

მ. კობლატაძე, თ. კუპატაძე

## ტრაფიკის ანალიზი

(კონსპექტი)

თბილისი 2004

უპ 621.391

კონსპექტი მოიცავს ლექციებისა და პრაქტიკული მეცადინეობების კურსს, რომელიც გამიზნულია ალბათური მახასიათებლების მეშვეობით მოთხოვნათა შემოსვლისა და მომსახურების პროცესების, აგრეთვე, კავშირგაბმულობის ქსელების ეფექტურობის შეფასების შესასწავლად, ქსელის ნორმალურად დატვირთულობის შესაბამისი ტრაფიკის მოცულობისა და გამტარ-უნარიანობასთან მისი თანაფარდობის განსაზღვრის პრაქტიკული უნარ-ჩვევების გამოსამუშავებლად.

განკუთვნილია კავშირგაბმულობის ფაკულტეტის სტუდენტებისათვის.

რეცენზენტი: პროფ. ი.კაკუბავა

© გამომცემლობა "ტექნიკური უნივერსიტეტი", 2004

ISBN

მოდული:

კავშირგაბმულობის ქსელები

მოდულის

ხელმძღვანელი:

პროფ. ჯ. ბერიძე

კურსი:

2, 3, 4

კრედიტების

რაოდენობა:

10, 20, 10

საბანი:

ტრაფიკის ანალიზი

პასუხისმგებელი

მასწავლებელი:

პროფ. თ. კუპატაძე

კურსი:

3

საათების რაოდენობა:

42

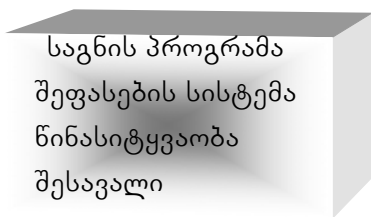
**წინმსწრები საბნები:**

ალბათობათა თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა; კავშირგაბმულობის ქსელები - I ნაწილი.

**დამხმარე საბნები:**

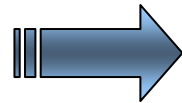
დაპროგრამების საფუძვლები; ინფორმატიკა და საინფორმაციო ტექნოლოგიები; ტელეკომუნიკაციის თეორია; მასობრივი მომსახურების თეორია; რიგების თეორია.

**შინაარსი**



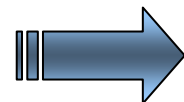
**1. ტრაფიკის მახასიათებლები**

- 1.1. დატვირთვის გაზომვა
- 1.2. გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტების განაწილება
- 1.3. დაკავებათა ხანგრძლივობების განაწილება



**2. მომსახურების სისტემა კარგვებით**

- 2.1. მომსახურების სისტემა ცხადი კარგვებით
- 2.2. სისტემა განმეორებითი გამოძახებებით
- 2.3. სისტემა დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით
- 2.4. ცხადი კარგვების სისტემა სიგნალის წყაროების სასრული რიცხვით
- 2.5. სისტემა დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით და გამოძახების წყაროების სასრული რაოდენობით



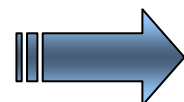
**3. კავშირგაბმულობის ქსელში ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრა**

- 3.1. ერთი დამაბოლოებელი მონყობილობიდან მეორემდე შემაერთებული გზის ბლოკირების ალბათობა
- 3.2. ჭარბი დატვირთვა



**4. სისტემები ლოდინით (ანუ რიგით)**

- 4.1. მომსახურების ხანგრძლივობების ექსპონენციალური განაწილება
- 4.2. მომსახურების დრო მუდმივი (უცვლელი) ხანგრძლივობით



**ლიტერატურა**

**საბნის დანიშნულება:** ალბათური მახასიათებლების მეშვეობით მოთხოვნათა შემოსვლისა და მომსახურების პროცესების, აგრეთვე, კავშირგაბმულობის ქსელების ეფექტურობის შეფასების შესწავლა.

ქსელის ნორმალურად დატვირთულობის შესაბამისი ტრაფიკის მოცულობისა და გამტარუნარიანობასთან მისი თანაფარდობის განსაზღვრის პრაქტიკული უნარ-ჩვევების გამომუშავება.

### **საბნის მიზანი:**

საგნის შესწავლის საფუძველზე სტუდენტს უნდა შეეძლოს:

- ტელეტრაფიკის კონკრეტული სისტემისათვის ანალიზის შესაბამისი მეთოდის არჩევა;
- კავშირგაბმულობის ქსელებში ჭარბი დატვირთვის მომსახურების ხერხების გამოყენება;
- ტრაფიკის მახასიათებლების გაანგარიშება და დატვირთვის გაზომვა;
- კავშირგაბმულობის ქსელების აგება არხების ეფექტურად გამოყენების პრინციპების საფუძველზე;
- კავშირგაბმულობის ქსელებში ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრა;
- ციფრულ ქსელებში მულტიმედიაური დატვირთვის ანალიზი.

### **საბნის პროგრამა:**

ტრაფიკის მახასიათებლები. ტელეტრაფიკის თეორიის ძირითადი შედეგები. ბლოკირების ალბათობის ანალიზი - როგორც მასობრივი მომსახურების თეორია და ლოდინის დროის ანალიზი - როგორც რიგების თეორია. ნაკადების თეორია ტრაფიკის მახასიათებლების განსაზღვრაში. ტრაფიკი და ინფორმაციის წყაროს აქტივობა. მოთხოვნების შემოსვლის დროის მომენტები და დაკავებათა ხანგრძლიობები. დატვირთვის გაზომვა.

მოთხოვნების შემოსვლის დროის მომენტების განაწილება. ორდინარული, სტაციონარული და უუკუქმედებო ნაკადი. მოთხოვნებს შორის დროის შუალედების, მოთხოვნების შემოსვლის დროის მომენტების და დაკავებათა ხანგრძლიობების განაწილების კანონები.

მომსახურების სისტემა კარგვებით, განმეორებითი გამოძახებებით და დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით.

ტელეტრაფიკის სისტემები სიგნალების წყაროების სასრული რიცხვით.

კავშირგაბმულობის ქსელში ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრა. ჭარბი დატვირთვა. ტელეტრაფიკის სისტემები რიგებით.

ტელეტრაფიკის სისტემა ფარდობითი პრიორიტეტით და მისი ფუნქციონირების მოდელი.

ტელეტრაფიკის ტრადიციულ მოდელებში თვითმსგავსების ზეგავლენის გათვალისწინება.

### **საგნის სწავლების მეთოდია:**

საგნის სპეციფიკიდან გამომდინარე, მისი შესწავლა შესაძლებელია სტუდენტის მხრიდან კონსპექტზე დამოუკიდებლად მუშაობის საფუძველზე. ამიტომ კონსპექტი ისეა შედგენილი, რომ ყველა საკითხის შინაარსი გაშუქებულია შესაბამისი მაგალითების ამოხსნის პროცესში განვითარებული მსჯელობით. რადგანაც საგნის შესწავლის მიზანია ტრაფიკის გაანგარიშების უნარ-ჩვევების შექმნა, აუცილებელია, რომ სტუდენტმა კონსპექტის თეორიულ ნაწილზე დამოუკიდებლად იმუშაოს 14 საათი და პრაქტიკულ ნაწილზეც, ასევე, 14 საათი, სულ 28 საათი.

მასწავლებელი ჩაატარებს ლექცია-პრაქტიკულებს, სულ 14 საათს, რომლის მიზანი იქნება სტუდენტის მხრიდან კონსპექტზე დამოუკიდებელი მუშაობისათვის ხელშეწყობა.

ტრაფიკის საანგარიშო ფორმულები მოითხოვს კომპიუტერის გამოყენებით გამოთვლების უნარ-ჩვევების გამომუშავების აუცილებლობას. ამ მიზნით კომპიუტერულ კლასში უნდა შესრულდეს შემდეგი დავალებები:

#### **◆ პერსონალური კომპიუტერის გამოყენებით**

1. ააგეთ პუასონის განაწილების მრუდი და შესაბამისი ცხრილები  $\lambda t=1$ -დან 100-მდე ფარგლებში, ნებისმიერი, თქვენთვის სასურველი მნიშვნელობებისათვის.  
ააგეთ არაუმეტეს  $i$  გამოძახებების შემოსვლის ალბათობების განაწილების მრუდი.
2. ზოგადი სახით ააგეთ დაკავებათა ხანგრძლიობების ექსპონენციალურად განაწილების მრუდი.
3. შეადგინეთ მეხუთე მაგალითის ამოხსნა ზოგადი სახით ისე, რომ სიდიდეთა კონკრეტული მნიშვნელობებისათვის მიიღოთ შესაბამისი რაოდენობრივი პასუხები.
4. ზოგადი სახით ამოხსენით მეექვსე მაგალითი.

### **შეფასების სისტემა:**

"ტელეკომუნიკაციის ქსელების" მოდულში ტრაფიკის ანალიზის ნაწილი შეისწავლება 7 კვირის განმავლობაში. არა სასწავლო ცხრილით გათვალისწინებულ საათებში 2-ჯერ (4 კვირის და 7 კვირის შემდეგ) ჩატარდება შეფასება ტესტით, წერილი ფორმით.

### **ტესტის ნიმუში:**

1. ჩამონერეთ გამოძახებათა ნაკადების განსაზღვრის ძირითადი მეთოდები;

2. რას წარმოადგენს გამოძახებათა ნაკადების ძირითადი მახასიათებლები. განსაზღვრეთ ცნებები: ნაკადის ინტენსივობა და ნაკადის პარამეტრი;
3. როგორია გამოძახებათა ნაკადების კლასიფიკაციის ძირითადი პრინციპები. განსაზღვრეთ ცნებები: ნაკადის სტაციონარულობა, ნაკადის ორდინარულობა, ნაკადის უუკუქმედებობა და უკუქმედება;
4. განსაზღვრეთ ცნება: გამოძახებათა უმარტივესი ნაკადი. წარმოადგინეთ ასეთი ნაკადის მათემატიკური მოდელი;
5. რა ძირითადი მახასიათებლებით განისაზღვრება უმარტივესი ნაკადი. ააგეთ, ზოგადი სახით,  $P_k(t)$  ალბათობის დამოკიდებულება  $k$ -სგან, ნაკადის  $\lambda$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის;
6. რა კანონზომიერებას ექვემდებარება გამოძახებათა შორის დროის შუალედების განაწილების ფუნქცია. წარმოადგინეთ ამ ფუნქციის ხასიათი ნაკადის პარამეტრისა და შუალედების ხანგრძლიობების შესაბამისად;
7. განსაზღვრეთ ცნებები: "პუასონის არასტაციონარული ნაკადი", "პუასონის არაორდინარული ნაკადი", "ნაკადი მარტივი უკუქმედებით";
8. რა თავისებურებებით ხასიათდება ნაკადი განმეორებითი გამოძახებებით;
9. რა ერთეულებში იზომება დატვირთვა და დატვირთვის ინტენსივობა;
10. ჩამოაყალიბეთ თეორემის სახით მომსახურებული დატვირთვის ინტენსიობის შეფასება;
11. ჩამოაყალიბეთ თეორემის სახით მიწოდებული დატვირთვის ინტენსიობის შეფასება;
12. განსაზღვრეთ ცნება: უდიდესი დატვირთვის საათი. აღწერეთ უდიდესი დატვირთვის საათის განსაზღვრის წესი;
13. რა არის დატვირთვის კონცენტრაციის კოეფიციენტი;
14. ჩამოთვალეთ და განმარტეთ შემოსული გამოძახებების მომსახურების პროცესის შესაძლო შემთხვევები;
15. რა არის არანარმალი დატვირთვა და რა სიდიდეს შეიძლება აღწევდეს;
16. განმარტეთ შემოსული მოთხოვნების მომსახურების წესები;
17. რა არის გამტარუნარიანობა და რა პარამეტრებზეა დამოკიდებული მისი მნიშვნელობა;
18. განმარტეთ მომსახურების ხარისხის მაჩვენებლები;
19. ახსენით დაწვრილებით, კარგების ფიქსირებული მნიშვნელობის შემთხვევაში რატომ იზრდება ერთი არხის გამოყენება დატვირთვის ინტენსიობის ზრდის პროპორციულად;
20. ამოცანა.

ორივე ტესტი მოითხოვს ღია პასუხის გაცემას. ტესტზე მუშაობისათვის სტუდენტს ეძლევა სამუშაო დრო 90 წუთი.

ყოველი კითხვა ფასდება 5 ქულით: შესრულებულია ფრიადზე (5); შესრულებულია კარგად (4); შესრულებულია დამაკმაყოფილებლად (3) და არადამაკმაყოფილებლად (2).

თითოეულ ტესტში დაგროვილი ქულების 15% არის სტუდენტის მიღწევების შეფასება.

## წინასიტყვაობა

ახალი ნელთალრიცხვის მესამე ათასწლეულის დასაწყისი დაემთხვა უმნიშვნელოვანეს მოვლენებს, რომლებმაც შეცვალა ჩვენი ტრადიციული შეხედულებები ტელეტრაფიკის თეორიაზე. უკვე 2002 წელს მსოფლიოში მობილური ტელეფონების რაოდენობამ მიაღწია 1,2 მილიარდს და გადააჭარბა ფიქსირებული ტელეფონების რაოდენობას. ამასთანავე, მონაცემთა გადაცემის დატვირთვამ, რომელსაც ქმნის ინტერნეტი და საერთო სარგებლობის სხვა ქსელები, გადააჭარბა სატელეფონო დატვირთვის მოცულობას და განუხრელად იზრდება. მოსალოდნელია, რომ 2005 წლისათვის მონაცემთა გადაცემის დატვირთვა მიაღწევს კავშირგაბმულობის ქსელებში არსებული საერთო დატვირთვის 90%.

ამ ორი მოვლენის ურთიერთკავშირი ყველაზე მკაფიოდ ვლინდება მათ არაერთგვაროვნებაში, რომ მეტყველების სიგნალის ციფრული გადაცემის პრინციპი ფიქსირებული და მობილური ტელეფონების ქსელებში სრულიად განსხვავებულია. მეტყველების სიგნალის ციფრული გადაცემის ტრადიციული მეთოდი ფიქსირებული ტელეფონების ქსელში ხორციელდება იმპულსურ-კოდური მოდულაციის საფუძველზე 64 კბიტ/წმ სიჩქარით და, მიუხედავად იმისა, რომ ცნობილია გადაცემის სიჩქარის მნიშვნელოვნად შემცირების მეთოდები, სადენებიანი კავშირგაბმულობის ქსელებში მათ ფართო გამოყენება ვერ მოიპოვეს. ამის მიზეზი ისაა, რომ კავშირის სადენებიანი არხები განახლებადი რესურსია და მისი ღირებულება, მეტყველების სიგნალის დაბალსიჩქარული გადაცემის რთული სისტემის რეალიზების ღირებულებაზე ნაკლებია. მობილური კავშირგაბმულობის ქსელებში კი რადიოსიხშირული ზოლი არის არაგანახლებადი რესურსი, რაც ამართლებს მიმღებ-გადამცემი მოწყობილობის გართულებას. ცნობილია, რომ მეორე თაობის მობილური ტელეფონები შეიცავენ წამში 10 მილიონი ოპერაციის სიჩქარით მოქმედ მიკროკომპიუტერს. მესამე თაობის აპარატებში გთვალისწინებულია უფრო მძლავრი მიკროკომპიუტერები. ეს ფაქტი არის იმ კანონზომიერების ანარეკლი, რომელიც დამახასიათებელი იყო კლოდ შენონის ეპოქისათვის, რომელმაც ჯერ კიდევ 1948 წელს იწინასწარმეტყველა ინფორმაციის გადაცემის შესაძლებლობა სარწმუნოების მაღალი მნიშვნელობით ხელშეშლების ნებისმიერი დონისათვის, იმ პირობით, რომ შეტყობინების წყაროს ენტროპია ნაკლები იქნება კავშირის არხის გამტარუნარიანობაზე. მეოცე საუკუნის მეორე ნახევრის კვლევებმა დაადასტურა, რომ რაც უფრო მეტად მივუახლოვდებით კ.შენონის

წინასწარმეტყველების შესაძლო რეალიზაციას, მით უფრო რთული გამოთვლების ჩატარებაა გათვალისწინებული მიმღებ-გადამცემ მონაცემების მიწოდებაში. ამის ნათელი დადასტურებაა სატელეფონო კავშირის პრინციპები სადენებიან და უსადენო ქსელებში, აგრეთვე, ციფრული ქსელების მართვის მრავალდონიანი არქიტექტურა.

არსებული საერთო სარგებლობის სატელეფონო ქსელები არხების კომუტაციით დღეისათვის კვლავ რჩება ყველაზე გავრცელებულად და შექმნილია წინა თაობების უდიდესი ძალისხმევის შედეგად. მიუხედავად ამისა, აღსანიშნავია, რომ ბოლო ორ ტელეტრაფიკის საერთაშორისო კონგრესზე 2001 და 2003 წელს, ძირითადი ყურადღება დაეთმო ინტერნეტის ტრაფიკის პრობლემებს. კერძოდ, 2001 წელს კონგრესი ჩატარდა დევიზით "ტელეტრაფიკი ინტერნეტის ქსელის ეპოქაში" და 2003 წლის კონგრესის დევიზი იყო "მომსახურების ხარისხის უზრუნველყოფა არაერთგვაროვან გარემოში".

ციფრული ქსელების ტელეტრაფიკის მნიშვნელოვანი თავისებურებაა გადაცემული შეტყობინების მრავალდონიანი დამუშავება, რის გამოც ასეთ ქსელებში მომსახურების ხარისხი დამოკიდებული ხდება დამუშავების დონეების რაოდენობაზე. მაგალითად, ნებისმიერი მომხმარებლის მომსახურება ხდება მრავალდონიანი არქიტექტურის შემცველი სატრანსპორტო დონით და მომსახურების ხარისხი განპირობებულია სატრანსპორტო დონის მომსახურების ხარისხით მის ქვედა დონეებზე, კერძოდ: ქსელის დონეზე, არხის დონეზე, ფიზიკურ დონეზე. ამ ვითარებიდან გამომდინარე, პაკეტური კომუტაციის პრინციპით მოქმედ ინტერნეტის ქსელში მომსახურების ხარისხის მაღალი დონის უზრუნველყოფა შესაძლებელია, თუ ყველა დონეზე შეთანხმებულად არის გადანაცვლებული ტელეტრაფიკის ამოცანები. მართლაც, IP ტელეფონისათვის, რომელიც მოქმედებს ქსელის დონეზე, დამუშავდა პროტოკოლების ნიშნულების კომუტაცია (MPLS - Multi Protocol Label Switching) ქსელის ნებისმიერი კვანძის წყვილებს შორის ვირტუალური შემაერთებელი გზების დამყარებისათვის. ეს იძლევა მაგისტრალური ქსელის მარშრუტიზაციის განთავისუფლების შესაძლებლობას ყოველი პაკეტის დამუშავების პროცესისაგან, აგზავნის რა პაკეტებს შესაბამისი გზებით. ეს იდეა წარმატებით ვითარდება ოპტიკურ-ბოჭკოვან მაგისტრალურ ქსელებში.

თანამედროვე ტექნოლოგიები იძლევა ასეულობით გადაცემის ტრაქტის უზრუნველყოფის საშუალებას ოპტიკური კაბელის გამჭვირვალობის სარკმელში, განსხვავებული (ნანომეტრზე ნაკლებით) ტალღის სიგრძის გასხივების საფუძველზე. შესაბამისად, პროტოკოლის ნიშნულების კომუტაციის იდეა წარმატებით არის გამოყენებული ოპტიკურ კომუტატორებში პროტოკოლის ნიშნულების განზოგადებული პრინციპის (GMPLS - Generalized Multi Protocol Label Switching) ან λ-კომუტაციის (MPLS - Multi Protocol Lambda Switching) სახელწოდებით.

ტელეტრაფიკის თეორიაში თანამედროვე მულტიმედიაური დატვირთვის გადაცემის პროცესის ანალიზს საფუძვლად უდევს კავშირგაბმულობის კლასიკური სისტემებისათვის განვითარებული დატვირთვის გადაცემის შეფასების მოდელები და

მეთოდები (Hui J.Y. Resource Allocation for Broadband Networks. IEEE journal on Selected Areas in Communications - 1988; Ross K.W. Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunications Networks. London: Springer, 1995; Лагутин В.С., Степанов С.Н. Телетрафик мультисервисных сетей связи, М.: Радио и связь, 2000).

გთავაზობთ ტელეტრაფიკის თეორიის ფუნდამენტური საკითხების მოკლე კონსპექტს, რაც სტუდენტს მისცემს მყარ საბაზო განათლებას და გამოუმუშავებს ტელეტრაფიკის თეორიის მეთოდების გამოყენების უნარ-ჩვევებს.

## შესავალი

სატელეფონო ქსელის მონოპოლიზაციის (მომსახურებისათვის საჭირო პროცესორები, შემაერთებული ხაზები და სხვა მონოპოლიზაციები) საერთო რაოდენობა განისაზღვრება იმ პირობით, რომ ქსელის ყველა მომხმარებელს ერთდროულად არ ესაჭიროება მომსახურება. გამოძახებების შემოსვლის შემთხვევითი ხასიათის გამო, საერთო მოხმარების მონოპოლიზაციის (ჯგუფური მონოპოლიზაციები) საჭირო რაოდენობის ზუსტი წინასწარმეტყველება შეუძლებელია. სავარაუდოდ, ქსელი შეიძლება დაპროექტებულიყო მონოპოლიზაციის ისეთი რაოდენობით, რომელიც ყოველთვის იქნებოდა საკმარისი ნებისმიერი გამოძახებების დაუყოვნებლივ მომსახურებისათვის, გარდა უკიდურესად იშვიათი შემთხვევებისა, როდესაც საქმე გვაქვს დატვირთვის გაუთვალისწინებელ პიკებთან. მაგრამ ასეთი გადაწყვეტა არაეკონომიურია, ვინაიდან ქსელის საერთო (არაინდივიდუალური) მოხმარების მონოპოლიზაციის მნიშვნელოვანი ნაწილი გამოუყენებელი იქნება ნორმალური დატვირთვის მომსახურების პერიოდებში. ტრაფიკის ანალიზის ძირითადი მიზანია სხვადასხვა ტევადობისა და კონფიგურაციის ეკონომიკურად ეფექტური ქსელების აგების მეთოდების დადგენა.

კავშირგაბმულობის ქსელებში ტრაფიკი ეწოდება ყველა იმ მოთხოვნათა ერთობლიობას, რომლებიც შემოსულია მომსახურების მიზნით. ქსელში გამოძახებების შემოსვლა შემთხვევითია და, ამასთან, მათი მომსახურების დროის ხანგრძლივობაც შემთხვევითი სიდიდეა. ტრაფიკის ანალიზის პირველი ეტაპი შეისწავლის გამოძახებათა შემოსვლის პროცესის და მომსახურების (დაკავების) ხანგრძლივობის აღწერას ალბათური მახასიათებლების მეშვეობით. ამის შემდეგ კი ქსელის ეფექტურობა შეიძლება შეფასდეს:

1. იმ ტრაფიკის მოცულობით, რომელიც შეესაბამება ქსელის ნორმალურ ან საშუალოდ დატვირთულობის მდგომარეობას;
2. შემთხვევების სიხშირით, როდესაც ტრაფიკი აღემატება ქსელის გამტარუნარიანობას.

ტრაფიკის ანალიზის მეთოდები შეიძლება დაიყოს ორ ძირითად კატეგორიად: კარგვებიანი სისტემებისათვის და მომლოდინე სისტემებისათვის. კონკრეტული

სისტემის შემთხვევაში ანალიზის შესაბამისი მეთოდის არჩევა დამოკიდებულია იმაზე, თუ ქსელში რა ხერხით ხორციელდება ქარბი დატვირთვის მომსახურება. კარგებიან სისტემაში ქარბ დატვირთვის უარით ისტუმრებენ, ე.ი. ტოვებენ მომსახურების გარეშე, ხოლო მომლოდინე სისტემებში ქარბი დატვირთვა შენარჩუნებულია, მისი შესაბამისი გამოძახებები დგება რიგში და მომსახურებას ელოდება მანამ, სანამ არ განთავისუფლდება მომსახურებისათვის საჭირო რესურსები. ჩვეულებრივი არხების კომუტაციის სისტემა მუშაობს როგორც სისტემა კარგებით, ვინაიდან ქარბი დატვირთვა თავისთავად შებოჭილია (ბლოკირდება) საკომუტაციო მონოპოლიზაციაში და ის აბონენტის მხრიდან განმეორებითი გამოძახების გარეშე არ იქნება მომსახურებული. დღევანდელ, საბაზრო ეკონომიკის პირობებში, დაკარგული გამოძახებები წარმოებისათვის წარმოადგენენ შემოსავლების კარგვის წყაროს, ვინაიდან მათი მომსახურება არ ხორციელდება (შეერთების დამყარებაზე უარს იღებს).

შეტყობინების ან პაკეტების კომუტაციის სისტემას ახასიათებს მომლოდინე სისტემის ძირითადი თვისებები, მაგრამ, რიგ შემთხვევებში პაკეტების კომუტაციის რეჟიმი შეიძლება შეიცავდეს კარგებიანი სისტემის მუშაობის გარკვეულ მოვლენებს. მართლაც, რიგის სიგრძის შეზღუდვა, მათ შორის, ვირტუალური არხების შემთხვევაშიც, ნიშნავს გადატვირთვების გადაყვანას კარგების რეჟიმში მუშაობის პრინციპებზე. არხების კომუტაციის სისტემები, ასევე შეიცავს გარკვეულ ოპერაციებს, რომლებიც მათი ხასიათით შეესაბამებიან მომლოდინე სისტემებით მომსახურების რეჟიმს, რაც არ არის დაკავშირებული უშუალოდ არხების შესაძლებლობებთან, რომლებიც ყოველთვის კარგების რეჟიმში მუშაობას უზრუნველყოფენ. მაგალითად, ნომრების კოდური მიმღების ან მომსახურების უზრუნველყოფის პროცესორის გამოყენებას მართვის სისტემა ახორციელებს რიგში მყოფი მოთხოვნების მომსახურების პროცესის სახით.

კარგებიანი სისტემის მუშაობის ხარისხის შეფასების ძირითადი კრიტერიუმია უარის ალბათობა (გამოძახების შებოჭვის ალბათობა), ან, უფრო გავრცელებული გამოთქმით: "ბლოკირების ალბათობა". მომლოდინე სისტემების მუშაობის შეფასება ხდება მომსახურების დაწყებამდე ლოდინის დროის ხანგრძლიობის მიხედვით. აქ, რიგ შემთხვევებში, შეიძლება მოვახდინოთ ლოდინის დროის საშუალო მნიშვნელობის შეფასება, ხოლო რიგ შემთხვევებში კი, განისაზღვროს ლოდინისათვის დადგენილი გარკვეული დასაშვები დროის მნიშვნელობაზე გადაჭარბება.

## 1. ტრაფიკის მახასიათებლები

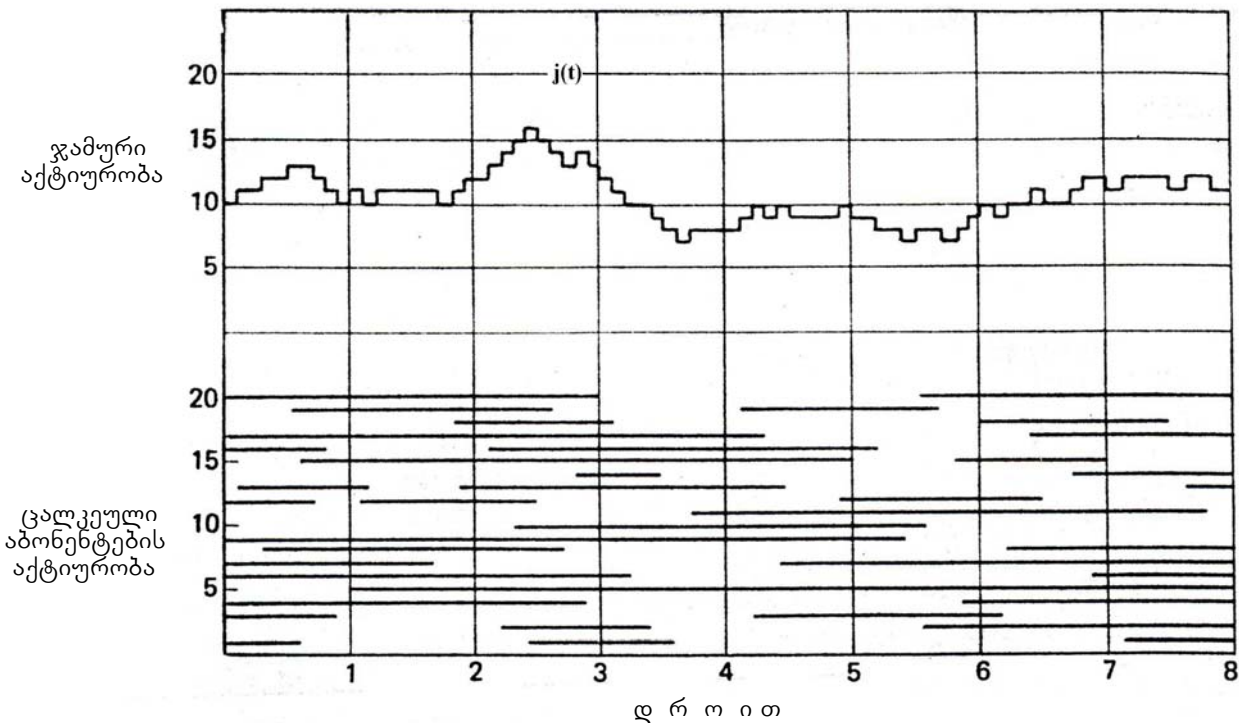
ტრაფიკს აქვს შემთხვევითი ხასიათი, ამიტომ მისი ანალიზისათვის აუცილებელია ალბათობათა თეორიისა და შემთხვევითი პროცესების თეორიის აპარატის გამოყენება, მაგრამ კონსპექტში მოცემულია ტელეტრაფიკის თეორიის მხოლოდ ძირითადი შედეგები. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ, თუ როგორ უნდა გამოვიყენოთ ტელეტრაფიკის თეორიის შედეგები და არა ანალიზური გამოსახულებების მიღების გზები ან ყველა წვრილმანის შეფასება. მაგრამ ტელეტრაფიკის ამოცანის გადანყვეტისათვის, შესაბამისი მოდელის შედგენისას თეორიის სწორად გამოყენების მიზნით, ცხადია, ზოგიერთი ძირითადი შედეგი მეტნაკლებად დანვრილებით არის გაშუქებული.

გამოყენებითი მათემატიკის სფეროში, სადაც ამოცანები გადანყვეტილია ფორმალური მეთოდებით, ბლოკირების ალბათობის ანალიზის საკითხები მიეკუთვნება მასობრივი მომსახურების თეორიას, ხოლო ლოდინის დროის ანალიზის საკითხები - რიგების თეორიას. ზოგადად ეს საკითხები ეკუთვნის ნაკადების თეორიას. ქსელებში არხების კომუტაციით, შეტყობინებათა ნაკადი არ არის იმდენად მნიშვნელოვანი ფაქტორი, როგორც საერთო მოხმარების მონყობილობების დაკავების დროის ხანგრძლივობა. არხების კომუტაციის ქსელებში იქმნება შემაერთებული ტრაქტი ერთი დამაბოლოებელი მონყობილობიდან მეორემდე, რომელიც შეიცავს სხვადასხვა მონყობილობებს (შემაერთებელ ხაზებს, კომუტაციის რგოლებს და სხვა), რომლებიც დაკავებულია კავშირის არსებობის მთელი დროის განმავლობაში. ქსელის მოქმედების თვალსაზრისით მნიშვნელოვანია ქსელის რესურსების დაკავების ფაქტი და არა ქსელის ცალკეულ უბნებზე ინფორმაციის ნაკადების არსებობა.

ამასთანავე, შეტყობინების კომუტაციის და პაკეტების კომუტაციის ქსელებში საქმე გვაქვს უშუალოდ ინფორმაციის რეალურ ნაკადებთან, ვინაიდან ამ სისტემებში ტრაფიკი პირდაპირ არის დაკავშირებული ინფორმაციის წყაროს აქტივობასთან.

ტრაფიკის განუსაზღვრელი ხასიათი არის ორი ძირითადი შემთხვევითი პროცესის - გამოძახებების შემოსვლისა და დაკავებათა ხანგრძლივობების შედეგი. ჩვეულებრივად, უნდა ჩავთვალოთ, რომ ნებისმიერი კონკრეტული აბონენტისაგან გამოძახება შემოდის სრულიად შემთხვევით დროის მომენტში (წმინდა შემთხვევითი პროცესია) და საზოგადოდ, არ არის დამოკიდებული სხვა აბონენტებისაგან გამოძახებების შემოსვლის პროცესზე. ამრიგად, დროის ნებისმიერ განსაზღვრულ ინტერვალში გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტების რაოდენობა შემთხვევითი სიდიდეა. უმეტეს შემთხვევებში დაკავების ხანგრძლივობაც აგრეთვე შემთხვევითი სიდიდეა თუმცა, რიგ გამოყენებით ამოცანებში შემთხვევითობის ეს ელემენტი შეიძლება გამოირიცხოს დაკავების ხანგრძლივობის მუდმივი მნიშვნელობით (მაგალითად, ფიქსირებული სიგრძის პაკეტების განაწილებისა და გადაცემის შემთხვევაში). საზოგადოდ კი, ქსელში მიწოდებული დატვირთვა მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული როგორც გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობაზე, ასევე ყოველი

გამოძახების დაკავების ხანგრძლივობაზე. 1-ელ ნახ-ზე ნაჩვენებია დამახასიათებელი სიტუაცია, როდესაც 20 სხვადასხვა წყაროდან გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტები და დაკავებათა ხანგრძლივობები შემთხვევითი სიდიდეებია. ნახაზი შეიცავს ცალკეული გამოძახების წყაროების აქტიურობის ამსახველ სურათს და ჯამური აქტიურობის მყისი მნიშვნელობებს. თუ გამოძახებების ეს 20 წყარო მიერთებულია ხაზების კონასთან, მაშინ აბონენტების აქტიურობის მრუდი განსაზღვრავს ხაზების იმ რაოდენობას, რომლებიც დაკავებული იქნება დროის ნებისმიერ მომენტში. ამ ნახაზიდან ჩანს, რომ დროის გარკვეულ მომენტში დაკავებული ხაზების მაქსიმალური რაოდენობაა 16, ხოლო გამოყენებული ხაზების საშუალო რიცხვი - 11-ზე ნაკლები. ამ ნახაზის შინაარსიდან გამომდინარე, შეიძლება შემაერთებული ხაზები განვიხილოთ, როგორც მომსახურე ხელსაწყოები, ხოლო ხაზების მთელი კონა - როგორც ხელსაწყოთა ჯგუფი.



ნახ.1. აბონენტების მოქმედების (აქტიურობის) დროითი დიაგრამა, როდესაც არსებობს ყველა გამოძახების მომსახურების შესაძლებლობა

### 1.1. დატვირთვის გაზომვა

ქსელის გამტარუნარიანობის შეფასების ერთ-ერთი ზომაა დროის გარკვეულ  $[t_1, t_2]$  შუალედში მომსახურებული დატვირთვის მოცულობა. დატვირთვის მოცულობა არის ამ დროის შუალედში არსებული ყველა დაკავებათა ხანგრძლივობების ჯამი:

$$\sum_{i=1}^V \tau_i(t_1, t_2) ,$$

სადაც  $\tau_i$  არის  $-i$  ნომერი ხაზის დაკავების ჯამური დრო  $[t_1, t_2)$  შუალედში. შესაბამისად,  $j(t)$ , მომსახურებული დატვირთვის საფეხუროვანი ფუნქციის ინტეგრალი  $[t_1, t_2)$  დროის შუალედში ახასიათებს მომსახურების სისტემის მიერ ინფორმაციის გადაცემისათვის შესრულებულ მუშაობას:

$$\int_{t_1}^{t_2} j(t) dt = \sum_{i=1}^V \tau_i(t_1, t_2).$$

ამრიგად, 1-ელ ნახ-ზე დატვირთვის მოცულობა ტოლია ფართობისა, რომელიც მოთავსებულია კოორდინატთა ღერძებსა და  $j(t)$  მრუდს შორის, კერძოდ, 84 ნუთ-დაკავება.

პრაქტიკაში უფრო ხელსაყრელია დატვირთვის ინტენსიობის (რიგ ლიტერატურულ ნყაროებში მას დატვირთვის ნაკადსაც უწოდებენ) მნიშვნელობის გამოყენება, რომელიც ტოლია დატვირთვის მოცულობის შეფარდებისა დროის იმ ინტერვალთან, რომლის განმავლობაშიც იზომებოდა დატვირთვა:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^V \tau_i(t_1, t_2)}{t_2 - t_1}.$$

ამრიგად, დატვირთვის ინტენსივობა წარმოადგენს დროის გარკვეულ შუალედში სისტემის აქტიურობის საშუალო მნიშვნელობას – საშუალო აქტიურობას. 1-ლი ნახ-ისთვის  $A=84$  ნუთ-დაკავება : 8 ნუთზე=10,5. ამრიგად, დატვირთვის ინტენსივობა პრინციპულად უგანზომილებო სიდიდეა და ერთეულის გამოსახატავად მას მინიჭებული აქვს განზომილება "ერლანგი", დანიელი მათემატიკოსის აგნეს კრარუფ ერლანგის პატივსაცემად, რომელიც იყო პირველი მეცნიერი ტელეტრაფიკის თეორიაში.

დატვირთვის ინტენსივობა შეიძლება შეგვხვდეს გამოხატული (ჩრდილოეთ ამერიკის ლიტერატურაში) ერთეულებში - "ჰექტონამ - დაკავებები საათში" (CCS), ანუ ერთი საათის განმავლობაში არსებული ასწამიანი დაკავებების რიცხვი. რადგანაც ერთ საათში 3 600 წამია, ცხადია:

$$1 \text{ ერლ} = 36 \text{ CCS}.$$

ერთი ხელსაწყო (ერთი არხის) მაქსიმალური გამტარუნარიანობა შეიძლება იყოს 1 ერლ, რაც ნიშნავს, რომ ეს ხელსაწყო მუდმივად დაკავებულია. შესაბამისად, ხელსაწყოთა ჯგუფის მაქსიმალური გამტარუნარიანობა ტოლია ამ ჯგუფში შემავალი ხელსაწყოების რაოდენობისა. რადგანაც კარგებიან სისტემაში, როდესაც დატვირთვის ინტენსიობის მნიშვნელობა ტოლია მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობისა, შემოსული ტრაფიკი მუდმივად ბლოკირებული იქნება, საშუალო აქტიურობა აუცილებლად მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვზე ნაკლები აღმოჩნდება. ანალოგიურად, მომლოდინე სისტემებიც მუშაობს მაქსიმალურზე ნაკლები გამტარუნარიანობით იმის გამო, რომ როდესაც საშუალო დატვირთვის მნიშვნელობა

უახლოვდება მომსახერუ ხელსაწყობის რიცხვს, ლოდინის დრო მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ.

დატვირთვა ხასიათდება ორი მნიშვნელოვანი პარამეტრით: გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობა  $\lambda$  და დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა  $h$ . თუ დატვირთვის ინტენსივობას გამოვხატავთ ერლანგებში, გვექნება:

$$A = \lambda h, \quad (1)$$

სადაც  $\lambda$  და  $h$  წარმოდგენილია დროის ერთეულის ერთსა და იმავე მასშტაბში. მაგალითად, გამოძახებები/წამში და დაკავება წამი ხანგრძლიობით.

აღსანიშნავია, რომ დატვირთვის ინტენსივობა გამოხატავს დროის გარკვეულ პერიოდში რესურსის გამოყენების საშუალო მნიშვნელობას (ის გამოყენების ერთეულია) და არ ასახავს რაიმე კავშირს შემოსული გამოძახებების რაოდენობასა და დაკავებების ხანგრძლიობებს შორის. შესაბამისად, გამოძახებების დიდი რაოდენობა, მაგრამ დაკავებათა მცირე ხანგრძლიობებით, ქმნის იმავე დატვირთვას, რასაც მცირე რაოდენობის გამოძახებები დაკავების დიდი ხანგრძლიობებით. პრაქტიკულ ამოცანებში, უმეტესად, ანალიზის შედეგები დამოკიდებულია მხოლოდ დატვირთვის ინტენსივობაზე, თუმცა, არის ამოცანები, სადაც შედეგებს განსაზღვრავს გამოძახებათა შემოსვლის კონკრეტული ხასიათი და დაკავებათა ხანგრძლიობების განაწილების კანონის (ფუნქციის) სახე.

საერთო სარგებლობის სატელეფონო ქსელების დაპროექტებას საფუძვლად უდევს დღე-ღამის განმავლობაში, უდიდესი დატვირთვის საათში შემოსული "აბონენტთა საშუალო აქტიობის" შესაბამისი გამოძახებების რაოდენობა. ამასთანავე, უდიდესი დატვირთვის საათში გაზომილი დატვირთვის საფუძველზე სატელეფონო ქსელების დაპროექტება და ანალიზი არის გარდაუვალი კომპრომისი სისტემის საშუალო გამოყენების მნიშვნელობის საფუძველზე დაპროექტებასა (ღამის საათებში ფაქტიურად ნულოვანი გამოყენების ჩათვლით) და ხანმოკლე პერიოდებში დატვირთვის პიკური მნიშვნელობების (შემთხვევით წარმოშობილი) საფუძველზე დაპროექტებას შორის.

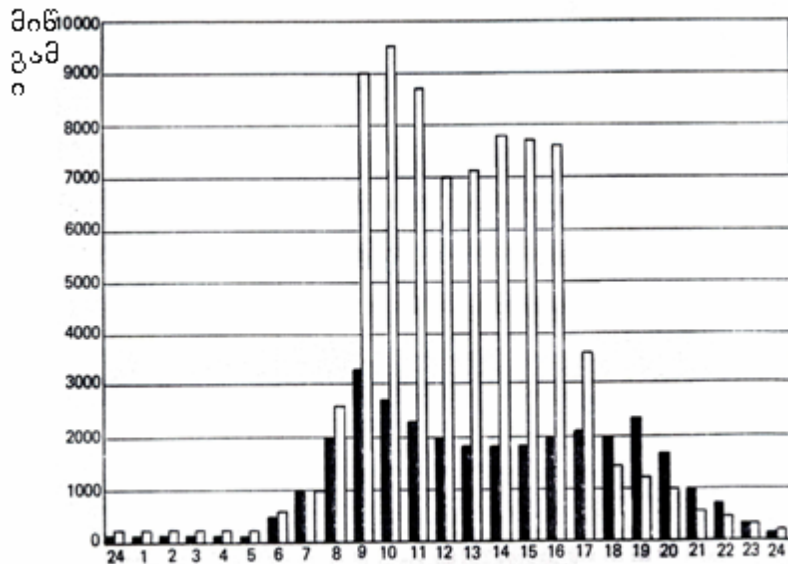
უდიდესი დატვირთვის საათში ჩატარებული გაზომვები ადასტურებენ, რომ ბინის ინდივიდუალური ტელეფონების გამოყენება ჩვეულებრივად შეადგენს ამ საათის 5 - 10 %. ამრიგად, ყოველი ტელეფონის აპარატი ქმნის 0,05 - 0,10 ერლ დატვირთვას. დაკავების საშუალო ხანგრძლივობაა 3-4 წუთი, ე.ი. ჩვეულებრივი, ბინის ინდივიდუალური ტელეფონის აპარატიდან უდიდესი დატვირთვის საათის განმავლობაში საშუალოდ შემოდის 1-2 სატელეფონო გამოძახება.

თავისი ხასიათით დანესებულების ტელეფონებიდან შექმნილი დატვირთვა მკვეთრად განსხვავდება ბინის ტელეფონის აპარატებიდან შექმნილი დატვირთვისაგან. ერთის მხრივ, დანესებულების ტელეფონის აპარატები გაცილებით ინტენსიურად გამოიყენება, ხოლო მეორეს მხრივ, მათი უდიდესი დატვირთვის საათებიც განსხვავებულია. მე-2 ნახ-ზე ნაჩვენებია ყოველი საათის განმავლობაში

სატელეფონო დატვირთვის მნიშვნელობები დატვირთვის ორივე წყაროსათვის. რიგ შემთხვევებში შემაერთებელი ხაზების რიცხვის განსაზღვრა ხდება იმის გათვალისწინებით, რომ სხვადასხვა სადგურებიდან გამოძახებების შემოსვლის ხასიათი განსხვავებულია, რაც მეთოდის უპირატესობას განაპირობებს. საქალაქთაშორისო სადგურების შემაერთებელი ხაზები ბინის აპარატების უბნებიდან უპირატესად დაკავებულია სალამოს საათებში, ხოლო საქმიანი აბონენტების უბნებიდან კი დილის და დღის საათებში. დაპროექტება დამოკიდებულია არა მარტო საერთო დატვირთვის მნიშვნელობაზე, არამედ ქსელის საზღვრებში დატვირთვის მნიშვნელობის დროში განაწილების ხასიათზეც.

სააბონენტო ხაზების დაკავებულობიდან გამომდინარე, სისტემის საერთო დატვირთულობის განსაზღვრა შეიძლება იმის გათვალისწინებით, რომ საკომუტაციო სისტემაზე მოსული საერთო დატვირთვა ტოლია სააბონენტო ხაზებზე მოსული დატვირთვის ნახევრისა, ვინაიდან დატვირთვას ქმნის გამომძახებელი აბონენტი, ხოლო ამ პროცესში დაკავებულია გამომძახებელი და გამოძახებულის სააბონენტო ხაზები.

დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა და ლაპარაკის ხანგრძლივობა განსხვავებული სიდიდეებია და უმეტეს შემთხვევებში ამის უგულებელყოფა დაუშვებელია. მართლაც, დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა, თუ კავშირი დამთავრდა ლაპარაკით, არის სადგურის მზადყოფნის სიგნალის მოსმენის დროის ( $\bar{t}_{აბ} = 3$  წ), კავშირის დამყარების დროის ( $t_{კ} = 1,5m + 2,5$  წ. (სადაც  $m$  არის ქსელში ნუმერაციის ციფრების რაოდენობა;  $1,5$  წამი შეესაბამება დისკიანი ნომრისამკრეფით ერთი ციფრის აკრეფის საშუალო ხანგრძლივობას, ხოლო  $2,5$  წამი მარკიორების მუშაობის საშუალო ხანგრძლივობაა ჯგუფური ძეზის ორ საფეხურზე კავშირის დამყარებისათვის), გამოძახების გზავნილების ( $\bar{t}_{გგ} = 7 - 8$ წმ), ლაპარაკის ( $\bar{T} = 100 - 210$  წმ) და დამყარებული კავშირის დაშლის ( $\bar{t}_{შ} = 0 - 16$ წმ) დროის ხანგრძლივობების საშუალო მნიშვნელობათა ჯამი:



ს ა დ ლ ე ა მ ი ს ო დ რ ო

ნახ. 2. სატელეფონო გამოძახებების სადღეღამისო ცვლილება:

□ - საქმიანი ობიექტების აბონენტები; ■ - ბინის აბონენტები

$$\bar{t} = \bar{t}_{\text{მს}} + \bar{t}_{\text{კ}} + \bar{t}_{\text{გზ}} + \bar{T} + \bar{t}_{\text{დ}}$$

ეს არის ერთი დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა, როდესაც კავშირი დასრულდება აბონენტებს შორის ლაპარაკით, ხოლო ლაპარაკის საშუალო ხანგრძლივობა მთელი ქსელის ან მისი უბნის ფარგლებში განისაზღვრება, როგორც  $T_i$  (შესაბამისი კატეგორიის აბონენტების  $n_i \cdot c_i \cdot P_{\text{ლი}}$  მიერ განხორციელებული ხანგრძლიობები) სიდიდის შეწონილი მნიშვნელობა:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot c_i \cdot P_{\text{ლი}} \cdot \bar{T}_i}{\sum_{i=1}^k n_i \cdot c_i \cdot P_{\text{ლი}}}$$

სადაც  $n_i$  არის  $i$  კატეგორიის აბონენტების (გამოძახებათა წყაროების) რიცხვი;

$\bar{c}_i$  – შესაბამისი კატეგორიის ერთი წყაროდან გამოძახებების საშუალო რიცხვი;

$P_{\text{ლი}}$  –  $i$  კატეგორიის წყაროდან განხორციელებულ გამოძახებებში, ლაპარაკით დასრულებული გამოძახებების წილი;

$k$  – წყაროების (აბონენტების) კატეგორიების რიცხვი.

გასულ პერიოდში, საქართველოს კავშირგაბმულობის ქსელში აბონენტები დაყოფილი იყო ხუთ კატეგორიად, ზემოთ ჩამოთვლილ პარამეტრებში მკვეთრი განსხვავებების გამო:  $n_1$  - ბინის ინდივიდუალური ნომრის მქონე აბონენტი;  $n_2$  - ბინის

შენწყვილებული ("ბლოკის") ნომრის მქონე აბონენტი;  $n_3$  - საქმიანი (დანესებულებების) სექტორის აბონენტი;  $n_4$  - ტაქსოფონები;  $n_5$  - შემაერთებელი ხაზები სადანესებულებო სადგურებიდან. ცხადია, დღეისათვის კატეგორიებად დაყოფას სხვა რედაქცია ესაჭიროება, რაც დანვრილებით არის განხილული პირველი მაგალითის შემდეგ.

მინოდებული (დაპროექტებისათვის გაანგარიშებული) დატვირთვის ინტენსივობა განისაზღვრება შემდეგი ნამრავლით:

$$A = n \cdot \bar{c} \cdot \bar{t} ,$$

რომელიც სხვადასხვა კატეგორიის აბონენტებისათვის განისაზღვრება ცალ-ცალკე და მიღებული შედეგების მარტივი არითმეტიკული ჯამი იძლევა სრული მინოდებული დატვირთვის ინტენსიობის მნიშვნელობას.

გაზომვების შედეგების საფუძველზე, უდიდესი დატვირთვის საათის განმავლობაში, ერთი წყაროდან შემოსული გამომახებების რიცხვი ტოლია: ბინის ინდივიდუალური ნომრიდან -  $\bar{c}_1 = 0,7-1,0$ ; შეწყვილებულიდან -  $\bar{c}_2 = 1,0-1,5$ ; დანესებულებებიდან -  $\bar{c}_3 = 1,9-3,4$ ; ტაქსოფონებიდან -  $\bar{c}_4 = 6-10$ ; შემაერთებელი ხაზებიდან -  $c_5 = 6-10$ .

ქსელში შემოსული გამომახება შეიძლება დამთავრდეს ლაპარაკით და სტატისტიკური გამოკვლევებით მისი წილი -  $P_{\bar{L}} = 0,5-0,6$ . მაგრამ ლაპარაკი არ შედგება, თუ გამომახებული აბონენტის ხაზი დაკავებულია -  $P_{\text{დაკ.}} = 0,2-0,3$ ; ან არ პასუხობს -  $P_{\text{ა.}} = 0,08-0,12$ ; ან შეცდომით აიკრიფა ნომერი -  $P_{\text{შეცდ.}} = 0,04-0,1$ ; ან არსებობს ისეთი ტექნიკური პირობები, რომ კავშირი არ მყარდება -  $P_{\text{ტექნ.}} = 0,03-0,05$ .

ცხადია  $P_{\bar{L}} + P_{\text{დაკ.}} + P_{\text{ა.}} + P_{\text{შეცდ.}} + P_{\text{ტექნ.}} = 1$ , ვინაიდან ეს შემთხვევები შეადგენენ მოვლენათა სრულ (მთლიან) ჯგუფს.

ამრიგად,

$$A = n \bar{c} \bar{t} P_{\bar{L}} \left( 1 + \frac{t_{\text{დაკ.}} P_{\text{დაკ.}} + t_{\text{ა.}} P_{\text{ა.}} + t_{\text{შეცდ.}} P_{\text{შეცდ.}} + t_{\text{ტექნ.}} P_{\text{ტექნ.}}}{t_{\bar{L}} P_{\bar{L}}} \right) = a n \bar{c} \bar{t} P_{\bar{L}}$$

აქ:  $\alpha$  კოეფიციენტი არანაზრმად დატვირთვას ასახავს;

$$\bar{t}_{\text{დაკ.}} = \bar{t}_{\text{მ.ს}} + \bar{t}_{\text{კ}} + \bar{t}_{\text{დაკ.სიგნ.}} + t_{\bar{L}}, \text{ სადაც } t_{\text{დაკ.სიგნ.}} = 0-5 \text{ წმ};$$

$$\bar{t}_{\text{ა.}} = \bar{t}_{\text{მ.ს}} + \bar{t}_{\text{კ}} + \bar{t}_{\text{არბ.}} + t_{\bar{L}}, \text{ სადაც } \bar{t}_{\text{არბ.}} = 30 \text{ წმ};$$

$$\bar{t}_{შეცდ} = 18 - 20 \text{ წმ} \quad (\text{სტატისტიკური დაკვირვებებით});$$

$$\bar{t}_{ტექნ} = 10 - 15 \text{ წმ} \quad (\text{სტატისტიკური დაკვირვებებით}).$$

მაგალითი 1. ექვსნიშნა ნუმერაციის ქალაქის სატელეფონო ქსელის დასაპროექტებელი ელექტრომექანიკური სისტემის სადგურის აბონენტები დაყოფილია შემდეგ კატეგორიებად:  $n_1=4000$ ;  $n_2=1000$ ;  $n_3=4000$ ;  $n_4=300$ ;  $n_5=100$ . უდიდესი დატვირთვის საათში თითოეული კატეგორიის აბონენტისაგან შემოსული გამოძახებების საშუალო რიცხვია  $c_1=0,7$ ;  $c_2=1,0$ ;  $c_3=3,4$ ;  $c_4=10$ ;  $c_5=10$ . შესაბამისი კატეგორიის აბონენტებისათვის ლაპარაკის საშუალო ხანგრძლივობაა:  $T_1=130$  წმ;  $T_2=120$  წმ;  $T_3=100$  წმ;  $T_4=100$  წმ;  $T_5=100$  წმ. სხვადასხვა სახის დაკავებათა წილობრივი მნიშვნელობები:  $P_{ლ} = 0,6$ ;  $P_{დაკ.} = 0,2$ ;  $P_{აბ.} = 0,1$ ;  $P_{შეცდ.} = 0,05$ ;  $P_{ტექნ.} = 0,05$ .

ვიანგარიშით: უდიდესი დატვირთვის საათში, სადგურში შემომავალი დატვირთვის ინტენსივობა ყველა კატეგორიის აბონენტებისაგან.

ამოხსნა:

განვსაზღვროთ დაკავებების საშუალო ხანგრძლივობები შემთხვევების მიხედვით:

$$\bar{t}_{1ლ} = \bar{t}_{მს} + \bar{t}_{კ} + \bar{t}_{გგ} + T_1 = 3 + (1,5 \cdot 6 + 2,5) + 7 + 130 + 0 = 151,5 \text{ წმ.}$$

$$\bar{t}_{2ლ} = 141,5 \text{ წმ}; \bar{t}_{3ლ} = 121,5 \text{ წმ}; \bar{t}_{4ლ} = 121,5 \text{ წმ}; \bar{t}_{5ლ} = 121,5 \text{ წმ.}$$

როდესაც არ არის თავისუფალი გამოსაძახებელი აბონენტის ხაზი, დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა გამომძახებლის მხრიდან იქნება:

$$\bar{t}_{დაკ.} = \bar{t}_{მს} + \bar{t}_{კ} + \bar{t}_{დაკ.ს.} + \bar{t}_{დ} = 3 + (1,5 \cdot 6 + 2,5) + 0 + 0 = 14,5 \text{ წმ.}$$

როდესაც გამოსაძახებელი აბონენტი არ პასუხობს:

$$\bar{t}_{აბ.} = \bar{t}_{მს} + \bar{t}_{კ} + \bar{t}_{არბ.} + \bar{t}_{დ} = 3 + (1,5 \cdot 6 + 2,5) + 30 + 0 = 44,5 \text{ წმ.}$$

$$\bar{t}_{შეცდ.} = 20 \text{ წმ}; \bar{t}_{ტექნ.} = 15 \text{ წმ.}$$

ყველა კატეგორიის აბონენტებისათვის დაკავებების საშუალო ხანგრძლივობები იქნება:

$$\bar{t}_1 = \bar{t}_{1ლ} \cdot P_{ლ} + \bar{t}_{დაკ.} \cdot P_{დაკ.} + \bar{t}_{აბ.} \cdot P_{აბ.} + \bar{t}_{შეცდ.} \cdot P_{შეცდ.} + \bar{t}_{ტექნ.} \cdot P_{ტექნ.} = 151,5 \cdot 0,6 + 14,5 \cdot 0,2 + 44,5 \cdot 0,1 + 20 \cdot 0,05 + 15 \cdot 0,05 = 100 \text{ წმ}; \bar{t}_2 = 94 \text{ წმ}; \bar{t}_3 = 82 \text{ წმ}; \bar{t}_4 = 82 \text{ წმ}; \bar{t}_5 = 82 \text{ წმ.}$$

დატვირთვის ინტენსიობის მნიშვნელობები შესაბამისი კატეგორიის აბონენტებისაგან განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$A_1 = n_1 \cdot c_1 \cdot \bar{t}_1 = 4000 \cdot 0,7 \cdot \frac{100}{3600} = 77,7 \text{ ერლ};$$

$$A_2 = 26,1 \text{ ერლ}; A_3 = 309,8 \text{ ერლ}; A_4 = 68,3 \text{ ერლ}; A_5 = 22,7 \text{ ერლ.}$$

მაგალითის ამოხსნის შედეგები აუცილებლად უნდა გავიაზროთ. მართლაც, 4 000 ბინის აბონენტი ქმნის 77,7 ერლ დატვირთვას, ხოლო 4 000 საქმიანი სექტორის აბონენტი კი 309,8 ერლ-ს. 300 ტაქსოფონი თითქმის იმავე დატვირთვას ქმნის, რასაც 4 000 ბინის აბონენტი, ხოლო 100 შემაერთებული ხაზი სადანესებულებო სადგურიდან ტოლფასია 1000 შეწყვილებული ნომრის აბონენტისა. გარდა ამისა, გასააზრებელია, რას მოითხოვს დატვირთვის ინტენსიობის თითოეული მნიშვნელობა: რას ნიშნავს მიწოდებული დატვირთვა 309,8 ერლ ან 77,7 ერლ. თუ პასუხის გაცემა ჭირს, დაკვირვებით უნდა გაირჩეს კონსპექტში "სატელეფონო დატვირთვის გაზომვის" საკითხი.

განხილული მაგალითი იძლევა ტრაფიკის ძირითადი პარამეტრების ფიზიკურ არსში ჩანვდომის საშუალებას და მარტივი თვალსაჩინოებაა. რეალურად კი, თანამედროვე ქსელების ინფრასტრუქტურა განვითარებულია და იგი არის მაგისტრალური ქსელის, საინფორმაციო ნაკადების კომუტაციის სისტემების, მიერთების ქსელის ("ბოლო მილი" ანუ მომხმარებლის მიერთების მანძილი) და მომხმარებლის დამაბოლოებელი მონყობილობების ერთობლიობა.

მაგისტრალური ქსელი არის საფუძველი და იმის შესაბამისად, თუ როგორ არის დაპროექტებული, განისაზღვრება ინფოკომუნიკაციური (ანუ თანამედროვე) ქსელის განვითარება და მომსახურებათა სახეობების უზრუნველყოფა. აქ საქმე გვაქვს ყველა სახის საინფორმაციო ნაკადების გაერთიანებასთან, რაც პრობლემურ ამოცანებს წამოჭრის მაგისტრალური ქსელის წინაშე. მათ შორის უმნიშვნელოვანესია ქსელის შესაძლებლობების მასშტაბის ცვლილების გათვალისწინება (მასშტაბირება), ვინაიდან აბონენტების და მათ მიერ გამოყენებული საინფორმაციო ნაკადების რაოდენობა იზრდება თანდათან, ამასთან, გასაოცარ სიდიდეებამდე.

ზემოთ განხილული ამოცანისაგან განსხვავებით (წმინდად სატელეფონო ქსელი) ვნახოთ ამოცანის დასმის თავისებურება ინტეგრალურ ქსელში, რომელსაც მასშტაბირების საფუძველზე განვითარებით ინფოკომუნიკაციურ ქსელამდე, რისი უნარ-ჩვევებიც უკვე შევიძინეთ, როდესაც ტრაფიკის პარამეტრები დაწვრილებით განვიხილეთ პირველი მაგალითის ამოხსნის დროს.

განვიხილოთ ქალაქი 500 ათასი მცხოვრებით. მაგისტრალური ქსელის აუცილებელი ტევადობა გამოითვლება თანამედროვე საზოგადოებისათვის დამახასიათებელი შემდეგი ტიპური სიდიდეებიდან გამომდინარე:

- ტელეფონის აპარატების სიმკვრივე შეადგენს მცხოვრებთა 40%-ს;
- 56 კბიტ/წმ სიჩქარით მომუშავე ინტერნეტის მომხმარებლები – 4%;
- ორგანიზაციების რაოდენობა, რომლებიც იყენებს საშუალოდ 128 კბიტ/წმ სიჩქარეს – 5% (კორპორატიული ქსელები);
- სატელეფონო ტრაფიკის დატვირთვა – 0,15 ერლანგი;

- ინტერნეტის ტრაფიკი – 0,4 ერლანგი;
- ტრაფიკი დაწესებულებებიდან (კორპორატიული ტრაფიკი) – 0,5 ერლანგი.

ამ მონაცემების საფუძველზე ვსაზღვრავთ მოცემული ქალაქის მომსახურებისათვის მაგისტრალური ქსელის საჭირო გამტარუნარიანობას:

$$[(500/2) \cdot 0,15 \cdot 40\% \cdot 64 + 500 \cdot 0,4 \cdot 4\% \cdot 56 + 500 \cdot 0,5 \cdot 5\% \cdot 128] \cdot 10^3 = \\ = 0,96 \text{ გბიტ/წმ} + 0,45 \text{ გბიტ/წმ} + 1,6 \text{ გბიტ/წმ} \approx 3 \text{ გბიტ/წმ}$$

ამის საფუძველზე ირჩევენ STM-16 დონის SDH ქსელს. მაგრამ, თუ გავითვალისწინებთ ასეთი ქსელის გამოყენების პირობებში მომხმარებლების ინფოკომუნიკაციური თვითშეგნების ამაღლებას, მოსალოდნელია, რომ ყოველი მომხმარებელი გამოიყენებს 384 ინფორმაციულ ნაკადს (იხ. "Вестник связи" №3, 2003, გვ. 53), ხოლო თანამედროვე ტექნოლოგიები უზრუნველყოფს ყოველ მომხმარებელს 10-45 მგბიტ/წმ ჩამომავალი ტრაფიკით და 256 კბიტ/წმ – აღმავალით (იხ. "Вестник связи" №7, 2003, გვ. 42), შესაბამისად, ერთი ქსელის ფარგლებში ინფორმაციული ნაკადების გაერთიანება მოითხოვს მაგისტრალური ქსელის მასშტაბირებას 3 გბიტ-დან 4,5 ტბიტ-მდე, ანუ 1500-ჯერ უნდა გაიზარდოს გამტარუნარიანობა (1500-ჯერ იზრდება მასშტაბი).

კავშირგაბმულობის ქსელებში დატვირთვების შესწავლის დროს აუცილებელია მიწოდებული და მომსახურებული დატვირთვების განსხვავება. მიწოდებული დატვირთვა არის საერთო დატვირთვა, რომელსაც ქსელი მოემსახურებოდა მხოლოდ მაშინ, თუ ქსელს ექნებოდა ყველა შემოსული გამოძახების მომსახურების უნარი გამოძახების შემოსვლისთანავე. ვინაიდან ეკონომიკური ფაქტორების გათვალისწინებით, ქსელის პროექტი არ ითვალისწინებს მაქსიმალური სატელეფონო დატვირთვის დაუყოვნებლივ მომსახურებას, მიწოდებული დატვირთვის მცირე პროცენტი დაიბლოკება ან ყოვნდება. თუ დაბლოკილ გამოძახებებს ქსელი აღარ ემსახურება, მაშინ მომსახურების (მუშაობის) ასეთ რეჟიმს ეწოდება რეჟიმი ცხადი კარგვებით. სინამდვილეში იგულისხმება, რომ დაბლოკილი გამოძახებები ქრებიან და მომსახურებისათვის აღარ ბრუნდებიან. ეს დაშვება ზუსტად შეესაბამება ისეთი შემაერთებელი ხაზების მუშაობის რეჟიმს, რომლებსაც აქვთ შემოვლითი გზები, სადაც დაბლოკილ გამოძახებებს მოემსახურება სხვა შემაერთებელი (შემოვლითი მიმართულების) ხაზები და ისინი სისტემაში მართლაც აღარ ბრუნდებიან.

კარგების რეჟიმში მოქმედ ქსელში მომსახურებული დატვირთვა ყოველთვის ნაკლებია მიწოდებულ დატვირთვაზე. მეორეს მხრივ, კი ლოდინის რეჟიმის ქსელი (სისტემა) დაბლოკილ გამოძახებებს არ კარგავს (არ უგზავნის დაკავების სიგნალს), არამედ ინარჩუნებს მანამ, სანამ არ გათავისუფლდება კავშირის დამყარებისათვის საჭირო რესურსები. იმის გათვალისწინებით, რომ ხანგრძლივი დროის შესაბამისი მიწოდებული დატვირთვის მნიშვნელობა ნაკლებია ქსელის გამტარუნარიანობის

მნიშვნელობაზე, უნდა დავასკვნათ, რომ ლოდინის რეჟიმის ქსელი მოემსახურება მთლიან მიწოდებულ დატვირთვას სრულად. მაგრამ, რადგანაც გამოძახებების რიცხვი, რომლებიც ელოდება მომსახურების დაწყებას, პრაქტიკულად სასრულია, ე.ი. გარკვეულად შეზღუდულ რაოდენობაზეა გათვლილი, ლოდინის რეჟიმის სისტემა იძენს ცხადი კარგების რეჟიმის სისტემის თვისებებს. მაგალითად, თუ რიგი, რომელშიც დგას და მომსახურებას ელოდება დაბლოკილი გამოძახებები, სასრული სიგრძისაა, ცხადია, ის გამოძახებები, რომლებიც შემოვლენ რიგის გადავსების შემდეგ, დაიკარგება.

## 1.2. გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტების განაწილება

ყველაზე მნიშვნელოვანი დაშვება, რომელიც მიღებულია ტელეტრაფიკის კლასიკურ თეორიაში, მდგომარეობს იმაში, რომ გამოძახებების შემოსვლა მიმდინარეობს ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად. ე.ი., გამოძახების შემოსვლა რომელიმე ერთი წყაროდან (ტელეფონის ხაზიდან) არ არის გამონვეული სხვა ნებისმიერი წყაროდან გამოძახების შემოსვლით. მაშინაც, კი როდესაც ეს დაშვება საეჭვოა რომელიმე კერძო შემთხვევისათვის, მთლიანი სისტემისათვის სამართლიანია და ანალიზისთვის სასარგებლოა. მაშინ, როდესაც ნამდვილად არსებობს წყაროთა გარკვეული ჯგუფიდან გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტებს შორის კორელაცია, გამოძახებების შემოსვლის შემთხვევითი ხასიათის მოდიფიცირების საფუძველზე მაინც შეიძლება ხელსაყრელი შედეგების მიღება. ამრიგად, იმის დაშვება, რომ გამოძახებების შემოსვლას აქვს შემთხვევითი ხასიათი (გამოძახებების ნაკადი არის შემთხვევითი ხასიათის), გვაძლევს პროცესის მათემატიკურად აღწერის საშუალებას, რომელიც შეიძლება ისე იქნას კორექტირებული, რომ მივალწვეთ რიგი ამოუხსნელი ამოცანების მიახლოებით გადაწყვეტას.

**თანამიმდევრულ გამოძახებებს შორის დროის შუალედების ექსპონენციალური განაწილება** (მათემატიკური სიმკაცრით, უარყოფითი ექსპონენციალური განაწილება). ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი გამოძახებების წყაროების დიდი ჯგუფიდან (აბონენტების ხაზებიდან) გამოძახებების შემოსვლის ინტენსიობის საშუალო მნიშვნელობა (საშუალო ინტენსივობა – საზომი ერთეულია: "გამოძახებები საათში") აღვნიშნოთ  $\lambda$ . შევთანხმდეთ შემდეგ დაშვებებზე:

1. ნებისმიერ, მცირე ხანგრძლიობის ინტერვალში შეიძლება შემოვიდეს მხოლოდ ერთი გამოძახება (ორდინარული ნაკადი);
2. გამოძახების შემოსვლის ალბათობა ნებისმიერ, მცირე ხანგრძლიობის ინტერვალში პირდაპირპროპორციულია ამ ინტერვალის ხანგრძლიობისა, ე.ი. გამოძახების შემოსვლის ალბათობაა  $\lambda \cdot \Delta t$ , სადაც  $\Delta t$  არის ინტერვალის ხანგრძლივობა (სტაციონარული ნაკადი);

3. ნებისმიერი დროის ინტერვალში გამოძახების შემოსვლის ალბათობა არ არის დამოკიდებული იმ მოვლენებზე, რაც მოხდა დროის წინა ინტერვალში (უუკუქმედებო ნაკადი, ანუ ნაკადი უკუქმედების გარეშე).

თანამიმდევრულ გამოძახებებს შორის დროის შუალედების განაწილებას შემდეგი სახე აქვს:

$$P_0(\lambda t) = e^{-\lambda t} \quad (2)$$

(2) განტოლება განსაზღვრავს იმის ალბათობას, რომ ნებისმიერ, შემთხვევით შერჩეულ  $t$  დროის ინტერვალში არ შემოვა არც ერთი გამოძახება. ეს შეესაბამება აგრეთვე იმის ალბათობას, რომ ერთი გამოძახების შემოსვლის მომენტიდან შემდეგი გამოძახების შემოსვლის მომენტამდე გადის  $t$  წამი.

მაგალითი 2. ვივარაუდოთ, რომ 10 000 აბონენტის ყოველი ხაზიდან შემოდის თითო გამოძახება საათში. განვსაზღვროთ, რამდენად ხშირია ორი ისეთი გამოძახების შემოსვლის შემთხვევები, როდესაც მათ შორის ინტერვალი 0,01 წამზე ნაკლებია.

ამოხსნა. გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობაა:

$$\lambda = 10\,000 \cdot 1/3600 = 2,78 \text{ გამოძახება წამში.}$$

(2) განტოლების საფუძველზე განვსაზღვროთ, თუ რას უდრის იმის ალბათობა, რომ 0,01 წამიანი ინტერვალის განმავლობაში არ შემოვა არც ერთი გამოძახება:

$$P_0(0,0278) = e^{-0,0278} = 0,973.$$

ამრიგად, წინა გამოძახების შემოსვლიდან 0,01 წამის განმავლობაში შემოდის გამოძახების 2,7%. რადგანაც გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა არის 2,78 გამოძახება წამში, ისეთი შუალედების გამოჩენის ინტენსივობა, რომელთა ხანგრძლიობები 0,01 წამზე ნაკლებია, იქნება:

$$2,78 \cdot 0,027 = 0,075 \text{ - ჯერ წამში.}$$

უარყოფითი ექსპონენციალური განაწილების კანონის სამართლიანობისათვის აუცილებელია ზემოაღნიშნული დაშვებების არსებობა. სამი დაშვებიდან პირველი ორი: ნაკადის ორდინარულობა და სტაციონარულობა პრაქტიკულად, უმეტეს გამოყენებით ამოცანებში სრულდება, მაგრამ მესამე დაშვება, კერძოდ, უუკუქმედებობა დაკავშირებულია გარკვეულ პრობლემებთან, მაგალითად, როდესაც თბილისში ახალი წლის მისალოცად თითქმის ყველა ერთდროულად ურეკავს ერთმანეთს, ან როდესაც ენერგეტიკულ გადამცემ ხაზებზე დაზიანების გამო წყდება სატელევიზიო გადაცემა, საზოგადოება ტელეფონისთვის იცლის და სატელეფონო ქსელში იგივე მდგომარეობა იქმნება. ასეთ ვითარებებში უარყოფითი ექსპონენციალური განაწილების კანონი აღარ იქნება სამართლიანი, ვინაიდან გამოძახებების ნაკადი აღარ არის ურთიერთდამოუკიდებელი პროცესი.

გამოძახებების შემოსვლის ურთიერთდამოუკიდებელი პროცესის უფრო დაწვრილებით განხილვა მოითხოვს გამოძახებების წყაროების რიცხვის

გათვალისწინებას და არა მათ მიერ გამოძახებების გაგზავნის ხასიათს. თუ გამოძახების შემოსვლის ალბათობა დროის ნებისმიერ მცირე მონაკვეთში, არ არის დამოკიდებული სხვა გამოძახებების შემოსვლაზე, ეს ნიშნავს, რომ არსებული წყაროების რიცხვი მუდმივია. თუ გამოძახებების რაღაც რაოდენობა შემოდის უშუალოდ განსახილველი დროის ინტერვალის წინ, მაშინ უნდა ვიფიქროთ, რომ შესაბამისი გამოძახებების წყაროები დროის განსახილველ ინტერვალში გამოძახებებს ვეღარ გამოგზავნიან, ვინაიდან უკვე დაკავებულნი არიან და ახალ მოთხოვნებს ვეღარ ქმნიან. დაკავებული წყაროების გავლენა ვლინდება იმ ფაქტით, რომ მცირდება გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობა. ამრიგად, მიმდევრობით გამოძახებებს შორის დროის ინტერვალები ყოველთვის რამდენადმე უფრო მეტია, ვიდრე ამას საზღვრავს (2) ფორმულა. მხოლოდ ერთადერთ შემთხვევაში, როდესაც არსებობს წყაროების უსასრულოდ დიდი რიცხვი, გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა, მართლაც, დამოკიდებულია მხოლოდ წყაროს აქტიურობაზე.

თუ გამოძახებათა წყაროების რიცხვი დიდია და მათი საშუალო აქტიურობა შედარებით მცირეა, მაშინ დაკავებული წყაროების არსებობა გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობას შესამჩნევად ვერ შეამცირებს. განვიხილოთ, მაგალითად, დამაბოლოებელი სატელეფონო სადგური, რომელიც ემსახურება 10 000 აბონენტს, სადაც ყოველი აბონენტი ქმნის 0,1 ერლ დატვირთვას. ამ შემთხვევაში არსებობს 1000 აქტიური სააბონენტო ხაზი (ე.ი., უდიდესი დატვირთვის პერიოდის ნებისმიერ მომენტში 1000 აბონენტი დაკავებულია), ხოლო დანარჩენ 9000 აბონენტს შეუძლია გაგზავნოს ახალი გამოძახება. თუ აქტიური აბონენტების რიცხვი იზრდება 50%-ით (რაც ნაკლებად მოსალოდნელია) და ხდება 1 500, თავისუფალი აბონენტების რიცხვი მცირდება 8 500-მდე, ე.ი. ცვლილება შეადგენს მხოლოდ 5,6%. ამრიგად, გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა რჩება შედარებით მუდმივ დონეზე წყაროების აქტიურობის დიდ დიაპაზონში. ყოველთვის, როდესაც გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა მუდმივი სიდიდეა წყაროების აქტიურობის ყველა შესაძლო შემთხვევებისათვის ვარაუდი, რომ წყაროების რაოდენობა უსასრულოდ დიდია, სამართლიანია.

**გამოძახებების შემოსვლის მომენტების პუასონის განაწილება.** (2) ფორმულა გვაძლევს ორ თანმიმდევრულ გამოძახებას შორის დროის შუალედების განაწილების განსაზღვრის საშუალებას. თავისთავად ეს გამოსახულება არ იძლევა უფრო სასურველი შედეგის მიღების შესახებ ინფორმაციას. კერძოდ, თუ რამდენი გამოძახება შემოვა ნებისმიერ, შემთხვევითად შერჩეულ დროის ინტერვალში. მაგრამ, ზემოაღნიშნული დაშვების პირობებში, როდესაც გამოძახებათა ნაკადი არის ორდინარული, სტაციონარული და უუკუქმედებო, შესაძლებელია  $t$  ინტერვალში  $i$  გამოძახებების შემოსვლის ალბათობის განსაზღვრა:

$$P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \quad (3)$$

(3) განტოლება არის პუასონის განაწილების კანონი. თუ აქ  $i=0$ , მაშინ იმის ალბათობა, რომ  $t$  ინტერვალში არ შემოვა არც ერთი გამოდახება, ტოლია  $P_0(t)$ -სი, რომელიც შეესაბამება (2) განტოლებას. (3) განტოლება სამართლიანია იმ შემთხვევაში, თუ გამოდახებები ურთიერთდამოუკიდებელია და შემოდის საშუალო ინტენსიობით, რომელიც არავითარ დამოკიდებულებაში არ არის უშუალოდ განსახილველი ინტერვალის წინ შემოსულ გამოდახებებთან. ამრიგად, ალბათობათა განაწილების პუასონის კანონი შეიძლება გამოვიყენოთ მხოლოდ უსასრულო რაოდენობის დამოუკიდებელი წყაროებიდან შექმნილი გამოდახებების ნაკადებისათვის.

(3) განტოლება განსაზღვრავს ზუსტად  $i$  რაოდენობის გამოდახებების შემოსვლის ალბათობას  $t$  დროში. პრაქტიკულ საქმიანობაში საინტერესოა არანაკლებ  $i$  გამოდახებების ( $i$  და მეტი გამოდახებების) შემოსვლის ალბათობის განსაზღვრა:

$$P_{k \geq i}(t) = \sum_{k=i}^{\infty} P_k(t) = 1 - \sum_{k=0}^{i-1} P_k(t) = 1 - P_{k \leq i-1}(t), \quad (4)$$

სადაც  $P_k(t)$  განისაზღვრება (3) განტოლებით.

ასევე შეიძლება ვიპოვოთ  $t$  ინტერვალში არაუმეტეს  $i$  გამოდახებების შემოსვლის ალბათობა:

$$P_{k \leq i}(t) = 1 - P_{k \geq i+1}(t); \quad P_i(t) = P_{k \geq i}(t) - P_{k \geq i+1}(t).$$

მაგალითი 3. შეტყობინებათა კომუტაციის კვანძისათვის, სადაც, ჩვეულებრივად, ნუთში შემოდის ოთხი გამოდახება, განვსაზღვროთ თუ რას უდრის იმის ალბათობა, რომ ნებისმიერ, შემთხვევით  $t=30$  წამიან დროის ინტერვალში შემოვა 8 და მეტი გამოდახება.

ამოხსნა. გამოდახებების საშუალო რიცხვი, რომლებიც შემოდის 30 წამის განმავლობაში არის:

$$\lambda t = 4(30/60) = 2.$$

იმის ალბათობა, რომ შემოვა 8 და მეტი გამოდახება, როდესაც გამოდახებათა საშუალო რიცხვია 2, იქნება:

$$P_{k \geq 8}(t) = \sum_{k=8}^{\infty} P_k(t) = 1 - \sum_{k=0}^7 P_k(t) = 1 - e^{-2} \left( 1 + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \dots + \frac{2^7}{7!} \right) = 0,0011$$

მაგალითი 4. განვსაზღვროთ, თუ რისი ტოლია იმის ალბათობა, რომ მონაცემთა 1 000 ბიტის ბლოკის ხაზში გადაცემის დროს, სადაც შეცდომათა ალბათობა ბიტების მიხედვით არის  $10^{-5}$ , გაჩნდება ზუსტად 4 შეცდომა.

ამოხსნა. უნდა ჩავთვალოთ, რომ შეცდომების წარმოქმნა ურთიერთდამოუკიდებელია (რაც საზოგადოდ არ არის სწორი დაშვება), მაშინ ოთხი შეცდომის ალბათობის განსაზღვრა შეიძლება პუასონის განაწილების ფორმულით.

შეცდომათა საშუალო რიცხვია  $\lambda t = 10^3 \cdot 10^{-5} = 0,01$ . ამრიგად, ოთხი შეცდომის ალბათობა იქნება:

$$P_4(0,01) = \frac{(0,01)^4}{4!} e^{-0,01} = 4,125 \cdot 10^{-10}.$$

ამოცანის ამოხსნა შეიძლება აგრეთვე ალბათობათა განაწილების ბინომური კანონის გამოყენებით (ბერნულის განაწილება):

$$P_k = C_N^k P^k (1-P)^{N-k}.$$

$P_k$  არის იმის ალბათობა, რომ  $N$  დამოუკიდებელი წყაროდან  $k$  იქნება დაკავებული, როდესაც  $P$  არის დაკავებულობის ალბათობა. ჩვენს ამოცანაში კი  $N$  რაოდენობის ბიტიდან რომ  $k$  რაოდენობა გადაიცემა შეცდომით, როდესაც შეცდომის ალბათობა ბიტების მიხედვით  $P = 10^{-5}$ , გვექნება:

$$P_4 = C_{1000}^4 P^4 (1-P)^{996} = 4,101 \cdot 10^{-10}.$$

ბერნულის განაწილებაში  $C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$  არის ბინომური კოეფიციენტი.

როგორც ვხედავთ, მე-4 მაგალითის ორივე ამონახსნი თითქმის ერთნაირია. ორივე შედეგის ასეთი დამთხვევა იმით არის განპირობებული, რომ ალბათობათა პუასონის განაწილება ფაქტიურად არის ბინომური განაწილების ზღვრული მნიშვნელობა, როდესაც  $N \rightarrow \infty$ .

ვინაიდან გამოთვლების თვალსაზრისით პუასონის განაწილება მოხერხებულია, მას უფრო ხშირად იყენებენ როგორც ბინომური განაწილების მიახლოებას (აპროქსიმაციას).

### 1.3. დაკავებათა ხანგრძლივობების განაწილება

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ ბლოკირების ალბათობა კარგეებიან სისტემაში ან ლოდინის ალბათობა ლოდინის რეჟიმთან სისტემაში, რიგ შემთხვევებში საკმარისია ვიცოდეთ დაკავების ხანგრძლიობის საშუალო მნიშვნელობა. საჭირო შედეგების მისაღებად აუცილებელია დაკავებათა ხანგრძლივობების განაწილების კანონის ცოდნა. ამიტომ ჩვენ განვიხილავთ დაკავებათა ხანგრძლივობების განაწილების ორ ყველაზე გავრცელებულ სახეს: დაკავება მუდმივი ხანგრძლივობით და დაკავება ექსპონენციალური კანონით განაწილებული ხანგრძლივობით.

**განვიხილოთ დაკავება მუდმივი ხანგრძლივობით.** დაკავების მუდმივი ხანგრძლივობა მიუღებელია ჩვეულებრივი სატელეფონო ქსელებისათვის, მაგრამ გამოძახების სიგნალების დამუშავების, შეერთებების დამყარების, სიგნალიზაციის უზრუნველყოფის ნაწილში ყველაფერი ხასიათდება მუდმივი ხანგრძლივობებით.

ამასთანავე, მუდმივი ხანგრძლიობით დაკავება სრულიად სამართლიანია პაკეტების კომუტაციის ქსელებში ფიქსირებული სიგრძის პაკეტებით.

თუ მართლაც არსებობს შეტყობინებები მუდმივი ხანგრძლიობის დაკავებებით, მაშინ აქტიური არხების რაოდენობათა ალბათობების განაწილების განსზღვრა შეიძლება (3) ფორმულის გამოყენებით. დავუშვათ, რომ განსახილველ დროის მომენტში ყველა გამოძახება (მოთხოვნა) მომსახურებულია. მაშინ ალბათობა, რომ ნებისმიერ მოცემულ დროის მომენტში დაკავებული იქნება  $i$  არხები, ტოლია იმის ალბათობისა, რომ  $h$  ხანგრძლიობის დროის ინტერვალში, რომელიც უშუალოდ განსახილველი დროის მომენტის წინ მიმდინარეობდა, შემოვიდა  $i$  გამოძახება. ვინაიდან აქტიური არხების საშუალო რიცხვი დროის მთელი პერიოდის განმავლობაში ტოლია დატვირთვის ინტენსიობისა  $A=\lambda h$ , იმის ალბათობა, რომ  $i$  არხები იქნება დაკავებული, დამოკიდებულია მხოლოდ დატვირთვის ინტენსიობაზე:

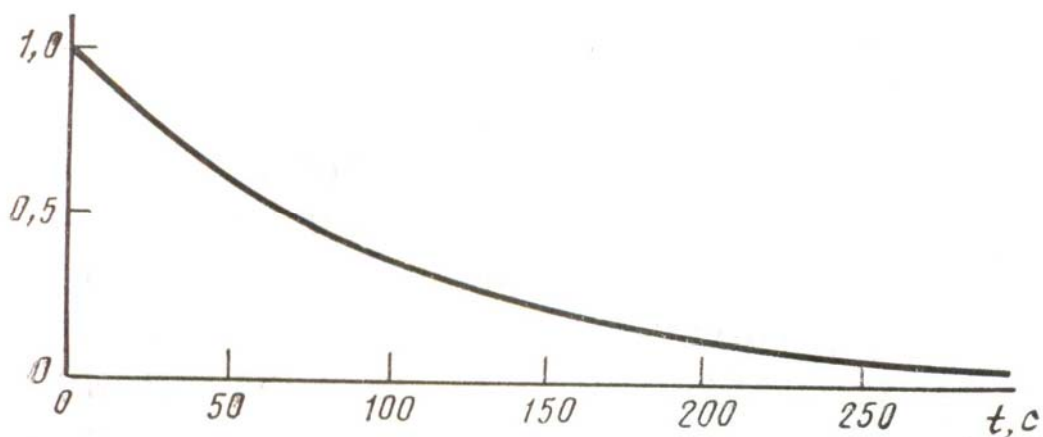
$$P_i(\lambda h) = P_i(A) = \frac{A^i}{i!} e^{-A} \quad (5)$$

სადაც  $\lambda$  არის გამოძახებების შემოსვლის ინტენსიობა;  $h$  - დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა;  $A$ - დატვირთვის ინტენსიობა ერლანგებში.

**განვიხილოთ დაკავებათა ხანგრძლიობების ექსპონენციალური განაწილება.** ჩვეულებრივად, სატელეფონო ლაპარაკების შემთხვევაში, დაკავებათა ხანგრძლიობების ყველაზე სავარაუდო განაწილებაა ექსპონენციალური:

$$P(>t) = e^{-t/h} \quad (6)$$

სადაც  $h$  არის დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა. (6) განტოლება განსაზღვრავს იმის ალბათობას, რომ დაკავება გაგრძელდება არანაკლებ (ან სულ მცირე)  $t$  წამი. ამ ფუნქციის სახე, როდესაც  $h=100$  წამს, ნაჩვენებია მე-3 ნახ-ზე.



იმის ალბათობა, რომ შეერთება გაგრძელდება

ნახ. 3. განაწილების ექსპონენციალური (მაჩვენებლიანი) ფუნქცია რ№100 წმ.

ფუნქციის გრაფიკი გვიჩვენებს, რომ დაკავების მოცემული საშუალო მნიშვნელობისათვის, იმის ალბათობა, რომ დაკავება გაგრძელდება 70 წამზე მეტი ხანგრძლიობით, შეადგენს 0,5; 100 წამზე მეტი ხანგრძლიობით გაგრძელების ალბათობაა 0,36, ხოლო 200 წამზე მეტი ხანგრძლიობით გაგრძელების ალბათობაა 0,13.

გარდა იმისა, რომ დაკავებათა ხანგრძლიობების განაწილების ექსპონენციალური კანონი საოცარი სიზუსტით ემთხვევა რეალურ დაკავებებზე დაკვირვებების შედეგად განსაზღვრულ განაწილებას, ექსპონენციალურ განაწილებას აქვს აგრეთვე მნიშვნელოვანი თვისება, კერძოდ, კავშირის დასრულების ალბათობა არ არის იმაზე დამოკიდებული, თუ უკვე რამდენ ხანს გრძელდებოდა დაკავება. ეს ნიშნავს, რომ დროის მოცემული მომენტიდან დაკავების ხანგრძლივობა განისაზღვრება ისევ (6) ფორმულით და პასუხი არ იქნება დამოკიდებული იმაზე, თუ დროის მოცემულ მომენტამდე რამდენ ხანს გრძელდებოდა დაკავება. ეს იმით აიხსნება, რომ ექსპონენციალური განაწილება შეესაბამება მკაფიოდ გამოხატულ შემთხვევით პროცესს და იმის ცოდნა, თუ რამდენ ხანს არსებობს უკვე მოცემული დაკავება, არ იძლევა არავითარ ინფორმაციას იმის შესახებ, თუ როდის დასრულდება დაკავება.

ამიტომ დაკავებების ხანგრძლიობების ექსპონენციალური განაწილებისა და გამოძახებების პუასონის კანონით ნაკადის შემოსვლის შემთხვევაში აქტიური (მომქმედი) არხების რაოდენობის განაწილების კანონის განსაზღვრა რთულდება, ვინაიდან დაკავებები შეიძლება გრძელდებოდეს განუსაზღვრელი დროით, მაგრამ პრაქტიკულად საბოლოო შედეგი დამოკიდებულია დაკავების საშუალო ხანგრძლივობაზე. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ (5) განტოლება სამართლიანია დაკავების ხანგრძლიობების ექსპონენციალური განაწილების შემთხვევაშიც. შესაბამისად, კიდევ ერთხელ განვმარტოთ (5) განტოლება: ალბათობა, რომ დროის ნებისმიერ მომენტში დაკავებული იქნება  $i$  რაოდენობის არხები, იმის დაშვებით, რომ გამოძახებების შემოსვლის პროცესი პუასონის კანონს შეესაბამება და ყველა მოთხოვნა (გამოძახება) დაუყოვნებლივ იქნება მომსახურებული, ტოლია:

$$P_i(A) = \frac{A^i}{i!} e^{-A}, \quad (7)$$

სადაც  $A$  არის მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა ერლანგებში. (7) განტოლება სამართლიანია დაკავებათა ხანგრძლიობების განაწილების ნებისმიერი კანონისათვის.

მაგალითი 5. დავუშვათ, რომ შემაერთებელი ხაზი შეიცავს არხების საკმარის რაოდენობას, რათა მოემსახუროს პუასონის პროცესის შესაბამის მიწოდებულ დატვირთვას გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსიობით: ერთი გამოძახება ნუთში. დავუშვათ აგრეთვე, რომ დაკავების საშუალო ხანგრძლივობა შეადგენს 2 ნუთს. განვსაზღვროთ, საერთო დატვირთვის რა ნაწილს ემსახურება პირველი 5 არხი

და რა დატვირთვას ემსახურება დანარჩენი არხები. (ცხადია, ამ პირობებში მომსახურების წესი დანესებულია ისე, რომ გამოძახებები არხებს იკავებენ თანამიმდევრობით – პირველი არხიდან, არხის ნომრის ზრდის შესაბამისად).

ამოხსნა: სისტემაში მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა ტოლია  $A = \lambda h = 1 \cdot 2 = 2$  ერლ. დატვირთვის ინტენსივობა, რომელსაც ემსახურება  $i$  რაოდენობის არხები (ე.ი.  $i$  რაოდენობის არხი დაკავებულია დატვირთვის მომსახურებით), ტოლია  $i$  ერლ. შესაბამისად, პირველი 5 არხით მომსახურებული დატვირთვა განისაზღვრება:

$$A = 1P_1(2) + 2P_2(2) + 3P_3(2) + 4P_4(2) + 5P_5(2) = \\ = \left( 2 + \frac{2 \cdot 2^2}{2!} + \frac{3 \cdot 2^3}{3!} + \frac{4 \cdot 2^4}{4!} + \frac{5 \cdot 2^5}{5!} \right) \cdot e^{-2} = 1,89. \quad (94,5\%).$$

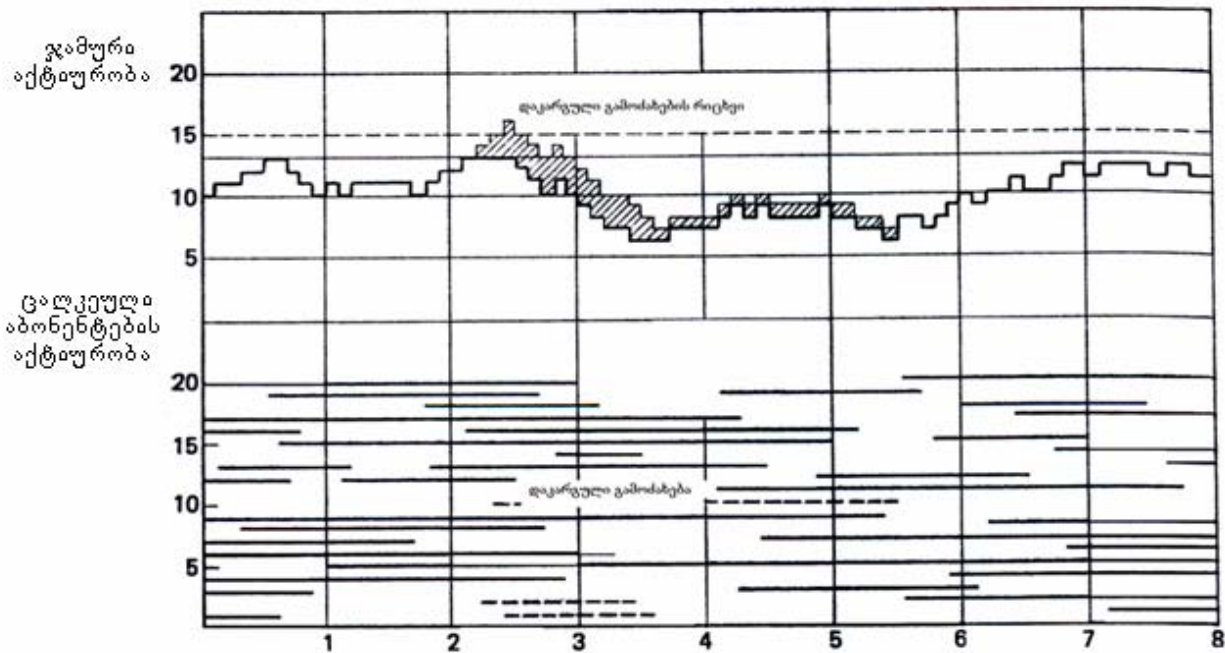
ყველა დანარჩენი არხები ემსახურება 2 ერლ - 1,89 ერლ = 0,11 ერლ (5,5%).

## 2. მომსახურების სისტემა კარგვებით

მაგალითი 5 არის ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრის თვალსაჩინო მეთოდი. ბლოკირება წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც მომსახურე ხელსაწყოების (ამ მაგალითში არხები) რიცხვი ნაკლებია მაქსიმალურად შესაძლო დატვირთვის მნიშვნელობაზე (შეიძლება ასეც ითქვას: ნაკლებია გამოძახების წყაროებზე). მაგალითი 5 გვიჩვენებს, რომ დატვირთვის 94,5% მომსახურებული (გატარებული) იქნება მხოლოდ 5 არხით. თუ ჩავთვლით, რომ სისტემას აქვს მხოლოდ 5 არხი, მაშინ ბლოკირების ალბათობა (ანუ კარგვები, ე.ი. გამოძახებები რომლებსაც ვერ მოემსახურება სისტემა და დაიკარგა) ტოლია 5,5%. თუმცა, მაგალითი 5 ისეთი მონაცემებით არის ამოხსნილი, რომ მთელი დატვირთვა მომსახურებულია და ხაზგასმულია, რომ ჩვენ გვაინტერესებს მხოლოდ პირველი ხუთი არხით მომსახურებული დატვირთვა. ამასთანავე, არის

მნიშვნელოვანი განსხვავება ორ ალბათობას შორის: პირველი იმის ალბათობა, რომ დაკავებული იქნება 6 და მეტი არხი და მეორე, ბლოკირების ალბათობის მნიშვნელობა, როდესაც სისტემას აქვს მხოლოდ 5 არხი.

ამ განსხვავების ძირითადი მიზეზის ახსნისათვის გავარჩიოთ ნახ.4, რომელზეც ნაჩვენებია 20 წყაროდან შექმნილი ტრაფიკის ისეთივე სურათი, რომელიც გავარჩიეთ 1-ელ ნახ-ზე. განსხვავება ამ ორ ნახაზში ის არის, რომ მე-4 ნახ-ზე დატვირთვის მომსახურებისათვის გაგვაჩნია მხოლოდ 13 არხი. შესაბამისად, სამი გამოძახება შემოსული  $t=2,2; 2,3; 2,4$  წუთებზე ბლოკირდება და უნდა ჩავთვალოთ, რომ ტოვებს სისტემას და რჩება მომსახურების გარეშე. დაკარგული დატვირთვის საერთო რაოდენობა ნაჩვენებია დაშტრიხული უბნებით, რომელიც წარმოადგენს შემოსული (მინოდებული დატვირთვა, რომელიც შემოსვლისთანავე იქნებოდა მომსახურებული, რომ არ გვეკონდეს არხების რაოდენობაში შეზღუდვა) დატვირთვის სხვაობას, 13 არხით მომსახურებულ დატვირთვისათან. მე-4 ნახ-ის ყველაზე მნიშვნელოვანი შინაარსი მდგომარეობს იმაში, რომ გამოძახება რომელიც



დ რ ო, წ უ თ ე ბ შ ი  
 ნახ.4. აბონენტების მოქმედების დროითი დიაგრამა ცხადი კარგვების სისტემის შემთხვევაში (სისტემა 13 არხიანია)

შემოდის  $t=2,8$  წუთზე, არ იბლოკება, მაშინაც კი, როდესაც ძირითადი ტრაფიკის მიხედვით გამოძახებების შემოსვლის მომენტისათვის დაკავებულია ცამეტივე არხი. ამის მიზეზი იმაში მდგომარეობს, რომ წინა პერიოდში დაბლოკილი გამოძახებები ტოვებენ სისტემას და ამით მცირდება დატვირთვა მომდევნო გამოძახებებისათვის. შესაბამისად, დროის წილი (ან %), როდესაც დატვირთვის საწყისი მრუდი გადის 13-ის

დონეზე ან მის ზემოთ, არ არის იგივე, რაც ბლოკირების ალბათობა, მაშინ როდესაც სისტემას 13 არხი აქვს.

## 2.1. მომსახურების სისტემა ცხადი კარგვებით

პირველი სპეციალისტი, რომელმაც 1917 წელს ბლოკირების ალბათობის გამოთვლაში ყველაზე სრულად და ზუსტად გაითვალისწინა გამოძახების მომსახურებაზე უარის ეფექტი, იყო ა.კ.ერლანგი. ამ განყოფილებაში განვიხილოთ ერლანგის მიერ მიღებული შედეგებიდან ერთ-ერთი, პრაქტიკაში ყველაზე ხშირად გამოყენებული - ერლანგის პირველი ფორმულა, ან ერლანგის  $B$ - ფორმულა, ან  $E_r(A)$ , ასეც აღინიშნება. შეიძლება ამგვარ გამონათქვამსაც შევხვდეთ: კარგვების ერლანგის ფორმულა. ეს ფორმულა იძლევა საშუალებას, რომ განვსაზღვროთ ბლოკირების ალბათობა (კარგვების ალბათობა) სისტემაში, რომელიც მუშაობს ცხადი კარგვების რეჟიმში და მას მიეწოდება პუასონის ტიპის გამოძახებათა ნაკადი. პუასონის ტიპის ნაკადი კი წარმოიქმნება უსასრულო რაოდენობის გამოძახებათა წყაროებიდან.

ერლანგის მიერ გაკეთებული დასკვნები, რითაც მან განსაკუთრებული წვლილი შეიტანა სტატისტიკური პროცესების თანამედროვე თეორიაში, დაკავშირებულია სტატისტიკური წონასწორობის იდეის გამოყენებასთან. სისტემის სტატისტიკური წონასწორობა ნიშნავს, რომ სისტემის გარკვეულ მდგომარეობაში ყოფნის ალბათობა (რომ დაკავებული იქნება გარკვეული რაოდენობის არხები) არ არის დამოკიდებული დროის იმ მომენტზე, როდესაც სისტემა განიხილება. სისტემაში სტატისტიკური წონასწორობა მყარდება ხანგრძლივი დროის შემდეგ. მაგალითად, როდესაც ახალი სისტემა იწყებს დატვირთვის მომსახურებას, მას ჯერ კიდევ არ გააჩნია დაკავებული არხები, მაგრამ გარკვეული დროის გავლის შემდეგ სისტემა მიაღწევს წონასწორობას. სტატისტიკური წონასწორობის პირობებში სისტემის ყველაზე ალბათური მდგომარეობაა, როდესაც სისტემაში დაკავებულია  $A=\lambda h$  არხები.

სტატისტიკური წონასწორობის პირობებში სისტემაში თანაბარი ალბათობით ხდება გამოძახების შემოსვლა ან დაკავების დასრულება. თუ აღმოჩნდება, რომ მომსახურებით დაკავებული არხები (აქტიური არხები) აჭარბებს  $A$ -ს საშუალო მნიშვნელობას, მაშინ კავშირის დასრულებები ხდება უფრო მოსალოდნელი (მეტი ალბათობების) მოვლენები, ვიდრე გამოძახებები. და პირიქით, თუ აღმოჩნდება, რომ აქტიური არხების რიცხვი ნაკლებია  $A$ -ზე, მაშინ გამოძახებების შემოსვლის ალბათობა მეტია, ვიდრე კავშირის დამთავრების. ამრიგად, თუ სისტემაში შემთხვევით დარღვეულია სტატისტიკური წონასწორობა, ანუ სისტემა გამოსულია წონასწორობის მდგომარეობიდან, სისტემა ეცდება (მიისწრაფვის) დაბრუნდეს (აღიდგინოს) სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა.

რადგანაც გვინტერესებს ერლანგის ფორმულის გამოყენებითი მხარე, გამოყვანის (დამტკიცების) გარეშე გთავაზობთ:

$$B = E_v(A) = \frac{A^v / v!}{\sum_{j=0}^v A^j / j!} . \quad (8)$$

სადაც  $V$  არის მომსახურე ხელსაწყოების (არხების) რაოდენობა;  $A$  არის მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა ერლანგებში.

ფორმულა (8) განსაზღვრავს ბლოკირების ალბათობას სისტემაში, რომელსაც მიეწოდება გამოძახებების ნაკადი წყაროების უსასრულო რაოდენობიდან და დაკავებათა ხანგრძლიობების ზოგადი სახის განაწილების კანონით.

არხების (ხაზის ან ხელსაწყოს გამოსასვლელის) გამოყენება (გამტარუნარიანობა) ერთ არხზე მოსული მომსახურებული დატვირთვაა:

$$\eta = (1 - B) \frac{A}{V} , \quad (9)$$

სადაც  $A$  არის მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა;  $B$  - ბლოკირების ალბათობა (ანუ კარგების ალბათობა);  $(1-B)A$  - მომსახურებული დატვირთვის მნიშვნელობა.

ფორმულა (8) გვაძლევს საშუალებას, განვსაზღვროთ სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ალბათობები. მაგალითისათვის, თუ, სისტემა შედგება  $V=2$  ხაზისაგან, რომელსაც მიეწოდება  $A=1$  ერლ დატვირთვა, მაშინ იმის ალბათობა, რომ ორივე ხაზი თავისუფალი იქნება, არის:

$$B_0 = \frac{\frac{1^0}{0!}}{\frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!}} = 0,4 .$$

იმის ალბათობა, რომ მხოლოდ ერთი ხაზი იქნება დაკავებული, ასევე განისაზღვრება:  $B_1=0,4$ , ხოლო ორივე ხაზი რომ იქნება დაკავებული, იმის ალბათობაა  $B_2=0,2$ . ამ შედეგების საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ: როდესაც ორ ხაზს მიეწოდება ერთი ერლანგი დატვირთვა, მაშინ ერთი საათის განმავლობაში შეიკრიბება ისეთი 24 წუთი, როდესაც ორივე ხაზი თავისუფალია; ისეთი 24 წუთი, როდესაც ორიდან ერთი ხაზია დაკავებული; ისეთი 12 წუთი, როდესაც ორივე ხაზი დაკავებულია, ამიტომ ბლოკირების (შემოსული გამოძახებების დაკარგვის) ალბათობა  $B=0,2$ . მაშინ მომსახურებული დატვირთვა იქნება 1 ერლ-0,2 ერლ=0,8 ერლ. ასეთი სხვაობა სამართლიანია როგორც დატვირთვის, ასევე დროის და გამოძახებების რაოდენობის მიმართ, ვინაიდან, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, სისტემაში, რომლისთვისაც სამართლიანია ერლანგის  $B$  - ფორმულა, ნაკადის  $\lambda$  პარამეტრი არ არის დამოკიდებული სისტემის მდგომარეობაზე. შესაბამისად, არხის გამოყენება

$$\eta = \frac{(1-0,2)}{2} = 0,4 \text{ ერლ.}$$

ერთდროულად დაკავებული ხაზების რიცხვის მათემატიკური მოლოდინი იქნება:

$$0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 = 0,8,$$

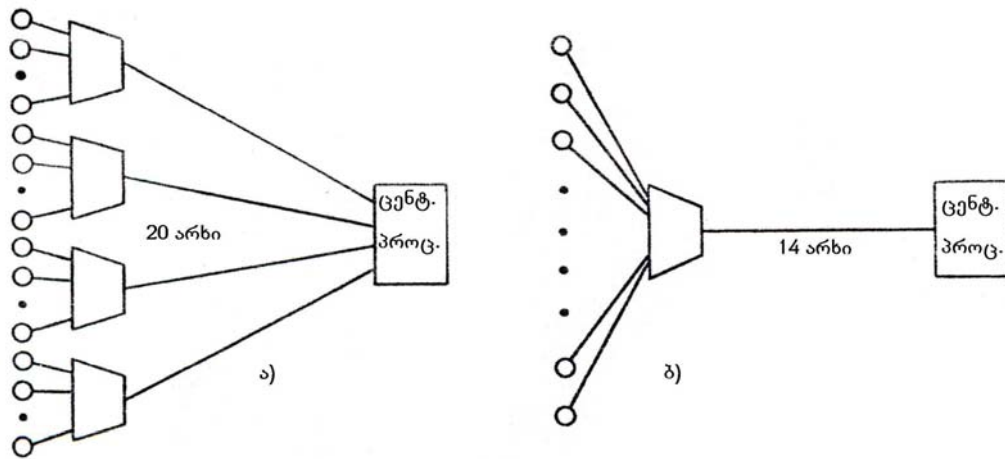
რომელიც ტოლია მომსახურებული დატვირთვის მნიშვნელობისა, ანუ  $(1-0,2)=0,8$  ერლ.

მაგალითი 6. ორ დამაბოლოებელ სადგურს შორის უნდა შეიქმნას მაღალი გამოყენების 24 არხიანი კონა. გვინტერესებს, თუ დასაშვები ბლოკირების მნიშვნელობა 0,1 უნდა იყოს, რა დატვირთვის მომსახურებას შეძლებს ეს კონა. როგორი იქნება მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა.

როგორც წესი, სადგურებს შორის შემაერთებელ ხაზებზე ბლოკირების ალბათობა უნდა იყოს 0,01-ზე ნაკლები. მაგრამ შემოვლითი გზების არსებობის გათვალისწინებით, შემაერთებელი ხაზების კონები პრაქტიკულად შეიძლება იბლოკებოდეს 10%-ზე მეტადაც.

ამოხსნა: ფორმულაში (8)  $B=0,1$ ;  $V=24$ . უნდა განვსაზღვროთ რას უდრის  $A$ . მიღებული  $A$  და მოცემული  $B=0,1$  შეგვაქვს ფორმულა (9)-ში, განვსაზღვრავთ  $\eta$ -ს; ვთქვათ, მივიღეთ, რომ  $\eta=0,8$ . მაშინ მომსახურებული დატვირთვა ყოფილა  $0,8 \cdot 24 = 19,2$  ერლ. ვინაიდან ბლოკირების ალბათობაა  $B=0,1$ , მიწოდებული დატვირთვის მაქსიმალური ინტენსივობა იქნება  $A = 19,2 / (1-0,1) = 21,3$  ერლ. ამრიგად, ვისწავლეთ დატვირთვის მაქსიმალური ინტენსიობის განსაზღვრა და არხების გამოყენების მნიშვნელობის დადგენა.

მაგალითი 7. არენდირებული არხებით მონაცემთა ტერმინალების ოთხი ჯგუფი უნდა შევაერთოთ კომპიუტერთან, როგორც ეს ნაჩვენებია მე-5 ნახ-ზე. 5ა ნახ-ზე მონაცემთა ტერმინალები დაჯგუფებულია, რომელთაც ემსახურება ცალ-ცალკე გამოყოფილი არხთა კონები. 5ბ ნახ-ზე მონაცემთა ყველა ტერმინალის დატვირთვა კონცენტრირდება და მათი მომსახურება ხდება არხთა ერთი კონით. განვსაზღვროთ არხების საერთო რიცხვი, რომლებიც საჭიროა ორივე შემთხვევაში, თუ ბლოკირების მაქსიმალურად დასაშვები მნიშვნელობა შეადგენს 5%. ჩავთვალოთ, რომ ერთ ჯგუფში 24 ტერმინალია და ყოველი ტერმინალი აქტიურია დროის 10%-ის განმავლობაში. ვირჩევთ მომსახურების რეჟიმს ცხადი კარგვებით.



ნახ. 5. მონაცემთა ტერმინალების ჯგუფი:  
 ა. დაყოფილია ოთხ ჯგუფად;  
 ბ. სრული დატვირთვა კონცენტრირდება ერთ ჯგუფად

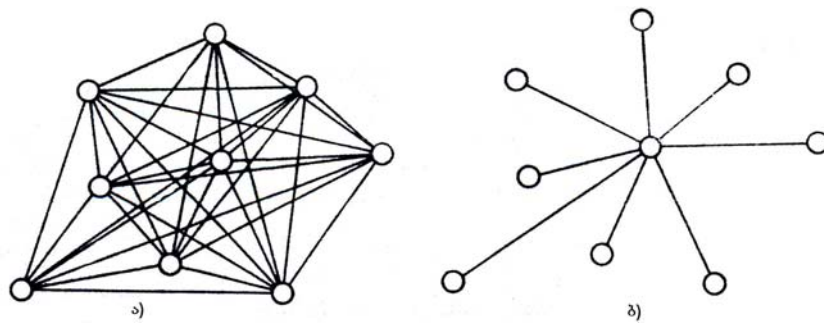
ამოხსნა. დატვირთვის ინტენსივობა, რომელიც შემოდის ტერმინალების ჯგუფიდან, არის  $24 \cdot 0,1 = 2,4$  ერლ (აქ აღსანიშნავია, რომ აქტიური არხების რაოდენობა გაცილებით მცირეა ტერმინალების რიცხვზე, ამიტომ შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ მოთხოვნები მომსახურებაზე შემოდის წყაროების უსასრულო რიცხვიდან). გამოვიყენოთ ფორმულა (8) და  $B=0,05$  (ანუ 5%) და  $A=2,4$  ერლ. განვსაზღვრავთ, რომ  $V=5$ , შესაბამისად, მე-5 ნახ-ზე კონფიგურაცია მოითხოვს 20 არხს.

5 ბ ნახ-ზე კონცენტრატორის კონფიგურაციით ქმნის საერთო დატვირთვას  $A=2,4 \cdot 4 = 9,6$  ერლ, რასაც შეესაბამება  $V=14$  არხი.

მე-7 მაგალითი ნათელყოფს, რომ დატვირთვის მცირე ჯგუფების გაერთიანებას ერთ, დიდი დატვირთვის ჯგუფად, მიყვარს საჭირო არხების რიცხვის მნიშვნელოვან ეკონომიასთან. დიდი დატვირთვის ჯგუფები ყოველთვის არის უფრო ეფექტური, ვიდრე მცირე ჯგუფების სიმრავლე, ვინაიდან მცირეალობათურია, რომ სხვადასხვა მცირე ჯგუფებში ერთდროულად აღიძრას გადატვირთვები (ვინაიდან გამოძახებების გამოგზავნა ურთიერთ-დამოუკიდებელია). სინამდვილეში, ერთი ჯგუფის ჭარბი დატვირთვა შეიძლება მომსახურებულ იქნას მეორე ჯგუფის თავისუფალი არხებით. ამრიგად, ის არხები, რომლებიც ფაქტიურად გათვალისწინებულია მხოლოდ დატვირთვის პიკური მნიშვნელობებისათვის და, ჩვეულებრივ, რჩებიან თავისუფლები, გამოყენებული იქნება ეფექტურად თუ მთელი დატვირთვა გაერთიანდება ერთ ჯგუფად. ეს თავისებურება არის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიზეზი, როდესაც ასაბუთებენ სალაპარაკო ინფორმაციისა და მონაცემების ინფორმაციით შექმნილი დატვირთვების ერთ ქსელში ინტეგრაციის უპირატესობას. დანახარჯების საერთო ეკონომია განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, როდესაც ცალკეული ტერმინალების დატვირთვის ინტენსიობები მცირეა.

შესაბამისად, ქსელის პერიფერიულ უბნებში იქმნება ყველაზე ხელსაყრელი ეკონომიკურად ეფექტური ვითარება დატვირთვის კონცენტრირების შემთხვევაში.

დატვირთვების დიდ ჯგუფებად გაერთიანების შედეგად კავშირის არხების უფრო ეფექტურად გამოყენება არის დიდი ტევადობის ჯგუფების უპირატესობა. სწორედ ეს ეფექტურობა უდევს საფუძვლად იერარქიული საკომუტაციო სტრუქტურების გავრცელებას ქსელის აგების პრინციპებში. იმის ნაცვლად, რომ შეერთდეს ერთმანეთთან საკომუტაციო კვანძების დიდი რიცხვი, სადაც აუცილებელია ყოველი წყვილი კვანძის ერთმანეთთან დაკავშირება მცირე ტევადობის შემაერთებელი ხაზებით, ეკონომიკურად უფრო ხელსაყრელია ცალკეული კვანძებიდან მთელი დატვირთვის შეკრება დიდი ტევადობის შემაერთებელი ხაზების ერთ კონაში და ამ დატვირთვის მიმართვა კომუტაციის ტრანზიტული კვანძით. მე-6 ნახ-ზე შედარებულია სრულკავშირიანი ქსელი ვარსკვლავისებურ ქსელთან, რომლის ცენტრშიც გათვალისწინებულია საკომუტაციო კვანძი. ცხადია, დანახარჯები ტრანზიტულ საკომუტაციო მოწყობილობებზე გამართლებული იქნება მაშინ, როდესაც არხ-კილომეტრების ეკონომია საკმაოდ დიდია.



ნახ.6. სატრანზიტო კვანძების გამოყენება დატვირთვის კონცენტრაციისათვის:  
 ა). სრულკავშირიანი ქსელი; ბ). ვარსკვლავისებრი ქსელი.

მაგალითი 8. როგორ შეიცვლება ბლოკირების ალბათობები მე-7 მაგალითის "ა" და "ბ" სქემებისათვის (ნახ.5), თუ დატვირთვის ინტენსივობა იზრდება 50%-ით.

ამოხსნა. "ა" სქემაში დატვირთვის ინტენსივობა ყოველ ჯგუფში იზრდება 2,4-დან 3,6 ერლანგამდე და შესაბამისად, ფორმულა (8) გვაძლევს, რომ ბლოკირების ალბათობა იზრდება 5%-დან 14%-მდე, ე.ი. 280%-ით, ხოლო "ბ" სქემაში კი დატვირთვის ინტენსიობის გაზრდა 50%-ით, ე.ი. 9,6 ერლ-დან 14,4 ერლ-მდე, ბლოკირების ალბათობას ზრდის 5%-დან 20%-მდე, ე.ი. 400%-ით.

მაგალითი 8 გვაძლევს საშუალებას, ქსელის დაპროექტების დროს გავითვალისწინოთ ორი მნიშვნელოვანი მოსაზრება. როგორც დავინახეთ, ბლოკირების (კარგების) ალბათობა ძალზე მგრძობიარეა დატვირთვის ინტენსიობის ზრდის მიმართ და მით უფრო მკვეთრად, რაც უფრო დატვირთულია არხები. ცხადია, ვინაიდან დიდი ტევადობის არხთა კონებში არხები გამოყენებულია უფრო

ეფექტურად, ისინი უფრო მგრძობიარენი არიან დატვირთვის ზრდის მიმართ, ვიდრე მცირე ტევადობის არხთკონათა ჯგუფები, რომლებიც მომსახურების იმავე ხარისხზეა გათვლილი. გარდა ამისა, გამტარუნარიანობის ერთი და იგივე პროცენტის დაკარგვის შემთხვევაში უფრო დიდ ზეგავლენას განიცდის დიდი ტევადობის არხთკონები, ვიდრე რამდენიმე, მცირე ტევადობის არხთკონების ხარისხობრივი მაჩვენებლები. ორივე შემთხვევაში, დიდი ტევადობის არხთკონების სუსტი ადგილი ისაა, რომ მათ აქვთ გამტარუნარიანობის გაცილებით ნაკლები მარაგი, ვიდრე მცირე ტევადობის არხთკონების ერთობლიობას.

ბლოკირების ანალიზის მეორე ასპექტი, რომელიც მე-8 მაგალითშია წარმოჩენილი, იმაში მდგომარეობს, რომ გამოთვლათა შედეგები მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული დატვირთვის ინტენსიობის მნიშვნელობების გაზომვის სიზუსტეზე. გარდა ამისა, გაზომვის შედეგები ზუსტიც რომ იყოს, ეს მონაცემები არ უზრუნველყოფენ რაიმე ზუსტ მინიშნებებს დატვირთვის შესაძლო ნაზრდის თაობაზე. ამრიგად, ბლოკირების ალბათობის გამოთვლილი მნიშვნელობა მხოლოდ შეზღუდული ხარისხით წარმოადგენს სანდო სიდიდეს. ანალიზის ეს მეთოდები მნიშვნელოვანია, რადგან ისინი რეალური საშუალებებია სხვადასხვა კონფიგურაციისა და ტევადობის ქსელების შესადარებლად. მომსახურების მოცემული ხარისხის (ბლოკირებების ანუ კარგების) შემთხვევაში, უნდა შეირჩეს ისეთი პროექტი, რომელიც იქნება ყველაზე ეფექტური დანახარჯების თვალსაზრისით, მაშინაც კი, როდესაც დატვირთვის სტატისტიკა სრულიად ჰიპოთეზურია და რეალობიდან არ გამომდინარეობს. თუ ქსელი გათვლილია დატვირთვის სწრაფი ზრდის ან მისი მნიშვნელოვანი მოსალოდნელი რხევების შემთხვევებზე, მაშინ აუცილებელია პროექტების შედარება და შერჩევა შესაბამისი თვალსაზრისით. ქსელის პროექტი, რომელიც ითვალისწინებს მნიშვნელოვან საწყის ხარჯებს, შეიძლება იყოს ეფექტური, თუ მას გააჩნია მარტივად შეკუმშვის ან გაფართოების უნარი გაუთვალისწინებელ დატვირთვებთან შეგუების მიზნით.

## 2.2. სისტემა განმეორებითი გამოძახებებით

წინა პარაგრაფში განხილულ სისტემაში, რომელიც მუშაობს ცხადი კარგების რეჟიმში, ვთვლით, რომ მომსახურების გარეშე დარჩენილი გამოძახებები იღებენ უარს, ტოვებენ სისტემას და აღარ ბრუნდებიან. როგორც აღვნიშნეთ, ეს დაშვება ყველაზე სწორად შეესაბამება შემაერთებელ ხაზებს, სადაც, დაბლოკილი გამოძახებები იგზავნება სხვა მიმართულებით შექმნილი გზებით და ცხადია, მომსახურების შემდეგ სისტემაში აღარ ბრუნდებიან. მაგრამ, ცხადი კარგების რეჟიმის სისტემებისათვის დამუშავებული მეთოდები შეიძლება გამოყენებულ იქნას იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც დაბლოკილი გამოძახებებისათვის არ არსებობს მომსახურების რაიმე შესაძლებლობები. უმეტესად, ასეთ სისტემაში დაბლოკილი გამოძახებები კვლავ ბრუნდება სისტემაში განმეორებითი გამოძახებების სახით.

ჩვენი მიზანია გამოდახებათა შემთხვევითი განმეორების მცდელობის შემცველი ცხადი კარგების რეჟიმის სისტემისათვის დავადგინოთ ბლოკირების ალბათობის საანგარიშო ფორმულები.

განმეორებითი გამოდახებების ბუნებიდან გამომდინარე, შემდგომი ანალიზი შეიცავს სამ ძირითად დაშვებას:

1. ყველა დაბლოკილი გამოდახება ბრუნდება სისტემაში და ბოლოს და ბოლოს მაშინაც კი აღწევს მომსახურებას, როდესაც ამისათვის აუცილებელია მრავალჯერადი მცდელობები.

2. გამოდახებების შემოსვლის დროის მომენტებსა და დაბლოკილი გამოდახებების ხელახლა შემოსვლის მომენტებს შორის დროის ინტერვალები არის შემთხვევითი და სტატისტიკურად ერთმანეთზე დამოუკიდებელი სიდიდეები (ეს დაშვება აგვარიდებს იმ ანალიზურ სირთულეებს, რომლებიც წარმოიქმნება განმეორებითი გამოდახებების დროის ერთ ინტერვალში თავმოყრის შედეგად, რაც იწვევს დატვირთვის ავარდნას იმ განმეორებითი გამოდახებების ხარჯზე, რომლებიც დაბლოკილია სრულიად გარკვეული ლოდინის ინტერვალით).

3. ჩვეულებრივ, განმეორებითი გამოდახებების შემოსვლამდე დრო რამდენადმე მეტია შეერთების დამყარებით დასრულებული დაკავების საშუალო ხანგრძლივობაზე. ეს დაშვება სინამდვილეში ადასტურებს, რომ სისტემა აღწევს სტატისტიკურ ნონასწორობას მანამდე, სანამ შემოვა განმეორებითი გამოდახება. თუ განმეორებითი გამოდახებები იწყებს შემოსვლას ძალზე სწრაფად, ცხადია, სისტემის გადატვირთვის ალბათობა დიდია, ვინაიდან სისტემას არ მიეცა შესაძლებლობა, მომსახურობდა განმეორებით გამოდახებამდე შემოსულ ყველა მოთხოვნას.

ზღვრულ შემთხვევაში, თუ ყველა განმეორებითი გამოდახება შემოდის დაუყოვნებლივ და განუწყვეტლივ, ქსელის მუშაობა ხდება ლოდინის რეჟიმში მოქმედი სისტემის ანალოგიური (განვიხილავთ მომდევნო თავებში დანვრილებით). აქ გვაქვს ის განსხვავება, რომ მომსახურების სისტემა ვერ უწესებს გამოდახებებს მოთხოვნებს რიგში დადგომაზე, ამას აკეთებენ აბონენტები (ან მათი ტერმინალები) შეერთებაზე მოთხოვნების (ნომრის აკრეფა) უწყვეტი გზავნილებების საშუალებით.

ჩამოთვლილი დაშვებები, განმეორებითი გამოდახებების ჩათვლით დატვირთვას ახასიათებენ, როგორც სტატისტიკურად განუსხვავებელს პირველადი გამოდახებებით შექმნილი დატვირთვისაგან. შესაბამისად, დაბლოკილი გამოდახებების ინტენსივობა შეიძლება მიემატოს პირველადი გამოდახებების ინტენსივობას (შეიკრიბოს).

განვიხილოთ სისტემა, რომელშიც პირველი მცდელობის შესაბამისი გამოდახებების შემოსვლის ინტენსივობაა  $\lambda$ . თუ იბლოკება  $B\%$  გამოდახებები, მაშინ სამომავლოდ შემოვა  $B \cdot \lambda$  განმეორებითი გამოდახება. მაგრამ ამ განმეორებითი გამოდახებებიდან,  $B\%$  ისევ დაიბლოკება. თუ გავაგრძელებთ ამ მსჯელობას, მას შემდეგ, რაც სისტემა მიაღწევს სტატისტიკურ ნონასწორობას, შეიძლება განვსაზღვროთ გამოდახებების შემოსვლის საერთო ინტენსივობა  $\beta$  უსასრულო მწკრივის სახით:

$$\beta = \lambda + B\lambda + B^2\lambda + B^3\lambda + \dots = \frac{\lambda}{1-B}, \quad (10)$$

სადაც  $B$  არის ბლოკირების ალბათობა, რომელიც განისაზღვრება ცხადი კარგებიანი სისტემის გაანგარიშების მეთოდით, როდესაც მინოდებული დატვირთვა  $A = \beta h$ .

განტოლება (10) აკავშირებს გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობას  $\beta$ , რომელიც შეიცავს განმეორებით გამოძახებებსაც, პირველადი გამოძახებების შემოსვლის  $\lambda$  ინტენსივობასთან და ბლოკირების ალბათობასთან ისევე  $\lambda$  სიდიდის საშუალებით. ამრიგად, განტოლება (10) არ არის  $\beta$  ან  $B$  პირდაპირი განსაზღვრის საშუალება, ვინაიდან ყოველი ეს სიდიდე განისაზღვრება ერთი მეორეთი. მაგრამ, სასურველი შედეგი მაინც შეიძლება იქნას მიღებული ცხადი კარგებიანი სისტემისათვის გათვალისწინებული (8) განტოლების იტერაციის გზით. თავიდან გამოვიყენებთ  $\lambda$ -ს და შევაფასებთ  $B$ -ს, შემდეგ კი განვსაზღვრავთ  $\beta$ -ს. ამის შემდეგ გამოვიყენებთ  $\beta$ -ს იმისათვის, რომ მივიღოთ  $B$ -ს ახალი მნიშვნელობა მისი დაზუსტებით მიზნით. ასე გავაგრძელებთ მანამ, სანამ არ მივალწევთ  $\beta$ -ს და  $B$ -ს პრაქტიკულად დამყარებულ მნიშვნელობებს.

მაგალითი 9. როგორია შემაერთებელ ხაზთა კონის ბლოკირების ალბათობა, რომელიც დაწესებულების ატს-ს აერთებს ცენტრალურ სადგურთან, თუ კონის ტევადობა 10 ხაზია, ხოლო მინოდებული დატვირთვის ინტენსივობა 7 ერლ? როგორია ბლოკირების ალბათობა, თუ არხების რაოდენობას გავზრდით 13-მდე?

ჩავთვალოთ, რომ განმეორებითი მცდელობების ხასიათი ყველა დაბლოკილი გამოძახებებისათვის არის შემთხვევითი.

ამოხსნა. შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ 7 ერლ დატვირთვას ქმნის სადანესებულეობო ატს-ს სააბონენტო მონყობილობების დიდი რიცხვი. ამით ვასაბუთებთ, რომ შეიძლება გამოვიყენოთ გამოძახებების წყაროების უსასრულო რიცხვისათვის არსებული მეთოდი. მივიღებთ, რომ ბლოკირების ალბათობა  $B = 8\%$ . ამრიგად, მინოდებული დატვირთვის ჯამური ინტენსივობა განმეორებითი გამოძახებების ჩათვლით იქნება:

$$\beta = \frac{\lambda}{1-0,08} = 7,6 \quad \text{ერლ.}$$

როდესაც  $V=10$  და  $A=7,6$  ერლ, ცხადი კარგების რეჟიმის სისტემის ბლოკირების ალბათობა  $B=10\%$ . ამის შემდგომ ორი იტერაცია კრებადობას ეფექტურად უზრუნველყოფს, როდესაც  $A=8$  ერლ და  $B=12\%$ .

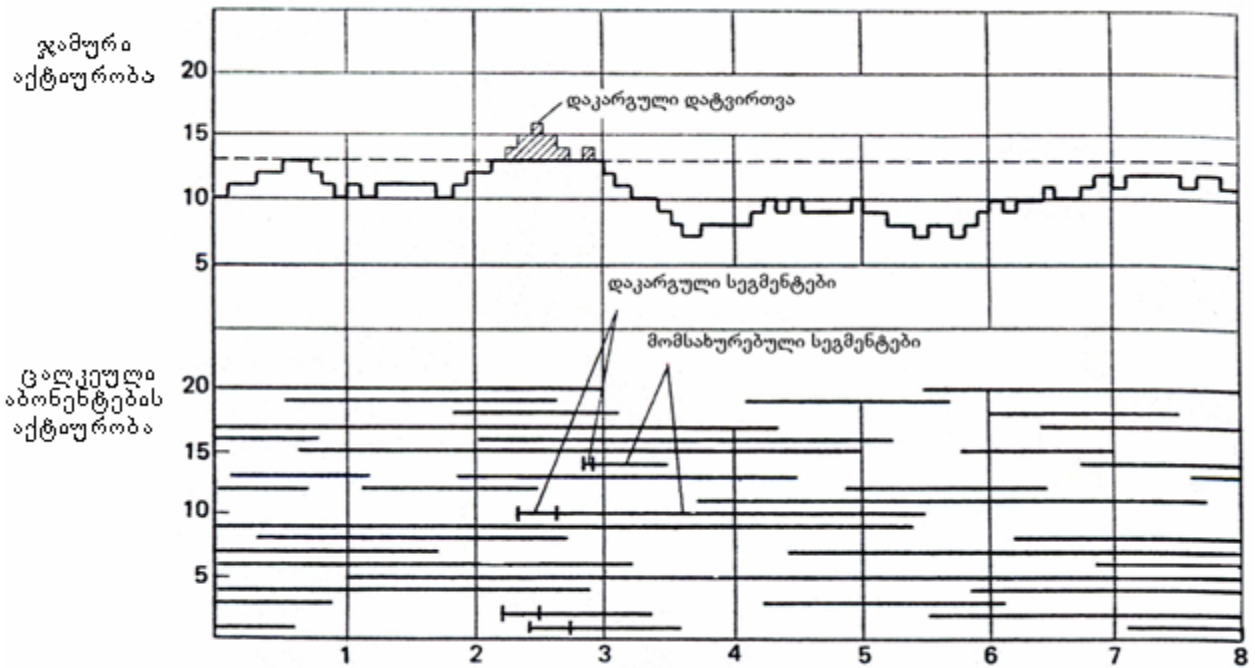
თუ კონაში ხაზების რაოდენობა გაიზრდება 13-მდე, მაშინ ცხადი კარგების რეჟიმის სისტემაში ბლოკირების ალბათობაა 1,5%. ამრიგად, განმეორებითი გამოძახებების ჩათვლით დატვირთვის ინტენსიობის პირველი მიახლოება გვაძლევს

7/0,985=7,1 ერლ. შესაბამისად, სრული დატვირთვის პირობებში ბლოკირების ალბათობა იზრდება უმნიშვნელოდ 1,5 %-ის მიმართ.

ეს მაგალითი გვიჩვენებს, რომ განმეორებითი გამოდახებების არსებობის ზეგავლენა უმნიშვნელოა, როდესაც სისტემა მუშაობს ბლოკირების მცირე ალბათობით. მაგრამ, როდესაც ბლოკირების ალბათობა დიდია, განმეორებითი გამოდახებების ზეგავლენის გათვალისწინება გაანგარიშებების დროს აუცილებელია. თუ ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრის მიზნით ხორციელდება გაზომვები გამავალი შეტყობინების შემაერთებელ ხაზებზე, გაზომვების შედეგებში ვერ განვასხვავებთ პირველად გამოდახებებს და განმეორებით გამოდახებებს. შესაბამისად, თუ ქსელის იმ უბანზე, სადაც ხორციელდება გაზომვები, არსებობს განმეორებითი გამოდახებების მნიშვნელოვანი რაოდენობა, ამის ანარეკლი ვლინდება მხოლოდ იმის ანალიზში, თუ რამდენი ხაზი უნდა დავამატოთ გადატვირთულ კონას ბლოკირების ალბათობის შემცირების მიზნით. მინოდებული დატვირთვის მოჩვენებითი მნიშვნელობა დაიწყებს შემცირებას მომსახურე ხელსაწყოების (ჩვენს შემთხვევაში ხაზების რიცხვის) ზრდის შესაბამისად, განმეორებითი გამოდახებების შემცირების გამო. ამრიგად, ამ შემთხვევაში საჭიროა დამატებითი ხაზების ნაკლები რაოდენობა, ვიდრე გაზომვების შედეგებში განმეორებითი გამოდახებების არარსებობისას.

### **2.3. სისტემა დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნებით**

დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნებით მოქმედ სისტემაში ეს გამოდახებები არ იღებს უარს, რჩება სისტემაში და თუ განთავისუფლდება საჭირო მონყობილობები მისთვის, ის იქნება მომსახურებული. ეს სისტემები მკვეთრად განსხვავდება ლოდინის რეჟიმის სისტემებისაგან (განვიხილავთ მომდევნო თავებში) ერთი განსაკუთრებული პირობით: სისტემაში გამოდახებების არსებობის ჯამური დრო, რომელიც მოიცავს ლოდინის დროს და მომსახურების დროს, არ არის დამოკიდებული ლოდინის დროის მნიშვნელობაზე. ფაქტიურად ყოველი გამოდახება მოითხოვს მომსახურებას გარკვეული, დროის უწყვეტი პერიოდის განმავლობაში და აბონენტი (ტერმინალი) თავის მოთხოვნილებას ხსნის იმისაგან დამოუკიდებლად, მოემსახურნენ მას თუ არა. მე-7 ნახ-ზე თვალსაჩინოდაა წარმოდგენილი დაბლოკილი გამოდახების შენარჩუნებით მოქმედი სისტემის მუშაობის პრინციპი. საყურადღებოა, რომ დაბლოკილი გამოდახებების უმეტესი ნაწილი ბოლოს და ბოლოს აღწევს მომსახურებას, მაგრამ დროის მხოლოდ იმ ნაწილის განმავლობაში, როდესაც გამოდახებების შესაბამისი წყაროები აქტიურია (მოქმედებენ) არიან.



დ რ ო, ნ თ

ნახ. 7. დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნების სისტემაში აბონენტების მოქმედების დროითი დიაგრამა (13 მომსახურე ხელსაწყო)

კომუტირებადი სატელეფონო ქსელი არ ფუნქციონირებს დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნების რეჟიმში, მაგრამ რიგი სხვა სისტემებისა მუშაობენ მომსახურების ამ რეჟიმით. დაბლოკირებული გამოდახებების შენარჩუნების რეჟიმი გამოიყენება დროის რეალურ მასშტაბში მომუშავე სისტემებში, სადაც გამოდახებების წყაროები მუდმივად საჭიროებენ მომსახურებას, იმის მიუხედავად, არის თუ არა შესაბამისი ხელსაწყოები. დიდი დატვირთვების პირობებში დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნების რეჟიმის სისტემაში გამოდახების მომსახურება მოხდება დროის მხოლოდ იმ ნაწილში, როდესაც გამოდახების გარკვეული წყარო აქტიურია.

ასეთი სისტემის მაგალითი, რომელიც კარგად ეთანადება დაბლოკილი გამოდახებების შენარჩუნების მოდელს, არის მეტყველების სიგნალების სტატისტიკური შემჭიდროების სისტემა - TASI. სისტემა TASI უზრუნველყოფს მეტყველების სიგნალების გარკვეული რაოდენობის წყაროების მიერთებას გადაცემის არხების ნაკლებ რაოდენობასთან. წყაროს მომსახურება (არხთან მიერთება) ხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის აქტიურია (გამოსასვლელზე არსებობს სიგნალი). თუ წყარო გააქტიურდება მაშინ, როდესაც გადაცემის ყველა არხი დაკავებულია, წყაროს სიგნალი ბლოკირდება და ხდება სიტყვის კლიპირება. ცხადია, მეტყველების სიგნალში ყოველი სიტყვა იწყება და მთავრდება იმისაგან დამოუკიდებლად, ხდება თუ არა სიგნალის წყაროს მომსახურება. STS ფირმის მიერ დამუშავებულ სისტემაში სიტყვიერ სეგმენტებს ემატება მცირე პაუზები (დაყოვნებები), რათა მინიმუმამდე იქნას

დაყვანილი კლიპირება. ამ შემთხვევაში "დაბლოკილი გამოძახება შენარჩუნებულია" მოდელისათვის. ანგარიში რეალურ სისტემას მკაცრად აღარ შეესაბამება, ვინაიდან, სიგნალის სეგმენტის სისტემაში ყოფნის დრო იზრდება მომსახურების დაყოვნების დროის შესაბამისად. მაგრამ, თუ საშუალო დაყოვნება დაკავების ხანგრძლიობის მხოლოდ მცირე პროცენტს შეადგენს ან, თუ დაყოვნებული სიტყვის კოდირების სიჩქარე მცირდება იმისათვის, რომ გადაცემის არხში "მოვხვდეთ" თავისუფალი დროის ინტერვალში, მოდელი ითვლება დასაშვებად.

დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით მოქმედ სისტემებში, შეიძლება დროის ნებისმიერი მომენტისათვის განისაზღვროს სისტემაში არსებული გამოძახებების საერთო რიცხვის ალბათობა. ვინაიდან გამოძახების წყაროს მოქმედება (აქტიურ მდგომარეობაში ყოფნის ხანგრძლივობა) არ არის იმაზე დამოკიდებული, ემსახურება მას სისტემა თუ არა, დროის ნებისმიერ მომენტში სისტემაში არსებული გამოძახებების რიცხვი ტოლია სისტემაში არსებული აქტიური წყაროების რიცხვისა. ამრიგად, სისტემაში არსებული გამოძახებების რიცხვის ალბათობათა განაწილების კანონი წარმოადგენს პუასონის განაწილებას. იმის ალბათობა, რომ  $i$  რაოდენობის წყაროები, რომლებიც მოითხოვს მომსახურებას, იბლოკება, უდრის იმის ალბათობას, რომ  $i+V$  წყაროები მოქმედებენ (აქტიურები არიან), სადაც  $V$  არის მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობა. აღვნიშნოთ, რომ პუასონის განაწილება სისტემაში არსებულ გამოძახებათა საერთო რიცხვის ალბათობას განსაზღვრავს ისეთი ალბათობის სახით, როდესაც წინა  $h$  წამის განმავლობაში შემოსულია  $i+V$  გამოძახება. ალბათობათა განაწილება დამოკიდებულია მხოლოდ გამოძახებათა შემოსვლის საშუალო ინტენსიობის  $\lambda$  ნამრავლისა დაკავების  $h$  საშუალო ხანგრძლივობაზე.

მაგალითი 10. როგორია მეტყველების სიგნალის კლიპირების ალბათობა სისტემაში, როდესაც გვაქვს სიგნალის 10 წყარო და 5 არხი? როგორი იქნება კლიპირების ალბათობა 100 წყაროსა და 50 არხის შემთხვევაში?

ჩავთვალოთ, რომ ყოველი მოლაპარაკის აქტიურობის კოეფიციენტი არის 0,4.

ამოხსნა. პირველ შემთხვევაში კლიპირების ალბათობა შეიძლება განვსაზღვროთ, როგორც იმის ალბათობა, რომ პუასონის პროცესის კანონით 5 ან მეტი სიგნალის წყარო დაკავებულია და მათ ემსახურება ხელსაწყოების საშუალო რიცხვი  $A=0,4 \cdot 10=4$ . გამოვიყენოთ განტოლება (4) და გავითვალისწინოთ (7), მივიღებთ:

$$\text{კლიპირების ალბათობა} = \sum_{k \geq 5} P_k(4) = 1 - \sum_{k=0}^4 P_k(4) = 1 - e^{-4} \left( 1 + 4 + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!} + \frac{4^4}{4!} \right) = 0,37$$

როდესაც საქმე გვაქვს სისტემასთან სიგნალის 100 წყაროთი, დაკავებული წყაროების საშუალო რიცხვი იქნება  $A=100 \cdot 0,4=40$ . სამეტყველო სიგნალის კლიპირება ხდება, როდესაც ერთდროულად აქტიურობს 40 ან მეტი მოლაპარაკე.

$$\text{კლიპირების ალბათობა} = 1 - \sum_{k=0}^{49} P_k(40) = 0,04.$$

მაგალითის შედეგები გვიჩვენებს, რომ სამეტყველო სიგნალების სტატისტიკური შემჭიდროების სისტემა უფრო ეფექტურად მუშაობს სიგნალის წყაროების დიდი ჯგუფების შემთხვევაში, ვიდრე მცირე ჯგუფებისათვის. კლიპირების კოეფიციენტი 37%, არ იძლევა მეტყველების სიგნალის დადგენილი ხარისხით გადაცემის საშუალებას. მეორეს მხრივ, 50 არხის შემთხვევაში მიღებული კლიპირების კოეფიციენტი 4%, თუ კავშირგაბმულობის არხებზე მოსული დანახარჯები დიდია, სრულიად დასაშვებია.

ბლოკირების ალბათობების მნიშვნელობები, რომლებიც მივიღეთ მაგალით 10-ში, სინამდვილეში ფაქტიურ მნიშვნელობაზე უფრო მაღალია, ვინაიდან ჩვენ გამოვიყენეთ ანგარიშის მეთოდი, რომელიც გათვალისწინებულია სიგნალის წყაროების უსასრულო რაოდენობისათვის.

## 2.4. ცხადი კარგების სისტემა სიგნალის წყაროების სასრული რიცხვით

გამოდახებათა შემოსვლის ალბათობების პუასონის განაწილების კანონის გამოყენების დროს ძირითადი დაშვება ისაა, რომ გამოდახებების შემოსვლა არ არის დამოკიდებული გამოდახებების წყაროების რიცხვზე. ცხადია, ეს დაშვება კანონიერია მაშინ, როდესაც გამოდახებების წყაროების რიცხვი გაცილებით მეტია მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვზე. ამ განყოფილებაში ჩვენ განვიხილავთ ცხადი კარგების სისტემებში ბლოკირების ალბათობის საანგარიშო თანაფარდობებს იმ შემთხვევისათვის, როდესაც გამოდახების წყაროების რაოდენობა არ არის გაცილებით მეტი მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობაზე. ამ სისტემებში ბლოკირების ალბათობა ყოველთვის ნაკლებია, ვიდრე იმ სისტემებში, სადაც მოქმედებს უსასრულო რაოდენობის გამოდახებების წყაროები, ვინაიდან სასრული რაოდენობის წყაროების შემთხვევაში გამოდახებების ნაკადის ინტენსივობა მცირდება დაკავებული წყაროების რიცხვის ზრდის პროპორციულად.

სასრული წყაროების შემცველი სისტემების შესწავლისას ტელეტრაფიკის თეორია იყენებს პარამეტრებს, რომელსაც ეწოდება კარგები დროის მიხედვით. კარგები დროის მიხედვით - არის დრო პროცენტებში, რომლის განმავლობაშიც ყველა მომსახურე ხელსაწყო დაკავებულია, ანუ, კარგები დროის მიხედვით იმ ალბათობის ეკვივალენტურია, რომ შემთხვევით შერჩეულ დროის შუალედებში ყველა

მომსახურე ხელსაწყო არის დაკავებული. მაგრამ კარგები დროის მიხედვით აუცილებლად არ არის ბლოკირების ალბათობის (ანუ გამოძახებების მიხედვით კარგების) ტოლი. კარგები დროის მიხედვით განსაზღვრულია იმის ალბათობით, რომ ყველა მომსახურე ხელსაწყო დაკავებულია და, ცხადია ეს ჯერ კიდევ არ ნიშნავს, რომ უკვე მოხდა გამოძახების ბლოკირება. ამისათვის საჭიროა, რომ ამ დროს შემოვიდეს გამოძახება.

უსასრულო წყაროებიან სისტემებში კარგები დროის მიხედვით და კარგები გამოძახებების მიხედვით ერთმანეთის ტოლია, ვინაიდან გამოძახებების პროცენტი, რომელსაც ყველა ხელსაწყო დაკავებული დახვდება, ზუსტად დროის მიხედვით კარგების ტოლია (აქ, პროცესს, რომ ყველა ხელსაწყო დაკავებულია, არავითარი კავშირი არ აქვს გამოძახებების შემოსვლის პროცესთან. დროის მიხედვით კარგების მნიშვნელობა სისტემის სტაციონარული მდგომარეობაა. ასევე გამოძახებების ბლოკირების მნიშვნელობაც სისტემის სტაციონარული მდგომარეობაა). მაგრამ, სასრული რაოდენობის წყაროების შემცველ სისტემაში ბლოკირებული გამოძახებების პროცენტი ნაკლებია, ვინაიდან ნაკლები რაოდენობის გამოძახებები შემოდის დროის იმ ინტერვალში, როდესაც ყველა ხელსაწყო დაკავებულია ( $N$  არის გამოძახებების წყაროების რიცხვი,  $i$  – დაკავებული წყაროების რიცხვი, ე.ი. გამოძახებები შემოდის არა  $N$  რაოდენობის წყაროებიდან, არამედ  $N-i$  რაოდენობის წყაროებიდან - ანუ თავისუფალი წყაროებიდან). ამრიგად, სასრული რაოდენობის წყაროებიან სისტემებში კარგები გამოძახებების მიხედვით (ბლოკირების ალბათობა) ყოველთვის ნაკლებია დროის მიხედვით კარგებზე. მართლაც, როგორც განსაკუთრებული შემთხვევა, სამაგალითოდ განვიხილოთ სისტემა ტოლი რაოდენობის წყაროებით და მომსახურე ხელსაწყოებით. კარგები დროის მიხედვით არის იმის ალბათობა, რომ ყველა მომსახურე ხელსაწყოები დაკავებულია, რაც სრულიად რეალურ რიცხვით მნიშვნელობას მიიღებს, ხოლო ბლოკირების ალბათობა კი, ცხადია, ნულის ტოლი იქნება.

იმის ალბათობა, რომ  $N$  სასრული რაოდენობის გამოძახებების წყაროების შემცველ სისტემაში დაკავებული იქნება  $n$  ხელსაწყო  $V$  რაოდენობის ხელსაწყოებიდან, განისაზღვრება თანაფარდობით:

$$P_n = \frac{C_N^n (\alpha h)^n}{\sum_{i=0}^V C_N^i (\alpha h)^i}, \quad (11)$$

სადაც  $\alpha$  არის გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა თავისუფალი წყაროდან;  $h$  - ერთი გამოძახების მომსახურების საშუალო ხანგრძლივობა.

(11) გამოსახულება ცნობილია, როგორც ენგსეტის განაწილება. თუ ამ განაწილებაში დავუშვებთ, რომ  $n=V$ , ცხადია, მივიღებთ დროის მიხედვით კარგების საანგარიშო ფორმულას:

$$P_V = \frac{C_N^V (\alpha h)^V}{\sum_{i=0}^V C_N^i (\alpha h)^i}, \quad (12)$$

ნაკადის პარამეტრი გამოძახების წყაროების სასრული რაოდენობის შემცველ სისტემაში თავისუფალი წყაროების  $N_i$  რიცხვის პროპორციულია:

$$\lambda_i = \alpha \cdot N_i = \alpha(N-i),$$

სადაც  $\alpha$  არის გამოძახების წყაროს პარამეტრი (ინტენსივობა), როდესაც ის თავისუფალ მდგომარეობაშია;  $N$  - წყაროების საერთო რიცხვია;  $i$  - დაკავებული წყაროების რიცხვი (რაც ნიშნავს, რომ სისტემა  $i$  მდგომარეობაშია).

ნაკადის პარამეტრის მათემატიკური მოლოდინია  $\lambda = \sum_i \lambda_i P_i$ , სადაც  $P_i$  არის იმის ალბათობა, რომ სისტემაში დაკავებულია  $i$  რაოდენობის წყარო.  $\lambda$ -ს მნიშვნელობა, დაყვანილი ერთ წყაროზე  $\nu = \lambda/N$ , განსაზღვრავს გამოძახების წყაროს საშუალო ინტენსივობას. წყაროს საშუალო ინტენსივობა არის გამოძახებების რიცხვის ფარდობა შესაბამის სრულ დროსთან  $\nu = n/T$ , სადაც  $T = \bar{t}_{\text{თავისუფ.}} + \bar{t}_{\text{დაკავ.}}$  თავისუფალ მდგომარეობაში მყოფი გამოძახების წყაროს ინტენსივობა კი არის გამოძახებების რიცხვის ფარდობა წყაროს თავისუფალ მდგომარეობაში ყოფნის დროის ინტერვალების ჯამთან:

$$\alpha = \frac{n}{\sum_{j=1}^n t_{j\text{თავისუფ.}}}$$

$$\bar{t}_{\text{თავისუფ.}} = \frac{\sum_{j=1}^n t_{j\text{თავისუფ.}}}{n} \quad \text{გვექნება} \quad \alpha = \frac{1}{\bar{t}_{\text{თავისუფ.}}},$$

სადაც  $n$  არის დროის თავისუფალი ინტერვალების რაოდენობა.

შესაბამისად,

$$\nu = \frac{1}{(\bar{t}_{\text{თავისუფ.}} + \bar{t}_{\text{დაკავ.}})}$$

ამრიგად, ყოველთვის  $\alpha > \nu$ .

იმის გათვალისწინებით, რომ როდესაც  $v$  მომსახურე ხელსაწყოები დაკავებულია, გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა  $(N-V)/V$  ჯერ განსხვავდება გამოძახებების შემოსვლის იმ ინტენსიობის მნიშვნელობისაგან, როდესაც არ არის დაკავებული სისტემის არც ერთი მომსახურე ხელსაწყო, შეიძლება განვსაზღვროთ გამოძახების ბლოკირების ალბათობა სასრული წყაროების სისტემაში და მუშაობის ცხადი კარგვების რეჟიმში:

$$B = \frac{C_{N-1}^V (\lambda h)^V}{\sum_{j=0}^V C_{N-1}^j (\lambda h)^j} \quad (13)$$

რაც  $P_V$  -ს ტოლია, როდესაც გვაქვს  $N-1$  გამოძახების წყარო. მართლაც, გამოძახება, რომელიც შემოდის კონკრეტული თავისუფალი წყაროდან, დაიკარგება, თუ დროის ამ მომენტში დაკავებულია ყველა  $v$  რესურსი. ცხადია, ამ რესურსების დაკავება განპირობებულია დანარჩენი  $N-1$  წყაროსაგან. შესაბამისად:

$$P_{\text{გამოდ}}(N, V, \alpha) = P_i(N-1, V, \alpha).$$

მომსახურებული დატვირთვის მნიშვნელობა  $y = \alpha h$ , შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$y = \sum_{i=1}^V iP_i = \frac{\alpha N(1-B)}{1+\alpha(1-B)} \quad (14)$$

მინოდებული დატვირთვის მნიშვნელობა იქნება  $Nv$ , მაშინ ამ სიდიდის მიხედვით მომსახურებული დატვირთვა ასე განისაზღვრება:

$$y = Nv(1-B) \quad (15)$$

ერთი წყაროდან მინოდებული დატვირთვა, ერლ:

$$v = \alpha h / N = \frac{\alpha}{1+\alpha(1-B)};$$

წყაროს პოტენციალური დატვირთვა, ერლ:

$$a = \frac{\alpha}{1+\alpha}.$$

მაგალითი 11. აბონენტთა ჯგუფი, შემომავალი და გამავალი გამოძახებების ჩათვლით, ინვესტს გამოძახებების ინტენსივობას - ხუთი გამოძახება საათში ერთი ტელეფონის აპარატიდან. ჩავთვალოთ, რომ მომსახურების საშუალო ხანგრძლივობაა 4 წუთი და განვსაზღვროთ, როგორია გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობა ერთი თავისუფალი წყაროდან (ტელეფონის აპარატიდან). რამდენი

ასეთი ტელეფონის აპარატი შეიძლება ჩავრთოთ ქსელში 12-არხიანი მულტიპლექსორით (კონცენტრატორით), თუ ბლოკირების ალბათობის დასაშვები მნიშვნელობაა 1%.

ამოხსნა. ვინაიდან ყოველი ტელეფონის აპარატი ერთი საათის განმავლობაში აქტიურია 20 წუთი, გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა ერთი თავისუფალი აპარატიდან იქნება  $\alpha=5/40=0,125$  გამოძახება წუთში. ყველა წყაროდან მიწოდებული დატვირთვის მნიშვნელობა, თუ ჩავთვლით, რომ დატვირთვა სრულად არის მომსახურებული კარგების გარეშე, იქნება:  $\nu h N=5 \cdot 4/60 \cdot N=0,33N$ . ამის შემდეგ უნდა განვსაზღვროთ  $N$ , როდესაც, ამოცანის პირობის თანახმად,  $B=1\%$  და მე-13 ფორმულიდან  $V=12$ . ვისარგებოთ კორნიშევის წიგნის მე-4 დანართით, სადაც მე-13 ფორმულის მიხედვით მოყვანილია ცხრილი (სტუდენტი ყველა ამოცანას ხსნის პერსონალურ კომპიუტერზე, ცხრილებისა და გრაფიკების გამოყენების გარეშე). ამ ცხრილის მიხედვით, როდესაც  $B=0,01$ ;  $N=20$  და  $V=12$ , ვიღებთ, რომ  $\nu h=7,107$  ერლ. რადგანაც  $N=20$  ქმნის  $N \nu h=0,33 \cdot 20=6,6$  ერლ, ავიღოთ, რომ  $N=21$ , რასაც შეესაბამება 6,93 ერლ, რაც ნაკლებია 7,107 და ე.ი. არა უმეტეს 1% ბლოკირება გარანტირებული იქნება. რომ აგველო  $N=22$ , მაშინ  $N \nu h=7,26$  ერლ, რაც მეტია 7,107 ერლ-ზე და ბლოკირება 1%-ს გადააჭარბებდა.

ჩვენ ეს ამოცანა ამოვხსენით ქსელში სასრული რაოდენობის წყაროების მოდელის გათვალისწინებით. იგივე ამოცანა რომ ამოვხსნათ უსასრულო რაოდენობის წყაროების მოდელიდან გამომდინარე (ე.ი. ერლანგის ფორმულით, ფორმულა 8), მივიღებთ, რომ 12 არხს (ე.ი. 12 ხელსაწყოს) 1% ბლოკირებით შეუძლია მოემსახუროს 5,817 ერლ, დატვირთვას. შესაბამისად, ტელეფონების აპარატების მაქსიმალური რიცხვი დასაშვები იქნებოდა  $5,817/0,33=17,63$ . ამრიგად, უსასრულო რაოდენობის წყაროების მოდელით ანგარიში იძლევა 16%-ით ნაკლები აპარატების მიერთების რეკომენდაციას მულტიპლექსორზე.

## 2.5. სისტემა დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით და გამოძახების წყაროების სასრული რაოდენობით

ასეთი სისტემის ანალიზი უნდა ჩავატაროთ 2.3 პუნქტის ანალოგიურად, სადაც განვიხილეთ სისტემა დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით და რომელსაც გააჩნია გამოძახების წყაროების უსასრულო რაოდენობა. ორივე შემთხვევაში (2.3 და 2.5) ვადგენთ, რომ სისტემაში არსებული გამოძახებების რაოდენობა ტოლია იმ გამოძახებების რიცხვისა, რომელიც მომსახურებული იქნებოდა არაბლოკირებადი მომსახურე ხელსაწყოების ჯგუფით (არაბლოკირებადი ნიშნავს, რომ ყველა გამოძახებისათვის იარსებებდა მომსახურე ხელსაწყო). ამრიგად, ჩვენ გამოვიყენებთ

(11) ფორმულას იმის ალბათობის განსაზღვრისათვის, რომ როდესაც სისტემის ყველა  $N$  წყარო აქტიურია, სისტემაში არსებობს  $n$  რაოდენობის გამოძახება:

$$P_n = \frac{C_V^n (\alpha h)^n}{\sum_{i=0}^V C_N^i (\alpha h)^i} = \frac{C_V^n (\alpha h)^n}{(1 + \alpha h)^V} . \quad (16)$$

ვინაიდან არც ერთი გამოძახება არ იკარგება, წყაროს ინტენსივობა (ერთი წყაროდან მიწოდებული დატვირთვა) შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

$$a = \frac{\alpha h}{1 + \alpha h} . \quad (17)$$

ამ ორი ფორმულის საფუძველზე სისტემაში ვიღებთ  $n$  რაოდენობის გამოძახებების არსებობის ალბათობის საანგარიშო ფორმულას:

$$P_n = C_N^n (1 - \lambda)^{N-n} . \quad (18)$$

თუ სისტემას აქვს  $V$  რაოდენობის მომსახურე ხელსაწყოები, მაშინ კარგვები დროის მიხედვით იმის ალბათობის ტოლია, რომ დაკავებულია ყველა  $N$  ხელსაწყო:

$$P_v = \sum_{n=v}^N P_n . \quad (19)$$

ბლოკირების ალბათობა დაბლოკილი გამოძახებების შენარჩუნებით, არის იმის ალბათობა, რომ გამოძახებას სისტემაში ხვდება სხვა  $V$  ან მეტი გამოძახება (ანუ, როდესაც ყველა  $n$  წყარო დაკავებულია გამოძახების შემოსვლის ალბათობის ფარდობა გამოძახების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობასთან):

$$B_n = \sum_{n=V}^{N-1} C_{N-1}^n \nu^n (1 - \nu)^{N-1-n} , \quad (20)$$

სადაც  $\nu$  არის ერთი წყაროდან შემოსული დატვირთვა;  $N$  - წყაროების რაოდენობა;  $V$  - მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობა.

მაგალითი 12. განვსაზღვროთ მეტყველების სიგნალის კლიპირების ალბათობა, როდესაც მოქმედებს სიგნალის 10 წყარო ხუთ არხზე. იგივე 100 წყაროსა და 50 არხისათვის. აქაც ყოველი მოლაპარაკის აქტიურობის კოეფიციენტი იყოს 0,4. მე-9 ამოცანისაგან განსხვავებით, ვინარჩუნებთ დაბლოკილ გამოძახებებს და, როგორც ვხედავთ, სისტემაში გვაქვს წყაროების სრულიად სასრული რაოდენობა.

ამოხსნა. ვეძებთ მხოლოდ იმის ალბათობას, რომ დროის რომელიმე პერიოდში მიმდინარეობს მეტყველების სიგნალის კლიპირება მანამ, სანამ არ მოხდება თავისუფალ არხზე მიერთება.

ამისათვის ვიყენებთ (20) განტოლებას, რომელშიც ერთი წყაროს დატვირთვას ვითვალისწინებთ  $\nu=0,4$ .

როდესაც საქმე გვაქვს 10 წყაროსთან და 5 არხთან,

$$B_n = \sum_{n=5}^9 C_9^n (0,4)^n \cdot (0,6)^{9-n} = 0,27$$

როდესაც 100 წყარო მუშაობს 50 ხელსაწყოსთან (არხთან),

$$B_n = \sum_{n=50}^{99} C_{99}^n (0,4)^n \cdot (0,6)^{99-n} = 0,023$$

თუ შევადარებთ მე-10 მაგალითის შედეგებს, სადაც იგივე მონაცემებია, ოღონდ უსასრულო რაოდენობის წყაროებიან სისტემაში, ვხედავთ, რომ უსასრულო რაოდენობის წყაროების მოდელით ანგარიში იძლევა კლიპირების მეტ მნიშვნელობებს 0,37, მე-12 მაგალითში კი მივიღეთ 0,27 და 0,04, როდესაც მე-12 მაგალითში – 0,023.

რომელი მეთოდი უნდა ავირჩიოთ ანგარიშისათვის? - ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა ხდება გამოძახების წყაროების რიცხვის შეფარდებით არხებთან (ანუ მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვთან) და არა უშუალოდ წყაროების რიცხვის მიხედვით.

მე-12 მაგალითში განსაზღვრულია იმის ალბათობა, რომ მეტყველების სიგნალის გარკვეულ მონაკვეთს (სეგმენტს) შეესაბამება გადატვირთული სისტემა და ამიტომ ხდება მისი კლიპირება. ასეთი ამოცანების ამოხსნა სასარგებლოა, რადგან შევისწავლით როგორც კლიპირების სიხშირის, ასევე მისი ხანგრძლიობის ანგარიშს. ამრიგად, ფაქტიურად ჩვენ ვსაზღვრავთ დატვირთვის იმ მოცულობას, რომელიც მოდის სიგნალის კლიპირებულ ნაწილზე. ეს არ არის დაკარგული დატვირთვა, რომელიც შეესაბამება გადატვირთვის დროს შემოსულ გამოძახებებს, რომლებიც "სრულად" იკარგება.

სიგნალის იმ "ნაჭრების" წილი, რომლებიც იკარგებიან, შეიძლება განისაზღვროს, როგორც გაუტარებელი (გადაუცემი) დატვირთვის ინტენსიობის ფარდობა მიწოდებული დატვირთვის ინტენსიობასთან:

$$B_{\text{დაკარგ}} = \frac{1}{A} \sum_{n=V+1}^N (n+N) P_n, \quad (21)$$

სადაც  $N$  არის გამოძახების წყაროების რიცხვი;  $A$  – მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა;  $V$  – მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვი;  $P_n$  – სისტემაში  $n$  გამოძახებების არსებობის ალბათობა.

მაგალითი 13. განვსაზღვროთ კლიპის საშუალო ხანგრძლივობა 10 წყაროსა და 5 არხის, შემდეგ კი 100 წყაროსა და 50 არხის პირობებში. დავუშვათ, რომ სამეტყველო სიგნალის სეგმენტის საშუალო ხანგრძლივობა შეადგენს 300 მწ (მწ არის მილიწამი ანუ  $10^{-3}$  წმ), ხოლო მოლაპარაკის აქტიურობა  $\nu=0,4$ . საზოგადოდ, სამეტყველო სიგნალის სეგმენტის ხანგრძლივობა უფრო რთული წარმოსადგენია, ის დამოკიდებულია "მოცულობის ზღურბლზე", რომელიც თავისთავად დამოკიდებულია  $\nu$ - "აქტიურობის პარამეტრზე").

ამოხსნა: პირველ შემთხვევაში - 10 წყარო და 5 არხი

$$B_{\text{დაკარგ}} = \frac{1}{4} \sum_{n=6}^{10} (n-5) C_{10}^5 (0,4)^n \cdot (0,6)^{10-n} = 0,059$$

ამრიგად, საშუალოდ სამეტყველო სიგნალის ყოველი სეგმენტის 5,9% კლიპირდება ანუ 300 მწ-დან 17,7 მწ. ვინაიდან, წინა ამოცანა 11-ის მიხედვით, კლიპირებას ექვემდებარებოდა სეგმენტების 27%, კლიპირების საშუალო ხანგრძლივობა, მეტყველების სიგნალის იმ სეგმენტზე, სადაც ხდება კლიპირება", ტოლია  $0,059/0,27=22\%$  ანუ 66 მწ - სრულიად დაუშვებელი დონეა.

მეორე შემთხვევაში - 100 წყარო და 50 არხი

$$B_{\text{დაკარგ}} = \frac{1}{40} \sum_{n=51}^{100} (n-50) C_{100}^n (0,4)^n \cdot (0,6)^{100-n} = 0,001.$$

ამრიგად, ამ შემთხვევაში სამეტყველო სიგნალის შესაბამისი სეგმენტის მხოლოდ 0,1%-ის კლიპირება ხდება; ეს იმას ნიშნავს, რომ თუ წარმოიშობა კლიპირება, იკარგება სამეტყველო სიგნალის  $300 \cdot 0,001 \cdot 0,023=13$  მწ.

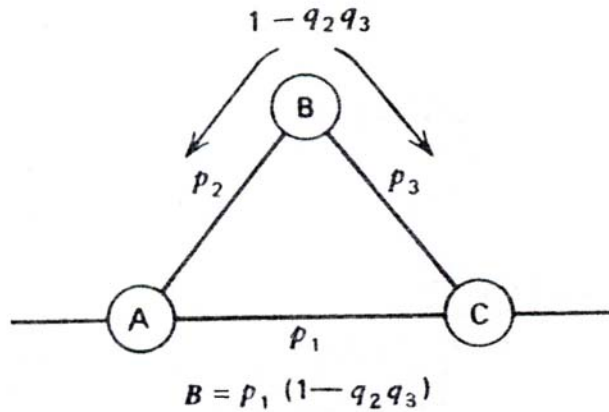
მე-12 მაგალითის შედეგები გვიჩვენებს, რომ სისტემაში გამოძახების წყაროების გამსხვილება არა მარტო ამცირებს კლიპირების ალბათობას, არამედ ამცირებს კლიპების ხანგრძლივობასაც.

### **3. კავშირგაბმულობის ქსელში ბლოკირების აღბათობის განსაზღვრა**

ზემოთ ჩვენ ვიხილავდით ტელეტრაფიკის თეორიის იმ ძირითად მეთოდებს, რომლებიც უნდა გამოვიყენოთ ბლოკირების აღბათობის განსაზღვრისათვის ქსელის ცალკეულ უბნებზე (შემაერთებელი ხაზების ცალკეული ხაზთკონები და სხვა). განვიხილოთ ქსელში ერთი დამაბოლოებელი მონყობილობიდან მეორე დამაბოლოებელ მონყობილობამდე შემაერთებელი ხაზების ბლოკირების აღბათობა, როდესაც დამაბოლოებელ მონყობილობებს შორის არსებობს ერთზე მეტი შეერთების შესაძლო გზა. ამ აღბათობის განსაზღვრასთან დაკავშირებით აუცილებელია ქსელის სხვადასხვა მიმართულებებში არსებული დატვირთვების ურთიერთქმედების განხილვა. აქ განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ერთ მიმართულებაში წარმოქმნილი ჭარბი დატვირთვის მნიშვნელობის გავლენას მეორე მიმართულებაში ბლოკირების მნიშვნელობაზე.

#### **3.1. ერთი დამაბოლოებელი მონყობილობიდან მეორემდე შემაერთებელი გზის ბლოკირების აღბათობა**

კავშირგაბმულობის ქსელში შემაერთებული გზა შეიცავს ხაზების მიმდევრობას, სადაც ყოველი მათგანი შეირჩევა სხვადასხვა ხაზების სიმრავლეთაგან. ამრიგად, ერთი დამაბლოკებელი მონყობილობიდან მეორემდე, ბლოკირების ალბათობა არის ალბათობათა კომპოზიცია მიმდევრობით და პარალელურად შეერთებების შესაბამისად.



ნახ.8. ქსელში კარგების საანგარიშოდ გამოყენებული ალბათური გრაფიკი

მე-8 ნახ-ზე C საკომუტაციო კვანძში შედის კავშირის დამყარების რამდენიმე გზა. ბლოკირების ალბათობის გამოსახულება, რომელიც ამ ნახაზზეა ნაჩვენები, მიღებულია სხვადასხვა დაშვებებისა და გამარტივებების საფუძველზე (აქ  $P$  არის დაკავების, ხოლო  $q$  კი, "თავისუფლების" – , რომ ხაზი თავისუფალია – ალბათობები). მაგალითად, ამ გამოსახულებაში არ არის გათვალისწინებული საკომუტაციო კვანძებისათვის დამახასიათებელი ბლოკირების (კარგების) ალბათობები. თუ საკომუტაციო სისტემა ციფრულია, არხების დროითი დაყოფით, კარგები იქნება იმდენად მცირე, რომ, მართლაც, ბლოკირების ალბათობის გამოსახულებაში შეიძლება მისი უგულებელყოფა, მაგრამ თუ მისი გათვალისწინება აუცილებელია, მაშინ შესაბამისი ბლოკირების ალბათობა უნდა წარმოვიდგინოთ, რომ ეკუთვნის შემაერთებელ ხაზთან მიმდევრობით ჩართულ სისტემას და რაც გარკვეულად გამოსწორებს იმით გამოწვეული შეცდომას, რომ საკომუტაციო სისტემისა და შემაერთებელი ხაზების ბლოკირებების ალბათობები ურთიერთდამოკიდებული სიდიდეებია. მე-8 ნახ-ზე ნაჩვენები ბლოკირების ალბათობის გამოსახულების მიღებისათვის აუცილებელია დაშვება-განმარტება, რომ ცალკეული შემაერთებელი ხაზთა კონების ბლოკირებების ალბათობები ურთიერთდამოკიდებული სიდიდეებია, რაც გვაძლევს საშუალებას, რომ ორი პარალელური გზის სრული ალბათობა წარმოვადგინოთ შესაბამისი ალბათობების ნამრავლის სახით.

როგორც წესი, განსაკუთრებით კი საერთო სარგებლობის კავშირგაბმულობის ქსელებში, სატრანზიტო კვანძებსა და საერთაშორისო-საქალაქთაშორისო

სადგურებზე გამავალი შემაერთებელი ხაზები ატარებენ (ემსახურებიან) მრავალი მიმართულების ტრაფიკს. შესაბამისად, ჭარბი დატვირთვის დიდი მნიშვნელობა, რომელიც მიენოდება შემაერთებელი ხაზის კონას, დამოკიდებულია პირველი შერჩევის არაერთი გზის მოვლენებზე. ამ შემთხვევაში იმის დაშვება, რომ შემოვლითი გზების ბლოკირების ალბათობები დამოუკიდებელი სიდიდეებია, სწორია. მაგრამ, თუ ტრანზიტული მიმართულების ხაზთა კონაში ჭარბი დატვირთვის მნიშვნელობა პირველი შერჩევის ტრაფიკის ტოლფასია (შეიძლება მეტიც), მაშინ ბლოკირების ალბათობების კორელაციის გაუთვალისწინებლობამ შეიძლება მიგვიყვანოს დაუშვებელ შეცდომებამდე.

რადგანაც არ არსებობს დასმული ამოცანების ამოხსნის ზოგადი წესი, და საჭიროა ყველა ცალკეულ შემთხვევაში პროცესების დანვრილებითი ანალიზი და ამოცანის სწორად გაგება, კავშირგაბმულობის ქსელებში ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრის შემდგომი შესწავლა გავაგრძელოთ კონკრეტული ამოცანის ამოხსნის მაგალითზე.

მაგალითი 14. ორ საკომუტაციო სადგურს შორის კავშირისათვის გამოყენებულია შემაერთებელი ხაზების ორი კონა, როგორც პირველი შერჩევის გზები (რადგანაც ორი ხაზთა კონით არის განხორციელებული კავშირი, უფრო სწორი იქნება ტერმინი "პირდაპირი შერჩევის გზები", რაც, უბრალოდ, ორივე ხაზის ფუნქციას ათანაბრებს). პირველი ხაზთა კონის ტევადობაა 12 არხი, მეორისა კი 6 არხი. დავუშვათ, რომ 12 არხიან კონას ენოდება დატვირთვა 10,8 ერლ. როდესაც ხაზთა ეს კონა დაკავებულია, ჭარბი დატვირთვა მიენოდება 6 არხიან ხაზთა კონას. განვსაზღვროთ, თუ როგორია ბლოკირების ალბათობა 12 არხიან კონაში და რამდენია ჭარბი დატვირთვის მნიშვნელობა, რომელიც მიენოდება 6 არხიან კონას? განვსაზღვროთ აგრეთვე 6 არხიანი კონის ბლოკირების ალბათობა, თუ ჭარბ დატვირთვად მივიჩნევთ მასზე მიწოდებული დატვირთვის მნიშვნელობას. როგორია იმის ალბათობა, რომ ორივე ხაზთა კონა დაკავებულია? შედარდეს ეს შედეგი ერთი, 18 არხიანი ხაზთა კონა რომ შექმნილიყო ამ ორ სადგურს შორის, მისი ბლოკირების ალბათობასთან.

**შენიშვნა:** ქვემოთ, ამოხსნის პროცესში სამ-სამი კითხვითი ნიშანი დასმული აქვს დაშვებებს, რომლებიც შეცდომების წყაროა და სხვა ამოცანების ამოხსნის დროს ასევე უნდა აღმოვაჩინოთ ეს განსაკუთრებული წერტილები.

ამოხსნა: გამოვიყენოთ ცხადი კარგების სისტემის გაანგარიშების მეთოდი (ფორმულა 8) და განვსაზღვროთ, რომ კარგები 12 არხიან კონაში, როდესაც მას მიენოდება 10,8 ერლ დატვირთვა, არის 15%, ამიტომ ჭარბი დატვირთვის ინტენსივობა ტოლია  $10,8 \cdot 0,15 = 1,62$  ერლ.

6 არხიანი კონის ბლოკირების ალბათობა, როდესაც მას მიენოდება 1,62 ერლ დატვირთვა (გამოძახებათა ნაკადი შემთხვევითი ხასიათისაა???) არის 0,5%.

იმის ალბათობა, რომ ორივე ხაზთა კონა დაკავებულია, შეიძლება განისაზღვროს (იმის დაშვებით, რომ მათი ბლოკირებების ალბათობები დამოუკიდებელი სიდიდეებია???) შემდეგნაირად:  $B=0,15 \times 0,005=0,00075$ .

შედარებისათვის, 18 არხიანი კონის ბლოკირების ალბათობა, როდესაც მას მიეწოდება 10,8 ერლ დატვირთვა,  $B=0,013$ .

ამოცანის ამოხსნის პროცესში გადავლახეთ შეცდომების ორი წყარო. პირველი შეცდომა: ჩვენ ჩავთვალეთ, რომ ცალკეულ ხაზთა კონებში ბლოკირების ალბათობები დამოუკიდებელი სიდიდეებია. ცხადია, ეს არ არის ცალსახად ასე. მეორე შეცდომა გამონვეულია იმით, რომ ჩვენ ვიყენებთ გამოძახებების წმინდად შემთხვევითად შემოსვლის შესაბამის მოდელს ჭარბი დატვირთვის გაანგარიშებისათვის, რაც, აგრეთვე ძალზე უხეში მიახლოებაა.

სინამდვილეში ამ ამოცანაში გვაქვს ორ შემაერთებელ ხაზთა კონაში არსებული ბლოკირებების ურთიერთდამოუკიდებლობა. ამ შემთხვევაში ბლოკირების სრული ალბათობა ორივე ხაზთა კონისათვის განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$B=B_1 \cdot (B_2/1), \tag{22}$$

სადაც  $B_1$  არის პირველი ხაზთა კონის ბლოკირების ალბათობა, ხოლო  $(B_2/1)$  არის მეორე ხაზთა კონის ბლოკირების ალბათობა იმ პირობით, რომ პირველი ხაზთა კონა დაკავებულია (პირობითი ალბათობა).

როდესაც შემაერთებელ ხაზთა კონა ხელოვნურად არის გაყოფილი (ისევე როგორც ამ მაგალითში, 18 არხი ხელოვნურად არის გაყოფილი ორ კონად: 12 არხი და 6 არხი), ორ კონად ბლოკირების პირობითი ალბათობა შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$(B_2/1)=B(V/V_1)=\frac{P_V}{\sum_{n=V_1}^V P_n}=\frac{\binom{A^n}{V!}}{\sum_{n=V_1}^V \binom{A^n}{n!}} \tag{23}$$

სადაც  $B(V/V_1)$  იმის ალბათობაა, რომ დაკავებულია  $V$  რაოდენობის არხი ( $V$  რაოდენობის ხელსაწყო), როდესაც ცნობილია, რომ უკვე დაკავებულია  $V_1$  არხი;  $P_n$  იმის ალბათობაა, რომ  $n$  რაოდენობის არხებიდან დაკავებულია ზუსტად  $n$  რაოდენობა (პუასონის ფორმულა).

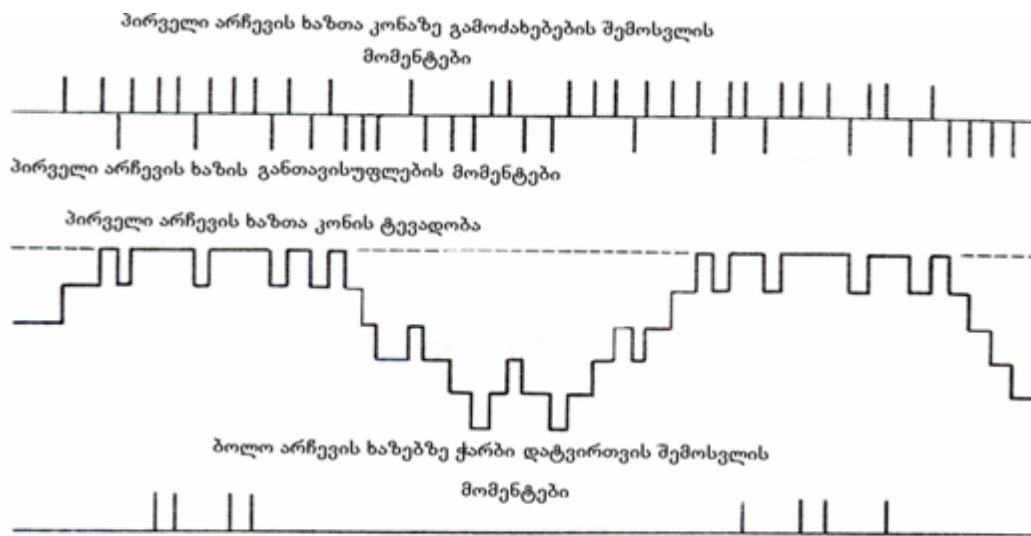
თუ (23) ფორმულით განვსაზღვრავთ პირობით ალბათობას  $B_2/1$ , როდესაც  $A=10,8$ ,  $V_1=12$  და  $V=18$  მივიღებთ, რომ მე-14 მაგალითში ის ტოლია 0,033-ისა და მაშინ (22) ფორმულით სრული ალბათობა იქნება  $B=0,15 \cdot 0,033=0,005$  და აღმოვაჩინთ უზუსტობას: 0,013-ის წინააღმდეგ 0,005, რაც გამონვეულია იმით, რომ ჭარბი დატვირთვის მახასიათებლები არ არის შემთხვევითი.

ფორმულა (23) სამართლიანია მხოლოდ მსჯელობის საფუძველზე, ლოგიკურად მორგებული მოდელის შემთხვევაში, მაგრამ საზოგადოდ მისი გამოყენება მაშინ არის სწორი, როდესაც ჭარბი დატვირთვა რომელიმე მიმართულებაში დომინანტია.

მე-8 ნახ-ის შემთხვევაში მესამე მნიშვნელოვანი დაშვება ის არის, რომ დატვირთვა ნახაზზე ნაჩვენები ქსელის ნაწილზე დამოუკიდებელი სიდიდეა. მაგრამ, თუ დატვირთვის ცვლილება (რხევა) დამოკიდებულია გარეშე მოვლენებზე (მაგალითად, მოსახლეობამ ტელევიზიით შეიტყო, რომ დაბომბეს პანკისი ან დესანტი შემოსულა კოდორში, – იწყება სატელეფონო ქსელით ურთიერთაზრთა გაცვლა და დატვირთვა აღარ არის დამოუკიდებელი სიდიდე), ამ შემთხვევაში მნიშვნელოვანი ცდომილებები გვექნება გაანგარიშების შედეგებში – მაშინ ამბობენ, რომ ანგარიშის ყველა მაჩვენებელი გაუარესებულია.

### 3.2. ჭარბი დატვირთვა

მე-14 მაგალითში შეცდომების მეორე წყარო არსებობს იმიტომ, რომ მეორე ხაზთა კონის ბლოკირების ალბათობის განსაზღვრისათვის მე-(8) ფორმულაში ჩვენ ჩავსვით პირველი კონის ჭარბი დატვირთვის საშუალო მნიშვნელობა. მაგრამ, ერლანგის ფორმულაში დაშვებულია, რომ გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტები წმინდად შემთხვევითი მოვლენებია და ე.ი. აღინერება პუასონის განაწილებით. მაგრამ, გამოძახებების შემოსვლის ალბათობების განაწილების პუასონის კანონის გამოყენება მეორე კონაზე შემოსული ნაკადისათვის შეცდომაა. მაშინაც კი, როდესაც ხაზთა პირველ კონას მიეწოდება შემთხვევითი ნაკადი, გადატვირთვის პროცესი მიმდინარეობს ისე, რომ ხდება გარკვეული გამოძახებების ჯგუფების შერჩევა მეორე კონაში გასაგზავნად. ამრიგად, მეორე კონაზე გამოძახებების შემოსვლის დროის მომენტები არ არის შემთხვევითი და მათი შემოსვლა მიმდინარეობს ზედიზედ, ჯგუფებად. გადატვირთვის პროცესი ილუსტრირებულია მე-9 ნახ-ზე, რომელზეც ჭარბი გამოძახებების შემოსვლის სურათი მეორე კონაზე.



ნახ.9. ჭარბი დატვირთვის ხასიათი

ჭარბი დატვირთვის გათვალისწინების ყველაზე გავრცელებული მეთოდი მდგომარეობს იმაში, რომ დამყარდეს შესაბამისობა რეალურ ჭარბ დატვირთვისა და ბლოკირების ალბათობის მნიშვნელობის თვალსაზრისით, მის ეკვივალენტურ შემთხვევით (პუასონის) დატვირთვისა შორის. ეს განმარტება განვიხილოთ მე-14 მაგალითის საფუძველზე. ჭარბი დატვირთვის ინტენსივობა 1,62 ერლ გავუტოლოთ შემთხვევითი (პუასონის) დატვირთვის ინტენსივობას, რომელიც უნდა არსებობდეს მეორე კონაში, კერძოდ, 2,04 ერლ (პუასონის განტოლებაში ჩავსვამთ, რომ  $P=0,005$  და  $i=6$ , განვსაზღვროთ  $\lambda t=2,04$  ერლ). 2,04 ერლ-ს თუ ჩავსვამთ ერლანგის ფორმულაში (8), 6 არხისათვის მივიღებთ, რომ ბლოკირების ალბათობა  $B=1,3\%$ , ეს არის მეორე კონის ფაქტიური ალბათობის ბლოკირება, ვინაიდან ორივე კონა დაკავებულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც დაკავებულია მეორე კონა.

ჭარბი დატვირთვის შეფასების ამ მეთოდს ეწოდება ეკვივალენტური ჩანაცვლების მეთოდი (ან ვილკინსონის მეთოდი).

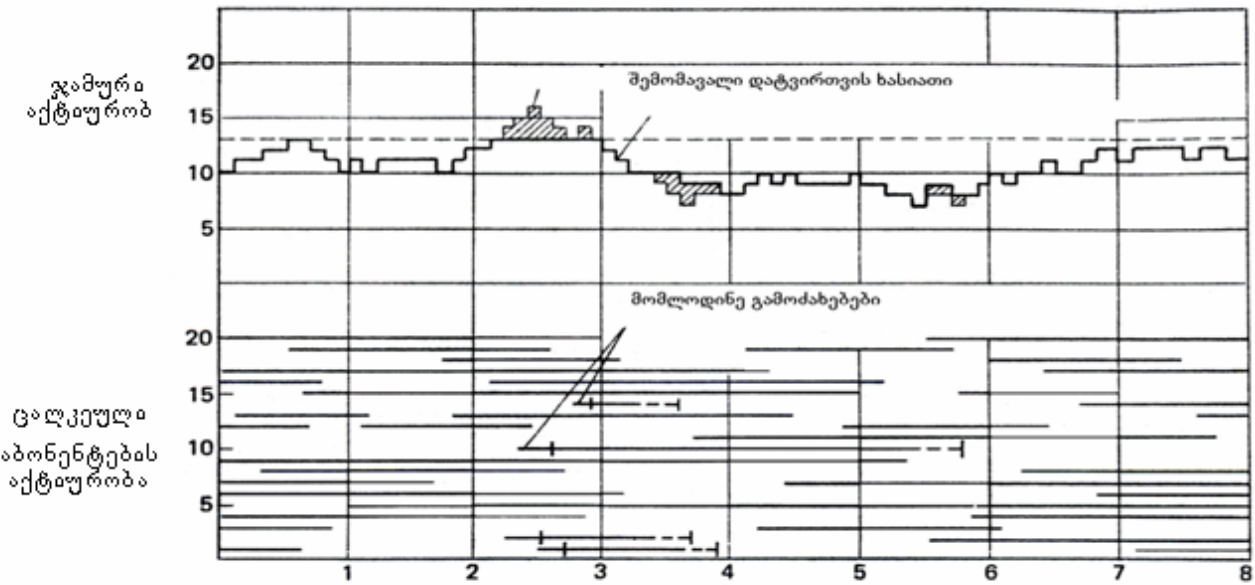
#### 4. სისტემები ლოდინით (ანუ რიგით)

ტელეტრაფიკის თეორიის სხვა კატეგორიის მეთოდებს განეკუთვნება იმ სისტემების შესწავლა, რომლებიც აყოვნებენ მომსახურების გარეშე დარჩენილ გამოძახებებს, მანამ, სანამ არ განთავისუფლდება მომსახურების პროცესისათვის აუცილებელი ხელსაწყოები. გამოძახებები, რომლებიც შემოდიან მომსახურების

სისტემაში დროის იმ მომენტში, როდესაც ყველა მომსახურე ხელსაწყო დაკავებულია, დგებიან რიგში და შენარჩუნდებიან არიან მომსახურების დაწყებამდე. რიგი შეიძლება წარმოადგენდეს მეხსიერების მოწყობილობას შეტყობინების კომუტაციის კვანძში არ არსებობდეს, როგორც მომსახურების მსურველი გამოძახების წყაროების სია და ამ შემთხვევაში შეტყობინების შენახვა ხორციელდება უშუალოდ გამოძახების წყაროებში.

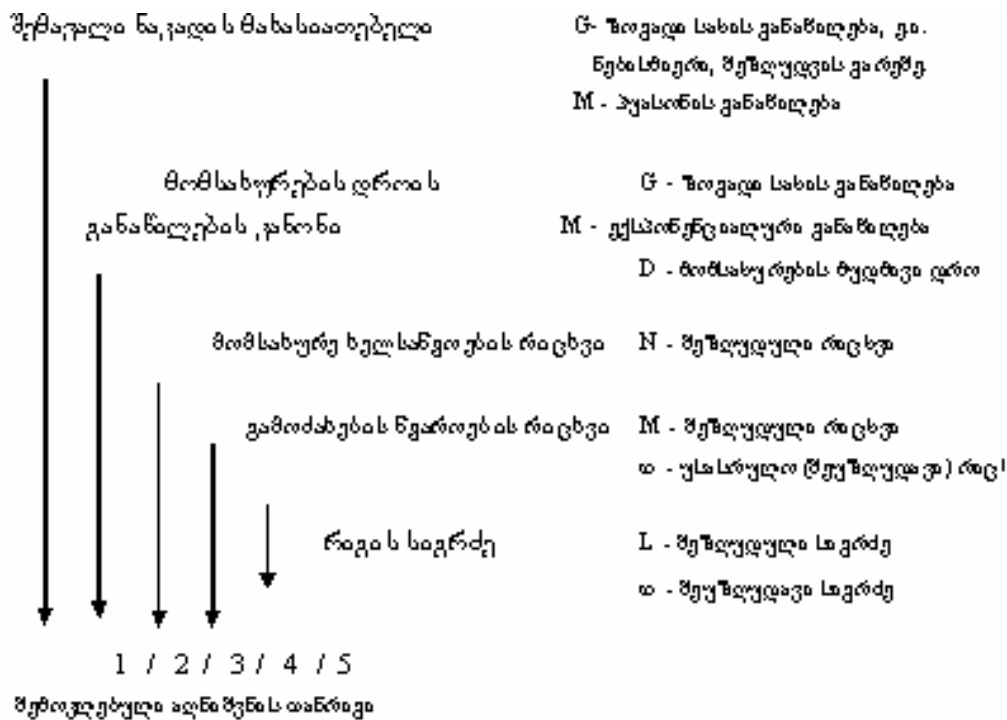
საზოგადოდ, მუშაობა ლოდინის რეჟიმით იძლევა მომსახურე ხელსაწყოების გამოყენების გაზრდას, ვიდრე სისტემები კარგებით. გამოყენების გაზრდა ძირითადად დაკავშირებულია იმასთან, რომ ლოდინის სისტემებში გამოძახებების შემოსვლის პროცესის აზვირთებები "მშვიდდება" რიგების შესაძლებლობით. რიგში ლოდინის პროცესის გავლენა ჭარბი დატვირთვის მნიშვნელობაზე ნაჩვენებია მე-10 ნახ-ზე.

ლოდინის შესაძლებლობების მქონე სისტემაში ყოფნის საერთო დრო იყოფა ლოდინის დროდ და მომსახურებისათვის დაკავების ხანგრძლივობად. აქ მომსახურების წესი დამოკიდებულია რიგის პრაქტიკულ სიგრძეზე. თუ რიგის მაქსიმალური სიგრძე ნაკლებია წყაროების ეფექტურ რაოდენობაზე, შეიძლება წარმოიქმნას ბლოკირება (გამოძახებების კარგვა). ამიტომ უნდა განვიხილოთ მომსახურების ხარისხის ორი მახასიათებელი სიდიდე: ლოდინის ალბათობა და ბლოკირების ალბათობა.



ნახ.10. გამოძახების წყაროების აქტიურობის დიაგრამა ლოდინის უზრუნველყოფის სისტემაში (სისტემა 13 არხიანია)

კონკრეტული სისტემების აღწერის გასამარტივებლად რიგების თეორიის სპეციალისტებმა სხვადასხვა ტიპის ლოდინის სისტემების კლასიფიკაციის მიზნით შემოიღეს შემოკლებული აღნიშვნები



ნახ.11. აღნიშვნების დანიშნულების ანალიზის სისტემის

მაგალითად, სისტემა ერთი მომსახურე ხელსაწყოთი, შემთხვევითი ნაკადით და მომსახურების ხანგრძლიობის ალბათობათა ექსპონენციალური განაწილებით ჩაინერება შემდეგნაირად: M/M/1 და იმ შემთხვევაში, როდესაც არ არის მოცემული მე-4 და მე-5 თანრიგები, იკითხება: გამოძახების წყაროების რიცხვი და რიგის სიგრძე არ არის შეზღუდული, ე.ი. უსასრულოდ დიდია.

#### 4.1. მომსახურების ხანგრძლივობების ექსპონენციალური განაწილება

ანალიზისათვის უმარტივესი მომლოდინე რეჟიმის სისტემა სისტემა გამოძახების შემთხვევითი ხასიათის ნაკადით და მომსახურების ხანგრძლივობების ექსპონენციალური განაწილების კანონით: M/M/N.

მივიჩნევთ, რომ ნებისმიერი სისტემა, რომელსაც ჩვენ ამ განყოფილებაში განვიხილავთ, გამოძახებების მომსახურებას აწარმოებს შემოსვლის თანმიმდევრობით. გარდა ამისა, ანალიზი ეყრდნობა დაშვებას, რომ გამოძახებების შემოსვლის ალბათობა არ არის დამოკიდებული რიგში უკვე არსებული მომსახურების რაოდენობაზე, ე.ი. საქმე გვაქვს გამოძახების წყაროების უსასრულო რაოდენობასთან. ამ დაშვების საფუძველზე, იმის ალბათობის ფორმულა, რომ გამოძახება შემოდის სისტემის გადატვირთვის პირობებში და დაელოდება (რიგში დადგება) მომსახურებას, შემოგვთავაზა ერლანგმა. კერძოდ, ლოდინის ალბათობა

$$P(> 0) = \frac{VB}{V - A(1 - B)}, \quad (24)$$

სადაც  $V$  – არის მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვი;  $A$  - მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა, ერლ;  $B$  – ცხადი კარგების რეჟიმში მომუშავე სისტემის ბლოკირების ალბათობა (ფორმულა 8).

(24) ფორმულას ერლანგის  $B$  ფორმულისაგან, ან ერლანგის პირველი ფორმულისაგან განსხვავებით, უწოდებენ ერლანგის  $C$  ფორმულას, ან ერლანგის მეორე ფორმულას. ერთხაზიანი სისტემებისათვის (ანუ ერთი ხელსაწყოს შემთხვევაში), ე.ი. როდესაც  $V=1$ , ლოდინის ალბათობა მცირდება  $\eta$  შემცირების პროპორციულად, სადაც  $\eta$  არის ხელსაწყოს (ხაზის) გამოყენება ან ერთი ხელსაწყოს მიერ (ხაზის მიერ) მომსახურებული დატვირთვა. ამრიგად, ერთხაზიან სისტემაში ლოდინის ალბათობა ტოლია მიწოდებული დატვირთვის  $\lambda h$ -ისა, ცხადია იმ რეალური დაშვებით, რომ  $\lambda h < 1$ .

გამოძახებათა შემთხვევითი ხასიათის ნაკადის, მომსახურების ხანგრძლიობების ექსპონენციალური კანონით განაწილების და გამოძახების შემოსვლის მიხედვით მომსახურების უზრუნველყოფის შემთხვევაში, ლოდინის დროის განაწილების კანონი შემდეგი სახისაა:

$$P(> t) = P(> 0)e^{-(V-A)t/h}, \quad (25)$$

სადაც  $P(> 0)$  არის ლოდინის ალბათობა, რომელიც განსაზღვრულია (24) ფორმულით;  $h$  – მომსახურების დროის საშუალო მნიშვნელობა, როდესაც მომსახურების დროის განაწილების კანონი ექსპონენციალურია.

(25) ფორმულით განისაზღვრება იმის ალბათობა, რომ გამოძახება, რომელიც შემოდის დროის შემთხვევით მომენტში, იცდის არაუმეტეს მომსახურების დროის  $t/h$  განმავლობაში. პრაქტიკაში ზემოაღნიშნული შემდეგნაირად იკითხება: დავუშვათ, გვინდა, რომ  $P(> t) = 0,01$ , ე.ი. ლოდინის ნორმა გამოძახებების მხოლოდ 1%-ისათვის არის გადაჭარბებული და ვსაზღვრავთ  $V$ -ს მოცემული მნიშვნელობისათვის (ვთქვათ,  $V=10$ ) რა დატვირთვის გატარებაა შესაძლებელი. მიზანშეწონილია მიღებული მნიშვნელობა შევადაროთ  $P(> t) = 0,1$  ე.ი. როდესაც ლოდინის ნორმა გამოძახებების 10%-თვის იქნება გადაჭარბებული და დავინახავთ, თუ რამდენად გაიზრდება სისტემის გამტარუნარიანობა.

(25) განტოლების ინტეგრირება დროის მიხედვით, გვაძლევს ყველა შემოსული გამოძახებისათვის, ლოდინის საშუალო დროის განსაზღვრის შესაძლებლობას:

$$\bar{t} = P(> 0) \frac{h}{V-A}. \quad (26)$$

აქ  $\bar{t}$  არის ლოდინის საშუალო დრო ყველა შემოსული გამოძახებისათვის (ე.ი. გასაშუალებულია ყველასათვის, ვინც რიგში იდგა და ვინც პირდაპირ იქნა მომსახურებული). იმ გამოძახებების ლოდინის საშუალო დრო, რომლებიც ლოდინის შემდეგ იღებენ მომსახურების შესაძლებლობას, განისაზღვრება ფორმულით:

$$t_{\text{საშ.}} = \frac{h}{V - A} .$$

მაგალითი 15. შეტყობინების კომუტაციის ქსელი ისე უნდა დაპროექტდეს, რომ ქსელის ხაზების გამოყენება იყოს 95%. იმის დაშვებით, რომ შეტყობინებათა სიგრძეების განაწილება ექვემდებარება ექსპონენციალურ კანონს, ხოლო მათი შემოსვლის ინტენსივობა კი შეადგენს 10 შეტყობინებას წუთში, განვსაზღვროთ ლოდინის საშუალო დრო და 5 წუთზე მეტი დროით ლოდინის ალბათობა.

ამოხსნა. პრაქტიკულად, შეტყობინების კომუტაციის ქსელში ყოველ წევილ საკომუტაციო კვანძს შორის არსებობს კავშირგაბმულობის ცალკე არხი. შესაბამისად, ჩვენ გვაქვს ერთი მომსახურე ხელსაწყო საკუთარი რიგით.

ვინაიდან პირობის თანახმად  $P$  ალბათობა ტოლია 0,95, ხოლო  $\lambda = 10$  გამოძ./წთ, მომსახურების საშუალო დრო შეიძლება განვსაზღვროთ, როგორც  $h = 0,95/10 = 0,095$  წთ.

ლოდინის საშუალო დრო (ცხადია, მომსახურების დრო მასში არ ითვლება) განისაზღვრება (26) ფორმულით:

$$\bar{t} = P(> 0) \frac{h}{V - A} = 0,95 \cdot \frac{0,095}{1 - 0,95} = 1,805 \quad \text{წთ.}$$

5 წუთზე მეტი დროით ლოდინის ალბათობა განვსაზღვროთ (25) ფორმულით:

$$P(> 5) = 0,95 \cdot e^{-(1-0,95)^5 / 0,095} = 0,068 .$$

ე.ი. შეტყობინებების 6,8% ყოვნდებიან რიგში 5 წუთზე მეტი დროით.

მაგალითი 16. განვსაზღვროთ ნომრის მიმღები კოდური მიმღებების რაოდენობა, რომლებიც მოემსახურება 1 000 ტელეფონის აპარატის დატვირთვას, თუ თითოეულისგან გამოძახებების შემოსვლის საშუალო ინტენსივობა შეადგენს ორ გამოძახებას საათში. დავუშვათ, რომ ნომრის აკრეფის დროის ხანგრძლიობების განაწილება ემორჩილება ექსპონენციალურ კანონს საშუალო დროით 6 წამი. მომსახურების ხარისხის მოთხოვნები შემდეგ ფარგლებშია: შემოსული გამოძახებების 99% სადგურის მზადყოფნის სიგნალი, გამოძახების შემოსვლის დაფიქსირების მომენტიდან უნდა მიენოდოს 1 წმ-ის განმავლობაში.

შევადაროთ ლოდინის სისტემის გაანგარიშების მეთოდით მიღებული შედეგი კარგეებიანი სისტემის მეთოდით მიღებულ შედეგს, თუ  $B = 1\%$ , რაც იმას ნიშნავს, რომ

თუ ბლოკირების ალბათობა არ აღემატება 1%, მაშინ გამოძახებების არაუმეტეს 1% ელოდება მომსახურებას.

ამოხსნა. გამოძახებების შემოსვლის ინტენსივობა  $\lambda=2/3600 \cdot 1000=0,555$  გამოძ./წმ, ხოლო მიწოდებული დატვირთვის ინტენსივობა კი იქნება  $A=0,555 \cdot 6=3,33$  კერლ, ხოლო  $t/h=1/6$ . მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვი (24-25) ფორმულებით პირდაპირ ვერ განისაზღვრება, ამიტომ უნდა გამოვიყენოთ რიცხვითი ამოხსნის მეთოდი. აღმოვაჩინეთ, რომ საკმარისია 8 კოდური მიმღები.

თუ გამოვიყენებთ კარგვეზიანი სისტემის მეთოდს (ფორმ. 8), მივიღებთ, რომ გამოძახებების 99% დაუყოვნებლივ შეიძლება მომსახურებულ იქნას 9 კოდური მიმღებით. ამრიგად, ამ კონკრეტულ შემთხვევაში სისტემის უნარი, რომ გამოძახებებს მოემსახუროს ლოდინით, გვაძლევს მხოლოდ ერთი ხელსაწყოს ეკონომიას. ეს იმით აიხსნება, რომ როდესაც მაქსიმალურად დასაშვები ლოდინის დრო არის მცირე მომსახურების საშუალო ხანგრძლივობასთან შედარებით, ანგარიშის ორივე მეთოდი ერთი და იგივე შედეგს იძლევა. ამიტომ, სიმარტივისათვის, ამ შემთხვევაში ხელსაწყოების ანგარიშს ერლანგის ფორმულით (8) ახდენენ. მართლაც, ამ ამოცანაში მომსახურების საშუალო დრო  $\bar{t}$  ნამია, მაშინ საშუალო დრო, რომლის განმავლობაშიც განთავისუფლდება 8 ხელსაწყოდან ერთ-ერთი, შეადგენს  $\bar{t}/8=0,75$  წმ-ია.

#### 4.2. მომსახურების დრო მუდმივი (უცვლელი) ხანგრძლივობით

აქ განვიხილავთ ერთხაზიან სისტემაზე შემთხვევითი ნაკადის ზემოქმედებას და მომსახურების ხანგრძლივობას უცვლელი (მუდმივი) სიდიდით, ე.ი.  $M/D/1$ . აქაც უნდა დაეუშვათ, რომ გამოძახებების წყაროები უსასრულო რაოდენობისაა, ხოლო მომსახურება ხდება გამოძახების შემოსვლის თანმიმდევრობით (ერთი ხელსაწყოს ნაცვლად რამდენიმე ხელსაწყოს არსებობის შემთხვევაში იმდენად რთულდება ანალიზი, რომ მისი განხილვა კონსპექტში არ არის მიზანშეწონილი, მაგრამ საჭიროების შემთხვევაში, ვინც შეისწავლა კონსპექტში მოცემული მასალა, ზოგად შემთხვევასაც იოლად გაარჩევს).

ლოდინის საშუალო დრო ერთი მომსახურე ხელსაწყოს შემთხვევაში და მომსახურების მუდმივი ხანგრძლივობით, განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$\bar{t} = \frac{\eta h}{2(1-\eta)}, \quad (28)$$

სადაც გამოიყენება (გამტარუნარიანობა), ერთი ხელსაწყოს ( $V=1$ ) შემთხვევაში  $\eta=A$  და მაშინ ლოდინის საშუალო დრო, რომელიც განსაზღვრულია (28) ფორმულით, ტოლია, მომსახურების დროის ექსპონენციალური განაწილებისა და, ერთხელსაწყოიან სისტემაში, ლოდინის დროის ნახევრისა (ფორმულა 26). მომსახურების დროის ექსპონენციალური განაწილება გვაძლევს ლოდინის საშუალო დროის დიდ მნიშვნელობას, ვინაიდან ლოდინის აუცილებლობის წარმოქმნაში მონაწილეობს ორი

შემთხვევითი პროცესი. ორივე შემთხვევაში ლოდინი აუცილებელი ხდება მაშინ, როდესაც ჯგუფურად შემოსული გამოძახებების რაოდენობა აჭარბებს მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობას. მაგრამ, გარდა ამისა, მომსახურების ხანგრძლიობების ექსპონენციალურად განაწილების დროს წარმოიქმნება ხანგრძლივი ლოდინის შემთხვევები, რომლებიც დაკავშირებულია დიდი ხანგრძლიობის დაკავებების არსებობასთან. შეტყობინებათა კომუტაციის სისტემაში შეტყობინების დანაწილება პაკეტებად და პაკეტურ კომუტაციაზე გადასვლის ერთ-ერთი ძირითადი მიზეზი იყო ზემოაღნიშნული ფაქტორი.

თუ შევადარებთ ერთმანეთს  $M/D/1$  და  $M/M/1$  სისტემებს, აღმოვაჩინოთ, რომ სისტემა  $M/D/1$  აქტიურია (მოქმედებს) უფრო ხანმოკლე, მაგრამ უფრო ხშირი დროის პერიოდებით. ე.ი.  $M/M/1$  სისტემას აქვს დაკავებების პერიოდების ხანგრძლიობების დიდი დისპერსია. ორივე სისტემის აქტიურობის (მოქმედების) საშუალო მნიშვნელობა ტოლია მომსახურე ხელსაწყოთა გამოყენების  $\eta$  მნიშვნელობისა. ამრიგად, ორივე სისტემისათვის ლოდინის ალბათობაა:

$$P(> 0) = \lambda h.$$

$M/D/1$  სისტემისათვის, ნებისმიერ  $t$  დროზე მეტი ხნით ლოდინის ალბათობა განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$P(> t) = P[> (k+r)t_m] = 1 - (1-\eta) \sum_{i=0}^k \frac{\eta^i (i-t/h)^i \cdot e^{-\eta(i-t/h)}}{i!}, \quad (29)$$

სადაც  $k$  არის  $t/h$  ფარდობის უდიდესი მთელი ნაწილი;  $r - t/h$  ფარდობის ნაშთი.

მაგალითი 17. პაკეტების კომუტაციის კვანძი მუშაობს ფიქსირებული სიგრძის პაკეტებით, რომელიც ტოლია 300 ბიტის, და კვანძს მიენოდება 9 600 ბიტი/წმ გადაცემის სიჩქარით. როგორია საშუალო დაყოვნება კვანძში, თუ კავშირგაბმულობის ხაზის გამოყენება უნდა იყოს 90%? პაკეტების რა პროცენტი ყოვნდება 0,35წ-ზე მეტად? როგორია საშუალო დაყოვნება, თუ მიწოდებული დატვირთვა იზრდება 10%-ით?

ამოხსნა. ის, რომ შეტყობინების სიგრძეა 300 ბიტი, ხოლო გადაცემის სიჩქარე 9600 ბიტი/წმ, ნიშნავს, რომ ფიქსირებული სიგრძის პაკეტის მომსახურების ხანგრძლივობაა  $300/9600=0,031$  წმ.

დაყოვნების საშუალო დრო (28) განტოლებიდან იქნება:

$$\bar{t} = \frac{0,9 \cdot 0,031}{2(1-0,9)} = 0,140 \text{ წმ.}$$

კვანძში პაკეტების ჯამური დაყოვნების საშუალო დრო, სიგნალის დამუშავების ჩათვლით, განისაზღვრება ლოდინის საშუალო დროისა და მომსახურების ხანგრძლიობის დაჯამებით:

$$\text{დაყოვნების საშუალო დრო} = 0,140 + 0,031 = 0,171 \text{ წ.}$$

ვინაიდან მომსახურების ხანგრძლივობა ტოლია 0,031-ისა, 0,35 წამიანი დაყოვნება, წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც ლოდინის დრო ტოლია  $0,35 - 0,031 = 0,319$  წმ-ისა. ეს კი შეესაბამება  $0,319 / 0,031 = 10$  მომსახურების ხანგრძლიობებს. (29) ფორმულით, როდესაც  $t/t_m = 10$ , მივიღებთ, რომ დაყოვნების ალბათობა ტოლია 0,12-ისა. ამრიგად, პაკეტების 12% დაყოვნდება 0,35 წმ-ზე მეტი დროით.

დატვირთვის ინტენსიობის გაზრდა 10%-ით ნიშნავს, რომ მიწოდებული დატვირთვის ახალი ინტენსივობა იქნება 0,99 ერლ. (28) განტოლებით ვსაზღვრავთ ლოდინის საშუალო დროს:

$$\bar{t} = \frac{0,99 \cdot 0,031}{2(1 - 0,99)} = 1,53 \text{ წმ.}$$

ამრიგად, თუ მიწოდებული დატვირთვა გაიზარდა მხოლოდ 10%-ით, მაშინ კვანძში პაკეტის საშუალო დაყოვნება იზრდება თითქმის 9-ჯერ და აღწევს 1,53 წამს.

ამ ამოცანის შედეგებმა დაგვარწმუნა, რომ ლოდინის რეჟიმის სისტემებში, რომლებშიც უზრუნველყოფილია მომსახურე მოწყობილობების მაღალი გამოყენება, მიმდინარე პროცესი ძალზე მგრძობიარეა დატვირთვის ინტენსიობის ზრდის მიმართ. ამიტომ პაკეტების კომუტაციის სისტემებში ნაკადების მართვის საკითხი არის პრინციპული ასპექტი, განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც აუცილებელია დროის რეალურ მასშტაბში ინფორმაციის გადაცემის ნორმების დაცვა (IP-ტელეფონია).

## ლიტერატურა

1. Корнышев Ю.Н., Фань Г.Л. Теория распределения информации. М.: Радиосвязь, 1985.
2. Лившиц Б.С., Пшеничников А.П., Харкевич А.Д. Теория телетрафика. М.: Связь, 1979.
3. Беллами Дж. Цифровая телефония. М.: Радио и связь, 1986.
4. L.Kleinrock, R.Gail. Queueing systems – Problems and Solutions, New York, 1996.
5. Хиллс М.Т. Принципы коммутации в электросвязи. М.: Радио и связь, 1984.
6. Лагутин В.С., Степанов С.Н. Телетрафик мультисервисных сетей связи. М.: Радио и связь, 2000.