

ნოდარ უღრელიძე

ტელეკომუნიკაციის თეორია.

უსაღწერო კავშირის სისტემები

თბილისი

2017

თავი I. ხელშეშლები კავშირის არხებში

1.1. კავშირის არხები

არხი ვიწრო გაგებით, ანუ ფიზიკური არხი, ესაა გარემო, რომელიც გამოიყენება სიგნალების გადასაცემად გადამცემიდან მიმღებისაკენ (ამ აზრით ის ცალმხრივი სისტემაა). ფიზიკური არხის მაგალითებია: ორგამტარიანი ხაზი, რომელიც ატარებს ელექტრულ სიგნალებს; ოპტიკური ხაზი, რომელსაც გადააქვს ინფორმაცია სინათლის სხივების მეშვეობით; წყალქვეშა არე, რომელშიც გადაიცემა აკუსტიკური სიგნალები; თავისუფალი სივრცე (ეთერი), სადაც ვრცელდება რადიოტალღები და მრავალი სხვა.

არხი ფართო გაგებით ანუ კავშირის არხი, ესაა ფიზიკური არხის ანუ სიგნალის გადაცემის გარემოსა და იმ მოწყობილობების ერთობლიობა, რომლებიც ახორციელებენ მოცემულ გარემოში სიგნალების გადაცემისა და მიღების უზრუნველყოფას.

გამოყენებული ფიზიკური არხის შესაბამისად ლიტერატურაში შეიძლება შეგვხვდეს კავშირის არხის სახელწოდების შემდეგი სახესხვაობები: კავშირის ელექტრული არხები; კავშირის ოპტიკურ-ბოჭკოვანი არხები; კავშირის აკუსტიკური არხები; კავშირის რადიო არხები ანუ უსადენო არხები და ა.შ.

ზოგადად, თუ განვიხილავთ კავშირის არხს, როგორც სისტემას ერთი შესასვლელითა და ერთი გამოსასვლელით და თუ არხის შესასვლელზე გვაქვს სიგნალი $x(t)$, ხოლო შესაბამისად გამოსასვლელზე სიგნალი $z(t)$, ამ დროს, რეალურ შემთხვევაში $z(t) \approx x(t)$, რაც უმთავრესად განპირობებულია არხში ხელშეშლების არსებობით. ძირითადად, სწორედ ხელშეშლებაა წყარო იმ პრობლემებისა, რომლებიც კავშირის თეორიასა და პრაქტიკაში არსებობს [1]–[3].

1.2. ხელშეშლები. გაუსის ხელშეშლა და გაუსის არხები

ხელშეშლა წარმოადგენს არასასურველ მოვლენას, რომელიც მოქმედებს სიგნალზე და იწვევს მის დამახინჯებას. ხელშეშლები მოქმედებენ როგორც გარედან, ასევე ისინი შეიძლება წარმოიშვან თვით სიგნალთა მიმდები სისტემის შიგნით. მათი განხილვისას ვვარაუდობთ, რომ ისინი გაჩენილი არიან ბუნებრივად და არ არიან დამოკიდებული კონკრეტულ ინფორმაციის გადაცემის სისტემაზე. ხელშეშლის მოქმედება სიგნალზე შეიძლება გამოვხატოთ რომელიღაც Δ ოპერატორით. კერძოდ, თუ სიგნალს აღვნიშნავთ \mathbf{s} -ით, ხოლო ხელშეშლას \mathbf{E} -ით, მაშინ დამახინჯებული \mathbf{s} სიგნალი მიიღებს \mathbf{z} სახეს და ვწერთ $\mathbf{z} = \Delta(\mathbf{s}, \mathbf{E})$. თუ ოპერატორი გამოხატავს ჯამს, შესაბამისად $\mathbf{z} = \mathbf{s} + \mathbf{E}$ და ვამბობთ, რომ ხელშეშლა ადიტიურია (ამ შემთხვევაში მას ხშირად ხმაურსაც უწოდებენ); ხოლო თუ ოპერატორი გამოხატავს ნამრავლს, გვექნება $\mathbf{z} = \mathbf{s}\mathbf{E}$ და ვამბობთ, რომ \mathbf{E} ხელშეშლა არის მულტიპლიკატიური. მაშინ, როცა სიგნალზე ერთდროულად მოქმედებენ ადიტიური \mathbf{n} და მულტიპლიკატიური \mathbf{e} ხელშეშლები, შეიძლება ადგილი ჰქონდეს შემთხვევას:

$$\mathbf{z} = \mathbf{e}(\mathbf{s} + \mathbf{n}). \quad (1.1)$$

აუცილებელია შევნიშნოთ, რომ ხელშეშლების სიგნალზე მოქმედების ეს მოდელი საკმაოდ აქტიურად განიხილებოდა და განიხილება, რაც იმაზე მიუთითებს, რომ ის ადეკვატურია იმ პროცესებისა, რომელთაც ხშირად აქვს ადგილი პრაქტიკაში. ხელშეშლების გარკვეული ნიშნებით ჯგუფებად გაერთიანება ანუ კლასიფიკაცია შეიძლება მოხდეს მათი გამოჩენის ალბათობის მიხედვით, მათი წარმოშობის ბუნების მიხედვით, მათი გაჩენის ან მოქმედების ადგილის მიხედვით, მათი მოქმედების ხასიათის მიხედვით და ა.შ. ხელშეშლების კლასიფიკაციის ერთი შესაძლო ვარიანტი მოყვანილია [4]-ში.

სისტემის შიგნით წარმოშობილთაგან ძირითადებია ადიტიური ხელშეშლები, რომლებიც არსებობენ სითბური და საფანტის ხმაურების სახით [5].

განვიხილოთ სტაციონარული $n(t)$ შემთხვევითი პროცესი, რომლის კორელაციის ფუნქცია ტოლია დელტა ფუნქციისა და რაღაც მუდმივი $N_0/2$ სიდიდის ნამრავლისა:

$$k(\ddagger) = u(\ddagger) \cdot \frac{N_0}{2}. \quad (1.2)$$

ცნობილია, რომ დელტა ფუნქცია ნულია ყველგან გარდა $\ddagger = 0$ წერტილისა, სადაც $u(0) = \infty$, თანაც ინტეგრალი დელტა ფუნქციიდან ნებისმიერ ინტერვალში, რომელიც შეიცავს წერტილს $\ddagger = 0$, ტოლია ერთის. აქედან გამომდის, რომ $n(t)$ პროცესის მნიშვნელობები ორ ნებისმიერ, დროის რაგინდ მცირე, ინტერვალში არაკორელირებულია. ასეთ პროცესს აბსოლუტურ შემთხვევით პროცესს უწოდებენ და მისი სპექტრალური სიმკვრივე:

$$S(\mathfrak{S}) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\ddagger) \cdot e^{-i\mathfrak{S}\ddagger} d\ddagger = \frac{N_0}{2} = \text{const}, \quad S(f) = N_0, \quad (1.3)$$

ე.ი. $n(t)$ შემთხვევითი პროცესის სპექტრალური სიმკვრივე მუდმივია ყველა სიხშირისთვის. აქ $\mathfrak{S} = 2\pi f$, სადაც f სიხშირის მნიშვნელობაა.

პროცესს, რომელსაც აქვს თანაბარი სპექტრი სიხშირეთა ძალიან ფართო დიაპაზონში უწოდებენ „თეთრ ხმაურს“ – თეთრი სინათლის ანალოგიით, რომელსაც აქვს თანაბარი და უწყვეტი სპექტრი ხილულ ნაწილში.

მოვიყვანოთ ორი კონკრეტული მაგალითი ხმაურებისა, რომელთაც თეთრ ხმაურთა კლასს მიაკუთვნებენ.

– საფანტის ხმაურები [5], ძირითადად ახასიათებთ ელექტრონულ მილაკებს და ისინი წარმოადგენენ მათი ანოდური დენის ფლუქტუაციებს, რომელთა სპექტრალური სიმკვრივე

$$S(f) = 2eL_a {}^2 F^2 (2f\ddagger_0), \quad (1.4)$$

სადაც $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ კ არის ელექტრონის მუხტი; L_a საშუალო ანოდური დენია; 2 სივრცითი მუხტით გამოწვეული დეპრესიის კოეფიციენტი; F^2 სიხშირული დეპრესიის კოეფიციენტი; \ddagger_0 მილაკში ელექტრონის გადაფრენის დროა.

– სითბური ხმაურები [5], დამახასიათებელია R ომური წინაღობის მქონე გამტარებისათვის; ამ დროს შესაბამისი ძაბვის სპექტრალური სიმკვრივე

$$S(f) = 4kTR, \quad (1.5)$$

სადაც $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ ჯ/გრად არის ბოლცმანის მუდმივა; T არის R წინაღობის მქონე გამტარის ტემპერატურა კელვინის გრადუსებში.

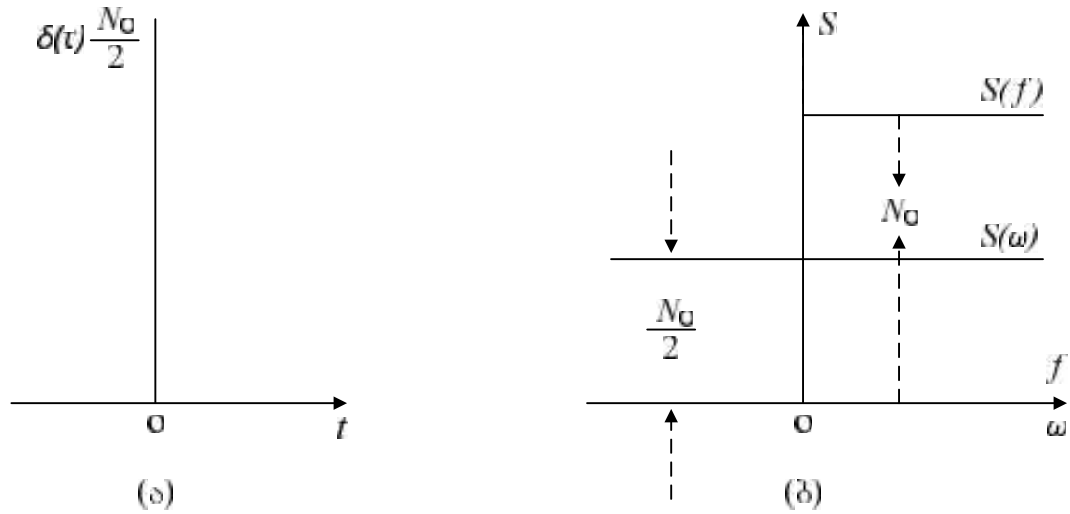
ქვემოთ, ნახ. 1.1-ზე მოყვანილია თეთრი ხმაურის კორელაციის ფუნქცია (ა) და სპექტრალური სიმკვრივე (ბ).

ცხადია, რომ სითბური ხმაურის შემთხვევაში $N_0 = 4kTR$.

თეთრი ხმაური ესაა ფართოზოლოვანი შემთხვევითი პროცესი ალბათობის ნორმალური ანუ გაუსის განაწილების სიმკვრივით [6]-[8]:

$$f(x) = \frac{1}{\ddagger \sqrt{2f}} \exp \left[-\frac{(x-m)^2}{2\ddagger^2} \right], \quad -\infty < x < \infty, \quad (1.6)$$

აქ x შემთხვევითი სიდიდეა, \ddagger მისი საშუალო კვადრატული გადახრა, ხოლო \ddagger^2 და m არის x -ის დისპერსია და მათემატიკური ლოდინი ანუ საშუალო სტატისტიკური მნიშვნელობა.



ნახ. 1.1. თეორი ხმაურის კორელაციის ფუნქცია (ა), სპექტრალური სიმკვრივე (ბ)

გაუსის ალბათობის განაწილების ფუნქციისათვის გვაქვს [6]-[8]:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2f}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-m)^2}{2f}} dt, \quad (1.7)$$

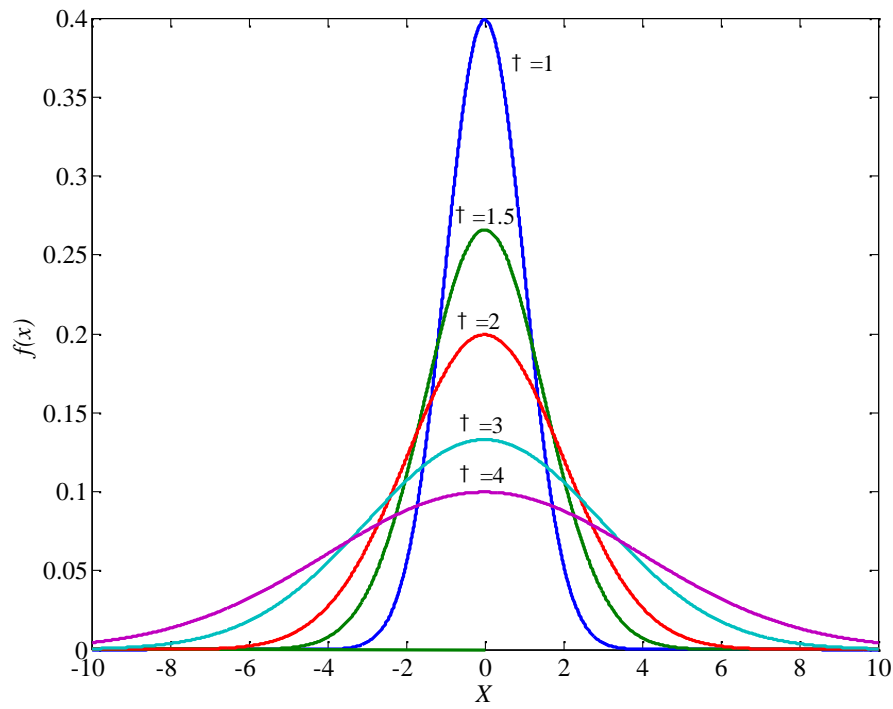
თუ გამოვიყენებთ $\text{erf}(\cdot)$ ფუნქციას (შეცდომის ფუნქცია, ალბათობის ინტეგრალი) მივიღებთ [7]-[9]:

$$F(x) = 0.5 + 0.5 \cdot \text{erf}[(x-m)/\sqrt{2f}]. \quad (1.8)$$

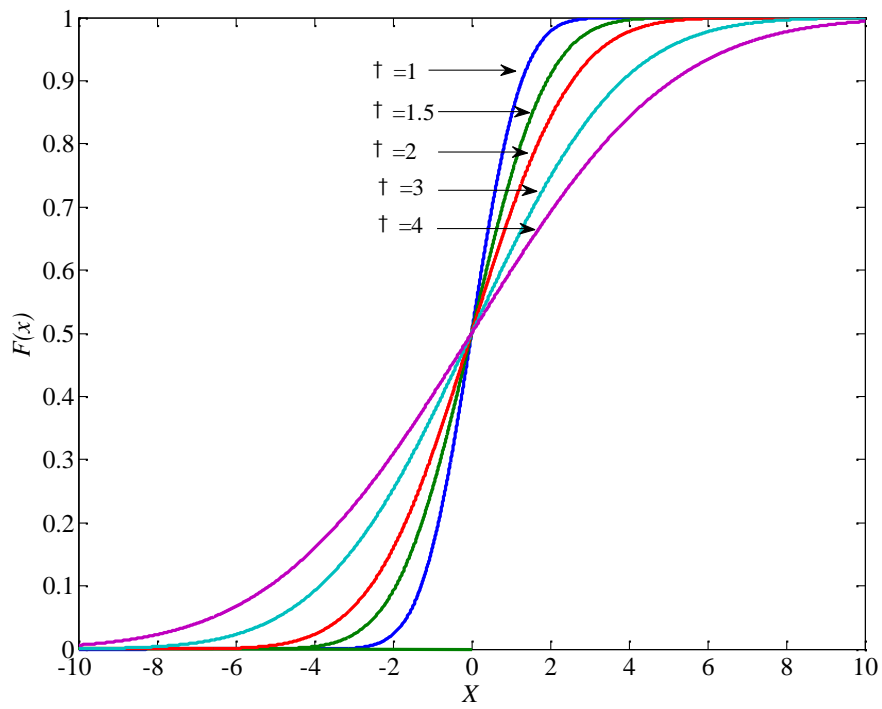
ქვემოთ, ნახ. 1.2-ზე და ნახ. 1.3-ზე მოყვანილია მრუდები, რომლებიც აგებულია არიან (1.6) და (1.7) გამოსახულებების გამოყენებით. აქ $m=0$.

თუ (1.1) გამოსახულებაში მოყვანილ ვექტორულ სიდიდეებს წარმოვადგენთ დროის ფუნქციებად, გვაქვს

$$z(t) = \langle t \rangle \cdot s(t) + n(t). \quad (1.9)$$



ნახ. 12. გაუსის ალბათობის განაწილების სიმკვრივეები



ნახ. 13. გაუსის ალბათობის განაწილების ფუნქციები

უმრავლეს შემთხვევაში ითვლება, რომ $n(t)$ ადიტიურ ხელშეშლას აქვს გაუსის განაწილება. ეს განპირობებულია ორი გარემოებით:

1. ცხადია, რომ თუ ხელშეშლა გაჩენილია მიმღების შიგნით მას აქვს გაუსის განაწილება, რაც ზემოთ იყო აღნიშნული.
2. თუ ხელშეშლა გაჩენილია მიმღების გარეთ, მისი წარმოშობის ძირითადი წყაროებია – კოსმოსური ხმაურები, ატმოსფერული ხმაურები და მიწისპირა ინდუსტრიული ხმაურები. იმ ფაქტთან დაკავშირებით, რომ მოცემული წყაროების რაოდენობა მნიშვნელოვნად დიდია, შეიძლება მოვიყვანოთ რუსულენოვან ლიტერატურაში ლიაპუნოვის თეორემად კარგად ცნობილი ზღვრული თეორემა, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში [10]:

თეორემა. დამოუკიდებელი შემთხვევითი $n_i (i \in \mathbb{N} 1, 2, \dots, k)$ სიდიდეების ჯამის განაწილების კანონი, $k \rightarrow \infty$ დროს, უახლოვდება გაუსისას, თუ სრულდება შემდეგი პირობები:

ა) ყველა შემთხვევით სიდიდეს აქვს სასრული მათემატიკური ლოდინი და დისპერსია:

$$\begin{aligned} M(n_i) & \in a_i; \\ M[n_i > a_i]^2 & \in O(1/n_i^2); \quad , \quad i \in \mathbb{N} 1, 2, \dots, k; \\ M[n_i > a_i]^{2 < \nu} & \in O(1/n_i^{\nu}). \end{aligned} \quad (1.10)$$

ბ) არც ერთი შემთხვევითი სიდიდე თავისი მნიშვნელობით მკვეთრად არ განსხვავდება დანარჩენებისაგან:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{\left[\sum_{i=1}^k O(1/n_i^2) \right]^{1+\nu/2}} = 0. \quad (1.11)$$

მოყვანილიდან ცხადია, თუ რატომ ითვლება, რომ მიმღები სისტემის გარეთ გახენილ ადიტიურ ხელშეშლასაც აქვს გაუსის განაწილება.

მოცემულ, ბოლო შემთხვევასთან დაკავშირებით გასათვალისწინებელია ის გარემოება, რომ მიმღების გარეთ წარმოშობილი ხმაური მიმღების შესასვლელზე შესაძლო არსებულ ფილტრში გავლის შემდეგ გახდება ვიწროხოლოვანი, რომელიც ანალიზურად შეიძლება წარმოვადგინოთ ასე [11]:

$$n(t) \approx U(t) \cos[\tilde{\Sigma}_0 t + \phi(t)], \quad (1.12)$$

სადაც $\tilde{\Sigma}_0$ არის გაფილტრული გაუსის ხმაურის საშუალო კუთხური სიხშირე; $U(t)$ და $\phi(t)$ არის შესაბამისად ხმაურის მომენტები და ფაზა. მარტივი ტრიგონომეტრიული გარდაქმნის შემდეგ (1.12) მიიღებს სახეს:

$$n(t) \approx U_1(t) \cos \tilde{\Sigma}_0 t + U_2(t) \sin \tilde{\Sigma}_0 t, \quad (1.13)$$

რომელშიც

$$\begin{aligned} U_1(t) &\approx U(t) \cos \phi(t) \\ U_2(t) &\approx U(t) \sin \phi(t) \end{aligned} ; \quad (1.14)$$

რადგანაც გარეთ წარმოშობილ ხელშეშლას აქვს გაუსის განაწილება $U_1(t)$ და $U_2(t)$ პროცესებსაც ექნებათ გაუსის განაწილება \dagger^2 დისპერსიით.

დამტკიცებულია [12], რომ $U(t)$ პროცესს აქვს განაწილება

$$f(U) = \frac{U}{\dagger^2} e^{-\frac{U^2}{2\dagger^2}} ; \quad (1.15)$$

მაშინ, თუ შემოვიტანოთ აღნიშვნას $\frac{U}{\dagger^2} \approx a$, გვექნება

$$f(a) = a \cdot e^{-a^2/2}. \quad (1.16)$$

ასეთი სახის განაწილება ცნობილია, რელეის განაწილების სახელწოდებით [1],[2],[7],[11],[13]-[15].

რაც შეეხება φ ფაზას, მისი ალბათობის განაწილება თანაბარია $[0, 2\pi]$ ინტერვალში:

$$f(\xi) = \frac{1}{2\pi}. \quad (1.17)$$

ბუნებრივია, შეიძლება გაჩნდეს კითხვა, თუ რომელი ხმაურის გავლენა სიგნალზე უფრო მნიშვნელოვანია ე.წ. გარეთასი თუ შიდასი. უნდა აღინიშნოს, რომ მნიშვნელოვანწილად ეს შეიძლება დამოკიდებული იყოს იმ სისშირულ დიაპაზონზე, რომელშიც სიგნალი გადაიცემა. მაგალითად, მოკლექტალლოვან დიაპაზონში დაბალ სისშირეებზე გარე ხმაურის გავლენა უფრო მნიშვნელოვანია და განსაკუთრებით დიდ ქალაქებში, ვიდრე ამავე დიაპაზონის მაღალ სისშირეებზე. ასევე ხშირად ჭარბობს გარე ხელშეშლების გავლენა მობილური კავშირის სისტემებში.

გამოვეთ რამდენიმე მნიშვნელოვანი თვისება, რომელიც შემთხვევითი სიდიდეების გაუსის განაწილებასთანაა დაკავშირებული [7]:

- დაეუშვათ X_1, X_2, \dots, X_n შემთხვევითი დამოუკიდებელი სიდიდეებია, რომელთაც აქვთ გაუსის განაწილება; მაშინ $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ სიდიდესაც ექნება გაუსის განაწილება.
- თუ სიდიდეს $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ აქვს გაუსის განაწილება და X_1, X_2, \dots, X_n დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია, მაშინ თითოეულ მათგანს ექნება გაუსის განაწილება.
- დაეუშვათ X_1, X_2, \dots, X_n შემთხვევითი სიდიდეებია, რომელთაც აქვთ გაუსის განაწილება და თითოეულის მათემატიკური

ლოდინია m , ხოლო დისპერსია t^2 ; მაშინ შემთხვევით სიდიდეს $Y \sim X_1 < X_2 < \dots < X_n$ ექნება გაუსის განაწილება $n \parallel m$ მათემატიკური ლოდინით და $n \cdot t^2$ დისპერსიით.

- ვთქვათ, გვაქვს შემთხვევითი X_1, X_2, \dots, X_n სიდიდეები m მათემატიკური ლოდინითა და t^2 დისპერსიით. მაშინ მათ საშუალო არითმეტიკულს $- Y \sim \frac{X_1 < X_2 < \dots < X_n}{n}$ სიდიდეს ექნება გაუსის განაწილება m მათემატიკური ლოდინითა და $\frac{t^2}{n}$ დისპერსიით.

- დავუშვათ X_1, X_2, \dots, X_n შემთხვევითი სიდიდეებია, რომელთაც აქვთ გაუსის განაწილება და თითოეულის მათემატიკური ლოდინი $m \geq 0$, ხოლო დისპერსია $t^2 = 1$; მაშინ მოცემულ სიდიდეთა კვადრატების ჯამს ექნება t^2 განაწილება n მათემატიკური ლოდინით [1], [7], [13].

აღსანიშნავია, რომ (1.6) გამოსახულებაში მოყვანილი სტანდარტული (საშუალო კვადრატული) გადახრა t წარმოადგენს განაწილების სიმკვრივის მასშტაბის პარამეტრს; ხოლო, m მათემატიკური ლოდინი მისი მდებარეობის პარამეტრია [7] და თუ $m \geq 0$, მაშინ t^2 არის გაუსის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრე [11].

უნდა შევნიშნოთ, რომ შეიძლება არსებობდეს ისეთი არხები, სადაც მხოლოდ გაუსის ადიტიური ხელშეშლები მოქმედებენ. ასეთ არხებს გაუსის არხებს უწოდებენ ან კიდევ არხებს ადიტიური თეთრი გაუსის ხმაურით.

1.3. ფედინგიანი არხები. რაისის პროცესი

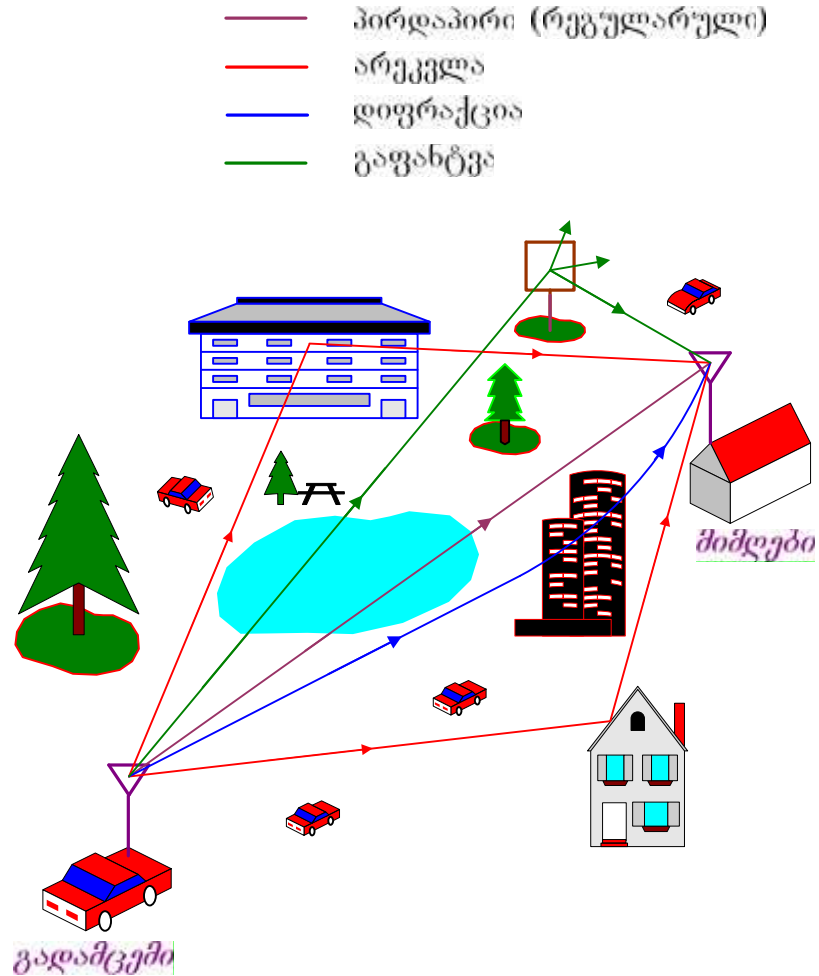
წინა ქვეთავში მოყვანილ (1.9) გამოსახულებაში $\chi(t)$ -ს არსებობა განპირობებულია ფიზიკურ არხში სიგნალის მიღევით (შესუსტებით) და ეს პროცესი ლიტერატურაში ფედინგის სახელწოდებითაა ცნობილი [1],[2], [14]. ტრადიციულად, ასეთი ტიპის არხებს, არხებს მიღევით ანუ ფედინგიან არხებს უწოდებენ.

თუ სიგნალი ვრცელდება თავისუფალ სივრცეში, მისი მიღევა, იზოტროპული ანტენისათვის, ფასდება სიმძლავრის დანაკარგების შემდეგი კოეფიციენტით [2]:

$$L N \frac{4fd}{\lambda}^2, \quad (1.18)$$

სადაც d მანძილია გადამცემიდან მიმღებამდე, λ კი ტალღის სიგრძე. ეს ფორმულა კარგად აღწერს იდეალურ არხს, მაგრამ გამოუსადეგარია რეალურად არსებული არხებისათვის, განსაკუთრებით კი ისეთი გარემოს არსებობის შემთხვევაში, რომელშიც ადგილი აქვს სიგნალის მრავალსხივად გავრცელებას. რადიოტალღების გავრცელების ასეთი სურათის ერთი მაგალითი ნაჩვენებია ნახ. 1.3-ზე. იმასთან დაკავშირებით, რომ რიგ მიზეზთა გამო (მაგალითად, გადამცემის მოძრაობის მიზეზით) ცალკეული სხივების ინტენსივობა შემთხვევით იცვლება, მიმღების შესასვლელზე მათი ჯამი გვაძლევს ინტერფერენციულ სიგნალს, რომლის მომვლები განიცდის შემთხვევით ცვლილებას ანუ ფლუქტუაციას.

ნახ. 1.3-ზე ჩანს, რომ გადამცემიდან გასხივებული რადიოტალღის ნაწილი პირდაპირ აღწევს მიმღებამდე, ხოლო ნაწილი ხვდება იქ არეკვლის, დიფრაქციისა და გაფანტვის შედეგად. ტალღის არეკვლას ადგილი აქვს იმ შემთხვევაში, როცა ამრეკლი ზედაპირის გეომეტრიული ზომები მნიშვნელოვნად აღემატება შესაბამის ტალღის სიგრძეს. მაშინ, როცა გადამცემსა და მიმღებს შორის არსებობს ტალღის სიგრძეზე დიდი ზომის სხეული, ადგილი აქვს ტალღის დიფრაქციას; ხოლო, თუ ამრეკლი სხეულ-



ნახ. 13. რადიოტალღების მრავალსიხივად გავრცელების სურათი

ულის ზედაპირი უსწორმასწოროა ან მისი ზომები ტალღის სიგრძის რიგისა ან მცირეა, მაშინ ადგილი აქვს ტალღის გაფანტვას [2],[15].

არსებობს არხები ნელი და ჩქარი ფედიინგით. ნელი ფედიინგის შემთხვევაში ყოველი, T_s ხანგრძლივობის, ელემენტარული სიგნალი გადაიცემა მისი ფორმის დამახინჯების გარეშე [1].

იმ შემთხვევაში, თუ ფედიინგიან არხში სიგნალის გადაცემისას მისი ყველა სპექტრული კომპონენტი მიიღევა ერთნაირად, ფედიინგს სისშირულად არასელექციური ეწოდება. წინააღმდეგ შემთხვევაში ფედიინგი სისშირულად სელექციურია [1].

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული რადიოტალღების მრავალსხივად გავრცელების გამო ინტერფერენციული სიგნალის მომვლები მიმღების შესასვლელზე განიცდის შემთხვევით ცვლილებას ანუ ფლუქტუაციას. ამ პროცესს (x -ს) ვუწოდებთ რაისის პროცესს, თუ მისი ალბათობის განაწილების სიმკვრივე წარმოდგენილია რაისის ალბათობის განაწილების სიმკვრივით [1],[11],[15]:

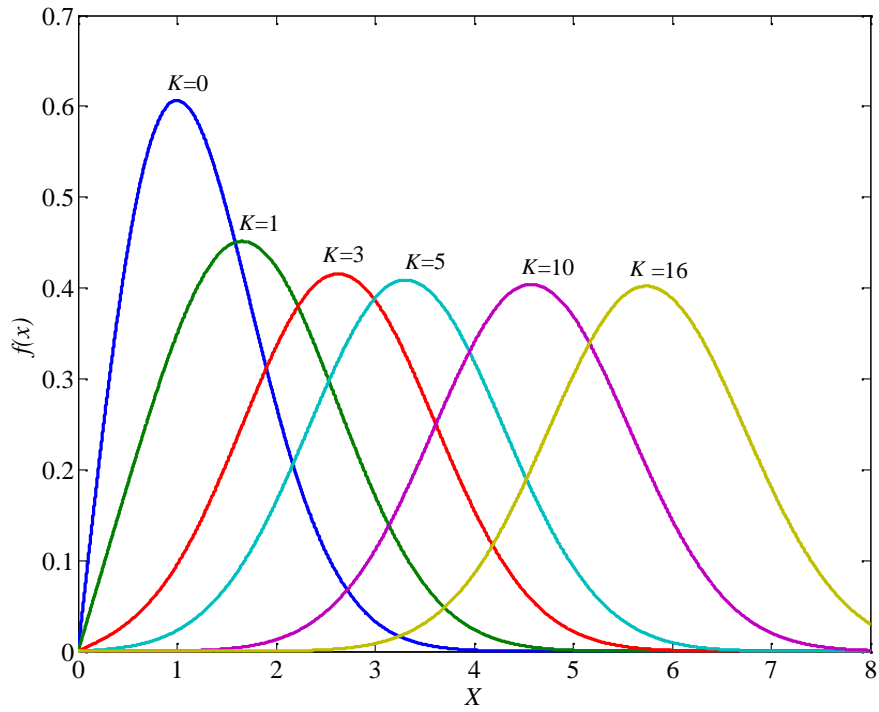
$$f(x) = \frac{x}{t^2} \exp\left[-\frac{(x^2 + A^2)}{2t^2}\right] \cdot I_0\left(\frac{x \cdot A}{t^2}\right), \quad x \geq 0, A \geq 0, \quad (1.19)$$

რომელშიც ითვლება, რომ A არის მიღების წერტილში სიგნალის პირდაპირი (რეგულარული) მდგენელის არაფლუქტუირებადი ამპლიტუდა; t^2 არის შემთხვევითი მდგენელის დისპერსია; $I_0(\cdot)$ არის ნულოვანი რიგის ბესელის მოდიფიცირებული ფუნქცია [16]. პირდაპირი და შემთხვევითი მდგენელების სიმძლავრეთა თანაფარდობას - $K N \frac{A^2}{2t^2}$ რაისის ფაქტორი ეწოდება და პრაქტიკულ შემთხვევებში მის მნიშვნელობას ღებულობენ $K N \rho_{016}$ -ის ტოლად [15].

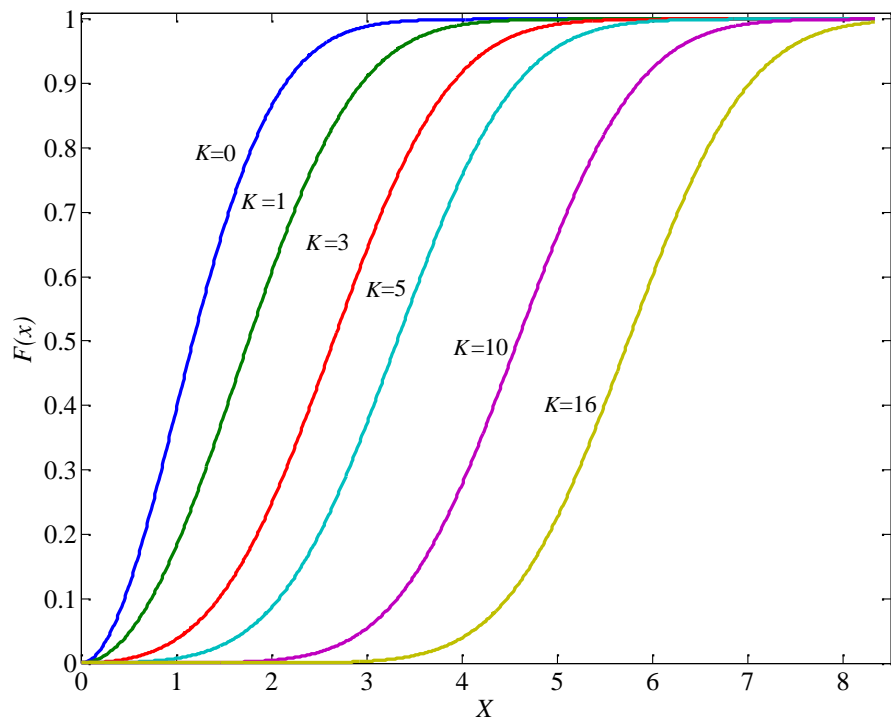
რაისის ალბათობის განაწილების ფუნქციისთვის გვაქვს [1],[7]:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x^2 + A^2}{2t^2}\right)} \sum_{c=0}^{\infty} \frac{\left[A^2/(2t^2)\right]^c}{c!} \sum_{t=0}^c \frac{\left[x^2/(2t^2)\right]^t}{t!}. \quad (1.20)$$

ქვემოთ, ნახ. 14-ზე და ნახ. 15-ზე მოყვანილია მრუდები, რომლებიც აგებული არიან (1.19) და (1.20) გამოსახულებების შესაბამისად. რაისის პროცესის მათემატიკური ლოდინი ტოლია [7]:



ნახ. 14. რაისის ალბათობის განაწილების სიმკვრივები



ნახ. 15. რაისის ალბათობის განაწილების ფუნქციები

$$m = \dagger \sqrt{\frac{f}{2}} \left[\left(1 + \frac{A^2}{2\dagger^2} \right) \cdot I_0 \left(\frac{A^2}{4\dagger^2} \right) + \frac{A^2}{2\dagger^2} \cdot I_1 \left(\frac{A^2}{4\dagger^2} \right) \right] \cdot e^{-\frac{A^2}{4\dagger^2}}, \quad (1.21)$$

რომელშიც $I_1(\cdot)$ არის პირველი რიგის ბესელის მოდიფიცირებული ფუნქცია [16].

დისპერსიისათვის გვაქვს:

$$\dagger_x = A^2 + 2\dagger^2 - m^2. \quad (1.22)$$

(1.19) და (1.21)-ში მოყვანილი ბესელის ფუნქციების გამოსათვლელად შეგვიძლია ვისარგებლოთ შემდეგი გამოსახულებებით [16]:

$$I_0(y) = 1 + \frac{y^2/4}{(1!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^2}{(2!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^3}{(3!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^4}{(4!)^2} + \dots, \quad (1.23)$$

$$I_1(y) = \frac{y}{2} \left[1 + \frac{y^2/4}{1! \cdot 2!} + \frac{\left(y^2/4\right)^2}{2! \cdot 3!} + \frac{\left(y^2/4\right)^3}{3! \cdot 4!} + \frac{\left(y^2/4\right)^4}{4! \cdot 5!} + \dots \right]. \quad (1.24)$$

უნდა აღინიშნოს, რომ რაისის პროცესის განაწილება აღწერს ორგანზომილებიანი შემთხვევითი ვექტორის სიგრძეს, რომლის კოორდინატები გაუსის შემთხვევითი სიდიდეებია \dagger^2 დისპერსიებით და შესაბამისად m_1 და m_2 მათემატიკური ლოდინებით. ამ დროს

$$A = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}. \quad (1.25)$$

თუ დაგუშვებთ, რომ $AN(0, \sigma^2)$, მაშინ (1.19) მიიღებს სახეს:

$$f(x) = \frac{x}{\Gamma^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\Gamma^2}}, \quad x > 0, \quad (1.26)$$

რომელიც წარმოადგენს ალბათობის რელების განაწილების სიმკვრივეს (იხ. გამოსახულებები (1.15) და (1.16)).

1.4. ნაკაგამის განაწილება

ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივე ტოლია [17] :

$$f(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \cdot \left(\frac{m}{\Gamma}\right)^m \cdot r^{2m-1} \cdot e^{-mr^2/\Gamma^2}, \quad r \geq 0, \quad m \geq 0.5 \quad (1.27)$$

სადაც, $\Gamma(\cdot)$ არის გამა ფუნქცია, რომელიც ტოლია [16]:

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt; \quad (1.28)$$

m არის პარამეტრი, რომელიც განსაზღვრავს სიგნალის ამპლიტუდის ფედინგის სიღრმეს და მას ფედინგის პარამეტრს უწოდებენ. არის ნაკაგამის პროცესის საშუალო სიმძლავრე.

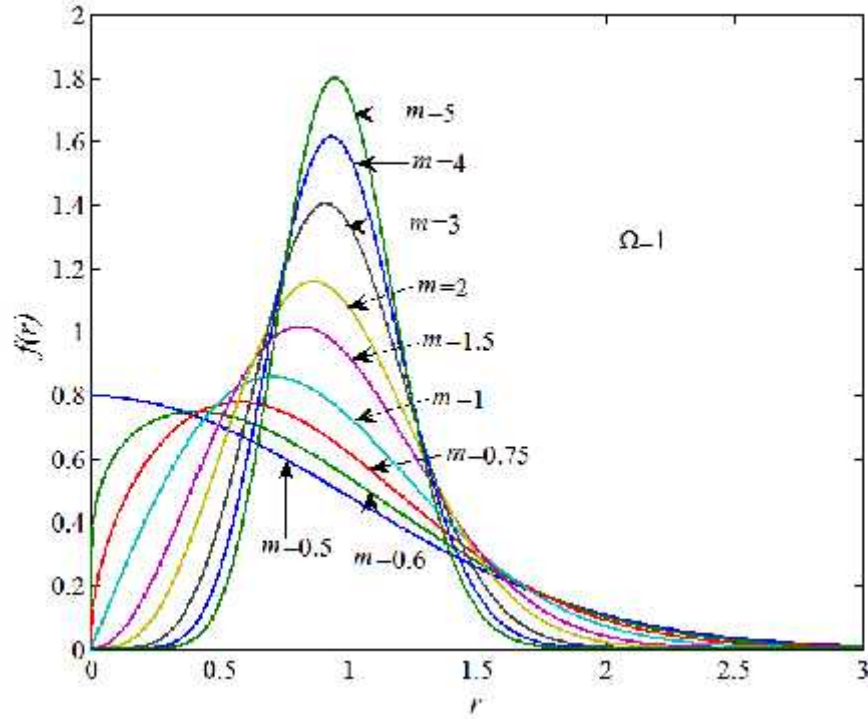
ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია განისაზღვრება გამოსახულებისგან [18]:

$$F(r) = P\left(\frac{mr^2}{\Gamma^2}, m\right), \quad (1.29)$$

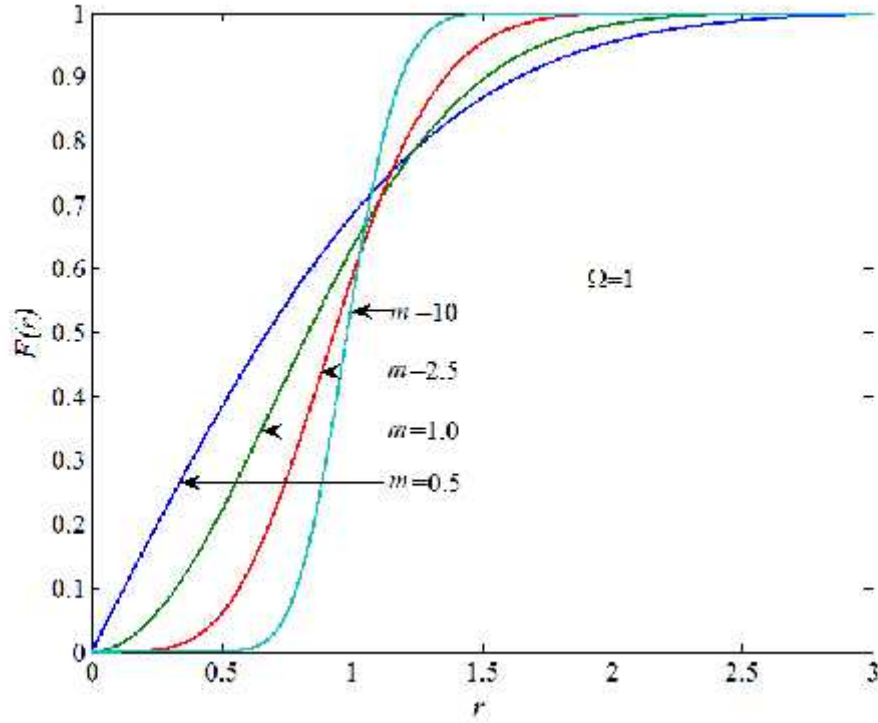
სადაც $P(\cdot)$ არასრული გამა ფუნქციაა, რომელიც ტოლია [16]:

$$P\left(\frac{mr^2}{\Gamma^2}, m\right) = \frac{1}{\Gamma(m)} \cdot \int_0^{\frac{mr^2}{\Gamma^2}} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt. \quad (1.30)$$

ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივის და ფუნქციის მრუდები, რომლებიც აგებული არიან (1.27) და (1.29) გამოსახულებების მიხედვით, მოყვანილნი არიან ნახ. 1.6-ზე და ნახ. 1.7-ზე.



ნახ. 1.6. ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივეები



ნახ. 17. ნაკაგამის ალბათობის განაწილების ფუნქციები

ცხადია, უმჯობესი იქნებოდა გექონოდა $F(r)$ -ის ფუნქციურად უფრო მარტივი გამოსახულება, რაც კონკრეტული შემთხვევებისათვის მოყვანილია [19]-ში და აქვს სახე:

$$F(r) = \sqrt{f} \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{m} \cdot r),$$

$$m = 0.5,$$

$$F(r) = \left[-2\sqrt{m} \cdot r + \sqrt{f} \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{m} \cdot r) \cdot e^{mr^2} \right] \cdot e^{-mr^2} / \sqrt{f},$$

$$m = 1.5,$$

$$F(r) = \left[-4 \cdot (mr^2)^{1.5} - 6\sqrt{m} \cdot r + 3\sqrt{f} \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{m} \cdot r) \cdot e^{mr^2} \right] \cdot e^{-mr^2} / 3\sqrt{f},$$

$$m = 2.5,$$

(131)

$$F(r) = \left[\begin{array}{l} -8 \cdot (mr^2)^{2.5} - 20 \cdot (mr^2)^{1.5} - 30\sqrt{m} \cdot r + \\ + 15\sqrt{f} \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{m} \cdot r) \cdot e^{mr^2} \end{array} \right] \cdot e^{-mr^2} / 15\sqrt{f},$$

$$m = 3.5,$$

$$F(r) = \left[\begin{array}{l} -16(mr^2)^{3.5} - 56(mr^2)^{2.5} - 140(mr^2)^{1.5} - 210\sqrt{m} \cdot r + \\ + 105\sqrt{f} \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{m} \cdot r) \cdot e^{mr^2} \end{array} \right] \cdot e^{-mr^2} / 105\sqrt{f},$$

$$m = 4.5.$$

$m = k$ ($k = 1, 2, \dots$) შემთხვევაში კონკრეტული m -ებისათვის:

$$F(r) = 1 - e^{-r^2}, \quad m = 1,$$

$$F(r) = 1 - \left(1 + 2r^2\right) \cdot e^{-2r^2}, \quad m = 2,$$

$$F(r) = 1 - \left(1 + 3r^2 + \frac{9}{2}r^4\right) \cdot e^{-3r^2}, \quad m = 3,$$

$$F(r) = 1 - \left(1 + 4r^2 + 8r^4 + \frac{32}{3}r^6\right) \cdot e^{-4r^2}, \quad m = 4, \quad (1.32)$$

$$F(r) = 1 - \left(1 + 5r^2 + \frac{25}{2}r^4 + \frac{125}{6}r^6 + \frac{625}{24}r^8\right) \cdot e^{-5r^2}, \quad m = 5.$$

განვსაზღვროთ ნაკაგამის განაწილების მომენტები. ზოგად შემთხვევაში საწყისი n -ური რიგის მომენტი

$$m_n(r) = \int_{-\infty}^{\infty} r^n f(r) dr; \quad (1.33)$$

აქედან (1.27)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$m_n(r) = \frac{(m+n/2)}{(m)} \left(\frac{-}{m} \right)^{n/2}, \quad (1.34)$$

საიდანაც, ნაკაგამის განაწილების მათემატიკური ლოდინი ($n=1$) ტოლია:

$$m_1(r) = \frac{(m+1/2)}{(m)} \sqrt{\frac{-}{m}}, \quad (1.35)$$

ხოლო, როცა $n=2$ - $m_2(r) =$; ე.ი. $m_2(r)$ წარმოადგენს ნაკაგამის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრეს, ე.ი. (1.27)-ში ნაკაგამის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრეს.

n -ური რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_n(r) = \int_{-\infty}^{\infty} [r - m_1(r)]^n f(r) dr. \quad (1.36)$$

(1.27) და (1.35)-ის გათვალისწინებით (1.36)-დან მივიღებთ ცენტრალური მომენტებისათვის კონკრეტულ გამოსახულებებს.

მეორე რიგის ცენტრალური მომენტი - ნაკაგამის ხელშეშლის დისპერსია (სიმძლავრის გადახრა მისი საშუალო მნიშვნელობიდან) ტოლია:

$$M_2(r) = \left[1 - \frac{2(m+1/2)}{m^2(m)} \right]. \quad (1.37)$$

მესამე რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_3(r) = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{m^3}} \cdot \frac{(m+1/2)}{(m)} \cdot \left[\frac{2(m+1/2)}{2(m)} - m + \frac{1}{4} \right]. \quad (1.38)$$

მეოთხე რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_4(r) = \frac{2}{m} \cdot \left[2 \left(1 - \frac{1}{m} \right) \cdot \frac{2(m+1/2)}{2(m)} - \frac{3}{m} \cdot \frac{4(m+1/2)}{4(m)} + m + 1 \right]. \quad (1.39)$$

საწყისი და ცენტრალური მომენტები შესაძლებელია დაგუკავშიროთ ერთმანეთს შემდეგი გამოსახულებებით [18]

$$\begin{aligned} M_2(r) &= m_2(r) - m_1^2(r); \\ M_3(r) &= m_3(r) - 3m_1(r) \cdot m_2(r) + 2m_1^3(r); \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$M_4(r) = m_4(r) - 4m_1(r) \cdot m_3(r) + 6m_2(r) \cdot m_1^2(r) - 3m_1^4(r).$$

მიღევის მოქმედების ხარისხი შესაძლებელია შევაფასოთ ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრითა () და სიმძლავრის დისპერსიის $M_2()$ მეშვეობით. იმისათვის, რომ მივიღოთ შესაბამისი მიღევის მახასიათებელი, განვიხილოთ $^2/M_2()$ ფარდობა და მივიღოთ ის, როგორც მიღევის სიღრმის შეფასება. ადვილია ვაჩვენოთ, რომ ნაკაგამის შემთხვევითი სიდიდისათვის

$$M_2() = \int_{-\infty}^{\infty} (r^2 -)^2 f(r) dr = m_4(r) - m_2^2(r) = \frac{2}{m}, \quad (1.41)$$

მაშინ ცხადია, რომ $^2/M_2() = m$.

ზოგადი შემთხვევებისათვის განაწილების ენტროპიას ექნება შემდეგი სახე [18]:

$$H(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ln[f(r)] dr \quad (1.42)$$

თუ მოცემულ გამოსახულებაში ჩავსვამთ (1.27)–ს, მაშინ მივიღებთ:

$$H(m) = m + \ln \left[\frac{(m)}{2} \sqrt{\frac{1}{m}} \right] - \frac{2m-1}{2} (m), \quad (1.43)$$

სადაც (·) არის ფსი, ან დიგამა ფუნქცია, რომელიც გამოითვლება გამოსახულებიდან [16]:

$$(m) = \frac{d[\ln (m)]}{dm}. \quad (1.44)$$

თუ $\Omega = 1$ და $m \rightarrow \infty$, მაშინ $m_1(r) \rightarrow 1$, $M_2(r) \rightarrow 0$. ეს თვისება უშუალოდ გამომდინარეობს ქვემოთ მოყვანილი გამოსახულებებიდან [19]:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{(m+1/2)}{\sqrt{m} (m)} = 1; \quad (1.45)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{{}^2(m+1/2)}{m {}^2(m)} \right] = 0.$$

ასევე საინტერესოა მივიღოთ გამოსახულება ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდის მახასიათებელი ფუნქციისა, რომლის ზოგადი სახეა:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i \cdot t \cdot r} f(r) dr, \quad i = \sqrt{-1}, \quad (1.46)$$

თუ აქ შევიტანთ (1.27) გამოსახულებას და თუ გავითვალისწინებთ, რომ:

$$\int_0^{\infty} x^{a-1} \cdot e^{-px^2 - qx} dx = X(a)(2p)^{-\frac{a}{2}} \exp\left[\frac{q^2}{8p}\right] \cdot D_{-a}\left(\frac{q}{\sqrt{2p}}\right), \quad (1.47)$$

მივიღებთ [19]:

$$g(t) = \frac{(2m)}{2^{m-1} (m)} \exp\left(-\frac{t^2}{8m}\right) \cdot D_{-2m}\left(-i \cdot t \sqrt{\frac{1}{2m}}\right), \quad (1.48)$$

რომელშიც $D_{-2m}(\cdot)$ არის უიტკეერის პარაბოლური ცილინდრის ფუნქცია.

თუ გამოვიყენებთ $2m = -a - 1/2$ აღნიშვნას, შეიძლება დავწეროთ [19]:

$$g(t) = \frac{(2m)}{2^{m-1} (m)} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{8m}\right) \cdot U\left(2m - 1/2, -i \cdot t \sqrt{\frac{1}{2m}}\right), \quad (1.49)$$

სადაც $U(\cdot)$ არის ვებერის პარაბოლური ცილინდრის ფუნქცია.

ნაკაგამის განაწილებას აქვს რამდენიმე მნიშვნელოვანი თვისება, კერძოდ [20]:

1. თუ $m=0.5$, მაშინ (1.27)-დან ვღებულობთ გაუსის ცალმხრივ განაწილების სიმკვრივეს:

$$f(r) = \frac{2}{\sqrt{2f}} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right). \quad (1.50)$$

2. თუ $m=1$, (1.27)-დან მივიღებთ ალბათობის სიმკვრივის რეჯის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{2r}{\sqrt{2f}} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right). \quad (1.51)$$

3. თუ ნაკაგამის განაწილებაში $m=3/2$ და $a^2 = 3a^2$, მაშინ ნაკაგამის განაწილება ემთხვევა მაქსველის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{2r^2}{a^3 \sqrt{2f}} \cdot e^{-r^2/(2a^2)}, \quad r \geq 0. \quad (1.52)$$

4. თუ ნაკაგამის განაწილებაში $m=n/2$ და $a^2 = na^2$, მაშინ ნაკაგამის განაწილება ემთხვევა n განზომილებიანი შემთხვევითი ვექტორის მოდულის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{1}{2^{n/2-1} \cdot a^n \cdot (n/2)} \cdot r^{n-1} \cdot e^{-r^2/(2a^2)}, \quad r \geq 0. \quad (1.53)$$

5. თუ $m>1$ ნაკაგამის განაწილება გვაძლევს რაისის განაწილების კარგ აპროქსიმაციას შემთხვევისათვის

$$m = \frac{(K+1)^2}{2K+1}, \quad (1.54)$$

სადაც K რაისის ფაქტორია.

6. დიდი m -თვის და $(1/e)^{0.5} \leq r \leq (e)^{0.5}$ (სადაც e არის ნეპერის რიცხვი) ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილება შეიძლება აპროქსიმირდეს (1.27)-ით.

ზემოთ ჩამოთვლილი იძლევა იმის დამატებით მოტივაციას, რომ შესწავლილი იქნას სიგნალების გადაცემა ფედინგიან არხებში ნაკაგამის განაწილებით.

უსადენო ტელეკომუნიკაციაში პრაქტიკულად განიხილება შემთხვევები, როცა $m \leq 15$.

ნაკაგამის განაწილება წარმოადგენს ზოგად განაწილებას ბევრ ისეთი მოდულებისათვის, რომლებიც აღწერენ ფედინგს. აქ აუცილებელია გამოვეყნოთ სამი ზოგადი ნაწილი:

1. როცა $m < 1$ (პოიტის განაწილების აპროქსიმაცია) კარგი მოდელია არხებისათვის და შეიძლება გამოყენებული იქნას ფიჭურ მობილურ სისტემებში ან სატელიტურ არხებში.
2. როცა $m = 1$ (რელეის განაწილება) კარგად აღწერს კავშირგაბმულობის ურბანულ ზონებს.
3. როცა $m > 1$ (რაისის განაწილების აპროქსიმაცია) კარგად აღწერს კავშირგაბმულობის სუბურბანულ, ქალაქის საგარეუბნო ზონებს.

1.5. ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეების გენერირება

მოცემული განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეების (რიცხვების) გენერაცია ზოგადად საკმაოდ აქტუალურ ამოცანას წარმოადგენს. თუ მოცემული გვაქვს r შემთხვევითი სიდიდის $F(r)$

განაწილების ფუნქცია, მაშინ $r = F^{-1}(u)$, სადაც $F^{-1}(\cdot)$ არის $F(\cdot)$ ფუნქციის შებრუნებული ფუნქციაა, ხოლო u არის თანაბარი განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდე (რიცხვი) [21]. ვინაიდან ხშირად $F^{-1}(\cdot)$ -ის გამოთვლა პრობლემატურია, ზემოთხსენებული საკითხის გადაჭრა – შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის ეფექტური ალგორითმის დამუშავება არის სერიოზული ამოცანა. ჩვენ მოცემულ პარაგრაფში ამ საკითხს გადავწყვეტთ ნაკაგამის განაწილებისათვის [22].

(1.29)-დან ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია

$$F(r) = P(mr^2 / \cdot, m) = 1 - \frac{(m, mr^2 / \cdot)}{(m)}, \quad (1.55)$$

სადაც

$$(m, mr^2 / \cdot) = \int_{mr^2 /}^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt. \quad (1.56)$$

თუ ვისარგებლებთ აღნიშვნით $a = mr^2 /$, (1.55) შეიძლება გარდაკმნათ შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} F(r) &= \frac{(m) - (m, mr^2 / \cdot)}{(m)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt - \int_a^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt}{(m)} = \\ &= \frac{\int_0^a e^{-t} \cdot t^{m-1} dt + \int_a^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt - \int_a^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1} dt}{(m)} = \\ &= \frac{1}{(m)} \int_0^a e^{-t} \cdot t^{m-1} dt = F(a), \end{aligned}$$

აქ $F(a)$ არის m რიგის გამა განაწილების ფუნქცია ($m > 0, a \geq 0$).

ვინაიდან $a = mr^2 /$ შესაბამისად $F(r) = F(mr^2 /)$ და გამოდის, რომ ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია r არგუმენტით ტოლია გამა განაწილების ფუნქციისა $mr^2 /$ არგუმენტით. ამ თვალსაზრისით ნაკაგამის განაწილება არის მოდიფიცირებული გამა განაწილება. შემთხვევითი რიცხვების გენერირების ალგორითმი, რომელთაც აქვთ გამა განაწილება ცნობილია [20]. მაშინ ვაგენერირებთ რა a რიცხვებს გამა განაწილებით, ფორმულიდან $r = \sqrt{a \cdot /m}$, მივიღებთ ნაკაგამის r რიცხვებს მოცემული m -ით და -ით. მოვიყვანოთ შესაბამისი ალგორითმების აღწერა.

ალგორითმი 1. $0.5 \leq m < 1$.

1. $p \leftarrow e/(m+e)$, სადაც e ნეპერის რიცხვია.
2. ვაგენერირებთ ორი, თანაბარი განაწილების მქონე და დამოუკიდებელი, რიცხვი U და V , თან $V \neq 0$.
3. თუ $U < p$, მაშინ $R \leftarrow V^{1/m}$ და $q \leftarrow e^{-R}$;

თუ $U \geq p$, მაშინ $R \leftarrow 1 - \ln V$ და $q \leftarrow R^{m-1}$.

4. ვაგენერირებთ ახალი, თანაბარი განაწილების მქონე რიცხვი, U .
5. თუ $U \geq q$ გადავიდეთ ნაბიჯ 2-ზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში

$$a \leftarrow R \text{ და } r \leftarrow \sqrt{a \cdot /m} .$$

ალგორითმი 2. $m = 1$.

1. ვაგენერირებთ თანაბარი განაწილების მქონე რიცხვი U .
2. $a \leftarrow -\ln U$ და $r \leftarrow \sqrt{- \cdot a}$.

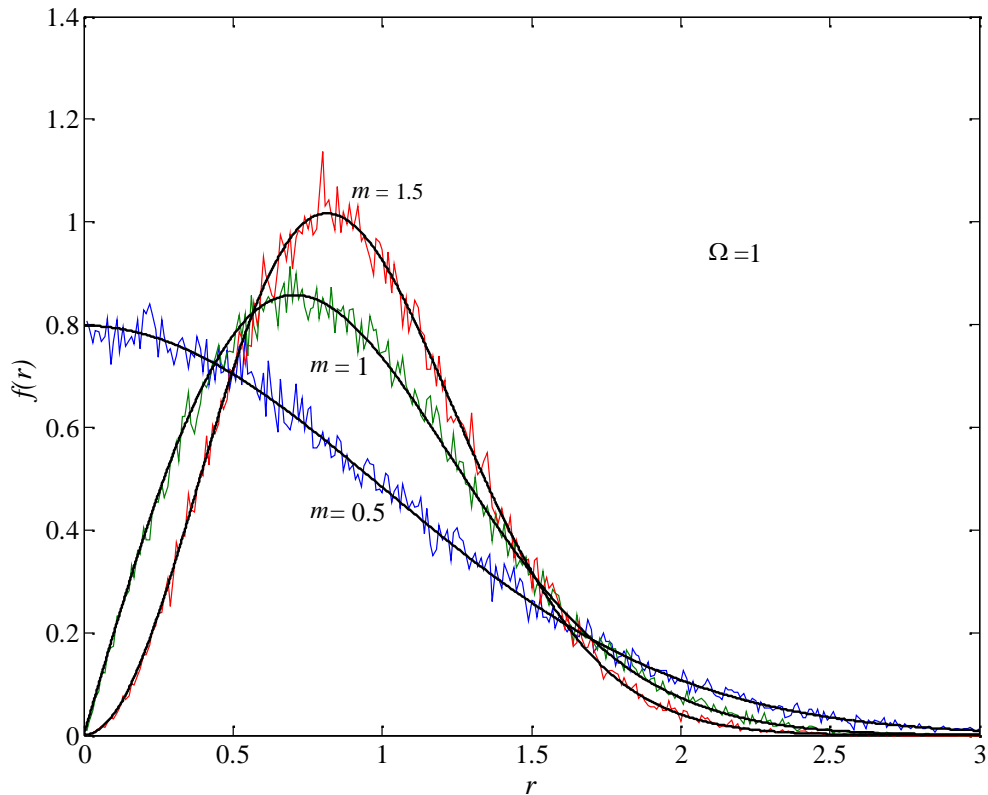
ალგორითმი 3. $m > 1$.

1. ვაგენერირებთ თანაბარი განაწილების მქონე რიცხვი U .
2. $Y \leftarrow \text{tg}(f \cdot U)$ და $R \leftarrow \sqrt{2m-1} \cdot Y + m - 1$.
3. თუ $R \leq 0$ გადავიდეთ ნაბიჯ 1-ზე.
4. ვაგენერირებთ თანაბარი განაწილების მქონე რიცხვი V .

5. თუ $V > (1+Y^2) \cdot \exp[(m-1)\ln[R/(m-1)] - \sqrt{2m-1} \cdot Y]$ გადავიდეთ

ნაბიჯ 1-ზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში $a \leftarrow R$, $r \leftarrow \sqrt{a \cdot /m}$.

ქვემოთ, ნახ. 18-ზე მოყვანილია ნაკაგამის განაწილების სიმკვრივის მრუდები, რომლებიც მიღებული არიან მოდელირებით, ზემოთ წარმოდგენილი ალგორითმების გამოყენებით და ანგარიშის გზით, (1.27) ფორმულით. ნახ. 18-დან ნათლად ჩანს მათი კარგი შესაბამისობა.



ნახ. 18. ნაკაგამის განაწილების სიმკვრივის მრუდები, მოდელირებით და ფორმულით

ძირითადი შედეგები

მოყვანილია კავშირის არხები და მათ მიერ წარმოქმნილი პრობლემები. წარმოდგენილია არხის მოდელი, რომელიც გამოყენებული იქნება ნაშრომში კვლევების პროცესში. აღწერილია გაუსის არხი, მოყვანილია

მისი პარამეტრები. ნაჩვენებია გაუსის ხმაურის წარმოშობის წყაროები. განხილულია ნაკაგამის ფედინგიანი არხები და ნაჩვენებია, რომ ეს არის საკმარისად ზოგადი მოდელი, რომელიც ადეკვატურად აღწერს უსადენო არხებს. მოყვანილია ასეთი არხების პარამეტრები, მახასიათებლები და თვისებები. წარმოდგენილია რამდენიმე ახალი შედეგი, კერძოდ [19]:

- მიღებულია ნაკაგამის განაწილების ფუნქციის გამარტივებული გამოსახულებები ფედინგის პარამეტრების ერთი კლასისათვის.
- მიღებულია ნაკაგამის განაწილების მახასიათებელი ფუნქციის გამოსახულებები.

აღწერილია ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი რიცხვების გენერირების ალგორითმები.

ლიტერატურა

1. Proakis J.G., Salehi M., Digital Communications.5th ed. New York: McGraw, Inc., 2008.
2. Sklar B., Digital Communications.2th ed. New Jersey, Prentice Hall PTR, 2001.
3. „...”, 1985.
4. უდრელიძე ნ., კვიციანი თ., ქამხაძე თ., ურუშაძე ე., დაბრკოლებები ინფორმაციის გადაცემის სისტემებში. ხმაური. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი”, №1(42), 2012, გვ. 129-132.
5. Van der Ziel A., Noise, Sources, Characterization measurement. Prentice Hall, N.J., 1970.
6. Balakrishnan N., Kotz S., Johnson N.I., Continuous Univariate Distributions. John Wiley & Sons Incorporated, 2006.
7. „...”, 2001.
8. „...”, 2003.
9. Cody W.J., An Overview of Software Development for Special Functions. Lecture Notes in Mathematics. Berlin, 1976.
10. „...”, 1975.
11. „...”, 1972.
12. „...”, 1968.
13. „...”, 1966.
14. „...”, 2002.

15. , 2013.
16. Abramowitz M., Stegun I.A., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graph and Mathematical Tables. National Bureau of Standards; Applied Mathematics Series-55, Issued June, 1964.
17. Nakagami M. The m-distribution – A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading. Statistical Methods of Radio Wave Propagation. W. G. Hoffman. Ed., Oxford. England: Pergamon. 1960. pp. 3-36.
18. 2, 2004, . 19-23.
19. უგრელიძე ნ., სორდია მ., გორძამაშვილი დ., არასტაციონარული არხების მახასიათებლები. სტუ-ს შრომები. თბილისი, 2008, №1(467), გვ. 25-27.
20. Ugrelidze N., Sordia M., Shavgulidze S., Bit Error Rate of Spatial Modulation Systems for Nakagami-m Fading. Proc. of the 2016 IEEE Region 10 Conference (TENCON), Nov 22-25, 2016, Marina Bay Sands, Singapore, pp. 1342-1347.
21. Knuth D.E., The Art of Computer Programming. Addison-Wesley Longman, Inc., 1198.
22. 4, 2004, . 52-54.

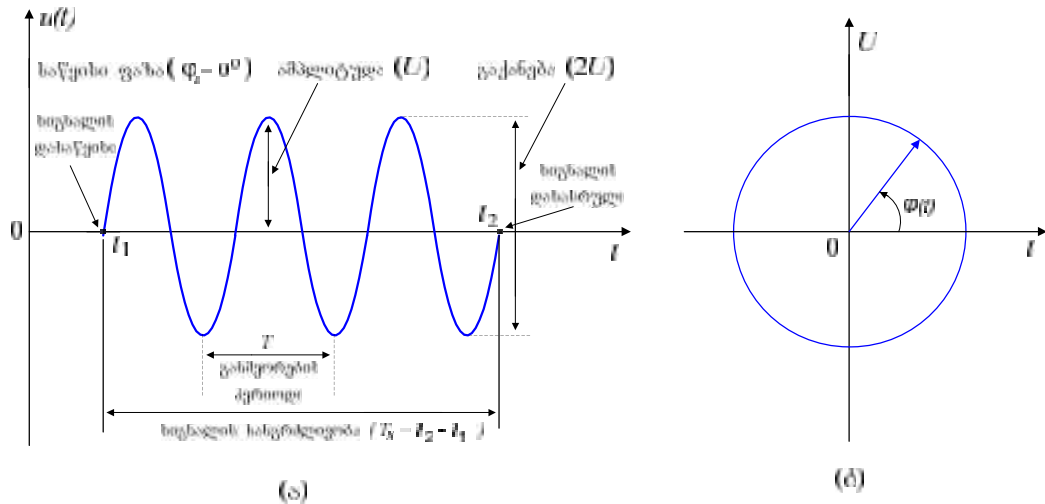
თავი II. მოდულირებულ სიბნალები

2.1. სიბნალთა აღწერა

აქ მოყვანილი იქნება რამდენიმე ფუნდამენტური განმარტება, რომლებსაც აქვთ გარკვეული მნიშვნელობა და განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, როცა აღვილი აქვს პირველ შეხებას მოდულირებულ სიბნალებთან ან სიბნალებთან ზოგადად.

- ინფორმაცია არის რაიმე ობიექტის ან მოვლენის შესახებ ცნობების ერთობლიობა.
- შეტყობინება არის ინფორმაციის შემცველი გარკვეულ ნიშანთა ერთობლიობა ანუ გარკვეული ნიშნების მეშვეობით წარმოდგენილი ინფორმაცია.
- სიბნალი არის ფიზიკური პროცესი, რომელიც ასახავს (შეიცავს) შეტყობინებას; ე.ი. სიბნალი არის შეტყობინების ფიზიკური მატარებელი. ის წარმოადგენს შეტყობინების შესაბამის დროში ცვლად რომელიც ფიზიკურ სიდიდეს (ძაბვას, დენს, ველის დაძაბულობას და ა.შ.) და ამიტომ ის შეიძლება გამოსახული იქნას დროის რომელიმე ფუნქციით.

ნახ. 2.1–ზე ნაჩვენებია ცვლადი ძაბვით წარმოდგენილი სინუსოიდური სიბნალი და მისი პარამეტრები, სადაც U არის სიბნალის ამპლიტუდა; T



ნახ. 2.1. ცვლადი ძაბვით წარმოდგენილი სიგნალი

სიგნალის განმეორების პერიოდია, შესაბამისად $1/T = f$ არის სიგნალის სიხვიანობა.

თუ ზემოთ აღწერილ სიგნალს ჩავწერთ გამოსახულების სახით, მაშინ:

$$u(t) = U \cos[W(t)], \quad (2.1)$$

სადაც $W(t)$ არის სიგნალის ფაზა.

უმარტივეს შემთხვევაში სიგნალის ფაზა შეიძლება იცვლებოდეს წრფივი კანონით, მაგალითად ასე:

$$W(t) = \tilde{\Sigma}_0 t + \xi_0, \quad (2.2)$$

სადაც ξ_0 სიგნალის საწყისი ფაზაა.

თუ (2.2) გამოსახულებას შევიტანთ (2.1)-ში გვექნება

$$u(t) = U \cos(\tilde{\Sigma}_0 t + \xi_0). \quad (2.3)$$

ძნელი არაა დაინახოთ, რომ მოცემული სიგნალი წარმოადგენს პერიოდულ (ჰარმონიულ) რხევას, რომლის მნიშვნელობები მეორდება

ყოველი T პერიოდის (დროის) შემდეგ და ეს პერიოდი დაკავშირებულია სიგნალის ფაზის ცვლილების სინქარესთან; კერძოდ, ერთ T პერიოდში სიგნალის ფაზა $W(t)$ იცვლება სიდიდით $\xi_0 T = 2f$ (იხ. ნახ. 2.1. ბ), აქედან

$$\xi_0 = \frac{2f}{T} = 2ff_0 \quad (2.4)$$

და მას უწოდებენ სიგნალის კუთხურ სიხშირეს.

თუ $u(t)$ -ს წარმოვადგენთ ზოგად $s(t)$ სიგნალის სახით, რომელსაც აქვს $U = \sqrt{2P_S}$ ამპლიტუდა, მაშინ (2.3) გადაიწერება ასე

$$s(t) = \sqrt{2P_S} \cos(2ff_0 t + \xi_0), \quad (2.5)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ სიგნალის სიმძლავრე $P_S = \frac{E_S}{T_S}$ (E_S სიგნალის ენერჯია, T_S კი მისი ხანგრძლივობა) (2.5)-ს ექნება სახე:

$$s(t) = \sqrt{2E_S/T_S} \cos(2ff_0 t + \xi_0), \quad (2.6)$$

საიდანაც შეგვიძლია მივიღოთ გამოსახულება მოდულირებული სიგნალისათვის. კერძოდ, თუ გადასაცემი დისკრეტული (ციფრული) სიმბოლოების შესაბამისად დროში (უფრო ზუსტად დროის დისკრეტულ T_S ინტერვალებით) იცვლება სიგნალის ამპლიტუდა $U(t = iT_S)$ და შესაბამისად ენერჯია $E_S(t = iT_S)$ გვაქვს ამპლიტუდური მოდულაცია; თუ იცვლება სიგნალის საწყისი ფაზა $\xi_0(t = iT_S)$ გვაქვს ფაზური მოდულაცია (აქ $i = 1, 2, \dots$); ხოლო ერთდროულად ორივეს ცვლილების შემთხვევაში გვაქვს ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაცია:

$$s(t) = \sqrt{2E_S(t = iT_S)/T_S} \cos(2ff_0 t + \xi_0(t = iT_S)). \quad (2.7)$$

მოცემული გამოსახულება წარმოადგენს მოდულირებული სიგნალის ტრიგონომეტრიულ ფორმას. T_S ხანგრძლივობის სიგნალს ხშირად ელემენ-

ტარულ სიგნალსაც უწოდებენ და ის არის, T_s ხანგრძლივობის ერთი გადასაცემა საინფორმაციო M -ობითი სიმბოლოს შესაბამისი სიგნალი.

2.2. მოდულირებულ სიგნალთა ვექტორული წარმოდგენა

თუ \mathbf{s} სიგნალს განვიხილავთ, როგორც ვექტორს, მოცემულს N განზომილებიან ორთონორმირებულ ბაზისში, შეგვიძლია დავწეროთ [1],[2]:

$$\mathbf{s} = s_1 \mathbf{e}_1 + s_2 \mathbf{e}_2 + \dots + s_N \mathbf{e}_N = \sum_{c=1}^N s_c \mathbf{e}_c, \quad (2.8)$$

სადაც s_1, s_2, \dots, s_N სიგნალის კოორდინატებია; $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N$ არის საბაზისო ვექტორები, ხოლო N სივრცის განზომილებაა.

ცხადია, ვექტორთა ამ სივრცეში განსაზღვრულია მათი შეკრების და სკალარული გამრავლების წესი. ასეთ სივრცეს წრფივ სივრცესაც უწოდებენ [3]; ძნელია არაა შევამოწმოთ რომ მისთვის სრულდება მეტრული სივრცის აქსიომები [4] და გვაქვს, რომ ეს არის ეკლიდეს სივრცე [3], სადაც მანძილის კვადრატი ნებისმიერ ორ ვექტორს (სიგნალს) შორის, რომელსაც ეკლიდური მანძილის კვადრატს უწოდებენ, ტოლია:

$$d_E^2(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \sum_{k=1}^N (s_{ik} - s_{jk})^2; \quad (2.9)$$

აქ s_{ik} და s_{jk} შესაბამისად \mathbf{s}_i და \mathbf{s}_j სიგნალების k -ური კოორდინატებია (კომპონენტებია).

განვიხილოთ ზემოთ აღწერილი სივრცის მაგალითი ორგანზომილებიანი ($N = 2$) სიგნალებისათვის.

ვახვეწოთ, რომ $x_1 = \sqrt{2/T_s} \cos \tilde{\Sigma}_0 t$ და $x_2 = -\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t$ ფუნქციები $[0, T_s]$ ინტერვალში ქმნიან ორთონორმირებულ ბაზისს, როცა $\tilde{\Sigma}_0 T_s \gg 1$.
 ჯერ ვახვეწოთ, რომ მოცემული ფუნქციები ორთოგონალურებია, ე.ი.

$$-\int_0^{T_s} \left[\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t \cdot \sqrt{2/T_s} \cos \tilde{\Sigma}_0 t \right] dt = 0. \quad (2.10)$$

გარდავქმნათ (2.10)-ის მარცხენა მხარე შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_s} \left[\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t \cdot \sqrt{2/T_s} \cos \tilde{\Sigma}_0 t \right] dt &= (1/T_s) \cdot \int_0^{T_s} \left(\sin 2\tilde{\Sigma}_0 t + \sin 0^0 \right) dt = \\ &= \frac{1}{2\tilde{\Sigma}_0 T_s} \cos 2\tilde{\Sigma}_0 t \Big|_0^{T_s} = -\frac{\cos 2\tilde{\Sigma}_0 T_s}{2\tilde{\Sigma}_0 T_s} + \frac{\cos 0^0}{2\tilde{\Sigma}_0 T_s}; \end{aligned}$$

რადგანაც $\cos 2\tilde{\Sigma}_0 T_s \leq 1$, $\cos 0^0 = 1$ და $\tilde{\Sigma}_0 T_s \gg 1$, მაშინ

$$-\frac{\cos 2\tilde{\Sigma}_0 T_s}{2\tilde{\Sigma}_0 T_s} + \frac{\cos 0^0}{2\tilde{\Sigma}_0 T_s} = 0,$$

ე.ი. სრულდება (2.10) პირობა, რაც იმას ნიშნავს, რომ $-\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t$ და $\sqrt{2/T_s} \cos \tilde{\Sigma}_0 t$ ფუნქციები ორთოგონალურებია.

ახლა ვახვეწოთ, რომ ეს ფუნქციები ნორმირებულია, ე.ი. მათი ნორმები 1-ის ტოლია.

$-\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t$ ფუნქციის ნორმა:

$$\left\| -\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t \right\| = \left[\int_0^{T_s} \left(-\sqrt{2/T_s} \sin \tilde{\Sigma}_0 t \right)^2 dt \right]^{1/2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \left[(1/T_s) \cdot \int_0^{T_s} (1 - \cos 2\check{S}_0 t) dt \right]^{1/2} = \left[1 - (1/T_s) \cdot \int_0^{T_s} \cos 2\check{S}_0 t dt \right]^{1/2} = \\
&= \left[1 - \frac{1}{2\check{S}_0 T_s} \sin 2\check{S}_0 t \Big|_0^{T_s} \right]^{1/2} = \left[1 - \frac{1}{2\check{S}_0 T_s} (\sin 2\check{S}_0 T_s - \sin 0^0) \right]^{1/2} = \left[1 - \frac{\sin 2\check{S}_0 T_s}{2\check{S}_0 T_s} \right]^{1/2} ;
\end{aligned}$$

რადგანაც $\sin 2\check{S}_0 T_s \leq 1$ და ვთვლით, რომ $\check{S}_0 T_s \gg 1$, ამიტომ $\|-\sqrt{2} \sin \check{S}_0 t\| = 1$.

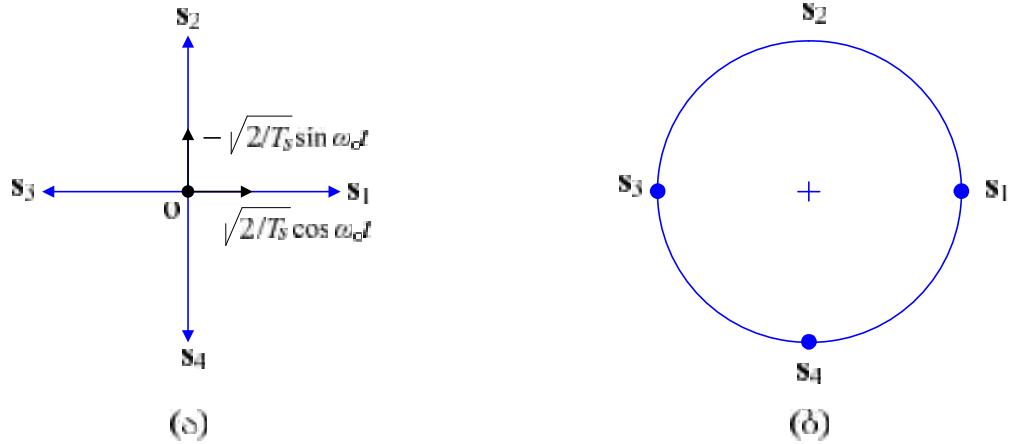
ანალოგიურად შეიძლება მარტივად მივიღოთ, რომ $\|\sqrt{2/T_s} \cos \check{S}_0 t\| = 1$;

ე.ი. ვღებულობთ, რომ ფუნქციები $\sqrt{2/T_s} \sin \check{S}_0 t$ და $\sqrt{2/T_s} \cos \check{S}_0 t$ ორთონორმირებულეებია და ქმნიან გარკვეულ ბაზისს.

მაგალითი. დაუშვათ გვაქვს ფაზამოდულირებული სიგნალთა ანსამბლი $M = 4$ სიგნალით:

$$\left. \begin{aligned}
s_1(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\check{S}_0 t + 0^0) \\
s_2(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\check{S}_0 t + 90^0) \\
s_3(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\check{S}_0 t + 180^0) \\
s_4(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\check{S}_0 t + 270^0)
\end{aligned} \right\} ; \quad (2.11)$$

თუ ამ სიგნალებს წარმოვადგენთ ვექტორების სახით ზემოთ აღწერილ ბაზისში, მათ ექნებათ ნახ. 2.2ა-ზე მოყვანილი სახე, სადაც სასიგნალო ვექტორთა ნორმა (სიგრძე) ტოლია $\sqrt{E_s}$. ამ დროს შესაბამისი კოორდინატებით წარმოდგენილი სიგნალებისათვის (2.11)-ს ექნება სახე:



ნახ. 2.2. სიგნალთა ვექტორული წარმოდგენა და სიგნალთა თანავარსკვლავედი

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= \sqrt{E_s} (1, 0) \\ \mathbf{s}_2 &= \sqrt{E_s} (0, 1) \\ \mathbf{s}_3 &= \sqrt{E_s} (-1, 0) \\ \mathbf{s}_4 &= \sqrt{E_s} (0, -1) \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

ხშირად ვექტორების ნაცვლად სიგნალებს წარმოადგენენ წერტილების სახით და მათ სასიგნალო თანავარსკვლავედსაც უწოდებენ (ნახ. 2.2ბ).

2.3. ორგანზომილებიანი სიგნალთა ანსამბლები

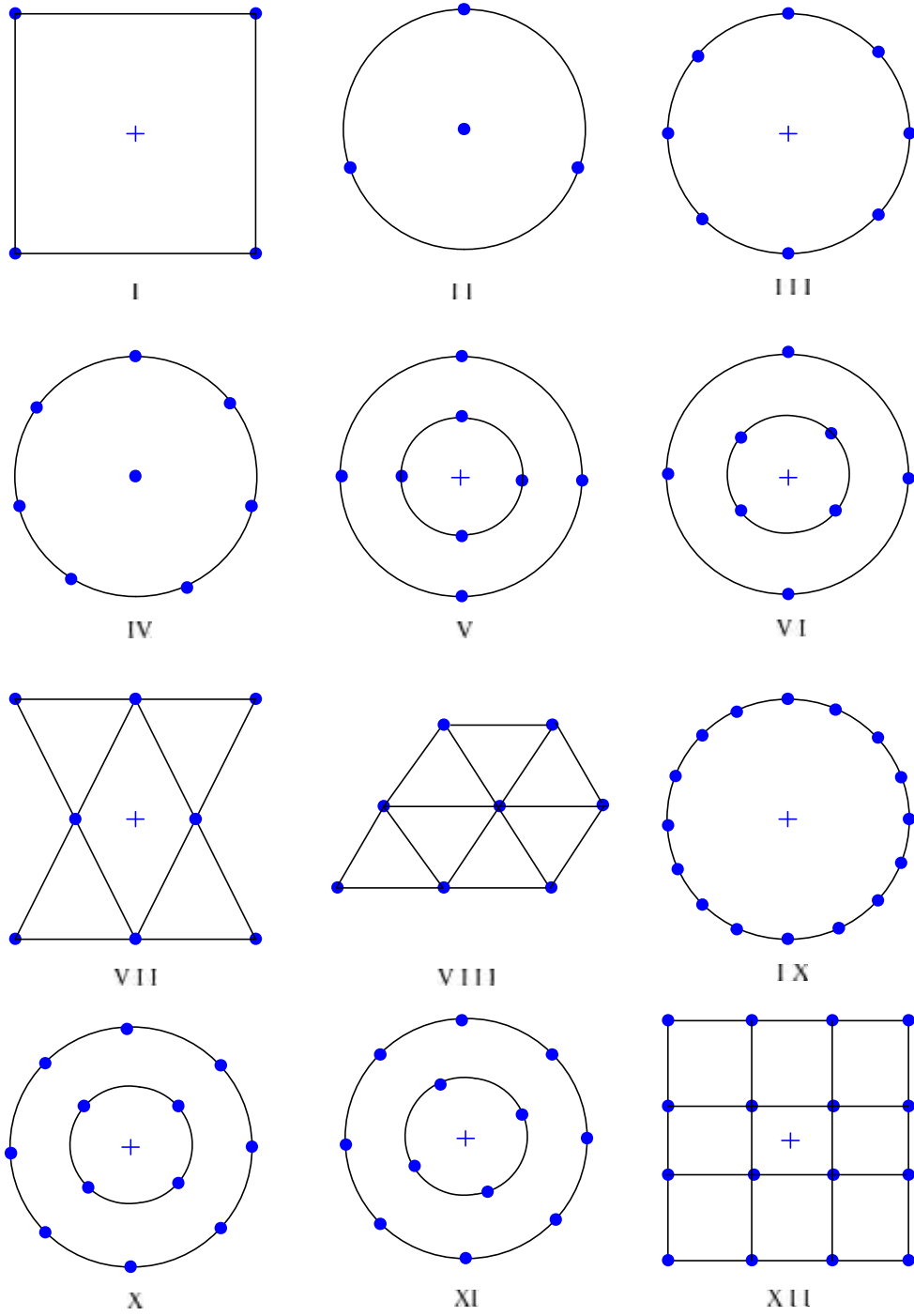
დღეისათვის პრაქტიკაში უმეტესად გამოიყენებიან ორგანზომილებიანი სიგნალები ანუ სიგნალები, რომლებიც წარმოდგენილი არიან ორგანზომილებიან ორთონორმირებულ ბაზისში (იხ. პარაგრაფი 2.2). ასეთი სიგნალის რამოდენიმე მაგალითი მოყვანილია ნახ. 2.3–ზე [1],[2].

სიგნალის ეფექტურობის შესაფასებლად ჩვენ ვიყენებთ სპექტრულ ეფექტურობას ($S_E = \log_2 M$, ბიტი/წმ/ჰც) და ევკლიდური მანძილის კვადრატს, რომელიც ორ $s_1(t)$ და $s_2(t)$ სიგნალს შორის ზოგადად ასე გამოითვლება [1],[2]:

$$d_E^2(s_1(t), s_2(t)) = \int_0^{T_s} [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt = \sqrt{E_s} \sum_{k=1}^N (s_{1k} - s_{2k})^2, \quad (2.13)$$

სადაც N სიგნალის განზომილებაა, s_{ik} არის i -ური სიგნალის k -ური კოორდინატი. ევკლიდური მანძილის კვადრატი (უფრო ზუსტად მანძილთა სპექტრი $\{d_E^2\}$) გაუსის არხში პრაქტიკულად განსაზღვრავს სიგნალის შეცდომით მიღების ალბათობას, ანუ შეცდომის ალბათობას (P_s). რეალუ-

$$P_s = f\left(\{d_E^2\}\right); \quad (2.14)$$



ნახ. 2.3. ორგანოზომილებიანი სიგნალები

რად ესაა სიდიდე, რომლის მნიშვნელობაც განსაზღვრავს სისტემის ხელშეშლამდგრადობას.

ზოგადად ხელშეშლამდგრადობა დამოკიდებულია როგორც გადასაცემი სიგნალის სტრუქტურაზე, ასევე მისი მიღების მეთოდზე. ოპტიმალური მიღების შემთხვევაში რეალიზდება პოტენციური ხელშეშლამდგრადობა და სისტემის შემდგომი ოპტიმიზაცია ხორციელდება სიგნალთა საუკეთესო თანავარსკვლავედის (ანსამბლის, სისტემის) შერჩევით [1],[2],[5]-[8].

როგორც ზემოთ მიუთითებდით, ზოგიერთ სიგნალთა თანავარსკვლავედი ნაჩვენებია ნახ. 2.3-ზე. აქ უმარტივესია I თანავარსკვლავედი, სადაც სასიგნალო წერტილები განთავსებულები არიან კვადრატის წვეროებზე. შესაბამისად ელემენტარულ სიგნალთა რაოდენობა $M = 4$. მის რეალიზაციას წარმოადგენს ოთხობითი ფაზამოდულირებული სიგნალი. II თანავარსკვლავედი შეიცავს წრეზე განთავსებულ, ერთმანეთისაგან თანაბრად დაშორებულ სამ სიგნალს მეოთხე სიგნალი განთავსებულია კოორდინატთა სათავეში. ესაა ოთხობითი ($M = 4$) სიგნალთა სისტემა ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით. III თანავარსკვლავედი შეიცავს წრეზე განთავსებულ და თანაბრად დაშორებულ რვა სიგნალს ($M = 8$). ესაა სისტემა რვაობითი ფაზური მოდულაციით. IV თანავარსკვლავედი ანალოგურია II-ის, მხოლოდ აქ წრეზე შვიდი თანაბრად დაშორებული სიგნალებია განთავსებული (აქ $M = 8$). V-ში სასიგნალო წერტილები განლაგებული არიან კოორდინატთა სათავეში გამავალ სხივებზე. ესაა რვაობითი სიგნალი ($M = 8$) ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით. VI წარმოადგენს მოდიფიცირებულ V თანავარსკვლავედს, სადაც სიგნალთა შიდა თანავარსკვლავედი მობრუნებულია 45^0 -ით. აქ უფრო თანაბრადაა სივრცე შევსებული სიგნალებით და სისტემას აქვს უკეთესი მანძილთა

სპექტრი. VII და VIII თანაგარსკვლავედში სასიგნალო წერტილები განთავსებულები არიან სამკუთხედთა წვეროებზე. ესენია რვაობითი ($M=8$) სიგნალები ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით. VIII-ს VII-თან შედარებით აქვს უფრო მკვერივი სიგნალთა განლაგება სივრცეში. IX არის თექვსმეტობითი ფაზამოდულირებული სიგნალი ($M=16$). X და XI მსგავსებია V და VI თანაგარსკვლავედებისა, ოღონდ აქ $M=12$. XII-ს სიმეტრიული კონფიგურაცია რეალიზებულია სიგნალთა განთავსებით კვადრატული ქსელის წვეროებში, რაც განაპირობებს მათ ფართო გამოყენებას.

ერთ და მრავალგანზომილებიანი ($N > 2$) სიგნალთა სისტემების მაგალითები მოყვანილია [1],[2],[8]-ში, სადაც მოცემულია გამოსახულებები შეცდომის ალბათობათა საანგარიშოდ სიგნალთა ფართო სპექტრისათვის.

2.4. სიგნალთა ოპტიმალური მიღება გაუსის ხელშეშლებისას

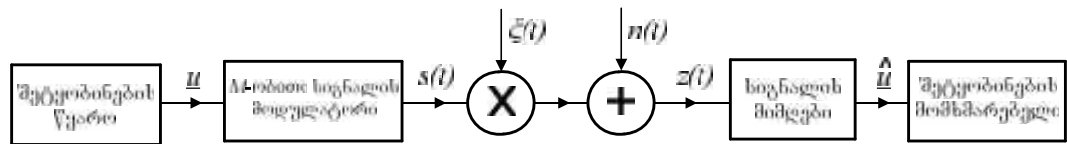
როგორც ზემოთ აღვნიშნავდით, სიგნალი გადაცემის პროცესში, ხელშეშლების ზეგავლენით, განიცდის დამახინჯებას, რასაც საბოლოო ჯამში მიყვავართ შეცდომებამდე. სისტემის უნარს, შეამციროს ან თავიდან აიცილოს ხელშეშლების მოქმედება, სისტემის ხელშეშლამდგრალობა ეწოდება. მოცემული სიგნალის შემთხვევაში ხელშეშლამდგრალობა დამოკიდებულია კონკრეტულ მიმღებზე. მიმღებს, რომელიც უზრუნველყოფს შეცდომის ალბათობის მინიმალურ მნიშვნელობას, ოპტიმალური მიმღები ეწოდება და ის უზრუნველყოფს პოტენციურ (მაქსიმალურად შესაძლებელ) ხელშეშლამდგრალობას [9],[10].

ქვემოთ, ჩვენს მიერ წარმოდგენილი იქნება ისეთი სისტემის მოდელი, სადაც სიგნალის დამახინჯება გამოწვეულია არხში ფედინგის და გაუსის ხმაურის ზეგავლენით (იხ. გამოსახულება 1.1). მოცემულ შემთხვევაში, სიგნალის მიღებისას, ჩვენ მივმართავთ გარკვეულ ზომებს ფედინგის გავლენის შესამცირებლად, შევეცდებით ის დავიყვანოთ მინიმუმამდე და შემდგომში მიმღების ოპტიმიზაცია მოვახდინოთ გაუსის არხისათვის.

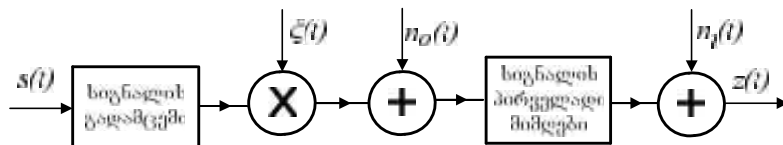
აქედან გამომდინარე, მოცემულ პარაგრაფში ჩვენ წარმოვადგენთ ოპტიმალური მიმღების სტრუქტურას იმ შემთხვევისათვის, როცა სიგნალზე მოქმედებს მხოლოდ ადიტიური თეთრი გაუსის ხმაური.

შეტყობინების გადაცემის სისტემის სქემა ნაჩვენებია ნახ. 2.4ა-ზე; იქვე მოყვანილია კავშირის არხის ფუნქციური სქემაც (ნახ. 2.4ბ). ითვლება, რომ შეტყობინების წყარო გვაძლევს საინფორმაციო მიმღევრობას $\underline{u} = u_1, u_2, \dots$, რომლის ნებისმიერი, T_s ხანგრძლიობის, i -ური სიმბოლო არის M -ობითი - $u_i \in \{0, 1, \dots, (M-1)\}$ გამოჩენის აპრიორული ალბათობით $P(u_i) = 1/M$.

იმ შემთხვევაში, როცა სიგნალის მოდულატორს მიეწოდება რომელიმე u_i საინფორმაციო სიმბოლო, მის გამოსასვლელზე გვაქვს შესაბამისი M -ობითი სიგნალი $s_i(t)$, რომელიც თავის მხრივ მიეწოდება კავშირის არხის შესასვლელს და გადაიცემა სიგნალის გადამცემის საშუალებით. არხში სიგნალზე მოქმედებენ მულტიპლიკატიური ($\xi(t)$) და ადიტიური ($n(t)$) ხელშეშლები; შესაბამისად არხის გამოსასვლელზე



(ა)



(ბ)

ნახ. 2.4. შეტყობინების გადაცემის სისტემის ზოგადი სქემა

გვაქვს სიგნალი $z(t) = \langle t \rangle s(t) + n(t)$. როგორც არხის ფუნქციური სქემიდან ჩანს $n(t) = n_0(t) + n_i(t)$, სადაც $n_0(t)$ არის გაუსის ხელშეშლა, რომელიც წარმოიშობა მიმღები სისტემის გარეთ (ისევე როგორც $\langle t \rangle$), ხოლო $n_i(t)$ სიგნალის პირველადი მიმღების შიგნით წარმოშობილი გაუსის ხელშეშლაა. არხის გამოსასვლელი ფაქტობრივად წარმოადგენს სიგნალის პირველადი მიმღების გამოსასვლელს, საიდანაც სათანადოდ ფორმირებული სიგნალი $z(t)$ მიეწოდება სიგნალის მიმღებს (მას ხშირად სიგნალის დეტექტორსაც უწოდებენ), რომელშიც გარკვეული ალბათობით ხდება გადმოცემული სიგნალის იდენტიფიკაცია და შემდგომ, შესაბამისად, გადმოცემული u_i სიმბოლოს აღდგენა. სწორედ მოცემული ალბათობის მიქსიმიზაცია ანუ შეცდომის ალბათობის მინიმიზაცია წარმოადგენს სიგნალის მიმღების (ანუ დეტექტორის) ამოცანას.

შემდგომში, ჩანაწერების გამარტივების მიზნით $z(t), s(t)$ და $n(t)$ -ს ნაცვლად გამოვიყენებთ z, s და n -ს (ან მათ ჩავწერთ ვექტორების სახით).

დაუშვათ მიმღებს (დეტექტორს) შესასვლელზე მიეწოდება სიგნალისა და ხელშეშლის ჯამი $z = s_i + n$. აქ s_i არის M -ობითი u_i საინფორმაციო სიმბოლოს შესაბამისი გადმოცემული სიგნალი, რომლის გამოჩენის აპრიორული ალბათობა არის $P(s_i)$. მიმღები მოწყობილი უნდა იყოს ისე, რომ s_i სიგნალის მიღების პირობითი ალბათობა ანუ როგორც მას უწოდებენ აპოსტერიორული ალბათობა $P(s_i/z)$ იყოს ყველაზე დიდი:

$$P(s_i, z) > P(s_j, z); \quad i \neq j. \quad (2.15)$$

აქ s_j არის s_i -სგან განსხვავებული ნებისმიერი ერთ-ერთი სიგნალი სიგნალთა ანსამბლიდან.

თუ ჩვენი შემთხვევისათვის გამოვიყენებთ ჰიპოთეზათა თეორემას (ბაიესის ფორმულას) [11],[12]

$$P(s_i/z) = \frac{P(s_i) \cdot P(z/s_i)}{P(z)}, \quad (2.16)$$

მაშინ (2.15) მიიღებს სახეს:

$$P(s_i) \cdot P(z/s_i) > P(s_j) \cdot P(z/s_j) \quad (2.17)$$

ანუ

$$\frac{P(z/s_i)}{P(z/s_j)} > \frac{P(s_j)}{P(s_i)}; \quad (2.18)$$

ანსამბლის ყველა სიგნალის თანაბარ ალბათურობის შემთხვევაში (2.18)-დან გვექნება:

$$\frac{P(z/s_i)}{P(z/s_j)} > 1 \quad (2.19)$$

და ეს წარმოადგენს ოპტიმალური მიღების კრიტერიუმს, სადაც

$$\frac{P(z/s_i)}{P(z/s_j)} = 1 \quad (2.20)$$

ამ გამოსახულებას მსგავსების თანაფარდობასაც უწოდებენ.

თუ ვისარგებლებთ (2.8) გამოსახულებით, შეგვიძლია დავწეროთ

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \sum_{c=1}^N n_c \quad c, \\ \mathbf{z} &= \sum_{c=1}^N z_c \quad c. \end{aligned} \quad (2.21)$$

რადგანაც ვექტორ \mathbf{n} -ს აქვს გაუსის განაწილება, ამიტომ გაუსის განაწილება ექნებათ მის კოორდინატებსაც (n_c) [1],[2],[13] და მაშინ, (1.6) გამოსახულების შესაბამისად, შეგვიძლია დავწეროთ

$$P(n_c) = \frac{1}{\dagger \sqrt{2f}} \exp\left(-\frac{n_c^2}{2\dagger^2}\right); \quad (2.22)$$

აქ იგულისხმება, რომ პროცესის მათემატიკური ლოდინი $m=0$, ხოლო დისპერსია არის \dagger^2 . ვინაიდან გაუსის ხელშეშლის ცალმხრივი სპექტრალური სიმკვრივის ინტენსივობა $N_0 = 2\dagger^2$ [2],[13], (2.22) ასე ჩაიწერება:

$$P(n_c) = \frac{1}{\sqrt{2fN_0}} \exp\left(-\frac{n_c^2}{N_0}\right). \quad (2.23)$$

თუ ტოლობას, $\mathbf{z} = \mathbf{s}_i + \mathbf{n}$, ჩავწერთ \mathbf{z}, \mathbf{s}_i და \mathbf{n} -ის კოორდინატების მეშვეობით, გვექნება:

$$z_c = s_{ic} + n_c, \quad \text{საიდანაც } n_c = z_c - s_{ic}; \quad (2.24)$$

შევიტანოთ (2.24)-ის მარჯვენა ნაწილი (2.23)-ში და მივიღებთ:

$$P(z_c / s_{ic}) = \frac{1}{\sqrt{2fN_0}} \exp\left[-\frac{(z_c - s_{ic})^2}{N_0}\right]. \quad (2.25)$$

რადგანაც n_c კოორდინატები ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელია, ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლები იქნებიან z_c კოორდინატებიც; მაშინ ორგანზომილებიანი სივრცისათვის (სიგნალებისათვის) გვაქვს:

$$P(\mathbf{z} / \mathbf{s}_i) = \prod_{c=1}^2 P(z_c / s_{ic}) = (fN_0)^{-1} \exp\left[-\frac{1}{N_0} \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic})^2\right]. \quad (2.26)$$

ამ გამოსახულების გათვალისწინებით (2.19) მიიღებს სახეს

$$\frac{\exp\left[-\frac{1}{N_0} \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic})^2\right]}{\exp\left[-\frac{1}{N_0} \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{jc})^2\right]} > 1, \quad (2.27)$$

რომლის ორივე ნაწილის გალოგარიტმების შემდეგ გვექნება სიგნალის მიღების ოპტიმალურობის პირობა

$$\sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic})^2 - \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{jc})^2 < 0; \quad (2.28)$$

(2.8) და (2.21)-ის გათვალისწინებით

$$z(t) - s_i(t) = \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic}) \cdot c(t). \quad (2.29)$$

ეს გამოსახულება შეიძლება ასე გადავწეროთ

$$[z(t) - s_i(t)]^2 = \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic})^2 \cdot c^2(t); \quad (2.30)$$

მისი ორივე მხარის ინტეგრებით გვექნება [10],[13]:

$$\int_0^{T_s} [z(t) - s_i(t)]^2 dt = \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{ic})^2, \quad (2.31)$$

რომლის ანალოგიით

$$\int_0^{T_s} [z(t) - s_j(t)]^2 dt = \sum_{c=1}^2 (z_c - s_{jc})^2. \quad (2.32)$$

მაშინ სიგნალის მიღების ოპტიმალურობის (2.28) პირობა ჩაიწერება ასე:

$$\int_0^{T_s} [z(t) - s_i(t)]^2 dt < \int_0^{T_s} [z(t) - s_j(t)]^2 dt, \quad (2.33)$$

ანუ

$$d_E^2[z(t), s_i(t)] < d_E^2[z(t), s_j(t)], \quad (2.34)$$

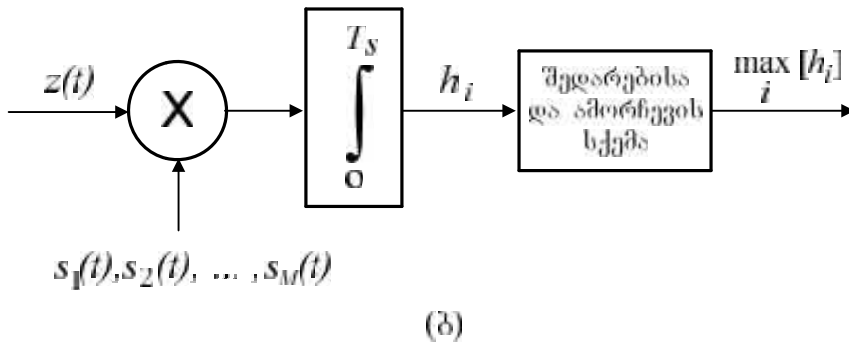
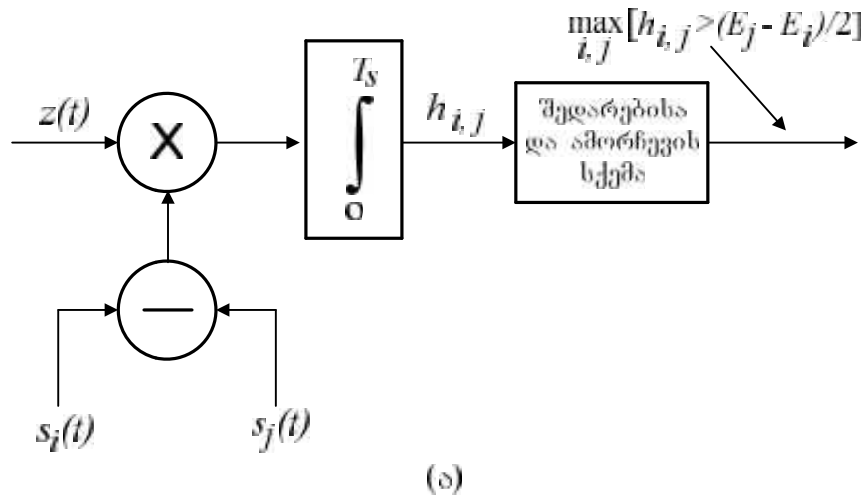
საიდანაც მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$\int_0^{T_s} z(t) \cdot [s_i(t) - s_j(t)] dt > \frac{E_j - E_i}{2}, \quad (2.35)$$

რომელშიც E_i და E_j შესაბამისად $s_i(t)$ და $s_j(t)$ სიგნალების ენერჯიებია და თუ ისინი ტოლებია (2.35) მიიღებს სახეს:

$$\int_0^{T_s} z(t) \cdot s_i(t) dt > \int_0^{T_s} z(t) \cdot s_j(t) dt. \quad (2.36)$$

ოპტიმალურ მიმღებთა სქემები, რომლებიც შეესაბამებიან (2.35) და (2.36) გამოსახულებებს მოყვანილი არიან შესაბამისად ნახ. 2.5ა და ნახ.



ნახ. 2.5. ოპტიმალურ მიმღებთა სქემები

2.5 ბ-ზე, საიდანაც ჩანს, რომ სიგნალთა ერთნაირი ენერგიების შემთხვევაში მიმღები კორელაციურია.

ძნელი არაა დავინახოთ, რომ ეს მიმღებები ოპტიმალურები არიან ნებისმიერ განზომილებიანი სივრცისათვისაც (სიგნალებისათვისაც).

ძირითადი შედეგები

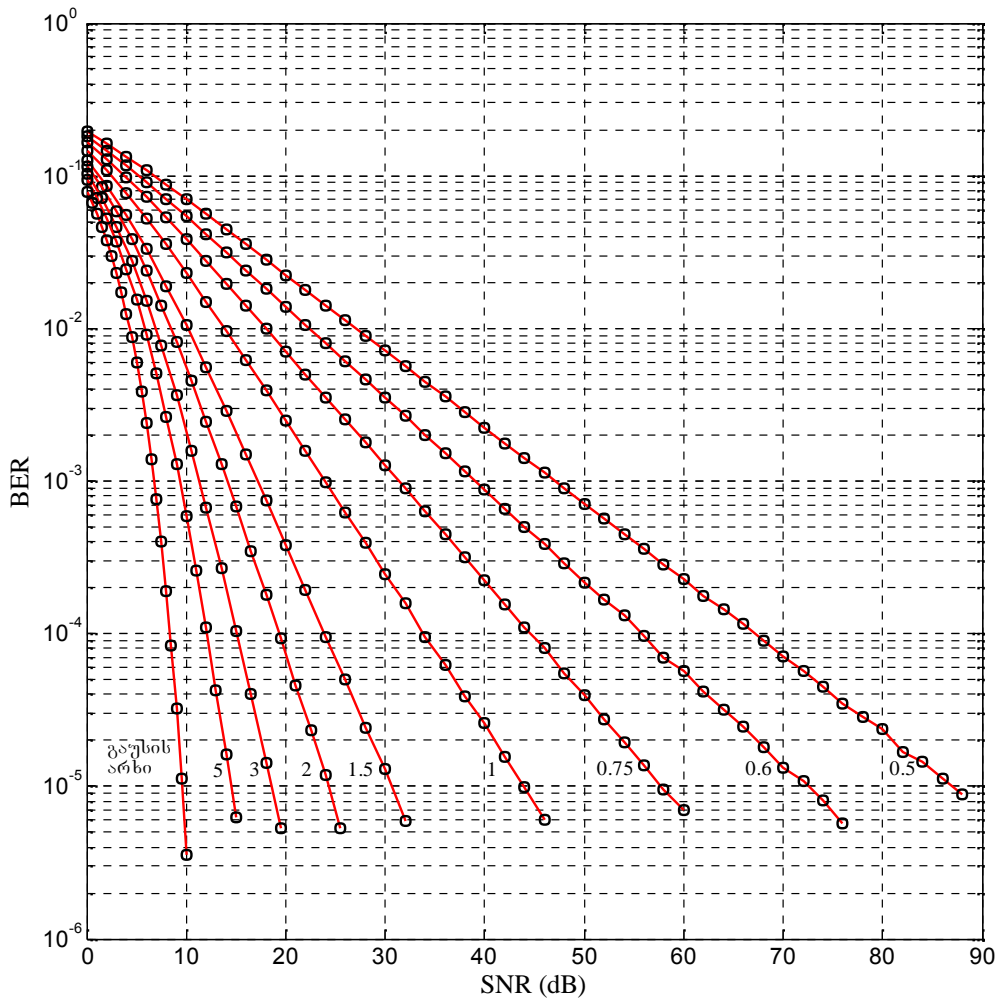
მოცემულ თავში განხილული იყო მოდულირებულ სიგნალთა აღწერა, მოყვანილია მისი პარამეტრები. ორგანზომილებიანი სიგნალებისათვის ნაჩვენებია ორთონორმირებული ბაზისის აგების პროცედურა. მოყვანილია მაგალითები ორგანზომილებიანი სიგნალებისა

თავი III. ფედინგის ბავჯენის შემცირების მეთოდები

3.1. ფედინგის გავლენა სიგნალების გადაცემაზე

როგორც აღნიშნული იყო, ჩვენ ვიხილავთ ნაკაგამის ფედინგის არსს ადრტიური თეთრი გაუსის ხმაურით. ვთვლით, რომ ფედინგი არის ნელი და სიხშირულად არასელექტიური.

იმისათვის, რომ შეგვეფასებინა ფედინგის გავლენა სიგნალის გადაცემის ხარისხზე, ჩატარებული იქნა კომპიუტერული მოდელირება [1], რომლის დროსაც ნაკაგამის ფედინგის არსში გადაიცემოდა ორობითი



ნახ. 3.1. ბიტზე შეცდომების სიჩქარის მახასიათებლები BPSK-თვის ნაკაგამის არსში

ფაზამოდულირებული სიგნალი (BPSK-Binary phase shift keying). შედეგები მოყვანილია ზემოთ, ნახ. 3.1-ზე.

ანალოგიური შედეგები მოყვანილია [2]-ში, ოღონდ ისინი მიღებული არიან თეორიულად. ნახაზზე მარცხენა კიდურა მრუდი შეესაბამება ფედინგის არარსებობის მდგომარეობას, ხოლო მარჯვენა კიდურა მრუდი შეესაბამება ფედინგის შემთხვევას, როცა $m = 0.5$. ნახაზიდან ჩანს, რომ თუ შეცდომების სიჩქარე ბიტზე (BER-Bit error rate) არის $P_b = 10^{-5}$, სიგნალი/ხელშემლის თანაფარდობის (SNR-Signal to noise ratio) საშუალო მნიშვნელობის მაქსიმალური დეგრადაცია, ფედინგის არარსებობის შემთხვევასთან შედარებით, აღწევს 80 დბ-ს, რაც არის კატასტროფული შედეგი; რელეის არხისათვის ($m=1$) მისი მნიშვნელობა 35 დბ-მდეა, რაც ასევე უდაოდ დიდი რიცხვია.

როგორც აღნიშნული იყო ნახ. 3.1-ზე მოყვანილი შედეგები შეესაბამება ფედინგიან არხში BPSK სიგნალის გადაცემას. ცნობილია [2]-[4], რომ ორგანზომილებიანი სიგნალებიდან ყველაზე მაღალი ხელშემლამდგრადობა გააჩნია ამ სიგნალს, ამიტომ შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ყველა სხვა ამ ტიპის სიგნალის გადაცემას ფედინგიან არხში ექნება უფრო ცუდი შედეგი, ვიდრე BPSK-ს. ამიტომ ვფიქრობთ, ნახ. 3.1-ზე მოყვანილი მახასიათებლები ქმნიან სიგნალის გადაცემის ხარისხზე ფედინგის უარყოფითი გავლენის ნათელ სურათს.

3.2. სიგნალთა მრავლობითი გადაცემა

იდეა, რომ ფედინგის გავლენის შესამცირებლად გამოყენებული იქნას ერთი და იგივე სიგნალის მრავლობითი გადაცემა, საკმაოდ ძველია და მას ახორციელებენ სიგნალის მრავალჯერადი ან პარალელური გადაცემით [2],[5]-[16]. ცხადია, ამ დროს შესაბამისად უმჯობესდება SNR-ის მაჩვენებლები. წარმოდგენილი მეთოდის რეალიზაციის მაგალითებია:

1. სიგნალის მრავალჯერადი გადაცემა დროში – მეთოდი ხორციელდება ერთი და იგივე სიგნალის მიმდევრობით გადაცემით დროის რამდენიმე ინტერვალში.
2. სიგნალის პარალელური გადაცემა სიხშირის მიხედვით – მეთოდი ხორციელდება ერთი და იგივე სიგნალის პარალელურად გადაცემით რამდენიმე, სხვადასხვა გადამტან სიხშირეზე.
3. სიგნალის პარალელური გადაცემა სივრცეში – მეთოდი ხორციელდება ერთი და იგივე სიგნალის პარალელურად გადაცემით რამდენიმე მიმართულებით შესაბამის ანტენაზე, რომლებიც, სასურველია ერთ-მანეთისაგან დაშორებულნი იყვნენ მანძილით არანაკლებ 10} (პარალელური მიმართულებების არაკორელირებულობის პირობა), სადაც } ტალღის სიგრძეა. ხშირად ამ ანტენებს მიმორიგებულ ანტენებსაც უწოდებენ, ხოლო სიგნალთა მიღების პროცესს – მიმორიგებულ მიღებას.

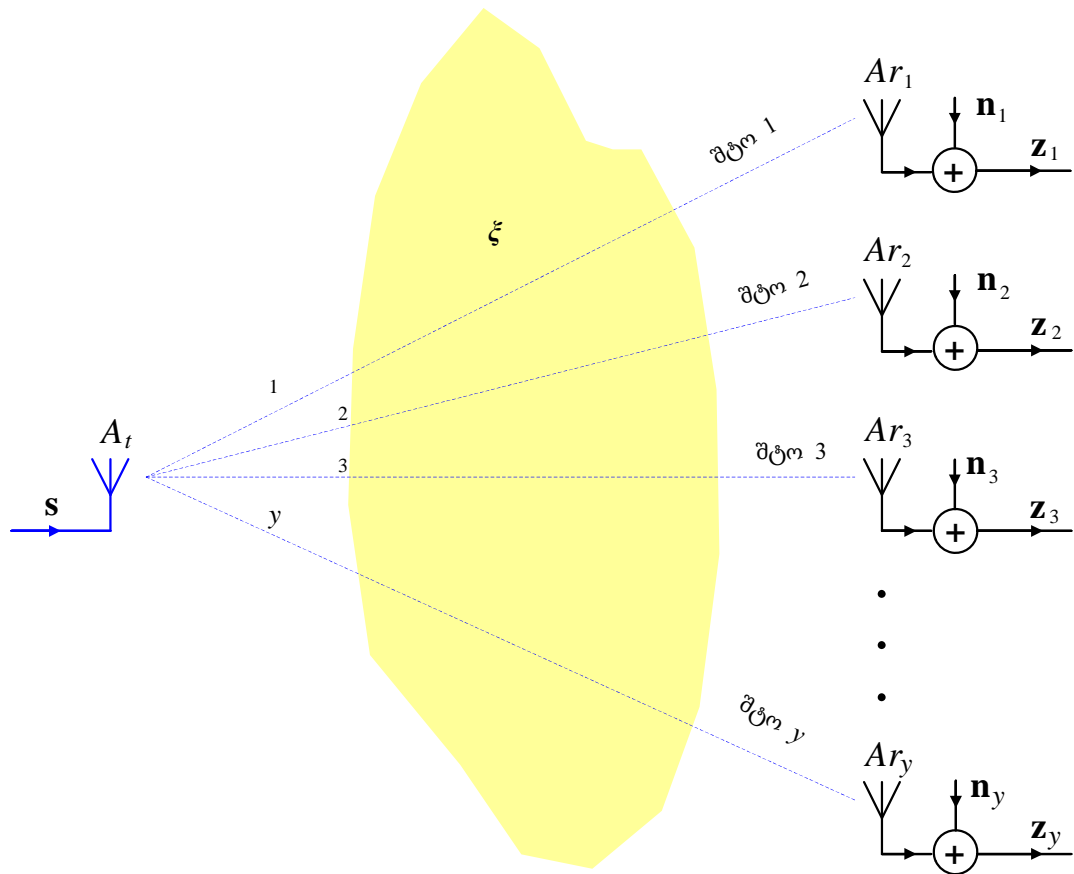
დღეისათვის ყველაზე ფართოდ გავრცელებულია მე-3 ვარიანტი [2],[5]-[10], რომლის სქემატური გამოსახულება ნაჩვენებია ნახ. 3.2-ზე, სადაც i -ურ გამოსასვლელზე არსებული სიგნალი ტოლია:

$$\mathbf{z}_i = \langle_i \cdot \mathbf{s}_i + \mathbf{n}_i; \quad (3.1)$$

აქ \langle_i არის T_s დროის განმავლობაში არსებული ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი რიცხვი.

მოყვანილ სქემაზე გადამცემი ანტენების რაოდენობა $N_t=1$, ხოლო მიმღებისა $N_r=y$. ვინაიდან ვთვლით, რომ ფედინგი არის ნელი და სიხშირულად არასელექტიური, გვაქვს, რომ T_s დროის განმავლობაში $= \text{const}$ და ვუშვებთ, რომ აქ ის სკალარული სიდიდეა ნაკაგამის განაწილებით.

უნდა ითქვას, რომ ნახ. 3.2-ზე მოყვანილი იდეა პირველად რეალიზებული იყო 1927 წელს რადიოსატელეფონო კავშირის განხორციელებისას მოკლედტალღოვან დიაპაზონში.

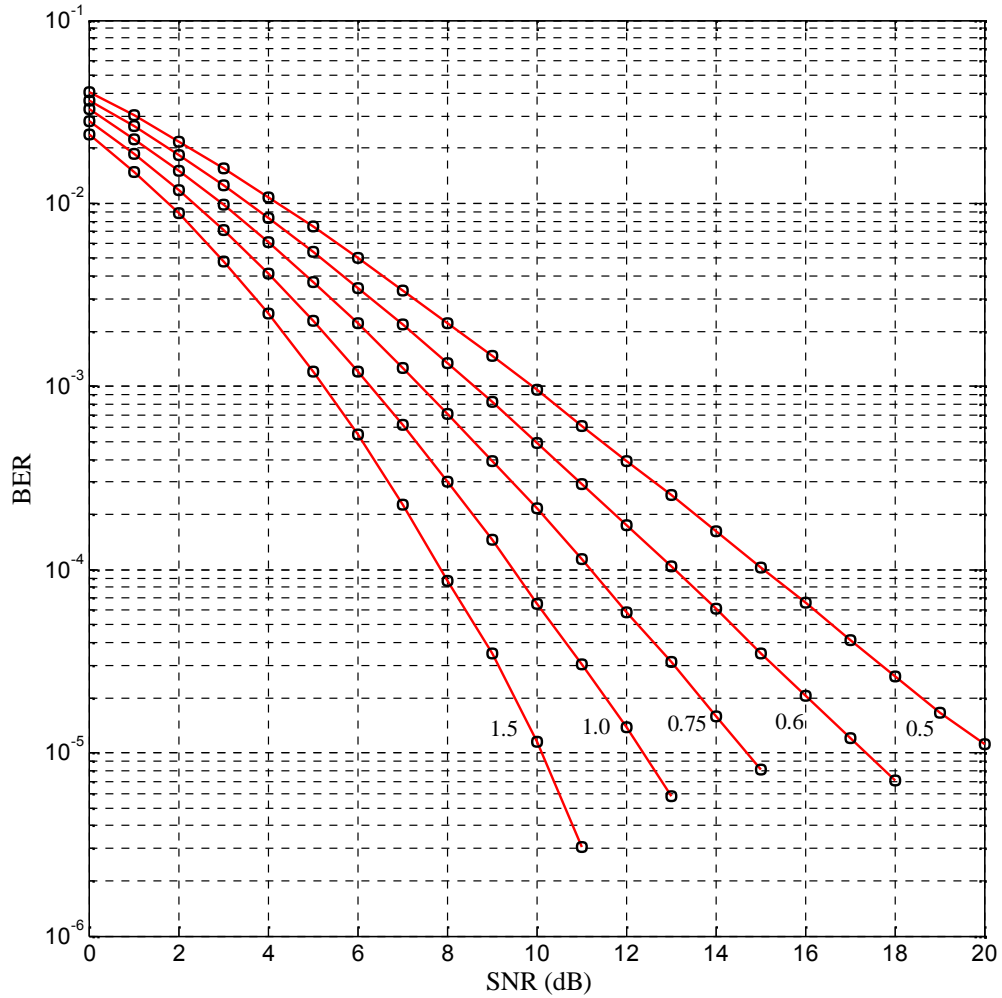


ნახ. 3.2. სიგნალის პარალელური გადაცემა სივრცეში

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ფედინგიანი არხის არსებობისას უმთავრეს მიზანს წარმოადგენს შემცირდეს ფედინგის გავლენა ისე, რომ არხი რაც შეიძლება მიუახლოვდეს გაუსისას. ამის შემდეგ უკვე შესაძლებელი იქნება განხორციელდეს სიგნალის მიღება ისეთი ოპტიმალური მიმღებით, როგორიც ნახ. 2.5-ზეა ნაჩვენები.

უნდა ითქვას, რომ ნახ. 3.2-ზე ნაჩვენები სქემა ამის საშუალებას იძლევა. ერთი შეხედვით ეს ჩანს თუნდაც იქედან, რომ ζ -ის შემთხვევითი მნიშვნელობების დროს აუცილებლად მოიძებნება შტო ζ -ის მაქსიმალური მნიშვნელობით, ე.ი. შტო მინიმალური ფედინგით [1],[10],[11],[16]. ამ პრინციპის გამოყენებით BPSK სიგნალისათვის ჩატარებული იქნა კომპიუტერული მოდელირება ნაკაგამის მულტიპლიკატიური ხელშეშლის

მოქმედების შემთხვევაში, როცა მიმღები ანტენების რაოდენობა $N_r = 4$, ხოლო ფედინგის პარამეტრები $m=0.5$; $m=0.6$; $m=0.75$; $m=1.0$; $m=1.5$. მიღებული შედეგები მოყვანილია ნახ. 3.3-ზე [1]. როგორც აქედან და ნახ. 3.1-დან ჩანს ენერგეტიკულმა მოგებებმა (S) შეადგინა: $S(m=0.5) \approx 65$ დბ; $S(m=0.6) \approx 55$ დბ; $S(m=0.75) \approx 40$ დბ; $S(m=1.0) \approx 30$ დბ; $S(m=1.5) \approx 20$ დბ BER= 10^{-5} -ის დროს. მიღებული შედეგები მნიშვნელოვანია, რაც მიუთითებს სიგნალების სივრცეში პარალელური გადაცემის მეთოდის გამოყენების ღირსებებზე და ზრდის კვლევების გაგრძელების მოტივაციას მოცემული მიმართულებით.

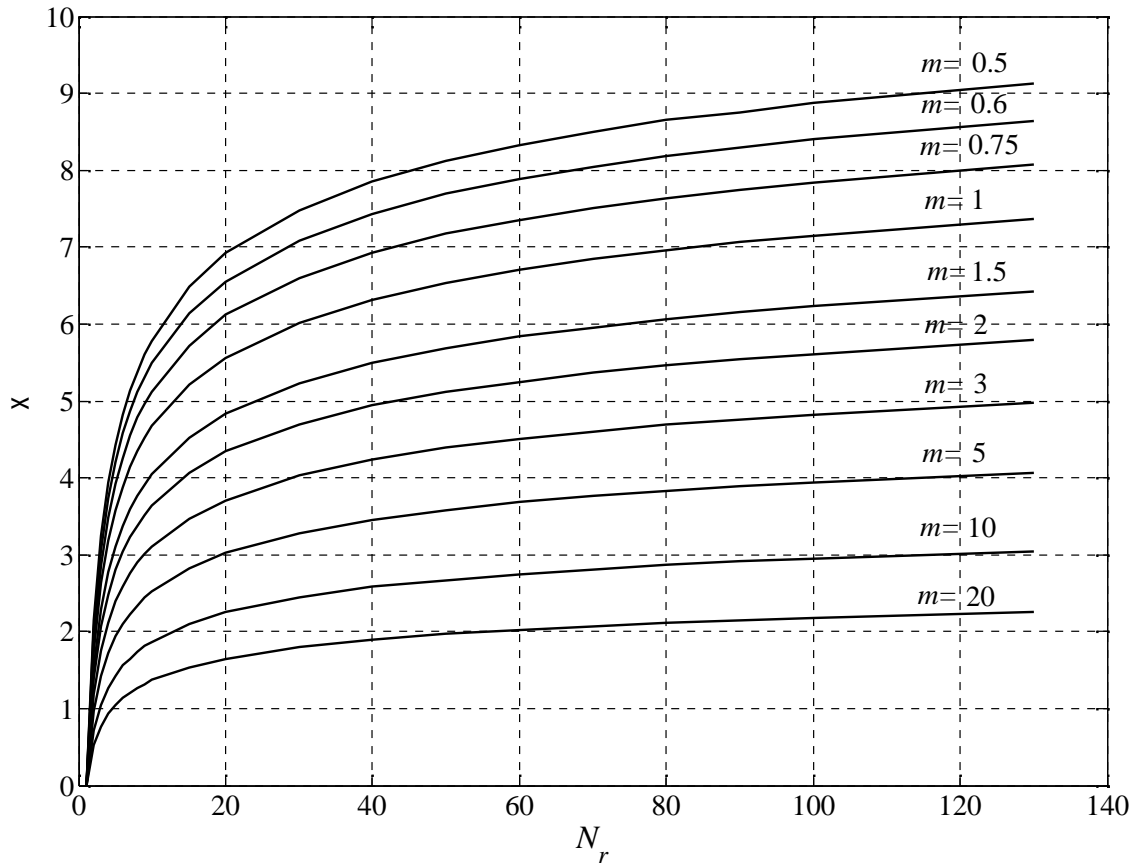


ნახ. 3.3. ბიტზე შეცდომის სიხარის მახასიათებლები BPSK-თვის, ნაკაგამის არხში, როცა $N_r = 4$

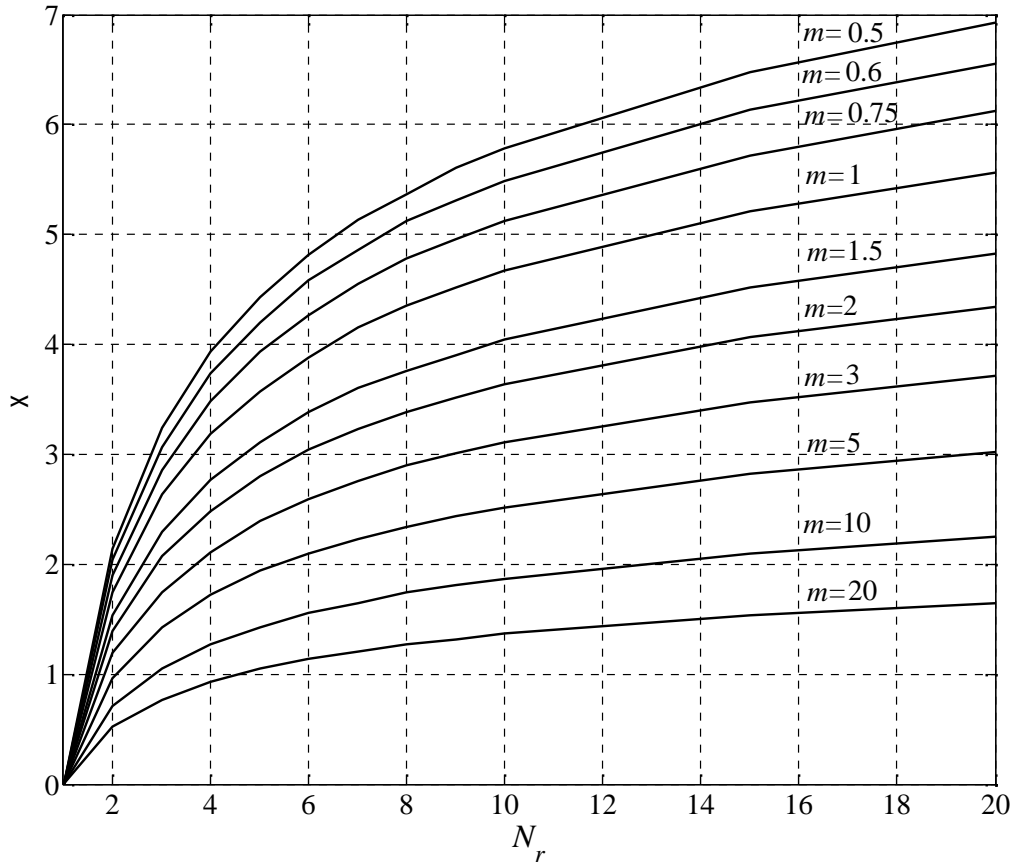
ნაშრომში [1], შეფასებულია მიმღები ანტენების რაოდენობის ზრდის გავლენა ენერგეტიკული მოგების მნიშვნელობაზე ნაკაგამის ფედინგის მოქმედებისას. განხილულია ასიმპტოტური შემთხვევა, კერძოდ შემთხვევა, როცა სიგნალისა და გაუსის ხელშეშლის ენერგიების ფარდობა $\text{SNR} \rightarrow \infty$. ამ დროს ენერგეტიკული მოგება $x = 10 \log_{10}(P_{a \max} / P_1)$, სადაც $P_{a \max}$ არის N_r მიმღები ანტენებიდან, ნაკაგამის ხელშეშლის, მაქსიმალური სიმძლავრეების საშუალო მნიშვნელობა; P_1 ნაკაგამის ხელშეშლის სიმძლავრეა

ერთი მიმღები ანტენის გამოყენებისას. როგორც [1]-შია აღნიშნული, ასეთი შეფასება საკმარისად კარგია შემთხვევებისათვის როცა $BER \leq 10^{-5}$.

ნახ. 3.4ბ-ზე მოყვანილიდან ჩანს, რომ სიგნალის პარალელური გადაცემის მეთოდი განსაკუთრებით ეფექტურია, როცა მიმღები ანტენების



ა)



ბ)

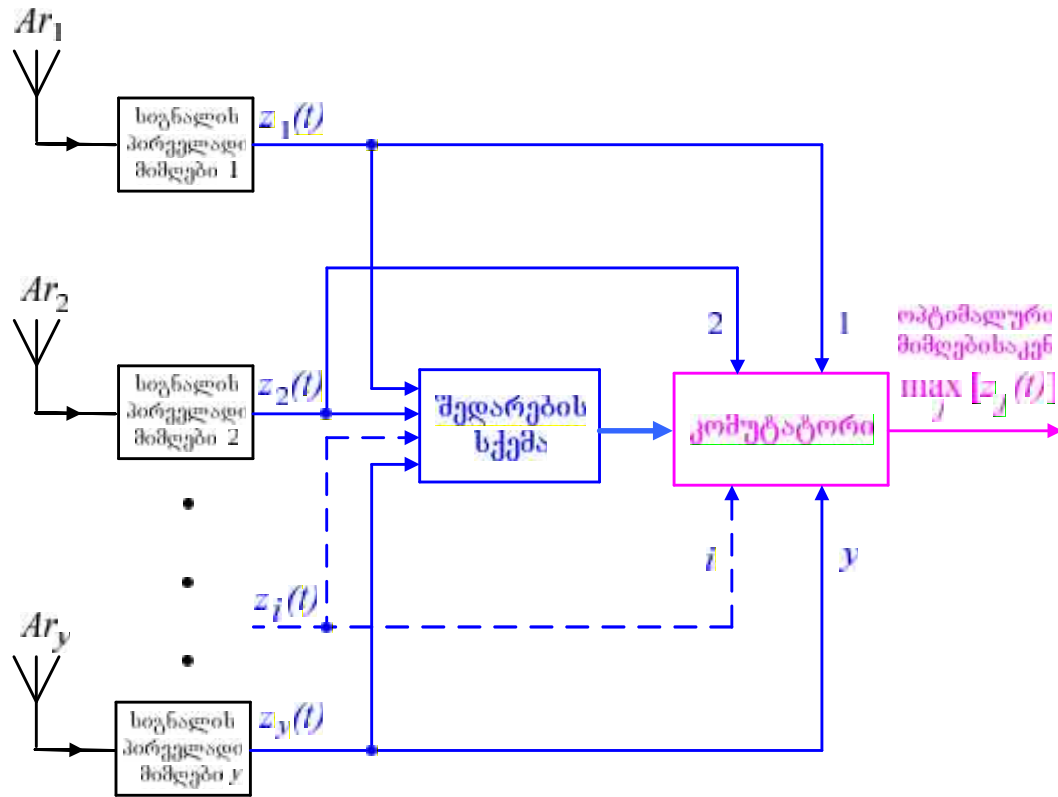
ნახ. 3.4. მიმღები ანტენების რაოდენობის გავლენა ენერგეტიკულ მოგებაზე ნაკაბამის ფედინგის შემთხვევაში

რაოდენობა 16-20-მდეა.

3.3. სიგნალთა კომუტაციისა და აჯამვის სქემები

მოცემულ ნაშრომში ჩვენ ფედინგის გავლენის შემცირების სიგნალთა კომუტაციისა და ორ წრფივი აჯამვის სისტემას წარმოვადგენთ. ისინი, ზრდიან რა SNR-ის მნიშვნელობას, შესაბამისად ასუსტებენ ფედინგის გავლენას გადაცემულ სიგნალზე [12]-[16]. განვიხილოთ თითოეული მათგანი და შევაფასოთ მათი ეფექტურობა.

ა. სიგნალთა ავტოშერხვის სქემა. განვიხილოთ ფედინგის გავლენის შემცირების ყველაზე მარტივი – სიგნალთა კომუტაციის ანუ სიგნალ-



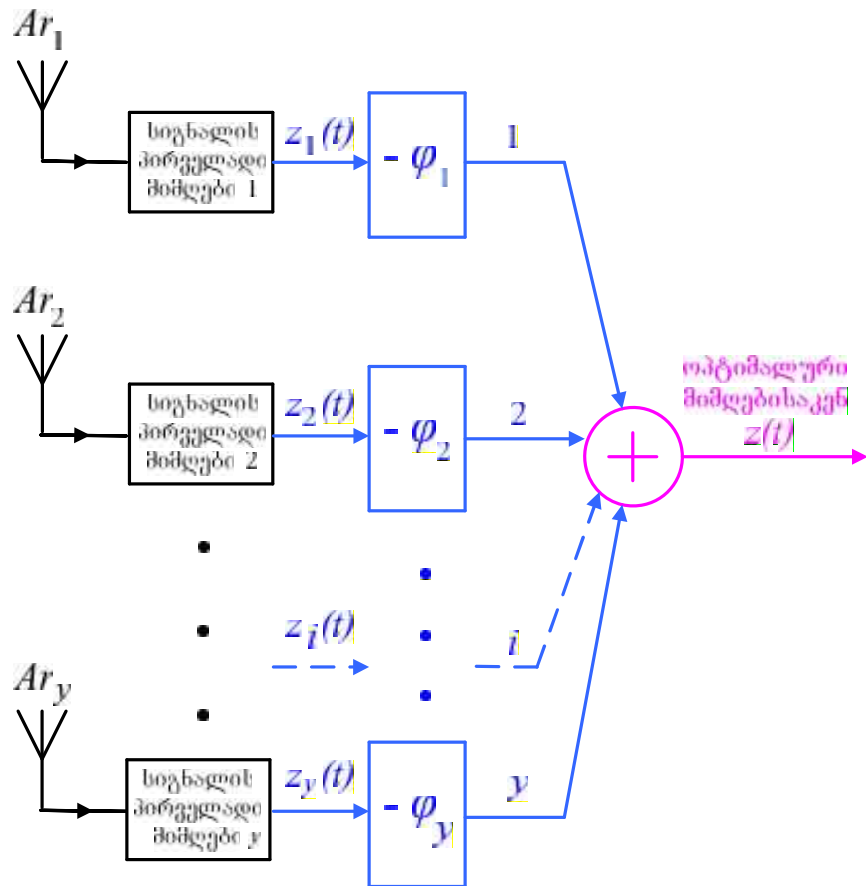
ნახ. 3.5. ფედინგის გავლენის შემცირების სტრუქტურული სქემა ავტოშერჩევით

თა ავტომატური შერჩევის (ავტოშერჩევის) სქემა. ის მოყვანილია ზემოთ, ნახ. 3.5-ზე. ეს არის სქემა, რომლის მუშაობის პრინციპი ეფუძნება საუკეთესო შტოს ამორჩევას სიგნალის მაქსიმალური დონის მიხედვით. სწორედ აღნიშნული სქემა იყო გამოყენებული მოდელირებისას, რომლის შედეგები ნახ. 3.3-ზე არის წარმოდგენილი.

სიგნალთა ავტოშერჩევის სქემის გამოყენებისას მის გამოსასვლელზე თანაფარდობა სიგნალი/ხელშეშლა ტოლია [15]:

$$\text{SNR} = \langle \max, \quad (3.2)$$

სადაც $\langle \max = \max\{\langle 1, \langle 2, \dots, \langle y\}$. აქ და შემდგომში გადმოცემული სიგნალის საშუალო ენერგია და გაუსის ხელშეშლის ენერგია ერთი ტოლია.



ნახ. 3.6. ფენიგის გავლენის შემცირების სტრუქტურული სქემა სიგნალთა წრფივი აჯამებით

ბ. სიგნალთა წრფივი აჯამების სქემა. ის მოყვანილია ზემოთ, ნახ. 3.6-ზე. აქ იგულისხმება, რომ სიგნალის ყველა პირველადი მიმღები იდენტურია. იდენტურია იმ გაგებით, რომ: ყველას აქვს ერთნაირი გადაცემის ფუნქცია; ამასთან თითოეულის გამოსასვლელზე არსებულ გაუსის ხელშეშლას აქვს ნულოვანი საშუალო მნიშვნელობა (მათემატიკური ლოდინი – m) და ერთნაირი დისპერსიები (σ^2).

როგორც ნახ. 3.6-დან ჩანს, აჯამებამდე ხდება ყველა $z(t)$ სიგნალის ფაზირება და ამიტომ ისინი ამჯამავის შესასვლელზე კოჰერენტულებია (ტოლსიხშირიანებია და თანხვედრაში, შესაბამისობაში არიან მათი საწყისი ფაზები). ამჯამავის გამოსასვლელზე არსებული სიგნალი

$$z(t) = \sum_{k=1}^y z_k(t). \quad (3.3)$$

რადგანაც შესაკრები სიგნალები კოჰერენტულია ცხადია, რომ სიგნალთა აჯამვისას ისინი შეიკრიბებიან მათი შესაბამისი ძაბვების ამპლიტუდების $U(t=iT_s)$ აჯამვის კანონით. აქედან ცხადია, ამჯამავის გამოსასვლელზე არსებულ $z(t)$ სიგნალს ექნება საშუალო ენერგია

$$\bar{E}_d = \left[\sum_{k=1}^y \langle_k \cdot \bar{U}(t=iT_s) \right]^2 = \left[\bar{U}(t=iT_s) \sum_{k=1}^y \langle_k \right]^2; \quad i=1,2,\dots; \quad (3.4)$$

თუ აქ ჩავთვლით, რომ გადმოცემული i -ური სიგნალის ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა $\bar{U}_i^2(\cdot)=1$, მაშინ $z(t)$ სიგნალის საშუალო ენერგია ტოლი იქნება:

$$\bar{E}_d = \left(\sum_{k=1}^y \langle_k \right)^2. \quad (3.5)$$

ზემოთ აღნიშნული იყო, რომ თითოეული შტოსთვის (თითოეული პირველადი მიმღების გამოსასვლელზე) გაუსის ხელშეშლის ენერგიები ტოლებია და თუ დაეუშვებთ, რომ თითოეული 1-ის ტოლია, გვექნება

$$N_{0d} = \sum_{k=1}^y N_{0k} = y, \quad (3.6)$$

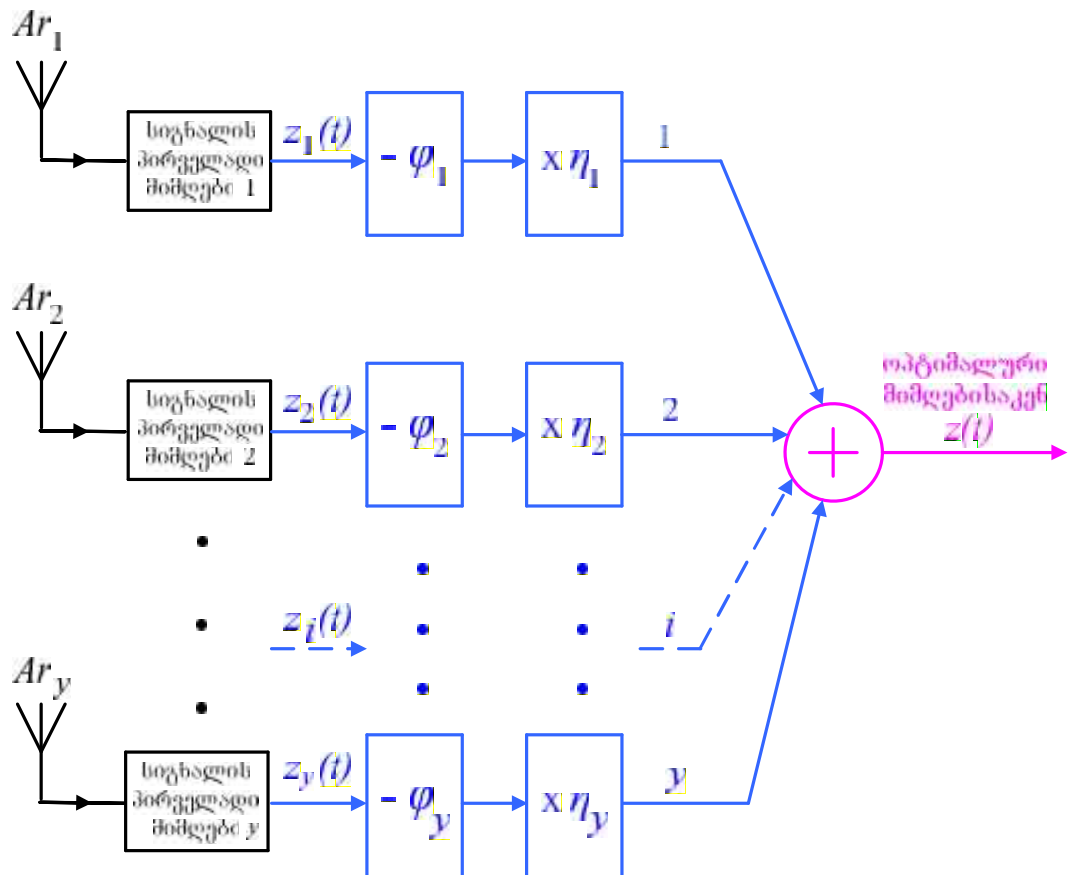
სადაც N_{0d} გაუსის ხელშეშლის ენერგიაა ამჯამავის გამოსასვლელზე; მაშინ იქვე თანაფარდობა სიგნალი/ხმაურთან ტოლი იქნება:

$$\text{SNR} = \frac{\left(\sum_{k=1}^y \zeta_k \right)^2}{y}. \quad (3.7)$$

გ. სიგნალთა წრფივი აჯამვის ოპტიმალური სქემა. ის ნაჩვენებია ქვემოთ, ნახ. 3.7-ზე.

მოცემულ სქემაში y კოეფიციენტები გამოითვლებიან გამოსახულებიდან [14],[15]:

$$y_k = c \cdot \frac{\zeta_k}{N_{0k}}. \quad (3.8)$$



ნახ. 3.7. ფედინგის გაფლენის შემცირების სტრუქტურული სქემა სიგნალთა ოპტიმალური წრფივი აჯამებით

თუ (3.8) გამოსახულებაში $c > 0$, მაშინ მიიღწევა SNR-ის მაქსიმალური მნიშვნელობა. ისე, როგორც წინა შემთხვევაში, თუ დავუშვებთ, რომ თითოეული k შტოსთვის $N_0=1$ და $\bar{U}_k^2(\cdot)=1$, გვექნება [14],[15]:

$$\text{SNR} = \frac{\left(\sum_{k=1}^y y_k \cdot \alpha_k \right)^2}{\left(\sum_{k=1}^y y_k \right)^2} = \sum_{k=1}^y \text{SNR}_k \quad (3.9)$$

სადაც SNR_k არის თანაფარდობა სიგნალი/ხელშეშლა k -ური შტოსათვის.

მოცემული სქემებისათვის იგულისხმება, რომ $\{ \cdot \}$ -სა და $\langle \cdot \rangle$ -ის მნიშვნელობები ზუსტადაა ცნობილი [14]. თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ არსებობს მეთოდები მათი რეალური მნიშვნელობების განსაზღვრის. მაგალითად, $\langle \cdot \rangle$ -ის განსაზღვრის მეთოდები მოყვანილია [17],[18]-ში.

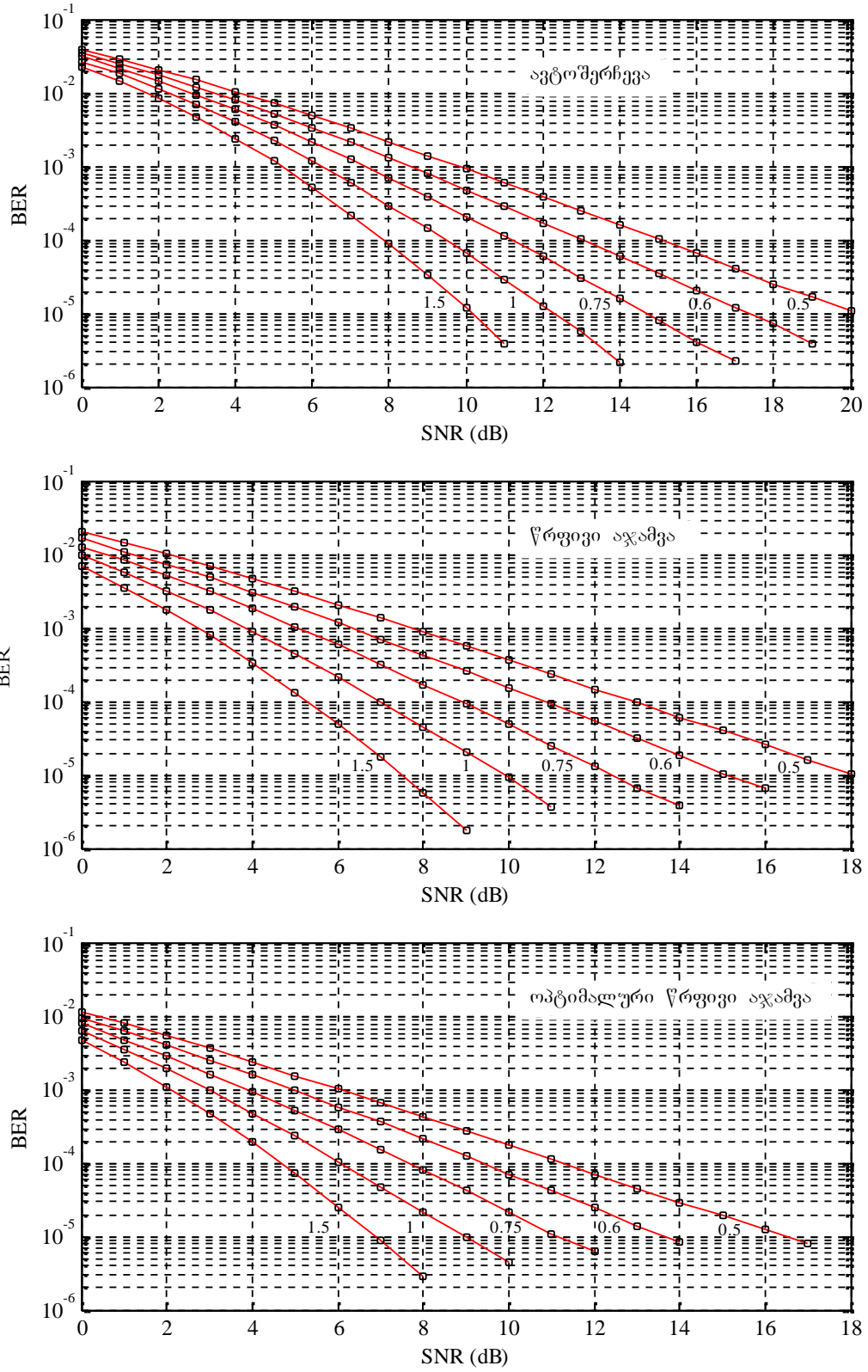
წარმოდგენილი სამი სქემიდან, სიმარტივით უდაოდ გამოირჩევა პირველი სქემა, რასაც შეიძლება გადამწვევტი მნიშვნელობა ჰქონდეს ღრმა ფედინგის შემთხვევებში (მაგ. მობილური კავშირის სისტემებში), რადგანაც თუნდაც მარტო $\{ \cdot \}$ -სა და $\langle \cdot \rangle$ -ის ზუსტად განსაზღვრა ამ პირობებში გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული [16].

3.4. მიმღებთა ეფექტურობის შეფასება მოდელირებით

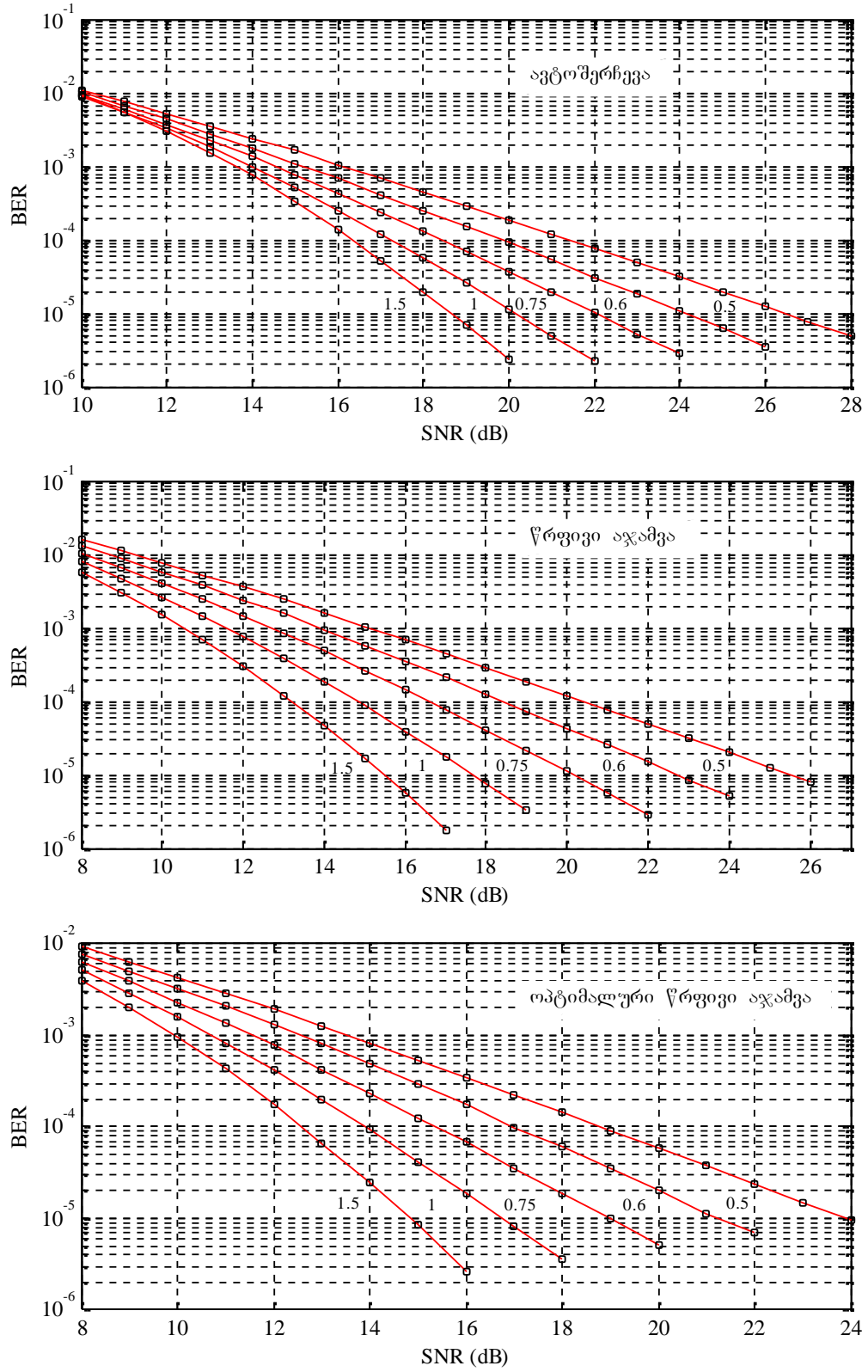
აქ, მიმღებთა ეფექტურობის შესაფასებლად ჩვენ გამოვიყენებთ კომპიუტერულ მოდელირებას, რომლის დროსაც ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი რიცხვების გენერაციას განვახორციელებთ პარაგრაფ

1.5-ში აღწერილი ალგორითმების შესაბამისად. ისინი იქნებიან ასევე გამოყენებული მომავალშიც, მოდელირების დროს.

ქვემოთ, 3.8 და 3.9 ნახაზებზე წარმოდგენილია სიგნალთა აღბა-



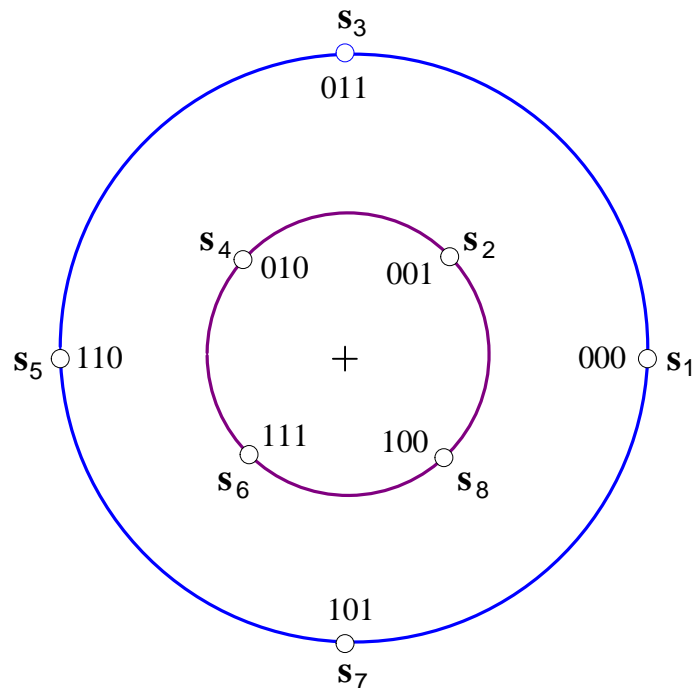
ნახ. 3.8. ბიტზე შეცდომის სიჩქარის მახასიათებლები BPSK სიგნალისათვის



ნახ. 3.9. ბიტზე შეცდომის სიხარის მახასიათებლები 8PSK სიგნალისათვის

თური მახასიათებლები ნაკაგამის არხისათვის ფედინგის პარამეტრებით: $m=0.5$; $m=0.6$; $m=0.75$; $m=1$; $m=1.5$. ნახ. 3.8-ზე მოყვანილი მონაცემები შეესაბამებოდა BPSK სიგნალის გადაცემას. ჩანს, რომ ყველაზე დრმა ფედინგის შემთხვევაში ($m=0.5$), $BER=10^{-5}$ -ის დროს, წრფივი აჯამვის სქემის გამოყენება იძლევა ენერგეტიკულ მოგებას, ავტოშერჩევის სქემასთან შედარებით, ≈ 2 დბ-ს, ხოლო ოპტიმალური წრფივი აჯამვა უგებს წრფივ აჯამვას ≈ 1.5 დბ-ით. რვაობითი ($M=8$) ფაზამოდულირებული სიგნალის შემთხვევაში (8PSK - 8-ary phase shift keying) შესაბამისად გვაქვს მოგებები ≈ 1 დბ და ≈ 1.5 დბ (იხ. ნახ. 3.9). ზოგადად, ყველა შემთხვევაში, ოპტიმალური წრფივი აჯამვის სქემა უგებს ავტოშერჩევისას 2.5-3.5 დბ-ს.

ჩვენს მიერ ასევე ჩატარებული იქნა იმიტაციური მოდელირება 8-ობითი ამპლიტუდა-ფაზამოდულირებული სიგნალის (8-ary amplitude-phase shift keying - 8APSK) გადაცემისა ნაკაგამის ფედინგიანი არხით. ამ დროს



ნახ. 3.10. 8APSK სიგნალთა სისტემა (ანსამბლი, თანავარსკვლავედი)

გამოყენებული იყო ნახ. 2.3-ზე მოყვანილი 8APSK სიგნალთა ანსამბლი (VI), რომელიც ნაჩვენებია აქაც, ზემოთ, ნახ. 3.10-ზე, სადაც ყოველ სიგნალს მიწერილი აქვს 3 საინფორმაციო ბიტისგან შედგენილი ბლოკები, ე.წ. სამანიპულაციო კოდები. როგორც ნახ. 3.10-ზე მოყვანილიდან ჩანს სიგნალთა სისტემა შეიცავს სულ ორი სიგრძის ვექტორს გრძელს (კენტი ინდექსების მქონე ვექტორები - $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_5, \mathbf{s}_7$) და მოკლეს (ლუწი ინდექსების მქონე ვექტორები - $\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_4, \mathbf{s}_6, \mathbf{s}_8$). მათი ნორმები ანუ სიგრძეები ტოლია:

$$\begin{aligned} L_l &= \|\mathbf{s}_1\| = \|\mathbf{s}_3\| = \|\mathbf{s}_5\| = \|\mathbf{s}_7\| = 1.256; \\ L_s &= \|\mathbf{s}_2\| = \|\mathbf{s}_4\| = \|\mathbf{s}_6\| = \|\mathbf{s}_8\| = 0.65; \end{aligned} \quad (3.10)$$

აქედან შესაბამის სიგნალთა ენერგიები ტოლი იქნებიან

$$E_l = L_l^2 = 1.578; \quad E_s = L_s^2 = 0.423. \quad (3.11)$$

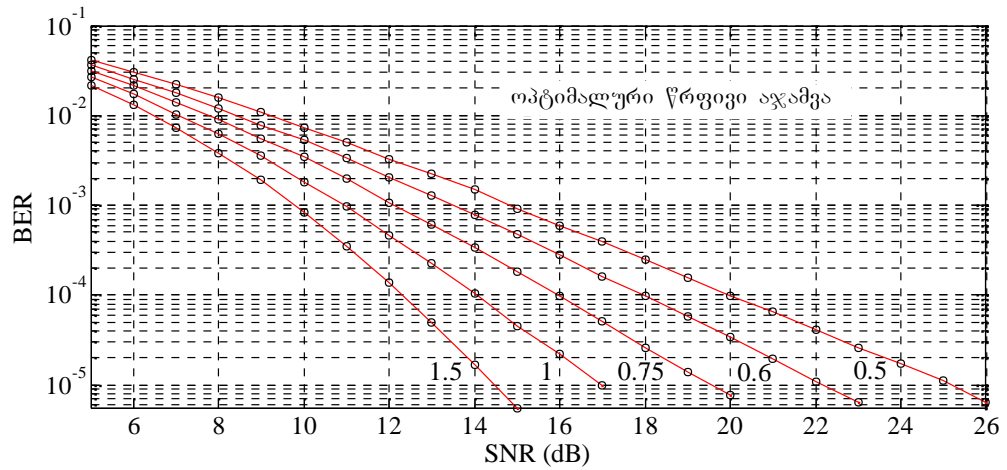
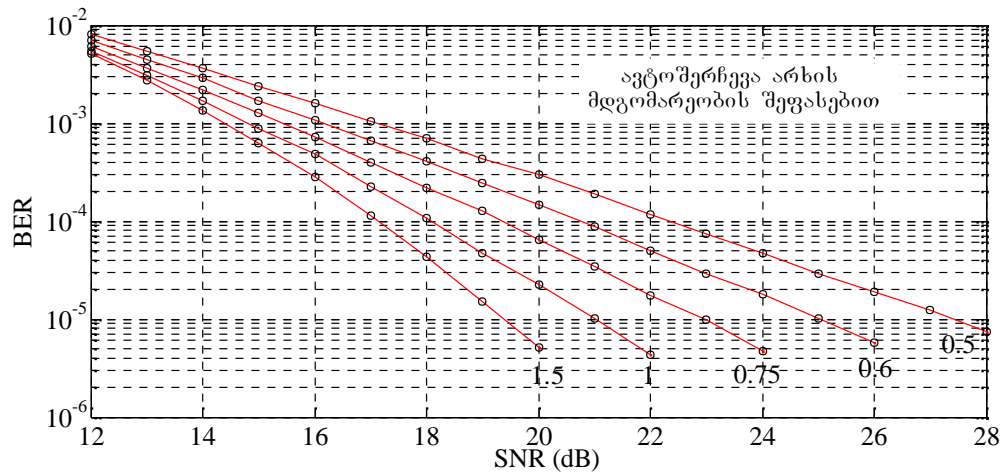
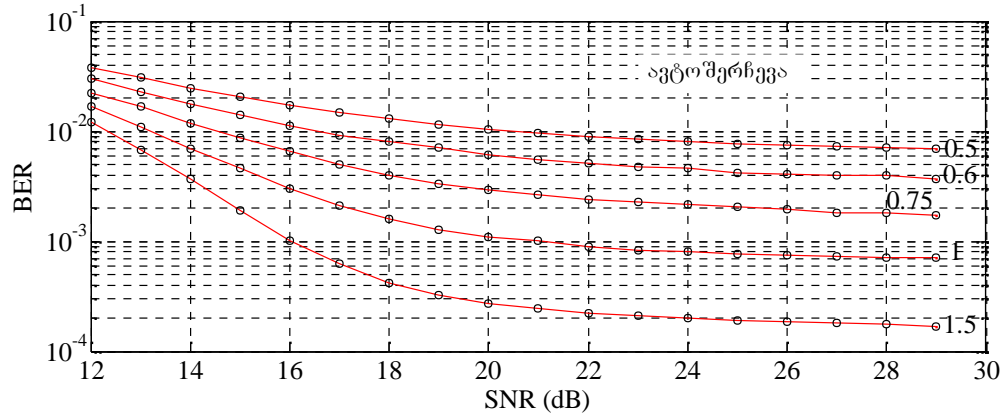
სიგნალთა სისტემის საშუალო ენერგია და მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატი შესაბამისად ტოლია:

$$E_a = (4 \cdot E_l + 4 \cdot E_s) / 8 = 1; \quad d_{\min}^2 = 0.845. \quad (3.12)$$

თუ სიგნალებს ჩავწერთ შესაბამისი კოორდინატებით, გვექნება:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= (1.256, 0), \\ \mathbf{s}_2 &= (0.46, 0.46), \\ \mathbf{s}_3 &= (0, 1.256), \\ \mathbf{s}_4 &= (-0.46, 0.46), \\ \mathbf{s}_5 &= (-1.256, 0), \\ \mathbf{s}_6 &= (-0.46, -0.46), \\ \mathbf{s}_7 &= (0, -1.256), \\ \mathbf{s}_8 &= (0.46, -0.46). \end{aligned} \quad (3.13)$$

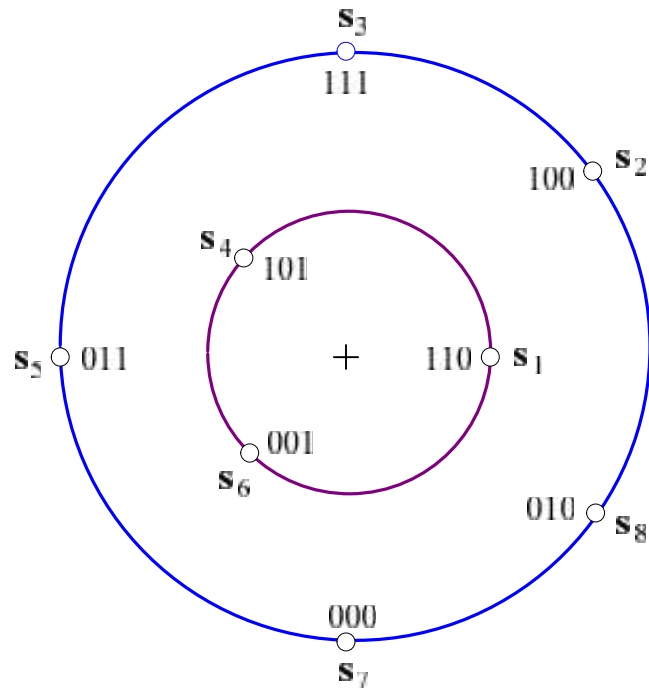
ამ მონაცემებზე დაყრდნობით ჩატარებული მოდელირებისას მიღებული შედეგები მოყვანილია ქვემოთ, ნახ. 3.11-ზე, საიდანაც ჩანს, რომ



ნახ. 3.11. ბიტზე შეცდომის სიხარის მახასიათებლები 8APSK (ნახ. 3.10) სიგნალი-სათვის

ავტოშერჩევის სქემა, სადაც არ გამოიყენება არხის მდგომარეობის შესახებ ინფორმაცია (Channel state information - CSI), იძლევა ძალიან ცუდ შედეგებს. CSI-ის გამოყენების შემთხვევაში კი შედეგები შედარებით დამაკმაყოფილებელია, თუმცა ოპტიმალური წრფივი აჯამვის სქემასთან შედარებით (ღრმა ფედინგის დროს) ის მაინც აგებს ≈ 2.3 დბ-ს; ეს წაგება იზრდება და აღწევს 4.7 დბ-ს ფედინგის სიღრმის შესუსტების კვალდაკვალ.

ჩვენს მიერ აგებული იქნა ახალი, განსხვავებული ტიპის, ასიმეტრიული 8APSK სიგნალთა სისტემა, რომელიც მოყვანილია ნახ. 3.12-ზე.



ნახ. 3.12. ასიმეტრიული 8APSK სიგნალთა სისტემა

მოცემულ სიგნალთა სისტემის ვექტორთა ნორმები ანუ სიგრძეები ტოლია:

$$L_l = \|\mathbf{s}_2\| = \|\mathbf{s}_3\| = \|\mathbf{s}_5\| = \|\mathbf{s}_7\| = \|\mathbf{s}_8\| = 1.17;$$

$$L_s = \|\mathbf{s}_1\| = \|\mathbf{s}_4\| = \|\mathbf{s}_6\| = 0.61; \quad (3.14)$$

აქედან შესაბამის სიგნალთა ენერგიები ტოლი იქნებიან

$$E_l = L_l^2 = 1.37; \quad E_s = L_s^2 = 0.37. \quad (3.15)$$

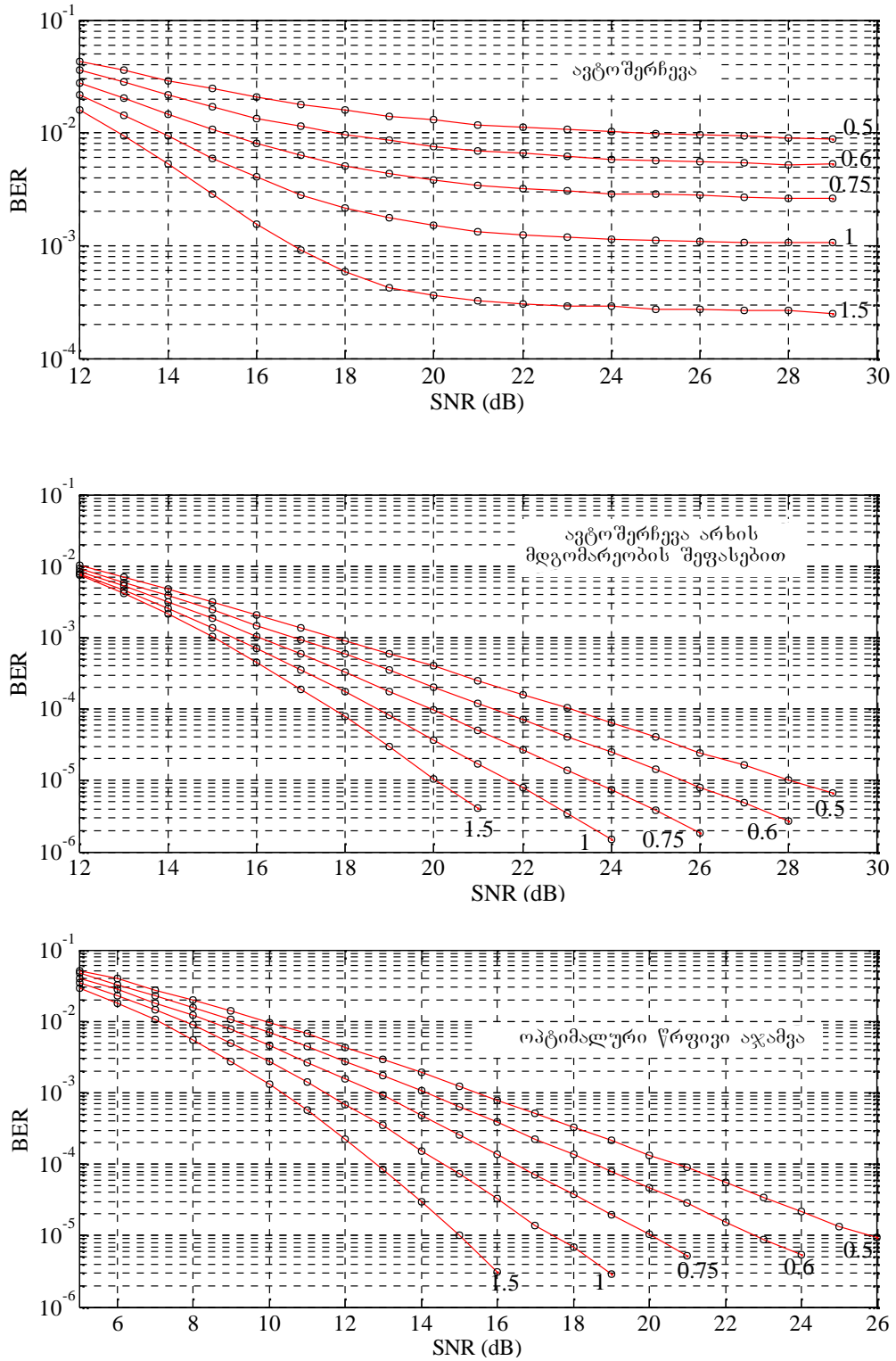
სიგნალთა სისტემის საშუალო ენერგია და მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატი შესაბამისად ტოლია:

$$E_a = (5 \cdot E_l + 3 \cdot E_s) / 8 = 1; \quad d_{\min}^2 = 0.737. \quad (3.16)$$

თუ სიგნალებს ჩავწერთ შესაბამისი კოორდინატებით, გვექნება:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= (0.61, 0), \\ \mathbf{s}_2 &= (0.83, 0.83), \\ \mathbf{s}_3 &= (0, 1.17), \\ \mathbf{s}_4 &= (-0.43, 0.43), \\ \mathbf{s}_5 &= (-1.17, 0), \\ \mathbf{s}_6 &= (-0.43, -0.43), \\ \mathbf{s}_7 &= (0, -1.17), \\ \mathbf{s}_8 &= (0.83, -0.83). \end{aligned} \quad (3.17)$$

ამ მონაცემებზე დაყრდნობით ჩატარებული მოდელირებისას მიღებული შედეგები მოყვანილია ქვემოთ, ნახ. 3.13-ზე, საიდანაც ჩანს, რომ ავტოშერჩევის სქემა, როცა არ გამოიყენება არხის მდგომარეობის შესახებ ინფორმაცია (Channel state information - CSI), აქაც იძლევა ძალიან ცუდ შედეგებს. CSI-ის გამოყენების შემთხვევაში კი შედეგები დამაკმაყოფილებელია, თუმცა ოპტიმალური წრფივი აჯამვის სქემასთან შედარებით (ღრმა ფედინგის და BER=10⁻⁵-ის დროს) ის მაინც აგებს ≈ 2 დბ-ს; ეს წაგე-



ნახ. 3.13. ბიტზე შეცდომის სიხარის მახასიათებლები 8APSK (ნახ. 3.12) სიგნალისათვის

ბა იზრდება და აღწევს 5 დბ-ს ფედინგის სიღრმის შესუსტების კვალდაკვალ.

საერთოდ, უნდა აღინიშნოს, რომ 8PSK მოდულაციის გამოყენება იძლევა უკეთეს შედეგს (2 დბ-მდე) ღრმა ფედინგის დროს, ვიდრე 8APSK, ხოლო სუსტი ფედინგის შემთხვევაში, რიგ შემთხვევებში, შეიძლება უპირატესობა მიენიჭოს 8APSK-ს. ასიმპტოტიკაში, გაუსის არხისთვის, ეს უპირატესობა შეადგენს 1 - 1.6 დბ-ს. ამ ორი ტიპის მოდულაციის შედარება მოყვანილია [19]-ში.

ძირითადი შედეგები

შეფასებულია ფედინგის უარყოფითი გავლენის ხარისხი გადაცემულ სიგნალზე. წარმოდგენილია კონცეფცია, რომელიც ეყრდნობა ჯერ ფედინგის გავლენის შემცირებას სიგნალზე, ხოლო შემდგომში მის მიღებას გაუსის არხისათვის აგებული ოპტიმალური დეტექტორით. ნაჩვენებია, რომ ფედინგის გავლენის შემცირების რადიკალური მეთოდია სიგნალის მრავლობითი გადაცემა, კერძოდ დღევანდელ პრაქტიკაში უმეტესად გამოყენებული – სიგნალის პარალელური გადაცემა სივრცეში. განიხილება ფედინგის გავლენის შემცირების სამი სქემა, შეფასებულია მათი სირთულეები და ეფექტურობები. ნაშრომში მოყვანილ, ავტორთა მიერ მიღებულ, ახალ შედეგებს წარმოადგენენ:

- გრაფიკული მასალა, რომელიც ასახავს ნაკაგამის ფედინგის გავლენის შემცირების ხარისხის დამოკიდებულებას მიმღები ანტენების რაოდენობაზე.
- ასიმეტრიული 8APSK სიგნალთა სისტემა.
- მოდელირების რეზულტატები ნაკაგამის ფედინგიანი არხებისათვის.

შედეგები მიღებულია ორობითი და რვაობითი ფაზამოდულირებული სიგნალებისა და ორი ტიპის რვაობითი სიგნალებისათვის ამპლიტუდურ-

