

თ. ბაციკაძე, ჯ. ნიჟარაძე

მასალათა გამძლეობა

I ნაწილი

„ტექნიკური უნივერსიტეტი“

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თ. ბაციკაძე, ჯ. ნიჟარაძე

მასალათა გამძლეობა

I ნაწილი



დამტკიცებულია სახელმძღვანელოდ
სტუ-ის სარედაქციო-საგამომცემლო
საბჭოს მიერ. 03.04.2013, ოქმი №2

თბილისი
2014

შედგენილია იმ სილაბუსის მიხედვით, რომელიც შეიცავს ამ საგნის I ნაწილის ძირითად საკითხებს. უხვადაა ილუსტრირებული, რაც მკითხველს საკითხების უფრო ნათლად წარმოდგენის საშუალებას აძლევს. შესაბამისი თემების შეუცდომლად აღქმისათვის და მასალის სწორად გააზრების მიზნით ყოველი თავის დასასრულს დართულია კითხვა-პასუხები. შედგება შვიდი თავისაგან. განკუთვნილია უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების ბაკალავრიატისა და მაგისტრატურის სტუდენტთათვის.

რეცენზენტები: ასოცირებული პროფესორი დ. ჯანყარაშილი,

სრული პროფესორი ზ. მაძალუა

© საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2013

ISBN 978-9941-20-378-7 (ყველა ნაწილი)

ISBN 978-9941-20-379-4 (პირველი ნაწილი)

<http://www.gtu.ge/publishinghouse/>

ყველა უფლება დაცულია. ამ წიგნის ნებისმიერი ნაწილის (ტექსტი, ფოტო, ილუსტრაცია) გამოყენება არც ერთი ფორმითა და საშუალებით (ელექტრონული თუ მექანიკური) გამომცემლის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

საავტორო უფლებების დარღვევა ისჯება კანონით.



Verba volant,
scripta manent

თუ სხვა)
შეიძლება

შ ე ს ა მ ა ლ ი

მოკლე ისტორიული მიმოხილვა

მასალათა გამძლეობას, როგორც მეცნიერებას, საფუძველი ჩაუყარა დიდმა იტალიელმა მეცნიერმა და ასტრონომმა გალილეო გალილეიმ (1564 -1642). 1638 წელს მან პირველმა გამოაქვეყნა შრომები, სადაც განხილული იყო ზოგიერთი საკითხი დინამიკასა და მასალების გამძლეობაზე.

1660 წელს რ. ჰუკმა ჩამოაყალიბა კანონი, რომელიც კავშირს ამყარებდა დატვირთვასა და დეფორმაციას შორის. ამ კანონმა დიდი გავლენა მოახდინა მასალათა გამძლეობის განვითარებაზე. ეს მეცნიერება განსაკუთრებით XVIII საუკუნეში განვითარდა, როდესაც მოღვაწეობდა ლეონარდ ეილერი. ორთქლის მანქანების დანერგვამ, რკინიგზების მშენებლობამ, ხიდების, ჯებირების, დიდი გემების აგებამ და საინჟინრო ნაგებობების მშენებლობამ, გამოიწვია სიმტკიცეზე გაანგარიშების მეთოდებისა და გამოთვლების ხერხების სწრაფი განვითარება.

XIX საუკუნის ბოლოსა და XX საუკუნის დასაწყისში მასალათა გამძლეობაში მნიშვნელოვანი გამოკვლევები ჩაატარეს რუსმა ინჟინრებმა და მეცნიერებმა. ესენი იყვნენ: დ. ჟუკოვსკი, ა. გადოლინი, ხ. გოლოვინი, ფ. იასინსკი, ვ. კირპიჩევი, ი. ბუბნოვი, ს. ტიმოშენკო და სხვები.

მასალათა გამძლეობამ, როგორც მეცნიერებამ, განსაკუთრებული აღმავლობა განიცადა XX საუკუნეში. ეს აღმავლობა განაპირობა მანამდე არნახული ინფრასტრუქტურების შექმნისა და ტექნიკის განვითარების გადაუდებელმა საჭიროებამ. ამ მიმართულებით მნიშვნელოვანი გამოკვლევები აწარმოეს დიდმა მეცნიერებმა. ესენი იყვნენ: ა. კრილოვი, ვ. ვლასოვი, ბ. გალიორკინი, კ. ზავრიევი, ნ. ბელიაევი, მ. უემოჩკინი, ა. უშინსკი, ნ. პუზირევსკი, ი. რაბინოვიჩი, პ. პასტერნაკი, ს. პონომარევი, ნ. ბეზუხოვი, ა. გვოზდევი, ნ. სნიტკო, მ. ფილონენკო-ბოროდინი, პ. პაპკოვიჩი, ს. სერენსენი, ა. სმირონოვი, ვ. ბოლოტინი და სხვები.

ქართველ მეცნიერთაგან განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია ნ. მუსხელიშვილი და ი. ვეკუა, აგრეთვე გ. მუხაძე, შ. მიქელაძე, ვ. კუპრაძე, ა. კაკუშაძე, ო. ონიაშვილი, აღ. ლოსაბერიძე და სხვები.

შემსწავლელთა საყურადღებოდ!

მასალათა გამძლეობის საგანს განსაკუთრებული ადგილი უკავია საინჟინრო საქმეში. სპეციალობის საგნების დაძლევისათვის, როგორებიცაა, მაგ., ლითონთა კონსტრუქციები, ხიდები, მანქანათა ნაწილები და სხვა, აუცილებელია მასალათა გამძლეობის საანგარიშო მეთოდების ცოდნა. ამ საგნის უგულვებელყოფამ შეიძლება გაუგებარი გახადოს სპეციალობის საგანთა შინაარსი. გარდა ამისა, დიპლომის დაცვაზე დიპლომანტებს ეძლევათ დამატებითი შეკითხვები ამ საგნიდანაც. სწორედ ამიტომ მოცემულმა კითხვა-პასუხებმა შეიძლება მათ დიდი სარგებლობა მოუტანოს. რაც შეეხება ინჟინრებს, პრაქტიკული საქმიანობისას, ეჭვგარეშეა, რომამ საგნის ნებისმიერი სახელმძღვანელომთა ყოველთვის კარგ სამსახურს გაუწევს.

I ო ა ვ ო
ძირითადი ცნებები

1.1. მასალათა ბამპლეობა

ნებისმიერი საინჟინრო ნაგებობის ან მანქანის ელემენტებმა ექსპლუატაციის დროს უნდა შეინარჩუნოს ფორმა და ზომები. თუმცა, ბუნებაში არ არსებობს აბსოლუტურად მყარისხეულები და რეალური სხეულები გარე ზემოქმედებისას დეფორმაციას თავს ვერ დააღწევენ. რადგან ელემენტების ვერც დეფორმაციას და ვერც დაძაბულობას (რომელიც დეფორმაციასთან სდევს) თავიდან ვერ ავიცილებთ, საჭიროა ისინი მოვაქციოთ გარკვეულ ფარგლებში, რათა არ შეიქმნას ნაგებობის ელემენტის რღვევის საფრთხე. იმის საშიშროება, რომ გარე ზემოქმედება გარკვეულ ეტაპზე საფრთხის შემცველი გახდება და დეფორმირების პროცესი რღვევით დამთავრდება, ყოველთვის არსებობს. ეს რომ გამოირიცხოს, მასალათა გამძლეობა იძლევა საანგარიშო ფორმულებს, რომლებითაც აფასებს სხეულის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას. იგი ადგენს სიმტკიცის პირობას, რომლითაც განსაზღვრავს ნაგებობის ელემენტის ისეთ ოპტიმალურ ზომებს, რომლის დროსაც მისი სიმტკიცე უზრუნველყოფილი იქნება. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს ხდება მასალის ეკონომიურობის პრინციპის დაცვით - სიმტკიცის ჭარბი მარაგის დატოვების გარეშე. ამრიგად, გადასაწყვეტიამოცანა ერთდროულად აყენებს ორ მოთხოვნას: ნაგებობათა ელემენტები უნდა იყოს მტკიცე და ეკონომიური.

ამას გარდა, ნაგებობამ შეიძლება უარესად იმუშაოს მაშინ, როდესაც მისი ელემენტები შეიცვლიან გარეგნულ სახეს დიდი დეფორმაციების განვითარების გამო, ე.ი. მაშინ, როდესაც ისინი არ იქნებიან საკმარისად ხისტები. ეს რომ არ მოხდეს, მასალათა გამძლეობა ადგენს სიხისტის პირობასაც. სიხისტე არის მასალის ელემენტის უნარი - შეეწინააღმდეგოს დეფორმაციას, რომელიც დასაშვების ფარგლებს სცილდება.

დაუშვებელია აგრეთვე, რომ კონსტრუქციული ელემენტის თავდაპირველი ფორმა უცებ მკვეთრად შეიცვალოს, ანუ არ უნდა ექნეს ადგილი ფორმის მდგრადობის დაკარგვას.

მასალათა გამძლეობის შესწავლის ობიექტია ცალკეული დერო ანუ ძელი. ამდენად, ძირითადად განიხილება დეროს სიმტკიცის, სიხისტის და მდგრადობის უზრუნველყოფის საკითხები. მაგრამ მისი როლი მხოლოდ ამით არ შემოიფარგლება. მშენებლობასა და მანქანათმშენებლობაში კონსტრუქციების გაანგარიშება ძირითადად წარმოებს იმ შედეგების გამოყენებით, რომლებიც მასალათა გამძლეობაში მიიღება. ასე რომ, საიმედო და ეკონომიური დაპროექტების საქმეში იგი გვევლინება, როგორც ამ საქმის ერთ-ერთი საფუძველთაგანი.

ცხადია, კონსტრუქცია საიმედო იქნება მაშინ, როცა იგი მტკიცეა, ხისტი და მდგრადი.

კონსტრუქცია მტკიცეა, ნიშნავს, რომ ექსპლუატაციისას მისი ელემენტები არ დაირღვევა.

კონსტრუქცია ხისტია, ე.ი. ადგილი არ ექნება მნიშვნელოვან დეფორმაციებს (ისეთს, რომლებსაც შეუძლია, ხელი შეუშალოს ნორმალურ ექსპლუატაციას).

კონსტრუქცია მდგრადია, მაშასადამე, იგი არ დაკარგავს მისთვის მინიჭებულ ფორმას. მაგალითად, საკმარისად გრძელმა შეკუმშულმა ღერომ შესაძლებელია დაკარგოს მისთვის მინიჭებული სწორხაზოვანი ფორმა და უცებ გამოიბურცოს.

ამრიგად, მასალათა გამძლეობის ძირითადი დანიშნულებაა, რომ აწარმოოს ღეროებისა და ზოგიერთი მარტივი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე, სიხისტესა და მდგრადობაზე ისე, რომ დაცული იქნას მასალის ეკონომიურობის პრინციპი.

მასალათა გამძლეობა არის პირველი თეორიული, ტექნიკური დისციპლინა, რომელიც უმაღლეს ტექნიკურ სასწავლებელში შეისწავლება. იგიფართოდ იყენებს ისეთ თეორიულ დისციპლინებში მიღებულ შედეგებს, როგორებიცაა: უმაღლესი მათემატიკა, ფიზიკა, თეორიული მექანიკა, ამავედროულად ხასიათდება მოვლენებისადმი მიდგომის სპეციფიკით, რის გამოც იგი მიეკუთვნება რთული ტექნიკური დისციპლინების რიგს.

1.2. ძალთა კლასიფიკაცია

ექსპლუატაციის დროს ნაგებობა ან მანქანა გარემომცველი გარემოს მხრივ მრავალგვარ ზემოქმედებას განიცდის. მათგან მასალათა გამძლეობა ძირითადად მხოლოდ მექანიკურ ზემოქმედებას გამოყოფს და მას ასახავს ძალთა (დატვირთვათა)მეშვეობით. ძალა ერთი სხეულის მეორე სხეულზე ზემოქმედების რაოდენობრივი ზომაა. ძალებიშეიძლება ერთმანეთისგან განსხვავდებოდეს სხვადასხვა ნიშნის მიხედვით—ზემოქმედების სიძლიერე შეიძლება იცვლებოდეს, მაგ., ზემოქმედების ხასიათიდან გამომდინარე ან მოქმედების პერიოდულობის გამო, ან სხვანიშნით, რის გამოც მიზანშეწონილია მათი დახარისხება სხვადასხვანიშნით:

1) უნდა განვასხვავოთ გარე და შიგა ძალები. გარე ძალები ნაგებობის ექსპლუატაციის დროს ელემენტების ან მანქანათა ნაწილების ერთმანეთზე გადაცემული ძალებია, აგრეთვე ქარის, თოვლის და სხვათა ზემოქმედება; შიგა ძალები კი სხეულის დეფორმაციის შედეგად წარმოქმნილი დრეკადობის ის ძალებია, რომლებიც ცდილობს შეეწინააღმდეგოს ამ დეფორმაციას. მათ აგრეთვე ძალას უწოდებენ.

2) გარე ძალები შეიძლება იყოს აქტიური და რეაქტიული. ეს უკანასკნელი აღიძვრება, როგორც უკუქმედების ძალები საყრდენებში. აქტიური ძალები მოცემული ძალებია, რომლებიც წინასწარაა ცნობილი, ხოლო რეაქციის ძალები მათ მიხედვით გამოითვლება.

3) გარე ძალები შეიძლება იყოს ზედაპირული და მოცულობითი. პირველი განაწილებულია სხეულის ზედაპირზე, მაგალითად, თოვლის დატვირთვა, მეორე კი – მთელ მოცულობაში, მაგ., სიმძიმის ძალა, ინერციის ძალა და სხვ.

4) ზემოქმედების ტემპის მიხედვით, განასხვავებენ სტატიკურ და დინამიკურ დატვირთვებს.

სტატიკური დატვირთვა დროში აღარ შეიცვლება, როცა მიაღწევს თავის საბოლოო მნიშვნელობას ან შეიცვლება ძალიან ნელა.

დინამიკური დატვირთვა დროის მოკლე შუალედში მკვეთრად იცვლება, რასაც კონსტრუქციის ელემენტების აჩქარება და დამატებით, ინერციის ძალების აღძვრა მოსდევს შედეგად.

დინამიკური დატვირთვის განსაკუთრებული სახეა ციკლური ანუ დროში პერიოდულად ცვლადი დატვირთვა, რომელიც ზემოქმედებს კონსტრუქციულ ელემენტზე მისი ექსპლუატაციისას.

5) მოქმედების ხანგრძლივობის მიხედვით, განასხვავებენ მუდმივსა და დროებით დატვირთვებს. პირველის მაგალითია შენობის საკუთარი წონა, მეორის კი – მატარებლის მოქმედება ხიდზე და სხვ.

მასალათა გამძლეობა თავდაპირველად შეისწავლის სიმტკიცისა და სიხისტის საკითხებს, დატვირთვების სტატიკური მოქმედებისას. კურსის მეორე ნაწილში, დასასრულისკენ, იგი განიხილავს დატვირთვების დინამიკურ მოქმედებასაც და გარდა ამისა, არცდეროს მდგრადობის საკითხებსა უფლის გვერდს.

1.3. დეფორმაცია, ძაბვა, გადაადგილება

როგორც აღინიშნა, გარე დატვირთვის ზემოქმედებით სხეულები (კონსტრუქციის ელემენტები) დეფორმირდება, ანუ იცვლის ფორმასა და ზომებს; როგორც ამბობენ, ისინი დეფორმაციას განიცდიან. ბუნებრივია, რომ სხეულები დეფორმირებისას იძაბებიან.

თუ ეს დაძაბულობა არ არის დიდი, განტვირთვის შემდეგ სხეული დაუბრუნდება საწყის მდგომარეობას. სხეულის საწყის მდგომარეობაში დაბრუნებას უზრუნველყოფს დრეკადობის შიგა ძალები, ე.ი. გარკვეულ ფარგლებში დატვირთულ სხეულში დეფორმაცია სავსებით გაქრება განტვირთვის შემდეგ.

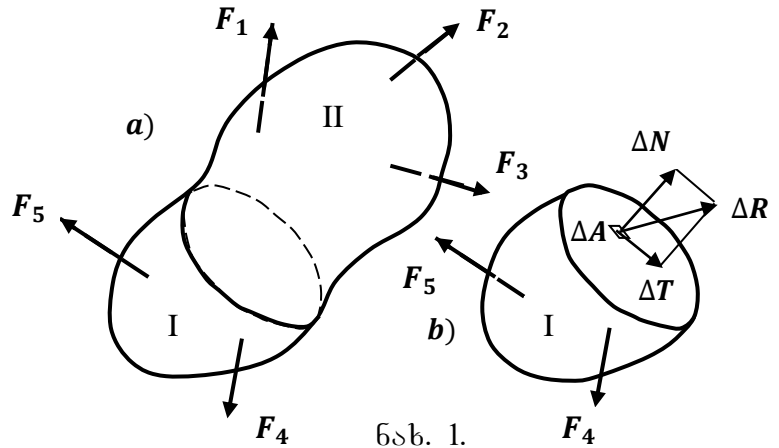
დეფორმაციას, რომელიც მთლიანად ქრება, დრეკადი დეფორმაცია ჰქვია, ხოლო სხეულს, რომელშიც განტვირთვის შემდეგ დეფორმაცია ქრება – დრეკადი სხეული. თუ დატვირთვები გადააჭარბებს გარკვეულ საზღვარს, მაშინ სხეული დრეკადობას ბოლომდე ვეღარ გამოავლენს და განტვირთული ვეღარ აღდგება საწყისი ფორმითა და ზომებით. ამ დროს სხეულში დრეკად დეფორმაციასთან ერთად განვითარდება ნარჩენი, ანუ პლასტიკური დეფორმაცია.

დეფორმაციას, რომელიც არ ქრება სხეულის განტვირთვის შემდეგ, პლასტიკური ანუ ნარჩენი დეფორმაცია ჰქვია.

როგორც აღვნიშნეთ, გარე ზემოქმედებისაგან დაძაბულ-დეფორმირებული სხეულის შიგნით აღძვრება შიგა ძალები, რომელთა შესწავლა მასალათა გამძლეობის ერთ-ერთი ძირითადი ამოცანაა.

ფიზიკიდან ცნობილია, რომ სხეული შედგება ატომებისაგან. ატომური აგებულების პოზიციიდან შიგა ძალების გაანგარიშების ჩატარება ძალზე რთული ამოცანაა. ამის გამო სხეულის რეალური, დისკრეტული სტრუქტურის განხილვაზე უარს ამბობენ და გაანგარიშების გამარტივების მიზნით უშვებენ, რომ სხეული მთლიანია და არა დისკრეტული (შედგენილი ცალკეული ნაწილებისაგან). ასეთი იდეალიზებული, მთლიანი სხეულის შიგნით შიგა ძალების არსებობა მხოლოდ კვების მეთოდით შეიძლება გამოვლენილიყო. მართლაც, სხეულის წარმოსახვითი გაკვეთის შედეგად მიიღება ორი ნაწილი, რომლებიც ურთიერთქმედებენ და შიგა ძალებად სწორედ ურთიერთქმედების ეს ძალებია მიჩნეული.

დავუშვათ, რომ სხეული დატვირთულია გავონასწორებულ ძალებით F_1, F_2, F_3, F_4 და F_5 სისტემით (ნახ.1,ა). ეს სხეული წარმოსახვით გაკვეთოთ რაიმე კვეთით და I და II ნაწილი განვიხილოთ ცალცალკე.



ვთქვათ, დავტოვოთ ქვედა I ნაწილი. მასზე მოქმედებს გარე F_4 და F_5 ძალა. იმისათვის, რომ ეს ნაწილი წონასწორობაში დარჩეს, საჭიროა კვეთის მთელ ფართობზე მოვდოთ შიგა ძალები. ისინი შეცვლიან მოშორებული II ნაწილის გავლენას პირველზე, ანუ გამოსახავენ II ნაწილის I-ზე მოქმედებას.

შიგა ძალების დასახასიათებლად შემოგვაქვს ძაბვის ცნება. ძაბვა არის შიგა ძალების ინტენსივობა. სიმტკიცის პირობები დგება ძაბვის მიხედვით.

გატარებულ კვეთში გამოვეყოთ უსასრულოდ მცირე ΔA ფართობი და მასზე მოქმედი შიგა ძალების ტოლქმედი აღვნიშნოთ ΔR -ით. იგი შეიძლება წარმოვადგინოთ კვეთის მართობი (ნორმალური) ΔN და მხები ΔT შემდგენების სახით. შესაბამისად, $p_m = \frac{\Delta R}{\Delta A}$, $\sigma_m = \frac{\Delta N}{\Delta A}$, $\tau_m = \frac{\Delta T}{\Delta A}$ სიდიდეებს ეწოდებათ საშუალო სრული, საშუალო ნორმალური და საშუალო მხები ძაბვები ΔA ფართობის ფარგლებში, ხოლო $p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}$, $\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}$, $\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A}$ სიდიდეებს – სრული, ნორმალური და მხები ძაბვა წერტილში, რომლის სკენაც მოიჭიმება ΔA ფართობი. ადვილი მისახვედრია, რომ ამ ძაბვებს შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულება:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

აღნიშნულიდან ჩანს, რომ ძაბვა შეიძლება განვიხილოთ როგორც ფართობის ერთეულზე მოსული შიგა ძალა. ძაბვის განზომილებაა ძალა/ფართ. მაგალითად, ნ/მ²=პასკალი, კგ/სმ² და სხვა. რომ დაგვეტოვებინა ზედა II ნაწილი, ცხადია, ძაბვები ამავე წერტილში იქნებოდა იმავე სიდიდის, მხოლოდ საპირისპირო მიმართულების.

მაშასადამე, სხეულის რომელიმე წერტილში დაძაბულობის განსაზღვრისათვის მასზე წარმოდგენითვატარებთ კვეთს. დაძაბულობას გამოვსახავთ აქ წარმოქმნილი ან სრული p , ან მისი შემდგენი ნორმალური σ და მხები τ ძაბვებით.

წერტილზე სხვადასხვა მიმართულებითვატარებულ კვეთებში აღძრული ძაბვები სხვადასხვაა. კვეთი, რომელიც უმეტესად მასალათა გამძლეობაში განიხილება, ტარდება სხეულის დერძის მართობულად და მას განივეკვეთი ეწოდება.

ვთქვათ, გვაქვს რაიმე სხეული, რომლის ზედაპირზე მოქმედებს $F=5$ კნ ძალა. თუ სხეულის რომელიმე C წერტილში გავატარებთ ამ ძალის მართობულ სიბრტყეს, რომლის ფართობია $20 \text{ სმ}^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ მ}^2$, მაშინ σ ძაბვა ამ კვეთში იქნება:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ პა} = 2.5 \text{ მპა}.$$

საგულისხმოა, რომრადგან აქ კვეთი C წერტილში F ძალის მართობულად გავატარეთ, ძაბვის ვექტორიც კვეთის ნორმალის მიმართულებისაა; ასეთი მიმართულების ძაბვა კი ნორმალური σ ძაბვაა. როგორც ითქვა, თუ კვეთს შევუცვლით მიმართულებას, მაშინ, შესაბამისად, შეიცვლება ძაბვის ვექტორიც. ყოველ კვეთს თავისი ძაბვა ეთანადება. ამ ძაბვათა სიმრავლე განსაზღვრავს დაძაბულ მდგომარეობას აღებულ C წერტილში.

სხეულის შიგნით აღებული ნებისმიერი AB მონაკვეთი სხეულის დეფორმირების შედეგად გადაადგილდება და თან შეიცვლის სიგრძეს, ანუ მიიღებს ნახრდს (ნახ. 2,ა). გადაადგილება შეგვიძლია დავშალოთ გადატანით (წინსვლით) გადაადგილებად დამობრუნებად. მობრუნების კუთხე ნახ. მე-2,ა ნახ-აზზე α -თია აღნიშნული. AB მონაკვეთის სიგრძის ერთეულის (მაგალითად, 1 სმ სიგრძის) საშუალო დაგრძელება იქნება:

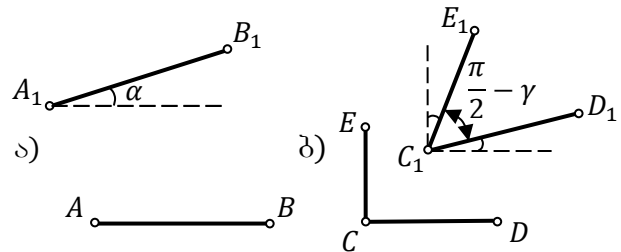
$$\varepsilon_{საშ} = \frac{A_1B_1 - AB}{AB}$$

ამავდროულად $\varepsilon_{საშ}$ -ს, წაგრძელების საშუალო ინტენსივობასაც უწოდებენ. ზღვარზე გადასვლით მივიღებთ A წერტილში წრფივ ფარდობით დეფორმაციას:

$$\varepsilon_A = \lim_{AB \rightarrow 0} \frac{A_1B_1 - AB}{AB}$$

ყოველ წერტილში წრფივ ფარდობით დეფორმაციასთან ერთად, ადგილი აქვს კუთხურ დეფორმაციასაც. ავიღოთ C

წერტილზე ორი ურთიერთპერპენდიკულარული უსასრულოდ მცირე მონაკვეთი (ნახ. 2,ბ). ეს მონაკვეთები გადატანით გადაადგილებასთან ერთად მობრუნდება კიდევ. მობრუნების შედეგად მათ შორის მდებარე მართი კუთხე შეიცვლება რაღაც γ კუთხით, რომელსაც ძვრის კუთხე ეწოდება. ε და γ განყენებული რიცხვებია.



ნახ. 2

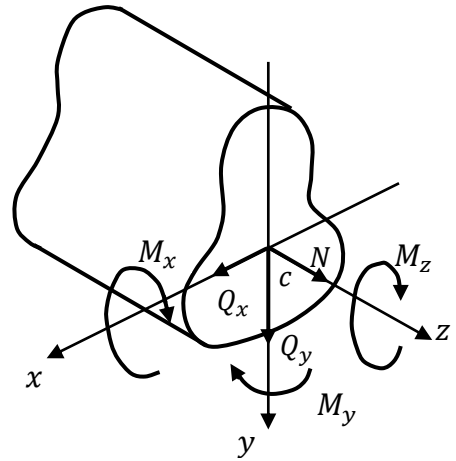
სხეულზე დატვირთვის მოქმედებისას შიგა ძალები და დეფორმაციები ერთდროულად ჩნდება და ერთიმეორეს განაპირობებს: ამავე დროს, ნორმალურ σ ძაბვას ეთანადება წრფივი ფარდობითი ε დეფორმაცია, τ მხებს კი - კუთხური γ დეფორმაცია.

14. შიგა ძალები (ძალვები)

როგორც აღვნიშნეთ, შიგა ძალები გამოსახავს, მაგალითად, მოცილებული II ნაწილის I -ზე მოქმედებას და ეს მოქმედება გამოისახება შიგა ძალების ისეთი ტოლფასი სისტემით, რომელიც შედგება ერთი ძალისაგან (მთავარი R' ვექტორი) და ერთი მომენტისაგან (მთავარი M'_0 მომენტი). თუ მათგანსახილველი კვეთის სიმძიმის O ცენტრში მოდებულად წარმოვადგენთ და გავატარებთ კოორდინატთა xyz სისტემას, რომლის სათავე O წერტილს დაემთხვევა და ამის შემდეგ მთავარ R' ვექტორს დავშლით კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ მოქმედებებად, ზოგად შემთხვევაში მივიღებთ სამ ძალას. კვეთის მართობი z ღერძის გასწვრივ

მოქმედ შემდგენს ნორმალური ძალა ეწოდება და აღინიშნება N -ით; x და y ღერძების გასწვრივ მოქმედ შემდგენებს განივი ძალა ჰქვია და, შესაბამისად, აღინიშნება Q_x და Q_y -ით.

სრულიად ანალოგიურად, მთავარი M'_0 მომენტიც შეგვიძლია დავშალოთ კოორდინატთა ღერძების გარშემო მოქმედ შემდგენებად, რომელთაგან M_z მგრესი მომენტია, ხოლო M_x და M_y - მღუნავი მომენტები. როგორც ჩანს, ნებისმიერ კვეთში შიგა ძალები შეგვიძლია წარმოვადგინოთ 6 კომპონენტის (ძალების) სახით (ნახ. 3).



ნახ. 3

ამავე დროს, სხეულის განსახილველ ნაწილზე მოქმედი გარე დატვირთვებიც დაიყვანება გატარებული კვეთის სიმძიმის ცენტრში მოქმედ მთავარ R ვექტორსა და მთავარ M_0 მომენტზე, რომლებიც აგრეთვე შეიძლება წარმოვადგინოთ კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ მოქმედი სამი შემდგენისა და ამ ღერძების მიმართ მოქმედი სამი მომენტის სახით. იმის გამო, რომ გარე და შიგა ძალები ერთიმეორეს აწონასწორებენ და სივრცეში წონასწორობის განტოლებების რაოდენობაც ექვსია, ყოველთვისაა შესაძლებელი ერთიმეორესთან დავაკავშიროთ გარე და შიგა ძალების შემდგენები.

1.5. ძირითადი პიპოთეზები

მასალათა გამძლეობის თეორია მთელი რიგი ფიზიკური და გეომეტრიული შინაარსის პიპოთეზებზეა აგებული. ეს დაშვებები შემდეგია:

1. მასალა ერთგვაროვანია: ყოველ ელემენტარულ მოცულობაში იგი ერთნაირი ფიზიკურ-მექანიკური თვისებებითაა დახასიათებული.
2. მასალა იზოტროპულია – აღებულ წერტილიდან ყველა მიმართულებით ერთნაირი ფიზიკურ-მექანიკური თვისებისაა. მაგალითად, ფოლადი იზოტროპიულია, ხე -ანიზოტროპიული, რადგან იგი ბოჭკოების გასწვრივ და ბოჭკოების განივად სხვადასხვა სიმტკიცისაა.
3. მასალა აბსოლუტურად დრეკადია დატვირთვის გარკვეულ დონემდე.
4. მასალა ჰუკის კანონს ემორჩილება. ამ დაშვებით დეფორმაცია აღებულ წერტილში მოქმედიძაბვის პროპორციულია.
5. გადაადგილებები მეტად მცირეა კონსტრუქციის ზომებთან შედარებით.
6. ძელის განივი კვეთები ბრტყელი რჩება დეფორმაციის დროს.

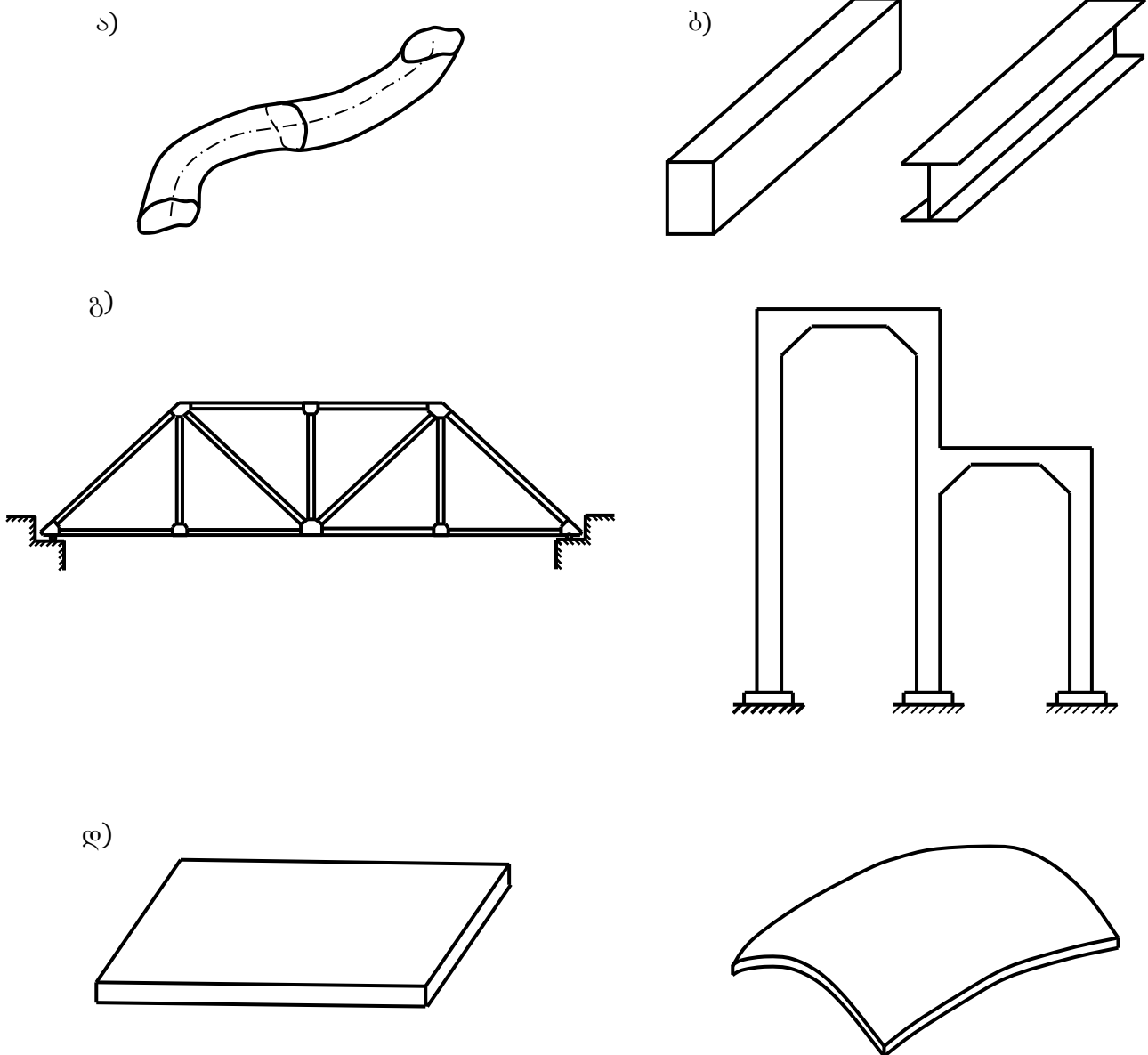
1.6. სენ-ვინანის პრინციპი

დაძაბული სხეულის რაიმე წერტილში, რომელიც საკმაოდაა დაშორებული დატვირთვის მოდების ადგილიდან, ძაბვა და დეფორმაცია უმნიშვნელოდაა დამოკიდებული იმაზე, თუ, სახელდობრ, როგორ არის განაწილებული დატვირთვა მოდების ფართობზე. აქ არსებითია ის, რომ დატვირთვა ვლინდება ჯამური სიდიდით – მთავარი R ვექტორისა და მთავარი M მომენტის სახით.

ამით აიხსნება ის, რომ მასალათა გამძლეობაში შედარებით პატარა ფართობებზე მოდებული დატვირთვის განაწილების სპეციფიკას ყურადღებას არ აქცევენ და მათ ტოლქმედით - შეყურსული ძალით ცვლიან.

1.7. კონსტრუქციების ელემენტების ფორმები

ძელი ეწოდება სხეულს, რომლის ერთი ზომა – სიგრძე, მის ორ დანარჩენ განივ ზომას გაცილებით აღემატება (ხუთჯერ მაინც). იგი შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც ნებისმიერი ფორმის ბრტყელი ნაკვთის რაიმე სწორზე ან მრუდზე



ნახ. 4

ისეთნაირი მოძრაობითმიღებული სხეული, რომ ნაკვთის სიმძიმის ცენტრი ყოველთვის წირზე რჩებოდეს და თანნაკვთის სიბრტყე ყველგან წირის პერპენდიკულარული იყოს (ნახ. 4,ა). ნაკვთს, ძელის განივკვეთი ეწოდება, ხოლო წირს - ძელის ღერძი; ღერძის ფორმის მიხედვით ძელს სწორი, მრუდე, ბრტყელი, სივრცითი ეწოდება. განივკვეთის მიხედვით, ძელი არის მუდმივკვეთიანი ან ცვლადკვეთიანი. შედარებითგრძელძელსღერძსუწოდებენ. აქვე შევნიშნოთ, რომ ძელს წარ-

მოიღვენენ, როგორც უწვრილესი ძაფების ანუ გრძივი ბოჭკოების კონას.მე-4,ბნახაზუნაჩვენებისწორკუთხოვანიდაორტესებრიძელები.

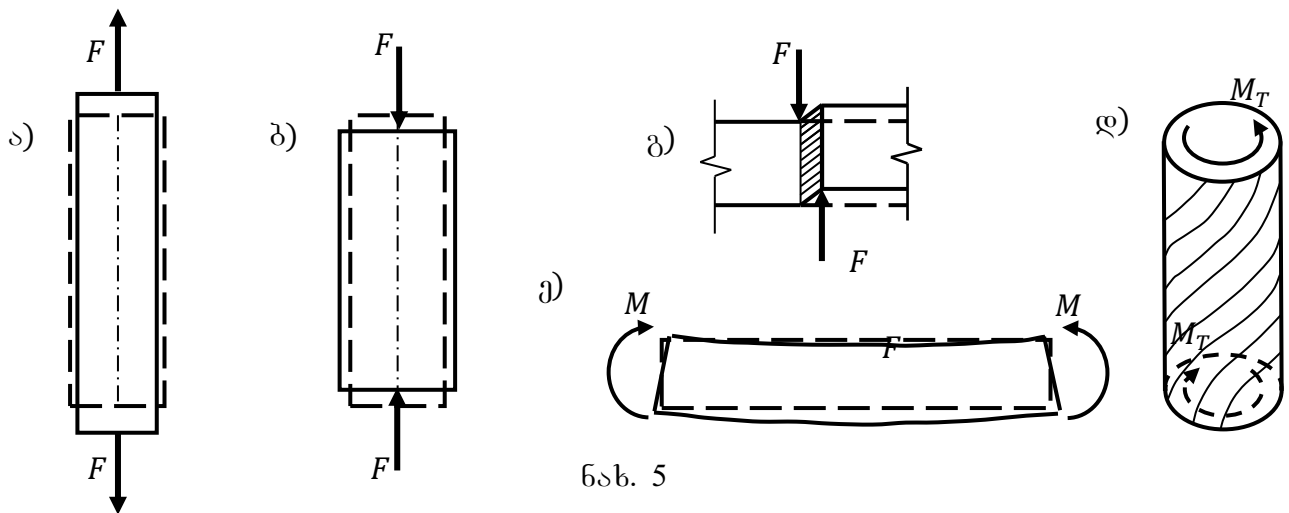
შენობისსვეტიდაკოჭი, რკინიგზისრელსი, მანქანისლილვები, ბარბაცადა სხვაძელისანუღეროსმაგალითებია. ისეთძელებს, რომლებიცკუმშვასანგაჭიმვასგანიცდიან, უფროღეროსუწოდებენ, ვიდრეძელს,ღუნვაზემომუშავესკი- კოჭს.

ხიდის ფოლადის ფერმა (წამწე) ან რკინაბეტონის ჩარჩო არის ღეროებისაგან შედგენილი სისტემა (ნახ. 4,გ). ასეთი სისტემები, ცხადია, კინემატიკურად უცვლელი უნდა იყოს (არ უნდა იმოძრაოს, როგორც მექანიზმმა). ფერმის (წამწის)საანგარიშო სქემაში იგულისხმება, რომ ღეროები ერთმანეთთან სახსროვნადაა შეერთებული, ხოლო ჩარჩოს სქემაში – ხისტად.

გარდა ძელისა, პრაქტიკაში გამოიყენება სხვა ფორმის კონსტრუქციული ელემენტები. ასეთ ფორმაში ორი განივი ზომა, სიგრძე და სივანე, გაცილებით მეტია მესამე ზომასთან – სისქესთან შედარებით. თუ ასეთი სხეულის შუა, ანუ სიმაღლეზეორად გამყოფი ზედაპირი სიბრტყეა, მაშინ იგი წარმოადგენსფილას, თუ არ არის ბრტყელი, მაშინ – გარსს (ნახ. 4,დ).

1.8. დეფორმაციათა ძირითადი სახეები

ნაგებობებისა და მანქანების ელემენტები რეალობაშიგარე ძალების მოქმედების შედეგად განიცდიან სხვადასხვა სახისრთულ დეფორმაციას. თუმცა დადგენილია, რომ ეს სხვადასხვაგვარი რთული დეფორმაცია წარმოადგენსმარტივი დეფორმაციებისაგან შემდგარ რამდენიმე კომბინაციას. ამ მარტივი დეფორმაციების ძირითადი ტიპებია:1. გაჭიმვა (ნახ. 5, ა); 2. კუმშვა (ნახ. 5, ბ); 3. ძვრა (ჭრა) (ნახ. 5, გ); 4. გრეხვა (ნახ. 5,დ);5. განივი ღუნვა (ნახ. 5, ე).



რთული დეფორმაციის (წინააღობის) მაგალითებია გაჭიმვისა და გრეხვის ან გაჭიმვისა და ღუნვის ერთდროული მოქმედება. როგორც ღრეკალობის თეორიაში, ისე მასალათა გამძლეობაში,ძირითადად განიხილება ღრეკადი დეფორმაცია; თუმცა პრაქტიკაში ხშირად გვხვდებაშემთხვევები, როდესაც ადგილი აქვს პლასტიკურ დეფორმაციასაც. ასეთ დეფორმაციებს პლასტიკურობის თეორია შეისწავლის.

კითხვები და პასუხები:

1. რა არის მასალათა გამძლეობის დანიშნულება და რას განიხილავს იგი?

- მასალათა გამძლეობის დანიშნულებაა შექმნას თეორიული საფუძველი რეალური დეფორმირებადი სხეულების გაანგარიშებისათვის. იგი ძირითადად განიხილავს კონსტრუქციების ცალკეული ელემენტების (დეროების) და მარტივი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდებს სიმტკიცეზე, სიხისტესა და მდგრადობაზე, იგი საფუძვლად უდევს ყველა სამშენებლო და სამანქანათმშენებლო კონსტრუქციის გაანგარიშებას.

2. რას ეწოდება სხეულის დეფორმაცია?

- სხეულის ფორმისა და ზომის ცვლილებას, რომელსაც გარე ზემოქმედება (მოქმედი დატვირთვა, ტემპერატურის ცვლილება და სხვ.) იწვევს.

3. როგორ დეფორმაციას ეწოდება დრეკადი?

- ისეთ დეფორმაციას, რომელიც მთლიანად ქრება, როდესაც სხეულიდან იხსნება გარე ზემოქმედება.

4. როგორ დეფორმაციას ეწოდება ნარჩენი ანუ პლასტიკური დეფორმაცია?

- ისეთ დეფორმაციას, რომელიც რჩება, არ ქრება სხეულის განტვირთვის შემდეგ.

5. როგორი ორი ბუნების ძალას განიხილავს მასალათა გამძლეობა?

- გარე, სხეულზე მოქმედ ძალას და შიგა, სხეულის შიგნით მოქმედ ძალას.

6. რომელ ნიშანთა მიხედვით კლასიფიცირდება გარე დატვირთვა ?

- მოქმედების ადგილის მიხედვით: ზედაპირული და მოცულობითი.

- მოქმედების ხასიათის მიხედვით: სტატიკური და დინამიკური.

- მოქმედების ხანგრძლივობის მიხედვით: მუდმივი და დროებითი დატვირთვები.

7. რომელია ის მარტივი დეფორმაციები, რომელიც შეისწავლება მასალათა გამძლეობაში?

- ა) ღერძული გაჭიმვა-კუმშვა, როდესაც გარე ძალები გრძივად მოქმედებს ღეროს ღერძის გასწვრივ; ბ) ძერა, როდესაც გარე ძალები მოქმედებს ღეროს ღერძის განივად ურთირთსაპირისპიროდ; გ) გრეხა, როდესაც მომენტი მოქმედებს ღეროს ღერძის მართობ სიბრტყეში და დ) განივი ღუნვა, როდესაც დატვირთვა ღეროს ღერძის მართობულად მოქმედებს სიბრტყეში, რომელიც ღეროს (კოჭის) ღერძზე გადის სიმეტრიის სიბრტყის თანხვედენილად.

ნებისმიერი რთული დეფორმაცია ამ მარტივი დეფორმაციათა რაღაც კომბინაციაა.

8. რაში მდგომარეობს განკვეთის მეთოდი და რისთვის გამოიყენება იგი?

- დაძაბული სხეულის წარმოდგენით, ორად გაკვეთასა და მიღებული ნაწილების ურთიერთქმედების განხილვაში.

იგი გამოიყენება სხეულის შიგნით დაძაბულობის გასარკვევად – ურთიერთქმედების ძალების ჯამური სიდიდის ანუ ძალების განსაზღვრისათვის. ყოველი მარტივი დეფორმაციისას ეს ძალები მთავარი ვექტორისა და მთავარი მომენტის ექვსი ($N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$) შემდგენიდან ერთ-ერთია (პირდაპირი ღუნვისას ორი: M_x, Q_y).

9. რაში მდგომარეობს სენ-ვენანის პრინციპი?

- დატვირთვის მოდების უბნიდან საკმაოდ მოცილებულ უბნებში არა აქვს მნიშვნელობა დატვირთვისგანაწილების კანონსმოდების უბანში და იგი ტოლქმედით იცვლება.

10. რას ეწოდება ძაბვა? რა არის ძაბვის განზომილება?

- ძაბვის ინტენსივობას ანუ დაძაბულობის რაოდენობრივ ზომას. მისი განზომილებაა ძალა/ფართობზე $ნ/მ^2=პა, კნ/მ^2, მპა; კგ/სმ^2$.

11. როგორ ძაბვას ეწოდება ნორმალური და როგორს - მხები?

- ძაბვას, რომელიც მიმართულია გატარებული კვეთის მართობულად, ე.ი. ნორმალის მიმართულებით, ნორმალური "σ" ძაბვა ეწოდება. ხოლო, რომელიც კვეთის გასწვრივია მიმართული, ე.ი. მხების მიმართულებით - მხები "τ" ძაბვა.

II თავი

ბაჭიმვა-კუმშვა.

სტატიკურად რკვევადი დაურკვევი ამოცანები

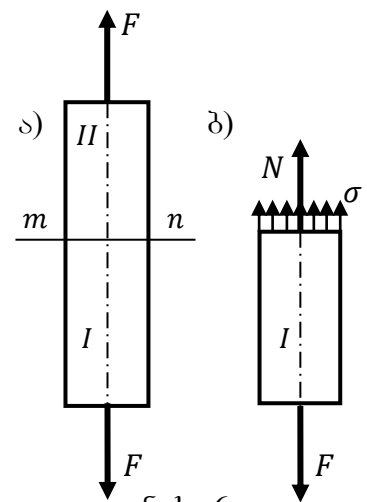
ძაბვა და დეფორმაცია ღერძული ბაჭიმვა-კუმშვისას. სიმტკიცის მახასიათებლები. კვეთის შერჩევა

2.1. ძაბვა ძელის განივკვეთში

ღეროს შიგნით აღებულ ნებისმიერ C წერტილზე შეგვიძლია გავატაროთ უამრავი კვეთი, რომლებიც ღერძის მიმართ სხვადასხვანაირად იქნება დახრილი. იმ კვეთს, რომელსაც ღერძის მართობული მდებარეობა უკავია, ეწოდება განივი კვეთი. ცხადია, ღეროს გაჭიმვას ან კუმშვას იწვევს გრძივად მოქმედი ძალა.

განვიხილოთ უმარტივესი შემთხვევა, როცა ასეთი ძალა მოდებულია ძელის ბოლოებზე. ერთმანეთის ტოლი და საპირისპირო ორი F ძალის ღერძის გასწვრივ მოქმედებით, ღერო შეიძლება ანგაიჭიმოს, ან შეიკუმშოს. განვიხილოთ გაჭიმული ღერო (ნახ. 6, ა) და განვსაზღვროთ ძაბვა ძელის განივკვეთში.

გაკვეთოთ ღერო რაიმე $m-n$ კვეთით განივად და განვიხილოთ ქვედა I ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 6, ბ). როცა ღეროს წონა F ძალის სიდიდესთან შედარებით უმნიშვნელოა, მის გავლენას უგულებელყოფენ. დარჩენილი F ძალის გაწონასწორება მხოლოდ მის ტოლ და საპირისპირო უცნობ N ძალებს შეუ-



ნახ. 6

ძლია, ე.ი. გაჭიმვა-კუმშვისას შიგა ძალების ექვსი $(N, Q_x, Q_y; M_x, M_y, M_z)$ კომპონენტებიდან რჩება ერთი. შესაბამისად, სტატიკის ექვსი განტოლებიდან დაგვრჩება ერთი:

$$\sum Z = N - F = 0 \quad (1)$$

საიდანაც $N = F$. (2)

ნორმალურ N ძალვას შეესაბამება ნორმალური σ ძაბვები. N ძალვას σ ძაბვების ტოლქმედია, მაგრამ σ -ს განაწილების კანონი განივკვეთში, ანუ σ -ს საანგარიშო ფორმულა, სტატიკის (1) განტოლებით ვერ გავარკვევთ. ეს ამოცანა სტატიკურად ურკვევია ისევე, როგორც ძაბვის განსაზღვრის ყველა ამოცანა. მის გადასაჭრელად საჭიროა, განვიხილოთ ღეროს დეფორმაციის სურათი. დავაკვირდეთ, თუ როგორ მიმდინარეობს ღეროს დეფორმაცია. დავიტანოთ ღეროს გვერდით ზედაპირზე გრძელი მონაკვეთი ერთმანეთისაგან რაღაც მანძილზე. დავინახავთ, რომ ისინი ერთიმეორეს დაშორდებიან ფორმის შეუცვლელად ისე, რომ ერთმანეთის პარალელური დარჩებიან. ვინაიდან თითოეული გრძელი ბოჭკო ამ სურათით ერთნაირად იჭიმება, ერთნაირ დეფორმაციას კი ერთნაირი ძაბვის აღძვრა სდევს თან, როცა ბოჭკოები ერთი მასალისაა, ამიტომ ნორმალური σ ძაბვა თანაბრადაა განაწილებული განივკვეთში. ამრიგად, თუ განივკვეთის ფართობს A -თი აღვნიშნავთ, მაშინ ნორმალური ძალა $N = \sigma \cdot A$, საიდანაც

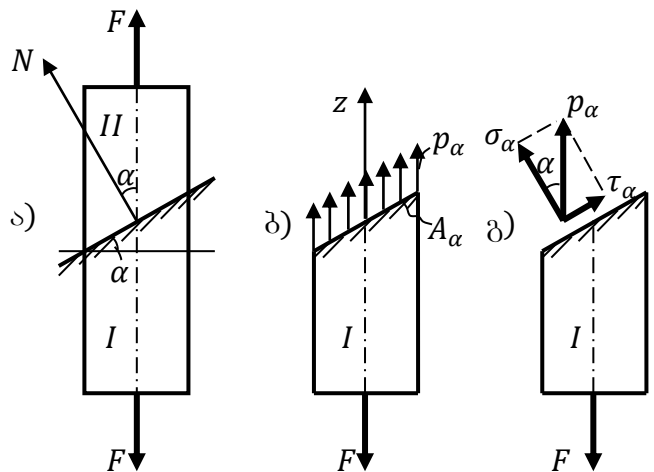
$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (3)$$

ან როცა $N = F$.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4)$$

2.2. ძაბვა დახრილ კვეთში

ღეროს დაძაბულობის სრულად დახასიათებისთვის დაგვჭირდება ძაბვის გამოთვლა რაიმე O წერტილზე ნებისმიერად გატარებულ ყოველკვეთში, რადგან თითოეულმა თანხის ძაბვა ეთანადება. ყოველი კვეთის მდებარეობას განვსაზღვრავთ იმა α კუთხით, რომელსაც მისი გარე N ნორმალური შეადგენს ღეროს ღერძთან (ნახ. 7, ა). α კუთხე დადებითია, თუ ნორმალური ღეროს ღერძიდან მობრუნებულია საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით.



ნახ. 7

განვიხილოთ მოკვეთილი I ნაწილის წონასწორობა:

$$\sum Z = p_\alpha A_\alpha - F = 0, \quad (1)$$

სადაც $A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$ დახრილი კვეთის ფართობია. (1) -დან

$$p_\alpha = \frac{F}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma \cos \alpha. \quad (2)$$

აქ $\sigma = \frac{F}{A}$ განიკვეთში მოქმედი ნორმალური ძაბვაა. სრული p_α ძაბვა დავშალოთ ნორმალურ σ_α და მხებ τ_α შემდგენებად (ნახ. 7,გ):

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha, \tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha; (3)$$

(3)- ში (2) –ს ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma \cos \alpha \cdot \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha, (4) \\ \tau_\alpha &= \sigma \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \sigma \frac{\sin 2\alpha}{2} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

როდესაც $\alpha = 0$, ნორმალური σ_α ძაბვა აღწევა მაქსიმუმს:

$$\max \sigma_\alpha = \sigma = \frac{F}{A}. (6)$$

უდიდესი მხები ძაბვა მიიღება (4)–დან: $\sin 2\alpha = 1, 2\alpha = 90^\circ, \alpha = 45^\circ$ ე.ი. ღეროს ღერძის მიმართ 45° -ით მობრუნებულ კვეთში:

$$\max \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}. \quad (7)$$

2.3. დეფორმაცია ბაჭიმვა-კუმშვის დროს

1. გრძივი დეფორმაცია. ჰუკის კანონი. ცდებით დამტკიცებულია, რომ დაძაბულობის გარკვეულ დონემდე ღეროს Δl წაგრძელება (ან დამოკლება) მასზე მოქმედი გამჭიმავი (მკუმშავი) F ძალის პირდაპირპროპორციულია:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}. \quad (1)$$

აქ Δl არის ღეროს აბსოლუტური დეფორმაცია (დაგრძელება ან დამოკლება);

F - მოქმედი ღერძული ძალა;

l - ღეროს საწყისი სიგრძე;

A - ღეროს განიკვეთის ფართობი;

E - მასალის დრეკადობის მოდული, რომელიც ახასიათებს მის უნარს, წინააღმდეგობა გაუწიოს დეფორმაციას, ანუ ახასიათებს მის სიხისტეს. E -ს მნიშვნელობები ისაზღვრება ექსპერიმენტულად და მოცემულია ცნობარებში. მაგ., ფოლადისათვის $E = 2 \cdot 10^5$ მპა. EA ღეროს სიხისტეა გაჭიმვა-კუმშვისას. რაც მეტი სიხისტე აქვს ღეროს, მით ნაკლებად დეფორმირდება იგი.

(1) ჰუკის კანონია, ჩაწერილი აბსოლუტური ერთეულებით. გადავწეროთ იგი

$$\text{ასე: } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{EA} F \text{ ანუ } \varepsilon = \frac{1}{E} \sigma,$$

საიდანაც

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2)$$

(2) ჰუკის კანონია, ჩაწერილი ფარდობითი ერთეულებით. (2)-ში σ ნორმალური ძაბვაა, $\sigma = \frac{F}{A}$.

ε გრძივი ფარდობითი დეფორმაცია:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3)$$

და გვიჩვენებს ღეროს ერთეულოვანი (მაგალითად, 1სმ) სიგრძის മാტებას (კლებას).

ε განყენებული (უგანზომილებო) რიცხვია, ამიტომ დრეკადობის E მოდულს აქვს σ ძაბვის განზომილება. სხვადასხვა მარკის ფოლადებისათვის

$$E = (2 \div 2.2) \cdot 10^5 \text{ მპა.}$$

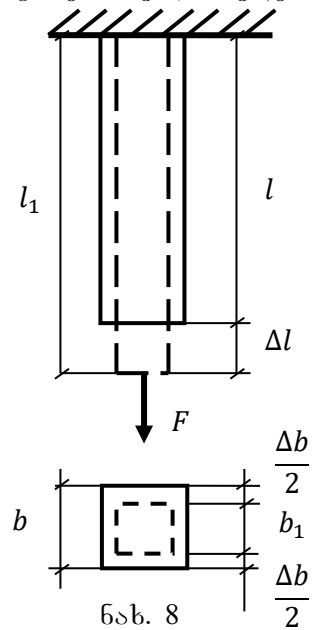
2. განივი დეფორმაცია. Δl -ით წაგრძელებული ღერო სიგანეში ვიწროვდება (ნახ. 8), ხოლო დამოკლებული - ფართოვდება. ნახაზზე ნახ- ვენებია კვადრატული განივკვეთის გაჭიმული ღერო. კვად- რატის გვერდი შემცირდება $\Delta b = b - b_1$. შესაბამისი განივი ფარდობითი დეფორმაცია იქნება:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. (4)$$

განივი ε' და გრძივი ε ფარდობითი დეფორმაციების ფარდობას, ადებულს აბსოლუტური მნიშვნელობით, ეწოდება პუასონის კოეფიციენტი:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. (5)$$

მისი მნიშვნელობები ყველა მასალისათვის თავსდება $\mu = (0 \div 0.5)$ საზღვრებში. იგი მასალის ელასტიკურობას ახასიათებს, რეზინისათვის $\mu = 0.47$, კორპისათვის $\mu = 0$. სხვადასხვა მარკის ფოლადებისათვის $\mu = (0.25 \div 0.33)$. μ განყენებული რიცხვია.



3. მოცულობის ცვლილება. ვახევნოთ, რომ გაჭიმვისას ღერო მოცულობაში მატულობს.

გაჭიმვამდე მისი მოცულობაა $V = Al$, გაჭიმვის შემდეგ, $V_1 = A_1 l_1$. გაჭიმულის სიგრძე $l_1 = l(1 + \varepsilon)$, ფართობი $A_1 = (b - \Delta b)^2 = b^2 \left(1 - \frac{\Delta b}{b}\right)^2 = A(1 - \varepsilon')^2 = A(1 - \mu\varepsilon)^2$. ახალი მოცულობა $V_1 = A_1 l_1 = A(1 - \mu\varepsilon)l(1 + \varepsilon)^2 \approx V[1 + \varepsilon V]$.

ბოლო გამოსახულებაში შესაკრებები, რომლებიც შეიცავდნენ ε^2 და ε^3 -ს უკუვაგდეთ, როგორც მაღალი რიგის მცირეები.

სრული V მოცულობის აბსოლუტური ნაზრდი $\Delta V = V_1 - V = V\varepsilon(1 - 2\mu)$, ერთეული მოცულობის ნაზრდი ანუ ფარდობითი ნაზრდი:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1 - 2\mu),$$

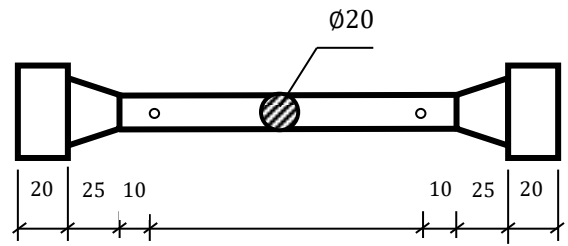
როგორც ჩანს, რადგან ნებისმიერი მასალისათვის $\mu < 0.5$, ამიტომ $1 - 2\mu > 0$ და, მაშასადამე, $\theta > 0$; ე.ი. გაჭიმვის დროს ღერო მოცულობაში მატულობს.

ანალოგიური მსჯელობით შეგვეძლო დაგვემტკიცებინა, რომ კუმშვის შემთხვევაში ღერო მოცულობაში იკლებს.

2.4. პლასტიკური მასალის გაჭიმვის დიაგრამა

კონსტრუქციული ელემენტების სიმტკიცის უზრუნველყოფის ამოცანის გადასატრელად, ცხადია, პირველ რიგში საჭიროა ვიცოდეთ ფიზიკურ-მექანიკური თვისებები მასალებისა, რომლებიდანაც ისინია დამზადებული. მათი გამოვლენა და შესწავლა ხდება მექანიკურ ლაბორატორიებში, სადაც სპეციალურ წნეხებზე იცდება ამ მასალებისაგან დამზადებული ნიმუშები, დაწყებული მცირე დეფორმაციებიდან დამთავრებული რღვევით. ცდების შედეგად გამოვლენილი თვისებები დიდადაა დამოკიდებული გამოცდის პირობებზე: ნიმუშის ფორმასა და ზომაზე, ტემპერატურაზე, დეფორმაციის სიჩქარეზე და სხვ. გაჭიმვა-კუმშვაზე იცდება ე.წ. ნორმალური ნიმუშები, რომელთა ფორმა და ზომასტანდარტულია.

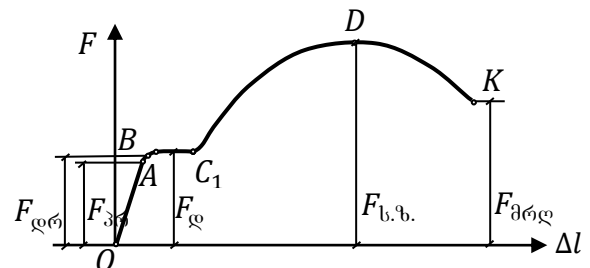
ბუნებრივ პირობებში მასალები იყოფა ორ ჯგუფად – პლასტიკურ და მყიფე მასალებად. პლასტიკურ მასალას აქვს უნარი დაირღვეს დიდი დეფორმაციების მიღების შემდეგ, მყიფე მასალა კი ირღვევა უმნიშვნელო დეფორმაციისას. პლასტიკური მასალებია: ფოლადი, ალუმინი, სპილენძი და სხვ. მყიფე მასალებია: თუჯი, ბეტონი, ბუნებრივი ქვა და სხვ.



ნახ. 9

ფოლადი გაჭიმვაზე გამოიცდება წრიული ან მართკუთხა განივკვეთის ნიმუშების სახით. წრიული განივკვეთის ნიმუშის სახე მე-9 ნახაზზეა ნაჩვენები. საანგარიშო სიგრძედ აიღება $l = 10d$, სადაც d მისი დიამეტრია. ნიმუში გაგანიერებული ბოლოებით მაგრდება საცდელი მანქანის სატაცებში და მას გადაეცემა თანდათანობით ზრდადი დერძულად გამჭიმავი ძალა. მანქანა აღჭურვილია სპეციალური მოწყობილობით, რომელიც ავტომატურად ხაზავს ძალასა და დეფორმაციას შორის $\Delta l = f(F)$ დამოკიდებულების გრაფიკს, ანუ გაჭიმვის დიაგრამას (ნახ.10). F ძალის ზრდისას მასალა ერთი მდგომარეობიდან გადადის მეორეში, რასაც დიაგრამაზე რამდენიმე უბანი შეესაბამება. წრფივი OA უბანი ჰუკის კანონს, ე.ი. Δl -სა და F -ს შორის პირდაპირპროპორციულ დამოკიდებულებას გამოსახავს. A წერტილის შესაბამის ძაბვას $\sigma_{პრ} = \frac{F_{პრ}}{A}$. პროპორციულობის ზღვარი ეწოდება.

პროპორციულობის ზღვარი არის ის მაქსიმალური ძაბვა, რომლის ქვემოთ ეს პროპორციული დამოკიდებულება ჯერ კიდევ ძალაშია. რბილი ფოლადისათვის $\sigma_{პრ} = 200$ მპა. მრუდისმცირე AB უბანზე წრფივი დამოკიდებულება ირღვევა, თუმცა B წერტილში განტვირთული ნიმუში სავსებით აღიდგენს საწყის ფორმასა და ზომებს. B წერტილის შესაბამის ძაბვას



ნახ.10

$\sigma_{ღრ} = \frac{F_{ღრ}}{A}$ ეწოდება მასალის დრეკადობის ზღვარი. დიაგრამის მცირე BC უბანი შეესაბამება დრეკადი დეფორმაციების დამთავრებას. C წერტილის შემდეგ ნიმუშის დეფორმაცია იზრდება დატვირთვის გაუზრდელად, ანუ, როგორც ამბობენ, მასალა განიცდის დენადობას. CC_1 უბანს დენადობის ბაქანი ჰქვია, ხოლო ამ უბნის შესაბამის ძაბვას $\sigma_{ღ} = \frac{F_{ღ}}{A}$ მასალის დენადობის ზღვარი. ფოლადისათვის ფ.3 $\sigma_{ღ} = 240$ მპა. ამ დატვირთვის დროს ნიმუშის ზედაპირზე ჩნდება 45° -ით დახრილი ხაზები, რომელთაც ლუდერსის ხაზები ეწოდება. C_1 წერტილის შემდეგ, მასალა იწყებს წინააღმდეგობის გაწევას. მასალის განმტკიცების მდგომარეობა გამოიხატება C_1D მრუდით. D წერტილამდე დეფორმაცია როგორც დრეკადი, ისე პლასტიკური, თანაბრად ნაწილდება ნიმუშის მთელ საანგარიშო სიგრძეზე (მის ცილინდრულ ნაწილზე). D წერტილის შესაბამისი დატვირთვის დროს კი ადგილი აქვს დეფორმაციების ლოკალიზებას ერთ, ყველაზე სუსტ განივკვეთში, სადაც ნიმუშს უჩნდება “ყელი” (ნახ.

11.) ეს იმის მაჩვენებელია, რომ ნიმუშის ტვირთამწეობა ამოწურულია. D წერტილის შესაბამის დაბვას $\sigma_{ს.ხ.} = \frac{F_{ს.ხ.}}{A}$ მასალის სიმტკიცის ზღვარი ან დროებითი წინაღობა ეწოდება. ფოლადისათვის ფ.3 $\sigma_{ს.ხ.} = 400$ მპა. D წერტილის შემდეგ დატვირთვა მკვეთრად ეცემა, მაგრამ უფრო ინტენსიურად მცირდება ნიმუშის განიკვეთის ფართობი “ყელში” და K წერტილის შესაბამისი დატვირთვის დროს ნიმუში დაირღვევა (გაწყდება). K წერტილის შესაბამის $\sigma_{მრღ}$ დაბ-



ნახ.11

ვას ეწოდება ჭეშმარიტი მრღვევი დაბვა და იგი ტოლია $\sigma_{მრღ} = \frac{F_{მრღ}}{A_1}$. აქ, A_1 არის განიკვეთის ფართობი ყელში, რომელიც გაზომილია ნიმუშის გაწყვეტის შემდეგ.

გაჭიმვის დიაგრამის აბსცისები წარმოდგენას იძლევა მასალის უნარზე, მიიღოს მეტი თუ ნაკლები დეფორმაცია, ვიდრე დაირღვევა.

ეს გამოცდა საშუალებას იძლევა, რომ დადგინდეს მასალის პლასტიკურობის მახასიათებლები:

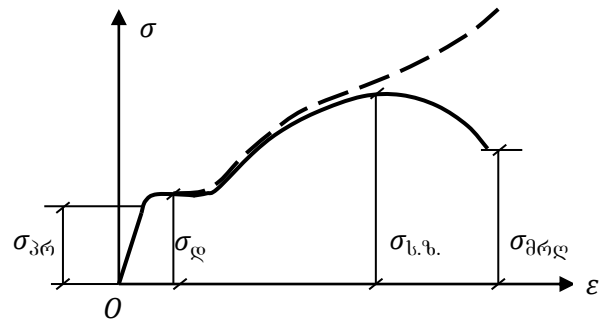
$$\text{ნარჩენი ფარდობითი დაგრძელება: } \delta = \frac{l_1 - l}{l} 100\%;$$

$$\text{განიკვეთის ნარჩენი ფარდობითი შევიწროება: } \psi = \frac{A - A_1}{A} 100\%.$$

$$\text{ფოლადისათვის ფ.3. } \delta = 25\%, \quad \psi = 55\%.$$

2.5. დაბვის დიაგრამა

გაჭიმვის დიაგრამა აგებულია $(\Delta l, F)$ კოორდინატებში და ახასიათებს მთელ ნიმუშს. იმისათვის, რომ გამოირიცხოს ნიმუშის ზომების გავლენა და დახასიათდეს მხოლოდ მასალა, ხშირად დიაგრამებს აგებენ ფარდობითი ერთეულებით. აქ, აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ფარდობითი ε დეფორმაციები,



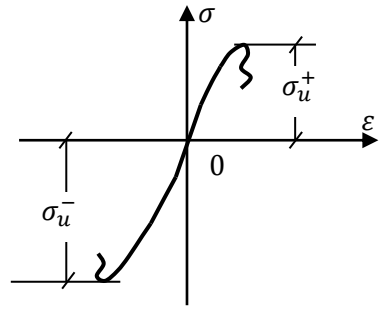
ნახ.12

ხოლო ორდინატთა ღერძზე - σ დაბვები. ასეთნაირად მიღებულ დიაგრამას დაბვის დიაგრამა ეწოდება (ნახ.12). როგორც ნახაზიდან ჩანს, ეს დიაგრამა წარმოადგენს გაჭიმვის დიაგრამის ასლს. იგი პირობითია, ვინაიდან მისი ორდინატები მიღებულია გაჭიმვის დიაგრამის ორდინატების მნიშვნელობათა შეფარდებით ერთსა და იმავე საწყის მნიშვნელობასთან. ამის გამო ამ დიაგრამაზე არ ჩანს რღვევის მომენტამდე დაბვის ზრდის პროცესი. თუ ნიმუშს დატვირთვას გადავცემთ საფეხურებად, ყოველი საფეხურის გადაცემის შემდეგ გავზომავთ ახალ განიკვეთის ფართობს და მისიგამოყენებით გამოვთვლით დაბვას, მივიღებთ ე.წ. ჭეშმარიტი დაბვის დიაგრამას (წყვეტილი გაგრძელება ნახაზზე).

2.6. მყიფე მასალის ბაჭიმვისა და კუმშვის დიაგრამები

მყიფე მასალა, როგორცაა ბეტონი, ქვა, თუჯი და სხვა, ძირითადად კუმშვაზე გამოიცდება, რადგან კუმშვაზე ისინი გაცილებით მეტ სიმტკიცეს ავლენენ, ვიდრე

გაჭიმვაზე. გამოცდის მიზანია სიმტკიცის $\sigma_{\text{ს.ფ.}}$ ზღვრის დადგენა. ბეტონის, ქვის და ხის ნიმუშები კუბის ფორმის მზადდება, წიბოს ზომით 7 სმ (ბეტონი, ქვა) და 5 სმ (ხე), ხოლო ლითონების – მოკლე ცილინდრის (მაგ., თუჯის ნიმუშს ფუძის d დიამეტრი და h სიმაღლე ერთი აქვს $d = h = 2$ სმ-ს).



ნახ.13.

დიაგრამა წარმოადგენს საკმაოდ გაშლილ მრუდს (მე-13ნახაზზე ნაჩვენებია III მეოთხედში), რომელიც შეიძლება ქორდით შევცვალოთ და ჩავთვალოთ, რომ ჰუკის კანონი ძალაშია სიმტკიცის σ_u ზღვრის მიღწევამდე. მყიფე მასალისათვის როგორც გაჭიმვის (მე-13ნახაზზე ნაჩვენებია I მეოთხედში), ისე კუმშვის დროს დამახასიათებელია მცირე დეფორმაციები რღვევის მომენტამდე. ამასთან ერთად, ამავე დიაგრამიდან ჩანს, რომ მყიფე მასალა გაცილებით უკეთ მუშაობს კუმშვაზე, ვიდრე გაჭიმვაზე.

2.7. სიმტკიცის პირობა ბაჭიმვა-კუმშვისას

იმისათვის, რომ გაჭიმულ ან შეკუმშულ დეროს არ დაემუქროს რღვევის საშიშროება, ე.ი. არ მოექცეს საშიშ ზღვრულ მდგომარეობაში, ადგენენ სიმტკიცის პირობას. პლასტიკური მასალებისათვის სიმტკიცის პირობის მიხედვით ზღვრულია მდგომარეობა, როცა სხეულში დაძაბულობა რომელიმე წერტილში დენადობის $\sigma_{\text{ღ}}$ ზღვრის მნიშვნელობას აღწევს, ხოლო მყიფე მასალებისათვის, როცა სიმტკიცის $\sigma_{\text{ს.ფ.}}$ ზღვარს უტოლდება. ძაბვის ეს ორი ზღვრული მნიშვნელობა $\sigma_{\text{ღ}}$ -ით აღინიშნება. სიმტკიცის პირობით გარანტირებული უნდა იქნეს დეროს უსაფრთხოება, რაც გამოისახება იმით, რომ დაძაბულ დეროში აღძრული ფაქტობრივი ძაბვა ზღვრულ ძაბვაზე ნაკლები უნდა იყოს:

$$\sigma = \frac{F}{A} < \sigma_{\text{ღ}}. \quad (1)$$

პრაქტიკაში უსაფრთხოების მეტი გარანტიისათვის სიმტკიცეს იღებენ მარაგით, შემოაქვთ სიმტკიცის მარაგის k_0 კოეფიციენტი, რომელიც 1-ზე მეტია. მისი მნიშვნელობის არჩევა დამოკიდებულია სხვადასხვა ფაქტორების გათვალისწინებაზე, როგორებიცაა, მაგ., მასალის სახე, კონსტრუქციის დანიშნულება, დატვირთვის მოქმედების ხასიათი, გარემო, რომელშიც უხდება მუშაობა კონსტრუქციას და სხვ. (1) პირობაში, ნაცვლად მთლიანი $\sigma_{\text{ღ}}$ -ისა, აიღება მისი k_0 -ჯერ შემცირებული ნაწილი და ის მიიჩნევა დასაშვებ ძაბვად. დასაშვები ძაბვა $[\sigma]$ -ით აღინიშნება:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ღ}}}{k_0}.$$

სიმტკიცის პირობა იქნება:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]. \quad (2)$$

პლასტიკური და მყიფე მასალებისათვის შესაბამისად გვექნება:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ღ}}}{k_{\text{ღ}}}; [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ს.ფ.}}}{k_{\text{ს.ფ.}}}.$$

$k_{\text{ღ}}$ არის მარაგის კოეფიციენტი დენადობის ზღვრის მიხედვით, $k_{\text{ს.ფ.}}$ - სიმტკიცის ზღვრის მიხედვით; პლასტიკური მასალებისათვის $k_{\text{ღ}} = (1.5 \div 2)$; მყიფე მასალებისათვის $k_{\text{ს.ფ.}} = (3 \div 5)$.

დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვა ფოლადისათვის ფ.3 $[\sigma]=160$ მპა, ხისათვის $[\sigma]=10$ მპა, ბეტონისათვის $[\sigma]=(1 \div 9)$ მპა.

სიმტკიცის პირობის გამოყენებით შეიძლება გადაწყდეს სამი სახის ამოცანა:

1. ღეროს განივკვეთის ზომების განსაზღვრა, როდესაც ცნობილია მოქმედი F ძალა და მასალა, ე. ი. $[\sigma]$, მაშინ სიმტკიცის პირობიდან განისაზღვრება:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]}.$$

2. ღეროს ტვირთამწეობის განსაზღვრა, როდესაც ცნობილია განივკვეთის A ფართობი და მასალა, ე.ი. $[\sigma]$. სიმტკიცის პირობიდან გვექნება:

$$F \leq [\sigma] \cdot A.$$

3. სიმტკიცის შემოწმება, როდესაც ცნობილია მოქმედი F ძალა, განივკვეთის A ფართობი. განისაზღვრება ფაქტობრივი ძაბვა და შედარდება დასაშვებთან:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma].$$

2.8. მასალის სისაღე

სისაღე მასალის უნარია, ეცადოს, არ დაიმჩნიოს კვალი ზედაპირზე (არ შეიჭყელიტოს), მასზე სხვა უფრო მაგარი სხეულის ძლიერი დაწოლისას. ლითონების სისაღეს სხვადასხვა მეთოდებით იკვლევენ. მათ შორის ყველაზე გავრცელებულია ბრინელის მეთოდი (არსებობს, აგრეთვე, როკველის მეთოდი), რომლის მიხედვით, ლითონის სისაღის დასადგენად მის ზედაპირსნორმირებული დროის განმავლობაში (მაგ., 10წმ-ის განმავლობაში) აწვებიან ნაწრთობი ფოლადისაგან დამზადებული პატარა ბურთულათი ($d = 2.5$ მმ), რომელიც სეგმენტურ ანაბეჭდებსტოვებს. ანაბეჭდის დიამეტრებს მიკროსკოპით ზომავენ, გამოითვლიან რამდენიმე დიამეტრის საშუალო არითმეტიკულსდა სპეციალურ ცხრილში მოძიებული სისაღის H_B რიცხვის მიხედვით ანგარიშობენ სიმტკიცის $\sigma_{\text{ს.ზ.}}$ ზღვარს:

$$\sigma_{\text{ს.ზ.}} = 0.36H_B.$$

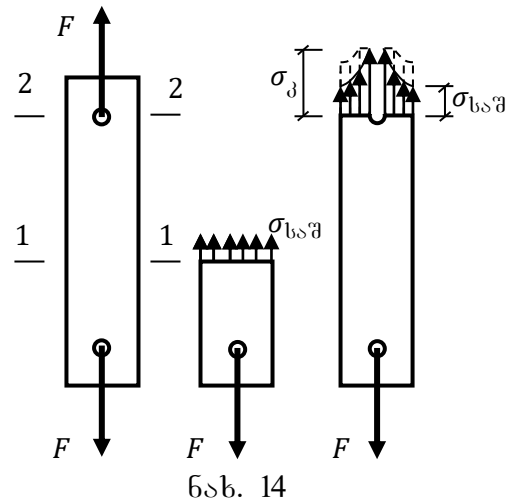
2.9. ტემპერატურის ბავლენა მასალის მემქანიკურ თვისებებზე

ტემპერატურის ზრდასთან ერთად მცირდება მასალის სიმტკიცის მახასიათებლები ($\sigma_{\text{ს.ზ.}}$ სიმტკიცის, $\sigma_{\text{ღ}}$ დენადობის, პროპორციულობის $\sigma_{\text{პრ}}$ ზღვრები) და დრეკადობის E მოდული; იზრდება პლასტიკურობის δ და ψ მახასიათებლები, აგრეთვე – პუასონის μ კოეფიციენტი. ტემპერატურის შემცირებასთან ერთად, პირიქით, იზრდება მასალის სიმტკიცის $\sigma_{\text{ს.ზ.}}$, $\sigma_{\text{ღ}}$, $\sigma_{\text{პრ}}$ მახასიათებლები და დრეკადობის E მოდული; მცირდება პლასტიკურობის მახასიათებლები δ და ψ და პუასონის μ კოეფიციენტი.

ფოლადის სიმტკიცის ზღვარი ტემპერატურის გადიდებასთან ერთად ჯერ იზრდება და $+300^\circ$ -ზე აღწევს უდიდეს მნიშვნელობას $\sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+300^\circ} = 1.2 \sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+20^\circ}$, ხოლო შემდეგ სწრაფად მცირდება და გვაძლევს ასეთ სურათს: $\sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+400^\circ} = \sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+20^\circ}$; $\sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+600^\circ} = 0.4 \sigma_{\text{ს.ზ.}}^{+20^\circ}$.

2.10. ძაბვითა კონცენტრაციის ცნება

დავუშვათ, გვაქვსგაჭიმვაზე მომუშავე ღერო, რომლის განივკვეთი ხერხელებით არის შესუსტებული (ნახ. 14). ხერხელიდან საკმაოდ მოცილებულ 1-1 განივკვეთში ნორმალური ძაბვები თანაბრად არის განაწილებული. რაც შეეხება 2-2 განივკვეთს, რომელიც ხერხელზე გადის, ადგილი აქვს ძაბვების არათანაბარ განაწილებას. ასეთი ხერხელები, სხვადასხვა ჩანაჭრები, განივკვეთის მკვეთრი ცვლილების ადგილები, წარმოადგენს ე.წ. ძაბვითა კონცენტრატორებს. წრიული ხერხელის შემთხვევაში, ამ უკანასკნელის კიდევებთან აღძრული კონცენტრაციის σ_c ძაბვები დაახლოებით 3-ჯერ აღემატება საშუალო



ძაბვას. $k = \frac{\sigma_c}{\sigma_{საშ}}$ -ს ეწოდება კონცენტრაციის კოეფიციენტი და მოყვანილ შემთხვევაში $k = 3$.

2.11. საკუთარი წონის ბავლენა ბაჭიმვა-კუმშვის შემთხვევაში

განვიხილოთ პრიზმული ღეროს ($A = const$) საკუთარი წონის გავლენა ნორმალურ $\sigma(z)$ ძაბვასა და აბსოლუტურ Δl დეფორმაციაზე; გამოვითვალოთ ისინი (ნახ. 15). განვიხილოთ ზედა ბოლოთი დაკიდებული ღერო. ავიღოთ თავისუფალი ბოლოდან z მანძილზე 1-1 განივკვეთი და განვიხილოთ მოკვეთილი ქვედა ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 15,ბ). გამოყოფილი ნაწილის წონაა Q . იგი ისევე, როგორც გამჭიმავი ძალა მიმართულია ქვევით. წონასწორობის პირობიდან:

$$\sum Z = N(z) - F - Q(z) = 0.$$

$N(z) = F + Q(z)$, რადგან $Q(z) = \gamma \cdot Az$, სადაც γ მასალის მოცულობითი წონაა, მივიღებთ

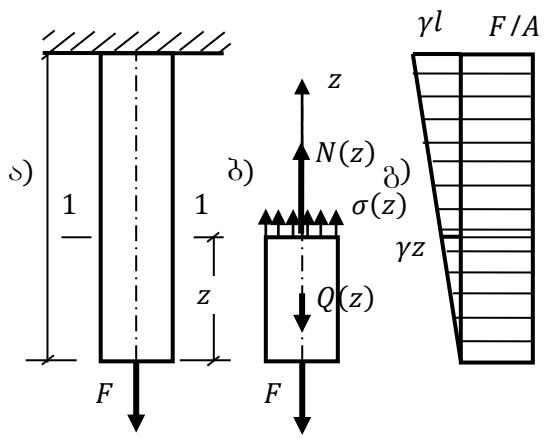
$$N(z) = F + \gamma \cdot Az, \tag{1}$$

ე.ი. ნორმალური $N(z)$ ძალა z -ის წრფივი ფუნქციაა.

$N(z)$ -ის საშუალებით გამოვითვალოთ $\sigma(z)$:

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A} = \frac{F + \gamma \cdot Az}{A} = \frac{F}{A} + \gamma z. \tag{2}$$

მისი ეპიურა წრფივია (ნახ. 14გ). თავისუფალ ბოლოზე უდრის $\sigma = \frac{F}{A}$, ჩამაგრებაში $\sigma = \frac{F}{A} + \gamma l$. ნორმალური $\sigma(z)$ ძაბვის (2) ფორმულაში მეორე შესაკრები საკუთარი წონის გავლენას გამოსახავს.



ნახ. 15

ახლა გამოვითვალოთ ღეროს სრული Δl წაგრძელება. ჰუკის კანონის თანახმად: $\Delta l = \int_0^l \frac{N(z) dz}{EA} = \int_0^l \frac{F + \gamma \cdot Az}{EA} dz = \frac{F}{EA} \int_0^l dz + \frac{\gamma}{E} \int_0^l z dz = \frac{Fl}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E}$ ე.ი.

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E}, (3)$$

ან ღეროს მთლიანი წონის $Q = \gamma \cdot Al$ გამოსახულებიდან, თუ გამოვითვლით $\gamma = \frac{Q}{Al}$ და შევიტანთ II შესაკრებში, გვექნება

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{Ql}{2EA}. (4)$$

2.12. კვმითის შერჩევა საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებით. ტოლწინაღობის კელი

როცა დაძაბულობა ღეროს სიგრძეზე ცვლადია და არა ერთნაირი, მაშინ საშიში განივკვეთად ჩაითვლება ის განივკვეთი, სადაც ნორმალური $N(z)$ ძალის მნიშვნელობა უდიდესია. წინა პარაგრაფში განხილული დაკიდებული ღეროსათვის საშიშია ზედა საყრდენი კვეთი, დაყრდნობილისათვის კი ქვედა საყრდენი კვეთი. ორივე მათგანისთვის სიმტკიცის პირობა ასე ჩაიწერება:

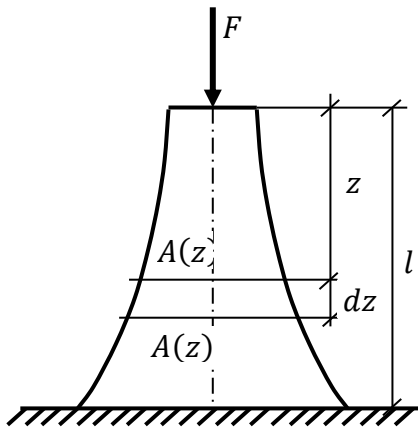
$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} + \gamma l \leq [\sigma] (1)$$

საიდანაც

$$A \geq \frac{F}{[\sigma] - \gamma l} (2)$$

როგორც (2) ფორმულიდან ჩანს, საკუთარი წონის უგულებელყოფა შეიძლება მხოლოდ მაშინ, როდესაც γl ნამრავლი $[\sigma]$ -თან შედარებით უმნიშვნელოა.

პრიზმული ღერო არაეკონომიურია. მართლაც, ღეროს მხოლოდ ქვედა ან ზედა საყრდენ განივკვეთში $\sigma(z)$ ძაბვა უტოლდება $[\sigma]$ დასაშვებს, სხვა განივ კვეთებში კი $\sigma(z) < [\sigma]$. მაშასადამე, განივკვეთის ფართობის გამოთვლას ამ კვეთისათვის შედგენილი სიმტკიცის პირობის მიხედვით, მივყავართ მასალის ზედმეტ ხარჯამდე.



ნახ. 16

თუ ღეროს განივკვეთი ისე შეიცვლება, რომ ყველა განივკვეთში $\sigma(z) = [\sigma]$, მივიღებთ ღეროს იდეალურ ფორმას. ასეთ ღეროს ტოლწინაღობის ძელს უწოდებენ.

შევადგინოთ ტოლწინაღობის ძელის განტოლება. თავისუფალი ბოლოდან ნებისმიერ z მანძილზე გავატაროთ ერთმანეთთან უსასრულოდ ახლოს მდებარე ორი განივკვეთი. მეორე განივკვეთს

ნაზრდი $dA(z)$ იმისათვის სჭირდება, რომ თავისთავზე მიიღოს ამ განივკვეთებით გამოყოფილი dz სიგრძის ელემენტის საკუთარი წონა. მიღებული პირობის თანახმად, დამატებით აღძრული ნორმალური ძაბვები, ტოლი უნდა იყოს დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვისა, ე.ი. შეიძლება დავწეროთ:

$$\frac{\gamma A(z) dz}{dA(z)} = [\sigma].$$

ეს გამოსახულება ასე წარმოვადგინოთ: $\frac{dA(z)}{A(z)} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dz$, რომლის ინტეგრირება მოგვცემს $\ln A(z) = \frac{\gamma}{[\sigma]} z + C$, სადაც C არის ინტეგრირების მუდმივა და განისაზღვრება ასეთი სასაზღვრო პირობის გამოყენებით: როდესაც $z = 0, A(z) = A_0 = \frac{F}{[\sigma]}$. აქ A_0 არის განიკვეთის ფართობი თავისუფალ ბოლოზე, რომელიც თავის თავზე დებულობს მხოლოდ გარე F დატვირთვას.

შევიტანოთ ეს პირობა წინა გამოსახულებაში, გვექნება:

$\ln A_0 = C$, ე.ი. დავწერთ: $\ln A(z) = \frac{\gamma}{[\sigma]} z + \ln A_0$, ანუ $\ln A(z) - \ln A_0 = \frac{\gamma}{[\sigma]} z$, აქედან კი მივიღებთ: $\ln \frac{A(z)}{A_0} = \frac{\gamma}{[\sigma]} z$, საიდანაც $\frac{A(z)}{A_0} = e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z}$ და

$$A(z) = A_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z}.$$

ამ ფორმულით განვსაზღვრავთ ცვლადი $A(z)$ განიკვეთის ფართობს ღეროს სიმაღლის ნებისმიერ დონეზე, მასში z -ის სათანადო მნიშვნელობის შეტანით.

2.13. საფეხურიანი ძელო

ზემოთ განხილული ტოლი წინაღობის ძელის დამზადება ძნელია, ფორმის სირთულის გამო. პრაქტიკაში გავრცელებულია საფეხურიანი ძელო, რომელშიც კვეთი ნახტომებით იცვლება. მე-17 ნახაზზე ნაჩვენებია სამსაფეხურიანი ძელო. I საფეხურის ფართობი განისაზღვრება ფორმულით:

$$A_1 \geq \frac{F}{[\sigma] - \gamma l_1}$$

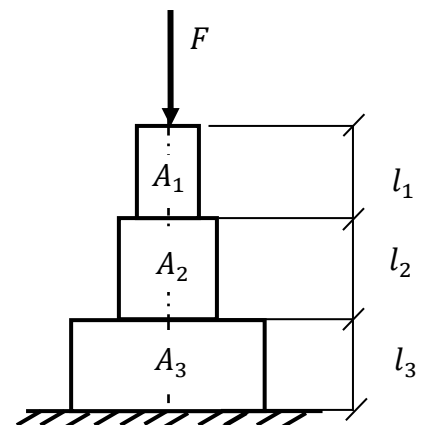
II საფეხურის გაანგარიშებისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ მის ზედა ბოლოზე, F -ის გარდა, იმოქმედებს I საფეხურის $\gamma A_1 l_1$ წონაც:

$$A_2 = \frac{F + \gamma A_1 l_1}{[\sigma] - \gamma l_2}.$$

თუ აქ A_1 -ს შევცვლით მისი $A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \gamma l_1}$; გამოსახულებით, მივიღებთ:

$$A_2 = \frac{F + \gamma \frac{F}{[\sigma] - \gamma l_1} l_1}{([\sigma] - \gamma l_2)} = \frac{F[\sigma]}{([\sigma] - \gamma l_1)([\sigma] - \gamma l_2)}$$

მსგავსად განისაზღვრება III საფეხურის A_3 ფართობიც.

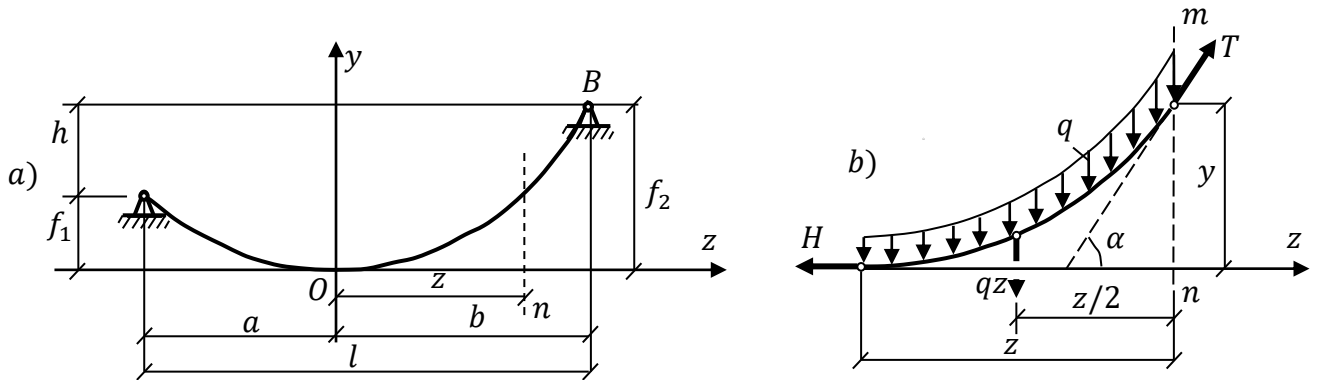


ნახ. 17

2.14. მოქნილი ძავის ბაანბარიშება

პრაქტიკაში საკმაოდ გავრცელებულია გაჭიმული ელემენტები, რომლებიც ფაქტობრივად საკუთარი წონითი ანგარიშება, ე.წ. მოქნილი ძაფები: ან ძებზე გადაღებული ელექტრონული სადენები, სხვადასხვა სახის კაბელები, საბაგროვებების ხაზები და სხვ. ვთქვათ, მოცემულია მუდმივი კვეთის მოქნილი ძაფი (თოკი), რომელიც და-

კიდებულია A და B საყრდენებზე (ნახ. 18,ა). საკუთარიწონის-გამო,თოკირაღაც AOB მრუდისფორმითჩამოეკიდება. ამმრუდისჰორიზონტალურიგეგმი-ლიმალის l სიგრძეიქნება, f_1 და f_2 დაშორებებიკი - ჩაღუნულიძაფისკიდურა, ქვე-და O წერტილზეგამავალი z ღერძიდან A და B წერტილებამდე. მე-18,ბნახაზზენახვენებია O -



ნახ. 18

დან z მანძილზეამოჭრილიძაფისსიგრძე. q არის ძაფის საკუთარი წონის ინტენსივობა, H ჰორიზონტალურიგამჭიმავი ძალა, ხოლო T - მხები გამჭიმავი ძალა O წერტი-ლიდან z მანძილზე. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება T ძალის მოდების წერტილის მიმართ, მომენტების ჯამის ნულთან ტოლობის სახით:

$$\sum M_c = H \cdot y - qz \cdot \frac{z}{2} = 0, \quad \text{აქედან } y = \frac{qz^2}{2H}.$$

როგორც ვხედავთ, მრუდი პარაბოლაა. თუ ჩამოვიდების A და B წერტილები ერთ ღონეზე იმყოფება, ე.ი $f_1 = f_2 = f$, მაშინ ამოცანა მარტივდება და ვღებუ-ლობთ: როცა $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $y_{1/2} = f$. აქ f -ს ეწოდება ჩაღუნვის ისარი

$$f = \frac{ql^2}{8H}. \quad (1)$$

ხოლო გამბჯენი H ძალა

$$H = \frac{ql^2}{8f}. \quad (2)$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს:

$$\sum Z = -H + T \cos \alpha = 0, \quad (3)$$

$$T = \frac{H}{\cos \alpha}. \quad (4)$$

$$\text{სიმტკიცის პირობას აქვს შემდეგი სახე } \sigma = \frac{H}{A} \leq [\sigma]. \quad (5)$$

2.15. დეფორმაციის პოტენციური ენერგიის ცნება

იმისათვის, რომ სხეულმა განიცადოს დეფორმაცია, უნდა დაიხარჯოს ენერ-გია. ამ ენერგიასდეფორმაციის ენერგიას უწოდებენ. მაგალითად, თუ განვიხილავთ ღეროს გაჭიმვას, რომელსაც იწვევსძაფზე დაკიდებული საწონები(ნახ. 19,ა),დეფორმაციის ენერგია იქნება ის ენერგია, რომელიც ამ საწონებმა დახარჯეს,

რათა დერო წავგრძელებულიყო. მათ დააკლდათ ენერჯის ნაწილი, რადგან ქვემოთ დაიწიეს. ენერჯის ეს შემცირება რიცხობრივად მათ მიერ შესრულებული მუშაობის ტოლია. ამ მუშაობით იზომება მექანიკური ენერჯია, დახარჯული დეფორმაციაზე. იგი მოხმარდა შიგა, დრეკადობის ძალების წინააღმდეგობის დაძლევის და დაგროვდა სხეულში. მაშასადამე, დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია არის დეფორმირებულ სხეულში დაგროვილი ენერჯია. დეფორმაცია, რომელიც ტემპერატურის ცვლილებითაა გამოწვეული, ანუ, რომელიც მოითხოვს სითბური ენერჯის დანახარჯს, განიხილება ცალკე.

გამჭიმავი F ტვირთის მიერ შესრულებული მუშაობა აღვნიშნოთ A_g -ით; პოტენციური ენერჯია U -თი, მაშინ გვექნება:

$$A_g = U. (1)$$

ამრიგად, F ტვირთის მიერ დახარჯული მექანიკური ენერჯია მთლიანად გარდაიქმნება დეფორმაციის პოტენციურ ენერჯიად. ამ პირობით შესაძლებელია მივიღოთ პოტენციური ენერჯის ფორმულა სხვადასხვა სახის დეფორმაციისათვის. თითოეული შემთხვევისათვის უნდა განისაზღვროს გარე დატვირთვით მიერ შესრულებული მუშაობა.

დავუბრუნდეთ გაჭიმვის შემთხვევას (ნახ. 19, ა). დეროზე ორი გარე ძალა მოქმედებს: F აქტიური და R რეაქტიული (რეაქციის ძალა). R რეაქციის ძალა მუშაობას არ ასრულებს, რადგან მისი მოდების წერტილის გადაადგილება ნულია. F ძალა მუშაობას ასრულებს Δl გადაადგილებაზე. განვიხილოთ გაჭიმვის დიაგრამის წრფივი OK უბანი, რომელიც შეესაბამება Δl -ის მნიშვნელობას ($OL = \Delta l$). პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება გამოისახება $F = k\Delta l$ -ით, ე.ი. პროპორციულობის კოეფიციენტი $k = \frac{F}{\Delta l}$. ელემენტარული მუშაობა უდრის დაშტრისული ზოლის ფართობს:

$$dA_g = F_1 d\Delta l_1,$$

სრული მუშაობა

$$A_g = \int_0^{\Delta l} F_1 d\Delta l_1 = k \int_0^{\Delta l} \Delta l_1 d\Delta l_1 = k \frac{\Delta l^2}{2} = \frac{F\Delta l}{2},$$

რაც OKL სამკუთხედის ფართობს წარმოადგენს, ე.ი.

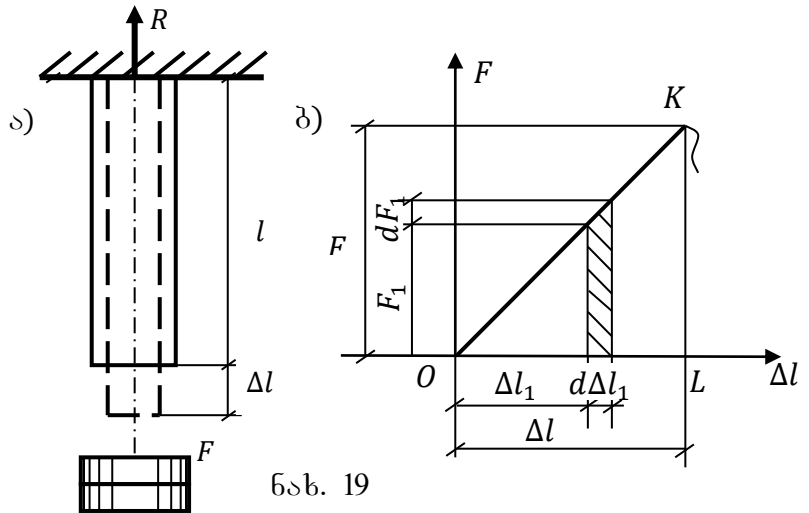
$$A_g = \frac{F\Delta l}{2}. (2)$$

$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$ შევიტანოთ (2) -ში, მივიღებთ:

$$A_g = \frac{F^2 l}{2EA}. (3)$$

$$(3) \text{ ასეც შეგვიძლია ჩავწეროთ: } A_g = \frac{F^2 l A}{2EA^2} = \frac{\left(\frac{F}{A}\right)^2 V}{2E} = \frac{\sigma^2 V}{2E}; (4)$$

თუ შევიტანთ $F = \frac{EA\Delta l}{l}$ (2) -ში, მივიღებთ:



ნახ. 19

$$A_3 = \frac{EA\Delta l^2}{2l}. \quad (5)$$

როგორც ჩანს, დეფორმაციის პოტენციური U ენერგია F ძალის ან Δl გადაადგილების კვადრატული ფუნქციაა, ამიტომ იგი ყოველთვის დადებითი სიდიდეა.

მოცულობის ერთეულში დაგროვილი პოტენციური ენერგია ანუ კუთრიპოტენციური ენერგია, ცხადია, მიიღება U -ს V -ზე გაყოფით:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\frac{\sigma^2 V}{2E}}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (6)$$

(6) –ში ერთი σ -ს შეტანით, მივიღებთ:

$$u = \frac{\sigma \varepsilon}{2} \quad (7)$$

ან (6) –ში ორივე σ -ს შეტანით, მივიღებთ:

$$u = \frac{\varepsilon^2 E}{2}. \quad (8)$$

ეს ფორმულები მართებულია როდესაც დეროს A ფართობი და F ძალა მუდმივი სიდიდეებია.

2.16. სტატიკურად შრკვევი ამოცანები ბაჭიმვა-კუმშვის დროს

მასალათა გამძლეობის ამოცანების გადაწყვეტისას, პირველ რიგში, საჭიროა დეროში მოქმედი N ძალვის განსაზღვრა. N ძალების დასადგენად აქამდე ვსარგებლობდით სტატიკის განტოლებით, მაგრამ პრაქტიკაში შესაძლებელია, შეგვხვდეს ისეთი სისტემები, რომელთა ელემენტებში ძალვის დასადგენად სტატიკის განტოლებები საკმარისი არ აღმოჩნდეს და საჭირო გახდეს დამატებითი განტოლებების შედგენა და ამოხსნა. ასეთ სისტემებს სტატიკურად შრკვევი ეწოდება. თუ რამდენით მეტია უცნობ ძალვათა რაოდენობა სტატიკის წონასწორობის განტოლებათა რიცხვზე, ამოცანა იმდენჯერ სტატიკურად შრკვევია. სტატიკურად შრკვევი ამოცანების ამოხსნისათვის საჭიროა სტატიკის განტოლებებს დავამატოთ იმდენი ახალი განტოლება, რამდენი ზედმეტი უცნობი ძალვა გვაქვს. ეს დამატებითი განტოლებები მიიღება დეროთა დეფორმაციდან გამომდინარე. დამატებითი განტოლებები უნდა ასახავდეს დეფორმაციის ე.წ. თავსებადობის პირობებს. სტატიკის განტოლებებისაგან განსხვავებით, მათში, გარდა უცნობი ძალვისა, აგრეთვე შედის დეროს სიხისტე.

განვიხილოთ სტატიკურად შრკვევი მარტივი ამოცანა. ვთქვათ, მოცემულია სამი დეროსაგან შედგენილი სისტემა (ნახ. 20, ა). დავუშვათ, რომ $A_1 = A_3$ და $E_1 = E_3$. პირველ რიგში შევადგინოთ სტატიკის წონასწორობის განტოლებები. ამისათვის ამოვკვეთოთ კვანძი, ძალები დავაგეგმილოთ ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ დერძებზე, გვექნება:

$$\sum X = -N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0; (1)$$

$$\sum Y = N_1 \cos \alpha + N_2 + N_3 \cos \alpha - F = 0. \quad (2)$$

(1)- დან $N_1 = N_3$. ამ დამოკიდებულების (2)-ში შეტანით, მივიღებთ:

$$2N_1 \cos \alpha + N_2 = F. (3)$$

დეფორმაციის განტოლების შესადგენად ვიპოვოთ K კვანძის ახალი მდებარეობა (ნახ. 20, ბ). წარმოვიდგინოთ, რომ კვანძი დაშლილია და დეროების ბოლოები –განთავისუფლებული. დეროები მათივე მიმართულებით წაგრძელდება $\Delta l_1, \Delta l_2$ და

ΔL_3 სი- დიდებით, მათი ბოლოები დაიკავებს K_1, K_2 და K_3 მდებარეობებს. იმი- სათვის, რომ ღეროების ბოლოები კვლავ ერთ წერტილში შეიკრას, ნაპირა ღე- როებიმოვაბრუნოთ უძრავი B და D სახსრების გარშემო. თუ სიმცირის გამო, რკალებს შევცვლით პერპენდიკულარული ხაზებით, საბოლოოდ მივიღებთ კვანძის ახალ K_2 მდებარეობას. სიმეტრიის გამო, $\Delta L_1 = \Delta L_3$. ნაპირა ღეროების ახ- ალი მდებარეობა პუნქტირებითაა ნაჩვენები. ნახაზიდან ცხადია,

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \cos \alpha. (4)$$

ეს არის დეფორმაციათა თავსებადობის პირობა.

გამოვიყენოთ ჰუკისკანონი, გვექნება:

$$\frac{F_1 l_1}{E_1 A_1} = \frac{F_2 l_2}{E_2 A_2} \cos \alpha. (5)$$

წონასწორობის (3)

განტოლება დეფორ- მაციის (5) განტოლე- ბასთან ერთად, გვაძ- ლევს ამოცანის ამო- ნახსნს. თუ ღეროე- ბის სიხისტეთა $\frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}$ შეფარდებას აღვნიშ- ნავთ k -თი და გავით- ვალისწინებთ,

რომ $l_2 = l_1 \cos \alpha$, ამ განტოლებების ამოხსნით მივიღებთ:

$$N_1 = N_3 = \frac{k \cos^2 \alpha}{1 + 2k \cos^2 \alpha} \cdot F,$$

$$N_2 = \frac{1}{1 + 2k \cos^2 \alpha} \cdot F.$$

თუ $E_1 = E_2 = E_3$ და $A_1 = A_2 = A_3$, მაშინ $k = 1$ და ფორმულები მარტივდება.

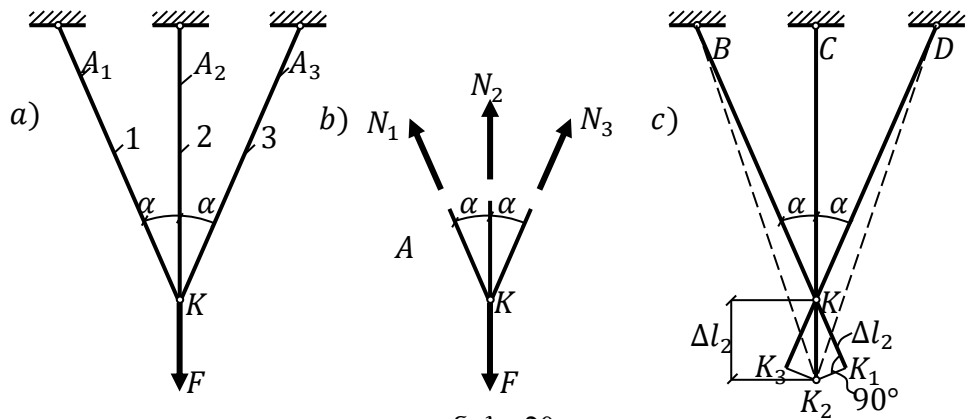
2.17. ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული ძაბვები

დავუშვათ, მოცემულია ორივე ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული პრიზმული ღე- რო საწყისი ტემპერატურით t_1 . დავადგინოთ, თუ რა ძაბვები წარმოიქმნება მასში, როდესაც ტემპერატურა t_2 გრადუსამდე გაიზრდება.

ამოცანა სტატიკურად ურკვევია, ამიტომ მხოლოდ სტატიკის განტოლება საკმარისი არ არის და უნდა შედგეს დამატებით დეფორმაციის განტოლებაც. ტემ- პერატურის გაზრდა გამოიწვევს ღეროს წაგრძელებას, ღერო A და B საყრდენებს მიაწვება; საპასუხოდ, საყრდენებში გაჩნდება რეაქციის R_A და R_B ძალები, რომ- ლებიც ეცდება გაფართოებული ღეროს შეკუმშვას.

სტატიკის განტოლებას აქვს სახე:

$$\sum Z = R_A - R_B = 0. (1)$$



ნახ. 20

აქედან, $R_A = R_B = R$, ე.ი. რეაქციები ერთმანეთის ტოლი და საპირისპიროა. მათი მნიშვნელობის დასადგენად გამოვიყენოთ დეფორმაციათა თავსებადობის პრინციპი. ტემპერატურის ზრდით გამოწვეული წაგრძელება უნდა უდრიდეს R ძალებისაგან გამოწვეულ შეკუმშვას, ე.ი. დავწერთ:

$$\Delta l_t = \Delta l_R. \quad (2)$$

$\Delta l_R = \frac{Rl}{EA}$; $\Delta l_t = \alpha l(t_2 - t_1)$, α ხაზოვანი გაფართოების ტემპერატული კოეფიციენტი. აბსოლუტურ დეფორმაციათა გამოსახულებები შევიტანოთ (2) -ში, გვექნება:

$$\alpha l(t_2 - t_1) = \frac{Rl}{EA},$$

საიდანაც

$$R = \alpha EA(t_2 - t_1). \quad (3)$$

განიკვეთებში ძაბვის თანაბრად განაწილებისას $\sigma = \frac{F}{A}$. ამ ამოცანაში F გარე ძალის მაგივრობას R რეაქციის ძალაასრულებს, ე.ი.

$$\sigma = \frac{R}{A} = \alpha E(t_2 - t_1). \quad (4)$$

დერო კუმშვას განიცდის გათბობისას, გაჭიმვას კი - გაცივებისას. ეს იმიტომ, რომ არც გაფართოებისას და არც შევიწროებისას, ხისტი ჩამაგრება მის ბოლოებს არ მისცემს გადაადგილების საშუალებას.

2.18. სიმტკიცეზე გაანგარიშების მეთოდები

არსებობს სიმტკიცეზე გაანგარიშების სამი მეთოდი:

- 1) გაანგარიშება დასაშვებ ძაბვებზე;
- 2) გაანგარიშებამრღვევ დატვირთვებზე;
- 3) გაანგარიშება ზღვრულ მდგომარეობათა მიხედვით.

სამივე მეთოდს ერთი მიზანი აქვს დასახული - განაპირობოს ნაგებობის სიმტკიცე და ხანგამძლეობა. პირველი მათგანის მიხედვით, ნაგებობის ელემენტის იხეთი ზომები უნდა ჰქონდეს, რომ σ ძაბვამ არც ერთი კვეთის არც ერთ წერტილში არ გადააჭარბოს დასაშვებ $[\sigma]$ ძაბვას. მეორე მეთოდი ითვალისწინებს იმ მინიმალური დატვირთვის განსაზღვრას, რომელიც დაანგრევდა დეროვან სისტემას. ეს ხდება იმ მიზნით, რომ საშიში დატვირთვა შედარდეს ასაგები დეროვანი სისტემისთვის საგულისხმო დატვირთვას. მესამე მეთოდის აზრი ძირითადად ისაა, რომ სიმტკიცის მარაგის ერთი k_0 კოეფიციენტი დაშლილია სამ ნაწილად.

- 1) გაანგარიშება დასაშვებ ძაბვებზე. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma].$$

მეიფე მასალებისათვის დასაშვები $[\sigma] = \frac{\sigma_{ს.ზ.}}{A}$.

პლასტიკურ მასალებში თუ ძაბვა გადააჭარბებს დენადობის $\sigma_{ღ}$ ზღვარს, განვითარდება დიდი დეფორმაცია. ამას შეუძლია, ხელი შეუშალოს კონსტრუქციების ნორმალურ ექსპლუატაციას. ამის გამო პლასტიკური მასალებისთვის დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვა განისაზღვრება დენადობის $\sigma_{ღ}$ ზღვრის მიხედვით, ე.ი. $[\sigma] = \frac{\sigma_{ღ}}{k_0}$.

როგორც ცნობილია, k_0 არის სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტი, რომლის არჩევა მრავალ ფაქტორზეა დამოკიდებული და რომლითაც გათვალისწინებულია კონსტრუქციის მუშაობის ყველა შესაძლო არახელსაყრელი პირობა.

ჩვენს შემდგომ გაანგარიშებებში ძირითადად ვისარგებლებთ დასაშვები ძაბვების მეთოდით.

2) მრღვევი დატვირთვის მეთოდი. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$F \leq [F].$$

დატვირთვის დასაშვები $[F]$ მნიშვნელობა განისაზღვრება მრღვევი $F_{მრღ}$ დატვირთვის შეფარდებით სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტთან $[F] = \frac{F_{მრღ}}{k}$. აღსანიშნავია, რომ k კოეფიციენტის შერჩევა ხდება დაახლოებით ისე, როგორც დასაშვები ძაბვების შემთხვევაში.

პლასტიკური მასალებისათვის $F_{მრღ} = \sigma_{ღ} \cdot A$, ხოლო მყიფე მასალებისათვის $F_{მრღ} = \sigma_{ს.ხ.} \cdot A$.

ისეთი უმარტივესი დეროვანი სისტემების ანგარიშისას, რომლებშიც ძალის გადანაწილება დეროებს შორის არ არის დამოკიდებული მათ სიხისტეებზე და რომლებშიც ძალვა მოიძებნება სტატიკის განტოლებებით (სტატიკურად რკვევადი სისტემები), გაანგარიშება დასაშვები ძაბვისა და მრღვევი დატვირთვის მეთოდებით ერთსა და იმავე შედეგს იძლევა.

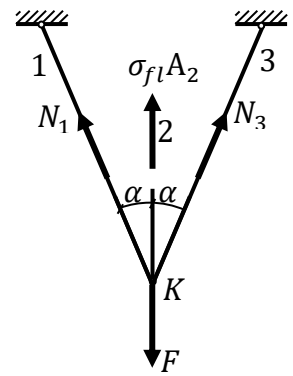
სტატიკურად ურკვევ სისტემებში, რომლებიც დამზადებულია პლასტიკური მასალისაგან, მრღვევი დატვირთვის მეთოდით გაანგარიშებას მივყავართ შედარებით ეკონომიურ გადაწყვეტამდე, რადგან მხედველობაშია მიღებული, რომ დენადობის $\sigma_{ღ}$ ზღვრის მიღწევას ყველაზე მეტად დატვირთულ ელემენტში დეროვანი სისტემა ჯერ კიდევ არ მიჰყავს რღვევამდე - წონასწორობის განტოლებიდან გამოითვლება მრღვევი $F_{მრღ}$ დატვირთვა, როცა განტოლებაში უცნობი ძალვა ყოველდეროში $\sigma_{ღ} A$ ტოლად არის მიჩნეული.

განვიხილოთ სამი დეროსაგან შედგენილი სტატიკურად ურკვევი სისტემა (ნახ. 21). F ძალის ზრდისას დენადობის $\sigma_{ღ}$ ზღვარს პირველად მიაღწევს შუა დერო, მაგრამ ეს კიდევ არ ნიშნავს მთელი კონსტრუქციის რღვევას. ამ დროს სხვა დეროებში σ ძაბვა დენადობის ზღვარზე ნაკლები იქნება. მთელი კონსტრუქციის რღვევისათვის აუცილებელია σ ძაბვა დენადობის $\sigma_{ღ}$ ზღვარს გაუტოლდეს ყველა დეროში. წონასწორობის განტოლებას ექნება სახე:

$$\sum Z = 2N_1 \cos \alpha + N_2 - F = 2\sigma_{ღ} A_1 \cos \alpha + \sigma_{ღ} A_2 - F_{მრღ} = 0,$$

საიდანაც მრღვევი დატვირთვა:

$$F_{მრღ} = 2\sigma_{ღ} A_1 \cos \alpha + \sigma_{ღ} A_2.$$



ნახ. 21

3) ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი. ყოფილ საბჭოთა კავშირში დამუშავებული იყო სიმტკიცის შემოწმების ზღვრულ მდგომარეობათა მეთოდი. ზღვრული ეწოდება კონსტრუქციის ისეთ მდგომარეობას, რომლის დროსაც შეუძლებელია მისი შემდგომი ექსპლუატაცია. ვინაიდან კონსტრუქციის მწყობრიდან გამოსვლა შეიძლება არა რაიმე ერთმა, არამედ სხვა მიზეზებმა ცვამოიწვიოს, ამიტომ ასეთი მდგომარეობისთავიდან ასაცილებლად, საშიშროებათა უფრო სრულად გათვალისწინების მიზნით, შემოაქვთ სამი კოეფიციენტი. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$N_{საანგ} \leq m R_{საანგ} A.$$

აქ, $N_{საანგ}$ - საანგარიშო დატვირთვაა და ასე გამოითვლება $N_{საანგ} = n_1 N_1^{ნორმ} + n_2 N_2^{ნორმ} + \dots$, სადაც $N_1^{ნორმ}, N_2^{ნორმ}, \dots$ წარმოადგენს ნორმატიულ დატვირთვებს და აიღება ტექნიკური ნორმებიდან (მაგ., თოვლის, ქარის, სხვადასხვა სასარგებლო დატვირთვები, კონსტრუქციის საკუთარი წონა და ა.შ.); n_1, n_2, \dots - ე.წ. გადატვირთვის კოეფიციენტებს, რომლებიც ითვალისწინებს გადახრას ნორმატიული დატვირთვებიდან, როგორცაა ნაგებობის საკუთარი წონის გაზრდა ნორმატიულთან შედარებით, სასარგებლო დატვირთვის გაზრდა პერსპექტივაში – მაგ., მატარებლის ტვირთამწვობის გადიდება ხიდის არსებობისას და ა.შ. n მეტია 1-ზე და საკუთარი წონისათვის $n = 1.1$; ზოგიერთი სასარგებლო დატვირთვისათვის $n = 1.4$ -ს და ა. შ.

m -ს ეწოდება მუშაობის პირობების კოეფიციენტი და იგი ითვალისწინებს შესაძლო გადახრებს საპროექტო ზომებიდან - განსხვავებას საანგარიშო სქემასა და ნამდვილ კონსტრუქციას შორის და სხვა. $m = (0.9 \div 1)$.

$R_{საანგ}$ არის მასალის საანგარიშო წინაღობა და იგი ტოლია $R_{საანგ} = \frac{R_{ნორმ}}{k}$, სადაც $R_{ნორმ}$ არის მასალის ნორმატიული წინაღობა; პლასტიკური მასალებისათვის იგი დენადობის $\sigma_{დ}$ ზღვრის ტოლია, ხოლო მყიფე მასალისათვის - სიმტკიცის $\sigma_{ს.ზ.}$ ზღვრისა; k – მასალის მიხედვით უსაფრთხოების კოეფიციენტია, რომელიც ითვალისწინებს შესაძლო გადახრებს მასალის ნიმუშების გამოცდის შედეგებში და იცვლება $k = (1 \div 2)$ საზღვრებში. A არის განივკვეთის გეომეტრიული მახასიათებელი და გაჭიმვა-კუმშვის შემთხვევაში, იგი განივკვეთის ფართობს წარმოადგენს.

განვიხილოთ მაგალითი. ვთქვათ, მოცემულია მუდმივი და დროებითი დატვირთვებით გამოწვეული ძალები $N_{მუდმ} = 20$ კნ; $N_{დრ} = 22$ კნ; გადატვირთვის კოეფიციენტები $n_1 = 1.1$, $n_2 = 1.5$; ნორმატიული წინაღობა $R_{ნორმ} = \sigma_{დ} = 230$ მპა, მუშაობის პირობების კოეფიციენტი $m = 0.9$; უსაფრთხოების კოეფიციენტი მასალის მიხედვით $k = 0.9$.

შევარჩიოთ კვეთი:

$$A = \frac{N_{მუდმ} n_1 + N_{დრ} n_2}{R_{ნორმ} \cdot k \cdot m} = \frac{(20 \cdot 1.1 + 22 \cdot 1.5) 10^3}{230 \cdot 10^6 \cdot 0.9 \cdot 0.9} = 3 \cdot 10^{-4} \text{მ}^2$$

ანუ

$$A = 3 \text{ სმ}^2.$$

კითხვები და პასუხები

1. რა არის სიმტკიცის პირობის არსი?

- არ დაუშვას დაძაბული სხეულის დანგრევის საშიშროება – სხეულში აღძრული ძაბვები არ უნდა აღემატებოდნენ სხეულის მასალისათვის დასაშვებ ძაბვას. ე.ი. $\sigma \leq [\sigma]$.

2. რას ეწოდება დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვა და როგორ გამოითვლება იგი?

-ისეთ ძაბვას, რომლის გადაჭარბება დაუშვებელია. სანამ სხეულში აღძრული ძაბვები არ აჭარბებს $[\sigma]$ ძაბვას, კონსტრუქციის ელემენტების სიმტკიცე და ხანგრძლივი უსაფრთხო ექსპლუატაცია უზრუნველყოფილია. იგი გამოითვლება ზღვრული σ_0 ძაბვების (პლასტიკური მასალისათვის $\sigma_0 = \sigma_{\text{ღ}}$ -ს, ხოლო მყიფესათვის $\sigma_0 = \sigma_{\text{ხ.ზ.}}$ -ს) სიმტკიცის მარაგის k კოეფიციენტზე გაყოფით, $[\sigma] = \frac{\sigma_0}{k}$.

3. რას ეწოდება პროპორციულობის $\sigma_{\text{პრ}}$ ზღვარი?

- იმ ზღვრულ ძაბვას, რომლის მიღწევამდე σ ძაბვასა და ε დეფორმაციას შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა, ე.ი. ძალა-შიაჰუის კანონი.

4. რას ეწოდება დრეკადობის $\sigma_{\text{დრ}}$ ზღვარი?

- იმ ზღვრულ ძაბვას, რომლის მიღწევამდე დაძაბული სხეულების დეფორმაციები არ სცილდება დრეკადობის ფარგლებს, ე.ი. სანამ განტვირთული სხეული ჯერ კიდევ მთლიანად აღიდგენს საწყის ფორმასა და ზომებს.

5. რას ეწოდება დენადობის $\sigma_{\text{დ}}$ ზღვარი?

- ისეთ ზღვრულ ძაბვას, რომლის მიღწევისას დეფორმაციები გარკვეულ მნიშვნელობამდე თავისით იზრდება ისე, რომ დატვირთვის გაზრდა არც არის საჭირო.

6. რას ეწოდება სიმტკიცის $\sigma_{\text{ხ.ზ.}}$ ზღვარი?

- იმ ზღვრულ ძაბვას, რომლის მიღწევისას გამოსაცდელი ნიმუშის (დეროს) ტვირთამწეობა ამოიწურება და მას ყელი გაუჩნდება. მას ასევე დროებით წინააღმდეგობასაც უწოდებენ.

7. როგორ გამოისახება სიხისტე გაჭიმვა-კუმშვისას?

- EA ნამრავლის სახით.

8. რაში მდგომარეობს ჰუკის კანონი?

- დამოკიდებულების დამყარებაში ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის. ძაბვა პირდაპირპროპორციულია ფარდობითი დეფორმაციის $\sigma = E\varepsilon$, სადაც E დრეკადობის ანუ იუნგის მოდულია.

9. რას ეწოდება დრეკადობის (იუნგის) მოდული?

- σ -სა და ε შორის დამოკიდებულების პირდაპირპროპორციულობის კოეფიციენტს. იგი ახასიათებს მასალის ფიზიკურ ბუნებას –დრეკადი დეფორმაციისადმი წინააღმდეგობის უნარს, დერძული გაჭიმვა-კუმშვის დროს. მას ძაბვის განზომილება აქვს: მპა; კგ/სმ². ფ.3 –თვის $E = 2.1 \cdot 10^5$ მპა.

10. რა ძირითად ჰიპოთეზებს ეყარება მასალათა გამძლეობის დებულებები?

- 1) მასალა ერთგვაროვანია; 2) მასალა იზოტროპიულია; 3) მასალა აბსოლუტურად დრეკადია; 4) მასალა ემორჩილება ჰუკის კანონს; 5) გადაადგილებები ბევრად მცირეა კონსტრუქციის ზომებთან შედარებით; 6) ძელის განივი კვეთები ბრტყელი რჩება დეფორმაციის დროს.

11. რას ეწოდება აბსოლუტური წაგრძელება?

- მთელი დეროს l სიგრძის Δl ნაზრდს, ე.ი. დეფორმაციის შემდეგ წაგრძელებული დეროს l_1 სიგრძეს გამოკლებული საწყისი l სიგრძე: $\Delta l = l_1 - l$.

12. რას ეწოდება ფარდობითი დეფორმაცია? რა განზომილება აქვს მას?

- დეროს აბსოლუტური წაგრძელების ფარდობას საწყის სიგრძესთან, ე.ი. $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ და გვიჩვენებს დეროს ერთეულოვანი (მაგ., 1სმ) სიგრძის მატებას; განზომილება არა აქვს ანუ განყენებული რიცხვია.

13. რას ეწოდება პუასონის μ კოეფიციენტი?

- განივი ფარდობითი ε' და გრძივი ფარდობითი ε დეფორმაციების ფარდობას აღე-
ბუქს აბსოლუტური მნიშვნელობით, ე.ი. $\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$. აგრეთვე, μ -ს ეწოდება განივი
დეფორმაციის კოეფიციენტი. იგი ახასიათებს მასალის ელასტიკურობას, განყ-
ენებული სიდიდეა და ყველა მასალისათვის თავსდება $\mu = (0 \div 0.5)$ საზღვრებში.

14. რას ეწოდება ტოლწინაღობის ძელი?

- საყრდენისკენ თანდათანობით გაგანიერებული ფორმის ისეთ ძელს, რომლის
ყველა წერტილში ძაბვები თანატოლია და უდრის დასაშვებ $[\sigma]$ ძაბვას.

15. რას ეწოდება ძაბვათა კონცენტრაცია?

- განივკვეთში მოხვედრილი ხვრელები, სხვადასხვა ჩანაჭრები, განივკვეთის მკვე-
თრი ცვლილების ადგილები წარმოადგენენ ძაბვათა თავმოყრის ადგილებს, ე.წ.
კონცენტრატორებს. ძაბვას, რომლებიც ასეთ ადგილებში აღიძვრება, კონცენტრა-
ციის ძაბვა ეწოდება. იგი, თავისი მნიშვნელობით რამდენჯერმე აღემატება ძაბვათა
საშუალო მნიშვნელობას.

16. რას ეწოდება დეფორმაციის კუთრი პოტენციური ენერგია u ?

- მოცულობის ერთეულში დაგროვილ ენერგიას $u = \frac{U}{V}$. მისი განზომილებაა კნმ/მ³.
ე.ი. მას აქვს კუთრი მუშაობის განზომილება. ეს ხდება იმიტომ, რომ გარე
ძაღებისმიერ სხეულის დეფორმაციაზე დახარჯული ენერგია ანუ, როგორც მას
უწოდებენ, დეფორმაციის ენერგია, რიცხობრივად გარეძაღების მიერ შესრულებული
მუშაობის ტოლია. დეფორმაციის ენერგიას მარდება დრეკადობის ძაღების
წინააღმდეგობის დაძღევას და გარდაიქმნება დეფორმირებული სხეულის პოტენცი-
ურ ენერგიად U . ე.ი. $A_d = U$ და $u = \frac{A_d}{V}$.

17. როგორ იპოვიოთ ძაბვასღეროს t ტემპერატურის ზრდისას?

- ფორმულით $\sigma = \alpha E(t_1 - t_0)$, სადაც t_0 საწყისი ტემპერატურაა; t_1 – საბოლოო; α -
წრფივი გაფართოების ტემპერატურული კოეფიციენტი; E - დრეკადობის მოდული.

18. რომელი ძაბვა წარმოიშობა გაჭიმული ღეროს დახრილ კვეთში?

- ზოგადად, დახრილ კვეთში აღიძვრება p_α სრული ძაბვა; იგი იშლება ორ შემდგე-
ნად, რომელთაგან ერთი ნორმალური σ_α ძაბვაა, ხოლო მეორე - მხები τ_α ძაბვა.

19. რომელ კვეთაში წარმოიშობა უდიდესი მხები τ_α ძაბვა?

- ღეროს ღერძის მიმართ 45° -ით დახრილ კვეთაში.

20. რომელ ძაბვას ეწოდება მთავარი ძაბვა?

- მთავარ სიბრტყეებში მოქმედ ნორმალურ ძაბვას; მთავარი ისეთ სიბრტყეს
ეწოდება, რომელშიც მხები τ_α ძაბვა ნულის ტოლია.

21. რას ეწოდება მასალის სისაღე?

- მასალის თვისებას - არ დაიმჩნიოს კვალი ზედაპირზე (არ შეიჭყლიტოს), მასზე
სხვა უფრო მაგარი სხეულით დაწნევისას.

22. როგორ სისტემას ეწოდება სტატიკურად ურკვევი სისტემა?

- სისტემას, რომლის ელემენტებში ძაღვის დასადგენად სტატიკის განტოლებები
საკმარისი არ არის, საჭიროა დამატებითი განტოლებების შედგენა და ამოხ-
სნა. რამდენით მეტია უცნობ ძაღვათა რაოდენობა სტატიკის განტოლებათა
რიცხვზე, იმდენჯერ სტატიკურად ურკვევიას სისტემა.

23. სიმტკიცეზე გაანგარიშების რამდენი მეთოდი არსებობს?

-არსებობს სიმტკიცეზე გაანგარიშების სამი მეთოდი:

- 1) გაანგარიშება დასაშვებ ძაბვებზე $\sigma_{max} \leq [\sigma]$;
- 2) გაანგარიშება მრღვევ დატვირთვებზე $F_{max} \leq [F]$;
- 3) გაანგარიშება ზღვრულ მდგომარეობათა მიხედვით $N_{საანგ} \leq mR_{საანგ}A$.

III თავი

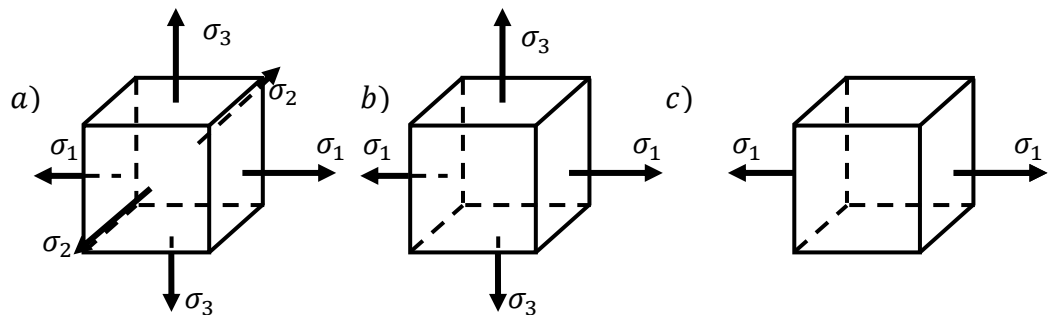
მასალის დაძაბული მდგომარეობის ანალიზი

3.1. მთავარი კვეთისა და მთავარი ძაბვის ცნება. დაძაბული მდგომარეობის სამზვარი სახე

გაჭიმული ღეროს განივკვეთში ნორმალური ძაბვა $\sigma = \frac{F}{A}$, მხები ძაბვა $\tau = 0$. გრძივ კვეთებში $\sigma = \tau = 0$.

კვეთს, რომელშიც არ აღიძვრება მხები τ ძაბვა, მთავარი კვეთი ეწოდება, ხოლო აქ მოქმედ ნორმალურ σ ძაბვას - მთავარი ძაბვა. მტკიცდება, რომ დატვირთვის ზოგად შემთხვევაში სხეულის ადებულ წერტილში არსებობს სამი ურთიერთპერპენდიკულარული მთავარი კვეთი და, შესაბამისად, სამი მთავარი ძაბვა. შემოდებულისათვის შემდეგი აღნიშვნა $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3$.

თუ ამ კვეთებით გამოყოფილი კუბის წახნაგებზე მოქმედებს სამივე მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვა, გვაქვს მოცულობითი დაძაბული



ნახ. 22

მდგომარეობა - კუბი სამდერძა დაძაბულ მდგომარეობაშია - სამივე მიმართულებით იჭიმება ან იკუმშება (ნახ. 22ა). ასეთ მდგომარეობაშია, მაგ., ბურთულსაკისრის გარსაკრის მასალის ელემენტი გორგოლაჭის შეხების ადგილას, რელსის მასალის ელემენტი - ბორბლის შეხების ადგილას და სხვ.

როდესაც სამიდან მხოლოდ ორი, σ_1 და σ_2 ძაბვა ($\sigma_3 = 0$) მოქმედებს, გვაქვს ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა (ნახ. 22 ბ). ასეთი მდგომარეობა კონსტრუქციული ელემენტებისათვის ყველაზე ტიპურია.

როდესაც სამიდან მხოლოდ ერთი σ_1 მოქმედებს ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), გვაქვს უმარტივესი, წრფივი ანუ ერთდერძა, დაძაბული მდგომარეობა (ნახ. 22 გ). ეს შემთხვევაა, ღეროს ღერძული გაჭიმვა-კუმშვა.

წინა თავში გავიარეთ წრფივი დაძაბული მდგომარეობა და გავარკვიეთ ძაბვა, ადრული ნებისმიერად დახრილ კვეთში. განვიხილოთ იგივე ამოცანა მოცულობითი და ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობებისათვის.

3.2. ძაბვა მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისას

დავუშვათ, ელემენტარულ პარალელეპიპედის წახნაგებზე მოქმედებს სამივე მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 დაბვა, უნდა განვსაზღვროთ ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ დახრილ კვეთებში. პარალელეპიპედში შეგვიძლია გავატაროთ ორი ტიპის დახრილი კვეთი:

I. დახრილი კვეთი, რომელიც პარალელურია ერთ-ერთი მთავარი დაბვისა (ნახ. 23);

II. კვეთი, რომელიც დახრილია სამივე მთავარი დაბვის მიმართ.

ა) დაბვა I ტიპის კვეთში

განვიხილოთ I ტიპის კვეთით გამოყოფილი სამკუთხა პრიზმის წონასწორობის პირობები (ნახ.23,ბ). დავაგეგმილოთ მასზე მოქმედი ძალები ჯერ N ნორმალის და შემდეგ T მხების მიმართულებაზე, მივიღებთ:

$$\sum N = \sigma_\varphi dy \frac{dz}{\cos\varphi} - \sigma_1 dy dz \cos\varphi - \sigma_3 dy dz \sin\varphi, \quad (1)$$

$$\sum T = \tau_\varphi dy \frac{dz}{\cos\varphi} - \sigma_1 dy dz \sin\varphi + \sigma_3 dy dz \cos\varphi, \quad (2)$$

საიდანაც

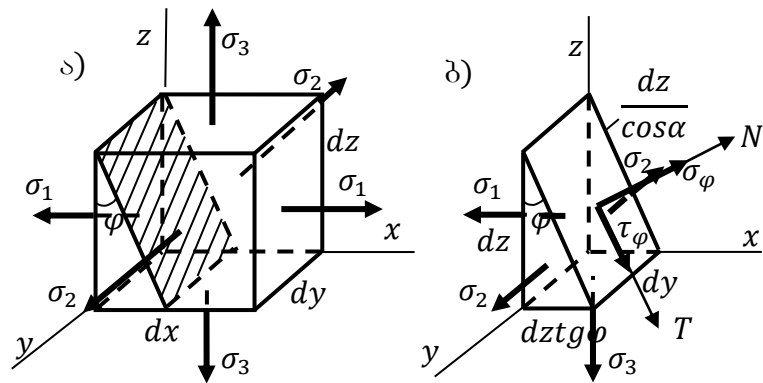
$$\sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2\varphi + \sigma_3 \sin^2\varphi;$$

$$\tau_\varphi = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin\varphi \cos\varphi.$$

ეს გამოსახულებები შეგვიძლია გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\varphi; \quad (3)$$

$$\tau_\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\varphi. \quad (4)$$



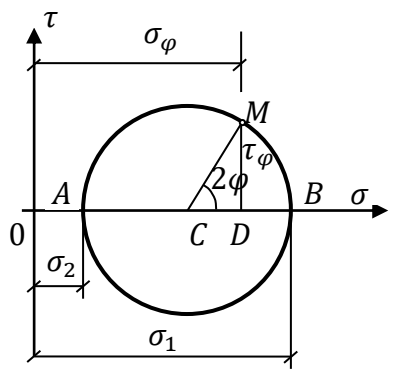
ნახ. 23

ბ) დაბვის ბრავიკუული წარმოდგენა I ტიპის კვეთში

(3) და (4) ფორმულებს აქვს მარტივი გეომეტრიული ახსნა. ტრიგონომეტრიული ფუნქციების განსაზღვრის, კვადრატში აყვანისა და შეკრების შემდეგ, მივიღებთ:

$$\left(\sigma_\varphi - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2.$$

როგორც ჩანს, ეს განტოლება წრეხაზის განტოლებაა, რომელშიც $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ სიდიდე რადიუსია; მას მორის წრე ეწოდება; იგი აიგება დიამეტრზე, რომელიც აღებულ მასშტაბში წარმოადგენს მთავარი დაბვების ($\sigma_1 - \sigma_2$) სხვაობას (ნახ. 24). იგი გამოიყენება σ_φ და τ_φ დაბვების გრაფიკულად განსაზღვრისათვის: M წერტილის კოორდი-



ნახ. 24

ნატები აღებულ მასშტაბში წარმოადგენს საძიებელ დახრილ კვეთებში. მორის ეს წრე აგებულია კვეთებისათვის, რომლებიც მთავარი σ_2 დახრის პარალელურია.

ანალოგიურად განისაზღვრება დახრები სხვა მთავარი σ_1 და σ_3 დახრების პარალელურ (ნახ. 24) დახრილ კვეთებშიც, ოღონდაც ფორმულებში აღარ შევლენ თვითონ ეს დახრები.

მათთვის შესაბამისად გვექნება:

$$\left(\sigma_\varphi - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2 = \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2$$

და

$$\left(\sigma_\varphi - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2.$$

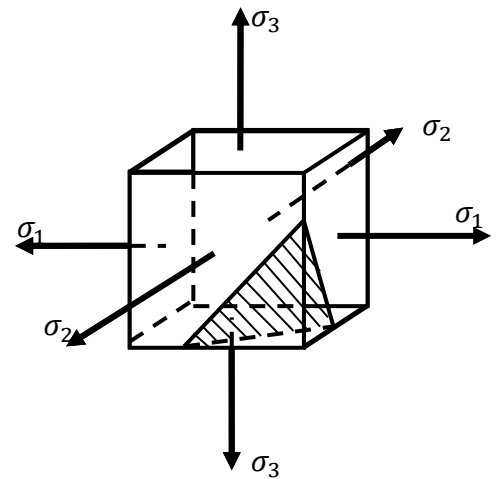
ბ) დახრები II ტიპის კვეთში

განვიხილოთ II ტიპის კვეთები, რომლებიც დახრილია სამივე მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 დახრის მიმართ, შესაბამისად φ_1, φ_2 და φ_3 კუთხეებით (ნახ. 25). ასეთ კვეთებში ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ დახრები მოიძებნება ფორმულებით, რომლებიც გამოყვანილია დრეკადობის თეორიაში:

$$\sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi_1 + \sigma_2 \cos^2 \varphi_2 + \sigma_3 \cos^2 \varphi_3;$$

$$\tau_\varphi = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \varphi_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \varphi_3 - \sigma_\varphi^2},$$

სადაც, φ_1, φ_2 და φ_3 არის კუთხეები, რომლებსაც დახრილი კვეთის გარე N ნორმალი შეადგენს მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 დახრების მიმართულებებთან. აღსანიშნავია, რომ მხები τ_φ დახრების გამოსახულებაში, რადიკალის ქვეშ პირველი სამი წევრის ჯამი წარმოადგენს სრულ p_φ დახრის დახრილ კვეთში.



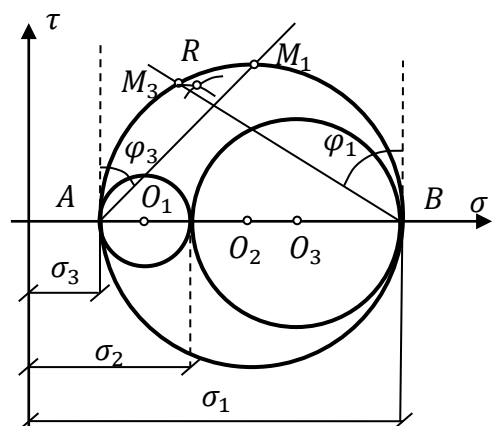
ნახ. 25

დ) დახრის ბრავიკული წარმოდგენა II ტიპის კვეთში

σ_φ -სა და τ_φ -ის გრაფიკული წარმოდგენისათვის უნდა ავაგოთ მორის სამი წრე, თითოეული მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 დახრის სამი შესაძლო $\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_1 - \sigma_2$ და $\sigma_2 - \sigma_3$ სხვაობით მიღებულ დიამეტრზე (ნახ. 26). ამ წრეებიდან თითოეული შეესაბამება იმ დახრილ კვეთებს, რომლებიც პარალელურია შესაბამის მთავარი დახრისა.

რაც შეეხება იმ კვეთებს, რომლებიც არ არის პარალელური არც ერთი მთავარი დახრისა, შეესაბამება წრეებს შორის მოთავსებული ფართობის წერტილები.

დამტკიცების გარეშე მოგვყავს სამივე მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 დახრის მიმართ დახრილ კვეთში σ_φ და τ_φ დახრების განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი.



ნახ. 26

დავუშვათ, უნდა ვიპოვოთ σ_φ და τ_φ ძაბვები დახრილ კვეთში, რომლის გარე N ნორმალის მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვების მიმართულებასთან ადგენს φ_1, φ_2 და φ_3 კუთხეებს. A და B წერტილებში აღმართულ ვერტიკალებთან ავაგოთ შესაბამისად φ_3 და φ_1 კუთხეები, რომელთა გვერდების ყველაზე დიდი $(\sigma_1 - \sigma_3)$ დიამეტრის წრესთან გადაკვეთით მიიღება შესაბამისად M_1 და M_3 წერტილები. ამის შემდეგ, O_1 წერტილიდან O_1M_3 -ით და O_3 წერტილიდან O_3M_1 რადიუსებით შემოვხაზოთ რკალები. მათი გადაკვეთის R წერტილის კოორდინატები, აღებულ მასშტაბში მოგვცემს σ_φ და τ_φ ძაბვებს φ_1, φ_2 და φ_3 კუთხეებით დახასიათებულ დახრილ კვეთში.

მორის წრე გვიჩვენებს, რომ მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისას უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვა გრაფიკულად გამოისახება უდიდესი წრის რადიუსით, ე.ი. $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$. ეს უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვა მოქმედებს მთავარი σ_2 ძაბვის პარალელურ კვეთში, რომელიც მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მიმართ დახრილია $\varphi_2 = \varphi_3 = 45^\circ$ კუთხით.

შემოდებული აღნიშვნის თანახმად,

$$\max \sigma_\varphi = \sigma_1$$

$$\text{და } \min \sigma_\varphi = \sigma_3.$$

3.3. ძაბვები დახრილ კვეთში ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს

ა) σ_φ -ისა და τ_φ -ის ანალიზური ბამოსახულება

განვიხილოთ მასალის ელემენტი, რომელიც ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებშია (ნახ. 27) და გამოვთვალოთ σ_φ და τ_φ ძაბვები ნებისმიერად დახრილ AB კვეთში, რომლის გარე N ნორმალის უდიდესი მთავარი σ_1 ძაბვის მიმართულებასთან შეადგენს φ კუთხეს, ხოლო მთავარი σ_2 ძაბვის მიმართულებასთან - $\varphi_1 = \varphi + 90^\circ$ კუთხეს. ზოგად შემთხვევაში, AB კვეთში აღიძვრება როგორც ნორმალური σ_φ , ისე მხები τ_φ ძაბვა. ამ ძაბვების დასადგენად, მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვების მოქმედებას ცალ-ცალკე განვიხილავთ, გამოვიყენებთ წრფივი დაძაბული მდგომარეობის დროს მიღებულ ფორმულებს და ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე შევაჯამებთ შედეგებს.

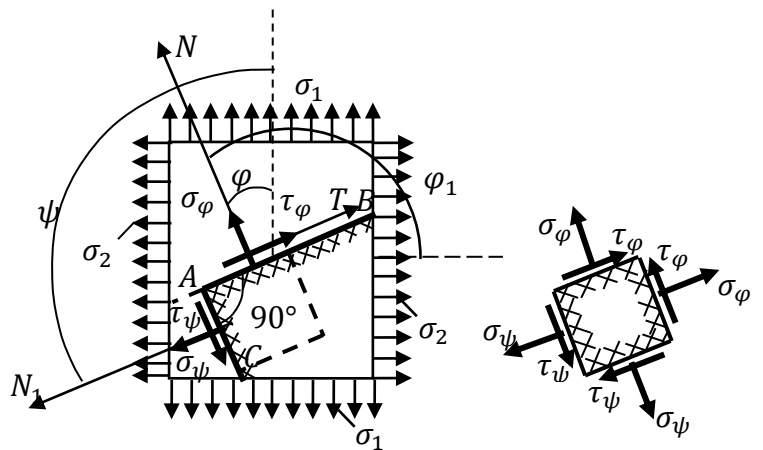
მაშასადამე, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi_1 = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 (\varphi + 90^\circ),$$

$$\text{ე.ი.} \quad \sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi. \quad (1)$$

$$\tau_\varphi = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\varphi + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2\varphi_1 = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\varphi + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2(\varphi + 90^\circ),$$

$$\text{ე.ი.} \quad \tau_\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi. \quad (2)$$



ნახ. 27

როგორც ვხედავთ, მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისას I ტიპის კვეთში და აქაც, σ_φ და τ_φ იანგარიშება ერთი და იმავე ფორმულებით.

თუ AB კვეთში მოქმედინორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვების საანგარიშო ფორმულები, ადვილად დავწერთ ნორმალური σ_ψ და მხები τ_ψ ძაბვების საანგარიშო ფორმულებს AB კვეთის მართობი AC კვეთისათვის, რომლის გარე N_1 ნორმალის უდიდესი მთავარი σ_1 ძაბვის მიმართულებასთან შეადგენს $\psi = \varphi + 90^\circ$ კუთხეს (ფაქტობრივად ψ კუთხე წარმოადგენს φ კუთხის ერთ-ერთ მნიშვნელობას). შესაბამისად გვექნება:

$$\sigma_\psi = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi = \sigma_1 \cos^2(\varphi + 90^\circ) + \sigma_2 \sin^2(\varphi + 90^\circ),$$

ე.ი.
$$\sigma_\psi = \sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi. \quad (3)$$

და
$$\tau_\psi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\psi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(\varphi + 90^\circ),$$

ე.ი.
$$\tau_\psi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi. \quad (4)$$

მიღებული შედეგების საფუძველზე შეგვიძლია გავაკეთოთ შემდეგი მნიშვნელოვანი დასკვნები:

ა) თუ (1) და (3) ფორმულებს წევრ-წევრად შევკრებთ, მივიღებთ:

$$\sigma_\varphi + \sigma_\psi = \sigma_1 + \sigma_2 = const.$$

მაშასადამე, ორ ურთიერთმართობ კვეთში მოქმედი ნორმალური σ_φ და σ_ψ ძაბვების ჯამი მუდმივი სიდიდეა და მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვების ჯამის ტოლია;

ბ) (2) და (4) გამოსახულებათა შედარება გვიჩვენებს, რომ $\tau_\psi = -\tau_\varphi$, ე.ი. ორ ურთიერთმართობ კვეთში მოქმედი მხები τ_φ და τ_ψ ძაბვები სიდიდით ტოლია და ნიშნით საპირისპირო.

ამ კანონს, მხები ძაბვების წვეილადობის კანონი ეწოდება და მას ადგილი აქვს ყველგან, სადაც კი საქმე გვაქვს მხებ τ ძაბვებთან.

რომ დავადგინოთ, თუ რომელ კვეთებში აღიძვრება ექსტრემალური ნორმალური σ_φ ძაბვები, უნდა შევისწავლოთ (1) გამოსახულება ექსტრემუმზე:

$$\frac{d\sigma_\varphi}{d\varphi} = -\sigma_1 2\cos\varphi \cdot \sin\varphi + \sigma_2 2\sin\varphi \cdot \cos\varphi = 0,$$

საიდანაც მივიღებთ: $(\sigma_2 - \sigma_1)\sin 2\varphi = 0$ და $\sin 2\varphi = 0$. ეს კი შესაძლებელია ორ შემთხვევაში:

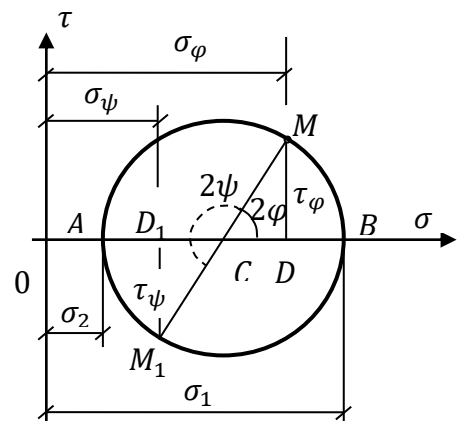
1. $2\varphi = 0, \varphi = 0$ და, შესაბამისად, $\sigma_{max} = \sigma_1$;
2. $2\varphi = \pi, \varphi = \frac{\pi}{2}$ და, შესაბამისად, $\sigma_{min} = \sigma_2$.

როგორც ჩანს, σ_1 და σ_2 მთავარი ძაბვები ექსტრემალური ძაბვებია.

(2) გამოსახულების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ უდიდესი მხები ძაბვა τ_φ აღიძვრება იმ კვეთებში, რომლებისთვისაც $\sin 2\varphi = 1$, ე.ი. იქ, სადაც $2\varphi = \frac{\pi}{2}$ და $\varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$, შესაბამისად, გვექნება:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

ბ) მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვების ბრავიკოული ბაანგარიშება



ნახ. 28

$\sigma_\varphi, \tau_\varphi$ ძაბვების გრაფიკული წარმოდგენა I ტიპის კვეთისათვის ხდება აგებული მორის წრით (ნახ. 24).

ასევე მორის წრის გამოყენებით შეგვიძლია გადავწყვიტოთ შებრუნებული ამოცანა (ნახ. 28), როცა მოცემულია $\sigma_\varphi, \tau_\varphi, \sigma_\psi, \tau_\psi = -\tau_\varphi$ ძაბვები ურთიერთმართობულ, რაიმე φ და $\psi = \varphi + 90^\circ$ კუთხეებით დახრილ კვეთში და ვეძებთ მთავარ σ_1 და σ_2 ძაბვებს:

$$\sigma_1 = OB = OD_1 + D_1C + CB = OD_1 + D_1C + CM = OD_1 + D_1C + \sqrt{CD^2 + MD^2} = \sigma_\psi + \frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2} = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_\psi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2},$$

$$\sigma_2 = OA = OD_1 + D_1C - AC = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_\psi}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2}.$$

ხშირად, ორივე მთავარ σ_1 და σ_2 ძაბვას ერთი ფორმულით გამოსახავენ:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_\varphi + \sigma_\psi) \pm \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_\psi)^2 + 4\tau_\varphi^2} \right].$$

3.4. დეფორმაცია რთული დაძაბული მდგომარეობისას -ჰუკის განზოგადებული კანონი

განესაზღვროთ მთავარი კვეთით გამოყოფილი მართკუთხა პარალელებიპედის წიბოების ε დეფორმაცია (ფარდობით წაგრძელებასან დამოკლება) (ნახ. 29). ცხადია, თითოეული წიბოს დეფორმაცია σ_1, σ_2 და σ_3 სამივე ძაბვითააგამოწვეული, ამიტომ, მაგ., 1 წიბოს დეფორმაციის გამოთვლისას, გამოვიყენოთ ძალების მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპი:

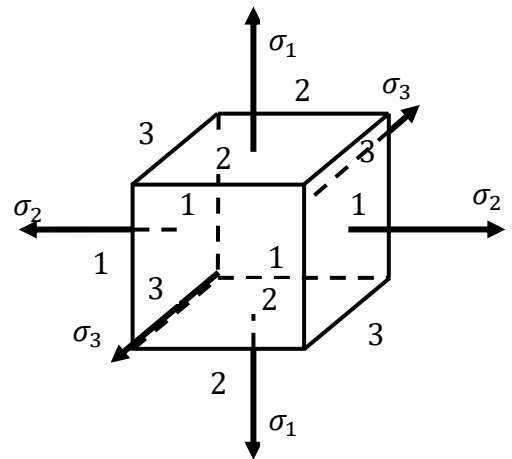
$$\varepsilon' = \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2 + \varepsilon'_3$$

მთავარ σ_1 ძაბვას შეესაბამება ამ წიბოს დაგრძელება $\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E}$. σ_2 და σ_3 ძაბვებისათვის პირველი წიბო განივ ზომას წარმოადგენს და ამ ძაბვებს შეესაბამება პირველი წიბოს დამოკლება $\varepsilon''_1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E}$ და $\varepsilon'''_1 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$, ე.ი. $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$. ანალოგიურ ფორმულებს მივიღებთ 2 და 3 წიბოებისათვის:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{cases} (1)$$

მიღებულ სამ გამოსახულებას ერთად, ეწოდება ჰუკის განზოგადებული კანონი.

როდესაც სამი მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვიდან ერთ-ერთი ნულის ტოლია, მაგალითად, $\sigma_2 = 0$, მივიღებთ დეფორმაციას ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს:



ნახ. 29

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3), \\ \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_3 + \sigma_1), \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1). \end{cases} (2)$$

3.5. მოცულობის ცვლილება (მოცულობითი დეფორმაცია)

შეგვიხსნათ ჰუკის კანონის (1) განტოლებები, მივიღებთ მოცულობის ფარდობითი ნაზრდის ანუ, როგორც მას უწოდებენ, მოცულობითი დეფორმაციის გამოსახულებას:

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (1)$$

შემოვიდეთ აღნიშვნა $k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$. აქ k -ს, მოცულობითი დეფორმაციის მოდული ეწოდება. (1) ასე ჩაიწერება:

$$e = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3k}. \quad (2)$$

3.6. დეფორმაციის კუთრი პოტენციური ენერჯია

განვიხილოთ მთავარი კვეთებით გამოყოფილი კუბი, რომლის წიბოს ზომა 1 -ის ტოლია და გამოვითვალოთ მასში დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია. σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვები ასეთი კუბისათვის გარე ძალებია: განმარტების თანახმად, ერთეულ ფართობზე მოსული შიგა ძალა ძაბვას წარმოადგენს, წახნაგები 1-ის ტოლია და ამიტომ ამოკვეთილი კუბი ძაბვებით დატვირთული გამოდის. ვინაიდან დეფორმაციის დაგროვილი პოტენციური ენერჯია რიცხობრივად გარე $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის ტოლია, თითოეული მთავარი ძაბვა კი გაჭიმვა-კუმშვის მუშაობას შეასრულებს ერთეული სიგრძის წიბოს ε წაგრძელებაზე, გვექნება:

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2}.$$

ჰუკის განზოგადებული კანონიდან შევიტანოთ მთავარი ფარდობითი $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ და ε_3 დეფორმაციების გამოსახულებები, მივიღებთ:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)].$$

ზოგად შემთხვევაში, დეფორმირებისას იცვლება დაძაბული სხეულის როგორც მოცულობა, ისე ფორმა. მოცულობის ცვლილება კუბს არ შეცვლის, იგი, უბრალოდ, ზომის მიხედვით გაიზრდება ან დაპატარავდება, ფორმის შეცვლა კი განხილულ შემთხვევაში კუბს მართკუთხა პარალელებიპედად გადააქცევს, ე.ი. სრულიკუთრი ენერჯიის მიღებული გამოსახულება შეგვიძლია ორი შესაკრების ჯამად წარმოვადგინოთ:

$$u = u_{\text{გ}} + u_{\text{ფ}}$$

მხოლოდ მოცულობის ცვლილებისას ერთი და იმავე სიდიდის $\sigma_{\text{საშ}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ ძაბვები გამოიწვევს კუბის ყველა წიბოს ერთი და იმავე $\varepsilon_{\text{საშ}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}$

სიდიდითზომის მიხედვით შეცვლას. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3k}$, მივიღებთ:

$$\varepsilon_{საშ} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3k}}{3} = \frac{\sigma_{საშ}}{3k},$$

სადაც $k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$. ე.ი. მოცულობის ცვლილების შესაბამისი კუთრი პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება:

$$u_{\text{გ}} = 3 \frac{\sigma_{საშ} \varepsilon_{საშ}}{2} = \frac{\sigma_{საშ}^2}{2k} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2}{18k}, \text{ ანუ } u_{\text{გ}} = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2.$$

ფორმის ცვლილების შესაბამისი კუთრი პოტენციური ენერგია კი ტოლი იქნება:

$$u_{\text{ფ}} = u - u_{\text{გ}} = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] - \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 =$$

$$= \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3)$$

$$\text{ანუ } u_{\text{ფ}} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

კითხვები და პასუხები

1. რომელ კვეთს ეწოდება მთავარი?

კვეთს, რომელშიც არ აღიძვრება მხები τ ძაბვები, მთავარი კვეთი ეწოდება.

2. რომელ ძაბვას ეწოდება მთავარი?

მთავარ კვეთებში აღძრულ ნორმალურ σ ძაბვას, მთავარი ძაბვები ეწოდება.

3. დაძაბული მდგომარეობის რა და რა სახეები არსებობს?

ა) მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობა, როდესაც მთავარი კვეთით გამოყოფილი კუბის წახნაგებზე მოქმედებს სამივე მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვა. ამ დროს კუბი სამღერძა დაძაბულ მდგომარეობაშია - სამივე მიმართულებით იჭიმება ან იკუმშება.

ბ) ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობა, როდესაც სამიდან მხოლოდ ორი: σ_1 და σ_2 ძაბვა ($\sigma_3 = 0$) მოქმედებს. ასეთი მდგომარეობა კონსტრუქციული ელემენტებისათვის ყველაზე ტიპურია.

გ) წრფივი ანუ ერთღერძა დაძაბული მდგომარეობა, როდესაც სამიდან მხოლოდ ერთი, σ_1 მოქმედებს ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$). ეს შემთხვევა ღეროს ღერძული გაჭიმვა-კუმშვაა.

4. რა და რა ტიპის კვეთის გატარება შეიძლება მთავარი კვეთებით გამოყოფილ ელემენტარულ კუბში?

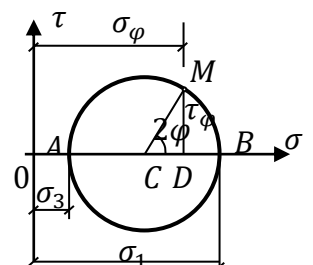
ორი ტიპის: I. დახრილი კვეთი, რომელიც პარალელურია ერთ-ერთი მთავარი ძაბვისა; II. კვეთი, რომელიც დახრილია სამივე მთავარი ძაბვის მიმართ.

5. როგორ გამოითვლება ნორმალური σ_{φ} და მხები τ_{φ} ძაბვები I ტიპის კვეთში?

თუ განვიხილავთ, მაგალითად, მთავარი σ_2 ძაბვის პარალელურ კვეთს, რომლის N ნორმალი მთავარი σ_1 ძაბვის მიმართულებასთან აღგენს φ კუთხეს, მაშინ მასში აღძრული ნორმალური σ_{φ} და მხები τ_{φ} ძაბვები გამოითვლება ფორმულებით:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\varphi; \quad (1)$$

$$\tau_{\varphi} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\varphi. \quad (2)$$



6. გრაფიკულად როგორ არის წარმოდგენილი ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვები I ტიპის კვეთში?

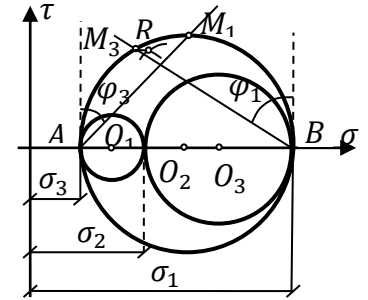
როგორც კოორდინატები იმ M წერტილისა, რომელიც მორის წრეზე აიღება φ კუთხის მიხედვით:

7. როგორ გამოითვლება ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვები II ტიპის კვეთებში? ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვებისათვის კვეთებში გამოითვლება ფორმულებით, რომლებიც გამოყვანილია დრეკადობის თეორიაში:

$$\sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi_1 + \sigma_2 \cos^2 \varphi_2 + \sigma_3 \cos^2 \varphi_3;$$

$$\tau_\varphi = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \varphi_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \varphi_3 - \sigma_\varphi^2},$$

სადაც φ_1, φ_2 და φ_3 კუთხეებია, რომლებსაც დახრილი კვეთის გარე N ნორმალის შეადგენს მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვების მიმართულებასთან.



8. გრაფიკულად როგორ არის წარმოდგენილი ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვები II ტიპის კვეთში?

როგორც კოორდინატები იმ R წერტილისა, რომელიც წრეებს შორის არეში აიგება: A და B წერტილებში აღიმართება ვერტიკალები და აიგება φ_3 და φ_1 კუთხეები, აიღება ამ კუთხეების II გვერდების მორის უდიდეს წრესთან გადაკვეთის M_1 და M_3 წერტილები და შემდეგ O_1 და O_3 ცენტრებიდან O_1M_3 და O_3M_1 რადიუსებით რკალები მოიხაზება; მათი გადაკვეთაა R წერტილი.

9. როგორ გამოითვლება ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვები დახრილ კვეთში ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს?

მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვებისაგან ცალ-ცალკე მოქმედებით გამოწვეული σ'_φ და σ''_φ τ'_φ და τ''_φ ძაბვების ჯამის სახით:

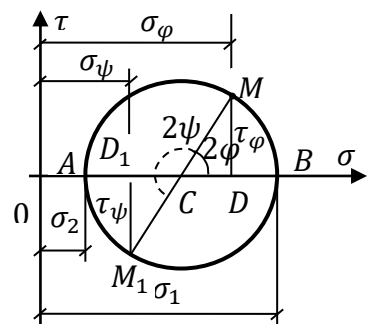
$$\sigma_\varphi = \sigma'_\varphi + \sigma''_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi. \quad (1)$$

$$\tau_\varphi = \tau'_\varphi + \tau''_\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi. \quad (2)$$

σ_φ და τ_φ I ტიპის კვეთებში მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობისას და აქაც ერთი და იმავე ფორმულებით იანგარიშება.

10. გრაფიკულად როგორ არის წარმოდგენილი მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვები და როგორ გამოვითვლით, როცა მოცემულია $\sigma_\varphi, \tau_\varphi, \sigma_\psi, \tau_\psi$ ძაბვები ორ ურთიერთმართობულ კვეთში?

როგორც MM_1 დიამეტრზე $[M(\sigma_\varphi, \tau_\varphi); M_1(\sigma_\psi, \tau_\psi)]$ აგებული მორის წრის σ ღერძთან გადაკვეთის A და B წერტილების აბსცისები:



$$\sigma_1 = OB = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_\psi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2},$$

$$\sigma_2 = OA = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_\psi}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_\psi}{2}\right)^2 + \tau_\varphi^2}.$$

ორივე მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვა ერთი ფორმულითაც გამოსახება:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_\varphi + \sigma_\psi) \pm \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_\psi)^2 + 4\tau_\varphi^2} \right].$$

11. როგორ გამოითვლება დეფორმაციები რთული დაძაბული მდგომარეობის დროს დაროგორ გამოისახება ჰუკის განზოგადებული კანონი?

როგორც, მთავარი კვეთებით გამოყოფილი ელემენტარული კუბის, მაგ., 1 წიბოს გრძივი ფარდობითი $\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}$ დეფორმაციისა და განივი ფარდობითი $\varepsilon_1'' = -\mu \frac{\sigma_2}{E}$, $\varepsilon_1''' = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$ დეფორმაციების ჯამი: $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$;

ჰუკის განზოგადებული კანონი გამოისახება სამივე მიმართულებით ჩაწერილი $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ დეფორმაციების განტოლებათა შემდეგი სისტემით:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)], \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{cases} \quad (1)$$

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3), \\ \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_3 + \sigma_1), \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1). \end{cases} \quad (2)$$

12. როგორ გამოისახება მოცულობისცვლილებართული დაძაბული მდგომარეობის დროს?

იმმოცულობის ფარდობითი e ნაზრდით ანუმოცულობითი დეფორმაციით, რომელიც მთავარი $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ დეფორმაციების ჯამის ტოლია:

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (1)$$

ანუ

$$e = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3k}, \quad (2)$$

სადაც $k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ მოცულობითი დეფორმაციის მოდულია.

13. რა სახის ჯამით არის წარმოდგენილი დეფორმაციის სრული კუთრი პოტენციური u ენერგია და რა ფორმულებით გამოისახება თითოეული მათგანი?

u_a მოცულობის და u_g ფორმისცვლილებათა კუთრი პოტენციური ენერგიების ჯამით:

$$u = u_a + u_g.$$

სრული კუთრი პოტენციური u ენერგია:

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2} \quad \text{ანუ} \quad u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)];$$

მოცულობის ცვლილების კუთრი პოტენციური u_a ენერგია:

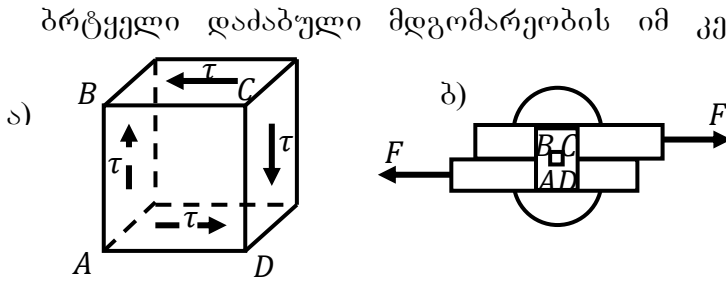
$$u_a = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2;$$

ფორმის ცვლილების კუთრი პოტენციური u_g ენერგია:

$$u_g = \frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_1 \sigma_3).$$

IV თავი
სუფთა ძვრა

4.1. ზოგადი ცნებები

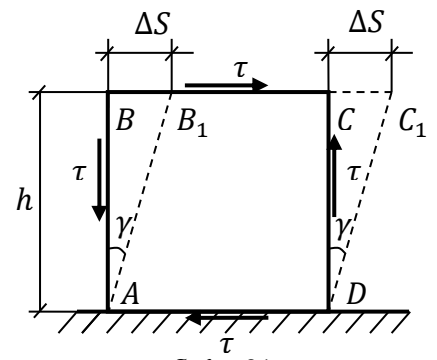


ნახ. 30

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის იმ კერძო შემთხვევას, როცა გამოყოფილი ელემენტის წახნაგებს მხოლოდ მხები τ ძაბვები გადაეცემა ($\sigma = 0$), სუფთა ძვრა ეწოდება (ნახ. 30, ა). ვთქვათ, კუბის ფორმის ელემენტი ფურცლების შეხების სიბრტყეშიასუფთა ძვრის

პირობებში, როგორც, მაგალითად, მოქლონის ღეროს ელემენტარული $ABCD$ კუბი (ნახ. 30ბ).

თუ კუბს ქვედა AD წახნაგით უძრავად ჩავა- მაგრებთ (ნახ. 31), მაშინ მხები τ ძაბვების გავლენით ელემენტი გადაიხრება, მისი ზედა BC წახნაგი დაიძვრება ქვედას მიმართ და და- იკავებს ახალ B_1C_1 მდებარეობას. $\Delta S = BB_1 = CC_1$ სიდიდეს ეწოდება აბსოლუტური ძვრა. γ კუთხეს, რომლითაც A და C მართი კუთხეები მცირდება, ხოლო B და D იზრდება, ძვრის კუთხეები ჰქვია. როგორც ნახატიდან ჩანს, $tg\gamma = \frac{\Delta S}{h}$. ვინაიდან საქ- მე გვაქვს მცირე კუთხესთან, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ: $\gamma = \frac{\Delta S}{h}$.



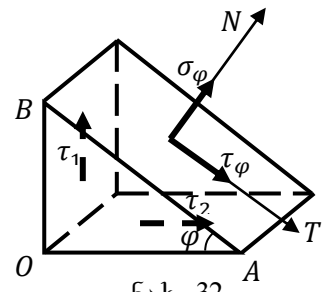
ნახ. 31

γ -ს სხვაგვარად ფარდობითი ძვრა ჰქვია და რიცხობრივად იგი გამოხატავს ერთეული მანძილით დაშორებული კვეთების ერთმეორის მიმართ პარალელურ გადაადგილებას.

4.2. ძაბვა და ღეჟორმაცია

ა) ძაბვები დახრილ კვეთებში. დახრილ კვეთებში ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვების განსაზღვრისათვის განვიხილოთ გამოყოფილი, უსასრულოდ მცირე სამკუთხა AOB პრიზმის (ნახ. 32) წონასწორობა:

$$\sum N = \sigma_\varphi dA - \tau_1(dA \sin\varphi) \cos\varphi - \tau_2(dA \cos\varphi) \sin\varphi = 0, (1)$$



ნახ. 32

$$\sum T = \tau_\varphi dA + \tau_1(dA \cos\varphi) \cos\varphi - \tau_1(dA \sin\varphi) \sin\varphi = 0. (2)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ $\tau_1 = \tau_2, (1)$ განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\sigma_\varphi = \tau \sin 2\varphi. (3)$$

(2) განტოლებიდან კი,

$$\tau_\varphi = -\tau \cos 2\varphi. (4)$$

ბ) მთავარი ძაბვა. როგორც (3) ფორმულა გვიჩვენებს, ექს-ტრემალური ნორმალური σ_φ ძაბვა აღიძვრება კვეთებში, რომლებისთვისაც $\sin 2\varphi = \pm 1$. განვიხილოთ ორივე შემთხვევა:

$$1. \sin 2\varphi = +1; 2\varphi = 90^\circ; \varphi = 45^\circ; \sigma_{max} = +\tau,$$

$$2. \sin 2\varphi = -1; 2\varphi = 270^\circ; \varphi = 135^\circ; \sigma_{min} = -\tau.$$

როგორც (4) ფორმულა გვიჩვენებს, ამავე კვეთში $\tau_\varphi = 0$. მაშასადამე, 45° -ით დახრილი კვეთი მთავარი კვეთია და ამ კვეთით კუბის ფორმის ელემენტის შიგნით ამოკვეთილი მცირე ელემენტი ერთი მიმართულებით იჭიმება $\sigma_1 = \sigma_{max} = +\tau$, ხოლო მეორე მიმართულებით იკუმშება $\sigma_3 = \sigma_{min} = -\tau$, ერთი და იმავე სიდიდის მთავარი ძაბვით ($\sigma_2 = 0$, რადგან კუბის წინა და უკანა წახნაგები ძაბვისაგან თავისუფალია).

გ) მთავარი დეფორმაცია. სუფთა ძვრა ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობაა, შემდეგი მთავარი ძაბვებით: $\sigma_1 = +\tau, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\tau$. ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობისთვის მიღებული გეკონდა ფარდობითი დეფორმაციის მნიშვნელობები:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3); \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_3 + \sigma_1); \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1).$$

თუ ამ ფორმულებში შევიტანთ სუფთა ძვრის შესაბამისი მთავარი σ_1, σ_2 და σ_3 ძაბვების მნიშვნელობებს, მივიღებთ მთავარ დეფორმაციებს სუფთა ძვრის დროს.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\tau - \mu(-\tau)] = \frac{\tau}{E}(1 + \mu); \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\tau - \tau) = 0; \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(-\tau - \mu\tau) = -\frac{\tau}{E}(1 + \mu);$$

როგორც ჩანს, $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1$.

დ) მოცულობის მუდმივობა. დაუშვათ, მთავარი კვეთით ამოკვეთილია მცირე მართკუთხა პარალელეპიპედი, წიბოების ზომებით a, b , და c . ცხადია, ამ სხეულის მოცულობა $V = abc$. დეფორმაციის შემდეგ, წიბოების სიგრძეები მიიღებენ ნაზრდებს. დეფორმაციის შემდეგ პარალელეპიპედის მოცულობა იქნება:

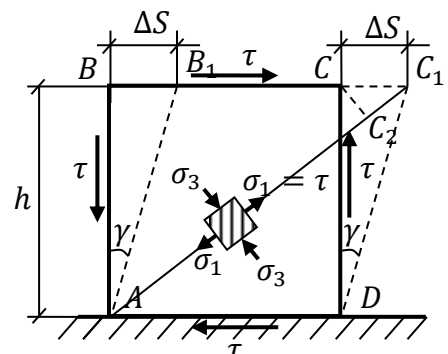
$$\begin{aligned} V_1 &= (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c) = a \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right) b \left(1 + \frac{\Delta b}{b}\right) c \left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right) = \\ &= V(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3); \end{aligned}$$

ვინაიდან $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1$ და $\varepsilon_2 = 0$, ამიტომ $V_1 = V(1 + \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_1) = V(1 - \varepsilon_1^2)$,

ε_1 მცირე წესიერი წილადაა, ამიტომ მისი კვადრატი 1-თან შედარებით შეგვიძლია უგულებელვყოთ, რითაც მივიღებთ $V_1 = V$. მაშასადამე, სუფთა ძვრის დროს მასალის ელემენტის მოცულობა პრაქტიკულად უცვლელი რჩება.

4.3.3 უპის კანონი

დავადგინოთ დამოკიდებულება მხებ τ ძაბვასა და ძვრის γ კუთხეს შორის. როგორც ნახ. 33-დან ჩანს, AC დიაგონალი დაგრძელდება. AC_1 დიაგონალზე C წერტილიდან დაუშვათ CC_2 მართობი. პრაქტიკისათვის საკმაო სიზუსტით C_1C_2 შეიძლება მივიჩნიოთ AC დიაგონალის აბსოლუტურ დეფორმაციად, რომელიც ორი გზით შეიძლება გამოითვალოს.



ნახ. 33

CC_1C_2 მართკუთხა სამკუთხედიდან გვაქვს:

$$C_1C_2 = CC_1 \cdot \cos 45^\circ = \Delta S \frac{\sqrt{2}}{2} = \gamma H \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

მეორე მხრივ, AC დიაგონალის მიმართულება მთავარი მიმართულებაა და ამ მიმართულებით ფარდობითი დეფორმაცია ტოლია:

$$\varepsilon_1 = \frac{\tau}{E} (1 + \mu).$$

AC დიაგონალის აბსოლუტური დეფორმაციის მისაღებად კი საჭიროა ეს მნიშვნელობა გამრავლდეს დიაგონალის სიწყის სიგრძეზე, ე.ი. გვექნება:

$$C_1C_2 = AC \cdot \varepsilon_1 = \frac{h}{\cos \alpha} \frac{\tau}{E} (1 + \mu) = \frac{2h}{\sqrt{2}} \frac{\tau}{E} (1 + \mu) = \sqrt{2} h \frac{\tau}{E} (1 + \mu).$$

ერთმანეთს გაუტოლოთ C_1C_2 დეფორმაციის მიღებული ორი მნიშვნელობა, მივიღებთ:

$$\gamma H \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} h \frac{\tau}{E} (1 + \mu),$$

$$\text{საიდანაც } \tau = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma.$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$, მაშინ დავწერთ:

$$\tau = G\gamma. \quad (1)$$

ეს არის ჰუკის კანონი სუფთა ძვრის დროს, რომელიც ჩაწერილია ფარდობითი სიდიდეებით და იგი სრულიად ანალოგიურია ჰუკის კანონისა გაჭიმვა-კუმშვის დროს – $\sigma = E\varepsilon$.

G სიდიდეს ეწოდება დრეკადობის მოდული სუფთა ძვრის დროს, ანუ ძვრის მოდული. იგი რამდენადმე ნაკლებია E დრეკადობის მოდულზე; მაგალითად, ფოლადისათვის $G \approx 8 \cdot 10^4$ მპა ($E = 2 \cdot 10^5$ მპა).

მასალის სამი E , G და μ ფიზიკური მახასიათებელიდან საკმარისია, ექსპერიმენტული გზით განვსაზღვროთ ორი, ხოლო მესამეს დავადგენთ $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ დამოკიდებულების გამოყენებით.

სუფთა ძვრისას ჰუკის კანონს, შეიძლება მივცეთ სხვა სახეც. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\gamma = \frac{\Delta S}{h}$ და კუბის წახნაგებზე მხები τ ძაბვების განაწილებას თანაბრად მივიჩნევთ, ე.ი. ჩავთვლით, რომ $\tau = \frac{Q}{A}$ -ს, (1)-ში ჩასმით მივიღებთ: $\frac{Q}{A} = G \frac{\Delta S}{h}$.

საიდანაც გვექნება:

$$\Delta S = \frac{Qh}{GA}. \quad (2)$$

ეს გამოსახულება სრულიად ანალოგიურია ჰუკის ფორმულისა გაჭიმვა-კუმშვის დროს $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$.

GA ნამრავლს ეწოდება სიხისტე სუფთა ძვრის დროს.

4.4. პოტენციური ენერგია

გაჭიმვა-კუმშვის ანალოგიურად, ვისარგებლოთ Q ძალის მიერ შესრულებული მუშაობით და გამოვთვალოთ დეფორმაციის პოტენციური ენერგია, როგორც სამკუთხედის ფართობი:

$$A_{\text{გ}} = U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta S = \frac{Q^2 h}{2GA} \quad (1)$$

ეს გამოსახულება ასე შეგვიძლია გარდავიქმნათ:

$$A_{\text{გ}} = U = \frac{Q^2 h A}{2GA^2} = \frac{\tau^2 V}{2G} \quad (2)$$

დეფორმაციის კუთრი პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\tau^2}{2G} \quad (3)$$

თუ ერთ τ -ს შევცვლით, მივიღებთ

$$u = \frac{\tau G \gamma}{2G} = \frac{\tau \gamma}{2} \quad (4)$$

4.5. შეერთებათა პრაქტიკული გაანგარიშების საშუალებები

კონსტრუქციული ელემენტების შეერთებებში: მოქლონების ღეროებზე, შედუღების ზოგიერთ ნაკერზე, ხის ელემენტების ჭდობებზე, ჭანჭიკებსა და სხვაზე გარე დატვირთვა მოქმედებს მათდამი განივი მიმართულებით, რის გამოც მასალის ელემენტები ძვრის პირობებში აღმოჩნდება. ამიტომ, ასეთი შეერთებების პრაქტიკული გაანგარიშება ჭრაზე ხდება.

ა) მოქლონური შეერთება

მოქლონურ შეერთებებს ვხვდებით ინჟინერებში, ხიდის ფერმებში (წამწვებში), ამწვებში, ქვაბებში, რეზერვუარებსა და სხვ. შესაერთებელ ფურცლებს წინასწარ დახვრეტენ და ხვრელებში ჩაალაგებენ მოქლონებს, რომელთაც

ერთი თავი აქვთ, მეორე თავს კი სპეციალური ჩაქუჩით ან ჰიდრაულიკური ხელსაწყოთი ადგილზე აკეთებენ.

შესაერთებელი ფურც-

ლები ცდილობს გადაადგილდეს, მოქლონიკი ამის საშუალებას არ აძლევს. ფურცლებს სწორედ ამისთვის ამოქლონებენ.

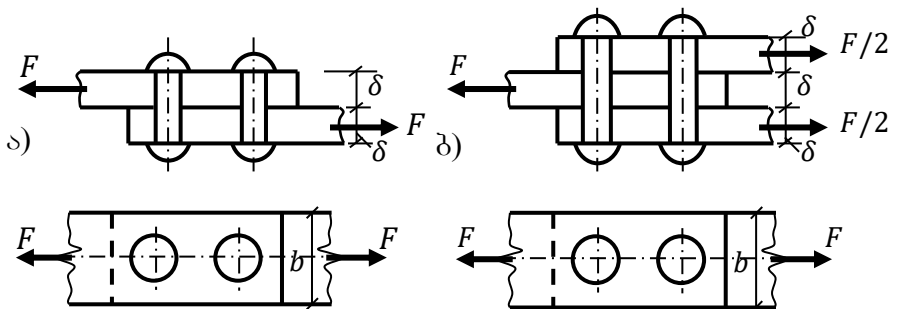
ძირითადად განასხვავებენ ერთჯრად და ორჯრად მოქლონებს. თუ მოქლონით შეერთებული ორი ფურცელია, მოქლონი ერთჯრადია (ნახ. 34, ა). შესაერთებელ ფურცლებზე მოქმედი F ძალები, თითოეულ მოქლონში იმხებ τ ძაბვას აღძრავს ფურცლების შეხების სიბრტყეში:

$$\tau = \frac{F}{nA} = \frac{F}{n \frac{\pi d^2}{4}}$$

აქ, არის n მოქლონების რაოდენობა; d - მოქლონების დიამეტრი. სიმტკიცის პირობა ჭრაზე ასეთია:

$$\tau = \frac{F}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]$$

თუ მოქლონებით სამი ფურცელია შეერთებული, მაშინ მოქლონი ორჯრადია. შეხების სიბრტყეში მოქლონის ღეროს ორი განივი კვეთი ხვდება, ე.ი. ჭრათა რიცხვი ორია (ნახ. 34, ბ). სიმტკიცის პირობას ჭრაზე აქვს სახე:



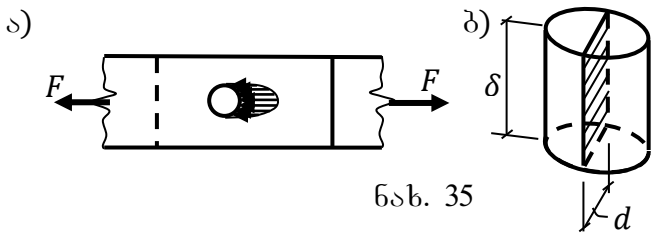
ნახ. 34

$$\tau = \frac{F}{n \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau].$$

მოქლონის განივკვეთის d დიამეტრი გარკვეული კონსტრუქციული მოსაზრებების საფუძველზე შეირჩევა, აქედან კი მოქლონების n რაოდენობა განისაზღვრება. დასაშვები $[\tau]$ ძაბვა ფოლადისათვის ფ.3 $[\tau] \approx 0.6[\sigma] = 0.6 \cdot 160 \text{ მპა} \approx 100 \text{ მპა}$.

$$n \geq \frac{F}{2 \frac{\pi d^2}{4} [\tau]}.$$

n რაოდენობას მარტო ჭრახე, სიმტკიცის პირობიდან ვერ გამოვთვლით, რადგან შეერთება შეიძლება ფურცლების სამოქლონე ხერეღის ან მოქლონის ღეროსზე დაპირების დათეღვის გამოც გახდეს უვარგისი (ნახ. 35, ა). როგორც ნახაზიდან ჩანს, F



ნახ. 35

ძალები ნახევრად ცილინდრულ ზედაპირებზე არათანაბრად გადაანაწილდება, თუმცა გაანგარიშების გამარტივების მიზნით, თვლიან, რომ გადაანაწილდება დიამეტრალურ კვეთში (ნახ.

35, ბ). სიმტკიცის პირობას დათეღვაზე აქვს სახე:

$$\sigma_{\sigma} = \frac{F}{nd\delta} \leq [\sigma_{\sigma}].$$

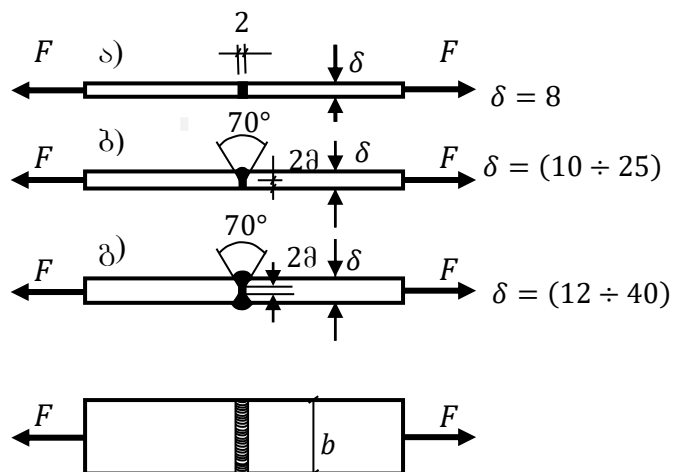
δ არის შესაერთებელი ფურცლების სისქე. დასაშვები $[\sigma_{\sigma}]$ ძაბვა თეღვის დროს აიღება $[\sigma_{\sigma}] = (2 \div 2.5)[\sigma]$. ამ პირობიდან მოქლონების რაოდენობა იქნება:

$$n \geq \frac{F}{d\delta[\sigma_{\sigma}]}.$$

მაშასადამე, მოქლონურ შეერთებას განგარიშობთ როგორც ჭრახე, ისე თეღვაზე. მოქლონების n რაოდენობად ვთვლით ჭრასა და თეღვაზე ცალ-ცალკე გამოთვლილი ორი n -დან უდიდესს.

ბ) შედუღებითი შეერთება.

რომელიმე გამდნარი ლითონის საშუალებით შესაერთებელი ელემენტების ერთმანეთზე მიღდება ცნობილია როგორც სლავიანოვის მეთოდი, მიღებული ფურცლების უშუალო შედუღებააირით-როგორც ბენარდოსის. შედუღების მრავალგვარი სახეობიდან განვიხილავთ ელექტრორკალური შედუღების გაანგარიშების მეთოდებს. ასეთი შედუღებისას აწყობენ ორნაირ ნაკერს:



ნახ. 36

1. პირაპირი ნაკერი ეწყობა ერთსა და იმავე სიბრტყეში განლაგებული ფურცლების შესაერთებლად. შედუღების ხაზზე კიდეების წინასწარ ჩამოთლა ხდება ფურცლის სისქის მიხედვით. თუ სისქე მცირეა, მაშინ კიდეებს ტოვებენ როგორც არის და ისე აღუღებენ (ნახ. 36, ა), თუ არა, აწყობენ V-სებრ (ნახ. 36, ბ) ან X-სებრ (ნახ. 38, გ) ნაკერებს. პირაპირი ნაკერი გაჭიმვაზე ან კუმშვაზე გაიანგარიშება, შემდეგი ფორმულით:

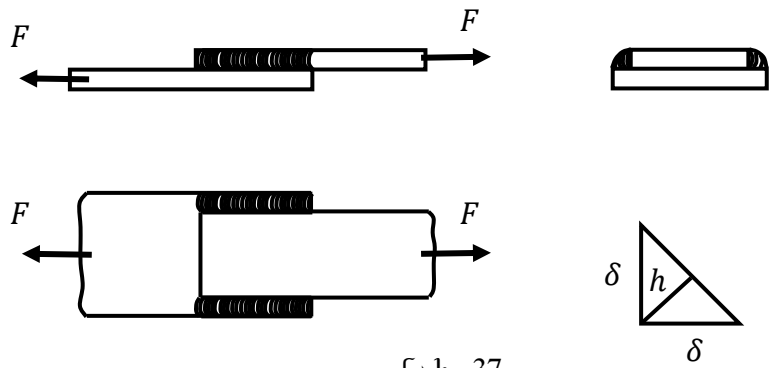
$$\sigma = \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma]_{\text{შ.გ.}}$$

სადაც $l = b - 10$ მმ არის ნაკერის საანგარიშო სიგრძე; $[\sigma]_{\text{შ.გ.}}$ - დასაშვები ძაბვა შედუღების ნაკერისათვის, რომლის მნიშვნელობა აიღება ცნობარებიდან.

2.ლილვაკისებრი ნაკერი, თავის მხრივ, იყოფა ფრთა ნაკერად და შუბლა ნაკერად.

ფრთანაკერს აქვს იგივე მიმართულება, რაც მოქმედ F დატვირთვას (ნახ. 37).

შედუღების ნაკერი განიკვეთში უსწორმასწორო ფორმისაა, მაგრამ ითვლება, რომ მას აქვს ტოლფერდა სამკუთხედის ფორმა. ფრთანაკერის რღვევა ჭრის გამომოსალოდნელია ნაკერის ბისექტორულ კვეთში და სიმტკიცის პირობაც ჭრაზე იწერება:

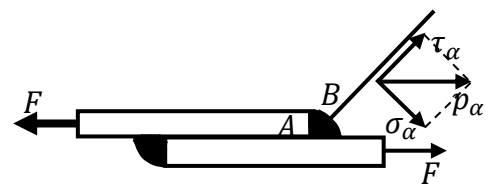


ნახ. 37

$$\tau = \frac{F}{l \cdot 0.7\delta} \leq [\tau]_{\text{შ.გ.}}$$

სადაც 0.7δ არის ბისექტორის სიგრძე, რომელიც ასე გამოითვლება: $h = \delta \cdot \cos 45^\circ \approx 0.7\delta$; l - ნაკერების ჯამური სიგრძე, რომელიც სიმეტრიული ელემენტების დროს თანაბრად ნაწილდება ორივე მხარეს, მაგალითად, ზედა შესაერთებელი სიმეტრიული ფურცლის შემთხვევაში, ხოლო არასიმეტრიული ელემენტის დროს განიკვეთის სიმძიმის ცენტრიდან მანძილის უკუპროპორციულად. მაგალითად, კუთხოვანას დადუღებისას, ეს l სიგრძე კუთხოვანას ყუისა და თაროს მხარეს ნაწილდება მანძილების უკუპროპორციულად, ანუ ყუის მხარეს ნაკერიმეტი სიგრძისაა.

შუბლა ნაკერს აქვს დატვირთვის მართობი მიმართულება და შედუღება ხდება ზემოდანაც და ქვემოდანაც (ნახ.38). ასეთი ნაკერის რღვევა მოსალოდნელია ყველაზე სუსტ AB კვეთში. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ამ კვეთში მოქმედი სრული p_α ძაბვა იშლება ნორმალურ σ_α და მხებ τ_α შემდგენებად და ვინაიდან შედუღების ნაკერის მასალის წინააღმდეგობის უნარი ჭრაზე ნაკლებია, ვიდრე გაჭიმვაზე, ამიტომპირობით, შუბლა ნაკერი იანგარიშება ჭრაზე ისევე, როგორც ფრთა ნაკერი



ნახ. 38

$$\tau = \frac{F}{2l \cdot 0.7\delta} \leq [\tau]_{\text{შ.გ.}}$$

4.6. სიმტკიცის შემოწმება რთული დაძაბული მდგომარეობის დროს. სიმტკიცის თეორია

წრფივი დაძაბული მდგომარეობის ანუ ელერძული გაჭიმვის ან კუმშვის შემთხვევაში, დეროს სიმტკიცის პირობას აქვს სახე: $\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]$, სადაც $[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ზღ}}}{k_0}$ და $\sigma_{\text{ზღ}}$ სიმტკიცის $\sigma_{\text{ზ.გ.}}$ ზღვარია მყიფე მასალებისათვის, ხოლო დენადობის $\sigma_{\text{ღ}}$ ზღვა-

რი – პლასტიკური მასალებისათვის. ამ მახასიათებლებს ადგენენდეროს გაჭიმვით ლაბორატორიაში.რასაკვირველია, ზღვრული ძაბვა,პირველ რიგში,დეროს განივკვეთში აღიძვრება.

რთული დაძაბული მდგომარეობისას,მთავარი კვეთით ამოკვეთილი კუბის თითოეული წახნაგი გაჭიმული დეროს განივკვეთის მდგომარეობაშია. სამიდან, თუერთი მიმართულებით გაზრდიანმთავარ ძაბვას (მაგ. σ_1 -ს), ამწახნაგში აღძრული ძაბვები მიაღწევს ზღვრულს,ხოლო თუ მეორე მიმართულებით-მეორე წახნაგშიდა თუ მესამე მიმართულებით - მესამეში (მაგ. σ_2 -ს). მაგრამ სამივე შემთხვევაში სხვა დანარჩენი ორი მთავარი ძაბვა პროცესში არ მონაწილეობს და თითოეული ეს შემთხვევა გაჭიმვა-კუმშვის ანალოგიურია. ამასთან,არ არსებობს გარანტია, რომ სწორედესმდგომარეობებია ყველაზე სახიფათო. თუ სამივე მიმართულებით ერთდროულად გაზრდიანმთავარ σ_1 , σ_2 და σ_3 ძაბვებს,არც ამ შემთხვევაში იქნება გარანტია, რომ ეს მდგომარეობა აღმოჩნდება ყველაზე სახიფათო და ა.შ.

სინამდვილეში, სახიფათო მდგომარეობა შეიძლება დადგეს σ_1 , σ_2 და σ_3 -ის სულ სხვადასხვა რიცხვითი მნიშვნელობების დროს დაექსპერიმენტული გზით მთავარი ძაბვის სახიფათო მნიშვნელობებისმოსაძებნადსაჭიროა უამრავი რაოდენობის ცდის ჩატარება $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$, $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ და $\frac{\sigma_2}{\sigma_3}$ ფარდობების სულ სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს. პრაქტიკულად, ასეთი რაოდენობის ცდების ჩატარება შეუძლებელია.

ამის გამო სიმტკიცის პირობის შედგენისას უმჯობესია,გამოიყენონწრფივი დაძაბული მდგომარეობისას გამოცდით მიღებულისიმტკიცის გარანტირებული მახასიათებლები: სიმტკიცის $\sigma_{\text{ფ.ა.}}$ ზღვარი მყოფე მასალებისათვის და დენადობის $\sigma_{\text{ღ}}$ ზღვარი პლასტიკური მასალებისათვის.

მაგრამ ეს მხოლოდ ისეთი დაშვების (ჰიპოთეზის) შემოღებით შეიძლება გაკეთდეს, რომლის საფუძველზე დადგინდებაფუნქცია, რომელიც მასალის სიმტკიცესდააკავშირებს მთავარი σ_1 , σ_2 და σ_3 ძაბვების სიდიდეებთან, მიმართულებებთან და დასახელებებ მიზეზი, რომლის გამოც იქმნება სახიფათო მდგომარეობა. რადგან რთული დაძაბული მდგომარეობის დროს მიზეზი ბევრია, შემოდებული დაშვება (ჰიპოთეზა)ექსპერიმენტულად მოწმდება.

1) პირველი (რენკინის), ყველაზე უძველესი თეორია, ე.წ. უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორიით სახიფათო მდგომარეობა დადგება მაშინ, როდესაც სამი მთავარი σ_1 , σ_2 და σ_3 ძაბვიდან უდიდესი მიუახლოვდებაზღვრულ მნიშვნელობას, ე.ი. მიზეზად დასახელებულია მთავარი ძაბვა და როგორც უდიდესი მთავარი გამჭიმავი σ_1 , ისე უდიდესი მთავარი მკუმშავი σ_3 ძაბვის შემთხვევაში, სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_1 \leq [\sigma^+] \quad \text{ან} \quad \sigma_2 \leq [\sigma^-].$$

2) მეორე (სენ-ვენანის),უდიდესი დეფორმაციების თეორიით სახიფათო მდგომარეობა დადგება მაშინ, როდესაც მთავარი ϵ_1 , ϵ_2 და ϵ_3 დეფორმაციებიდან უდიდესი ϵ_1 მიაღწევს ზღვრულს, ე.ი. მიზეზად დასახელებულია დეფორმაცია და სიმტკიცის შემოწმება ხდება უდიდესი ϵ_1 დეფორმაციის მიხედვით. ამასთან, შენარჩუნებულია სიმტკიცის მარაგის იგივე k_0 კოეფიციენტი, რაც უბრალო გაჭიმვის დროს.

აღნიშნულიდან გამომდინარე, სიმტკიცის პირობა მეორე თეორიის მიხედვით ასე ჩაიწერება: $\varepsilon_1 \leq [\varepsilon]$. თუ გამოვიყენებთ ჰუკის განზოგადებულ კანონს, დავწერთ $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$. წრფივი დაძაბული მდგომარეობის შესაბამისი დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვის მიხედვით დავადგენთ დასაშვებ დეფორმაციასაც $[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}$, რის შემდეგაც დავწერთ

$$\frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq \frac{[\sigma]}{E},$$

საიდანაც,

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$$

პირველ და მეორე თეორიებს იყენებენ მყიფე მასალისაგან დამზადებული ელემენტების გაანგარიშების დროს.

3) უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვის (კულონის) თეორიის თანახმად, სახიფათო მდგომარეობა დადგება მაშინ, როდესაც უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვა მიაღწევს ზღვრულ მნიშვნელობას, ე.ი. მიზეზად დასახელებულია მხები τ_{max} ძაბვა. შესაბამისი სიმტკიცის პირობა ასე ჩაიწერება:

$$\tau_{max} \leq [\tau].$$

როგორც ცნობილია, მოცულობითი დაძაბული მდგომარეობის დროს უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვა მორის უდიდესი წრის რადიუსის ტოლია $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$. რაც შეეხება დასაშვებ $[\tau]$ ძაბვას, თუ შევინარჩუნებთ სიმტკიცის მარაგის იმავე k_0 კოეფიციენტს, რომელიც გვქონდა უბრალო გაჭიმვა-კუმშვის შემთხვევაში და ამასთან გავითვალისწინებთ, რომ ამ დროს $\tau_{max} = \frac{\sigma}{2}$ აღიძვრება 45° -ით დახრილ კვეთში, შეგვიძლია მისთვის დავწეროთ $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$. სიმტკიცის პირობა მიიღებს სახეს $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \frac{[\sigma]}{2}$,

ან, რაც იგივეა

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

სიმტკიცის მესამე თეორია საკმაოდ ახლოსაა პლასტიკური მასალების გამოცდის შედეგებთან.

4) მეოთხე (ჰუბერ-მიზესის), ენერგეტიკული ანუ უდიდესი პოტენციური ენერჯის თეორიის მიხედვით, სახიფათო მდგომარეობის დადგომა მოსალოდნელია მაშინ, როდესაც მასალის მოცულობის ერთეულში დაგროვილი ანუ ფორმის ცვლილების კუთრი პოტენციური $u_{\text{ფ}}$ ენერჯიამიაღწევს ზღვრულ მნიშვნელობას.

შესაბამისი სიმტკიცის პირობა ასე ჩაიწერება:

$$u_{\text{ფ}} \leq [u_{\text{ფ}}].$$

როგორც ცნობილია,

$$u_{\text{ფ}} = \frac{1 + \mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1),$$

დასაშვებ ენერჯიად კი მივიჩნევთ სიდიდეს

$$[u_{\text{ფ}}] = \frac{1 + \mu}{3E}[\sigma]^2.$$

შესაბამისად დავწერთ:

$$\frac{1 + \mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) \leq \frac{1 + \mu}{3E} [\sigma]^2,$$

საიდანაც მივიღებთ:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma].$$

ეს შეგვიძლია ასეც წარმოვადგინოთ:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma].$$

როგორც ექსპერიმენტები გვიჩვენებს, პლასტიკური მასალებისათვის ყველაზე გამოსადეგია მეოთხე – ენერგეტიკული, ხოლო მყიფე მდგომარეობისათვის – მეორე – უდიდესი დეფორმაციების, ხანდახან კი პირველი – უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორიები.

4.7. თხელკედლიანი ჭურჭლის ბაანგარიშება

თუ ჭურჭლის სისქე მის დანარჩენ ზომებთან შედარებით გაცილებით მცირეა, მაშინ ასეთ ჭურჭელს თხელკედლიანი ეწოდება. თხელკედლიანი ჭურჭლია: ორთქლის ქვაბი, საავიაციო ძრავის ცილინდრები, ნავთის, ბენზინის საცავები და სხვ.

თხელკედლიანი ჭურჭლის გაანგარიშებისას, მის გრძივ და განივ კვეთებში წარმოშობილი σ_1 და σ_2 ძაბვები თანაბრად განაწილებულად არის მიჩნეული. გამოვიყვანოთ ასეთი ჭურჭლებისათვის ძაბვების საანგარიშო ფორმულები (ნახ. 39). აღვნიშნოთ ჭურჭლის კედლის სისქე δ -ით, შიგა დაწნევა p -ით; კედლიდან გამოვყოთ უსასრულოდ მცირე $ABCD$ ელემენტი და განვიხილოთ მისი წონასწორობა. აღვნიშნოთ ρ_1 -ით და ρ_2 -ით სიმრუდის რადიუსები გრძივი და განივი მიმართულებით, ds_1 და ds_2 ელემენტის გვერდების ზომები, $d\alpha_1$ და $d\alpha_2$ - $ABCD$ ელემენტის კიდეებს შორის მოხვედრილი მცირე კუთხეები გრძივი და განივი მიმართულებით: $d\alpha_1 = \frac{ds_1}{\rho_1}$ და $d\alpha_2 = \frac{ds_2}{\rho_2}$.

$ABCD$ ელემენტზე მოქმედებს შემდეგი ძალები: $dN_1 = \sigma_1 ds_1 \delta$ და $dN_2 = \sigma_2 ds_2 \delta$ და გარე წნევის ძალა $dF = p ds_1 \cdot ds_2$. შევადგინოთ წონასწორობის განტოლება $ABCD$ ელემენტის შიგა N ნორმალის მიმართულებით:

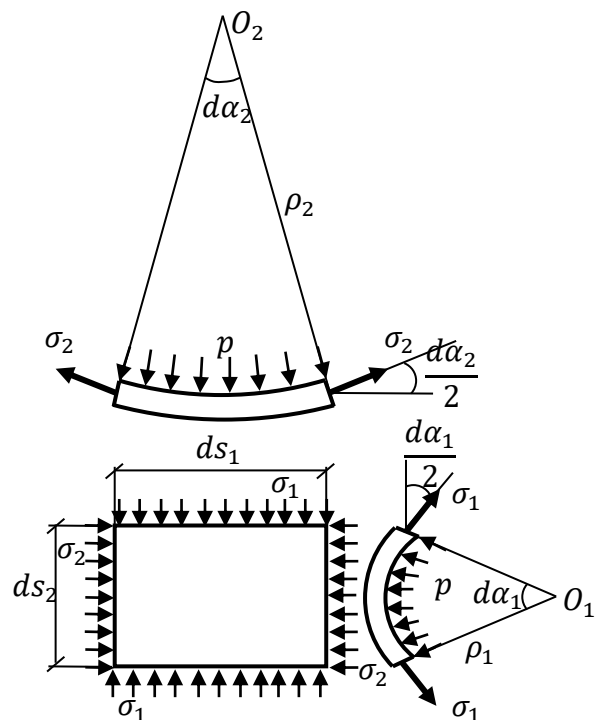
$$\sum N = 2dN_1 \sin \frac{d\alpha_1}{2} + 2dN_2 \sin \frac{d\alpha_2}{2} - p ds_1 \cdot ds_2 = 0. \quad (1)$$

სიმცირის გამო $\sin \frac{d\alpha_1}{2} = \frac{d\alpha_1}{2}$ და $\sin \frac{d\alpha_2}{2} = \frac{d\alpha_2}{2}$, (1)-დან

$$dN_1 d\alpha_1 + dN_2 d\alpha_2 = dF.$$

ან

$$\sigma_1 ds_1 \delta \frac{ds_1}{\rho_1} + \sigma_2 ds_2 \delta \frac{ds_2}{\rho_2} = p ds_1 \cdot ds_2.$$



ნახ. 39

გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{\delta}. \quad (2)$$

ამ განტოლებას ლაპლასის განტოლება ეწოდება.

სფერული რეზერვუარისათვის $\rho_1 = \rho_2 = \frac{D}{2}$ (D სფეროს დიამეტრია) და $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. მივიღებთ:

$$2 \frac{\sigma}{\frac{D}{2}} = \frac{p}{\delta},$$

საიდანაც

$$\sigma = \frac{pD}{4\delta}.$$

ცილინდრული რეზერვუარისთვის $\rho_1 = \frac{D}{2}$, $\rho_2 = \infty$.

$$\frac{\sigma_1}{\frac{D}{2}} + \frac{\sigma_2}{\infty} = \frac{p}{\delta},$$

საიდანაც გრძივ კვეთებში

$$\sigma_1 = \frac{pD}{2\delta},$$

განივ რგოლურ კვეთებში $A_2 = \pi D \delta$ ფართობით:

$$\sigma_2 = \frac{F}{\pi D \delta} = \frac{p \frac{\pi D^2}{4}}{\pi D \delta} = \frac{pD}{4\delta}.$$

კითხვები და პასუხები

1. რომელ მარტივ დეფორმაციას ეწოდება სუფთა ძვრა ?

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის იმ კერძო შემთხვევას, როცა გამოყოფილი ელემენტის წახნაგებს მხოლოდ მხები τ ძაბვები გადაეცემა ($\sigma = 0$), სუფთა ძვრა ეწოდება. მას მაშინ აქვს ადგილი, როდესაც F ძალა დეროს განივად მოქმედებს (ორი ტოლი, ურთიერთსაპირისპირო F ძალა მოქმედებს უსასრულოდ მცირე მანძილით დაშორებულ განივკვეთებში).

2. რას ეწოდება ΔS აბსოლუტური და γ ფარდობითი ძვრა?

გამოყოფილი ელემენტარული კუბის ზედა წახნაგის ქვედას მიმართ პარალელურად გადაადგილების სიდიდეს ეწოდება აბსოლუტური ΔS ძვრა, ხოლო ერთეულოვანი მანძილით დაშორებულსას – ფარდობითი γ ძვრა: $\gamma = \frac{\Delta S}{h}$.

3. როგორ გამოითვლება ნორმალური σ_φ და მხები τ_φ ძაბვები დახრილ კვეთებში სუფთა ძვრის დროს?

ფორმულებით: $\sigma_\varphi = \tau \sin 2\varphi$, (1)

$\tau_\varphi = -\tau \cos 2\varphi$. (2)

3. რომელია მთავარი კვეთი და რისი ტოლია მთავარი ძაბვასუფთა ძვრის დროს? ძვრის სიბრტყეების მიმართ 45° -ით დახრილი კვეთი. $\sigma_1 = +\tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$.

4. რა ფორმულებით გამოითვლება მთავარი დეფორმაციასუფთა ძვრის დროს?

$$\epsilon_1 = \frac{\tau}{E}(1 + \mu); \epsilon_2 = 0; \epsilon_3 = -\frac{\tau}{E}(1 + \mu)$$

ე.ი. $\epsilon_3 = -\epsilon_1$.

5. როგორ გამოისახება ჰუკის კანონი, სუფთა ძვრის დროს?

ფარდობითი სიდიდეებით ჩაწერილი ჰუკის კანონით:

$$\tau = G\gamma. (1)$$

აბსოლუტური სიდიდეებით ჩაწერილი ჰუკის კანონით:

$$\Delta S = \frac{Qh}{GA}. (2)$$

6. როგორ გამოისახება დეფორმაციის პოტენციური U ენერჯია?

როგორც დიაგრამის წრფივ უბანზე აღებული სამკუთხედის ფართობი:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta S = \frac{Q^2 h}{2GA}$$

ან მხები τ ძაბვით წარმოდგენისას:

$$U = \frac{\tau^2 V}{2G}.$$

7. როგორ გამოისახება დეფორმაციის კუთრი პოტენციური $u = \frac{U}{V}$ ენერჯია?

$$u = \frac{\tau^2}{2G} \quad \text{ან} \quad u = \frac{\tau\gamma}{2}.$$

8. პრაქტიკულად, შეერთებების რომელი ელემენტები ხვდება სუფთა ძვრის პირობებში?

მოქლონების დეროები, შედუღების ზოგიერთი ნაკერი, ხის ელემენტების ჭლობები, ჭანჭიკები და სხვ.

9. როგორ იანგარიშება მოქლონების n რაოდენობა, სამი ფურცლის შეერთებისას ჭრაზე?

$$\text{ჭრაზე სიმტკიცის } \tau = \frac{F}{n \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau] \text{ პირობიდან,}$$

საიდანაც

$$n \geq \frac{F}{2 \frac{\pi d^2}{4} [\tau]}.$$

10. როგორ იანგარიშება მოქლონების n რაოდენობა თელვაზე?

$$\text{თელვაზე სიმტკიცის } \sigma_m = \frac{F}{n d \delta} \leq [\sigma_m] \text{ პირობიდან,}$$

საიდანაც

$$n \geq \frac{F}{d \delta [\sigma_m]}.$$

11. ელექტრორკალური შედუღებისას, როგორი ორი სახის ნაკერს აწყობენ?

პირაპირს, როდესაც მიდგმულ ფურცლებს ხაზზე ადუღებენ და ლილვაკისებრს, როდესაც ერთ ფურცელზე დადებულ მეორე ფურცელს ან, მაგ., კუთხოვანას ადუღებენ კიდების გრძივად (ფრთა ნაკერი) ან განივად (შუბლა ნაკერი).

12. შედუღების ხაზზე შესაერთებელი ფურცლების სისქის მიხედვით, რა სახის ნაკერებს აწყობენ?

თხელი ფურცლების შეერთებისას ჩვეულებრივს, ხოლო უფრო სქელის შემთხვევაში, V-ებრ ან X-ებრს.

13. როგორ იანგარიშება პირაპირი ნაკერი?

გაჭიმვაზე ან კუმშვაზე, ფორმულით:

$$\sigma = \frac{F}{l \delta} \leq [\sigma]_{შ.გ.}$$

14. როგორ იანგარიშება ლილვაკისებრი ნაკერი?

სიმტკიცის პირობით ჭრაზე:

$$\tau = \frac{F}{l \cdot 0.7\delta} \leq [\tau]_{\text{შ.გ.}}$$

15. სიმტკიცის რა და რა თეორიები არსებობს და როგორ იწერება თითოეულის შესაბამისი სიმტკიცის პირობა?

1. უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორია. სიმტკიცის პირობა დგება როგორც უდიდესი გამჭიმავი σ_1 , ისე უდიდესი მკუმშავი σ_3 ძაბვის მიხედვით:

$$\sigma_1 \leq [\sigma^+] \quad \text{ან} \quad \sigma_2 \leq [\sigma^-].$$

2. უდიდესი დეფორმაციების თეორია. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$$

3. უდიდესი მხები ძაბვების თეორია. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

4. ენერგეტიკული თეორია. სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma],$$

ან

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma].$$

16. როგორი დაძაბული მდგომარეობის პირობებში მუშაობს თხელკედლიანი ჭურჭლის კედელი?

ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებში.

17. რა დაშვების საფუძველზე იანგარიშება თხელკედლიანი ჭურჭელი?

მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვები თანაბრადაა განაწილებული ამოჭრილი ელემენტის კიდეებზე.

18. როგორი სახე აქვს ლაპლასის განტოლებას?

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{\delta}.$$

19. რა სახეს იძენს ლაპლასის განტოლება სფერული რეზერვუარისათვის?

რადგან $\rho_1 = \rho_2 = \frac{D}{2}$ (D სფეროს დიამეტრია) და $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, მიიღება: $2\frac{\sigma}{\frac{D}{2}} = \frac{p}{\delta}$,

საიდანაც

$$\sigma = \frac{pD}{4\delta}.$$

19. რა სახეს იძენს ლაპლასის განტოლება ცილინდრული რეზერვუარისათვის?

ცილინდრული რეზერვუარისთვის $\rho_1 = \frac{D}{2}$, $\rho_2 = \infty$.

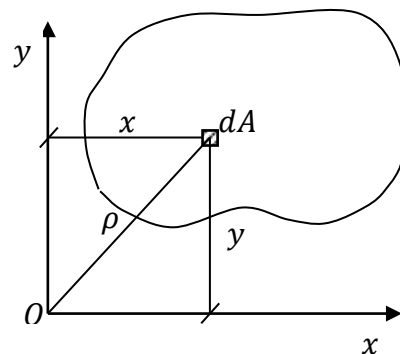
$$\sigma_1 = \frac{pD}{2\delta}.$$

Vთავი

ბრტყელი ნაკვთის გეომეტრიული მახასიათებლები

5.1. ზოგადი ცნებები. ნაკვთის სტატიკური მომენტი. მისი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები

როგორც დავინახეთ, ღერძული გაჭიმვა-კუმშვისა და ძვრისათვის გამოყვანილსაანგარიშო ფორმულებში გეომეტრიული მახასიათებლებიდან ფიგურირებდა მხოლოდ განიკვეთის A ფართობი. გრეხის, ღუნვის, აგრეთვე, რთული წინაღობის შემთხვევაში, რომლებიც შემდგომში შეისწავლება, გამოიყენება განიკვეთის უფრო რთული გეომეტრიული მახასიათებლები.



ნახ.40

ვინაიდან განიკვეთი ბრტყელ ნაკვთს წარმოადგენს, შევისწავლოთ ბრტყელი ნაკვთის გეომეტრიული მახასიათებლები. განვიხილოთ რაიმე ბრტყელი ნაკვთი, რომელიც მოცემულია xOy კოორდინატთა სისტემაში (ნახ. 40). ნაკვთში გამოვეთ უსასრულოდ მცირე dA ფართობი x და y კოორდინატებით, საპოლუსო ρ მანძილით.

$$S_x = \int_A y \cdot dA \quad (1)$$

სიდიდეს ეწოდება ნაკვთის (ფართობის) სტატიკური, ანუ პირველი ხარისხის ინერციის მომენტი x ღერძის მიმართ. განსაზღვრულ ინტეგრალთან A ნიშნაკი მიუთითებს, რომ ინტეგრირება წარმოებს მთელ A ფართობზე.

ანალოგიურად გვაქვს სტატიკური მომენტი y ღერძის მიმართ:

$$S_y = \int_A x \cdot dA .$$

შედგენილი ნაკვთის სტატიკური მომენტი რაიმე x ღერძის მიმართ მოიძებნება, როგორც n შემადგენელი მარტივი ნაკვთების სტატიკური მომენტების ალგებრული ჯამი:

$$S_x = \sum_{i=1}^n y_{ic} A_i , (3)$$

$$y \text{ ღერძის მიმართ} - S_y = \sum_{i=1}^n x_{ic} A_i .$$

ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა გამოითვლება თეორიული მექანიკის კურსიდან ცნობილი ვარინიონის თეორემით:

$$S_x = y_c \cdot A , S_y = x_c \cdot A , (4)$$

საიდანაც გვექნება

$$x_c = \frac{S_y}{A}, \quad y_c = \frac{S_x}{A} . (5)$$

აქ x_c და y_c მთელი ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია. მათ ნაკვთის ფართობის მხარსაც უწოდებენ.

შედგენილი ნაკვთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები გამოითვლება ფორმულებით:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ic} A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}, y_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ic} A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}, \quad (6)$$

სადაც x_{ic} და y_{ic} შემადგენელი მარტივი ნაკვეთების სიმძიმის ცენტრთა კოორდინატებია, ხოლო A_i – მათი ფართობები.

ღერძებს, რომლებიც ნაკვეთის სიმძიმის ცენტრზე გადის, ცენტრალური ეწოდება. ამ ღერძების მიმართ სტატიკური მომენტები ნულის ტოლია: რადგან მხრები ნულია: $x_c = 0$ და $y_c = 0$, ამიტომ $S_x = S_y = 0$. სტატიკური მომენტის განზომილებაა (სიგრძე)³, მაგალითად, სმ³, მ³.

5.2. ინერციის მომენტი

განსაზღვრულ ინტეგრალებს:

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA, \quad I_y = \int_A x^2 \cdot dA, \quad (1)$$

ეწოდებათ ნაკვეთის (ფართობის) ინერციის ღერძული ანუ ეკვატორიული მომენტი, შესაბამისად x და y ღერძების მიმართ.

განსაზღვრულ ინტეგრალს

$$D_{xy} = \int_A xy \cdot dA, \quad (2)$$

ეწოდება ცენტრიდანული ინერციის მომენტი x და y ღერძების მიმართ.

განსაზღვრულ ინტეგრალს

$$I_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA, \quad (3)$$

ეწოდება ნაკვეთის პოლარული ინერციის მომენტი O სათავის მიმართ.

ინერციის მომენტის განზომილებაა (სიგრძე)⁴, მაგალითად, სმ⁴, მ⁴, მმ⁴ და ა.შ. ღერძული I_x და I_y მომენტები და აგრეთვე პოლარული I_ρ მომენტი მხოლოდ დადებითი შეიძლება იყოს (x, y და ρ კოორდინატები კვადრატშია), ცენტრიდანული D_{xy} ინერციის მომენტი კი – როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი; კერძო შემთხვევაში – ნულის ტოლიც.

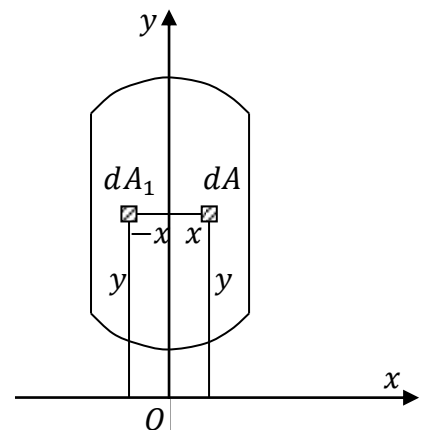
პოლარული I_ρ ინერციის მომენტი ღერძული I_x და I_y მომენტების ჯამის ტოლია. მართლაც, ნახ. 42-დან გვაქვს, რომ $\rho^2 = x^2 + y^2$, მისი (3) –ში შეტანით მივიღებთ:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_A (y^2 + x^2) \cdot dA = \int_A y^2 \cdot dA + \int_A x^2 \cdot dA = I_x + I_y. \quad \text{ე.ი.}$$

$$I_\rho = I_x + I_y.$$

5.3. ინერციის მთავარი ღერძისა და მთავარი მომენტის ცნება.

ღერძს, რომლის მიმართ ცენტრიდანული D_{xy} ინერციის მომენტი ნულის ტოლია, ინერციის მთავარი u და v ღერძი ეწოდება ($D_{uv} = 0$), ხოლო ინერციის I_u და I_v მომენტებს – მთავარი მომენტები. სიმეტრიის ყოველი ღერძი მთავარი u (ან v) ინერციის ღერძია. ნახაზზე (ნახ. 41) მოყვანილი სიმეტრიული ნაკვეთის ყოველ ელემენტარულ dA ფართობს, სიმეტრიის y ღერძის ცალ მხარეს x და y კოორდინატებით, ამ ღერძის მეორე მხარეს შეესაბამება სიმეტრიული dA_1 ფართობი, $-x$ და y კოორდინატებით ისე,



ნახ. 43

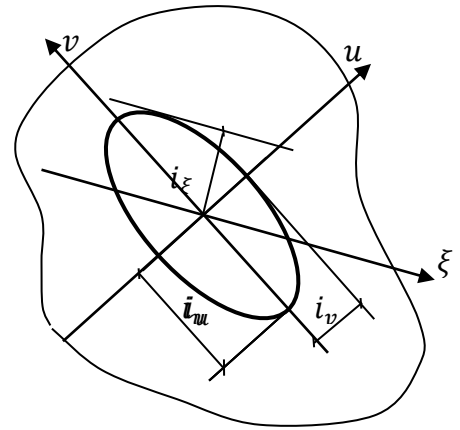
რომ $xy \cdot dA$ ნამრავლი შეკრების დროს ერთმანეთს გააბათილებს და მივიღებთ $D_{xy} = 0$.

სიბრტყეს, რომელიც გადის ღეროს განივკვეთის ინერციის მთავარ u ან v ღერძზე და ღეროს ღერძზე, ინერციის მთავარი სიბრტყე ანუ სიხისტის სიბრტყე ჰქვია.

5.4. ინერციის რადიუსის ცნება. ინერციის ელიფსი

$i_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}}$ სიდიდესეწოდება ინერციის რადიუსი რაიმე ξ ღერძის მიმართ, სადაც I_ξ ინერციის მომენტია ξ ღერძის მიმართ, ხოლო A - ნაკეთის ფართობი. უმეტესად გვიწევს ინერციის მთავარი $i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}}, i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}}$ რადიუსებით სარგებლობა.

თუ მთავარ v ღერძზე გადავზომავთ i_u -ს, ხოლო მთავარ u ღერძზე - i_v -ს და ავაგებთ ელიფსს, მივიღებთ ე.წ. ინერციის ელიფსს (ნახ. 42). როდესაც მთავარი u და v ღერძები ცენტრალური ღერძებია, გვექნება ინერციის ცენტრალური ელიფსი:

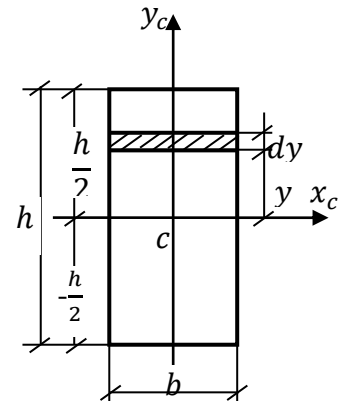


ნახ.42

$$\frac{u^2}{i_v^2} + \frac{v^2}{i_u^2} = 1.$$

მისი საშუალებით შეგვიძლია გრაფიკულად მოვძებნოთ ინერციის i_ξ რადიუსი ნებისმიერი ξ ღერძის მიმართ და ამ უკანასკნელის მიხედვით გამოვითვალოთ ინერციის I_ξ მომენტი. ამისათვის, ელიფსის მიმართ ვატარებთ ξ ღერძის პარალელურ მხებს. შემდეგ ელიფსის ცენტრიდან ამ მხებზე დაგუშვებთ i_ξ მართობს და გამოვითვლით $I_\xi = i_\xi^2 \cdot A$.

ნაკეთებისათვის, რომელთა $I_u = I_v$, ე.ი. $i_u = i_v = i$, ელიფსის განტოლების ნაცვლად ვიღებთ წრეწირის $u^2 + v^2 = i^2$ განტოლებას. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყველა ცენტრალური ღერძისათვის ნაკეთებისათვის (წრეწირი, კვადრატი, წრიული რგოლი, კვადრატი წრიული ხვრელით და სხვ.) მთავარი ღერძია.



ნახ. 43

5.5. მართკუთხედი ნაკეთის ინერციის მომენტი

1. მართკუთხედი. გამოვთვალოთ მართკუთხედის ინერციის I_{x_c} მომენტი ფუძის პარალელური, ცენტრალური x_c ღერძის მიმართ. ამისათვის, x_c ღერძიდან ნებისმიერ y მანძილზე გამოვყოთ უსასრულოდ მცირე dy სიგანის ზოლი (43-ე ნახაზზე დაშტრიხულია). ცხადია, ამ ზოლის ფართობი იქნება $dA = b \cdot dy$. შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა ინერციის მომენტის ზოგად $\int_A y^2 \cdot$

dA გამოსახულებაში და მოვახდინოთ ინტეგრირება მთელი ნაკეთის ფართობის ფარგლებში, რისთვისაც y -ს მივცეთ საზღვრები $-\frac{h}{2}$, და $+\frac{h}{2}$, გვექნება:

$$I_{x_c} = \int_A y^2 \cdot dA = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \cdot dy = b \left| \frac{y^3}{3} \right| = b \left(\frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{24} \right) = \frac{bh^3}{12}.$$

ე.ი. $I_{x_c} = \frac{bh^3}{12}$,

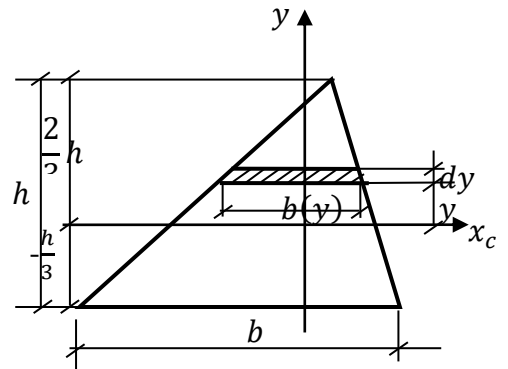
ანალოგიურად, $I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}$.

2. სამკუთხედი. გამოვთვალოთ სამკუთხედის ინერციის მომენტი მისი რომელიმე გვერდის პარალელური ცენტრალური x_c ღერძის მიმართ (ნახ.44). ელემენტარული ზოლის ფართობია $dA = b(y) \cdot dy$. ცვლადი სივანე

$$b(y) = \frac{\frac{2}{3}h - y}{h} b.$$

ამიტომ,

$$I_{x_c} = \frac{b}{h} \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} \left(\frac{2}{3}h - y \right) y^2 \cdot dy = \frac{bh^3}{36}.$$



ნახ. 44

ეს ფორმულა სამართლიანია ნებისმიერი სამკუთხედისათვის.

3. წრე. წრიული განივკვეთის ძელი მუშაობს როგორც ღუნვის, ისე გრეხის პირობებში. ღუნვისას დაგვიჭირდება ინერციის ღერძული I_{x_c} მომენტი, ხოლო გრეხისას - ინერციის პოლარული I_p მომენტი. პირველ რიგში, გამოვთვალოთ პოლარული I_p მომენტი O ცენტრის მიმართ. ამისათვის ორი ერთმანეთთან უსასრულოდ ახლოს მდებარე კონცენტრული წრეხაზით და ერთმანეთთან უსასრულოდ ახლოს მდებარე ორი რადიუსით გამოვეყთ ელემენტარული dA ფართობი, რომელიც, როგორც მე-45 ნახაზიდან ჩანს, იქნება $dA = \rho d\alpha \cdot d\rho$. შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა პოლარული I_p მომენტის გამოსახულებაში, მივიღებთ:

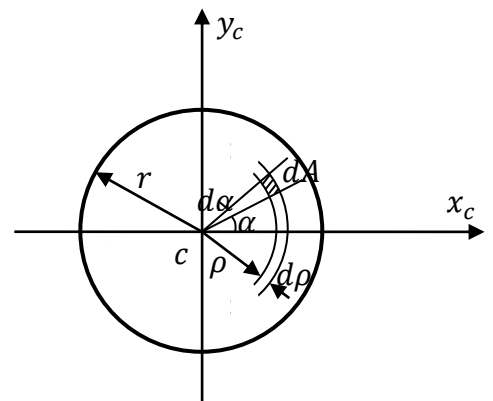
$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^r \rho^3 \cdot d\rho = \left| \frac{\rho^4}{4} \right|_0^r |\alpha|_0^{2\pi},$$

საიდანაც

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2}.$$

ვინაიდან წრისათვის ინერციის მომენტი ყველა ცენტრალური ღერძის მიმართ ერთი და იგივეა, ე.ი. $I_{x_c} = I_{y_c}$. ამასთან ერთად, $I_{x_c} + I_{y_c} = I_p$ დამოკიდებულებიდან $2I_{x_c} = 2I_{y_c} = I_p$, ამიტომ გვექნება:

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi r^4}{4}.$$



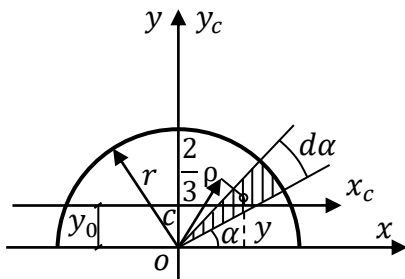
ნახ. 45

4. წრიული რგოლი. წრიული რგოლის შემთხვევაში შეიცვლება მხოლოდ მეორე ინტეგრალის საზღვრები. ეს საზღვრები იქნება r_2 და r_1 , სადაც r_2 შიგა წრის რადიუსია, ხოლო r_1 – გარე წრის რადიუსი (ნახ. 46). აღნიშნულის საფუძველზე დავწერთ:

$$I_\rho = \frac{\pi r_1^4}{2} - \frac{\pi r_2^4}{2} = \frac{\pi r_1^4}{2} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right],$$

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{I_\rho}{2} = \frac{\pi r_1^4}{4} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right].$$

5. ნახევარი წრე. განვსაზღვროთ ნახევარი წრის ინერციის I_{x_c} მომენტი ცენტრალური x_c ღერძის მიმართ (ნახ. 47). ნახევარი წრის სიმძიმის c ცენტრიმდებარეობს სიმეტრიის y_c ღერძზე, ე.ი. $x_0 = 0$, მისი y_0 კოორდინატი ასე მოიძებნება:



ნახ. 47

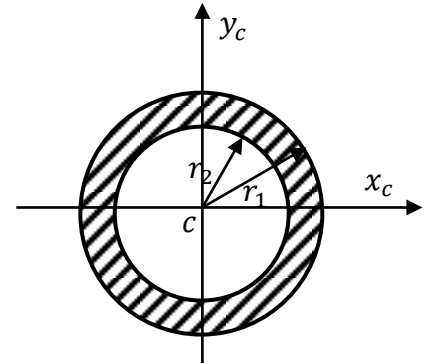
$$y_0 = \frac{S_x}{A} = \frac{\int_0^{\pi/2} r \cdot r d\alpha \cdot \frac{2}{3} r \sin \alpha}{\frac{\pi r^2}{2}} =$$

$$\frac{\frac{r^3}{3} [-\cos \alpha]_0^{\pi/2}}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{2r}{3\pi} [-1 - 1] \approx$$

$$\approx 0.424r.$$

I_{x_c} მომენტი გამოითვლება ფორმულით $I_{x_c} = I_x - y_0^2 \cdot A$, სადაც $I_x = \frac{1}{2} \frac{\pi r^4}{4}$ ნახევარი წრის ინერციის მომენტია, ხოლო $A = \frac{1}{2} \pi r^2$ - ფართობი.

$$I_{x_c} = \frac{\pi r^4}{8} - (0.424r)^2 \frac{\pi r^2}{2} \approx 0.035 \pi r^4.$$



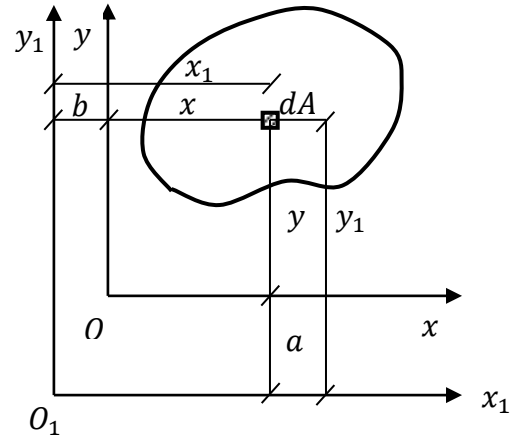
ნახ. 46

5.6. ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულებას ხვადასხვა ღერძის მიმართ

ინერციის მომენტი, ერთი მხრივ, დამოკიდებულია ბრტყელი ნაკვთის ფორმასა და ზომებზე, ხოლო, მეორე მხრივ, ღერძების მდებარეობაზე. ერთი და იმავე ნაკვთის ინერციის მომენტები დამოკიდებულია მხოლოდ იმ ღერძების მდებარეობაზე, რომლებიც ბრტყელი ნაკვთის სიბრტყეშია განლაგებული.

პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტის დროს, ნაკვთის ინერციის მომენტებს უფრო ადვილად ვიანგარიშებთ, თუ გამოვიყენებთ სხვა ღერძების მიმართ ინერციის მომენტების იმ ცნობილ მნიშვნელობებს, რომლებიც წინასწარ გვქონდა გამოთვლილი, ან რომლებიც ცნობარებიდან ავიღეთ. ცხადია, მათი გამოყენებისათვის უნდა გვქონდეს დამოკიდებულებები, რომლებიც აკავშირებს ინერციის მომენტებს "ძველი" ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებთან "ახალი" ღერძების მიმართ.

დავადგინოთ, როგორ შეუძლია “ძველ” ღერძებს სიბრტყეზე “ახალი” ღერძების მდებარეობის დაკავება. ზოგად შემთხვევაში, კოორდინატთა “ძველი” xoy სისტემიდან ნებისმიერ “ახალ” $x_1o_1y_1$ სისტემაზე გადასვლის პროცესი, ორი თანამიმდევრული გარდაქმნის სახით შეიძლება წარმოვადგინოთ: 1. სისტემის პარალელური გადატანა სიბრტყეზე; 2. სისტემის მობრუნება ახალი სათავის მიმართ.



ნახ. 48

1) დამოკიდებულება პარალელური ღერძების მიმართ, ინერციის მომენტებს შორის.

დავუშვათ, ცნობილია, ინერციის მომენტები “ძველი” ღერძების მიმართ:

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA; I_y = \int_A x^2 \cdot dA;$$

$$D_{xy} = \int_A xy \cdot dA; I_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA.$$

მათი საშუალებით გამოვთვალოთ ინერციის მომენტები “ძველი” x და y ღერძების პარალელური “ახალი” x_1 და y_1 ღერძების მიმართ, თუ ცნობილია ღერძებს შორის a და b მანძილები (ნახ. 48).

ნახაზიდან, ელემენტარული dA ფართობის ძველ და ახალ კოორდინატებს შორის გვაქვს დამოკიდებულება $x_1 = x + b$; და $y_1 = y + a$. მაშასადამე, “ახალი” ღერძების მიმართ დავწერთ:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 \cdot dA = \int_A (y + a)^2 \cdot dA = \int_A y^2 \cdot dA + 2a \int_A y \cdot dA + a^2 \int_A dA.$$

მიღებულ გამოსახულებაში შედის სამი ინტეგრალი, რომელთაგან პირველი $I_x = \int_A y^2 \cdot dA$ არის ნაკვთის ინერციის მომენტი “ძველი” x ღერძის მიმართ; მეორე - ნაკვთის $S_x = \int_A y \cdot dA$ სტატიკური მომენტი “ძველი” x ღერძის მიმართ; მესამე - $A = \int_A dA$ - ნაკვთის ფართობი. მაშასადამე, გვქვს:

$$I_{x_1} = I_x + 2aS_x + a^2A. \quad (1)$$

ანალოგიურად,

$$I_{y_1} = I_y + 2bS_y + b^2A. \quad (2)$$

ინერციის ცენტრიდანული მომენტი “ახალი” ღერძების მიმართ:

$$D_{x_1y_1} = \int_A x_1y_1 \cdot dA = \int_A (x + b)(y + a) \cdot dA = \int_A xy \cdot dA + a \int_A x \cdot dA + b \int_A y \cdot dA + abA, \text{ ე.ი.}$$

$$D_{x_1y_1} = D_{xy} + aS_y + bS_x + abA. \quad (3)$$

ინერციის პოლარული მომენტი “ახალი” O_1 სათავის მიმართ:

$$I_{\rho_1} = I_{x_1} + I_{y_1} = (I_x + I_y) + 2(aS_x + bS_y) + (a^2 + b^2)A, \text{ ე.ი.}$$

$$I_{\rho_1} = I_\rho + 2(aS_x + bS_y) + (a^2 + b^2)A. \quad (4)$$

კერძო შემთხვევაში, როდესაც “ძველი” x და y ცენტრალური ღერძებია, ე.ი. $S_x = S_y = 0$, მივიღებთ:

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A; (1')$$

$$I_{y_1} = I_y + b^2 A; (2')$$

$$D_{x_1 y_1} = D_{xy} + abA; (3')$$

$$I_{\rho_1} = I_{\rho} + (a^2 + b^2)A. (4')$$

და პირიქით, თუ ცნობილია ინერციის I_{x_1} და I_{y_1} მომენტი ნებისმიერი x_1 და y_1 ღერძების მიმართ, მაშინ (1'), . . . (4') ფორმულებიდან გამოვითვლით ინერციის მომენტებს ცენტრალური x და y ღერძების მიმართ

$$I_x = I_{x_1} - a^2 A; (1'')$$

$$I_y = I_{y_1} - b^2 A; (2'')$$

$$D_{xy} = D_{x_1 y_1} - abA; (3'')$$

$$I_{\rho} = I_{\rho_1} - (a^2 + b^2)A. (4'')$$

როგორცბოლო ფორმულები გვიჩვენებს, ინერციის მომენტები ნაკეთის ცენტრალური x და y ღერძების მიმართ უმცირესია, მათი პარალელური სხვა ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს შორის.

2) დამოკიდებულება ურთიერთმობრუნებული ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს შორის.

ვთქვათ, ინერციის მომენტები ცნობილია x და y ცენტრალური ღერძების მიმართ (ნახ. 49):

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA; I_y = \int_A x^2 \cdot dA; D_{xy} = \int_A xy \cdot dA.$$

გამოვთვალოთ ინერციის მომენტები ახალი x_1 და y_1 ღერძების მიმართ, რომლებიც ძველ x და y ღერძებთან ადგენს α კუთხეს - ძველი x და y ღერძების მიმართ ინერციის I_x და I_y მომენტების საშუალებით. α კუთხის ათვლის დადებით მიმართულებად მივიჩნიოთ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულება.

უსასრულოდ მცირე dA ფართობის ახალი x_1 და y_1 კოორდინატები ძველი x და y კოორდინატებით გამოისახება ფორმულებით:

$$x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha; y_1 = y \cos \alpha - x \sin \alpha.$$

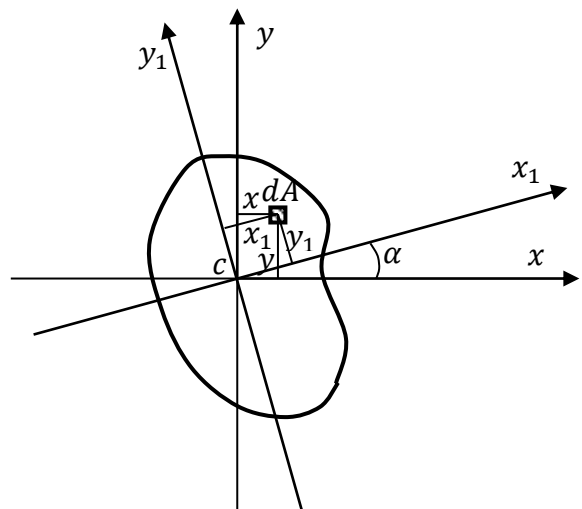
ამ დამოკიდებულებების გამოყენებით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= \int_A y_1^2 \cdot dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 \cdot dA = \\ &= \cos^2 \alpha \int_A y^2 \cdot dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 \cdot dA - \\ &- \sin 2\alpha \int_A xy \cdot dA, \end{aligned}$$

ანუ

$$I_{x_1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - D_{xy} \sin 2\alpha, (1)$$

ასევე



ნახ. 49

$$\begin{aligned}
I_{y_1} &= \int_A x_1^2 \cdot dA \\
&= \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 \cdot dA \\
&= \cos^2 \alpha \int_A x^2 \cdot dA + \sin^2 \alpha \int_A y^2 \cdot dA + \sin 2\alpha \int_A xy \cdot dA,
\end{aligned}$$

ანუ

$$I_{y_1} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + D_{xy} \sin 2\alpha \quad (2)$$

და

$$D_{x_1 y_1} = \int_A x_1 y_1 \cdot dA = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) \cdot dA,$$

ანუ

$$D_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + D_{xy} \cos 2\alpha. \quad (3)$$

5.7. ინერციის მთავარი ღერძები და მთავარი მომენტები

ინერციის I_{x_1} და I_{y_1} მომენტები, α კუთხის ფუნქციებია. ამათგან პირველია მოვიკვლიოთ ექსტრემუმზე. α_0 -ით აღვნიშნოთ I_{x_1} -ის ექსტრემალური მნიშვნელობების შესაბამისი კუთხე, გვექნება:

$$\frac{dI_{x_1}}{d\alpha_0} = -2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 - 2\cos 2\alpha_0 = 0,$$

საიდანაც

$$(I_y - I_x) \sin 2\alpha_0 - 2D_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0$$

და

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2D_{xy}}{I_y - I_x}, \quad (1)$$

ამ განტოლების ამოხსნით მიღებული $\alpha_0 = \alpha'_0 \pm n \frac{\pi}{2}$ -ის მნიშვნელობებიდან გვანტერესებს ორი: α'_0 და $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$. ცხადია, მათ შესაბამება ორი ურთიერთპერპენდიკულარული ღერძი, ანუ u და v ღერძები.

იმ ურთიერთპერპენდიკულარულ u და v ღერძებს, რომელთა მიმართ ინერციის მომენტი ღებულობს ექსტრემალურ I_u და I_v მნიშვნელობებს, მთავარი ღერძები ეწოდება, ხოლო ამ ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს - მთავარი I_u და I_v მომენტები.

(1) განტოლება შეგვეძლო მიგვეღო $D_{uv} = 0$ პირობიდანაც. ამ პირობის საფუძველზე, მთავარი ღერძები უკვე განვმარტეთ 5.3 პარაგრაფში, სადაც მივუთითეთ, რომ ნაკვთის სიმეტრიის ღერძი და მისი მართობი ყოველი ღერძი, მთავარი ღერძებია.

α_0 -ის მნიშვნელობის I_{x_1} -ისა და I_{y_1} -ის გამოსახულებებში შეტანით, მივიღებთ მთავარი I_u და I_v მომენტების გამოსათვლელ ფორმულებს:

$$\begin{cases} I_u = I_x \cos^2 \alpha_0 + I_y \sin^2 \alpha_0 - D_{xy} \sin 2\alpha_0 \\ I_v = I_x \sin^2 \alpha_0 + I_y \cos^2 \alpha_0 + D_{xy} \sin 2\alpha_0. \end{cases} \quad (2)$$

შევკრიბოთ ისინი წევრ-წევრად, მივიღებთ:

$$I_v + I_u = I_x + I_y = \text{const},$$

რაც გვიჩვენებს, რომ ღერძების მობრუნებისას ურთიერთმართობი ღერძების მიმართ ინერციის მომენტების ჯამი ანუ ინერციის პოლარული მომენტი არ იცვლება და სიდიდით ყოველთვის მთავარი მომენტების ჯამის ტოლი რჩება.

(2)-ში ტრიგონომეტრიიდან ცნობილი $\cos^2 \alpha_0 = \frac{1 + \cos 2\alpha_0}{2}$, $\sin^2 \alpha_0 = \frac{1 - \cos 2\alpha_0}{2}$ დამოკიდებულებების გათვალისწინება მოგვცემს

$$\begin{cases} I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha_0 - D_{xy} \sin 2\alpha_0 \\ I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha_0 + D_{xy} \sin 2\alpha_0. \end{cases}$$

რომ გამოვრიცხოთ $\cos 2\alpha_0$ და $\sin 2\alpha_0$ ვიყენებთ ფორმულას $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2D_{xy}}{I_y - I_x}$.

გარკვეული გარდაქმნების ჩატარების შემდეგ, მივიღებთ მთავარი I_u და I_v მომენტებისათვის მეორე სახის, პრაქტიკულად უფრო ადვილად გამოსაყენებელ საანგარიშო ფორმულებს:

$$\begin{cases} I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4D_{xy}^2} \\ I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4D_{xy}^2}. \end{cases} \quad (3)$$

ამრიგად, თუ ცნობილია ინერციის ღერძული I_x, I_y და D_{xy} ცენტრიდანული მომენტები რაიმე x და y ღერძების მიმართ, (1) ფორმულით დავადგენთ მთავარი u და v ღერძების მდებარეობას და (3) ფორმულით გამოვითვლით მთავარ I_u და I_v მომენტებს.

ძელის გრეხისა და ღუნვისას ფიგურირებს ცენტრალური x და y ღერძები.

5.8. წრის პოლარული წინააღობის W_ρ მომენტი და წრისა და მართკუთხედის W_x და W_y წინააღობის მომენტები

გრეხისას, სიმტკიცეზე წრიული განივკვეთის ძელის გაანგარიშებისას ვსარგებლობთ პოლარული წინააღობის მომენტით $W_\rho = \frac{I_\rho}{r} = \frac{\frac{\pi r^4}{2}}{r} = \frac{\pi r^3}{2}$,

$$\text{ანუ } W_\rho = \frac{\frac{\pi d^3}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

ღუნვისას, სიმტკიცეზე ძელის გაანგარიშებისას ვსარგებლობთ კვეთის $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$ მახასიათებლით, რომელსაც წინააღობის მომენტი ეწოდება. აქ y_{\max} ნაკვეთის ცენტრზე გამავალი x ღერძიდან უშორეს კიდემდე მანძილია.

$$\text{მართკუთხედისათვის } W_x = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6},$$

$$\text{წრისათვის } W_x = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{r} = \frac{\pi r^3}{4}; \quad \text{ანუ } W_x = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3.$$

კითხვები და პასუხები

1. რას ეწოდება ბრტყელი ნაკეთის სტატიკური მომენტი?

განსაზღვრულ ინტეგრალს $S_x = \int_A y \cdot dA$ ან გამოსახულებას $S_x = y_c \cdot A$ ეწოდება სტატიკური მომენტი x ღერძის მიმართ. სადაც y_c ნაკეთის სიმძიმის ცენტრის ორდინატაა; მას ნაკეთის ფართობის მხარსაც უწოდებენ.

y ღერძის მიმართ $S_y = \int_A x \cdot dA$ ან $S_y = x_c \cdot A$.

2. როგორ გამოითვლება მარტივი ნაკეთებისაგან შედგენილი ფიგურის სტატიკური მომენტები?

როგორც ცალკეული მარტივი ფიგურების სტატიკური მომენტების ალგებრული ჯამი:

$$S_x = \sum_{i=1}^n y_{ic} A_i \text{ და } S_y = \sum_{i=1}^n x_{ic} A_i,$$

სადაც x_{ic} და y_{ic} შემადგენელი ფიგურების სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, ხოლო A_i - ფართობი.

3. რის საფუძველზე და როგორ იანგარიშება ბრტყელი ნაკეთის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები?

ვარინიონის თეორემის $S_x = y_c \cdot A$ და $S_y = x_c \cdot A$ საფუძველზე, ფორმულებით:

$$x_c = \frac{S_y}{A}, \quad y_c = \frac{S_x}{A},$$

4. როგორ გამოითვლება მარტივი ნაკეთებისაგან შედგენილი ფიგურის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები?

გამოსახულებებით: $x_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ic} A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}, y_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ic} A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}.$

სადაც x_{ic} და y_{ic} შემადგენელი ფიგურების სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებია, ხოლო A_i - ფართობი.

5. რომელი ღერძების მიმართაა ნულის ტოლი სტატიკური S_x და S_y მომენტები და რა განზომილება აქვთ მათ?

ცენტრალური ღერძების მიმართ, რომლებიც ნაკეთის სიმძიმის ცენტრზე გადის ანუ რომელთა მხრები $x_c = 0$ და $y_c = 0$, და ამიტომ სტატიკური მომენტები $S_x = y_c \cdot A = 0$ და $S_y = x_c \cdot A = 0$. განზომილებაა [სმ³].

6. რას ეწოდება ინერციის ღერძული მომენტები?

განსაზღვრული ინტეგრალებით გამოსახულ სიდიდეებს?

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA, \quad I_y = \int_A x^2 \cdot dA. \text{ განზომილებაა [სმ}^4\text{].}$$

7. რას ეწოდება ინერციის ცენტრიდანული მომენტი?

განსაზღვრული ინტეგრალით გამოსახულ სიდიდეს

$$D_{xy} = \int_A xy \cdot dA, [\text{სმ}^4].$$

8. რას ეწოდება ინერციის პოლარული მომენტი?

განსაზღვრული ინტეგრალით გამოსახულ სიდიდეს:

$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA. [\text{სმ}^4].$$

9. როგორ გამოისახება ინერციის პოლარული მომენტი, ინერციის ღერძული მომენტებით?

მათი ჯამის სახით:

$$I_p = I_x + I_y.$$

10. რომელ ღერძებს ეწოდება ინერციის მთავარი და v ღერძები?

ღერძებს, რომელთა მიმართ ინერციის მომენტები ღებულობს ექსტრემალურ მნიშვნელობებს (მაგ., I_u მაქსიმალურს და I_v მინიმალურს ან პირიქით).

11. ინერციის რომელ მომენტს ეწოდება მთავარი?

ინერციის მომენტს მთავარი u და v ღერძების მიმართ.

12. რომელ სიბრტყეს ჰქვია ინერციის მთავარი ანუ სიხისტის სიბრტყე?

სიბრტყეს, რომელიც გადის ღეროს განივკვეთის ინერციის მთავარ u ან v ღერძსა და ღეროს ღერძზე, ინერციის მთავარი სიბრტყე ანუ სიხისტის სიბრტყე ჰქვია.

13. რას ეწოდება ინერციის რადიუსი რაიმე ღერძის მიმართ?

$$i_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}} \text{ სიდიდეს; განზომილებაა [სმ].}$$

14. რას ეწოდება ინერციის ცენტრალური ელიფსი და რისთვის გამოიყენება იგი?

ელიფსს, რომელიც აგებულია მთავარ i_v და i_u რადიუსებზე, როგორც ნახევარღერძებზე:

$$\frac{u^2}{i_v^2} + \frac{v^2}{i_u^2} = 1.$$

იგი გამოიყენება ნებისმიერი ξ ღერძის მიმართ i_ξ რადიუსის გრაფიკული გაანგარიშებისა და მისისაშუალებით ინერციის I_ξ მომენტის გამოთვლისათვის.

15. რომელი ნაკვეთებისათვის არის ყველა ცენტრალური ღერძი მთავარი?

ნაკვეთებისათვის, რომელთა $I_u = I_v$, ე.ი. $i_u = i_v = i$ ანუ ნაკვეთებისათვის, რომელთათვის ელიფსი $u^2 + v^2 = i^2$ წრეწირად გადაიქცევა. ასეთი ნაკვეთებისათვის (წრე, კვადრატი, წრიული რგოლი, კვადრატი წრიული ხერხელით და სხვ.) ყველა ცენტრალური ღერძი, მთავარი ღერძია.

16. როგორ გამოითვლება მართკუთხედის ინერციის მომენტები ცენტრალური x_c და y_c ღერძების მიმართ?

$$I_{x_c} = \int_A y^2 \cdot dA = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \cdot dy = b \left| \frac{y^3}{3} \right| = b \left(\frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{24} \right) = \frac{bh^3}{12}.$$

ე.ი. $I_{x_c} = \frac{bh^3}{12}.$

ანალოგიურად,

$$I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}.$$

14. როგორ გამოითვლება სამთკუთხედის ინერციის მომენტი მისი რომელიმე გვერდის პარალელური ცენტრალური x_c ღერძის მიმართ?

$$I_{x_c} = \int_A y^2 \cdot dA = \int_{-\frac{1}{3}h}^{\frac{2}{3}h} y^2 b(y) dy = \frac{b}{h} \int_{-\frac{1}{3}h}^{\frac{2}{3}h} \left(\frac{2}{3}h - y \right) y^2 \cdot dy = \frac{bh^3}{36}.$$

15. როგორ გამოითვლება წრის ინერციის პოლარული მომენტი და მისი საშუალებით ინერციის მომენტები ცენტრალური x_c და y_c ღერძების მიმართ?

$$I_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_A \rho^2 \cdot \rho d\alpha d\rho = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^r \rho^3 \cdot d\rho = \left| \frac{\rho^4}{4} \right|_0^r |\alpha|_0^{2\pi},$$

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{I_\rho}{2} = \frac{\pi r^4}{4}.$$

16. როგორ გამოითვლება წრიული რგოლის ინერციის პოლარული მომენტი და ინერციის მომენტები ცენტრალური x_c და y_c ღერძების მიმართ?

$$I_\rho = \frac{\pi r_1^4}{2} - \frac{\pi r_2^4}{2} = \frac{\pi r_1^4}{2} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right],$$

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{I_\rho}{2} = \frac{\pi r_1^4}{4} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right].$$

17. როგორ გამოითვლება ნახევარი წრის სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა და ინერციის მომენტი ცენტრალური x_c ღერძის მიმართ?

სიმძიმის C ცენტრი მდებარეობს სიმეტრიის ღერძზე $C(0, y_0)$.

$$y_0 = \frac{S_x}{A} = \frac{\int_0^\pi \frac{1}{2} r \cdot r d\alpha \cdot \frac{2}{3} r \sin\alpha}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{\frac{r^3}{3} |-\cos\alpha|_0^\pi}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{2r}{3\pi} [-1 - 1] \approx 0.424r;$$

$$I_{x_c} = I_x - y_0^2 \cdot A = \frac{\pi r^4}{8} - (0.424r)^2 \frac{\pi r^2}{2} \approx 0.035\pi r^4.$$

18. როგორია დამოკიდებულება პარალელური ღერძების მიმართ, ინერციის მომენტებს შორის?

$$I_{x_1} = I_x + 2aS_x + a^2A; (1)$$

$$I_{y_1} = I_y + 2bS_y + b^2A; (2)$$

$$D_{x_1y_1} = D_{xy} + aS_y + bS_x + abA; (3)$$

$$I_{\rho_1} = I_\rho + 2(aS_x + bS_y) + (a^2 + b^2)A. (4)$$

19. როგორ სახეს იძენს პარალელური ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულება, როდესაც x და y ცენტრალური ღერძებია?

$$I_{x_1} = I_x + a^2A; (1')$$

$$I_{y_1} = I_y + b^2A; (2')$$

$$D_{x_1y_1} = D_{xy} + abA; (3')$$

$$I_{\rho_1} = I_\rho + (a^2 + b^2)A (4')$$

ან პირიქით:

$$I_x = I_{x_1} - a^2A; (1'')$$

$$I_y = I_{y_1} - b^2A; (2'')$$

$$D_{xy} = D_{x_1y_1} - abA; (3'')$$

$$I_\rho = I_{\rho_1} - (a^2 + b^2)A. (4'')$$

ამრიგად, პარალელური ღერძების მიმართ ინერციის მომენტებს შორის I_x , I_y , D_{xy} და I_ρ უმცირესებია.

20. როგორია დამოკიდებულება ურთიერთმობრუნებული ღერძების მიმართ, ინერციის მომენტებს შორის?

$$I_{x_1} = I_x \cos^2\alpha + I_y \sin^2\alpha - D_{xy} \sin 2\alpha, (1)$$

$$I_{y_1} = I_x \sin^2\alpha + I_y \cos^2\alpha + D_{xy} \sin 2\alpha, (2)$$

$$D_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + D_{xy} \cos 2\alpha. (3)$$

21. რომელი განტოლების ამონახსნებია α_0 კუთხის α'_0 და $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$ მნიშვნელობები, რომლებიც მთავარი u და v ღერძების მდებარეობას განსაზღვრავს?

I_{x_1} ფუნქციის ექსტრემუმის $\frac{dI_{x_1}}{d\alpha_0} = -2I_x \cos\alpha_0 \sin\alpha_0 + 2I_y \cos\alpha_0 \sin\alpha_0 - 2D_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0$ პირობიდან მიღებული $tg 2\alpha_0 = \frac{2D_{xy}}{I_y - I_x}$ განტოლების. ამიტომ I_u და I_v ექსტრემალური.

22. რა ნიშნით განისაზღვრება ინერციის მთავარი ცენტრალური u და v ღერძები? იმით, რომ მათ მიმართ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი ნულის ტოლია $D_{uv} = 0$. სიმეტრიული ნაკვთის შემთხვევაში, ეს ღერძები სიმეტრიის ღერძებია.

23. როგორ გამოისახება ინერციის მთავარი I_u და I_v მომენტები? შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{cases} I_u = I_x \cos^2 \alpha_0 + I_y \sin^2 \alpha_0 - D_{xy} \sin 2\alpha_0 \\ I_v = I_x \sin^2 \alpha_0 + I_y \cos^2 \alpha_0 + D_{xy} \sin 2\alpha_0 \end{cases}$$

ან მათი გარდაქმნით მიღებული ფორმულებით, რომლებიც უფრო ადვილად გამოიყენება:

$$\begin{cases} I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4D_{xy}^2} \\ I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4D_{xy}^2} \end{cases}$$

24. რა დასკვნა კეთდება ღერძების მობრუნებისას მთავარი I_u და I_v მომენტების საანგარიშო ფორმულების წევრ-წევრად შეკრებით მიღებული შედეგის საფუძველზე?

ღერძების მობრუნებისას, ურთიერთმართობი ღერძების მიმართ ინერციის მომენტების ჯამი, ანუ ინერციის პოლარული მომენტი არ იცვლება და იგი სიდიდით ყოველთვის მთავარი მომენტების ჯამის ტოლი რჩება.

25. როგორ იანგარიშება წრის პოლარული W_p მომენტი და მარტივი ნაკვთების: წრისა და მართკუთხედის, W_x და W_y წინაღობის მომენტები?

ფორმულებით: $W_p = \frac{I_p}{r}$, $W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$, $W_y = \frac{I_y}{x_{max}}$:

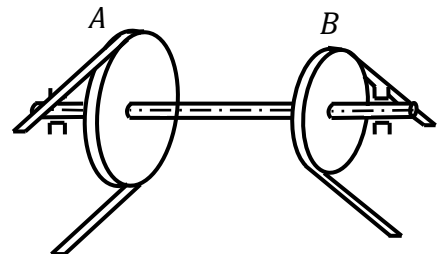
წრისათვის: $W_p = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{\pi d^3}{16}$, $W_x = W_y = \frac{\pi r^3}{4} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3$,

მართკუთხედისათვის: $W_x = \frac{bh^2}{6}$, $W_y = \frac{hb^2}{6}$.

VII ან 30
ბრძანა

6.1. მოვლენის არსი და მბრძანო მომენტი.

ძელი იგრიხება, როცა მასზე მოქმედებს მისი მდებარე წყვილძალა. უმეტესად იგრიხება მანქანათა ლილვები (სატრანსმისიო ან სხვა სახის ლილვები), რომლებსაც მგრესავი მომენტი გადაეცემა ამ

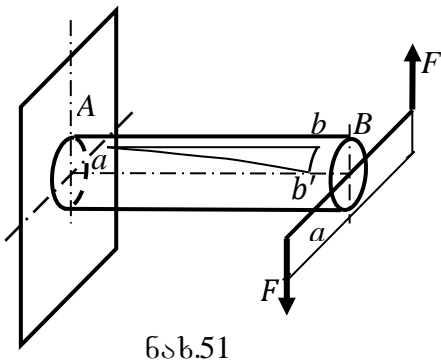


ნახ. 50

ძრავი ღვედებით, კბილანა თვალით და ა. შ. 50-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მრგვალი ლილვი შკივებით. ლილვის ბოლოები ჩასმულია ბურთულსაკისარებში. *A* შკივი ღვედით მიერთებულია ელექტროძრავასთან, *B* შკივი - ჩარხთან. ძრავა, ღვედის დაჭიმვის მეშვეობით *A* შკივის ლილვთან მიერთების ადგილას ქმნის მგრეს მომენტს, რომელიც *B* შკივის გადაცემალილვის გაყოლებით. ეს უკანასკნელი იწყებს ბრუნვას და მოძრაობაში მოჰყავს სამუშაო ჩარხი. ამგვარად, ლილვი *AB* უბანზე განიცდის გრესას.

გრესას მაშინაც აქვს ადგილი, როდესაც ძელი (როგორც, მაგალითად სივრცითი კონსტრუქციის ელემენტი და სხვ.) ცალი ბოლოთი უძრავად არის ჩამაგრებული, ხოლო მეორე ბოლოზე მოქმედებს წყვილძალა, რომელიც განლაგებულია ძელის ღერძის მართობ სიბრტყეში (ნახ. 51). ეს წყვილძალა ქმნის მომენტს $M_{გრ} = Fa$, რომელიც ღეროს დაგრესს. გავარკვიოთ, თუ როგორ იგრისება ძელი.

პროპორციულობის ფარგლებში ჩატარებული ცდები გვიჩვენებს, რომ დაგრესისას, ძელის ღერძი სწორი და განივკვეთები ღერძის მართობული რჩება. დეფორმაცია თავს იჩენს იმაში, რომ სწორი *ab* მსახველები იქცევა *ab'* სრახნულ წირებად, (სრახნის ძალიან დიდი ბიჯით) (ნახ. 51). ამით ფიქსირდება, რომ განივკვეთები გაუნძრევლად არ რჩება. რომ გავარკვიოთ, თუ როგორ მოძრაობენ ისინი, ღერძის განივად დავიტანოთ ღეროსზე დაპირზე შემოწერილი წრეწირები, ანუ განივკვეთის კვალები ძელის ზედაპირზე. ვხედავთ, რომ ძელის დაგრესისას ეს



ნახ.51

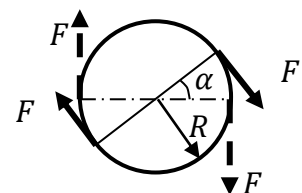
წრეწირებითავეისი მდებარეობის ფარგლებიდან არ გამოდის; თუ ვივულისხმებთ, რომ ეს წრეები არც ძელის შიგნით გამოდისთავისი მდებარეობის ფარგლებიდან, მაშინ შეგვიძლია მივიღოთ დაშვება ბრტყელი კვეთის შესახებ. მაშასადამე, გრესისას განივკვეთები, როგორც ხისტი დისკოები, გარკვეული კუთხეებით მობრუნდება ადგილზე და მათი რადიუსები, როგორც ხისტი დისკოების რადიუსები, სწორი დარჩება - არ დეფორმირდება.

განივკვეთების მობრუნებას ეწინააღმდეგება შიგა ძალები. მათი ტოლქმედი შეადგენს წყვილძალას, რომელმაც უნდა გააწონა-წოროს გარე $M_{გრ}$ მომენტი. შიგა ძალების მიერ შედგენილ წყვილძალის მომენტს, მგრესი M_z მომენტი ეწოდება.

6.2. ლილვზე გადაცემული მომენტის გამოთვლა სიმძლავრისა და ბრუნთა რიცხვის მიხედვით. ეპიურის აბეზა

ლილვზე გადაცემული მომენტის გამოთვლა შესაძლებელია სიმძლავრისა და ბრუნთა რიცხვის მიხედვით. მომენტი წარმოვადგინოთ წყვილძალის სახით, როგორც 52-ე ნახაზზეა ნაჩვენები. დაუშვათ, ბორბალი შემობრუნდა α კუთხით, მაშინ *F* ძალებიდან თითოეული გაივლის *Rα* მანძილს და შეასრულებს $F \cdot R\alpha$ მუშაობას. აქ, *R* ბორბლის რადიუსია. მთელი წყვილძალის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება

$$A = 2F \cdot R\alpha = FD\alpha = M_{გრ} \cdot \alpha,$$



ნახ. 52

საიდანაც

$$M_{გრ} = \frac{A}{\alpha}.$$

თუ დროის ერთეულში ლილვი ასრულებს m ბრუნს, მაშინ $\alpha = 2\pi m$. მაგრამ, დროის ერთეულში შესრულებული მუშაობა არის სიმძლავრე, ე.ი. $A = W$, მაშინ გვექნება: $A = W = M_{გრ} \cdot 2\pi m$, საიდანაც

$$M_{გრ} = \frac{W}{2\pi m}.$$

თუ $W = N_{ცხდ} = 0.7365 \text{ კმ/წმ}$ და $m = n \text{ ბრ/წთ} = \frac{n}{60} \text{ ბრ/წმ}$;
 მაშინ მივიღებთ:

$$M_{გრ} = \frac{W}{2\pi m} = \frac{0.7365 \cdot 60 N}{2\pi n} = \frac{22.095 N}{\pi n} = 7.033 \frac{N}{n} \text{ კმ}.$$

თუ W სიმძლავრე მოცემულია კილოვატებით $W = N'$ კვტ და $m = n \text{ ბრ/წთ} = \frac{n}{60} \text{ ბრ/წმ}$ –ით, მაშინ იმის გათვალისწინებით, რომ $1 \text{ ცხდ} = 0.7365 \text{ კვტ}$ და აქედან გამომდინარე,

$1 \text{ კვტ} = 1.3577 \text{ ცხდ} = 1.3577 \cdot 0.7365 \text{ კმ/წმ} = 1 \text{ კმ/წმ}$, მივიღებთ:

$$M_{გრ} = \frac{W}{2\pi m} = \frac{N'}{2\pi \frac{n}{60}} = \frac{30 N'}{\pi n} = 9.558 \frac{N'}{n} \text{ კმ}.$$

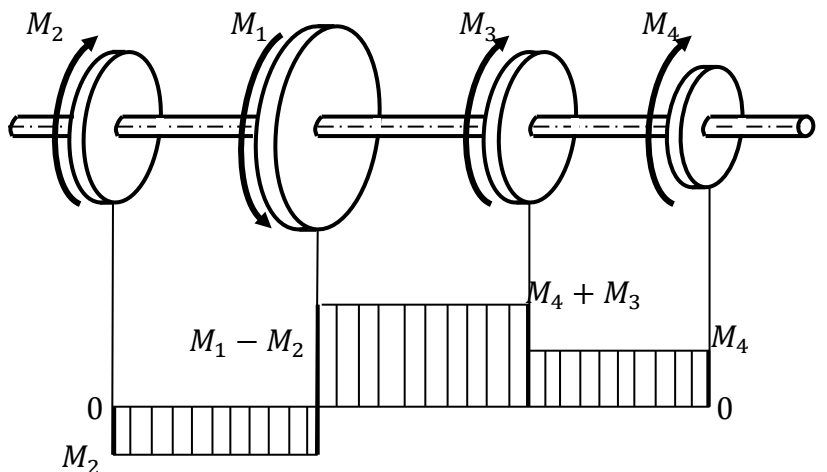
6.3. სატრანსმისიო ლილვის ბაანბარიშება

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც სატრანსმისიო ლილვზე დასმულია რამდენიმე ბორბალი (შკივი): ერთი – წამყვანი, დანარჩენი – მიმყოლი, როგორც ნახვეუნი 53-ე ნახაზზე. ყოველი ბორბლისაგან სატრანსმისიო ლილვს გადაეცემა გარვეული სიდიდის მომენტი და მანქანის დამყარებული მოძრაობისას წამყვანი ბორბლის M_1 მომენტი გაწონასწორდება მიმყოლი ბორბლების M_2, M_3, M_4 მომენტებით. M_2, M_3, M_4 შკივებს შორისგადანაწილდება სამუშაო ჩარხების წინააღმდეგობის მიხედვით – ისინი მოცემული სიდიდეებია. წონასწორობის განტოლებას აქვს სახე:

$$\sum M = -M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0.$$

საიდანაც დადგინდება ძრავიდან ლილვზე გადაცემული მგრეხი M_1 მომენტის საჭირო მნიშვნელობა.

მგრეხი M_z მომენტი განისაზღვრება, როგორც განივკვეთის ცალ მხარეს მოქმედი მომენტის ალგებრული ჯამი. უბნების მიხედვით განისაზღვრება მგრეხი M_z მომენტის მნიშვნელობები და წინასწარ არჩეული მასშტაბით ნულოვანი საზიდან გადაიზომება მგრეხ M_z მომენტების ორდინატები. ბორბლებზე მოდებული მგრეხი $M_i (i = 1, 2, 3, 4)$ მომენტების



ნიშნის განსაზღვრისას, ასე ვიქცევით: განსახილველი განივკვეთიდან ვუყურებთ ლილვის ბოლოს და საათის ისრის მოძრაობის მიმართულების M_i მომენტს მგრესი M_z მომენტის გამოსახულებაში შევიტანთ უარყოფითი ნიშნით, საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებისას – დადებითი ნიშნით (ნიშნის ეს წესი პირობითია და ემყარება შეთანხმებას). აღნიშნული წესების გამოყენებით, უბნების მიხედვით გამოვთვლით:

$$M_z^I = -M_2; M_z^{II} = M_1 - M_2; M_z^{III} = M_3 + M_4; M_z^{IV} = M_3.$$

ამის მიხედვით ავაგებთ მგრესი M_z მომენტის ძელის სიგრძეზე ცვლილების გრაფიკს ანუ ეპიურას, როგორც ნაჩვენებია 53-ე ნახაზზე. ამ ეპიურას ვაგეთ იმისათვის, რომ უდიდესი ორდინატის მიხედვით შევარჩიოთ ლილვის დიამეტრი.

6.4. ცილინდრული ძელის ბაანბარიშება

ა) წონასწორობის პირობა

გრესის მოვლენის არსის გარკვევისას აღვნიშნეთ, რომ შიგა ძალების ტოლფასი სისტემა გამოისახება წყვილძალის M_z მომენტით, რომელსაც მგრესი მომენტი ეწოდება და რომელიც გარე მომენტს აწონასწორებს. წარმოდგენით ძელს თუორნაწილად გაკვეთთ და განვიხილავთ ერთ-ერთი ნაწილის წონასწორობას (ნახ. 54ბ), გამოიხდება, რომ წონასწორობის ექვსი პირობიდან გრესისასდარჩება მხოლოდ ერთი განტოლება:

$$\sum M_z = M_{გრ} - M_z = 0. \quad (1)$$

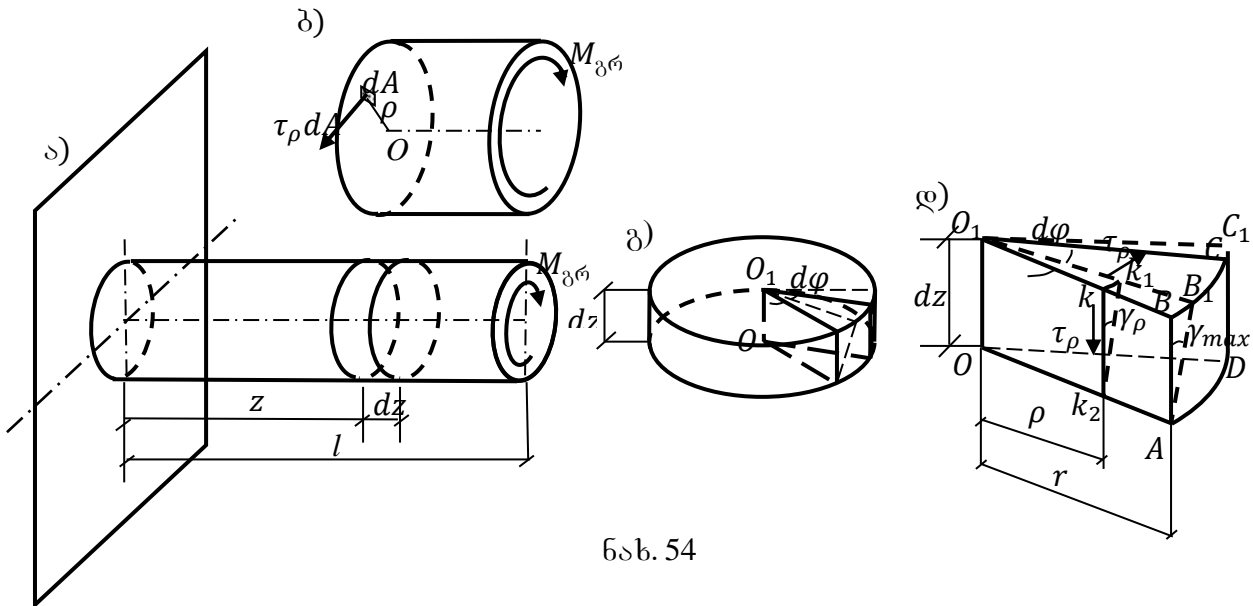
ჩავწეროთ იგი ძელის ჩამაგრებიდან რაიმე z მანძილზე (ნახ. 54,ბ) გატარებული განივკვეთის შემთხვევისათვის. გამოვყოთ ელემენტარული dA ფართობი სიმძიმის O ცენტრიდან რაიმე ρ მანძილზე (ნახ. 54,ბ). dA -ს ფარგლებში აღძრული საშუალო მხები ძაბვა აღვნიშნოთ τ_ρ -თი. ცხადია, განივკვეთს, როგორც მთლიან დისკოს, მის სიბრტყეში მხები τ_ρ ძაბვები მოაბრუნებს ($\sigma_\rho = 0$). ისინი შეადგენენ ელემენტარულ მომენტს $dM_z = \rho \tau_\rho dA$, რომელიც მთელი განივკვეთის ფარგლებში შეიკრიბება და მოგვცემს $M_z = \int_A \rho \tau_\rho dA$ მგრეს მომენტს:

$$\sum M_z = M_{გრ} - \int_A \rho \tau_\rho dA = 0. \quad (2)$$

(2) პირობა არ იძლევა მხები τ_ρ ძაბვების განაწილების კანონს. ეს ამოცანა ისევე, როგორც საერთოდ ძაბვების განსაზღვრის ყველა ამოცანა, სტატიკურად ურკვევია.

ბ) ლეჟორმაციის სურათი

ამ ამოცანის გადასაწყვეტად განვიხილოთ ღეროს დეფორმაციის სურათი. გამოვყოთ ძელიდან უსასრულოდ მცირე dz სიგრძის ელემენტი (ნახ. 54, გ-ზე ნახვენებია გადმობრუნებული). dz მანძილით დაშორებული O_1 განივკვეთი O განივ-



ნახ. 54

კვეთის მიმართ $d\phi$ კუთხით შემობრუნდება. ორი მეზობელი რადიალური კვეთით გამოყოფილი ნებისმიერი სამკუთხა პრიზმა გადაზნექილი გამოვა. მაგალითად, სამკუთხა OO_1ABCD პრიზმა დაიკავებს ახალ $OO_1A_1B_1C_1D_1$ მდებარეობას (ნახ. 54, დ). მაშასადამე, იგი განიცდის სუფთა ძვრას. როგორც ჩანს, გრეხის ამოცანა დაიყვანება სუფთა ძვრაზე.

განვიხილოთ სამკუთხა პრიზმა ცალკე (ნახ. 54, დ). პრიზმის ქვედა წახნაგი ჩამაგრებულიად წარმოვიდგინოთ. ნებისმიერი ρ მანძილით დაშორებულ k წერტილში აბსოლუტური ძვრა ორგვარად შეგვიძლია გამოვთვალოთ. O_1kk_1 სამკუთხედიდან

გვექნება:

$$kk_1 = \rho d\phi, \quad (2)$$

kk_1k_2 სამკუთხედიდან კი,

$$kk_1 = dz \cdot \gamma_\rho, \quad (3)$$

სადაც γ_ρ არის ძვრის კუთხე (უდიდესი ძვრის γ_{max} კუთხე გვექნება კონტურის B წერტილში).

ერთმანეთს გაუტოლოთ (2) და (3) გამოსახულებათა მარჯვენა მხარეები, მივიღებთ:

$$dz \cdot \gamma_\rho = \rho d\phi,$$

საიდანაც

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\phi}{dz} = \rho \theta. \quad (4)$$

$\theta = \frac{d\phi}{dz}$ -ს ეწოდება ფარდობითი გრეხის კუთხე, ანუ გრეხის ხარისხი, იგი რიცხობრივად გამოსატავს ერთეული მანძილით დაშორებული განივკვეთების ურთიერთმობრუნებას.

ბ) დეფორმაციიდან ძაბვაზე გადასვლა

თუ ვისარგებლებთ ჰუკის კანონით სუფთა ძვრის დროს, დავწერთ

$$\tau_\rho = G\gamma_\rho = G\rho\theta. \quad (5)$$

იმისათვის, რომ მხები τ_ρ ძაბვის ფორმულას მივცეთ საანგარიშო სახე, (5) მნიშვნელობა შევიტანოთ წონასწორობის (1) განტოლებაში, რომლითაც ჯერ არ გვისარგებლია, მივიღებთ

$$M_z - G\theta \int_A \rho^2 dA = 0. \quad (6)$$

აქ $G\theta$, როგორც მუდმივი სიდიდეების ნამრავლი, გატანილია ინტეგრალის ნიშნის გარეთ.

მიღებული ინტეგრალი წარმოადგენს განიკვეთის პოლარული I_ρ ინერციის მომენტს, ე.ი. $I_\rho = \int_A \rho^2 dA$, და (6) მიიღებს ასეთ სახეს:

$$M_z - M_z\theta I_\rho = 0,$$

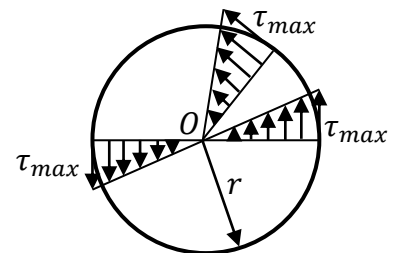
საიდანაც

$$\theta = \frac{M_z}{GI_\rho}. \quad (7)$$

თუ ახლა (7) მნიშვნელობას შევიტანოთ (5) გამოსახელებაში, მივიღებთ მხები τ_ρ ძაბვის საანგარიშო ფორმულას

$$\tau_\rho = \frac{M_z \cdot \rho}{I_\rho}, \quad (8)$$

რომლის საშუალებითაც შეგვიძლია მოვძებნოთ მხები τ_ρ ძაბვა ძელის განიკვეთის ნებისმიერ წერტილში.



ნახ. 55

დ) სიმტკიცისპირობა

როგორც (8) გვჩვენებს, τ_ρ მხები ძაბვა იზრდება განიკვეთის სიმძიმის O ცენტრიდან ρ მანძილის პირ-დაპირპროპორციულად და მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს განიკვეთის კონტურის წერტილებში (ნახ. 55), რომლებისთვისაც $\rho = r$. შესაბამისად, სიმტკიცის პირობა გრეხის დროს ასე ჩაიწერება:

$$\tau_{max} = \frac{M_z \cdot r}{I_\rho} \leq [\tau]. \quad (9)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{r} = \frac{\frac{\pi r^4}{2}}{r} = \frac{\pi r^3}{2}. \quad (10)$$

W_ρ -ს ეწოდება განიკვეთის პოლარული წინაღობის მომენტი, რომლის გამოყენებით სიმტკიცის პირობა გრეხისას ასე ჩაიწერება:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau]. \quad (11)$$

(11)-დან შეგვიძლია, მოვძებნოთ განიკვეთის რადიუსის საჭირო მნიშვნელობა:

$$r \geq \sqrt[3]{\frac{2M_z}{\pi[\tau]}}. \quad (12)$$

მრიცხველში შეგვაქვს M_z -ისუდიდესი ორდინატაეპიურიდან (უარყოფითი მნიშვნელობისას – მოდულით). დასაშვებ $[\tau]$ მხებ ძაბვას კვიდეტო სიმტკიცის ენერგეტიკული თეორიის მიხედვით $[\tau] \approx 0.6[\sigma]$; ფოლადისათვის ფ.3

$$[\tau] = 0.6 \cdot 160 \text{ მპა} \approx 100 \text{ მპა}.$$

ე) სიხისტის პირობა

სიხისტის პირობა დგება გრეხის მაქსიმალური φ_{max} კუთხის მიხედვით. გამოვთვალოთ იგი. დეფორმაციის სურათის განხილვისას ფარდობითი გრეხის θ კუთხისათვის გვექნება ასეთი გამოსახულება:

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GI_\rho},$$

რომლიდანაც

$$d\varphi = \frac{M_z dz}{GI_\rho}.$$

გრეხის კუთხის მისაღებად გავაინტეგრიროთ

$$\varphi = \int_0^z \frac{M_z dz}{GI_\rho} = \frac{M_z z}{GI_\rho}. \quad (13)$$

ცხადია, გრეხის უდიდეს φ_{max} კუთხეს ადგილი ექნება ჩამაგრებიდან უშორეს განივკვეთში, რომლისთვისაც $z = l$ და, შესაბამისად,

$$\varphi_{max} = \frac{M_z l}{GI_\rho}. \quad (14)$$

აქ GI_ρ ნამრავლი ძელის სიხისტეა გრეხის დროს.

პრაქტიკაში დადგენილია გრეხის φ კუთხეების ის მნიშვნელობები, რომელთა გადაჭარბება გამოიწვევს ნორმალური ექსპლუატაციის პირობების დარღვევას. ამ კუთხეს $[\varphi]$, დასაშვები გრეხის კუთხე ეწოდება და მისი მნიშვნელობები ცნობარშია მოცემული. გრეხის დროს სიხისტის პირობა ასე ჩაიწერება:

$$\varphi_{max} = \frac{M_z l}{GI_\rho} \leq [\varphi], \quad (15)$$

საიდანაც, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $I_\rho = \frac{\pi r^4}{2}$, გამოვთვლით ძელის რადიუსს:

$$r = \sqrt[4]{\frac{2M_z l}{\pi G[\varphi]}}. \quad (16)$$

ღეროს განივკვეთის რადიუსს გამოვთვლით როგორც სიმტკიცის, ისე სიხისტის პირობებიდან და მათგან ავიღებთ უდიდესს.

6.5. ბრძანის დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია

ვიგულისხმობთ, რომ ღეროს გრეხისას აღძრული τ ძაბვა არ აღემატება დრეკადობის ზღვარს (ნახ. 56), მაშინ ძელში დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციური U ენერჯია რიცხობრივად მგრეხი $M_{გრ}$ მომენტის მიერ შესრულებული იმ მუშაობის ტოლია, რომელიც სამკუთხედის ფართობით გამოისახება დიაგრამის წრფივ უბანზე. სამკუთხედის ფუძე ის φ_{max} კუთხეა, რომლითაც $M_{გრ}$ -მა მოაბრუნა ძელის თავისუფალი ბოლო:

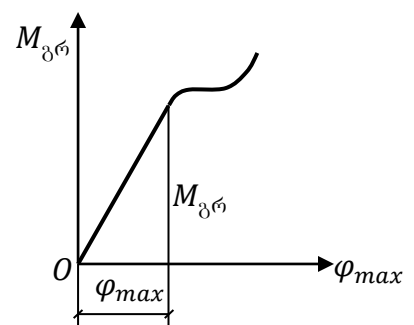
$$A_{\varphi} = U = \frac{1}{2} M_{გრ} \cdot \varphi_{max}, \quad (17)$$

(17) –ში $\varphi_{max} = \frac{M_{გრ} l}{GI_\rho}$ მნიშვნელობის შეტანით, მივიღებთ:

$$U = \frac{M_{გრ}^2 l}{2GI_\rho} \quad (18)$$

ან $M_{გრ} = \frac{\varphi_{max} GI_\rho}{l}$ შეტანით, მივიღებთ:

$$U = \frac{\varphi_{max}^2 GI_\rho}{2l}. \quad (19)$$



ნახ. 56

(18) და (19) ფორმულებით შეგვიძლია ვისარგებლოთ მაშინაც, როდესაც მგრეხი M_z მომენტი არ არის ღეროს მთელ სიგრძეზე მუდმივი, არამედ ნახტომებით იცვლება (ნახ. 53). ამ შემთხვევაში მას გამოვთვლით, როგორც ცალკეულ უბნებზე პოტენციური ენერგიების ჯამს:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n \frac{M_i^2 l_i}{2GI_\rho}.$$

სადაც n უბნების რიცხვია; M_i - მრეხი მომენტის მნიშვნელობა თითოეულ უბანზე; l_i - მათი სიგრძე.

6.6. სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნის მახალითი

განვიხილოთ ორივე ბოლოთი უძრავად ჩამაგრებული ცილინდრული ძელი, რომელზეც მისი ბოლოებიდან a და b მანძილებზე მდებარე განივკვეთის სიბრტყეში მოქმედებს წყვილძალა, რომლის მომენტია M_T (ნახ. 57).

სისტემა ერთხელ სტატიკურად ურკვევია -საყრდენ კვეთებში აღძრული ორი რეაქციული M_A და M_B განსაზღვრისათვის გვაქვს სტატიკის მხოლოდ ერთი განტოლება:

$$\sum M_A = M_T - M_A - M_B = 0. \quad (1)$$

შევადგინოთ დამატებითი - დეფორმაციის განტოლება. მოვხსნათმარცხენა საყრდენი და მისიგავლენა შევცალოთ უცნობი მგრეხი M_A მომენტით. ამ ახალ სისტემას მოცემულის ძირითადი სისტემა ეწოდება. მას განვიხილავთ გარე მგრეხი M_T და უცნობი საყრდენი მგრეხი M_A მომენტის ზემოქმედებაზე. იგი სტატიკურად რკვევადია. მოცემული და ძირითადის სისტემების შესაბამისობაში მოსაყვანად, ძირითადი სისტემისმარცხენა საყრდენ კვეთში გრეხის φ_A კუთხესწულს ვუტოლებთ:

$$\varphi_A = \varphi_{AM_T} - \varphi_{AM_A} = 0. \quad (2)$$

(2) არის დეფორმაციის განტოლება. აქ, φ_{AM_T} არის გარე მგრეხი M_T მომენტის მოქმედებითგამოწვეულიგრეხის კუთხე, ხოლო φ_{AM_A} - უცნობისაყრდენი მგრეხი M_A მომენტის მოქმედებითგამოწვეულიერთსა და იმავე A განივკვეთში. φ_{AM_T} გრეხის კუთხე ტოლია იმავე კუთხის, რომელსაც ადგილი აქვს თვით გარე მგრეხი M_T მომენტის მოქმედების კვეთში:

$$\varphi_{AM_T} = \frac{M_T b}{GI_\rho}, \quad (3)$$

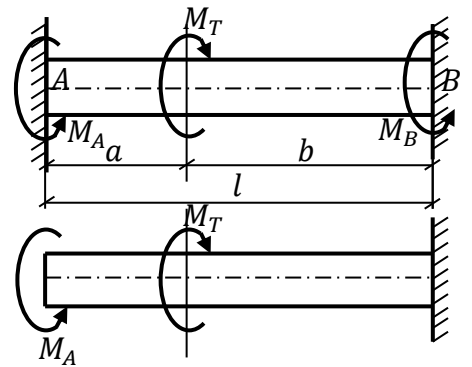
გრეხის φ_{AM_A} კუთხე კი, ტოლია

$$\varphi_{AM_A} = \frac{M_A l}{GI_\rho}. \quad (4)$$

(3) და (4) მნიშვნელობები შევიტანოთ (2) განტოლებაში, გვექნება:

$$\frac{M_T b}{GI_\rho} - \frac{M_A l}{GI_\rho} = 0, \quad \text{ან} \quad \frac{1}{GI_\rho} (M_T b - M_A l) = 0, \quad \text{საიდანაც}$$

$$M_A = \frac{M_T b}{l}. \quad (5)$$



ნახ. 57

ამრიგად, დეფორმაციის განტოლებითა მოვსენით ერთი უცნობი M_A რეაქცია. დარჩენილი მეორე უცნობი M_B რეაქციის ამოხსნისათვის წონასწორობის (1) განტოლება უკვე საკმარისია; მასში M_A -ს მნიშვნელობის შეტანით მივიღებთ:

$$M_T - M_B - M_T \frac{b}{l} = 0,$$

საიდანაც,

$$M_B = M_T - M_T \frac{b}{l} = M_T \frac{l-b}{l} = M_A \frac{a}{l}.$$

6.7. ცილინდრული ზამბარის ბაანბარიშემა

ხრახნულ ზამბარებს ამორტიზატორებად იყენებენ რკინიგზების მოძრავი შემადგელობების სავალ ნაწილებში. აგრეთვე, მანქანებში, მექანიზმებში და სხვ. იგი წარმოადგენს სპირალურ ღეროს მრგვალი (ან მართკუთხა) განივკვეთით.

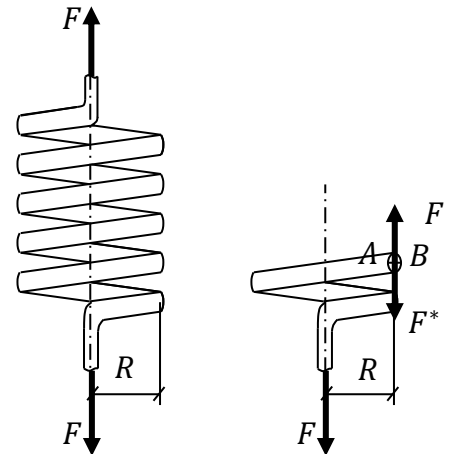
ზამბარის გაანგარიშება ნიშნავს მის განივკვეთში ძაბვების გამოთვლას, სიმტკიცის პირობის შედგენას და მის ბოლოებს შორის მანძილის ცვლილების, ანუ ჯდენის განსაზღვრას.

1. გაანგარიშება სიმტკიცეზე. განვიხილათ ე.წ. მცირე ბიჯის ზამბარას, ე.ი. ისეთს, რომლის ხვიათა დახრის კუთხე უმნიშვნელოა (ნახ. 58). შესაბამისად, ცილინდრის რადიალურ კვეთში მოხვედრილი ზამბარის ღეროს კვეთა განივკვეთად შეგვიძლია მივიჩნიოთ.

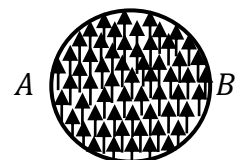
ძაბვის გამოთვლის მიზნით, ცილინდრის რომელიმე რადიალური კვეთით ზამბარა ორ ნაწილად გავკვეთოთ და განვიხილოთ ერთ-ერთი, მაგალითად, ქვედა ნაწილი. გატარებული განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში მოვდოთ F ძალის ტოლი და პარალელური, ერთმანეთის საპირისპირო ორი ძალა. ამ ძალებიდან F^* გამოიწვევს უბრალო ძვრას და, შესაბამისად, განივკვეთში აღიძვრება თანაბრად განაწილებული მხები ძაბვები $\tau' = \frac{F}{\pi r^2}$, სადაც r არის ზამბარის ღეროს განივკვეთის რადიუსი. τ' ძაბვების ეპიურა ნაჩვენებია 59-ე ნახაზზე. დანარჩენი ორი ძალა შეადგენს წყვილძალას, R მხრით და $M_z = F \cdot R$ მომენტით, რომელიც გამოიწვევს ზამბარის გრეხას. როგორც ცნობილია, გრეხის დროს მხები ძაბვის გამოსათვლელად განივკვეთის ნებისმიერ წერტილში გამოიყენება ფორმულა:

$$\tau'' = \tau_\rho = \frac{M_z \cdot \rho}{I_\rho}.$$

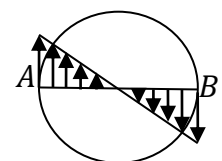
τ'' -ის განაწილება ჰორიზონტალური AB დიამეტრის გასწვრივ ნაჩვენებია 60-ე ნახაზზე. განივკვეთის ნებისმიერ წერტილში სრული მხები τ ძაბვა გამოითვლება, როგორც τ' და τ'' მხები ძაბვების გეომეტრიული ჯამი, რომელსაც შეიძლება ნებისმიერი მიმართულება აქონდეს. გამონაკლისია ჰორიზონტალური AB დიამეტრის წერტილები, სადაც ორივე მხები τ' და τ'' ძაბვის მიმართულება დიამეტრის მართობულია და ამიტომ ალგებრულად შეიკრიბება. ამასთან ერთად, A



ნახ. 58



ნახ. 59



ნახ. 60

წერტილში ორივე მხევი $\tau' = \frac{F}{\pi r^2}$ და $\tau'' = \frac{M_z \cdot r}{I_\rho} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{FR}{\frac{\pi r^3}{2}}$ დაბვის მიმართულება ერთმანეთს თანხვდება და უბრალოდ შეიკრიბება. მათი ჯამი მოგვცემს უდიდეს მხევი τ_{max} დაბვას:

$$\tau_{max} = \tau' + \tau'' = \frac{F}{\pi r^2} + \frac{FR}{\frac{\pi r^3}{2}} = \frac{F}{\pi r^2} \left(1 + \frac{2R}{r}\right).$$

ამ გამოსახულებიდან ნათლად ჩანს, რომ $\frac{2R}{r}$ სიდიდე გაცილებით მეტია 1-ზე, რის გამოც ამ უკანასკნელს, ე.ი. მხევი $\tau' = \frac{F}{\pi r^2}$ დაბვებს, რომლებიც ძვრას იწვევს, მხედ-ველობაში არ ვღებულობთ და ვთვლით, რომ:

$$\tau_{max} = \frac{2FR}{\pi r^3}.$$

შესაბამისად, სიმტკიცის პირობას აქვს სახე

$$\tau_{max} = \frac{2FR}{\pi r^3} \leq [\tau].$$

2. ზამბარის ჯღენის გაანგარიშება (ნახ. 61). ზამბარის ჯღენის ფორმულის მისაღებად ვისარგებლოთ ტოლობით გარე F ძალის მიერ შესრულებულ A მუშაობასა და დეფორმაციის პოტენციურ U ენერგიას შორის:

$$A = U. \quad (1)$$

ცხადია,

$$A = \frac{1}{2} F \lambda. \quad (2)$$

დეფორმაციის პოტენციურ U ენერგიის გამოთვლისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ მხოლოდ გრეხის გავლენა. მაშინ დავწერთ:

$$U = \frac{M_z^2 l}{2GI_\rho}. \quad (3)$$

მაგრამ $M_z = FR$ და $I_\rho = \frac{\pi r^4}{2}$. ამასთან ერთად ჩავთვალოთ, რომ $l = 2\pi Rn$, სადაც n ზამბარის ხვიათა რაოდენობაა. მაშინ მივიღებთ:

$$U = \frac{M_z^2 l}{2GI_\rho} = \frac{F^2 R^2 \cdot 2\pi Rn}{2G \frac{\pi r^4}{2}}. \quad (4)$$

(2) და (4) შევიტანოთ (1) ტოლობაში, გვექნება

$$\frac{1}{2} F \lambda = \frac{F^2 R^2 \cdot 2\pi Rn}{G \pi r^4},$$

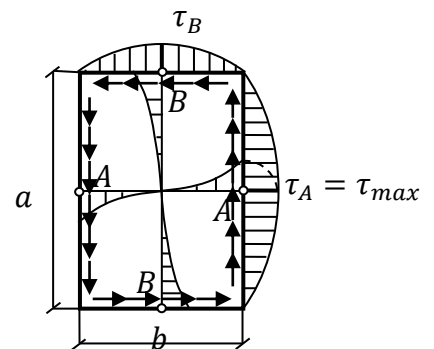
საიდანაც

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4}. \quad (5)$$

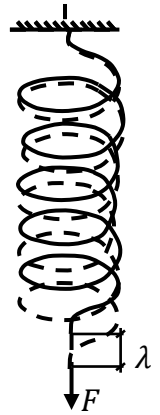
(5) წარმოადგენს ზამბარის ჯღენის ფორმულას.

6.8. მართკუთხა ბანიჰკვეთის ძელის ბრძხა

არაცილინდრული ძელის გრეხის ამოცანა გაცილებით რთულია, ჩვენ მიერ უკვე განხილული ცილინდრული ძელის გრეხის ამოცანასთან შედარებით. ამ შემთხვევაში, ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზა ირღვევა.



ნახ. 62



ნახ. 61

განივკვეთის ცალკეული წერტილები გადაადგილდება ძელის ღერძის გასწვრივ და მთლიანობაში განივკვეთი ბრტყელი აღარაა. ადგილი აქვს განივკვეთის ე.წ. დეპლანაციას.

62-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ძელი მართკუთხა განივკვეთით. ასეთი განივკვეთისათვის, ჯერ კიდევ 1859 წელს, სენ-ვენანმა დაამტკიცა, რომ მაქსიმალური მსები τ_{max} ძაბვა წარმოიშობა მართკუთხედის დაგრეხილი დიდი გვერდების შუაში. დრეკადობის თეორიის მეტოქებით დადგენილია განივკვეთში τ მსებ ძაბვათა განაწილების სურათი (ნახ. 62). მაქსიმალური მსებ τ_{max} ძაბვები შეგვიძლია ვიანგარიშოთ ფორმულით:

$$\tau_A = \frac{M_{გრ}}{W_{\rho}}, \quad (1)$$

$$\text{სადაც } W_{\rho} = \alpha a b^2.$$

τ_B მსები ძაბვები მოკლე გვერდების შუაში:

$$\tau_B = \eta \tau_{max}. \quad (2)$$

α და η კოეფიციენტები დამოკიდებულია გვერდების $\frac{a}{b}$ ფარდობაზე. ამ კოეფიციენტების მნიშვნელობები 1-ელ ცხრილშია მოცემული.

კუთხური გადაადგილება გამოითვლება ფორმულით:

$$\varphi = \frac{M_{გრ}}{G\beta b^3 a}. \quad (3)$$

β კოეფიციენტის მნიშვნელობებიც იმავე ცხრილშია.

ც ხ რ ი ლ ი 1

a/b	1	1.5	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333
η	1.000	.859	0.820	0.795	0.766	0.753	0.745	0.743	0.742	0.742	0.742

კითხვები და პასუხები

1. რაში მდგომარეობს მრგვალი განივკვეთის ძელის გრეხის, როგორც მოვლენის არსი?

მრგვალი განივკვეთის ძელის ღერძის მართობ სიბრტყეში მდებარე გარე წყვილძალის მოქმედებით ძელის განივკვეთები, როგორც ერთიანი დისკოები, ბრუნავს თავის სიბრტყეებში გარკვეული კუთხეებით ისე, რომ მრგვალი ძელის ღერძი სწორი რჩება და განივკვეთები სწორი რადიუსებით, მათი მართობულია.

2. როგორ გამოისახება წონასწორობის პირობები გრეხისას?

მხოლოდ ერთი განტოლებით: $\sum M_z = M_{გრ} - M_z = 0$.

3. როგორ გამოითვლება გარე მგრეხი $M_{გრ}$ მომენტი, ძრავის სიმძლავრისა და ბრუნვათა რივხვის მიხედვით?

როდესაც სიმძლავრე მოცემულია ცხენის ძალებით - $W = N_{ცხძ} = 0.7365 \text{ კნმ/წმ}$ და ბრუნთა რიცხვი ბრ/წთ-ით - $m = n \text{ ბრ/წთ} = \frac{n}{60} \text{ ბრ/წმ}$:

$$M_{გრ} = \frac{W}{2\pi m} = \frac{0.7365 \cdot 60 N}{2\pi n} = \frac{22.095 N}{\pi n} = 7.033 \frac{N}{n} \text{ კნმ.}$$

ხოლო, როდესაც $W = N'$ - კილოვატებით:

$$M_{გრ} = \frac{W}{2\pi m} = \frac{N'}{2\pi \frac{n}{60}} = \frac{30 N'}{\pi n} = 9.558 \frac{N'}{n} \text{ კნმ.}$$

4. როგორ დგება მგრები M_z მომენტის გამოსახულება თითოეულ უბანზე, თუ სატრანსმისიო ლილვზე დასმულია ოთხი შკივი: ერთი – წამყვანი, დანარჩენი – მიმყოლი და თუ, წამყვანი ბორბლის M_1 მომენტი წონასწორდება მიმყოლი ბორბლების M_2, M_3, M_4 მომენტებით?

უბნების მიხედვით, როგორც გატარებული განივკვეთის ცალ მხარეს შკივებზე მოდებული მგრები მომენტების ალგებრული ჯამი:

$$M_z^I = -M_2; M_z^{II} = M_1 - M_2; M_z^{III} = M_3 + M_4; M_z^{IV} = M_3.$$

5. რა სახე აქვს წონასწორობის პირობას?

$$\sum M_z = M_{გრ} - \int_A \rho \tau_\rho dA = 0.$$

6. დეფორმაციის როგორი სურათი იკვეთება ძელის დაგრებისას?

გრების ამოცანა დაიყვანება სუფთა ძვრზე.

7. როგორ გამოითვლება ძვრის γ_ρ კუთხე განივკვეთის O ცენტრიდან ρ მანძილზე? ფორმულით:

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\varphi}{dz} = \rho \theta.$$

γ_ρ –ს მნიშვნელობა არ იცვლება ღეროს იმ უბნებზე, სადაც $\theta = \frac{d\varphi}{dz}$ ფარდობითი გრების კუთხე მუდმივია.

8. როგორ ხდება γ_ρ დეფორმაციებიდან τ_ρ ძაბვებზე გადასვლა?

სუფთა ძვრისას ჰუკის კანონის გამოყენებით: $\tau_\rho = G\gamma_\rho$.

9. რაზეა დამოკიდებული ფარდობითი θ კუთხე და რომელ უბნებზე არის იგი მუდმივი?

θ კუთხე გამოითვლება ფორმულით:

$$\theta = \frac{M_z}{GI_\rho}$$

ამიტომ, იგი მუდმივია იმ უბნებზე, რომლებშიც M_z -ია მუდმივი (მაგ., განხილული სატრანსმისიო ლილვის ოთხი უბნიდან თითოეულზე, რადგან ამათგან ყოველი $M_z^I = -M_2; M_z^{II} = M_1 - M_2; M_z^{III} = M_3 + M_4; M_z^{IV} = M_3$ მომენტი მუდმივია თავის უბანზე)

10. როგორ გამოისახება მხები τ_ρ ძაბვების საანგარიშო ფორმულა?

$$\tau_\rho = \frac{M_z \cdot \rho}{I_\rho}.$$

11. რა სახე აქვს სიმტკიცის პირობას?

$$\tau_{max} = \frac{M_z \cdot r}{I_\rho} \leq [\tau],$$

$$\text{ანუ } \tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau].$$

W_ρ -ს ეწოდება განივკვეთის პოლარული წინაღობის მომენტი; წრისათვის $W_\rho = \frac{\pi r^3}{2}$.

12. რა ფორმულით გამოითვლება ლილვის საჭირო r რადიუსი, სიმტკიცის პირობიდან?

$$r \geq \sqrt[3]{\frac{2M_z}{\pi[\tau]}}.$$

13. როგორ გამოისახება გრეხის φ კუთხე და სად აქვს მას უდიდესი φ_{max} მნიშვნელობა?

$$\text{ფორმულით } \varphi = \frac{M_z z}{GI_\rho}.$$

$$\text{ძელის თავისუფალ ბოლოზე } z = l, \varphi_{max} = \frac{M_z l}{GI_\rho}.$$

14. რა სახე აქვს სიხისტის პირობას?

$$\varphi_{max} = \frac{M_z l}{GI_\rho} \leq [\varphi].$$

15. რა ფორმულით გამოითვლება ლილვის საჭირო r რადიუსი, სიხისტის პირობიდან?

$$r = \sqrt[4]{\frac{2M_z l}{\pi G [\varphi]}}.$$

16. როგორ გამოითვლება დეფორმაციის პოტენციური U ენერგია?

როგორც სამკუთხედის ფართობი დიაგრამის წრფივ უბანზე:

$$U = \frac{1}{2} M_{გრ} \cdot \varphi_{max}, \text{ ანუ } U = \frac{M_{გრ}^2 l}{2GI_\rho}.$$

17. როდესაც წონასწორობის ერთი განტოლებით რეაქციის ორი M_A და M_B მომენტი ვერ განისაზღვრება, რა სახით ვადგენთ დამატებით განტოლებას?

ძელის რეალური დეფორმაციის ამსახველი განტოლების სახით:

$$\varphi_A = \varphi_{AM_T} - \varphi_{AM_A} = 0.$$

გრეხის φ_A კუთხე ნულის ტოლია, რადგანაც მარცხენა საყრდენი კვეთი უძრავადაა ჩამაგრებული.

18. გარდა ძაბვების გამოთვლისა და სიმტკიცის პირობის შედგენისა, კიდევ რაში მდგომარეობს ცილინდრული ზამბარის გაანგარიშება?

ჯდენის, ანუ მის ბოლოებს შორის მანძილის ცვლილების განსაზღვრაში.

19. ზამბარის გაანგარიშებისას მხები τ ძაბვების ფორმულაში რომელი მარტივი დეფორმაციის - ძვრის თუ გრეხის - შესაბამისი წილია უგულებელყოფილი და საბოლოოდ, როგორ გამოიყურება იგი?

უგულებელყოფილია ძვრის წილი. გამოიყურება სახით: $\tau_{max} = \frac{2FR}{\pi r^3}$.

20. რა სახე აქვს სიმტკიცის პირობას:

$$\tau_{max} = \frac{2FR}{\pi r^3} \leq [\tau].$$

21. რა ფორმულით ანგარიშობენ ჯდენას?

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4}.$$

აქ, R ცილინდრული ზამბარის რადიუსია, n - ხვიათა რიცხვი, r - ზამბარის ღეროს რადიუსი.

22. სად აღიძვრება ძელის მართკუთხა განიკვეთში მაქსიმალური მხები τ_{max} ძაბვები და როგორ იანგარიშება?

მართკუთხა განიკვეთის დიდი გვერდების შუაში

$$\tau_A = \frac{M_{გრ}}{W_p}$$

აქ $W_p = \alpha a b^2$, სადაც α კოეფიციენტი მოცემულია.

23. რა ფორმულით გამოითვლება φ კუთხური გადაადგილება?

$$\varphi = \frac{M_{გრ}}{G\beta b^3 a}$$

β კოეფიციენტის მნიშვნელობებიც 1-ელ ცხრილშია მოყვანილი.

VII თავი სწორი კელის ღუნვა

7.1. ზოგადი ცნებები

როგორც აღვნიშნეთ, სწორი ძელის დერძული გაჭიმვა-კუმშვისას და გრეხილას, მისი დერძი დეფორმაციის შემდეგაც სწორი რჩება. მათგან განსხვავებით, ღუნვისას სწორი ძელის დერძი სწორი არ რჩება - იგი იღუნება. მის გაღუნვას იწვევს დატვირთვები, რომელთა მოქმედების სიბრტყე გადის ძელის დერძზე. ღუნვის სხვადასხვა სახეებიდან განივი ღუნვა გვექნება მაშინ, როდესაც დატვირთვის მოქმედების სიბრტყე ძელის ერთ-ერთ მთავარ სიბრტყეს ემთხვევა და ამ სიბრტყეში მოქმედებს განივი მიმართულების დატვირთვა და შეყურსული წყვილძალა.

თუ დატვირთვა დახრილია, მაშინ მისი ვერტიკალური შემდგენი განივი ღუნვას გამოიწვევს, ჰორიზონტალური კი - დერძულ გაჭიმვა-კუმშვას. როდესაც დატვირთვის მოქმედების სიბრტყე დახრილია მთავარი სიბრტყისადმი, ადგილი ექნება ირიბ ღუნვას. ორივე ეს შემთხვევა რთული წინააღობაა და ცალკე შეისწავლება.

ძელს, რომელიც ღუნვაზე მუშაობს, კოჭი ეწოდება. კოჭი ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული კონსტრუქციული ელემენტია, რომელიც საინჟინრო პრაქტიკაში გვხვდება.

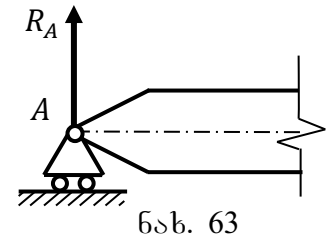
თავდაპირველად განვიხილავთ სიმეტრიულ კოჭებს. სიმეტრიის სიბრტყეში განლაგებული დატვირთვა იწვევს მათ განივი ღუნვას (ვინაიდან სიმეტრიის სიბრტყე მათთვის ინერციის მთავარი სიბრტყეა). კოჭზე მოქმედი გარე დატვირთვები წონასწორდება საყრდენი რეაქციებით, რომელთა სიდიდე და მიმართულება დამოკიდებულია, ერთი მხრივ, გარე დატვირთვებზე, ხოლო, მეორე მხრივ, - საყრდენების ტიპზე. იგულისხმება, რომ საყრდენი რეაქციებიც სიმეტრიის სიბრტყეშია განლაგებული, რომელშიც გარე დატვირთვა.

რადგან ყველა დატვირთვა როგორც აქტიური, ისე რეაქციული, ერთ სიბრტყეშია მოთავსებული, ამასთან თვითონ კოჭიც სქემატურად ამავე სიბრტყეში მდებარე მართკუთხედით ან დერძითაა გამოსახული, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ იგი სიბრტყეელი ნაკვთია. ბრტყელ ნაკვთს კი სიბრტყეზე თავისუფლების სამი ხარისხია ქვე. იმისათვის, რომ კოჭმა შეძლოს თავის თავზე დატვირთვების მიღება, იგი უნდა წარმოადგენდეს გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას, ე.ი. მას უნდა მოუწოდებოდეს თავისუფლების სამივე ხარისხი. ამის მიღწევა შესაძლებელია საყრდენების მოწყობით.

7.2 საყრდენის ტიპები

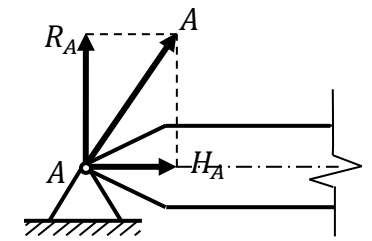
განვიხილოთ სხვადასხვა ტიპის საყრდენები, რომლებიც გამოიყენება ბრტყელ სისტემათა (არა მარტო კოჭების) ჩასამაგრებლად:

ა) მოძრავ-სახსროვანი საყრდენი (ნახ. 63) დერო სახსრის საშუალებით არის მიმაგრებული საყრდენ “ბალიშთან”, რომელიც საგორავებზეა მოთავსებული. იგი არ აძლევს დეროს (კოჭს) გორვის სიბრტყის მართობი მიმართულებით გადაადგილების საშუალებას, მაგრამ არ ეწინააღმდეგება მის გადაადგილებას გორვის სიბრტყეზე და მობრუნებას სახსრის გარშემო. აქედან გამომდინარე, იგულისხმება, რომ საყრდენი R_A რეაქცია სახსრის ცენტრშია მოდებული (სადაც დერო მიმაგრებულია “ბალიშთან”) და რომმას აქვს გორვის სიბრტყის მართობული მიმართულება (რა მიმართულებითაც უძალიანდება გადაადგილებას, ანუ აბამს კოჭს). საყრდენი R_A რეაქციის მნიშვნელობა უცნობი სიდიდეა, რომელსაც გამოითვლით შემდგომში. მაშასადამე, ასეთი საყრდენი ერთი გეომეტრიული ბმის ეკვივალენტურია.



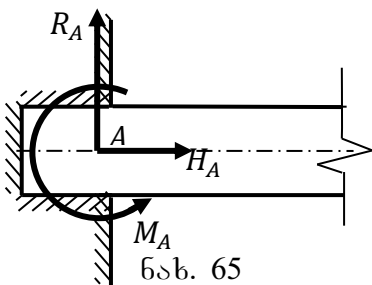
ნახ. 63

ბ) უძრავ-სახსროვანი საყრდენი (ნახ. 64), როდესაც კოჭი სახსრის საშუალებით არის ჩამაგრებული უძრავ საყრდენ “ბალიშთან”. აქ დაუშვებელია გადაადგილება ორივე მიმართულებით, შესაძლებელია მხოლოდ მობრუნება (სახსრის ცენტრის გარშემო). ამ შემთხვევაში, ცნობილია საყრდენი რეაქციის მოდების წერტილი (სახსრის ცენტრი), სიდიდე და მიმართულება კი უცნობია. ჩვეულებრივ, ვეძებთ საყრდენი რეაქციის R_A ვერტიკალურ და H_A ჰორიზონტალურ შემდგენებს. ასეთი საყრდენი, ორი გეომეტრიული ბმის ეკვივალენტურია.



ნახ. 64

გ) ხისტი ჩამაგრება (ნახ. 65), რომელშიც კოჭის ბოლო უძრავად არის გაჭედილი. ძელის ბოლო ვერც გადატანით (წინსვლით) გადაადგილდება და ვერც მობრუნდება. მაშასადამე, ხისტი ჩამაგრება უზრუნველყოფს კოჭის უძრაობას – მისი თავისუფლების ხარისხი ნულის ტოლია. საყრდენშია დიდდება უკუქმედების ძალები:

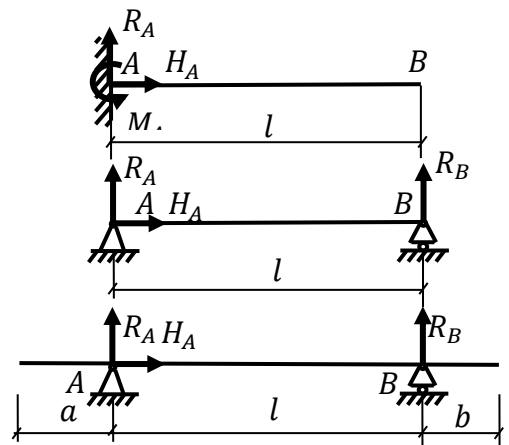


ნახ. 65

რეაქციის ვერტიკალური R_A შემდგენი, რომელიც არ უშვებს კოჭს ვერტიკალურად გადაადგილდეს, ჰორიზონტალური H_A შემდგენი, რომელიც გამორიცხავს ჰორიზონტალურ გადაადგილებას და საყრდენი M_A მომენტი (რეაქციული მომენტი), რომელიც კრძალავს მის მობრუნებას. მაშასადამე, ასეთი ჩამაგრება ძელს ადებს სამ გეომეტრიულ ბმას.

7.3. კოჭის საანბარო შო სქემა. რეაქციის ძალები

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, კოჭმა რომ შეძლოს თავის თავზე დატვირთვის მიღება, იგი უნდა წარმოადგენდეს გეომეტრიულად უცვლელ სისტემას, ე.ი. მას უნდა ჰქონდეს არანაკლებ სამი საყრდენი ბმა. შესაბამისად, მოყვანილი საყრდენების

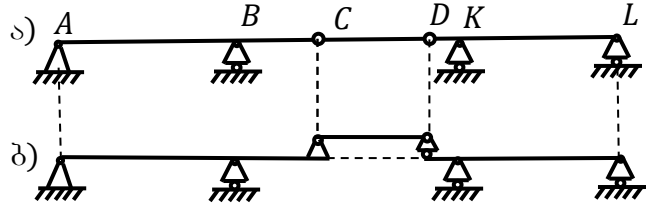


ნახ. 66

გამოყენებით შესაძლებელია მივიღოთ კოჭების შემდეგი საანგარიშო სქემები (ნახ. 66):

1. ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, ანუ კონსოლი.
2. ორ სახსროვან საყრდენზე მდებარე კოჭი. საყრდენ წერტილებს შორისმანძილს კოჭის მ ა ლ ი ეწოდება და აღინიშნება l -ით.
3. სახსროვან საყრდენებზე მდებარე (ერთმალისანი) კონსოლებიანი კოჭი (ცხადია, კონსოლი შეიძლება არსებობდეს ერთ ან ორივე მხარეს).

სტატიკურად რკვევადი კოჭების კლასს მიეკუთვნება აგრეთვე მრავალმალისანი კოჭები, შუალედი სახსრებით. ასეთი კოჭები იყოფა დამოუკიდებელ (ძირითად) და დამოკიდებულ (შეკიდულ) კოჭებად. მაგალითად, 67 – ე ნახაზზე მოყვანილ შემთხვევაში, AC და DL დამოუკიდებელ კოჭებს წარმოადგენს, ხოლო CD დამოკიდებულ (შეკიდულ) კოჭს (ნახ. 67,ბ). ასეთი კოჭები ხშირად გამოიყენება ხიდების კონსტრუქციებში. როგორც ჩანს, დამოკიდებული კოჭი ეყრდნობა ძირითად კოჭებს შუალედი სახსრების საშუალებით, ე.ი. C და D დამოუკიდებელი და დამოკიდებული კოჭების ურთიერთმოქმედების წერტილებია. პირველ რიგში ვანგარიშობთ დამოკიდებულ კოჭს, შემდეგ კი - დამოუკიდებელ კოჭებს.

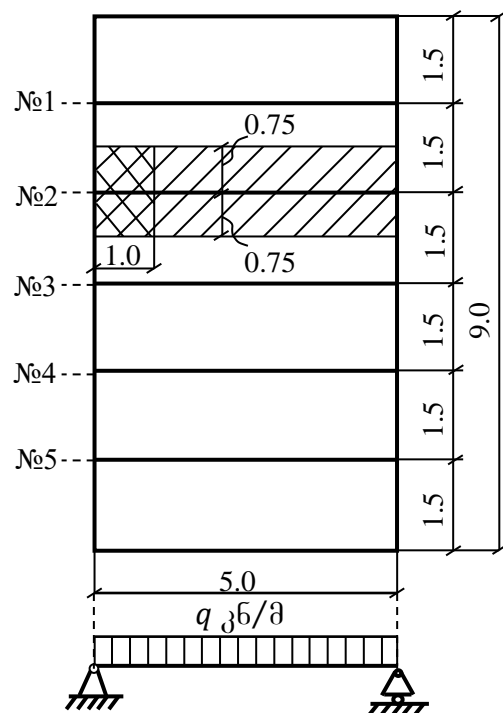


ნახ. 67

აქ მოყვანილია ე.წ. სტატიკურად რკვევადი კოჭების საანგარიშო სქემები. მათ სტატიკურად რკვევადი იმიტომ ეწოდება, რომ ყველა შემთხვევაში საყრდენი რეაქციების განსაზღვრა ყოველთვის ხერხდება სიბრტყეზე სტატიკის წონასწორობის განტოლებებიდან, რომელთა რიცხვი აგრეთვე სამია.

7.4. კოჭზე მოქმედი დატვირთვა

შესავალ ნაწილში აღვნიშნეთ, რომ გარე დატვირთვაში შეიძლება იყოს ზედაპირული ან მოცულობითი. ზედაპირულია ფართობზე განაწილებული დატვირთვები, რომელთა მაგალითებია თოვლის დაწოლა შენობის სახურავზე, ქარისა - კედლებზე, გაზის ან სითხის დაწოლა ჭურჭლის კედლებზე და სხვ. ფართობზე განაწილებული დატვირთვა ერთადერთი რეალური დატვირთვაა, რომელიც ბუნებაში გვხვდება. თუ რაიმე სიბრტყეზე ან ზედაპირზე განაწილებულ დატვირთვას აქვს მუდმივი q ინტენსივობა, მას თანაბრად განაწილებულს უწოდებენ. ინტენსივობა იზომება კნ/ მ² ან ნ/სმ²-ით. მოცულობითი ძალებია: საკუთარი წონა, ინერციის ძალა და სხვა. საკუთარი წონა და ინერციის ძალა იზომება კნ · მ/წმ²-ით.



ნახ. 68

კოჭის გაანგარიშებისას მიიჩნევენ, რომ დატვირთვამხოლოდ სიგრძეზე განაწილებულია, რადგან კოჭის სიგრძე სიგანეზე გაცილებით მეტია. დატვირთვა

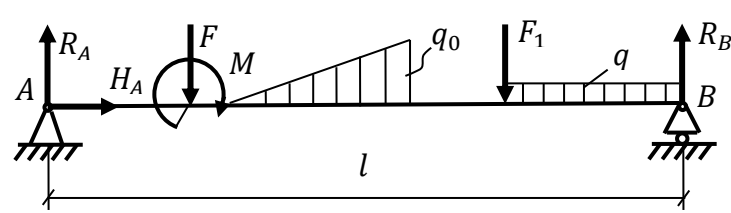
ვირთვის q ინტენსივობის დასადგენად ფართობზე თანაბრად განაწილებული დატვირთვის q_0 ინტენსივობას ამრავლებენ იმ ზოლის სიგანეზე, რომლიდანაც დატვირთვა თავს იყრის კოჭზე. მაგ., ნახ. 68 -ზე ნახვენებია შენობის იატაკის 5 კოჭი. თითოეულ კოჭზე მოდის $b = 1.5$ მეტრი სიგანის ზოლი იმ დატვირთვიდან, რომელიც მოედს იატაკზე თანაბრად განაწილებული და რომლის ინტენსივობაა $q_0 = 4 \frac{ტნ}{მ^2}$ (ნახაზზე დაშტრიხულია), ერთ გრძივ მეტრზე მოსული დატვირთვის მნიშვნელობა, ანუ ინტენსივობა $q = q_0 b = 4 \cdot 1.5 = 6 \frac{ტნ}{მ}$ (ნახაზზე დაშტრიხულია ორმაგად).

მაშასადამე, ფართობზე განაწილებული დატვირთვა დაიყვანება სიგრძეზე განაწილებულ დატვირთვაზე. ინტენსივობის განზომილება ხდება კნ/მ, ნ/მ.

უმეტეს შემთხვევაში, კოჭი სქემატურად თავისი ღერძის სახით არის წარმოდგენილი და დატვირთვები სწორედ მასზეა მოდებული. კოჭზე შეიძლება მოქმედებდნენ: განაწილებული დატვირთვები, შეყურსული ანუ ღერძის რომელიმე წერტილებში მოქმედი ძალები და შეყურსული წყვილძალის მომენტები (ნახ. 69). განაწილებული ძალის განზომილებაა კნ, ნ და ა.შ. შეყურსული მომენტის კი - კნმ, ნმ და ა.შ. ორივე, თეორიული მექანიკისაგან განსხვავებით, აქ განიხილება როგორც დაბმული ვექტორი: და- უშვებელია ძალის გასრიალება თავისივე ფუძეზე და წყვილძალის თავისუფალი გადატანა სიბრტყეზე.

როგორც 69-ე ნახაზზე ჩანს, კოჭი იანგარიშება მოცემული აქტიური დატვირთვებისა და რეაქციის ძალების ერთდროულ მოქმედებაზე. რეაქციის ძალებს ვანგარიშობთ წონასწორობის სამი პირობის გამოყენებით, რომლებიც შეგვიძლია შევადგინოთ:

1) ძალთა გეგმილების ჯამის სახით ორ არაპარალელურ ღერძზე და სიბრტყის ნებისმიერი წერტილის მიმართ მომენტების ჯამის სახით $\sum Z = 0; \sum Y = 0; \sum M = 0;$



ნახ. 69

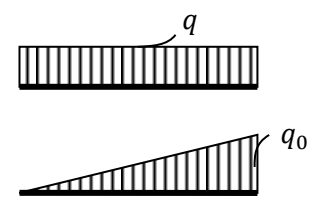
2) ნებისმიერ ღერძზე ძალთა გეგმილების ჯამის სახით და სიბრტყის ნებისმიერი იმ წერტილების მიმართ მომენტების ორი ჯამის სახით, რომლებიც

არ მდებარეობს მითითებული ღერძის მართობზე ($\sum Y = 0; \sum M_A = 0; \sum M_B = 0$);

3) მომენტების სამი ჯამის სახით სიბრტყის ნებისმიერი წერტილების მიმართ, რომლებიც არ მდებარეობს ერთ სწორზე ($\sum M_A = 0; \sum M_B = 0; \sum M_C = 0$).

ამ ვარინტებიდან რომელიმე ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ თავიდან ავიცილოთ განტოლებათა სისტემის ერთობლივი ამოხსნა. შემოწმებისათვის მიზანშეწონილია, მიღებული მნიშვნელობები შევიტანოთ ადრე გამოუყენებელ განტოლებაში.

განივი ღუნვისას, როცა დატვირთვა მხოლოდ ღერძის განივად მოქმედებს, აშკარაა, რომ რეაქციის პორიზონტალური შემდგენები ნულია $H_A = H_B = 0$ და თავისთავად გვეხსნება $\sum Z = 0$ განტოლების შედგენის აუცილებლობა. ვირჩევთ 2) ვარიანტს ($\sum M_A = 0; \sum M_B = 0; \sum Y = 0$). $\sum M_A = 0; \sum M_B = 0$ განტოლებებში, სხვა ძალებისაგან შედგენილი მომენტების გარდა, შედის მომენტები, შედგენილისი გრძეზე განაწილებული დატ-



ნახ. 70

ვირთვებისაგან. მათგან მომენტი რომგამოვითვალთ, იგი ტოლქმედით უნდა შევცვალოთ და მხარი ისე ავიღოთ.

სიგრძეზე განაწილებული დატვირთვის ფართობს, დატვირთვის ფართობი ეწოდება, ხოლო მის შემომსახვრელ წირს – დატვირთვის წირი. სიგრძეზე განაწილებული დატვირთვის ტოლქმედი რიცხობრივად დატვირთვის ფართობის ტოლია და მოდებულია დატვირთვის ფართობის სიმძიმის ცენტრში (ცენტროიდში). ზოგად შემთხვევაში, დატვირთვის წირი შეიძლება იყოს ნებისმიერი სახის მრუდი, თუმცა, ანგარიშებში ძირითადად გვხვდება ძელის ღერძის პარალელური ან მის მიმართ დახრილი წრფით შემოსახვრელი დატვირთვა, რომელიც უდიდესი q_0 ორდინატით ხასიათდება (ნახ. 70). პირველის ტოლქმედი იმოქმედებს მართკუთხედის ფუძის შუაში, მეორისა კი – სამკუთხედის წვეროდან ფუძის სიგრძის ორ მესამედზე. ე.ი. ფაქტობრივად, კოჭი პარალელური შეყურსული ძალებითა და შეყურსულ წყვილძალთა მომენტებითაა დატვირთული.

მარცხენა A საყრდენი წერტილის მიმართ შედგენილი მომენტების $\sum M_A = 0$ განტოლებით ვითვლით ერთ უცნობ R_B რეაქციას, მარჯვენა საყრდენი წერტილის მიმართ მეორე $\sum M_B = 0$ განტოლებითაც - ერთ - R_A რეაქციას, ე.ი. თითო განტოლებით – თითო უცნობ რეაქციას. $\sum Y = 0$ განტოლებით კი ვამოწმებთ გამოთვლების სისწორეს.

მას შემდეგ, რაც რეაქციის გამოთვლილი ძალებიც უკვე მოცემული სიდიდეები გახდა, შეგვიძლია გადავიდეთ შიგა ძალის (ძალვის) გამოთვლაზე. უფრო დაწვრილებით რეაქციების განსახვრის წესს ვაჩვენებთ მაგალითებით.

ზოგიერთ შემთხვევაში, ასევე ითვალისწინებენ მოცულობითი ძალების ზემოქმედებას: საკუთარი წონისასან ინერციის ძალებისას.

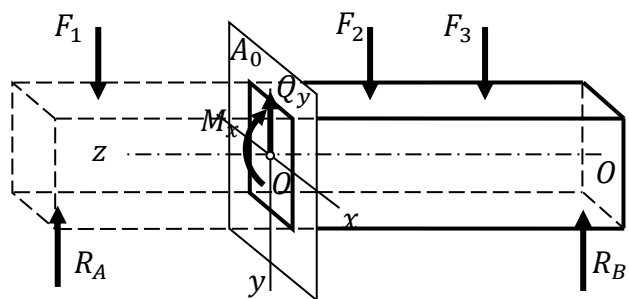
7.5. $M(z)$ მდუნაში მომენტი და $Q(z)$ ბანიში ძალა

როგორც აღვნიშნეთ, განივი ღუნვისას კოჭზე მოქმედი დატვირთვები შედგება პარალელური ძალებისაგან, რომლებიც ღერძთან ადგენს მართ კუთხეებს და განლაგებულია ღერძზე გამავალ სიბრტყეში, ასევე წყვილძალებისაგან, რომლებიც მდებარეობს ამავე სიბრტყეში.

შიგა ძალების დასადგენად ვიყენებთ განკვეთის მეთოდს: კოჭს, მისი ღერძის მართობი რაიმე კვეთით წარმოვადგენით ორ ნაწილად ვკვეთთ და ვიხილავთ ერთ-ერთი მათგანის წონასწორობას.

71-ენახაზზე ნაჩვენებია კოჭი, რომელიც გაკვეთილია A_0 სიბრტყით. ბრტყელ ძალთა სისტემის დაყვანის წესის მიხედვით, მიღებულ ნაწილებზე მოქმედი პარალელური ძალები და შეყურსული მომენტები შეგვიძლია წარმოვადგინოთ კოჭის განივკვეთის სიმძიმის O ცენტრში მოდებული მთავარი R ვექტორისა დამთავარი M_0 მომენტის სახით. ცხადია, მთავარი ვექტორი მიმართულია ამ ძალების პარალელურად, მთავარი მომენტი კი განლაგებულია მათივე სიბრტყეში.

უკუვადლოთ კოჭის მარცხენა ნაწილი და დავტოვოთ მარჯვენა.



ნახ.73

მასზემოქმედი დატვირთვები დაყვანილია ერთ R ძალასა და ერთ M_0 მომენტზე. რადგან მთლიანი კოჭი გაკვეთილია წარმოდგენით და არა ნამდვილად, ცხადია, განკვეთით მიღებული მისი ნაწილები ვერ ამოძრავდება, რადგან რეალობაში მარცხენა უკუგდებული ნაწილი აკავებს მარჯვენას ერთ ადგილზე. წარმოდგენით გაკვეთილ კოჭში კი მისი მოვალეობა თავისთავზე უნდა აიღოს განიკვეთში აღძრულმა ძალებმა. ამ ნაწილს მათ უნდა შეუნარჩუნონ წონასწორობა. ფაქტობრივად, მარცხენა ნაწილის მოქმედება მარჯვენაზე იცვლება გატარებულ განიკვეთში აღძრული ძალების მოქმედებით. ეს ძალები მხოლოდ მაშინ შეძლებს მარჯვენა ნაწილს წონასწორობის შენარჩუნებას, თუ ექნება R -სა და M_0 -ის ტოლი მნიშვნელობები და მათ საპირისპიროდ იქნება მიმართული, ანუ მაშინ, როცა ისინი გააბათილებენ მათ მოქმედებას.

შიგა ძალას, რომელიც მთავარ R ვექტორს აწონასწორებს, განივი ძალა ეწოდება და აღინიშნება Q_y -ით, ხოლო შიგა ძალებისაგან შედგენილ მომენტს, რომელიც მთავარ M_0 მომენტს აწონასწორებს - მღუნავი M_x მომენტი. ნიშნაკი Q -სთან მიუთითებს, რომ იგი მიმართულია y -ის გასწვრივ, ხოლო ნიშნაკი M -თან - რომ იგი x ღერძის მიმართაა აღებული. ნორმალური N ძალა განივი ღუნვისას ნულის ტოლია, რადგან OZ ღერძის მართობ მთავარ ვექტორს ჰორიზონტალური გეგმილი არა აქვს. მაშასადამე, შიგა ძალების ტოლფასი სისტემა განივი ღუნვის შემთხვევაში, გამოისახება განივი Q_y ძალითა და მღუნავი M_x მომენტით. რადგან მათი მნიშვნელობები იცვლება z აბსცისთა ღერძთან მიმართებით, მათ შემდგომში წარმოვადგენთ, როგორც z -ის ფუნქციებს: M_x -ს - $M(z)$ -ით და Q_y -ს - $Q(z)$ -ით.

წონასწორობის ექვსი განტოლებიდან გვრჩება ორი:

$$\sum Y = R - Q(z) = 0 \quad \text{და} \quad \sum M_x = M_0 - M(z) = 0, \quad (1)$$

პირველი განტოლებიდან:

$$Q(z) = R. \quad (2)$$

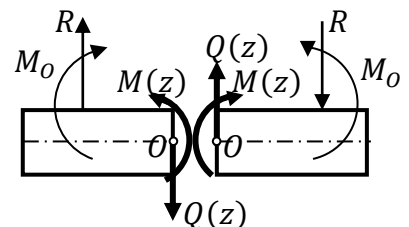
ამ ტოლობით განივი Q_y ძალის მნიშვნელობა რიცხობრივად ადვილად გამოითვლება, რადგან პარალელურ ძალთა მთავარი R ვექტორი სიდიდით უბრალოდ ამ ძალების ალგებრული ჯამის ტოლია.

განტოლებიდან:

$$M(z) = M_0. \quad (3)$$

ამ ტოლობით, მღუნავი $M(z)$ მომენტის მნიშვნელობა რიცხობრივად გამოითვლება განიკვეთის სიმძიმის O ცენტრის მიმართ მთავარი M_0 მომენტის მნიშვნელობით, რომელიც ერთ სიბრტყეში განლაგებული დატვირთვებისგან შედგენილი მომენტების ალგებრული ჯამის ტოლია.

თუ განვიხილავთ მარცხენა ნაწილს, ცხადია, ამავე განიკვეთში აღძრული ძალები სიდიდით ტოლი და მიმართულებით საწინააღმდეგო იქნება. ე.ი. კოჭის რომელიმე განიკვეთში განივი $Q(z)$ ძალისა და მღუნავი $M(z)$ მომენტის გამოთვლის დროს არა აქვს მნიშვნელობა, რომელ ნაწილს განვიხილავთ: მარცხენას თუ მარჯვენას. საჭიროა, მხოლოდ დავიცვათ ნიშნის წესი (ნახ. 72). ნახაზზე გამოსახულია დადებითი მიმართულების ძალები: $Q(z)$ და $M(z)$, რომლებსაც იწვევს ასევე



ნახ.72

დადებითი მიმართულების R და M_0 (განივკვეთის გარეთ პირობითად გატანილია გარე დატვირთვების დადებითი მიმართულების თვალნათლივ გამოსახენად).

საბოლოოდ, განივი Q_y ძალისა და მღუნავი M_x მომენტისგამოთვლისათვის გვაქვს შემდეგი წესი:

1. განივი Q_y ძალა გამოითვლება, როგორც განივკვეთის ცალ მხარეს კოჭზე მოქმედი პარალელური ძალების ალგებრული ჯამი.

2. მღუნავი M_x მომენტი გამოითვლება, როგორც განივკვეთის სიმძიმის ცენტრის მიმართ, განივკვეთის ცალ მხარეს კოჭზე მოქმედი ძალებისაგან შედგენილი მომენტებისა და შეყურსული მომენტების ალგებრული ჯამი.

7.6. დიფერენციალური დამოკიდებულებები განაწილებული დატვირთვის $q(z)$ ინტენსივობას, $Q(z)$ ბანივ ძალასა და $M(z)$ მღუნავ მომენტს შორის

წინა პარაგრაფში აღვნიშნეთ, რომ კოჭის დატოვებული ნაწილის წონასწორობისათვის საჭიროა განსახილველ განივკვეთში აღძრული შიგა ძალები წარმოვადგინოთ $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის სახით, რომლებიც ისევე მოქმედებენ დარჩენილ ნაწილზე, როგორც მოშორებული ნაწილი მოქმედებდა. აქედან გამომდინარეობს, რომ, თუ ნებისმიერად დატვირთული კოჭიდან ამოკვეთთ უსასრულოდ მცირე dz სიგრძის ელემენტს (ნახ. 73, ა) ანუ, სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ელემენტს ჩამოვაცილებთ როგორც ერთ, ისე მეორე მხარეს მდებარე კოჭის ნაწილებს, მაშინ მათი მოქმედება $Q(z)$ განივი ძალებისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტების სახით შეგვიძლია წარმოვადგინოთ, როგორც მარცხენა O_1 განივკვეთში, ისე მარჯვენა O_2 -ში. მათი მივცეთ დადებითი მიმართულება ნიშანთა წესის მიხედვით. ამასთან, O_2 განივკვეთში მოქმედ სიდიდეებს მივცეთ $dQ(z)$ და $dM(z)$ ნაზრდები (ნახ. 73 ბ).

შევადგინოთ ამოკვეთილი ნაწილის წონასწორობის პირობები:

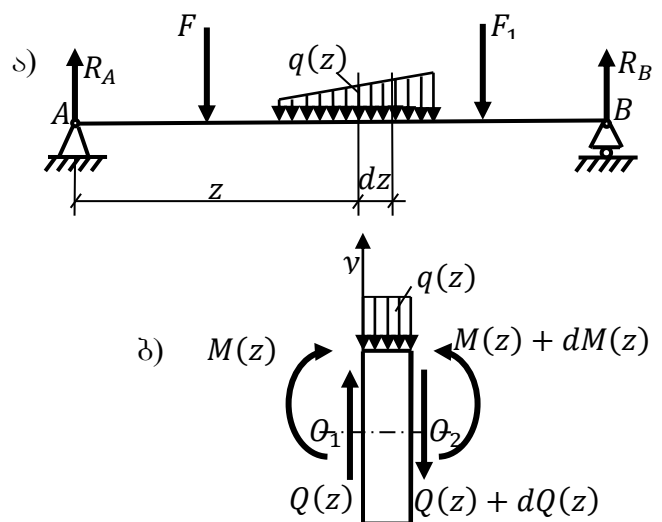
$$\sum y = Q(z) - [Q(z) + dQ(z)] - q(z) dz = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_{O_2} = Q(z) dz + M(z) - [M(z) + dM(z)] - q(z) dz \frac{dz}{2} = 0, \quad (2)$$

აქ, dz მანძილის სიმცირის გამო განსახილველ ელემენტზე მოქმედი ნებისმიერი კანონით განაწილებული დატვირთვა: $q(z)$ ინტენსივობით მიჩნეულია თანაბრად განაწილებულად ანუ $q(z) = q = const$.

წონასწორობის (1) განტოლებიდან ვღებულობთ:

$$\frac{dQ(z)}{dz} = -q(z). \quad (3)$$



ნახ. 73

(2) განტოლებიდან, თუ მეორე რიგის უსასრულოდ მცირესიდიდებს უგულებელვყოფთ, გვექნება:

$$\frac{dM(z)}{dz} = Q(z) \quad (4)$$

ეს დამოკიდებულება ცნობილია ჟურავსკის თეორემის სახელით.

თუ (4)-ს გავაწარმოებთ z -ით და გავითვალისწინებთ (3)-ს, მივიღებთ:

$$\frac{d^2M(z)}{dz^2} = \frac{dQ(z)}{dz} = -q(z) \quad (5)$$

ტოლობის მარჯვენა მხარეს უარყოფითი ნიშანი მიუთითებს, რომ განაწილებული $q(z)$ დატვირთვა მიმართულია ზევიდან ქვევით. წინააღმდეგ შემთხვევაში, აიღებოდა დადებითი ნიშანი.

7.7. $Q(z)$ და $M(z)$ ძალისა და მომენტის ეპიურები

კოჭის გაანგარიშებას პირველ რიგში იმისთვის ვატარებთ, რომ გავიგოთ კოჭში წარმოქმნილი უდიდესი მღუნავი მომენტის სიდიდე და იმ საშიში განივი კვეთის (კოჭის სქემაში ღერძის იმ წერტილის) მდებარეობა, რომელშიც ის აღიძვრება. ანგარიშის მიზანია ასევე დავადგინოთ უდიდესი განივი $Q(z)$ ძალა. გარდა ამისა, კოჭის სიმტკიცის სრული შემოწმებისათვის საჭიროა გავარკვეოთ $Q(z)$ და $M(z)$ ძალისა და მომენტის მნიშვნელობები კოჭის ღერძის მთელ რიგ მახასიათებელი წერტილებში. ყველა ამ წერტილის მოძიებისათვის დავებამ $Q(z)$ -სა და $M(z)$ -ის ფუნქციების შესწავლის საჭიროება კოჭის მთელს სიგრძეზე. თვალსაჩინოებისათვის, მათ გრაფიკულად წარმოვაჩინოთ – ავაგებთ კოჭის სიგრძეზე მათი ცვლილების გრაფიკებს ანუ ეპიურებს.

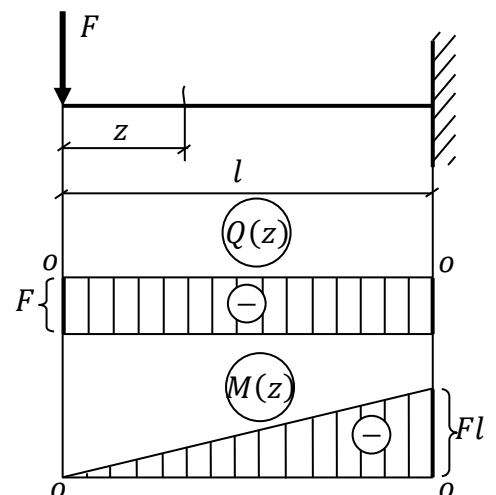
თუ კოჭი ერთუბნიათაა, $Q(z)$ -სა და $M(z)$ -ის გამოსათვლელად და ამ ფუნქციათა გრაფიკების ასაგებად ვადგენთ მათ გამოსახულებებს ერთ უბანზე, ხოლო თუ კოჭი რამდენიმე უბნიათაა, მაშინ – თითოეულ უბანზე ცალ-ცალკე.

განვიხილოთ ეპიურების აგების რამდენიმე მარტივი მაგალითი. თავდაპირველად განვიხილოთ კონსოლური კოჭი. ვინაიდან განივი $Q(z)$ ძალისა და მღუნავი $M(z)$ მომენტის გამოთვლისას არა აქვს მნიშვნელობა გატარებული განივი კვეთის რომელ მხარეს მდებარე ნაწილს განვიხილავთ, გვირჩევენია წამოვიდეთ კოჭის თავისუფალი ბოლოდან. ამით საქმეს გავიადვილებთ, რადგან საყრდენი რეაქციების გამოთვლა აღარ დაგვჭირდება. მათი მნიშვნელობები შემდგომში ისედაც გამოიხსნება ეპიურებიდან: განივი ძალის ეპიურაში, საყრდენ წერტილში გადახომილი $Q(z)$ -ის ორდინატით, რომელიც რიცხობრივად საყრდენი R_A რეაქციის ტოლია, ხოლო მღუნავი $M(z)$ მომენტის ეპიურაში, საყრდენ წერტილში $M(z)$ -ის ორდინატით, რომელიც რიცხობრივად რეაქციული M_A მომენტის ტოლია.

მაგალითი 1. კონსოლი თავისუფალ ბოლოზე დატვირთულია შეყურსული F ძალით (ნახ. 74). განივი $Q(z)$ ძალისათვის გვექნება:

$$Q(z) = -F,$$

ე.ი. $Q(z)$ განივი ძალა მუდმივია კოჭის მთელ სიგრძეზე ანუ $0 \leq z \leq l$ საზღვრებში. წინასწარ არჩე-



ნახ. 74

ული მასშტაბით ნულოვანი ხაზიდან გადავზომავთ F -ის ტოლ ორდინატას და მის ბოლოზე გავატარებთ ნულოვანი ხაზის პარალელურ წრფეს (შეთანხმების თანახმად, $Q(z)$ -სათვის უარყოფითი მნიშვნელობები გადაიზომება ნულოვანი ხაზის ქვემოთ, დადებითი – ზემოთ).

მღუნავი $M(z)$ მომენტისათვის დავწერთ:

$$M(z) = -F \cdot z.$$

მივიღეთ წრფის განტოლება, ე.ი. $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურაკოჭის მთელ სიგრძეზე ანუ $0 \leq z \leq l$ საზღვრებში წრფით არის შემოსაზღვრული. ამ წრფის ასაგებად საკმარისია მოვიკებნოთ მისი ორი მნიშვნელობა სასაზღვრო წერტილებში ე.ი. უნდა გამოვთვალოთ $M(z)$ -ის მნიშვნელობა ჯერ მარცხენა სასაზღვრო $z = 0$ წერტილში, სადაც $M(z) = M(0) = -F \cdot 0 = 0$; და მერე – მარჯვენა $z = l$ წერტილში, სადაც $M(z) = M(l) = -F \cdot l$, გადავზომოთ შეთანხმების თანახმად $M(z)$ -სათვის მიღებული ორდინატები დეფორმირებული კოჭის გაჭიმული ბოჭკოების მხარეს ანუ მოვიქცეთ პირიქით: ორდინატები მინუსი ნიშნით ნულოვანი ხაზის ზემოთ გადავზომოთ; შევაერთოთ წრფით. როგორც ჩანს, $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურა წარმოადგენს სამკუთხედს.

2. კონსოლი მთელს სიგრძეზე დატვირთულია თანაბრადგანაწილებული დატვირთვით, q ინტენსივობით (ნახ. 75). გამოვთვალოთ:

$$0 \leq z \leq l.$$

განივი $Q(z)$ ძალისათვის გვექნება

$$Q(z) = -qz;$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = 0$,

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = -ql$.

ე.ი. განივი $Q(z)$ ძალის ეპიურა სამკუთხედს წარმოადგენს.

$M(z)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება

$$M(z) = -qz \frac{z}{2} = -\frac{qz^2}{2}.$$

მიღებულია კვადრატული პარაბოლას განტოლება.

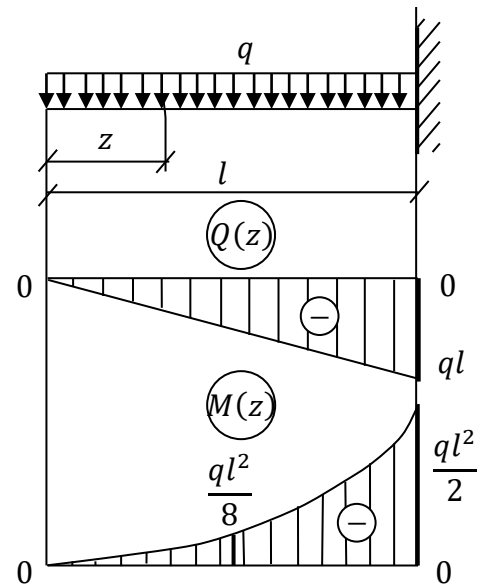
ამ პარაბოლას ასაგებად გვეჭირდება სამი წერტილი მაინც (რაც მეტს ავიღებთ, მრუდი მით უფრო ზუსტად აიგება). დავკმაყოფილდეთ სამი წერტილით. გამოვთვალოთ:

როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = -\frac{ql^2}{8}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = -\frac{ql^2}{2}$.

ეს წერტილები ავაგოთ და შევაერთოთ მრუდით. მივიღებთ $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურას.



ნახ. 75

3. კონსოლი მთელ სიგრძეზე დატვირთულია სამკუთხედის კანონით განაწილებული დატვირთვით (ნახ. 76), რომელიც, როგორც ცნობილია, დახასიათებულია უდიდესი q_0 ორდინატით. პირველ რიგში მოვძებნოთ ნებისმიერი $q(z)$ ორდინატის მნიშვნელობა სამკუთხედების მსგავსებიდან: $\frac{q(z)}{q_0} = \frac{z}{l}$, აქედან

$$q(z) = q_0 \frac{z}{l}.$$

ამის შემდეგ გამოვთვალოთ:

$$0 \leq z \leq l.$$

$Q(z)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z) = \frac{1}{2} q(z) \cdot z = \frac{q_0 z^2}{2l};$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{8}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{2}$.

ე.ი. $Q(z)$ განივი ძალის ეპიურა შემოსახვრულია კვადრატული პარაბოლით.

$M(z)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება:

$$M(z) = -\frac{1}{2} q(z) z \frac{z}{3} = -\frac{q_0 z^3}{6l}.$$

მიღებულია მესამე რიგის განტოლება. მის ასა- გებად დაგვჭირდება სამი წერტილი მაინც (რაც მეტს ავიღებთ, მრუდი მით უფრო ზუსტად აი- გება); დაგვმაყოფილდეთ სამი წერტილით. გამოვთვალოთ:

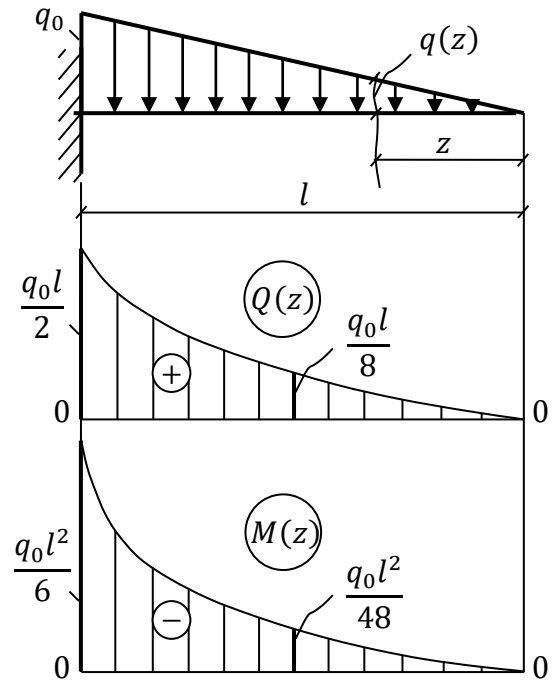
როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = -\frac{q_0 l^2}{48}$;

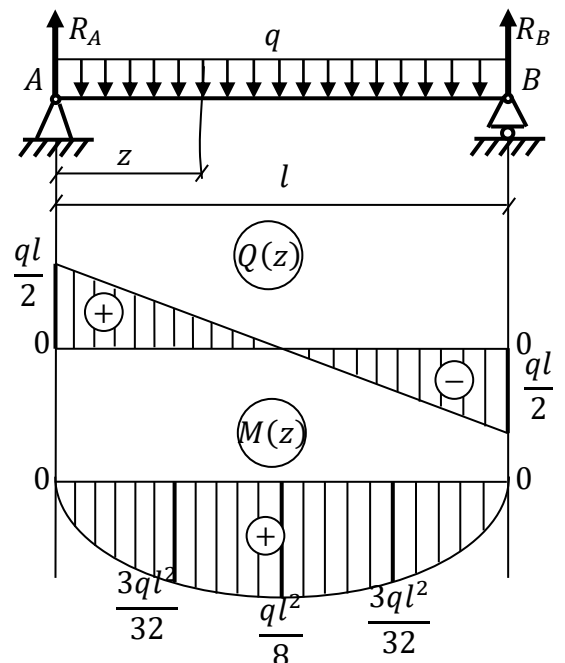
როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = -\frac{q_0 l^2}{6}$.

ავაგოთ ეს წერტილები და შევაერთოთ ისინი მრუდით. მივიღებთ $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურას, რომელიც შემოსახვრულია კუბიკური პარაბოლით.

4. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი მთელ სიგრძეზე დატვირთულია თანაბრად განაწილებული q დატვირთვით (ნახ. 77). ასეთი კოჭის შემთხვევაში, პირველ რიგში უნდა განვსაზღვროთ საყრდენი ვერტიკალური R_A და R_B რეაქციები და აგრეთვე A რეაქციის პორიზონტალური H_A შემდგენი. ამისთვის ვიყენებთ წონასწორობის განტოლებებს. $\sum Z = H_A = 0$ განტოლება გვიჩვენებს, რომ რეაქციის პორიზონტალური H_A შემდგენი ნულის ტოლია. პრაქტიკის უმრავლეს შემთხვევაში, მაგ., განივი ღუნვისას, რადგან განვიხილავთ კოჭის ღერძის



ნახ. 76



ნახ. 77

მართობ დატვირთვებს, ე.ი. ვერტიკალურ გარე დატვირთვებს, ყოველთვის მივიღებთ, რომ რეაქციის ეს H_A შემდგენი ნულის ტოლია, რის გამოც მის გამოთვლაზე აღარ შევჩერდებით.

რეაქციის ვერტიკალური R_A და R_B შემდგენების გამოსათვლელად გამოვიყენებთ A და B საყრდენი წერტილების მიმართ მომენტების ჯამის ნულთან ტოლობის პირობას. მივიღებთ თითო განტოლებას თითო უცნობით, საიდანაც განვსაზღვრავთ R_A და R_B საყრდენ რეაქციებს. $\sum Y = 0$ განტოლებას გამოვიყენებთ მიღებული შედეგების სისწორის შესამოწმებლად (უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს უკანასკნელი პირობა აუცილებელია, მაგრამ არასაკმარისი),

გვექნება:

$$\sum M_B = -R_A l + ql \frac{l}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{ql}{2};$$

$$\sum M_A = R_B l - ql \frac{l}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_B = \frac{ql}{2}.$$

შევამოწმოთ, $\sum Y = R_A + R_B - ql = 0; 0 = 0$, ე.ი. საყრდენი ვერტიკალური R_A და R_B რეაქციები სწორად არის გამოთვლილი.

ამის შემდეგ, შევადგინოთ $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის გამოსახულებებს და გამოვითვლით ამ ფაქტორების მნიშვნელობებს მახასიათებელ წერტილებში:

$$0 \leq z \leq l.$$

განივი $Q(z)$ ძალისათვის გვექნება

$$Q(z) = R_A - qz = \frac{ql}{2} - qz;$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = \frac{ql}{2} = R_A$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2} = R_B$.

ე.ი. $Q(z)$ განივი ძალის ეპიურა შემოსაზღვრულია წრფით.

$M(z)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება

$$M(z) = R_A z - qz \frac{z}{2} = \frac{ql}{2} z - \frac{qz^2}{2}.$$

მიღებულია კვადრატული განტოლება. მის ასაგებად დაგვჭირდება სამი წერტილი მაინც. ავიღოთ ხუთი წერტილი. გამოვთვალოთ:

როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{4}$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{l}{4} - \frac{q(\frac{l}{4})^2}{2} = \frac{ql^2}{8} - \frac{ql^2}{32} = \frac{3ql^2}{32}$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{4} - \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{8}$;

როდესაც $z = \frac{3}{4}l$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{3}{4}l - \frac{q(\frac{3}{4}l)^2}{2} = \frac{3ql^2}{8} - \frac{9ql^2}{32} = \frac{3ql^2}{32}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} l - \frac{ql^2}{2} = 0$.

ავაგოთ ეს წერტილები და შევაერთოთ ისინი მრუდით. მივიღებთ $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურას, რომელიც შემოსაზღვრულია კვადრატული პარაბოლით.

5. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი l მალის მთელ სიგრძეზე დატვირთულია სამკუთხედის კანონით განაწილებული დატვირთვით (ნახ. 78).

ვეძებთ საყრდენ რეაქციებს:

$$\sum M_B = -R_A l + \frac{1}{2} q_0 l \frac{l}{3} = 0, \quad \text{საიდანაც}$$

$$R_A = \frac{q_0 l}{6};$$

$$\sum M_A = R_B l - \frac{1}{2} q_0 l \frac{2}{3} l = 0, \quad \text{საიდანაც}$$

$$R_B = \frac{q_0 l}{3}.$$

$$\text{ვამოწმებთ; } \sum Y = R_A + R_B - \frac{1}{2} q_0 l = 0;$$

$$\frac{q_0 l}{6} + \frac{q_0 l}{3} - \frac{1}{2} q_0 l = 0, \quad \text{ე.ი. საყრდენი}$$

ვერტიკალური R_A და R_B რეაქციები სწორად არის გამოთვლილი.

ამის შემდეგ ვადგენთ $Q(z)$ განივი ძალის და $M(z)$ მღუნავი მომენტის გამოსახულებებს და გამოვითვლით ამ ფაქტორების მნიშვნელობებს მახასიათებელ წერტილებში:

$$0 \leq z \leq l.$$

$Q(z)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z) = R_A - \frac{1}{2} q(z)z = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 z^2}{2l};$$

$$\text{როდესაც } z = 0, \text{ მაშინ } Q(z) = \frac{q_0 l}{6} = R_A;$$

$$\begin{aligned} \text{როდესაც } z = \frac{l}{2}, \text{ მაშინ } Q(z) &= \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 \left(\frac{l}{2}\right)^2}{2l} = \\ &= \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 l^2}{8l} = \frac{q_0 l}{24}; \end{aligned}$$

$$\text{როდესაც } z = l, \text{ მაშინ } Q(z) = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 l^2}{2l} = -\frac{q_0 l}{3} = -R_B.$$

$M(z)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება

$$M(z) = R_A z - \frac{1}{2} q(z)z \frac{z}{3} = \frac{q_0 l}{6} z - \frac{q_0 z^3}{6l}.$$

მიღებულია მესამე რიგის განტოლება. მის ასაგებად დაგვჭირდება სამი წერტილი მაინც (რაც მეტს ავიღებთ, მრუდი მით უფრო ზუსტად აიგება); დაგვმაყოფილდეთ სამი წერტილით. გამოვთვალოთ:

$$\text{როდესაც } z = 0, \text{ მაშინ } M(z) = 0;$$

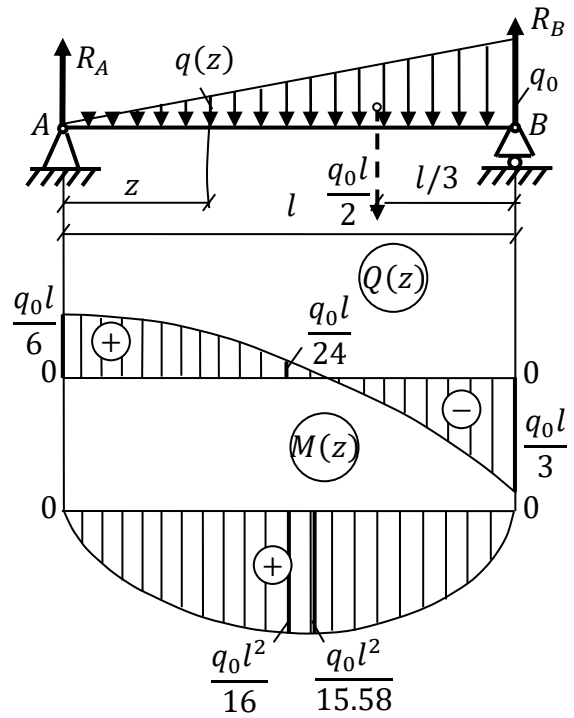
$$\text{როდესაც } z = \frac{l}{2}, \text{ მაშინ } M(z) = \frac{q_0 l}{6} \frac{l}{2} - \frac{q_0 \left(\frac{l}{2}\right)^3}{6l} = \frac{q_0 l^2}{12} - \frac{q_0 l^2}{48} = \frac{q_0 l^2}{16};$$

$$\text{როდესაც } z = l, \text{ მაშინ } M(z) = \frac{q_0 l}{6} l - \frac{q_0 l^3}{6l} = 0.$$

იმ განივევითის მოსაძებნად, რომელშიც მოქმედებს უდიდესი M_{max} მღუნავი მომენტი მისი $M(z) = \frac{q_0 l}{6} z - \frac{q_0 z^3}{6l}$ გამოსახულება უნდა გამოვიკვლიოთ ექსტრემუმზე:

$$\frac{dM(z)}{dz} = \frac{q_0 l}{6} - 3 \frac{q_0 z^2}{6l} = 0, \quad \text{საიდანაც } z_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0.577l,$$

ე.ი.



ნახ. 78

$$M_{max} = \frac{q_0 l}{6} \frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{q_0}{6l} \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{q_0 l^2}{6\sqrt{3}} - \frac{q_0 l^2}{18\sqrt{3}} = \frac{q_0 l^2}{9\sqrt{3}} \approx \frac{q_0 l^2}{15.58}$$

მაშასადამე, მღუნავი $M(z)$ მომენტის უდიდესი $M_{max} \approx \frac{q_0 l^2}{15.58}$ მნიშვნელობა

მცირედ განსხვავდება მისი $M(z) = \frac{q_0 l^2}{16}$ მნიშვნელობისაგან მაღის შუაში.

6. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი a და b მანძილებით დახასიათებულ C განივკვეთში დატვირთულია შეყურსული F ძალით (ნახ. 79). გამოვითვლით საყრდენ R_A და R_B რეაქციებს:

$$\sum M_B = -R_A l + F b = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{F b}{l};$$

$$\sum M_A = R_B l - F a = 0, \text{ საიდანაც } R_B = \frac{F a}{l}$$

$$\text{შევამოწოთ: } \sum Y = R_A + R_B - F = 0;$$

$$\frac{F b}{l} + \frac{F a}{l} - F = 0; \frac{F}{l}(a + b) - F = 0; 0 = 0,$$

ე.ი. საყრდენი ვერტიკალური R_A და რეაქციები სწორად არის გამოთვლილი.

უბნების მიხედვით ვწერთ $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის განტოლებებს და გამოვითვლით მათ მნიშვნელობებს:

$$\text{I უბანი: } 0 \leq z_1 \leq a$$

$Q(z_1)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z_1) = R_A = \frac{F b}{l};$$

ე.ი. I უბანზე $Q(z_1)$ მუდმივია.

$M(z_1)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება

$$M(z_1) = R_A z_1;$$

როდესაც $z_1 = 0$, მაშინ $M(z_1) = 0$;

როდესაც $z_1 = a$, მაშინ $M(z_1) = \frac{F b}{l} a$.

II უბანი $0 \leq z_2 \leq b$

$Q(z_2)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z_2) = -R_B = -\frac{F a}{l};$$

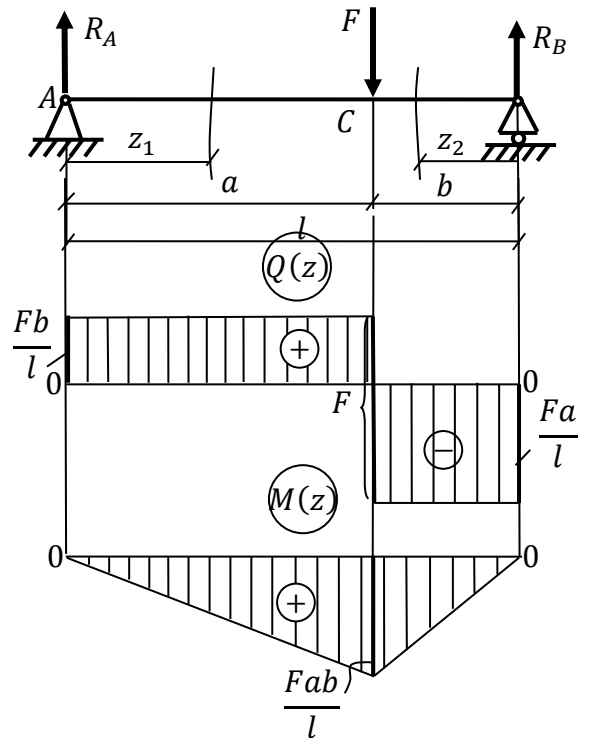
ე.ი. II უბანზე $Q(z_2)$ მუდმივია.

$M(z_2)$ მღუნავი მომენტისათვის გვექნება

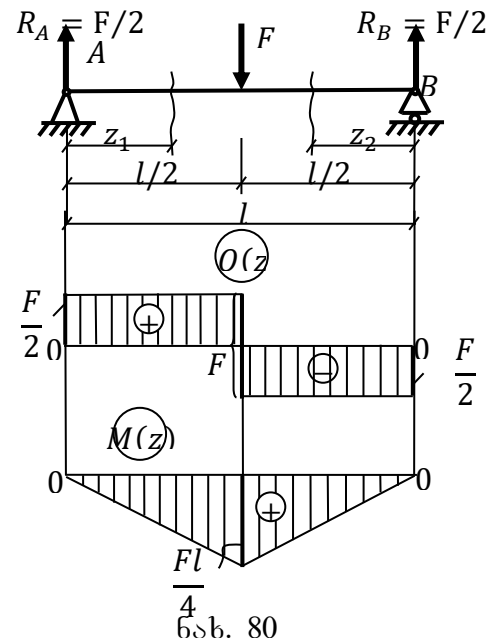
$$M(z_2) = R_B z_2;$$

როდესაც $z_2 = 0$, მაშინ $M(z_2) = 0$;

როდესაც $z_2 = b$, მაშინ $M(z_2) = \frac{F a}{l} b$.



ნახ. 79



ნახ. 80

მიღებული მნიშვნელობებით ავაგებთ $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს. იმ განივკვეთში, რომელშიც მოქმედებს შეყურსული F ძალა, $Q(z)$ განივი ძალის ეპიურა აკეთებს “ნახტომს” და “ნახტომის” სიდიდე თვით შეყურსული F ძალის ტოლია. მართლაც

$$\frac{Fb}{l} + \frac{Fa}{l} = \frac{F}{l}(a+b) = F.$$

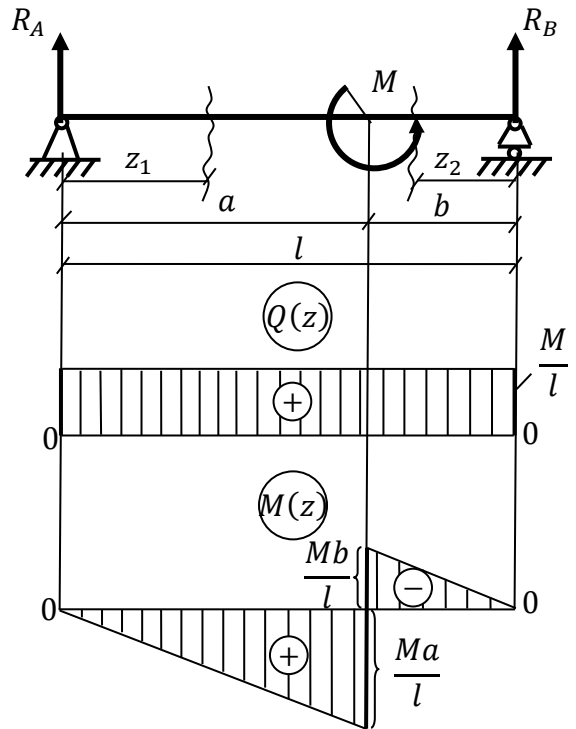
კერძო შემთხვევაში, როდესაც $a = b = \frac{l}{2}$ გვექნება $A = B = \frac{F}{2}$. გაანგარიშების გარეშე მოგვყავს $Q(z)$ განივიძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურები (ნახ. 80).

7. ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი a და b მანძილებით დახასიათებულ განივკვეთში დატვირთულია შეყურსული წყვილძალით, რომლის მომენტია M (ნახ. 81). გამოვითვლით საყრდენ R_A და R_B რეაქციებს:

$$\begin{aligned} \sum M_B = -R_A l + M &= 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{M}{l}; \\ \sum M_A = R_B l + M &= 0, \text{ საიდანაც } R_B = -\frac{M}{l}. \end{aligned}$$

ვამოწმებთ; $\sum Y = R_A + R_B = 0$;

$$\frac{M}{l} - \frac{M}{l} = 0; 0 = 0,$$



ნახ. 81

მაშასადამე, R_A და R_B რეაქციები სიდიდით ტოლია და ნიშნით საპირისპირო, ე.ი. შეადგენენ წყვილძალას (ასეც უნდა ყოფილიყო, ვინაიდან გარე წყვილძალის M მომენტის გაწონასწორება მხოლოდ ამ რეაქციებისაგან შედგენილი წყვილძალის $\frac{M}{l} \cdot l$ მომენტს შეუძლია).

უბნების მიხედვით ვწერთ განივი $Q(z)$ ძალისა და მღუნავი $M(z)$ მომენტის განტოლებებს და ვითვლით მათ მნიშვნელობებს:

I უბანი: $0 \leq z_1 \leq a$

$Q(z_1)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z_1) = R_A = \frac{M}{l};$$

$M(z_1)$ მღუნავი მომენტისათვის კი:

$$M(z_1) = R_A z_1;$$

როდესაც $z_1 = 0$, მაშინ $M(z_1) = 0$;

როდესაც $z_1 = a$, მაშინ $M(z_1) = \frac{M}{l} a$.

II უბანი: $0 \leq z_2 \leq b$

$Q(z_2)$ განივი ძალისათვის გვექნება

$$Q(z_2) = -R_B = -\left(-\frac{M}{l}\right) = \frac{M}{l};$$

$M(z_2)$ მღუნავი მომენტისათვის კი:

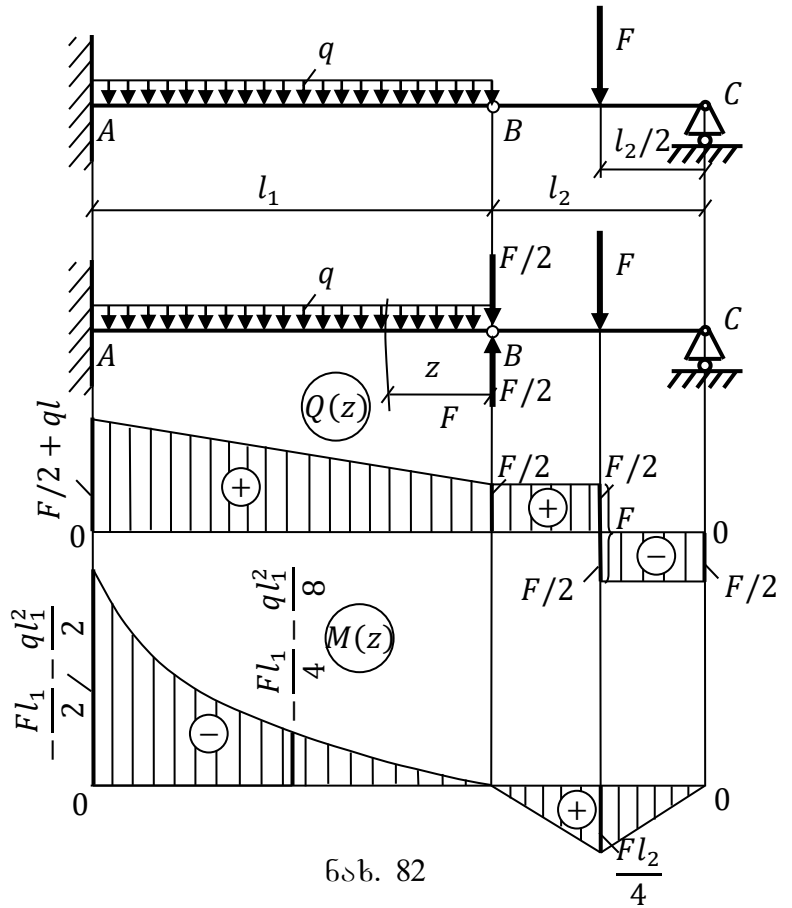
$$M(z_2) = R_B z_2;$$

როდესაც $z_2 = 0$, მაშინ $M(z_2) = 0$;

როდესაც $z_2 = b$, მაშინ $M(z_2) = \frac{M}{l}b$.
რომელთა მიხედვით ავაგებთ ამ ფაქტორების ეპიურებს.

განივიკვეთში, რომელშიც მოქმედებს შეყურსული წყვილ-ძალა, $M(z)$ მდუნავი მომენტის ეპიურა აკეთებს “ნახტომს” და “ნახტომის” სიდიდე თვით გარე წყვილძალის მომენტის ტოლია. მართლაც, $\frac{M}{l}a + \frac{M}{l}b = \frac{M}{l}(a+b) = M$. ამასთან ერთად უნდა შევნიშნოთ, რომ $Q(z_2)$ განვიძალაზე წყვილძალის M მომენტი გავლენას არ ახდენს. ეს იქიდან გამომდინარეობს, რომ წყვილძალის გეგმილი ნებისმიერ დერძზე ნულის ტოლია.

8. განვიხილოთ კოჭი შუალედი სახსრით (ნახ. 82). იგი უნდა გავი-ანგარიშოთ, როგორც დამოუკიდებელი AB კონსოლისა და დამო-კიდებული (შეკიდული) BC კოჭის ერთობლიობა.



ნახ. 82

გაანგარიშებას ვიწყებთ ამ უკანასკნელიდან. BC კოჭზე მალის შუაში მოქმედებს შეყურსული F ძალა. როგორც ცნობილია, ასეთი კოჭისათვის საყრდენი რეაქციები ერთმანეთის ტოლია და $R_B = R_C = \frac{F}{2}$. ეს მაგალითი ადრე გვქონდა განხილული და $Q(z)$ განვი ძალისა და $M(z)$ მდუნავი მომენტის ეპიურების სახე უკვე ვიცით.

რაც შეეხება AB კოჭს, მას განვიხილავთ როგორც თანაბრად განაწილებული q დატვირთვის, ისე BC კოჭიდან გადმოცემული, ზევიდან ქვევით მიმართული $\frac{F}{2}$ ძალის მოქმედების ქვეშ. შესაბამისად დავწერთ:

$$0 \leq z_1 \leq l_1;$$

$$Q(z) = \frac{F}{2} + qz;$$

$$z_1 = 0, \quad Q(z_1) = 0;$$

$$z_1 = l_1, \quad Q(z_1) = \frac{F}{2} + ql_1;$$

$$M(z) = -\frac{F}{2}z + q\frac{z^2}{2};$$

$$z_1 = 0, \quad M(z_1) = 0;$$

$$z_1 = \frac{l}{2}, \quad M(z_1) = -\frac{Pl_1}{4} - \frac{ql_1^2}{8};$$

$$z_1 = l, \quad M(z_1) = -\frac{Pl_1}{2} - \frac{ql_1^2}{2}.$$

ვინაიდან B წერტილი არის AB და BC კოჭების ურთიერთქმედების წერტილი, ამიტომ აქ BC კოჭის $\frac{F}{2}$ ზემოქმედებისა და AB კოჭის რეაქციის $R_B = \frac{F}{2}$ ძალები ერთმეორეს აბათილებენ და $Q(z)$ განვი ძალის ეპიურა “ნახტომს” არ აკეთებს.

7.8. $Q(z)$ განივი და $M(z)$ მდუნავი მომენტის ეპიპრობისაბების სისწორის შემოწმება

დიფერენციალური დამოკიდებულება განსაზღვრავს $Q(z)$ განივი ძალას, $M(z)$ მდუნავ მომენტსა დამათ ეპიურებს შორის დამოკიდებულებასაც. ამის საფუძველზე კი ადვილად ვახდენთ გრაფიკული სამუშაოს კონტროლს, როგორც აგების პროცესში, ისე დასრულების შემდეგ. მათ შორის დამოკიდებულებიდან გამომდინარეობს, რომ:

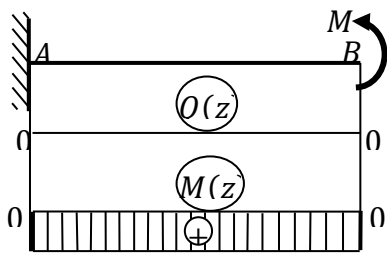
1. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა დადებითია ($Q(z) > 0$), მაშინ ამ უბანზე $M(z)$ მდუნავი მომენტი იზრდება;
2. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა უარყოფითია ($Q(z) < 0$), მაშინ ამ უბანზე $M(z)$ მდუნავი მომენტი კლებულობს;
3. იმ განივკვეთში ანუ კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც $Q(z)$ განივი ძალა ნული ხდება ($Q(z) = 0$), მდუნავი $M(z)$ მომენტი ექსტრემალურ (მაქსიმალურ ან მინიმალურ) მნიშვნელობასღებულობს;
4. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z) = 0$, მაშინამავე უბანზე $M(z) = const.$ გარდა ამისა, გაკონტროლებისათვის გამოგვადგება ის, რომ:
5. კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც მოდებულია შეყურსული F ძალა, $Q(z)$ განივი ძალის ეპიურა აკეთებს F ძალის ტოლ ნახტომს, ხოლო $M(z)$ მდუნავი მომენტის ეპიურა იცვლის დახრის კუთხეს;
6. კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც მოდებულია შეყურსული M მომენტი, $M(z)$ მდუნავი მომენტი ეპიურა აკეთებს M მომენტის ტოლნახტომს;
7. ორ სახსროვან საყრდენზე დაყრდნობილი კოჭის ბოლოებში $Q(z)$ განივი ძალა შესაბამისადტოლიასაყრდენი R_A და R_B რეაქციის (როდესაც აქ შეყურსული F ძალა არ მოქმედებს); ხოლო $M(z)$ მდუნავი მომენტი უდრის ნულს (როდესაც აქ შეყურსული M მომენტი არ მოქმედებს);
8. კონსოლის საყრდენ წერტილში $Q(z)$ განივი ძალა საყრდენი R_A რეაქციის ტოლია, ხოლო $M(z)$ მდუნავი მომენტი - რეაქციული M_A მომენტის.

7.9. სუფთა ღუნვა და მისი არსი.

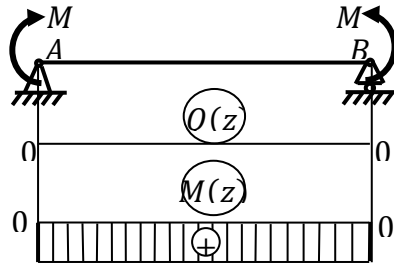
როგორც უკვე აღვნიშნეთ, განივი ღუნვისას ექვსი ძალვიდან მხოლოდ ორი: $Q(z)$ განივი ძალა და $M(z)$ მდუნავი მომენტი - რჩება, თუმცა ზოგჯერ კოჭზე მოქმედი გარე დატვირთვა ისეთია, რომ მხოლოდ $M(z)$ მდუნავი მომენტისგა- მოწვევა შეუძლია. დიფერენციალური დამოკიდებულებიდან ვიცით, რომ, თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z) = 0$, მაშინამავე უბანზე $M(z) = const.$

განივი ღუნვის კერძო შემთხვევას, როდესაც კოჭის მთელ სიგრძეზე ან მის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა ნულისტოლია, ხოლო $M(z)$ მდუნავი მომენტი - მუდმივი სიდიდე, სუფთა ღუნვა ეწოდება. სუფთა ღუნვისას განივკვეთის ცალ მხარეს მოქმედი დატვირთვა მხოლოდ მთავარ M_0 მომენტზე დაიყვანება.

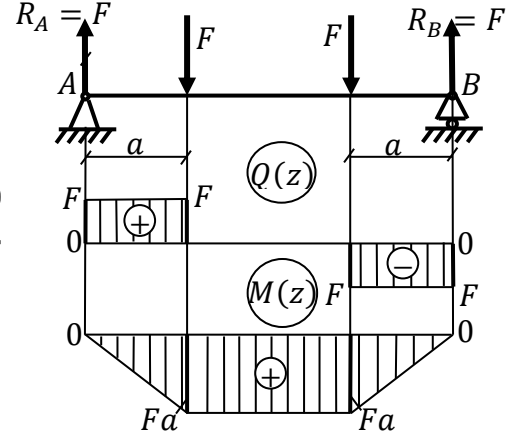
მაგალითად, 83 -ე ნახატზე მოყვანილია შემთხვევები, როდესაც გარე დატვირთვის მხოლოდ $M(z)$ -ის გამოწვევა შეუძლია: ა) და ბ) სქემებზე - მთელ კოჭზე, ხოლო გ) სქემაზე - კოჭის შუა ნაწილზე.



ნახ. 83,ა



ნახ. 83,ბ



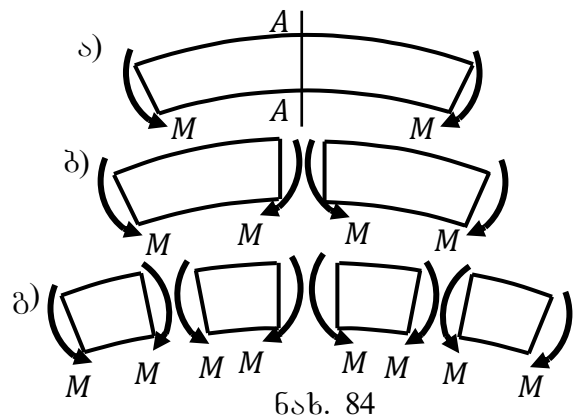
ნახ. 83,გ

მსგავსი მაგალითების მოყვანა პრაქტიკიდან მრავლად შეიძლება.

სუფთა ღუნვის არსის გასარკვევად, განვიხილოთ კოჭი, რომელიც სუფთა ღუნვის პირობებშია (ნახ.83,ა). ვინაიდან ნებისმიერ განივკვეთში ერთნაირი მდუნავი მომენტი აღიძვრება, ამიტომ ერთგვაროვანი კოჭის ყოველი ნაწილის სიმრუდე იქნება ერთნაირი, რაც ნიშნავს, რომ ერთგვაროვანი კოჭის გაღუნული ღერძი წრფივია.

კოჭის შუა AA კვეთის წერტილებს უპირატესი გადაადგილებებისმილება არ შეუძლია არც მარჯვნივ და არც მარცხნივ, რამდენადაც კოჭის ერთიმხარეც და მეორეც სიმეტრიის გამო, ზუსტად ერთნაირია. მაშასადამე, AA კვეთი ბრტყელი დარჩება. ამ AA კვეთით კოჭის გაჭრით, მივიღებთ ორჯერ პატარა ორ უბანს (ნახ. 84,ბ). მიღებული თითოეული ნაწილი კიდევ რომ გაგჭრათ ორად, ისევ მივიღებთ ორჯერ პატარა ორ ნაწილს (ნახ. 84,გ). მსჯელობით, ეს შუა კვეთებიც ბრტყელია დამტკიცდება, რომ წინასწარ მოცემული ნებისმიერი კვეთის უსასრულო სიახლოვეს არის შეუზღუდავად ბევრი ისეთი კვეთი, რომლებსთვისაც ბრტყელი კვეთის პირობა დაცულია. ფაქტობრივად დამტკიცდა, რომ სუფთა ღუნვისას, ერთგვაროვანი კოჭის საერთოდ არცერთი კვეთი არ გამრუდდება, არამედ მობრუნდება.

ბრტყელი განივი კვეთები კოჭის გაღუნული ღერძის პერპენდიკულარული დარჩება. ეს იმით მტკიცდება, რომ, თუკი AA კვეთი კოჭის გადაღუნვის ადგილზეა განლაგებული და, აქედან გამომდინარე, ღერძის მართობია, მაშინ ღერძის მართობი იქნება დაყოფით მიღებული ყოველი ახალი ნაწილის შუა კვეთიც; რადგან, როგორც აღვნიშნეთ, დაყოფით მიღებული ყოველი ნაწილი ზუსტად იმავე პირობებშია, როგორშიც მთელი კოჭი, რაგინდ დიდხანს უნდა გაგრძელდეს დაყოფა.



ნახ. 84

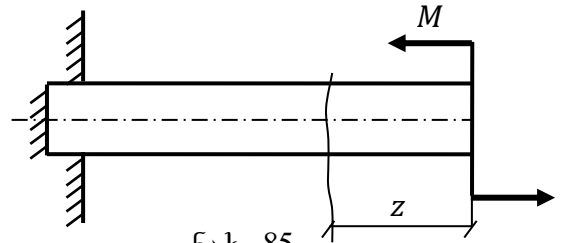
მაშასადამე, სუფთა ღუნვისას კოჭის ყოველი განივკვეთი ბრტყელი რჩება, ოღონდგანიცდის მობრუნებას. გაღუნული ღერძი წრეწირის რკალის ფორმისაა და მობრუნებისასგანივკვეთიმართობ მდებარეობას ინარჩუნებს.

7.10. **წონასწორი ძაბვა სუფთა ღუნვისას**

ს

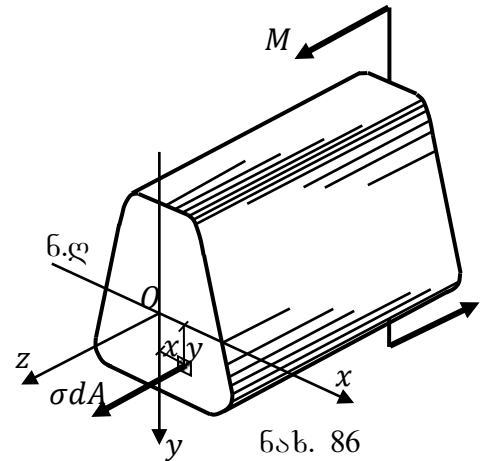
ა) **წონასწორობის პირობა**

განვიხილოთ კონსოლი, რომელიც თავისუფალ ბოლოზე დატვირთულია შეყურსული F ძალით, ე.ი. მუშაობს სუფთა ღუნვის პირობებში (ნახ. 85). თავისუფალი ბოლოდან ნებისმიერი z მანძილით დაშორებული განივკვეთით კოჭი ორ ნაწილად გაკვეთოთ და განვიხილოთ ერთ-ერთი მათგანის, მაგალითად, მარჯვენა ნაწილის წონასწორობის პირობები.



ნახ. 85

გავიხსენოთ, მოვლენის ახსნისას ითქვა, რომ ექვსი ძალიდან გატარებულ განივკვეთში სუფთა ღუნვისას გვრჩება მხოლოდ ერთი – მღუნავი $M(z)$ მომენტი, რომელიც აწონასწორებს მთავარ M_0 მომენტს (M_0 მომენტი აქ იგივე M მომენტი). განსახილველ ნაწილზე, ერთი მხრივ, მოქმედებს M გარე მღუნავი მომენტი კოჭის სიმეტრიის სიბრტყეში, ხოლო, მეორე მხრივ, გატარებულ განივკვეთში აღძრული ძაბვები. როგორც აღვნიშნეთ, სუფთა ღუნვისას განივი $Q(z)$ ძალა ნულის ტოლია, რაც ნიშნავს, რომ τ მხები ძაბვა ან შეადგენს წყვილძაღას და გამოიწვევს გრეხას, ან იგი არ არსებობს საერთოდ; ე.ი. არ არსებობს და დაგვრჩა მხოლოდ ნორმალური σ ძაბვა (ნახ. 86), რომელიც გარკვეული კანონით არის განაწილებული კოჭის გატარებულ განივკვეთში.



ნახ. 86

წონასწორობის განტოლებას აქვს სახე:

$$\sum M_x = M - M(z) = 0, \quad (1)$$

საიდანაც

$$M(z) = M. \quad (2)$$

ავირჩიოთ განივკვეთთან დაკავშირებული კოორდინატა $xoyz$ სისტემა, რომელშიც y ღერძი სიმეტრიის ღერძია, ხოლო x და z გატარებულია y ღერძის მართობულად მის ნებისმიერ წერტილში.

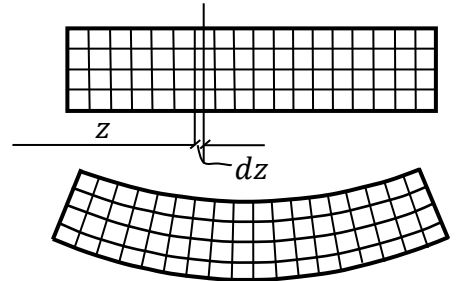
იმის დასადგენად, თუ როგორ განაწილდება გატარებულ განივკვეთში ნორმალური ძაბვები, გამოვყოთ უსასრულოდ მცირე dA ფართობი x და y კოორდინატებით დანორმალური ძაბვა აღვნიშნოთ σ -თი, რომელიც ამ ფართობის ფარგლებში მოქმედებს. σ ძაბვების ტოლქმედი იქნება ელემენტარული ნორმალური σdA ძალა. წონასწორობის (1) განტოლება ახლა ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$\sum M_x = M - \int_A \sigma dA \cdot y = 0. \quad (3)$$

როგორც ჩანს, ნორმალური σ ძაბვებით შედგენილი $M(z)$ მდუნავი მომენტი სიდიდით ტოლია და მიმართულებით საწინააღმდეგო გარე M მომენტის. (3) განტოლების მეშვეობით განიკვეთში ნორმალური σ ძაბვების განაწილების კანონი ვერ გაირკვევა. ამისათვის საჭიროა განვიხილოთ კოჭის დეფორმაციის სურათი.

ბ) დეფორმაციის სურათი

როგორც დავინახეთ, სუფთა ღუნვისას კოჭის დეფორმაცია ბრტყელი განივი კვეთების ერთმანეთისადმი მობრუნებით გამოიხატება. ამის კიდევ ერთხელ საილუსტრაციოდ კოჭის გვერდით ზედაპირზე დატანილია კვადრატული ბადე, რომელშიც განივი მონაკვეთები განიკვეთების კვალია, გრძივი მონაკვეთები - კვალი გრძივი შრეებისა, რომლებიც გაჭიმ-



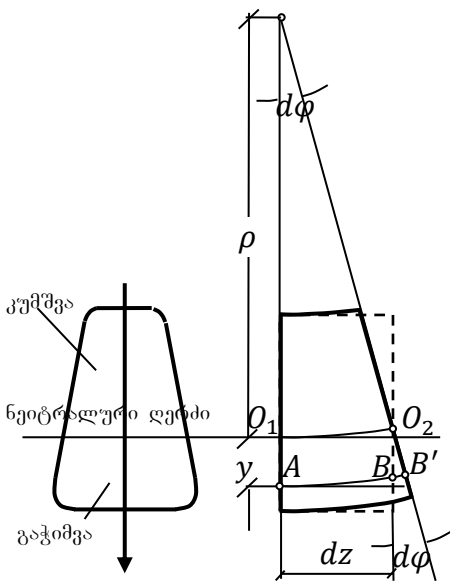
ნახ. 87

ვას ან კუმშვას განიცდიან. ყოველ

გრძივ მონაკვეთს ექნება ერთმანეთისგან განსხვავებული სიმრუდე, როგორც კონცენტრული წრეწირების რკალებს (ნახ. 87).

განვიხილოთ კოჭის მარცხენა კიდიდან z მანძილზე გატარებული იორი მეზობელი, ერთი მეორისაგან dz მანძილით დაშორებული განიკვეთი (ნახ. 88).

პირობითად, მარცხენა O_1 განიკვეთი ჩავთვალოთ უძრავად; მარჯვენა O_2 განიკვეთი დეფორმაციის შედეგად მობრუნდება $d\phi$ კუთხით. ზედა ბოჭკოები გაიჭიმება და ქვედა დამოკლდება. ცხადია, მათ შორის იარსებებს შრე, რომელიც არც დაგრძელდება და არც დამოკლდება, მხოლოდ გამრუდდება. მას ვუწოდოთ ნეიტრალური შრე. O_1



ნახ. 88

და O_2 კვეთების მობრუნების შედეგად ნეიტრალური შრე გაიღუნება და წინხედში მიიღებს წრეწირის რკალის ფორმას ρ რადიუსით, $O_1O_2 = dz = \rho d\phi$. შესაბამისად, ამ რკალის სიმრუდე ექნება: $\frac{1}{\rho} = \frac{d\phi}{dz}$.

როგორც ვხედავთ, სიმრუდე რიცხობრივად გამოხატავს ერთეული მანძილით დაშორებული განიკვეთების ურთიერთმობრუნებას

ნებისმიერად აღებული მონაკვეთი $AB = dz$ (ნახ. 88) მიიღებს სიგრძეში BB' ნაზრდს. რადგან კვეთი ბრტყელი რჩება, ამიტომ

$$BB' = y d\phi,$$

სადაც y მანძილია განსახილველი AB მონაკვეთიდან ნეიტრალურ შრემდე, რომლის მდებარეობა ჯერ უცნობია.

AB მონაკვეთის ფარდობითი წაგრძელება ტოლია:

$$\varepsilon = \frac{BB'}{AB} = \frac{y d\phi}{dz} = \frac{y}{\rho}, \quad (4)$$

სადაც ρ ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსია.

ბ) დეფორმაციიდან დაბრუნება გადასვლა

რადგან კოჭის გრძივი შრეები, რომლებიც გრძივი ბოჭკოებისაგან შედგება, განიცდის გაჭიმვა-კუმშვას, ვისარგებლებთ ჰუკის შესაბამისი კანონით:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\gamma}{\rho} \quad (5)$$

ამრიგად, სუფთა ღუნვისას ნორმალური σ დაბეჭდვებიანი ვექტორში იცვლება წრფივი კანონით; ნეიტრალური შრეზე (სიმრუდის ρ რადიუსით), როცა $y = 0$ ნორმალური σ დაბეჭდები ნულის ტოლია. განივკვეთში წერტილთა გეომეტრიულ ადგილს, რომელიც აკმაყოფილებს $\sigma = 0$ პირობას, განივკვეთის ნეიტრალური ღერძი ეწოდება. ნეიტრალური ღერძი, ნეიტრალური შრის სიბრტყის განივკვეთის სიბრტყესთან თანაკვეთის წრფეა.

ელემენტარული σdA ძალების ჯამი გვაძლევს ნორმალურ ძალას (ნახ. 86), მაგრამ სუფთა ღუნვისას $N(z) = 0$; ამიტომ,

$$N(z) = \int_A \sigma dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA.$$

აქ, ინტეგრალი სტატიკური S_x მომენტი x ღერძის მიმართ. რადგან სტატიკური მომენტი ნულის ტოლია, ე.ი. $S_x = \int_A y dA = 0$ დანეიტრალური ღერძი გადის განივკვეთის სიმძიმის ცენტრში. ამ პირობიდან გამომდინარეობს აგრეთვე, რომ კოჭის ღერძი ნეიტრალურ შრეშია განლაგებული, ვინაიდან განმარტების თანახმად, ღერძი განივკვეთთა სიმძიმის ცენტრების ერთობლიობაა.

$N(z) = 0$ ტოლობით ირკვევა სხვა რამეც. რაკი ცნობილია, რომ განივკვეთში მოქმედებს ნორმალური σ დაბეჭდები, მათი ტოლქმედი $N(z)$ კი ნულის ტოლია, ამიტომ σ დაბეჭდები შეადგენს წყვილძალას.

წყვილძალის $M(z)$ მომენტი აწონასწორებს მოქმედ გარე M მომენტს, ამიტომ დატვირთვების მოქმედების სიბრტყიდან არ გადის და კოჭის სიმეტრიის სიბრტყეში თავსდება; კოჭის გაღუნული ღერძიც ამ სიბრტყეში რჩება.

ახლა დავაკონკრეტოთ სუფთა ღუნვისას განივკვეთთან დაკავშირებული x, z, y კოორდინატთა ღერძების სისტემა. კოორდინატთა სათავე შევუთავსოთ განივკვეთის სიმძიმის O ცენტრს, z და x ღერძები გადავანაცვლოთ O წერტილში. y ღერძი კვლავ იქნება კოჭის გაღუნული ღერძის სიბრტყეში. ესაა ე.წ. მოძრავ კოორდინატთა სისტემა ანუ სისტემა, რომლის მდებარეობა იცვლება კვეთიდან კვეთ-ზე გადასვლისას.

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, y კოორდინატ ნეიტრალური შრიდან AB მონაკვეთის დაშორებაა. ნეიტრალური შრე კოჭის ღერძზე, დატვირთვის მოქმედების (სიმეტრიის) სიბრტყის მართობულად გადის და მისგან დაშორება (თუ განივკვეთებზე გადავალთ) იგივეა, რაც ნეიტრალური ანუ ცენტრალური x ღერძიდან დაშორება. უარის იმ წერტილის ორდინატა, რომელიც ნებისმიერად აღებული AB მონაკვეთის კვალია და რომელშიც σ განისაზღვრება.

შევიტანოთ წონასწორობის (3) განტოლებაში ნორმალური σ დაბეჭდის (5) გამო-სახულება, მივიღებთ:

$$M - \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = 0.$$

მაგრამ $I_x = \int_A y^2 dA$ წარმოადგენს კოჭის განიკვეთის ინერციის მომენტს ნეიტრალური x ღერძის მიმართ, ე.ი. დავწერთ:

$$M - \frac{EI_x}{\rho} = 0,$$

აქედან კი მივიღებთ:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}. \quad (6)$$

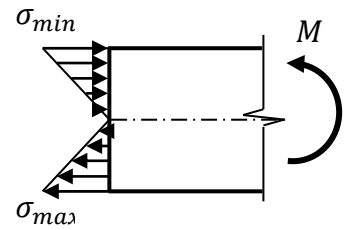
თუ დავუბრუნდებით (5) -ს და შევიტანთ მასში (6) -ს გვექნება:

$$\sigma = E \cdot \frac{M}{EI_x} y = \frac{M \cdot y}{I_x}. \quad (7)$$

ეს არის ნორმალური σ ძაბვის ფორმულა, რომლის გამოყენებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ ნორმალური σ ძაბვა კოჭის განიკვეთის ნებისმიერ წერტილში სუფთა ღუნვის დროს.

ამ ფორმულაში M არის მღუნავი მომენტი, რომელიც სუფთა ღუნვის უბანზე მუდმივია; y - მანძილი განსახილველი წერტილიდან ნეიტრალური x ღერძამდე; I_x - განიკვეთის ფართობის ინერციის მომენტი ნეიტრალური x ღერძის მიმართ.

(7) -ის მიხედვით ავაგებთ ნორმალური σ ძაბვების ცვლილების გრაფიკს, ანუ ნორმალური σ ძაბვების ეპიურას (ნახ. 89). ნეიტრალური x ღერძი განიკვეთს ყოფს გაჭიმულ და შეკუმშულ ზონებად.

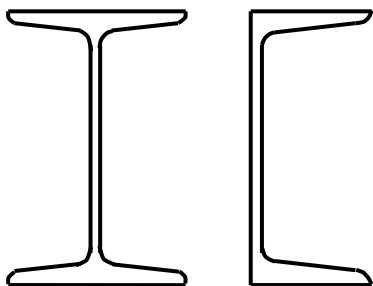


ნახ. 89

ღღუნვის ზოგადი შემთხვევა. სიმტკიცის პირობა

ნორმალური σ ძაბვის ფორმულა გამოვიყვანეთ სუფთა ღუნვის დროს, როდესაც $Q(z)$ განივი ძალა ნულის ტოლია, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტი - მუდმივი სიდიდე. ღუნვის ზოგად შემთხვევაში, როდესაც $Q(z)$ განივი ძალა არ არის ნულის ტოლი, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტი არ არის მუდმივი სიდიდე, შეგვიძლია ვისარგებლოთ იმავე ფორმულით, ოღონდ მუდმივი M -ის ნაცვლად მრიცხველში შევიტანოთ $M(z)$ მღუნავი მომენტი, რომელიც განსახილველ განიკვეთში მოქმედებს:

$$\sigma = \frac{M(z) \cdot y}{I_x}.$$



ნახ. 90

ისევე, როგორც სუფთა ღუნვისას, მაქსიმალური ნორმალური σ_{max} ძაბვა აღიძვრება იმ წერტილებში, რომლებიც ნეიტრალური x ღერძიდან ყველაზე მეტადაა დაშორებული (ნახ. 90). სიმტკიცის პირობა იწერება სახით $M(z)$ მღუნავი მომენტი იქნეს მაქსიმალურ M_{max} მნიშვნელობას. იგიღებება სხვადასხვა სახით ნეიტრალური x ღერძის სიმეტრიული და არასიმეტრიული განიკვეთებისათვის

1) ნეიტრალური x ღერძის სიმეტრიული განიკვეთი- სათვის მიმართგვექნება:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot y_{max}}{I_x} \leq [\sigma].$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა: $W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$, მაშინ სიმტკიცის პირობა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

W_x -ს ეწოდება განიკვეთის წინაღობის მომენტი და მართკუთხა განიკვეთისათვის:

$$W_x = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}; \quad \text{წრიული განიკვეთისათვის: } W_x = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{r} = \frac{\pi r^3}{4}.$$

გაგლინული პროფილებისათვის წინაღობის W_x მომენტის მნიშვნელობები მოცემულია სორტამენტის ცხრილებში.

W_x წინაღობის მომენტის განზომილებაა (სიგრძ. ერთ.)³, მაგალითად, სმ³, მმ³, მ დაა.შ.

განიკვეთის შესარჩევად, გაგლინული პროფილებისათვის სიმტკიცის პირობიდან განვსაზღვრავთ $W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$ და სორტამენტის ცხრილში ვიპოვიით პროფილის საჭირო ნომერს (ნახ. 90).

წრიული განიკვეთის შემთხვევაში დავწერთ $\frac{M_{max}}{\frac{\pi r^3}{4}} \leq [\sigma]$, საიდანაც ვღებუ-

ლობთ:

$$r \geq \sqrt[3]{\frac{4M_{max}}{\pi[\sigma]}}.$$

მართკუთხა განიკვეთის შემთხვევაში, წინასწარ უნდა დაუშვათ ფარდობა $\frac{h}{b} = k$, საი-

დანაც $h = kb$, ე.ი. $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{k^2 b^3}{6} \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$; აქედან

მივიღებთ $b \geq \sqrt[3]{\frac{6M_{max}}{k^2[\sigma]}}$, რის შემდეგაც ვიპოვიით $h = kb$.

2) ნეიტრალური x ღერძის მიმართარასიმეტ-რიული განიკვეთისათვის, მაგალითად, T -სებრი განიკვეთისათვის (ნახ. 91) სიმტკიცე უნდა შევამოწმოთ როგორც უდიდესი ნორმალური გამჭიმავი σ_{max} ძაბვის, ისე უდიდესი ნორმალური მკუმშავი σ_{min} ძაბვის მიხედვით. ამასთან გვექნება ორი წინაღობის მომენტი:

$$W'_x = \frac{I_x}{h_1}; \quad W''_x = \frac{I_x}{h_2}.$$

შესაბამისად, სიმტკიცის პირობები ასე დაიწერება:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W'_x} \leq [\sigma^+]; \quad \sigma_{min} = \frac{M_{max}}{W''_x} \leq [\sigma^-].$$

ღუნვისას განიკვეთს აძლევენ ფორმებს, რომლებშიც მასალის უმცირესი დანახარჯით მიიღება წინაღობის W_x მომენტის უდიდესი მნიშვნელობა. ღუნვაზე მომუშავე კოჭებისათვის ეს ის განიკვეთებია, რომლებშიც ფართობის ძირითადი ნაწილი ნეიტრალური ღერძიდან რაც შეიძლება შორსაა გატანილი. ყველაზე

ეკონომიურასტანდარტულიორტესებრი და ვარცლისებურიპროფილები, როდესაც ისინი ვერტიკალურ სიბრტყეში იღუნებიან (ნახ. 90).

7.11. დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია

დრეკადი დეფორმაციების პოტენციური ენერჯია განისაზღვრება M მომენტის მუშაობით ორი მეზობელი განივკვეთის კუთხურ $d\varphi$ ურთიერთგადაადგილებაზე (ნახ. 92):

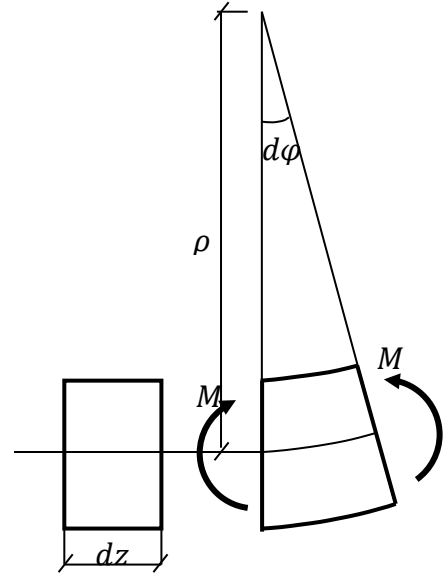
$$dU = \frac{1}{2} M d\varphi.$$

მაგრამ ნეიტრალური შრის სიძრუდის $\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{dz}$ გამოსახულებიდან:

$$d\varphi = \frac{dz}{\rho} = \frac{M}{EI_x} dz,$$

ამიტომ

$$U = \int \frac{M^2 dz}{2EI_x}.$$



ნახ. 92

7.12. ძაბვები ბანოვი ღუნვისას

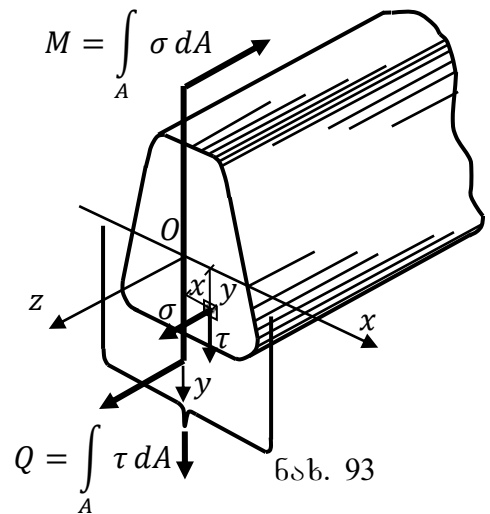
ა) დაბადული მდგომარეობის ანალიზი

განივი ღუნვისას შიგა ძალების ტოლფასი სისტემა გამოსახება $Q(z)$ განივი ძალითა და $M(z)$ მღუნავი მომენტით. $Q(z)$ ძალვა არის ტოლქმედგანაწილებული ელემენტარული τdA ძალებისა, რომლებიც განივკვეთის სიბრტყეში მდებარეობს (ნახ. 93). მაშასადამე, განივი ღუნვის შემთხვევაში განივკვეთში აღიძვრება არა მარტო ნორმალური σ , არამედ მხები ძაბვები.

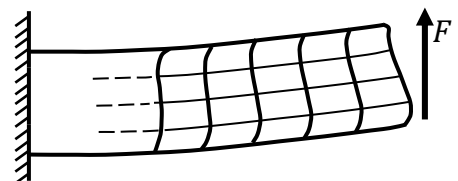
მხები τ ძაბვის აღძვრას თან სდევს კუთხური γ დეფორმაციის წარმოშობა. ამიტომ, გარდა სუფთა ღუნვისათვის დამახასიათებელი ძირითადი გადაადგილებისა, თითოეული ელემენტარული dA ფართობი მიიღებს დამატებით კუთხურ გადაადგილებას, რომელიც ძვრის არსებობით არის განპირობებული.

ვინაიდან მხები τ ძაბვები თანაბრად არ არის განაწილებული განივკვეთზე, ამიტომ არათანაბრად განაწილდება კუთხური გადაადგილებებიც. ეს ნიშნავს, რომ განივი ღუნვისას, სუფთა ღუნვისაგან განსხვავებით, განივკვეთები ბრტყელი არ რჩება. 94-ე ნახაზზე ნაჩვენებია კოჭის განივკვეთის გამრუდების ტიპური სურათი.

თუმცა, ნორმალური σ ძაბვის სიდიდეზე განივკვეთის სიბრტყის გამრუდება შესამჩნევ გავლენას



ნახ. 93

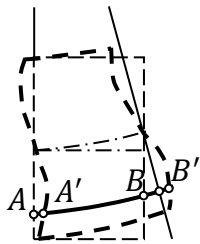


ნახ. 94

არ ახდენს; კერძოდ, თუ

$Q(z)$ განივი ძალა არ იცვლება კოჭის სიგრძეზე, $\sigma = \frac{M(z)y}{I_x}$ და $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x}$ ფორმულები მოგვცემს ზუსტ შედეგებს. მართლაც, როდესაც $Q = const$ ყოველი განივი კვეთი მრუდდება ერთნაირად (ნახ. 95). ამიტომ, ორი მომიჯნავე განივი კვეთის ურთიერთმობრუნებისას გრძივი AB ბოჭკოს დაგრძელება იქნება ერთი და იგივე, იმისდა მიუხედავად, განივი კვეთი ბრტყელი დარჩა თუ არა.

ისეთი $Q(z)$ განივი ძალისას, რომელიც კოჭის ღერძის გასწვრივ იცვლება, ფორმულები იძლევა გარკვეულ ცდომილებას. მარტივი ანალიზით დადასტურებულია,



ნახ. 95

რომამ ცდომილების სიდიდეს ერთთან შედარებით აქვს $\frac{h}{l}$ რიგი, სადაც h განივი კვეთის სიმაღლეა ღუნვის სიბრტყეში, ხოლო l - კოჭის სიგრძე. ვინაიდან კოჭის განივი ზომები ბევრად მცირეა მის სიგრძეზე, ამიტომ $\frac{h}{l}$ ფარდობა მცირეა და შესაბამისად მცირეა ეს ცდომილებაც.

ყოველივე ზემოთ თქმული გვაძლევს საფუძველს, რომ მივიღოთ ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზა. შემდგომში ჩავთვლით, რომ იმ წერტილთა ერთობლიობა, რომლებიც გაღუნვამდე განივი კვეთის სიბრტყეს ქმნიდა, შექმნის სიბრტყეს გაღუნვის შემდეგაც, ოღონდ მობრუნდება სიბრტყეში. ეს დაშვება მისაღებია იმდენად, რამდენადაც კუთხური დეფორმაცია განივი კვეთის გამრუდებით, არსებითად მცირეა, ვიდრე კუთხური დეფორმაცია, განპირობებული კოჭის სიმრუდის ცვლილებით.

განივი ღუნვისას, მეორე თავისებურება გამოიხატება კოჭის გრძივი კვეთში ნორმალური σ ძაბვის ანუ ბოჭკოების ერთი მეორეზე “დაწოლის“ ძაბვის არსებობით. ეს ძაბვები აღიჭვრება მხოლოდ ცვლადი $Q(z)$ განივი ძალისას და მეტად მცირე მნიშვნელობაა აქვთ.

ამრიგად, მითითებული უგულებელყოფის ფარგლებში, ნორმალური σ ძაბვების გამოყვანილი $\sigma = \frac{M(z)y}{I_x}$ და $\sigma_{max} = \frac{M(z)}{W_x}$ ფორმულები გამოდგება, არა მარტო სუფთა ღუნვის, არამედ განივი ღუნვის შემთხვევაშიც. ასევე გამოდგება $\frac{1}{\rho} = \frac{M(z)}{EI_x}$ ფორმულა, რომელიც დამოკიდებულებას ამყარებს კოჭის $\frac{1}{\rho}$ სიმრუდესა და $M(z)$ მღუნავ მომენტს შორის.

ბ) მხეზი ძაბვები

მიახლოებით განსახდვროთ მხეზი τ ძაბვების სიდიდე, განივი ღუნვისას. მათი გამოთვლა ყველაზე მარტივი ამათთან წყვილში მყოფი მხეზი τ ძაბვებით, რომლებიც კოჭის გრძივი კვეთში წარმოიშობა. კოჭიდან გამოვეყოთ ელემენტი dz სიგრძით (ნახ. 96, ა). განივი ღუნვისას ელემენტის მარცხენა და მარჯვენა განივი კვეთში აღძრული მომენტები არ არის ერთნაირი და ერთმანეთისაგან განსხვავდება dM სიდიდით. გრძივი ჰორიზონტალური კვეთით, რომელიც გატარებულია ნეიტრალური შრიდან y მანძილზე, ელემენტი გაჭრათ ორად და განვიხილოთ ზედა ნაწილის

წონასწორობის პირობები (ნახ. 96,ბ). ცხადია, მარცხენა განივკვეთში ნორმალური σdA ძალების ტოლქმედი დაშტრიხული A^* ფართობის ფარგლებში, ტოლია

$$N^* = \int_{A^*} \sigma dA,$$

ან, თანახმად $\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$ ფორმულისა:

$$N^* = \frac{M}{I_x} \int_{A^*} y_1 dA,$$

სადაც y_1 -ით y -სგან განსხვავებით ელემენტარული dA ფართობის ორდინატაა აღნიშნული (ნახ. 96,ბ). მიღებული ინტეგრალი წარმოადგენს სტატიკურ მომენტს x ღერძის მიმართ ფართობის იმ ნაწილისა, რომელიც მდებარეობს გრძივი კვეთის ზემოთ (y ღონის ზემოთ). აღვნიშნოთ ეს სტატიკური მომენტი S_x^* -ით, მაშინ

$$N^* = \frac{MS_x^*}{I_x}.$$

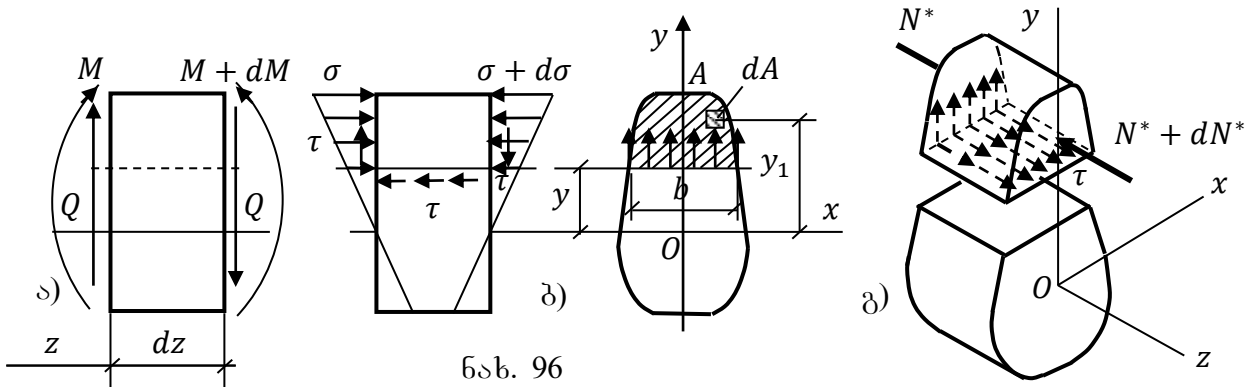
მარჯვენა განივკვეთში ნორმალური ძალა იქნება

$$N^* + dN^* = \frac{(M + dM)S_x^*}{I_x}.$$

ამ ძალების სხვაობა

$$dN^* = \frac{dMS_x^*}{I_x}$$

უნდა გაწონასწორდეს მხები ძალებით, რომლებიც ელემენტის გრძივ კვეთშია აღძრული (ნახ. 96, ბ და გ).



ნახ. 96

თუ პირველი მიახლოებით მივიღებთ, რომ მხები τ ძალები კვეთის b სიგანეზე განაწილებულია თანაბრად, მაშინ

$$\frac{dMS_x^*}{I_x} = \tau b dz,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{dMS_x^*}{dz I_x b} = \frac{QS_x^*}{I_x b}.$$

მიღებული ფორმულა ატარებს ჟურავსკის სახელს. ამ ფორმულით შეიძლება იმ მხები τ ძალების გამოთვლა, რომლებიც წარმოიშობა კოჭის გრძივ კვეთში. განივკვეთებში აღძრული, მათთან წყვილში მყოფი მხები τ ძალები მათი ტოლია. განივკვეთში მათი y -ზე დამოკიდებულება განისაზღვრება სტატიკური S_x^* მომენტის მემ-ველობით. განივკვეთის ზედა კიდესთან მიახლოებისას, დაშტრიხული ნაწილის ფართობი მცირდება ნულამდე (ნახ. 96,ბ), მაშასადამე, აქ $S_x^* = 0$. ქვედა კიდესთან

მიხლოებისას, დაშტრისული ნაწილი მოედება მთელ განივკვეთს. ვინაიდან x დერძი ნეიტრალურია, ამიტომ აქაც $S_x^* = 0$ და მხები τ ძაბვები, როგორც $\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b}$ ფორმულიდან გამომდინარეობს, განივკვეთის ქვედა წერტილებშიც ნულის ტოლია.

განივკვეთის კონკრეტული ფორმებისათვის გამოვთვალოთ მხები ძაბვების საანგარიშო ფორმულები.

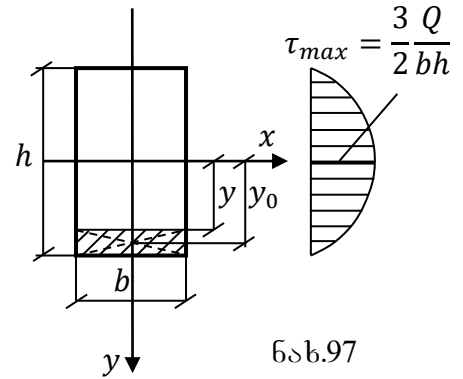
1. მართკუთხა განივკვეთის კოჭისათვის, რომლის გვერდებია a და b (ნახ. 97), გვაქვს:

$$S_x^* = A^* y_0 = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{\frac{h}{2} - y}{2} \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right) \left(\frac{h}{2} + y \right) =$$

$$\frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \text{ ე. ი. } S_x^* = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right), I_x = \frac{bh^3}{12}, b = b.$$

მაშასადამე,

$$\tau = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$



ნახ.97

τ მხები ძაბვების ეპიურა განივკვეთის სიმაღლეზე გამოისახება კვადრატული პარაბოლით. უდიდეს ძაბვას ექნება ადგილი, როცა $y = 0$:

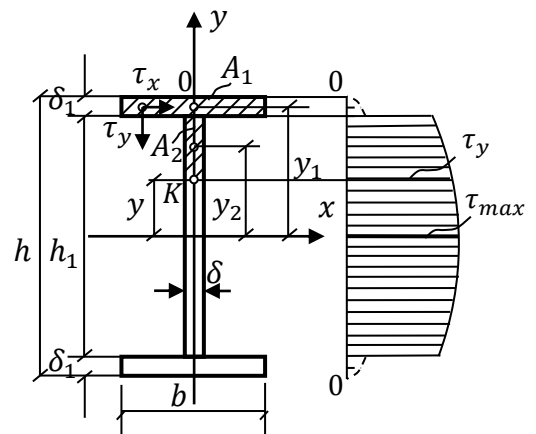
$$\tau_{max} = \frac{3Q}{2bh}.$$

2. ორტესეპრი განივკვეთის კოჭისათვის (ნახ. 98) დამახასიათებელი თავისებურება გამოიხატება მისი სიგანის მკვეთრი ცვლილებით კედლიდან თაროზე გადასვლისას. ძირითადად $Q(z)$ განივი ძალას ითვისებს კედელი, თაროებზე კი მოდის მისი მცირე ნაწილი.

განვიხილოთ ნებისმიერი K წერტილი (ნახ. 98); გავატაროთ ამ წერტილზე ox დერძის პარალელური ხაზი. ზედა მოკვეთილი ნაწილის (ნახ.98-ზე დაშტრისულია) სტატიკური მომენტი შეიძლება მოიძებნოს როგორც A_1 და A_2 ფართობების სტატიკური მომენტების ჯამი:

$$S_x^* = A_1 y_1 + A_2 y_2.$$

ეს ფორმულა მართებულია, როცა K წერტილი ვერტიკალური კედლის ფარგლებშია ანუ როცა y -ის მნიშვნელობა თავსდება ფარგლებში:

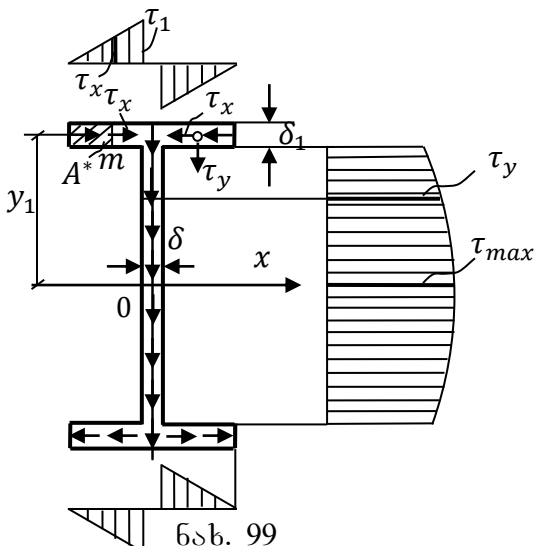


ნახ. 98

$$0 \leq y \leq \frac{h_1}{2}.$$

მხები ძაბვების ეპიურას ვერტიკალური კედლისათვის აქვს ნახაზზე ნაჩვენები სახე.

თაროში მხები ძაბვების განსაზღვრისას უნდა გავითვალისწინოთ, რომ თითოეულ მის წერტილში აღიძვრება ორი τ_x და τ_y მხები ძაბვა. თუ პირველი τ_y განსაზღვრისათვის გამოვიყენებთ ჟურავსკის ფორმულას, მაშინ მის ეპიურაზე სიგანის



ნახ. 99

მკვეთრი ცვლილების გამო, გვექნება ნახტომი და იგი წავა, როგორც 98 -ე ნახაზზე ნახვენები პუნქტით. თაროს ფარგლებში τ_y -ის განსაზღვრას ამ ფორმულით ვერ შევძლებთ, რადგან დაშვება მხები ძაბვების თაროზე თანაბარი განაწილების შესახებ არასწორია.

მეორე მხები τ_x ძაბვაც შეგვიძლია გამოვითვალოთ ურავსკის ზოგადი ფორმულით, თუ დავუშვებთ, რომ თაროს სისქეზე იგი განაწილებულია თანაბრად. მოკვეთილი ნაწილის სტატიკური მომენტი განისაზღვრება ფორმულით:

$$S_x^* = A^* y_1,$$

სადაც თაროს A^* აითვლება თაროს გვერდით კიდიდან შუისკენ, ხოლო y_1 -x დერძიდან მისი სისქის ნახევრამდე (ნახ. 99). ამავე ნახაზზე ნახვენები ძაბვების ეპიურები როგორც ვერტიკალურ კედელში, ისე პორიზონტალურ თაროებში. აქვე ნახვენები ამ ძაბვების მიმართულ ბები.

3. მრგვალი განიკვეთის კოჭისათვის (ნახ. 100) მხები τ ძაბვის მხოლოდ ვერტიკალური შემდგენის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ურავსკის ფორმულით. S_x^* ისევე მოკვეთილი ფართობის სტატიკური მომენტი და გამოითვლება ფორმულით

$$S_x^* = \int_{A^*} y_1 dA = \int_{A^*} y_1 b(y_1) dy_1.$$

სტატიკური S_x^* მომენტის გამოთვლისას, უფრო მოსახერხებელია შემოვიტანოთ ახალი ცვლადი - φ კუთხე. მაშინ გვექნება:

$$y = r \sin \varphi; y_1 = r \sin \varphi_1.$$

$$b(y_1) = 2r \cos \varphi_1; dy_1 = r \cos \varphi_1 \cdot d\varphi_1; b(y) = 2r \cos \varphi.$$

ამოცანა შევზღუდოთ უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვის განსაზღვრით

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{max}^*}{I_x \cdot b},$$

$$\text{სადაც } S_{max}^* = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r \sin \varphi_1 \cdot 2r \cos \varphi_1 \cdot r \cos \varphi_1 d\varphi_1 = \frac{2r^3}{3} \left| -\cos^3 \varphi_1 \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2r^3}{3}.$$

ვინაიდან $I_x = \frac{\pi r^4}{4}$ და $b = d = 2r$, მივიღებთ:

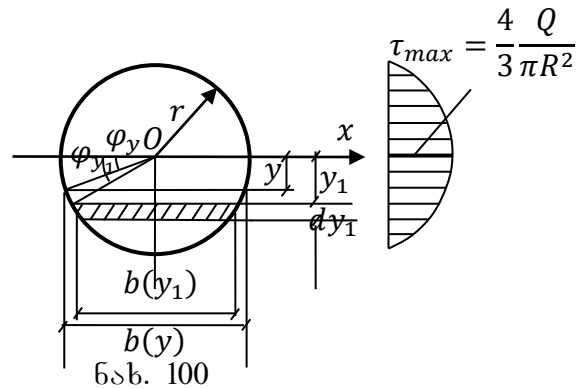
$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot \frac{2r^3}{3}}{\frac{\pi r^4}{4} \cdot 2r} = \frac{4}{3} \frac{Q}{\pi r^2}.$$

ერთმანეთს შევადაროთ კოჭის განიკვეთებში წარმოშობილი მაქსიმალური ნორმალური σ_{max} და მაქსიმალური მხები τ_{max} ძაბვები, აბსოლუტური მნიშვნელობებით; მაგალითად, მართკუთხა განიკვეთის კონსოლისათვის (ნახ. 101) გვაქვს:

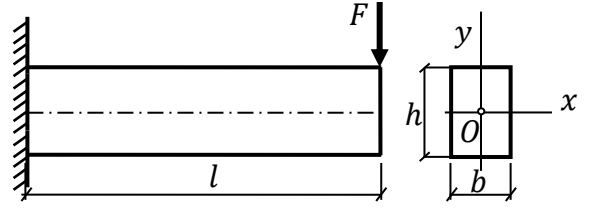
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{Fl}{\frac{bh^2}{6}}, \tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{F}{bh},$$

საიდანაც

$$\frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{h}{4l}.$$



ამრიგად, მაქსიმალური τ_{max} მხები ძაბვა ისე შეეფარდება მაქსიმალურ ნორმალურ σ_{max} ძაბვას, როგორც განივკვეთის h სიმაღლე კოჭის l სიგრძეს ანუ მხები ძაბვები არსებითად მცირეა, ნორმალურ ძაბვებთან შედარებით.



ნახ. 101

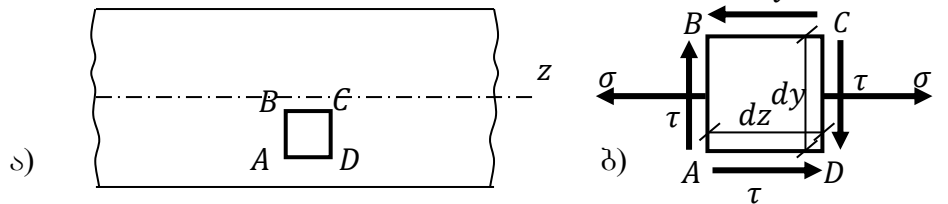
τ_{max} -ის სიმცირის გამო განივი ღუნვისას, ისევე როგორც სუფთა ღუნვისას, სიმტკიცეზე გაანგარიშება მიმდინარეობს ნორმალური

σ_{max} ძაბვების მიხედვით, ე.ი. მხები τ_{max} ძაბვები მხედველობაში არ მიიღება. ეს ბუნებრივია იმიტომაც, რომ ნეიტრალური ღერძიდან ყველაზე დაშორებულ წერტილებში ანუ ყველაზე საშიშ წერტილებში, მხები ძაბვები ნულის ტოლია.

თუმცა, ზოგიერთ შემთხვევაში მათი უგულებელყოფა არ შეიძლება. მაგ., მოკლე ხის კოჭის რღვევა განივი ღუნვისას შეიძლება მოხდეს არა ჩამაგრების განივკვეთში, არამედ გახლეჩისაგან, გრძივ კვეთზე ნეიტრალურ შრესთან ახლოს. რღვევას ამ დონეზე გამოიწვევს გრძივ კვეთში აღძრული τ_{max} ძაბვები, რომლებიც განივკვეთში აღძრული τ_{max} ძაბვების წყვილი ძაბვებია.

7.13. მთავარი ძაბვების დონისას

კოჭიდან ამოვკვეთოთ რაიმე წერტილის მახლობლობაში ელემენტარული $ABCD$ პარალელებიპედი (ნახ. 102, ა). მისი გვერდითი AB და CD კიდეები მდებარეობს კოჭის განივკვეთებში, ხოლო BC და AD კიდეები პარალელურია ნეიტრალური შრის. პარალელებიპედის სიმაღლე (ნახაზის მართობი მიმართულებით) კოჭის



ნახ. 102

სიგანის ტოლია. პარალელებიპედის წახნაგებში აღძრული ძაბვები ნაჩვენებია 102, ბ ნახაზზე. AB და CD წახნაგებზე მოქმედებს ნორმალური σ და მხები τ ძაბვები; BC და AD წახნაგებზე - მარტო მხები τ ძაბვები. ამ ძაბვების მიმართულებები შეესაბამება შემთხვევას, როდესაც კოჭის განივკვეთებში მოქმედებს დადებითი $M(z)$ მღუნავი მომენტი და $Q(z)$ განივი ძალა.

პარალელებიპედის წინა და უკანა წახნაგები ემთხვევა კოჭის გვერდით ზედაპირებს, რომლებიც დატვირთვისაგან თავისუფალია, ამიტომ ამ წახნაგებზე ძაბვები ტოლია ნულის. მაშასადამე, პარალელებიპედი ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებშია.

ვისარგებლოთ ამ მდგომარეობისათვის მიღებული მთავარი ძაბვებისა და უდიდესი მხები ძაბვების ფორმულებით,

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_\varphi + \sigma_\psi) \pm \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_\psi)^2 + 4\tau_\varphi^2} \right],$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\varphi = \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_\psi)^2 + 4\tau_\varphi^2}.$$

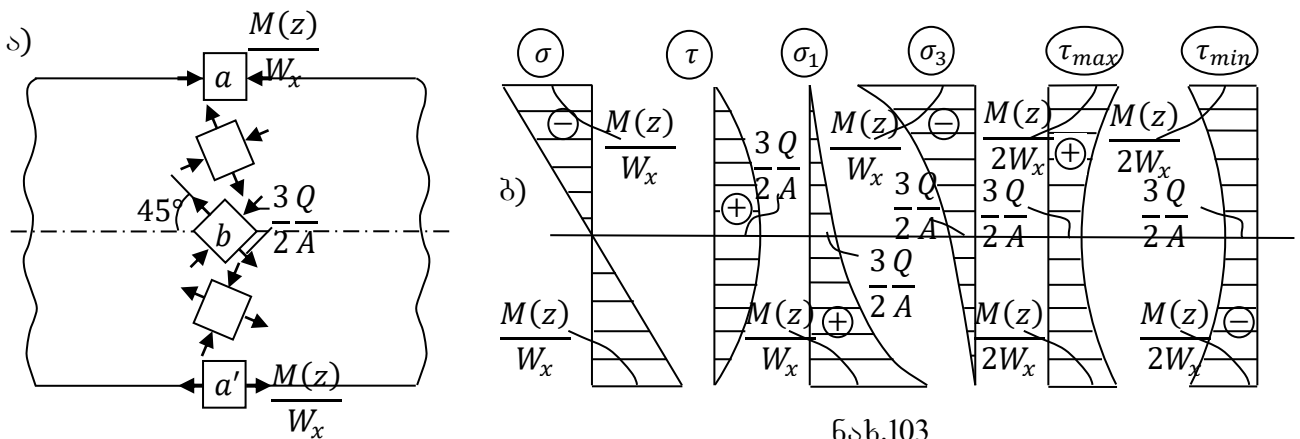
თუ ამ ფორმულებში შევიტანოთ $\sigma_\varphi = \sigma, \sigma_\psi = 0$ და $\tau_\varphi = \tau$ მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right);$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

აქ, σ და τ ნორმალური და მხებიძაბვებია განსახილველ წერტილში, რომლებიც მოქმედებს კოჭის განივკვეთის თანხვედრ კვეთში, და განისაზღვრება $\sigma = \frac{M(z)}{W_x}$ და $\tau = \frac{Q(z)S_x^*}{I_x b}$ ფორმულებით.

მთავარი კვეთის დახრის კუთხე განისაზღვრება ფორმულით: $tg 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma}$.



ნახ.103

რადგანაც განვიხილავთ შებრუნებულ ამოცანას, კუთხის ნიშნის დადგენის წესი შებრუნებულია; დადებითად მიჩნეულია საათის ისრის მოძრაობის მიმართულება.

განივკვეთის ნეიტრალური ღერძიდან ყველაზე დაშორებულ წერტილებში მხები τ ძაბვები ნულის ტოლია, ხოლო ნორმალური σ ძაბვები a წერტილში ტოლია $-\frac{M(z)}{W_x}$ და a' წერტილში $\frac{M(z)}{W_x}$ (ნახ. 103, ა). მაშასადამე, თითოეული ამ წერტილისათვის ერთი მთავარი კვეთი ემთხვევა განივკვეთს, ხოლო ორი დანარჩენი მისდამი პერპენდიკულარულია ($\sigma = 0$). a და a' წერტილებში გვაქვს ერთდერძა დაძაბული მდგომარეობა. 103, ა ნახაზზე ნაჩვენებია ამ წერტილების გარშემო აგებული ელემენტარული პარალელები, რომელთა გვერდითი წახნაგები პარალელურია ორი მთავარი კვეთის (ვერტიკალურის და ჰორიზონტალურის); მესამე მთავარი კვეთი პარალელურია ნახაზის სიბრტყის. ექსტრემალური მხები ძაბვები a და a' წერტილებში განისაზღვრება ფორმულებით:

$$\tau_{\max} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \pm \frac{\sigma}{2} = \pm \frac{M(z)}{2W_x}.$$

განივკვეთის წერტილებში, რომლებიც განლაგებულია ნეიტრალურ ღერძზე (წერტილი b 103, ა ნახაზზე), ნორმალური σ ძაბვა ტოლია ნულის, ხოლო მხები ძაბვა $\tau = \frac{3Q}{2A}$. ამ წერტილებში გვაქვს დაძაბული მდგომარეობა, რომელიც სუფთა ძვრას წარმოადგენს ექსტრემალური მთავარი ძაბვებით $\tau_{\max} = \pm \tau = \pm \frac{3Q}{2A}$.

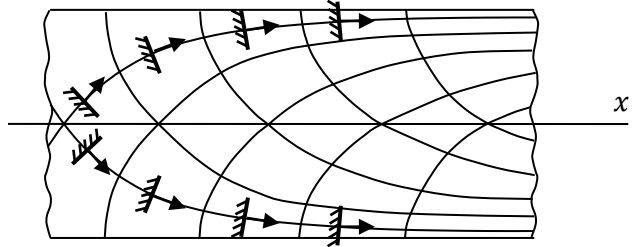
განივკვეთის სხვა წერტილებში σ და τ ძაბვები განსხვავდება ნულისგან. ნეიტრალური ღერძიდან სხვადასხვა მანძილებზე $\frac{\tau}{\sigma}$ ფარდობა სხვადასხვაა და ამიტომ, სხვადასხვაა მთავარი კვეთების დახრის კუთხეებიც. ამ წერტილებიდან თითოეულში

ნულისაგან განსხვავებულ მთავარ დაბევებს აქვს ერთმანეთის საპირისპირო ნიშნები, ანუ დაძაბული მდგომარეობა წარმოადგენს ერთდროულ გაჭიმვას და კუმშვას ორი ურთიერთპერპენდიკულარული მიმართულებით.

მას შემდეგ, რაც განისაზღვრება ერთ განივკვეთშინეიტრალური ღერძიდან სხვადასხვა მანძილებზემდებარე რიგ წერტილებში მთავარი σ_1 და σ_3 დაბევები, შეიძლებაამ სიდიდეებით აიგოს მთავარი დაბევების ეპიურებიც. ეს ეპიურები ახასიათებს მთავარი დაბევების ცვლილებას კოჭის სიმაღლეზე.

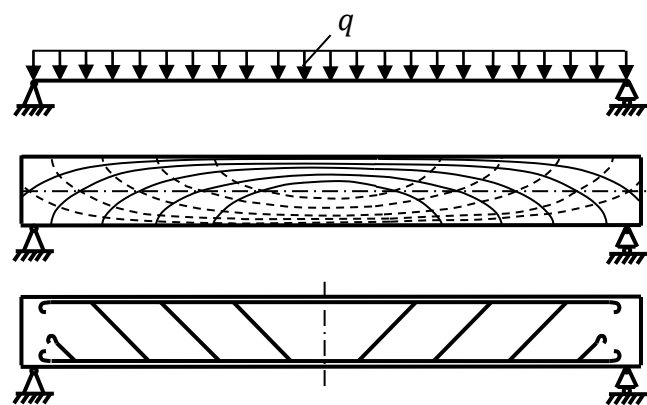
ანალოგიურად, შეიძლება გამოითვალოს ექსტრემალური τ_{\max} მხები დაბევების მნიშვნელობები და აიგოს მათი ეპიურები. 103,ბ ნახაზზე კოჭის მართკუთხა განივკვეთისათვის, რომელშიც მოქმედებს დადებითი $M(z)$ მღუნავი მომენტი და $Q(z)$ განივი ძალა, ნაჩვენებია ეპიურები σ და τ დაბევებისა, რომლებიც წარმოიშობა განივკვეთების თანხვედრ კვეთებში, აგრეთვე მთავარი σ_1 და σ_3 დაბევების ეპიურები და ექსტრემალური τ_{\max} დაბევების ეპიურები.

კოჭის რომელიმე წერტილისათვის განვსაზღვროთ მთავარი დაბევებიდან ერთი რომელიმე დაბვის მიმართულება, და შემდეგ ამ მიმართულებაზე ავიღოთ მეორე წერტილი, რომელიც საკმაოდ ახლოსაა პირველთან. მას შემდეგ, რაც ვიპოვით მეორე წერტილისათვის მთავარი დაბვის მიმართულებას, ანალოგიური ხერხით მოვნიშნოთმესამე წერტილი და ა.შ. ამ ხერხით ნაპოვნი წერტილების შეერთებით მივიღებთ მთავარი დაბევების ე.წ. ტრაექტორიას. ყოველ წერტილზე გადის ერთმანეთისადმი მართობი ორი ასეთი ტრაექტორია: ერთი მათგანი წარმოადგენს მთავარი გამჭიმავი დაბევების ტრაექტორიას, ხოლო მეორე - მთავარი მკუმშავი დაბვის ტრაექტორიას. მთავარი გამჭიმავი დაბევების ტრაექტორიები ქმნის მრუდეთა ერთ ოჯახს, ხოლო მთავარი მკუმშავი დაბევების ტრაექტორიები - მეორეს. ტრაექტორიისადმი ნებისმიერ წერტილში გავლებული მხები იძლევა შესაბამისი მთავარი დაბვის მიმართულებას ამ წერტილში.



ნახ. 104

104-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ნებისმიერი კოჭის ფასადის ნაწილი, მასზე დატანილი მთავარი დაბევების მიმართულებებით. ყველა მათგანი კვეთს კოჭის ღერძს $\pm 45^\circ$ -ით და კოჭის ზედა ან ქვედა კიდეებთან ქმნის 0° ან 90° კუთხეებს; ეს შეესაბამება მთავარი კვეთების (დამთავარი დაბევების) მიმართულებას, რომლებიც ნაჩვენებია იყო 103,ა ნახაზზე.



ნახ. 105

105-ე ნახაზზე ნაჩვენებია გამჭიმვით მთავარი σ_1 დაბვის ტრაექტორიის მიმართულებით, არმატურით გაძლიერებული კოჭი (ბეტონი გაჭიმვაზე გაცილებით უარესად მუშაობს, ვიდრე კუმშვაზე).

7.14. სიმტკიცის სრული შემოწმება

ვინაიდან განსახილველი ელემენტი (ნახ. 102,ბ) იმყოფება რთული დაძაბული მდგომარეობის პირობებში, მისი სიმტკიცის შესამოწმებლად უნდა ვისარგებლოთ სიმტკიცის თეორიებით. ცნობილი მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მნიშვნელობებით შეგვიძლია მივიღოთ საანგარიშო პირობები, სიმტკიცის ყველა თეორიის მიხედვით.

1. სიმტკიცის პირველი – უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორიის მიხედვით, გვექნება:

$$\sigma_1 \leq [\sigma] \quad \text{ან} \quad \sigma_{r_1} = \frac{1}{2}(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \leq [\sigma].$$

2. სიმტკიცის მეორე – უდიდესი დეფორმაციების თეორიის მიხედვით, გვექნება

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$$

თუ ამ გამოსახულებაში შევიტანთ მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მნიშვნელობებს ($\sigma_2 = 0$) და დაუშვებთ, რომ $\mu \approx 0.3$, მივიღებთ:

$$\sigma_{r_2} = 0.35\sigma + 0.65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma].$$

3. მესამე – უდიდესი მხები ძაბვების თეორიის მიხედვით,

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

აქ, მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ, მივიღებთ:

$$\sigma_{r_3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma].$$

4. სიმტკიცის მეოთხე – ენერგეტიკული თეორიის მიხედვით:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma],$$

რომელშიც მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მნიშვნელობების ($\sigma_2 = 0$) შეტანის შემდეგ, მივიღებთ:

$$\sigma_{r_3} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

როგორც ძაბვების ეპიურებიდან ჩანს (ნახ. 103,ბ), ნორმალური σ ძაბვა მაქსიმალურ მნიშვნელობას იძენს კოჭის ქვედა კიდეზე $\sigma = \sigma_1 = \frac{M(z)}{W_x}$ და მინიმალურ მნიშვნელობას - ზედა კიდეზე $\sigma = \sigma_3 = -\frac{M(z)}{W_x}$. სიმტკიცის პირობებში მათი მნიშვნელობები იღებენ სახიფათო განვიკვეთისათვის $\sigma_1 = \frac{M_{max}}{W_x}$ და $\sigma_3 = -\frac{M_{max}}{W_x}$.

გარდა ამ წერტილებისა, სიმტკიცე უნდა შემოწმდეს იმ სავარაუდო სხვა ადგილებშიც, სადაც საანგარიშო σ_r ძაბვას, რომელიც დამოკიდებულია σ და τ ძაბვებზე, ექნება უდიდესი მნიშვნელობა. უნდა მოისინჯოს ისეთი წერტილები, სადაც σ და τ ძაბვები ცალ-ცალკე არ აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობებს, მაგრამ ერთდროულად იძლევა უდიდეს საანგარიშო σ_r ძაბვას. ეს მოსალოდნელია:

1. როდესაც $M(z)$ მღუნავი მომენტი და $Q(z)$ განივი ძალა უდიდეს მნიშვნელობებს აღწევს ერთსა და იმავე განიკვეთში (მაგ., კონსოლებში – სავარაუდოდ, საყრდენ კვეთში).

2. ორტკეხბრი პროფილის გადასვლის წერტილში (კედლისა და თაროს შეერთების წერტილში (ნახ. 103,ბ)), ვინაიდან როგორც ნორმალური σ , ისე მხები τ (ნახ. 99) ძაბვას იღივით საკმაოდ დიდია. ამ შემთხვევაში, სიმტკიცის თეორიები გამოიყენება მაგ., კედლის სისქის დაზუსტების მიზნით.

თუ აღნიშნულ შემთხვევებთან არა გვაქვს საქმე, უნდა შევარჩიოთ რამდენიმე სხვა სავარაუდო წერტილი, რომლებშიც მოსალოდნელია საანგარიშო σ_r ძაბვის უდიდესი მნიშვნელობები.

7.15. ცვლადკვეთიანი კოჭების ბაანბაროშება. ტოლწინალობის კოჭი

როგორც ცნობილია, ღუნვის შემთხვევაში სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

ამ პირობის გამოყენებით დადგენილი კოჭის განივკვეთის ზომები გამართლებულია იქ, სადაც მოქმედებს უდიდესი M_{max} მღუნავი მომენტი. რაც შეეხება დანარჩენ განივკვეთებს, სადაც მოქმედებს უდიდესზე ნაკლები $M(z)$ მღუნავი მომენტები, ზემოთ მოყვანილი პირობა მასალის ზედმეტ ხარჯს იძლევა.

კოჭის შემსუბუქების და მასალის ეკონომიის მიზნით, აგრეთვე საჭიროების შემთხვევაში, კოჭისათვის დიდი მოქნილობის მისანიჭებლად აგეგმარებენ ცვლად-განივკვეთიან კოჭებს. ამის მაგალითია ე.წ. ტოლწინალობის კოჭი, რომლის ნებისმიერ განივკვეთში აღძრული უდიდესი σ_{max} ნორმალური ძაბვები თანატოლია და ტოლია დასაშვები $[\sigma]$ ძაბვისა.

ტოლწინალობის კოჭის ფორმის დასადგენად შეგვიძლია გამოვიყენოთ ორი პირობა:

$$\frac{M(z)}{W(z)} = \frac{M_{max}}{W_0}; \quad (1)$$

$$\frac{M_{max}}{W_0} = [\sigma], \quad (2)$$

სადაც $M(z)$ არის ცვლადი მღუნავი მომენტი, M_{max} უდიდესი მღუნავი მომენტი, $W(z)$ განივკვეთის ცვლადი წინალობის მომენტი, W_0 - უდიდესი წინალობის მომენტი.

კოჭის განივკვეთის წინალობის $W(z)$ მომენტი შეიძლება იცვლებოდეს როგორც განივკვეთის სიგანის და სიმაღლის ერთდროული, ისე ერთ-ერთი მათგანის ცვლილების გამო.

ავიღოთ კონსოლი, რომელიც დატვირთულია თავისუფალ ბოლოზე F შეყურსული ძალით (ნახ. 106, ა) და დავადგინოთ სიგანის ცვლილების კანონი. განსახილველ შემთხვევაში გვაქვს:

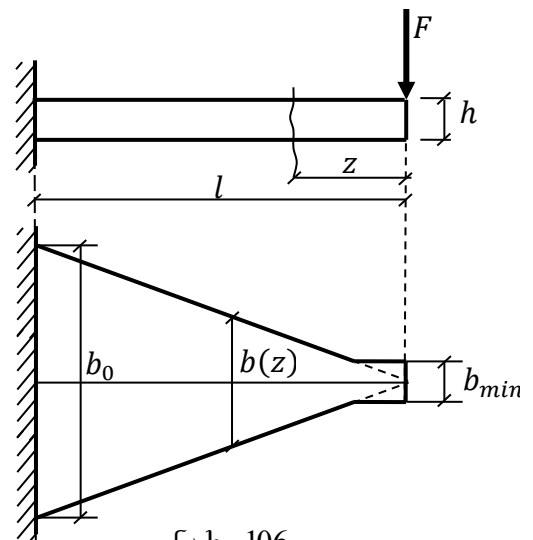
$$M(z) = -Fz; M_{max} = -Fl;$$

$$W(z) = \frac{b(x)h^2}{6}; W_0 = \frac{b_0h^2}{6}.$$

$b(z)$ განივკვეთის ცვლადი სიგანე; b_0 - უდიდესი სიგანე.

თუ ვისარგებლებთ (1) ტოლობით, დავწერთ

$$\frac{6Fz}{b(z)h^2} = \frac{6Fl}{b_0h^2},$$



საიდანაც $b(z) = b_0 \frac{z}{l}$. უდიდესი b_0 სიგანე განესაზღვროთ (2) ტოლობის მიხედვით

$$\frac{6Fl}{b_0 h^2} = [\sigma],$$

საიდანაც

$$b_0 = \frac{6Fl}{h^2 [\sigma]}.$$

როგორც ჩანს, კოჭს გეგმაში ექნება სამკუთხედის ფორმა. კონსოლის თავისუფალ ბოლოზე, სადაც $z = 0$, კოჭის განივკვეთის ფართობი ნულზე დადის. ეს, ნორმალური σ ძაბვების მიხედვით, გამართლებულია სიმტკიცის პირობის თვალსაზრისით, მაგრამ მხედველობიდან არ უნდა გამოგვრჩეს სიმტკიცე მხები τ ძაბვების მიმართ (სიმტკიცე ახლეჩაზე). მართკუთხა განივკვეთისათვის გვქონდა:

$\tau_{max} = \frac{3Q}{2A} \leq [\tau]$. განსახილველ შემთხვევაში, $Q = F$ და $A = b_{min} h$. (3)-ში ამ მნიშვნელობათა შეტანის შემდეგ განესაზღვრავეთ კოჭის განივკვეთის აუცილებელ მინიმალურ სიგანეს:

$$b_{min} = \frac{3 F}{2 h [\tau]}.$$

ასეთი სიგანის განივკვეთი კოჭს თავისუფალი ბოლოდან ჩამაგრებისაკენ მიჰყვება მანამ, სანამ სამკუთხედის ფუძის პარალელურად გავლებული b_0 მონაკვეთი მის გვერდებს წვდება (ნახ. 106,ბ).

7.16. ღუნვის ცენტრის ცნება. არასიმეტრიული პროფილის ბანივი ღუნვა

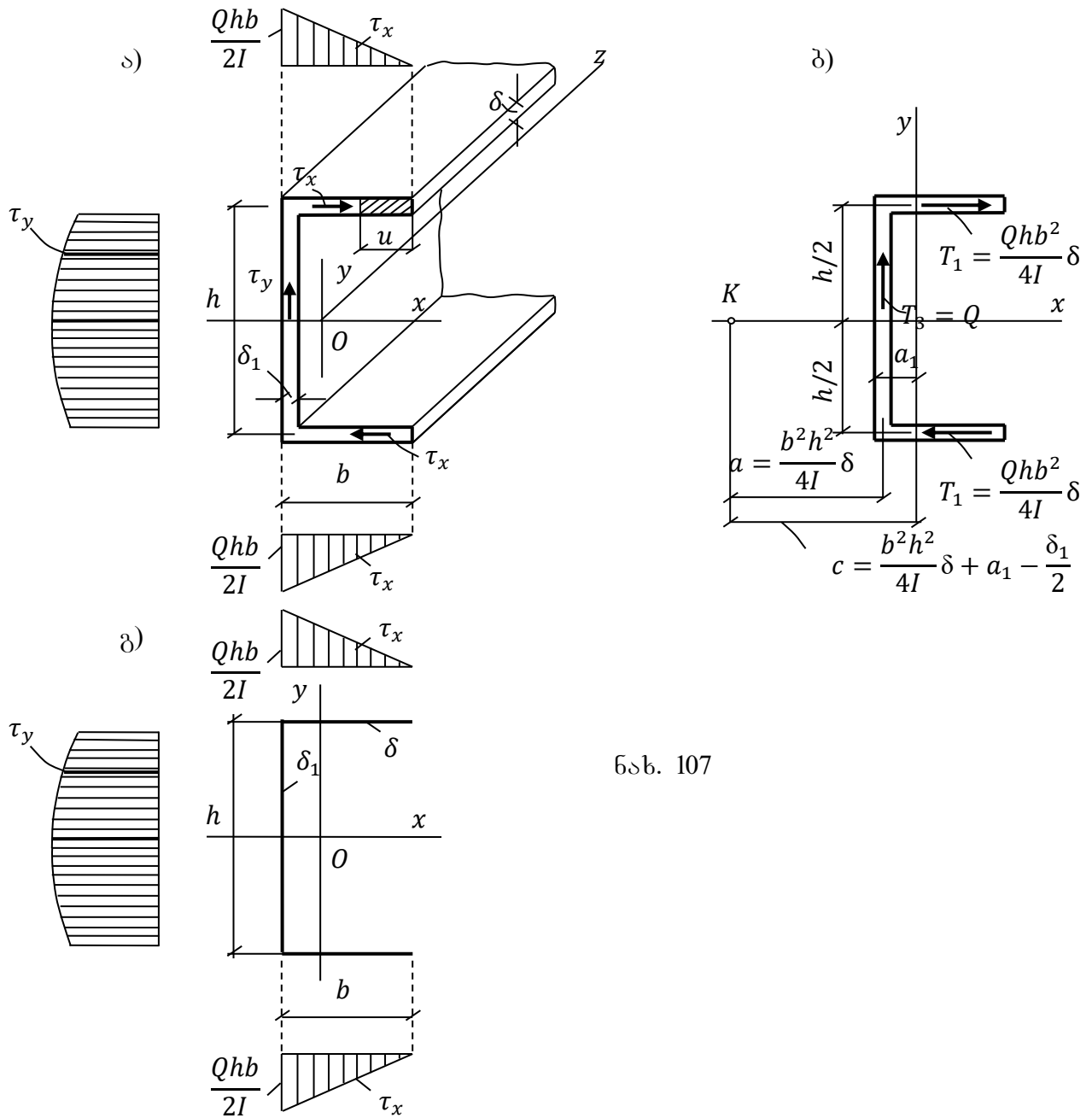
ისევე როგორც ორტესებრის, შევლერის განივკვეთებშიც წარმოიქმნება შემდეგი მხები ძაბვები (ნახ. 107,ა):

ა) მხები τ_x ძაბვები, რომლებიც მოქმედებს თაროებში და მიმართულია ჰორიზონტალურად:

$$\tau_x = \frac{QS^*}{I\delta},$$

სადაც $S^* = u\delta \cdot \frac{h}{2}$. აქ, u არის თაროს კიდიდან საძიებელ წერტილამდე მანძილი. მთლიანი თაროსათვის $S^* = \delta b \cdot \frac{h}{2}$.

ამრიგად, როდესაც $u = b$ ანუ თაროს წერტილში, რომელიც კედლის გასწვრივ მდებარეობს (ნახ. 107,ა), გვექნება:



ნახ. 107

$$\tau_{max} = \frac{Qb\delta \frac{h}{2}}{I\delta} = \frac{Qhb}{2I}.$$

ელემენტარული $\tau_x dA$ ძალების T_1 და T_2 ტოლქმედები ტოლია:

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{2} \tau_{max} b \delta = \frac{1}{2} \frac{Qhb}{2I} b \delta = \frac{Qhb^2}{4I} \delta.$$

მათი მიმართულებები ნაჩვენებია იმავე ნახაზზე.

ბ)მხები τ_y დაბეები, რომლებიც მოქმედებს კედელში და მიმართულიაქვევით. ელემენტარული $\tau_y dA$ ძალების T_3 ტოლქმედი აღძრული კედელში ტოლია Q განივი ძალის და მისი მოქმედების ხაზი გადის კედლის შუაში(ნახ. 107,ბ).

თხელკედლიანი კვეთების სქემატურად გამოსახვისას (მაგ., შველერის ტიპის) ავლებენ პროფილის ელემენტების მხოლოდ ღერძულ ხაზებს და ავებენ მხები τ_x და τ_y დაბეების ეპიურას ამ ხაზების გასწვრივ (ნახ. 107,გ).

T_1 და T_2 ქმნიან წვეილძალას, მომენტი $T_1 h$. ეს მომენტი და $T_3 = Q$ ძალა შეგვიძლია შევცვალოთ ტოლქმედით, რომელიც ისევ ტოლია Q ძალისა, ოღონდ გადანაცვლებულია სხვა წერტილში. მისი მოქმედების ხაზი კვეთს x ღერძს ნებისმიერ K წერტილში, რომლის მიმართომენტების ჯამინულის ტოლი უნდა იყოს:

$$\sum M_k = T_1 h - T_3 a = 0.$$

ამ განტოლებაში a -ით აღნიშნულია მანძილი შველერის კედლის შუიდან K წერტილამდე (ნახ.107 ბ),

$$a = \frac{T_1 h}{T_3} = \frac{\frac{Q h b^2 \delta}{4I} h}{Q} = \frac{h^2 b^2 \delta}{4I}.$$

K წერტილს ეწოდება ღუნვის ცენტრი.იმისათვის, რომ კოჭი განივი ღუნვის პირობებში იმყოფებოდეს, გარე ძალები არ უნდა ქმნიდეს მომენტს ღუნვათა ცენტრების მიმართ. თუ ისინი ასეთ მომენტს ქმნიან, მაშინ კოჭი, გარდა ღუნვისა განიცდის გრეხასაც.

108-ე ნახაზზე ნახვენებია კონსოლური გაგლინული კოჭები შველერებისაგან. პირველი მათგანი (108,ა) თავისუფალ ბოლოზე დატვირთულია ვერტიკალური F ძალით, რომელიც გადის ღუნვის ცენტრებზე და არ ქმნის მომენტს მის მიმართ. ამ შემთხვევაში, კოჭი განიცდის პირდაპირ განივღუნვას.

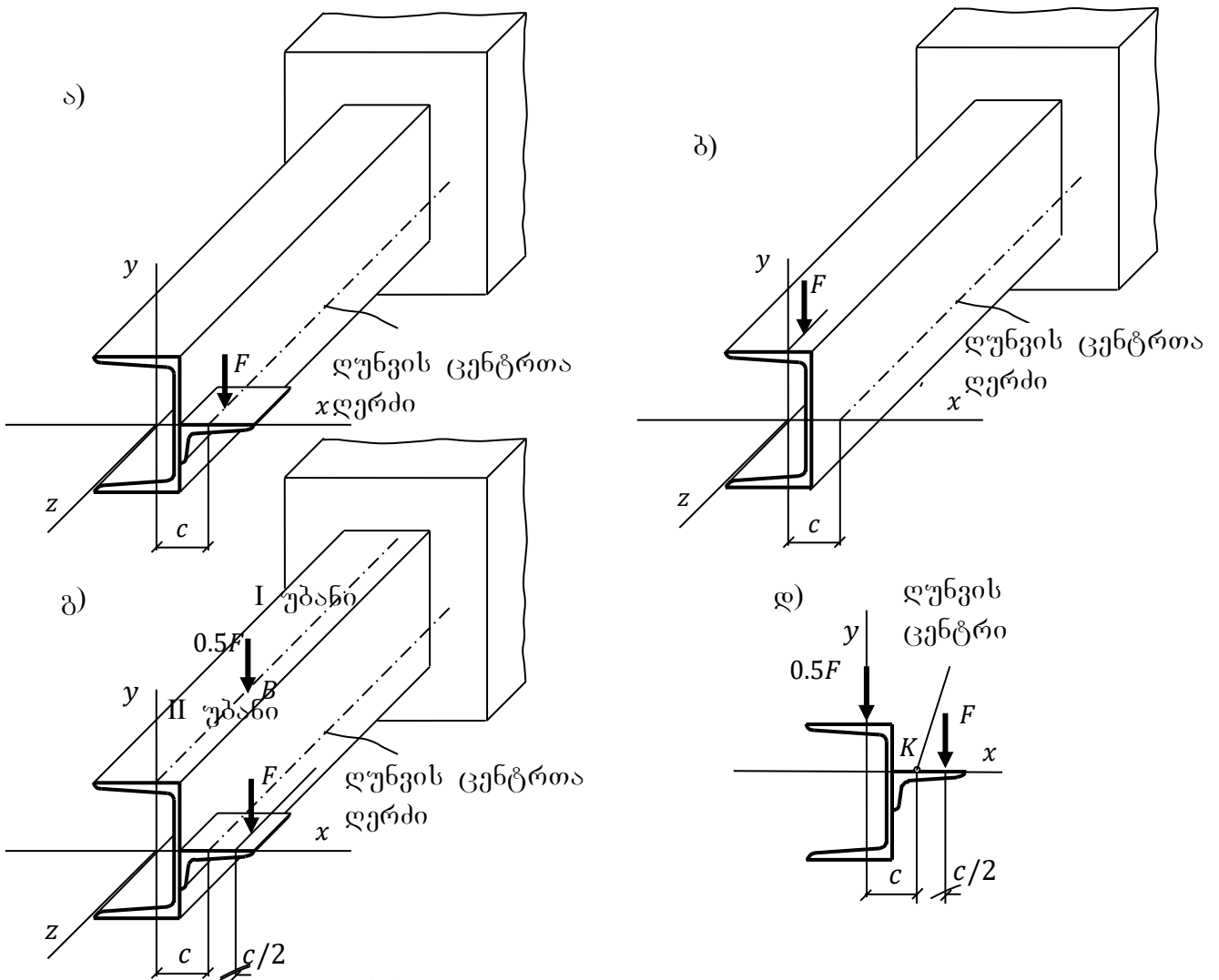
მეორე კოჭი (ნახ. 108,ბ) დატვირთულია თავისუფალ ბოლოზე ვერტიკალური F ძალით, რომელიც გადის კოჭის z ღერძზე. ეს ძალა ქმნის ღუნვის ცენტრების ღერძის მიმართ მომენტს, რომელიც ტოლია Fc . იგი მოქმედებს განივი კვეთის სიბრტყეში და მიმართულია საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ. მოცემულ შემთხვევაში, კოჭი ერთდროულად განიცდის პირდაპირ განივ ღუნვას და გრეხას Fc მომენტით. კოჭის განივკვეთებში აღიძვრება ნორმალური და მხები დაბეები, განსაზღვრული პირდაპირი განივი ღუნვისას, და მხები დაბეები მგრეხი Fc მომენტისაგან.

მხები დაბეები გრეხისას მიახლოებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ ღია პროფილის თხელკედლიანი ღეროსათვის მიღებული ფორმულით:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_z},$$

სადაც $W_z = \frac{I_p}{b_{max}}$. აქ, b_{max} - უდიდესი სისქის მართკუთხა ელემენტის უმცირესი გვერდის ზომაა, ხოლო $I_z = \sum_{i=1}^n I_{zi}$. ამ უკანასკნელში I_{zi} არის I_z -ს მნიშვნელობა, ყოველი ელემენტისათვის, რომელიც იანგარიშება $I_z = \frac{hb^3}{3}$ ფორმულით. უდიდესიმხები τ_{max} დაბეები აღიძვრება იმ გრძელი გვერდის შუაში, რომელსაც უდი-

დესი სისქე აქვს. გაგლინული პროფილებისათვის I_z -თვის შემოაქვთ შემასწორებელი კო-

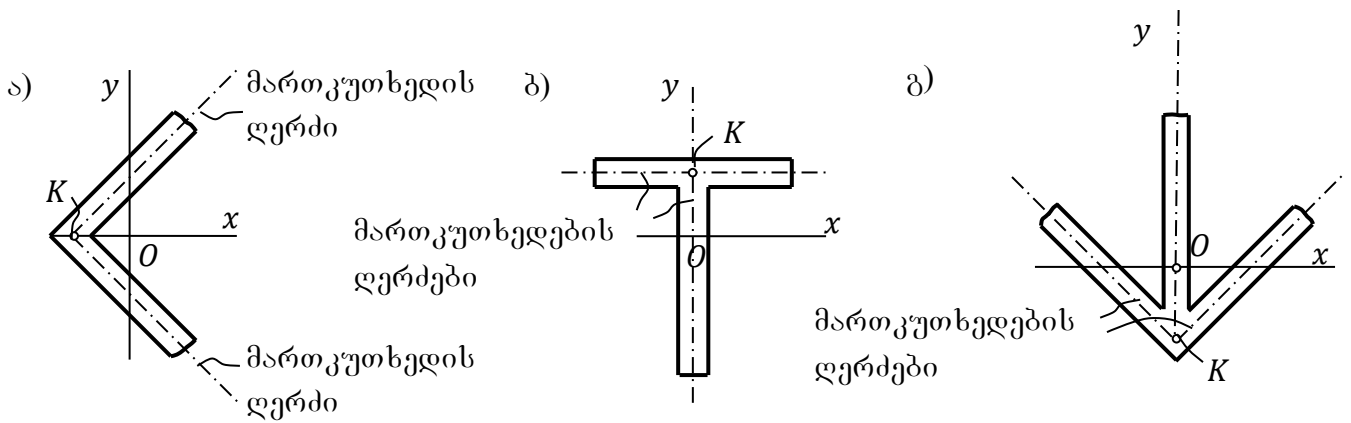


ნახ. 108

ფიციენტი, რომელსაც შევლერისათვის აქვს მნიშვნელობა - 1.12.

მესამე კოჭი (ნახ. 108,გ) დატვირთულია თავისუფალ ბოლოსთან F ძალით, ხოლო I და II უბნის საზღვარზე (B წერტილი) - $0.5 F$ ძალით. F ძალა ღუნვათა ცენტრების ღერძის მიმართ ქმნის მგრეს მომენტს $F \frac{c}{2}$, რომელიც მოქმედებს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით, ხოლო $0.5 F$ ძალა - იმავე მნიშვნელობის მგრეს მომენტს, ოღონდ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ (ნახ. 108,დ). I უბანზე კოჭი ერთდროულად განიცდის პირდაპირი განივი ღუნვისა და გრესის მდგომარეობას; II უბანი შეგვიძლია მიახლოებით მივიჩნიოთ, პირდაპირი განივი ღუნვის მდგომარეობაში მყოფად, რადგანაცჯამური მომენტი F და $0.5 F$ ძალებისა-გან ღუნვის ცენტრების ღერძის მიმართ ტოლია ნულის.

თუ კოჭის განივკვეთი სიმეტრიულია, მაშინ ღუნვის ცენტრი განლაგებულია სიმეტრიის ღერძზე. როდესაც განივკვეთს ორი სიმეტრიის ღერძი აქვს, მაშინ ღუნვის ცენტრი განივკვეთის სიმძიმის ცენტრს ანუ ღერძების გადაკვეთის წერტილს ემთხვევა.



ნახ. 109

ადვილი დასადგენია ღუნვის ცენტრი თხელკედლიანი კვეთისათვის, რომელიც შედგება რამდენიმე ისეთი მართკუთხედისაგან, რომლებიც ერთ წერტილში იკვეთება. მხები τ ძაბვები თითოეულ მართკუთხედში მიმართულია გრძელი გვერდის პარალელურად, ხოლო ელემენტარული მხები τdA ძალებისტოლქმედი თანხედება მართკუთხედის ღერძს; ამიტომ განივი $Q(z)$ ძალა, რომელიც მათ საერთო ტოლქმედს წარმოადგენს, გადის მათი გადაკვეთის წერტილზე, როგორც თავმოყრილ ძალთა სისტემის ტოლქმედი. აქედან გამომდინარე, გადაკვეთის K წერტილი ღუნვის ცენტრია.

ასეთი მსჯელობის საფუძველზე მიღებული ღუნვის K ცენტრები ნაჩვენებია 109-ე ნახაზზე.

რადგან ღია პროფილის თხელკედლიანი კოჭები (შველერის ტიპის), ცუდად ეწინააღმდეგება გრეხას, კონსტრუქციის ელემენტებად მათი გამოყენებისას, დატვირთვა უნდა გადავცეთ ღუნვის ცენტრს, რათა გრეხას ადვილი არ ჰქონდეს; კერძოდ, შველერულ კოჭს დატვირთვას გადავცემთ მასზე მიდუღებული მოკლე კუთხოვანით (ნახ. 108, ა).

კითხვები და პასუხები

1. რომელ სიბრტყეში მოქმედი, რა მიმართულების რა დატვირთვა იწვევს კოჭის განივ ღუნვას?

კოჭის განივღუნვას იწვევს დატვირთვები, რომელთა მოქმედების სიბრტყე გადის კოჭის ერთ-ერთ მთავარ სიბრტყეზე, ამ დატვირთვებსაქვე კოჭის ღერძის განივი მიმართულება; ასევე- ამავე სიბრტყეში მოქმედი შეყურსულ წყვილძალთა მომენტები.

2. განივი ღუნვისას კოჭს როგორ წარმოვიდგენთ და რა უნდა მოვუსპოთ მას, რომ შეძლოს თავის თავზე დატვირთვების მიღება?

როგორც ბრტყელ ნაკვთს, რომელსაც სიბრტყეზე თავისუფლების სამი ხარისხი აქვს. მასუნდა მოვუსპოთ თავისუფლების სამივე ხარისხი, რომ გახდეს გეომეტრიულად უცვლელი სისტემა და შეძლოს თავის თავზე დატვირთვების მიღება.

3. რა საშუალებით ხდება კოჭი გეომეტრიულად უცვლელი?

საყრდენების მოწყობით.

4. როგორი ტიპის საყრდენები გამოიყენება ძირითადად კოჭებში და რამდენ ბმას ადებს თითოეული მათგანი მას?

- ა) მოძრავ-სახსროვანი; ადებს ერთ ბმას.
- ბ) უძრავ-სახსროვანი; ადებს ორ ბმას.
- გ) ხისტი ჩამაგრება; ადებს სამ ბმას.

5. კოჭების რა საანგარიშო სქემები დგება კოჭზე სამი ბმის დადებით?

ა) ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული კოჭი, ანუ კონსოლი.

ბ) ორ სახსროვან საყრდენზე მდებარე კოჭი. მანძილს საყრდენ წერტილებს შორის კოჭის მ ა ლ ი ეწოდება და აღინიშნება l -ით.

გ) სახსროვან საყრდენებზე მდებარე (ერთმალისანი) კონსოლებიანი კოჭი.

6. კოჭზე რეალურად მოქმედ, ფართობზე განაწილებულ დატვირთვას რა სახით წამოადგენენ?

კოჭის გაანგარიშებისას მიიჩნევენ, რომ დატვირთვა მხოლოდ სიგრძეზე ნაწილდება. დატვირთვის q ინტენსივობის დასადგენად, ფართობზე თანაბრად განაწილებული დატვირთვის q_0 ინტენსივობას ამრავლებენ იმ ზოლის სიგანეზე, რომლიდანაც დატვირთვა თავს იყრის კოჭზე.

7. გარდა აქტიური ძალებისა, კოჭს კიდევ რა ძალებს მოსდებენ?

რეაქციის ძალებს, რომლებიც გამოითვლებიან სტატიკის განტოლებებიდან.

8. რას ეწოდება Q_y განივი ძალა და M_x მღუნავი მომენტი?

Q_y განივი ძალა ეწოდება შიგა ძალას, რომელიც აწონასწორებს კოჭის დატოვებულ ნაწილზე მოდებული ძალების მთავარ R ვექტორს, ხოლო M_x მღუნავი მომენტი - შიგა ძალებისაგან შედგენილ მომენტს, რომელიც აწონასწორებს ამავე ძალებისაგან შედგენილ M_0 მთავარ მომენტს.

9. რა დიფერენციალური დამოკიდებულება არსებობს განაწილებული დატვირთვის $q(z)$ ინტენსივობას, $Q(z)$ განივი ძალასა და $M(z)$ მღუნავი მომენტს შორის?

$$\frac{d^2 M(z)}{dz^2} = \frac{dQ(z)}{dz} = -q(z).$$

10. რა სახე აქვს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს კონსოლი-სათვის, რომელიც თავისუფალ ბოლოზე დატვირთულია შეეურსული F ძალით?

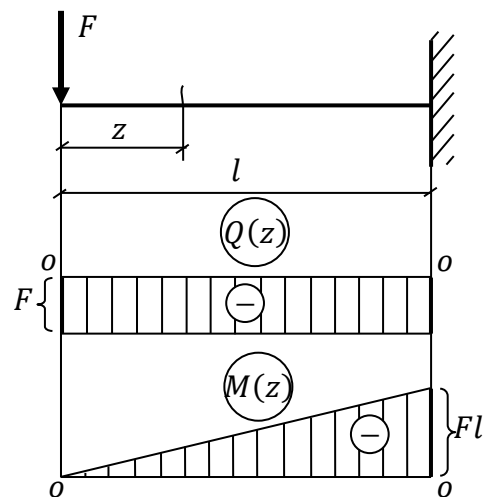
$$0 \leq z \leq l$$

$$Q(z) = -F, \text{ (მუდმივია)}$$

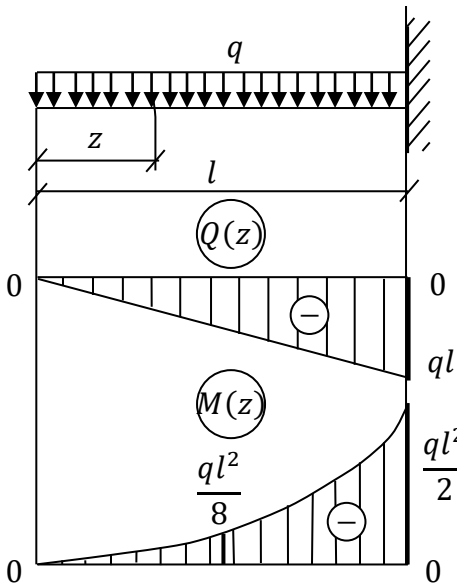
$$M(z) = -F \cdot z. \text{ (წრფეა)}$$

$$\text{როცა } z = 0, M(z) = 0;$$

$$\text{როცა } z = l, M(z) = -Fl.$$



11. რა სახე აქვს განივი $Q(z)$ ძალისა და მღუნავი $M(z)$ მომენტის ეპიურებს, თუ კონსოლი მთელს სიგრძეზე დატვირთულია თანაბრადგანაწილებული დატვირთვით, q ინტენსივობით



$$0 \leq z \leq l$$

$$Q(z) = -qz; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = 0$,
 როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = -ql$.

$$M(z) = -qz \frac{z}{2} = -\frac{qz^2}{2}. \text{ (პარაბოლა)}$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = -\frac{ql^2}{8}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ

$$M(z) = -\frac{ql^2}{2}.$$

12.რა სახე აქვს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს, თუ კონსოლი

მთელ სიგრძეზე დატვირთულია სამკუთხედის კანონით განაწილებული დატვირთვით.

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q(z) = \frac{1}{2} q(z) \cdot z = \frac{q_0 z^2}{2l};$$

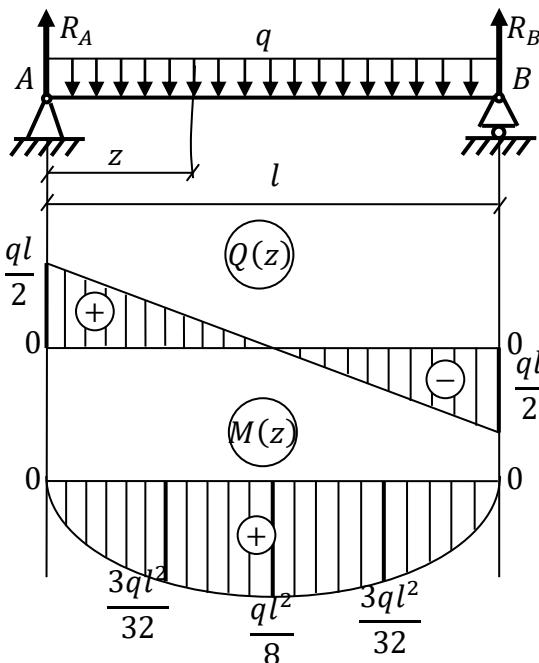
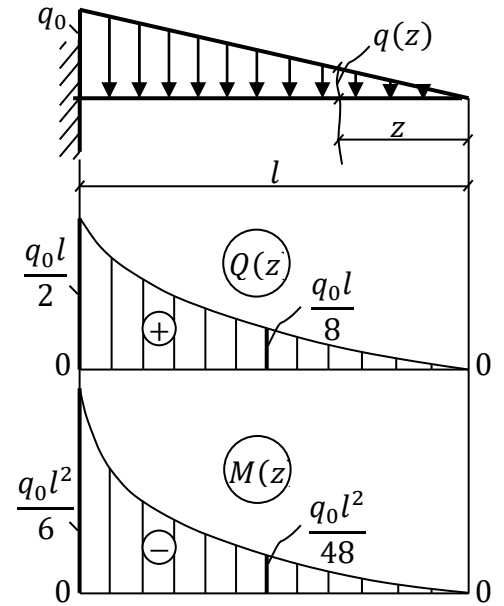
როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = 0$,

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{8}$,

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{2}$.

$$M(z) = -\frac{1}{2} q(z) z \frac{z}{3} = -\frac{q_0 z^3}{6l}.$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;



როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = -\frac{q_0 l^2}{48}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = -\frac{q_0 l^2}{6}$.

12. რა სახე აქვს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს, თუორ საყრდენზე მდებარე კოჭი მთელ სიგრძეზე დატვირთულია თანაბრად განაწილებული q დატვირთვით

$$\sum M_B = -R_A l + ql \frac{l}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{ql}{2};$$

$$\sum M_A = R_B l - ql \frac{l}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_B = \frac{ql}{2}.$$

$$\sum Y = R_A + R_B - ql = 0; \quad 0 = 0,$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q(z) = R_A - qz = \frac{ql}{2} - qz; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = \frac{ql}{2} = R_A$,

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2} = R_B$.

$M(z) = R_A z - qz \frac{z}{2} = \frac{ql}{2} z - \frac{qz^2}{2}$. (პარაბოლა)

როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{4}$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{l}{4} - \frac{q(\frac{l}{4})^2}{2} = \frac{ql^2}{8} - \frac{ql^2}{32} = \frac{3ql^2}{32}$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{2} = \frac{ql^2}{8} - \frac{ql^2}{2} = -\frac{3ql^2}{8}$;

როდესაც $z = \frac{3}{4}l$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{3}{4}l - \frac{q(\frac{3}{4}l)^2}{2} = \frac{3ql^2}{8} - \frac{9ql^2}{32} = \frac{3ql^2}{32}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = \frac{ql}{2} l - \frac{ql^2}{2} = 0$.

12. რა სახე აქვს განივი $Q(z)$ ძალისა და მდუნავი $M(z)$ მომენტის ეპიურებს, თუ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი მთელ სიგრძეზე დატვირთულია სამკუთხედის წესით განაწილებული q დატვირთვით q

$$\sum M_B = -R_A l + \frac{1}{2} q_0 l \frac{l}{3} = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{q_0 l}{6};$$

$$\sum M_A = R_B l - \frac{1}{2} q_0 l \frac{2}{3} l = 0, \text{ საიდანაც } R_B = \frac{q_0 l}{3}.$$

$$\text{ვამოწმებთ; } \sum Y = R_A + R_B - \frac{1}{2} q_0 l = 0;$$

$$\frac{q_0 l}{6} + \frac{q_0 l}{3} - \frac{1}{2} q_0 l = 0.$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q(z) = R_A - \frac{1}{2} q(z) z = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 z^2}{2l}; \text{ (პარაბოლა)}$$

როდესაც $z = 0$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{6} = R_A$,

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 (\frac{l}{2})^2}{2l} = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 l^2}{8l} = \frac{q_0 l}{24}$,

როდესაც $z = l$, მაშინ $Q(z) = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 l^2}{2l} = -\frac{q_0 l}{3} = -R_B$.

$$M(z) = R_A z - \frac{1}{2} q(z) z \frac{z}{3} = \frac{q_0 l}{6} z - \frac{q_0 z^3}{6l}.$$

(კუბური პარაბოლა)

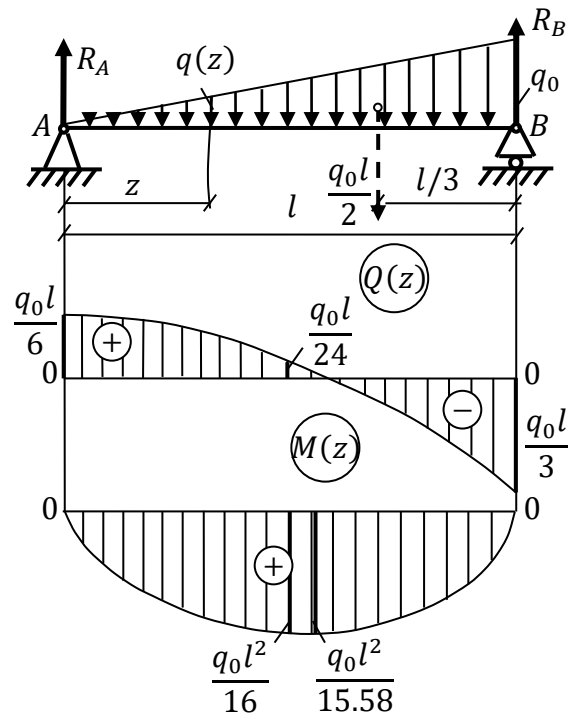
როდესაც $z = 0$, მაშინ $M(z) = 0$;

როდესაც $z = \frac{l}{2}$, მაშინ $M(z) = \frac{q_0 l}{6} \frac{l}{2} - \frac{q_0 (\frac{l}{2})^3}{6l} = \frac{q_0 l^2}{12} - \frac{q_0 l^2}{48} = \frac{q_0 l^2}{16}$;

როდესაც $z = l$, მაშინ $M(z) = \frac{q_0 l}{6} l - \frac{q_0 l^3}{6l} = 0$.

იმ განივკვეთის მოსაძებნად, რომელშიც მოქმედებს უდიდესი M_{max} მდუნავი მომენტი, მისი $M(z) = \frac{q_0 l}{6} z - \frac{q_0 z^3}{6l}$ გამოსახულება უნდა გამოვიკვლიოთ ექსტრემუმზე:

$$\frac{dM(z)}{dz} = \frac{q_0 l}{6} - 3 \frac{q_0 z_0^2}{6l} = 0, \text{ საიდანაც } z_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0.577l,$$



$$\text{ე.ი. } M_{max} = \frac{q_0 l}{6} \frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{q_0}{6l} \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{q_0 l^2}{6\sqrt{3}} - \frac{q_0 l^2}{18\sqrt{3}} = \frac{q_0 l^2}{9\sqrt{3}} \approx \frac{q_0 l^2}{15.58}.$$

13. რა სახე აქვს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს, თუ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი a და b მანძილებით დახასიათებულ C განივკვეთში დატვირთულია შეყურსული F ძალით.

$$\sum M_B = -R_A l + Fb = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{Fb}{l};$$

$$\sum M_A = R_B l - Fa = 0, \text{ საიდანაც } R_B = \frac{Fa}{l}.$$

$$\text{ვამოწმებთ; } \sum Y = R_A + R_B - F = 0;$$

$$\frac{Fb}{l} + \frac{Fa}{l} - F = 0; \frac{F}{l}(a+b) - F = 0; 0 = 0,$$

$$\text{I უბანი: } 0 \leq z_1 \leq a$$

$$Q(z_1) = R_A = \frac{Fb}{l}; \text{ (მუდმივია)}$$

$$M(z_1) = R_A z_1; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z_1 = 0$, მაშინ $M(z_1) = 0$;

როდესაც $z_1 = a$, მაშინ $M(z_1) = \frac{Fb}{l} a$.

$$\text{II უბანი } 0 \leq z_2 \leq b$$

$$Q(z_2) = -R_B = -\frac{Fa}{l}; \text{ (მუდმივია)}$$

$$M(z_2) = R_B z_2; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z_2 = 0$, მაშინ $M(z_2) = 0$;

როდესაც $z_2 = a$, მაშინ $M(z_2) = \frac{Fa}{l} b$.

კერძო შემთხვევაში, როდესაც $a = b = \frac{l}{2}$,

გვექნება $A = B = \frac{F}{2}$. გაანგარიშების გარეშე მოგვეყავს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურები

14. რა სახე აქვს $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურებს, თუ ორ საყრდენზე მდებარე კოჭი a და b მანძილებით დახასიათებულ განივკვეთში დატვირთულია შეყურსული წვეილძალით, რომლის მომენტია M .

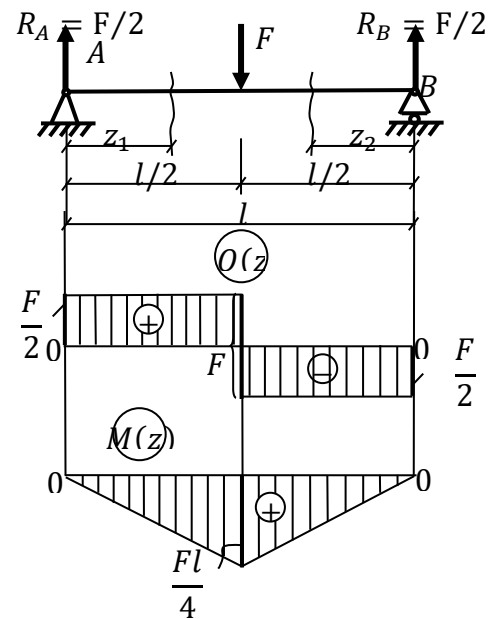
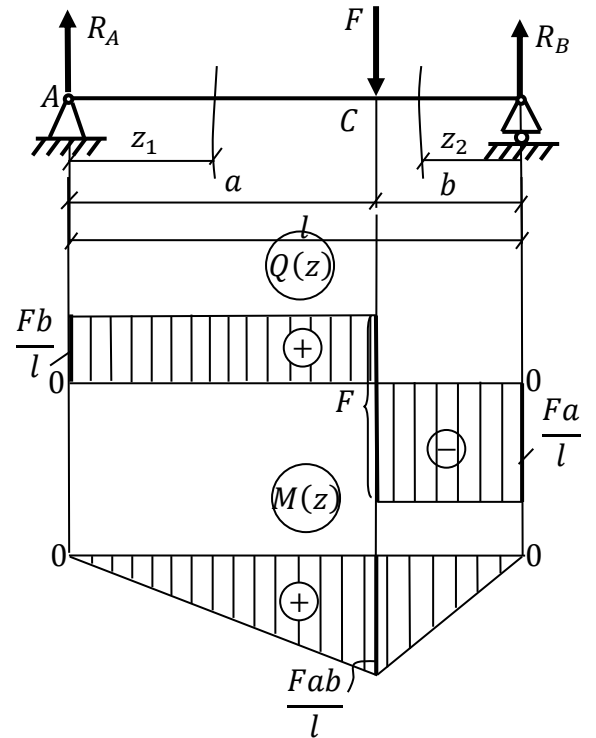
$$\sum M_B = -R_A l + M = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{M}{l};$$

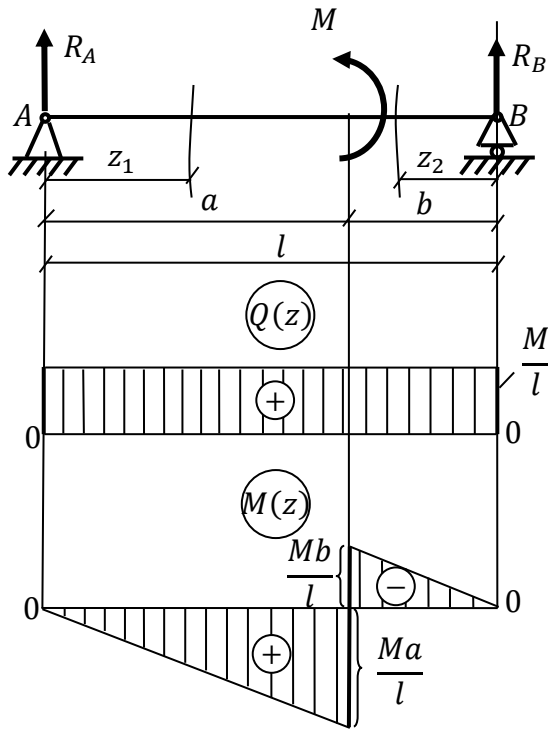
$$\sum M_A = R_B l + M = 0, \text{ საიდანაც } R_B = -\frac{M}{l}.$$

$$\text{ვამოწმებთ; } \sum Y = R_A + R_B = 0;$$

$$\frac{M}{l} - \frac{M}{l} = 0; 0 = 0,$$

$$\text{I უბანი: } 0 \leq z_1 \leq a$$





$$Q(z_1) = R_A = \frac{M}{l}; \text{ (მუდმივია)}$$

$$M(z_1) = R_A z_1; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z_1 = 0$, მაშინ $M(z_1) = 0$;

როდესაც $z_1 = a$, მაშინ $M(z_1) = \frac{M}{l} a$.

II უბანი: $0 \leq z_2 \leq b$

$$Q(z_2) = -R_B = -\left(-\frac{M}{l}\right) = \frac{M}{l}; \text{ (მუდმივია)}$$

$$M(z_2) = R_B z_2; \text{ (წრფეა)}$$

როდესაც $z_2 = 0$, მაშინ $M(z_2) = 0$;

როდესაც $z_2 = b$, მაშინ $M(z_2) = \frac{M}{l} b$.

15. როგორ მოწმდება $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურების აგების სისწორე?

1. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა დადებითია ($Q(z) > 0$), მაშინ ამ უბანზე $M(z)$ მღუნავი მომენტი იზრდება.
2. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა უარყოფითია ($Q(z) < 0$), მაშინ ამ

უბანზე $M(z)$ მღუნავი მომენტი კლებულობს.

3. იმ განივკვეთში ანუ კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც $Q(z)$ განივი ძალა ნული ხდება ($Q(z) = 0$), $M(z)$ მღუნავი მომენტი დებულობს ექსტრემალურ მნიშვნელობას.

4. თუ კოჭის რომელიმე უბანზე $Q(z) = 0$, მაშინ ამავე უბანზე $M(z) = const$.

5. კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც მოდებულია შეყურსული F ძალა, განივი $Q(z)$ ძალის ეპიურა აკეთებს F ძალის ტოლ ნახტომს, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურა იცვლის დახრის კუთხეს.

6. კოჭის ღერძის იმ წერტილში, სადაც მოდებულია შეყურსული M მომენტი $M(z)$ მღუნავი მომენტი ეპიურა აკეთებს M მომენტის ტოლ ნახტომს.

7. ორ სახსროვან საყრდებზე დაყრდნობილი კოჭის ბოლოებში $Q(z)$ განივი ძალა შესაბამისად საყრდენი R_A და R_B რეაქციის ტოლია, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტი ნულს უდრის.

8. კონსოლის საყრდენ წერტილში $Q(z)$ განივი ძალა საყრდენი R_A რეაქციის ტოლია, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტი - რეაქციული M_A მომენტის.

16. რაში მდგომარეობს სუფთა ღუნვის მოვლენის არსი?

განივი ღუნვის კერძო შემთხვევას, როდესაც კოჭის მთელ სიგრძეზე ან მის რომელიმე უბანზე $Q(z)$ განივი ძალა ნულის ტოლია, ხოლო $M(z)$ მღუნავი მომენტი - მუდმივი სიდიდე, სუფთა ღუნვა ეწოდება.

სუფთა ღუნვისას კოჭის ყოველი განივკვეთი ბრტყელი რჩება, ოღონდაც მობრუნდება. გაღუნული ღერძი წრეწირის რკალის ფორმისაა და განივკვეთები მობრუნებისას მის მართობ მდებარეობას ინარჩუნებენ.

17. წონასწორობის ექვსი განტოლებიდან სივრცეში, სუფთა ღუნვისას რომელი ერთი განტოლება რჩება?

$$\sum M_x = M - M(z) = 0$$

$$\text{ანუ } \sum M_x = M - \int_A \sigma dA \cdot y = 0.$$

18. კოჭის დეფორმაციის როგორი სურათი ისახება გვერდით ზედაპირზე დატანილი კვადრატული ბადის დეფორმაციის სურათის მიხედვით?

გრძივი ბოჭკოებისაგან შედგენილი კოჭის ჰორიზონტალური შრეების ნაწილი კოჭის სიმაღლეზე იკუმშება, ხოლო ნაწილი იჭიმება. მათ შორის არსებობს შრე, რომელიც მხოლოდ მრუდდება (არც იჭიმება და არც იკუმშება) და მას ნეიტრალური შრე ეწოდება.

19. როგორ გამოითვლება გრძივი, dz სიგრძის, რაიმე AB მონაკვეთის ფარდობითი წაგრძელება?

dz სიგრძის AB მონაკვეთის ფარდობითი წაგრძელება ნეიტრალური შრიდან რაიმე y მანძილზე ტოლია:

$$\varepsilon = \frac{BB'}{AB} = \frac{y d\varphi}{dz} = \frac{y}{\rho}$$

სადაც ρ ნეიტრალური შრის სიმრუდის რადიუსია.

19. როგორ ხდება დეფორმაციებიდან ძაბვებზე გადასვლა?

ჰუკის კანონის საფუძველზე გაჭიმვა-კუმშვისას:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}$$

20. როგორ დგინდება ნეიტრალური ღერძის მდებარეობა?

სუფთა ღუნვისას $N(z) = 0$

$$N(z) = \int_A \sigma dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0.$$

რადგან $S_x = \int_A y dA = 0$, ნეიტრალური ღერძი გადის განიკვეთის სიმძიმის ცენტრში.

21. რაგამომდინარეობს აგრეთვე იმ პირობიდან, რომ ნორმალური ძალა $N(z) = 0$? ამ პირობიდან გამომდინარეობს აგრეთვე ის, რომ კოჭის ღერძი ნეიტრალურ შრეშია განლაგებული.

22. რა ირკვევა აგრეთვე $N(z) = 0$ ტოლობით?

ირკვევა, რომ σ ძაბვები შეადგენს წყვილძალას.

23. რომელ სიბრტყეში უნდა მოქმედებდეს σ ძაბვებისაგან შედგენილი წყვილძალის $M(z)$ მომენტი, რომ გააწონასწოროს კოჭზე მოქმედი გარე M მომენტი?

ის უნდა მოქმედებდეს დატვირთვების (M მომენტის) მოქმედების ანუ ინერციის მთავარ სიბრტყეში.

24. რომელ სიბრტყეში თავსდება კოჭის გაღუნული ღერძი?

იმავე დატვირთვების მოქმედების ანუ ინერციის მთავარ სიბრტყეში.

25. როგორ გამოითვლება ნეიტრალური შრის სიმრუდე კოჭზე მოქმედი M მომენტის მეშვეობით?

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$$

26. რა სახე აქვს ნორმალური σ ძაბვის საანგარიშო ფორმულას სუფთა ღუნვისას?

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

ამ ფორმულაში M არის მღუნავი მომენტი, რომელიც სუფთა ღუნვის უბანზე მუდმივია; y – მანძილი განსახილველი წერტილიდან ნეიტრალური x ღერძამდე; I_x – განიკვეთის ფართობის ინერციის მომენტი ნეიტრალური x ღერძის მიმართ.

27. როგორ იწერება სიმტკიცის პირობა განივი ღუნვისას?

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

28. რას ეწოდება განიკვეთის წინაღობის მომენტი და რისი ტოლია იგი სხვადასხვა ტიპის განიკვეთებისათვის?

განიკვეთის წინაღობის მომენტი ეწოდება $W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$ გამოსახულებას.

ა) მართკუთხა განიკვეთისათვის, $W_x = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$;

ბ) წრიული განიკვეთისათვის, $W_x = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{r} = \frac{\pi r^3}{4}$.

გ) გაგლინული პროფილებისათვის წინაღობის W_x მომენტის მნიშვნელობები მოცემულია სორტამენტის ცხრილებში.

29. როგორ შეირჩევა სიმტკიცის პირობიდან, განიკვეთის საჭირო ზომები?

ა) მართკუთხა განიკვეთის შემთხვევაში წინასწარ უნდა დაეუშვათ ფარდობა $\frac{h}{b} =$

k , საიდანაც $h = kb$, ე.ი. $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{k^2 b^3}{6} \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$, აქედან კი მივიღებთ

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6M_{max}}{k^2[\sigma]}}$$

რის შემდეგაც ვიპოვით $h = kb$.

ბ) წრიული განიკვეთის შემთხვევაში დაეწერთ $\frac{M_{max}}{\frac{\pi r^3}{4}} \leq [\sigma]$, საიდანაც ვღებულობთ:

$$r \geq \sqrt[3]{\frac{4M_{max}}{\pi[\sigma]}}$$

გ) გაგლინული პროფილებისათვის წინაღობის W_x მომენტის მნიშვნელობის მიხედვით სორტამენტების ცხრილებში ვიპოვით პროფილის საჭირო ნომერს.

30. როგორ გამოითვლება დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია სუფთა ღუნვისას?

$$U = \int_l \frac{M^2 dz}{2EI_x}$$

31. რა ძაბვები აღიძვრება განივი ღუნვისას?

განივი ღუნვის შემთხვევაში, განიკვეთში აღიძვრება არა მარტო ნორმალური σ , არამედ მხები τ ძაბვები.

32. კოჭის განიკვეთის გამრუდების უგულებელყოფის ფარგლებში, სუფთა ღუნვისათვის გამოყვანილი რომელი ფორმულები რჩება მართლებული განივი ღუნვისთვისაც?

$$\sigma = \frac{M(z) \cdot y}{I_x} \quad \text{და} \quad \sigma_{max} = \frac{M(z)}{W_x}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(z)}{EI_x},$$

სადაც $M(z)$ განსახილველ განივკვეთში აღძრული მღუნავი მომენტი და არა მუდმივი M მომენტი, რომელიც ამ ფორმულებში სუფთა ღუნვისას შედიოდა.

33. რომელი ფორმულით გამოითვლება მიახლოებით, მხები τ ძაბვები?

$$\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b}.$$

ჟურავსკის ფორმულით. განივკვეთში მხები τ ძაბვების y -ზე დამოკიდებულება განისაზღვრება სტატიკური S_x^* მომენტის მეშვეობით.

34. ამ ფორმულით რომელ წერტილებშია მხები τ ძაბვები ნულის ტოლი?

განივკვეთის ზედა და ქვედა კიდის წერტილებში $\tau = 0$, ვინაიდან აქ $S_x^* = 0$.

32. რამდენად მცირეა სიდიდით მხები τ_{max} ძაბვები ნორმალური σ_{max} ძაბვებზე, მაგალითად, მართკუთხა განივკვეთის კონსოლისათვის?

$$\frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{h}{4l}.$$

ე.ი. მხები τ_{max} ძაბვები $\frac{h}{4l}$ -ჯერ ანუ არსებითად მცირეა ნორმალურ σ_{max} ძაბვებთან შედარებით. აქ h განივკვეთის სიმაღლეა, ხოლო l - კოჭის სიგრძე.

35. როგორ გამოითვლება მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვები განივი ღუნვის დროს?

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right),$$

სადაც σ და τ განივკვეთში აღძრული ძაბვებია.

36. როგორ გამოისახება განივი ღუნვისას მართკუთხა განივკვეთის კოჭის სიმაღლეზე ნორმალური ძაბვებისა და მხები τ ძაბვების ეპიურები?

ნორმალური σ ძაბვების წრფის სახით: ზედა და ქვედა კიდეებზე მნიშვნელობებით $\sigma_{max} = \mp \frac{M}{W}$, ნეიტრალურ ღერძზე ანუ შუა სიმაღლეზე $\sigma = 0$.

მხები τ ძაბვები ამოხსნეილი პარაბოლას სახით: ზედა და ქვედა კიდეებზე მნიშვნელობებით ნულთან $\tau = 0$, ნეიტრალურ ღერძზე ანუ შუა სიმაღლეზე $\tau = \frac{3Q}{2A}$.

37. როგორ გამოისახება განივი ღუნვისას მართკუთხა განივკვეთის კოჭის სიმაღლეზე მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების ეპიურები?

მთავარი σ_1 ძაბვების ჩახსნეილი პარაბოლას სახით: ქვედა კიდეზე $\sigma_1 = \frac{M}{W}$ მნიშვნელობით, ნეიტრალურ ღერძზე ანუ შუა სიმაღლეზე $\sigma_1 = \frac{3Q}{2A}$ და ზედა კიდეზე $\sigma_1 = 0$. მთავარი σ_3 ძაბვების იმავე ჩახსნეილი პარაბოლის სახით, ოღონდ უკუღმა.

38. როგორ გამოისახება განივი ღუნვისას მართკუთხა განივკვეთის კოჭის სიმაღლეზე უდიდესი მხები τ_{max} და უმცირესი მხები τ_{min} ძაბვების ეპიურები?

უდიდესი მხები τ_{max} ძაბვების ჩახსნეილი პარაბოლის სახით: ქვედა და ზედა კიდეებზე $\tau_{max} = \frac{M}{2W}$, ნეიტრალურ ღერძზე ანუ შუა სიმაღლეზე $\tau_{max} = \frac{3Q}{2A}$. უმცირესი მხები τ_{min} ძაბვების იმავე ჩახსნეილი პარაბოლის სახით, ოღონდ უარყოფითი ნიშნით.

39. როგორ ტრაექტორიებს ქმნის მთავარი σ_1 და σ_3 ძაბვების მიმართულებები?

ტრაექტორიები კვეთს კოჭის ღერძს $\pm 45^\circ$ -ით, კოჭის ზედა ან ქვედა კიდევებს 0° ან 90° კუთხეებით. მთავარი σ_1 დაბეჭების ტრაექტორიები ქვემოდან ზემოთაამიმართული, ხოლო σ_3 დაბეჭების ტრაექტორიები პირიქით - ზემოდან ქვემოთ.

40. ვინაიდან ბეტონი ცუდად მუშაობს გაჭიმვაზე, არმატურით როგორ აძლიერებენ ბეტონის კოჭს მთავარი σ_1 დაბეჭების მიმართულებით?

კოჭის ქვედა ნაწილში არმატურას ზემოთკენაღუნავენ 45° -იანი კუთხეებით.

41. ვინაიდან განივი ღუნვა წარმოადგენს ბრტყელ დაძაბულ მდგომარებას მთავარი $\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})$ დაბეჭებით, როგორ ხდება სიმტკიცის სრული შემოწმება?

სიმტკიცის თეორიებით:

1. სიმტკიცის პირველი – უდიდესი ნორმალური დაბეჭების თეორიის მიხედვით:

$$\sigma_{r_1} = \frac{1}{2}(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \leq [\sigma];$$

2. სიმტკიცის მეორე – უდიდესი დეფორმაციების თეორიის მიხედვით

$$\sigma_{r_2} = 0.35\sigma + 0.65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

3. მესამე – უდიდესი მხები დაბეჭების თეორიის მიხედვით:

$$\sigma_{r_3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

4. სიმტკიცის მეოთხე – ენერგეტიკული თეორიის მიხედვით:

$$\sigma_{r_3} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

42. რა საჭიროა სიმტკიცის სრული შემოწმება?

შესაძლოა კოჭის სიმაღლეზე აღმოჩნდეს სხვა რამდენიმე სავარაუდო წერტილი, რომლებშიც აღიძვრებასაკმაოდ მნიშვნელოვანი საანგარიშო σ_r დაბეჭები: მაგ., ორტესებრი პროფილის გადასვლის წერტილში (კედლისა და თაროს შეერთების წერტილში) როგორც ნორმალური σ დაბეჭა, ისე მხები τ დაბეჭა საკმაოდ დიდია. ასეთ შემთხვევაში, სიმტკიცის თეორიები გამოიყენება კედლის სისქის დაზუსტების მიზნით. ხის კოჭებში მხები τ დაბეჭები, რომლებიც გრძივ კვეთებში მოქმედებს, შესაძლოა გახდეს კოჭის რღვევის მიზეზი და სხვ.

43. რომელი ორი პირობით იანგარიშება ტოლწინაღობის კოჭები?

$$\frac{M(z)}{W(z)} = \frac{M_{max}}{W_0};$$

$$\frac{M_{max}}{W_0} = [\sigma],$$

სადაც $M(z)$ არის ცვლადი მღუნავი მომენტი; M_{max} - უდიდესი მღუნავი მომენტი, $W(z)$ – განივკვეთის ცვლადი წინაღობის მომენტი; W_0 – უდიდესი წინაღობის მომენტი.

44. როგორ დადგინდება განივკვეთის სიგანის ცვლილების კანონი ცვლად-კვეთიანი კონსოლისათვის, რომელიც თავისუფალ ბოლოზე დატვირთულია F შეყურსული ძალით?

$\frac{6Fz}{b(z)h^2} = \frac{6Fl}{b_0h^2}$ ტოლობიდან, საიდანაც განივკვეთის სიგანე $b(z) = b_0 \frac{z}{l}$, ე.ი. სიგანე წრფივად იცვლება, სამკუთხედის კანონის მიხედვით.

უდიდესი b_0 სიგანე ნორმალური σ_{max} დაბეჭების მიხედვით დადგინდება სიმტკიცის

პირობიდან: $\frac{Fl}{b_0h^2} = [\sigma].$

$$b_0 = \frac{6Fl}{h^2[\sigma]}.$$

მინიმალური b_{min} სიგანე მხები τ_{max} ძაბვების მიხედვით დადგინდება სიმტკიცის პირობიდან: $\tau_{max} = \frac{3Q}{2A} \leq [\tau]$

$$b_{min} = \frac{3 F}{2 h[\tau]}.$$

45. რას ეწოდება ღუნვის ცენტრი და როგორ გამოითვლება მისი მდებარეობა შველერისათვის?

შველერის თაროებში ელემენტარული $\tau_x dA$ ძალებისაგან შედგენილი T_1 და T_2 ტოლქმედები ტოლია:

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{2} \tau_{max} b \delta = \frac{1}{2} \frac{Q h b}{2 I} b \delta = \frac{Q h b^2}{4 I} \delta.$$

ხოლო ელემენტარული $\tau_y dA$ ძალების T_3 ტოლქმედი ადრული კედელში, ტოლია განივი Q ძალის.

T_1 და T_2 ქმნიან წყვილძალას, მომენტით $T_1 h$. ეს მომენტი და $T_3 = Q$ ძალა შეგვიძლია შევცვალოთ ტოლქმედით, რომელიც ისევ ტოლია Q ძალისა, ოღონდაც გადანაცვლებულია სხვა წერტილში. მისი მოქმედების ხაზი კვეთს ნეიტრალურ x ღერძს ნებისმიერ K წერტილში, რომლის მიმართ მომენტების ჯამი ნულის ტოლი უნდა იყოს:

$$\sum M_k = T_1 h - T_3 a = 0.$$

ამ განტოლებაში a -ით აღნიშნულია მანძილი შველერის კედლის შუიდან K წერტილამდე:

$$a = \frac{T_1 h}{T_3} = \frac{\frac{Q h b^2 \delta}{4 I} h}{Q} = \frac{h^2 b^2 \delta}{4 I}.$$

K წერტილს ეწოდება ღუნვის ცენტრი.

46. რა არის საჭირო იმისათვის, რომ კოჭი იმყოფებოდეს განივი ღუნვის პირობებში?

იმისათვის, რომ კოჭი განივი ღუნვის პირობებში იმყოფებოდეს, გარე ძალები არ უნდა ქმნიდეს მომენტს ღუნვათა ცენტრების მიმართ. თუ ისინი ასეთ მომენტს ქმნიან, მაშინ კოჭი, გარდა ღუნვისა, განიცდის გრესასაც.

47. როგორ უნდა განხორციელდეს დატვირთვის გადაცემა შველერულ კოჭზე, რომ იგი გრესას აგარიდოთ?

შველერულ კოჭს დატვირთვა ღუნვის ცენტრში უნდა გადაეცეთ, მასზე მიდუღებული მოკლე კუთხოვანის მეშვეობით.

48. სად მდებარეობს ღუნვის ცენტრი ზოგიერთ თხელკედლიან კვეთში?

რამდენიმესეთი მართკუთხედისაგან შემდგარ თხელკედლიან კვეთებში, რომლებიც ერთ წერტილში იკვეთება, ღუნვის ცენტრი სწორედ მათი გადაკვეთის წერტილია.

ასო	გამოთქმა	განზომილება	ასოს მნიშვნელობა
R	ერ	ნ; კბ	რეაქციის ძალა ან ტოლქმედი
F	ეფ	ნ; კბ	შეყურსული ძალა
σ	სიგმა	ნ/მ ² =პასკალი; კგ/სმ ²	ნორმალური ძაბვა
ε	ეფსილონი	განყენებული რიცხვი	ფარდობითი დეფორმაცია
μ	მიუ	განყენებული რიცხვი	პუასონის კოეფიციენტი

ასოთი აღნიშვნები

E	ე	მპა (მეგაპა)	დრეკადობის (იუნგის) მოდული
G	შე	მპა (მეგაპა)	ძვრის მოდული
I	ი	სმ ⁴	ინერციის მომენტი
I_p	ი რო	სმ ⁴	ინერციის პოლარული მომენტი
D_{xy}	დ _{xy} იქსი-გრეკი	სმ ⁴	ინერციის ცენტრიდანული მომენტი
γ	გამა	რადიანი	ძვრის კუთხე
θ	თეტა	-	ფარდობითი გრეხის კუთხე
ρ	რო	სმ	სიმრუდის რადიუსი
α, φ, ψ	ალფა, ფი, პსი	რადიანი	კუთხის გამოსახულება
Q	ქე	ნ; კგ	განივი ძალა
q	ქე	ნ/მ; კგ/სმ	განაწილებული დატვირთვის ინტენსიურობა
W	დუბლვე	სმ ³	წინააღობის მომენტი
M	ემ	ნმ; კგმ	მომენტი ($M(z)$ - მღუნავი; M_z - მგრეხი)
τ	ტაუ	ნ/მ ² =პასკალი; კგ/სმ ²	მხები ძაბვა
t	ტე	გრადუსი	ტემპერატურა
U	უ	კნმ (კილონი-უტონ მეტრი)	პოტენციური ენერგია
u	უ	კნმ/მ ³	კუთრი პოტენციური ენერგია
$[\sigma]$ $[\tau]$	სიგმა ტაუ	ნ/მ ² ; კგ/სმ ²	დასაშვები ძაბვა, დასაშვები მხები ძაბვა.

ლიტერატურა

1. ბაციკაძეთ., გაჩეჩილაძეგ. “მასალათა გამძლეობის კურსი”. I ნაწილი. გამ-ბა. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”. თბილისი. 1994.
2. დანელიად., კვარაცხელიაა, მაზაღუაზ.“მასალათა გამძლეობის საფუძვლები”. გამ-ბა. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”. თბილისი. 2009.
3. ნამორაძენ. “მასალათა გამძლეობის მოკლე კურსი”. I ნაწილი.თბილისი, 1982.
4. ФеодосьевВ.И. Сопротивление материалов. М.: Гос. изд-во, Физико-математической литературы,1962.
5. ДарковА.В.,ШпироГ.С.Сопротивление материалов. М.;изд-во, «Высшая школа»,1989.

6. Смирнов А.Ф., Александров А.В. и др. Сопротивление материалов. М.:изд-во, «Высшая школа»,1969.
7. Никифоров С. Н.Сопротивление материалов. М.:изд-во, «Высшая школа»,1966.

შ ი ნ ა ა რ ს ი

შ ე ს ა ვ ა ლ ი	3
მოკლე ისტორიული მიმოხილვა.	3
თ ა ვ ი I	
1.1. მასალათა გამძლეობა. ძირითადი ცნებები.	4
1.2. ძალთა კალასიფიკაცია.	5
1.3. დეფორმაცია, დაზიანება, გადაადგილება	6
1.4. შიგა ძალა (ძალვა)	8
1.5. ძირითადი ჰიპოთეზები.	9
1.6. სენ-ვენანის პრინციპი	9
1.7. კონსტრუქციის ელემენტების ფორმები.	10
1.8. დეფორმაციის ძირითადი სახეები.	11
კითხვები და პასუხები	12
თ ა ვ ი II	
გაჭიმვა-კუმშვა.	
სტატიკურად რკვევადი და ურკვევი ამოცანები	
2. დაზიანება და დეფორმაცია ღერძული გაჭიმვა-კუმშვისას სიმტკიცის მახასიათებლები. კვეთის შერჩევა	13
2.1. დაზიანება ძელის განივკვეთში.	13
2.2. დაზიანება დახრილ კვეთებში	14
2.3. დეფორმაციები გაჭიმვა-კუმშვის დროს	15
2.4. პლასტიკური მასალის გაჭიმვის დიაგრამა	16
2.5. დაზიანების დიაგრამა.	18
2.6. მყიფე მასალის გაჭიმვისა და კუმშვის დიაგრამები	19
2.7. სიმტკიცის პირობა გაჭიმვა-კუმშვისას.	19
2.8. მასალის სისაღე.	20
2.9. ტემპერატურის გავლენა მასალის მექანიკურ თვისებებზე.	20
2.10. დაზიანების კონცენტრაციის ცნება.	21
2.11. საკუთარი წონის გავლენა გაჭიმვა-კუმშვის შემთხვევაში კვეთის შერჩევა საკუთარი წონის მხედველობაში მიღებით.	21
2.12. ტოლწინააღობის ძელი	22
2.13. საფეხურებიანი ძელი	23
2.14. მოქნილი ძაფის გაანგარიშება	24
2.15. დეფორმაციის პოტენციური ენერჯის ცნება.	25
2.16. სტატიკურად ურკვევი ამოცანები გაჭიმვა-კუმშვის დროს	26
2.17. ტემპერატურის ცვლილებით გამოწვეული დაზიანება	27
2.18. სიმტკიცეზე გაანგარიშების მეთოდები	28
კითხვები და პასუხები	31
თ ა ვ ი III	
მასალის დაზიანებული მდგომარეობის ანალიზი	
3.1. მთავარი კვეთისა და მთავარი დაზიანების ცნება. დაზიანებული მდგომარეობის სამგვარი სახე	34
3.2. დაზიანება მოცულობითი დაზიანებული მდგომარეობისას.	34
ა) დაზიანება I ტიპის კვეთებში	34
ბ) დაზიანების გრაფიკული წარმოდგენა I ტიპის კვეთში	35
გ) დაზიანება II ტიპის კვეთებში.	36
დ) დაზიანების გრაფიკული წარმოდგენა II ტიპის კვეთში	36
3.3. დაზიანებული დახრილ კვეთებში ბრტყელი დაზიანებული მდგომარეობის დროს.	37

	ა) σ_ϕ -ისა და τ_ϕ -ის ანალიზური გამოსახულებები.	37
	ბ) მთავარი σ_1 და σ_2 ძაბვების გრაფიკული გაანგარიშე	38
3.4.	დეფორმაციები რთული დაძაბული მდგომარეობისას - ჰუკის განზოგადებული კანონი	38
3.5.	მოცულობის ცვლილება (მოცულობითი დეფორმაცია)	39
3.6.	დეფორმაციის კუთრი პოტენციური ენერგია.	39
	კითხვები და პასუხები	40
	თავი IV	
	სუფთა ძვრა	
4.1.	ზოგადი ცნებები	43
4.2.	ძაბვა და დეფორმაცია	43
4.3.	ჰუკის კანონი	44
4.4.	პოტენციური ენერგია.	45
4.5.	შეერთებათა პრაქტიკული გაანგარიშების საფუძვლები.	46
	ა) მოქლონური შეერთება.	46
	ბ) შედუღებითი შეერთება.	47
4.6.	სიმტკიცის შემოწმება რთული დაძაბული მდგომარეობის დროს სიმტკიცის თეორია	48
4.7.	თხელკედლიანი ჭურჭლის გაანგარიშება	51
	კითხვები და პასუხები	52
	თავი V	
	ბრტყელი ნაკვთის გეომეტრიული მახასიათებლები	
5.1.	ზოგადი ცნებები. ნაკვთის სტატიკური მომენტი. მისი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები	55
5.2.	ინერციის მომენტები.	56
5.3.	ინერციის მთავარი ღერძისა და მთავარი მომენტის ცნება.	56
5.4.	ინერციის რადიუსის ცნება. ინერციის ელიფსი.	57
5.5.	მარტივი ნაკვთის ინერციის მომენტები	57
5.6.	ინერციის მომენტებს შორის დამოკიდებულება სხვადასხვა ღერძის მიმართ.	59
5.7.	ინერციის მთავარი ღერძი და მთავარი მომენტი.	62
5.8.	წრის პოლარული წინაღობის W_p მომენტი და მარტივი ნაკვთების W_x და W_y წინაღობის მომენტები.	64
	კითხვები და პასუხები.	64
	თავი VI	
	გრეხა	
6.1.	მოვლენის არსი. მგრეხი მომენტი.	67
6.2.	ლილვზე გადაცემული მომენტის გამოთვლა სიმძლავრისა და ბრუნთა რიცხვის მიხედვით. ეპიურის აგება.	68
6.3.	სატრანსმისიო ლილვის გაანგარიშება	69
6.4.	ცილინდრული ძელის გაანგარიშება	70
	ა) წონასწორობის პირობა.	70
	ბ) დეფორმაციის სურათი.	70
	გ) დეფორმაციებიდან ძაბვებზე გადასვლა	71
	დ) სიმტკიცისპირობა.	71
	ე) სიხისტის პირობა.	72
6.5.	გრეხის დეფორმაციის პოტენციური ენერგია.	73
6.6.	სტატიკურად ურკვევი ამოცანის ამოხსნის მაგალითი.	73
6.7.	ცილინდრული ზამბარის გაანგარიშება.	74
6.8.	მართკუთხა განივკვეთის ძელის გრეხა	76

კითხვები და პასუხები	77
თავი VII	
სწორი ძელის ღუნვა	
7.1. ზოგადი ცნებები	79
7.2. საყრდენის ტიპები	80
7.3. კოჭის საანგარიშო სქემა. რეაქციის ძალა	81
7.4. კოჭზე მოქმედი დატვირთვა	82
7.5. $M(z)$ მღუნავი მომენტი და $Q(z)$ განივი ძალა.	84
დიფერენციალური დამოკიდებულებები განაწილებული დატვირთვის $q(z)$ ინტენსივობას, $Q(z)$ განივძალასა და $M(z)$ მღუნავ მომენტს შორის.	85
7.6. $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურები . . .	86
7.7. $Q(z)$ განივი ძალისა და $M(z)$ მღუნავი მომენტის ეპიურების აგების სისწორის შემოწმება.	94
7.8. სუფთა ღუნვა და მისი არსი.	95
7.9. σ ნორმალური დაბეასუფთა ღუნვისას	96
ა) წონასწორობის პირობა.	97
ბ) დეფორმაციის სურათი.	98
გ) დეფორმაციიდან დაბეაზე გადასვლა.	99
დ) ღუნვის ზოგადი შემთხვევა. სიმტკიცის პირობა	100
7.10. დეფორმაციის პოტენციური ენერგია სუფთა ღუნვისას.	101
7.11. დაბეები განივი ღუნვისას.	101
ა) დაძაბული მდგომარეობის ანალიზი.	102
ბ) მხები დაბეა	103
7.12. მთავარი დაბეა განივი ღუნვისას	106
7.13. სიმტკიცის სრული შემოწმება	109
7.14. ცვლადკვეთიანი კოჭების გაანგარიშება.	
ტოლწინაღობის კოჭი	110
7.15. ღუნვის ცენტრის ცნება. არასიმეტრიული პროფილის განივი ღუნვა.	111
კითხვები და პასუხები	115
დანართი	126
ლიტერატურა.	127

redaqtori i. semikina

gadaeca warmoebas 05.07.2013. xelmowerilia dasabeWdad 31.07.2013. qaRaldis zoma 60X84 1/8.
pirobiTi nabeWdi Tabaxi 8.

sagamomcemlo saxli `teqnikuri universiteti~, Tbilisi, kostavas 77



Verba volant,
scripta manent