

624

მ-74

მ. შიშელაძე

50-87

30

# საგუბნო მუხარამის მოქალაქე

გ ა ნ ა თ მ მ ბ ა

მ. მიქელაძე

# სამშენებლო მექანიკის მოკლე კურსი

საქართველოს სსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური  
განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულია სახელმძღ-  
ვანელოდ პოლიტექნიკური ინსტიტუტის  
სტუდენტებისათვის

14-26153/9  
18230

სსიპ გეოდეზიის შრომა ჩუსთაიძის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტის  
ბიბლიოთეკა  
№ 11304

~~საქართველოს სსრ ინსტიტუტის  
ბიბლიოთეკის ბეჭედი  
სსიპ გეოდეზიის შრომა ჩუსთაიძის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტის  
ბიბლიოთეკა~~

გამომცემლობა „ბანათლიზა“  
თბილისი-1977

წიგნში გადმოცემულია დრეკადი ბრტყელი ლეროვანი სისტემების სტატეკა, დრეკად-პლასტიკური და ზღვრული წონასწორობის ელემენტების ჩათვლით. იგი განკუთვნილია არქიტექტურული, ტექნოლოგიური, წყალ-თბო-აირმომარაგებისა და სხვა სამშენებლო სპეციალობის სტუდენტებისათვის.

851 | 77

## ავტორისაბან

**რ**ვიდმეტი წლის მანძილზე, რაც მე ვხელმძღვანელობ საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის სამშენებლო მექანიკის კათედრას, არაერთხელ მომსვლია აზრად დამეწერა მოკლე კურსი არქიტექტურული, ტექნოლოგიური, წყალთბო-აირმომარაგებისა და ზოგიერთი სხვა სამშენებლო სპეციალობის სტუდენტებისათვის, რომელთათვისაც საგნის შესწავლა ამოიწურება ბრტყელი ღეროვანი სისტემების სტატიკით.

მოკლე კურსის დაწერა ერთი შეხედვით იოლი საქმეა, მისი მცირე მოცულობისა და მასში ნავარაუდევი საკითხების კლასიკური ხასიათის გამო. მეორე მხრივ, შეიძლება სწორედ ამიტომ აღმოჩნდა ჩემი მდგომარეობა რთული, რადგანაც მსურდა მიმეწოდებინა ქართველი სტუდენტისათვის ორიგინალურად გააზრებული სახელმძღვანელო და არა რომელიმე აღიარებული წიგნის (ან წიგნების) უყოყმანოდ გადმოქართულებული ვარიანტი. როდესაც ვლაპარაკობ სახელმძღვანელოს ორავინალობაზე, მხედველობაში მაქვს ამჯერად მისი შინაარსობრივი და ლოგიკური ქარგა. რაც შეეხება ცალკეულ დეტალებსა და დებულებათა მტკიცების გზას, მათი დიდი უმრავლესობა დაიხვეწა უკვე ჩვენი საუკუნის დამდეგისათვის და შევიდა ყველა თანამედროვე სახელმძღვანელოში მეტნაკლებად უცვლელი სახით.

წიგნის ძირითადი თავისებურება, რამაც განაპირობა ყველა დანარჩენი, უთუოდ იმაში მდგომა-

რეობს, რომ სტატისკურად რკვევადი შემთხვევები განიხილება გაანგარიშების ურკვევ შემთხვევებთან ერთად და არა მათგან განცალკევებით, როგორც ამას აკეთებენ სხვა ავტორები არსებული ტრადიციის შენარჩუნების (სრულიად გაუმართლებელი) სურვილით. მომავალი ინჟინერი თუ არქიტექტორი აქედანვე უნდა მივაჩვიოთ იმ აზრს, რომ სტატისკურად რკვევადი და ურკვევი საანგარიშო სქემები სინამდვილეში განკუთვნილი არიან ერთი და იმავე ნაგებობის გამოსაკვლევად, რეალური კონსტრუქციული კვანძებისა და დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის სხვადასხვა ვარიანტების შესაბამისად.

დასასრულ, მინდა აღვნიშნო, რომ წიგნის მცირე მოცულობის მიუხედავად, კლასიკური სამშენებლო მექანიკის ყველა ძირითადი საკითხი მასში გადმოცემულია მკაფიოდ და მიუჩქმალავად.

## შესავალი

### § 1. საშენებლო მექანიკის დანიშნულება. ცნება ნაგებობის საანგარიშო სქემაზე

საინჟინრო ნაგებობათა უმრავლესობა მოითხოვს გაანგარიშებას სიმტკიცეზე, სიხისტესა და მდგრადობაზე. გაანგარიშებას საფუძვლად უდევს საშენებლო მექანიკის მეთოდები. მათი არსი დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორია ნაგებობის ტიპი და მისი ცალკეული ელემენტების მექანიკური მდგომარეობა. უკანასკნელი შეიძლება იყოს როგორც დრეკადი, ასევე დრეკად-პლასტიკურიც.

მრავალი ნაგებობა განხორციელებულია ღეროების ერთმანეთთან დაკავშირების გზით. ასეთ ნაგებობებს ღეროვანი სისტემები ეწოდებათ. ერთმანეთისაგან განასხვავებენ სივრცულსა და ბრტყელ სისტემებს. სისტემას ეწოდება ბრტყელი, თუ მასზე მოქმედ ძალებსა და მისი შემადგენელი ღეროების ღერძებს გააჩნიათ საერთო სიბრტყე; წინააღმდეგ შემთხვევაში სისტემა სივრცულია.

სივრცული სისტემის გაანგარიშება გაცილებით უფრო რთულია, ვიდრე ბრტყელის. საბედნიეროდ, მრავალი სივრცული სისტემა შეიძლე-



ნახ. 1.1.

ბა წარმოვიდგინოთ როგორც გარკვეულ ბრტყელ სისტემათა ერთობლიობა. ეს საშუალებას გვაძლევს სივრცული სისტემების გაანგარიშება დავიყვანოთ ბრტყელი სისტემების გაანგარიშებაზე.

ამრიგად, ბრტყელი ღეროვანი სისტემების გაანგარიშება საშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას წარმოადგენს. ჯერჯერობით სწორედ ამგვარი სისტემების შესახებ გვექნება ლაპარაკი.

გავიხსენოთ თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი. იგი წარმოადგენს უმარტივესი სახის ნაგებობას. პირობითად მას გამოსახვევ გეომეტრიული ღერძის საშუალებით (ნახ. 1.1). კოჭის ამგვარად წარმოდგენა სავსებით გამართლებულია, ვინაიდან მისი სიგრძე სავრძნობლად აღემატება

განივკვეთის ზომებს. ამასთანავე, კოჭის ღუნვის ტექნიკური თეორია, რომელიც ცნობილია მასალათა გამძლეობის კურსიდან, საშუალებას გვაძლევს ვიმსჯელოთ ნაგებობის ნებისმიერი წერტილის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესახებ მისი გაღუნული ღერძის მიხედვით.

პირობითობას მივმართავთ არა მარტო საკუთრივ კოჭის წარმოსადგენად, არამედ ამ კოჭზე მოქმედი ძალებისა და მათი მოდების წესის წარმოდგენის მიზნითაც.

ნათქვამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი, რომელიც განიცდის შეყურსული ძალის ქმედებას (ნახ. 1.2). სინამდვილეში ეს ძალა შეიძლება იყოს მოდებული სხვადასხვანაირად. სახელდობრ, წერტილში, რომელიც კოჭის ერთ-ერთ განაპირა ან შუა ბოჭკოს ეკუთვნის. დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ მთლიანად კოჭის დაძა-



ნახ. 1.2.

ბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე ძალის მოდების წესის გავლენა უმნიშვნელოა. ამიტომაც პირობითად შეიძლება შეყურსული ძალა მივაკუთვნოთ უშუალოდ კოჭის ღერძს. აქვე შევნიშნავთ, რომ თვით ცნება შეყურსული ძალის შესახებ არის გარკვეული პირობითობის შედეგი-მართლაც, სინამდვილეში არ არსებობს შეყურსული ძალა, ე. ი. წერტილში მოდებული ძალა. არსებობს მხოლოდ ძალთა ისეთი სისტემა, რომელიც მოქმედებს ნაგებობის ზედაპირის მცირე ნაწილზე. რაც შეეხება შეყურსულ ძალას, იგი ძალთა აღნიშნული სისტემის ტოლქმედს წარმოადგენს და პირობითად განიხილება როგორც წერტილში მოდებული.

ამრიგად, ისეთი მარტივი ნაგებობის განხილვაც კი, როგორცაა თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი მასზე მოდებული შეყურსული ძალით, მოითხოვს არა ერთი და ორი დაშვების შემოღებას ამოცანის შემდგომი გამარტივების მიზნით. ამ დაშვებათა საფუძველზე ხერხდება რეალური საინჟინრო ნაგებობის გონივრული იდეალიზაცია, მისი შეცვლა ე. წ. საანგარიშო სქემით. უკანასკნელი ამახვილებს ინჟინრის ყურადღებას ნაგებობისა და მასზე მოქმედი დატვირთვის ყველაზე უფრო ნიშანდობლივ თვისებებზე.

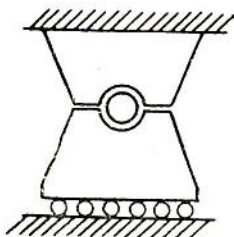
ამიერიდან, როცა კი ვილაპარაკებთ რომელიმე ნაგებობის გაანგარიშებაზე, მხედველობაში გვექნება არა რეალური ნაგებობა, არამედ მისი საანგარიშო სქემა.

## § 2. ნაგებობის მიწაზე დაბაგრების ხერხები

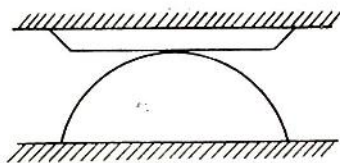
საინჟინრო ნაგებობა მიწასთან დაკავშირებულია საყრდენების საშუალებით.

ერთმანეთისაგან განასხვავებენ საყრდენთა სამ ძირითად ტიპს. განვიხილოთ თითოეული მათგანი ცალ-ცალკე.

ა) მოძრავი სახსროვანი საყრდენი ანიჭებს ნაგებობას მობრუნებისა და გადატანითი გადაადგილების შესაძლებლობას (ნახ. 2.1 და 2.2). მართლაც, 2.1 ნახაზზე წარმოდგე-

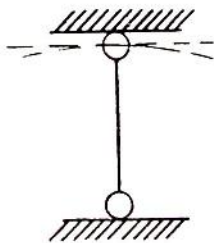


ნახ. 2.1.



ნახ. 2.2.

ნილი საყრდენის კონსტრუქცია უზრუნველყოფს მობრუნების შესაძლებლობას ცილინდრული სახსრის მეშვეობით; რაც შეეხება ცილინდრულ საგორაკებს, ისინი გადატანითი გადაადგილების საშუალებას იძლევიან. ამისთანავე, იგულისხმება, რომ სახსრისა და საგორაკების გვერდითი ზედაპირები, ისევე როგორც მათთან კონტაქტში მყოფი სიბრტყეები და ზედაპირები, აბსოლუტურად გლუვია. იგივე იგულისხმება სიბრტყისა და ცილინდრული ზედაპირის მიმართ, რომლებიც მოძრავი სახსროვანი საყრდენის მეორე კონსტრუქციაში გვხვდება (ნახ. 2.2). ამჯერად უკვე ნაგებობის გადატანითი გადაადგილება ხერხდება იმის გამო, რომ სიბრტყეს შეუძლია თავისუფლად ისრიალოს საკონტაქტო წრფის (ე. ი. ცილინდრის მსახველის) მართობული მიმართულებით. იმავე წრფის ირგვლივ წარმოებს ნაგებობის მობრუნებაც.

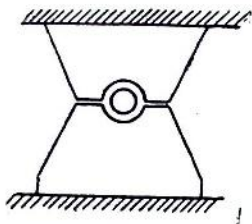


ნახ. 2.3.

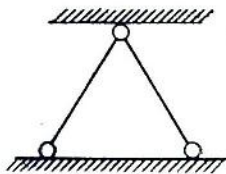
მოძრავი სახსროვანი საყრდენი სქემატურად გამოისახება ერთი ბოლოსახსროვანი ღეროთი (ნახ. 2.3). ღეროს სიგრძე იგულისხმება უსასრულოდ დიდი. ამ პირობებში მისი მობრუნება ქვედა სახსრის ირგვლივ უზრუნველყოფს ნაგებობის გადატანით გადაადგილებას, რამდენადაც ზედა სახსრის მიერ შემოწერილი წრეწირის რკალი ემთხვევა სათა-

ნაღო მხების მონაკვეთს. რაც შეეხება საკუთრივ ნაგებობის მობრუნებას, იგი წარმოებს ზედა სახსრის ირგვლივ.

აღწერილი ტიპის საყრდენისთვის უცნობია მხოლოდ რეაქციის ძალის სიდიდე. ეს ძალა მოდებულია



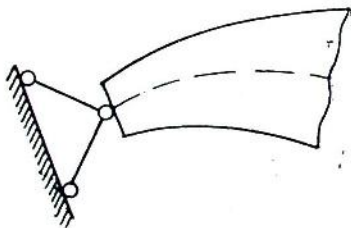
ნახ. 2.4.



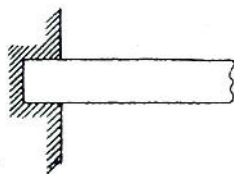
ნახ. 2.5.

ზედა სახსარში და მიმართულია საყრდენი ღეროს ღერძის გასწვრივ.

ბ) უძრავი სახსროვანი საყრდენი იძლევა მხოლოდ ნაგებობის მობრუნების საშუალებას (ნახ. 2.4).

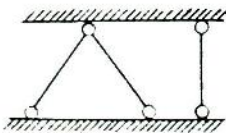


ნახ. 2.6.

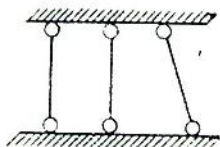


ნახ. 2.7.

უძრავი სახსროვანი საყრდენი სქემატურად გამოისახება ორი ისეთი ბოლოსახსროვანი ღეროთი, რომლებსაც ერთი საერთო სახსარი აქვთ ნაგებობასთან შეხების წერტილში (ნახ. 2.5 და 2.6). იმავე წერტილში



ნახ. 2.8.



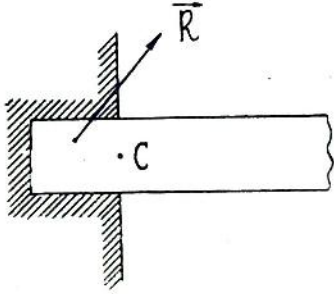
ნახ. 2.9

ში მოდებულია რეაქციის ძალა. მისი სიდიდე და მიმართულება უცნობია.

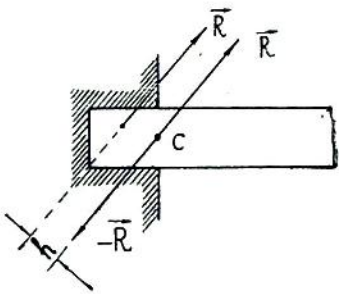
ბ) ხისტად ჩამაგრება გამოირიცხავს ნაგებობის რაი-

მეზღად ადგილების შესაძლებლობას (ნახ. 2.7). სქემატურად იგი წარმოდგენილია ისეთი სამი ბოლოსახსრავანი ღეროთი, რომელთა ღერძები ერთ წერტილში არ იკვეთება (ნახ. 2.8 და 2.9). ამჯერად უცნობია რეაქციის ძალის როგორც მოდების წერტილი, ასევე სიდიდე და მიმართულება.

მაგრამ საანგარიშო სქემის საფუძველზე რეაქციის ძალა უნდა მივაკუთვნოთ ნაგებობის ფიქსირებულ წერტილს, სახელდობრ, მისი საყრ-



ნახ. 2.10.



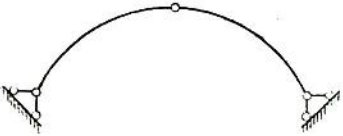
ნახ. 2.11.

ღენი კვეთის სიმძიმის ცენტრს. ძალის მოდების წერტილის არჩევანი აუცილებლად მოითხოვს რეაქტიული წყვილძალის შემოყვანას უცნობი მომენტით. ამაში ადვილად დაგვარწმუნებს 2.10 და 2.11 ნახაზების ანალიზი. წყვილძალის მომენტის სიდიდე განისაზღვრება ნამრავლით:  $|R| \cdot h$ .

**§ 3. შესასწავლი ნაგებობების შოკლე დახასიათება**

ა) თალი

თალი წარმოადგენს მრუდე ძელს (ნახ. 3.1, 3.2, 3.3, და 3.4), თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭისგან განსხვავებით, მისი ბოლოების ურთიერთგადაადგილებების შესაძლებლობა ან სრულიად გამორიცხულია, ან



ნახ. 3.1.



ნახ. 3.2.

კიდევ, შეზღუდული. უკანასკნელ შემთხვევაში საქმე გვაქვს ე. წ. შემკოჭიან თალთან (ნახ. 3.4).

სტატიკური თვალსაზრისით განსხვავება თალსა და კოჭს შორის მქლავნდება რეაქციითა და მიმართულებაში. მაშინ-

ნაც კი, როცა თალი განიცდის მხოლოდ შვეული დატვირთვის ქმედებას, რეაქციის ძალებს დახრილი მიმართულება აქვთ, რაც მიუთითებს ნულისგან განსხვავებული ჰორიზონტალური მდგენელების არსებობაზე. რეაქციის ძალთა  $H_A$  და  $H_B$

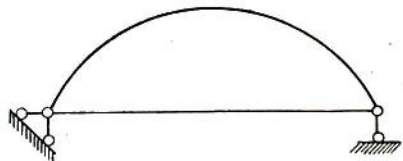


ნახ. 3.3

ჰორიზონტალურ მდგენელებს განმბრჯენი ძალები ან, მოკლედ განმბრჯენები ეწოდება (ნახ. 3.5). სწორედ ისინი ეწინააღმდეგებიან თალის საყრდენ კვებებს იმ წრფის გასწვრივ ურთიერთგადაადგილებაში, რომელიც აღნიშნული კვებების სიმძი-

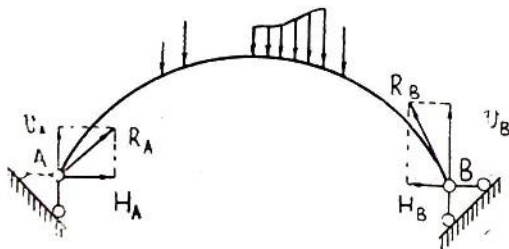
მის ცენტრებზე გადის.

ნათქვამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ უმარტივესი შემთხვევა, როდესაც სამსახსრიანი თალი ერთი შეყურსული შვეული ძალის ქმედებას განიცდის. მეტი კონკრეტულობისთვის ვიგულისხმობთ, რომ შეყურსული ძალა  $P$  მოქმედებს მარცხენა ნახევართაღზე (ნახ. 3.6). რამდენადაც კლიტის სახსარში მომენტი ნულის ტოლია,  $R_B$  რეაქციის ფუძე უნდა ემთხვეოდეს  $BS$  წრფეს. ამრიგად, უკვე ვიცით  $R_B$  რეაქციის მიმართულება. იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ  $R_A$  რეაქციის მიმართულება, საჭიროა  $A$  წერტილი შევეერთოთ  $C$  წერტილთან,



ნახ. 3.4

რომელიც  $R_B$  და  $P$  ძალების ფუძეთა გადაკვეთაზე მდებარეობს. მართლაც, რამდენადაც სამი ძალა:  $R_A$ ,  $R_B$  და  $P$  ურთიერთგაწონასწო-

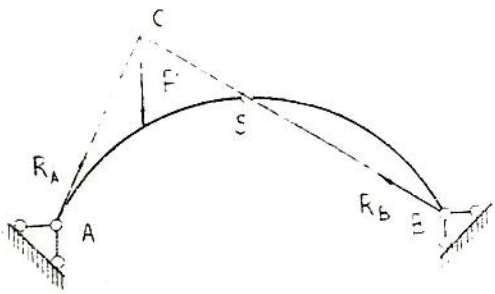


ნახ. 3.5.

რომელიც  $R_B$  და  $P$  ძალების ფუძეთა გადაკვეთაზე მდებარეობს. მართლაც, რამდენადაც სამი ძალა:  $R_A$ ,  $R_B$  და  $P$  ურთიერთგაწონასწო-

რებულია, მათი ფუძეები უნდა იკვეთებოდეს ერთ წერტილში. ამრიგად განისაზღვრება ორივე რეაქციის მიმართულება. მათი სიდიდის განსაზღვრისათვის საჭიროა ავაგოთ ძალთა სამკუთხედი (ნახ. 3.7).

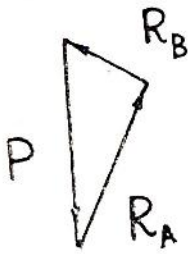
ბ) ფერმა  
 ფერმა წარმოადგენს ნაგებობას, რომლის ღეროებიც ერთმანეთთან დაკავშირებული არაა იდეალური



ნახ. 3.6.

ცილინდრული სახსრებით, ე. ი. აბსოლუტურად გლუვი ცილინდრული სახსრებით. სახსარი მასში თავმოყრილი ღეროებით ადგენს ფერმის სათანადო კვანძს.

ფერმაზე მოქმედი ძალების თაობაზე იგულისხმება, რომ ისინი კვანძებში არიან მოდებული. შესაბამისად ფერმის თითოეულმა ღერომ შეიძლება განიცადოს მხოლოდ ღერძული დეფორმაცია (კუმშვა, ან გაჭიმვა). მარ-



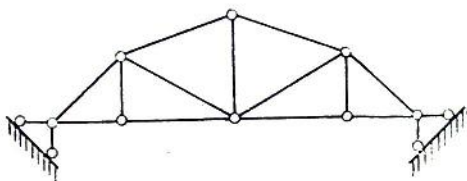
ნახ. 3.7.



ნახ. 3.8.

თლაც, სახსარში მდუნავი მომენტი არ აღიძვრება, რის შედეგადაც ღერო განიცდის მხოლოდ ორი ძალის კმედებას. ისინი გამოხატავენ სათანადო კვანძების მოქმედებას ღეროზე და გადაეცემათ მას ბოლოებიდან. წონასწორობისთვის აუცილებელია, რათა ეს ძალები პირდაპირ თანაწინააღმდეგი იყოს (ნახ. 3.8). პირდაპირ თანაწინააღმდეგი ძალები კი მხოლოდ კუმშვას ან გაჭიმვას იწვევს.

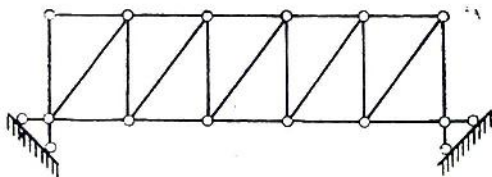
ფერმის კონტურის გაყოლებით განლაგებული ღეროები ადგენენ მის ზედა და ქვედა სარტყელს (ნახ. 3.9, 3.10, 3.11). გისოსი ეწოდება ფერმის იმ ღეროების ერთობლიობას, რომლებიც ერთმანეთთან აკავშირებენ მის სარტყლებს. ამათგან დახრილ ღეროებს



ნახ. 3.9.

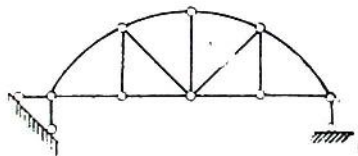
ირიბანები ჰქვიათ, შვეულებს კი—დგარები (იხ. იგივე ნახ.). მანძილს სარტყლის მეზობელ კვანძთა შორის ეწოდება პანელი.

ფერმების კლასიფიცირება შეგვიძლია სხვადასხვა თვალსაზრისით,



ნახ. 3.10.

თუნდაც სარტყლის მოხაზულობის მიხედვით. უკანასკნელი შეიძლება იყოს როგორც მრუდწირული, ასევე ტენილიც. ხშირად კეთდება პარალელური სარტყლები.



ნახ. 3.11.

ჩვენთვის უფრო არსებითია ფერმების დახასიათება სტატიკური თვალსაზრისით, კერძოდ, საყრდენთა რეაქციების მიხედვით.

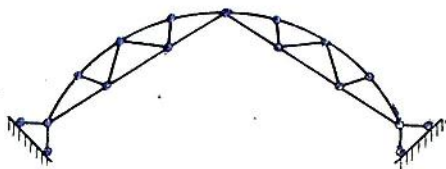
ფერმას ეწოდება კოპოვანი (კოჭური), თუ მასზე შვეული ძალების მოქ-

მედების შედეგად აღიძვრება რეაქციის აგრეთვე შვეული ძალები. წინააღმდეგ შემთხვევაში ფერმას განმბრჯენიანი ეწოდება (ნახ. 3.12).

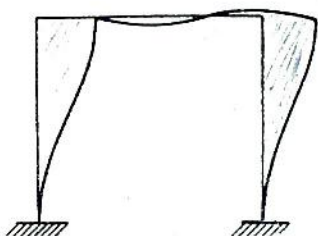
გ) ჩარჩო

ჩარჩო ეწოდება ღეროვან სისტემას ხისტი კვანძებით. კვანძის სიხისტე გამოირიცხავს იმ კუთხეების ცვლილებას დეფორმაციის შედეგად. რომლებსაც მასში თავმოყრილი ღეროები ადგენენ ერთმანეთთან (ნახ. 3.13).

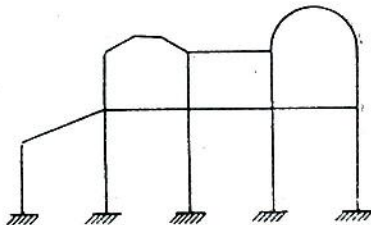
ჩარჩოს ვერტიკალურ ღეროებს დგარები ეწოდებათ, პორიზონტალურებს კი — რიგელები. ზოგჯერ დგარიცა და რიგელიც შეიძლება იყოს დახრილი. არც ისაა გამორიცხული, რომ ცალკეული რიგელების ღერძებს ჰქონდეთ ტეხილი ან მრუდა-



ნახ. 3.12.



ნახ. 3.13.



ნახ. 3.14.

წირული მოხაზულობა (ნახ. 3.14).

ჩარჩოს ტიპის კონსტრუქციამ შედარებით გვიან მოიკიდა ფეხი მშენებლობაში. იგი დამკვიდრდა უმთავრესად რკინაბეტონთან ერთად. მართლაც, უკანასკნელი კარგად უზრუნველყოფს კვანძების სიხისტეს. ბოლო წლებში მრავალსართულიან მშენებლობასთან დაკავშირებით გაჩნშირდა ლითონის ჩარჩოების აგებაც.

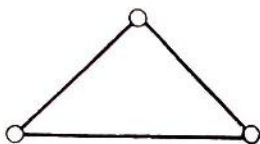
თუ ფერმის ელემენტები მუშაობენ მხოლოდ კუმშვაზე ან გაჭიმვაზე, ჩარჩოს ელემენტები დამატებით ღუნვასაც განიცდიან. უფრო მეტიც, შეიძლება ითქვას, რომ ჩარჩოს ელემენტები ძირითადად სწორედ ღუნვაზე მუშაობენ.

**ნაგებობათა კინემატიკური ანალიზი**

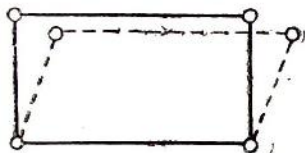
**§ 4. გეომეტრიულად ცვლადი და უცვლელი სიხტეფვი**

(ნაგებობის გაანგარიშებას წინ უსწრებს მისი გეომეტრიულად უცვლელი შერეობა. როგორც წესი, ყოველი საინჟინრო ნაგებ-

ბობა უნდა იყოს გეომეტრიულად უცვლელი. ეს იმას ნიშნავს, რომ გეომეტრიული ხასიათის რაიმე ცვლილება, ე. ი. ფორმის ცვლილება, ნაგებობამ შეიძლება განიცადოს მხოლოდ მისი ცალკეული ან ყველა ელემენტის დეფორმაციის ხარჯზე. ნათქვამის შესაბამისად, გეომეტრიულად უცვლელი სისტემის წარმოდგენითი იდეალური მოდელი, რომელიც დამზადებულია აბსოლუტურად ხისტი ელემენტებისგან, თვი-



ნახ. 4.1.



ნახ. 4.2.

თონაც აბსოლუტურად ხისტია (გეომეტრიულად უცვლელი სისტემის ნიმუშს წარმოადგენს ლეროვან-სახსროვანი სამკუთხედი (ნახ. 4.1). ასეთ სამკუთხედს შეიძლება შევეცვალოთ ფორმა მხოლოდ მაშინ, თუ დეფორმაციას მივანიჭებთ მის ერთ-ერთ ლეროს მაინც) სრულიად განსხვავებულ მოვლენას ვაკვირდებით (ლეროვან-სახსროვან მართკუთხედში (ნახ. 4.2). უმნიშვნელო ძალაც კი საკმარისია, რომ ასეთმა მართკუთხედმა ფორმა შეიცვალოს, გადაიქცეს პარალელოგრამად) ფორმის ცვლილებას თან არ ხდევს ცალკეული ელემენტების დეფორმაცია. ეს ელემენტები გადაადგილდებიან ერთმანეთის მიმართ როგორც ხისტი სხეულები. (ლეროვან-სახსროვანი მართკუთხედი გეომეტრიულად ცვლად სისტემას წარმოადგენს)

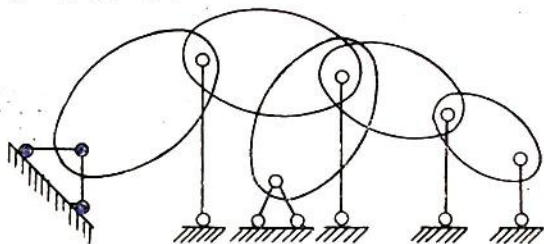
ახლა უკვე ცხადია, თუ რატომ არის დაუშვებელი, რომ რეალური საინჟინრო ნაგებობა იყოს გეომეტრიულად ცვლადი სისტემა.

### §5. სისტემის თავისუფლების ხარისხი

(სისტემის თავისუფლების ხარისხი საშუალებას გვაძლევს ვიმსჯელოთ ნაგებობის გეომეტრიულად ცვლადობა-უცვლედობის შესახებ) (იმი-სათვის, რომ შეძლებისდაგვარად გავამარტივოთ თავისუფლების ხარისხის განსაზღვრის საკითხი, მიზანშეწონილია რეალური საინჟინრო ნაგებობის წარმოდგენა ე. წ. კინემატიკური ჯაჭვის სახით) კერძოდ, ბრტყელი კინემატიკური ჯაჭვის სახით, რამდენადაც ამჯერად ბრტყელ ნაგებობებს ვიხილავთ.

ბრტყელი კინემატიკური ჯაჭვი წარმოადგენს ხისტი ბრტყელი დისკოების ერთობლიობას, სადაც კავშირი დისკოთა შორის განხორციელებულია იდეალური

ური ცილინდრული სახსრების საშუალებით, დედამი-  
 ასთან კი—საყრდენი ღეროებით) (ნახ. 5.1), ამგვარი ჯაჭვის  
 ხით მომდევნო ნახაზე წარმოდგენილია ჩვენთვის უკვე ცნობილი  
 კონსტრუქციები; სახელდობრ, სამსახსრიანი თალი, ნივნივეური ფერმა და  
 კრთმალისანი ერთსართულიანი ჩარჩო (ნახ. 5.2 ა, ბ, გ).  
 ამრიგად, კინემატიკური თვალსაზრისით ჩისტ დის-  
 კოსთან გაიგივებულია ნაგებობის ისეთი ელემენტები



ნახ. 5.1.

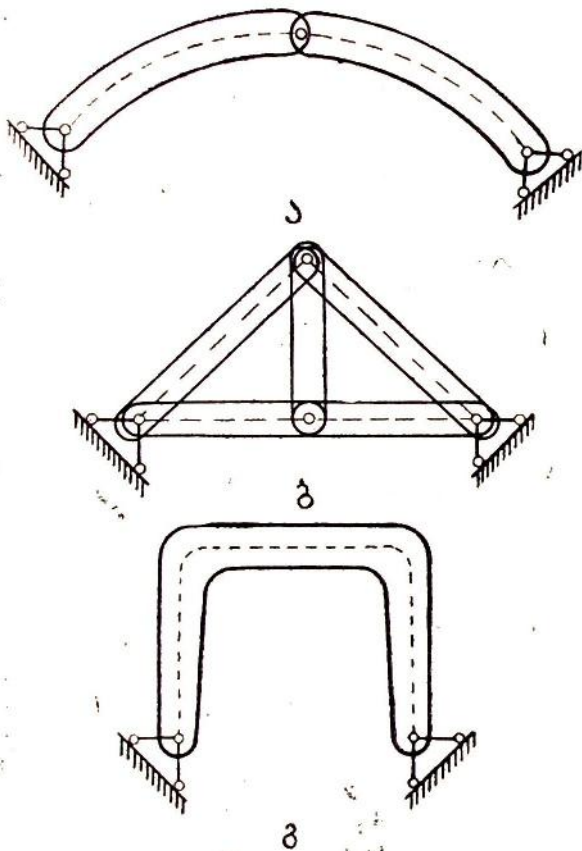
რომელთა გეომეტრიულად უცვლელობა არ იწვევს  
 ეჭვს.

თავისუფლების ხარისხის განსაზღვრა დავიწყოთ უმარტივესი შემ-  
 თხვევით. განვიხილოთ ბრტყელი დისკო. რომელიც დაუბრკოლებლად  
 მოძრაობს საკუთარ სიბრტყეში. მისი თავისუფლების ხარისხი სამის ტო-  
 ლია. მართლაც, თანახმად განმარტებისა, სისტემის თავისუფლე-  
 ბის ხარისხი ეწოდება იმ დამოუკიდებელი პარამეტრე-  
 ბის რიცხვს, რომლებიც განსაზღვრავენ დისკოს ან  
 დისკოთა ერთობლიობის მდებარეობას სივრცეში,  
 კერძოდ სიბრტყეზე. შესაბამისად, განხილული დისკოს მდებარეობა  
 განისაზღვრება სამი პარამეტრით. ესენია:  $x$ ,  $y$  და  $\varphi$ , სადაც  $x$  და  $y$   
 აღნიშნავენ დისკოს რაიმე  $A$  წერტილის კოორდინატებს, ხოლო  $\varphi$  კი იმ  
 კუთხეს, რომელსაც დისკოს შიგნით აღებული  $AB$  მონაკვეთა ადგენს  
 $x$  ღერძთან (ნახ. 5.3). ამრიგად, საკუთარ სიბრტყეში მოძრავი დისკოს  
 თავისუფლების ხარისხი სამის ტოლია.

ახლა განვიხილოთ ბრტყელი დისკო, რომელიც სიბრტყეს უკავშირ-  
 დება ცილინდრული სახსრის საშუალებით (ნახ. 5.4). სახსრის ღერძი  
 სიბრტყის მართობულია. ცხადია, ამგვარად დისკოს თავისუფლების ხა-  
 რისხი იქნება ერთის ტოლი, ვინაიდან მისი მდებარეობა სიბრტყეზე გა-  
 ნისაზღვრება მხოლოდ ერთი პარამეტრით, სახელდობრ, მობრუნების  $\varphi$   
 კუთხით.

ახლა განვიხილოთ ორი ბრტყელი დისკო, რომელიც ერთმანეთთან

დაკავშირებულია ცილინდრული სახსრით (ნახ. 5.5). ამ დისკოებს ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად რომ ემოძრავათ, მათი თავისუფლების ხარისხი იქნებოდა ექვსის ტოლი; საერთო სახსრის არსებობის გამო ეს ხარისხი ორით ნაკლებია, ტოლია ოთხის. მართლაც, დისკოების მდებარეობა

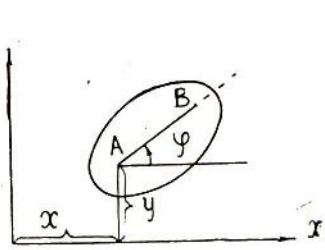


ნახ. 5.2.

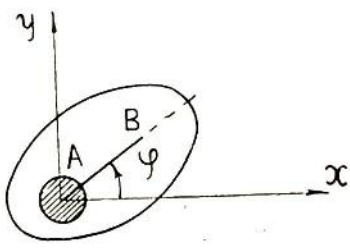
რეობა სიბრტყეზე განისაზღვრება ოთხი პარამეტრით: საერთო სახსრის  $x$ ,  $y$  კოორდინატებითა და მობრუნების ორი კუთხით ( $\varphi_1$  და  $\varphi_2$ ). ამრიგად, როგორც უძრავი, ასევე მოძრავი ცილინდრული

სახსარი ორით ამცირებს თავისუფლების ხარისხს. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ცილინდრული სახსარი ორი კინემატიკური ბმის ტოლფასია, ვინაიდან ცნობილი განმარტების საფუძველზე, ყოველი დაბრკოლება, რომელიც ერთით

14-26153/92



ნახ. 5.3.



ნახ. 5.4.

ამცირებს თავისუფლების ხარისხს, განიხილავს გორც ერთი კინემატიკური ბმა.

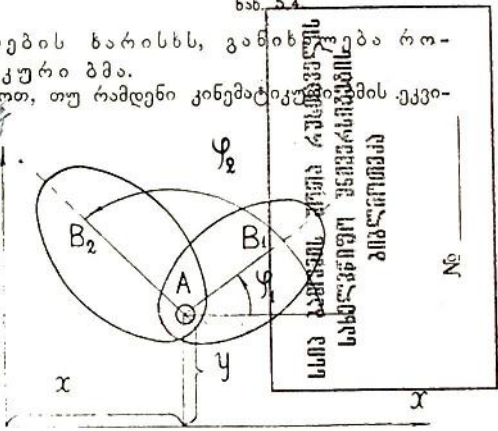
საინტერესოა დავადგინოთ, თუ რამდენი კინემატიკური ბმის ეკვივალენტურია რთული, ანუ ჯერადი სახსარი, ე. ი. ისეთი სახსარი, რომელიც მარტივი სახსრისგან განსხვავებით, ერთმანეთთან აკავშირებს ორზე მეტ დისკოს, ვთქვათ,  $n$  დისკოს (ნახ. 5.6).

ამ დისკოებს რომ მოძრაობათ ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად, მათი თავისუფლების ხარისხი იქნებოდა  $3n$ .

ჯერადი სახსრის არსებობის გამო იგი  $(n+2)$ -ის ტოლია. მართლაც, დისკოთა ერთობლიობის მდებარეობის დასადგენად საკმარისია ვიცოდეთ ჯერადი სახსრის კოორდინატები  $x$  და  $y$  და მობრუნების  $\varphi_k (k=1, 2, \dots, n)$  კუთხეები, რომლებსაც თითოეული დისკოს შიგნით აღებული  $AB_k$  მონაკვეთები ადგენენ  $x$  ღერძთან. სულ ასეთი კუთხე გვაქვს  $n$ . ამრიგად, ჯერადმა სახსარმა შეამცირა თავისუფლების ხარისხი რიცხვით

$$3n - (n + 2) = 2(n - 1).$$

18230



ნახ. 5.5.

საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ფიზიკურ-მათემატიკის მეცნიერებათა აკადემიის სახელმწიფო გამომცემლობა

№

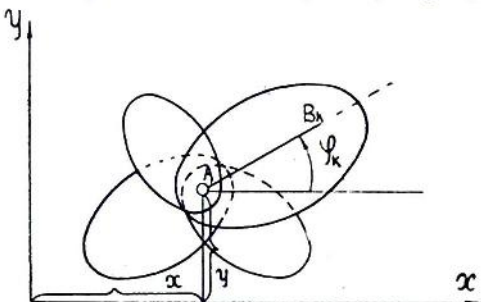
საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ფიზიკურ-მათემატიკის მეცნიერებათა აკადემიის სახელმწიფო გამომცემლობა

მიღებული ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ჯერადი სახსარი  $2(\pi - 1)$  კინემატიკური ბმისა და  $(\pi - 1)$  მარტივი სახსრის ეკვივალენტური ყოფილა.

უნდა გვახსოვდეს, რომ სისტემის თავისუფლების ხარისხის შემცირება შეიძლება გამოწვეული იყოს როგორც სახსრების, ასევე საყრდენი ღეროების არსებობითაც.

თითოეული საყრდენი ღერო ერთი კინემატიკური ბმის ტოლფასია. იგი გაზორიცხავს გადაადგილების შესაძლებლობას საკუთარი ღერძის გასწვრივ.

მას შემდეგ რაც დავადგინეთ სახსრებისა და საყრდენი ღეროების



ნახ. 5.6.

კინემატიკური თვისებები, საშუალება გვძლევს გამოვთვალოთ ნებისმიერი კინემატიკური ჯაჭვის თავისუფლების ხარისხი. ამ მიზნით ჯაჭვში შემავალი დისკოების თავისუფლების ხარისხს ვანგარიშობთ ისე, თითქოს მათზე არაერთარი ბმა არ ყოფილიყოს მოდებული, ე. ი. ვასამკეცებთ დნსკოთა რიცხვს. უკანასკნელს კი ვამცირებთ სახსრებისა და საყრდენი ღეროების არსებობით გამოწვეული კინემატიკური ბმების რიცხვით.

მათქვამის შესაბამისად კინემატიკური ჯაჭვის თავისუფლების ხარისხი გამოითვლება შემდეგი ფორმულის საფუძველზე:

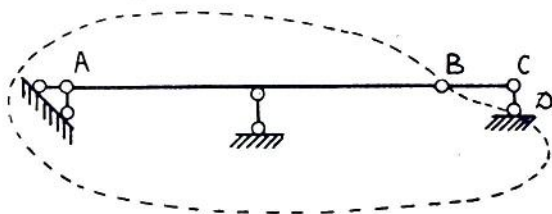
$$W = 3d - 2s - sl,$$

სადაც  $W$  — აღნიშნავს თავისუფლების ხარისხს, „ $d$ “ — დისკოთა რიცხვს, „ $s$ “ — სახსრების რიცხვს, ხოლო „ $sl$ “ — საყრდენი ღეროების რიცხვს. ამ ფორმულით სარგებლობის დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ „ $s$ “ სახსრების დაყვანილი რიცხვია, რაც ითვალისწინებს ჯერადი სახსრების არსებობას და მათ ეკვივალენტობას სათანადო რაოდენობის მარტივ სახსრებთან.

თავისუფლების ხარისხი საშუალებას გვძლევს ვიმსჯელოთ სისტემის გეომეტრიულად უცვლელიობაზე.

პირველ ყოვლისა, შევნიშნავთ, რომ როცა თავისუფლების ხარისხი დადებით სიდიდეს წარმოადგენს, ე. ი.  $W > 0$ , სისტემა აშკარად გეომეტრიულად ცვლადია. ამ შემთხვევაში ყველა დისკოს თუ არა, ზოგიერთს მაინც გააჩნია გარკვეული მიმართულებით ხისტი გადაადგილების შესაძლებლობა, რაც უზრუნველყოფს სისტემის ფორმის ცვლილებას მისი ელემენტების დეფორმაციის გარეშე.

იმისათვის, რომ სისტემა იყოს გეომეტრიულად უცვლელი, თავი-

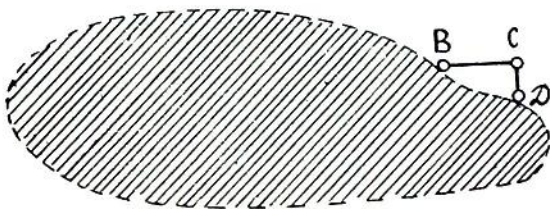


ნახ. 5.7.

სუფლების ხარისხი უნდა იყოს ნულის ტოლი, ან კიდევ ნულზე ნაკლები (ნახ. 5.2 ა, ბ, გ).

აღნიშნული პირობების შესრულება ჯერ კიდევ არ მოასწავებს სისტემის გეომეტრიულად უცვლელობას. ეს პირობები აუცილებელია, მაგრამ არასაკმარისი.

ამ დებულების ნათელსაყოფად განვიხილოთ ორი მარტივი მაგალითი.

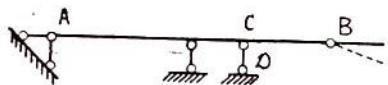


ნახ. 5.8.

პირველი მათგანი წარმოადგენს ორმალიან კოქს შუალედურ  $B$  სახსრით (ნახ. 5.7). მარცხენა ნაწილი  $AB$  ყრუდ უკავშირდება დედამიწას. ამის გამო, ეს ნაწილი დედამიწიანად შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც ერთი მთლიანი ხისტი დისკო. შესაბამისად მთელი ნაგებობა წარმოგვიდგება ისეთი კინემატიკური ჯაჭვის სახით, რომელშიც  $C$  სახსარი უკავშირდება ხისტ დისკოს ორი ღეროთი (ნახ. 5.8). ასეთი ჯაჭვის გეო-

მეტრიულად უცვლელობა ექვს არ იწვევს. კინემატიკური თვალსაზრისით იგი ღეროვან-სახსროვანი სამკუთხედის სქემას მიჰყვება.

ახლა წარმოვიდგინოთ რომ განხილული კოქის განაპირა მარჯვენა საყრდენი ღერო გადმოვიტანეთ  $B$  სახსრის მარცხნივ (ნახ. 5.9). ამგვარი გადაადგილების შედეგად ვღებულობთ აშკარად გეომეტრიულად ცვლად სისტემას. მიუხედავად ამისა, თავისუფლების ხარისხი ორივე შემთხვევაში ნულის ტოლია. ასევე

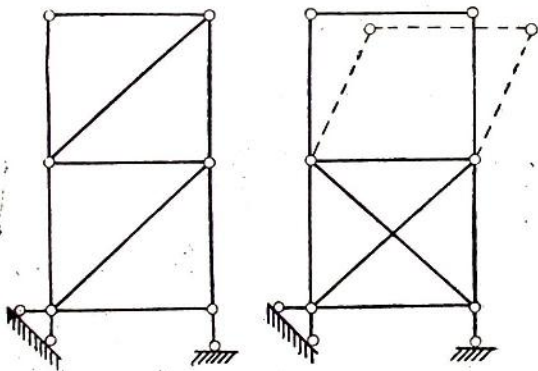


ნახ. 5.9.

ნულის ტოლი იქნება თავისუფლების ხარისხი 5.10 ნახაზზე წარმოდგენილი ფერმებისთვისაც. თუმცა ერთი ფერმა გეომეტრიულად უცვ-

ლელია, მეორე კი ცვლადი (ნახ. 5.10).

განხილულმა მაგალითებმა გვიჩვენა, რომ სისტემის გეომეტრიულად უცვლელობის დასადგენად საჭიროა მისი სტრუქტურის დამატებითი ანალიზი, ე. წ. სტრუქტურული ანალიზის ჩატარება. ამ ანალიზის მიზანია რთული სის-

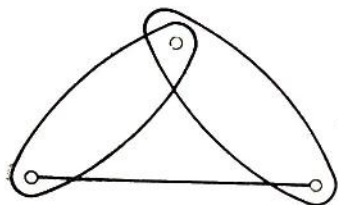


ნახ. 5.10.

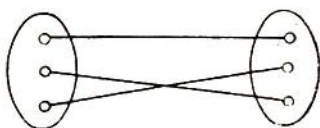
ტემის წარმოდგენა ისეთი მარტივი სისტემების ერთობლიობით, რომელთა გეომეტრიულად უცვლელობა ან ცვლადობა შეიძლება განისაზღვროს ერთი შეხედვით. გეომეტრიულად უცვლელი სისტემების თვალსაჩინო მაგალითები წარმოდგენილია ნახაზებზე (ნახ. 5.11, 5.12, 5.13).

ამრიგად, რაიმე კინემატიკური ჯაჭვი გეომეტრიულად უცვლელია, თუკი იგი შეიძლება სქემატურად წარმოვიდგინოთ როგორც:

1. ორი დისკო, ერთმანეთთან დაკავშირებული ერთი ბოლოსახსროვანი ღეროთი და საერთო სახსრით (ნახ. 5.11);
2. ორი დისკო, ერთმანეთთან დაკავშირებული სამი ისეთი ღეროთი, რომელთა ღერძებიც ერთ წერტილში არ იკვეთება (ნახ. 5.12);
3. სახსარი, დაკავშირებული დისკოსთან ორი ღეროთი, რომლებსაც



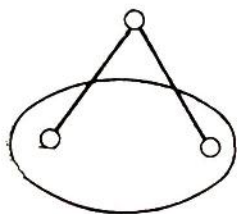
ნახ. 5.11.



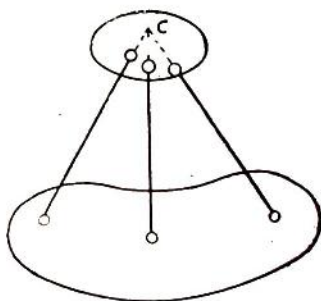
ნახ. 5.12.

არ გააჩნიათ საერთო ფუძე (ნახ. 5.13).

საინტერესოა გავაანალიზოთ, თუ რატომ დაგვჭირდა მეორე შემთხვევაში საგანგებოდ აღნიშვნა იმისა, რომ დამაკავშირებელი ღეროების ღერძები არ უნდა იკვეთებოდეს ერთ წერტილში. ამ მიზნით განვიხი-



ნახ. 5.13.



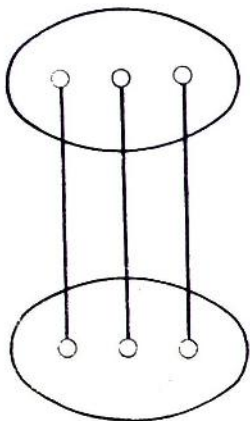
ნახ. 5.14.

ლოთ ისეთი ორი დისკო, რომელთა დამაკავშირებელი ღეროების ღერძები იკვეთებიან ან სასრულ მანძილზე, ან კიდევ უსასრულობაში (რასაც ადგილი აქვს ურთიერთპარალელური ღეროებისთვის) (ნახ. 5.14 და 5.15).

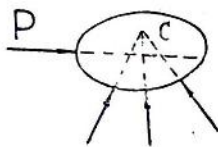
ჯერ შევჩერდეთ პირველ შემთხვევაზე (ნახ. 5.14).

ვთქვათ, ზედა დისკო განიცდის რაიმე  $P$  ძალის ქმედებას, რომლის ფუძეც არ ვაღივს ღეროთა ღერძების ურთიერთგადაკვეთის  $C$  წერტილზე. ძალის ქმედების შედეგად ღეროებში აღიძვრება გარკვეული

ძალები. ჩამოვაცილოთ ზედა დისკოს სამივე ღერო და მათი ქმედება შევცვალოთ სათანადო ძალებით (ნახ. 5.16). ასეთ პირობებში დისკოს წონასწორობის შენარჩუნება შეუძლებელია, ვინაიდან გარეშე ძალის მომენტი  $C$  წერტილის მიმართ რჩება გაუწონასწორებელი. ამ მომენტის ქმედების შედეგად ზედა დისკო შემობრუნდება  $C$  წერტილის ირგვლივ, რაც მოწმობს განხილული სისტემის გეომეტრიულად ცვლადობას.



ნახ. 5.15.



ნახ. 5.16.

ღეროთა პარალელურობის შემთხვევაში შესაძლებელი ხდება დისკოების გადატანითი გადაადგილება, რაც უსასრულოდ დაშორებული წერტილის ირგვლივ მობრუნების ეკვივალენტურია.

### §6. ბრტყელი ფერმის გეომეტრიულად უცვლელობის პირობა

გეომეტრიულად უცვლელობის განხილული პირობა ზოგადი სახისაა. იგი მართებულია ნებისმიერი ბრტყელი კინემატიკური ჯაჭვისთვის.

ახლა დავადგინოთ ანალოგიური პირობა საკუთრივ ბრტყელი ფერმებისთვის. ამ მიზნით განვიხილოთ ღეროვან-სახსროვანი სამკუთხედი. იგი უმარტივეს ფერმას წარმოადგენს. აღნიშნულ სამკუთხედს მივუერთოთ ახალი სახსარი ორი ისეთი ღეროთი, რომელთაც საერთო ფუძე არა გააჩნიათ. მიღებული ნაგებობა კვლავ გეომეტრიულად უცვლელი იქნება. განვაგრძოთ სახსართა მიერთება აღწერილი წესის მიხედვით (ნახ. 6.1). საბოლოოდ მივიღებთ გეომეტრიულად უცვლელ ფერმას.

ახლა დავადგინოთ რაოდენობრივი თანაფარდობა ამნაირი გზით მიღებული გეომეტრიულად უცვლელი ფერმის კვანძებსა და ღეროებს შორის. აღნიშნით ღეროების რიცხვი  $m$ -ით, კვანძებისა  $n$ -ით. პირველი

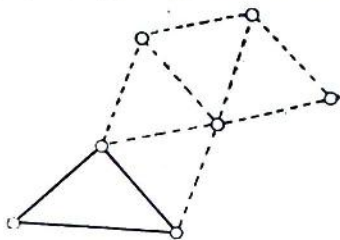
სამი კვანძის დაკავშირებას მონმარდა სამი ღერო. რაც შეეხება ყოველ მომდევნო კვანძს, მას ვაკავშირებდით წინამორბედ სისტემასთან ორ-ორი ღეროს დახმარებით.

ამრიგად,

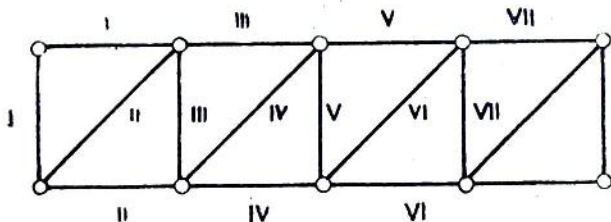
$$3 + 2(n - 3) = 2n - 3 = m.$$

მიღებული დამოკიდებულება წარმოადგენს ფერმის გეომეტრიულად უცვლელობის აუცილებელ პირობას.

იმისათვის, რომ დავრწმუნდეთ სისტემის გეომეტრიულად უცვლელობაში, საჭიროა მისი სტრუქტურის გაანალიზება. ანალიზის ერთ-ერთი გზა მდგომარეობს ღეროთა წყვილ-წყვილად ჩამოცილებაში. ჩამოცილებას ვიწყებთ ისეთი



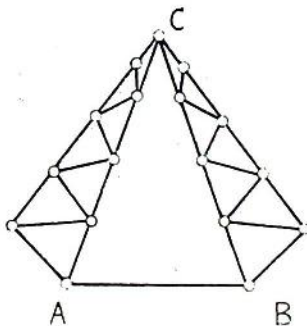
ნახ. 6.1.



ნახ. 6.2.

კვანძისგან, რომელშიც მხოლოდ ორი ღერო იყრის თავს. თუ საბოლოოდ დავგრჩა ღეროვან-სახსროვანი სამკუთხედი, ფერმა გეომეტრიულად უცვლელი ყოფილა. ნახაზზე ნაჩვენებია ღეროთა წყვილ-წყვილად ჩამოცილების ერთ-ერთი შესაძლებელი მიმდევრობა (ნახ. 6.2).

ღეროთა ჩამოცილების ხერხი არ გამოდგება მაშინ, როცა უკლებლივ ყველა კვანძში თავს იყრის ორზე მეტი ღერო. ასეთი ფერმა წარმოდგენილია 6.3 ნახაზზე. იგი შედ-



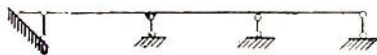
ნახ. 6.3.

გენილია ორი ფერმისგან, C სახსრისა და AB ღეროს დახმარებით. თითოეული ფერმა ცალ-ცალკე გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას წარმო-

აღგენს, რაც შეიძლება შემოწმდეს ღეროთა ჩამოცილების უკვე ცნობილი წესით. ამის გამო მთელი ნაგებობა შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც სამი ხისტი დისკო, რომელიც ერთმანეთთან დაკავშირებულია სახსრების საშუალებით. ამგვარი წარმოდგენის შესაძლებლობა კი მოწმობს ნაგებობის გეომეტრიულად უცვლელობას.

### §7. ცნება ზედმეტი ბმების შესახებ

როგორც დავინახეთ, გეომეტრიულად უცვლელობისთვის საჭიროა, რომ სისტემის თავისუფლების ხარისხი ან ნულის ტოლი იყოს, ან კიდევ ნულზე ნაკლები. უკანასკნელ შემთხვევაში სახსრებითა და საყრდენი ღეროებით წარმოქმნილი ბმების რიცხვი აღემატება ჯაჭვში შემავალი დისკოების გასამკვებულ რიცხვს. შესაბამისად ვამბობთ, რომ სისტემას გააჩნია ზედმეტი ბმები. სიტყვა „ზედმეტი“, ნათქვამი კინემატიკური ბმის მიმართ, ისე არ უნდა გვესმოდეს როგორც უსარგებლო. ძალიან ხშირად ასეთი ბმის



ნახ. 7.1

არსებობა გამართლებულია და დასაბუთებული როგორც კონსტრუქციული, ასევე არქიტექტურული თვალსაზრისითაც. თუ, მიუხედავად ამისა, ბმას მაინც ვუწოდებთ ზედმეტს, ეს მხოლოდ იმიტომ, რომ მისი არსებობა არ არის გამოწვეული გეომეტრიულად უცვლელობის შენარჩუნების აუცილებლობით.

ამრიგად, ზედმეტი ბმების რაოდენობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$ზ = -W = 2ს + სღ - 3ღ.$$

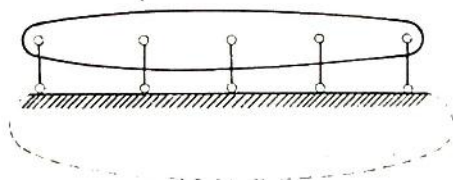
ფორმულის შესაბამისად ნახაზზე წარმოდგენილ უპრ კოქს ორი ზედმეტი ბმა აქვს (ნახ. 7.1). ზედმეტი ორი ბმის არსებობა ჯერ კიდევ იმას არ ნიშნავს, თითქოს ნაგებობას შეიძლება ჩამოვაცილოთ ნებისმიერი ორი საყრდენი ღერო ისე, რომ ამით არ დაირღვეს მისი გეომეტრიულად უცვლელობა. საკითხში გასარკვევად მიზანშეწონილია შემოვიღოთ ცნება აბსოლუტურად აუცილებელი ბმების შესახებ.

აბსოლუტურად აუცილებელი ეწოდება ისეთ ბმას, რომლის ჩამოცილებაც იწვევს ნაგებობის გეომეტრიულად უცვლელობის დარღვევას, მის გადაქცევას მექანიკურად.

უპრი კოქსის შემთხვევაში აბსოლუტურად აუცილებელ ბმას ჰორიზონტალური საყრდენი ღერო წარმოადგენს. მისი ჩამოცილების შედეგად ნაგებობა ჰკარგავს გეომეტრიულად უცვლელობის თვისებას, ვინაიდან

იგი რჩება დაკავშირებული დედამიწასთან ურთიერთპარალელური „შვეუ-  
ლი ღეროებით (ნახ. 7.2). ორსახსრიანი თალისთვის აბსოლუტურად აუ-  
ცილებელ ბმებს უკვე ვერტიკალური ღეროები წარმოადგენენ (ნახ. 7.3).  
მართლაც, ერთ-ერთი ვერტიკალური ღეროს ჩამოცილების შედეგად

ვლებულობთ დისკოს,  
დაკავშირებულს დედა-  
მიწასთან სამი ისეთი  
ღეროთი, რომელთა  
ღერძებიც იკვეთება  
ერთ წერტილში (ნახ.  
7.4). ასეთი ნაგებობა  
კი, გეომეტრიულად  
ცვლადია. ამრიგად,  
ორსახსრიანი თალის  
შემთხვევაში ზედმეტ ბმად შეგვიძლია მივიჩნიოთ მხოლოდ ერთ-ერთი  
ორიზონტალური ღერო.



ნახ. 7.2.

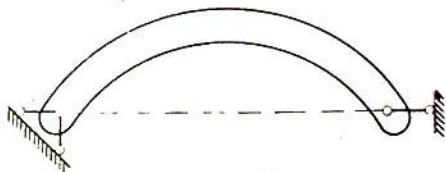
აბსოლუტურად აუცილებელი ბმების გარდა ნაგე-  
ბობას გააჩნია აგრეთვე  
პირობითად აუცილებელი  
ბმები. ასე ეწოდება იმ  
ბმებს, რომლებიც გვრჩე-  
ბა ზედმეტი ბმების ჩამო-  
ცილების შემდეგ და რო-  
მელთა არსებობაც უკვე



ნახ. 7.3.

აუცილებელია გეომეტრიულად უცვლელობის შესანარ-  
ჩუნებლად. რამდენადაც ზედმეტი ბმების ჩამოცილებისას აღდილი  
აქვს გარკვეულ პირობითობას, რომელიც გამოწვეულია ჩვენი არჩევა-  
ნით, ამდენად გამართლე-

ბულია ტერმინი: პირო-  
ბითად აუცილებელი ბმა.  
ასე. მაგალითად, უკვე  
განხილული უჭრი კოჭის  
შემთხვევაში თუ ზედმეტ  
ბმებად მივიჩნევთ შუა  
ორ ღეროს, მაშინ განა-

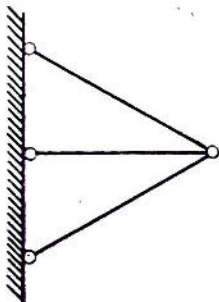


ნახ. 7.4.

პირა შვეული ღეროები პირობითად აუცილებელი იქნება.

პირობითად აუცილებელი ბმების თვალსაჩინო მაგალითს გვთავა-  
ზობს სამი ბოლოსახსროვანი ღეროსგან შედგენილი კრონშტეინი (ნახ. 75).  
მისი გეომეტრიულად უცვლელობისთვის საკმარისია მხოლოდ ორი ღე-

რო. ამრიგად, კრონშტეინს ერთი ზედმეტი ბმა აქვს. თუ რომელ ღეროს მივიჩნევთ ზედმეტ ბმად ეს საკითხი მთლიანად დამოკიდებულია ჩვენს

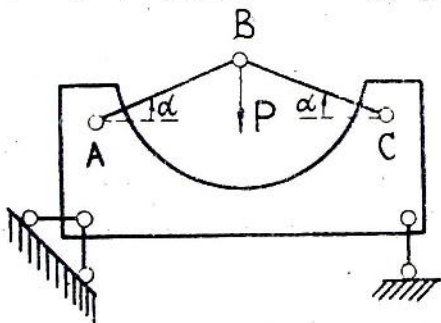


ნახ. 7.5.

არჩევანზე. სურვილისამებრ, ზედმეტ ბმად შეგვიძლია მივიჩნიოთ ან შუა ღერო, ან კიდევ ერთ-ერთი განაპირა ღერო. მაგრამ მას შემდეგ, რაც ასეთი არჩევანი გაკეთებულია, დანარჩენი ორი ღერო უკვე აუცილებელ ღეროს წარმოადგენს, სახელდობრ, პირობითად აუცილებელ ღეროს. აღსანიშნავია ისიც, რომ განხილულ შემთხვევაში აბსოლუტურად აუცილებელი ღერო არა გვაქვს.

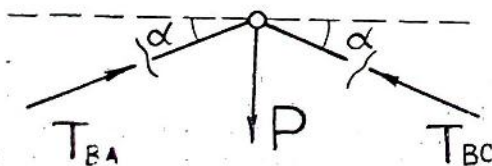
### § 8. მყისად ცვლადი სისტემები

სისტემა, რომელიც საერთოდ გეომეტრიულად უცვლელია, შეიძლება ზოგჯერ აღმოჩნდეს მყისად ცვლადი. ამის ნათელსაყოფად განვიხი-



ნახ. 8.1.

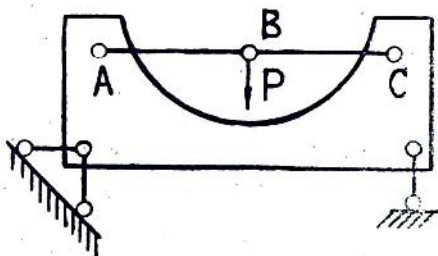
ლოთ ნაგებობა, რომელიც შედგება ზისტი დისკოსგან და მასთან ორი ღეროთი დაკავშირებული B სახსრისგან. სახსარში მოღებულია შვეული



ნახ. 8.2.

ძალა  $P$ . ღეროები კორიზონტთან ადგენენ  $\alpha$  კუთხეს (ნახ. 8.1). შვეული ძალა  $P$  გაწონასწორებულია ღეროებში მოქმედი  $T_{BA}$  და  $T_{BC}$  ძალებით (ნახ. 8.2).

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ  $\alpha$  კუთხე თანდათან მცირდება და მისწრაფის ნულისკენ (ნახ. 8.3). როდესაც კუთხე გაუტოლდება ნულს,  $AB$  და  $BC$  ღეროებში მოქმედი ძალები ვეღარ გააწონასწორებენ  $P$  და



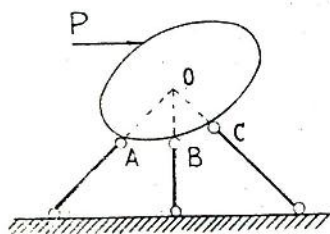
ნახ. 8.3.

ლას. ამის გამო სახსარი ამოძრავდება. მისი გადაადგილება შეწყდება, როგორც კი  $\alpha$  კუთხე მიიღებს ნულისგან განსხვავებულ მნიშვნელობას.

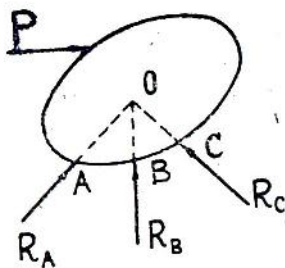
### § 9. მყისალ ცვლადი სისტემების ნიშანდობლივი თვისებები

გამოვავლინოთ მყისალ ცვლადი სისტემების ნიშანდობლივი თვისებები.

ა) ვთქვათ, ხისტი დისკო დაკავშირებულია დედამიწასთან სამი ისეთი ღეროთი, რომელთა ღერძებსაც გააჩნიათ ურთიერთგადაკვეთის საერთო წერტილი (ნახ. 9.1). დისკოზე მოქმედი  $P$  ძალის შე-



ნახ. 9.1.



ნახ. 9.2.

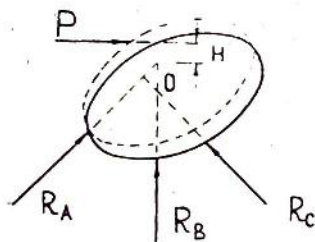
სახებ ვიგულისხმობთ, რომ მისი ფუძე არ გადის აღნიშნულ წერტილზე. გავათავისუფლოთ დისკო საყრდენი ღეროებისგან და უკანასკნელთა ქმედება შევცვალოთ რეაქციის სათანადო ძალებით (ნახ. 9.2).

რამდენადაც  $P$  ძალის მომენტი  $O$  წერტილის მიმართ ერთადერთი ნულისგან განსხვავებული მომენტია, დისკო განიცდის ბრუნვას აღნიშნული წერტილის ირგვლივ. წონასწორობა დამყარდება, როგორც კი დისკო მობრუნდება უსასრულოდ მცირე კუთხით. მართლაც, მობრუნების შედეგად შეიცვლება საყრდენი ღეროების ურთიერთგანლაგება და, მაშასადამე, რეაქციის ძალების მიმართულებაც. რეაქციის ძალების მხრები  $O$  წერტილის მიმართ აღმოჩნდებიან უკვე ნულისგან განსხვავებული, თუმცა უსასრულოდ მცირენი (ნახ. 9.3).

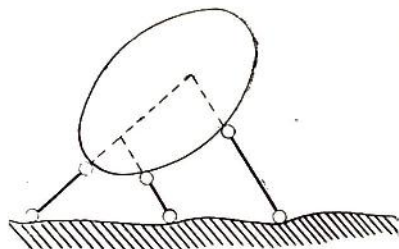
ახლა უკვე დისკოს წონასწოების პირობა ასე ჩაიწერება

$$\sum M_o = R_A \Delta h_A + R_B \Delta h_B + R_C \Delta h_C + PH = 0,$$

სადაც  $\Delta h_A$ ,  $\Delta h_B$ ,  $\Delta h_C$  შესაბამისად აღნიშნავენ  $R_A$ ,  $R_B$  და  $R_C$  რეაქციების უსასრულოდ მცირე მხრებს  $O$  წერტილის მიმართ. რაც შეეხებ-



ნახ. 9.3.



ნახ. 9.4.

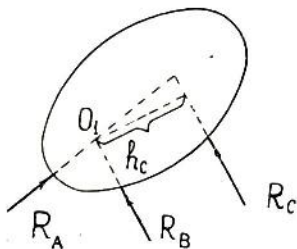
ბა  $H$ -ს, იგი წარმოადგენს  $P$  ძალის მხარს იმავე  $O$  წერტილის მიმართ. ეს მხარი, ისევე როგორც მისი ნამრავლი  $P \cdot H$ -ზე, სასრული სიდიდეა. ასეთ პირობებში წონასწორობისთვის აუცილებელია, რათა რეაქციის ძალები იყოს უსასრულოდ დიდი:  $R_A \rightarrow \infty$ ,  $R_B \rightarrow \infty$ ,  $R_C \rightarrow \infty$ .

ამრიგად, მყისიად ცვლად სისტემებში მოსალოდნელია უსასრულოდ დიდი ძალების წარმოქმნა, რაც დანგრევის საფრთხეს უქმნის რეალურ ნაგებობას.

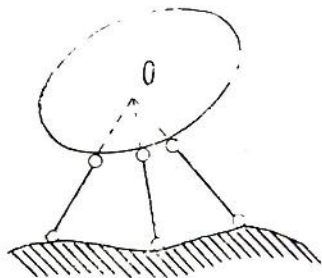
ამის გამო, ბუნებრივია უარი ვთქვათ ნაგებობის დაგეგმარებაზე, თუ მისი გეომეტრიულად უცვლელიობა შეიძლება მყისიად დაირღვეს ღეროების განლაგებაში დაშვებული უმნიშვნელო უზუსტობის შედეგად.

ბ) ნულოვანი ტვირთის ხერხი საშუალებას გვაძლევს ერთმანეთისგან განვასხვავოთ გეომეტრიულად უცვლელი და მყისიად ცვლადი

სისტემები. ხერხის არსს გავეცნოთ კვლავ ისეთი დისკოს მაგალითზე, რომელიც დედამიწას უკავშირდება სამი ლეროთი. განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ლეროთა ლერძები არ იკვეთება ერთ წერტილში (ნახ. 9.4). თუ დისკო დაუტვირთავია, რეაქციის ძალები ნულის ტოლია. მართლაც, რამდენადაც დისკო წონასწორობაშია, ნაკრები მომენტი  $O_1$



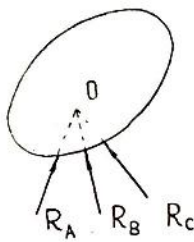
ნახ. 9.5.



ნახ. 9.6.

წერტილის მიმართ, რომელიც  $R_A$  და  $R_B$  რეაქციების ფუძეთა გადაკვეთაზე მდებარეობს, არის ნულის ტოლი (ნახ. 9.5). აქედან გამომდინარე  $R_C hc = 0$ . მაგრამ  $hc \neq 0$ , ე. ი.  $R_C = 0$ . ანალოგიურად დავამტკიცებთ, რომ რეაქციის დანარჩენი ძალებიც ნულის ტოლია. ამრიგად, თუ გეომეტრიულად უცვლელი სისტემა დაუტვირთავია, მის ელემენტებში მოქმედი ძალები ნულის ტოლია.

განსხვავებულ მოვლენას აღვილი აქვს მყისად ცვლადი სისტემებისათვის. მართლაც განვიხილოთ ამჯერად ისეთი დისკო, რომლის დამაკავშირებელი ლეროების ლერძები იკვეთება საერთო  $O$  წერტილში (ნახ. 9.6, 9.7). დისკოს წონასწორობა მოითხოვს, რათა ნაკრები მომენტი აღებული ნებისმიერი წერტილის მიმართ, კერძოდ,  $O$  წერტილის მიმართ, იყოს ნულის ტოლი. ეს პირობა კმა-



ნახ. 9.7.

ყოფილდება რეაქციის ძალთა ნებისმიერი მნიშვნელობებისთვის რამდენადაც ამ ძალების მხრები  $O$  წერტილის მიმართ ნულის ტოლია.

ამრიგად, დაუტვირთავი მყისად ცვლადი სისტემის ელემენტებში მოქმედი ძალები განუსაზღვრელი რჩებიან. აღნიშნული მოვლენა მყისად ცვლადი სისტემების ნიშანდობლივ თვისებას წარმოადგენს.

## გავლენის წირთა თეორია

### § 10. ცნება გავლენის წირის შესახებ

საინჟინრო ნაგებობაზე მოქმედი დატვირთვების დიდი ნაწილი მოქარავია. მოძრავი დატვირთვა წარმოდგენილია ძალებით, რომელთა მოდების წერტილები განუწყვეტლივ განიცდიან ადგილგადანაცვლებას ასეთ პირობებში, ცხადია, ძალთა სისტემის გარკვეული მდებარეობა შეიძლება სახიფათოც კი აღმოჩნდეს ნაგებობისთვის.

ნაგებობის გაანგარიშებას მოძრავ დატვირთვაზე გავლენის წირთა საშუალებით ვახდენთ.

გავლენის წირი წარმოადგენს გრაფიკს, რომელიც გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება ნაგებობის რაიმე ელემენტის მექანიკური მდგომარეობის ამსახველი ფაქტორი ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად.

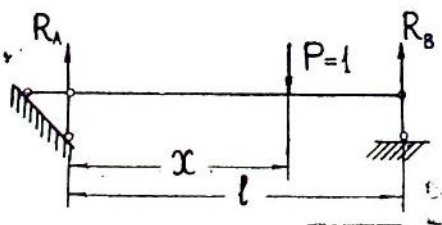
შენიშვნა: ნაგებობის ელემენტის მექანიკური მდგომარეობა განისაზღვრება ძაბვებისა და დეფორმაციების საშუალებით. ამრიგად, მექანიკური მდგომარეობის ამსახველი ფაქტორი, ამოცანის შინაარსის მიხედვით, შეიძლება იყოს: ძალვა, მღუნავი მომენტი, განივი ძალა, გრძივი დეფორმაცია, გაღუნვა, მობრუნების კუთხე და ა. შ.

ქვემოთ გავეცნობთ გავლენის წირთა აგების სტატიკურ ხერხს. ხერხს ეწოდება სტატიკური ძმის გამო, რომ მას საფუძვლად უდევს წონასწორობის პირობები.

ცხადია, რამდენადაც ვსარგებლობთ წონასწორობის პირობებით; წინასწარ უნდა ვიგულისხმოთ, რომ ძალის გადაადგილება ნაგებობის გასწვრივ ხდება ძალიან ნელა და ამ გადაადგილებით გამოწვეული ინერციის ძალები შეიძლება იყოს უგულვებელყოფილი.

### § 11. კოჭის საყრდენთა რეაქციების გავლენის წირები

განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი, რომელიც მოძრავი ერთეული ძალის ქმედებას განიცდის (ნახ. 11.1). აღვნიშნოთ  $x$ -ით



ნახ. 11.1.

ერთეული ძალის მოდების წერტილის აბსცისი. იმის გამო, რომ ძალა მოძრავობს ნაგებობის გასწვრივ,  $x$  იცვლება  $0$ -დან, ვიდრე  $l$ -მდე, სადაც  $l$  კოჭის მალის სიგრძეს აღნიშნავს.

აეგოთ საყრდენთა

რეაქციების გავლენის წირები, ე. ი. გამოვსახოთ გრაფიკულად ის ცვლილება, რასაც განიცდის რეაქციის ძალები კოქის გასწვრივ ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად. რამდენადაც ასეთი გადაადგილება ხდება ძალიან ნელა, უფლება გვაქვს რეაქციის ძალები განვსაზღვროთ წონასწორობის პირობების საფუძველზე.

შესაბამისად:

$$R_A = \frac{1 \cdot (l - x)}{l} = \frac{l - x}{l}$$

$$R_B = \frac{1 \cdot x}{l} = \frac{x}{l}$$

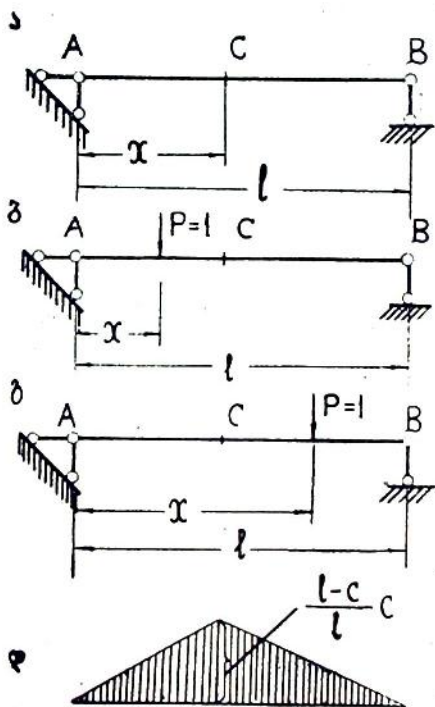
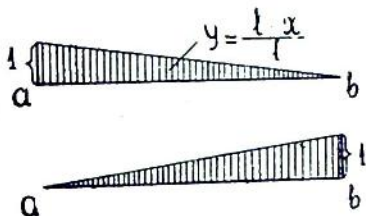
ნახ. 11.2.

მიღებული ფორმულები საშუალებას გვაძლევს ავაგოთ საძიებელი გავლენის წირები. ისინი წრფეებს წარმოადგენენ (ნახ. 11.2).

## §12. მლუნავი მომენტის გავლენის წირი

ახლა ავაგოთ კოქის რაიმე  $c$  კვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის გავლენის წირი, ე. ი. გამოვსახოთ გრაფიკულად ის ცვლილება, რომელსაც განიცდის მლუნავი მომენტი  $M_C$  ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად (ნახ. 12.1 ა, ბ, გ, დ).

მიმდევრობით განვიხილოთ ორი შემთხვევა, როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს შესაბამისად  $c$  კვეთისგან მარცხნივ და მარჯვნივ.



ნახ. 12.1.

პირველ შემთხვევაში (ნახ. 12.1, ბ):  $0 \leq x \leq c$ ,

$$M_C = R_A c - 1 \cdot (c - x) = \frac{l-x}{l} c - c + x = \frac{x}{l} (l - c).$$

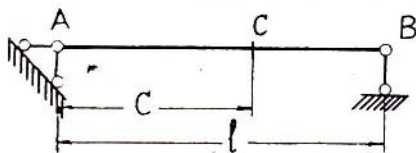
მეორე შემთხვევაში (ნახ. 12.1 გ):  $c \leq x \leq l$ ,

$$M_C = R_A c = \frac{l-x}{l} c.$$

მიღებული ფორმულები საშუალებას გვაძლევენ უბან-უბან ავავოთ მლენავი მომენტის საძიებელი გავლენის წირი (ნახ. 12.1, დ).

### § 13. განივი ძალის გავლენის წირი

ავავოთ იმავე  $c$  კვეთში მოქმედი განივი ძალის გავლენის წირი, ე. ი. გამოვსახოთ გრაფიკის საშუალებით ის ცვლილება, რომელსაც განიცდის  $c$  კვეთში მოქმედი განივი ძალა ერთეული ძალის კოჭის გასწვრივ გადაადგილების შედეგად.



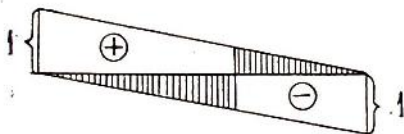
ამჯერადაც გავლენის წირის აგებას უბან-უბან ვახდენთ.

როდესაც ერთეული ძალა მარცხნივია:  $0 \leq x \leq c$ ,

$$Q_C = R_A - 1 = -$$

$$-R_B = -\frac{x}{l};$$

ხოლო, როცა იგი მარჯვნივ გადმოინაცვლებს:  $c \leq x \leq l$ ,



ნახ. 13.1.

$$Q_C = R_A = \frac{l-x}{l}.$$

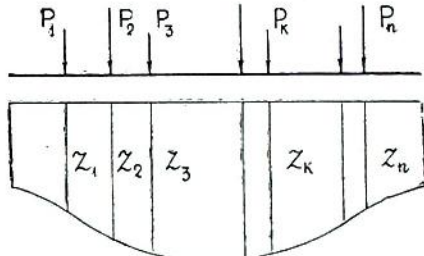
მიღებული ფორმულები გვიჩვენებენ, რომ კოჭის ორივე უბანზე გავლენის წირი წრფეს წარმოადგენს (ნახ. 13.1). ამათგან მარცხენა უბანზე განივი ძალის გავლენის წირი ემთხვევა მარჯვენა საყრდენის რეაქციის გავლენის წირს უარყოფითი ნიშნით, მარჯვენა უბანზე კი მარცხენა რეაქციის გავლენის წირს. საკუთრივ  $c$  წერტილში გავლენის წირი წყვეტას განიცდის. წყვეტის წერტილში ნახტომი ერთის ტოლია.

#### §14. ძალთა ძველებიშ უკრებიშ პრინციპი

რამდენიმე ძალის ერთობლივი ქმედებით გამოწვეული ძალვა და დეფორმაცია შესაბამისად იმ ძალვებისა და დეფორმაციების ჯამის ტოლია, რომელთაგანაც თითოეული გამოწვეულია დამოუკიდებლად მოქმედი ძალისგან.

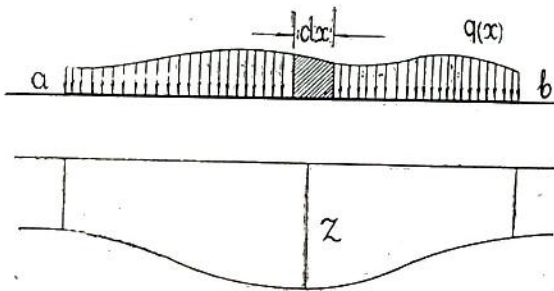
უნდა გვახსოვდეს, რომ ძალთა ქმედების უკრების პრინციპი მართებულია მცირე დრეკადი დეფორმაციების შემთხვევაში, რომლებიც ემორჩილებიან ჰუკის კანონს.

თუ საკითხი ეხება გრძივი ძალების, მღუნავი მომენტისა და განივი ძალების განსაზღვრას სტატიკურად რკვევადი კოქის ელემენტებში, საკმარისია მოვითხოვოთ მხოლოდ დეფორმაციათა სიმცირე, მათი ბუნებისა და ცვლილების კანონისგან დამოუკიდებლად.



ნახ. 14.1.

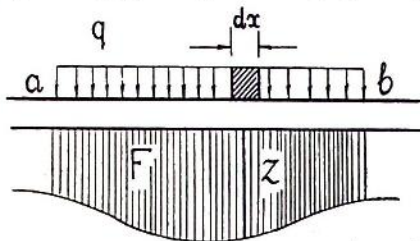
ამასთანავე, მცირედ მიხნეულია დეფორმაცია, რომელიც შეიძლება უგულვებლვყოთ ნაგებობის წონასწორობის განხილვის დროს.



ნახ. 14.2.

ახლა ვაჩვენოთ, თუ როგორ შეიძლება გავლენის წირისა და ახლახან ჩამოყალიბებული პრინციპის საფუძველზე განისაზღვროს ის ძალვა ან დეფორმაცია, რომელიც აღიძვრება ნაგებობის რაიმე ელემენტში, შეყურსულ უძრავ პარალელურ ძალთა სისტემის ქმედებით. მეტი კონკრეტულობისათვის დავუშვათ, რომ მოცემულია ნაგებობის რომელიღაც

წერტილში მოქმედი მლუნავი მომენტის ან განივი ძალის გავლენის წი-  
რი. საინტერესოა დავადგინოთ, თუ რისი ტოლია ნაგებობის იმავე წერ-  
ტილში მოქმედი მლუნავი მომენტი ან განივი ძალა აღძრული  $P_1,$



ნახ. 14.3.

ლენის წირის ორდინატია  $P_k$  ძალის მოდების წერტილში. იმის გამო, რომ  
ნაგებობაზე მოქმედებს  $n$  ძალა, საძიებელი მლუნავი მომენტი ან განივი  
ძალა გამოიხატება (ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე)  
ასეთი ნამრავლების ჯამით:

$$Z = P_1 z_1 + P_2 z_2 + \dots + P_k z_k + \dots + P_n z_n = \sum_{k=1}^{k=n} P_k z_k.$$

ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპით შეგვიძლია ვისარგებლოთ  
მაშინაც, როდესაც ნაგებობა განიცდის განაწილებული დატვირთვის ქმე-  
დებას (ნახ. 14.2).

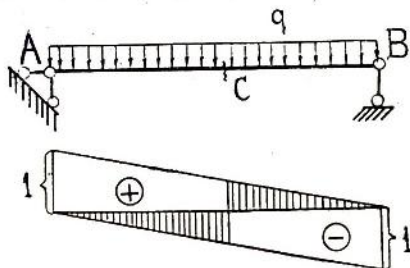
მართლაც, გამოვყოთ  
ელემენტარული დატვირ-  
თვა  $q(x) dx$ . მისი ქმედე-  
ბით აღძრული მექანიკუ-  
რი ფაქტორის სიდიდე  
იქნება  $zq(x) dx$ . მთლიანი  
დატვირთვით გამოწვეუ-  
ლი ეფექტი გამოიხატება  
ინტეგრალით:

$$Z = \int_a^b zq(x) dx.$$

ფორმულა მარტივდება თანაბრად განაწილებული დატვირთვის  
შემთხვევაში [ $q(x) = q = \text{const}$ ].

$$Z = q \int_a^b z dx = qF.$$

ნახ. 14.4.

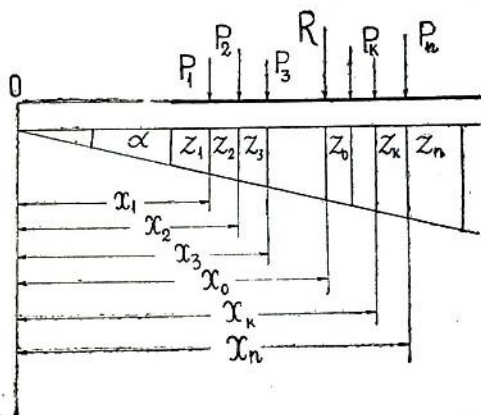


ამრიგად, თანაბრად განაწილებული დატვირთვის შემთხვევაში საძიებელი ფაქტორის სრული მნიშვნელობა უდრის დატვირთვის ინტენსივობისა და გავლენის წირით შემოსაზღვრული ფართობის ნამრავლს (ნახ. 14.3).

ამ წესის შესაბამისად, როგორც ეს თავიდანვე იყო მოსალოდნელი, განივი ძალა თანაბრად დატვირთული თავისუფლად დაყრდნობილი კოქსის შუა კვეთში ნულის ტოლია, რამდენადაც ნულის ტოლია სათანადო ფართობის განმსაზღვრელი ინტეგრალი (ნახ. 14.4).

### §15. გავლენის წირის სწორსაზომიანი უზნის თვისება

ვთქვათ, რაიმე უზანზე გავლენის წირი წრფეს წარმოადგენს (ნახ. 15.1). აღვნიშნოთ  $\alpha$ -თი ის კუთხე, რომელსაც წრფე ადგენს აბსცისთა



ნახ. 15.1

ღერძთან. ისევე, როგორც წინა შემთხვევაში, ამჯერადაც ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$Z = \sum_{k=1}^{k=n} P_k z_k.$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, იმავე ფორმულას შეიძლება მივცეთ ასეთი სახე:

$$Z = P_1 x_1 \operatorname{tg} \alpha + P_2 x_2 \operatorname{tg} \alpha + \dots + P_n x_n \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \sum_{k=1}^{k=n} P_k x_k.$$

მაგრამ  $\sum_{k=1}^{k=n} P_k x_k$  წარმოადგენს სწორხაზოვანი უბნის გასწვრივ მოქმე-

დი ძალების მომენტების ალგებრულ ჯამს  $O$  წერტილის მიმართ (ნახ. 15.1). ეს ჯამი უდრის ძალთა ტოლქმედის მომენტს იმავე  $O$  წერტილის მიმართ. თუ ამ ტოლქმედს აღვნიშნავთ  $R$ -ით, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\sum_{k=1}^{k=n} P_k x_k = R x_0,$$

სადაც  $x_0$  წარმოადგენს  $R$  ტოლქმედის მხარს  $O$  წერტილის მიმართ. საბოლოოდ:

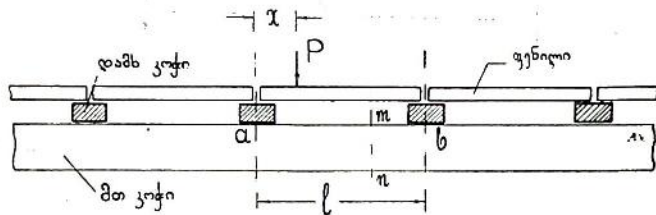
$$Z = \operatorname{tg} \alpha R x_0 = R x_0.$$

ამრიგად, იმ შემთხვევაში, როდესაც გავლენის წირი წრფეს წარმოადგენს, ძალთა სისტემის ქმედება შეიძლება შევცვალოთ ამ სისტემის ტოლქმედით.

#### §16. მღუნავი მოკმედიხა და განივი ძალის გავლენის წირის აგება კვანძური დაბვირთვის დროს

ძალიან ხშირად მოძრავი დატვირთვა უშუალოდ კი არ გადაეცემა ნაგებობას, არამედ კვანძების საშუალებით.

კოჭოვან სისტემებში კვანძების როლს დამხმარე კოჭები ასრულებენ. მთელი ნაგებობა კი შედგება მთავარი კოჭისგან, დამხმარე კოჭებისა



ნახ. 16.1.

და ფენილებისგან, რომლებიც ქმნიან ნაგებობის სავალ ნაწილს (ნახ. 16.1).

ამჯერად ჩვენს წინაშე დგას შემდეგი ამოცანა.

ავაგოთ მთავარი კოჭის  $m$  კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის გავლენის წირი, ე. ი. გამოვსახოთ გრაფიკულად მის ცვლილება, რომელსაც კოჭის მოცემულ კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტი და განივი ძალა განიცდიან ერთეული ძალის გადაადგილების

შედგად. უკანასკნელის გადაადგილება ხდება ფენილების გასწვრივ. ნახაზზე გამოყოფილია სწორედ ის  $ab$  ფენილი, რომელსაც შეესაბამება განსახილველი  $m$  კვეთი.

როგორც ქვემოთ დავინახავთ კონკრეტული შემთხვევის მაგალითზე, საძიებელი გავლენის წირი,  $ab$  უბნის გარდა, ყველგან ემთხვევა სათანადო გავლენის წირს, აგებულს უშუალოდ დატვირთული კოქისთვის.

გამოვიკვლიოთ, თუ რა სახე აქვს საძიებელ გავლენის წირს  $ab$  უბანზე. იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს  $ab$  ფენილის გასწვრივ, უკანასკნელი მუშაობს როგორც თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი, რომლისთვისაც  $a$  და  $b$  დამხმარე კოჭები საყრდენებს წარმოადგენენ. რა მდებარეობაც არ უნდა ეკავოს ერთეულ ძალას  $ab$  ფენილზე, დაწოლა რომელიც გადაეცემა მთავარ კოჭს ამ ძალის ქმედების შედეგად—სიდიდით ტოლი იქნება სათანადო რეაქციებისა, ე. ი.

$$\frac{l-x}{l}, \quad \frac{x}{l}$$

ამრიგად, ერთეული ძალის ქმედება მთავარ კოჭზე გამოისახება მოცემული ორი ძალით. ამ ძალების ქმედებით გამოწვეული მღუნავი მომენტი ან განივი ძალა  $m$  კვეთში განისაზღვრება ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე შემდეგი ფორმულით:

$$Z = \frac{l-x}{l} z_a + \frac{x}{l} z_b.$$

სადაც  $z_a$  და  $z_b$  აღნიშნავენ უშუალოდ დატვირთული კოქისთვის აგებულ გავლენის წირის ორდინატებს  $a$  და  $b$  წერტილებში. როგორც ვხედავთ,  $Z$  წარმოადგენს  $ab$  უბანზე  $x$ -ის წრფივ ფუნქციას, საძიებელი გავლენის წირი კი—წრფეს, რომელიც აერთებს  $z_a$  და  $z_b$  ორდინატებს.

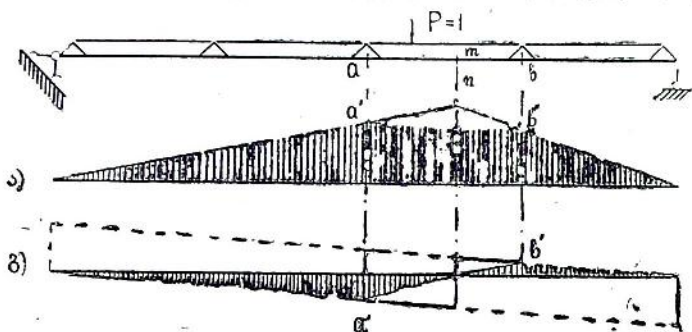
ამრიგად, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ გარემოებას, რომ  $ab$  უბნის გარეთ საძიებელი გავლენის წირი ემთხვევა უშუალოდ დატვირთული კოქის გავლენის წირს, შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი წესი გავლენის წირის აგებისა დატვირთვის კვანძურად გადაცემის დროს:

დატვირთვის კვანძურად გადაცემის დროს გავლენის წირი უნდა ავაგოთ ისე, როგორც უშუალოდ დატვირთული კოქისათვის. შემდეგ ამ წირზე დავაგეგმილოთ კვანძები ( $a, b$ ), რომელთა შორისაც მდებარეობს მოცემული კვეთი, და მიღებული გეგმილები ( $a', b'$ ) შევავერთოთ სწორი ხაზით (ნახ. 16.2). ნახაზზე ნაჩვენებია განივი ძალისა და მღუნავი მომენტის გავლენის წირები, აგებული ახლახან ჩამოყალიბებული წესის შესაბამისად (ნახ. 16. 2, ა, ბ).

ახლა განივი ძალის გავლენის წირის მაგალითზე ვაჩვენოთ, რომ იმ

უბნებზე, სადაც შესასწავლი კვეთი არ გვევლება, გავლენის წირი ისეთივეა, როგორც უშუალოდ დატვირთული კოჭისთვის (ნახ. 16.2).

მართლაც, როცა ერთეული ძალა  $b$  წერტილიდან მარჯვნივ მოქმედებს, განივი ძალა  $m$  კვეთში იქნება მარცხენა საყრდენის რეაქციის ტოლი. შესაბამისად, კოჭის მარჯვენა უბანზე საძიებელი გავლენის წირი ემთხვევა მარცხენა საყრდენის რეაქციისა და, რაც ფაქტიურად იგი-



ნახ. 16.2.

ვეა, უშუალოდ დატვირთული კოჭის  $m$  კვეთში მოქმედი განივი ძალის გავლენის წირს. ანალოგიურად, როცა ერთეული ძალა  $a$  მოქმედებს  $ab$  უბნის მარცხნივ, განივი ძალა  $m$  კვეთში ტოლია მარჯვენა საყრდენის რეაქციისა შებრუნებული ნიშნით.

### §17. ძალთა სისტემის სახიფათო მდებარეობის დადგენაში? შემთხვევაში, როდესაც გავლენის წირი ტახილს წარმოადგენს

ვთქვათ, ნაგებობაზე მოქმედებს შეყურსულ ძალთა სისტემა. მანძილი ამ ძალთა მოდების წერტილებს შორის უცვლელია. საჭიროა დავადგინოთ ძალთა სისტემის სახიფათო მდებარეობა იმ შეთხვევაში, როდესაც გავლენის წირი ტახილს წარმოადგენს (ნახ. 17.1).

აღნიშნოთ  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ -ით ის კუთხეები, რასაც გავლენის წირის სათანადო გვერდები აღგენენ პორიზონტთან. ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$Z = \sum_{k=1}^{k=n} P_k \alpha_k.$$

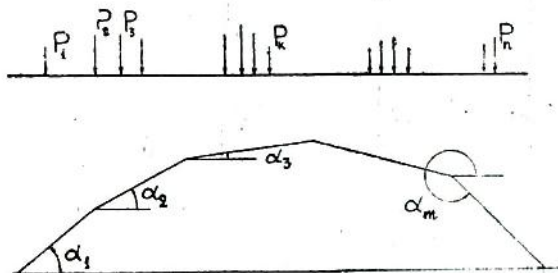
რამდენადაც გავლენის წირი წარმოადგენს ტახილს, უფლება გვაქვს

ვისარგებლოთ წრფივი უბნის თვისებით და თითოეული გვერდის გასწვრივ მოქმედი ძალები შევცვალოთ სათანადო ტოლქმედებით.  
ნათქვამის შესაბამისად:

$$Z = \sum_{j=1}^{j=m} R_j \tilde{z}_j = R_1 \tilde{z}_1 + R_2 \tilde{z}_2 + \dots + R_m \tilde{z}_m,$$

სადაც  $R_j$  აღნიშნავს ძალთა ტოლქმედს რაიმე  $j$  უბანზე, ხოლო  $\tilde{z}_j$  გავლენის წირის სათანადო ორდინატს.

ძალთა სისტემის ოდნავ გადაადგილებაც კი მიანიჭებს  $Z$  ფუნქციას



ნახ. 17.1.

გარკვეულ ნაზრდს, რომელიც გამოისახება ფორმულით:

$$dZ = \sum_{j=1}^{j=m} R_j d\tilde{z}_j = \sum_{j=1}^{j=m} \operatorname{tg} \alpha_j R_j dx = (R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + \dots + R_m \operatorname{tg} \alpha_m) dx.$$

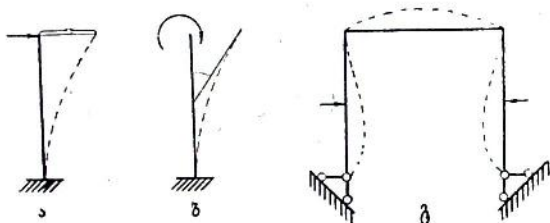
იმისთვის, რომ ძალთა სისტემის მდებარეობა იყოს სახიფათო, ნაზრდმა უნდა შეიცვალოს ნიშანი. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა ძალთა სისტემის გადაადგილებისას სულ ცოტა ერთი ძალა მაინც გადასცდება გავლენის წირის რომელიმე წვეროს და აღმოჩნდება მეზობელ უბანზე. აქედან გამომდინარეობს სახიფათო მდებარეობის დადგენის პრაქტიკული წესი.

## ძირითადი ცნებები და თეორემები დრეჟადი სისტემების შესახებ

### § 18. განზოგადებული ძალა და განზოგადებული გადაადგილება

სამშენებლო მექანიკა ემყარება რამდენიმე ძირითად თეორემას, რომლებიც ჩამოყალიბებულია განზოგადებული ძალისა და განზოგადებული გადაადგილების ცნებათა გამოყენებით.

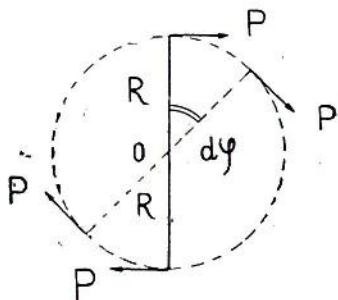
განზოგადებული ძალის სახით ვგულისხმობთ როგორც საკუთრივ შეყურსულ ძალას, ასევე ძალთა ნებისმიერ ჯგუფს, კერძოდ წყვილძალასაც. განზოგადებულ ძალებს შეესაბამებიათ განზოგადებული გადაადგილებანი. უკანასკნელთა განზომილება სხვადასხვაა. იგი დამოკიდებულია სათანადო განზოგადებული ძალის ბუნებაზე. მიუხედავად ამისა, განზოგადებული ძალისა და გადაადგილების ნამრავლს ყოველთვის ერთი და იგივე განზომილება აქვს—მუშაობის განზომილება. ნახაზზე წარ-



ნახ. 18.1.

მოდგენილია განზოგადებული ძალისა და განზოგადებული გადაადგილების რამდენიმე ტიპური მაგალითი (ნახ. 18.1 ა, ბ, გ).

პირველ ნახაზზე განზოგადებულ ძალას წარმოადგენს შეყურსული ძალა. შესაბამისი განზოგადებული გადაადგილება კი კონსოლის გაღუნვაა.



ნახ. 18.2.

მეორე შემთხვევაში განზოგადებული ძალა წარმოდგენილია მღუნავი მომენტი, განზოგადებული გადაადგილება კი მობრუნების კუთხით, რომელიც უკანზომილებო სიდიდეს წარმოადგენს (იზომება რადიანებით).

უკანასკნელ ნახაზზე განზოგადებული ძალა უკვე ძალთა ჯგუფით არის წარმოდგენილი. ეს ჯგუფი შედგება ორი პირდაპირ

თანაწინააღმდეგი ძალისგან. რაც შეეხება განზოგადებულ გადაადგილებას, იგი წარმოადგენს იმ მანძილის ცვლილებას, რომლითაც ერთმანეთისგან დაშორებული არიან ძალთა მოდების წერტილები.

ძირითადი თეორემების თაობაზე უნდა გვახსოვდეს, რომ ისინი მართებულნი არიან იდეალურად დრეკადი წრფივად დეფორმადი სის-

ტემპებისთვის, ე. ი. ისეთი სისტემებისთვის, რომლებიც ემორჩილებიან ჰუკის კანონს და რომელთა დეფორმაციაც მცირეა.

**შენიშვნა:** მკითხველისთვის უთუოდ საინტერესოა დარწმუნდეს იმაში, რომ მღუნავი მომენტის მიერ შესრულებული მუშაობა მართლაც წარმოადგენს მომენტისა და მობრუნების კუთხის ნამრავლს.

ნათქვამის დასამტკიცებლად განვიხილოთ ეკვივალენტური წყვილ-ძალა  $2PR$  და მობრუნების სათანადო კუთხე  $d\varphi$  (ნახ. 18.2).  $P$  ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება:

$$PRd\varphi.$$

რაც შეეხება წყვილძალას, იგი ასრულებს მუშაობას, რომელიც  $2PRd\varphi$ -ის ტოლია, ან კიდევ, თუ გავითვალისწინებთ მოცემული წყვილძალისა და მღუნავი  $M$  მომენტის ეკვივალენტობას, უდრის  $Md\varphi$ -ის (რ. უ. დ.).

### §19. კლასიკონის თეორემა

განვსაზღვროთ მუშაობა, რომელსაც ასრულებს ნაგებობაზე მოქმედი ერთი ან რამდენიმე ძალა სტატიკურად დატვირთვის პირობებში, როდესაც ძალები იზრდება თანდათანობით ნულ-დან ვიდრე საბოლოო მნიშვნელობამდე. ასეთ პირობებში გადაადგილებებიც თანდათანობით იზრდება. ეს უფლებას გვაძლევს უგულებელვყოთ ინერციის ძალები, რომლებიც აღიძვრებიან დრეკადი მასების გადაადგილებით.

გამოვთვალოთ ერთი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა  $W$ . ამ ძალის შუალედური და საბოლოო მნიშვნელობანი აღვნიშნოთ შესაბამისად:  $t$ -თი და  $T$ -თი. სათანადო გადაადგილებანი— $\delta$ -თი და  $\Delta$ -თი.

ძალის მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობა

$$dW = t d\delta.$$

სრული მუშაობა გამოითვლება ინტეგრალით

$$W = \int_0^{\Delta} t d\delta.$$

რამდენადაც შესასწავლი ნაგებობა წრფივად დეფორმდება, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$t = \alpha\delta, \quad (T = \alpha\Delta),$$

სადაც  $\alpha$ —პროპორციულობის კოეფიციენტი.

თუ გავითვალისწინებთ უკანასკნელ ფორმულას, ინტეგრებით მივიღებთ:

$$W = \frac{\alpha \Delta^2}{2} = \frac{T \Delta}{2}.$$

ამრიგად, სტატიკურად დატვირთვის პირობებში გარე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა უდრის ძალისა და შესაბამისი გადაადგილების საბოლოო მნიშვნელობათა ნამრავლის ნახევარს.

თუ ნაგებობაზე მოქმედებს ერთზე მეტი ძალა, მაშინ მუშაობა განისაზღვრება ფორმულით

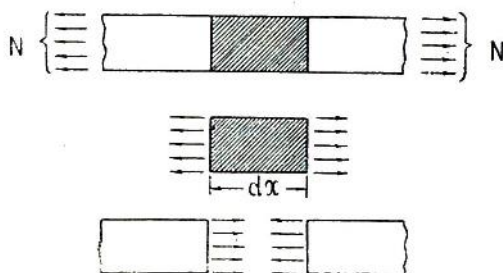
$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=n} T_k \Delta_k, \quad (k=1, 2, 3, \dots, n)$$

სადაც  $\Delta_k$  აღნიშნავს გადაადგილებას, რომელიც ხორციელდება  $T_k$  ძალის გასწვრივ და გამოწვეულია ყველა ძალის ერთობლივი ქმედებით.

## §20. შიგა ძალების მუშაობა

გარე ძალების გარდა მუშაობას ასრულებენ შიგა ძალები. უკანასკნელი წინააღმდეგობას უწევენ გარე ძალების ქმედებით გამოწვეულ დეფორმაციას.

ბრტყელი ღეროვანი სისტემის ელემენტებში მოქ-



ნახ. 20.1.

მედებს სამი ტიპის შიგა ძალა. ესენი არიან: გრძივი ძალა, მღუნავი მომენტი და განივი ძალა ( $N$ ,  $M$ ,  $Q$ ).

განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა.

ჯერ დავადგინოთ ის ელემენტარული მუშაობა, რომელსაც ასრულებენ გრძივი ძალები. მეტი კონკრეტულობისთვის ვიგულისხმობთ, რომ ეს ძალები გამკიბავია. გამოვყოთ ღეროდან  $dx$  ელემენტი (ნახ. 20.1). მე-

ზობელი ნაწილების ზეგავლენით იგი გაჭიმვას განიცდის. ელემენტის წაგრძელება განისაზღვრება ჰუკის ფორმულით:

$$\Delta dx = \frac{Ndx}{EF},$$

სადაც  $E$ —დრეკადობის მოდულია,  $F$ —ღეროს განივკვეთის ფართობი, ხოლო  $N$ —გრძივი ძალა, რომელიც გადაეცემა  $dx$  ელემენტს მეზობელი ნაწილებისგან.

ქმედება-უკუქმედების პრინციპის საფუძველზე  $dx$  ელემენტი მოქმედებს მეზობელ ნაწილებზე ძალებით („შივა ძალებით“), რომლებიც მიმართული არიან გაჭიმვით გამოწვეული გადაადგილების საწინააღმდეგოდ (ნახ. 20.1.).

ასეთ პირობებში, ცხადია, შივა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება უარყოფითი. თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ გარემოებას, რომ ნაგებობის დატვირთვა წარმოებს სტატიკურად, შეგვიძლია დავწეროთ

$$-\frac{1}{2} N \cdot \frac{Ndx}{EF} = -\frac{N^2 dx}{2EF}.$$

ასე გამოისახება გრძივი ძალის მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობა.

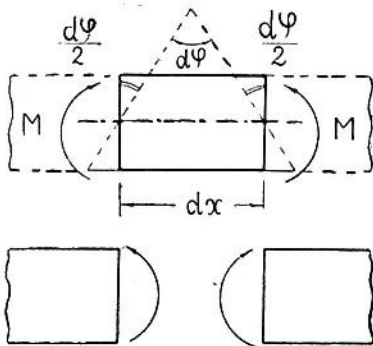
გამოვთვალოთ მღუნავი მომენტის მიერ შესრულებული მუშაობა. მეზობელი ნაწილების ზეგავლენით  $dx$  ელემენტის გვერდითი წახნაგები მობრუნდებიან ერთმანეთის მიმართ  $d\varphi$  კუთხით (ნახ. 20.2). მასალათა გამძლეობის კურსიდან ცნობილი ფორმულის საფუძველზე

$$d\varphi = \frac{Mdx}{EI},$$

სადაც  $I$ —განივკვეთის ინერციის მომენტია ნეიტრალური ღერძის მიმართ. რაც შეეხება ელემენტარულ მუშაობას, იგი გამოისახება ფორმულით

$$-\frac{Mdx}{2} = -\frac{M^2 dx}{2EI}.$$

საბოლოოდ გამოვთვალოთ ელემენტარული მუშაობა, რასაც ას-



ნახ. 20.2.

რულებენ განივი ძალები (ნახ. 20.3). უკანასკნელთა ქმედებით გამოწვეული ძვრის გადაადგილება განისაზღვრება აგრეთვე ცნობილი ფორმულით

$$\delta = k \frac{Qdx}{GF},$$

სადაც  $G$ —ძვრის მოდულია, ხოლო  $k$ —კოეფიციენტი, რომლის მნიშვნელობაც დამოკიდებულია განივკვეთის მოხაზულობაზე.

ელემენტარული მუშაობა გამოთვლება ფორმულით

$$-\frac{Q\delta}{2} = -k \frac{Q^2 dx}{2GF}.$$

სრული მუშაობა, შესრულებული შიგა ძალების მიერ ნაგებობის რომელიმე  $j$ -ური ღეროს ფარგლებში, განისაზღვრება ინტეგრალით:

$$A_{Ij} = -\frac{1}{2} \int_0^{Lj} \left( \frac{N^2}{EF} + \frac{M^2}{EI} + k \frac{Q^2}{GF} \right) dx,$$

სადაც  $Lj$ —ღეროს სიგრძეა.

მთელი ნაგებობისთვის გვექნება ამგვარი ინტეგრალების ჯამი, სადაც შესაკრებთა რიცხვი უდრის სისტემის ღეროების საერთო რიცხვს.

## §21. შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპი

თუ რაში მტვრომარეობს შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპი აბსოლუტურად მყარი ტანების მიმართ, ეს ცნობილია კლასიკური მექანიკის კურსიდან.

ჩამოვყალიბოთ იგივე პრინციპი დეფორმადი ტანებისთვის.

მუშაობა, რომელსაც წონასწორობის დროს ასრულებენ შიგა და გარე ძალები შესაძლო გადაადგილებათა გასწვრივ, ნულის ტოლია.

თუ გარე ძალების მიერ შესრულებულ მუშაობას აღვნიშნავთ  $A_e$ -თი, ხოლო შიგა ძალების მიერ შესრულებულს  $A_i$ -ით, შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$A_e + A_i = 0.$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$A_e = -A_i, \text{ ანუ } |A_e| = |A_i|.$$

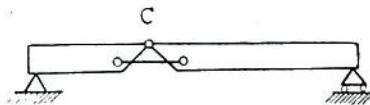
„ მაშასადამე, გარე და შიგა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობანი სიდიდით ტოლი არიან.

ახლა დავაზუსტოთ თვით განმარტება შესაძლო გადაადგილების შესახებ. კლასიკური მექანიკისგან განსხვავებით, სამშენებლო მექანიკაში შესაძლოდ მიჩნეულია არა უსასრულოდ მცირე, არამედ ძალიან მცირე, მაგრამ სასრული სიდიდის გადაადგილება, რომელიც არ ეწინააღმდეგება ნაგებობაზე მოდებულ ბმებს, ამ ბმების კონსტრუქციულ თავისებურებას.

შესაძლო გადაადგილების გამომწვევი მიზეზი შეიძლება იყოს როგორც ძალთა რაიმე სისტემა, ასევე ტემპერატურის ცვლილებაც, ან კიდევ, საყრდენთა დაჯდომა.

შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის გამოყენებით ადვილად შეგვიძლია დავადგინოთ გავლენის წირის მოხაზულობა სტატიკურად რკვევადი კოქსის რაიმე კვეთში მოქმედი განზოგადებული ძალისთვის, რომელიც კერძოდ შეიძლება იყოს რეაქციის ძალა, მღუნავი მომენტი ან განივი ძალა.

ამისათვის კოქს უნდა ჩამოვაცილოთ ის ბმა, რომლისგანაც გამომწვეულია ჩვენთვის საინტერესო ძალის არსებობა. ამ ძალის გავლენის წირს ექ-

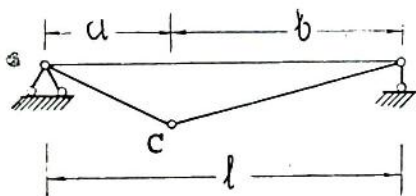


ნახ. 21.1.

ნება ზუსტად ისეთი მოხაზულობა, როგორც ახლადწარმოქმნილ მექანიზმს, რომელიც მიიღება ბმის ჩამოცილების შედეგად.

ნათქვამის საილუსტრაციოდ დავადგინოთ გავლენის წირის მოხაზულობა თავისუფლად დაყრდნობილი კოქსის  $\epsilon$  კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტისთვის.

კოქსის თაობაზე ვიგულისხმობთ, რომ იგი შედგენილია ორი ძელისგან, რომლებიც სახსრისა და ლეროს მეშვეობით ყრულ უკავშირდებიან ერთმანეთს  $\epsilon$  კვეთში, რაც უზრუნველყოფს კოქსის მთლიანობას (ნახ. 21.1).

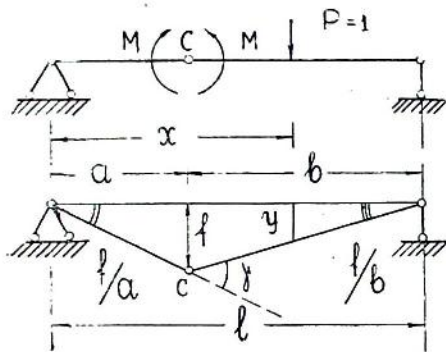


ნახ. 21.2.

ამჯერად სწორედ ლერო წარმოადგენს იმ ბმას, რომელიც განაპირობებს მღუნავი მომენტის არსებობას კოქსის  $\epsilon$  კვეთში. მისი ჩამოცილების შედეგად ვლდებულობთ მექანიზმს, სადაც გადაადგილებული ელემენტების მიერ დაკავებული მდებარეობა განსაზღვრავს საძიებელი გავლენის წირის მოხაზულობას (ნახ. 21.2). რომ ეს მართლაც ასეა, ამაში

გვარწმუნებს 21.2 და 12.1, დ ნახაზების დაპირისპირება. მაგრამ ჩვენთვის საინტერესოა აღნიშნული ფაქტის თეორიული დასაბუთება შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის გამოყენებით, რასაც ახლა გავაკეთებთ.

წერტილის მიმდებარე კვეთებს მოვდოთ მლუნავი მომენტები გარე ძალების სახით, რაც საჭიროა დაკარგული წონასწორობის აღსადგენად. (ნახ. 21.3), თუ  $y$ -ით აღვნიშნავთ ერთეული ძალის გადაადგილებას, ხოლო  $\gamma$ -ით გარდატეხის კუთხეს სახსარში, იმის გათვალისწინებით, რომ რეაქციის ძალები მუშაობას არ ასრულებენ, შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ (ნახ. 21.3):



ნახ. 21.3.

$$1 \cdot y + M\gamma = 0,$$

და, მაშასადამე,

$$M = -\frac{1 \cdot y}{\gamma}.$$

უარყოფითი ნიშანი იმის მაჩვენებელია, რომ მლუნავი მომენტის მიმართულება ნახაზზე უნდა შეიცვალოს საწინააღმდეგო-

თი. შესაბამისად ფორმულაშიც დადებითი ნიშანი გვექნება.

ამრიგად, მლუნავი მომენტის გავლენის წირის ორდინატები განსხვავდება მქანის ელემენტების გადაადგილებებისგან მხოლოდ მასშტაბით; სათანადო წირთა მოხაზულობა კი ერთნაირია.

იმის გათვალისწინებით, რომ გადაადგილებათა სიმცირის გამო, 21.3 ნახაზის შესაბამისად

$$\gamma = f \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{fl}{ab}$$

და

$$y = f \frac{l-x}{b},$$

მლუნავი მომენტის გავლენის წირის ორდინატებისთვის (როცა ერთეული ძალა მოქმედებს  $c$  კვეთის მარჯვნივ) გვექნება ფორმულა:

$$M = \frac{a(l-x)}{l},$$

რაც ემთხვევა აღრე მიღებულს (იხ. § 12).

ანალოგიური გზით მიიღება ფორმულა მაშინაც, როცა ძალა მოქმედებს  $c$  კვეთის მარცხნივ.

გავლენის წირის აგების აღწერილი გზა ცნობილია კინემატიკური ხერხის სახელწოდებით.

## § 22. გზის თეორემა მუშაობათა ურთიერთობის შესახებ

განვიხილოთ ძალთა ორი ჯგუფი  $P_1$  და  $P_2$ .

სათანადო შიგა ძალები, აღძრული  $P_1$  და  $P_2$  ძალების ქმედებით, აღნიშნოთ შესაბამისად  $N_1, M_1, Q_1$ -ით და  $N_2, M_2, Q_2$ -ით. ძალთა ჯგუფების თაობაზე დავუშვათ, რომ მათი მოდება ნაგებობაზე ხდება გარკვეული მიმდევრობის მიხედვით. სახელდობრ, ვივლისხმობთ, რომ თავდაპირველად ნაგებობის დატვირთვა ხდება  $P_1$  ძალებით. ასეთ პირობებში  $P_2$  ძალების ქმედებით გამოწვეული გადაადგილება შეიძლება განვიხილოთ როგორც შესაძლო გადაადგილება. ამ გადაადგილების გასწვრივ მუშაობას შეასრულებენ არა მარტო გარე ძალები, ე. ი.  $P_1$  ჯგუფის ძალები, არამედ მათი შესაბამისი შიგა ძალებიც:  $N_1, M_1$  და  $Q_1$ .

შიგა ძალების მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობანი გამოისახებიან ფორმულებით:

$$-N_1 \frac{N_2 dx}{EF}, \quad -M_1 \frac{M_2 dx}{EI}, \quad -Q_1 \frac{k Q_2 dx}{GF}.$$

აქ თითოეული გამოსახულება წარმოდგენილია ნამრავლის სახით, რომელშიც პირველი თანამამრავლი განსაზღვრავს მუშაობის შემსრულებელ შიგა ძალას ( $N_1, M_1, Q_1$ ), მეორე კი სათანადო გადაადგილებას, გამოწვეულს  $P_2$  ძალების ქმედებით. ამჯერად, ელემენტარული მუშაობის გამოსახულებებში აღარა გვაქვს მამრავლი  $\frac{1}{2}$ . ეს გარემოება იმით

აიხსნება, რომ მუშაობა სრულდება შესაძლო გადაადგილებათა გასწვრივ ისეთი ძალების მიერ, რომელთაც გადაადგილების მინიჭებამდე უკვე მიღებული აქვთ თავისი საბოლოო მნიშვნელობანი. ამრიგად, აღარა გვაქვს სტატიკურად დატვირთვის პირობები, რომლებიც გულისხმობენ ძალის თანდათანობით ზრდას მის მიერ გამოწვეულ დეფორმაციასთან ერთად.

ელემენტარული მუშაობების საფუძველზე შეგვიძლია გამოვთვალოთ სრული მუშაობა. იგი გამოისახება სათანადო ინტეგრალების ჯამით:

$$- \sum_{j=1}^{j=n} \int_0^{L_j} \left( \frac{N_1 N_2}{EF} + \frac{M_1 M_2}{EI} + k \frac{Q_1 Q_2}{GF} \right) dx, \quad (j=1, 2, 3, \dots, n),$$

სადაც  $L_j$ —აღნიშნავს ნაგებობის რაიმე  $j$ -ური ღეროს სიგრძეს.

ახლა განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც იმავე ნაგებობის დატვირთვა წარმოებს შებრუნებული მიმდევრობით, ე. ი. თავდაპირველად ვახდენთ ნაგებობის დატვირთვას  $P_2$  ძალებით, ხოლო შემდეგ კი  $P_1$  ძალებით. ამჯერად, შესაძლო გადაადგილების მიმნიჭებელ ძალებად გვევლინება უკვე  $P_1$  ძალები. რაც შეეხება  $P_2$  ძალებს და მათ შესაბამის შიგა ძალებს ( $N_2, M_2, Q_2$ ), ისინი ასრულებენ გარკვეულ მუშაობას მინიჭებული შესაძლო გადაადგილების გასწვრივ.

ძნელი არაა იმის შემოწმება, რომ  $N_2, M_2, Q_2$  შიგა ძალების მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობებისთვის გვექნება ასეთი გამოსახულებანი:

$$-N_2 \frac{N_1 dx}{EF}, \quad -M_2 \frac{M_1 dx}{EI}, \quad -Q_2 \frac{kQ_1 dx}{GF}.$$

როგორც ვხედავთ, ამ ელემენტარულ მუშაობათა გამოსახულებანი არაფრით არ განსხვავდებიან ადრე მიღებული გამოსახულებებისგან. აქედან გამომდინარეობს, რომ ძალების მიერ შესრულებული სრული მუშაობა ორივე შემთხვევაში ერთნაირია.

შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე იგივე ითქმის სათანადო გარე ძალების მიერ შესრულებულ მუშაობაზედაც, ე. ი.

$$W_{12} = W_{21},$$

სადაც  $W_{12}$  აღნიშნავს იმ მუშაობას, რომელსაც ასრულებენ პირველი ჯგუფის ძალები მეორე ჯგუფის ძალთა ქმედებით გამოწვეული გადაადგილების გასწვრივ, ხოლო  $W_{21}$  კი აღნიშნავს იმ მუშაობას, რომელსაც მეორე ჯგუფის ძალები ასრულებენ პირველი ჯგუფის ძალთა ქმედებით გამოწვეული გადაადგილების გასწვრივ.

ამრიგად, პირველი ნიშნაკი მუშაობის გამოსახულებაში მიუთითებს იმ ძალებზე, რომლებიც ასრულებენ მუშაობას, მეორე—იმ ძალებზე, რომელთა ქმედებითაც გამოწვეულია სათანადო გადაადგილება, ე. ი. ის გადაადგილება, რომლის გასწვრივაც სრულდება მუშაობა.

საბოლოოდ, ბეტის თეორემა მუშაობათა ურთიერთობის შესახებ შეიძლება ასე ჩამოვაყალიბოთ:

მუშაობა, რომელსაც ასრულებს ძალთა ერთი ჯგუფი ძალთა მეორე ჯგუფის ქმედებით გამოწვეული გადაადგილების გასწვრივ, ტოლია იმ მუშაობისა, რომელსაც ძალთა მეორე ჯგუფი ასრულებს ძალთა პირველი ჯგუფის ქმედებით გამოწვეული გადაადგილების გასწვრივ.

ბეტის თეორემის საფუძველზე შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ მუშაობა რასაც ასრულებენ გარე და შიგა ძალები რაიმე გადაადგილების შედეგად, დამოკიდებულია მხოლოდ სის-

ტემის საწყის და საბოლოო მდგომარეობაზე. სხვა სიტუაციებში, მნიშვნელობა არა აქვს, თუ რა მიმდევრობით მოხდება სისტემის დატვირთვა. მართლაც, წარმოვიდგინოთ, რომ სისტემა თავდაპირველად განიცდიდა მხოლოდ  $P_1$  ძალის ქმედებას. მის მიერ შესრულებული მუშაობა აღვნიშნოთ  $W_{11}$ -ით. ახლა სისტემაზე ვიმოქმედოთ რაიმე  $P_2$  ძალით. იგი, გარდა იმისა, რომ თვითონ შეასრულებს მუშაობას, გარკვეულ მუშაობას შეასრულებინებს  $P_1$  ძალასაც. აღვნიშნოთ  $P_2$  ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა  $W_{22}$ -ით, ის მუშაობა კი, რომელსაც  $P_1$  ძალა (დამატებით) ასრულებს  $P_2$  ძალის ქმედებით გამოწვეულ გადაადგილებაზე,  $W_{12}$ -ით აღვნიშნოთ.

ამგვარად, ორივე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

$$W^{(I)} = W_{11} + W_{22} + W_{12}.$$

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ სისტემის დატვირთვა ხდება შებრუნებული მიმდევრობით, ე. ი. ჯერ  $P_2$  ძალა მოქმედებს, შემდეგ კი —  $P_1$ . ასეთ პირობებში სისტემაზე მოქმედი ძალები შეასრულებენ მუშაობას:

$$W^{(II)} = W_{22} + W_{11} + W_{21}.$$

ე. ი. გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა ორივე შემთხვევაში ერთნაირია,

$$W^{(I)} = W^{(II)},$$

ვინაიდან, ბეტის თეორემის საფუძველზე

$$W_{12} = W_{21}.$$

ასევე ერთნაირი იქნება შიგა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობაც, რამდენადაც, შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის მიხედვით, იგი მხოლოდ ნიშნით განსხვავდება გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობისგან.

### § 23. მაქსველის თეორემა გადაადგილებათა უკუთმართობის შესახებ

მაქსველის თეორემა გადაადგილებათა ურთიერთობის შესახებ გამოვლინარეობს როგორც კერძო შემთხვევა ბეტის თეორემიდან.

წარმოვიდგინოთ ნაგებობა, რომელიც განიცდის მხოლოდ ორი ძალის:  $P_1$  და  $P_2$  ძალების ქმედებას.

ბეტის თეორემის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ:

$$P_1 \delta_{12} = P_2 \delta_{21},$$

ადაც  $\delta_{12}$  აღნიშნავს იმ გადაადგილებას, რომელსაც  $P_1$  ძალის მოღებმა წარმოიქმნა განიცდის  $P_2$  ძალის ქმედების შედეგად,  $\delta_{21}$  კი იმ გადაადგი-

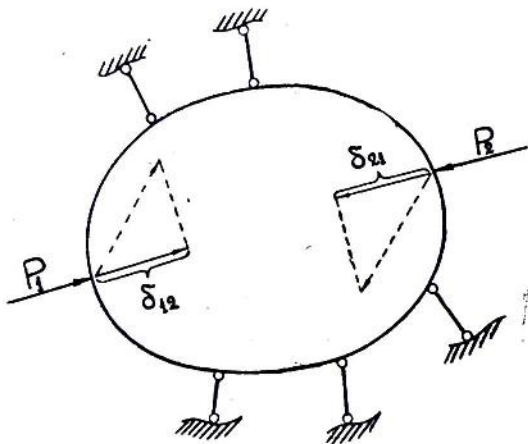
ლებას აღნიშნავს, რომელსაც განიცდის  $P_2$  ძალის მოდების წერტილი  $P_1$  ძალის ქმედების შედეგად.

ახლა დავუშვათ, რომ  $P_1$  და  $P_2$  ძალები სიდიდით ტოლი არიან. მაშინ

$$\delta_{12} = \delta_{21}.$$

მიღებული ტოლობა გამოხატავს მაქსველის თეორემას გადაადგილებათა ურთიერთობის შესახებ.

ამრიგად, როდესაც ნაგებობა განიცდის სიდიდით ტოლი ძალების ქმედებას, პირველი ძალის მოდების წერტილის გადაადგილება, გამოწვეული მეორე ძალის ქმედებით, ტოლია მეორე ძალის მოდების წერტილის



ნახ. 23.1.

გადაადგილებისა, რომელიც პირველი ძალის ქმედებითაა გამოწვეული.

გადაადგილებათა თაობაზე უნდა გვახსოვდეს, რომ საზოგადოდ ისინი ჰეშმარითი გადაადგილების ვექტორებს კი არ წარმოადგენენ, არამედ ამ ვექტორთა გეგმილებს სათანადო ძალების ფუძეთა გასწვრივ (ნახ. 23.1), რაც უშუალოდ გამომდინარეობს მუშაობის განმარტებიდან. უკანასკნელი, როგორც ცნობილია, უდრის ძალისა და გადაადგილების ვექტორთა სკალარულ ნამრავს.

**მაქსველის** თეორემის გამოყენება ვაჩვენოთ კოჭის დრეკადი გადაადგილების გავლენის წირის აგების მაგალითზე.

დრეკადი გადაადგილების გავლენის წირი გრაფიკულად გამოსახავს ცვლილებას, რომელსაც განიცდის ჩაღუნვა, ან მობრუნების კუთხე კოჭის მოცემულ წერტილში, ნაგებობაზე მოქმედი ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად.

გავლენის წირის აგების მიზნით, ტოლობაში

$$\delta_{12} = \delta_{21},$$

დავუშვათ, რომ წერტილი „2“ არაა ფიქსირებული, ე. ი. მისი მდებარეობის განმსაზღვრელი აბსცისის  $x$  ღებულობს მნიშვნელობებს 0-დან  $L$ -ამდე, სადაც  $L$  კოჭის სიგრძეა. რაც შეეხება შესაბამის ერთეულ ძალას, იგი მოძრაობს კოჭის გასწვრივ, რის შედეგადაც განუწყვეტილად იცვლება გადაადგილება  $\delta_{12}$ . ასეთ ვითარებაში  $\delta_{12}$  განსაზღვრავს ნაგებობის „პირველი“ წერტილის დრეკადი გადაადგილების გავლენის წირის ორდინატებს.

მეორე მხრივ, როგორც წერტილი „1“, ასევე მისი შესაბამისი ერთეული ძალაც ადგილზე რჩებიან. ასე, რომ  $\delta_{21}$  განსაზღვრავს უძრავი ძალის ქმედებით გამოწვეულ დრეკად გადაადგილებას ნაგებობის ნებისმიერ წერტილში. კერძოდ,  $\delta_{21}$  შეიძლება განსაზღვრავდეს დრეკადი წირის ორდინატებს.

ამრიგად, რაიმე წერტილის დრეკადი გადაადგილების გავლენის წირი ემთხვევა კოჭის გაღუნულ წირს. რომელიც მიიღება იმავე წერტილში მოდებული ერთეული განზოგადებული ძალის ქმედებით.

ნათქვამის შესაბამისად, თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების კუთხის გავლენის წირი ემთხვევა იმავე კვეთში მოდებული ერთეული მომენტის ქმედებით გაღუნულ ღერძს.

## § 24. შორის ფორმულა

**შორის ფორმულა** ღეროვანი სისტემების სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთი ყველაზე უფრო მნიშვნელოვანი ფორმულაა. იგი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ნებისმიერი ხასიათის დრეკადი გადაადგილება ნაგებობის ნებისმიერ წერტილში.

**შორის ფორმულის გამოყვანის მიზნით** საჭიროა განვიხილოთ ნაგებობის ორი მდგომარეობა: ძირითადი და დამხმარე.

ძირითად მდგომარეობაში მოცემული ნაგებობა განიცდის საანგარიშო ძალების ქმედებას. აღვნიშნოთ ეს ძალები  $P_1$ -ით, ე. ი.  $P_1$  -სწორედ ის ძალებია, რომელთა ქმედებითაც გამოწვეული გადაადგილება უნდა განისაზღვროს.

რაც შეეხება ნაგებობის დამხმარე მდგომარეობას, იგი წარმოგვიდგენს ღეროვან სისტემას მასზე მოდებ-

ბული ერთეული განზოგადებული ძალით. უკახასკნელი აღნიშნით  $P_2$ -თი.  $P_2$  ძალა მოდებულია იმ წერტილში, რომელშიც ვეძებთ გადაადგილებას. იმისდა მიხედვით, თუ რასახისაა ეს გადაადგილება,  $P_2$  შეიძლება იყოს ერთეული შეყურსული ძალა ან კიდევ ერთეული მომენტი. თუ საძიებელია წირითი გადაადგილება, ე. ი. გაღუნვა, ძალა წარმოადგენს ერთეულ შეყურსულ ძალას, იმ შემთხვევაში კი, როცა განსაზღვრას მოითხოვს კუთხური გადაადგილება, ანუ მობრუნების კუთხე,  $P_2$  ძალა იქნება ერთეული მომენტი.

ცხადია, როგორც  $P_1$ , ასევე  $P_2$  ძალების ქმედებით ნაგებობის ელემენტებში აღიძვრება შიგა ძალები. რომლებსაც შესაბამისად  $N_1, M_1, Q_1$ -ით და  $N_2, M_2, Q_2$ -თი აღნიშნავთ.

ახლა შევუდგეთ **შირის** ფორმულის გამოყენას.

ნაგებობა, რომელზედაც უკვე მოდებულია ძალა  $P_2=1$ , დავტვირთოთ ახლა საანგარიშო  $P_1$  ძალებით. ასეთ პირობებში როგორც  $P_2$  ძალა, ასევე მისი შესაბამისი შიგა ძალები შეასრულებენ მუშაობას იმ გადაადგილებათა გასწვრივ, რომელიც გამოწვეულია  $P_1$  ძალების ქმედებით.

ეს მუშაობა იქნება

$$P_2 \delta_{21} \text{ და } - \sum_{j=1}^n \int_0^{L_j} \left( \frac{N_1 N_2}{EF} + \frac{M_1 M_2}{EI} + k \frac{Q_1 Q_2}{GF} \right) dx.$$

შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე ამ მუშაობათა ჯამი ნულის ტოლია

$$P_2 \delta_{21} - \sum_{j=1}^n \int_0^{L_j} \left( \frac{N_1 N_2}{EF} + \frac{M_1 M_2}{EI} + k \frac{Q_1 Q_2}{GF} \right) dx = 0.$$

აქაც და შემოთავ  $\delta_{21}$  აღნიშნავს იმ გადაადგილებას, რომელსაც განიცდის  $P_2$  ძალის მოდების წერტილი  $P_1$  ძალების ქმედების შედეგად, ე. ი. აღნიშნავს სწორედ საძიებელ გადაადგილებას.

რამდენადაც ძალა  $P_2=1$ , შეგვიძლია დავწეროთ

$$\delta_{21} = \sum_{j=1}^n \int_0^{L_j} \frac{N_1 N_2}{EF} dx + \sum_{j=1}^n \int_0^{L_j} \frac{M_1 M_2}{EI} dx + \sum_{j=1}^n \int_0^{L_j} k \frac{Q_1 Q_2}{GF} dx.$$

ამრიგად, მივიღეთ დრეკადი გადაადგილების განმსაზღვრელი ფორმულა, რომელიც მისი ავტორის, გამოჩენილი გერმანელი მეცნიერის **ოტო შირის** სახელს ატარებს.

როგორც ამ ფორმულის ანალიზი გვიჩვენებს, გადაადგილების განსაზღვრისთვის საჭიროა წინასწარ დავადგინოთ შიგა ძალები:  $N_1$ ,  $M_1$ ,  $Q_1$  და  $N_2$ ,  $M_2$ ,  $Q_2$ , რომლებიც, სათანადოდ ძირითად და დამხმარე მდგომარეობებს შეესაბამებიან, ე. ი. შეესაბამებიან საანგარიშო ძალებსა და ერთეულ განზოგადებულ ძალას.

ჩაწერის გამარტივების მიზნით **მორის** ფორმულაში შეგვიძლია გამოვტოვოთ ჯამისა და ინტეგრალის საზღვრების ნიშნაქები.

$$\delta_{21} = \sum \int N_1 N_2 \frac{dx}{EF} + \sum \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI} + \sum \int k Q_1 Q_2 \frac{dx}{GF}$$

კონკრეტული სახის ნაკვებობებისთვის ხერხდება მორის ფორმულის არსებითი გამარტივება.

ასე, მაგალითად, ფერმებისთვის, რამდენადაც მათი ღეროები ღუწვას არ განიცდიან, **მორის** ფორმულაში ბუნებრივია უგულებელვყოთ ის წევრები, რომლებიც შეიცავენ მლუნავ მომენტებსა და განივ ძალებს. გვექნება:

$$\delta_{21} = \sum \int N_1 N_2 \frac{dx}{EF}$$

მიღებული გამოსახულება შეიძლება უფრო მეტად გამარტივდეს, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ გარემოებას, რომ, როგორც ძალები  $N_1$  და  $N_2$ , ასევე განივკვეთის ფართობი  $F$  და ღრეკადობის მოდული  $E$  თითოეული ღეროს ფარგლებში მუდმივი სიდიდეებია.

შესაბამისად,

$$\delta_{21} = \sum \frac{N_1 N_2 L}{EF}$$

გადაადგილების განმსაზღვრელი ფორმულა ამ სახით **მორზე** უფრო ადრე მიიღო ინგლისელმა მეცნიერმა **მაქსველმა**. ამიტომაც ამ ფორმულას ხშირად უწოდებენ **მაქსველ-მორის** ფორმულას.

**მორის** ფორმულის გამარტივება ხერხდება ჩარჩოებისთვისაც.

ჩვეულებრივად ჩარჩოებში გრძივი და განივი ძალების გავლენა გადაადგილების სიდიდეზე უმნიშვნელოა, რაც უფლებას გვანიჭებს უგულებელვყოთ სათანადო ინტეგრალები.

საბოლოოდ, ღრეკადი გადაადგილების განმსაზღვრელი ფორმულა ჩარჩოებისთვის ლებულობს სახეს:

$$\delta_{21} = \sum \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI}$$

§ 25. ხაზრღენტა გადაადგილებისა და ტემპერატურის ქვედების  
გათვალისწინება შორის შორისულაშუი

დრეკადი გადაადგილების მიზეზი საკუთრივ ძალების გარდა შეიძლება იყოს საყრდენთა გადაადგილებაც და ტემპერატურის ცვლილებაც. გამოვიყვანოთ შორის ფორმულა მისი ზოგადი სახით, რომელიც ითვალისწინებს ჩამოთვლილი ფაქტორების გავლენას დრეკადი გადაადგილების სიდიდეზე. ფორმულის გამოყვანის გზა პრინციპულად იგივე რჩება. საჭიროა მხოლოდ მუშაობათა ტოლობის მარცხენა ნაწილში გავითვალისწინოთ დამატებითი წევრები, რომლებიც გამოხატავენ მუშაობას, შესრულებულს საყრდენთა დაჯდომისა და ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული გადაადგილებების გასწვრივ.

ნათქვამის შესაბამისად ვწერთ:

$$1 \cdot \delta_{21} + A_R + A_t = \sum \int N_1 N_2 \frac{dx}{EF} + \sum \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI} + \sum \int k Q_1 Q_2 \frac{dx}{GF}$$

ანუ

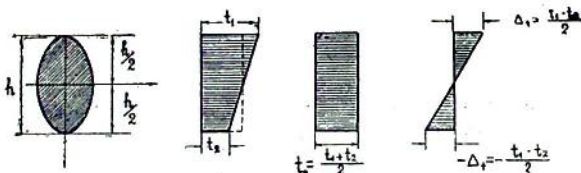
$$\delta_{21} = \sum \int N_1 N_2 \frac{dx}{EF} + \sum \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI} + \sum \int k Q_1 Q_2 \frac{dx}{GF} - A_R - A_t$$

სადაც  $A_R$  და  $A_t$  აღნიშნავენ საყრდენთა დაჯდომისა და ტემპერატურის ცვლილების შედეგად შესრულებულ დამატებით მუშაობას.

გამოვთვალოთ, თუ რისი ტოლია თითოეული მათგანი.

$$A_R = \sum RU$$

სადაც  $U$  აღნიშნავს ნებისმიერი საყრდენის გადაადგილებას, ხოლო  $R$



ნახ. 25.1.

კი რეაქციის ძალას, რომელიც მიმართულია აღნიშნული გადაადგილების გასწვრივ და გამოწვეულია ერთეული ძალის ქმედებით.

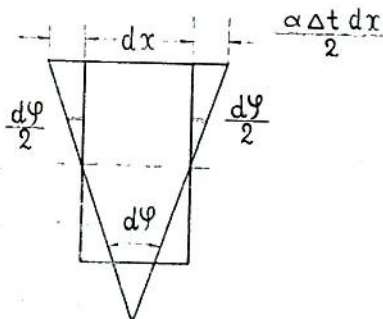
ახლა გამოვთვალოთ წევრი  $A_t$ .

აღნიშნოთ  $t_1$ -ით და  $t_2$ -თი ტემპერატურის ის ცვლილებანი, რასაც განიცდიან ღეროს განივკვეთის ვანაპირა ბოჭკოები. თვით განივკვეთის თაობაზე, გამოთვლების გამარტივების მიზნით დავუშვათ, რომ მას სიმეტრიის ორი ღერძი აქვს. ვიგულისხმობთ, რომ ტემპერატურის ცვლილება კვეთის  $h$  სიმაღლის მიხედვით ემორჩილება წრფივ კანონს (ნახ. 25.1).

ეს ეპიურა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც ჯამი ორი ისეთი ეპიურისა, რომელთაგანაც პირველი გულისხმობს ტემპერატურის თანაბრად განაწილებას კვეთის სიმაღლის მიხედვით და, მაშასადამე, კიდევაც სიმეტრიულია ნეიტრალური ღერძის მიმართ, მეორე კი—ირიბად სიმეტრიული. ამრიგად, პირველი ეპიურის შესაბამისად ვღებულობთ ღეროს თანაბრად კუმშვა—გაჭიმვას, მეორისა კი—მის ღუნვას.

ახლა გამოვთვალოთ ის ელემენტარული მუშაობანი, რომლებიც სრულდება სათანადოდ კუმშვა-გაჭიმვისა და ღუნვის დროს ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული გადაადგილებების გასწვრივ.

პირველ შემთხვევაში გადაადგილება, რომელიც წარმოადგენს ღეროს რაიმე



ნახ. 25.2.

$dx$  ელემენტის წაგრძელებას, გამოითვლება ფორმულით:  $\alpha t_0 dx$ , სადაც  $\alpha$  სითბური გაფართოების კოეფიციენტი. რაც შეეხება იმ ელემენტარულ მუშაობას, რომელსაც ასრულებს ერთეული ძალის შესაბამისი გრძივი ძალა  $N_2$  აღნიშნული წაგრძელების გასწვრივ, იგი უდრის:

$$-N_2 \alpha t_0 dx = -\frac{N_2 \alpha (t_1 + t_2) dx}{2}$$

ახლა დავადგინოთ, თუ რისი ტოლია ღუნვის დროს შესრულებული ელემენტარული მუშაობა.

წინასწარ გამოვთვალოთ ის  $d\varphi$  კუთხე, რომელსაც ერთმანეთთან ადგენენ  $dx$  ელემენტის გვერდითი წახნაგები არათანაბრად გათბობის შედეგად (ნახ. 25.2).

როგორც ნახაზიდან ჩანს,

$$d\varphi = \frac{2\alpha \Delta t dx}{h}$$

ელემენტარული მუშაობა

$$-M_2 \frac{2\alpha \Delta t dx}{h} = -M_2 \frac{\alpha (t_1 - t_2) dx}{h}$$

რაც შეეხება სრულ მუშაობას, რომელიც სრულდება ტემპერატურის

რის ქმედებით გამოწვეული გადაადგილების გასწვრივ, იგი გამოითვლება ფორმულით:

$$A_t = - \sum \int N_2 \frac{\alpha(t_1 + t_2)}{2} dx - \sum \int M_2 \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{h} dx.$$

ამრიგად, საბოლოოდ შორის ფორმულა მისი უზოგადესი სახით ასეთნაირად ჩაიწერება:

$$\delta_{21} = \sum \int N_1 N_2 \frac{dx}{EF} + \sum \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI} + \sum \int k Q_1 Q_2 \frac{dx}{GF} - \sum RU + \sum \int N_2 \frac{\alpha(t_1 + t_2)}{2} dx + \sum \int M_2 \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{h} dx.$$

### §26. ეპიურათა გადაშრავლების ხერხი

როგორც დავინახეთ, შორის ფორმულით სარგებლობა ძირითადად მოითხოვს შემდეგი ტიპის ინტეგრალების გამოთვლას:

$$\int M_1 M_2 \frac{dx}{EI}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც ღეროს სიხისტე მუდმივია ( $EI = \text{const}$ ) ინტეგრალების გამოთვლის მიზნით გარკვეული სარგებლობა შეიძლება მოგვიტანოს ხერხმა, რომელსაც ქვემოთ გავეცნობით.

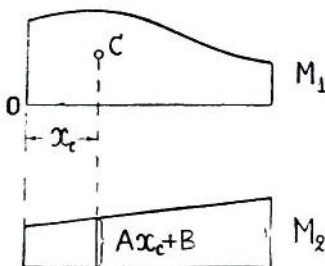
ვთქვათ,  $M_2$  მომენტის ეპიურა წრფივია, ე. ი.

$$M_2 = Ax + B,$$

მაშინ

$$\begin{aligned} \int M_1 M_2 dx &= \int (Ax + B) M_1 dx = \\ &= A \int x M_1 dx + B \int M_1 dx = \\ &= AS(M_1) + BF(M_1), \end{aligned}$$

სადაც  $S(M_1)$  აღნიშნავს  $M_1$ -ის ეპიურით შემოსაზღვრული ნაკვეთის სტატიკურ მომენტს  $O$  წერტილზე გატარებული შვეული



ნახ. 26.1.

ღერძის მიმართ (ნახ. 26.1),  $F(M_1)$  კი იმავე ნაკვეთის ფართობს აღნიშნავს.

როგორც ცნობილია,

$$S(M_1) = x_c F(M_1),$$

ე. ი. სტატიკური მომენტი უდრის ნაკვთის ფართობს გამრავლებულს მისი სიმძიმის ცენტრის ორდინატზე ( $x_c$  სწორედ ამ ორდინატს აღნიშნავს).

უკანასკნელი ფორმულის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ

$$\int M_1 M_2 dx = (Ax_c + B) F(M_1) = M_2(x_c) F(M_1).$$

ამრიგად, საძიებელი ინტეგრალი უდრის პირველი ეპიურით შემოსაზღვრული ნაკვთის ფართობს გამრავლებულს მეორე ეპიურის იმ ორდინატზე, რომელიც მდებარეობს პირველი ეპიურით შემოსაზღვრული ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის ქვეშ (ნახ.26.1).

## სტატიკურად ურკვევი სისტემები და მათი ძალთა მეთოდით გაანგარიშების არსი

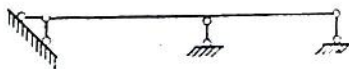
### § 27. სტატიკურად ურკვევი სისტემები და მათი თავისებურება

საინჟინრო ნაგებობანი განიყოფება სტატიკურად რკვევად და ურკვევ სისტემებად.

ნაგებობა სტატიკურად რკვევადია, თუ მის ელემენტებში მოქმედი ძალების დასადგენად საკმარისია წონასწორობის პირობები. წინააღმდეგ შემთხვევაში საქმე გვაქვს სტატიკურად ურკვევ ნაგებობასთან.

ამრიგად, სტატიკურად ურკვევ სისტემებში საძიებელი უცნობი ძალების რიცხვი აღემატება წონასწორობის განტოლებათა საერთო რიცხვს.

სისტემის სტატიკურად ურკვევობა გამოწვეულია ზედმეტი ბმების არსებობით.



ნახ. 27.1.

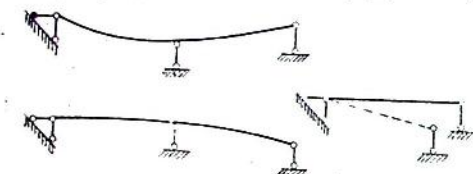
მართლაც, სტატიკურად ურკვევი სისტემის მარტივი მაგალითია ორმალიანი უჭრი კოჭი და ორსახსრიანი თალი. შესაბამისად

ორივე ნაგებობას თითო ზედმეტი ბმა აქვს (ნახ. 27.1).

ამ ზედმეტ ბმად კოჭის შემთხვევაში შეგვიძლია მივიჩნიოთ ერთ-ერთი შევეული საყრდენი ღერო. თალის შემთხვევაში კი—ერთ-ერთი ჰორიზონტალური.

საკიროა აღინიშნოს ზოგიერთი თავისებურება, რაც, სტატიკურად რკვევადი სისტემებისგან განსხვავებით, ახასიათებს სტატიკურად ურკვევ სისტემებს.

ერთ-ერთი ძირითადი თავისებურება მდგომარეობს იმ გავლენაში, რასაც საყრდენთა არათანაბარი დაჯდომა ახდენს სტატიკურად ურკვევი ნაგებობის დაძაბულ და დეფორმირებულ მდგომარეობაზე.



ნახ. 27.2.

ამ დებულების ნათელსაყოფად მივმართოთ ისევ ორმალიანი უჭრი კოჭის მაგალითს. კოჭის ერთ-

ერთი საყრდენის დაჯდომის შედეგად იგი გაიღუნება, რასაც თან მოჰყვება მღუნავი მომენტისა და განივი ძალების წარმოქმნა. ასეთ მოვლენას ადგილი არა აქვს თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის, ე. ი. სტატიკურად რკვევადი ნაგებობის შემთხვევაში (ნახ. 27.2).

სტატიკურად ურკვევი სისტემები მგრძნობიარენი არიან აგრეთვე ისეთი მოვლენების მიმართ, როგორიცაა: ტემპერატურის ცვლილება ან ნაგებობას მონტაჟის დროს დაშვებული უზუსტობა.

#### §28. სისტემის სტატიკურად ურკვევობის რიგი (ხარისხი)

ზემოთ განხილული სტატიკურად ურკვევი ნაგებობანი ორმალიანი უჭრი კოჭი და ორსახსრიანი თალი თითოჯერ სტატიკურად ურკვევი იყო. ამ ნაგებობებს თითო ზედმეტი ბმა ჰქონდა, შესაბამისად მათი სტატიკურად ურკვევობის ხარისხი (რიგი) ერთის ტოლია.

საერთოდ, სისტემის სტატიკურად ურკვევობის რიგი (ხარისხი) განისაზღვრება ზედმეტი ბმების რაოდენობით. იგი გვიჩვენებს, თუ რამდენით აღემატება მოცემულ ნაგებობაში საძიებელი უცნობი ძალების რიცხვი წონასწორობის განტოლებათა საერთო რიცხვს. ამრიგად, როდესაც ვამბობთ, რომ ნაგებობის სტატიკურად ურკვევობის რიგი  $i$ -ს ტოლია, ან კიდევ, როდესაც ვამბობთ, რომ ნაგებობა  $i$ -ჯერ სტატიკურად ურკვევია, ეს იმას ნიშნავს, რომ უცნობი ძალების რიცხვი  $i$ -თი აღემატება წონასწორობის პირობათა რიცხვს.

ნათქვამის საფუძველზე, ნაგებობის სტატიკურად ურკვევობის რიგის დასადგენად შეგვიძლია ვისარგებლოთ ზედმეტი ბმების განსაზღვრელი ცნობილი ფორმულით:

$$i = -W = \text{სლ} + 2b - 3d,$$

სადაც პირველი ორი შესაკრები განსაზღვრავს საძიებელი ძალების რიცხვს სისტემაზე მოდებული ბმების შესაბამისად, ბოლო შესაკრები კი გვიჩვენებს, რომ წონასწორობის განტოლებათა საერთო რიცხვი უდრის ბრტყელი დისკოების გასამკეცებულ რიცხვს.

ფორმულით სარგებლობა მოითხოვს ყოველი ნაგებობის წარმოდგენას კინემატიკური ჯაჭვის სახით.

ახლა განვსაზღვროთ აღნიშნული ფორმულის დახმარებით რამდენიმე ტიპური ნაგებობის სტატიკურად ურკვევობის რიგი.

**I. ორმალიანი უკრი კოქის სტატიკურად ურკვევობის რიგი.**

თუ საკუთრივ კოქს გავაიგივებთ ხისტ დისკოსთან, გვექნება:

$$სლ = 4, \quad ს = 0, \quad დ = 1;$$

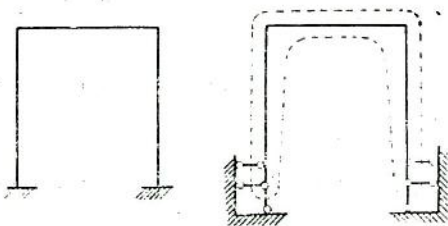
$$ზ = 4 - 3 \cdot 1 = 1.$$



ნახ. 28.1.

**II. ორხახრიანი თაღის სტატიკურად ურკვევობის რიგის განსაზღვრა.**

ამჯერად საქმე გვაქვს ხისტ დისკოსთან, რომელიც დედამიწასთან დაკავშირებულია ოთხი საყრდენი ღეროთი:



ნახ. 28.2.

$$სლ = 4, \quad ს = 0, \quad დ = 1;$$

$$ზ = 4 - 3 \cdot 1 = 1.$$

**III. უსახხრო თაღი.**

ამ შემთხვევაში ხისტი დისკო დედამიწასთან დაკავშირებულია უკვე ექვსი საყრდენი ღეროთი (ნახ. 28.1).

$$სლ = 6, \quad ს = 0, \quad დ = 1;$$

$$ზ = 6 - 3 \cdot 1 = 3.$$

**IV. ბოლოებით ხისტად ჩამაგრებული ერთმალიანი და ერთსართულიანი ჩარჩო.**

ასეთი ჩარჩო, ისევე როგორც უსახხრო თაღი, შეიძლება წარმოვიდგინოთ ხისტი დისკოს სახით, რომელიც დედამიწასთან ექვსი საყრდენი ღეროთია დაკავშირებული (ნახ. 28.2).

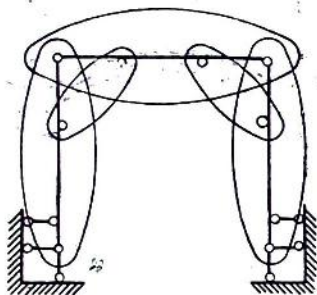
$$სლ = 6, \quad ს = 0, \quad დ = 1; \quad ზ = 6 - 3 \cdot 1 = 3.$$

იგივე ჩარჩო შეიძლება წარმოვიდგინოთ განსხვავებული კინემატიკური ჯაჭვის სახითაც, სახელდობრ ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები (ნახ. 28.3).

ამჯერად,

$$სლ = 6, ს = 6, ღ = 5; ზ = 6 + 2 \cdot 6 - 3 \cdot 5 = 3.$$

განხილული მაგალითებიდან ჩანს, რომ ნებისმიერი ბრტყელი ღეროვანი სისტემის სტატიკურად ურკვევობის რიგი შეიძლება დავადგინოთ ერთი და იმავე ზოგადი ფორმულის საფუძველზე. მიუხედავად ზოგადობისა, ამ ფორმულას აქვს ნაკლიც, იგი მოუხეშავია, რამდენადაც ყოველთვის მოითხოვს რეალური ნაგებობის წარმოდგენას კინემატიკური ჯაჭვის სახით. ამიტომაც, ქვემოთ გამოვიყვანოთ სპეციალურ ფორმულებს სხვადასხვა კონკრეტული ტიპის ნაგებობისთვის.



ნახ. 28.3.

ა) ბრტყელი ფერმის სტატიკურად რკვევადობის პირობა

განვიხილოთ ბრტყელი კოჭოვანი ფერმა. მისი წონასწორობა მოითხოვს ცალკე აღებული ყოველი კვანძის წონასწორობას. რაც შეეხება კვანძებს, ისინი განიციდიან თავმოყრილი ძალების ქმედებას. ამ ძალებიდან ზოგი-

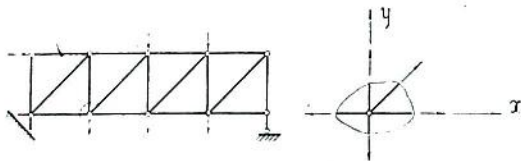
ერთი გარეშე ძალას წარმოადგენს, ზოგიც სათანადო ღეროში მოქმედ ძალვას (ნახ. 28.4).

თავმოყრილ ძალთა ბრტყელი სისტემის წონასწორობის პირობა გამოისახება ორი განტოლებით:

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0,$$

სადაც  $X$  და  $Y$  აღნიშნავენ მოქმედი ძალების გეგმილებს კოორდინატა ღერძებზე (ნახ. 28.4).

თუ ფერმას  $n$  კვანძი აქვს, წონასწორობის განტოლებათა საერთო რიცხვი იქნება  $2n$ . იმისათვის, რომ ფერმა იყოს სტატიკურად რკვევადი



ნახ. 28.4.

ამდენივე უნდა იყოს საძიებელი უცნობი ძალების რიცხვიც. ეს უკანასკნელი სამით აღემატება ფერმის ღეროების რიცხვს, ვინაიდან ღეროებ-

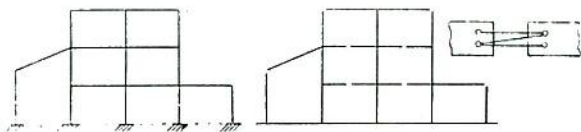
ში მოქმედი ძალების გარდა განსაზღვრას მოითხოვს რეაქციის სამი ძალა.

ამრიგად, თუ ფერმის ღეროთა რიცხვს  $m$ -ით აღვნიშნავთ, მისი სტატიკურად რკვევადობის პირობა ასე ჩაიწერება

$$m + 3 = 2n, \quad m = 2n - 3.$$

როცა  $m > 2n - 3$ , ფერმა სტატიკურად ურკვევია, თანაც იმდენჯერ რამდენითაც  $m$  ალემატება სხვაობას  $(2n - 3)$ -ს.

ახლახან მოყვანილი უტოლობა საშუალებას გვაძლევს ვიმსჯელოთ ფერმის სტატიკურად ურკვევობის ხარისხზე იმ შემთხვევაში, როდესაც სტატიკურად ურკვევობა გამოწვეულია მხოლოდ გისოსის ღეროების მოჭარბებით. რაც შეეხება საყრდენ ღეროებს, იგულისხმება, რომ ისინი



ნახ. 28.5.

ფერმას ზუსტად იმდენი აქვს, რამდენიც საჭიროა მისი გეომეტრიულად უცვლელობისა და წონასწორობის შესანარჩუნებლად, ე. ი. სამი. თუ საყრდენი ღეროების რიცხვი ალემატება სამს, სტატიკურად ურკვევობის რიგი კიდევ უფრო გაიზრდება, სახელდობრ, იმდენით, რამდენითაც საყრდენი ღეროების საერთო რიცხვი მეტია სამზე.

ბ) ჩარჩოს სტატიკურად ურკვევობის რიგის დადგენა.

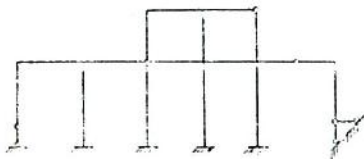
**1. უსახსრო ჩარჩო.** მივაკუთვნოთ ღებამიწაც ჩარჩოს ღეროებს. მაშინ ყოველი უსახსრო ჩარჩო შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც ჩაკეტილი კონტურების ერთობლიობა (ნახ. 28.5). ასეთი ერთობლიობა სტატიკურად ურკვევია. იმისათვის, რომ იგი სტატიკურად რკვევადად გადაიქცეს, თითოეული კონტური ცალ-ცალკე უნდა გაიჭრას თითო ადგილას. მაგრამ ყოველი ჭრილი ათავისუფლებს სისტემას სამი ბმისაგან, რაც ადვილად წარმოვიდგენთ ზედა მარჯვენა ნახაზის გაანალიზების საფუძველზე. თუ სისტემა შედგება  $k$  ჩაკეტილი კონტურისგან, ჭრილთა გატარების შედეგად მას ჩამოსცილდება  $3k$  ბმა. რამდენადაც აღნიშნული რაოდენობის ბმათა ჩამოცილებით სისტემა ხდება სტატიკურად რკვევადი, ეს იმას ნიშნავს, რომ სტატიკურად ურკვევობის საძიებელი ხარისხი ტოლია ჩაკეტილი კონტურების გასამკეცებელი რიცხვისა.

## II. სახსრების მქონე ჩარჩო. (ნახ. 28.6).

დავიყვანოთ ეს შემთხვევა უკვე ცნობილზე. სახელდობრ, ზედმეტი ბმების შემოყვანის გზით სახსრების მქონე ჩარჩო ხელოვნურად გადააქციოთ უსახსრო ჩარჩოდ. ვთქვათ, ამ მიზნით დაგვჭირდა  $m$  დამატებითი ბმის მოდგმა. თუ მანამდე სტატიკურად ურკვევობის რიგი იყო  $n$ , ახლა იგი გახდება უკვე  $n + m$  და რამდენადაც სახსრები მოიხპო,

$$n + m = 3k, \quad n = 3k - m.$$

მაშასადამე, სახსრების მქონე ჩარჩოს სტატიკურად ურკვევობის რიგი უღრის ჩაკეტილი კონტურების გასამკვეცებულ რიცხვს, შემცირე-



ნახ. 28.6.



ნახ. 28.7.

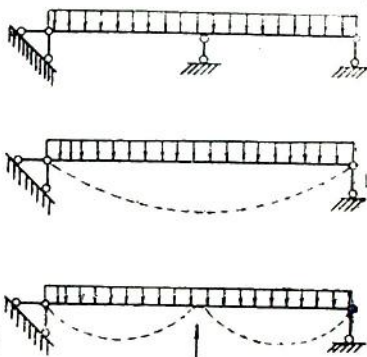
ბულს იმ ბმათა რიცხვით, რომელიც საჭიროა არსებული სახსრების გასაუქმებლად. ამ რიცხვის გამოთვლის დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ სახსრის გაუქმება მოძრავ-სახსროვან საყრდენზე ორი ბმის მოდგმას მოითხოვს, უძრავზე—ერთისას. რაც შეეხება სახსარს მალში, ან კიდევ ისეთ კვანძში, სადაც მხოლოდ ორი ღეროა თავმოყრილი, მის გასაუქმებლად აგრეთვე ერთი ბმა საჭიროა (ნახ. 28.7). თუ კვანძში თავმოყრილი გვაქვს ორზე მეტი ღერო, ვთქვათ,  $i$  ღერო, ეს იმას ხიშნავს, რომ სათანადო სახსარი უკვე ჯერადია და მის გასაუქმებლად შესაბამისად საჭიროა  $i-1$  ბმა.

## § 29. ძალთა მეთოდის არსი და კანონიკურ განხილვებთან სისტემა

ძალთა მეთოდი სტატიკურად ურკვევი სისტემების განაგარიშების ერთ-ერთი ყველაზე უფრო პოპულარული მეთოდია. იგი ფრიად თვალსაჩინოა და უნივერსალური. ეს მეთოდი საშუალებას გვაძლევს განაგარიშების დროს სტატიკურად ურკვევი სისტემა შევცვალოთ სტატიკურად რკვევადი სისტემით, რომელიც მოცემული საანგარიშო ძალების გარდა განიციდის აგრეთვე გარკვეული წესით მოდებული უცნობი ძალების ქმედებას.

იმისათვის, რომ წარმოდგენა მივიღოთ ძალთა მეთოდის არსზე, მიზანშეწონილია მივმართოთ რამდენიმე მარტივ მაგალითს.

ჯერ განვიხილოთ ორმალიანი უკრი კოჭი (ნახ. 29.1). ასეთი ნაგებობა ერთჯერ სტატიკურად ურკვევ სისტემას წარმოადგენს. მას ერთი ზედმეტი ბმა აქვს. ამ ზედმეტ ბმად ჩვენი არჩევანის მიხედვით შეგვიძლია მივიჩნიოთ შუა საყრდენი ღერო. გავათავისუფლოთ უკრი კოჭი შუა საყრდენისგან. მივიღებთ თავისუფლად დაყრდნობილ კოჭს, რომელიც უკვე სტატიკურად რკვევადი ნაგებობაა (ნახ. 29.1ა), მაგრამ უკანასკნელი არავითარ შემთხვევაში არ იქნება მოცემული საწყისი სისტემის ეკვივალენტური. მართლაც, მოცემული სისტემისგან განსხვავებით, თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი განტვირთულია იმ ძალებიდან, რომელთა არსებობაც გამოწვეულია შუა საყრდენის რეაქციის ძალით. ამავე დროს თავისუფლად დაყრდნობილ კოჭს საშუალება ეძლევა გადაადგილდეს უკუგდებული საყრდენის მიმართულებით. ამგვარად, ახლახან განხილული ორი სისტემა ერთმანეთისგან არსებითად განსხვავდება როგორც დაძაბული, ასევე დეფორმირებული მდგომარეობის მიხედვით. მათი ეკვივალენტობისათვის საჭიროა თავისუფლად დაყრდნობილ კოჭზე ვიმოქმედოთ ისეთი შვეული ძალით, რომელიც უზრუნველყოფს შუა წერტილის უძრაობას და აღადგენს საყრდენის ჩამოცილების შედეგად დაკარგულ ძაბვებს (ნახ. 29.1 ბ).



ნახ. 29.1.

ნათქვამის საფუძველზე უცნობი შვეული ძალა განისაზღვრება შემდეგი განტოლებიდან

$$\Delta_p + \delta_x = 0,$$

სადაც  $\Delta_p$  და  $\delta_x$  შესაბამისად აღნიშნავენ გადაადგილებებს, რომელთაგანაც პირველი გამოწვეულია მოცემული საინგარიშო ძალების ქმედებით, მეორე კი საძიებელი უცნობი  $X$  ძალისგან.

მეტი თვალსაჩინოებისთვის იგივე განტოლება შეგვიძლია ასეთნაირად გადავწეროთ:

$$\Delta_p + X\delta_1 = 0,$$

სადაც  $X$  აღნიშნავს საძიებელ უცნობ ძალას, ხოლო  $\delta_1$  კი—გადაადგილებას რომელიც ხორციელდება ერთეული ძალის ქმედებით უკუგდებული ბმის

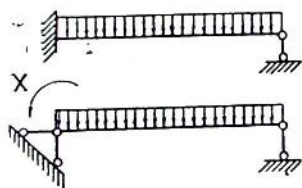
მიმართულებით. განტოლების ამნირად ჩაწერის დროს ვხელმძღვანელობდით ძალთა ქმედების პროპორციულობის პრინციპით, რომელიც წარმოადგენს ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის კერძო შემთხვევას და რომლის საფუძველზედაც რაიმე  $X$  ძალის ქმედებით გამოწვეული  $\delta_x$  გადაადგილება  $X$ -ჯერ აღემატება ერთეული ძალის ქმედებით გამოწვეულ გადაადგილებას ( $\delta_x = X\delta_1$ ).

ამრიგად, უცნობი ძალა განისაზღვრება ფორმულით

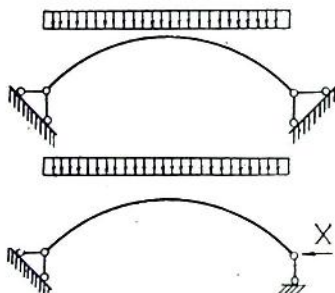
$$X = -\frac{\Delta''}{\delta_1}$$

ჩატარებული მსჯელობა საშუალებას გვაძლევს დავსახოთ სტატიკურად ურკვევი სისტემების გაანგარიშების ზოგადი გზა, რაც შემდეგში მდგომარეობს:

მოცემული საწყისი სისტემა უნდა გავათავისუფლოთ ზედმეტი ბმისაგან. ვღებულობთ ე. წ. ძირითად სისტემას, რომელიც უკვე სტატიკურად რკვევადია. იმისათვის, რომ უკანასკნელი აღმოჩნდეს მოცემული საწყისი სისტემის ეკვივალენტური, საჭიროა მასზე ვიმოქმედოთ ისეთი უცნობი ძალით, რომელიც უზრუნველყოფს ნაგებობის უძრავობას უკუგდებული ბმის მიმართულებით და ამავე დროს აღადგენს ნაგებობაში ბმის ჩამოცილების შედეგად დაკარგულ ძალებს. ეს უცნობი ძალა განისაზღვრება



ნახ. 29.2.



ნახ. 29.3.

განტოლებიდან, რომელსაც კანონიკური ეწოდება.

განვიხილოთ რამდენიმე სხვა შემთხვევა.

ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული და მეორით თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი აგრეთვე ერთჯერ სტატიკურად ურკვევი სისტემაა (ნახ. 29.2). ასევე, ერთჯერ სტატიკურად ურკვევი სისტემას წარმოადგენს ორსახსრიანი თალი (ნახ. 29.3). როგორც კოჭისათვის, ასევე თალისთვისაც კანონიკური განტოლება კვლავინდებურად იქნება

$$X = -\frac{\Delta''}{\delta_1}$$





მართლაც, მორის ფორმულის საფუძველზე

$$\delta_{jj} = \sum \int N_j^2 \frac{dx}{EF} + \sum \int M_j^2 \frac{dx}{EI} + \sum \int Q_j^2 \frac{k dx}{GF}$$

ცხადია,  $\delta_{jj}$  კოეფიციენტი ვერასდროს ვერ გახდება ნულის ტოლი, რადგანაც სათანადო ინტეგრალქვეშა გამოსახულებანი ყოველთვის ნულზე მეტია.

მას შემდეგ, რაც კანონიკურ განტოლებათა სისტემა შედგენილია და ამოხსნილი, არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს ნაგებობის ნებისმიერ ელემენტში მოქმედი შიგა ძალების, ე. ი. მლუნავი მომენტების, გრძივი და განივი ძალების დადგენა. ამ მიზნით ესარგებლობთ შემდეგი ფორმულებით, რომლებსაც საფუძვლად კვლავ ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპი უდევს.

$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_k X_k + \dots + M_n X_n + M_p,$$

$$N = N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_k X_k + \dots + N_n X_n + N_p,$$

$$Q = Q_1 X_1 + Q_2 X_2 + \dots + Q_k X_k + \dots + Q_n X_n + Q_p.$$

ამ ფორმულებში  $M_k$ ,  $N_k$  და  $Q_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ) აღნიშნავენ იმ შიგა ძალებს, რომლებიც აღიძვრებიან ნაგებობაში, უკუგდებული  $k$  ბმის ნაცვლად მოდებული ერთეული ძალის ქმედებით. რაც შეეხება  $M_p$ ,  $N_p$  და  $Q_p$ -ს, ესენი უკვე საანგარიშო დატვირთვის ქმედებით გამოწვეული შიგა ძალებია.

### ბრტყელი ფერმის ღეროვანი მოკმედი ქალჯების განსაზღვრა

#### § 30. ქალჯათა განსაზღვრა სტატიკურად ჩვევადი ფერმის ღეროვანი

საკითხის შესწავლას ბუნებრივია შევუდგეთ რამდენიმე ტიპური და ამავე დროს უმარტივესი კერძო შემთხვევის განხილვით.

ა) ზოგიერთი კერძო შემთხვევა.

I. განვიხილოთ დაუტვირთავი კვანძი, რომელშიც თავს იყრის ორი ღერო. (ნახ. 30.1). კვანძის წონასწორობა მოითხოვს, რათა აღნიშნული ღეროები იყოს ნულოვანი. ასე ეწოდებათ ღეროებს, რომლებიც არ განიცდიან რაიმე ძალების ქმედებას.

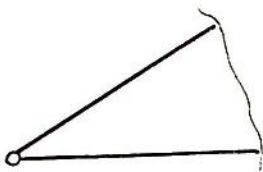
II. კვანძში თავს იყრის სამი ღერო. ამათგან ორი თანაღერძაა. თუ კვანძი დაუტვირთავია, მესამე ღერო, რომელსაც განცალკევებული ეწოდება, აღმოჩნდება ნულოვანი (ნახ. 30.2).

III. განვიხილოთ დაუტვირთავი ოთხღეროვანი კვანძი, რომელშიც

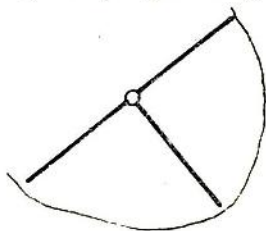
ორ-ორი ღერო წყვილ-წყვილად თანაღერძაა. კვანძის წონასწორობის პირობებიდან გამომდინარე, ვრწმუნდებით, რომ თანაღერძა ღეროები ტოლი ძალების ქმედებას განიცდიან (ნახ. 30.3).

ბ) ძალების განსაზღვრა კვანძთა ამოკვეთის ხერხით.

არსებობს ფერმის ღეროებში მოქმედი ძალების განსაზღვრის ანალიზური და გრაფიკული ხერხები. ისინი ერთმანეთისგან მხოლოდ გა-



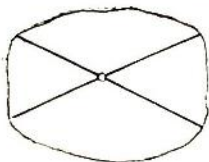
ნახ. 30.1.



ნახ. 30.2.

რეგულად განსხვავდებან. მათი არსი უცვლელია. იგი მდგომარეობს ფერმის რაიმე კვანძის ან გარკვეული ნაწილის წონასწორობის განხილვაში.

ერთ-ერთი ასეთი ხერხი ცნობილია კვანძთა ამოკვეთის ხერხის სახელწოდებით. ვაკვრით მას კიდეც გვეცანით ფერმის სტატიკურად რკვევადობის შესახებ მსჯელობის დროს. ამ ხერხით სარგებლობა მოითხოვს ფერმის თითოეული კვანძის ამოკვეთას და ამოკვეთილი კვანძის წონასწორობის განხილვას. კვანძთა ამოკვეთის პროცესი წარმოდგენილია.

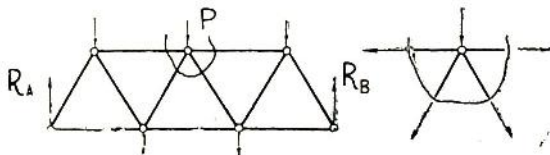


ნახ. 30.3.

ყოველი კვანძის ამოკვეთა ნაგულისხმევია სათანადო ღეროების გადაჭრით. კვანძის წონასწორობის შესანარჩუნებლად გადაჭრილი ღეროების გასწვრივ უნდა ვიმოქმედოთ ისეთი უცნობი ძალებით, რომლებიც სიდიდით საძიებელი ძალების ტოლი არიან და გამონაკვეთს ფერ-

მის უკუღებულები ნაწილის ქმედებას დატოვებულზე. ამ ძალებს პირობითად მივიჩნევთ დადებითად, ე. ი. გამჭიმავ ძალებად. შესაბამისად სათანადო ნახაზზე ისინი მიმართული არიან კვანძიდან გარეთ (ნახ. 30.4). გამოთვლების დასასრულს ძალების ნიშანი მიუთითებს იმაზე, თუ როგორია იგი სინამდვილეში (გამჭიმავი, თუ შემკუმშავი). რაც შეეხება გამოთვლებს, იგი მდგომარეობს წონასწორობის  $2n$  პირობის განხილვაში, სადაც  $n$  ფერმის კვანძთა რიცხვს აღნიშნავს. წონასწორობის პირობა გვაქვს  $2n$  იმის გამო, რომ თითოეული კვანძი განიცდის თავმოყრილ

ძალთა ბრტყელი სისტემის ქმედებას. პრინციპული თვალსაზრისით მნიშვნელობა არა აქვს იმას, თუ რა მიმდევრობით მოვახდენთ კვანძთა ამოკვეთას. ამ საკითხს მნიშვნელობა ენიჭება მხოლოდ გამოთვლითი სა-  
მუშაოების გამარტივების მიზნით. ასეთი თვალსაზრისით კი ხელსაყრე-  
ლია კვანძთა ამოკვეთა დაეწყოთ იქიდან, სადაც თავს იყრის ორი ღე-

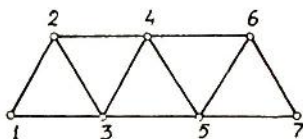


ნახ. 30.4.

რო. ამავე დროს იგულისხმება, რომ რეაქციის ძალები წინასწარ უკვე განსაზღვრული არიან მთლიანად ფერმის წონასწორობის განხილვის სა-  
ფუძველზე, ე. ი. ისევე, როგორც ამას ვაკეთებთ კოჭების შემთხვევაში.  
ნახაზზე ნაჩვენებია კვანძთა მიმ-  
დევრობითი ამოკვეთის ერთ-ერთი  
ხელსაყრელი ვარიანტი (ნახ. 30.5).

გ) რ ი ტ ე რ ი ს ხ ე რ ხ ი.

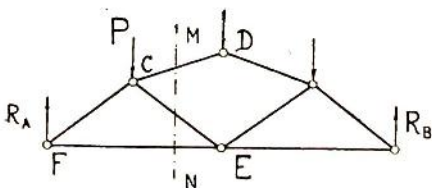
რიტერის ხერხით სარგებ-  
ლობა განსაკუთრებით ხელსაყრე-  
ლია მაშინ, როდესაც გვინტერე-  
სებს ფერმის ერთ-ერთ რომელი-  
მე ღეროში მოქმედი ძალების განსაზღვრა. რიტერის ხერხი საშუალებას  
გვაძლევს განვსაზღვროთ ეს ძალვა დანარჩენი ძალებისგან დამოუკი-  
დებლად. ამაში უმდგომარეობს მისი პრინციპული განსხვავება კვანძთა  
ამოკვეთის ხერხისგან.



ნახ. 30.5.

ხერხის არსს გავეცნოთ  
კონკრეტული მაგალი-  
თის განხილვის საფუ-  
ძველზე.

განვიხილოთ ნა-  
ხაზზე წარმოდგენილი  
ფერმა (ნახ. 30.6).



ნახ. 30.6.

ლია ზედა სარტყლის CD ღეროში მოქმედი  $T_{CD}$  ძალვა. ვაკვეთოთ  
ფერმა შევუღო  $MN$  სიბრტყით. უკუვადლოთ მისი ერთ-ერთი ნაწილი,

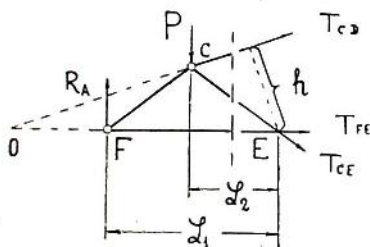
ვთქვათ, მარჯვენა და განვიხილოთ დარჩენილი მარცხენა ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 30.7).

ფერმის დატოვებულ ნაწილზე მოქმედი ძალები:  $R_A$ ,  $P$ ,  $T_{CD}$ ,  $T_{CE}$  და  $T_{FE}$  შეადგენენ ძალთა გაწონასწორებულ ბრტყელ სისტემას. წონასწორობის ერთ-ერთი პირობა იმაში მდგომარეობს, რომ ნაკრები მომენტი, ე. ი. ყველა მომენტის ალგებრული ჯამი რაიმე წერტილის მიმართ ნულის ტოლია. თუ სამომენტო წერტილად მივიჩნევთ  $E$  წერტილს, რომელიც უცნობი  $T_{CE}$  და  $T_{FE}$  ძალების ფუძეთა გადაკვეთაზე მდებარეობს, მაშინ ფერმის მარცხენა ნაწილის წონასწორობის პირობა ასეთნაირად ჩაიწერება

$$T_{CD}h + R_A L_1 - P L_2 = 0,$$

სადაც  $h$  აღნიშნავს  $T_{CD}$  ძალების მხარს  $E$  წერტილის მიმართ, ხოლო  $L_1$  და  $L_2$  კი შესაბამისად  $R_A$  რეაქციისა და  $P$  ძალის მხრებია.

წონასწორობის პირობის დაწერის დროს იგულისხმებოდა, რომ რეაქციის  $R_A$  ძალა აღრევე განსაზღვრული გვაქვს მთლიანად ფერმის



ნახ. 30.7.

წონასწორობის განხილვის საფუძველზე.

ამრიგად, როგორც ვხედავთ რიტერის ხერხის არსებითი თავისებურება მდგომარეობს სამომენტო წერტილის მარჯვენდ შერჩევაში. უკანასკნელი უნდა ემთხვეოდეს იმ ორი უცნობი ძალის ფუძეების გადაკვეთას, რომლებიც ჩვენ არ გვაინტერესებს.

ნათქვამის შესაბამისად, თუ გვინდა განვსაზღვროთ  $T_{CE}$  ძალვა, სამომენტო წერტილად  $O$  წერტილს მივიჩნევთ.  $T_{FE}$  ძალების განსაზღვრის მიზნით სამომენტო წერტილად ვღებულობთ უკვე  $C$  წერტილს. სამომენტო წერტილის ასეთი არჩევანი ყოველთვის საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ ერთი განტოლება ერთი უცნობით.

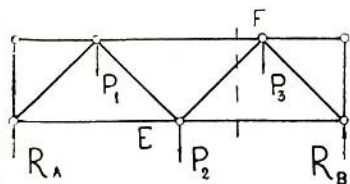
დ) დაგვეგმილებს ხერხი.

არის შემთხვევები, როდესაც რიტერის ხერხის საფუძველზე შეუძლებელი ხდება ძალების განსაზღვრა.

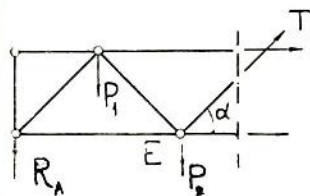
მართლაც, მივმართოთ პარალელურსარტყელიანი ფერმის მაგალითს. ასეთი ფერმის ირიბანებში მოქმედ ძალებს რიტერის ხერხით ვერა

განსაზღვრავთ, რადგანაც სარტყელთა გასწვრივ მოქმედი ძალების ფუძეები იკვეთება უსასრულობაში.

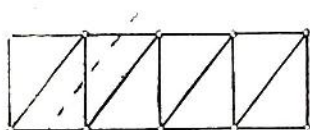
ამჯერად ვსარგებლობთ დაგეგმილების ხერხით. ფერმის წარმოდგენითი გაკვეთის შემდეგ ვიხილავთ მისი დატოვებული ნაწილის წონასწორობას. ვსარგებლობთ წონასწორობის იმ პირობით, რომელიც მდგომარეობს ძალების დაგეგმილებაში რაიმე ღერძზე და გეგმილთა აღგებ-



რული ჯამის ნულთან გატოლებაში. ძალების დაგეგმილება ბუნებრივია მოვანდინოთ ღერძზე, რომელიც სარტყლების მართობულია. განხილული მაგალითის პირობებში ასეთ ღერძს შვეული წარმოადგენს (ნახ. 30.8). შესაბამისად,



ნახ. 30.8.



ნახ. 30.9.

$$R_A - P_1 - P_2 + T \sin \alpha = 0.$$

აქედან განისაზღვრება ირიბანაში მოქმედი ძალა  $T$ .

დაგეგმილების ხერხით სარგებლობა მაშინაც ხელსაყრელია, როდესაც გვინტერესებს დგარში მოქმედი ძალვის განსაზღვრა. წინა შემთხვევისგან განსხვავებით, ამჯერად უკვე ფერმის გაკვეთას დახრილი სიბრტყით ვახდენთ, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 30.9).

### § 31. გავლენის წირთა აგება კოჭური ფერმის ღერძებში მოქმედი ძალებისათვის

საკითხი შევისწავლოთ კონკრეტული კოჭური ფერმის განხილვის გზით (ნახ. 31.1).

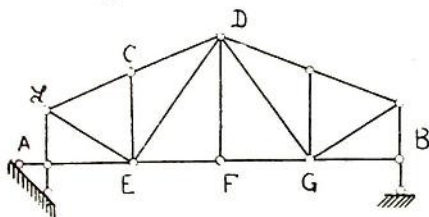
ჯერ ავაგოთ ფერმის ზედა სარტყლის  $CD$  ღერძში მოქმედი  $T_{CD}$  ძალვის გავლენის წირი, ე. ი. უნდა ავაგოთ გრაფიკი, რომელიც გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება  $T_{CD}$  ძალვა, ფერმის ქვედა სარტყლის გასწვრივ ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად.

გავლენის წირის აგების მიზნით ვსარგებლობთ რიტერის ხერხით. გავკვეთთ ფერმას შვეული სიბრტყით და ვიხილავთ მისი დატოვებული

(მარცხენა) ნაწილის წონასწორობას (ნახ. 31.2). იმისგან განუჩეველად, თუ რა მდებარეობა უკავია ერთეულ ძალას, წონასწორობის განტოლებას ექნება სახე

$$M_E + T_{CD}h_1 = 0,$$

სადაც  $M_E$  აღნიშნავს გარეშე ძალების მომენტს  $E$  წერტილის მიმართ.



ნახ. 31.1.



ნახ. 31.1 ა.

წინებით წონასწორობის პირობას, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ  $T_{CD}$  ძალების გავლენის წირი მიიღება თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის  $E$  კვეთში მოქმედი  $M_E$  მღუნავი მომენტის გავლენის წირისგან, მისი ორდინატების გადამრავლებით

მუდმივ სიდიდებზე  $\left(-\frac{1}{h_1}\right)$ ,

ე. ი.

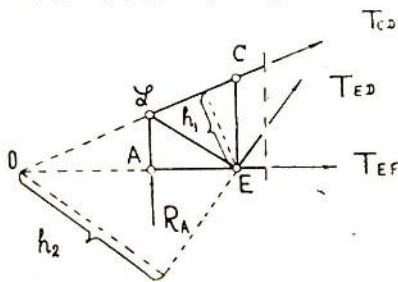
$$T_{CD} = -\frac{M_E}{h_1}.$$

ახლა ავავოთ  $ED$  ორიბანაში მოქმედი  $T_{ED}$  ძალების გავლენის წირი.

ამჯერად გვმართებს სამი კერძო შემთხვევის განხილვა, როდესაც ერთეული ძალა მოქმედებს შესაბამისად:

$F$  — კვანძის მარჯვნივ;  $E$  — კვანძის მარცხნივ;  $EF$  — პანელის ფარგლებში.

გარეშე ძალებს შეადგენენ მარცხენა საყრდენის რეაქციის ძალა და ერთეული ძალა, ან კიდევ მხოლოდ რეაქციის ძალა, თუ მოძრავი ერთეული ძალა  $E$  კვანძის მარჯვნივ მოქმედებს. ორივე შემთხვევაში  $M_E$  ისეთივეა, როგორც შესაბამისი თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის  $E$  კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტი (ნახ. 31.1ა). თუ მხედველობაში მივიღებთ ამ გარემოებას და გავითვალის-



ნახ. 31.2.

კვლავ ვსარგებლობთ რიტერის ხერხით.

პირველ შემთხვევაში, ე. ი. როდესაც ერთეული ძალა  $FB$  უბანზეა, უკუუვადებთ ფერმის მარჯვენა ნაწილს და ვტოვებთ მარცხენას (ნახ. 31.2).

წონასწორობის პირობის საფუძველზე

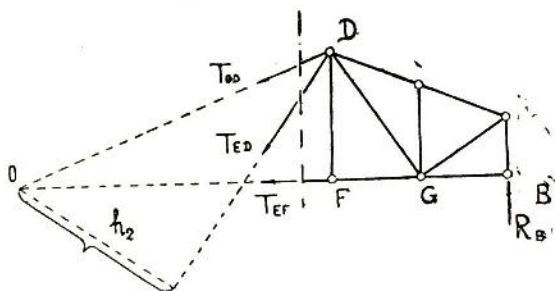
$$R_A \cdot OA + T_{ED} \cdot h_2 = 0,$$

საიდანაც

$$T_{ED} = -\frac{OA}{h_2} R_A.$$

ამრიგად, მარცხენა საყრდენის რეაქციის ძალის გავლენის წირთა ორდინატებს უნდა შევუცვალოთ ნიშანი და გადავამრავლოთ  $\frac{OA}{h_2}$  სიდიდეზე. მიღებული გრაფიკი წარმოადგენს საძიებელი გავლენის წირის იმ ნაწილს, რომელიც მართებულია ფერმის  $FB$  უბნისათვის.

იმ შემთხვევაში, როდესაც მოძრავი ერთეული ძალა  $AE$  უბანზეა,



ნახ. 31.3.

ფერმის გაკვეთის შემდეგ უმჯობესია უკუუვადოთ მისი მარცხენა ნაწილი და დავტოვოთ მარჯვენა (ნახ. 31.3).

უკანასკნელის წონასწორობიდან გამომდინარეობს:

$$R_B \cdot OB - T_{ED} \cdot h_2 = 0.$$

აქედან

$$T_{ED} = \frac{OB}{h_2} R_B.$$

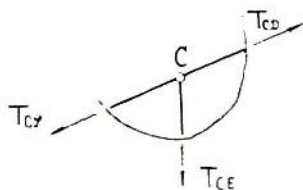
მაშასადამე, ფერმის  $AE$  უბანზე გავლენის წირის მისაღებად საჭიროა მარჯვენა საყრდენის რეაქციის გავლენის წირთა ორდინატები გადავამრავლოთ  $\frac{OB}{h_2}$  სიდიდეზე.

რაც შეეხება  $R_A$  და  $R_B$  რეაქციათა გავლენის წირებს, კოჭური ფერმის განმარტების შესაბამისად, მათ ისეთივე მოხაზულობა აქვთ, როგორც თავისუფლად დაყრდნობილი კოქის შემთხვევაში.

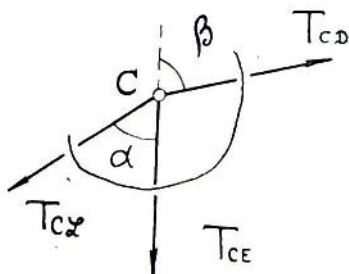
ასაგები დავგრა გავლენის წირის ის ნაწილი, რომელიც შეესაბამება გადაჭრილ  $EF$  პანელს. მის ასაგებად საჭიროა გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ ძალის გადაცემა ფერმებში ხდება კვანძური წესით.

მაშასადამე, გავლენის წირი  $EF$  უბანზე წარმოადგენს წრფეს, რომელიც აერთებს მეზობელ უბნებზე აგებულ გავლენის წირთა განაპირა ორდინატებს.

საბოლოოდ,  $T_{ED}$  ძალვის გავლენის წირი წარმოადგენს ტე-



ნახ. 31.4.



ნახ. 31.5.

ხილს, რომელსაც გარდატეხის წერტილები  $E$  და  $F$  კვანძებში აქვს. ახლა ავავთ  $CE$  დგარში მოქმედი  $T_{CE}$  ძალვის გავლენის წირი.

განხილული ფერმის შემთხვევაში  $T_{CE} = 0$ , რამდენადაც  $C$  კვანძი დაუტვირთავია, ხოლო  $LC$  და  $CD$  ღეროები თანაღერძაა (ნახ. 31.4).

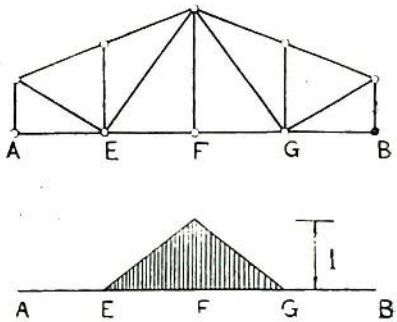
ზოგად შემთხვევაში, როდესაც  $LC$  და  $CD$  ღეროების ღერძები ერთმანეთს არ ემთხვევა, გავლენის წირის აგების მიზნით შეიძლება ვისარგებლოთ კვანძთა ამოკვეთის ხერხით. ამოკვეთით  $C$  კვანძი და განვიხილოთ მისი წონასწორობა (ნახ. 31.5). თუ კვანძზე მოქმედ ყველა ძალას დავაგვიგმილებთ შვეულ ღერძზე, რომელიც ემთხვევა  $CE$  დგარის გეომეტრიულ ღერძს და შემდეგ გეგმილთა ალგებრულ ჯამს ნულს გავუტოლებთ, მივიღებთ (ნახ. 31.5)

$$T_{CE} = T_{CD} \cos \beta - T_{CL} \cos \alpha.$$

ამრიგად, დგარში მოქმედი ძალვის გავლენის წირის აგება დაიყვანება სარტყლის ღეროებში მოქმედი ძალების გავლენის წირთა აგებაზე. უკანასკნელი კი წარმოადგენს უკვე შესწავლილ ამოცანას.

საინტერესოა ფერმის შუა დგარის გასწვრივ მოქმედი ძალვის გავლენის წირის აგება. ეს პროცედურა შუა დგარისთვის გაცილებით უფ-

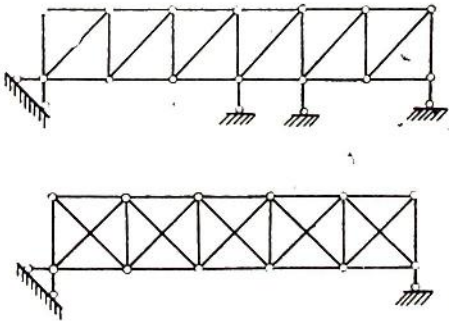
რო მარტივია, ვიდრე ნებისმიერი სხვა დგარისთვის. მართლაც, ვიდრე ერთეული ძალა მოქმედებს  $E$  კვანძის მარცხნივ ან  $G$  კვანძის მარჯვნივ, შუა  $F$  კვანძი დაუტვირთავია. ასეთ პირობებში შუა დგარი ნულოვან ღეროს წარმოადგენს, როგორც განცალკევებული ღერო. იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთეული ძალა მოდებულია უშუალოდ  $F$  კვანძში, დგარში მოქმედი ძალვაც სათანადოდ ერთის ტოლი იქნება, ამაში გვარწმუნებს ამოკვეთილი  $F$  კვანძის წონასწორობის განხილვა. თუ ერთეული ძალა  $EF$  ან  $FG$  უბანზეა, გავლენის წირის სათანადო ორდინატები იცვლება წრფივი კანონით, როგორც ამას მოითხოვს ძალის გადაცემა კვანძური წესით. საბოლოოდ, გავლენის საძიებელ წირს ექნება ნახაზზე წარმოდგენილი სახე (ნახ. 31.6).



ნახ. 31.6.

§ 32. სტატიკურად ურკვევი ფერმები

აქამდე ვიხილავდით სტატიკურად რკვევადი ფერმების განაგარიშების საკითხს უძრავ და მოძრავ დატვირთვაზე. ახლა განვიხილოთ სტატიკურად ურკვევი ფერმები. ფერმის სტატიკურად ურკვევობა



ნახ. 32.1.

გამოწვეულია ზედმეტი ღეროების არსებობით. ნახაზზე წარმოდგენილი ორი ფერმიდან ერთს საყრდენი ღეროები აქვს მოჭარბებული, მეორეს კი გიოსოსის ღეროები (ნახ. 32.1).

მეორე ფერმას შეიძლება ვუწოდოთ გარეგანად სტატიკურად რკვევადი.

ეს ტერმინი გულისხმობს რეაქციათა განსაზღვრის შესაძლებლობას წონასწორობის პირობების საფუძველზე.

საინჟინრო პრაქტიკაში ვხვდებით ისეთ ფერმებსაც, რომელთა

სტატიკურად ურკვევობა გამოწვეულია როგორც საყრდენი, ასევე გისოსის ღეროების მოჭარბებით (ნახ. 32.2).

ზოგად შემთხვევაში ფერმის ზედმეტი ღეროების რიცხვი და, მაშასადამე, მისი სტატიკურად ურკვევობის რიგიც განისაზღვრება ფორმულით:

$$\mathfrak{z} = m + s_{\text{ღ}} - 2n,$$

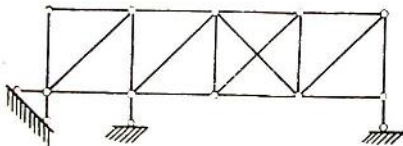
სადაც  $m$  აღნიშნავს გისოსის ღეროების რიცხვს,  $s_{\text{ღ}}$  — საყრდენი ღეროების რიცხვს,  $n$  — კვანძების რიცხვს.

ამ ფორმულიდან, კერძოდ, გამომდინარეობს ფორმულა (იხ. § 28), რომელიც გამოხატავს ფერმის სტატიკურად რკვევადობის პირობას.

მართლაც, თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ სტატიკურად რკვევად სისტემას არ შეიძლება ჰქონდეს მოჭარბებული ბმები ( $\mathfrak{z} = 0$ ), ხოლო საყრდენი ღეროების რიცხვი უნდა იყოს სამის ტოლი ( $s_{\text{ღ}} = 3$ ), გვექნება:

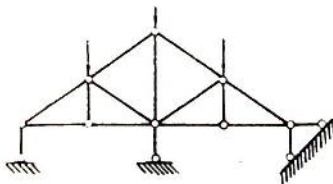
$$m = 2n - 3.$$

დავუბრუნდეთ სტატიკურად ურკვევ ფერმებს. იმის გამო, რომ ფერმის

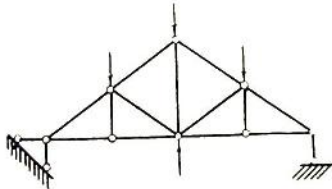


ნახ. 32.2.

ელემენტები განიცდიან მხოლოდ კუმშვა-გაჭიმვას, სათანადო კანონიკური განტოლებების კოეფიციენტების გამოთვლისას შეგვიძლია ვისარგებ-



ნახ. 32.3.



ნახ. 32.4.

ლოთ შორის ფორმულის გამარტივებული ვარიანტით, მაქსველის ფორმულით

$$\delta_{kj} = \sum \frac{N_k N_j L}{EF}.$$

უფრო დაწვრილებით შეეჩერდეთ ერთჯერ სტატიკურად ურკვევი ფერმების გაანგარიშების საკითხზე.

განვიხილოთ ნახაზზე წარმოდგენილი ფერმა, რომლის სტატიკურად ურკვევობა გამოწვეულია ზედმეტი შუა საყრდენის არსებობით (ნახ. 32.3).

სათანადო ძირითადი სისტემა შეგვიძლია მივიღოთ შუა საყრდენის ჩამოცილების გზით (ნახ. 32.4.).

შესაბამისი კანონიკური განტოლება იქნება

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

ამ განტოლებაში  $\delta_{11}$  აღნიშნავს გადაადგილებას, რომელიც გამოწვეულია ერთეული ძალის ქმედებით უკუგდებული შუა საყრდენის გასწვრივ. რაც შეეხება  $\Delta_{1p}$ -ს, იგი აღნიშნავს გადაადგილებას, რომელიც იმავე მიმართულებით ხორციელდება საანგარიშო ძალების ქმედების შედეგად.

$\delta_{11}$  და  $\Delta_{1p}$  გადაადგილებანი გამოითვლება ფორმულებით:

$$\delta_{11} = \sum \frac{N_1^2 L}{EF} \quad \text{და} \quad \Delta_{1p} = \sum \frac{N_1 N_p L}{EF},$$

სადაც  $N_1$  და  $N_p$  შესაბამისად აღნიშნავენ ძალებს, რომლებიც აღიძვრებიან ფერმის ღეროებში ერთეული ძალისა და საანგარიშო ძალების ქმედებით.

ამრიგად, კანონიკური განტოლების ამოხსნის შედეგად

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = -\frac{\sum \frac{N_1 N_p L}{EF}}{\sum \frac{N_1^2 L}{EF}}.$$

ჩვეულებრივ ღეროები მზადდება ერთი და იგივე მასალისგან. ეს უფლებას გვაძლევს მიღებული გამოსახულების მრიცხველიც და მნიშვნელოვან შევკვეცოთ  $E$ -ზე.

გვექნება

$$X_1 = -\frac{\sum \frac{N_1 N_p L}{F}}{\sum \frac{N_1^2 L}{F}}.$$

მას შემდეგ, რაც რეაქციის უცნობი ძალა  $X_1$  გამოთვლილია, აღარავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს ფერმის ნებისმიერ ღეროში მოქმედი ძალების განსაზღვრა. ამ მიზნით ვსარგებლობთ ფორმულით:

$$N = N_p + N_1 X_1,$$

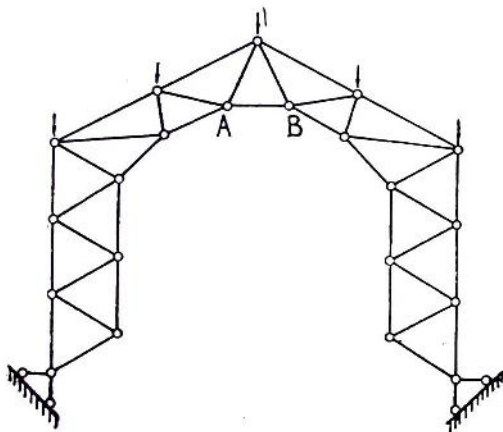
რომელსაც საფუძვლად უდევს ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპი.

იმ შემთხვევაში, როდესაც იგივე ფერმა განიცდის ტემპერატურის ქმედებას, სათანადო კანონიკური განტოლება იქნება

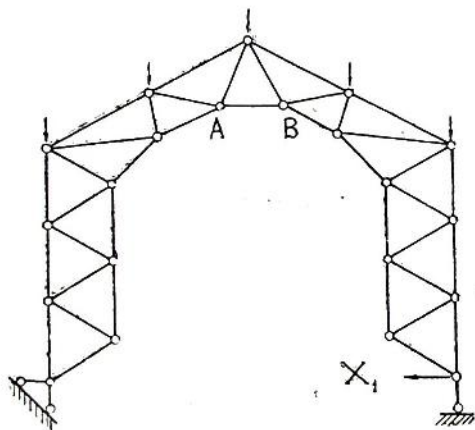
$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1t} = 0,$$

სადაც  $\Delta_{1t}$  აღნიშნავს ტემპერატურის  $t$  ცვლილებით გამოწვეულ გადაად-  
ვილებას

$$\Delta_{1t} = \alpha \sum N_1 t L.$$



ნახ. 32.5.



ნახ. 32.6.

შესაბამისად,

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1t}}{\delta_{11}} = -\frac{E\alpha \sum N_1 t L}{\sum \frac{N_1^2 L}{F}}.$$

ახლა თვალი გავადევნოთ სტატიკურად ურკვევი ფერმის გაანგარიშებას, როცა მისი ერთ-ერთი ელემენტის, ვთქვათ,  $AB$  ღეროს ქეშმარიტი სიგრძე აღემატება საანგარიშო სიგრძეს (ნახ. 32.5 და 32.6). სიგრძის მოჭარბება აღვნიშნოთ  $a$ -თი. სათანადო ანგარიში შეგვიძლია მივამსგავსოთ ტემპერატურის ქმედებაზე წარმოებულ ანგარიშს, როცა  $\alpha t L_{AB} = a$ , დანარჩენი ღეროების წაგრძელება კი ნულის ტოლია.

ნათქვამის შესაბამისად,

$$\Delta_{1r} = a N_1^{(AB)},$$

სადაც  $N_1^{(AB)}$  აღნიშნავს ძალვას, რომელიც აღიძვრება  $AB$  ღეროში, უკუგდებული ბმის გასწვრივ მოქმედი ერთეული ძალის მეშვეობით (ნახ. 32.6).

საბოლოოდ გვექნება

$$X_1 = -\frac{a N_1^{(AB)}}{\delta_{11}} = -\frac{E a N_1^{(AB)}}{\sum \frac{N_1^2 L}{F}}$$

### § 33. გავლენის წირის აგება ერთჯერა სტატიკურად ურკვევი ფერმებისათვის

დაევბრუნდეთ ორმალიან კოჭურ ფერმას, რომელიც 32.3 ნახაზზეა წარმოდგენილი. ზედმეტ უცნობად კვლავ შუა საყრდენის რეაქციის ძალა მივიჩნოთ. მისი გავლენის წირის ასაგებად მივმართოთ კანონიკურ განტოლებას

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0,$$

რომელიც მეტი თვალსაჩინოებისთვის მიზანშეწონილია გადავწეროთ შემდეგი სახით

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{1x} = 0,$$

რადგან სისტემაზე მოქმედი გარეშე დატვირთვა ზოძრავი ერთეული ძალითაა წარმოდგენილი.

ამრიგად,

$$X_1 = -\frac{\delta_{1x}}{\delta_{11}}.$$

შევჩერდეთ ამ წილადის მრიცხველის გამოთვლაზე. თანახმად მაქსველის ფორმულისა,

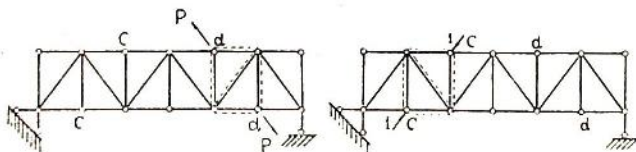
$$\delta_{1x} = \sum N_1 N_x \frac{L}{EF} = \sum N_x \left( \frac{N_1 L}{EF} \right).$$

მიუხედავად იმისა, თუ სად მდებარეობს მოძრავი ერთეული ძალა, ფრჩხილებში მოთავსებულ მამრავლს ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვს ფერმის თითოეული ღეროსთვის. რაც შეეხება  $N_x$ -ს, რომელიც მოძრავი ერთეული ძალის ქმედებით გამოწვეული ძალეა, იგი განუწყვეტილად იცვლება ძალის გადაადგილებასთან ერთად. ამრიგად,  $N_x$ -ის მიერ მიმდევრობით მიღებული სხვადასხვა მნიშვნელობანი ტოლი არიან შესაბამისად იმ ორდინატებისა, რომლებიც ეკუთვნიან ამავე ძალვის გავლენის წირს. ამ წირის აგება კი იოლი საქმეა, ვინაიდან ამავე რაოდენობის გავლენის არა საწყის, არამედ ძირითად სისტემასთან, რომელიც, რაღა თქმა უნდა, სტატიკურად რკვევადი სისტემაა.

მას შემდეგ, რაც აგებულია რეაქციის გავლენის წირი, ძნელი აღარ არის ფერმის ნებისმიერ ღეროში მოქმედი ძალვის გავლენის წირის აგება.

### § 34. ზოგიერთი შენიშვნა სტატიკურად ურკვევი ფერმის გაანგარიშების განხორციელების შესახებ

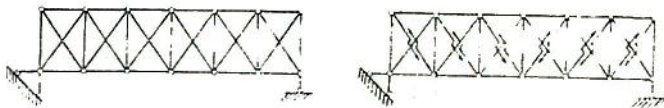
როგორც დავინახეთ, სტატიკურად ურკვევი ფერმის გაანგარიშება უძრავ და მოძრავ დატვირთვაზე მოითხოვს გარკვეული გადაადგილებების გამოთვლას მაქსიმალური ფორმულის დახმარებით. მიუხედავად იმისა, რომ ეს გამოთვლები არაა დაკავშირებული პრინციპული თვალსაზრისით რთული ობერაციების შესრულებასთან, მათი მოცულობა ხშირად იმდენად დიდია, რომ ამის გამო ფერხდება ამოცანის დროულად ამოხსნა. ამავე დროს, არც ისაა გამორიცხული, რომ სათანადო გამოთვლების ჩა-



ნახ. 34.1.

ტარების შედეგად რაიმე გადაადგილება აღმოჩნდეს ნულის ტოლი. ამასთან დაკავშირებით, ბუნებრივია გამოვავლინოთ ისეთი ნიშანდობლივი შემთხვევები, რომლებიც წინასწარი გამოთვლების ჩაუტარებლად საშუალებას მოგვცემენ დავადგინოთ ზოგიერთი გადაადგილების ნულთან ტოლობა. ასეთი შემთხვევები არსებობს. განვიხილოთ ერთ-ერთი მათგანი. ვთქვათ, საძიებელია 34.1 ნახაზზე წარმოდგენილი ფერმის  $c-c$  კვანძების ურთიერთდაახლოება, რაც მოსალოდნელია  $d-d$  კვანძებში მოდებული პირდაპირ-თანაწინააღმდეგი ძალების ქმედებით (ნახ. 34.1). ძნელი არაა იმის დანახვა, რომ ნახაზზე წარმოდგენილი შემთხვევებისათვის, ნულოვანი იქნება ფერმის ყველა ღერო, რომელიც კი წყვეტილბა-

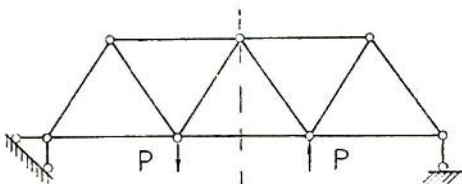
ზით არაა გამოყოფილი. ნატეკამის შესაბამისად საკმარისია გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ დატვირთვის ორივე შემთხვევაში ფერმის საყრდენთა რეაქციები ნულის ტოლია, ზედა სარტყლის განაპირა კვანძები კი დაუტვირთავ ორღეროვან კვანძებს წარმოადგენენ. თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ წყვეტილხაზით გამოყოფილი ღეროები, ე. ი. არანულოვანი ღეროები ძირითადი და დამხმარე მდგომარეობის შემთხვევაში სხვადასხვაა, საბოლოოდ დავრწმუნდებით, რომ  $c-c$



ნახ. 34.2.

კვანძების ურთიერთდაახლოება  $d-d$  კვანძებში მოდებული ძალების ქმედებით, მართლაც, აბსოლუტურად გამოირიცხულია.

ნატეკამის შესაბამისად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ნახაზზე წარმოდგენილი მრავალჯერ სტატიკურად ურკვევი ფერმის ვაანგარიშების დროს ყველაზე უფრო ხელსაყრელი ძირითადი სისტემა მიიღება საწყისისგან, ირიბანების გადაჭრით (ნახ. 34.2). ამგვარი სისტემის უპირატესობა იმაში მდგომარეობს, რომ თითოეული უცნობი



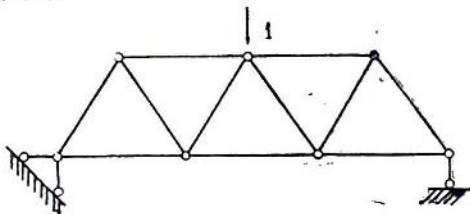
ნახ. 34.3.

ძალა, რომელიც მოქმედებს ვაკრილი ირიბანის გასწვრივ, ამუშავებს მხოლოდ სათანადო პანელის ღეროებს, რაც უზრუნველყოფს მრავალი გადაადგილების ნულთან ტოლობას.

მეორე მაგალითის სახით განვიხილოთ სიმეტრიული ფერმა, რომელიც განიცდის უკუსიმეტრიული დატვირთვის ქმედებას (ნახ. 34.3). ამ პირობებში ფერმის შუა კვანძის გადაადგილება მისი სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ ნულის ტოლია. მართლაც,  $P$  ძალების ქმედებით გამოწვეული ძალები ნაწილდება იან ფერმის ღეროებში უკუსიმეტრიულად, იმ დროს, როდესაც შუა კვანძში მოდებული ერთეული ძალისგან აღძრული ძალები განაწილებული არიან სიმეტრიულად (ნახ. 34.3 და 34.4). ამის გამო, საძიებელი გადაადგილება ნულის ტოლია. ვინაიდან მისი გამომხატ-

ველი ჯამი  $\sum N_1 N_2 \frac{L}{EF}$  წყვილ-წყვილად შეიცავს წევრებს, რომლებსაც განსხვავებული ნიშნები და ერთნაირი რიცხვითი მნიშვნელობა აქვთ.

სტატიკურად ურკვევი ფერმის გაანგარიშების შემოწმების თაობაზე შევნიშნავთ, რომ იგი წარმოებს ორი მიმართულებით. პირველი მათგანი მდგომარეობს წონასწორობის პირობების შემოწმებაში და ჩვეულებრივ ემყარება ფერმის გაკვეთის ან კვანძთა ამოკვეთის ხერხს. თუ ამან სასურველი შედეგი გამოიღო, შემოწმებას ვაგრძელებთ დეფორმაციის უწყვეტობაზე, ე. ი. ვამოწმებთ: არის თუ არა ნულის ტოლი ის გადაადგილება, რომლის შესახებაც წინასწარ ცნობილია, რომ იგი ნულის ტოლი უნდა იყოს.



ნახ. 34.4.

დასასრულ, ვაკვირით შევეხოთ კვეთების შერჩევის საკითხს. სტატიკურად ურკვევი ფერმის ღეროებში მო-

განივკვეთის ზომებზე.

ქმედი ძალები დამოკიდებული არიან ღეროთა უკანასკნელი ისე უნდა იყოს შერჩეული, რომ ადგილი არ ჰქონდეს მასალის გადახარჯვას ან ზედმეტად დაძაბვას. რაც უფრო მარჯვედაა საორიენტაციო ზომები დადგენილი, მით უფრო ნაკლებჯერ მოგვიხდება ფერმის განმეორებითი ანგარიშის შესრულება. ჩვეულებრივ, კვეთების შერჩევის მიზნით ფერმას ათავისუფლებენ ზედმეტი ბმებისგან და ანგარიშობენ დატვირთვის ყველაზე უფრო სახიფათო მდგომარეობის მიხედვით. გარკვეული ტიპის ფერმებისთვის არსებობს უფრო კონკრეტული ზასიათის რეკომენდაციებიც. ასე, მაგალითად, 34.2 ნახაზზე წარმოდგენილი ფერმის მიმართ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ ჯვარედინა ირიბანებში მოქმედი ძალები სიდიდით ტოლნი არიან, ნიშნით კი განსხვავებული.

## თაღების თეორია

### § 35. ხამხახხიანი თაღის ხაზრღენტა ჩამატვირთვის განსაზღვრა

მკითხველისათვის უკვე ცნობილია, თუ რას წარმოადგენს თაღი. მისი თეორიის შესწავლა ბუნებრივია დავიწყოთ სტატიკურად რკვევადი შემთხვევის განხილვით. სტატიკურად რკვევადი თაღის მაგალითია სამსახსრიანი თაღი.

განვსაზღვროთ სამსახსრიანი თალის საყრდენთა რეაქციები. თუ თალს განიცდის მხოლოდ შვეული ძალების ქმედებას, მისი რეაქციების პორიზონტალური მდგენელები, ე. ი. განმბრჯენები სიდიდით ტოლნი არიან

$$H_A = -H_B = H.$$

ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ თალზე მოქმედი აქტიური და რეაქტიული ძალების გეგმილებს პორიზონტალურ ღერძზე შევკრიბავთ და ჯამს ნულს გავუტოლოთ.

ახლა განვსაზღვროთ თალის რეაქციათა ვერტიკალური მდგენელები. ამ მიზნით თალზე მოქმედი

ყველა ძალის მომენტების ალგებრული ჯამი  $B$  და  $A$  წერტილების მიმართ ნულს გავუტოლოთ (ნახ. 35.1).

შესაბამისად გვექნება:

$$V_A \cdot l - P_1 a - P_2 b - P_3 c = 0,$$

$$V_B \cdot l - P_1 (l - a) - P_2 (l - b) - P_3 (l - c) = 0.$$

აქედან

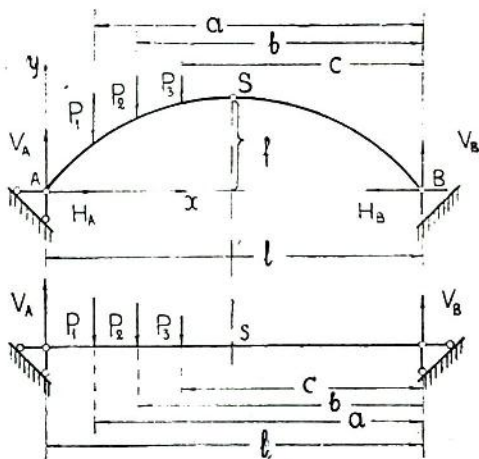
$$V_A = \frac{P_1 a + P_2 b + P_3 c}{l}; \quad V_A = \frac{M_{PB}}{l};$$

$$V_B = \frac{P_1 (l - a) + P_2 (l - b) + P_3 (l - c)}{l}; \quad V_B = \frac{M_{PA}}{l},$$

სადაც  $M_{PB}$  და  $M_{PA}$  შესაბამისად აღნიშნავენ აქტიური ძალების მომენტების ალგებრულ ჯამს  $B$  და  $A$  წერტილების მიმართ.

უნდა გვახსოვდეს, რომ ფორმულები:

$$V_A = \frac{M_{PB}}{l} \quad \text{და} \quad V_B = \frac{M_{PA}}{l}$$



ნახ. 35.1.

მართებულია არა მარტო ნახაზზე წარმოდგენილი შემთხვევისთვის, არამედ მაშინაც, როდესაც თალი განიცდის შვეული ძალების ნებისმიერი სისტემის ქმედებას. როდესაც ვლაპარაკობთ შვეული ძალების ნებისმიერ სისტემაზე, მხედველობაში გვაქვს არა მარტო შეყურსული ძალები, არამედ განაწილებული დატვირთვაც.

ამრიგად, მიღებული ფორმულები ზოგადი ფორმულებია.

ახლა დასადგენი დაგვრჩა განმბრჯენის სიდიდე. მისი განსაზღვრის მიზნით ვისარგებლოთ იმ პირობით, რომ კლიტის სახსარში მომენტი ნულის ტოლია, ე. ი.

$$Hf - V_A \frac{l}{2} + P_1 \left( a - \frac{l}{2} \right) + P_2 \left( b - \frac{l}{2} \right) + P_3 \left( c - \frac{l}{2} \right) = 0.$$

ცალკე განვიხილოთ გამოსახულება

$$V_A \cdot \frac{l}{2} - P_1 \left( a - \frac{l}{2} \right) - P_2 \left( b - \frac{l}{2} \right) - P_3 \left( c - \frac{l}{2} \right).$$

უბრალო შემოწმება გვიჩვენებს, რომ ეს გამოსახულება ტოლია შესაბამისი კოქის  $S$  კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტის, ე. ი. ტოლია მღუნავი მომენტისა, რომელიც მოქმედებს  $l$  სიგრძის, თავისუფლად დაყრდნობილი კოქის შუა კვეთში (ნახ. 35.1). აღნიშნოთ ეს გამოსახულება  $M_{\text{კ}}$ -ით. შესაბამისად გვექნება

$$H_A = H = \frac{M_{\text{კ}}}{f},$$

სადაც  $f$  აღნიშნავს აწეულობის ისარს, ე. ი. მანძილს, რომლითაც კლიტის სახსარი დაშორებულია საყრდენთა დონიდან. ფორმულა მართებულია მაშინაც, როცა კლიტის სახსარი არ მდებარეობს თალის სიმეტრიის ღერძზე. ამ შემთხვევაში  $M_{\text{კ}}$  უნდა გვესმოდეს როგორც მღუნავი მომენტი, მოქმედი კოქის იმ კვეთში, რომელიც წარმოადგენს აღნიშნული სახსრის გეგმის კოქის ღერძზე. ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს მნიშვნელოვანი შედეგი იმის შესახებ, რომ განმბრჯენის სიდიდე არაა დამოკიდებული თალის ღერძის მოხაზულობაზე. იგი დამოკიდებულია მხოლოდ კლიტისა და ქუსლის სახსრების ურთიერთგანლაგებაზე.

### § 36. მღუნავ მომენტთა, განივ და ნორმალურ ძალებს ეპიურები

როგორც ცნობილია, მღუნავი მომენტი წარმოადგენს კვეთის ცალმხარეს მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ალგებრულ ჯამს. ამ განმარტების შესაბამისად შვეული ძალებით დატვირთული თალის რაიმე კვეთში მღუნავი მომენტი გამოითვლება ფორმულით

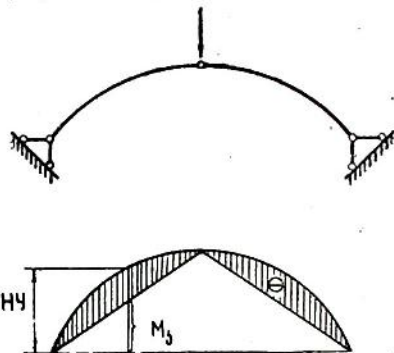
$$M = M_{\text{კ}} - Hy,$$

სადაც  $M_3$  აღნიშნავს შესაბამისი კოქის სათანადო კვეთში მოქმედ მლუნავ მომენტს, ხოლო  $y$  — თალის განხილული კვეთის ორდინატს წარმოადგენს.<sup>\*)</sup>

როგორც ფორმულიდან ჩანს, განმბრჯენის არსებობის გამო მლუნავი მომენტი თალში ნაკლებია კოქთან შედარებით.

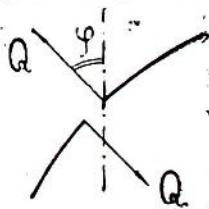
მაგალითის სახით ავაგოთ მლუნავი მომენტის ეპიურა თალისთვის, რომელიც შევული ძალითაა დატვირთული კლიტის სახსარში (ნახ. 36.1). ეპიურის აგებისას უნდა გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ სათანადო ორდინატა კლიტის სახსარში ნულის ტოლია.

მლუნავი მომენტის გარდა თალის ნებისმიერ კვეთში მოქმედებს ძალაც. იგი წარმოადგენს კვეთის ცალ მხარეს მოქმედი ყველა ძალის გეომეტრიულ ჯამს. ეს უკანასკნელი შეგვიძლია დავშალოთ ორ მდგენელად, რომელთაგანაც ერთი თალის ღერძის ნორმალის გასწვრივაა მიმართული, მეორე კი მხების გასწვრივ. პირველს ეწოდება განივი ან ვადამკრელი



ნახ. 36.1.

ძალა, მეორეს — გრძივი ან ნორმალური მდგენელი. უკანასკნელი მიჩნეულია დადებითად, როცა იგი იწვევს კუმშვას. რაც შეეხება განივ ძალას, იგი მიჩნევა დადებითად, თუ თალის წარმოდგენითი გაკვეთის შემდეგ ცდილობს მოაბრუნოს მოკვეთილი ნაწილი შესაბამისი საყრდენის ირგვლივ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (ნახ. 36.2).



ნახ. 36.2.

ნათქვამის საფუძველზე, თუ მხედველობაში მივიღებთ განივი და გრძივი ძალებისთვის შემოღებულ ნიშნების წესს, შეგვიძლია დავწეროთ განივი ძალისთვის

$$Q = (V_A - \sum P_i) \cos \varphi - H \sin \varphi,$$

სადაც  $\varphi$  აღნიშნავს კუთხეს, რომელსაც ნორმალი ადგენს ვერტიკალთან (ნახ. 36.3).

<sup>\*)</sup> მლუნავი მომენტის განმარტებით ფაქტიურად უკვე ვისარგებლეთ წინა პარაგრაფში, როცა მომენტი განმბრჯენის გამოთვლის მიზნით ნულს გავუტოლეთ კლიტის სახსარში.

უბრალო შემოწმებით ვრწმუნდებით, რომ

$$V_A - \Sigma P_i = Q_3,$$

ე. ი. უღრის შესაბამისი კოჭის სათანადო  $x$  კვეთში მოქმედ განივ ძალას.

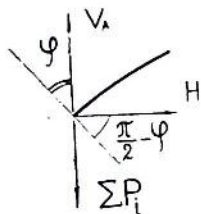
ამრიგად,

$$Q = Q_3 \cos \varphi - H \sin \varphi.$$

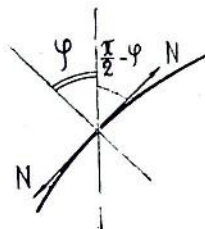
ანალოგიურად მიიღება ფორმულა გრძივი ძალისთვის (ნახ. 36.4)

$$N = Q_3 \sin \varphi + H \cos \varphi.$$

როგორც მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის გამომსახველი ფორმულები გვიჩვენებენ, ეს ფაქტორები თაღში გაცილებით უფრო



ნახ. 36.3.



ნახ. 36.4.

მცირეა კოჭთან შედარებით, რაც გამოწვეულია განმბრჯენის არსებობით და თაღის ღერძის მრუდწირული მობაზულობით. ამავე დროს, კოჭისგან განსხვავებით, თაღის ნებისმიერი კვეთი დამატებით განიცდის გრძივი ძალის ქმედებას.

### §37. გავლენის წირთა აბეზა

ვერტიკალური რეაქციების გავლენის წირები თაღისთვის ისეთივეა, როგორც თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭისთვის ვეკონდა. რაც შეეხება განმბრჯენის გავლენის წირს, მის ასაგებად ვსარგებლობთ ცნობილი ფორმულით

$$H = \frac{M_{3c}}{f}.$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ საძიებელი გავლენის წირის ორდინატები მიიღება კოჭის  $S$  კვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის გავლენის წირის ორდინატებისგან, მათი  $f$ -ჯერ შემცირების გზით.

ახლა ავაგათ თაღის რაიმე  $c$  კვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტის გავლენის წირი. ამისათვის ვსარგებლობთ მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელი ფორმულით ( $c$  კვეთისათვის)

$$M_c = M_{3c} - Hy_c = M_{3c} - \frac{y_c}{f} M_{3c}.$$

საძიებელი გავლენის წირის ასაგებად ამ ფორმულის საფუძველზე

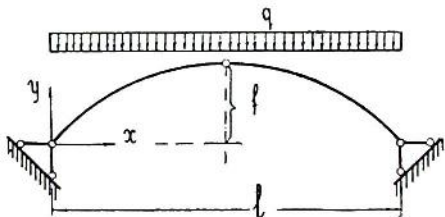
საჭიროა წინასწარ ავავოთ მლუნავი მომენტების გავლენის წირი კოქის  $e$  და  $N$  კვეთებისთვის. შემდეგ  $M_{3e}$ -ის ორდინატები გადავამრავლოთ  $\frac{y_e}{f}$ -ზე და ისე გამოვაკლოთ  $M_{3e}$ -ს ორდინატებს.

ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ იმავე  $e$  კვეთში მოქმედი განივი და გრძივი ძალების გავლენის წირთა აგება დაიყვანება კოქის გარკვეულ კვეთებში მოქმედი განივი ძალისა და მლუნავი მომენტების გავლენის წირთა აგებაზე. ამაში აღვიღად დავრწმუნდებით, თუ გავაანალიზებთ უკვე ცნობილ ფორმულებს.

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, გავლენის წირთა აგება სამსახსრიანი თაღებისთვის ახალს არაფერს შეიცავს. იგი მოითხოვს თავისუფლად დაყრდნობილი კოქისთვის აგებული გავლენის წირების ცოდნას.

### § 38. თაღის ღერძის რაციონალური მოხაზულობა

როგორც ცნობილია, ღუნვის შედეგად კვეთის ბოჭკოების გარკვეული ნაწილი განიცდის გაჭიმვას. უკანასკნელი არც თუ ისეთ სასურველ მოვლენად უნდა ჩაითვალოს იმ მასალებისთვის, რომელთაგანაც ჩვეულებრივ აგებენ თაღს (ბეტონი, ქვის ან აგურის წყობა). ამასთან დაკავშირებით ბუნებრივია ისეთნაირად შევარჩიოთ თაღის ღერძის მოხაზულობა, რომ აღგილი არ ჰქონდეს ღუნვას, ე. ი. რომ მლუნავი მომენტი იგივეურად ნულის ტოლი აღმოჩნდეს.



ნახ. 38.1.

ამ მიზნით მიემართოთ მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელ ფორმულას:

$$M = M_3 - Hy.$$

დავუშვათ, რომ მლუნავი მომენტი იგივეურად ნულის ტოლია. მაშინ თაღის ღერძის ორდინატები უნდა აკმაყოფილებდნენ პირობას:

$$y = \frac{M_3}{H} = f \frac{M_3}{M_{3e}}.$$

ეს ფორმულა ფაქტიურად განსაზღვრავს თაღის ღერძის რაციონალურ მოხაზულობას, ანუ ისეთ მოხაზულობას, რომელიც უზრუნველყოფს ნაგებობის უმომენტო მდგომარეობას. იმისდა მიხედვით, თუ როგორი დატვირთვა მოქმედებს თაღზე,  $M_3$  და  $M_{3e}$  იქნება სხვადასხვანაირი. შესაბამისად მივიღებთ თაღის ღერძების განსხვავებულ მოხაზულობას.

ასე მაგალითად, იმ შემთხვევაში, როდესაც თალი გინიცლის  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის ქმედებას (ნახ 38.1), გვექნება:

$$M_x = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(l-x),$$

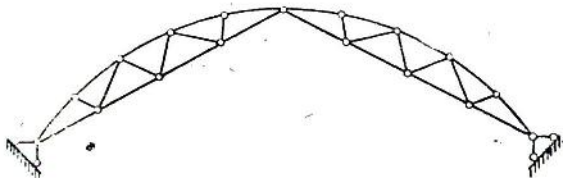
$$M_{\max} = M_x \left( \frac{l}{2} \right) = \frac{ql^2}{8},$$

$$y = f \frac{\frac{qx}{2}(l-x)}{\frac{ql^2}{8}} = \frac{4fx}{l^2}(l-x).$$

ამრიგად, თანაბრად დატვირთული თალის შემთხვევაში რაციონალურად მოხაზული ღერძი პარაბოლას წარმოადგენს.

### § 39. განმბრჯენიანი ფერმაზები

განმბრჯენიანი ფერმა ფაქტიურად წარმოადგენს სამსახსრიან თალს (ნახ. 39.1), რომლის თითოეული ნახევართალი ფერმისგანაა შესრულებული. რეაქციათა განსაზღვრა ხდება ისევე, როგორც სამსახსრიანი თა-



ნახ. 39.1.

ლისთვის. მას შემდეგ, რაც რეაქციები დადგენილია, აღარავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს ნაგებობის თითოეულ ღეროში მოქმედი ძალების გამოთვლა. ამ მიზნით ვსარგებლობთ მეთოდებით, რომლებიც უკვე გამოვიყენეთ კოჭური ფერმების თეორიაში.

### § 40. გადაადგილებათა გამოთვლა

ნებისმიერი სტატიკურად ურკვევი თალის გაანგარიშების დროს ძირითად სისტემად მიჩნეულია სტატიკურად რკვევადი მრუდე ძელი. მისი გადაადგილებების გამოსათვლელი ფორმულა ასე გამოიყურება

$$\delta_{ij} = \int M_i M_j \frac{ds}{EI} + \int N_i N_j \frac{dS}{EF} + \int Q_i Q_j \frac{kds}{GF}.$$

სადაც ამოცანის შინაარსის მიხედვით ინტეგრებას ვახდენთ რკალის გასწვრივ. შესაბამისად,  $ds$  აღნიშნავს რკალის დიფერენციალს.  $dx$ -ის შეცვლა  $ds$ -ით მორის ფორმულაში დასაშვებად უნდა ჩაითვალოს, ვინაიდან საინჟინრო პრაქტიკაში გავრცელებული თაღების უმრავლესობა წარმოადგენს დამრეც თაღებს, ე. ი. მცირე სიმრუდის ძელებს. მათი ელემენტარული დეფორმაცია კი საკმარისი სიზუსტით განისაზღვრება იმავე ფორმულებით, რაც ჩვეულებრივი, სწორი ძელებისთვის გვაქვს.

კავშირი რკალისა და წრფის დიფერენციალთა შორის გამოისახება ფორმულით (ნახ. 40.1)

$$ds = \frac{dx}{\cos\varphi}$$



ნახ. 40.1.

გადაადგილებათა ფორმულის შემდგომი გამარტივება შესაძლებლად მიგვაჩნია მეორე და მესამე ინტეგრალების უკუგდების ხარჯზე, ე. ი.

$$\delta_{kj} \approx \int M_k M_j \frac{ds}{EI}$$

გადაადგილების განსაზღვრის დროს ერთგვარ უხერხულობას იწვევს ის გარემოება, რომ ინტეგრება წარმოებს რკალის გასწვრივ. ეს უხერხულობა ისპობა თაღის განივკვეთის ინერციის მომენტის გარკვეული კანონით ცვლილების დროს, კერძოდ, იმ შემთხვევაში, როდესაც

$$I = \frac{I_0}{\cos\varphi},$$

სადაც  $I_0$ —აღნიშნავს ინერციის მომენტის მნიშვნელობას კლიტის კვეთში. ამ შემთხვევაში ინერციის მომენტი იზრდება კლიტიდან ქუსლებს მიმართულებით. რაც შეეხება გადაადგილებათა ფორმულას; იგი ლეზულობს სახეს

$$\delta_{kj} = \int M_k M_j \frac{ds}{EI} = \int M_k M_j \frac{\cos\varphi}{EI_0} = \frac{1}{EI_0} \int M_k M_j dx.$$

საინჟინრო პრაქტიკაში გავრცელებულია აგრეთვე ინერციის მომენტის ცვლილების სხვა კანონებიც.

მაგალითად,

$$I = \frac{I_0}{\cos^3\varphi}$$

ინერციის მომენტი იზრდება ამჯერადაც საყრდენთა მიმართულე-  
ბით, მხოლოდ უფრო ინტენსიურად, ვიდრე წინა შემთხვევაში.

ზშირად სარგებლობენ ინერციის მომენტის ცვლილების ისეთი კანონითაც, რომელიც მოასწავებს კვეთის ზრდას კლიტის მიმართულებით-  
ასეთი კანონის მაგალითს გვაძლევს დამოკიდებულება

$$I = I_0 \cos \varphi.$$

რიგ შემთხვევებში თალის ინერციის მომენტს უცვლელს სტოვებენ

$$I = I_0.$$

### § 41. ორსახსრიანი თალის ანგარიში

ორსახსრიანი თალი წარმოადგენს ერთჯერ სტატიკურად ურკვევ  
ნაგებობას. ძირითადი სისტემა მიიღება ერთ-ერთი პორიზონტალური  
საყრდენი ღეროს, ვთქვათ, მარჯვენა საყრდენი ღეროს ჩამოცილებით

(ნახ. 41.1). სათანადო კანონიკური განტოლება ასეთია

$$\delta_{11} X + \Delta_{1P} = 0,$$

საიდანაც

$$X = H = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}.$$

ამ განტოლების შედგენა-ამოხსნის დროს ვივარაუდებთ, რომ

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x) \quad \text{და}$$

$$I = \frac{I_0}{\cos \varphi};$$

ე. ი. ვიხილავთ პარაბოლურ ორსახსრიან თალს ინერციის მომენტის ცვლილების მოცემული კანონით.

$\delta_{11}$  გადაადგილების გამოთვლის დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ ის გარემოება, რომ  $M_1 = -y$ , რამდენადაც მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელ ფორმულაში  $M_3 = 0$  და  $H = 1$ .

ამრიგად,

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EI_0} \int_0^l M_1^2 dx = \frac{1}{EI_0} \int_0^l y^2 dx = \frac{1}{EI_0} \int_0^l \left[ \frac{4f}{l^2} x(l-x) \right]^2 dx = \\ &= \frac{16f^2}{l^4 EI_0} \left[ \frac{l^2 x^3}{3} - \frac{lx^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right]_0^l = \frac{8f^2 l}{15EI_0}. \end{aligned}$$

რაც შეეხება  $\Delta_{1P}$  კოეფიციენტს, იგი დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორია თალზე მოქმედი გარეშე დატვირთვა, რამდენადაც ეს უკანასკნელი განსაზღვრავს  $M_p$  მლუნავ მომენტს.

$q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის შემთხვევაში: (ნახ. 41.2)

$$M_p = \frac{qx}{2}(l-x).$$

ამრიგად, თუ მხედველობაში მივიღებთ თალის ღერძის პარაბოლურ მოხაზულობას და  $M_p$  მომენტის გამოსახულებას, გვექნება:

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= -\frac{1}{EI_0} \int_0^l y M_p dx = -\frac{1}{EI_0} \int_0^l \left[ \frac{4fx}{l^2}(l-x) \right] \left[ \frac{qx}{2}(l-x) \right] dx = \\ &= -\frac{2qf}{EI_0 l^2} \int_0^l x^2 (l-x)^2 dx = -\frac{2qf}{EI_0 l^2} \left[ \frac{l^2 x^3}{3} - \frac{lx^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right]_0^l = -\frac{ql^3 f}{15EI_0}. \end{aligned}$$

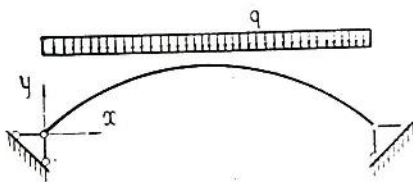
საბოლოოდ,

$$X = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{ql^2}{8f}, \text{ ე. ი. } H = \frac{ql^2}{8f}.$$

უთუოდ საყურადღებოა ის გარემოება, რომ განმბრჯენის მნიშვნელობა ორსახსრიანი თალისთვის ისეთივეა, როგორც სამსახსრიანისთვის!

$$H = \frac{M_{js}}{f} = \frac{ql^2}{8f}.$$

თუმცა არც ის უნდა გამოგვრჩეს მხედველობიდან, რომ განმბრჯენის ძალების ახლახან დადგენილი ტოლობა მართებულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ორსახსრიანი



ნახ. 41.2.

თალის ღერძი შემოწერილია პარაბოლის მიხედვით, მისი ინერციის მომენტი იცვლება თანახმად კანონისა:  $I = \frac{I_0}{\cos\varphi}$  და სათანადო გადაადგილებათა გამოთვლა ხდება მორის ფორმულის გამარტივებული ვარიანტის საფუძველზე.

რაკი განმბრჯენი ნაპოვნია, სიძნელეს აღარ წარმოადგენს თალის ნებისმიერ კვეთში მოქმედი შიგა ძალების, ე. ი. მლუნავი მომენტის,

ვადამკრელი და გრძივი ძალების განსაზღვრა. სამისოდ უნდა გამოვიყენოთ იგივე ფორმულები, რაც სამსახსრიანი თალისთვის გვქონდა.

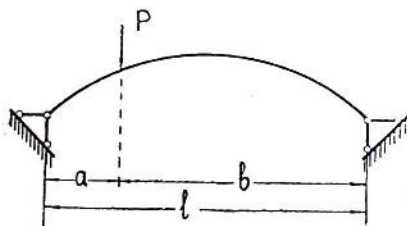
$$M = M_3 - Hy,$$

$$Q = Q_3 \cos \varphi - H \sin \varphi,$$

$$N = Q_3 \sin \varphi + H \cos \varphi.$$

§ 42. პარაბოლური ორსახსრიანი თალის განმზღვევის გავლენის წილი

წინასწარ შევსწავლოთ ასეთი ამოცანა: განვსაზღვროთ პარაბოლური ორსახსრიანი თალის განმზღვენი იმ შემთხვევაში, როდესაც ნაგებობაზე მოქმედებს უძრავი შეუურსული ძალა  $P$ . აღნიშნოთ  $a$ -თი და  $b$ -თი მანძილები, რომლითაც  $P$



ნახ. 42.1.

ძალის მოდების წერტილი დაშორებულია შესაბამისად მარცხენა და მარჯვენა საყრდენებისგან (ნახ. 42.1).

რამდენადაც თალი პარაბოლურია, კანონიკური განტოლების კოეფიციენტი  $\delta_{11}$  ისეთივე იქნება, როგორც წინა შემთხვევაში, ე. ი.

$$\delta_{11} = \frac{8f^2 l}{15EI_0}.$$

ამრიგად, გამოსათვლელი გვრჩება კოეფიციენტი  $\Delta_{1P}$ . მისი გამოთვლის მიზნით წინასწარ დავადგინოთ, თუ როგორია  $M_p$  მლუნავი მომენტის ცვლილება.

ვიღრე  $0 \leq x \leq a$ ,  $M_p = \frac{Pb}{l} x$  და  $M_p = \frac{Pa}{l} (l - x)$ , როცა  $a \leq$

$x \leq l$ .

ამრიგად,

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} = & -\frac{1}{EI_0} \int_0^l y M_p dx = -\frac{1}{EI_0} \int_0^a \frac{4f}{l^2} x(l-x) \frac{Pbx}{l} dx - \\ & -\frac{1}{EI_0} \int_a^l \frac{4f}{l^2} x(l-x) \frac{Pa}{l} (l-x) dx. \end{aligned}$$

გამოვთვალოთ ეს ინტეგრალები ცალ-ცალკე

$$\int_0^a x^2(l-x) dx = \left( \frac{lx^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right)_0^a = \frac{a^3}{12} (4l - 3a).$$

მეორე ინტეგრალის გამოთვლის მიზნით შემოვიღოთ ახალი ცვლადი:

$$z = l - x, \quad x = l - z, \quad dx = -dz.$$

როცა  $x = a$ ,  $z = l - a = b$ ; როცა  $x = l$ ,  $z = 0$ .

შესაბამისად

$$\int_a^l x(l-x)^2 dx = - \int_b^0 z^2(l-z) dz = \int_0^b z^2(l-z) dz = \frac{b^3}{12} (4l - 3b).$$

საბოლოოდ

$$\begin{aligned} \Delta_{1r} &= - \frac{4Pfb}{EI_0 l^3} \cdot \frac{a^3}{12} (4l - 3a) - \frac{4Pfa}{EI_0 l^3} \cdot \frac{b^3}{12} (4l - 3b) = \\ &= - \frac{Pfab}{3EI_0 l^3} [a^2(4l - 3a) + b^2(4l - 3b)]. \end{aligned}$$

ძნელი არაა იმის შემოწმება, რომ კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება შეიძლება შემდეგნაირად გამარტივდეს

$$\begin{aligned} a^2(4l - 3a) + b^2(4l - 3b) &= a^2(4l - 3a) + (l - a)^2(l + 3a) = \\ &= l(l^2 + al - a^2). \end{aligned}$$

შესაბამისად,

$$\Delta_{1r} = - \frac{Pfab}{3EI_0 l^2} (l^2 + al - a^2) = - \frac{Pfa(l-a)}{3EI_0 l^2} (l^2 + al - a^2).$$

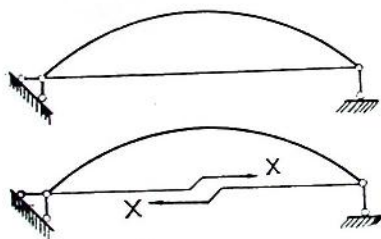
$$\begin{aligned} H &= - \frac{\Delta_{1r}}{\delta_{11}} = - \frac{- \frac{Pfa(l-a)}{3EI_0 l^2} (l^2 + al - a^2)}{\frac{8f^2 l}{15EI_0}} = \frac{5Pl}{8f} \frac{a(l-a)}{l^4} (l^2 + \\ &+ al - a^2) = \frac{5Pl}{8f} \xi(1-\xi)(1+\xi-\xi^2), \text{ სადაც } \xi = \frac{a}{l}. \end{aligned}$$

მიღებული ფორმულა საშუალებას გვაძლევს ავაგოთ განმზრჯენის გავლენის წირი. ამისათვის საკმარისია  $P$  გავუტოლოთ ერთს, ხოლო მისი მოდების წერტილის  $\xi$  აბსცისის მიმართ დავეშვათ, რომ იგი მიმდევრობით ღებულობს ყველა მნიშვნელობას ნულიდან, ვიდრე ერთამდე ( $0 \leq \xi \leq 1$ ). მას შემდეგ, რაც განმზრჯენის გავლენის წირი აგებულია,

ძნელი აღარაა მღუნავი მომენტის, გადამჭრელი ძალისა და გრძივი ძალის გავლენის წირთა აგება. საამისოდ უნდა გამოვიყენოთ წინა პარაგრაფის ბოლოში მოყვანილი ფორმულები, სადაც  $M_3$  და  $Q_3$ -ის სახით უნდა გვესმოდეს უკვე სათანადო კოჭის შესაბამის კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტისა და გადამჭრელი ძალის გავლენის წირთა ორდინატები.

### §43. შემკოჭიანი თალი

შემკოჭიანი თალიც ერთჯერ სტატიკურად ურკვევი სისტემაა. ორსახსრიანი თალისგან განსხვავებით, განმზრვენი ძალა უშუალოდ შემკოჭს გადაეცემა და არა საყრდენებს. ძირითადი სისტემა მიიღება შემკოჭის გაჭრით (ნახ. 43.1).



ნახ. 43.1.

კანონიკურ განტოლებას კარგეგულად ისეთივე სახე აქვს როგორც ორსახსრიანი თალისთვის

$$\delta_{11} X + \Delta_{1P} = 0.$$

უფრო მეტიც, განტოლების  $\Delta_{1P}$  კოეფიციენტი ისეთივეა, როგორც ორსახსრიანი თალის შემთხვევაში, ვინაიდან არჩეული ძირითადი სისტემის შესაბამისად საანგარიშო ძალების ქმედებით შემკოჭის გასწვრივ არავითარი შიგა ძალები არ აღიძვრება.

რაც შეეხება კანონიკური განტოლების გეომეტრიულ აზრს, იგი შემდეგში მდგომარეობს: გადამჭრილი შემკოჭის ნაწილები არ გადაადგილდებიან ერთმანეთის მიმართ.

ახლა გამოვთვალოთ  $\delta_{11}$  კოეფიციენტი. იგი უდრის

$$\delta_{11} \cong \int_0^l M_1^2 \frac{ds}{EI} + \int_0^l N_1^2 \frac{dx}{E_2 F_2},$$

სადაც  $L$  — თალის ღერძის სიგრძეა.

ამ ორი ინტეგრალიდან პირველი თალზე ვრცელდება, მეორე კი — შემკოჭზე. ფორმულის დაწერის დროს გათვალისწინებული იყო ის გარემოება, რომ შემკოჭი მხოლოდ გაჭიმვაზე მუშაობს, თალი კი ძირითადად ღუნვას განიცდის.

გრძივი ძალა შემკოჭისთვის ცნობილია, იგი უდრის ერთს ( $N_1=1$ ).

იმის გამო, რომ შემკოჭის სიხისტე გაჭიმვისას, ე. ი.  $E_2 F_2$  მუდმივი სიდიდეა, შეგვიძლია მისი გატანა ინტეგრალის ნიშნის გარეთ.

საბოლოოდ გვექნება

$$\delta_{11} = \int_0^l M_1^2 \frac{ds}{EI} + \frac{l}{E_3 F_3}$$

მიღებული ფორმულა შეგვიძლია ასეთნაირად გადავწეროთ

$$\delta_{11} = \delta_{11}^0 + \frac{l}{E_3 F_3}$$

სადაც  $\delta_{11}^0$  იმავე კოეფიციენტის მნიშვნელობაა უშემკოჭო ორსახსრიანი თალისთვის.

ამრიგად, კანონიკური განტოლების საფუძველზე

$$X = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}^0 + \frac{l}{E_3 F_3}}$$

მაშასადამე, შემკოჭიანი თალის განმბრჯენი ყოველთვის უფრო ნაკლებია, ვიდრე იმავე მოხაზულობის უშემკოჭო თალისა. რაც უფრო მეტად დამყოლია თალის შემკოჭი, ე. ი. რაც უფრო ნაკლებია მისი სიხისტე  $E_3 F_3$ , მით უფრო ნაკლებია განმბრჯენი ძალაც. შემკოჭის დამყოლობის ზრდასთან ერთად თალის მუშაობის პირობები უახლოვდება სტატიკურად რკვევადი მრუდე ძელის მუშაობის პირობებს.

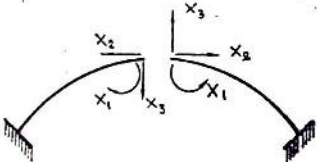
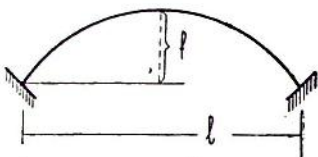
პირიქით, რაც უფრო ნაკლებად დამყოლია შემკოჭი, ე. ი. რაც უფრო მეტია მისი სიხისტე, მით უფრო მეტი იქნება განმბრჯენი ძალა. უკანასკნელი ასიმპტოტურად უახლოვდება ჩვეულებრივი ორსახსრიანი თალის განმბრჯენს, როცა შემკოჭის სიხისტეს უსასრულოდ ვზრდით. ამ შემთხვევაში შემკოჭიანი თალი მუშაობს როგორც უშემკოჭო. ეს გასაგებიცაა, ვინაიდან ამჯერად გამორიცხულია შემკოჭის წაგრძელება, და, მაშასადამე, თალის ბოლოების წირითი გადაადგილება ერთმანეთის მიმართ.

#### § 44. უსახსრო თალი

უსახსრო თალი წარმოადგენს სამჯერ სტატიკურად ურკვევ სისტემას. მართლაც, საყრდენთა ხისტად ჩამაგრების გამო თითოეული მათგანი, გარდა პორიზონტალური და ვერტიკალური რეაქციებისა, განიცდის უცნობი რეაქტიული მომენტის ქმედებას. მეტწილად, უსახსრო თალებს სიმეტრიული მოხაზულობა აქვთ. ამიტომ ხელსაყრელია ძირითადი სისტემაც მივიღოთ სიმეტრიული, თალის კლიტეში გაჭრით და სათანადო უცნობი ძალების მოდებით (ნახ. 44.1).

ამრიგად, ძირითადი სისტემა წარმოადგენს ორი მრუდე კონსოლის ერთობლიობას. ამ კონსოლების ბოლოებზე მოდებულია განზოგადებული

უცნობი ძალები— $X_1, X_2, X_3$ . ეს ძალები უნდა შეირჩეს ისეთნაირად, რომ გამოირიცხოს კონსოლთა ბოლოების ურთიერთგადაადგილებების შესაძლებლობა. სწორედ ამ ფაქტს ასახავს კანონიკურ განტოლებათა სისტემა.



ნახ. 44.1.

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2p} = 0,$$

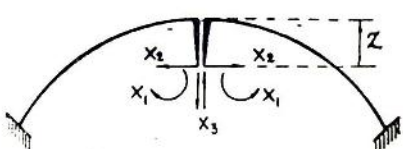
$$\delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

იმის გამო, რომ ნაგებობაც და შესაბამისი ძირითადი სისტემაც სიმეტრიულია, კოეფიციენტები  $\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{32} = 0$ .

მართლაც, მორის ფორმულის საფუძველზე, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\delta_{13} = \int_{(I)} M_1 M_3 \frac{ds}{EI} + \int_{(II)} M_1 M_3 \frac{ds}{EI},$$

სადაც პირველი ინტეგრალი ვრცელდება მარცხენა ნახევართაღზე, მეორე კი—მარჯვენაზე. ეს ინტეგრალები სიდიდით ტოლნი არიან, ნიშნით—განსხვავებულია, ვინაიდან  $M_3$  მომენტს თალის სხვადასხვა ნაწილების გასწვრივ სხვადასხვა ნიშნები აქვს, იმ დროს, როდესაც  $M_1$  მომენტი ნიშანს ინარჩუნებს ნაგებობის მთელ სიგრძეზე. რაც შეეხება მომენტების აბსოლუტურ მნიშვნელობებს, ისინი კლიტისგან თანაბრად დაშორებულ კვეთებში ერთნაირია.



ნახ. 44.2.

იმავე მიზეზით დანარჩენი კოეფიციენტებიც ნულის ტოლია.

საერთოდ. უნდა გვახსოვდეს, რომ რაიმე კოეფიციენტები  $\delta_{kj}$  ( $k \neq j$ )—ნულის ტოლია, როცა ძირითადი სისტემა სიმეტრიულია, ხოლო  $X_k$  და  $X_j$  ძალების შიერ გამოწვეული ძალები შესაბამისად სიმეტრიულად და უკუსიმეტრიულად ნაწილდებიან. „უკუსიმეტრიული“ ან „ირიბადსიმეტრიული“ ითქმის ძალვათა ისეთი განაწილების მიმართ, როცა სისტემის სიმეტრიულ ელემენტებში აღიძვრება სიდიდით ტოლი და ნიშნით განსხვავებული ძალები.

ამრიგად, კანონიკურ განტოლებათა სისტემა ღებულობს სახეს

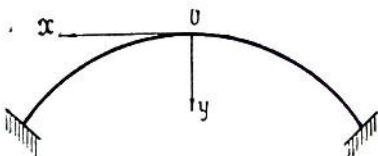
$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0,$$

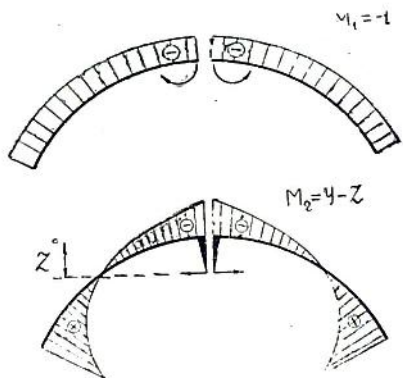
$$\delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

ასეთი სახით კანონიკურ განტოლებათა სისტემა უკვე მარტივია, თუმცა შესაძლებელია მისი შემდგომი გამარტივება. ამას მივაღწევთ თუკი სათანადოდ შერჩეული ძირითადი სისტემისთვის  $\delta_{12}$  კოეფიციენტი აღმოჩნდება ნულის ტოლი. ვაჩვენოთ, თუ რა გზით შეიძლება ეს მოხერხდეს.

მოუღე კონსოლების ბოლოებს მივამაგრთთ აბსოლუტურად ხისტი შვეული შვერილები, რომელთა  $z$  სიგრძე ვერავრობით უცნობია (ნახ. 44.2).  $X_1$ ,  $X_2$  და  $X_3$  ძალები მოვდოთ შვერილთა თავისუფალ ბოლოებს. მაშინ კანონიკურ



ნახ. 44.3.



ნახ. 44.4.

ვს მოვათავსებთ თალის კლიტეში (ნახ. 44.3), მაშინ  $\delta_{12}$  კოეფიციენტის გამოსათვლელი ინტეგრალი აიღება  $(-L/2)$ -დან  $(+L/2)$ -მდე, სადაც  $L$  თალის ღერძის სიგრძეს აღნიშნავს, ე. ი.

$$\delta_{12} = \int_{-L/2}^{+L/2} M_1 M_2 \frac{ds}{EI}$$

$M_1$  და  $M_2$  მომენტებს ასეთი ეპიურები აქვთ (ნახ. 44.4). ეპიურე-

განტოლებათა სისტემა მიუთითებს იმაზე, რომ შვერილთა ბოლოებს არ შეუძლიათ ერთმანეთის მიმართ გადაადგილდნენ. რამდენადაც შვერილები შევარჩიეთ აბსოლუტურად ხისტი, ურთიერთგადაადგილების შესაძლებლობა გამორიცხული იქნება შვერილთა მიუღ სიგრძეზე იმ წერტილების ჩათვლით, რომლებიც თალის ღერძს ეკუთვნიან. ეს ფაქტი თეორიულად ასაბუთებს შვერილთა ბოლოებზე უცნობი ძალების გადატანის შესაძლებლობას.

თუ კოორდინატთა სათა-

ბის აგებისას დადებითად მიჩნეული იყო მომენტი, რომელიც ქვედა ბოჭკოების გაჭიმვას იწვევს. რაც შეეხება ეპიურათა ორდინატებს, ისინი გადაზომილი არიან თალის ღერძის მართობულად გაჭიმული ბოჭკოების მხარეს.

ვინაიდან  $M_2$  მომენტის ეპიურა ნიშანცვლადია, შვერილის სიგრძე შეგვიძლია შევარჩიოთ ისეთნაირად, რომ  $\delta_{12}$  კოეფიციენტის გამომსახველი ინტეგრალი აღმოჩნდეს ნულის ტოლი, ე. ი.

$$\int_{-L/2}^{+L/2} M_1 M_2 \frac{ds}{EI} = \int_{-L/2}^{+L/2} (-1)(y - \zeta) \frac{ds}{EI} = \zeta \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{ds}{EI} - \int_{-L/2}^{+L/2} y \frac{ds}{EI} = 0,$$

საიდანაც, თალის სიმეტრიულობის გათვალისწინებით,

$$\zeta = \frac{\int_0^{L/2} y \frac{ds}{EI}}{\int_0^{L/2} \frac{ds}{EI}}.$$

ასე განისაზღვრება ხისტი შვერილების საძიებელი სიგრძე.

წერტილს კოორდინატებით  $x = 0$ ,  $y = \zeta$ , ეწოდება თალის დრეკადი სიმძიმის ცენტრი. როდესაც უცნობი ძალები გადმოტანილია დრეკად სიმძიმის ცენტრში, კანონიკურ განტოლებათა სისტემა იშლება სამ დამოუკიდებელ განტოლებად.

$$x_1 \delta_{11} + \Delta_{1p} = 0,$$

$$x_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} = 0,$$

$$x_3 \delta_{33} + \Delta_{3p} = 0.$$

ვთქვათ, თალის ღერძი წარმოადგენს პარაბოლას  $y = \frac{4f}{l^2} x^2$ , ხო-

ლო ინერციის მომენტი იცვლება კანონით  $I = \frac{I_0}{\cos \varphi}$ , მაშინ:

$$\zeta = \frac{\int_0^{L/2} y \frac{ds}{EI}}{\int_0^{L/2} \frac{ds}{EI}} = \frac{\int_0^{l/2} y dx}{\int_0^{l/2} dx} = \frac{\frac{4f}{l^2} \int_0^{l/2} x^2 dx}{\int_0^{l/2} dx} = \frac{f}{3}.$$

ამრიგად, დრეკადი სიმძიმის ცენტრ კლიტიდან დაშორებულია აწეულობის ისრის  $\frac{1}{3}$ -ით. ეს შედეგი პრაქტიკულად დამოკიდებული არ არის თაღის ღერძის ზუსტ მოხაზულობაზე.

## სტატიკურად ურკვევი კოჭების თეორია

### § 45. დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის გაანგარიშება

დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭი ხშირად გეხვდება საინჟინრო პრაქტიკაში. რკინიგზაზე მისი მავალითია რელსი და შპალი, სამოქალაქო მშენებლობაში—შენობის საძირკველი. „დრეკადად“ მიჩნეულია ფუძე, რომლის რეაქცია თითოეულ წერტილში კოჭის გაღუნვის პროპორციულია. ეს დაშვება მეტნაკლებად ასახავს მოვლენათა ჰემმარიტ სურათს.

ცხადია, დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭი სტატიკურად ურკვევი სისტემაა, ვინაიდან მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის დასადგენად საჭიროა წინასწარ ვიცოდეთ კოჭზე მოქმედი ყველა ძალა, მათ შორის ფუძის რეაქციის ძალებიც, რომლებიც გაღუნვათა პროპორციული არიან.

შევადგინოთ დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის ღუნვის დიფერენციალური განტოლება. კოჭის სიხისტის შესახებ დავუშვათ, რომ იგი მუდმივია. კოორდინატთა სისტემის სათავე მოვათავსოთ კოჭის ღერძის ნებისმიერ წერტილში.  $x$  ღერძი მივმართოთ მარცხნიდან მარჯვნივ, გაღუნვათა  $y$  ღერძი კი—შვეულად ზევით.

როგორც მასალათა გამძლეობის კურსიდანაა ცნობილი

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = p(x).$$

დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის შემთხვევაში განაწილებული დატვირთვის ინტენსივობა შეიძლება წარმოვიდგინოთ ჯამის სახით

$$q(x) = p(x) - ky,$$

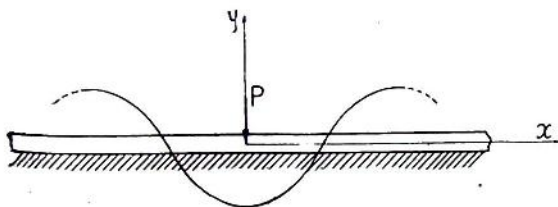
სადაც პირველი შესაკრები გარე დატვირთვის ინტენსივობას განსაზღვრავს, მეორე კი წარმოადგენს რეაქციის ძალთა ინტენსივობას. იგი გაღუნვის პროპორციულია და მიმართულია მის საწინააღმდეგოდ, როგორც ამაზე მიუთითებს უარყოფითი ნიშანი. პროპორციულობის  $k$  კოეფიციენტს, „საგების კოეფიციენტი“ ეწოდება. მისი განზომილებაა  $\frac{\text{ძალა}}{\text{სიგრძე}}$ . სხვადასხვა ფუძეებისთვის ამ კოეფიციენტს

სხვადასხვა რიცხვითი მნიშვნელობა აქვს.

ნათქვამის შესაბამისად, დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის ღუნვის დიფერენციალური განტოლება ღებულობს სახეს:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = \frac{p(x)}{EI}.$$

ახლა წარმოვიდგინოთ დრეკად ფუძეზე მდებარე უსასრულოდ გრძელი კოჭი, რომელიც განიცდის შეყურსული  $P$  ძალის ქმედებას (ნახ. 45.1). კოორდინატთა სათავე ძალის მოდების წერტილში მოვათავსოთ.



ნახ. 45 1.

ამ შემთხვევაში არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების ნაცვლად დაგვრჩება შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლება, ვინაიდან  $p(x) \equiv 0$ .

ამრიგად,

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = 0.$$

ამ განტოლების ზოგადი ამონახსენი იქნება

$$y = e^{\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x),$$

სადაც  $A, B, C, D$  აღნიშნავენ ნებისმიერ საინტეგრო მუდმივებს, ხოლო

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}.$$

სიმეტრიის საფუძველზე საკმარისია შევისწავლოთ მხოლოდ მარჯვენა ნახევარკოჭის დეფორმაცია ( $x \geq 0$ ). წონასწორობის პირობა მოითხოვს, რათა კოჭის გაღუნვა იმ წერტილებში, რომლებიც უსასრულოდ დიდი მანძილით არიან დაშორებული ძალის მოდების წერტილიდან, იყოს ნულის ტოლი. წინააღმდეგ შემთხვევაში რეაქციის ძალთა ტოლქმედი, რომელმაც უნდა გააწონასწოროს შეყურსული  $P$  ძალა, აღმოჩნდება უსასრულოდ დიდი.

მაშასადამე,

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0,$$

რაც მხოლოდ მაშინაა შესაძლებელი, როცა  $A = B = 0$ .  
ამრიგად,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x).$$

ახლა, თუ მხედველობაში მივიღებთ ძალისა და ფუძის რეაქციის სიმეტრიულობას  $y$  ღერძის მიმართ, გასაგები გახდება, რომ მობრუნების კუთხე  $P$  ძალის მოღების წერტილში უნდა იყოს ნულის ტოლი (ნახ. 45.1), ე. ო.

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0.$$

რამდენადაც

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} = & -\beta e^{-\beta x} C \sin \beta x + \beta e^{-\beta x} C \cos \beta x - \beta e^{-\beta x} D \cos \beta x - \\ & - \beta e^{-\beta x} D \sin \beta x, \quad \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \beta C - \beta D = \beta (C - D). \end{aligned}$$

მაშინ,

$$\beta (C - D) = 0, \quad C = D.$$

ამრიგად,

$$y = C e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x).$$

$C$  მუდმივის განსაზღვრისთვის გვრჩება პირობა

$$Q(0) = -\frac{P}{2}.$$

რამდენადაც

$$EI \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x),$$

$$EI \left( \frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2}.$$

$y$ -ის ახლახან მიღებული გამოსახულების საფუძველზე

$$\frac{dy}{dx} = -2C\beta e^{-\beta x} \sin \beta x,$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 2C\beta^3 e^{-\beta x} \sin \beta x - 2C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x = 2C\beta^3 e^{-\beta x} (\sin \beta x - \cos \beta x),$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^3 e^{-\beta x} \sin \beta x + 2C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x + 2C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x + \\ + 2C\beta^3 e^{-\beta x} \sin \beta x = 4C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x.$$

როცა  $x = 0$ ,

$$\left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=0} = 4C\beta^3,$$

მაშასადამე,

$$4C\beta^3 EI = -\frac{P}{2}$$

და

$$C = -\frac{P}{8EI\beta^3}.$$

საბოლოოდ,

$$y = -\frac{P e^{-\beta x}}{8EI\beta^3} (\sin \beta x + \cos \beta x),$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P e^{-\beta x}}{4EI\beta^2} \sin \beta x,$$

$$M(x) = EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\sin \beta x - \cos \beta x),$$

$$Q(x) = EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x.$$

ახლა ვაჩვენოთ, თუ რა მიმდევრობით ხდება სასრული სიგრძის კოქსის გაანგარიშება. დატვირთვის თაობაზე დაუშვათ, რომ იგი თანაბრადაა განაწილებული ნაგებობის მთელ სიგრძეზე და მისი ინტენსივობა უდრის  $p$ -ს.

კოქსის ლუნვის დიფერენციალური განტოლება იქნება:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = \frac{p}{EI},$$

ან კიდევ, თუ გავითვალისწინებთ შემოღებულ აღნიშვნას:  $\beta = \sqrt{\frac{k}{4EI}}$ ,

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = -\frac{p}{EI}.$$

ამრიგად, უნდა ამოიხსნას მეოთხე რიგის ჩვეულებრივი წრფივი არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლება. საძიებელი ამონახსნის მისაღებად საჭიროა ავაგოთ შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლების

ზოგადი ამონახსენი და მას მივეუმატოთ არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსენი.

ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსენი, როგორც ვნახეთ, განისაზღვრება ფორმულით:

$$y = e^{\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin x + D \cos x).$$

რაც შეეხება არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსენს, იგი იქნება

$$\frac{p}{k}.$$

ამრიგად, საძიებელი ზოგადი ამონახსენი განისაზღვრება ფორმულით

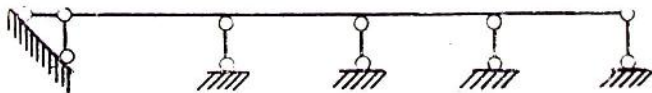
$$y = -\frac{p}{k} + e^{\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x).$$

ოთხი საინტეგრირაციო მუდმივის განსაზღვრისთვის, ე. ი.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  და  $D$  მუდმივების დასადგენად გვაქვს ოთხი პირობა, კოჭის თითოეულ ბოლოზე ორ-ორი.

ასე, მაგალითად, თუ კოჭის ბოლო თავისუფალია, გაღუნვის მეორე და მესამე რიგის წარმოებულები უდრის ნულს, რამდენადაც ნულის ტოლია მღუნავი მომენტი და განივი ძალა. კოჭის თავისუფლად დაყრდნობილ ბოლოზე ნულის ტოლია გაღუნვა და მისი მეორე რიგის წარმოებული. რაც შეეხება ხისტად ჩამაგრებულ ბოლოს, იგი უზრუნველყოფს გაღუნვისა და მისი პირველი რიგის წარმოებულის, ე. ი. მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობას.

#### § 46. უჭრი კოჭი

მთლიან ძელს, რომელსაც ორი ან ორზე მეტი მალი აქვს, ეწოდება უჭრი კოჭი. ასეთ კოჭს ერთი საყრდენი მაინც უძრავი უნდა ჰქონდეს (იხ. § 7). რაც შეეხება დანარჩენებს, ისინი შეიძლება წარმოადგენდნენ

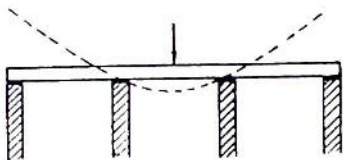


ნახ. 46.1.

მოძრავ-სახსროვან საყრდენებს (ნახ. 46.1). ამავე დროს საყრდენთა მოწყობილობა უნდა გამორიცხავდეს მათგან კოჭის მოწყვეტის, დაცილების

შესაძლებლობას (ნახ. 46.2), ე. ი. გამორიცხულია ისეთი საყრდენი მოწყობილობა, რომელიც წარმოადგენს ცალმხრივ ბმას (ნახ. 46.2).

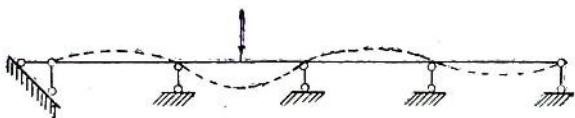
უჭრი კოჭის ერთ-ერთ მალზე მოქმედი დატვირთვა იწვევს მის გაღუნვას უკლებლივ ყველა მალის გასწვრივ გარკვეული გლუვი წირის მიხედვით (ნახ. 46.3).



ნახ. 46.2.

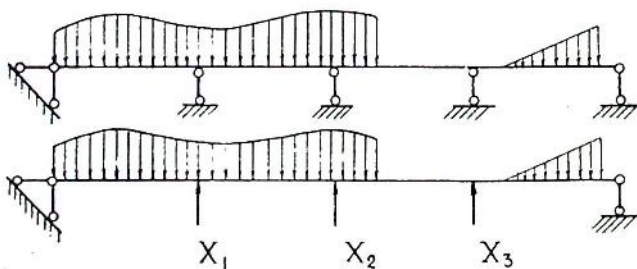
კოჭის სტატიკურად ურკვევობის რიგს მივიღებთ მისი საყრდენი ღეროების რიცხვისგან სამის გამოკლებით.

სტატიკურად ურკვევეი სხვა სისტემების მსგავსად უჭრი კოჭის გაანგარიშებაც კანონიკურ განტოლებათა სისტემის შედგენა-ამოხსნის საფუძველზე ხდება. სათანადო გამოთვლების სირთულე ამჯერადაც დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად მარჯვედაა შერჩეული ძირითადი სისტემა. ასე, მაგალითად,



ნახ. 46.3.

ნახაზზე წარმოდგენილი შემთხვევისთვის ძირითადი სისტემა მიღებულია შუალედური საყრდენების ჩამოცილებით (ნახ. 46.4), რაც მეტისმეტად არახელსაყრელია, ვინაიდან კანონიკურ განტოლებათა სისტემის თითოე-

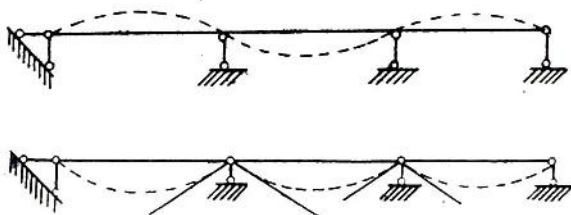


ნახ. 46.4.

ულ განტოლებაში შევა უკლებლივ ყველა უცნობი ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k, \dots, X_n$ ).

ამასთან დაკავშირებით, ბუნებრივია, სხვა გზით შევარჩიოთ ძირითადი სისტემა.

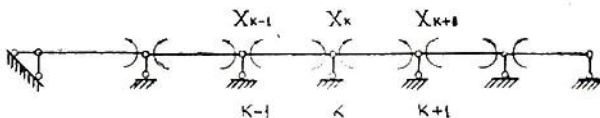
გადავჭრათ კოჭი ყველა შუალედური საყრდენის თავზე. დაგვრჩება სტატიკურად რკვევადი კოჭების ერთობლიობა, სადაც მეზობელი კოჭების მოსაზღვრე საყრდენ კვეთებს შეუძლიათ მობრუნდნენ ერთმანეთის მიმართ (ნახ. 46.5). მოცემულ სისტემასთან ეკვივალენტობის დასამყარებლად, საყრდენ კვეთებს მოვლით უცნობი მღუნავი მომენტები, რომლებიც უზრუნველყოფენ ამ კვეთების ერთობლივ მუშაობას, მათ ურთი-



ნახ. 46.5.

ერთდამთხვევას, ანუ რაც იგივეა, უზრუნველყოფენ მობრუნების კუთხის უწყვეტობას ნაგებობის მთელ სიგრძეზე (ნახ. 46.6).

წინასწარ დაუშვათ, რომ ამ მომენტებით გამოწვეული ღუნვის შედეგად გაჭიმვას განიცდიან ქვედა ბოჭკოები (ნახ. 46.6). თუ რამდენად სწორია ასეთი დაშვება, ამას გამოთვლები გვიჩვენებენ. მომენტები, რომ-



ნახ. 46.6.

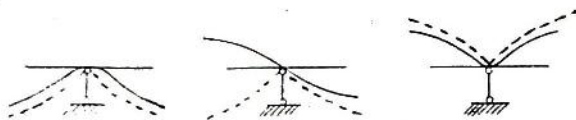
ლებიც სათანადო კოჭის ზედა ბოჭკოების გაჭიმვას იწვევენ, აღმოჩნდება უარყოფითი.

ამგვარად, ძირითადი სისტემა წარმოდგენილია ორ-ორ საყრდენზე მდებარე კოჭების ერთობლივობით, სადაც მოცემული დატვირთვის გარდა, თითოეული კოჭი განიცდის საყრდენ კვეთებზე მოღებულ უცნობი მღუნავი მომენტების ქმედებას. რაც შეეხება კანონიკურ განტოლებებს, ისინი გამოხატავენ მოსაზღვრე საყრდენი კვეთების ურთიერთმობრუნების შეუძლებლობის ფაქტს (ნახ. 46.7).

ნათქვამის შესაბამისად, რაიმე  $k$  და  $k+1$  კოჭისთვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\delta_{k, k-1} X_{k-1} + \delta_{k, k} X_k + \delta_{k, k+1} X_{k+1} + \Delta_{kP} = 0,$$

სადაც თითოეული შესაჯრები გამოხატავს ამ კოჭების მოსაზღვრე საყრდენი კვეთების ურთიერთმობრუნების კუთხეს, რაც გამოწვეულია სათანადო ფაქტორის ქმედებით. მოცემული გარე ძალების გარდა, ასეთი ფაქტორებია  $X_{k-1}$ ,  $X_k$  და  $X_{k+1}$  მღუნავი მომენტები, რომლებიც მოქმედებენ



ნახ. 46.7.

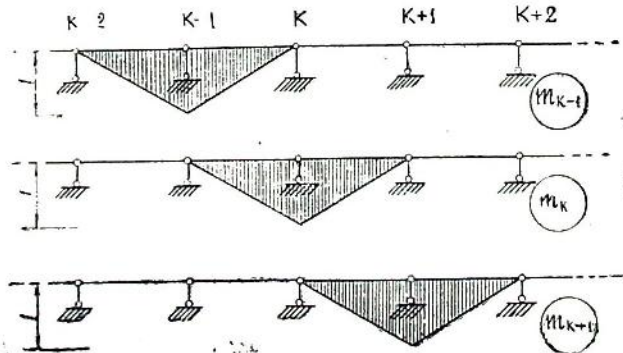
განხილული ორი კოჭის საყრდენ კვეთებში. დანარჩენი მომენტები აღნიშნული კუთხის სიდიდებზე გავლენას არ ახდენენ.

ახლა გამოვთვალოთ  $\delta_{k, k-1}$ ,  $\delta_{k, k}$  და  $\delta_{k, k+1}$  კოეფიციენტები მორის ფორმულის საფუძველზე

$$\delta_{k, k-1} = \sum \int m_k m_{k-1} \frac{dx}{EI}, \quad \delta_{k, k} = \sum \int m_k^2 \frac{dx}{EI},$$

$$\delta_{k, k+1} = \sum \int m_k m_{k+1} \frac{dx}{EI}.$$

როგორც  $m_k$ , ასევე  $m_{k-1}$  და  $m_{k+1}$  მომენტების ეპიურები სწორხაზოვანია (ნახ. 46.8). ეს საშუალებას გვაძლევს ვისარგებლოთ ინტეგრაცი-



ნახ. 46.8.

ლების გამოსათვლელად ეპიურათა გადამრავლების ხერხით, თუკი დავუშვებთ, რომ კოჭის სიხისტე თითოეული მალის ფარგლებში მუდმივი სიდიდეა.

ეპიურათა გადამრავლების შედეგად ვღებულობთ:

$$\delta_{k, k-1} = \frac{1}{EI_k} \cdot \frac{l_k}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{l_k}{6EI_k},$$

$$\delta_{k, k} = \frac{1}{EI_k} \cdot \frac{l_k}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{EI_{k+1}} \cdot \frac{l_{k+1}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{l_k}{3EI_k} + \frac{l_{k+1}}{3EI_{k+1}},$$

$$\delta_{k, k+1} = \frac{1}{EI_{k+1}} \cdot \frac{l_{k+1}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{l_{k+1}}{6EI_{k+1}}.$$

ახლა გამოთვალოთ კანონიკური განტოლების თავისუფალი წევრი —  $\Delta_{k,p}$ .

$$\Delta_{k,p} = \sum \int m_k m_p \frac{dx}{EI} = \int_{l_k} m_k m_p \frac{dx}{EI_k} + \int_{l_{k+1}} m_k m_p \frac{dx}{EI_{k+1}},$$

სადაც  $m_p$  აღნიშნავს იმ მლუნავ მომენტს, რომელიც აღიძვრება მოცემული გარე ძალების ქმედებით.

რამდენადაც  $m_k$  მომენტის ეპიურა სწორხაზოვანია, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\int_{l_k} m_k m_p \frac{dx}{EI_k} = \frac{1}{EI_k} \frac{F_k a_k}{l_k},$$

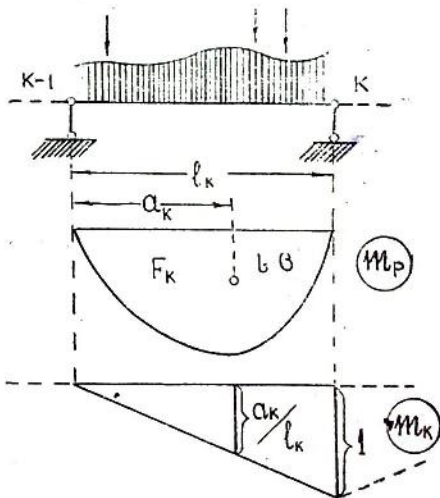
სადაც  $F_k$  აღნიშნავს  $m_p$  მომენტის ეპიურის ფართობს,  $a_k$  კი — მანძილს ამ ფართობის სიმძიმის ცენტრიდან მარცხენა საყრდენ ვერტიკალამდე (ნახ. 46.9).

ანალოგიურად,

$$\int_{l_{k+1}} m_k m_p \frac{dx}{EI_{k+1}} = \frac{1}{EI_{k+1}} \frac{F_{k+1} b_{k+1}}{l_{k+1}}.$$

ამ ფორმულაში  $b_{k+1}$  აღნიშნავს მანძილს  $F_{k+1}$  ფართობის სიმძიმის ცენტრიდან მარჯვენა საყრდენ ვერტიკალამდე (ნახ. 46.10).

თუკი წარმოვიდგენთ, რომ  $F_k$  და  $F_{k+1}$  სათანადო კოეფიციენტზე მოქმედ-



ნახ 46.9.

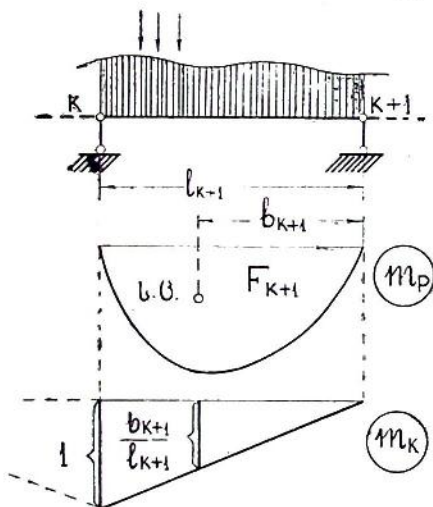
დი ფიქტიური დატვირთვებია,  $\frac{F_k a_k}{l_k}$  და  $\frac{F_{k+1} b_{k+1}}{l_{k+1}}$  შეგვიძლია შესაბამისად განვმარტოთ როგორც  $k$  კოქის მარჯვენა საყრდენისა და  $k+1$  კოქის მარცხენა საყრდენის ფიქტიური რეაქციები.

ამ რეაქციებისთვის შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები

$$\frac{F_k a_k}{l_k} = B_k^{\text{ფ}}, \quad \frac{F_{k+1} b_{k+1}}{l_{k+1}} = A^{\text{ფ}}_{k+1}.$$

ამრიგად, კანონიკური განტოლება მიიღებს სახეს

$$\frac{l_k}{6EI_k} X_{k-1} + \left( \frac{l_k}{3EI_k} + \frac{l_{k+1}}{3EI_{k+1}} \right) X_k + \frac{l_{k+1}}{6EI_{k+1}} X_{k+1} + \frac{1}{EI_k} B_k^{\text{ფ}} + \frac{1}{EI_{k+1}} A^{\text{ფ}}_{k+1} = 0.$$



ნახ. 46.10.

მიღებული განტოლება ცნობილია სამი მომენტის განტოლების სახელწოდებით.

მუდმივი კვეთის უკრი კოქისთვის ( $I_k = I_0$ ) გვექნება

$$l_k M_{k-1} + 2(l_k + l_{k+1}) M_k + l_{k+1} M_{k+1} = -6(B_k^{\text{ფ}} + A^{\text{ფ}}_{k+1}).$$

ამრიგად, თითოეულ კანონიკურ განტოლებაში (პირველისა და უკა-

ვუწოდოთ მალის და-

ყვანილი სიგრძე  $l_k' = \frac{I_0}{I_k} l_k$

სიდიდეს, სადაც  $I_0$  ინერციის ცნობილი მომენტია.  $6EI_0$ -ზე ვადამრავლებს შემდეგ კანონიკური განტოლება ასე ჩაიწერება

$$l_k' M_{k-1} + 2(l_k' + l_{k+1}') M_k + l_{k+1}' M_{k+1} = -6 \left( \frac{I_0}{I_k} B_k^{\text{ფ}} + \frac{I_0}{I_{k+1}} A^{\text{ფ}}_{k+1} \right),$$

სადაც უცნობი მღუნავი მომენტების აღსანიშნავად,  $X_{k-1}$ ,  $X_k$ ,  $X_{k+1}$ -ის ნაცვლად გამოყენებულია ტრადიციული აღნიშვნები:  $M_{k-1}$ ,  $M_k$ ,  $M_{k+1}$ .

ნასკნელის გარდა) სამ-სამი უცნობი მომენტი შედის, რაც შეეხება პირველსა და უკანასკნელ განტოლებებს, ისინი მხოლოდ ორ-ორ უცნობს შეიცავენ. ასეთი სახის განტოლებებს ალგებრაში სამწვერა განტოლებებს უწოდებენ.

როგორც განტოლებათა ანალიზი გვიჩვენებს, როცა კოჭის სიხის-ტე უცვლელია, კვეთის ზომები და დრეკადობის მოდული გავლენას არ ახდენენ ძალეათა განაწილებაზე.

თუ უჭრი კოჭის ერთ-ერთი ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, სამი მომენტის განტოლებას შევადგენთ ისე, თითქოს ჩამაგრების გადაღმა არსებობდეს კიდევ ერთი მალი, თანაც ნულოვანი სიგრძის ( $l_0 = 0$ ) (ნახ. 46.11).

ამრიგად, შესაბამისი განტოლება ასე დაიწერება:

$$M_{-1}l_0 + 2(l_0 + l_1)M_0 + l_1M_1 = -6A_1^0,$$

ანუ

$$2l_1M_0 + l_1M_1 = -6A_1^0.$$

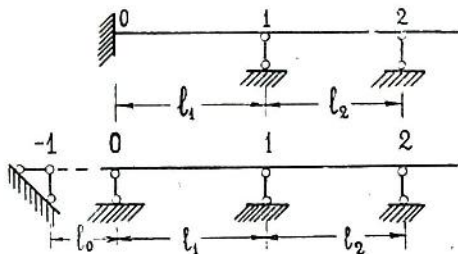
როცა  $l_1$  მალი დაუტვირთავია,  $A_1^0 = 0$  და, მაშასადამე,  $M_0 = 1/2 M_1$ .

რაკი საყრდენ კვეთებში მოქმედი მლუნავი მომენტების მნიშვნელობა ცნობილია, არავითარ სიძნელეს აღარ წარმოადგენს მლუნავი მომენტისა და გადაამკრელი ძალის ეპიურების აგება. ეპიურათა აგება თითოეული მალის გასწვრივ ხდება ისევე, როგორც ჩვეულებრივი კოჭისთვის, რომელიც მოცემული დატვირთვის გარდა განიცდის საყრდენ კვეთებზე მოდებული მლუნავი მომენტების ქმედებას.

ამგვარად, მლუნავი მომენტისა და გადაამკრელი ძალის საბოლოო ეპიურების აგება ცალკეული ეპიურების შეკრებაში მდგომარეობს. ნათქვამის საფუძველზე მლუნავი მომენტის ცვლილება უჭრი კოჭის რომელიმე  $k$  მალის გასწვრივ გამოისახება შემდეგი ფორმულით

$$M_x = M_x^0 + \frac{M_{k-1}(l_k - x) + M_k x}{l_k},$$

სადაც  $M_x^0$  აღნიშნავს მლუნავ მომენტს, რომელიც გამოწვეულია უშუალოდ  $k$  მალზე მოქმედი გარე ძალებით (ნახ. 46.12).



ნახ. 46.11.

რაც შეეხება მეორე შესაკრებს, იგი განაპირობა საყრდენ კვეთებზე მოდებული მღუნავი მომენტების ქმედებამ (ნახ. 46.13).

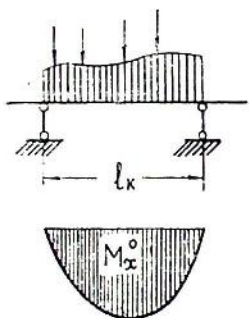
მართლაც, მომენტებით დატვირთული კოქის მარცხენა საყრდენის რეაქცია იქნება  $\frac{M_k - M_{k-1}}{l_k}$ .

შესაბამისად, მღუნავი მომენტი კოქის რაიმე  $x$  კვეთში უდრის

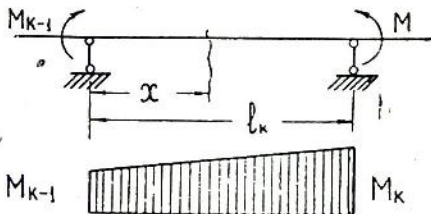
$$\frac{M_k - M_{k-1}}{l_k} x + M_{k-1} = \frac{M_{k-1}(l_k - x) + M_k x}{l_k}, \text{ რ. უ. დ.}$$

რამდენადაც გადამჭრელი ძალა

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx},$$



ნახ. 46.12.

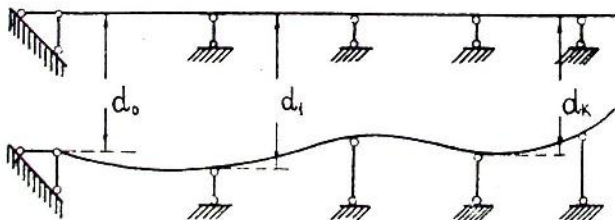


ნახ. 46.13.

ახლახან მიღებული ფორმულის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ

$$Q_x = \frac{dM_x^0}{dx} + \frac{M_k - M_{k-1}}{l_k} = Q_x^0 + \frac{M_k - M_{k-1}}{l_k},$$

სადაც  $Q_x^0$ -ით აღნიშნულია ის გადამჭრელი ძალა, რომელიც გამოწვეულია უშუალოდ მალზე მოქმედი დატვირთვით.



ნახ. 46.14.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ უჭრი კოქის საყრდენებმა განიცადეს გადაადგილება. გადაადგილებათა მნიშვნელობა აღვნიშნოთ შესაბამისად  $d_k$ -თი ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ) (ნახ. 46.14). ამ შემთხვევაში ძირითადი სისტემა

მიღებზ ტეხილის მოხაზულობას, რაც გამოწვეულია საყრდენებზე გარდატეხის კუთხეების ვაჩენით (ნახ. 46.15).

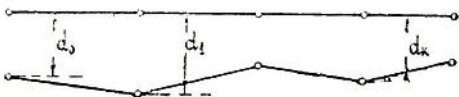
განვსაზღვროთ გარდატეხის რაიმე კუთხე  $\Delta_k$  ძირითადი სისტემის  $k$  საყრდენის თავზე (ნახ. 46.16).

როგორც ნახაზიდან ჩანს,

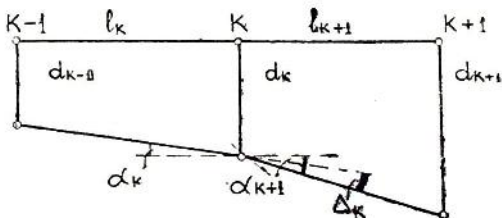
$$\Delta_k = \alpha_{k+1} - \alpha_k = \frac{d_{k+1} - d_k}{l_{k+1}} - \frac{d_k - d_{k-1}}{l_k}$$

სადაც კუთხეების სიმციროს გამო ტანგენსი გატოლებულია კუთხესთან. დანარჩენი საყრდენების დაჯღომა გავლენას არ ახდენს გარდატეხის კუთხის მნიშვნელობაზე.

მას შემდეგ, რაც გარდატეხის  $\Delta_k$  კუთხე დადგენილია, ძნელი აღარაა სათანადო კანონიკური განტოლების შედგენა. ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ უსინამდვილეში  $k$  საყრდენის თავზე კოქის ღერძი გარდატეხას არ განიცდის. ადრე მიღებული განტოლებებისგან იგი განსხვავდება მხოლოდ თავისუფალი წევრით. ეს გასაგებიცაა, ვინაიდან იმ განტოლებებში თავისუფალი წევრი გამოხა-



ნახ 46.15.



ნახ. 46.16.

ტავდა მეზობელი საყრდენი კვეთების ურთიერთმობრუნების კუთხეს, რომელსაც გარე ძალების ქმედებით იყო გამოწვეული, აქ კი იმავე კვეთების ურთიერთმობრუნება საყრდენთა დაჯღომის შედეგად ხდება.

ნათქვამის შესაბამისად, სამი მომენტის განტოლება მუდმივი სიხისტის უჭრი კოქისთვის, რომლის საყრდენებიც განიცდიან დაჯღომას, ასე ჩაიწერება

$$l_k M_{k-1} + 2(l_k + l_{k+1}) M_k + l_{k+1} M_{k+1} = -6EI \Delta_k$$

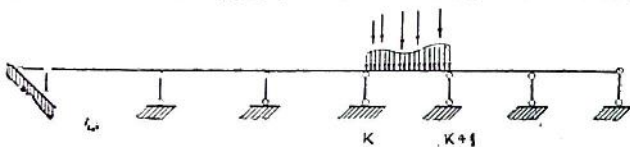
ამჯერად, უკვე წინა შემთხვევისგან განსხვავებით, ძალები, რომ-

ლებიც აღიძვრებიან საყრდენთა გადაადგილების გამო, დამოკიდებული არიან კოჭის სიხისტეზე.

ამავე დროს, საყრდენთა გადაადგილება უნდა იყოს იმდენად მცირე, რომ მისგან გამოწვეული ძაბვები არ აღემატებოდეს დრეკადობის ზღვარს, ვინაიდან მიღებული შედეგები სამართლიანია მხოლოდ ჰუკის კანონის გამოყენების ფარგლებში.

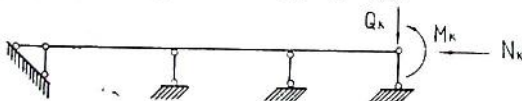
#### §47. საზოგადო წარტილები

წარმოვიდგინოთ, რომ დატვირთულია უჭრი კოჭის მხოლოდ ერთი მალი, ვთქვათ,  $k_{x+1}$  მალი (ნახ. 47.1). შიგა ძალების არსებობა დანარჩენი მალეების გასწვრივ გამოწვეულია  $k_{x+1}$  მალის დატვირთვით. გავკვეთოთ



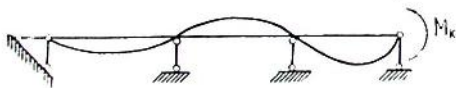
ნახ. 47.1.

კოჭი  $k$  საყრდენზე და უკუვადგოთ მისი მარჯვენა ნაწილი. უკუვადებული ნაწილის ქმედება დატოვებულზე გამოსახება მლუნავი მომენტი, გადაძრევი და გრძივი ძალებით, რომლებიც  $k$  კვეთში არიან მოდებული



ნახ. 47.2.

(ნახ. 47.2). ამათგან მხოლოდ მლუნავი მომენტი გამოიწვევს კოჭის გაღუნვას. რაც შეეხება გადაძრეულ ძალას, იგი უშუალოდ საყრდენს გადაეცემა, გრძივი ძალა კი, როცა იგი არსებობს, კოჭის კუმშვა-გაჭიმვას იწვევს.



ნახ. 47.3.

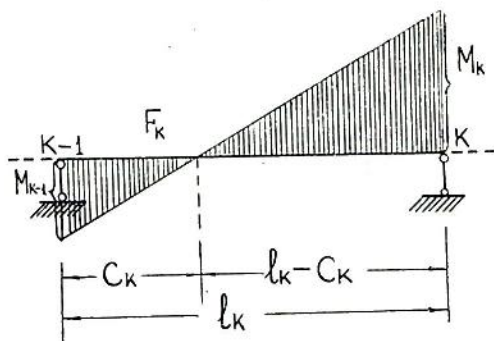
ყოფაქცევა მლუნავი მომენტის ქმედების პირობებში.

ამ მომენტის ქმედების შედეგად კოჭის ღერძი ღებულობს ტალღისებურ მოხაზულობას, რაც მოწმობს გადაღუნვის წერტილების არსებობაზე (ნახ. 47.3). მაგრამ წირის სიმრუდე გადაღუნვის წერტილებში ნუ-

ლის ტოლია, ე. ი. ნულის ტოლია იმავე წერტილებში მღუნავი მომენტი, როგორც სიმრუდის პროპორციული სიდიდე.

ამგვარად, დაუტვირთავი მალეების გასწვრივ მოგვეპოვება წერტილები, სადაც მღუნავი მომენტი უდრის ნულს. ამ წერტილების ადგილმდებარეობა უცვლელია. მართლაც, ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე, რამდენჯერაც არ უნდა გავზარდოთ (ან შევამციროთ) მომენტი  $M_k$ , იმდენჯერვე გაიზარდება (ან შემცირდება) მღუნავი მომენტის მნიშვნელობა ყველა კვეთში. მაშასადამე, იქ სადაც მღუნავი მომენტი ნულის ტოლი იყო, ნულის ტოლი დარჩება კვლავაც.

ფოკუსები ან საფოკუსო წერტილები ვუწოდოთ წერტილებს, სადაც მღუნავი მომენტები ნულის ტოლია. კოჭის გაღუნული ღერძის ტალღისებური მოხაზულობა დაუტვირთავი მალეების გასწვრივ მიუთი-



ნახ. 47.4.

თებს საფოკუსო წერტილის არსებობაზე თითოეულ მალში. იმავე დასკვნამდე მივყავართ კონკრეტული ამოცანების ამონახსნთა ანალიზს.

საფოკუსო წერტილები გააჩნიათ დატვირთული მალისგან როგორც მარცხნივ, ასევე მარჯვნივ განლაგებულ მალეებსაც. ამიტომაც საჭიროა ერთმანეთისაგან განვასხვავოთ მარცხენა და მარჯვენა საფოკუსო წერტილები. ერთდროულად დავაზუსტოთ საფოკუსო წერტილების განსაზღვრაც.

რაიმე მალის მარცხენა (მარჯვენა) საფოკუსო წერტილი ეწოდება წერტილს, სადაც მღუნავი მომენტი ნულის ტოლია, როცა მთელი დატვირთვა მოქმედებს მალისგან მარჯვნივ (მარცხნივ).

აღვნიშნოთ შესაბამისად  $F_k$ -თი და  $F'_k$ -ით რაიმე  $k$  მალის მარცხენა და მარჯვენა ფოკუსები. დაწვრილებით შევჩერდეთ მარცხენა ფოკუსებზე. აღვნიშნოთ  $C_k$ -თი მანძილი  $F_k$  ფოკუსიდან  $k-1$  საყრდენამდე (ნახ. 47.4).

როგორც ნახაზიდან ჩანს,

$$-\frac{M_k}{M_{k-1}} = \frac{l_k - C_k}{C_k} = K_k.$$

მომენტთა შეფარდების წინ აღებულია უარყოფითი ნიშანი, ვინაიდან მომენტები ნიშნით განსხვავდებიან, მონაკვეთების შეფარდება კი დადებითი სიდიდეა. ამ სიდიდეს, ე. ი.  $K_k$ -ს ეწოდება შესაბამისი მალის მარცხენა საფოკუსო ფარდობა.

ანალოგიურად მეზობელი დაუტვირთავი მალეებისთვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$K_{k-1} = -\frac{M_{k-1}}{M_{k-2}}, \dots, K_2 = -\frac{M_2}{M_1}, K_1 = -\frac{M_1}{M_0}.$$

ამგვარად, თუ ცნობილია ფოკუსის მდებარეობა, ცნობილია აგრეთვე საფოკუსო ფარდობაც, და პირიქით.

ახლა დავწეროთ სამი მომენტის განტოლება  $k$  საყრდენისთვის, იმის გათვალისწინებით, რომ კოჭის შესაბამისი მალი დაუტვირთავია.

$$l'_k M_{k-1} + 2(l'_k + l'_{k+1}) M_k + l'_{k+1} M_{k+1} = 0.$$

$M_k$ -ზე ვაყოფის შემდეგ ვექნება

$$l'_k \frac{M_{k-1}}{M_k} + 2(l'_k + l'_{k+1}) + l'_{k+1} \frac{M_{k+1}}{M_k} = 0,$$

მაგრამ

$$\frac{M_{k-1}}{M_k} = -\frac{1}{K_k} \quad \text{და} \quad \frac{M_{k+1}}{M_k} = -K_{k+1}.$$

მაშასადამე,

$$-\frac{l'_k}{K_k} + 2(l'_k + l'_{k+1}) - l'_{k+1} K_{k+1} = 0,$$

აქედან

$$K_{k+1} = 2 + \frac{l'_k}{l'_{k+1}} \left( 2 - \frac{1}{K_k} \right).$$

მიღებული ფორმულა რეკურენტულია. იგი საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ საფოკუსო ფარდობა ყოველი მომდევნო მალისათვის წინა მალის ცნობილი საფოკუსო ფარდობის მიხედვით. ამგვარად, მარცხენა საფოკუსო ფარდობების დასადგენად საკმარისია ვიცოდეთ განაპირა ე. ი. პირველი მალის მარცხენა საფოკუსო ფარდობა  $K_1$ . ის კი ცნობილი სიდიდეა, ვინაიდან საფოკუსო წერტილი ემთხვევა მარცხენა საყრდენს, სადაც სახსროვანი დამაგრების გამო მომენტი ნულის ტოლია.

$$K_1 = -\frac{M_1}{M_0} = \infty.$$

შესაბამისად, ახლანან მიღებული ფორმულის საფუძველზე

$$K_2 = 2 + \frac{l_1'}{l_2'} \left( 2 - \frac{1}{\infty} \right) = 2 \left( 1 + \frac{l_1'}{l_2'} \right),$$

$$K_3 = 2 + \frac{l_2'}{l_3'} \left( 2 - \frac{1}{K_2} \right) \text{ და ა. შ.}$$

თუ კოჭის ბოლო ხისტადაა ჩამაგრებული, რამდენადაც ასეთი ჩამაგრება, ეკვივალენტურია დამატებითი ნულოვანი მალისა ( $l_0 = l_0' = 0$ ) სახსარზე დაყრდნობილი მარცხენა ბოლოთი

$$K_0 = \infty$$

და

$$K_1 = 2 + \frac{l_0'}{l_1'} \left( 2 - \frac{1}{\infty} \right) = 2.$$

ამგვარად, მანძილი, რომლითაც საფოკუსო წერტილი დაშორებულია ხისტად ჩამაგრებული კვეთისგან, შეადგენს შესაბამისი მალის ერთ მესამედს ( $C_1 = l_1/3$ ).

ეს მანძილი ყველა შუალედური მალისთვის იცვლება ფარგლებში —  $0 < C_k < l_k/3$ , ვინაიდან შესაბამისი საფოკუსო ფარდობა ყოველთვის ორზე მეტია  $\left[ K_k = 2 + \frac{l_{k-1}'}{l_k'} \left( 2 - \frac{1}{K_{k-1}} \right) \right]$ .

ანალოგიურ შედეგებს ადგილი აქვს მარჯვენა ფოკუსებისთვისაც. ზათანადოდ, მარჯვენა საფოკუსო ფარდობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$K_k' = 2 + \frac{l_{k+1}}{l_k'} \left( 2 - \frac{1}{K_{k+1}} \right),$$

სადაც

$$K_k' = -\frac{M_{k-1}}{M_k}, \quad K_{k+1}' = -\frac{M_k}{M_{k+1}}.$$

ახლა ვაჩვენოთ, თუ როგორ განისაზღვრება საყრდენ კვეთებში მოქმედი მლუნავი მომენტები საფოკუსო ფარდობების დახმარებით.

ვთქვათ, დატვირთულია უჭრი კოჭის მხოლოდ ერთი მალი, სახელდობრ,  $l_k$  მალი. შევადგინოთ სამი მომენტის განტოლება შესაბამისად  $k-1$  და  $k$  საყრდენების მიმართ.

$$l_{k-1}' M_{k-2} + 2(l_{k-1}' + l_k') M_{k-1} + l_k' M_k = -6 \frac{I_0}{l_k} A_k \vartheta,$$

$$l'_k M_{k-1} + 2(l'_k + l'_{k+1}) M_k + l'_{k+1} M_{k+1} = -6 \frac{I_0}{I_k} B_k^{\text{ფ}},$$

მაგრამ

$$M_{k-2} = -\frac{M_{k-1}}{K_{k-1}}, \quad M_{k+1} = -\frac{M_k}{K'_{k+1}}.$$

მაშასადამე,

$$\left[ 2 + \frac{l'_{k-1}}{l'_k} \left( 2 - \frac{1}{K_{k-1}} \right) \right] l'_k M_{k-1} + l'_k M_k = -6 \frac{I_0}{I_k} A_k^{\text{ფ}},$$

$$l'_k M_{k-1} + \left[ 2 + \frac{l'_{k+1}}{l'_k} \left( 2 - \frac{1}{K'_{k+1}} \right) \right] l'_k M_k = -6 \frac{I_0}{I_k} B_k^{\text{ფ}}.$$

ამრიგად, დაგვრჩა ორი განტოლება ორი უცნობით:  $M_{k-1}$ -ით და  $M_k$ -ით. მას შემდეგ რაც ამ უცნობებს განვსაზღვრავთ, ძნელი აღარაა დანარჩენი მომენტების პოვნა მოცემული საფოკუსო ფარდობების დახმარებით.

პართლაც,

$$M_{k-2} = -\frac{M_{k-1}}{K_{k-1}}, \quad M_{k-3} = -\frac{M_{k-2}}{K_{k-2}} = \frac{M_{k-1}}{K_{k-1} K_{k-2}} \text{ და ა. შ.}$$

$$M_{k+1} = -\frac{M_k}{K'_{k+1}}, \quad M_{k+2} = -\frac{M_{k+1}}{K'_{k+2}} = \frac{M_k}{K'_{k+1} K'_{k+2}} \text{ და ა. შ.}$$

თუ დატვირთულია უჭრი კოჭის ყველა ან რამდენიმე მალი, საჭიროა ცალ-ცალკე გამოვთვალოთ თითოეული მალის დატვირთვით გამოწვეული მლუნავი მომენტები და შემდეგ ისინი შევკრიბოთ, როგორც ამას გვიკარნახებს ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპი.

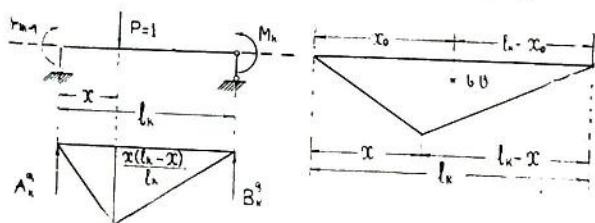
#### § 48. გავლენის წიდი უპაი კოჭისთვის

როგორც ვნახეთ, უჭრი კოჭის გაანგარიშება ფაქტიურად მდგომარეობს საყრდენ კვეთებში მოქმედი უცნობი მლუნავი მომენტების განსაზღვრაში. ამ მომენტების საფუძველზე შეგვიძლია დავადგინოთ კოჭის ნებისმიერ კვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტისა და გადაძვრელი ძალის მნიშვნელობა. ანალოგიური მდგომარეობა გვაქვს გავლენის წირთა აგების დროსაც. ნებისმიერი ძალვის გავლენის წირი მიიღება საყრდენ კვეთებში მოქმედი მლუნავი მომენტებისა და ჩვეულებრივი კოჭის ძალვეების გავლენის წირთა კომბინირებით.

ამგვარად, ჩვენი მიზანია საყრდენი მომენტების გავლენის წირთა აგება. საამისოდ, ბუნებრივია, გამოვიყენოთ ფოკუსთა მეთოდი, ვინაიდან ერთეული ძალის ქმედების პირობებში დატვირთული იქნება უჭრი კოჭის მხოლოდ ერთი მალი.

წარმოვიდგინოთ  $n$ -მალიანი უჭრი კოჭი. ავაგოთ  $j$  საყრდენ კვეთ-  
ში მოქმედი  $M_j$  მლუნავი მომენტის გავლენის წირი. რა  $k$  მალის ფარგ-  
ლებშიც არ უნდა იყოს ერთეული ძალა,  $M_{k-1}$  და  $M_k$  საყრდენი მომენ-  
ტები გამოითვლება განტოლებათა ორუცნობიანი სისტემის ამოხსნის  
გზით (იხ. §47). რაც შეეხება დანარჩენ საყრდენ მომენტებს, მათ შორის  
 $M_j$ -საც, ისინი გამოითვლება საფოკუსო ფარდობების საშუალებით. ამ-  
გვარად ყოველთვის შეიძლება დამყარდეს კავშირი  $M_j$  მომენტსა და ერ-  
თეული ძალით დატვირთული რაიმე  $k$  მალის ერთ-ერთ საყრდენ მო-  
მენტს შორის.

საყრდენი მომენტების თაობაზე უნდა გვახსოვდეს, რომ ისინი გა-  
ნუწყვეტლივ იცვლებიან ერთეული ძალის გადაადგილების შედეგად,



ნახ. 48.1.

რაც იწვევს სათანადო განტოლებათა მარჯვენა ნაწილების, ე. ი. ფიქ-  
ტიური რეაქციების ცვლილებას.

გამოვვალთ ეს რეაქციები (ნახ. 48.1). როგორც ანალიზური  
გეომეტრიის კურსიდანაა ცნობილი, სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრის  
აბსცისის უდრის მისი წვეროების აბსცისთა ჯამის მესამედს, ე. ი.

$$x_0 = \frac{0 + x + l_k}{3} = \frac{x + l_k}{3}, \quad l_k - x_0 = \frac{2l_k - x}{3}.$$

შესაბამისად, თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას  $\xi = \frac{x}{l_k}$ , გვექნება

$$A_{k\Phi} = \frac{x(l_k - x)}{l_k} \cdot \frac{l_k}{2} \cdot \frac{2l_k - x}{3l_k} = \frac{l_k^3}{6} \xi(1 - \xi)(2 - \xi)$$

$$B_{k\Phi} = \frac{x(l_k - x)}{l_k} \cdot \frac{l_k}{2} \cdot \frac{x + l_k}{3l_k} = \frac{l_k^3}{6} \xi(1 - \xi^2).$$

რამდენადაც  $\xi$  განყენებული სიდიდეა, მისი გამოსახულების შემ-  
ცველი მამრავლები შეიძლება იყოს გამოთვლილი და დატაბულებული

ერთხელ და სამუდამოდ არგუმენტის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის ( $\xi = 0,0; 0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1,0$ ).

ამ მონაცემების საფუძველზე, ე. ი. ფიქტიური რეაქციების მნიშვნელობათა შესაბამისად, შეგვიძლია თვალი გავადევნოთ  $M_{k-1}$  და  $M_k$  საყრდენი მომენტების ცვლილებას  $\xi$ -ის მიხედვით, ანუ, რაც იგივეა ამ მომენტების ცვლილებას ერთეული ძალის გადაადგილების გამო.

## ჩარჩოების თეორია

### § 49. ჩარჩოთა გაანგარიშება ძალთა მეთოდით

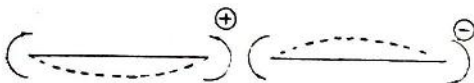
როგორც აღვნიშნეთ ჩარჩოთა ღეროები ძირითადად ღუნვას განიცდიან, რის გამოც მორის ფორმულაში შეგვიძლია შევინარჩუნოთ მხოლოდ მღუნავი მომენტების შემცველი ინტეგრალები. ამრიგად, კანონიკურ განტოლებათა კოეფიციენტები გამოითვლება შემდეგი მიახლოებითი ფორმულის საფუძველზე

$$\delta_{jk} \approx \sum \int M_j M_k \frac{dx}{EI}$$

გამონაკლის შეადგენს შემთხვევა, როდესაც სტატიკურად ურკვევ ჩარჩოს გაანგარიშება ხდება ტემპერატურის ცვლილების ქმედებაზე. ამჯერად უნდა შევინარჩუნოთ გრძივი ძალების შემცველი ინტეგრალებიც, ე. ი.

$$\delta_{jk} \approx \sum \int M_k \frac{\alpha (t_1 - t_2)}{h} dx + \sum \int N_j \frac{\alpha (t_1 + t_2)}{2} dx$$

ჩარჩოს გაანგარიშებასთან დაკავშირებით ბუნებრივია დაგვებადოს კითხვა, თუ რა წესის მიხედვით ხდება მის ელემენტებში მოქმედი მღუნ-

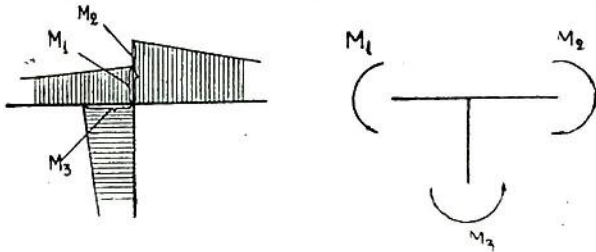


ნახ. 49.1.

ნავი მომენტის ნიშნის დადგენა. კოქისთვის ეს საკითხი წყდებოდა უბრალოდ, მისი ამოზნექილობის მიმართულების მიხედვით. მღუნავი მომენტი ითვლებოდა დადებითად, თუკი მისი ქმედებით გამოწვეული ამოზნექილობა მიმართული იყო ქვევითკენ; წინააღმდეგ შემთხვევაში მღუნავ მომენტს ვთვლიდით უარყოფითად (ნახ. 49.1).

ჩარჩოს გაანგარიშების დროს ამ წესით სარგებლობამ შეიძლება

გამოიწვიოს მხოლოდ გაუგებრობა, ვინაიდან ვარდა ჰორიზონტალურ-  
 ლეროებისა, ნაგებობას ამჯერად გააჩნია ვერტიკალური ლეროებიც. ამას  
 თანავე, არც დახრილი ლეროების არსებობაა გამორიცხული. ამიტომაც  
 მიზანშეწონილია მღუნავი მომენტების ეპიურათა ორდინატები გადავზო-  
 მოთ სათანადო ლეროს ლერძის მართობულად გაჭიმული ბოჭკოების მი-  
 მართულებით. თუკი ორივე მომენტის ეპიურათა ორდინატები



ნახ. 49.2.

აღმოჩნდა გადაზომილი ცალ მხარეს, მათი ნამრავლი მორის ინტეგრალ-  
 ქვეშ დადებითად უნდა მივიჩნიოთ; წინააღმდეგ შემთხვევაში—უარყოფი-  
 თად.

შესრულებული გამოთვლების სისწორეს ვამოწმებთ კვანძთა ამო-  
 კვეთისა და მათი წონასწორობის განხილვის გზით. მართლაც, ჩარჩოს  
 თითოეული კვანძის წონასწორობა მოითხოვს, რათა ალგებრული ჯამი  
 მომენტებისა, რომლებიც კვანძს გადაეცემა მას-  
 ში თავმოყრილი ლეროებისგან, იყოს ნულის  
 ტოლი.

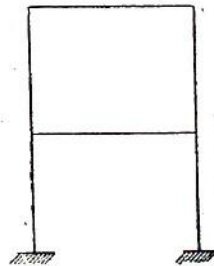
ნახაზზე ერთ-ერთი ტიპური კვანძის მი-  
 ხედვით ნაჩვენებია, თუ როგორ ხდება აგებ-  
 ული ეპიურების სისწორის შემოწმება (ნახ.  
 49.2).

კვანძის წონასწორობა მოითხოვს

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0.$$

განგარიშება არსებითად მარტივდება სი-  
 მეტრიული ჩარჩოს შემთხვევაში. როდესაც  
 ვლაპარაკობთ ჩარჩოს სიმეტრიულობაზე, მხედ-  
 ველობაში გვაქვს როგორც საკუთრივ ნაგებობ-  
 ის, ასევე საყრდენ მოწყობილობათა სიმეტრიულობა. სიმეტრიული ჩარ-  
 ჩოების განგარიშების დეტალებს გავეცნოთ კერძო მაგალითზე.

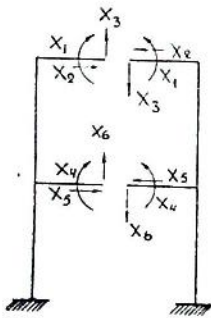
განვიხილოთ ნახაზზე წარმოდგენილი სიმეტრიული ჩარჩო (ნახ. 49.3).  
 რამდენადაც ჩარჩო უსახსროა და წარმოადგენს ორი ჩაკეტილი კონტუ-



ნახ. 49.3.

რის ერთობლიობას, მისი სტატიკურად ურკვევობის რიგი ექნება ექვსს ტოლი. ძირითადი სისტემა მივიღოთ აგრეთვე სიმეტრიული, რიგელების შუაზე გაკრით. თითოეული კრილი ათავისუფლებს ჩარჩოს სამ-სამი ბმის-გან. იმისათვის, რომ აღვადგინოთ ბმების ჩამოცილების შედეგად და-კარგული ძალები, კრილში მოხვედრილ კვეთებზე საჭიროა ვიმოქმედოთ სამ-სამი უცნობი ძალით, რომლებიც გამოირიცხავენ ამ კვეთების ურთიერთგადაადგილების შესაძლებლობას (ნახ. 49.4). აღნიშნოთ უცნობი ძალები შესაბამისად:  $X_1$ ;  $X_2$ ;  $X_3$ ;  $X_4$ ;  $X_5$ ;  $X_6$ -ით.

ექვსი უცნობი ძალიდან ორი—სახელდობრ,  $X_1$  და  $X_4$  წარმოადგენს მლუნავ მომენტებს. რაც შეეხება დანარჩენებს, ე. ი.  $X_2$  და  $X_5$ -ს და  $X_3$  და  $X_6$ -ს, ისინი შესაბამისად გრძივი და განივი ძალებია: ამათგან სიმეტრიული უცნობები არიან მლუნავი მომენტები და გრძივი ძალები, რამდენადაც მათი ქმედებით აღძრული ძალები ერთნაირია სიდიდითაც და ნიშნითაც ჩარჩოს სიმეტრიულ წერტილებში. იმავე წერტილებში განივი ძალა გვაძლევს სიდიდით ერთნაირსა და ნიშნით განსხვავებულ ძალებს, ე. ი.  $X_3$  და  $X_6$  უკუსიმეტრიულ ანუ ირიბად სიმეტრიულ უცნობებს წარმოადგენენ.



ნახ. 49.4.

კანონიკურ განტოლებათა სისტემას ამ შემთხვევაში ექნება სახე:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{14} X_4 + \delta_{15} X_5 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{24} X_4 + \delta_{25} X_5 + \Delta_{2p} = 0,$$

$$\delta_{33} X_3 + \delta_{36} X_6 + \Delta_{3p} = 0,$$

$$\delta_{41} X_1 + \delta_{42} X_2 + \delta_{44} X_4 + \delta_{45} X_5 + \Delta_{4p} = 0,$$

$$\delta_{51} X_1 + \delta_{52} X_2 + \delta_{54} X_4 + \delta_{55} X_5 + \Delta_{5p} = 0,$$

$$\delta_{63} X_3 + \delta_{66} X_6 + \Delta_{6p} = 0.$$

როგორც ვხედავთ, კანონიკურ განტოლებათა სისტემა ფაქტიურად დაიშალა ორ სისტემად, რომელთაგანაც ოთხგანტოლებიანი—სიმეტრიული უცნობებს შეიცავს, ორგანტოლებიანი კი ირიბადსიმეტრიულ უცნობებს.

კანონიკურ განტოლებათა სისტემის ასეთი გამარტივება მოხდა იმის გამო, რომ მთავარი დიაგონალის მიმართ სიმეტრიულად განლაგებული მრავალი კოეფიციენტი, ეგრეთ წოდებული არამთავარი გადაადგილება, აღმოჩნდა ნულის ტოლი.

სახელდობრ, ნულის ტოლი არიან:  $\delta_{13}, \delta_{31}, \delta_{23}, \delta_{32}, \delta_{13}, \delta_{31}, \delta_{53}, \delta_{35}, \delta_{16}, \delta_{61}, \delta_{26}, \delta_{62}, \delta_{46}, \delta_{64}, \delta_{56}, \delta_{65}$ .

დავადგინოთ, თუ რატომ არიან ეს კოეფიციენტები ნულის ტოლი. ამ კოეფიციენტებს ერთი თავისებურება აქვთ. ისინი წარმოადგენენ სიმეტრიული უცნობების გასწვრივ მოქმედი ერთეული ძალებით გამოწვეულ გადაადგილებას ირიბად სიმეტრიული უცნობების მიმართულებით, ან კიდევ, პირიქით, ე. ი. ირიბად სიმეტრიული უცნობების გასწვრივ მოქმედი ერთეული ძალებით გამოწვეულ გადაადგილებას სიმეტრიული უცნობების მიმართულებით. ყოველი ასეთი გადაადგილება კი ნულის ტოლია.

მართლაც, მაგალითის სახით განვიხილოთ გადაადგილება  $\delta_{13} = \delta_{31}$ . მორის ფორმულის საფუძველზე

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \int_{\text{მარცხენა}} M_1 M_3 \frac{dx}{EI} = \int_{\text{მარჯვენა}} M_1 M_3 \frac{dx}{EI} + \int M_1 M_3 \frac{dx}{EI}$$

სადაც სავსებით შეგნებულად ინტეგრალი წარმოდგენილია ორი შესაკრების სახით, რომელთაგანაც თითოეული ცალ-ცალკე ვრცელდება შესაბამისად ჩარჩოს მარცხენა და მარჯვენა ნაწილებზე. ეს ინტეგრალები სიდიდით ტოლი არიან, ნიშნით კი განსხვავებული იმის გამო, რომ  $M_3$  მომენტის ეპიურა ირიბად სიმეტრიულია.

ანალოგიური მსჯელობით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ თუ ჩარჩოზე მოქმედი დატვირთვა სიმეტრიულია,  $\Delta_{3r}$  და  $\Delta_{6r}$  გადაადგილებანი იქნებიან ნულის ტოლი.

შესაბამისად,

$$\delta_{23} X_3 + \delta_{36} X_6 = 0,$$

$$\delta_{63} X_3 + \delta_{66} X_6 = 0.$$

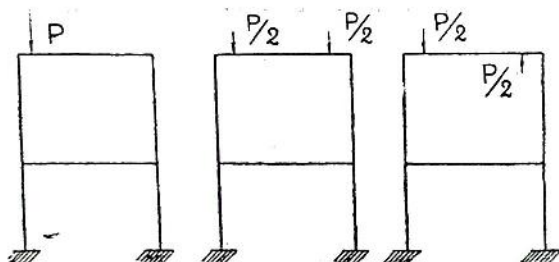
განტოლებათა მიღებული სისტემა წრფივ ერთგვაროვან სისტემას წარმოადგენს. უკანასკნელს მხოლოდ ნულოვანი ამოხსნა აქვს.

$$X_3 = X_6 = 0.$$

ამრიგად, თუ სიმეტრიული ჩარჩო განიცდის სიმეტრიული დატვირთვის ქმედებას, ირიბად სიმეტრიული უცნობები ნულის ტოლი იქნება. როცა იგივე ჩარჩო განიცდის ირიბად სიმეტრიული დატვირთვის ქმედებას, ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ნულის ტოლი აღმოჩნდებიან სიმეტრიული უცნობები. ეს გარემოება საგრძობლად ამარტივებს სიმეტრიული ჩარჩოების გაანგარიშებას, რამდენადაც ნებისმიერი დატვირთვა ყოველთვის შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც სიმეტრიული და უკუსიმეტრიული დატვირთვების ჯამი. ასეთი წარმოდგე-

ნის შესაძლებლობა ერთი შეყურსული ძალის შემთხვევაში ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 49.5).

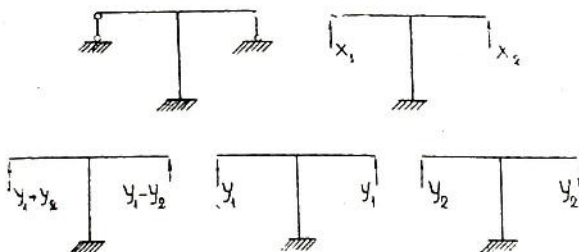
არსებობს შემთხვევები, როდესაც ნაგებობის სიმეტრიულობის მიუხედავად, უცნობ ძალებს არ ახასიათებთ სიმეტრიულობისა და ირიბად



ნახ. 49.5.

სიმეტრიულობის თვისება. ამგვარი ნაგებობების კატეგორიას განეკუთვნება ნახაზზე წარმოდგენილი ჩარჩო (ნახ. 49.6).

ამ შემთხვევაში მიმართავენ უცნობთა დაჯგუფების ხერხს



ნახ. 49.6.

$X_1$  და  $X_2$  უცნობი ძალები წარმოვიდგინოთ ახალი უცნობების საშუალებით:

$$X_1 = Y_1 + Y_2; \quad X_2 = Y_1 - Y_2,$$

სადაც,

$$Y_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}; \quad Y_2 = \frac{X_1 - X_2}{2}.$$

ამგვარი წარმოდგენის შედეგად ჩარჩო აღმოჩნდება დატვირთული სიმეტრიული და ირიბად სიმეტრიული უცნობი ძალებით (ნახ. 49.6).



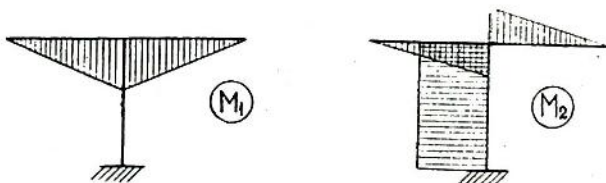
კანონიკურ განტოლებათა შესაბამისი სისტემა იქნება:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} Y_1 + \Delta_{1P} &= 0, \\ \delta_{22} Y_2 + \Delta_{2P} &= 0. \end{aligned} \right\} \delta_{12} = 0.$$

მას შემდეგ, რაც  $Y_1$  და  $Y_2$  უცნობები ნაპოვნია, ჩარჩოს ნებისმიერ კვეთში მოქმედი მლუნავი მომენტი განისაზღვრება ფორმულით

$$M = M_p + Y_1 M_1 + Y_2 M_2,$$

სადაც  $M_p$  აღნიშნავს საანგარიშო დატვირთვით გამოწვეულ მლუნავ მომენტს,  $M_1$  და  $M_2$  კი უცნობი ძალების გასწვრივ მოქმედი ერთეული ძალების მიერ გამოწვეული მლუნავი მომენტებია (ნახ. 49.7).



ნახ. 49.7.

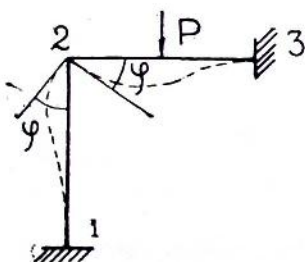
**შენიშვნა:** ზედმეტი უცნობების გამოთვლა შეუძლებელია, თუ წინასწარ არ დაეცახეთ ჩარჩოს ღეროების განივკვეთთა ზომები. ამ მიზნით რიგედი შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც ორივე ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, ან როგორც უჭრი კოჭის სათანადო ელემენტი. გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ ზედა სართულების რიგელები მუშაობენ დაახლოებით იმავე პირობებში, როგორც უჭრი კოჭის ელემენტები. რაც შეეხება ქვედა სართულების რიგელებს, მათი მუშაობის პირობები უახლოვდება ბოლოებით ხისტად ჩამაგრებული კოჭის მუშაობის პირობებს, ვინაიდან ჩარჩოს დგარები (ე. ი. სვეტები) დაბლა უფრო მასიურია და ხისტი, ვიდრე ზედა სართულებში. დგარების განივი ზომების შერჩევა ხდება შვეული დატვირთვების ქმედებაზე გაანგარიშების შედეგად.

## § 50. გადაადგილებათა მეთოდის ახსი. დახვეწილი ფორმულები

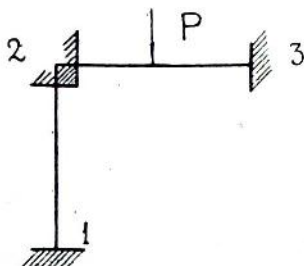
ძალთა მეთოდის მიხედვით საძიებელ უცნობებს წარმოადგენენ გარკვეული ძალები. ზოგჯერ ხელსაყრელია ძალების ნაცვლად უცნობებად მივიჩნიოთ გადაადგილებანი. გაანგარიშების ასეთ მეთოდს გადაადგილებათა მეთოდი ეწოდება. ისევე როგორც ძალთა მეთოდით სარგებლობის დროს, აქაც უგულვებელყოფთ ღეროების გრძივსა და განივ დეფორმაციას. ამასთანავე დავუშვებთ, რომ დეფორმაციათა სიმცირის გა-

შო, შეიძლება არ განვასხვავოთ სწორი ღეროს თავდაპირველი სიგრძე მისი დრეკადი წირის მომჭიმავი ქორდის სიგრძისგან.

გადაადგილებათა მეთოდის არსი ვაჩვენოთ ნახაზზე წარმოდგენილი ჩარჩოს მაგალითზე (ნახ. 50.1).  $P$  ძალის ქმედების შედეგად კვანძი „2“ მობრუნდება რაიმე  $\varphi$  კუთხით. რაც შეეხება ამ კვანძის წირით გადაადგილებას, იგი იმდენად მცირეა, რომ შეიძლება მისი უგულებელყოფა. მართლაც, რა შეიძლება იყოს კვანძის წირითი გადაადგილების მიზეზი?! ჯერ ერთი, ღეროების სიგრძის ცვლილება გრძივი ძალების ქმედებით გამოწვეული დეფორმაციის ხარჯზე. მეორეც, ის სხვაობა, რომელიც გვექნება ღეროს თავდაპირველ სიგრძესა და მისი გაღუნული ღერძის მომჭიმავი ქორდის სიგრძეთა შორის. ერთიც და მეორეც ჩარჩოთა თეო-



ნახ. 50.1.



ნახ. 50.2.

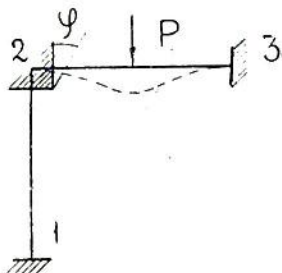
რიაში უგულებელყოფილია. ამიტომაც საკმარისია გავათვალისწინოთ მხოლოდ მოცემული კვანძის კუთხური გადაადგილება, ე. ი. მისი მობრუნება რაიმე  $\varphi$  კუთხით.

ახლა ერთი წუთით წარმოვიდგინოთ, რომ ჩარჩოს განხილული კვანძი „2“ ხისტადაა ჩამაგრებული, ისევე როგორც დანარჩენი კვანძები („1“ და „3“). ასეთი წარმოდგენის შედეგად ჩარჩო შეიცვლება ხისტად ჩამაგრებული კოჭების ერთობლიობით (ნახ. 50.2) ამათგან მხოლოდ „2—3“ კოჭი იმუშავებს ღუნვაზე, ვინაიდან შეყურსული  $P$  ძალით უშუალოდ ის არის დატვირთული. რაც შეეხება მეორე ღეროს, ე. ი. „1—2“-ს, იგი დაუტვირთავი რჩება. შესაბამისად, არც მისი ღერძი იღუნება. კვანძის ასეთი წარმოდგენითი ჩამაგრება არსებითად სცვლის ჩარჩოს დეფორმაციის სურათს. იმისათვის, რომ ეს ცვლილება მოისპოს, საჭიროა ჩამაგრების სიბრტყე მოვებრუნოთ იმავე  $\varphi$  კუთხით, რომელზედაც ზემოთ ვეჭონდა ლაპარაკი (ნახ. 50.3). ამ კუთხის სიდიდე უცნობია. იგი უნდა შევარჩიოთ ისეთნაირად, რომ მისი გამომწვევი მომენ-

ტის მნიშვნელობა აკმაყოფილებდეს კვანძის წონასწორობის პირობას. ამაში მდგომარეობს გადაადგილებათა მეთოდის არსი.

ახლა კი გამოვიყენოთ რამდენიმე დამხმარე ფორმულა.

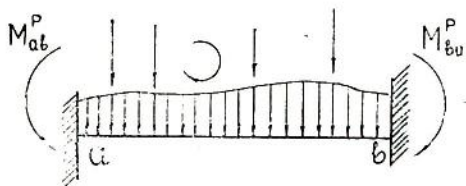
განვიხილოთ ბოლოებით ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, რომელიც განიცდის ნებისმიერი დატვირთვის ქმედებას, (ნახ. 50.4). სათანადო რეაქტიული მომენტები აღნიშნოთ შესაბამისად  $M_{ab}^P$  და  $M_{ba}^P$ -თი. ეს მომენტები განისაზღვრება მასალათა გამძლეობის კურსიდან ცნობილი ფორმულების საფუძველზე. ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ კოჭის საყრდენმა კედლებმა განიცადეს ურთიერთგადაადგილება როგორც კუთხური, ასევე წირითი. ამის შედეგად კოჭის საყრდენ კვეთებში დამატებით აღიძვრება რეაქტიული მომენტები  $M_a^*$  და  $M_b^*$ . დავამყაროთ კავშირი ამ მომენტებსა და იმ გადაადგილებათა შორის, რომელთა შედეგადაც აღიძვრება აღნიშნული მომენტები.



ნახ. 50.3.

ამ მიზნით განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი, რომლის ბოლოებზეც მოქმედებენ  $M_a^*$  და  $M_b^*$  მომენტები (ნახ. 50.5). უკანასკნელნი ჩავთვალოთ დადებითად, ე. ი. ვიგულისხმობთ, რომ თითოეული მათგანის მიმართულება ემთხვევა საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებას.  $\varphi_a$ -თი და  $\varphi_b$ -თი აღნიშნოთ კოჭის საყრდენი კვეთების

მობრუნების კუთხეები, ხოლო  $\delta$ -თი საყრდენთა ურთიერთგადაადგილება (ნახ. 50.6). მობრუნების კუთხეების თაობაზე ვიგულისხმობთ, რომ ისინი



ნახ. 50.4.

ნი აგრეთვე დადებითნი არიან (ნახ. 50.5).

მარცხენა საყრდენის რეაქცია  $R_a^*$  განისაზღვრება ფორმულით

$$R_a^* = \frac{M_a^* + M_b^*}{l}$$

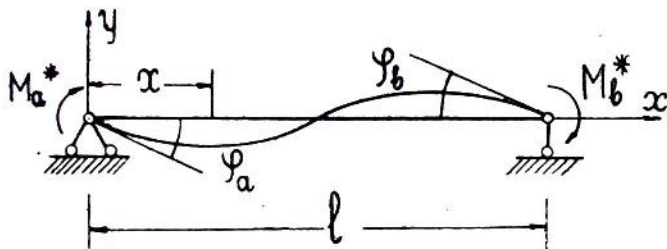
კოჭის რაიმე  $x$  კვეთში მოქმედი მღუნავი მომენტი იქნება

$$M_x^* = M_a^* - R_a^* x = M_a^* - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} x.$$

ღვეწროთ კოკის ლუნვის დიფერენციალური განტოლება

$$EIy''(x) = M_a^* - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} x,$$

ზადაც  $y''(x)$  აღნიშნავს ვალუნვის მეორე რიგის წარმოებულს  $x$ -ით.

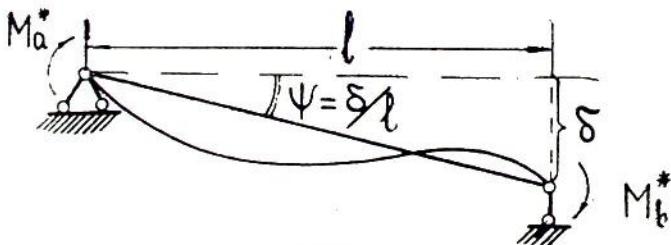


ნახ. 50.5.

მიმდევრობით ინტეგრების შედეგად ვღებულობთ:

$$EIy'(x) = M_a^* x - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} \frac{x^2}{2} + c_1,$$

$$EIy(x) = M_a^* \frac{x^2}{2} - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} \frac{x^3}{6} + c_1 x + c_2,$$



ნახ 50.6.

ზადაც  $c_1$  და  $c_2$  — საინტეგრო მუდმივებია.

ამ მუდმივების განსაზღვრის მიზნით ვსარგებლობთ სასაზღვრო პირობებით. სახელდობრ,

როცა  $x=0$ ,  $y(0) = 0$ .

აქედან  $c_2 = 0$ .

როცა  $x = l$ ,  $y(l) = -\delta$ .

შესაბამისად,

$$-EI\delta = M_a^* \frac{l^2}{2} - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} \frac{l^3}{6} + c_1 l$$

და

$$c_1 = -EI \frac{\delta}{l} - \frac{M_a^* l}{3} + \frac{M_b^* l}{6}.$$

შევიტანოთ საინტეგრო მუდმივის მნიშვნელობა  $EIy'(x)$ -ის გამოსახულებაში, როდესაც  $x$  შესაბამისად ნულის და  $l$ -ის ტოლია.

გვექნება

$$EIy'(0) = -EI \frac{\delta}{l} - \frac{M_a^* l}{3} + \frac{M_b^* l}{6},$$

$$\begin{aligned} EIy'(l) &= M_a^* l - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} \frac{l^2}{2} - EI \frac{\delta}{l} - \frac{M_a^* l}{3} + \frac{M_b^* l}{6} = \\ &= -EI \frac{\delta}{l} + \frac{M_a^* l}{6} - \frac{M_b^* l}{3}. \end{aligned}$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა  $\frac{EI}{l} = i$  და ვუწოდოთ  $i$ -ს სიხისტის კოეფიციენტი.

საბოლოოდ, კოჭის საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხეები განისაზღვრება ფორმულებით.

$$y'(0) = -\frac{\delta}{l} - \frac{M_a^*}{3i} + \frac{M_b^*}{6i},$$

$$y'(l) = -\frac{\delta}{l} + \frac{M_a^*}{6i} - \frac{M_b^*}{3i},$$

ან, თუ მხედველობაში მივიღებთ მობრუნების კუთხეებისთვის შემოღებულ აღნიშვნებსა და ნიშნების წესს (ნახ. 50.5 და 50.6.)

$$\varphi_a = \frac{M_a^*}{3i} - \frac{M_b^*}{6i} + \frac{\delta}{l},$$

$$\varphi_b = \frac{M_b^*}{3i} - \frac{M_a^*}{6i} + \frac{\delta}{l}.$$

ამ ფორმულებში დადებითი ნიშანი მინიჭებული აქვთ წევრებს, რომლებიც შეესაბამებიან სათანადო კვეთის მობრუნებას დადგენილი მიმართულებით, ე. ი. საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.

მიღებული ფორმულების საფუძველზე შეგვიძლია განვსაზღვროთ

$M_a^*$  და  $M_b^*$ , ე. ი. ის დამატებითი რეაქტიული მომენტები, რომლებიც აღიძვრებიან კოჭის საყრდენთა ურთიერთგადაადგილების შედეგად

$$M_a^* = 2i \left( 2\varphi_a + \varphi_b - 3 \frac{\delta}{l} \right), \quad M_b^* = 2i \left( 2\varphi_b + \varphi_a - 3 \frac{\delta}{l} \right).$$

ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპის საფუძველზე შეგვიძლია განვსაზღვროთ სრული რეაქტიული მომენტები, ე. ი. ის მომენტები, რომლებიც აღიძვრებიან კოჭის საყრდენთა ურთიერთგადაადგილებისა და უშუალოდ კოჭზე მოდებული დატვირთვის ქმედების შედეგად.

სრული მომენტებისათვის გვაქვს ასეთი ფორმულები:

$$M_a = 2i \left( 2\varphi_a + \varphi_b - 3 \frac{\delta}{l} \right) + M^{*a},$$

$$M_b = 2i \left( 2\varphi_b + \varphi_a - 3 \frac{\delta}{l} \right) + M^{*b}.$$

წარმოვიდგინოთ, რომ ერთ-ერთი ღეროს ბოლოზე, ვთქვათ, მარჯვენა ბოლოზე სახსარია. მაშინ მოპირდაპირე ბოლოზე მოქმედი რეაქტიული მომენტი განისაზღვრება ფორმულით

$$M_a = 3i \left( \varphi_a - \frac{\delta}{l} \right) + M^{*a},$$

ვინაიდან  $M_b = M^{*b} = 0$ , ხოლო  $\varphi_b = \frac{3}{2} \frac{\delta}{l} - \frac{\varphi_a}{2}$ .

მიღებული ფორმულები წარმოადგენენ დამხმარე ფორმულებს. ისინი საშუალებას გვაძლევენ განტოლებათა სათანადო კანონიკური სისტემის შედგენის გზით დავიყვანოთ ნებისმიერი ჩარჩოს ანგარიში მისი შემადგენელი ღეროების გაანგარიშებაზე.

მართლაც, ჩარჩოს ყოველი ღერო შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც ორი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, ან კიდევ, ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული და მეორეთი კი სახსარზე დაყრდნობილი კოჭი, რომელიც საყრდენთა ურთიერთგადაადგილების გარდა განიცდის გარკვეული წესით მოდებული გარეშე დატვირთვების ქმედებას.

#### § 51. გადაადგილვებათა მეთოდის კანონიკური განხილვებანი ვეტიკალურდგარეგანი ჩარჩომებისათვის

ცხადია, ახლახან მიღებული ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ ჩარჩოს ცალკეული ღეროების დრეკადი წონასწორობის შესასწავლად. ამავე დროს ზედმეტია ჩარჩოს რაიმე ღეროს დაძაბულ-დეფორმირებულ

მდგომარეობაზე ლაპარაკი, ვიდრე არ დავადგენთ მობრუნების სათანადო კუთხეებსა და წირით ვადაადგილებებს (ე. ი.  $\varphi_a, \varphi_b, \beta$ -ს). მათი განსაზღვრის მიზნით გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ ჩარჩოს კვანძები ხისტია და თითოეული მათგანი, ისევე როგორც მთელი ჩარჩო, წონასწორობაში იმყოფება. ჩარჩოს კვანძების სიხისტიდან გამომდინარეობს, რომ მათი მობრუნების კუთხეები ტოლნი არიან ამ კვანძებში თავმოყრილი ლეროების საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხეებისა. ამავდროს იმ მომენტების ჯამი, რომლებიც გადაეცემა კვანძს მასში თავმოყრილი ლეროებისგან უნდა იყოს ნულის ტოლი. ამას მოითხოვს კვანძის წონასწორობის პირობა.

ნათქვამის საფუძველზე, ჩარჩოდან გამოყოფილი რაიმე  $m$ -ური კვანძისთვის წინა პარაგრაფში მიღებული ფორმულების გათვალისწინებით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\sum_n \left[ 2i_{mk} \left( 2\varphi_m + \varphi_k - 3 \frac{\delta_{mk}}{l_{mk}} \right) + M^p_{mk} \right] = 0,$$

სადაც  $n$  კვანძში თავმოყრილ ლერთა რიცხვია ( $k = 1, 2, \dots, n$ ). იგივე პირობა შეიძლება ასეთნაირადაც გადაიწეროს

$$4\varphi_m \sum_n i_{mk} + 2 \sum_n i_{mk} \varphi_k - 6 \sum_n i_{mk} \frac{\delta_{mk}}{l_{mk}} + \sum_n M^p_{mk} = 0.$$

როცა კვანძში თავს იყრის ისეთი ლეროებიც, რომლებსაც მოპირდაპირე ბოლოებზე სახსრები აქვთ, წონასწორობის პირობას მიეცემა განსხვავებული სახე. მართლაც, მაშინ საჭიროა დამატებით გავითვალისწინოთ ის მომენტები, რომლებიც გადაეცემა კვანძებს მოპირდაპირე ბოლოებზე სახსრების მქონე ლეროებისგან. თუ ასეთი ლერო გვაქვს  $q$ , მაშინ წინა პარაგრაფში მიღებული ფორმულის საფუძველზე მათგან გადაცემული მომენტი იქნება

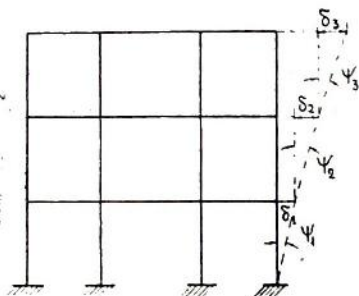
$$3\varphi_m \sum_q i_{ms} - 3 \sum_q i_{ms} \frac{\delta_{ms}}{l_{ms}} + \sum_q M^p_{ms}, \quad (s = 1, 2, \dots, q).$$

ამრიგად, როცა კვანძში თავმოყრილია ორივე ტიპის ლეროები, მისი წონასწორობის პირობა ასეთნაირად ჩაიწერება:

$$\left( 4 \sum_n i_{mk} + 3 \sum_q i_{ms} \right) \varphi_m + 2 \sum_n i_{mk} \varphi_k - 6 \sum_n i_{mk} \frac{\delta_{mk}}{l_{mk}} - 3 \sum_q i_{ms} \frac{\delta_{ms}}{l_{ms}} + \sum_n M^p_{mk} + \sum_q M^p_{ms} = 0, \quad (k=1, 2, \dots, n; s=1, 2, \dots, q).$$

ამგვარი პირობა გვექნება იმდენი, რამდენი კვანძიც აქვს ჩარჩოს.

თუკი ჩარჩოს კონსტრუქციული თავისებურება გამორიცხავს წირითი გადაადგილების არსებობას, წონასწორობის განხილული პირობები საკმარისია კვანძთა მობრუნების უცნობი კუთხეების დასადგენად. ამ შემთხვევაში კვანძთა წონასწორობის პირობები შეადგენენ გადაადგილებათა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სრულ სისტემას. სისტემის ხელსაყრელ თავისებურებად უნდა ჩაითვალოს ის გარემოება, რომ თითოეულ მის განტოლებაში ერთდროულად შედის მხოლოდ რამდენიმე და ირა ყველა საძიებელი კუთხე  $\varphi_m$ . ეს არსებითად ამარტივებს განტოლებათა სისტემების ამოხსნას.



ნახ. 51.1.

ზოგად შემთხვევაში წირითი გადაადგილებანი ნულისაგან განსხვავებული არიან. ასეთ პირობებში საჭიროა დამატებითი განტოლებების შედგენა, ვინაიდან უცნობთა რიცხვი აღემატება კვანძთა წონასწორობის განტოლებათა საერთო რიცხვს, თანაც იმდენით, რამდენი  $m$  გადაადგილებაც ხორციელდება ჩარჩოში.

საკითხი მარტივდება მრავალსართულიანი ჩარჩოსათვის, რომელსაც ვერტიკალური დგარები აქვს. ამჯერად, წირითი გადაადგილება გვექნება იმდენა, რამდენი სართულიცა აქვს ჩარჩოს (ნახ. 51.1), ვინაიდან ღეროების გრძივი დეფორმაცია უგულვებელყოფილია და, მაშასადამე, მანძილი იმ კვანძთა შორის, რომლებიც ეკუთვნიან ერთსა და იმავე სართულს, რჩება უცვლელი.

დამატებითი განტოლებების შედგენის შიზნით გადავჭრათ დგარები თითოეული სართულის ფარგლებში და შემდეგ განვიხილოთ მოკვეთილი ნაწილის წონასწორობა. ვისარგებლოთ წონასწორობის იმ პირობით, რომელიც მიიღება ყველა ძალის ჰორიზონტალურ ღერძზე დაგვემიღებისა და გვემილთა ჯამის ნულთან გატოლების შედეგად.

ამნაირი გზით მიღებულ განტოლებაში შევლენ სათანადო ჭრილებში მოქმედი განივი ძალები.

თითოეული მათგანი გამოითვლება ფორმულით

$$Q_{x(ab)} = - \frac{M_a^* + M_b^*}{l} + Q_{x(ab)}^P,$$

სადაც მეორე შესაკრების განსაზღვრის მიზნით ვაგებთ განივი ძალის ეპიურას უძრავ კედლებში ხისტად ჩამაგრებული კოჭისათვის. რაც შეეხება პირველ შესაკრებს, იგი შეადგენს განივი ძალის იმ ნაწილს, რომელიც წარმოიქმნება საყრდენთა ურთიერთგადაადგილების შედეგად.

მართლაც, ცნობილი თეორემის საფუძველზე, იმის გათვალისწინებით თუ რისი ტოლია  $M_x^*$ ,

$$Q_{x(ab)}^* = \frac{dM_x^*}{dx} = -\frac{M_a^* + M_b^*}{l}$$

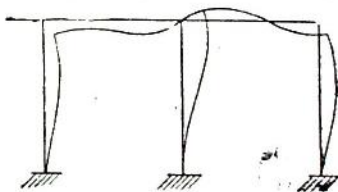
რამდენადაც წინა პარაგრაფში მიღებული ფორმულების საფუძველზე  $M_a^*$  და  $M_b^*$  შეიძლება გამოვსახოთ  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  და  $\delta$  გადაადგილების საშუალებით, ამდენად

$$\begin{aligned} Q_{x(ab)}^* &= -\frac{1}{l} \left[ 2i \left( 2\varphi_a + \varphi_b - 3 \frac{\delta}{l} \right) + 2i \left( \varphi_a + 2\varphi_b - 3 \frac{\delta}{l} \right) \right] = \\ &= -\frac{6i}{l} \left( \varphi_a + \varphi_b - 2 \frac{\delta}{l} \right). \end{aligned}$$

განივი ძალის გამომსახველი ფორმულის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ დგართა გადაჭრით მიღებული დამატებითი განტოლებანი არ შეიცავენ რაიმე ახალ უცნობებს. კვანძთა წონასწორობის პირობებთან ერთად ისინი აღგენენ გადაადგილებათა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სრულ სისტემას.

ამრიგად, გადაადგილებათა მეთოდის კანონიკურ განტოლებათა სისტემის თითოეული განტოლება გამოხატავს წონასწორობის პირობას, სადაც უცნობებად გვევლინებიან კუთხური და წირითი გადაადგილებანი. რაკი დავადგენთ ამ გადაადგილებებს, ცნობილი ფორმულების საფუძველზე შეგვიძლია განვსაზღვროთ ჩარჩოს ელემენტებში მოქმედი მღუნავი მომენტები და განვივი ძალები, ე. ი. შევასრულოთ ჩარჩოს სრული ანგარიში.

საკითხი იმის შესახებ, თუ გაანგარიშების განხილული მეთოდებიდან რომელია უფრო ხელსაყრელი, თითოეულ კონკრეტულ შემთხვევაში ცალკე უნდა გადაწყდეს, მას შემდეგ რაც გათვალისწინებული იქნება მოცემული ნაგებობის ყველა თავისებურება. შეიძლება ითქვას, რომ ძალ-

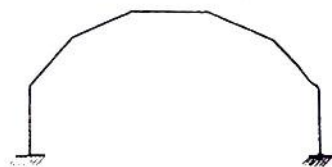


ნახ. 51.2.

თა მეთოდით სარგებლობა შედარებით მაშინ უფრო ნაკლებადაა ხელსაყრელი, როცა სისტემას დიდი რაოდენობით გააჩნია ზედმეტი ბმები. რაც შეეხება გადაადგილებათა მეთოდით სარგებლობას, იგი განსაკუთრებით რთულდება მაშინ, როცა ჩარჩოს მრავალი კვანძი აქვს, რომლებიც კუთხური გადაადგილების გარდა განიცდიან წირით გადაადგილებასაც.

ნათქვამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ ორი მაგალითი. 51.2 ნახაზზე წარმოდგენილი ჩარჩო ექვსჯერ სტატიკურად ურკვევია. მისი გაან-

გარიშება ძალთა უეთოდით მოითხოვს ექვსი უცნობის განსაზღვრას. გადაადგილებათა მეტოდის მიხედვით კი საკმარისია მხოლოდ ოთხი უცნობის დადგენა. ეს უცნობებია ზედა სამი კვანძის მობრუნების კუთხე და მათი გადაადგილება ჰორიზონტალური მიმართულებით (ნახ. 51.2).



ნახ. 51.3.

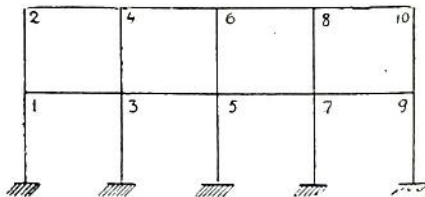
რას, ვინაიდან თითოეული კვანძი წირით გადაადგილებასაც.

საერთოდ, ჩარჩოს გაანგარიშების ეს ორი მეთოდი ერთიმეორეს კი არ გამორიცხავს, არამედ ავსებს, მაშინ როცა არახელსაყრელია ერთი მეთოდი, ხელსაყრელია მეორე—, და პირიქით.

მეორე მაგალითი საწინააღმდეგოზე მოწმობს (ნახ. 51.3). თუ ამ ნახაზზე წარმოდგენილ ჩარჩოს ვიანგარიშებთ ძალთა უეთოდით, დაგვიკირდება მხოლოდ სამი უცნობის განსაზღვრა. გადაადგილებათა მეთოდით სარგებლობა კი მოითხოვს გაცილებით მეტი უცნობის განსაზღვრის რეგორც კუთხურ, ასევე

## § 52. სიმეტრიის გამოყენება

თუ ჩარჩოს აქვს სიმეტრიის ღერძი, მისი გაანგარიშება საგრძნობლად მარტივდება. ამ დებულების ნათელსაყოფად განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი. წარმოვიდგინოთ ორსართულიანი და ოთხმალღიანი სიმეტრიული ჩარჩო, რომელიც ნებისმიერი დატვირთვის ქმედებას განიცდის (ნახ. 52.1). ჩარჩოს გაანგარიშება მოითხოვს თორმეტი უცნობის განსაზღვრას, რომელთაგანაც ათი მობრუნების კუთხეა, ორიც—წირითი გადაადგილება.



ნახ. 52.1.

ამოცანის გამარტივების მიზნით ჩარჩოზე მოქმედი დატვირთვა წარმოვიდგინოთ როგორც სიმეტრიული და უკუსიმეტრიული დატვირთვების ერთობლიობა.

ჩარჩოს გაანგარიშება სიმეტრიულ დატვირთვაზე მოითხოვს მხოლოდ ოთხი უცნობის განსაზღვრას. ეს უცნობებია:

$$\varphi_1 = -\varphi_9, \quad \varphi_2 = -\varphi_{10}, \quad \varphi_3 = -\varphi_7, \quad \varphi_4 = -\varphi_8.$$

რაც შეეხება დანარჩენ უცნობებს, ე. ი.  $\varphi_5, \varphi_6, \delta_1, \delta_2$ -ს, ისინი ნულის ტოლი არიან.

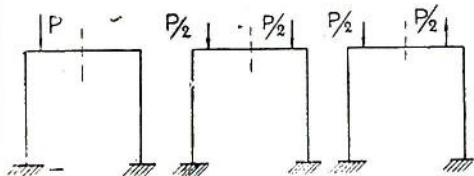
უკუსიმეტრიულად დატვირთვის დროს ჩარჩოს სიმეტრიულად განლაგებული კვანძები მობრუნდებიან ერთი და იგივე კუთხით, ე. ი.  $\varphi_1 = \varphi_3, \varphi_2 = \varphi_{10}, \varphi_3 = \varphi_7, \varphi_4 = \varphi_8$ .

ამრიგად, განსაზღვრას მოითხოვს მხოლოდ რვა უცნობი, სახელდობრ:  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \delta_1, \delta_2$ .

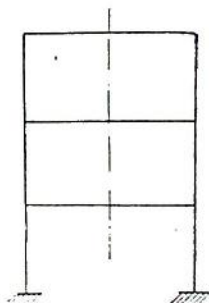
როგორც ვხედავთ, სარჩოს სიმეტრიულობამ და მისგან გამომდინარე დატვირთვის დაშლის შესაძლებლობამ სიმეტრიულ და უკუსიმეტრიულ ძალებად, საშუალება მოგვცა დაგვეყვანა ჩარჩოს გაანგარიშება განტოლებათა ორი ისეთი სისტემის ამოხსნაზე, რომელთაგანაც ერთი ოთხგანტოლებიანია, მეორე კი რვაგანტოლებიანი, რაც ვაცილებით უფრო ადვილად დასაძლევია, ვიდრე ერთი თორმეტგანტოლებიანი სისტემის ამოხსნა.

### § 53. ჩარჩოთა გაანგარიშების კომპინირებული ხეჩხი

ამ ხერხით სარგებლობის დროს ერთდროულად ვიყენებთ როგორც ძალთა, ასევე გადაადგილებათა მეთოდს. ხერხის გამოყენება ვაჩვენოთ კონკრეტულ მაგალითზე. ვთქვათ, გასაანგარიშებელია ნახაზზე წარმოდგენილი ჩარჩო, რომელიც განიცდის რიგელებზე მოდებული შეყურსული  $P$  ძალის ქმედებას (ნახ. 53.1). წარმოვიდგინოთ ეს ძალა როგორც სიმეტრიული და უკუსიმეტრიული ძალების ერ-



ნახ. 53.1.



ნახ. 53.2.

თობლიობა (ნახ. 53.1). ჩარჩოს გაანგარიშება სიმეტრიული ძალების ქმედებაზე მიზანშეწონილია შესრულდეს გადაადგილებათა მეთოდით, ვინაიდან ამ შემთხვევაში კვანძთა წირითი გადაადგილება ნულის ტოლია, მათი მობრუნების კუთხეები კი მხოლოდ ნიშნით განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. ამგვარად, საძიებელია ერთი უცნობი—ერთ-ერთი კვანძის მობრუნების კუთხე.

რაც შეეხება გაანგარიშებას უკუსიმეტრიული დატვირთვის ქმედებაზე, იგი უმჯობესია ვაწარმოოთ ძალთა მეთოდით. მართლაც, როგორც

ცნობილია, სიმეტრიული სისტემის უკუსიმეტრიულად დატვირთვის დროს სიმეტრიული უცნობები, ე. ი. მღუნავი მომენტი და გრძივი ძალა არიან ნულის ტოლი. ამრიგად, ერთადერთი უცნობი, რომელიც ნულისაგან განსხვავდება, რიგელის შუა კვეთში მოქმედი განივი ძალაა. ამავე დროს, იგივე ჩარჩოს გაანგარიშება მხოლოდ ძალთა ან გადაადგილებათა მეთოდით, მოითხოვს უკვე სამ-სამი უცნობის განსაზღვრას.

მოვიყვანოთ მეორე მაგალითი (ნახ. 53.2). საგანგებოდ შედგენილ ცხრილში მოყვანილია იმ უცნობთა რიცხვი, რომელიც შეესაბამება ამ ჩარჩოს გაანგარიშების სხვადასხვა მეთოდებს (იხ. ცხრილი).

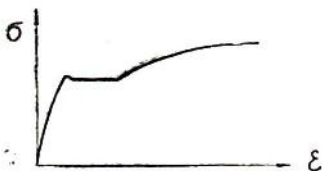
მეთოდი	სიმეტრიულად დატვირთვისას	უკუსიმეტრიულად დატვირთვისას	სულ
ძალთა	6	3	9
გადაადგილებათა	3	6	9
კომბინირებული	3	3	6

ამ ცხრილიდან გამომდინარეობს, რომ მოცემული ჩარჩოს გაანგარიშება კომბინირებული ხერხით უფრო ხელსაყრელია, ვიდრე ძალთა ან გადაადგილებათა მეთოდით. მართლაც, კომბინირებული ხერხის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს ერთნახევარჯერ შევამციროთ უცნობთა რიცხვი.

## ნაგებობათა გაანგარიშება დრეკადობის ფარგლებს გარეთ

### § 54. ცნება იდეალურად დრეკად-პლასტიკური ტანის უმსახვა

აქამდე ნაგებობათა გაანგარიშებას ვაწარმოებდით დრეკადობის ფარგლებში, უფრო ზუსტად, იმ ფარგლებში, რომლისთვისაც მართებულია ჰუკის კანონი, ე. ი. წრფივი დამოკიდებულება ძაბვასა და მისგან გამოწვეულ დეფორმაციას შორის. მასალის კუმშვა-გაჭიმვის დიაგრამაზე ამ კანონს შეესაბამება წრფივი უბანი (ნახ. 54.1).

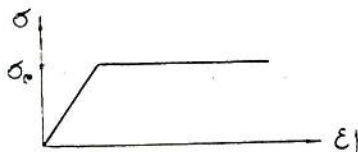


ნახ. 54.1.

დიაგრამის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ჰუკის კანონზე დამყარებული გაანგარიშება უზრუნველყოფს ნაგებობის მოჭარბებულ სიმტკიცეს, რაც მოწმობს მასალის გადახარჯვას.

ამასთან დაკავშირებით, ბუნებრივია დავუშვათ ნაგებობის ცალკეულ ელემენტებში ნარჩენი, ანუ პლასტიკური დეფორმაციების წარმოქმნის

შესაძლებლობა, რაც უზრუნველყოფს ნაგებობის ეკონომიურობას მასალის ხარჯის თვალსაზრისით. ამით, და არა მხოლოდ ამით, აიხსნება ის პოპულარობა, რომელიც კლასიკური სამშენებლო მექანიკის გვერდით მოიპოვა დრეკად-პლასტიკური სისტემების სამშენებლო მექანიკამ. უკანასკნელი, სამშენებლო მექანიკის ახალი, სწრაფად მზარდი დარგია. მისი განვითარების თანამედროვე დონე საშუალებას იძლევა წარმატებით ამოვხსნათ სამშენებლო მექანიკის ახალი, საინტერესო ამოცანები მათი სირთულის მიუხედავად. ამოცანათა გამარტივების მიზნით დრეკად-პლასტიკური სისტემების სამშენებლო მექანიკა სარგებლობს იდეალურად დრეკად-პლასტიკური ტანის მოდელით. ტანს ეწოდება იდეალურად დრეკად-პლასტიკური, თუ მისი კუმშვა-გაჭიმვის დიაგრამა შეიძლება გამოისახოს პრანდტლის სქემით (ნახ. 54.2). ამ სქემის მიხედვით დეფორმაცია ნაგებობის ნებისმიერ წერტილში დრეკადია იქამდე, ვიდრე დაბვა არ მიაღწევს დენადობის ზღვარს ( $\sigma < \sigma_e$ ). როგორც კი დაბვა მიაღწევს ამ მნიშვნელობას ( $\sigma = \sigma_e$ ), იწყება მასალის დენა. ეს იმას ნიშნავს, რომ დეფორმაციის შემდგომი ზრდისთვის საჭირო აღარაა დაბვის გაზრდა. იდეალურად დრეკად-პლასტიკური ტანის ცნება თამამად შეიძლება გამოვიყენოთ მშენებლობაში გავრცელებული მასალების მიმართ, განსაკუთრებით რბილი სამშენებლო ფოლადის მიმართ, რომლის კუმშვა-გაჭიმვის დიაგრამაზეც მკვეთრადაა გამოხატული დენადობის უბანი (ნახ. 54.1).

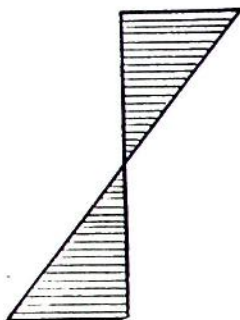


ნახ. 54.2.

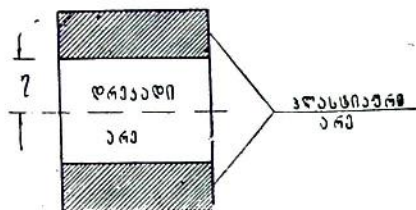
### § 55. თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის დამკად-პლასტიკური წონასწორობა

განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭი, რომელიც შუაში დატვირთულია შეყურსული  $P$  ძალით. კოჭის განივკვეთის თაობაზე დავუშვათ, რომ იგი უცვლელია და მართკუთხედს წარმოადგენს. ასეთი კოჭის მაქსიმალურად დაძაბული კვეთი იქნება მისი შუა კვეთი, სადაც მღუნავი მომენტი აღწევს უდიდეს მნიშვნელობას. ვიდრე კოჭი განიცდის დრეკად დეფორმაციას, ნორმალური დაბვები მისი განივკვეთის სიმაღლის მიხედვით ნაწილდება წრფივი კანონით (ნახ. 55.1). თუ კოჭზე მოქმედი ძალის სიდიდეს თანდათანობით გავზრდით, მისი შუა კვეთის განაპირა ბოჭკოებში დაბვა მიაღწევს დენადობის ზღვარს ( $\pm \sigma_e$ ). ასე იწყება პლასტიკურობის წარმოქმნა კოჭში. ამავე დროს, დრეკადი ღეროების თეორიის თვალსაზრისით კოჭის ამგვარი მდგომარეობა უკვე სახიფათოა.

შეყურსული  $P$  ძალის შემდგომი ზრდა გამოიწვევს განივკვეთის მომდევნო ბოჭკოების გადასვლასაც პლასტიკურ მდგომარეობაში. ახლა უკვე განივკვეთის სიმაღლის მიხედვით სამი არე გვაქვს: შუაში ღრეკადი, ნაპირებზე კი სიმეტრიულად განლაგებული პლასტიკური არეები (ნახ. 55.2). მსგავსი მდგომარეობაა შუა კვეთის მეზობელ კვეთებშიც. თუმცა პლასტიკური არეები ამ კვეთებში მით

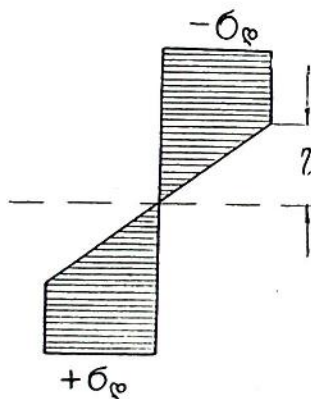


ნახ. 55.1.



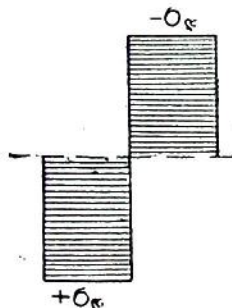
ნახ. 55.2.

უფრო სუსტადაა გავრცელებული ნეიტრალური ღერძის მიმართულებით, რაც უფრო მეტადაა დაშორებული შუა კვეთისაგან განხილული კვეთი. რაც შეეხება ნორმალურ ძაბვებს, მათი განაწილების კანონი ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 55.3).



ნახ. 55.3.

საბოლოოდ, თუ კიდევ განვავრძობთ კოჭზე მოქმედი და-

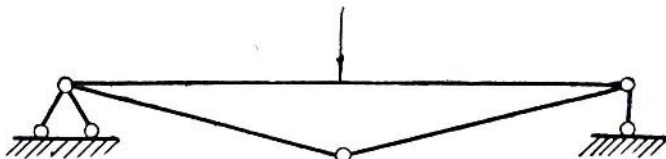


ნახ. 55.4.

ტვირთვის ზრდას, ნორმალური ძაბვების ეპიურა მაქსიმალურად დაძაბული შუა კვეთისთვის მიიღებს ნახაზზე წარმოდგენილ სახეს (ნახ. 55.4).

კვეთი მთლიანადაა გადასული პლასტიკურ მდგომარეობაში. თანახ-

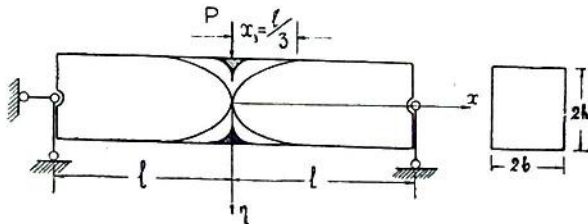
მად პრანდტლის სქემისა, გრძივი ბოკოები კოჭის ამ ნაწილში (ნეიტრალური შრის გამოკლებით) განიცდიან უსასრულოდ მზარდ დეფორმაციას, რაც მოწმობს მათი მთლიანობის დარღვევას. ამ პირობებში შეიძლება ვილაპარაკოთ პლასტიკური სახსრის წარმოქმნაზე, რომელიც მექანიზმად გადააქცევს მოცემულ კოჭს (ნახ. 55.5). ეს იმას ნიშნავს, რომ პლასტიკური სახსრის წარმოქმნისთანავე ამოიწურება კოჭის



ნახ. 55.5.

ზიდვისწუნარი, მოხდება მისი მწყობრიდან გამოსვლა. ძალის იმ მნიშვნელობას, რომელიც გამოიწვევს კოჭში პლასტიკური სახსრის წარმოქმნას ზღვრულ ეწოდება.

ახლა გამოვთვალოთ შეყურსული ძალის ზღვრული მნიშვნელობა, და შევადაროთ იგი იმას, რასაც გვაძლევს კოჭის გაანგარიშება დასაშვ-



ნახ. 55.6.

ბი ძაბვების მიხედვით.  $2l$ -ით,  $2h$ -ით და  $2b$ -ით შესაბამისად აღვნიშნოთ კოჭის სიგრძე და მისი განივკვეთის ზომები (ნახ. 55.6). რაც შეეხება დატვირთვის ზღვრულ მნიშვნელობას, იგი  $P^*$ -ით აღვნიშნოთ.

შიგა და გარე ძალების მომენტთა ტოლობის საფუძველზე კოჭის შუა კვეთისათვის შეგვიძლია დავწეროთ:

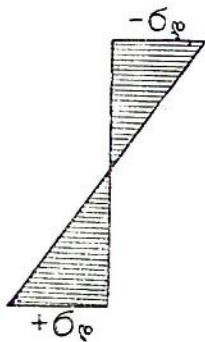
$$2\sigma_e b h^3 = \frac{P^* l}{2},$$

საიდანაც

$$P^* = \frac{4\sigma_e b h^3}{l}.$$

ახლა ანალოგიური ტოლობით ვისარგებლოთ ძალის იმ  $P_0$  მნიშვნელობის გამოსათვლელად, რომელიც შეესაბამება კოჭის გაანგარიშებას დასაშვები ძაბვების მიხედვით და რომელსაც პირობითად შეიძლება დასაშვები ვუწოდოთ. წინასწარ შევნიშნავთ, რომ სათანადო ეპიურას ექნება 55.7 ნახაზზე წარმოდგენილი სახე.

მომენტთა ტოლობიდან გამომდინარეობს:



ნახ. 55.7.

$$\frac{\sigma_{\epsilon} h}{2} \cdot \frac{4}{3} h \cdot 2b = \frac{P_0 l}{2}$$

და

$$P_0 = \frac{8}{3} \frac{\sigma_{\epsilon} b h^2}{l}$$

ამრიგად,

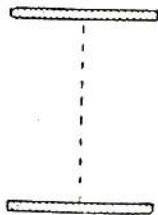
$$P^* = \frac{3}{2} P_0$$

საერთოდ, იმისგან განურჩევლად, თუ როგორია კოჭზე მოქმედი დატვირთვა, მისი ზღვრული მნიშვნელობა ერთნახევარჯერ აღემატება დასაშვებს. ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუკი გავითვალისწინებთ, რომ შესაბამისი შიგა ძალების მომენ-

ტები:  $2\sigma_{\epsilon} b h^2$  და  $\frac{4}{3} \sigma_{\epsilon} b h^2$  დამოკიდებული არიან მხოლოდ ღეროს განივკვეთის ზომებზე ( $b$ ,  $h$ ) და მისი მასალის პლასტიკურ თვისებებზე ( $\sigma_{\epsilon}$ ).

ამასთანავე უნდა გვახსოვდეს, რომ მიღებული დამოკიდებულება  $P^*$ -სა და  $P_0$ -ს შორის მართებულია მხოლოდ მართკუთხა კვეთის კოჭებისათვის. სხვანაირი კვეთების შემთხვევაში ზღვრული დატვირთვის შეფარდება დასაშვებთან შეიძლება იყოს როგორც მეტი, ასევე ნაკლებიც  $\frac{3}{2}$ -ზე. არსებობს ისეთი გა-

ნივკვეთიც, რომლისთვისაც ეს შეფარდება პრაქტიკულად ერთის ტოლია. მას იდეალური პროფილი, ანუ იდეალური მოხაზულობის განივკვეთი ეწოდება. იგი წარმოადგენს ორტესებრ კვეთს უსასრულოდ თხელი კედლით (ნახ. 55.8). რაც შეეხება თარობებს, კვეთის სიმალლესთან შედარებით მათი უმნიშვნელო სისქის გამო, შეგვიძლია დავუშვათ, რომ ისინი ერთბაშად გადადიან პლასტიკურ მდგომარეობაში.



ნახ. 55.8.

დავუბრუნდეთ ისევ განხილულ მავალითს და გამოვიკვლიოთ, თუ როგორ ვრცელდება პლასტიკურობა კოჭის ღერძის გასწვრივ, როცა

კოჭზე მოქმედი შეყურსული ძალის მნიშვნელობა იზრდება თანდათანობით დასაშვებიდან ვიდრე ზღვრულამდე ( $P_0 \leq P \leq P^*$ ). განვიხილოთ კოჭის ერთ-ერთი განივიკვეთი, რომელიც ნაწილობრივ გადასულია პლასტიკურ მდგომარეობაში (ნახ. 55.2 და 55.3). აღვნიშნოთ  $\eta$ -თი ღრეკადი და პლასტიკური არეების საზღვრის ორდინატი. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ამ კვეთში მოქმედი შივა ძალების მომენტი ტოლია (ნახ. 55.9).

$$M_x = 2\sigma_e b h^2 - 2\sigma_e b \frac{\eta}{2} \cdot \frac{2\eta}{3} = 2\sigma_e b \left( h^2 - \frac{\eta^2}{3} \right).$$

შივა და გარე ძალების მომენტების ტოლობის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ (ნახ. 55.6):

$$2\sigma_e b \left( h^2 - \frac{\eta^2}{3} \right) = \frac{P}{2} (l - x),$$

საიდანაც

$$\eta^2 = 3h^2 + \frac{3Ph^2}{4\sigma_e b h^2} (x - l) = 3h^2 + \frac{2Ph^2}{P_0 l} (x - l).$$

ამრიგად, საზღვარი ღრეკადსა და პლასტიკურ არეებს შორის წარმოადგენს პარაბოლას.

ზღვრულ მდგომარეობაში, როცა  $P = P^* = \frac{3}{2} P_0$  (ნახ. 55.6),

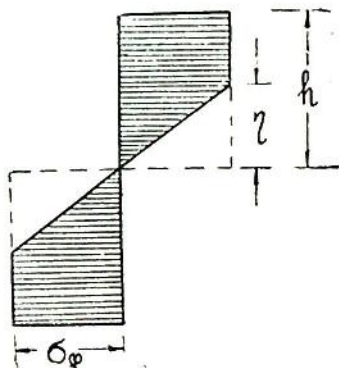
$$\begin{aligned} \eta^2 &= 3h^2 + \frac{3h^2}{l} (x - l) = \\ &= 3h^2 \frac{x}{l}. \end{aligned}$$

მაშასადამე, პარაბოლა გადის კოორდინატთა სათავეზე და ეხება  $\eta$  ღერძს (იხ. სათანადოდ შევსებული ნახ. 55.6). რაც შეეხება იმ უბნის სიგრძეს ( $x = x_3$ ), რომლის გასწვრივაც კოჭის კვეთები არიან ღრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობაში, იგი განისაზღვრება  $\eta$ -ს განტოლებიდან, თუ მასში  $\eta$ -ს გავუტოლებთ  $\pm h$ -ს

$$h^2 = 3 \frac{h^2}{l} x_3.$$

მაშინ,

$$x_3 = \frac{l}{3}.$$

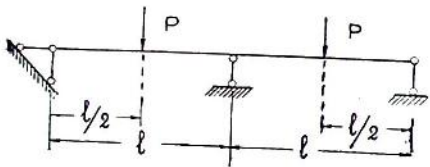


ნახ. 55.9.

§ 56. სტატიკურად ურკვევი კოჭების გაანგარიშება

განვიხილოთ ორმალიანი ტოლმალიანი უჭრი კოჭი, რომელიც განიცდის მალთა შუა მოდებული ორი ერთნაირი შეყურსული ძალის ქმედებას (ნახ. 56.1).

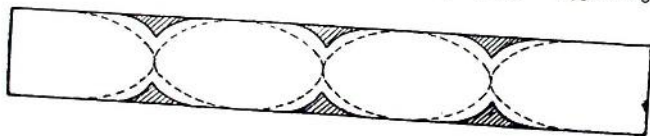
ვიდრე ძალების სიდიდე არ აღემატება გარკვეულ მნიშვნელობას, დეფორმაცია ხდება დრეკადობის ფარგლებში. კოჭის გაანგარიშება შეგვიძლია ცნობილი მეთოდებით, რომლებსაც საფუძვლად ჰყუკის კანონი უდევს. დატვირთვის გაზრდა თანდათანობით პლასტიკური დეფორმაციის



ნახ. 56.1.

წარმოქმნას გამოიწვევს; თავდაპირველად კოჭის იმ კვეთში, რომელიც შუა საყრდენის თავზეა, მოგვიანებით კი მალთა შუა კვეთებშიც (ნახ. 56.2). რაც უფრო მეტად გავზრდით დატვირთვას,

მით უფრო მეტად გავრცელდება პლასტიკურობა როგორც კოჭის ღერძის გასწვრივ; ასევე მისი ცალკეული კვეთების სიმაღლის მიხედვით. ბოლოს, როცა დატვირთვა მიაღწევს ზღვრულ მნიშვნელობას, კოჭის კვეთები როგორც შუა საყრდენის თავზე, ასევე ძალთა მოდების წერტილებში აღმოჩნდებიან მთლიანად გადასული პლასტიკურ მდგომარეობაში



ნახ. 56.2.

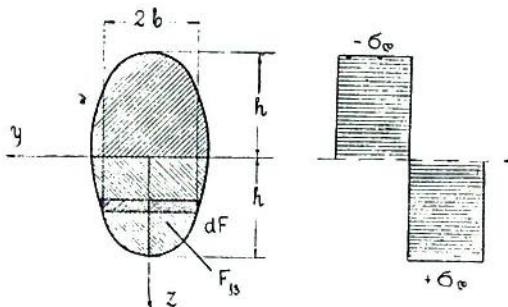
(ნახ. 56.2). კოჭი გამოდის მწყობრიდან, ვინაიდან სამი პლასტიკური სახსარი მას მექანიზმად აქცევს. ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ დატვირთვის ის ზღვრული მნიშვნელობა, რომელიც კოჭის ნგრევას იწვევს. ამოცანის ამოხსნას აადვილებს ის გარემოება, რომ ცნობილია მლუნავი მომენტების მნიშვნელობა კოჭის ცალკეულ კვეთებში, სახელდობრ, იმ კვეთებში, რომლებიც მთლიანად არიან გადასული პლასტიკურ მდგომარეობაში. მლუნავი მომენტების ეს მნიშვნელობა ზღვრულია. იგი დამოკიდებულია კვეთის მოხაზულობაზე. მართკუთხა კვეთისთვის, როგორც ზემოთ

დავინახეთ, ზღვრული მომენტი ტოლია  $M_b = 2\sigma_e b h^2$ . სიმეტრიის ორი ღერძის მქონე ნებისმიერი კვეთისათვის ეს მომენტი ასე გამოითვლება

$$M_b = 2 \int_0^h \sigma_e [2b(z)] z dz = 2\sigma_e \int_0^h z [2b(z)] dz = 2\sigma_e \int_{F_{33}} z dF = 2\sigma_e S,$$

სადაც  $S$  აღნიშნავს განივკვეთის ქვედა ნახევრის სტატიკურ მომენტს ნეიტრალური  $y$  ღერძის მიმართ (ნახ. 56.3).

კოქის მარცხენა საყრდენის რეაქციის ძალას განვსაზღვრავთ იქი-



ნახ. 56.3.

დან გამოვძინარე, რომ მისგან  $l/2$  მანძილზე დაშორებით მლუნავი მომენტი ღებულობს ზღვრულ მნიშვნელობას.

მაშინ,

$$\frac{R_1 l}{2} = M_b, \quad R_1 = \frac{2M_b}{l}.$$

რაც შეეხება, მლუნავ მომენტს შუა საყრდენის თავზე, ისიც ზღვრულია, მხოლოდ უარყოფითი ნიშნით.

შესაბამისად,

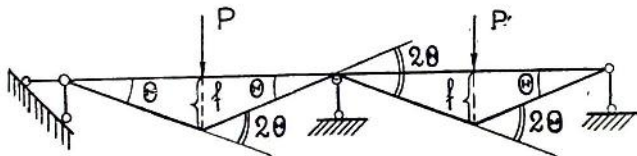
$$R_1 l - \frac{Pl}{2} = -M_b, \quad P = \frac{2M_b}{l} + 2R_1 = \frac{6M_b}{l}.$$

ამგვარად, ზღვრული დატვირთვა

$$P = \frac{6M_b}{l}.$$

ახლა იგივე ამოცანა ამოვხსნათ მეორე ხერხით, ე. წ. კინემატიკური ხერხით. როგორც კი კოქში წარმოიქმნება პლასტიკური სახსრები, მისი ღერძი მიიღებს ტეხილის მოხაზულობას (ნახ. 56.4).

აღნიშნოთ  $f$ -ით გადაადგილება, რომელსაც განიცდიან შეყურსული ძალების მოდების წერტილები. თუ  $\varphi$ -თი აღნიშნავთ კუთხეს, რომელსაც კოქის გაუმრუდებელ ღერძთან ადგენენ ტენილის გვერდები, მაშინ გარდატენის კუთხე, ე. ი. კუთხე, რომელსაც გადატენილი ღერძის ერთი ნაწილი ადგენს მეორის გაგრძელებასთან, აღმოჩნდება  $2\varphi$ -ს ტოლი (ნახ. 56.4). ამავე დროს, როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $\varphi$  კუთხის



ნახ. 56.4.

სიმცირის გამო იგი შეგვიძლია დავეუქავშიროთ გალუნვის ისარს შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$\varphi = \frac{f}{l/2}, \quad 2\varphi = \frac{4f}{l}.$$

მუშაობა, რომელსაც ასრულებენ გარე ძალები,  $2Pf$ -ის ტოლია.

რაც შეეხება შიგა ძალების მუშაობას, ეს ის მუშაობაა, რომელსაც ზღვრული მომენტები ასრულებენ  $2\varphi$  კუთხით მობრუნების შედეგად. ამგვარად, შიგა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება

$$3 \cdot 2\varphi \cdot M_s = \frac{12f}{l} M_s.$$

შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე

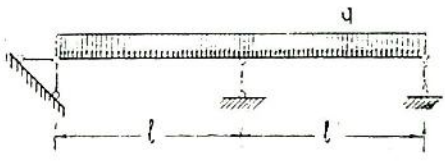
$$2Pf = \frac{12f}{l} M_s,$$

საიდანაც

$$P = \frac{6M_s}{l}.$$

განხილული ამოცანის ამოხსნა არსებითად გაამარტივა იმ გარემოებაში, რომ პლასტიკური სახსრების მდებარეობა კოქის ძალებში ცნობილი იყო. მათი მდებარეობის დადგენა, საერთოდ, მეტად ძნელია, ვინაიდან იგი მოითხოვს პლასტიკური დეფორმაციის წარმოქმნა—გავრცელების ნთელი პროცესის განხილვას. გაანგარიშების გამარტივების მიზნით სახსართა ადგილმდებარეობას განსაზღვრავენ ისეთნაირად, რომ შესაბამისი ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა იყოს მინიმალური. ამ დებუ-

ლების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მარტივი მგალითი. წარმოვიდგინოთ იგივე უჭრი კოჭი, რომელიც აშკერად უკვე განიცდის  $q$  ინტენსივობის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის ქმედებას (ნახ. 56.5). ისევე როგორც წინა შემთხვევაში, კოჭის ზიდვის უნარი ამოიწურება მაშინ, როცა მისი ღერძის გასწვრივ წარმოიქმნება სამი პლასტიკური სახსარი. ამათგან ერთი — შუა საყრდენის თავზე, დანარჩენი ორი კი — რაიმე  $\xi l$  მანძილზე განაპირა საყრდენებიდან. კოჭის მარცხენა საყრდენის რეაქციას განვსაზღვრავთ იმის საფუძველზე, რომ მისგან  $\xi l$  მანძილზე მლუნავი მომენტი ღებულობს ზღვრულ მნიშვნელობას, ე. ი.



ნახ. 56.5.

$$R_1 \xi l - \frac{q(\xi l)^2}{2} = M_b, \quad R_1 = \frac{M_b}{\xi l} + \frac{q\xi l}{2}$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ შუა საყრდენის თავზე მოქმედებს უარყოფითი ზღვრული მომენტი, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$R_1 l - \frac{q l^2}{2} = -M_b, \quad \text{ანუ} \quad \frac{M_b}{\xi} + \frac{q\xi l^2}{2} - \frac{q l^2}{2} = -M_b,$$

აქედან

$$q = 2M_b \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \frac{1}{l^2(1-\xi)} = \frac{2M_b}{l^2} \frac{(1+\xi)}{\xi(1-\xi)}$$

როგორც ვხედავთ, ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა  $q$  დამოკრძებულია განყენებულ რიცხვზე, რომელიც განსაზღვრავს პლასტიკური სახსრის ადგილმდებარეობას მალში. შევარჩიოთ  $\xi$  ისეთნაირად, რომ მან შესაძლოდ მცირე გახადოს ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა  $q$ . ამ მიზნით გავაწარმოთ  $q$ -ს გამოსახულება  $\xi$ -ს მიხედვით, წარმოებული ნულს გავუტოლოთ და მიღებული განტოლებიდან განვსაზღვროთ  $\xi$ -ს მნიშვნელობა.

ამგვარად,

$$\frac{dq}{d\xi} = \frac{2M_b}{l^2} \frac{\xi(1-\xi) - (1+\xi)(1-2\xi)}{\xi^2(1-\xi)^2} = \frac{2M_b}{l^2} \frac{\xi^2 + 2\xi - 1}{\xi^2(1-\xi)^2}$$

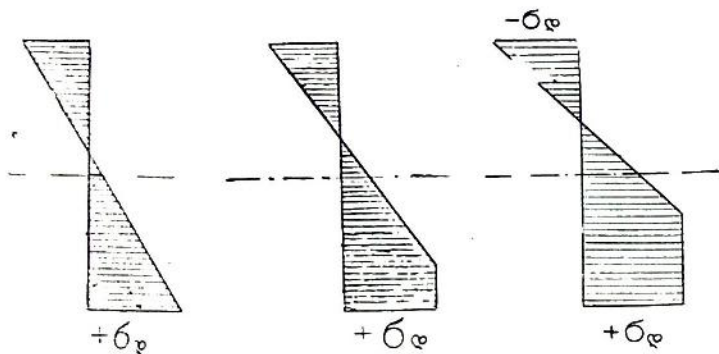
$$\xi^2 + 2\xi - 1 = 0, \quad \xi = -1 \pm \sqrt{1+1} = -1 \pm \sqrt{2}$$

განტოლების ამ ორი ფესვიდან დატვირთვის მნიშვნელობისთვის მინიმუმის მიმნიჭებელი ფესვი იქნება:

$$\xi = -1 + \sqrt{2} \approx 0,41.$$

§ 57. გაჭიმულ-გალუნული ღეროების ზღვრული წონასწორობა

განვიხილოთ გაჭიმულ-გალუნული ღერო. უპირველეს ყოვლისა გამოვარკვიოთ, თუ როგორ ხდება ღეროს განივი კვეთის გადასვლა, პლასტიკურ მდგომარეობაში. მლუნავი მომენტისა და გრძივი ძალის თაობაზე ღვეუშვათ, რომ ისინი იზრდებიან თანდათანობით გარეშე დატვირთვის



ნახ. 57.1.

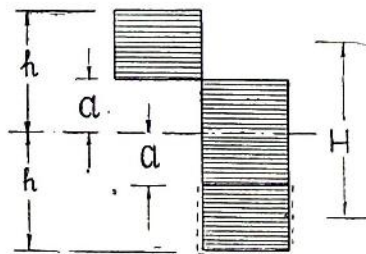
ნახ. 57.2.

ნახ. 57.3.

ზრდასთან ერთად. თავდაპირველად პლასტიკურობა წარმოიქმნება განივი კვეთის ცალ მხარეს, მაქსიმალურად დაჭიმული განაპირა ბოჭკოების გასწვრივ (ნახ. 57.1). დატვირთვის შემდგომი ზრდა გამოიწვევს პლასტიკურობის გავრცელებას კვეთის სიღრმეში. ამასობაში პლას-



ნახ. 57.4.



ნახ. 57.5.

ტიკურობა წარმოიქმნება კვეთის მოპირდაპირე მხარესაც, სადაც ბოჭკოები კუმშვაზე მუშაობენ (ნახ. 57.2 და 57.3). ამის შემდეგ პლასტიკურობა ვრცელდება კვეთის სიღრმეში ორივე მხრიდან, როგორც გაჭიმული, ასევე შეკუმშული ბოჭკოების მხრიდანაც (ნახ. 57.4). ბოლოს მთელი კვეთი გადადის პლასტიკურ მდგომარეობაში (ნახ. 57.5).

ვიპოვოთ გრძივი ძალისა და მღუნავი მომენტის ზღვრული მნიშვნელობა, როცა კვეთი წარმოადგენს მართკუთხედს. ამ მიზნით კვეთის გაჭიმული ნაწილიდან გამოვყოთ უბანი, რომლის ფართობიც შეკუმშული ნაწილის ფართობის ტოლია. ამ უბანზე მოქმედი ძაბვები, რომლებიც ნახაზზე წყვეტილხაზით არიან გამოყოფილი (ნახ. 57.5), შეკუმშვავ ძაბვებთან ერთად ქნიან წყვილძალას, რომელიც აწონასწორებს მღუნავ მომენტს, ე. ი.

$$M = 2b \sigma_e (h - a) H = 2b \sigma_e (h - a) (2a + h - a) = 2b \sigma_e (h^2 - a^2).$$

რაც შეეხება კვეთის გაჭიმულ ნაწილზე მოქმედ დანარჩენ ძაბვებს, ისინი აწონასწორებენ გრძივ ძალას.

ამგვარად,

$$N = 4ab \sigma_e.$$

რამდენადაც ამ ტოლობის საფუძველზე  $a = \frac{N}{4b \sigma_e}$ , წინა ფორმულა

შეგვიძლია გადავწეროთ შემდეგი სახით

$$M = 2b \sigma_e h^2 - \frac{N^2}{8b \sigma_e},$$

ან კიდევ

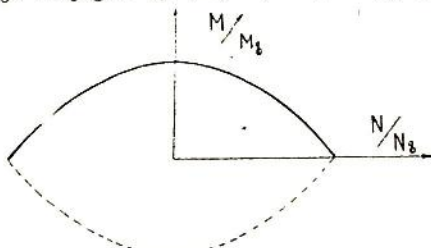
$$\frac{M}{2b \sigma_e h^2} = 1 - \frac{N^2}{16b^2 \sigma_e^2 h^2}.$$

შემოვიღოთ აღნაშენები:  $2bh^2 \sigma_e = M_0$  და  $4bh \sigma_e = N_0$ -ს, სადაც  $M_0$  და  $N_0$  წარმოადგენენ მღუნავი მომენტისა და გამჭიმავი ძალის ზღვრულ მნიშვნელობებს, რომ-

ლებსაც ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად, მხოლოდ ღუნვის ან გაჭიმვის შედეგად გადაჰყავთ კვეთი მთლიანად პლასტიკურ მდგომარეობაში.

ამ აღნიშვნების გავალისწინებით გვექნება

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \left( \frac{N}{N_0} \right)^2.$$



ნახ. 57.6.

მიღებული დამოკიდებულება წარმოადგენს პარაბოლას (ნახ. 57.6). იგი მართებულია იმ შემთხვევისთვის, როცა მღუნავი მომენტი დადებითია. საწინააღმდეგო შემთხვევაში გვექნება დამოკიდებულება

$$\frac{M}{M_0} = - \left[ 1 - \left( \frac{N}{N_0} \right)^2 \right],$$

რომელიც აგრეთვე პარაბოლაა და ნახაზზე წარმოდგენილია წყვეტილი ხაზით (ნახ. 57.6).

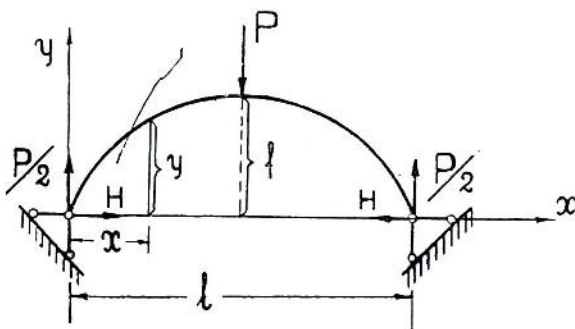
§ 58. სტატიკურად ურკვევი თაღების ზღვრული წონასწორობა

საკითხი შევისწავლოთ ორსახსრიანი თაღის მაგალითზე.

განვიხილოთ ორსახსრიანი თაღი, რომელიც დატვირთულია კლიტეში შეყურსული  $P$  ძალით (ნახ. 58.1).

ძალის თანდათანობით გაზრდა გამოიწვევს პლასტიკური სახსრების წარმოქმნას ჯერ კლიტეში, შემდეგ კი მისგან სიმეტრიულად განლაგებულ წერტილებში ( $D$  და  $D'$ -ში) (ნახ. 58.2).

სახსრების წარმოქმნისთანავე თაღი გადაიქცევა მექანიზმად, დაკარგავს ზიდვის უნარს. ვიპოვოთ შეყურსული ძალის ზღვრული მნიშვნე-



ნახ. 58.1.

ნელობა, რომელიც მანამდე გეომეტრიულად უცვლელ ნაგებობას გადაქცევს მექანიზმად. იმ კვეთებში, სადაც წარმოიქმნება პლასტიკური სახსარი ( $D$ ,  $C$ ,  $D'$ -ში), მღუნავი მომენტი და გრძივი ძალა აკმაყოფი-



ნახ. 58.2.

ლებენ წინა პარაგრაფში მიღებულ ერთ-ერთ პირობას. საკითხი იმის შესახებ, თუ სახელდობრ რომელი პირობა უნდა იყოს დაცული განხილულ კვეთში, წყდება შესაბა-

მისი მღუნავი მომენტის ნიშნის მიხედვით. ეს პირობები საკმარისი იქნებოდა წონასწორობის განტოლებებთან ერთად ამოცანის ამოსახსნელად, გვერდითი პლასტიკური სახსრების ( $D$  და  $D'$ -ის) მდებარეობა რომ ყოფილიყო წინასწარ ცნობილი. მაგრამ ამ სახსრების მდებარეობა არაა

წინასწარ ცნობილი. ამიტომაც ამოცანის ამოხსნა სწორედ ამ საკითხის შესწავლით უნდა დავიწყოთ. თალის კლიტეში მლუნავი მომენტი

$$M_e = \frac{Pl}{4} - Hf.$$

რაც შეეხება თალის ნებისმიერ კვეთში მოქმედ მლუნავ მომენტს,

$$M_x = \frac{P}{2}x - Hy.$$

თითოეული ნახევართალის გასწვრივ მომენტი მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს იმ ( $D$ ,  $D'$ ) წერტილში, სადაც წარმოქმნილია პლასტიკური სახსარი. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ აღნიშნულ წერტილში

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{P}{2} - Hy' = 0,$$

საიდანაც

$$y'_D = \frac{P}{2H}.$$

თუ  $D$  წერტილის კოორდინატებს  $x_1$ -ით და  $y_1$ -ით აღვნიშნავთ, ამ წერტილში მოქმედი მლუნავი მომენტი

$$M_D = \frac{P}{2}x_1 - Hy_1.$$

თალის ზღვრულ მდგომარეობაში წინა პარაგრაფის ფორმულების საფუძველზე  $M_e$  და  $M_D$  მლუნავი მომენტები შესაბამისად ტოლია:

$$\frac{M_e}{M_b} = 1 - \left(\frac{N_e}{N_b}\right)^2, \quad \frac{M_D}{M_b} = - \left[ 1 - \left(\frac{N_D}{N_b}\right)^2 \right].$$

აქედან გამომდინარეობს

$$\frac{M_e}{M_b} + \frac{M_D}{M_b} = \left(\frac{N_D}{N_b}\right)^2 - \left(\frac{N_e}{N_b}\right)^2.$$

დამრეცი-თალისთვის, რომელიც მხოლოდ შვეული ძალების ქმედებას განიცდის, პრაქტიკული მიზნებისათვის საკმარისი სიზუსტით შეგვიძლია დავუშვათ, რომ  $N_D = N_e = H$  მაშასადამე, ასეთივე სიზუსტით

$$M_e = -M_D,$$

ანუ, თუ მხედველობაში მივიღებთ  $M_e$  და  $M_D$  მომენტების გამოსახულებას

$$\frac{Pl}{4} - Hf = - \left( \frac{P}{2}x_1 - Hy_1 \right),$$

საიდანაც

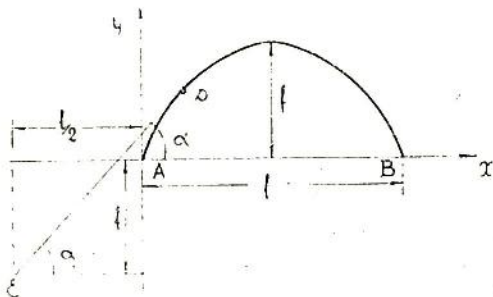
$$\frac{P}{2} \left( \frac{l}{2} + x_1 \right) = H(f + y_1).$$

აქედან, რამდენადაც  $\frac{P}{2H} = y'_D$ , ვეჩვენება

$$y'_D = \frac{f + y_1}{\frac{l}{2} + x_1}.$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს  $D$  წერტილის განსაზღვრის გრაფიკული წესი. იგი შემდეგში მდგომარეობს:  $A$  წერტილიდან მარცხნივ პერიზონტალზე უნდა გადავზომოთ მონაკვეთი, რომელიც  $\frac{l}{2}$ -ის ტოლია. ერთდროულად იმავე წერტილიდან გადავზომოთ შვეულად ქვევით  $f$ -ის ტოლი მონაკვეთი (ნახ. 58.3).

$E$ -თი აღენიშნოთ წერტილი, რომლისთვისაც აგრეტივად გადაზომილი მონაკვეთები კოორდინატებს წარმოადგენენ. ამ წერტილიდან გა-



ნახ. 58.3.

ვავლოთ მხები თაღის ღერძისადმი. შეხების წერტილი იქნება სწორედ საძიებელი წერტილი  $D$ , ვინაიდან

$$\operatorname{tg} \alpha = y'_D = \frac{f + y_1}{l/2 + x_1}.$$

ახლა უკვე მიმდევრობით შეგვიძლია განვსაზღვროთ, როგორც განმზრჯენი ძალა, ასევე დატვირთვის ზღვრული მნიშვნელობაც.

მართლაც, განმზრჯენი ძალა განისაზღვრება ფორმულით:

$$H = \frac{P}{2y'_D}.$$

რაც შეეხება  $P$  ძალის ზღვრულ მნიშვნელობას, მის დასადგენად ვისარგებლოთ წინა პარაგრაფში მიღებული ფორმულის გამარტივებული ვარიანტით, სადაც უგულებელყოფილია გრძივი ძალის გავლენა პლასტიკური სახსრის წარმოქმნაზე, ე. ი. დაუშვათ, რომ

$$M_c \approx M_b,$$

ანუ

$$\frac{Pl}{4} - Hf \approx M_b, \quad \frac{Pl}{4} - \frac{Pf}{2y'D} \approx M_b,$$

საიდანაც

$$P \approx \frac{2M_b}{l/2 - f/y'D}.$$

### § 59. ჩაჩოქების ზღვრული წონასწორობა

ისევე როგორც თაღების გაანგარიშების დროს, აქაც შესაძლებლად მიგვაჩნია უგულებელყოფით გრძივი ძალების გავლენა პლასტიკური სახსრის წარმოქმნაზე.

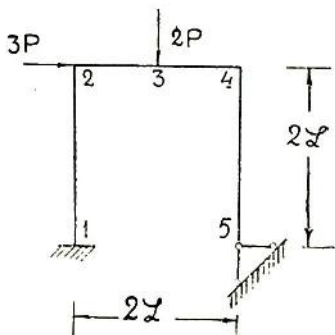
მარტივი მაგალითის სახით განვიხილოთ ნახაზზე წარმოდგენილი ჩარჩო (ნახ. 59.1). იგი გორჯერუსტიკურად ურკვევი სისტემაა. იმისთვის, რომ ზუსტად დავადგინოთ მისი რღვევის შემეჩანიში, საჭიროა წინასწარ გავანალიზოთ დრეკად-პლასტიკური წონასწორობის ყველა ეტაპი, რაც საკმაოდ რთული ამოცანაა.

ამოცანის გამარტივების მიზნით განვიხილოთ უშუალოდ ზღვრული მდგომარეობა ჩარჩოსი, პლასტიკური სახსრების განლაგების რამდენიმე სავარაუდო ვარიანტის მიხედვით (ნახ. 59.2, 59.3, 59.4).

თუ რომელი ვარიანტია ამათგან მისაღები, ამას შემდგომი ანალიზი გვიჩვენებს.

მანამდე ჩარჩოს მარჯვენა საყრდენის რეაქციათა საშუალებით გამოვსახოთ დამახასიათებელ კვეთებში მოქმედი მღუნავი მოამენტები (ნახ. 59.5):

$$\begin{aligned} M_1 &= 2LV - 2PL - 6PL, \\ M_2 &= -2LH + 2LV - 2PL, \\ M_3 &= -2LH + LV, \\ M_4 &= -2LH. \end{aligned}$$



ნახ. 59.1.

რეაქციის ძალთა გამორიცხვის შემდეგ დავკრძებთ:

$$-M_2 + 2M_3 - M_4 = 2PL,$$

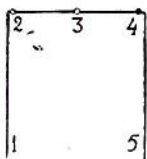
$$-M_1 + M_2 - M_4 = 6PL.$$

ახლა გავანალიზოთ ჩარჩოს დაძაბული მდგომარეობა პლასტიკური სახსრების განლიგების სამივე შემთხვევაში.

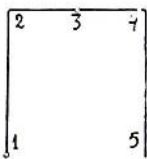
59.2 ნახაზის მიხედვით გვექნება:

$$M_2 = M_4 = -M_3, \quad M_3 = M_6.$$

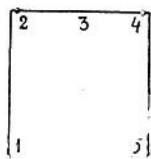
შესაბამისად,



ნახ. 59.2.



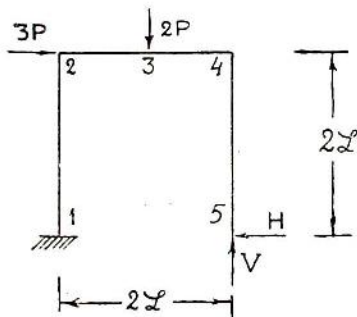
ნახ. 59.3.



ნახ. 59.4.

$$P = \frac{2M_3}{L},$$

რაც უშუალოდ გამომდინარეობს მდუნავ მომენტთა შორის არსებული პირველი დამოკიდებულებიდან.



ნახ. 59.5.

მაშინ მეორე დამოკიდებულების საფუძველზე

$$M_1 = -12M_3,$$

რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის ფიზიკურ შინაარსს ( $|M_1| \leq M_3$ ).

ამრიგად, 59.2 ნახაზით წარმოდგენილი რღვევის მექანიზმი უნდა უარვეოთ როგორც განუხორციელებელი.

ასევე განუხორციელებელია 59.3 ნახაზით წარმოდგენილი მექანიზმი.

მართლაც, ამჯერად

$$M_1 = M_4 = -M_3, \quad M_3 = M_6.$$

მომენტებს შორის არსებული დამოკიდებულებებიდან გამომდინარეობს:

$$-M_1 + 2M_3 - 2M_4 = 8PL, \quad \text{ანუ } 5M_3 = 8PL, \quad P = \frac{5M_3}{8L}.$$

შესაბამისად,

$$M_2 = -2M_b + 6PL = -2M_b + \frac{30M_b}{8} = \frac{7}{4}M_b,$$

რაც შეუძლებელია.

ახლა ვნახოთ რას მოგვცემს 59.4 ნახაზით გათვალისწინებული მექანიზმი

$$M_1 = M_4 = -M_b, \quad M_2 = M_b.$$

მომენტთა შორის არსებული მეორე დამოკიდებულების საფუძველზე

$$3M_b = 6PL, \quad P = \frac{M_b}{2L}.$$

შესაბამისად, პირველი დამოკიდებულება გვაძლევს:

$$2M_3 = 2PL, \quad \text{ანუ } M_3 = \frac{1}{2}M_b,$$

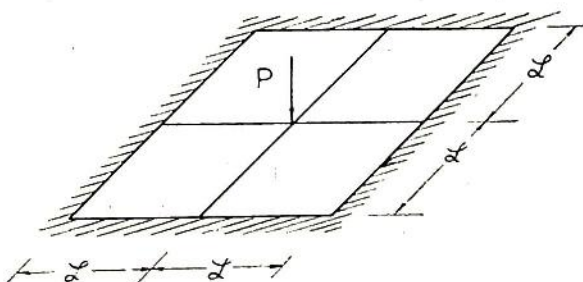
რაც ლაპარაკობს რღვევის განხილული მექანიზმის სასარგებლოდ.

ამგვარად, რეალური აღმოჩნდა პლასტიკური სახსრების ურთიერთგანლაგების მესამე ვარიანტი. ზღვრული დატვირთვისთვის სათანადოდ გვაქვს შემდეგი ფორმულა

$$P = \frac{M_b}{2L}.$$

### § 60. ჯვარედინა ხისტიმეხი

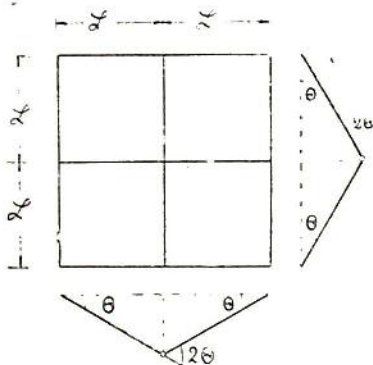
განვიხილოთ უმარტივესი ჯვარედინა სისტემა, რომელიც შედგენილია ორი ერთნაირი ღეროსაგან (ნახ. 60.1). ღეროების თაობაზე ვიგულისხ-



ნახ. 60.1.

მოდ, რომ ისინი დაყრდნობილი არიან სახსრულად მართკუთხა ხისტი კონტურის მოპირდაპირე კვერდების შუა წერტილებში (ნახ. 60.1). აღვ-

ნიშნით  $2L$ -ით ამ ღეროების სიგრძე, ხოლო  $P$ -თი სისტემაზე მოქმედი შეყურსული ძალა. უკანასკნელი მოდებულია ნაგებობის სიმძიმის ცენტრში, რომელიც ემთხვევა ღეროთა ღერძების ურთიერთგადაკვეთის წერტილს (ნახ. 60.1).



ნახ. 60.2.

ამგვარი სისტემის

ოღვევის მექანიზმი წარმოდგენილია ნახაზზე (ნახ. 60.2). იგი გულისხმობს პლასტიკური სახსრების წარმოქმნას გადაჯვარედინებული ღეროების შუა კვეთებში (ნახ. 60.2). თუ  $\theta$ -თი აღვნიშნავთ ღეროთა საყრდენი კვეთების მობრუნების კუთხეებს, მაშინ თითოეული ღეროს გარდატეხის კუთხე აღმოჩნდება  $2\theta$ -ს ტოლი (ნახ. 60.2). შუა კვეთებში მოქმედი მღუნავი მომენტების მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება  $4M_{\theta}$ . რაც შეეხება შეყურსული ძალის მიერ შესრულებულ მუშაობას, იგი უდრის  $PL\theta$ -ს, რამდენადაც  $\theta$ —კუთხის სიმციროს გამო ჩალუნვის ისარი  $L\theta$ -ს ტოლია.

შიგა და გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობების ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ

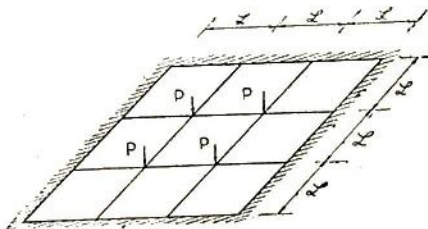
$PL\theta = 4M_{\theta}$

და

$$P = \frac{4M_{\theta}}{L}$$

ახლა განვიხილოთ შედარებით უფრო რთული სისტემა, როდესაც გადაჯვარედინებულია უკვე ორ-ორი ღერო.

ნაგებობა განიცდის ოთხი ტოლი შეყურსული ძალის ქმედებას, რომლებიც მოდებული არიან ღეროთა ურთიერთგადაკვეთის წერტილებში (ნახ. 60.3).



ნახ. 60.3.

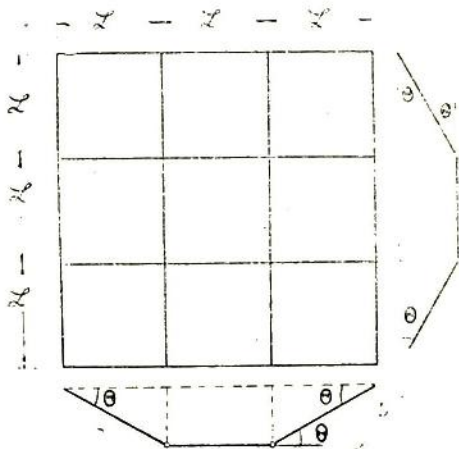
ასეთი სისტემის რღვევის მოსალოდნელი მექანიზმი წარმოდგენი-

ლია ნახაზზე (ნახ. 60.4). ღეროთა გარდატეხის კუთხეები ამჯერად  $\theta$ -ს ტოლნი არიან. შიგა ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება შესაბამისად  $8M_0\theta$ . რაც შეეხება გარე ძალების მუშაობას, იგი  $4PL\theta$ -ს უდრის.

მუშაობათა გატოლება მოგვცემს

$$P = \frac{2M_0}{L}$$

მკითხველმა უთუოლ შენიშნა, რომ ზღვრული დატვირთვის გამოთვლის დროს უგულებელ ვყავით ღეროების გრებით გამოწვეული დეფორმაცია და შესაბამისი მუშაობა, უქანასკნელის სიმცირის გამო.

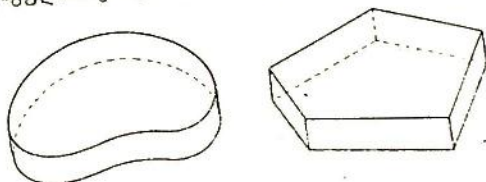


ნახ. 60.4

### § 61. ფილების ზღვრული წონასწორობა

ფილა წარმოადგენს ცილინდრულ ან პრიზმულ ტანს, რომლის სიმაღლე საგრძნობლად ნაკლებია ფუძის ზომებზე (ნახ. 61.1). განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი პოლიგონალური ფილა, რომელიც განიცდის რაიმე  $C$  წერტილში მოდებული შეყურსული  $P$  ძალის ქმედებას (ნახ. 61.2).

ქვემოთ ვიგულისხმებთ, რომ რღვევის შედეგად ფილის შუა სიბრტ-



ნახ. 61.1.

ყუ ლებულობს პირამიდის მონახულობას, წვეროთი  $C$  წერტილში (ნახ. 61.2).

ჩაღუნვის  $f$  ისრის სიმცირის გამო, პირამიდის წიბოებისა და პათი

გვერდების სივრცეებს მივიჩნევთ ერთმანეთის ტოლად და აღვნიშნავთ შესაბამისად  $L_n$ -ით.

ფილის რღვევის მიღებული მექანიზმის შესაბამისად, მუშაობას ასრულებენ მხოლოდ ის ზღვრული მღუნავი მომენტები, რომლებიც მოქმედებენ სათანადო  $n$ -ური წიბოს მართობულად და იწვევენ მიმდებარე წახნაგების ურთიერთ-მობრუნებას  $\Theta_n$  კუთხით.

შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე

$$Pf = \sum M_n L_n \Theta_n.$$

დავადგინოთ, თუ რისი ტოლია ვარდატების კუთხე  $\Theta_n$ .

ამ მიზნით, ძალის მოღების  $C$  წერტილზე გავატაროთ  $L_n$  წირის პერპენდიკულარული  $AB$  წრფე ფილის  $ad$  და  $bd$  გვერდების გაგრძელებათა გადაკვეთამდე (ნახ. 61.3). დეფორმაციის შედეგად ფილის  $adc$  ნაწილი  $Ad$  წრფის ირგვლივ მობრუნდება,

$bdc$  ნაწილი კი  $Bd$  წრფის ირგვლივ. რაც შეეხება  $AB$  წრფეს, იგი ტეხილის მოხაზულობას მიიღებს (ნახ. 61.3).

როგორც ნახაზიდან ჩანს,

$$\Theta_n = \frac{f}{AC} + \frac{f}{BC}.$$

რამდენადაც  $AC = L_n \operatorname{ctg} \alpha_n$ , ხოლო  $BC = L_n \operatorname{ctg} \beta_n$ , ამდენად,

$$\Theta_n = \frac{f}{L_n} (\operatorname{ctg} \alpha_n + \operatorname{ctg} \beta_n).$$

თუ  $\Theta_n$ -ის გამოსახულებას შევიტანთ შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის გამომხატველ ფორმულაში, მივიღებთ

$$P = \sum M_n (\operatorname{ctg} \alpha_n + \operatorname{ctg} \beta_n)$$

როდესაც ფილა წარმოადგენს წესიერ მრავალკუთხედს, ხოლო ძალა მოდებულია სიმძიმის ცენტრში

$$\alpha_n = \beta_n = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k},$$

რამდენადაც  $\alpha_n + \beta_n =$   
 $= \pi - \frac{2\pi}{k}$ , სადაც  $k$  აღ-

ნიშნავს მრავალკუთხედის კვერდების რიცხვს.

შესაბამისად,

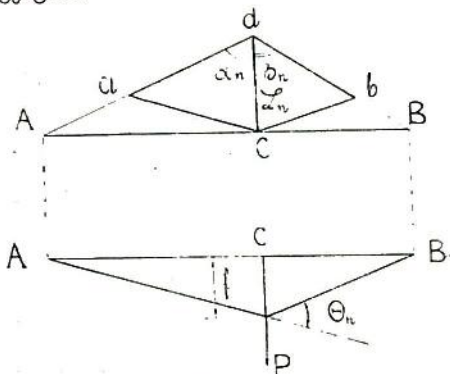
$$P = 2M_g k \operatorname{tg} \frac{\pi}{k}.$$

როდესაც  $k$  საკმაოდ დიდი რიცხვია,

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{k} \approx \frac{\pi}{k}$  და  $k \operatorname{tg} \frac{\pi}{k} \approx \pi$ . წრიული ფილის შემთხვევაში მიახლოებით.

ტოლობის ნაცვლად გვექნება ზუსტი ტოლობა, ე. ი.

$$P = 2\pi M_g.$$



ნახ. 61.3.

ავტორისაგან	8
შესავალი	5
§ 1. სამშენებლო მექანიკის დანიშნულება. ცნება ნაგებობის საანგარიშო სქემაზე	5
§ 2. ნაგებობის მიწაზე დამაგრების ხერხები	7
§ 3. შესასწავლი ნაგებობების მოკლე დახასიათება	9
<b>ნაგებობათა კინემატიკური ანალიზი</b>	13
§ 4. გეომეტრიულად ცვლადი და უცვლელი სისტემები	13
§ 5. სისტემის თავისუფლების ხარისხი	14
§ 6. ბრტყელი ფერმის გეომეტრიულად უცვლულობის პირობა	22
§ 7. ცნება ზედმეტი ბმების შესახებ	24
§ 8. მყისად ცვლადი სისტემები	26
§ 9. მყისად ცვლადი სისტემების ნიშანდობლივი თვისებები	27
<b>გავლენის წირთა თეორია</b>	30
§ 10. ცნება გავლენის წირის შესახებ	30
§ 11. კოქის საყრდენთა რეაქციების გავლენის წირები	30
§ 12. ჰლენავი მომენტის გავლენის წირი	31
§ 13. განივი ძალის გავლენის წირი	32
§ 14. ძალთა ქმედების შეკრების პრინციპი	33
§ 15. გავლენის წირის სწორხაზოვანი უბნის თვისება	35
§ 16. მლენავი მომენტისა და განივი ძალის გავლენის წირის აგება კვანძური დატვირთვის დროს	35
§ 17. ძალთა სისტემის სახიფათო მდებარეობის დადგენა იმ შემთხვევაში, როდესაც გავლენის წირი მრავალკუთხედია	38
<b>ძირითადი ცნებები და თეორემები დრეკადი სისტემების შესახებ</b>	39
§ 18. განზოგადებული ძალა და განზოგადებული გადაადგილება	39
§ 19. კლაპეირონის თეორემა	41
§ 20. შიგა ძალების მუშაობა	42
§ 21. შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპი	44
§ 22. ბეტის თეორემა მუშაობათა ურთიერთობის შესახებ	47
§ 23. მაქსველის თეორემა გადაადგილებათა ურთიერთობის შესახებ	49
§ 24. მორის ფორმულა	51
§ 25. საყრდენთა გადაადგილებისა და ტემპერატურის ქმედების გათვალისწინება მორის ფორმულაში	54
§ 26. ეპიურათა ვალამრავლების ხერხი	56
<b>სტატიკურად ურკვევი სისტემები და მათი ძალთა მეთოდით ვანგარიშების არსი</b>	57
§ 27. სტატიკურად ურკვევი სისტემები და მათი თავისებურება	57
§ 28. სისტემის სტატიკურად ურკვევობის რიგი (ხარისხი)	58
§ 29. ძალთა მეთოდის არსი და კანონიკურ განტოლებათა სისტემა	62
<b>ბრტყელი ფერმის ლეროებში მოქმედი ძალების განსაზღვრა</b>	67
§ 30. ძალათა განსაზღვრა სტატიკურად რკვევადი ფერმის ლეროებში	67
§ 31. გავლენის წირთა აგება კოქური ფერმის ლეროებში მოქმედი ძალებისათვის	71
§ 32. სტატიკურად ურკვევი ფერმები	75

§ 33. გავლენის წირის აგება ერთჯერ სტატიკურად ურკვევი ფერმებისათვის . . . . .	79
§ 34. ზოგიერთი შენიშვნა სტატიკურად ურკვევი ფერმების გაანგარიშების შესახებ თაღების თეორია . . . . .	80 82
§ 35. სამსახსრიანი თაღის საყრდენთა რეაქციების განსაზღვრა . . . . .	82
§ 36. მღუნავ მომენტთა, განივ და ნორმალურ ძალთა ეპიურები . . . . .	84
§ 37. გავლენის წირთა აგება . . . . .	86
§ 38. თაღის ღერძის რაციონალური მოხაზულობა . . . . .	87
§ 39: განმბრჩენიანი ფერმები . . . . .	88
§ 40. გადაადგილებათა გამოთვლა . . . . .	88
§ 41: ორსახსრიანი თაღის ანგარიში . . . . .	90
§ 42. პარაბოლური ორსახსრიანი თაღის განმბრჩენის გავლენის წირი . . . . .	92
§ 43. შემკოჭიანი თაღი . . . . .	94
§ 44. უსახსრო თაღი . . . . .	95
<b>სტატიკურად ურკვევი კოჭების თეორია . . . . .</b>	<b>99</b>
§ 45. დრეკად ფუძეზე მდებარე კოჭის გაანგარიშება . . . . .	99
§ 46. უჭრი კოჭი . . . . .	103
§ 47. საფოკუსო წერტილები . . . . .	112
§ 48. გავლენის წირი უჭრი კოჭისთვის . . . . .	116
<b>ჩარჩოების თეორია . . . . .</b>	<b>118</b>
§ 49. ჩარჩოთა გაანგარიშება ძალთა მეთოდით . . . . .	118
§ 50. გადაადგილებათა მეთოდის არსი. დამხმარე ფორმულები . . . . .	123
§ 51. გადაადგილებათა მეთოდის კანონიკური განტოლებანი ვერტიკალურ- დგარებიანი ჩარჩოებისათვის . . . . .	128
§ 52. სიმეტრიის გამოყენება . . . . .	132
§ 53. ჩარჩოთა გაანგარიშების კომბინირებული ხერხი . . . . .	133
<b>ნაგებობათა გაანგარიშება დრეკადობის ფარგლებს გარეთ . . . . .</b>	<b>134</b>
§ 54. ცნება იდეალურად დრეკად-პლასტიკური ტანის შესახებ . . . . .	134
§ 55. თავისუფლად დაყრდნობილი კოჭის დრეკად-პლასტიკური წონასწორობა . . . . .	135
§ 56. სტატიკურად ურკვევი კოჭების გაანგარიშება . . . . .	141
§ 57. გაქიმულ-გაღუნული ღეროების ზღვრული წონასწორობა . . . . .	144
§ 58. სტატიკურად ურკვევი თაღების ზღვრული წონასწორობა . . . . .	146
§ 59. ჩარჩოების, ზღვრული წონასწორობა . . . . .	149
§ 60. ჯვარედინა სისტემები . . . . .	151
§ 61. ფილების ზღვრული წონასწორობა . . . . .	153

რეცენზენტები:

აკადემიკოსი კ. ზავრიევა

დოცენტი რ. ლორთქიფანიძე

ნაშრომი რეკომენდებულია საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის არქიტექტურის ფაკულტეტის სამეცნიერო საბჭოს მიერ

ИБ № 188

რედაქტორი ი. გოგუაძე

შხატვრული რედაქტორი ე. სულთანიშვილი

ტექნორედაქტორი ნ. ძნელაძე

კორექტორი ნ. დგებუაძე

ვადაეცა წარმოებას 3.XII.76 წ., ხელმოწერილია დასაბეჭდად 15.VIII.77 წ.,  
ქალაქის ზომა 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. საბეჭდი ქალაქი № 2, ნაბეჭდი თაბახი 10,  
საალრიცხვო-ქაგამომცემლო თაბახი 8,62.

უე 00454

ტირაჟი 2000.

შეკვ. № 921

ფასი 30 კაპ.

გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი, მარჯანიშვილის ქ. № 5.  
Издательство «Ганатლება», Тбилиси, ул. Марджанишвили, № 5.  
1977

სპი-ს სტამბა, თბილისი, ლენინის ქ., 69.

Типография ГПИ, Тбилиси, ул. Ленина, 69.

**Микалаძე მერაბ შალვოვი**

**КРАТКИЙ КУРС СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ**  
**(на грузинском языке)**

8560 30 553.

