოლისათვის 14 ფეხბურთის ბურთი იყიდეს, კალათბურთის ბურთი 34-ით მეტი იყო, ვიდრე ფეხბურთის ბურთი, ხოლო მაგიდის ჩოგბურთის კომპლექტი 6-ჯერ ნაკლები, ვიდრე კალათბურთის ბურთები. რამდენი მაგიდის ჩოგბურთის კომპლექტი იყიდეს?

9. სპორტულ დარბაზში 48 სპორტსმენი ვარჯიშობდა. როცა დარბაზიდან რამდენიმე სპორტსმენი გავიდა, დარბაზში დარჩა 29 სპორტსმენი. რამდენი სპორტსმენი გავიდა დარბაზიდან?

10. ჩოგბურთის თამაშს სწავლობს 35 გოგონა და ორჯერ მეტი ბიჭი ვიდრე გოგონები. რამდენი ბიჭი სწავლობს ჩოგბურთის თამაშს?

11. წრეში ,,ჯანმრთელი სკოლა“ გაერთიანებულია 8 ბიჭი, ხოლო გოგნები 4-ჯერ ნაკლებია ბიჭებზე. რამდენი მოსწავლეა გაერთიანებული წრეში?

12. ოთხი დღის განმავლობაში ექიმი ყოველდღიურად 11 ავადმყოფს იღებდა, ხოლო მეხუთე დღეს მან 19

ავადმყოფი მიიღო. რამდენი ავადმყოფი მიიღო ექიმმა 5 დღის მანძილზე? თქვენ ხშირად ავადმყოფობთ?

13. სირბილში მონაწილეობა მიიღო 81 მოსწავლემ, საჭადრაკო ტურნირში 3-ჯერ ნაკლებმა. მათემატიკის ოლიმპიადაზე 15 მოსწავლით მეტი მონაწილეობდა, ვიდრე საჭადრაკო ტურნირზე, ხოლო ჯომარდობაში 3-ჯერ მეტი, ვიდრე მათემატიკურ ოლიმპიადაზე. რამდენმა მოსწავლემ მიიღო მონაწილეობა ჯომარდობაში?

14. მორბენალმა 1000 მეტრი გაირბინა 4 წუთში. რამდენ მეტრს გაირბენს ეს მორბენალი 9 წუთში სიჩქარის შეუცვლელად?

15. სკოლაში 33 კლასია. თითოეულ კლასში 30 მოსწავლეა. 68 მოსწავლე ავადაა და დღეს გაკვეთილებს არ ესწრება. რამდენი მოსწავლე ესწრება გაკვეთილებს? როგორ უნდა მოვიქცეთ, რომ ავად არ გავხდეთ?

16. კალათბურთის 4 ბურთი იმდენს იწონის, რამდენსაც ფეხბურთის 6 ბურთი. ფეხბურთის ბურთი იწონის 400 გრამს. რამდენს იწონის კალათბურთის ბურთი? კალათბურთის თამაში უფრო მეტად გიყვართ თუ ფეხბურთის? რატომ?

17. პირველი ოლიმპიური თამაშები ძველ საბერძნეთში ჩატარდა. ძველმა ბერძნებმა დაადგინეს, რომ ოლიმპიური თამაშები 4 წელიწადში ერთხელ ჩაეტარებინათ. რამდენი თვეა ორ ოლიმპიურ თამაშებს შორის?

18. ბადმინტონის სათამაშო მოედანი მართკუთხედის ფორმისაა. მისი სიგრძე 13 მეტრი და 40 სანტიმეტრია, სიგანე 5 მეტრი და 20 სანტიმეტრი ორი მოთამაშისათვის, ხოლო სიგრძე 10 მეტრი და სიგანე 6 მეტრი 4

მოთამაშისათვის. რამდენი სანტიმეტრით ნაკლებია მოედნის პერიმეტრი ორი მოთამაშისათვის?

19. ბავშვებისათვის კომპიუტერთან ჯდომა დღეში 1 საათზე მეტი რეკომენდირებული არ არის. ნინომ დილით კომპიუტერთან ითამაშა 45 წუთი, საღამოს კიდევ 30 წუთი. რამდენით მეტი დრო გაატარა ნინომ კომპიუტერთან რეკომენდირებულთან შედარებით?

20. ავთო დღეში ორჯერ ვარჯიშობს. რამდენ ვარჯიშს აკეთებს ავთო ზაფხულის სამი თვის ივნისი, ივლისი და აგვისტოს განმავლობაში? (გაითვალისწინეთ, რომ ივნისში 30 დღეა, ივლისში-31, აგვისტოში-31).

21. ვანომ თხილამურებზე 1 კილომეტრი და 50 მეტრი ისრიალა. ვასომ კი-1208 მეტრი. ვინ მეტი ისრიალა და რამდენით?

22. პატარა ზღარბი ავად გახდა. ის არ ვარჯიშობდა, კომპიუტერთან დიდხანს იჯდა, ცოტას სეირნობდა, მაგრამ ძალიან თბილად იცვამდა. ექიმმა მას წამლები გამოუწერა. ერთ კვირაში პატარა ზღარბმა 27 აბი უნდა დალიოს. მან 9 აბი უკვე დალია. რამდენი აბით ნაკლები აქვს პატარა ზღარბს დალეული, ვიდრე სულ უნდა დალიოს? რამდენჯერ ნაკლები აბი დალია პატარა ზღარბმა იმასთან შედარებით რაც კიდევ დასალევი აქვს? რატომ გახდა პატარა ზღარბი ავად?

23. მეორე კლასის მოსწავლეებს ჩაუტარდათ სამედიცინო შემოწმება. კბილის ექიმის დასკვნით დაზიანებული კბილები აღმოაჩნდა მეორე ა კლასის 16 მოსწავლეს და მეორე ბ კლასის 7 მოსწავლეს. რამდენი მოსწავლით მეტს აქვს დაზიანებული კბილები მეორე ა

კლასში, ვიდრე მეორე ბ კლასში? კბილის მოვლის რა წესებს იცავთ თქვენ?

24. გამოიანგარიშეს, რომ მეცადინეობის დაწყებამდე კლასში 452 400 მიკრობი იყო, ხოლო სწავლის დამთავრებისას მათი რიცხვი გაიზარდა 5-ჯერ. რამდენი მიკრობი იყო კლასში მეცადინეობის დამთავრებისას? როგორ შეიძლება შევამციროთ მიკრობების რაოდენობა სწავლის პროცესში?

25. მეცნიერებმა გამოიანგარიშეს, რომ ფეხსაცმელზე მიკრული 1 გრამი ტალახი შეიცავს 38 მილიონ მიკრობს. ავად გახდომისათვის საკმარისია 1000-ჯერ ნაკლები მიკრონის მოხვედრა ადამიანის ორგანიზმში. რამდენი მიკრობი უნდა მოხვედეს ადამიანის ორგანიზმში რომ მისი ავადმყოფობა გამოიწვიოს?

25. მესამე ბ კლასში 24 მოსწავლეა. მათგან რამდენიმეს კბილების მკურნალობა ჭირდება. კლასში ჯანმრთელი კბილების მქონე ბავშვების რაოდენობა 3-ჯერ მეტია. რამდენ ბავშვს აქვს კლასში ჯანმრთელი კბილები?

26. კვირის განმავლობაში ბავშვმა 31 საათი ფეხბურთის თამაშს დაუთმო. რამდენ საათს დაუთმობს ბავშვი ფეხბურთის თამაშს 12 კვირის განმავლობაში?

27. ბაკური და მამუკა ველოსიპედით სეირნობენ. ბაკურიმ გაიარა 2 კილომეტრი, მამუკამ 1173 მეტრით ნაკლები, ვიდრე ბაკურიმ. რამდენი მეტრი გაიარა ველოსიპედით მამუკამ?

28. ლევანი და ელგუჯა საცურაო აუზზე იყვნენ. ლევანიმ გაცურა 50 მეტრზე, ელგუჯამ 75 მეტრზე. რამდენი მეტრით მეტი გაცურა ელგუჯამ, ვიდრე ლევანმა?

29. ლუკა ყოველდღიურად 100 ბუქნს აკეთებს. რამდენი ბუქნი გააკეთა ლუკამ მარტის თვეში? გაითვალისწინეთ, რომ მარტის თვეში 31 დღეა.

30. სამი მეთევზედან ერთმა დაიჭირა 13 თევზი, მეორემ-17, ხოლო მესამემ 4 თევზით მეტი, ვიდრე მეორე მეთევზემ. დაჭერილი თევზები მეთევზეებმა თანაბრად გაიყვეს. რამდენი თევზი შეხვდა თითოეულ მეთევზეს?

31.ტურისტი ქობულეთში დასვენებისას ყოველდღიურად ზღვაში ცურავდა: დილით 25 წუთი, საღამოს 30 წუთი. სულ რა დრო დახარჯა ტურისტმა ცურვაში ერთი კვირის განმავლობაში ქობულეთში დასვენებისას?

32. ორი ალპინისტი ავიდა ევერესტზე. პირველმა ალპინისტმა ევერესტის დალაშქვრა დაიწყო 1250 მეტრი სიმაღლიდან, მეორემ 2 კმ და 500 მეტრ სიმაღლიდან. რამდენი მეტრით მაღლა ავიდა მეორე ალპინისტი?

33. ჰავაის კუნძულებზე დასვენებისას ტურისტი სერფინგით სრიალებდა: დილით 2 საათი, საღამოს 75 წუთი. რამდენი წუთი სრიალებდა ტურისტი სერფინგით დღის განმავლობაში? რა დრო დახარჯა ტურისტმა სერფინგით სრიალზე ერთი კვირის განმავლობაში?

34. შეჯიბრებაში მონაწილეობდა 16 ოჯახი, თითოეულში მამა, დედა და სამი შვილი. რამდენი ადამიანი მონაწილეობდა სულ შეჯიბრებაში?

35. სპორტულ ტანვარჯიშში მონაწილეობდა 14 მეორე კლასელი და 2-ჯერ მეტი მესამე კლასელი. სულ რამდენი მოსწავლე მონაწილეობდა სპორტულ ტანვარჯიშში?

36. ორმა მორბენალმა სტადიონს სირბილით წრეზე 10-ჯერ შემოურბინა. რამდენი წრე შემოურბინა თითოეულმა?

37.ტანმოვარჯიშეები ემზადებიან სპორტული შეჯიბრებისათვის და საშუალოდ დღეში ამუშავებენ 15 ვარჯიშს. რამდენ ვარჯიშს შეასრულებს 10 ტანმოვარჯიშე 7 დღეში?

38. მეორე ა კლასის მოსწავლეებს კბილის ექიმთან ვიზიტისას ამოუღეს 12 სარძევე კბილი. ამის შემდეგ კბილის ექიმის კაბინეტში მიღებაზე მივიდნენ მეორე ბ კლასის მოსწავლეები. მათ კბილის ექიმმა ამოუღო 4 კბილით მეტი, ვიდრე მეორე ა კლასის მოსწავლეებს. მეორე ა და მეორე ბ კლასელის რამდენი კბილი დარჩა კბილის ექიმის კაბინეტში, თუ მეორე ა კლასის 2 მოსწავლემ და მეორე ბ კლასის 3 მოსწავლემ თავიანთი კბილები სახლში წაიღეს?

39. აფთიაქში სხვადასხვა დასახელების 27 წამალი იდო. ორმა ბიჭმა გახსნა აფთიაქი და გადაწყვიტეს წამლების გასინჯვა. ერთმა ბიჭმა გასინჯა 5 წამალი და გონებადაკარგული დავარდა იატაკზე. მეორემ გასინჯა 3 წამალი და ყვირილით გაიქცა. რამდენი წამალი დარჩათ ბავშვებს გაუსინჯავი? სწორად მოიქცნენ ბავშვები თუ არა? თქვენ როგორ მოიქცეოდით?

2.4.2.4. მათემატიკა და მავნე ჩვევები

1. ერთი ღერი მოწეული სიგარეტი ადამიანის ორგანიზმში იწვევს 25 მილიგრამი C ვიტამინის დაშლას, C ვიტამინის დღიური ნორმა 500 მილიგრამია. რამდენ მილიგრამ C ვიტამინს პარავს თავის თავს მწეველი, თუ

ის დღეში 10 ღერ სიგარეტს ეწევა, 20 ღერ სიგარეტს ეწევა? რამდენი C ვიტამინი რჩება მწეველს დღეში მიღებული 500 მილიგრამიდან?

2.ზოგიერთი ფირმა ერთი და იმავე სამუშაოს შესრულებისათვის სიგარეტის მწეველებს 100 ლარით ნაკლებ ხელფასს უხდის თვეში, ვიდრე არამწეველებს. რამდენს ღებულობს სიგარეტის მწეველი თვეში ხელფასს, თუ სიგარეტის არამწეველის ხელფასი თვეში 950 ლარია?

3. 30 ავადმყოფმა გადაიტანა გულის ინფარქტი. ცნობილია, რომ მათ შორის 6 არამწეველია, დანარჩენები თამბაქოს მწეველები არიან. რამდენი ადამიანი შეიძლებოდა ჯანმრთელი ყოფილიყო?

4.მეცნიერების მტკიცებით, თამბაქოს მოხმარების შედეგად დედამიწაზე ყოველ 13 წამში ერთი ადამიანი იღუპება. რამდენი ადამიანი იღუპება ერთი გაკვეთილის განმავლობაში თამბაქოს მოხმარებით? რა ზიანი მოაქვს ადამიანებისათვის თამბაქოს მოხმარებას? როგორ ავიცილოთ თავიდან ეს უბედურება?

5.სიგარეტის მწეველი თითოეული ღერი მოწეული სიგარეტიდან 2 მილიგრამ ნიკოტინს იღებს. რამდენ ნიკოტინს იღებს სიგარეტის მწეველი 1 კოლოფი სიგარეტის მოწევის შემდეგ, თუ კოლოფში 20 ღერი სიგარეტია? 30 ღერი სიგარეტია?

6.ყოველი მოწეული ერთი ღერი სიგარეტი სიცოცხლის ხნგრძლივობას ამცირებს 5 წუთითა და 30 წამით. რამდენით ამცირებს სიცოცხლის ხანგრძლივობას მოწეული ერთი კოლოფი სიგარეტი, თუ კოლოფში 20 ღერი სიგარეტია? 30 ღერი სიგარეტია?

7.როგორია ნიკოტინის სასიკვდილო დოზა მილიგრამებში? გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა და გაიგებთ პასუხს:

(9452 + 13808) – (55400 - 39326) – 7176 .

8.იპოვეთ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა და გაიგებთ რამდენი წლით ამცირებს სიცოცხლეს თამბაქოს მოწევა:

((525 - 103) – (263 + 119)) : 2.

9.ჯანმრთელი ადამიანის გული წუთში 70 დარტყმას აკეთებს, ხოლო მწეველი ადამიანის გული წუთში 5 დარტყმით მეტს აკეთებს. რამდენი დარტყმით მეტი უნდა გააკეთოს მწეველი ადამიანის გულმა ჯანმრთელი ადამიანის გულთან შედარებით ერთ დღე-ღამეში?

10. ახალშობილის საშუალო წონა 3 კილოგრამი და 400 გრამია. თუ მამა ეწევა, მაშინ ახალშობილის წონა საშუალო წონაზე 120 გრამით მცირეა, თუ ეწევა დედა, მაშინ ახალშობილის წონა საშუალო წონაზე 255 გრამით ნაკლებია. განსაზღვრეთ რამდენს იწონის ის ახალშობილი, რომლის მამაც ეწევა და დედაც.

11. თამბაქოს მოწევით 60 ადამიანი სხვადასხვა დაავადებებით დაავადდა. მათ შორის 2-ჯერ მეტი მოზარდი იყო, ვიდრე ზრდასრული. რამდენ მოზარდს შეიძლებოდა შეენარჩუნებინა ჯანმრთელობა?

2.4.2.5. მათემატიკა და საგზაო მოძრაობის წესები

1. გადასასვლელის სიგანე 9 მეტრია. მოსწავლის მოძრაობის სიჩქარეა 1 მ/წმ. მოასწრებს თუ არა მოსწავლე შუქნიშანის მწვანე ფერზე გადასვლას, თუ მწვანე შუქი 20 წამი ანთია?

2. ავტომობილი მოძრაობს 80 კმ/სთ სიჩქარით. არღვევს თუ არა მძღოლი საგზაო მოძრაობის წესებს, თუ საგზაო მოძრაობის ნიშანზე 40 კმ/სთ სიჩქარის შეზღუდვაა. რამდენჯერ გადააჭარბა მძღოლმა მოძრაობის დასაშვებ სიჩქარეს?

3. 7 მოსწავლე ბურთს თამაშობდა გზის სავალ ნაწილზე. ორი მათგანი სახლში წავიდა, დანარჩენებმა ბურთის თამაში გააგრძელეს. რამდენი ბავშვი მოიქცა სწორად?

4. ქუჩის სიგანე 15 მეტრია. მოასწრებენ თუ არა ფეხით მოსიარულეები გზაზე გადასვლას, თუ შუქნიშნის მწვანე ფერი ანთია 25 წამი, ხოლო ფეხით მოსიარულეების სიჩქარეა 1 მ/წმ?

5.ავტობუსიდან გადმოვიდა 25 მგზავრი. მათგან 5 მგზავრი მივიდა ,,ზებრა“ გადასასვლელთან, რისთვისაც ავტობუსს შემოუარა წინა მხრიდან, 3 ,,ზებრა“ გადასასვლელთან მივიდა, რისთვისაც მათ ავტობუსს შემოუარეს უკანა მხრიდან, დანარჩენი მგზავრები დარჩნენ გაჩერებაზე და დაელოდნენ ავტობუსის წასვლას. რამდენი ადამიანი მოიქცა სწორად?

6. იმისათვის რომ გადახვიეთ ქუჩაზე, როცა აინთება მწვანე ფერი, უნდა დაელოდოთ 35 წამი. ამ წამების ეკონომიისათვის შეიძლება დაკარგოთ არა მარტო

ჯანმრთელობა, არამედ სიცოცხლეც. მოსწავლემ, რომელსაც სკოლაში აგვიანდება უნდა შეჩერდეს სამ შუქნიშანთან. რა დრო დასჭირდება მას ამისათვის? პასუხი ჩაწერეთ წამებში და შემდეგ გადაიყვანეთ წუთებში.

7.ავტომაგისტრალზე საგზაო ნიშანი აჩვენებს, რომ მომდევნო 2 კილომეტრზე მოძრაობის სიჩქარე არ უნდა აღემატებოდეს 40 კმ/სთ-ს. მძღოლმა გზის ეს მონაკვეთი 3 წუთში გაიარა. დაიცვა თუ არა მძღოლმა საგზაო მოძრაობის წესები?

8. ავტომანქანა ქალაქში მოძრაობს 70 კმ/სთ სიჩქარით. ქალაქში დასაშვებია 50 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობა. რამდენი კმ/სთ სიჩქარით გადააჭარბა დასაშვებ სიჩქარეს მძღოლმა?

9. როცა შუქნიშანზე ენთო მწვანე ფერი, გზაზე გადასასვლელ ზებრაზე გადავიდა 27 მოსწავლე, შუქნიშნის ყვითელ ფერზე 3-ჯერ ნაკლები მოსწავლე, ხოლო შუქნიშნის წითელ ფერზე ,,ზებრაზე“ გადაირბინა 7 მოსწავლით ნაკლებმა, ვიდრე შუქნიშნის ყვითელ ფერზე. რამდენმა მოსწავლემ ჩაიგდო სიცოცხლე საფრთხეში?

10. ორი ოჯახი თავიანთი ავტომანქანებით ტურისტული მარშრუტით გაემგზავრნენ საქართველოდან თურქეთში. როცა ტურისტები საქართველოში დაბრუნდნენ, აღმოჩნდა, რომ პირველი ოჯახი 12-ჯერ იყო დაჯარიმებული მოძრაობის წესების დარღვევისათვის, ხოლო მეორე ოჯახის მიერ საგზაო მოძრაობის წესების დარღვევათა რაოდენობა 6-ით მეტი იყო ვიდრე პირველი ოჯახის. სულ რამდენჯერ დააჯარიმეს ტურისტების ორივე ოჯახი?

11.პატრულ-ინსპექტორებმა ერთი დღის განმავლობაში სიჩქარის გადაჭარბების გამო დააჯარიმეს 24 მძღოლი, ხოლო იმ მძღოლების რაოდენობა, რომლებიც დაჯარიმეს მოძრაობდნენ უსაფრთხოების ქამრების გამოყენების გარეშე 8-ჯერ ნაკლები იყო. სულ რამდენი მძღოლი დააჯარიმეს მოძრაობის წესების დარღვევისათვის ერთი დღის განმავლობაში პატრულ-ინსპექტორებმა?

12. ორი მოტოციკლეტისტი მოძრაობს გზატკეცილზე. ერთი მოტოციკლისტის სიჩქარეა 120 კმ/სთ, მეორე მოტოციკლისტის სიჩქარე პირველზე 2-ჯერ ნაკლებია. რა სიჩქარით მოძრაობს მეორე მოტოციკლისტი?

§2.5. ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები დაწყებით კლასებში და მათი სწავლების მეთოდიკური ასპექტები

ქვეყანაში მიმდინარე სოციალურ-ეკონომიკური გარდაქმნებმა მოახდინეს ადამიანთა ცხოვრების დონის ცვლილებები, რამაც დღის წესრიგში დასვა პიროვნების ადაპტაცია თანამედროვე საბაზრო ეკონომიკის მოთხოვნებთან, სახალხო მეურნეობის ყველა დარგში საჭირო გახდა კვალიფიციური სპეციალისტების მომზადება, რომლებიც ეფექტურად, თანამედროვე მეცნიერული მიდგომებით გადაწყვეტენ პრაქტიკულ საქმიანობაში წამოჭრილ პროფესიულ ამოცანებს და დაიკავებენ აქტიურ საზოგადოებრივ პოზიციას. ამ ამოცანების გადაჭრა მჭიდროდ არის დაკავშირებული მოსწავლეთა ეკონომიკური განათლების დონესთან, რომელიც ჩვენი აზრით ერთ-ერთი ძირითადი მიმართულება უნდა იყოს საგანმანათლებლო სივრცის ყველა საფეხურზე. მეთოდურად მისაღებია და მიზანშეწონილად ვთვლით, რომ ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების განხილვა უნდა დაიწყოს დაწყებითი კლასებიდან, რისთვისაც აუცილებელია დამუშავდეს ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების დაწყებით კლასებში სწავლების მეთოდიკური ასპექტები.

ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების განხილვა დაწყებით კლასებში ითვალისწინებს ყველა მოსწავლის მომზადებას ელემენტარულ დონეზე ეკონომიკაში. ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სწავლებისას მასწავლებლის წინაშე დგას

კონკრეტული ამოცანა, რომელიც ითვალისწინებს მოსწავლეთათვის საბაზისო ეკონომიკური ცოდნის გადაცემას. ეს ცოდნა შეიძლება ეხებოდეს პიროვნების ეკონომიკურ ქცევას, საოჯახო ეკონომიკის ან საწარმოო-ეკონომიკურ პროცესებს, რომლებიც უკავშირდება საკუთრების ფორმებს, შრომის ორგანიზაციის სხვადასხვა სახეს, საბაზრო ეკონომიკის პირობებში ახალგაზრდების სოციალურ-ეკონომიკური დაცვის საფუძვლებს და სხვ.

უნდა შევნიშნოთ, რომ მხოლოდ საბაზისო ეკონომიკური ცოდნა არ წარმოადგენს პიროვნების ეკონომიკური განათლების ფორმირების საფუძველს. ეკონომიკური განათლების პროცესში თითოეული უმცროსკლასელის აქტიური პოზიცია საშუალებას იძლევა, არჩეულ იქნეს ყველა მოსწავლის ინდივიდუალური განვითარების გზა, რაც განისაზღვრავს მოსწავლეთა თვითრეალიზების არეალს, რითაც გარანტირებული ხდება სხვა ეკონომიკური ცოდნის და უნარ-ჩვევების ათვისება თანამედროვე საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.

მოსწავლეთა ეკონომიკური ცოდნის და განათლების საკითხების სწავლება ახალი არ არის. ასეთი საკითხები ჩართული იყო ჯერ კიდევ მეცხრამეტე საუკუნეში ქართულ ენაზე გამოცემულ დაწყებითი კლასების სახელმძღვანელოებში.

ეკონომიკური ხასიათის საკითხები განხილული აქვს იაკობ გოგებაშვილს თავის ,,ამოცანანში“, ილია ჭყონტს-მთემატიკა უმაღლეს სასწავლებელში შემსვლელთათვის, რომელიც ამავე დროს მათემატიკის ამოცანათა კრებულსაც წარმოადგენს, მასში საუბარია

სამთა წესზე, თამასუქებზე, თავნზე, პროცენტზე და სხვ. ასევე, რაჟდენ ჯაჯანაშვილის ,,არითმეტიკული ამოცანების კრებულში“ და სხვ.

თანამედროვე მიდგომები რათქმა უნდა განსხვავდება თითქმის ორი საუკუნის წინანდელი მიდგომებისაგან. თანამედროვე პირობებში ეკონომიკური განათლების ცნებასთან ერთად გამოყოფენ ეკონომიკური განათლების ცნებასაც. გავრცელებულია აზრი, რომ ეკონომიკური განათლების ცნება უფრო ფართოა, ვიდრე ეკონომიკური განათლება. მოსწავლეთა ეკონომიკური აღზრდის პროცესში ეკონომიკური ცოდნა გარდაიქმნება დასკვნებში, რომელთა რეალიზება ხდება ქცევებსა და მანერებში. მოსწავლის ქცევებსა და მანერებში წამყვან ძალას წარმოადგენს მათი ეკონომიკური მოთხოვნილებები და პიროვნული ინტერესები, რაზეც თავის მხრივ გავლენას ახდენს საზოგადოების ეკონომიკური კულტურა.

უმცროსკლასელთათვის ეკონომიკის სწავლება წარმოადგენს საზოგადოების სოციალურ დაკვეთას. უმცროსკლასელთა ეკონომიკური განათლება უნდა წარიმართოს სხვადასხვა მიმართულებით: ეკონომიკური განათლების შესავალი უმცროსკლასელთათვის ძირითად სასწავლო საგნებში; ეკონომიკური განათლების ინტეგრირებული კურსი უმცროსკლასელთათვის; ეკონომიკური განათლების სპეციალური კურსის ჩართვა უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში და სხვ.

სამწუხაროდ, დაწყებითი სკოლების აბსოლუტურ უმრავლესობაში ეკონომიკური განათლების კუთხით თითქმის არაფერი არ კეთდება, ხოლო იმ სკოლებში,

სადაც ძირითადად დაწყებითი კლასების მასწავლებელთა საკუთარი ინიციატივით ხდება ეკონომიკური საკითხების გაცნობა მოსწავლეებისათვის, ეს პროცესი მიმდინარეობს არაორგანიზებულად, ის სტიქიურ ხასიათს ატარებს. ეს გამოწვეულია სასწავლო ლიტერატურის არქონით. თანამედროვე ქართულ მეთოდურ ლიტერატურაში ჩვენ არ შეგვხვედრია არცერთი მეთოდური ნაშრომი, რომელიც დაკავშირებულია ეკონომიკური ხასიათის საკითხების სწავლებასთან დაწყებით კლასებში.

ყოველდღიურ ცხოვრებაში წამოჭრილი საკითხები აჩვენებს, რომ აუცილებლობას წარმოადგენს უმცროსკლასელთათვის ეკონომიკის საკითხების სწავლება. ჩვენი აზრით უმცროსკლასელთათვის ეკონომიკური ცოდნის და ეკონომიკური განათლების დაბალი დონის ძირითადი მიზეზი არის უსისტემო სწავლება. პირველ რიგში, ამის ბრალია ის, რომ დაწყებითი კლასების მასწავლებლებს არა აქვთ სპეციალური სამეცნიერო-მეთოდური მომზადება ეკონომიკაში; მეორე მიზეზი არის ის, რომ მასწავლებლები ეკონომიკური საკითხების სწავლების დროს იყენებენ სწავლების ტრადიციულ მიდგომებს, მეთოდებსა და ხერხებს, რომლებშიც გათვალისწინებული არ არის ეკონომიკური საკითხების სწავლების სპეციფიკა და თავისებურებები. მესამე მიზეზი არის ის, რომ განათლების სამინისტროს მიერ შემუშავებული არ არის ერთიანი აპრობირებული ხედვა, თუ რომელი ეკონომიკური საკითხები უნდა შეისწავლოს უმცროსკლასელებმა. მეოთხე მიზეზი არის ის, რომ ეკონომიკაში უამრავი სამეცნიერო-მეთოდური

ნაშრომის მიუხედავად ჯერ-ჯეროობით შემუშავებული არ არის უმცროსკლასელთათვის შესასწავლი ეკონომიკური საკითხების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური საფუძვლები, რომლების დაფუძნებული იქნება უმცროსკლასელთა ასაკობრივ და ფსიქო-ფიზიოლოგიურ შესაძლებლობებზე. მრავალრიცხოვნება და მრავალფეროვნება ყოველთვის არ არის მაღალი ხარისხის ადეკვატური.

ჩვენ ვთვლით, რომ დაწყებითი სკოლებისათვის სადღეისოდ არ არსებობს მწყობრი მეთოდური სისტემა, რომელიც უზრუნველყოფს უმცროსკლასელებისათვის საჭირო ეკონომიკური ხასიათის მასალის მიწოდებას, რომლის სწავლება უზრუნველყოფილი იქნება დიდაქტიკური გადასვლით მარტივი მასალიდან რთულზე, შესაბამისობაში იქნება უმცროსკლასელთა ასაკობრივ და ფსიქო-ფიზიოლოგიურ შესაძლებლობებთან და პასუხობს ეკონომიკური მეცნიერების სწავლების თანამედროვე მოთხოვნებს.

ეკონომიკური ხასიათის მასალის უმცროსკლასელებისათვის სწავლებისადმი ჩვენი მიდგომა ასეთია:

- რადგან დაწყებით კლასებში შემოღებული არ არის დამოუკიდებელი სასწავლო დისციპლინა ,,ეკონომიკა“, ამიტომ ეკონომიკური ხასიათის საკითხების სწავლება უნდა მოხდეს ძირითად სასწავლო კურსებში (მათემატიკა და მშობლიური ენა) ეკონომიკური საკითხების ჩართვით-საგანთაშორისი კავშირების გამოყენებით;
- სწავლების პროცესი უნდა წარიმართოს ყოველგვარი ძალდატანების გარეშე, ყურადღება უნდა

გამახვილდეს პრაქტიკული ყოველდღიური საკითხების სწავლებით, რისთვისაც გამოყენებული უნდა იქნეს ძირითადად მარტივი საყოფაცხოვრებო ეკონომიკური ამოცანები;

- მათემატიკის გაკვეთილებზე ეკონომიკური ხასიათის ამოცანების ჩართვა უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში უნდა მოხდეს იმ დროს, როცა გაკვეთილზე მასწავლებელი ან ხსნის, ან განამტკიცებს, ან იმეორებს კონკრეტულ არითმეტიკულ ოპერაციას, ან იყენებს კონკრეტულ მიდგომას, ხოლო ეკონომიკური შინაარსის ამოცანის ამოხსნა ხდება იმავე ოპერაციის გამოყენებით ან კონკრეტული მიდგომით;
- ასეთი ფორმით ეკონომიკური ხასიათის საკითხების სწავლება დაწყებით კლასებში არ მოითხოვს არა მარტო სასწავლო საგნის დამატებას, არამედ დამატებით სასწავლო დროის გამოყოფასაც კი.
- ჩამოყალიბებული სახით უმცროსკლასელებში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზება ხელს შეუწყობს საქართველოში ახალ პირობებში სოციალურ-ეკონომიკურ განვითარებას, ხოლო უმცროსკლასელთა ეკონომიკური კულტურის ფორმირების საკითხები საგანმანათლებლო სისტემის ძირითადი სტრატეგიული პრობლემის ნაწილი ხდება.

ჩვენ შევიმუშავეთ მეთოდური მიდგომები, რომლებიც თავსებადია მათემატიკის მესამე კლასის კურსთან. ჩვენ ვთავაზობთ მათემატიკური ამოცანების ტრანსფორმირებას ისეთი ფორმით, რომ მათსი გამოხატული იყოს ეკონომიკის ზოგიერთი მარტივი ცნება, დამოკი-

დებულებები და ოპერაციები ეკონომიკურ ცნებებს შორის. ამ მიზნით ჩვენ განვიხილავთ ამოცანათა სისტემას, რომლებიც რამდენიმე ბლოკისაგან შედგება.

2.5.1. ამოცანები ეკონომიკური ტერმინების კოდირებასა და დეკოდირებაზე.

მაგალითად, შეასრულეთ არითმეტიკული მოქმედებები, დაალაგეთ მიღებული შედეგები ზრდადობის მიხედვით და შენ გაიგებ შენთვის და ქვეყნისთვის ძალიან საჭირო სიტყვას

760 - 60 + 100 = კ
290 + 70 = ნ
140 - 6 = კ
640 – 80 + 200 = მ
650 - 80 = ო
260 – 3 = ი
360 : 9 = ე
(300 + 160 : 4) : 2 = ო
480 : 6 = კ

პასუხი: ეკონომიკა.

2.5.2. ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანები. ალგორითმების შედგენა

მაგალითად, ცხრილში წარმოდგენილია რამდენიმე დასახელების საქონელი და მათი ფასები ინტერნეტ მაღაზიაში

საქონლის დასახელება	ფასი
ასტრიდ ლინდგრენი ,,მაწანწალა რასმუსი“	9 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა? და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
კარლო კოლოდი ,,პინოქიოს თავგადასავალი“	11 ლარი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
შარლ პერო ,,წითელქუდა და სხვა ზღაპრები“	10 ლარი
ჯანი როდარი ,,ჩიპოლინოს თავგადასავალი“	12 ლარი

ა) დახაზეთ ცხრილი, რომელშიც ორ სვეტი იქნება. ცხრილიდან

აარჩიე წიგნების დასახელებები

ეს წიგნი მე წავიკითხე

ან წაკითხვა მინდოდა

ჩაწერე მისი დასახელება მარჯვენა სვეტში

ჩაწერე მისი დასახელება მარცხენა სვეტში

შეკრიბე მარცხენა მხარეში ჩამოწერილი წიგნების ფასები

შეკრიბე მარჯვენა მხარეში ჩამოწერილი წიგნების ფასები

შეადარე მიღებული ჯამები და ჩაწერეთ უტოლობის სახით

ბ) შეადგინეთ სამი წიგნისაგან შედგენილი კომპლექტები ისე, რომ მათი ფასების ჯამი არ აღემატებოდეს 25 ლარს. შეადგინეთ ყველა ვარიანტი.

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა?და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა?და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
ასტრიდ ლინდგრენი ,,მაწანწალა რასმუსი“	9 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა?და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
შარლ პერო ,,წითელქუდა და სხვა ზღაპრები“	10 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა?და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
კარლო კოლოდი ,,პინოქიოს თავგადასავალი“	11 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა?და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
ჯანი როდარი ,,ჩიპოლინოს თავგადასავალი“	12 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
ასტრიდ ლინდგრენი ,,მაწანწალა რასმუსი“	9 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
შარლ პერო ,,წითელქუდა და სხვა ზღაპრები“	10 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
კარლო კოლოდი ,,პინოქიოს თავგადასავალი“	11 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
ალექსეი ტოლსტოი ,,ბურატინოს თავგადასავალი“	6 ლარი
ასტრიდ ლინდგრენი ,,მაწანწალა რასმუსი“	9 ლარი
შარლ პერო ,,წითელქუდა და სხვა ზღაპრები“	10 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა? და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
ასტრიდ ლინდგრენი ,,მაწანწალა რასმუსი“	9 ლარი

საქონლის დასახელება	ფასი
იაკობ გოგებაშვილი ,,იავნანამ რა ჰქმნა? და სხვა მოთხრობები“	7 ლარი
რუდოლფ რასპე ,,ბარონ მიუნ ჰაუზენის მოგზაურობა“	8 ლარი
შარლ პერო ,,წითელქუდა და სხვა ზღაპრები“	10 ლარი

2.5.3. ამოცანები კითხვაზე, ცხრილების, მარტივი დიაგრამების და ეკონომიკური შინაარსის გრაფიკების შედგენაზე

მაგალითად, მესამე კლასის მოსწავლეებმა გადაწყვიტეს საზაფხულო არდადეგებზე შავ ზღვაზე დაისვენონ და თან აჭარის ღირსშესანიშნაობებსაც გაეცნონ. მესამე კლასელებმა თავის კლასელ თორნიკე ბასილაძეს დაავალეს გაარკვიოს სასტუმროს ფასები ბათუმში და ექსკურსიის ღირებულება აჭარის სხვადასხვა ღირსშესანიშნაობებზე. თორნიკემ ინტერნეტში მოძებნა შესაბამისი ინფორმაცია და გაარკვია, რომ ბათუმში სას-

ტუმრო ,,აჭარა“, რომელსაც კოტეჯებიც აქვს, კლიენტებს სთავაზობს მომსახურებას, რომელთა ფასები მოცემულია ცხრილში:

სასტუმროში განთავსების ფასები		
მომსახურების სახე	ფასები დასვენების დღეებში	ფასები სამუშაო დღეებში
ორადგილიანი ნომრები	70 ლარი	25 ლარი
ნახევრადლუქსები	100 ლარი	80 ლარი
კოტეჯი	200 ლარი	180 ლარი
დამატებითი ადგილი	20 ლარი	15 ლარი
კვება		
საუზმე	5 ლარი	
სადილი	7 ლარი	
ვახშამი	6 ლარი	
ექსკურსია		
გონიო	150 ლარი	
სარფი	160 ლარი	
ქობულეთი	120 ლარი	
ხულო	250 ლარი	
ქედა	200 ლარი	
ჩაქვი	130 ლარი	
შუახევი	100 ლარი	
ხელვაჩაური	140 ლარი	

ა) სასტუმროს რომელი ნომრებია ყველაზე ძვირი?

ბ) სასტუმროს რომელი ნომრებია ყველაზე იაფი?

გ) რამდენი ლარია საჭირო სასტუმროში სამჯერადი კვებისათვის?

დ) რომელი მარშრუტის ექსკურსიაა ყველაზე ძვირი? ყველაზე იაფი?

ე) კოტეჯის დაქირავება უფრო ძვირი ჯდება ერთ მოსწავლეზე, თუ სასტუმროს ნომრის აღება, თუ კოტეჯში 4 მოსწავლე შეიძლება განთავსდეს?

ვ) რომელ დღეებშია სასტუმროს ნომრები უფრო ძვირი? რამდენით?

ზ) რატომ არის სასტუმროს ნომრები უფრო ძვირი არასამუშაო დღეებში, ვიდრე სამუშაო დღეებში?

თ) გამოთვალეთ დასვენებისათვის საჭირო თანხა 25 მესამე კლასელი მოსწავლის, ორი მასწავლებლის და მოსწავლეთა სამი თანმხლები მშობლისათვის ორი დღის განმავლობაში, თუ ისინი განთავსდებიან სასტუმროს ორასდგილიან ნომრებში და ისარგებლებენ დღეში სამჯერადი კვებით. ტანხები დათვალეთ ცალცალკე, თუ ორივე დღე სამუშაოა, ორივე დღე არასამუშაოა, ერთი დღე სამუშაოა და ერთი დღე არასამუშაოა.

ი) გამოთვალეთ ორი ექსკურსიისათვის საჭირო თანხა, თუ მესამე კლასის მოსწავლეები აპირებენ დაათვალიერონ სარფი და ხულო?

კ) რომელ დღეებში იქნება ყველაზე ეკონომიური პაკეტი? შეადგინეთ ყველაზე ეკონომიური პაკეტი ორდღიანი დასვენებისათვის, რომელიც მოიცავს დღეში სამჯერად კვებას და ორ ექსკურსიას.

ლ) რა დაგიჯდებათ თქვენი ოჯახის ყველა წევრის სამდღიანი დასვენება სასტუმროს ნახევრადლუქსებში დღეში სამჯერადი კვებით, თუ სამივე დღე სამუშაოა? ერთი დღე სამუშაოა და ორი არასამუშაო? ორი დღე არასამუშაოა და ერთი სამუშაო?

მ) რა დაუჯდება 5 სულიან ოჯახს კოტეჯის დაქირავება არასამუშაო დღით, თუ გამოიყენებენ დამატებით ადგილს?

ნ) დასვენების რომელი ორდღიანი პაკეტია თქვენთვის ყველაზე მისაღები? რატომ?

2.5.4. ტექსტური არითმეტიკული ამოცანები, რომელთა ფაბულაში ჩართულია ეკონომიკური კატეგორიები.

ამოცანა. ბროლიძეების ოჯახი შედგება მამის, დედის, ბებიის და ორი შვილისაგან. მამის ხელფასია 1000 ლარი, დედის ხელფასი-800 ლარი, ბებია პენსიონერია და მისი პენსია 200 ლარია. რამდენი ლარია საშუალოდ ოჯახის წევრზე ერთ თვეში ბროლიძეების ოჯახში?

2.5.5. საგანთაშორისი კავშირების პროექტები - ,,ჩაი“ და ,,შაქარი“.

მასწავლებელი მოსწავლეებს უკითხავს ნაწყვეტს ვინი-პუჰის თავს გადახდენილი ისტორიიდან. ,,ერთხელ კურდღელთან სტუმრად მივიდა ვინი-პუჰი. ვინი-პუჰი არასდროს არ იყო წახემსების წინააღმდეგი, განსაკუთრებით დილის 11 საათზე, რადგან ამ დროს საუზმე უკვე დამთავრებული იყო, ხოლო სადილი ჯერ არ აპირებდა მოსვლას. ვინი-პუჰს უსაზღვროდ გაეხარდა, როცა შეხედა, რომ კურდღელმა ლამბაქების და ფინჯანების მაგიდაზე გაწყობა დაიწყო. როცა ვინი-პუჰს კურ-

დღელი შეეკითხა-,,შენ რა გადმოგიღო, თაფლი თუ შედედებული რძე?“ ვინი-პუჰი ისე გამხიარულდა, რომ კურდღელს ასეთი პასუხი გასცა: ,,ერთიც და მეორეც“. ვინი მზად იყო შეეჭამა თაფლიც და შედედებული რძეც ისე, რომ მასზე არანაირი დასალევი არ მიეყოლებინა, მაგრამ როგორც წესი, ამ ტკბილეულს ჩაისთან ერთად მიირთმევენ, იმიტომ რომ ამ ტკბილეულში ბევრი შაქარია. საიდან მოვიტანოთ ჩაი?

ეს სიუჟეტი საშუალებას იძლევა მოსწავლეებს მოვუთხროთ ჩაის წარმოშობის ისტორიის შესახებ და საქართველოში ჩაის გაშენების ისტორია. მოსწავლეებს დავავალოთ მოიძიონ ინფორმაცია ჩაის შესახებ და გააკეთონ პროექტი-ჩაი. მესამე კლასის მოსწავლეებმა შესანიშნავად იციან, რომ ჩაის დალევისათვის მარტო ჩაი საკმარისი არ არის. აუცილებელ კომპონენტს წარმოადგენს აგრეთვე შაქარი. მასწავლებელმა მოსწავლეებს მოკლედ უნდა გააცნოს ინფორმაცია შაქრის შესახებ, რისგან მზადდება შაქარი (შაქრის ლერწამი, შაქრის ჭარხალი და სხვ.), როგორ შაქარს ამზადებენ (შაქრის ფხვნილი და რაფინირებული (კენჭი შაქარი, რაფინირებული შაქრის ფხვნილი, პუდრი შაქარი), რომელი ქვეყნები აწარმოებენ შაქარს (ბრაზილია, აშშ, კუბა, ავსტრალია, ინგლისი, არგენტინა და სხვ.), მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოსწავლეებს გავაცნოთ შაქრის წარმოების ისტორია საქართველოში. აუცილებელია აღინიშნოს ისიც, რომ ყველა სახელმწიფოს შაქრის წარმოებისათვის არც ნედლეულის მოყვანის შესაძლებლობა გააჩნია გეოგრაფიული მდებარეობის გამო და არც შაქრის წარმოება აქვთ. იმ მცირერიცხოვან ქვეყნებს

შორის არის საქართველო სადაც მოყავთ შაქრის წარმოებისათვის აუცილებელი ნედლეული-შაქრის ჭარხალი და აწარმოებენ შაქარს. საქართველოში თანამედროვე შაქრის ქარხანა განთავსებულია დაბა აგარაში. დავავალოთ მოიძიონ ინფორმაცია შაქრის შესახებ და გააკეთონ პროექტი-შაქრის წარმოება საქართველოში. როცა მოსწავლეები წარმოადგენენ პროექტებს, მათ შორის მასწავლებელი ამოარჩევს რამდენიმე საუკეთესოს და მოძიებულ მასალებზე დაყრდნობით საუკეთესო პროექტების ავტორ რამდენიმე მოსწავლეს მოამზადებინებს ჩაის და შაქრის პროექტებს. პროექტების პრეზენტაციას მოსწავლეები მოახდენენ კლასის წინაშე.

განიხილოთ ჩაის თემატიკასთან დაკავშირებული ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანა.

ამოცანა 1. გვაქვს ადგილობრივი წარმოების ქართული შავი ჩაი ორი სხვადასხვა შეფუთვით: მუყაოს კოლოფში, წონით 100 გრამი, მისი ფასია 6 ლარი და ქილაში, წონით 50 გრამი, მისი ფასია 4 ლარი. ქილაში ჩაის დიდი ფოთლებია, ხოლო მუყაოს კოლოფში ჩაის ფოთლებს ამტვრევენ, რათა შეფუთვაში მოათავსონ. თამრიკოს სურს თავის ფინელ სტუმრებს აჩუქოს ქართული შავი ჩაი. მას საფულეში აქვს 40 ლარი. მოეხმარე თამრიკოს შეადგინოს ქართული შავი ჩაის სხვადასხვა კომპლექტები სტუმრების საჩუქრად. რამდენი ასეთი კომპლექტის ყიდვას შეძლებს თამარი?

2.5.6. ფინანსური წიგნიერების მაფორმირებელი მათემატიკური ამოცანები

ამოცანა 1. მარკეტში პროდუქტებს ყოველდღიურად საშუალოდ 500 კლიენტი ყიდულობს. საშუალო ნავაჭრი ჩეკით 25 ლარია. გამოიანგარიშეთ მარკეტში თანხის ყოველთვიური ბრუნვა. მითითება:

საშუალო ნავაჭრი ჩეკით = ყოველთვიური თანხის ბრუნვა : თვეში კლიენტების რაოდენობაზე

ამოცანა 2. გამოთვალეთ, რამდენი უნდა იყოს მარკეტის საშუალო ნავაჭრი ჩეკით, რომ ყოველთვიური სარგებელი (30 დღე) გაიზარდოს 20%-ით. შემოგვთავაზეთ მარკეტში ჩეკით საშუალო ნავაჭრის გაზრდის მეთოდები.

ამოცანა 3. ჰიპერმარკეტში კარტოფილის ყიდვა შეიძლება აწონვით, კილოგრამობით-1 კილოგრამის ფასი 1 ლარი და 30 თეთრი და 10 კილოგრამიანი შეფუთვებით-1 შეფუთვა 11 ლარი.

ა) რა ღირს 1 კილოგრამი კარტოფილი შეფუთვაში?

ბ) როგორ ჯობია ვიყიდოთ 5 კილოგრამი კარტოფილი-აწონვით, თუ ერთი 10 კილოგრამიანი შეფუთვა?

ზოგიერთი ადამიანი ფიქრობს, რომ უმჯობესია ვიყიდოთ 10 კილოგრამიანი შეფუთვა, ვიდრე აწონვით 5 კილოგრამი. ახსენით მათი პოზიცია.

სხვები ამბობენ, რომ 10 კილოგრამიანი შეფუთვით კარტოფილის ყიდვა ცუდი ფინანსური გადაწყვეტაა. ახსენით მათი პოზიციაც.

თქვენ როგორ მოიქცეოდით?

ზოგჯერ ეკონომიკური ხასიათის მათემატიკურ ამოცანაში კარგად არის ჩამოყალიბებული ეკონომიკური ცნებები (შრომის ნაყოფიერება, სამუშაოს მოცულობა, სამუშაო დრო, გეგმა, ეკონომია და სხვ.), ხოლო ამოცანაში აღწერილი ეკონომიკური სიტუაცია რჩება განხილვის გარეშე. მაგალითად,

ამოცანა 4. ხარატს შეუკვეთეს 30 დეტალი, რომელიც მას უნდა გაეჩარხა 10 საათში, მაგრამ ხარატმა ახალი საჭრისის გამოყენებით შეძლო დროის ეკონომია და 1 დეტალს ამზადებდა 15 წუთში. რამდენ დეტალის გაჩარხავს შეძლებს დამატებით ხარატი მის მიერ დაზოგილ დროში?

ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ უნდა ჩავატაროთ დამატებითი მუშაობა ამოცანის პირობაზე. ამ მიზნით მიზანშეწონილია მოსწავლეებს დავუსვათ ისეთი კითხვები, რომლებიც უკავშირდება შრომის ნაყოფიერების ზრდას, მისი საშუალებით დეტალების რაოდენობის გაზრდას, როგორი კავშირი შეიძლება იყოს დეტალების სწრაფად დამზადებასა და მათ ხარისხს შორის, როგორ დაუკავშირებენ ზედმეტად გამოჩარხული დეტალების რაოდენობას და ხარატის დამატებით ანაზღაურებას ერთმანეთთან და სხვ. ამისათვის შესაძლებელია მოცემულ ამოცანასთან ერთად დამატებით კიდევ რამდენიმე ამოცანის ამოხსნა:

ამოცანა 5. რამდენ ლარს მიიღებს ხარატი შეკვეთილი დეტალების გაჩარხვისათვის, თუ თითოეული დეტალის დამზადებისათვის მას 3 ლარს უხდიან?

ამოცანა 6. რამდენი ლარით მეტს მიიღებს ხარატი, თუ მის მიერ დაზოგილ დროში გამოშვებულ დეტალებში იგი ისე გადაუხდიან, როგორც შეკვეთილ დეტალებში?

ასეთი ამოცანების ამოხსნის დროს უმცროსკლასელები ეჩვევიან ელემენტარული გამოთვლების ჩატარებას, ეჩვევიან რაიმე პროდუქტის ან ნივთის შეძენის დროს მათთვის ფინანსურად მომგებიანი ვარიანტის შერჩევას, პოულობენ უფრო მომგებიან და მოხერხებულ შემთხვევებს ცხოვრებისეული პრაქტიკული ამოცანების ამოცსნისას.

განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 7. 100 კვადრატულ მეტრზე ნიორის საშუალო მოსავალი 20 კილოგრამია. რამდენი კილოგრამი ნიორი აიღო ფერმერმა ფართობზე, რომლის სიგრძე 50 მეტრია და სიგანე 40 მეტრი?

რამდენი ლარი მოგება მიიღო ფერმერმა, თუ მან 1 კილოგრამი ნიორი გაყიდა 3 ლარად, ხოლო ნიორის მოყვანაზე სულ დახარჯა 500 ლარი?

ამ ამოცანაში მოსწავლეები ეცნობიან ტერმინებს შემოსავალი, გასავალი, ფერმერი, ხარჯები.

ამოცანა 8. მამას ხელფასი თვეში 1200 ლარია, დედას ხელფასი კი-900 ლარი. რამდენ ლარს აიღებენ ისინი 1 წლის მანძილზე?

შეუძლიათ თუ არა მამას და დედას 3 თვეში იყიდონ ტელევიზორი, რომელიც 600 ლარი ღირს, თუ მათი ხელფასის 2/3 საყოფაცხოვრებო საჭიროებებისათვის იხარჯება?

შეუძლიათ თუ არა დედას და მამას ტელევიზორთან ერთად შვებულებისათვის შეიძინონ ოჯახის დასასვენებელი საგზური, რომელიც 1500 ლარი ღირს?

არასაკმარისი ეკონომიკური აღზრდა უმცროსკლასელელებში ხშირად ვლინდება არა მარტო მოსწავლეთა საერთო სარგებლობის ნივთებისადმი დაუდევარი მოპყრობით, არამედ ისინი დაუდევრად ეპყრობიან საკუთარ ნივთებსაც. მოსწავლეები უმრავლეს შემთხვევაში ვერ აცნობიერებენ, რომ მათთვის ერთი შეხედვით უმ--ნიშვნელო ნივთში მშობლებს საკმაოდ ძვირი აქვთ გადახდილი.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

ამოცანა 9. მრავალსართულიანი სადარბაზოს კარი სადარბაზოში მაცხოვრებელი რამდენიმე ბავშვის ცელქობის გამო მწყობრიდან გამოვიდა და შესაცვლელი გახდა. ამ ბავშვების მშობლებს მოუხდათ ახალი კარის ყიდვა, რისთვისაც მათ გადაიხადეს 300 ლარი, მის ჩასასმელად კი დამატებით-100 ლარი. სულ რა თანხა გადაიხადა ყველა მშობელმა ერთად და რამდენი თითოეულმა ოჯახმა ცალ-ცალკე, თუ კარის შეძენასა და დაყენებაში მონაწილეობდა ოთხი ოჯახი.

ამოცანა 10, სკოლოს შენობაზე ერთი წლის განმავლობაში ცელქმა მოსწავლეებმა 10 ფანჯრის შუშა ჩაამსხვრიეს. ერთი ფანჯრის შუშა ღირს 15 ლარი, მაღაზიიდან შუშის ტრანსპორტირება 5 ლარი, შუშის ფანჯარაში ჩასმა 10 ლარი. რამდენი ლარის ზარალი მიაყენეს სკოლას ცელქმა ბავშვებმა?

ამოცანა 11. სკოლის ხეივანში დარგული იყო 80 ძირი ხის ნერგი, მაგრამ მათგან 20 ხის ნერგი გადატე-

ხილია. რამდენი ხე დარჩა სკოლის ხეივანში? დაითვალეთ რამდენი ლარის ზიანი მიაყენეს სკოლას, თუ ერთი ძირი ხის ნერგი 10 ლარი ღირს, ხოლო მისი დარგვა 6 ლარი?

თემის აქტუალობის გასაზრდელად მეთოდურად მიზანშეწონილია ეკონომიკური შინაარსის მქონე ისეთი მათემატიკური ამოცანების განხილვა, რომელშიც საუბარია მოსწავლეთათვის საჭირო ნივთების ფასებზე, საოჯახო ბიუჯეტის ეკონომიაზე, კერძო სკოლებში სწავლის ქირის გადასახადზე და სხვ. უმცროსკლასელთა ასაკობრივი თავისებურებებიდან გამომდინარე ეკონომიკური ხასიათის ამოცანების პირობების ჩამოყალიბება მიზანშეწონილია ისეთი ფორმით, სადაც ამოცანის პირობებში მოსწავლეებს ხვდებათ მათთვის საყვარელი ზღაპრების, მულტფილმების, სატელევიზიო გადაცემების და ლიტერატურული გმირები. მაგალითად:

ამოცანა 12. ნიფ-ნიფიმ და ნაფ-ნაფიმ ავტომანქანების შემკეთებელი სახელოსნო გახსნეს. სახლი მათ ნუფ-ნუფისაგან არენდით აიღეს, რისთვისაც მას ერთი წლის საფასური-6000 ლარი გადაუხადეს. ამის გარდა, მათ იყიდეს 25000 ლარის სათადარიგო ნაწილები, დაცვის სამსახურთან გააფორმეს ერთ წლიანი კონტრაქტი 5000 ლარად. გადაიხადეს ყველა სახის გადასახადები, რომელთა ჯამი ერთი წლის მანილზე იყო 4000 ლარი. ნიფ-ნიფის და ნაფ-ნაფის მიერ ერთი წლის განმავლობაში ავტომანქანების შეკეთებიდან შემოსულმა თანხამ შეადგინა 88000 ლარი. რამდენია ნიფ-ნიფისა და ნუფ-ნუფის სუფთა მოგება 1 წლის მანძილ-ზე? 1 თვეში?

ამოცანა 13. სამმა გოჭმა ნიფ-ნიფიმ, ნაფ-ნაფიმ და ნუფ-ნუფიმ გადაწყვიტეს დიდი სახლი ააშენონ და სამივე ძმამ ერთად იცხოვროს. დათვალეს რამდენი ლარი დაჭირდებათ სახლის ასაშენებლად. საძირკვლის ჩაყრა-500 ლარი, კედლების აშენება-2500 ლარი, სახლის დახურვა-2000 ლარი, სახლის რემონტი-2000 ლარი, საჭირო ავეჯი და ელექტროტექნიკა-2000 ლარი. გოჭებს სახლის ასაშენებლად საჭირო თანხის მხოლოდ ნახევარი აღმოაჩნდათ, ნახევარი მათ ბანკიდან კრედიტით აიღეს. რა თანხა უნდა დაუბრუნონ გოჭებმა ბანკს, თუ ბანკიდან გამოტანილ კრედიტს მათ უნდა დაუმატონ გამოტანილი კრედიტის მეხუთედი?

წარმოდგენილი ამოცანების ამოხსნით მოსწავლეები ეცნობიან ეკონომიკის ცნებებს, ასრულებენ გარკვეულ ოპერაციებს გონებაში, ასრულებენ არითმეტიკულ გამოთვლებს. ეკონომიკური ამოცანების ამოხსნით მათემატიკის გაკვეტილი ხდება უფრო აზრობრივად დატვირთული და მრავალფეროვანი, ააქტიურებს მოსწავლეთა აზრობრივ მოქმედებებს, ამდიდრებს და აფართოებს მოსწავლეთა ცოდნას მათემატიკური და ეკონომიკური ტერმინებით, ხელს უწყობს ეკონომიკური ცოდნის საფუძვლების ათვისებას და მოსწავლეებს აჩვევს საბაზრო ეკონომიკის პირობებში სწორი და ეკონომიკური თვალსაზრისით მომგებიანი ქცევის წესებს.

ეკონომიკური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლეებში ლოგიკური უნარების ჩამოყალიბებაში, ეხმარება მათ რეალური სიტუაციების ანალიზში, დამოუკიდებლად მო-

ძებნონ სწორი გამოსავალი თეორიულად და განახორციელონ ისინი პრაქტიკულად.

ეკონომიკური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა დაწყებითი კლასების მათემატიკის გაკვეთილებზე დაეხმარება მასწავლებლებს ცხოვრებისეული მოთხოვნებისა და პედაგოგიურ პროცესს შორის არსებული ხარვეზის შესავსებად.

2.5.7. ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები

ამოცანა 1. გამოიანგარიშეთ ეყოფა თუ რა ოჯახს ფული შემდეგი თვის ხელფასამდე, თუ მამის ხელფასია 1100 ლარი, დედის ხელფასია 700 ლარი, ბებიას პენსიაა 200 ლარი, ხოლო დანახარჯები ასეთია: ყველა სახის საკვები პროდუქტი-600 ლარი, კომუნალური გადასახადები ჯამში-400 ლარი, მაცივრის რემონტი-200 ლარი, ზამთრის საციგურაო აბონემენტი 300 ლარი, დედისათვის ზამთრის ქურქი-450 ლარი?

პასუხი: ეყოფათ.

ამოცანა 2. დედამ შეიძინა ერთი კილოგრამი სოსისი 11 ლარად, 2 კილოგრამი ძეხვი 10 ლარად, მდოგვი 1 ლარად და 2 კილოგრამი ყველი, კილოგრამი 7 ლარად. რამდენი ლარი ხურდა უნდა დაუბრუნონ სალაროში დედას, თუ მან მოლარეს 50 ლარიანი მისცა?

პასუხი: 4 ლარი.

ამოცანა 3. მამას ხელფასი თვეში 1000 ლარია, ხოლო დედის ხელფასია 750 ლარი. რა თანხას გამოიმუშავებს დედა და მამა ერთ წელში? შეძლებენ თუ არა ისინი

ავტომანქანის შეძენას, რომელიც 10000 ლარი ღირს, თუ ხელფასის ნახევარს ოჯახი საყოფაცხოვრებო საჭიროებებში იხდის? რამდენი ლარი დარჩებათ?

პასუხი: 25000 ლარს. შეძლებენ მანქანის ყიდვას. დარჩებათ 2500 ლარი.

ამოცანა 4. დედას ხელფასი თვეში 400 ლარია, მამას ხელფასი 600 ლარი. ოჯახში სამი მცირეწლოვანი ბავშვია. საშუალოდ რამდენი ლარი აქვს შემოსავალი ოჯახის ერთ წევრს? საცხოვრებელი მინიმუმი ერთ სულ მოსახლეზე 175 ლარია. აქვს თუ არა ამ ოჯახს ცხოვრებისათვის საკმარისი შემოსავალი?

პასუხი: 200 ლარი. რადგან 200>175, ამიტომ ამ ოჯახს ცხოვრებისათვის საკმარისი შემოსავალი აქვს.

ამოცანა 5. გაზის მრიცხველის ჩვენება 1 ნოემბრისათვის-1309 კუბური მეტრი, ერთი თვის შემდეგ, 1 დეკემბერს-1418 კუბური მეტრი. რა თანხა უნდა გადაიხადოს ოჯახმა მოხმარებული გაზის სანაცვლოდ, თუ 1 კუბური მეტრი გაზის ფასი 47 თეთრია?

პასუხი: 51 ლარი და 23 თეთრი.

ამოცანა 6. არჩილი და მაია საზაფხულო არდადეგებზე ეხმარებიან ფერმერ მამას. არჩილმა 30 კურდღლის ბაჭია გაზარდა, მაიამ-ქათმის 70 წიწილი. ბაზარში კურდღლის ბაჭია ღირს 15 ლარი, ხოლო ქათმის წიწილი 6 ლარი. რომელმა ბავშვმა გამოიმუშავა მეტი ფული ოჯახისათვის და რამდენით?

პასუხი: არჩილმა გამოიმუშავა 450 ლარი, მაიამ 420 ლარი. არჩილმა 30 ლარით მეტი გამოიმუშავა.

ამოცანა 7. ქართული წარმოების მეტეხის ერთი ცალი წითელი აგური ადგილზე მიწოდებით ღირს 30

თეთრი, ხოლო იმავე ზომის ფრანგული წარმოების ერთი ცალი წითელი აგური ადგილზე მიწოდებით ღირს 1 ლარი. რამდენი თეთრით იაფია ერთი ცალი ქართული წარმოების აგური ფრანგულთან შედარებით და რამდენი ლარით იაფი დაჯდება ქართული წარმოების აგურით ავტომანქანის გარაჟის აშენება, რომელსაც 4000 ცალი აგური ჭირდება?

პასუხი: ქართული წარმოების ერთი ცალი აგური ფრანგულთან შედარებით 70 თეთრი ღირს. ქართული წარმოების აგურით ავტომანქანის გარაჟის აშენება 2800 ლარით იაფი დაჯდება ფრანგულთან შედარებით.

ამოცანა 8. რამდენ კილოგრამ ბამბას გადამუშავებს 18 მანქანა 8 საათში, თუ თითოეული მანქანა 1 საათში გადაამუშავებს 150 კილოგრამ ბამბას?

პასუხი: 21600 კილოგრამ ბამბას.

ამოცანა 9. რამდენ კილოგრამ ბამბას გადაამუშავებს 42 მანქანა 24 სამუშაო დღეში, თუ 1 მანქანა ერთი საათის განმავლობაში გადაამუშავებს 15 კილოგრამ ბამბას? სამუშაო დღე 8 საათის განმავლობაში გრძელდება.

პასუხი: 156240 კილოგრამ ბამბას.

ამოცანა 10. რამდენი მეტრ ქსოვილს მოქსოვს 14 საათში ორი საქსოვი მანქანა, თუ თითოეული მანქანა 1 საათში ქსოვს 50 კილოგრამ ძაფს და 100 მეტრი ქსოვილის მოსაქსოვად საჭიროა 7 კილოგრამი ძაფი?

პასუხი: 20000 მეტრს.

ამოცანა 11. 1 კილოგრამი რძისგან მიიღება 90 გრამი ყველი. რამდენი ყველის დამზადებაა შესაძლებელი ერთი თვის (30 დღე) განმავლობაში, თუ ფერმერს 100

ძროხა ყავს? ერთი ძროხა საშუალოდ დღეში იწველის 18 კგ 500 გრ.

პასუხი: 4995 კგ.

ამოცანა 12. 1 კილოგრამი ხორბლიდან მიიღება 800 გრამი ფქვილი. რამდენი ხორბალი უნდა ავიღოთ, რომ მივიღოთ 9 ტ 600 კგ ფქვილი?

პასუხი: 12 ტ.

ამოცანა 13. მუშის ერთი დღის ხელფასია 35 ლარი. რამდენ ლარს მიიღებს მუშა, თუ მან 20 დღე იმუშავა და მას თხოვეს, რომ იმუშაოს კიდევ ერთი კვირა დღე? (გამოსაშვებ და დასვენების დღეებში შრომა ანაზღაურდება ორმაგი ხელფასით).

პასუხი: 770 ლარი.

ამოცანა 14. რამდენ ლარს მიიღებს ხარატი 40 დეტალის გაჩარხვისას, თუ ერთი დეტალის გაჩარხვაში ხარატს 3 ლარსა და 60 თეთრს უხდიან?

პასუხი: 144 ლარი.

ამოცანა 15. ქალაქის წყალმომარაგებისათვის საჭიროა 5 წყალსაქაჩი სადგურიდან წყლის უწყვეტი მიწოდება. თითოეულ სადგურზე 4 ნასოსი მუშაობს. თითოეული ნასოსი 1 წამში 25 ლიტრ წყალს ტუმბავს. რამდენ ლიტრ წყალს ტიუმბავს ყველა ნასოსი ერთ წამში?

პასუხი: 500 ლიტრი.

ამოცანა 16. იანვარში აზოტის ქარხანამ გამოუშვა 2465 ცენტნერი სასუქი, ხოლო თებერვალში 159 ცენტნერით მეტი, ვიდრე იანვარში. რამდენი ცენტნერი აზოტის სასუქი გამოუშვა ქარხანამ ორივე თვეში?

პასუხი: 5089 ცენტნერი.

ამოცანა 17. მაღაზიაში უნდა მოიტანონ 180 ტომარა შაქარი. თითოეული ტომარა შაქარი იწონის 50 კილოგრამს. რამდენი რეისი უნდა გააკეთოს 3 ტონა ტვირთამწეობის მქონე ავტომანქანამ შაქრის მაღაზიაში მისატანად?

პასუხი: 3 რეისი.

ამოცანა 18. მაღაზიის შეკვეთების განყოფილებაში იყიდება მზა ნაკრები. მასში შედის 1 კგ ხორცი-19 ლარად, 1 კგ კარაქი-8 ლარად, ძეხვი-12 ლარად, რას იწონის ეს ნაკრები და რაღირს ის?

პასუხი: 3 კილოგრამი. 39 ლარი.

ამოცანა 19. რამდენი ლარი უნდა გადავიხადოთ 2 კილოგრამ შაქარში, კილოგრამი 1 ლარად და 60 თეთრად და სამ რძის პაკეტში, თუ ერთი პაკეტის ფასი 2 ლარი და 40 თეთრია?

პასუხი: 10 ლარი და 40 თეთრი.

ამოცანა 20. ერთი კილოგრამი კარაქი 8 ლარი ღირს, 1 კილოგრამი შაქარი-1 ლარი და 60 თეთრი, 1 კილოგრამი ფუნთუშა 3 ლარი და 50 თეთრი. რამდენი ლარი უნდა გადავიხადოთ 200 გრამ კარაქში, 500 გრამ შაქარში და 600 გრამ ფუნთუშაში ერთად?

პასუხი: 4 ლარი და 50 თეთრი.

ამოცანა 21. რამდენი უნდა მიუტანოს დედას ხურდა გენომ, თუ დედამ გენოს მიცა 50 ლარიანი, ხოლო გენომ მარკეტის ერთ სექციაში იყიდა 14 ლარი და 50 თეთრის ფუნთუშები, პური, ლიმონათი და კანფეტები, ხოლო მეორე სექციაში 27 ლარი და 70 თეთრის ძეხვი, სოსისი და მდოგვი?

პასუხი: 7 ლარი და 80 თეთრი.

ამოცანა 22. კაბა 14 ლარი ღირს, ხოლო შალის წინდა 4 ლარი. რამდენი კაბა უნდა გავყიდოთ, რომ ვიყიდოთ 7 წყვილი შალის წინდა?

პასუხი: 2 წყვილი.

ამოცანა 23. ერთ დღეში მკერავი 8 კაბას კერავს, მისი მოსწავლე კი-6 კაბას. ერთი კაბის შეკერვა 10 ლარი ღირს. რამდენით მეტს გამოიმუშავებს მკერავი თავის მოსწავლესთან შედარებით?

პასუხი: 20 ლარით მეტს.

ამოცანა 24. ერთი ტომარა ბათქაში 5 $მ^2$ ფართობს ფარავს. რამდენი ტომარა ბათქაშია საჭირო 4 მეტრი სიმაღლის და 6 მეტრი სიგანის კედლის გასალესად?

პასუხი: 5 ტომარა ბათქაში.

ამოცანა 25. მუშამ მიიღო ავანსი 200 ლარი, რაც მისი ხელფასის მეოთხედს შეადგენს. რამდენი ლარი აქვს მუშას ხელფასი?

პასუხი: 800 ლარი.

ამოცანა 26. ერთ დღეში სამკერვალო მოიხმარს 80 მეტრ ქსოვილს. რამდენი ლარის ქსოვილი ჭირდება სამკერვალოს დღეში, თუ ერთი მეტრი ქსოვილის ფასია 22 ლარი?

პასუხი: 1760 ლარი.

ამოცანა 27. ერთი ვიდეობლოგერი კვირაში 500 ლარს გამოიმუშავებს. ერთხელ მან უფრო ნაკლები ვიდეო გამოაქვეყნა და თავისი ანაზღაურების ნახევარი გამოიმუშავა. რამდენი ლარი ვერ გამოიმუშავა მან?

პასუხი: 250 ლარი.

ამოცანა 28. ოფისში მუშაობს 20 თანამშრომელი, რომელთაც ერთნაირი ხელფასი აქვთ, რომელზეც ოფი-

სის მოგების ნახევარი იხარჯება. წინა თვეში მოგებამ შეადგინა 42000 ლარი. რამდენ ლარ ანაზღაურებას მიიღებს ოფისის თითოეული თანამშრომელი?

პასუხი: 1050 ლარს.

ამოცანა 29. კომპანიის ყოველთვიური მოგება შეადგენს 45000 ლარს. კომპანიის ყოველთვიური გადასახადები შეადგენს მისი მოგების მესამედს. რამდენია კომპანიის სუფთა წლიური მოგება?

პასუხი: 360 000 ლარი.

ამოცანა 30. კაპანაძეების საოჯახო ბიუჯეტი 36000 ლარია, რომელთაგან მესამედი იხარჯება ოჯახის კვებაზე, 9000 ლარს ოჯახი ხარჯავს აუცილებელ გადასახადებზე. რა თანხა რჩება კაპანაძეების ოჯახს სხვა ხარჯებისათვის?

პასუხი: 15000 ლარი.

ამოცანა 31. მარკეტში აქციაა. თუ ანი იყიდის 10 კოლოფ ორცხობილას, მაშინ ის გადაიხდის 22 ლარს. თუ ის შეიძენს 7 კოლოფს, მაშინ მან უნდა გადაიხადოს 17 ლარი და 50 თეთრი. რამდენ თეთრს დაზოგავს ანი თითოეული კოლოფის შეძენისას პირველ შემთხვევაში?

პასუხი: 30 თეთრს.

ამოცანა 32. თითოეული დამზადებული დეტალისათვის ხარატს 5 ლარს უხდიან. წინა თვეში ხარატმა 180 დეტალი გაარხა, ამ თვეში კი-250 დეტალი. რამდენი ლარით მეტ ანაზღაურებას მიიღებს ამ თვეში ხარატი წინა თვესთან შედარებით?

პასუხი: 350 ლარით მეტს.

ამოცანა 33. პაპუნამ ბაზარში 10 ლარის ვაშლი უნდა იყიდოს. რამდენ კილოგრამ ვაშლს იყიდის პაპუნა, თუ ერთი კილოგრამი ვაშლი 90 თეთრი ღირს?

პასუხი: 11 კილოგრამს.

ამოცანა 34. სასტუმრომ იყიდა 4 საბანი, თითოეული 35 ლარად და 6 ბალიში, თითოეული 9 ლარად. რამდენი ლარი დახარჯა სასტუმრომ?

პასუხი: 194 ლარი.

ამოცანა 35. 1 კატლეტის დასამზადებლად საჭიროა 50 გრამი ფარში. როგორია 1 კატლეტის საბაზრო ფასი, თუ 1 კილოგრამი ფარში 12 ლარი ღირს?

პასუხი: 60 თეთრი.

ამოცანა 36. 1 ლიმონი 30 თეთრი ღირს. ლიმონების რა უდიდესი რაოდენობის ყიდვა შეიძლება 7 ლარად?

პასუხი: 23 ლიმონის.

ამოცანა 37. მერაბის სურს იყიდოს 800 ლარიანი მობილური ტელეფონი და 120 ლარიანი ყურსასმენი. აისრულებს თუ არა მერაბი ჩანაფიქრს, თუ მას 1 თვეში 300 ლარს უხდიან და მერაბის მხოლოდ ზაფხულში შეუძლია რომ იმუშაოს?

პასუხი: ვერ აისრულებს.

ამოცანა 38. ნონას ტელეფონის ანგარიშზე 2 ლარი და 60 თეთრი ქონდა. ოთარისთან საუბრის შემდეგ მას ანგარიშზე 44 თეთრი დარჩა. ცნობილია, რომ სატელეფონო საუბარი გრძელდება წუთების მთელი რიცხვის განმავლობაში, ხოლო ერთი წუთის საუბარი 24 თეთრი ღირს. რამდენი წუთი ესაუბრა ნონა ოთარს?

პასუხი: 9 წუთი.

ამოცანა 39. სვიტერის მოსაქსოვად საჭიროა 900 გრამი ცისფერი შალის ძაფი. შესაძლებელია ცისფერი ძაფის ყიდვა, რომელიც 100 გრამი 5 ლარი ღირს, ასევე შესაძლებელია ვიყიდოთ თეთრი ძაფი, რომელიც 100 გრამი 3 ლარი ღირს და შემდეგ საღებავით შევღებოთ ცისფრად. საღებავის ერთი პაკეტი 5 ლარი ღირს და ის 300 გრამ თეთრი შალის ძაფს ღებავს ცისფრად. ფინანსურად რომელი ვარიანტი უფრო მისაღებია: ცისფერი ძაფის ყიდვა, თუ თეთრი ძაფის ყიდვა და მერე შეღებვა?

პასუხი: თეთრი ძაფის ყიდვა და შემდეგ ცისფრად შეღებვა.

ამოცანა 40. რვეულის საცალო ფასი 40 თეთრია. რამდენ ლარს გადაიხდის მყიდველი 60 რვეულში, თუ ერთდროულად 50 რვეულზე მეტის ყიდვის შემთხვევაში საკანცელარიო მაღაზიაში მოქმედებს ფასდაკლება, რომელიც საქონლის მთელი ღირებულების მეოთხედია.

პასუხი: 18 ლარი.

ამოცანა 41. მარტში გაყიდვის ქსელში შემოსული მობილური ტელეფონები 760 ლარი ღირდა. იგივე ტელეფონები აპრილში 690 ლარად იყიდებოდა, ხოლო მაისში-540 ლარად. რამდენი ლარით გაიაფდა მობილური ტელეფონები აპრილში? მაისში? როდის მეტად გაიაფდა? რამდენჯერ?

პასუხი: აპრილში მარტთან შედარებით მობილური ტელეფონი გაიაფდა 70 ლარით, მაისში აპრილთან შედარებით კი-140 ლარით. მობილური ტელეფონი მეტად გაიაფდა მაისში. 2-ჯერ.

ამოცანა 42. მანკი ანაბარზე წლიურად არიცხავს ანაბრის მეათედს. მეანაბრემ ბანკში 5000 ლარი შეიტანა. რამდენი გახდება ეს თანხა ერთი წლის შემდეგ, თუ მეანაბრეს საბანკო ანაბარზე რაიმე ოპერაცია არ განუხორციელებია?

პასუხი: 5500 ლარი.

ამოცანა 43. ტელეფონის სააბონენტო გადასახადი ერთ თვეში შეადგენს 4 ლარს. ბოლო წელს სააბონენტო გადასახადი გაიზარდა არსებულის მეოთხედით. რამდენი ლარით მეტის გადახდა მოუწევს აბონენტს წლის განმავლობაში?

პასუხი: 12 ლარით მეტი.

ამოცანა 44. თბილისში მაცხოვრებელი ოთხსულიანი ოჯახი დასვენებას აპირებს ბათუმში. ოჯახს შეუძლია ბათუმში წავიდეს მატარებლით, რომლის ბილეთი ერთ მგზავრზე 35 ლარი ღირს, ან წავიდეს საკუთარი მანქანით, რომელიც 100 კილომეტრზე 10 ლიტრ ბენზინს ხარჯავს, 1 ლიტრი ბენზინის ფასი 2 ლარი და 50 თეთრია, ხოლო თბილისიდან ბათუმამდე 400 კილომეტრია. ფინანსურად ოჯახისათვის რა სახის ტრანსპორტით მგზავრობაა მომგებიანი?

პასუხი: ავტომობილით მგზავრობა.

ამოცანა 45. ჩამოფასების შედეგად მაღაზიამ საქონლის ღირებულება 2-ჯერ შეამცირა. რა ღირდა ქალის ლაბადა ჩამოფასებამდე, თუ ის ახლა 120 ლარი ღირს?

პასუხი: 240 ლარი.

ამოცანა 46. წიგნის მაღაზიის ფასდაკლების ბარათის მფლობელები ყიდვის შემთხვევაში ფასის მეათედის ეკონომიას აკეთებენ. წიგნი 30 ლარი ღირს. რამდენ

ლარს გადაიხდის ამ წიგნში ფასდაკლების ბარათის მფლობელი? რამდენი ლარის ეკონომიას გააკეთებს ფასდაკლების ბარათის მფლობელი?

პასუხი: 27 ლარს. ეკონომია შეადგენს 3 ლარს.

ამოცანა 47. ქალაქ თბილისის ბიუჯეტი 1 მილიარდი ლარია. ბიუჯეტის მეათედი გზების ინფრასტრუქტურის მოწყობას მოხმარდება. რა რაოდენობის თანხა მოხმარდება დედაქალაქის გზების ინფრასტრუქტურის მოწყობას?

პასუხი: 100 მილიონი ლარის.

ამოცანა 48. სექტემბერში 1 კილოგრამი ქლიავი 2 ლარი ღირს. ნოემბერში ქლიავის ფასი სექტემბერთან შედარებით გაამვირეს მეოთხედით. რა ღირს გამვირებული ქლიავი ოქტომბერში?

პასუხი: 2 ლარი და 50 თეთრი.

ამოცანა 49. დედის წინდების მოქსოვას 2 გორგალი ძაფი დაჭირდა, ხოლო ქვედაბოლოს მოქსოვას 6 გორგალით მეტი. ერთი გორგალი ძაფი 5 ლარი ღირს. რამდენი ლარი დაიხარჯა ოჯახის ბიუჯეტიდან დედის წინდებზე და ქვედა კაბაზე?

პასუხი: 50 ლარი.

ამოცანა 50. მოსწავლეს სკოლაში მისასვლელად და სახლში დასაბრუნებლად ყოველდღიურად ესაჭიროება 40 თეთრი. კვირაში მოსწავლე 5 დღე სწავლობს. ამ კვირაში სამი დღე კარგი ამინდი იყო და მოსწავლე სკოლიდან სახლში ფეხით დაბრუნდა. რა თანხა დაზოგა სამ დღეში მოსწავლემ?

პასუხი: 60 თეთრი.

ამოცანა 51. ხარატმა ელექტრომატარებლებისათვის 30 ცალი დეტალი გამოჩარხა, ხოლო თბომავლებისათვის 20 დეტალით მეტი. რამდენი დეტალი გამოჩარხა ხარატმა თბომავლებისათვის? სულ რამდენი დეტალი გამოჩარხა ხარატმა?

პასუხი: 50 დეტალი. 80 დეტალი.

ამოცანა 52. იმერიმ 26 ხის სათამაშო გამოთალა და 260 ლარად გაყიდა. თორნიკემ იმერიზე 4 ხის სათამაშოთი მეტი გამოთალა და ერთი სათამაშო 12 ლარად გაყიდა. რამდენი ხის სათამაშო გამოთალა თორნიკემ? რა თანხა მიიღო თორნიკემ სათამაშოების გაყიდვით?

პასუხი: 30 ხის სათამაშო. 360 ლარი.

ამოცანა 53. გამყიდველმა 100 ლიტრი რძე უნდა გაყიდოს. მან 60 ლიტრი რძე უკვე გაყიდა. რამდენი ლიტრი რძე დარჩა გასაყიდი? რამდენ ლარი დარჩა ასაღები გამყიდველს, თუ 1 ლიტრი რძე 2 ლარი ღირს?

პასუხი: 40 ლიტრი რძე. 80 ლარი.

ამოცანა 54. მათე და მისი მამა ყურძენს კრეფენ. მათემ 15 კალათი ყურძენი მოკრიფა, მამამისმა კი 20 კალათით მეტი. სულ რამდენი კილოგრამი ყურძენი მოკრიფეს მათემ და მამამისმა, თუ ერთი კალათი ყურძენი 12 კილოგრამს იწონის?

პასუხი: 600 კილოგრამი.

ამოცანა 55. დურგალი ერთ დღეში 10 სკამს აკეთებს, ხოლო მისი მოსწავლე 6 სკამს. ერთი სკამის გაკეთებაში 5 ლარს იხდიან. რამდენი ლარით მეტს გამოიმუშავებს დურგალი მოსწავლესთან შედარებით?

პასუხი: 20 ლარით მეტს.

ამოცანა 56. კომბლეს ძროხა-ჭრელა წელიწადში 3000 ლიტრ რძეს იწველის. კომბლე ჭრელას ხბოს 600 ლიტრ რძეს ასმევს. საკუთარი მოთხოვნილებების დასაკმაყოფილებლად კი 2000 ლიტრს ხარჯავს. რა მოგება მიიღო კომბლემ თავისი ჭრელას მოწველილი რძიდან ერთი წლის მანძილზე, თუ მორჩენილი რძე მან რძის მიმღებ პუნქტში ჩააბარა-1 ლიტრი 2 ლარად?

პასუხი: 800 ლარი.

ამოცანა 57. საშემოსავლო გადასახადი შეადგენს დარიცხული ხელფასის მეხუთედს. თემოს ხელფასი 1500 ლარია. რა თანხას აიღებს თემო საშემოსავლო გადასახადის გადახდის შემდგომ?

პასუხი: 1200 ლარს.

ამოცანა 58. ტაქსის მძღოლმა ერთ თვეში ტაქსით 5000 კილომეტრი გაიარა. 1 ლიტრი ბენზინის ფასი 2 ლარი და 50 თეთრია. ტაქსი 100 კილომეტრზე 10 ლიტრ ბენზინს მოიხმარს. რამდენი ლარი გადაიხადა ერთი თვის მანძილზე ტაქსის მძღოლმა ბენზინში?

პასუხი: 1250 ლარი.

ამოცანა 59. შოკოლადის ფილა 4 ლარი ღირს. კვირა დღეს სუპერმარკეტში სპეციალური ფასდაკლება მოქმედებს: ორი შოკოლადის ფილის შეძენის შემთხვევაში მყიდველს საჩუქრად ეძლევა ერთი ფილა შოკოლადი. რამდენი ფილა შოკოლადი შეიძლება მივიღოთ კვირა დღეს 40 ლარად?

პასუხი: 15 ფილა.

ამოცანა 60. ბენზინგასამართ სადგურზე მძღოლმა მოლარე-ოპერატორს 200 ლარიანი მიცა და თხოვა ავზის ავსება. მძღოლს მოლარე-ოპერატორმა 65 ლარი

დაუბრუნა. რამდენი ლიტრი ბენზინი ჩაუსხეს ავზში მძღოლს, თუ 1 ლიტრი ბენზინი 2 ლარი და 50 თეთრი ღირს?

პასუხი: 54 ლიტრი.

ამოცანა 61. ჟურნალზე ნახევარი წლით ხელმოწერა 25 ლარი ღირს, ხოლო ჟურნალის ერთი ნომრის ღირებულება 1 ლარი და 50 თეთრია. ანიმ ნახევარი წლის მანძილზე ჟურნალის 24 ნომერი შეიძინა. რამდენი ლარით ნაკლებს გადაიხდიდა ანი, თუ ის ჟურნალის ხელმომწერი იქნებოდა?

პასუხი: 11 ლარით ნაკლებს.

ამოცანა 62. მარკეტში დაფასოებული ნაღების კარაქის ფასი 4 ლარია. მარჯკეტს აქცია აქვს და პენსიონრებისათვის პროდუქტები გაიცემა ფასდაკლებით, რომელიც ფასის მეათედს შეადგენს. რა ღირს მარკეტში პენსიონერებისათვის დაფასოებული ნაღების კარაქი?

პასუხი: 3 ლარი და 60 თეთრი.

ამოცანა 63. სახლის მშენებლობისათვის ფირმა ან ბეტონის ფუნდამენტს ასხამს, ამ ბეტონის ბლოკებს აწყობს. ფუნდამენტში ბეტონის ბლოკების ჩაწყობისას საჭიროა 2 კუბური მეტრი ბეტონის ბლოკი და 4 ტომარა ცემენტი. ბეტონის ფუნდამენტის ჩასხმისას საჭიროა 2 ტონა ღორღი და 20 ტომარა ცემენტი. 1 კუბური მეტრი ბეტონის ბლოკი 140 ლარი ღირს, 1 ტონა ღორღი 50 ლარი, ხოლო 1 ტომარა ცემენტი 10 ლარი. რამდენი ლარი დაჭირდება სახლის ფუნდამენტის მოწყობას, თუ ავირჩევთ ფუნდამენტის მოწყობის ორი შესაძლო ვარიანტიდან უფრო იაფს?

პასუხი: 300 ლარი.

ამოცანა 64. ავეჯის მაღაზიაში დაშლილი ავეჯი იყიდება. მყიდველს შეუძლია მაღაზიას შეუკვეთოს ავეჯის სახლში აწყობა, რომელიც ავეჯის ფასის მეათედი ღირს. დაშლილი კარადა მაღაზიაში 320 ლარი ღირს. ავეჯის მაღაზიაში იყიდეს დაშლილი კარადა და შეუკვეთეს მისი სახლში აწყობა. რამდენი ლარი დაუჯდება სულ ეს მყიდველს?

პასუხი: 352 ლარი.

ამოცანა 65. 1 კვადრატული მეტრი იატაკის შეღებვას ესაჭიროება 150 გრამი საღებავი. საღებავი იყიდება 3 კილოგრამიანი ქილებით. რამდენი საღებავიანი ქილა უნდა ვიყიდოთ 56 კვადრატული მეტრი იატაკის შესაღებად?

პასუხი: 3 ქილა.

ამოცანა 66. ერთი კილოგრამი მარწყვი 5 ლარი ღირს. თომამ 500 გრამი მარწყვი იყიდა. რა თანხა უნდა დაუბრუნონ თომას, თუ მან გამყიდველს 20 ლარიანი მისცა?

პასუხი: 17 ლარი და 50 თეთრი.

ამოცანა 67. შეკვრაში A4 ფორმატის 500 ფურცელია. ერთი კვირის განმავლობაში ოფისში 3200 ფურცელს ხარჯავენ. რამდენი უმცირესი რაოდენობის შეკვრაა საჭირო ოფისში 3 კვირის მანძილზე?

პასუხი: 20 შეკვრა.

ამოცანა 68. წლის დასაწყისში ფიჭურ სატელეფონო კომპანიას 193 ათასი აბონენტი ყავდა. წლის ბოლოს აბონენტთა რაოდენობა 579 ათასი გახდა. რამდენჯერ გაიზარდა წლის ბოლოს კომპანიის ფულადი შემოსავლები წლის დასაწყისთან შედარებით?

პასუხი: 3-ჯერ.

ამოცანა 69. შემოქმედებითი დავალებების რვეული ეკონომიკაში შენს ახლოს მდებარე საკანცელარიო მაღაზიაში ღირს 90 კვინტო, ხოლო საკანცელარიო მაღაზიაში, რომელთან მისასვლელად და უკან დასაბრუნებლად ავტობუსია საჭირო-60 კვინტო ღირს. რომელ საკანცელარიო მაღაზიაში ყიდვაა ფინანსურად მომგებიანი, თუ ავტობუსის ბილეთი 10 კვინტო ღირს?

ამოხსნა. თუ საკანცელარიო მაღაზიაში ავტობუსით წავალთ და უკანაც ავტობუსით დავბრუნდებით, სულ დაგვჭირდება:

$$60 + 10 + 10 = 80 \text{ (კვინტო)}.$$

რადგან $90 > 80$, ამიტომ უმჯობესია რვეული ვიყიდოთ იმ საკანცელარიო მაღაზიაში, რომელთან მისასვლელად ავტობუსით უნდა წავიდეთ.

პასუხი: ფინანსურად მომგებიანია რვეულზე წასვლა.

ამოცანა 70. დედა სამუშაოზე 1 დღეში გამოიმუშავებს 25 კვინტოს. სამსახურში მისვლა და დაბრუნება ჯდება 2 კვინტო. რას ურჩევთ დედას: არ წავიდეს სამუშაოზე ერთი დღე, დარჩეს სახლში და თმა შეკრიჭოს ორ შვილს, თუ მისცეს მათ ფული და თმა შეიკრიჭონ დალაქთან? დალაქთან თმის შეკრეჭა 10 კვინტო ღირს. კვინტო არის ჩვენს მიერ გამოგონილი ფულის ერთეული).

ამოხსნა. ბავშვებს თმის შეჭრისათვის გადასახდელი ექნებათ:

$$10 \times 2 = 20 \text{ (კვინტო)}.$$

დედის სუფთა შემოსავალი ერთი დღის სამუშაოზე წასვლის შემდეგ არის:

$$25 - 2 = 23 \text{ (კვინტო)}.$$

რადგან,

$$22 < 23,$$

ამიტომ უმჯობესია ბავშვებმა თმა დალაქთან შეიკრიჭონ.

პასუხი: მომგებიანია დედა წავიდეს სამსახურში, ხოლო ბავშვებმა თმა დალაქთან შეიკრიჭონ.

ამოცანა 71. წუნა, წრუწუნა, ნაცარქექია და ბომბორა ერთად ცხოვრობენ ქალაქში. მათ აგარაკი სოფელში აქვთ. ბომბორას სურს აგარაკზე სოფელში წასვლა. სადაც მისვლა შეიძლება ავტობუსით, რომლის ბილეთის ღირებულება 25 კვინტოა, ან ავტომობილით, რომელსაც სოფლამდე 10 ლიტრი ბენზინი სჭირდება. 1 ლიტრი ბენზინი 6 კვინტო ღირს. ბომბორა აგარაკზე წავიდა. ურჩიეთ ბომბორას ფინანსურად რომელი სახის ტრანსპორტით წასვლა უფრო მომგებიანია. რა ტრანსპორტს აირჩევს ბომბორა, თუ მასთან ერთად აგარაკზე წუნა, წრუწუნა და ნაცარქექიაც წავლენ?

ამოხსნა. ქალაქიდან აგარაკზე მანქანით წასვლის შემთხვევაში ბომბორას დასჭირდება:

$$6 \times 10 = 60 \text{ (კვინტო)}.$$

ავტობუსით მგზავრობას ქალაქიდან სოფელში მდებარე აგარაკამდე სჭირდება 25 კვინტო, რომელიც 60 კვინტოზე ნაკლებია. ამიტომ თუ სოფელში აგარაკზე მხოლოდ ბომბორა მიდის, მაშინ მომგებიანია ავტობუსით წასვლა.

იმ შემთხვევაში, თუ ქალაქიდან აგარაკზე ოთხივენი ერთად წავლენ მანქანით, მაშინ მათთვის ავტობუსის ბილეთებს დასჭირდება

$$25 \times 4 = 100 \text{ (კვინტო)}.$$

რადგან $100 > 60$, ამიტომ ოთხივეს წასვლის შემთხვევაში უმჯობესია ავტომანქანით წასვლა.

პასუხი: უმჯობესია მარტო ბომბორა წავიდეს ქალაქიდან სოფლის აგარაკზე ავტობუსით, ხოლო ოთხივეს წასვლა ფინანსურად მომგებიანია თუ ავტომანქანით იმგზავრებენ.

III თავი

უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით

§3.1. არასრული ინდუქცია

მათემატიკაში მრავალი თეორიული და პრაქტიკული სახის დასაბუთებასა და გადმოცემაში, ფართოდ იყენებენ ლოგიკური მსჯელობის საყოველთაოდ ცნობილ ორ ფორმას, რომლებიც ინდუქციისა და დედუქციის სახელით არიან ცნობილი. ინდუქცია და დედუქცია (inductio, deductio) ლათინური წარმოშობის სიტყვებია. პირველი ნიშნავს მიყვანას, მიხვედრებას, აზრის მართვას, ხოლო მეორე-გამოყვანას. ინდუქცია და დედუქცია ურთიერთსაპირისპირო მსჯელობებია.

დაკვირვებითა და ცდებით მიღებული ცალკეული ფაქტებიდან განზოგადებულ ფაქტებზე და მოვლენებზე გადასვლა შემეცნების პროცესის კანონზომიერებაა. ასეთი გადასვლის უშუალო, ლოგიკური ფორმაა ინდუქცია, რომელიც კერძო მსჯელობიდან ზოგადზე გადასვლის მეთოდს წარმოადგენს. ინდუქციას, როგორც მსჯელობის ერთ-ერთ სახეს ჯერ კიდევ ძველი ბერძნებიც იყენებდნენ. ინდუქცია, როგორც მსჯელობის სახე, მოხსენიებულია სოკრატეს შრომებში (469-399 წწ. ჩვენს წელთაღრიცხვამდე).

ტერმინი „ინდუქცია“ გულისხმობს სამ ძირითად მნიშვნელობას:

1. ეს არის დასკვნების გამოტანის ერთ-ერთი სახე, რომლის დროსაც ორი ან რამდენიმე კერძო სახის მსჯელობის საფუძველზე მიიღება ახალი ზოგადი სახის მსჯელობა (დასკვნა).

2. ეს არის კვლევის მეთოდი, რომლის დროსაც რაიმე სიმრავლის შესასწავლად იკვლევენ მის ცალკეულ ობიექტებს და მათგან გამოყოფენ საერთო თვისებებს, რომლებიც ახასიათებს სიმრავლის ყველა ობიექტს.

3. ეს არის ლიტერატურულ წყაროებსა და საუბრებში მასალის გადმოცემის ფორმა, როცა ნაკლებად ზოგადი წარმოდგენიდან მივდივართ უფრო ზოგად თვალსაზრისამდე.

უმეტეს შემთხვევაში მეცნიერული აღმოჩენები ინდუქციური ხასიათისაა, მაგრამ აღმოჩენილი დებულებების გადმოცემა შემდგომ დედუქციური მსჯელობის გზით ხდება.

ინდუქცია შემეცნების ის ფორმაა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს, მივიღოთ ძირითადი დასკვნა ცალკეული ფაქტების საფუძველზე, ანუ ესაა აზროვნების მოძრაობა კერძოდან ზოგადისაკენ. ინდუქციის მეთოდები გამოიყენება ობიექტებსა და მოვლენებს შორის ემპირიული კავშირების დასადგენად. ეს მეთოდებია:

1.ერთადერთი მსგავსების მეთოდი (რომელიმე შემთხვევაზე ან მოვლენაზე დაკვირვებისას გამოიკვეთება მხოლოდ ერთი საერთო ფაქტორი. ცხადია, რომ ეს ერთადერთი ფაქტორი წარმოადგენს მოცემული მოვლენის მიზეზს);

2.ერთადერთი განსხვავების მეთოდი (თუ არსებობს გარკვეული პირობები რაღაც მოვლენის ან გარემოების

წარმოშობისა, თუ ყველა მათგანი თითქმის ერთმანეთის მსგავსია და მხოლოდ ერთი ფაქტორით განსხვავდება, მაშინ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ეს ფაქტორი არის კიდეც მოცემული მოვლენის წარმოშობის მიზეზი);

3.მსგავსებისა და განსხვავების დაკავშირების მეთოდი (იგი წარმოადგენს ორი ზემოთ მითითებული მეთოდის კომბინაციას);

4.თანმხლები ცვლილებების მეთოდი (თუ ერთი მოვლენის ცვლილებები მუდმივად იწვევს გარკვეულ ცვლილებებს სხვა მოვლენებში, მაშინ უნდა დავასკვნათ, რომ ამ მოვლენებს შორის არსებობს მიზეზ-შედეგობრივი კავშირი);

5.,,ნარჩენების“ მეთოდი (ესაა რთული შემთხვევა ,,მრავალფაქტორიანი მიზეზისა“. თუ რომელიმე ფაქტორთაგანი ცნობილია, როგორც მოცემული მოვლენის რომელიმე ნაწილის მიზეზი, აქედან მივიღებთ დასკვნას: სხვა ნაწილების მიზეზებს შეიძლება სულ სხვა ფაქტორები განაპირობებდეს, რომლებიც ერთიანობაში მოცემული მოვლენის საერთო მიზეზი იქნება).

ზოგადი მსჯელობიდან კერძო დასკვნების გამოტანას დედუქცია ეწოდება.

უშუალო დაკვირვების გარდა ადამიანს კიდევ აქვს ერთი საშუალება, რომლითაც ის მოიპოვებს ერთეული, კონკრეტული ფაქტების ცოდნას და ადგენს ზოგადი დებულებების ჭეშმარიტებას. ეს არის ინდუქცია, ინდუქციური დასკვნები. ინდუქციურ დასკვნაში დასკვნის ჭეშმარიტება მხოლოდ საალბათოა, რაც იმას ნიშნავს, რომ შესაძლებელია ინდუქციური დასკვნის წანამ-

ძღვრები ჭეშმარიტი იყოს, დასკვნა კი მცდარი აღმოჩნდეს. ნებისმიერი მათემატიკური დისციპლინის ასაგებად წინასწარ შემოაქვთ ძირითადი საწყისი ცნებები, მიმართებანი, რომელთა განსაზღვრებას არ ახდენენ. ამის შემდეგ ჩამოყალიბებულია ამ ცნებებთან დაკავშირებული აქსიომათა სისტემა. ამ აქსიომათა სისტემის ლოგიკური თანმიმდევრობა გვაძლევს ახალ დასკვნებსა და შედეგებს.

მათემატიკის სწავლებისას სკოლაში ფართო გამოყენება აქვს ინდუქციისა და დედუქციის მეთოდებს. დაწყებით კლასებში, სადაც მოსწავლეებს ჯერ კიდევ ნაკლებად აქვთ განვითარებული აბსტრაქტული აზროვნების უნარი, ჩვეულებრივ ვიყენებთ ინდუქციას, ხოლო მაღალ კლასებში თანდათანობით ვაძლიერებთ სასწავლო მასალის გადაცემისას დედუქციურ გზას. გეომეტრიის სწავლებისას უფრო მეტად იყენებენ დედუქციურ გზას.

სწავლების შემდეგ საფეხურზე ინდუქციის გამოყენება ადვილად ხერხდება მისი სიმარტივისა და ბუნებრიობის გამო. მართლაც, ადამიანი, ცალკეული ფაქტების, სხვადასხვა მოვლენის დაკვირვებისას ეძებს მათში მსგავსებას, საერთოს. ამ ძიების პროცესში ახერხებს ერთგვარი კანონზომიერებების დადგენას (თუ ასეთი არსებობს), შემდეგ აყალიბებს დებულებას. კერძოდან ზოგადზე გადასვლა ხდება სხვადასხვანაირად, ამის გამო განიხილავენ სხვადასხვა სახის ინდუქციას: არასრულ ინდუქციას, სრულ ინდუქციას და მათემატიკურ ინდუქციას.

დასამტკიცებელი დებულების არსებობის ყველა შესაძლო შემთხვევა ზოგჯერ სასრული რიცხვია, ზოგჯერ კი უსასრულო. მსჯელობის ინდუქციური გზის გამოყენების დროს ხშირად მოუხერხებელია და შეუძლებელიც ყველა კონკრეტული შემთხვევის განხილვა.

მსჯელობის ფორმას, რომლის დროსაც რამდენიმე კერძო შემთხვევის განხილვის საფუძველზე ხდება შემჩნეული კანონზომიერებების დადგენა, არასრულ ინდუქციას უწოდებენ.

არასრული ინდუქცია არ ითვლება დებულების მტკიცების მეცნიერულ გზად, მაგრამ მას ფართოდ იყენებენ ამა თუ იმ კანონზომიერების არსებობის შესაძლებლობების ჰიპოთეზის გამოთქმისთვის. არასრული ინდუქციით ხდება მრავალი პრობლემის დასმა და გადაჭრა.

მათემატიკის სასკოლო კურსში არასრულ ინდუქციას მიმართავენ როგორც სწავლების მეთოდს. მაგალითად, მრავალწევრის კვადრატის ფორმულის გამოყვანისას ჯერ გამოგვყავს ორი რიცხვის ჯამის ფორმულა:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

შემდეგ ვიხილავთ სამი შესაკრების ჯამის კვადრატს:

$$(a+b+c)^2 = \left[(a+b)+c\right]^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

შემდეგ დავწერთ ოთხი შესაკრებისათვის:

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.$$

და ა.შ. გამოგვყავს წესი: მრავალწევრის კვადრატი უდრის მისი ყველა წევრის კვადრატის ჯამს პლუს გაორკეცებული ნამრავლი თითოეული წევრისა მის შემდგომ წევრზე.

არასრული ინდუქციის მეთოდს დაწყებით კლასებში იყენებენ როგორც ევრისტიკულ და თვალსაჩინო მეთოდს. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი:

XVIII საუკუნის გერმანელმა მათემატიკოსმა, პეტერბურგის აკადემიის წევრმა, გოლდბახმა გამოთქვა ჰიპოთეზა: ყოველი 2-ზე მეტი ლუწი რიცხვი წარმოადგენს ორი მარტივი რიცხვის ჯამს:

$4 = 2 + 2$; $6 = 3 + 3$; $8 = 5 + 3$;

$10 = 3 + 7$; $12 = 5 + 7$, $14 = 3 + 11$;

$16 = 5 + 11$; $18 = 5 + 13$; $20 = 3 + 17$

და ა. შ.

ეს ზოგადად ჯერ დამტკიცებული არ არის, შემოწმებულია კერძო შემთხვევებზე. რუსმა მათემატიკოსმა ი.ვინოგრადოვმა დაამტკიცა, რომ ნებისმიერი საკმაოდ დიდი რიცხვი წარმოადგენს ოთხი მარტივი რიცხვის ჯამს.

არასრული ინდუქციის მეთოდით არის გამოყვანილი არითმეტიკული პროგრესიის ნებისმიერი წევრის გამოსათვლელი ფორმულა:

$$a_n = a_1 + (n-1)d.$$

მაგალითად, მართკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყვანისათვის. შეიძლება ასე მოვიქცეთ: ჯერ განვიხილავთ შემთხვევებს, როგორი რიცხვებით გამოისახებიან მართკუთხედის განზომილებები. პირველად განვიხილავთ შემთხვევას, როცა განზომილებები გამოისახება ნატურალური რიცხვებით. სიგრძის საზომ ერთეულად ვიღებთ რაიმე მონაკვეთს. დავხაზავთ მართკუთხედს, მის გვერდებზე მოვზომავთ აღებულ საზომ ერთეულს და გავავლებთ

გვერდების პარალელურ წრფეებს. მივიღებთ შემდეგ სურათს. გვერდები იყოს a და b. კერძოდ, a=5, b=3. მართკუთხედი შედგენილი იქნება ტოლი კვადრატებით, თითოეული მათგანის ფართობი ფართობის ზომის ერთეულით გამოისახება, ასეთი კვადრატი იქნება 15 (5 · 3). ე.ი.

S = a · b კვ. ერთ.

მეორე შემთხვევა, როცა განზომილებებიდან ორივე ან ერთ-ერთი წილადი რიცხვია. მაგალითად,

$$a = 3\frac{1}{2}, \quad b = 2\frac{1}{2}.$$

ამ შემთხვევაში განზომილებები ასე ჩავწეროთ:

$$a = \frac{7}{2}, \quad b = \frac{5}{2}.$$

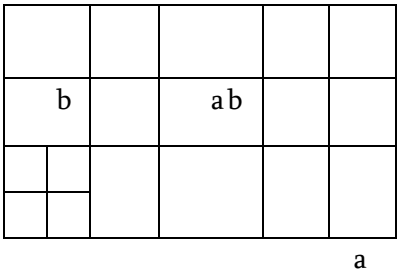
ეს რომ პირველ შემთხვევაზე დავიყვანოთ, საჭიროა სიგრძის საზომ ერთეულად ავიღოთ იმ მონაკვეთის ნახევარი, რაც წინა შემთხვევაში ავიღეთ. მაშინ მივიღებთ, რომ a=7, b=5. სიგრძის ახალ საზომ ერთეულში მართკუთხედის განზომილებები გამოისახებიან მთელი რიცხვებით და მისი ფართობი-S = 7 · 5 ფართობის ახალ საზომ ერთეულს. ფართობის საზომი ერთეულის ორივე გვერდი გავყოთ ორ ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილები შევაერთოთ წრფის მონაკვეთებით. დავინახავთ, რომ ფართობის ახალი საზომი ერთეული ოთხჯერ ნაკლებია ძველ საზომ ერთეულზე და ამიტომ ვწერთ:

$$s = \frac{7 \cdot 5}{4} (\text{ძვ.საზ.ერთ.}) = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} (\text{ძვ.საზ.ერთ.}) = a \cdot b (\text{ძვ.საზ.ერთ.})$$

შევნიშნავთ, რომ ამ შემთხვევაშიც ფართობი

S = a · b (კვ. ერთ.).

მესამე შემთხვევა მოიცავს ირაციონალურ რიცხვებს, რადგან სწავლების ამ საფეხურზე ეს საკითხი მოსწავლეთათვის უცნობია, ჩვენ იძულებული ვართ აქ შევჩერდეთ. ეს არის არასრული ინდუქციის გეომეტრიაში გამოყენების მაგალითი.



არასრული ინდუქციის გამოყენების დროს შესაძლებელია მივიღოთ მცდარი დასკვნა. გავარჩიოთ რამდენიმე მაგალითი:

1. განვიხილოთ სამწევრი $P(x) = x^2 + x + 41.$

ეს სამწევრი ცნობილი იყო ეილერისათვის. როცა -40 ≤ x ≤ 39, სამწევრი გვაძლევს მარტივ რიცხვებს. მაგრამ, თუ x-ის ნაცვლად ჩავსვამთ 40-ს, მივიღებთ შედგენილ რიცხვს:

$$P(40) = 40^2 + 40 + 41 = 40(40+1) + 41 = 40 \cdot 41 + 41 = 41^2.$$

2. სამწევრი $P(x) = x^2 + x + 17.$

ეს სამწევრი როცა x = 1, 2, 3,..., 15 გვაძლევს მარტივ რიცხვებს. მაგრამ, თუ გამოვიტანთ დასკვნას, რომ ეს მრავალწევრი x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის გამოსახავს მარტივ რიცხვს, ის მცდარი იქნება. მართლაც, როცა x =16, გვაქვს:

$$P(16) = 16^2 + 16 + 17 = 16(16+1) + 17 = 16 \cdot 17 + 17 = 17^2.$$

მათემატიკის ისტორიაში ცნობილია ისეთი ფაქტები, რომ ზოგჯერ გამოჩენილი მათემატიკოსებიც კი შეცდნენ თავიანთ ინდუქციურ დასკვნებში. მაგალითად, პიერ ფერმამ გამოთქვა აზრი, რომ $2^{2^n}+1$ მარტივი რიცხვია, მოახდინა შემოწმება, როცა $n=1,2,3,4.$

ლეონარდ ეილერმა დაასაბუთა, როცა n=5, მაშინ $2^{2^5}+1$მარტივი რიცხვი არ არის და ის იყოფა 641-ზე. მართლაც

$$2^{2^5}+1=4294967297=641\cdot 6700417.$$

ასევე, x^n-1 ორწევრის დაშლისას n-ის გარკვეული ნატურალური მნიშვნელობისათვის მრავალწევრში x-ის კოეფიენტი აბსოლუტური მნიშვნელობით არ აღემატება 1-ს, მაგრამ შემოწმებით დადასტურდა, რომ $x^{105}-1$ ორწევრი (n=105) იშლება ისეთ მრავალწევრად, რომლის ერთ-ერთი თანამამრავლი შეიცავს ცვლადს ერთზე მეტი კოეფიციენტით.

ამის გამო არასრულ ინდუქციას, როგორც სამეცნიერო კვლევის გზას ძალიან ფრთხილად იყენებენ.

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენებით შეიძლება მივიღოთ ამოცანის გადაწყვეტის სხვადასხვა ხერხი, რომელთაგან თითოეული გარკვეულ მოსაზრებებზეა დაფუძნებული და ყურადღებას იმსახურებს, მაგრამ შესაძლებელია რეალურად არ აღწერს მოვლენის არსს, მაგალითად განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 1. მდიდარ სენატორს გარდაცვალების შემდეგ დარჩა ფეხმძიმე ცოლი, რომელიც შვილს ელოდა. სენატორის მემკვიდრეობა ქონების სახით სულ, 210 ტალანტს შეადგენდა, მან დატოვა ანდერძი, რომელშიც

ეწერა: „თუ დაიბადება ბიჭი, მას გადაეცეს მთელი ჩემი ქონების ორი მესამედი, ხოლო დანარჩენი გადაეცეს დედას; თუ დაიბადება გოგო, მას გადაეცეს მთელი ჩემი ქონების მესამედი, ორი მესამედი კი-დედას.“ სენატორის ცოლს შეეძინა ტყუპები-ბიჭი და გოგო. ეს შემთხვევა ანდერძში ნახსენები არ იყო. როგორ გავყოთ სენატორის დატოვებული ქონება სამ მემკვიდრეს-ბიჭს, გოგოს და დედას შორის ანდერძთან ყველაზე უფრო მიახლოებულად?

რადგან მოანდერძის ყველა თხოვნის შესრულება შეუძლებელია, ამიტომ უნდა შესრულდეს მისი დანაბარების მხოლოდ ნაწილი. იმის მიხედვით, თუ ანდერძის რომელ ნაწილს შევასრულებთ, მივიღებთ ქონების გაყოფის სხვადასხვა ვარიანტს. გავარჩიოთ რამდენიმე მათგანი:

1. მოანდერძის პირველი მოთხოვნით, ბიჭს უნდა დარჩეს მთელი ქონების 2/3, მეორე პირობიდან-გოგოს უნდა დარჩეს დედაზე ორჯერ ნაკლები. მაშინ ბიჭი მიიღებს 140 ტალანტს, გოგონა-$23^1/_3$, ხოლო დედა-$46^2/_3$.

2. მოანდერძის პირველი პირობიდან გამომდინარეობს, რომ დედის წილი ბიჭის წილზე 2-ჯერ ნაკლებია, მეორედან კი-ეს წილი გოგოს წილზე ორჯერ მეტია. მაშინ ბიჭი მიიღებს 120 ტალანტს, დედა-60, ხოლო გოგო-30-ს.

3. დედის წილი არანაკლებ 1/3-ია, ხოლო ბიჭის წილი 4-ჯერ მეტია გოგოს წილზე, მაშინ დედა მიიღებს 70 ტალანტს, ბიჭი-112, გოგო-28-ს.

შესაძლებელია სხვა ვარიანტებიც.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს ამოცანა ცხოვრებისეულია. ასეთი შემთხვევა ნამდვილად მოხდა ძველ რომში, სადაც სასამართლომ მემკვიდრეობა გაყო ისე, როგორც ეს მეორე შემთხვევაშია განხილული.

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენება საშუალებას იძლევა მივიღოთ ისეთი დასკვნა, რომელიც მხოლოდ ერთ რომელიმე კონკრეტულ შემთხვევაში კმაყოფილდება, რაც შეიძლება ამოცანის ამოხსნის საფუძველიც კი გახდეს. მაგალითად, განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 2. მოცემულია 8 საწონი: 1გ, 2გ, 3გ, 4გ, 5გ, 6გ, 7გ და 8 გრამი, მაგრამ უცნობია რომელი მათგანი რამდენს იწონის. ბარონი მიუნჰაუზენი ამტკიცებს, რომ ახსოვს, რომელი საწონი რამდენს იწონის და თავისი ნათქვამის დასამტკიცებლად მზადაა ერთი აწონვით ცალსახად დაადგინოს თუნდაც ერთი საწონის მასა. ბარონი ხომ არ ცრუობს?

შევნიშნოთ, რომ ნებისმიერი ხუთი საწონი 15გ-ზე ნაკლები არ არის. მართლაც,

$$1+2+3+4+5=15,$$

ხოლო, ნებისმიერი ორი საწონი 15გ-ზე მეტი არ არის. მართლაც,

$$7+8=15.$$

ე.ი. მხოლოდ იმ შემთხვევაში გააწონასწორებენ სასწორის თეფშები ერთმანეთს, თუ სასწორის ერთ თეფშზე დავდებთ 1, 2, 3, 4 და 5 გრამიან საწონებს, ხოლო მეორეზე 7 და 8 გრამიან საწონებს. თუ ბარონი საწონებს ასე განალაგებს, მაშინ მას შეეძლება დაამტკიცოს, რომ დარჩენილი საწონი 6 გრამიანია.

ამოცანა 3. XIV საუკუნის ჩაძირულ კარაველაზე იპოვეს ექვსი სკივრი ოქროს მონეტებით. პირველ ოთხ სკივრში აღმოჩნდა 60, 30, 20 და 15 ოქროს მონეტა. როცა დათვალეს მონეტები დარჩენილ ორ სკივრში, შენიშნეს, რომ სკივრში განთავსებული მონეტები შეადგენენ გარკვეული წესით შედგენილ რაიმე მიმდევრობას. დაადგინეთ, რამდენი ოქროს მონეტაა მეხუთე და მეექვსე სკივრებში?

სკივრებში აღმოჩენილი მონეტები 60-ის გამყოფებია დალაგებული კლებადობის მიხედვით. ასე, რომ მეხუთე და მეექვსე სკივრებში უნდა იყოს შესაბამისად 12 და 10 ოქროს მონეტა.

ან დავნომროთ სკივრები: 1, 2, 3, 4, 5 და 6. ამ სკივრებიდან პირველ სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{1}\cdot 60 = 60.$$

მეორე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{2}\cdot 60 = 30.$$

მესამე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{3}\cdot 60 = 20.$$

მეოთხე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{4}\cdot 60 = 15.$$

ამის შემდეგ მოსწავლეები ადვილად მიხვდებიან, რომ მეხუთე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{5}\cdot 60 = 12.$$

მეექვსე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{6}\cdot 60 = 10.$$

ამოცანა 4. XVI საუკუნის ჩაძირულ ესპანურ კარაველაზე იპოვეს 24 სკივრი ოქროს მონეტებით. პირველ ხუთ სკივრში აღმოჩნდა 420, 210, 140, 105 და 84 ოქროს მონეტა. როცა დათვალეს მონეტები დარჩენილ სკივრებში, შენიშნეს, რომ სკივრში განთავსებული მონეტები შეადგენენ გარკვეული წესით შედგენილ მიმდევრობას. დაადგინეთ, რამდენი ოქროს მონეტაა მეექვსე სკივრში? მეშვიდე სკივრში? მეათე სკივრში?

დავნომროთ სკივრები: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 24. ამ სკივრებიდან პირველ სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{1}\cdot 420 = 420.$$

მეორე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{2}\cdot 420 = 210.$$

მესამე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{3}\cdot 420 = 140.$$

მეოთხე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{4}\cdot 420 = 105.$$

მეხუთე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{5}\cdot 420 = 84.$$

ეს ჩანაწერები გვიბიძგებს იმისკენ, რომ მეორე სკივრში არსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/2-ზე გამრავლებით, მესამე სკივრში არსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/3-ზე გამრავლებით, მეოთხე სკივრში არსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/4-ზე გამრავლებით, მეხუთე სკივრში არსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/5-ზე გამრავლებით და ა.შ. მე-n-ე სკივრში (n=1, 2, 3, ..., 24) მოთვსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/n-ზე გამრავლებით. ე.ი. გამოითვლება ფორმულით:

$$a_n = \frac{420}{n}\cdot$$

ამის შემდეგ მოსწავლეები ადვილად მიხვდებიან, რომ მეექვსე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{6}\cdot 420 = 70.$$

მეშვიდე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{7}\cdot 420 = 60.$$

მეათე სკივრში მოთავსებული მონეტები ჩავწეროთ ასე:

$$\frac{1}{10}\cdot 420 = 42.$$

ე.ი. ჩვენი მოსაზრების თანახმად, მეექვსე, მეშვიდე და მეათე სკივრებში უნდა იყოს შესაბამისად 70, 60 და 42 მონეტა.

ყველაფერი კარგად წავიდა, მაგრამ ჩვენს მიერ გამოთქმული ჰიპოთეზა-მე-n-ე სკივრში მოთვსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების 1/n-ზე გამრავლებით-არის თუ არა მართებული? შევამოწმოთ რამდენი მონეტა იქნებოდა მერვე სკივრში. გვაქვს:

$$\frac{1}{8}\cdot 420 = 52\frac{1}{2}.$$

რაც შეუძლებელია, რადგან მონეტების რაოდენობა უნდა გამოისახებოდეს ნატურალური რიცხვით. ე.ი. ჩვენს მიერ გამოთქმული ჰიპოთეზა არასწორია. ვეძებოთ სხვა წინადადება, რომელიც შესაძლოა შემდეგში მართებული აღმოჩნდეს.

ჩვენ სრულად არ გამოგვიყენებია ამოცანის პირობის მოცემულობები. დავფიქრდეთ, რა მონაცემებს გვაძლევს ამოცანის პირობაში მოცემული ინფორმაცია. აქ საკვანძო საკითხია რას უნდა ნიშნავდეს სკივრების რაოდენობა 24?

420-ის მარტივ თანამამრავლთა დაშლით მივიღებთ:

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

ე.ი. 420-ს სულ აქვს

$$(2 + 1)(1+1)(1+1)(1+1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$$

გამყოფი. თუ ჩამოვწერთ 240-ის გამყოფებს, გვექნება:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15, 20, 21, 28,

30, 35, 42, 60, 70, 84, 105, 140, 210, 420.

ე.ი. 24 გამოსახავს 420-ის გამყოფთა რაოდენობას.

საბოლოოდ, მე-n-ე სკივრში მოთვსებული მონეტები მიიღება პირველ სკივრში არსებული მონეტების b_n-ზე გამრავლებით. სადაც b_n მიმდევრობის წევრები 420-ის ზრდადობით დალაგებული გამყოფის რიგის ნომერის შესაბამისი რიცხვია:

$b_1=1$, $b_2=2$, $b_3=3$, $b_4=4$, $b_5=5$, $b_6=6$, $b_7=7$, $b_8=10$, $b_9=12$, $b_{10}=14$, $b_{11}=15$, $b_{12}=20$, $b_{13}=21$, $b_{14}=28$, $b_{15}=30$, $b_{16}=35$, $b_{17}=42$, $b_{18}=60$, $b_{19}=70$, $b_{20}=84$, $b_{21}=105$, $b_{22}=140$, $b_{23}=210$, $b_{24}=420$.

ე.ი.

$$a_n = \frac{420}{b_n} \cdot$$

მეექვსე სკივრში მოთავსებული ოქროს მონეტები გამოითვლება ფორმულით:

$$a_6 = \frac{420}{b_6} = \frac{420}{6} = 70 \cdot$$

მეშვიდე სკივრში მოთავსებული ოქროს მონეტები გამოითვლება ფორმულით:

$$a_7 = \frac{420}{b_7} = \frac{420}{7} = 60 \cdot$$

მეათე სკივრში მოთავსებული ოქროს მონეტები გამოითვლება ფორმულით:

$$a_{10} = \frac{420}{b_{10}} = \frac{420}{14} = 30 \cdot$$

მაშასადამე საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სკივრებში აღმოჩენილი მონეტები 420-ის გამყოფებია დალაგებული კლებადობის მიხედვით. ასე, რომ მეექვსე, მეშვიდე და მეათე სკივრებში უნდა იყოს შესაბამისად 70, 60 და 30 ოქროს მონეტა.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ თავდაპირველად გამოთქმული ჰიპოთეზა მეექვსე და მეშვიდე სკივრებისათვის მართალი აღმოჩნდა

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ ისეთი დასკვნა, რომელიც აუცილებლად ჭეშმარიტია, რადგან სრულად ამოწურავს იმ შემთხვევების განხილვას, რომელიც ამოცანის პირობაშია მოცემული. მართლაც, განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 5. სხვადასხვა დროს ორი A და B პუნქტებიდან ერთმანეთის შესახვედრად გაემგზავრა ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი. შეხვდნენ ისინი ერთმანეთს C წერტილში, დროის დაკარგვის გარეშე უკან დაბრუნდნენ იმ პუნქტებში, საიდანაც გაემგზავრენ, ჩავიდნენ თავიანთ პუნქტებში, დროის დაკარგვის გარეშე შემობრუნდნენ და ისევ ერთმანეთის შესახვედრად წავიდნენ. ამის შემდეგ ისინი შეხვდნენ D წერტილში, იმავე მომენტში შემობრუნდნენ და უკან დაბრუნდნენ იმ პუნქტებში, საიდანაც გაემგზავრენ, დროის დაკარგვის გარეშე შემობრუნდნენ და ისევ ერთმანეთის შესახვედრად გაემგზავრენ და ა.შ. A და B პუნქტებს შორის მდებარე რომელ წერტილში მოხდება ველოსიპედისტისა და მოტოციკლისტის 2019-ე შეხვედრა?

ზოგადობის დაურღვევლად შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ A პუნქტიდან გამოდის ველოსიპედისტი,

ხოლო B პუნქტიდან გამოდის მოტოციკლისტი, ასევე, ვთქვათ, რომ ველოსიპედისტი გამოდის უფრო ადრე, ვიდრე მოტოციკლისტი. ვთქვათ, ველოსიპედისტი A პუნქტიდან გამოვიდა t წამით ადრე, ვიდრე ველოსიპედისტი გამოვიდა B პუნქტიდან. ამის შემდეგ ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი შეხვედრამდე ერთნაირ დროს ხარჯავენ, პირველი შეხვედრა მოხდა C წერტილში. ამის შემდეგ ველოსიპედისტს A პუნქტში დასაბრუნებლად დასჭირდება t წამით მეტი დრო ვიდრე მოტოციკლისტს B პუნქტში დასაბრუნებლად. ამიტომ მეორედ შესახვედრად B პუნქტიდან მოტოციკლისტი t წამით ადრე გამოდის, ვიდრე ველოსიპედისტი A პუნქტიდან. მეორე შეხვედრა შედგება უკვე AB მონაკვეთის D წერტილში. ამის შემდეგ ველოსიპედისტი A პუნქტში ბრუნდება t წამით ადრე, ვიდრე მოტოციკლისტი B პუნქტში. ე.ი მეორდება თავდაპირველი ვარიანტი და მესამე შეხვედრა შედგება C წერტილში. ამის შემდეგ მეორდება მეორე შეხვედრის პირობები და მეოთხე შეხვედრა შედგება D წერტილში და ა.შ.

გვაქვს ასეთი მდგომარეობა:

პირველი შეხვედრა შედგება C წერტილში;

მეორე შეხვედრა შედგება D წერტილში;

მესამე შეხვედრა შედგება C წერტილში;

მეოთხე შეხვედრა შედგება D წერტილში;

მეხუთე შეხვედრა შედგება C წერტილში;

მეექვსე შეხვედრა შედგება D წერტილში;

.....

თუ დავაკვირდებით, მარტივად შევნიშნავთ, რომ ის შეხვედრები, რომელთა რიგითი ნომრები კენტი რიცხ-

ვით გამოისახება-შედგება C წერტილში, ხოლო ის შეხვედრები, რომელთა რიგითი ნომრები ლუწი რიცხვით გამოისახება-შედგება D წერტილში. რაც ნიშნავს, რომ რიგით 2019-ე შეხვედრა შედგება C წერტილში.

ამოცანა 6. შვიდნიშნა კოდს, რომელიც 7 განსხვავებული ციფრისაგან შედგება ვუწოდოთ „კარგი“. სეიფს „კარგი“ კოდი აქვს. ცნობილია, რომ სეიფი გაიღება, თუ შევიყვანთ „კარგ“ კოდს და მისი რომელიმე ციფრი დაემთხვევა სეიფის კოდში შესაბამის ციფრს. შეიძლება თუ არა აუცილებლად გავხსნათ სეიფი არაუმეტეს 7 ცდისა?

შევიყვანოთ კოდები:

1234560, 2345610, 3456120, 4561230, 5612340, 6123450.

პაროლის პირველ 6 ციფრს შორის 1-დან 6-ის ჩათვლით ყველა ციფრია. რადგან ყველა ციფრი 1-დან 6-ის ჩათვლით კოდებში ისე ჩავწერეთ, რომ იკავებენ ყველა ადგილს 1-დან 6-ის ჩათვლით. ცხადია, რომ ერთი ციფრი მაინც აუცილებლად დაემთხვევა სეიფის კოდში ჩაწერილ ციფრს და სეიფი გაიხსნება.

ამოცანა 7. მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა, რომლის პირველი წევრია 3, მეორე წევრია 5. ცნობილია, რომ ამ მიმდევრობის ყოველი სამი მეზობელი წევრის ნამრავლი 150–ის ტოლია. რას უდრის ამ მიმდევრობის მე–14 წევრი? 2019-ე წევრი?

ეს მიმდევრობაა:

3, 5, 10, 3, 5, 10, 3, 5, 10, 3, 5, 10, 3, 5, 10, ...

ე.ი. ამ მიმდევრობის წევრები პერიოდულად მეორდებიან, პირველი წევრი უდრის მეოთხე წევრს, მეშვიდე წევრს, მეათე წევრს, მეცამეტე წევრს და ა.შ., მეორე წევრი უდრის მეხუთე წევრს, მერვე წევრს, მეთერთმეტე წევრს და ა.შ., მესამე წევრი უდრის მეექვსე წევრს, მეცხრე წევრს, მეთორმეტე წევრს, მეთხუთმეტე წევრს და ა.შ.

ეი. ამ მიმდევრობის მე–14 წევრია 5.

მოსწავლეებს დავავალოთ, დამოუკიდებლად აჩვენონ რომ ამ მიმდევრობის 2019-ე წევრია 10.

ამოცანა 8. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი 5 რიცხვიდან ყოველთვის მოიძებნება სამი, რომელთა ჯამი იყოფა 3-ზე.

რიცხვები დავყოთ სამ კლასად. პირველ კლასში იყოს ხუთი რიცხვიდან ისეთები, რომლებიც იყოფა სამზე, მეორე კლასში ჩავწეროთ ის რიცხვები, რომლებიც 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, ხოლო მესამე კლასში ჩავწეროთ ის რიცხვები, რომლებიც 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს. ცხადია, ეს კლასები თანაუკვეთია. რადგან ეს 5 რიცხვი აღებულია ნებისმიერად, ამიტომ, თუ რომელიმე ერთ კლასში მოხვდა 3 ან მეტი რიცხვი. ამ შემთხვევაში ამოცანა ამოხსნილია, რადგან კმაყოფილდება პირობა, რომ ამ რიცხვების ჯამი იყოფა სამზე. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა პირველი, მეორე და მესამე კლასები ცარიელი არ არის, ე.ი. რომელიმე ორი კლასი შეიცავს 2-2 ელემენტს და მესამე კლასი ერთ ელემენტს. ამ შემთხვევაში ავირჩიოთ თითო ელემენტი თითო კლასიდან, რადგან პირველ კლასში ის რიცხვე-

ბია, რომლებიც იყოფა სამზე, მეორე კლასში ის რიცხვები, რომლებიც 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, მესამე კლასში ის რიცხვები, რომლებიც 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს, ამიტომ ამ სამი რიცხვის ჯამი გაიყოფა 3-ზე. ამოცანა ამოხსნილია.

ბოლოს შეიძლება დავასკვნათ, რომ არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებისას ზოგჯერ მიღებული დასკვნა სწორია, ზოგჯერ კი მცდარ დასკვნასაც კი ვღებულობთ. ამის გამო მას „სუსტ ინდუქციას“ ან „მატყუარა ინდუქციას“ უწოდებენ და მისი გამოყენებისას ძალზე ფრთხილი მოპყრობაა საჭირო.

§3.2. სრული ინდუქცია

სრული ინდუქცია ეწოდება მსჯელობის ისეთ ფორმას, რომლის დროსაც დებულების ყველა კერძო შემთხვევის განხილვის შედეგად კეთდება დასკვნა, სრული ინდუქციის გამოყენება მაშინაა მოსახერხებელი, როცა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი სასრულია.

სრული ინდუქციის შედეგად მიღებული დასკვნა ყოველმხრივ სარწმუნოა. ამიტომ სრულ ინდუქციას დამტკიცების მკაცრ გზად თვლიან.

განვიხილოთ მაგალითები:

1. სრული ინდუქციით შეგვიძლია დავადგინოთ პირველ ათეულში მარტივ რიცხვთა რაოდენობა. განვიხილოთ ცალ-ცალკე თითოეული რიცხვი:

$$1=1;\ 2 = 2 \cdot 1;\ 3 = 3 \cdot 1;\ 4 = 4 \cdot 1 = 2 \cdot 2;\ 5= 5 \cdot 1;$$
$$6 = 6 \cdot 1 = 2 \cdot 3;\ 7 = 7 \cdot 1;\ 8 = 8 \cdot 1 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2;$$
$$9 = 9 \cdot 1 = 3 \cdot 3;\ 10 = 10 \cdot 1 = 2 \cdot 5.$$

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ პირველ ათეულში 4 მარტივი რიცხვია, კერძოდ: 2, 3, 5 და 7.

2. შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ნებისმიერი a და b რიცხვებისათვის სამართლიანია უტოლობა:

$$|a+b| \le |a| + |b|.$$

აქ ცალ-ცალკე უნდა განვიხილოთ ოთხი შემთხვევა და დავასკვნათ, რომ მოცემული უტოლობა სამართლიანია ყველა შემთხვევაში:

1. $a \ge 0, b \ge 0,$ მაშინ $|a+b| = a+b, |a| = a, |b| = b;$

2. $a<0, b>0$, მაშინ, $a+b$ მოთავსებულია a და b-ს შორის $a<a+b<b$ ამიტომ $|a+b|$ არ აღემატება a და b რიცხვებს შორის უდიდესს, მაშინ ცხადია

$$|a+b| \le |a|+|b|.$$

3. ანალოგიურად ჩატარდება მსჯელობა, როცა

$$a \ge 0, b<0.$$

4. $a<0, b<0$, მაშინ $|a+b|=-a-b, |a|=-a, |b|=-b;$

უტოლობა მიიღებს სახეს:

$$-a-b \le -a-b.$$

ეს უტოლობა ცხადია. მაშასადამე, დასამტკიცებელი უტოლობა ცხადია ოთხივე შემთხვევაში.

3. სრული ინდუქციის გამოყენების კარგი მაგალითია პლანიმეტრიაში ცნობილი თეორემის დამტკიცება: „ჩახაზული კუთხის სიდიდე უდრის იმ რკალის კუთხური სიდიდის ნახევარს, რომელსაც ის ეყრდნობა“.

ჯერ აღვრიცხავთ ასეთი კუთხის არსებობის ყველა შესაძლო შემთხვევას და შემდეგ ვიწყეთ მტკიცებას. აქ განვიხილავთ ჩახაზული კუთხის მდებარეობის თვისობრივად ერთმანეთისაგან განსხვავებულ სამ შემთხვევას:

ა) როცა წრის ცენტრი მდებარეობს კუთხის გვერდზე:

ბ) როდესაც წრის ცენტრი მდებარეობს ჩახაზული კუთხის შიგნით;

გ) როდესაც წრის ცენტრი მდებარეობს ჩახაზული კუთხის გარეთ.

სამივე შემთხვევის დამტკიცების შემდეგ დავასკვნით, რომ თეორემა დამტკიცებულია.

თუ მოვლენის ან დებულების შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი უსასრულოა, ზოგჯერ მიმართავენ ამ სიმრავლის დაყოფას ქვესიმრავლეებად და ამოწმებენ დებულების მართებულობას ერთ-ერთი ქვესიმრავლისათვის. რაც საშუალებას გვაძლევს გამოვიტანოთ დასკვნა ამ დებულების მართობულობის შესახებ მოცემული ქვესიმრავლისათვის. მაგალითად,

ამოცანა 1. დაამტკიცეთ, რომ N^5 ბოლოვდება იმავე ციფრით, რითაც N.

ცხადია, აქ შემთხვევათა რიცხვი უსასრულოა. ამ სიმრავლიდან გამოვყოთ მცირერიცხოვანი სიმრავლე, რომელიც დამოკიდებულია უკანასკნელ ციფრსა და მის მეხუთე ხარისხზე. აქ შეგვიძლია გამოვიყენოთ სრული ინდუქციის გზა.

N – ის უკანასკნელი ციფრი	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N^5 -ის უკანასკნელი ციფრი	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ამ ცხრილიდან ჩანს, რომ ამოცანა ამოხსნილია სრულად.

სრული ინდუქციის გამოყენებით განვიხილოთ რამდენიმე განმავითარებელი ამოცანა.

ამოცანა 2. იპოვეთ ყველა ნატურალური რიცხვი, რომელთა 5-ზე გაყოფის შედეგად განაყოფში მიიღება იგივე რიცხვი რაც ნაშთში. პასუხი დაასაბუთეთ.

მოსწავლეებს უნდა შევახსენოთ, რომ 5-ზე გაყოფის შედეგად ნაშთში შეიძლება მივიღოთ 1, 2, 3 ან 4.

ე.ი. საძიებელი რიცხვები იქნება:

$1 \cdot 5 + 1 = 6;$

$2 \cdot 5 + 2 = 12;$

$3 \cdot 5 + 3 = 18;$

$4 \cdot 5 + 4 = 24.$

ამოცანა 3. მოცემულია ერთმანეთის მომდევნო რამდენიმე ნატურალური რიცხვი

$$1, 2, \cdots, n.$$

რომელთა შორის ზუსტად 47 რიცხვია 9-ის ჯერადი. მაქსიმუმ რამდენი რიცხვი შეიძლება იყოს 3-ის ჯერადი?

იმისათვის, რომ მწკრივში

$$1, 2, \cdots, n$$

3-ის ჯერადი რიცხვები რაც შეიძლება მეტი იყოს, აუცილებელია n იყოს რაც შეიძლება დიდი. რადგან ამ რიცხვებს შორის ზუსტად 47 რიცხვია 9-ის ჯერადი, ამიტომ n შეიძლება იყოს

$$47 \cdot 9;\ 47 \cdot 9 + 1;\ 47 \cdot 9 + 2;\ \cdots,\quad 47 \cdot 9 + 8.$$

ანუ

423, 424, 425, 426, 427, 428. 429 ან 430.

ამ რიცხვებს შორის უდიდესია 430. ახლა დავთვალოთ პირველ 430 ნატურალურ რიცხვში რამდენია 3-ის ჯერადი. პირველ 9 ნატურალურ რიცხვს შორის სამი რიცხვია 3-ის ჯერადი, კიდევ მომდევნო 9 ნატურალურ რიცხვს შორის (2·9) კიდევ სამი, სულ 2·3, და ა.შ. პირველ 423 ნატურალურ რიცხვს შორის (47·9), სულ სამის ჯერადი რიცხვებია 47·3. ამათ გარდა, ჩვენს მიერ ნაპოვნ მწკრივში 3-ის ჯერადია კიდევ ორი რიცხვი: 426 და 429. ეი. სულ პირველ 430 რიცხვში სამის ჯერადია

$$47 \cdot 3 + 2 = 143$$

რიცხვი

ამოცანა 4. კვინტოეთში ფულის ორი: 3 კვინტოს და 5 კვინტოს ნომინალიანი კუპიურები აქვთ. აჩვენეთ, რომ შესაძლებელია ფულის ამ ნომინალების საშუალებით ნებისმიერი ნივთის შეძენა (ჩათვალეთ, რომ ნივთის ღირებულება გამოისახება ნატურალური რიცხვით).

ვაჩვენოთ, რომ შესაძლებელია გადავიხადოთ ნებისმიერი თანხა, რომლის ღირებულებაა 1-დან 10 კვინტოს ჩათვლით. ნებისმიერ სხვა ღირებულებას წარმოვადგენთ ან M=m+1, ან M = m +2, ... , ან M = m +10 სახით, სადაც m თანხის გადახდას ყოველთვის შევძლებთ m/5 რაოდენობის 5 კვინტოიანებით.

მაშ, ვყიდულობთ ნივთს, რომლის ღირებულებაა 1 კვინტო. ვიხდით 2 ცალ 3 კვინტოიანს და ხურდაში ვიღებთ 5 კვინტოიანს.

თუ ნივთი ღირს 2 კვინტო, ვიხდით 4 ცალ 3 კვინტოიანს და ხურდაში ვიღებთ 2 ცალ 5 კვინტოიანს.

თუ ნივთი ღირს 3, 6 ან 9 კვინტო, მაშინ ვიხდით შესაბამისად 1, 2 ან 3 ცალ 3 კვინტოიან კუპიურას.

5 და 10 კვინოს ღირებულების ნივთის საყიდლად ვიხდით შესაბამისად 1 ან 2 ცალ 5 კვინტოიან კუპიურს.

თუ ნივთი ღირს 4 კვინტო, ვიხდით 3 ცალ 3 კვინტოიანს და ხურდაში ვიღებთ 1 ცალ 5 კვინტოიანს.

თუ ნივთი ღირს 7 კვინტო, ვიხდით 4 ცალ 3 კვინტოიანს და ხურდაში ვიღებთ 1 ცალ 5 კვინტოიანს.

8 კვინტოიანი ღირებულების ნივთს ვიყიდით 1 ცალი 3 კვინტოიანი და 1 ცალი 5 კვინტოიანი კუპიურებით.

ე.ი. შესაძლებელია გადავიხადოთ ნებისმიერი თანხა, რომლის ღირებულებაა 1-დან 10 კვინტოს ჩათვლით. თუ გვინდა ვიყიდოთ 117 კვინტოს ღირებულების ნივთი ასე მოვიქცეთ:

$117 = 110 + 7 = 22 \times 5 + 7 = 22 \times 5 + 3 \times 4 - 5 = 21 \times 5 + 3 \times 4.$

ე.ი. 117 კვინტო რომ გადავიხადოთ გამყიდველს უნდა მივცეთ 21 ცალი 5 კვინტოიანი და 4 ცალი 3 კვინტოიანი.

ამოცანა 5. მზის სისტემის 9 პლანეტას შორის კოსმოსური რაკეტები დაფრინავენ შემდეგი მარშრუტებით:

დედამიწა-მერკური, პლუტონი-ვენერა, დედამიწა-პლუტონი, პლუტონი-მერკური, მერკური-ვენერა, ურანი-ნეპტუნი, ნეპტუნი-სატურნი, სატურნი-იუპიტერი, იუპიტერი-მარსი და მარსი-ურანი. შესაძლებელია თუ არა დედამიწიდან მოვხვდეთ მარსზე?

მზის პლანეტებს შორის მოცემული სამარშრუტო სქემიდან ირკვევა, რომ მარსზე დედამიწიდან პირდაპირი მარშრუტი არ არის. ვეცადოთ დედამიწიდან მოვხვდეთ მარსზე გადასხდომით, რომელიმე სხვა პლანეტებიდან.

დედამიწიდან შეგვიძლია მოვხვდეთ მერკურზე, მერკურიდან ვენერაზე ან პლუტონზე, პლუტონიდან ისევ დედამიწაზე, ვენერადან მოვხვდეთ პლუტონზე, პლუტონიდან ისევ დედამიწაზე. ამ მარშრუტით მარსზე ვერ მოვხვდით.

შევეცადოთ პლანეტა მარსზე გამავალი მარშრუტების გარკვევას: მარსიდან შეიძლება მოვხვდეთ იუპიტერზე ან ურანზე.

განვიხილოთ მარშრუტი: მარსი-იუპიტერი. იუპიტერიდან შეგვიძლია მოვხვდეთ სატურნზე, სატურნიდან ნეპტუნზე, ნეპტუნიდან ურანზე, ურანიდან ისევ მარსზე. ამ მარშრუტმაც არ მოგვცა შედეგი, დაგვაბრუნა მარსზე.

განვიხილოთ დარჩენილი მარშრუტი: მარსი-ურანი. პლანეტა ურანიდან შეგვიძლია მოვხვდეთ ნეპტუნზე, მეპტუნიდან სატურნზე, სატურნიდან იუპიტერზე, იუპიტერიდან მარსზე. არც ამ მარშრუტმა მოგვცა შედეგი, დაგვაბრუნა უკან, ისევ პლანეტა მარსზე.

ჩატარებული ანალიზის საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ არსებული მარშრუტების პირობებში დედამიწიდან მარსზე მოხვედრა შეუძლებელია.

ამოცანა 6. პაპუნას სახელფასო ბარათის პინ-კოდის პირველი და მეორე ციფრები დაავიწყდა. ახსოვს, რომ პირველი ციფრი 3-ჯერ მეტია მეორეზე. შეძლებს თუ არა პაპუნა ხელფასის აღებას ბარათით, თუ ბანკომატი პინ-კოდის 3-ჯერ არასწორად აკრეფის შემთხვევაში ბარათს დაიბლოკავს?

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა განუმარტოს, რომ საბანკო ბარათის პინ-კოდი შეიძლება იწყებოდეს 0-ითაც, მაგრამ ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ პირველი ციფრი არ შეიძლება 0-ის ტოლი იყოს, რადგან ამ შემთხვევაში მეორე ციფრიც 0-ის ტოლი იქნება, ე.ი. პირველი და მეორე ციფრები ერთმანეთის ტოლი გამოვა, რაც ამოცანის პირობაში მითითებული არ არის, ამავე დროს გასათვალიწინებელია ისიც, რომ პაპუნა გაცილებით ადვილად დაიმახსოვრებდა იმას,

რომ პირველი და მეორე ციფრები ერთმანეთის ტოლია და არა პირველი 3-ჯერ მეტია მეორეზე.

მასწავლებელმა უნდა მოახდინოს ამოსახსნელი ამოცანის პერეფრაზირება, რაც გულისხმობს იმას, რომ შეცვალოს ამოცანის პირობა მისი ტოლფასი უფრო მარტივი ამოცანით, რომელიც მოსწავლეებისათვის ცნობილია და შედარებით მარტივად გადასაწყვეტია, კერძოდ, შესაძლებელია ამოსახსნელი ამოცანა ასეთი ტოლფასი ამოცანით შევცვალოთ:

რამდენი ორნიშნა რიცხვი არსებობს რომლის ათეულების ციფრი 3-ჯერ მეტია ერთეულების ციფრზე?

ამ ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ორნიშნა რიცხვის ათეულების ციფრი 3-ის ჯერადია, ე.ი. ის ან 3-ის, ან 6-ის, ან 9-ის ტოლია. მაშინ, ამ ორნიშნა რიცხვის ერთეულების ციფრია შესაბამისად 1, 2 და 3.

ე.ი. საძებნი ორნიშნა რიცხვებია ან 31, ან 62 ან 93. მაშასადამე, არსებობს ისეთი 3 რიცხვი, რომლის ათეულების ციფრი 3-ჯერ მეტია ერთეულების ციფრზე.

ამის შემდეგ მასწავლებელი დაუბრუნდება თავდაპირველ ამოცანას. მოსწავლეებს განუმარტავს, რომ პაპუნას სახელფასო ბარათი არ დაებლოკება, რადგან პინ-კოდის სამი განსხვავებული ვარიანტის აკრეფის შესაძლებლობა მას აქვს, ხოლო ამოცანის პირობით მეტი განსხვავებული შესაძლებლობის გამოყენება მას არ სჭირდება. ე.ი. პაპუნა ხელფასს აიღებს.

ამოცანა 7. კოტეს აქვს 13 აკუმულიატორი და ნათურა. ცნობილია, რომ 7 აკუმულიატორი დამუხტულია, მაგრამ კერძოდ, რომელი ცნობილი არ არის, ხოლო დანარჩენები განმუხტულია. კოტეს შეუძლია ნათურა

შეუერთოს ორ აკუმულიატორს და თუ ისინი ორივე დამუხტულია, მაშინ ნათურა აინთება, წინააღმდეგ შემთხვევაში არა. ჭეშმარიტია თუ არა მტკიცება, რომ 8 ასეთი შემოწმების შემდეგ ნათურა ერთხელ მაინც აინთება?

თუ კოტეს შემოწმების დროს ორივე განმუხტული აკუმულიატორი შეხვდა, მაშინ ხუთი შემოწმების შემდეგ განმუხტული აკუმულიატორების რაოდენობა ამოიწურება და ყველა დარჩენილი აკუმულიატორი დამუხტულია, ასე რომ მეექვსე შემოწმების დროს ნათურა აუცილებლად აინთება. თუ ექვსი შემოწმების შემდეგ ნათურა არ აინთო, ეს ნიშნავს, რომ ექვს შემთხვევაში საქმე გვქონდა ისეთ აკუმულიატორების წყვილებთან, რომელთაგან ერთი დამუხტულია, მეორე კი განმუხტულია. ის აკუმულიატორი, რომელიც დაგვრჩა აუცილებლად დამუხტულია. ამის შემდეგ ვღებთ ერთ-ერთ წყვილ აკუმულიატორს. ავიღებთ მათგან ერთ-ერთს და ნათურას ჩავრთავთ დამუხტულ აკუმულიატორთან ერთად. თუ ნათურა აინთო, მაშინ მისი მეწყვილე აკუმულიატორი განმუხტულია, თუ არ აინთო, მაშინ მისი მეწყვილე ალუმულიატორი დამუხტულია და მერვე სინჯვის დროს დამუხტული იქნება ორივე აკუმულიატორი და ნათურა აინთება. ე.ი. 8 ცდის შემდეგ ყოველთვის მოხერხდება ნათურის ანთება.

ამოცანა 8. როგორი უმცირესი ათნიშნა რიცხვი შეიძლება მივიღოთ ექვსი მოცემული 315, 41, 6, 7, 63 და 2 რიცხვის ერთმანეთის გვერდზე მიწერით? პასუხი დაასაბუთეთ.

უდიდესი ათნიშნა რიცხვი რომ მივიღოთ, პირველი ციფრი უნდა იყოს რაც შეიძლება დიდი, ჩვენს შემთხვევაში უდიდესი რიცხვია 7. ე.ი. ათნიშნა რიცხვის პირველი ციფრია 7. იმავე პრინციპით, მეორე ციფრი იქნება 6, მათ შემდეგ უნდა მიეწეროს 63, შემდეგ 41, შემდეგ 315 და ბოლოს 2. ე.ი. საბოლოოდ მივიღებთ სამებნ 7663413152 რიცხვს.

ამოცანა 9. სამნიშნა რიცხვის ციფრთა ჯამია 2. იპოვეთ ამ რიცხვის ციფრთა ნამრავლი.

I ხერხი. რადგან სამი ციფრის ჯამი ციფრთა რაოდენობაზე ნაკლებია, ამიტომ ამ რიცხვში ერთი მაინც ციფრი 0-ის ტოლია. ამიტომ ციფრთა ნამრავლში ერთი ციფრი მაინც 0-ის ტოლი იქნება და ციფრთა ნამრავლიც 0-ის ტოლია.

II ხერხი. განვიხილოთ ყველა შესაძლო შემთხვევა. მოვძებნოთ ყველა სამნიშნა რიცხვი, რომელთა ციფრთა ჯამი 2-ის ტოლია. ასეთი სულ გვაქვს სამი რიცხვი

$$110,\ 101,\ 200.$$

მათი ციფრების ნამრავლისათვის გვაქვს:

$$1\cdot 1\cdot 0 = 0,$$

$$1\cdot 0\cdot 1 = 0,$$

$$2\cdot 0\cdot 0 = 0.$$

ამოცანა 10. ოთხნიშნა რიცხვის ციფრთა ჯამია 3. იპოვეთ ამ რიცხვის ციფრთა ნამრავლი.

I ხერხი. რადგან ოთხი ციფრის ჯამი ციფრთა რაოდენობაზე ნაკლებია, ამიტომ ამ რიცხვში ერთი მაინც ციფრი 0-ის ტოლია. ამიტომ ციფრთა ნამრავლში ერთი ციფრი მაინც 0-ის ტოლი იქნება და ციფრთა ნამრავლიც 0-ის ტოლია.

II ხერხი. განვიხილოთ ყველა შესაძლო შემთხვევა. მოვძებნოთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი, რომელთა ციფრთა ჯამი 3-ის ტოლია. ასეთი სულ გვაქვს შვიდი რიცხვი

1110, 1101, 1011, 2001, 2010, 2100, 3000.

მათი ციფრების ნამრავლი ყველა ნულის ტოლია.

შესაძლებელია ამოცანის განზოგადება. კერძოდ, გაკვეთილზე მასწავლებელს შეუძლია დაამტკიცოს ასეთი წინადადება:

თუ n-ნიშნა რიცხვში ციფრთა ჯამი n-ზე ნაკლებია, მაშინ ასეთი რიცხვის ციფრების ნამრავლი 0-ის ტოლია.

ამოცანა 11. რამდენი ორნიშნა რიცხვი არსებობს, რომელთა ერთეულების ციფრი 1-ით მეტია ათეულების ციფრზე?

I ხერხი. ორნიშნა რიცხვის პირველი ციფრი შეიძლება იყოს ნებისმიერი ციფრი 1-დან 9-ის ჩათვლით. ამოცანის პირობის თნახმად, რადგან ორნიშნა რიცხვის ერთეულების ციფრი 1-ით აღემატება ათეულების ციფრს, ამიტომ ასეთი ორნიშნა რიცხვების ათეულების ციფრი არ შეიძლება იყოს 9. ე.ი. ამოცანის პირობას დააკმაყოფილებს ისეთი ორნიშნა რიცხვები, რომელთა ათეულების ციფრებია 1-დან 8-ის ჩათვლით. ე.ი. სულ 8.

II ხერხი. განვიხილოთ ყველა შესაძლო შემთხვევა. მოვძებნოთ ყველა ორნიშნა რიცხვი, რომელთა ერთეულების ციფრი 1-ით მეტია ათეულების ციფრზე. ასეთი გვაქვს სულ 8 რიცხვი, კერძოდ:

12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 და 89.

ამოცანა 12. რამდენი ორნიშნა რიცხვი არსებობს, რომელთა ერთეულების და ათეულების ციფრების სხვაობა 1-ის ტოლია?

I ხერხი. ეს ამოცანა როგოც კერძო შემთხვევას მოიცავს წინა ამოცანას. და ამოცანის ნაწილი უკვე ამოხსნილი გვაქვს. ამოსახსნელი დაგვრჩა ასეთი ამოცანა:

რამდენი ორნიშნა რიცხვი არსებობს, რომელთა ათეულების ციფრი 1-ით მეტია ერთეულების ციფრზე?

რადგან, ორნიშნა რიცხვის პირველი ციფრი შეიძლება იყოს ნებისმიერი ციფრი 1-დან 9-ის ჩათვლით. ამოცანის პირობის თანახმად, რადგან ორნიშნა რიცხვის ათეულების ციფრი 1-ით აღემატება ერთეულების ციფრს, ამიტომ ასეთი ორნიშნა რიცხვების ათეულების ციფრი არ შეიძლება იყოს 1. ამოცანის პირობას დააკმაყოფილებს ისეთი ორნიშნა რიცხვები, რომელთა ათეულების ციფრებია 2-დან 9-ის ჩათვლით. ე.ი. სულ 8.

საბოლოოდ, არსებობს 16 ორნიშნა რიცხვი, რომელთა ერთეულების და ათეულების ციფრების სხვაობა 1-ის ტოლია.

II ხერხი. მოვძებნოთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი, რომელთა ერთეულებისა და ათეულების ციფრთა სხვაობა 1-ის ტოლია. ასეთი გვაქვს სულ 16 რიცხვი:
12, 21, 23, 32, 34, 43, 45, 54, 56, 65, 67, 76, 78, 87, 89,98.

ამოცანა 13. მგზავრმა ნივთები შემნახველ საკანში ჩაკეტა. როცა ნივთების წამოსაღებად მივიდა, აღმოჩნდა, რომ საკნის გასაღები ხუთნიშნა კოდი დაავიწყდა, მაგრამ ახსოვს, რომ ნომერში იყო რიცხვები 23 და 37. საკნის გასაღებად რა უმცირესი რაოდენობის ნომრების აკრეფაა საჭირო?

განვიხილოთ შემთხვევები:

ა) კოდი შეიცავს კომბინაციას 237. ეს რიცხვი კოდში შეიძლება განლაგდეს სამი ხერხით: * * 237, * 237 * ან 237 * *.

სამივე შემთხვევაში დარჩენილი ციფრის შერჩევა შეიძლება ერთმანეთისაგან 10 განსხვავებული ხერხით, თითო შემთხვევაში გვექნება სულ 100 კოდი. საბოლოოდ მივიღებთ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ 300 კოდს.

ბ) კოდი შეიცავს კომბინაციას 23 და 37, ამასთან 23 კოდში მარცხნივაა. დარჩენილი ერთი ციფრის შერჩევა შესაძლებელია 10 სხვადასხვა ხერხით. რადგან ასეთი ციფრი შეიძლება იყოს სამ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ ადგილზე, ამიტომ სულ იქნება 30 განსხვავებული კოდი.

გ) კოდი შეიცავს კომბინაციას 23 და 37, ამასთან 23 კოდში მარჯვნივაა. დარჩენილი ერთი ციფრის შერჩევა შესაძლებელია 10 სხვადასხვა ხერხით. რადგან ასეთი ციფრი შეიძლება იყოს სამ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ ადგილზე, ამიტომ სულ იქნება 30 განსხვავებული კოდი.

დაგვრჩა შევნიშნოთ, რომ კოდები: 23723, 23 237, 23737 და 37237 დავთვალეთ ორჯერ.

სულ საკნის გასაღებად ხუთნიშნა კოდის აკრეფა საჭიროა არაუმეტეს 356-ჯერ.

§3.3. მათემატიკური ინდუქცია

როცა დებულებათა დამტკიცებისას შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობა უსასრულოდ დიდია და არ ხერხდება ამ სიმრავლის დაყოფა ქვესიმრავლეებად, მაშინ სრული ინდუქციის გამოყენება შეუძლებელი ხდება და მივმართავთ ე.წ. მათემატიკური ინდუქციას. კვლევის ეს მეცნიერული გზა მოსწავლეთაგან მოითხოვს სათანადო გონებრივ განვითარებას და ლოგიკური აზროვნების უნარს. მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი უსასრულო ინდუქციურ მსჯელობას ცვლის სასრული დედუქციური მსჯელობით.

მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი ნატურალურ რიცხვთა მწკრივის ერთ–ერთი ძირითადი თვისების გამომხატველი აქსიომაა, რომელიც პეანოს აქსიომითაა ცნობილი. 1891 წელს იტალიელმა მათემატიკოსმა ჯუზეპე პეანომ ჩამოაყალიბა ნატურალურ რიცხვთა მწკრივის ძირითადი თვისებების გამომსახველი აქსიომები. პეანოს მეხუთე აქსიომა არის ინდუქციის აქსიომა. მას დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს მათემატიკაში.

ეს პრინციპი შემდეგში მდგომარეობს: ვთქვათ S ნატურალურ რიცხვთა რაიმე სიმრავლეა, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ ორ პირობას:

1. $1 \in S$;
2. თუ $k \in S$, მაშინ $k+1 \in S$.

თუ ეს პირობები შესრულებულია, მაშინ $S = N$.

მათემატიკური ინდუქციის მეთოდი მდგომარეობს შემდეგში:

ვთქვათ, უნდა დავამტკიცოთ M(n) წინადადება ნებისმიერი ნატურალური n რიცხვისათვის.

1. შევამოწმოთ M(n) წინადადების სამართლიანობა n=1-სთვის, ანუ M(1) წინადადების მართებულობა (ან $n=n_0$-თვის),

2. დავუშვათ M(n) წინადადება სამართლიანია n=k-თვის და დავამტკიცოთ მისი სამართლიანობა n=k+1-თვის.

ამ პირობების შესრულებიდან გამოდის, რომ M(n) წინადადება სამართლიანია ნებისმიერი ნატურალური n-თვის (ან $n \geq n_0$-სათვის).

მეორეს მხრივ, მათემატიკური ინდუქციის მეთოდი შეიძლება გამოვიყენოთ აგრეთვე შემდეგნაირად:

1. შევამოწმოთ M(n) წინადადების სამართლიანობა $n=n_0$-თვის,

2. დავუშვათ M(n) წინადადება სამართლიანია $n<k$-თვის და დავამტკიცოთ მისი სამართლიანობა n=k-თვის.

ამ პირობების შესრულებიდან გამოდის. რომ M(n) წინადადება სამართლიანია ნებისმიერი ნატურალური $n \geq n_0$ თვის.

მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენება უმცროსკლასებში მიზანშეწონილია არამკაცრად, რადგან ეხმარება მოსწავლეებს ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაში, კანონზომიერებების შემჩნევასა და აბსტრაქტული აზროვნების განვითარებაში.

ამოცანა 1. რიცხვით მიმდევრობაში:

2, 6, 12, 20, 30, ...

იპოვეთ: ა) მეექვსე წევრი; ბ) 2019-ე წევრი.

შევნიშნოთ, რომ $2 = 1 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, $12 = 3 \cdot 4$ და ვივარაუდოთ, რომ მიმდევრობის n-ური წევრი გამოითვლება ფორმულით $n \cdot (n+1)$. მეოთხე წევრისათვის $20 = 4 \cdot 5$ ჩვენს მიერ გამოთქმული ვარაუდი მართლდება, იგივეა მეხუთე წევრისთვისაც $30 = 5 \cdot 6$. ამ ლოგიკით მეექვსე წევრი იქნება $6 \cdot 7 = 42$, ხოლო 2019 წევრი კი

$$2019 \cdot 2020 = 4078380.$$

ეს არ არის დამტკიცება ამ სიტყვის მკაცრად მათემატიკური აზრით. მაგალითად, ასე შეიძლება „დავამტკიცოთ“, რომ რიცხვი 60 იყოფა ყველა რიცხვზე. მართლაც, თუ შევამოწმებთ, ვნახავთ, რომ 60 იყოფა 1, 2, 3, 4, 5, 6.

ამ ამოცანის ამოხსნა ეფუძნება მიმდევრობისათვის რაიმე მარტივი კანონზომიერების, რაიმე წესის გარკვევას. თუ თქვენ შეამჩნევთ სხვა, უფრო გონებამახვილურ კანონზომიერებას ან წესს ეს იქნება ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხი, მეორე გზა, რომელიც მიგვაახლოებს ჭეშმარიტებას. ამიტომ მასწავლებელმა ხელიდან არ უნდა გაუშვას ასეთი შესაძლებლობები.

ამოცანა 2. მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა, რომლის პირველი წევრია 3, მეორე წევრია 5. ცნობილია, რომ ამ მიმდევრობის ყოველი სამი მეზობელი წევრის ჯამი 10–ის ტოლია. რას უდრის ამ მიმდევრობის მე–10 წევრი? 2019-ე წევრი?

ეს მიმდევრობაა:

$$3, 5, 2, 3, 5, 2, 3, 5. 2, 3, 5, 2, \ldots$$

ე.ი. ამ მიმდევრობის წევრები პერიოდულად იმეორებენ თავის მნიშვნელობებს, პირველი წევრი უდრის მეოთხე წევრს, მეშვიდე წევრს, მეათე წევრს, მეცამეტე

წევრს და ა.შ., მეორე წევრი უდრის მეხუთე წევრს, მერვე წევრს, მეთერთმეტე წევრს და ა.შ., მესამე წევრი უდრის მეექვსე წევრს, მეცხრე წევრს, მეთორმეტე წევრს და ა.შ.

მარტივად შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ამ მიმდევრობის მე–10 წევრია 3. 2019-ე წევრი კი 2.

მათემატიკური ინდუქციით მიღებული დასკვნა საალბათო არ არის ის ჭეშმარიტია და მისი გადასინჯვა საჭიროებას არ წარმოადგენს.

ჩვენს მიერ ზემოთ განხილული ამოცანა 1 და ამოცანა 2, ამოხსნისას მათემატიკური სიმკაცრე არ გამოგვიჩენია, მაგრამ უმცროსკლასელებს ვუჩვენეთ, რომ მათ მიერ განხილული სასრული რაოდენობის ელემენტებს გარდა არსებობს უსასრულო სიმრავლეებიც, რომლებიც შესაძლებელია აკმაყოფილებდენ გარკვეულ კანონზომიერებებს და ჩვენ ვახერხებთ ამ კანონზომიერებების შესახებ გარკვეული ინფორმაციების დადგენას, რაც მოსწავლეებს თავს ახლის აღმომჩენებად აგრძნობინებს.

§3.4. დედუქციის მეთოდი

დედუქცია ლათინური წარმოშობის სიტყვაა და ქართულად გამოყვანას ნიშნავს. უმცროსი კლასების მოსწავლეებს მათი ასაკობრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური განვითარების გამო სათანადოდ არა აქვთ განვითარებული აბსტრაქტული აზროვნების უნარი, ამიტომ ამ ეტაპზე მათემატიკის სწავლებაში ძირითადად გამოიყენება ინდუქციური მეთოდი, რაც იმას არ ნიშნავს, რომ უგულვებელყოფილია დედუქციური მეთოდი, ხოლო მაღალ კლასებში თანდათანობით ძლიერდება სასწავლო მასალის სწავლების დედუქციური მეთოდი, რაც ასევე არ გამორიცხავს სკოლის მაღალ კლასებში ინდუქციური მეთოდის გამოყენებას. სკოლაში გეომეტრიული შინაარსის მასალის სწავლებისას უფრო მეტად იყენებენ დედუქციურ მეთოდს.

სწავლების მეორე და მესამე საფეხურებზე სწავლებაში ინდუქციური მეთოდის გამოყენება ადვილად ხერხდება მისი სიმარტივისა და ბუნებრიობის გამო. მართლაც, ადამიანი, ცალკეული ფაქტების, სხვადასხვა მოვლენის დაკვირვებისას ეძებს მათში მსგავსებას, საერთოს. ამ ძიების პროცესში ზოგჯერ ახერხებს ერთგვარი კანონზომიერებების დადგენას (თუ ასეთი არსებობს), შემდეგ აყალიბებს დებულებას. თუ ხერხდება ზოგადი დებულების დამტკიცება მაშინ მიღებული დასკვნა სამართლიანია ზოგად შემთხვევაში.

დედუქციის მეთოდი მსჯელობის ისეთი ფორმაა, რომელიც მიმართულია ზოგადიდან კერძოსკენ, ფართო შინაარსის დებულებებიდან კერძო დასკვნებისაკენ.

მათემატიკა დედუქციური მეცნიერებაა, რადგან მათემატიკური თეორემების გადმოცემას დედუქციური ხასიათი აქვს. დასკვნას, რომლის წანამძვრების ჭეშმარიტება აუცილებლობით განაპირობებს დასკვნის ჭეშმარიტებას, დედუქციური დასკვნა ეწოდება.

„თუ A, მაშინ B; არა-B, მაშასადამე არა A“, აღწერდა რა დედუქციური დამტკიცების სიმკაცრეს, ფრანგი მათემატიკოსი ჟ.ადამსი ამბობდა, რომ მათემატიკური სიმკაცრის მიზანია ინტუიციის მონაპოვრის სანქციონირება და დაკანონება, ამას გარდა მათემატიკურ სიმკაცრეს სხვა მიზანი არასოდეს არ ჰქონიაო.

სრულიად სხვადასხვა შინაარსის მსჯელობებს, რომელიც წარმოიშვება ცხოვრებაში ან მეცნიერებაში, შეიძლება ჰქონდეს ერთი და იგივე ფორმა, მაგალითად, მსჯელობებს:

- კვადრატი რომბია, რომბი პარალელოგრამია, მაშასადამე კვადრატი პარალელოგრამია;
- ნატურალური რიცხვი მთელია, მთელი რიცხვი რაციონალურია, მაშასადამე ნატურალური რიცხვი რაციონალურია.

ეს მსჯელობები ერთი და იმავე ფორმისაა.

მათემატიკური ფაქტების, თეორემების დედუქციური გზით დამტკიცება ლოგიკური თანმიმდევრობით მიმდინარეობს და მტკიცების თითოეულ ნაბიჯზე ეყრდნობა მათემატიკური აქსიომების და უკვე დამტკიცებულ თეორემებს და მათგან გამომდინარე შედეგებს. ამა თუ იმ დებულების მტკიცების გადმოცემის დედუქციური პროცესი შეიძლება გამოისახოს მკაცრად მათემატიკური ლოგიკის ენაზე.

მაგალითად, გვაქვს ზოგადი მსჯელობა:

- თუ ორი a და b რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფი უდრის ერთს,

$$\text{უ.ს.გ } (a, b) = 1,$$

მაშინ a და b ურთიერთმარტივი რიცხვებია.

კერძო მსჯელობა:

- თუ უ.ს.გ (13,17)=1, ე.ი. 13 და 17 ურთიერთმარტივი რიცხვებია.

მაგალითად, გვაქვს ზოგადი მსჯელობა:

- ყველა წესიერი ერთსახელა მრავალკუთხედი მსგავსია (I მსჯელობა);
- მოცემული წესიერი მრავალკუთხედები ერთსახელაა (II მსჯელობა).

ახალი მსჯელობა ანუ დასკვნა:

- მოცემული მრავალკუთხედები მსგავსია.

დედუქციის საშუალებით ჩვენ ვამტკიცებთ წინადადებას, რომელიც ფორმირებულია როგორც ჰიპოთეზა, რომელიც თავიდან მიღებულია ინდუქციური მსჯელობით. დედუქცია-ლოგიკური დასკვნა ატარებს ფორმალურ ხასიათს, რაც იმაში მდგომარეობს, რომ ჩვენს მსჯელობაში ერთი წინადადების დამტკიცება გამომდინარეობს მეორედან, მათი ფორმის, სტრუქტურის განსაზღვრული კავშირის ძალით, დამოუკიდებლად ამ წინადადებათა კონკრეტული შინაარსისაგან. დედუქციური დასკვნებისათვის აუცილებელია ორი წანამძღვარი:

- დიდი წანამძღვარი, რომელიც წარმოადგენს აქსიომას, ადრე დამტკიცებულ თეორემას, ან განსაზღვრებას;

- მცირე წანამძღვარი, რომელიც წარმოადგენს მოცემულ პირობას, ან მისგან გამომდინარე შედეგს. დასკვნა კი მიიღება წინა ორი წანამძღვრისაგან.

განსხვავება დედუქციისა და ინდუქციის მეთოდებს შორის მეცნიერულ თეორიებს შორის განსხვავებიდან გამომდინარეობს. მეცნიერულ დისციპლინები პირობითად დაყოფილია დედუქციურ და ინდუქციურ მეცნიერებებად. ყოველი მათემატიკური დისციპლინა და ლოგიკა დედუქციური მეცნიერებაა. მეცნიერების ყველა სხვა დარგი, საბუნებისმეტყველოც და სოციალურიც, ინდუქციურია.

დედუქციურ და ინდუქციურ მეცნიერებათა შორის განსხვავება დასაბუთების გაგებაშია. იმისათვის, რომ დედუქციურ მეცნიერებაში ჭეშმარიტებად იქნეს მიჩნეული ესა თუ ის დებულება (არ იგულისხმება აქსიომები) აუცილებელია და საკმარისი, რომ ის დედუქციურად იქნეს გამოყვანილი აქსიომებზე დაყრდნობით.

მეცნიერების განვითარების პროცესში ინდუქცია და დედუქცია ერთმანეთისაგან იზოლირებული კი არ არის, არამედ ავსებს ერთმანეთს და გამოიყენება ურთიერთკავშირში. დედუქცია არ არსებობს ინდუქციის გარეშე და პირიქით, დედუქციურად მიღებული ყველა მეცნიერული დასკვნა მისი ინდუქციური შესწავლის შედეგია.

დედუქციური მეთოდი არის მეცნიერული თეორიების აგების წესი, რომლის სპეციფიკური თავისებურებაა დასკვნის დედუქციური ტექნიკის გამოყენება (დედუქცია).

ფილოსოფიაში იყო ცდები მკვეთრი გამიჯვნა მოეხდინათ დედუქციურ მეთოდსა და სხვა მეთოდებს, მაგალითად, ინდუქციურ მეთოდს შორის, დედუქციური დასკვნები გაეგოთ როგორც ცდისგარეშე და ისეთი, რაც მეტისმეტად აზვიადებდა დედუქციის როლს მეცნიერებაში. სინამდვილეში კი დედუქცია და ინდუქცია განუყრელად დაკავშირებულია ერთმანეთთან, ხოლო დედუქციური გამომდინარეობის მსვლელობა განპირობებულია ადამიანის მრავალსაუკუნოვანი პრაქტიკულ-შემეცნებითი მოღვაწეობით. დედუქციური მეთოდი არის მეცნიერული ცოდნის აგების ერთ-ერთი შესაძლებელი მეთოდი. იგი, როგორც წესი, გამოიყენება მას შემდეგ, რაც ემპირიული მასალა დაგროვებული და თეორიულად გააზრებულია მისი სისტემატიზაციის მიზნით, იმ მიზნით, რომ მისგან მკაცრად და თანამიმდევრულად იქნეს გამოყვანილი ყველა შედეგი და ა.შ. ამასთან მიიღება ახალი ცოდნაც როგორც დედუქციური თეორიის შედეგთა სიმრავლე და როგორც დედუქციურად აგებული თეორიის შესაძლო ინტერპრეტაციების ერთობლიობა.

დედუქციური სისტემების (თეორიების) ორგანიზაციის ზოგადი სქემა მოიცავს:

1) ამოსავალ ბაზისს, ე.ი. ამოსავალი ტერმინებისა და მსჯელობების ერთობლიობას;

2) გამოყენებულ ლოგიკურ საშუალებებს (დასკვნისა და განსაზღვრების წესებს);

3) გამომდინარე მტკიცებათა (წინადადებათა) ერთობლიობას, რომლებიც მიიღება (1)-საგან (2)-ის გამოყენებით.

ამგვარი თეორიების გამოკვლევისას ხდება გაანალიზება მათ ცალკეულ კომპონენტთა ურთიერთმიმართებისა, რომლებიც აბსტრაჰირებული არიან ცოდნის გენეზისისა და განვითარებისაგან.

დედუქციური სისტემები იყოფიან აქსიომატურ (აქსიომატური მეთოდი) და კონსტრუქციულ (კონსტრუქციული მეთოდი) სისტემებად. აქსიომატურ მიდგომებზე მათემატიკაში ჩვენ საუბარი ზემოთ გვქონდა. ამჟამად გადავიდეთ დედუქციური მეთოდის სწავლებაში გამოყენების საფუძვლების განხილვაზე.

ერთია მეთოდის მეცნიერულ კვლევებში გამოყენება და მეორეა ამ მეთოდის სწავლებაში ჩართვა, ისიც უმცროსკლასელებთან, რომელთაც ცხადია, აქვთ საერთო პრინციპები, მაგრამ მოსწავლეთა ფსიქო-ფიზიოლოგიური მდგომარეობიდან გამომდინარე, მიდგომები შესაძლოა ზოგჯერ განსხვავებულის იყოს, რადგან შესაძლებელია მოხდეს რამდენიმე მეთოდის გაერთიანება, შემდგომ მათი დაყოფა და სხვ. უმცროსკლასელთა სწავლების პროცესში, რომელიმე კონკრეტული საკითხის შესწავლა შეუძლებელია მხოლოდ ერთი მეთოდით. მათემატიკის მასწავლებელს უმცროს კლასებში სწავლებისას უხდება სხვადასხვა მეთოდის გამოყენება, ხშირ შემთხვევაში აუცილებელი ხდება მეთოდთა კომბინაციის გამოყენება განსახილავი სასწავლო მასალის და სწავლის შედეგების გათვალისწინებით. მაგალითად, შესაძლებელია გაკვეთილზე მასწავლებელმა ასახსნელი მასალა ვიზუალური პრეზენტაციის სახით წარმოადგინოს, რომელსაც თან ახლავს ვერბალური განმარტება. რომლის შემდეგ გაიმართოს დისკუსია, გა-

მოთქვან მოსწავლეებმა თავიანთი აზრი საკითხის ირგვლივ. ტრაგედია არ არის არც ის თუ რომელიმე მოსწავლის შეხედულებები ამ ეტაპზე არ ემთხვევა ფაქტის ან მოვლენის სწორ მეცნიერულ ახსნას, მოსწავლეს დამოუკიდებელი მუშაობისათვის ეძლევა დავალება, რომელსაც იგი შეასრულებს წიგნზე მუშაობისას, გააკეთებს ჩანახატებს, ჩანაწერებს, შესაძლოა ინფორმაცია მოიძიოს ბიბლიოთეკებსა და ინტერნეტ-სივრცეში, შეეკითხოს მშობლებს, ბებია-ბაბუას, და-ძმას, კლასელებს, ნაცნობებს და სხვ. ამრიგად, სწავლა/სწავლების პროცესში მეთოდები ერთმანეთს ავსებენ და ერთმანეთში გადადიან. სწავლა/სწავლების მეთოდების მრავალგვარი კლასიფიკაცია არსებობს. მოვიყვანოთ უმცროს კლასებში სწავლების პროცესში შედარებით ხშირად გამოყენებული მეთოდები.

სწავლების ინდუქციური მეთოდი განსაზღვრავს საგნობრივი ცოდნის ისეთ ფორმას, როდესაც სწავლის პროცესში აზრის მსვლელობა მიმართულია კერძოდან კონკრეტულისაკენ, ფაქტებიდან განზოგადებისაკენ, ანუ მასალის გადმოცემისას პროცესი მიმდინარეობს კონკრეტულიდან ზოგადისაკენ.

სწავლების დედუქციური მეთოდი განსაზღვრავს ცოდნის გადაცემის ისეთ ფორმას, რომელიც ზოგად ცოდნაზე დაყრდნობით ახალი ცოდნის აღმოჩენის ლოგიკურ პროცესს წარმოადგენს, ანუ პროცესი მიმდინარეობს ზოგადიდან კონკრეტულისაკენ.

სასწავლო პროცესში ანალიზის მეთოდი გვეხმარება სასწავლო მასალის, როგორც ერთი მთლიანის, შემადგენელ ნაწილებად დაშლაში, ამით მარტივდება რთული

პრობლემის შიგნით არსებული ცალკეული საკითხების დეტალური გაშუქება.

სინთეზის მეთოდი გულისხმობს შებრუნებულ პროცედურას, ანუ ცალკეული საკითხების დაჯგუფებით ერთი მთლიანის შედგენას. ეს მეთოდი ხელს უწყობს პრობლემის, როგორც მთელის დანახვის უნარის განვითარებას.

ახსნა-განმარტებითი მეთოდი-ეფუძნება მსჯელობას მოცემული საკითხის ირგვლივ. მასწავლებელს მასალის გადმოცემისას მოჰყავს კონკრეტული მაგალითი, რომლის დაწვრილებით განხილვაც ხდება მოცემული თემის ფარგლებში.

სწავლა/სწავლების ძირითადი მიზანი განათლებული და უნარიანი ახალგაზრდების აღზრდაა. სწორედ ეს განაპირობებს სწავლების იმ მრავალფეროვან მეთოდებსა და ტექნოლოგიებს, რომლებსაც მიზნის მისაღწევად იყენებს მასწავლებელი. ზოგადად, სწავლის მეთოდიკა პასუხს გვაძლევს კითხვაზე: რა გზით შეგვიძლია მივღწიოთ სათანადო შედეგებს სწავლებისას? ხოლო სწავლების ტექნოლოგია გვპასუხობს კითხვაზე: როგორ გავხადოთ შედეგი გარანტირებული? ამიტომ ნებისმიერი დიდაქტიკური ამოცანის ეფექტურად გადაწყვეტა, დამოკიდებულია პირველ რიგში მეთოდიკის შერჩევაზე. რა თქმა უნდა ეს არ გულისხმობს იმას, რომ უგულველვყოთ სწავლების ტექნოლოგიები. წინააღმდეგ შემთხვევაში შესაძლებელი იქნებოდა ნებისმიერი მეთოდიკა დაგვეყვანა სწავლების ტექნოლოგიებამდე.

თეორიული და პრაქტიკული კვლევები ცხადყოფს, უმცროსკლასელთა სწავლა/სწავლების ყველაზე ეფექ-

ტურ საშუალებას სასურველი შედეგის მისაღწევად სასწავლო პროცესში ინდუქციური და დედუქციური მეთოდების გამოყენება წარმოადგენს. მეცნიერებაში შემეცნების ეს ფორმები იზოლირებულად არ გამოიყენება. უფრო მეტიც, ინდუქციური მეთოდის გამოყენების დროს ფარულად ხდება დედუქციის მეთოდის გამოყენებაც.

დედუქცია შემეცნების ისეთი მეცნიერული მეთოდია, რომელიც გულისხმობს საერთო ნიშან-თვისებიდან კერძო ნიშნების გამოყოფას. ამ დროს აზრთა სვლა ისე მიმდინარეობს, რომ ყოველი კომპონენტი ლოგიკურად გამომდინარეობს წინა აზრიდან. დედუქციური მეთოდი საშუალებას გვაძლევს, გამოვიტანოთ სწორი დასკვნა, გამოვყოთ საერთო პრინციპები და კანონები, რომლებიც არ მოგვცემს შეცდომის დაშვების უფლებას: ისინი კონკრეტული მოვლენის ფაქტობრივი სინამდვილის დადგენაში გვეხმარება.

ინდუქციური და დედუქციური მეთოდები ეფექტურად გამოიყენება სწავლა/სწავლების დროს ცნებების სწორად გაგებისთვის, ცნებების წვდომისა და ათვისებისთვის.

ცნებაში ასახულია საგნის არსებითი ნიშნები. საგნის ნიშნებს უწოდებენ იმ ნიშნებს, რითაც საგნები ჰგვანან ერთმანეთს ან განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. არსებითია ის ნიშნები, რომლებიდანაც თითოეული, ცალკე აღებული, აუცილებელია საგნის დასახასიათებლად და ყველა ერთად აღებული კი საკმარისია, რომ მოცემული საგანი (მოვლენა) განვასხვავოთ დანარჩენებისაგან და განვაზოგადოთ ერთგვაროვანი საგნები. არაარსებითი,

მეორეხარისხოვანია ის ნიშნები, რომელთა შეძენით ან დაკარგვით საგანი რჩება იგივე (მაგალითად, ცნება-ადამიანი არაარსებით ნიშანს წარმოადგენს მისი ხმა, წონა, სიმაღლე და სხვ.). ანუ ზოგადად, ცნებები გამოიხატება ტერმინებით და საშუალებას გვაძლევს, მათზე დაყრდნობით ავხსნათ ფაქტების შინაარსი-დამოკიდებულება, გრძნობა, საგნის რაობა.

ცნების ღირებულება ჭეშმარიტებაა, ჭეშმარიტება წარმოდგენას გვიქმნის სამყაროზე. ამიტომაა, რომ ცნებას, როგორც ასეთს, გრძნობითი და რაციონალური ხასიათი აქვს. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი:

ცნება-ვაშლი გულისხმობს შემდეგ მახასიათებლებს: წითელი, მრგვალი, ტკბილი. მოცემულია სამი ცნება: ფერის, ფორმის და გემოვნების აღმნიშვნელი (მართალია, ცნება-ფერი ბევრ სხვადასხვა ფერს გულისხმობს, მაგრამ ამ შემთხვევაში მითითებულია წითელი). ამ კერძო შემთხვევაში ინდუქციურ-დედუქციური მეთოდი დაგვეხმარა, სწორი წარმოდგენა შეგვექმნა ცნების-ვაშლი რაობაზე და ეს მოხდა საერთო ნიშან-თვისებებიდან კერძო ნიშნების (წითელი ვაშლი, ტკბილი ვაშლი...) გამოყოფით (და პირიქით).

ცნება-მოსწავლე გულისხმობს ისეთ ნიშნებს, როგორებიცაა: ახლის შეცნობა, მასწავლებლის მეთვალყურეობით მეცადინეობა, სკოლაში წასვლა; ხოლო ცნება-კარგი მოსწავლე გულისხმობს: ახლის შეცნობას, მასწავლებლის მეთვალყურეობით მეცადინეობას, სკოლაში წასვლას, კარგი შეფასების მიღებას, შესრულებას, პასუხისმგებლობას, მოვალეობას, აღზრდას. ცნება-მდინარე მოცულობითია, მოიცავს მდინარეთა სიმრავ-

ლეს, როგორც ასეთს. მაგალითად, იგი თავის არსში მოიცავს მდინარეებს-რიონს, მტკვარს, ნილოსს, სენას და სხვ.

ცნების მოცულობა და შინაარსი ურთიერთდამოკიდებულია, უფრო მეტიც, ერთი განაპირობებს მეორეს. მაგალითად, ავტომობილი სატრანსპორტო საშუალებაა, რომელსაც აქვს ძრავა, ბორბლები და სამართავი მოწყობილობა. ისინი ქმნიან ცნების შინაარსს, მის მოცულობას, რაოდენობრივ შინაარსს კი წარმოადგენს ყველა ავტომობილი, რაც კი არსებობს. ასევე, მოსწავლე მოიცავს თავის თავში ყველა მოსწავლეს, რომელიც ოდესმე ყოფილა მოსწავლე, ან ყველა მოსწავლეს, რომელიც ან სწავლობს, ან მომავალში ისწავლის. თუ ერთი ცნება მეორეზე ფართოა, მაშინ პირველი შინაარსობრივად უფრო ღარიბია, ვიდრე მეორე. თუ პირველი ცნება უფრო მცირეა მოცულობით, მაშინ ის მეორეზე უფრო მდიდარია შინაარსობრივად. მაგალითად, ცნების-რომბი შინაარსია ორი საერთო ნიშანი-პარალელოგრამი და ტოლი გვერდები და ისინი ერთმანეთს განაპირობებენ ყველა იმ მაჩვენებლით, რომელიც ზემოთ აღვნიშნეთ.

უმცროს სასკოლო ასაკში ცნების მოცულობის სწორად გაგება წარმოადგენს ბაზისს, რომელზეც სწავლების შემდგომ საფეხურებზე უნდა დაეშენოს მეცნიერული ცოდნა, ამიტომ უმცროს სასკოლო ასაკში ზოგადად ცნებები, კონკრეტულად კი ის მათემატიკური ცნებები, რომლებიც შემდგომში გამოიყენება მათემატიკის და სხვა სასწავლო საგნების სწავლების პროცესში სწორ მეცნიერულ პრინციპზე უნდა იქნეს ახსნილი და გაანა-

ლიზებული, რათა არ დაირღვეს სწავლების მეცნიერული პრინციპი. აქ ვგულისხმობთ ჯამის და მამრავლის გადანაცვლებადობის კანონებს, ჯუფთებადობის, განრიგებადობის კანონებს და სხვ., რომლებსაც უმცროსი სასკოლო ასაკის მოსწავლეებს ასწავლიან დედუქციური მეთოდით.

სასწავლო პროცესში დედუქციური მეთოდის გამოყენება, ცნებების უკეთ წვდომის გარდა, ხელს უწყობს კონცეპტუალური ცოდნის შეძენას, კრიტიკული აზროვნების განვითარებას, ანალიზსა და სინთეზზე ორიენტირებულ აზროვნებას, სოციალური და საკომუნიკაციო უნარების განვითარებას, რაც ჯამში, უზრუნველყოფს სასწავლო მიზნების მიღწევას.

§3.5. განზოგადება

მოსწავლეთა უმრავლესობას უჭირს ამა თუ იმ ამოცანის ამოხსნა, თუმცა მის ამოსახსნელად საჭირო თეორიული მასალა უკვე შესწავლილი აქვთ. მათ არ იციან თუ როგორ მოიმარჯვონ ესა თუ ის ფაქტი, თეორემა, თუ განსაზღვრება. ამოცანის ამოსახსნელად. ეს იმითაც აიხსნება, რომ ზოგჯერ ჩვენ გადმოვცემთ ამა თუ იმ ფაქტის, დებულების კერძო შემთხვევას, მაშინ, როცა შეიძლება უფრო ადვილად გავადგინოთ ზოგადი შემთხვევის მართებულობა.

ამოცანების ამოხსნის დროს ზოგჯერ ზოგადი შემთხვევის განხილვა გაცილებით აადვილებს მის ამოხსნას. ან რაიმე თეორემის დამტკიცება ზოგჯერ ზოგად შემთხვევაში გაცილებით მარტივია, ვიდრე მისი კონკრეტული რაიმე ფაქტის დამტკიცება. მაგალითად, შესაძლოა განვიხილოთ ამოზნექილი რვაკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის და ზოგადად ამოზნექილი n კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის ფორმულების გამოყვანა. ცხადია, ამ შემთხვევაში უფრო ეფექტურია ამოზნექილი n კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის ფორმულის გამოყვანა და ამის შემდეგ, როგორც კონკრეტული შემთხვევის, ამოზნექილი რვაკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის გამოთვლა. ასეთ ხერხებს შორის ერთ-ერთი მეტად მნიშვნელოვანია განზოგადების ხერხი.

განზოგადება არის გადასვლა რაიმე ობიექტის განხილვიდან ობიექტთა სიმრავლის განხილვამდე, რომელიც ამ ობიექტს თავის ელემენტად შეიცავს, ან ნაკლები

მოცულობის სიმრავლიდან მეტი მოცულობის სიმრავლემდე, რომელიც პირველს მოიცავს.

მისი მეშვეობით შეიძლება მივუთითოთ ობიექტთა ფართო წრე, რომლისთვისაც მისაღებია რაიმე კანონზომიერება ან ობიექტთა ამავე წრისათვის მისაღები უფრო ზოგადი კანონზომიერება. მრავალი აღმოჩენა მათემატიკაში, ფიზიკასა და სხვა საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში სწორედ ასეთი იღბლიანი განზოგადების მეშვეობით არის გაკეთებული.

დაწყებით კლასებში მოსწავლეებისათვის განზოგადების გამოყენება ერთ-ერთი მეტად აპრობირებული მეთოდია და კარგად მუშაობს მათემატიკის სწავლებისას. მოსწავლეებს ეძლევათ წესები შეკრების გადანაცვლებადობის

$$a+b=b+a,$$

ჯუფთებადობის

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

და ჯამის იდენტურობის

$$a+0=0+a$$

კანონების შესახებ, კერძოდ მათ იციან, რომ შესაკრებთა ადგილების შეცვლით ჯამი არ იცვლება, რასაც შემდგომში წარმატებით იყენებენ ორი რიცხვის შეკრების ოპერაციის შესრულებისას. კერძოდ, მოსწავლეებმა იციან, რომ ორი რიცხვის ჯამის გამოთვლის დროს შეკრების ოპერაციის შესრულება უმჯობესია თუ დიდ რიცხვს მივუმატებთ მცირე რიცხვს, ამ დროს ცხადია, რომ ჯამი არ შეიცვლება შესაკრებთა ადგილების შეცვლით. ასევე კარგად მუშაობს ჯამის ჯუფთებადობის კანონი მოსწავლეებში ზეპირი ანგარიშის და ჯამის

სწრაფად პოვნის უნარების გამომუშავებაში, როცა შესაკრებები რიცხვები ისეა შერჩეული, რომ ორი რიცხვის ჯამისაგან მიიღება სრული ათეულები, ასეულები, ათასეულები და ა.შ.

დაწყებით კლასებში განზოგადების მეთოდი გამოიყენება გამრავლების ოპერაციის შესრულების დროს. მოსწავლეებს ეძლევათ წესები გამრავლების გადანაცვლებადობის

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

ჯუფთებადობის

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

და გამრავლების იდენტურობის

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a$$

კანონების შესახებ, კერძოდ მათ იციან, რომ თანამამრავლთა ადგილების შეცვლით ნამრავლი არ იცვლება, რასაც შემდგომში წარმატებით იყენებენ გამრავლების ოპერაციების შესრულებისას. ასევე წარმატებით გამოიყენება დაწყებით კლასებში გამრავლების ჯუფთებადობის თვისება ნამრავლის სწრაფად და ეფექტურად გამოთვლის უნარების ფორმირებისას, როცა თანამამრავლებიდან რომელიმე ორი არის 2-ის და 5-ის ხარისხები. ამ მიდგომებს ბავშვები იმდენად ბუნებრივად, ყოველგვარი დაძაბვის გარეშე ასრულებენ, რომ ვერც აცნობიერებენ იმას, რომ იყენებენ განზოგადების მეთოდს. დაწყებით კლასებში განზოგადების მეთოდის გამოყენება საფუძველს უყრის სწავლების შემდგომ საფეხურებზე მის უფრო ეფექტიან გამოყენებას, რაც მოსწავლეებში ზოგადად აბსტრაქტული აზროვნების

განვითარებას იწვევს და კარგ განმავითარებელ ეფექტს იძლევა. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი.

ამოცანა 1. გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა

$$11^2+12^2+13^2+14^2+15^2.$$

ამ გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა რთული არ არის, რადგან შეგვიძლია რიცხვით გამოსახულებაში შემავალი თითოეული წევრის კვადრატის პოვნა და შემდეგ მათი შეკრება, მაგრამ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლის ეს გზა ოპტიმალური არ არის. ჩვენს შემთხვევაში გამოსახულება ხუთი წევრისგან შედგება. მათ შორის უმცირესია 11 და უდიდესი 15. სხვაგვარად, რომ შევხედოთ ამ რიცხვებს, შევნიშნავთ, რომ ამ რიცხვებიდან ორი რიცხვი 13-ის მარცხნივაა, ორი კი მარჯვნივ, ან კიდევ ამ რიცხვების არითმეტიკული საშუალოა.

$$\frac{11+12+13+14+15}{5}=13.$$

ჯამის გამოთვლისათვის გამოვიყენოთ მათი არითმეტიკული საშუალო და მოცემული რიცხვითი გამოსახულება გარდავქმნათ ასე:

$$11^2+12^2+13^2+14^2+15^2=(13-2)^2+(13-1)^2+13^2+(13+1)^2+(13+2)^2=$$
$$=5\cdot13^2+2(2+1-1-2)\cdot13+2\cdot\left(1^2+2^2\right)=5\cdot13^2+2\cdot\left(1^2+2^2\right)=5\cdot169+2\cdot5=855.$$

არითმეტიკული საშუალოს გამოყენება გამოდგება არა მარტო ამ შემთხვევაში, არამედ სწავლების შემდგომ საფეხურებზეც განტოლებების, განტოლებათა სისტემების ცვლადის აღნიშვნის მეთოდით ამოხსნის დროსაც. ამიტომ ამ შემთხვევაში მოცემული გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლის ამ მეთოდის გა-

მოყენება ერთის მხრივ ამარტივებს ჩასატარებელი გამოთვლების რაოდენობას, მეორეს მხრივ შემდგომში შეიძლება მისი განზოგადება განტოლებების, მათი სისტემების ამოხსნისათვის.

მოსწავლეებს დავალების სახით შეიძლება მივცეთ მოცემული რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა გამოთვალონ სხვა ხერხით. კერძოდ, გამოიყენონ ის, რომ $10^2 = 100$ და გამოსახულება წარმოადგინონ სახით:

$$11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 = (10+1)^2 + (10+2)^2 + (10+3)^2 + (10+4)^2 + (10+5)^2 =$$

$$= 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot (1+2+3+4+5) \cdot 10 + \left(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2\right) = 500 + 300 + 55 = 855.$$

ამის შემდეგ გაკვეთილზე უნდა მოხდეს რიცხვითი გამოსახულების გამოთვლისათვის გამოყენებული ორი მიდგომიდან რომელია უფრო ოპტიმალური. ცხადია, ორივე მიდგომა კარგია, მაგრამ გამოთვლის თვალსაზრისით მეორე მიდგომა უფრო ოპტიმალურია. განზოგადებისათვის კი პირველი მიდგომა ჯობია.

ნამრავლის გადანაცვლებადობის კანონიდან მიზანშეწონილია მოსწავლეებს გავაცნოთ, რომ თუ გვაქვს ორი განსხვავებული ნატურალური b და c რიცხვები, რომლებისთვისაც სრულდება პირობა $b > c$, მაშინ ნებისმიერი ნატურალური a რიცხვისათვის $ab > ac$. განვიხილოთ ასეთი მაგალითი.

ამოცანა 2. რომელია მეტი

$$99^{20} \text{ თუ } 9999^{10}?$$

მოვახდინოთ მოცემული რიცხვების გარდაქმნა შემდეგი სახით:

$$99^{20} = (99 \cdot 99)^{10}$$

და

$$9999^{10} = (99 \cdot 101)^{10}.$$

ცხადია, რომ მეორე რიცხვი მეტია პირველზე.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ხშირად ობიექტთა ზოგადი თვისებების დამახსოვრება უფრო ადვილია, ვიდრე ამავე წრის ცალკეულ ობიექტთა კონკრეტული თვისებებისა. მაგალითად, მოსწავლეები ადვილად იმახსოვრებენ, რომ ამოზნექილი n კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამია $180^0(n-2)$. მაგრამ დარწმუნებული ვარ, რომ ვერც ერთი მოსწავლე პირდაპირ, დაფიქრების და სათანადო გამოთვლების ჩატარების გარეშე ვერ გიპასუხებთ, რამდენი გრადუსია ამოზნექილი რვაკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი და ა.შ.

მაგალითად, არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიების n-ური წევრის გამოსათვლელი ფორმულების დადგენისას ვახდენთ განზოგადებას:

არითმეტიკული პროგრესია	გეომეტრიული პროგრესია
$a_2 = a_1 + d,$	$b_2 = b_1 \cdot q,$
$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d,$	$b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2,$
$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d,$	$b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3,$
.....	.....
$a_n = a_1 + (n-1)d.$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$

შემდგომში, არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრის გამოსათვლელი ფორმულა ღებულობს შემდგომ ახალ განზოგადებას, როცა დგინდება, რომ ნებისმიერი არითმეტიკული პროგრესია წარმოადგენს ნატურალური არგუმენტის წრფივ ფუნქციას:

$$y = kx + b, \text{სადაც } x \in N.$$

ასევე, შემდგომ გეომეტრიული პროგრესიის n-ური წევრის გამოსათვლელი ფორმულაც ღებულობს ახალ განზოგადებას, როცა დგინდება, რომ ნებისმიერი გეომეტრიული პროგრესია წარმოადგენს ნატურალური არგუმენტის ხარისხოვან ფუნქციას:

$$y = kx^n, \text{სადაც } x \in N.$$

ამოცანების ამოხსნის დროს ზოგჯერ ვახდენთ მოცემული ამოცანის დაყვანას ქვეამოცანებზე. არა ყოველთვის, მაგრამ ზოგიერთ შემთხვევაში თუ ამ პროცესს განვიხილავთ შებრუნებული რიგით, მაშინ საქმე გვექნება განზოგადების ხერხთან. ამ შემთხვევაში გადავალთ ნაკლები მოცულობის სიმრავლიდან მეტი მოცულობის სიმრავლეზე, რომელიც პირველს მოიცავს. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 3. მოცემულია 3 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, ერთი აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

სამი მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთაირი წონისაა, დავყოთ სამ თითო მონეტიან ჯგუფად. ამ სამი მონეტიდან ავიღოთ ნებისმიერი ორი მონეტა და თეფშებიან სასწორზე აწონით შევადაროთ მათი წონები. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაშია, მაშინ ყალბი მონეტა დარჩენილია. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაში არ არის, მაშინ ყალბია ის მონეტა რომელიც მსუბუქია. ასე, რომ ერთი აწონით ყოველთვის შესაძლებელია დადგინდეს ყალბი მონეტა.

მოვახდინოთ ამ ამოცანის განზოგადება. შესაძლებელია თუ არა 4 მონეტიდან, რომელთა შორის ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა, ყალბი მონეტის განსაზღვრა ერთი აწონით? სათანადო მსჯელობით დასტურდება, რომ ეს შეუძლებელია. 4 მონეტიდან, რომელთა შორის ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა, ყალბი მონეტის განსაზღვრა ერთი აწონით, ამისათვის საჭი-როა ორი აწონა. ორი აწონით შეიძლება 5, 6, 7, 8 ან 9 მონეტიდან ყალბი მონეტის განსაზღვრა თეფშებიანი სასწორის საშუალებით, როცა ყალბი მონეტა მსუბუქია დანარჩენებზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთი წონისაა. მაშასადამე, მოცემული ამოცანის განზოგადებული ამოცანა შეიძლება ჩამოყალიბდეს ასე:

ამოცანა 4. მოცემულია 9 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, 2 აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

9 მონეტა დავყოთ სამ ჯგუფად, თითოეულში 3-3 მონეტით. ამ სამი ჯგუფიდან ავიღოთ ნებისმიერი ორი ჯგუფის მონეტები და პირველი აწონით შევადაროთ მათი წონები. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაშია, მაშინ ყალბი მონეტა დარჩენილ ჯგუფშია. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაში არ არის, მაშინ ყალბი მონეტა იმ ჯგუფშია, რომელიც მსუბუქია. ასე, რომ ერთი აწონით ყოველთვის შესაძლებელია დადგინდეს, ის 3 მონეტიანი ჯგუფი, რომელშიც ყალბი მონეტაა.

ე.ი. განზოგადებული ამოცანა დავიყვანეთ მოცემულ ამოცანაზე, რომლის ამოხსნა ჩვენთვის ცნობილია.

მოვახდინოთ მოცემული ამოცანის განზოგადებული ამოცანის კიდევ ერთხელ განზოგადება. შესაძლებელია თუ არა 10 მონეტიდან, რომელთა შორის ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა, ყალბი მონეტის განსაზღვრა ორი აწონით? სათანადო მსჯელობით დასტურდება, რომ ეს შეუძლებელია. 10 მონეტიდან, რომელთა შორის ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ყალბი მონეტის განსაზღვრა თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით ორი აწონით, ამისათვის საჭიროა უკვე სამი აწონა. სამი აწონით შეიძლება 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 ან 27 მონეტიდან ყალბი მონეტის განსაზღვრა თეფშებიანი სასწორის საშუალებით, როცა ყალბი მონეტა მსუბუქია დანარჩენებზე. მაშასადამე, მოცემული ამოცანის განზოგადებული ამოცანა შეიძლება ჩამოყალიბდეს ასე:

ამოცანა 5. მოცემულია 27 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე, ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, 3 აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

მოსწავლეები მარტივად ხვდებიან, რომ 27 მონეტა შესაძლებელია დავყოთ სამ ჯგუფად, თითოეულში 9-9 მონეტით. რის შემდეგაც მოცემული ამოცანა დაიყვანება მის ანალოგიურ ამოცანაზე.

დავყოთ 27 მონეტა სამ ჯგუფად, თითოეულში 9-9 მონეტა. პირველი აწონით შევადაროთ ნებისმიერი ორი

ჯგუფის მონეტების წონები. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაშია, მაშინ ყალბი მონეტა დარჩენილ ჯგუფშია. თუ სასწორის თეფშები წონასწორობაში არ არის, მაშინ ყალბი მონეტა იმ ჯგუფშია, რომელიც მსუბუქია. ასე, რომ პირველი აწონით ყოველთვის შესაძლებელია დადგინდეს, ის 9 მონეტიანი ჯგუფი, რომელშიც ყალბი მონეტაა. რის შედეგადაც მეორედ განზოგადებული ამოცანა დაყვანილი იქნა მოცემული ამოცანის განზოგადებულ ამოცანაზე, რომლის ამოხსნაც მოსწავლეებისათვის ცნობილია

ასე, რომ 27 მონეტიდან, რომელშიც ერთი ყალბი მონეტაა და ყალბი მონეტა მსუბუქია ნამდვილზე, ხოლო ნამდვილი მონეტები ერთნაირი წონისაა, თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, სამი აწონით ყოველთვის შესაძლებელია დავადგინოთ რომელია ყალბი მონეტა.

რა თქმა უნდა შესაძლებელია ამ ამოცანის კიდევ განზოგადება, მერე მიღებული ამოცანა კიდევ შეიძლება განზოგადდეს და ა.შ. ეს პროცესი შეიძლება გაგრძელდეს უსასრულოდ. მაგრამ ასეთი სახის ამოცანებს რაიმე პრაქტიკული გამოყენება ან სხვა ღირებული თვისების შეძენა მოსწავლეებისათვის უკვე აღარ ექნება, რადგან მათი ამოხსნა მოხდება ზუსტად ისეთივე ხერხით, რომლითაც ამოიხსნა განხილული ამოცანები.

განზოგადების გამოყენებით განვიხილოთ კიდევ ერთი ასეთი

ამოცანა 5. იპოვეთ

$$f(x) = 3,091x^5 - 1,093x^3 + 0,139x + 3,5$$

მრავალწევრის მნიშვნელობათა ჯამი, როცა $x = 19,03$ და $x = -19,03$.

ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას მოცემული მრავალწევრის მნიშვნელობების პოვნით როცა $x = 19,03$ და $x = -19,03$ და მიღებული შედეგების შეკრებით. რაც რა თქმა უნდა საკმაოდ შრომატევადია, მაგრამ რეალურად შესაძლებელია.

თუ მოსწავლეთა ყურადღებას გავამახვილებთ იმაზე, რომ x-ის მოცემული მნიშვნელობები მოპირდაპირე რიცხვებია, ხოლო მოცემული მრავალწევრი 3,5-ის გარდა x ცვლადს შეიცავს პირველ, მესამე და მეხუთე ხარისხებში, გავითვალისწინებთ, რომ

$$(-x_0)^5 = -x_0^5, \quad (-x_0)^3 = -x_0^3,$$

და ვიპოვოთ $f(x) = 3,091x^5 - 1,093x^3 + 0,139x + 3,5$ მრავალწევრის მნიშვნელობათა ჯამი, როცა $x = x_0$ და $x = -x_0$. გვაქვს:

$$f(x_0) = 3,091{x_0}^5 - 1,093{x_0}^3 + 0,139x_0 + 3,5$$

და

$$f(-x_0) = 3,091(-x_0)^5 - 1,093(-x_0)^3 + 0,139(-x_0) + 3,5 =$$
$$= -3,091{x_0}^5 + 1,093{x_0}^3 - 0,139x_0 + 3,5.$$

საბოლოოდ გვაქვს:

$$f(x_0) + f(-x_0) = 3,091{x_0}^5 - 1,093{x_0}^3 + 0,139x_0 + 3,5 - 3,091{x_0}^5 +$$
$$+1,093{x_0}^3 - 0,139x_0 + 3,5 = 3,5 + 3,5 = 7.$$

რადგან ნაპოვნი ჯამი დამოკიდებული არ არის x მნიშვნელობაზე, ამიტომ ჩვენ აღმოვაჩინეთ $f(x)$ მრავალწევრის საინტერესო თვისება: ამ მრავალწევრის მნიშვნელობათა ჯამი x არგუმენტის ორი მოპირდაპირე მნიშვნელობისათვის მუდმივი სიდიდეა და 7-ს უდ-

რის. აქედან უშუალოდ გამომდინარეობს ჩვენი ამოცანის ამოხსნაც:

$$f(19,03) + f(-19,03) = 7.$$

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს ჩვენ შევცვალეთ მოცემული ამოცანა უფრო ზოგადი ამოცანით, რომლის ამოხსნიდან უშუალოდ გამომდინარეობს დასმული ამოცანის ამოხსნა.

§3.6. ანალოგია

ანალოგია ბერძნული სიტყვაა და ქართულად შესატყვისობას ნიშნავს. ის გამოსახავს საგნებს, მოვლენებსა და ცნებებს შორის მსგავსებას. ანალოგიის გამოვლენა მოსწავლეებს ეხმარება საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებული კავშირების, მიმართებების წვდომასა და მსგავს მიმართებათა გამოვლენის უნარების ჩამოყალიბებასა და განმტკიცებაში.

ამრიგად, ანალოგიის მეთოდის ფორმულირება უნდა მოხდეს რაც შეიძლება გასაგებად, რათა მისი სწავლება მოსწავლეებისათვის ადვილად აღსაქმელი იყოს და მოსწავლეებმა ნათლად დაინახონ ამ მეთოდის საჭიროება. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მასწავლებელთა მომზადება ანალოგიის მეთოდის გამოსაყენებლად. მასწავლებლებსა და მოსწავლეებს უნდა განემარტოთ, კონკრეტულად რომელი ამოცანები უნდა ამოხსნან ანალოგიის მეთოდის გამოყენებით, რომ მის არსში წვდომა და სასურველი შედეგის მიღწევა შეძლონ?

მოსწავლეებში დადებითი შედეგი მიიღწევა მას შემდეგ, რაც ისინი შეგნებულად აითვისებენ, რომ ანალოგია არის:

- მსგავსება, რომელიც ბევრის მომცემია;
- მსგავსება, რომელმაც შეიძლება შეცდომაში შეგვიყვანოს;
- კვლევის მეთოდი:
- ცოდნის სისტემატიზაციის საშუალება;

- ის, რაც ნებისმიერი ადამიანისათვის სასარგებლოა, რა სპეციალობისაც უნდა იყოს და რასაც უნდა აკეთებდეს ცხოვრებაში.

მასწავლებელმა დასახული მიზნის მისაღწევად მოსწავლეებს უნდა შეასწავლოს, რომ მათ ყურადღება მიაქციონ საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებულ დამოკიდებულებებში საკუთარი აზრის გამოხატვას. მათ უნდა შეძლონ:

- იპოვონ და გამოყონ ამოცანის პირობაში ჩადებული საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებული განსხვავებები;
- იპოვონ და გამოყონ ამოცანის პირობაში ჩადებული საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებული მსგავსებები;
- შეამჩნიონ და ახსნან ამოცანის პირობაში ჩადებული საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებული ანალოგიების არსებობა;
- თვითონ ჩამოაყალიბონ, შეამოწმონ, დაამტკიცონ ან უარყონ დებულებები, რისთვისაც გამოიყენონ მათთვის უკვე ცნობილი აზრობრივი ოპერაციები და მის საფუძველზე მიიღონ ახალი ცოდნა;
- შეძლონ უკვე მიღებული ცოდნის ანალოგიების გამოყენებით განზოგადება
- ანალოგიების გამოყენებით რომელიმე სასწავლო საგანში მიღებული ცოდნა გადაიტანოს მეორე სასწავლო საგანში;
- გამოიყენოს ანალოგია ცოდნის გადასატანად ერთი სისტემიდან მეორე სასტემაში;

- დააგროვოს გამოცდილება და შემდეგში გონივრულად გამოიყენოს სხვა სიტუაციებში.

მოსწავლეებს უნა ავუხსნათ, რომ ანალოგიის მეშვეობით მიღებული დასკვნა პრობლემურია და შეიძლება მცდარიც აღმოჩნდეს. მაგალითად, ჭეშმარიტი წინადადებებიდან: თუ რიცხვის ციფრთა ჯამი იყოფა 3-ზე, მაშინ ეს რიცხვიც იყოფა 3-ზე, თუ რიცხვის ციფრთა ჯამი იყოფა 9-ზე, მაშინ ეს რიცხვიც იყოფა 9-ზე. ანალოგიის შედეგად მიღებული წინადადება: თუ რიცხვის ციფრთა ჯამი იყოფა 7-ზე, მაშინ ეს რიცხვიც იყოფა 7-ზე, მცდარია.

ასევე, შესაძლებელია მოსწავლეებს მოვუყვანოთ ასეთი მაგალითები:

1. $2^4 = 4^2$. ტოლობა ჭეშმარიტია. ამ დებულების საფუძველზე არ შეიძლება ფუძესა და ხარისხის მაჩვენებელს შორის გადანაცვლებადობის კანონის გავრცელება.

ზოგადად $m^n = n^m$ ტოლობა სამართლიანი არ არის.

2. $\frac{19}{95} = \frac{1}{5}$, $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$, $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$.

ამ მაგალითებში თითქოს 9-ზე და 6-ზე მოხდა შეკვეცა. მაგრამ მოსწავლეთათვის ცნობილია, რომ ერთსა და იმავე ციფრზე მრიცხველისა და მნიშვნელის შეკვეცა არ შეიძლება და ზოგადად ასეთი შეკვეცა მცდარ დასკვნამდე მიგვიყვანს.

3. $\lg\left(16 + \frac{16}{15}\right) = \lg 16 + \lg\frac{16}{15}$;

$\lg\left(\frac{49}{6} - 7\right) = \lg\frac{49}{6} - \lg 7$;

$$\lg\left(\frac{64}{7}-8\right)=\lg\frac{64}{7}-\lg 8.$$

ასეთი მაგალითების განხილვის შემდეგ მოსწავლეები სიფრთხილით ეკიდებიან ანალოგიის გამოყენებას.

მიუხედავად იმისა, რომ ანალოგიის შედეგად მიღებული დასკვნები ზოგჯერ მცდარია და გამოკვლევას საჭიროებს, მაინც ხშირია შემთხვევები, როცა ასეთი დასკვნები მართებულია. ეს ამართლებს ანალოგიის მიმართ ინტერესს.

მაგალითად, თუ A ამოცანა a_1, a_2, ..., a_n პირობებს შეიცავს და მისი ამოხსნის გზა ჩვენთვის ცნობილია, ხოლო B ამოცანა შეიცავს მსგავს b_1, b_2, ..., b_m პირობებს, მაშინ შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ B ამოცანა ამოიხსნება A ამოცანის მსგავსად. ანალოგიის გამოყენება განვიხილოთ კონკრეტულ მაგალითებზე.

ამოცანა 1. მათემატიკის ოლიმპიადაზე მონაწილეობა მიიღო ასმა მოსწავლემ. თითოეულს უნდა ამოეხსნა ექვსი ამოცანა. ორგანიზატორებს შედეგები შეჰქონდათ ცხრილში, რომელშიც ყოველი ამოცანის სწორად გადაწყვეტისათვის იწერებოდა „+“, ხოლო ამოცანის არასწორად ამოხსნისათვის „-“. ოლიმპიადის მხოლოდ ის მონაწილეები დააჯილდოვეს, რომლებმაც ექვსი ამოცანიდან სწორად ამოხსნა ოთხი, ან მეტი ამოცანა. ლუკამ ცხრილში დათვალა 350 პლუსი. დაამტკიცეთ, რომ დააჯილდოვეს არანაკლებ 17 მონაწილე.

სულ ოლიმპიადის მონაწილეებს მაქსიმალურად შეეძლოთ დაეგროვებინათ 600 პლუსი, მაგრამ, რადგან ლუკამ ცხრილში დათვალა 350 პლუსი, ამიტომ ყველაზე უარესი შემთხვევა შეიძლება დადგეს მაშინ, როცა

ყველა იმ მონაწილის მიერ, რომელიც არ დაჯილდოვდა დაგროვებული მინიმალური ქულაა 3, ხოლო დაჯილდოვდა ოლიმპიადის ის მონაწილეები, რომლებმაც დააგროვეს მაქსიმალური 6 ქულა ან უკიდურეს შემთხვევაში 5 ქულა მაინც. სულ ასეთ შემთხვევაში ყველა ასივე მონაწილე დააგროვებდა 300 ქულას, ხოლო დარჩენილი 50 ქულა მაქსიმალურად განაწილდებოდა ოლიმპიადის იმ მონაწილეებზე, რომლებმაც მიიღეს მაქსიმალური 6 ქულა ან 5 ქულა მაინც, რადგან

$$50 = 16 \cdot 3 + 2,$$

ამიტომ 50 ქულა შეიძლება განაწილდეს 16 მონაწილეზე, თითოზე 3-3 ქულა და ერთ მონაწილეზე 2 ქულა. საბოლოოდ გვექნება ასეთი შედეგი:

83 მონაწილე დააგროვებს 3-3 ქულას და არცერთს მათ შორის არ დააჯილდოებენ, 1 მონაწილე დააგროვებს 5 ქულას და დაჯილდოვდება, ხოლო 16 მონაწილე დააგროვებს 6-6 ქულას და ცხადია ისინიც დაჯილდოვდებიან. ე.ი. დააჯილდოვებენ ოლიმპიადის არანაკლებ 17 მონაწილეს.

ამ ამოცანის ამოხსნისას გამოყენებული მიდგომა დაგვეხმარება ანალოგიური ამოცანის ამოხსნისას.

ამოცანა 2. მათემატიკის ოლიმპიადაზე მონაწილეობა მიიღო ასმა მოსწავლემ. თითოეულს უნდა ამოეხსნა ექვსი ამოცანა. ორგანიზატორებს შედეგები შეჰქონდათ ცხრილში, რომელშიც ყოველი ამოცანის სწორად გადაწყვეტისათვის იწერებოდა „+“, ხოლო ამოცანის არასწორად ამოხსნისათვის „-“. ოლიმპიადის მხოლოდ ის მონაწილეები დაჯილდოვეს, რომლებმაც ექვსი ამოცანიდან სწორად ამოხსნა ოთხი, ან ოთხზე მეტი

ამოცანა. ლუკამ ცხრილში დათვალა 350 პლუსი. დაამტკიცეთ, რომ დააჯილდოვეს არაუმეტეს 87 მონაწილე.

წინა ამოცანის ამოხსნის ანალოგიურად შესაძლებელია დავთვალოთ ოლიმპიადაზე შესაძლო დაჯილდოებულ მოსწავლეთა უდიდესი რაოდენობაც. ამ რაოდენობას გამოვთვლით, თუ განვიხილავთ წინა შემთხვევისაგან განსხვავებულ მეორე უკიდურესობას, როცა 350 პლუსი მაქსიმალურად განაწილდება 4-4 ქულაზე, მორჩენილი ქულები (ასეთი შეიძლება იყოს 1, ქულა, 2 ქულა ან 3 ქულა) გადანაწილდება მხოლოდ ოლიმპიადის იმ მონაწილეებზე, რომლებმაც დააგროვეს 4 ქულა და ექნებათ 5 ან 6 ქულა, ან ამ მორჩენილ ქულებს (1, 2 ან 3 ქულას) დააგროვებენ ოლიმპიადის სხვა მონაწილეები.

$$350 = 87 \cdot 4 + 2,$$

ამიტომ, შესაძლებელია ადგილი ექნეს ასეთ შემთხვევას: ოლიმპიადის მონაწილეთა შორის მაქსიმუმ დაჯილდოვდება 87 მოსწავლე, რომლებიც დააგროვებენ 4-4 ქულას მაინც, დარჩენილი 2 ქულა სხვადასხვანაირად შეიძლება გადანაწილდეს, მაგრამ გადანაწილების არცერთი ვარიანტი დაჯილდოებული მოსწავლეების რაოდენობას არ გაზრდის. ე.ი. შეიძლება დაჯილდოვდეს ოლიმპიადის არაუმეტეს 87 მონაწილე.

საბოლოოდ, ორივე ამოცანის განხილვის შემდეგ, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ შესაძლებელია დაჯილდოვდეს ოლიმპიადის არანაკლებ 17 და არაუმეტეს 87 მონაწილე.

ზოგჯერ ამოცანის ამოხსნის დროს სასურველი შედეგის მისაღწევად ანალოგიის გამოყენება შესაძლოა რამ-

დენჯერმე დაგვჭირდეს. მაგალითად, განვიხილოთ ამოცანები.

ამოცანა 3. მოცემულია 27 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, 3 აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

გავიხსენოთ ხომ არ შეგვხვედრია ანალოგიური ამოცანა ყალბი მონეტის განსაზღვრაზე, როცა ყალბი მონეტა ნამდვილზე მსუბუქია? მოსწავლეებმა შეიძლება გაიხსენონ ამოცანა, რომელიც მათ ადრე ამოხსნილი აქვთ:

დამხმარე ამოცანა 1. მოცემულია 9 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, 2 აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

ამის შემდეგ შესაძლოა მოსწავლეთა ნაწილმა გაიხსენოს, რომ ამ ამოცანის ამოსახსნელად მათ გამოიყენეს მისი ანალოგიური შემდეგი

დამხმარე ამოცანა 2. მოცემულია 3 მონეტა, რომელშიც ერთი ყალბია, მსუბუქია დანარჩენებზე. თეფშებიანი სასწორის გამოყენებით, გირების გარეშე, ერთი აწონით როგორ განვსაზღვროთ ყალბი მონეტა?

განხილული ამოცანები საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ ამოცანების ამოხსნის დროს ანალოგიის გამოყენება ეფექტურია იმ შემთხვევაში, როცა:

ა) შესაძლებლობა გვაქვს ჩამოვაყალიბოთ მოცემული ამოცანის დამხმარე ამოცანა, რომელიც მოცემულ ამოცანაზე მარტივია;

ბ) ამოვხსნათ დამხმარე ამოცანა და მისი ამოხსნის შემდეგ ჩავატაროთ ანალოგიური მსჯელობა მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად.

ან გ) შესაძლებლობა გვაქვს ჩამოვაყალიბოთ მოცემული ამოცანის მსგავსი ისეთი ამოცანა (ამოცანები), რომლის ამოხსნა ჩვენთვის ცნობილია;

დ) გამოვიყენოთ ჩვენთვის ცნობილი ამოცანის ამოხსნის გზა მოცემული ამოცანის ამოსახსნელად.

შესაძლებელია გ) და დ) შემთხვევების გამოყენება რამდენჯერმე დაგვჭირდეს.

§3.7. დირიხლეს პრინციპი

ნებისმიერ სამ მომდევნო ნატურალურ რიცხვს შორის ერთი რიცხვი აუცილებლად სამის ჯერადია, ცხადია. ასევე ცხადია, რომ ნებისმიერ 13 ადამიანს შორის მოიძებნება ორი მაინც ისეთი, რომლებიც ერთ თვეში არიან დაბადებული. ერთიცა და მეორეც შეიძლება დავუკავშიროთ შემთხვევების განხილვას, მაგრამ უფრო გონივრულია მსჯელობა წარვმართოთ საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდის გამოყენებით. მეორე შემთხვევისათვის შეიძლება ასე ვიმსჯელოთ:

დავუშვათ, რომ არ მოიძებნება ისეთი ორი ადამიანი, რომელიც ერთ თვეშია დაბადებული. მაშინ 12 თვიდან თითოეულში დაიბადა არა უმეტეს ერთი ადამიანი, ე.ი. სულ არაუმეტეს 12 ადამიანი. რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას: $12 < 13$.

ასეთი მსჯელობები ძალიან ხშირად გვხვდება ამოცანის ამოხსნის დროს, ამიტომ ის გამოყვეს როგორც დამტკიცების განსაკუთრებული სახე და მას დირიხლეს პრინციპი უწოდეს. ამ პრინციპის ფორმულირებაა:

თუ $(n+1)$ კურდღელი ჩასმულია n გალიაში, მაშინ მოიძებნება გალია, რომელშიც სულ ცოტა ორი კურდღელი მაინც ზის.

ამ დებულების დასაბუთებაც საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდით ხდება:

დავუშვათ, რომ ყველა გალიაში ზის ორზე ნაკლები კურდღელი (ერთი ან არცერთი). მაშინ ყველა n გალიაში ზის არაუმეტეს n კურდღელი. რაც წინააღმდეგობაშია ამოცანის პირობასთან.

ამოცანების ამოხსნა დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით დაიყვანება „კურდღლებისა“ და „გალიების“ არჩევაზე. ხშირად არცთუ ისე ცხადია რა არის ამოცანაში „კურდღელი“ და რა „გალია“.

ამოცანა 1. დაამტკიცეთ, რომ არცერთი წრფე სამკუთხედის სამივე გვერდს არ კვეთს.

წრფე სიბრტყეს ორ ნახევარსიბრტყედ ყოფს, რომელსაც დავარქვათ „გალიები“. სამკუთხედის სამ წვეროს ვუწოდოთ „კურდღლები“. დირიხლეს პრინციპის თანახმად, მოიძებნება გალია, რომელშიც სულ ცოტა ორი კურდღელი ზის. ანუ მოიძებნება ორი წვერო, რომლებიც მოცემული წრფის მიმართ ერთ ნახევარსიბრტყეში ძევს. გვერდი, რომელიც ამ წვეროებს აერთებს მოცემულ წრფეს არ კვეთს

ამოცანა 2. კუბის წახნაგი შეღებილია ორ ფერად. დაამტკიცეთ, რომ მოიძებნება ორი მეზობელი წახნაგი, რომელიც ერთ ფერზეა შეღებილი.

განვიხილოთ კუბის სამი წახნაგი, რომელთაც ერთი საერთო წვერო აქვს. დავარქვათ მას „კურდღლები“, ხოლო ფერებს „გალიები“. დირიხლეს პრინციპის თანახმად, მოიძებნება ორი წახნაგი, რომლებიც შეღებილია ერთ ფერად, რომლებიც იქნება მეზობელი გვერდები.

ანალოგიურად დამტკიცდება დირიხლეს ზოგადი პრინციპი: „თუ n კურდღელი ჩასმულია k გალიაში, მაშინ მოიძებნება გალია, რომელშიც ზის არანაკლებ n/k კურდღელი“.

ოდნავი სახეცვლილი ფორმით, რომელშიც წილადი ჩანაწერი არ არის, დირიხლეს ზოგადი პრინციპი შეიძლება ასეც ჩამოვაყალიბოთ:

„თუ $nk + 1$ კურდღელი ჩასმულია k გალიაში, მაშინ მოიძებნება გალია, რომელშიც ჩასმულია არანაკლებ $(n + 1)$ კურდღელი“.

მაგალითი 3. გვაქვს სამი ხარისხის 25 ცალი კანფეტი. დაამტკიცეთ რომ: მოცემული კანფეტებიდან არანაკლებ 9 კანფეტი ერთი ხარისხისაა?

ვთქვათ, „გალიები“ ჩვენთვის არის კანფეტების ხარისხი, ხოლო „კურდღლები“ კანფეტები. დირიხლეს პრინციპის თანახმად, მოიძებნება „გალია“, რომელშიც არანაკლებ 25/3 „კურდღელია“. რადგან

$$8 < 25/3 < 9,$$

ამიტომ აუცილებლად მოიძებნება სამი ხარისხის 25 კანფეტიდან ერთი ხარისხის 9 კანფეტი.

დებულების დამტკიცება შეიძლება საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდითაც.

ვთქვათ, თითოეული ხარისხის კანფეტი 9-ზე ნაკლებია, ე.ი. 8-ს არ აღემატება. მაშინ კანფეტების საერთო რაოდენობა არ აღემატება 24-ს ($3 \times 8 = 24$), ამოცანის პირობის თანახმად, კანფეტები სულ 25-ია. მივიღეთ წინააღმდეგობა ამოცანის პირობასთან.

ამოცანა 4. კლასში 30 მოსწავლეა. პაპუნამ ტექსტში 13 შეცდომა დაუშვა, ხოლო სხვებმა მასზე ნაკლები. დაამტკიცეთ, რომ რომელიმე სამმა მოსწავლემ დაუშვა ერთნაირი რაოდენობის შეცდომა.

ამოცანის პირობის თანახმად, ტექსტში ყველაზე ბევრი 13 შეცდომაა დაშვებული, სხვა შეცდომების რაოდე-

ნობა ნაკლებია. ე.ი. მოსწავლეებს შეიძლებოდა დაეშვათ 0, 1, 2, ... , 12, 13 შეცდომა. ეს ვარიანტები იქნება „გალიები“, ხოლო მოსწავლეები იქნებიან „კურდღლები“. მაშინ დირიხლეს განზოგადებული პრინციპის თანახმად (14 გალია და 30 კურდღელი), მოიძებნება სამი მოსწავლე, რომლებიც ერთ „გალიაში“ მოხვდნენ. რაც ნიშნავს, რომ მათ ერთნაირი რაოდენობის შეცდომები დაუშვეს.

ამოცანა 5. 1მ გვერდის სიგრძის მქონე ხალიჩა ჩრჩილმა დააზიანა, გაუკეთა ხვრელები 51 ადგილას (ხვრელი წარმოადგენს წერტილს).

დაამტკიცეთ, რომ რომელიმე კვადრატული ფორმის ნაჭრით, რომლის გვერდის სიგრძე 20 სმ-ია, შეიძლება დავფაროთ არანაკლებ სამი ხვრელი.

მთელი ხალიჩა შეიძლება დავფაროთ 25 ასეთი ნაჭრით. დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით რომელიმე ნაჭერი დაფარავს არანაკლებ სამ ხვრელს.

ზოგჯერ დირიხლეს პრინციპი არ მუშაობს „პირდაპირ“, არ ჩანს კმაყოფილდება თუ არა დირიხლეს პრინციპის პირობები და მოითხოვს დამატებით დაზუსტებებს, რის შედეგადაც დირიხლეს პრინციპის გამოყენება შესაძლებელია და ამოხსნის პროცესი მარტივდება.

ამოცანა 6. რამდენიმე საფეხბურთო გუნდი მონაწილეობს ტურნირში, რომელიც ერთ წრედ ტარდება. დაამტკიცეთ, რომ ტურნირის მსვლელობის ნებისმიერ დროს მოიძებნება ორი გუნდი, რომელთაც ერთი და იგივე რაოდენობის მატჩი აქვს ჩატარებული.

ვთქვათ, ტურნირში მონაწილეობდა n საფეხბურთო გუნდი. მაშინ თითოეულ გუნდს შეეძლო ეთამაშა 0-დან

(n-1) მატჩი: სულ n ვარიანტი. ჩნდება მოსაზრება, რომ დირიხლეს პრინციპი არ მუშაობს: ჩვენ გვყავს n განსხვავებული ფეხბურთის გუნდი და n ერთმანეთისაგან განსხვავებული საფეხბურთო მატჩი.

შევთანხმდეთ, რომ თუ რომელიმე გუნდს არცერთი მატჩი ჩატარებული არა აქვს, მაშინ არ მოიძებნება არცერთი საფეხბურთო გუნდი, რომელსაც ყველა მატჩი ჩატარებული აქვს. ე.ი. არ არსებობს ისეთი სიტუაცია, როცა რომელიმე საფეხბურთო გუნდს არცერი მატჩი ჩატარებული არა აქვს, ხოლო დანარჩენი გუნდებიდან რომელიმეს ჩატარებული აქვს (n-1) მატჩი. რაც ნიშმავს, რომ ტურნირზე ერთმანეთისაგან განსხვავებული მატჩების რაოდენობა არ აღემატება (n-1)-ს (0-დან (n-2)-მდე ჩათვლით, ან 1-დან (n-1)-მდე ჩათვლით). დირიხლეს პრინციპის თანახმად ტურნირის ნებისმიერ დროს მოიძებნება ორი გუნდი, რომელთაც ერთი და იგივე რაოდენობის მატჩი აქვს ჩატარებული

ზოგჯერ მოსახერხებელია ამოცანის ამოხსნის დროს მოვიყვანოთ კონტრმაგალითი, რომელიც აჩვენებს, წინააღმდეგობას ამოცანის პირობაში მოყვანილ სიტუაციასთან, რითაც დადასტურდება, რომ ამოცანის პირობაში მოყვანილი სიტუაციის შესრულება ზოგად შემთხვევაში შეუძლებელია

ამოცანა 7. თეთრი და შავი ბაჭიები ჩასვეს გალიებში. თეთრი ბაჭიები მეტია ვიდრე შავები. ყოველთვის მოიძებნება თუ არა გალია, რომელშიც ჩასმულ ბაჭიებს შორის თეთრი ბაჭიები მეტია, ვიდრე შავები?

ყოველთვის არა. კონტრმაგალითი: ვთქვათ, გვყავს 5 ბაჭია, სამი თეთრი და ორი შავი, რომლებიც უნდა

ჩავსვათ ოთხ გალიაში. სამ გალიაში ჩავსვათ თითო თეთრი ბაჭია, მეოთხეში კი ორი შავი ბაჭია. ამ შემთხვევაში მეოთხე გალიაში შავი ბაჭიების რაოდენობა მეტია სათითაოდ პირველ, მეორე და მესამე გალიებში ჩასმული თეთრი ბაჭიების რაოდენობაზე. ცხადია, რომ შესაძლებელია ასეთი კონტრმაგალითების მოყვანა.

ამოცანა 8. პაპუნას უნდა დაფაზე დაწეროს 51 ერთმანეთისაგან განსხვავებული ორნიშნა რიცხვი ისე, რომ მათ შორის არ იყოს ორი ისეთი რიცხვი, რომელთა ჯამია 100. შეძლებს თუ არა პაპუნა ამას?

სულ 90 ორნიშნა რიცხვი არსებობს,. დავყოთ ეს რიცხვები ისეთ წყვილებად, რომელთა ჯამია 100. ასეთი წყვილები სულ იქნება 40:

(10; 90), (11; 89), ... , (49; 51).

ამ წყვილებს გარდა დაგვრჩა კიდევ 10 ორნიშნა რიცხვი, რომელთათვისაც არ არსებობს ისეთი ორნიშნა რიცხვი, რომელიც ჯამში იძლევა 100:

50, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.

თუ იმ ორნიშნა რიცხვების წყვილებიდან რომელთა ჯამია 100, ავიღებთ ერთ-ერთ ორნიშნა რიცხვს (ასეთი იქნება 40 ორნიშნა რიცხვი, მას მივუწერთ იმ ათ რიცხვს, რომელთათვისაც არ არსებობს ისეთი ორნიშნა რიცხვი, რომელიც ჯამში გვაძლევს 100-ს, მივიღებთ 50 ორნიშნა რიცხვს, რომ მათ შორის არ იქნება ორი ისეთი რიცხვი, რომელთა ჯამია 100. ამის შემდეგ რომელი ორნიშნა რიცხვიც არ უნდა მივუწეროთ ამ რიცხვებს, ყოველთვის მოიძებნება მისი ისეთი მეწყვილე, რომე-

ლიც მასთან ერთად ჯამში მოგვცემს 100-ს. საბოლოოდ დავასკვნით, რომ პაპუნა ვერ შეძლებს დაფაზე დაწეროს 51 ერთმანეთისაგან განსხვავებული ორნიშნა რიცხვი ისე, რომ მათ შორის არ იყოს ორი ისეთი რიცხვი, რომელთა ჯამია 100.

ამოცანა 9. დაამტკიცეთ, რომ ტოლგვერდა სამკუთხედი შეუძლებელია დავფაროთ მასზე უფრო მცირე ორი ტოლგვერდა სამკუთხედით.

მოსწავლეებს უნდა შევახსენოთ, რომ თუ რაიმე სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები არ აღემატება *a*-ს, მაშინ სამკუთხედის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი მონაკვეთის სიგრძე *a*-ს არ აღემატება.

თუ ტოლგვერდა სამკუთხედის დაფარვა შესაძლებელია ორი, მასზე ნაკლები ზომის ტოლგვერდა სამკუთხედით, მაშინ დირიხლეს პრინციპის თანახმად, ერთ-ერთი სამკუთხედი ფარავს მოცემული ტოლგვერდა სამკუთხედის ორ წვეროს, მაშინ გამოდის, რომ დამფარი სამკუთხედი შეიცავს ისეთ მონაკვეთს, რომლის სიგრძე მეტია, ვიდრე მისი გვერდი. მივიღეთ წინააღმდეგობა. ე.ი. ტოლგვერდა სამკუთხედის დაფარვა შეუძლებელია ორი, მასზე ნაკლები ზომის ტოლგვერდა სამკუთხედით.

ამოცანა 10. ქალაქ კვინტოეთის მცხოვრებთა შესახებ ცნობილია:

- კვინტოეთის მაცხოვრებლებს შორის არცერთ ორ ადამიანს თავზე ერთი და იგივე რაოდენობის თმის ღერი არ აქვთ;

- არცერთ კვინტოეთის მაცხოვრებელს თავზე არ ეზრდება ზუსტად 518 ღერი თმა;
- კვინტოეთის მაცხოვრებლები უფრო მეტია, ვიდრე კვინტოეთის ნებისმიერ მაცხოვრებელს აქვს თმის ღერი თავზე.
- რა უდიდესი რაოდენობის მოსახლეობა ცხოვრობს კვინტოეთში?

ქალაქ კვინტოეთის მაცხოვრებელთა რაოდენობა არ აღემატება 518 ადამიანს. მართლაც, ვთქვათ, ქალაქ კვინტოეთის მაცხოვრებელთა რაოდენობა მეტია 518 ადამიანზე, დავუშვათ არის 520 ადამიანი. ამ შემთხვევაში უნდა არსებობდეს 520 ერთმანეთისაგან განსხვავებული ნატურალური რიცხვი, რომლებიც განსხვავდებიან 518-გან და ნაკლებია 520-ზე. მაგრამ ეს შეუძლებელია, რადგან არსებობს ზუსტად 520 მთელი რიცხვი (მათ შორის ნულიც), რომელთაგან თითოეული ნაკლებია 520-ზე. ცხადია, არსებობს 519 რიცხვი, რომლებიც განსხვავებულია 518, რომლებიც 520-ზე ნაკლებია. შევნიშნოთ, რომ, ქალაქ კვინტოეთის ერთ-ერთი მაცხოვრებელი მთლიანად მელოტი უნდა იყოს ანუ არ უნდა ჰქონდეს არცერთი ღერი თმა თავზე. ამის დადგენა მარტივია.

ამოცანა 11. დაამტკიცეთ, რომ 8 მთელ რიცხვს შორის ყოველთვის შეიძლება შევარჩიოთ ორი ისეთი რიცხვი, რომელთა სხვაობა იყოფა 7-ზე.

ვთქვათ, მოცემულია 8 მთელი რიცხვი. მათი 7ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთები შეიძლება იყოს:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

ე.ი. უკიდურეს შემთხვევაში. სულ შეიძლება გვქონდეს ერთმანეთისაგან განსხვავებული 7 ნაშთი, მაგრამ ჩვენ გვაქვს 8 მთელი რიცხვი და მისი 7-ზე გაყოფის შედეგად გვექნება კიდევ ერთი ნაშთი, რომელიც ერთერთი ადრე მიღებული ნაშთის ტოლი იქნება. ამიტომ ამ ორი რიცხვის სხვაობა გაიყოფა 7-ზე. დებულება დამტკიცებულია.

ამოცანა 12. სიბრტყე შეღებილია ორ ფერად. დაამტკიცეთ, რომ არსებობს ორი წერტილი, რომელთა შორის მანძილია 1 მეტრი და ისინი შეღებილია ერთ ფერად.

განვიხილოთ ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდის სიგრძეა 1 მეტრი. მისი სამი წვეროდან ორი მაინც შეღებილია ერთ ფერზე, რადგან ფერები ორია, წვეროები კი სამი.

ამოცანა 13. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერ 6 ადამიანს შორის ყოველთვის იქნება სამი წყვილ-წყვილად ერთმანეთის ნაცნობი, ან სამი წყვილ-წყვილად ერთმანეთის უცნობი.

გამოვსახოთ ჩვენი 6 ადამიანი წერტილების სახით სიბრტყეზე. წერტილები შევაერთოთ ერთმანეთთან წითელი მონაკვეთებით, თუ წერტილების შესაბამისი ადამიანები ერთმანეთს იცნობენ (ნაცნობობა ორმხრივია), და შევაერთოთ ეს წერტილები ლურჯი მონაკვეთებით, თუ ამ წერტილების შესაბამისი ადამიანები ერთმანეთს არ იცნობენ. ამრიგად, ამოცანაში მოითხოვება დავამტკიცოთ, რომ სიბრტყეზე აუცილებლად იქნება დახაზული ან წითელი სამკუთხედი წვეროებით არჩეულ წერტილებში, ან ლურჯი. დავამტკიცოთ ეს.

ავირჩიოთ ერთ-ერთი წერტილი. ვთქვათ, ეს წერტილია A. მაშინ ეს წერტილი დანარჩენ ხუთ წერტილთან შეერთებულია ან წითელი (ნახაზზე გამოსახულია უწყვეტი ხაზით), ან ლურჯი (ნახაზზე გამოსახულია წყვეტილი ხაზით) მონაკვეთებით. დირიხლეს პრინციპის თანახმად რომელიმე სამ წერტილთან (შესაძლოა მეტთანაც) ის შეერეთებული იყოს ერთი ფერის მონაკვეთებით. ვთქვათ, ეს არის წითელი მონაკვეთები. განვიხილოთ, ეს სამი წერტილი. თუ მათ შორის ორი ასევე შეერთებულია წითელი მონაკვეთით, მაშინ A-თან ერთად მივიღებთ წითელ სამკუთხედს. თუ ასეთი წერტილები არ არსებობს, მაშინ არჩეული სამი წერტილი ადგენს ლურჯ სამკუთხედს. ცხადია, რომ მსჯელობა იქნება ისეთივე, თუ A წერტილში გავლებული იქნება უფრო მეტი ლურჯი მონაკვეთი, ვიდრე წითელი.

არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოხსნების დროს შედარებით ადვილი გასარკვევია თუ რა შეიძლება ვიგულისმოთ გალიებში და კურდღლებში. გაცილებით რთული გასარკვევია რას წარმოადგენს კურდღლები და რას გალიები არასტანდარტულ გეომეტრიულ ამოცანებში, რადგან არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოხსნებისაგან განსხვავებით გეომეტრიული შინაარსის ამოცანებში ეს უმრავლეს შემთხვევაში თვალნათლივ არ ჩანს.

მასწავლებელმა დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით გეომეტრიული შინაარსის მქონე არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის განხილვა არ უნდა დაიწყოს მანამ, სანამ მოსწავლეები კარგად არ გაერკვევიან დი-

რიხლეს პრინციპის გამოყენებით არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნაში. ამის შემდეგ უნდა მოხდეს ეტაპობრივი გადასვლა გეომეტრიული შინაარსის მქონე არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნაზე პრინციპით მარტივიდან რთულზე, მაგრამ თავიდან მასწავლებელი მოსწავლეებს უნდა დაეხმაროს გაერკვნენ კონკრეტულ ამოცანაში რა არის გალია და რა კურდღელი, რადგან ზოგადად მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით დაიყვანება კურდღლებისა და გალიების არჩევაზე. ხშირად არცთუ ისე ცხადია რა არის ამოცანაში კურდღელი და რა გალია. დროთა განმავლობაში მასწავლებლის ჩარევა ამოცანების ამოხსნაში უნდა შემცირდეს და მოსწავლეებმა დამოუკიდებლად უნდა შეძლონ დირიხლეს პრინციპით გეომეტრიული შინაარსის მქონე არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა.

ამოცანა 14. კუბის ყოველ წვეროში დააწერეს რიცხვები ან 1 ან 0. კუბის წახნაგებზე დაწერეს მის წვეროებში დაწერილი რიცხვების ჯამი. შესაძლებელია თუ არა, რომ ყველა წახნაგზე დაწერილი რიცხვები განსხვავებული იყოს?

შევნიშნოთ, რომ კუბის წახნაგებზე შესაძლებელია ეწეროს ერთ-ერთი 5 რიცხვიდან:

0, 1, 2, 3 ან 4.

მაგრამ კუბს 6 წახნაგი აქვს, რაც დირიხლეს პრინციპის თანახმად ნიშნავს, რომ რომელიმე ორ წახნაგზე მაინც დაწერილი იქნება ერთმანეთის ტოლი რიცხვები.

ამოცანა 15. ლილიმ კუბიკის წახნაგებზე დააწერა ნატურალური რიცხვები 1-დან 6-ის ჩათვლით. ლილი კუბიკს ვერ ხედავს, მაგრამ ამტკიცებს, რომ:

ა)ამ კუბიკის ორ მეზობელ წახნაგს ორი რიცხვი აწერია მიმდევრობით;

ბ)ასეთი მეზობელი წახნაგები კუბზე არანაკლებ ორია.

მართალია თუ არა ლილი ორივე შემთხვევაში? რატომ?

სულ მოცემული გვაქვს 6 ნატურალური რიცხვი 1, 2, 3, 4, 5 და 6. ამ რიცხვებიდან შედგება 5 წყვილი ერთმანეთის მიმდევრობით ჩაწერილი რიცხვები:

1 და 2; 2 და 3; 3 და 4; 4 და 5; 5 და 6.

თითოეული ასეთი წყვილი შეიძლება ეწეროს ან ორ მეზობელ წახნაგზე, ამ ერთმანეთის მოპირდაპირე წახნაგებზე. მაგრამ, კუბიკს მხოლოდ სამი წყვილი მოპირდაპირე წახნაგი აქვს. ამიტომ მათზე შეიძლება დაიწეროს არაუმეტეს ერთმანეთის მიმდევრობით მოცემული რიცხვების წყვილებიდან არაუმეტეს სამისა. რაც ნიშნავს, რომ უკიდურეს შემთხვევაში ასეთი ორი წყვილი დაიკავებს კუბიკის მეზობელ წახნაგებს. რაც საშუალებას იძლევა ვთქვათ, რომ ლილი ორთავე შემთხვევაში მართალია.

ხშირად დირიხლეს პრინციპს აიგივებენ მეთოდთან-დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვებით, რაც ჩვენი აზრით არსწორია, რადგან ვთვლით, რომ დირიხლეს პრინციპი უფრო მეტია ვიდრე მეთოდი-დამტკიცება საწინააღმდეგოს დაშვებით და მისი გამოყენება ეფექტურად არის შესაძლებელი ზოგადად მათემატიკური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის დროს. განსაკუთრებით კარგ შედეგს იძლევა დირიხლეს პრინციპის

გამოყენება არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას. მაგრამ, არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დაწყებამდე მოსწავლეებმა კარგად უნდა შეისწავლონ დირიხლეს პრინციპის არსი, საფუძვლიანად დაეუფლონ არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნას დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით, კონკრეტულ ამოცანებში შეძლონ დამოუკიდებლად გაარკვიონ, რა წარმოადგენს მისთვის გალიებს და რა კურდღლებს. ამავე დროს, მასწავლებელმა უნდა დაიცვას მარტივი ამოცანებიდან რთულ ამოცანებზე გადასვლის პრინციპი და რაც ერთერთი უმთავრესია, უნდა მოახდინოს საშინაო დავალებების ინდივიდუალიზაცია, რაშიც ვგულისხმობთ იმას, რომ მოსწავლეს მისი მათემატიკური მომზადების დონის შესატყვისად საშინაო დავალებად მივცეთ დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით ისეთი ამოცანები, რომლის ამოხსნასაც ის შეძლებს დამოუკიდებლად და არ შეექმნება რაიმე გადაულახავი პრობლება. წინააღმდეგ შემთხვევაში, თუ მოსწავლემ ვერ შეძლო საშინაო დავალების დამოუკიდებლად ამოხსნა, ამოცანის სტრუქტურის, მისი სირთულის და შინაარსიდან გამომდინარე, მას დახმარებაც შესაძლოა მასწავლებლის გარდა ვერავინ გაუწიოს და მოსალოდნელია, რომ ამან მოსწავლეში გამოიწვიოს საკუთრი ძალებისადმი იმედგაცრუება და მათემატიკის შესწავლისადმი დამოკიდებულებების გადასინჯვა.

მოწინავე მასწავლებელი ეფექტურად ახერხებს დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით განმავითარებელი გეომეტრიული ამოცანების ჩართვას სასწავლო პროცეს-

ში, მოსწავლეებს აქვთ მზაობა სასწავლო პროცესში საკლასო მეცადინეობაზე განიხილონ სასკოლო პროგრამაში მოცემულ ამოცანებთან შედარებით რთული განმავითარებელი ამოცანები, რომელებიც მასწავლებლის მიერ ისეა შერჩეული, რომ მათი ამოხსნა მოითხოვს გონებამახვილობას.

დირიხლეს პრინციპის გამოყენებით ამოცანების ამოხსნის დროს გაკვეთილზე ან მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობაზე რეკომენდებულია, მოსწავლეებს დავუსვათ შეკითხვები და მათგან არასრულყოფილი პასუხის შემთხვევაში განვუმარტოთ მოცემულ ამოცანებში რა ასრულებს „გალიის“ და რა „კურდღლის“ ფუნქციებს. ასეთი წარმოდგენები ამარტივებენ ამოცანების ამოხსნას, ამცირებს ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო დროს, უფრო გასაგებს ხდის ამოცანის ამოხსნის პროცესს და მეთოდური თვალსაზრისით გამართლებულია.

ამოცანები დამოუკიდებელი ვარჯიშისათვის

1. ყუთში ორი ფერის ბუთრთულები აწყვია. რამდენი ბურთულა უნდა ამოვიღოთ ყუთიდან მასში ჩაუხედავად, რომ ამოღებულ ბურთულებს შორის აუცილებლად იყოს ორივე ფერის ბურთულა?

პასუხი: 3 ბურთულა.

2. ტყეში 1 000 000 ძირი ნაძვის ხეა. ცნობილია, რომ თითოეულ ნაძვის ხეზე არაუმეტეს 400000 ცალი წიწვია. დაამტკიცეთ, რომ ტყეში მოიძებნება არანაკლებ სამი ნაძვის ხე, რომელსაც ერთი და იგივე რაოდენობის წიწვებია.

3. ყუთში აწყვია 5 წითელი, 7 ლურჯი და 1 მწვანე ბურთულა. რა უმცირესი რაოდენობის ბურთულა უნდა ამოვიღოთ ყუთში ჩაუხედავად, რომ ამოღებულ ბურთულებს შორის აუცილებლად იქნეს ორი ფერის ბურთულა?

პასუხი: 8 ბურთულა.

4. ბნელ ოთახში დგას კარადა, რომლის უჯრაში ჩაწყობილია 24 შავი და 24 ლურჯი წინდა. რამდენი წინდა უნდა ამოვიღოთ კარადის უჯრიდან, რომ მათ შორის აუცილებლად შეიძლებოდეს შევადგინოთ ერთი წყვილი ერთნაირი ფერის წინდა?

პასუხი: 3 წინდა.

5. ბნელ ოთახში დგას კარადა, რომლის უჯრაში ჩაწყობილია 24 შავი და 24 ლურჯი წინდა. რამდენი წინდა უნდა ამოვიღოთ კარადის უჯრიდან, რომ მათ შორის აუცილებლად შეიძლებოდეს შევადგინოთ ერთი წყვილი შავი ფერის წინდა?

პასუხი: 26 წინდა.

6. ბნელ ოთახში დგას კარადა, რომლის უჯრაში ჩაწყობილია ერთი და იმავე ზომის 12 წყვილი შავი და 12 წყვილი ლურჯი ფეხსაცმელი. რამდენი ფეხსაცმელი უნდა ამოვიღოთ კარადის უჯრიდან, რომ ყუთიდან ამოღებული ფეხსაცმელებისაგან აუცილებლად შეიძლებოდეს შევადგინოთ ერთი წყვილი ერთნაირი ფერის ფეხსაცმელი?

პასუხი: 25 ფეხსაცმელი.

7. ბნელ ოთახში დგას კარადა, რომლის უჯრაში ჩაწყობილია ერთი და იმავე ზომის 12 წყვილი შავი და 12 წყვილი ლურჯი ფეხსაცმელი. რამდენი ფეხსაცმელი უნდა ამოვიღოთ კარადის უჯრიდან, რომ მათ შორის აუცილებლად შეიძლებოდეს შევადგინოთ ერთი წყვილი შავი ფერის ფეხსაცმელი?

პასუხი: 37 ფეხსაცმელი.

8. ადამიანს თავზე 400000 ღერ თმაზე მეტი არა აქვს. პარიზში ცხოვრობს 12 მილიონზე მეტი ადამიანი. დაამტკიცეთ, რომ მოიძებნება ორი პარიზელი მაინც, რომელთაც თავზე თმების ერთნაირი რაოდენობა აქვს.

9. დაამტკიცეთ, რომ თქვენს კლასში მოიძებნება ორი მოსწავლე, რომელთაც კლასელებში მეგობრების ერთნაირი რაოდენობა ჰყავთ.

10. ხალიჩას, რომლის ზომაა 4 მ × 4 მ ჩრჩილისაგან გაუჩნდა 15 ნახვრეტი. დაამტკიცეთ, რომ ხალიჩიდან შეიძლება ამოვჭრათ 1მ × 1მ ზომის პატარა ხალიჩა ისეთი, რომელიც არ შეიცავს ჩრჩილისაგან გაკეთებულ ხვრელს. ჩრჩილისაგან გაკეთებული ხვრელები ჩათვალეთ წერტილებად.

11. 10 მეგობარმა ერთმანეთს გაუგზავნეს ღია ბარათები. თითოეულმა გააგზავნა 5 ბარათი. დაამტკიცეთ რომ, რომელიმე ორმა მეგობარმა ბარათები ერთმანეთს გაუგზავნეს.

12. 17 მეცნიერიდან თითოეულს მიმოწერა აქვს დანარჩენებთან. მათ მიმოწერაში საკითხები ეხება სამ თემას. მეცნიერთა თითოეული წყვილი ერთმანეთთან მიმოწერას ახდენს მხოლოდ ერთ თემაზე. დაამტკიცეთ,

რომ არანაკლებ სამი მეცნიერი ერთმანეთთან მიმოწერას ახდენს ერთსა და იმავე თემაზე.

13. მონიშნულია 6 წერტილი ისე, რომ მათ შორის ნებისმიერი სამი ადგენს სამკუთხედს სხვადასხვა სიგრძის გვერდებით. დაამტკიცეთ, რომ მოიძებნება ორი ისეთი სამკუთხედი, რომელთათვისაც პირველი სამკუთხედის უმცირესი გვერდი ერთდროულად მეორე სამკუთხედის უდიდესი გვერდია.

14. კლასში 25 მოსწავლეა. ცნობილია, რომ ნებისმიერ სამ მოსწავლეს შორის ორი მეგობარია. დაამტკიცეთ, რომ კლასში არის მოსწავლე, რომელსაც კლასელებს შორის არანაკლებ 12 მეგობარი ყავს.

15. ტყეში 20 ჯუჯა ცხოვრობს, რომელთაგან თითოეული ჯუჯა მეგობრობს არანაკლებ 14 ჯუჯასთან. აუცილებლად მოიძებნება თუ არა 4 ჯუჯა, რომლებიც ერთმანეთთან მეგობრობს?

პასუხი: არა.

§3.8. ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენება უმროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას

3.8.1. ინვარიანტები

რაიმე გარდაქმნის ინვარიანტი არის ისეთი სიდიდე, ან თვისება, რომელიც უცვლელი რჩება ამა თუ იმ გარდაქმნების შესრულების შემდეგ. მაგალითად, მსგავსი ფიგურების წრფივი ელემენტების ფარდობა, ან არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა. ინვარიანტები შეიძლება იყოს რაიმე სიმრავლის ელემენტები, მაგალითად, წრეწირის ერთსა და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული კუთხეები, ან ყველა იმ კუთხეთა სიმრავლე, რომელთათვის სამართლიანია ძირითადი ტრიგონომეტრიული იგივეობები და სხვ.

ინვარიანტები აქტიურად გამოიყენება არა მარტო მათემატიკაში, არამედ მათ იყენებენ ფიზიკის კურსში. მაგალითად, ინვარიანტს წარმოადგენს თანაბარი მოძრაობის სიჩქარე, დაცემის კუთხე უდრის არეკვლის კუთხეს და ა.შ. ზოგიერთ შემთხვევაში ინვარიანტი არის სიდიდე, რომელიც იცვლება მონოტონურად, ანუ, ან მხოლოდ იზრდება, ან მხოლოდ მცირდება. მათემატიკური ამოცანები ინვარიანტებზე შეიძლება დავყოთ ორ სახედ:

1. ისეთი ამოცანები, რომლებშიც წარმოდგენილია რაიმე გარდაქმნა ან სიდიდე და მოთხოვნილია დავამ-

ტკიცოთ, რომ ეს ინვარიანტია. ე.ი. ასეთ ამოცანებში ინვარიანტი განსაზღვრულია მკაფიოდ.

2. ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოსახსნელად გამოიყენება ინვარიანტები, მაგრამ გამოსაყენებელი ინვარიანტი ცხადი სახით მოცემული არ არის.

თავისი შინაარსით ზოგადად, ამოცანები ინვარიანტებზე-ეს არის განმავითარებელი და საოლიმპიადო ამოცანები, რომლებშიც გარდაქმნების ჩატარების დროს რაღაც სიდიდე რჩება უცვლელი. ასეთი ამოცანების ამოხსნა საკმაოდ რთულია, თუ არ ვიცით მათი ამოხსნის პრინციპი. ასეთი შინაარსის მქონე განმავითარებელი ამოცანების ამოსახსნელად საკმარისია მოვძებნოთ ის სიდიდე, რომელიც არ იცვლება ამოცანის პირობებში აღწერილი გარდაქმნების დროს.

ინვარიანტის გამოყენების მთავარი იდეა მდგომარეობს შემდეგში:

აიღებენ რაიმე ობიექტებს, რომელთა მიმართ ნებადართულია განსაზღვრული ოპერაციები და სვამენ კითხვას: ,,შესაძლებელია თუ არა ერთი ობიექტიდან მივიღოთ მეორე ობეიექტი განხილული ოპერაციის გამოყენებით?“. ამ კითხვაზე პასუხის მისაღებად აგებენ რაიმე სიდიდეს, რომელიც არ იცვლება გამოყენებული ოპერაციის შესრულებისას. თუ ამ სიდიდის მნიშნელობები ორი განსხვავებული ობიექტის შემთხვევაში ერთმანეთის ტოლი არ არის, მაშინ კითხვის პასუხი უარყოფითია.

ხშირად ინვარიანტს წარმოადგენს რიცხვის ან რიცხვის სისტემის ლუწობა ან კენტობა. ამიტომ მიზანშეწონილია უმცროსკლასელებს გავაცნოთ ლუწ-კენტო-

ბასთან დაკავშირებული ზოგიერთი საკითხი. კერძოდ ლუწ-კენტობის თვისებები:

1. შეკრება და გამოკლება

ა) ლუწი ± ლუწი = ლუწი; ბ) ლუწი ± კენტი = კენტი;

გ) კენტი ± ლუწი = კენტი; დ) კენტი ± კენტი = ლუწი.

2. გამრავლება

ა) ლუწი × ლუწი = ლუწი;ბ) ლუწი × კენტი = ლუწი;

გ) კენტი × კენტი = კენტი.

3. გაყოფა

ა) ლუწი : ლუწი - ცალსახად განაყოფზე საუბარი ლუწი იქნება ის თუ კენტი, შეუძლებელია. (თუ განაყოფი ნატურალური რიცხვია ის შეიძლება იყოს როგორც ლუწი, ისე კენტი).

ბ) ლუწი : კენტი - თუ განაყოფი ნატურალური რიცხვია, მაშინ ის ლუწია.

გ) კენტი : ლუწი - შედეგი ნატურალური რიცხვი არ შეიძლება იყოს, ამიტომ მის ლუწ-კენტობაზე ვერ ვიმსჯელებთ.

დ) კენტი : კენტი - თუ შედეგი ნატურალური რიცხვია, მაშინ ის კენტია.

ამოცანა 1. დომინოს ყველა ქვა დომინოს თამაშის პრინციპით დალაგებულია ერთ მწკრივად. მისი ერთი ბოლოში ,,სამიანია“. რა ქვაა დომინოს მეორე თავში?

სულ გვაქვს ,,სამიანი“ დომინოს 7 ქვა:

3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6.

დომინოს ქვას 3-3 ორივე თავში სამიანი აქვს. ე.ი. სულ გვაქვს რვა ,,სამიანი“. როცა დომინო იწყობა ერთ მწკრივში, მაშინ ერთნაირი ქულების მქონე ქვები ხვდებიან ერთად, ე.ი. წყვილდებიან, ეს არ ეხება დომინოს

ქვას 3-3. ამ ქვის დადების დროს ერთად ხვდება არა ორი, არამედ ოთხი სამიანი. ამიტომ, დომინოს მეორე თავშიც აუცილებლად უნდა იქნეს ,,სამიანი“.

ამ ამოცანაში ინვარიანტს წარმოადგენს დომინოს ,,სამიანი“ (და არა მარტო ,,სამიანი“) ქვების ლუწი რაოდენობა.

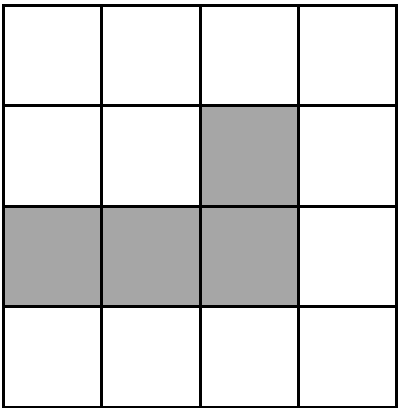
ამოცანა 2. შეიძლება თუ არა 100 ლარიანი კუპიურა დავშალოთ 25 ცალი 1 ლარიანი და 5 ლარიანი კუპიურებით?

არა. რადგან 25 კენტი რიცხვის ჯამი კენტია, ხოლო 100 ლუწი რიცხვია.

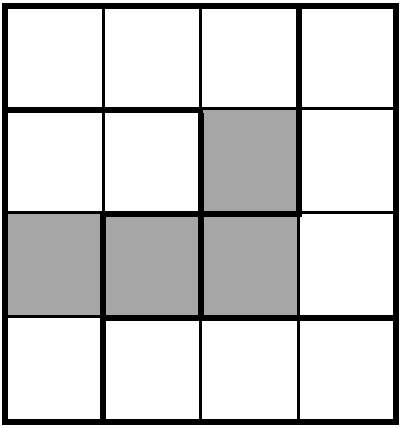
ამოცანა 3. მათემატიკოსი, რომელიც პატარა ქალაქში ჩავიდა, გადაწყვიტა დალაქთან მისულიყო თმისა და წვერის გასაპარსად. ქალაქში მხოლოდ ორი სადალაქოა. მათემატიკოსმა დაათვალიერა პირველი სადალაქო. მისი სალონი ჭუჭყიანი იყო, ხოლო თვითონ დალაქი ულაზათოდ ჩაცმული, ცუდად გაპარსული და დაუდევრად თმაშეკრეჭილი იყო. მეორე სადალაქოში ყველაფერი სუფთად იყო, ხოლო მისი დალაქი კოხტად ჩაცმული, სუფთად გაპარსული და ფაქიზად თმაშეჭრილი. რომელ დალაქთან წავიდოდა მათემატიკოსი თმისა და წვერის გასაპარსად? რატომ?

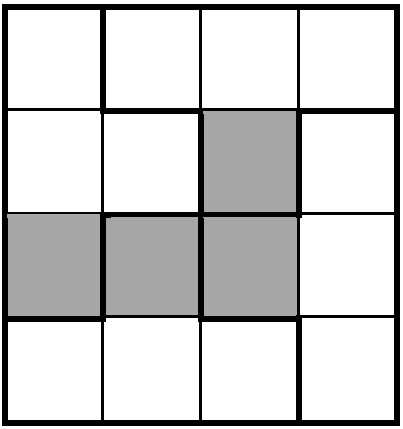
რადგან ქალაქში სულ ორი სადალაქოა, ხოლო მეორე დალაქი სუფთად გაპარსული და ფაქიზად თმაშეჭრილი იყო, ამიტომ ის პირველმა დალაქმა გაპარსა. მაშასადამე, მათემატიკოსი წავიდოდა პირველ დალაქთან თმისა და წვერის გასაპარსად.

ამოცანა 4. დაჭერით კვადრატი 4 ტოლ ნაწილად ისე, რომ თითოეულ ნაწილში მოხვდეს ზუსტად ერთი დაშტრიხული კვადრატი.



ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ამონახსნი მოყვანილია ნახაზებზე.





ამოცანა 5. დაფაზე 11 რიცხვია დაწერილი-6 ნული და 5 ერთიანი. ნებადართულია ზედიზედ 10-ჯერ ასეთი ოპერაციის შესრულება:

გადავხაზოთ ნებისმიერო ორი რიცხვი და თუ ეს რიცხვები ერთნაირია, მაშინ დარჩენილ რიცხვებს მივუწეროთ ერთი ნული, თუ ერთმანეთისაგან განსხვავებული, მაშინ ერთი ერთიანი. რა რიცხვი დარჩება დაფაზე?

ადვილი შესამჩნევია, რომ თითოეული ოპერაციის შესრულების შემდეგ დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი დარჩება კენტი, ანუ ისეთი, როგორიც იყო დასაწყისში. მართლაც, თითოეულ შემთხვევაში ჯამი ან არ იცვლება, ან იცვლება 2-ით და 10 ოპერაციის შესრულების შემდეგ დარჩენილი რიცხვი უნდა იყოს კენტი, ანუ დარჩება 1. ამ ამოცანაში ინვარიანტია დაფაზე დაწერილი რიცხვების ლუწ-კენტობა.

ინვარიანტებზე ამოცანების ამოხსნისას მთავარია სწორად განვსაზღვროთ რა წარმოადგენს ინვარიანტს.

ამოცანა 6. მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ შვიდი ჭიქა დგას. ნებადართულია გადავაბრუნოთ ერთდროულად ნებისმიერი ორი ჭიქა (იგულისხმება, რომ შეგვიძლია გადავაბრუნოთ ნებისმიერი ჭიქა, რომელიც ფსკერით არის ზემოთ და დავდგათ ფსკერით მაგიდაზე ან შეგვიძლია გადავაბრუნოთ მაგიდაზე ფსკერით დადგმული ნებისმიერი ჭიქა და მაგიდაზე დავდგათ ფსკერით ზემოთ). შესაძლებელია თუ არა აღმოჩნდეს, რომ ყველა ჭიქა მაგიდაზე იდგას ფსკერით?

რა თქმა უნდა თავიდან უნდა მოვსინჯოთ, რომ გადმოვაბრუნოთ ამოცანის პირობით განსაზღვრული მოქ-

მედებების შესრულებით მაგიდაზე დადებული ჭიქები და დავდგათ ფსკერით მაგიდაზე, მაგრამ მალე აღმოჩნდება, რომ ეს არც თუ ისე მარტივია და ამოცანის ამოხსნა საკმაოდ რთულია. ამის შემდეგ ჩნდება სურვილი, დავამტკიცოთ, რომ ამოცანის პირობაში მოთხოვნილი მდგომარეობის მიღწევა-ყველა ჭიქა მაგიდაზე იდგას ფსკერით ძირს-შეუძლებელია.

მოდი, შევადაროთ იმ ჭიქების რაოდენობა, რომლებიც მაგიდაზე დგას ფსკერით ზემოთ, იმ ჭიქების რაოდენობას, რომლებიც მაგიდაზე დგას ფსკერით. თვიდან მოცემული გვაქვს 7 ჭიქა, რომლებიც დგანან მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ და 0 ჭიქა, რომელიც მაგიდაზე დგას ფსკერით. ჩვენ შეგვიძლია გადავაბრუნოთ ნებისმიერი ორი ჭიქა. რომელი ჭიქებიც არ უნდა ავირჩიოთ გადასაბრუნებლად, ყველანაირ შემთხვევაში, ჭიქების გადაბრუნების შემდეგ, გვექნება 5 ჭიქა, რომლებიც დგანან მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ და 2 ჭიქა, რომელებიც მაგიდაზე დგანან ფსკერით. შემდგომ სვლაზე, ჩვენ შეგვიძლია ჭიქები გადავაბრუნოთ სხვადასხვა ხერხით. ასე, რომ ჩვენ შეგვიძლია გადავაბრუნოთ ისეთი ორი ჭიქა და დავდგათ მაგიდაზე ფსკერით, რომლებიც დგანან ფსკერით ზემოთ. მაშინ ჩვენ გვექნება 3 ჭიქა, რომლებიც დგანან მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ და 4 ჭიქა, რომელებიც მაგიდაზე დგანან ფსკერით. ასევე, შეგვიძლია გადავაბრუნოთ ერთი ჭიქა, რომელიც დგას ფსკერით ზემოთ და ერთი ჭიქა, რომელიც დგას ფსკერით მაგიდაზე, ამით არაფერი არ შეიცვლება, ისევ დაგვრჩება 5 ჭიქა, რომლებიც დგანან მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ და 2 ჭიქა, რომელებიც მაგიდაზე დგანან

ფსკერით. განსახილავი დარჩა ბოლო შემთხვევა, რომლის დროსაც გადავაბრუნებთ ფსკერით მაგიდაზე მდგომ ორ ჭიქას. ამ შემთხვევაში ვუბრუნდებით საწყის პოზიციას, როცა 7 ჭიქა დგას მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ და 0 ჭიქა, რომელიც მაგიდაზე დგას ფსკერით.

მოდი დავაკვირდეთ რა არის საერთო ყველა ამ სიტუაციაში. დავთვალოთ იმ ჭიქების რაოდენობა, რომელებიც მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ დგას და იმ ჭიქების რაოდენობა, რომლების მაგიდაზე ფსკერით დგას. განვიხილოთ მათი სხვაობა. საწყის შემთხვევაში მათი სხვაობაა 7, პირველი გადაბრუნების შემდეგ მათი სხვაობაა 3, ხოლო შემდეგ, ჭიქების გადაბრუნების არჩეული ვარიანტების მიხედვით ის ტოლი გახდება -1, 3 ან 7. ჩვენ ვხედავთ, რომ ეს სხვაობა იცვლება ზუსტად 4-ით და მოცემულ შემთხვევაში არსებითი არ არის, რომ ჩვენ განვიხილეთ საწყისი მდგომარეობა, რომელშიც 7 ჭიქა გადაბრუნებული იყო ფსკერით ზემოთ. იგივე შედეგს მივიღებთ, მაშინაც თუ განხილვას დავიწყებთ იმ შემთხვევიდან, რომელიც შეიძლება დადგეს ამოცანის პირობების შესრულების შედეგად და 7 ჭიქიდან ფსკერით ზემოთ იქნება a ჭიქა, ხოლო ფსკერით მაგიდაზე b ჭიქა. ამიტომ, თუ დავუშვებთ, რომ შესაძლებელია, რომ ყველა ჭიქა მაგიდაზე იდგას ფსკერით, მაშინ აღმოჩნდება, რომ იმ ჭიქების რაოდენობას, რომლებიც ფსკერით დგანან ზემოთ გამოკლებული იმ ჭიქების რაოდენობა, რომლებიც დგას მაგიდაზე ფსკერით არის 0-7=-7. საიდანაც მარტივად დავასკვნით, რომ 7-ისა და –7-ის სხვაობა არის 14, რომელიც 4-ის ჯერადი არ არის. ამიტომ, ამოცანის პირობაში აღწერილი წესით მოქმე-

დების შედეგად იმის მიღწევა, რომ რომ ყველა ჭიქა მაგიდაზე იდგას ფსკერით შეუძლებელია.

შეიძლება გაჩნდეს კითხვა, რა არის მოცემულ ამოცანაში ინვარიანტი? ამ ამოცანაში ინვარიანტი არის 4-ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთი, რომელსაც იძლევა მაგიდაზე ფსკერით ზემოთ მდგომ ჭიქების რაოდენობასა და მაგიდაზე ფსკერით მდგომ ჭიქების რაოდენობას შორის სხვაობა. ეს ნაშთი განხილული ამოცანისათვის ყოველთვის 3-ის ტოლია.

ამოცანა 7. დაფაზე დაწერეს ნატურალური რიცხვები 1-დან 10-ის ჩათვლით. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი ორი რიცხვის წაშლა და მის ნაცვლად მათი სხვაობის დაწერა, მანამ სანამ არ დარჩება ერთი რიცხვი. შესაძლებელია თუ არა ეს რიცხვი იყოს 0?

განვიხილოთ დაფაზე დაწერილი ყველა რიცხვის ჯამი პირველ ოპერაციამდე და პირველი ოპერაციის შემდეგ. თავიდან ყველა რიცხვის ჯამია

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

ვთქვათ, ჩვენ წავშალეთ წებისმიერი ორი რიცხვი. ეს ორი რიცხვი შეიძლება იყოს:

- ორივე ლუწი რიცხვი;
- ლუწი და კენტი რიცხვები;
- ორივე კენტი რიცხვი.

იმ შემთხვევაში თუ ჩვენ წავშალეთ ორივე ლუწი რიცხვი. როგორც მოსწავლეებისათვის ცნობილია ლუწი რიცხვების ჯამი და სხვაობა ლუწი რიცხვია. წაშლილი რიცხვების ნაცვლად უნდა დავწეროთ ისევ ლუწი რიცხვი. რადგან თავიდან მოცემული რიცხვების ჯამი კენტია, ამიტომ დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი

ისევ კენტი იქნება. (ჩვენ წავშალეთ ორი ლუწი რიცხვი, რომელთა ჯამი ლუწია და დავწერეთ მათი სხვაობა, რომელიც ასევე ლუწია). ე.ი. თუ ერთიდან ათამდე რიცხვებიდან ჩვენ წავშალეთ ორი ლუწი რიცხვი და ამ რიცხვების ნაცვლად დავწერეთ მათი სხვაობა, მაშინ დარჩენილი ცხრა რიცხვის ჯამი, ისევე როგორც თავიდან მოცემული ათი რიცხვის ჯამი კენტი იქნება.

იმ შემთხვევაში თუ ჩვენ წავშალეთ ლუწი და კენტი რიცხვები. მაშინ, როგორც მოსწავლეებისათვის ცნობილია ლუწი და კენტი რიცხვების ჯამი და სხვაობა კენტი რიცხვია. წაშლილი ლუწი და კენტი რიცხვების ნაცვლად, რომელთა ჯამიც კენტია, უნდა დავწეროთ ამ რიცხვების სხვაობა, რომელიც ასევე კენტია. რადგან თავიდან მოცემული რიცხვების ჯამი კენტია, ამიტომ დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი ისევ კენტი იქნება. (ჩვენ წავშალეთ ლუწი და კენტი რიცხვები, რომელთა ჯამი კენტია და დავწერეთ მათი სხვაობა, რომელიც ასევე კენტია). ე.ი. თუ ერთიდან ათამდე რიცხვებიდან ჩვენ წავშალეთ ლუწი და კენტი რიცხვები და ამ რიცხვების ნაცვლად დავწერეთ მათი სხვაობა, მაშინ დარჩენილი ცხრა რიცხვის ჯამი, ისევე როგორც თავიდან მოცემული ათი რიცხვის ჯამი კენტი იქნება.

ბოლოს, იმ შემთხვევაში თუ ჩვენ წავშალეთ ორივე კენტი რიცხვი. როგორც მოსწავლეებისათვის ცნობილია კენტი რიცხვების ჯამი და სხვაობა ლუწი რიცხვია. წაშლილი ორი კენტი რიცხვის ნაცვლად უნდა დავწეროთ ლუწი რიცხვი. რადგან თავიდან მოცემული რიცხვების ჯამი კენტია, ამიტომ დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი არ შეიცვლება და ისევ კენტი იქნება. (ჩვენ

წავშალეთ ორი კენტი რიცხვი, რომელთა ჯამი ლუწია და დავწერეთ მათი სხვაობა, რომელიც ასევე ლუწია). ე.ი. თუ ერთიდან ათამდე რიცხვებიდან ჩვენ წავშალეთ ორი კენტი რიცხვი და ამ რიცხვების ნაცვლად დავწერეთ მათი სხვაობა, მაშინ დარჩენილი ცხრა რიცხვის ჯამი, ისევე როგორც თავიდან მოცემული ათი რიცხვის ჯამი კენტი იქნება.

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ ორი რიცხვის წაშლის შემთხვევაში დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამის ლუწ-კენტობა არ იცვლება და დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი რჩება კენტი რიცხვი. რადგან 0 ლუწი რიცხვია, ამიტომ დაფაზე 0 არ დარჩება.

როცა მოსწავლეები კარგად გაერკვევიან ამოხსნილი ამოცანის არსში, შესაძლებელია ეს ამოცანა მოსწავლეებს მივცეთ განზოგადებული სახით, სადაც დაფაზე დაწერილი რიცხვების რაოდენობა გავზარდოთ, მაგრამ უნდა იქნეს დაცული მოთხოვნა: დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი კენტი უნდა იყოს. თუ აღმოჩნდება კლასში ისეთი მოსწავლეები, რომლებიც გაერკვევიან განზოგადებული ამოცანის ზოგად ამოხსნაში მაშინ მათთან კლასში გავარჩიოთ განზოგადებული ამოცანის ამოხსნა, თუ ამის შესაძლებლობა მასწავლებელს არა აქვს, მაშინ განზოგადებული ამოცანის ამოხსნა მიზანშეწონილია მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობაზე. ეს ამოცანა შესაძლებელია განხილული იქნეს უფრო მაღალ კლასშიც.

ამოცანა 8. დაფაზე დაწერეს ნატურალური რიცხვები 1-დან 2019-ის ჩათვლით. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი ორი რიცხვის წაშლა და მის ნაცვლად მათი

სხვაობის დაწერა, მანამ სანამ არ დარჩება ერთი რიცხვი. შესაძლებელია თუ არა ეს რიცხვი იყოს 1?

განვიხილოთ დაფაზე დაწერილი ყველა რიცხვის ჯამი პირველ ოპერაციამდე და პირველი ოპერაციის შემდეგ. ვთქვათ, ჩვენ წავშალეთ რიცხვები a და b. მაშინ, თავიდან ყველა რიცხვის ჯამი იყო $S+a+b$, ხოლო შემდეგ

$$S+a-b=\left(S+a+b\right)-2b,$$

სადაც S -ყველა დარჩენილი რიცხვის ჯამია. როგორც ვხედავთ, $a+b$-ს შეცვლა $a-b$-თი არ ცვლის ჯამის ლუწ-კენტობას. ყველა რიცხვის ჯამი არის ლუწი რიცხვი. მართლაც,

$$1+2+\cdots+2019=\frac{1+2019}{2}\cdot 2019=1010\cdot 2019=2039190.$$

ამიტომ თითოეულ ბიჯზე დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამი იქნება ლუწი რიცხვი, ხოლო 1-კენტი რიცხვია რიცხვია, რის გამოც მისი მიღება აღწერილი ოპერაციებით შეუძლებელია.

მოსწავლეებს აინტერესებთ, რიცხვების როგორი შერჩევის შემთხვევაში შეიძლება დაფაზე დაწერილი რიცხვი აღმოჩნდეს 1-ის ტოლი?

ამ შემთხვევაში ჩვენ შეგვიძლია განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 9. დაფაზე დაწერეს ნატურალური რიცხვები 1-დან 10-ის ჩათვლით. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი ორი რიცხვის წაშლა და მის ნაცვლად მათი სხვაობის დაწერა, მანამ სანამ არ დარჩება ერთი რიცხვი. შესაძლებელია თუ არა ეს რიცხვი იყოს 1?

აქაც განიხილავენ მოსწავლეები დაფაზე დაწერილი რიცხვების ჯამს თავდაპირველად და ნახავენ, რომ ეს ჯამი კენტია. ამ ამოცანის ამოხსნა წარიმართება ზუსტად ისე, როგორც ამოცანა 8-ის ამოხსნა, რის შემდეგაც მოსწავლეები დაასკვნიან, რომ შესაძლებელია მიღებული იქნას 1. ამ შემთხვევაში მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ ეს არ ნიშნავს იმას, რომ 1 აუცილებლად მიიღება.

შევნიშნოთ, რომ, თუ არჩეული ინვარიანტი ღებულობს ამ ორი ობიექტისათვის ერთნაირ მნიშვნელობებს, როგორც ჩვენთან ბოლო ამოცანის ამოხსნის დროს მოხდა, ეს არ ნიშნავს, რომ ერთი მათგანი აუცილებლად მიიღება მეორისაგან მითითებული ოპერაციების შესრულების შედეგად. ხშირად, ნაპოვნი ინვარიანტის შემთხვევაში ამის დამტკიცება ხერხდება. ჩვენს შემთხვევაშიც ეს შესაძლებელია. ვაჩვენოთ ეს.

ერთიდან ათამდე რიცხვებიდან პირველად წავშალოთ 9 და 10 და მათ ნაცვლად დავწეროთ 1. მეორედ წავშალოთ 8 და 7 და მათ ნაცვლად დავწეროთ 1, მესამედ წავშალოთ 6 და 5 და მათ მაცვლად დავწეროთ 1, მეოთხედ წავშალოთ 4 და 3 და მათ ნაცვლად დავწეროთ 1, მეხუთედ წავშალოთ 2 და 1 და მათ ნაცვლად დავწეროთ 1. პირველი ხუთი ოპერაციის ჩატარების შემდეგ დაფაზე დაგვრჩება ხუთი ერთიანი, რომელთაგან მომდევნო ორი ოპერაციის შესრულების შემდეგ დაგვრჩება 1.

ამოცანა 10. ქაღალდის ფურცელზე დაწერილია რიცხვი 11. 16 მოსწავლედან თითოეული გადასცემს ერთმანეთს ფურცელს და თითოეული მოსწავლე რიცხვს ამა-

ტებს ან აკლებს 1-ს თავისი შეხედულების მიხედვით. შეიძლება თუ არა მივიღოთ რიცხვი 0?

თითოეული მოსწავლის მიერ რიცხვის მიმატების ან მოკლებისას შეიძლება შევნიშნოთ გარკვეული კანონზომიერება: პირველი მოსწავლე დაამატებს თუ გამოაკლებს 11-ს 1-ს მიიღება ლუწი რიცხვი, მეორე მოსწავლე დაამატებს თუ გამოაკლებს მიღებულ ლუწ რიცხვს 1-ს, მიიღება კენტი რიცხვი, ე.ი. კვლავ მიიღება კენტი რიცხვი ორი მოსწავლის მიერ ჩატარებული ოპერაციების შედეგად. ანალოგიურად, მესამე მოსწავლის მიერ დაწერილი რიცხვი იქნება ლუწი, მეოთხე მოსწავლე დაწერს კენტ რიცხვს და ა.შ. ლუწ რიცხვებს დაწერენ რიგით მეხუთე, მეშვიდე, მეცხრე, მეთერთმეტე, მეცამეტე და მეთხუთმეტე მოსწავლეები, ხოლო კენტ რიცხვებს დაწერენ რიგით მეექვსე, მერვე, მეათე, მეთორმეტე, მეთოთხმეტე, მეთექვსმეტე მოსწავლეები. რადგან 0 ლუწი რიცხვია, ამიტომ მეთექვსმეტე მოსწავლე 0-ს ვერ დაწერს.

ამოცანა 11. საკიდზე 20 ქუდია. 17 ბიჭი რიგრიგობით მიდის საკიდთან და ან ჩამოხსნის, დაიხურავს ქუდს და მიდის, ან მოიხდის თავის ქუდს, კიდებს საკიდზე, ტოვებს და მიდის. შესაძლებელია თუ არა ბიჭების წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩეს ზუსტად 10 ქუდი?

პირველი ბიჭის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩება ან 21 ქუდი, ან 19 ქუდი (ორივე შემთხვევაში ქუდების რაოდენობა კენტია). მეორე ბიჭის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩება ან 22 ქუდი, ან 20 ქუდი, ან 18 ქუდი (ყველა შემთხვევაში ქუდების რაოდენობა ლუწია). მესამე ბიჭის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩებოდა ან

17, ან 19, ან 21, ან 23 ქუდი (ქუდების რაოდენობა კენტია), მეოთხე ბიჭის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩება ან 16, ან 18, ან 20, ან 22, ან 24 ქუდი (ქუდების რაოდენობა ლუწია) და ა.შ. 17 ბიჭის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩენილი ქუდების რაოდენობა იქნება კენტი. ე.ი. 10 ქუდი საკიდზე არ დარჩება.

მეექვსე და მეშვიდე ამოცანებში ინვარიანტის როლს ასრულებს რიცხვების ლუწ-კენტობა.

ზოგჯერ მასწავლებლებისათვის მოსახერხებელია ინვარიანტებზე მათემატიკური ამოცანები შედგენილი იქნეს განზოგადებული სახით, ხოლო მასწავლებელი შემდეგ თვითონ შეარჩევს კონკრეტულ რიცხვით მნიშვნელობებს, რომლების უნდა განიხილოს საკლასო მეცადინეობაზე ან დავალებად მისცეს მოსწავლეებს.

ამოცანა 12. მოცემულია რიცხვების კომპლექტი a,b,c. მოცემული კომპლექტი შეიძლება შევცვალოთ რიცხვების შემდეგი კომპლექტით:

$$a+b-c;\ b+c-a;\ a+c-b.$$

მოცემულია რიცხვების კომპლექტი: 2016, 2018, 2019. შეიძლება თუ არა მისგან მივიღოთ რიცხვების კომპლექტი: 2017, 2018, 2019?

შეუძლებელია. რადგან სამართლიანია ტოლობა

$$(a+b+c)=(a+b-c)+(b+c-a)+(a+c-b),$$

ხოლო ჯამი: 2016 + 2018 + 2019 განსხვავებულია ჯამისაგან: 2017 + 2018 + 2019.

ამ ამოცანაში თუ a, b, c-ს მივცემთ შესაბამის რიცხვით მნიშვნელობებს მივიღებთ კონკრეტული ამოცანების მთელ კლასს. რომელიც მასწავლებელს შეუძლია

გამოიყენოს სხვადასხვა კლასში მოსწავლეთა ასაკობრივი და გონებრივი განვითარების შესაბამისად.

ამოცანა 13. ციფრებიდან 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 შეადგინეს ორი ნატურალური რიცხვი. თითოეული ციფრი გამოყენებული იქნა მხოლოდ ერთხელ. შესაძლებელია თუ არა მიღებული რიცხვებიდან ერთი რიცხვი მეორეზე 2-ჯერ მეტი იყოს?

შეუძლებელია. ვთქვათ, a და $b=2a$ -მიღებული რიცხვებია, $S(a)$ და $S(b)$ -მათი ციფრთა ჯამებია. 3-ზე გაყოფის ნიშნის თანახმად N და $S(N)$ რიცხვებს ერთნაირი ნაშთები აქვთ 3-ზე გაყოფისას. რადგან $a+b=3a$ და იყოფა 3-ზე, მაშინ N და $S(N)$ რიცხვების უნდა გაიყოს 3-ზე, რაც მცდარია, რადგან

$$S=2+3+4+5+6+7+8+9=44.$$

ამოცანა 14. კვინტოეთის სახელმწიფოში 10 ბანკი იყო. ოცდამერთე საუკუნის დადგომისთანავე ყველა კვინტოეთელმა მოინდომა ბანკირობა. კვინტოეთის სახელმწიფოს მოქმედი კანონმდებლობით ბანკის გახსნა შესაძლებელია მხოლოდ უკვე არსებული ბანკის გაყოფით 4 ბანკად. რაღაც დროის შემდეგ კვინტოეთის ფინანსთა მინისტრმა კვინტოეთის დიდ ჰერცოგს-კვიტას მოახსენა, რომ ქვეყანაში 2019 მოქმედი ბანკია, მოხსენების შემდეგ ის დიდმა ჰერცოგმა მინისტრობიდან არაკომპეტენტურობის გამო გადააყენა. რა არ მოეწონა კვინტოეთის დიდ ჰერცოგ კვიტას?

(შენიშვნა: კვინტოეთის სახელმწიფო, დიდი ჰერცოგი კვიტა, ფულის ერთეული კვინტო და მისთ. ავტორის

მიერ არის გამოგონილი კონკრეტული ამოცანისათვის და რეალობას არ შეესაბამება).

ერთი ბანკიდან 4 ახალი ბანკის წარმოქმნა იწვევს უკვე არსებული ბანკების რაოდენობის გაზრდას 3-ით. ამრიგად, დროის ნებისმიერ მომენტში მოქმედი ბანკების რაოდენობა ტოლია

$$B = 10 + 3k, \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

ამ რიცხვების 3-ზე გაყოფის შედეგად ყოველთვის მიიღება ნაშთში 1, ხოლო 2019-ის 3–ზე უნაშთოდ იყოფა. რაც ნიშნავს, რომ კვინტოეთში 2019 მოქმედი ბანკი არცერთ ეტაპზე არ იქნებოდა, ე.ი. კვინტოეთის ფინანსთა მინისტრი ნამდვილად არაკომპეტენტურია, რის გამოც დაიმსახურა კვინტოეთის დიდი ჰერცოგის-კვიტას რისხვა.

ამოცანა 15. რიცხვები 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ჩაწერილია წრეში. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერ ორ მეზობელ რიცხვს მივუმატოთ ერთი და იმავე მთელი რიცხვი. შესაძლებელია თუ არა რამდენიმე სვლის შემდეგ მივიღოთ ათი ნული?

შეუძლებელია. ერთი და იმავე მთელი რიცხვის მიმატება ნებისმიერი ორი რიცხვისათვის არ ცვლის ყველა ათივე რიცხვის ლუწ-კენტობას, თავდაპირველად მოცემული რიცხვების ჯამია

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

ცხადია, ნებისმიერი ორი რიცხვისათვის ერთი და იმავე რიცხვის ყოველი დამატების შემდეგ ჯამში კვლავ მიიღება კენტი რიცხვი. რადგან 0-ლუწი რიცხვია, ამიტომ 0–ის მიღება შეუძლებელია.

დაწყებით კლასებში ძალზედ ეფექტურია გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნა ზოგადად და კონკრეტულად გეომეტრიული ამოცანები ინვარიანტებზე. ასეთი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანები ინვარიანტებზე საკმაოდ გონებამახვილურ მიგნებებს მოითხოვს და ერთი შეხედვით მოცემული ამოცანისათვის ინვარიანტის მოძებნა შესაძლებელია რთულიც კი იყოს. პრაქტიკით დასტურდება, რომ დაწყებით კლასებში არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეები შედარებით ადვილად ახერხებენ კონკრეტული ამოცანისათვის ინვარიანტის, ზოგჯერ კი ერთი ამოცანისათვის რამდენიმე ინვარიანტის პოვნასაც, მაშინ როცა, გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლეებს ეს უჭირთ, რადგან იქმნება გარკვეული სირთულეები. პრაქტიკაში მიზანშეწონილია ასეთი სისტემის გამოყენება: ინვარიანტების შესწავლა უნდა დავიწყოთ არითმეტიკული და ალგებრული შინაარსის მქონე ამოცანების განხილვით. როცა მოსწავლეები კარგად გაერკვევიან ინვარიანტის არსში და ასეთი სახის ამოცანების ამოხსნაში, ამის შემდეგ გადავიდეთ ინვარიანტების გამოყენებით გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნაზე. მიზანშეწონილია, ინვარიანტების გამოყენებით ამოსახსნელი გეომეტრიული შინაარსის პირველი ამოცანები მჭიდროდ იყოს დაკავშირებული არითმეტიკასა და ალგებრასთან, რაც აადვილებს სწავლების პროცესს და ეხმარება მათემატიკის შიგასაგნობრივი კავშირების დამყარებას ეს განამტკიცებს მოსწავლეებში აზრს, რომ მათემატიკა, როგოც სასწავლო საგანი უნდა

განიხილებოდეს როგორც ერთიანი, მთლიანი, მაგრამ ცხადია, რომ სასწავლო მასალაში ჩართული უნდა იყოს ძირითადი საკითხები მათემატიკის სხვადასხვა დარგებიდან, ეს ეხება გეომეტრიულ მასალას, რომელსაც განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებაში.

განვმარტოთ რაში მდგომარეობს ინვარიანტის გამოყენების იდეა გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს. ამოცანაში მოცემულია გეომეტრიული ობიექტი, რომლის მიმართ ხორციელდება რაიმე ოპერაცია. ისმის კითხვა. შესაძლებელია თუ არა ამ ოპერაციის შედეგად მივიღოთ სხვა ობიექტი, რომელსაც ექნება განსაზღვრული თვისებები? რომ გავარკვიოთ ეს, ჩვენ ავაგებთ რაიმე ახალ სიდიდეს-ინვარიანტს, რომელიც არ იცვლება ნებადართული ოპერაციების შესრულებისას და თუ ამ სიდიდის მნიშვნელობები განსხვავებულია მითითებული ორი ობიექტისათვის, მაშინ ამოცანის პასუხი უარყოფითია. შევნიშნოთ, რომ, თუ არჩეული ინვარიანტი ღებულობს ამ ორი ობიექტისათვის ერთნაირ მნიშვნელობებს, ეს არ ნიშნავს, რომ ერთი მათგანი აუცილებლად მიიღება მეორისაგან მითითებული ოპერაციების შესრულების შედეგად. ხშირად, ნაპოვნი ინვარიანტის შემთხვევაში ამის დამტკიცება ხერხდება.

თავისი შინაარსით ზოგადად, ამოცანები ინვარიანტებზე-ეს არის განმავითარებელი და საოლიმპიადო მათემატიკური შინაარსის ამოცანები, რომლებშიც გარდაქმნების ჩატარების დროს რაღაც სიდიდე რჩება უცვლელი. ასეთი ამოცანების ამოხსნა საკმაოდ რთუ-

ლია, თუ არ ვიცით მათი ამოხსნის პრინციპი. ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად საკმარისია მოვძებნოთ ის სიდიდე, რომელიც არ იცვლება ამოცანის პირობებში აღწერილი გარდაქმნების დროს.

განვიხილოთ ზოგიერთი გეომეტრიული შინაარსის განმავითარებელი ამოცანა, რომელთა ამოხსნის პროცესიც უკავშირდება ინვარიანტების გამოყენებას.

ამოცანა 16. ბაყაყი დახტის წრფის გასწვრივ. პირველად ის გადახტა 1 სმ-ზე, შემდეგ 2 სმ-ზე იმავე ან საპირისპირო მიმართულებით, შემდეგ 4 სმ-ზე იმავე ან საპირისპირო მიმართულებით, შემდეგ 6 სმ-ზე იმავე ან საპირისპირო მიმართულებით და ა.შ. შესაძლებელია თუ არა, რომ 2019-ე ნახტომის შემდეგ ბაყაყი დაუბრუნდეს საწყის წერტილს?

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს აშკარად ჩანს, რომ შემთხვევების რიცხვი ძალზედ დიდია და ყველა შემთხვევის განხილვა მიზანშეწონილი არ არის. უნდა ვეძებოთ ისეთი სიდიდე, რომელიც პროცესის მიმდინარეობის დროს არ იცვლება. რა სიდიდე შეიძლება იყოს ეს? დავაკვირდეთ რა ხდება ბაყაყის თავიდან რამდენიმე გადახტომის დროს. ადვილი შესამჩნევია, რომ ბაყაყის თითოეული გადახტომის შემდეგ მანძილი საწყისი წერტილიდან ხდება კენტი. მართლაც, პირველი ნახტომის შემდეგ სიტუაცია ნათელია, მეორე ნახტომის შემდეგ თუ ბაყაყი გადახტა იმავე მიმართულებით, რა მიმართულებითაც გადახტა პირველად, მაშინ ბაყაყის დაშორება საწყისი წერტილიდან იქნება 3 სმ, თუ გადახტა პირველი ნახტომის საპირისპირო მიმართულებით, მაშინ საწყისი წერტილიდან ბაყაყის

დაშორება იქნება 1 სმ. ე.ი. ორთავე შემთხვევაში მანძილი საწყისი წერტილიდან გამოისახება კენტი რიცხვით. ანალოგიურად იქნება ყველა სხვა ნახტომების შემთხვევაში.

მოსწავლეები ადვილად შეამჩნევენ, რომ განსახილავ ამოცანაში ინვარიანტს წარმოადგენს კენტი რიცხვით გამოსახული ბაყაყის საწყის და გადახტომის შემდეგ ბაყაყის დახტომის წერტილებს შორის მანძილი. რაც ნიშნავს. რომ 2019-ე ნახტომის შემდეგ ბაყაყის დაშორება საწყისი წერტილიდან გამოისახება ისევ კენტი რიცხვით. ე.ი. ბაყაყი საწყის წერტილში ვერ დაბრუნდება.

მოსწავლეები თუ თვითონ ვერ შეამჩნევენ, რომ ამოცანის პასუხი დამოკიდებული არ არის ნახტომების რიცხვის შერჩევაზე, მაშინ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა განუმარტოს, რომ ნახტომების რიცხვი 2019 არჩეულია სიმბოლურად, როგორც წლევანდელი წლის გამომსახველი რიცხვი. მის ნაცვლად შეგვიძლია ავიღოთ ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი. ამის შემდეგ მოსწავლეები დაადგენენ, რომ ნახტომების გამომსახველი ნებისმიერი სხვა ნატურალური რიცხვის შემთხვევაშიც ამოცანის პასუხი არ შეიცვლება, ე.ი. ბაყაყი საწყის წერტილში ვერ დაბრუნდება.

ამოცანა 17. შესაძლებელია თუ არა საჭადრაკო უჯრის A1 უჯრიდან მხედარი მოხვდეს H8 უჯრაში, ისე რომ დაფის, ყველა უჯრა გაიაროს მხოლოდ ერთხელ?

გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანები ინვარიანტებზე, რომლებიც მჭიდროდ არის დაკავშირებული ჭადრაკთან დიდი საგანმანათლებლო და განმავი-

თარებელი მნიშვნელობისაა. სადღეისოდ, როცა ჭადრაკის სწავლება სკოლებში შემოღებულია, ასეთი შინაარსის ამოცანები მჭიდრო კავშირს ამყარებს საგანთაშორისი კავშირის თვალსაზრისითაც და ამავე დროს აქვს დიდი განმავითარებელი ეფექტი მოსწავლეთა თვის.

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს შესაძლოა მოსწავლეებმა ვერ შენიშნონ რას წარმოადგენს ინვარიანტი. ამ შემთხვევაში მათ უნდა განვუმარტოთ, რომ მხედარი ერთი სვლის შესრულების შემდეგ იკავებს სხვა ფერის უჯრას, რომელიც ეკავა სვლამდე. თეთრი უჯრიდან დადადის შავ უჯრაზე და პირიქით, შავი უჭრიდან გადადის თეთრ უჯრაზე. ამიტომ, თუ მხედარი საჭადრაკო დაფის თეთრ უჯრაზეა, მაშინ ლუწი სვლების შემდეგ ის ისევ თეთრ უჯრაზე აღმოჩნდება, ხოლო თუ საჭადრაკო დაფის შავ უჯრაზეა, მაშინ ლუწი სვლების შემდეგ ის ისევ შავ უჯრაზე აღმოჩნდება.

საჭადრაკო დაფაზე სულ 64 უჯრაა, რომელთაგან ერთ A1 უჯრაში მხედარი დგას. თუ შესაძლებელია, რომ A1 უჯრიდან მხედარი მოხვდეს H8 უჯრაში, ისე რომ, ყველა უჯრა გაიაროს მხოლოდ ერთხელ, მაშინ ეს უნდა მოხდეს 63 სვლის შემდეგ. ეს ნიშნავს, რომ 62-ე სვლის შემდეგ მხედარი უნდა მოხვდეს თეთრ უჯრაზე. მაგრამ H8 უჯრა ისევე, როგორც A1 უჯრა შავია. ცხადია, რომ ბოლო სვლის შემდეგ მხედარი H8 უჯრაში ვერ აღმოჩნდება.

ამოცანა 18. ფიგურა „აქლემი“ დაფაზე ზომით 10×10 აკეთებს (1,3) ტიპის სვლას, ის გადაადგილდება ჯერ მეზობელ უჯრაში და შემდეგ არჩეული მიმართულების მართობულად სამი უჯრით. მხედარი აკე-

თებს იმავე ტიპის (1,2) სვლას. შესაძლებელია თუ არა „აქლემის“ სვლების სასრული რაოდენობის შემდეგ დაფის რომელიმე უჯრიდან მოვხვდეთ მის რომელიმე მეზობელ უჯრაში?

განვიხილოთ 10×10 ზომის საჭადრაკო დაფა, რომელიც შეღებილია თეთრ და შავ ფერებში. თუ დავაკვირდებით, ადვილად დავრწმუნდებით, რომ „აქლემი“ ყოველი სვლით გადადის ერთი ფერის უჯრიდან იმავე ფერის უჯრაში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, უჯრის ფერი, რომელზეც დგას „აქლემი“-ინვარიანტია. მაგრამ, რადგან საჭადრაკო დაფის ორი მეზობელი უჯრა სხვადასხვა ფერისაა, ამიტომ ერთი ფერის უჯრიდან მეორე ფერის უჯრაზე გადასვლას „აქლემი“ ვერ შეძლებს.

ამოცანა 19. სამი კალია წრფეზე ზის ისე, რომ ორი განაპირა კალია დაშორებულია შუაში მჯდომი კალიადან 1 მ-ით. ყოველი წამის შემდეგ ერთ-ერთი კალია გადააფრინდება მეორე კალიას და დაჯდება მის მიმართ სიმეტრიულ წერტილში (თუ A გადაახტება B-ს და დაჯდება A_1 წერტილში, მაშინ $AB=BA_1$). დროის რაღაც შუალედის შემდეგ კალიები აღმოჩნდნენ წრფის იმავე წერტილებში, სადაც ისხდნენ პროცესის დასაწყისში, მაგრამ ზოგიერთი კალია არ აღმოჩნდა თავის თავდაპირველ ადგილას. დაამტკიცეთ, რომ ადგილები მხოლოდ განაპირა კალიებმა შეიცვალეს.

ვთქვათ, კალიები თავდაპირველად სხედან საკოორდინატო ღერძის წერტილებში, რომელთა კოორდინატებია -1, 0 და 1. შევნიშნოთ, რომ კალიების კოორდინატები თითოეული გადახტომის შემდეგ ისევ მთელი იქნება. ამას გარდა, ნებისმიერი კალია გადახტომის

შემდეგ საწყისი წერტილიდან გადაადგილდება ლუწი რიცხვის შესაბამისი მანძილით. აქედან გამომდინარეობს, რომ თუ თავდაპირველად კალიას კოორდინატი იყო ლუწი, მაშინ ის ნებისმიერი გადახტომის შემდეგ დარჩება ლუწად. ამიტომ, ცხადია, რომ მხოლოდ თავიდან შუაში მჯდომ კალიას შეუძლია დაუბრუნდეს თავის პირვანდელ მდგომარეობას, ხოლო ადგილები შეიცვალეს განაპირა კალიებმა.

ამოცანა 20. მოცემულია ქაღალდის სამკუთხედი კუთხეებით 20^0 , 20^0 და 140^0. ამ სამკუთხედს ჭრიან თავისი ერთ-ერთი ბისექტრისის გასწვრივ ორ სამკუთხედად, რომელთაგან ერთ-ერთს ასევე ჭრიან ორ სამკუთხედად მისი ერთ-ერთი ბისექტრისის გასწვრივ და ა.შ. შესაძლებელია თუ არა ასეთი მოქმედებების სასრული რიცხვის შემდეგ მივიღოთ მოცემული სამკუთხედის მსგავსი სამკუთხედი?

დავყოთ ყველა სამკუთხედების სიმრავლე „კარგ“ და „ცუდ“ სამკუთხედე-ბად. კარგი ვუწოდოთ ისეთ სამკუთხედებს, რომლის კუთხეები 20^0-ის ჯერადია, ხოლო „ცუდი“-დანარჩენ სამკუთხედებს. „ცუდ“ სამკუთხედებს განეკუთვნება ისეთი სამკუთხედიც, რომლის მხოლოდ ერთი კუთხეა 20^0 -ის ჯერადი. პირველ ნაბიჯზე მიღებული ორივე სამკუთხედი „ცუდია“. აქედან ცხადია, რომ „ცუდი“ სამკუთხედის მისი რომელიმე კუთხის ბისექტრისის გაჭრის შედეგად კვლავ მიიღება ორი „ცუდი“ სამკუთხედი. ცხადია, რომ მოცემული სამკუთხედის მსგავსი „კარგი“ სამკუთხედის მიღება „ცუდი“ სამკუთხედების გაჭრით მისი რომელიმე შიგა კუთხის ბისექტრისის გასწვრივ შეუძლებელია.

ამოცანა 21. კვადრატული ფორმის 2×2 ზომის ცხრილი შეღებილია ორი ფერის საღებავით: თეთრად და შავად. ამასთან შავად შეღებილია 3 უჯრა, თეთრად კი 1 უჯრა. ერთ სვლაზე ნებადართულია გადავღებოთ ცხრილის ნებისმიერი ან სვეტი, ან სტრიქონი, ან ნებისმიერ დიაგონალზე განლაგებული უჯრები: შავი უჯრები თეთრად, ხოლო თეთრი უჯრები შავად. შესაძლებელია თუ არა რამდენიმე სვლის შემდეგ მივიღოთ ცხრილი, რომლის ყველა უჯრა იქნება შეღებილი თეთრად?

მოვახდინოთ ამოცანის ასეთი წარმოდგენა: უჯრებს, რომელიც შეღებილია თეთრად, შევუსაბამოთ რიცხვი 1, ხოლო იმ უჯრებს, რომლების შეღებილია შავად, რიცხვი -1. ამ პირობით, უჯრისათვის ფერის შეცვლა წარმოადგენს მისთვის მინიჭებული რიცხვისათვის ნიშნის შეცვლას. განვიხილოთ უჯრებში მოთავსებული ყველა რიცხვის ნამრავლი. რადგან უჯრების გადაღებვის დროს ჩვენ ნიშანს ვუცვლით მხოლოდ ორ უჯრის თანამარავლს, ამიტომ ოთხი თანამარავლის ნიშანი უცვლელი რჩება. თავიდან ეს ნამრავლი -1-ის ტოლია. თუ ამოცანაში მოთხოვნილი პირობები შესრულდა და რამდენიმე სვლის შემდეგ მივიღეთ ცხრილი, რომლის ყველა უჯრა იქნება შეღებილი თეთრად, მაშინ აღმოჩნდება, რომ საძიებელი მდგომარეობისათვის ნამრავლი იქნება 1, რაც ჩატარებული მსჯელობით შეუძლებელია. ცხადია, რომ აღწერილი ოპერაციით ცხრილის გადაღებვა შეუძლებელია.

3.8.2. ნახევარინვარიანტები

არსებობს ისეთი მათემატიკური შინაარსის მქონე ამოცანების კლასი, რომელთა ამოხსნის დროს გამოიყენება ნახევრადინვარიანტები. ნახევრადინვარიანტებს წარმოადგენს რაიმე სიდიდის ზუსტი ზედა ან ზუსტი ქვედა საზღვარი. უმრავლეს შემთხვევებში ნახევრადინვარიანტები გამოიყენება დამტკიცებაზე ექსტრემალური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს, ანუ სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ნახევარინვარიანტების გამოყენებით შესაძლებელია რაიმე სიდიდის უდიდესი ან უმცირესი მნიშვნელობების პოვნა. აქვე შევნიშნოთ, რომ ტერმინი „მათემატიკური შინაარსის მქონე ამოცანები“ შემთხვევით არ გამოგვიყენებია, რადგან, ექსტრემალური ამოცანები თავისი შინაარსით შეიძლება იყოს მეცნიერების სხვადასხვა დარგიდან, განსაკუთრებით კი ეკონომიკიდან, ფიზიკიდან და სხვ.

განვმარტოთ, ნახევარინვარიანტების გამოყენების არსი. ინვარიანტების გამოყენებისას ჩვენ ვამტკიცებთ რაიმე სიდიდე რჩება უცვლელი თუ არა, ხოლო ნახევარინვარიანტების შემთხვევაში, ჩვენ უნდა გავცეთ პასუხი კითხვას: „რას არ უნდა აღემატებოდეს“ ან „რაზე ნაკლები არ უნდა იყოს“ საძიებელი სიდიდე?

ნახევარინვარიანტების სწავლების პროცესის წარმართვა მიმდინარეობს იმავე პრინციპით, რა პრინციპითაც ვასწავლით ინვარიანტებს, კერძოდ გეომეტრიული შინაარსის ამოცანები ნახევარინვარიანტების გამოყენებით გაცილებით რთულია, ვიდრე ინვარიანტების გამოყენებით, ასეთი ამოცანების ამოხსნა დაკავშირებულია რაიმე სიდიდის უდიდესი/უმცირესი მნიშვნელო-

ბის დადგენასთან, მოითხოვს გონების დაძაბვას და გეომეტრიული ფაქტების ცოდნის გარდა უტოლობათა თვისებების ცოდნასაც. დასტურდება, რომ ნახევრადინვარიანტების გამოყენებით არითმეტიკული და ალგებრული ამოცანების შინაარსში გარკვევას და მათ ამოხსნას მოსწავლეები შედარებით იოლად ახერხებენ, მაშინ როცა, გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლეებს ეს უძნელდებათ, რადგან იქმნება გარკვეული სახის სირთულეები, რაც დაკავშირებულია არითმეტიკის, ალგებრის, ფიზიკის და გეომეტრიის საკითხების ერთმანეთთან დაკავშირებაში ანუ, გართულებულია არითმეტიკის, ალგებრის, ფიზიკის და სხვა სასწა-ლო დისციპლინებიდან მიღებული ცოდნის ტრანსფერი გეომეტრიის საკითხების შესწავლის დროს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, სუსტია საშუალო სკოლის სასწავლო კურსებს შორის საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირები. ცხადია, რომ საშუალო სკოლებში საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირების შემცველი საკითხების განხილვა უნდა გამოსწორდეს და იმედს ვიტოვებთ, რომ დროთა განმავლობაში ეს ასეც იქნება, მაგრამ სანამ არსებულ მდგომარეობაში ვართ, ჩვენ უარს ვერ ვიტყვით ასეთი საკითხების სწავლებაზე, რაც ჩამოვაყალიბეთ გარკვეული სისტემის სახით.

პრაქტიკაში მოსახერხებელია ასეთი სისტემა: ნახევრადინვარიანტების გამოყენებით გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების შესწავლის დაწყება დავიწყოთ მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები კარგად დაეუფლებიან და გაერკვევიან ინვარიანტების გამოყენებით გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნაში.

ნახევრადინვარიანტების გამოყენებით გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების შესწავლას ვიწყებთ მხოლოდ მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები კარგად დაეუფლებიან ნახევარინვარიანტების გამოყენებით არითმეტიკული და ალგებრული ამოცანების ამოხსნას, ამის შემდეგ ეტაპობრივად გადავალთ გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნაზე ნახევარინვარიანტების გამოყენებით.

მიზანშეწონილია, მაღალ კლასებში ნახევარინვარიანტების გამოყენებით ამოსახსნელი პირველი ამოცანები, რომლებიც გეომეტრიული შინაარსის შემცველია და მათთვის დასადგენია ნახევარინვარიანტები, დაკავშირებული იყოს არითმეტიკასთან, ალგებრასთან, ტრიგონომეტრიასთან, ფიზიკასთან და სხვ. რაც აადვილებს სწავლების პროცესს და გვეხმარება საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირების დამყარებაში.

განვიხილოთ ზოგიერთი სახის გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანა, რომელთაც აქვთ განმავითარებელი შინაარსი და მათი ამოხსნა დაკავშირებულია ნახევარინვარიანტების გამოყენებასთან და მათი განხილვა შესაძლებელია უმცროსკლასელებთან.

ამოცანა 22. რამდენიმე ერთნაირ ტოლგვერდა სამკუთხედს წვეროებში აწერია რიცხვები 1, 2 და 3. ეს სამკუთხედები ერთმანეთზე დააწყვეს და შეკრეს სამაგრით. შესაძლებელია თუ არა ერთად შეკრული სამკუთხედების თითოეულ წვეროსთან თავმოყრილ ყველა სამკუთხედებზე დაწერილი რიცხვების ჯამი იყოს: ა) 25; ბ) 50?

ამოცანის ამოხსნისათვის მოვძებნოთ ნახევრადინვარიანტი, რომელსაც წარმოადგენს სამკუთხედის წვეროებში დაწერილი რიცხვების ჯამს, ანუ

$$6 = 1 + 2 + 3.$$

დავუშვათ, შესაძლებელია სამკუთხედების თითოეულ წვეროსთან თავმოყრილ ყველა სამკუთხედებზე დაწერილი რიცხვების ჯამი იყოს 25. მაშინ მთლიანად სამივე წვეროსთან სამკუთხედებზე დაწერილი ყველა რიცხვის ჯამი იქნება $75 = 25 \times 3$. მაგრამ 75 არ არის 6-ის ჯერადი. ე.ი. შეუძლებელია სამკუთხედების თითოეულ წვეროსთან თავმოყრილ ყველა სამკუთხედებზე დაწერილი რიცხვების ჯამი იყოს 25.

ანალოგიური მსჯელობით შესაძლებელია დავადგინოთ, რომ ბ) შემთხვევისათვის ჯამი იქნება 150, $150 = 25 \times 6$. რომელიც 6-ის ჯერადია, მაგრამ ეს არ ნიშნავს იმას, რომ ამოცანის პირობაში მოყვანილი მოთხოვნები აუცილებლად შესრულდება. ამიტომ, ამოცანა რომ ამოხსნილად ჩაითვალოს, დამატებით უნდა დავამტკიცოთ, სრულდება, თუ არა ამოცანის პირობა.

ამოცანის პირობებში მოყვანილი მოთხოვნები სრულდება. მართლაც, თუ ხუთ სამკუთხედს დავაწყობთ ისე, რომ ერთმანეთის ქვეშ მოხვდეს წვეროები, რომლებზეც რიცხვები 1, 2 და 3 აწერია შემდეგნაირად:

1	2	3
2	3	1
3	1	2
1	2	3
3	2	1

აღმოჩნდება, რომ ერთად შეკრული ხუთი სამკუთხედის თითოეულ წვეროსთან თავმოყრილ სამკუთხედებზე დაწერილი რიცხვების ჯამები ერთმანეთის ტოლია და 10-ს უდრის. თუ ასეთი პრინციპით შევკ-რავთ სამკუთხედების კიდევ ოთხ ასეთ ხუთეულს, მივიღებთ, რომ სამკუთხედების თითოეულ წვეროსთან თავმოყრილ ყველა სამკუთხედებზე დაწერილი რიცხვების ჯამი იქნება 50.

ამოცანა 23. მოცემულია საჭადრაკო დაფა. ნებადართულია ჰორიზონტალური ან ვერტიკალური ზოლის ყველა უჯრის გადაღებვა-თეთრი უჯრების შავად, ხოლო შავი უჯრების თეთრად. ასეთი მოქმედებების ჩატარების შემდეგ შესაძლებელია თუ არა, რომ საჭადრაკო დაფიდან მივიღოთ დაფა, რომელსაც ექნება ზუსტად ერთი შავი უჯრა?

ვთქვათ, თუ ჰორიზონტალური ან ვერტიკალური ზოლი შეიცავს k შავ და $8-k$ თეთრ უჯრას, მაშინ გადაღებვის შემდეგ მივიღებთ $8-k$ შავ და k თეთრ უჯრას. ცხადია, რომ შავი უჯრების რაოდენობა შემცირდება

$$(8 - k) - k = 8 - 2k,$$

ლუწი რიცხვით. რადგან ჩატარებული მოქმედებისათვის შავი უჯრების რაოდენობის ლუწობა ინვარიანტია, ამიტომ თავდაპირველად დაფაზე არსებული 32 შავი უჯრიდან შეუძლებელია მივიღოთ ერთი შავი უჯრა.

ამოცანა 24. მოცემულია საჭადრაკო დაფა. ნებადართულია დაფის ნებისმიერი 2×2 ზომის კვადრატის ყველა უჯრის გადაღებვა-თეთრი უჯრების შავად, ხოლო შავი უჯრების თეთრად. შესაძლებელია თუ არა, რომ

საჭადრაკო დაფიდან მივიღოთ დაფა, რომელსაც ექნება ზუსტად ერთი შავი უჯრა?

ვთქვათ, ნებისმიერი 2×2 ზომის კვადრატი შეიცავს k შავ და $4-k$ თეთრ უჯრას, მაშინ გადაღებვის შემდეგ მივიღებთ $4-k$ შავ და k თეთრ უჯრას. ცხადია, ამ შემთხვევაშიც რომ შავი უჯრების რაოდენობა შემცირდება

$$(4 - k) - k = 4 - 2k,$$

ლუწი რიცხვით. რადგან ჩატარებული მოქმედებისათვის შავი უჯრების რაოდენობის ლუწობა ინვარიანტია, ამიტომ თავდაპირველად დაფაზე არსებული 32 შავი უჯრიდან შეუძლებელია მივიღოთ ერთი შავი უჯრა.

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს გააცნოს ფიგურებში არსებული ისეთი წერტილები, რომლებზეც მიიღწევა ექსტრემუმები. სამკუთხედის შემთხვევაში ეს შედარებით მარტივია, ხოლო ზოგადად მრავალკუთხედებისათვის რთულია. საკლასო მეცადინეობაზე მასწავლებელმა შეიძლება განიხილოს ასეთი ამოცანა.

ამოცანა 25. კვადრატული მინდორი დაყვეს 100 ერთნაირი ზომის პატარა კვადრატულ ნაკვეთებად. მათგან 9 ნაკვეთზე გაიზარდა სარეველები. ცნობილია, რომ სარეველები ყოველ წელს ვრცელდება იმ და მხოლოდ იმ ნაკვეთებზე, თუ მას უშუალოდ ესაზღვრება (ე.ი. საერთო გვერდი აქვს) სარეველებიანი ორი ნაკვეთი. დაამტკიცეთ. რომ მთელი მინდორი არასოდეს არ დაიფარება სარეველებით.

ადვილი საჩვენებელია, რომ ყველა იმ ნაკვეთების, ან რამდენიმე ნაკვეთის საზღვრების სიგრძეთა ჯამი, რო-

მელზეც სარეველები იზრდება არ იცვლება, ე.ი. წარმოადგენს ინვარიანტს. ამ ფაქტის დამტკიცება შესაძლებელია დამოუკიდებლად მივანდოთ მოსწავლეებს ან მივცეთ საშინაო დავალებად. საწყის მომენტში ასეთი ნაკვეთების საზღვრების ჯამი არ აღემატება

$$4 \times 9 = 36.$$

ამიტომ, ის ვერასოდეს ვერ გახდება 40-ის ტოლი, რაც ნიშნავს, რომ მთელი მინდორის დაფარვა სარეველებით არასოდეს არ მოხდება.

ჩვენ განვიხილეთ უმცროსკლასელებთან განმავითარებელი ამოცანები ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენებით და ჩამოვაყალიბეთ მათი სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები, რომელთა დაცვით სასწავლო პროცესი ხდება უფრო ეფექტური და მოსწავლეებისათვის გაადვილებულია საკითხის სწავლება, იძლევა სასწავლო დროის ეკონომიას და ისინი გეომეტრიული ფიგურების და სივრცითი სხეულების თვისებებს აღიქვამენ არა როგორც მშრალ ფაქტებს, არამედ ინვარიანტის ან ნახევარინვარიანტის მოძებნით დამოუკიდებლად ახდენენ ფიგურების და სივრცითი სხეულების ისეთი სიდიდის/სიდიდეების, ან ობიექტის თვისების/თვისებების დადგენას, რომელიც უცვლელი რჩება ამა თუ იმ გარდაქმნების შესრულების შემდეგ, რაც მათ უნვითარებთ ინტუიციას და აძლიერებს მიხვედრის უნარებს. ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენება წარმატებით არის შესაძლებელი არა მარტო მათემატიკური შინაარსის მქონე განმავითარებელი მოცანების ამოხსნის დროს, არამედ ის წარმატებით გამოიყენება ზოგადად მათემატიკური შინაარსის

ამოცანების ამოხსნისას, რომელიც მეცნიერების სხვადასხვა დარგებს განეკუთვნება. მაგალითად, ფიზიკას, ეკონომიკას, საინჟინრო მეცნიერებებს, არქიტექტურას და სხვ.

ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენება მტკიცე ბაზას აყალიბებს დაწყებით კლასებში საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირების დამყარებისათვის, რაც სასწავლო პროცესის თანამედროვე პრინციპებით წარმართვის ერთ-ერთი განმსაზღვრელი ფაქტორია. ამავე დროს უნდა შევნიშნოთ, რომ განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენებით ამოხსნისას უნდა დავიცვათ ზომიერება და ამოცანების შერჩევა უნდა მოვახდინოთ დიდი სიფრთხილით, რათა თავიდან ავიცილოთ ზედმეტად რთული ამოცანების განხილვა, რომელთა აღქმა მოსწავლეებს შეიძლება გაუჭირდეთ და შემდეგში შესაძლოა ასეთმა ამოცანებმა მოსწავლეებში იმედგაცრუება გამოიწვიოს. ჩატარებული პედაგოგიური ექპერიმენტის შედეგების საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენებით განმავითარებელი და საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდის გამოყენებით სათანადო მომზადების მქონე კვალიფიციური მასწავლებლი ეფექტურად ახდენს მოსწავლეთა მზაობას სასწავლო პროცესისათვის და საძიებო მათემატიკური ამოცანების საკმაოდ მარტივად ამოხსნას.

§3.9. სიმრავლეთა თეორიის გამოყენება

3.9.1. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები უმცროსკლასელთათვის

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო კურსი შეიცავს ისეთ ამოცანებს, რომლებსაც აქვთ პრაქტიკული შინაარსი, მათი ამოხსნა ეფუძნება სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების ცოდნას და აქვთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსი.

მეთოდურ ლიტერატურაში განიხილვენ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სამ ეტაპს: ამოცანის ფორმალიზაციას; პრაქტიკულ რეალიზაციას და ინტერპრეტაციას. ამ მიდგომას გამოვიყენებთ სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნისას.

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ამ ეტაპების გათვალისწინებით.

ამოცანა 1. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 1, 3 და 9. ისე, რომ ციფრი არ განმეორდეს.

I ეტაპი-ფორმალიზაცია. ამ ამოცანის ამოხსნისას მოსწავლეები არკვევენ, რომ მოცემული ციფრებიდან საჭიროა შევადგინოთ სამნიშნა რიცხვები, რა ელემენტებისაგან შედგება სიმრავლე $\{1, 3, 9\}$. განსაზღვრა იმისა, რომ რიცხვში ციფრის გამეორება არ შეიძლება, რომ მნიშვნელობა აქვს ელემენტების დალაგებას, ასე მაგალითად, რიცხვები 391 და 913 სხვადასხვაა. რიცხვები 333 და 939 არ არის დასაშვები. მოსწავლეები

დაადგენენ, რომ საჭიროა მოცემული სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვის მოძებნა და ამისათვის გამოიყენებენ საჭირო წესს და მოახდენენ ყველა შემთხვევის განხილვას.

II ეტაპი-რეალიზაცია. აქ მოსწავლეები ახდენენ მათთვის ცნობილი წესით ან ფორმულით გამოთვლას მოცემული სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვის მოძებნას ან ახდენენ ყველა შესაძლო შემთხვევების ჩამოთვლას. თუ გამოვიყენებთ ყველა შესაძლო გადანაცვლებათა რიცხვის მოსაძებნ წესს მივიღებთ, რომ სამი ციფრისაგან შეიძლება შევადგინოთ $1\cdot 2\cdot 3=6$ რიცხვი.

III ეტაპი-ინტერპრეტაცია. ამ ეტაპზე მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით აგებენ ე.წ. გრაფ-ხეს, რომელზედაც ილუსტრირებულია მოცემული სიმრავლის ელემენტების განლაგება ყველა შემთხვევაში. გრაფ-ხის საშუალებით მოსწავლეები თვალსაჩინოდ ხედავენ, თუ როგორ მიიღება თითოეული საძებნი რიცხვი.

ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეები ადგენენ, რომ ზოგიერთი კომბინატორული ამოცანის ამოხსნის დროს მოსახერხებელი და კარგ თვალსაჩინოებას წარმოადგენს გრაფების გამოყენება.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში გვხვდება ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც საჭიროა მრავალჯერადი ცდების ჩატარება, როგორიც არის აწონვა, სითხის გადასხმა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში და სხვ.

ამოცანა 2. მოცემული გვაქვს სამი ჭურჭელი-8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. 8 ლიტრიანი ჭურ-

ჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რიცხვია ამისათვის საჭირო? ან

ამოცანა 3. მოცემული გვაქვს რვეულების სამი დასტა. პირველ დასტაში 11 რვეულია, მეორეში-7 რვეული, მესამეში 6 რვეული. საჭიროა თითოეულ დასტაში რვეულების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი დასტიდან მეორეში იმდენი რვეულის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია). გადაწყობის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო? ან

ამოცანა 4. თორმეტლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა რძით. საჭიროა რძე გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად, რისთვისაც შესაძლებელია გამოვიყენოთ მხოლოდ რვალიტრიანი და ხუთლიტრიანი ჭურჭლები. როგორ გავაკეთოთ ეს? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

გრაფების გამოყენებისას მოსწავლეებს შეიძლება მივაწოდოთ ინფორმაცის მხოლოდ გაცნობის მიზნით თუ რა არის გრაფის წვერო, წიბო, იზოლირებული წვერო და სრული გრაფი.

უმცროსკლასელებისათვის სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის დროს ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ამოხსნის სამივე ეტაპის განხილვას. სწავლების შემდგომ ეტაპზე მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ მასწავლებელმა განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიაქციოს მესამე ეტაპს, რადგან ამ ეტაპის განხილვისას მოსწავლეები ნათლად

ხედავენ ამოცანის ამოხსნის პრაქტიკულ ღირებულებას, ადგენენ ამოცანაში საპოვნი სიდიდის იმ ოპტიმალურ მნიშვნელობებს, რომელიც სინამდვილეს შეეფერება და ხელსაყრელია.

3.9.2. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა

დაწყებით კლასებში სიმრავლის ცნების გამოყენება პირველივე კლასიდან იწყება, მაგრამ პირველ ეტაპზე სიმრავლის დასახელება არ ხდება. მესამე კლასში მოსწავლეებს პროგრამის მიხედვით სიმრავლის ცნება ეძლევათ მაშინ, როდესაც გადიან ნატურალურ რიცხვებს. ამ თემასთან დაკავშირებით მათემატიკის სახელმძღვანელოში არის ისეთი შინაარსის ამოცანები, რომლებშიც მოთხოვნილია მცირე რაოდენობის ელემენტების მქონე სიმრავლეებიდან ყველა შესაძლო წყვილების გამოყოფა და მათი რიცხვის მოძებნა.

მასწავლებლის უშუალო ხელმძღვანელობით ასეთი ამოცანების ამოხსნას მოსწავლეები ახდენენ არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით და ადგენენ კანონზომიერებებს სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და გამოყოფილ წყვილთა რაოდენობებს შორის და ახდენენ ჰიპოთეზის ფორმულირებას. ამის შემდეგ მოსწავლეები ჩამოყალიბებულ ჰიპოთეზას ამოწმებენ რამდენიმე კონკრეტულ მაგალითზე, რის საფუძველზეც ჩამოაყალიბებენ მარტივ წესებს. წარმოდგენილი სქემის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ამოცანები.

ამოცანა 1. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრით 1-ით და 3-ით?

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების ჩაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 1-თ?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება 11-ის და 13-ის დაწერა.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 3-ს?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება დაიწეროს 31 და 33.

მასწავლებელი: რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება სულ ორი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ორი ციფრისაგან შეიძლება დავწეროთ ოთხი რიცხვი.

ანალოგიური მეთოდით მასწავლებელს გაკვეთილზე შეუძლია ამოხსნას და დაწვრილებითი კომენტარები გაუკეთოს ასეთ ამოცანას:

შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება ციფრები 1, 3 და 9.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების ჩაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 1-თ?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება 11-ის, 13-ის და 19-ის დაწერა.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების ჩაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 3-თ?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება 31-ის, 33-ის და 39-ის დაწერა.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების ჩაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 9-თ?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება 91-ის, 93-ის და 99-ის დაწერა.

მოსწავლეები დათვლიან შედგენილ ორნიშნა რიცხვებს და დაადგენენ, რომ მოცემული სამი ციფრისაგან: 1. 3 და 9 შედგენილია 9 ორნიშნა რიცხვი.

ამის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა დაუსვას კითხვა: ნებისმიერად აღებული სამი ციფრისათვის იქნება თუ არა შესაძლებელი 9 ორნიშნა რიცხვის შედგენა. თუ მოსწავლეები თვითონ ვერ მივლენ იმის აღმოჩენამდე, რომ ეს შეუძლებელია მაშინ, როცა სამი ციფრიდან ერთი ნულია, მაშინ მასწავლებელმა კლასში უნდა გააჩიოს გარჩეული ამოცანის მსგავსი ამოცანა, როცა სამ ციფრს შორის ერთი იქნება ნული. ჩატარებული მსჯელობის საფუძველზე მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით დაადგენენ, რომ სამი ციფრისაგან, რომელთაგან არც ერთი ნული არ არის, შეიძლება შევადგინოთ 9 ორნიშნა რიცხვი.

ამ ამოცანების განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილია მოსწავლეებმა შეადგინონ ცხრილი.

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	წყვილთა რაოდენობა	კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის
$\{1,3\}$	2	4	$2\cdot 2=2^2=4$
$\{1,3,9\}$	3	9	$3\cdot 3=3^2=9$

ამის შემდეგ მასწავლებელი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის კავშირს მოსწავლეებს დაადგენინებს შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მივიღეთ პირველი სიმრავლის ელემენტებისაგან?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლის ელემენტებისაგან მივიღეთ ოთხი წყვილი.

მასწავლებელი: როგორ შეიძლება პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან მივიღოთ წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: შესამჩნევია, რომ ელემენტების რაოდენობისათვის ნამრავლი თავის თავზე გვაძლევს წყვილთა რაოდენობას

$$2 \cdot 2 = 2^2 = 4.$$

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მეორე სიმრავლე?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მიიღება მეორე სიმრავლის ელემენტებისაგან?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლის ელემენტებისაგან მიიღება ცხრა წყვილი.

მასწავლებელი: მოვიგონოთ პირველი სიმრავლის განხილვის დროს მიღებული შედეგი და მოვიფიქროთ, როგორ შეიძლება სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან მივიღოთ წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა რომ მივიღოთ, სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა 3 უნდა გავამრავლოთ თავის თავზე.

$$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$

მასწავლებელი: გაითვალისწინეთ პირველი და მეორე სიმრავლის განხილვის შედეგად მიღებული შედეგები და მოისაზრეთ, რა წესით შეიძლება გამოვიანგარიშოთ წყვილთა რაოდენობა, თუ ვიცით სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა.

მოსწავლეებისაგან მივიღებთ სხვადასხვა პასუხებს, რომელსაც მასწავლებელი შესწორების შემდეგ ჩამოაყალიბებს ასე: სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილი ყველა წყვილთა რაოდენობა უდრის მოცემული სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის თავის თავზე ნამრავლს. ამ წესის გამოყენება დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში, როცა განიხილება კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები იძლევა დროის საგრძნობ ეკონომიას, რაც საშუალებას იძლევა გამოთავისუფლებული დრო მოხმარდეს სხვა საკითხების საფუძვლიან შესწავლას.

წყვილთა რაოდენობის სწრაფად და სწორად დადგენას დიდი მნიშვნელობა აქვს შემდგომ კლასებში ფუნქციის შესწავლის დროს.

მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საშუალებაა ამოცანების ამოხსნა, ამიტომ კომბინატორული და ალბათური მიმართულებით მოსწავლეთა აზროვნების განვითარების მყარი გზა არის ალბათური და კომბინატორული

შინაარსის ამოცანების ამოხსნა და მათი სრულყოფილი მეთოდური ანალიზი.

ამოცანებისა და სავარჯიშოების ამოხსნის დროს მოსწავლეებს უხდებათ სასრული სიმრავლეებიდან ქვესიმრავლეთა გამოყოფა, ზოგიერთ შემთხვევაში გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში მნიშვნელობა აქვს დალაგებას, ზოგიერთ შემთხვევაში კი-არა. ჩვენ მიერ შედგენილ სავარჯიშოთა სისტემაში, ისევე როგორც სასკოლო სახელმძღვანელოებში სავარჯიშოები ისეა შერჩეული, რომ სიმრავლის ელემენტებისა და გამოყოფილი ქვესიმრავლეების ელემენტების რიცხვი სასრულია და მათი დათვლა შესაძლებელია. სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფას და მის საფუძვლიან შესწავლას დაწყებით კლასებში ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს სწავლების შემდგომ საფეხურებზე მათემატიკის უკეთ შესწავლისათვის, ის ნათელს ჰფენს მათემატიკის სასკოლო კურსის ბევრ საკითხს და თემას.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში განიხილება სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ძირითადად ორი ტიპი:

1. სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფა;

2. მოცემული სასრული სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა რიცხვის გამოთვლა და იმ ქვესიმრავლეთა რიცხვის გამოთვლა, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანაში ან სავარჯიშოში მოყვანილ გარკვეულ პირობებს.

ალბათობისა და კომბინატორიკის საწყისი ცნებები დაწყებით კლასებში განხილულ უნდა იქნეს ფარულად, ტერმინების დასახელების გარეშე. სასწავლო პროცესი

ისე უნდა წარვმართოთ, რომ არ გამოვიყენოთ სიტყვები წყობა, ჯუფთება, გადანაცვლება, ალბათობა, ხდომილობა და სხვ.

მოსწავლეები არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით, მარტივი კომბინატორული და ალბათური ხასიათის ამოცანებისა და სავარჯიშოების ამოხსნის დროს დაადგენენ გარკვეულ კანონზომიერებებს და ჩამოაყალიბებენ შესაბამისად მარტივ წესებს, შემდეგ ამ მარტივ წესებს გამოიყენებენ ისინი სავარჯიშოების შესრულების დროს.

დაწყებითი კლასების იმ ჯგუფებში თუ გამოვიყენებთ კომბინატორიკისა და ალბათობის საწყის ცნებებს ფარულად, ტერმინების გარეშე, მოსწავლეები მოკლედ და რაციონალურად იპოვიან ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვს და სავარჯიშოების შესრულების დროს მოიგებენ დროში, რასაც ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს მათემატიკის სწავლების დროს, რადგან დროის პრობლემის სწორად გადაწყვეტა არის თანამედროვე გაკვეთილის ერთ-ერთი ძირითადი მომენტი და ამ მომენტის სწორად გადაჭრაში ხელს გვიწყობს ზემოთ ჩამოთვლილი ცნებების შეტანა და მარტივი წესების გამოყენება.

3.9.3. გადანაცვლება

განვიხილოთ გაკვეთილის მსვლელობა, სადაც შეგვიძლია ჩვენი მეთოდური მიდგომით მოსწავლეებს გავაცანით გადანაცვლების შესახებ ამოცანა, რომლის განხილვა საშუალებას მოგვცემს მოვახდინოთ განზო-

გადება, რაც მეთოდური თვალსაზრისით საკითხის შესწავლაში წინგადადგმულ ნაბიჯად მიგვაჩნია.

ამოცანა 1. რამდენი ერთნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ერთი ციფრით, მაგალითად 9-ით?

პასუხი: ერთი რიცხვის - 9.

ამოცანა 2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრი-საგან, მაგალითად 1-ით და 3-ით, ისე რომ, რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები?

პასუხი: ორი ორნიშნა რიცხვისა 13 და 31.

ამოცანა 3. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება სამი ციფრისგან, მაგალითად 1-ით, 3-ით და 9-ით, ისე რომ, რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები?

პასუხი: 139, 193, 319, 391, 913, 931.

ამ მაგალითების განხილვის შემდეგ მოსწავლეებს შევავსებინეთ ასეთი ცხრილი:

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	რიცხვთა რაოდენობა	კავშირი ელემენტე-ბის რაოდენობასა და რიცხვთა რაოდენო-ბას შორის
$\{9\}$	1	1	$1=1$
$\{1,3\}$	2	2	$1\cdot 2=2$
$\{1,3,9\}$	3	6	$1\cdot 2\cdot 3=6$

პირველი-სამი სვეტის შემდეგ მოსწავლეებს მეოთხე სვეტი მოსწავლეებს უნდა შევავსებინოთ ასე:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ერთ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ერთი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ერთი ციფრისაგან შეიძლება ერთი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მეორე სიმრავლე?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ერთი ციფრისაგან შეიძლება ორი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება რიცხვთა რაოდენობა სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: რიცხვთა რაოდენობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ელემენტების რაოდენობისა და ერთის ნამრავლის სახით $1 \cdot 2 = 2$.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მესამე სიმრავლე?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება სამი ციფრისაგან?

მოსწავლე: სამი ციფრისაგან შეიძლება ექვსი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: როგორ შეიძლება წარმოვადგინოთ რიცხვთა რაოდენობა მესამე სიმრავლის შემთხვევაში?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლის შემთხვევაში რიცხვთა რაოდენობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

მასწავლებელი: გაითვალისწინეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილი ყველა რიცხვის

დამოკიდებულება სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასთან და ჩამოაყალიბეთ წესი.

მოსწავლე: სამი რიცხვისგან შედგენილი სიმრავლისაგან შედგენილი ყველა ორნიშნა რიცხვთა რაოდენობა, რომელშიც ციფრები არ მეორდება უდრის ნამრავლს

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6.$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ჩვენ გამოვთვალეთ სამ ელემენტიანი სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვი ორ ელემენტად.

ამ წესის გამოყენებით მოსწავლეებმა ადვილად გასცეს პასუხი შემდეგ კითხვას:

რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ოთხი ციფრით, მაგალითად 1, 2, 3 და 9-ით, ისე რომ, რიცხვში ციფრი არ გამეორდეს.

მათ ადვილად მოძებნეს პასუხი: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$

ანალოგიური სახის ამოცანები განვიხილეთ წყობისა და ჯუფთების გამოსათვლელი წესების ჩამოსაყალიბებლად.

3.9.4. წყობა

წყობათა შესწავლის დროს მიზანშეწონილია მასწავლებელმა კლასში განიხილოს შემდეგი შინაარსის ამოცანები:

ამოცანა 1. რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება ციფრებით 1-ით და 3-ით, ისე რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს?

პასუხი: 13 და 31. სულ 2 რიცხვი.

ამოცანა 2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება ციფრებით 1, 3 და 9-ით, ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს?

პასუხი: 13, 19, 31, 39, 91, 93. სულ 6 რიცხვი.

ამ ამოცანების განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია უფრო რთული ამოცანის განხილვა.

ამოცანა 3. შეადგინეთ სიმრავლე ყველა ორნიშნა რიცხვებისა, რომლებიც შეიძლება ჩაიწეროს ციფრებით 1, 2, 3, 4 ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 1?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 12, 13, 14. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 2?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 21, 23, 24. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 3?

მოსწავლე: ასეთი: 31, 32, 34. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 4?

მოსწავლე: ასეთია: 41, 42, 43. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: სულ რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება მოცემული ოთხი ციფრით?

მოსწავლე: სულ შეიძლება დავწეროთ 12 ორნიშნა რიცხვი.

ამის შემდეგ მიხანშეწონილია დავხაზოთ ცხრილი და მასში შევიტანოთ მიღებული მონაცემები.

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	წყვილთა რაოდენობა	კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის
$\{1,3\}$	2	2	$2\cdot 1=2$
$\{1,3,9\}$	3	6	$3\cdot 2=6$
$\{1,2,3,4\}$	4	12	$4\cdot 3=12$

მასწავლებელმა ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის კავშირი უნდა დაამყაროს შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მიიღება ამ ორი ელემენტისაგან?

მოსწავლე: ამ ორი ელემენტისაგან მიიღება ორი წყვილი.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა პირველი სიმრავლის წყვილთა რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას 2-ს გავამრავლებთ ერთზე. ე. ი. $2\cdot 1=2$.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ ამ სიმრავ-

ლის ელემენტების რაოდენობას გავამრავლებთ ერთით შემცირებულ რიცხვზე. ე. ი. $3 \cdot 2 = 6$

მასწავლებელი: რას უდრის მესამე სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობა უდრის $4 \cdot 3 = 12$.

მასწავლებელი: რა წესი შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ მოცემული სიმრავლიდან დალაგებული წყვილების გამოყოფის შესახებ?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა, როცა ელემენტები არ მეორდება, უდრის სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის ნამრავლს ერთით შემცირებულ რიცხვზე.

ამ ამოცანების განხილვით მოსწავლეებმა ფაქტიურად მოახდინეს გამოანგარიშება მოცემული სიმრავლიდან ორელემენტიანი დალაგებული ქვესიმრავლეთა რიცხვისა, ე.ი. გამოთვალეს ორელემენტიანი წყობა.

დალაგებულ წყვილთა რაოდენობის განსაზღვრას გამოყენება აქვს შემდგომ კლასებში ალგებრისა და გეომეტრიის კურსებში.

3.9.5. ჯუფთება

მესამე კლასის მათემატიკის სახელმძღვანელოში გვხვდება ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც მოცემული სიმრავლის ელემენტები არის გეომეტრიული ობიექტები: წერტილი, წრფე და სხვ. და გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არა აქვს. მაგალითად, თუ ავიღებთ ორი წერტილისაგან შედგენილ წყვილს, მაშინ ამ ორ წერტილზე წრფის გავლების შემთხვევაში მნიშვნელობა არა აქვს იმას, თუ

წყვილში პირველ ადგილზე რომელი წერტილი იქნება. განვიხილოთ ამოცანები, რომელა ამოხსნა გვეხმარება სიმრავლიდან გამოყოფილ ქვესიმრავლეთა რიცხვის დადგენაში.

ამოცანა 1. რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ორ წერტილზე? სამ წერტილზე (თუ ეს სამი წერტილი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს)?

წერტილთა სიმრავლეები აღვნიშნოთ M-ით და N-ით, ხოლო წერტილები A, B და C ასოებით. მაშინ

$$M = \{A,B\}\ ,\ N = \{A,B,C\}.$$

მასწავლებელი: რამდენი წერტილია საკმარისი წრფის ასაგებად?

მოსწავლე: წრფის ასაგებად საკმარისია ორი წერტილი.

მასწავლებელი: რა არის საჭირო სამებნი წრფეების ასაგებად?

მოსწავლე: სამებნი წრფეები რომ ავაგოთ საჭიროა მოცემული სიმრავლეებიდან გამოვყოთ ყველა შესაძლო წყვილები.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილის გამოყოფა შეიძლება სიმრავლიდან, თუ წყვილში ელემენტების დალაგებას ექნება მნიშვნელობა?

მოსწავლე: M სიმრავლიდან შეიძლება გამოვყოთ წერტილების ორი წყვილი (A,B) და (B,A).

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება (A,B) და (B,A) ორ წყვილ წერტილზე?

მოსწავლე: (A,B) და (B,A) ორ წყვილ წერტილზე შეიძლება მხოლოდ ერთი წრფის გავლება.

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ორ წერტილზე?

მოსწავლე: ორ წერტილზე შეიძლება მხოლოდ ერთი წრფის გავლება.

მასწავლებელი: როგორ წერტილთა წყვილების გამოყოფაა საჭირო სიმრავლიდან წრფის ასაგებად?

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან წრფის ასაგებად საჭიროა ისეთ წერტილთა წყვილების გამოყოფა, სადაც ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არ ექნება ე.ი. ყოველი წყვილი განსხვავდება ერთმანეთისგან ერთი წერტილით მაინც.

მასწავლებელი: რომელი წყვილი წერტილების გამოყოფა შეიძლება N სიმრავლიდან, თუ წყვილში ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა ექნება.

მოსწავლე: N სიმრავლიდან შეიძლება გამოვყოთ წყვილ წერტილთა შემდეგი სიმრავლე:

(A,B), (A,C), (B,C), (B,A), (C,A), (C,B).

მასწავლებელი: დაასახელეთ იმ წყვილ წერტილთა სიმრავლიდან ისეთი წყვილი წერტილები, რომლებზედაც გაივლება მხოლოდ ერთი წრფე?

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან ისეთ წერტილთა წყვილები, რომლებზედაც გაივლება მხოლოდ ერთი წრფე არის (A,B), (A,C) და (B,C).

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება მოცემულ A,B და C წერტილებზე?

მოსწავლე: მოცემულ A, B და C წერტილებზე შეიძლება სამი წრფის გავლება.

ამის შემდეგ მიზანშეწონილია მიღებული მონაცემები მასწავლებელმა შეიტანოს ცხრილში. პირველი

ოთხი სვეტის შევსება მოსწავლეებს არ გაუჭირდებათ ამოხსნილი მაგალითების გამოყენებით. მეხუთე სვეტის შესავსებად მასწავლებელმა უნდა ჩაატაროს შემდეგი სახის მსჯელობა:

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილი გამოიყო M სიმრავლიდან, როცა წყვილში წერტილთა დალაგებას მნიშვნელობა ჰქონდა?

მოსწავლე: სიმრავლიდან გამოიყოფა ორი წყვილი წერტილი.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილის გამოყოფა შეიძლება იმავე M სიმრავლიდან, როცა წყვილში წერტილთა დალაგებას არ აქვს მნიშვნელობა?

მოსწავლეები დააკვირდებიან შედგენილი ცხრილის მეხუთე სვეტს და შეამჩნევენ, რომ როცა სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს, მაშინ წრფეთა რაოდენობა უდრის ელემენტთა რაოდენობის ნახევარს გამრავლებულს ერთზე, როცა სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს, მაშინ ელემენტთა რაოდენობის ნახევარი გამრავლებული 2-ზე. ე.ი. წრფეთა რაოდენობა უდრის წერტილთა რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ წერტილთა რიცხვზე. ამის შემდეგ ჩამოყალიბდება შემდეგი წესი:

სიმრავლე	ელემენტთა რაოდენობა	წყვილთა რაოდენობა		კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის, როცა ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არა აქვს
		დალაგებული	დალაგების გარეშე	
$\{A,B\}$	2	$2\cdot 1=2$	1	$\frac{2\cdot 1}{2}=1$
$\{A,B,C\}$	3	$3\cdot 2=6$	1	$\frac{3\cdot 2}{2}=3$

წყვილთა რაოდენობა, გამოყოფილი მოცემული სიმრავლიდან, როცა წყვილში ელემენტების დალაგებას

მნიშვნელობა არა აქვს, უდრის ელემენტების რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ ელემენტთა რაოდენობაზე. ამ წესის გაანალიზების შემდეგ მოსწავლეები დარწმუნდებიან, რომ წერტილთა ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში როცა არც ერთი სამი მათგანი არ მდებარეობს ერთ წრფეზე, გავლებული წრფეთა რიცხვი უდრის წერტილთა რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ წერტილთა რიცხვზე.

ამ წესის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს მესამე და მომდევნო კლასებში გავზარდოთ წერტილთა რიცხვი, რომელზედაც გვსურს წრფეების გავლება, ზოგჯერ აღნიშნული წესი დაგვეხმარება მოძებნილ წრფეთა რიცხვის სისწორის დადგენაში.

3.9.6. ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა

სიმრავლეთა თეორიიდან ცნობილია, რომ თუ გვაქვს n ელემენტიანი $\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ სიმრავლე და m ელემენტიანი $\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}$ სიმრავლე, მაშინ შეგვიძლია მათი ელემენტებისაგან შევადგინოთ ზუსტად $n\cdot m$ რაოდენობის (a_i,b_j) სახის წყვილები, სადაც $i=\overline{1,n},\quad j=\overline{1,m}$.

მათემატიკის სასკოლო კურსში დაწყებული მესამე კლასიდან გვხვდება სხვადასხვა სიმრავლეები და საჭიროა მათგან ანალოგიური წყვილების შედგენა.

მესამე კლასში, ორი სხვადასხვა სიმრავლისაგან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის დადგენისთვის მიზანშეწონილია შემდეგი ამოცანის განხილვა:

ამოცანა 1. რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება A და B ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ისე, რომ ყოველ წყვილში პირველ ადგილზე იყოს A სიმრავლის ელემენტი, ხოლო მეორე ადგილზე B სიმრავლის ელემენტი.

1. $A=\{2\}$ და $B=\{3\}$;
2. $A=\{2\}$ და $B=\{3,4\}$;
3. $A=\{2,3\}$ და $B=\{4,5,6\}$;

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება პირველ შემთხვევაში?

მოსწავლე: პირველ შემთხვევაში A და B ორი სიმრავლეებიდან შეიძლება შევადგინოთ ერთი წყვილი 23.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება მეორე შემთხვევაში?

მოსწავლე: მეორე შემთხვევაში A და B ორი სიმრავლეებიდან შეიძლება შევადგინოთ წყვილები 23 და 24. სულ 2.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება მესამე შემთხვევაში?

მოსწავლე: მესამე შემთხვევაში შეიძლება შევადგინოთ წყვილები 24, 25, 26, 34, 35, 36. სულ 6.

ამის შემდეგ რეკომენდირებულია მოსწავლეებს შევუდგინოთ ცხრილი.

კავშირი A და B სიმრავლეებს შორის უნდა დავამყაროთ შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: როგორ მიიღება A და B სიმრავლის ელემენტებისაგან პირველ შემთხვევაში წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ A და B სიმრავლის ელემენტების რაოდენობებს გადავამრავლებთ.

$$1 \cdot 1 = 1.$$

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა მეორე შემთხვევაში?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას 1-ს გავამრავლებთ მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობაზე

$$1 \cdot 2 = 2.$$

სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა		წყვილთა რაოდენობა	კავშირი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის
A	B		
1	1	1	$1 \cdot 1 = 1$
1	2	2	$1 \cdot 2 = 2$
2	3	6	$2 \cdot 3 = 6$

მასწავლებელი: დაწერეთ ანალოგიური წყვილთა რაოდენობა მესამე შემთხვევაში.

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მესამე შემთხვევაში იქნება $2 \cdot 3 = 6$.

მასწავლებელი: რა წესი შეგიძლიათ ჩამოაყალიბოთ ორი სხვადასხვა სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობაზე.

მოსწავლე: ორი სხვადასხვა სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილ წყვილთა რაოდენობა, როცა ყოველ წყვილში შედის თითოეული სიმრავლის თითო ელემენტი, უდრის ამ სიმრავლეების ელემენტთა რაოდენობების ნამრავლს.

ამ წესის გამოყენებაზე მიზანშეწონილია საკლასო მეცადინეობაზე ამოხსნილ იქნას ასეთი ამოცანა:

მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა შეუძლია 4 სხვადასხვა გზით. მწვერვალიდან ჩამოსვლა კი-3 სხვადასხვა გზით. რამდენი სხვადასხვა მარშრუტით შეუძლია მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა და უკან დაბრუნება?

ამოხსნის პროცესი მიზანშეწონილია წარიმართოს შემდეგნაირად:

მწვერვალზე ასასვლელი გზების სიმრავლე აღვნიშნოთ $A=\{1,2,3,4\}$, ხოლო უკან დასაბრუნებელი გზების სიმრავლე $B=\{5,6,7\}$. შევადგინოთ ყველა შესაძლო წყვილები იმ პირობით, რომ წყვილის პირველი ელემენტი იყოს A სიმრავლიდან, ხოლო მეორე ელემენტი B სიმრავლიდან. ამ ორი სიმრავლიდან შედგენილი წყვილი აღნიშნავს მწვერვალზე ასვლას და უკან დაბრუნებას. მაგალითად, წყვილი $(3,5)$ ნიშნავს, რომ მთამსვლელი მწვერვალზე ავიდა მე-3 გზით, ხოლო უკან დაბრუნდა მე-5 გზით. წყვილთა განხილვის შემდეგ მოსწავლეები დარწმუნდებიან, რომ მთამსვლელს იმდენნაირად შეუძლია ავიდეს მწვერვალზე და უკან დაბრუნდეს, რამდენი წყვილის შედგენაც შეიძლება ამ ორი სიმრავლისაგან იმ პირობით, რომ წყვილის პირველი ელემენტი იყოს A სიმრავლიდან, ხოლო მეორე ელემენტი B სიმრავლიდან. გამოთქმული წესის გამოყენებით მოსწავლეები მარტივად დაადგენენ, რომ მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა და უკან დაბრუნება შეუძლია $4\cdot 3=12$ სხვადასხვა გზით.

ამ წესის გამოყენებით მოსწავლეებს სწრაფად შეუძლიათ პასუხი გასცენ არა მარტო ამ ამოცანაში დასმულ კითხვას, არამედ ასეთი შინაარსის მქონე ნებისმიერ ამოცანას.

3.9.7. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი შედეგი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგი

ალბათობის თეორიაში მასობრივი მოვლენების შესწავლის დროს რაიმე კანონზომიერების დადგენისას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ცდების მოხდენას და ცდის მრავალჯერ გამეორებას ერთი და იმავე პირობებში. კანონზომიერებების დადგენისათვის ძალზედ მნიშვნელოვანია ცდის შედეგი, ზოგჯერ საჭიროა გავითვალისწონოთ წინასწარ ამა თუ იმ ცდის შედეგი, განურჩევლად იმისა, რომ ეს შედეგი მოხდება თუ არა.

მათემატიკის ეროვნული სასწავლო გეგმით ცდა, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, ცდათა რიცხვის გამოთვლის შესწავლა იწყება მეორე კლასიდან და შემდგომ კლასებში სწავლება უფრო გაღრმავებულ ხასიათს იძენს.

დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს საქმე აქვთ სხვადასხვა ცდებთან, ზოგჯერ ერთი და იმავე ცდას იმეორებენ რამდენჯერმე, რათა მიაღწიონ სასურველ შედეგს. ამიტომ საჭიროა მოსწავლეებს ცდის ცნება პრაქტიკულ მაგალითებზე გავაცნოთ მეორე კლასიდანვე, რის საშუალებასაც იძლევა მეორე-მეექვსე კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები.

დაწყებითი კლასების მოსწავლეებმა პირველი კლასიდან უკვე იციან ლითონის ფული. მათ დამატებით უნდა გავაცნოთ, რომ ლითონის ფულს აქვს ორი მხარე, ერთი მხარე არის საფასური, მეორე მხარე ბორჯღალი. აგრეთვე, მიზანშეწონილია მოსწავლეებს თვალსაჩინოების სახით გავაცნოთ სათამაშო კამათელი, დომინო, პინებიანი სასწორი და სხვ.

ცნება ცდა მოსწავლეებს შეიძლება მარტივად ასე გავაცნოთ: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლა არის ერთი ცდა, ორჯერ ასროლა, ორი ცდა და ა.შ. კამათლის ერთხელ გაგორება, დომინოს კომპლექტიდან ერთი ქვის ამოღება, ერთი აწონა, სითხის ერთხელ გადასხმა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში, ყველა ითვლება ერთ ცდად. თუ ერთი და იგივე ცდა მეორდება რამდენჯერმე ერთსა და იმავე პირობებში, მაშინ საქმე გვაქვს განმეორებით ცდებთან და იმავე მაგალითებზე გავაცნოთ მოსწავლეებს ცდათა რიცხვი.

ცდის შედეგების გასაცნობად მოსწავლეებს ლითონის ფულის ასროლისას მიზანშეწონილია დავუსვათ შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რა შეიძლება მოხდეს ზედა მხარეს ლითონის ფულის ასროლისას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ასროლისას ზედა მხარეს შეიძლება მოხდეს საფასური ან ბორჯღალი.

ამის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა არის ცდის შედეგი.

მასწავლებელი: რამდენი შედეგი შეიძლება ჰქონდეს ლითონის ფულის ერთხელ ასროლის ცდას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლას შეიძლება ჰქონდეს ორი შედეგი.

მასწავლებელი: რა შედეგი შეიძლება მოყვეს კამათლის ერთხელ გაგორებას?

მოსწავლე: კამათლის ერთხელ გაგორებას შეიძლება მოჰყვეს 6 შედეგი ერთიდან ექვსის ჩათვლით, რომელიმე ნომრის მოსვლა.

ამავე მაგალითზე მოსწავლეები დაინახავენ, რომ პირველ ცდას ჰქონდა ორი გამოსავალი-საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა, მეორე ცდას ექვსი გამოსავალი, ერთიანის, ორიანის, სამიანის, ოთხიანის, ხუთიანის ან ექვსიანის მოსვლა.

მასწავლებელი: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლისას საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლას ერთმანეთის მიმართ ხომ არ ჰქონდა რაიმე უპირატესობა?

მოსწავლე: საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლას, ლითონის ფულის ერთხელ ასროლისას არავითარი უპირატესობა არ ჰქონდა ერთმანეთის მიმართ.

ამის საფუძველზე მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა თანაბრად შესაძლებელია, მაგრამ ამ დროს არ გამოვიყენოთ ტერმინი-თანაბრად შესაძლებელი შედეგი.

მასწავლებელი: რომელი რიცხვის მოსვლაა მოსალოდნელი კამათლის ზედა მხარეს მისი ერთხელ გაგორებისას?

მოსწავლე: კამათლის ზედა მხარეს მისი ერთხელ გაგორებისას მოსალოდნელია ერთ-ერთი რიცხვი ერთიდან ექვსის ჩათვლით.

მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ კამათლის გაგორებისას ერთ-ერთი რიცხვის მოსვლა ერთიდან ექვსის ჩათვლით არის შედეგი, რომელიც აუცილებლად მოხდება, მაგრამ ამ დროს ტერმინის აუცილებელი შედეგის გამოყენება არ უნდა მოვახდინოთ და მოსწავლეებს უნდა დავუსახელოთ სხვა მაგალითები.

მასწავლებელი: კამათლის ერთხელ გაგორებისას მის ზედა მხარეს მოვა თუ არა რიცხვი 7?

მოსწავლე: კამათლის ზედა მხარეს რიცხვი 7-იანი საერთოდ არ მოვა, რადგან კამათელზე რიცხვი 7-იანი საერთოდ არ აწერია.

მოსწავლეები თვითონ უნდა მივიდნენ იმ დასკვნამდე, რომ 7-იანი არასოდეს არ მოვა კამათლის გაგორებისას. აქაც მასწავლებელმა არ უნდა გამოიყენოს ტერმინი შეუძლებელი შედეგი. ამის შემდეგ კლასში მიზანშეწონილია განხილულ იქნას ასეთი ამოცანა: გლეხი, თხა და კომბოსტო.

გლეხი დგას მდინარის მარცხენა ნაპირზე, თან ახლავს: მგელი, თხა და კომბოსტო. მან მდინარის მარჯვენა უნდა გადაიყვანოს მგელი და თხა და უნდა გადაიტანოს კომბოსტო. მაგრამ მისი ნავი ძალზედ პატარაა: გლეხს შეუძლია ნავში მის გარდა კიდევ ჩაატიოს ან მგელი, ან თხა, ან კომბოსტო. ამასთან, თუ ერთ ნაპირზე მარტო დატოვებს მგელსა და თხას, მაშინ მგელი თხას შეჭამს, თუკი თხასა და კომბოსტოს, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. ისინი მხოლოდ გლეხის თანდასწრებით არ ცელქობენ. როგორ მოიქცეს გლეხი?

მოსწავლეებს უნდა მოვაგონოთ, რომ მდინარის გადაცურვა მარცხენა ნაპირიდან მარჯვენა ნაპირზე და,

პირიქით მარჯვენა ნაპირიდან მარცხენა ნაპირზე არის ერთი ცდა და ამოცანის კითხვა ასე დავსვათ: რამდენი ცდა უნდა ჩავატაროთ და რა თანმიმდევრობით, რომ სასურველ შედეგს მივაღწიოთ?

მოსწავლეები განიხილავენ ცდათა უამრავ შედეგებს და შეარჩევენ ცდათა ისეთ რაციონალურ მიმდევრობას, რომელიც უნდა ჩაეტარებინა გლეხს, რომ მიეღწია სასურველი შედეგისათვის.

მოსწავლეები გააანალიზებენ, რომ გლეხს პირველად არ შეეძლო მგლის გადაყვანა, რადგან მდინარის მარცხენა ნაპირზე რჩება თხა და კომბოსტო და თხა შეჭამს კომბოსტოს. გლეხი ვერც კომბოსტოს გადაიტანს, რადგან მგელი შეჭამს თხას. მოსწავლეები მივლენ დასკვნამდე, რომ გლეხმა პირველად უნდა გადაიყვანოს თხა, რადგან მგელი კომბოსტოს არ შეჭამს. ე.ი. პირველი სვლაა: გადაიყვანოს თხა.

თხის უკან დაბრუნებას აზრი არა აქვს, მაშასადამე, მეორე სვლაა: გადმოვიდეს მარტო.

ახლა უკვე გლეხის წინაშე ორი შესაძლებლობაა: გადაიყვანოს მგელი ან გადაიტანოს კომბოსტო.

თუ გლეხი გადაიყვანს მგელს და უკან დაბრუნდება, მგელი შეჭამს თხას, თუკი კომბოსტოს გადაიტანს და უკან დაბრუნდება, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. მოსწავლეები ფიქრობენ რა ქნას გლეხმა?

ისინი იპოვნიან ასეთ გამოსავალს:

გადაიყვანოს მგელი.

გადმოიყვანოს თხა.

გადაიტანოს კომბოსტო.

გადმოვიდეს მარტო.

გადაიყვანოს თხა.

ამოხსნის შემდეგ მიზანშეწონილია მოსწავლეებს ჩატარებული მსჯელობის საილუსტრაციოდ მასწავლებელმა შეუდგინოს ასეთი სახის ცხრილი.

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა უბიძგოს ამოხსნის მეორე გზის მისაგნებად. უნდა დაისვას ასეთი კითხვები:

მდინარის მარცხენა ნაპირი	მდინარე	მდინარის მარჯვენა ნაპირი
გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო		
მგელი, კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇒	
მგელი, კომბოსტო	გლეხი ⇐	თხა
კომბოსტო	გლეხი, მგელი ⇒	თხა
კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇐	მგელი
თხა	გლეხი, კომბოსტო ⇒	მგელი
თხა	გლეხი ⇐	მგელი, კომბოსტო
	გლეხი, თხა ⇒	მგელი, კომბოსტო
		გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო

მასწავლებელი: რა მოხდებოდა, რომ გლეხს, თხის მეორე ნაპირზე გადაყვანის შემდეგ, მგელი კი არ გადაეყვანა, არამედ კომბოსტო წაეღო?

მოსწავლე: მაშინ გლეხს თხა უკან უნდა დაებრუნებინა, რადგან თხა შეჭამდა კომბოსტოს.

მასწავლებელი: მდინარის მარცხენა ნაპირზეა გლეხი, მგელი და თხა. როგორ უნდა მოიქცეს გლეხი?

მოსწავლე: გლეხმა უნდა გადაიყვანოს მგელი მდინარის მარჯვენა ნაპირზე. შემდეგ დაბრუნდეს მარტო და გადაიყვანოს თხა.

ამოცანის ამოხსნის ეს გზაც მასწავლებელმა მოსწავლეებს ცხრილის სახით უნდა მიაწოდოს.

მდინარის მარცხენა ნაპირი	მდინარე	მდინარის მარჯვენა ნაპირი
გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო		
მგელი, კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇒	
მგელი, კომბოსტო	გლეხი ⇐	თხა
მგელი	გლეხი, კომბოსტო ⇒	თხა
მგელი	გლეხი, თხა ⇐	კომბოსტო
თხა	გლეხი, მგელი ⇒	კომბოსტო
თხა	გლეხი ⇐	მგელი, კომბოსტო
	გლეხი, თხა ⇒	მგელი, კომბოსტო
		გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო

ამ ამოცანის შერჩევა განპირობებული იყო იმით, რომ ამოხსნის ორივე გზის შემთხვევაში საჭიროა ცდათა ერთი და იგივე რაოდენობა-7. ცხრილების გარჩევის დროს მასწავლებელმა უნდა გაამახვილოს ყურადღება იმაზე, რომ სასურველი შედეგის მიღწევისას საჭიროა ცდათა იმ თანმიმდევრობით განხილვა, როგორც ცხრილშია მოცემული. ამ ამოცანის განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილია ისეთი ამოცანების განხილვა, როცა

ცდათა რიცხვი კონკრეტული ამოხსნისათვის სხვადასხვა იქნება. მაგალითად:

ამოცანა. გვაქვს სამი 8 ლ, 5 ლ და 3 ლ-იანი ჭურჭელები: პირველი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენები კი ცარიელია. როგორ უნდა გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი?

ამ ამოცანების განხილვით მოსწავლეები კონკრეტული მაგალითებით ეჩვევიან თუ რა არის ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდათა თანმიმდევრობა.

ასეთი სახის ამოცანების დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში ჩართვა აუცილებელია და მათი ამოხსნის დროს მოსწავლეები იძენენ გამოცდილებას, როგორი თანმიმდევრობით უნდა მოხდეს ცდათა დალაგება, რომ მიაღწიონ სასურველ შედეგს. ასეთი სავარჯიშოების გადაწყვეტა ხელს უწყობს მოსწავლეებში მოსაზრებულობისა და მიხვედრილობის უნარ-ჩვევების განვითარებას, უფრო ღრმად წვდებიან ამოცანების შინაარსს და ადვილად პოულობენ ამოცანების ამოხსნის რაციონალურ გზას.

3.9.8. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები და მათი გამოთვლა

შემთხვევითი მოვლენა მესამე კლასის მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ მაგალითების განხილვით. მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ ლითონის ფულის ასროლის დროს გერბის მოსვლა არის შემთხვევითი მოვლენა, რომ მისი მოსვლა დამოკიდებულია შემთხვევითობაზე. ასევე შესაძლებელია მოვუყვანოთ შემთხვე-

ვითი მოვლენის შემდეგი მაგალითები: კამათლის გაგორებისას სამიანის მოსვლა, ვაჟის დაბადება, ლატარიის ბილეთით მოგება და სხვ.

ალალბედზე შერჩევა მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ შემდეგი მაგალითებით:

ყუთში არის ერთნაირი ზომის და წონის წითელი, შავი და თეთრი ბირთვები. ბირთვის ამოღებას უბრალოდ დავარქვათ ალალბედზე ამოღება ანუ შერჩევა. აქვე უნდა განვუმარტოთ მოსწავლეებს, რომ რომელიმე ფერის ბირთვის ამოღება არის შემთხვევითი მოვლენა.

სანამ მოსწავლეებს გავაცნობთ ხელშემწყობ და ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვს, წინასწარ მათ მივცეთ მარტივი პრობლემური დავალება:

რამდენი შესაძლო შედეგია მოსალოდნელი ლითონის ფულის ორჯერ ზედიზედ ასროლისას?

ამ პრობლემის გადასაწყვეტად მოსწავლეებს საკმარისი ცოდნა უკვე აქვთ, რადგან იციან რომ, ლითონის ფულის ერთხელ ასროლის დროს მოსალოდნელია ორი შედეგი: გერბის (გ) ან საფასურის (ს) მოსვლა.

ამ პრობლემური სიტუაციის გადასაწყვეტად მოსწავლეებმა უნდა დაწერონ ყველა შესაძლო შედეგი. ერთმანეთისაგან უნდა განასხვაონ (გ ს) და (ს გ), რადგან ისინი არიან განსხვავებული შედეგები.

მოსწავლეთა უმრავლესობა სწორად გადაჭრის დასმულ პრობლემას და იპოვის ყველა შესაძლო შედეგს (გ გ), (გ ს), (ს გ), (ს ს).

თუ ყველა მოსწავლემ ვერ აღიქვა, რომ (გ ს) და (ს გ) სხვადასხვა შედეგებია, მაშინ მასწავლებელმა უნდა ახსნას (გ ს) და (ს გ) რატომ არის სხვადასხვა შედეგი.

ამის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა აუხსნას, რომ ყველა შესაძლო შედეგი არის იგივე ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი.

აუცილებლად ვთვლით, რომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს გააცნოს შემდეგი გამოთქმების მნიშვნელობები: ერთხელ მაინც, მხოლოდ ერთხელ, ერთი ან მეორე, რომელსაც ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს მათემატიკის კურსის შესწავლისათვის.

ამ პრობლემის გადაწყვეტის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს შეიძლება დაუსვას შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი შესაძლო შემთხვევა გვაქვს სულ ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი არის 4.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას მხოლოდ გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას მხოლოდ გერბის მოსვლას ხელს უწყობს 1 შემთხვევა (გ გ).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას გერბის ან საფასურის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას გერბის ან საფასურის მოსვლას ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (გ ს) და (ს გ).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას ორივეჯერ საფასურის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას ორივეჯერ საფასურის მოსვლას ხელს უწყობს 1 შემთხვევა (ს ს).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ერთხელ მაინც გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: ერთხელ მაინც გერბის მოსვლას ხელს უწყობს სამი შემთხვევა (გ გ), (ს გ) და (გ ს).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს მხოლოდ ერთხელ გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: მხოლოდ ერთხელ გერბის მოსვლას ხელს უწყობს ორი შემთხვევა, (ს გ) და (გ ს).

ამ მარტივი პრობლემის გადაწყვეტით სავსებით შესაძლებელია მოსწავლეებს გავაცნოთ ყველა შესაძლო და ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი.

3.9.9. ხდომილობის ალბათობა და მისი გამოთვლა

ამ და მომდევნო ქვეთავში განხილული საკითხები მართალია სცილდება მესამე კლასის მათემატიკის პროგრამის ჩარჩოებს, მაგრამ 3.9.9 და 3.9.10 ქვეთავებში განხილული თემები ჩვენი მოსაზრებებით უნდა ისწავლებოდეს სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით და პარაგრაფში ორგანულად არის ჩართული. 3.9.9 და 3.9.10 ქვეთავებში განხილული თემები მომდევნო მეოთხე კლასში უნდა იქნეს განხილული, მაგრამ ქართულ მეთოდურ ლიტერატურაში ეს საკითხები დამუშავებული არ არის, ამიტომ დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებელთათვის მოვახდინეთ მისი მეთოდური დამუშავება და ჩავრთეთ განსახილავი საკითხების ნუსხაში. დაწყებითი კლასების მათემატიკის ერთ-ერთი მიმართულების-მონაცემთა ანალიზის, ალბათობისა და სტატისტიკის ყველა საკითხის მეთოდური დამუშავების შესაძლებლობას ჩვენი ფორ-

მატი არ ითვალისწინებს, მაგრამ დაწყებით კლასებში ხდომილობის ალბათობის გამოთვლის იმ ხერხს, რომლის გამოყენებითაც არ ვასახელებთ ალბათობის თეორიის ძირითადი ცნებებს დაინტერესებული პირები შეხვდებიან ამ პარაგრაფის ამ და შემდგომ ქვეთავებსა და საკლასო და საშინაო დავალებებად მისაცემ სავარჯიშოებში. მათში ნაჩვენების, როგორ შეიძლება ალბათობის სწავლება შიგასაგნობრივი კავშირების გამოყენებით მჭიდროდ დავუკავშიროთ მათემატიკის სხვადასხვა თემების განხილვას და ალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლება დღევანდელი სიტუაციისაგან განსხვავებულად გავხადოთ მათემატიკის სწავლების ორგანული ნაწილი.

ალბათობის ცნება მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ მას შემდეგ, რაც ისინი შეისწავლიან ნაწილს და წილადს. დაწყებითი მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში არის ისეთი სავარჯიშოები, რომელთა განხილვის დროს შეიძლება მოსწავლეებს გავაცნოთ ალბათობის ზოგიერთი საწყისი ცნება წესებისა და ფორმულების გარეშე, ისე რომ არ გამოვიყენოთ ალბათობის ტერმინები. ალბათობის ცნების გასაცნობად შესაძლებელია შემდეგი მარტივი ამოცანის ამოხსნა.

ყუთში არის ორი ერთნაირი ზომის და წონის წითელი და თეთრი ბირთვი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ ერთ ბირთვს, რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალაბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა დაუსვას შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი ბირთვია სულ ყუთში?

მოსწავლე: ყუთში სულ არის ორი ბირთვი.

მასწავლებელი: რომელი ფერის ბირთვი შეიძლება იქნეს ამოღებული ყუთიდან?

მოსწავლე: ყუთიდან შეიძლება ამოღებულ იქნეს წითელი ან თეთრი ფერის ბირთვი.

მასწავლებელი: რომელიმე ფერის ბირთვის ამოღებას აქვს თუ არა რაიმე უპირატესობა მეორე ფერის ბირთვის მიმართ?

მოსწავლე: არც ერთი ფერის ბირთვს არა აქვს უპირატესობა მეორე ფერის ბირთვის მიმართ.

მასწავლებელი: როგორ არის შესაძლებელი თითოეული ბირთვის ამოღება?

მოსწავლე: თითოეული ბირთვის ამოღება თანაბრად შესაძლებელია.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევაა სულ შესაძლებელი?

მოსწავლე: სულ შესაძლებელია ორი შემთხვევა.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს წითელი ბირთვის ამოღებას?

მოსწავლე: წითელი ბირთვის ამოღებას ხელს უწყობს ერთი შემთხვევა.

მასწავლებელი: მთელი ბირთვების რა ნაწილს შეადგენს წითელი ბირთვი?

მოსწავლე: წითელი ბირთვი შეადგენს ყუთში მოთავსებული ბირთვების ნახევარს. ე.ი. $\frac{1}{2}$ ნაწილს.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

მოსწავლე: შედეგი, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი დახასიათდება წილადით $\frac{1}{2}$.

მასწავლებელი: რას აღნიშნავს ამ წილადში რიცხვი 2?

მოსწავლე: რიცხვი ორი არის ყუთში ბირთვების რაოდენობა, ანუ ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი.

მასწავლებელი: რას აღნიშნავს მრიცხველში 1?

მოსწავლე: ერთი არის წითელი ბირთვების რაოდენობა, ანუ ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი.

მასწავლებელი: რა არის საჭირო იმისათვის, რომ ეს შედეგი დავახასიათოთ?

მოსწავლე: ამისათვის საჭიროა ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი გავყოთ ყველა შემთხვევათა რიცხვზე.

ამის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს ეუბნება, რომ შეფარდებას $\frac{1}{2}$ ვუწოდოთ მახასიათებელი შეფარდება და მოსწავლეების დახმარებით აყალიბებს მარტივ წესს:

მახასიათებელი შეფარდება უდრის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვის განაყოფს ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვთან, როცა ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი თანაბრად შესაძლებელია.

მაგალითის ამგვარი განხილვით მიიღწევა დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის ალბათობის კლასიკური განსაზღვრების გაცნობა ფარულად, ალბათობის თეორიის ტერმინების გამოყენების გარეშე. ამის შემდეგ მასწავლებელს შესაძლებლობა აქვს მოსწავლეებს შეუქ-

მნას ნაწილობრივი წარმოდგენა ალბათობის თვისებებზე ისე, რომ ალბათობის თეორიის ტერმინები არ გამოიყენოს. ამ პერიოდში მოსწავლეები უნდა იცნობდნენ შერეულ რიცხვებს, წესიერ და არაწესიერ წილადს, შერეული რიცხვის გადაქცევას არაწესიერ წილადად და, პირიქით.

ეს საუბარი დიალოგის რეჟიმში შემდეგნაირად უნდა წარიმართოს:

მასწავლებელი: როგორი შეიძლება იყოს ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი?

მოსწავლე: ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი ანუ წითელი ბირთვების რაოდენობა ყოველთვის ნაკლებია ან ტოლია ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვზე ანუ ყუთში ბირთვების რაოდენობაზე.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება, თუ ყუთში წითელი ბირთვი არ იქნება?

მოსწავლე: თუ ყუთში წითელი ბირთვი არ იქნებოდა ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იქნებოდა ნულის ტოლი, მაშინ მახასიათებელი შეფარდება იქნებოდა ნულის ტოლი.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება, როცა ყუთში ორივე ბირთვი წითელია?

მოსწავლე: როცა ყუთში ორივე ბირთვი წითელია, ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი უდრის ორს, მაშინ მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{2}=1$-ს.

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვაქვს საქმე, როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 0-ს?

მოსწავლე: როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 0-ს, მაშინ საქმე გვაქვს შეუძლებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვაქვს საქმე, როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 1-ს?

მოსწავლე: როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 1-ს, მაშინ საქმე გვაქვს აუცილებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: როცა თანაბრად შესაძლებელ შემთხვევებთან გვაქვს საქმე რა თვისება აქვს მახასიათებელ შეფარდებას?

მოსწავლე: თანაბრად შესაძლებელი შემთხვევების დროს მახასიათებელი შეფარდება გამოისახება წესიერი წილადით, ე.ი. წილადით, რომელშიც მრიცხველი ნაკლებია მნიშნელზე.

მოსწავლეები დაადგენენ, რომ მხოლოდ შეუძლებელი შედეგის მახასიათებელი შეფარდებაა 0-ის ტოლი და აუცილებელი შედეგის მახასიათებელი შეფარდებაა 1-ის ტოლი, ყველა დანარჩენ შემთხვევაში მახასიათებელი შეფარდება გამოისახება წესიერი წილადით, ე.ი. ნაკლებია 1-ზე. ეს კი ალბათობის თვისებაა

$$0 \le p \le 1 ,$$

სადაც p არის რაიმე ხდომილობის ალბათობა.

ასეთი შინაარსის ამოცანების ამოხსნა აფართოებს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა გონების ჰორიზონტს, ისინი ნაწილზე და წილადზე მიღებულ ცოდნას იყენებენ პრაქტიკულად მარტივი საკითხების გადასაწყვეტად. ეს კი ხელს უწყობს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებას ალბათური მიმართულებით, რაც წანამძღვრებს უქმნის მათემატიკის უკეთესად და საფუძვლიანად შესწავლას.

მასწავლებელმა ჯგუფში შესაძლებელია შეიტანოს ჭადრაკის დაფა და დასვას ასეთი შეკითხვები:

მასწავლებელი: ჭადრაკის დაფის რა ნაწილს შეადგენს: ა) უჯრების ერთი რიგი; ბ) უჯრების ორი რიგი; გ) უჯრების ოთხი რიგი; დ) ერთი უჯრა.

რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე დაფაზე დადებული ფიგურა მოხვდება პირველ რიგში, პირველ ორ რიგში, პირველ ოთხ რიგში და ერთ განსაზღვრულ უჯრაზე? (იგულისხმება, რომ შემთხვევით დადებული ფიგურა მოხვდება მხოლოდ ერთ უჯრაზე).

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება თითოეულ შემთხვევაში იქნება

$$\frac{1}{8}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{64}.$$

ამის შემდეგ მასწავლებელმა შეიძლება დასვას ასეთი შეკითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი უჯრაა სულ ჭადრაკის დაფაზე?

მოსწავლე: ჭადრაკის დაფაზე სულ არის 64 უჯრა.

მასწავლებელი: რამდენი უჯრა არის თეთრი?

მოსწავლე: თეთრი უჯრა არის 32.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე დადებული ფიგურა მოხვდება თეთრ უჯრაზე?

მოსწავლე: ალალბედზე დადებული ფიგურა რომ მოხვდება თეთრ უჯრაზე, ამას ხელს უწყობს 32 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე დადებული ფიგურა მოხვდება თეთრ უჯრაზე?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{32}{64}$.

მასწავლებელი: ჭადრაკის დაფის ყველა უჯრების რა ნაწილს შეადგენს თეთრი უჯრები?

მოსწავლე: ჭადრაკის დაფის თეთრი უჯრები შეადგენს მთელი უჯრების ნახევარს, ანუ $\frac{1}{2}$ ნაწილს.

მასწავლებელი: როგორ შედეგს ახასიათებენ წილადები $\frac{32}{64}$ და $\frac{1}{2}$?

მოსწავლე: ეს წილადები ახასიათებენ ერთსა და იმავე შედეგს.

მასწავლებელი: როგორი უნდა იყოს ეს წილადები?

მოსწავლე: ეს წილადები უნდა იყოს ერთმანეთის ტოლი. ე.ი.

$$\frac{32}{64}=\frac{1}{2}.$$

მასწავლებელი: რა თვისება ჰქონია წილადს?

მოსწავლე: თუ წილადის მნიშვნელსა და მრიცხველს გავამრავლებთ ან გავყოფთ ერთსა და იმავე ნატურალურ რიცხვზე, მივიღებთ თავიდან აღებული წილადის ტოლ წილადს.

ამ ამოცანის ამოხსნით მოსწავლეებში განმტკიცდება ადრე მიღებული ცოდნა წილადის, ნაწილის და წილადის თვისებებზე.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში არის ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც საჭიროა ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის პოვნა, თუ მასწავლებელი დაუმატებს მარტივ კითხვებს, მოსწავლეები შესწავლილი წესის გამოყენებით გამოთვლიან რაიმე ხდომილობის ალბათობას. განვიხილოთ ერთი

ამოცანა. ყუთში არის ორი თეთრი და ორი მწვანე ბურთულა. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ სამ ბურთულას. რამდენი ბურთულა შეიძლება იყოს ამოღებულთა შორის თეთრი და მწვანე (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

ბურთულები დავნომროთ ციფრებით 1, 2, 3 და 4, ისე რომ მწვანე ბურთულებს დავაწეროთ კენტი რიცხვები, ხოლო თეთრს ლუწი რიცხვები. ასე იმიტომ უნდა მოვიქცეთ, რომ მოსწავლეებს გაუადვილდეთ ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის პოვნა.

მოსწავლეებმა $\{1, 2, 3, 4\}$ სიმრავლიდან გამოყვეს სამ ელემენტიანი ქვესიმრავლეები:

(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4)

ანუ

(მ, თ, მ), (მ, თ, თ), (მ, მ, თ), (თ, მ, თ).

აქ მოსწავლეებმა ფაქტიურად გამოთვალეს სამელემენტიანი ჯუფთება ოთხი ელემენტისაგან

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4.$$

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა გვაქვს სულ?

მოსწავლე: სულ არის 4 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რამდენი ბურთულა შეიძლება იყოს თეთრი ამოღებულთა შორის?

მოსწავლე:ამოღებულთა შორის შეიძლება იყოს თეთრი ბურთულა ერთი ან ორი.

ალბათობის გამოთვლა ამ ამოცანასთან დაკავშირებით შესაძლებელია შემდეგი კითხვების დასმით:

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან:

ა) ერთი მაინც იქნება თეთრი;

ბ) ორი ბურთულა იქნება თეთრი;

გ) მხოლოდ ერთი ბურთულა იქნება თეთრი?

მასწავლებელი: შეიძლება თუ არა ამ ოთხი შესაძლო შედეგიდან ერთ-ერთში თუ იქნება ერთი თეთრი ბურთულა, სხვა შედეგში კი, ორი თეთრი ბურთულა?

მასწავლებელი: ერთ-ერთ შედეგში თუ აღმოჩნდება ერთი თეთრი ბურთულა, მაშინ სხვა შედეგში არ შეიძლება მოვიდეს ორი თეთრი ბურთულა.

მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით განმარტავენ თუ რატომ არ შეიძლება იქნეს ორი თეთრი ბურთულა სხვა შედეგში; ასევე თუ მოხდა ერთ-ერთი, მაგალითად (მ. თ, თ), მაშინ სხვა შედეგი აღარ მოხდება, ე.ი. მოსწავლეები დარწმუნდებიან იმაში, რომ ერთ-ერთის მოხდენა გამორიცხავს მეორეს, მაშასადამე, მოსწავლეები ფარულად გაეცნობიან არათავსებად ხდომილობებს.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან ერთი მაინც იქნება თეთრი?

მოსწავლე: შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან ერთი მაინც იქნება თეთრი ხელს უწყობს ოთხი შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება ამ შემთხვევაში?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{4}{4}=1.$

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვექნება საქმე?

მოსწავლე: აუცილებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან მხოლოდ ერთი იქნება თეთრი?

მოსწავლე: ამ შედეგს ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (მ, თ, მ) და (მ, თ, მ).

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებულთა შორის იქნება ორი თეთრი ბურთულა?

მოსწავლე: შედეგს ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (მ, თ, თ) და (თ, მ, თ).

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$

ალბათობის გაცნობა იმ სახით, რომელიც ზემოთ მოვიყვანეთ სავსებით მართებული და შესაძლებელია.

ამით მოსწავლეები იმდიდრებენ ცოდნას წილადებზე და ნაწილებზე, ხედავენ მათ ფართო გამოყენებას, რაც ავითარებს მათ აზროვნებას.

3.9.10. პირდაპირპროპორციულობა. უკუპროპორციულობა. რიცხვის გაყოფა მოცემული შეფარდებით

მათემატიკის პროგრამის შესაბამისად მოსწავლეები სწავლობენ პირდაპირ და უკუპროპორციულ დამოკიდებულებებს. რიცხვის გაყოფას მოცემული შეფარდებით. ამ თემებთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნის დროს საჭიროა სიმრავლეთა თეორიის და ლოგიკური კავშირების გამოყენება. რომლის დროს აუცილებელია მოსწავლეებს შეექმნათ სწორი წარმოდგენები სიმრავლეთა თანაკვეთის, სიმრავლეთა გაერთიანებისა და სიმრავლეთა გამოკლებას შორის არსებულ ლოგიკურ კავშირებს შორის.

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მასწავლებელმა საკლასო მეცადინეობაზე განიხილოს ასეთი შინაარსის

ამოცანა 1. ჯგუფი, რომელიც შედგება 25 სტუდენტისაგან თითოეული სწავლობს გერმანულ ან ინგლისურ ენას. სტუდენტების რიცხვი, რომელიც სწავლობენ გერმანულს, ისე შეეფარდებიან სტუდენტების რიცხვს, რომლებიც სწავლობენ ინგლისურს, როგორც 3:5, მათ შორის გერმანულს სწავლობს 8-ით ნაკლების სტუდენტი, ვიდრე ინგლისურს. რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას, მხოლოდ ინგლისურ ენას და ორივე ენას.

ამოცანის ამოხსნის დაწყებამდე მოსწავლეებს მასწავლებელმა უნდა შეახსენოს ლოგიკური კავშირის „ან“-ის სიმბოლური ჩაწერა და აგრეთვე მისი მნიშვნელობა, რომ ის ნიშნავს ერთს ან მეორეს, ან ორივეს. აგრეთვე უნდა განუმარტოს მნიშვნელობა სიტყვისა მხოლოდ. ამის შემდეგ დაიწყოს ამოცანის ამოხსნა. ამოხსნის პროცესი მიზანშეწონილია წარიმართოს შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: შემოვიღოთ აღნიშვნები: a-თი აღვნიშნოთ ის სტუდენტები, რომლებიც სწავლობენ მხოლოდ გერმანულ ენას, ხოლო A-თი სიმრავლე იმ სტუდენტებისა, რომლებიც სწავლობენ გერმანულ ენას, ცხადია, რომ $a \in A$. b-თი აღვნიშნოთ იმ სტუდენტების რიცხვი, რომლებიც სწავლობენ მხოლოდ ინგლისურს, ხოლო B-თი სიმრავლე იმ სტუდენტებისა, რომლებიც სწალობენ ინგლისურ ენას, ცხადია, რომ $b \in B$. C-თი სიმრავლე იმ სტუდენტებისა, რომლებიც სწავლობენ ორთავე ენას. ამოცანის პირობით, როგორ რიცხობრივ დამოკიდებულებაში არიან A და B რიცხვები?

მოსწავლე: ამოცანის პირობის ძალით A და B რიცხვები პროპორციულია რიცხვების 3-ისა და 5-ის.

მასწავლებელი: როგორ შეგვიძლია დავწეროთ ეს თანაფარდობა?

მოსწავლე: ეს თანაფარდობა შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5}.$$

მასწავლებელი: რა ეწოდება ჩაწერილ ტოლობას?

მოსწავლე: ამ ტოლობას პროპორცია ეწოდება.

მასწავლებელი: რა ასოთი აღვნიშნავთ პროპორციულობის კოეფიციენტს?

მოსწავლე: პროპორციულობის კოეფიციენტს აღვნიშნავთ k-ასოთი. (მოსწავლეები ჩაწერენ: $\frac{A}{3}=\frac{B}{5}=k.$)

მასწავლებელი: რა დამოკიდებულებები შეგვიძლია დავწეროთ ამ ტოლობებიდან?

მოსწავლე: $A=3k$ და $B=5k.$

მასწავლებელი: ამოცანის პირობით გარდა განხილულისა, კიდევ რა დამოკიდებულებაა A და B რიცხვებს შორის?

მოსწავლე: B ანუ იგივე $5k$ - 8-ით მეტია A-ზე ანუ იგივე $3k$ -ზე.

მასწავლებელი: როგორ შეგვიძლია ჩავწეროთ განტოლების სახით ეს დამოკიდებულება?

მოსწავლე: $5k-3k=8;\quad 2k=8;\quad k=4.$

ამის შემდეგ მოსწავლეები მარტივად დაადგენენ, რომ $A=12;\quad B=20.$ ე.ი. გერმანულ ენას სწავლობს 12 სტუდენტი, ინგლისურ ენას 20 სტუდენტი.

მასწავლებელი: როგორ გავიგოთ რამდენი სტუდენტი სწავლობს ორთავე ენას, ინგლისურს და გერმანულს?

მოსწავლე: 12-ისა და 20-ის ჯამს უნდა გამოვაკლოთ სტუდენტთა რაოდენობა ჯგუფში, ე.ი. 25.

$$12+20-25=7.$$

მასწავლებელი: რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას?

მოსწავლე: მარტო გერმანულს სწავლობს $12-7=5$ სტუდენტი.

მასწავლებელი: რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ ინგლისურ ენას?

მოსწავლე: მარტო ინგლისურს სწავლობს $20-7=13$ სტუდენტი.

მასწავლებელი: რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულს?

მოსწავლე: ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას, ხასიათდება წილადით

$$\frac{5}{25}=\frac{1}{5}.$$

მასწავლებელი: რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს გერმანულს?

მოსწავლე: ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს გერმანულ ენას, ხასიათდება წილადით $\frac{12}{25}$. ანალოგიური კითხვებით მოსწავლეები დააგენენ რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ ინგლისურ ენას, ინგლისურ ენას ან ორივე ენას.

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეებმა ფაქტიურად მოახდენენ სიმრავლეებზე შემდეგ მოქმედებებს: გაერთიანება, თანაკვეთა და გამოკლება, აგრეთვე გამოიყენებენ ლოგიკურ კავშირებს ან და მხოლოდ. ეს კი ხელს უწყობს მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებას.

3.9.11. იგივეობა. იგივურად ტოლი გამოსახულებები

სანამ მასწავლებელი მოსწავლეებს მიაწოდებს ამ თემის შესახებ შესაბამის თეორიულ მასალას, მეთოდური თვალსაზრისით უმჯობესია კლასში განხილულ იქნას ასეთი

ამოცანა 1. ვთქვათ, $\{1,2,3\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{0,2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. შეადგინეთ ყველა (x,y) წყვილი და შეადარეთ შემდეგი გამოსახულების მნიშვნელობები $x+y$ და $x\cdot y$.

მასწავლებელი: რამდენი (x,y) სახის წყვილის შედგენა შეიძლება სულ ამ ორი სიმრავლისაგან?

მოსწავლე: რადგან პირველი სიმრავლე შეიცავს 3 ელემენტს, ხოლო მეორე სიმრავლე შეიცავს 2 ელემენტს, ამიტომ (x,y) წყვილთა რაოდენობა იქნება $3\cdot 2=6$.

მასწავლებელი: როგორ შეგვძლია მივიღოთ ყველა წყვილი?

მოსწავლე: ეს წყვილები რომ მივიღოთ საჭიროა პირველი სიმრავლის ყოველ ელემენტს მივუწეროთ მეორე სიმრავლის ყველა ელემენტი ცალ-ცალკე.

მასწავლებელი: დაწერეთ ყველა წყვილი.

მოსწავლე: ყველა შესაძლო წყვილი იქნება:

$$(0,0),(0,2),(1,0),(1,2),(2,0),(2,2).$$

მასწავლებელი: დაასახელეთ ის წყვილები, რომელთა მნიშვნელობებზე ტოლია $x+y$ და $x\cdot y$ გამოსახულებები.

მოსწავლე: ასეთი წყვილებია $(0,0)$ და $(2,2)$. რადაგან

$$0+0=0,\ 0\cdot 0=0,\ 2+2=4,\ 2\cdot 2=4.$$

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, ექვსი წყვილიდან ალალბედზე შერჩეული წყვილი აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას

მოსწავლე: ასეთ შედეგს ხელს უწყობს ორი შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული წყვილი დააკმაყოფილებს ამოცანის პირობას?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

ასეთი შინაარსის ამოცანების განხილვა ხელს უწყობს მოსწავლეებში ცოდნის განმტკიცებას იგივურ გამოსახულებებზე და მათ რიცხვით მნიშვნელობების მოძებნაზე. საშინაო დავალების სახით მოსწავლეებს შეიძლება მივცეთ შემდეგი სავარჯიშო:

ვთქვათ, $\{5,7,8\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{0,2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. რამდენი (x,y) სახის წყვილის შედგენა შეიძლება სულ და რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში $x+y$ ჯამი იქნება მუდმივი.

3.9.12. ასახვა. ფუნქცია

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში პროპედევტიკულად განიხილება მათემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ცნება-ფუნქცია. დაწყებით კლასებში მოსწავლეებს ეძლევათ პირველ დაწყებითი წარმოდგენები

ფუნქციაზე, ხოლო სკოლის შემდგომ საფეხურებზე ხდება ფუნქციის სრულყოფილად შესწავლა.

ტრადიციულად, ფუნქციის ცნების შემოღებას წინ უსწრებს ორი სიმრავლის ელემენტებს შორის შესაბამისობის დადგენა. ორ სიმრავლეს შორის შესაბამისობის დადგენა ხდება წყვილების დახმარებით, ზოგჯერ საჭიროა ასეთი წყვილების რაოდენობის დადგენა, რაც მოსწავლეებისათვის დაწყებითი კლასებიდან უკვე ცნობილია. ჩვენ მოგვიხდება მხოლოდ მისი შეხსენება.

ფუნქციის ცნების სწავლების დროს მეთოდური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია მასწავლებელმა ყურადღება მიაქციოს ორ მომენტს:

1. X სიმრავლის ყოველი ელემენტისათვის Y სიმრავლიდან არსებობს შესაბამისი ელემენტი.

2. ასეთი შესაბამისი ელემენტი ერთადერთია.

თუ X და Y სიმრავლეები აკმაყოფილებენ ამ ორ პირობას, მაშინ ვამბობთ, რომ X და Y სიმრავლეებს შორის შესაბამისობა არის ფუნქცია. მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ ფუნქციის განსაზღვრის არე და ფუნქციის მნიშვნელობათა არე და ერთი სიმრავლის ასახვა მეორე სიმრავლეზე.

A სიმრავლის ასახვა B სიმრავლეზე ეწოდება ისეთ შესაბამისობას, როცა A სიმრავლის ყოველ ელემენტს შეესაბამება B სიმრავლიდან ერთი და მხოლოდ ერთი ელემენტი. აქედან გამომდინარე ფუნქცია შეგვიძლია ფუნქცია ასე განვსაზღვროთ: ფუნქცია არის ერთი სიმრავლის ასახვა მეორე სიმრავლეზე.

ყველა შესაძლო ასახვათა რიცხვის დადგენაზე მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მასწავლებელმა საგაკვეთილო პროცესში ამოხსნას ასეთი შინაარსის

ამოცანა 1. მოცემულია სიმრავლეები $A=\{5,7\}$ და $B=\{50,340,14\}$. B სიმრავლე ასახეთ A სიმრავლეზე, რამდენი ხერხით შეიძლება B სიმრავლის ასახვა A სიმრავლეზე?

ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია მასწავლებელმა მოსწავლეებს წესი, რომელიც საშუალებას იძლევა დავადგინოთ დალაგებულ წყვილთა რაოდენობა ორი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის საშუალებით. მეცნიერულად მიუღებელია ყველა შესაძლო ასახვათა რაოდენობის დადგენა მოხდეს მხოლოდ წყვილთა რაოდენობის დადგენით. (რადგან თუ ჩვენ ადგილებს შევუცვლით A და B სიმრავლეებს და მოსწავლეებს მოვთხოვთ A სიმრავლე ასახონ B სიმრავლეზე და დაადგინონ რამდენი ხერხით შეიძლება A სიმრავლის ასახვა B სიმრავლეზე. აღმოჩნდება, რომ ასეთი ასახვათა რაოდენობა არ ემთხვევა B სიმრავლის A სიმრავლეზე ასახვათა რაოდენობას, ხოლო წყვილთა რაოდენობა კი არ შეიცვლება. რადაგან A სიმრავლის B სიმრავლეზე ასახვათა რაოდენობა ამ კონკრეტულ შემთხვევაში არის 6,

1. (5,50), (7,340). 2. (5,50), (7,14). 3. (5,340), (7,50).

4. (5,340), (7,14). 5. (5,14), (7,340). 6. (5,14), (7,50).

ხოლო როგორც ქვემოთ ვნახავთ B სიმრავლის A სიმრავლეზე ასახვათა რაოდენობა კი 8.)

ამიტომ მიზანშეწონელია მასწავლებლის მიერ ამოცანის ამოხსნის პროცესის შემდეგნაირად წარმართვა.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს A სიმრავლე?

მოსწავლე: A სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს B სიმრავლე?

მოსწავლე: A სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება ამ ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან?

მოსწავლე: ამ ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან შეიძლება შევადგინოთ $3 \cdot 2 = 6$ სხვადასხვა წყვილი.

მასწავლებელი: დაწერეთ ეს წყვილები.

მოსწავლე: ეს წყვილებია:

$$(50, 5), (50, 7), (340, 5), (340, 7), (14, 5), (14, 7).$$

ამის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს უხსნის, როგორ უნდა აარჩიონ დაწერილი დალაგებული წყვილებიდან თითოეული ასხვისათვის საჭირო სამეულები. კერძოდ, არჩევა უნდა მოხდეს ასე: სამეულებში პირველი ელემენტები იქნება B სიმრავლიდან ყველა ელემენტი, ხოლო A სიმრავლის ელემენტები შეიძლება განმეორდნენ.

ამ შემთხვევაში ჩვენ საქმე გვექნება საკმაოდ შრომატევად სამუშაოსთან, კერძოდ, B და A სიმრავლეების დალაგებული წყვილებისაგან უნდა შევადგინოთ შემდეგი სამეულები:

1. $(50, 5), (340, 5), (14, 7)$. 2. $(50, 5), (340, 7), (14, 5)$. 3. $(50, 5), (340, 7), (14, 7)$.
4. $(50, 7), (340, 5), (14, 5)$. 5. $(50, 7), (340, 7), (14, 5)$. 6. $(50, 7), (340, 5), (14, 7)$.
7. $(50, 5), (340, 5), (14, 5)$. 8. $(50, 7), (340, 7), (14, 7)$.

მასწავლებელი: რამდენი ხერხით შეიძლება B სიმრავლის ასახვა A სიმრავლეზე?

მოსწავლე: B სიმრავლის ასახვა A სიმრავლეზე შეიძლება 8 სხვადასხვა ხერხით.

მართალია, ყველა შესაძლო ასახვათა მოძებნა რთულია და ბევრ დროს მოითხოვს, მაგრამ დაცულია სწავლებაში მეცნიერულობის პრინციპი, რაც ძალზედ მნიშვნელოვანია მათემატიკის სწავლებისათვის.

ფუნქციის ცნების შემოტანასთან დაკავშირებულ სავარჯიშოებში არის ისეთები, რომლებიც ორი სიმრავლისაგან შედგენილ წყვილებში ელემენტებმა უნდა დააკმაყოფილოს გარკვეული პირობები. ასეთი ამოცანების ამოხსნის დროს საჭიროა ყველა წყვილის რაოდენობის დადგენა და შემდეგ ისეთი წყვილების შედგენა, რომლებიც დააკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს.

ასეთი შინაარსის ამოცანების განხილვა მიზანშეწონილია საკლასო მეცადინეობაზე. ხოლო დავალებად მოსწავლეებს უნდა მიეცეთ ანალოგიურ ამოცანები.

ამოცანა 2. მოცემულია ორი სიმრავლე $A=\{1;2\}$ და $B=\{2;4;5\}$. ვთქვათ, $a\in A$ და $b\in B$. ასახეთ B სიმრავლე A სიმრავლეზე (b,a) წყვილების საშუალებით და გამოყავით ის წყვილები, რომ თითოეულ წყვილში:

ა) შეფარდება $\frac{b}{a}$ იყოს ერთი და იგივე რიცხვი;

ბ) ნამრავლი $a\cdot b$ იყოს ერთი და იგივე რიცხვი.

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეები დაადგენენ, რომ წყვილთა რაოდენობა სულ იქნება $3\cdot 2=6$.

დაწერენ ამ წყვილებს და შეარჩევენ თითოეული ასხვისათვის საჭირო სამეულებს. გარკვეული წესის მიხედვით, კერძოდ, შერჩევა უნდა მოხდეს ასე: სამეულებში პირველი ელემენტები იქნება B სიმრავლიდან ყველა ელემენტი, ხოლო A სიმრავლის ელემენტები შეიძლება განმეორდნენ.

ამის შემდეგ მოსწავლეები გამოყოფილი 6 წყვილიდან შეარჩევენ იმ წყვილებს, რომლებიც აკმაყოფილებენ ამოცანის პირობებს.

მომდევნო საკლასო მეცადინეობაზე მასწავლებელი საშინაო დავალების ანალიზის შემდეგ მოსწავლეებს დაუსვამს შეკითხვებს ამოცანის ირგვლით:

მასწავლებელი: იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში შეფარდება $\frac{b}{a}$ იქნება ერთი და იგივე რიცხვის ტოლი?

მასწავლებელი: იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში შეფარდება $a \cdot b$ იქნება ერთი და იგივე რიცხვის ტოლი?

ასეთი შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს ფუნქციის ცნების უკეთ და გააზრებულ შესწავლას.

3.9.13. განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა

განტოლებათა ამოხსნის სწავლება შესაძლებელია დავუკავშიროთ ალბათობის გამოთვლას, რისთვისაც მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ამოცანის პირობის შეცვლა და მისთვის ალბათური შინაარსის მიცემა. განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 1. x არის $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ სიმრავლის ელემენტი. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ამ სიმრავლიდან ალალბედზე აღებული რიცხვი იქნება შემდეგი განტოლების ფესვი

$$2x - 4 = 0.$$

ამ საკითხის გადაწყვეტას აქ არ შევუდგებით მისი სიმარტივის გამო, მაგრამ აღვნიშნავთ, რომ ასეთი ამოცანები მოსწავლეების დაინტერესებას იწვევს და ისინი ხალისით ხსნიან მათ.

ანალოგიურად, შეიძლება დავუკავშიროთ ალბათობის გამოთვლა უტოლობების ამოხსნასაც. რისთვისაც ნიმუშის სახით მოვიყვანოთ ასეთი

ამოცანა 2. მოცემულია სიმრავლე $\{2, 3, 4, 6\}$, რომლის ელემენტები მონაკვეთებს გამოსახავს. რამდენი სხვადასხვა საშუალებით შეიძლება ამ მონაკვეთებისაგან სამკუთხედის აგება? იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე გამოყოფილი სამი მონაკვეთისაგან შეიძლება სამკუთხედის აგება?

მოსწავლეებს შესაძლოა ეს ამოცანა გეომეტრიული შინაარსის მოეჩვენოთ, მაგრამ მას შემდეგ, რაც მასწავლებელი მიცემს ახსნას, რომ სამკუთხედის აგებისათვის საჭიროა შესრულდეს სამკუთხედის უტოლობა, ამოცანის ამოხსნის სირთულე უკანა პლანზე გადაიწევს და მოსწავლეები მარტივად ხსნიან მას.

მასწავლებელი: რამდენი დალაგებული სამეული შეიძლება გამოვყოთ მოცემული $\{2, 3, 4, 6\}$ სიმრავლიდან?

მოსწავლე: მოცემული $\{2, 3, 4, 6\}$ სიმრავლიდან შეიძლება გამოვყოთ შემდეგი სამეულები:

$$\{2, 3, 4\},\ \{2, 3, 6\},\ \{3, 4, 6\},\ \{2, 4, 6\}.$$

მასწავლებელი: გამოყოფილი სამეულებიდან რომელი სამეულები განსაზღვრავს სამკუთხედს?

მოსწავლე: სამკუთხედს განსაზღვრავს სამეულები:

$$\{2, 3, 4\},\ \{3, 4, 6\}.$$

მასწავლებელი: რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე გამოყოფილი სამი მონაკვეთისაგან შეიძლება სამკუთხედის აგება?

მოსწავლე: საძიებელი ალბათობა ტოლია $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

მასწავლებელს თავისი შეხედულების მიხედვით შეუძლია შეარჩიოს ისეთი რიცხვებიც, რომლებიც მოცემული განტოლების ფესვს არ წარმოადგენს, ამ შემთხვევაში საქმე გვექნება შეუძლებელ შედეგთან და მისი ალბათობა იქნება 0-ის ტოლი. სწავლების ასეთი ფორმით წარმართვა დამატებითი საათების გამოყოფას არ მოითხოვს და ალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლების თვალსაზრისით მეტად ეფექტურია.

მასწავლებლის მიერ გაკვეთილზე განხილულ იქნას ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანები:

ამოცანა 3. $\{2, 3, 5\}$ სიმრავლის ელემენტი არის თუ არა $3x + 5 = 14$ განტოლების ამონახსნი?

ამოცანა 4. $\{25, 27, 28, 29, 30\}$ სიმრავლის რომელი ელემენტებია შემდეგი უტოლობის ამონახსნი?

$$20 < x \le 29.$$

იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იქნება მოცემული უტოლობის ამონახსნი.

ამოცანა 5. იპოვეთ $x+y=9$ განტოლების ყველა ნატურალური ამონახსნი.

ამოცანა 6. განვიხლოთ პირველი ხარისხის ერთუცნობიანი $ax=b$ განტოლება. ვთქვათ a და b აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს $a\in[0,3]$ და $b\in[0,5]$, ამასთანავე $a\in N$ და $b\in N$. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული (a,b) წყვილი მნიშვნელობისათვის $ax=b$ განტოლების ფესვი იქნება 1-ზე მეტი.

ამოცანა 7. მოცემულია განტოლება $ax=b$, სადაც $a\in\{2,4,5\}$ და $b\in\{4,5,6\}$. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული (a,b) წყვილი მნიშვნელობისათვის $ax=b$ განტოლების ფესვი იქნება არაუმეტეს 1-ისა?

ამოცანა 8. მოცემულია სიმრავლე $\{4,5,7,12\}$, რომლის ელემენტები მონაკვეთებს გამოსახავს. რამდენი სხვადასხვა საშუალებით შეიძლება ამ მონაკვეთებისაგან სამკუთხედის აგება? იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე გამოყოფილი სამი მონაკვეთისაგან შეიძლება სამკუთხედის აგება?

საშინაო დავალების სახით მასწავლებელმა მოსწავლეებს შეიძლება მისცეს ზემოთ მოყვანილი სავარჯიშოების მსგავსი სავარჯიშოები, რომელთა ამოხსნა მოსწავლეებისათვის სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

ალბათობის თეორიის ცნებების ჩართვა სასწავლო პროცესში მოსწავლეებს ძალიან დიდ დახმარებას უწევს მათემატიკის სისტემატური კურსის შესწავლაში.

3.9.14. არითმეტიკული საშუალო

არითმეტიკული საშუალო არის ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის ერთ-ერთი ძირითადი საკითხი. არითმეტიკული საშუალოს გამოყენება სხვადასხვა დარგებში საკმაოდ ფართოა. არითმეტიკული საშუალო გამოიყენება გეოგრაფიის, ბიოლოგიის, შემდგომ კი ფიზიკისა და ქიმიის გაკვეთილებზე. ამიტომ მისი საფუძვლიანი და შინაარსობრივი გაცნობა მოსწავლეებისათვის აუცილებელია. მოსწავლეები არითმეტიკული საშუალოს ცნებას ეცნობიან კონკრეტული მაგალითების განხილვით, მოძრაობის სიჩქარის განსაზღვრით ან რაიმე სხეულის საშუალო წონის გაგებასთან დაკავშირებით. ჯერ კიდევ დაწყებით კლასში მოსწავლეებს ეძლევათ არითმეტიკული საშუალოს შემდეგი განსაზღვრება:

რამდენიმე რიცხვის არითმეტიკული საშუალო ეწოდება მათი ჯამის განაყოფს შესაკრებთა რიცხვზე.

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია საკლასო მეცადინეობაზე განხილულ იქნას შემდეგი

ამოცანა 1. თბომავალმა მდინარეში 2 საათის განმავლობაში გაიარა 70 კმ და ტბაზე 3 საათის განმავლობაში 90 კმ. რა საშუალო სიჩქარით გაიარა მან მთელი გზა?

ამოცანის ამოხსნის დაწყებამდე მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა მოაგონოს საშუალო სიჩქარის განსაზღვრება, რითაც მოსწავლეები დარწმუნდებიან იმა-

ში, რომ სიჩქარეების გამოთვლას თუ დაიწყებდნენ ცალ-ცალკე მივიდოდნენ მცდარ დასკვნამდე.

მასწავლებელი. რამდენი კილომეტრი გაირა სულ თბომავალმა?

მოსწავლე. თბომავალმა სულ გაიარა 70 კმ + 90 კმ = 160 კმ.

მასწავლებელი. რამდენი საათი იმოძრავა თბომავალმა?

მოსწავლე. თბომავალმა იმოძრავა 2 სთ + 3 სთ = 5სთ.

მასწავლებელი. რას უდრის თბომავლის საშუალო სიჩქარე?

მოსწავლე. თბომავლის საშუალო სიჩქარე უდრის

$$160:5=32 \text{ (კმ/სთ)}.$$

ამოცანა 2. სკოლის კალათბურთელთა გუნდში 5 მოსწავლეა - გიორგი, დავითი, მერაბი, შალვა და კახა. მათი საშუალო ასაკი 13 წელია. გიორგი 15 წლისაა, დავითი 14 წლის, მერაბი 12 წლის, შალვა 11 წლისაა. რამდენი წლისაა კახა?

მასწავლებელი. ჯამში სულ რამდენი წლის არის კალათბურთელთა ასაკი?

მოსწავლე. სულ ჯამში კალათბურთელთა ასაკი არის $13\cdot 5=65$ წელი.

მასწავლებელი. როგორ გამოვთვალოთ კახას ასაკი?

მოსწავლე. კახას ასკის გამოსათვლელად საერთო ასაკს უნდა გამოვაკლოთ დანარჩენი კალათბურთელების ასაკთა ჯამი

$$65-(15+14+12+11)=13 \text{ (წელი)}.$$

ამოცანა 3. სკოლის მოჭადრაკეთა ნაკრებ გუნდში სამი მოსწავლეა, მათ შორის ერთი კაპიტანია. მოჭად-

რაკეთა გუნდის ყველა წევრთა საშუალო ასაკი 11 წელია, ხოლო საშუალო ასაკი კაპიტნის გარეშე 12 წელია. რამდენი წლისაა სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის კაპიტანი?

მასწავლებელი. ჯამში სულ რამდენი წლის არის სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის ასაკი?

მოსწავლე. სულ სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის ყველა წევრის ასაკი არის $11 \cdot 3 = 33$ წელი.

მასწავლებელი. ჯამში სულ რამდენი წლის არის სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის ასაკი კაპიტნის გარეშე?

მოსწავლე. სულ სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის წევრთა ასაკი კაპიტნის გარეშე არის $12 \cdot 2 = 24$ წელი.

მასწავლებელი. რამდენი წლის არის სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის კაპიტანი?

მოსწავლე. სკოლის მოჭადრაკეთა გუნდის კაპიტანი არის $33 - 24 = 9$ წლის.

განხილული ამოცანები მოსწავლეებს აძლევს საფუძვლიან ცოდნას არითმეტიკულ საშუალოზე, რომელსაც მომდევნო კლასებში ისინი იყენებენ მათემატიკის და სხვა სასწავლო დისციპლინების შესწავლის დროს.

3.9.15.კომბინატორული და ალბათური შინაარსის სავარჯიშოები უმცროსკლასელთათვის

1. რამდენნაირად შეიძლება აიღოს მოსწავლემ ავტობუსის ბილეთი, თუ მისი ღირებულება 20 თეთრია?

2. რამდენნაირად შეიძლება მოსწავლემ გადაიხადოს სამარშუტო ავტობუსის ბილეთის ღირებულება თუ მას აქვს 2 ცალი 10 თეთრიანი, 1 ცალი 20 თეთრიანი, 3

ცალი 5 თეთრიანი და 6 ცალი ორთეთრიანი, თუ ბილეთის ღირებულებაა 30 თეთრი?

3. დაწერეთ ყველა სამნიშნა რიცხვი ციფრებით 2, 4 და 8 ისე, რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

4. დაწერეთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი ციფრებით 2, 5, 0 და 8, ისე რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

5. ისარგებლეთ ციფრებით 2, 4, 8 და დაწერეთ ყველა ორნიშნა რიცხვი, ისე რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

6. დაწერეთ ფიგურული ფრჩხილების გამოყენებით სიმრავლე იმ ოთხნიშნა რიცხვებისა, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება მხოლოდ ციფრები 5 და 0.

7. რამდენი სამნიშნა რიცხვის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4 და 2.

8. რამდენნაირად შეიძლება წრფეზე მოვნიშნოთ სამი A, B, C წერტილი.

9. რამდენი წრფე შეიძლება გავავლოთ სამ A, B, C წერტილზე თუ წერტილებს შევაერთებთ წყვილ-წყვილად.

10. A ქალაქიდან B ქალაქში მიდის სამი გზა. B ქალაქიდან C ქალაქში ორი გზა. რამდენი სხვადასხვა გზით შეიძლება ჩავიდეს A ქალაქიდან C ქალაქში მგზავრი B ქალაქზე გავლით?

11. მთის მწვერვალზე ადის ორი გზა, რამდენნაირად შეიძლება მთამსვლელი ავიდეს და ჩამოვიდეს მთაზე?

12. ციფრებისაგან 1, 3, 5, 7 შეადგინეთ ყველა შესაძლო ორნიშნა ნომრები ველოსიპედისათვის.

13. რამდენი ორნიშნა ტელეფონის ნომერი შეიძლება შევადგინოთ რიცხვებისაგან 0, 1, 2?

14. შეადგინეთ იმ ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება ციფრები 2, 5 და 8.

15. რომელი სამნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება 1, 3 და 9 ციფრების საშუალებით ისე, რომ რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები.

16. შეადგინეთ სიმრავლე ყველა იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომლებიც შეიძლება დაიწეროს ციფრებით 1, 2, 3, 4 ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს.

17. რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ოთხ წერტილზე, თუ არც ერთი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს.

18. თბილისიდან თელავში მიდის სამი გზა, თელავიდან ყვარელში ოთხი გზა. რამდენნაირად შეიძლება მგზავრი ჩავიდეს თბილისიდან ყვარელში თელავზე გავლით?

19. გვაქვს სამი ჭურჭელი: 8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. პირველი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენები კი ცარიელია. როგორ უნდა გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი?

20. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი, ორი წერტილი, სამი წერტილი, n წერტილი?

21. რამდენ სამკუთხედად დაიყოფა ამოზნექილი ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, n კუთხედი, ყველა დიაგონალით, რომელიც შეიძლება გავავლოთ ერთი წვეროდან.

22. $\{2, 3, 5\}$ სიმრავლის ელემენტი არის თუ არა $3x+5=14$ განტოლების ამონახსნი?

23. რომელი ციფრით მთავრდება 7-დან 22-მდე ყველა ნატურალური რიცხვების ნამრავლი?

24. $\{25, 27, 28, 29, 30\}$ სიმრავლის რომელი ელემენტებია შემდეგი უტოლობის ამონახსნი?

$$20 < x \leq 29.$$

25. დაწერეთ უმცირესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

26. დაწერეთ უდიდესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

27. რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება A და B ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ისე, რომ ყოველ წყვილში პირველ ადგილზე იყოს A სიმრავლის ელემენტი, ხოლო მეორე ადგილზე B სიმრავლის ელემენტი. ა) $A=\{2\}$ და $B=\{3\}$; ბ) $A=\{2\}$ და $B=\{3,4\}$; გ) $A=\{2,3\}$ და $B=\{4,5,6\}$.

28. ნახაზზე გამოსახულია ჭადრაკის დაფა. დაფის რა ნაწილს შეადგენს: ა) უჯრების ერთი რიგი; ბ) უჯრების ორი რიგი; გ) უჯრების ოთხი რიგი; დ) ერთი უჯრა?

29. ყუთში არის ორი თეთრი და ორი მწვანე კუბი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ სამ კუბს, რამდენი კუბი შეიძლება იყოს ამოღებულთა წორის თეთრი და მწვანე (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

30. ყუთში არის 3 წითელი და 2 შავი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ სამ ბირთვს. რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს: ა) ამოღებულთა შორის იქნება ერთი მაინც წითელი ბირთვი; ბ) მხოლოდ ერთი წითელი ბირთვი; გ) ორი მაინც წითელი ბირთვი; დ) მხოლოდ ორი წითელი ბირთვი; ე) სამი წითელი ბირთვი.

31. ყუთში არის ერთი თეთრი და ორი წითელი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ ერთ ბირთვს. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

32. მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა უდრის 13 კუბურ სანტიმეტრს. რას უდრის მისი სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე, თუ ისინი ნატურალური რიცხვებია.

33. მდინარეში თბომავალმა 2 საათის განმავლობაში 70 კმ გაიარა, 3 საათის განმავლობაში ტბაზე კი 90 კმ. რა საშუალო სიჩქარით გაიარა მან მთელი გზა?

34. მოცემულია სამი A, B და C წერტილი. ყოველი ორი მათგანი შეერთებულია მონაკვეთებით. რამდენი მონაკვეთი მიიღება?

35. მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის სიგრძეა 4 სმ, სიგანე 3 სმ და სიმაღლე 2 სმ, შეღებეს ყველა მხრიდან და შემდეგ დაჭრეს 1 კუბიკურ სანტიმეტრებად, რამდენი კუბი მიიღება, რომელსაც შეღებილი ექნებათ ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი?

36. რა შემთხვევაში არის ორი რიცხვის ნამრავლი თითოეული მათგანის ტოლი?

37. დახაზეთ 3 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი, მიღებული წრე დაყავით 8 ტოლ ნაწილად. მწვანედ გააფერადეთ ერთ-ერთი ნაწილი, წითლად კი სამი ნაწილი. წრის რა ნაწილია მწვანე? წითელი? მწვანე და წითელი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალ-ბედზე შერ-

ჩეული წერტილი მოხვდება: ა) მწვანედ გაფერადებულ ნაწილში; ბ) წითლად გაფერადებულ ნაწილში; გ) მწვანედ ან წითლად გაფერადებულ ნაწილში.

38. კვადრატი გავყოთ ოთხ ტოლ ნაწილად. ერთი ნაწილი დავშტრიხოთ. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული კვადრატის წერტილი მოხვდება დაშტრიხულ ნაწილში.

39. შეიძლება თუ არა ორი რიცხვის ნამრავლი ნაკლები იყოს ერთ-ერთ მათგანზე?

40. სიმრავლიდან $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ გამოყავით: ა) კენტი რიცხვების სიმრავლე; ბ) ლუწი რიცხვების სიმრავლე; გ) ერთნიშნა რიცხვების სიმრავლე; დ) ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე; ე) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იქნება: კენტი, ლუწი, ერთნიშნა რიცხვი, ორნიშნა რიცხვი?

41. შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომლის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4, 5, 7, 8. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული ორნიშნა რიცხვში ციფრთა ჯამი იქნება 12-ის ტოლი?

42. რამდენი ქვესიმრავლე აქვს შემდეგ სიმრავლეებს: ა) $\{1, 2, 3\}$, ბ) $\{4, 5, 6, 7\}$.

43. ვთქვათ $\{5, 7, 8\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{9, 4, 6, 2\}$ - y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. რამდენი (x, y) სახის წყვილის შედგენა შეიძლება სულ და რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში $x + y$ ჯამი იქნება მუდმივი?

44. ჯგუფი, რომელიც შედგება 25 სტუდენტისაგან თითოეული სწავლობს გერმანულ ან ინგლისურ ენას. სტუდენტთა რიცხვი, რომლებიც სწავლობენ გერმანულ ენასს, ისე შეეფარდებიან სტუდენტების რიცხვს, რომლებიც სწავლობენ ინგლისურ ენას, როგორც $3:5$. მათ შორის გერმანულ ენას სწავლობს 8 სტუდენტით ნაკლები ვიდრე ინგლისურ ენას. რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას, მხოლოდ ინგლისურ ენას, გერმანულ და ინგლისურ ენებს? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას? მხოლოდ ინგლისურ ენას? გერმანულ და ინგლისურ ენებს?

45. მოცემულია სიმრავლეები $A=\{5,7\}$, $B=\{50,340,14\}$. B სიმრავლე ასახეთ A სიმრავლეზე. რამდენი ხერხით შეიძლება B სიმრავლის ასახვა A სიმრავლეზე?

46. მოცემულია ორი სიმრავლე $A=\{1;\ 2;\ 2{,}5;\ 5\}$, $B=\{2,4,5,10\}$. ვთქვათ $a\in A$ და $b\in B$. ასახეთ A სიმრავლე ასახეთ B სიმრავლეზე (a,b). წყვილების საშუალებით ისე, რომ თითოეულ წყვილში ნამრავლი ab იყოს ერთი და იმავე რიცხვის ტოლი.

47. შეადგინეთ ყველა სტანდარტული სახის ერთწევრი კოეფიციენტით 3 და ცვლადებით x და y, ისე რომ თითოეული ერთწევრის ხარისხი იყოს 5-ის ტოლი.

48. ერთნიშნა ნატურალური რიცხვების სიმრავლიდან რომელი წყვილები არიან შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$x+y=5.$$

49. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი? ორი წერტილი? სამი წერტილი?

50. აჩვენეთ, რომ ოთხმა წერტილმა შეიძლება განსაზღვროს ერთი, ოთხი ან ექვსი წრფე.

51. რა სიგრძის შეიძლება იყოს მონაკვეთი, თუ მისი ბოლების შემაერთებელი ტეხილის გვერდების სიგრძეებია 3 სმ, 2 სმ და 4,5 სმ?

52. რამდენ სხვადასხვა მონაკვეთს განსაზღვრავს: ა) სამი სხვადასხვა წერტილი; ბ) ოთხი სხვადასხვა წერტილი; გ) n სხვადასხვა წერტილი?

53. რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება ოთხკუთხედში, ხუთკუთხედში, ექვსკუთხედში?

54. x არის $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ სიმრავლის ელემენტი. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამ სიმრავლიდან ალალბედზე აღებული რიცხვი იქნება შემდეგი განტოლების ფესვი

$$5x - 15 = 0.$$

55. რამდენნაირად შეიძლება საბავშვო ბაღში სასადილო მაგიდასთან დავსვათ 4 ბავშვი?

56. გვაქვს ერთნაირი ფორმისა და ზომის 27 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). პინებიანი სასწორის გამოყენებით (გირების გარეშე) სამი აწონვით დაადგინეთ ყალბი მონეტა.

57. გვაქვს ერთნაირი ფორმისა და ზომის 80 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). პინებიანი სასწორის გამოყენებით (გირების გარეშე) ოთხი აწონვით დაადგინეთ ყალბი მონეტა.

58. მოცემულია სამი ჭურჭელი-10 ლიტრიანი, 7 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. 10 ლიტრიანი ჭურჭელი

ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 5 ლიტრი ზეთი? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რიცხვია ამისათვის საჭირო?

59. მოცემული გვაქვს რვეულების სამი დასტა. პირველ დასტაში 11 რვეულია, მეორეში-7 რვეული, მესამეში-6 რვეული. საჭიროა თითოეულ დასტაში რვეულების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი დასტიდან მეორეში იმდენი რვეულის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია). გადაწყობის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

60. თორმეტლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა რძით. საჭიროა რძე გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად, რისთვისაც შესაძლებელია გამოვიყენოთ მხოლოდ რვალიტრიანი და ხუთლიტრიანი ჭურჭლები. როგორ გავაკეთოთ ეს? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

61. მოცემულია სამი ჭურჭელი-12 ლიტრიანი, 7 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი. 12 ლიტრიანი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 6 ლიტრი ზეთი?

3.9.16. სიმრავლეებთან დაკავშირებული ზოგიერთი სახის განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანა

ამოცანა 1. პირველ პენალში აწყვია შროშანისფერი ავტოკალამი, მწვანე ფანქარი და წითელი საშლელი; მეორეში-ლურჯი ავტოკალამი, მწვანე ფანქარი და ყვითელი საშლელი; მესამეში-შროშანისფერი ავტოკალამი, ნარინჯისფერი ფანქარი და ყვითელი საშლელი. პენა-

ლებში ჩაწყობილი ნივთები ხასიათდება შემდეგი კანონზომიერებებით: პენალებიდან რომელიმე ორ პენალში ჩაწყობილი ნივთის დასახელება და ფერი ერთმანეთს ემთხვევა. რა უნდა ეწყოს მეოთხე პენალში, რომ ეს კანონზომიერება არ დაირღვეს? (გაითვალისწინეთ, რომ თითოეულ პენალში დევს მხოლოდ სამი ნივთი: ავტოკალამი, ფანქარი და საშლელი).

თუ დავაკვირდებით ამოცანის პირობას, შევნიშნავთ, რომ მეოთხე პენალში შროშანისფერი ავტოკალამი არ იქნება, რადგან დაირღვევა კანონზომიერება, რომლის თანახმადაც პანელებიდან რომელიმე ორ პენალში ჩაწყობილი ნივთის დასახელება და ფერი ერთმანეთს უნდა დაემთხვეს. ანალოგიური მსჯელობით ვაჩვენებთ, რომ მეოთხე პენალში არ შეიძლება იყოს მწვანე ფანქარი და ყვითელი საშლელი. ეს ნიშნავს, რომ მეოთხე პენალში უნდა ეწყოს ის ნივთები, რომლებიც ეწყო პირველ სამ პენალში ერთხელ, ე.ი. ლურჯი ავტოკალამი, ნარინჯისფერი ფანქარი და წითელი საშლელი.

ამოცანა 2. ანი ელოდება ავტობუსს. რომელი ხდომილობის ალბათობაა მეტი?

$A=$ {ანი ელოდება ავტობუსს არანაკლებ ერთი წუთი},

$B=$ {ანი ელოდება ავტობუსს არანაკლებ ორი წუთი},

$C=$ {ანი ელოდება ავტობუსს არანაკლებ ხუთი წუთი},

A ხდომილობა მოიცავს B ხდომილობას, ხოლო თავის მხრივ B ხდომილობა მოიცავს C ხდომილობას, ანუ $C \subset B \subset A$. საიდანაც ცხადია, რომ $P(C) \le P(B) \le P(A)$.

ე.ი. A ხდომილობის ალბათობა აღემატება B და C ხდომილობების ალბათობებს.

ამოცანა 3. მათემატიკოსებს შორის ყოველი მეშვიდე ფილოსოფოსია, ხოლო ფილოსოფოსებს შორის ყოველი მეცხრე მათემატიკოსია. ვინ არის მეტი: ფილოსოფოსები, თუ მათემატიკოსები?

აღვნიშნოთ x-ით იმ ადამიანების რაოდენობა, რომლებიც ერთდროულად არიან მათემატიკოსებიც და ფილოსოფოსებიც. მაშინ მათემატიკოსების რაოდენობაა $7x$, ხოლო ფილოსოფოსების რაოდენობა $9x$. თუ $x \neq 0$, მაშინ ფილოსოფოსები მეტია ვიდრე მათემატი-კოსები.

რას ნიშნავს როცა $x = 0$? ამ შემთხვევაში არც ფილოსოფოსები და არც მათემატიკოსები საერთოდ არ არსებობენ, ე.ი. ფორმალურად მათი რაოდენობები ერთმანეთის ტოლია. განსახილველად საკმარისია იმ შემთხვევის მოყვანა, როცა ფილოსოფოსებიც და მათემატიკოსებიც არსებობენ. მაშასადამე, თუ არსებობს ერთი მაინც ფილოსოფოსი ან მათემატიკოსი, მაშინ ფილოსოფოსები მეტია მათემატიკოსებზე.

ამოცანა 4. აღვნიშნოთ ორი რომელიმე ციფრი ასოებით a და x. დაამტკიცეთ, რომ ექვსნიშნა რიცხვი $xaxaxa$ უნაშთოდ იყოფა ერთდროულად 7-ზე, 11-ზე და 13-ზე.

მართლაც,

$$\overline{xaxaxa} = \overline{xax} \cdot 1000 + \overline{xax} = \overline{xax} \cdot 1001 = \overline{xax} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13.$$

ე.ი. $xaxaxa$ უნაშთოდ იყოფა ერთდროულად 7-ზეც, 11-ზეც და 13-ზეც.

ამოცანა 5. ოთხი უტოლობიდან

$$2x > 70, \quad x < 100, \quad 4x > 25 \text{ და } x > 5,$$

ორი ჭეშმარიტია, ორი კი-მცდარი. იპოვეთ x-ის მნიშვნელობა, თუ ცნობილია, რომ ის მთელია.

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ x მთელი რიცხვია, მაშინ უტოლობები შეიძლება ჩავწეროთ სახით:

$$x > 35, \quad x < 100, \quad x > 6 \text{ და } x > 5.$$

თუ მცდარია უტოლობა $x < 100$. მაშინ დანარჩენი სამი უტოლობა ჭეშმარიტია, რაც ამოცანის პირობას ეწინააღმდეგება. ეს ნიშნავს, რომ სამიუტოლობიდან

$$x > 5, \quad x > 6 \text{ და } x > 35$$

ერთი ჭეშმარიტია და ორი მცდარია.

რადგან მესამე უტოლობიდან გამომდინარეობს პირველი ორი უტოლობა, ხოლო მეორე უტოლობიდან გამომდინარეობს პირველი უტოლობა, ამიტომ გვრჩება ერთი ვარიანტი: პირველი უტოლობა ჭეშმარიტია დანარჩენი ორი კი-მცდარი. ამრიგად, $5 < x \le 6$. ანუ $x = 6$.

ამოცანა 6. რომელიღაც დასახლებაში 300 ოჯახია. ოჯახების მესამედს ყავს კატაც და ძაღლიც; მესამედსან კატა ან ძაღლი, ხოლო მესამედს-არც კატა და არც ძაღლი. სულ რამდენი კატა და ძაღლია დასახლებაში?

თუ თითოეული ოჯახი, რომელსაც ძაღლიც ყავთ და კატაც ერთ-ერთ თავის ცხოველს გადასცემს იმ ოჯახს, რომელსაც არც კატა ჰქავს და არც ძაღლი, მაშინ დასახლების ყველა ოჯახს ეყოლება ან ერთი კატა, ან ერთი ძაღლი. ცხადია, დასახლებაში სულ 300 კატა და ძაღლია.

ამოცანა 7. სკოლის მოსწავლეთა 91%-ს აქვს მობილური ტელეფონი, 72%-ს ნოუთბუკი და 43%-ს პლანშე-

ტი. მოსწავლეთა რამდენ პროცენტს შეიძლება ჰქონდეს მობილური ტელეფონიც, ნოუთბუკიც და პლანშეტიც?

რადგან მოსწავლეთა 9%-ს არ აქვს მობილური ტელეფონი, 28%-ს არ აქვს ნოუთბუკი, ხოლო 57%-ს არ აქვს პლანშეტი, ამიტომ მოსწავლეთა არაუმეტეს

$$9 + 28 + 57 = 94\ (\%)\text{-ს}$$

არ აქვს ერთი მაინც ჩამოთვლილიდან: ან მობილური ტელეფონი, ან ნოუთბუკი, ან პლანშეტი.

ცხადია, რომ 100-94=6%-ს შეიძლება ჰქონდეს მობილური ტელეფონიც, ნოუთბუ-კიც და პლანშეტიც.

ამოცანა 8. მათემატიკის ოლიმპიადის ორგანიზატორებმა უნდა შეადგინონ ამოცანები მეოთხე, მეხუთე, მეექვსე, მეშვიდე, მერვე და მეცხრე კლასებისათვის, თითოეული კლასისთვის თითო ვარიანტი. რომელშიც უნდა იყოს შვიდი ამოცანა, მათგან ოთხის გამეორება დაუშვებელია რომელიმე სხვა ვარიანტში. ყველა კლასისათვის შესადგენ ვარიანტებში ამოცანების რა მაქსიმალური რაოდენობა შეიძლება ჩავრთოთ?

მათემატიკური ოლიმპიადისათვის სულ უნდა შეადგინონ ამოცანების 6 ვარიანტი, თითოეულში 7 ამოცანა. მათგან ოთხი ამოცანა არ მეორდება რომელიმე სხვა ვარიანტში. ე.ი. ისეთი ამოცანები, რომლებიც არ მეორდება სხვა ვარიანტებში ყველა ერთად არის $4 \cdot 6 = 24$. სხვა ამოცანები შეიძლება გამეორდეს ორ ვარიანტში მაინც. რადგან სულ 6 ვარიანტია, ამიტომ მათგან შეიძლება პირობითად შევადგინოთ სამი წყვილი, მაგალითად: მეოთხე და მეხუთე კლასები, მეექვსე და მეშვიდე კლასები და მერვე და მეცხრე კლასები. ყოველ წყვილში მათთვის შედგენილი ვარიანტებიდან ერთნაირია არაუ-

მეტეს სამი ამოცანისა, ამიტომ იმ ამოცანების რაოდენობა, რომლებიც გვხვდება ორ ვარიანტში მაინც, არის არაუმეტეს 9-ისა. ამიტომ, მათემატიკურ ოლიმპიადაზე ყველა კლასის შესადგენ ვარიანტებში ჩართული ამოცანების მაქსიმალური რაოდენობა ტოლია:

$$24 + 9 = 33.$$

ამოცანა 9. ერთ ოჯახში ბევრი ბავშვია. ამ ბავშვებიდან 7-ს უყვარს კომბოსტო, 6-ს სტაფილო, 5-ს ჭარხალი, 4-ს კომბოსტო და სტაფილო, 3-ს კომბოსტო და ჭარხალი, 2-ს სტაფილო და ჭარხალი, ხოლო ერთი გემრიელად მიირთმევს კომბოსტოსაც, სტაფილოსაც და ჭარხალსაც. რამდენი ბავშვია სულ ოჯახში?

შემოვიღოთ აღნიშვნები: A-თი აღვნიშნოთ იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს კომბოსტო, მაშინ $n(A)=7$, B-თი აღვნიშნოთ იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს სტაფილო, მაშინ $n(B)=6$, C-თი აღვნიშნოთ იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს ჭარხალი, მაშინ $n(C)=5$.

იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს კომბოსტო და სტაფილო არის A და B სიმრავლეების თანაკვეთა და $n(A\cap B)=4$. ასევე, იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს კომბოსტო და ჭარხალი არის A და C სიმრავლეების თანაკვეთა და $n(A\cap C)=3$. იმ ბავშვების სიმრავლე, რომლებსაც უყვარს სტაფილო და ჭარხალი არის B და C სიმრავლეების თანაკვეთა და $n(B\cap C)=2$. ხოლო სიმრავლე იმ ბავშვებისა, რომლებ-საც უყვართ კომბოსტოც, სტაფილოც და ჭარხალიც არის A, B და C სიმრავლეების თანაკვეთა და

$$n(A\cap B\cap C)=1.$$

ჩავსვათ მნიშვნელობები (2) ტოლობაში, გვექნება:

$$n(A\cup B\cup C)=7+6+5-4-3-2+1=10..$$

ე,ი, ოჯახში 10 ბავშვი ყოფილა.

ამოცანა 10. კატების გამოფენაზე ყოველი მესამე კატა თეთრია. ყოველი მეექვსე თეთრი ცხოველი-კატაა. რომელია მეტი: თეთრი ცხოველები, თუ კატები?

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეების ყურადღება უნდა გავამახვილოთ იმაზე, რომ თეთრი კატების რაოდენობა 3-ჯერ ნაკლებია კატების საერთო რაოდენობაზე და 5-ჯერ ნაკლებია თეთრი ცხოველების რაოდენობაზე. აქედან, მარტივად გამომდინარეობს, რომ თეთრი ცხოველები მეტია, ვიდრე კატები.

ამოცანა 11. შეხვედრაზე შეიკრიბა ორი ტურისტული ლაშქრობის მონაწილეები (ზოგი იყო ორივე ლაშქრობაში, ზოგი მხოლოდ ერთ ლაშქრობაში). პირველ ლაშქრობაში ბიჭები ლაშქრობის მონაწილეთა 2/3 იყო, ხოლო გოგნები-1/3. მეორე ლაშქრობაში ბიჭები და გოგონები იყვნენ თანაბარი რაოდენობით. გამოთვალეთ, ბიჭების რა მინიმალური და მაქსიმალური ნაწილი შეიძლება იყოს ორივე ლაშქრობის მონაწილეთა შორის?

ორი ტურისტული ლაშქრობის მონაწილეებს შორის ბიჭების წილი მაქსიმალური იქნება იმ შემთხვევაში, როცა პირველ ლაშქრობაში მონაწილე არცერთი ბიჭი არ მონაწილეობდა ორივე ლაშქრობაში და ყველა გოგონა, რომელიც მონაწილეობდა პირველ ლაშქრობაში, მონაწილეობდა ორივე ლაშქრობაშიც.

ვთქვათ, პირველ ლაშქრობაში x მონაწილე იყო. აქედან ბიჭი იქნებოდა 2x/3, ხოლო გოგნები x/3. მეორე

ლაშქრობაში მონაწილეობდა იგივე x/3 გოგონა და რაოდენობრივად მათი ტოლი პირველი ლაშქრობაში მონაწილეობა არ მიღებული x/3 ბიჭი. ე.ი. შეკრებაში მონაწილეობას მიიღებდა სულ 4x/3 მონაწილე. რომელთა შორის x ბიჭია.

ცხადია, ამ შემთხვევაში ბიჭების მაქსიმალური წილი შეკრების ყველა მონაწილეთა შორის იქნება ¾.

ბიჭების მინიმალური წილი შეკრების ყველა მონაწილეთა შორის იქნება მაშინ, როცა პირველი ლაშქრობის მონაწილე ყველა ბიჭი უკლებლივ მონაწილეობდა მეორე ლაშქრობაშიც, ხოლო მეორე ლაშქრობაში არ მონაწილეობდა არცერთი გოგონა, რომელიც მონაწილეობდა პირველ ლაშქრობაში. ე.ი. თუ პირველ ლაშქრობაში სულ x მონაწილე იყო. აქედან ბიჭი იქნებოდა 2x/3, ხოლო გოგნები x/3. მეორე ლაშქრობაში ისევ მიიღებდა მონაწილეობას იგივე რაოდენობის 2x/3 ბიჭი და რაოდენობრივად მათი ტოლი 2x/3 გოგონა, რომლებიც პირველ ლაშქრობაში არ მონაწილეობდნენ. ე.ი. შეკრე-ბაში მონაწილეობას მიიღებდა სულ 5x/3 მონაწილე. რომელთა შორის 2x/3 ბიჭია.

ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში ბიჭების მინიმალური წილი შეკრების ყველა მონაწილეთა შორის იქნება 2/5.

ამოცანა 12. ერთ კლასში 26 მოსწავლეა. მათგან 17 იცის ჭადრაკის თამაში, 11 შაშის, ხოლო 3 არ იცის არც ჭადრაკისა და არც შაშის თამაში. რამდენმა მოსწავლემ იცის როგორც შაშის, ისე ჭადრაკის თამაში?

რადგან 26 მოსწავლიდან სამმა არც შაშის თამაში არ იცის და არც ჭადრაკის თამაში, ამიტომ კლასის 23 მოსწავლიდან 17 თამაშობს ჭადრაკს, 11-შაშს.

ჭადრაკის ან შაშის თამაში იცის 11 + 17 = 28 მოსწავლემ. რადგან კლასში 23 მოსწავლიდან მოხდა მოჭადრაკეთა და მოშაშეთა დათვლა, ამიტომ 5 მოსწავლე 28 – 23 = 5 მოხვდა ორჯერ დათვლაში. ე.ი. ერთდროულად შაშის და ჭადრაკის თამაში იცის 5 მოსწავლემ.

ამოცანა 13. სამმა მღებავმა გადაწყვიტა შეეღება იატაკი თითოეულს თავის ფერზე. ერთმა წითლად შეღება იატაკის 75%, მეორემ მწვანედ-70%-ს, მესამემ ცისფრად 65%. იატაკის რა ნაწილია შეღებილი სამივე ფერად?

წითელ ფერზე შეუღებავია იატაკის 25%, მწვანედ შეუღებავია იატაკის 30%, ხოლო ცისფერად შეუღებავია იატაკის 35%. რადგან, 25 + 30 + 35 = 90, ამიტომ სამივე ფერის საღებავით შეღებილია იატაკის არანაკლებ 10%.

ამოცანა 14. ვიქტორინის მონაწილეებს დაუსვეს ოთხი შეკითხვა. პირველ შეკითხვაზე პასუხი სწორად გასცა 90 მონაწილემ, მეორე შეკითხვას-50, მესამეს-40, მეოთხეს-20. ამავე დროს ვერავინ ვერ შეძლო სწორი პასუხი გაეცა ორზე მეტი შეკითხვისათვის. ყველაზე ცოტა, რამდენ ადამიანს შეეძლო მიეღო მონაწილეობა ვიქტორინაში?

ჯამში პასუხების რაოდენობაა:

$$90 + 50 + 40 + 20 = 200.$$

რადგან ვიქტორინის არცერთ მონაწილეს არ გაუცია სწორი პასუხი ორზე მეტი კითხვისათვის, ამიტომ მონაწილეთა უმცირესი რაოდენობა იქნება 100 და ამ შემთხვევაში ყველა მონაწილემ 2 სწორი პასუხი გასცა. ისმის კითხვა, შესაძლებელია, თუ არა თეორიულად გაკეთებული დასკვნა განხორციელდეს პრაქტიკულად.

ანუ ყველა მონაწილემ დააგროვოს 2-2 ქულა. მოვიყვანოთ ასეთი მოდელის მაგალითი.

ვიქტორინაში მონაწილეები დავნომროთ 1-დან 100-მდე. ვთქვათ, პირველ შეკითხვას პასუხი სწორად გასცა 1-დან 90-ის ჩათვლით მონაწილეებმა, მეორე კითხვას სწორად უპასუხა 91-დან 100-ის ჩათვლით მონაწილეებმა და 1-დან 40-ის ჩათვლით მონაწილეებმა, მესამე კითხვას სწორად უპასუხა 41-დან 80-ის ჩათვლით მონაწილეებმა და ბოლოს მეოთხე კითხვას სწორი პასუხი გასცეს 81-დან 100-ის ჩათვლით მონაწილეებმა.

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ ვიქტორინის მონაწილეთა მინიმალური რაოდენობაა 100 ადამიანი.

ამოცანა 15. გიმნაზიაში ყველა მოსწავლემ იცის ერთი მაინც ძველი ენა-ბერძნული ან ლათინური, ზოგიერთებმა იციან ორივე ენა. გიმნაზიის მოსწავლეების 85% იცის ბერძნული ენა, ხოლო 75%-ლათინური. გიმნაზიის მოსწავლეების რა ნაწილმა იცის ორივე ენა?

I ხერხი. გიმნაზიის მოსწავლების 100% – 85% = 15% არ იციან ბერძნული ენა, ე.ი. იციან მხოლოდ ლათინური. ეს ნიშნავს, რომ

$$75-15=60(\%)$$

გიმნაზიის მოსწავლეები საუბრობენ ორივე ენაზე.

II ხერხი. აღვნიშნოთ A-თი გიმნაზიის ის მოსწავლეები, რომლებიც იციან ბერძნული ენა, n(A)-თი კი მათი რაოდენობა. გიმნაზიის მოსწავლეთა რაოდენობა ჩავთვალოთ 100%, ანუ 1-ის ტოლად. მაგრამ, რადგან გიმნაზიის მოსწავლეთა 85% არის მთელი მოსწავლეების $\frac{17}{20}$, ამიტომ ჩავწეროთ:

$$n(A)=\frac{17}{20}\cdot$$

აღვნიშნოთ B-თი გიმნაზიის ის მოსწავლეები, რომლებმაც იციან ლათინური ენა, n(B)-თი კი მათი რაოდენობა. ზემოთ თქმულის თანახმად,

$$n(B)=\frac{3}{4}.$$

ცხადია, გიმნაზიის მოსწავლეების სიმრავლე იქნება $A\cup B$ და $n(A\cup B)=1.$

ასევე, გიმნაზიის იმ მოსწავლეების სიმრავლე, რომლებმაც იციან ორივე ენა იქნება $A\cap B$ და უნდა ვიპოვოთ $n(A\cap B).$

ადგილი აქვს ფორმულას:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B).$$

საიდანაც,

$$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=\frac{3}{5}.$$

ე.ი. გიმნაზიის მოსწავლეების $\frac{3}{5}$ ანუ 60% საუბრობს ორივე ენაზე.

§3.4. მათემატიკური ლოგიკის ელემენტები უმცროსკლასელებთან

დაწყებით კლასებში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შემცველი ამოცანების ამოხსნა მათემატიკის დედუქციური ხასიათიდან გამომდინარე მათი თემატიკის მიუხედავად მოითხოვს მათემატიკური ლოგიკის ელემენტების გამოყენებას. ამ პარაგრაფში ვგულისხმობთ უმცროსკლასელთათვის ისეთი მათემატიკური ამოცანების განხილვას, რომელიც თავისი შინაარსით ხელს უწყობენ არა მარტო მოსწავლეთა ლო-

გიკური აზროვნების განვითარებას, არამედ აქვთ ზოგადად მოსწავლეთა განმავთარებელი ფუნქციაც, ამავე დროს ეს ამოცანები მათთვის სახალისოც არის და შეესაბამება მათ ფსიქო-ფიზიოლოგიურ განვითარებას. ასეთი ფორმის და შინაარსის ამოცანებს განეკუთვნება მათემატიკური ამოცანები სითხის გადასხმაზე, სახალისო ამოცანები, მათემატიკური ამოცანა-პარადოქსები, მათემატიკური ამოცანა-ხუმრობები, მათემატიკური ამოცანა-რებუსები, მათემატიკური ამოცანები აწონვაზე და სხვ. განვიხილოთ ჩამოთვლილ ამოცანათა კლასებს შორის ველაზე ფართო კლასის მათემატიკური ამოცანები სითხის გადასხმაზე და მათი ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებები.

3.4.1. მათემატიკური ამოცანები სითხის გადასხმაზე და მათი ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებები

მათემატიკური ამოცანები სითხის გადასხმაზე-ეს ისეთი განმავითარებელი ლოგიკური შინაარსის მქონე მათემატიკური (ძალზე ხშირად საოლიმპიადო) ამოცანებია, რომლებშიც მოცემული ტევადობის ჭურჭლების საშუალებით უნდა გაიზომოს ამოცანის პირობაში მოთხოვნილი სითხის რაოდენობა.

მათემატიკის ისტორიკოსების ცნობებით, სითხის გადასხმაზე ამოცანების ამოხსნა ძალზედ უყვარდა პუასონს (სიმეონ დენის პუასონი, (21 ივნისი 1781 წელი– 25 აპრილი 1840 წელი) ფრანგი მათემატიკოსი და ფიზიკოსი). პუასონი 300-ზე მეტი სამეცნიერო შრომის ავტორია, რომლებიც განეკუთვნება მათემატიკის სხვადა-

სხვა დარგს, ფიზიკას, თეორიულ და ცის მექანიკას. ჯერ კიდევ მაშინ, როცა პუასონი ძალიან ახალგაზრდა იყო და ცხოვრების შემდგომი გზის არჩევანი უნდა გაეკეთებინა, მას მეგობარმა მიუტანა რამდენიმე ამოცანა, რომელიც პუასონის მეგობარმა თვითონ ვერ ამოხსნა. პუასონმა ერთ საათზე ნაკლებ დროში ამოხსნა მეგობრის მიერ მიტანილი ყველა ამოცანა, მაგრამ ამ ამოცანებს შორის მას ყველაზე ძალიან მოეწონა ამოცანა ორ ჭურჭელზე. ,,ამ ამოცანამ განსაზღვრა ჩემი ბედი“- ამბობდა შემდეგ პუასონი, ,,მე გადავწყვიტე, რომ აუცილებლად მათემატიკოსი გავხდებოდი.“ მთელ მსოფლიოშია ცნობილი სითხის გადასხმის ამოცანა, რომელსაც პუასონის სახელს უკავშირებენ:

,,მეღვინეს აქვს 12 პინტი ღვინო და სურს ამ ღვინის ნახევარი გააჩუქოს, მაგრამ მას არა აქვს 6 პინტიანი ჭურჭელი: მას აქვს ორი ჭურჭელი: ერთი 8 პინტიანი, ხოლო მეორე 5 პინტიანი. როგორ ჩავასხათ 8 პინტიან ჭურჭელში 6 პინტი ღვინო?“

(პინტ-ი [ინგლ. pint]-ზომათა ინგლისურ სისტემაში: სითხეებისა და ფხვიერ ნივთიერებათა მოცულობის საზომი; დიდ ბრიტანეთში უდრის 0,568 ლიტრს, ამერიკის შეერთებულ შტატებში-0,473 ლიტრს (სითხეებისათვის) და 0,551 ლიტრს (ფხვიერი ნივთიერებისათვის)).

რადგან პუასონის ამოცანა გაცილებით რთულია, ვიდრე უმცროსკლასელთათვის განკუთვნილი ამოცანები სითხის გადასხმაზე, ამიტომ პუასონის ამოცანას მოგვიანებით ამოვხსნით.

სითხის გადასხმაზე ამოცანები განეკუთვნება უძველეს მათემატიკურ ამოცანებს. ამ ტიპის ამოცანები მრავალი საუკუნის წინ შექმნეს, მაგრამ მათ ინტერესი დღემდე არ დაუკარგავთ და მათემატიკის მოყვარულები დღესაც სიამოვნებით ხსნიან. სითხის გადასხმაზე ამოცანები ხშირად გვხვდება მათემატიკის ოლიმპიადებზე.

სითხის გადასხმაზე ამოცანების არსი მდგომარეობს შემდეგში: გვაქვს რამდენიმე განსხვავებული ზომის ჭურჭელი, რომელთაგან ერთი ავსებულია სითხით და მოითხოვება მისი გაყოფა რაიმე ნაწილებად ან გადავასხათ მოცემული სითხის რაიმე ნაწილი სხვა ჭურჭლების დახმარებით ისე, რომ შესრულებული გადასხმების რაოდენობა იყოს უმცირესი.

სითხის გადასხმაზე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დროს აუცილებელია მივუთითოთ მოქმედებათა თანმიმდევრობა, რომელიც სრულდება ამოცანის პირობით მოთხოვნილი გადასხმებისათვის, როცა სრულდება ამოცანის პირობის ყველა მოთხოვნა.

თუ სითხის გადასხმაზე მათემატიკურ ამოცანაში სხვა რაიმე არ არის ნათქვამი, მაშინ ვთვლით, რომ:

- დაუშვებელია ჭურჭლების დანაწევრება ან გაყოფა;
- დაუშვებელია ჭურჭლებზე მოცულობის გასარკვევი რაიმე ნიშნების გაკეთება;
- დაუშვებელია სითხის ,,თვალდათვალ“ გადასხმა;
- დაუშვებელია ამოცანის პირობით მოცემული სითხის რაოდენობის გაზრდა ან შემცირება.

ჩვენ ზუსტად ვიტყვით რამდენი სითხეა ჭურჭელში მხოლოდ შემდეგ შემთხვევებში:

- როცა ვიცით, რომ ჭურჭელი ცარიელია;
- როცა ვიცით, რომ ჭურჭელი სავსეა და ამოცანის პირობაში მოცემულია მისი ტევადობა;
- ამოცანის პირობაში მოცემულია, რა რაოდენობის სითხე ასხია ჭურჭელში, ხოლო ამ ჭურჭლიდან სითხის გადასხმა არ განხორციელებულა;
- როცა გადასხმაში მონაწილეობს ორი ჭურჭელი და ცნობილია პირველ ჭურჭელში ჩასხმული სითხის მოცულობა, რომლიდანაც სითხეს ვასხამთ მეორე ჭურჭელში და გადასხმის შედეგად მთელი სითხე აღმოჩნდება მეორე ჭურჭელში;
- როცა გადასხმაში მონაწილეობს ორი ჭურჭელი და ცნობილია:
  - თითოეულ ჭურჭელში სითხეთა რაოდენობები;
  - იმ ჭურჭლის მოცულობა, რომელშიც ასხამენ სითხეს;
  - პირველ ჭურჭელში ჩასხმული სითხე გადასხმის შემდეგ მთლიანად არ მოთავსდება მეორე ჭურჭელში.

სითხის გადასხმაზე მარტივი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა ემყარება ყველა შესაძლო ვარიანტებიდან ამოვარჩიოთ საუკეთესო, ამ კონკრეტულ შემთხვევაში საუკეთესოდ ითვლება გადასხმების უმცირესი რაოდენობა.

სითხის გადასხმაზე მათემატიკურ ამოცანებს ყოფენ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ ორ სახედ:

1. როცა თეორიულად გვაქვს სითხის გამოულევი-უსასრულოდ ბევრი რაოდენობა. ამ შემთხვევაში ამოცანებში შესაძლებელია მოცემული გვქონდეს ტბა, უსასრულოდ დიდი კასრი, ონკანი, წყარო, მდინარე და მისთ. და ჩვენ საშუალება გვაქვს პირამდე ავავსოთ ჭურჭელი რამდენჯერაც გვინდა იმდენჯერ, შეუზღუდავი რაოდენობით, ეს ნიშნავს, რომ სითხის რაოდენობა შემოუსაზღვრული არ არის. ამ შემთხვევაში ჩვენ შესაძლებლობა გვაქვს უსასრულოდ გადავასხათ წყალი ჭურჭლიდან და ისევ ავასოთ.

2. როცა სითხე გვაქვს ზუსტად იმდენი, რამდენიც თავიდან ჩასხმულია ჭურჭლებში (ასეთ შემთხვევებში ჩვენ ამოცანის პირობებში მოცემული გვაქვს არა უბრალო სითხე, არამედ რძე, თაფლი, კომპოტი, ლიმონათი, ღვინო, ყურძნის ტკბილი, ბადაგი, ზეთი და სხვ.). უმრავლეს შემთხვევაში ამ სითხეების გადაღვრაც არ შეიძლება-ასეთი შემთხვევებს ამოცანების ავტორები ცალკე იხილავენ. თუ ჩვენ შეგვიძლია სითხის გადაღვრა, მაშინ ამოცანის პირობებში აუცილებლად ფიგურირებს რომელიმე პერსონაჟი, რომელმაც შეიძლება დალიოს რძე, ან შეჭამოს თაფლი და ა.შ.

სითხის გადასხმის ამოცანებად ჩვენ ვთვლით ისეთ ამოცანებსაც, რომლებშიც სითხე ნახსენები საერთოდ არ არის და ამოცანის პირობაში საუბარია რვეულების, ვარდების ან წიგნების ერთი გროვიდან მეორე გროვაში გადაწყობაზე და სხვ. ასეთი ამოცანები სისტემურად იხსნება ზუსტად ისეთი მათემატიკური და მეთოდი-

კური მიდგომებით, როგორც სითხის გადასხმის ამოცანები. ამიტომ ჩვენ თემატური თვალსაზრისით ასეთ ამოცანებს ერთმანეთისაგან არ განვასხვავებთ. განვიხილოთ პირველი და მეორე სახის რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 1. კომპოტის მოსამზადებლად დედას ჭირდება 5 ლიტრიან ქვაბში ჩაასხას 4 ლიტრი წყალი. როგორ შეძლება ამას დედა, თუ 5 ლიტრიანი ქვაბის გარდა კიდევ აქვს 3 ლიტრიანი ქილა, წყლის ონკანი, საიდანაც შეუძლია წყლის აღება და ნიჟარა, რომელშიც დედას შეუძლია გადაღვაროს წყალი.

პირველი ხერხი. გავავსოთ 3 ლიტრიანი ქილა და ჩავცალოთ ქვაბში. ამის შემდეგ კიდევ გავავსოთ ქილა და შევავსოთ ქვაბი. ქვაბში ქილიდან მეორე გადასხმაზე გადაისხმება 2 ლიტრი წყალი, ქილაში დარჩება 1 ლიტრი წყალი. სავსე ქვაბი გავცალოთ ნიჟარაში, ქილაში დარჩენილი 1 ლიტრი წყალი ჩავასხათ ქვაბში. ქვაბში იქნება 1 ლიტრი წყალი. ავავსოთ 3 ლიტრიანი ქილა, რომელიც გადავცალოთ ქვაბში. ქვაბში აღმოჩნდება

$$1 + 3 = 4 \text{ (ლიტრი)}$$

წყალი. ამოცანა ამოხსნილია. ამოხსნის მსვლელობა შესაძლებელია გამოვსახოთ ცხრილით:

5 ლიტრიანი ქვაბი	5 ლიტრიანი ქვაბი
0	0
0	3
3	0
3	3
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

მეორე ხერხი. გავავსოთ ქვაბი, გავავსოთ ქვაბიდან 3 ლიტრიანი ქილა, ქვაბში დარჩება 2 ლიტრი წყალი. ქილაში გადავასხათ ქვაბში დარჩენილი 2 ლიტრი წყალი. გავავსოთ 5 ლიტრიანი ქვაბი, რომლიდანაც შევავსოთ ქილა, რომელსაც დაემატება 1 ლიტრი წყალი, ქვაბში დარჩება 4 ლიტრი წყალი. ამოცანა ამოხსნილია.

ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა შესაძლებელია გამოვსახოთ ცხრილით:

5 ლიტრიანი ქვაბი	3 ლიტრიანი ქვაბი
0	0
5	0
2	3
2	0
0	2
5	2
4	3

ამოხსნის მეორე ხერხი უფრო მოკლე აღმოჩნდა პირველ ხერხზე. ამიტომ მოსწავლეებთან მეთოდურად მიზანშეწონილია გარჩეული იქნეს ამოხსნის მეორე ხერხი, ხოლო ამოხსნის პირველი ხერხი გაარჩიონ დამოუკიდებლად.

განხილული ამოცანა პირველი სახისაა.

ამ ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელი იყო წყვილების გამოყენებითაც, სადაც წყვილის პირველ ელემენტად ავიღოთ 5 ლიტრიან ქვაბში არსებული წყლის მოცულობა ლიტრებში, მეორე ელემენტად 3 ლიტრიან ქილაში ჩასხმული წყლის რაოდენობა ლიტრებში. მაგალითად, ჩანაწერი (5, 0) ნიშნავს, რომ 5 ლიტრიანი ქვაბი სავსეა, ხოლო 3 ლიტრიანი ქილა ცარიელია. ჩანაწერი (2, 3) ნიშნავს, რომ 5 ლიტრიან ქვაბში 2 ლიტრი წყალი

ასხია, 3 ლიტრიან ქილა სავსეა წყლით. საწყისი მდგომარეობაა (0, 0), ხოლო საბოლოო მდგომარეობა იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის პირველი ელემენტია 4, ხოლო მეორე ელემენტი ნებისმიერი მთელი რიცხვი 0-დან 3-ის ჩათვლით.

მოვძებნოთ გზა, რომ საწყისი მდგომარეობიდან მივიდეთ საბოლოო მდგომარეობამდე. ხოლო ერთი მდგომარეობიდან მეორეზე გადასვლა აღვნიშნოთ ისრით. პირველი ხერხით ამოცანის ამოხსნისას გვაქვს ასეთი სქემა:

$$(0, 0) \to (0, 3) \to (3, 0) \to (3, 3) \to (5, 1) \to (0, 1) \to$$
$$\to (1, 0) \to (1, 3) \to (4, 0).$$

მეორე ხერხით ამოცანის ამოხსნისას გვაქვს ასეთი სქემა:

$$(0, 0) \to (5, 0) \to (2, 3) \to (2, 0) \to (0, 2) \to (5, 2) \to (4, 3).$$

ამოცანის პირველი ხერხით ამოხსნის დროს საბოლოო მდგომარეობა აღმოჩნდა (4, 0), ხოლო მეორე ხერხით ამოხსნისას (4, 3).

ამოცანა 2. თამარს აქვს ორი ჭურჭელი 8 ლიტრი და 3 ლიტრი ტევდობის. 8 ლიტრიან ჭურჭელი სავსეა თამრიკოს მიერ მომზადებული კისელით. როგორ გამოვყოთ 2 ლიტრი კისელი? 2 ლიტრზე მორჩენილი კისელი შეგვიძლია დავუსხათ თამრიკოს ძაღლს ბათურას, რომელიც თამრიკოს ერთგულია და კისელი უყვარს.

სავსე 8 ლიტრიანი ჭურჭლიდან გავავსოთ 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 5 ლიტრი კისელი. გავცალოთ კისელით სავსე 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, დავუსხათ ბათურას. ამის შემდეგ ჩვენ

დაგვრჩა 8 ლიტრიან ჭურჭელში 5 ლიტრი კისელი და 3 ლიტრიანი ცარიელი მეორე ჭურჭელი. ისევ ავასოთ ცარიელი 3 ლიტრიანი ჭურჭელი 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 5 ლიტრი კისელით, რის შედეგადაც 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 2 ლიტრი კისელი. კიდევ გვექნება კისელით სავსე 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც შეგვიძლია ბათურას დავუსხათ, როგორც კი უკვე დასხმულ 3 ლიტრ კისელს მიირთმევს. ამოცანა ამოხსნილია. ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა შესაძლებელია გამოვსახოთ ცხრილით:

3 ლიტრიანი ჭურჭელი	8 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
0	8
3	5
0	5
3	2

განხილული ამოცანა მეორე სახისაა.

წყვილების გამოყენებით საწყისი მდგომარეობაა (0,8) ხოლო საბოლოო იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის ელემენტი იქნება 2.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$$(0, 0) \rightarrow (0, 8) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (0, 5) \rightarrow (3, 2).$$

ამ კონკრეტულ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობა აღმოჩნდა (3, 2).

ამოცანა 3. კასრში 8 ლიტრი თაფლია. კასრში ჩასხმული თაფლი უნდა გავყოთ შუაზე, რისთვისაც შეგვიძლია გამოვიყენოთ ცარიელი ერთი 3 ლიტრიანი და ერთი 5 ლიტრიანი კასრები. როგორ გავაკეთოთ ეს?

პირველი ხერხი. თაფლით სავსე 8 ლიტრიანი კასრიდან გავასოთ 3 ლიტრიანი კასრი, შემდეგ თაფლით სავსე სამლიტრიანი კასრიდან თაფლი გადავცალოთ 5 ლიტრიან კასრში, ხოლო 3 ლიტრიანი კასრი ისევ გავასოთ 8 ლიტრიან კასრში დარჩენილი 5 ლიტრი თაფლიდან. 8 ლიტრიან კასრში დარჩება 2 ლიტრი თაფლი, 5 ლიტრიანი სავსეა, ხოლო 3 ლიტრიან კასრში დარჩება 1 ლიტრი თაფლი. თაფლით სავსე 5 ლიტრიანი კასრი დადავცალოთ 8 ლიტრიან კასრში, რომელშიც აღმოჩნდება 7 ლიტრი თაფლი, ხოლო 3 ლიტრიან კასრში დარჩება 1 ლიტრი თაფლი, რომელიც გადავასხათ 5 ლიტრიან კასრში. 8 ლიტრიანი თაფლიდან შევავსოთ 3 ლიტრიანი ცარიელი კასრი. 8 ლიტრიან კასრში დარჩება 4 ლიტრი თაფლი. ამოცანა ამოხსნილია.

მეორე ხერხი. თაფლით სავსე 8 ლიტრიანი კასრიდან გავავსოთ 5 ლიტრიანი კასრი, რომლიდანაც თაფლით გავავსოთ 3 ლიტრიანი კასრი. 8 ლიტრიან კასრში დარჩება 3 ლიტრი თაფლი, 5 ლიტრიან კასრში 2 ლიტრი კასრი, ხოლო 3 ლიტრიანი კასრი სავსე იქნება. გავცალოთ თაფლით სავსე 3 ლიტრიანი კასრი 8 ლიტრიან კასრში, 5 ლიტრიან კასრში დარჩენილი 2 ლიტრი თაფლი გადავასხათ 3 ლიტრიან კასრში. 8 ლიტრიან კასრში იქნება 6 ლიტრი თაფლი, 5 ლიტრიანი კასრი ცარიელია, 3 ლიტრიან კასრში 2 ლიტრი თაფლი ასხია. შევავსოთ 8 ლიტრიან კასრში დარჩენილი 6 ლიტრი თაფლიდან 5 ლიტრიანი ცარიელი კასრი, რომლიდანაც გავასოთ 3 ლიტრიანი კასრი, რომელშიც 2 ლიტრი თაფლია და ამ კასრს დაემატება 1 ლიტრი თაფლი, რის შემდეგაც 5 ლიტრიან კასრში დარჩება 4 ლიტრი თაფლი. ამოცანა

ამოხსნილია. ამოხსნის მეორე ხერხი უფრო მოკლეა პირველ ხერხზე. ამიტომ მოსწავლეებთან მეთოდურად მიზანშეწონილია გარჩეული იქნეს ამოხსნის მეორე ხერხი, ხოლო ამოხსნის პირველი ხერხი გაარჩიონ დამოუკიდებლად. განხილული ამოცანა მეორე სახისაა.

მოვახდინოთ ორივე ხერხის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	კასრები, ლ			კასრები, ლ	
კასრი, ლ	3	5	კასრი, ლ	3	5
8	0	0	8	0	0
5	3	0	3	0	5
5	0	3	3	3	2
2	3	3	6	0	2
2	1	5	6	2	0
7	1	0	1	2	5
7	0	1	1	3	4
4	3	1			

ამ ამოცანის ამოხსნა უკვე შესაძლებელი აღარ არის წყვილების სახით, რადგან სამი ჭურჭელი მონაწილეობს ამოცანის პირობაში და წყვილების ნაცვლად უნდა გამოვიყენოთ სამეულები, სადაც სამეულების პირველ ელემენტად ავიღოთ 8 ლიტრიან კასრში არსებული თაფლის მოცულობა ლიტრებში, მეორე ელემენტად 3 ლიტრიან კასრში ჩასხმული თაფლის რაოდენობა ლიტრებში და მესამე ელემენტად 5 ლიტრიან კასრში ჩასხმული თაფლის რაოდენობ ლიტრებში. მაგალითად, ჩანაწერი (8, 0 , 0) ნიშნავს, რომ 8 ლიტრიანი კასრი სავსეა, ხოლო 3 და 5 ლიტრიანი კასრები ცარიელია. ჩანაწერი (2, 1, 5) ნიშნავს, რომ 8 ლიტრიან კასრში 2 ლიტრი თაფლი ასხია, 3 ლიტრიანში 1 ლიტრი თაფლი,

ხოლო 5 ლიტრიანი კასრი სავსეა. ჩვენთვის საწყისი მდგომარეობაა (8, 0, 0), ხოლო საბოლოო მდგომარეობა ისეთი სამეული, რომლის პირველი ან მესამე ელემენტი იქნება 4-ის ტოლი. უნდა მოვძებნოთ გზა, რომ საწყისი მდგომარეობიდან მივიდეთ საბოლოო მდგომარეობამდე. ხოლო ერთი მდგომარეობიდან მეორე მდგომარეობაზე გადასვლა აქაც ისრით აღვნიშნოთ.

ამოცანის ამოხსნის პირველი ხერხისათვის გვაქვს ასეთი სქემა:

$$(8, 0, 0) \to (5, 3, 0) \to (5, 0, 3) \to (2, 3, 3) \to (2, 1, 5) \to$$
$$\to (7, 1, 0) \to (7, 0, 1) \to (4, 3, 1).$$

ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხისათვის გვაქვს ასეთი სქემა:

$$(8, 0, 0) \to (3, 0, 5) \to (3, 3, 2) \to (6, 0, 2) \to (6, 2, 0) \to$$
$$\to (1, 2, 5) \to (1, 3, 4)$$

კომპაქტურად ჩანაწერი ცხადია დალაგებული ელემენტების სახით ჩანაწერია, მაგრამ უმცროსკლასელებს დრო სჭირდებათ ჩანაწერს არსში გასარკვევად, ისინი უფრო სწრაფად აღიქვამენ ცხრილს, მაგრამ ეს არ ნიშნავს, რომ დალაგებული წყვილების გამოყენებაზე უარი უნდა ვთქვათ. ჩვენ გამოვიყენებთ ზეპირ აღწერებს, ცხრილებსაც და დალაგებულ ელემენტებსაც.

ამოცანა 4. კარტოფილის პიურეს მოსამზადებლად საჭიროა 1 ლიტრი წყალი. გვაქვს ორი ცარიელი ჭურჭელი, ერთი 5 ლიტრიანი და ერთი 9 ლიტრიანი. როგორ ავიღოთ ონკანიდან 1 ლიტრი წყალი?

გავავსოთ 5 ლიტრიანი ჭურჭელი და გადავცალოთ 9 ლიტრიან ჭურჭელში, ისევ ავავსოთ 5 ლიტრიანი ჭურ-

ჭელი და გავავსოთ 9 ლიტრიანი ჭურჭელი. 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 1 ლიტრი წყალი.

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

9 ლიტრიანი ჭურჭელი	5 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
0	5
5	0
5	5
9	1

წყვილების გამოყენებით საწყისი მდგომარეობაა (0, 0) ხოლო საბოლოო იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის ელემენტი იქნება 1.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$$(0, 0) \rightarrow (0, 5) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (9, 1).$$

ამ კონკრეტულ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობა აღმოჩნდა (9, 1).

თუ განვიხილავთ ამოხსნის მეორე გზას, როცა ავავსებთ 9 ლიტრიან ჭურჭელს და მას გადავცლით 5 ლიტრიან ჭურჭელში, ეს გზაც მიგვიყვანს ამოცანის ამოხსნამდე, მაგრამ გაცილებით გრძელი გზით. თუ რომელიმე მოსწავლემ ამოხსნის ეს გზა აირჩია მასწავლებელმა მას არ უნდა დაუშალოს, პირიქით უნდა შეაქოს და წაახალისოს. თუ მოსწავლემ ამოხსნია არჩეული გზა ბოლომდე ვერ მიიყვანა, მასწავლებელი მას უნდა დაეხმაროს, ხოლო შემდეგ კლასთან გაარჩიოს ამოხსნის პირველი გზა. რომელიც მეთოდურად უფრო მოსახერხებელია.

ამოცანა 5. მოგზაურს უდაბნოში მხოლოდ 4 ლიტრი წყლის წაღება შეუძლია. წყაროსთან, სადაც მან წყალი

უნდა აიღოს მხოლოდ 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი ორი ჭურჭელია. როგორ შეძლებს მოგზაური ზუსტად 4 ლიტრი წყლის აღებას წყაროდან?

მოგზაურმა უნდა გაავსოს 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც უნდა გადაცალოს 5 ლიტრიან ჭურჭელში, ისევ უნდა აავსოს 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომლითაც უნდა შეავსოს 5 ლიტრიანი ჭურჭელი. 3 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 1 ლიტრი წყალი. 5 ლიტრიანი სავსე ჭურჭელი უნდა გადაღვაროს, ცარიელ 5 ლიტრიან ჭურჭელში უნდა გადაასხას 3 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენლი 1ლიტრი წყალი, აავსოს 3 ლიტრიანი ჭურჭელი და ჩაასხას 5 ლიტრიან ჭურჭელში, რომელშიც წყლის ჩასხმის შემდეგ იქნება ზუსტად 4 ლიტრი წყალი.

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

5 ლიტრიანი ჭურჭელი	3 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
0	3
3	0
3	3
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

წყვილების გამოყენებით საწყისი მდგომარეობაა (0, 0) ხოლო საბოლოო იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის პირველი ელემენტი იქნება 4, ხოლო მეორე ელემენტი ნებისმიერი მთელი რიცხვი 0-დან 3-ის ჩათვლით.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$(0, 0) \rightarrow (0, 3) \rightarrow (3, 0) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (5, 1) \rightarrow (0, 1) \rightarrow$

$\rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (4, 0).$

ამ კონკრეტულ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობა აღმოჩნდა (4, 0).

თუ მოგზაური გაავსებს 5 ლიტრიან ჭურჭელი, რომლიდანაც გაავსებს 3 ლიტრიან ჭურჭელს, რომელსაც შემდეგ გადაღვრის, ხოლო 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილ 2 ლიტრ წყალს გადააცხამს ცარიელ 3 ლიტრიან ჭურჭელში, შემდეგ ისევ აავსებს 5 ლიტრიან ჭურჭელს და შეავსებს 3 ლირტიან ჭურჭელს, რომელიც დაიმატებს 1 ლიტრ წყალს, 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 4 ლიტრი წყალი.

ამოცანის ამოხსნის ამ ხერხის ილუსტრირებას ცხრილის საშუალებით ექნება სახე.

5 ლიტრიანი ჭურჭელი	3 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
5	0
2	3
2	0
0	2
5	2
4	3

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$(0, 0) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 0) \rightarrow (0, 2) \rightarrow (5, 2) \rightarrow (4, 3).$

ამ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობაა (4, 3).

ამოხსნის მეორე გზა უფრო მოკლეა პირველ გზასთან შედარებით.

ამოცანა 6. ექსკურსიის მონაწილეებისათვის დიდ ქვაბში კომპოტი მოხარშეს. მზარეულს მხოლოდ 500 და 900 გრამიანი ორი ქილა აქვს. როგორ უნდა გასცეს

მზარეულმა თითოეულ ექსკურსანტზე 300 გრამი კომპოტი?

გაავსოს 900 გრამიანი ქილა, რომლითაც გაავსოს 500 გრამიანი ქილა. 500 გრამიანი ქილა გაცალოს დიდ ქვაბში, 900 გრამიან ქილაში დარჩენილი 400 გრამი კომპოტი გადასხას 500 გრამიან ქილაში. გაავსოს 900 გრამიანი ქილა, რომლითაც შეავსოს 500 გრამიანი ქილა. 900 გრამიან ქილაში დარჩება 800 გრამი. 500 გრამიანი სავსე ქილა გაცალოს დიდ ქვაბში. გაავსოს ცარიელი 500 გრამიანი ქილა 900 გრამიანი ქილიდან, რომელშიც 800 გრამი კომპოტი იყო. 900 გრამიან ქილაში დარჩება 300 გრამი კომპოტი, რომელსაც მზარეული მისცემს ექსკურსანტს.

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

900 გრ ქილა	500 გრ ქილა
0	0
900	0
400	500
400	0
0	400
900	400
800	500
800	0
300	500

წყვილების გამოყენებით საწყისი მდგომარეობაა (0, 0) ხოლო საბოლოო იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის რომელიმე ელემენტი იქნება 300.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$$(0, 0) \to (900, 0) \to (400, 500) \to (400, 0) \to (0, 400) \to$$
$$\to (900, 400) \to (800, 500) \to (800, 500) \to$$

$\rightarrow$ (800, 0) $\rightarrow$ (300, 500).

ამ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობაა (300, 500).

თუ ამოცანის ამოხსნას მოვახდენთ ამ ხერხით, მაშინ მოსწავლეებს საშინაო დავალებად მივცეთ ამოცანის ამოხსნა სხვა ხერხით, როცა მზარეული ავსებს 500 გრამიან ქილას და ასხამს 900 გრამიან ქილაში.

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

900 გრ ქილა	500 გრ ქილა
0	0
0	500
500	0
500	500
900	100
0	100
100	0
100	500
600	0
600	500
900	200
0	200
200	0
200	500
700	0
700	500
900	300

ამოხსნის ეს გზა გაცილებით გრძელია პირველ გზასთან შედარებით, მაგრამ თუ მოსწავლემ შეძლო ამ გზით ამოცანის ამოხსნა ის უნდა შევაქოთ და წავახალისოთ, ხოლო მასწავლებლის მიერ საკლასო მეცადინეობაზე განხილული უნდა იქნეს ამოხსნის პირველი გზა.

ამოცანის ამოხსნის სქემას წყვილების გამოსახვით, ექნება ასეთი სახე:

$$(0, 0) \to (0, 500) \to (500, 0) \to (500, 500) \to (900, 100) \to$$
$$\to (0, 100) \to (100, 0) \to (100, 500) \to (600, 0) \to$$
$$\to (600, 500) \to (900, 200) \to (0, 200) \to (200, 0) \to$$
$$\to (200, 500) \to (700, 0) \to (700, 500) \to (900, 300).$$

ამოცანა 7. მენავთობეებმა ნავთობის ჭაბურღილიდან ლაბორატორიაში უნდა მიიტანონ ზუსტად 6 ლიტრი ნავთობი. მათ განკარგულებაშია მხოლოდ 9 ლიტრიანი და 4 ლიტრიანი ორი ჭურჭელი. როგორ უნდა აიღონ მენავთობეებმა ამ ჭურჭლების გამოყენებით ზუსტად 6 ლიტრი ნავთობი?

პირველი ხერხი. მენავთობეებმა გაავსონ 9 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომლიდანაც გაავსონ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი და გადაღვარონ. ასე მოიქცენ მეორედაც. 9 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 1 ლიტრი ნავთობი ჩაასხან ცარიელ 4 ლიტრიან ჭურჭელში. აავსონ 9 ლიტრიანი ჭურჭელი ნავთობით და 9 ლიტრიანი ნავთობით სავსე ჭურჭლიდან შეავსონ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც დაიმატებს 3 ლიტრ ნავთობს. 9 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება ზუსტად 6 ლიტრი ნავთობი.

წყვილების გამოყენებით საწყისი მდგომარეობაა (0, 0) ხოლო საბოლოო იქნება ნებისმიერი წყვილი, რომლის პირველი ელემენტი იქნება 6, ხოლო მეორე ელემენტი რომელიმე მთელი რიცხვი რიცხვებიდან0, 1, 2, 3 და 4.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$$(0, 0) \to (9, 0) \to (5, 4) \to (5, 0) \to (1, 4) \to (1, 0) \to$$
$$\to (0, 1) \to (9, 1) \to (6, 3).$$

ამ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობაა (6, 3).

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

9 ლიტრიანი ჭურჭელი	4 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
9	0
5	4
5	0
1	4
1	0
0	1
9	1
6	4

მეორე ხერხი. მენავთობეებმა გაავსონ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი და გადაცალონ 9 ლიტრიან ჭურჭელში, ასე მოიქცენ მეორედაც, მესამედ სავსე 4 ლიტრიანი ჭურჭლიდან შევსონ 9 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც დაიმაებს 1 ლიტრ ნავთობს. 4 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 3 ლიტრი ნავთობი. სავსე 9 ლიტრიანი ჭურჭელი გავცალოთ, მასში ჩავასხათ 4 ლირეიან ჭურჭელში დარჩენილი 3 ლიტრი ნავთობი, ავავსოთ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი და ჩავასხათ 9 ლირიანში, ისევ ავავსოთ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი და მითი შევავსოთ 9 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც დაიმატებს 2 ლიტრ ნავთობს, 4 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 2 ლიტრი ნავთობი. გავცალოთ სავსე 9 ლიტრიანი ჭურჭელი და მასში ჩავასხათ 4 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 2 ლიტრი ნავთობი. ავავსოთ 4 ლიტრიანი ჭურჭელი ნავთობით და გადავცალოთ 9 ლიტრიან ჭურჭლში, რომელიც გახდება 6 ლიტრი ნავთობი.

ამოცანის ამოხსნის სქემას ექნება სახე:

$$(0, 0) \to (0, 4) \to (4, 0) \to (4, 4) \to (8, 0) \to (8, 4) \to (9, 3) \to$$
$$\to (0, 3) \to (3, 0) \to (3, 4) \to (7, 0) \to (7, 4) \to (9, 2) \to$$
$$\to (0, 2) \to (2, 0) \to (2, 4) \to (6, 0).$$

ამ შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობაა (6, 0).

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნის ილუსტრირება ცხრილის საშუალებით.

9 ლიტრიანი ჭურჭელი	4 ლიტრიანი ჭურჭელი
0	0
0	4
4	0
4	4
8	0
8	4
9	3
0	3
3	0
3	4
7	0
7	4
9	2
0	2
2	4
6	0

ამოცანა 8. გვაქვს ორი ჭურჭელი 17 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი. როგორ ავიღოთ ამ ჭურჭლებით რძის ცისტერნიდან 13 ლიტრი რძე?

გავავსოთ 5 ლიტრიანი ჭურჭელი 4-ჯერ და გადავასხათ 17 ლიტრიან ჭურჭელში. 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 3 ლიტრი რძე. სავსე 17 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავცალოთ რძის ცისტერნაში. 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 3 ლიტრი რძე გადავასხათ 17 ლიტრიან ჭურჭელში, რომელსაც ორჯერ დავამატოთ სავსე 5

ლიტრიანი ჭურჭლით რძე. რის შედეგადაც 17 ლიტრიან ჭურჭელში იქნება 13 ლიტრი რძე.

ამოცანა 9. გვაქვს წყლის ონკანი, ნიჟარა და ორი ქილა: ორ ლიტრიანი და სამლიტრიანი. როგორ ჩავასხათ ორ ლიტრიან ქილაში ზუსტად ერთი ლიტრი წყალი? მიუთითეთ ამოცანის ამოხსნის ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული გზა.

პირველი ხერხი. გავასოთ ორ ლიტრიანი ქილა წყლით. გადავასხათ სამ ლიტრიან ქილაში. გავასოთ ისევ ორ ლიტრიანი ქილა, რომლიდანაც შევავსოთ სამ ლიტრიანი ქილა. ორ ლიტრიან ქილაში დარჩება 1 ლიტრი წყალი.

მეორე ხერხი. ონკანზე ავავსოთ სამ ლიტრიანი ქილა, რომლიდანაც გავავსოთ ორ ლიტრიანი ქილა. სავსე ორ ლიტრიანი ქილა გადავღვაროთ ნიჟარაში. ცარიელ ორ ლიტრიან ქილაში ჩავასხათ სამ ლიტრიან ქილაში დარჩენილი ერთი ლიტრი წყალი.

ამოცანა 10. ბურახის გამყიდველთან, რომელიც ბურახს კასრიდან ასხამს მივიდა ორი მხიარული ყმაწვილი, რომლებმაც გამყიდველს თხოვეს თითოეულისათვის ერთი ლიტრი ბურახი ჩამოესხა. ბურახის გამყიდველმა მათ უთხრა, რომ მხოლოდ ორი ტევადობის ჭურჭლები აქვს 3 ლიტრიანები და 5 ლიტრიანები, რის გამოც მათ თხოვნას ვერ შეასრულებდა. ყმაწვილები ჯიუტად იმეორებდნენ თავიანთ თხოვნას და ბურახის გამყიდველს სთავაზობენ 100 ლარს პირობით, თუ ისინი თავიანთ ბურახს მიიღებენ ერთდროულად. მცირე ფიქრის შემდეგ გამყიდველმა ყმაწვილების თხოვნა შეასრულა. როგორ?

ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ბურახის გამყიდველს ბევრი 3 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი ბიდონები აქვს. ბურახის გამყიდველი აავსებს ორ 5 ლიტრიან ბიდონს, რომლიდანაც გაავსებს 3 სამლიტიან ბიდონს, რის შედეგადაც ერთი 5 ლიტრიანი ბიდონი დაიცლება, ხოლო მეორე 5 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 1 ლიტრი ბურახი. ამის შემდეგ აიღებს ერთ სავსე 3 ლიტრიან ბიდონს და გადაცლის ცარიელ 5 ლიტრიან ბიდონში, მეორე სავსე სამლიტრიანი ბიდონიდან შეავსებს 5 ლიტრიან ბიდონს, რომელშიც 3 ლიტრი ბურახი ასხია. 5 ლიტრიანი ბიდონი დაიმატებს 2 ლიტრ ბურახს, ხოლო 3 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 1 ლიტრი ბურახი.

შესაძლებელია სხვა შემთხვევებიც, რომლებიც უმჯობესია მოსწავლეებმა დამოუკიდებლად მოიფიქრონ.

ამოცანა 11. გვაქვს წყლის ონკანი, ნიჟარა და 5 ლიტრი და 2 ლიტრი ტევადობის ორი ქილა. როგორ შეძლებ რომელიმე ქილაში ერთი ლიტრი წყლის მიღებას?

პირველი ხერხი. გავასოთ 5 ლიტრიანი ქილა, რომლიდანაც გავავსოთ 2 ლიტრიანი ქილა. სავსე 2 ლიტრიანი ქილა გადავღვაროთ. ისევ შევავსოთ 2 ლიტრიანი ქილა 5 ლიტრიანი ქილიდან, რომელშიც 3 ლიტრი წყალია დარჩენილი. 5 ლიტრიან ქილაში დარჩება ზუსტად 1 ლიტრი წყალი.

მეორე ხერხი. გავავსოთ 2 ლიტრიანი ქილა წყლით. ის გადავცალოთ 5 ლიტრიან ქილაში. ისევ გავასოთ 2 ლიტრიანი ქილა და ისევ გადავცალოთ 5 ლიტრიან ქილაში. ისევ შევავსოთ 2 ლიტრიანი ქილა, რომლიდანაც გავავსოთ 5 ლიტრიანი ქილა. 5 ლიტრიანი ქილა დაი-

მატებს ზუსტად 1 ლიტრ წყალს, ხოლო 2 ლიტრიან ქილაში დარჩება ზუსტად 1 ლიტრი წყალი.

ამოცანა 12. გვაქვს ორი ქილა ერთი ერთლიტრიანი, მეორე ორ ლიტრიანი. როგორ უნდა მოვიქცეთ, რომ ორ ლიტრიან ქილაში ჩავასხათ ზუსტად ერთი ლიტრი წყალი? განიხილეთ ამოხსნის ერთმანეთისაგან განსხვავებული ორი გზა.

პირველი გზა. გავავსოთ ერთ ლიტრიანი ქილა და გადავცალოთ ორ ლიტრიან ქილაში. ორ ლიტრიან ქილაში იქნება ზუსტად ერთი ლიტრი წყალი.

მეორე გზა. გავასოთ ორ ლიტრიანი ქილა. გადავასხათ ამ ქილიდან წყალი ერთ ლიტრიან ქილაში. ორ ლიტრიან ქილაში დარჩება ზუსტად ერთი ლიტრი წყალი.

ამოცანა 13. ამოცანა ხუმრობა. შენ გაქვს 2 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი ქილები, აგრეთვე 9 ლიტრიანი მძიმე კასრი. როგორაც არ უნდა ეცადო 2 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი ქილების საშუალებით შენ ვერანაირად ვერ მოახერხებ კასრში 1 ლიტრი წყლის ჩასხმას. რატომ? შენ როგორ ფიქრობ? მოიყვანე ერთი მაინც სწორი პასუხი.

ერთი ლიტრი წყლის მიღება ბევრნაირად შეგვიძლია 2 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი ქილებით. მაგრამ ამოცანის პირობით ვერანაირად ვერ ვახერხებთ კასრში 1 ლიტრი წყლის ჩასხმას. რაში მდგომარეობს პრობლემა. პრობლემა შეიძლება იყოს კასრი. ერთ-ერთი ახსნა შესაძლებელია ასეთი იყოს: თუ კასრს საცობი ან არა აქვს, ან ისეა დაცობილი, რომ ვერ შევძელით მისი მოხსნა, მაშინ ცხადია მასში წყალს ვერ ჩავასხამთ. კიდევ რა შეიძლება იყოს პრობლემა? შეიძლება გვქონდეს

ასეთი სიტუაცია, რომ ამოცანის პირობით კასრი მძიმეა, რის გამოც შეუძლებელია კასრის მიტანა წყალთან, ხოლო წყალი ძალიან შორს არის და ქილებით ვერ ვახერხებთ წყლის კასრამდე მიტანას და მისთ. ჩვენ ამოცანა ხუმრობისთვის ყველაზე უფრო მისაღებ პასუხად კასრის საცობთან დაკავშირებული პრობლემები მიგვაჩნია.

ამოცანა 14. ბავშვებმა იყიდეს ხილის წვენი, რომელიც პლასტმასის დიდ ქილაში იყო ჩასხმული. ქილიდან მათ წვენი ჭიქებში სამჯერ დაისხეს და თითოეულ ჯერზე ქილაში არსებული წვენის ნახევარს სვამდნენ. ბოლოს ქილაში 1 ჭიქა წვენი დარჩა. რამდენი ჭიქა წვენი ესხა თავიდან ქილაში?

ხილის ქილაში წვენის რაოდენობის განსაზღვრა დავიწყოთ ბოლოდან. მესამე დასხმის შემდეგ ხილის წვენის ქილაში დარჩა 1 ჭიქა წვენი, ე.ი. მესამედ ხილის წვენის დასხმის წინ ქილაში 2 ჭიქა ხილის წვენი იყო, მეორედ დასხმის წინ 4 ჭიქა, ხოლო პირველად სანამ ხილის წვენს ჩამოასხამდნენ ქილაში 8 ჭიქა ხილის წვენი ყოფილა.

პასუხი: 8 ჭიქა ხილის წვენი.

ამოცანა 15. ბავშვებმა იყიდეს ხილის წვენი, რომელიც პლასტმასის დიდ ქილაში იყო ჩასხმული. ქილიდან მათ წვენი ჭიქებში ორჯერ დაისხეს და თითოეულ ჯერზე ქილაში არსებული წვენის ნახევარს და კიდევ ნახევარ ჭიქას სვამდნენ. მეორედ ხილის წვენის ჩამოსხმის შემდეგ ქილა დაცარიელდა. რამდენი ჭიქა წვენი ესხა თავიდან ქილაში, თუ მეორე ჩამოსხმაზე ბავშვებმა 1 ჭიქა ხილის წვენი ჩამოასხეს და დალიეს?

რადგან მეორე დასხმის შემდეგ ქილაში წვენი არ დარჩა, ამიტომ მეორედ ბავშვებს ქილიდან ჩამოუსხამთ ნახევარი ჭიქა და კიდევ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი, რაც ჯამში 1 ჭიქაა. რადგან მეორედ ბავშვებმა ქილიდან დარჩენილი 1 ჭიქა ხილის წვენი დალიეს, ამიტომ ისინი პირველ ჩამოსხმაზე ჩამოასხამდნენ და დალევდნენ 2 ჭიქა ხილის წვენს. რაც ნიშნავს, რომ ხილის წვენს ქილაში სულ 3 ჭიქა წვენი ყოფილა. ე.ი. პირველ ჩამოსხმაზე ბავშვებს ჩამოუსხამთ ჭიქანახევარი წვენი და კიდევ ნახევარი ჭიქა, ანუ 2 ჭიქა, ხოლო მეორე ჩამოსხმაზე ჩამოუსხამთ ნახევარი ჭიქა და ნახევარი ჭიქა, ანუ 1 ჭიქა, სულ ჯამში 3 ჭიქა.

შესაძლებელია ამოცანის პირობის შეცვლა და მასში მეორე ჩამოსხმაზე 1 ჭიქის შეცვლა 2, 3, 4, ... ჭიქით. რადგან ამ შემთხვევაშიც ქილაში ხილის წვენის რაოდენობა გამოისახება ჭიქების ნატურალური რიცხვებით. 2-ის შემთხვევაში გვექნება 5 ჭიქა, 3-ის შემთხვევაში 7 ჭიქა, 4-ის შემთხვევაში 9 ჭიქა და ა.შ. ამოცანის პირობის ლავირება საშუალებას მისცემს მასწავლებელს უფრო მრავალფეროვანი გახადოს განსახილავი საკითხი-ამოცანები სითხის გადასხმაზე.

ეს ამოცანა თავისი სირთულით შესაძლებელია განხილულ იქნეს უფრო მაღალ კლასებშიც, ამიტომ მასწავლებლებისათვის ინტერესმოკლებული არ იქნება ამ ამოცანის ალგებრული ხერხით ამოხსნა.

ვთქვათ, ხილის წვენის ქილაში თავდაპირველად იყო x ჭიქა წვენი. მაშინ პირველ ჩამოსხმაზე ბავშვები ჩამოასხამდნენ და დალევდნენ $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$ ჭიქა წვენს.

ქილაში დარჩებოდა $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ ჭიქა ხილის წვენი. მეორე ჩამოსხმაზე ბავშვები ჩამოასხამდნენ და დალევდნენ $\frac{\frac{x}{2}-\frac{1}{2}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$ ჭიქა წვენს. ქილაში დარჩებოდა $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}-\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{x-3}{4}$ ჭიქა წვენი. რადგან მეორე ჩამოსხმის შემდეგ ქილა დაცარიელდა, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ განტოლება:

$$x-3=0,$$

საიდანაც,

$$x=3.$$

ე.ი. ქილაში თავიდან ყოფილა 3 ჭიქა ხილის წვენი.

ამოცანა 16. გვაქვს ორი ერთნაირი ფინჯანი. ერთში ყავა ასხია, მეორე ცარიელია. პირველი ფინჯანიდან მეორეში გადაასხეს ყავის ნახევარი. შემდეგ მეორე ფინჯანიდან პირველ ფინჯანში გადაასხეს მასში ჩასხმული ყავის მესამედი, შემდეგ პირველი ფინჯანიდან მეორეში გადაასხეს მასში ჩასხმული ყავის მეოთხედი და ა.შ. რა რაოდენობის ყავა აღმოჩნდება თითოეულ ფინჯანში 99 გადასხმის შემდეგ?

პირველი გადასხმის შემდეგ ორთავე ფინჯანში იქნება ნახევარი ფინჯანი ყავა. მეორე გადასხმის შემდეგ მეორე ფინჯანიდან პირველ ფინჯანში გადაისხმება ნახევარი ფინჯანის მესამედი, ანუ მთელი ფინჯანის მეექვსედი ყავა. პირველ ფინჯანში ყავის გადასხმის შემდეგ გახდება

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეორე ფინჯანში დარჩება

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$ (ფინჯანი ყავა).

მესამე გადასხმისას პირველი ფინჯანიდან მეორეში უნდა გადავასხათ

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$$ (ფინჯანი ყავა).

მესამე გადასხმისას პირველ ფინჯანში დარჩება

$$\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეორე ფინჯანში გახდება

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეოთხე გადასხმისას მეორე ფინჯანიდან პირველ ფინჯანში უნდა გადავასხათ

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეოთხე გადასხმისას მეორე ფინჯანში დარჩება

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$$ (ფინჯანი ყავა).

პირველ ფინჯანში გახდება

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეხუთე გადასხმისას პირველი ფინჯანიდან მეორე ფინჯანში გადაისხმება

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{10}$$ (ფინჯანი ყავა).

მეხუთე გადასხმისას პირველი ფინჯანში დარჩება ნახევარი ფინჯანი ყავა, მეორე ფინჯანშიც გახდება ნახევარი ფინჯანი ყავა და ა.შ. არასრული ინდუქციის გამოყენებით მარტივად შევნიშნავთ, რომ კენტი გადასხმების დროს პირველ და მეორე ფინჯანებში რჩება ნახევარი ფინჯანი ყავა, რაც ნიშნავს, რომ 99-ე გადასხმის დროს პირველ და მეორე ფინჯანებიდან თითოეულში იქნება ნახევარ-ნახევარი ფინჯანი ყავა.

ამოცანა 17. ალპინისტების ორი ჯგუფი ემზადება მწვერვალის დასაპყრობად. საჭმელს ალპინისტები ბენზინზე მომუშავე პრიმუსზე ამზადებენ. ბანაკში აქვთ 10 ლირტიანი ბენზინით სავსე ბიდონი, რომელიც ორმა ჯგუფმა თანაბრად უნდა გაიყოს. ბანაკში აღმოჩნდა ორი ცარიელი ჭურჭელი 2 ლიტრიანი და 7 ლიტრიანი ბიდონები. როგორ გავყოთ 10 ლიტრი ბენზინი ორ ჭურჭელში ისე, რომ თითოეულ ჭურჭელში 5 ლიტრი ბენზინი აღმოჩნდეს?

ამოცანა ამოვხსნათ სამეულების გამოყენებით. გვექნება:

$$(10, 0, 0) \to (3, 7, 0) \to (3, 5, 2) \to (5, 5, 0).$$

შესაძლებელია სხვაგვარადაც.

$$(10, 0, 0) \to (8, 0, 2) \to (8, 2, 0) \to (6, 2, 2) \to$$
$$\to (6, 4, 0) \to (4, 4, 2) \to (4, 6, 0) \to (2, 6, 2) \to$$
$$\to (2, 7, 1) \to (3, 7, 0) \to (3, 5, 2) \to (5, 5, 0).$$

არსებობს ამოხსნის სხვა ვარიანტებიც. მეთოდური თვალსაზრისით ცხადია უმჯობესია ამოხსნის ის გზა, რომელიც შედარებით მოკლე, მარტივი და მოსწავლეთათვის იოლად აღსაქმელია, მაგრამ თუ კლასის რომელიმე მოსწავლემ ან მოსწავლეებმა ამოხსნის ამ გზას

ვერ მიაგნო და სხვა გზით ამოხსნა ამოცანა, ის/ისინი მასწავლებელმა უნდა შეაქოს, მოუწონოს მონდომება, დაუფასოს ამოცანის ამოხსნისათვის გაწეული შრომა. ამავე დროს ტაქტიკურად, ისე რომ მოსწავლემ უხერხულად არ იგრძნოს თავი, კლასს შესთავაზოს ამოცანის ამოხსნის მეთოდურად გამართული გზა.

მოსწავლეებისათვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ცხრილის გამოყენება, რომელსაც გვერდი არ უნდა ავუაროთ არცერთი ამოცანის ამოხსნის დროს.

ამოცანის ამოხსნის ორთავე გზისათვის შევადგინოთ ერთი ცხრილი:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ჭურჭელი, ლ			ჭურჭელი, ლ	
ჭურჭელი, ლ	7	2	ჭურჭელი, ლ	7	2
10	0	0	10	0	0
3	7	0	8	0	2
3	5	2	8	2	0
5	5	0	6	2	2
			6	4	0
			4	4	2
			4	6	0
			2	6	2
			2	7	1
			3	7	0
			3	5	2
			5	5	0

ამოცანა 18. ტომ სოიერმა უნდა შეღებოს მესერი. მას საღებავით სავსე 12 ლიტრიანი ჭურჭელი აქვს და უნდა საღებავის შუაზე გაყოფა. ტომს 6 ლიტრიანი ჭურჭელი არა აქვს. მას აქვს ორი ჭურჭელი 8 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი. როგორ შეძლებს ტომი 8 ლიტრიან ჭურჭელ-

ში 6 ლიტრი საღებავის ჩასხმას? გადასხმების რა უმცირესი რაოდენობა დასჭირდება მას ამისათვის?

პირველი ხერხი: თუ ამოცანის ამოხსნისათვის გამოვიყენებთ სამეულებს, გვექნება:

$$(12, 0, 0) \to (4, 8, 0) \to (4, 3, 5) \to (9, 3, 0) \to$$
$$\to (9, 0, 3) \to (1, 8, 3) \to (1, 6, 5) \to (6, 6, 0).$$

მეორე ხერხი: შესაძლებელია სხვაგვარადაც.

$$(12, 0, 0) \to (7, 0, 5) \to (0, 7, 5) \to (5, 7, 0) \to$$
$$\to (5, 2, 5) \to (10, 2, 0) \to (4, 8, 0) \to (4, 3, 5) \to$$
$$\to (9, 3, 0) \to (9, 0, 3) \to (1, 8, 3) \to (1, 6, 5) \to (6, 6, 0).$$

ცხადია, რომ გადასხმების უმცირესი რაოდენობა განხილული ორი შემთხვევიდან პირველ შემთხვევაშია და 7 გადასხმის ტოლია. შეგვეძლო გამოგვეყენებინა ცხრილიც, რომელსაც აქვს სახე:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ჭურჭელი, ლ			ჭურჭელი, ლ	
ჭურჭელი, ლ	8	5	ჭურჭელი, ლ	8	5
12	0	0	12	0	0
4	8	0	7	0	5
4	3	5	0	7	5
9	3	0	5	7	0
9	0	3	5	2	5
1	8	3	10	2	0
1	6	5	4	8	0
6	6	0	4	3	5
			9	3	0
			9	0	3
			1	8	3
			1	6	5
			6	6	0

ცხრილიდან ჩანს, რომ ამოხსნის პირველი გზა მოკლეა მეორე გზაზე.

ამოცანა 19. როგორ უნდა გავყოთ თანაბრად 12 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული რძე, თუ გვაქვს ორი ცარიელი ჭურჭელი 8 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი?

ამოცანა ამოვხსნათ სამეულების გამოყენებით:

$(12, 0, 0) \to (9, 0, 3) \to (9, 3, 0) \to (6, 3, 3) \to (6, 6, 0).$

შესაძლებელია სხვაგვარადაც.

$(12, 0, 0) \to (4, 8, 0) \to (4, 5, 3) \to (9, 0, 3) \to (9, 3, 0) \to$
$\to (6, 3, 3) \to (6, 6, 0).$

ცხრილებს აქვთ სახე:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ჭურჭელი, ლ			ჭურჭელი, ლ	
ჭურჭელი, ლ	8	3	ჭურჭელი, ლ	8	3
12	0	0	12	0	0
9	0	3	4	8	0
9	3	0	4	5	3
6	3	3	9	0	3
6	6	0	9	3	0
			6	3	3
			6	6	0

ამოცანა 20. ვინი-პუჰმა ზამთრისათვის გადანახული თაფლის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფა გადაწყვიტა. ვინი-პუჰი ფიქრობდა, რომ მარაგის ნახევარს ახალ წლამდე შეჭამდა, ნახევარს კი-ახალი წლის შემდეგ. თაფლის მთელი მარაგი ვინის 6 ლიტრიან ქილაში აქვს ჩასხმული. მას მხოლოდ ორი ცარიელი ერთ ლიტრიანი და ხუთ ლიტრიანი ქილები აქვს. შეძლებს თუ არა ვინი ამ ქილების გამოყენებით თაფლის მარაგის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფას?

ამოცანა ამოვხსნათ სამეულების გამოყენებით:

$(6, 0, 0) \to (1, 5, 0) \to (1, 4, 1) \to (2, 4, 0) \to (2, 3, 1) \to$
$\to (3, 3, 0).$

შესაძლებელია სხვაგვარადაც.

$(6, 0, 0) \to (5, 0, 1) \to (5, 1, 0) \to (4, 1, 1) \to (4, 2, 0) \to$
$\to (3, 2, 1) \to (3, 3, 0).$

ცხრილების გამოყენებით გვექნება:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ქილები, ლ			ქილები, ლ	
6 ლ ქილა	5	1	6 ლ ქილა	5	1
6	0	0	6	0	0
1	5	0	5	0	1
1	4	1	5	1	0
2	4	0	4	1	1
2	3	1	4	2	0
3	3	0	3	2	1
			3	3	0

ამოცანის კითხვაზე პასუხი ცალსახაა, ვინი-პუჰი მის ხელთ არსებული ქილების საშუალებით შეძლებს თავისი თაფლის მარაგის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფას.

ამოცანა 21. ფიფქია სტუმრად ჯუჯებს ელოდება. ზამთარი მეტად თოვლიანი და ყინულიანი გამოდგა, რის გამოც ფიფქიამ არ იცის რამდენი ჯუჯა ესტუმრება, მაგრამ მისთვის ცნობილია, რომ 12 ჯუჯაზე მეტი მასთან სტუმრად არ მივა. ფიფქიას აქვს ქვაბი, რომელიც ყავის 12 ფინჯანის მოცულობისაა და ეს ქვაბი წყლით არის სავსე. გარდა ამისა ფიფქიას აქვს კიდევ ორი ცარიელი ქვაბი, რომელებსაც 9 ყავის ფინჯანის და 5 ყავის ფინჯანის მოცულობები აქვთ. შეძლებს თუ არა ფიფქია თითო ფინჯანი ყავით გაუმასპინძლდეს მასთან მისული სტუმრების ნებისმიერ რაოდენობას? პასუხი ახსენით.

ფიფქიას შეიძლება ესტუმროს 1 სტუმრიდან დაწყებული 12 სტუმრით დამთავრებული ნებისმიერი რაო-

დენობა. ამოცანის სრულად ამოსახსნელად განვიხილოთ თითოეული შემთხვევა ცალ-ცალკე.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 1 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმარს უნდა მოუდუღოს 1 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 5 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი, რომელსაც შემდეგ გაცლის 9 ფინჯანი ყავის მოცულობის ქვაბში, ისევ 12 ფინჯანი მოცულობის ქვაბიდან გაავსებს 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბს, რომელსაც ისევ გადაასხამს 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში. რის შედეგადაც 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში დარჩება 1 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 2 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 2 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც ფიფქია უნდა მოიქცეს ზუსტად ისე, როგორც 1 სტუმრის შემთხვევაში და 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში დარჩება 2 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 3 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 3 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 9 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი და 12 ფინჯანი მოცულობის ქვაბში დარჩება 3 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 4 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 4 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 9 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი, რომელსაც შემდეგ გაცლის 5 ფინჯანი ყავის მოცულობის ქვაბში,

რის შედეგადაც 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში დარჩება 4 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 5 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 5 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 5 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 6 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 6 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც ფიფქია უნდა მოიქცეს ზუსტად ისე, როცა მას 1 სტუმარი მოუვიდა, მან სავსე 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბი უნდა გადაცალოს 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში, 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში დარჩენილი 1 ფინჯანის მოცულობის წყალი უნდა გადაასხას 9 ფინჯანის მოცულობის მქონე ქვაბში, 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 5 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი, რომელსაც შემდეგ გაცლის 9 ფინჯანი ყავის მოცულობის ქვაბში რის შედეგადაც 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში იქნება 6 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 7 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმებრს უნდა მოუდუღოს 7 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 5 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი, რის შედეგადაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში დარჩება 7 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 8 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 8 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 9 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი. 12 ფინჯა-

ნი ჯავის მოცულობის ქვაბიდან დარჩენილი 3 ფინჯანის მოცულობის წყალი უნდა ჩავასხათ 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში. სავსე 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან წყალი გადავქალოთ 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში. ცარიელ 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში გავცალოთ 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში ჩასხმული 3 ფინჯანის მოცულობის წყალი, გავასოთ 12 ფინჯანი მოცულობის ქვაბიდან 5 ფინჯანის მოცულობის ქვაბი, რომელიც გადავცალოთ 9 ფინჯანის მოცულობის ქვაბში, რომელშიც გახდება 8 ფინჯანის მოცულობის წყალი.

8 ჯუჯას სტუმრობის დროს ფიფქიას შეუძლია მოიქცეს ზუსტად ისე, როგორც მოიქცა 5 ჯუჯას სტუმრობის დროს, ოღონდ არ უნდა მოადუღოს არა 5 სტუმრისათვის განკუთვნილი წყალი, არამედ დარჩენილი წყალი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 9 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 9 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც 12 ფინჯანის მოცულობის ქვაბიდან მან წყლით უნდა გაავსოს 9 ფინჯანი მოცულობის ქვაბი.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 10 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 10 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც უნდა მოიქცეს ზუსტად ისე, როგორც მოიქცა 2 სტუმრის შემთხვევაში, მაგრამ უნდა მოადუღოს არა 2 ფინჯანის მოცულობის მქონე წყალი, არამედ დანარჩენი წყალი, რომელიც 10 ფინჯანის მოცულობის იქნება.

ვთქვათ, ფიფქიას ესტუმრა 11 ჯუჯა. მაშინ ფიფქიამ სტუმრებს უნდა მოუდუღოს 11 ფინჯანი ყავა, რისთვისაც უნდა მოიქცეს ზუსტად ისე, როგორც მოიქცა 1

სტუმრის შემთხვევაში, მაგრამ უნდა მოადუღოს არა 1 ფინჯანის მოცულობის მქონე წყალი, არამედ დანარჩენი წყალი, რომელიც 11 ფინჯანის მოცულობის იქნება.

თუ ფიფქიას ესტუმრა 12 ჯუჯა, მაშინ მან უნდა მოადუღოს დიდ ქვაბში ჩასხმული წყალი ყავისათვის.

მეთოდურად მიზანშეწონილია ამ ამოცანის რომელიმე კონკრეტული ერთი შემთხვევისათვის განხილვა, რომელიმე კონკრეტული შემთხვევის დავალებად მიცემა. რეალურად განხილული ამოცანა 12 ამოცანას წარმოადგენს.

ამოცანა 22. გვაქვს სამი ბიდონი, რომელთა ტევადობებია 14 ლიტრი, 9 ლიტრი და 5 ლიტრი. დიდი ბიდონი სავსეა რძით, დანარჩენი ორი ბიდონი ცარიელია. როგორ გავყოთ ცარიელი ბიდონების გამოყენებით დიდ ბიდონში ჩასხმული რძე თანაბრად?

პირველი ხერხი. 14 ლიტრიანი ბიდონიდან გავავსოთ 5 ლიტრიანი ცარიელი ბიდონი. 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 9 ლიტრი რძე. 5 ლიტრიანი ბიდონი გადავცალოთ 9 ლიტრიან ცარიელ ბიდონში. 14 ლიტრიანი ბიდონიდან, რომელშიც 9 ლიტრი რძეა გავასოთ 5 ლიტრიანი ცარიელი ბიდონი. 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 4 ლიტრი რძე. 5 ლიტრიანი სავსე ბიდონიდან შევავსოთ 9 ლიტრიანი ბიდონი, რომელშიც 5 ლიტრი რძეა. 9 ლიტრიანი ბიდონი დაიმატებს 4 ლიტრ რძეს, 5 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 1 ლიტრი რძე. სავსე 9 ლიტრიანი ბიდონი გადავცალოთ 14 ლიტრიან ბიდონში, რომელშიც დარჩენილი იყო 4 ლიტრი რძე, 5 ლიტრიან ბიდონში დარჩენილი 1 ლიტრი რძე გადავასხათ ცარიელ 9 ლიტრიან ბიდონში. გვაქვს ასეთი მდგომა-

რეობა: 14 ლიტრიან ბიდონში ასხია 13 ლიტრი რძე, 9 ლიტრიანი ბიდონში 1 ლიტრი რძეა, ხოლო 5 ლიტრიანი ბიდონი ცარიელია. 14 ლიტრიანი ბიდონიდან, რომელშიც 13 ლიტრი რძე ასხია გავავსოთ ცარიელი 5 ლიტრიანი ბიდონი. 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 8 ლიტრი რძე. სავსე 5 ლიტრიანი ბიდონი გადავცალოთ 8 ლიტრიან ბიდონში, ხოლო ცარიელი 5 ლიტრიანი ბიდონი შევავსოთ 14 ლიტროანი ბიდონიდან, რომელშიც 8 ლიტრი რძე ესხა. 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 3 ლიტრი რძე. სავსე 5 ლიტრიანი ბიდონიდან შევავსოთ 9 ლიტრიანი ბიდონი, რომელშიც 6 ლიტრი რძე ესხა. 9 ლიტრიანი ბიდონი დაიმატებს 3 ლიტრ რძეს, რომელიც გადავცალოთ 14 ლიტრიან ბიდონში, რომელშიც გახდება 12 ლიტრი რძე. 5 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 2 ლიტრი რძე, რომელიც გადავასხათ ცარიელ 9 ლიტრიან ბიდონში. 14 ლიტრიანი ბიდონიდან, რომელშიც 12 ლიტრი რძე ასხია გავავსოთ 5 ლიტრიანი ბიდონი, 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩება 7 ლიტრი რძე, ხოლო სავსე 5 ლიტრიანი ბიდონი გადავცალოთ 9 ლიტრიან ბიდონში, რომელშიც 2 ლიტრი რძე ესხა, მასშიც გახდება 7 ლიტრი რძე. რაც ნიშნავს, რომ 14 ლიტრი რძე თანაბრად გავყავით, 14 ლიტრიან ბიდონში დარჩა 7 ლიტრი რძე და 8 ლიტრიან ბიდონშიც გახდა 7 ლიტრი რძე. ამოცანა ამოხსნილია სრულად. ამ ამოცანის სამეულების გამოყენებით ამოხსნისას გვაქვს ასეთი სქემა:

$$(14, 0, 0) \to (9, 0, 5) \to (9, 5, 0) \to (4, 5, 5) \to (4, 9, 1) \to$$
$$\to (13, 0, 1) \to (13, 1, 0) \to (8, 1, 5) \to (8, 6, 0) \to (3,6,5) \to$$
$$\to (3, 9, 2) \to (12, 0, 2) \to (12, 2, 0) \to (7,2\ 5) \to (7, 7, 0).$$

ცხრილების გამოყენებით გვექნება:

ცხრილის საშუალებით ჩვენ ჩავწერეთ ამოხსნის მეორე ხერხიც, რომელიც პირველ ხერხზე მოკლეა, მაგრამ არ ჩავწერეთ ამ ხერხის შესაბამისი აღწერა და მისი ამოხსნისას სამეულების გამოყენება, რომელიც მეთოდურად მიზანშეწონილია შევთავაზოთ დამოუკიდებლად ჩაწერონ მოსწავლეებმა.

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
14 ლ ბიდონი	ბიდონები, ლ		14 ლ ბიდონი	ბიდონები, ლ	
	9	5		9	5
14	0	0	14	0	0
9	0	5	5	9	0
9	5	0	5	4	5
4	5	5	10	4	0
4	9	1	10	0	4
13	0	1	1	9	4
13	1	0	1	8	5
8	1	5	6	8	0
8	6	0	6	3	5
3	6	5	11	3	0
3	9	2	11	0	3
12	0	2	2	9	3
12	2	0	2	7	5
7	2	5	7	7	0
7	7	0			

ამოცანა 23. 10 ლიტრიანი ბიდონი სავსეა რძით. ამ ბიდონიდან 7 ლიტრიან ცარიელ ბიდონში უნდა გადავასხათ 5 ლიტრი რძე, რისთვისაც შეგვიძლია გამოვიყენოთ კიდევ ერთი 3 ლიტრიანი ცარიელი ბიდონი. როგორ გავაკეთოთ ეს?

პირველი ხერხი. ვისარგებლოთ სამეულებით:

$(10, 0, 0) \to (7, 0, 3) \to (7, 3, 0) \to (4, 3, 3) \to (4, 6, 0) \to$
$\to (1,6,3) \to (1,7,2) \to (8,0,2) \to (8,2,0) \to (5,2,3) \to (5,5,0).$

მეორე ხერხი. ვისარგებლოთ სამეულებით:

$(10,0,0) \to (3,7,0) \to (3,4,3) \to (6,4,0) \to (6,1,3) \to (9,1,0) \to$

$\to (9, 0, 1) \to (2, 7, 1) \to (2, 5, 3) \to (5, 5, 0).$

ცხრილების გამოყენებით გვექნება:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ბიდონები, ლ			ბიდონები, ლ	
10 ლ ბიდონი	7	5	10 ლ ბიდონი	7	5
10	0	0	10	0	0
7	0	3	3	7	0
7	3	0	3	4	3
4	3	3	6	4	0
4	6	0	6	1	3
1	6	3	9	1	0
1	7	2	9	0	1
8	0	2	2	7	1
8	2	0	2	5	3
5	2	3	5	5	0
5	5	0			

ამოცანა 24. როგორ ავიღოთ მდინარიდან 8 ლიტრი წყალი, თუ გვაქვს 15 ლიტრი და 16 ლიტრი ტევადობის ორი ჭურჭელი?

ვისარგებლოთ ზემოთ განხილული სქემით. ამ შემთხვევაში წინა ამოცანებისაგან განსხვავებით გვექნება წყვილები და არა სამეულები. წყვილის პირველი ელემენტი იქნება 16 ლიტრიანი ბიდონი, მეორე ელემენტი 15 ლიტრიანი ბიდონი. გვექნება:

$(0, 0) \to (16, 0) \to (1, 15) \to (1, 0) \to (0, 1) \to (16, 1) \to$

$\to (2, 15) \to (2, 0) \to (0, 2) \to (16, 2) \to (3, 15) \to$

$\to (3, 0) \to (0, 3) \to (16, 3) \to (4, 15) \to (4, 0) \to$

$\to (0, 4) \to (16, 4) \to (5, 15) \to (5, 0) \to (0, 5) \to$

$\to (16,5) \to (6,15) \to (6,0) \to (0,6) \to (16,6) \to (7,15) \to$

$\rightarrow$ (7,0) $\rightarrow$(0,7)$\rightarrow$(16 7) $\rightarrow$(8,15)$\rightarrow$(8,0) $\rightarrow$(0, 8).

ამოცანა 25. გვაქვს რძით სავსე 10 ლიტრიანი ორი ბიდონი და ორი ცარიელი 4 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი ქვაბი. გადაასხით თითოეულ ქვაბში 2-2 ლიტრი რძე.

ერთ-ერთი სავსე 10 ლიტრიანი ბიდონიდან გავასოთ 5 ლიტრიანი ქვაბი. 5 ლიტრიანი რძით სავსე ქვაბიდან გავასოთ 4 ლიტრიანი ცარიელი ქვაბი. 5 ლიტრიან ქვაბში დარჩება 1 ლიტრი რძე. სავსე 4 ლიტრიანი ქვაბიდან რძე ჩავაბრუნოთ 10 ლიტრიან ბიდონში. 5 ლიტრიან ქვაბში დარჩენილი 1 ლიტრი რძე გადავასხათ ცარიელ 4 ლიტრიან ქვაბში. გვაქვს ასეთი მდგომარეობა. ერთი 10 ლიტრიანი ბიდონი სავსეა რძით, მას ჩვენ ჯერ არ შევხებივართ. მეორე 10 ლიტრიან ბიდონში 9 ლიტრი რძე ასხია, 5 ლიტრიანი ქვაბი ცარიელია, 4 ლიტრიან ქვაბში 1 ლიტრი რძე ასხია. 10 ლიტრიანი ბიდონიდან, რომელშიც 9 ლიტრი რძეა გავასოთ 5 ლიტრიანი ქვაბი. სავსე 5 ლიტრიანი ქვაბიდან შევავსოთ 4 ლიტრიანი ქვაბი, რომელშიც 1 ლიტრი რძე ასხია. 4 ლიტრიანი ქვაბი დაიმატებს 3 ლიტრ რძეს. 5 ლიტრიან ქვაბში დარჩება 2 ლიტრი რძე. სავსე 4 ლიტრიანი ქვაბიდან რძე გადავაბრუნოთ 10 ლიტრიან ბიდონში, რომელშიც 8 ლიტრი რძე გახდება.

მეორე სავსე 10 ლიტრიანი ბიდონიდან გავავსოთ 4 ლიტრიანი ცარიელი ქვაბი. 4 ლიტრიანი სავსე ქვაბიდან რძით გავასოთ ის 10 ლიტრიანი ბიდონი, რომელშიც 8 ლიტრი რძეა. 10 ლიტრიანი ბიდონი დაიმატებს 2 ლიტრ რძეს. სავსე 4 ლიტრიან ქვაბში დარჩება 2 ლიტრი რძე. ე.ი. საბოლოოდ გვექნება ასეთი მდგომარეობა. ორი 10 ლიტრიანი ბიდონიდან ერთი ათლიტრიანი ბიდონი

იქნება სავსე, ხოლო მეორე 10 ლიტრიან ბიდონში იქნება 6 ლიტრი რძე. ორივე 5 ლიტრიან და 4 ლიტრიან ქვაბებში იქნება 2-2 ლიტრი რძე.

ამოცანა 26. გვაქვს სიროფით სავსე 6 ლიტრიანი ჭურჭელი, ორი ცარიელი 7 ლიტრიანი და 8 ლიტრიანი ჭურჭლები, წყლის ონკანი და ნიჟარა. შესაძლებელია თუ არა მოცემული ჭურჭლების გამოყენებით მივიღოთ 12 ლიტრი სიროფისა და წყლის თანაბარი ნარევი?

გავასოთ ცარიელი 8 ლიტრიანი ჭურჭელი წყლით. 8 ლიტრიანი ჭურჭლიდან წყალი გადავასხათ და გავავსოთ 7 ლიტრიანი ჭურჭელი. 8 ლიტრიან ჭურჭელში დაგვრჩება 1 ლიტრი წყალი. გადავღვაროთ 7 ლიტრიანი ჭურჭლიდან წყალი ნიჟარაში და მასში ჩავასხათ 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 1 ლიტრი წყალი. ისევ ავავსოთ 8 ლიტრიან ჭურჭლი, რომლიდანაც შევავსოთ 7 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელშიც 1 ლიტრი წყალია. 7 ლიტრიან ჭურჭელს შესავსებად დასჭირდება 6 ლიტრი წყალი. 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 2 ლიტრი წყალი. სავსე 7 ლირტიანი ჭურჭელი ისევ გადავღვაროთ ნიჟარაში და მასში 8 ლიტრიანი ჭურჭლიდან გადავასხათ მასში დარჩენილი 2 ლიტრი წყალი. ისევ ავავსოთ ონკანიდან 8 ლიტრიანი ჭურჭლი, რომლიდანაც შევავსოთ 7 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელშიც 2 ლიტრი წყალია, ის დაიმატებს 5 ლიტრ წყალს. 8 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 3 ლიტრი წყალი. სავსე 7 ლიტრიანი ჭურჭელი ისევ გადავღვაროთ ნიჟარაში. სიროფით სავსე 6 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავცალოთ ცარიელ 7 ლიტრიან ჭურჭელში. ცარიელ 6 ლიტრიან ჭურჭელში გადავასხათ 8 ლიტრიანი ჭურჭლში დარჩენილი 3

ლიტრი წყალი. მივიღეთ ასეთი მდგომარეობა: 6 ლიტრიან ჭურჭელში 3 ლიტრი წყალი ასხია, 7 ლიტრიან ჭურჭელში ასხია 6 ლიტრი სიროფი, 8 ლიტრიანი ჭურჭელი ცარიელია. 6 ლიტრიან ჭურჭელი გავავსოთ 7 ლიტრიანი ჭურჭლიდან სიროფით. 6 ლიტრიან ჭურჭელში გვექნება 3 ლიტრი სიროფი და 3 ლიტრი წყალი. 7 ლიტრიან ჭურჭელში დაგვრჩა 3 ლიტრი სიროფი. სიროფისა და წყლის თანაბარი ნაზავით სავსე 6 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავასხათ ცარიელ 8 ლიტრიან ჭურჭელში. 7 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 3 ლიტრი სიროფი გადავასხათ 6 ლიტრიან ცარიელ ჭურჭელში, რომელიც ონკანიდან გავასოთ წყლით. 6 ლიტრიან ჭურჭელში მიიღება სიროფისა და წყლის თანაბარი ნაზავი. საბოლოოდ მივიღეთ, რომ 8 ლიტრიან ჭურჭელში გვაქვს 6 ლიტრი წყლისა და სიროფის თანაბარი ნაზავი და სავსე 6 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელშიც წყლისა და სიროფის თანაბარი ნარევია. ე.ი. სულ გვაქვს 12 ლიტრი წყლისა და სიროფის თანაბარი ნარევი, რასაც ითხოვდა ამოცანის პირობა. ამოცანა ამოხსნილია სრულად.

ამოცანა 27. ექსკურსიაზე წასულბა ორმა ჯგუფმა თანაბრად უნდა გაიყოს მზარეულის მიერ ერთ ქვაბში მომზადებული 8 ლიტრი სუფი, რომელიც დიდ ქვაბშია ჩასხმული. მათ აქვთ მხოლოდ ორი ცარიელი ჭურჭელი, რომელთა ტევადობებია 5 ლიტრი და 3 ლიტრი. როგორ უნდა გაიყონ მათ სუფი თანაბრად? ამოცანა ამოხსენით ორი სხვადასხვა ხერხით.

პირველი ხერხი. გავასოთ 5 ლიტრიანი ჭურჭელი სუპით, რომლიდანაც სუფი გადავასხათ და გავასოთ 3

ლიტრიანი ჭურჭელი. 3 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავცალოთ დიდ ქვაბში. 5 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 2 ლიტრი სუფი გადავასხათ ცარიელ 3 ლიტრიან ჭურჭელში. ქვაბიდან გავასოთ 5 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომლიდანაც შევავსოთ 3 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელშიც 2 ლიტრი სუფი იყო. 3 ლიტრიანი ჭურჭელი დაიმატებს 1 ლიტრ სუფს 5 ლიტრიანი ჭურჭლიდან, რომელშიც დარჩება 4 ლიტრი სუფი. სავსე 3 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავცალოთ ქვაბში, რომელშიც 1 ლიტრი სუფია. ქვაბშიც და 5 ლიტრიან ჭურჭელშიც იქნება 4-4 ლიტრი სუფი.

მეორე ხერხი. ავავსოთ 3 ლიტრიანი ჭურჭელი სუფით და გადავასხათ 5 ლიტრიან ჭურჭელში. მეორედაც ავასოთ 3 ლიტრიანი ჭურჭელი სუფით და შევავსოთ 5 ლიტრიანი ჭურჭელი, რომელიც დაიმატებს 2 ლიტრ სუფს. 3 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩება 1 ლიტრი სუფი. სავსე 5 ლიტრიანი ჭურჭელი გადავცალოთ ქვაბში. 3 კიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 1 ლიტრი სუფი გადავასხათ 5 ლიტრიან ჭურჭელში. ისევ ავასოთ კასრიდან 3 ლიტრიანი ჭურჭელი და გადავცალოთ 5 ლიტრიან ჭურჭელში, რომელშიც 1 ლიტრი სუფია. 5 ლიტრიან ჭურჭელში გახდება 4 ლიტრი სუფი. 4 ლიტრი სუფი დარჩება ქვაბშიც.

თუ ვისარგებლოთ სამეულებით ამოცანის ამოხსნის პირველი ხერხისათვის გვექნება:

$$(8, 0, 0) \to (3, 5, 0) \to (3, 2, 3) \to (6, 2, 0) \to (6, 0, 2) \to$$
$$\to (1, 5, 2) \to (1, 4, 3) \to (4, 4, 0).$$

ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხისათვის გვექნება:

$(8, 0, 0) \to (5, 0, 3) \to (5, 3, 0) \to (2, 3, 3) \to (2, 5, 1) \to$
$\to (7, 0, 1) \to (7, 1, 0) \to (4, 1, 3) \to (4, 4, 0).$

ცხრილების გამოყენებით გვექნება:

პირველი ხერხი			მეორე ხერხი		
	ჭურჭლები, ლ			ჭურჭლები, ლ	
ქვაბი 8 ლ	5	3	ქვაბი 8 ლ	5	3
8	0	0	8	0	0
3	5	0	5	0	3
3	2	3	5	3	0
6	2	0	2	3	3
6	0	2	2	5	1
1	5	2	7	0	1
1	4	3	7	1	0
4	4	0	4	1	3
			4	4	0

ამოცანა 28. მოცემული გვაქვს ყვავილების სამი თაიგული. პირველ თაიგულში 11 ყვავილია, მეორეში-7 ყვავილი, მესამეში-6 ყვავილი. საჭიროა თითოეულ თაიგულში ყვავილების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი თაიგულიდან მეორეში იმდენი ყვავილის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია).

სულ სამივე თაიგულში

$$11 + 7 + 6 = 24$$

ყვავილია. სამივე თაიგულში ყვავილების რაოდენობა რომ გათანაბრდეს, თითოეულ თაიგულში უნდა იყოს 8-8 ყვავილი.

წინა ამოცანებში განხილული გრაფების გამოყენებით, გრაფის საწყისი წვეროა (11,7,6). სამიზნე წვერო ცალსახად განსაზღვრულია და არის (8,8,8).

ამოცანის ამოხსნის სტრატეგიის განსაზღვრა უნდა მოხდეს შემდეგნაირად: რადგან ამოცანის პირობა მოითხოვს ერთი თაიგულიდან მეორეში იმდენი ყვავილის გადაწყობას, რამდენიც მეორეშია, ამიტომ იმ თაიგულიდან ყვავილებს, რომელშიც 6 ყვავილია პირველ ბიჯზე ვერცერთ თაიგულში ვერ გადავიტანთ, რადგან ამ თაიგულში ყვავილების ყველაზე ნაკლები რაოდენობაა. გვრჩება ასეთი ვარიანტები:

I. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 7 ყვავილი დავდოთ 7 ყვავილიან თაიგულზე;

II. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 6 ყვავილი დავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე,

III. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 7 ყვავილია 6 ყვავილი დავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე,

დაწვრილებით გავარჩიოთ I შემთხვევა, დანარჩენი ორი შემთხვევა გაირჩევა ანალოგიურად.

იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 7 ყვავილი დავდოთ 7 ყვავილიან თაიგულზე, მივიღებთ:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4,14, 6).$$

აქ კიდევ შესაძლებელია სამი სტრატეგიის არჩევა:

Iა. 14 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4, 14, 6) \rightarrow (8,10, 6).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

10 ყვავილიანი თაიგულიდან 6 ყვავილი უნდა გადავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4,14, 6) \rightarrow (8, 10, 6) \rightarrow (8, 4, 12) \rightarrow (8, 8, 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 4 გადაწყობა.

Iბ. 14 ყვავილიანი თაიგულიდან 6 ყვავილი გადავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4,\ 14,\ 6) \rightarrow (4,\ 8,\ 12).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

12 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი უნდა გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11,\ 7,\ 6) \rightarrow (4{,}14,\ 6) \rightarrow (4,\ 8,\ 12) \rightarrow (8,\ 8,\ 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 3 გადაწყობა.

Iგ. 6 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4,\ 14,\ 6) \rightarrow (8{,}14,\ 2).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

14 ყვავილიანი თაიგულიდან 2 ყვავილი უნდა გადავდოთ 2 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11,\ 7,\ 6) \rightarrow (4{,}14,\ 6) \rightarrow (8,\ 14,\ 2) \rightarrow (8,\ 12,\ 4) \rightarrow (8,\ 8,\ 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 4 გადაწყობა.

აქ მოგვყავს ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა განსხვავებული ვარიანტები. მოსწავლეებს მივცეთ დავალებად დაადგინონ არსებობს თუ არა აქ მითითებული გზების გარდა ამოხსნის სხვა გზა, თუ არსებობს დაადგინონ.

$$(11,\ 7,\ 6) \rightarrow (5,\ 7,\ 12) \rightarrow (10,\ 2,\ 12) \rightarrow (8,\ 4,\ 12) \rightarrow (8,\ 8,\ 8);$$

$$(11, 7, 6) \to (5, 7, 12) \to (10, 2, 12) \to (10, 4, 10) \to (6, 8, 10) \to$$
$$\to (12, 8, 4) \to (8, 8, 8);$$
$$(11, 7, 6) \to (5, 7, 12) \to (10, 2, 12) \to (10, 4, 10) \to (10, 8, 6) \to$$
$$\to (4, 8, 12) \to (8, 8, 8);$$
$$(11, 7, 6) \to (5, 7, 12) \to (5, 14, 5) \to (10, 9, 5) \to (10, 4, 10) \to$$
$$\to (6, 8, 10) \to (12, 8, 4) \to (8, 8, 8);$$
$$(11, 7, 6) \to (5, 7, 12) \to (5, 14, 5) \to (5, 9, 10) \to (10, 4, 10) \to$$
$$\to (10, 8, 6) \to (4, 8, 12) \to (8, 8, 8);$$
$$(11, 7, 6) \to (11,1, 12) \to (10, 2, 12) \to (8, 4, 12) \to (8, 8, 8).$$
$$(11,7,6) \to (11,1,12) \to (10,2,12) \to (10,4,10) \to (6,8,10) \to$$
$$\to (12,8,4) \to (8, 8, 8);$$
$$(11, 7, 6) \to (11,1, 12) \to (10, 2, 12) \to (10, 4, 10) \to (10, 8, 6) \to$$
$$\to (4, 8, 12) \to (8, 8, 8);$$
$$(11,7,6) \to (11,1,12) \to (11, 2,11) \to (9, 4, 11) \to (5, 8, 11) \to$$
$$\to (10, 8, 6) \to (4, 8, 12) \to (8, 8, 8);$$
$$(11,7,6) \to (11,1,12) \to (11, 2, 11) \to (11, 4, 9) \to (11, 8, 5) \to$$
$$\to (6,8,10) \to (12, 8, 4) \to (8, 8, 8).$$

განვიხილოთ სითხის გადასხმის ამოცანების ამოხსნის კიდევ ერთი ხერხი, რომელიც ეფუძნება ამოცანის ამოხსნას ,,ბოლოდან“.

სითხის გადასხმაზე ამოცანები დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარების ერთ-ერთი მძლავრი საშუალებაა. იგი ავითარებს ინტელექტს და ავლენს მათემატიკურ უნართა პარამეტრებს. მათემატიკურ შესაძლებლობათა გამოვლინებისა და ამ შესაძლებლობებით დაჯილდოებული მოსწავლეების მოთხოვნათა დაკმაყოფილების მიზნით კაცობრიობის მიერ დაგროვილია დიდძალი მასალა, უმეტესად ამოცანების სახით. როგორც წესი, ეს ის ამოცანები

არ არის, რომლებიც იხსნება სკოლაში მათემატიკური განათლების საბაზო დონეზე. ასეთი ამოცანები, ჩვეულებრივ, აიძულებს მოსწავლეს, დაძაბოს აზროვნება და მიაგნოს მისი ამოხსნის ორიგინალურ, არცთუ იშვიათად, ერთადერთ გზას. ამ ტიპის ამოცანების ამოხსნა, უმეტესშემთხვევაში, სპეციალურ ცოდნას არ მოითხოვს, საკმარისია მხოლოდ მოსაზრებულობა.

სწავლების პროცესში მასწავლებელმა მიზნად უნდა დაისახოს ასეთი ამოცანები:

- აღმოაჩინოს მოსწავლეთა უნარი, ამოცანის პირობის მიხედვით გამოიტანოს სათანადო დასკვნები;
- გამოარკვიოს, შეუძლიათ თუ არა მოსწავლეებს, დასახონ ამოხსნის სტრატეგია, წამოაყენონ იდეა და ამოხსნისას გამოიყენონ არასტანდარტული ხერხები;
- გამოიკვლიონ, შეუძლიათ თუ არა მოსწავლეებს, გაავლონ ანალოგია;
- გამოარკვიოს მოსწავლეთა ინტუიციის დონე, შეუძლიათ თუ არა მათ მიენდონ ინტუიციას და რამდენად ამაღლებულია ეს ინტუიცია.

სითხის გადასხმაზე ამოცანები დაწყებითი სკოლის მოსწავლეებში დიდ ინტერესს იწვევს და სწავლის მოტივაციის გასაძლიერებლად უაღრეს ფასეულ საშუალებას წარმოადგენს. ასეთი ამოცანების ამოხსნისას გამოიყენება მსჯელობა ,,ბოლოდან“.

განვიხილოთ ასეთი

ამოცანა 1. გვაქვს ორი ჭურჭელი ტევადობით 3 ლიტრი და 2 ლიტრი. ამ ჭურჭლების მეშვეობით როგორ გადმოვასხათ კასრიდან 1 ლიტრი წყალი?

მსჯელობა ,,ბოლოდან“ ასეთია: ერთილიტრი წყალი შეიძლება მივიღოთ როგორც სამლიტრიან ჭურჭელში, ისე ორ ლიტრიანში. თუ გვინდა იგი მივიღოთ სამლიტრიანში, მაშინ მისგან უნდა გადავასხათ ორი ლიტრი. ეს ადვილი გასაკეთებელია, რადგან ორლიტრიანი ჭურჭელი გვაქვს. ე.ი. ავავსოთ სამ ლიტრიანი და მისგან შევავსოთ ცარიელი ორლიტრიანი. სამლიტრიანში დაგვრჩება 1 ლიტრი. ამოცანა ამოხსნილია. თუკი გვინდა 1 ლიტრი მივიღოთ ორლიტრიანში, მაშინ საჭიროა მისგან გადავასხათ 1 ლიტრი. ეს მხოლოდ მაშინ შეგვეძლება, როცა სამლიტრიანში უკვე იქნება 2 ლიტრი წყალი. ესეც ადვილი შესასრულებელია, რადგან ორლიტრიანი ჭურჭელი გვაქვს. ე.ი. უნდა შევავსოთ ორლიტრიანი და გადავასხათ სამლიტრიანში. შემდეგ, კვლავ ავავსოთ ორლიტრიანი და მისგან შევავსოთ სამლიტრიანი, რომელშიც 2 ლიტრი უკვეასხია. ორლიტრიან ჭურჭელში დაგვრჩება 1 ლიტრი.

ყოველივე მოსწავლეთათვის არ არის ძნელი. მაგრამ ამოცანა რაც უფრო რთულდება, მოქმედებათა (ბიჯების) რაოდენობა რაც უფრო მეტი ხდება, მით უფრო ძნელდება ,,ბოლოდან“ მსჯელობისას მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა.

მაგრამ, უნდა აღინიშნოს, რომ ,,ბოლოდან“ მსჯელობა ბოლომდე სულაც არ არის აუცილებელი. მთავარი ისაა, მოსწავლემ დაიწყოს მსჯელობა ,,ბოლოდან“. ამ მსჯელობისას აიღოს ამოხსნის გზის ძიების სწორი ორიენტაცია და მიაგნოს ამოხსნის გზის ძირითად პრინციპს. ეს ძირითადი პრინციპი განისაზღვრება სულ ორი ფაქტით:

- სითხის საძიებელი რაოდენობა უნდა მივიღოთ იმ ჭურჭელში, რომლითაც ვიწყებთ მოქმედებას, ე.ი. რომელსაც ვავსებთ პირველად.
- სითხის საძიებელი რაოდენობა არის სხვაობა მოცემული ჭურჭლების ტევადობათა ჯერადებს შორის.

დავაზუსტოთ ამ დებულებათა შინაარსი ილუსტრაციის საშუალებით. განვიხილოთ

ამოცანა 2. გვაქვს ორი ჭურჭელი ტევადობით 3 ლ და 5 ლ. ამ ჭურჭლების მეშვეობით როგორ გადმოვას-ხათ კასრიდან 1 ლ წყალი?

გადასხმის დაწყება შეიძლება სამლიტრიანითაც და ხუთლიტრიანითაც. თუ სამ¬ლიტრიანით დავიწყებთ, მაშინ საძიებელი 1 ლიტრი სამლიტრიანში დარჩება. თუ¬კი ხუთლიტრიანით დავიწყებთ, მაშინ მისაღები 1 ლიტრი ხუთლიტრიანში უნდადარჩეს.

დავიწყოთ ხუთ ლიტრიანით. ავავსოთ ხუთლიტრიანი და გადავასხათ სამლიტრიანში. ხუთლიტრიანში დარჩება 2 ლიტრი. დავცალოთ სამლიტრიანი და ხუთლიტრიანში დარჩენილი 2 ლიტრი გადავასხათ სამლიტრიანში. კვლავ ავავსოთ ხუთლიტრიანი და მისგან შევავსოთ სამლიტრიანი. ხუთლიტრიანში დარჩება 4 ლიტრი. დავცალოთ სამლიტრიანი და ხუთლიტრიანიდან ავავსოთ იგი. ხუთლიტრიანში დარჩება 1 ლიტრი. შეგვიძლია სამლიტრიანი არ დავცალოთ, რადგან 1 ლიტრი უკვე მიღებული გვაქვს.

შენიშვნა. ჭურჭლის ავსება ხდება კასრიდან, რომელშიც წყალი განუსაზღვრელი რაოდენობითაა, ჭურჭ-

ლის დაცლახდება ან კასრში დაბრუნებით, ან გადაქცევით, ხოლო გადასხმა ხდება ჭურჭლიდან ჭურჭელში.

თუ დავაკვირდებით, შევამჩნევთ ძალზე საინტერესო და სრულიად გარკვეულ კანონზომიერებას. ეს კანონზომიერება სუფევს მოცემული ჭურჭლების ტევადობებს, ჭურჭლების ავსების, დაცლისა და გადასხმის რაოდენობებს შორის თანაფარდობებში.

მოცემულ მაგალითში ხუთლიტრიანის ავსება მოხდა ორჯერ, სამლიტრიანის დაცლა მოხდა ორჯერ, ბოლო დაცლა დავაკელით. ხოლო ყოველგვარი გადასხმა ჭურჭლებს შორის მოხდა ოთხჯერ. მიღებული 1 კი არის სხვაობა, ასე რომ ვთქვათ, ავსებებსა და დაცლებს შორის.

მაშასადამე, მოცემულ შემთხვევაში გვაქვს:

$$5\cdot 2-2\cdot 3=1$$

სადაც საკლები და მაკლები მოცემული ჭურჭლების ტევადობათა ჯერადი რიცხვებია, სხვაობა არის საძიებელი სითხის რაოდენობა, ამასთან, 5 პირველი ჭურჭლის ტევადობაა, 2 პირველი ჭურჭლის ავსების რაოდენობა, 3 (სამრავლი) მეორე ჭურჭლის ტევადობაა, 3 (მამრავლი) მეორე ჭურჭლის დაცლის რაოდენობაა, 1-ით გადიდებული; გადიდებულია იმ დაცლით, რომელიც დავაკელით. თუ ვაწარმოებთ ასეთ დაკვირვებას მრავალჯერ და განვაზოგადებთ, მივიღებთ ზოგად ფორმულას:

$$a\cdot n-b\cdot m=k$$

სადაც a და b მოცემული ჭურჭლების ტევადობებია (a-პირველი ჭურჭლის, რომლითაც ვიწყებთ, b-მეორე ჭურჭლის), n-პირველი ჭურჭლის ავსების

რაოდენობაა, m-მეორე ჭურჭლის დაცლის რაოდენობაა, 1-ით გადიდებული, k-საძიებელი (ჩამოსასხმელი) სითხის რაოდენობა.

საბოლოოდ გავქვს ზოგადი ფორმულა:

$$a \cdot n - b \cdot m = k.$$

პირველი ჭურჭლის ავსების რაოდენობა	n
მეორე ჭურჭლის დაცლის რაოდენობა	$m-1$
ყოველგვარი გადასხმების რაოდენობა	$n+m-1$
ბიჯების მოქმედებათა რაოდენობა	$n+(m-1)+(m+n-1)=2(n+m-1)$

ამ დებულებას ჩვენ ვღებულობთ დამტკიცების გარე-შე.

აღსანიშნავია, რომ, როცა საძიებელი (ჩამოსასხმელი) სითხე მცირე ჭურჭელში ვერ ეტევა, მაშინ, თუ მოქმედებას მცირე ჭურჭლით ვიწყებთ, საძიებელი სითხე დიდ ჭურჭელში გვრჩება და ამიტომ მოქმედებების (ბიჯების) რაოდენობა 2-ით მატულობს, ე.ი. ნაცვლად $(2n+2m-2)$-ისა გვაქვს:

$$2n+2m=2(n+m)\ .$$

ფორმულის ძიების პროცესი ვაჩვენოთ მაგალითზე.

ვთქვათ, მოცემულია ორი ჭურჭელი ტევადობით 5 ლ და 8 ლ. მათი მეშვეობით კასრიდან უნდა გადმოვასხათ: ერთ შემთხვევაში 4 ლიტრი, მეორე შემთხვევაში 6 ლიტრი.

1. ცხადია, რომ 4 უნდა იქნეს სხვაობა 5-ისა და 8-ის ჯერად რიცხვებს შორის. ე. ი.

$$5 \cdot a - 8 \cdot b = 4$$

5-ის ჯერადებია: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

8-ის ჯერადებია: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

რადგან 20 – 16 = 4, ე. ი. $a=4,\ \ b=2.$

მაშასადამე, გვაქვს: $5\cdot 4-8\cdot 2=4$,

საიდანაც ვგებულობთ, რომ ხუთლიტრიანი ივსება 4-ჯერ, რვალიტრიანი იცლება 2-ჯერ (მაგრამ ერთი, საბოლოო, უნდა დავაკლოთ), გადასხმათა რაოდენობაა $4+2-1=5$, რადგან საძიებელი რაოდენობა ეტევა მცირე ჭურჭელში; მოქმედებათა რაოდენობაა $2\cdot 4+2\cdot 2-2=10$, რადგან საძიებელი რაოდენობა ეტევა მცირე ჭურჭელში.

2. ანალოგიურად გვაქვს

$$5\cdot a-8\cdot b=6$$

5-ისა და 8-ის ჯერადი რიცხვების შერჩევის შემდეგ ვღებულობთ:

$$5\cdot 6-8\cdot 3=6,$$

საიდანაც ცხადია: ხუთლიტრიანი ივსება 6-ჯერ, რვალიტრიანი იცლება 3-ჯერ, აქ არაფერი აკლდება; გადასხმათა რაოდენობაა 6+3=9, რადგან საძიებელი რაოდენობა არ ეტევა მცირე ჭურჭელში, მოქმედებათა რაოდენობაა $5\cdot 6-2\cdot 3=18$, რადგან საძიებელი რაოდენობა არ ეტევა მცირე ჭურჭელში.

ამოცანები სითხის გადასხმაზე შეიძლება ჩაითვალოს მოსწავლის მიერ ბოლოდან მსჯელობის გარკვეულ საზომად. გარდა ამისა, ასეთი ამოცანების მეთოდიკურად დალაგებული რიგის ამოხსნისას მსჯელობის მსვლელობა საშუალებას გვაძლევს, გამოვყოთ მათემატიკური უნარის შემდეგი პარამეტრები, რომლებიც ექვემდებარება შემოწმებასა და შეფასებას:

- ამოცანის ჩამოყალიბების უნარი ,,ბოლოდან“ ამოსხნისათვის,
- დამატებითი პირობების მიღების უნარი,
- ყოველი დამატებითი პირობის დამუშავებისა და შეფასების უნარი.

ასეთ ამოცანებზე მუშაობისას, ჩვენი აზრით, მნიშვნელოვანად უნდა ჩაითვალოს ორი რამ:

- მოსწავლეს ეძლევა საშუალება, საგნებზე აწარმოოს პრაქტიკული მოქმედებები, წყალი ჭურჭლებში თვითონ გადაასხას და მიიღოს შედეგი.
- ამოცანის პირობის გულდასმით ანალიზის საფუძველზე აზროვნება მიმართოს ამოხსნის იდეალური მოდელის, იდეალური სახის შექმნისაკენ, რაც ამოხსნის ძიებას აძლევს მიზანმიმართულ ხასიათს.

ყოველივე ზემოთქმულის საფუძველზე, დარწმუნებული ვართ, წარმატების მომტანი იქნება მოსწავლის აზროვნების ორი დონის გამოყოფა, ერთი-პრაქტიკული, მეორე-თეორიული.

ეს ყველაფერი-ძალიან კარგი, მაგრამ, უნდა ითქვას, რომ ეს საქმის მხოლოდ ერთი მხარეა, რა თქმა უნდა, მეთოდიკური თვალსაზრისით. მთავარი ისაა, რომ სითხის გადასხმაზე ამოცანების დალაგებული მწკრივი მოსწავლის ალგორითმული აზროვნების განვითარების მძლავრი იარაღია, რაც მყარ ნიადაგს ამზადებს ინფორმატიკის შესწავლისათვის. ამას კი, თავის მხრივ, განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება თანამედროვე პირობებში. ალგორითმული აზროვნება ხელს უწყობს ადამიანს თავისი მოქმედებების დაგეგმვაში, ავითარებს

უნარს იმისა, რომ ადამიანმა გაითვალისწინოს სხვადასხვა გარემოება და მოიქცეს მათ შესაბამისად.

ალგორითმული აზროვნების განვითარება უმარტივესი დავალებებით იწყება:

განა ძნელია საიდანმე გადმოვასხათ 1 ლიტრი წყალი? პასუხი, ცხადია, იმაზეა დამოკიდებული, თუ როგორი ტევადობები გვაქვს. თუ გვაქვს ლიტრიანი ჭურჭელი, მაშინ პროგრამა შედგება ერთი ბიჯისაგან:

აავსე A.

ოდნავ გავართულოთ დავალება. ვთქვათ, გვაქვს ორი ტევადობა: ორ¬ლიტრიანი ჭურჭელი და სამ ლიტრიანი ჭურჭელი. ასეთ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნა შედეგება ორი ბიჯისაგან:

აავსე B,

გადაასხი B-დან A-ში.

პირველი ბიჯის შემდეგ ჭურჭელში იქნება 3 ლიტრი წყალი, ხოლო მას შემდეგ, რაც A-დან B-ში. გადავასხამთ 2 ლიტრს, A ჭურჭელში დაგვრჩება 1 ლ წყალი.

ამოცანები შეიძლება თანდათანობით გავართულოთ და შესაბამისად ალგორითმიც თანდათანობით გართულდება. ხუთლიტრიანი და რვალიტრიანი ჭურჭლებით 4 ლიტრი წყლის გადმოსხმის შესახებ ზემოთ განხილული ამოცანის ამოხსნა პროგრამის სახით ასე ჩავწეროთ:

აავსე A, გადაასხი A-დან B-ში. აავსე A, გადაასხი A-დან B-ში. გადააქციე B-დან, გადაასხი A-დან B-ში. აავსე A, გადაასხი A-დან B-ში. აავსე A, გადაასხი A-დან B-ში.

სულ 10 ბრძანებაა. პროგრამაში 10 ბიჯია გასაკეთებელი.

აქვე საჭირო იქნება ასეთი ცხრილის შედგენა

ბრძანება	A (5 ლ)	B (8 ლ)
აავსე A		_
გადაასხი A-დან B-ში	-	5
აავსე A	5	5
გადაასხი A-დან B-ში	2	8
გადააქციე B-დან	2	-
გადაასხი A-დან B-ში	-	2
აავსე A	5	2
გადაასხი A-დან B-ში	-	7
აავსე A	5	7
გადაასხი A-დან B-ში	4	8

მსგავსი ამოცანების ამოხსნა დაწყებითი სკოლის მოსწავლეებს გააცნობიერებინებს ალგორითმული აზროვნების ძირითად ცნებებს.

მასწავლებლებს ჩვენ ვთავაზობთ სითხის გადასხმაზე განხილული ტიპის ამოცანების ამოხსნის გრაფიკულ მოდელს, რომლის მიხედვითაც მოსწავლე ნებისმიერ შემთხვევაში ადვილად გაერკვევა სიტუაციაში, თუნდაც მოქმედებათა რაოდენობა ძალზე დიდი იყოს.

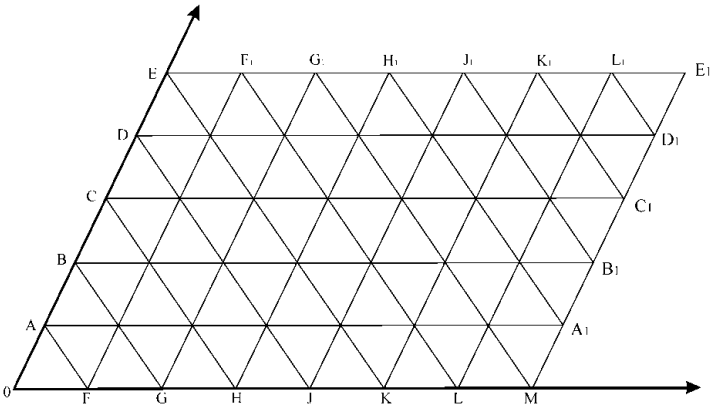
მაგალითისათვის განვიხილოთ ასეთი ამოცანა.

ამოცანა 3. გვაქვს ორი ჭურჭელი ტევადობით 5 ლ და 7 ლ. ამ ჭურჭლების მეშვეობით როგორ გადმოვასხათ კასრიდან 1 ლიტრი წყალი?

როგორც უკვე ვიცით, ამოცანის ამოხსნა შეიძლება ორნაირად. თუ ამოხსნას დავიწყებთ ხუთლიტრიანით, მოქმედებათა რაოდენობა იქნება 8, თუ შვიდ ლიტრიანით დავიწყებთ, მაშინ 12 მოქმედების შესრულება

მოგვიწევს. ცხადია, ამ შემთხვევაში მოსწავლის სრული მსჯელობა ,,ბოლოდან“ გაძნელებული იქნება. მაგრამ, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, არა უმარტივებს ამოცანებში, სადაც მოქმედებათა რაოდენობა დიდია, ძნელია მსჯელობა ჩაატაროს მოსწავლემ სრულად, ე.ი. ძნელია, ბოლოდან ჩამოთვალოს ყველა მოქმედება თანამიმდევრობით. აქ მთავარია პრინციპი. მთავარია, მსჯელობა დაიწყოს ბოლოდან და გადაზარდოს ეს მსჯელობა ორი ჯერადის სხვაობის მონახვაში. თუ ეს მოსწავლემ შეძლო, ეს უკვე ბრწყინვალე შედეგია.

მაგრამ ყველა შემთხვევაში საქმეს ამარტივებს ამოხსნის უნივერსალური გრაფიკული მოდელი.



ნახ. 1.

ავიღოთ ერთი სათავის მქონე ორი სხივი, ნებისმიერი კუთხის შემქმნელი. სათავიდან მოვზომოთ მათზე 5 და 7 ერთეულები (მოცემული ჭურჭლების შესაბამისად), ნებისმიერი მასშტაბით. შევავსოთ ნახაზი ისე, როგორც ნიმუშზეა მოცემული (ნახ. 1).

შემოვიღოთ აღნიშვნები: სვლები OE, FF_1, GG_1, HH_1, JJ_1, KK_1, LL_1 ნიშნავს ხუთლიტრიანი ჭურჭლის ავსებას;

სვლები: OM, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 ნიშნავს შვიდლიტრიანი ჭურჭლის ავსებას; სვლები F_1F, G_1G, H_1H, J_1J, K_1K, L_1L ნიშნავს ხუთლიტრიანი ჭურჭლის დაცლას; სვლები A_1A, B_1B, C_1C, D_1D ნიშნავს შვიდლიტრიანი ჭურჭლის დაცლას; სვლები: AF, BG, CH, DJ, EK, F_1L, G_1M, H_1A_1, J_1B_1, K_1C_1, L_1D_1 ნიშნავს ხუთლიტრიანიდან შვიდლიტრიანში გადასხმას; სვლები: FA, GB, HC, JD, KE, LF_1, MG_1, A_1H_1, B_1J_1, C_1K_1, D_1L_1 ნიშნავს შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმას.

ასეთ პირობებში მოცემული ამოცანის ამოხსნის ვარიანტები შემდეგი გზებით წარმოგვიდგება:

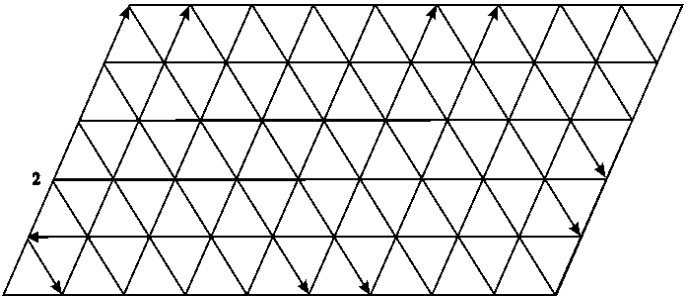
1. თუ დავიწყებთ ხუთლიტრიანით, მაშინ ამოხსნის გზა იქნება:

$$OEKK_1C_1CHH_1A_1;$$

2. თუ დავიწყებთ შვიდლიტრიანით, მაშინ ამოხსნის გზა იქნება:

$$OMG_1GBB_1J_1JDD_1L_1LF_1;$$

ეს გზები შედგება ცალკეული მოქმედებებისაგან:
პირველი ვარიანტი



ნახ. 2.

გრაფიკული მოდელი ამოხსნის პირველი ვარიანტისთვის.

OE-ხუთლიტრიანის ავსება;

EK-ხუთლიტრიანიდან შვიდლიტრიანში გადასხმა;

KK_1-ხუთლიტრიანის ავსება;

K_1C_1-ხუთლიტრიანიდან შვიდლიტრიანში გადასხმა;

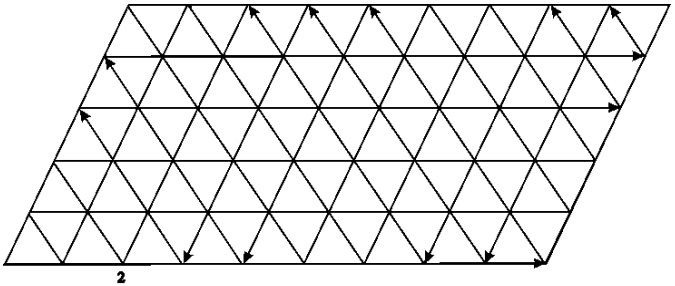
CC_1-შვიდლიტრიანის დაცლა'

CH-ხუთლიტრიანიდან შვიდლიტრიანში გადასხმა;

HH_1-ხუთლიტრიანის ავსება;

H_1A-ხუთლიტრიანიდან შვიდლიტრიანში გადასხმა. სულ 8 მოქმედება.

მეორე ვარიანტი:



ნახ. 3.

გრაფიკული მოდელი ამოხსნის მეორე ვარიანტისთვის.

OM-შვიდლიტრიანის ავსება;

MG_1-შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;

G_1G-ხუთლიტრიანის დაცლა;

GB -შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;

BB_1-შვიდლიტრიანის ავსება;

B_1J_1-შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;

J_1J-ხუთლიტრიანის დაცლა;

JD-შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;

DD_1-შვიდლიტრიანის ავსება;

D_1L_1-შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;

L_1L-ხუთლიტრიანის დაცლა;
LF_1-შვიდლიტრიანიდან ხუთლიტრიანში გადასხმა;
სულ 12 მოქმედება.

3.4.2. სხვადასხვა სახის მათემატიკური სახალისო ამოცანები უმცროსკლასელთათვის

საყოველთაოდაა ცნობილი შესანიშნავი ფრანგი მათემატიკოსის ბლეზ პასკალის (1623-1662) სიტყვები: ,,მათემატიკის საგანი იმდენად სერიოზულია, რომ სასარგებლოა, ხელიდან არ გავუშვათ შემთხვევა, გავხადოთ იგი რამდენადმე სახალისო“. ეს სიტყვები სრულიად სამართლიანია და ამას ადასტურებს ყველა მათემატიკოსი, მეთოდისტი, ფსიქოლოგი, პედაგოგი, ვისაც კი ოდესმე ჰქონია რაიმე კავშირი მათემატიკის სწავლებასთან. ამის გამო, მათემატიკის სწავლების პროცესში, განსაკუთრებით მრავალი სახალისო ამოცანა უძველესი დროიდანაა ცნობილი, მათ შორის, მაგალითად, ასეთებიც:

ამოცანა 1. ქვეითი ჯარის ასეული მიადგა მდინარის ნაპირს, მაგრამ აღმოჩნდა, რომ ხიდი გატეხილია, ფონი არ არის. ნაპირთან ორი ბიჭუნა თამაშობს ნავში, მაგრამ ისეთ პატარაში, რომ მასში შეიძლება მოთავსდეს მხოლოდ ერთი მოზრდილი ან ორი ბავშვი. გასარკვევია, ასეთი პატარა ნავით როგორ უნდა გადავიდეს მთელი ასეული მდინარის მეორე ნაპირზე?

ამოცანა 2. მოცემულია სამი ჭურჭელი, მოცულობის 3, 5 და 8 ერთეულით. პირველი ორი ცარიელია, მესამე

კი სავსე. გაყავით მესამე ჭურჭლის შემცველობა ორ ტოლ ნაწილად გადასხმების საშუალებით.

ამოცანა 3. საწონების რომელი მინიმალური კრებულით შეიძლება ავწონოთ 1-დან 40-მდე ფუნტების ნებისმიერი მთელი რაოდენობა თეფშებიან სასწორზე იმ პირობით, რომ აწონისას საწონების დაწყობა ორივე თეფშზე შეიძლებოდეს?

პირველი და მესამე ამოცანები მათემატიკის ისტორიაში შესულია ბაშე დე მეზირიაკის ამოცანების სახელით. ბაშე დე მეზირიაკი (1581-1638), ფრანგი მათემატიკოსი, ცნობილია მთელ რიცხვებში პირველი ხარისხის განუსაზღვრელ განტოლებათა ამოხსნის საკუთარი ხერხით, იგი დიოფანტეს ,,არითმეტიკის“ კომენტატორია და მათემატიკური სახალისო ამოცანების ბრწყინვალე პოპულარიზატორი.

მეორე ამოცანა 1651 წელს ქალაქ კიოლნში გამოცემული კრებულში: ,,Thaumaturgus mathematikus“ ამოცანაა, რომელსაც მათემატიკის ისტორიაში ხშირად პუასონის ამოცანის სახელითაც მოიხსენიებენ. სიმეონ დენის პუასონი (1781-1840) ფრანგი მათემატიკოსია, რომელიც მუშაობდა უპირატესად მათემატიკის უმაღლეს დარგებში. მისი გამოკვლევები განეკუთვნება ანალიზს, მექანიკას, ასტრონომიას.

ამ ამოცანაზე, შემდგომ, ფრანგი ასტრონომი და ფიზიკოსი დომინიკ ფრანსუა არაგო (1786-1853) ჰყვებოდა, რომ მან (ამ ამოცანამ) გადაწყვიტა პუასონის ბედი, რადგანაც, დაინტერესდა რა მისით, ამით მან აღმოაჩინა საკუთარი მოწოდება და მთელი სიცოცხლე მათემატიკას მიუძღვნა.

საინტერესოა, რომ ეს ამოცანები ხსენებულ მათემატიკოსებზე ოთხი საუკუნით ადრე გვხვდება ფიბონაჩისთან. იტალიელი მათემატიკოსი ფიბონაჩი, იგივე ლეონარდო პიზელი ანუ პიზანელი (1170?-1240?) ავტორია უნიკალური შრომისა ,,აბაკის წიგნი“, საიდანაც XV-XVI საუკუნეებში საინტერესო ამოცანები და მათი ამოხსნები გადავიდა მრავალრიცხოვან ევროპულ წიგნებში. აღორძინების ეპოქაში ამ წიგნიდან მთელ ევროპაში გავრცელდა თვლის ინდური ათობითი პოზიციური სისტემა, ოღონდ, არაბულის სახელით.

აწონის ზემოთ განხილულ ამოცანას ლეონარდო თავის წიგნში ხსნის 1-დან 40-მდე ერთეული ტვირთისათვის. ასეთ ამოცანებში თვლის ორობითი სისტემა გამოიყენა იტალიელმა მათემატიკოსმა ლუკა დე ბურგო პაჩიოლომ (1445-1514) 1494 წელს. ლუკა პაჩიოლო (პაჩოლი) ბერი იყო, წმინდა ფრანცისკოს ორდენის წევრი. მათემატიკის ისტორიაში გავრცელებულია აზრი, რომ ბაშემ თავისი ამოცანები ამოკრიბა ლეონარდოს წიგნიდან. მაგრამ იმასაც ფიქრობენ, რომ ეს ამოცანები ლეონარდოს მოგონილი არ უნდა იყოს. ეს ამოცანები ძველი ჩანს გაცილებით.

განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 1. არსებობს თუ არა დედამიწაზე ორი ადამიანი თავზე თმების ერთნაირი რაოდენობით?

მსჯელობა შეიძლება ასე წარვმართოთ: დედამიწაზე ადამიანების რაოდენობა გაცილებით მეტია, ვიდრე თმების რაოდენობა ნებისმიერი ადამიანის თავზე. ეს ფაქტი სრულიად ცხადია. ამოცანის ამოხსნაც სწორედ ამაში მდგომარეობს. ვთქვათ, ერთი თავის თმების ყვე-

ლაზე მეტი რაოდენობა არის n. ეს იმას ნიშნავს, რომ n რაოდენობის ადამიანებს თავზე თმების სხვადასხვა რაოდენობა აქვთ. დანარჩენებს თავზე n-ზე ნაკლები რაოდენობის თმა აქვთ ან n-ის ტოლი. ამოცანა ამოხსნილია.

ამ ამოცანის თაობაზე ჰოლანდიელი მათემატიკოსი და პედაგოგი ჰანს ფროიდენტალი აღნიშნავს: მისი ასაკი 400 წელზე ნაკლები არ არის. იგი ყოველთვის განიხილებოდა, როგორც გასაოცარი მათემატიკური კურიოზი, სანამ დირიხლემ პირველმა არ გამოიყენა მის საფუძველში მდებარე ყუთების პრინციპი ანუ, სხვანაირად, დირიხლეს პრინციპი. დი-იხლეს პრინციპი ილუსტრირდებოდა ასეთი ამოცანით: ტყეში 100 000 ნაძვია, თითოეულ მათგანზე არა უმეტეს 50 000-ისა ნემსია. დაამტკიცეთ, რომ მოინახება ორი ნაძვი ნემსების ერთნაირი რაოდენობით.

ამოცანა 2. მოცემულია თეფშებიანი (პინებიანი) სასწორი საწონების გარეშე და სამი მონეტა, რომელთა შორის ერთი ყალბია. იგი სხვებზე მსუბუქია. ერთი აწონით იპოვეთ ყალბი მონეტა.

სასწორის თეფშებზე დავდოთ თითო მონეტა, მესამე მონეტა გვერდზე გადავდოთ. თუ სასწორი არ გაწონასწორდა, მაშინ ყალბი იქნება უფრო მსუბუქი მონეტა. თუკი სასწორი გაწონასწორდა, მაშინ ყალბია გვერდზე გადადებული მონეტა. ამოცანა ამოხსნილია.

ამოცანა 3. ლეგენდა ლაპარაკობს, რომ დიდი ხნის წინ ერთ ქვეყანაში იყო ტაძარი. ამ ტაძარში სამი ღმერთის ქანდაკება იდგა: სიმართლის ღმერთის, სიცრუის ღმერთისა და დიპლომატიის ღმერთის. ისინი იდგნენ

ერთ მწკრივში. ამ ქანდაკებებს საოცარი თვისება ჰქონდათ: პასუხობდნენ მორწმუნეთა შეკითხვებზე. ცნობილი იყო, რომ სიმართლის ღმერთი ყოველთვის მართალს ამბობდა, სიცრუის ღმერთი-ტყუილს, ხოლო დიპლომატიის ღმერთი ხან მართალს იტყოდა, ხან ტყუილს. ქანდაკებები ზუსტად ჰგავდნენ ერთმანეთს და არავინ იცოდა, რომელი მათგანი იყო სიმართლის ღმერთი, რომელი იყო სიცრუის ღმერთი და რომელი-დიპლომატიისა. ამის გამო, ხალხი იძულებული იყო, ქურუმებისათვის მიემართათ ხოლმე, რომ გაეგოთ, თუ რა იყო მართალი ღმერთების პასუხებში.

და აი, ერთხელ ახალგაზრდა გლეხი შევიდა ტაძარში. ძლიერ სურდა, გაეგო, თუ რომელი ქანდაკება რომელ ღმერთს წარმოადგენდა. იგი თამამად მივიდა მისგან მარჯვნივ მდგომ ქანდაკებასთან.

-რომელი ღმერთია შენს გვერდით?-ჰკითხა მან.

-სიმართლის ღმერთი,-იყო პასუხი.

მაშინ გლეხი მივიდა მარცხნივ მდგომ ქანდაკებასთან.

-რომელი ღმერთია შენს გვერდით?-ჰკითხა მან.

-სიცრუის ღმერთი,-უპასუხა ქანდაკებამ.

გლეხი მივიდა შუაში მდგომ ქანდაკებასთან.

-ვინა ხარ შენ?-ჰკითხა მან.

-დიპლომატიის ღმერთი,-იყო პასუხი.

-ახლა ყველაფერი ვიცი,-გაიფიქრა გლეხმა.

იგი გამოვიდა გარეთ და ხალხს უამბო ყოველივე.

როგორ მიხვდა გლეხი?

გლეხისაგან მარჯვნივ მდგომი ქანდაკება არ არის სიმართლის ღმერთი: რომ იყოს, იგი არ იტყოდა, ჩემ

მეზობლად სიმართლის ღმერთი დგასო. არც შუაში მდგომია სიმართლის ღმერთი: რომ იყოს, იგი არ იტყოდა, დიპლომატიის ღმერთი ვარო. მაშასადამე, სიმართლის ღმერთია მარცხნივ მდგომი. რაკი მან თქვა, ჩემ გვერდით სიცრუის ღმერთიაო, ეს იმას ნიშნავს, რომ შუაში მდგომი სიცრუის ღმერთია, დიპლომატიის ღმერთი ყოფილა გლეხისგან მარჯვნივ მდგომი ქანდაკება.

ამოცანა 4. მასწავლებელმა მათემატიკური წრის მეცადინეობაზე ორ მოსწავლეს უთხრა: თქვენს წინაშე სამი ქუდია: ერთი შავი და ორი თეთრი. თქვენ ახლა შეხვალთ ბნელ ოთახში და იქ დაგახურავენ თითო ქუდს. მაინტერესებს, რომელი თქვენგანი მიხვდება უფრო ადრე, თუ რა ფერის ქუდი ახურავს მას.

ამის შემდეგ მოსწავლეები შეიყვანეს ბნელ ოთახში და დაახურეს თეთრი ქუდები. მერმე ისევ შემოიყვენეს წრის მეცადინეობაზე. მცირე ხნის შემდეგ ერთმა წამოიძახა: მე თეთრი ქუდი მახურავს! როგორ იმსჯელა მოსწავლემ?

მოსწავლის მსჯელობა ასეთი იყო: მე რომ შავი ქუდი მეხუროს, მაშინ მეორე მოსწავლე უცებ მიხვდებოდა, რომ მას თეთრი ქუდი ახურავს, რადგანაც შავი მხოლოდ ერთია. მაგრამ ის დუმს. მაშასადამე, მე თეთრი ქუდი მახურავს.

ამოცანა 5. მარი, ჯემო და გიო მათემატიკური წრის წევრები არიან და კარგადაც აზროვნებენ. მათ იციან, რომ ერთ ბნელ ოთახში დევს ოთხი ქუდი, რომელთაგან ორი თეთრია, ორი კი შავი. ყმაწვილები შედიან ბნელ ოთახში, იხურავენ თითო ქუდს და ოთახიდან გამო-

დიან ერთმანეთის მიმდევრობით: ჯერ მარი, შემდეგ გიო და ბოლოს-ჯემო. მარი ვერც ერთის ქუდს ვერ ხედავს, არც ის იცის, თვითონ რა ფერის ქუდი ახურავს. გიო ხედავს მარის ქუდს, მაგრამ არ იცის, ჯემოს და თვითონ მას რა ფერის ქუდები ახურავთ. ჯემო ხედავს მარისა და გიოს ქუდებს, მაგრამ არ იცის, რა ფერის ქუდი ახურავს თვითონ.

მოინახება თუ არა ყმაწვილებს შორის ისეთი, რომელიც მიხვდება, რა ფერის ქუდი ახურავს თვითონ?

მარისა და გიოს ქუდების შეხამება შეიძლება ასეთი იყოს:

1) თეთრი-თეთრი, 2) შავი-შავი, 3) თეთრი-შავი, 4) შავი-თეთრი.

თუ ჯემო ხედავს, რომ მის წინ ორი თეთრი ქუდია, მაშინ ის მიხვდება, რომ მას შავი ქუდი ახურავს, რადგან თეთრი მეტი არ არის. თუ ის ხედავს მის წინ ორ შავ ქუდს, მაშინაც მიხვდება, რომ მას თეთრი ქუდი ახურავს, რადგანაც შავი მეტი არ არის. ე. ი. პირველ და მეორე შემთხვევაში ჯემო მიხვდება ყველაფერს. დანარჩენ ორ შემთხვევაში ჯემო ვერაფერს მიხვდება, რადგანაც საკმარისი მონაცემები არ გააჩნია. თუკი ჯემო მიდის და დუმს, მაშინ გიო მიხვდება, რომ ადგილი აქვს მესამე და მეოთხე შემთხვევას. შეხედავს რა მარის ქუდს, თვითონ გაიგებს თავისი ქუდის ფერს. თუ მარის ახურავს თეთრი, მაშინ გიოს ახურავს შავი და, თუ მარის ახურავს შავი, მაშინ გიოს ახურავს თეთრი ქუდი.

მაშასადამე, გიოსა და ჯემოს შორის ერთ-ერთი აუცილებლად მიხვდება, თუ რა ფერის ქუდი ახურავს მას თვითონ. მარის კი არავითარი მონაცემები არა აქვს.

ამოცანა 6. ერთმანეთთან ახლოს მდებარეობს ორი კუნძული, ერთი მართლის მთქმელებს ეკუთვნით, მეორე-მატყუარებს. ამ ორი კუნძულის მცხოვრებლებს კავშირი აქვთ ერთმანეთთან, ამიტომ თითოეულ კუნძულზე შეიძლება შეხვდეთ როგორც მატყუარებს, ისე მართლის მთქმელებს. ყოველ კითხვაზე ისინი პასუხობენ სიტყვებით: დიახ, ან არა. მართლის მთქმელები ყოველთვის მართალს ამბობენ, მატყუარები ყოველთვის იტყუებიან. ერთ-ერთ კუნძულზე მოხვდა მოგზაური. რომელი ერთადერთი კითხვა უნდა დაუსვას მან პირველ შემხვედრს, რომ მიხვდეს, რომელ კუნძულზე იმყოფება იგი, მართლების კუნძულზე, თუ მატყუარების?

კითხვა უნდა იყოს: თქვენ ამ კუნძულზე ცხოვრობთ? თუ მოგზაური მოხვდა მართლის მთქმელების კუნძულზე, მაშინ მართლის მთქმელის პასუხი იქნება: დიახ, მატყუარის პასუხიც იქნება: დიახ. თუ მოგზაური მოხვდა მატყუარების კუნძულზე, მაშინ მართლის მთქმელის პასუხი იქნება: არა, აგრეთვე, მატყუარის პასუხიც იქნება: არა. ე.ი., თუ მოგზაური მიიღებს პასუხს: დიახ, მაშინ ის მოხვედრილა მართლის მთქმელების კუნძულზე, ხოლო, თუ ის მიიღებს პასუხს: არა, მაშინ ის მოხვედრილა მატყუარების კუნძულზე.

ამოცანა 7. მრავალი კამათისა და ზაფხულის სიცხისგან დაღლილი სამი ძველბერძენი ბრძენი აკადემიის ბაღში ისვენებდა. მათ მალე ჩაეძინათ. ძილის დროს გამვლელებმა სამივეს შუბლზე ნახშირი წაუცხეს. გამოეღვიძათ თუ არა, როცა ერთმანეთს შეხედეს, სიცილი დაიწყეს. თითოეულს ეგონა, რომ დანარჩენ ორს ჰქონდა შუბლი დასვრილი და ერთმანეთზე იცინოდნენ. უცებ,

ერთი ბრძენი გაჩუმდა. იგი მიხვდა, რომ მასაც დასვრილი ჰქონდა შუბლი. როგორ მიხვდა იგი?

მან ასე იმსჯელა: ყოველ ჩვენგანს შეუძლია იფიქროს, რომ მას შუბლი სუფთა აქვს. დანარჩენი ორიდან პირველი დარწმუნებულია, რომ მისი შუბლი სუფთაა და აცინებს მეორის დასვრილი შუბლი. მაგრამ პირველი რომ ხედავდეს, რომ ჩემი შუბლი სუფთაა, მაშინ გაუკვირდებოდა მეორის სიცილი, რადგანაც ამ შემთხვევაში მეორეს არ ექნებოდა სიცილის საფუძველი. პირველი გაკვირვებული არ არის, ე.ი. მას შეუძლია იფიქროს, რომ მეორეს ჩემი შუბლი აცინებს. მაშასადამე, ჩემი შუბლი დასვრილია.

ამოცანა 8. გვაქვს ორი ჭიქა, რომლებშიც ზუსტად ერთნაირი რაოდენობით ასხია: ერთში წითელი ღვინო, მეორეში თეთრი ღვინო. წითელ-ღვინიანი ჭიქიდან ერთი კოვზი ღვინო გადაასხეს თეთრღვინიან ჭიქაში. მოურიეს. შემდეგ, თეთრღვინიანი ჭიქიდან (უკვე ნარევი) ერთი კოვზი ღვინო გადაასხეს წითელღვინიან ჭიქაში. როგორ ფიქრობთ, რომელია მეტი: თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში თუ, წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში?

ცხადია, რომ გადასხმების შემდეგ ორივე ჭიქაში ღვინის საერთო რაოდენობები ტოლია. წითელი ღვინის ის რაოდენობა, რომელიც აღმოჩნდა თეთრღვინიან ჭიქაში, აკლია წითელღვინიან ჭიქას. მაშასადამე, იგი შეცვლილია თეთრით. ეს იმას ნიშნავს, რომ წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში და თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში ტოლი რაოდენობითაა.

ამოცანა 9. ჩაწერილია რიგში რიცხვები 1-დან 2019-ის ჩათვლით. ორი თამაშობს ასეთ თამაშს: ისინი რიგ-რიგობით აკეთებენ სვლებს და თითოეული ერთ სვლაზე გადაშლის რიცხვს და ყველა მის გამყოფს. იგებს ის, ვინც გადაშლის ბოლო რიცხვს. დაამტკიცეთ, რომ პირველ მოთამაშეს ყოველთვის შეიძლება ჰქონდეს სტრატეგია, რომ თამაში მოიგოს.

დავუშვათ, რომ მომგებიანი სტრატეგია აქვს მეორე მოთამაშეს და ვაჩვენოთ, რომ პირველ მოთამაშეს შეუძლია ისარგებლოს ამ სტრატეგიით და მოიგოს, რის საფუძველზეც მივიღებთ წინააღმდეგობას, რომ მოგების სტრატეგია აქვს მეორე მოთამაშეს და ამოცანა ამოხსნილი იქნება.

მართლაც, თამაშის წესებიდან გამომდინარე თამაში არ შეიძლება ფრედ დამთავრდეს, უნდა მოიგოს ან პირველმა, ან მეორე მოთამაშემ. პირველ მოთამაშეს შეუძლია სვლა გადასცეს მეორე მოთამაშეს-გადახაზოს პირველ სვლაზე რიცხვი 1. მართლაც, ვთქვათ, მეორე მოთამაშემ გადახაზა რაიმე ერთისაგან განსხვავებული რიცხვი და მისი გამყოფები. ამ სვლის შემდეგ გადახაზულია იგივე რიცხვები, რომლებიც გადახაზული იქნებოდა, თუ პირველი მოთამაშე პირველ სვლაზე გადახაზავდა იმავე რიცხვს და მის ყველა გამყოფს, რაც გადახაზა მეორე მოთამაშემ პირველ სვლაზე. ამიტომ მეორე მოთამაშეს არ შეიძლება ჰქონდეს მომგებიანი სტრატეგია. პირველმა მოთამაშეს სვლის გადაცემით შეუძლია ითამაშოს მეორე მოთამაშის თამაშის სტრატეგიის კვალდაკვალ. ეს ნიშნავს, რომ მომგებიანი სტრატეგია აქვს მხოლოდ პირველ მოთამაშეს.

ამოცანა 10. ბაბუას, ბებიას, შვილიშვილს, მურას, ფისოს და თაგვს ერთად შეუძლიათ თალგამის ამოთხრა. ამასთან, ბაბუა ორჯერ ძლიერი ბებიაზე, ბებია 3-ჯერ ძლიერია შვილიშვილზე, შვილიშვილი 4-ჯერ ძლიერია მურა-ზე, მურა 5-ჯერ ძლიერია ფისოზე, ფისო 6-ჯერ ძლიერია თაგვზე. რამდენი თაგვია საჭირო თლგამის ამოსათხრელად?

თალგამის ამოსათხრელად საჭიროა

1 თაგვი + კატა + მურა + შვილიშვილი + ბებო + ბაბუა.

კატის ძალა = 6 თაგვის ძალას;

მურას ძალა = 5 კატის ძალას = 30 თაგვის ძალას;

შვილიშვილის ძალა=4 მურას ძალას=120 თაგვის ძალას;

ბებოს ძალა = 3 შვილიშვილის ძალა = 360 თაგვის ძალას;

ბაბუს ძალა = 2 ბებოს ძალას = 720 თაგვის ძალას.

სულ საჭიროა:

1 + 6 + 30 + 120 + 360 + 720 = 1137 (თაგვის ძალა).

ამოცანა 11. მარი ამბობს: გუშინწინ მე 13 წლის ვიყავი, ხოლო მომდევნო წელს 16-ის გავხდები. შეიძლება თუ არა ეს მოხდეს?

შესაძლებელია, თუ მარის დაბადების დღე 31 დეკემბერს აქვს, ხოლო მან ეს თქვა 1 იანვარს.

ამოცანა 12. გვაქვს ქვების სამი გროვა: პირველ გროვაში 10 ქვაა, მეორეში-15, მესამეში-20. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი გროვის დაშლა ორ უფრო მცირე გროვად. აგებს ის, ვინც სვლას ვერ აკეთებს. თამაშობენ ორნი. ვინ მოიგებს, ვინც იწყებს თუ მეორე?

ყოველი სვლის შემდეგ ქვების გროვათა რაოდენობა ერთით იზრდება. თავიდან იყო 3 გროვა, ხოლო ბოლოს იქნება

$$10 + 15 + 20 = 45$$

გროვა. ამრიგად, სულ უნდა გაკეთდეს

$$45 - 3 = 42$$

სვლა. რადგან კენტ სვლებს აკეთებს პირველი მოთამაშე, ლუწ სვლებს მეორე მოთამაშე, ამიტომ 42-ე სვლას გააკეთებს მეორე მოთამაშე და პირველ მოთა-მაშეს სვლის გაკეთების საშუალება აღარ ექნება. ე.ი. მოიგებს მეორე მოთამაშე.

ამოცანა 13. წეროების გუნდი გადაფრენისას ჰაერის წინააღმდეგობის შესამცირებლად ქმნიან ე.წ. ,,სოლს“, რომელსაც კუთხის ფორმა აქვს, რომელიც 20^0-ის ტოლია. რისი ტოლი გახდება ეს კუთხე, თუ წეროების გადაფრენას დავაკვირდებით დურბინდით, რომელიც სამჯერ ადიდებს?

ცხადია, კუთხე არ შეიცვლება და იგივე დარჩება.

ამოცანა 14. 10 სართულიანი სახლის პირველ სართულზე 10 ადამიანი ცხოვრობს, მეორე სართულზე-12, მესამეზე-15, მეოთხეზე-18, მეხუთეზე-20, მეექვსეზე-24, მეშვიდეზე-32, მერვეზე-25, მეცხრეზე-17, მეათეზე-45. რო-მელ სართულზე ჩერდება ლიფტი ყველაზე ხშირად?

პირველი სართულის მაცხოვრებლებს გარდა, ყველა სართულის მაცხოვრებლები, ვინც კი ლიფტით ისარგებლებს, საკუთარ სახლში ლიფტით აუცილებლად ავლენ და სახლიდან ლიფტით ჩამოვლენ პირველ სართულზე. ამიტომ ლიფტი ყველაზე ხშირად გაჩერდება პირველ სართულზე.

ამოცანა 15. წიგნების კარადაში ერთმანეთის მიყოლებით დალაგებულია აკაკი წერეთლის თხზულებათა 4

ტომი. თითოეულ ტომში 200 გვერდია. ჭიამ დააზიანა ოთხტომეულის ფურცლები პირველი ტომის პირველი ფურცლიდან მეოთხე ტომის ბოლო ფურცლამდე. რამდენი ფურცელი დააზიანა ჭიამ?

ამ ამოცანის განხილვის დროს თუ მოსწავლეები ამოცანის შინაარსში ჩადებული ინფორმაციის არსს ვერ ჩაწვდნენ, მაშინ მათ უმჯობესია ვაჩვენოთ პრაქტიკულად როგორ ლაგდება რიგში წიგნები ნომრების ზრდასთან ერთად. ამის შემდეგ მოსწავლეები შენიშნავენ, რომ პირველი ტომის პირველი ფურცელი ეხება მეორე ტომის ბოლო ფურცელს, ხოლო მეოთხე ტომის ბოლო ფურცელი ეხება მესამე ტომის პირველ ფურცელს. ამრიგად, ჭიას შეიძლებოდა დაეზიანებინა მხოლოდ აკაკი წერეთლის თხზულებათა პირველი ტომის ერთი ფურცელი, მთლიანად მეორე და მესამე ტომები და მეოთხე ტომის ბოლო ფურცელი. რადგან თითოეულ ტომში 200 გვერდია, ეს ნიშნავს, რომ თითოეულ ტომში 100 ფურცელია და ჭიას სულ დაუზიანებია

$$1 + 100 + 100 + 1 = 202$$

ფურცელი.

ამოცანა 16. ნატურალურ რიცხვს დავარქვათ გასაოცარი, თუ ის შესაძლებელია ამ რიცხვის წარმოდგენა სახით:

$$a^b + b^a,$$

სადაც a და b ნატურალური რიცხვებია. მაგალითად, რიცხვი 145 გასაოცარია, რადგან

$$145 = 3^4 + 4^3.$$

არის თუ არა რიცხვი 2019 გასაოცარი?

დიახ, არის. მართლაც,

$$2019 = 2018^1 + 1^{2018}.$$

ამოცანა 17. რიცხვები 1-დან 100-ის ჩათვლით ჩაწერილია მწკრივში. ორნი თამაშობენ ასეთ თამაშს: მოთამაშეები რიგრიგობით წერენ რიცხვებს შორის პლუსს ან მინუსს მას შემდეგ, რაც რიცხვებს შორის ყველა ადგილები შეივსება, გამოთვლიან შედეგს. თუ შედეგი ლუწი იქნება მოიგებს პირველი მოთამაშე, თუ კენტი იქნება-მეორე მოთამაშე. ვინ მოიგებს?

რიცხვის ლუწ-კენტობა არ იცვლება პლუსის ან მინუსის დასმით, ის დამოკიდებულია მხოლოდ რიცხვების სიმრავლეში კენტი რიცხვების რაოდენობაზე. რადგან, მოცემულ შემთხვევაში კენტი რიცხვების რაოდენობა, ისევე როგორც ლუწი რიცხვების რაოდენობა 50-ია, ამიტომ მოიგებს პირველი მოთამაშე.

ამოცანა 18. სამმა ძმამ მამისაგან მემკვიდრეობით 17 აქლემი მიიღო. უფროს ძმას მამამ აქლემების ნახევარი უანდერძა, შუათანას-მესამედი, ხოლო უმცროსს-მეცხრედი. ძმებმა მემკვიდრეობის გაყოფისას აღმოაჩინეს, რომ უფროს ძმას ერგება 8 აქლემი და კიდევ ერთი აქლემის ნაწილი, მეორე ძმას ერგება 5 აქლემი და კიდევ ერთი აქლემის ნაწილი, მესამეს-1 აქლემი და კიდევ ერთი აქლემის ნაწილი. აქლემების დანაწევრება ძმებს არ უნდოდათ, რის გამოც მათ დახმარება ბრძენს სთხოვეს, რომელმაც მათთან ახლოს აქლემზე მჯდომმა ჩაიარა. ბრძენს ეჩქარებოდა და თავისი აქლემი ძმების აქლემებს შეურია, რის შედეგადაც აქლემების რაოდენობა 18 გახდა. 18 აქლემიდან ბრძენმა უფროს ძმას მათი ნახევარი-9 აქლემი მისცა, შემდეგ 6 აქლემი-შუათანა ძმას,

ხოლო უმცროს ძმას-2 აქლემი. აქლემების განაწილების შემდეგ ბრძენი დაჯდა თავის აქლემზე და გააგრძელა გზა. ძმები საგონებელში ჩავარდნენ. თითოეულმა მიიღო იმაზე მეტი აქლემი, ვიდრე ეკუთვნოდა. შეგიძლიათ თქვენ ახსნათ სინამდვილეში რა მოხდა?

მამის ანდერძით უფროს ძმას აქლემების ნახევარი, ანუ მთელი აქლემების $\frac{1}{2}$ უანდერძა, შუათანას-მესამედი, ანუ მთელი აქლემების $\frac{1}{3}$ უანდერძა, ხოლო უმცროსს-მეცხრედი, ანუ მთელი აქლემების $\frac{1}{9}$ უანდერძა.

საერთო ჯამში მამის ამდერძით შვილებს უნდა მიეღოთ მისი ქონების

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{27+18+6}{54}=\frac{51}{54}=\frac{17}{18}.$$

ე.ი. ძმებს რომ მოენდომებინათ მოანდერძის სურვილის პატიოსნად ასრულება და აქლემები ნაწილებად დაეჭრათ, მაშინაც კი გაუნაწილებელი დარჩებოდა მთელი მემკვიდრეობის $\frac{1}{18}$ ნაწილი, ანუ აქლემის $\frac{17}{18}$.

ეს ამოცანა ისტორიულია, ის რამდენიმე ასეული წლის წინ შიქმნა და აქტუალურია დღესაც.

ამოცანა 19. დაფაზე დაწერილია 10 ერთიანი და 10 ორიანი. თამაშობს ორი მოთამაშე. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი ორი ციფრის წაშლა და თუ წაშლილი ციფრები ერთნაირია, მაშინ დაფაზე იწერება ორიანი, ხოლო თუ სხვადასხვაა-ერთიანი. თუ დაფაზე ბოლოს დარჩენილი ციფრი ერთიანია, მაშინ იგებს

პირველი მოთამაშე, ხოლო თუ დაფაზე ბოლოს ორიანი დაჩა, მაშინ მოიგებს მეორე მოთამაშე. ვინ მოიგებს?

ერთიანების რაოდენობის ლუწ-კენტობა ნებისმიერი სვლის შემდეგ არ იცვლება. რადგან თავიდან ერთიანების რაოდენობა იყო ლუწი, ამიტომ უკანასკნელი სვლის შემდეგ დაფაზე არ შეიძლება დარჩეს ერთიანი, რადგან ის კენტია. ე.ი. ბოლო სვლის შემდეგ დაფაზე დარჩება ორიანი და მოიგებს მეორე მოთამაშე.

ამოცანა 20. იპოვეთ მრავალწევრის x-ის წინ მდგომი კოეფიციენტი

$$(x-a)(x-b)(x-c)\cdots(x-z),$$

სადაც $a,b,c,\ldots,z$ ლათინური ანბანის ასოებია.

რადგან ლათინურ ანბანში არის x ასო, ამიტომ ნამრავლი შეიცავს $(x-x)$ ფრჩხილებასაც, რაც ნიშნავს, რომ საძიებელი კოეფიციენტი 0-ის ტოლი იქნება.

ამოცანა 21. როგორ შევწვათ 6 კატლეტი 15 წუთში, თუ ცნობილია, რომ ტაფაზე ეტევა მხოლოდ 4 კატლეტი და თითოეული კატლეტის ერთი გვერდის შეწვას ჭირდება 5 წუთი?

6 კატლეტს აქვს 12 გვერდი, ტაფაზე 4 კატლეტი ეტევა, რადგან კატლეტების ერთ გვერდზე შეწვას 5 წუთი სჭირდება, ამიტომ რომ დავაკმაყოფილოთ ამოცანის პირობა, სამ შეწვაზე უნდა შევწვათ კატლეტები, მაგრამ როგორ?

დავდოთ ტაფაზე 4 კატლეტი და შევწვათ ერთ გვერდზე. დაგვჭირდება 5 წუთი. 4 კატლეტიდან გადავაბრუნოთ მეორე გვერდზე ორი კატლეტი, ორი ერთ გვერდზე შემწვარი კატლეტი გადმოვიღოთ ტაფიდან და

მათ ადგილას დავდოთ შეუწვავი ორი კატლეტი. კატლეტების შეწვას ტაფაზე დასჭირდება კიდევ 5 წუთი. ამის შემდეგ ორი კატლეტი სრულად შემწვარია, 4 კატლეტს კი შემწვარი აქვს ერთი გვერდი. შემწვარი ორი კატლეტი ტაფიდან გადმოვიღოთ, ტაფაზე დარჩენილი ორი კატლეტი გადავაბრუნოთ და წინა ჯერზე გადმოღებული ერთ გვერდზე შემწვარი ორი კატლეტი დავდოთ ტაფაზე იმ გვერდით, რომელიც შემწვარი არ არის. 5 წუთში ეს კატლეტებიც შეიწვება სრულად და შეგიძლიათ გემრიელად მიირთვათ.

ამოცანა 22. ლოკოკინა მიცოცავს ბოძზე. ცოცვას იწყებს ბოძის ფუძიდან და უნდა ავიდეს ბოძის თავში. ლოკოკინა დღისით ბოძზე მაღლა მიცოცავს 25 სანტიმეტრით, ხოლო ღამე ქვევით მოცოცავს 20 სანტიმეტრით. მერამდენე დღეს მიაღწევს ლოკოკინა ბოძის წვერს, თუ მისი სიმაღლე 65 სანტიმეტრია?

8 დღის განმავლობაში ლოკოკინა ბოძზე აცოცდება 40 სანტიმეტრზე, ხოლო მეცხრე დღეს მიაღწევს მის წვეროს.

ამოცანა 23. თუ ღამის 12 საათზე წვიმა მოდის, შეგვიძლია ვივარაუდოთ თუ არა, რომ 72 საათია შემდეგ იქნება მზიანი ამინდი?

არა, რადგან 72 საათის შემდეგ იქნება ისევ ღამის 12 საათი.

ამოცანა 24. ორ გამყიდველს ჰქონდა 30-30 ქლიავი. ერთი მათგანი 2 ცალ ქლიავს ყიდდა 1 კაპიკად, მეორე სამ ცალ ქლიავს ყიდდა 1 კაპიკად. ერთხელ მათ გადაწყვიტეს თავიანთი ქლიავები შეეერთებინათ და 5

ქლიავი გაეყიდათ 2 თეთრად. რამდენი მოიგეს, იქნებ არც მოიგეს (ლევ ტოლსტოის ამოცანა).

რადგან ერთი მათგანი 2 ქლიავს ყიდდა 1 კაპიკად, 30 ქლიავში აიღებს 15 კაპიკს, ხოლო მეორე მათგანი 3 ქლიავს ყიდდა 1 კაპიკად, ის 30 ქლიავში აიღებდა 10 კაპიკს, ხოლო ორივე ერთად

$$10 + 15 = 25 \text{ კაპიკს.}$$

ორივე გამყიდველი თუ თავიანთ ქლიავებს შეაერთებენ, მიიღებენ 60 ქლიავს. რადგან ისინი 5 ქლიავს ყიდიან 2 კაპიკად, ისინი ერთად აიღებენ

$$60 : 5 \cdot 2 = 24 \text{ კაპიკს.}$$

გამყიდველებმა არა თუ მოიგეს, ქლიავების შეერთებით, არამედ წააგეს 1 კაპიკი.

ამოცანა 25. პირველ გროვაში 100 კანფეტია, მეორეში 200. ორნი თამაშობენ ასეთ თამაშს: ერთ სვლაზე მათ შეუძლიათ აიღონ ნებისმიერი რაოდენობის კანფეტი რომელიმე გროვიდან. იგებს ის, ვინც ბოლოს აიღებს კანფეტებს. ვინ მოიგებს სწორი თამაშის დროს, ვინც იწყებს, თუ მეორე?

პირველი იღებს 100 კანფეტს მეორე გროვიდან, ხოლო შემდეგ იმეორებს მეორის მიერ გაკეთებულ ყველა სვლას, ე.ი. იღებს ზუსტად იმდენივე კანფეტს, რამდენსაც პირველი, მაგრამ არა იმ გროვიდან, რომლიდანაც პირველმა აიღო, არამედ მეორე გროვიდან. ცხადია, იგებს პირველი მოთამაშე.

ამოცანა 26. არსებობს თუ არა ისეთი x, y და z ნატურალური რიცხვები, რომ აკმაყოფილებდენ პირობას

$$28x + 30y + 31z = 365 ?$$

თუ ყურადღებით დავაკვირდებით განტოლების კოეფიციენტებს და თავისუფალ წევრს შევნიშნავთ, რომ მარჯვენა ნაწილში რიცხვი 365 გამოსახავს არანაკიან წელიწადში დღეთა რიცხვს, მარცხენა ნაწილში მოთავსებული გამოსახულების კოეფიციენტები კი თვეში დღეების რაოდენობას: 28 დღეა თებერვალში, 30 დღე-აპრილში, ივნისში, სექტემბერსა და ნოემბერში, ხოლო 31 დღე-იანვარში, მარტში, მაისში, ივლისში, აგვისტოში, ოქტომბერსა და დეკემბერში.

ე.ი.

$$28 \cdot 1 + 30 \cdot 4 + 31 \cdot 7 = 365.$$

თუმცა არსებობს სხვა ამონახსნიც:

$$x = 2, \quad y = 1, \quad z = 9.$$

მოსწავლეებს შეიძლება დავალების სახით მივცეთ ასეთი ამოცანა:

არსებობს თუ არა ისეთი x, y და z ნატურალური რიცხვები, რომ აკმაყოფილებდენ პირობას:

$$29x + 30y + 31z = 366\,?$$

ამოცანა 27. გვაქვს ქვების ორი გროვა 7-7 ქვით თითოეულში. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიერი რაოდენობის ქვების აღება მხოლოდ ერთი გროვიდან. აგებს ის, რომელსაც ასაღები არაფერი რჩება. ვინ მოიგებს სწორი თამაშის შემთხვევაშ დამწყები თუ მეორე?

ამ თამაშს სწორი თამაშის შემთხვევაში ყოველთვის მოიგებს მეორე მოთამაშე სიმეტრიული თამაშის სტრატეგიის გამოყენებით: თითოეული თავისი სვლით მეორემ უნდა გაიმეოროს პირველის სვლა მეორე გროვის მიმართ. ამრიგად, მეორე მოთამაშეს ყოველთვის აქვს სვლა. პირველი მოთამაშე აგებს.

ამოცანა 28. მაგიდაზე 49 ასანთის ღერია. ნებადართულია რიგრიგობით არაუმეტეს 5 ასანთის ღერის აღება. მოიგებს ის, ვინც აიღებს ბოლოს. ვინ მოიგებს სწორი თამაშის შემთხვევაში ვინც იწყებს, თუ მეორე?

დამწყები პირველი სვლით იღებს ერთ ასანთის ღერს, ხოლო ყოველ შემდეგ აღებაზე მეორე მოთამაშის მიერ აღებული ასანთის ღერებს შეავსებს ექვსამდე (მეორე მოთამაშემ თუ აიღო 1 ასანთის ღერი, პირველი აიღებს 5-ს, მეორე მოთამაშემ თუ აიღო 2 ასანთის ღერი, პირველი აიღებს 4-ს, მეორე მოთამაშემ თუ აიღო 3 ასანთის ღერი, პირველი აიღებს 3-ს და ა.შ. მეორე მოთამაშემ თუ აიღო 5 ასანთის ღერი, პირველი აიღებს 1-ს). ასე თამაში ყოველთვის შესაძლებელია და პირველი მოთამაშე ყოველთვის მოიგებს.

ამოცანა 29. პაპუნამ დაფაზე დაწერა სწორი ტოლობა:

$$35 + 10 - 41 = 42 + 12 - 50.$$

შემდეგ ტოლობის ორთავე ნაწილს გამოაკლო 4:

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.$$

შენიშნა, რომ ტოლობის მარცხენა ნაწილში მოთავსებული ყველა წევრი 5-ზე იყოფოდა, ხოლო მარჯვენა ნაწილში-6-ზე. მარცხენა ნაწილში ფრჩხილებს გარეთ გაიტანა 5, მარჯვენა ნაწილში კი 6 და მიიღო:

$$5(7 + 2 - 9) = 6(7 + 2 = 9).$$

შეკვეცა ტოლობის ორთავე მხარე საერთო მამრავლზე და მიიღო:

$$5 = 6.$$

სად შეცდა პაპუნა?

პაპუნას შეცდომა მდგომარეობს იმაში, რომ მან შეკვეცა მოახდინა რიცხვზე 7 + 2 – 9, რომელიც 0-ის ტოლია, ხოლო რიცხვით ტოლობას:

$$a \cdot c = b \cdot c$$

როცა $c = 0$, აკმაყოფილებს ნებისმიერი a და b რიცხვები.

ამოცანა 30. მოხუცმა მეწაღე კარლმა ჩექმები შეკერა და თავისი შვილ ჰანსს გაატანა ბაზარში 25 ტალერად გაეყიდა. ბაზარში ჰანსთან ორი ინვალიდი მივიდა, ერთს მარცხენა ფეხი არ ჰქონდა, მეორეს მარჯვენა და სთხოვეს ჩექმები მათთვის მიეყიდა. ჰანსი დათანხმდა და თითოეული ჩექმა 12,5 ტალერად გაყიდა. როცა ჰანსი სახლში დაბრუნდა და მამას მოუყვა ბაზრის ამბები, კარლმა გადაწყვიტა, რომ ინვალიდებისათვის ჩექმები იაფად უნდა მიეყიდა-თითოეულისათვის 10 ტალერად. მან ჰანსს მისცა 5 ტალერი და თხოვა დაებრუნებინა თითოეული ინვალიდისათვის 2,5 ტალერი. სანამ ჰანსი ბაზარში ინვალიდებს ეძებდა, მან ბაზარში გასაყიდად გამოტანილი ტკბილეულობა შენიშნა, თავი ვერ შეიკავა და 3 ტალერი კანფეტებში დახარჯა. ამის შემდეგ მან ინვალიდები იპოვა და დაუბრუნა დარჩენილი თანხა-1 ტალერი თითოეულს. სახლში დაბრუნებისას ჰანსი მიხვდა, რომ არასწორად მოიქცა, მან მამას ყველაფერი მოუყვა და პატიება სთხოვა. მეწაღე გაბრაზდა და შვილი დასაჯა-ის ბნელ სარდაფში ჩასვა.

სარდაფში ჰანსი დაფიქრდა. რადგან მან ინვალიდებს თითო ტალერი დაუბრუნა, ამიტომ თითოეულმა ინვალიდმა ჩექმებში გადაიხადა 11,5 ტალერი:

$$12{,}5 - 1 = 11{,}5.$$

ე.ი. ჩექმები ღირდა 23 ტალერი.

$$2 \cdot 11.5 = 23.$$

ხოლო 3 ტალერით ჰანსმა კანფეტები იყიდა:

$$23 + 3 = 26.$$

მაგრამ მას ხომ სულ 25 ტალერი ჰქონდა? საიდან გაჩნდა ზედმეტი ტალერი?

ცხადია, რომ ინვალიდებმა ჩექმებში გადაიხადეს 23 ტალერი, მათგან კარლმა მიიღო მხოლოდ 20 ტალერი, რადგან 3 ტალერი ჰანსმა კანფეტებში დახარჯა. ჰანსი სარდაფში აჯამებს შემოსავალს, რომელიც 23 ტალერია და გასავალს, რომელიც 3 ტალერია. ამ ჯამს არანაირი მნიშვნელობა არა აქვს. სხვა საქმეა, თუ ის გამოთვლიდა შემოსავლების და გასავლის სხვაობას, მაშინ მას დარჩებოდა სუფთა შემოსავალი, ე.ი. ის 20 ტალერი, რომელიც ჯამში მიიღო მეწაღემ.

ამოცანა 31. კურანტების საათი 3 დარტყმას 12 წამს ანდომებს. რამდენი წამი დასჭირდება საათის 6 დარტყმას?

რადგან 3 დარტყმას საათი 12 წამს უნდება, ამიტომ ბოლო ორ მიმდევრობით დარტყმებს შორის ინტერვალი 6 წამია, ანუ პირველი დარტყმიდან მეორე დარტყმამდე 6 წამია, მეორე დარტყმიდან მესამე დარტყმამდე 6 წამი. 6 დარტყმა ხორციელდება 5 ინტერვალით, ცხადია, რომ 6 დარტყმას საათი განახორციელებს

$$5 \cdot 6 = 30$$

წამში.

ამოცანა 32. ყოველ საღამოს ანი შემთხვევით დროს მიდის ავტობუსის გაჩერებაზე, სადაც ორი მარშრუტის ავტობუსები ჩერდება. ერთ ავტობუსით ანის შეუძლია

წავიდეს სახლში, ხოლო მეორე ავტობუსით სტუმრად წავიდეს ნუცასთან. ანი ელოდება პირველ ავტობუსს და მიუხედავად ამისა, რომელი ავტობუსიც არ უნდა მოვიდეს, ის მიყვება მას და მიდის სახლში, ან სტუმრად ნუცასთან. გარკვეული დროის შემდეგ ანიმ შენიშნა, რომ ნუცასთან ის სტუმრად 2-ჯერ ხშირად მიდის, ვიდრე სახლში. ამის საფუძველზე ანიმ გააკეთა დასკვნა, რომ ერთ-ერთი ავტობუსი ორჯერ ხშირად დადის ვიდრე მეორე. მართალია თუ არა ის? შესაძლებელია თუ არა ამოცანის პირობები შესრულდეს, ხოლო ავტობუსები ერთნაირი სიხშირით დადიოდეს? (ჩათვალეთ, რომ ავტობუსები დადიან მკაცრად განსაზღვრული ცხრილით).

განვიხილოთ კონტრმაგალითი. ვთქვათ, პირველი მარშრუტი, რომელსაც ანი სახლში მიყავს დადის ყოველ საათში 00 წუთზე, ანუ 0.00, 1.00, 2.00, ... 23.00, ხოლო მეორე ავტობუსი, რომელსაც ანი ნუცასთან მიყავს სტუმრად გადის ყოველ საათში 40 წუთის შემდეგ პირველი მარშრუტის გასვლის შემდეგ, ანუ 0.40, 1.40, 2.40, ... 23.40. ამრიგად, თუ ანი მიდის გაჩერებასთან ყოველი საათის პირველ 40 წუთის განმავლობაში, მაშინ ის სტუმრად მიდის ნუცასთან, ხოლო თუ გაჩერებაზე მისვლა მოხდება საათის ბოლო 20 წუთში (რაც ორჯერ უფრო იშვიათად ხდება) ანი მიდის სახლში.

ამოცანა 33. ახალი დაკრეფილი სოკოს წონა 10 კილოგრამია და ის 99% წყალს შეიცავს. საწყობში სოკო გააშრეს (მასში შემავალი წყლის ნაწილი აორთქლდა) და მასში წყალი დარჩა 98%. რამდენს იწონის ახლა სოკო?

საწყობში მიტანამდე სოკოში იყო 1% მშრალი ნივთიერებები, ხოლო საწყობში შენახვის შემდეგ მშრალი ნივთიერებების წონა მთელი სოკოს წონის უკვე 2%, რაც ნიშნავს, რომ სოკოს წონა შემცირდა 2-ჯერ. ე.ი. ახლა სოკო იწონის 5 კილოგრამს.

ამოცანა 34. ჭადრაკის დაფაზე ორნი რიგ-რიგობით დებენ დედოფლებს ისე, რომ ისინი ერთმანეთს არ ემუქრებოდნენ. აგებს ის, ვინც ცვლას ვეღარ აკეთებს. ვინ გაიმარჯვებს?

თითოეული სვლის შემდეგ დედოფლის დასადები როგორც ვერტიკალური, ისე ჰორიზონტალური უჯრების რაოდენობა მცირდება ერთით. ამიტომ თამაში გაგრძელდება ზუსტად 8 სვლა. უკანასკნელი მომგებიანი სვლა გაკეთდება მეორე მოთამაშის მიერ. ე.ი. მოიგებს მეორე მოთამაშე.

ამოცანა 35. დაფაზე დაწერილია რიცხვები:

9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, და 1.

ზოგიერთ რიცხვს შორის ჩასვით პლუს ნიშანი, ისე რომ ჯამი გამოვიდეს სამნიშნა რიცხვი. როგორია ასეთი სამნიშნა რიცხვის უდიდესი მნიშვნელობა?

ამოცანის პირველ კითხვაზე პასუხი ადვილი მოსაძებნია, მაგალითად:

$$98 + 76 + 543 + 2 + 1 = 720;$$

$$9 + 8 + 7 + 6 + 54 + 321 = 405$$

და მრავალი სხვ. თქვენც მოძებნეთ განსხვავებული რამდენიმე ვარიანტი.

რაც შეეხება ასეთი სახით მიღებული რიცხვის უდიდეს მნიშვნელობას, ის უდიდესი სამნიშნა რიცხვის ტოლია:

$$9 + 8 + 7 + 654 + 321 = 999.$$

ამოცანა 36. კუნძულზე ცხოვრობენ მხოლოდ რაინდები და მატყუარები. რაინდები ყოველთვის მართალს ამბობენ, ხოლო მატყუარები სულ ცრუობენ. მოგზაურს შეხვდა ორი კუნძულელი. ერთ-ერთმა მოგზაურს უთხრა: ჩვენს შორის ერთი მაინც მატყუარაა. ვინ არის ის, რაინდი თუ მატყუარა? და მეორე კუნძულელი?

ადვილი საჩვენებელია, რომ ის კუნძულელები, რომლებიც მოგზაურს შეხვდნენ ორივე რაინდი არ იყო, რადგან მაშინ ნებისმიერი მათგანი მოგზაურს სიმართლეს ეტყოდა: ჩვენს შორის ორივე რაინდია და არა იმას, რაც მას უთხრეს.

ასევე, ორივე მათგანი მატყუარა ვერ იქნებოდა, რადგან მაშინ ნებისმიერი მათგანი მოგზაურს ტყუილს ეტყოდა: ჩვენს შორის ორივე რაინდია. დარჩა ერთი ვარიანტი, რომ ამ ორი კუნძულელიდან ერთი რაინდია, ხოლო მეორე მატყუარა. გავარკვიოთ, რომელ მათგანს შეეძლო მოგზაურისათვის ეთქვა: ჩვენს შორის ერთი მაინც მატუარაა. ეს ნათქვამი ნიშნავს, რომ ან ორივე მატყუარაა, ან ერთი აუცილებლად მატყუარაა. რაინდი ამას არ იტყოდა, ის სულ სიმართლეს ამბობს ის იტყოდა: „ჩვენს შორის ერთი მატუარაა. რას იტყოდა მატყუარა, ის თავის თავზე იტყვის რომ არ ცრუობს ე.ი. სიმართლეს ამბობს, ანუ რაინდია, ხოლო რაინდი ცრუობს,

თუ იტყვის, რომ-ჩვენს შორის ერთი მატყუარაა, მაშინ გამოდის, რომ მართალს ამბობს, რადგან მართლაც ასეა სინამდვილეში. ამიტომ იტყვის: ჩვენს შორის ერთი მაინც მატუარაა. რაც იმასაც მოიცავს, რომ ორივე მატყუარაა. ე.ი. მოგზაურს შეხვდნენ რაინდი და მატყუარა, მას მატყუარამ უთხრა: ჩვენს შორის ერთი მაინც მატუარაა, ხოლო მეორე შემხვედრი იყო რაინდი.

ამოცანა 37. ბურატინომ ჯადოსნურ ველზე დათესა ოქროსა და ვერცხლის მონეტები. მეორე დილით დათესილი ყოველი ოქროს მონეტის გვერდით იყო კიდევ 2 ოქროს ისეთივე მონეტა, ხოლო დათესილი ყოველი ვერცხლის მონეტის გვერდით იყო კიდევ 5 ვერცხლის ისეთივე მონეტა. კატა ბაზილიო ამტკიცებს, რომ ჯადოსნურ ველზე ყოველთვის ასე ხდება, რომ მან ერთხელ ჯადოსნურ ველზე დათესა რამდენიმე მონეტა, ხოლო ოთხი დღის შემდეგ ამოთხარა 1000 მონეტა. შეიძლებოდა თუ არა ეს მომხდარიყო?

ვთქვათ, კატა ბაზილიომ დათესა x ოქროს მონეტა და y ვერცხლის მონეტა. რადგან ოქროს მონეტების რაოდენობა დათესვიდან მეორე დღეს სამმაგდება, ხოლო ვერცხლის მონეტები ექვსმაგდება, ამიტომ მეორე დღისათვის კატა ბაზილიოს ექნებოდა $3x$ ოქროს მონეტა და $6y$ ვერცხლის მონეტა. მესამე დღეს-$9x$ ოქროს მონეტა და $36y$ ვერცხლის მონეტა. მეოთხე დღეს კი-$27x$ ოქროს მონეტა და $216y$ ვერცხლის მონეტა. ე.ი. მეოთხე დღეს კატა ბაზილიოს სულ უნდა ამოეთხარა

$$27x+216y=3(9x+72y)$$

მონეტა. ბაზილიოს მტკიცებით მან 1000 მონეტა ამოთხარა, ე.ი.

$$3(9x+72y)=1000.$$

რადგან განტოლების მარცხენა ნაწილში მოთავსებული გამოსახულება 3-ის ჯერადია, მარჯვენა ნაწილში კი-1000, რომელიც 3-ის ჯერადი არ არის, რაც ნიშნავს, რომ განტოლებას ნატურალურ რიცხვებში ამონახსნი არა აქვს. ე.ი. კატა ბაზილიო ცრუობს.

ამოცანა 38. ყარაბას-ბარაბასს მოპარეს ხუთი ოქრო. ყარაბასი ქურდობაში ადანაშაულებს მელა ალისას, კატა ბაზილიოს, წურბელების გამყიდველ დურემარს და ბურატინოს, რადგან უცილობელი სამხილებით დასტურდება, რომ მათ შორის ერთ-ერთი აუცილებლად დამნაშავეა და მათ გარდა სხვას არავის არ შეეძლო მისი ოქროების მოპარვა.

ალისა ყოველთვის ბაზილიოსთან ერთად მოქმედებს; თუ დურემარია დამნაშავე, მაშინ მას ყავდა ზუსტად ორი თანამონაწილე. თუ ბურატინოა დამნაშავე, მაშინ მას ყავდა ზუსტად ერთი თანამონაწილე.

გაარკვიეთ, დამნაშავეა თუ არა ბაზილიო?

ყარაბას-ბარაბასის ოქროების ქურდი აუცილებლად მელა ალისას, კატა ბაზილიოს, დურემარს და ბურატინოს შორისაა, ამიტომ გავაანალიზოთ თითოეულის დანაშაული. შევნიშნოთ, რომ მარტო ის კი არ არის დამნაშავე, ვინც უშუალოდ მოიპარა ოქროები, არამედ, დამნაშავეა ისიც, ვინც მისი თანამონაწილეა.

თუ ოქროები თვითონ ბაზილიომ მოიპარა, მაშინ ცხადია ის დამნაშავეა.

ვთქვათ, ყარაბას-ბარაბასის ოქროები მოიპარა მელა ალისამ. რადგან ამოცანის პირობის თანახმად, ალისა ყოველთვის ბაზილიოსთან ერთად მოქმედებს. ამიტომ ბაზილიოც დამნაშავეა.

ვთქვათ, ყარაბას-ბარაბასის ოქროები მოიპარა დურემარმა. რადგან ამოცანის პირობის თანახმად, მას ჰყავდა ზუსტად ორი თანამონაწილე, ამიტომ უნდა გაირკვეს ვინ იყო მისი თანამონაწილეები. თუ დურემარის თანამონაწილე იყო მელა ალისა, მაშინ მისი თანამონაწილე იქნებოდა ბაზილიოც, რადგან ალისა ყოველთვის ბაზილიოსთან ერთად მოქმედებს. ამიტომ ბაზილიო დამნაშავეა.

თუ დურემარის ერთი თანამონაწილე იყო ბურატინო, მაშინ მისი მეორე თანამონაწილე ვერ იქნებოდა მელა ალისა, რადგან მაშინ მათ კიდევ ეყოლებოდათ მესამე თანამონაწილე-ბაზილიო, რაც ეწინააღმდეგება პირობას. ე.ი. დურემარის მეორე თანამონაწილე ბურატინოსთან ერთად აუცილებლად უნდა ყოფილიყო ბაზილიო. ამიტომ ბაზილიო დამნაშავეა.

ვთქვათ, ყარაბას-ბარაბასის ოქროები მოიპარა ბურატინომ. თუ ბურატინოა დამნაშავე, მაშინ მას ყავდა ერთი თანამონაწილე. გავარკვიოთ, ვინ იყო ის ერთი თანამონაწილე. ბურატინოს თანამონაწილე ვერ იქნებოდა მელა ალისა, რადგან მაშინ მათ კიდევ ეყოლებოდათ მესამე თანამონაწილე-ბაზილიო, რადგან ეს ამოცანის პირობას ეწინააღმდეგება. ბურატინოს თანამონაწილე არ იქნებოდა არც დურემარი, რადგან თუ დურემარია დამნაშავე, მაშინ მას ყავდა ორი თანამონაწილე. ესეც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას. დაგვრჩა, რომ

ბურატინოს თანამონაწილე აუცილებლად იქნებოდა ბაზილიო. ამიტომ ბაზილიო დამნაშავეა.

ამით ყველა შესაძლო შემთხვევების განხილვა დამთავრდა. აღმოჩნდა, რომ ბაზილიო დამნაშავეა.

ამოცანა 39. ყაჩაღების ატამანის-აბუ ჰასანის მიერ ალი-ბაბასთან სტუმრად მისვლისას მიტანილ 40 ხალამს შორის ორი ხალამი აღმოჩნდა სხვადასხვა ფორმის და ორი ხალამი სხვადასხვა ფერის. (გახსოვთ ალბათ ამ ხალმებში აბუ ჰასანმა ყაჩაღები ჩასვა). დაამტკიცეთ, რომ მათ შორის მოიძებნება ორი ხალამი, რომლებსაც ერთდროულად სხვადასხვა ფორმა და სხვადასხვა ფერი აქვს.

ავირჩიოთ სხვადასვა ფორმის ორი ხალამი. თუ ისინი ამავე დროს ფერითაც განსხვავდება, მაშინ ამოცანა ამოხსნილია. თუ ისინი აღმოჩნდნენ ერთი ფერის, მაშინ ავიღოთ ნებისმიერი ხალამი, რომელიც მათ ფერში არ ემთხვევა. ეს მესამე ხალამი არ დაემთხვევა ჩვენი ორი ხალმიდან ერთს ფორმაში. ეს ორი ხალამი (მესამე და ის, რომელიც არ ემთხვევა მას ფორმით) იქნებიან სწორედ საძებნი ხალმები.

ამოცანა 40. ნიანგ გენას დაბადების დღე აქვს, მაგრამ მან სტუმრებს არ გაუმხილა რამდენი წლის გახდა. ისინი ცდილობენ გამოიცნონ გენას ასაკი. ჩებურაშკა ამბობს, რომ გენა 11 წელზე მეტი ხნისაა, ხოლო ლომი ჩანდრი ამტკიცებს, რომ ის 10 წელზე მეტისაა. რამდენი წლის გახდა ნიანგი, თუ ცნობილია, რომ ლომსა და ჩებურაშკას შორის ერთ-ერთი შეცდა?

შევნიშნოთ, რომ თუ არ შეცდა ჩებურაშკა, მაშინ არ შემცდარა არც ლომი, რაც ამოცანის პირობას ეწინააღმდეგება. ე.ი. ჩებურაშკამ მართალი არ თქვა, განსხვავებით ლომისაგან.

ამგვარად, ნიანგ გენას ასაკი 10 წელზე მეტია და თერთმეტ წელზე მეტი არ არის. ე.ი. გენას შეუსრულდა 11 წელი.

ამოცანა 41. სამი ზღარბი იყოფს სამ ნაჭერ ყველს, რომელთა წონებია 5 გრამი, 8 გრამი და 11 გრამი. ზღარბებმა ყველი ვერ გაყვეს და დასახმარებლად მელას დაუძახეს. მელას შეუძლია ნებისმიერი ორი ნაჭრიდან ჩამოაჭრას და შეჭამოს თითო გრამი ყველი. შეძლებს თუ არა მელა ზღარბებს ყველის ტოლი ნაჭრები დაუტოვოს?

შეძლებს. მელა თუ იმოქმედებს ასე: თავიდან მელა სამჯერ ჩამოაჭრის და შეჭამს თითო გრამ ყველს 5 და 11 გრამიან ნაჭრებს. მივიღებთ ერთ ნაჭერს, რომლუს წონა 2 გრამია და ორ ნაჭერს, რომელთა წონებია 8-8 გრამი. შემდეგ 6-6 ჯერ ჩამოაჭრის და შეჭამს მელა თითო გრამ ყველს 8-8 გრამიან ნაჭრებს და დარჩება 2-2 გრამიანი ნაჭრები მესამე ნაჭერიც 2 გრამიანია. ასე, რომ მელა ახერხებს ყველის გაყოფას.

ამოცანა 42. ორი მეკობრე იყოფს ნაძარცვს, რომელიც 5 ოქროს ზოდისგან შედგება. ერთ-ერთი ზოდის წონა 1 კილოგრამია, მეორე ზოდის-2 კილოგრამი. რა წონის შეიძლება იყოს სამი დანარჩენი ზოდი, თუ ცნობილია, რომ როგორც არ უნდა აირჩიოს პირველმა მეკობრემ ორი ზოდი, მეორე მეკობრეს შეუძლია ისე

გადაანაწილოს დარჩენილი ზოდები, რომ თითოეულს ტოლი რაოდენობის ოქრო შეხვდეს.

ვთქვათ, ზოდების წონებია: $a,\ b,\ c,\ d$ და e. დავალაგოთ ეს წონები ასე:

$$a \le b \le c \le d \le e.$$

დავუშვათ, პირველი მეკობრე ირჩევს d და e წონის ზოდებს. მათი საერთო წონა დარჩენილი ორი ზოდის წონაზე ნაკლები არ არის, ამიტომ მეორე მეკობრემ უნდა აირჩიოს დარჩენილი სამივე ზოდი, ე.ი

$$e + d = a + b + c.$$

ვთქვათ, პირველი მეკობრე ირჩევს ზოდებს წონით c და d. მაშინ წინა შემთხვევის ანალოგიურად

$$e + c = a + b + d.$$

საიდანაც გამომდინარეობს, რომ

$$c = d \quad \text{და} \quad e = a + b.$$

ამრიგად, ოქროს ზოდების წონებია:

$$a, b, c, c, e = a + b.$$

ვთქვათ, პირველი მეკობრე ირჩევს ზოდებს წონებით: a და e. თუ მას კიდევ დავუმატებთ c წონის ზოდს, მაშინ მას ექნება უფრო მეტი ოქრო, ვიდრე დარჩენილი ზოდები იწონის. ამიტომ, შესაძლებელია ორი შემთხვევა:

1. $e + a + b = 2c.$ საიდანაც $c = e = a + b,$ და ზოდები იწონის

$$a, b, a + b, a + b, a + b.$$

ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ყველა შესაძლო შემთხვევებია:

1, 1, 2, 2, 2 კგ და 1, 2, 3, 3, 3 კგ.

ორთავე გამოდგება.

2. $e+a=b+2c$. საიდანაც $c=a$ და ზოდები იწონის

$$a, a, a, a, a+b.$$

რაც ნიშნავს, რომ $a=b=1$, ე.ი. ზოდები იწონის

1, 1, 1, 1, 2 კგ.

ეს შემთხვევაც გამოდგება.

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ დანარჩენი სამი ზოდი იწონის:

1, 1 და 1 კგ; 1, 2 და 2 კგ; 3, 3 და 3კგ.

ამოცანა 43. კუნძულის მცხოვრებნი ან რაინდები არიან და მხოლოდ სიმართლეს ამბობენ, ან მატყუარები არიან და სულ ცრუობენ. მოგზაური შეხვდა ხუთ კუნძულელს. მის კითხვაზე-თქვენს შორის რამდენი რაინდია? პირველმა უპასუხა-არცერთი. მეორემ და მესამემ კი-ერთი. რა უპასუხეს დანარჩენებმა?

რაინდი არ უპასუხებდა-არცერთი, რადგან ეს მცდარი იქნებოდა. ამიტომ, პირველი მატყუარაა, მეორემ და მესამემ ერთნაირად უპასუხა, ამიტომ ისინი ორივე ან რაინდია, ან მატყუარა. მაგრამ, ისინი რომ რაინდები იყვნენ, მაშინ ერთ-ერთი მათგანი ცრუობს. ამიტომ მეორე და მესამეც მატყუარები არიან.

გამოდის, რომ კუნძულის ხუთი მაცხოვრებლიდან სამი მაინც მატყუარაა. მაშინ რაინდები ამ ხუთ კუნძულელს შორის ან ერთია ან ორი, ან არცერთი.

თუ მათ შორის არცერთი რაინდი არ იყო, მაშინ პირველ მატყუარას სიმართლე უთქვამს, რაც წინააღმდეგობაშია ამოცანის პირობასთან. ამ ხუთ კუნძულელს შორის არ შეიძლება იყოს ერთი რაინდი, რადგან მაშინ სიმართლეს ამბობს მეორე და მესამე მატყუარები, რაც

ამოცანის პირობას ეწინააღმდეგება. აქედან გამომდინარეობს, რომ ხუთ კუნძულელს შორის ორი რაინდია და ესენი დარჩენილი კუნძულელები არიან და თითოეული მათგანი იტყვის სიმართლეს-ორი.

ამოცანა 44. ზღაპრულ სამეფოში მხოლოდ ორი სახის ფულის ნიშანია: 16 კვინტოიანი და 27 კვინტოიანი. შესაძლებელია თუ არა ამ სამეფოში ვიყიდოთ 1 კვინტოიანი სათამაშო და მივიღოთ ხურდა?

შესაძლებელია. მართლაც, თუ გადავიხდით 3 ცალ 27 კვინტოიანს და ხურდად მივიღებთ 5 ცალ 16 კვინტოიანს:

$$3 \cdot 27 - 5 \cdot 16 = 1.$$

ან, თუ გადავიხდით 19 ცალ 27 კვინტოიანს და ხურდად მივიღებთ 32 ცალ 16 კვინტოიანს:

$$19 \cdot 27 - 32 \cdot 16 = 1.$$

არსებობს განხილულისაგან სხვა განსხვავებული ვარიანტებიც. იპოვეთ ერთი მაინც.

ამოცანა 45. ბიოლოგმა 150 ხოჭო თანმიმდევრობით ჩასვა 10 ქილაში. ამასთან, ყოველ მომდევნო ქილაში სვამდა უფრო მეტ ხოჭოს, ვიდრე წინა ქილაში. პირველ ქილაში ჩასმული ხოჭოების რაოდენობა მეათე ქილაში ჩასმული ხოჭოების ნახევარზე ნაკლები არ არის. რამდენი ხოჭოა მეექვსე ქილაში?

ვთქვათ, ბიოლოგმა პირველ ქილაში ჩასვა x ხოჭო, მაშინ მეორე ქილაში უნდა იყოს არანაკლებ $(x+1)$ ხოჭო, მესამე ქილაში-არანაკლებ $(x+2)$ ხოჭო და ა.შ. მეათე ქილაში-არანაკლებ $(x+9)$ ხოჭო. ცხადია, რომ ხოჭოების საერთო რაოდენობაა არანაკლებ

$$x+(x+1)+(x+2)+\cdots+(x+9)=10x+45.$$

გავითვალისწინოთ, რომ სულ ქილებში ჩასვეს 150 ხოჭო. ამიტომ $x\le 10.$

მეორეს მხრივ, მეათე ქილაში უნდა იყოს არაუმეტეს $2x$ ხოჭო, მაშინ მეცხრე ქილაში უნდა იყოს არაუმეტეს $(2x-1)$ ხოჭო, მერვე ქილაში-არაუმეტეს $(2x-2)$ ხოჭო და ა.შ. პირველ ქილაში-არაუმეტეს $(2x-9)$ ხოჭო. ცხადოა, რომ ხოჭოების საერთო რაოდენობაა არაუმეტეს

$$2x+(2x-1)+(2x-2)+\cdots+(2x-9)=20x+45.$$

რადგან, სულ ქილებში ჩასვეს 150 ხოჭო. ამიტომ $x\ge 10.$

ამრიგად, პირველ ქილაში ზუსტად 10 ხოჭოა, ხოლო ბოლო ქილაში ან 19 ან 20.

ვიპოვოთ თერთმეტი ნატურალური რიცხვის ჯამი 10-დან დაწყებული

$$10 + 11 + 12 + \ldots + 19 + 20 + 165.$$

რადგან ქილებში სულ 150 ხოჭო უნდა იყოს, ამიტომ არ არსებობს ქილა, რომელშიც 15 ხოჭოა, ამიტომ ხოჭოების ქილებში ჩასმა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

პირველ ქილაში-10 ხოჭო; მეორე ქილაში-11 ხოჭო; მესამე ქილაში-12 ხოჭო; მეოთხე ქილაში-13 ხოჭო; მეხუთე ქილაში-14 ხოჭო; მეექვსე ქილაში-16 ხოჭო; მეშვიდე ქილაში-17 ხოჭო; მერვე ქილაში-18 ხოჭო; მეცხრე ქილაში-19 ხოჭო; მეათე ქილაში-20 ხოჭო. ე.ი. მეექვსე ქილაში-16 ხოჭოა.

ამოცანა 46. კალათში 30 სოკოა. ნებისმიერ 12 სოკოს შორის ერთი მაინც მჭადაა, ხოლო ნებისმიერ 20 სოკოს

შორის ერთი მაინც მიქლიოა. რამდენი მჭადა და მიქლიო სოკოა კალათაში?

რადგან ნებისმიერ 12 სოკოს შორის ერთი მაინც მჭადა სოკოა, ამიტომ მიქლიო სოკოების რაოდენობა არ აღემატება 11-ს, ხოლო რადგან, ნებისმიერ 20 სოკოს შორის ერთი მაინც მიქლიოა, ნიშნავს, რომ მჭადა სოკოების მაქსიმალური რაოდენობა არ აღემატება 19-ს. რადგან მჭადა და მიქლიო სოკოების რაოდენობაა 30, ამიტომ მიქლიო სოკოს რაოდენობაა 11, ხოლო მჭადა სოკოს რაოდენობა 19.

ამოცანა 47. ორი მეკობრე ერთმანეთს ოქროს მონეტებზე ეთამაშებიან. თავიდან პირველმა წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა მეორეს, შემდეგ მეორემ წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა პირველს. შემდეგ ისევ პირველმა მეკობრემ წააგო თავისი მონეტების ნახევარი და მისცა მეორეს. ამის შემდეგ პირველ მეკობრეს 15 მონეტა ჰქონდა, ხოლო მეორე მეკობრეს-33 მონეტა. რამდენი მონეტა ჰქონდა თითოეულ მეკობრეს თავდაპირველად?

ამოცანის ამოხსნა დავიწყოთ ბოლოდან.

I მეკობრეს დარჩა 15 მონეტა, II მეკობრეს დარჩა 33 მონეტა მესამე თამაშის წინ I მეკობრეს ჰქონდა 30 მონეტა, II მეკობრეს ჰქონდა 18 მონეტა მეორე თამაშის წინ I მეკობრეს ჰქონდა 12 მონეტა, II მეკობრეს ჰქონდა 36 მონეტა პირველი თამაშის წინ I მეკობრეს ჰქონდა 24 მონეტა, II მეკობრესაც ჰქონდა 24 მონეტა.

ამოცანა 48. ოჯახის ყველა წევრმა დალია ფინჯანი ყავა რძით, ამასთან კატომ დალია იმ რძის მეოთხედი

და იმ ყავის მეექვსედი, რაც დალია ოჯახის ყველა წევრმა ერთად. რამდენი წევრია ოჯახში?

ვთქვათ, ოჯახის წევრთა რაოდენობაა n, მაშინ ოჯახის ყველა წევრი ერთად n ფინჯან ყავას დალევდა. ვთქვათ, ოჯახის ყველა წევრის მიერ დალეულ n ფინჯან ყავაში ჩასხმულია x ფინჯანი რძე. მაშინ, ოჯახის მიერ დალეული ყავის რაოდენობა იქნება $(n-x)$ ფინჯანი. კატომ ერთი ჭიქა ყავა დალია რძით, რომელშიც მთლიანად შესმული რძის მეოთხედი (ე.ი. $\frac{x}{4}$) და მთლიანად შესმული ყავის მეექვსედი (ე.ი. $\left(n-\frac{x}{6}\right)$ ესხა. მივიღეთ განტოლება:

$$\frac{x}{4}+\frac{n-x}{6}=1,$$
$$3x+2(n-x)=12,$$
$$x+2n=12.$$

რადგან, n-მთელი რიცხვია, ამიტომ უკანასკნელი ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ x მთელი ლუწი რიცხვია, ამასთან $x \le n$, რადგან მთლიანად ოჯახის მიერ შესმული რძის რაოდენობა არ აღემატება მათ მიერ შესმული ყავის რაოდენობას.

შერჩევის მეთოდით დავადგენთ, რომ ბოლო განტოლებას აქვს სამი ამონახსნი:

$$n=6,\quad x=0;\qquad n=5,\quad x=2;\quad n=4,\quad x=4.$$

ამასთან, პირველი და ბოლო ამონახსნები შეესაბამება იმ შემთხვევებს, როცა ოჯახის ყველა წევრმა შესვა ან მარტო ყავა, ან მარტო რძე, ხოლო მეორე ამონახსნი

გამოსახავს იმ შემთხვევას როცა ოჯახის წევრება შესვეს რძიანი ყავა.

საბოლოოდ შეიძლება დავასკვნათ, რომ ოჯახში ან 4, ან 5, ან 6 წევრია.

ამოცანა 49. ერთმანეთს შეხვდა სამი ადამიანი, რომელთა შორის ზოგი ან სულ მართალს ამბობს ან სულ ცრუობს. პირველმა მათგანმა თქვა: ჩვენს შორის ერთი მატყუარაა. მეორე მათგანმა თქვა: ჩვენ შორის ორი მატყუარაა. მესამემ თქვა: -ჩვენ შორის სამი მატყუარაა. განსაზღვრეთ ვინ-ვინ არის.

ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ამ სამი ადამიანიდან მართალს ამბობს არაუმეტეს ერთისა. ე.ი. მატყუარა არის ან ორი ან სამი. ვაჩვენოთ, რომ სამივე მათგანი არ შეიძლება ცრუობდეს, რადგან თუ პირველი და მეორე ცრუობენ, მაშინ მესამე ამბობს მართალს. ე.ი. გამოდის, რომ მესამე მატყუარა არ არის, რაც ეწინააღმდეგება პირობას. აქედან გამომდინარეობს, რომ მათგან მატყუარაა მხოლოდ ორი მათგანი.

მაშასადამე, მართალს ამბობს მეორე, ხოლო პირველი და მესამე ცრუობენ.

ამოცანა 50. ერთ ზღაპრულ კუნძულზე ბიჭები სულ მართალს ლაპარაკობენ, გოგონები კი სულ ცრუობენ. ამ კუნძულზე ცხოვრობდა ოჯახი, რომელსაც სამი შვილი ყავდა. ერთხელ ისინი ერთად შეიკრიბენ და თქვეს:

სულიკო: მე მყავს ორი და;

გულიკო: მეც ორი და მყავს;

ნუკრი: მე კი, ორი ძმა მყავს.

რამდენი ბიჭი და რამდენი გოგონაა ამ ოჯახში?

(გაითვალისწინეთ, რომ სახელები: სულიკო, გულიკო და ნუკრი შეიძლება ერქვას როგორც გოგონას, ისე ბიჭს).

თუ ნუკრი ამბობს მართალს, მაშინ ის ბიჭია და გულიკო და სულიკოც ბიჭები არიან და მათაც მართალი უნდა თქვან, ე.ი. სულიკომაც და გულიკომაც უნდა თქვან, რომ მათ ყავთ ორი ძმა. ისინი კი ამბობენ, რომ მათ ყავთ ორი და. ე.ი. ნუკრი ცრუობს და ის გოგონაა.

თუ სულიკო ამბობს მართალს, რომ მას ყავს ორი და, მაშინ სულიკო ბიჭია, ხოლო გულიკო გოგონაა და ის ცრუობს, რომ მასაც ორი და ყავს. ეს შემთხვევა შესაძლებელია. ე.ი. ოჯახში ორი გოგონა და ერთი ბიჭია.

თუ სულიკო ცრუობს, რომ მას ყავს ორი და, მაშინ გულიკო ბიჭია და ის მართალს ამბობს, რომ მას ორი და ყავს. ეს შემთხვევა შესაძლებელია. ე.ი. ოჯახში ორი გოგონა და ერთი ბიჭია.

თუ გულიკო ამბობს მართალს, რომ მას ყავს ორი და, მაშინ გულიკო ბიჭია, ხოლო სულიკო გოგონაა და ის ცრუობს, რომ მასაც ორი და ყავს. ეს შემთხვევა შესაძლებელია. ე.ი. ოჯახში ორი გოგონა და ერთი ბიჭია.

თუ გულიკო ცრუობს, რომ მას ყავს ორი და, მაშინ გულიკო გოგოა, ხოლო სულიკო ბიჭია და ის მართალს ამბობს, რომ მას ორი და ყავს. ეს შემთხვევა შესაძლებელია. ე.ი. ოჯახში ორი გოგონა და ერთი ბიჭია.

ვთქვათ, მართალს ამბობს სულიკოც და გულიკოც. თუ ორივე მართალს ამბობს, მაშინ გამოდის, რომ ოჯახში სამივე გოგონაა, ხოლო რადგან სულიკოც და გულიკოც ორივე მართალს ამბობენ, ისინი ბიჭებია, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას.

ვთქვათ, ცრუობს სულიკოც და გულიკოც. თუ ორივე ცრუობს, ისინი გოგონები არიან და გამოდის, რომ ოჯახში სამივე გოგონაა, ეს ნიშნავს, რომ სულიკოსაც ორი და ყავს და გულიკოსაც. გამოდის, რომ სულიკოც და გულიკოც მართალს ამბობენ, ე.ი. ისინი ბიჭებია, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას. საბოლოოდ დავასკვნით, რომ ოჯახში ორი გოგონა და ერთი ბიჭია.

ამოცანა 51. გია, ვახო და დათო ბურთით თამაშობდნენ. ერთ-ერთმა ბიჭმა ბურთი ფანჯარას მოახვედრა და შუშა ჩატეხა.

გიამ თქვა: შუშა მე არ ჩამიტეხია.

დათომ თქვა:-შუშა ვახომ ჩატეხა.

გაირკვა, რომ ერთმა ბიჭმა სიმართლე თქვა, მეორემ კი იცრუა. ვინ ჩატეხა შუშა?

დათო ცრუობს, შუშა მან გატეხა. დავუშვათ, რომ დათომ მართალი თქვა, მაშინ მართალს ამბობს გიაც. ეს ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას. ე.ი დათო ცრუობს, გია მართალს ამბობს. ე.ი. გიას ფანჯარა არ ჩაუტეხია, დათო ცრუობს და ამიტომ შუშა არც ვახოს ჩაუტეხია. შუშა ჩატეხა დათომ.

ამოცანა 52. კვინტოეთში ცხოვრობენ ელფები და ჯუჯები. ჯუჯები ცრუობენ, როცა საუბრობენ ოქროზე, სხვა ყველა შემთხვევაში მართალს ამბობენ. ელფები ცრუობენ, როცა საუბრობენ ჯუჯებზე, ხოლო ყველა დანარჩენ შემთხვევაში ამბობენ მართალს. ერთხელ ორმა კვინტოეთელმა თქვა:

A: მთელი ჩემი ოქრო მე დრაკონს მოვპარე.

B: შენ ცრუობ.

გაარკვიეთ ვინ ვინ არის.

ვთქვათ, A ელფია. მაშინ მან თქვა მართალი, ხოლო B-მ მოიტყუა. მაგრამ არც ელფები და არც ჯუჯები არ ცრუობენ, როცა საუბრობენ ელფების შესახებ. რაც ნიშნავს, რომ A ჯუჯაა. საუბრობდა რა ოქროზე, მან მოიტყუა. ამიტომ B თქვა A-ს შესახებ მართალი. ეს მხოლოდ ჯუჯას შეიძლება ეთქვა. ე.ი. საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ორივე ჯუჯაა.

ამოცანა 53. კუნძულზე ცხოვრობენ რაინდები, რომლებიც სულ სიმართლეს ამბობენ და მატყუარები, რომლებიც სულ ცრუობენ. რა შეკითხვას დაუსვამდით კუნძულის მცხოვრებს, რომ გაგეგოთ, ყავს თუ არა მას სახლში მოშინაურებული ნიანგი?

საკმარისია ჰკითხოთ, მაგალითად: „რას მიპასუხებდით ერთი წუთის წინ, თუ მე გკითხავდით, ცხოვრობს თუ არა თქვენთან სახლში მოშინაურებული ნიანგი?“ ამ კითხვაზე რაინდი იტყვის სწორ პასუხს ე.ი. გაიმეორებს სწორ პასუხს, ხოლო მატყუარა მოიტყუებს, ე.ი. გვეტყვის ტყუილი პასუხის უარყოფას, ანუ სწორ პასუხს.

ამოცანა 54. კუნძულზე ცხოვრობენ რაინდები, რომლებიც სულ სიმართლეს ამბობენ და მატყუარები, რომლებიც სულ ცრუობენ. ერთხელ შეხვდნენ ერთმანეთს რამდენიმე კუნძულელი, თითოეული ან რაინდია, ან მატყუარა და თითოეულმა დანარჩენებს განუცხადა: „თქვენ ყველანი მატყუარები ხართ“. რამდენი რაინდია მათ შორის?

ორი ან მეტი რაინდი შეხვედრაზე ვერ იქნებოდა, რადგან განცხადება, რომელსაც გააკეთებდენ რაინდები, მცდარი იქნებოდა. საერთოდ რაინდების გარეშეც არ შეიძლება, რადგან ამ შემთხვევაში მატყუარების ნათქ-

ვამი მართალი იქნებოდა. დარჩა ერთადერთი შესაძლებლობა, ერთი რაინდი და დანარჩენი მატყუარები.

ამოცანა 55. კუნძულზე 1234 მცხოვრებია, რომელთაგან ზოგი რაინდია, რომლებიც მხოლოდ სიმართლეს ამბობენ, ზოგი კი მატყუარაა, რომლებიც სულ ცრუობენ. ერთხელ კუნძულის ყველა მცხოვრები წყვილებად დაიყო და თითოეულმა თავის მეწყვილეზე თქვა: ის-რაინდია ან ის-მატყუარაა. შესაძლებელია თუ არა კუნძულელებმა ეს ფრაზები წარმოთქვან თანაბარი რაოდენობით?

ჩავთვალოთ, რომ აღწერილი სიტუაცია შესაძლებელია. მაშინ თითოეული ფრაზა წარმოითქმება

$$1234 : 2 = 667\text{-ჯერ}.$$

კუნძულის მცხოვრებთა ნებისმიერი დაყოფის დროს შესაძლებელია წყვილთა მხოლოდ სამი სახე:

1. ორი რაინდი; 2. ორი მატყუარა; 3. რაინდი და მატყუარა.

პირველი და მეორე სახის წყვილები წარმოთქვამდნენ: ის-რაინდია, ხოლო მესამე სახის წყვილებიდან თითოეული იტყოდა: ის-მატყუარაა. ამრიგად, თითოეული ფრაზა წარმოითქმება ლუწ რიცხვჯერ, რაც ეწინააღმდეგება იმას, რომ ეს ფრაზები წარმოთქმული უნდა იქნეს 667-ჯერ.

მაშასადამე, კუნძულელებს ფრაზების წარმოთქმა თანაბარი რაოდენობით არ შეუძლიათ.

ამოცანა 56. სამი ბრძენი მგზავრობს მატარებლით. მატარებელი შევიდა ტუნელში. ვაგონში შუქის ანთების შემდეგ თითოეული ბრძენი ხედავს, რომ მისი კოლეგების სახე მურითაა მოსვრილი, რომელიც ვაგონში ფანჯ-

რიდან შემოვიდა. თითოეული მათგანი იცინის თავისი გამურული თანამგზავრების სახეების შემხედვარე. უცებ ერთი ყველაზე უფრო სხარტი გონების მქონე ბრძენი ხვდება, რომ მისი სახეც გამურულია. როგორ მოახერხა მან ეს?

სავარაუდოდ ბრძენი იმსჯელებდა დაახლოებით ასე: „თუ მე სახე გამურული არ მაქვს, მაშინ მეორე ბრძენი, რომელიც ხედავს, რომ მესამე რაღაცაზე იცინის, გაიგებდა, რომ მისი სახე გამურულია და სიცილს შეწყვეტდა. მაგრამ ის იცინის, ცხადია, რომ ჩემი სახეც გამურულია“.

ამოცანა 57. ქალაქში ცხოვრობენ რაინდები და მატყუარები. რაინდები სულ სიმართლეს ამბობენ, ხოლო მატყუარები სულ ცრუობენ. ერთმანეთს შეხვდა ორი რაინდი და ორი მატყუარა. რომელ მათგანს შეეძლო ეთქვა ფრაზები:

1. ჩვენს შორის ყველა რაინდია.

2. თქვენს შორის არის მხოლოდ ერთი რაინდი.

3. თქვენს შორის ზუსტად ერთი რაინდია.

თითოეული ფრაზისათვის მიუთითეთ ყველა, ვისაც შეიძლებოდა ეს ფრაზა ეთქვა.

გავაანალიზოთ თითოეული ფრაზა ცალ-ცალკე.

1. რაინდი ამას არ იტყოდა, რადგან ეს ფრაზა მცდარია, ამიტომ ამ ფრაზის თქმა შეეძლო ნებისმიერ მატყუარას.

2. ამ ფრაზის თქმა შეეძლო ნებისმიერ რაინდს, რადგან მათთვის ეს სიმართლეა ასევე ეს ფრაზა შეიძლებოდა ეთქვა ნებისმიერ მატუარას, რადგან მისთვის ეს ტყუილია.

3. ამ ფრაზის თქმა არ შეეძლო არცერთს, რადგან რაინდებისათვის ეს ფრაზა სიმართლეა, ასევე სიმართლეა ეს ფრაზა მატყუარებისთვისაც.

ასეთი ამოცანა შეიძლება უამრავი მოვიყვანოთ და, თუ დავაკვირდებით, შევისწავლით და კარგად გავაანალიზებთ ამ ამოცანებს, მათ ისტორიას, მათთან ერთად, საერთოდ, სახალისო ამოცანებს, განსაკუთრებით-ამოცანებს სითხის გადასხმებზე, მდინარის გადალახვაზე და საგანთა აწონაზე, ასეთი ამოცანებით ხალხი წარსულში ეჯიბრებოდა ერთმანეთს ისევე, როგორც შაირებით, გამოცანებით, ლექსების თხზვით და ა.შ. მაშინ ადვილად მივალთ შემდეგ დასკვნებამდე:

- სახალისო ამოცანების დაბადების თარიღი შორეულ წარსულშია;
- ზოგიერთ სახალისო ამოცანას შენარჩუნებული აქვს ხალხური ხასიათი, ელეგანტურობა და სილამაზე;
- მრავალი სახალისო ამოცანა არ არის მათემატიკური;
- სახალისო ამოცანების ამოხსნისათვის საჭიროა საღი გონება, საღი გონება კი სასურველია ყველა ადამიანს ქონდეს;
- ყველა სახალისო ამოცანას მოეძებნა მათემატიკური ახსნა;
- ზოგიერთი სახალისო ამოცანა ხელოვნურად არის გადაკეთებული მათემატიკურად;
- მრავალი სახალისო ამოცანა მათემატიკოსთა მიერ არის შედგენილი მსგავსად ძველისა.

დასკვნები იძლევა საშუალებას, ვიფიქროთ, რომ მსგავსი ამოცანები შექმნილია უძველეს ხალხურ სიტყვიერებაში.

3.4.3. უმცროსკლასელთა განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ტესტები

1. ტოლობაში 6* + 4* = 106 სიმბოლოთი * აღნიშნულია ერთი და იგივე ციფრი. რომელი?

(ა) 2 (ბ) 3 (გ) 4 (დ) 1

2. მალხაზიმ გაზომა 5 ჩხირის სიგრძე და ჩაწერა მათი სიგრძეები ა-ე. ჩხირის ა-ე ზომებს შორის რომელია ყველაზე გრძელი?

(ა) 3 დმ 2 სმ (ბ) 3 სმ 7 მმ (გ) 35 მმ (დ) 3 სმ (ე) 303 მმ

3. მეორე კლასის ხუთი მოსწავლე რიგ-რიგობით ასახელებს რიცხვ 325-ის თვისებებს:

ამირანი: ეს სამნიშნა რიცხვია;

ბელა: ამ რიცხვში ყველა ციფრი განსხვავებულია;

გიორგი: ამ რიცხვის ციფრთა ჯამია 10;

დავითი: ამ რიცხვში ერთეულების ციფრია 5;

ეთერი: ამ რიცხვის ყველა ციფრი კენტია.

რომელი მოსწავლე ამბობს ტყუილს?

(ა) ამირანი (ბ) ბელა (გ) გიორგი (დ) დავითი (ე) ეთერი

4. პაპუნას 36 ცალი კანფეტი ჰქონდა. მან ეს კანფეტები სტუმრებს თანაბრად გაუყო. რამდენი სტუმარი შეიძლება ყოლოდა პაპუნას?

(ა) 5 (ბ) 6 (გ) 7 (დ) 8 (ე) 10

5. როცა ბურატინო ცრუობს, მას ცხვირი უგრძელდება 6 სანტიმეტრით. როცა სიმართლეს ამბობს მისი ცხვირი მოკლდება 2 სანტიმეტრით. ბურატინოს ცხვირის სიგრძე დილით 9 სანტიმეტრი იყო. დღის განმავლობაში მან 3-ჯერ მოიტყუა და ორჯერ სიმართლე თქვა. რა სიგრძის იყო ბურატინოს ცხვირი საღამოს?

(ა) 14 სმ (ბ) 15 სმ (გ) 19 სმ (დ) 23 სმ (ე) 31 სმ

6. ჩვენ სკოლაში წელს მათემატიკის სასკოლო ოლიმპიადა მეოცედ ტარდება. თამარის მამა მონაწილეობდა ჩვენი სკოლის პირველ სასკოლო ოლიმპიადაში, როცა ის მეათე კლასში სწავლობდა. რამდენი წლის შეიძლება იყოს ის ახლა?

(ა) 20 (ბ) 27 (გ) 37 (დ) 50 (ე) 54

7. რისი ტოლი არ არის რიცხვი 7?

(ა) კვირაში დღეების რაოდენობის

(ბ) ცისარტყელის ფერების რაოდენობის

(გ) სპილოს პატარა ნაშიერის გამომსახველ სიტყვაში ასოების რაოდენობის

(დ) თვეში კვირა დღეების რაოდენობის

8. ორი ერთნაირი კვადრატული ფორმის შოკოლადის შეფუთული ფილა ერთმანეთზე დევს ყუთში. შოკოლადის ფილები შედგება ერთნაირი პატარა კვადრატული ფორმებისაგან. კოტემ შეჭამა ყუთში ზევიდან დადებული ფილის ყველა 20 შოკოლადი, რომლებიც ყუთის კედლებს ეხებოდა. სულ რამდენი შოკოლადი იდო თავიდან ყუთში?

(ა) 50 (ბ) 52 (გ) 70 (დ) 72 (ე) 98

9. მამა ახლა 33 წლისაა, მისი სამი შვილი 5, 6 და 10 წლის არიან. რამდენი წლის შემდეგ იქნება სამივე შვილის წლოვანებათა ჯამი იმდენი, რამდენიც მამის წლოვანება?

(ა) 4 (ბ) 6 (გ) 8 (დ) 10 (ე) 12

10. დედამ თავის სამ შვილს უყიდა 17 ცალი პატარა ღვეზელი. მალხაზიმ შეჭამა ორჯერ მეტი ღვეზელი, ვიდრე მარინამ, ხოლო დარინამ შეჭამა მარინაზე მეტი, მაგრამ მალხაზიზე ნაკლები ღვეზელი. რამდენი ღვეზელი შეჭამა დარინამ?

(ა) 4 (ბ) 5 (გ) 6 (დ) 7 (ე) 8

11. 22 მარტს ნატამ თქვა: ,,გუშინწყინ ჩემ დაბადების დღემდე დარჩენილი იყო ერთი კვირა“. როდის იქნება ნატას დაბადების დღიდან გასული ერთი კვირა?
(ა) 27 მარტს

(ბ) 29 მარტს

(გ) 2 აპრილს

(დ) 3 აპრილს

(ე) 5 აპრილს

12. მაისში კატას ეძინა ზუსტად ორი კვირა. რამდენი საათი იყო კატა ფხიზლად ამ თვეში?
(ა) (31-7).24 სთ

(ბ) (31-7.2).24 სთ

(გ) (31-7.4).24 სთ

(დ) (31-2).24.60 სთ

(ე) (31-2.24).7 სთ

13. ნინოს სტუმრებს შორის ნახევარზე მეტი ბიჭები იყვნენ. ბიჭების მესამედზე მეტს გიორგი ერქვა. სულ სტუმრებს შორის 3 გიორგი იყო. სტუმრების ბავშვების რა უმცირესი რაოდენობა ესტუმრა ნინოს?

(ა) 12 (ბ) 13 (გ) 14 (დ) 15 (ე) 16

14. 50 ბიჭმა და 36 გოგონამ ერთმანეთს ჩასჭიდეს ხელები და დადგნენ წრეზე. ზუსტად 26 ბიჭის მარჯვენა გვერდით მეზობლად გოგონა დგას. რამდენი ბიჭის მარცხენა გვერდით მეზობლად დგას გოგონა?

(ა) 10 (ბ) 14 (გ) 24 (დ) 26 (ე) 36

15. ბარათებზე აწერია ციფრები-თითო ბარათზე ერთი ციფრი. რა უმცირესი რაოდენობის ასეთი ბარათია საჭირო, რომ გამოვსახოთ ოთხი ერთმანეთისაგან განსხვავებული რიცხვი 1-დან 300-ის ჩათვლით ერთდროულად? (ბარათი რომელზეც აწერია ციფრი 6, შეიძლება გამოვიყენოთ, როგორც ციფრი 9-ის აღსანიშნავად)

(ა) 16 (ბ) 68 (გ) 74 (დ) 90 (ე) 160

16. პატარა გიომ იცის მხოლოდ ორი ციფრის 1 და 7 დაწერა. მას უნდა დაწეროს რამდენიმე რიცხვი, რომლის ჯამი 2019-ის ტოლია. რა უმცირესი რაოდენობის რიცხვის დაწერა მოუწევს გიოს?

(ა) 2 (ბ) 6 (გ) 8 (დ) 11 (ე) 12

17. ერთი მაღვიძარა წინ მიდის 25 წუთით და აჩვენებს 7 საათსა და 50 წუთს. რა დროს აჩვენებს მეორე მაღვიძარა, რომელიც ჩამორჩება 15 წუთით?

(ა) 7 საათსა და 10 წუთს

(ბ) 7 საათსა და 35 წუთს

(გ) 7 საათსა და 40 წუთს

(დ) 8 საათს

18. სამი ბუშტი 1 ლარით მეტი ღირს, ვიდრე ერთი ბუშტი. რა ღირს ერთი ბუშტი?

(ა) 40 თეთრი

(ბ) 60 თეთრი

(გ) 50 თეთრი

(დ) 60 თეთრი

(ე) 30 თეთრი

19. ნიკოლოზს ყავს 3 კნუტი, 4 ბატის ჭუჭული, 2 ქათმის წიწილა და რამდენიმე ლეკვი. როცა ნიკოლოზმა ყველას ფეხები დათვალა, აღმოჩნდა, რომ მათ 44 ფეხი აქვთ. რამდენი ლეკვი ყავს ნიკოლოზს?

(ა) 6 (ბ) 5 (გ) 4 (დ) 2 (ე) 3

20. კლასელები ტონი, ბეტი, ქეთი და ენდი დაიბადნენ ერთსა და იმავე წელს. მათი დაბადების დღეებია 20 თებერვალი, 12 აპრილი, 12 მაისი და 25 მაისი. ბეტის და ენდის დაბადების დღეები ერთ თვეშია, ხოლო ენდის და ქეთის დაბადების დღეები ერთ რიცხვშია. რომელია ამ ბავშვებს შორის ყველაზე უფროსი?

(ა) ტონი (ბ) ბეტი (გ) ქეთი (დ) ენდი (ე) გარკვევა შეუძლებელია

21. პაპუნამ ჩაიფიქრა რიცხვი, მიუმატა მას 3, ჯამი გაამრავლა 50-ზე, ისევ მიუმატა 3, მიღებული შედეგი გაამრავლა 4-ზე, მიუმატა 6 და მიიღო 2018. რა რიცხვი ჩაიფიქრა პაპუნამ?

(ა) 11 (ბ) 9 (გ) 8 (დ) 7 (ე) 3

22. 2018 წლის თებერვალში ზოოპარკში დაიბადა ლომის ბოკვერი. დღეს 16 მარტია და ლომის ბოკვერი 20 დღის გახდა. რომელ დღეს დაიბადა ბოკვერი?

(ა) 19 თებერვალს

(ბ) 21 თებერვალს

(გ) 23 თებერვალს

(დ) 24 თებერვალს

(ე) 26 თებერვალს

23. რწყილი დახტის გრძელ კიბეზე. მას შეუძლია ახტეს 3 საფეხურით მაღლა, ან ჩახტეს 4 საფეხურით დაბლა. რა უმცირესი რაოდენობის ნახტომები დასჭირდება რწყილს იმისათვის, რომ ის პირველი საფეხურიდან ახტეს 22-ე საფეხურზე?

(ა) 7 (ბ) 9 (გ) 10 (დ) 12 (ე) 15

24. ირინეს დაბადებამდე ერთი წლით ადრე მისი მშობლების წლოვანებათა ჯამი იყო 40 წელი. რამდენი წლის არის ახლა ირინე, თუ 2 წლის შემდეგ მისი და მისი მშობლების წლოვანებათა ჯამი იქნება 90 წელი?

(ა) 15 (ბ) 14 (გ) 13 (დ) 8 (ე) 7

25. მესამე კლასელმა მერიმ და მისმა პირველკლასელმა ძმამ გივიმ ამოხსნეს მეორე კლასის საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანები. აღმოჩნდა, რომ გივის არ მიუღია მინიმალური 0 ქულა, ხოლო მერის მაქსიმალური 100 წულა. ერთი ამოცანის სწორად ამოხსნა ფასდება 1 ქულით. მაქსიმალურად რა რაოდენობით მეტი ქულა დაგროვება შეეძლო მერის?

(ა) 92 (ბ) 94 (გ) 95 (დ) 98 (ე) 97

26. სამნიშნა რიცხვს, რომლის ციფრთა ჯამი 2-ის ტოლია დაუმატეს ორნიშნა რიცხვი. მიიღეს ისევ სამნიშნა რიცხვი, რომლის ციფრთა ჯამი ისევ 2-ის ტოლია. რა რიცხვი მიიღეს?

(ა) 200 (ბ) 110 (გ)101 (დ) 110

27. ვენეციის მახლობლად სამი კუნძულია: მურანო, ბურანო და ტორჩელო. ტორჩელოს ნახვა შესაძლებელია მურანოსკენ მიმავალ გზაზეც და ბურანოსკენ მიმავალ გზაზეც. 15 ტურისტიდან თითოეულმა მოინახულა ერთი კუნძული მაინც. ამასთან 5 ტურისტმა მოინახულა ტორჩელო, 13 ტურისტი იყო კუნძულ მურანოზე

და 9-ბურანოზე. რამდენი ტურისტი იყო ზუსტად ორ კუნძულზე, თუ სამივე კუნძული 3 ტურისტმა მოინახულა?

(ა) 2 (ბ) 3 (გ) 4 (დ) 5 (ე) 9

28. ნიკოლოზმა აირჩია ორი სამნიშნა რიცხვი, რომელთა ციფრთა ჯამები ერთმანეთის ტოლია. დიდ რიცხვს გამოაკლო პატარა რიცხვი. რა უდიდესი რიცხვი შეიძლებოდა მიეღო ნიკოლოზს?

(ა) 792 (ბ) 801 (გ) 810 (დ) 890 (ე) 900

29. შუადღეზე დედაქალაქიდან პროვინციაში გაემგზავრენ მალემსრბოლი და ვაჭარი. იმავდროულად იმავე გზით მათ შესახვედრად პროვინციიდან გამოვიდა მებადრაგეთა რაზმი. 1 სთ-ის შემდეგ მებადრაგეთა რაზმი შეხვდა მალემსრბოლს, მალემსრბოლთან შეხვედრიდან 2 საათის შემდეგ ვაჭარს და ვაჭართან შეხვედრიდან 3 საათის გასვლის შემდეგ მებადრაგეთა რაზმი ჩავიდა დედაქალაქში. რამდენჯერ სწრაფად მოძრაობს მალემსრბოლი ვაჭარზე?

(ა) 2 (ბ) 3 (გ) 4 (დ) 5 (ე) 6

30. ანდრო, პაპუნა, თორნიკე და გია ჭადრაკო ტურნირში მონაწილეობენ. თითოეულმა ყველა დანარჩენთან ითამაშა ერთი პარტია. სულ რამდენი პარტია გათამაშდა საჭადრაკო ტურნირზე?

(ა) 6 (ბ) 3 (გ) 2 (დ) 5 (ე) 4

დასკვნები

- საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის პროცესში მასწავლებლის მიერ კლასში შექმნილი დადებითი მოტივაცია სასიკეთო გავლენას ახდენს მოსწავლეთა შემეცნებითი უნარების ფორმირებაზე. უნარებში, რომლებიც სპეციფიკურნი არიან მათემატიკისათვის, ვგულისხმობთ ამოცანების ამოხსნის უნარებს. მისთვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და სხვა სასწავლო საგნებში გადატანის შესაძლებლობა. გამოვყოფთ საგანთშორისი და განმავითარებელი შინაარსის ამოცანების ამოხსნისათვის აუცილებელი უნარების ოთხ ჯგუფს. მათ რიცხვს მიეკუთვნება ამოცანის პირობის გაცნობიერებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები, ამოცანის ამოხსნის ხერხების (არითმეტიკული, ანალიზური, გრაფიკული) ვარიაციულობის დანახვის და მოხერხებული ფორმით: მოქმედებებით, გრაფის სახით, ცხრილებით, სქემატური ნახაზით და ა.შ. მისი ჩაწერის პრაქტიკულად განხორციელების უნარი; შემოწმების შესრულების უნარი, გამოკვლევის უნარი და სხვ. ამოცანათა ამოხსნა არის მოსწავლეთა ცოდნის ათვისების, ჩვევების, მათემატიკური მეთოდებისა და ხერხების დაუფლების ყველაზე ეფექტური საშუალება. ამიტომ, უმცროსკლასელებთან საგანთაშორისი და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა პედაგოგიკური ინტერესის ცენტრში იმყოფება.
- უმცროსკლასელებთან საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნისას მასწავლე-

ბელმა უნდა შექმნას ასეთი ამოცანების ამოხსნის მოტივაცია, უნდა გააღვივოს მოსწავლეთა ინტერესი ამ ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად. მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ ამოცანის პირობის გაანალიზება, ცნობილი და უცნობი კომპონენტების გამოვლენა, ამოცანის მთავარი კითხვის გააზრება და ამოცანის შინაარსი შეუფარდონ მათ განკარგულებაში არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებას და ამის საფუძველზე გამოთქვან ვარაუდები მისი ამოხსნის შესაძლო მიმართულებების ძიების თაობაზე. უნდა მოხდეს ამოხსნის ყოველი ეტაპის მართებულობის კრიტიკული გააზრება, მიღებული შედეგის სისწორის შემოწმების შესრულება, რადაგან შემოწმების მსვლელობამ შესაძლოა უფრო მოკლე, ლამაზი და რაციონალური ამოხსნის მიმართულებები გვიკარნახოს.

- ფსიქოლოგიური და პედაგოგიური თვალსაზრისით გამართლებულია და მეტად მნიშვნელოვანი უმცროს კლასებში სასწავლო პროცესის წარმართვა ემოციაზე დაფუძნებით. მოსწავლის შემეცნებითი მიმართულება შერჩევით ხასიათს ატარებს. როდესაც ესა თუ ის საგანი, მოვლენა ან ცნება მისთვის მნიშვნელოვანია, მაშინ უფრო მეტი ხალისითა და ინტერესით სწავლობს. ამიტომ მასწავლებლის ძირითადი ფუნქცია არის არა მხოლოდ ცოდნის გადაცემა, არამედ ამ ცოდნისადმი განსაზღვრული ემოციური დამოკიდებულების შექმნა. სასწავლო პროცესის ასეთი წარმართვა ხელს უწყობს მოსწავლეებში შემეცნებითი ინტერესების აღძვრას.

- საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის მქონე ამოცანების შედგენის და ამოხსნის ერთიან კონტექსტში სწავლების შემოთავაზებული მეთოდიკა წარმოადგენს მეთოდურად გამართულს და შესაბამისობაშია სწავლების თანამედროვე მოთხოვნებთან. საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლება მოსწავლეებისაგან უმრავლეს შემთხვევებში მოითხოვს აბსტრაქტული აზროვნების მაღალ დონეს, რაც ხელს უწყობს მოსწავლეებში ლოგიკური აზროვნების უნარის განვითარებას;
- მეტად მნიშვნელოვნად ვთვლი, რომ უმცროსკლასელებს ალბათობის თეორიის ელემენტარული საკითხები უნდა ვასწავლოთ სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით, რომელიც უნდა დაეფუძნოს კონკრეტული ცხოვრებისეული მაგალითების განხილვას, რომლებიც დაკავშირებული იქნება ადამიანის ყოველდღიურ საქმიანობასთან და ყურადღება უნდა გამახვილდეს მოსწავლეთა შემოქმედებითი უნარის გამომუშავებისაკენ, მიუღებელია ცნებების მხოლოდ მექანიკური დაზეპირება;
- სიმრავლისა და შესაბამისობის ცნებების შესწავლით მტკიცე საფუძველი ეყრება ფუნქციონალური დამოკიდებულების შეგნებულად შესწავლას. სიმრავლეებზე ოპერაციების შესწავლით მოსწავლეები ეცნობიან არა რიცხვით ობიექტებზე წარმოებულ ოპერაციებს და მოქმედებათა კანონებს;
- უსასრულო სიმრავლის ცნების შემოღებით უმცროსკლასელები ეცნობიან მატერიალური სამყაროს თვისებას, რომ საგნები და მოვლენები არსებობენ

სასრული, კონკრეტული სახით, მაგრამ ჯამში ქმნიან მატერიალურ სამყაროს, რომელიც უსასრულოა. უსასრულო სიმრავლეებზე სწორი წარმოდგენების მიცემას აქვს დიდი მნიშვნელობა მოსწავლეებში მეცნიერული მსოფლხედველობის გამომუშავებისათვის;

- უმცროსკლასელებთან ალბათობის თეორიის ძირითადი ცნებების გაცნობა უნდა მოხდეს მეცნიერულად დასაბუთებული მეთოდიკით, ინდუქციური მეთოდით, რომელსაც მასწავლებელი მჭიდროდ დაუკავშირებს სიმრავლეთა თეორიას;
- მიზანშეწონილია უმცროსკლასელებთნ საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნა მასწავლებელმა წარმართოს სქემით:

„ამოცანა → თეორია → ამოცანა“.

მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ ამოცანის პირობის გააანალიზება, ცნობილი და უცნობი კომპონენტების გამოვლენა, ამოცანის მთავარი კითხვის გააზრება და ამოცანის შინაარსი შეუფარდონ მათ განკარგულებაში არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებას და ამის საფუძველზე გამოთქვან ვარაუდები მისი ამოხსნის შესაძლო მიმართულებების ძიების თაობაზე. უნდა მოხდეს ამოხსნის ყოველი ეტაპის მართებულობის კრიტიკული გააზრება, მიღებული შედეგის სისწორის შემოწმების შესრულება, რადგან შემოწმების მსვლელობამ შესაძლოა უფრო მოკლე, ლამაზი და რაციონალური ამოხსნის მიმართულებები გვიკარნახოს.

- მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია უმცროს კლასებში საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის შემცველი ამოცანები დავყოთ მსგავსების ნიშნების მიხედვით. დაყოფის შემდეგ ამოცანები დავალაგოთ სირთულის მიხედვით. გაკვეთილებზე განვიხილოთ თითოეული ჯგუფის უფრო რთული ამოცანები, ხოლო შედარებით მარტივი ამოცანები მოსწავლეებს მივცეთ დამოუკიდებლად. მიუღებელია მოსწავლეთათვის სწავლების პროცესში ძალზედ რთული ამოცანების მიცემა. რადგან ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნაც აღემატება მოსწავლეთა გონებრივ შესაძლებლობებს, მათში იწვევს შიშს და საკუთარ შესაძლებლობებში დაეჭვებას.
- უმცროსკლასელებთან საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლება წარმოდგენილი მეთოდიკით მტკიცე ხიდი გახდება დაწყებით კლასებში, საშუალო და უმაღლეს სკოლებში მათემატიკის სწავლებას შორის, მათემატიკის სწავლება დაწყებით და საშუალო სკოლებში დაუახლოვდება თანამედროვე მათემატიკის სწავლების სტილს და ხასიათს.
- შემუშავებულმა მეთოდიკამ ეფექტური გახადა საგანთაშორისი და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლება, მოსწავლეებს განუმტკიცა საკუთარი თავის რწმენა, აამაღლა საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის ინტერესი.

მეთოდური რეკომენდაციები მასწავლებლებს

1. საქართველოში განათლების რეფორმის წარმატებით განხორციელება დიდად არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორი ლოგიკური აზროვნების და მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარებით აღჭურვილი დაამთავრებს ახალგაზრდა სკოლას. განსაკუთრებით მნიშვნელოვნად მიგვაჩნია მოსწავლე დაეუფლოს ამოცანების ამოხსნის მეთოდებს და საძიებო ხერხებს, რომელიც შემდგომში მას საშუალებას მისცემს თვითონვე შეადგინოს იმავე ტიპის ამოცანები. მოსწავლეს უნდა შეეძლოს ამოცანის ამოხსნა, ჩამოყალიბება, შედგენა, რისთვისაც შეიძლება გამოიყენოს მათემატიკური თვისებები, დამოკიდებულებები, გამოთვლები, გაზომვები, აგებები, გარდაქმნები და სხვ.

2. საქართველოში განათლების სიტემაში მიმდინარე რეფორმა მოითხოვს სკოლაში მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარ-ჩვევების ფორმირებას. მათემატიკის შესწავლაში ეს მიიღწევა ისეთი ამოცანების ამოხსნით, რომელსაც აქვს საგანთაშორისი და განმავითარებელი ფუნქცი. სწავლების დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა გადავიტანოთ გამოყენებითი ხასიათის ამოცანების განხილვაზე.

დაწყებითი სკოლის სწავლების პრაქტიკაში მოსწავლეთა მიერ სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნა ცოდნისა და უნარების დაუფლების, გონებრივი შესაძლებლობებისა და პიროვნული თვისებების განვითარების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმო-

ადგენს. სწავლებაში გამოყენებულ ამოცანათა სისტემებზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა გონებრივი განვითარება. ამოცანები, რომლებსაც დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები შეიცავს განსაზღვრული ჩვევების ჩამოყალიბებაზეა ორიენტირებული. სხვადასხვა შინაარსის (საგანთაშორისი, კომბინატორული, ალბათური და სხვ.) მქონე ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაში მოსწავლეებს სხვადასხვა სააზროვნო ოპერაციების შესრულება, მათთვის ცნობილი დებულებების გახსენება, ამოცანათა ამოხსნის საკუთარი გამოცდილების აქტუალიზება და ახალი ცოდნით შევსება უხდება. ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი მდიდარ პედაგოგიურ გარემოს ქმნის, რომელსაც ყველა მოსწავლის პიროვნულ თვისებებზე, მათ მათემატიკურ კულტურასა და აზროვნების ფორმირებაზე ზემოქმედება შეუძლია. ასეთ ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვთ მოსწავლეთა გონებრივ საქმიანობაში. ამგვარად, აღნიშნულ ამოცანებთან მოსწავლეთა ურთიერთობის გამოცდილება დიდად წაადგება მათემატიკის შესწავლისადმი ინტერესის გაჩენასა და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას, რაც უზრუნველყოფს სწავლების მოტივაციური და ოპერაციული სფეროების დამკვიდრებასა და განვითარებას.

3. ამოცანების სასწავლო, განმავითარებელი და აღმზრდლობითი ფუნქციები წარმატებით ხორციელდება მხოლოდ მაშინ, როცა მოსწავლეს შეთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი და მოთხოვნილება უჩნ-

დება. ეს მაშინ ხდება, როცა მისთვის ამოცანის არსი გასაგებია. როცა ამოცანა ორიგინალურია შინაარსობრივი ან ამოხსნის ხერხით, როცა მოსწავლეს შესაძლებლობა აქვს თავისუფლად იფიქროს, გამოავლინოს შემოქმედებითი უნარი, გააკეთოს დასკვნები, განზოგადება; როცა ის გრძნობს თავისი შრომის სარგებლიანობას; როცა მასწავლებელი ახალისებს მოსწავლეთა მხრიდან ლამაზი, რაციონალური ამოხსნების ძიების მცდელობას და მუდმივად არჩევს და ესთეტიკურ შეფასებებს აძლევს მათ მიერ გამოყენებული ამოხსნის ხერხებს. საგანთაშორისი და განმავითარებელი შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის ინტერესის გაჩენა ხელს უწყობს: მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებას; შრომისმოყვარეობის, ხარისხისა და ცოდნის სიმტკიცის ამაღლებას; სააზროვნო საქმიანობის აქტივიზებას; ყურადღების მობილიზებას; თვალთახედვის არის გაფართოებას; მოსწავლის ხასიათის თვისებების ფორმირებას.

4. მასწავლებლის პროფესიული ცოდნა-ჩვევების მნიშვნელოვან მაჩვენებლად მიგვაჩნია რამდენად გააზრებულად და გაცნობიერებულად ფლობს საგანთაშორისი და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდურ საფუძვლებს. ასეთი შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდური საფუძვლების ცოდნა სწვლების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანა, მისი ერთ-ერთი დიდაქტიკური პრინციპია. ვთვლით, რომ ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნის თეორიულ საფუძვ-

ლებს მათემატიკის ყველა მასწავლებელი უნდა ფლობდეს.

5.ცოდნა-ჩვევების სრულფასოვნების მნიშვნელოვან მაჩვენებლად მიგვაჩნია არა მარტო ის, თუ რამდენად გააზრებული და გაცნობიერებულია საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის ცოდნა მოსწავლეთა მიერ, არამედ ისიც, თუ რამდენად ღრმად, საფუძვლიანად და მტკიცედ აქვს ათვისებული ის მოსწავლეს. ამიტომ, საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის ცოდნის მტკიცედ დაუფლება სწავლების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა და ამავე დროს დიდაქტიკური პრინციპის ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილია, რომელიც გულისხმობს უმცროსკლასელთათვის სასწავლო მასალის ისე მიწოდებას, რომ მოსწავლე მტკიცედ იმახსოვრებდეს და ამის საფუძველზე უნარი შესწევდეს თავისუფლად აღადგინოს თავის მეხსიერებაში ის, რაც მან ადრე სწავლების პროცესში აღიქვა და აითვისა.

6. ცოდნა-ჩვევების განმტკიცება მჭიდროდაა დაკავშირებული გავლილი და ახალი მასალის თანმიმდევრულ ურთიერთკავშირზე, ამისათვის კი აუცილებელია მასწავლებელმა სასწავლო პროცესში საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანები ჩართოს მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები საფუძვლიანად შეისწავლიან ამავე ტიპის ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმულ ხერხებს, ამავე დროს უნდა დაიცვას გავლილი მასალიდან ახალ მასალაზე გადასვლის დიდაქტიკური მოთხოვნები, რომელთა შორის მთავარია ამოცანების ამოხსნის ალგო-

რითმული ხერხების სისტემაში მოყვანა და უმთავრესის გამოყოფა მეორეხარისხოვნისაგან, ახალი ამოცანის დასმა და ახალი საკითხის ფაბულის ისეთი მოხაზვა, რომ მოსწავლე ნათლად ხედავდეს საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების აუცილებლობას. ყოველივე ამით მასწავლებელი მოსწავლეებში შექმნის საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების ადვილად დაძლევის განწყობას.

7. საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის დაუფლება მოითხოვს მოსწავლისადმი ინდივიდუალურ მიდგომას, თითოეული მოსწავლის თავისებურებების გათვალისწინებას, დავალებათა ინდივიდუალიზაციას და სხვ. მოსწავლისადმი ინდივიდუალური მიდგომის დროს საჭიროა იმის გათვალისწინება, რომ თითოეული მოსწავლე წარმოადგენს განუმეორებელ ინდივიდუალობას. მასწავლებელმა ყურადღების ცენტრში უნდა მოიქციოს თითოეული მოსწავლის ყოველმხრივი შესწავლა, მოსწავლის ხასიათი, ტემპერამენტი, ნებისყოფა, ყურადღება, უნარ-ჩვევები, აკადემიური მომზადების დონე, შრომისმოყვარეობა და სხვ. მასწავლებლის დაკვირვების საგანს უნდა წარმოადგენდეს საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი მრავალფეროვანი შინაარსით, ორგანიზაციით და მეთოდებით. ასევე მრავალმხრივია მოსწავლისადმი ინდივიდუალური მიდგომის გზები და ფორმები, რომელიც მასწავლებელმა

ყველა კონკრეტულ შემთხვევაში უნდა გადაწყვიტოს ინდივიდუალურად.

8. მასწავლებელმა საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მთელი პროცესი უნდა ააგოს სწავლების მეცნიერულ შინაარსზე და გააზრებულ, გაცნობიერებულ შეთვისებაზე, რომელიც დამყარებულია აქტიურ დამახსოვრებაზე და ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაზე. ყოველმხრივ განვითარებული ადამიანის აღზრდა მოითხოვს ისეთ სწავლებას, რომელიც უზრუნველყოფს მოსწავლის მიერ მეცნიერებათა საფუძვლების თანმიმდევრულ შეთვისებას.

9. მასწავლებლის მიერ საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის ეფექტურობა დამოკიდებულია მასწავლებლის გამოცდილებაზეც და საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის მეთოდიკურ თავისებურებებზეც. ასეთი შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდები და ხერხები მოითხოვს სპეციალურ შესწავლას, რომელსაც ჩემი აზრით უნდა ფლობდეს დაწყებითი კლასების მათემატიკის ყველა მასწავლებელი.

10. მიზანშეწონილია საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის დროს გამოვიყენოთ სხვადასხვა ხერხი, ამასთან მეთოდურად უნდა დავასაბუთოთ გამოყენებული ხერხის უპირატესობა.

12. საკუთარი პედაგოგიური გამოცდილებით, დარგის სპეციალისტებთან და პრაქტიკოს–ნოვატორ მასწავლებლებთან კონსულტაციებით მივედი დასკვნამდე:

საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა უნდა აკმაყოფილებდეს გარკვეულ მოთხოვნებს:

- საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლება უნდა განხორციელდეს კონკრეტული ამოცანების ამოცანების ამოხსნის დროს;
- მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს ისეთი კითხვები, რაც მათ დაეხმარება ამოხსნის პერსპექტიული გზის მოძებნაში;
- საგანთაშორისი და განმავითარებელი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა უნდა შეიცავდეს ამოცანის ანალიზს, რომელიც იძლევა ამოცანის პირობაში არსებული ინფორმაციის სრულად აღქმას და მის საფუძველზე ამოხსნის რაციონალური გზის მიგნებას;

საგანთაშორისი და განმავითარებელი ახალი ტიპის ამოცანის ამოხსნამდე მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ გამოსაყენებელი ხერხის არსი და სპეციფიკა, თუ ეს შესაძლებელია მოვახდინოთ ხერხის განზოგადება. ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიღებული ახალი ცოდნის განმტკიცების მიზნით მოსწავლეებს საშინაო დავალებად ან დამოუკიდებელი მუშაობისათვის მივცეთ ანალოგიური ამოცანა.

• უმცროსკლასელთა სწავლების პრაქტიკაში მოსწავლეთა მიერ სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნა ცოდნისა და უნარების დაუფლების, გონებრივი შესაძლებლობებისა და პიროვნული თვისებების განვითარების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს. უმცროსკლასელებთან მათემატიკის სწავლება შეიძლება განვიხილოთ როგორც ამოცანათა ამოხსნის სწავლება, ამიტომ სწავლებაში გამოყენებულ ამოცანათა სისტემებზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა გონებრივი განვითარება. ამოცანები, რომლებსაც მათემატიკის ტრადიციული სასწავლო სახელმძღვანელოები შეიცავს განსაზღვრული ჩვევების ჩამოყალიბებაზეა ორიენტირებული. სიმრავლეთა თეორიის ელემენტებზე დაფუძნებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაში მოსწავლეებს სხვადასხვა სააზროვნო ოპერაციების შესრულება, მათთვის ცნობილი დებულებების გახსენება, ამოცანათა ამოხსნის საკუთარი გამოცდილების აქტუალიზება და ახალი ცოდნით შევსება უხდება. სიმრავლეთა თეორიის ელემენტებზე დაფუძნებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი მდიდარ პედაგოგიურ გარემოს ქმნის, რომელსაც თითოეული მოსწავლის პიროვნულ თვისებებზე (მათემატიკური კულტურის, აზროვნების ხარისხის ფორმირებაზე) ზემოქმედება შეუძლია. აღნიშნულ ამოცანებთან მოსწავლეთა ურთიერთობის გამოცდილება დიდად წაადგება მათემატიკის შესწავლისადმი

ინტერესის გაჩენასა და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას.

- მათემატიკურ ამოცანებს გააჩნიათ სასწავლო, განმავითარებელი, აღმზრდელობითი და სხვა ფუნქციები, რომლებიც მაშინ ასრულებენ თავიანთ დანიშნულებას, როცა მოსწავლეს შეთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი და მოთხოვნილება უჩნდება. ეს მაშინ ხდება, როცა მისთვის ამოცანის არსი გასაგებია. როცა ამოცანა ორიგინალურია შინაარსობრივი ან ამოხსნის ხერხის გამოყენების თვალსაზრისით, როცა მოსწავლეს შესაძლებლობა აქვს თავისუფლად იფიქროს, გამოავლინოს შემოქმედებითი უნარი, გააკეთოს დასკვნები, განზოგადება; როცა ის გრძნობს თავისი შრომის სარგებლიანობას; როცა მასწავლებელი ახალისებს მოსწავლეთა მხრიდან ლამაზი, რაციონალური ამოხსნების ძიების მცდელობას და მუდმივად არჩევს და ესთეტიკურ შეფასებებს აძლევს მათ მიერ გამოყენებული ამოხსნის ხერხებს. სიმრავლეთა თეორიის ელემენტებზე დაფუძნებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისადმი ინტერესის ჩამოყალიბების შემდეგ შესაძლებელია თვით შესასწავლი საგნისადმი ინტერესის აღძვრა. ეს ხელს უწყობს: მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებას; შრომისმოყვარეობის, ხარისხისა და ცოდნის სიმტკიცის ამაღლებას; აზროვნების აქტივიზებას; ყურადღების მობილიზებას; თვალთახედვის არის გაფართოებას; მოსწავლის ხასიათის თვისებების ფორმირებას და სხვ.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ბაკურაძე ბ., ბერძულიშვილი გ.-მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2019 წ. 348 გვ.
2. ბაკურაძე ბ.-სიმრავლეთა და ალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლება ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის საშუალო საფეხურზე. ავტორეფერატი განათლების დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად. ქუთაისი. 2010 წ.
3. ბერძულიშვილი გ.-საგანთაშორისი კავშირები ელემენტარული გეომეტრიის სპეცკურსებსა და სპეცსემინარებზე და მათი როლი მათემატიკის მომავალი მასწავლებლის მომზადებაში. ავტორეფერატი დისერტაციისა პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი. 1998 წ. 32 გვ.
4. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-მათემატიკისა და ბუნებისმეტყველების საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების სწავლების მეთოდური თავისებურებები დაწყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ქუთაისის უნივერსიტეტის და განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია მიძღვნილი აკადემიკოს ვარლამ ქელბაქიანის დაბადების 80 წლისთავისადმი. 2013 წელი. ქუთაისი. გვ. 143-147.
5. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №2(43). გვ. 64-67.
6. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (II ნაწილი). საქართველოს

მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №2(43). გვ. 68-71.

7. ბერძულიშვილი გ.-სასკოლო და საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2018 წ. 546 გვ.
8. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-მათემატიკისა და ბუნებისმეტყველების საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების სწავლების მეთოდური თავისებურებები დაწყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ქუთაისის უნივერსიტეტის და განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია მიძღვნილი აკადემიკოს ვარლამ ქელბაქიანის დაბადების 80 წლისთავისადმი. 2013 წელი. ქუთაისი. გვ. 143-147.
9. ბერძულიშვილი გ., ონიანი-საღინაძე ნ., ბაკურაძე ბ.-სიმრავლეთა და ალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლება მათემატიკის სასკოლო კურსში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2014 წელი. 248 გვ.
10. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2015 წელი. 252 გვ.
11. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანები დაწყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2016 წ. 680 გვ.
12. ბერძულიშვილი გ.ბრეგაძე გ., მარგველაშვილი გ.-საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების სპეციალური მეთოდიკა. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2019 წ. 536 გვ.

13. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2015 წელი. 252 გვ.
14. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ., ონიანი-საღინაძე ნ.- განტოლებები და განტოლებათა სისტემები ფუნქციათა სუპერპოზიციით და მათი ამოხსნის სპეციალური ხერხების მეთოდიკური თავისებურებები. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2015 წელი №1(51). გვ.12–14.
15. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ., ონიანი-საღინაძე ნ.-განტოლებათა სისტემების გამოყენება კუბური ფუნქციის მაქსიმუმებისა და მინიმუმების პოვნისას. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2015 წელი №1(51). გვ.15–18.
16. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ზოგიერთი საკითხის სწავლება ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის მესამე საფეხურზე. 1. სკალარული და ვექტორული ნამრავლის შემოღების ერთი ხერხის შესახებ. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2014 წელი №3(50). გვ.28–31.
17. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ზოგიერთი საკითხის სწავლება ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის მესამე საფეხურზე. 2. სივრცეში მობრუნებისა და მობრუნებათა კომპოზიციის შემოღების ერთი ხერხის შესახებ. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2014 წელი №3(50). გვ.32–35.

18. ბერძულიშვილი გ., ბაკურაძე ბ.-წრფის მიმართ ფიგურის სიმეტრიის სწავლება მათემატიკის სასკოლო კურსში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოამბე. 2014 წელი №1. გვ. 50–61.
19. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები საჯარო სკოლის მეორე საფეხურზე. (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2014 წელი №1(49). გვ.14-17.
20. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-საგანთაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები საჯარო სკოლის მეორე საფეხურზე. (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2014 წელი №1(49). გვ.18-21.
21. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-დაწყებით კლასებში საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე სიტუაციების რეგულირება, რეალიზება და კონტროლი. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №3(47). გვ. 33-35.
22. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი., დოგრაშვილი თ.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №3(47). გვ.36-39.
23. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ,-მოდულის შემცველი განტოლებების, უტოლობების და მათი სისტემების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდიკა საშუალო სკოლის მათემატიკის კურსში. (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიე-

რებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №2(46). გვ. 70-73.

24. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-მოდულის შემცველი განტოლებების, უტოლობების და მათი სისტემების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდიკა საშუალო სკოლის მათემატიკის კურსში. (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №2(46). გვ. 74-77.
25. ბერძულიშვილი გ.-ხდომილობის ალბათობის გამოთვლის ერთი ხერის შესახებ. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №1 (45). გვ. 37-39.
26. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ,-ზოგიერთი მეთოდური ხასიათის შენიშვნა არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების შესახებ. საქართველოს მეცნიერების განვითარების ფონდის, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტის, თბილისის ღია უნივერსიტეტის, განჯის სახელმწიფო უნივერსიტეტის (აზერბაიჯანი) და ზამან უნივერსიტეტის (კამბოჯა) მეორე საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენციის შრომები. ბათუმი, 21-23 სექტემბერი, 2012 წელი. გვ. 195-197.
27. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-ტრიგონომეტრიულ განტოლებაზე დაყვანადი ზოგიერთი სახის განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებანი საშუალო სკოლაში. (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №3(41). გვ. 54-56.

28. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ,-ტრიგონომეტრიულ განტოლებაზე დაყვანადი ზოგიერთი სახის განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებანი საშუალო სკოლაში. (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №3(41). გვ. 57-59.
29. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები და წყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“ 2012წ. №2(43). გვ.112-115.
30. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები და წყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012წ. №2 (43).გვ. 68-71.
31. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-ტექსტური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური თავისებურებების შესახებ (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წ. №1 (42). გვ.59-62.
32. ბერძულიშვილი გ., ბრეგაძე გ.-ტექსტური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური თავისებურებების შესახებ (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012წ. №1(42). გვ.63-66.
33. ბერძულიშვილი გ., გოგიბერიძე ი.-მათემატიკისა და ბუნებისმეტყველების საგანთაშორისი კავშირების შინაარ-

სის მქონე ამოცანების სწავლების მეთოდური თავისებურებები და წყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ქუთაისის უნივერსიტეტის და საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო-პრაქტიკული კონფერენცია მიძღვნილი პროფესორ ვალერიან ქელბაქიანის დაბადებიდან 80 წლისთავისადმი. ქუთაისი. 2013 წელი. გვ. 143-147.

34. ბერძულიშვილი გ., ონიანი-საღინაძე ნ.-ალბათობის თეორიისა და კომბინატორიკის ცნებების გამოყენება გეომეტრიული მასალის გავლის დროს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ქუთაისის უნივერსიტეტის და საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო-პრაქტიკული კონფერენცია მიძღვნილი პროფესორ ვალერიან ქელბაქიანის დაბადებიდან 80 წლისთავისადმი. ქუთაისი. 2013 წელი. გვ.166-169.
35. ბერძულიშვილი გ,, ონიანი-საღინაძე ნ., ბაკურაძე ბ.-კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები მათემატიკის კურსში. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი. საერთაშორისო სამეცნიერო პერიოდული ჟურნალი „ინტელექტი“, თბილისი, №1(36), 2010 წელი, გვ. 145-147.
36. ბერძულიშვილი გ,, ონიანი-საღინაძე ნ., ბაკურაძე ბ.-კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები მათემატიკის სასკოლო კურსში (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი. საერთაშორისო სამეცნიერო პერიოდული ჟურნალი „ინტელექტი“, თბილისი, №1(36), 2010 წელი, გვ. 141-144.
37. ბერძულიშვილი გ,, ონიანი-საღინაძე ნ., ბაკურაძე ბ.-კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები მათემატიკის სასკოლო კურსში (II ნაწილი). საქართვე-

ლოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი. საერთაშორისო სამეცნიერო პერიოდული ჟურნალი „ინტელექტი“, თბილისი, №1(36), 2010 წელი, გვ. 172-175.

38. ბერძულიშვილი გ,, ბაკურაძე ბ.-ალბათობის გამოთვლის გეომეტრიული მეთოდის სწავლების ზოგიერთი ასპექტი. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წ., გვ. 164-166.
39. ბერძულიშვილი გ,, ონიანი-საღინაძე ნ.-ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი დაწყებით კლასებში. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 185-187.
40. ბერძულიშვილი გ,, ონიანი-საღინაძე ნ.-კომბინატორულ-ალბათური მიმართულება და მისი კავშირი სხვა ძირითად თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებთან დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 188-190.
41. ბერძულიშვილი გ., ციბაძე ლ.-განტოლებათა ამოხსნის ერთი არასტანდარტული ხერხი. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №2(34), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 268-270.
42. ბერძულიშვილი გ., ციბაძე ლ.-ფუნქციის ექსტრემუმის პოვნის ერთი არასტანდარტული ხერხი. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №1(33), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 371-373.
43. გოგიბერიძე ი., ბერძულიშვილი გ.-დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში საგანთაშორისი კავშირების რეალიზების რეგულირება და კონტროლი. საქართველოს მეცნიერების განვითარების ფონდის, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტის, თბილისის ღია უნივერსიტეტის, განჯის სახელმწიფო უნივერსიტეტის (აზერბაიჯანი)

და ზამან უნივერსიტეტის (კამბოჯა) მეორე საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენციის შრომები. ბათუმი, 21-23 სექტემბერი, 2012 წელი. გვ.202-204.

44. გოგიბერიძე ი., ბერძულიშვილი გ.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №2(43). გვ. 64-67.
45. გოგიბერიძე ი., ბერძულიშვილი გ.-საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წელი №2(43). გვ. 68-71.
46. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა I კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.
47. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა II კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.
48. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა III კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.
49. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა IV კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.
50. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა V კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.
51. გოგიშვილი გ.,ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ჭელიძე ლ.-მათემატიკა VI კლასი. რედაქტორი თეიმურაზ ვეფხვაძე. გამომცემლობა „ინტელექტი“. თბილისი. 2017 წ.

52. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ქურჩიშვილი ლ.- გავიმეოროთ მათემატიკა. აბიტურიენტებისა და პედაგოგებისათვის, I ნაწილი გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი 2009 წელი.
53. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ქურჩიშვილი ლ.- გავიმეოროთ მათემატიკა. აბიტურიენტებისა და პედაგოგებისათვის, II ნაწილი გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი 2009 წელი.
54. დოგრაშვილი ა.-ალბათობის და კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გამოყენება გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს რვაწლიანი სკოლაში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1974 წ. №3.
55. დოგრაშვილი თ.-უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) აქტიური სწავლება საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური და ბუნებისდაცვითი შინაარსის მათემატიკური ამოცანებით. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2019 წ. 162 გვ.
56. დოგრაშვილი ა.-დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. გამომცემლობა „განათლება“. თბილისი. 1998 წელი.
57. ეროვნული სასწავლო გეგმა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებისათვის. თბილისი, 2004 წელი.
58. ეროვნული სასწავლო გეგმა, საგნობრივი პროგრამა მათემატიკაში VII-XII კლასები. თბილისი, 2004 წელი.
59. ვახანია ზ.-სასკოლო მათემატიკის სწავლების აქტიური მზაობის მეთოდიკა. ავტორეფერატი პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი. 1999წ. 36 გვ.
60. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 1. „ჯისიაი“, თბ., 2002 წ.
61. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 2. „ჯისიაი“, თბ., 2001 წ.
62. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 3. „ჯისიაი“, თბ., 2005 წ.
63. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 4. „ჯისიაი“, თბ., 2007 წ.
64. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 5. „ჯისიაი“, თბ., 2008 წ.
65. ვახანია ზ.-საყმაწვილო მათემატიკა 6. „ჯისიაი“, თბ., 2007 წ.

66. კვანტალიანი გ.-ბუნება I კლასი. სულაკაურის გამომცემლობა. თბილისი 2011 წელი.
67. კვანტალიანი გ., მიქიაშვილი ლ.-ბუნება II კლასი. სულაკაურის გამომცემლობა. თბილისი 2011 წელი.
68. კოტეტიშვილი ი.-ექსპერიმენტული სწავლების ფსიქოლოგიური შინაარსი დაწყებით კლასებში.თბ. „მეცნიერება“. 1987 წ. 171 გვ.
69. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება I კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
70. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება II კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
71. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება III კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
72. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება IV კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
73. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება V კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
74. მაჭარაშვილი ნ., მაჭარაშვილი მ., ჯაბუა ნ.-სახვითი და გამოყენებითი ხელოვნება VI კლასი. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წ.
75. მორალიშვილი თ.-სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკური საფუძვლები. პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაცია. თბილისი, 2003.– 292 გვ.
76. მორალიშვილი თ., ჯინჯიხაძე გ.-არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის კურსის სწავლების პრაქტიკაში. ი.გოგებაშვილის სახ. პედაგოგიურ მეცნიერება-

თა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19, თბილისი, 2005, გვ. 46-54.

77. მორალიშვილი თ., ონიანი გ., ჯინჯიხაძე გ.-სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. თბილისი, გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი, 2008 წელი.
78. მორალიშვილი თ., ჯინჯიხაძე გ.-არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის კურსის სწავლების პრაქტიკაში. იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19, თბილისი, 2005, გვ. 46-54.
79. მორალიშვილი თ.-ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში. „განათლება“. თბილისი. 1991 წ. 128 გვ.
80. მორალიშვილი თ. სასკოლო მათემატიკის ამოცანების სტრუქტურულად სრული სავარჯიშოთა სისტემის აგების ერთი მიდგომის შესახებ. საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის და აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პირველი ერთობლივი სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენციის შრომები. ქუთაისი. 2007 წელი. გვ. 53-57.
81. ნადირაშვილი შ.-განზოგადების განვითარება სასკოლო ასაკის ბავშვებში. თბილისი. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემია. 2009 წელი. 284 გვ.
82. ნახუცრიშვილი ნ.-პრობლემურ-განმავითარებელი სწავლების საკითხები დაწყებითი სკოლის საფეხურზე თელავის ი.გოგებაშვილის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სამეცნიერო შრომების კრებული № 2 (20) . 2006 წ. .
83. ნოზაძე გ., ოჩხიკიძე მ.-სავარჯიშოთა შერჩევის კრიტერიუმები მათემატიკის სახელმძღვანელოებისათვის. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, №117.
84. ნურკი ე., ტელგმაა ა.-მათემატიკა V კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი, 2006 წ.

85. ნურკი ე., ტელგმაა ა.-მათემატიკა VI კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „საქართველოს მაცნე“, თბილისი, 2008 წ.
86. რუხაძე ი.-მათემატიკა I კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
87. რუხაძე ი.-მათემატიკა II კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
88. რუხაძე ი.-მათემატიკა III კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
89. რუხაძე ი.-მათემატიკა IV კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
90. რუხაძე ი.-მათემატიკა V კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
91. რუხაძე ი.-მათემატიკა VI კლასი. გამომცემლობა „პედაგოგიკა“. თბილისი. 2011 წელი.
92. სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი მათემატიკაში. სქართველოს საკანონმდებლო მაცნე. თბილისი. 2002 წელი.
93. უზნაძე დ. შრომები. ზოგადი ფსიქოლოგია. ტ. III-IV. გამომცემლობა „აღმაშენებელი“, თბილისი, 1998.–637 გვ.
94. შალვაშვილი ლ.-ჩვენი გარემო I. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
95. შალვაშვილი ლ.-ჩვენი გარემო II. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
96. შალვაშვილი ლ., მაჭავარიანი მ.-ჩვენი გარემო III. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
97. შალვაშვილი ლ., მაჭავარიანი მ.-ჩვენი გარემო IV. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
98. შალვაშვილი ლ., მაჭავარიანი მ.-ჩვენი გარემო V. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
99. შალვაშვილი ლ., მაჭავარიანი მ., ტაბიძე ნ.-ჩვენი გარემო VI. გამომცემლობა „მერიდიანი“. თბილისი. 2011 წელი.
100. ჩაჩანიძე გ.-ალგებრა და საქართველოს მატიანე. რედაქტორები თ. გეგელია და ლ. სანიკიძე. გამომცემლობა „განათლება“. 1991 წ. 240 გვ.

101. ჩაჩანიძე გ.-პირამიდიდან სვეტიცხოვლამდე. გეომეტრიის ამოცანათა კრებული. რედაქტორები ვარლამ ქელბაქიანი და თამაზ დვალი. გამომცემლობა „ინტელექტი“. 1997 წ. 200 გვ.
102. ჩხიკვაძე ი.-განმავითარებელი სწავლების სისტემაში დაწყებითი კლასებისათვის ტექსტური ამოცანების შედგენისა და გამოყენების დიდაქტიკური ასპექტები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი, 2009 წელი.
103. ჯინჯიხაძე ჯ.-მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი 2011 წელი. 853 გვ.
104. ჯინჯიხაძე გ.-ცნებები „ამოცანა“ და „არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა“ თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში ი.გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“ №18, თბილისი. 2005, გვ. 51-55.
105. ჯინჯიხაძე ლ.-ქართული ენისა და მათემატიკის საგანთაშორისი კავშირების ზოგიერთი ასპექტი. ავტორეფერატი პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი. 2002 წელი.
106. ჯინჯიხაძე ჯ.-მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი 2011 წელი. 853 გვ.
107. Ананьев Б.Г. Избранные психологические труды. т.1. М.: Издательство „Педагогика“. 1980 г. 230 с.
108. Ананьев Б.Г. Избранные психологические труды. т.2. М.: Издательство „Педагогика“. 1980 г. 288 с.
109. Альперович С.Л. Элементы геометрии в I, II, III классах восьмилетней школы: Автореф. дис... канд.пед.наук.-М., 1965, -18 с.
110. Антонов Н. С. Межпредметные связи измерительных комплексов естественно-научных дисциплин: Автореф дис. канд.пед. наук, - М. 1968.-21 с.

111. Ананьев Б.Г.,Рыбалко Е.Ф. Особенности восприятия пространства у детей.- М.:Просвещение, 1964.-304 с.
112. Бабаджанян С. В., Монахов В. М.-Межпредметные связи естественно-математических дисциплин на факультативных занятиях. Москва. изд. "Просвещение", 207 г. 319 стр.
113. Брунер Дж.-Психология понятия. Москва. Изд. „Просвещение“. 1997 г
114. Вергелес Г.П. Возможности межпредметных связей в формировании учебной деятельности современного школьника. //Сборник статей Межнредметные и внутринредметные связи как средство повышения качества обучения школьников. - Л.: ЛГПИ, 1987. - С. 108-115.
115. Выгодский Л.С. Динамика умственного развития в связи с обучением. Педагогическая психология.-М.:Педагогика, 1991. -290 с.
116. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра. Челябинск. Взгляд. 448 с. 2004 г.
117. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений при обучении геометрии.-М.: Педагогика, 1978. - 104 с.
118. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. Москва. Просвещение. 1990 г.
119. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения.-Москва. Интор, 1996.-544с.
120. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. Опыт теоретического и экспериментального психического исследования.-М.: Педагогика, 1986.
121. Есипов Б.П. Пути совершенствования методов обучения. Сов. педагогика. 1963, № 12 С.12-21.
122. Кабанова-Меллер Е.Н.-Формирование приемов умственной деятель-ности и умственное развитие учащихся. изд. "Наука". Москва. 2009 г.
123. Кабанова-Меллер Е.Н. Психология формирования знаний и навыков у школьников. - М.: АПН РСФСР, 1962. - 353 с.

124. Канель-Белов А.Я., Ковалджи А.К.-Как решают нестандартные задачи. под ред. В.Д. Бугалина. Изд. четвертое. Москва. Изд.юательство МЦНМО. 2008 г.
125. Келбакиани В. Н.-Межпредметные связи в естественно математической и педагогической подготовке учителей. Тбилиси. Издательство Ганатлева. 1987 г. 219 с.
126. Келбакиани В. Н.-Межпредметная функция математики в подготовке будущих учителей. Тбилиси. Издательство Тбилисского университета. 1994. 360 с.
127. Келбакиани В. Н-Проблема осуществления межпредметных связей математики и химии (в педвузе и в школе). Тбилиси. Издательство Тбилисского университета. 1984. 136 с.
128. Коменский Я.А. Великая дидактика// Избранные педагогические сочинения.- М.Учпедгиз, 1955г.
129. Леонтьев А. Н. Избранное психологические произведения - М., 1983.
130. Лернер И.Я. Содержание межпредметных связей в процессе их реализации // Межпредметные связи в процессе обучения основ наук в средней школе: Тезисы докладов в научной конференции. - М., 1972. -21-221 с.
131. Локк Д. Избранные философские произведения.-Т.1-М.: Соцэкгиз 1960.
132. Лошкарева Н.Н. О понятии и видах межпредметных связей// Советская педагогика. - 1978. - N6. - с. 22-26.
133. Лошкарева Н.Н. Межпредметные связи и проблемы формирования умений. Советская педагогика. - 1979. - № 6, с.12-16.
134. Лошкарова Н. Н. - О понятии и видах межпредметных связей. III изд. изд. "Просвещение". Москва. 2009 г. 234 стр.
135. Менчинская Н.А. Психологические проблемы активности личности в обучении.-М., 1971.
136. Методика преподования математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для ст-ов физ.-мат. фак-ов пед.

инст./В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1998. – 368с.
137. Методика преподования математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для ст-ов физ.-мат. фак-ов пед. инст. /В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др.-2-е изд.-Москва. Просвещение, 1980. – 368с.
138. Математика. Нестандартные методы решения неравенств и их систем. З.Л. Коропец, А.А. Коропец, Т.А. Алексеева. Орел 2012 г. 125 стр.
139. Методика преподования математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для ст-ов физ.-мат. фак-ов пед. инст. / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др.-4-е изд.-М.: Просвещение, 1998. – 368с.
140. Натадзе Р. К.-К онтогенезису формирования понятия. Тбилиси. Изд. „Мецниереба“, 1976. 264 стр.
141. Песталоцци И.Г. Избранные недагогические нроизведения. Как Гертруда учит своих детей.-М.: АПП РСФСР, 1963.-563 с.
142. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. Пер. с англ. / Под ред. С. А. Яновской.- Москва. Наука, 1976.-448 с.
143. Пойа Д. Как решать задачу . Пер. с англ. В. Г. Звонаревой и Д. Н. Белла; Под ред. Ю. М.Гайдука.- Москва. Учпедгиз, 1959.-207 с.
144. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. Пер. с англ. И. А. Вайпштейпа; Под ред. С. А. Яновской. 2-е изд., испр. Москва. Наука, 1975.-463 с.
145. Программы обшеобразовательных учреждений: Начальные классы (1-4). В 2 частях. Часть 1. Составители Т.В. Игнатьева, Л.А. Вохмянина. - М.: Просвешение, 2001. - 319 с. Часть 2. - М.:Просвешение, 2001. - 392 с.
146. Пышкало А.М. Методика обучения элементам геометрии в начальных классах. - М.: Просвещение, 1970.-162 с.

147. Пиаже Ж. Избранные психологические труды. Москва. Изд. „Просвещение“. 1969. 659 стр.
148. Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия. Ж. Вопросы психологии. 1966 г. №4. стр. 121-126.
149. Рахимов А. З. Формирование творческого мышления школьников. Автореф. дисс. . докт. пед. наук.- Москва. 1993.31 с.
150. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии.Т.1./С.Л. Рубинштейн.-Москва. Педагогика, 1989.-485 с.
151. Рубинштейн С. Л. Проблемы общей психологии /С.Л. Рубинштейн. Москва. Педагогика, 1976.- 417 с.
152. Рубинштейн СП. О мышлении и путях его исследования.-М.:Изд.АПН РСФСР ,1958.-47 с.
153. Самарин Ю.А. Очерки психологии ума. Особенности умственной деятельности школьников.-М., 1962.-216 с.
154. Самарин Ю. А. - Очерки психологии ума. изд. "Просвещение". Москва. 2009г. 354 стр.
155. Сеченов И.М. Избранные произведения: в 2-х томах/ Физиология нервных центров.-М.,1952 г.-Т. 1.
156. Скаткин М. Н., Лернер И. Я.-Дидактика средней школы (Некоторые проблемы современной дидактики. Под ред. Данилова М. А. и Скаткина М. Н.). Москва, изд. "Просвещение", 2005 г.
157. Столяр А. А. Методы обучения математике: Учебное пособие для пединститутов / А. А. Столяр. -Минск: Народная асвета, 1981. 191 с.
158. Столяр А. А. Педагогика математики /А. А. Столяр.-3-е изд.-Минск: Вышэйшая школа, 1986.-158 с.
159. Усова А.В. Межпредметные связи в преподавании основ наук в школе. - Челябинск, 2009. - 216 с.
160. Ушинский К.Д. Избранные педагогические произведения.-М.: Просвешение,1968.- 557с.
161. Федорова В.Н., Кирюшкип Д.М. Межпредметные связи.-М., 2002.-149 с.

162. Черкес-Заде Н.И. Межпредметные связи как условие совершенствования учебного процесса. - М., 2006.
163. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды /Д. Б. Элькопин / Под ред. В. В. Давыдова. Москва. Педагогика, 1989. -554 с.
164. Эльконин Д.Б. Психология обучения младшего школьника. Москва. Знание, 1974. – 64с.
165. Якуба Э.Г.-Из опита преподавания математики в VII-VIII классах. Москва., Педагогика, 2006 г.
166. Ingrid Bohm, Jens Schneider. Productive Learning-An Educational Opportunity for Young People in Europe. Berlin, 2009.
167. Productive Learning in the Learning Workshops: Pilot Projects in Pecs, St. Petersburg, and Berlin Present Their Work. Berlin, 2011.
168. Learning mathematics. Q.E.Lapointe, N.A.Mead, J.M.Askew.-The International Assessment of Educational Progress, Educational Testing service, -2009.- 158 p.
169. Mathematics. Cole W.L., Haubher M.A., Sparks J.M., W.G.Quast/ Coordinating Author E.R.Duncan.-Boston: Houghton Mifflin Company, 2010.-486 p.
170. Ross Honsberger. More mathematical morsels.-The Mathematical association of America, 2011.–237p.
171. Assessment Standards for Scool mathematics. Working Draft.-Nationai Council of teachers of mathematics, 2008.-244 p.
172. Eisenmann, B. (2009) Curriculum vision and coherence Adapting curriculum to focus on authentic mathematics Mathematics Teacher, 103 (1), 70 -75.
173. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics Reston, VA: Author. Nowlin, D. 2007). Precision: The neglected part of the measurement standard. Mathematics Teacher, 100 (5), 356-360.
174. Beilock, S.L., & Maloney, E.A. (2015). Math anxiety: A factor in math achievement not to be ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences, 2*(1), 4 – 12.

175. Vukovic, Rose K.; Lesaux, Nonie K. .The Language of Mathematics: Investigating the Ways Language Counts for Children's Mathematical Development. *Journal of Experimental Child Psychology*, v115 n2 p227-244 Jun 2013.
176. Jan Hardman. (2019) Developing and supporting implementation of a dialogic pedagogy in primary schools in England. *Teaching and Teacher Education* 86, pages 102908.
177. Idahosa Igbinakhase, Vannie Naidoo. 2020. Higher Education Quality Improvement Strategies Through Enriched Teaching and Learning. Quality Management Principles and Policies in Higher Education, pages 246-262.
178. Ginsburg, H., Klein, A., & Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice. In I. Siegel & K. Renninger (Eds.), Child psychology in practice (5th ed., pp. 401-476). New York, NY: Wiley.
179. Stella Vosniadou. (2001).How children learn. International Academy of Education (IAE). Educational Practices series-7.
180. Berk, L.E.,&Winsler, A.(1995).Scaffolding children's learning: Vygotsky and early childhood education. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
181. Wickstrom,Hanna;Pyle,Angela;DeLuca, Christopher. Does Theory Translate into Practice? An Observational Study of Current Mathematics Pedagogies in Play-Based Kindergarten. *Early Childhood Education Journal*, v47 n3. p287-295. May 2019.
182. Harding, Jessica F. Increases in Maternal Education and Low-Income Children's Cognitive and Behavioral Outcomes. *Developmental Psychology*, v51 n5 p583-599 May 2015.
183. Youmans, A.,Coombs, A.,Colgan, L.Early Childhood Educators' and Teachers' Early Mathematics Educa-tion Knowledge, Beliefs, and Pedagogy. *Canadian Journal of Education*, v41 n4, p1079-1104, 2018.
184. Godino, Juan D.; Font, Vicenc; Wilhelmi, Miguel R.; Lurduy, Orlando .Why Is the Learning of Elementary Arithmetic Concepts

Difficult? Semiotic Tools for Understanding the Nature of Mathematical Objects. *Educational Studies in Mathematics*, v77 n2-3 p247-265 Jul 2011.

185. Batchelor, Sophie; Torbeyns, Joke; Verschaffel, Lieven. Affect and Mathematics in Young Children: An Introduction.*Educational Studies in Mathematics*, v100 n3 p201-209 Mar 2019
186. Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. Society for Research in Child Development, Social Policy Report, 22(1).
187. Godfrey, J., Stone, J. Mastering Fact Fluency: Are They Game? *Teaching Children Mathematics*, v20 n2, p96-101, 2013.
188. Elmore, R.F.; Peterson, P.L.; McCarthy, S.J. 1996. Restructuring in the classroom: teaching, learning and school organization. San Francisco, CA, Jossey-Bass.
189. Andres, Hayward P. Active Teaching to Manage Course Difficulty and Learning Motivation. *Journal of Further and Higher Education*, v43 n2 p220-235 2019.
190. Bishara, Saied. Active and Traditional Teaching, Self-Image, and Motivation in Learning Math among Pupils with Learning Disabilities. *Cogent Education*, v5 n1 Article 1436123 2018.
191. Elbahri, M. Soliman, A. Yliniemi, K. Abdelaziz, R. Homaeigohar, S. Zarie, E.S. Innovative Education and Active Teaching with the Leidenfrost Nanochemistry. *Journal of Chemical Education*, v95 n11 p1966-1974 Nov 2018.
192. Norbert M. John J.C. ,Otmar Varela. Active versus passive teaching styles: An empirical study of student learning outcomes. Human Resouce Development Quarterly. Volume 20, Issue 4, 2009.
193. Marotta, S. M.; Hargis, J. Low-Threshold Active Teaching Methods for Mathematic Instruction. PRIMUS, v21 n4 p377-392 2011.

194. Ronald V. Morris (2018) Innovation for Motivation: First-person presentations, Childhood Education, 94:5,14-22,OI:10.1080/0009-4056. 2018.1516468.
195. Patricia L. Machemer, Pat Crawford, Student perceptions of active learning in a large cross-disciplinary classroom,2007
196. Understanding the Role of Objects in Cross-Disciplinary Collaboration, Davide Nicolini, Jeanne Mengis, Jacky Swan, 2011.
197. http://problems.ru/
198. http://olympnew.ncfu.ru/
199. http://www.5egena5.ru/
200. http://rupark.com/
201. http://zaba.ru/
202. http:math4scool.ru
203. http://pikabu.ru/
204. http://nsportal.ru/
205. http://olehnik.ru/
206. http://ilib.mccme.ru/
207. http://matica.narod.ru/
208. http://lyamb-da.livejournal.com/
209. http://mmmf.msu.ru/
210. http://concurs.mziuri.ge
211. http://imedi.mziuri.ge

სარჩევი

I თავი

განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების უმცროსკლასელთა სასწავლო პროცესში ჩართვის თეორიული საფუძვლები

§1.1. უმცროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების ფსიქოლოგიური საფუძვლები.....6

§1.2. უმცროსკლასელთათვის განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების პედაგოგიური საფუძვლები.....37

§1.3. მათემატიკის I-III კლასების სასკოლო სახელმძღვანელოების მეთოდური ანალიზი. მომავლის პერსპექტივები.....63

§1.4. უმცროსკლასელთა სასკოლო სახელმძღვანელოებში განხილული ამოცანათა ტიპები. ამოცანათა კლასიფიკაცია ამოხსნის ხერხების მიხედვით.....77

§1.5. უმცროსკლასელთა მათემატიკის სწავლების პროცესში განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვის აუცილებლობის დასაბუთება. მოსალოდნელი პრაქტიკული შედეგები.....104

II თავი

უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება საგანთაშო-რისი კავშირების მქონე მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით

§2.1.უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების მქონე ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით.....124

2.1.1. საგანთაშორის კავშირები და უმცროსკლასელთა ეკოლოგიური აღზრდის ზოგიერთი საკითხი.125
2.1.2. სასწავლო ეკოლოგიური ექსკურსიები დაწყებით კლასებში.....138
2.1.3. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები და მათი შედგენის მეთოდიკა.....149
2.1.4. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სისტემების შედგენის მეთოდოლოგია.....174
2.1.5. ეკოლოგიური შინაარსის მარტივი ამოცანები.....175
2.1.6.ეკოლოგიური შინაარსის შედგენილი ამოცანები.....181
2.1.7.ეკოლოგიური შინაარსის მარტივი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება მრავალნიშნა რიცხვებს.....182
2.1.8.ეკოლოგიური შინაარსის შედგენილი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება მრავალნიშნა რიცხვებს.....184
2.1.9.ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანა–თავსატეხები და ლოგიკური ამოცანები.....185
2.1.10.სახუმარო ამოცანები.....187
2.1.11.ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანები ფრინველებზე და თევზებზე.....188
2.1.12.ეკოლოგიური შინაარსის ამოცანები რიცხვის რამდენჯერმე გაზრდაზე ან რამდენჯერმე შემცირებაზე.....188
2.1.13.ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები ორი ნამრავლის ჯამის პოვნაზე.....189
2.1.14.ამოცანები მოძრაობაზე.....190
2.1.15.ამოცანები პროცენტების პოვნაზე.....191
2.1.16.სხვადასხვა ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები.....192
2.1.17.ეკოლოგიური შინაარსის კომბინატორული ამოცანები.....194

2.1.18.ეკოლოგიური შინაარსის მქონე ამოცანა-რებუსები.....197
§2.2. ეთნოგრაფიული ტურები მოსწავლეთა განმავითარებელი და საგანთაშორისი სწავლების პროცესში.....200
2.2.1.ეთნოგრაფიული ტურის-საქართველო–ყურძნის და ღვინის სამშობლო კითხვარი.....214
• ვაზის ანატომია.....214
• ვაზის ჯიშები.....214
• ვენახის სახეები.....215
• ვენახის გაშენება.....215
• ვაზის მოვლა.....216
• ვაზის ბიოლოგიური განვითარების ფაზები.....216
• რთველი.....216
• მეღვინეობა.....217
• ღვინის დაყენება.....217
• ბადაგი.....220
• თათარა (ფელამუში).....220
• ჩურჩხელა (ჯანჯუხა).....221
2.2.2.ეთნოგრაფიული ტურთან-,,საქართველო–ყურძნის და ღვინის სამშობლო“ დაკავშირებული საგანთაშორისი კავშირების და განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების სისტემა.....222
§2.3. მათემატიკის და ასტრონომიის ელემენტების საგანთაშორისი კავშირების გამოყენება განმავითარებელი სწავლებისას.....229
2.3.1. დედამიწა.....229
2.3.2. მთვარე.....230
2.3.3 კოსმოსი.....232
2.3.3.1. პირველი ცოცხალი არსებები კოსმოსში....232
2.3.3.2. პირველი ადამიანები კოსმოსში.....232
2.3.3.3. ადამიანი მთვარეზე.....233
2.3.3.4. ქალები კოსმოსში.....234

2.3.3.5. კოსმოსური რეკორდები.....235
2.3.3.6. ხელოვნური თანამგზავრები.....236
2.3.3.7. მათემატიკური ამოცანები კოსმოსზე.....236
2.3.3.8. ტექსტში გამოტოვებული ადგილების შევსება.....238
§2.4. ცხოვრების ჯანსაღი წესი და უმცროსკლასელთა საგანთაშორისი კავშირები.....241
2.4.1. ცხოვრების ჯანსაღი წესის არსი და პრინციპები.....244
2.4.2. მათემატიკური ამოცანები ცხოვრების ჯანსაღ წესზე.....253
2.4.2.1. საკუთარი სხეული და მათემატიკა.....253
2.4.2.2. მათემატიკა და ჯანმრთელი კვება.....256
2.4.2.3. მათემატიკა და ჯანმრთელი ცხოვრების წესი.....261
2.4.2.4. მათემატიკა და მავნე ჩვევები.....267
2.4.2.5. მათემატიკა და საგზაო მოძრაობის წესები.....270
§2.5. ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები დაწყებით კლასებში და მათი სწავლების მეთოდიკური ასპექტები.....273
2.5.1. ამოცანები ეკონომიკური ტერმინების კოდირებასა და დეკოდირებაზე.....279
2.5.2. ალგორითმულად ამოხსნადი ამოცანები. ალგორითმების შედგენა.....279
2.5.3. ამოცანები კითხვაზე, ცხრილების, მარტივი დიაგრამების და ეკონომიკური შინაარსის გრაფიკების შედგენაზე.....282
2.5.4. ტექსტური არითმეტიკული ამოცანები, რომელთა ფაბულაში ჩართულია ეკონომიკური კატეგორიები.....285
2.5.5. საგანთაშორისი კავშირების პროექტი - ,,ჩაი“ და ,,შაქარი“.....285

2.5.6. ფინანსური წიგნიერების მაფორმირებელი მათემატიკური ამოცანები.....288
2.5.7.ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანები.....294

III თავი
უმცროსკლასელთა აქტიური სწავლება განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანათა სისტემებით

§3.1. არასრული ინდუქცია.....312
§3.2. სრული ინდუქცია.....333
§3.3. მათემატიკური ინდუქცია.....346
§3.4. დედუქციის მეთოდი.....350
§3.5. განზოგადება.....362
§3.6. ანალოგია.....374
§3.7. დირიხლეს პრინციპი.....382
§3.8. ინვარიანტების და ნახევარინვარიანტების გამოყენება უმროსკლასელებთნ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას.....399
3.8.1. ინვარიანტები.....399
3.8.2. ნახევრადინვარიანტები.....424
§3.9. სიმრავლეთა თეორიის გამოყენება.....433
3.9.1. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები უმცროსკლასელთათვის.....433
3.9.2. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა.....435
3.9.3. გადანაცვლება.....441
3.9.4. წყობა.....444
3.9.5. ჯუფთება.....447
3.9.6. ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა.....451
3.9.7. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი შედეგი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგი.....455

3.9.8. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები და მათი გამოთვლა.....462
3.9.9. ხდომილობის ალბათობა და მისი გამოთვლა.....465
3.9.10. პირდაპირპროპორციულობა. უკუპროპორციულობა. რიცხვის გაყოფა მოცემული შეფარდებით....476
3.9.11. იგივეობა. იგივურად ტოლი გამოსახულებები.....480
3.9.12. ასახვა. ფუნქცია.....481
3.9.13. განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა..486
3.9.14. არითმეტიკული საშუალო.....490
3.9.15.კომბინატორული და ალბათური შინაარსის სავარჯიშოები უმცროსკლასელთათვის.....492
3.9.16. სიმრავლეებთან დაკავშირებული ზოგიერთი სახის განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანა.....500
§3.4. მათემატიკური ლოგიკის ელემენტები უმცროსკლასელებთან.....510
3.4.1. მათემატიკური ამოცანები სითხის გადასხმაზე და მათი ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებები...511
3.4.2. სხვადასხვა სახის მათემატიკური სახალისო ამოცანები უმცროსკლასელთათვის.....570
3.4.3. უმცროსკლასელთა განმავითარებელი მათემატიკური ამოცანების ტესტები.....613
დასკვნები.....622
მეთოდური რეკომენდაციები მასწავლებლებს.....627
გამოყენებული ლიტერატურა.....636

მონოგრაფია დაბეჭდილია ი.მ. ,,მარიამ იობაძის“ მიერ

ქუთაისი, ახალგაზრდობის გამზირი №25-ა

ტირაჟი 250