ჯემალ ჯინჯიხაძე

პიროვნების სასკოლო მათემატიკური განვითარების ძირითადი პრობლემები

თბილისი
2013

ჯემალ ჯინჯიხაძე

პიროვნების
სასკოლო
მათემატიკური
განვითარების
ძირითადი პრობლემები

თბილისი
2013

UDC(უაკ)37.016:51+51(072)
ჯ-498

ჯემალ ჯინჯიხაძე: პიროვნების სასკოლო მათემატიკური განვითარების ძირითადი პრობლემები. გამომცემლობა „მერიდიანი“, თბილისი, 2013.

წინამდებარე მეთოდიკურ მონოგრაფიაში გამოკვლეულია პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით უაღრესად მნიშვნელოვანი საკითხი: მოსწავლეთა მათემატიკური განვითარება. მეთოდიკური აზრის განვითარების თანამედროვე დონეზე, განმავითარებელი სწავლების პედაგოგიკის ფონზე, მათემატიკის პრობლემური, ევრისტიკული და დიფერენცირებული სწავლების აქტუალური საკითხების გაშუქების შემდეგ, დეტალურად და სიღრმისეულადაა დამუშავებული მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარების ურთულესი და ფრიად საინტერესო თემები, რომლებიც ქართულ მეთოდიკურ მეცნიერებებში ჯერ საერთოდ არ განხილულა.

წიგნი, ვფიქრობთ, სარგებლობას მოუტანს მეთოდისტებს, მათემატიკისა და ყველა სხვა საგნის მასწავლებლებს, პედაგოგიური სპეციალობის სამივე საფეხურის სტუდენტებსა და სხვებსაც, ვინც ამ საკითხითაა დაინტერესებული.

წიგნი იბეჭდება აფხაზეთის ა/რ განათლებისა და კულტურის სამინისტროს დადგენილებით, მეცნიერთა მხარდაჭერის პროგრამის ფარგლებში.

რედაქტორი: პროფესორი **ლია სვანიძე**
რეცენზენტები: პროფესორი **თამაზ მორალიშვილი**
პროფესორი **ნესტან კეკელია**

ISBN

შინაარსი

მცირე შესავალი

ცხოვრებას ალამაზებს ორი რამ:
***პირველი** ის, რომ შეგიძლია მათემატიკა*
ისწავლო;
***მეორე** ის, რომ შეგიძლია მათემატიკა*
ასწავლო!
სიმეონ დენი პუასონი

მათემატიკა არამც და არამც არ არის მშრალი მათემატიკური ფაქტების ერთობლიობა. მათემატიკა ის მშვენიერებაა, რომელიც სწორედ იმ ფაქტებს მიღმა იმალება. ბედნიერი ის კი არ არის, ვინც წამებაში და წვალებაში დაეუფლება მშრალ მათემატიკურ ფაქტებს, თუნდაც საკმაოდ მაღალ დონეზე, არამედ – ბედნიერია ის, ვინც იმ საოცარ და ჯადოქრულ მშვენიერებას თვითონ მიაგნებს თავისი ინტუიციით, შეიგრძნობს მის სურნელებას, დატკბება მისით. ის მშვენიერება აუცილებლად შეაცნობინებს მას მათემატიკურ ფაქტებს და ეს ფაქტები მისთვის უკვე აღარ იქნება მშრალი და მოსაწყენი. ასეთ შემთხვევაში თვით შემეცნებითი პროცესი იქნება მშვენიერი. მათემატიკა – შემოქმედება და ესთეტიკა გახდება თავად, ყოველი მათემატიკური დისკურსი პოემას დაემგვანება.

მათემატიკის სასწავლო-შემეცნებითი პროცესი მეთოდიკურად გამართულია და ექვემდებარება ბუნებრივ მდინარებას, თუ იგი ორბუნებოვნებას ამჟღავნებს: ერთდროულად უნდა მოიცავდეს აღმოჩენით და გამოგონებით კომპონენტებს. საზოგადოდ, აღმოჩენასა და გამოგონებას შორის განსხვავება, პირველი შეხედვით, თითქოს თვალში საცემია. აღმოჩენა ეხება ისეთ საგანს, მოვლენას, კანონს, პროცესს, ცოცხალ არსებას, რომელიც მანამდე უკვე არსებობდა, მაგრამ არ იყო ცნობილი. მაგალითად, **კოლუმბმა** თუ **ამერიგო ვესპუ-**

ჩიმ, ევროპელთათვის აღმოაჩინა ამერიკა, მაგრამ ამერიკა არსებობდა ამის გარეშეც. **ფრანკლინმა** გამოიგონა მეხამრიდი და მანამდე მეხამრიდი არ არსებობდა. **გალვანიმ** და **ვოლტამ** აღმოაჩინეს ელექტრული დენის არსებობა, ხოლო **შილინგ ფონ კონშტადტმა, უიტსონმა, მორზემ** და სხვებმა აღმოაჩინეს ელექტრული ტელეგრაფები. გამოგონებასა და აღმოჩენას შორის განსხვავება მკაცრი არ არის, ნაკლებთვალსაჩინოა და ხშირად ეს ორი აქტი ერთმანეთს ემთხვევა. მაგალითისათვის **ბელის** ტელეფონიც კმარა. ფრანკლინის მიერ მეხამრიდის გამოგონება უშუალოდაა დაკავშირებული იმასთან, რომ მან აღმოაჩინა ელჭექის ელექტრული ბუნება. **ტორიჩელიმ** შენიშნა, რომ ვერცხლისწყლიან ჭურჭელში ზემოდან დალუქული მილის ჩაშვებისას ვერცხლისწყალი მილში მაღლა იწევს გარკვეულ დონემდე. ეს აღმოჩენაა. ასეთი აღმოჩენის შემდეგ ტორიჩელიმ ბარომეტრი გამოიგონა. გამოდის, რომ აღმოჩენითი და გამოგონებითი პროცესები ერთი საერთო აზროვნებითი პროცესის ორი კომპონენტია, ერთმანეთთან უახლოესად დაკავშირებული, დიალექტიკურ ერთიანობაში მყოფი. გამოგონება არ არსებობს აღმოჩენის გარეშე.

ამ მხრივ ფილოსოფოსები უფრო შორს მიდიან. ისინი თვლიან, რომ აზროვნება წარმოადგენს უწყვეტ გამოგონებით პროცესს. **რიბო** გამოგონებას ხელოვნებაში და გამოგონებას მეცნიერებაში მხოლოდ კერძო შემთხვევებად თვლიდა. პრაქტიკულ ცხოვრებაში, – ამბობდა იგი, – მექანიკურ, სამხედრო, საწარმოო, კომერციულ, რელიგიურ, საზოგადოებრივ და პოლიტიკურ ინსტიტუტებში ადამიანურმა გონებამ გამოამჟღავნა იმდენივე წარმოსახვა, რამდენიც ნებისმიერ სხვა სფე-როში. **ბერგსონის** აზრით, გამოგონებითმა ძალისხმევამ, რომელიც ვლინდება ახლის შექმნისას ცხოვრების ყველა სფეროში, მხოლოდ კაცობრიობაში ჰპოვა საშუალება, რომ გაგრძელებულიყო ინდივიდების მიერ, რომ-

ლებსაც გონებასთან ერთად მინიჭებული აქვთ ინიციატივის, დამოუკიდებლობისა და თავისუფლების უნარი. მართლაც, არა გვაქვს საფუძველი, განვაცხადოთ, რომ გამოგონების სხვადასხვა სახე იქმნება ერთნაირად. კარგად შენიშნა **პოლ სურიომ,** რომელიც აღნიშნავდა, რომ მხატვრულ და მეცნიერულ შემოქმედებას შორის არსებობს ის განსხვავება, რომ ხელოვნება ფლობს დიდ თავისუფლებას, რადგანაც მხატვარი ხელმძღვანელობს მხოლოდ საკუთარი ფანტაზიით. ამ აზრით ხელოვნების ქმნილებები ჭეშმარიტი გამოგონებებია. **მოცარტისა** და **ბეთჰოვენის** სიმფონიები, **როსინის** ტრაგედიებიც კი, წმინდა სახის გამოგონებებია, გენიალური გამოგონებები. მეცნიერებაში ასეთი თავისუფლება არ არის, იქ თავისუფლება თავისებურია. შესანიშნავად ამბობდა **ერმიტი,** ჩვენ მათემატიკაში უფრო მსახურები ვართ, ვიდრე ბატონებიო.

ყოველივე ზემოთქმული არ ნიშნავს იმას, რომ აღმოჩენასა და გამოგონებას – შემოქმედებითი საქმიანობის ამ ორ სახეს შორის არ არსებობს ანალოგიები. პირიქით, მათ შორის უამრავი ანალოგიაა.

სწორედ ამ ანალოგიებზე იყო საუბარი 1937 წელს პარიზის „სინთეზის ცენტრში“, სადაც შესანიშნავი მოხსენებები წაიკითხეს მეცნიერებისა და ხელოვნების კორიფეებმა. ექსპერიმენტულ მეცნიერებებში გამოგონებათა შესახებ ისაუბრეს **ლუი დე ბროილმა** და **ედმონდ ბაუერმა,** ხოლო პოეზიაში გამოგონებათა შესახებ **პოლ ვალერიმ** გააკეთა ვრცელი მოხსენება.

გალკტიონის მიერ შექმნილი პოეტური აბსტრაქტი:

„მე ძლიერ მიყვარს იისფერ თოვლის
ქალწულებივით ხიდიდან ფენა“ –

ჭეშმარიტი გამოგონებაა, თანაც, – უბრწყინვალესი და უგენიალურესი გამოგონება.

მოსწავლე კი, სასწავლო მათემატიკური შემეცნებისას, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას, განსაკუთრებით – ალგებრული გარდაქმნებისა და გეომეტრიული აგებებისას, უწყვეტად აკეთებს თავისებურ აღმოჩენებსაც და გამოგონებებსაც. და ისინი მოსწავლის ერთიანი მათემატიკური აზროვნების ურთიერთგანმაპირობებელი კომპონენტებია.

სასწავლო მათემატიკური შემეცნება დიალექტიკური პროცესია. ეს შემეცნება უწყვეტად მოძრაობს, იგი სიცოცხლითაა სავსე, ხალისიანია. ამასთან, სასწავლო პროცესში არსებობს მათემატიკური შემეცნების მოძრაობის ოთხი ფორმა:

- *ერთი გრძნობადი სახეებიდან მეორეებისკენ* (გრძნობადი შემეცნება);
- *ერთი ცნებებიდან მეორეებისკენ* (ლოგიკური შემეცნება);
- *სახეებიდან ცნებებისკენ* (გრძნობადისა და ლოგიკური შემეცნების ურთიერთქმედებები);
- *ცნებებიდან სახეებისკენ* (ლოგიკურისა და გრძნობადი შემეცნების ურთიერთქმედებები).

ამდენად, უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს მოსწავლეებში კოგნიციურ უნართა განვითარებას. ამასთან, გასათვალისწინებელია, რომ „საშუალო“ ადამიანისათვის კოგნიციური უნარები ვითარდება თანდათანობით; მათი განვითარება იწყება დაბადებიდანვე, ან ოდნავ მოგვიანებით, და გრძელდება 20-22 წლის ასაკამდე, თუმცა, შესაძლოა, მიმდინარეობდეს სხვადასხვა ტემპით. ძალზე ძნელია სხვადასხვა უნართათვის აბსოლუტური სკალების ან მეტრიკების დადგენა და იმდენადვე ძნელია უნართა შედარება მათი განვითარების ტემპების მიხედვით, მაგრამ კოგნიციური განვითარების ტემპებში მნიშვნელოვან ინდივიდუალურ განსხვავებათა არსებობაში – ეჭვის შეტანა არ შეიძლება. ეს განსხვავებები ეხება როგორც ზოგად უნარებს, ისე სპეციალიზირებულს.

თავი პირველი

მათემატიკის განმავითარებელი სწავლება

- *მთელი ჩვენი ღირსება ჩვენივე აზრებში მდგომარეობს. ჩვენ გვამაღლებს არა სივრცე და დრო, რომელთა შევსება ჩვენ არ შეგვიძლია, არამედ – ჩვენი აზრები. მაშ, ვისწავლოთ, როგორ ვიაზროვნოთ კარგად!*

ბლეზ პასკალი

- *ძველი აზრებისათვის ახალი ფორმის მიცემაში მთელი ხელოვნება და მთელი შემოქმედებაა ჩაქსოვილი.*

ანატოლ ფრანსი

- *მასწავლებლის მთავარი საზრუნავი ისაა, რომ ახალგაზრდობას ასწავლოს ფიქრი.*

დიერდ პოია

- *მათემატიკაში უნდა გვახსოვდეს არა ფორმულები, არამედ აზროვნების პროცესი.*

ვასილი ერმაკოვი

- *მათემატიკის უმაღლესი დანიშნულებაა, გვაპოვნინოს ფარული წესრიგი იმ ქაოსში, რომელიც გარს გვაკრავს.*

ნორბერტ ვინერი

- *არაფერი არ არის ამ ქვეყანაზე იმდენად საოცნებო და პოეტური, იმდენად რადიკალური, ფეთქებადი და ფსიქოქმედითი, რამდენადაც – მათემატიკა.*

პოლ ლოკხარდი

- *ლოგიკა აზრისა და მეტყველების ზნეობაა.*

იან ლუკასევიჩი

§ 1. მოსწავლეთა განვითარება მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პროცესში

ცნობილია, რომ ბავშვები სკოლამდელ და უმცროს სასკოლო ასაკში იჩენენ განსაკუთრებულ შემოქმედებით უნარს. ოთხი-ხუთი წლისათვის პრაქტიკულად უკვე ფლობენ მშობ-

ლიურ ენას, გრძნობენ მას, გააჩნიათ ცნობები, რომლებიც აუცილებელია პრაქტიკული მოქმედებისათვის, გარესამყაროს მოვლენათა პირველადი გაგებისათვის. ისინი დაჟინებით ცდილობენ, გაიგონ რაც შეიძლება მეტი. უნდა აღინიშნოს, რომ ბავშვის განვითარება ამ პერიოდში ხდება ძირითადად სპეციალურად ორგანიზებული სწავლების გარეშე. როდესაც ბავშვები პროგრამული მასალის შესწავლას იწყებენ სკოლაში, ზოგჯერ გვიკვირს, რატომ არის, რომ ზოგიერთი მათგანი კარგავს (ან არ ამჟღავნებს) იმ შემოქმედებით შესაძლებლობას, რომელიც გააჩნდა მას სკოლამდე. ისინი თითქოს შეიცვალნენ, დაავიწყდათ ფიქრიც. ეს იმიტომ ხდება, რომ მათ მაგიერ ფიქრობს მასწავლებელი: იგი მათ აწვდის იმ მასალას, რომელიც ბავშვებმა უნდა აითვისონ, სვამს კითხვებს და მოითხოვს პასუხებს, აყალიბებს ამოცანებს და აძლევს მათი ამოხსნის ხერხებს. ბავშვებმა ეს უნდა დაიმახსოვრონ, სახლში გაიმეორონ, ივარჯიშონ. დამახსოვრება და ვარჯიში – ეს ორი ძირითადი ხერხია, რომელსაც მოსწავლე სკოლაში იყენებს პროგრამული მასალის ათვისების მიზნით.

რა თქმა უნდა, ასეთი სწავლება მოსწავლისაგან არ მოითხოვს შემოქმედებით აზროვნებას. ასეთ შემთხვევაში მოსწავლის მიერ მიღებული ინტელექტუალური საკვები ჰგავს თავნაფქვი ბურღულის ფაფას, რომლითაც მას ჰკვებავდნენ საბავშვო ბაღში (მატიუშკინი). ასეთი სწავლების შედეგი ის არის, რომ ბავშვების თითქმის უმრავლესობა ინტელექტუალურად პასიურია, შემდეგ ისინი თავს არიდებენ წინააღმდეგობებს, არ შეუძლიათ განიცადონ მათ მიერ შესრულებული შრომით მონიჭებული კმაყოფილების გრძნობა.

მას შემდეგ, რაც სკოლა არსებობს, თითქმის ამ ბოლო დრომდე გადაჭარბებული ყურადღება ექცეოდა სწავლების ორ მეთოდს: 1. ახსნით-ილუსტრაციულს, ან, რაც იგივეა, ინფორმაციულ-რეცეპტულს და 2. რეპროდუქციულს, რომე-

ლიც მჟღავნდება წვრთნაში, ვარჯიშში, ნიმუშის მიხედვით დავალებათა შესრულებაში.

გაკვეთილის ასეთი ორთოდოქსალური დაყოფა გამეორებად და ახალი ცოდნის შეძენად არ არის სწავლების უკეთესი ხერხი. ასეთ გაკვეთილზე ფორმალურად არის ყველაფერი: თხრობის, საუბრის მეთოდები, გამოკითხვა, ახალი მასალის ახსნა. მასიურ პრაქტიკაში კი ბავშვის აზროვნება ხშირად გაუღვიძებელი რჩება. ეს იმიტომ, რომ მასწავლებლის ყურადღების ცენტრში არის არა მოსწავლეთა დამოუკიდებელი შემეცნებითი საქმიანობა, არამედ მისი მოქმედება, რომელიც შინაგანად ლოგიკურად დაუკავშირებელია. თხრობას შეუძლია არა მარტო ააფორიაქოს მოსწავლის ჭკუა და გონება, არამედ შეუძლია დააძინოს კიდეც იგი. საუბარი არა მარტო ააქტიურებს აზროვნებას, არამედ ამუხრუჭებს კიდეც მას (დანილოვი).

თანამედროვე სკოლის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია, მოსწავლეებს განუვითაროს შემოქმედებითი აზროვნების უნარი. აუცილებელია სწავლებისას ყურადღების ცენტრში იდგეს მოსწავლის ინტელექტუალური მოქმედება. ინტელექტუალური მოქმედება – ეს არის ლოგიკური ოპერაციების სისტემა, რომლის საშუალებითაც ხდება მოსწავლის მიერ ად-რე მიღებული ცოდნის გარდაქმნა საძიებელი ცოდნის მიღე-ბის მიზნით. ინტელექტუალური მოქმედების, როგორც ლო-გიკური ოპერაციების რთული სისტემის, ფორმირება წარ-მოადგენს აზროვნების განვითარების პროცესის მნიშვნელოვან რგოლს. თანამედროვე დიდაქტიკოსებისა და ფსიქოლოგების **(გალპერინი, დავიდოვი, მატიუშკინი, დანილოვი, ლერნერი, მახმუტოვი, უზნაძე, ამონაშვილი** და სხვები) გამოკვლევების საფუძველზე შექმნილია სწავლების ახალი მეთოდები და ხერხები, რომლის პრაქტიკაში დანერგვა დღეს ფართოდ მიმდინარეობს სკოლაში.

რა არის განმავითარებელი სწავლება?

ტერმინი „განმავითარებელი სწავლება“ დიდი ხანია აქტიურად გამოიყენება ფსიქოლოგიურ, პედაგოგიკურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში. მიუხედავად ამისა, ამ ტერმინის შინაარსი დღემდე საკამათო და პრობლემატიკური რჩება, ხოლო პასუხები კითხვაზე: „რომელ სწავლებას შეიძლება ვუწოდოთ განმავითარებელი?“ – საკმაოდ წინააღმდეგობრივია. ეს, ერთის მხრივ, განპირობებულია ცნების „განმავითარებელი სწავლება“ მრავალსპექტრიანობით. მეორეს მხრივ, თვით ამ ტერმინის გარკვეული წინააღმდეგობრიობით, რადგანაც „არაგანმავითარებელი სწავლების“ შესახებ საუბარი აბსურდია: უდავოა, რომ ბავშვს ნებისმიერი სწავლება ავითარებს.

მაგრამ უნდა დავეთანხმოთ იმას, რომ ერთ შემთხვევაში სწავლება „მიჩანჩალებს“ განვითარების უკან, მისი ზედნაშენი ხდება, მასზე მხოლოდ სტიქიურ გავლენას ახდენს, მეორე შემთხვევაში კი მიზანსწრაფულად განაპირობებს მას, სწავლება წინ უსწრებს და იწვევს განვითარებას. პირველ შემთხვევაში გვაქვს სწავლების ინფორმაციული ფუნქციის პრიორიტეტი, მეორე შემთხვევაში კი – სწავლების განმავითარებლობითი ფუნქციის პრიორიტეტი. ეს კი სასწავლო პრო-ცესის აგების პრინციპებს კარდინალურად ცვლის.

ფაქტობრივად, „სწავლებისა და აღზრდის კატეგორიები სხვადასხვაა“ (ელკონინი), ამის გამო, ძნელდება პასუხი კითხვაზე: „რა ურთიერთმიმართებაში იმყოფება სწავლება და აღზრდა?“

სწავლების ეფექტურობა, როგორც წესი, იზომება შეძენილი ცოდნის რაოდენობითა და ხარისხით, ხოლო განვითარების ეფექტურობა იზომება იმ დონით, რომელსაც აღწევს მოსწავლის უნარები, ე. ი. იმით, თუ რამდენადაა განვითარებული მისი ფსიქიკური მოქმედიანობის ძირითა-დი ფორმები.

შემთხვევითი არაა, რომ ტერმინ „განმავითარებელი სწავლების“ მიმართ მეთოდისტები სიფრთხილეს იჩენენ. ბავშვის სწავლებისა და ფსიქიკური განვითარების პროცესებს შორის არსებული რთული დინამიკური კავშირები არ არის მეთოდიკის კვლევის საგანი. მეთოდიკაში სწავლების პრაქტიკული შედეგები აღიწერება ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ენაზე.

რადგანაც ბავშვის ფსიქიკურ განვითარებას სწავლობს ფსიქოლოგია, ამიტომ განმავითარებელი სწავლების აგებისას მეთოდიკა უნდა დაეყრდნოს ამ დარგში ფსიქოლოგიური კვლევის შედეგებს. ფსიქოლოგიაში დიდი ხანია იკვლევენ სწავლებისა და განვითარების ურთიერთკავშირს, ურთიერთგანპირობებულობას. მისი სწორი გადაწყვეტა ცენტრალური მნიშვნელობისაა არა მარტო ფსიქოლოგიაში, არამედ პედაგოგიკასა და მეთოდიკაშიც. ამ საკითხს იკვლევდნენ მსოფლიოს უდიდესი ფსიქოლოგები: **პიაჟე, მეიმანი, ჯეიმსი, თორნდაიკი, კოფკა, ვიგოტსკი, უზნაძე** და სხვ. ვიგოტსკიმ, თავისი გამოკვლევების საფუძველზე, დაასკვნა, რომ ყოველგვარი ფსიქიკური ფუნქციის, მათ შორის ბავშვის ინტელექტის, განვითარება მიმდინარეობს უახლოესი განვითარების ზონის გავლით. ამ ზონაში მოსწავლეს დამოუკიდებლად არ შეუძლია რაიმე მოქმედების შესრულება. მხოლოდ მოზრდილის დახმარებით შეუძლია ამ მოქმედების დაწყება და მხოლოდ ამის შემდეგ გადადის აქტუალური განვითარების ზონაში, როცა მას უკვე დამოუკიდებლად შეუძლია ამ მოქმედების შესრულება.

სწორედ ამიტომ მასწავლებლისათვის ძალზე მნიშვნელოვანია, იცოდეს განვითარების ფსიქოლოგიური თეორიები.

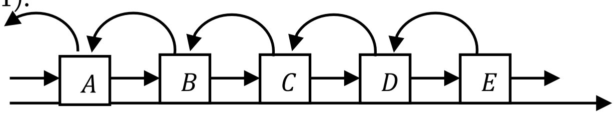
მათემატიკის დაწყებითი კურსი დიდ შესაძლებლობას იძლევა მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებისათვის. მათემატიკური ცოდნის შეგნებული შეთვისების დროს მოსწავ-

ლეები იყენებენ აზროვნების ძირითად ოპერაციებს მათთვის მისაწვდომ დონეზე. ეს არის ანალიზი და სინთეზი, შედარება, აბსტრაჰირება და კონკრეტიზაცია, განზოგადება; მოსწავლეები აკეთებენ ინდუქციურ დასკვნებს, მსჯელობენ დედუქციურად.

გარესამყაროს საგნებისა და მოვლენების შემეცნებისას ადამიანს უხდება საგნის ან მოვლენის აზრითი დანაწევრება მის შემადგენელ ნაწილებად და ნაწილების აზრითი შეერთება ერთ მთლიანობაში. აზროვნების ოპერაციას, რომელიც მიმართულია მთელის დანაწევრებისაკენ მის შემადგენელ ნაწილებად, ეწოდება **ანალიზი;** ხოლო აზროვნების ოპერაციას, რომელიც მიმართულია ნაწილების შეერთებისაკენ ერთ მთლიანობაში, ეწოდება **სინთეზი**. ეს ოპერაციები მჭიდრო ურთიერთკავშირშია, არც ერთი მათგანი არ არსებობს მეორის გარეშე.

ძალიან ხშირად მოსწავლეთათვის (და არამარტო მოსწავლეთათვის) გაუგებარია ანალიზისა და სინთეზის ერთიანობის შინაგანი არსი. ზოგს ანალიზი დაშლა ჰგონია, სინთეზი კი – შეერთება. ასე რომ იყოს, პატარა ბავშვი, რომელიც ნებისმიერ სათამაშოს სრულიად ადვილად და სიამოვნებით შლის, ანალიზის ოსტატი ყოფილა. ეს საკითხი მაგალითების მოშველიებით განვიხილოთ.

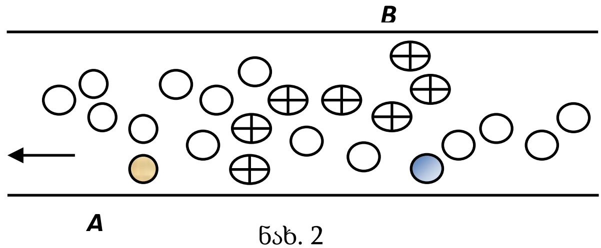
მაგალითი 1. ვთქვათ, უნდა დავშალოთ სათამაშო. ზოგადობას არ დავარღვევთ, თუ პირობითად წარმოვიდგენთ, რომ სათამაშოს დეტალები ჩამწკრივებულია ერთიმეორეზე მიმაგრების პრინციპით. დავუშვათ, A დეტალი მიმაგრებულია B დეტალზე, B დეტალი მიმაგრებულია C დეტალზე და ა.შ. (ნახ. 1).



ნახ. 1

მოვხსნათ A დეტალი. მივადგეთ მოსახსნელად B დეტალს, მაგრამ მოხსნამდე და მოხსნის პროცესში გავერკვეთ სიტუაციაში, შევისწავლოთ იგი, მოვიხედოთ უკან და დავიმახსოვროთ, რომ A დეტალი მიმაგრებული იყო B დეტალზე. შემდეგ მივადგეთ მოსახსნელად C დეტალს. აქაც ისე მოვიქცეთ, შევისწავლოთ სიტუაცია, მოვიხედოთ უკან და დავიმახსოვროთ, რომ B დეტალი მიმაგრებული იყო C დეტალზე. ასე განვაგრძოთ ბოლომდე. ნახაზზე ნაჩვენები მარჯვენა ისრები (დაშლის პროცესის მაჩვენებელი) ანალიზის გზაა, ხოლო მარცხენა ისრები (აწყობის, შეერთების გზის მაჩვენებელი) – სინთეზის გზა. ე.ი. ანალიზი მაშინაა დაშლა, როცა იგი კვალავს გზას სინთეზისათვის, ხოლო სინთეზი მაშინაა შეერთება, როცა შეერთების ეს გზა გაკვალულია ანალიზით.

მაგალითი 2. ვთქვათ, ვიმყოფებით მდინარის A ნაპირზე და გვინდა გადავიდეთ მის B ნაპირზე (ნახ. 2). წყალი ღრმა არ არის, შიგ ქვებია ჩალაგებული, როგორც ნახაზზეა, რამდენიმე მათგანი ნაპირთან ახლოსაა. როგორ გადავიდეთ მდინარეზე? რომელი ქვიდან დავიწყოთ გადასვლა?



ნახ. 2

შესაძლოა, ისეთი ქვიდან დავიწყოთ გადასვლა, რომ ჩიხში მოვემწყვდეთ. ამიტომ საძიებელია გადასვლის გზა.

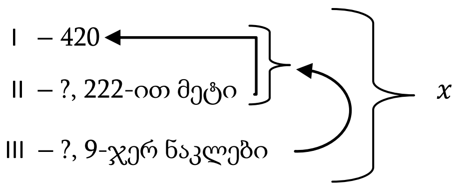
მივმართოთ ასეთ ხერხს: გავიხედოთ B ნაპირისკენ, დავაკვირდეთ, წყალში რომელი ქვა დევს ნაპირთან ახლოს, რომელი ქვაა მასთან ახლოს ჩვენი მიმართულებით და ა.შ. A ნაპირამდე. დავიმახსოვროთ ყველა ნაპოვნი ქვა და შემდეგ

ამ ქვებზე ფეხის დაბიჯებით გადავიდეთ მდინარეზე. B ნაპირიდან A ნაპირისკენ ქვების ძიებამ (ანალიზი) ჩვენ გზა გაგვიკვალა და მდინარეზე გადავედით უკვე გაკვალული გზით (სინთეზი).

მაშასადამე, ჩვენ მდინარეზე გადასვლის გზის ძიებაში დაგვეხმარა ანალიზი, ხოლო მდინარეზე გადასვლაში – სინ-თეზი.

მაგალითი 3. ამოვხსნათ ამოცანა: მიწის ერთ ნაკვეთზე 420 ფუთი სიმინდი აიღეს, მეორეზე – 222 ფუთით მეტი, ხოლო მესამე ნაკვეთზე აიღეს 9-ჯერ ნაკლები, ვიდრე პირველ და მეორე ნაკვეთებზე ერთად. რამდენი ფუთი სიმინდი აუღიათ სულ?

შევადგინოთ ამოცანის მოდელი:



ნახ. 3

ამ ამოცანის გაცნობიერებას მოსწავლე მხოლოდ მაშინ შეძლებს, როცა ცხადად ვაჩვენებთ, თუ რა საერთო გააჩნია ამ სამ მაგალითს ერთმანეთთან. მხოლოდ ასეთ შემთხვევაში გაერკვევა მოსწავლე ანალიზისა და სინთეზის შინაგან არსში.

ამოცანის ამოხსნა ასე შეიძლება წარიმართოს:

ანალიზი.

• რას გვეკითხება ამოცანა? (რამდენი ფუთი სიმინდი აუღიათ სულ? – იგი ამოცანის მოდელში ნაჩვენებია დიდი ფიგურული ფრჩხილით).

• ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა რომ შევძლოთ, ამისათვის რა უნდა ვიცოდეთ? (უნდა ვიცოდეთ, თუ რამდენი ფუთი სიმინდი აუღიათ თითოეული ნაკვეთიდან).

• ვიცით? (არა!) რა ვიცით მათ შესახებ? (ვიცით, რომ მესამე ნაკვეთზე აიღეს 9-ჯერ ნაკლები, ვიდრე პირველ და მეორე ნაკვეთებზე ერთად).

• ე. ი., რომ გავიგოთ, რამდენი ფუთი სიმინდი აიღეს მესამე ნაკვეთზე, რა უნდა ვიცოდეთ მანამდე? (უნდა ვიცოდეთ, თუ რამდენი აიღეს პირველ და მეორე ნაკვეთებზე ერთად).

• რომ გავიგოთ, თუ რამდენი ფუთი სიმინდი აიღეს პირველ და მეორე ნაკვეთებზე ერთად, რა უნდა ვიცოდეთ მანამდე? (უნდა ვიცოდეთ, თუ რამდენი აიღეს პირველი და მეორე ნაკვეთებიდან ცალ-ცალკე).

• ვიცით? (არა!) რა ვიცით მათ შესახებ? (ვიცით, რომ მეორე ნაკვეთზე აიღეს 222 ფუთით მეტი, ვიდრე პირველ ნაკვეთზე).

• ე. ი., რომ გავიგოთ, თუ რამდენი ფუთი სიმინდი აიღეს მეორე ნაკვეთზე, რა უნდა ვიცოდეთ მანამდე? (უნდა ვიცოდეთ, თუ რამდენი აიღეს პირველ ნაკვეთზე).

• ვიცით? (ვიცით!).

აქ ანალიზი (სვლა უცნობიდან ცნობილისაკენ) დამთავრდა. მან გზა გაკვალა სინთეზისათვის.

სინთეზი.

• 420 + 222 = 642 – აიღეს მეორე ნაკვეთზე;

• 420 + 642 = 1062 – აიღეს პირველ და მეორე ნაკვეთებზე ერთად;

• 1062 : 9 = 118 – აიღეს მესამე ნაკვეთზე;

• 1062+118=1180

ან:

• 420 + 642 + 118 = 1180 – აიღეს სამივე ნაკვეთზე ერთად.

დამთავრდა სინთეზი, მიღებულია ამოცანის პასუხი.

როგორც უკვე ითქვა, მათემატიკაში სავარჯიშოები იძლევა მდიდარ მასალას მოსწავლის აზროვნების განვითარებისათვის. ზოგიერთი მეთოდისტი თვლის, რომ დაწყებით სკოლაში მათემატიკური სავარჯიშოების შესრულებისას ორიენტაცია უნდა ავიღოთ მოსწავლის აზროვნების არა ლოგიკურ მხარეზე, არამედ მათ ინტუიციაზე, მაშ, ისმის კითხვა: დაწყებითი სკოლის მოსწავლის აზროვნების ფორმირებისა და მისი განვითარების პროცესში რომელს მიექცეს მეტი ყურადღება – ლოგიკურ აზროვნებას თუ ინტუიციურს? უნდა ითქვას, რომ ინტუიციის პრობლემა ფილოსოფიასა და პედაგოგიკაში ჯერ ბოლომდე გამოკვლეული არ არის. ცნობილია, რომ გრძნობად და ლოგიკურ შემეცნებასთან კავშირის გარეშე არ არსებობს არავითარი ინტუიცია. როგორ მიმდინარეობს ინტუიციური აზროვნება, ჩვენ ჯერ არ ვიცით, მაგრამ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მისი კანონები ლოგიკის კანონებს არ ეწინააღმდეგება.

მათემატიკური დავალების შესრულებისას დაწყებითი სკოლის მოსწავლეები იძლევიან პასუხებს გარკვეული აზროვნებითი ოპერაციების შესრულების შემდეგ, მაგრამ აქ არ არის დაცული ლოგიკური კანონები. იგი შემოკლებულია. როცა მოსწავლე ხსნის თავის პასუხს, ამით ის იძლევა ლოგიკურ საფუძველს. შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ, როცა მოსწავლეებს ვასწავლით თავიანთი პასუხების ლოგიკურ ახსნას, ამით ჩვენ მას ვამზადებთ ინტუიციური აზროვნებისათვის. მაშასადამე, ინტუიციური და ლოგიკური აზროვნების განვითარებაში ძირითადი ადგილი უკავია ლოგიკურის განვითარებას, აღმოცენებულს გრძნობადის საფუძველზე (ამის შესახებ ვრცლად – იხილეთ ქვემოთ).

ლოგიკური აზროვნების ფორმირებისა და განვითარების პირველ ეტაპზე მოსწავლეებმა უნდა ისწავლონ, თუ როგორ გამოიყენონ პრაქტიკულად ცალკეული ლოგიკური ხერხი და შემოკლებული დანასკვი (ენთიმემები). ამ მიზნით ფართოდ

უნდა იქნეს გამოყენებული სახელმძღვანელოს ისეთი დავალებები, რომლებიც მოითხოვს ცალკეული ლოგიკური ხერხებისა და მარტივი დანასკვების გამოყენებას. ამასთან დაკავშირებით განვიხილოთ რამდენიმე სავარჯიშო.

I. შედარებაზე სავარჯიშოები მოითხოვს:

1) გამოირკვეს, რით გვანან და რით განსხვავდებიან გამოსახულებები;

2) შედარდეს რიცხვები ან გამოსახულებები;

3) სათანადო ადგილას ჩაისვას ნიშნები: <, >, =;

4) გაირკვეს, სწორია თუ არა ტოლობა.

მათემატიკური ობიექტების შედარება ხდება გარკვეული ნიშნების საფუძველზე შედარების მიზნის გათვალისწინებით. გამოირჩევა შემდეგი ნიშნები:

1) ნიშნები, რომლებიც ეკუთვნის თვით ობიექტს: გეომეტრიული ფორმა; ციფრის ცოდნა; მრავალნიშნა რიცხვის ჩაწერის სტრუქტურა; ზოგიერთი ელემენტით მსგავსი, მაგრამ სხვა ელემენტებით განსხვავებული ამოცანების სტრუქტურა და სხვ.

2) რაოდენობითი, დროითი და სივრცითი მიმართებანი.

ა) პირველი კლასიდან მეოთხის ჩათვლით მოსწავლეები სწავლობენ რიცხვების შედარებას. მაგალითად, შეადარეთ რიცხვები 26 და 28. შედარებისას მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს: „26 ნაკლებია 28-ზე, რადგანაც 26 თვლის დროს გვხვდება უფრო ადრე, ვიდრე 28“. შეიძლება სხვანაირადაც: შედარონ ერთმანეთს თანრიგების ერთეულები. ამ შემთხვევაში 2 ათ. = 2 ათ; 6 ერთ. < 8 ერთ. მაშასადამე, 26<28.

ბ) საჭიროა ხშირად მივმართოთ გამოსახულებათა შედარებას. მაგალითად,

შეადარე გამოსახულებანი გამოანგარიშების გარეშე:

1) $7 \cdot 6$ და $6 \cdot 7$,

2) $(18 + 42) : 6$ და $18 : 6 + 42 : 6$,

3) $(5 + 6) \cdot 7$ და $5 \cdot 7 + 6$.

ამ სავარჯიშოებზე მუშაობა შეიძლება დაახლოებით ასე წარიმართოს:

1) მხედველობითი აღქმის საფუძველზე დადგინდება, რომ თანამამრავლები ერთნაირია, მაგრამ შეცვლილი აქვთ ადგილები. მოსწავლეს შეუძლია შემოკლებული ფორმით გამოთქვას დანასკვი: აქ ერთნაირია თანამამრავლები, მაგრამ შეცვლილი აქვთ ადგილები, ჩვენ ვიცით, თანამამრავლთა ადგილების შეცვლით ნამრავლი არ იცვლება. მაშასადამე, უნდა ჩავსვათ ტოლობის ნიშანი.

2) ანალიზისა და სინთეზის საშუალებით ხდება გამოსახულებათა აზრითი შედარება. დადგინდება, რომ მარცხნივ ჯამი იყოფა 6-ზე, მარჯვნივ კი იგივე შესაკრებები ცალ-ცალკე იყოფა 6-ზე, განაყოფები იკრიბება, ამიტომ ჯამის რიცხვზე გაყოფადობის წესის თანახმად ისინი ტოლია. მოსწავლეს შეუძლია ააგოს შემდეგი დანასკვი: რადგანაც მარცხნივ ჯამი იყოფა 6-ზე, მარჯვნივ კი ამ ჯამის შესაკრებები იყოფა 6-ზე და განაყოფები იკრიბება, ამიტომ ორივე გამოსახულების მნიშვნელობები ტოლია. ვსვამთ ტოლობის ნიშანს.

3) გამრავლების განრიგებადობის კანონის თანახმად შეკრების მიმართ, მოსწავლეს შეუძლია გააკეთოს დანასკვი: მარცხნივ ნამრავლს ემატება $6 \cdot 7$, მარჯვნივ კი იმავე ნამრავლს ემატება 6. რადგანაც $6 \cdot 7 > 6$, ამიტომ $(5 + 6) \cdot 7 > 5 \cdot 7 + 6$.

როგორც ჩანს, დანასკვი გამოიყენება იმ შემთხვევებში, როცა მის საფუძველს წარმოადგენს მოსწავლეთათვის კარგად ცნობილი წესები.

გ) საჭიროა, მოსწავლეებს მიეცეს სავარჯიშოები, სადაც დასადგენია, თუ რით ჰგავს ერთმანეთს და რით განსხვავდება ერთმანეთისაგან რიცხვითი გამოსახულებები. მაგალითად, $27 \cdot 12$ და $27 \cdot (12 : 13)$. მოსწავლეები ადარებენ გამოსახულებებს. ეს ნამრავლები ერთმანეთს ჰგავს თავისი თანამამრავლებით. მეორე ნამრავლი განსხვავდება პირველი-

საგან იმით, რომ მისი მამრავლი შემცირებულია 3-ჯერ, ამიტომ ნამრავლი შემცირდება 3-ჯერ.

დ) ფრიად სასარგებლოა ამოცანების შედარება. ეს შედარება ტარდება სხვადასხვა მიზნით. ამოცანების შედარება საერთოდ რთული პროცესია, ამიტომ შედარება ხდება არა ყველა ნიშნით, არამედ მხოლოდ ზოგიერთი მათგანით. მაგალითად, შევადაროთ ამოცანები.

1. თემურს ჰქონდა 4 წითელი ფანქარი და 3-ჯერ მეტი ლურჯი ფანქარი. რამდენი ფანქარი ჰქონდა თემურს?

2. მანანას ჰქონდა 4 წითელი ფანქარი და 3-ით მეტი ლურჯი ფანქარი. რამდენი ფანქარი ჰქონდა მანანას?

სასარგებლოა, შედარება მოხდეს მოკლე ჩანაწერების გაკეთების შემდეგ.

1 წითელი – 4
ლურჯი – ?, 3-ჯერ მეტი $\Big\}\, x$

2. წითელი – 4
ლურჯი – ?, 3-ით მეტი $\Big\}\, x$

ნახ. 4

ამის შემდეგ შედარება უფრო ადვილია. ორივე ამოცანის სიუჟეტი ერთნაირია, ლაპარაკია წითელ და ლურჯ ფანქრებზე. რიცხვითი მონაცემებიც ერთნაირია (3 და 4), კითხვებიც ერთნაირი, მაგრამ მოცემულსა და საძიებელს შორის მიმართება ერთნაირი არ არის. პირველ ამოცანაში ლურჯი ფანქრების რაოდენობა 3-ჯერ მეტია, ვიდრე წითელი ფანქრების რაოდენობა, მეორეში 3-ით მეტი. ამ განსხვავების გამორკვევის შემდეგ უნდა აღინიშნოს, რომ ამოცანები სხვადასხვა გზით ამოიხსნება, საჭიროა სხვადასხვა მოქმედება.

ყურადღება უნდა გამახვილდეს, აგრეთვე, გეომეტრიული ფიგურების შედარებაზე (მონაკვეთების შედარება ფარგლის საშუალებით, სამკუთხედების გვერდების შედარება იმ მიზნით, რომ ბავშვები მომზადებულ იქნან სამკუთ-

ხედების კლასიფიკაციის გაგებისათვის და სხვა). ამ სავარჯიშოების ჩატარების მეთოდიკა სიძნელეს არ წარმოადგენს.

II. ანალიზი და სინთეზი, როგორც ლოგიკური ხერხები, გამოიყენება ყოველი სავარჯიშოს განხილვისას, მაგრამ ანალიზისა და სინთეზის სწავლებისათვის არ არის საჭირო ყოველი სავარჯიშოს გამოყენება. ამ მიზნით უნდა იქნას გამოყენებული ის სავარჯიშოები, რომელთა განხილვისას ანალიზისა და სინთეზის გამოყენების საჭიროება აშკარად ჩანს და, თანაც, ამ ხერხების გამოყენება მოსწავლეთათვის მისაწვდომია.

ანალიზი არის ძირითადი ლოგიკური ხერხი შემდეგი სავარჯიშოების შესრულებისას: ა) რამდენი ერთეულია რიცხვების 528; 308 თითოეულ თანრიგში? სულ რამდენია ამ რიცხვებში ერთეული? ათეული? ასეული? ბ) წარმოადგინე რიცხვები 8526; 5718 თანრიგების ერთეულების ჯამის სახით.

სინთეზი არის ძირითადი ლოგიკური ხერხი შემდეგი სავარჯიშოების შესრულებისას: ა) ჩაწერე რიცხვი, რომელშიც არის 7 ასეული, 8 ათეული, 3 ერთეული. ბ) ჩაწერე რიცხვი, რომელშიც არის მეორე კლასის 40 ერთეული და პირველი კლასის 14 ერთეული. გ) ჩაწერე ყველა შესაძლო სამნიშნა რიცხვი ისე, რომ გამოიყენო მხოლოდ ციფრები, 3, 5, 8 (ერთი და იგივე ციფრი არ გამეორდეს).

სინთეზი ძირითადია, აგრეთვე, შემდეგი სავარჯიშოების განხილვისას: ა) შეადგინე სამი მოცემული მართკუთხედისა და ერთი კვადრატისაგან ახალი კვადრატი. ბ) დახაზე ოთხი სამკუთხედი ერთი მოცემული საერთო გვერდით. გ) დახაზე მართკუთხედები, რომელთა პერიმეტრია 12 სმ და ა.შ.

III. მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებაზე მუშაობისას უდიდესი მნიშვნელობა აქვს მასწავლებლის ინდივიდუალურ მიდგომას. ინდივიდუალური მიდგომა საჭიროა პედაგოგიური მუშაობის ყველა უბანზე, მაგრამ იგი განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ამოცანის ამოხსნისა და შედ-

გენის სწავლების დროს. ინდივიდუალური მიდგომის არსი განისაზღვრება როგორც სწავლების ორგანიზაცია, რომლის დროსაც მასწავლებელი ითვალისწინებს მოსწავლის პიროვნების, რომელიც განვითარების პროცესშია, ძლიერ მხარეებს და ქმნის პირობებს, რომლებიც ხელს უწყობს მოსწავლეს, დაძლიოს თავისი სუსტი მხარეები. მაშასადამე, ამოცანების სწავლების პროცესში ინდივიდუალური მიდგომა უნდა ხორციელდებოდეს მოსწავლეთა აზროვნებითი საქმიანობის ძლიერი მხარეების გათვალისწინების საფუძველზე. სუბიექტის მიერ ამოცანის ამოხსნა შეიძლება მივიღოთ როგორც ამოცანაში მოცემული ინფორმაციის მიღება და გადამუშავება. ამის გამო, მიზანშეწონილადაა მიჩნეული, დავახასიათოთ ამოცანის ის ინფორმაცია, რომელიც უნდა მიიღოს და გადაამუშაოს მოსწავლემ ამოცანის ამოხსნის პროცესში.

ამოცანა არის სიტყვების საშუალებით ფორმირებული კითხვა, რომელზედაც პასუხი შეიძლება გაიცეს არითმეტიკულ მოქმედებათა მეშვეობით. იგი არის სწავლასა და შრომაში მოსწავლეთა შემეცნებითი და პრაქტიკული აქტიურობის ამაღლების ერთ-ერთი საშუალება.

სანამ მოსწავლე ამოცანის ამოხსნას დაიწყებდეს, იგი ეცნობა ამოცანის პირობას, მაგრამ ამოცანის ტექსტი მას არ აძლევს საშუალებას ერთბაშად და მთლიანად აღიქვას ამოცანაში მოცემული სიტუაცია. იგი მოსწავლემ უნდა წარმოიდგინოს ასოციაციათა გარკვეული სიმრავლის საშუალებით. ეს ასოციაციები აქტუალიზირდება მის აზროვნებაში ამოცანის ტექსტზე მუშაობის დროს. მაშასადამე, მოსწავლე აგებს ამოცანის ასოციაციურ მოდელს.

ამოცანაში ცალკეული სიტყვების ან რიცხვითი მონაცემების შესაბამის ასოციაციებს ეწოდება ლოკალური ასოციაციები, ამოცანაზე მუშაობისას, ცხადია, საქმე გვაქვს, აგრეთვე, ლოკალური ასოციაციების სისტემებთან, ე.ი. ლოკალური ასოციაციების გაერთიანებებთან გარკვეული მახასიათებელი

ნიშნების საფუძველზე. რადგანაც მოსწავლის აზროვნებაში ამოცანაზე მუშაობისას წარმოიშობა როგორც ლოკალური ასოციაციები, ასევე მათი სისტემები, ამიტომ ამოცანის ასოცი-აციური მოდელი შეიძლება დახასიათებულ იქნას ლოკალური ასოციაციებისა და მათი სისტემების მოცემით. ცხადია, რომ ლოკალური ასოციაციების საფუძველზე მათი სისტემების შექმნა სინთეზია, ხოლო სისტემების დაშლა მდგენელებად – დისოციაცია, არის ანალიზი, ამიტომაა, რომ ამოცანის ამოხსნის პროცესი რთული ანალიზურ-სინთე-ზური პროცესია.

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: ავტომანქანა „მერსედესი" მიდის 70 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილს გაივლის იგი 4 საათში?

ეს ამოცანა შეიძლება მოცემულ იქნას შემდეგი წინა-დადებებით: 1). ავტომანქანა „მერსედესი" მიდის; 2). 70 კმ მანძილია; 3). 70 კმ/სთ სიჩქარეა; 4). 4 სთ დროა; 5). 4 სთ ავტომანქანის მოძრაობის დროა; 6). რა მანძილს გაივლის ავტომანქანა 4 სთ-ში?

ჩვენ შევადგინეთ ამოცანის ასოციაციური მოდელი. თი-თოეული წინადადება გარკვეული ლოკალური ასოციაციაა. ამ ამოცანის ამოხსნა გვიჩვენებს, რომ 1-6 ასოციაციები ქმნის ერთ სისტემას. შედგენილ ამოცანაზე მუშაობისას შეიძლება შეიქმნას რამდენიმე ასოციაციური სისტემა.

პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიურ და მეთოდიკურ ლიტერა-ტურაში განიხილება ამოცანის ობიექტური ასოციაციური მოდელები. ფსიქოლოგებისა და დიდაქტიკოსების მიერ ჩატარებული ექსპერიმენტები გვიჩვენებს, რომ გამოიყოფა მოსწავლეთა **სამი ტიპი**.

პირველი ტიპი. ამ ტიპის მოსწავლეები ხსნიან ამოცანებს მხოლოდ ლოკალური ასოციაციების დონეზე, ე.ი. ხსნიან ისეთ ამოცანებს, სადაც ამოცანის ასოციაციური მო-

დელი შედგება ლოკალური ასოციაციების მხოლოდ ერთი სისტემისაგან.

მ ე ო რ ე ტ ი პ ი . ამ ტიპის წარმომადგენლებს შეუძლიათ მიიღონ და გადაამუშაონ ამოცანაში მოცემული ინფორმაცია ლოკალური ასოციაციების სისტემების დონეზე, მაგრამ ზოგიერთი რთული ამოცანის ამოხსნის პროცესში ისინი ლოკალური ასოციაციების ამა თუ იმ სისტემას აღიქვამენ როგორც ლოკალურ ასოციაციას.

მ ე ს ა მ ე ტ ი პ ი ს მოსწავლეები თავისუფლად მუშაობენ ლოკალური ასოციაციების სისტემების დონეზე.

ეს ყოველივე მეტყველებს იმაზე, რომ მათემატიკის სწავლების პროცესში მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს მოსწავლეთა სამივე ტიპი, ამოცანაში მოცემული ინფორმაციის მიღებისა და გადამუშავების სამივე დონე. ამისათვის საჭიროა წინასწარ შესწავლილ იქნას მოსწავლეთა მათემატიკური სასწავლო შესაძლებლობანი.

IV. ლოგიკური აზროვნების განვითარებაში ძალიან დიდ როლს თამაშობს ლოგიკური ამოცანების ამოხსნა. მათ შეიძლება მივმართოთ როგორც გაკვეთილებზე, ისე კლასგარეშე მუშაობაში. მაგალითისათვის განვიხილოთ ერთი ამოცანა.

ხუთი ფიზკულტურელი გოგონა დაბრუნდა შეჯიბრებიდან ცურვაში. „როგორია შედეგები?“ – ჰკითხეს მათ. გოგონებმა მოილაპარაკეს, ეპასუხათ თავსატეხით და გააფრთხილეს, რომ ისინი იტყვიან ორ-ორ წინადადებას, მხოლოდ თითო მათგანი იქნება სწორი.

თინა: ქეთო მოვიდა მეორე. მე დავიკავე მესამე ადგილი;

ანა: პირველი მოვედი მე. მეორე მოვიდა ნატო;

ნატო: ანა მოვიდა ბოლოს. მე დავიკავე მესამე ადგილი;

ქეთო: მე დავიკავე მეორე ადგილი. მეოთხე ადგილზე გავიდა ხათუნა.

ხათუნა: დიახ, მე დავიკავე მეოთხე ადგილი. პირველი მოვიდა ფინიშთან თინა.

ორი გოგონას ნათქვამიდან ჩანს, რომ ხათუნამ დაიკავა მეოთხე ადგილი. თუ დავუშვებთ, რომ ეს არასწორია, მაშინ სწორია ის, რომ თინა ფინიშთან მივიდა პირველი, ქეთო კი მეორე, მაგრამ, თუ თინა მივიდა პირველი, მაშინ ანას უთქვამს არასწორი თავის პირველ წინადადებაში და სწორი იქნება მეორე წინადადება, რომ მეორე ადგილი დაიკავა ნატომ: მივიღეთ, რომ ქეთომ და ნატომ დაიკავეს მეორე ადგილი, რაც შეუძლებელია. ეს დასკვნა გვაძლევს საშუალებას, დავადგინოთ: ხათუნამ ნამდვილად დაიკავა მეოთხე ადგილი. აქედან ვასკვნით, რომ ქეთოს არ დაუკავებია მეორე ადგილი, რადგან მისი მეორე წინადადება სწორია. თუ ეს ასეა, მაშინ თინა მართალია, როცა ამბობს, რომ მან დაიკავა მესამე ადგილი. ასეთ შემთხვევაში არ არის სწორი ნატოს წინადადება, რომ მას ეკუთვნის მესამე ადგილი და სწორია მისი მეორე მტკიცება, რომ ანა მივიდა უკანასკნელი. ე.ი. ანა არ ისაკუთრებს პირველ ადგილს და მეორე მისი მტკიცება, რომ ნატომ მიიღო მეორე ადგილი, სწორია. დაგვრჩენია დავადგინოთ, რომელი ადგილი დაიკავა ქეთომ. ეს ძალზე ადვილია, რადგან ყველა ადგილი, გარდა ერთისა, დაკავებულია.

შეგვეძლო გოგონების პასუხი ჩაგვეწერა სქემატურად და ისე გვემსჯელა, მაგალითად:

	I	II	III	IV	V
თინა		ქ	თ		
ანა	ა	ნ			
ქეთო		ქ		ხ	
ხათუნა	თ			ხ	
ნატო			ნ		ა
პასუხი	**ქ**	**ნ**	**თ**	**ხ**	**ა**

ამ შემთხვევაში მსჯელობა უფრო გათვალსაჩინოებულია. უნდა ითქვას, რომ ზემოთ მოცემული მსჯელობა შეიძლება დაწყებულ იქნას გოგონების ნებისმიერი მტკიცებიდან.

მოსწავლის შემეცნებითი და ლოგიკური აზროვნების განვითარებისათვის განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს მათემატიკურ-დიდაქტიკური თამაშების გამოყენებას. გარდა იმისა, რაც ითქვა, განვითარების მრავალი საკითხია გან-ხილული ამ წიგნის სხვა პარაგრაფებში.

ჰაინრიხ ჰაინე ამბობდა: „ცხოვრებაში, ჯანმრთელობასა და სათნოებას გარდა, არაფერი არ არის ისე ძვირფასი, რო-გორც ცოდნა; მისი მიღწევა კი ყველაზე ადვილია და მისი მოპოვება – ყველაზე იაფი: მთელი შრომა ხომ – ეს სიმშვი-დეა, მთელი ხარჯი კი – დროა, რომელსაც ვერ შევაჩერებთ, თუნდაც სულაც არ დავხარჯოთ იგი“. შემეცნება ადამიანის სიცოცხლეს ხდის გააზრებულს, გაჯერებულს, საინტერესოს. მათთვის, ვის ცნობიერებაშიც უკვე ჩამოყალიბებულია გონე-ბრივი შრომის მოთხოვნილება, ჭეშმარიტების ძიება უფრო ძვირფასი და მნიშვნელოვანია, ვიდრე ჭეშმარიტების ფლო-ბა.

სწორედ ამიტომა აქვს განუზომელი მნიშვნელობა ადამი-ანის პიროვნულ თავისუფლებას.

უკანასკნელ წლებში განათლების სისტემის სრულყოფის ერთ-ერთი წამყვანი ტენდენციაა ყურადღების გაძლიერება არა მარტო მოსწავლეებში მყარი ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ფორმირების საკითხებისადმი, არამედ – მათი პიროვნული განვითარების ხელშემწყობი პირობებისადმიც. ჩამოყალიბ-და პიროვნებაზე ორიენტირებული განათლების პარადიგმე-ბი, რომელიც ემყარება მოსწავლის პიროვნული თავისუფ-ლების ცნებას. ამ მიდგომის ჩარჩოებში მასწავლებლის პედაგოგიური მოღვაწეობის ძირითადი მიმართულება გუ-ლისხმობს გაკვეთილზე ისეთი პირობების შექმნას, რომე-ლიც ხელს შეუწყობს ჩამოყალიბებას და განვითარებას უმც-როსკლასელთა პიროვნული გამოვლინებებისა:

- დამოუკიდებელი მიზანდასახულობა,
- განვითარებული რეფლექსია,

- ადეკვატური თვითშეფასება,
- მოქნილი დივერგენციული აზროვნება
- და სხვ.

მოცემული პრობლემის გადაწყვეტას ხელს უწყობს მასწავლებლის მიერ გაკვეთილზე თავისუფალი არჩევის სპეციალური სიტუაციების პროექტირება, რომელთა მსვლელობისას მოსწავლეებს ეძლევათ რეალური საშუალება, მიიღონ მონაწილეობა სასწავლო საქმიანობის მიზნების დასახვაში, დამოუკიდებლად შეარჩიონ მიზანშეწონილი საშუალებები დასახული მიზნების მისაღწევად, საჭიროების შემთხვევაში შეიტანონ გარკვეული კორექტივები წარმოქმნილ უხერხულ სიტუაციებში და სხვ.

ზოგადად, მოსწავლის პიროვნების ფორმირება მნიშვნელოვანწილადაა დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ მოწესრიგდება მიმართებები, ერთის მხრივ, მის თვითშეფასებასა და მისწრაფებას, ხოლო მეორეს მხრივ, მის რეალურ მიღწევებს შორის. ეს მიმართებები შეიძლება სხვადასხვანაირად ჩამოყალიბდეს: მოთხოვნები საკუთარი თავის მიმართ, მისწრაფება და თვითშეფასება შეიძლება აღმოჩნდეს მოსწავლის რეალურ მიღწევებზე დაბლა. მაშინ განვითარების პროცესში მოსწავლე ვერ მოახდენს თავისი შესაძლებლობების რეალი-ზებას. შეიძლება მოხდეს ისე, რომ დაჩემების სახის მის-წრაფებამ მოითხოვოს მოსწავლის ყველა ძალის დაძაბვა, – ეს გამოიწვევს მისი ყველა შესაძლებლობის ინტენსიურ განვი-თარებას. ბოლოს, მოსწავლის მისწრაფება შეიძლება აღმოჩნდეს მის რეალურ, უფრო მეტიც, პოტენციალურ შესაძლებლობებზე მაღლა. ასეთ შემთხვევებში მოსწავლის საკუთარი გამოცდილება, სხვა ადამიანთა შეფასება ადრე თუ გვიან გარდაქმნის მოსწავლის თვითშეფასებას, მიზანდასახულობას და მათ რეალურ შესაძლებლობებს შეუთანადებს.

§ 2. განმავითარებელი სწავლების პედაგოგიკა

ამ ბოლო ათწლეულებში მკაფიოდ განისაზღვრა ორი სხვადასხვა შეხედულება:

1. ***ტრადიციული,*** – ახსნით-ილუსტრაციული სწავლების სისტემაში მიზანი არის ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბება, ხოლო განვითარება არის ამ მიღწევის ერთ-ერთი შედეგი.

2. ***ინოვაციური,*** – განმავითარებელი სწავლების სისტემაში მიზანი არის განვითარება, ხოლო ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბება არის ამ მიზნის მიღწევის საშუალება, აუცილებელი პირობა იმისათვის, რომ განვითარება სწორად წარიმართოს.

პირველი შეხედულება ყალიბდებოდა ასწლეულების მანძილზე, **კომენსკის** საკლასო-საგაკვეთილო სისტემიდან დაწყებული. ხოლო მეორე – აშკარად გამოიკვეთა გასული საუკუნის ორმოცდაათიანი წლებიდან. მისი აღმოცენება დაკავშირებულია **ვიგოტსკის** ფსიქოლოგიური სკოლის იდეებთან. პირველი შეხედულებით განვითარება ცოდნისა და უნარ-ჩვევების შეძენაა, მეორე შეხედულებით განვითარება არის ბავშვის ორგანიზმის გარდაქმნის პროცესი, რომლის დროსაც მოზარდში მიმდინარეობს ინტელექტუალური, პიროვნული, საქმიანობრივი, ქცევითი ცვლილებები და ამ ცვლილებების ხარისხი დამოკიდებულია სწავლების თავისებურებებზე. პირველი შეხედულებით მოსწავლე სასწავლო საქმიანობის ობიექტია და სწავლების მიზანია გარკვეული ცოდნისა და უნარ-ჩვევების მქონე ადამიანის მომზადება. მეორე შეხედულებით მოსწავლე სასწავლო საქმიანობის სუბიექტია და სწავლების მიზანია პიროვნების განვითარება. **დიმიტრი უზნაძე** წერდა: *„დაწყებით საფეხურზე მთავარია არა კონკრეტული ცოდნა-ჩვევები, რასაც ბავშვი ეუფლება,*

არამედ იმ ძალთა განვითარება, რომლებიც ცოდნის დაუფლებაში ღებულობენ მონაწილეობას“.

განმავითარებელი სწავლების დროს მიზნები, შინაარსი, მეთოდბი, ფორმები და სხვა კომპონენტები პირდაპირაა ორიენტირებული განვითარებაზე. ისიც უნდა აღინიშნოს, რომ ტრადიციული და განმავითარებელი სწავლების სისტემები ერთმანეთის ალტერნატიულია, მაგრამ არა კონკურენტული.

როგორც აღვნიშნეთ, გასული საუკუნის 30-იან წლებში ვიგოტსკიმ დაასაბუთა განვითარებაზე ორიენტირებული სწავლების შესაძლებლობა და მიზანშეწონილობა. ვიგოტსკი არავითარ შემთხვევაში არ უარყოფდა ცოდნისა და უნარჩვევების შეთვისების აუცილებლობას, მაგრამ მათ იგი თვლიდა არა სწავლების საბოლოო მიზნად, არამედ – მოსწავლეთა განვითარების საშუალებად. ვიგოტსკის მიხედვით მოსწავლეთა სწავლება და აღზრდა შეიძლება მიმდინარეობდეს ორ ზონაში:

1. ***აქტუალური განვითარების ზონა*** (განსწავლულობა) გულისხმობს მოსწავლის მოქმედებებს, როცა იგი დამოუკიდებლად ძლევს დავალებას.

2. ***უახლოესი განვითარების ზონა*** (განსწავლადობა) წარმოადგენს წინმსწრებ განვითარებას, როცა მოსწავლე დღეს დავალებას ძლევს მასწავლებლის დახმარებით, სჭირდება ბიძგი, წაქეზება, ხვალ კი ასეთ დავალებას დაძლევს დამოუკიდებლად. ე.ი. დღევანდელი დონე ხვალ გადადის აქტუალურ ზონაში. სწავლება უნდა ემყარებოდეს უკვე მიღწეულს, აქტუალური განვითარების დონეს, წინ უნდა უსწრებდეს მას და აქტიურდებოდეს უახლოესი განვითარების ზონაში. ასეთ შემთხვევაში სწავლება წინ უსწრებს განვითარებას და აუცილებლად იწვევს მას.

ამ თეორიაში აღსანიშნავია: განმავითარებელი სწავლებისათვის ერთნაირად მავნეა ძალიან ადვილად დასაძლევი და დაუძლეველი დავალებები.

ისმის საკითხი: ***რა არის განვითარების შინაარსი?***

განათლება არ არის მხოლოდ ცოდნა და უნარ-ჩვევები, განათლება არ ამოიწურება მხოლოდ მეხსიერებით. განათლება არის ინდივიდის ასაკობრივი ახალწარმონაქმნების, მისი ფუნქციონალური ორგანოების ჩამოყალიბება და განვითარება. ეს ახალწარმონაქმნები სპეციფიკურია ყოველი ასაკისათვის, ისინი ბავშვის განვითარების კონკრეტული პერიოდების განსაზღვრის კრიტერიუმების როლს ასრულებენ. ვიგოტსკის მიხედვით, *ასაკობრივი ახალწარმონაქმნი* არის პიროვნებისა და მისი საქმიანობის აღნაგობის ის ახალი ტიპი, ის ფსიქიკური და სოციალური ცვლილებები, რომლებიც ამ ასაკობრივ საფეხურზე პირველად აღმოცენდება და, რომლებიც განსაზღვრავენ და განაპირობებენ ამ ასაკში ბავშვის ცნობიერებას, მის მიმართებას გარემოსადმი, მის შინაგან და გარეგან სიცოცხლეს, მისი განვითარების მთელ პროცესს. სწორედ აქ ჩაისახება განათლების მიზნები და ფასეულობები.

განათლების შინაარსის ძირითადი დებულებაა ის, რომ განვითარება არის საქმიანობის ისტორიულად ჩამოყალიბებული ტიპებისა და მათი შესაბამისი უნარების კვლავწარმოება ინდივიდის მიერ. ამასთან, ვიგოტსკის მიხედვით – ისიც, რომ სასკოლო სწავლების ძირითადი პრობლემაა *გონებრივი განვითარების პრობლემა,* რომელიც ამაღლებულია არა მარტო ფსიქიკური პროცესების განვითარების პლანში, არამედ, – უმეტესად, ფუნქციონალური კავშირების განვითარებისა და მათი ცვალებადობის პლანშიც. **ვიგოტსკი** აღნიშნავდა, რომ აზროვნების ინტენსიური განვითარების მომენტიდან იწყება ყველა სხვა ფუნქციის ინტელექტუალიზაცია, ე.ი. ბავშვი იწყებს ამ ფუნქციების გაცნობიერებას,

და ამის შემდეგ გონივრულ მიმართებაშია საკუთარ საქმიანობასთან.

მაგრამ, ცხადია, რომ სწავლების პროცესში ბავშვის განვითარება არ შეიძლება შემოვსაზღვროთ მხოლოდ გონებრივი განვითარებით. განმავითარებელი სწავლება გულისხმობს ახალწარმონაქმნების აღმოცენებას როგორც ფსიქიკის შინაარსობრივ მხარეში (წარმოდგენები, ცნებები, მსჯელობები), ისე ფსიქიკური მოქმედების ხერხებშიც: გონებრივი, ემოციონალურ-ნებელობითი, პრაქტიკული, რომლებიც, **ზანკოვის** აზრით, შეიძლება აღმოცენდეს როგორც პირდაპირი დასწავლების პროცესში, ასევე, გარეგან ზემოქმედებათა დამოუკიდებელი გადამუშავების შედეგად.

სინამდვილეში, სწავლების პროცესში განვითარება გაიგება როგორც პიროვნების სტრუქტურაში ახალწარმონაქმნების მიზანმიმართული და სპონტანურად ცვალებადი ფორმირება, რომელიც საქმიანობაში ვლინდება, და მოიცავს არა მხოლოდ გონებრივ, არამედ, აგრეთვე, მოსწავლის თვითგამოხატვის პრაქტიკულ, ეთიკურ, ესთეტიკურ, ემოციონალურ და ფიზიკურ სფეროებს.

ახალწარმონაქმნების ერთობლიობა ახასიათებს პიროვნების კულტურას, მის სოციალურ გამოცდილებას.

ბავშვის განვითარება ხორციელდება ერთდროულად შემდეგი მიმართულებებით:

- **შემეცნების** (ინტელექტის ქმნადობა, შემეცნების მექანიზმების განვითარება);
- **საქმიანობის ფსიქოლოგიური სტრუქტურისა და შინაარსის** (მიზნების, მოტივების ჩამოყალიბება და მათი ურთიერთმიმართების განვითარება, საქმიანობის ხერხებისა და საშუალებათა შეთვისება);
- **პიროვნების** (მიმართულობის, ფასეულობითი ორიენტაციის, თვითშეგნების, თვითშეფასების, ურთიერთქმედებები სოციალურ გარემოსთან და ა.შ.).

ამგვარად, ყოველ ასაკს ახასიათებს თავისი ახალწარმონაქმნები, თავიანთი გარკვეული ერთობლიობებითა და კომბინირებებით.

მოსწავლეთა გონებრივი აღზდა განსაზღვრავს ინტელექტის განვითარებას, რაც განათლების უმნიშვნელოვანეს პირობას წარმოადგენს. ეს განვითარება ექვემდებარება გარკვეულ კანონზომიერებებს, რომლებიც დაკავშირებულია შემდეგ დებულებებთან:

- აუცილებელია, მოხდეს შინაარსობრივი განზოგადება (ფორმალურისგან განსხვავებით);
- ყოველ სასწავლო საგანში უნდა განისაზვროს ამოსავალი აბსტრაქცია (გენეტიკური დაფუძნების), რომლისგანაც შეიძლება შესაბამისი ცოდნის სისტემის განვითარება;
- აუცილებელია, რომ სწავლება წარიმართოს სიძნელის ამაღლებულ დონეზე.

სინამდვილის ათვისება ხდება ცნებების ფორმით. ამიტომ ცნებებით ოპერირება საგანთა და მოვლენათა ნაირასპექტოვანი შესწავლის ძალზე მნიშვნელოვანი ხერხია. სასწავლო პროცესში იგი შეუცვლელია. ცნების წარმოქმნისას გამოიყენება აზროვნების ხერხები: ანალიზი, სინთეზი, შედარება, შეპირისპირება, განზოგადება, აბსტრაჰირება. ცნების თავისუფალი ფლობა და მისი გამოყენება უკვე ნიშნავს განვითარებულ აზროვნებას.

განმავითარებელი სწავლების შედეგია მოსწავლის მიერ მიღწეული საკუთარი პიროვნებისა და ინდივიდუალურობის განვითარების დონე.

განმავითარებელ სწავლებას გააჩნია თავისი *არსებითი ნიშნები.*

განმავითარებელი სწავლების სისტემებში მისი შინაარსი წარმოადგენს ბავშვის პიროვნების განვითარების საშუალებას. მაშასადამე, ეს შინაარსი უნდა შეესაბამებოდეს განვითარების შინაარსს, უნდა ასახავდეს მას. ამ შინაარსის შერჩევის

საკითხში აზრთა სხვადასხვაობაა, მაგრამ მაინც შეიძლება გამოვყოთ ზოგადი მოთხოვნები შინაარსისადმი. იგი უნდა წარმოადგენდეს:

- *მეცნიერულ ცნებათა სისტემას,*
- *თეორიული ცოდნის სისტემას,*
- *ამოსავალი ცნებები საფუძვლად უნდა ედოს სასწავლო საქმიანობას.*

შინაარსის სტრუქტურირების ძირითადი პრინციპი უნდა იყოს სვლა აბსტრაქტულიდან კონკრეტულისკენ, ზოგადიდან კერძოსკენ.

განმავითარებელი სწავლების **საბოლოო მიზანია,** ყოველ მოსწავლეს, როგორც სწავლის თვითცვალებად სუბიექტს, შეექმნას პირობები განვითარებისათვის. ასეთ სუბიექტად ყოფნა ნიშნავს:

- ✓ *სურდეს სწავლა,*
- ✓ *უყვარდეს სწავლა,*
- ✓ *შეეძლოს სწავლა.*

განმავითარებელი სწავლების არსი:

- *ბავშვის განვითარებაში გადამწყვეტი როლი ენიჭება იმ სწავლებას, რომელიც მიმდინარეობს „უახლოესი განვითარების ზონაში“;*
- *პედაგოგიური ზემოქმედებები წინ უსწრებენ, სტიმულსა და მიმართულებას აძლევენ, აჩქარებენ პიროვნების მემკვიდრეობით თვისებებს; ავითარებენ ერთმთლიან პიროვნულ თვისებებს: ცოდნას, უნარებსა და ჩვევებს; გონებრივი მოქმედების ხერხებს; პიროვნების თვითმართვად მექანიზმებს; ემოციონალურ-ზნეობრივ და საქმიანობრივ-პრაქტიკულ სფეროებს;*
- *ბავშვი არის საქმიანობისა და თავისი განვითარების სრულფასოვანი სუბიექტი.*

განმავითარებელი სწავლების პრინციპები:

- *განვითარება მიმდინარეობს ბავშვის კულტურაში შეზრდის გზით და ემყარება მისი ბუნებრივი მომწიფების მიღწევებს;*
- *სწავლება არის განვითარების წყარო (მიმდინარეობს უახლოესი განვითარების ზონაში);*
- *მოსწავლე უნდა იყოს სწავლების სუბიექტი და არა ობიექტი (სასწავლო პროცესში მოსწავლის სუბიექტურობის პრინციპი);*
- *სწავლება წინ უსწრებს განვითარებას და იწვევს მას (სწავლების წინსწრების პრინციპი);*
- *პრობლემურობის პრინციპი როგორც მოტივაციის პირობა;*
- *მოდელირების პრინციპი;*
- *სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურაში ოთხი კომპონენტის გამოყოფა: სასწავლო ამოცანა, სასწავლო მოქმედება, კონტროლის მოქმედება და შეფასების მოქმედება;*
- *დიალოგ-პოლილოგის პრინციპი;*
- *ინფორმაციის მიწოდების დედუქციური ხერხი.*

განმავითარებელი სწავლების ტექნოლოგიების განხილვა და მისი არსის გაგება გაჭირდება, თუ არ ვიცით თვითონ განვითარების პროცესის **თვისებები** და **კანონზომიერებები:**

- **იმანენტურობა:** *განვითარება არის პიროვნების განუყრელი თვისება, მინიჭებული ბუნებისაგან;*
- **ბიოგენურობა:** *პიროვნების ფსიქიკური განვითარება ბევრად განისაზღვრება მემკვიდრეობითობით;*
- **სოციოგენურობა:** *სოციალური გარემოს გავლენა;*
- **ფსიქოგენურობა:** *ადამიანი არის თვითრეგულირებადი და თვითმართვადი სისტემა;*
- **ინდივიდუალურობა:** *პიროვნება უნიკალური მოვლენაა, რომელიც განირჩევა თვისებათა ინდივიდუალური შერჩევით და განვითარების საკუთარი ვარიანტით;*

➢ **სტადიურობა:** *პიროვნების განვითარება ექვემდებარე-ბა ციკლურობის საყოველთაო კანონს;*

➢ **არახაზოვნება:** *ყოველი პიროვნება ვითარდება საკუ-თარ ტემპში, მაგრამ განიცდის ზრდის შინაგან წინააღმდე-გობებსა და დროში შემთხვევით განაწილებულ აჩქარებებს;*

➢ *ფსიქიკური განვითარების რაოდენობრივ და ხარის-ხობრივ მახასიათებლებსა და შესაძლებლობებს განსაზღვ-რავს ფიზიკური ასაკი.*

განმავითარებელი სწავლების პრობლემა აინტერესებდა მრავალი თაობის პედაგოგებს: **კომენსკის, რუსოს, პესტა-ლოცის, ჰერბარტს, უშინსკის, გოგებაშვილს** და სხვ.

როგორც ვიცით, ტრადიციული სწავლების ავტორი-ტარულობამ თავისი განვითარების პიკს მიაღწია გასული საუკუნის შუა წლებისათვის. ფაქტობრივად იგი ჩიხში იყო მომწყვდეული. თავისი ავტორიტარული ბუნების გამო მეტი განვითარება მას არ შეეძლო.

ამ ვითარებას თავისი მიზეზები ჰქონდა.

სასწავლო მასალა ხელოვნურად იყო გაადვილებული, მრავალჯერადი გამეორებები ორიენტირებული იყო უნარ-ჩვევათა ფორმირებაზე და ხელს ვერანაირად ვერ უწყობდა ბავშვის ინტენსიურ განვითარებას. სწავლებაში ჭარბობდა ვერბალიზმი, მეხსიერების განვითარება მიმდინარეობდა აზროვნების განვითარების საზიანოდ, სუსტად გამოიყენე-ბოდა სწავლების შინაგანი მოტივები, სწავლება უნიფიცირე-ბული იყო და იგი ახშობდა მოსწავლეთა ინდივიდუალუ--რობის გამოვლენას.

სწავლების მთელი ტრადიციული უნიფიცირებული სის-ტემა აგებული იყო ავტორიტარულ საწყისებზე და ორიენ-ტირებული იყო მხოლოდ ცოდნისა და უნარჩვევათა ფორ-მირებაზე. ეს კი ხდებოდა დიდაქტიკური მეთოდების მოშ-ველიებით; მაგრამ მხოლოდ დიდაქტიკა უკვე არ აღმოჩნდა საკმარისი, დრომ აშკარად დააყენა მოსწავლის ზოგად და

პიროვნულ განვითარებაზე ზრუნვის აუცილებლობა; საჭირო და აუცილებელი გახდა ფსიქოლოგიის მოხმობა სწავლების პროცესში, რადგანაც განვითარების პროცესს ფსიქოლოგია სწავლობს.

სკოლის ცხოვრებაში აუცილებელი გახდა, განსაზღვრულიყო და ახსნილიყო განვითარების აზრი მეცნიერულ-პედაგოგიკური თვალსაზრისით, და არა – ფსიქოლოგიურით. შესასწავლი იყო განვითარებისა და სწავლების ურთიერთმიმართების კანონზომიერები. და, რაც მთავარია, სახელმძღვანელოდ უნდა მიღებულიყო იდეა: *„სწავლების ეფექტურობის უფრო მეტად ამაღლება ბავშვის ზოგადი განვითარებისათვის“.* მაგრამ ამ იდეის არსებობა განპირობებული იყო ორი აზრით: ჯერ ერთი, მასში უნდა ჩადებულიყო ვიგოტსკის კონცეფცია განვითარებაში სწავლების წამყვანი როლისა და განვითარების აქტუალური და უახლოესი ზონების შესახებ; მეორე, თვით ზოგადი განვითარების ცნება ამ დროისათვის ჯერ კიდევ ბოლომდე არ იყო ზუსტად გარკვეული და განსაზღვრული. საქმე იმაშია, რომ ზოგადი განვითარება გულისხმობს ინტელექტუალური უნარების ფორმირებასაც, სულიერ ზრდასაც, ზნეობრივ და ფიზიკურ განვითარებასაც. მაგრამ ყოველივე ეს თეორიულად მკაცრად და ზუსტად განსაზღვრული არ იყო. სწორედ ამიტომ, პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური კვლევა უნდა წარმართულიყო სწავლებისა და მოსწავლეთა ფსიქიკის ზოგადი განვითარების ურთიერთმიმართების სფეროში.

პედაგოგები ამ დროისათვის „სეზონური“ ღონისძიებების გარდა ვერაფერს სთავაზობდნენ სკოლას, ამიტომ ფსიქოლოგებმა არ დააყოვნეს და შეიჭრნენ პედაგოგიკაში. მათ ძირფესვიანად დაამუშავეს ყველა შესაბამისი საკითხი, ექსპერიმენტულად შეამოწმეს ისინი და შექმნეს შესანიშნავი დიდაქტიკური სისტემები, დიდებული პედაგოგიური ტექნოლოგიები, – სწორედ *პედაგოგიური* და არა *ფსიქოლო-*

გიური. მათი ავტორებია: ***გალპერინი, ზანკოვი, ელკონინი, დავიდოვი.***

განმავითარებელი სწავლება ორიენტირებულია არა მზამზარეული ცოდნის შეთვისებაზე, არამედ – სასწავლო მასალის შეთვისებაზე გამოკვლევის გზით. მასში მოსწავლე მიებითი საქმიანობის სუბიექტია. მაგრამ ამისათვის მოსწავლეს ოპონენტი სჭირდება. იგი მას ეყოლება კოლექტიური დიალოგის პირობებში. აი, სწორედ მაშინ ვლინდება თანამშრომლობა მოსწავლეთა შორისაც, მასწავლებელსა და მოსწავლეთა შორისაც. ისინი, ყველანი, სასწავლო საქმიანობის თანაბარუფლებიანი სუბიექტები არიან. განმავითარებელი სწავლების პროცესში ხარისხობრივად იცვლება აზროვნების ტიპი კონკრეტულ-ხატოვნიდან კონკრეტულ-ლოგიკურისკენ, მისგან კი – თეორიულისკენ.

ამგვარად, განმავითარებელი სწავლების სპეციფიკური შედეგი ყოველი მოსწავლის, როგორც სწავლების სუბიექტისა და პიროვნების, თავისუფალ განვითარებაში მდგომარეობს. თავისუფალი განვითარება ისეთი განვითარებაა, რომელიც არ ექვემდებარება წინასწარ მოცემულ ნორმას, მას ეტალონი არა აქვს. განმავითარებელი სწავლების შედეგის შესახებ მსჯელობენ იმით, თუ როგორი წინსვლა აქვს განვითარებაში ყოველ ცალკეულ მოსწავლეს,

განმავითარებელი სწავლება კი არ უარყოფს ტრადიციულ სწავლებას, არამედ ავსებს მას.

ტრადიციული დიდაქტიკის იდეების განვითარების კვალდაკვალ, ქვემოთ ჩამოთვლილი დიდაქტიკური პრინციპები, კონცენტრირებული სახით, გამოხატავენ თანამედროვე მეცნიერების: ფსიქოლოგების, დიდაქტიკოსების და სხვ. დიდაქტიკურ იდეებს (განმავითარებელი სწავლების სფეროში) და, ამგვარად, მთლიანობაში უზრუნველყოფენ ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლაში განმავითარებელი სწავლების თანამედროვე ამოცანების ამოხსნას.

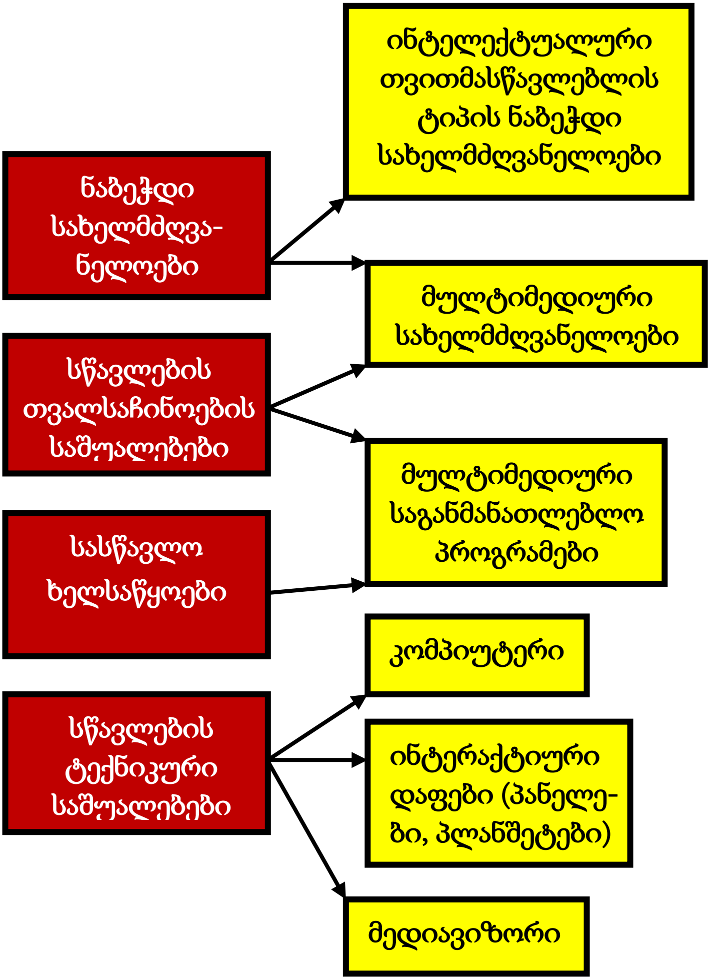
დიდაქტიკური პრინციპების ამ სისტემას შეიძლება ვუ-წოდოთ *ვარიაციული პიროვნულ-საქმიანობრივი მიდგომა.* წარმოდგენილი სისტემა მიღებულია **ლეონტიევის** მიერ შემუშავებული სისტემის მინიმუმამდე დაყვანით და ასეთი დაყვანა განისაზღვრება ახალი დიდაქტიკური იდეების პრაქტიკული ადაპტაციისათვის აუცილებელი ზღვრული კონკრეტიზაციის მოთხოვნებით. ეს პრინციპებია:

- *საქმიანობის პრინციპი,*
- *მინიმაქსის პრინციპი,*
- *სამყაროს შესახებ ერთმთლიანი წარმოდგენის პრინ-ციპი,*
- *უწყვეტობის პრინციპი,*
- *ფსიქოლოგიური კომფორტულობის პრინციპი,*
- *ვარიაციულობის პრინციპი,*
- *შემოქმედების პრინციპი.*

თანამედროვე მეთოდიკასა და სწავლების პრაქტიკაში ამ პრინციპების პრაქტიკული რეალიზაციის საშუალებათა მნი-შვნელოვანი არსენალია დაგროვილი, თუმცა, მათი გამო-ყენება ხშირად მხოლოდ ეპიზოდურ ხასიათს ატარებდა, ნაცვლად სისტემურისა. ამიტომ ახალი დიდაქტიკური სის-ტემის გამოყენება მასწავლებლისაგან მოითხოვს სწავლების თანამედროვე მიზნებისა და ამოცანების, ზემოთ მოცემულ სისტემაში შემავალი ყოველი პრინციპის როლისა და მნი-შვნელობის ღრმად გააზრებას.

ბოლოს, გვინდა აღვნიშნოთ, რომ დიდაქტიკური პრინ-ციპების სისტემების განვითარება არასოდეს არ დასრულ-დება, რადგანაც ცხოვრება ყოველ საქმიანობით სივრცეში თვითონ განალაგებს ხოლმე მნიშვნელოვნობის აქცენტებს, და ყოველი აქცენტი კონკრეტული *ისტორიული, კულტუ-რული* და *სოციალური* დაკვეთითაა გამართლებული.

განმავითარებელი სწავლების სისტემაში სწავლების კლასიკურ საშუალებებსა და სწავლების ინტერაქტიურ საშუალებებს შორის შეიძლება ასეთი მიმართება დავამყაროთ:



ნახ. 5

§ 3. განმავითარებელი სწავლების გალპერინის თეორია

სკოლაში სწავლების მიზნები ჩამოყალიბებულია მათი გარკვეული ჩამონათვალის სახით, ცოდნა მოსწავლეებს უგროვდებათ თანდათანობით, თავისთავად, უნარ-ჩვევებიც ყალიბდება იქვე, მასთან ერთად; პარალელურად მიმდინარეობს აზროვნებისა და უნარების განვითარება. აქ არ არის ნათელი, რა შინაგანი კავშირები არსებობს ცალკეულ მიზნებსა და მათი მიღწევის ხერხებს შორის. კავშირი, რომელიც მათ შორის წარმოჩენილია, გარეგანია, – მხოლოდ ზედაპირული.

საჭირო კია, ვისაუბროთ ერთიანი სიღრმისეული არსებითი დონის ფსიქიკური განვითარების შესახებ, სადაც სწავლების მიზნები, ცოდნა, უნარ-ჩვევები, აზროვნებისა და უნარების განვითარება ერთ მწყობრ და სრულყოფილ სისტემაში შეიძლება განვიხილოთ. ცნობილია, რომ ცნებითი აზროვნების სტრუქტურული და ფუნქციონალური მხარეები ერთიანია, სადაც ცნებები განზოგადების გარკვეულ სტრუქტურებს წარმოადგენს.

სწავლების პროცესში განსაკუთრებული შემეცნებითი სტრუქტურების – *აზროვნების განზოგადებული სქემების* – ფორმირების პრიორიტეტული მნიშვნელობის იდეა წამოაყენა **გალპერინმა**. გალპერინი პირდაპირ მივიდა იმის გაგებასთან, რომ სუბსტრატი, გონებრივი განვითარების მატარებელი, არის არა ცოდნა, არა უნარები ან კიდევ სხვა რამ, არამედ – განზოგადებული ოპერაციული სქემები, რომლებიც ადგენენ ემპირიული ობიექტების რაციონალურ სტრუქტურას და გამოიყენება ამოცანათა ამოხსნის საშუალებად, ამ შესასწავლ ობიექტებთან მიმართებაში. გალპერინს გამოაქვს დასკვნა: *სასკოლო სწავლების მთავარი ამოცანა უნდა იყოს კარგად ორგანიზებული და მოწესრიგებული შინაგანი გონებრივი სტრუქტურების ფორმირება.* ამასთან:

- ხანგრძლივ მეხსიერებაში ახალ და უკვე მიღწეულ ცოდნას შორის რაც უფრო მეტი სხვადასხვა კავშირი დამყარდება, მით უფრო სიღრმისეული იქნება ახალი მასალის გაგება.
- გონებრივი საქმიანობა რაც უფრო განვითარებულია და სტრუქტურულად ორგანიზებული, მით უფრო დიდხანს და მტკიცედ შეინახება მასალა მეხსიერებაში.
- აზროვნების მოქნილობისა და ცხოველქმედების უზრუნველყოფა შეუძლია მხოლოდ ცოდნის სტრუქტურულად კარგად ორგანიზებულ, შინაგანად დანაწევრებულ სისტემას.

აქედან გამომდინარეობს, რომ სასკოლო სწავლების პროცესში მოსწავლეს უბრალოდ კი არ უნდა გადავცეთ ე.წ. „ცოდნების ჯამი", არამედ უნდა ჩამოვუყალიბოთ მას, რამდენადაც ეს შეიძლება მისთვის მისაწვდომ დონეზე, ცოდნის შეკავშირებული სისტემა, რომელიც ქმნის შინაგან მოწესრიგებულ სტრუქტურას.

ბავშვი თავისი განვითარების პროცესში იძენს კაცობრიობის საზოგადოებრივ-ისტორიულ გამოცდილებას, ე.ი. ეუფლება იმ საშუალებებსა და ხერხებს, რომელთა მეშვეობით ადამიანები სხვადასხვა საქმიანობას ასრულებენ. ეს ყოველივე მიმდინარეობს მის გარემოში, ადამიანებთან ურთიერთობის პროცესში. ამ პირობებში აღმოცენდება **ინტერიორიზაციის** პროცესი. გამოდის, რომ ყოველგვარი ფსიქიკური ფუნქცია ბავშვის განვითარებაში ჩნდება ორჯერ: პირველად – სო-ციალურ პლანში, მეორედ – ფსიქოლოგიურში. ე.ი. ჯერ იგი თავს იჩენს ადამიანთა შორის როგორც გარეგანი, პრაქტიკული კატეგორია, შემდეგ – ბავშვში, როგორც შინაგანი, გონებრივი კატეგორია. ამასთან, გარეგანი ზემოქმედების პრო-ცესში იქმნება და ვითარდება ადამიანის ცნობიერება, და გარეგანი საქმიანობა გადაადგილდება, გარდადის ცნობიერების შინაგან პლანში. შედეგად, ყალიბდება განსაკუთრებული სტრუქტურა – *აზროვნების სქემა.* სწორედ ამასთან ერთად ხდება ამ შინაგანი პლანის ფორმირება.

ამ ფონზე და მის საფუძველზე 1954 წელს **გალპერინმა** შექმნა ***გონებრივ მოქმედებათა ეტაპობრივი ფორმირების თეორია.***

ეს თეორია სწავლებას განიხილავს როგორც საქმიანობის განსაზღვრული სახეების სისტემას. მისი ცენტრალური რგოლია ***მოქმედება როგორც ნებისმიერი ადამიანური საქმიანობის ერთეული.*** მოქმედებისა და გარემოს სახეები ერთიანდებიან ერთ სტრუქტურულ ელემენტში, რომლის საფუძველზეც მიმდინარეობს მოქმედების მართვა და მას ეწოდება ***მოქმედების საორიენტაციო საფუძველი.*** მოქმედების საორიენტაციო საფუძველი – ეს არის პირობების ის სისტემა, რომელსაც მოქმედების შესრულებისას რეალურად ეყრდნობა ადამიანი. ყოველ ადამიანურ მოქმედებაში გამოიყოფა სამი ნაწილი:

- **საორიენტაციო,**
- **შემსრულებლობითი,**
- **საკონტროლო.**

გალპერინის თეორიის ძირითადი იდეა ის არის, რომ ცოდნის შეთვისება და საქმიანობის შეთვისება მიმდინარეობს მოქმედებათა განსაზღვრული სისტემის შესრულების შედეგად. ამასთან, ცოდნის შეთვისების ეტაპები არ გამოიყოფა საქმიანობის შესრულების ეტაპებისაგან. ამით ცოდნა ჩართულია საქმიანობის სტრუქტურაში.

გალპერინმა დაადგინა, რომ გარეგანი, პრაქტიკული მოქმედების გადასვლა შინაგან გონებრივ მოქმედებაში არის რთული მრავალეტაპობრივი პროცესი.

ეს ეტაპები შემდეგია:

პირველი ეტაპი. იგი *დაკავშირებულია მოქმედების მიზნის წინასწარ გაცნობასთან,* ბავშვებში *აუცილებელი მოტივაციის შექმნასთან.*

მეორე ეტაპი. ***მოქმედების საორიენტაციო სქემის შედგენა.*** მოსწავლეებს აცნობენ, როგორ და რომელი მიმ-

დევრობით შეასრულონ მოქმედება. აქ შესაძლებელია ორი მეთოდის გამოყენება:

• **პირველი** – მასწავლებელი უხსნის მოსწავლეს მოქმედებას და შემდეგ თხოვს, შეასრულოს იგივე, თვითონ ეხმარება მას მითითებებით;

• **მეორე** – მასწავლებელი ასრულებს მოქმედებას, მოსწავლე თვალყურს ადევნებს, აკვირდება და „ეხმარება“ მასწავლებელს თავისი შენიშვნებით.

გალპერინმა დაადგინა მეორე მეთოდის დიდი ეფექტიანობა.

მესამე ეტაპი. ***„მატერიალური“ საგნობრივი საქმიანობის ორგანიზაცია.*** მუშაობა მიმდინარეობს რეალურ საგნებთან. ამ ეტაპშია ჩართული „მატერიალიზებული საქმიანობა“, როცა მუშაობა მიმდინარეობს მოდელებთან, სქემებთან, ნახაზებთან. მოქმედებაში ჩართული ყველა ოპერაცია წარმოდგენილია ვრცლად, გაშლილი სახით. მასალასთან მუშაობს მოსწავლე, მასწავლებელი მიმართულებას აძლევს მის მუშაობას. ყველაფერი, რაც პრაქტიკულად კეთდება, ექვემდებარება კომენტირებას.

მეოთხე ეტაპი. ***მოქმედების დაუფლება გარეგანი მეტყველების დონეზე.*** ამ ეტაპისათვის მოსწავლე უკვე ფლობს მოქმედებას, სადაც შეუძლია საგნების გამოყენება. ახლა კი მას ხელეწიფება, გადავიდეს იმ სტადიაზე, სადაც შეეძლება მოქმედების აღწერა თავისი გარეგანი მეტყველებით, მისთვის ძნელი არ იქნება, ჩაატაროს სიტყვიერი ანალიზი. ამ ეტაპზე პრაქტიკული მოქმედება გადადის თეორიულში.

აქ შესაძლოა, ადგილი ექნეს ორი სახის შეცდომას:

1. ბავშვი მექანიკურად სწავლობს სიტყვიერ ფორმულირებას, სიტყვიერად ამბობს სწორად, მაგრამ პრაქტიკულად აკეთებს თავისებურად. აქ საქმე გვაქვს ფორმალურ ცოდნასთან. ამ ეტაპზე მასწავლებელი ვალდებულია, მოთხოვოს

ბავშვებს, აღწერონ თავიანთი მოქმედება და ილაპარაკონ მიზნის მიღწევის სხვადასხვა გზების შესახებ.

2. პრაქტიკულად ბავშვი ყველაფერს აკეთებს კარგად, მაგრამ ამისი ახსნა არ შეუძლია მეტყველებაში. აქ მუხრუჭდება მეტყველების განვითარება. მასწავლებელმა სათანადო ზომებს უნდა მიმართოს.

მეხუთე ეტაპი. ***მოქმედების გადატანა გონებრივ დონეზე.*** ამ ეტაპზე განისაზღვრება გონებრივი მოქმედების პირველი ფორმა. მოსწავლე არ ლაპარაკობს ხმამაღლა, იგი წარმოთქვამს თავისთვის. პირველ ხანებში მოქმედება წარმოსდგება აზრითი წარმოთქმის სახით, ვრცლად, გაშლილად, შინაგანი მეტყველებით. შემდეგ, თანდათანობით ეს შინაგანი მეტყველება იკუმშება და იზრდება გაცნობიერების დონე, მოქმედების შესრულების სიჩქარე. ამ ეტაპის ბოლოს მოქმედება სრულადაა ფორმირებული შინაგან მეტყველებაში.

მეექვსე ეტაპი. ***მოქმედების შესრულება გონებრივ პლანში.*** ეს ბოლო ეტაპია, აქ მთავრდება მუშაობა მოქმედების გარდაქმნაზე გარეგანიდან შინაგანში, მოსწავლე გადადის აზროვნების ცნებით დონეზე. ამ ეტაპზე მოქმედება ხდება განზოგადებული, შემოკლებული, დამოუკიდებლად შესრუ-ლებადი. აქ მოსწავლეები მოქმედებენ ცნებებზე და წარმოდ-გენებზე, ამოცანის ამოხსნის მთელი პროცესი მიმდინარეობს თავისთვის, გარეგანი საყრდენის გარეშე, ე.ი. პროცესი არის ფარული, ხოლო ცნობიერებას ეძლევა ამ პროცესის პროდუქტი.

ცოდნის შეთვისების პროცესი და მისი წარმატება დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორაა ორგანიზებული სასწავლო მასალაში ბავშვის ორიენტაციის პროცესი. მოქმედების ფორმირების პირობაა მისი საორიენტაციო საფუძველი და ეს საფუძველი დაკავშირებულია მოქმედების დაყოფასთან მცირე ელემენტარულ ოპერაციებად. აქ იგულისხმება ორიენტირები, მითითებები, ცნობები მოქმედების კომპონენტების შესა-

ხებ. ორიენტაცია შეიძლება იყოს სრული ან ნაკლებად სრული.

ორიენტირების ხერხისა და მისი სისრულის გათვალისწინებით გალპერინმა განიხილა სწავლის სამი ტიპი:

სწავლის პირველი ტიპი ხასიათდება იმით, რომ ორიენტაცია არის არასრული. ორიენტირები წარმოდგენილია კერძო სახით და გამოიყოფა სუბიექტის მიერ ბრმა სინჯვების გზით. ასეთი საორიენტაციო საფუძვლის დროს მოქმედების ფორმირების პროცესი მიმდინარეობს ძალზე შენელებულად, სუბიექტი უშვებს მრავალ შეცდომას. მოსწავლე სინჯვებისა და შეცდომების გზით სტიქიურად პოულობს მოქმედების სწორი შესრულებისათვის აუცილებელ ორიენტირებს. ამ შემთხვევაში მოსწავლე ვერ გამოყოფს ცნების არსებით ნიშნებს არაარსებითისაგან. აქ ორ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე: ნიჭიერი და ძლიერი მოსწავლე თვითონ ადვილად მონახავს ორიენტირებს, მაგრამ საშუალო მომზადებისა და სუსტი მოსწავლე მიდის ბრმად, „ბნელში ხელების ფათურით“. ცოდნა იზოლირებულია, არ ჯდება სისტემაში. ერთადერთი გამოსავალია – დამახსოვრება, მაგრამ ერთმანეთთან დაუკავშირებელი ფაქტების გონებაში შენახვა ძნელია. ცოდნა არამყარია, არ შეიძლება მისი გადატანა სხვა სიტუაციაში. მოსწავლეს შეუძლია ისწავლოს სწორი გონებრივი მოქმედების შესრულება, მაგრამ მტკიცე უნარ-ჩვევები არა აქვს, პირობის შეცვლისას შეიძლება დაიბნეს. თუ ცოდნის სხვა სიტუაციაში გადატანა არ ხდება, მაშინ აზროვნებაც არ ვითარდება.

სწავლების მეორე ტიპი ხასიათდება იმით, რომ მოსწავლეს ეძლევა სრული ორიენტაცია, მაგრამ ეძლევა იგი გამზადებული სახით და შეესაბამება მხოლოდ კონკრეტულ შემთხვევას. მაგალითად, წერის სწავლების დროს შეიძლება ასეთი საორიენტაციო საფუძვლის მიცემა: სანამ დაწერ ასო „დ“-ს, იპოვე და გამოსახე გარდატეხისა და სიმრუდის შეცვ-

ლის წერტილები. დასამახსოვრებელი არაფერი არ არის, მხოლოდ მასწავლებლის ინსტრუქციას უნდა მისდიო. აქ ვიგებთ დროშიც და ხარისხშიც. ორიენტირების სისტემა საშუალებას გვაძლევს, ვასწავლოთ ჩქარა და უშეცდომოდ. საორიენტაციო საფუძვლის ასეთნაირად მოცემის დროს მოქმედების ფორმირება მიმდინარეობს ჩქარი ტემპით, შეუცდომლად, მაგრამ ცოდნის გადატანის სფერო შეზღუდულია, მოსწავლეს მხოლოდ ანალოგიურ სიტუაციებზე შეუძლია ცოდნის გადატანა.

საორიენტაციო საფუძველი წინასწარ შეირჩევა მასწავლებლის მიერ. მასწავლებელი აძლევს მოქმედების ნიმუშებს, ვრცელ და სრულ მითითებებს მოქმედების შესრულების შესახებ. იგი უხსნის მოსწავლეებს, თუ რა გზით მიიღწევა მიზანი. ასეთი სწავლების დროს შეცდომებს ადგილი არა აქვს. ორიენტირების ასეთი სისტემა განაპირობებს სწავლებას შეცდომების გარეშე. მაგრამ ცოდნის გადატანა აქაც არ არის. ყოველი ამოცანა იხსნება როგორც კერძო და კონკრეტული. ინტელექტი ამ შემთხვევაში არ ვითარდება, ადგილი აქვს მხოლოდ უნარ-ჩვევათა დაგროვებას. მხოლოდ ზოგიერთ მოსწავლეს უვითარდება მასალის ანალიზის უნარი, რაც აძლევს საშუალებას, გადაიტანოს ცოდნა სხვა სიტუაციაში, მაგრამ ეს უნარიც არაა სრულყოფილი.

სწავლის მესამე ტიპი ხასიათდება იმით, რომ მოსწავლეს მთლიანად ეძლევა მოქმედების საორიენტაციო საფუძველი, მაგრამ ორიენტირები ზოგადი სახისაა და ისინი მოვლენათა მთელ კლასს ახასიათებენ. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში მოსწავლე, გამომდინარე ზოგადი ორიენტირებიდან, დამოუკიდებლად აგებს კონკრეტულ ორიენტირებს. ამ შემთხვევაში მოქმედებას, მისი ფორმირების პროცესში, ახასიათებს არა მარტო სისწრაფე და შეუცდომლობა, არამედ იგი მტკიცეა და მოსწავლის მიერ ადვილად გადაიტანება ახალ სიტუაციაში.

ობიექტის ანალიზის დროს ბავშვს უნდა ვასწავლოთ დამოუკიდებლად დადგენა ორიენტირების ისეთი სისტემისა, რომელიც ზოგადი იქნება ამოცანათა ამა თუ იმ კლასის შესაბამისი ყველა მოქმედებისათვის. მაგალითად, 2-3 ასოს მოხაზულობის მაგალითზე ვაჩვენოთ წერის ზოგადი პრინციპი: სანამ კონტურის კოპირებას გავაკეთებთ, უნდა გამოვყოთ კრიტიკული წერტილები იქ, სადაც ხაზი მიმართულებას იცვლის. შემდეგ მოსწავლე ასოების მოხაზვას ისწავლის თვითონ, მასწავლებლის მითითების გარეშე. შემდგომში მოსწავლეს დამოუკიდებლად შეეძლება ამოცანათა ამ კლასისათვის სწორად ააგოს ნებისმიერი მოქმედების საორიენტაციო საფუძველი. კონკრეტული ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ფორმირებამდე მოქმედების განზოგადებული ხერხის გამოყოფა პრინციპულადაა მომგებიანი როგორც დროის, ისე ხარისხის მიხედვით. ჯერ ერთი, სწავლება ამ შემთხვევაში იმთავითვე სრულად გაცნობიერებულია: ბავშვს არა მხოლოდ ესმის, რისი სწავლა მოუწევს, არამედ ფლობს კიდეც ამ სწავლის ხერხებს. მეორე, ძალიან მოკლდება სწავლების ვადები: არ არის აუცილებლობა იმისა, რომ მოქმედება გამეორდეს უკეთ გაგების მიზნით. მესამე, მოქმედების განზოგადებული ხერხის ფლობა ბავშვს აძლევს საშუალებას, ამოხსნას ახალი ამოცანები.

ნებისმიერი ბავშვი იწყებს განსხვავებულებში ზოგადის, საერთოს დანახვას. მას შეუძლია, შეთვისებული ხერხი გამოიყენოს სინამდვილის სხვა მხარეების ანალიზისათვის. სწავლას იწყებს ისე, როგორც სწავლობენ ნიჭიერები: *დაეუფლე პრინციპს? – აწი ისწავლე თვითონ!*

გალპერინმა კონკრეტულად განახორციელა **ვიგოდსკის** იდეები განვითარებაში სწავლების წამყვანი როლის შესახებ. განვითარებაზე გავლენას ყოველი სწავლება არ ახდენს; გავლენას ახდენს მხოლოდ ის სწავლება, რომელიც აგებულია ორიენტირების მესამე ტიპის მიხედვით.

§ 4. განმავითარებელი სწავლების ზანკოვის თეორია

ცოდნის რეპრეზენტაციისა და კოგნიციური სტრუქტურების ცნებები განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს თანამედროვე პედაგოგიკურ ფსიქოლოგიაში. საუბარია შინაგან ფსიქიკურ სტრუქტურებზე, რომლებიც ადამიანის ცნობიერებაში ყალიბდება მთელი მისი ცხოვრების მანძილზე. ამ სტრუქტურებშია წარმოდგენილი სამყაროს, საზოგადოებისა და საკუთარი თავის ის სურათი, რომელიც შექმნილია ცხოვრებისეული გამოცდილების შედეგად. ყველაფერს, რასაც ადამიანი აღიქვამს, გონება გარდაქმნის და ინახავს განზოგადებულ-აბსტრაქტული სახით, ეს შენახული ცოდნა გონებრივი გარდაქმნების პროდუქტია. ამ პროდუქტებში წარმოდგენილია საგნობრივი სამყაროს ინვარიანტული მახასიათებლები, აგრეთვე, ინვარიანტული მიმართებები ამ სამყაროში მრავალ მის კომპონენტებს შორის, და, მასთან ერთად, – სუბიექტისა და სუბიექტებს შორის მიმართებათა ინვარიანტული მახასიათებლები. მეხსიერებაში შენახული გონებრივი (კოგნიციური) გადამუშავების პროდუქტები ქმნიან მოწესრიგებულ სისტემებს, რომლებიც შედგება ქვესისტემებისა და იერარქიული დონეებისაგან.

ეს სისტემები არა მხოლოდ ცოდნის შენახვის სისტემებია, არამედ შემეცნების საშუალებაცაა. ისინი წარმოადგენენ თავისებურ შინაგან ფსიქიკურ ფორმებს (სქემებს, შაბლონებს, მატრიცებს, მოდელებს და სხვ.), რომელთა მეშვეობითაც ადამიანი ხედავს გარესამყაროსა და საკუთარ თავს. ეს ის სტრუქტურებია, რომელთა საშუალებითაც ადამიანი ინფორმაციას ღებულობს, გარდაქმნის, გადასცემს, ინახავს. ეს სტრუქტურები რაც უფრო მეტადაა განვითარებული, ადამიანი მით უკეთესად შეიმეცნებს, უკეთესად ესმის ბუნების, გარესამყაროს, უკეთესად შეუძლია ჩაუღრმავდეს საკუთარ თავს. კოგნიციურ სტრუქტურებში ჩაწე-

რილია არა მარტო ცოდნა, არამედ – მისი მიღების ხერხები და საშუალებები, გრძნობადიდან აბსტრაქტულ და განზოგადებულ რეპრეზენტაციებზე გადასვლის ხერხები.

ტრადიციული სწავლებით ფსიქიკური კოგნიციური სტრუქტურების გზაა კერძოდან ზოგადისკენ, ნაცნობიდან უცნობისკენ, ადვილიდან რთულისკენ, ხოლო განმავითარებელი სწავლებით ფსიქიკური კოგნიციური სტრუქტურების გზა ზოგადიდან კერძოსკენაა მიმართული. ეს უკანასკნელი ყოველთვის დაკავშირებულია ცოდნის დიფერენციაციის სისტემასთან. ეს კი თავისთავად გულისხმობს სასწავლო მასალის ისეთ დალაგებას, რომ ყოველი მომდევნო გამომდინარეობდეს წინასაგან, იყოს მისი განვითარება და არა – ახალი ცოდნა. ამიტომ ასეთი სწავლებისას ყველაფერი იწყება უმარტივესი ძირითადი საწყისებიდან; ვუწოდოთ მათ „სისტემური სტრუქტურები“. ეს სტრუქტურები შეიცავენ რაღაცა მთლიანს, ერთიანს, რომელიც დაკავშირებულია როგორც ზოგად ცნებასთან, ისე წარმოებულ ელემენტებთან, რომ-ლებიც ამ ზოგადის დანაყოფებს წარმოადგენს. **დავიდოვისა** და **ზანკოვის** განმავითარებელ სისტემებში ზოგადიდან კერძოსკენ განვითარების კანონი დამუშავებულია როგორც თეორიულად, ისე ექსპერიმენტულად, ამასთან, გონებრივი განვითარების ღერძად მიღებულია სისტემური დიფერენციაციის იდეა.

ტრადიციული დიდაქტიკის გადასინჯვამ გამოიწვია ის ფაქტი, რომ განმავითარებელმა სწავლებამ აღიარა პრინციპი: „ზოგადიდან კერძოსკენ“. ამ პრინციპით უნდა აიგოს სასკოლო სახელმძღვანელოები და სწავლება უნდა დაიწყოს უფრო ზოგადი ცნებების გაცნობით, მხოლოდ შემდეგ შეიძლება კერძო საკითხებზე გადასვლა.

ზანკოვის სისტემით ბავშვებში ხდება კარგად დანაწევრებული კოგნიციური სტრუქტურის ფორმირება. მაგალითად, არითმეტიკულ მოქმედებათა შესრულების მეთოდიკა

იგება ისე, რომ შეკრებისა და გამოკლების დაუფლება მკაფიოდ იყოს დამყარებული ისეთ საკითხებზე, როგორიცაა: რიცხვის შედგენილობა, შეკრების გადანაცვლებადობის კანონი, შეკრებისა და გამოკლების ურთიერთშექცევადობის მიმართება. დასახელებული საკითხები ამ შემთხვევაში სწავლების ღერძებს წარმოადგენს და სწორედ ეს ღერძებია რაოდენობრივ მიმართებათა ასახვის კოგნიციური ბადის გარკვეული პირობები. აქ სისტემის შიგნით წარმოიქმნება ცნებათა აშკარა დიფერენციაცია. და ცნებათა ყოველი სისტემა, ზანკოვის თქმით, წარმოადგენს „მთელს, ნაკლებ მთელებად მრავალფენოვანი და მკაფიო დიფერენციაციით“.

ზანკოვის სისტემაში **შედარების** პროცესს სრულიად განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება. აქ იგი აქტიურად უწყობს ხელს განვითარებას. როგორც ვიცით, ტრადიციულ დიდაქტიკაში **შედარების** როლი იმაში გამოიხატება, რომ მას მივყავართ საგნებსა და მოვლენებში ზოგადის დანახვისაკენ და ამით იგი განზოგადების საშუალებაა. ზანკოვის სისტემაში კი შედარების პროცესი ორიენტირებულია არა იმდენად ზოგადის დანახვაზე, რამდენადაც – განსხვავების შემეცნებაზე. სპეციალურად ორგანიზებული შედარებით ბავშვები ადგენენ განსხვავებათა ფართო სპექტრს, რომელიც არსებობს ერთმანეთის მსგავს საგნებსა და მოვლენებში, რასაც პირდაპირ მივყავართ მათი განსხვავებული თვისებების, მხარეების, მიმართებების მკაფიო დიფერენციაციამდე. შედარების ეს როლი კიდევ უფრო იზრდება, როცა იგი მიმდინარეობს როგორც რეკომენდებადი სისტემა. ცხადია, რომ ასეთი ორგანიზაციული შედარება არის კოგნიციური სტრუქტურების სისტემური დიფერენციაციის მძლავრი საშუალება, და, მაშასადამე, იგი გონებრივი განვითარების მძლავრი საშუალებაცაა. ასე, რომ ზანკოვის სისტემაში აქცენტი ცოდნის სისტემურ დიფერენციაციაზე კეთდება.

განმავითარებელი სწავლების ზანკოვის სისტემის ცენტრალური პედაგოგიური იდეა არის ბავშვის ზოგად განვითარებაზე ორიენტირება. ზოგადი განვითარების ქვეშ ზანკოვს ესმოდა ბავშვის უნარების განვითარება. ასეთი განვითარების დონის გამოსავლენად ზანკოვმა თავის მრავალწლიან ექსპერიმენტებში გამოიყენა შემდეგი მაჩვენებლები:

1. დაკვირვებულობის განვითარება. დაკვირვება მიზანმიმართული საქმიანობაა, რომელიც ექვემდებარება განსაზღვრულ ამოცანას. დაკვირვება ამდიდრებს მოსწავლეს გარესინამდვილის მკაფიო სახეებით, იგი წარმოდგენებისა და ცნებების ფორმირების საფუძველია. უფრო მეტიც, დაკვირვება აზროვნების განვითარების საფუძველია. დაკვირვებულობის განვითარების ძირითადი მაჩვენებელი ისაა, რომ მოსწავლეს შეეძლოს:

- *თავისი აღქმა დაუქვემდებაროს დასმულ ამოცანას;*
- *ყურადღება დაძაბოს და მკაცრად მისდიოს ინსტრუქციას;*
- *ამომწურავად გამოყოს დაკვირვების საგნის ნაწილები;*
- *ყოველმხრივ განიხილოს ობიექტის თვისებები, მოქმედებები და მდგომარეობა;*
- *შეამჩნიოს ნაკლებად შესამჩნევი კომპონენტები;*
- *განსაზღვროს ობიექტის განხილვის თანამიმდევრობა;*
- *ყოველი აღსაქმელი გაიაზრიანოს, მისცეს მას ინტერპრეტაცია ადრე მიღებული ცოდნის ბაზაზე;*
- *აღქმული დაახასიათოს ზოგადად.*

2. განყენებული აზროვნების განვითარება. აზროვნებითი საქმიანობა განიხილება ანალიზისა და სინთეზის, აბსტრაქციისა და განზოგადების შეძლებისა და დონის მიხედვით. ეს შეძლება და დონე გამოიხატება მოქმედებებში:

- *სხვადასხვა ობიექტის განხილვა ერთი და იგივე თვალსაზრისით;*
- *განხილვის ერთი ასპექტიდან მეორეზე გადართვა;*

• *განხილვის ასპექტების შეთავსება, ე.ი. სხვადასხვა თვალსაზრისის ერთდროული დანახვა, სხვადასხვა თვალსაზრისის გააზრიანება.*

ზანკოვის დიდაქტიკური სისტემა ორიენტირებულია ბავშვებში თეორიული აზროვნების საფუძვლების ფორმირებაზე, რაც უნდა გამოვლინდეს განზოგადებული ხერხით ამოცანების ამოხსნაში. ასეთი აზროვნება მიმდინარეობს სიტყვიერ-ნიშნიერი ფორმით ლოგიკური ამოცანების ამოხსნის გზით. აზროვნების განვითარება მიმდინარეობს ***ემპირიული ამოცანებიდან*** (ობიექტების გარეგან კავშირებში ორიენტაციის საფუძველზე) ***თეორიულ ცოდნამდე*** (შესამეცნებელი ობიექტის შიგაკავშირების საფუძველზე). ასეთი სწავლების შედეგად ყალიბდება თეორიული ცნებები და განზოგადებები.

3. პრაქტიკულ მოქმედებათა განვითარება. პრაქტიკული მოქმედება უზრუნველყოფს მატერიალურ სამყაროზე მატერიალურ ზემოქმედებას მისი შეცვლის მიზნით. პრაქტიკული განვითარების დიდი მნიშვნელობა იმითაა მოტივირებული, რომ მასში წარმოდგენილია არა მარტო მამოძრავებელი უნარ-ჩვევები, არამედ აქ წარმოჩენილია, აგრეთვე, სენსორული ფორმა, სივრცითი წარმოდგენები, აზრითი საქმიანობა და სხვ. პრაქტიკულ მოქმედებებში დაბრკოლებათა გადალახვა იწვევს მოსწავლის ემოციონალურ-ნებისყოფითი უნარების გამოვლენასა და განვითარებას. პრაქტიკულ მოქმედებათა დაუფლება გულისხმობს:

• *მომავალი საქმიანობის აზრითი დაგეგმვის უნარს;*

• *თვითკონტროლის განვითარებას, ე.ი. უნარს იმისა, რომ თავისი საქმიანობის თანამიმდევრული ნაბიჯები შეუთანადოს ადრე დაგეგმილ ოპერაციებსა და შედეგებს;*

• *მუშაობის დასრულების შემდეგ ზუსტი და ვრცელი ანგარიშის შედგენის უნარს.*

ამგვარად, *დაკვირვება, აზროვნება და პრაქტიკული მოქ-მედება* ზანკოვის პედაგოგიკაში ფსიქიკური საქმიანობებისა და მათი ორგანიზების ძირითადი ფორმებია.

ეს არის განმავითარებელი სწავლების ზანკოვის ტექნო-ლოგიის ***პირველი განმასხვავებელი ნიშანი.***

მეორე განმასხვავებელი ნიშანი ისაა, რომ ზანკოვმა თავის ტექნოლოგიას ერთ-ერთ საფუძვლად დაუდო განსა-კუთრებული **პრინციპები**.

ზანკოვმა მიზნად დაისახა მოსწავლეთა ინტენსიური განვითარება და უარყო ტრადიციულად მიღებული წესები:

- *სასწავლო მასალის გაადვილება;*
- *სასწავლო მასალის შესწავლის შენელებული ტემპი;*
- *სასწავლო მასალის ერთსახოვანი გამეორებები.*

ზანკოვის მთელი პედაგოგიკა ამ წესების დაძლევას ისახავს მიზნად. ამ პედაგოგიკაში სახელმძღვანელოდ მიღე-ბულია შემდეგი პრინციპები:

➢ **სიძნელის მაღალ დონეზე სწავლების პრინციპი.** ამ პრინციპის რეალიზაცია გულისხმობს სიძნელის ზომიერე-ბის დაცვას, წინააღმდეგობათა დაძლევას, შესასწავლი მოვ-ლენების ურთიერთკავშირებისა და სისტემატიზაციის გააზ-რიანებას. ამ პრინციპის შინაარსი სწავლების პრობლემურო-ბას ეთანადება.

➢ **თეორიული ცოდნის წამყვანი როლის პრინციპი.** ამ პრინციპის თანახმად, ცნებების, მიმართებებისა და შიგასაგ-ნობრივი თუ საგანთაშორისი კავშირების დამუშავება და გაც-ნობიერება არანაკლებ მნიშვნელოვანია, ვიდრე ჩვევების ჩამოყალიბება. მისი შინაარსი შეიძლება შევუთანადოთ მოქ-მედების ზოგადი პრინციპის გაგების მნიშვნელოვნებას.

➢ **მასალის შესწავლაში სვლის ტემპის აჩქარების პრინციპი.** ეს პრინციპი სწავლებაში სიჩქარეს კი არ გუ-ლისხმობს, არამედ იგი გულისხმობს მუდმივ მოძრაობას წინ, გონების უწყვეტ გამდიდრებას, ცოდნის სისტემატიზა-

ციისა და განზოგადების აყვანას მაღალ დონეზე. ამ პრინციპის მიხედვით, ნასწავლის გამეორება უნდა მოიცავდეს ახალი კავშირების, მიმართებებისა და ცნებების გამოვლენას.

- **მოსწავლის მიერ საკუთარი სწავლის გაცნობიერების პრინციპი.** ეს პრინციპი ორიენტირებულია რეფლექსიის განვითარებაზე; საკუთარი თავის, როგორც სწავლის სუბიექტის, გაცნობიერებაზე. პრინციპი ემსახურება პიროვნული რეფლექსიისა და თვითრეგულაციის განვითარებას.
- **ყველა მოსწავლის განვითარებაზე მუშაობის პრინციპი.** ამ პრინციპის შინაარსი ეთანადება საგანმანათლებლო პროცესის ჰუმანიზაციას.

ზანკოვის სისტემაში მოსწავლეთა გონებრივი განვითარებისათვის ფრიად ეფექტურია:

1. შედარების სხვადასხვაგვარი ფორმები და სახეები.

მნიშვნელოვანია საკითხის განვითარება: ჯერ უდარებენ ერთმანეთს კონკრეტულ საგნებს, რომლებიც ნატურალური თვალსაჩინოებითაა მოცემული. მაგალითად, თხმელისა და ცაცხვის ფოთლებს. შემდეგ – საგანთა სახეებს, მაგალითად, ნაძვისა და ფიჭვის სურათებს; ნიშნებს, მაგალითად, 5 და 3, 6 და 9; სიტყვებს, რომელთაც ერთნაირი ფუძეები გააჩნიათ, ერთნაირად ბოლოვდებიან და ა.შ. მაგალითად, კაცი, საკაცე, კაცური, კაცობრიობა, კაცობა და სხვ.; მათემატიკურ გამოსახულებებს, გეომეტრიულ ფიგურებს, ლიტერატურულ ნაწარმოებებს, თემატიკით ერთგვაროვან სურათებს. ბოლოს, ერთმანეთს უდარებენ განყენებულ ცნებებს, როგორიცაა, მაგალითად, სიკეთე და გულუხვობა, ჯამი და ნამრავლი, თანდებული და ბოლოსართი და სხვ.

2. ერთი სასწავლო შინაარსის ანალიზის სხვადასხვა ფორმა.

მაგალითად, ირჩევა სიტყვა მისი შინაარსობრივი მნიშვნელობის მიხედვით, შემდეგ, იგივე სიტყვა ირჩევა მორფოლოგიურად და სხვ.

3. განზოგადების სხვადასხვაგვარი ფორმა.

აქ იგულისხმება ერთგვაროვანი მოვლენების დაჯგუფება, კლასიფიკაცია, მიმართებათა დადგენა და სხვ.

4. ბავშვის მიერ მათთვის მიცემული სასწავლო მასალის კონსტრუირება და კონსტრუირებულის შეცვლა.

აქ იგულისხმება უტოლობის გადაქცევა ტოლობად (და პირიქით); ერთმოქმედებიანი ამოცანის შეცვლა ისე, რომ ის გახდეს ორმოქმედებიანი; ერთი გეომეტრიული ფიგურის გადაქცევა მეორე ფიგურად; დამოუკიდებელი შედგენა ამოცანების, ფიგურების, უზორების, მოთხრობების, გრამატიკული და მათემატიკური გამოსახულებების და სხვ.; ერთი ამოცანის ამოხსნისათვის სხვადასხვა ხერხის გამოყენება და ა.შ.

5. თეორიული დებულებებით *(წესები, კანონები, ცნებები)* ***ოპერირებიდან მათ პრაქტიკულ გამოყენებაზე გადასვლა.***

6. მოსწავლის მიერ მოქმედების დასაბუთება.

7. დავალებათა სისტემატური გართულება.

აქ იგულისხმება მოთხოვნების გაძლიერება დამოუკიდებლობის, ვარიაციულობის, ორიგინალურობის, ამოხსნის სისწრაფის, ცოდნის გამოყენებისა და მისთ. მიმართ.

ამგვარად, ზანკოვის პედაგოგიკაში სასკოლო პროგრამებს საფუძვლად უდევს მოსწავლეთა მუდმივი და თანდათანობით გართულებული პრობლემური გონებრივი მოქმედებების სისტემა.

ისმის საკითხი: რით განსხვავდება ზანკოვური სწავლება ტრადიციულისაგან? რა თავისებურებებით ხასიათდება იგი?

პასუხი ასეთია:

პირველი თავისებურება – *მასწავლებლის განწყობა საიმისოდ, რომ მოსწავლეები წაიყვანოს ზოგადი განვითარების გზით;*

მეორე თავისებურება – *განათლების მდიდარი შინაარსი.*

ბავშვებს სამყაროს ვრცელი სურათი ეძლევა ლიტერატურის, მეცნიერებისა და ხელოვნების ფასეულობათა საფუძველზე.

მესამე თავისებურება – *სწავლების აგება ზანკოვის სისტემის დიდაქტიკური პრინციპების საფუძველზე:*

სწავლება სიძნელის მაღალ დონეზე, თეორიული ცოდნის მაღალი ხვედრითი წონა, პროგრამული მასალის შესწავლის ჩქარი ტემპი, მოსწავლეთა მიერ სწავლის პროცესის გაცნობიერება, ყველა მოსწავლის ზოგადი განვითარება.

მეოთხე თავისებურება – *ახალი მიდგომა სწავლებისადმი.*

ზანკოვის მიერ ფორმულირებული დიდაქტიკური პრინციპების ერთობლიობა განსაზღვრავს განათლების შინაარსის შერჩევისადმი მიდგომას. ეს კი, თავის მხრივ, განაპირობებს მოსწავლეთა ზოგად განვითარებაზე ორიენტირებული სწავლების მეთოდების შერჩევას.

მეხუთე თავისებურება – *განსაზღვრული ცვლილებები სწავლების ორგანიზაციულ ფორმებში.*

ზანკოვის სისტემაში გაკვეთილი რჩება სწავლების ორგანიზაციის ძირითად ფორმად. შენარჩუნებულია საშინაო დავალება, გაძლიერებულია ექსკურსიის ხვედრითი წონა. გაკვეთილი იძენს არასტანდარტულ ელემენტებს, პირველ პლანზე გამოდიან მოსწავლეები, მასწავლებელი „დირიჟორის" როლს ასრულებს, ძლიერდება მისი როლი მოსწავლეთა შემოქმედებით-ძიებით საქმიანობაში; საშინაო დავალება ხშირად ინდივიდუალურ ხასიათს ატარებს.

მეექვსე თავისებურება – *სიახლე სწავლების შედეგიანობის გამოვლენაში.*

სწავლების შედეგიანობის გამოვლენა მდგომარეობს იმაში, რომ ზოგადი განვითარების ამოცანაზე თავდაპირველი ორიენტაცია მასწავლებლისაგან მოითხოვს: მან სწავ-

ლების შედეგები შეაფასოს, უპირველეს ყოვლისა, ზოგად განვითარებაში მოსწავლეთა წინწაწევის მაჩვენებლებით.

მეშვიდე თავისებურება – *ურთიერთმიმართების ხასიათი პედაგოგიურ პროცესში მონაწილეთა შორის.*

ზანკოვის სისტემაში დამკვიდრებულია კეთილგანწყობილი ურთიერთობები. სისტემა ბავშვს ღებულობს ისეთს, როგორიც ის არის. მასწავლებელსა და მოსწავლეებს შორის სუფევს ნდობით გამსჭვალული ატმოსფერო. ურთიერთპატივისცემით გაჟღენთილი მიმართებები განვითარებაში ბავშვების წინსვლის უმნიშვნელოვანესი პირობაა.

ამგვარად, ზოგადად უნდა ითქვას, რომ **ზანკოვის** ხელმძღვანელობით ჩატარებული კვლევების შედეგად, როგორც აშკარად ჩანს, მიღებულ იქნა დასკვნები:

- **დამტკიცებულია** დებულება განვითარებაში სწავლების წამყვანი როლის შესახებ: სწავლების აგებულების ცვლილება იწვევს მოსწავლეთა ფსიქიკური იერსახის ცვლილებას;
- **გამოვლენილია,** რომ სწავლება მოქმედებს არა წრფეწირულად, არამედ ბავშვის შინაგანი თავისებურებებისა და შინაგანი სამყაროს პრიზმაში გარდატეხის გზით. ამის შედეგად ყოველი ბავშვი სწავლების ერთი და იგივე ფორმის ზეგავლენით აღწევს თავისი საკუთარი განვითარების გარკვეულ საფეხურს.
- **ამასთან:**

⇒ **შემოღებულია** ცნება – „ზოგადი განვითარება“, როგორც დაწყებითი სწავლების ეფექტურობის მიზანი და მაჩვენებელი;

⇒ **გახსნილია** მოსწავლეთა ზოგადი განვითარების გზები და ხერხები;

⇒ **ნაჩვენებია,** რომ არსებობს ბავშვის განვითარების დიდი რეზერვები.

§ 5. განმავითარებელი სწავლების ელკონინ-დავიდოვის თეორია

ელკონინმა და დავიდოვმა დაამუშავეს განმავითარებელი სწავლების ისეთი ტექნოლოგია, რომელშიც *შეთვისება* და *განვითარება* არის მოსწავლის, როგორც სწავლების სუბიექტის, თვითცვალების ერთიანი პროცესის ორი მხარე. და არა ორი პროცესი, რომელთაც სხვადასხვა კანონზომიერებები გააჩნიათ, როგორც ეს მიღებული იყო ტრადიციულად. ასეთ-მა მიდგომამ განაპირობა მათ კონცეფციაში სწავლების ისეთი მოდელის აგება, რომელიც უზრუნველყოფს მოსწავლის, როგორც სწავლების სუბიექტის, განვითარებას, სწავლების შესაბამისი ორგანიზაციის პირობებში.

ელკონინისა და დავიდოვის თვალსაზრისით სწავლების განმავითარებლობა დამოკიდებულია სასწავლო მასალის შინაარსსა და მოსწავლის მიერ მისი შეთვისების ხერხებზე. შინაარსი შედგენილი უნდა იყოს მოსწავლის თეორიული აზროვნების დონეზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ სასწავლო საგნების შინაარსობრივი მხარე უნდა იყოს არა ემპირიული დონის, არამედ – თეორიულის. და აქ უარყოფილი არ არის ემპირიული. საქმე იმაშია, რომ სპეციალურადაა შესასწავლი ისეთი საკითხები, რომლებიც ეხება ემპირიულ და თეორიულ ცოდნას, ურთიერთმიმართება ადამიანის შემეცნებითი საქმიანობის ისეთი მხარეებისა, როგორიცაა: გრძნობითი და რაციონალური, ხატოვანი და განყენებული, კონკრეტული და აბსტრაქტული. შემეცნების ამ მხარეთა გამაერთიანებელი შინაგანი საფუძველია განზოგადების პროცესები და მათთან დაკავშირებული პროცესი – პროცესი ცნების ფორმირებისა. განზოგადების პროცესი იმაში მდგომარეობს, რომ მოსწავლე შედარებათა მეშვეობით გამოყოფს საგანთა ჯგუფის რომელიმე განმეორებად თვისებებს, ამ თვისებათა გააზრიანება ორიენტირებულია აბსტრაჰირებაზე. და აბსტრაქციის ხარის-

ხი, თავის მხრივ, მისი წარმოქმნის ბუნებიდან გამომდინარე, შეიძლება იყოს ორი დონის: ემპირიულის და თეორიულის.

ემპირიული აზროვნება არ ეხება საგანთა შინაგან, არსებით თვისებებს, მასში ასახვას პოულობს მხოლოდ გარეგანი ნიშნები, რომლებიც მიღებულია სენსორული აღქმით.

თეორიული აზროვნება ასახავს საგანთა შინაგან, არსბით ნიშნებს, შინაგან კავშირებს, კანონზომიერებებსა და მათ განვითარებას.

აზროვნების ემპირიული ტიპით ჩვენ ვსარგებლობთ ყოველდღიურ ცხოვრებაში, ხოლო თეორიული აზროვნება მეცნიერებაშია საჭირო და ამიტომ მას მეცნიერულ აზროვნებასაც უწოდებენ.

ემპირიულ აზროვნებას უპირატესად ახასიათებს მსჯელობათა ინდუქციური ტიპი, ხოლო თეორიულს – დედუქციური. ემპირიული აზროვნების გზა მიმართულია კონკრეტულიდან აბსტრაქტულისკენ, ხოლო თეორიულისა – აბსტრაქტულიდან კონკრეტულისკენ.

ემპირიულ და თეორიულ ცოდნას შორის დავიდოვმა ექვსი განსხვავება გამოყო:

1. ***ემპირიული:*** ცოდნა გამომუშავდება საგანთა და მათზე წარმოდგენების შედარებისას. შედეგად გამოიყოფა ზოგადი თვისებები.

თეორიული: ცოდნა წარმოიშობა ერთმთლიანი სისტემის შიგნით რომელიმე განსაკუთრებული მიმართების როლისა და ფუნქციის ანალიზის დროს, მიმართება არის სისტემის ყველა გამოვლინების გენეტიკურად ამოსავალი საფუძველი.

2. ***ემპირიული:*** შედარებისას გამოიყოფა საგანთა რომელიღაც ერთობლიობა, რომელიც მიეკუთვნება განსაზღვრულ კლასს (ფორმალური ზოგადი თვისების საფუძველზე).

თეორიული: ანალიზის პროცესში იხსნება გენეტიკურად ამოსავალი მიმართება, ზოგადი საფუძველი, ერთმთლიანი სისტემის არსი.

3. *ემპირიული:* ცოდნა, რომელიც ემყარება დაკვირვებას, საგნის შესახებ წარმოდგენაში ასახავს მის გარეგან თვისებებს.

თეორიული: ცოდნა, რომელიც წარმოშობილია საგანთა აზრითი გარდაქმნებით, ასახავს მათ შინაგან მიმართებებსა და კავშირებს, ამით „გამოდის" წარმოდგენის ფარგლებს გარეთ.

4. *ემპირიული:* ფორმალურად ზოგადი თვისება განიხილება ერთ სიბრტყეში განსაკუთრებულთან და ერთეულადთან.

თეორიული: ფიქსირდება კავშირი ერთიანი სისტემის რეალურად არსებულ ზოგად მიმართებასა და ერთეულისა და ზოგადის კავშირის სახით მის სხვადასხვა გამოვლინებებს შორის.

5. *ემპირიული:* ცოდნის კონკრეტიზაცია მდგომარეობს საგანთა მოცემულ კლასში შემავალი ილუსტრაციების, მაგალითების შერჩევაში.

თეორიული: კონკრეტიზაცია მდგომარეობს ერთიანი სისტემის ზოგადი საფუძვლების განსაკუთრებული და ერთეულადი გამოვლინებების გამოყოფასა და ახსნაში.

6. *ემპირიული:* ცოდნის ფიქსაციის საშუალებაა სიტყვა-ტერმინები.

თეორიული: ცოდნა გამოიხატება გონებრივი საქმიანობის ხერხებში, ამის შემდეგ – სიმბოლურ-ნიშნიერ საშუალებებში.

ტრადიციული სწავლებით ცნებათა უმეტესობის ფორმირება ხდება ემპირიული გზით. თეორიული აზროვნება ვითარდება სტიქიურად, სხვადასხვა მოსწავლეში სხვადასხვანაირად. მაგალითად, პირველ კლასში თეორიულ აზ-

როვნებაზე საერთოდ არ გადავდივართ, მეორე კლასში გვაქვს გადასვლა თეორიულ აზროვნებაზე საგნობრივქმედითი ფორმით, ხოლო მესამე კლასში უპირატესობას ვანიჭებთ თვალსაჩინო-ხატოვან ფორმას.

ელკონინ-დავიდოვის სასწავლო პროგრამებით ბავშვებს უყალიბდებათ თეორიული აზროვნება, რომელიც ვლინდება ამოცანების ამოხსნაში განზოგადებული ხერხით. თეორიული აზროვნების შედეგი არის ცნება. თეორიული აზროვნება ხორციელდება სიტყვიერ-ნიშნიერი ფორმით, ლოგიკური ამოცანების ამოხსნის გზით. ბავშვი ამოცანის ამოხსნისას ჯერ საგნობრივ-ქმედით ფორმაზე გადადის, შემდეგ – თვალსაჩინო-ხატოვან ფორმაზე, მას შემდეგ კი – სიტყვიერ-ნიშნიერ ფორმაზე.

ელკონინ-დავიდოვის სისტემაში აზროვნების განვითარება მიდის ემპირიული ამოცანებიდან (ობიექტების გარეგან კავშირებზე ორიენტაციის საფუძველზე) თეორიული ამოცანებისკენ (ობიექტის შინაგან არსებით კავშირებზე ორიენტაციის საფუძველზე).

ამ სისტემაში, გამომდინარე იმ აზრიდან, რომ უმცროსკლასელებში თეორიული აზროვნების განვითარება დაკავშირებულია სწავლების შინაარსზე და დამოკიდებულია სკოლაში სწვლების ვადებზე, მიღებულია: პირველ კლასში მთავრდება საგნობრივ-ქმედითი ფორმის თეორიული აზროვნების საშუალებით ამოცანების ამოხსნაზე გადასვლა, მეორე კლასში მთავრდება თვალსაჩინო-ხატოვანი ფორმის თეორიული აზროვნების საშუალებით ამოცანების ამოხსნაზე გადასვლა, ხოლო მესამე-მეოთხე კლასებში მთავრდება მუშაობა აზროვნების სიტყვიერ-ნიშნიერ ფორმაზე. შედეგი ის არის, რომ ბავშვებს, ტრადიციულ სწავლებასთან შედარებით, ერთი წლით ადრე უყალიბდებათ თეორიული აზროვნება თავის საწყის ფორმებში. ერთი წლით ადრე იჩენს თავს რეფლექსიაც.

ელკონინ-დავიდოვის ტექნოლოგიის **ძირითადი პრინციპები** ასეთია:

- *დედუქცია შინაარსობრივ განზოგადებათა საფუძველზე;*
- *შინაარსობრივი ანალიზი;*
- *შინაარსობრივი აბსტრაჰირება;*
- *თეორიული შინაარსობრივი განზოგადება;*
- *სვლა აბსტრაქტულიდან კონკრეტულისკენ;*
- *შინაარსობრივი რეფლექსია.*

განმავითარებელი სწავლების არსი იხსნება დებულებებით:

1. სწავლებამ უნდა უზრუნველყოს აზროვნების თეორიული დონის მიღწევა, ნაცვლად ტრადიციული ემპირიულისა.

2. სწავლება სრულფასოვანი (განმავითარებელი) შეიძლება გახდეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა მოსწავლეები ითვისებენ სასწავლო საქმიანობის პრინციპებსა და ხერხებს.

სწავლების მთავარი მიზანია გონებრივ მოქმედებათა ხერხების ფორმირება. ტექნოლოგიის განმავითარებელი ხასიათი უპირველესად იმასთანაა დაკავშირებული, რომ მისი შინაარსი აგებულია თეორიული ცოდნის საფუძველზე. ხოლო თეორიული ცოდნის საფუძველია შინაარსობრივი განზოგადებები. ამასთან, სასწავლო საგნების დიდაქტიკურ სტრუქტურაში ჭარბობს დედუქცია, რომელიც ისევ და ისევ შინაარსობრივ განზოგადებებზეა აგებული.

ტექნოლოგიაში ძირითად ცნებად მიღებულია *სასწავლო საქმიანობა* და ის აღიარებულია წამყვან საქმიანობად. ძირითადი კონცეპტუალური დებულებაა: *მასალის შეთვისება შესაძლებელია სასწავლო საქმიანობის ფარგლებში.*

ვიგოტსკიმ დაასაბუთა იდეა იმის შესახებ, რომ ბავშვისა და მოზარდის ერთობლივი განაწილებული საქმიანობა არის ბავშვის განვითარების წყარო; რომ ბავშვი ვითარდება ადამი-

ანური საქმიანობის შეთვისების ფარგლებში. შემდეგ, ვიგოტსკის ეს იდეა ფორმულირებული იყო ლეონტიევის კონცეფციაში, ამის შემდეგ კი ელკონინმა, ვიგოტსკისა და ლეონტიევის შრომების გათვალისწინებით, სასწავლო საქმიანობის კვლევის შედეგად, ააგო განვითარების პერიოდიზაციის კლასიფიკაცია. ამასთან, პასუხი გაეცა კითხვას: რა ხდება ბავშვის ცნობიერებაში მისი განვითარების პროცესში? შეიძლება ითქვას, რომ განვითარების პროცესში ბავშვში იბადება ადამიანური საქმიანობის სხვადასხვა ფორმის საკუთარი პიროვნული სუბიექტობა. ძირითადად ეს ხდება თამაშობით პროცესებში, მაგრამ სუბიექტობის ეს ქმნადობა წყდება ბავშვის სკოლაში მოსვლის მომენტიდან, რადგანაც აქ იგი უკვე სწავლების ობიექტი ხდაბა. ამიტომაა, რომ მას ეკარგება ინტერესი.

სასწავლო საქმიანობა არის არა მხოლოდ სწავლება, არამედ ეს არის ბავშვის საქმიანობა, როგორც სუბიექტის. პრობლემა იმაში მდგომარეობს, რომ აიგოს სწავლების ისეთი სისტემა, რომელიც მოგვცემს საშუალებას, სასწავლო საქმიანობა იმთავითვე წარვმართოთ ისე, რომ მასში ბავშვი სუბიექტი იყოს და არა ობიექტი. ასეთი სისტემის შექმნა შესაძლებელია, თუ შევქმნით ისეთ პირობებს, რომლებიც დააინტერესებს მოსწავლეს საკუთარი თავის შეცვლის, სწავლების ობიექტიდან ძიებითი, შემოქმედებითი საქმიანობის ორგანიზატორად მისი გარდაქმნის აუცილებლობაში. ეს იქნება სასწავლო საქმიანობის სრულყოფილი განხორციელება, და ეს შეიძლება მოხდეს, ელკონინ-დავიდოვის თეორიის თანახმად, მხოლოდ თეორიული აზროვნების განვითარების გზით, თეორიული ამოცანების ამოხსნის საფუძველზე. როცა ბავშვებს პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნას ვასწავლით, ცნების წარმოშობის გაცნობიერება გვრჩება ყურადღების მიღმა. ასე, რომ თეორიული აზროვნება ყალიბდება სრულყოფილად სასწავ-

ლო საქმიანობაში, რომელიც ბავშვს სკოლაში მოსვლისთანავე უნდა შეექმნას.

უმცროსკლასელი ერთვება სასწავლო საქმიანობის სისტემაში და ეუფლება სასწავლო საქმიანობის შემდეგ ხერხებს:

1. **სასწავლო ამოცანა** – საორიენტაციო მოქმედებები, რომლებიც დაკავშირებულია სიტუაციის პირობების ანალიზთან, და იმასთანაც, თუ როგორ შეესაბამება ამ სიტუაციას მოსწავლის შესაძლებლობები, რომ დასვას სასწავლო ამოცანა.

2. **შემსრულებლობითი მოქმედებები** – მოსწავლის მიერ შესასწავლი ობიექტის აქტიური გარდაქმნა (მათემატიკური, ლინგვისტიკური და სხვ.), მოქმედების შიგნით ცალკეული ოპერაციების დაუფლება. ამასთან, მოსწავლე ემყარება არართულ გრაფიკულ, ასოით და ნიშნიერ საშუალებებს, ასევე, მეტყველებით საყრდენებს (წარმოთქმას). ყველა სასწავლო მოქმედება სრულდება გაშლილად, ვრცლად, მისი მდგენელი ოპერაციების სრული შემადგენლობით. მოსწავლე განასხვავებს ამოხსნის ხერხსა და შედეგს, ეძებს რამდენიმე ამოხსნას, იყენებს მათ ცნობილ და უმნიშვნელოდ შეცვლილ სიტუაციებში.

3. **საკონტროლო-შეფასებითი მოქმედბები საკუთარ საქმიანობასთან მიმართებაში.** მოსწავლე თანდათანობით ცდილობს, გააკონტროლოს საკუთარი თავი ამოხსნის ხერხებში და შეიტანოს კორექტივები თავის მუშაობაში. ეს ყველაფერი ხდაბა საქმიანობის პროცესში.

ყველა ეს მოქმედება (სასწავლო ამოცანა, შემსრულებლობითი და შეფასებითი მოქმედებები) ერთიანობაში ქმნის სასწავლო საქმიანობის სამ კომპონენტს:

- *მოსწავლის მიერ სასწავლო ამოცანის გაგება;*
- *სასწავლო მოქმედებათა შესრულება;*
- *საკონტროლო-შეფასებითი მოქმედებების განხორციელება.*

მოსწავლის ფსიქიკური განვითარების საფუძველში ძევს თეორიული ცოდნის შეთვისების პროცესში სასწავლო მოქმედების ფორმირება ანალიზის, დაგეგმარებისა და რეფლექსიის მეშვეობით.

სწორედ ეს განსაზღვრავს მთელი შემეცნებითი და პიროვნული სფეროების განვითარებას. ამასთან, სასწავლო საქმიანობა მოიცავს მოთხოვნებს:

1. *რეფლექსია* – ეს არის ბავშვების მიერ საკუთარ მოქმედებათა გაცნობიერება (ამოცანის პირობის ანალიზის ხერხებისა და შედეგების, მის მიერ წარმართულის. მოტივაციები, მოქმედებები და ოპერაციები). ბავშვებს, როცა პირველ კლასში მოდიან, ჯერ კიდევ არა აქვთ მისი მთლიანი სტრუქტურა. იგი ყალიბდება წლების განმავლობაში, განსაკუთრებით ინტენსიურად – დაწყებით კლასებში.

2. ბავშვს უნდა გაუჩნდეს სასწავლო საქმიანობის მოთხოვნილება.

3. სასწავლო საქმიანობის კავშირი სასწავლო საგნების აგებასთან და პედაგოგიური პროცესის მართვასთან.

ელკონინ-დავიდოვის ტექნოლოგიაში მოცემულია ლოგიკურ-ფსიქოლოგიური დებულებები, რომლებიც საფუძვლად დაედო სასწავლო საგნების აგებას პრინციპით: „ზოგადიდან კერძოსკენ“, „აბსტრაქტულიდან კონკრეტულისკენ“:

1. ზოგადი და აბსტრაქტული ხასიათის ცოდნის დაუფლება წინ უნდა უსწრებდეს უფრო კერძო და კონკრეტული ცოდნის შეძენას. მეორე უნდა გამოიყვანებოდეს პირველისაგან.

2. ცოდნა, რომლითაც კონსტრუირდება მოცემული სასწავლო საგანი, მოსწავლის მიერ უნდა იქნეს შეთვისებული მისი წარმოშობის პირობების ანალიზის გზით, რის წყალობითაც ეს ცოდნა ხდაბა აუცილებელი.

3. ამა თუ იმ ცოდნის საგნობრივი წყაროების გამოვლენისას მოსწავლეებს უნდა შეეძლოთ, უპირველეს ყოვლისა,

სასწავლო მასალაში გენეტიური საწყისის, არსებითის, ზოგადი მიმართებების შემჩნევა. ისინი განსაზღვრავენ მოცემული ცოდნის ობიექტის შინაარსსა და სტრუქტურას.

4. მოსწავლეებს უნდა შეეძლოთ ამ კავშირების კვლავწარმოება განსაკუთრებულ საგნობრივ, გრაფიკულ, ან ასოით მოდელებში, რაც საშუალებას მისცემს, შეისწავლოს ეს თვისებები „წმინდა სახით“.

5. მოსწავლეებს უნდა შეეძლოთ შესასწავლი ობიექტის გენეტიკური საწყისის, ზოგადი კავშირების კონსტრუირება მის შესახებ კერძო ცოდნის სისტემაში.

6. მოსწავლეებს უნდა შეეძლოთ მოქმედების გონებრივ პლანში შესრულებიდან მის გარეგან პლანში შესრულებაზე გადასვლა და პირიქით.

სწავლებაში მეცნიერული ცნებების ჩართვა უზრუნველყოფს პრაქტიკული უნარების გააზრიანებას. ამ შემთხვევაში ადგილი არ ექნება მოსწავლეთა გადატვირთვას, მცირდება სწავლების დრო და სავარჯიშოთა რაოდენობა. ამ სისტემაში გაკვეთილის თავისებურება ის არის, რომ მასში ჩართულია სხვადასხვა ჯგუფური დისკუსიური ფორმები. ცოდნა არ ეძლევა ბავშვებს მზამზარეულად, იგი გამომუშავდება დისკუსიების პროცესში. ნიშნები არ იწერება, შეფასება ხდება ხარისხობრივ დონეზე, რაც ქმნის ფსიქოლოგიური კომფორტის ატმოსფეროს. საშინაო დავალება მინიმუმამდეა დაყვანილი.

ელკონინ-დავიდოვის სისტემის მთავარი თავისებურებებია:

პირველი თავისებურება. სწავლების საგნობრივი შინაარსის ცვლილება. სწავლება მიმდინარეობს ჩვეულებრივი სასკოლო პროგრამების ჩარჩოებში, მაგრამ სხვა ხარისხობრივ დონეზე. ნაცვლად ტრადიციული ემპირიული პედაგოგიური სისტემისა, აქ დისციპლინების შესწავლის საფუძველია მეცნიერულ ცნებათა სისტემა.

მეორე თავისებურება. სწავლების რეპროდუქციულ ხერხზე უარის თქმა და საქმიანობრივ პედაგოგიკაზე გადასვლა, სადაც მთავარი კომპეტენტურობაა მოსწავლის თეორიული აზროვნების უნარი.

მესამე თავისებურება. მოსწავლეთა მიერ მოქმედების განზოგადებული ხერხების დაუფლება. ეს იძლევა საშუალებას, მოსწავლემ ნაკლებ დროში ისწავლოს კერძო ამოცანების ამოხსნა.

მეოთხე თავისებურება. მასწავლებელსა და მოსწავლეთა შორის, მასწავლებელსა და ცალკეულ მოსწავლეს შორის, მოსწავლეთა შორის საქმიანობის კოლექტიურ-განაწილებით ტიპზე გადასვლა. მოსწავლეთა ერთობლივი შემოქმედებითი საქმიანობის ორგანიზაცია ცოდნის დამოუკიდებელი შეთვისების მიხედვით.

მეხუთე თავისებურება. მოსწავლეებში პოტენციალური ინტელექტუალური და პიროვნული უნარების აღმოჩენა.

ელკონინ-დავიდოვის სისტემით სწავლების შემდეგ მოსწავლეები არგუმენტირებულად იცავენ საკუთარ თვალსაზრისს, პატივს სცემენ სხვა პოზიციას, ამტკიცებენ, ასაბუთებენ, ხსნიან. მათ უყალიბდებათ გაცნობიერებული მიდგომა სასწავლო მასალის მიმართ.

ელკონინ-დავიდოვის სისტემაში ძირითადი მეთოდიკური მიდგომებია:

1. სასწავლო პროგრამების კონცენტრული აგების უარყოფა;

2. დაწყებით კლასებში კონკრეტული თვალსაჩინოების გამოყენების არაუნივერსალურობის აღიარება;

3. შემოქმედებითი ხასიათის მქონე საშინაო დავალების შერჩევის თავისუფლება და ვარიაციულობა;

4. გაკვეთილის თავისებურებებია კოლექტიური აზროვნებითი საქმიანობა, დიალოგი, დისკუსია, საქმიანი ურთიერთობები;

5. დაშვებულია ცოდნის მხოლოდ პრობლემური გადაცემა, როცა მასწავლებელი მოსწავლეებთან მიდის არა მზა ცოდნით, არამედ კითხვით;

6. სწავლების პირველ ეტაპზე ძირითადია სასწავლო ამო-ცანების მეთოდი, მეორეზე – პრობლემური სწავლება.

7. სასწავლო ამოცანა ამ კონცეფციაში ჰგავს პრობლემურ სიტუაციას:

- სასწავლო ამოცანის მიღება მასწავლებლისგან ან დამოუკიდებლად დასმა;
- ამოცანის პირობების გარდაქმნა იმ მიზნით, რომ აღმოჩენილ იქნას შესასწავლი ობიექტის ზოგადი მიმართებები;
- გამოყოფილი მიმართებების მოდელირება მისი თვისებების საგნობრივი, გრაფიკული და ასოითი ფორმებით შეს-წავლის მიზნით;
- მიმართების მოდელის გარდაქმნა მისი თვისებების „წმინდა სახით“ შესწავლის მიზნით;
- კერძო ამოცანების სისტემის აგება, როცა ეს ამოცანები იხსნება ზოგადი ხერხით;
- ზოგადი ხერხის შეთვისების შეფასება.

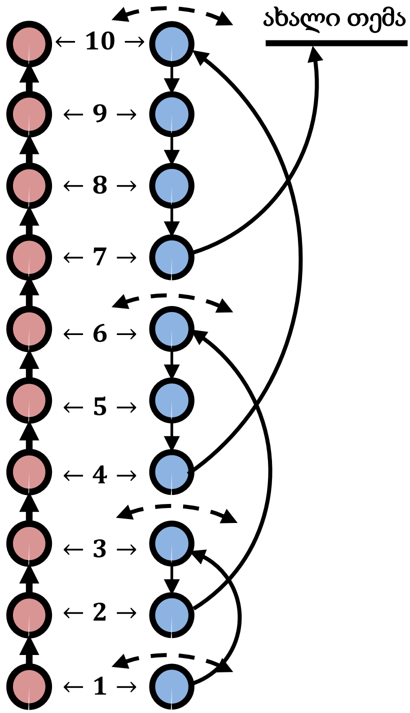
8. მუშაობის ხარისხი და მოცულობა ფასდება მოსწავლეთა სუბიექტური შესაძლებლობების თვალსაზრისით;

9. შეფასება ასახავს მოსწავლის პერსონალურ განვითარებას, მისი სასწავლო საქმიანობის სრულყოფას.

როგორც ჩანს, განმავითარებელი სწავლების **ზანკოვისა** და **ელკონინ-დავიდოვის** ტექნოლოგიებს შორის მსგავსებაცაა და განსხვავებაც:

➢ **მსგავსება:** ორივეს მიზანია მოსწავლის ზოგადი განვითარება, და არა მხოლოდ შემეცნებითი პროცესებისა. მოსწავლე სასწავლო საქმიანობის აქტიური სუბიექტია, მასწავლებელი – კოლექტიური ძიებითი საქმიანობის ორგანიზატორი. სწავლების საბოლოო მიზანია არა ცოდნა, უნარები და ჩვევები, არამედ – ზოგადი განვითარება.

➢ **განსხვავება:** ზანკოვის მიხედვით განმავითარებელი სწავლება მიდის კერძოდან ზოგადისკენ, ხოლო ელკონინ-დავიდოვის მიხედვით – აბსტრაქტული ცნებებიდან კონ-კრეტულისკენ.



ნახ. 6

მე-6 ნახაზზე წარმოდგენილია კომენსკის ერთ-ერთი დიდაქტიკური წესის – „მარტივიდან რთულისაკენ“ და ზან-კოვ-ელკონინ-დავიდოვის ძირითადი იდეის ზოგადშედა-რებითი მოდელი, რომელიც ჩვენს მიერაა ინტერპრეტი-რებული.

ვთქვათ, რომელიმე სასწავლო საგნის ესა თუ ის თემა შედგება ათი დიდაქტიკური ერთეულისაგან (საკითხისაგან – ცნებები, მიმართებები და სხვ.). ცხადია, რომ ისინი ერთნა-

ირი სირთულისა არ იქნება. მათ შორის ერთი ყველაზე მარტივი უნდა იქნეს, ერთი კი – ყველაზე რთული. დანარჩენი ერთეულები ამ ორს შორის იქნება მოთავსებული. დავალაგოთ ისინი სირთულის მიხედვით: 1, 2, 3, ... , 10. მე-6 ნახაზის პირველ სვეტზე მოცემულია სვლა მარტივიდან რთულისაკენ კომენსკის წესის მიხედვით: ჯერ ვასწავლით პირველ საკითხს, შემდეგ გადავდივართ მასზე უფრო რთული მეორე საკითხის შესწავლაზე, შემდეგ – მასზე უფრო რთულ მესამე საკითხს ვასწავლით და ასე ბოლომდე. როგორც ჩანს, მარტივიდან რთულისაკენ სვლა არის წრფივი. ვნახოთ, როგორ შეიძლება ამ თემის შესწავლა განმავითარებელი სწავლების ტექნოლოგიის გამოყენებით, ზანკოვისა და ელკონინ-დავიდოვის პრინციპების საფუძველზე: პირველი საკითხი შედის მოსწავლის უახლოესი განვითარების ზონაში (ჩვენ საამისოდ მოსწავლე უკვე მოვამზადეთ წინა თემის შესწავლის ბოლოს). ე.ი. ჯერ უნდა შევასწავლოთ ყველაზე მარტივი პირველი საკითხი ისე, რომ იგი მიეკუთვნოს მოსწავლის აქტუალური განვითარების ზონას. შემდეგ – გავარკვიოთ, შესასწავლი საკითხებიდან რომელი ხვდება მოსწავლის უახლოესი განვითარების ზონაში. უახლოესი განვითარების ზონას, მისი შინაარსიდან გამომდინარე, ცხადია, გააჩნია ზედა – მაქსიმალური დონე და ქვედა – მინიმალური დონე. ვთქვათ, უახლოესი განვითარების ზონაში ხვდება მე-2 და მე-3 საკითხები (ნ. ნახ.). პირველი საკითხის შესწავლის შემდეგ გადავიდეთ არა მე-2, არამედ მე-3 საკითხზე. ამ მესამე საკითხის შესწავლის შემდეგ, ზანკოვის მიხედვით, მოსწავლისათვის მეორე საკითხი უფრო ადვილი დასაძლევი იქნება. აქტუალური განვითარების ზონა ამჯერად უკვე გაფართოებულია და მასში პირველი სამი სკითხი შევიდა. ვარკვევთ უახლოესი განვითარების ზონის შინაარსობრივ სტრუქტურას. ვთქვათ, მასში მოექცა მე-4, მე-5 და მე-6 საკითხები. ბოლოს შესწავლილი მე-2

საკითხიდან გადავდივართ ამ ზონის მაქსიმალური სიძნელის მე-6 საკითხის შესწავლაზე, რის შემდეგაც თანამიმდევრობით ვასწავლით მე-5 და მე-4 საკითხებს. შემდგომი ანალოგიური სვლებით სრულვყოფთ მთელი თემის შესწავლას.

თუ დავაკვირდებით, თემის შესწავლის პროცესში უახლოესი განვითარების ზონა თანდათანობით ფართოვდებოდა. ეს ბუნებრივია. უახლოესი განვითარების ზონა პირდაპირაა დამოკიდებული აქტუალური განვითარების ზონაზე: რაც უფრო ფართოვდება აქტუალური განვითარების ზონა, მით უფრო ფართოვდება უახლოესი განვითარების ზონაც. სწორედ ეს განაპირობებს მოსწავლის განვითარებას.

მე-6 ნახაზზე აშკარად ჩანს, რომ ასეთი სწავლების პროცესში აქტიურად დომინირებს განზოგადებისა და კონკრეტიზაციის პროცესები, თუმცა, შენარჩუნებულია ზოგადი დიდაქტიკური წესი: „ადვილიდან რთულისაკენ“ და მასში გათვალისწინებულია მოსწავლის განვითარების ფსიქოლოგიური კანონზომიერებები.

პირველ შემთხვევაში შემეცნებითი პროცესის სვლა არის *წრფივი,* რაც განაპირობებს მასალის გაცნობიერებულ შესწავლას, მაგრამ მოსწავლის განვითარება სტიქიურია; მეორე შემთხვევაში შემეცნებითი პროცესის სვლა არის *სპირალური,* რაც განაპირობებს როგორც მასალის გაცნობიერებულ შეთვისებას, ისე მოსწავლის განვითარებას: სწავლება იწვევს განვითარებას, როგორც აუცილებელ შედეგს. განვითარება სწავლებას უცილობლად და გააზრებულად თანმიდევნებული პროცესია.

§ 6. მათემატიკის დაწყებითი კურსის პრობლემური სწავლება

1.6.1. პრობლემური სწავლების თანამედროვე ტექნოლოგია

ზოგადად, პრობლემური სწავლების პერსპექტივები დიდადაა დაკავშირებული განათლების ხვალინდელ დღესთან. პრობლემური სწავლების მიზანი მოიცავს არა მარტო სასწავლო შემეცნების შედეგებს, არამედ ამ შედეგების მიღწევის მიზნებსაც, და მასთან ერთად – მოსწავლის შემეცნებითი დამოუკიდებლობის ფორმირებასა და შემოქმედებითი უნარ-ჩვევების განვითარებას. არაფერს ვამბობთ ცოდნისა და მასთან დაკავშირებული უნარების შესახებ, ეს თავისთავად იგულისხმება. ამასთან, სწავლების ამ სახეს პრობლემური იმიტომ ჰქვია, რომ სასწავლო პროცესის ორგანიზაცია პრობლემურობის პრინციპს ემყარება და ამ სწავლების ძირითადი მახასიათებელი ნიშანია სასწავლო პრობლემებისა და მათი ამოხსნის სისტემატურობა.

პედაგოგიკურ ლიტერატურაში პრობლემური სწავლებისადმი სხვადასხვა მიდგომას ვხვდებით. არის მოსაზრება, და მას ძალიან ბევრი იზიარებს, რომ პრობლემური სწავლება არის სწავლების ერთ-ერთი დიდაქტიკური ხერხი. არის მოსაზრება, და მასაც ძალიან ბევრი იზიარებს, რომ პრობლემური სწავლება არის სწავლების ერთ-ერთი დიდაქტიკური მეთოდი. არის მესამეც. იგი მახმუტოვსა და მის ძლიერ სკოლას ეკუთვნის. ამ მოსაზრების თანახმად, პრობლემური სწავლება არის პედაგოგიკური, უფრო სწორად დიდაქტიკური სისტემა თავისი ზოგადი და ბინარული მეთოდებით. ბინარულ მეთოდებში იგულისხმება სწავლების მეთოდებისა და სწავლის მეთოდების შესაბამისობა. მახმუტოვი პრობლემურ სწავლებას განსაზღვრავს, აგრეთვე, როგორც განმავითარებელი სწავლების ტიპს.

პრობლემური სწავლების ძირითადი ცნებებია პრობლემური სიტუაცია და სასწავლო პრობლემა. სასწავლო პრობლემა გაიგება, როგორც მოსწავლის მიერ სასწავლო მასალის შეთვისების პროცესის ლოგიკურ-ფსიქოლოგიური წინააღმდეგობის ასახვა, რომელიც განსაზღვრავს გონებრივი ძიების მიმართულებას, ქმნის მოტივაციურ გარემოს, წარმართულ იქნას უცნობის ძიება. მას კი მოსწავლე ახალი ცნების ან მოქმედების ახალი ხერხის შეთვისებისაკენ მიჰყავს.

სასწავლო პრობლემას ორი ძირითადი ფუნქცია გააჩნია:

• გონებრივი ძიების მიმართულების განსაზღვრა, სხვა სიტყვებით: მოსწავლის მოქმედების ორიენტირება პრობლემის ამოხსნის ხერხის ძიებაზე.

• ახალი ცოდნის შეთვისების პირობებში შემეცნებითი უნარების, ინტერესის, მოქმედების მოტივების ფორმირება.

მასწავლებლისათვის სასწავლო პრობლემა არის მოსწავლის შემეცნებითი მოქმედების მართვისა და მისი აზროვნებითი უნარების ფორმირების საშუალება. **მოსწავლისათვის** კი სასწავლო პრობლემა არის აზროვნების აქტივიზაციის სტიმული, მისთვის სასწავლო პრობლემის ამოხსნა ცოდნის რწმენად ქცევის მძლავრი ხერხია. პრობლემური სიტუაცია პრობლემური სწავლების ორგანიზაციის საშუალებაა. ეს არის აზროვნების საწყისი მომენტი, რომელიც მოსწავლის შემეცნებით მოთხოვნილებებს იწვევს და ქმნის ახალი ხერხების აქტიური შეთვისების შინაგან პირობებს.

პრობლემურ სიტუაციათა **კლასიფიკაცია** მრავალი არსებობს:

1. სიტუაციები სხვადასხვაგვარია, როცა
   - წარმოიქმნება იგი დიდაქტიკური ხერხებისაგან დამოუკიდებლად,
   - წარმოიქმნება და წყდება მასწავლებლის მიერ,
   - წარმოიქმნება და წყდება მოსწავლის მიერ.

2. ინფორმაციათა შეთანხმებითი შეუთავსებლობის მიხედვით:

- მოულოდნელობის სიტუაცია,
- კონფლიქტის სიტუაცია,
- ვარაუდის სიტუაცია,
- უარყოფის (უკუგდების) სიტუაცია,
- შეუსაბამობის სიტუაცია,
- განუზღვრელობის (გაურკვევლობის) სიტუაცია.

3. მეთოდიკური თავისებურებების მიხედვით:

- წინასწარგანუსაზღვრელი,
- მიზნობრივი,
- თამაშობითი პრობლემური,
- პრობლემური თხრობისას წარმოშობილი,
- ევრისტიკული საუბრისას წარმოშობილი,
- პრობლემური დემონსტრაციისას წარმოშობილი,
- კვლევითი ლაბორატორიული მუშაობისას წარმოშობილი,
- პრობლემური ფრონტალური ექსპერიმენტისას წარმოშობილი,
- აზრითი პრობლემური ექსპერიმენტისას წარმოშობილი,
- პრობლემური ამოცანების ამოხსნისას წარმოშობილი.

ზოგადად, განასხვავებენ პრობლემური სიტუაციების ორ სახეს: **ფსიქოლოგიურსა** და **პედაგოგიურს**. ფსიქოლოგიური პრობლემური სიტუაციები ეხება მოსწავლის სასწავლო საქმიანობას, პედაგოგიური კი – სასწავლო პროცესის ორგანიზაციის განსაკუთრებულ სახეს წარმოადგენს. ფსიქოლოგიური პრობლემური სიტუაციის შექმნა მხოლოდ ინდივიდუალურია, პედაგოგიური პრობლემური სიტუაცია იქმნება მაქტივიზირებელი მოქმედებებით, მასწავლებლის კითხვებით და სხვ.

მასწავლებელი სპეციალურად ქმნის პრობლემურ სიტუაციას და ამისათვის იყენებს განსაკუთრებულ ფსიქოლოგიურ ხერხებს:

- აყალიბებს სხვადასხვა აზრებს ერთი და იგივე საგნის შესახებ.
- სთავაზობს კლასს, განიხილონ მოვლენა სხვადასხვა პოზიციიდან.
- ქმნის პირობებს, რომ კლასი აღმოჩნდეს წინააღმდეგობის წინაშე და სთავაზობს მოსწავლეებს: მონახონ მისი ამოხსნის გზები და სხვ.

პრობლემური ტექნოლოგიების რეალიზაციისათვის აუცილებელია:

- ყველაზე აქტუალური, შემეცნებითი ხასიათის ამოცანების შერჩევა.
- სასწავლო მუშაობის სხვადასხვა სახისათვის პრობლემური სწავლების თავისებურებათა განსაზღვრა.
- პრობლემური სწავლების ოპტიმალური სისტემის შექმნა იმ კლასისათვის, სადაც სასწავლო პროცესი უნდა წარიმართოს.
- პიროვნულად-ორიენტირებული მიდგომის განხორციელება.
- მასწავლებელი იყოს დახელოვნებული პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური გაგებით.

დაწყებითი სკოლის ამოცანების გათვალისწინებით, გამოყოფენ პრობლემური სწავლების ფუნქციებს, რომლებსაც ყოფენ ზოგადი და სპეციალური ფუნქციების კლასებად.

პრობლემური სწავლების ზოგად ფუნქციებს მიეკუთვნება:

- მოსწავლეთა მიერ მათემატიკური ცოდნის გონებრივი და პრაქტიკული მოქმედების სისტემის დაუფლება.
- მოსწავლეთა დამოუკიდებელი შემეცნებითი და შემოქმედებითი უნარების განვითარება.

- მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნების განვითარება.

პრობლემური სწავლების სპეციალურ ფუნქციებს მიეკუთვნება:

- ცოდნის შემოქმედებითად შეთვისების ჩვევების აღზრდა (იგულისხმება შემოქმედებითი საქმიანობის ცალკეული ხერხების ან ლოგიკური წესების გამოყენება).
- ცოდნის შემოქმედებითი გამოყენების ჩვევების აღზრდა (მიღებული ცოდნის გამოყენება ახალ სიტუაციაში) და სასწავლო პრობლემების ამოხსნის უნარი.
- შემოქმედებითი საქმიანობის გამოცდილების დაგროვება.

აღსანიშნავია, რომ პრობლემური სწავლება შეუძლებელია იყოს ერთნაირად ეფექტური სხვადასხვა პირობებში. სწავ-ლების პრაქტიკაში ახალი ცოდნის შეთვისებისას ან შეთვისებული ცოდნის ახალ სიტუაციაში გამოყენებისას, გამოვლინდა მოსწავლეთა როგორც ინტელექტუალური, ისე შე-მეცნებითი აქტივობისა და დამოუკიდებლობის სიძნელეების სხვადასხვა დონე. მაშასადამე, სხადასხვა სასწავლო საქმიანობაში პრობლემური სწავლების სხვადასხვა სახეა გამოსაყენებელი. შემოქმედების სახეების შესაბამისად გამოყოფენ პრობლემური სწავლების **სამ სახეს:**

1. თეორიული შემოქმედება – ეს არის მოსწავლის მიერ მისთვის ახალი წესის, ხერხის, კანონის, ძიება და აღმოჩენა. პრობლემური სწავლების ამ სახეს საფუძვლად უდევს თეორიული სასწავლო პრობლემების დაყენება და ამოხსნა.

2. პრაქტიკული შემოქმედება – ეს არის უკვე შეძენილი ცოდნის ახალ სიტუაციაში გამოყენების ხერხების ძიება, კონსტრუირება, გამოგონება. პრობლემური სწავლების ამ სახეს საფუძვლად უდევს პრაქტიკული სასწავლო პრობლემების დაყენება და ამოხსნა.

3. მხატვრული შემოქმედება – ეს არის თეორიული წარმოდგენისა და წარმოსახვის საფუძველზე სინამდვილის მხატვრული ასახვა. ეს სახე ეხება ლიტერატურულ, მხატვრულ, მუსიკალურ შემოქმედებას, მაგრამ არანაკლები მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს მათემატიკაში მხატვრული თუ მუსიკალური ფენომენის განჭვრეტის უნარის აღზრდას.

მასწავლებლისა და მოსწავლეთა ურთიერთმოქმედების ხასიათის მიხედვით გამოიყოფა პრობლემური სწავლების შემდეგი **დონეები:**

- არადამოუკიდებელი აქტიურობის დონე.
- ნახევრადდამოუკიდებელი აქტიურობის დონე.
- დამოუკიდებელი აქტიურობის დონე.
- შემოქმედებითი აქტიურობის დონე.

სასწავლო პროცესის პრობლემური ორგანიზაციის შემთხვევაში მოსწავლე სასწავლო პროცესში ღებულობს გარკვეულ რეალურ მონაწილეობას. რეალურ მონაწილეობაში უნდა გვესმოდეს დამოუკიდებელი შესრულება იმ ფუნქციისა, რომელსაც ჩვეულებრივ პირობებში ასრულებს მასწავლებელი. ასეთია: თავისი (ლაპარაკია მოსწავლეზე) და თანაკლასელების სასწავლო საქმიანობის კონტროლი და ამ საქმიანობის შედეგების შეფასება; ამ საქმიანობაში კორექტივების შეტანა; თანაკლასელების კონსულტირება და სხვ. მაგრამ, აღსანიშნავია, რომ ამ როლების შესრულებაში მოსწავლე შეიძლება ნაკლებად აქტიური იყოს ან მეტად აქტიური. თუ ნაკლებად აქტიურია, მაშინ მასწავლებელია მეტად აქტიური და, თუ მეტად აქტიურია, მაშინ მასწავლებელია ნაკლებად აქტიური.

პირველ შემთხვევაში სასწავლო პროცესი შეიძლება დაიყოს შემდეგ **ეტაპებად:**

1. ახალი მასალის პირველადი გაცნობა.

ამ ეტაპის პრობლემური ორგანიზაცია შედგება შემდეგი ელემენტებისაგან:

- პრობლემური სიტუაციის შექმნა,
- პრობლემურ სიტუაციაში მოსწავლეთა ჩართვა და სასწავლო მიზნის დაყენება,
- პრობლემის გადაწყვეტა მოსწავლეთა მონაწილეობით,
- პრობლემის გადაწყვეტასა და სასწავლო მიზნის განხორციელებაში მოსწავლეთა მუშაობის ანალიზი, განზოგადება და შეფასება.

ამ შემთხვევაში პრობლემური სიტუაციები ორი ტიპისა შეიძლება იყოს:

- **შემეცნებითი**
- **კვლევითი.**

ახალი მასალის პირველადი გაცნობისათვის შემეცნებითი პრობლემური სიტუაციები შეიძლება შეიქმნას სხვადასხვა ხერხით: მასწავლებლის მიერ შესასწავლი ცნების თეორიული ან პრაქტიკული როლის გაცნობა; თხრობა გადასაწყვეტი პრობლემის წარმოშობის შესახებ და სხვ. კვლევითი პრობლემური სიტუაციები იქმნება იმავე ხერხებით, მაგრამ განსხვავება იმაშია, რომ პრობლემის დაყენებაა სხვადასხვა. თუკი შემეცნებითი პრობლემა გულისხმობს, რომ რაღაცა უნდა იქნეს შემეცნებული, რაღაცა უნდა იქნეს განხილული და გამორკვეული, – კვლევითი პრობლემა გულისხმობს, რომ დადგინდეს ამა თუ იმ მოვლენის, პროცესის საგნის წარმოშობის მიზეზები, დადგინდეს ხილული წინააღმდეგობის გადაჭრის ხერხები.

2. ახალი მასალის დაუფლება: გამეორება, განმტკიცება, ვარჯიში.

ამ ეტაპზე გამოიყენება ძირითადად სასწავლო პრობლემური სიტუაციები, რომლებიც შეიძლება შეიქმნას მოსწავლეთა წინაშე მკაფიო სასწავლო ამოცანის დასმით, რომელიც ორიენტირებულია თეორიული სასწავლო მასალის არსისა და ამოცანათა ფართო კლასის ამოხსნის დაუფლებაზე, მტკიცე და გაცნობიერებული უნარ-ჩვევების შეძენაზე.

3. შესწავლილი სასწავლო მასალის ანალიზი და განზოგადება.

ანალიზისა და განზოგადების მთავარი მიზანია შეძენილი ცოდნის სისტემის, მისი შიგაკავშირებისა და საგანთაშორისი კავშირების გამოვლენა; აგრეთვე, შესწავლილი ცნებებისა და შეძენილი უნარ-ჩვევების პრაქტიკული გამოყენების პრობლემების განხილვა.

4. მოსწავლეთა სასწავლო მუშაობის შედეგების კონტროლი და შეფასება.

თუ **ჩვეულებრივი კონტროლი** რეპროდუქციულ ხასიათს ატარებს და მასწავლებელი კმაყოფილდება იმით, რომ მოსწავლემ ისწავლა მასალა, შეუძლია ამოხსნას უკვე ამოხსნილის ანალოგიური ამოცანები, მაშინ **პრობლემური კონტროლი** გულისხმობს შემოწმებას: როგორ შეუძლია მოსწავლეს, დამოუკიდებლად გამოავლინოს შესწავლილ ცნებებს შორის კავშირები და მიმართებები, მისგან როგორ გამოჰყავს დასკვნები, როგორ ხსნის ახალი ელემენტების შემცველ ამოცანებს და სხვ. კონტროლის პრობლემური ორგანიზაცია გულისხმობს მასში მოსწავლის აქტიურ ჩართვას. რაც უფრო იზრდებიან ბავშვები, კონტროლი და შეფასება მით უფრო ღრმაშინაარსიანი ხდება. იზრდება თვითკონტროლის, თვითშეფასების, ურთიერთკონტროლის, ურთიერთშეფასების როლი. მაგრამ ეს არ ნიშნავს იმას, რომ გამოირიცხება გარეკონტროლი, რომელსაც მასწავლებელი ატარებს.

მეორე შემთხვევაში, ე.ი. აქტიური რეალური მონაწილეობის შემთხვევაში, სასწავლო პროცესის პრობლემურ ორგანიზაციას თავისებურებები გააჩნია. ყველაზე რთულია ინდივიდუალური, ჯგუფური და ფრონტალური მეცადინეობების ორგანული შეხამების აუცილებლობის დაცვა. როგორც ვიცით, ცოდნის შეთვისება, უნარ-ჩვევების დაუფლება მიმდინარეობს მხოლოდ საკუთარი მოქმედიანობის პირობებში. ე. ი. მოსწავლის ინდივიდუალური მუშაობა სას-

წავლო მასალაზე აუცილებელია. მაგრამ ძირითადი პროგრამული მასალის ჩამოყალიბება, პრობლემური ამოცანების დასმა და პრობლემური პროცესის სხვა ელემენტების რეალიზება შეიძლება მოხდეს მხოლოდ ფრონტალური მუშაობისას.

ინდივიდუალური, ჯგუფური და ფრონტალური მუშაობის ორგანული შეხამება რომ განხორციელდეს, ამასთან, სასწავლო პროცესი რომ აღიქმებოდეს, როგორც კოლექტიური შემოქმედება, აუცილებელია:

- ყოველი მოსწავლე აქტიურად მონაწილეობდეს სასწავლო მუშაობის კერძო მიზნების დაყენებაში, ამ მუშაობის დაგეგმარებაში.
- ყოველი მოსწავლე აქტიურად მონაწილეობდეს თანაკლასელთა კონტროლსა და შეფასებაში.
- მოსწავლის სასწავლო მუშაობა კონტროლდება, უპირველეს ყოვლისა, არა მასწავლებლის, არამედ მთელი კლასის კოლექტივის მიერ.
- მოსწავლე ანგარიშვალდებულია თავისი სასწავლო მუშაობითა და ქცევით მთელი კოლექტივის წინაშე და ამ კოლექტივის წევრია მასწავლებელი, განსაკუთრებული უფლებებით.

ზემონათქვამი მასწავლებელს ავალებს: განსაკუთრებით იზრუნოს კლასის კოლექტივის ფორმირებაზე. კოლექტივის ფორმირებულობის ხარისხზეა დამოკიდებული სასწავლო პროცესის პრობლემური ორგანიზების ხარისხი.

კოლექტივის სწორი ფორმირების პირობებში, მეტწილად ჯგუფური მუშაობისას, ყოველი თემის შესწავლის პროცესი შედგება სამი ეტაპისაგან:

- მოტივაციური ეტაპი,
- ოპერატიულ-შემეცნებითი ეტაპი,
- რეფლექსიურ-შეფასებითი ეტაპი.

1.6.2. პრობლემური სიტუაციების გამოყენება მათემატიკის გაკვეთილებზე დაწყებით სკოლაში

უმცროს სასკოლო ასაკში მოსწავლეები აწყდებიან მრავალრიცხოვან პრობლემურ სიტუაციებს. მანამდეც, სკოლამდელ ასაკში ბუნებრივი მოვლენები და ცხოვრებისეული სურათები პრობლემური სიტუაციების უმდიდრესი წყაროა. სწორედ ამით ვითარდება ბავშვების აზროვნება სურათ-ხატოვან დონეზე, რადგანაც ისინი ცხოვრებისეული სურათებითაა ნასაზრდოები.

პრობლემურობა მათემატიკის სწავლებისას სრულიად ბუნებრივად აღმოცენდება, ამისათვის საჭირო არ არის რაიმე ხელოვნურობა. არსებითად, ნებისმიერი ტექსტური ამოცანა, უფრო მეტიც, სხვა სავარჯიშოების დიდი უმეტესობა თავისებურ პრობლემას წარმოადგენს, თუ მასწავლებელმა ხელოვნურად არ აქცია ეს სავარჯიშოები წვრთნისა და ნიმუშის მიხედვით მოქმედებათა საშუალებად.

ვარჯიში მარტივი და შედგენილი ტექსტური ამოცანების ამოხსნაში, გამოსახულებათა შედარებაში, სადაც მოითხოვება ბავშვისათვის ცნობილი კანონზომიერებებისა და კავშირების გამოყენება ახალ სიტუაციაში, გეომეტრიული შინაარსის სავარჯიშოები, რომლებიც ხშირად მოითხოვენ ადრე შეძენილი ცოდნის ახლებურად გააზრებას და სხვა ასეთები უნდა იქნას გამოყენებული იმისათვის, რომ მოსწავლეებმა თვითონ დასვან, შექმნან, ჩამოაყალიბონ პრობლემური ამოცანა. მხოლოდ ასეთ შემთხვევაში იქნება მათემატიკა სწავლების საგანმანათლებლო, აღმზრდელობითი და განმავითარებლობითი ამოცანების ამომხსნელი ქმედითი ძალა. მხოლოდ ასეთ შემთხვევაში იქნება მათემატიკა მოსწავლეთა შემეცნებითი ინტერესების, მათი ისეთი პიროვნული ნიშნების, როგორიცაა: პრინციპულობა დასახული მიზნის მიღწევაში,

ინიციატივიანობა, სიძნელეთა გადალახვის უნარი, – ჩამომყალიბებელი და განმავითარებელი.

კლასში პრობლემური სიტუაციების ორგანიზაციისათვის ერთ-ერთი ძლიერი და ქმედითი საშუალებაა მათემატიკური ცნებების შემოტანა. მაგალითად, მოსწავლემ მიიღო დავალებები: პირველი – „3-ს მიუმატე 7 და გაამრავლე 2-ზე“ და მეორე – „3-ს მიუმატე 7, გამრავლებული 2-ზე“. ორივე დავალება შეიძლება დაფაზე ჩაიწეროს და ჩატარდეს გამოანგარიშებებიც შემდეგნაირად:

$3 + 7 \cdot 2 = 20$,

$3 + 7 \cdot 2 = 17$.

ასეთი ჩანაწერი მოსწავლეების გაოცებას გამოიწვევს. ანალიზის ჩატარების შემდეგ მოსწავლეები მიდიან დასკვნამდე, რომ ორი სხვადასხვა შედეგის სისწორე დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორი მიმდევრობით შევასრულებთ მოქმედებებს. წარმოიშვა პრობლემური კითხვა, როგორ ჩავწეროთ ეს მაგალითი, რომ მივიღოთ სწორი პასუხი. კითხვა უბიძგებს მოსწავლეებს ძიებისაკენ, რის შემდეგაც ისინი მიდიან ფრჩხილების ცნებამდე. ფრჩხილების შემოღების შემდეგ მაგალითი ასე ჩაიწერება:

$(3 + 7) \cdot 2 = 20$,

$3 + 7 \cdot 2 = 17$.

მეორე მაგალითი განვიხილოთ გეომეტრიული მასალიდან. მასწავლებელი უჩვენებს პირველკლასელებს პლაკატს, რომელზედაც გამოსახულია რამდენიმე სამკუთხედი და რამდენიმე ოთხკუთხედი. ფიგურები ნახაზზე არეულადაა მოცემული. ამასთან, სამკუთხედები შეფერილია წითლად, ოთხკუთხედები კი – ლურჯად. ამის შემდეგ კლასის წინაშე მასწავლებელი სვამს პრობლემურ კითხვას: „როგორ ფიქრობთ, რატომ შეიძლება წითელ ფიგურებს ვუწოდოთ სამკუთხედები, ლურჯ ფიგურებს კი ოთხკუთხედები?“ ამ პრობლემის ამოხსნისათვის მოსწავლეებს სჭირდებათ დაკ-

ვირვებები, შეპირისპირებები, შედარებები. ისინი აზრით უდარებენ ერთმანეთს სიტყვებს (ტერმინებს) „სამკუთხედი“ და „ოთხკუთხედი“. ამ სიტყვებს ანალიზის შემდეგ ანაწევრებენ და ერთში ღებულობენ ახალ ცნებებს „სამი“ და „კუთხე“, მეორეში კი – „ოთხი“ და „კუთხე“. მიღებული სიტყვები ახალი ტერმინების ნაწილებია. ასეთი ანალიზი მათ აზროვნებას გარკვეულ მიმართულებას აძლევს. ანალიზით მიღებული შედეგის შემოწმებისათვის მოსწავლეები კვლავ აკვირდებიან პლაკატზე მოცემულ ფიგურებს. აქ თავიდან ხდება დაკვირვება, შეპირისპირება, შედარება და მოსწავლები რწმუნდებიან, რომ მართლაც წითელ ფიგურებს სამი კუთხე აქვს, ხოლო ლურჯებს – ოთხი. შედეგად, ტერმინებისა და ფიგურების შეპირისპირების საფუძველზე მიდიან დასკვნამდე, რომელიც დასმული პრობლემური კითხვის პასუხს წარმოადგენს.

ნებისმიერი შედგენილი ტექსტური ამოცანა მოსწავლის ცნობიერებას აყენებს გარკვეული სიძნელის წინაშე და ეს სიძნელე მოითხოვს გონებრივ ძალისხმევას აზრითი ოპერაციების შესრულებისას. პრობლემური ტექსტური ამოცანები მოსწავლეს აყენებს ისეთ სიტუაციაში, სადაც მოსწავლეს სიძნელის შეგრძნება უვითარდება, ხშირად გაოცებასთან ერთად და იგი მზადაა ამ სიძნელის გადალახვისათვის, უჩნდება ასეთი სურვილი. თუ ეს პირობები არ შეიქმნება, ეს იმას ნიშნავს, რომ ამოცანა ან ძალზედ ადვილია ან მოსწავლისათვის დაუძლეველი. არც ერთ ამ შემთხვევაში პრობლემური სიტუაცია არ შეიქმნება. პირველ შემთხვევაში (როცა ძალზედ ადვილია) ამოცანა უკვე აღარაა პრობლემური, მეორე შემთხვევაში (როცა დაუძლეველია) ამოცანა ჯერ კიდევ ვერ არის პრობლემური, მოსწავლის ცნობიერება მასთან მიახლოებული არ არის.

ცნობილი მარტივი ამოცანების ახალი კომბინაციის შემცველი შედგენილი ტექსტური ამოცანის ამოხსნა მოსწავ-

ლისაგან მოითხოვს პროდუქციული აზროვნების ყველა იმ ელემენტს, რომელიც ახასიათებს კვლევით მიდგომას: დაკვირვება, პირობისა და კითხვის გამორჩევა და გაცნობიერება, მოცემულ და საძიებელ სიდიდეებს შორის არსებული კავშირების ანალიზი, ყველა შუალედური კითხვის გამოვლენა და ა.შ.

ტექსტურ ამოცანაში ჩაღრმავებისას მოსწავლეს ექმნება გარკვეული ერთიანი სიტუაცია, უფრო სწორად, თვით ამოცანაში მოცემული, მასში დომინანტის სახის მატარებელი პრობლემები მოსწავლის ცნობიერებას უქმნის ერთიან სიტუაციას. მოსწავლეს ამ სიტუაციის ელემენტებად უკვე ევლინება ამოცანის მოცემულობა და იკვეთება ის ელემენტები (საძიებელი), რომელიც მოსწავლემ თვითონ უნდა შეიტანოს ამ სიტუაციაში. ე.ი. სიტუაცია თვითონაა პრობლემა, სხვა სიტყვებით – პრობლემა-სიტუაცია. ეს პრობლემა-სიტუაცია **ღიაა,** როცა მოსწავლეს ამოცანის მოცემულობა არ ჰყოფნის ამოცანის ამოსახსნელად და **დახურულია,** როცა მონაცემები საკმარისია ამოცანის ამოხსნისათვის.

ცოდნის მიღების პრობლემური გზა ყოველთვის დიდ დროს მოითხოვს, გაცილებით მეტს, ვიდრე მზა ინფორმაციის გადაცემა ან შესრულება ნიმუშის მიხედვით. ამის გამო, პრობლემურ სწავლებაზე გადასვლაზე ლაპარაკი არ შეიძლება, მაგრამ არაიშვიათადაა გამოსაყენებელი პრობლემური სიტუაციები. პრობლემური სწავლების ელემენტების გამოყენება და მათი გონივრული შეხამება ტრადიციულ მეთოდებთან – სწავლების ყველაზე ოპტიმალური გზაა თანამედროვე პედაგოგიკის თვალსაზრისით.

პრობლემური სწავლების გამოყენება წარმატებით შეიძლება განზოგადებული ცოდნის – ცნებების, წესების, კანონების, მიზეზ-შედეგობრივ და სხვა ლოგიკურ დამოკიდებულებათა გაცნობიერებული შეთვისებისათვის.

პრობლემურ-სიტუაციური ტექნოლოგიის არსის გან-ხილვისას სრულიად ცხადი ხდება, რომ პრობლემური სი-ტუაციების გამოყენება:

- ხელს უწყობს მოსწავლის გონებრივი ძალების განვი-თარებას. წინააღმდეგობა, სიძნელის წინაშე აღმოჩენა აიძუ-ლებს მოსწავლეს, ეძიოს გამოსავალი გზები პრობლემური სიტუაციიდან.
- ხელს უწყობს მოსწავლის დამოუკიდებლობის განვი-თარებას. მოსწავლე დამოუკიდებლად ხედავს პრობლემას, აყალიბებს პრობლემურ კითხვას, ეძებს ამოხსნის გეგმას.
- ხელს უწყობს შემოქმედებითი აზროვნების განვითა-რებას.
- თავისი წვლილი შეაქვს შემოქმედებითი საქმიანო-ბისადმი მზაობის ფორმირებისას.
- ხელს უწყობს მოსწავლის შემეცნებითი აქტივობის განვითარებას.
- ხელს უწყობს ცოდნის გაცნობიერებას.
- და სხვ.

მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების უზრუნველსაყოფად აუცილებელია სიტუაციების ოპტიმა-ლური თანამიმდევრულობა, მათი გარკვეული სისტემა. მე-თოდიკურ ლიტერატურაში არსებობს ასეთი სისტემების შექ-მნის გამოცდილება. ერთ-ერთი მათგანი ასეთია: პრობლემუ-რი სწავლების ორგანიზებისას ამოცანები ყალიბდება პრობ-ლემურობის ოთხი დონის მიხედვით. დონეები ერთმა-ნეთისაგან განსხვავდება ამოცანის განზოგადებულობისა და მასწავლებელის კარნახის ხარისხის მიხედვით.

პრობლემურობის ეს **დონეებია:**

- ყველაზე მაღალი,
- მაღალი,
- საშუალო,
- დაბალი.

მოვიყვანოთ სავარჯიშოთა მაგალითები პრობლემურობის სხვადასხვა დონეზე მესამე კლასისათვის.

1. **გამრავლების ცხრილური შემთხვევების განმტკიცება.**

- **ყველაზე მაღალი დონე**

განაგრძე მწკრივი:

2, 4, 6, 8, ...

7, 14, 21, ...

8, 16, 24, ...

დამოუკიდებლად შეადგინე შენი მწკრივი.

- **მაღალი დონე:**

გაიხსენე 2-ზე, 7-ზე და 8-ზე გამრავლების ცხრილი და განაგრძე მწკრივი:

2, 4, 6, 8, ...

7, 14, 21, ...

8, 16, 24, ...

დამოუკიდებლად შეადგინე შენი მწკრივი.

- **საშუალო დონე**

გაიხსენე 2-ზე, 7-ზე და 8-ზე გამრავლების ცხრილი და განაგრძე მწკრივი, როგორც პირველ შემთხვევაშია:

1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20;
2) 7, 14, 21, ...
3) 8, 16, 24, ...

შეადგინე შენი მწკრივი.

- **დაბალი დონე**

გაიხსენე 2-ზე, 7-ზე და 8-ზე გამრავლების ცხრილი, განაგრძე მწკრივი და გამრავლების ცხრილი, რომელიც გამოიყენე, ჩაწერე ისე, როგორც პირველ შემთხვევაშია:

1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20;	$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 6 = 12$
2) 7, 14, 21, ...	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 7 = 14$
3) 8, 16, 24, ...	$2 \cdot 3 = 6$	$2 \cdot 8 = 16$
	$2 \cdot 4 = 8$	$2 \cdot 9 = 18$
	$2 \cdot 5 = 10$	$2 \cdot 10 = 20$

2. დავალება მიხვედრილობაზე

- **ყველაზე მაღალი დონე**

იპოვე 1-დან 20-მდე ყველა რიცხვის ჯამის გამოთვლის იოლი ხერხი.

- **მაღალი დონე**

იპოვე რიცხვების ისეთი წყვილის ჯამი, რომ ადვილად შეიძლებოდეს გამოანგარიშების ჩატარება:

1 + 2 + 3 +...+ 18 + 19 + 20 =

- **საშუალო დონე**

შეაერთე რიცხვების წყვილები ხაზებით ისე, როგორც ნახაზზეა და იპოვე გამოანგარიშების იოლი ხერხი:

1 + 2 + 3 + ... + 18 + 19 + 20 =

- **დაბალი დონე**

იპოვე ხაზებით შეერთებული რიცხვების ყველა წყვილის ჯამი. იოლი ხერხით გამოთვალე ყველა რიცხვის ჯამი:

1 + 2 + 3 + ... + 18 + 19 + 20 =

3. გამრავლების აზრის შეთვისება

- **ყველაზე მაღალი დონე**

შეკრება შეცვალე გამრავლებით:

1 + 1 + 1 + 1 + 1=

7 + 7 + 7 =

0 + 0 + 0 + 0 =

7 + 1 + 0 =

9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =

➢ **მაღალი დონე**

შეკრება შეცვალე გამრავლებით. რით განსხვავდება მეოთხე მაგალითი სხვებისაგან?

1 + 1 + 1 + 1 + 1=

7 + 7 + 7 =

0 + 0 + 0 + 0 =

7 + 1 + 0 =

9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =

➢ **საშუალო დონე**

გაიხსენე, რას ეწოდება გამრავლება და შეკრება შეცვალე გამრავლებით:

1 + 1 + 1 + 1 + 1 =

7 + 7 + 7 =

0 + 0 + 0 + 0 =

7 + 1 + 0 =

9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =

რით განსხვავდება მეოთხე მაგალითი დანარჩენისაგან?

➢ **დაბალი დონე**

შეკრება შეცვალე გამრავლებით, გაიხსენე, რომ გამრავლება არის ტოლ შესაკრებთა შეკრება:

1 + 1 + 1 + 1 + 1 =

7 + 7 + 7 =

0 + 0 + 0 + 0 =

7 + 1 + 0 =

9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =

პრობლემური ამოცანები უნდა ხასიათდებოდეს გარკვეული თავისებურებებით, მაგალითად:

➢ ამოცანა უნდა იწვევდეს ინტერესს თავისი უჩვეულობით, მოულოდნელობით, არასტანდარტულობით. ინფორმაცია განსაკუთრებით მაშინ იქცევს მოსწავლეთა ყურადღებას, როცა იგი შეიცავს წინააღმდეგობას, თუნდაც მოჩვენებითს.

პრობლემური ამოცანა უნდა იწვევდეს გაოცებას, გაკვირვებას, უნდა ქმნიდეს ემოციონალურ ფონს.

- პრობლემური ამოცანები აუცილებლად უნდა შეიცავდეს დაძლევად შემეცნებით ან ტექნიკურ სიძნელეებს, რომელთაც შეუძლია შემეცნებითი აქტივობის გამოწვევა.
- პრობლემური დავალება ითვალისწინებს კვლევის ელემენტებს, მისი შესრულების გზების ძიებას. მოსწავლეთა შემეცნებითი ცნობისმოყვარეობის დაკმაყოფილებით ამ ამოცანებმა უნდა შეავსონ მათი ცოდნის მარაგი ახალი მეთოდებით, ახალი ინფორმაციით და ა. შ.

პრობლემური სწავლება უზრუნველყოფს სწავლების ცხოვრებასთან, პრაქტიკასთან კავშირს. იყენებს დამოუკიდებელ სამუშაოთა ეფექტურ სახეებს, სწავლების პროცესი მისი წყალობით უფრო დინამიკური, დიფერენცირებადი და აქტიური ხდება. მაგრამ პრობლემურ სწავლებას უარყოფითი მხარეებიც გააჩნია. ყოველთვის არ არის ადვილი სასწავლო პრობლემის ფორმულირება, შეუძლებელია, მთელი სასწავლო პროცესი აიგოს პრობლემურად; პრობლემური სწავლება ხელს არ უწყობს უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას, იგი ეკონომიური არ არის – დიდ დროით დანახარჯებს მოითხოვს.

ეს მეთოდი განსაკუთრებით ეფექტურია ახალი ცნებების ფორმირებისას, როცა სასწავლო მასალის შინაარსი პრინციპულად ახალი არ არის, როცა იგი ლოგიკურად აგრძელებს ადრე მიღებულ ცოდნას, როცა ამ მასალის შინაარსი ავლენს მიზეზ-შედეგობრივ და მოვლენათა შორის კავშირებს, როცა მას მივყავართ შესწავლილი მასალის განზოგადებისკენ.

§ 7. მათემატიკის დაწყებითი კურსის ევრისტიკული სწავლება

1.7.1. ევრისტიკული სწავლების თანამედროვე სისტემის დახასიათება

ინოვაციურ მეთოდიკებს შორის გამოყოფენ ევრისტიკულ სწავლებას, რომლის წინასახეა კითხვებისა და მსჯელობების სოკრატული მეთოდი. ცნობილია, რომ ძველბერძენ ფილოსოფოსს თავისი მოსწავლეები ჭეშმარიტ მსჯელობამდე მიჰყავდა დიალოგის მეშვეობით. მათ იგი ჯერ აძლევდა ზოგად კითხვას, პასუხის მიღების შემდეგ კვლავ შეჰქონდა დამაზუსტებელი კითხვა და ასე, საბოლოო პასუხის მიღებამდე.

ევრისტიკული სწავლება ისეთი სწავლებაა, რომელიც მიზნად ისახავს მოსწავლის მიერ საკუთარი აზრის, განათლების მიზნებისა და შინაარსის, აგრეთვე, მისი ორგანიზაციის, დიაგნოსტიკისა და გაცნობიერების კონსტრუირებას. მოსწავლისთვის ევრისტიკული სწავლება ახლის აღმოჩენების უწყვეტი ჯაჭვია (ევრისტიკა).

ევრისტიკულ სწავლებაში იგულისხმება:

- *სწავლების ფორმა. მაგალითად, ევრისტიკული საუბარი.*
- *სწავლების მეთოდი. მაგალითად, გონებრივი იერიში.*
- *მოსწავლეთა შემოქმედებითი განვითარების ტექნოლოგია.*

სწავლებისადმი ევრისტიკული მიდგომების განვითარება ჩვენს ქვეყანაში არ იყო დაკავშირებული ინოვაციურ დიდაქტიკურ სისტემებთან. ევრისტიკულ ასპექტებს ყოველთვის მიაკუთვნებდნენ პრობლემურ და განმავითარებელ სწავლებას. სინამდვილეში ევრისტიკულ სწავლებას თავისი სპეციფიკა გააჩნია, რომელიც განასხვავებს მას როგორც პრობლემური, ისე განმავითარებელი სწავლებისაგან. ევრის-

ტიკული სწავლება მჭიდროდაა დაკავშირებული პიროვნულ-ორიენტირებულ სწავლებასთან (ხუტორსკი).

გამოყოფენ ევრისტიკული სწავლების **ძირითად ფუნქციებს:**

- ცოდნისა და მოქმედებების ხერხების დამოუკიდებელი შეფასება;
- შემოქმედებითი აზროვნების განვითარება (ცოდნისა და უნარ-ჩვევების გადატანა ახალ სიტუაციაში; ახალი პრობლემის დანახვა ტრადიციულ სიტუაციაში; შესწავლილი ობიექტის ახალი ნიშნების დანახვა; მოქმედიანობის ცნობილი ხერხების გარდაქმნა და ახლის დამოუკიდებლად შექმნა);
- აზროვნებითი ჩვევების განვითარება,
- შემეცნებითი უნარების ფორმირება; აქტიური შემეცნებითი ურთიერთობის სწავლება;
- სხვადასხვა მოტივაციის განვითარება.

ახალი ცოდნის ფორმირება ევრისტიკული საუბრის საფუძველზე მიმდინარეობს და შეხამებულია მოსწავლეთა დამოუკიდებელ მუშაობასთან.

ევრისტიკულ სწავლებას პრობლემური და განმავითარებელი სწავლებისაგან განასხვავებს ხარისხობრივად ახალი ამოცანა: „უნდა განვითარდეს არა მარტო მოსწავლე, არამედ მისი განათლების ტრაექტორიაც. აქვე უნდა ჩაერთოს მიზნების, ტექნოლოგიების, განათლების შინაარსის განვითარებაც" (ვოლკოვი).

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ევრისტიკული სწავლება განსხვავდება პრობლემური და განმავითარებელი სწავლებისაგან, მაგრამ ეს განსხვავება უფრო ნაკლებია, ვიდრე ის, რაც საერთო გააჩნიათ. ასე რომ, განმავითარებელი, პრობლემური და ევრისტიკული სწავლება მათი საერთო პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური ასპექტების მიხედვით ერთ საგანმანათ-

ლებლო სიბრტყეზე უნდა განიხილებოდეს. ისინი ხშირად კვეთენ ერთმანეთს.

ევრისტიკული მიდგომა გამოიყენება არამხოლოდ პედაგოგიკაში. სხვადასხვა მეცნიერების წარმომადგენლები ევრისტიკას სხვადასხვა თვალსაზრისით განიხილავენ.

კიბერნეტიკოსები თვლიან, რომ ევრისტიკა არის მეთოდები და ხერხები, რომლებიც **დაკავშირებულია ამოცანის ამომხსნელი სისტემის ეფექტურობის გაუმჯობესებასთან.**

ფსიქოლოგები თვლიან, რომ ევრისტიკა ფსიქოლოგიის დარგია, რომელიც სწავლობს შემოქმედებით აზროვნებას.

პედაგოგები თვლიან, რომ ევრისტიკა არის მეცნიერება, რომელიც სწავლობს ამოცანების ამოხსნის საშუალებებსა და მეთოდებს.

ფილოსოფოსები ამ ტერმინს მიაწერენ ისეთ წესებსა და მტკიცებებს, რომლებიც ახლის აღმოჩენას უწყობენ ხელს.

და მაინც, ევრისტიკის საფუძველი ფსიქოლოგიაა, განსაკუთრებით, შემოქმედებითი ანუ პროდუქციული აზროვნების ფსიქოლოგია. ევრისტიკული ხერხები, როგორც მოქმედებათა მზა სქემები, შეადგენენ ევრისტიკული ლოგიკის ობიექტს, ხოლო ევრისტიკული მოქმედიანობის რეალური პროცესი ფსიქოლოგიის ობიექტია. ევრისტიკული ხერხები შეიძლება წარმოდგენილ იქნას გარკვეული ლოგიკური სქემების სახით, შეიძლება მათი აღწერა მათემატიკური ენით.

დიდაქტიკაში არსებობს ევრისტიკული მეთოდის შემდეგი განსაზღვრა: „სწავლების პროცესში მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეთა მიერ გამოსავლის გამონახვის გზით პრობლემათა გადაჭრისა და ცოდნის შეძენის მეთოდი“.

ცნება „ევრისტიკული მეთოდი" ჯერ კიდევ ბოლომდე გარკვეული არ არის. ევრისტიკა ახალგაზრდაა როგორც მეცნიერება და მისი ძირითადი ცნებები მომავალში იქნება გარკვეული. დღესდღეობით ეს ტერმინი ორბუნებოვანია. ჯერ ერთი, იგი შეიძლება განვიხილოთ როგორც ადამიანის ევ-

რისტიკული მოქმედიანობა, რომელსაც ორიენტაცია, რთული არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნაზე აქვს, მეორე, ევრისტიკულად შეიძლება ჩავთვალოთ ის სპეციფიკური მეთოდ-ხერხები, რომლებიც ადამიანმა თავის ცხოვრებაში ჩამოაყალიბა ამოცანათა გარკვეული რიგის ამოხსნაში და ნებსით თუ უნებლიეთ გადააქვს სხვა, ახალი ამოცანების ამოხსნაზე.

ფსიქოლოგები და პედაგოგები პიროვნების განვითარების ობიექტურ კანონზომიერებად თვლიან შინაგან სწრაფვას შემოქმედებითი საქმიანობისაკენ. როგორც ვიგოტსკი ამბობს, შემოქმედება – ბავშვის განვითარების ნორმაა, მიდრეკილება შემოქმედებისაკენ ნებისმიერ ბავშვს ახასიათებს. მაგრამ, ადამიანი, რომელიც ჩართულია შემოქმედებით საქმიანობაში:

- შეიძლება მოქმედებდეს ამა თუ იმ ნიმუშის მიხედვით **(პასიურ-მიმბაძველობითი მოქმედება).**
- შეიძლება მოქმედებდეს მრავალი შემოთავაზებული ვარიანტიდან ერთი დამოუკიდებლად არჩეული ვარიანტის მიხედვით **(აქტიურ-მიმბაძველობითი მოქმედება).**
- შეიძლება თვითონ მოიფიქროს, შექმნას ხარისხობრივად ახალი **(შემოქმედებითი მოღვაწეობა).**

მოქმედიანობის ამ სამი ტიპიდან ერთისათვის ყოველთვის მზად არის მოსწავლე იმის მიხედვით, თუ განვითარების რომელ ეტაპზეა თვითონ. მასწავლებელი ითვალისწინებს ამას და შემოქმედებით შესაძლებლობათა განვითარებაზე ორიენტირებულ სასწავლო პროცესს აგებს იმის მიხედვით, თუ როგორია მოსწავლეთა შემოქმედებითი აქტივობა, რა შეუძლიათ და რა იციან, როგორია მათი შემოქმედებითი შესაძლებლობები.

მოსწავლეთა მათემატიკური განვითარება უნდა განხორციელდეს შემოქმედებით გზაზე. მათემატიკის გაკვეთილების წარმატების აუცილებელი პირობაა კრეაციული ატმოს-

ფერო, რადგანაც, მათემატიკაში ჩაწვდომა და ისიც შემოქმედებითად, შეუძლებელია სწავლების შემოქმედებითი მიმართულობის გარეშე.

ლერნერმა გამოყო შემოქმედებითი უნარების შემდეგი ელემენტები:

- ნაცნობ სიტუაციაში ახალი პრობლემის ხედვა,
- ცოდნისა და უნარების გადატანა არასტანდარტულ სიტუაციაში,
- ცნობილი ობიექტების ახალი (ფარული) ფუნქციების ხედვა,
- ობიექტის სტრუქტურის ურთიერთკავშირების ხედვა,
- ამოცანის ამოხსნის ალტერნატიული და ვარიაციული ხერხების ხედვა,
- მოქმედებათა ცნობილი ხერხების კომბინირება და მის საფუძველზე ახალი ხერხების შექმნა,
- ამოხსნის პრინციპულად ახალი და ცნობილთაგან განსხვავებული ხერხების აგება.

სწავლების ევრისტიკული მეთოდი მასწავლებელს საშუალებას აძლევს, მისცეს მოსწავლეს მეტი დამოუკიდებლობა შემოქმედებით ძიებაში. პრობლემა იმაში მდგომარეობს, რომ ევრისტიკული მეთოდის მეშვეობით შემოქმედებითი უნარების ფორმირების მეთოდიკის დამუშავებისას მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს:

- მოსწავლეთა კოლექტივის განვითარების ზოგადი (საერთო) დონე,
- კრეაციული სფეროს ფორმირების ასაკობრივი თავისებურებანი,
- მოსწავლეთა პიროვნული თავისებურებანი,
- მათემატიკის კურსის სპეციფიკური თავისებურებანი.

მეთოდიკაში დადგენილია შემოქმედებითი უნარების ფორმირების პირობები:

- სწავლის დადებითი მოტივები,

- მოსწავლეთა ინტერესი,
- შემოქმედებითი აქტივობა,
- დადებითი მიკროკლიმატი კოლექტივში,
- ძლიერი ემოციები,
- მოქმედებათა შერჩევის თავისუფლება,
- მუშაობის ვარიაციულობა.

ზემოთ მოცემულ პირობებში სწავლება უნდა მიმდინარეობდეს შემდეგი პრინციპებით:

- სწავლების კრეაციულობა (მასწავლებლისა და მოსწავლეთა შემოქმედებითი შესაძლებლობების რეალიზაცია),
- მოსწავლეთა სუბიექტურ გამოცდილებაზე დაყრდნობა (სწავლების ერთ-ერთი წყარო),
- სწავლების შედეგების აქტუალიზაცია (შეძენილი ცოდნისა და უნარ-ჩვევების პრაქტიკაში გამოყენება),
- სწავლების ინდივიდუალიზაცია და დიფერენციაცია (მოსწავლეთა მიმართ ინდივიდუალური და დიფერენცირებული მიდგომა),
- სწავლების სისტემურობა,
- სწავლების პროცესში მასწავლებლისა და მოსწავლეთა შემოქმედებითი ურთიერთმოქმედება.

შესაბამისად ამისა, მასწავლებლის ამოცანები ასე გამოიკვეთება:

- მოსწავლეთა ცოდნის მარაგის მუდმივი შევსება მათემატიკაში,
- ზოგადსასწავლო უნარ-ჩვევების განვითარება,
- კრეაციული აზროვნების განვითარება,
- მოსწავლეთა შემოქმედებითი დამოუკიდებლობის განვითარება,
- შემოქმედებითი პიროვნების განვითარება.

შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების ევრისტიკული და სხვა პრინციპები შეუძლებელია რეალიზებულ იქნას, თუ არ გავითვალისწინებთ აზროვნების ასაკობრივ და ინდი-

ვიდუალურ-ტიპურ თავისებურებებს. ინტელექტუალური აზროვნების ასაკობრივი თავისებურებების შესახებ არსებობს დიდძალი პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური და ფილოსოფიური ლიტერატურა. მასში ასახულია ინტელექტის განვითარების **სამი სტადია.**

პირველ სტადიაზე თვალსაჩინო-ქმედითი, პრაქტიკული აზროვნებაა წამყვანი. იგი ხორციელდება კონკრეტულ სიტუაციაში, რეალური საგნებით პრაქტიკული ოპერირების დროს.

მეორე სტადიაზე თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნება ჭარბობს. ამ დონეზე ბავშვებს შეუძლიათ ოპერირება არა მხოლოდ რეალური საგნებით, არამედ მათ გამოცდილებაში არსებული აღქმისა და წარმოდგენების სახეებითაც. სხვა სიტყვებით, ამ ასაკის შესაბამისი ამოცანების ამოხსნისას ბავშვებს შეუძლიათ მკაფიოდ აღიქვან და თვალსაჩინოდ წარმოიდგინონ ის სურათები და სიტუაციები, რომლებიც ამოცანაშია მოცემული.

მესამე სტადიაზე წამყვანი როლი ეკისრება განყენებას, აბსტრაქტულ-თეორიულ აზროვნებას.

უმცროსკლასელთა ასაკს მეორე სტადია შეესაბამება.

1.7.2. მათემატიკის ევრისტიკული სწავლების რეალიზაციის გზები და ორგანიზაციის პირობები დაწყებით სკოლაში

მართალია, ყოველი ამოცანა, რომელიც ეძლევა მოსწავლეს ამოსახსნელად, სწავლების მრავალ მიზანს ემსახურება, მაგრამ უმთავრესი მიზანი მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებაა; ეს არის – მოსწავლეთა დაინტერესება მათემატიკით და მათი მიყვანა მათემატიკური ფაქტების „აღმოჩენებამდე“.

ევრისტიკული მეთოდის გამოყენების თვალსაზრისით ფრიად საინტერესოა **სოიერის** წიგნი „მათემატიკის პრელუდიები". ყველა მათემატიკოსისათვის, – წერს იგი, – დამახასიათებელია „გონების კადნიერება", მათემატიკოსს არ უყვარს, როცა მას რამეს უყვებიან, ის თვითონ უნდა მივიდეს ყველაფრამდე. კარგი მოსწავლე ყოველთვის წინსწრებას ცდილობს. თუ თქვენ მას აუხსნით კვადრატული განტოლების ამოხსნას სრული კვადრატის გამოყოფით, იგი ეცდება კუბური განტოლების ამოხსნას სრული კუბის გამოყოფით, – წერს პოია. ეს თვისება არის ერთ-ერთი ძალა, რომელიც ხელს უწყობს მოსწავლის ზრდას მათემატიკურ განვითარებაში.

შესანიშნავი თვისებაა, აგრეთვე, ინტერესი მათემატიკური კანონზომიერებისადმი. ეს ინტერესი მოსწავლეს დაწყებით კლასებში საკმაოდ ძლიერი აქვს. კანონზომიერებები გვხვდება არითმეტიკის დასაწყისიდანვე. მაგალითად, გამრავლების ტაბულაში შეინიშნება კანონზომიერების მრავალი ელემენტარული ხერხი. აი, ერთი ნიმუში მათგან.

ჩვეულებრივ, ბავშვებს უყვართ 2-ზე და 5-ზე გამრავლება, იმიტომ, რომ პასუხების ბოლო ციფრები ადვილი დასამახსოვრებელია: 2-ზე გამრავლებისას ყოველთვის მიიღება ლუწი რიცხვი, ხოლო 5-ზე გამრავლებისას უფრო მარტივია, მიიღება 0 ან 5. თუ 7-ზე გამრავლების ცხრილს დავაკვირდებით, შესანიშნავ კანონზომიერებას ვნახავთ. თუ 7-ზე გამრავლების ცხრილიდან ნამრავლების 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70 ბოლო ციფრებს ამოვწერთ, გვექნება: 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3, 0. მათში მეზობელ ციფრებს შორის სხვაობა გვაძლევს: –3, +7, –3, –3, +7, –3, –3, –3. ამ მწკრივში იგრძნობა სრულიად განსაზღვრული რიტმი. პლუსს და მინუსს შეგვიძლია წინსვლა და უკუსვლა ვუწოდოთ. აქვე საინტერესოა: თუ 7-ზე გამრავლებისას მიღებული პასუხების ბოლო ციფ-

რებს უკუღმა, ე.ი. უკუსვლით ბოლოდან წავიკითხავთ, მაშინ მივიღებთ 3-ზე გამრავლების პასუხების ბოლო ციფრებს.

ევრისტიკული სწავლების ფორმები და მეთოდები ორიენტირებულია მოსწავლეთა პიროვნების ევრისტიკული თვისებების განვითარებაზე და მათ საფუძვლად უდევთ დავალებათა შესაბამისი ტიპები. მოგვყავს მოთხოვნათა ერთ-ერთი სისტემა, უკვე აპრობირებული.

კოგნიციური ტიპის დავალებები:

- ამოიხსნას რეალური პრობლემა, რომელიც არსებობს მათემატიკაში: მათემატიკური კანონზომიერებების დამტკიცება, ციფრების გრაფიკული ფორმის ახსნა და სხვ.
- გამოკვლეულ იქნას ობიექტი: რიცხვი, განტოლება, ამოცანა. მისი წარმოშობის (შექმნის, აგების), აზრის, აგებულების, ნიშანთვისებების, ფუნქციების, კავშირების დადგენა. სხვადასხვა მიდგომის გამოყენება ერთი და იგივე ობიექტის გამოკვლევისას.
- გამოყენებულ იქნას პრაქტიკული მათემატიკური ცდები.
- გამოკვლეულ იქნას ისტორიული ფაქტები: თვლის ათობითი სისტემის წარმოშობა და სხვ.
- გამოყოფილ იქნას საერთო და განსხვავებული სხვადასხვა სისტემებში: ქართულ ენასა და მათემატიკურ ენას შორის და სხვ.

კრეაციული ტიპის დავალებები:

- თავიანთებურად შეადგინონ ის, რაც მასწავლებლისათვის უკვე ცნობილია: ა) მოიგონონ რიცხვის ან ცნების და სხვ. აღნიშვნა; ბ) მისცენ განსაზღვრა შესასწავლ ობიექტს, მოვლენას; გ) ჩამოაყალიბონ მათემატიკური კანონზომიერება და ა.შ.
- შეთხზან ამოცანა, მათემატიკური ზღაპარი.
- შეადგინონ მათემატიკური კროსვორდი, თამაშობა, ვიქტორინა, საკუთარ ამოცანათა კრებული.

- დაამზადონ მოდელი, მათემატიკური ფიგურა, გეომეტრიული ბაღი.
- ჩაატარონ გაკვეთილი მასწავლებლის როლში. დაამუშაონ ამოცანის ამოხსნის საკუთარი ალგორითმი და სხვ.

ორგქმედითი ტიპის დავალებები:

- დაამუშაონ მათემატიკაში თავიანთი მეცადინეობების მიზნები, დაამუშაონ საშინაო, საკლასო ან შემოქმედებითი სამუშაოს გეგმა.
- შეადგინონ მათემატიკური ვიქტორინის გეგმა და ჩაატარონ ვიქტორინა დაწყებითი სკოლის მოსწავლეთათვის.

ევრისტიკული სწავლების მეთოდების კლასიფიკაცია ეკუთვნის ა. ვ. ხუტორსკის. მან ევრისტიკული მეთოდები დაყო **სამ სახედ: კოგნიციური, კრეაციული და ორგქმედითი** (ქართულ ენაში რატომღაც იხმარება სიტყვები: კოგნიტური, კრეატიული).

კოგნიციური მეთოდები:

- ჩაწვდომის მეთოდი,
- აზრითი ხედვის მეთოდი,
- ხატოვანი და სიმბოლური ხედვის მეთოდი,
- ევრისტიკული კითხვების მეთოდი (ვინ? რა? სად? რატომ? და სხვ.)
- შედარების (აგრეთვე, გამორჩევის, განსხვავების) მეთოდი,
- ევრისტიკული დაკვირვების მეთოდი,
- ევრისტიკული გამოკვლევის მეთოდი,
- წესების კონსტრუირების მეთოდი,
- ჰიპოთეზების მეთოდი,
- პროგნოზირების მეთოდი,
- შეცდომათა მეთოდი,
- თეორიების კონსტრუირების მეთოდი.

დავახასიათოთ ზოგიერთი მათგანი.

ჩაწვდომის მეთოდი: გრძნობად-ხატოვანი და აზრითი წარმოდგენების მეშვეობით მოსწავლე ცდილობს „გადასახლდეს“ შესასწავლ ობიექტში, იგრძნოს და შეიმეცნოს იგი შიგნიდან. მაგალითად, მოსწავლეს შეიძლება შევთავაზოთ, წარმოიდგინოს თავი მართკუთხედად. ასეთი სავარჯიშოები ავითარებენ მოვლენის მრავალმხრივი შესწავლის, გააზრებისა და გაგების უნარს, ასწავლიან შემეცნების პროცესში გონებისა და აზრის ჩართვას.

შედარების მეთოდი: მასთან ახლომდგომია **გამორჩევის მეთოდი.** მოსწავლე ეძებს ფაქტებს, შემდეგ „განასხვავებს“ მათ არაფაქტებისაგან.

კრეაციული მეთოდები:

- გამოგონების მეთოდი,
- მეთოდი „ასე რომ იყოს...“,
- ხატოვანი სურათის მეთოდი,
- ჰიპერბოლიზაციის მეთოდი,
- აგლუტინაციის მეთოდი (არაშეერთებადების შეერთება),
- სინექტიკის მეთოდი,
- „გონებრივი იერიში“,
- ინვერსიის მეთოდი (შექცევის მეთოდი).

დავახასიათოთ ზოგიერთი მათგანი.

მეთოდი „ასე რომ იყოს...“: მოსწავლეებს სთავაზობენ, წარმოიდგინონ და აღწერონ, რა მოხდება, სამყაროში რამე რომ შეიცვალოს. მაგალითად, რა მოხდება, რომ ყველა მოცულობადი გეომეტრიული ფიგურა გადაიქცეს ბრტყელ ფიგურად და პირიქით.

გამოგონების მეთოდი: ეს არის მოსწავლეთათვის მანამდე უცნობი პროდუქტის შექმნა, მათივე გონებრივი მოქმედების შედეგად. მაგალითად, მართკუთხედის ერთი გვერდი შეიცვალოს ნახევარწრეწირით და აღიწეროს მიღებული ფიგურის თვისებები.

ორგქმედითი მეთოდები:

- მოსწავლეთა მიზანდასახულობისა და დაგეგმარების მეთოდი.
- საგანმანათლებლო პროგრამების შექმნის მეთოდი,
- სწავლების თვითორგანიზაციის მეთოდი,
- ურთიერთსწავლების მეთოდი,
- რეცენზირების მეთოდი,
- ევრისტიკული საქმიანობის კონტროლის მეთოდი,
- რეფლექსიის მეთოდი,
- თვითშეფასებისა და რეფლექსიის მეთოდი.

განვიხილოთ გაკვეთილების ზოგიერთი **სახე,** რომლის ჩატარებაც შეიძლება ევრისტიკულ დონეზე.

• **შემოქმედებითი ლაბორატორიები**. გაკვეთილების სტრუქტურა, ევრისტიკული სწავლების დროს, გულისხმობს მოსწავლეთა შემოქმედებითი, ძიებითი მათემატიკური მოქმედიანობის ორგანიზებას იმ შემთხვევაში, როცა მოსწავლეებს სასწავლო და მათემატიკურ შესაძლებლობათა სხვადასხვა დონე გააჩნიათ.

• **მათემატიკური მეტყველების განვითარებაზე მუშაობა.**

• **ეტიმოლოგიური ექსკურსები** (მათემატიკურ ტერმინთა განმარტება).

• **დასაყრდენ სიგნალთა შედგენა**. რომ განმტკიცდეს და საბოლოოდ შეთვისებულ იქნას მათემატიკური კანონზომიერება, მოსწავლემ უნდა „დაინახოს“ წესი მკაფიო და დასამახსოვრებლად ადვილ ნიშნებში, სქემებში. მაგრამ სქემები უმჯობესია არ მიეცეს გამზადებულად, მოსწავლემ თვითონ უნდა შეადგინოს იგი. ინდივიდუალური საყრდენი სქემები უნდა აკმაყოფილებდეს მოთხოვნებს: ინფორმაციული ნაჯერობა, მკაფიოობა და კონტრასტულობა, ტექსტისა და გრაფიკული აღნიშვნების მინიმუმი, განმტკიცება მაგალითებით, ტექსტური ინტერპრეტაციის შესაძლებლობა.

• **ინდივიდუალური მუშაობა შეცდომებზე.**

§ 8. მათემატიკის დაწყებითი კურსის დიფერენცირებული სწავლება

1.8.1. მათემატიკის დიფერენცირებული სწავლების არსი და ორგანიზაცია

სწავლების დიფერენციაციის პრობლემა ერთ-ერთი ტრადიციულთაგანია ჩვენს ქვეყანაში. საერთოდ, მისი ფესვები მე-19 საუკუნიდან მოდის. მთელი ისტორიის მანძილზე დიფერენცირებული სწავლებისადმი პედაგოგიური მიდგომები იცვლებოდა ეპოქის სოციალურ-პოლიტიკური ხასიათის მიხედვით. დღეს იგი ემყარება პრინციპულად ახალ მოტივაციურ საფუძველს.

მათემატიკის დიფერენცირებული სწავლების პროცესში გამოიყენება სწავლებისა და სასწავლო საქმიანობის სხვადასხვა ფორმები და მეთოდები, – მოსწავლეთა სასწავლო შესაძლებლობების, მიდრეკილებების, უნარების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური დიაგნოსტიკის საფუძველზე. ამ ფორმებისა და მეთოდების გამოყენება ქმნის ხელსაყრელ და მაქსიმალურად ოპტიმალურ პირობებს მოსწავლის პიროვნების განვითარებისათვის პიროვნულ-ორიენტირებულ საგანმანათლებლო პროცესში. ასეთი სწავლება გამორიცხავს შემთხვევას: „ყველას ვასწავლოთ ერთნაირად“ და მაქსიმალურად ითვალისწინებს ბავშვების თავისებურებებს, შესაძლებლობებს, ინტერესებს. იგი სწავლების ყველა ფორმაზე უკეთ უწყობს ხელს მოსწავლის ინდივიდუალობისა და პიროვნული თავისებურებების განვითარებას. აღსანიშნავია, რომ დიფერენცირებული სწავლების აგება შეუძლებელია ყოველი მოსწავლის, როგორც პიროვნებისა და ინდივიდის, თითოეული მოსწავლისათვის დამახასიათებელი პიროვნული და ინდივიდუალური თავისებურებების გათვალისწინების გარეშე.

დიფერენცირებულ სწავლებას განიხილავენ სამი პოზიციიდან:

1. **მიზანდასახულობის ასპექტში** იგი წარმოადგენს ახალი სასწავლო გეგმების დამუშავებას განათლების ეროვნულ-რეგიონული კომპონენტის გათვალისწინებით. ამ კომპონენტმა უნდა უზრუნველყოს განათლების დიფერენციაცია და ინ-დივიდუალიზაცია.

2. **შინაარსობრივ ასპექტში** იგი წარმოადგენს სასწავლო პროცესის ისეთ რეალიზაციას, როცა ხდება მოსწავლეთა მიერ ცოდნის შითვისება საბაზო და მასზე მაღალ დონეზე, რაც მიიღწევა სასწავლო საგანთა აგების სპეციფიკით სწავლების სხვადასხვა დონეზე.

3. **ორგანიზაციულ ასპექტში** იგი წარმოადგენს ისეთ სწავლებას, რომელიც ემყარება მოსწავლის განსწავლულობისა და განსწავლადობის, პიროვნულ და ინდივიდუალურ თავისებურებათა ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკურ დიაგნოსტიკას.

ამასთან, სასწავლო საქმიანობის დიფერენცირებული ორგანიზაცია, **ერთის მხრივ,** ითვალისწინებს მოსწავლეთა გონებრივი განვითარების დონესა და ფსიქოლოგიურ თავისებურებებს, მათი აზროვნების როგორც თვალსაჩინოხატოვან, ისე აბსტრაქტულ-ლოგიკურ ტიპს, მაგრამ, **მეორეს მხრივ,** ითვალისწინებს მოსწავლეთა პიროვნების ინდივიდუალურ მოთხოვნილებებს, მის შესაძლებლობებსა და ინტერესებს კონკრეტულ საგანმანათლებლო თუნდაც მიკროსივრცეში. ეს ორი მხარე თანაკვეთადია და წარმოადგენს მათემატიკურ-მეთოდიკური სისტემის ერთ მთლიან დიდაქტიკურ ერთეულს.

ყოველივე ზემოთქმულიდან ნათელია, რომ მასწავლებელს აკისრია უაღრესად დიდი პასუხისმგებლობა, იყოს მომზადებული დიფერენცირებული სწავლებისათვის, რომლის განხორციელება პიროვნულ-ორიენტირებული მიდგომის პირობებში მასწავლებლისაგან მკაცრად მოითხოვს:

- შეეძლოს მოსწავლეთა ინდივიდუალური თავისებურებებისა და სასწავლო შესაძლებლობათა შესწავლა,
- შეეძლოს მოსწავლეთა ჯგუფებად დაყოფის კრიტერიუმების განსაზღვრა,
- შეეძლოს მოსწავლეთა ინდივიდუალური ხელმძღვნელობა და ამ ხელმძღვანელობის პროცესში – მათი სასწავლო შესაძლებლობებისა და უნარ-ჩვევების სრულყოფა,
- შეეძლოს მოსწავლეთა ნამუშევრების ანალიზი და მის საფუძველზე – მოსწავლეთა წარმატებებისა და სიძნელეების შემჩნევა.
- შეეძლოს მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის პერსპექტიული დაგეგმარება (ინდივიდუალური და ჯგუფური), რაც განავითარებს სასწავლო პროცესს,
- შეეძლოს დიფერენციაციის მცირე ეფექტური ხერხების შეცვლა უფრო ეფექტური და რაციონალური ხერხებით.

როგორც ვიცით, თითოეული მოსწავლე მოვლენას წარმოადგენს. იგი სამყაროა, ცალკე სამყარო. მასში შესაღწევი გზებია საპოვნი. ეს კი მხოლოდ მაშინ მოხდება, თუ იმთავითვე მისთვის შეიქმნება მრავალმხრივი სასკოლო გარემო, რომელშიც მოსწავლეს მიეცემა საშუალება, გამოავლინოს თავისი თავი. ასეთ შემთხვევაში მასწავლებლისათვის ადვილი იქნება, გაიცნობიეროს: რაში მდგომარეობს მოსწავლის პიროვნების განვითარება დიფერენცირებული სწავლებისას, რომელი მამოძრავებელი ძალები განსაზღვრავენ მოსწავლის პიროვნების სტრუქტურის კომპონენტების ხარისხობრივ ცვლილებებს, ეს ცვლილებები როდის და რა პირობებშია უფრო ინტენსიური, რა ძალები ზემოქმედებს მასზე გარედან. ამ საკითხების ცოდნა მასწავლებელს მისცემს საშუალებას: გამოავლინოს პიროვნების ფორმირების როგორც ზოგადი, ისე ინდივიდუალური ტენდენციები, ასაკობრივ შინაგან წინააღმდეგობათა განვითარების დინამიკა და ამის

საფუძველზე – შეარჩიოს მოსწავლის დახმარების ეფექტური ხერხები.

სწავლების დიფერენციაცია წარმოადგენს მოსწავლეებისადმი ინდივიდუალური მიდგომის რეალიზაციის ერთ-ერთ შესანიშნავ საშუალებას. სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესი ითვლება დიფერენცირებულად, თუ მისთვის დამახასიათებელია მოსწავლეთა **ტიპურ** ინდივიდუალურ განსხვავებათა გათვალისწინება. სწავლებაში დიფერენციაცია გულისხმობს მოსწავლეთა დაყოფას ჯგუფებად ამა თუ იმ ნიშნის მიხედვით. ე.ი. ადგილი აქვს მოსწავლეთა ტიპოლოგიურ კლასიფიკაციას. მაშასადამე, კლასის დიფერენცირებას თან ახლავს ინტეგრირება ჯგუფში. ამ პროცესს ახლავს ერთი აუცილებლი კომპონენტიც: ჯგუფებში სასწავლო პროცესის აგების ნაირგვარობა.

ამგვარად, დიფერენცირებული სწავლების ორგანიზებას ორი ასპექტი გააჩნია:

- კლასის დიფერენცირება ტიპურ ინდივიდუალურ განსხვავებათა მიხედვით და ამავე ნიშნით მოსწავლეთა ინტეგრირება ჯგუფებში,
- სასწავლო პროცესის ნაირგვარი აგება გამოყოფილ ჯგუფებში.

მიზანშეწონილია, რომ დიფერენცირების საფუძვლად იქნეს აღებული მოსწავლეთა განსწავლულობა, განსწავლადობა, ინდივიდუალური თავისებურებანი, უნარები, ინტერესები.

მოსწავლის **განსწავლულობა** არის სწავლების შედეგი. ეს არის მოსწავლის განვითარების მახასიათებელთა ერთობლიობა, რომელიც უკვე შექმნილია. განსწავლულობის მაჩვენებლები შეიძლება იყოს ცოდნის შეთვისების მიღწეული დონე, ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ხარისხი. **განსწავლადობა** გულისხმობს მოსწავლის მიერ ცოდნის ამთვისებლობის ხარისხს, მის მზაობას ახალი ცოდნისა და მოქმედებათა ხერხების

შეძენა-შეთვისებისათვის. განსწავლადობის მაჩვენებლები შეიძლება იყოს: როგორი განსწავლადია იგი, როგორი უნარი აქვს ახალი ცოდნის ათვისების, როგორ ექვემდებარება პრაქტიკული უნარ-ჩვევების ფორმირების პროცესს და სხვ.

განვიხილოთ მათემატიკის გაკვეთილზე კლასის დიფერენცირების ერთ-ერთი შესაძლო ვარიანტი – ჯგუფური ფორმა, სადაც დიფერენცირების საფუძველი იქნება მოსწავლეთა განსწავლულობა, განსწავლადობა, ინდივიდუალური თავი-სებურებანი, უნარები, ინტერესები.

პირველ ჯგუფში გაერთიანდება მოსწავლეები სასწავლო შესაძლებლობათა მაღალი დონით და მოსწრებაში მაღალი მაჩვენებლებით. აქვე შეიძლება გაერთიანდეს ის მოსწავლეები, რომელთაც საშუალო სასწავლო შესაძლებლობები გააჩნიათ, მაგრამ აქვთ შემეცნებითი ინტერესის განვითარების მაღალი დონე. ამ ჯგუფისათვის არსებითია ორიენტაცია დამოუკიდებლობაზე. უფრო ნიჭიერი ბავშვებისათვის მასწავლებელს უნდა ჰქონდეს დამატებითი ინდივიდუალური დავალებები.

მეორე ჯგუფში გაერთიანდება მოსწავლეები მათემატიკაში საშუალო მოსწრებით. ამ ჯგუფში მასწავლებელი ორიენტაციას იღებს მოსწავლეთა ნებისმიერი შინაგანი მოტივაციის ფორმირებაზე, ინტელექტუალური შრომის მეშვეობით პიროვნული თვისებების ჩამოყალიბებაზე.

მესამე ჯგუფში გაერთიანდება მოსწავლეები დაბალი შემეცნებითი უნარებით, მოსწრებაში დაბალი მაჩვენებლებით.

ყველაზე რთულია, რა თქმა უნდა, მესამე ჯგუფში მუშაობა. აქ ჯგუფის შიგნით იქნება საჭირო ინდივიდუალური მიდგომა, რადგანაც ამ ჯგუფში სხვა ჯგუფებისაგან განსხვავებით, არაერთგვაროვან შემეცნებით შესაძლებლობებსა და ინტერესებს ვხვდებით.

სასწავლო დავალებათა დიფერენციაციის ხერხები შეიძლება იყოს:

- დიფერენციაცია შემოქმედებითი დონეების მიხედვით,
- დიფერენციაცია სიძნელის დონეების მიხედვით,
- დიფერენციაცია სასწავლო მასალის მოცულობის მიხედვით,
- დიფერენციაცია მოსწავლეთა დამოუკიდებლობის მიხედვით,
- დიფერენციაცია მასწავლებლის დახმარების ხასიათის მიხედვით.

ხშირად მესამე ჯგუფს ეძლევა რეპროდუქციული ხასიათის დავალებები, პირველ და მეორე ჯგუფს კი – შემოქმედებითი ხასიათის.

მოვიყვანოთ პირველი და მეორე დიფერენციაციის ერთ-ერთი შესაძლო ვარიანტის შინაარსობრივი ნიმუში:

1. შემოქმედებითი დონეების მიხედვით.

- მათემატიკური ობიექტების კლასიფიკაცია (გამოსახულებები, ამოცანები,...),
- მათემატიკური ობიექტების გარდაქმნა (გამოსახულებები, ამოცანები, ...)
- დავალებები, რომლებსაც მონაცემები აკლია (ან ზედმეტია),
- ამოხსნის რაციონალური გზების ძიება,
- ამოცანების, განტოლებების, ... დამოუკიდებელი შედგენა.

2. სიძნელის დონეების მიხედვით.

ამ შემთხვევაში ხშირად გამოიყენება სასწავლო მასალის გაერთიანება (მაგალითად, პირველ-მეორე ჯგუფებში მოცემულია ორნიშნა რიცხვები, მესამეში – ერთნიშნა), მოქმედებათა რაოდენობის მომატება, დავალების შებრუნება (მაგალითად, მეორე და მესამე ჯგუფებს ეძლევა დავალება –

მსხვილი საზომი ერთეულებიდან უფრო წვრილზე გადასვლა, ხოლო პირველ ჯგუფს ეძლევა უფრო რთული დავალება – წვრილი ერთეულებიდან მსხვილზე გადასვლა.

1.8.2. დიფერენცირების რეალიზაცია მათემატიკური ტექსტური ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას

მათემატიკის დიფერენცირებული სწავლების პირობებში ხდება არა მარტო მოსწავლეთა დიფერენცირება წინა პარაგრაფში აღნიშნული ნიშნების მიხედვით, არამედ, ადგილი აქვს, რაც მთავარია, სასწავლო მასალის დიფერენცირებას. ეს უკანასკნელი წარმოგვიდგება ორი სახით:

- **სავარჯიშოთა ვარიირება**. ვარიაციულობა ეხება სასწავლო მასალას. ჯგუფებს ეძლევათ სხვადასხვა სირთულის სხვადასხვა სავარჯიშო.
- **დონეობითი (დონეობრივი) დიფერენციაცია**. ჯგუფებს ეძლევათ ერთი და იგივე სავარჯიშო სირთულის სხვადასხვა დონით.

მათემატიკის სწავლების პრაქტიკაში, დიფერენცირებული სწავლების პირობებში, ხშირად გამოიყენება ვარიაციულობა. ბავშვებს ეძლევათ სხვადასხვა სირთულის სხვადასხვა ამოცანები, ე.ი. საკითხი წყდება სწავლების შინაარსობრივ ასპექტში. მაგრამ, უნდა აღინიშნოს, რომ დაწყებით კლასებში მოსწავლეთა ინდივიდუალური თავისებურებანი ჯერ კიდევ არ არის მყარად დაკავშირებული ცოდნის სისტემასთან; სწორედ ეს ფაქტი ზღუდავს დიფერენცირებული სწავლებისას ამოცანის შინაარსობრივ მხარეზე დაყრდნობას. ამიტომ აქ უმჯობესია ერთი ამოცანის დონეობრივი სიძნელეების შექმნა და მისი გამოყენება.

თუ ტექსტური მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესში განვახორციელებთ დონეობით დიფერენციაციას, მაშინ ეს ხელს შეუწყობს მოსწავლეთა უნარის სრუ-

ლყოფას ამოცანების ამოხსნაში ყველა დონეზე. სასწავლო პროცესის ასეთი ორგანიზაცია უზრუნველყოფს მოსწავლეთა ჩართვას აქტიურ სასწავლო საქმიანობაში მათი ინდივიდუალური შესაძლებლობების შესაბამისად.

სანამ ტექსტური ამოცანის დონეობით დიფერენციაციაზე და მისი გამოყენების შესახებ საუბარზე გადავიდოდეთ, უნდა განვსაზღვროთ მოსწავლის მომზადების დასაყრდენი დონე, რომელიც განპირობებულია მათემატიკური განათლების სტანდარტით და რომელიც ჩვენთვისაც იქნება დასაყრდენი, რომ მასზე ავაგოთ უფრო მაღალი დონეები.

დასაყრდენი დონე შიეძლება ასე დავახასიათოთ:

მოსწავლეებს შეუძლიათ: გამოყონ პირობა, კითხვა, მოცემულობები, საძიებლები; დაამყარონ კავშირი მოცემულობასა და საძიებელს შორის; შექმნან ამოცანის სხვადასხვა მოდელი – სიტყვიერი, საგნობრივი, სქემური, მათემატიკური; შეადგინონ ამოცანის ამოხსნის გეგმა, ამოხსნან და შეამოწმონ ამოცანა.

ამგვარად, ჩვენ საუბარი გვაქვს სხვადასხვა შინაარსისა და ლოგიკური ორგანიზაციის ორ დონეზე:

- *მოსწავლის მომზადების დონე ,*
- *ამოცანის სირთულის დონე.*

მოსწავლის მომზადების დონე სრულიად სხვადასხვანაირია, ამიტომ უნდა დამუშავდეს ტექსტური მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური ასპექტი დაწყებითი კლასებისათვის დონითი დიფერენციაციის კონტექსტში.

მოვლენათა თავისებურებების გამოვლენის ტიპოლოგიური ანალიზი გვაძლევს საშუალებას, გამოვყოთ ამოცანების ამოხსნის უნარის დონეები. ამ დონეების დადგენის საფუძველია **ანალიზის სამი სახე:**

1. ელემენტური, 2. კომპლექსური, 3. განჭვრეტითი.

ფსიქოლოგიაში ცნობილია ამოცანათა ამოხსნის უნარების დონეები, რომლებიც ემყარებიან უმცროსკლასელთა გონებრივი მოქმედიანობის თავისებურებებს:

დაბალი დონე. მოსწავლის მიერ ამოცანის აღქმა ხდება ზედაპირულად, არასრულად. ხშირად ერთმანეთში ერევა არსებითი და არაარსებითი ელემენტები. ასეთ შემთხვევაში მოსწავლეს მეტწილად ამოცანა ჯერ კიდევ არა აქვს კარგად გაგებული და იწყებს მის ამოხსნას. ცხადია, რომ ამ პირობებში წარმატება ნაკლები იქნება. **აქ მუშაობს ელემენტური ანალიზი.**

საშუალო დონე. მოსწავლე მიისწრაფვის ამოცანის გაგებისაკენ. გამოყოფს მოცემულობასა და საძიებელს, მაგრამ მათ შორის მხოლოდ ცალკეული კავშირის დამყარება შეუძლია. ამოცანაში არსებული კავშირების ერთიან სისტემაში გაურკვევლობის გამო ეძნელება ამოცანის ამოხსნის გზის ძიება. მოსწავლისათვის მისაწვდომია ამოცანის ამოხსნის ნაბიჯ-ნაბიჯ მიწოდება. მას გააჩნია უნარი, განაზოგადოს ამოცანის ამოხსნის ხერხი, მაგრამ ამისათვის სჭირდება დიდი ვარჯიში ერთტიპური ამოცანების ამოხსნაში და მასწავლებლის დახმარება. არასაკმარისად აქვს განვითარებული აზროვნების მოქნილობა. ამიტომ ეძნელება უკუკავშირების დამყარება სიდიდეებს შორის. მისთვის მისაწვდომია ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხის მოძებნა იმ შემთხვევაში, თუ აქვს ანალოგიური ამოცანების ამოხსნის გამოცდილება. **აქ მუშაობს კომპლექსური ანალიზი.**

მაღალი დონე. ამოცანის სრული და მრავალმხრივი ანალიზის საფუძველზე მოსწავლე გამოყოფს სიდიდეებს შორის ურთიერთკავშირების ერთიან სისტემას, ხედავს ამოცანის „ჩონჩხს“. ეს აძლევს მას საშუალებას, სწორად დაგეგმოს ამოცანის ამოხსნა, იპოვოს სხვადასხვა გზა ამ ამოხსნისა, საამოცანო სიტუაციის ანალიზისას თავისუფლად არკვევს ამოცანის არსებით და არაარსებით ელემენტებს. ადვილად

შეუძლია ამოცანის ამოხსნის განზოგადება. აზროვნების მოქნილობა აძლევს საშუალებას, თავისუფლად გადაერთოს ამოხსნის ერთი ხერხიდან მეორეზე, სწორად დაადგინოს სიდიდეებს შორის როგორც პირდაპირი, ისე უკუკავშირი. **აქ მუშაობს განჭვრეტითი ანალიზი.**

მოსწავლეთა ზემოთ მოცემული დონითი მახასიათებლების ცოდნა აუცილებელია მასწავლებლისათვის, რომ სწორად განსაზღვროს ძირითადი მოთხოვნები მოსწავლეთა უნარების მიმართ სხვადასხვა დონეზე.

დიფერენცირებული სწავლების პირობებში მოსწავლეთა ჯგუფებად დაყოფისას (იხ. წინა პარაგრაფი) პირველ ჯგუფს შეესაბამება მაღალი დონე, მეორე ჯგუფს შეესაბამება საშუალო დონე, ხოლო მესამე ჯგუფს – დაბალი დონე. ამასთან დაკავშირებით, სირთულის მიხედვით ამოცანის დიფერენცირების საკითხი განვიხილოთ ერთ კერძო მაგალითზე.

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა:

ორი ველოსიპედისტი ერთმანეთის შესახვედრად გამოვიდა სხვადასხვა სოფლიდან. პირველმა შეხვედრამდე გზაში დაჰყო 2 სთ და იარა 13 კმ/სთ სიჩქარით, მეორემ გზაში დაჰყო 3 სთ და იარა 12 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილია სოფლებს შორის?

ეს ერთი ამოცანა ეძლევა სამივე ჯგუფს დავალების სხვადასხვა მოდიფიკაციით. აღსანიშნავია, რომ მესამე (დაბალი) ჯგუფის დავალება უნდა შეესაბამებოდეს დასაყრდენი დონის მოთხოვნებს.

მოგვყავს ამ ამოცანის დონეობრივი დიფერენციაციის ერთ-ერთი შესაძლო ვარიანტი მოსწავლეთა სამივე ჯგუფისათვის.

პირველი ჯგუფი (მაღალი დონე)

მოცემულია ამოცანა: ორი ველოსიპედისტი ერთმანეთის შესახვედრად გამოვიდა სხვადასხვა სოფლიდან. პირველმა შეხვადრამდე გზაში დაჰყო 2 სთ და იარა 13 კმ/სთ სიჩქარით,

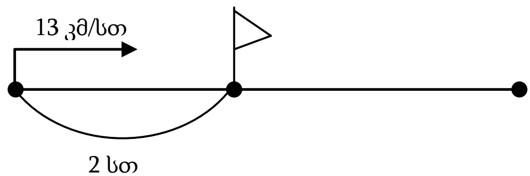
მეორემ გზაში დაჰყო 3 სთ და იარა 12 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილია სოფლებს შორის?

1. შეასრულე ნახაზი ამოცანის ტექსტის მიხედვით (გრაფიკული მოდელი).
2. შეასრულე ამოცანის სქემური მოდელი.
3. ჩაატარე ანალიზი და შეადგინე „მსჯელობის ხე".
4. შეადგინე ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი.
5. ამოხსენი ამოცანა.
6. შეცვალე (გარდაქმენი) ამოცანა ისე, რომ შეიძლებოდეს მისი ამოხსნა სხვადასხვა ხერხით, ასახე ეს ცვლილება ამოცანის მოდელზე.
7. ამოხსენი ამოცანა.

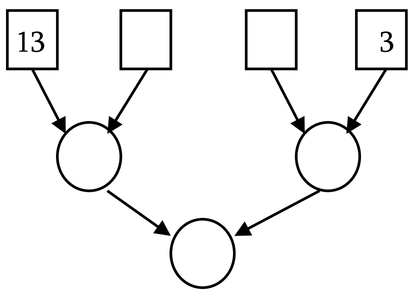
მეორე ჯგუფი (საშუალო დონე)

მოცემულია ამოცანა: ორი ველოსიპედისტი ერთმანეთის შესახვედრად გამოვიდა სხვადასხვა სოფლიდან. პირველმა შეხვედრამდე გზაში დაჰყო 2 სთ და იარა 13 კმ/სთ სიჩქარით, მეორემ გზაში დაჰყო 3 სთ და იარა 12 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილია სოფლებს შორის?

1. დაასრულე ნახაზი:



2. შეავსე ამოცანის სქემური მოდელი:



3. ჩაატარე ანალიზი, გამოიყენე ამოცანის სქემური მოდელი.

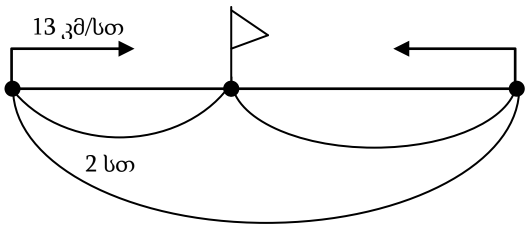
4. სქემური მოდელის მიხედვით შეადგინე ამოხსნის გეგმა.

5. ამოხსენი ამოცანა.

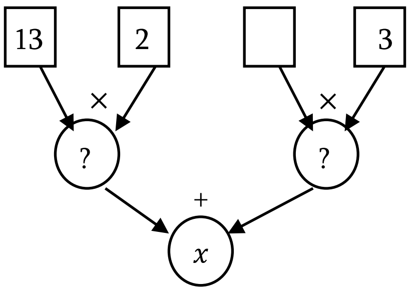
მესამე ჯგუფი (დაბალი დონე)

მოცემულია ამოცანა: ორი ველოსიპედისტი ერთმანეთის შესახვედრად გამოვიდა სხვადასხვა სოფლიდან. პირველმა შეხვედრამდე გზაში დაჰყო 2 სთ და იარა 13 კმ/სთ სიჩქარით, მეორემ გზაში დაჰყო 3 სთ და იარა 12 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილია სოფლებს შორის?

1. დაასრულე ნახაზი:



2. შეავსე ამოცანის სქემური მოდელი:



3. სქემური მოდელის მიხედვით შეადგინე ამოხსნის გეგმა.

4. ამოხსენი ამოცანა.

პირველი ჯგუფის მოსწავლეებს შეიძლება, აგრეთვე, შევთავაზოთ დამატებით ასეთი დავალება: „შეიძლება თუ არა ამოცანა ამოიხსნას რიცხვითი ფორმულით: $x = (13 + 12) \cdot 2 + 12$? ახსენი – როგორ და რატომ!“

ამგვარად, მსგავსი დავალებები ყოველ მოსწავლეს შეუქმნის ოპტიმალურ პირობებს, იმუშაოს მაქსიმალური წარმატებით თავისი განვითარების დონეზე. ასე, რომ, დავალებათა დონეობრივი დიფერენციაცია მძლავრი საშუალებაა იმისა, რომ უზრუნველყოფილი იყოს მოსწავლეთა უწყვეტი განვითარება, დაბალი დონიდან მაღალი დონისაკენ სწრაფვა. ამ განვითარების დინამიკას თვალნათლივ ხედავს მასწავლებელი, თვალყურს ადევნებს მას და, საჭიროების შემთხვევაში, შეუძლია აუცილებელი კორექტივების შეტანა.

გამოცდილებით ვიცით, რომ რეალურად ყოველ კლასში გამოიყოფა მოსწავლეთა ოთხი ტიპოლოგიური ჯგუფი:

- ***პირველი ჯგუფი*** – მოსწავლეები ცოდნისა და უნარჩვევათა უმაღლესი დონით. ეს ის მოსწავლეებია, რომლებმაც იციან „პროგრამის ზევით“;
- ***მეორე ჯგუფი*** – მოსწავლეები ცოდნისა და უნარ-ჩვევათა კარგი დონით;
- ***მესამე ჯგუფი*** – მოსწავლეები ცოდნისა და უნარ-ჩვევათა მინიმალური დონით;
- ***მეოთხე ჯგუფი*** – მოსწავლეები, რომლებმაც ვერ მიაღწიეს მინიმალურ დონეს.

ყოველი ჯგუფის მოსწავლეთა რაოდენობა შეიძლება ზოგჯერ იცვლებოდეს. მოსწავლე შეიძლება გადავიდეს პირველი ჯგუფიდან მეორეში, ან მესამეში, ან, შესაძლოა, – მეოთხეშიც კი. ასეთი გადასვლა ყოველთვის განპირობებულია მრავალი ობიექტური თუ სუბიექტური მიზეზით. შესაძლოა, განხორციელდეს გადასვლა პირიქით, მეოთხიდან მესამეში ან მეორეში. მოსწავლეთა ყოველი ჯგუფისათვის უნდა დამუშავდეს შესაბამისი დიფერენცირებული დავალება.

სასწავლო საქმიანობის დიფერენცირებული ფორმების მეშვეობით ძირითადად რეალიზდება შემდეგი მიზნები:

პირველი და მეორე ჯგუფების მოსწავლეებთან:

- ცოდნის გაფართოება და გაღრმავება; ამაღლებული სი-რთულის ამოცანების ამოხსნის უნარების აღზრდა.
- საგნისადმი ინტერესის განვითარება; ცხოვრებაში, მეცნიერებასა და ტექნიკაში მათემატიკის როლზე წარმო-დგენის ჩამოყალიბება და მისი გაღრმავება.
- სასწავლო და მეცნიერულ-პოპულარულ ლიტერატუ-რაზე დამოუკიდებლად მუშაობის ჩვევების აღზრდა.
- მოსწავლეთა მიყვანა ცოდნისა და საქმიანობის ხერხე-ბის ფლობის უფრო მაღალ დონემდე.

მესამე ჯგუფის მოსწავლეებთან:

- შესაბამისი პირობების შექმნა; თემის გამეორება, ხარ-ვეზების აღმოფხვრა, ცოდნის აქტუალიზაცია საჭიროების შემთხვევაში.
- მათემატიკისა და სასწავლო საქმიანობისადმი ინტერე-სის განვითარება.
- სასწავლო შრომის, ამასთან, ამოცანაზე დამოუკიდებ-ლად მუშაობის უნარის განვითარება.
- მოსწავლეთა მიყვანა ცოდნისა და საქმიანობის ხერხე-ბის ფლობის კარგ დონემდე.

მეოთხე ჯგუფის მოსწავლეებთან:

- ცოდნასა და უნარ-ჩვევებში ხარვეზების აღმოფხვრა.
- საგნისადმი ინტერესის აღძვრა და ამისათვის სხვადა-სხვა პედაგოგიური სტრატეგიების გამოყენება.
- ნიმუშის მიხედვით და მსგავს სიტუაციებში დამოუ-კიდებელი სამუშაოების შესრულების უნარ-ჩვევების განვი-თარება.
- მოსწავლეთა მიყვანა ცოდნისა და საქმიანობის ხერხე-ბის ფლობის კარგ დონემდე.

§ 9. დედუქციურ მსჯელობათა აგების სწავლება მათემატიკის გაკვეთილებზე დაწყებით სკოლაში

1.9.1. დედუქციის ზოგადი დახასიათება და დედუქციურ მსჯელობათა სტრუქტურა

ფართო გაგებით დედუქცია არის აზროვნების ისეთი ფორმა, როცა უკვე ცნობილი აზრებიდან წმინდა ლოგიკური გზით, ლოგიკური კანონების გამოყენებით გამოიყვანება ახალი აზრი. ახალი აზრის გამოყვანის ასეთი პროცესი დედუქციური მსჯელობაა. იგი აზრების თანამიმდევრობას წარმოადგენს და ამ თანამიმდევრობის ყოველი კომპონენტი არის ან ადრე დამტკიცებული აზრი, ან აქსიომა, ან ჰიპოთეზა. ბოლო კომპონენტი ახალი ცოდნაა. დედუქციური მსჯელობები მკაცრად აღიწერება მათემატიკურ ლოგიკაში.

ვიწრო გაგებით დედუქციაში იგულისხმება დედუქციური მსჯელობები, რომელშიც გამოყენებულია ზოგიერთი ლოგიკური წესი.

დედუქცია უდიდეს როლს თამაშობს ჩვენს აზროვნებაში. ყველა შემთხვევაში, როცა კონკრეტული ფაქტი მიგვყავს ზოგად წესამდე და შემდეგ ზოგადი წესიდან გამოგვაქვს დასკვნა, რომელიც ამ კონკრეტულ ფაქტს ეხება, ჩვენ ამ დასკვნას დედუქციური ფორმით ვაკეთებთ.

აზროვნების პრაქტიკის ანალიზს მივყავართ იმ დასკვნამდე, რომ არსებობს მსჯელობის უამრავი სახე. ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან: წანამძღვრების რაოდენობით; მსჯელობის ტიპით – მარტივია თუ შედგენილი; მსჯელობის სახით – ატრიბუციულია თუ რელაციური; დასკვნის ალბათობის ხარისხით – უტყუარია თუ საალბათო.

ზოგადად, ყოველგვარი მსჯელობა წარმოადგენს ძველი ცოდნისაგან ახალი ცოდნის ლოგიკურ გამომდინარეობას, იმასთან დაკავშირებით, თუ როგორი ხასიათისაა ეს გა-

მომდინარეობა, თუ როგორია აზრის მიმართულება მსჯელობაში და სხვ., შეიძლება გამოვყოთ მსჯელობის ოთხი ძირეული, ფუნდამენტური ტიპი:

- *დედუქცია,*
- *ინდუქცია,*
- *ტრადუქცია.*
- *აბდუქცია*

დედუქცია არის სვლა ზოგადი ცოდნიდან კერძოსაკენ.

ინდუქცია არის სვლა კერძო ცოდნიდან ზოგადისაკენ.

ტრადუქცია (ნ.) და **აბდუქცია** (ნ.) *რედუქციულ* მსჯელობათა სახეებია იმ განსხვავებით, რომ *ტრადუქცია* არის ისეთი მსჯელობა, რომელშიც წანამძღვრები და დასკვნა ზოგადობის ერთნაირი ხარისხისაა, ხოლო *აბდუქცია* ისეთი მსჯელობაა, რომელშიც ერთი წანამძღვრისა და დასკვნისაგან გამომდინარეობს მეორე წანამძღვარი.

მსჯელობა – ეს არის ადრე შეძენილი ცოდნის საფუძველზე ახალი ცოდნის მიღების ხერხი. ამასთან, ჩვენ არ ვიკვლევთ სინამდვილის საგნებსა და მოვლენებს, არამედ აღმოვაჩენთ ამ საგნებსა თუ მოვლენებს შორის კავშირებსა და მიმართებებს, რომელთა დანახვა უშუალოდ შეუძლებელია.

მსჯელობა შედგება **წანამძღვრებისა** და **დასკვნისაგან.**

წანამძღვრები ის გამონათქვამებია, რომლებიც აღწერენ, შეიცავენ ადრე შეძენილ ამოსავალ ცოდნას. მსჯელობაში წანამძღვრებისაგან გამოიყვანება დასკვნა.

ამოსავალი გამონათქვამებიდან (წანამძღვრები) ახალ გამონათქვამზე (დასკვნა) გადასვლა შესაძლოა განხორციელდეს ამა თუ იმ კავშირების ინტენსიური შემჩნევის საფუძველზე. ასეთი მსჯელობა **შინაარსობრივია**. თუკი ეს გადასვლა გან-ხორციელდა ლოგიკური გამომდინარეობის საფუძველზე, მაშინ **ფორმალიზებულ** ხასიათს ატარებს. პირველ შემთხვევაში მსჯელობის პროცესი არსებითად ფსიქიკურ

აქტს წარმოადგენს, მეორე შემთხვევაში კი იგი შეიძლება განვიხილოთ როგორც ლოგიკური ოპერაცია.

შინაარსობრივ მსჯელობებში ჩვენ ოპერირებას ვახდენთ არსებითად არა თვით გამონათქვამებზე, არამედ იმ სიტუაციებზე, რომელსაც ასახავენ ეს გამონათქვამები. სწორედ ეს განასხვავებს შინაარსობრივ მსჯელობებს ფორმალიზებული მსჯელობისაგან. ფორმალიზებულ მსჯელობებში ოპერაციები სრულდება თვით გამონათქვამებზე იმ წესებით, რომლებიც არაა დამოკიდებული გამონათქვამთა კონკრეტულ შინაარსზე. სწორედ ამიტომაა, რომ შინაარსობრივი მსჯელობების დროს შესაძლებელია დავა, კამათი.

ქართულ ენაში ცოტა არა გვაქვს ისეთი სიტყვა, რომელიც მიუთითებს დასკვნაზე (ესე იგი, მაშასადამე, აქედან ჩანს, ამიტომ და სხვ.), ან კიდევ, წანამძღვრებზე (რადგანაც, რამდენადაც და სხვ.). ამიტომ სალაპარაკო ენაში განსაზღვრული არ არის წანამძღვრებისა და დასკვნის ზუსტი ადგილი წინადადებაში, მათი რიგი შეიძლება ნებისმიერი იყოს: ჯერ დასკვნა შემდეგ წანამძღვრები; დასკვნა შეიძლება წანამძღვრებს შორისაც მოთავსდეს, მაშინ, როცა ლოგიკაში მათი თანამიმდევრობა განსაზღვრულია მკაცრად: ჯერ მიუთითებენ წანამძღვრებს, შემდეგ დასკვნას. მსჯელობის, როგორც ლოგიკური ოპერაციის, ცნება მჭიდროდაა დაკავშირებული ლოგიკური გამომდინარეობის ცნებასთან. ამიტომ არჩევენ სწორ და არასწორ მსჯელობებს. მსჯელობა სწორია, თუ წანამძღვრებსა და დასკვნას შორის ლოგიკური გამომდინარეობის მიმართებაა, წინააღმდეგ შემთხვევაში მსჯელობა არასწორია. ლოგიკური გამომდინარეობის მიმართება ორი სახისაა – დედუქციური და ინდუქციური. პირველი უზრუნველყოფს დასკვნის ჭეშმარიტობას ჭეშმარიტი წანამძღვრების შემთხვევაში, მეორე – ჭეშმარიტი წანამძღვრებისას უზრუნველყოფს დასკვნის ჭეშმარიტობის ალბათობას მხოლოდ; პირველი დასკვნა უტყუარია, მეორე – პრობლემური.

დაწყებით სკოლაში დედუქციური მსჯელობის სწორი სწავლებისათვის მასწავლებელმა უდავოდ კარგად უნდა იცოდეს, თუ როგორ უნდა აიგოს ასეთი მსჯელობები და როგორ უნდა შემოწმდეს მათი ჭეშმარიტობა.

ლოგიკაში ითვლება, რომ მსჯელობის სისწორე განისაზღვრება მისი ფორმით და არ არის დამოკიდებული მასში შემავალი დებულებების შინაარსზე. ლოგიკაში დედუქციური მსჯელობის აგების მრავალი წესი არსებობს, მათ დედუქციური (სწორი) მსჯელობების სქემებს უწოდებენ. განსაკუთრებით ხშირად სამ მათგანს იყენებენ. ესენია:

$$\frac{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{a})}{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{a})}$$ – დასკვნის წესი;

$$\frac{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}),\ \overline{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{a})}}{\overline{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{a})}}$$ – უარყოფის წესი;

$$\frac{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x})}$$ – სილოგიზმის წესი;

საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ თითო მაგალითი.

დასკვნის წესი. თუ x რიცხვის ჩანაწერი ბოლოვდება ციფრით 5, მაშინ x იყოფა 5-ზე. რიცხვის 125 ჩანაწერი ბოლოვდება ციფრით 5. მაშასადამე, რიცხვი 125 იყოფა 5-ზე.

უარყოფის წესი. თუ x რიცხვის ჩანაწერი ბოლოვდება ციფრით 5, მაშინ x იყოფა 5-ზე. რიცხვი 139 არ იყოფა 5-ზე. მაშასადამე, იგი არ ბოლოვდება ციფრით 5.

სილოგიზმის წესი. თუ x რიცხვი იყოფა 24-ზე, მაშინ იგი იყოფა 12-ზე. თუ x რიცხვი იყოფა 12-ზე, მაშინ იგი იყოფა 6-ზე. მაშასადამე, თუ x რიცხვი იყოფა 24-ზე, მაშინ იგი იყოფა 6-ზე.

ისმის კითხვა, დასკვნის, უარყოფისა და სილოგიზმის წესებით აგებული მსჯელობები რატომ იქნება დედუქციური (სწორი)? საქმე იმაშია, რომ ამ წესებით შესრულებული

მსჯელობები ყოველთვის სწორ დასკვნებს მოგვცემს. ამასთან, მსჯელობაში განხორციელებული იქნება სვლა ზოგადიდან კერძოსაკენ. ასეთი მსჯელობების სისწორეში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ გამოვიყენებთ ეილერ-ვენის დიაგრამებს.

მაშასადამე, თუ მოსწავლის მიერ აგებულ მსჯელობას აქვს ზემოთ ჩამოთვლილი წესებიდან რომელიმეს სახე, მაშინ მსჯელობა დედუქციურია და სწორი.

1.9.2. დედუქციური მსჯელობები მათემატიკის დაწყებით კურსში

განვიხილოთ მსჯელობათა მაგალითები, რომლებსაც ასრულებენ უმცროსკლასელები.

1. როცა მოსწავლეს ჰკითხეს, რატომ შეიძლება 25-ის წარმოდგენა 20 + 5 ჯამის სახით, მან ასეთი მსჯელობა ჩაატარა: „ რიცხვი 25 ორნიშნაა. ნებისმიერი ორნიშნა რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ სათანრიგო ერთეულების ჯამის სახით. მაშასადამე, 25 = 20 + 5“.

ამ მსჯელობაში პირველი და მეორე წინადადებები წანამძღვრებია. ამასთან, მეორე წინადადება ზოგადი ხასიათისაა; „ნებისმიერი ორნიშნა რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ სათანრიგო ერთეულების ჯამის სახით“. პირველი წინადადება კერძოა: „რიცხვი 25 ორნიშნაა“. დასკვნაც კერძო სახისაა: „25 = 20 + 5“. მსჯელობაში აზრის განვითარება ზოგადიდან კერძოსკენაა. ადრე შეძენილია ის ცოდნა, რომელიც გადმოცემული წანამძღვრებით, მათ საფუძველზე მიღებულია ახალი ცოდნა, რომელიც გადმოცემულია დასკვნით. მაშასადამე, განხილული მსჯელობა **დედუქციურია,** ამასთან, სწორი, რადგანაც წანამძღვრები ჭეშმარიტი გამონათქვამებია.

2. კლასში იხილება შესაკრებთა ადგილების შეცვლის კონკრეტული მაგალითები: $4 + 3 = 3 + 4$; $2 + 5 = 5 + 2$; $7 + 5 = 5 + 7$. მოსწავლეს გამოაქვს დასკვნა: შესაკრებთა ადგილების შეცვლით ჯამი არ იცვლება. დასკვნა განზოგადებულია ნებისმიერი რიცხვებისათვის.

ამ მსჯელობაში წანამძღვრებია სამი მოცემული ტოლობა კონკრეტული რიცხვებისათვის. დასკვნა ზოგადია. მსჯელობაში სვლა არის კონკრეტულიდან ზოგადისაკენ. მსჯელობა ცხადია, **ინდუქციურს** წარმოადგენს.

3. კლასში მაგალითი $24 : 4$ იხსნება შემდეგი მსჯელობით: $24 : 6 = 4$, რადგანაც $4 \cdot 6 = 24$. ეს წესი გადააქვთ სხვა მაგალითებზეც: $12 : 3 = 4$, რადგანაც $4 \cdot 3 = 12$; $18 : 2 = 9$, რადგანაც $9 \cdot 2 – 12$ და ა. შ. განხილული მსჯელობა **ტრადუქციურია,** გამოყენებულია ანალოგიის მეთოდი.

სამივე მაგალითში განხილული მსჯელობის შემთხვევები – **დედუქცია, ინდუქცია, ტრადუქცია** – ხშირად გამოიყენება მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პროცესში, აქვე გამოიყენება **აბდუქციაც**. მსჯელობის ოთხივე ტიპს თავისი ადგილი უჭირავს და არც ერთის მიმართ არ შეიძლება გულგრილი დამოკიდებულების გამოჩენა. მხოლოდ აღსანიშნავია შემდეგი:

1. **დედუქციური მსჯელობა უნივერსალურია.** იგი მხოლოდ მაშინ იძლევა არასწორ დასკვნას, როცა წანამძღვრებია არასწორი.

2. **ინდუქციური მსჯელობა საფრთხილოა**, რადგანაც დასკვნა ზოგჯერ სწორია, ზოგჯერ არასწორი, თუნდაც წანამძღვრები სწორი იყოს. საჭიროა კლასში კონკრეტულ მაგალითებზე დარწმუნდნენ ამაში მოსწავლეები. მაგრამ ინდუქციური მსჯელობა უნიკალური და უძვირფასესია იმით, რომ იგი იძლევა ჰიპოთეზების წამოყენების საშუალებას. ეს კი დაუფასებელი რამ არის მეთოდიკურ-ფსიქოლოგიური თვალსაზრისით.

3. **ტრადუქციური და აბდუქციური მსჯელობები სახიფათოა,** თუმცა, მათზე უარის თქმა მაინც არავითარ შემთხვევაში არ შეიძლება. სწავლების პროცესში ანალოგიის ხერხის გამოყენებას უდიდესი სარგებლობის მოტანა შეუძლია, თუ ანალოგიის ცნების ფორმირებაზე მასწავლებელი სწორად მუშაობს. თუ ეს მუშაობა მეთოდიკურად გამართული არ არის, მაშინ ანალოგია, შესაძლოა, საზიანოც აღმოჩნდეს. მაგალითად, მოსწავლემ დაადგინა, რომ რიცხვი იყოფა 6-ზე, თუკი იგი იყოფა 2-ზეც და 3-ზეც. შემდეგ გამოიყენა ანალოგია და დაასკვნა: რიცხვი იყოფა 8-ზე, თუკი იგი იყოფა 2-ზეც და 4-ზეც. ამ შემთხვევაში იგი უნდა ხედავდეს კონტრმაგალითს: რიცხვი 12 იყოფა 2-ზეც და 4-ზეც, მაგრამ არ იყოფა 8-ზე.

საზოგადოდ, ანალოგია არის მსჯელობა, რომელშიც ამა თუ იმ ნიშნებით ორი ობიექტის მსგავსებისა და ერთ-ერთი ობიექტის დამატებითი რომელიმე ნიშნის საფუძველზე კეთდება დასკვნა, რომ ამ დამატებითი ნიშნით ხასიათდება მეორე ობიექტიც.

ამ განსაზღვრაში „ობიექტი“ ზოგადად გაიგება, იგი შეიძლება იყოს: ფიგურა. მოდელი, განტოლება, გამოსახულება და მრავალი სხვა.

ანალოგიის მიხედვით მიღებული დასკვნა ჰიპოთეზურია, ამიტომ იგი უნდა დამტკიცდეს ან უკუგდებულ იქნას; მისი უყურადღებოდ დატოვება არ შეიძლება.

ანალოგია დაწყებით სკოლაში ფართოდ გამოიყენება ობიექტების თვისებების, მათ შორის მიმართებებისა და მათზე მოქმედებების შესწავლისას.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

1. თუ პირველი ნუმერაციული კლასის შესწავლისას დადგინდა, რომ კლასში სამი თანრიგია: ერთეულთა, ათეულთა და ასეულთა, – ანალოგიით შეიძლება ყველა კლასისა

და, შესაბამისად, ნებისმიერი რიცხვის ჩაწერის შესწავლა მაღალ დონეზე.

2. ობიექტებს შორის მიმართებათა დადგენისას: მაგალითად, მოსწავლეებმა დაადგინეს, რომ $3 \cdot (4 + 5) > 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4$, რადგანაც $3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$, ხოლო $3 \cdot 5 > 3 \cdot 4$; შემდეგ, როცა შეუდარებენ ერთმანეთს გამოსახულებებს $6 \cdot (7 + 9)$ და $6 \cdot 7 + 6 \cdot 8$, ანალოგიით გააკეთებენ დასკვნას იმის შესახებ, რომ $6 \cdot (7 + 9) > 6 \cdot 7 + 6 \cdot 8$. მაგრამ გასათვალისწინებელია, რომ ეს უნდა დამტკიცდეს ან მსჯელობით, ან გამოანგარიშებით.

3. მოქმედების ხერხის გამოყვანისას: მაგალითად, ნასწავლია ხერხი $29 \cdot 2 = (20 + 9) \cdot 2 = 20 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 40 + 18 = 58$. მოსწავლეები იყენებენ ანალოგიას, როცა ამრავლებენ: $861 \cdot 3$; $743 \cdot 5$ და სხვ.

როგორც ჩანს, სწავლების პროცესში დედუქციას, ინდუქციასა და ტრადუქციას თავისი კუთვნილი როლი და ადგილი გააჩნია, სამივეს უნდა მიექცეს დიდი ყურადღება, მაგრამ დედუქციური მსჯელობის აგების უნარ-ჩვევების ფორმირება განსაკუთრებულ მიზანს წარმოადგენს, რადგანაც შემდგომში მათემატიკურ დამტკიცებათა სწავლების წარმატება დიდადაა დამოკიდებული იმ პირობებზე, რომლებიც ამ მხრივ შეიქმნება დაწყებით სკოლაში. აქ კი პირველი ნაბიჯების გადადგმა აუცილებელიცაა და საინტერესოც. მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ სწავლება გაცილებით უფრო ეფექტური იქნება, თუ სავარჯიშოებში ჩაერთვება ცხოვრებისეული სიტუაციებიც.

სასარგებლოა შემდეგი სახის სავარჯიშოების განხილვა:

1. უპასუხეთ, სწორია თუ არა მსჯელობა, თუ არაა სწორი, რატომ?

• პიანინო მუსიკალური ინსტრუმენტია. ეკას სახლში აქვს მუსიკალური ინსტრუმენტი. მაშასადამე, ეკას სახლში აქვს პიანინო.

- საკლასო ოთახებს სჭირდება განიავება. ბინა საკლასო ოთახი არ არის. მაშასადამე, ბინას განიავება არ სჭირდება.
- გამრავლება არის ტოლ შესაკრებთა შეკრება. მაგალითში 5 + 5 + 5 + 5 ყველა შესაკრები ტოლია. მაშასადამე, ჯამი 5 + 5 + 5 + 5 არის ნამრავლი 5 . 4.
- რიცხვს რომ მივუმატოთ ერთი, მიიღება მომდევნო რიცხვი. 6 + 1 = 7. მაშასადამე, 7 არის 6-ის მომდევნო რიცხვი.

2. დაამთავრე შემდეგი მსჯელობა:

- ყველა ხე მცენარეა. ცაცხვი ხეა. მაშასადამე, ...
- მრავალკუთხედები გეომეტრიული ფიგურებია. კვადრატი მრავალკუთხედია. მაშასადამე, ...
- ოთხკუთხედები გეომეტრიული ფიგურებია. კვადრატი გეომეტრიული ფიგურაა. მაშასადამე, ...

3. შემდეგ მსჯელობებში გამოყავით წანამძღვრები და დასკვნა:

- თუ რიცხვი იყოფა 9-ზე, მაშინ ის გაიყოფა 3-ზე. რიცხვი 27 იყოფა 9-ზე. მაშასადამე, რიცხვი 27 გაიყოფა 3-ზე.
- თუ რიცხვი იყოფა 9-ზე, მაშინ ის გაიყოფა 3-ზე. რიცხვი 19 არ იყოფა 3-ზე. მაშასადამე, რიცხვი 19 არ იყოფა 9-ზე.
- თუ რიცხვი იყოფა 12-ზე, მაშინ ის გაიყოფა 6-ზე, თუ რიცხვი იყოფა 6-ზე, მაშინ ის გაიყოფა 3-ზე. მაშასადამე, თუ რიცხვი იყოფა 12-ზე, მაშინ ის გაიყოფა 3-ზე.

4. აღადგინეთ ზოგადი წანამძღვრები მსჯელობაში:

- ა) რიცხვი 7 კენტია. მაშასადამე, იგი არ იყოფა 2-ზე.
- ბ) ოთხკუთხედი $ABCD$ რომბია. მაშასადამე, მას არ გააჩნია მართი კუთხე.

არის მსჯელობის მეოთხე სახე, რომელსაც **აბდუქცია** ეწოდება. მსჯელობის ეს სახეც აქტიურად უნდა გამოიყენებოდეს მათემატიკის სწავლების პროცესში. ამ მსჯელობაში ერთი წანამძღვრისა და დასკვნის საფუძველზე პოულობენ მეორე წანამძღვარს.

მაგალით 1.

პირველი წანამძღვარი: მრავალკუთხედები გეომეტრიული ფიგურებია;

დასკვნა: კვადრატი გეომეტრიული ფიგურაა;

აბდუქციის მიხედვით შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ *მეორე წანამძღვარია:* კვადრატი მრავალკუთხედია.

მაგალითი 2.

პირველი წანამძღვარი: კენტი რიცხვები არ იყოფა 2-ზე;

დასკვნა: 17 არ იყოფა 2-ზე;

აბდუქციის მიხედვით შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ *მეორე წანამძღვარია:* 17 კენტი რიცხვია.

მაშასადამე, საზოგადოდ გვაქვს:

დედუქცია:

- დასკვნა ზოგადიდან კერძოსკენ;

ინდუქცია:

- დასკვნა კერძოდან ზოგადისკენ;

ტრადუქცია:

- დასკვნა ერთეულადიდან ერთეულადისკენ,
- დასკვნა კერძოდან კერძოსკენ,
- დასკვნა ზოგადიდან ზოგადისკენ.

აბდუქცია:

- ერთი წანამძღვრისა და დასკვნის საფუძველზე პოულობენ მეორე წანამძღვარს.

სწავლების პროცესში მსჯელობის ოთხივე სახეს თავისი ადგილი უნდა მიეკუთვნოს.

§ 10. მათემატიკის სწავლება კონკრეტული სიტუაციების მეშვეობით

„საგანმანათლებლო ტექნოლოგია“ განზოგადებული ტერმინია, რომლის შინაარსიც მოიცავს სწავლების ტექნოლოგიას, აგრეთვე, – განათლებისა და სწავლების სხვა ნაირგვარობასაც. განათლებისა და სწავლების სხვა განსაზღვრების გვერდით მიღებულია ასეთი განსაზღვრებიც:

- განათლება არის პიროვნების ჩამოყალიბების ერთიანი უწყვეტი პროცესი.
- სწავლება ის პროცესია, რომლის მიზანიცაა ცოდნა-უნართა სისტემის ფორმირება და ეს სისტემა თავისთავად მო-იცავს ცოდნის გადაცემასა და სწავლას.

ასე, რომ, საგანმანათლებლო საქმიანობისადმი ტექნოლოგიური მიდგომა გულისხმობს პედაგოგიური თეორიის განვითარების სხვა დონესა და პედაგოგიური კადრების მომზადების სხვა სისტემას.

ამ ბოლო დროისათვის მკაფიოდ გამოვლინდა წინააღმდეგობა აქტუალური, სამეცნიერო, სპეციალური, პროფესიული ინფორმაციების მოცულობასა და მისი აღქმის, გადამუშავებისა და გადაცემის ხერხებს (ე. ი. ტრადიციულ პედაგოგიურ მეთოდებს) შორის. ამის გამო, არსებობს მოთხოვნილება ისეთ ტექნოლოგიებში, რომელთა საფუძველია პროფესიონალის პიროვნების განვითარება: შემოქმედებითი და კრიტიკული აზროვნება; ანალიზირების, გადაწყვეტილების მიღების, შრომით კოლექტივში თანამშრომლობის უნარი და სხვ. ამიტომ, მიზანშეწონილია, გამოყენებულ იქნას ისეთი ტექნოლოგიები. სადაც:

- გამოიყენება თამაშობითი პროცედურები.
- გამოიყენება მოდელირება და იმიტაცია.
- წარმოებს ტრეინინგი ოპტიმალური გადაწყვეტილების შემოქმედებით ძიებაში.

- რეალიზდება მოსწავლეთა, როგორც პარტნიორების, ურთიერთმოქმედება.
- მასწავლებელი თანდათანობით გარდაიქმნება მენეჯერად და კოორდინატორად.

ის სასწავლო მეცადინეობები, გაკვეთილი იქნება, ლექცია თუ პრაქტიკუმი, რომლებშიც ჭარბობს ზემოთ ჩამოთვლილი თავისებურებები, სრულ საშუალებას იძლევა იმისა, რომ სწავლება მაქსიმალურად დავუახლოვოთ რეალურ ცხოვრებისეულ სიტუაციებს და თეორიული მასალა დავაკავშიროთ პრაქტიკულ საქმიანობასთან. ასეთ მეცადინეობათა ძირითადი კომპონენტებია:

- კონკრეტული სიტუაციები,
- როლების გათამაშება,
- საქმიანი თამაშები,
- ბლიცთამაშები.

შევჩერდეთ **კონკრეტული სიტუაციების** გამოყენებაზე.

მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა ერთ-ერთი წამყვანი სასწავლო დისციპლინაა დაწყებითი კლასების მასწავლებლის მომზადების პროგრამაში. მისი სწავლება მით უფრო ეფექტურია, რაც უფრო მჭიდრო კავშირია დამყარებული რეალურ სასკოლო პრაქტიკასთან. ამიტომ, ბუნებრივია, მეთოდიკის მასწავლებლები ცდილობენ, გამოიყენონ დაწყებით სკოლაში გაკვეთილებზე დაკვირვების ყველა შესაძლებლობა. ამ მხრივ ყველაზე ეფექტურია პედაგოგიური პრაქტიკა. მაგრამ აღსანიშნავია, რომ, რაც არ უნდა კარგად იყოს ორგანიზებული პედაგოგიური პრაქტიკა, მას მაინც გააჩნია უამრავი ნეგატიური მხარე. აი, ზოგიერთი მათგანი:

- საჩვენებელი გაკვეთილების ანალიზი და მათზე დაკვირვება არ ავითარებს სტუდენტის მეთოდიკურ შემოქმედებით უნარ-ჩვევებს, რადგანაც ამ შემთხვევაში სტუდენტი ორიენტირებულია არა პრობლემის გადაჭრაზე, არამედ ნიმუშების კოპირებაზე.

• საჩვენებელი გაკვეთილის კარგი და უხეირო ფრაგმენტების ბუნებრივი ბალანსი დარღვეულია. ამ ფრაგმენტების ანალიზის გარეშე კი შეუძლებელია სტუდენტის ყოველმხრივი მეთოდიკური მომზადება. ბალანსის დარღვევის გამო მეთოდისტებიცა და სტუდენტებიც ზოგჯერ იძულებულნი არიან ყურადღება გაამახვილონ მასწავლებლის არაარსებით შეცდომებზე.

• საჩვენებელი გაკვეთილის სერიოზული და მიუკერძოებელი ანალიზი, როცა თვითონ მასწავლებელი ესწრება გაკვეთილის გარჩევას, ეთიკურად კორექტული არ არის, რადგანაც ეს გაკვეთილი მასწავლებელმა სტუდენტებისთვის ჩაატარა, მისთვის მადლობის მეტი რა გვეთქმის!

• საჩვენებელი გაკვეთილის შეცდომების ანალიზი, როცა მასწავლებელი გაკვეთილის გარჩევას არ ესწრება, ეთიკურად კორექტული მით უმეტეს არ არის.

ეს პრობლემები ნაწილობრივ გადაჭრილი იქნება, თუ სასწავლო პროცესში გამოვიყენებთ **კონკრეტულ სიტუაციებს,** რაც ამ ბოლო წლებში მკვიდრდება ჩვენს პრაქტიკაში.

კონკრეტული სიტუაცია, მოკლედ – **კეისი,** არის ფრაგმენტი რეალური პრაქტიკიდან (ჩვენს შემთხვევაში – სასკოლო სწავლების პრაქტიკიდან), რომელიც შეიცავს პრობლემას და, რომელსაც აქვს არაერთადერთი სწორი ამოხსნა. იგი რეალობის ნაწილია, სასწავლო შემეცნებითი საქმიანობის ბუნებრივი ნაწილი. სწორედ მასში მოცემული პრობლემის გადაჭრის აუცილებლობა აიძულებს სტუდენტს, მოახდინოს მთელი მისი ცოდნის აქტუალიზირება, რომ გამოიმუშაოს ამოხსნის ვარიანტები. კეისში მონაწილე ყველა პირი აბსტრაქტული პერსონაჟია, მოხსნილია ყველა ეთიკური პრობლემა, რომელიც დაკავშირებულია შეცდომების ძიებასა და ანალიზთან. ე.ი. კონკრეტული სიტუაციის **პირველი მახასიათებელია** ის, რომ იგი შეიცავს პრობლემას. კეისი არ არის სწორი ქცევის ნიმუში. იგი რეალობის ნაწილია ყველა თავი-

სი შეცდომით. ხშირად, კონკრეტული სიტუაციების გამოყენებისას, მიმართავენ დრამატიზირებას, შეცდომებსა და პრობლემებს ჰიპერტროფულად წარმოიდგენენ. ამით კომპენსირდება ღია გაკვეთილის დადებითი და უარყოფითი მხარეები, რომელთა ზუსტი აღრიცხვა და ანალიზი ხშირად შეუძლებელი ხდება სუბიექტური მიზეზების გამო. კონკრეტულ სიტუაციებში მოცემული პრობლემის ამოხსნა კი სტუდენტის შემოქმედებითი განვითარების კარგი დასაყრდენია.

კონკრეტული სიტუაციის **მეორე მახასიათებელია** ერთადერთი ამოხსნის უქონლობა. ეს შესანიშნავი საშუალებაა სტუდენტის შემოქმედებითი განვითარების და იმის გაცნობიერებისა, რომ მეთოდიკაში რეცეპტები არ არსებობს. ჯგუფური მეცადინეობისას სტუდენტების ყოველ ჯგუფს შეუძლია პრობლემის თავისებური გადაწყვეტა წარმოადგინოს, როცა ყველა ჯგუფს ერთი და იგივე კონკრეტული სიტუაცია ეძლევა. აქ ერთადერთი მოთხოვნაა – სტუდენტმა დაასაბუთოს თავისი გადაწყვეტილება. ნებისმიერ გადაწყვეტილებას აქვს არსებობის უფლება. მსგავს შემთხვევებში ყოველი მასწავლებელი თავისებურ გადაწყვეტილებას ღებულობს. კონკრეტულ სიტუაციებში კარგად გარკვეულ სტუდენტს შემდგომში არასოდეს არ გაუჭირდება პრობლემების გადაჭრა.

კონკრეტული სიტუაციები გამოიყენება ლექციის ან გაკვეთილის სხვადასხვა ეტაპზე, მაგრამ განსაკუთრებით ეფექტურია იგი იმ პრაქტიკულ მეცადინეობებზე, რომლებიც მიძღვნილია შესასწავლი თემის განმტკიცებისადმი.

კონკრეტულ სიტუაციებზე მუშაობა რეკომენდირებულია ჩატარდეს სამ ეტაპად:

- პირველი ეტაპი მიეძღვნას ინდივიდუალურ მუშაობას.
- მეორე ეტაპი – მცირე ჯგუფებში მუშაობას.
- მესამე ეტაპზე ჩატარდეს შემაჯამებელი პრეზენტაცია ან დისკუსია.

ამგვარად, ოპტიმალური კოლეგიალური გადაწყვეტილება გამომუშავდება ეტაპობრივად:

- პერსონალური გადაწყვეტილების საფუძველზე.
- ჯგუფური გადაწყვეტილების საფუძველზე.
- ყველა მონაწილის კოლექტიური გადაწყვეტილების საფუძველზე.

სასწავლო ფუნქციის მიხედვით მიღებულია კონკრეტული სიტუაციების შემდეგი კლასიფიკაცია:

- სიტუაცია - პრობლემა,
- სიტუაცია - შეფასება,
- სიტუაცია - ილუსტრაცია,
- სიტუაცია - ტრენინგი,
- კლასიკური სიტუაცია,
- ცოცხალი სიტუაცია.

სიტუაციებზე მუშაობისას შეიძლება შემდეგი მეთოდების გამოყენება:

- ტექსტისა და კონტექსტის ანალიზის მეთოდი.
- გონებრივი იერიშის მეთოდი.
- „ინციდენტის" მეთოდი.
- დისკუსიის მეთოდი.
- როლების გათამაშების მეთოდი.

აქტიური სწავლების მეთოდები, რომელთა შორისაა კონკრეტული სიტუაციის გამოყენება, აყალიბებს არა მხოლოდ შემოქმედებით უნარებს, არამედ პიროვნების შემოქმედებით ტიპსაც. კონკრეტული სიტუაციის ანალიზში მონაწილე ბუნებრივად აქტიურია, რადგანაც მიმდინარეობს ემოციონალური და ინტელექტუალური დაძაბულობის, შებოჭილობისა და გაუბედაობის თანდათანობითი მოხსნა და იზრდება ინტერესი. ეს კი ევრისტიკული აზროვნებისკენ სვლას განაპირობებს. მიმდინარეობს აზროვნების ინტენსიფიკაცია, იმის წყალობით, რომ პრობლემის გადაჭრისას გამოიყენება აზროვნებითი პროცესები: შედარება-განსხვავება, კონკრე-

ტიზაცია-აბსტრაქცია, ინდუქცია-დედუქცია, ანალიზი-სინთეზი, ასოციაციები-ურთიერთშეპირისპირებები და სხვ.

კონკრეტული სიტუაციების გამოყენება ავითარებს პიროვნების მრავალ ფარულ შესაძლებლობებსაც:

- სიტუაციის წინააღმდეგობებში დაინახოს პრობლემა.
- ერთიანად აღიქვას ურთიერთდაკავშირებული პრობლემები.
- ყურადღება გადართოს მოვლენათა ერთი კლასიდან მეორეზე.
- გააფართოოს რეტროსპექტული და პროგნოსტიკული აზროვნების საზღვრები
- და სხვ.

ნიმუშისათვის მოვიყვანოთ ერთი სიტუაცია, რომელსაც გვთავაზობს (10).

„გაკვეთილზე ნუცა ხშირად ნებართვის გარეშე იწყებს ლაპარაკს. მასწავლებლის დასმულ შეკითხვაზე პასუხს ხელის აწევის გარეშე წამოიძახებს და დაფიქრებას არავის აცლის. ნაჩქარევი პასუხები ყოველთვის სწორი როდია, მაგრამ ეს მას ხელს არ უშლის, სხვა დროსაც იგივე გაიმეოროს. დისკუსიის დროსაც ხშირად შეაწყვეტინებს თანაკლასელებს საუბარს და არავის აცლის აზრის დასრულებას. მასწავლებელმა სცადა ტაქტიანად მიენიშნებინა ნუცასთვის, რომ ნებართვის გარეშე კლასში ლაპარაკის დაწყება ეწინააღმდეგება კლასში ქცევის წესებს. როცა ამან შედეგი არ გამოიღო, გაკვეთილის შემდეგ დაიბარა და პირადად ესაუბრა. ნუცა დაეთანხმა მასწავლებელს, რომ მისი ქცევა მიუღებელია და დაჰპირდა, რომ ეს აღარ გამეორდებოდა. მეორე დღეს იგი მაქსიმალურად შეეცადა თავისი დაპირება შეესრულებინა, მაგრამ ეს დიდხანს არ გაგრძელებულა. მესამე დღიდან ნუცა კვლავ ძველებურად იქცეოდა.

ნუცა გრძნობს, რომ მისი ქცევა ხელს უშლის მასაც და თანაკლასელებსაც, მაგრამ უჭირს ქცევის შეცვლა. რა ხერხს

შეიძლება მიმართოს მასწავლებელმა, რომ დაეხმაროს ნუცას ამ პრობლემის დაძლევაში?“

მასწავლებელი კონკრეტული სიტუაციების გამოყენებისათვის დიდძალ მასალას იპოვის წიგნში (2), საიდანაც მოგვყავს ერთი მახასიათებელი მაგალითი (გვ. 373-374).

მეორე კლასში ურთიერთშებრუნებული ამოცანების სწავლების დროს გაიმართა შემდეგი დიალოგი:

– წაიკითხეთ პირველი ამოცანა!

– გარაჟში იყო 12 ავტომანქანა, 7 გავიდა. რამდენი ავტომანქანა დარჩა გარაჟში?

– რა არის ამოცანაში ცნობილი?

– რამდენი ავტომანქანა იყო გარაჟში და რამდენი გავიდა.

– რა არის უცნობი?

– რამდენი ავტომანქანა დარჩა გარაჟში.

– დააკვირდით სურათს (სურათი შეესაბამება ამოცანის პირობას). დაწერეთ ამოცანის ამოხსნა!

მოსწავლეები წერენ: $12 - 7 = 5$ (ავტომანქანა).

– რატომ შეასრულეთ გამოკლება?

– იმიტომ, რომ გასული ავტომანქანების რაოდენობა მოაკლდა გარაჟში მყოფი ავტომანქანების რაოდენობას.

– წაიკითხეთ მეორე ამოცანა!

– გარაჟში იყო 12 ავტომანქანა. რამდენი ავტომანქანა გავიდა გარაჟიდან, თუ დარჩა 5 ავტომანქანა?

– რა არის ამოცანაში ცნობილი?

– რამდენი ავტომანქანა იყო გარაჟში და რამდენი დარჩა.

– რა არის უცნობი?

– რამდენი ავტომანქანა გავიდა გარაჟიდან.

– დააკვირდით სურათს (სურათი აქაც შეესაბამება ამოცანის პირობას). ამოხსენით ამოცანა!

მოსწავლეები წერენ: $12 - 5 = 7$ (ავტომანქანა).

– რატომ შეასრულეთ გამოკლება?

– იმიტომ, რომ 5 ავტომანქანა მოაკლდა 12-ს, დანარჩენი გავიდა, ე. ი. 5 ავტომანქანა არ გასულა.

– წაიკითხეთ მესამე ამოცანა!

– გარაჟში იყო რამდენიმე ავტომანქანა, 7 გავიდა, დარჩა 5. რამდენი ავტომანქანა იყო გარაჟში თავდაპირველად?

– რა არის ამოცანაში ცნობილი?

– რამდენი ავტომანქანა გავიდა გარაჟიდან და რამდენი დარჩა.

– რა არის უცნობი?

– რამდენი ავტომანქანა იყო გარაჟში.

– დააკვირდით სურათს. ამოხსენით ამოცანა!

მოსწავლეები წერენ: $5 + 7 = 12$ (ავტომანქანა).

– რატომ შეასრულეთ მიმატება?

– იმიტომ, რომ გასული და დარჩენილი ავტომანქანები თავდაპირველად ერთად იყო გარაჟში.

ამის შემდეგ მასწავლებელმა სამივე ამოცანა დაიყვანა სქემამდე:

იყო 12,	იყო 12,	იყო x,
გავიდა 7,	გავიდა x,	გავიდა 7,
დარჩა x	დარჩა 5	დარჩა 5

მოკლე ჩანაწერების გარჩევის შემდეგ შემოიტანეს ურთიერთშებრუნებული ამოცანების ცნება.

➢ სწავლების რომელი მეთოდია გამოყენებული ახალი მასალის ახსნის დროს, როგორ საუბართან გვაქვს საქმე? – პასუხი დაასაბუთეთ!

➢ შეიძლებოდა თუ არა სწავლების სხვა მეთოდის გამოყენება? – კერძოდ, რომელი მეთოდების?

➢ შეადგინეთ გაკვეთილის ამ ფრაგმენტის სხვა ვარიანტი, სადაც გამოყენებული იქნება სწავლების სხვა მეთოდი და შექმნილი იქნება ერთი ან რამდენიმე პრობლემური სიტუაცია!

თავი მეორე

მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარება

„აზროვნება ავადმყოფობაა, რომლითაც საბედნიეროდ, ძალზე ცოტანი ხდებიან ავად, რადგანაც მისი ეპიდემია უთუოდ კაცთა მოდგმის მოსპობას და გადაშენებას გამოიწვევდაო“, – ამბობს ***ანატოლ ფრანსი,*** *უფრო სწორად, მისი ბრძენთაბრძენი გმირი – ბატონი ჟერომ კუანიარი.*

დეკარტი *კი ამბობდა: „ვაზროვნებ, მაშასადამე, ვარსებობ“.*

პოლ ვალერი *მაინც უფრო მართალი იყო: „ხანდახან ვაზროვნებ, მაშასადამე, ხანდახან ვარსებობ“.*

კიდევ კარგი. სულ მუდამ აზროვნება მტრისას; მაგრამ „არსებობას“ რა ვუყოთ?

ბაჩანა ბრეგვაძის *ჩანაწერებიდან*

§ 1. მათემატიკური აზროვნების განვითარება დაწყებით კლასებში

2.1.1. ზოგიერთი შტრიხი აზროვნების ზოგადი დახასიათებიდან

ზოგადად, აზროვნება ურთულესი შინაგანი ბუნების მქონე პროცესია. ამ ბუნების შესახებ დიდძალი მეცნიერული ლიტერატურა არსებობს, მაგრამ ჯერ კიდევ არ არის იგი ბოლომდე გამოკვლეული. ალბათ, შეუძლებელიცაა, ადამიანმა საკუთარი აზროვნების იდუმალებათა ფარული ბუნება, საკუთარი აზროვნებითვე, ბოლომდე ამოიცნოს.

აზროვნებისა და მეტყველების ურთიერთკავშირისა და ცნობიერების ფორმირებაში მისი როლის პრობლემა ფსიქოლოგიურს განეკუთვნება. ფსიქოლოგიურია, აგრეთვე, ანა-

ლიზი იმისა, თუ როგორ იგება სინამდვილის თვალსაჩინო ასახვა, როგორ ასახავს ადამიანი რეალურ სამყაროს, რომელშიც ის ცხოვრობს, როგორ ღებულობს იგი ობიექტური სამყაროს სუბიექტურ სახეებს. საგნები არა მხოლოდ აღიქმება თვალსაჩინოდ, როგორც ცალკეული, არამედ აისახება თვისი კავ-შირებითა და მიმართებებით. ადამინს შეუძლია არა მარტო აღიქვას საგნები ანალიზატორების მეშვეობით, არამედ მას შეუძლია, აგრეთვე, იმსჯელოს, გამოიტანოს დსაკვნები მაშინაც კი, როცა მას პირადი გამოცდილება არ გააჩნია. ეს იმას ნიშნავს, რომ მას გააჩნია არა მხოლოდ **გრძნობადი,** არამედ **რაციონალური** შემეცნების უნარი. მისი ცნობიერება გრძნობადიდან რაციონალურისაკენ მიექანება, გრძნობადისა და რაციონალურის შინაგანი ურთიერთკავშირებისა და ურთიერთწინააღმდეგობრიობების განუწყვეტელ ბრძოლაში.

აზროვნება უწყვეტადაა დაკავშირებული მეტყველებასთან. ამასთან, ერთის განვითარება მეორის განვითარებას გულისხმობს და პირიქით.

მიღებულია ვიფიქროთ, რომ შემეცნება ხუთ საფეხურს გადის: 1. შეგრძნება, 2. აღქმა, 3. წარმოდგენა, 4. ცნება (ცნების ჩამოყალიბება) და 5. აზროვნება.

გამოდის, რომ აზროვნება მხოლოდ ცნების ჩამოყალიბების შემდეგ იწყება. ეს, მართლაც, ასეა, მაგრამ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ლაპარაკია აბსტრაქტულ მათემატიკურ აზროვნებაზე. ზოგადად კი – ეს ასე არ არის. აზროვნება იწყება მაშინვე, როცა წარმოდგენა იწყებს განვითარებას. წარმოდგენა და აზროვნება, საკუთარი განვითარების პროცესით, აღმოცენების პირველივე მომენტიდან, განაპირობებენ ერთმანეთის განვითარებას, შინაგანი წინააღმდეგობებით აღსავსე დიალექტიკურ ერთიანობაში ყოფნით. წარმოდგენის განვითარება ბუნებრივად იწვევს აზროვნების განვითარებას და, პირიქით, აზროვნების განვითარება ბუნებრივად იწვევს წარმოდგენის განვითარებას. ისინი ერთმანეთის გარეშე არ

არსებობენ. წარმოდგენა ვითარდება უმარტივესი თვალსაჩინო-საგნობრივიდან ურთულესი აბსტრაქტული წარმოსახვისაკენ. აზროვნება ვითარდება უმარტივესი თვალსაჩინო-საგნობრივიდან ურთულესი აბსტრაქტულისაკენ. წარმოდგენა, თავისი განვითარების მეოხებით, თანდათან გარდაისახება წარმოსახვაში. წარმოსახვა არის წარმოდგენის უმაღლესი ფაზა. წარმოდგენა იქმნება თვალსაჩინო-ქმედითი და თვალსაჩინო-ხატოვანი სურათებით, წარმოსახვა კი იქმნება აბსტრაქტულ-ლოგიკური და მათემატიკური აბსტრაქტული სახეებით.

ძალიან ხშირად წარმოდგენასა და წარმოსახვას აიგივებენ. ერთგან წარმოდგენა ასეა განმარტებული: წარმოდგენა არის ადრე აღქმული საგნის ან მოვლენის სახე (მეხსიერების წარმოდგენა, მოგონება), აგრეთვე, სახე, რომელიც შექმნილია პროდუქტიული წარმოსახვით.

აღქმის შემდეგ, და მის შედეგად, აღმოცენდება და ვითარდება წარმოდგენა, მაგრამ თანდათანობით, აზროვნებაში აბსტრაქტულობის აღმოცენებასა და ზრდასთან ერთად, წარმოდგენების წიაღში აღმოცენდება და ვითარდება წარმოსახვა. იგი ვითარდება უმაღლეს დონემდე და, როცა ლაპარაკია მაღალგანვითარებულ მათემატიკურ აზროვნებაზე, მაშინ წარმოდგენა უკვე მთლიანად გარდასახულია წარმოსახვაში და გვაქვს **მათემატიკური წარმოსახვა** და არა **მათემატიკური წარმოდგენა.** ეს ის ფაზაა მათემატიკური აზროვნების განვითარებისა, როცა მათემატიკური ცნებები მიღებულია მრავალჯერადი აბსტრაქციის შედეგად და მათ თვალსაჩინო სახეებთან არაფერი საერთო არა აქვთ.

თუ შეგრძნებისა და აღქმის მთავარი ამოცანაა გარესამყაროს შესახებ კონკრეტული შთაბეჭდილებების შეკრება და, ამასთან, მეხსიერების მთავარი ამოცანაა ამ შეკრებილის ზუს-ტი შენახვა, – მაშინ წარმოდგენასა და აზროვნებას, პირველი შეხედვით, ევალებათ ამ შეკრებილის გარდაქმნა.

ამავდროულად, წარმოდგენასა და აზროვნებას შორის ის განსხვავებაა, რომ წარმოდგენა (და შემდგომ – წარმოსახვა) წარსულ გამოცდილებაზე დამყარებული ახალი სახეების შექმნაა, ხოლო აზროვნება – გარესამყაროს განზოგადებული და გაშუალებული ასახვის პროცესია. წარმოდგენისა და წარმოსახვის შედეგია **სახე** (საგნობრივი, ხატოვანი, აბსტრაქ-ტული), ხოლო აზროვნების შედეგია **სიტყვებში გამოხატუ-ლი აზრები** – მსჯელობები და ცნებები (კონკრეტული, აბ-სტრაქტული).

რაც შეეხება ცნებას, იგი ყალიბდება და ვითარდება აზ-როვნების განვითარების ყველა ეტაპზე, აზროვნების დონის შესაბამისად. ისე, რომ, აზროვნება მისი განვითარების ყო-ველ ეტაპზე ცნებებით ოპერირებაა და ეს ცნებები აზროვ-ნების დონის შესაბამისია – მარტივი ხატოვნებიდან ურთუ-ლეს აბსტრაქციამდე. ამასთან, მათემატიკური ცნება სრულ-ფასოვნად ყალიბდება მხოლოდ მაშინ, როცა წარმოდგენა განვითარებულია და გარდასახულია წარმოსახვაში. მათემა-ტიკური აზროვნება აბსტრაქტული მათემატიკური ცნებებით ოპერირებაა.

ამ ფონზე განვიხილოთ ის ფაქტი, რომ პედაგოგიურ ფსიქოლოგიაში მიღებულია, გამოყოფილ იქნას ბავშვის აზ-როვნების სამი სახე, რომლებიც ონტოგენეზში თითქოსდა თანამიმდევრობით ცვლიან ერთმანეთს და წარმოადგენენ ასაკობრივი განვითარების მაჩვენებლებს.

1. **თვალსაჩინო-ქმედითი აზროვნება**. აზროვნება, მისი განვითარების პირველ ეტაპზე, განუყოფელია რეალური სი-ნამდვილისა და პრაქტიკული მოქმედებებისაგან. აქ ფორ-მირდება ისეთი აზროვნებითი ოპერაციები, როგორიცაა: მი-ზნის დაყენება, მოცემული პირობების ანალიზი და სხვ. აზ-როვნების ამ სახის ძირითადი თავისებურება მდგომარეობს იმაში, რომ უშუალო აზრითი გარდაქმნების ობიექტია რეა-ლური სიტუაცია. აზროვნების ეს სახე არის ძირითადი და

აზროვნებითი მოქმედებების სხვა სახეების განვითარების პირველი საფეხური. **ამ ეტაპზე ცნება თვალსაჩინო-საგ-ნობრივია.**

2. **თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნება.** ბავშვის ზრდასთან ერთად თანდათანობით რთულდება ის პრობლემებიც, რო-მელთა გადაჭრა უხდება მას. აქ უკვე ყოველთვის არ არის შესაძლებელი რეალური ობიექტებით უშუალო ოპერირება. ამ ეტაპზე აუცილებელია აზროვნების უფრო მაღალი და სრულყოფილი ფორმა. ბავშვმა უნდა შეძლოს, გარდაქმნას სიტუაცია არა გარეგან, არამედ შინაგან, აზრით პლანში. აზროვნების ეს სახე ხასიათდება თვალსაჩინო სახეებით მანიპულირების უნარით, პრაქტიკულ მოქმედებათა გარეშე. **ამ ეტაპზე ცნება თვალსაჩინო-ხატოვანია.**

3. **ლოგიკური აზროვნება.** დროთა ვითარებაში ბავშვი აცნობიერებს მოვლენებს შორის შინაგან, ფარულ კავშირებს და თვალსაჩინო-ხატოვანი აზროვნების საფუძველზე მის ცნობიერებაში იწყებს ჩამოყალიბებასა და განვითარებას ლო-გიკური აზროვნება, რომელიც, უპირველეს ყოვლისა, აბსტ-რაქტულ ცნებებსა და მსჯელობებში გამოიხატება. მაგრამ ლოგიკური აზროვნების განვითარება არ გამორიცხავს აზ-როვნების პირველი ორი სახის განვითარებას. ისინიც განაგ-რძობენ განვითარებას, განსაკუთრებით – ხატოვანი.

ხატოვანი აზროვნება განვითარებული ცნობიერების და-დებითი მახასიათებელია. თუ ლოგიკურ აზროვნებას ხატოვ-ნებაც ახლავს, მაშინ აზროვნება გაცილებით უფრო შემოქმე-დებითია.

ფსიქოლოგიაში ბავშვის აზროვნების სხვა სახეებიც განი-ხილება.

ჟან პიაჟე აღნიშნავს ბავშვის აზროვნების განვითარების შემდეგ სტადიებს:

- *სენსომოტორული* (ორ წლამდე).
- *ოპერაციამდელი* (შვიდ წლამდე).

- *კონკრეტულ-ოპერაციული* (თორმეტ წლამდე).
- *ფორმალურ-ოპერაციული* (თექვსმეტ წლამდე).

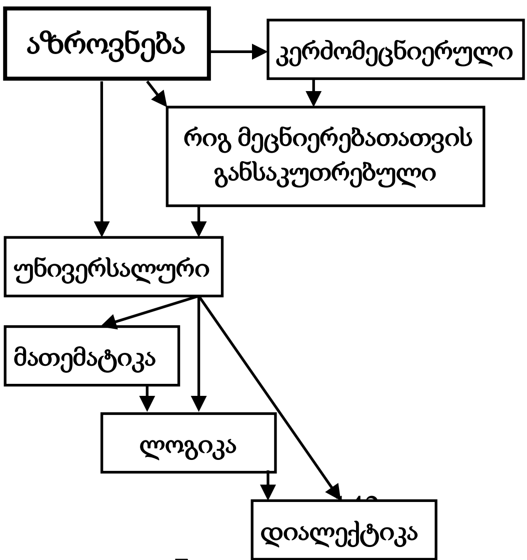
ამრიგად, 12-დან 16 წლამდე ასაკი პიაჟესთან არის ისეთი პერიოდი, როცა იბადება რეფლექსიური, ჰიპოთეზურ-დედუქციური (ფორმალური) აზროვნება. ეს ის პერიოდია, როცა ბავშვს უყალიბდება ცნების აბსტრაჰირების უნარი, როცა მას შეუძლია გადაარჩიოს ალტერნატიული ჰიპოთეზები, ანალიზის საგნად გაიხადოს საკუთარი აზრები.

განსაკუთრებითაა აღსანიშნავი, რომ მოსწავლის ცნობიერებაში, მთელი სასწავლო პერიოდის მანძილზე, და შემდგომაც, დაუფასებელ როლს თამაშობს **აზროვნება სახეებით.**

აზროვნება არის იდეებით ოპერირება, რომელიც მკაცრადაა დეტერმინირებული, ალგორითმიზირებული (ზოგჯერ სიმბოლიზირებული), და ფორმალიზირებული.

აზროვნების დაუფლება ადამიანებს ხდის თანამოაზრეებად. ეს არის აზროვნების მთავარი ღირსება და საზოგადოებრივი პროგრესის მთავარი ფაქტორი.

აზროვნების სისტემა, **ვოიტოვის** სიტყვებით, მოიცავს კერძომეცნიერულ, რიგ მეცნიერებათათვის განსაკუთრებულ და უნივერსალურ ფორმებს (ნახ. 7):



ნახ. 7

დიალექტიკა აზროვნებაში ფუნქციონირებს როგორც ზოგადი სქემა. დიალექტიკის კანონებისა და კატეგორიების სისტემა წარმოადგენს აზროვნების კატეგორიალურ სქემას, მის სტრუქტურას და შემეცნების მეთოდოლოგიის როლში გვევლინება.

დიალექტიკურად აზროვნება ნიშნავს:

- ობიექტებისა და მოვლენების განხილვას ყოველმხრივ, სხვადასხვა თვალსაზრისით;
- ობიექტებისა და მოვლენების მიზეზ-შედეგობრივი, გენეტიკური, სტრუქტურული, ფუნქციონალური და სხვ. კავშირების დამყარებას;
- მოვლენების განხილვას, მათი ცვლილებების, წინააღმდეგობრიობების, თვითმოძრაობის, ახალ ხარისხში ნახტომისებური გადასვლების არსში ჩაწვდომით.

2.1.2. მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნება

მათემატიკური აზროვნების კანონებს **ლოგიკა** სწავლობს, ხოლო ამ აზროვნების პროცესს – **ფსიქოლოგია.** მათემატიკური აზროვნება ვითარდება არა ამ აზროვნების კანონებში, არამედ ამ აზროვნების პროცესში. ამიტომ, როცა ვლაპარაკობთ მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნების განვითარებაზე, მაშინ, უპირველესად, ყური უნდა მივუგდოთ ფსიქოლოგების კვლევებს. ფსიქოლოგები კი ხშირად სრულიად ურთიერთსაწინააღმდეგო აზრისანი არიან. მათი ერთი ნაწილი მივიდა საინტერესო დასკვნამდე: აზროვნების ზოგად სტრუქტურაში შეიძლება გამოვყოთ ხუთი ურთიერთგადამკვეთი ქვესტრუქტურა – **მათემატიკური აზროვნების ტიპები**. თითოეული მათგანი განსაზღვრავს მოსწავლის აზრობრივ საქმიანობას კონკრეტულ პრაქტიკულ სიტუაციაში.

მოლკედ მომოვიხილოთ ისინი.

1. **ტოპოლოგიური აზროვნება.** აზროვნების ეს ტიპი ბავშვების უმრავლესობას უმჟღავნდება ძალიან ადრე, 2-3 წლის ასაკში. აზროვნებაში დომინირებს ლოგიკური ოპერაციების მთლიანობა და გამართულობა. ბავშვი ცდილობს მუდმივ გარდაქმნაში იქონიოს ობიექტი. მის მიდგომაში ნებისმიერი საქმისადმი დომინირებს პრინციპი: უწყვეტი, მთლიანი თუ გახეული, გახვრეტილი, შიგნით თუ გარეთ, მთელი თუ ნაწილი. აზროვნების ეს ტიპი შემდგომ ვითარდება და ერწყმის აზროვნების ერთიან პროცესს.

2. **რიგობრივი აზროვნება.** ეს ტიპი მჟღავნდება ტოპოლოგიურის შემდეგ, თითქმის დაუყოვნებლივ, განაპირობებს ლოგიკურ ოპერაციათა ზუსტ მიმდევრობას. თუ „ტოპოლოგები" ოპერაციებს ერთ მთლიანობაში ათავსებენ, ამ ტიპისანი გამოყოფენ ოპერაციათა მიმდევრობას. მათთვის თანდათან უფრო მნიშვნელოვანი ხდება ობიექტების ფორმა და ზომა (მეტია თუ ნაკლები), მათ შორის მიმართებანი (მაღლა, დაბლა, მარჯვნივ, მარცხნივ და სხვ.) თანდათანობით ეჩვევიან ალგორითმების გამოყენებას.

3. **მეტრიკული აზროვნება.** ამ ტიპის მოსწავლეები კარგად მანიპულირებენ რაოდენობრივი მონაცემებით. ისინი კარგად ერკვევიან კონკრეტულ სიდიდეებში და ოპერირებენ ისეთი პარამეტრებით, როგორიცაა: სიგრძე, სიმაღლე, სიგანე, ფასი, რაოდენობა, ღირებულება, დრო და სხვ. არ უყვართ ხატოვნება და ზოგადობა, მათთვის სირთულეს წარმოადგენს აბსტრაქტულის წარმოდგენა. ცხოვრებაში ასეთი ადამიანები ფრთხილები და წინდახედულები არიან. იშვიათად გადაუხვევენ საზოგადოებრივ წესებს, მკაცრად მისდევენ ინსტრუქციებს.

4. **ალგებრული აზროვნება.** ადამიანები, რომელთა აზროვნებაში ეს ტიპი დომინირებს, ბუნებით კომბინატორები და კონსტრუქტორები არიან. ისინი მიდრეკილნი არიან

იმისკენ, რომ ობიექტები სტრუქტურულად აღიქვან. მზად არიან, რამდენჯერმე დაშალონ და ისევ ააწყონ ერთი და იგივე ობიექტი. ამოცანის ამოხსნას უდგებიან ქაოსური გან-წყობით, იწყებენ საქმეს შუიდან, შემდეგ კვლავ ბრუნდებიან უკან და ა.შ. ცხოვრებაში ისინი მეტწილად დაბნეულები არიან.

5. **პროექციული აზროვნება.** აზროვნების ეს ტიპი ყველაზე რთულია. ის მოსწავლე, რომლის აზროვნებაშიც ამ ტიპის სტრუქტურა ჭარბობს, მიდრეკილია იმისკენ, რომ საგანი განიხილოს ყოველმხრივ, განიხილოს ამოცანის ამოხ-სნის ყველა ვარიანტი. მას არ გამორჩება ამოხსნის გამო-კვლევის არც ერთი მომენტი. ცხოვრებაში ასეთი ადამიანები არაორდინარული ინტელექტისანი არიან, უყვართ ლიდე-რობა.

ცხადია, ნებისმიერ მოსწავლეს ახასიათებს ხუთივე ჩა-მოთვლილი ტიპის ელემენტები, მაგარამ მის აზროვნებაში ჭარბობს რომელიღაც ერთი. დანარჩენი ტიპები არათანაბარი და მეტნაკლები უფლებით დომინირებს.

ხშირად, დიქოტომიური მიდგომით, მათემატიკურ აზ-როვნებას **ემპირიულ** და **თეორიულ** ტიპებად ყოფენ. ამას-თან, აღნიშნავენ: ნამდვილი მათემატიკური აზროვნება, რო-მელიც მჟღავნდება ამოცანის დამოუკიდებელი ამოხსნისას, არის თეორიული ტიპის აზროვნება და გააჩნია განვითარე-ბის სპეციფიკური დონეები.

მრავალი ფსიქოლოგიური გამოკვლევა განუხრელად მოწმობს, რომ მათემატიკური აზროვნების მიზანმიმართუ-ლი განვითარების გარეშე შეუძლებელია, მიღწეულ იქნას ეფექტური შედეგები სწავლებაში, ცოდნისა და უნარ-ჩვე-ვების სისტემატიზაციაში. მაგრამ, სამწუხაროდ, ფსიქოლო-გიურ-პედაგოგიკურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში ჯერ-ჯერობით არ არის მათემატიკური აზროვნების ისეთი გან-საზღვრა, რომელიც მიღებული იქნებოდა საყოველთაოდ.

ზოგიერთი მეცნიერი თვლის, რომ მათემატიკური აზროვნება, რომელიც ხასიათდება აზროვნებითი მოქმედების სპეციფიკური ფორმებით, საერთოდ არ არსებობს. ისეთი ავტორიტეტი, როგორიც **ფროიდენტალია,** წერს, რომ ჯერჯერობით შეუძლებელია მათემატიკური აზროვნების არსის გახსნა.

სხვა მეცნერთა აზრები სრულიად არაერთგვაროვანია.

და მაინც, ჩვენ, მრავალ მეცნიერთა გამოკვლევის საფუძველზე, გამოვყოფთ მათემატიკური აზროვნების მახასიათებლებს.

გარდა იმისა, რაც ზემოთ ითქვა მათემატიკური აზროვნების ტიპების შესახებ, შეიძლება ოდნავ განსხვავებული მოსაზრებაც განვიხილოთ.

მათემატიკის სწავლების პროცესში მოსწავლის ცნობიერებაში ყალიბდება სპეციფიკური კოგნიციური სტრუქტურები. განასხვავებენ ორი ტიპის კოგნიციურ სტრუქტურებს:

- **სტრუქტურები, რომლებიც ფორმირდება „ჰორიზონტალურად“.**
- **სტრუქტურები, რომლებიც ფორმირდება „ვერტიკალურად“.**

პირველს მიეკუთვნება ალგებრული, რიგორზივი, ტოპოლოგიური **კოგნიციური სტრუქტურები**, რომლებიც ვლენდებიან როგორც პროტოტიპები, მათემატიკური ობიექტების გამარტივებული მოდელები.

მეორეს მიეკუთვნება ლოგიკური, ალგორითმული, კომბინაციური, ხატოვან-გეომეტრიული **კოგნიციური სქემები,** რომლებიც ვლინდებიან მათემატიკური შემეცნების მეთოდების სახით.

სწავლების პროცესში სტრუქტურები განიცდის ცვლილებებს. ამ ფაქტიდან გამომდინარე, ამერიკელი ფსიქოლოგი **დონალდ ნორმანის** მიერ გამოყოფილი იყო დასწავლების სამი ფორმა:

- **სტრუქტურების ზრდა, წამატება** – მეხსიერების უკვე არსებული სქემისათვის ახალი ცოდნის დამატება.
- **სტრუქტურების შექმნა** – ახალი ცნებითი სტრუქტურების წარმოქმნა, ახალი გაცნობიერება, ცოდნის სისტემის ხარისხობრივი განახლება.
- **სტრუქტურების აწყობა** – ამოცანისათვის ადრე შეძენილი ცოდნის შეწყობა, შეთანადება.

ზოგჯერ ამ სამ ფორმას უმატებენ კიდევ **ერთს**:

- **სტრუქტურათა გარდაქმნა, გადაკეთება.**

ამ გარდაქმნას სამი ტიპისას განიხილავენ:

ა) **ორგანიზაციის უფრო მაღალ საფეხურზე გადასვლა,** როცა ადრე ფორმირებული სტრუქტურა ხდება ახლის ქვესტრუქტურა (მაგალითად, ნატურალური რიცხვების სტრუქტურა ხდება რაციონალური რიცხვების ქვესტრუქ-ტურა).

ბ) **სტრუქტურის ორგანიზაციის პრინციპის შეცვლა**, როცა ნაწილების კოორდინაცია (შეხამება) მის შიგნით იცვლება სუბორდინაციით (დაქვემდებარებით) ან პირიქით, (მაგალითად, მთელი რიცხვები და წილადები – მთელი რიცხვი მხოლოდ გარკვეული მომენტიდან ხდება წილადის კერძო შემთხვევა).

გ) **სტრუქტურის გადაცენტრება, ცენტრის შეცვლა,** ე.ი. იმ ელემენტების წამოწევა არსებითად, რომელიც მეორეხარისხოვანი იყო, და პირიქით (მაგალითად, ტოლი სამკუთხედების შესწავლიდან მსგავსი სამკუთხედების შესწავლაზე გადასვლისას შესაბამისი გვერდების სიგრძეები ხდება მეორეხარისხოვანი, ხოლო კუთხეები არსებითი ნიშნების სტატუსს იძენენ.

მოსწავლეთა აზროვნების ინდივიდუალური დომინანტური ქვესტრუქტურების ცოდნა არსებითად ეხმარება მასწავლებელს გაკვეთილზე ჯგუფური მუშაობის ორგანიზების დროსაც. თუ ჯგუფში გავაერთიანეთ სხვადასხვა დომინანტური ქვესტრუქტურების მოსწავლეები, მაშინ მათგან ძნე-

ლია, ველოდოთ ერთობლივ მუშაობასა და თანამოაზრეობას. ასეთი ჯგუფები უნდა შეიქმნას მაშინ, როცა გვინდა სხვადასხვა აზრების წამოყენება, სხვადასხვა მიდგომის განხორციელება საკითხისადმი, ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხის ძიება. ასეთი ჯგუფები კარგია მაშინაც, როცა გვინდა, თანაკლასელები დაეხმარონ ერთმანეთს, გაუგონ ერთმანეთს იმაში, რომ მიიღონ სხვა აზრი, სხვადასხვა პოზიცია, სხვადასხვა ამოხსნა. ხოლო აზროვნების ერთნაირი დომინანტური ქვესტრუქტურების ბავშვები, ცხადია, ფრიადი წარმატებით იმუშავენებენ ჯგუფში.

მათემატიკური აზროვნების მახასიათებელთა შორის ასახელებენ აბსტრაქტულობას, სიღრმეს, მოქმნილობას და სხვ.

მათემატიკურ აზროვნებას გააჩნია თავისი ნიშნები და თავისებურებები, რომლებიც განპირობებულია სწავლების მეთოდების სპეციფიკით. ამ აზროვნებისთვის დამახასიათებელია ის თვისებები, რომლებიც გააჩნია მეცნიერულ აზროვნებას, ე. ი. მოქნილობა; აქტიურობა; მიზანმიმართულობა; მეხსიერების მზაობა, მოახდინოს შეთვისებულის კვლავწარმოება; თვალთახედვის სიფართოვე; სიღრმე; კრიტიკულობა; თვითკრიტიკულობა; მკაფიოობა; სიზუსტე; ლაკონიურობა; ორიგინალურობა; დამტკიცებადობა და სხვ.

ზოგადად განვიხილოთ მეცნიერული აზროვნების მახასიათებელი **ხარისხის რანგები,** რომლებიც სწავლების პროცესში წარმატებით შეგვიძლია გარდავსახოთ მათემატიკურში:

მოქნილობა –

- შემეცნებითი პრობლემის გადაწყვეტის ხერხების მიზანშეწონილი ვარიირობის უნარი;
- პრობლემის გადაწყვეტის ერთი გზიდან მეორეზე გადასვლის სიადვილე;

- მოქმედების ჩვეული ხერხის საზღვრებიდან გასვლის, ახალი ხერხების ძიებისა და მონახვის უნარი, როცა მოცემული პირობები იცვლება;
- ახალი ცოდნის შეძენასა და ახალი გამოცდილების დაგროვებასთან დაკავშირებით ადრე შეთვისებული ცოდნის სისტემის გარდაქმნის უნარი;
- და სხვ.

მიზანშეწონილობა –

- პრობლემის გადაწყვეტისას მოქმედების გონივრული შერჩევის ოპტიმალურობისაკენ სწრაფვა;
- პრობლემის გადაწყვეტის უმოკლესი გზების ძიებისაკენ სწრაფვა;
- და სხვ.

ორიგინალურობა –

- არაშაბლონური აზროვნების განვითარების უმაღლესი დონე;
- ცნობილი ამოცანების ამოხსნის ხერხების უჩვეულობა;
- და სხვ.

სიღრმე –

- ყოველი შესასწავლი ფაქტის არსში შეღწევის უნარი;
- ფაქტებს შორის ურთიერთკავშირების, სპეციფიკური და ფარული თავისებურებების გამოვლენის უნარი;
- და სხვ.

სიფართოვე –

- მოქმედების განზოგადებული ხერხების მონახვის უნარი;
- პრობლემის მთლიანობაში აღქმისა და მისი განზოგადების უნარი;
- შესასწავლი მათემატიკური ფაქტების კლასიფიკაციისა და სისტემატიზაციის უნარი;
- და სხვ.

რაციონალურობა –

- ამოცანის ამოხსნის პროცესში სქემების, სიმბოლიკისა და პირობითი აღნიშვნების გამოყენების უნარი;
- ამოცანის ოპტიმალურად მარტივი ამოხსნის მიებისაკენ სწრაფვის უნარი;
- ამოცანის ამოხსნისას დროის რაციონალურად გამოყენების უნარი;
- და სხვ.

აქტიურობა –

- ამოცანის ამოხსნაზე ორიენტირებული ძალისხმევის ურყევობა;
- ამოცანის აუცილებლად ამოხსნის სურვილის სიძლიერე;
- და სხვ.

კრიტიკულობა –

- ამოცანის ამოხსნის გზების შერჩევის სისწორისა და მიღებული შედეგების უტყუარობის შეფასების უნარი;
- საკუთარი შეცდომების მონახვისა და გასწორების უნარი;
- და სხვ.

დამამტკიცებლობა –

- ამოცანის ამოხსნისას ყოველი ნაბიჯის სისწორის დასაბუთებისაკენ სწრაფვის უნარი;
- ამოცანის ამოხსნისას უტყუარი და საეჭვო შედეგების გარჩევის უნარი;
- ყოველი გადასაწყვეტი პრობლემისადმი მოთმინებითი მიმართების ქონის უნარი;
- და სხვ.

მეხსიერების ორგანიზებულობა –

- სასწავლო მასალის დამახსოვრების, ხანგრძლივი შენახვისა და სწრაფი, სწორი და მკაფიო კვლავწარმოების უნარი;

- ამოცანის ამოხსნის არსებითი და ზოგადი ხერხების დამახსოვრების უნარი;
- მეხსიერებაში მათემატიკური წარმოდგენებისა და წარმოსახვების სიზუსტის, მკაფიოობისა და ლაკონიურობის შენარჩუნების უნარი;
- და სხვ.

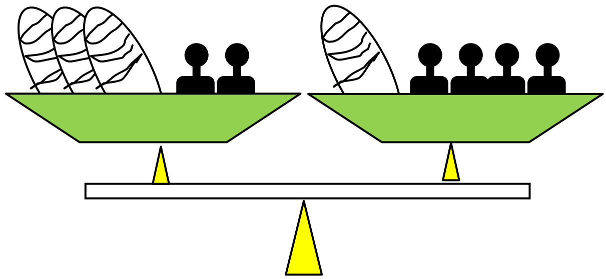
აზროვნების განვითარების თეორიებს შორის განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს ასოციანისტურ (ასოციაციონისტურ) თეორიას (ვიგოტსკი, რუბინშტეინი). ამ თეორიის თანახმად აზროვნება პროცესია და ეს აზროვნებითი პროცესი იყოფა აქტებად, ეტაპებად, სადაც ყოველ მათგანს გააჩნია შედეგობრივი გამოსახვა – „პროდუქტი“, რომელიც მუდმივად ერთვება პროცესის შემდგომ მდინარებაში. ამასთან, ფსიქოლოგიური კვლევის საგანია არა ეს პროცესი, არამედ პროცესუალური აზროვნება, რომელიც გზადაგზა ქმნის ასეთ პროდუქტებს.

აზროვნების შინაგანი კანონზომიერებები, – ეს იგივე აზროვნებითი პროცესების შინაგანი კანონზომიერებებია, კერძოდ, – ანალიზის, სინთეზის, შედარების, განზოგადების, აბსტრაჰირებისა და სხვათა.

საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ ერთი მაგალითი, სადაც გამოყოფილი იქნება აზროვნებითი ოპერაციები, რომელთაც ადგილი აქვთ კონკრეტულ მათემატიკურ მასალაში და, რომლებიც, შესაბამისად, ფორმირდებიან ამ მასალის შესწავლისას.

ვთქვათ, მოსწავლეთა მიერ შესათვისებელია ერთცვლადიანი პირველი ხარისხის განტოლების ამოხსნის მეთოდი. დავუშვათ, ახსნა მიმდინარეობს $3x + 2 = x + 4$ განტოლების ამოხსნის მაგალითზე.

თავდაპირველად საჭირო იქნება ამ განტოლების ცხოვრებისეული ინტერპრეტირება, მისი წარმოდგენა ცხოვრებისეული ცნებების გამოყენებით, მაგალითად, ასეთი ნახატით:



ნახ. 8

შემდეგ უნდა ჩატარდეს ნახატისა და განტოლების ანალიზი, უნდა მოხდეს სასწორის ყოველი პინის შედარება განტოლების შესაბამის ნაწილთან. ახლა უკვე აბსტრაქტული განტოლება აღიქმება არა მხოლოდ როგორც ორი გამოსახულების ტოლობა, არამედ, აგრეთვე, როგორც კონკრეტული რიცხვითი ტოლობა, რომელიც ცხოვრებისეულ ობიექტებთანაა დაკავშირებული. შეიძლება დაისვას საკითხი: რა მოხდება, რომ სასწორის პინებიდან ავიღოთ თითო პური? – წონასწორობა არ დაირღვევა. გადავიტანოთ ეს ცოდნა განტოლებაზე და მოვახდინოთ უკვე შესრულებული პრაქტიკული მოქმედების აბსტრაჰირება: მოსწავლეთათვის ინტუიციურად ცხადი რიცხვითი ტოლობის თვისებებზე დაყრდნობით განტოლების ორივე მხარეს გამოვაკლოთ x. მივიღებთ:

$3x - x + 2 = x - x + 4$, აქედან

$3x - x + 2 = 4$.

შევადაროთ იგი მოცემულ განტოლებას: მოცემული განტოლების მარჯვენა მხარეში გაქრა x, მაგრამ იგი გაჩნდა მარცხენა მხარეში შებრუნებული ნიშნით. შეიქმნა ნიადაგი იმისათვის, რომ ჩამოვაყალიბოთ შესაბამისი წესი. განტოლების მარცხენა მხარის ანალიზმა და მისმა შედარებამ მოცემულთან – მოგვცა უფლება განზოგადებისა, რომ მარცხენა მხარეში გაჩნდა ის, რაც იყო მარჯვენაში, მაგრამ შებრუნებული ნიშნით. მაშასადამე, განზოგადება განტოლების

სხვა წევრებზეც შეგვიძლია გავავრცელოთ. ბოლოს, მიღე-ბული თვისება აბსტრაჰირდება კონკრეტული მოცემული განტოლებიდან და გადაიტანება ნებისმიერ განტოლებაზე.

ბოლოს, გვინდა აღვნიშნოთ **კრუტეცკის** გამოკვლევების შესახებ. კრუტეცკიმ სპეციალურად შეისწავლა მოსწავლეთა მათემატიკური შესაძლებლობები და მონახა განზოგადების ორი გზა: **თანდათანობითი**, რომელსაც მოსწავლე აღწევს ერთტიპიური ამოცანების ამოხსნაზე ხანგრძლივი მუშაობის შედეგად, და **განზოგადება „ადგილიდან"** – ერთი ამოცანის ამოსნის ანალიზის შედეგად. პირველი ხერხი **ემპირიულია**, მეორე – **თეორიული**. ისინი უზრუნველყოფენ აზროვნების ორ ტიპს – **გონებრივ-ემპირიულსა** და **თეორიულს.**

კრუტეცკის განსაზღვრით მათემატიკურ აზროვნებას გააჩნია შემდეგი მახასიათებლები:

1. მათემატიკური მასალის ფორმალიზაციის, შინაარსი-საგან ფორმის გამოყოფის, კონკრეტული რაოდენობრივი მი-მართებებისა და სივრცითი ფორმებისაგან აბსტრაჰირების ფორმალური სტრუქტურებით, მიმართებებისა და კავშირე-ბის სტრუქტურებით ოპერირების უნარი.

2. მათემატიკური მასალის განზოგადების, ძირითადის გამოყოფის, გარეგანად განსხვავებულში ზოგადის დანახვის უნარი.

3. რიცხვითი და ნიშნიერი სიმბოლიკით ოპერირების უნარი.

4. თანდათანობითი, სწორად დანაწევრებული ლოგიკუ-რი მსჯელობის უნარი, რომელიც დაკავშირებულია დამტკი-ცებების, დასაბუთების, დასკვნების მოთხოვნასთან.

5. მსჯელობის პროცესის შემოკლების, შეკვეცილი სტრუქტურებით მსჯელობის უნარი.

6. აზროვნებითი პროცესის შექცევადობის უნარი (პირ-დაპირიდან შებრუნებულ აზრზე გადასვლა).

7. აზროვნების მოქნილობა, ერთი გონებრივი მოქმედებიდან მეორეზე გადართვის, შაბლონისა და ტრაფარეტის გავლენისაგან განთავისუფლების უნარი.

8. მათემატიკური მეხსიერება. ეს მეხსიერება ეხება განზოგადებებს, ფორმალიზებულ სტრუქტურებს, ლოგიკურ სქემებს.

9. სივრცითი წარმოდგენების უნარი, რომელიც პირდაპირაა დაკავშირებული მათემატიკის ისეთ დარგთან, როგორიცაა გეომეტრია.

საბოლოოდ გვინდა შევჩერდეთ მათემატიკური აზროვნების ფრიდმანისეულ განსაზღვრაზე: *„მათემატიკური აზროვნება – ეს არის ზღვრულად აბსტრაქტული, შემოქმედებითი აზროვნება, რომლის ობიექტებიც მოკლებულია ყოველგვარ ნივთობრიობას და ინტერპრეტირდებიან სრულიად ნებისმიერი სახით, ოღონდ, ამასთან, შენარჩუნებული იყოს მათ შორის მოცემული მიმართებები“.*

ეს განსაზღვრა, მართლაც, „ზღვრულია“. ასეთია დიდი მათემატიკოსის აზროვნება. მაგრამ, როცა მათემატიკის სწავლებაზეა ლაპარაკი, მით უმეტეს დაწყებით სკოლაში, უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მათემატიკური აზროვნება სრულიად თვალსაჩინო სახეებიდან იღებს სათავეს და ნაბიჯ-ნაბიჯ თანდათანობით მიისწრაფვის სწორედ იმ „ზღვრული“ სიდიადისკენ.

ამგვარად, ჩვენ განვიხილეთ ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში მიღებული ძირითადი მიდგომა მათემატიკური აზროვნებისადმი. აზროვნება, როგორც პროცესი, რომელიც ახასიათებს პიროვნების აქტიურობას, თავის განვითარებას ღებულობს საქმიანობა-მოქმედებაში. მათემატიკის სწავლებისას ასეთი საქმიანობა-მოქმედებაა სასწავლო ამოცანათა ამოხსნის პროცესი, ე.ი. სუბიექტისა და ობიექტის – შემმეცნებლისა და შესამეცნებლის უწყვეტი ურთიერთქმედების პროცესი. ასე რომ, მათემა-

ტიკური აზროვნება არის ზოგადად აზროვნების შემადგენელი ნაწილი. მიუხედავად ამისა, იგი ფლობს ზოგიერთ თავისებურებას, რომელიც, უპირველეს ყოვლისა, დაკავშირებულია სინამდვილის მათემატიკური ასახვის სპეციფიკასთან. თუ საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში, რომელთანაც მათემატიკა ორგანულადაა დაკავშირებული, შედეგები მიიღება ექსპერიმენტების საფუძველზე, მათემატიკაში ექსპერიმენტი მეორეხარისხოვან როლს თამაშობს, იგი ჰიპოთეზების აგების საშუალებაა. მათემატიკა აბსტრაქტული მეცნიერებაა და ზოგადობის უმაღლეს ხარისხს იძენს მრავალსაფეხურიანი აბსტრაქციების წყალობით. ამიტომ მათემატიკური აზროვნება აბსტრაქტული აზროვნებაა. ამასთან, მათემატიკური აზროვნება მხოლოდ მაშინაა სრულყოფილი, როცა მასში თავისი კუთვნილი ადგილი უჭირავს **ინტუიციურ**, **შემოქმედებით** და **კრიტიკულ** აზროვნებას.

2.1.3. მოსწავლეთა კრიტიკული აზროვნების განვითარება

მეოცე საუკუნის ბოლოს, სოროსის ფონდის ფარგლებში, ამერიკის შეერთებულ შტატებში ჩარლზ თემფლის, ჯინი სთილისა და ქერთის მერედითის მიერ დამუშავებულ იქნა ტექნოლოგია **„კრიტიკული აზროვნების განვითარება კითხვისა და წერის მეშვეობით"**. ეს არის XXI საუკუნის პედაგოგიკის მოთხოვნებით შექმნილი შესანიშნავი ტექნოლოგია და წარმოადგენს ზოგადპედაგოგიკურს, ზესაგნობრივს, მისაღებს ყველა საგნის სწავლების მეთოდიკისათვის.

მაგრამ, უპირველეს ყოვლისა, ისმის კითხვა: **რა არის კრიტიკული აზროვნება?** ამ ტერმინისათვის განსაზღვრის მიცემა სულაც არ არის ადვილი, რადგანაც იგი უამრავ სხვადასხვა პარამეტრს მოიცავს – უნარებს, სასწავლო საქმიანობისა და ფასეულობათა სხვადასხვა სახეს;

ლიტერატურაში გვხვდება ამ ტერმინის მრავალი განსაზღვრა და მათ შორის მოინახება ისეთები, რომლებიც არ ეთანხმება ერთმანეთს. სწორედ ამიტომ, კრიტიკული აზროვნების ცნების სწორი დახასიათების მიზნით, გავერკვეთ, არსებობს თუ არა არაკრიტიკული გონებრივი მოქმედებები, და, თუ არსებობს, რომელია ისინი.

მათი რაოდენობა საკმაოდ დიდია. აი, ზოგიერთი:

1. **დამახსოვრება.** ეს უმნიშვნელოვანესი აზრობრივი ოპერაციაა, რომლის გარეშეც სასწავლო პროცესი შეუძლებელია. დამახსოვრება კარდინალურად განსხვავდება კრიტიკული აზროვნებისგან.

2. **გაგება**. ეს არის რთული აზრობრივი ოპერაცია, განსაკუთრებით მაშინ, როცა მათემატიკური ტექსტია რთული. იგი „არაკრიტიკული“ აზროვნების სახეს წარმოადგენს. მაგალითისათვის განვიხილოთ ის შემთხვევა, როცა მოსწავლეს წინ უდევს ამოცანის ტექსტი და ცდილობს მასში გარკვევას. მოსწავლის თავში რთული ინტელექტუალური პროცესი მიმდინარეობს, მაგრამ აზროვნების ამ სახეს კრიტიკულს ვერ დავარქმევთ.

3. **შემოქმედებითი აზროვნება.**

4. **ინტუიციური აზროვნება.**

ამ ორი უკანასკნელის შესახებ მომდევნო ქვეპარაგრაფში გვექნება საუბარი.

ახლა, როცა ვიცით, რომ არსებობს არაკრიტიკული აზროვნება, ინტერესს იწვევს კრიტიკული აზროვნების რაობა.

ერთ-ერთი განსაზღვრა შიეძლება ასეთი იყოს:

კრიტიკული აზროვნება არის ნებისმიერი საგნის, შინაარსის ან პრობლემის შესახებ აზროვნების ისეთი ტიპი, რომელშიც მოაზროვნე აუმჯობესებს თავისი აზროვნების ხარისხს იმ სტრუქტურებისა და ინტელექტუალური სტანდარტების გამოყენებით, რომლებითაც ხასიათდება თვით აზროვნება.

კარგად განვითარებული კრიტიკული აზროვნების მქონე მოსწავლე:

- სვამს მათემატიკურ ამოცანებს, მკაფიოდ და მკაცრად აყალიბებს მათ.
- კრებს საჭირო ინფორმაციას, იყენებს აბსტრაქტულ იდეებს, ეფექტურად შეუძლია მათი ინტერპრეტირება.
- აზროვნების ალტერნატიული სისტემების ფარგლებში ფიქრობს უწინაზრახვოდ, შეუძლია ალღო აუღოს და გამოიცნოს იდეებისა და ვარაუდების პრაქტიკული შესაბამისობა.
- გადაწყვეტილების მიღებისას აქტიურად თანამშრომლობს სხვებთან.

უნდა ითქვას, რომ კრიტიკული აზროვნება არის თვითწარმმართველი, თვითმადისციპლინირებელი, თვითშემფასებელი და თვითმაკორექტირებელი. ეს კი გულისხმობს მკაცრ სტანდარტებთან შეთანხმებულობას, რაც იწვევს ეფექტური კომუნიკაციისა და პრობლემების გადაჭრის უნარის განვი-თარებას, მოსწავლის ბუნებრივი ეგოცენტრიზმისა და სოციო-ცენტრიზმის დაძლევას.

კრიტიკული აზროვნების ტექნოლოგია ორიენტირებულია არა მარტო მასწავლებლისა და მოსწავლეთა თანამშრომლობაზე, თვით მოსწავლის სასწავლოსაქმიანობრივ მო-ნაწილეობაზე, არამედ იმაზეცაა ორიენტირებული, რომ შექმნას შესაბამისი სასწავლო გარემო, ფსიქოლოგიური დაძაბულობის მომხსნელი კომფორტული პირობები.

ამ ტექნოლოგიით მუშაობისას მოსწავლეები რეალიზაციას უკეთებენ საკუთარ მოთხოვნილებებსა და შესაძლებლობებს, სწავლობენ პრობლემების დამოუკიდებლად გადაჭრას, ასევე, საკუთარი სასწავლო საქმიანობის შეფასებას.

კრიტიკული აზროვნების კომპლექსურ განმავითარებელ ტექნოლოგიაში თავისი რეალიზაცია ჰპოვა სწავლებაში გონებრივსაქმიანობითმა მიდგომამ.

გაკვეთილი, რომელზეც გამოიყენება კრიტიკული აზროვნების ტექნოლოგია, განისაზღვრა სამი ეტაპით:

გამოწვევა,

გააზრიანება

რეფლექსია.

განვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე.

გამოწვევა. გაკვეთილის ამ სტადიაზე გამოიყენება მუშაობა: ინდივიდუალური, წყვილებში, ჯგუფური; გონებრივი იერიში; შინაარსის პროგნოზირება; პრობლემური კითხვები და სხვ. ადრე მიღებული ცოდნა გამოდის გაცნობიერების დონეზე. ეს ცოდნა ახლა უნდა გახდეს ახალი ცოდნის შეთვისების ბაზა, რაც მოსწავლეს მისცემს საშუალებას, ახალი და ძველი ინფორმაციები ეფექტურად დააკავშიროს ერთმანეთთან, გაცნობიერებულად, კრიტიკულად მიუდგეს ახალი ინფორმაციის გაგებას. ამასთან, ამ სტადიაზე მოსწავლეთა მიერ განისაზღვრება ახალი მასალის შესწავლის მიზნები.

ეს სტადია თავისი არსით ახალი არ არის. გამოწვევით იწყება მუშაობა პრობლემური სწავლების რეჟიმში, გამოიყენება ტერმინიც „მოტივაციის შექმნა“. ამასთან, ახალი ტექნოლოგია მასწავლებელს სთავაზობს ამ ეტაპის ეფექტური განხორციელებისათვის ახალი ხერხებისა და მეთოდების ნაკრებს. ხერხების მწყობრი სისტემა მოიცავს ინდივიდუალური, წყვილებში და ჯგუფური მუშაობის ორგანიზაციის ფორმებს, მათ გონივრულ შეხამებას.

გააზრიანება. გააზრიანების სტადიაზე მოსწავლე კონტაქტში შედის ახალ ინფორმაციასთან თუ იდეებთან. მოსწავლე უსმენს მასწავლებელს თუ კითხულობს მათემატიკურ ტექსტს (ამოცანა ან სხვა), სწავლობს, თვალყური მიადევნოს მის მიერ გაგებას და საკუთარ თავს არ აძლევს ამ გაგებაში ხარვეზების წარმოქმნის საშუალებას. აქ შემოდის **კლასტერისა** და **ინსერტის** ცნება.

კლასტერი – ცნებების ან მათ ნიშან-თვისებათა ასოციაციური ველია, კლასიფიკაციებთანაა დაკავშირებული. საერთოდ – კლასტერები გრაფიკული სისტემატიზატორებია, რომლებიც გვიჩვენებენ ობიექტებს ან მოვლენებს შორის კავშირის ზოგიერთ სხვადასხვა ტიპს.

ინსერტი – ტექსტის მარკირების ხერხი. მოსწავლეს ტექსტში (ველზე) ფანქრით შეაქვს აღნიშვნები. მასწავლებელი სთავაზობს მოსწავლეებს ტექსტის მარკირების სისტემას:

- „V“ ამ ნიშნით აღნიშნავს იმას, რაც იცის.
- **„–“** ამ ნიშნით აღნიშნავს იმას, რაც ეწინააღმდეგება მის წარმოდგენებს, რაც მისთვის საეჭვოა.
- **„+“** ამ ნიშნით აღნიშნავს იმას, რაც მისთვის საინტერესო და მოულოდნელია.
- **„?“** ამ ნიშნით აღნიშნავს იმას, რისი გაგებაც სურს უფრო ვრცლად, დეტალურად.

ყოველი მოსწავლე გამოთქვამს თავის შთაბეჭდილებას, გაუზიარებს აზრს მასწავლებელს, მეგობრებს. შემდგომი მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება სხვა ფორმებში მიმდინარეობს. ჯგუფურ მუშაობაში უნდა გამოიყოფოდეს ორი ელემენტი: ინდივიდუალური ძიება და იდეათა გაცვლა-გამოცვლა, ამასთან, პირველი წინ უსწრებს მეორეს.

რეფლექსია. ეს სტადია აუცილებელია არა მხოლოდ იმისთვის, რომ მასწავლებელმა შეამოწმოს თავისი მოსწავლეების მეხსიერება, არამედ იმიტომაც, რომ მოსწავლეებმა თვითონ გააანალიზონ, შეძლეს თუ არა მიზნის მიღწევა, ახალი მასალის შესწავლისას გახსნეს თუ არა გაკვეთილის დასაწყისში დასმული პრობლემები და წინააღმდეგობები.

რეფლექსიური ანალიზი ორიენტირებულია ახალი მასალის აზრის გამოკვლევაზე. მაგრამ ეს ანალიზი ნაკლებ ეფექტური იქნება, თუ ზეპირ ან წერით მეტყველებაში არ გამოიხატა. სწორედ ვერბალიზაციის დროსაა, რომ ცნობი-

ერებაში არსებული აზრების ქაოსი დამოუკიდებელი გაცნობიერების პროცესში სტრუქტურირდება, ახალ ცოდნაში გარდაისახება.

რეფლექსიის სტადიაზე მოსწავლეები ღრმავდებიან საკუთარ ცნობიერებაში. მათ სისტემაში მოჰყავთ ახალი ინფორმაცია ადრე მიღებული წარმოდგენების მიმართ. ეს უპირველესად ეხება ცნებებს, კანონზომიერებებს, მნიშვნელოვან მათემატიკურ ფაქტებს. ამასთან, ამ ეტაპზე ინდივიდუალური და ჯგუფური მუშაობის გონივრული შეხამება მატად მიზანშეწონილია. მოსწავლეები, ერთის მხრივ, არჩევენ ინფორმაციას, სხვადასხვა მიზნით, მეორეს მხრივ, ისინი გამოხატავენ ახალ იდეებსა და ინფორმაციას საკუთარი სიტყვებით, აყალიბებენ მიზეზ-შედეგობრივ კავშირებს და სხვ.

მათემატიკის გაკვეთილის **ტექნოლოგიური ალგორითმი** პრინციპში დაახლოებით ასეთია:

1. **პირველი სტადია – გამოწვევა:**
- ადრე მიღებული ცოდნის აქტუალიზაცია;
- ახალი ინფორმაციის მიღებისადმი ინტერესის აღძვრა;
- მოსწავლეთა მიერ სწავლების საკუთარი მიზნების დაყენება.
2. **მეორე სტადია – შინაარსის გააზრიანება:**
- ახალი ინფრომაციის მიღება;
- დასახული მიზნების კორექტირება მოსწავლეთა მიერ.
3. **მესამე სტადია – რეფლექსია:**
- ახალი ცოდნის წარმოქმნა;
- საკუთარ ცნობიერებაში ჩაღრმავება მოსწავლეთა მიერ;
- მოსწავლეთა მიერ სწავლების ახალი მიზნების დაყენება.

კრიტიკული აზროვნების ტექნოლოგიის ფარგლებში **გაკვეთილის ფაზები** და **მეთოდიკური ხერხები** შეიძლება ასე დავახასიათოთ:

1. **სტადია 1 – გამოწვევა.**

მასწავლებლის სასწავლო საქმიანობა ორიენტირებულია:

- მოსწავლეთა მიერ ადრე მიღებული ცოდნის გამოწვევაზე.
- მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის გამოწვევაზე.
- მოსწავლეთა შემდგომი მუშაობის მოტივაციის გამოწვევაზე.

მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა:

- მოსწავლე იხსენებს გავლილ მასალას (მოცემულ საკითხში).
- აყალიბებს ვარაუდებს შესწავლილ საკითხთან მიმართებაში.
- აქტიურ სისტემაში მოჰყავს გახსენებული მასალა.
- აყალიბებს კითხვებს, რომლებზეც სურს პასუხის მიღება.

შესაძლო მეთოდიკური ხერხები ამ სტადიაზე:

- ცნობილი ინფორმაციის ჩამოთვლა: საკვანძო სიტყვები.
- მიმართებების დადგენა საკვანძო სიტყვებით.
- მასალის სისტემატიზაცია (გრაფიკული) – კლასტერები, ცხრილები, მოდელები.
- სწორი და არასწორი მტკიცებები, არეული ლოგიკური სქემები და სხვ.

გამოწვევის სტადიაზე მიღებული ინფორმაცია მოისმინება, ჩაიწერება, განისჯება. მუშაობა მიმდინარეობს ინდივიდუალურად, წყვილებში, ჯგუფებში.

2. **სტადია 2 – შინაარსის გააზრება.**

მასწავლებლის სასწავლო საქმიანობა ორიენტირებულია:

- თემისადმი ინტერესის შენარჩუნებაზე.
- სვლაზე „ძველი“ ცოდნიდან „ახლისაკენ“.

მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა:

- მოსწავლე კითხულობს ამოცანის ტექსტს ან უსმენს მასწავლებელს.
- გამოიყენება ტექსტის დამუშავებისა და მოდელის შექმნის ხერხები მოსწავლეთა მიერ.
- მოსწავლე აკეთებს ჩანაწერებს ახალი სასწავლო მასალის გააზრების კვალდაკვალ.

შესაძლო მეთოდიკური ხერხები ამ სტადიაზე:

- აქტიური და ინტერაქტიური მეთოდები ახალი ინფორმაციის ხასიათის მიხედვით.
- მარკირებისათვის „+“, „–“ , „v“, „?“ ნიშნების გამოყენება.
- გაკვეთილის პირველ ნაწილში დასმულ კითხვებზე პასუხების ძიება ანალიზურ-სინთეზური და სხვა მეთოდებით.

შინაარსის გააზრების სტადიაზე ხორციელდება (მყარდება) ახალ ინფორმაციასთან უშუალო კონტაქტი. მუშაობა მიმდინარეობს ინდივიდუალურად, წყვილებში, ჯგუფებში.

3. **სტადია 3 – რეფლექსია.**

მასწავლებლის სასწავლო საქმიანობა ორიენტირებულია:

- მოსწავლეების პირველად ჩანაწერებთან დაბრუნებაზე და ამ ჩანაწერებთან დაკავშირებულ გონებრივ ოპერაციებზე.
- ამ ჩანაწერებში ცვლილებების შეტანაზე.
- შესწავლილი ინფორმაციის საფუძველზე შემოქმედებით-კვლევითი დავალებების მიცემაზე.

მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა:

- ძველი და ახლი ინფორმაციების შეთანადება, შედარება-შეპირისპირება, დასკვნების გამოტანა.
- ახალი ინფორმაციის პრაქტიკული გააზრება-გაცნობიერება მოდელების გამოყენებით.
- ელემენტარულ კვლევითი სამუშაოები.

შესაძლო მეთოდიკური ხერხები ამ სტადიაზე:

- კლასტერებისა და ცხრილების შევსება.
- ინტერპრეტირება კლასიფიკაციების საფუძველზე.
- გრაფიკული, სიმბოლური თუ მათემატიკური მოდელის გამოყენება (თემის შესაბამისად).
- ახალი ინფორმაციის ბლოკებს შორის კავშირის დამყარება.
- დაბრუნება საკვანძო სიტყვებთან.
- ზეპირი და წერითი მსჯელობების ორგანიზება.
- დისკუსიების ორგანიზება.
- კვლევები ცალკეულ საკითხებზე.

რეფლექსიის სტადიაზე ხორციელდება შესწავლილი ინფორმაციის ანალიზი, შემოქმედებითი გარდაქმნა და ინტერპრეტირება სხვადასხვა მოდელის გამოყენებით.

კრიტიკული აზოვნების განვითარების ტექნოლოგიის სამივე სტადიას თავისი ფუნქცია გააჩნია. ეს ფუნქციები განპირობებულია თანამედროვე სწავლებისადმი პედაგოგიკურ-ფსიქოლოგიური და მეთოდიკურ-ტექნოლოგიური მოთხოვნებით.

ზემოხსენებული სამი სტადია წარმოადგენს როგორც გაკვეთილების სტადიებს (გაკვეთილების სტრუქტურაში), ისე ზოგადად, კრიტიკული აზროვნების განვითარების ტექნოლოგიის სტადიებს.

მოკლედ დავახასიათოთ ეს ფუნქციები.

1. **სტადია – გამოწვევა**

ფუნქციები:

- მოტივაციური,
- ინფორმაციული,
- კომუნიკაციური.

2. **სტადია – შინაარსის გააზრება**

ფუნქციები:

- ინფორმაციული,

- სისტემატიზაციური,
- მოტივაციური

3. სტადია – რეფლექსია.

ფუნქციები:

- კომუნიკაციური,
- ინფორმაციული,
- მოტივაციური,
- შემფასებლობითი.

2.1.4. მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარება

უპირველეს ყოვლისა, იმაზე ვისაუბროთ, თუ რა არის შემოქმედებითი აზროვნება? რას წარმოადგენს იგი?

როგორც ვიცით, ადამიანები სრულიად სხვადასხვა ბუნებისანი არიან. ერთი და იმავე საგანზეც შეხედულება ძალზე მრავალგვარია. ამიტომ, ბუნებრივია, შემოქმედებითი უნარის გამოხატულებაც სხვადასხვაა. სწორედ ამის გამოა, რომ ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში შემოქმედებითი აზროვნების უამრავ განსაზღვრას ვხვდებით.

მოგვყავს ზოგიერთი ამ განსაზღვრებიდან ავტორის მითითების გარეშე. ეს იმიტომ, რომ ავტორიტეტებმა ჩვენზე გავლენა არ მოახდინონ და უკეთ ჩავწვდეთ შემოქმედებითი აზროვნების ბუნების არსს.

შემოქმედებითი აზროვნება – რაღაც ახლის შემეცნება. ინტელექტის შემადგენელი ნაწილი.

შემოქმედებითი აზროვნება – უჩვეულო და ნოვატორული იდების გენერირების უნარი.

შემოქმედებითი აზროვნება – შექმნა ისეთი ახლისა, რომელიც ადრე არ არსებობდა.

შემოქმედებითი აზროვნება – აზროვნება, რომელიც ემყარება წარმოსახვას. იგი ქმნის ახალ იდეებს, საგანზე ახალ წარმოდგენას. იგი აკავშირებს გარკვეულ საგნებს ან მათ სახეებს ისე, როგორც მათ არ აკავშირებდნენ ადრე. იგი უსასრულოა და სხვადასხვანაირი.

შემოქმედებითი აზროვნება – შექმნის პროცესი რაღაც ახლისა, რომელიც წარმოადგენს ინდივიდუუმების, ჯგუფე-ბის, ორგანიზაციის, ან საზოგადოების ინტერსს.

შემოქმედებითი აზროვნება – სამყაროს დანახვის უნარი ისეთნაირად, როგორც ჯერ არ დაუნახავთ იგი სხვებს. უნარი იმისა, რომ სხვებს გაუზიარო შენი შთაბეჭდილებები გა-რესამყაროს აღქმის შესახებ.

შემოქმედებითი აზროვნება – პრობლემის სხვა მხრივ დანახვის უნარი. შემოქმედებითი აზრი არის გამჭრიახობა, გონების განათება, ზეშთაგონების წამი, რომელსაც სწორი ამოხსნის აღმოჩენა მოჰყვება.

შემოქმედებითი აზროვნება – გონებისა და გარესამყაროს სტიმულების ურთიერთმოქმედების შედეგი.

შემოქმედებითი აზროვნება – რაღაცის შექმნა არაფ-რისაგან.

შემოქმედებითი აზროვნება – შექმნა, გაერთიანება და გარდაქმნა.

შემოქმედებითი აზროვნება – პრინციპულად ახლის, უნიკალური ამოხსნის პოვნის უნარი. ზოგჯერ შემოქმე-დებითი ამოხსნა არის დიდი ხნის წინათ ცნობილი ფაქტების ახალ სისტემაში რეორგანიზაციის შედეგი, ზოგჯერ კი წარმოადგენს სრულიად ახალ აზრს, რომელიც მანამდე არავის მოსვლია თავში.

შემოქმედებითი აზროვნება – არსებითი კომპონენტი, რომელიც ხელს უწყობს გარდაქმნასა და პროგრესს.

შემოქმედებითი აზროვნება – უყურო იმას, რაც ყველას წინაშეა, მაგრამ იფიქრო განსხვავებულად ყველასგან.

როგორც მოყვანილი განსაზღვრებიდან ჩანს, აზრები შემოქმედებითი აზროვნების შესახებ ძალზე მრავალფეროვანია. მათემატიკაში ვიცით, რომ ცნების განსაზღვრას თავისი ლოგიკური სტრუქტურა გააჩნია. განსაზღვრას არაფერი არ უნდა აკლდეს და არც ზედმეტი არ უნდა იყოს რამე. აქ კი ყველაფერი აღრეულია. ეს იმიტომ, რომ მოყვანილი განსაზღვრებიდან განსაზღვრა (დეფინიცია) არც ერთი არ არის. ეს არის შემოქმდებითი აზროვნების არსის აღწერა. ამიტომ თითოეული მათგანი ძვირფასია. მათი მეშვეობით ჩვენ შეგვიძლია ჩავწვდეთ შემოქმედებითი აზროვნების ბუნებას, მისი განვითარების კანონზომიერებებს.

შემოქმედებით აზროვნებას აქვს თავისი მახასიათებელი ნიშნები:

- **პლასტიკურობა.** შემოქმედებითი ადამიანები სთავაზობენ მრავალ ამოხსნას მაშინ, როცა ჩვეულებრივი ადამიანი ერთს ან ორს.
- **მოძრაობადობა.** შემოქმედებითი აზროვნებისათვის არ წარმოადგენს სიძნელეს, გადავიდეს ერთი თვალსაზრისიდან მეორეზე, ერთი იდეიდან მეორეზე.
- **ორიგინალურობა.** შემოქმედებითი აზროვნებისთვის ჩვეულებრივია მოულოდნელი, უჩვეულო ამოხსნების წარმოშობა.

ნებისმიერი ნორმალური ადამიანი ფლობს შემოქმედებით პოტენციალს. მაგრამ მოსწავლის მიერ ამ პოტენციალის რეალიზება სასწავლო გარემოზეა დამოკიდებული. ფსიქოლოგიაში არსებობს აზრი, რომ შემოქმედებითი უნარი კი არ იქმნება, არამედ „გამოთავისუფლდება“. და სწორედ ამ „გამო-თავისუფლებას“ ხელს უწყობს, მაგალითად, სწავლების თამაშობითი და პრობლემური მეთოდები.

როცა შემოქმედებითი უნარების განვითარებაზეა ლაპარაკი, არ შეიძლება არ აღინიშნოს ასეთი გარემოება:

მათემატიკის სწავლებისადმი ამ ბოლო დროს გვაქვს ასეთი მიდგომები:

- **სასწავლოსაქმიანობრივი,**
- **პიროვნულ-ორიენტირებული.**

პირველი მიდგომა ორიენტირებულია მოსწავლის სასწავლო საქმიანობაზე, მეორე კი ორიენტირებულია მოსწავლის პიროვნებაზე, პიროვნების განვითარებაზე.

როცა ლაპარაკია მათემატიკის სწავლების პროცესში შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებაზე, მაშინ ეს ორი მიდგომა დრამატულად უპირისპირდება ერთმანეთს. პირველი იზღუდება, რადგანაც იგი ნაკლებად უწყობს ხელს ასეთი აზროვნების განვითარებას. დადგენილია, რომ „შემოქმედებითობა“ (კრეაციულობა) არ არის შემეცნებითი პროცესების მახასიათებელი; თამამად შეიძლება ითქვას, რომ იგი პიროვნების ერთ-ერთი სიღრმისეული მახასიათებელია. პიროვნების **ფორმირება** კი შეუძლებელია, იგი უნდა **აღიზარდოს.** შემოქმედება თვითაღზრდის უნარის მქონე თავისუფალი პიროვნების პრეროგატივაა. ამასთან, მათემატიკის სწავლების პროცესში პიროვნების აღზრდის ერთ-ერთი უნიკალური საშუალებაა სწავლებისადმი ზემოთ ნახსენები ორი მიდგომის გონივრული ურთიერთშეხამება. ეს ორი მიდგომა ავსებს ერთმანეთს და ერთმანეთის ეფექტურობას უდავოდ უწყობენ ხელს. ნებისმიერი პიროვნულად ორიენტირებული მიდგომის განხორციელებისას სასწავლო საქმიანობის მრავალი სპეციფიკაა გასათვალისწინებელი. ეს ორი მიდგომა ურთი-ერთდაპირისპირებულთა ერთიანობას წარმოადგენს და მხოლოდ თავის ერთიანობაში უზრუნველყოფს შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებას.

მოსწავლის აზროვნებითი საქმიანობიდან შემოქმედებითი და რეპროდუქციული ხასიათების გამოყოფა ხშირად აუცილებელი ხდება ფსიქოლოგიური ანალიზისათვის და ამ

გამოყოფას საფუძვლად უდევს როგორც ობიექტური, ისე სუბიექტური კრიტერიუმები.

1. სასწავლო საქმიანობა შემოქმედებითია, თუ მას მოსწავლე მიჰყავს ახალ შედეგამდე, ახალ პროდუქტამდე.

2. რამდენადაც ესა თუ ის პროდუქტი (შედეგი) შეიძლება მიღებულ იქნას შემთხვევით ან ვარიანტების ევრისტიკული გადარჩევით, ამიტომ **პროდუქტის** სიახლის კრიტერიუმს უმატებენ **პროცესის** სიახლის კრიტერიუმს, რომლის მეშვეობითაც ეს პროდუქტი იყო მიღებული (ახალი მეთოდი, მოქმედების ახალი ხერხი).

3. პროცესი ან აზროვნებითი აქტის შედეგი მხოლოდ მაშინაა შემოქმედებითი, თუ ის არ შეიძლება იქნეს მიღებული ლოგიკური დასკვნით ან ალგორითმის გამოყენებით. ნამდვილი შემოქმედებისას ამოცანის ამოხსნის გზაზე ლოგიკური წყვეტადობის დაძლევა ხდება ინტუიციით.

4. შემოქმედებით აზროვნებას უკავშირებენ არა იმდენად უკვე არსებული ამოცანის ამოხსნას, რამდენადაც პრობლემის დამოუკიდებელი დანახვისა და ფორმულირების უნარს. მათემატიკური ტალანტი მჟღავნდება არა ამოცანის ამოხნის უნარში, არამედ იმაში, თუ როგორ შეუძლია მოსწავლეს ცხოვრებისეული სიტუაცია აღწეროს მათემატიკურ ენაზე, როგორ შეუძლია ამ ცხოვრებისეული სიტუაციისაგან მიიღოს მათემატიკური ამოცანა.

5. შემოქმედებითი აზროვნების მნიშვნელოვანი ფსიქოლოგიური კრიტერიუმია – მკვეთრად გამოხატული ემოციური განცდა, რომელიც წინ უსწრებს ამოცანის ამოხსნაში შედეგის მიღებას. აქ საუბარია ინსაიტზე, გონების გაცისკროვნებაზე.

6. შემოქმედებითი საქმიანობა მოითხოვს ძლიერ მოტივაციას.

გამოჩენილი მათემატიკოსები **ჰერმან ჰელმჰოლცი** და **ანრი პუანკარე** გამოყოფდნენ ნებისმიერი შემოქმედებითი ამოხსნის ოთხ ფაზას:

- მასალის შეგროვების, ცოდნის დაგროვების ფაზა. ეს **გაცნობიერებული** მუშაობაა.
- მომწიფების ანუ ინკუბაციის ფაზა. ეს **ქვეცნობიერი** მუშაობაა.
- გონების განათების ფაზა ანუ ინსაიტი. ეს **ქვეცნობიერიდან ცნობიერზე** გადასვლაა.
- კონტროლის ანუ შემოწმების ფაზა. მოწმდება ჰიპოთეზა და ფორმდება ამოხსნა. ეს **ცნობიერი** მუშაობაა.

შემოქმედებითი აზროვნების ემპირიული შემოწმებისათვის ფსიქოლოგიაში არსებობს შემდეგი მეთოდები:

- მცირე შემოქმედებითი ამოცანების ანუ საზრიანობაზე ამოცანების ამოხსნის პროცესის ანალიზი.
- ბიძგის მიმცემი ამოცანების (მისახვედრი კითხვები) გამოყენება.
- „მრავაფენოვანი“ ამოცანების გამოყენება. ეძლევა ერთტიპიური ამოცანების მთელი სერია, რომელთაც საკმაოდ მარტივი ამოხსნა აქვთ. არაშემოქმედი მოსწავლე ყველა ამოცანას ამოხსნის თანამიმდევრობით და ყოველთვის ერთსა და იმავეს გაიმეორებს. შემოქმედი მოსწავლე „ინტელექტუალურ ინიციატივას“ გამოიჩენს და ეცდება, აღმოაჩინოს რაიმე კანონზომიერება.
- ექსპერტული შეფასების მეთოდები.
- საქმიანობის შედეგების ანალიზი. სიახლისა და ორიგინალურობის ხარისხის დასადგენად.
- პიროვნული კითხვარებისა და პროექტული ტესტების ზოგიერთი სკალა.
- კრეაციულობის (შემოქმედებითობის) სპეციალური ტესტები.

2.1.5. კონვერგენციული და დივერგენციული აზროვნება

ზემოთ განხილული დიქოტომიებისაგან განსხვავებულად, ისევ დიქოტომიური მიდგომით, განიხილავენ აზროვნების ორ ტიპს: **კონვერგენციულსა** და **დივერგენციულს.** ასეთი დაყოფის ავტორია ამერიკელი ფსიქოლოგი **ჯოი პო გილფორდი,** თუმცა, მასთან ერთად ამ პრობლემას მრავალი ფსიქოლოგი იკვლევს. აზროვნების ორივე ტიპი შემოქმედებითს მიეკუთვნება. აქ საუბარია აზროვნებითი მოქმედების სხვადასხვა ხასიათზე: აზროვნების დიაპაზონის შევიწროებაზე, ამოცანის ამოხსნაზე გასვლით ან აზროვნებითი ოპერაციების ველის გაფართოებაზე.

კონვერგენციული აზროვნება ორიენტირებულია ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლის მიერ წინასწარ შეთვისებული ალგორითმის ზუსტად შესრულების სტრატეგიაზე. მაშასადამე, იგი ამოცანის ამოხსნისადმი ლოგიკური და ეტაპობრივად თანამიმდევრული მიდგომაა, დამყარებულია მოსწავლის ცოდნაზე, ლოგიკაზე და იყენებს წესებს, კანონებს, ფორმულებს. კონვერგენციული მიდგომაა განხორციელებული, როცა ამოცანა იხსნება ანალიზურ-სინთეზური გზით და სხვ. ეს გზა მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში ყველაზე უფროა ცნობილი. ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში ადგილი აქვს ანალიზურ მსჯელობას, ან ალბათურ აზროვნებას, რომელიც გულისხმობს ზუსტად და მკაფიოდ ჩამოყალიბებული ლოგიკურ-მათემატიკური ამოცანის არსებობას. მაშასადამე, ანალიზის ნებისმიერი სისტემურ-სისტემატური და გულდასმითი ხერხი შეიძლება კლასიფიცირებულ იქნას, როგორც კონვერგენციული აზროვნება.

დივერგენციული აზროვნება ყოველი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის გზების სიმრავლის ძიებაზეა ორიენტირებული. იგი ასოციაციურია და გამოირჩევა შინაგანი თავისუფლებით, ხასიათდება იდეების გენერირების უნარით. ეს

არის შემოქმედებითი აზროვნების ერთ-ერთი ბრწყინვალე სახე. ასეთი აზროვნება ვლინდება, მაგალითად, გონებრივი იერიშის გამოყენების დროს (ნ. შემდეგი პარაგრაფი) და სხვაგანაც, როცა საუბარია ამოცანის ამოხსნის რაციონალური გზების ძიებაზე და სხვ.

დივერგენციულ აზროვნებას, რომელიც უმაღლეს დონეზეა შემოქმედებითი და არაშაბლონური, ფსიქოლოგები მიაკუთვნებენ კრეაციულობას, მის კომპონენტად თვლიან.

დივერგენციული აზროვნება:

- ***ორიენტირებულია*** გამოუკვლეველის ძიებაზე;
- ***გამოდის*** არსებული სტანდარტების საზღვრებიდან;
- ***ეძებს*** უჩვეულო გზებს; როგორც წესი, პოულობს ამოხსნის რამდენიმე ვარიანტს;
- ***ცდილობს,*** უკვე ცნობილსა და დადგენილს შეხედოს ახალი პოზიციებიდან;
- ***არის მოქნილი*** – შეუძლია სწრაფად გადაერთოს პრობლემის შიგნით ერთი საკითხიდან მეორეზე, ერთი პოზიციიდან – მეორეზე;
- ***არის ორიგინალური*** – გააჩნია ამოცანისადმი თავისებური მიდგომა;
- ***არის ზუსტი*** – გააჩნია მოცემული ამოცანის მიმართ აზროვნებითი ოპერაციების სიმწყობრე, შეუძლია შეარჩიოს ადეკვატური ამოხსნა;
- ***მჭიდროდაა დაკავშირებული*** შემეცნებითი პროცესების აქტივობასთან და სენსორიკის მაღალ მგრძნობელობასთან.

იმის მიხედვით, თუ აზროვნების რომელი ტიპი ჭარბობს, მოსწავლე შეიძლება იყოს მეტ-ნაკლებად შემოქმედებითი და რეპროდუცირებითი.

შემოქმედებითი მოსწავლე, როგორც წესი, ენერგიული და გონებამახვილია, გამოირჩევა განვითარებული მეხსიერებით და მსჯელობების დროს (ქცევაშიც) ავლენს მნიშვნე-

ლოვან დამოუკიდებლობას. ამ ასაკში შემეცნებითი ინტერესი მრავალმხრივია, მაგრამ იგი ჯერ კიდევ მოსწავლის ცნობიერების ზედაპირზე ტივტივებს, ვერ აღწევს მის სიღრმეებს და მთლიანობაში არ არის მოტივირებული სასწავლო საქმიანობით. სწორედ აქაა აუცილებელი სასწავლო პროცესისადმი მასწავლებლის მხრიდან შემოქმედებითი მიდგომა. მან უნდა შექმნას ისეთი სიტუაციები, რომლებიც როგორც მეხსიერებისათვის, ისევე აზროვნებისათვის იქნება მასტიმულირებელი.

უდავოდ უტყუარი ფაქტია: თუ მასწავლებელი კარგად ერკვევა მოსწავლის აზროვნების არსში და ამ აზროვნების განვითარების კანონზომიერებებში, მაშინ მას მათემატიკის სწავლება უმაღლეს ეფექტურ დონეზე შეუძლია. ლაპარაკია მასწავლებელზე, ვისაც მასწავლებლობა ღვთაებრივ ნიჭად აქვს ბოძებული, თუმცა, ასეთი ცოდნით – შემთხვევით მასწავლებელსაც შეუძლია წარმატების მიღწევა.

2.1.6. ალგორითმული და ცნებითი აზროვნება

მოსწავლეთა ალგორითმული კულტურის აღზრდის პრობლემა აქტუალური იყო მუდამ, მაგრამ განსაკუთრებით აქტუალურია იგი თანამედროვე პირობებში. მათემატიკის სწავლებისა და სწავლის პროცესებში სისტემატურად და თანამიმდევრობით ფორმირდება გონებრივი შრომის უნარჩვევები: საკუთარი მუშაობის დაგეგმვის, მისი შესრულების რაციონალური გზების ძიების, შედეგების კრიტიკული შეფასების. ამ თვისებათა შემოქმედებით დონეზე ფლობა კარგად განვითარებულ ალგორითმულ აზროვნებას გულისხმობს. მოსწავლეთა ალგორითმული კულტურის ჩამოყალიბებას ძალიან უწყობს ხელს მათემატიკური მასალის გაცნობიერებული ათვისება. ნებისმიერი ადამიანისათვის ძვირფასია, ფლობდეს აზროვნების ხელოვნებას, შეეძლოს, სწო-

რად დაგეგმოს თავისი მუშაობა, ჰქონდეს უნარი იმისა, რომ გაითვალიწინოს სხვადასხვა გარემოება და იმოქმედოს იმათ მიხედვით.

ალგორითმი მათემატიკის ერთ-ერთი ფუნდამენტალური ცნებაა და მას მკაცრი მათემატიკური განსაზღვრა გააჩნია. სასკოლო მათემატიკურ პრაქტიკაში კი სრულიად საკმარისია, ალგორითმის ქვეშ ვიგულისხმოთ მოქმედებების სასრული მიმდევრობა, რომელიც ცალსახად განსაზღვრავს პროცესს საწყისი მდგომარეობიდან საძიებელ შედეგამდე. სხვა სიტყვებით, ალგორითმი არის იმ მოქმედებათა ერთობლიობის ზუსტი და სრული აღწერა, რომელთა მკაცრად განსაზღვრული თანამიმდევრობით შესრულება განაპირობებს დასმული ამოცანის ამოხსნას. ალგორითმის შესრულების პროცესი გარდაქმნათა ჯაჭვია, სადაც მოცემულობა გარდაიქმნება საძიებელ შედეგში. ე. ი. ალგორითმს ამოსავალი მოცემულობიდან მივყავართ საძიებელ შედეგამდე, მოქმედებათა სასრული რაოდენობის გავლით.

მაშასადამე, მათემატიკის ათვისების პროცესში მოსწავლეს ალგორითმი სჭირდება ყველგან, ნებისმიერი სავარჯიშოს შესრულებისას. ალგორითმის გამოყენებაა საჭირო სასწავლო მოქმედების ყველა შემთხვევაში, ეს იქნება არითმეტიკული გამოანგარიშებები, ალგებრული გარდაქმნები, გეომეტრიული აგებები თუ თეორემათა დამტკიცება და ა. შ. უნდა ითქვას, მოსწავლეს ალგორითმი სჭირდება ყველა სასწავლო საგანში, ყველა კლასში და სწავლის ყველა ეტაპზე. ალგორითმიც სხვადასხვა პრინციპზე აიგება: შესაბამისად, ის იქნება ზოგჯერ ქრონოლოგიური, ზოგჯერ მიზეზ-შედეგობრივი, ზოგჯერ ლოგიკური და სხვ.

სწავლების ალგორითმიზაცია გაიგება ორნაირად:

- ვასწავლოთ მოსწავლეებს ალგორითმები, რომ მან გამოიყენოს ისინი სწავლაში;

- ჩვენ, მასწავლებლებმა, ავაგოთ და გამოვიყენოთ ალგორითმები სწავლებაში.

არსებობს ალგორითმების სწავლების ორი ხერხი:

- მივაწოდოთ მოსწავლეებს მზა ალგორითმები და ვასწავლოთ მათი გამოყენება;
- მივიყვანოთ მოსწავლეები აუცილებელი ალგორითმების დამოუკიდებელ აღმოჩენამდე.

მეორე ხერხი, ცხადია, სწავლების ევრისტიკული მეთოდის ვარიანტია, რომელიც გულისხმობს მათემატიკური მასალის შესწავლის სამ ეტაპს:

- ალგორითმის ცალკეული ბიჯის (მოქმედების) გამოვლენა;
- ალგორითმის კონსტრუირება;
- ალგორითმის გამოყენება.

სწავლების ალგორითმების აგება თავის არსში წარმოადგენს მასწავლებლის დიდაქტიკურ მოქმედებათა დაგეგმვას. ეს არის შერჩევა მასწავლებლის მიერ ალგორითმული ტიპის მეთოდიკური ხერხებისა, რომელთა საშუალებით მან უნდა გადაწყვიტოს ესა თუ ის დიდაქტიკური ამოცანა, მიაღწიოს სასურველ შედეგს. სწავლების ალგორითმები პედაგოგიური ტექნოლოგიების შემადგენელი ნაწილია.

მოსწავლეთა ალგორითმული კულტურის ფორმირება ხელს უწყობს მათემატიკური მასალის შეგნებულ და გაცნობიერებულ აღქმას, რაც გულისხმობს ქონას აუცილებელი ზოგადი წარმოდგენებისა:

- ალგორითმისა და მისი თვისებების შესახებ;
- ალგორითმების ჩაწერის ენობრივ საშუალებათა შესახებ (გაშლილი ფორმა, ცხრილი, ბლოკ-სქემა);
- ალგორითმული პროცესების შესახებ (წრფივი, განშტოებული, ციკლური).

მოსწავლეთა ალგორითმული კულტურა უნდა შეიცავდეს შემდეგ კომპონენტებს:

- ალგორითმისა და მის თვისებათა არსის გაგება;
- ალგორითმის ჩაწერის ენის არსის გაგება;
- ალგორითმის ჩაწერის ხერხებისა და საშუალებათა ფლობა;
- მათემატიკის მეთოდების ალგორითმული ხასიათის გაცნობიერება;
- მათემატიკის სასკოლო კურსის ალგორითმების ცოდნა;
- კომპიუტერზე პროგრამირების ელემენტარული საფუძვლების ცოდნა.

ადამიანთა ურთიერთობის ენობრივი და ალგორითმული ასპექტების გაგებისა და გაცნობიერების დონე მნიშვნელოვანწილად განსაზღვრავს ადამიანის ზოგადკულტურულ დონეს, რადგანაც მის ელემენტს წარმოადგენს. იგი არის ადამიანის აზროვნებისა და ქცევის კომპონენტი. ალგორითმები ადამიანის მოღვაწეობის განუყოფელი შემადგენელი ნაწილია ნებისმიერ მეცნიერებაში: ისტორიაში, ფილოლოგიაში, ბუნებისმეტყველებაში, პედაგოგიკაში და ა. შ. ცოდნის ნებისმიერ სფეროში ადამიანის მოქმედების შედეგიანობა მთლიანადაა დამოკიდებული იმაზე, თუ რამდენადაა აქვს მას გაცნობიერებული საკუთარ მოქმედებათა ალგორითმული არსი: რას აკეთებს იგი, როგორი თანამიმდევრობით, როგორია მისი მოქმედების მოსალოდნელი შედეგი.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე, თუ ჩავუკვირდებით საქმის ვითარებას, მოსწავლეებს ჯერ უნდა გავაცნობიერებინოთ ალგორითმის თვისებები და მისი ცხოვრებისეული წარმოშობა.

ნებისმიერი ადამიანი ყოფა-ცხოვრებაში სისტემატურად ასრულებს სხვადასხვა მოქმედებას და ამ მოქმედების შესრულება არ არის უსისტემო, მას გარკვეული თანამიმდევრობა გააჩნია. მაგალითად, როცა კაცი გადადის ქუჩას, თუ გადასასვლელი რეგულირებულია შუქნიშნით, იგი გაჩერდე-

ბა, როცა აინთება მწვანე შუქი, მაშინ გადავა. თუკი გადასასვლელი შუქნიშნით რეგულირებული არ არის, მაშინ იგი გაჩერდება ტროტუარის კიდესთან, გაიხედავს მარცხნივ, თუ სატრანსპორტო საშუალება არ მოდის, წავა წინ, თუ მოდის, დაუცდის. შუა ქუჩაში მისვლისას კვლავ გაჩერდება, გაიხედავს მარჯვნივ, თუ სატრანსპორტო საშუალება მოდის, მოიცდის, თუკი არ მოდის, გადავა ქუჩას.

მაშასადამე, ადამიანის ყოველ მოქმედებას გარკვეული წესები გააჩნია. თუ მოქმედება სრულდება ამ წესებით, მაშინ ამბობენ, რომ იგი სრულდება გარკვეული ალგორითმის მიხედვით. ალგორითმების გამოყენება ადამიანს ყოველდღიურად უხდება. ალგორითმის გამოყენების მაგალითებია: რეცეპტების მიხედვით წამლების, კერძების, ნამცხვრების და სხვათა დამზადება, ესკიზების მიხედვით ქსოვა და ათასი სხვა. ამავდროულად, არსებობს ისეთი მოვლენები, რომელთაც ალგორითმები არ გააჩნია. მაგალითად, არ არსებობს კარგი საზამთროს არჩევის ალგორითმი და სხვ.

სხვადასხვა ალგორითმის ანალიზი გვაძლევს საშუალებას, გამოვყოთ ალგორითმების შემდეგი ზოგადი თვისებები:

1. **მასიურობა**. ალგორითმი არა ერთი რომელიმე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნისთვისაა განკუთვნილი, არამედ ერთტიპიური ამოცანების მოცემული სახის ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნისათვის.

2. **განსაზღვრულობა**. ალგორითმი წარმოადგენს ბიჯების ან მოქმედებათა მკაცრად განსაზღვრულ სასრულ თანამიმდევრობას. იგი ცალსახად განსაზღვრავს ყოველ ბიჯს და ამომხსნელს არ უტოვებს რომელიმე ბიჯის თავისუფალი შერჩევის შესაძლებლობას.

3. **შედეგიანობა**. შესაბამისი ალგორითმით მოცემული ამოცანის ამოხსნისას, ბიჯების სასრული რაოდენობის შესრულების შემდეგ, მიიღება შედეგი. ცხადია, სხვადასხვა სა-

ხის ამოცანის ამოხსნისას საჭირო იქნება ბიჯების სხვადასხვა რაოდენობა, მაგრამ იგი ყოველთვის სასრულია.

4. **დისკრეტულობა**. ეს თვისება მდგომარეობს იმაში, რომ ალგორითმის სტრუქტურაში ყოველი ბიჯისათვის, უკანასკნელის გარდა, შეიძლება მიეთითოს მისი უშუალოდ მომდევნო შემდეგი ბიჯი.

5. **გასაგებობა**. პროგრამის ყოველი ბიჯი უნდა შედგებოდეს შესრულებადი მოქმედებისაგან. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყოველი ბიჯის მოქმედება გასაგები უნდა იყოს იმისათვის, ვისთვისაცაა განკუთვნილი ალგორითმი.

ალგორითმი შეიძლება განკუთვნილი იყოს შემსრულებელი-ადამიანისთვის, შეიძლება განკუთვნილი იყოს შემსრულებელი-მანქანისათვის. თუკი, მაგალითად, მოსწავლისათვის მოქმედებათა ჩამონათვალი გაუგებარია, მაშინ ამ მოსწავლისათვის იგი ალგორითმს არ წარმოადგენს. ამიტომ აქვს დიდი მნიშვნელობა ალგორითმების თვისებების დაცვას.

საინტერესოა სიტყვა **ალგორითმის** წარმოშობის საკითხი.

1140 წელს ინგლისელმა მათემატიკოსმა **რობერტ ჩესტერელმა** არაბულიდან ლათინურად თარგმნა ალ-ხორეზმის წიგნი და იგი ასე დაასათაურა: *„წიგნი ალგებრისა და ალმუკაბალას შესახებ“.* ამ წიგნის კიდევ ერთი თარგმანი შეასრულა **იოან სევილიელმა.** ეს წიგნი ევროპაში კარგა ხანს შეუმჩნეველი დარჩა.

832 წელს ხალიფმა **ალ-მანუნმა,** აბასიდების დინასტიიდან, ბაღდადში დააარსა საკვლევი და სასწავლო ცენტრი „სიბრძნის სახლი“, რომელიც ძველი ალექსანდრიის ტრადიციების ანალოგიას წარმოადგენდა. ამ ცენტრში მუშაობდა მრავალი გამოჩენილი მეცნიერი, მათ შორის – მათემატიკოსი **მუჰამედ იბნ მუსა ალ-ხორეზმი.** სწორედ მაშინ დაიწერა ალ-ხორეზმის დიდებული შრომები და სხვათა სხვა უამრავიც.

მე-12 საუკუნის დასაწყისიდან ლათინურად მრავალი არაბული შრომა ითარგმნა **ადელარდ ბათელის, ჰერარდ**

კრემონელის, იოან სევილიელისა და **რობერტ ჩესტერელის** მიერ, მათ შორის **ალ-ხორეზმის** შესანიშნავი ტრაქტატი ***„ინდური თვლის შესახებ“,*** რომელშიც ალ-ხორეზმი გადმოგვცემდა თვლის ათობით პოზიციურ სისტემას და შემოჰქონდა ინდური (არაბული) ციფრები. ეს თარგმანი იწყებოდა სიტყვებით „Dixit Algorithmi“, რაც ნიშნავს: „**თქვა ალ-ხორეზმიმ**“. თვითონ სიტყვა „**ალ-ხორეზმი**“ ნიშნავს **ხორეზმში** დაბადებულს. **ალგორითმი ალ-ხორეზმის** ლათინური ტრანსკრიპციაა. სწორედ აქედან მომდინარეობს სიტყვა „**ალგორითმი**“. ასე შემთხვევით შემოსული სიტყვა „**ალგო-რითმი**“-ს შინაარსის დაზუსტებაში გარკვეული წვლილი მიუძღვის **იბნ რუშდის**, ცნობილს **ავეროესის** სახელით, **რობერტ ჩესტერელსა** და **ადელარდ ბათელს.** ტერმინი „**ალგორითმი**“ შუა საუკუნეების ევროპაში ნიშნავდა ათობითი პოზიციური არითმეტიკის მთელ სისტემას. **ლაიბნიცის** შრომების შემდეგ (1684 წლიდან) ამ სიტყვით დაიწყეს ამა თუ იმ შედეგის მიღებისათვის მოქმედებათა ან წესების ნებისმიერი თანამიმდევრობის აღნიშვნა. **ალგორითმის** თანამედროვე გაგება დამკვიდრდა მე-20 საუკუნის 30-იან წლებში **კურტ გიოდელის**, **ალონსო ჩორჩის**, **ალან ტიურინგის**, **ემილ პოსტის**, **ანდრეი მარკოვისა** და სხვათა შრომების საფუძველზე.

სხვათაშორის, აღსანიშნავია შემდეგი: ალ-ხორეზმის შრომების დაწერიდან 200 წლის შემდეგ თვლის ინდური სისტემა უკვე გავრცელებული იყო მთელს მუსულმანურ სამყაროში. მაგრამ ევროპაში „არაბული“ ციფრები პირველად მოიხსენიება დაახლოებით 1200 წელს. სიახლე ვერ დამკვიდრდა ევროპაში, ამ ციფრების საყოველთაო გამოყენება ევროპელებმა მხოლოდ მე-16 საუკუნეში შეძლეს. მანამდე ამ ციფრების შემოღება დიდ სიძნელეებს აწყდებოდა. მაგალითად, 1299 წელს იტალიის ფლორენციაში გამოიცა კანონი, რომელიც კრძალავდა არაბული ციფრების გამოყენებას.

ალგორითმები, ამ ტერმინის ხსენების გარეშე, ფაქტობრივად გამოიყენება უძველესი დროიდან. მისი გამოყენება, გარკვეული „რეცეპტების“ სახით, ცნობილია ჯერ კიდევ ძველ ცივილიზაციებში. **ევკლიდეს** მიერ შექმნილი ალგორითმი ორი რიცხვის საერთო უდიდესი გამოყოფის პოვნის შესახებ კი უკვე დახვეწილი ალგორითმია. სისტემატური და სისტემური ხასიათი ალგორითმმა მიიღო **ალ-ხორეზმის** შრომებში. სრული ჭეშმარიტება კი ისაა, რომ ყოველგვარი ალგორითმი სინამდვილეში **თოთიდან** მოდის.

ურიგო არ იქნება, ვაჩვენოთ მოსწავლეებს ერთმანეთის მსგავსი არამათემატიკური და მათემატიკური მარტივი ალგორითმების გამოყენება ერთმანეთის პარალელურად. ასეთი მაგალითი ეფექტური იქნება მოსწავლის მიერ ალგორითმის კარგად გაცნობიერებისა და მისი არსის წვდომის თვალსაზრისით.

არამათემატიკური ალგორითმი	**მათემატიკური ალგორითმი**
• **ამოსავალი მონაცემები**: პური (თეთრი, შავი), პროდუქტი (ძეხვი, ვიჩინა, ყველი, კარაქი).	• **ამოსავალი მონაცემები**: რიცხვები (15, 3, 17, 2), მოქმედებანი (გამრავლება, შეკრება).
• **საძიებელი შედეგი**: ბუტერბროდი (პროდუქტის პატარა ნაჭერი დადებულია პურის პატარა ნაჭერზე).	• **საძიებელი შედეგი**: მნიშვნელობა გამოსახულებისა: $15 \cdot 3 + 17 \cdot 2$ (ორი ნამრავლის ჯამი).
• **ალგორითმი** ა) მოვჭრათ პროდუქტი; ბ) მოვჭრათ პური; გ) პროდუქტის ნაჭერი დავადოთ პურის ნაჭერს.	• **ალგორითმი** ა) ვიპოვოთ ნამრავლი $15 \cdot 3$; ბ) ვიპოვოთ ნამრავლი $17 \cdot 2$; გ) პირველ ნამრავლს მივუმატოთ მეორე ნამრავლი.

მოსწავლეები ადვილად შეგვიძლია მივიყვანოთ იმის აღმოჩენამდე, რომ ორივე ალგორითმი (არამათემატიკურიცა და მათემატიკურიც) ხასიათდება ალგორითმის ზემომოყვანილი თვისებებით: **მასიურობით** (პური შეიძლება იყოს თეთრი ან შავი, პროდუქტი – მეხვი, ვიჩინა, ყველი, კარაქი. აგრეთვე, რიცხვებიც შეიძლება იყოს სხვადასხვა); **განსაზღვრულობით** (ყოველი ბიჯი ცალსახად განსაზღვრულია); **შედეგიანობით** (მოქმედებების შესრულების შედეგად პირველ შემთხვევაში მივიღეთ საძიებელი შედეგი **ბუტერბროდი**, მეორე შემთხვევაში – საძიებელი შედეგი **მნიშვნელობა გამოსახულებისა**); **დისკრეტულობით** (თითოეულ ალგორითმში ყოველი ბიჯის შემდეგ, გარდა უკანასკნელისა, შეიძლება მიეთითოს მომდევნო); **გასაგებობით** (ყველასათვის გასაგებია, რას ნიშნავს: მოვჭრათ პროდუქტი, მოვჭრათ პური, დავადოთ ერთი მეორეს. აგრეთვე, ყველასათვის გასაგებია, რას ნიშნავს: 15 გავამრავლოთ 3-ზე, 17 გავამრავლოთ 2-ზე და შევკრიბოთ ნამრავლები).

ამასთან, ორივე ალგორითმში ა) და ბ) პუნქტების თანამიმდევრობას არსებითი მნიშვნელობა არა აქვს. ორივეგან ალგორითმები: ა) – ბ) – გ) და ბ) – ა) – გ) ერთნაირ შედეგს იძლევა. ეს იმით აიხსნება, რომ ა) და ბ) პუნქტები ერთმანეთისაგან დამოკიდებული არ არის. გ) პუნქტი კი უნდა შესრულდეს მხოლოდ მაშინ, როცა შესრულებულია როგორც ა), ისე ბ). ე. ი. გ) პუნქტი დამოკიდებულია ა) პუნქტზეც და ბ) პუნქტზეც. საინტერესოა, რომ, თუ გვექნება ორი დანა და, შესაბამისად, ხელების მეტი რაოდენობა, მაშინ არამათემატიკურ ალგორითმში ა) და ბ) პუნქტების შესრულება ნებისმიერი მიმდევრობით კი არა, ერთდროულადაც შეიძლება, დროც ნაკლები დაიხარჯება. ზუსტად ასეა მათემატიკურ ალგორითმშიც. ნამრავლები $15 \cdot 3$ და $17 \cdot 2$ შეიძლება ვიპოვოთ ერთდროულად, თუ ამას გააკეთებს ორი კაცი.

ეს ფაქტი მნიშვნელოვანია მეთოდიკური თვალსაზრისითაც.

ნებისმიერი მათემატიკური სასწავლო მასალის დამუშავებისას მუდმივად უნდა მიექცეს ყურადღება მოქმედებათა თანამიმდევრობის დაცვას. როგორც მასწავლებლის, ისე მოსწავლის სასწავლო საქმიანობა, თავის ნებისმიერ უბანზე, შედგება მოქმედებათა ერთობლიობისაგან. თუ ამ ერთობლიობებში გაცნობიერებულად იქნება დაცული რიგის მიმართება, მაშინ ალგორითმების გამოყენება ორიენტირებული იქნება არა განსაზღვრული გეგმის ან მოქმედებათა თანამიმ-დევრობის უბრალო დამახსოვრებაზე, არამედ ამ თანამიმ-დევრობის, მისი ყოველი ბიჯის აუცილებლობის შეგნებულ გაგებაზე.

ალგორითმების სწავლება უნდა აიგოს შემდეგი პრინციპების გათვალისწინებით:

- მოსწავლეებს შევუქმნათ ალგორითმების გამოყენების სრული ორიენტაციული საფუძველი;
- გამოვიყენოთ ხერხები, რომლებიც ხსნიან ალგორითმების წარმოშობას;
- გამოვიყენოთ ალგორითმები ისეთი სისტემით, რომ მან შექმნას მათემატიკის სწავლების მთელი პროცესის ალგორითმიზაციის პირობები;
- დავამყაროთ ალგორითმებს შორის ურთიერთკავშირი. გამოვიყენოთ ამისათვის, აგრეთვე, ცხოვრებისეული მოვლენები და სიტუაციები.
- ვიზრუნოთ მოსწავლის ალგორითმული კულტურის ცალკეული კომპონენტის ფორმირებისათვის.

ალგორითმებზე მუშაობა აძლიერებს მოსწავლეთა ინტერესს სწავლისადმი, განსაკუთრებით მაშინ, თუ ადგილი ექნა ალგორითმების აგებისას რაციონალური გზების ძიებას. მათემატიკაში ამ მხრივ შემოქმედებითი სარბიელი უკიდეგანოა. სწავლების ალგორითმიზაცია გულისხმობს ანალი-

ზისა და სინთეზის ერთიანობას და აქტიურად ზემოქმედებს მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებაზე.

აღსანიშნავია, რომ ალგორითმების სწავლების პროცესში განსაკუთრებით ეფექტურია მრავალი სახის სახალისო ამოცანების გამოყენება. შეიძლება ითქვას, ალგორითმების სწავლების გააქტიურების უებარი საშუალებაა სახალისო ამოცანები მდინარის გადალახვაზე, სითხის გადასხმებზე, საგანთა აწონაზე და სხვ.

მათემატიკის გაკვეთილებზე მოსწავლის ალგორითმული კულტურის აღზრდა-ჩამოყალიბებაზე მუშაობა პირველივე კლასიდან უნდა დაიწყოს. აქ უნდა დაიწყოს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებაში ლოგიკურისა და ალგორითმულის ურთიერთდაკავშირებაზე უწყვეტი ზრუნვა. საკუთარი აზრების თანამიმდევრულად, ნათლად და არაწინააღმდეგობრივად ჩამოყალიბების უნარი მჭიდროდაა დაკავშირებული ნებისმიერი რთული მოქმედების მარტივ მოქმედებათა ორგანიზებული თანამიმდევრობის სახით წარმოდგენის უნართან. ეს ალგორითმული უნარია და თავის გამოხატულებას პოულობს იმაში, რომ ადამიანს, რომელიც ხედავს საბოლოო მიზანს, შეუძლია შეადგინოს ალგორითმი (თუ ის არსებობს), რომლის შესრულების შედეგად ეს მიზანი იქნება მიღწეული. ალგორითმების შედგენა რთული ამოცანაა, მაგრამ დაწყებით სკოლას ძალიან ბევრის გაკეთება შეუძლია იმისათვის, რომ ბავშვი საამისოდ მოამზადოს. ამ მიზნით სავარჯიშოთა გონივრული და მიზანმიმართული სისტემაა შესადგენი. ამით ხელს შევუწყობთ მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებას.

აქვე აღსანიშნავია, რომ ტერმინი „**ალგორითმი**“ დაწყებით სკოლაში შეიძლება ვიხმაროთ პირობითად, ყოველგვარი განზოგადების გარეშე, ინტუიციურ-შინაარსობრივ დონეზე. დაწყებითი სკოლის სასწავლო მათემატიკური მასალა იძლევა იმის საშუალებას, რომ ალგორითმები გამოვიყენოთ

კონკრეტული მაგალითების მიმართ და არა ზოგადი სახით. დაწყებით სკოლაში ალგორითმები გვაქვს მოქმედებათა თანამიმდევრობის კონკრეტულ მაგალითზე, მასში პოულობს ასახვას არა ყველა ოპერაცია, რომელიც შედის შესასრულებელ მოქმედებათა შემადგენლობაში, ამიტომ მათი თანამიმდევრობა მკაცრად არაა განსაზღვრული. მაგალითად, ნულებით დაბოლოებული რიცხვების ერთნიშნა რიცხვზე გამრავლების დროს (800 · 4) მოქმედებათა თანამიმდევრობა ასე სრულდება:

1. წარმოვადგინოთ პირველი თანამამრავლი ერთნიშნა რიცხვისა და ნულებით დაბოლოებული 1-ის ნამრავლის სახით:

$$(8 \cdot 100) \cdot 4;$$

2. გამოვიყენოთ გამრავლების ჯუფთდებადობის თვისება:

$$(8 \cdot 100) \cdot 4 = 8 \cdot (100 \cdot 4);$$

3. გამოვიყენოთ გამრავლების გადანაცვლებადობის თვისება:

$$8 \cdot (100 \cdot 4) = 8 \cdot (4 \cdot 100);$$

4. გამოვიყენოთ გამრავლების ჯუფთდებადობის თვისება:

$$8 \cdot (4 \cdot 100) = (8 \cdot 4) \cdot 100;$$

5. ნამრავლი ფრჩხილებში შევცვალოთ მისი მნიშვნელობით:

$$(8 \cdot 4) \cdot 100 = 32 \cdot 100;$$

6. რიცხვის გამრავლებისას 1-ზე, მარჯვნივ მიწერილი ნულებით, ამ რიცხვს უნდა მივუწეროთ იმდენი ნული, რამდენიცაა იგი მამრავლში:

$$32 \cdot 100 = 3200.$$

როგორც ჩანს, დაწყებით სკოლაში მეთოდიკის თავისებურებებია გასათვალისწინებელი. რა თქმა უნდა, დაწყებითი სკოლის მოსწავლეები ვერ აითვისებენ მოქმედებათა თანა-

მიმდევრობას ყველა შემთხვევაში ისე, როგორც ამას მეთოდიკა თხოულობს, მაგრამ აქ მთავარია არა ეს ფაქტი, არამედ ის, რომ მოსწავლეებმა უნდა გაიცნობიერონ სასწავლო საქმიანობის ხერხი, მისი არსი.

მათემატიკის სწავლების პროცესში ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს საკითხად უნდა ჩაითვალოს მოსწავლეთა ალგორითმული აზროვნების სტილის ფორმირებაზე მუშაობა. სასწავლო პროცესში აუცილებელია, ხშირად მივმართოთ სასწავლო თეორიული მასალის გადაყვანას სქემებისა და ალგორითმების ენაზე, რაც მოგვცემს საშუალებას თავიდან ავიცილოთ ის ნეგატიური მოვლენები, რომლებიც ხშირადაა მოსალოდნელი:

- მოქმედებათა ბიჯებს შორის ნათელი განსხვავების უქონლობა;
- სიძნელეები ამოცანების ამოხსნის თანამიმდევრობის განსაზღვრაში;
- სასწავლო მასალის ნათლად, გარკვევით და ალგორითმულად ჩამოყალიბების სირთულე, ან კიდევ შეუძლებლობა;

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, მათემატიკის სწავლების პროცესში გავითვალისწინოთ ორი მეთოდიკური მხარე:

- სავარჯიშოების შესრულება, ამოცანების ამოხსნა, კონკრეტული თეორიული მასალის შესწავლა მზა ალგორითმების მიხედვით;
- ალგორითმების კონსტრუირება სავარჯიშოებისათვის, ამოცანებისათვის, კონკრეტული თეორიული მასალისათვის.

ალგორითმების კონსტრუირებას უნდა მიეცეს ძიებითი ხასიათი, აქ აუცილებელია ძიების ევრისტიკული ხერხებისა და სწავლების თანამედროვე ინტერაქტიური მეთოდების გამოყენება.

დიდი ყურადღება უნდა მიექცეს ალგორითმების ჩაწერის სწავლებას. ცნობილია ალგორითმების ჩაწერის სხვა-

დასხვა ხერხი: სიტყვებით, ფორმულით, ცხრილით, ბლოკ-სქემით. თითოეული მათგანი ფრიად მნიშვნელოვანია და ჯეროვნად უნდა იქნეს შესწავლილი.

მათემატიკის სწავლების პროცესი ერთიანია და იგი სავსეა შინაგანი წინააღმდეგობებით. ეს წინააღმდეგობები დიალექტიკის კანონებს ემორჩილება. ამის გამო, ბუნებრივია, მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების სხვადასხვა სტილი, მაგალითად, ალგორითმული და ცნებითი, ერთიან პროცესში უნდა ყალიბდებოდეს. ცნებითი აზროვნების განვითარებისას შეიმჩნევა ყოველი შემეცნებითი ფუნქციის ცვლილება: აღქმა გარდაიქმნება თვალსაჩინო აზროვნებაში, მეხსიერება მექანიკურიდან გადადის ლოგიკურში, ყურადღება ხდება ნებისმიერი. მიმდინარეობს ინტელექტუალური მოქმედების ძირეული გარდაქმნა. ცნებით სტრუქტურებში ერთვება ადამიანის მთელი გამოცდილება: გრძნობადი, მნემონიკური, ვიზუალურ-სივრცითი, ოპერაციულ-ლოგიკური, სიტყვიერი. ცნებით დონეზე ობიექტის ცოდნა – ეს სხვადასხვა ხარისხის თვისებათა (არსებითი და არაარსებითი) ცოდნაა, აქ გაცნობიერებულია სხვა ობიექტების წარმოშობისა და მათთან კავშირის კანონზომიერებები, ე. ი. საქმე გვაქვს ინტეგრალურ სტრუქტურასთან.

განვიხილოთ ერთი ცნობილი ამოცანა, რომელიც ძალზე საინტერესო ცნობას მოგვაწვდის ალგორითმული და ცნებითი აზროვნების ურთიერთკავშირის შესახებ.

ამოცანა. ერთ ჭიქაში ასხია ათი კოვზი წითელი ღვინო, მეორეში – ათი კოვზი თეთრი ღვინო. პირველი ჭიქიდან ერთი კოვზი წითელი ღვინო გადაასხეს მეორე ჭიქაში. კარგად აურიეს. შემდეგ, მეორე ჭიქიდან ერთი კოვზი ნარევი გადმოასხეს პირველ ჭიქაში. რომელი იქნება მეტი, წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში, თუ თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში?

ამოხსნა 1. მას შემდეგ, რაც ერთი კოვზი წითელი ღვინო გადაასხეს მეორე ჭიქაში, იქ აღმოჩნდება 10 კოვზი თეთრი ღვინო და ერთი კოვზი წითელი ღვინო, ე. ი. სულ 11 კოვზი ღვინო. ამგვარად, ერთი კოვზი ნარევი შეიცავს $\frac{10}{11}$ კოვზ თეთრ ღვინოს და $\frac{1}{11}$ კოვზ წითელ ღვინოს. მას შემდეგ, რაც ერთი კოვზი ნარევი გადაასხეს პირველ ჭიქაში, მასში აღმოჩნდება $9\frac{1}{11}$ კოვზი წითელი ღვინო, ხოლო თეთრი ღვინო $\frac{10}{11}$ კოვზი. მეორე ჭიქაში დარჩება $\frac{10}{11}$ კოვზი წითელი ღვინო და $9\frac{1}{11}$ კოვზი თეთრი ღვინო. მაშ, ასე: წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში ზუსტად იმდენია, რამდენიც თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში.

ამოხსნა 2. წითელი ღვინის რაოდენობა, რომელიც აღმოჩნდა თეთრღვინიან ჭიქაში, აკლია წითელღვინიან ჭიქას. ორივე ჭიქაში გადასხმების შემდეგ ღვინის ერთნაირი რაოდენობაა. ეს იმას ნიშნავს, რომ წითელღვინიან ჭიქაში დაკლებული წითელი ღვინის ნაცვლად ასხია თეთრი ღვინო. მაშასადამე, წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში ზუსტად იმდენია, რამდენიც თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში.

პირველი ამოხსნა **ალგორითმულია**, მეორე – **ცნებითი**. ეს მაგალითი ნათლად გვიჩვენებს, თუ როგორი განსხვავებაა ალგორითმულსა და ცნებით მათემატიკას შორის. ჰოლანდიელი მათემატიკოსისა და პედაგოგის **ჰანს ფროიდენტალის** სიტყვებით, „ალგორითმები კარგია, რუტინული ოპერაციებიც გარდაუვალია მათემატიკაში. გარკვეული ალგორითმები უნდა იქნეს შესწავლილი და მათი გამოყენების ჩვევები ავტომატიზმამდე მიყვანილი. ეს მიიღწევა სავარჯიშოებით“ .

აქვე ფროიდენტალი გვთავაზობს: „ალგორითმებთან ერთად განიხილება სქემები, ტაქტიკა და სტრატეგია; აი მაგალითი: სქემა: საქონლის ყიდვისას ღირებულებები იკრიბება. ტაქტიკა: ის, რაც უცნობია, აღვნიშნოთ იქსით, რომ შემდეგ

გამოვიყენოთ ალგებრული ალგორითმები. სტრატეგია: განვაზოგადოთ ამოცანა, რომ ვიპოვოთ მისი ამოხსნა".

დიახ, განვაზოგადოთ ამოცანა. მაშინ უფრო ადვილად ამოიხსნება იგი ცნებითი აზროვნების დონეზე. განზოგადების შემდეგ ყოველთვის ადვილდება შედეგის მიღწევა. უფრო ზოგადი სახე უფრო ადვილად აღიქმება, ვიდრე ნაკლებად ზოგადი. ეს ზემოთ ამოხსნილმა ამოცანამაც დაადასტურა. ამ ამოცანის ამოხსნის შედეგი შეიძლება შემთხვევითად მოგვეჩვენოს, მაგრამ, როგორც არ უნდა შევცვალოთ პირობა, შედეგი მაინც იგივე იქნება. თუ წითელი ღვინო x კოვზი იქნება და თეთრი ღვინოც x კოვზი, გადასხმა რამდენჯერაც არ უნდა ჩავატაროთ იქით-აქეთ, შედეგი მაინც არ შეიცვლება. უფრო მეტიც, თუ პირველ ჭიქაში x კოვზი იქნება, მეორეში კი y კოვზი (სხვადასხვა რაოდენობა იქნება ამოსავალი), და ჩავატარებთ ნაჩვენებ პროცედურებს, არც მაშინ შეიცვლება შედეგი.

ზოგადად ეს ამოცანა ასეა გავრცელებული:

ამოცანა. გვაქვს ჭიქა წითელი ღვინისა და ჭიქა თეთრის. ჭიქებში ღვინის დონე ერთნაირია. იღებენ ერთ ჩაის კოვზ ღვინოს წითელღვინიანი ჭიქიდან და ასხამენ თეთრღვინიან ჭიქაში, ურევენ, შემდეგ ერთ ჩაის კოვზ ნარევს ასხამენ წითელღვინიან ჭიქაში. რომელია მეტი: წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში, თუ თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში?

უფრო ზოგადი სახით ეს ამოცანა ასე გამოიყურება:

ამოცანა. გვაქვს ერთი ჭიქა წითელი ღვინო და ერთი ჭიქა თეთრი ღვინო, მათში ღვინის ნებისმიერი რაოდენობით. ჩავატაროთ გადასხმა-გადმოსხმები ნებისმიერად, მაგრამ ისე, რომ ბოლოს ჭიქებში ღვინის რაოდენობა იგივე დარჩეს, რაც საწყის მდგომარეობაში იყო. რომელია მეტი: წითელი ღვინო თეთრღვინიან ჭიქაში, თუ თეთრი ღვინო წითელღვინიან ჭიქაში?

ცხადია, ამ შემთხვევაში ამოხსნა ძალზე ადვილია ცნებითი აზროვნებით. წითელ ღვინოში მოხვედრილი თეთრი ღვინო იმდენივე იქნება, რამდენიც თეთრ ღვინოში მოხვედრილი წითელი ღვინო.

თუნდაც ამ ერთი ამოცანის მაგალითზე სრულიად აშკარად ჩანს ერთი უმნიშვნელოვანესი ფაქტი: ამოცანა რაც უფრო ზოგადია, მით უფრო რთულდება მისი ამოხსნა ალგორითმული აზროვნების დონეზე და მით უფრო ადვილდება მისი ამოხსნა ცნებითი აზროვნების დონეზე.

ეს ფაქტი თავისთავად მიგვანიშნებს ერთ მეთოდიკურ გარემოებაზე: როცა გვჭირდება, მოსწავლე გავაცნობიეროთ ალგორითმული აზროვნების კანონზომიერებებში, მაშინ უნდა მივმართოთ ამოცანების დაკონკრეტებას და, როცა გვჭირდება, მოსწავლე გავარკვიოთ ცნებითი აზროვნების კანონზომიერებებში, მაშინ პრაქტიკაში უნდა შემოვიღოთ ამოცანების განზოგადება.

საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ: მათემატიკის სწავლებაში განზოგადებისა და კონკრეტიზაციის ხერხების სწორ გამოყენებას შეუძლია სიცხადე შეიტანოს მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების ალგორითმული და ცნებითი სტილების ურთიერთმიმართებაში და ამით დიდი როლი ითამაშოს მოსწავლის განვითარების პროცესში. იგი უდავოდ შეუწყობს ხელს მოსწავლის ინტერდისციპლინარული აზროვნების სტილის გამომუშავებას.

ბოლოს, გვინდა აღვნიშნოთ, რომ მოსწავლის აზროვნების ალგორითმული სტილის ფორმირების შესანიშნავი საშუალებაა პროგრამირებული სწავლება, რომლის ძირითადი პრინციპები დამუშავებული იყო მე-20 საუკუნის 50-60-იან წლებში.

პროგრამირებას ვუწოდებთ კომპიუტერზე ამოხსნისათვის ამოცანათა მომზადების პროცესს. იგი მოიცავს:

- ამოცანის ამოხნის ალგორითმის შედგენას;

- ამოცანის ამოხნის ალგორითმის აღწერას პროგრამირების ენაზე;
- პროგრამის ტრანსლაციას მანქანურ ენაზე ბრძანებათა თანამიმდევრობის სახით.

პროგრამირებული სწავლება მეთოდია, რომლის დროსაც სასწავლო მასალა მიეწოდება მოსწავლეებს მკაცრი ლოგიკური თანამიმდევრობით ე. წ. „კადრების“ სახით. თითოეული კადრი შეიცავს ახალი მასალისა და საკონტროლო კითხვის პორციას. ასეთი პროგრამის საფუძველია სწავლების გარკვეული ალგორითმი.

ალგორითმის განსაზღვრასთან დაკავშირებული ძირითადი ცნებების განმტკიცების მიზნით მიზანშეწონილია მოსწავლეებთან განხილულ იქნას შემდეგი სახის ამოცანები:

1. მოცემულია ალგორითმი, ფორმალურად უნდა შესრულდეს იგი;
2. მოცემული სახის სამუშაოსათვის უნდა განისაზღვროს ბრძანებათა სისტემა;
3. ბრძანებათა მოცემული სისტემის ფარგლებში უნდა აიგოს ალგორითმი;
4. ამოცანის ამოხსნისათვის უნდა განისაზღვროს ამოსავალ მონაცემთა აუცილებელი ნაკრები.

პირველი ამოცანის საილუსტრაციოდ შეგვიძლია მოვიყვანოთ ალგორითმი ცნობილი თამაშისა „ბაშე“. თამაშში გამოიყენება 7, 11, 15, 19, ... საგანი (გავრცელებულია კენჭები ან ასანთის ღერები). მონაწილეობს ორი მოთამაშე. ერთ სვლაზე შეიძლება 1, 2 ან 3 საგნის აღება. წაგებულია ის მოთამაშე, რომელიც აიღებს უკანასკნელ 1 საგანს. არსებობს ალგორითმი, რომლის მიხედვითაც მოგებული ყოველთვის რჩება ის მოთამაშე, რომელიც თამაშს იწყებს, ე.ი. პირველი. არსებობს თამაშის მეორე ვარიანტი, რომელშიც გამოიყენება 11, 16, 21, 26, ... საგანი. აქ ერთ სვლაზე შეიძლება 1-დან 4-მდე

საგნის აღება. არსებობს ალგორითმი, რომლის წყალობითაც მოგებული მეორე მოთამაშე რჩება.

პირველი ვარიანტის თამაში მიმდინარეობს შემდეგნაირად:

1. ორი მოთამაშიდან აირჩევა პირველი და მეორე. პირველი იწყებს.

2. პირველი მოთამაშე აკეთებს სვლას და იღებს 1, 2, ან 3 ღერს.

3. დარჩენილი ღერებიდან მეორე მოთამაშე იღებს 1, 2, ან 3 ღერს.

4. მოთამაშეები რიგ-რიგობით იმეორებენ სვლებს, სანამ რომელიმე მოთამაშე იძულებული არ გახდება, აიღოს დარჩენილი 1 ღერი.

5. მოთამაშე, რომელიც აიღებს უკანასკნელ ღერს, ითვლება წაგებულად.

განვიხილოთ ის ალგორითმი, რომელიც უზრუნველყოფს პირველი მოთამაშის მოგებას.

1. პირველი მოთამაშე იღებს 2 ღერს (რჩება 9).

2. იცდის, სანამ მეორე მოთამაშე არ აიღებს (მეორე იღებს ღერს).

3. პირველი მოთამაშე იღებს იმდენ ღერს, რომ დარჩეს 5 (რჩება 5).

4. იცდის, სანამ მეორე მოთამაშე არ აიღებს (მეორე იღებს ღერს).

5. პირველი მოთამაშე იღებს იმდენ ღერს, რომ დარჩეს 1 (რჩება 1).

6. ცხადდება მეორე მოთამაშის წაგება.

მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები ითამაშებენ ამ წესებით და კარგად აითვისებენ ამ თამაშს, შეიძლება მათ შევთავაზოთ ანალიზური ხასიათის რამდენიმე სავარჯიშო. ეს სავარჯიშოები შეიძლება საშინაო დავალებად მიეცეს.

ამოცანა 1. მიაკვლიეთ მეორე ვარიანტის ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის საიდუმლოებას, რომლის წყალობითაც მე-ორე მოთამაშე ყოველთვის იგებს.

ამოხსნა. მოცემული წესების მიხედვით მეორე მოთამაშე მოგებული დარჩება ყოველთვის, თუ საგნების რაოდენობა განისაზღვრება ფორმულით: $n = 5 \cdot k + 1$, სადაც k ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია. ვთქვათ, $n = 11$, მაშინ თამაში წარიმართება ასე:

1. პირველი მოთამაშე იღებს 1, 2, 3 ან 4 ღერს.
2. მეორე მოთამაშე იღებს ღერებს ისე, რომ დარჩეს 6.
3. პირველი მოთამაშე იღებს 1, 2, 3 ან 4 ღერს.
4. მეორე მოთამაშე იღებს ღერებს ისე, რომ დარჩეს 1.
5. პირველი მოთამაშე ცხადდება წაგებულად.

ამოცანა 2. შეადგინეთ ალგორითმი, რომლითაც პირველი მოთამაშე დარჩება მოგებული, იმ შემთხვევაში, როცა მეორე მოთამაშემ მომგებიანი ალგორითმი არ იცის.

ამოხსნა. პირველმა მოთამაშემ ხელში უნდა ჩაიგდოს ინიციატივა, ე.ი. უნდა აღმოჩნდეს მეორე მოთამაშის მდგომარეობაში და მისი სვლა უნდა შეავსოს 5 საგნამდე. ეს შესაძლებელია მხოლოდ მეორე მოთამაშის შეცდომის შემთხვევაში. თამაში შეიძლება ასე წარიმართოს:

1. პირველი მოთამაშე იღებს 1 ღერს.
2. მეორე მოთამაშე იღებს n ღერს.
3. თუ $n + 1 < 5$, მაშინ პირველი მოთამაშე იღებს $5 - (n + 1)$ ღერს.
4. ინიციატივა აღებულია, აგებს მეორე მოთამაშე.

ამოცანა 3. მიაკვლიეთ პირველი ვარიანტის ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის საიდუმლოებას, რომლის წყალობითაც პირველი მოთამაშე ყოველთვის იგებს.

ამოხსნა. მოცემული წესების მიხედვით პირველი მოთამაშე ყოველთვის იგებს, თუ საგნების რაოდენობა განისაზ-

ღვრება ფორმულით $n = 4k + 3$, სადაც k ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია.

მოყვანილი კლასიფიკაციის **მეორე ტიპის** ამოცანაა.

ამოცანა 4. შემსრულებელია „გეომეტრი". განსაზღვრეთ მისთვის ბრძანებათა სისტემა, რომ მან შეასრულოს გეომეტრიული აგება ფარგლითა და სახაზავით.

ამოხსნა. მოსწავლეებმა იციან გეომეტრიული აგების ამოცანები. ამ შემთხვევისათვის ბრძანებათა სრული სისტემაა:

1. ააგეთ მონაკვეთი ორ წერტილს შორის.
2. გაშალეთ ფარგალი აგებული მონაკვეთის ტოლ მანძილზე.
3. მოათავსეთ ფარგლის ნემსი მოცემულ წერტილში.
4. შემოხაზეთ წრეწირი.

შემდეგი ამოცანა მიეკუთვნება **მესამე ტიპს.**

ამოცანა 5. ჩაწერეთ გეომეტრისათვის შემდეგი ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი: მოცემულია მონაკვეთი AB; ააგეთ წრეწირი, რომლისთვისაც AB იქნება დიამეტრი.

ამოხსნა. ალგორითმი „მოცემული დიამეტრის წრეწირი":

დაწყება

სიბრტყეზე აიღეთ ორი წერტილი A და B.

დააყენეთ ფარგლის ნემსი A წერტილში.

გაშალეთ ფარგალი AB მანძილზე.

შემოხაზეთ წრეწირი.

დააყენეთ ფარგლის ნემსი B წერტილში.

შემოხაზეთ წრეწირი.

გამოყავით წრეწირების კვეთის C და D წერტილები.

გაავლეთ მონაკვეთი CD.

გამოყავით AB და CD მონაკვეთების კვეთის წერტილი O.

დააყენეთ ფარგლის ნემსი O წერტილში.

გაშალეთ ფარგალი OB მანძილზე.

გაავლეთ წრეწირი.

დამთავრება

ეს ალგორითმი აკმაყოფილებს ალგორითმის ყველა თვისებას.

მეოთხე ტიპის დავალება განეკუთვნება ალგორითმების აგებაზე ამოცანების დასმის პრობლემას. ასეთი ამოცანის ამოხსნისათვის აუცილებელია არა მარტო ალგორითმი, არამედ ამოსავალ მონაცემთა სრული ნაკრები. ვუჩვენოთ ეს ერთ მაგალითზე.

ამოცანა 6. განსაზღვრეთ მონაცემთა სრული ნაკრები სახლის სახურავიდან აგურის ვარდნის დროის გამოანგარიშებისათვის.

პასუხი. სახლის სიმაღლე, თავისუფალი ვარდნის აჩქარება (ჰაერის წინააღმდეგობის გათვალისწინების გარეშე).

2.1.7. შემოქმედებითი და კრიტიკული აზროვნების ურთიერთმიმართება

როგორც ვიცით:

შემოქმედებითი აზროვნება – ეს ისეთი აზროვნებაა, რომელიც ორიენტირებულია ახლის აღმოჩენაზე ან ცნობილის სრულყოფა-გაუმჯობესებაზე. მაშასადამე, შემოქმედებითი აზროვნების შედეგია ახლის აღმოჩენა. მათემატიკის სწავლებისას ახლის აღმოჩენა მოსწავლის მიერ – ყოველ ნაბიჯზე გვხვდება.

კრიტიკული აზროვნება – ეს ისეთი აზროვნებაა, რომელიც ორიენტირებულია შემოთავაზებული ამოხსნის შემოწმებაზე მისი შესაძლო გამოყენების არის დადგენის მიზნით. მაშასადამე, კრიტიკული აზროვნების შედეგია მსჯელობებში ხარვეზებისა და დეფექტების დადგენა.

ამგვარად, შემოქმედებითი აზროვნება მიმართულია ახალი იდეების შექმნისაკენ, ხოლო კრიტიკული აზროვნება მიმართულია არსებული იდეების ხარვეზებისა და დეფექტების გამოვლენისაკენ.

სწავლების პროცესში მეთოდიკურ-პედაგოგიკური პრობლემის გადაჭრისას, აგრეთვე, მოსწავლეთა მიერ ნებისმიერი სასწავლო პრობლემის გადაჭრისას აუცილებელია აზროვნების ორივე სახის გამოყენება, თუმცა, ისინი ერთმანეთს ხელს უშლიან: შემოქმედებითი აზროვნება დაბრკოლებაა კრიტიკული აზროვნებისთვის და კრიტიკული აზროვნება დაბრკოლებაა შემოქმედებითი აზროვნებისთვის.

შემოქმედებითი და კრიტიკული აზროვნების თავისებურ ერთიანობას წარმოადგენს სწავლების ერთი მეთოდი, რომლესაც **„გონებრივი იერიში“** ეწოდა.

გონებრივი იერიშის მეთოდი (გონებრივი შტურმი, გონებრივი იერიში) – ეს არის პრობლემის გადაჭრის ოპერატიული მეთოდი, შექმნილი შემოქმედებითი აქტივობის სტიმულირების საფუძველზე, რომლის დროსაც იერიშის მონაწილეები სთავაზობენ ამოხსნის რაც შეიძლება მეტი რაოდენობის ვარიანტებს, რომელთა შორის, შესაძლოა, ერიოს მცდარი, ხუმრობითი, ფანტასტიკური ან აბსურდული იდეებიც. შემდეგ, გამოთქმული იდეების საერთო რაოდენობიდან შეარჩევენ ისეთებს, რომელთა გამოყენება შეიძლება პრაქტიკაში. ეს მეთოდი ექსპერტული შეფასების მეთოდია. იგი გამოიყენება ცოდნისა და ცხოვრების ყველა სფეროში. ამ ბოლო დროს სწავლებაში განსაკუთრებული როლი ენიჭება.

მათემატიკაში გონებრივი იერიშის მეთოდის გამოყენება წარმატებით შეიძლება, მაგალითად, ცნებათა ფორმირებაზე მუშაობისას, ფიგურათა თვისებების შესწავლისას, მცირე კვლევების ჩატარებისას, ამოხსნის გზების ძიებისას და უამრავ სხვა შემთხვევაში.

გონებრივი იერიშის სწორი ორგანიზაცია მოიცავს სამ აუცილებელ ეტაპს. ეტაპები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან ორგანიზაციითა და ჩატარების წესებით.

1. **პრობლემის დასმა.** წინასწარი ეტაპია. ამ ეტაპზე პრობლემა უნდა იქნეს მკაფიოდ ფორმულირებული, უნდა

შეირჩეს მონაწილეები, ე.ი. კლასი უნდა დაიყოს ჯგუფებად, უნდა განისაზღვროს წამყვანი, დადგინდეს მონაწილეთა როლები და იერიშის ჩატარების წესები. წამყვანი ჩაწერს ყველა შემოსულ იდეას.

2. **იდეების გენერაცია**. ძირითადი ეტაპია. მისგან დიდადაა დამოუკიდებელი წარმატება, ამიტომ სავალდებულოა, სწორად იქნეს დაცული ამ ეტაპის წესები:

- მთავარია – იდეების რაოდენობა, ამიტომ არ უნდა იქნეს დაშვებული არავითარი შეზღუდვა.
- სრულად უნდა აიკრძალოს კრიტიკა და შემოთავაზებული იდეების შეფასება, როგორც უარყოფითი, ისე დადებითი, რადგანაც ყოველგვარი კრიტიკა და შეფასება მკვეთრად წევს დაბლა შემოქმედებითობის დონეს, შემოქმედებით განწყობას.
- მისასალმებელია აბსურდული და ფანტასტიკური იდეებიც.
- მისაღებია უკვე გამოთქმული იდეების კომბინაციებიც და მათი გაუმჯობესებაც.
- ერთ მოსწავლეს შეუძლია რამდენიც უნდა იმდენი იდეის წამოყენება.

3. **იდეების დაჯგუფება, შერჩევა და შეფასება.** შემაჯამებელი ეტაპია. მისგან დიდადაა დამოკიდებული პასუხის მიღების სისწორე. როგორც მეორე ეტაპზე იდეების შეზღუდვა არ შეიძლებოდა, ისე აქ არ შიეძლება შეფასების შეზღუდვა. იდეების ანალიზისა და შეფასების მეთოდები შეიძლება მრავალფეროვანი იყოს.

გონებრივი იერიშის ჩატარებისათვის, ჩვეულებრივ, ადგენენ ორ ჯგუფს:

- მონაწილეები, რომელთაც შემოაქვთ ამოცანის ამოხსნის ახალი ვარიანტები,
- კომისიის წევრები, რომლებიც ამუშავებენ შემოსულ იდეებსა და ღებულობენ შედეგს.

ორი ჯგუფი იმიტომ არის საჭირო, რომ გონებრივი იერიშის მეორე ეტაპზე, ახალი იდეების გენერაციისას, საჭიროა შემოქმედებითი აზროვნება, გამოირიცხება კრიტიკული აზროვნება. სწორედ იმიტომაა, რომ დაუშვებელია იდეების მიმართ შენიშვნები, რეპლიკები, ირონიული ღიმილიც კი. მესამე ეტაპზე კი საჭიროა კრიტიკული აზროვნება, გამოირიცხება შემოქმედებითი აზროვნება. ერთ მოსწავლეს კი ერთდროულად დაავალო შემოქმედებითი აზროვნებაცა და კრიტიკულიც, არავითარ შემთხვევაში არ შეიძლება, რადგანაც სრულფასოვანი არც ერთი აზროვნება არ იქნება. ეს გამომდინარეობს აზროვნების ამ ორი ტიპის ბუნებიდან. პირველნი, ე. ი. იდეების გენერატორები, გამოდიან „ავტორების“ როლში, ხოლო მეორენი, ე.ი. შემფასებლები, გამოდიან „კრიტიკოსების“ როლში.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ერთი გარემოება.

გონებრივი იერიშის პროცესში თავიდან მოსწავლეთა მიერ შემოთავაზებული იდეები შაბლონურია და ტრაფარეტული. გარკვეული დროის შემდეგ ეს შაბლონური იდეები ამოიწურება და მოსწავლეებს თავში უკვე ორიგინალური იდეები მოსდით.

გონებრივი იერიშის ერთ-ერთი გაგრძელებაა **სინექტიკა.** სინექტიკა არის კვლევის მეთოდიკა, რომელიც ემყარება კოლექტიური ინტელექტუალური მოქმედების სოციალურ-ფსიქოლოგიურ მოტივაციას. იგი მიღებულია, როგორც გონებრივი იერიშის განვითარება და სრულყოფა.

სინექტიკური იერიშის დროს იდეების გენერაციისას დასაშვებია კრიტიკა, რომელიც ხელს უწყობს შემოთავაზებული იდეების გაუმჯობესებას. ეს იერიში (შტურმი) მიჰყავს მუდმივ (ერთ) ჯგუფს. მისი წევრები თანდათანობით ეჩვევიან ერთობლივ მუშაობას, ეგუებიან და უკვე არ ეშინიათ კრიტიკის, ერთმანეთისა არ სწყინთ, როცა რომელიმე იდეის წინააღმდეგ მიდიან.

სინექტიკის ძირითადი ინსტრუმენტებია **ანალოგია** და **მეტაფორა**. აქ გამოყენებული ანალოგიების სახეებია: პირდაპირი ანალოგია, სიმბოლური ანალოგია, ფანტასტიკური ანალოგია, პირადი ანალოგია (ემპატია).

ამრიგად, სინექტიკური იერიში ჰგავს გონებრივ იერიშს, მაგრამ მისგან განსხვავებით, გულისხმობს დიდ მოწესრიგებულობასა და სიმტკიცეს. იგი ემსახურება შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებას.

გონებრივი იერიშის ავტორია **ალექს ოსბორნი,** *BBD&O* სარეკლამო სააგენტოს თანამშრომელი. მან 1953 წელს გამოაქვეყნა წიგნი „მართვადი წარმოსახვა“, რომელშიც გახსნილია შემოქმედებითი აზროვნების პრინციპები და პროცედურები. აღწერილია გონებრივი იერიშის მეთოდი.

მაინც, რამ გამოიწვია ცხოვრებაში გონებრივი იერიშის და მისი მრავალსახეობების გამოყენება?

უპირველეს ყოვლისა, ეს გამოიწვია აზროვნების სტერეოტიპების დამლევის სურვილმა. ხომ ცნობილია, რომ, როგორც სასკოლო, ისე უმაღლესი სწავლების პრაქტიკაში ნაკლები ყურადღება ექცევა ინტუიციისა და ახალი იდეების გენერირების უნარის განვითარებას. პედაგოგები მეტწილად ამოცანის ამოხსნის ლოგიკურ ხერხებზე ამახვილებენ ყურადღებას. სწორედ აზროვნების სტერეოტიპების დამლევაზეა ორიენტირებული ყველა ცნობილი ევრისტიკული მეთოდიკა. გარკვეულ მომენტში ცხადი ხდება, რომ არ მუშაობს ტიპიური მეთოდები. საჭიროა ახალი გზები, შემოქმედებითი შემართება. მაგრამ ისიც უნდა აღინიშნოს, რომ შემოქმედებითი საქმიანობაც ხშირად ვერ გამოდის შაბლონებიდან და სტრეოტიპებიდან. ეს იმიტომ, რომ ყველა შემოქმედი მოსწავლის შიგნით ზის პატარა მკაცრი „კრიტიკოსი“. მეორე, რაც არანაკლებ მნიშვნელოვანია, არის ის ფაქტი, რომ ბავშვის ცნობიერებაში ბუნებრივად ეძლევა ბიძგი გენერაციისა და ანალიზის პროცესების განცალებას. ზოგიერთი მოსწავ-

ლე პირდაპირ მიდრეკილია იდეების გენერაციისაკენ, ზოგიერთი კი ასევე პირდაპირ მიდრეკილია იდეების ანალიზისკენ, გარჩევისკენ, იდეის ექსპერტიზის ნდომისკენ.

საინტერესოა ამ მეთოდის წინაისტორია. როგორც ჩანს, გონებრივი იერიშის მეთოდი სათავეს იღებს შუა საუკუნეებიდან. თავისუფალ და მამაც მოგზაურებს ხშირმა საგზაო ფათერაკებმა და მათგან თავის დაღწევაზე გამუდმებულმა ფიქრმა გემზე ჩამოუყალიბა ტრადიციული წესი: გემბანზე იკრიბებოდა მთელი პერსონალი – იუნგადან დაწყებული გემის კაპიტნამდე. ამ შეკრებას **გემის საბჭო** ეწოდებოდა და მიჰყავდა იგი კაპიტანს. ისმებოდა საკითხი ფათერაკიდან თავის დაღწევის გზების ძიების შესახებ. ყველას უნდა გამოეთქვა თავისი აზრი, როგორიც არ უნდა ყოფილიყო იგი. იწყებდა იუნგა – ბიჭი, რომელიც გემზე ემზადებოდა მატროსობისათვის და სწავლობდა ზღვაოსნობას. შემდეგ თავიანთ აზრებს გამოთქვამდნენ უმცროსი მატროსები, უფროსი მატროსები და ბოლოს – კაპიტანი. შემოსული წინადადებები ირჩეოდა და გამოსავალიც ადვილად იძებნებოდა.

მეორე მსოფლიო ომის დროს იაპონიის ზღვაში ერთ-ერთ ამერიკულ ხომალდზე მსახურობდა ოფიცერი ა. ოსბორნი. ერთ მშვენიერ დღეს შედგა ხომალდის საბჭო, განიხილებოდა საკითხი: „როგორ დავიცვათ სამხედრო ხომალდები ტორპედოებისაგან, რომლებშიც სხედან სიკვდილმისჯილები!“ ერთმა მატროსმა გამოთქვა აზრი: „ტორპედოს დანახვისას მე ჩავამწკრივებდი ყველა მეზღვაურს ბორტის გასწვრივ და ვაიძულებდი, სული შეებერათ ტორპედოსათვის“. ამ იდეამ სიცილ-ხარხარი გამოიწვია, მაგრამ გარჩევისას სწორედ მან გაიმარჯვა. უფრო სწორად, ეს იდეა გახდა საბოლოო გადაწყვეტილების საფუძველი: „გამოყენებულ იქნას წყლის ძლიერი ჭავლი“. ომის შემდეგ ალექს ოსბორნმა, უკვე ამერიკის წარმატებულმა ბიზნესმენმა, *BBD&O* სარეკლამო სააგენტოს თანამშრომელმა და ერთ-ერთი უნივერ-

სიტეტის აღიარებულმა ფსიქოლოგმა, ძველი შთაბეჭდილებების გავლენით, გონებრივი იერიშის მეთოდი შექმნა.

ასე დაიბადა **გონებრივი იერიშის მეთოდი** და გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან ვითარდება იგი ჯერ ამერიკის შეერთებულ შტატებში, შემდეგ – დიდ ბრიტანათში, საფრანგეთში, იაპონიაში და სხვაგან. ამ ბოლო დროს კი გადმოვიდა ჩვენთან – საქართველოში.

სინექტიკური იერიშის ავტორია **ვილიამ გორდონი.** გორდონმა ამ იერიშის აღწერა გამოაქვეყნა 1961 წელს.

შემოქმედებითი აზროვნება ჯგუფში, ოსბორნის მიხედვით, ემყარება შემდეგ ფსიქოლოგიურ პრინციპებს:

- ჯგუფური სიტუაცია სტიმულს აძლევს ახალი იდეების წარმოქმნას. საშუალო უნარის მოსწავლეს ჯგუფში მუშაობისას შეუძლია ორჯერ მეტი ამოხსნა მონახოს, ვიდრე მაშინ, როცა ის მარტო მუშაობს.
- ჯგუფური სიტუაცია იწვევს ჯგუფებს შორის შეჯიბრების სურვილს, რაც ამაღლებს შემოქმედებითი პროცესის ინტენსიფიკაციას. ყოველი მოსწავლე ცდილობს, აჯობოს მეორეს ახალი წინადადების წამოყენებაში.
- იდეების რაოდენობის ზრდასთან ერთად იზრდება მათი ხარისხი. 100 იდეიდან ბოლო 50 უფრო ეფექტურია, ვიდრე პირველი 50.
- გონებრივი იერიში უფრო ეფექტური იქნება, თუ ჯგუფის წევრები რამდენიმე დღე დარჩებიან ერთად. იდეების ხარისხი მომდევნო მეცადინეობაზე იქნება უფრო მაღალი.
- ფსიქოლოგიურად სწორია, რომ შემოსულ იდეებს აფასებენ სხვები, რადგანაც საკუთარი შემოქმედების ხარვეზები ძნელად შეიმჩნევა.

შემოქმედებით აზროვნებას შემდეგი დაბრკოლებები ხვდება:

• **კონფორმიზმი** – შემოქმედებითი აზროვნების ძირითადი დაბრკოლება. ეს არის სხვასთან მიმსგავსების სურვილი. მოსწავლეს ეშინია ახალი იდეის გამოთქმის, იქნებ ვინმეს არ მოეწონოს და დასცინოს, ან ვინმეს არ მოეჩვენოს იგი სულელად. ამის გამო, ზოგიერთი მოსწავლე მიდრეკილია დუმილისაკენ, არ სურს გამოამჟღავნოს ყველა მისი აზრი.

• **ცენზურა –** განსაკუთრებით შინაგანი ცენზურა. გარეგანი ცენზურა არასასიამოვნოა, მაგრამ შინაგანი ცენზურა გაცილებით უფრო ძლიერია. ამის გამო, ზოგჯერ მოსწავლეებს ეშინიათ საკუთარი იდეების გამომჟღავნების და პასიურები არიან. არ შეუძლიათ შემოქმდებითად გადაჭრან წარმოშობილი პრობლემა. ეს დაბრკოლება არანაკლებია კონფორმიზმზე.

• **რეგიდულობა.** ეს – თვისებაა. მას ხშირად იძენენ მოსწავლეები იმის გამო, რომ ტიპიური სასკოლო მეთოდები ხშირად აყალიბებენ ცოდნას, რომელიც მიღებულია მხოლოდ დღეისათვის და შაბლონურია, არ იძლევა საფუძველს, მოსწავლემ დასვას შემოქმედებითი ამოცანა.

• **სურვილი იმისა, რომ პასუხი დაუყოვნებლივ მონახოს.** ესეც შეიძლება გახდეს დაბრკოლებად შემოქმედებითი აზროვნებისათვის, რადგანაც ძალზე მაღალი მოტივაცია ხშირად ხელს უწყობს მოუფიქრებელი და არაადეკვატური გადაწყვეტილების მიღებას.

იმისათვის, რომ სწავლებაში ნამდვილ ეფექტურობას მივაღწიოთ, მიზანშეწონილია, რომ შემოქმედებითი აზროვნება შევავსოთ კრიტიკული აზროვნებით. კრიტიკული აზროვნების მიზანია – შემოთავაზებული იდეების ტესტირება: გამოიყენება თუ არა ისინი, რა ხარვეზები გააჩნიათ, როგორ შეიძლება მათი სრულყოფა და ა.შ. მოსწავლის შემოქმედება ნაკლებპროდუქტიული იქნება, თუ მას არ შეუძლია კრიტი-

კულად შეამოწმოს და გადაარჩიოს სასწავლო შემეცნების პროცესში მიღებული საკუთარი იდეები.

გასათვალისწინებელია ისიც, თუ რა დაბრკოლებები შეიძლება შეხვდეს კრიტიკულ აზროვნებას. აი, ზოგიერთი მათგანი:

- **აგრესიულობის შიში**. ჩვენ ხშირად ვასწავლით ჩვენს ბავშვებს: გააკრიტიკო – ნიშნავს იყო უზრდელი. ბავშვიც ერიდება სხვის კრიტიკას და მას უჩნდება გარკვეული შიში იმისა, რომ იყოს აგრესიული სხვის მიმართ.
- **შურისძიების შიში**. ზოგიერთი ფიქრობს, მე რომ ის გავაკრიტიკო, ის შურს იძიებს ჩემზე.
- **საკუთარი იდეის გადამეტებული შეფასება.** ეს გრძნობა ხელს უშლის და დაბრკოლებად ხვდება სხვის საღ კრიტიკას.

აღსანიშნავია, რომ შემოქმედებითი ფანტაზიის გადამეტებული სტიმულირების დროს კრიტიკულობის უნარი შესაძლოა განუვითარებელი დარჩეს. აუცილებელია იმისი გათვალისწინება, რომ მოსწავლეთა შემოქმედებითი და კრიტიკული აზროვნება გააზრებულ და მეთოდიკურად მიზანმიმართულ შეხამებას საჭიროებს.

2.1.8. იტერაციული აზროვნება

ზემოთ აზროვნების მრავალი სახე განვიხილეთ, მაგრამ დიქოტომიური გაგებით შეიძლება ეს სახეები, აგრეთვე, ორ პრინციპიალურად განსხვავებულ ტიპად დავყოთ.

წარმოვიდგინოთ ასეთი სიტუაცია: მოსწავლე ზის გაკვეთილზე და ასრულებს საკონტროლო სამუშაოს. ის ფიქრობს: „მე შეცდომის დაშვების უფლება არა მაქვს, შეფასებას დაბალს მივიღებ. ამიტომ უნდა ვიაზროვნო ზუსტად“. ის დიდხანს ფიქრობს, როგორც იტყვიან, ტვინს „იჭყლეტს“ და ნააზ-

რევი რვეულში გადმოაქვს. რაც დაწერა, მისი აზროვნების საბოლოო შედეგია.

ახლა წარმოვიდგინოთ მეორე სიტუაცია: მოსწავლე ზის სახლში და ასრულებს დავალებას. ის ფიქრობს: „დრო მაქვს, შემიძლია თავისუფლად ვიფიქრო, არ ვიჩქარო“. ის ფიქრობს ძალიან ცოტას და რაც ცნობიერებაში აქვს, ყველაფერი გადმოაქვს ქაღალდზე. შემდეგ, კითხულობს თავის ნაწერს, კვლავ ფიქრობს, ებადება ახალი აზრები და ცნობიერებიდან ისევ ქაღალდზე გადმოაქვს ნააზრევი. ასე მეორდება რამდენჯერმე. რაც საბოლოოდ დაწერა მოსწავლემ, სწორედ ისაა მისი აზროვნების საბოლოო შედეგი, რომელიც, ცხადია, პირველი სიტუაციის შედეგთან შედარებით, გაცილებით უფრო სრულყოფილია, გააზრებული და გაცნობიერებული.

სწორედ ამ მეორე მიდგომას უწოდებენ **იტერაციულს.**

პირველ შემთხვევაში მოსწავლის აზროვნება თავისუფალი არ არის, იგი ზეწოლას განიცდის. ეს ზეწოლა ნებაუნებლიე ხორციელდება როგორც მასწავლებლის, ისე თვითონ მოსწავლის მხრიდან. და, თუ გაკვეთილს უცხო ვინმეც ესწრება, ეს, შესაძლოა, მოსწავლის აზროვნებისთვის კატასტროფულიც კი აღმოჩნდეს. მიუხედავად ამისა, ჩვენ ვავითარებთ ასეთ აზროვნებას, რადგანაც იგი ჩვეულებრივი ცხოვრებისეული პირობებიდან გამომდინარე აზროვნებაა, ეს იქნება შემოქმედებითი, კრიტიკული თუ სხვა. ასეთი აზროვნება, სასწავლო გარემოს, სასწავლო საქმიანობისა თუ სხვა სასწავლო სიტუაციის მიხედვით, ხან თავისუფალია, ხან – არა. ამ თავისუფლების ხარისხი ყოველთვის რაღაც გარე-მოებაზეა დამოკიდებული.

ამის გამო, მთელი თავისი სიგრძე-სიგანით ჩვენს წინაშეა მოსწავლის **აზროვნების თავისუფლების** პრობლემა.

მეორე შემთხვევაში მოსწავლის აზროვნება სრულიად თავისუფალია და შედეგიც, რა თქმა უნდა, ბუნებრივი იქნება, მაქსიმალურად გაცნობიერებული. მაგრამ, სამწუხაროდ,

ასეთ აზროვნებას ჩვენ არ ვაჩვევთ მოსწავლეებს. და რატომ? რა არის ისეთი, რაც უნდა გავითვალისწინოთ და არ ვითვალისწინებთ?

დავუკვირდეთ, როგორ ვაზროვნებთ საერთოდ ჩვენ, ადამიანები, უფროსები თუ შუაასაკისანი! საკუთარ თავს და-ვუსვათ კითხვები: როგორ ვწერთ თხზულებას? როგორ ვქმნით მხატვრულ ნაწარმოებებს?

ნებისმიერ ადამიანს თავში აქვს გარკვეული წარმოდგენები, ის მათ ინარჩუნებს, როგორც იტყვიან, ხარშავს გონებაში. მაგრამ ადამიანის მეხსიერება და ყურადღება შემოსაზღვრულია, შეზღუდული. როცა იგი ცდილობს, საგანი ან მოვლენა დაინახოს მთლიანობაში, აუცილებლად ეკარგება დეტალები. და, თუ დეტალებს დაუწყო გადარჩევა, მაშინ, შესაძლოა, მთლიანი სურათი დაეკარგოს. გონება ვერ იტევს ყველაფერს ერთად. თუმცა, ადამიანი თავისი გონებრივი შესაძლებლობების ძალიან მცირე ნაწილს იყენებს, მაგრამ ეს უკვე სულ სხვა საკითხია და ამას ჩვენ არ შევეხოთ.

ყოველი შემოქმედი ადამიანი თავის პირველ აზრებს გადაიტანს ქაღალდზე. თავის ნააზრევს აცლის „გაცივებას“, შემდეგ, კითხულობს ისევ, ფიქრობს და ამ დროს შემოქმედებით პროცესში ერთვება აღქმა და ახალი წარმოდგენები, რის საფუძველზეც იბადება ახალი აზრები. ამ ახალ აზრებს კვლავ გადაიტანს ქაღალდზე, შეაქვს კორექტივები პირველ ნაწერში და ეს მეორდება ისევ და ისევ, შემოქმედებითი პროდუქტის ხარისხობრივ კონდიციამდე.

სწორედ ესაა **იტერაციული აზროვნება.** ფიგურალურად რომ ვთქვათ, **აზროვნების იტერაცია** არის ინფორმაციის მრავალჯერადი „ამოქაღალდება“ ცნობიერებიდან. ასეთი აზროვნება ყოველთვის თავისუფალია, ლაღი და ამაღლებული. იგი, მრავალ სიკეთესთან ერთად, მოიცავს საკუთარი ნააზრევის შემოქმედებით „განჩხრეკას“. ასე აზროვნებდა ყველა გენიალური ადამიანი, შესაძლოა, უკიდურესად მცირე

გამონაკლისის გარდა. მრავალი შემოქმედის ხელნა-წერის წაკითხვა ჭირს, იმდენჯერაა გადასწორებული.

პირველ სიტუაციაში განხილული აზროვნება არის აზროვნება „ცაში ყურებით“, ხოლო მეორე სიტუაციაში – აზროვნება „ქაღალდზე ყურებით“.

იტერაცია ლათინური სიტყვაა და გამეორებას ნიშნავს. იტერაციის ცნება აქტიურად გამოიყენება მათემატიკაში, ეკონომიკაში, პროგრამირებაში, ფსიქოლოგიასა თუ ფსიქიატრიაში.

უნდა განვასხვაოთ იტერაცია რეკურსიისაგან. ორივე – მოქმედებათა გამეორებას ნიშნავს, მაგრამ რეკურსია არის:

- ერთი მეორეში ჩალაგებული „მატრიოშკები“,
- სარკეში სარკეების უსასრულო დერეფანი, რომელსაც ერთმანეთის წინ მდგარი ორი სარკე ქმნის,
- სიზმარში სიზმარი,
- ჭიას ჭია ჰყავს ჭიანი, – ერთი-მეორეში ჩალაგებული ჭიების მიმდევრობა,
- ჩალაგებული სეგმენტები მათემატიკაში,
- ყველა რეკურენტული მათემატიკური ფორმულა რეკურსიითაა მიღებული
- და ა.შ.

იტერაციას ვიყენებთ ევკლიდეს ალგორითმის განხილვისას, ამ ალგორითმის გაადვილების მიზნით და ყველაფერი ლამაზად გამოდის.

მათემატიკის სწავლების პროცესში აზროვნების ამ ორი სახისათვის ჯეროვანი ყურადღებაა მისაქცევი, აუცილებელია მათი გონივრული ურთიერთშეხამების გზების ძიება. მოსწავლის აზროვნება შემოქმედებითი და კრიტიკული რომ გახდეს, ამისათვის მისი აზროვნების თავისუფლების ხარისხი ფარულად უნდა ვცვალოთ: ამ აზროვნებაზე ხან მეტი ფარული ზეწოლის მოხდენაა საჭირო, ხან – ნაკლები, ხანაც სრული თავისუფლებაა მისანიჭებელი. მოსწავლეს, შემდ-

გომ, ცხოვრებაში ყველა სიტუაციაში მოუწევს აზროვნება და პრობლემების გადაჭრა, იგი მზად უნდა იყოს ამისათვის. ამასთან, იტერაციული მიდგომა ყოველთვის იქნება ეფექტური როგორც შემოქმედებითი, ისე კრიტიკული აზროვნების განვითარებაზე მუშაობისას.

მათემატიკის სწავლების პროცესში იტერაციული აზროვნების აღზრდაზე ზრუნვა ფრიად წარმატებით შეიძლება როგორც გაკვეთილებზე, განსაკუთრებით – პრაქტიკულ-ლაბორატორიული მუშაობის რეჟიმში, ისე კლასგარეშე მუშაობის დროს და სახლშიც, დამოუკიდებელი საშინაო დავალების მიცემით.

2.1.9. აზროვნება და გრძნობა-ემოციები

როგორც ვიცით, ლოგიკური ოპერაციები აზროვნების სტრუქტურას განეკუთვნება, მაგრამ აზროვნება ყოველთვის არ არის ის პროცესი, რომელშიც მხოლოდ ლოგიკა და გონება მონაწილეობს. აზროვნების პროცესში ხშირად ერთვება ემოციები და ცვლის მას, ზოგჯერ – ძირეულადაც. აზრი ხშირად იცვლება სუბიექტური გრძნობის მიხედვით და ამის გამო შეიძლება ობიექტურობისგან შორსაც აღმოჩნდეს. ასე რომ, ემოციონალური აზროვნება უფრო მეტად წინასწარ გათვლილ სასურველ შედეგზეა ორიენტირებული და არა ობიექტურ რეალობაზე, მაგრამ ისიც ჭეშმარიტებაა, რომ ემოციები სტიმულს აძლევენ აზროვნებას და აზროვნება ხდება უფრო მიზანმისწრაფული, მოქნილი, მკაფიო, ლაღი, ამაღლებული. აზროვნების პროცესში ემოციები განსაკუთრებით მაშინაა მკაფიოდ გამოხატული, როცა წარმოებს ამოცანის ამოხსნის ხერხების ძიება და ხდება სასურველი შედეგის მიგნება. ასეთ შემთხვევაში ისინი ევრისტიკულ და რეგულატორულ ფუნქციებს ასრულებენ. ემოციის *ევრისტიკული ფუნქცია* მდგომარეობს გამოყოფაში იმ ოპტიმალური

ზონისა, რომლის ფარგლებშიცაა მოსანახი ამოცანის ამოხსნა, ხოლო ემოციების *რეგულატორული ფუნქცია* მდგომარეობს იმაში, რომ მათ შეუძლიათ მოახდინონ ამოცანის ამოხსნის ძიების აქტივიზირება მაშინ, როცა ეს ძიება სწორი მიმართულებით წარმოებს და შეანელონ იგი მაშინ, როცა ინტუიცია კარნახობს, რომ ამოხსნის ძიების მიმართულება შერჩეულია არასწორად.

ნებისმიერ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნის პოვნა ან მასთან მიახლოება მოსწავლის ემოციონალურ ამაღლებას იწვევს.

ეს იმას ნიშნავს, რომ გრძნობა-ემოციები აზროვნების შინაგანი თვისებაა, მას აზროვნება თვითონ წარმოშობს და იგი ნებისმიერ აზროვნებით პროცესს განვითარების ყველა ეტაპზე ახლავს, მეტ-ნაკლები გამოხატულებით. არ არსებობს გრძნობა-ემოციები აზროვნების გარეშე და პირუკუ, არ არის აზროვნება მათ გარეშე. უფრო ზუსტად, გრძნობა-ემოციები მდგომარეობს აზროვნებაში, მის რეალურ სუბიექტურობა-ობიექტურობაში.

ამის გამო, აქ აუცილებლადაა განსახილავი ერთი, ჩვენის აზრით, უმნიშვნელოვანესი საკითხი: უნდა გავცეთ პასუხი კითხვას: ***რა არის ობიექტური რეალობა?***

– მხოლოდ გარესამყარო? – არამც და არამც!

ამ კითხვაზე პასუხი რომ გავცეთ, უპირველესად უნდა გავარკვიოთ: რა არის, რომელია ჩვენი ცნობიერების **რეალური სარბიელი,** ე.ი. უნდა დავადგინოთ ჩვენი მშობლიური ენისა და ჩვენი აზროვნების ობიექტური ფარგლები. აზროვნება ხომ არსებობს და ვითარდება მხოლოდ ენის ფარგლებში.

მაშასადამე, ისმის კითხვა: რა არის **ჩვენი ცნობიერების უნივერსუმი?**

– აი, რა:

1. *გარესამყარო,*
2. *მხატვრულ-ლიტერატურული სახეები,*
3. *რელიგიურ-მითოლოგიური წარმოდგენები,*
4. *აბსტრაქცია.*

ცნობიერების ამ ოთხივე უბანზე წარმოდგენები ერთნაირი უფლებისანი არიან, თუმცა, დონეებია სხვადასხვა, და ჩვენი აზროვნება ოთხივეს მოიცავს. ოთხივე ერთად განაპირობებს ნებისმიერ შემეცნებით პროცესს. ამასთან, აზროვნება მათ მიღმა არ არსებობს. როგორც ჩანს, ეს უნივერსუმი იწყება გარესამყაროთი, თავდება აბსტრაქციით. დანარჩენი ორი მათ შორისაა. *გარესამყარო* – ვიცით, რომ ობიექტური რეალობაა; ვნახოთ, რა არის *აბსტრაქცია!* აბსტრაქცია რომ არსებობს, ამაში ეჭვი არ გვეპარება. აბსტრაქცია რომ სუბიექტური იყოს, მაშინ ყოველ ადამიანს თავისი მათემატიკა ექნებოდა. *მართკუთხედი* ყველა ადამიანისათვის მართკუთხედია, ე.ი. მათემატიკური ცნებები ობიექტური რეალობაა, რომელიც აბსტრაქციაში არსებობს, აბსტრაქცია კი ობიექტური რეალობაა ჩვენს აზროვნებაში. ყოველი ადამიანისათვის აბსტრაქცია სუბიექტურია აბსტრაქციისავე წიაღში, თავისი სპეციფიკით. წინააღმდეგ შემთხვევაში ყველა ადამიანი ერთნაირად იაზროვნებდა.

მაშასადამე, ***ობიექტური რეალობა*** შედგება ოთხი უკიდეგანო სამყაროსაგან: ***გარესამყარო, მხატვრულ-ლიტერატურული სახეები, რელიგიურ-მითოლოგიური წარმოდგენები, აბსტრაქცია.*** გრძნობა-ემოციები ოთხივეს ახლავს თავისებურად და თავისი სპეციფიკური გამოვლინებით.

ამგვარად, საგანი **ობიექტური რეალობაა,** თუ იგი არსებობს: ან ***გარესამყაროში,*** ან ***მხატვრულ-ლიტერატურულ სახეებში,*** ან ***რელიგიურ-მითოლოგიურ წარმოდგენებში,*** ან ***აბსტრაქციაში.***

მაგალითად:

1. *მთვარე* კონკრეტულია, *კვადრატი* აბსტრაქტულია და ორივე რეალურია, ობიექტურად არსებული რეალობა: ერთი – გარესამყაროში, მეორე – აბსტრაქციაში.

2. *დემეტრე თავდადებული* კონკრეტულია, *სპირიდონ მცირიშვილი,* ან *ოტელო* ლიტერატურული პერსონაჟებია და ყველა ობიექტურად არსებული რეალობაა, პირველი – გარესამყაროში, მეორე და მესამე – მხატვრულ-ლიტერატურულ სახეებში.

ოტელო, ეს საოცარი მავრი, არასოდეს არ არსებულა, იგი შექსპირის მოგონილია, მაგრამ ჩვენ მის შესახებ ყველაფერი ვიცით, ისიც კი ვიცით, მის ცოლს რა ერქვა – დეზდემონა. ამავდროულად: მართლა არსებული, მაგრამ აწ გარდასული მრავალი პიროვნების შესახებ არაფერი არ ვიცით, ისტორიამ არაფერი არ შემოგვინახა. უფრო მეტიც: დიდი ხანი არ არის, გარკვეულ წრეებში გავრცელებული იყო მოსაზრება, რომ ძველბერძენი ფილოსოფოსები მოგონილი პირებია და სხვ.

ნუ გავაიგივებთ ობიექტურ რეალობასა და გარესამყაროს! ობიექტური რეალობა უფრო ფართო ცნებაა.

აქვე ხაზი უნდა გავუსვათ ერთ უაღრესად მნიშვნელოვან საკითხსაც.

გრძნობა-ემოციებს ადამიანის ცხოვრებაში, მათი გამოვლინების ხარისხის შესაბამისად, სხვადასხვა როლის შესრულება შეუძლიათ, ზოგჯერ ეს როლები შესაძლოა ერთმანეთის საპირისპიროც იყოს:

- **შემოქმედებითი აზროვნების შემთხვევაში** დადებითი გრძნობა-ემოციები წინა პლანზე იწევს. მათ ძალუძთ გაანათონ, გაასხივოსნონ, გააკეთილშობილონ მოაზროვნის გონება, იქცნენ ზეშთაგონების ღვთაებრივ წყაროდ და ამ მოაზროვნე პიროვნებამ, მოსწავლე იქნება იგი, მასწავლებელი თუ სხვა ნებისმიერი, შეიძლება შექმნას რაღაც დიდებული და ამაღლებული.

- **კრიტიკული აზროვნების შემთხვევაში** წინა პლანზე შესაძლოა უარყოფითმა ემოციებმა წამოიწიონ და, თუ ისინი აგრესიულობის თუნდაც ძალიან მცირე ხარისხით ხასიათდებიან, ძალუძთ დაბინდონ, დააბნელონ, გზას აცდინონ, გააუკუღმართონ მოაზროვნის გონება და ამ მოაზროვნე პიროვნებამ, მოსწავლე იქნება იგი, მასწავლებელი თუ სხვა ნებისმიერი, თუ იგი უარყოფით ემოციებს აჰყვა, შეიძლება საბედისწერო შეცდომაც კი დაუშვას. ამიტომ კრიტიკული აზროვნება ყოველთვის უმჯობესია გრძნობა-ემოციების გარეშე, ცივი გონებით, დამშვიდებულ გულზე.

მაშასადამე, გრძნობა-ემოციებს კარგის მოტანაც შეუძლიათ და ცუდისაც. ამიტომ სწავლების პროცესში მათ გამოყენებას სიფრთხილე სჭირდება, მათი გამოყენებისადმი შემოქმედებითი მიდგომაა საჭირო.

ჩვენში დღემდე ემოციები შეუთავსებლად ითვლებოდა სასწავლო მასალის ათვისებასთან. ეს იდეა ძველი ფილოსოფიისა და მეცნიერული ტრადიციების ნაკარნახევია. სინამდვილეში ცოდნის შეთვისების პროცესი და გრძნობა-ემოციები დინამიკურადაა ერთმანეთთან ურთიერთდაკავშირებული და ურთიერთდამოკიდებული.

ადამიანი ბავშვობიდანვე განიცდის გარესამყაროს, შემდგომ – სხვა რეალობასაც, სუბიექტურ და ობიექტურ სინამდვილეს, და ეს განცდა შემეცნებაში აისახება; ადამიანი განცდისას შეიმეცნებს, ე.ი. გარკვეული გაგებით განცდა თვითონაა შემეცნება. ამ შემეცნებისას ადამიანი აქტიურია და ეს აქტიურობა ხორციელდება ნებელობითი პროცესების მეშვეობით. მაშასადამე, განცდები მოიცავს შემეცნების, გრძნობა-ემოციებისა და ნებელობის პროცესებს. აქედან სრულიად აშკარაა, თუ როგორი ორგანიზაცია გააჩნია მოსწავლის მათემატიკური სასწავლო შემეცნების რთულ (შესაძლოა, – ურთულეს) სტრუქტურას.

ამგვარად, გრძნობა-ემოციები სწავლებისა და სწავლის განუყოფელი ნაწილი უნდა გახდეს. სხვა სიტყვებით, ჭეშმარიტი ცოდნის შეძენა, ეფექტური სწავლება და სწავლა შეუძლებელია გრძნობა-ემოციების მადლის გარეშე.

მაგრამ პრინციპულად ჩნდება კითხვები:

- მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების განვითარებაში სად უნდა მოეძებნოს ადგილი გრძნობა-ემოციებს?
- როგორი უნდა იყოს მათი შეხამება პედაგოგიურ პროცესებთან?
- როგორია ლოგიკისა და გრძნობა-ემოციების ოპტიმალური ურთიერთმიმართება?
- და სხვ.

ამ კითხვებში გარკვევის სურვილით ჩვენ შევიმუშავეთ საკუთარი ორიგინალური კონცეფცია, რომლის განხილვის შემდეგ, ჩვენის აზრით, ყველა დასმულ (აგრეთვე, სხვა მრავალ) კითხვაზე პასუხი თავისთავად იქნება გაცემული.

აი, ესეც:

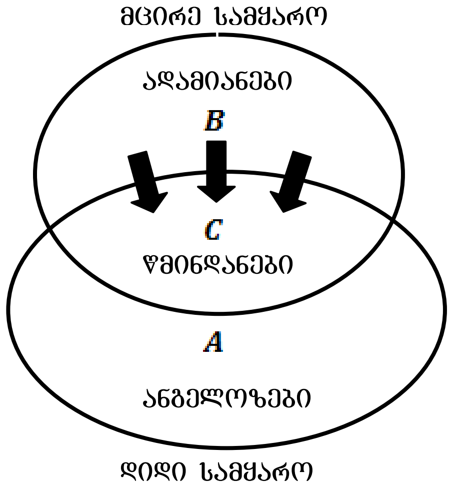
უფალმა ჯერ დიდი სამყარო შექმნა ანგელოზებისათვის, შემდეგ კი – მცირე სამყარო, სადაც ადამიანები დაასახლა.

და წარმოიქმნა **კოსმოსური არსი**...

ეს დიდი და მცირე სამყაროები არ არიან ერთმანეთისაგან იზოლირებულნი. მათ თანაკვეთა გააჩნიათ. და ამ თანაკვეთაში ხვდებიან ის ადამიანები, რომლებიც თავიანთი დიდბუნებოვნებით, თავიანთი ღვთაებრივი მოწოდებით ანგელოზების რანგში არიან აღზევებულნი. ეს – მსოფლიოს ყველა დროისა და ყველა ხალხის წმინდანები გახლავთ. მათი სახელები უხვადაა გაბნეული მსოფლიოს ხალხთა ისტორიაში: ანტონი დიდი, პაისი დიდი, პიმენ დიდი, შიო მღვიმელი, დავით გარეჯელი, გიორგი მთაწმინდელი, იოვანე და გიორგი ჭყონდიდელები, დავით აღმაშენებელი, თამარ მეფე, პეტრე იბერი, ტბელი აბუსერისძე, ამბროსი კათალიკოსი, ექვთიმე თაყაიშვილი, ილია ჭავჭავაძე, ბარლაამ კრე-

ტელი, დიმიტრი თესალონიკელი, ღირსი ონოფრე, დედა ტერეზა, დიმიტრი დონელი, მიხეილ ტვერელი, ვლადიმირ დიდი, წმინდა შუშანიკი და სხვა უამრავი.

დიდი სამყაროს, მცირე სამყაროსა და წმინდანთა ურთიერთმიმართება ეილერ-ვენის შემდეგ დიაგრამაზეა გამოსახული:



ნახ. 9

ადამიანი შექმნა „მსგავსად და ხატად თავისა“. ამიტომ ადამიანის არსებას, მის სუბსტანციას, კოსმოსური არსის ანალოგიით, მიანიჭა დიდი და მცირე სამყარო: დიდი სამყარო – **გული** და მცირე სამყარო – **ტვინი, გონება.** გულს დაანათლა ღვთაებრივი უნარი *იმედის, რწმენისა და სიყვარულისა,* გონებას კი – უნარი *მსჯელობის, მტკიცების, ეჭვების.*

იმედში, რწმენასა და სიყვარულში ლოგიკა არ არის. ლოგიკა გონებაში სუფევს მხოლოდ, რადგან ატრიბუტია მისი.

ყოველგვარი შემეცნება, ცხოვრებისეული თუ მეცნიერული, ადამიანის დიდ სამყაროში იწყება. დიდი სამყარო გრძნობს ყოველივეს და ცხოველმყოფელ იდუმალ ენერგიას

აწვდის მცირე სამყაროს. თვითონ უდიადესია და საზრდოობს უშრეტი კოსმოსური ენერგიით.

კითხვა „რატომ?“ მცირე სამყაროს კუთვნილებაა. ეს კითხვა გონების საუფლოში დაისმის. ლოგიკა მხოლოდ ამ კითხვის დასმის შემდეგ არსებობს.

მაგრამ, საინტერესოა, რას ამბობენ გენიოსები ლოგიკის შესახებ.

აი, რას:

ალბერტ აინშტაინი – *„აღმოჩენა არ წარმოადგენს ლოგიკური აზროვნების საქმეს მაშინაც კი, როცა საბოლოო შედეგი დაკავშირებულია ლოგიკურ ფორმასთან“.*

ანრი ლებეგი – *„მათემატიკაში არც ერთი აღმოჩენა არ გაკეთებულა დედუქციური ლოგიკის ძალისხმევის გამოყენებით“.*

ვლადიმირ სტეკლოვი – *„ლოგიკის დახმარებით ვერავინ ვერაფერს ვერ აღმოაჩენს“.*

ჟიულ ანრი პუანკარე – *„ლოგიკის მეშვეობით ამტკიცებენ, ინტუიციის მეშვეობით (გამო)იგონებენ“.*

მსგავსი გამონათქვამები უამრავია...

მაშ, რის მეშვეობით ხდება აღმოჩენები, თუ არა ლოგიკის?

ყურადღებას იპყრობს *პუანკარეს* სიტყვები, ზემოთ რომ მოვიყვანეთ: „ინტუიციის მეშვეობით...“

რა არის ინტუიცია?

აი, რას ამბობენ გენიოსები ინტუიციის შესახებ:

ალბერტ აინშტაინი – *„ინტუიცია უმაღლესი მუსიკალობაა აზრის საუფლოში“.*

ანრი ბერგსონი – *„რეალობა შეიმეცნება მხოლოდ ინტუიციით“.*

იმანუელ კანტი – *„მათემატიკა ემყარება წმინდა ინტუიციას და არა გონებას“.*

რიხარდ კურანტი – *„ინტუიცია, ეს შეუმჩნეველი ცხოვრებისეული ელემენტი, ყოველთვის ახლავს შემოქმედებით მათემატიკას, აბსტრაქტულ აზროვნებასაც კი“.*

ჟიულ ანრი პუანკარე – *„ინტუიციის გარეშე ახალგაზრდა გონებას არ ძალუძს, წინ წაიწიოს მათემატიკის გაგებაში“.*

კიდევ შეიძლება განვაგრძოთ, გამონათქვამები უამრავია.

ადამიანი ძალიან დიდი ხანია, ეძებს პასუხს კითხვაზე: რა არის ინტუიცია? ეძებს იმიტომ, რომ ხედავს, არსებობს იგი, უბრალოდ კი არ არსებობს, – დიადია და უკიდეგანო, საოცრად აღზევებულია და ძლევამოსილი, იდუმალია და ყოვლისმომცველი...

ინტუიცია ლათინური სიტყვაა intuitio და ჭვრეტას ნიშნავს. ჩვენში რუსული ენის მეშვეობით შემოვიდა. ერთ ლექსიკონში იგი ასეა განმარტებული: *„მიხვედრა, შორსმჭვრეტელობა, უშუალო, სტიქიური გრძნობა, რომელიც ემყარება ადრინდელ გამოცდილებას; ალღო“.* მეორეში კი ასე: *„1. მიხვედრის, გარემო ვითარებაში გარკვევის უნარი. ალღო. 2. სინამდვილის უშუალო წვდომა (ცდისა და ლოგიკური დასკვნის გარეშე)“.* მესამეში – *„შეკვეცილი, ლოგიკურად დაუმუშავებელი გადაწყვეტილების უნარი; რთულ სიტუაციებში სწორი ორიენტაციის უნარი. წარსული ცდის შედეგი“.* მეოთხეში – *„უშუალო ინტელექტუალური ცოდნის ფორმა“.* მეხუთეში – *„გონებით ჭეშმარიტების პირდაპირი წვდომა, რომელიც არაა გამოყვანილი სხვა ჭეშმარიტებიდან ლოგიკური ანალიზით და არ აღიქმება გრძნობის ორგანოებით“.* სხვა განსაზღვრებიც არსებობს.

ინტუაციის არსის ძიებაში წარმოიშვა ურთულესი მიმდინარეობები – **ინტუიტივიზმი** და **ინტუიციონიზმი.** დაუცხრომელ კამათში ჩაება მსოფლიოს ყველა მეცნიერი. კამათი ჯერ არ დამცხრალა. ყველა აშკარად გრძნობს და ხედავს, რომ ინტუიცია რაღაც დიდებულია და ბრწყინვალე, მაგრამ მისი არსება ჯერ კიდევ იდუმალებითაა მოცული.

– რატომ?

– იმიტომ, რომ კარგად არა გვაქვს გაცნობიერებული ის ჭეშმარიტება, რომ ადამიანის მთელი არსი, მისი სუბსტანცია მისივე დიდი და მცირე სამყაროების ჰარმონიული ერთიანობაა. ჩვენ ყველაფერს გონებაში ვეძებთ, მხოლოდ გონებაში, და ამიტომ ხშირად ხელმოცარული ვბრუნდებით უკან.

ღმერთმა ადამიანის დიდ და მცირე სამყაროებს, როგორც აღვნიშნეთ, მიანიჭა ღვთაებრივი უნარი: დიდ სამყაროს – იმედის, რწმენისა და სიყვარულის, მცირე სამყაროს – მსჯელობის, მტკიცებისაკენ სწრაფვისა და ეჭვების. ამასთან ერთად, მან ამ სამყაროებს მიწიერი ფუნქციაც დააკისრა.

გული, თავისი მიწიერი ფუნქციის თანახმად, უზრუნველყოფს ორგანიზმში სისხლის მიმოქცევას; ეს კი, თავის მხრივ, მრავალ სხვა ფაქტორთან ერთად, არეგულირებს ნივთიერებათა ცვლას; ამ დროს ორგანიზმში თანდათანობით ყალიბდება ურთულესი კანონზომიერებებით მოწესრიგებული უჯრედული ბიოქიმიური ცვლილებებისა და გარდაქმნების მთელი სამყარო, რომელიც კოსმოსური ენერგიის ველში ექცევა და იმართება მისით. ეს სამყარო სუნთქავს ერთიანი ორგანიზმის, ცალკეული ორგანოების, ქსოვილების, უჯრედებისა თუ სუბუჯრედული სტრუქტურების ფრიად მოწესრიგებული რიტმებით. ასეთი სამყარო ნებისმიერ ადა-მიანს გააჩნია და იგი სრულიად თავისებურია, ინდივიდუალური. ადამიანთა ასეთი სამყაროები ერთმანეთზე ზემოქმედებენ და ასეთ პირობებში აღმოცენდება სიყვარულისა და სხვა გრძნობა ადამიანთა შორის. ამავდროულად, გა-რესამყაროს იონები მართავენ ადამიანის ფიქრებსა და გრძნობებს, მის ქცევას, მის აზროვნებას. და ამ მართვის შედეგის ხარისხი დიდადაა დამოკიდებული ადამიანის მცირე და დიდი სამყაროების ურთიერთმიმართების ხარისხზე.

ტვინი, მასში არსებული ნეირონებით, თავისი მიწიერი ფუნქციის თანახმად, არეგულირებს ადამიანის ორგანიზმისა და ცნობიერების ნებისმიერ რეაქციას გარესამყაროსადმი.

ამასთან, გამოიყოფა ტვინის სამი უმნიშვნელოვანესი ბლოკი.

პირველი, „ტონუსის ენერგეტიკული ბლოკი", განთავსებულია ტვინის სიღრმეში, ტვინის ღეროს ზედა ფენებში. ამ ბლოკის ერთ ნაწილში წარმოებს ორგანიზმში ნივთიერებათა ქიმიური ცვლის რეგულაცია. მეორე, ბადისებრ ანუ რეტიკულარულ ნაწილში, აღმოცენდება აგზნების იმპულსები, რომლებიც თავიანთი ენერგიით კვებავენ ტვინის ქერქს. როგორც კი ეს ენერგეტიკული ნაკადი შეწყდება, მაშინვე ტვინის ქერქის ტონუსი ეცემა და ადამიანი ვარდება ნახევრადძილის მდგომარეობაში, შემდეგ ეძლევა ძილს.

მეორე ძირითადი ბლოკი განთავსებულია დიდი ნახევარსფეროების უკანა ნაწილში და მას ევალება გარესამყაროდან მიღებული ინფორმაციის გადამუშავება და შენახვა.

მესამე, მთავარი ბლოკი, რომელიც ინახავს ადამიანის პიროვნებას, განთავსებულია შუბლის მიდამოებში.

არის **მეოთხეც,** ეს არის **ამიგდალა.** იგი ნუშისებრი სხეულია, გაჟღენთილია ნეირონებით, დაახლოებით ორნახევარი სანტიმეტრი ზომისაა, განთავსებულია ტვინის ორივე ნახევარსფეროში, – ყურის ყვრიმალის მიდამოებში და არეგულირებს ემოციებს. ამიგდალა ემოციონალურ მეხსიერებასთან დაკავშირებული ძირითადი კომპონენტია.

ადამიანის დიდი და მცირე სამყაროების ჰარმონიული ერთიანობის ამ იერარქიაში მას ექმნება საკუთარი კოსმობიოლოგიური ველი, რომელიც კოსმოსური ენერგიითაა დამუხტული და ადამიანი სამყაროს სრულიად ბუნებრივად შეიმეცნებს. ამ შემეცნების ხარისხი დამოკიდებულია ადამიანის შიდარიტმებისა და გარერიტმების თანხვდენილობის ხარისხზე.

ჩვენ ამას არ ვითვალიწინებთ.

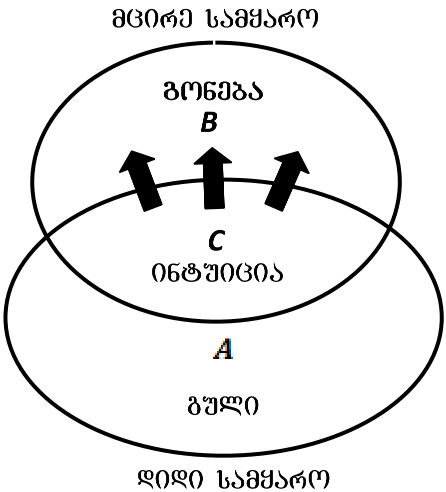
ჩვენ არ ვითვალისწინებთ იმას, რომ შემეცნების პროცესი მხოლოდ მაშინ მიმდინარეობს ბუნებრივად, წარმატებულად და აღზევებულად, როცა მასში ჩართულია ადამიანის დიდი და მცირე სამყაროების ერთიანობის მშვენიერება და ჰარმონიულობა. უფრო ზუსტად: როცა შემეცნების პროცესი ამ მშვენიერებისა და ჰარმონიულობის წიაღში მიმდინარეობს.

ჩვენ კი მხოლოდ გონებაში ვატენით მოზარდებს მათემატიკას, ქიმიას, სხვადასხვა ენებს...

მხოლოდ გონებაში ვეძებთ პასუხს ყველა იმ კითხვაზე, რომელიც იმავ გონებაში გვებადება. ინტუიციასაც გონებაში ვეძებთ.

საქმე კი სინამდვილეში სულ მარტივადაა. ადამიანის დიდი და მცირე სამყაროები, როგორც კოსმოსური არსის შემთხვევაში, არ არიან ერთმანეთისაგან იზოლირებულნი. მათ თანაკვეთა გააჩნიათ.

ამიტომ აქაც ეილერ-ვენის ისეთივე დიაგრამებს მოვიშველიებთ.



ნახ. 10

აი, რა არის ინტუიცია!

ინტუიცია უნარია, ღვთაებრივი უნარი, რომელსაც ადამიანის დიდი და მცირე სამყაროების თანაკვეთა წარმოქმნის.

ეს დიდი და მცირე სამყაროების აქტიური ურთიერთზემოქმედების ზონაა, ინტერფერირებული, ახალ ხარისხში აღზევებული.

ეს – გულის კარნახია, ორიენტირებული გონებაზე. ეს – შინაგანი ხმაა, რომელსაც ჩვენ ასე ვენდობით!

ეილერ-ვენის დიაგრამაზე კარგად ჩანს, რომ ადამიანის დიდი და მცირე სამყაროების გაერთიანება იყოფა სამ არედ: A, B და C. C არე შეიცავს წერტილ-ორეულებს, რომელთაგან ყოველი ორეულის პირველი წერტილი ეკუთვნის A-ს და დიდი სამყაროს თვისებებს ატარებს, ხოლო მეორე წერტილი ეკუთვნის B-ს და მცირე სამყაროს თვისებებს ატარებს. ჯამში წერტილ-ორეულები ორმაგ თვისებებს, მათი ურთიერთზემოქმედების შედეგად, გარდასახავენ საკუთრივ, სრუ-ლიად განსაკუთრებულ თვისებაში და C არე წარმოგვიდგება ცალკე სამყაროდ, სრულიად განსხვავებულად და ახალი ხარისხის მატარებლად. სწორედ ესაა **ინტუიცია.** C არეში ნათდება გონება, დომინირებს **ინსაიტი**. ყოველგვარი იდეა, მიგნება, ჰიპოთეზა იბადება C-ს წერტილ-ორეულის პირველ წერტილში, მყისვე გარდაისახება მის მეორე წერტილში, ახალ ხარისხში ამაღლდება და იწყებს მოძრაობას მცირე სამყაროს სიღრმისაკენ, რომ იქ მონახოს დასაბუთება, არგუმენტაცია.

დიდი და მცირე სამყაროების ერთიანობის წყალობით ადამიანის მიერ საგნებსა და მოვლენებში განხორციელდება სულიერების ჭვრეტა და მისთვის უკვე ფორმა და შინაარსი განუყოფელი იქნება; მათემატიკურ ცნებებში, და ყველგან სხვაგანაც, მათი განმცხადებელი ზენაარსი გაიხსნება და ასეთ პირობებში მათემატიკა არ იქნება დაცლილი სულიერე-

ბისგან, მშვენიერებისგან, ღვთაებრივი ჰარმონიულობისგან. ნათელი იქნება, რომ ღმერთი თავისთავად განცხადებულია ყველა საგანში, ყველა მოვლენაში, ყველა სუფევაში ... , მატერიალურშიც და იდეალურშიც ...

მხოლოდ ასეთ შემთხვევაში ეძლევა ადამიანს მეცნიერულ შემეცნებაში ინტუიციური ნათელხილვების წყალობა. ამ სიდიადემდე იყვნენ აღზევებულნი გენიოსები, როცა წერდნენ:

ლეონ ბრილუენი – *„მათემატიკურ სახეებში არის პოეტური თვისებები“.*

კონსტანტინე გამსახურდია – *„მათემატიკა ნამდვილი, დიდი რანგის პოეზიაა“.*

კარლ ვაიერშტრასი – *„არ შეიძლება იყო მათემატიკოსი, თუ არა ხარ სულში პოეტი“.*

ლეოპოლდ კრონეკერი – *„მათემატიკოსი ვერ იქნება ის, ვინც პოეტი არ არის“.*

ნორბერტ ვინერი – *„როგორც მხატვრისა და კომპოზიტორის, ისე მათემატიკოსის შემოქმედებითი აქტის საერთო მახასიათებელთა ძირითადი პარამეტრია სწრაფვა სილამაზის იდეალებისაკენ“.*

ერნსტ ედუარ კუმერი – *„უჩვეულო სილამაზე სუფევს მათემატიკის საუფლოში“.*

ივან ლეპეხინი – *„მათემატიკა დიადი და მშვენიერია, და არ შეიძლება არ დავაფასოთ მისი ნამდვილი სილამაზე, მისი პოეზია“.*

ავგუსტ ფერდინანდ მებიუსი – *„მათემატიკაში ისევეა, როგორც ფერწერაში ან პოეზიაში“.*

პლატონი – *„მათემატიკის შესწავლა გვაახლოებს უკვდავ ღმერთებთან“.*

ალფრედ პრინსჰაიმი – *„ნამდვილი მათემატიკოსი ყოველთვის დიდი მხატვარია, არქიტექტორი ან პოეტიც კი“.*

ლაზარ იმანუელ ფუქსი – *„მათემატიკა სასწაულებრივი პეიზაჟია, გადაშლილი ყველას თვალწინ, ვისთვისაც აზროვნება წარმოადგენს ნამდვილ სიხარულს“.*

ჟოზეფ ჟან ბატისტ ფურიე – *„მათემატიკა წარმოგვიდგება ადამიანური სულის ძლიერებად“.*

გოტფრი ჰაროლდ ჰარდი – *„მათემატიკოსი, როგორც მხატვარი ან პოეტი, ქმნის უზორებს, და ეს უზორები თუ უფრო დღეგრძელია, ეს მხოლოდ იმიტომ, რომ ისინი მოქსოვილია იდეებისაგან“.*

გიორგი ნიკოლაძე – *„ყოველი ახალი კანონი ან თეორემა ჯერ უსათუოდ ინტუიციურად უნდა გავიგოთ, გეომეტრიულად უნდა ვიგრძნოთ მისი აუცილებლობა“.*

ფლორიკა კიმპანი – *„როცა მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა მიღებულია, მისი სტრუქტურა არაიშვიათად სუნთქავს სილამაზით, რომელიც ზემოქმედებს გონებასა და სულზე, მსგავსად კლასიკური სიმფონიის ბგერებისა“.*

ბლეზ პასკალი – *„ჭეშმარიტება ეფუძნება „გულის ლოგიკას“.*

ნიკოლაი ჟუკოვსკი – *„მათემატიკას, მსგავსად ფერწერისა და მუსიკისა, თავისი სილამაზე გააჩნია“.*

პოლ ლოკხარდი – *„ქვეყანაზე არაფერია ისეთი საოცნებო და პოეტური, ისეთი რადიკალური, ფეთქებადი და ფსიქოქმედითი, როგორიც მათემატიკა“.*

ასეთი გამონათქვამები კიდევ მრავალი არსებობს.

აქვე ისმის მეორე, უმნიშვნელოვანესი საკითხიც: **რა არის ფსიქიკა?** ამ ცნების განსაზღვრისას ყველა ავტორი თავისებურ გამოსავალს ეძებს. ზოგი ფილოსოფიურ მსჯელობებს ექვემდებარება და ფსიქიკას სულთანაც კი აიგივებს. ასეთ შემთხვევაში ფსიქიკის ცნების განსაზღვრის ძიება, ჩვენი აზრით, უსასრულობაში მიმავალი უიმედო გზაა. სინამდვილეში საქმე სულ მარტივადაა: *ადამიანის ფსიქიკა არის მისი დიდი და მცირე სამყაროების ურთიერთზემოქმედების ჰარ-*

მონიულობის ***ხარისხი.*** შეიძლება *რანგიც* ვუწოდოთ და *კატეგორიაც.* სწორედ ეს რანგი განაპირობებს **ქცევას.** თუ ჩავუღრმავდებით საკითხს, – ეს მართლაც ასეა.

როგორც ვიცით, შემეცნების სახეებია:

1. *გრძნობითი,*
2. *რაციონალური,*
3. *ინტუიციური.*

გრძნობითი შემეცნების პროცესში დომინანტია ადამიანის დიდი სამყარო – გული; და, თუ დიდი სამყარო თანხმობაშია მცირე სამყაროსთან, მაშინ გრძნობითი შემეცნების სამივე ეტაპობრივი ფორმა:

- **შეგრძნება,**
- **აღქმა,**
- **წარმოდგენა**

სრულიად ბუნებრივ და ფრიად აღზევებულ პირობებში მიმ-დინარეობს. საერთოდაც, დიდ სამყაროში წარმოქმნილ გრძნობებსა და ემოციებს მცირე სამყაროს კონტროლი სჭირდება.

რაციონალური შემეცნების პროცესში დომინანტია ადამიანის მცირე სამყარო – გონება; და, თუ მცირე სამყარო თანხმობაშია დიდ სამყაროსთან, მაშინ რაციონალური შემეცნების სამივე ფორმა:

- **ცნება,**
- **მსჯელობა**
- **დასკვნა**

სრულიად ბუნებრივად და ფრიად აღზევებულად ვითარდება. საერთოდაც, მცირე სამყაროში წარმოქმნილ მტკიცებებსა და არგუმენტირებებს გრძნობები და ემოციები სულიერებას მატებს და შემეცნების პროცესი ფრიად აღზევებულად მიმდინარეობს.

ინტუიციური შემეცნების პროცესში მიიღწევა წვდომა რეალობის ისეთ შინაარსში, რომელიც ადამიანურ გამოცდი-

ლებაში მოცემული არ არის. ასეთებია: **აბსოლუტური, უსასრულო, მარადიული, ღვთაებრივი** და სხვ. ე.ი. ინტუიციური შემეცნება **იდეებში** წვდომას გულისხმობს, და სამყაროს იდეალური შემეცნება გაცილებით უფრო ღრმაა, ვიდრე ცნებითი, თუმცა, ძნელადაა გამოხატულებადი. იდეალური ცოდნისა და მისი გამოხატულების ფორმებია: *პოეზია, ხელოვნება, რელიგია, მეცნიერების სილამაზე და მშვენიერება.*

ინტუიციური შემეცნების პროცესში თანაზრადდომინანტურია ადამიანის ორივე სამყარო – დიდი და მცირე. ამ სამყაროთა თანაკვეთაში მათი ჰარმონიულობის რანგი ღვთაებრივ სიმაღლეს აღწევს.

ეს ყოველივე – ძალიან კარგი, მაგრამ ყურადღების მიღმა დაგვჩა ერთი უმნიშვნელოვანესი რამ, რაც ღვთაებრივი სიდიადით დომინირებს ყველა სამყაროულ მოვლენასა და საგანში, ადამიანის ცხოვრებასა და შემოქმედებაში, მისი არსების სუბსტანციაში.

ეს – **ოქროს კვეთა** გახლავთ.

ხეოპსის პირამიდის, ტაძრების, ბარელიეფების, საყოფაცხოვრებო საგნებისა და ტუტანჰამონის სამაროვნიდან მოპოვებული სამკაულების პროპორციები მოწმობს, რომ ჯერ კიდევ უძველესი ეგვიპტელები სარგებლობდნენ ოქროს კვეთით. ოქროს კვეთის სიდიადე აზევებს კაცობრიობის მიერ მთელი მისი არსებობის მანძილზე შექმნილ შედევრებს.

ოქროს კვეთა აბსოლუტური ღვთაებრივი ჰარმონიაა.

ლუკა პაჩოლიმ, ლეონარდო და ვინჩის თანამედროვემ და მეგობარმა, ოქროს კვეთას **„ღვთაებრივი პროპორცია“** უწოდა. ტერმინი **„ოქროს კვეთა“** მარტინ ომმა შემოიღო 1835 წელს.

ოქროს კვეთის კანონებს ექვემდებარება არა მარტო ბუნება და ადამიანური მოღვაწეობის ნაყოფი, არამედ თვით ადამიანიც – მისი შინაგანი ორგანოები და სისტემები, მისი სული, აზრები, ფიქრები, ოცნებები. დაბადებიდანვე ადამი-

ანის ღვთაებრივი მოვალეობაა, ჰარმონიულობაში იყოს თავის თავთან და გარესამყაროსთან. როგორც კი ეს ჰარმონიულობა ირღვევა, ადამიანი „ვარდება“ ღმერთის მიერ შექმნილი სამყაროს უნივერსალური სტრუქტურებიდან და მაშინ ეწყება ყველა შესაძლო პრობლემა, უპირველეს ყოვლისა, ჯანმრთე-ლობის მხრივ, რამდენადაც ავადმყოფობა სხვა არაფერია, თუ არა ღმერთის მიერ ნობათად ბოძებული კლასიკური პროპორციებიდან გადახრა.

სწორედ ეს ღვთაებრივი ჰარმონია აკავშირებს ერთმანეთთან ადამიანის დიდ და მცირე სამყაროებს. თუ უფრო ღრმად ჩავიხედავთ, ადამიანის დიდი სამყარო, მცირე სამყარო და ინტუიცია წყვილ-წყვილად ოქროს კვეთის პროპორციაში იმყოფებიან. როგორც კი ეს ჰარმონია ირღვევა, ადამიანი უკვე ვერ აზროვნებს სწორად, ვერც გული კარნახობს სასიკეთოს. მათ ჰარმონიულობაში კი ფრთებს ისხამს **სინერგია** – ადამიანური და ღვთაებრივი ნების გაერთიანება, რომლის დროსაც ჭეშმარიტი სიბრძნის მადლი ზევდება და მათემატიკის სწავლებაც ღვთაებრივ დონეზე მიმდინარეობს.

§ 2. მათემატიკური მეტყველების განვითარება დაწყებით კლასებში

2.2.1. ზოგიერთი შტრიხი ენისა და მეტყველების ზოგადი დახასიათებიდან

⇒ **ენა და მეტყველება.**

ენა და მეტყველება ორი სხვადასხვა, მაგრამ ურთიერთ-დაკავშირებული და ურთიერთდამოკიდებული მოვლენაა.

ენა არის ურთიერთობის საშუალება. ეს არის განსაზღვრული კოდი, ნიშნების სისტემა და მათი გამოყენების წესების ერთობლიობა. ეს სისტემა მოიცავს სხვადასხვა დონის ერთეულებს:

- ***ფონეტიკურს*** – *ბგერები, ინტონაცია და სხვ.;*
- ***მორფოლოგიურს*** – *სიტყვის ნაწილები: ფუძე, წინსართი და სხვ.;*
- ***ლექსიკურს*** – *სიტყვები და მათი მნიშვნელობები;*
- ***სინტაქსურს*** – *წინადადებები.*

მეტყველება არის ადამიანთა საქმიანობა, ინდივიდუალური ფსიქოლოგიური მოვლენა, რომელშიც ენობრივი კოდი და ნიშანთა სისტემაა გამოყენებული. მეტყველება – ეს არის ენა მოქმედებაში. მეტყველებაში ენობრივი ერთეულები, სრულიად სხვადასხვა ურთიერთმიმართებაში ყოფნით, ქმნიან შეუზღუდველი რაოდენობის კომბინაციებს. მეტყველება ყოველთვის დროშია გაშლილ-განფენილი და მოლაპარაკის თავისებურებებს ასახავს, დამოკიდებულია კონტექსტისა და საურთიერთო სიტუაციებისაგან. მეტყველებას სწავლობს არა მარტო მეტყველების ფსიქოლოგია, არამედ ისეთი მეცნიერებებიც, როგორიცაა: ფსიქოლინგვისტიკა, მეტყველების ფიზიოლოგია, ლინგვისტიკა, სემიოტიკა და სხვ.

მეტყველებითი საქმიანობის პროდუქტი კონკრეტული ტექსტებია, რომელსაც მოლაპარაკე ქმნის ზეპირი ან წერილობითი ფორმით.

ენის არსებობა არ არის დამოკიდებული მოლაპარაკეთა არსებობაზე. მაგალითად, ე.წ. მკვდარ ენებზე დიდი ხანია არავინ ლაპარაკობს, მაგრამ ეს ენები არსებობს. მეტყველება კი მოლაპარაკის თანამდევია, მასთან ერთად არსებობს, მისითაა განპირობებული. ამასთან, მეტყველების სისწორე და გამართულობა მოლაპარაკეზეა დამოკიდებული, იგი არჩევს მეტყველების სტილს, მანერას და უამრავ სხვა მხარეს. წარმატებული ურთიერთობისათვის სულაც არ არის საკმარისი ენის განვითარების მაღალი დონე. ურთიერთობებში უდიდეს როლს თამაშობს ყოველი მოლაპარაკის მეტყველების ხარისხი, მოლაპარაკეთა *კომუნიკაციური მეტყველებითი კომპეტენციების* დონე.

კომუნიკაციურ მეტყველებით კომპეტენციაში იგულისხმება შემდეგი კომპონენტების ერთობლიობა:

- ***ლინგვისტიკური*** *– ენობრივი სისტემების ცოდნა;*
- ***სოციოლინგვისტიკური*** *– სოციალური ნორმების ფლობა: მეტყველებითი ეტიკეტი; სხვადასხვა ასაკის, სქესისა და სოციალური ჯგუფების წარმომადგენლებს შორის ურთიერთობის ნორმები;*
- ***პრაგმატიკული*** *– გარკვეული ფუნქციონალური მიზნებით ენობრივ საშუალებათა გამოყენების ჩვევები, ტექსტების სხვადასხვა ტიპის გარჩევის უნარი, ენობრივ საშუალებათა შერჩევის უნარი ურთიერთობის თავისებურების გათვალისწინებით და სხვ.*

ამ კომპონენტების ცოდნა განაპირობებს კომუნიკაციურ ენობრივ კომპეტენციებს.

მეტყველებითი საქმიანობა ადამიანთა ურთიერთობის ენისმეშვეობითი პროცესია. მეტყველება არ არსებობს ენის გარეშე, ამასთან, ენის სიცოცხლეც შეუძლებელია მეტყვე-

ლების გარეშე. იგი „კვდება“, თუ ადამიანები არ სარგებლობენ მისით. მაგრამ მეტყველება არ შეიძლება გავაიგივოთ ენასთან. ენა ვითარდება საზოგადოებრივ-ისტორიულ პირობებში მრავალი ათასი თაობის შრომით საქმიანობაში, ადამიანის მეტყველება კი ვითარდება ადამიანთა უშუალო ურთიერთობის პირობებში სახლში, ქუჩაში, სკოლაში, წარმოებაში და ცხოვ-რების ყველა სხვა უბანზე.

ენა შეიძლება შევადაროთ ნიშნების ისეთ სხვა სისტემებს, როგორიცაა: *მორზეს ანბანი, ანბანი ყრუმუნჯთათვის, საზღვაოსნო სიგნალები* და მრავალი სხვა. ისინიც ენებია, მაგრამ ადამიანური ენა უმნიშვნელოვანესია მათ შორის. ნიშანთა სისტემების შემსწავლელ მეცნიერებას ***სემიოლოგია*** ეწოდება, ***ლინგვისტიკა*** ამ ზოგადი მეცნიერების მხოლოდ ნაწილია. ***სემიოტიკა*** კი *სემიოლოგიის* სინონიმური სიტყვაა და იგი უფრო გამოიყენება თანამედროვე ლინგვისტიკაში.

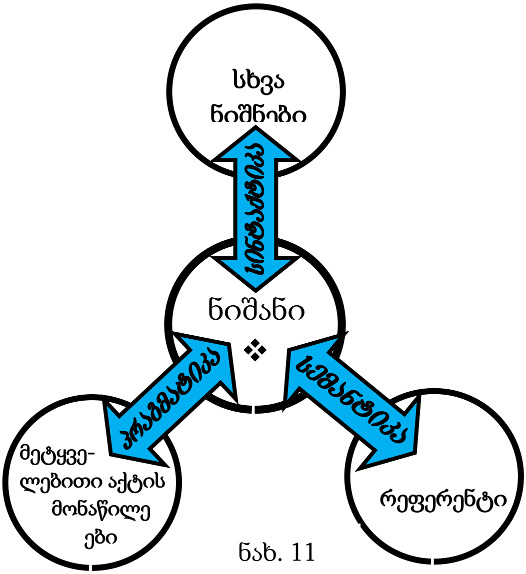
ამერიკელი სემიოტიკოსი ***ჩარლზ მორისი*** გამოყოფდა სემიოტიკის სამ ნაწილს:

- **სინტაქტიკა** – მიმართებები ნიშნებს შორის;
- **სემანტიკა** – მიმართებები ნიშანსა და მის მიერ აღნიშნულ საგანს (რეფერენტი) შორის;
- **პრაგმატიკა** – მიმართებები ნიშნებსა და მათ შორის, ვინც იყენებს ამ ნიშნებს (მეტყველებითი აქტის მონაწილეები).

სემიოტიკის ამ სამ ნაწილს შორის ურთიერთმიმართებები ნათლად ჩანს შემდეგ სქემაზე (ნახ. 11):

აქვე აღვნიშნოთ, რომ **ენობრივი ნიშანი** ეწოდება მატერიალურ ობიექტს, რომელიც რომელიღაც ინტერპრეტატორისათვის გამოდის რომელიღაც სხვა საგნის წარმომადგენლის როლში. ამასთან:

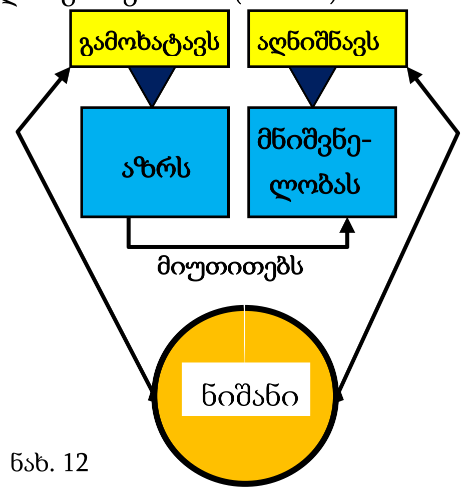
- **ნიშნის მნიშვნელობა** (*ექსტენსიონალი*) – ეს არის საგანი, რომელიც მოცემული ნიშნითაა წარმოდგენილი (რეპრეზენტირებული).



ნახ. 11

- **ნიშნის აზრი** (*ინტენსიონალი*) – ეს არის ინფორმაცია რეპრეზენტირებული საგნის შესახებ, რომელსაც შეიცავს თვითონ ნიშანი ან, რომელიც დაკავშირებულია ამ ნიშანთან ურთიერთობისას ან შემეცნების პროცესში.

ამ მახასიათებელთა ურთიერთკავშირი გრაფიკულად ასე შეგვიძლია გამოვსახოთ (ნახ. 12):



ნახ. 12

⇒ **ენის ფუნქციები.**

ენა მრავალფუნქციონალური მოვლენაა. ამასთან, ენის ყველა ფუნქცია მჟღავნდება კომუნიკაციებში. ამიტომ *კომუნიკაციურობა* ენის ძირითად ფუნქციას წარმოადგენს და ფუნქციათა მთელი შემდგომი დეტალიზაცია მისგან იშლება.

ფუნქციონალურმიმართებითი მიდგომით ენა განიხილება როგორც:

- *საზოგადოებრივ-ისტორიული გამოცდილების არსებობის, გადაცემისა და მისი შეთვისება-მითვისების საშუალება.*

ამ ფუნქციის შესრულებისას ენა არის საგნებისა და მოვლენების შესწავლილ თვისებათა შესახებ ინფორმაციის კოდირების საშუალება. ენის მეშვეობით გარესამყაროსა და თვით ადამიანის შესახებ ინფორმაცია, რომელიც წინა თაობის მიერაა მოპოვებული, შემდგომი თაობის კუთვნილება ხდება;

- *ურთიერთობის საშუალება (კომუნიკაციები).*

ამ ფუნქციის შესრულებისას ენის მეშვეობით ხდება თანამოსაუბრეზე პირდაპირი ან ირიბი ზემოქმედება. *პირდაპირი* – მაშინ, თუ პირდაპირაა ნაჩვენები, რა უნდა გააკეთოს; *ირიბი* – მაშინ, თუ მას მიაწოდებს ისეთ ცნობებს, რომლებიც მნიშვნელოვანია მისი საქმიანობისათვის, რომელზეც იგი იქნება ორიენტირებული სხვადასხვა სიტუაციაში.

- *ინტელექტუალური საქმიანობის იარაღი (აღქმის, მეხსიერების, აზროვნების, წარმოსახვის).*

ეს ფუნქცია უპირველესად დაკავშირებულია იმასთან, რომ ადამიანი, რომელიც ასრულებს ნებისმიერ საქმიანობას, შეგნებულად გეგმავს თავის მოქმედებებს. ენა არის ინტელექტუალური საქმიანობის, და საერთოდ, აზროვნებითი პროცესების ამოხსნის დაგეგმარების ძირითადი იარაღი.

ენის ამ ზოგადი ფუნქციების პოზიციებიდან განვიხილოთ მისი **კერძო ფუნქციები.**

- *კომუნიკაციურობითი ფუნქცია.* ეს ენის ძირითადი ფუნქციაა, ენა ხომ ადამიანთა შორის ურთიერთობის საშუალებაა. ურთიერთობისას ადამიანები ერთმანეთს გადასცემენ თავიანთ აზრებს, ნებასურვილებს, გრძნობებსა და სულიერ განცდებს.
- *კონსტრუქციულობითი ფუნქცია.* აქ იგულისხმება აზრისჩამომყალიბებლობა, სიტყვების ფორმაში ინდივიდისა და საზოგადოების აზროვნების ფორმირება.
- *მეტაენობრივი ფუნქცია.* ეს მეტალინგვისტიკური მხარეა. იგულისხმება ენობრივი საშუალებებით თვით ენის განმარტებები. ენა ყველა ნიშნიერი სისტემის მიმართ არის განმარტებისა და ორგანიზაციის იარაღი. ლაპარაკია იმაზე, რომ ნებისმიერი კოდის მეტაენა ყალიბდება სიტყვებში. ეს არის ენა „ენის" შესახებ.
- *იდეოლოგიურობითი ფუნქცია.* ენის ან დამწერლობის ამა თუ იმ ტიპის გამოყენება იდეოლოგიური უპირატესობის გამოხატვისათვის. მაგალითად, ირლანდიური ენა ძირითადად გამოიყენება არა ურთიერთობისათვის, არამედ – ირლანდიური სახელმწიფოებრიობის სიმბოლოდ. დამწერლობის ტრადიციული სისტემების გამოყენება ხშირად აღიქმება როგორც კულტურული მემკვიდრეობა, მაგრამ ლათინურზე გადასვლა გვაძლევს, ასე რომ ვთქვათ, მოდერნიზატორობის საშუალებას. მაგალითად, ზოგიერთი ქართული სიტყვის თქმა საზოგადოებაში გვერცხვინება, მაგრამ ლათინურად ამ სიტყვებს თავისუფლად წარმოვთქვამთ. ამ შემთხვევაში ჩვენ ლათინურს ვანიჭებთ იდეოლოგიურობით ფუნქციას.
- *ინტეგრირებულობითი ფუნქცია.* ამ ფუნქციას ენა ასრულებს მაშინ, როცა იგი გამოიყენება როგორც ეროვნებათშორისი ან საერთაშორისო ურთიერთობების საშუალება.
- *დიფერენცირებულობითი ფუნქცია.* ამ ფუნქციას კი მხოლოდ მშობლიური ენა ასრულებს.

- ***რეალობისმაფორმირებლობითი ფუნქცია.*** ენა ქმნის რეალურობას და შემდეგ მუდმივად აკონტროლებს მას.
- ***კოგნიციურობით-შემეცნებითი ფუნქცია.*** კომუნიკაციურობის შემდეგ ენის მეორე ძირითადი ფუნქცია განპირობებულია ურთიერთობის შინაარსით. ენის დანიშნულებას, იყოს შინაარსის გამომხატველობის, გადაცემისა და შენახვის (ზეპირი გადმოცემების, წერილობითი წყაროების, აუდიოჩა-ნაწერების სახით) საშუალება, უწოდებენ მის ***კოგნიციუ-რობით*** ფუნქციას, ხოლო მის დანიშნულებას, ასახოს და შეინახოს ცოდნა, უწოდებენ მის ***აკუმულაციურობით*** ფუნქციას. ეს ყოველივე ***შემეცნებითი*** პროცესებითაა განპირობებული.
- ***ემოციონალურ-ექსპრესიულობითი ფუნქცია.*** ეს გრძნობებისა და ემოციების გამოხატვაა.
- ***მოწოდებით-წაქეზებითი ფუნქცია.*** ეს არის ენის ზემოქმედება.
- ***ესთეტიკურობითი ფუნქცია.*** ყველაზე უფრო ეხება შემოქმედებით სფეროს.
- ***ფატიკურობითი ფუნქცია.*** ენა გამოიყენება მოსაუბრეთა ფსიქოლოგიური კონტაქტის დამყარებისათვის.
- ***ნომინატიურობითი ფუნქცია.*** ენა ამტკიცებს ადამიანის რწმენას სახელწოდებებში.
- ***რეპრეზენტაციულობითი ფუნქცია.*** ინფორმაციის გადაცემა, წარმოდგენილობა, გამოსახვა.
- ***აქსიოლოგიურობითი ფუნქცია.*** ენა ადამიანის ცნობიერებაში აყალიბებს შემფასებლობით მსჯელობათა შესაძლებლობებს.
- ***რეფერენტულობითი ფუნქცია.*** ენა არის ადამიანთა გამოცდილების დაგროვების საშუალება.
- ***კონოტაციურობითი ფუნქცია.*** ეს არის ადრესატზე ორიენტირება.

ამას გარდა, თავისი ფუნქციები გააჩნია ენის ერთეულებს.

ენა, როგორც ურთიერთობისა და განზოგადების უმნიშვნელოვანესი საშუალება, თავის საზოგადოებრივ დანიშნულებას ასრულებს თავისი ერთეულების მოქნილობის, მისი შინაგანი სისტემისა და კატეგორიების დინამიკურობის წყალობით. ენის ფუნქციების შესრულებაში ენობრივი ერთეულები სხვადასხვანაირად მონაწილეობენ.

ენის ერთეულების უნარი, აღქმულ იქნან ადამიანთა მიერ, წარმოადგენს მათ ***პერცეფციულობით ფუნქციას,*** ხოლო ენის ერთეულების უნარი, აღნიშნონ და განასხვაონ, წარმოადგენს მათ ***სიგნიფიკაციურობით ფუნქციას.***

⇒ **მეტყველების ფუნქციები.**

მეტყველებას, ენის შესაბამისად, თავისი ფუნქციები გააჩნია. ამ ფუნქციათაგან ძირითადია: *კომუნიკაციურობა (ცოდნის, მიმართებების, გრძნობების გადაცემა), სიგნიფიკაციურობა (აღმნიშვნელობა), გამომსახველობითობა, განმაზოგადებლობითობა, ზემოქმედებითობა.*

მოკლედ განვიხილოთ ისინი ცალ-ცალკე.

- ***კომუნიკაციურობითი ფუნქცია.***

იგი მდგომარეობს იმაში, რომ სიტყვებისა და მათი შეხამებითი ვარიაციების საშუალებით ადამიანი ამცნობს ხალხს სინამდვილის მოვლენებისა და თავისი თავის შესახებ. მეტყველების კომუნიკაციურობით ფუნქციაში გამოყოფენ სამ მხარეს: *ინფორმაციულს, გამომხატველობითსა და გულწრფელობითს. ინფორმაციული* მხარე მჟღავნდება ცოდნის გადაცემაში და მჭიდროდაა დაკავშირებული სიგნიფიკაციურობასთან და განმაზოგადებლობითობასთან. *გამომხატველობითი* მხარე ხელს უწყობს გრძნობებისა და ინფორმაციის შინაარსისადმი მოლაპარაკის მიმართებების გამოხატვას. *გულწრფელობითობა* ორიენტირებულია იმაზე, რომ მსმენე-

ლი დაუქვემდებაროს მოლაპარაკის ჩანაფიქრს. მეტყველე-ბის *კომუნიკაციურობითი ფუნქცია* იმიტომაა უშუალოდ დაკავშირებული *სიგნიფიკაციურობასთან,* რომ: თუ მსმე-ნელს არ ესმის მისდამი მიმართული სხვისი მეტყველება, მაშინ მისთვის უაზროა ის ცნობა, რომელსაც აწვდიან. ასეთი მეტყველება არ არის რაიმე ინფორმაციის მატარებელი, ასე-თი ცნობა ცნობა არ არის.

- *სიგნიფიკაციურობითი ფუნქცია.*

ეს ფუნქცია იმაში მდგომარეობს, რომ მეტყველება ზუს-ტად აღნიშნავს რეალურ საგნებს, მათ თვისებებს, მოქმე-დებებს, კავშირებს. ყოველ სიტყვას აქვს თავისი მნიშვნელო-ბა. როცა სიტყვით სახელდება კონკრეტული არაერთეულა-დი საგანი, ამით, იმავდროულად, აღნიშნულია საგანთა ის კლასი, რომელსაც მოცემული საგანი ეკუთვნის. ეს იმიტომ ხდება, რომ ყოველი სიტყვა, რომელიც ერთეულადი საგნის აღმნიშვნელი არ არის, აზოგადებს თავის მნიშვნელობას.

- *გამომსახველობითი ფუნქცია.*

ეს ფუნქცია მდგომარეობს იმაში, რომ მოლაპარაკე თავი-სი ინტონაციით, თხრობის მანერებით, პაუზებით, ხმის აწევ-დაწევით, ემოციონალურობით და სხვ. გამოხატავს თავის მი-მართებას იმ ინფორმაციისადმი, რომელსაც მისი მეტყვე-ლება ატარებს.

- *განმაზოგადებლობითი ფუნქცია.*

ეს ფუნქცია იმასთანაა დაკავშირებული, რომ სიტყვა აღნიშნავს არა მხოლოდ ცალკეულ, მოცემულ საგანს, არამედ – საგანთა მთელ ჯგუფს, რომლის წარმომადგენელიცაა ეს საგანი და იგი ყოველთვის არის ამ საგნების არსებითი ნიშნების მატარებელი.

- *წამქეზებლობითი ფუნქცია.*

ამ შემთხვევაში მოლაპარაკე მსმენელებს აქეზებს მოქმე-დებისაკენ. ეს არის მეტყველებითი ზემოქმედება მსმენელე-ბზე.

მეტყველების ფუნქციები ვრცლად და უფრო კონკრეტულად იქნება განხილული მათემატიკური მეტყველების დახასიათებისას.

⇒ ფატიკური და ინფორმაციული მატყველება.

მოლაპარაკისა და მსმენელის ერთობლივ კომუნიკაციებში შეიძლება გამოიკვეთოს ორი მხარე: *კონტაქტის დამყარება* და *ინფორმაციის გადაცემა.* ეს ორი მხარე გარკვეული გაგებით ერთიანდებიან, მაგრამ გარკვეული გაგებით ერთმანეთს ეწინააღმდეგებიან კიდეც. ისინი შინაგანი წინააღმდეგობების მქონე დიალექტიკურ ერთიანობას წმნიან. ამის გამო, მოლაპარაკისა და მსმენელის კომუნიკაციური როლი და მათი მეტყველებითი ქცევის მანერა სრულადაა დამოკიდებული იმაზე, თუ რომელი მხარეა წინა პლანზე წამოწეული – კონტაქტის დამყარება თუ ინფორმაციის გადაცემა. მაშასადამე, მოლაპარაკისა და მსმენელის მეტყველებითი ქცევა ფუნქციონალურია და ამის საფუძველზე გამოიყოფა მისი ორი ძირითადი სახე: *ფატიკური მეტყველებითი ქცევა* (ურთიერთობა, კონტაქტი) და *ინფორმაციული მეტყველებითი ქცევა* (ცნობება, ინფორმაციის გადაცემა). ამ ორ სახეს სხვადასხვა მიზანი და სხვადასხვა ორგანიზაცია გააჩნია. ეს იმაზეა დამოკიდებული, თუ როგორია მეტყველებითი აქტის მონაწილეთა კომუნიკაცი-ური როლები.

ფატიკურ მეტყველებით ქცევას ურთიერთობის ასოციაციურ ხერხს უწოდებენ. მისი ზოგადი სიტუაციურ-მიზნობრივი ამოცანაა ლაპარაკი (ზოგჯერ თვითმიზნობრივიც) იმისათვის, რომ გამოთქვას აზრები და გაუგონ. ჩვეულებრივ, ეს არის გაცვლაგამოცვლა ისეთი რეპლიკებისა, რომელთა შინაარსი ასოციაციურადაა დაკავშირებული ერთმანეთთან. მაგალითად:

– ისევ ფუჭდება ამინდი!

– ჩვენთან სულ ასე არაა? უცებ აცივდება და მერე ...

– გაიგე, რა მოხდა კახეთში? რა საშინელი ქარბორბალა დატრიალდა!

– ჰო!.. ეს კიდევ რა არის, მახსოვს, ჩემი ბავშვობისას...

– და ა.შ.

ფატიკის დროს საუბრის მონაწილეები არ მიისწრაფვიან იმისკენ, რომ მივიდნენ ერთ თვალსაზრისამდე, ამოხსნან რომელიმე პრობლემა. ეს არის არალოგიკური აზრებისა და გრძნობების გავცლა-გამოცვლა და სხვ.

ცხოვრებისეული სიტუაციების მიხედვით ფატიკური მეტყველება ვარიირებს შემდეგნაირად:

- *უცნობ ადამიანებს შორის* – ნაცნობობის გაბმის, დროის გაყვანის მიზნით სატრანსპორტო საშუალებაში, რიგში და სხვ.
- *ნაკლებად ნაცნობ ადამიანებს შორის* – ნაცნობობის განმტკიცების მიზნით.
- *შემთხვევითი გაცნობისას* – თავაზიანობის წესების დაცვის მიზნით, როცა სიჩუმე უხერხულობას იწვევს.
- *კარგად ნაცნობ ადამიანებს შორის* – ჩამოყალიბებული მიმართების შენარჩუნების მიზნით.
- *ახლობელ ადამიანთა შორის ან ოჯახში* – აზრების, ემოციების მიმოცვლის ჩვევისადმი ხარკის მოხდის მიზნით.

ცხადია, ასეთი მეტყველების გამოყენება შესაძლებელია მასწავლებლის მიერაც სკოლაში, მოსწავლის განწყობის ან მოტივაციის და სხვ. შექმნის მიზნით.

ინფორმაციული მეტყველებითი ქცევა ურთიერთობაში შეიძლება გამომჟღავნდეს რამდენიმე სხვადასხვა ხერხით, რომელთა შორის ძალზე მნიშვნელოვანია შემდეგი სამი:

- ***ამოცანის ერთობლივი ამოხსნა:*** *მეტყველებითი გამოთქმები ორიენტირებულია საერთო თვალთახედვის მიღწევაზე;* ურთიერთობის ეს ხერხი გულისხმობს საერთო მიზნის არსებობას. საერთო მიზნის არსებობა კი საგრძნობლად ზღუდავს როგორც თემატიკას, ისე საუბრის წაყვანის

წესების კრებულს, რომელიც ურთიერთობის მოცემული ხერხისთვისაა დამახასიათებელი: ყოველი გამონათქვამი გულმოდ-გინედ უნდა აიწონდაიწონოს, ყოველი სიტყვა საკმაოდ მკაცრად უნდა შეირჩეს და შეფასდეს. ურთი-ერთობის არც ერთმა მონაწილემ არ უნდა დაარღვიოს წესები. თუ რომელიმე მონაწილე ვერ გებულობს ან უარს ამბობს ამოცანის ამოხსნაზე, ამით შეიძლება შეიცვალოს ურ-თიერთობის ხერხი. ამიტომ ურთიერთობაში დასაშვებია გამეორებები და დაზუსტებები. საბოლოო გადაწყვეტილება უნდა გამომუშავდეს ერთობლივი ძალისხმევით, ურთიერთ-შეთანხმებით. ამ გადაწყვეტილების გამომუშავებით სრულ-დება (მთავრდება) ურთიერთობის ეს ხერხი და მოსაუბრეები გადადიან ახალ ხერხზე.

- ***კითხვების მიცემა:*** *ერთ-ერთი თანამოსაუბრე – კითხვების მიმცემი – დაინტერესებულია გარკვეული ინ-ფორმაციის მიღებაში;* კითხვების მიმცემის უფლება განისა-ზღვრება სოციალური როლით (შეიძლება იყოს მამა, გამო-მცდელი, მასწავლებელი და სხვ.). მოპასუხის უფლებაა: კითხვისათვის თავის არიდება, შემხვედრი კითხვის მიცემა, მიცემული კითხვის განსჯა-გარჩევა. ჩვეულებრივ, კითხვე-ბის მიმცემი პასუხებს ნაწილობრივ ღებულობს. ამომწურავი, დაწვრილებითი პასუხები წესების დარღვევად ითვლება, ისევე როგორც არაადეკვატური კითხვები, კითხვისათვის თა-ვის არიდების მიუღებელი ხერხები, პასუხებში გამეო-რებები. ურთიერთობის თემა ყოველთვის არ არის ზუსტად განსაზღვრული. დასაშვებია გამეორებები და დაზუსტებები. სიტყვები და რეპლიკები უნდა შეირჩეს გულმოდგინედ, ზუსტად.

- ***გაგების დაზუსტება:*** ურთიერთობის ეს ხერხი სხვა ხერხებს მოსდევს. იგი რამდენადმე *ამოცანების ამოხსნას* გვაგონებს, რადგან აქაც აქვს ადგილი ამოცანების ამოხსნას, ამასთან, – იმ ამოცანებისა, რომლებიც ეხება გაუგებლობის

მიზეზების ძიებას. გვაგონებს, აგრეთვე, *კითხვების დასმას,* რადგანაც გაუგებლობის მიზეზების ძიებისას მრავალი კითხვა დაისმის. ურთიერთობის მონაწილეები გამოდიან ურთიერთობის ამ ხერხიდან, როგორც კი რომელიმე მათგანი იტყვის, რომ ყველაფერი გასაგებია. ამით ისინი გადადიან ურთიერთობის სხვა ხერხზე.

მეტყველებითი ქცევის ინფორმაციულ სახეში გამოიყენება კომუნიკაციური ტაქტიკის მრავალი ფორმა, მათ შორის:

- *პარტნიორის ჩართვა საკუთარ ლოგიკაში, ერთად დაფიქრების მიზნით მისი მოწვევის გზით.*
- *პარტნიორის აზრების პოზიტიური და პატივისცემითი განხილვა.*
- *მოძრაობა საგნის შინაგანი ლოგიკის მიხედვით.*

2.2.2. მათემატიკური ენა და მისი ფუნქციები

იმისათვის, რომ მასწავლებელს კარგად ჰქონდეს გაცნობიერებული მათემატიკური აზროვნების არსი, მისი განვითარების კანონზომიერებები და ასეთი აზროვნების როლი მოსწავლის პიროვნული განვითარების მთელ სისტემაში, იგი ძალიან კარგად უნდა ერკვეოდეს ისეთ საკითხებში, როგო-რიცაა:

- *როგორ წარმოიშვა და განვითარდა მათემატიკური ენა;*
- *რას წარმოადგენს მათემატიკური ენა;*
- *სად არის მათემატიკური ენა გამოყენებული და გავრცელებული;*
- *სინამდვილეში არის თუ არა მათემატიკური ენა უნივერსალური და, თუ არის, – რატომ?*

უპირველესად უნდა დავსვათ საკითხი: რისთვის სჭირდება მოსწავლეს მათემატიკური მეტყველება და, საერთოდ, – მათემატიკა? იმისათვის, რომ მათემატიკოსი გახდეს? – არამც და არამც! თუ მოსწავლეს განსაკუთრებული მიდრეკი-

ლება გააჩნია მათემატიკისადმი, თუ იგი ხასიათდება განსაკუთრებული მათემატიკური ნიჭიერებით, მაშინ ის გახდება მათემატიკოსი, კარებს აუცილებლად შეაღებს დიდ მათემატიკაში. მაგრამ, რა ქნან სხვებმა? სჭირდება თუ არა მათ მათემატიკა? – დიახ, სჭირდება! და სჭირდება იმიტომ, რომ მათემატიკური აზროვნების პოზიციებიდან სულ სხვანაირად შეხედავენ ისინი რეალურ საგნებს, ბუნებაში მიმდინარე მოვლენებსა და პროცესებს. დიდებულია ***გალილეო-გალილეის*** სიტყვები: *„ბუნების წიგნი დაწერილია მათემატიკის ენით“*. და ჭეშმარიტი ექსპრესიულობითა და სიმართლითაა აღსავსე ***პოლ ლოკხარდის*** გამონათქვამი: *„ქვეყანაზე არაფერია ისეთი საოცნებო და პოეტური, ისეთი რადიკალური, ფეთქებადი და ფსიქოქმედითი, როგორიც მათემატიკა“.* ***რიჩარდ ფეიმანის*** აზრით, ჩვენი სამყაროს ყველა საიდუმლოება მათემატიკის ენაზეა ჩაწერილი და, ვისაც ბუნების შესწავლა უნდა, მათემატიკა უნდა ისწავლოს.

თანამედროვე მათემატიკას თავის არსენალში გააჩნია ძალიან განვითარებული ნიშნიერი სისტემები, რომლებიც ნებას ანიჭებენ ადამიანებს, ასახონ აზროვნებითი პროცესების უფაქიზესი ელფერიც კი. მათემატიკური ენის ცოდნა იძლევა მეცნიერული აზროვნებისა და შემეცნების მთელი პროცესის ანალიზის უმდიდრეს შესაძლებლობებს. აღსანიშნავია, რომ მათემატიკა, თავისი არსიდან გამომდინარე, ზოგადსაკაცობრიო კულტურის ფენომენია. მათემატიკის უცოდინარი ადამიანი არ შეიძლება კულტურულად ჩაითვალოს (ცხადია, აქ არ იგულისხმება დიდი მათემატიკის ცოდნა). ადამიანის კულტურული განვითარების მათემატიკური კრიტერიუმი, მაგალითად, ლიტერატურულისაგან განსხვავებით, ზოგადკაცობრიულია. მაგალითად, ადამიანი, რომელიც ცხოვრობს ახალ ზელანდიაში, შეიძლება ფრიად კულტურული იყოს და, ამასთან, არ იცოდეს რუსთაველის ან დანტეს შემოქმედება, მაგრამ, თუ მან არ იცის პითაგორას

თეორემა და არ შეუძლია ფართობისა და მოცულობის გამოანგარიშება, მისი კულტურულობა მალზე საეჭვოა.

ნებისმიერ მათემატიკურ თეორიაში საკუთრივ მათემატიკური შინაარსი და ამ შინაარსის აგების ლოგიკა ენის ორ კომპონენტში აისახება:

- **მათემატიკური ტერმინები და სიმბოლოები**, რომლებიც აღნიშნავენ ამ თეორიაში შესასწავლ ობიექტებსა და მიმართებებს, შეადგენენ ამ თეორიის ენას.
- **ლოგიკური ტერმინები და სიმბოლოები**, რომლებიც აღნიშნავენ ლოგიკურ კავშირებსა და ოპერაციებს, შეადგენენ ამ თეორიის ლოგიკურ ენას. ამასთან, ლოგიკური კავშირებისა და ოპერაციების საშუალებით ხდება თეორიის წინადადებათა კონსტრუირება და ერთი წინადადებიდან გამოიყვანება სხვები.

ეს ორი კომპონენტი ბევრი რამით ჰგავს ერთმანეთს. ისინი მჭიდროდაა გადახლართული ერთმანეთში ყოველი მათემატიკური წინადადებისა თუ ყოველი მსჯელობის შიგ -ნით. ისინი ქმნიან ერთიან ენას.

როცა ჩვენ ვწერთ თხზულებას, წერილს, გამოვდივართ სიტყვით, მაშინ ჩვენს აზრებს ვაყალიბებთ წინადადებათა დახმარებით. როცა წიგნს ან სტატიას ვკითხულობთ, მაშინაც ვხედავთ, რომ წინადადებები ერთმანეთთან დაკავშირებულ რიგს წარმოადგენს.

ასეა მათემატიკის შესწავლის დროსაც, ვიყენებთ წინადადებებს, რომლებიც ჩაწერილია ჩვენთვის ბუნებრივ ქართულ ენაზე, შესაძლოა, მათემატიკურ ენაზეც, სიმბოლოების გამოყენებით, მაგალითად, $5 + 4 \cdot 6 = 29$. მათემატიკური წინადადებები ხასიათდება შინაარსითა და ლოგიკური სტრუქტურით. ამ შემთხვევაში ქართული ენა და მათემატიკური ენა ქმნის ერთიან **ქართულ მათემატიკურ ენას**, რომელიც უზენაესი სილამაზის მწყობრ სისტემას წარმოადგენს.

ვიცით, რომ ნებისმიერი წინადადება იგება სიტყვებისაგან, სიტყვები კი ასოებისაგან.

მათემატიკის ანბანია:

- ათი ციფრი რიცხვების ჩასაწერად $(0,1,2,3,\dots,9)$,
- ლათინური ანბანი ცვლადების, სიმრავლეების, მათი ელემენტებისა და სხვათა ჩასაწერად

$$(a,b,c,\dots,z,A,B,C,\dots,Z),$$

- ნიშნები მოქმედებათა ჩასაწერად $(+,-,\times,\cdot,:$ და სხვ.),
- სხვა ოპერაციების ჩასაწერად
  ($\sum, \prod, \neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists, \cup, \cap, \nabla, \times, \backslash, \surd$ და სხვ.).
- მიმართებათა ნიშნები წინადადებათა ჩასაწერად
  ($<, >, =, \neq, \approx, \sim, \in, \notin, \subset, \not\subset$ და სხვ.).
- ამ ანბანში შედის ფრჩხილები
- და სხვა მრავალი.

ამ ნიშნებისაგან კონსტრუირდება სიტყვები და წინადადებები. სიტყვა არის ანბანის ასოების ისეთი თანამიმდევრობა, რომელსაც აზრი გააჩნია. ხოლო წინადადება – სიტყვების ისეთი შეკავშირებაა, რომელსაც აზრი აქვს. მაგალითად, ჩანაწერს „3 – : 5 +“ აზრი არ გააჩნია, ამიტომ იგი არც სიტყვას წარმოადგენს და არც წინადადებას.

მათემატიკური ენა – ეს არის ერთობლიობა ყველა იმ საშუალებისა, რომელთა მეშვეობით შეიძლება მათემატიკური შინაარსის გამოხატვა. ასეთ საშუალებებს მიეკუთვნება მათემატიკური ტერმინები, სიმბოლოები, სქემები, გრაფიკები, დიაგრამები და სხვ. მაგრამ განსაკუთრებითაა აღსანიშნავი ის გარემოება, რომ ქართველთათვის მათემატიკა ქართულ ენაზეა ამეტყველებული და ამდენად, ქართული, როგორც მშობლიური, ენის ყველა წესი, კანონი თუ კანონზომიერება მათემატიკური მეტყველების საკუთრივ ორგანულ ნაწილად უნდა მივიჩნიოთ. ამასთან, ქართული ენა – ეს ის სამყაროა, სადაც იფურჩქნება და მწყობრ სისტემად ყალიბდება მოსწავლის მათემატიკური აზროვნება, რომელიც

სავსეა ღვთაებრივი მშვენიერებით, შეუდარებელი სილამაზით, წარმოსახვითი თუ პოეტური სახეებით, მუსიკალობითა და ფერწერული გამომხატველობით.

მათემატიკური ენის შეწავლისადმი არსებობს ორი მიდგომა: *სემანტიკური* და *სინტაქსური.*

სემანტიკა სწავლობს ნიშნებს, ენის გამოხატულებებს მათი აზრობრივი მნიშვნელობის, აღსანიშნავი ობიექტისადმი მათი მიმართების თვალსაზრისით. სემანტიკა განსაზღვრავს ყოველი მათემატიკური ნიშნის აზრობრივ მნიშვნელობას.

სინტაქსი სწავლობს ენობრივ გამოხატულებათა აგების სისწორეს მათი აზრობრივი მნიშვნელობებისაგან დამოუკიდებლად. მათემატიკური სინტაქსი ადგენს გამოსახულებებში, ტოლობებში, უტოლობებში, მათემატიკური ენის სხვა წინადადებებში მათემატიკური ნიშნების გამოყენების წესებს.

მათემატიკური ენის აგებისა და შესწავლისადმი ორი, ზემოთ დახასიათებული, მიდგომის შეხამება ნიშნავს, რომ ამ ენის გრამატიკული წესები, მათემატიკური და ლოგიკური ნიშნებისაგან შექმნილი კონსტრუქციები უნდა აიხსნას სემანტიკურად, მათ შორის იმ შემთხვევებშიც, როცა ისინი ჩამოყალიბებულია როგორც სინტაქსური.

სემანტიკური და სინტაქსური მიმართებები უნდა იქნეს განხილული შეთავსებით იმ სასწავლო საქმიანობასთან, რომელიც მათ შეთვისებაზეა ორიენტირებული. ამიტომ მათემატიკური ენის ათვისების ფსიქოლოგიურ საფუძვლად შეგვიძლია მივიღოთ სწავლისა და განვითარების ცნობილი თეორიები. ნებისმიერი სასწავლო მოქმედიანობა შედგება მოქმედებებისაგან, მოქმედებები კი – ოპერაციებისაგან. მოქმედების შესრულების შეძლებას – **უნარს** უწოდებენ, ხოლო ოპერაციის ავტომატურად შესრულების შეძლებას – **ჩვევას**. შესაბამისად, *მეტყველებითი ჩვევა* – ეს არის ავტომატი-

ზმამდე დაყვანილი მეტყველებითი ოპერაცია; *მეტყველებითი უნარი* – ეს არის ურთიერთობების სხვადასხვა სიტუაციებში შეძენილი ცოდნისა და ჩვევების გამოყენების შეძლება.

თუ საქმის ვითარებაში უფრო ღრმად ჩავიხედავთ, – მათემატიკური ენა, მით უმეტეს, თუ ის სასკოლო სასწავლო პროცესის განვითარების პოზიციებიდანაა განხილული, შედგება სამი კომპონენტისაგან (ფაქტობრივად – ენის სამი სახისაგან). ესენია:

- *წმინდა ქართული ენა,*
- *მათემატიკური ქართული ენა,*
- *წმინდა მათემატიკური ენა.*

არსში უკეთ გარკვევის მიზნით განვიხილოთ რამდენიმე სავარჯიშო.

სავარჯიშო 1. მოცემულია წინადადება ***წმინდა ქართულ ენაზე:*** *„ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეში ნებისმიერი ნატურალური რიცხვისათვის არსებობს მისი მომდევნო ერთი და მასთან მხოლოდ ერთი ნატურალური რიცხვი“.* თარგმნეთ იგი: 1) ***მათემატიკურ ქართულ ენაზე;*** 2) ***წმინდა მათემატიკურ ენაზე.***

პასუხი:

1). ***მათემატიკურ ქართულ ენაზე:***

„N სიმრავლეში ნებისმიერი $a \in N$ რიცხვისათვის არსებობს მისი მომდევნო ერთი და მასან მხოლოდ ერთი $b = a'$ ნატურალური რიცხვი“.

2). ***წმინდა მათემატიკურ ენაზე:***

$(\forall a \in N)(\exists!\, b \in N)[b = a']$.

სავარჯიშო 2. მოცემულია წინადადება წმინდა მათემატიკურ ენაზე:

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

თარგმნეთ იგი: 1) ***წმინდა ქართულ ენაზე;***

2) ***მათემატიკურ ქართულ ენაზე.***

პასუხი:

1) ***წმინდა ქართულ ენაზე:*** *„ორი რიცხვის სხვაობის კუბი უდრის პირველი რიცხვის კუბს მინუს გასამკეცებული ნამრავლი პირველის ვადრატისა მეორეზე, პლიუს გასამკეცებული ნამრავლი პირველისა მეორის კვადრატზე, მინუს მეორე რიცხვის კუბი“.*

2) ***მათემატიკურ ქართულ ენაზე:*** *„a და b რიცხვების სხვაობის კუბი უდრის a რიცხვის კუბს მინუს გასამკეცებული ნამრავლი a-ს კვადრატისა b-ზე, პლიუს გასამკეცებული ნამრავლი a რიცხვისა b-ს კვადრატზე, მინუს b რიცხვის კუბი“.*

სავარჯიშო 3. ერთი დამტკიცების ტექსტი მოცემულია ***წმინდა მათემატიკურ ენაზე:***

$x \in (A \cup C)\backslash B \Rightarrow x \in A \cup C \wedge x \notin B \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B \vee x \in C \wedge x \notin B \Rightarrow x \in (A\backslash B) \cup C.$

თარგმნეთ იგი ***მათემატიკურ ქართულ ენაზე.***

პასუხი:

ვთქვათ, $x \in (A \cup C)\backslash B$, მაშინ, სიმრავლეთა სხვაობის განსაზღვრის თანახმად გვაქვს: $x \in A \cup C \wedge x \notin B$. ამ დებულების საფუძველზე, სიმრავლეთა გაერთიანების განსაზღვრის თანახმად, შეგვიძლია ვწეროთ: $x \in A \wedge x \notin B \vee x \in C \wedge x \notin B \Rightarrow x$. სიმრავლეთა სხვაობის განსაზღვრის თანახმად ვწერთ: $x \in (A\backslash B) \cup C$.

სრულიად ცხადია, რომ წმინდა ქართულ ენაში მათემატიკური სიმბოლიკა არ გამოიყენება, წმინდა მათემატიკურ ენაში ქართული ასოები არ გამოიყენება, ხოლო მათემატიკური ქართული ენა მათ შორის შუალედურია. იგი შეიძლება ახლოს იყოს წმინდა ქართულ ენასთან ან ახლოს იყოს წმინდა მათემატიკურ ენასთან. ეს დამოკიდებულია მოსწავლეთა მათემატიკური განვითარების დონეზე. მაშასადამე, მოსწავლეთა მათემატიკური განვითარების პროცესში მათემატიკური ქართული ენა მოძრაობს წმინდა ქართულიდან წმინდა მათემატიკურისკენ. მათემატიკური ქართული ენა შემეცნე-

ბის პროცესის განვითარებასთან ერთად თანდათანობით იტვირთება მათემატიკური ნიშნიერებითა და სახოვნებით.

მათემატიკა მეცნიერებაა სინამდვილის რაოდენობრივ მიმართებათა შესახებ, უნივერსალურ დისციპლინათაშორის ხასიათს ატარებს. მისი შედეგები გამოიყენება საბუნებისმეტყველო და საზოგადოებრივ მეცნიერებებში. საოცრად მშვენიერია მათემატიკურ კანონზომიერებათა ენის გამოყენება ლიტერატურაში, პოეზიაში, მუსიკაში, ფერწერაში, არქიტექტურაში.

ჩვეულებრივ სამეტყველო ენაში განიხილება ცნებები, რომლებიც ახასიათებენ საგანთა და მოვლენათა გარკვეულ ხარისხობრივ მხარეს. სწორედ აქედან იწყება ახალი საგნებისა და მოვლენების შემეცნება. საგანთა და მოვლენათა თვისებების კვლევის შედეგად ყალიბდება შედარებითი ცნებები, როცა ამა თუ იმ თვისების ინტენსიურობა აისახება რიცხვების საშუალებით. ბოლოს, როცა თვისების ან სიდიდის ინტენსივობა შეიძლება გაიზომოს, მაშინ წარმოიქმნება მეტრიკული ანუ რაოდენობრივი ცნებები.

მათემატიკის რაოდენობრივი ენის უპირატესობა ბუნებრივი ენის წინაშე იმაში მდგომარეობს, რომ ეს ენა ძალიან მოკლე და ზუსტია. ამ მიმართებით მათემატიკური ენა ორ ფუნქციას ასრულებს:

1. მისი მეშვეობით ზუსტად შეიძლება ფორმულირებულ იქნას რაოდენობრივი კანონზომიერებები, რომლებითაც ხასიათდება საკვლევი მოვლენა. მათემატიკის ენაზე კანონებისა და მეცნიერული თეორიების ზუსტი ფორმულირება შედეგების მიღებისას საშუალებას იძლევა გამოყენებულ იქნას მდიდარი მათემატიკური და ლოგიკური აპარატი.

2. იგი კავშირების, მიმართებებისა და პროცესების ასახვისათვის წარმოადგენს მოდელებისა და ალგორითმული სქემების წყაროს. ერთის მხრივ, ნებისმიერი მათემატიკური სქემა ან მოდელი არის ობიექტის ან მოვლენის გამამარტივე-

ბელი იდეალიზაცია, მეორეს მხრივ, გამარტივება იძლევა იმის საშუალებას, რომ ზუსტად და ცალსახად იქნეს გამოვლენილი ობიექტისა თუ მოვლენის არსი. ამასთან, რამდენადაც მათემატიკურ ფორმულებსა და განტოლებებში აისახება რეალური სამყაროს გარკვეული ზოგადი თვისებები, ისინი მეორდებიან მის სხვადასხვა უბანზე.

მაგალითისათვის შეიძლება მივმართოთ ამოცანებს სრულიად სხვადასხვა საგანთა შესახებ:

1. ნაკვეთზე 7 მწკრივად დარგეს კივის ნერგები, თითო მწკრივში 42 ძირი. 168 ძირმა ვერ გაიხარა და გახმა. რამდენმა ძირმა იხარა?

2. სპორტსკოლის ჭიდაობის სექციაში ირიცხებოდა 42 ყმაწვილი, ტანვარჯიშის სექციაში – 7-ჯერ მეტი, ვიდრე ჭიდაობის სექციაში, ხოლო კარატეს სექციაში – 168-ით ნაკლები, ვიდრე ტანვარჯიშის სექციაში. რამდენი ყმაწვილი ირიცხებოდა კარატეს სექციაში?

3. სოფლის მაღაზიაში 7 ტომრით მოიტანეს შაქარი, თითოში 42 კილოგრამი და 168 კილოგრამი ბრინჯი. რამდენით მეტი მოუტანიათ შაქარი?

ასეთი ამოცანები კიდევ შეიძლება მოვიფიქროთ, მაგრამ მთავარი ისაა, რომ ყოველი მათგანი აღიწერება ერთი მათემატიკური მოდელის საშუალებით: $x = 42 \cdot 7 - 168$.

ეს ფაქტი მათემატიკის უნივერსალურობაზე მეტყველებს. დიახ, მათემატიკა უნივერსალურობის თვისებით ხასიათდება. ეს კიდევ უფრო ნათლად ჩანს შემდეგ მაგალითში:

ქვემოთ ერთი და იგივე წინადადება ჩაწერილია სხვადასხვა ენაზე (თარგმნილია).

ქართულ ენაზე:	ორჯერ სამი არის ექვსი.
რუსულ ენაზე:	Дважды два есть шесть.
ინგლისურ ენაზე:	Two multiply three equals six.
გერმანულ ენაზე:	Zwei mal drei ist secks.

ფრანგულ ენაზე: Deux fois trios font six.
ადიღეურ ენაზე: Tlyp щэ пштэмэ мэхъу хы.
მათემატიკურ ენაზე: $2 \cdot 3 = 6$.

სრულიად ცხადია, რომ მათემატიკურ ენაზე ეს წინადადება ყველასათვის გასაგებია. იგი სიზუსტის, სიცხადისა და გასაგებობის უმაღლესი ხარისხით ხასიათდება. დანარჩენი კი მხოლოდ ადამიანთა ცალკეული ჯგუფებისთვისაა გასაგები. ამასთან, მათში სტილი შეიძლება მრავალნაირი იყოს, მათში გატარებული აზრი შეიძლება სხვა წინადადებებითაც ჩაიწეროს.

მათემატიკური ტექსტების წერისას ხშირად სიზუსტე უპირისპირდება გრამატიკულ კანონებს, განსაკუთრებით კარგ სტილს. ტერმინებისათვის აქ სინონიმების შერჩევა დაუშვებელია.

მათემატიკური ენის ფორმირება მიმდინარეობს ეტაპობრივად და ამ ფორმირების მდგენელებია:

1. საგანთა არსებითი და არაარსებითი ნიშნებით ოპერირება.

2. კლასიფიკაციის ლოგიკური მოქმედებების ფლობა.

3. გვარისა და სახეობითი განსხვავების მიხედვით ცნების განსაზღვრის შეძლება.

4. ლოგიკური კავშირებით ოპერირება („არა“, „და“, „ან“ და სხვ.).

5. კვანტორებით ოპერირება („ყველა“, „ზოგიერთი“, „ყოველი“, „ნებისმიერი“ და სხვ.).

6. უმარტივესი დასკვნების გამოტანის შეძლება.

2.2.3. მათემატიკური მეტყველება და მისი ფორმები

მეტყველება არის **ენის** მეშვეობით ადამიანთა ურთიერთობის ისტორიულად ჩამოყალიბებული ფორმა. ადამიანთა ურთიერთობა ენისა და მეტყველების გარეშე შეუძ-

ლებელია. ენა არის ამ ურთიერთობის ფონეტიკურ, ლექსიკურ და გრამატიკულ საშუალებათა სისტემა, მეტყველება კი – ურთიერთობის ფორმა ანუ პროცესი (კომუნიკაციები). ენა და მეტყველება მჭიდრო კავშირშია ერთმანეთთან. ეს კავშირი როგორც ისტორიული, ისე ფუნქციონალურიცაა; ისინი ზე-მოქმედებენ ერთმანეთზე და განაპირობებენ ერთმანეთის გან-ვითარებას, თუმცა, ენა მეტყველების საფუძველია.

ადამიანები ურთიერთობისას ერთმანეთს უზიარებენ თავიანთ აზრებს, გრძნობებს, სურვილებს. მაგრამ, ამასთან ერთად, ისინი ზემოქმედებენ ერთმანეთზე – უბრძანებენ, თხოვენ და ა. შ. ამის მიხედვით განასხვავებენ მეტყველების ორ ძირითად ფუნქციას.

მეტყველება აზრის გამოხატვის საშუალებაცაა და ამით იგი ხდება ადამიანის აზროვნების ძირითადი მექანიზმი.

მეტყველებით ურთიერთობაში მონაწილეობს ორი მხარე – მოლაპარაკე და მსმენელი. ამის შესაბამისად მეტყველებითი ურთიერთობები შეიძლება ორმხრივ იქნეს განხილული: როგორც სიტყვის წარმოთქმა, აზრის გამოხატვა, ახსნა და როგორც ამ წარმოთქმულის, გამოხატული აზრის, ახსნის აღქმა და გაგება.

მეტყველების აღქმისას ურთიერთზემოქმედებენ სხვადასხვა ანალიზატორები (სმენითი, მხატვრობითი, მამოძრავებელი). ამ შემთხვევაში სმენითი აღქმა უკავშირდება მოლაპარაკის მიმიკისა და პანტომიმიკის მხედველობით აღქმასა და იმ კინესინთეზურ შეგრძნებას, რომელიც აღმოცენდება საკუთარი სამეტყველო ორგანოების დაძაბვისას სხვისი მეტყველების მოსმენის შედეგად.

აღქმასა და გაგებას შორის დიდი განსხვავებაა. აღქმა არის ენის მატერიალურ საშუალებათა ანალიზისა და სინთეზის პირველი დონე, გაგება კი უფრო მაღალი დონეა. აქ ხორციელდება გამონათქვამთა ანალიზი და სინთეზი მათი მნიშვნელობისა და შინაარსის თვალსაზრისით. მაგრამ გაგე-

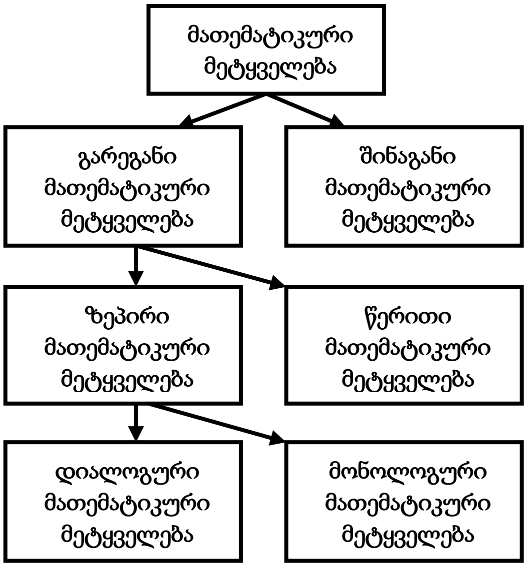
ბა არ არსებობს აღქმის გარეშე. ამიტომ ეს ორი პროცესი უნდა განიხილებოდეს ერთ მთლიანობაში.

ურთიერთობა გულისხმობს მთქმელს, მსმენელსა და სათქმელს. ამ ურთიერთობაში აქტიურად მონაწილეობს ორი ცნობიერება. სათქმელი ნაწევრდება მთქმელის ცნობიერებაში, ყალიბდება სიტყვებში, წინადადებებში და მსმენელს მიეწოდება თანამიმდევრულ პორციებად. მსმენელი გაიგონებს ნათქვამს და შესაბამისად აზრად შეკრავს. ეს კომუნიკაცია იწყება **ანალიზით** მთქმელის ცნობიერებაში და თავდება **სინთეზით** მსმენელის ცნობიერებაში.

უნარი იმისა, რომ მკაფიოდ, ცხადად, გამართულად ჩამოაყალიბოს თავისი აზრები, სჭირდება ყველას, განურჩევლად ყველას. მეტყველების სიწმინდის, სისწორის, გამომხატველობითობის დაცვისთვის ზრუნვა ყოველთვის ევალებოდა და დღესაც ევალება ყველა სასწავლო საგნის მასწავლებელს. სწავლების ამ სფეროში განსაკუთრებული წვლილის შეტანა შეუძლია მათემატიკას. საზოგადოდაც ცხადია, რომ მათემატიკური აზროვნება აზროვნების უმაღლესი ფორმაა.

ფსიქოლოგიაში განარჩევენ მეტყველების ორ **ფორმას**: ***გარეგანსა*** და ***შინაგანს***. თავის მხრივ, გარეგანი მეტყველება ორი **სახისაა**: ***ზეპირი*** და ***წერითი***. ზეპირი მეტყველება კი თვითონ მოიცავს ორ **სახეს**: ***მონოლოგურსა*** და ***დიალოგურს***. მეტყველების ეს დიქოტომიური კლასიფიკაცია სქემატურად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ ნახ. 13-ის სახით.

გარეგანი მეტყველება აზრების მატერიალიზაციის პროცესია, ამ მეტყველებაში გამოიყენება ადამიანთა ბგერითი სიგნალები, წერითი ნიშნები და მათემატიკური სიმბოლოები. **შინაგანი მეტყველება** შეიძლება ხასიათდებოდეს პრედიკატიულობით, რაც გამოიხატება მასში იმ სიტყვების უქონლობით, რომლებიც წარმოადგენენ სუბიექტს (ქვემდებარეს) და იმ სიტყვების ქონით, რომლებიც ეხება პრედიკატს (შემასმენელს).



ნახ. 13

თუმცა მეტყველების ყველა ეს ფორმა და სახე ურთიერთდაკავშირებულია, მაინც მათი ცხოვრებისეული დანიშნულება ერთნაირი არ არის. მაგალითად, გარეგანი მეტყველება თამაშობს ურთიერთობის საშუალებათა ძირითად როლს, შინაგანი მეტყველება კი – აზროვნების საშუალებათა როლს. წერითი მეტყველება ხშირად ინფორმაციის დამახსოვრებისა და შენახვის ხერხს წარმოადგენს, ზეპირი მეტყველება – ინფორმაციის გადაცემის საშუალებას. **მონოლოგი** ემსახურება ინფორმაციის მიმოცვლის ცალმხრივ, ხოლო **დია-ლოგი** – ორმხრივ პროცესს.

ადამიანის მეტყველება შეიძლება იყოს შემოკლებული (შეკუმშული) და ვრცელი (გაშლილი).

გაშლილი მეტყველების პირობებში მოლაპარაკე სარგებლობს ენის მიერ მოწოდებული ყველა საშუალებით, როგორიცაა: აზრების, მნიშვნელობებისა და მათი ელფერის სიმბოლური გამოსახვა; მეტყველების ეს ტიპი ხასიათდება დიდი ლექსიკური მარაგით და გრამატიკული ფორმების სიმდიდრით და სხვ.

შეკუმშული მეტყველების პირობებში მოლაპარაკე კარგად გრძნობს თავს ნაცნობ გარემოში. მაგრამ ასეთი მეტყველებით ძნელდება უფრო რთული, აბსტრაქტული აზრების გამოხატვაცა და აღქმაც. მით უმეტეს, თუ მოითხოვება ფარული ურთიერთკავშირების ანალიზი. თეორიული აზროვნების შემთხვევაში ყოველთვის უმჯობესია გაშლილი მეტყველებით სარგებლობა.

სქემების სახით წესების ჩაწერა ხელს უწყობს დასკვნის ფორმის ზუსტად განსაზღვრის უნარის გამომუშავებას. ეს უნარი კი აუცილებელია მსჯელობის აგებისა და მისი ანალიზისათვის. ამასთან დაკავშირებით, *მოსწავლის მათემატიკური მეტყველების მიმართ* წაყენებულია ასეთი **მოთხოვნები:**

დაცული უნდა იყოს:

- **შინაარსობრიობა –** მეტყველება აგებულია ფაქტების ცოდნაზე, დაკვირვების საფუძველზე; გამონათქვამი გააზრებული და მოფიქრებულია.
- **ლოგიკურობა, თანამიმდევრულობა, მკაფიოობა –** მოსწავლე არ ტოვებს არსებით მასალას, ლოგიკურად გადადის ერთი ნაწილიდან მეორეზე, არ იმეორებს, დასკვნებს ასაბუთებს, უნარი აქვს იმისა, რომ არა მარტო დაიწყოს გამონათქვამის აგება, არამედ დაამთავროს კიდეც.
- **სიზუსტე –** ზეპირად და წერილობით არა მხოლოდ გადმოსცემს ფაქტებსა და დაკვირვებებს, მოთხოვნათა შესაბამისად, არამედ არჩევს კიდეც საამისოდ ენობრივ საშუალებებს.
- **გამომხატველობა –** აზრებს გადმოსცემს დამაჯერებლად, მოკლედ, მსმენელებზე ზემოქმედებას ახდენს ინტონაციებით, ფაქტების სწორი მოშველიებით, ფრაზების აგებით, სიტყვების შერჩევით, საქმიანი განწყობით.
- **სიცხადე –** მეტყველება მისაწვდომია იმათთვის, ვისთვისაცაა იგი განკუთვნილი.

- **სისწორე –** მეტყველება შეესაბამება ენობრივ ნორმებს.

წიგნიერი მათემატიკური მეტყველების ფორმირებისას აუცილებელია, გათვალისწინებულ იქნას *სამი ენა – ცნობილი პრობლემა,* რომლის მდგენელებია:

- **მოსწავლის ენა**, რომელშიც ჩართულია, ფართო გაგებით, ჩვეულებრივი ენა და მათემატიკური ტერმინოლოგია და სიმბოლიკა, რომელსაც მოსწავლე უკვე ფლობს.
- **მათემატიკური ენა,** რომელსაც სწავლების ამ ეტაპზე მოსწავლე ახლა უნდა დაეუფლოს .
- **მასწავლებლის ენა,** რომლის მეშვეობითაც მასწავლებელი ახორციელებს მათემატიკური ენის სწავლებას, მოსწავლის ენის საფუძველზე.

ამასთან, მოსწავლეთა *მეტყველებითი საქმიანობა* სასწავლო პროცესში გამოდის სხვადასხვა მოდიფიკაციაში:

- ეხმარება მასწავლებლის ინფორმაციისა და ამხანაგების პასუხების აქტიურ აღქმას, ხელს უწყობს შემეცნებითი პროცესებისა და გამოთქმითი ფორმების შინაარსობრივი საფუძვლების შეძენას.
- წარმოადგენს მათ საკუთარ შემეცნებით მონაპოვარს (ცოდნის გაფართოებითა და გაღრმავებით, განსაკუთრებული ხასიათით, მობილობით).
- გამოხატავს მათ მიმართებას სწავლებისა და სწავლისადმი, მათ შინაგან სწრაფვას, ინტერესებს, მიდრეკილებებს, განწყობას.
- მონაწილეობს გაკვეთილებზე სუბიექტთა შორის მიმართებათა ქმნადობაში.
- წარმოადგენს მოსწავლეებთან და მასწავლებელთან მიმართების საფუძველს (შეხედულებათა გავცლა-გამოვცლა და სხვ.).

მასწავლებლის მეტყველებითი საქმიანობა მდგომარეობს შემდეგ ფუნქციებში:

- *ინფორმაციულ-შემეცნებითი,*

- *კომუნიკაციურობითი,*
- *მასტიმულირებლობითი.*

მასწავლებლის მეტყველების მიზანმიმართულობაზეა დამოკიდებული მისი და მოსწავლეთა სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობის დონე.

გარეგანი და *შინაგანი* მათემატიკური მეტყველების ბუნება განვიხილოთ ცალ-ცალკე.

2.2.4. გარეგანი მათემატიკური მეტყველება და მისი სახეები

გარეგანი მათემატიკური მეტყველება არის ადამიანის მიერ ინფორმაციის გადაცემისათვის გამოყენებული ბგერითი სიგნალების, წერილობითი ნიშნებისა და სიმბოლოების სის-ტემა მოქმედებაში, აზრის მატერიალიზაციის პროცესი.

გარეგანი მეტყველებისათვის ნიშანდობლივია *ინტონაცია.* ეს არის მეტყველების ელემენტების (მელოდიკა, რიტმი, ტემპი, ინტენსივობა, აქცენტური წყობა, ტემბრი და სხვ.) ერთობლიობა, რომელიც მეტყველებას ანიჭებს ფონეტიკურ ორგანიზებულობას და წარმოადგენს სხვადასხვა, მრავალფეროვანი და მრავალწახნაგოვანი მნიშვნელობის გამოხატვისა და მისი ემოციონალური შეფერილობის საშუალებას.

გარეგანი მეტყველება ორიენტირებულია სხვა ადამიანზე, მსმენელზე ან მკითხველზე, მისდამია მიმართული. ასეთი მეტყველების მეშვეობით ადამიანი *გადასცემს და აღიქვამს აზრებს.* ***შინაგანი*** მეტყველება კი „თავისთვის“ მეტყველებაა და მეტყველების ამ ფორმით ადამიანი *ფიქრობს;* მეტყველების ორივე ფორმა მჭიდროდაა ურთიერთდაკავშირებული, ერთის განვითარება იწვევს მეორის განვითარებას. შინაგან მეტყველებას თავისი განსაკუთრებული ორგანიზაციული სტრუქტურული სპეციფიკა გააჩნია და ამის გამო იგი ცალკე პარაგრაფში იქნება განხილული.

ამგვარად, გარეგანი მათემატიკური მეტყველება თავის მხრივ ორი სახისაა:

- *ზეპირი მათემატიკური მეტყველება,*
- *წერითი მათემატიკური მეტყველება.*

ზეპირი მათემატიკური მეტყველება მეტყველების სხვა სახისაგან განსხვავდება არა მარტო იმით, რომ გამოსახულია ბგერებში, არამედ, რაც მთავარია, იმით, რომ ემსახურება ადამიანთა შორის უშუალო ურთიერთობათა მიზნებს. ეს მეტყველება ყოველთვის თანამოსაუბრეზეა ორიენტირებული.

ზეპირი მეტყველება ვლინდება ორი ფორმით:

- *მონოლოგური მეტყველება,*
- *დიალოგური მეტყველება.*

მონოლოგური მეტყველება ერთი ადამიანის მეტყველებაა. ის ლაპარაკობს, სხვები უსმენენ. მეტყველების ამ ფორმას ეკუთვნის: ლექცია, ანგარიში, სიტყვით გამოსვლა კრებაზე, ლექსის დეკლამაცია, მსახიობის მონოლოგი, მასწავლებლის მიერ გაკვეთილის ახსნა ახსნით-ილუსტრაციული მეთოდის გამოყენებით, მოსწავლის მიერ გაკვეთილის მოყოლა ამავე მეთოდის დროს და სხვ.

ასეთი მეტყველება გაცილებით უფრო ძნელია, ვიდრე დიალოგური, რადგანაც ამ შემთხვევაში მოლაპარაკე გამოსვლამდე უნდა მოემზადოს, გაიაზროს მეტყველების შინაარსი, აზრების ჩამოყალიბების გეგმა, ჩამოაყალიბოს ფორმა, უნდა გაითვალისწინოს აუდიტორიის მომზადების დონე, გამოც-დილება, ცოდნა. წინასწარ პროგნოზი უნდა გააკეთოს იმისა, თუ რა კითხვები შეიძლება დაიბადოს, რა შეიძლება იქნეს გაუგებარი და ა.შ.

ყოველივე ეს მოლაპარაკეში იწვევს პასუხისმგებლობის გრძნობას; მან იცის, რომ გულდასმით და გულისხმიერად უნდა შეარჩიოს გამოსვლის შინაარსი, ფორმა და კომპოზიცია. მონოლოგური მეტყველება მოითხოვს ლოგიკური კანონებისა და გრამატიკული წესების დაცვას. მისი, როგორც

მოლაპარაკის, ზემოქმედების ძალა მიიღწევა მტკიცებათა დამაჯერებლობით, მეტყველების სახოვნებით, გამომხატველობით, მსმენელის გრძნობებზე ზემოქმედებით.

მასწავლებლის მეტყველება აუცილებლად უნდა შეიცავდეს ამ საშუალებებს. მონოლოგური მეტყველება მოითხოვს არა მარტო აუცილებელ წინასწარ მომზადებას, არამედ, აგრეთვე, საკუთარი მეტყველებისადმი და მსმენლის რეაქციისადმი უწყვეტ ყურადღებას შინაარსის, დამაჯერებლობის, ენობრივი წუნდაუდებლობის მიმართ. სხვა სიტყვებით, მო-ნოლოგური მეტყველება მოლაპარაკისაგან მოითხოვს აზროვნების, მეტყველებისა და ფსიქოლოგიური დაკვირვებულობის მაღალ კულტურას.

მონოლოგი რთულია არა მარტო მოლაპარაკისათვის, არამედ მსმენელისთვისაც, რომლის ყურადღება დროის დიდ მონაკვეთში უნდა იყოს მყარი და გულისხმიერი, მობილიზებული.

მონოლოგურ მეტყველებაში გამოიყოფა სამი ძირითადი სახე: ***თხრობა, აღწერა და მსჯელობა.*** ზეპირი მეტყველების დეფექტების დროს მონოლოგური მეტყველება გაცილებით უფრო ირღვევა, ვიდრე დიალოგური. მონოლოგური მეტყველება განსაკუთრებით უძნელდებათ ბავშვებს და, რაც უფრო პატარები არიან, – მით უმეტეს. მიზეზი ამისა მხოლოდ ყურადღების არასაკმარის სიმყარეში არ არის. მიზეზი იმაშიცაა, რომ მოლაპარაკის სიტყვის, მეტყველების შინაარსის და, მით უმეტეს, მსჯელობის თანამიმდევრულობის მიმართ ყურადღება უფრო ძნელია, ვიდრე ყურადღება რეალური საგ-ნებისა და მოვლენების მიმართ.

თავისი სტრუქტურით წერით მეტყველებასთან უფრო ახლოს მონოლოგური მეტყველება დგას, ვიდრე დიალოგური მეტყველება.

დიალოგური მეტყველება ნიშნავს ორ ან რამდენიმე პირს შორის საუბარს. ისინი უსმენენ სხვებს, როცა სხვები

ლაპარაკობენ და, როცა თვითონ ლაპარაკობენ, სხვები უსმენენ მათ. ის, ვინც მოცემულ მომენტში ლაპარაკობს, აქტიურია, ხოლო ის, ვინც მას უსმენს, პასიურია მოლაპარაკის მიმართ, თუმცა, ეს პასიურობა შეფარდებითია, რადგანაც სხვისი მეტყველების აღქმა თვითონაა აქტიური პროცესი. ხშირად მეტყველების აღქმითი პროცესი უფრო რთულია, ვიდრე თვით მეტყველებითი პროცესი, რადგანაც მოლაპარაკე მომზადებულია ლაპარაკისათვის, იცის, რა უნდა თქვას, მოფიქრებული აქვს, ხოლო მსმენელმა არ იცის, თუ რას იტყვის მოლაპარაკე. ასეთ შემთხვევაში მოსმენილის აღქმა უფრო რთული აზროვნებითი პროცესია. დიალოგში მეტყველებითი ურთიერთობისას თანამოსაუბრეები თანამიმდევრობით როლებს იცვლიან, ამით უკეთ უგებენ ერთმანეთს.

დიალოგური მეტყველების მახასიათებელი თავისებურება უშუალო ურთიერთობაა. ასეთი ურთიერთობისას თანამოსაუბრეები ერთმანეთს უსმენენ და ხედავენ. ეს კი მათ საშუალებას აძლევს, გამოიყენონ ხმის ინტონაცია, ჟესტები, მიმიკა და ენის სხვა გამომხატველობითი საშუალება. ასეთ შემთხვევაში მოლაპარაკე თვალყურს ადევნებს მსმენელის რეაქციას მისი მეტყველების მიმართ, აკვირდება რეპლიკებს, ხედავს, როგორაა მსმენელი განწყობილი, მოსწონს თუ არა მიწოდებული აზრი, გებულობს თუ არა მას, ეთანხმება თუ არა და სხვ. ეს დაკვირვება მოლაპარაკეს აძლევს თავისი მეტყველების კორექტირების საშუალებას, თუ საჭიროა, – შეცვალოს აზრების მიწოდების სტრატეგია და სხვ.

როცა დიალოგი მიზნობრივია და იგი ერთი თემითაა შეკავშირებული, მაშინ ასეთი დიალოგი **საუბარს** წარმოადგენს. მაშასადამე, **საუბარი** დიალოგური მეტყველების კერძო შემთხვევაა.

მათემატიკის გაკვეთილებზე დიალოგური მეტყველება დომინანტია. მასწავლებელი, რომელსაც საუბარი მიჰყავს მოსწავლეებთან, თავისი კითხვებით მიმართულებას აძლევს

მოსწავლეთა აზრებსა და მსჯელობებს, უფრო მეტიც, იმის მიხედვით, თუ როგორია მოსწავლეთა რეაქცია მის კითხვებზე, იგი ცვლის თავისი მეტყველების ხასიათს.

აღსანიშნავია, რომ დიალოგური მეტყველება, მონოლოგურისგან განსხვავებით, არ არის უწყვეტი, არ არის წინასწარ დაგეგმილი, დამოკიდებულია საუბრის შინაარსსა და ხასიათზე, არ იცავს გრამატიკულ ნორმებს. მასში ხშირად წინადადებები დაუსრულებელია, აზრები – ერთმანეთთან დაუკავშირებელი და ა.შ.

წერითი მათემატიკური მეტყველება სულ სხვა ხასიათს ატარებს. მას სხვა ხასიათი გააჩნია: ორიენტირებულია არა მსმენელზე, არამედ მკითხველზე. ზეპირი მეტყველების გაგებაში მსმენელს ხშირად ეხმარება მოლაპარაკის ინტონაცია, მიმიკა, ჟესტები და სხვ., წერითი მეტყველება კი ამისგან თავისუფალია. ამიტომ წერითი მეტყველება თავის აზრობრივ შინაარსს ლექსიკურ და გრამატიკულ საშუალებათა გამოყენებით რაც შეიძლება უფრო ზუსტად და სრულად უნდა გამოხატავდეს. ასეთ მეტყველებაში უდიდესი მნიშვნელობა აქვს მის აგებულებას, ლოგიკურ სტრუქტურას. ეს კი უკვე ნიშნავს იმას, რომ წერითი მეტყველების განვითარება სწორი აზროვნების განვითარების უპირველესი აუცილებელი პირობაა.

წერითი მეტყველება ხასიათდება გრაფიკული ნიშნებით და აღიქმება მხედველობით. ეს ისეთი მეტყველებაა, რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია ადამიანთა ურთიერთობა დრო-ში და სივრცეში შეუზღუდავად. აქ არაფერს არ ნიშნავს მან-ძილები დროსა და სივრცეში. წერითი მეტყველების ფსიქო-ლოგიური ანალიზი გვიჩვენებს, რომ იგი გაცილებით უფრო რთული და ძნელია, ვიდრე ზეპირი მეტყველება. ეს ერთნაირად ეხება იმათ, ვინც ასეთი მეტყველებით გადასცემს აზრებს და იმათ, ვინც აღიქვამს ამ აზრებს.

მათემატიკური წერითი მეტყველება გრაფიკულად გაფორმებული მეტყველებაა, რომელიც ორგანიზებულია ასოით გამოსახულებათა საფუძველზე. იგი მოკლებულია სიტუაციურობას და გულისხმობს ასობგერითი ანალიზის გაღრმავებულ ჩვევებს, საკუთარი აზრის ლოგიკურად და გრამატიკულად სწორად გადაცემისა და დაწერილის ანალიზირების უნარს.

ნაწერისა და წერითი მეტყველების სრულყოფილი შეთვისება მჭიდროდაა დაკავშირებული ზეპირი მეტყველების განვითარების დონესთან. მოსწავლის ზეპირი მეტყველების განუვითარებლობის შემთხვევაში მისი წერითი მეტყველება აუცილებლად ხარვეზებით ხასიათდება.

მათემატიკური ცოდნის დაუფლებისათვის არსებითად მნიშვნელოვანია არა მხოლოდ ჩვეულებრივი მეტყველების კარგი ფლობა, არამედ – მათემატიკური ტერმინოლოგიისა და სიმბოლიკის ფლობაც. მათემატიკური მასალის გაგება გარეგან გამოხატულებას პოულობს კარგად განვითარებულ (წერით და ზეპირ) მათემატიკურ მეტყველებაში. საზოგადოდ, გაგება, რომელიც წარმოადგენს აზროვნებით პროცესს, აზროვნების სახეს, – უმჭიდროესადაა დაკავშირებული მეტყველებასთან. მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების გან-ვითარება (ზეპირი და წერითი) ხორციელდება მათ მიერ შესაბამისი მათემატიკური მასალის გაგების პროცესში და ამ გაგების საფუძველზე. იმავდროულად, გაგება შესაძლებელი ხდება მხოლოდ მათემატიკურმეტყველებით საფუძველზე.

მათემატიკური მასალის შესწავლისა და მათემატიკური მეტყველების განვითარების პროცესების მჭიდრო ურთიერთკავშირი საშუალებას გვაძლევს, მასალის გაგების კრიტერიუმებად გამოვიყენოთ მოსწავლეთა მეტყველებითი უნარების კომპლექსები.

მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების წარმატებული ფორმირებისათვის აუცილებელია:

- პროგრამის ყოველი განყოფილების შესწავლისას მათემატიკური მეტყველების განვითარებაზე მუშაობის სპეციალური დაგეგმარება, სწავლების ძირითადი მიზნის გათვა-ლისწინებით.
- მოსწავლეთა მეტყველებითი ჩვევების სისტემატური გამოყენება მათ მიერ სასწავლო მასალის გაგების გარკვეული დონის მიღწევის კრიტერიუმის რანგში.
- აღრიცხვა იმ სპეციფიკური სიძნელეებისა, რომლებიც დაკავშირებულია თვალსაჩინო სახის აღქმის დამახინჯებასთან, ტერმინის არსის გაგებასა და გაცნობიერებასთან, საკუთარი აზრის ზუსტად და სხარტად გამოხატვის უცოდინარობასთან.
- მათემატიკური მასალის შესწავლისას ლექსიკაზე, მეტყველებით კონსტრუქციებზე, მეტყველების დიალოგური ფორმისათვის მოსწავლის მომზადებაზე სპეციალური სამუშაოების ჩატარება.
- მოსწავლეთა მათემატიკური განვითარების დონის შემოწმებისას მეტყველებითი ხასიათის დავალებების გამოყენება (ცნებით-ტერმინოლოგიური კარნახი, მათემატიკური თხზულება, ნახაზის ზეპირი აღწერა, მსჯელობა ნახაზის მიხედვით).

უნდა აღინიშნოს, რომ ზეპირი გარეგანი მათემატიკური მეტყველება არ ამოიწურება მხოლოდ მონოლოგური და დიალოგური სახეებით. კონტინუუმში *„მასწავლებელი-მოსწავლე“* პედაგოგიური ურთიერთობის სადღეისო ძირითადი ფორმებია:

- ***მონოლოგი,***
- ***დიალოგი,***
- ***დისკუსია,***
- ***პოლილოგი.***

მაშასადამე, გვემატება მეტყველების ორი სახეც: ***დისკუსიური მეტყველება*** და ***პოლილოგური მეტყველება.*** აქვე

ხაზი გავუსვათ იმ გარემოებასაც, რომ მონოლოგური თხრობისას ინფორმაციის დანაკარგი შეიძლება აღწევდეს ამოსავალი ინფორმაციის მოცულობის 50%-ს, ზოგიერთ შემთხვევაში 80%-საც კი. მონოლოგური თხრობისას იზრდებიან მოსწავლეები ნაკლებმოძრავი ფსიქიკით, დაბალი შემოქმედებითი პოტენციალით. როცა მასწავლებელი მონოლოგურად ჰყვება გაკვეთილს, სულაც არ იცის, ვინ უსმენს და ვინ არა, ან – უსმენენ თუ არა საერთოდ. გაცილებით უფრო ეფექტურია დიალოგი.

დიალოგი გულისხმობს მეტყველების თავისუფლად ფლობას, სიფხიზლესა და გულისხმიერებას არავერბალური სიგნალების მიმართ, გულწრფელი და მიკიბულ-მოკიბული პასუხების ერთმანეთისაგან გარჩევის უნარს. დიალოგის საფუძველია – როგორც სხვისთვის, ისე საკუთარი თავისთვის კითხვის მიცემის უნარი. უაპელაციო მონოლოგების წარმოთქმას გაცილებით ჯობია და უფრო ეფექტურია, საკუთარი იდეები გარდაქმნა კითხვების ფორმაში, შეამოწმო იგი კოლეგებთან საუბარში, ნახო, უჭერენ თუ არა ისინი მხარს. კითხვის არსებობის ფაქტი უკვე ბადებს სურვილს, მიიღო მონაწილეობა ურთიერთობაში.

დიალოგის ორი ფორმა არსებობს:

- ***შინაგანი,***
- ***გარეგანი.***

1. დიალოგის **შინაგანი** ფორმისათვის პირობების შექმნა ადვილია, თუ მასწავლებელი გამოიყენებს შემდეგი ხასიათის სიტუაციური ამოცანების პროექტირებას:

- *ამოხსნის შერჩევა რამდენიმე ალტერნატიულიდან;*
- *პრობლემური სიტუაციების გადაჭრა;*
- *ამა თუ იმ ფაქტთან ან მოვლენასთან მიმართებაში მსჯელობათა ძიება;*
- *ისეთი ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც განუსაზღვრელ ხასიათს ატარებენ (არასტანდარტულია);*

- *ჰიპოთეზებისა და წინადადებათა წამოყენება.*

2. დიალოგის **გარეგანი** ფორმისათვის პირობების შექმნა ადვილია, თუ მასწავლებელი გამოიყენებს შემდეგი ხასიათის სიტუაციური ამოცანების პროექტირებას:

- *ურთიერთობის კითხვითი სახე;*
- *აზრების, იდეების, პოზიციების გაცვლა-გამოცვლა;*
- *დისკუსიები;*
- *იდეების კოლექტიური გენერაცია;*
- *იდეების, წინადადებებისა და მტკიცებების ოპონირება;*
- *იდეებისა და ჰიპოთეზების პოლიფუნქციონალური ანალიზი.*

დიალოგის დროს ყველა მისი მონაწილის პოზიცია ღია უნდა იყოს. თუ მასწავლებლის პოზიცია ღია არ არის, მაშინ დიალოგი ირღვევა და ფორმალურ ხასიათს ატარებს. ამ შემთხვევაში ურთიერთობის ფორმასა და შინაარსს შორის წარმოიქმნება სრული შეუსაბამობა.

დისკუსია არის ისეთი საჯარო კამათი, რომლის მიზანია სხვადასხვა თვალსაზრისის გამოაშკარავება, ურთიერთშეპირისპირება, ძიება, ჭეშმარიტი აზრის გამოვლენა, სადაო საკითხის სწორი გადაჭრის მონახვა. დისკუსია ეფექტური ფორმაა, რადგანაც მისი მონაწილეები თვითონ მიდიან დასკვნამდე.

პედაგოგიურ პროცესში დისკუსია წარმოადგენს მოსწავლეების აზრთა გაცვლაგამოცვლას რომელიმე საკითხზე, მისი ჩატარების მეტნაკლებად განსაზღვრული წესების დაცვით და ყველას ან მეცადინეობაზე დამსწრეთა მხოლოდ ნაწილის მონაწილეობით.

მასიური დისკუსიის დროს ყველა წევრი, გარდა მასწავლებლისა, იმყოფება თანაბარ მდგომარეობაში. აქ არ გამოყოფენ განსაკუთრებულ მომხსენებლებს და ყველა ესწრება არამხოლოდ მსმენელის როლში. სპეციალური საკითხი

განიხილება გარკვეული თანამიმდევრობით, ჩვეულებრივ, მასწავლებლის მიერ დადგენილი წესით.

ჯგუფური დისკუსიის დროს განიხილება საკითხები აუდიტორიის წინაშე სპეციალურად გამოყოფილი მოსწავლეთა ჯგუფის მიერ. როგორც მსმენელების წინაშე განხილვის ნებისმიერი ფორმა, იგი წარმოადგენს დისპუტს. ჯგუფური დისკუსიის მიზანია წარმოდგენილ იქნას პრობლემის შესაძლო ამოხსნა ან განხილულ იქნას ურთიერთსაწინააღმდეგო თვალსაზრისები სადაო საკითხებზე. მაგრამ, ჩვეულებრივ, იგი საბოლოოდ არ წყვეტს დავას.

ჯგუფურ დისკუსიაში მონაწილეობას ღებულობს 3-დან 8-მდე მოსწავლე. მისი ვარიანტი – *დიალოგი* – მხოლოდ ორ მონაწილეს გულისხმობს. მონაწილეები კარგად უნდა იყონ მომზადებულები, თან უნდა ჰქონდეთ სტატისტიკური და სხვა აუცილებელი მონაცემები. განხილვა უნდა ხდებოდეს ძალდაუტანებლად, ცოცხალი მანერით, თამამად უნდა იძლე-ოდნენ კითხვებს და აკეთებდნენ მოკლე კომენტარებს შენი-შვნების სახით.

პოლილოგი წარმოადგენს რომელიმე განსაზღვრულ თემაზე აზრთა გაცვლა-გამოცვლას, სადაც ყოველი მონაწილე გამოთქვამს საკუთარ თვალსაზრისს. საუბრის მონაწილენი ერთმანეთს უსვამენ კითხვებს, რომ გაიგონ თანამოსაუბრის თვალსაზრისი ან გაარკვიონ განხილვის გაურკვეველი მომენტები. ურთიერთობის ეს ფორმა განსაკუთრებით იმ შემთხვევაშია ეფექტური, თუ წარმოიქმნა რომელიმე საკითხის გარკვევის, პრობლემის გაშუქების აუცილებლობა.

დისკუსია და *პოლილოგი* დიალოგის გარკვეული სახესხვაობაა, მაგრამ ყოველ მათგანს ახლავს სრულიად განსაკუთრებული, თავისებური ფუნქციონალური შეფერილობა და საკუთარი მიზნობრივი ელფერი.

2.2. 5. შინაგანი მათემატიკური მეტყველება და მისი სტრუქტურა

შინაგანი მეტყველება წარმოუთქმელია, არახმოვანი, ეს არის მეტყველება „თავისთვის". შინაგანი მეტყველება შეიძლება განსხვავდებოდეს გარეგანისაგან ლაკონიურობით, წყვეტილობით, გრამატიკული კონსტრუქციების ხასიათით. ეს მეტყველება წარმოიქმნება გარეგანი მეტყველებისაგან ამ უკანასკნელის ფუნქციისა და სტრუქტურის შეცვლით. ამით იგი იქცევა „თავისთვის" აზროვნების **უნიკალურ** საშუალებად.

შინაგან მეტყველებას ადამიანის ცხოვრებაში არსებითი მნიშვნელობა აქვს. იგი ყველა აზროვნებითი პროცესის ორგანული მონაწილეა, ორიენტირებულია ამა თუ იმ ამოცანის ამოხსნაზე, როგორიცაა: თავისთვის აზროვნებისას თეორიული მასალის გაგება, მათემატიკური ამოცანის ამოხსნა და მისი გზების ძიება, ანალიზის ჩატარება და სხვ.

მართალია, შინაგანი მეტყველება ექვემდებარება ყველა გრამატიკულ წესს, მაგრამ ამ მეტყველების პროცესში ირღვევა ის სისრულე, რომელიც ძირითადია ზეპირ მეტყველებაში: მასში არ არის დაცული სინტაქსური ნორმები, შეიმჩნევა დეტალების გამოტოვება, ხშირად გამოიყენება ენთიმემები, რთული წინადადებები იცვლება ცალკეული სიტყვებით.

სწორედ აქაა მოსწავლის მათემატიკური აზროვნების განვითარების გასაღები. მთავარი ისაა, რომ, თუ მოსწავლის ზეპირი მათემატიკური მეტყველება, ან წერითი მათემატიკური მეტყველება, ან ორივე ერთად, ხარვეზებით ხასიათდება, მაშინ მიზეზი ამისა ძირითადად შინაგან მეტყველებაშია. ამიტომ შინაგანი მათემატიკური მეტყველების განვითარებას უნდა ექცეოდეს უწყვეტი ყურადღება.

ჩვენ რომ **იტერაციულ აზროვნებაზე** გვქონდა ზემოთ საუბარი, შინაგანი მეტყველება არ გვიხსენებია, მაგრამ „ცაში ყურებით" აზროვნება შინაგანი მეტყველების წყალობით

მიმდინარეობს. ფიქრის პროცესში შინაგანი მეტყველება აზრის მატერიალური გარსია. იგი ხასიათდება სამეტყველო ბგერების ფარული არტიკულაციით. მოსწავლე შინაგან მეტყველებას იყენებს, მაგალითად, როცა საკონტროლო წერისას ხსნის ამოცანას ან აწარმოებს არითმეტიკულ გამოთვლებს და სხვ. ფსიქოლოგების მიერ დამტკიცებულია, რომ ფარული არტიკულაციის დროს ამოცანის ამოხსნის პროცესი უფრო ნელა მიმდინარეობს, ვიდრე თავისუფალი არტიკულაციის დროს, მაგრამ ორივე შემთხვევა ცხოვრებისეულია და მოსწავლე შემდგომ, ცხოვრებაში, ორივე შემთხვევისათვის მზად უნდა იყოს.

როგორც ეტყობა, პატარა ბავშვის ცხოვრებაში პირველად ზეპირი მეტყველება იწყებს ჩამოყალიბებას, შემდეგ, მოგვიანებით – წერითი და ორივეს საშუალებით – შინაგანი. მაგრამ, შემდგომ, მოსწავლის პიროვნების ჰარმონიული განვითარე-ბის პროცესში ფარულად წინა პლანზე წამოიწევს შინაგანი მეტყველება და იგი როგორც ზეპირი, ისე წერითი მეტყვე-ლების საფუძველი ხდება. ზეპირი და წერითი მეტყველება მჭიდრო და განუყოფელ ურთიერთკავშირშია, მაგრამ ეს კავშირი შინაგანი მეტყველების მეშვეობით ხორციელდება. ისინი ერთმანეთს ავითარებენ და ერთმანეთის გარეშე არ ვითარდებიან.

მათემატიკის სწავლების პედაგოგიურ პროცესში მეტყველების სამივე სახის განვითარებას თანაბარი ყურადღება უნდა მიექცეს.

მეტყველების შინაარსობრივი გამოხატულება მეტყველებითი მიზნობრიობის ფუნქციას წარმოადგენს. სპონტანური ზეპირი მეტყველების პირობებში მასში გამოყენებულ ენობრივ საშუალებათა შეგნებული შერჩევა და შეფასება მინიმუმამდეა დაყვანილი, ეს მაშინ, როცა წერით მეტყველებასა და მომზადებულ ზეპირ მეტყველებაში ამ საშუალებებს ფრიად მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს. მეტყველების

სხვადასხვა ფორმასა და სახეს აგების სხვადასხვა კანონზომიერება გააჩნია. მაგალითად, სალაპარაკო მეტყველება ენის გრამატიკული სისტემიდან გადახრებს უშვებს, ეს ჩვეულებრივია მისთვის, მაგრამ ლოგიკური მეტყველება და, მით უმეტეს, მხატვრული მეტყველება, ამ გადახრებს ვერ დაუშვებს, რადგანაც თუნდაც მცირეოდენი ასეთი გადახრის დროს ისინი ხარვეზებით დახასიათდება.

განსაკუთრებული თავისებურებები გააჩნია შინაგან მეტყველებას. ეს არის მეტყველება „თავისთვის“. მისი მეშვეობით ხდება გრძნობიერ მონაცემთა ლოგიკური გადამუშავება, ცნებებისა და მსჯელობების განსაზღვრულ სისტემებში მათი გაცნობიერება და გაგება. უშუალოდ ასეთი მეტყველებით არ მიმართავს ადამიანი სხვა ადამიანებს, მაგრამ მისი მეშვეობით ყალიბდება და არსებობს აზრი.

შინაგან მეტყველებას რთული ორგანიზაცია გააჩნია და ამის გამო შესწავლას ჯერ კიდევ ძნელად ექვემდებარება. ამიტომ სხვადასხვა მიმართულების ფსიქოლოგებს სხვადასხვანაირად ესმით მისი არსი.

შეგრძნება და აღქმა გაშუალებული ხდება შინაგანი მეტყველებით. მეტყველება გვეხმარება იმაში, რომ გავააზრიანოთ და დავაზუსტოთ ყველაფერი, რასაც აღვიქვამთ. შინაგანი მეტყველების გარეშე შეუძლებელია დაკვირვება, გააზრებული დამახსოვრება, ნებისმიერი ყურადღება, წარმოსახვა და სხვ. შინაგანი მეტყველების მნიშვნელობა განსაკუთრებით დიდია აზროვნებაში. იგი ყველა აზრობრივი პრო-ცესის, როგორც რთულის, ისე მარტივის, ორგანული მონაწილეა, წარმოადგენს ემოციონალურ-ნებელობით რეგულაციას და თვითაღზრდის პირობას. მოსწავლის სასწავლო საქმიანობაში შინაგანი მეტყველება ვლინდება უპირველეს ყოვლისა, რეცეფციულ ფორმაში (მასწავლებლის ახსნის მოსმენა, მისი გაგება) და პროდუქტიულ ფორმაში, რომელიც ამზადებს მოსწავლის გარეგან მეტყველებას. შინაგანი მეტ-

ყველების მეშვეობით წარმოიქმნება რთული სამეტყველო ფორმები. ნებისმიერი აზრი, მიუხედავად იმისა, ადამიანს სურს თუ არა მისი გამოთქმა, ყალიბდება შინაგანი მეტყველების საშუალებით.

შინაგანი მეტყველება წარმოადგენს გარეგანი, გაშლილი მეტყველების მომზადების აუცილებელ ეტაპს. იმისათვის, რომ სიმულტანური სემანტიკური ჩანაწერი გადაყვანილ იქნას მეტყველებითი გამოთქმის სუკცესიურად ორგანიზებულ პროცესში, აუცილებელია, რომ მან გაიაროს შინაგანი მეტყველების ეტაპი. ამ ეტაპზე შინაგანი აზრი გადაიყვანება გაშლილ, სინტაქსურად ორგანიზებულ სამეტყველო მნიშვნელობათა სისტემაში, „სემანტიკური ჩანაწერის" სიმულტანური სქემა ხელახალ კოდირებას განიცდის მომავალი გაშლილი, განვრცობილი სინტაქსური გამოთქმის ორგანიზებულ სტრუქტურაში. ამოსავალი ჩანაფიქრის ან აზრის მეტ-ყველებითი გამოთქმის მწყობრ სუკცესიურ პროცესში გადა-ყვანა ერთბაშად არ ხდება. იგი მოითხოვს ამოსავალი სე-მანტიკური ჩანაწერის კოდირების შეცვლას და მის მიმართვას სამეტყველო სინტაგმატიკურ სქემებში. ამიტომ ამბობდა **ვიგოტსკი**, რომ აზრი კი არ სახიერდება სიტყვაში, არამედ იგი სრულდება, სრულიყოფა სიტყვაში. ამ პროცეში გადამწყვეტ როლს შინაგანი მეტყველება თამაშობს.

გარეგანი მეტყველების გადაყვანას შინაგან მეტყველებაში (ინტერიორიზაცია) თან ახლავს გარეგანი მეტყველების სტრუქტურის რედუცირება (შეკვეცა, შეკუმშვა), ხოლო შინაგანი მეტყველებიდან გარეგან მეტყველებაში გადასვლას (ექსტერიორიზაცია) პირიქით, თან ახლავს შინაგანი მეტყველების გაშლა, განვრცობა, მისი აგება არა მარტო ლოგიკური წესებით, არამედ – გრამატიკულითაც.

შინაგანი მეტყველება არ ასრულებს ურთიერთობის ფუნქციას. იგი ემსახურება მხოლოდ ერთი კონკრეტული ადამიანის აზროვნების პროცესს, გამოირჩევა თავისი სტრუქტუ-

რით, შეკუმშულია, მასში არ არის წინადადების მეორეხარისხოვანი წევრები, ხასიათდება პრედიკატიულობით, რაც იმაში გამოიხატება, რომ აქ არა გვაქვს სიტყვები, რომლებიც პრედიკატს (შემასმენელს) ეხება.

მოსწავლის ცნობიერებაში შინაგანი მათემატიკური მეტყველება წარმოიქმნება იმ მომენტში, როცა იგი განიცდის სიძნელეს, როცა იგი დადგება რომელიღაც ინტელექტუალური ამოცანის ამოხსნის წინაშე. ეს შინაგანი მეტყველება ჩნდება შედარებით გვიან, ადრე არსებული გაშლილი გარე-განი მეტყველების ბაზაზე, იმ მეტყველებისა, რომელიც ჯერ მიმართული იყო თანამოსაუბრის მიმართ, შემდეგ – საკუთარი თავის მიმართ. შემდეგ კი ყალიბდება შინაგანი მეტყველების ფორმით და ინარჩუნებს როგორც მონოლოგურ, ისე დიალოგურ ბუნებას. მოსწავლე ხან მონოლოგური ფორმით ფიქრობს, „თავისთვის" ლაპარაკობს, ხან კი ფიქრობს დიალოგური ფორმით: კითხვებს უსვამს საკუთარ თავს და ამ კითხვებზე თვითონვე პასუხობს, „თავისთავს" ელაპარაკება.

შინაგანი მეტყველების ფორმირების პროცესი რამდენიმე ეტაპის გავლით ხორციელდება. იგი წარმოიქმნება გარეგანი მეტყველების გადასვლის გზით ჯერ ფრაგმენტარულ გარეგან მეტყველებაში, შემდეგ ჩურჩულით მეტყველებაში და მხოლოდ ამის შემდეგ, ბოლოს, ღებულობს „თავისთვის" მეტყველების სახეს და იძენს შემცირებულ, შეკუმშულ, შეკვეცილ ხასიათს. თავისი მონოლოგური აგებულებით შინაგანი მეტყველება მკვეთრად განსხვავდება გარეგანისაგან: მას აქვს ამორფული ხასიათი, ხოლო თავისი ფუნქციონალური მახასიათებლებით, უწინარეს ყოვლისა, არის პრედიკატული წარმონაქმნი. სწორედ მისი პრედიკატულობაა ამოსავალი ჩანაფიქრის შემდგომ ვრცელ, გაშლილ, სინტაგმატიკურად აგებულ სამეტყველო გამოთქმაში გადაყვანის საფუძველი. შინაგანი მეტყველება თავის შემადგენლობაში მოიცავს მხოლოდ ცალკეულ სიტყვებს და მათ პოტენციალურ კავშირებს.

მაგალითად, თუ შინაგან მეტყველებაში არის სიტყვა „ყიდვა“, ეს იმას ნიშნავს, რომ ამოცანის შედგენისათვის შინაგან მეტყველებაში ამავდროულად ჩართულია ამ სიტყვის ყველა „ვალენტობა“: „იყიდეს რაღაც“, „იყიდეს რამდენიღაც“, „იყიდეს სადღაც“ და ა. შ.; თუ შინაგან მეტყველებაში ფიგურირებს პრედიკატი „მიცურავს“, ეს იმას ნიშნავს, რომ ეს პრედიკატი ინარჩუნებს მისთვის მახასიათებელ კავშირებს: მიცურავს რაღაც (ნავი), მიცურავს სადღაც (მდინარეში), მიცურავს გარკვეული სიჩქარით, გადის გარკვეულ მანძილს (ის, რაც მიცურავს) და სხვ.

პირველადი სემანტიკური ჩანაწერის ელემენტების ან „კვანძების“ პოტენციალური კავშირების სწორედ ეს შენარჩუნებადობა წარმოადგენს საფუძველს იმ გაშლილი სამეტყველო გამოთქმისა, რომელიც ამ საფუძველზე ყალიბდება. მაშასადამე, შეკუმშული შინაგანი მეტყველება ინარჩუნებს შესაძლებლობას, კვლავ გაიშალოს, განივრცოს და იქცეს სინტაგმატიკურად ორგანიზებულ გარეგან მეტყველებად. სწორედ ამ კანონზომიერებითაა სავსე და გაჟღენთილი მათემატიკის სასწავლო პროცესი მთლიანად: მასწავლებლის მიერ გაკვეთილის ახსნა და მოსწავლის მიერ მისი მოსმენა, ან, მოსწავლის მიერ მათემატიკური ტექსტის წაკითხვა (გაშლილად) გარეგანი მეტყველების დონეზე ხდება, ამ მასალის გაცნობიერება და გააზრება მოსწავლის მიერ ხდება შინგანი მეტყველების დონეზე (შეკუმშულად), ხოლო მოსწავლის მიერ ამ მასალის კვლავწარმოება ისევ გარეგანი მეტყველების დონეზე ხდება (გაშლილად).

მაშასადამე, ინტერიორიზაცია და ექსტერიორიზაცია, მართალია, ერთმანეთის საპირისპირო ოპერაციებია, მაგრამ შინაგანი წინააღმდეგობრიობებით სავსე დიალექტიკურ ერთმთლიანობას ქმნიან და განაპირობებენ შემეცნებით პროცესს. ამასთან, მოსწავლის შინაგანი მეტყველება მთლიანად ინარჩუნებს თავის ფუნქციებს:

- *მაანალიზირებლობით,*
- *მაგეგმარებლობით,*
- *მარეგულირებლობით.*

ამგვარად, ყოველგვარი ინტელექტუალური მოქმედება იწყება როგორც გაშლილი მატერიალური ან მატერიალიზებული მოქმედება, სხვა სიტყვებით, როგორც მოქმედება, რომელიც ემყარება საგნებით გაშლილ გარეგან მანიპულაციებს. შემდეგ, ადამიანი იწყებს თავისი მეტყველების გამოყენებას და ინტელექტუალური მოქმედება გადადის გაშლილი მეტყველების სტადიაზე. მხოლოდ ამის შემდეგ იკუმშება გარეგანი მეტყველება, გადადის შინაგანში და მონაწილეობს რთულ ინტელექტუალურ საქმიანობაში, ე. ი. გონებრივ მოქმედებებში. გონებრივი მოქმედებები ადამიანის ინტელექტუალური საქმიანობის საფუძველია და იქმნება ჯერ გაშლილი, შემდეგ კი შემოკლებული და შეკუმშული მეტყველების საფუძველზე.

შინაგანი მეტყველების მახასიათებელი ნიშანი ისაა, რომ იგი წარმოქმნიდანვე იწყებს მოძრაობას წმინდა პრედიკატულობისაკენ, ე. ი. თანდათანობით უფრო და უფრო პრედიკატული ხდება.

ავხსნათ, რას ნიშნავს ეს!

ყოველმა ადამიანმა, რომელიც ცდილობს, თავისი შინაგანი მეტყველება ჩართოს ამოცანის ამოხსნის პროცესში, კარგად იცის, რაზეა ლაპარაკი, რომელი ამოცანა დგას მის წინაშე. ე. ი. იცის, რომ მეტყველების ნომინაციური ფუნქცია, მითითება იმაზე, სახელდობრ რა გვაქვს მხედველობაში, ან, თანამედროვე ლინგვისტიკის ტერმინებში, რა არის საკითხის „თემა“ (რომელიც პირობითად აღინიშნება სიმბოლოთი T), უკვე ჩართულია შინაგან მეტყველებაში. გვრჩება შინაგანი მეტყველების მხოლოდ მეორე სემანტიკური ფუნქცია. აღნიშვნა იმისა, თუ რა უნდა ვთქვათ მოცემული თემის შესახებ, რა უნდა დავუმატოთ ახალი, რომელი მოქმედება

უნდა შევასრულოთ და ა. შ. მეტყველების ეს მხარე ლინგვისტიკაში ფიგურირებს ტერმინით „რემა“ (პირობითად აღინიშნება სიმბოლოთი R). ამგვარად, შინაგანი მეტყველება თავისი სემანტიკის მიხედვით არასოდეს არ აღნიშნავს საგანს, არასოდეს არ ატარებს მკაცრად ნომინატიურ ხასიათს, ე. ი. არ შეიცავს „ქვემდებარეს“. შინაგანი მეტყველება მიუთითებს იმაზე, თუ სახელდობრ რა არის შესარულებელი, რომელ მხარეს უნდა იქნას მიმართული მოქმედება. სხვა სიტყვებით, იგი, თავისი აგებულებით რჩება რა შემოკლებული და ამორფული, ყოველთვის ინარჩუნებს თავის პრედიკატულ ფუნქციას. შინაგანი მეტყველების პრედიკატული ხასიათი, რომელიც აღნიშნავს მხოლოდ შემდეგი გამოთქმის ან შემდეგი მოქმედების გეგმას, საჭიროების მიხედვით შეიძლება გაშლილ იქნას, რამდენადაც შინაგანი მეტყველება წარმოიშვა გარეგანი გაშლილისაგან და მოცემული პროცესი შექცევადია.

ბოლოს, შინაგანი მათემატიკური მეტყველება არის ფარული ვერბალიზაცია, რომელიც მუდამ თან ახლავს მათემატიკურ აზროვნებით პროცესებს, მათემატიკურ აზროვნებას. მისი გამოვლინებები სრულიად ნათლად და ცხადადაა გამოხატული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას, ნებისმიერი გონებრივი ოპერაციის ჩატარებისას, აზრითი დაგეგმარებისას, ახსნის მოსმენისას, მათემატიკური ტექსტის ჩუმად კითხვისას, მათემატიკური მასალის შესწავლის ან გახსენებისას. შინაგანი მეტყველების პლანში ხორციელდება აღსაქმელი მათემატიკური მასალის ლოგიკური მოწესრიგება, ამ მასალის მონაცემების ჩართვა მათემატიკურ ცნებათა სისტემაში, თვითინსტრუქტირება, ხორციელდება საკუთარი შემეცნებითი საქმიანობისა და მასთან დაკავშირებული განცდების ანალიზი, საკუთარ თავში ჩაღრმავება, სიღრმისეული რეფლექსია. ამასთან, შინაგანი მათემატიკური მეტყველება არსებობს როგორც სახე:

- *კინესთეზიური,*
- *სმენითი,*
- *მხედველობითი.*

აქვე აღსანიშნავია ერთიც.

მრავალ საგანსა და მოვლენას, მათ შორის გეომეტრიულ ობიექტებს, ხშირად რეალურისაგან ასხვავებენ და იდეალურს უწოდებენ, მაგრამ **რეალური** და **იდეალური** ანტონიმები არ არის. **რეალურის** ანტონიმია **ირეალური.** ეს კი არარსებულია; იგი არც გარესამყაროშია, არც მხატვრულ-ლიტერატურულ სახეებში, არც რელიგიურ-მითოლოგიურ წარმოდგენებში და არც აბსტარქციაში. იდეალური რეალურის კერძო შემთხვევა და რეალურია ყველა ის საგანი, რომელიც, როგორც ადრე აღვნიშნავდით, ეკუთვნის რომელიმე ერთს შემდეგიდან:

- *გარესამყარო,*
- *მხატვრულ-ლიტერატურული სახეები,*
- *რელიგიურ-მითოლოგიური წარმოდგენები,*
- *აბსტრაქცია.*

იდეალურის ანტონიმია *მატერიალური* ; ამიტომ იდეალურიც რეალურია და მატერიალურიც. ორივე არსებულია ადამიანის ცნობიერების ზემოხსენებულ უნივერსუმში.

გეომეტრიული აზრები აღმოცენდება და ყალიბდება შინაგან მეტყველებაში, წარმოითქმის, გამოითქმის გარეგანი მეტყველების საშუალებით და არგუმენტირებას, დასაბუთებას ღებულობს აბსტრაქტული ობიექტების სამყაროში. მაგრამ ყველაფერი, რაც ამ ობიექტებთან დაკავშირებით გამოითქმის და მტკიცდება, აღიქმება ისე, თითქოს ისინი თვალსაჩინოდ წარმოდგენად ობიექტებს ეხებოდეს და, ამასთან, მათი გამოყენება ხდება გარესამყაროში არსებულ საგნებთან მიმართებაში. ამ შემთხვევაში აბსტრაქტული ობიექტები პირობითად გარსესამყაროს ობიექტებშია რეალიზებული. ასე იმიტომ ხდება, რომ მთელი თავისი აბსტრაქტულობის

მიუხედავად გეომეტრია წარმოიშვა პრაქტიკისაგან, გარესამყაროს ობიექტების თვისებათა განზოგადების შედეგად. ამიტომ გეომეტრიის სწავლება აუცილებლად უნდა უკავშირდებოდეს გარესამყაროს საგნებს, მან უნდა მონახოს საგანთაშორისი კავშირების მაქსიმალურად შესაძლო გზები. ამასთან, გეომეტრიის სწავლება უნდა მოიცავდეს სამ ელემენტს, რომლებიც ერთმანეთთან მჭიდრო ურთიერთკავშირშია, ერთმანეთს შინაგანად ეწინააღმდეგებიან და, მასთან ერთად, ქმნიან ურყევ ერთმთლიანობას, გამოხატავენ გემეტრიული შემეცნების არსობრივ სულისკვეთებას. ეს სამი ელემენტია:

- *ლოგიკა,*
- *თვალსაჩინო წარმოდგენა,*
- *გამოყენება გარესამყაროს საგნებისათვის.*

მოსწავლეს უნდა ესმოდეს, რომ გეომეტრია სწავლობს გარესამყაროში არსებული საგნების გეომეტრიულ თვისებებს, და საერთოდ, – გარესამყაროს გეომეტრიულ თვისებებს. თუკი ეს მოსწავლეს ესმის და გაცნობიერებული აქვს იგი, მაშინ განპირობებულია გეომეტრიის სწავლების ამოცანა, რომელიც გულისხმობს მოსწავლის განვითარებას სამი მიმართულებით:

- *სივრცითი წარმოსახვა,*
- *პრაქტიკული გამოყენება,*
- *ლოგიკური აზროვნება.*

ეს სამი მიმართულება ერთ პროცესშია ჩართული, იგი ერთიან პროცესს წარმოადგენს, ერთიან დიალექტიკურ პროცესს. სწორედ ამ პროცესს ეკუთვნის ლოგიკური მსჯელობა, საკუთარი აზრების არგუმენტირება, დამტკიცება და სხვ.

გეომეტრიამ უნდა მიაჩვიოს მოსწავლე ცხოვრების სრულიად სხვადასხვა სფეროში არაგეომეტრიული ინფორმაციის გააზრებას. ამის სალუსტრაციოდ ერთი ასეთი ამოცანის მოყვანაც კმარა:

ამოცანა. n რაოდენობის რიცხვების ჯამია 1. რომელ შემ--თხვევაში იქნება მათი კვადრატების ჯამი მინიმალური?

ამოხსნა: როცა $n=3$, ეს ამოცანა მარტივი გეომეტრიული წარმოსახვით იხსნება. რიცხვები x, y და z აკმაყოფილებს განტოლებას: $x+y+z=1$. ე. ი. წერტილები კოორდინატებით (x, y, z) მდებარეობს სიბრტყეში $x+y+z-1=0$. ამ რიცხვების კვადრატების ჯამი არის (x, y, z) წერტილსა და კოორდინატთა სათავეს შორის მანძილის კვადრატის ტოლი. ეს მანძილი მაშინაა მინიმალური, როცა (x, y, z) წერტილი წარმოადგენს ფუძეს იმ პერპენდიკულარისა, რომელიც დაშვებულია კოორდინატთა სათავიდან ზემოხსენებულ სიბრტყეზე. აქედან ვღებულობთ: $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{3}, z=\frac{1}{3}$.

n-განზომილებიან სივრცეში ამოცანა ანალოგიურად იხსნება.

საბოლოოდ ვასკვნით: გეომეტრიის სწავლების უმთავრესი მიზანია მოსწავლის ცნობიერებაში ერთმთლიანი პროცესის შემდეგი სამი კომპონენტის აღზრდა:

- *გეომეტრიული აზროვნება,*
- *გეომეტრიული წარმოსახვა,*
- *შინაგანი გეომეტრიული მეტყველება.*

ამ სამი კომპონენტით განპირობებული ერთმთლიანი შემეცნებითი პროცესი, ცახდია, იქნება მუდამ ცოცხალი, დინამიკური და ქმედითი. შინაგანი გეომეტრიული მეტყველება არ არსებობს გეომეტრიული წარმოსახვის გარეშე და ამ ორივეს გარეშე არ არსებობს გეომეტრიული აზროვნება. ისინი აბსოლუტურად განაპირობებენ ერთმანეთს.

აღსანიშნავია, რომ მათემატიკის სწავლების პროცესის გეომეტრიზაცია უფრო თვალსაჩინოს და გაცნობიერებულს ხდის მათემატიკური ფაქტების შემეცნებას; შესაბამისად, უფრო მეტად იქნება სტიმულირებული მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარების პროცესიც.

2.2.6. მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების კულტურა

მათემატიკური მეტყველების კულტურა, ცხადია, უპირველეს ყოვლისა, დაკავშირებულია მათემატიკური კულტურის ცნებასთან. მათემატიკური კულტურის ცნება კი კულტურის ზოგადი ცნების იზომორფულია. მაშასადამე, უპრიანია, მსჯელობა კულტურის ზოგადი ცნებიდან დავიწყოთ, რადგანაც კულტურის ცნება გვარია მათემატიკური კულტურის ცნების, ეს უკანასკნელი კი გვარია მათემატიკური მეტყველების კულტურის ცნების. მაგრამ, ამავდროულად მათემატიკური მეტყველება სახეა მეტყველების ზოგადი ცნებისა.

ტერმინი „კულტურა" პირველად ციცერონთან გვხვდება. „გონების კულტურა არის ფილოსოფია" – ამბობს **ციცერონი**.

კულტურის ცნების მოცულობა (ტევადობა) და შინაარსი (არაცალსახობა მასში) იმდენად მქრქალი, არამკაფიო და ბუნდოვანია, რომ მეცნიერებაში მისი დეფინიციის უამრავი რაოდენობა გაჩნდა. მეოცე საუკუნის შუა წლებში **კრებერმა** და **კლაკჰონმა** ეს დეფინიციები ექვს ტიპად დაყვეს:

- *აღწერითი* (მათში კულტურის კომპონენტებია მითითებული);
- *ისტორიული* (მათში სოციალურ მემკვიდრეობაზე კეთდება აქცენტი);
- *ნორმატიული* (მათში კულტურა ახსნილია ან ცხოვრების წესთან, ან ფასეულობებთან კავშირში);
- *ფსიქოლოგიური* (ისინი კულტურას ხსნიან ან მეცნიერული, ან ჩვევების ფორმირების, ან პოზიციების ადაპტაციის პოზიციებიდან);
- *სრუქტურული* (ისინი ავლენენ კულტურის კომპონენტებს);
- *გენეტიკური* (ისინი კულტურას ხსნიან მისი წარმოშობის გზით).

სადღეისოდ ლიტერატურაში ცნობილია **კულტურის** 500-ზე მეტი განმარტება. ერთ-ერთი მათგანი ეკუთვნის **ტაილორს** (1871 წ.): „კულტურა... ეს რომელიღაც რთული მთელია, რომელიც თავისთავში მოიცავს ცოდნას, რწმენას, ხელოვნებას, მორალს, კანონებს, ჩვეულებებს და სხვა უნარებსა და ჩვევებს, რაც მოიპოვა და რასაც მიაღწია ადამიანმა როგორც საზოგადოების წევრმა“.

კულტურის ცნების განსაზღვრისას შესაძლებელია სხვადასხვა სპეციფიკური მიდგომა:

- *ფილოსოფიურ-ანთროპოლოგიური მიდგომისას* კულტურა განიხილება როგორც ადამიანის, მისი ბუნების არსის გამოხატულება;
- *ფილოსოფიურ-ისტორიული მიდგომით* კულტურის ცნება უკავშირდება მოქმედების ცნებას, რომელიც გაიგება როგორც სინამდვილის გაცნობიერებული გარდაქმნა;
- *სოციოლოგიური მიდგომით* კულტურა განიხილება როგორც რაღაც ისეთი, რომელიც საზოგადოების ცხოვრების საფუძველში გვაქვს, როგორც ამ ცხოვრების ორგანიზაციის ფაქტორი.

ამათ გარდა, გამოყოფენ *სტრუქტურალისტურ, ჰუმანიტარულ* და სხვა მიდგომებს.

ადამიანი კულტურის მატარებელია, ამიტომ განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს პიროვნების, კერძოდ, – პრო-ფესიონალის, კულტურის ფორმირების პრობლემა. ამ პრობ-ლემისადმიც რამდენიმე მიდგომა არსებობს:

- *ფილოსოფიური მიდგომა* ხსნის პიროვნული კულტურის ფორმირების კანონზომიერებებს, მის არსსა და გამოვლინებებს;
- *კერძომეცნიერული მიდგომა* აღწერს კულტურის ქმნადობის თავისებურებებს კერძომეცნიერული თეორიების საფუძველზე (პედაგოგიკის, დიდაქტიკის, ეთიკის, ფსიქოლოგიის, მართვის თეორიის და ა. შ.);

• *სოციალურ-ფსიქოლოგიურ და კონკრეტულფსიქოლოგიური* მიდგომა ხსნის საზოგადოებრივ ცხოვრებაში პიროვნული კულტურის სოციალურ ფუნქციებს, მოქმედებათა პირობებსა და მექანიზმებს.

ეს მიდგომები სვამენ და ხსნიან კონკრეტულ ამოცანებს. თვით ეს მიდგომები შეისწავლება კონკრეტული საზოგადოებრივი მეცნიერების მიერ.

განათლების ჰუმანიზაციისა და ჰუმანიტარიზაციის თანამედროვე პირობებში მათემატიკა არა მარტო ითვლება მეცნიერულ დისციპლინად, არამედ აღიარებულია, რომ მათემატიკა ზოგადკულტურული ხასიათისაა, მათემატიკა ზოგადკაცობრიული კულტურის ფენომენია. ამის საფუძველზე სრულიად სამართლიანია აზრი, რომ დაუფასებელია მათემატიკის როლი მომავალი სპეციალისტის, მით უმეტეს მასწავლებლის, პროფესიონალურ მომზადებაში. მოსწავლის მათე-მატიკური კულტურის ფორმირებისას მასწავლებელი არა მარტო გადასცემს მას ცოდნისა და უნარ-ჩვევების პორციას, არამედ მონაწილეობს მისი მსოფლმხედველობის ფორმირებაში, მის ქმნადობაში. როცა ვსაუბრობთ მათემატიკის, როგორც კულტურის, სწავლების შესახებ, მისგან გამომდინარე ყველა შედეგით, მხედველობაში გვაქვს მოსწავლის აღზევებული ზიარება აზრობრივ, ენობრივ და შემოქმედებით საქმიანობრივ კულტურასთან.

კასირერი აღნიშნავს, რომ, ადამიანი რამდენადაც უფრო ღრმად შედის კულტურაში, სიმბოლური სამყაროს მეშვეობით, მით უფრო და უფრო შორდება რეალობას და სულ უფრო და უფრო შედის რეფლექსიაში. ამ მიმართებით ნიშანდობლივია ის სიძნელე, რომელსაც მოსწავლე ხვდება მათემატიკის შესწავლისას. მაგალითად, დაწყებით სკოლაში მოსწავლეები ნაკლებ შეცდომებს უშვებენ მაგალითების განხილვისას, ისინი ადვილად ძლევენ ამ სიძნელეებს. მაგრამ ამოცანების უმრავლესობა საგრძნობლად უფრო ძნელად

დასამლევია. ამოცანის ტექსტის „თარგმნა“ ჩვეულებრივი (მშობლიური) ენიდან მათემატიკურ ენაზე (მათემატიკური მოდელირება) ურთულესი აზრობრივი ოპერაციაა და მოსწავლეთა უმრავლესობას არა აქვს ის კომპლექსი, რომელსაც **ფრიდმანმა** უწოდა „კულტურის ქცევა ამოცანასათან შეხვედრისას“.

მათემატიკური კულტურა, როგორც ფენომენი, რომელიც მჭიდროდაა დაკავშირებული და დამოკიდებული თავის მათემატიკურ ენასთან, წარმოდგენს მოვლენასაც, პროცესსაც და ადამიანის მათემატიკური საქმიანობის, მათემატიკური ობი-ექტების ოპერირების შედეგსაც. ჩვენი გარემომცველი სი-ნამდვილე ფაქტობრივად მათემატიკამ შექმნა და სწორედ ამიტომ სამართლიანი იქნება, თუ ვიტყვით: ჩვენ ვცხოვრობთ მათემატიკურად კულტურულ გარემოცვაში.

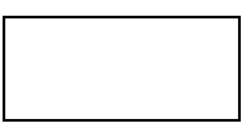
ადამიანის მათემატიკური კულტურა მათემატიკის მშვენიერებისა და ამ ადამიანის აზროვნების ჰარმონიულ ერთმთლიანობაში მდგომარეობს. ეს ჰარმონიული ერთმთლიანობა შესანიშნავად გამოხატა **გოტფრი ჰაროლდ ჰარდიმ:** *„მათემატიკოსი, როგორც მხატვარი და პოეტი, ქმნის უზორებს. და თუ მისი უზორები უფრო დღეგრძელია, ეს იმიტომ, რომ ისინი მოქსოვილია იდეებისაგან“.*

იდეების გარეშე კი არც სწავლებაა ეფექტური და არც სწავლა, ორივე ფორმალურია და არც ერთ შემთხვევაში მიღებულ შედეგს მშვენიერების ნატამალიც კი არ ახლავს.

რა იდეებზეა საუბარი?

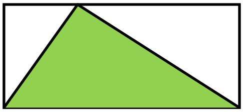
ნიმუშისათვის ერთი ლოკხარდისეული მაგალითი მოვიყვანოთ.

ვთქვათ, მოცემულია მართკუთხედი:



ნახ. 14

მასში სამკუთხედი ჩავხაზოთ. ერთ-ერთი ვარიანტი ასეთი იქნება:



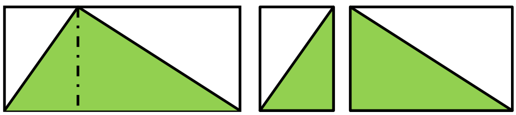
ნახ. 15

– მართკუთხედის რა ნაწილი უჭირავს სამკუთხედს? – დავსვათ კითხვა.

– მიახლოებით ორი მესამედი, თვალით ასე ჩანს, – იტყვის ვიღაც...

მაგრამ, არ ვიჩქაროთ!

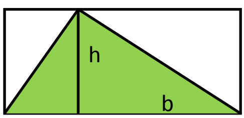
მოვიდა იდეა: მართკუთხედი პუნქტირზე გავჭრათ:



ნახ. 16

ორივე ნაწილი სამკუთხედის გვერდებით ზუსტად შუაშია გაყოფილი.

იდეამ ფორმულამდე მიგვიყვანა:



$$S = \frac{1}{2}bh$$

ნახ. 17

განა ეს ყოველივე მშვენიერი ლექსივით არ არის?

ასეთი მშვენიერებით სავსეა მათემატიკა, ასეთი იდეებითა და აღმოჩენებით გამსჭვალული უნდა იყოს მათემატიკის სწავლებაცა და სწავლაც. მაშინ მათემატიკა თავად იქნება შემოქმედება და ესთეტიკა.

აი, რა არის მათემატიკური კულტურა!

მათემატიკის სწავლების ჰუმანიტარული ორგანიზაციის პირობებში მათემატიკური ენა სწავლების ერთ-ერთი მთავარი მიზანია. ამ ენის უბრალო გაცნობაც კი უკვე დადებით როლს თამაშობს მოსწავლის პიროვნების განვითარებაში, ამ ენის ზიარება კი – უკვე განაპირობებს ამ განვითარებას. მათემატიკის სწავლება, მშობლიურ ენასთან ერთად, უდიდეს როლს თამაშობს მოსწავლის ენობრივი კულტურის ფორმირებაში.

ჰუმანიტარული ცოდნა მოიცავს ჰუმანიტარულ კულტურას. ამ უკანასკნელის კომპონენტებია: აზროვნების კულტურა, გრძნობა-ემოციების კულტურა, ენის კულტურა და გარკვეულწილად სამივეს აერთიანებს მათემატიკური მეტყველების კულტურა.

მათემატიკური მეტყველების კულტურის ფორმირების მაღალი დონე მჟღავნდება მოსწავლის უნარებში:

- *დაამყაროს მიმართებები მათემატიკური ფაქტის შინაარსსა და მის გარეგან გამომჟღავნებას შორის (სემანტიკური მიმართებები);*
- *დაამყაროს მიმართებები მათემატიკურ ნიშნებს შორის (სინტაქსური მიმართებები);*
- *ადეკვატურად გაიგოს ან გამოხატოს ამა თუ იმ წინადადებაში მოცემული ინფორმაცია.*

ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური და მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზი უფლებას გვაძლევს, დავადგინოთ, რომ მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების კულტურის ფორმირებისას გასათვალისწინებელია ის პარამეტრები, რომლებიც ახასიათებს მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების კულტურას. ეს პარამეტრები მასწავლებელს მისცემს საშუალებას, მათემატიკური მეტყველების კულტურის სწორი ფორმირებისათვის დაამუშაოს შესაბამისი სავარჯიშოებისა და დავალებების სისტემა.

ერთ-ერთი ორიენტირი შესაძლოა ასეთი იყოს:

მეტყველების ფორმირების პირველი დონე

➢ *სისწორე:*

• *მათემატიკური ტერმინების, სიმბოლოებისა და აღნიშვნების სწორი გამოყენება;*

• *მათემატიკური ტერმინებისა და სიმბოლოების და მშობლიური ენის სიტყვებისა და გამოთქმების სწორი დაწერილობა;*

• *გრაფიკულ გამოსახულებათა და ნახაზების სწორი შესრულება.*

➢ *სიზუსტე:*

• *ამოცანის ამოხსნის რაციონალური გზის შერჩევის უნარი;*

• *მათემატიკური მასალის ზუსტად ჩამოყალიბების უნარი;*

• *ჩანაწერის აკურატულად და რაციონალურად შესრულების უნარი.*

➢ *ლოგიკურობა:*

• *მათემატიკური ენის ძირითადი სიტყვიერ-ლოგიკური კონსტრუქციების ცოდნის ფლობა;*

• *მასალის თანამიმდევრობით თხრობის, მისი აზრობრივი სტრუქტურის შესაბამისად (წინადადებებად, აბზაცებად და ა.შ. დაყოფა) ტექსტის აგების უნარი.*

მეტყველების ფორმირების მეორე დონე

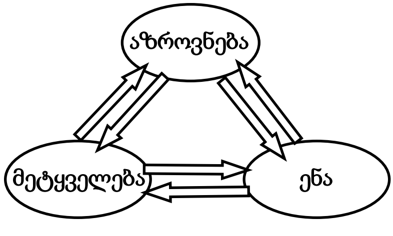
➢ *სიცხადე:*

• *გაცნობიერება მეტყველებითი შეტყობინების იმ საგნებისა, რომლებიც ხასიათდება მსჯელობათა დასაბუთებულობით.*

➢ *შესაფერისობა:*

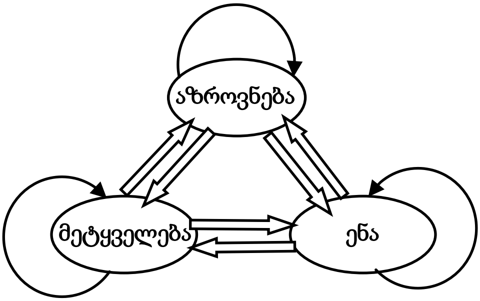
• *ისეთ ენობრივ საშუალებათა შერჩევის უნარი, რომლებიც მეტყველებას ხდიან ისეთს, რომ იგი პასუხობდეს ურთიერთობის მიზნებსა და პირობებს.*

ენის, მეტყველებისა და აზროვნების, აგრეთვე, მათი ურთიერთმიმართებების კვლევაზე მსოფლიოს მრავალი მეცნიერი მუშაობს, მაგრამ ამ საკითხების ძირითადი პრინციპები **ვიგოტსკიმ** დაამუშავა გასული საუკუნის 40-იან წლებში. ვიგოტსკის სკოლამ მაშინ წამოაყენა დებულება იმის შესახებ, რომ ბავშვის მეტყველება პირდაპირაა დაკავშირებული მისი აზროვნების განვითარების დონესთან. განპირობებულია ამ დონით და თვითონაც განაპირობებს მას, ე. ი. აზროვნებისა და მეტყველების ფორმირების პროცესები განუყოფელია ერთმანეთისაგან. ამიტომ უპრიანია ლაპარაკი არა მეტყველების განვითარებაზე, არამედ – მეტყველებითი აზროვნების ქმნადობაზე, ამ ერთმთლიანი ფენომენის განვითარებაზე, მის დონეზე. მაგრამ მეტყველება შეუძლებელია ენის გარეშე. მეტყველებით აზროვნებაში მეტყველებას, აზროვნებასა და ენას შორის ძალიან ღრმა და რთული კავშირებია. პირობითად მათი ურთიერთკავშირი შეიძლება წარმოვადგინოთ სქემით:



ნახ. 18

მაგრამ ისიცაა გასათვალისწინებელი, რომ მეტყველებითი აზროვნების პროცესში თავის მხრივ აზროვნების, მეტყველებისა და ენის თვითგანვითარების შინაგანი პროცესებიც მიმდინარეობს და, ამდენად, ამ სამეული ერთმთლიანობის შინაგანი ურთიერთმიმართებები სრულიად გამოკვეთილ ეკვივალენტურობის მიმართებას ქმნის, რადგანაც იგი ხასიათდება რეფლექსიურობით, სიმეტრიულობითა და ტრანზიტულობით. ეს გამოიხატება შემდეგი სქემით:



ნახ. 19

ამ იერარქიაში მასწავლებლის მხრიდან ჭეშმარიტ შემოქმედებას წარმოადგენს მოსწავლეთა მათემატიკური კულტურის ამაღლებისა და განვითარების ოპტიმალური გზების ძიება, ამ განვითარებისთვის დიდაქტიკური პირობების შექმნა.

მათემატიკური კულტურა აბსოლუტურად საყოველთაოა. საზოგადოების ყველა წევრის მათემატიკური კულტურის ამაღლება კი უპირველესად დაკავშირებულია ინფორმაციულ-ტექნოლოგიურ სამყაროში ადამიანის ფუნქციონირების თავისებურებებთან. ამასთან, ეს ფუნქციონირება განიხილება როგორც პროფესიონალურ, ისე ყოფით სფეროში. შეუძლებელია, მოინახოს ადამიანის საქმიანობის თუნდაც ერთი უბანი, სადაც მას არა სჭირდებოდეს მსჯელობა, ანალიზირება, მტკიცება.

2.2.7. სემიოტიკის მადლი მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარებაში

ზემოთ (2.1.2.) ჩვენ გვქონდა საუბარი სემიოტიკის შესახებ, მაგრამ ეს მხოლოდ ნაწილობრივი საუბარი იყო. საქმე იმაში გახლავთ, რომ სემიოტიკა, მართალია, მხოლოდ დარგია მეცნიერებისა, მაგრამ თვადაც წარმოადგენს მეცნიერებას, ამასთან, – უბრწყინვალეს მეცნიერებას.

საყოველთაოა ის ფაქტი, რომ მათემატიკა თავიდან ბოლომდე კითხვებისაგან შედგება; ამასთან, მათემატიკა თავიდან ბოლომდე ამ კითხვებზე პასუხებისგან შედგება, თუმ-

ცა, მრავალ უკვე დასმულ კითხვაზე პასუხი გაცემული არაა ჯერაც. მათემატიკა მიისწრაფვის ამ კითხვებზე პასუხის გაცემისაკენ; უფრო მეტიც, მიისწრაფვის იმისკენ, რომ ახალი კითხვები დასვას და პასუხი ამ ახალ კითხვებსაც თვითონვე გასცეს. მათემატიკა კითხვების დასმისა და ამ კითხვებზე პასუხის გაცემის უსასრულო ძიებაშია.

სწორედ ამიტომ მათემატიკის სწავლებაში კითხვების როლი განუზომელი და შეუფასებელია. კითხვები მთლიანად მსჭვალავენ მათემატიკის სწავლების პროცესს, სასწავლო-შემეცნებით საქმიანობას, პედაგოგიური საქმიანობისა და მო-ღვაწეობის მთელ არსებას. ამის გამო, კითხვების ფორმირების რაციონალური გზების, სწორი პასუხების აგების, აგრეთვე, ერთისა და მეორის ანალიზის ეფექტური ხერხების მოძებნა ზოგადი დიდაქტიკისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა.

აქ ვიხილავთ ამ უკიდეგანო დიდაქტიკური სამყაროს მხოლოდ ერთ პატარა უბანს – დასმული ამოცანის ამოხსნის მხოლოდ ზოგიერთ საშუალებას.

თანამედროვე მეცნიერებაში კითხვებისა და კითხვა-პასუხობითი პროცედურების ანალიზი სხვადასხვა მეთოდებით ხორციელდება. ეს მეთოდები არის როგორც შინაარსობრივი, ისე ფორმალური. აქ იგულისხმება „კითხვითი“ ლოგიკის აგებისადმი ზოგიერთი მიდგომა – ეროთეტიკური თუ ინტეროგატიული. კითხვების ანალიზისადმი ამ მიდგომის აზრი მდგომარეობს ჩვეულებრივი ბუნებრივი კითხვითი წინადადებების შინაარსობრივი განხილვიდან მათ ფორმალურ-ლოგიკურ წარმოდგენაზე გადასვლაში. ეს მიდგომა გულისხმობს კითხვებზე და მათ პასუხებზე ზოგად სემი-ოტიკურ შეხედულებას.

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ***სემიოტიკა*** (მეცნიერება ნიშნების შესახებ) მოიცავს სამ ძირითად ნაწილს (დარგს): ***სინტაქტიკას*** (მეცნიერებას, რომელიც სწავლობს სინტაქსს, ე.ი.

ნიშნის მიმართებას ნიშნისადმი), ***სემანტიკას*** (მეცნიერებას, რომელიც სწავლობს ნიშნის მიმართებას იმ ობიექტთან, რომელიც ამ ნიშნითაა აღნიშნული) და ***პრაგმატიკას*** (მეცნიერებას, რომელიც სწავლობს ნიშნის მიმართებას ადამიანის მეცნიერულ-პრაქტიკულ მოთხოვნებთან). ამის შესაბამისად, მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში სემიოტიკური ანალიზის მეშვეობით კითხვის, როგორც ლოგიკურ-გრამატიკული ფორმის, პედაგოგიკურ-მეთოდიკური ასპექტის შესწავლა უნდა ხდებოდეს სამივე თვალთახედვით: სინტაქსურით, სემანტიკურითა და პრაგმატიკულით. სემიოტიკის იმ დარგს, რომელშიც კითხვებს იკვლევენ, ეწოდება **ეროთეტიკური სემიოტიკა.** ამ დარგის ქვედარგებია:

- *ეროთეტიკური სინტაქტიკა,*
- *ეროთეტიკური სემანტიკა,*
- *ეროთეტიური პრაგმატიკა.*

ეროთეტიკურ სინტაქტიკაში კითხვები შეისწავლება მათი სტრუქტურის მხრიდან და მხოლოდ ამ მხრიდან, სადაც ეს სტრუქტურა წარმოდგენილია რომელიღაც ნიშნიერი წარმონაქმნებით. ეროთეტიკურ სინტაქტიკაში სხვადასხვა კითხვებს შორის, აგრეთვე, კითხვებსა და პასუხებს შორის, მიმართებები შეისწავლება როგორც მიმართებები გარკვეული ტიპის ნიშნიერ წარმონაქმნებს შორის. ასეთი შესწავლის ერთ-ერთი ამოცანაა ის, რომ ნიშნიერი წარმონაქმნების სტრუქტურის მიხედვით, ან, ფიგურალურად რომ ვთქვათ, მათი გარეგანი სახის (ფორმის) მიხედვით, გამორკვეულ იქნას, რომელი ნიშნიერი წარმონაქმნები წარმოადგენს კითხვებს (ან პასუხებს) და რომელი არ წარმოადგენს ასეთებს. ბუნებრივ ენაზე ასეთი გამორკვევა ხშირად რთულია, ამიტომ კითხვებისა და პასუხების ჩასაწერად იქმნება ხელოვნური ენები, სადაც დასმული ამოცანა ყოველთვის გადაწყვეტადია, ამოხსნადია.

ხელოვნური ენების სინტაქსი განისაზღვრება სიტყვებისა წინადადებების ეფექტური (მარტივი, სრულიად განსაზღვრული და გასაგები) აგების წესებით, სადაც სიტყვები წარმოადგენენ ნისნიერ წარმონაქმნებს და იწოდებიან **თერმებად,** ხოლო წინადადებები შედგება ნიშნიერი წარმონაქმნებისაგან და იწოდებიან **ფორმულებად**. თუ კითხვები (ან პასუხები), რომლებიც ჩაწერილია ბუნებრივ ენაზე, თარგმნილი იქნება ხელოვნურ ენაზე, მაშინ კითხვების (პასუხების) გამორკვევის ამოცანა ამოიხსნება ეფექტურად (ე. ი. იმ წესების გამოყენებით, რომლებიც ცალსახა ამოხსნას იძლევიან).

ერთეტიკური სინტაქსი ხსნის მეორე ამოცანასაც, არანაკლებ მნიშვნელოვანს, ვიდრე პირველი ამოცანაა. ეს ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ კითხვის სტრუქტურის მიხედვით მოინახოს ისეთი გამოსახულების სტრუქტურა, რომელიც მოცემული კითხვის პასუხი იქნება. ბუნებრივი ენისაგან განსხვავებით ხელოვნურ ენაში ეს ამოცანაც ეფექტურად იხსნება. ამ მხრივ ხელოვნური (ფორმალიზებული) ენა უნივერსალურია. ფორმალიზებულ ენაში ჩაწერილი კითხვებისეროთეტიკურ სინტაქტიკას **ეროთეტიკური ლოგიკური სინტაქტიკა** ეწოდება.

ეროთეტიკურ სემანტიკაში შეისწავლება კითხვების სემანტიკური მხარე:

- კითხვებისა და პასუხების შესაძლო აზრები და მნიშვნელობები;
- მნიშვნელობები იმ წინადადებებისა, რომელთაც კითხვების წანამძღვრები ეწოდება;
- კითხვების სემანტიკურად სწორი დასმის ხერხები;
- კითხვებისა და პასუხების დასაბუთების ხერხები.

თუ ეროთეტიკური სემანტიკა ეფუძნება კითხვების მნიშვნელობათა განსაზღვრის ეფექტურ ხერხებს (აღნიშვნების ეფექტურ სემანტიკურ წესებს) ანუ კითხვების აზრის განსაზღვრის ეფექტურ წესებს, მაშინ მას ეწოდება **ეროთეტი-**

კური ლოგიკური სემანტიკა. ეროთეტიკური ლოგიკური სემანტიკის ერთ-ერთი მთავარი ამოცანაა, განსაზღვროს სემანტიკურად სწორად დასმული კითხვის ცნება, კითხვაზე გაცემული ჭეშმარიტი პასუხის ცნება და ა. შ.

ეროთეტიკურ პრაგმატიკაში შეისწავლება კითხვების პრაგმატიკული მხარე:

- კითხვის გაგება-გაცნობიერების პირობები იმასთან მიმართებაში, ვისთვისაცაა ეს კითხვა განკუთვნილი;
- კითხვების ემპირიული ამოხსნადობის პირობები, კით-ხვების პრაგმატიკული სისიწორე; ეს სისწორე გამოიხატება, მაგალითად, კითხვების დასმის მიზანშეწონილობაში (მათ შორის პედაგოგიკურ-მეთოდიკური თვალსაზრისით);
- ანალიზირდება კითხვების მნიშვნელობები მეცნიერების სხვადასხვა დარგებისათვის (პედაგოგიკის, იურისპრუდენციის, ფსიქოლოგიისა და სხვ.).

მიუხედავად იმისა, რომ პრაგმატიკული ამოცანები ძალზე მნიშვნელოვანია, ჯერ კიდევ არ შეიძლება დაბეჯითებით ითქვას, რომ არსებობს მათი ამოხსნის წესების კარგად დამუშავებული სისტემა. ამიტომ, ეროთეტიკური სინტაქტიკისა და ეროთეტიკური სემანტიკისაგან განსხვავებით, ეროთეტიკური პრაგმატიკა არ შეადგენს ზუსტი ცოდნის სფეროს და იგი ძირითადად რჩება შინაარსობრივ-ინტუიციური გაგების არედ. ამის გამო, ეროთეტიკურ ლოგიკას (ანუ კითხვების ლოგიკას), როგორც ზუსტი ცოდნის სფეროს, მიეკუთვნება ეროთეტიკური ლოგიკური სინტაქტიკა და ეროთეტიკური ლოგიკური სემანტიკა, მაგრამ არ მიეკუთვნება ეროთეტიკური პრაგმატიკა. აქედან გამომდინარე, ეროთეტიკური ლოგიკური სინტაქტიკა და ეროთეტიკური ლოგიკური სემანტიკა შეიძლება აქტიურად იქნეს გამოყენებული მათემატიკის სწავლების პროცესში იმ სიძნელეების დასაძლევად, რომლებიც დაკავშირებულია კითხვების დასმასთან. თუმც, ეროთეტიკური პრაგმატიკაც არანაკლებ ყურადსაღებია.

მასთან კავშირში, ზოგადად განვიხილოთ სწავლების პროცესში კითხვების დასმასთან დაკავშირებული სემიოტიკური ხასიათის სიძნელეთა ზოგიერთი შემთხ-ვევა.

სინტაქტიკური ხასიათის სიძნელეები. კითხვების დასმის პირველი სიძნელე, რომელიც დაკავშირებულია ბუნებრივი ენის სინტაქსის თავისებურებებთან, შემდეგია: ბუნებრივ ენაში კითხვები გამოიხატება სხვადასხვა გრამატიკული ფორმის წინადადებებით, ამასთან, მხოლოდ წინადადების სინტაქსური სტრუქტურით ყოველთვის არ შეიძლება განისაზღვროს, წარმოადგენს იგი კითხვას თუ არა. თუ კითხვა გამოიხატება კითხვითი წინადადებით, მაშინ ეს გარემოება სინტაქსურად აღინიშნება კითხვის ნიშნით წინადადების ბოლოს. მაგრამ კითხვის ეს სინტაქსური ნიშანთვისება არ არის კითხვის შეცნობისთვის ეფექტური. ჯერ ერთი, წინადადებაში კითხვის ნიშნის ქონა ყოველთვის არ მოწმობს, რომ ეს წინადადება კითხვას გამოხატავს. მეორეცაა და, კითხვას შეიძლება ძახილის წინადადებაც გამოხატავდეს, ძახილის წინადადებაში კითხვის ნიშანი სულაც არ არის. ასეთი კითხვები სინტაქსურად არასწორია. მაგალითად, სინტაქსურად არასწორია კითხვები:

- *განა შეიძლება, ასე დავამტკიცოთ?*
- *მომიყევი, როგორ ამოხსენი ამოცანა!*

პირველი წინადადება, თუმცა, მის ბოლოს კითხვის ნიშანია დასმული, არსებითად კითხვას არ გამოხატავს. იგი არ მოითხოვს პასუხს. მეორე წინადადება, თუმცა, მის ბოლოს ძახილის ნიშანია დასმული, გამოხატავს კითხვას: როგორ ამოხსენი ამოცანა?

მეორე სიძნელე მდგომარეობს იმაში, რომ არის შემთხვევები, როცა კონტექსტის გარეშე (ზოგჯერ კონტესქტითაც) კითხვითი წინადადების სახის მიხედვით გაურკვეველია, რაში მდომარეობს კითხვა. სხვა სიტყვებით, გაურკვევლია,

რომელ სიტყვას, ან სიტყვათა შეკავშირებას ეხება კითხვა. ამ შემთხვევაში კითხვა ცალსახა არ არის.

ამგვარად, ჩვენ ახლა ორი ცნება შემოვიღეთ:

- *სინტაქსურად არასწორი კითხვა;*
- *სინტაქსურად გაურკვეველი კითხვა.*

სემანტიკური ხასიათის სიძნელეები დაკავშირებულია კითხვების როგორც მნიშვნელობების, ისე მათი აზრების გამორკვევასთან.

თუ ვიგულისხმებთ, რომ დაძლეულია სინტაქსური სიძნელეები, მაშინ, უპირველეს ყოვლისა, დგება საკითხი იმის შესახებ, არის თუ არა კითხვა სწორი სემანტიკური თვალსაზრისით, სემანტიკურად სწორად არის თუ არა დასმული იგი. სემანტიკურად სწორია კითხვა, თუ მასზე შეიძლება პასუხის გაცემა; სემანტიკურად არასწორია კითხვა, თუ მასზე პასუხის გაცემა შეუძლებელია. სემანტიკურად არასწორია, მაგალითად, კითხვა: „რომელი სამკუთხედია მეტი: $\Delta\ ABC$ თუ $\Delta\ A_1B_1C_1$?“ ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა შეუძლებელია, რადგანაც გეომეტრიული ფიგურების სიმრავლეზე განსაზღვრული არა გვაქვს მეტობის მიმართება. ასევე სემატიკურად არასწორია კითხვა: „რომელი რიცხვია მეტი: 2+3i თუ 3+2i?“ აქაც ვერანაირი პასუხი ვერ გაიცემა, რადგანაც კომპლექსური რიცხვების სიმრავლეზე მეტობის მიმართება შემოღებული არა გვაქვს. ასეთი მიმართება განსაზღვრულია ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე. სემანტიკურად სწორი იქნება კითხვა: „$\Delta\ ABC$-ს ფართობია მეტი, თუ $\Delta\ A_1B_1C_1$-ს?“ და სხვ.

სემანტიკური ხასიათის სიძნელეები მაშინ ჩნდება, როცა კითხვა სემანტიკურად სწორია (ე. ი. პასუხის გაცემა, ზოგადად რომ ვთქვათ, შესაძლებელია), მაგრამ კითხვის აზრი ცალსახა არ არის, ე. ი. კითხვა სემანტიკურად განუსაზღვრელია (ე. ი. პასუხიც შეიძლება არაცალსახად გაეცეს). სემანტიკურად განუსაზღვრელია, მაგალითად, კითხვა: „რა შეიძლება ვთქვათ *ABCD* პარალელოგრამის შესახებ?“

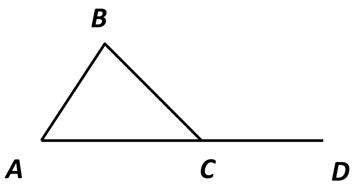
კითხვის სემანტიკურად არასწორობის მიზეზი მრავალი რამ შეიძლება იყოს. ასეთ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე, მაგალითად, როცა კონტექსტი განსაზღვრავს კითხვის როგორც ცხად, ისე არაცხად წანამძღვრებს. ამასთან, არაცხადი (რომელიც ცხადად არ არის ჩაწერილი) წანამძღვრები ან სულ არ ვლინდება კითხვის წაკითხვისას, ან ვლინდება არაცალსახად. ვთქვათ, უკვე ცნობილია, რომ $ABCD$ პარალელოგრამს გააჩნია მართი კუთხე. ეს არაცხადი წანამძღვარი არ ვლინდება ზემოთ მოცემული კითხვის წაკითხვისას. ამიტომ პასუხის გაცემა შეიძლება მხოლოდ ცხადად გამოვლენილი წანამძღვრის საფუძველზე: „$ABCD$ პარალელოგრამია“, რაც მოცემული გვაქვს კითხვის ფორმულირებაში. შესაძლებელია, მაგალითად, ასეთი პასუხი: „$ABCD$ პარალელოგრამში AB გვერდი პარალელურია CD გვერდის, ხოლო BC გვერდი პარალელურია AD გვერდის“ ან, „პარალელოგრამის დიაგონალები კვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან“. თუკი გავითვალისწინებთ გამოუთქმელ წანამძღვარსაც, პასუხი შეიძლება იყოს: „ეს პარალელოგრამი მართკუთხედია“ ან: „მისი დიაგონალები ტოლია“. შევნიშნოთ, რომ ყველა ეს პასუხი სემანტიკურად სწორია.

კითხვის სემანტიკურობის განუსაზღვრელობის თავიდან აცილების მიზნით კითხვა შეიძლება ჩავწეროთ პირობითი წინადადების სახით, რომელშიც ანტეცედენტში (პირობაში) ამოიწერება ცხადი სახით ყველა ჭეშმარიტი წინადადება, რომლებიც კითხვის წანამძღვრებს წარმოადგენს, ხოლო კონსეკვენტში (დასკვნაში) ჩაიწერება თვით კითხვა. მაგალითად, „თუ ცნობილია, $ABCD$ არის პარალელოგრამი და მისი ერთი კუთხე მართია, მაშინ რა შეიძლება ვთქვათ $ABCD$ ფიგურის შესახებ?“

კითხვის სემანტიკურად არასწორობის მიზეზი სხვაც შეიძლება იყოს. კერძოდ, ბუნებრივ ენაში კითხვები შეიძლება ისე იყოს ფორმულირებული, რომ გაურკვეველი დარჩეს,

რომელ თვისებაზეა საუბარი: არაშეფარდებით, დამოუკიდებელ თვისებებზე, თუ იმ თვისებებზე, რომლებიც ვლინდება მიმართებათა მეშვეობით. მაგალითად, თვისება „იყოს ბლაგვი კუთხე“ არაშეფარდებითია სხვა კუთხეების მიმართ. მისი განსაზღვრა ემყარება მხოლოდ ამ კუთხის გაზომვას. მაგრამ თვისება „იყოს გარე კუთხე“, უაზროა, თუ იგი რომელიმე სამკუთხედის მიმართ არაა განხილული. იგი ვლინდება მხოლოდ გარკვეულ სამკუთხედთან მიმართებაში. ისე, რომ კითხვა: „როგორია კუთხე BCD ?“ (ნახ. 20) სემანტიკურად განუსაზღვრელია, თუმცა, სემანტიკურად სწორია. ეს კითხვა შეიძლება ორნაირად გავიაზროთ:

- როგორია კუთხე BCD-ს არაფარდობითი თვისებები?
- როგორია კუთხე BCD-ს თვისებები $\Delta\ ABC$-სთან მიმართებაში? (ფარდობით?)



ნახ. 20

ამის გამო, კითხვაზე „როგორია კუთხე BCD ?“ ორი პასუხის გაცემა შეიძლება:

- კუთხე არის ბლაგვი;
- კუთხე BCD არის ABC სამკუთხედის გარეკუთხე.

ფრიად საინტერესოა **თემისა** და **რემის** საკითხი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში, სწორედ სემანტიკური ხასიათის სიძნელეების დაძლევისას.

განვიხილოთ ორი წინადადება:

- *კვადრატს აქვს მართი კუთხეები.* (1)
- *მართი კუთხეები აქვს კვადრატს.* (2)

მართალია, ორივე წინადადება შედგება ზუსტად ერთი და იგივე სიტყვებისაგან, მაგრამ ეს წინადადებები პასუხობენ სრულიად სხვადასხვა კითხვებს. კერძოდ, პირველი წინადადება პასუხობს კითხვაზე: „როგორი კუთხეები აქვს კვადრატს?“ და ეს პასუხი სწორია; მეორე წინადადება პასუხობს კითხვაზე: „რომელ ფიგურას აქვს მართი კუთხეები?“ და ეს

პასუხი არასწორია, რადგანაც მართი კუთხეები სხვა ფიგურასაც გააჩნია. ეს იმითაა განპირობებული, რომ პირველი წინადადების *თემაა* **კვადრატი,** მასზეა საუბარი. დანარჩენი – *რემაა,* ხოლო მეორე წინადადების *თემაა* **მართი კუთხეები,** დანარჩენი – *რემა.* კითხვა ყოველთვის თემას ეხება, პასუხიც შესაბამისი უნდა იყოს. ამას განაპირობებს სიტყვათა წყობა წინადადებაში.

პრაგმატიკული ხასიათის სიძნელეები. თუ ჩავთვლით, რომ რომელიმე კონკრეტული კითხვის (კითხვების) გამოყენებისას დაძლეულია სინტაქტიკური და სემანტიკური სიძნელეები, გვრჩება, იმაზე ვიფიქროთ, ხომ არა გვაქვს პრაგმატიკული ხასიათის სიძნელეები. ასეთ სიძნელეთა დაძლევას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს მეთოდიკური თვალსაზრისით. მეთოდიკური მნიშვნელობა იმაში გამოიხატება, რომ კითხვა არც ძალიან ადვილი უნდა იყოს და არც ძალიან ძნელი. ამ დროს კითხვა შემეცნებით ხასიათს არ ატარებს და მისი დასმა, ამდენად, უაზროცაა. სხვა სიტყვებით, თუ კითხვას, რომელსაც მოსწავლემ უნდა უპასუხოს, შევხედავთ გარკვეული ინფორმაციის მოთხოვნის თვალსაზრისით, რომელიც მოსწავლემ უნდა მოგვცეს, მაშინ კითხვა უნდა დაისვას ისე, რომ მოთხოვნილი ინფორმაცია იყოს ოპტიმალური, სწავლების ამოცანების შესაბამისად: არც ძალიან დიდი, არც ძალიან მცირე. მეთოდიკური თვალსაზრისით სწორად დასმულ კითხვას ვუწოდოთ *პრაგმატიკულად სწორი.*

მივმართოთ კვლავ ზემოთ მოცემულ ნახაზს, ABC სამკუთხედს BCD გარეკუთხით. შეიძლება დავსვათ კითხვა: „არის თუ არა BCD კუთხე ABC სამკუთხედის გარეკუთხე?“ სემანტიკურად ეს კითხვა სწორია, მაგრამ არ არის იგი სწორი პრაგმატიკულად, რადგანაც პასუხი ცხადად ჩანს გარე კუთხის განსაზღვრისა და ნახაზის ერთი თვალის შევლებით. კითხვაზე პასუხს დაფიქრებაც კი არა სჭირდება. პრაგმატიკულად უფრო სწორი იქნებოდა კითხვა ასე დასმულიყო: „რო-

მელი თვისებით ხასიათდება *BCD* კუთხე *ABC* სამკუთხედის მიმართ?“ ამ კითხვაზე პასუხი შეცავს *ABC* სამკუთხედის მიმართ *BCD* კუთხის მრავალი თვისებიდან ზოგიერთის შერჩევის შემთხვევებს.

პრაგმატიკულად სწორი კითხვები უნდა იწვევდეს მოსწავლის აქტიურ აზროვნებით პროცესს და ამ გამოწვევის საფუძველი უნდა იყოს ამ კითხვების **ენტროპიის** (განუზღვრელობითობის) ოპტიმალური რაოდენობა. ამასთან, უნდა განვასხვაოთ სემანტიკური განუზღვრელობა და პრაგმატიკული განუზღვრელობა. ამ უკანასკნელს შეიძლება ვუწოდოთ **კითხვის ენტროპია.** რაც უფრო მეტია კითხვის ენტროპია, მით უფრო მეტ ინფორმაციას უნდა შეიცავდეს პასუხი ამ კითხვაზე. ამიტომ, თუ კითხვა შეიცავს ძალიან დიდი რაოდენობის ენტროპიას, მაშინ იგი ვერ გამოიწვევს მოსწავლის აქტიურ აზროვნებით პროცესს, რადგანაც შესაბამისი დიდი ინფორმაცია მოსწავლეს ჩიხში მოამწყვდევს. ასევე, მცირე ენტროპიის კითხვებიც ვერ შეუწყობს ხელს მოსწავლის შემეცნებითი პროცესის გააქტიურებას თავისი შესაბამისი ინფორმაციის სიმცირის გამო.

მოვიყვანოთ ასეთი მაგალითი: ვთქვათ, მასწავლებელმა დასვა კითხვა: „რამდენი წრეწირის გავლება შეიძლება სამ წერტილზე, რომლებიც არ მდებარეობენ ერთ წრფეზე?“; მოსწავლეები ადვილად უპასუხებენ: – „ერთის“. შემდეგ მასწავლებელი კვლავ ეკითხება: „თუკი წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ?“ მოსწავლეები აქაც ადვილად პასუხობენ: – „მაშინ არც ერთის“. სრულიად ცხადია, რომ კითხვები პრაგმატიკულად არასწორადაა დასმული. საჭიროა ენტროპიის ამაღლება. უკეთესი იქნებოდა კითხვა: „რამდენი წრეწირის გავლება შეიძლება სამ წერტილზე?“ ამ კითხვაზე მზა პასუხი მოსწავლეს არა აქვს. იგი იძულებულია თვითონ გამოიკვლიოს სამი წერტილის ურთიერთმდებარეობა, განიხილავს რა ორ აპრიორულად შესაძლო შემთხვევას: „წერტილები ძევს

ერთ წრფეზე“ და „წერტილები არ ძევს ერთ წრფეზე“, მოსწავლე აყალიბებს პასუხს ორი პირობითი წინადადების სახით:

➢ *თუ სამი წერტილი მდებარეობს ერთ წრფეზე, მაშინ მათზე არ შეიძლება წრეწირის გავლება.*

➢ *თუ სამი წერტილი არ მდებარეობს ერთ წრფეზე, მაშინ მათზე შეიძლება ერთი და მასთან მხოლოდ ერთი წრეწირის გავლება.*

ჩვენ ვდგებით ზოგადი პრაგმატიკული ამოცანის წინაშე: რა მეთოდ-ხერხები არსებობს იმისათვის, რომ საჭიროების შემთხვევაში ავამაღლოთ ან დავადაბლოთ კითხვების ენტროპია. ეს ამოცანა პედაგოგიკურ-მეთოდიკური თვალსაზრისით უაღრესად მნიშვნელოვანია.

უნდა აღინიშნოს, რომ სემიოტიკურ სიძნელეთა სამივე კომპონენტი:

- *სინტაქტიკური სიძნელეები,*
- *სემანტიკური სიძნელეები,*
- *პრაგმატიკული სიძნელეები*

დამლევადია და მათი თავიდან აცილება ყოველთვის შეიძლება იმ შემთხვევაში, თუ კითხვები და მათზე პასუხები თარმნილი იქნება ბუნებრივი ენიდან ხელოვნურ სიმბოლიზირებულ ენაზე, რომელსაც **ეროთეტიკური ლოგიკის ენა** ეწოდება. ასეთ ენაში ნებისმიერი აზრის ლოგიკური სტრუქტურა იმდენად კარგადაა გამოკვეთილი, დალაგებული და ზუსტი, რომ ხსენებულ სიძნელეთა გადალახვა სულაც არაა ძნელი. მაგრამ სკოლაში მათემატიკა არ ისწავლება სრული სიმბოლიზირების დონეზე. ამის გამო, პედაგოგიურ პროცესში ზემოთ განხილული საკითხების სკოლაში დამუშავება მასწავლებლის შემოქმედებითი დახელოვნების დონეზე დიდადაა დამოკიდებული.

2.2.8. კოგნიციური სტილები

როცა მოსწავლის მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარებაზე ვლაპარაკობთ, გვერდს ვერ ავუვლით კოგნიციური სტილის საკითხს. ეს ეხება შემეცნებითი პროცესის თავისებურებებს, რომლებიც ახასიათებთ ცალკეულ მოს-წავლეებს და, რომლებიც მჟღავნდება სხვადასხვა სიტუაციებში კონკრეტული ამოცანების ამოხსნისას. ამასთან, საუბარია შემეცნებითი საქმიანობის სტილისტიკურ თავისებურებებზე, ამ საქმიანობის შინაარსის გათვალისწინების გარეშე. მაშასადამე, შეიძლება ითქვას, რომ კოგნიციური სტილები ინფორმაციის გადამუშავების ხასიათის მიხედვით ასახავენ განსხვავებას მოსწავლეთა შორის.

კოგნიციური სტილები, უპირველესად, პროცესუალური მახასიათებლებია, რომლებიც პასუხობენ კითხვაზე, თუ როგორ შეუძლია მოსწავლეს, აღიქვას და გადაამუშაოს ინფორმაცია. სწორედ ეს არის კოგნიციური სტილების ხარისხობრივი ასპექტი და ამითაა კოგნიციური სტილები საინტერესო სასწავლო პროცესის თვალსაზრისით. კოგნიციური სტილების ცოდნა მათემატიკის მასწავლებელს მისცემს საშუალებას, უკეთ ჩაწვდეს მოსწავლის მსჯელობების არსს და შეაფასოს, აგრეთვე, საკუთარი მსჯელობების თავისებურებებიც.

კოგნიციური სტილების შესწავლა გასული საუკუნის 50-იან წლებში დაიწყო პერცეფციული პროცესების კვლევასთან დაკავშირებით. ფსიქოლოგების მიერ გამოვლენილი და აღწერილი იყო ასეთი სტილების ათეულზე მეტი რაოდენობა. მათ შორის მათემატიკის სწავლების თვალსაზრისით ძალზე მნიშვნელოვანია შემდეგი:

- **ველის დიფერენცირებულობა** (პარამეტრებით *„ველდამოკიდებულება-ველდამოუკიდებლობა“*). ველის დიფერენცირებადობის (დანაწევრების, ფსიქოლოგიური დიფერენციაციის) ცნება შემოიღო **ვიტკინმა**. აქ იგულისხმება ის ფაქტი, რომ ზოგიერთი მოსწავლე ჭრელ, უზორულ ფონზე

სიძნელეს აწყდება მასში ჩაქსოვილი ამა თუ იმ ობიექტის გამოყოფის დროს. მისი აღქმა როგორღაც დამოკიდებულია პერცეფციულ ველზე, რომელიც გარს აკრავს. ასეთ მოსწავლეს უწოდებენ **ველდამოკიდებულს**. ასეთი მოსწავლეების აღქმა მთლიანია, გლობალური, არადიფერენცირებული. **ველდამოუკიდებელი** ის მოსწავლეებია, რომლებიც მალე თავისუფლ-დებიან ამ ველისაგან. მათ ადვილად შეუძლიათ ფიგურის გამოყოფა ფონისაგან.

ეს თავისებურება მათემატიკის სასწავლო-შემეცნებით პროცესში ყველგან ვლინდება, მაგრამ განსაკუთრებით ძლიერ იჩენს თავს გეომეტრიის სწავლების პროცესში. ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლეს ხშირად უხდება, რთულ ნახაზში მიაქციოს ყურადღება ცალკეულ ელემენტებს, გამოყოს ისინი, აღიქვას ცალკე, ყველა დანარჩენი დეტალი ჩათვალოს ფონად. მან უნდა შეძლოს, ამოიცნოს ფიგურები კონფიგურაციაში, ჩაატაროს გარკვეული აგებები რთულ, გადატვირთულ ნახაზში, სადაც მრავალი ზედმეტი ელემენტია.

- **კატეგორიათა განზოგადებულობა** (პარამეტრებით *„გლობალურობა-სპეციფიკურობა“*). ეს სტილი კლასიფიკაციების აგების თავისებურებებს ეხება. იგი **გარდნერის** მიერაა შემოღებული.

- **კონცეპტუალიზაციის სტილი** (პარამეტრებით *„აბსტრაქტულობა-კონკრეტულობა“*) **შროდერმა** შემოიღო აბსტრაჰირების ან აღქმისა და აზროვნების ინეგრაციული სირთულის უპირატესი დონის აღწერისათვის.

- **რეაგირების ტიპი** (პარამეტრებით *„იმპულსურობა-რეფლექსიურობა“*) **კაგანმა** შემოიღო განუსაზღვრელობის პირობებში, გადაწყვეტილების მიღების სიტუაციაში, ინტელექტუალური საქმიანობის ინდივიდუალურ თავისებურებათა აღწერისათვის. **იმპულსურობაში** იგულისხმება ის შემთხვევა, როცა მოსწავლე უცებ, დაუფიქრებლად იძლევა პასუხებს. **რეფლექსიურობას** მაშინ აქვს ადგილი, როცა, სანამ

კითხვაზე უპასუხებს, მოსწავლე შინაგან აზროვნებაში გადასინჯავს ჰიპოთეზებს, უკუაგდებს არასასურველს და კითხვებზე მოფიქრებულად პასუხობს. ისე, რომ, „იმპულსურობა-რეფლექსიურობა" ინტელექტუალური საქმიანობის სტრუქტურაში გვევლინება საორიენტაციო, საკონტროლო და საშემსრულებლო ფაზების გამოხატულების ირიბი ზომის სახით.

- **კოგნიციურობა** (პარამეტრებით *„სირთულე-სიმარტივე"*) **კელის** მიერაა შემოღებული იმ კონსტრუქტების (ბიპოლარული ნიშნების) რაოდენობაში განსხვავებათა გამოყოფისათვის, რომლებსაც ადამიანები იყენებენ სხვა ადამიანებისა და მოვლენების აღწერისა და შეფასებისათვის. რაც უფრო მეტ სხვადასხვა ნიშანს იყენებს ადამიანი მოცემული საგნის აღსაწერად, რაც უფრო რთულია ამ ნიშანთა ურთიერთმიმართება და მეტია მათი კავშირი სხვა საგნებთან, მით უფრო მეტი კოგნიციური სირთულით ხასიათდება ამ ადამიანის აზროვნება.

სრულიად ცხადია მასწავლებლის მიერ ზემოაღწერილი კოგნიციური სტილებისა და მათი ურთიერთკავშირების გათვალისწინების უდიდესი მნიშვნელობა მათემატიკის სწავლების პროცესში, და მის საფუძველზე, – მოსწავლეთა მათემატიური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარებაში.

ამ სტილური ფენომენების მიმართ არ შეიძლება შეფასებითი მსჯელობების გამოყენება, რადგანაც ყოველი სტილის წარმომადგენელს განსაზღვრულ სიტუაციებში თავისი უპირატესობა გააჩნია.

ამასთან, სწავლებაში კოგნიციური სტილის გათვალისწინება არავითარ შემთხვევაში არ უნდა იქნეს დაყვანილი სწავლებაზე იმ სტილის მიხედვით, რომელსაც თვითონ მოსწავლე ანიჭებს უპირატესობას, რადგანაც ასეთ შემთხვევაში მოსწავლისათვის იკეტება განვითარების გზა, მოსწავლე თავის საკუთარ ინდივიდუალურ თავისებურებათა ტყვეობაში ექცევა. მოსწავლისათვის ჩვეული სტილი უნდა იქნეს

ფუნდამენტი, საიდანაც სტარტის აღება შეუძლია მის პიროვნულ განვითარებას, საიდანაც, სხვა სტილების რაციონალური ელემენტების ჩართვით, სტიმულირებული იქნება მოსწავლის მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარება.

ფსიქოფიზიოლოგიურმა გამოკვლევებმა დაადასტურეს, რომ ადამიანის ამა თუ იმ კოგნიციური სტილის გამოვლინება დაკავშირებულია მისი ტვინის ფუნქციონალური ასიმეტრიის თავისებურებებთან. ამ გაგებით გამოყოფენ აზროვნების *მარცხენანახევარსფერულ* და *მარჯვენანახევერსფერულ* ტიპებს. აღმოჩნდა, რომ ადამიანის ტვინის მარცხენა ნახევარსფერო განაგებს ლოგიკურ, ალგორითმულ აზროვნებას. იგი მუშაობს მხოლოდ ღვიძილის დროს. როცა ადამიანს სძინავს, მაშინ იგი გამორთულია. მარცხენა ნახევარსფერო სპეციალიზირებულია ენობრივი ფუნქციებისათვის, მაგრამ ეს სპეციალიზაცია იმის შედეგია, რომ ამ ნახევარსფეროში ჭარბობს ანალიზური პროცესები, რომელთა ერთ-ერთი გამოვლინება მეტყველებაა. მასშია მოთავსებული მეტყველებითი ცენტრები და ამ ნახევარსფეროში ხდება ინფორმაციის გადამუშავება სიტყვიერ-ნიშნიერი სისტემის მეშვეობით. ხოლო მარჯვენა ნახევარსფეროში ჭარბობს მხედველობით-სივრცითი ამოცანები, დაკავშირებული ინფორმაციის დამუშავების სინთეზურ, ერთმთლიან ხერხებთან. ეს ნახევარსფერო „პასუხისმგებელია“ ადამიანის ცნობიერების გრძნობითი, ხატოვანი სფეროებისათვის და იგი მუდმივად ფუნქციონირებს. ტვინის მარჯვენა ნახევარსფეროს ფუნქციონირების პროდუქტია, მაგალითად, სიზმარი.

მთლიანობაში ნახევარსფეროების მუშაობა შეიძლება ასე დახასიათდეს:

მარცხენა: ვერბალური, ნიშნიერ-მეტყველებითი, რაციონალური, დისკრეტული, აბსტრაქტულ-ლოგიკური, ნელი, თანამიმდევრული.

მარჯვენა: არავერბალური, მხედველობით-სივრცითი, ინტუიციური, ერთმთლიანი, თვალსაჩინო-ხატოვანი, ჩქარი, მყისიერი.

მარცხენანახევარსფერული ტიპის აზროვნების მოსწავლეები („მოაზროვნე ტიპი“) მოაზროვნეები არიან; წარმატებას აღწევენ სიტყვიერებასა და ზუსტ მეცნიერებებში; მიდრეკილნი არიან ცნებითი აზროვნებისა და რეფლექსიისაკენ; ლოგიკურებია; ახასიათებთ კარგი მეხსიერება; ორიენტირებულნი არიან სასწავლო მასალის შეთვისების უწყვეტ კონტროლზე და თვითკონტროლზე.

მარჯვენანახევარსფერული ტიპის აზროვნების მოსწავლეები („მხატვრული ტიპი“) მიდრეკილნი არიან სინთეზისაკენ; ინტუიციური, ხატოვანი აზროვნებისაკენ; ხასიათდებიან სივრცითი წარმოსახვის უნარით; წარმატებას აღწევენ მუსიკაში, ხელოვნებაში; ურჩევნიათ აღქმა მთლიანობაში; ემოციონალურებია, ემპათიურები; გააჩნიათ თანაგრძნობის უნარი; ორიენტირებულნი არიან საკითხების თავისუფალ განხილვაზე, დასკვნების ერთობლივ გამოტანაზე, თავისუფალ ძიებაზე; შემოქმედების დიდი უნარი გააჩნიათ.

როგორც პრაქტიკიდან ირკვევა, იმ მოსწავლეების დიდი ნაწილი, რომლებიც ჩამორჩებიან მათემატიკაში, მარჯვენანახევარსფერულ ტიპს ეკუთვნის. მათთან მუშაობისას მეტი ხელოვნებაა საჭირო. აღსანიშნავია ისიც, რომ ასეთი მოსწავლეების ტვინის მარცხენა ნახევარსფეროს გადატვირთვა ძალზე სახიფათოა, ეს პედაგოგიური დანაშაულის ტოლფასია.

დამტკიცებულია, რომ მარცხენანახევარსფეროელი მოსწავლეების უმარავლესობა არის **აუდიალი**, ხოლო მარჯვენანახევარსფეროელთა შორის უმრავლესობა **ვიზუალი** და **კინესთეტიკია**.

კოგნიციური სტილები ერთმანეთთან მჭიდროდაა დაკავშირებული. მაგალითად, ველდამოკიდებული მოსწავლეები მიდრეკილნი არიან იმისაკენ, რომ აბსტრაქტულ ცნებათა

შემუშავებისას აირჩიონ ერთმთლიანობითი სტრატეგია, ე. ი. ერთდროულად მიიღონ მხედველობაში და თანამიმდევრულად გადასინჯონ სტიმულების ყველა ნიშნის მნიშვნელობა. ველდამოუკიდებელები კი პირიქით, ხშირად ირჩევენ პარციალურ სტრატეგიას, სტიმულაციის ნაკლებად შესამჩნევ თვისებებს უგულებელყოფენ. ამის გამო, სასწავლო პროცესში უდიდესი მნიშვნელობა აქვს კოგნიციური სტილების დიაგნოსტიკას.

საილუსტარციოდ მოვიყვანოთ ასეთი დიაგნოსტიკის ერთი მაგალითი.

ქვემოთ მოყვანილია ცხრა სიტყვა (ორი სერია). ეს სიტყვები უნდა დაიყოს სამ ჯგუფად, თითოში სამი სიტყვით ისე, რომ ყოველ ჯგუფში სიტყვები ერთიანდებოდეს რომელიღაც საერთო თვისებით.

- ***პირველი სერია:*** *ქარიყლაპია, ფრენა, ცხვარი, ქერცლი, სირბილი, მატყლი, არწივი, ცურვა, ბუმბული.*
- ***მეორე სერია:*** *თვალი, ყნოსვა, სინათლე, ყური, მხედველობა, სმენა, ცხვირი, ბგერა, სუნი.*

შედეგების შეფასება:

პირველი ვარიანტი (პირველი სერია):

- *ქარიყლაპია, ცხვარი, არწივი.*
- *ცურვა, სირბილი, ფრენა.*
- *ქერცლი, მატყლი, ბუმბული.*

პირველი ვარიანტი (მეორე სერია):

- *თვალი, ცხვირი, ყური.*
- *ყნოსვა, სმენა, მხედველობა.*
- *სინათლე, სუნი, ბგერა.*

ეს ვარიანტი შესაძლებელია ისეთი ანალიზის დროს, როცა გამოიყოფა საერთო არსებითი ნიშნები. ჭარბობს მეორე სასიგნალო სისტემა. საქმე გვაქვს აზროვნებით ტიპთან, აზროვნება ლოგიკურია, დომინირებს მარცხენა ნახევასფერო.

მეორე ვარიანტი (პირველი სერია):

- *ქარიყლაპია, ცურვა, ქერცლი.*
- *ცხვარი, სირბილი, მატყლი.*
- *არწივი, ფრენა, ბუმბული.*

მეორე ვარიანტი (მეორე სერია):

- *თვალი, მხედველობა, სინათლე.*
- *ცხვირი, ყნოსვა, სუნი.*
- *ყური, სმენა, ბგერა.*

აქ საგნები და მოვლენები განზოგადებულია მათი ფუნქციონალური ნიშნების მიხედვით. ჭარბობს პირველი სასიგნალო სისტემა. საქმე გვაქვს მხატვრულ ტიპთან, აზროვნება ხატოვანია, დომინირებს მარჯვენა ნახევარსფერო.

მსგავსი ტესტი ჩვენ ადრეც გვქონდა განხილული, მაგრამ მაშინ სხვა ტერმინებში ვსაუბრობდით.

მოვიყვანოთ ზუსტად ანალოგიური მაგალითი მათემატიკიდან ერთი სერიისათვის:

ქვემოთ მოყვანილია ცხრა სიტყვა. ეს სიტყვები უნდა დაიყოს სამ ჯგუფად, თითოში სამი სიტყვით ისე, რომ ყოველ ჯგუფში სიტყვები ერთიანდებოდეს რომელიღაც საერთო თვისებით.

- *წრფივობა, სამკუთხედი, გამოკვლევა, ამოხსნა, კვადრატულობა, აგება, განტოლება, მართკუთხობა, ფუნქცია.*

შედეგების შეფასება:

პირველი ვარიანტი :

- *სამკუთხედი, განტოლება, ფუნქცია.*
- *მართკუთხობა, წრფივობა, კვადრატულობა.*
- *აგება, ამოხსნა, გამოკვლევა.*

ეს ვარიანტი შესაძლებელია ისეთი ანალიზის დროს, როცა გამოიყოფა საერთო არსებითი ნიშნები. ჭარბობს მეორე სასიგნალო სისტემა. საქმე გვაქვს აზროვნებით ტიპთან, აზროვნება ლოგიკურია, დომინირებს მარცხენა ნახევასფერო.

მეორე ვარიანტი :

- *სამკუთხედი, მართკუთხობა, აგება.*
- *განტოლება, წრფივობა, ამოხსნა.*
- *ფუნქცია, კვადრატულობა, გამოკვლევა.*

აქ საგნები და მოვლენები განზოგადებულია მათი ფუნქციონალური ნიშნების მიხედვით. ჭარბობს პირველი სასიგნალო სისტემა. საქმე გვაქვს მხატვრულ ტიპთან, აზროვნება ხატოვანია, დომინირებს მარჯვენა ნახევარსფერო.

2.2.9. კვანტორიანი წინადადებები მათემატიკის დაწყებით კურსში

უდავო უნდა იყოს მტკიცება იმის შესახებ, რომ მოსწავლის სწორი აზროვნების, მეტყველებისა და მაღალი კულტურის ჩამოყალიბებისათვის სათანადო მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს სიტყვების: „ნებისმიერი", „ყველა", „ყოველი", „არანებისმიერი", „არაყველა", „არაყოველი", „არსებობს", „ზოგიერთი", „რამდენიმე", „მრავალი", „არ არსებობს", „ერთადერთი", „არც ერთი", „ერთი მაინც", „ერთი-ორი", „ყოველ შემთხვევაში", „ყოველ შემთხვევაში, ... მაინც", „არცთუ იშვითად", „არაუმეტეს", „არანაკლებ", „სულ მცირე", „სულ მცირე, ... მაინც", „მაგრამ მაინც" და ა.შ. მართებულად გამოყენების ჩვევების განვითარებას. ეს სიტყვები კი ყველა სასწავლო დისციპლინაში გვხვდება და, ამ სასწავლო საგნების გარეშეც, ნებისმიერ ადამინს ცხოვრებისეულ მეტყველებაშიც უხდება მათი გამოყენება.

მეთოდიკური თვალსაზრისით, საკითხის ასეთი უდიდესი მნიშვნელობის გამო, ცხადია, არსებობს აუცილებლობა, რომ მასწავლებელმა ზედმიწევნით კარგად იცოდეს იგი. ამიტომ ამ პარაგრაფში განვიხილოთ კვანტორიან წინადადებათა და მათი უარყოფის აგების წესები.

ზემოთ ჩამოთვლილი სიტყვები ძალზე ხშირად გამოიყენება არა მარტო სალაპარაკო ენაში, არამედ ყველა სასწავლო დისციპლინაში, რომელიც ისწავლება სკოლაში და უმაღლეს სასწავლებელში. მათი არასწორი გამოყენება აზრის დამახინჯებას იწვევს. საილუსტრაციოდ ერთი მაგალითიც კმარა. ვთქვათ, მოცემულია წინადადება: „ზოგიერთები სემინარისთვის კარგად მოემზადნენ“. მის საწინაარმდეგო აზრს ხშირად ანიჭებენ წინადადებას: „ზოგიერთები სემინარისათვის კარგად არ მოემზადნენ“. ეს კი სულაც არ არის საწინააღმდეგო აზრის წინადადება.

გვინდა ხაზი გავუსვათ იმ გარემოებას, რომ საკითხი, რომლის შესახებაცაა ლაპარაკი, მიზანშეწონილია, განვაზოგადოთ მათემატიკის სწავლებიდან, მათემატიკური მასალიდან განვავრცოთ იგი სხვა დისციპლინებზე, რადგანაც მოსწავლეს მხოლოდ მათემატიკის გაკვეთილებზე უხდება ნებისმიერი წინადადების ლოგიკური სტრუქტურის დადგენა ზედმიწევნით ზუსტად. აქ სწავლობს იგი, მაგალითად, რატომ შეიძლება ერთი და იგივე თეორემა ვერტიკალური კუთ-ხეების ტოლობის შესახებ იყოს ფორმულირებული სხვადა-სხვანაირად:

- ვერტიკალური კუთხეები ტოლია,
- თუ კუთხეები ვერტიკალურია, მაშინ ისინი ტოლია,
- იმისათვის, რომ კუთხეები ტოლი იყოს, საკმარისია, რომ ისინი იყოს ვერტიკალური,
- იმისათვის, რომ კუთხეები იყოს ვერტიკალური, აუცილებელია, რომ ისინი ტოლი იყოს.

ან კიდევ: რატომ არის, რომ წინადადების: „ნებისმიერი სამი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ჯამი იყოფა 3-ზე“ ჭეშმარიტობა უნდა დამტკიცდეს, ხოლო წინადადების; „ზოგიერთი ნატურალური რიცხვი იყოფა 3-ზე“ ჭეშმარიტობის საჩვენებლად საკმარისია ერთი **კონტრმაგალითის** მოყვანა?

ამ კითხვებზე პასუხის გასაცემად აუცილებელია მათემატიკურ წინადადებათა უფრო ღრმად შესწავლა. უპირველეს ყოვლისა, ეს ეხება კვანტორის შემცველ გამონათქვამებს. ამ საკითხების მეთოდიკური დამუშავების პირველი ძირითადი ეტაპი უნდა განხორციელდეს სკოლაში, დაწყებით კლასებში, მეორე ძირითადი კი – უმაღლეს სასწავლებელში, პედაგოგიურ ფაკულტეტზე, ინტერდისციპლინარული მეთოდოლოგიის პრინციპების ფონზე.

სტუდენტებს მათემატიკური წინადადებების ფორმულირებისას ხშირად ხვდებათ სიტყვები: „ყოველი“, „ყველა“, „ზოგიერთი“, „ერთი მაინც“. მაგალითად, მართუკთხედის მოპირდაპირე გვერდების თვისება ასეა ფორმულირებული: „ნებისმიერ მართკუთხედში მოპირდაპირე გვერდები ტოლია“, ხოლო ნატურალური რიცხვების თვისებების შესახებ ჩვენ ვამბობთ, რომ „ზოგიერთი ნატურალური რიცხვი 5-ის ჯერადია“. მნიშვნელოვანია გამოვარკვიოთ, როგორია ამ სიტ-ყვების აზრი და როგორ გამოიყენება იგი მათემატიკაში.

თუ მოცემულია საგამონათქვამო ფორმა, მაშინ, მასში შემავალი ყოველი ცვლადის ნაცვლად უნდა ჩავსვათ მათი მნიშვნელობები, რომ მივიღოთ გამონათქვამი. მაგალითად, თუ ნატურალურ რიცხვთა N სიმრავლეზე მოცემულია საგამოანთქვამო ფორმა $A(x)$: „x რიცხვი 5-ის ჯერადია“, x-ის ნაცვლად 25-ის ჩასმით მიიღება: „რიცხვი 20 არის 5-ის ჯერადი“ – ჭეშმარიტი გამონათქვამი, ხოლო, თუ ჩავსვამთ 23-ს, მიიღება: „რიცხვი 23 არის 5-ის ჯერადი“ – მცდარი გამონათქვამი.

არსებობს, აგრეთვე, საგამოანთქვამო ფორმისგან გამონათქვამის მიღების სხვა ხეხრებიც.

თუ საგამონათქვამო ფორმის „x რიცხვი 5-ის ჯერადია“, წინ დავწერთ სიტყვას „ყველა“, მივიღებთ წინადადებას: „ყველა x რიცხვი 5-ის ჯერადია“. ამ წინადადების მიმართ

აზრი აქვს, დაისვას კითხვა: „ჭეშმარიტია იგი, თუ – მცდარი“. ე.ი. წინადადება გამონათქვამია, ამასთან, – მცდარი.

გამოთქმას **„ყველა x-სათვის“** ლოგიკაში უწოდებენ **ზოგადობის კვანტორს** x ცვლადით და აღნიშნავენ სიმბოლოთი $\forall x$. ჩანაწერი $(\forall x)[P(x)]$ აღნიშნავს: ნებისმიერი x-სათვის $P(x)$ ჭეშმარიტია. ხშირად მიუთითებენ იმ სიმრავლეზე, რომელ-ზეც განსაზღვრულია $P(x)$. მაგალითად, ჩანაწერი:

$(\forall x \in X)[P(x)]$

იკითხება:

ა) ნებისმიერი x-სათვის X სიმრავლიდან ჭეშმარიტია $P(x)$;

ბ) X სიმრავლის ნებისმიერი x ელემენტი ხასიათდება $P(x)$ თვისებით.

გამოთქმას **„არსებობს x ისეთი, რომ...“** ლოგიკაში უწოდებენ **არსებობის კვანტორს** x ცვლადით და აღნიშნავენ სომბოლოთი $\exists x$. ჩანაწერი $(\exists x)[P(x)]$ აღნიშნავს: არსებობს ისეთი x, რომ $P(x)$ ჭეშმარიტია. აქაც ხშირად მიუთითებენ იმ სიმრავ-ლეზე, რომელზეც განსაზრვრულია $P(x)$. მაგალითად, ჩანაწერი $(\exists x \in X)[P(x)]$ იკითხება:

ა) არსებობს ისეთი x, რომელიც ეკუთვნის X სიმრავლეს, რომ $P(x)$ ჭეშმარიტია;

ბ) X სიმრავლის ერთი მაინც ელემენტი x ხასიათდება $P(x)$ თვისებით.

ზოგადობის კვანტორს განსაზღვრავს სიტყვები: „ყველა“, „ყოველი“, „ნებისმიერი“, „თითოეული“. არსებობის კვანტორს განსაზღვრავს სიტყვები: „ზოგიერთი“, „არსებობს“, „მოინახება“, „არის“, „ერთი მაინც“. სიტყვა **ზოგიერთი** სამეტყველო ენაში აღნიშნავს ერთს მაინც, ან კიდევ, თუნდაც ერთს, მაგრამ არა ყველას. მათემატიკაში ასეთი შეზღუდვა არ არის. აქ „ზოგიერთი“ არ გამორიცხავს „ყველასაც“, აღნიშნავს: „თუნდაც ერთს, მაგრამ, შესაძლოა, ყველას“.

ზოგჯერ საგამონათქვამო ფორმა წარმოადგენს მრავალადგილიან პრედიკატს. მაგალითად, ვთქვათ, გვაქვს „$x > y$“. ასეთ შემთხვევაში გამოიყენება ჩანაწერი $(\forall x)(\forall y)[x > y]$ ან $(\exists x)(\exists y)[x > y]$. ან კიდევ $(\forall x)(\exists y)[x > y]$. როცა x და y ერთ K სიმრავლეს ეკუთვნის, მაშინ უმჯობესია ჩანაწერი: $(\forall x, y \in K)[x > y]$. თუ არადა, ზოგადად გვექნება: $(\forall x \in K\forall y\in L[Px,y]$.

აღსანისნავია, რომ კვანტორიანი გამონათქვამის სიმბოლური ჩანაწერის სხადასხვანაირი ფორმა არსებობს.

საბოლოოდ მივიღეთ წესი: თუ მოცემულია ერთადგილიანი საგამოანთქვამო ფორმა $P(x)$, მაშინ, რომ გადავაქციოთ იგი გამონათქვამად, საკმარისია, მასში შემავალი ცვლადი დავაბათ ზოგადობის ან არსებობის კვანტორით. თუკი საგამონათქვამო ფორმა შეიცავს რამდენიმე ცვლადს, ე.ი. ერთზე მეტადგილიანია, მაშინ გამონათქვამად მის გადასაქცევად საკმარისია, რომელიმე კვანტორით დავაბათ თითოეული ცვლადი.

განხილულ ორ კვანტორს გარდა, არსებობს მესამეც, რომელსაც **ერთადერთობის კვანტორს** უწოდებენ. მაგალითად, ჩანაწერი $(\exists!\,x)[P(x)]$ იკითხება: არსებობს **ერთადერთი** x, რო-მელიც ხასიათდება $P(x)$ თვისებით.

სწავლების პროცესში მნიშვნელოვანია არა მხოლოდ ის, რომ სტუდენტს შეეძლოს გამონათქვამების მიღება საგამონათქვამო ფორმისაგან სხვადასხვა გზით, არამედ, ისიც, რომ მან სწორად მოიაზროს და აღიქვას კვანტორის შემცველი გამონათქვამები და შეძლოს მათი ლოგიკური სტრუქტურის გამოვლენა და დადგენა. საქმე იმაშია, რომ კვანტორებს შეიცავს მრავალი მათემატიკური წინადადება, მათ შორის ცნებათა განსაზღვრები, თეორემები და სხვ. ზოგჯერ ცხადი, მაგრამ ზოგჯერ არაცხადი სახით, ფარულად. მაგალითად, თეორემის ფორმულირებაში: „რომბის დიაგონალები ურთიერთპერპენდიკულარულია“ კვანტორი არ არის ცხადი სა-

ხით, მაგრამ იგულისხმება, რომ ეს დებულება სამართლიანია ნებისმიერი რომბისთვის.

ამოცანა 1. გამოავლინეთ ლოგიკური სტრუქტურა შემდეგი გამონათქვამებისა:

ა) ზოგიერთი ლუწი რიცხვი 7-ის ჯერადია,

ბ) ნებისმიერი სამი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ნამრავლი იყოფა 3-ზე,

გ) მართკუთხედის დიაგონალები ტოლია.

ამოხსნა.

ა) მოცემულ წინადადებაში გვაქვს არსებობის კვანტორი, რომელიც გამოხატულია სიტყვით „ზოგიერთი". საგამონათქვამო ფორმა „ლუწი რიცხვი 7-ის ჯერადია" მოცემულია ლუწი რიცხვების K სიმრავლეზე. თუ ამ საგამონათქვამო ფორმას აღვნიშნავთ $P(x)$ სიმბოლოთი, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ: $(\exists x \in K)[P(x)]$. თუკი $P(x)$-ს შევცვლით პირობით $x \vdots 7$, გვექნება: $(\exists x \in K)[x \vdots 7]$, სადაც K არის ლუწ რიცხვთა სიმრავლე.

ბ) ამ წინადადებაში არის ზოგადობის კვანტორი, რომელიც წარმოდგენილია სიტყვით „ნებისმიერი". თუ ვიმსჯელებთ ისევე, როგორც პირველ მაგალითში, გვექნება ჩანაწერი: $(\forall x \in N)\big[\big((x-1)\cdot x\cdot(x+1)\big) \vdots 3\big]$.

გ) ამ შემთხვევაში კვანტორი ცხადი სახით არ არის მოცემული, მაგრამ ადვილი მისახვედრია, იგულისხმება „ნებისმიერი", რადგანაც თეორემა ნებისმიერ მართკუთხედს ეხება. თეორემის სიმბოლურ ჩანაწერს ექნება სახე: $(\forall x \in X)[P(x)]$, სადაც X არის მართკუთხედების სიმრავლე, ხოლო $P(x)$ არის საგამონათქვამო ფორმა: „მართკუთხედში დიაგონალები ტოლია".

ახლა ისაა გამოსარკვევი, თუ როგორ უნდა დადგინდეს კვანტორიანი გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა.

1. განვიხილოთ $(\forall x \in X)[P(x)]$ სახის გამონათქვამი. მასში დასტურდება, რომ X სიმრავლის ნებიემიერი ელემენ-

ტისათვის $P(x)$ ჭეშმარიტია. ანუ, რაც იგივეა, X სიმრავლის ნებისმიერი ელემენტი ხასიათდება $P(x)$ თვისებით. ამაში სრულიად დავრწმუნდებით, თუ ვაჩვენებთ, რომ $P(x)$ საგამონათქვამო ფორმის ჭეშმარიტობის T სიმრავლე ემთხვევა X სიმრავლეს, ე.ი. $T = X$. რომ დავრწმუნდეთ მოცემული კვანტორიანი გამონათქვამის მცდარობაში, საკმარისია ვაჩვენოთ, რომ $T \neq X$. ამისათვის კი უნდა მოვნახოთ x-ის ისეთი მნიშვნელობა X სიმრავლიდან, რომლისთვისაც $P(x)$ იქნება მცდარი.

განვიხილოთ

ამოცანა 2. დაადგინეთ, ჭეშმარიტია თუ მცდარი შემდეგი გამონათქვამები:

ა) $x \in \{0, 1, 4\}$ სიმრავლიდან x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის $(4-x){:}\,(2x+1)$ გამოსახულების მნიშვნელობა მთელი რიცხვია.

ბ) ნებისმიერი ორი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ნამრავლი იყოფა 2-ზე.

გ) ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი იყოფა 7-ზე.

ამოხსნა.

ა) შევამოწმოთ დებულების სამართლიანობა სინჯვის ხერხით. გვაქვს:

როცა $x = 0$, მაშინ $(4 - 0) : (2 \cdot 0 + 1) = 4 : 1 = 4$,

როცა $x = 1$, მაშინ $(4 - 1) : (2 \cdot 1 + 1) = 3 : 3 = 1$,

როცა $x = 4$, მაშინ $(4 - 4) : (2 \cdot 4 + 1) = 0 : 9 = 0$.

ვასკვნით, რომ გამოსახულების $(4 - x) : (2x + 1)$ მნიშვნელობა x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის სიმრავლიდან $\{0, 1, 4\}$, მთელი რიცხვია. დამტკიცებისათვის ჩვენ გამოვიყენეთ **სრული ინდუქციის** მეთოდი.

ბ) ამ შემთხვევაში სრული ინდუქციის მათოდს ვერ გამოვიყენებთ, რადგანაც ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე უსასრულოა. არასრული ინდუქცია კი სანდო არ არის. საუკეთესოა მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენება,

მაგრამ აქ მცირე მსჯელობითაც შეიძლება შემოვიფარგლოთ: ორი მომდევნო ნატურალური რიცხვიდან ერთი აუცილებლად ლუწია, რადგან ლუწს კენტი მოსდევს, კენტს – ლუწი. თუ ორი თანამამრავლიდან ერთი იყოფა 2-ზე, მაშინ ნამრავლიც იყოფა 2-ზე. ე.ი. $n(n+1) \vdots 2$.

გ) გამონათქვამი „ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი იყოფა 7-ზე“ მცდარია. ამაში ერთი კონტრმაგალითის მოყვანაც გვარწმუნებს. მაგალითად, 5 არ იყოფა 7-ზე.

ზემოთ მოყვანილი ამოცანის ამოხსნის საფუძველზე შეიძლება გამოვიტანოთ **ზოგადი დასკვნა:** *ზოგადობის კვანტორის შემცველი გამონათქვამის ჭეშმარიტობა შეიძლება და-დგინდეს მხოლოდ დამტკიცების გზით, ხოლო ასეთი გამო-ნათქვამის მცდარობის საჩვენებლად საკმარისია ერთი კონტ-რმაგალითის მოყვანა.*

2. განვიხილოთ $(\exists x \in X)[P(x)]$ სახის გამონათქვამი. მასში დასტურდება, რომ X სიმრავლეში არის ისეთი x ელემენტი, რომელიც ხასიათდება $P(x)$ თვისებით. ანუ რაც იგივეა, X სიმრავლეში არსებობს ისეთი ელემენტი, რომელიც ხასიათდება $P(x)$ თვისებით. ასეთ შემთხვევაში მოცემული გამონათქვამი ჭეშმარიტი იქნება, თუ $P(x)$ საგამონათქვამო ფორმის ჭეშმარიტობის T სიმრავლე ცარიელი არ არის, ე.ი. $T \neq \varnothing$. ამ ფაქტის დადასტურებისათვის საკმარისია მოიძებნოს x-ის თუნდაც ერთი ისეთი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $P(x)$ იქნება ჭეშმარიტი. გამონათქვამი $(\exists x \in X)[P(x)]$ მცდარია იმ შემთხვევაში, როცა $T \neq \varnothing$. ამას კი დამტკიცება სჭირდება.

განვიხილოთ

ამოცანა 3. დაადგინეთ, ჭეშმარიტია თუ მცდარი შემდეგი გამონათქვამები:

ა) ზოგიერთი სამკუთხედი მართკუთხაა,

ბ) ზოგიერთი ტოლფერდა ტრაპეცია მართკუთხაა.

ამოხსნა.

ა) მოცემული გამონათქვამის ჭეშმარიტობის დასადგენად საკამრისია ერთი მართკუთხა სამკუთხედის დახაზვა.

ბ) მოცემული გამონათქვამი ჭეშმარიტად რომ ჩავთვალოთ, საკმარისი იქნება ერთი ისეთი ტრაპეციის დახაზვა, რომელიც ტოლფერდაც იქნება და მართკუთხაც. ასეთი ტრაპეციის დახაზვა შეუძლებელია, მაგრამ ეს ჯერ კიდევ არ ამტკიცებს მოცემული გამონათქვამის მცდარობას. ამაში შეიძლება დავრწმუნდეთ მხოლოდ დამტკიცების გზით.

მართლაც, თუ ტარპეცია ტოლფერდაა, მაშინ მისი ფერდები დახრილია ფუძის მიმართ და ვერც ერთი მასთან მართ კუთხეს ვერ შეადგენს, თუკი ტრაპეცია მართკუთხაა, მაშინ ფუძესთან მართ კუთხეს ერთი ფერდი ადგენს, მეორე – დახრილია ფუძის მიმართ და ფერდები ერთმანეთის ტოლი ვერ იქნება. ამიტომ მოცემული გამონათქვამი მცდარია.

ზემოთ მოყვანილი ამოცანის ამოხსნის საფუძველზე შეიძლება გამოვიტანოთ **ზოგადი დასკვნა:** *არსებობის კვანტორის შემცველი გამოანთქვამის ჭეშმარიტობის საჩვენებლად საკმარისია ერთი კონტრმაგალითის მოყვანა, ხოლო ასეთი გამონათქვამის მცდარობის დადგენა შეიძლება მხოლოდ დამტკიცების გზით.*

საკითხი, რომელსაც ვიხილავთ, არ იქნება სრულყოფილად შესწავლილი, თუნდაც საამისოდ უამრავი საილუსტრაციო მაგალითი განვიხილოთ, თუკი მასთან ერთად, ერთ მეთოდიკურ სისტემაში, არ შევისწავლით გამოანთქვამების, – ელემენტარულის თუ შედგენილის, უკვანტოროს თუ კვანტორიანის, – უარყოფის საკითხს.

განსაზღვრა. A გამანთქვამის უარყოფა ეწოდება $\bar{A}$ გამონათქვამს, რომელიც მცდარია, როცა A გამოანათქვამი ჭეშმარიტია, და ჭეშმარიტია, როცა A გამონათქვამი მცდარია.

მაგალითი. ვთქვათ, მოცემულია გამოანთქვამი: „რიცხვი 25 იყოფა 7-ზე“. მისი უარყოფა ორნაირად აიგება:

ა) რიცხვი 25 არ იყოფა 7-ზე,

ბ) არაა სწორი, რომ რიცხვი 25 იყოფა 7-ზე.

გვაქვს უარყოფის აგების ორი წესი: ა)ზმნის წინ ვსვამთ „არ“ ნაწილაკს, ბ) გამონათქვამს წინ დავურთავთ სიტყვათ-შეკავშირებას: „არაა სწორი, რომ“. გამონათქვამის უარყოფის აღნიშვნაც ორი გვაქვს: $\bar{A}$ და $\neg A$. ცხადია, რომ წინადადება და მისი უარყოფა არ შეიძლება იყოს ერთდროულიად ჭეშმა-რიტი ან ერთდოულად მცდარი. წინააღმდეგ შემთხვევაში უარყოფა არ არის სწორად აგებული.

ეს საკითხი სწავლების პროცესში სირთულეს არ იწვევს. პირველი სირთულე შემოდის მაშინ, როცა განიხილება ორი გამონათქვამის დიზიუნქციის ან კონიუნქციის უარყოფათა აგება.

განვიხილოთ გამონათქვამთა დიზიუნქციისა და კონი-უნქციის უარყოფის აგების წესი. თუ დიზიუნქციას ან კონი-უნქციას წინ წარვუმძღვარებთ სიტყვათშეკავშირებას „არაა სწორი, რომ“, როგორც გამოანათქვამის შემთხვევაში გვქონ-და, აქაც, უდავოდ, უარყოფას მივიღებთ. მაგრამ ზმნის წინ „არ“ ნაწილაკის დასმის წესი არ გამოგვადგება. მაგალითი-სათვის ავიღოთ გამონათქვამი: „რიცხვი 46 იყოფა 7-ზე და 13-ზე“. ეს გამონათქვამი მცდარია, რადგანაც წარმოადგენს კონიუნქციას ორი გამონათქვამისა, რომელთაგან ერთი მცდარია. თუ ზმნის წინ დავსვამთ „არ“ ნაწილაკს, მივიღებთ გამოანთქვამს: „რიცხვი 46 არ იყოფა 7-ზე და 13-ზე“. ცხადია, ეს გამოანთქვამიც მცდარია. მაშასადამე, ზმნის წინ კონიუნ-ქციაში „არ“ ნაწილაკის დასმით უარყოფა ვერ მივიღეთ.

ჭეშმარიტობის ცხრილის მეშვეობით შეიძლება დავამ-ტკიცოთ, რომ ორი A და B გამონათქვამების კონიუნქციის უარყოფა არის მათი უარყოფების დიზიუნქცია. ე.ი. $\overline{A \wedge B}$ და $\bar{A} \vee \bar{B}$ ემთხვევა ერთმანეთს A და B გამონათქვამთა ნების-მიერი მნიშვნელობისას. ანლოგიურად, ორი A და B გამო-ნათქვამის დიზიუნქციის უარყოფა არის მათი უარყოფების

კონიუნქცია. ე.ი. $\overline{A \vee B}$ და $\bar{A} \wedge \bar{B}$ ემთხვევა ერთმანეთს A და B გამონათქვამთა ნებისმიერი მნიშვნელობებისას. მაშასადამე, გვაქვს ფორმულები:

$$\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B} \text{ და } \overline{A \vee B} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$$

ამ ორ ტოლძალოვნებას **დე მორგანის კანონებს** უწოდებენ. ამ ფორმულებიდან გამომდინარეობს კონიუნქციისა და დიზიუნქციის უარყოფის აგების წესი: იმისათვის, რომ ავაგოთ კონიუნქციის (დიზიუნქციის) უარყოფა, საკმარისია მისი შემადგენელი გამონათქვამები შევცვალოთ მათი უარყოფებით, ხოლო კავშირი „და“ („ან“) შევცვალოთ კავშირით „ან“ („და“).

ამოცანა 4. ააგეთ გამონათქვამის „რიცხვი 28 იყოფა 9-ზე ან 6-ზე“ უარყოფა.

ამოხსნა (ორი ხერხი).

1) მოცემულ გამონათქვამს წინ დავურთოთ სიტყვები „არაა სწორი, რომ“. მივიღებთ გამონათქვამს „არაა სწორი, რომ რიცხვი 28 იყოფა 9-ზე ან 6-ზე“, რომელიც მოცემული გამონათქვამის უარყოფას წარმოადგენს.

2) გამოვიყენოთ დე მორგანის კანონი. მივიღებთ გამონათქვამს: „რიცხვი 28 არ იყოფა 9-ზე და არ იყოფა 6-ზე“, რომელიც, აგრეთვე, წარმოადგენს მოცემული გამონათქვამის უარყოფას.

კიდევ უფრო მეტი მეთოდიკური სირთულე შემოდის სწავლების პროცესში მაშინ, როცა საქმე ეხება კვანტორიან გამონათქვამებს.

უპირველესად დავსვათ კითხვა: არის თუ არა საკმარისი ზმნის წინ „არ“ ნაწილაკის დასმა იმისათვის, რომ ავაგოთ კვანტორიანი წინადადების უარყოფა? ავიღოთ გამონათქვამი: „ყოველი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა“. დავსვათ ზმნის წინ „არ“ ნაწილაკი: „ყოველი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდა არ არის“. ვხედავთ, რომ ორივე

გამონათქვამი მცდარია. ე.ი. ზმნის წინ „არ“ ნაწილაკის დასმა საკამრისი არ არის.

გვრჩება მეორე გზა: გამონათქვამისათვის წინ სიტყვების „არაა სწორი, რომ“ წამძღვარება. ასეთ შემთხვევაში გამონათქვამის „ყოველი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა“ უარყოფა იქნება „არაა სწორი, რომ ყოველი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა“. მაგრამ ამ წინადადებას იგივე აზრი აქვს, რაც წინადადებას : „ზოგიერთი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდა არ არის“.

წინადადების „ზოგიერთი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა“ უარყოფაა: „არაა სწორი, რომ ზოგიერთი მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა“, მაგრამ ამ წინადადებას იგივე აზრი აქვს, რაც წინადადებას: „ყველა მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდა არ არის“.

განვიხილოთ მეორე მაგალითი.

ავიღოთ გამონათქვამი: „ყველა ნატურალური რიცხვი იყოფა 7-ზე“. დავსვათ ზმნის წინ „არ“ ნაწილაკი: „ყველა ნატურალური რიცხვი არ იყოფა 7-ზე“. ეს ორი გამონათქვამი ერთმანეთის უარყოფა არ არის, რადგანაც ორივე მცდარია. ამაში ნათლად დაგვარწმუნებს შემდეგი მსჯელობა:

მოცემულ გამონათქვამს წინ წარვუმძღვაროთ სიტყვები „არაა სწორი, რომ“: „არაა სწორი, რომ ყველა ნატურალური რიცხვი იყოფა 7-ზე“. მაგრამ ამ წინადადებას იგივე აზრი აქვს, რაც წინადადებას: „ზოგიერთი ნატურალური რიცხვი არ იყოფა 7-ზე“.

საზოგადოდ, თუ მოცემულია გამონათქვამი $(\forall x)[P(x)]$, მაშინ მისი უარყოფა იქნება $\overline{(\forall\, x)\ P(x)}$ და $(\ \ x\ )\ \overline{P(x)}$, რომელთაც ერთი და იგივე აზრი გააჩნია.

მივიღეთ ორი ტოლძალოვნება:

$$\overline{(\forall\, x)\ P(x)} \Leftrightarrow (\ \ x\ )\ \overline{P(x)},$$

$$\overline{(\ \ x\ )\ P(x)} \Leftrightarrow (\forall\, x)\ \overline{P(x)}$$

მათგან გამომდინარეობს **წესი**: *იმისათვის, რომ ავაგოთ ზოგადობის (არსებობის) კვანტორის შემცველი გამონათქვამის უარყოფა, საკმარისია შევცვალოთ ზოგადობის (არსებობის) კვანტორი არსებობის (ზოგადობის) კვანტორით და ავაგოთ კვანტორქვეშა გამონათქვამის უარყოფა.*

ამოცანა 5. ააგეთ შემდეგი გამონათქვამების უარყოფა:

1. ყველა სამკუთხედს გააჩნია სიმაღლე,
2. ზოგიერთი ბურთი წითელია.

ამოხსნა: გვაქვს ორი ხერხი.

ა) გამონათქვამს წინ დავურთოთ სიტყვები: „არაა სწორი, რომ“:

1. არაა სწორი, რომ ყველა სამკუთხედს გააჩნია სიმაღლე,
2. არაა სწორი, რომ ზოგიერთი ბურთი წითელია.

ბ) შევცვალოთ კვანტორი საპირისპირო კვანტორით და ავაგოთ კვანტორქვეშა გამონათქვამის უარყოფა.

1. ზოგიერთ სამკუთხედს არ გააჩნია სიმაღლე.
2. ყველა ბურთი წითლი არ არის.

2.2.10. ზეპირი ანგარიში მათემატიკის გაკვეთილებზე

მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პროცესში მოსწავლეთა ზეპირი მეტყველების განვითარების უმნიშვნელოვანესი პირობაა ზეპირ გამოანგარიშებათა ცოდნა. ზეპირ ანგარიშს დიდი საგანმანათლებლო, განმავითარებლობითი და პტაქტიკული მნიშვნელობა აქვს, მოსწავლე (და არამარტო მოსწავლე) პრაქტიკულ საქმიანობაში ყოველ ნაბიჯზე ხვდება ზეპირი ანგარიშის აუცილებლობას. გარდა ამისა, წერითი ანგარიშის არსებობა შეუძლებელია ზეპირი ანგარიშის გარეშე, რადგანაც იგი შეიცავს ზეპირი ანგარიშის ისეთ ელემენტებს, რომელთა შეცვლა წერითი ანგარიშით ან უკუგდება შეუძლებელია. უფრო მეტიც, წერითი ანგარიშის ჩვევათა, და საერთოდ, წერითი მეტყველების განვითარება

დიდადაა დამოკიდებული ზეპირი ანგარიშის უნარ-ჩვევათა განვითარებაზე და ორივე სახის ანგარიშის (ზეპირისა და წერითის) საფუძველია შინაგანი ანგარიში, რომელიც შინაგანი მეტყველებითაა „განსხეულებული“. მოსწავლის ზეპირი მეტყელების განვითარება განაპირობებს წერითი მეტყველების განვითარებას. ზეპირი, წერითი და შინაგანი გამოანგარიშებანი ისეა დაკავშირებული ერთმანეთთან, რომ ერთმანეთის განვითარებას უწყობენ ხელს.

მათემატიკის ყოველ გაკვეთილზე ძირითადად ზეპირი ანგარიშის მეოხებით ხდება მოსწავლეთა მიერ ადრე მიღებული ცოდნის აქტუალიზაცია, ახალ მასალაზე გადასვლა და ა.შ. ისე, რომ ზეპირი ანგარიში მათემატიკის ყოველ გაკვეთილზეა საჭირო და ეს ზეპირი ანგარიში გაკვეთილის რომელ მომენტში და რომელი ფორმით ჩატარდება, დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე, როგორიცაა: სასწავლო მასალის შინაარსი (გამოსაკითხისა თუ ასახსნელის), კლასის მომზადება და სხვ.

ზეპირ გამოანგარიშებათა ხერხები ორ ჯგუფად იყოფა: ზოგადი და კერძო. **ზოგადი ხერხები** გამოიყენება ნებისმიერი რიცხვებისათვის და დაკავშირებულია რიცხვების ათობითი შედგენილობისა და არითმეტიკულ მოქმედებათა კანონებისა თუ თვისებების გამოყენებასთან. **კერძო ხერხები** კი მხოლოდ ზოგიერთი რიცხვებისათვის გამოიყენება და გამოანგარიშებას საკმაოდ, ზოგჯერ კი ძალზე, ამარტივებს.

ზეპირი ანგარიშის ზოგადი ხერხების შეთვისება მოსწავლეთა მიერ ადვილად არ ხდება. აქ საჭიროა მრავალრიცხოვანი და მრავალფეროვანი სავარჯიშოების ამოხსნა სწავლების ოთხივე წლის მანძილზე. ვარჯიში და წვრთნა კარგი შედეგების მომტანია. ამასთან, აუცილებლობას წარმოადგენს ის, რომ, როცა მოსწავლე დაწყებით სკოლას დაამთავრებს, ის უნდა იყოს შეიარაღებული ზეპირი ანგარიშის ხერხების მტკიცე და შეგნებული ცოდნით.

როგორც ვთქვით, ზოგადი ხერხების გამოყენება, უპირველეს ყოვლისა, დაკავშირებულია რიცხვთა ათობით შედგენილობასთან. ეს ათობითი შედგენილობა კი ნუმერაციის შესწავლისას განიხილება. მაშასადამე, ყოველი კონცენტრის მიხედვით ნუმერაციის სწავლებისას განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს ზეპირი გამოანგარიშების ნუმერაციული ხერხების შესწავლას.

ზეპირი ანგარიშის სწავლებას საფუძველი პირველ კლასშივე ეყრება. აქ შეკრებისა და გამოკლების ცხრილის შეთვისებაზე მუშაობისას შეიძლება მოსწავლეებს მიეცეთ, მაგალითად, შემდეგი სახის სავარჯიშო: 4-ს მიუმატეთ 3 (პაუზა); მიღებულს მიუმატეთ 1 (პაუზა); მიღებულს გამოაკელით 5 (პაუზა); მიღებულს მიუმატეთ 6 (პაუზა), მიღებულს გამოაკელით 4. რა მიიღეთ?

სწრაფი ზეპირი ანგარიშის ეს ხერხი შეიძლება უფრო შევამოკლოთ: 4-ს მიუმატეთ 3 (პაუზა); მიუმატეთ 1 (პაუზა); გამოაკელით 5 (პაუზა); მიუმატეთ 6 (პაუზა), გამოაკელით 4. რა მიიღეთ?

ცხადია, რომ მსგავსი მაგალითების მიცემა უნდა მოხდეს თანდათანობითი განვითარებით: ჯერ უნდა მიეცეს 2-3 რგოლისაგან შემდგარი დავალება, შემდგ კი – მეტი.

20-ის ფარგლებში შეკრება-გამოკლების სწავლებისას მოსწავლეებს ზეპირი დავალებები უნდა მიეცეთ შემდეგი თანამიმდევრობით:

1) მიმატება და გამოკლება ათეულზე გადაუსვლელად.

2) ათეულს ემატება რამდენიმე ერთეული ან პირუკუ. აქ საჭიროა განვიხილოთ გამოკლების ის შემთხვევები, როცა

ა) ორნიშნა რიცხვს აკლდება მისი ერთეულები ან ათეულები:

10 + 5;	10 + 3;	10 + 7;
2 + 10;	4 + 10;	8 + 10;
15 – 5;	18 – 10;	17 – 7.

ბ) ორნიშნა რიცხვს ემატება ერთნიშნა რიცხვი და პირუკუ; ორნიშნა რიცხვს აკლდება მის ერთეულებზე ნაკლები რამდენიმე ერთეული:

15 + 2;	3 + 16;	18 – 5;
13 + 5;	8 + 11;	15 – 3;
12 + 6;	4 + 14;	19 – 4.

გ) ორნიშნა რიცხვს ემატება ერთნიშნა რიცხვი ისე, რომ ჯამში მიიღებოდეს 20; 20-დან გამოკლება:

14 + 6;	3 + 17;	20 – 4;
12 + 8;	7 + 13;	20 – 10;
15 + 5;	2 + 18;	20 – 16.

დ) ორნიშნა რიცხვს აკლდება ორნიშნა რიცხვი:

15 – 13;	12 – 11;	17 – 16;
18 – 15;	17 – 12;	13 – 11;
16 – 11;	15 – 15;	19 – 17;

ე) მიმატება და გამოკლება ათეულზე გადასვლით:

5 + 6;	4 + 8;	6 + 7;
8 + 5;	3 + 9;	4 + 7;
7 + 4;	9 + 8;	8 + 7.

ათეულზე გადასვლით ზეპირი გამოანგარიშების დროს ბავშვმა კარგად უნდა იცოდეს რიცხვის შედგენილობა. უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ, ათეულზე გადასვლით შეკრების შესრულებისათვის მან უნდა იცოდეს რიცხვის შედგენილობა და ასეთი მაგალითების ამოხსნა ამტკიცებს რიცხვის შედგენილობის ცოდნას. უპირველეს ყოვლისა, ბავშვმა უნდა ისწავლოს ე.წ. „ათამდე შევსება“. ე.ი. მეორე შესაკრების დაშლა საჭირო ნაწილებად. მაგალითად:

$$8 + 5 = 8 + (2 + 3) = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13.$$

ე.ი. მოსწავლის მსჯელობა დაახლოებით ასეთია: 8-ს რომ 5 მიუმატოთ, ამისათვის 8-ს ჯერ უნდა მივუმატოთ 2, შემდეგ კი დანარჩენი 3.

აღსანიშნავია, რომ ცალკე ყურადღება უნდა მიექცეს ტოლ შესაკრებთა შეკრებას, როგორიცაა: 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5, 6 + 6 და ა.შ. ეს იმიტომ, რომ, თუ ბავშვმა იცის, რომ 7 + 7 = 14, მისთვის ადვილი გასაგებია, რომ 7 + 8 იქნება 1-ით მეტი, ე.ი. 15 და ა.შ.

ასეულისა და ათასეულის ფარგლებში ზეპირი ანგარიში უფრო მრავალფეროვანი ხდება.

ზეპირი ანგარიშის ზოგადი ხერხები განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითზე. ვთქვათ, ამოსახსნელია ზეპირად: 46 + 17.

1) $46 + 17 = 46 + (10 + 7) = (46 + 10) + 7 = 56 + 7 = 63$.

მეორე შესაკრები იშლება თანრიგითი ერთეულების ჯამად და თანამიმდევრობით ემატება ისინი პირველ შესაკრებს. ეს ხერხი, როგორც ჩანს, ემყარება რიცხვისათვის ჯამის მიმატების წესს, რომელიც, თავის მხრივ, დამყარებულია შეკრების გადანაცვლებადობისა და ჯუფდებადობის თვისებებზე.

2) $46 + 17 = 46 + (4 + 13) = (46 + 4) + 13 = 50 + 13 = 63$.

შეიძლება ასეც: $46 + 17 = 46 + (14 + 3) = (46 + 14) + 3 = 60 + 3 = 63$.

მეორე შესაკრები იშლება ისეთი ორი რიცხვის ჯამად, რომ პირველი ავსებს 46-ს მრგვალ ათეულებამდე.

3) $46 + 17 = (40 + 6) + (10 + 7) = (40 + 10) + (6 + 7) = 50 + 13 = 63$.

ორივე შესაკრები იშლება თანრიგითი ერთეულების ჯამად, ათეულები ცალკე იკრიბება , ერთეულები ცალკე.

განხილული ხერხებიდან პირველი არის ყველაზე ადვილი შესასრულებელი, რადგანაც მეორე შესაკრების ასეთნაირი დაშლა ბავშვებისათვის სრულიად ბუნებრივია. მეორე ხერხი გამოანგარიშებისათვის კარგია, მაგრამ ბავშვებს ხშირად უჭირთ მეორე შესაკრების შესაბამისი დაშლა. მესამე ხერხი კი ნაკლებად არის რაციონალური, რადგანაც იგი ბავ-

შვებისაგან მოითხოვს მრავალი შუალედური შედეგის დამახსოვრებას.

ზეპირი გამოკლების ზოგადი ხერხები შეკრების შესაბამისი ხერხების ანალოგიურია.

ვთქვათ, ამოსახსნელია ზეპირად: 63 – 17.

1). 63 – 17 = 63 − (10 + 7) = (63 − 10) – 7 = 53 – 7 = 46.

მაკლები იშლება თანრიგითი ერთეულების ჯამად. ეს ხერხი ეყრდნობა რიცხვიდან ჯამის გამოკლების წესს.

2). 63 – 17 = 63 – (3 + 14) = 60 – 14 = 46.

3). შეიძლება ასეც: 63 – 17 = 63 – (13 + 4) = (63 – 13) – 4 = 50 – 4 = 46.

მაკლები იშლება ისეთი ორი რიცხვის ჯამად, სადაც პირველი შესაკრები ადვილი გამოსაკლებია 63-დან. ეს ხერხი ეყრდნობა რიცხვიდან ჯამის გამოკლების წესს.

აქ აღსანიშნავია ერთი გარემოება: პირველ შემთხვევაში, როცა მოსწავლემ მაგალითის ამოხსნისას მიიღო 53 – 7, ცხადია, რომ 7 დასაშლელია 3-ისა და 4-ის ჯამად, მაგრამ სწავლების ამ ეტაპზე ბავშვს ეს არ უნდა დასჭირდეს, ზეპირად უნდა შეძლოს გამოკლება.

რიცხვის ზეპირი გამრავლებისა და გაყოფის დროსაც გამოიყენება ანალოგიური ზოგადი ხერხები. მაგალითად:

28 · 3 = (20 + 8) · 3 = 20 · 3 + 8 · 3 = 60 + 24 = 84,

96 : 3 = (90 + 6) : 3 = 90 : 3 + 6 : 3 = 30 + 2 = 32,

48 : 3 = (42 + 6) : 3 = 42 : 3 + 6 : 3 = 14 + 2 = 16.

მესამე შემთხვევა ხელოვნურ დაშლას შეიცავს და, ამდენად, იგი უფრო რთულია სხვებთან შედარებით.

ზეპირი ანგარიშის კერძო ხერხები, როგორც ითქვა, მხოლოდ ზოგიერთი რიხვებისთვისაა გამოსაყენებელი. ერთ-ერთი ასეთი ხერხი შეიძლება დაუკავშირდეს ქართულ თვლაანგარიშში ოცობითობის პრინციპის არსებობას. ბავშვმა სამოცს რომ მიუმატოს ჩვიდმეტი, ამისათვის საკმარისია დაა-

სახელოს ეს რიცხვები თანმიმდევრობით: სამოცდაჩვიდმეტი.

წერითი შეკრება-გამოკლების სწავლებისას, როგორც ზემოთ უკვე მრავალჯერ ითქვა, დასაყრდენია თვლის ათობითი პრინციპი, რადგანაც რიცხვთა ინდურ-არაბული ნუმერაცია, რომელზედაც აგებულია მთელი მათემატიკის დაწყებითი კურსი, წმინდა ათობითია, მაგრამ ზეპირ ქართულ მეტყველებაში გვაქვს ოცობითობის პრინციპიც. ამიტომ, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, ეს პრინციპი გამოვიყენოთ ზეპირი ანგარიშის სწავლების დროს, მაგრამ ისე, რომ ხელი არ შევუშალოთ წერითი ანგარიშის კულტურის განვითარებას. ეს ხერხი ზეპირი ანგარიშისათვის იქნება ასეთი:

$52 + 7 = (40 + 12) + 7 = 40 + (12 + 7) = 40 + 19 = 59.$

$68 + 9 = (60 + 8) + 9 = 60 + (8 + 9) = 60 + 17 = 77.$

$76 - 8 = (60 + 16) - 8 = 60 + (16 - 8) = 60 + 8 = 68.$

$74 - 12 = (60 + 14) - 12 = 60 + (14 - 12) = 60 + 2 = 62$

და ა.შ.

განვიხილოთ ზეპირი ანგარიშის სხვა **კერძო ხერხები.**

1) რიცხვების შეკრება ჯამის გადანაცვლებადობისა და ჯუფთებადობის თვისებათა გამოყენებით:

$86 + 57 + 14 = (86 + 14) + 57 = 100 + 57 = 157.$

$354 + 173 + 146 + 227 = (354 + 146) + (173 + 227) = 900.$

2) რიცხვების გამრავლება ნამრავლის გადანაცვლებადობისა და ჯუფთებადობის თვისებათა გამოყენებით:

$25 \cdot 73 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 73 = 100 \cdot 73 = 7300.$

3) რიცხვების შეკრება ერთი შესაკრების დამრგვალებით:

$603 + 76 = (600 + 76) + 3 = 676 + 3 = 679.$

$98 + 75 = (100 + 75) - 2 = 175 - 2 = 173.$

4) რიცხვების შეკრება ორივე შესაკრების დამრგვალებით:

$502 + 703 = (500 = 700) + 5 = 1200 + 5 = 1205.$

497 + 598 = (500 + 600) – 5 = 1100 – 5 = 1095.

402 + 697 = (400 + 700) – 1 = 1100 – 1 = 1099.

5) რიცხვების გამოკლება დამრგვალებით:

799 – 326 = 800 – 326 – 1 = 473.

645 – 397 = 645 – 400 + 3 = 242.

პირველ მაგალითში საკლები არის დამრგვალებული. ამ დამრგვალებით სხვაობა გადიდდა 1-ით. ამიტომ იგი შევამცირეთ 1-ით. მეორე მაგალითში დამრგვალებულია მაკლები. დამრგვალებით მაკლები გადიდდა, ე.ი. სხვაობა შემცირდა 3-ით, ამიტომ სხვაობას დაემატა 3.

6) რიცხვების გამრავლება და გაყოფა დამრგვალებით:

50 · 28 = 50 · 30 – 50 · 2 = 1500 – 100 = 1400.

796 : 4 = 800 : 4 – 4 : 4 = 200 – 1 = 199.

დამრგვალების ხერხის გამოყენება ფრიად ეფექტურია სწავლების პროცესში. ამიტომ მას მოსწავლეები რაც შეილება ადრე უნდა შეეჩვიონ.

7) მიმდევრობითი გამრავლება:

ეს ხერხი გამრავლების შემდეგ წესს ემყარება: რიცხვი რომ გავამრავლოთ ნამრავლზე, საკმარისია, ეს რიცხვი გავამრავლოთ ჯერ პირველ თანამამრავლზე, შემდეგ, მიღებული ნამრავლი გავამრავლოთ მეორე თანამამრავლზე, შემდეგ მესამეზე და ა.შ.

45 · 16 = 45 · 4 · 4 = 720.

45-ის 16-ზე ერთბაშად გამრავლება უფრო ძნელია.

64 · 8 = 64 · 2 · 2 · 2 = 512.

51 · 18 = 51 · 2 · 9 = 918.

ზოგადი ხერხის გამოყენებით ეს გამრავლება გაცილებით უფრო ძნელია:

51 · 18 = 51 · 10 + 51 · 8 = 510 + 408 = 918.

8) მიმდევრობითი გაყოფა:

იგი გაყოფის შემდეგ წესს ემყარება: რიცხვი რომ ნამრავლზე გავყოთ, შეიძლება ეს რიცხვი გავყოთ პირველ თანამამ-

რავლზე, მიღებული განაყოფი გავყოთ მეორე თანამამრავლზე და ა.შ. მაგალითად: $360 : 8 = 360 : 2 : 2 : 2 = 45$.

9) 9-ზე და 99-ზე გამრავლება:

$37 \cdot 9 = 37 \cdot 10 - 37 = 370 - 37 = 333$.

$11 \cdot 99 = 12 \cdot 100 - 12 = 1200 - 12 = 1188$.

10) 5-ზე და 50-ზე გამრავლება:

$35 \cdot 5 = (35 \cdot 10) : 2 = 350 : 2 = 175$.

$34 \cdot 5 = (34 : 2) \cdot 10 = 17 \cdot 10 = 170$.

$35 \cdot 50 = (35 \cdot 100) : 2 = 3500 : 2 = 1750$.

$34 \cdot 50 = (34 : 2) \cdot 100 = 17 \cdot 100 = 1700$.

11) 11-ზე გამრავლება:

$26 \cdot 11 = 26 \cdot 10 + 26 = 260 + 26 = 286$.

მოსწავლისათვის საინტერესო იქნება შემდეგი წესი: ორნიშნა რიცხვი რომ 11-ზე გავამრავლოთ, ამისათვის საჭიროა დავწეროთ ამ რიცხვის ათეულისა და ერთეულის ციფრები ერთმანეთისაგან ოდნავ მოშორებით და მათ შორის ჩავწეროთ ამ ციფების ჯამი. თუ ეს ჯამი 10-ის ტოლია ან მეტი, მაშინ ათეულების რიცხვი 1-ით დიდდება.

12) 5-ზე გაყოფა:

იმისათვის, რომ რიცხვი გავყოთ 5-ზე, საჭიროა ეს რიცხვი გავყოთ 10-ზე, თუ იგი ბოლოვდება ნულით, და მიღებული განაყოფი გავამრავლოთ 2-ზე, შემდგ კი მიღებული ნამრავლი გავყოთ 10-ზე.

$240 : 5 = (240 : 10) \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$.

$245 : 5 = (245 \cdot 2) : 10 = 490 : 10 = 49$.

13) 25-ზე გაყოფა:

იმისათვის, რომ რიცხვი გავყოთ 25-ზე, საჭიროა ეს რიცხვი გავყოთ 100–ზე, თუ იგი ბოლოვდება ორი ნულით, და მიღებული განაყოფი გავამრავლოთ 4-ზე, ან ჯერ გავამრავლოთ 4-ზე, შემდეგ კი მიღებული ნამრავლი გავყოთ 100-ზე.

$300 : 25 = (300 : 100) \cdot 4 = 12$.

$800 : 25 = (800 \cdot 4) : 10 = 32$.

14) ხუთიანებით დაწყებული ორნიშნა რიცხვების გამრავლება:

ა) თუ ერთეულების ჯამი ლუწია: $56 \cdot 52$

- ათეულების ნამრავლი: $5 \cdot 5 = 25$.
- ერთეულების ჯამის ნახევარი: $(6 + 2) : 2 = 4$.
- შევკრიბოთ: $25 + 4 = 29$.

ეს იქნება პასუხის დასაწყისი.

- მას მივუწეროთ ერთეულების ნამრავლი: $6 \cdot 2 = 12$.

ე. ი. $56 \cdot 52 = 2912$.

ბ) თუ ერთეულების ჯამი კენტია: $54 \cdot 53$

- ათეულების ნამრავლი: $5 \cdot 5 = 25$.
- ერთეულების ჯამის ნახევარი ნაკლებობით: $(4 + 3) : 2 \approx$ ≈ 3.
- შევკრიბოთ: $25 + 3 = 28$.

ეს იქნება პასუხის დასწყისი.

- მას მივუწროთ ერთეულების ნამრავლი $4 \cdot 3 = 12$, გადიდებული 50-ით, ე.ი. 62.

ე.ი. $54 \cdot 53 = 2862$.

15) ხუთიანებით დაბოლოებული ორნიშნა რიცხვების გამრავლება:

ა) თუ ათეულების ჯამი ლუწია: $65 \cdot 45$

- ათეულების ნამრავლი: $6 \cdot 4 = 24$.
- ათეულების ჯამის ნახევარი: $(6 + 4) : 2 = 5$.
- შევკრიბოთ: $24 + 5 = 29$.

ეს იქნება პასუხის დასაწყისი.

- მას მივუწეროთ ერთეულების ნამრავლი: $5 \cdot 5 = 25$.

ე. ი. $65 \cdot 45 = 2925$.

ბ) თუ ათეულების ჯამი კენტია: $45 \cdot 35$

- ათეულების ნამრავლი: $4 \cdot 3 = 12$.
- ათეულების ჯამის ნახევარი ნაკლებობით: $(4 + 3) : 2 \approx$ ≈ 3.
- შევკრიბოთ: $12 + 3 = 15$.

ეს იქნება პასუხის დასაწყისი.

• მას მივუწეროთ ერთეულების ნამრავლი: 5 · 5 = 25, გადიდებული 50-ით, ე. ი. 75.

ე. ი. 45 · 35 = 1575.

16) ერთიანებით დაბოლოებული ორნიშნა რიცხვების გამრავლება:

ა) თუ ათეულების ჯამი 10-ზე ნაკლებია: 41 · 31

• ათეულების ნამრავლი: 4 · 3 = 12.

ეს იქნება პასუხის დასაწყისი.

• მივუწეროთ ათეულების ჯამი: 4 + 3 = 7.

• ბოლოს მივუწეროთ 1.

ე. ი. 41 · 31 = 1271.

ბ) თუ ათეულების ჯამი 10-ზე არანაკლებია: 71 · 51

• ათეულების ნამრავლი: 7 · 5 = 35.

• მას მივუმატოთ 1 : 35 + 1 = 36.

ეს იქნება პასუხის დასაწყისი.

• მას მივუწეროთ ათეულების ჯამის 7 + 5 = 12 ერთეულების ციფრი.

• ბოლოს მივუწეროთ 1.

ე. ი. 71 · 51 = 3621.

17) გამრავლება ისეთი ორნისნა რიცხვებისა, სადაც ათეულები ტოლია და ერთეულების ჯამია 10.

მაგალითად, 57 · 53

• ათეულების რიცხვი გავამრავლოთ 1-ით მეტ რიცხვზე: 5 · 6 = 30.

ეს არის პასუხის დასაწყისი.

• მას მივუწეროთ ერთეულების ნამრავლი: 7 · 3 = 21.

ე. ი. 57 · 53 = 3021.

18) გამრავლება ისეთი ორნიშნა რიცხვებისა, სადაც ათეულების ჯამია 10 და ერთეულები ტოლია. მაგალითად,

76 · 36

• ათეულების ნამრავლი: 7 · 3 = 21.

- მას მივუმატოთ ერთეულების რიცხვი: 21 + 6 = 27.

ეს არის პასუხის დასაწყისი.

- მას მივუწეროთ ერთეულების კვადრატი: $6^2 = 36$.

ე. ი. 76 · 36 = 2736.

19) ცხრიანებით დაწყებული ორნიშნა რიცხვების გამრავლება. მაგალითად, 96 · 97

- ვიპოვოთ დამატებები 100-მდე: 4 და 3.
- ამ რიცხვებიდან ერთ-ერთს, მაგალითად, 96-ს ვაკლებთ მეორის დამატებას: 96 – 3 = 93.

ეს არის პასუხის დასაწყისი.

- მას მივუწეროთ დამატებათა ნამრავლი: 4 · 3 = 12.

ე. ი. 96 · 97 = 9312.

20) 100-ის მახლობლობაში აღებული 100-ზე მეტი რიცხვების გამრავლება.

მაგალითად, 106 · 105

- ვიპოვოთ განსხვავებები 100-თან: 6 და 5.
- მოცემული რიცხვებიდან ერთ-ერთს, მაგალითად, 106-ს ვუმატებთ მეორის განსხვავებას 100-თან: 106 + 5 = 111.

ეს არის პასუხის დასაწყისი.

- მას მივუწეროთ განსხვავებათა ნამრავლი: 6 · 5 = 30.

ე. ი. 106 · 105 = 11130.

21) 11-ის ჯერადი ორნიშნა რიცხვების 9-ზე გამრავლება. მაგალითად, 66 . 9

ასჯერ სამრავლის ათეულებს მინუს მისივე ერთეული,

ე. ი. 66 . 9 = 600 – 6 = 594.

22) 1-ით დაბოლოებული ორნიშნა რიცხვის კვადრატი. მაგალითად, 61^2

- ვიპოვოთ ათეულების კვადრატი: $6^2 = 36$.

ეს არის პასუხის ასეულები.

- გავაორკეცოთ ათეულების რიცხვი: 6 · 2 = 12.

ეს არის პასუხის ათეულები.

- ერთეულად მივუწეროთ 1.

ე. ი. $61^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$.

23) 5-ით დაბოლოებული ორნიშნა რიცხვის კვადრატი. მაგალითად, 75^2

- გავამრავლოთ ათეულების რიცხვი 1-ით მეტ რიცხვზე: $7 \cdot 8 = 56$.

ეს არის პასუხის ასეულები.

- მივუწეროთ მას 25.

ე. ი. $75^2 = 5625$.

24) ერთიანებით შედგენილი რიცხვის კვადრატი:

$1^2 = 1$;

$11^2 = 121$;

$111^2 = 12321$;

$1111^2 = 1234321$;

$11111^2 = 123454321$;

$111111^2 = 12345654321$;

$1111111^2 = 1234567654321$;

და ა.შ.

მიიღება სიმეტრიული რიცხვები. კანონზომიერება ადვილი შესამჩნევია.

25) ცხრიანებით შედგენილი რიცხვის კვადრატი:

$9^2 = 81$;

$99^2 = 9801$;

$999^2 = 998001$;

$9999^2 = 99980001$;

$99999^2 = 9999800001$;

$999999^2 = 999998000001$;

$9999999^2 = 99999980000001$;

და ა. შ.

კანონზომიერების შემჩნევა ძალიან ადვილად შეიძლება.

26) გამრავლების საინტერესო შემთხვევები

$12345679 \cdot 8 = 98765432$

$12345679 \cdot 9 = 111111111$

$12345679 \cdot 18 = 222222222$

$12345679 \cdot 27 = 333333333$

$12345679 \cdot 36 = 444444444$

$12345679 \cdot 45 = 555555555$

$12345679 \cdot 54 = 666666666$

$12345679 \cdot 63 = 777777777$

$12345679 \cdot 72 = 888888888$

$12345679 \cdot 81 = 999999999$

კანონზომიერების შემჩნევა ძალიან ადვილად შეიძლება.

ამ ტოლობათა სილამაზე მეტ ეფექტურობას იძენს შემდეგ სახეში:

$12345679 \cdot (9 \cdot 1) =$ ცხრა 1-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 2) =$ ცხრა 2-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 3) =$ ცხრა 3-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 4) =$ ცხრა 4-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 5) =$ ცხრა 5-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 6) =$ ცხრა 6-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 7) =$ ცხრა 7-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 8) =$ ცხრა 8-იანი

$12345679 \cdot (9 \cdot 9) =$ ცხრა 9-იანი

ზეპირი ანგარიშის ხერხების სილამაზე, განსაკუთრებით თავისი სუგესტიური თვისების წყალობით, უდავოდ ამაღლებულ გავლენას მოახდენს მოსწავლის (და არამარტო მოსწავლის) როგორც შინაგანი, ისე გარეგანი მათემატიკური მეტ-ყველების, განვითარებაზე.

საინტერესოა ასეთი ტოლობებიც:

$1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$

$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16 = 4^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25 = 5^2$

ან კიდევ:

$$121 = \frac{22 \cdot 22}{1+2+1}$$

$$12321 = \frac{333 \cdot 333}{1+2+3+2+1}$$

$$1234321 = \frac{4444 \cdot 4444}{1+2+3+4+3+2+1}$$

$$123454321 = \frac{55555 \cdot 55555}{1+2+3+4+5+4+3+2+1}$$

2.2.11. ამოცანათა ზოგიერთი სახე

სასკოლო პედაგოგიურ პროცესში მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარების მიზნით გამოიყენება მათემატიკურ თუ წმინდა ლოგიკურ ამოცანათა მთელი სამყარო. თითოეული ასეთი ამოცანა აქტიურ მონაწილეობას ღებულობს მოსწავლის პიროვნების განვითარებაში, თავისი წვლილი შეაქვს ამ დიად საქმეში. ასეთ ამოცანებს შორის უამრავია ესთეტიკურად უმშვენიერესი და სრულიად თავისებური. ჩვენ აქ მხოლოდ ზოგიერთ მათგანს მოვუხმობთ, მათ შორის – ისტორიულსაც. ასეთი ამოცანების მიმართ ბუნებრივად იბადება კონვერგენციულ- თუ დივერგენციულაზროვნებითი მიდგომის სურვილი.

- ***ამოცანები, რომლებიც იხსნება ბოლოდან.***

ამ სახის ამოცანების ყველაზე ნათელი და თვალსაჩინო მაგალითია შემდეგი:

ამოცანა 1. *მე ჩავიფიქრე რიცხვი, მივუმატე მას 5. მიღებული ჯამი გავყავი 3-ზე, მიღებული რიცხვი გავამრავლე 4-ზე, მიღებულს გამოვაკელი 6, მიღებული გავყავი 7-ზე და მივიღე 2. რომელი რიცხვი ჩამიფიქრებია?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

ამოცანა ამოვხსნათ ბოლოდან.

ეს იმას ნიშნავს, რომ უნდა ჩავატაროთ პირდაპირი გზით წარმოებული ოპერაციების შებრუნებული ოპერაციები და ეს პროცესი უნდა დავიწყოთ ბოლოდან.

1) $2 \cdot 7 = 14$ – არის რიცხვი 7-ზე გაყოფამდე.

2) $14 + 6 = 20$ – არის რიცხვი 6-ის გამოკლებამდე.

3) $(14 + 6) : 4 = 5$ – არის რიცხვი 4-ზე გამრავლებამდე.

4) $5 \cdot 3 = 15$ – არის რიცხვი 3-ზე გაყოფამდე.

5) $15 - 5 = 10$ – არის რიცხვი 5-ის მიმატებამდე, ე.ი. საძიებელი რიცხვი.

პასუხი: ჩამიფიქრებია რიცხვი 10.

ამოხსნის ამ პროცესს მოსწავლეები უკეთ გააცნობიერებენ, თუ განტოლების ცნებასაც მოვიშველიებთ:

მეორე ხერხი

ამოვხსნათ ამოცანა განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, ჩავიფიქრე x. ჩავატაროთ მასზე ყველა მოცემული ოპერაცია, გამოვიყენოთ ფრჩხილები და მივუწეროთ შედეგიც. მივიღებთ განტოლებას:

$\big((x + 5) : 3 \cdot 4 - 6\big) : 7 = 2.$

განტოლების ამოხსნა:

1). $(x + 5) : 3 \cdot 4 - 6 = 2 \cdot 7,$

$(x + 5) : 3 \cdot 4 - 6 = 14;$

2). $(x + 5) : 3 \cdot 4 = 14 + 6,$

$(x + 5) : 3 \cdot 4 = 20;$

3). $(x + 5) : 3 = 20 : 4,$

$(x + 5) : 3 = 5;$

4). $x + 5 = 5 \cdot 3,$

$x + 5 = 15;$

5). $x = 15 - 5,$

$x = 10.$

პასუხი: ჩამიფიქრებია რიცხვი 10.

ცხადია, მუშაობა მარტივი მაგალითებით დაიწყება. მსგავსი ამოცანების შედგენისა და ამოხსნის პრინციპი ისეთივეა, როგორიც გორგალზე ძაფის დახვევა და განხვევა. ამის შემდეგ შეიძლება ტექსტობრივ ამოცანებზე გადასვლა.

ამოცანა 2. *გლეხმა ბაზარში გასაყიდად კვერცხები მიიტანა. პირველ მყიდველს კვერცხების ნახევარი და კიდევ ერთი კვერცხი მიჰყიდა, მეორეს – დარჩენილი კვერცხების ნახევარი და კიდევ ერთი კვერცხი. ამის შემდეგ გლეხს ათი კვერცხი დარჩა. რამდენი კვერცხი მიიტანა გლეხმა ბაზარში გასაყიდად?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

ამოვხსნათ ამოცანა ბოლოდან.

1. როგორც ვიცით, გლეხს მეორე გაყიდვის შემდეგ დარჩა 10 კვერცხი. რადგანაც მეორე მყიდველს მან მიჰყიდა კვერ-ცხების რაოდენობის ნახევარი და კიდევ 1 კვერცხი, ეს იმას ნიშნავს, რომ ის 1 კვერცხი ეკუთვნის კვერცხების რაოდენობის მეორე ნახევარს. ე.ი. პირველი გაყიდვის შემდეგ გლეხს დარჩენია $(10 + 1) \cdot 2 = 22$ კვერცხი.

2. რადგანაც გლეხმა პირველი გაყიდვისას გაყიდა კვერცხების რაოდენობის ნახევარი და კიდევ ერთი კვერცხი, და ამის შემდეგ დარჩა 22 კვერცხი, ეს იმას ნიშნავს, რომ (22 + 1) კვერცხი ყოფილა ნახევარი იმისა, რაც გლეხმა ბაზარში გასაყიდად მიიტანა.

3. მაშასადამე, გლეხს ბაზარში გასაყიდად მიუტანია $23 \cdot 2 = 46$ კვერცხი.

მეორე ხერხი

ამოვხსნათ ამოცანა განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, გლეხმა ბაზარში გასაყიდად მიიტანა x კვერცხი.

1. მას პირველ გაყიდვაზე გაუყიდია $\frac{x}{2} + 1$ კვერცხი. ცხადია, დარჩებოდა $x - \left(\frac{x}{2} + 1\right)$ კვერცხი.

2. მას მეორე მყიდველისათვის მიუყიდია

$\left(x - \left(\frac{x}{2} + 1\right)\right) : 2 + 1$ კვერცხი. ცხადია, დარჩებოდა

$x - \left(\frac{x}{2} + 1\right) - \left(x - \left(\frac{x}{2} + 1\right)\right) : 2 + 1.$

3. როგორც ვიცით, გლეხს დარჩა 10 კვერცხი. მაშასადამე, გვაქვს განტოლება:

$$x - \left(\frac{x}{2} + 1\right) - \left(x - \left(\frac{x}{2} + 1\right)\right) : 2 + 1 = 10.$$

ამოვხსნათ იგი.

$x - \left(\frac{x}{2} + 1\right) = x - \frac{x+2}{2} = \frac{2x-x-2}{2} = \frac{x-2}{2}$, ე.ი.

$\frac{x-2}{2} - \left(\frac{x-2}{2} : 2 + 1\right) = \frac{x-2}{2} - \left(\frac{x-2}{4} + 1\right) = \frac{x-2}{2} - \frac{x-2+4}{4} = \frac{x-2}{2} - \frac{x+2}{4} = \frac{2x-4-x-2}{4} = \frac{x-6}{4} = 10.$ მაშასადამე,

$$\frac{x-6}{4} = 10,$$

$$x - 6 = 40,$$

$$x = 40 + 6 = 46,$$

$$x = 46.$$

პასუხი: გლეხს ბაზარში გასაყიდად მიუტანია 46 კვერცხი.

ამოცანა 3. *გლეხი მივიდა მეფესთან.*

– მეფეო, შემიშვი შენს ბაღში, რომ ერთი ვაშლი მოვწყვიტო ჩემთვის, – სთხოვა გლეხმა მეფეს.

– შებრძანდი, ჩემო კეთილო! – მიუგო მეფემ.

გლეხი შევიდა ბაღში და ხედავს: ბაღი გარშემორტყმულია სამმაგი ღობით. ყოველ ღობეს თითო კარი აქვს, და ყოველ კართან ერთი ყარაულია. მივიდა გლეხი პირველ ყარაულთან.

– მეფემ უფლება მომცა, ერთი ვაშლი წავიღო მისი ბაღიდან, – უთხრა გლეხმა.

– აიღე! მხოლოდ იცოდე, გამოსვლისას მე უნდა მომცე რაც გექნება იმ ვაშლების ნახევარი და კიდევ ერთი ცალი, – დაუდო პირობა ყარაულმა.

სხვა ყარაულებმაც ზუსტად იგივე უთხრეს.

რამდენი ვაშლი უნდა აიღოს ბაღში გლეხმა, რომ სამივე ყარაულის გასტუმრების შემდეგ ერთი ცალი მას თვითონ დარჩეს?

ამოხსნა:

ამოცანა ამოვხსნათ ბოლოდან.

1) უკანასკნელი კარის გავლის წინ გლეხს უნდა ჰქონდეს

$(1 + 1) \cdot 2 = 4$ ვაშლი, რომ მისი ნახევარი (2) და კიდევ 1 ყარაულს მისცეს, თვითონ დარჩეს 1.

2) მეორე კარის გავლის წინ გლეხს უნდა ჰქონდეს

$(4 + 1) \cdot 2 = 10$ ვაშლი, რომ მისი ნახევარი (5) და კიდევ 1 ყარაულს მისცეს, თვითონ დარჩეს 4.

3) პირველი კარის გავლის წინ გლეხს უნდა ჰქონდეს

$(10 + 1) \cdot 2 = 22$ ვაშლი, რომ მისი ნახევარი (11) და კიდევ 1 ყარაულს მისცეს, თვითონ დარჩეს 10.

მაშასადამე, გლეხმა ბაღში უნდა მოწყვიტოს 22 ვაშლი.

პასუხი: 22 ვაშლი.

ეს ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას განტოლების შედგენითაც.

მსგავსი ამოცანების განხილვის შემდეგ სასარგებლოა, სინამდვილე შეინიღბოს ისეთი ცნებებით, როგორიცაა: „ნახე-ვარკვერცხი" ან „ნახევარწერო" და სხვ.

ამოცანა 4. *გლეხმა ბაზარში გასაყიდად კვერცხები მიიტანა. პირველ მყიდველს კვერცხების ნახევარი და კიდევ ნახევარი კვერცხი მიჰყიდა. მეორე მყიდველმა დარჩენილი კვერცხების ნახევარი და კიდევ ნახევარი კვერცხი იყიდა. მესამე მყიდველმა იყიდა სულ ერთი კვერცხი. ამის შემდეგ გლეხს არაფერი დარჩა. რამდენი კვერცხი მიიტანა გლეხმა ბაზარში?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

ამოცანა ამოვხსნათ ბოლოდან.

მას შემდეგ, რაც მეორე მყიდველმა გლეხისაგან იყიდა დარჩენილი კვერცხების ნახევარი და კიდევ ნახევარი კვეცხი, გლეხს დარჩა მხოლოდ ერთი კვერცხი. ეს იმას ნიშნავს, რომ კვერცხნახევარი შეადგენს მეორე ნახევარს კვერცხების იმ რაოდენობისა, რაც დარჩა პირველი გაყიდვის შემდეგ. ცხადია, რომ სრული ნაშთი შეადგენს სამ კვერცხს. თუ მას დავუმატებთ ნახევარ კვერცხს, მივიღებთ იმის ნახევარს, რაც თავიდან ჰქონდა გლეხს. მაშასადამე, გლეხს ბაზარში შვიდი კვერცხი მიუტანია.

მეორე ხერხი

შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება:

$0{,}5x - 0{,}5 - (0{,}5x - 0{,}5) : 2 - 1{,}5 = 0,$

$0{,}5x - 1{,}5 - 0{,}25x - 0{,}25 = 0,$

$0{,}25x = 1{,}75,$

$x = 7.$

პასუხი: გლეხს ბაზარში მიუტანია 7 კვერცხი.

ამოცანა 5. *ტბების თავზე მიფრინავდნენ წეროები. ყოველ ტბაზე ჯდებოდა წეროების ნახევარი და კიდევ ნახევარწერო. დანარჩენები განაგძობდნენ ფრენას. ყველა წერო დაჯდა შვიდ ტბაზე. რამდენი წერო მიფრინავდა თავდაპირველად?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

ამოცანა ამოვხსნათ ბოლოდან.

რადგანაც ბოლო ტბაზე დაფრინდნენ დარჩენილი წეროები და მეტი აღარ დარჩა, ამიტომ, გამოდის, რომ იქ დამჯდარა მხოლოდ 1 წერო $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$. რომ დამჯდარიყო 2, მაშინ 1 წერო კიდევ დარჩებოდა პირობის თანახმად (შეიძლება განტოლების შედგენით შევამოწმოთ). მაშინ მეექვსე ტბასთან მიფრენილა $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 = 3$ წერო, მეხუთესთან მიფრენილა $\left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 = 7$ წერო, მეოთხესთან მიფრენილა $\left(7 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 = 15$ წერო, მესამესთან მიფრენილა $\left(15 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 = 31$ წერო, მეო-

რესთან მიფრენილა $\left(31+\frac{1}{2}\right)\cdot 2=63$ წერო, და პირველ ტბასთან მიფრენილა $\left(63+\frac{1}{2}\right)\cdot 2=127$ წერო.

პასუხი: სულ ყოფილა 127 წერო.

მეორე ხერხი

გავიგოთ, რამდენი წერო დაჯდა ბოლო ტბაზე.

რადგანაც მეშვიდე ტბის შემდეგ წეროები აღარ დარჩა, ამიტომ მეექვსე ტბის შემდეგ დარჩენილი ყველა წერო დამჯდარა ბოლო ტბაზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ ამ წეროების ნახევარი და კიდევ ნახევარი წერო შეადგენს ყველა ამ წეროს. ე.ი. ამ წეროების ნახევარი ყოფილა ნახევარი წერო. მაშასადამე, მეშვიდე ტბაზე დაჯდა ზუსტად 1 წერო.

შემდეგ, მეექვსე ტბაზე დაჯდა 2 წერო – თუ გზა გააგრძელა ერთმა წერომ, ხოლო დაჯდა წეროების ნახევარი და კიდევ ნახევარწერო, მაშინ გამოდის, რომ სულ მიფინავდა 3 წერო.

ანალოგიური მსჯელობით ძნელი არ არის დავრწმუნდეთ, რომ მეხუთე ტბაზე დაჯდა 4 წერო, მეოთხეზე – 8, მესამეზე – 16, მეორეზე – 32, ხოლო პირველზე – 64.

მაშასადამე, შვიდივე ტბაზე დაფრენილა

$1+2+4+8+16+32+64=127$ წერო.

პასუხი: სულ მიფრინავდა 127 წერო.

ამოცანა 6. *სამი ყმაწვილიდან თითოეულს აქვს ვაშლების გარკვეული რაოდენობა. პირველი ყმაწვილი დანარჩენ ორს აძლევს იმდენ ვაშლს, რამდენიც თითიეულ მათგანს აქვს. შემდეგ, მეორე ყმაწვილი აძლევს დანარჩენ ორს იმდენ ვაშლს, რამდენიც ახლა აქვს თითოეულ მათგანს. თავის მხრივ, მესამე ყმაწვილიც აძლევს დანარჩენ ორს იმდენ ვაშლს, რამდენიც თითოეულ მათგანს აქვს ბოლო მომენტში. ამის შემდეგ ყმაწვილებს რვა-რვა ვაშლი აღმოაჩნდათ. რამდენი ვაშლი ჰქონდა თითოეულ ყმაწვილს თავდაპირველად?*

ამოხსნა:

ამოცანა იხსნება ბოლოდან და ეს ამოხსნა, ყველა თავისი დეტალით, მოცემულია ცხრილში:

ყმაწვილები	1	2	3
ვაშლების რაოდენობა ბოლოს	8	8	8
ვაშლების რაოდენობა მესამე ყმაწვილის მოქმედებამდე	8:2=4	8:2=4	8+4+4=16
ვაშლების რაოდენობა მეორე ყმაწვილის მოქმედებამდე	4:2=2	4+2+8=14	16:2=8
ვაშლების რაოდენობა თავდაპირველად	2+4+7=13	14:2=7	8:2=4

მაშასადამე, პირველ, მეორე და მესამე ყმაწვილს თავდაპირველად ჰქონდა შესაბამისად 13, 7 და 4 ვაშლი.

პასუხი: 13 ვაშლი, 7 ვაშლი, 4 ვაშლი.

● ***ამოცანები ამოხსნის ნაირგვარი ვარიაციულობით.***

ამოცანა 7. *სამმა მემკვიდრემ მიიღო ღვინის 21 კასრი: 7 სავსე, 7 ნახევრადსავსე და 7 ცარიელი. გაყავით მემკვიდრეობა ისე, რომ თითოეულმა მემკვიდრემ თანაბარი რაოდენობით მიიღოს როგორც კასრი, ისე – ღვინო.*

ეს ამოცანა ისტორიულია და **ალკუინის ამოცანის** სახელითაა ცნობილი. იგი სადღეისოდ, მეთოდიკურ-მათემატიკურ ლიტერატურაში სხვადასხვა მოდიფიკაციითაა გავრცელებული.

ამოხსნა:

➢ ჯერ კასრების განაწილებაზე ვიმსჯელოთ:

რადგანაც ამოცანის პირობაში სამჯერ შვიდი კასრია მოცემული და მემკვიდრე სამია, ამიტომ, სრულიად ცხადია, რომ თითოეულ მემკვიდრეს უნდა შეხვდეს 7 კასრი.

➢ ახლა ვიმსჯელოთ ღვინის რაოდენობის განაწილებაზე:

თუ სავსე კასრებიდან ცარიელებში ნახევარ-ნახევარ კასრებს გადავასხამთ, მაშინ ყველა 21 კასრი ნახევრადსავსე იქნება. მაშასადამე, თითოეულ მემკვიდრეს ხვდება 7 ნახევრადსავსე კასრი ანუ, რაც იგივეა, $3\frac{1}{2}$ კასრი ღვინო.

➢ ახლა კი ვიმსჯელოთ ღვინის მოცემული კასრების განაწილებაზე:

არც ერთ მემკვიდრეს არ შეიძლება სამზე მეტი და ერთზე ნაკლები სავსე კასრი შეხვდეს, რადგანაც პირველ შემთხვევაში ერთ მემკვიდრეს შეხვდება $3\frac{1}{2}$ კასრზე მეტი ღვინო, მეორე შემთხვევაში კი – ყველა ნახევრადსავსე კასრი ერთი მემკვიდრისათვის უნდა მიგვეცა.

1. ვთქვათ, პირველ მემკვიდრეს მივეცით 1 სავსე კასრი. მაშინ, ცხადია, მან უნდა მიიღოს, აგრეთვე, 5 ნახევრადსავსე კასრი. როგორც ჩანს, ცარიელი კასრი ერგება 1. ასეთ შემთხვევაში მეორე და მესამე მემკვიდრეები მიიღებენ სამ-სამ სავსე კასრებს და თითო ნახევრადსავსეს.

2. ვთქვათ, პირველ მემკვიდრეს მივეცით 2 სავსე კასრი. მაშინ, ცხადია, მან უნდა მიიღოს, აგრეთვე, 3 ნახევრადსავსე კასრი, რადგანაც ღვინო სულ ერგება $3\frac{1}{2}$ კასრი. დანარჩენი შე-ივსება ცარიელი კასრებით.

3. სამი კასრის შემთხვევა ახალი არ არის. ის უკვე განხილული გვაქვს.

მაშასადამე, ამოცანას ორი ამოხსნა გააჩნია და ისინი მოცემულია ცხრილში:

ამო-ხსნის ხერხი	მემკ-ვიდრე	სავსე კასრების რაოდენობა	ნახევრად-სავსე კასრების რაოდენობა	ცარიელი კასრების რაოდე-ნობა
1	I II III	1 3 3	5 1 1	1 3 3
2	I II III	2 2 3	3 3 1	2 2 3

შეიძლებოდა ამოცანის ამოხსნა განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, სავსე კასრში არის x კგ ღვინო. მაშინ ყველა კასრში ერთად ღვინის რაოდენობა იქნება

$\left(7x + 7 \cdot \frac{1}{2}x\right)$ კგ, ე.ი. $10\frac{1}{2}x$ კგ.

მაშასადამე, თითოეულ მემკვიდრეს ერგება $10\frac{1}{2}x : 3 = 3\frac{1}{2}x$ კილოგრამი ღვინო.

ამის შემდეგ ამოცანა იხსნება ისეთივე მსჯელობით, როგორც პირველ შემთხვევაში: თუ ერთ მემკვიდრეს ერგო სამი სავსე კასრი, მაშინ დანარჩენი სავსე კასრები განაწილდება ორი ხერხით: 4 = 3 + 1 = 2 + 2 და ა. შ.

ამოცანა 8. *174 ლარად საბავშვო ბაღისათვის იყიდეს 12 ლარიანი თოჯინები და 10 ლარიანი დათუნიები, სულ 16 სათამაშო. რამდენი თოჯინა უყიდიათ და რამდენი დათუნია?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

ამოცანა ამოვხსნათ მსჯელობით.

- ვთქვათ, იყიდეს 1 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 15 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 1 + 10 \cdot 15 = 162$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.

- ვთქვათ, იყიდეს 2 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 14 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 2 + 10 \cdot 14 = 164$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.
- ვთქვათ, იყიდეს 3 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 13 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 3 + 10 \cdot 13 = 166$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.
- ვთქვათ, იყიდეს 4 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 12 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 4 + 10 \cdot 12 = 168$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.
- ვთქვათ, იყიდეს 5 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 11 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 5 + 10 \cdot 11 = 170$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.
- ვთქვათ, იყიდეს 6 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 10 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 6 + 10 \cdot 10 = 172$ ლარს. ეს თანხა ნაკლებია დახარჯულზე.
- ვთქვათ, იყიდეს 7 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 9 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 7 + 10 \cdot 9 = 174$ ლარს. სწორედ ეს თანხაა დახარჯული.

პასუხი: უყიდიათ 7 თოჯინა და 9 დათუნია.

ამოხსნა შეიძლებოდა გაგვეფორმებინა ცხრილის სახით:

თოჯინების რაოდენობა	**დათუნიების რაოდანობა**	**გადახდილი თანხა**
1	15	$12 \cdot 1 + 10 \cdot 15 = 162$
2	14	$12 \cdot 2 + 10 \cdot 14 = 164$
3	13	$12 \cdot 3 + 10 \cdot 13 = 166$
4	12	$12 \cdot 4 + 10 \cdot 12 = 168$
5	11	$12 \cdot 5 + 10 \cdot 11 = 170$
6	10	$12 \cdot 6 + 10 \cdot 10 = 172$
7	**9**	$\mathbf{12 \cdot 7 + 10 \cdot 9 = 174}$

აღსანიშნავია, რომ ამოხსნის ეს ხერხი მაშინაა კარგი, როცა მასში ალგორითმული ბიჯების რაოდენობა დიდი არ

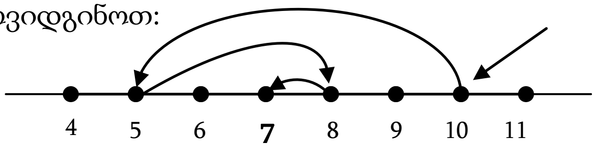
არის. როცა ბიჯების რაოდენობა დიდია (მაგალითად, ნაყიდი რომ იყოს 14 თოჯინა, ან, საერთოდ, დიდ რაოდენობებზე რომ იყოს ლაპარაკი), მაშინ ამოხსნა მოუქნელ და მოუხერხებელ ხასიათს ღებულობს. ასეთ შემთხვევაში შეგვიძლია მოვიქცეთ სხვანაირად. ეს მიდგომა განვიხილოთ იმავე ამოცანაზე:

მეორე ხერხი

- ვთქვათ, იყიდეს 10 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 6 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 10 + 10 \cdot 6 = 180$ ლარს. მივი-ღეთ მეტი.
- ვთქვათ, იყიდეს 5 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 11 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 5 + 10 \cdot 11 = 170$ ლარს. მივიღეთ ნაკლები.
- ვთქვათ, იყიდეს 8 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 8 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 8 + 10 \cdot 8 = 176$ ლარს. მივიღეთ მეტი.
- ვთქვათ, იყიდეს 7 თოჯინა, მაშინ დათუნია უყიდიათ 9 და სულ გადაიხდიდნენ $12 \cdot 7 + 10 \cdot 9 = 174$ ლარს. სწორედ ეს თანხაა დახარჯული.

პასუხი: უყიდიათ 7 თოჯინა და 9 დათუნია.

ამ ხერხით ამოხსნის დროს ჩვენ „ალყა შემოვარტყით" ნაყიდი თოჯინების რაოდენობას. აშკარად ჩანს, რომ ამოხსნის ეს ხერხი მეტად ეფექტურია: პირველი მნიშვნელობა (10) ავიღეთ ნებისმიერად, შეგვეძლო აგვეღო სხვა რიცხვი, თოჯინების რაოდენობაზე მეტი ან ნაკლები. შემდეგ, საძიებელ რაოდენობას ზემოდან და ქვემოდან შემოვუარეთ, თანდათანობით ორივე მხრიდან მივუახლოვდით და ბოლოს მივაგენით კიდეც. ეს ხერხი ნახაზით ასე შეიძლება წარმოვიდგინოთ:



ნახ. 19

მესამე ხერხი

ამოცანა ამოვხსნათ განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, იყიდეს x თოჯინა, მაშინ ნაყიდი დათუნიების რაოდენობა იქნება $16 - x$. თოჯინებში გადაიხდიდნენ $12 \cdot x$ ლარს, ხოლო დათუნიებში გადაიხდიდნენ $10 \cdot (16 - x)$ ლარს. რადგანაც სულ დაიხარჯა 174 ლარი, ამიტომ შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება:

$12x + 10 \cdot (16 - x) = 174.$

$12x + 160 - 10x = 174,$

$12x - 10x = 174 - 160,$

$2x = 14,$

$x = 7.$

$16 - x = 9.$

პასუხი: უყიდიათ 7 თოჯინა და 9 დათუნია.

ამოცანა 9. *სკოლამ მოსწავლეებისათვის საექსკურსიოდ 8 მიკროავტობუსი შეუკვეთა. თითოეულ მიკროავტობუსში 12 ადგილია. ექსკურსიაზე მიდის ორი კლასი, თითოში 42 მოსწავლით. ეყოფა თუ არა ყველა მოსწავლეს ადგილი? თუ ზედ-მეტი ადგილები დარჩება, – რამდენი?*

ამოხსნა:

პირველი ხერხი

1) $12 \cdot 8 = 96$ – ადგილების რაოდენობა სულ.

2) $42 \cdot 2 = 84$ – მოსწავლეთა რაოდენობა ორივე კლასში ერთად.

3) $96 > 84$ – მიკროავტობუსებში ადგილების რაოდენობა მეტია, ვიდრე მოსწავლეთა რაოდენობა.

4) $96 - 84 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში.

მეორე ხერხი

1) $12 \cdot 8 = 96$ – ადგილების რაოდენობა სულ.

2) $96 - 42 = 54$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში ერთი კლასის მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

3) $54 - 42 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მესამე ხერხი

1) $42 \cdot 2 = 84$ – მოსწავლეთა რაოდენობა ორივე კლასში ერთად.

2) $84 : 12 = 7$ – ექსკურსანტებისათვის სამყოფი მიკრო-ავტობუსების რაოდენობა.

3) $8 - 7 = 1$ – ზედმეტი მიკროავტობუსების რაოდენობა.

4) $1 \cdot 12 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეოთხე ხერხი

1) $12 \cdot 8 = 96$ – ადგილების რაოდენობა სულ.

2) $92 : 2 = 48$ – თითოეული კლასისათვის გამოყოფილი ადგილების რაოდენობა.

3) $48 - 42 = 6$ – მიკროავტობუსში თავისუფალი ადგი-ლების რაოდენობა თითოეული კლასისათვის.

4) $6 \cdot 2 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეხუთე ხერხი

1) $42 : 12 = 3$ (ნაშთი 6) – სამი მანქანა სავსე იქნება, დარ-ჩენილ ექვს მოსწავლეს ჩასვამენ მომდევნო მეოთხე მანქანაში.

2) $12 - 6 = 6$ – მოსწავლე (სხვა კლასიდან) შეიძლება ჩაჯდეს მეოთხე მანქანაში.

3) $42 - 6 = 36$ – მოსწავლე უნდა დაისვას დარჩენილ მიკროავტობუსებში.

4) $36 : 12 = 3$ – კიდევ სამ მიკროავტობუსს დაიკავებენ მეორე კლასის მოსწავლეები.

5) $4 + 3 = 7$ – მანქანაა დაკავებული.

6) $8 - 7 = 1$ – ზედმეტი მიკროავტობუსების რაოდენობა.

7) $1 \cdot 12 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეექვსე ხერხი

1) $42 : 12 = 3$ (ნაშთი 6) – სამი მანქანა სავსე იქნება, ხოლო 6 მოსწავლე დარჩება უადგილოდ.

2) $42 + 6 = 48$ – მოსწავლე დარჩა დასასმელი მიკროავტობუსებში.

3) $48 : 12 = 4$ – მანქანას დაიკავებენ დარჩენილი მოსწავლეები.

4) $4 + 3 = 7$ – მანქანაა დაკავებული.

5) $8 - 7 = 1$ – ზედმეტი მიკროავტობუსების რაოდენობა.

6) $1 \cdot 12 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეშვიდე ხერხი

1) $8 : 2 = 4$ – მანქანა თითოეული კლასისათვის.

2) $12 \cdot 4 = 48$ – ადგილი იყო დაგეგმილი თითოეული კლასისათვის.

3) $48 - 42 = 6$ – აქვს დაუკავებელი ადგილი თითოეულ კლასს.

4) $6 \cdot 2 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მერვე ხერხი

1) $42 \cdot 2 = 84$ – მოსწავლეთა რაოდენობა ორივე კლასში ერთად.

2) $84 : 8 = 10$ (ნაშთი 4) – 10 მოსწავლეა თითოეულ მიკროავტობუსზე და 4 მოსწავლე ჯერ კიდევ დაუჯენელი იქნება, თუ მანქანებზე მოსწავლეებს თანაბრად დასვამენ.

3) $12 - 10 = 2$ – ორ-ორი თავისუფალი ადგილი რჩება ყოველ მანქანაზე.

4) $2 \cdot 8 = 16$ – დარჩა თავისუფალი ადგილი მას შემდეგ, რაც დასვეს 10 მოსწავლე თითოეულ მანქანაზე.

5) $16 - 4 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეცხრე ხერხი

1) $12 \cdot 8 = 96$ – ადგილების რაოდენობა სულ.

2) $96 : 42 = 2$ (ნაშთი 12) – შეიძლება დაისვას ორივე კლასის მოსწავლეები და 12 ადგილი დარჩება თავისუფალი.

მეათე ხერხი

1) $12 : 2 = 6$ – მანქანაში ექვს-ექვსი ადგილი შეიძლება გამოყონ თითოეული კლასისათვის, თუ ამ კლასებიდან მოსწავლეებს თანაბარი რაოდენობით დასვამენ ავტობსებში.

2) $42 : 6 = 7$ – მანქანას დაიკავებს ორივე კლასი.

3) $8 - 7 = 1$ – ზედმეტი მიკროავტობუსების რაოდენობა.

4) $1 \cdot 12 = 12$ – თავისუფალი ადგილების რაოდენობა მიკროავტობუსებში მოსწავლეთა განთავსების შემდეგ.

მეთერთმეტე ხერხი

1) $12 \cdot 8 = 96$ – ადგილების რაოდენობა სულ.

2) $42 \cdot 2 = 84$ – მოსწავლეთა რაოდენობა ორივე კლასში ერთად.

3) $96 : 84 = 1$ (ნაშთი 12) – შეიძლება დაისვას 84 მოსწავლე და 12 ადგილი დარჩება თავისუფალი.

- ***ამოცანები კომბინატორიკული შინაარსით.***

კომბინატორიკული შინაარსის ამოცანებში დიდი მრავალფეროვნებაა. ასეთი ამოცანები მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარების შასანიშნავი საშუალებაა, მაგრამ სწავლების პროცესში ხშირად სიფრთხილის გამოჩენაა საჭირო. ამის საჩვენებლად სანიმუშოდ ერთი ისტორიული ამოცანა განვიხილოთ.

ამოცანა 10. *შვიდი პროვინციალი სასადილოდ შეიკრიბა, მაგრამ მათ შორის დავა წამოიჭრა, ვერ გაარკვიეს, ვინ ვის გვერდით დამჯდარიყო. ერთ-ერთმა მათგანმა შემოიტანა წინადადება, ყველა დამჯდარიყო ნებისმიერად, მაგრამ იმ პირობით, რომ სასადილოდ კვლავ შეკრებილიყვნენ მეორე დღეს და შემდგომაც. ყოველ შეხვედრაზე დამჯდარიყვნენ სხვადასხვანაირად მანამ, სანამ კომბინაციების ყველა შე-*

სამღებლობა არ ამოიწურებოდა. რამდენჯერ შეხვდებოდნენ ისინი ერთმანეთს?

მათემატიკის ისტორიაში ეს ამოცანა ცნობილია **ოზანამის ამოცანის** სახელით.

ამოხსნა:

თითქოს ამოცანა დაიყვანება შვიდი ელემენტისაგან გადანაცვლებათა რაოდენობის პოვნაზე:

$P_7 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040.$

ასე ამოხსნა იგი ოზანამმაც, მაგრამ შეცდა. ოზანამმა ყველა ადგილი განიხილა როგორც სრულიად სხვადასხვა. ეს კი მხოლოდ იმ შემთხვევაშია სწორი, როცა მოსადილეები დაჯდებიან ერთ გრძელ სკამზე მაგიდის ერთ მხარეს. თუკი მოსადილეები დაჯდებიან მაგიდის ირგვლივ (სულ ერთია, მაგიდა მრგვალი იქნება თუ მართკუთხოვანი), ე.ი. ისე, რომ ბოლო მოსადილე პირველის მეზობელი აღმოჩნდება, მაშინ მათი ურთიერთმიმართებითი მდგომარეობა არ შეიცვლება, თუ ყოველი მათგანი გადაჯდება მეზობელ სკამზე მარჯვნივ. რადგანაც სტუმრებს შეუძლიათ ასეთი გადაჯდომა მარჯვნივ მოახდინონ ექვსჯერ, ამიტომ სადილების რაოდენობა უნდა შემცირდეს 720-მდე (5040 : 7 = 720), რადგანაც ყველა ეს გადაჯდომა წარმოადგენს გადანაცვლების იმავე სახეს, რაც იყო პირველი. მაგრამ, თუ იმასაც გავითვალისწინებთ, რომ მოსადილეებს მარჯვნივ გადაჯდომის ნაცვლად შეეძლოთ მარცხნივ იმდენჯერვე გადამჯდარიყვნენ, მაშინ სხვადასხვა გადანაცვლებათა რაოდენობა შემცირდება კიდევ ორჯერ, ე.ი. 360-ის ტოლი იქნება. სწორედ ეს არის ამოცანის სწორი პასუხი.

პასუხი: ისინი ერთმანეთს შეხვდაბიან 360-ჯერ.

ოზანამმა გამოიანგარიშა, რომ მოსადილეებს ყოველდღიურად ერთად უნდა ესადილათ დაახლოებით 14 წლის განმავლობაში, სინამდვილეში მათ ერთი წელი ჰყოფნით.

● *ერთი პრაქტიკული გამოცდილება.*

ამოცანა 11. მოცემულია ქაღალდისაგან გამოჭრილი მართკუთხედი. მასწავლებელი დავალებას აძლევს მოსწავლეებს, მიიღონ მისგან ორი სამკუთხედი.

მასწავლებელმა მოსწავლეთაგან მიიღო სამი

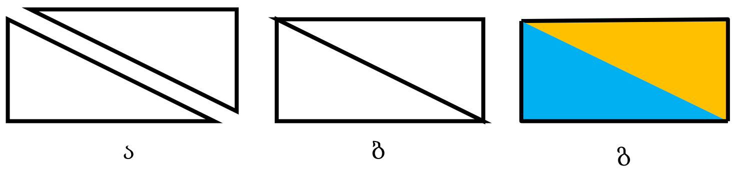
ამოხსნა:

➢ *ერთმა მოსწავლემ* მართკუთხედი მაკრატლით გადაჭრა დიაგონალზე. მიიღო ორი სამკუთხედი.

➢ *მეორე მოსწავლემ* მართკუთხედის მოპირდაპირე წვეროებზე დაადო სახაზავი და გაავლო დიაგონალი. მიიღო ორი სამკუთხედი.

➢ *მესამე მოსწავლემ* მართკუთხედის მოპირდაპირე წვეროებს დაადო სახაზავი და მართკუთხედის ნახევარი გააფერადა ყვითლად, მეორე ნახევარი კი – ლურჯად. მიიღო ორი სამკუთხედი.

მასწავლებელი სამივე ამოხსნით აღფრთოვანებული დარჩა, და სწორიც იყო: ამ ამოხსნებმა იგი წააქეზეს მეთოდიკურ-ფსიქოლოგიური ფიქრებისაკენ. სამივე ამოხსნა შემდეგ ნახაზზეა მოცემული:



ნახ. 21

აქ შეინიშნება ფრიად მნიშვნელოვანი მოვლენა:

• *პირველ შემთხვევაში* მართკუთხედისაგან მივიღეთ ორი სამკუთხედი, მაგრამ თვითონ მართკუთხედი დაიკარგა. მოსწავლეს რომ მივცეთ დავალება, ამ სამკუთხედებისაგან შეადგინოს მართკუთხედი, მას მოუწევს ახალი ამოცანის ამოხსნა, რომელსაც პირველთან არანაირი კავშირი არა აქვს.

• *მეორე შემთხვევაში* მართკუთხედისაგან მივიღეთ ორი სამკუთხედი, მართკუთხედი დარჩა, მაგრამ დამახინჯდა, უფრო სწორად, ნახაზზე მივიღეთ გარკვეული კონფიგურაცია. მოსწავლეს რომ მივცეთ დავალება, ამ სამკუთხედებისაგან შეადგინოს მართკუთხედი, მას მოუწევს მართკუთხედის ამოცნობა ამ კონფიგურაციაში, მაგრამ არა ახალი ამოცანის ამოხსნა.

• *მესამე შემთხვევაში* მართკუთხედისაგან მივიღეთ ორი სამკუთხედი და, ამასთან, მართკუთხედი მართკუთხედად დარჩა. მასში სამკუთხედები მხოლოდ ფერების კონტრასტითაა გამოყოფილი, რის გამოც მოსწავლე სრულიად აშკარად ხედავს მართკუთხედში სამკუთხედებს და სამკუთხედებში – მართკუთხედს.

საზოგადოდ, ბუნებაში არც ერთი პროცესი შექცევადი არ არის, რადგანაც ნებისმიერი პროცესი დროში მიმდინარეობს და დრო შეუძლებელია შექცევადი იყოს. მაგრამ, თუ რომელიმე პროცესის შექცეული (შებრუნებული) სხვა პროცესი არსებობს და ეს პროცესი პირველთან დიალექტიკურ ერთიანობაშია, მაშინ ამ პროცესს პირობითად შეიძლება შექცევადი ვუწოდოთ. მართკუთხედისაგან ორი სამკუთხედის მიღების ამოცანის პრაქტიკული შესრულება არის მოსწავლის სასწავლო შემეცნებითი ქცევა, რომელსაც შეესაბამება გარკვეული ფსიქიკური პროცესი. მაშასადამე, იმავე სამკუთხედებისაგან იმავე მართკუთხედის მიღების ამოცანის პრაქტიკული შესრულების შესაბამისი ფსიქიკური პროცესი შეიძლება იყოს მოცემული ფსიქიკური პროცესის შექცეული.

ეს ზოგადი დებულება დავაზუსტოთ ზემოთ განხილული შემთხვევებისათვის.

• პირველ შემთხვევაში ფსიქიკური პროცესი *შექცევადი არ არის;*

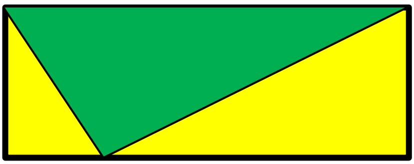
• მეორე შემთხვევაში ფსიქიკური პროცესი *ნახევრად-შექცევადია;*

- მესამე შემთხვევაში ფსიქიკური პროცესი *აბსოლუტურად შექცევადია.*

ამ მესამე შემთხვევაში ურთიერთშექცეული ორი ფსიქიკური პროცესი ერთიანობას ქმნის ზუსტად ისე, როგორც ანალიზი და სინთეზი, შეკრებისა და გამოკლების, გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციები და სხვ.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე, სწავლების პროცესში, დარწმუნებული ვართ, მეთოდიკური თვალსაზრისით უმჯობესია, დავიცვათ შემდეგი თანამიმდევრობა:

1. პირველად განვიხილოთ გაფერადების შემთხვევა.

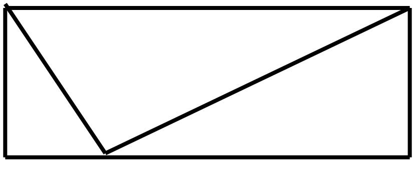


ნახ. 22

ამით მოსწავლის მიერ განცდილი ორი ურთიერთშექცეული ფსიქიკური პროცესი თავისი ერთმთლიანობის ძალით შექმნის ნიადაგს იმისათვის, რომ შესაბამისი სასწავლო-შემეცნებითი პროცესი იყოს მაქსიმალურად გაცნობიერებული.

ასეთი მეთოდიკური დანიშნულებით, სიტყვებში მარცვალთა გამოსაყოფად, ფერები წარმატებით გამოიყენა პროფესორმა ზურაბ ვახანიამ.

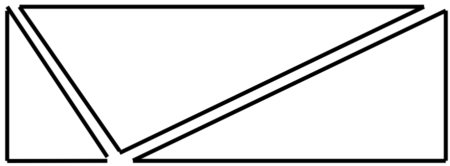
2. მეორედ განვიხილოთ დიაგონალის (აქ – მონაკვეთების) გავლების შემთხვევა.



ნახ. 23

ამ შემთხვევაში ფსიქიკური პროცესის ნახევრადშექცევადობა, და, შესაბამისად, სასწავლო-შემეცნებითი პროცესიც, მაქსიმალურად უნდა იქნეს გაცნობიერებული პირველი შემთხვევის გავლენით.

3. მესამედ განვიხილოთ დიაგონალზე (აქ – მონაკვეთებზე) მაკრატლით გაჭრის შემთხვევა.



ნახ. 24

როგორც აღვნიშნეთ, ამ შემთხვევაში ფსიქიკური პროცესი შეუქცევადია, მაგრამ ურთიერთშექცეული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ხერხების ძიების პროცესი მოსწავლისათვის პირველი ორი შემთხვევის გავლენით მაქსიმალურად უნდა იქნეს სტიმულირებული.

● **ლოგიკური სავარჯიშოების შესრულება**. ლოგიკური სავარჯიშოები, თუ ისინი მეთოდიკურად სწორი თანამიმდევრობითაა გამოყენებული, დიდად ავითარებს მოსწავლის მრავალ პიროვნულ თვისებას, ლოგიკურ აზროვნებას, ე. ი. მასთან ერთად მათემატიკურ მეტყველებასაც. ლოგიკური სავარჯიშოს შესრულება მოითხოვს ყურადღების მობილიზებასა და მწყობრ, მოწესრიგებულ მსჯელობას.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი თავისუფალი (არამკაცრად მეთოდიკური) თანამიმდევრობით.

➢ **ამოცანა 12:** ჩასვით ნიშანი „პლუსი“ შემდეგ ციფრებს შორის 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ისე, რომ ჯამი უდრიდეს 100-ს.

ეს სავარჯიშო ლოგიკური ხასიათისაა. მართალია, იგი მოითხოვს სინჯვის ხერხის გამოყენებას და სინჯვას დიდი მსჯელობა არა სჭირდება, მაგრამ, როცა მოსწავლე პირველი სინჯვისას ჩასვამს შეკრების ნიშნებს ციფრებს შორის და

მიიღებს 100-ზე ნაკლებ ან მეტ მნიშვნელობას, მაშინ შემოდის სერიოზული მსჯელობა; მოსწავლე ფიქრობს, თუ როგორ მოიქცეს შემდეგი სინჯვის დროს. საბოლოოდ იგი ღებულობს ორ პასუხს:

- 1 + 2 + 34 + 56 + 7 = 100,
- 1 + 23 + 4 + 5 + 67 = 100.

რის შემდეგაც ისევ სინჯვითა და მსჯელობით, ამტკიცებს, რომ სხვა პასუხი არ შეიძლება არსებობდეს.

➢**ამოცანა 13:** ჩასვით ნიშანი „პლუსი“ და „მინუსი“ შემდეგ ციფრებს შორის 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ისე, რომ ჯამი უდრიდეს 100-ს.

ამ შემთხვევაში მოსწავლე ღებულობს რამდენიმე პასუხს:

- $12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100,$
- $123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100,$
- 123 – 45 – 67 + 89 = 100,
- 123 + 45 – 67 + 8 – 9 = 100,
- 123 – 4 – 5 – 6 – 7 + 8 – 9 = 100,
- 123 – 45 – 67 + 89 = 100,
- 12 – 3 – 4 + 5 – 6 + 7 + 89 = 100.

აქვე საინტერესოა ტოლობებიც:

- 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 99,
- 12 + 3 + 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 99,
- 1 + 23 + 45 + 6 + 7 + 8 + 9 = 99.

➢**ამოცანა 14:** მოსწავლეები ღებულობენ ოთხ-ოთხ ბარათს, რომლებზეც აწერია თითო ერთნიშნა რიცხვი. დავალება ასეთია: ამ ოთხი რიცხვიდან ნებისმიერი უნდა მიიღონ დანარჩენი სამისაგან მოქმედებათა ნიშნებისა და ფრჩხილების გამოყენებით.

ერთმა მოსწავლემ მასწავლებლისაგან მიიღო რიცხვები: 1, 3, 5, 8. შეადგინა მრავალი ტოლობა:

1 = (3 + 5) : 8 = 8 : (3 + 5) = (8 – 5) : 3 = (8 – 3) : 5,

3 = (8 – 5) · 1 = (8 – 5) : 1 = 8 · 1 – 5 = 8 : 1 – 5 = 8 – 5 · 1 = 8 – 5 : 1,

5 = (8 – 3) · 1 = (8 – 3) : 1 = 8 · 1 – 3 = 8 : 1 – 3 = 8 – 3 · 1 = 8 – 3 : 1,
8 = 5 + 3 · 1 = 5 + 3 : 1 = 5 · 1 + 3 = 5 : 1 + 3 = (5 + 3) · 1 = (5 + 3) : 1.

მეორე მოსწავლემ მიიღო რიცხვები: 2, 4, 5, 7. შეადგინა ნაკლები რაოდენობის ტოლობა:

2 = (5 + 4) – 7,
4 = 7 – (5 – 2) = (7 + 2) – 5 = (7 – 5) + 2,
5 = 7 – (4 – 2) = (7 – 4) + 2 = (7 + 2) – 4,
7 = 5 + (4 – 2) = (5 + 4) – 2 = (5 – 2) + 4.

მესამემ მიიღო რიცხვები: 4, 5, 7, 9. მაგრამ ვერც ერთი ტოლობა ვერ შეადგინა. არა უშავს! ტოლობა ხან შედგება, ზოგჯერ – მრავალიც, ხან – არა, მაგრამ მთავარი ეს არ არის, აქ მსჯელობაა ძვირფასი.

- **ამოცანა 15:** მოცემულია რიცხვების მიმდევრობა:

1, 6, 28, 145.

გააგრძელეთ იგი!

პასუხი:

6 მიიღება, როცა მის წინა რიცხვს ვუმატებთ 1-ს და ვამრავლებთ 3-ზე.

28 მიიღება, როცა მის წინა რიცხვს ვუმატებთ 1-ს და ვამრავლებთ 4-ზე.

145 მიიღება, როცა მის წინა რიცხვს ვუმატებთ 1-ს და ვამრავლებთ 5-ზე.

876 მიიღება, როცა მის წინა რიცხვს ვუმატებთ 1-ს და ვამრავლებთ 6-ზე.

- **ამოცანა 16:** მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა:

179, 188, 224, ?, 701.

განსაზღვრეთ მისი ლოგიკა და იპოვეთ რიცხვი, რომელიც აკლია ამ მიმდევრობას!

პასუხი:

$179 + 3^2 = 188$

$188 + 3^2 + 3^3 = 224$

$224 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = 341$

$341 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 = 701$

მიმდევრობას აკლია 341.

➢ **ამოცანა 17:** თუ: **ავი** არის **ირა, დიბა** არის **ღაჟი** და **მუშა** არის **ნეპი,** მაშინ რა არის **შვიდი?**

ამოხსნა:

თუ ყურადღებით დავაკვირდებით მოცემულობას, შევამჩნევთ, რომ ფაქტობრივად შემოღებული გვაქვს შემდეგი ასოითი აღნიშვნები: **შ – პ, ვ – რ, ი – ა, დ – ღ.**

პასუხი: შვიდი არის **პრაღა.**

➢ **ამოცანა 18:** მოცემულია ასოების მიმდევრობა:

Ც ? ? Ა Ნ.

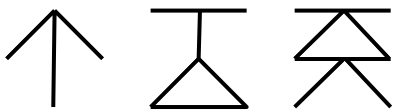
რომელი ასოები იმალება კითხვის ნიშნებს მიღმა?

ამოხსნა:

ცხადია, რომ მოცემული ასოები სიტყვას არ შეადგენს, რადგანაც თავდება თანხმოვნით. თუ დავაკვირდებით მოცემულობას, მასში შეგვიძლია შევიცნოთ ხელის თითების სახელწოდებები: *ცერი, საჩვენებელი თითი, შუათითი, არათითი, ნეკი.*

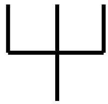
პასუხი: Ს და **Შ.**

➢ **ამოცანა 19:** პროფესორმა, სტუდენტებთან ხელოვნებაში პრაქტიკულ მეცადინეობაზე, ვრცელი საუბარი მიუძღვნა არაშაბლონურად აზროვნების მნიშვნელობას და დაფაზე დახაზა სამი სურათი:



– რა უნდა იყოს მეოთხე? – იკითხა მან.

დაფასთან გამოდის სტუდენტი გოგონა და ხაზავს ფიგურას:



– შესანიშნავია! – გამოხატა კმაყოფილება პროფესორმა, – ყველაფერი სწორია. ახლა ახსენით, რატომ უნდა იყოს ეს ფიგურა მეოთხე? – იკითხა მან.

– ეს საგზაო ნიშნებია, – დაიწყო გოგონამ, – პირველი არის ისარი, რომელიც უჩვენებს მოძრაობის მიმართულებას, მეორე – გადაბრუნებული სასმისია, მესამე – ყავის გადაბრუნებული ფინჯანია, მისგან ამომავალი ორთქლით. ალბათ, შემდეგი ნიშანი უნდა იქნეს ჩანგალი.

– საოცარია, აბსოლუტურად არასწორმა დასკვნებმა მიგვიყვანა სავსებით სწორ პასუხამდე, – თქვა პროფესორმა...

რა დახაზა პროფესორმა?

პასუხი: ეს არის ციფრები, რომლებიც იწერება კონვერტებზე, და ამ ციფრებს ემატება მათივე სარკული ასახვა. პირველი ნახაზია 1, მეორე ნახაზია 2 და ა. შ. ბოლო ნახაზზე გამოსახულია ციფრი 4, რომელსაც მეორე მხარეს ემატება ასარკული იგივე 4.

➢ **ამოცანა 20:** მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა:

4, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 3, ...

მიმდევრობას ბოლოში აკლია ორი ციფრი. დაასრულეთ მიმდევრობა!

ამოხსნა: თუ დავაკვირდებით, ადვილად შევამჩნევთ, რომ მოცემული მიმდევრობის წევრები აღნიშნავს ნატურალური რიცხვების პირველი ათეულის ქართული რიცხვითი სახელების ასოების რაოდენობებს: ერთი – 4, ორი – 3, სამი – 4, ოთხი – 4, ხუთი – 4, ექვსი – 5, შვიდი – 5, რვა – 3. მაშასადამე, საძიებელი რიცხვებია 4 და 3 (ცხრა – 4, ათი – 3).

პასუხი: 4 და 3.

* * *

მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარებაში უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს მათემატიკური რებუსების გამოყენებას. მათემატიკური რებუსები – ეს არის გამოცანები, რომლებიც გამოთვლების ჩანაწერების აღდგენას ეხება. ასეთი რებუსები ნაირგვარია. ზოგიერთი მათგანი მთლიანად დაშიფრული ჩანაწერებია, სადაც ციფრები შეცვლილია ასოებით (ერთნაირი ასოებით დაშიფრულია ერთნაირი ციფრები, ხოლო სხვადასხვა ასოები სხვადასხვა ციფრებს აღნიშნავენ). ზოგიერთში კი შენარჩუნებულია ციფრების ნაწილი, ნაწილი კი შეცვლილია ვარსკვლავებით.

ასეთი რებუსების ამოხსნა მიიღწევა არა ვარიანტების მექანიკური გადარჩევით, არამედ – მკაცრი ლოგიკური მსჯელობით.

განვიხილოთ ასეთი მსჯელობის სამი მაგალითი.

1. გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r} \text{სკაი} \\ +\ \text{სკაი} \\ \hline \text{იასპა} \end{array}$$

ამოხსნა: ორი ოთხნიშნა რიცხვის ჯამი უდრის ხუთნიშნა რიცხვს. ეს შესაძლებელია მაშინ, როცა ასო **ი** აღნიშნავს 1-ს:

$$\begin{array}{r} \text{სკა}1 \\ +\ \text{სკა}1 \\ \hline 1\text{ასპა} \end{array}$$

ე. ი. ასო **ა** აღნიშნავს ციფრს 2:

$$\begin{array}{r} \text{სკ}21 \\ +\ \text{სკ}21 \\ \hline 12\text{სპ}2 \end{array}$$

შემდეგ, ცხადია, ასო **ს** აღნიშნავს 6-ს:

$$\begin{array}{r} 6\text{კ}21 \\ +\ 6\text{კ}21 \\ \hline 126\text{პ}2 \end{array}$$

ამგვარად, ასო **პ** აღნიშნავს 3-ს, ხოლო ასო **ჰ** აღნიშნავს 4-ს.

$$
\begin{array}{r}
\,6321 \\
+\,6321 \\
\hline
12642
\end{array}
$$

ყველა ამ მსჯელობას ახლავს მარტივი ლოგიკური დასაბუთება.

2. გაშიფრეთ რებუსი:

$$
\begin{array}{r}
\text{თაგვი} \\
+\;\text{თაგვი} \\
\text{თაგვი} \\
\hline
\text{დათვი}
\end{array}
$$

ამოხსნა: პირველად განვიხილოთ ორი უკანასკნელი სვეტი (**ვი** + **ვი** + **ვი** = **ვი** გადასვლით და გადასვლის გარეშე). ის სამართლიანია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა **ვი** არის რიცხვი 50. მარცხენა კიდური სვეტიდან ჩანს, რომ **თ** არ არის 3-ზე მეტი.

მეორე სვეტში **ა** არ არის 5-ის ან 0-ის ტოლი, რადგანაც ეს ციფრები გამოყენებულია ორი ბოლო სვეტისათვის. მაგრამ გადასვლის გათვალისწინებით **ა** შეიძლება ნიშნავდეს 4-ს ან 9-ს ($3 \cdot 4 + 2 = 14$, $3 \cdot 9 + 2 = 29$). ორივე შემთხვევაში შუა სვეტმა უნდა მოგვცეს 2-ის გადასვლა. ამიტომ **გ** მეტია 6-ზე. შემო-წმება გვიჩვენებს, რომ **გ** = 7, **თ** = 2, **დ** = 8, **ა** = 9. ე. ი. 29750 + 29750 + 29750 = 89250.

პასუხი: 29750 + 29750 + 29750 = 89250.

3. გაშიფრეთ რიცხვითი რებუსი: **ნია : ია = 5.**

ამოხსნა: ამ რებუსის გასაშიფრავად უმჯობესია, გაყო-ფიდან გადავიდეთ გამრავლებაზე:

ნია = 5 · ია, აქედან გვაქვს:

ნ · 100 + ია = 5 · ია, საიდანაც

ნ · 100 = 4 · ია,

მაშასადამე, **25 · ნ = ია.**

რადგანაც **ია** ორნიშნა რიცხვია, ამიტომ: **ნ** = 1, 2, 3. ყოველი **ნ**-სათვის ვპოულობთ ამოხსნას: 125, 250, 375.

ე. ი. საბოლოოდ გვაქვს რებუსის სამი ამონახსნი:

- ✓ 125 : 25 = 5,
- ✓ 250 : 50 = 5,
- ✓ 375 : 75 = 5.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მახასიათებელი მაგალითი.

➢ გაშიფრეთ რებუსი, თუ ცნობილია, რომ სიტყვაში **კარიე** უდიდესი ციფრი უდრის 5-ს, უმცირესი – 1-ს:

$$\begin{array}{r} \text{ქ}\ \ \text{ი}\ \ \text{ლ}\ \ \text{ა} \\ +\ \ \text{ი}\ \ \text{კ}\ \ \text{რ}\ \ \text{ა} \\ \hline \text{კ}\ \ \text{ა}\ \ \text{რ}\ \ \text{ი}\ \ \text{ე} \end{array}$$

ამოხსნა: იმის გამო, რომ სიტყვაში **კარიე** უდიდესი ციფ-რი არის 5, ხოლო **კ** = 1, მოცემულ რიცხვში ყველა დანარჩენი ციფრი იქნება 2, 3, 4, 5.

რადგანაც **ე** < 6, ამიტომ **ა** = 2. ე. ი. **ე** = 4.

რადგანაც **რ** > **ი** (როგორც ჩანს, **ი** + 1 = **რ**, ე. ი. **რ > ი, რ** და **ი** ნაკლებია 5-ზე პირობის თანახმად), ამიტომ **რ** = 5, **ი** = 3.

ახლა უკვე ადვილად ვიპოვით დანარჩენ ციფრებსაც: **ლ** = 8, **ქ** = 9.

პასუხი: 9382 + 3152 = 12534.

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

+	**კ**	**ო**	**კ**	**ა**
	კ	**ო**	**ლ**	**ა**
	მ	**ო**	**დ**	**ა**

ამოხსნა: დავიწყოთ იმით, რომ **ა** = 0, **კ** < 5; რადგანაც **ო** + **ო** = **ო** და **ო** ≠ **ა**, ამიტომ **ო** = 9. თუ განვიხილავთ **კ** = 1, 2, 3, მივიღებთ საძიებელ ამოხსნას.

პასუხი: 3930 + 3930 = 7910.

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

სვი + სვი + სვი + სვი = ახია.

პასუხი: 683 + 683 + 683 + 683 = 2732.

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

+	**ნ**	**ა**	**ი**	**რ**	**ი**
	ნ	**ა**	**ი**	**რ**	**ი**
	ჯ	**ვ**	**ი**	**მ**	**ა**

ამოხსნა: ცხადია, რომ **ნ** ≤ 4, ასეულების თანრიგში გვაქვს: **ი + ი = ი,** მაშასადამე, **ი** = 0 (გადასვლის გარეშე) ან **ი** = 9 (გადასვლით). მნიშვნელობა **ი** = 0 არ გამოდგება, რადგანაც ერთეულების თანრიგში **ი + ი = ა** (ვღებუ-ლობთ: **ი = ა** = 0, რაც შეუძლებელია). ე. ი. **ი** = 9; ასეთ შემთხვევაში **ა** = 8, **ვ** = 7. მაშინ 2**რ** + 1 = 10 + **მ**, **მ** < 9, ე. ი. **რ** = 5 ან 6 (რადგანაც მიიღება გადასვლა), ხოლო მნიშვ-ნელობები 7 და 8 უკვე დაკავებულია ასოებით **ვ** და **ა**. როცა **რ** = 6, მიიღება ამოხსნა: 18969 + 18969 = 37938.

პასუხი: 18969 + 18969 = 37938.

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

		ტ	**ო**	**რ**	**ტ**	**ი**
+		**ტ**	**ო**	**რ**	**ტ**	**ი**
		ტ	**ო**	**რ**	**ტ**	**ი**
	კ	**ო**	**ლ**	**ი**	**ტ**	**ი**

ამოხსნა: რადგანაც **ტი + ტი + ტი = ტი**, ამიტომ **ტი** = 50, ე. ი. **ტ** = 5, **ი** = 0. რადგანაც **რ + რ + რ** + 1 ბოლოვდება 0-ზე, ამიტომ **რ** = 3. იმის გამო, რომ 5-ით დაწყებული სამი რიცხვის ჯამი შეიძლება იწყებოდეს მხოლოდ 1-ით, ამიტომ **კ** = 1. განვიხილოთ ვარიანტები **ო**-სათვის, მივიღებთ, რომ **ო** = 6 ან **ო** = 7. და მაშასადამე, **ლ** = 9 ან **ლ** = 2. ამგვარად, ვღებულობთ ამოხსნის ორ ვარიანტს.

პასუხი: ა) 56350 + 56350 + 56350 = 169050,

ბ) 57350 + 57350 + 57350 = 172050.

- გაშიფრეთ რებუსი: **კი + კი + კი = აკი.**

პასუხი: 50 + 50 + 50 = 150.

- გაშიფრეთ ფესვები:

ა) $\sqrt{\text{ტრიფონ}}$ = ფონ,

პასუხი: $\sqrt{390625} = 625$.

ბ) $\sqrt{\text{ფარაონ}}$ = ფონ.

პასუხი: $\sqrt{952576} = 976$.

- გაშიფრეთ ხარისხი: $\text{ა}^{\text{სა}} = $ **კეცი** .

პასუხი: $2^{12} = 4096$.

- გაშიფრეთ გამრავლებისა და გაყოფის შემდეგი შემთხვევები:

1)
$$
\begin{array}{r}
\text{ხუთი} \\
\times\ \text{ხუთი} \\
\hline
\,\,*\,*\,* \\
+\ *\,*\,*\,*\,*\ \ \ \\
\,\,*\,*\,*\ \ \ \ \ \ \\
\,\,*\,*\,*\ \ \ \ \ \ \ \ \ \\
\hline
\,\,*\,*\,\text{ხუთი}
\end{array}
$$

2)
$$
\begin{array}{l|l}
-\ \text{მ ა ხ ე} & \text{ხ ე} \\
\cline{2-2}
\ \ \ \text{ხ ე} & \text{ა ხ ე} \\
\cline{1-1}
\ \ \ -\ \text{ო ხ} & \\
\ \ \ \ \ \ \ \text{ე ჰ} & \\
\cline{1-1}
\ \ \ \ -\ \text{ა ხ ე} & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ \text{ა ხ ე} & \\
\cline{1-1}
\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0 &
\end{array}
$$

```
3)   _ * * 7  * * * * * * *  | * * * *  7 *
       * * * * * *           |------------
      ----------------       | * * 7 * *
       * * * *  7 7 *
     _ 
       * * * * * * *
      ------------------
           * 7 * * * *
         _
           * 7 * * * *
          ----------------
           * * * * * * *
         _
           * * * *  7 * *
          ----------------
               * * * * * *
             _
               * * * * * *
              ------------
                    0
```

პასუხი: 1) ᲮᲣᲗᲘ = 9376,

2) 3125 : 25 = 125,

3) 7 375 428 413 : 125 473 = 58 781.

➢ შემდეგ რებუსს, მიუხედავად იმისა, რომ მასში გამყოფის ციფრთა რაოდენობა უცნობია, აქვს ერთადერთი ამონახსნი. გაშიფრეთ იგი.

```
  _ * * * * * * * * * *  |        ?
    * * *                |----------------
   ---------             | * * * * * 8  * *
     _ * * *
       * * *
     ---------
        _ * * *
          * * *
       ----------
              _ * *
                * *
             --------
                _ * * *
                  * * *
                 -------
                    0
```

პასუხი: 1 091 889 708 : 12 = 90 990 809.

- ➢ გაშიფრეთ რებუსი:

რაკი + აკი + კი + ი = ჰოოო

პასუხი: (1465 + 465 + 65 + 5 = 2000).

- ➢ გაშიფრეთ რებუსი:

თაგვი + თაგვი + თაგვი = საციგი

პასუხი: პატარა ზომის თაგვებისათვის: 56350 + 56350 + 56350 = 169050; დიდი ზომის თაგვებისათვის: 57350 + 57350 + 57350 = 169050.

- ➢ როცა რიცხვი **როგორ** გაამრავლეს 99999-ზე, მიიღეს რიცხვი, რომლის ბოლო სამი ციფრია 705. რომელი რიცხვია დაშიფრული სიტყვით **როგორ**?

პასუხი: 59295.

- ➢ ექვსნიშნა რიცხვი იწყება ციფრით 5. თუ ამ ციფრს გადავიტანთ რიცხვის ჩანაწერის ბოლოში, მაშინ მივიღებთ რიცხვს, რომელიც 4-ჯერ ნაკლებია მოცემულზე. იპოვეთ ეს რიცხვი.

ამოხსნა: მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს:

5-ის გადატანის შემდეგ მიღებული რიცხვის გამოსახულებაა:

$$5 * * * * * : 4.$$

აშკარაა, რომ განაყოფის პირველი ციფრია 1. იგივე იქნება მოცემული რიცხვის მეორე ციფრი:

$$5\ 1 * * * *$$

ამგვარი მსჯელობით, წერითი გაყოფის ალგორითმის თანახმად, ვიპოვით სხვა ციფრებსაც.

პასუხი: 512820.

- ➢ ექვსნიშნა რიცხვი იწყება ციფრით 1 და თავდება ციფრით 7. თუ 7-ს გადავიტანთ რიცხვის ჩანაწერის პირველ ადგილზე, მაშინ მივიღებთ რიცხვს, რომელიც 5-ჯერ მეტია მოცემულზე. იპოვეთ ეს რიცხვი.

ამოხსნა: მოსწავლის მსჯელობა შეიძლება ასეთი იყოს:

7-ის გადატანის შემდეგ მიღებული რიცხვის გამოსახულებაა:

$$1 * * * * 7 \cdot 5.$$

თუ უკანასკნელ ციფრს გავამრავლებთ 5-ზე, მივიღებთ 35-ს. მაშასადამე, მოცემული რიცხვის ათეულების ციფრია 5, ანუ, გვაქვს:

$$1 * * * 5 7 \cdot 5.$$

შემდეგ, ანალოგიური მსჯელობით მივიღებთ:

$$1 * * 8 5 7 \cdot 5.$$

ასეთი გზით ვიპოვით სხვა ციფრებსაც.

პასუხი: 142857.

- ვარსკვლავები შეცვალეთ ციფრებით:

$$* * * * - 1 = * * *$$

პასუხი: $1000 - 1 = 999$.

- გაშიფრეთ მაგალითი შეკრებაზე:

ႠႱ + Ⴀ = ႱႭႭ.

პასუხი: $91 + 9 = 1000$.

- გაშიფრეთ რებუსები:

ა)
$$\begin{array}{r} *\,2\,* \\ \times \quad *\,7 \\ \hline *\,*\,* \\ +\; *\,*\,*\,* \\ \hline *\,*\,*\,*\,8 \end{array}$$

ბ)
$$\begin{array}{r} 4\,* \\ \times \quad *\,* \\ \hline *\,*\,* \\ +\; *\,* \\ \hline *\,*\,6\,6 \end{array}$$

პასუხი:

ა) $$\begin{array}{r} 124 \\ \times \quad 97 \\ \hline 868 \\ + \; 1116 \\ \hline 12028 \end{array}$$

ბ) $$\begin{array}{r} 41 \\ \times \quad 26 \\ \hline 246 \\ + \; 82 \\ \hline 1066 \end{array}$$

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r} * \; * \; 5 \\ \times \quad 4 \; * \\ \hline 3 \; * \; * \\ + \; * \; 2 \; * \; * \\ \hline 1 \; * \; * \; * \; * \end{array}$$

ამოხსნა: მეორე შუალედური შესაკრების პირველი ციფ-რია 1, რადგანაც ნამრავლის პირველი ციფრი 1 მისგანაა ჩამოტანილი.

რადგანაც მეორე შუალედური შესაკრები იწყება 12-ით და მამრავლის პირველი ციფრია 4, ამიტომ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ სამრავლის ასეულების ციფრი არის 3.

სამრავლისა და პირველი შუალედური შესაკრების ასეუ-ლის ციფრების მიხედვით შეგვიძლია განვსაზღვროთ მამ-რავლის ერთეულების ციფრი 1.

სამრავლის ბოლო ციფრისა და მამრავლის პირველი ციფ-რის მიხედვით შეგვიძლია განვსაზღვროთ მეორე შუალე-დური შესაკრების ბოლო ციფრი 0.

რადგანაც მეორე შუალედური შესაკრები იწყება 12-ით და თავდება 0-ით, ამიტომ, მამრავლის ათეულების ციფრის გათვალისწინებით, ვადგენთ სამრავლის მეორე ციფრს (0 ან 1).

შემოწმება გვიჩვენებს, რომ ამოცანის პირობას ორივე ციფრი აკმაყოფილებს.

პასუხი:

ა)
$$\begin{array}{r} 305 \\ \times\quad 41 \\ \hline 305 \\ +\ 1220 \\ \hline 12505 \end{array}$$

ბ)
$$\begin{array}{r} 315 \\ \times\quad 41 \\ \hline 315 \\ +\ 1260 \\ \hline 12915 \end{array}$$

- გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{l|l} * * * * * * * & * * \\ \cline{2-2} \underline{* * *} & * * 8 * * \\ - \begin{array}{r} * * \\ \hline * * \end{array} & \\ \begin{array}{r} * * * \\ \underline{* * *} \\ 1 \end{array} & \end{array}$$

ამოხსნა: თუ დავაკვირდებით, ადვილად მივხვდებით, რომ განაყოფში მეორე და მეოთხე ციფრები ნულებია, რადგანაც გაყოფისას შესაბამის ადგილებში ჩამოტანილია ერთად ორ-ორი ციფრი.

გამყოფის პირველი ციფრია 1. წინააღმდეგ შემთხვევაში ორნიშნა გამყოფის 8-ზე გამრავლებისას (განაყოფში მესამე ციფრი) არ მიიღებოდა ორნიშნა რიცხვი.

ამავე მიზეზით მეორე ციფრი არ შეიძლება იყოს 2-ზე მეტი (რადგანაც, მაგალითად, $13 \cdot 8 = 104$ უკვე სამნიშნაა).

თუ გავითვალისწინებთ, რომ რიცხვის

1 ∗

განაყოფის პირველ და ბოლო ციფრებზე გამრავლებით მიიღება სამნიშნა რიცხვები, შეგვიძლია დავასკვნათ: გამყოფის მეორე ციფრი არის 2 (რიცხვები 10 და 11 უდიდეს ერთ-

ნიშნა რიცხვზე გამრავლებისას გვაძლევენ ორნიშნა რიცხვებს).

განაყოფის პირველი და ბოლო ციფრებია 9, რადგანაც 12-ის მხოლოდ 9-ზე გამრავლებისას შეიძლება მივიღოთ სამნიშნა რიცხვი.

ვიცით გამყოფი და განაყოფი. შეგვიძლია გავიგოთ გასაყოფიც: $90809 \cdot 12 + 1 = 1089709$.

პასუხი: $1089709 : 12 = 90809$.

- გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r|l}
-\;*\,2*\,5* & 325 \\ \cline{2-2}
\,\,*\quad\; & 1**\\ \cline{1-1}
-\;*\,0\,**\; & \\
*\,9\,**\; & \\ \cline{1-1}
-\;***\; & \\
***\; & \\ \cline{1-1}
0\;\; &
\end{array}$$

ამოხსნა: ცხადია, რომ პირველი შუალედური ნამრავლია 325, რადგანაც ნამრავლის პირველი ციფრი არის 1.

როგორც მოცემულობიდან ჩანს, მეორე შუალედური ნამრავლი არის ოთხნიშნა რიცხვი, რომლის ასეულების ციფრია 9. ასეთ რიცხვს გვაძლევს 325-ის მხოლოდ 6-ზე გამრავლება. მაშასადამე, განაყოფის მეორე ციფრია 6.

მივიღეთ შუალედური შედეგი:

$$\begin{array}{r|l}
-\;*\,2*5\,* & 325 \\ \cline{2-2}
325\quad\; & 16*\\ \cline{1-1}
-\;*\,0*5\; & \\
1950\; & \\ \cline{1-1}
-\;*5*\; & \\
***\; & \\ \cline{1-1}
0\;\; &
\end{array}$$

* *

ახლა უკვე ადვილად განისაზღვრება განაყოფის ერთეულების ციფრი 2, რის შემდეგაც ძნელი არ არის დარჩენილი ციფრების აღდგენა.

პასუხი:

$$\begin{array}{r|l}
\underline{-\begin{array}{r}52650\\325\end{array}} & \underline{325} \\
\underline{-\begin{array}{r}2015\\1950\end{array}} & 162 \\
\underline{-\begin{array}{r}650\\650\end{array}} & \\
0 &
\end{array}$$

- გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r}
6\ast \\
\times\ \underline{\ast\ast} \\
\ast\ast \\
+\ \underline{\ast\ast} \\
\ast\ast6
\end{array}$$

ამოხსნა: 6-ით დაწყებული ორნიშნა რიცხვის ნამრავლი ორნიშნაზე მხოლოდ მაშინაა ორნიშნა, როცა მამრავლის ორი-ვე ციფრი არის 1.

რადგანაც ნამრავლი ბოლოვდება 6-ით, რომელიც ჩამოტანილია პირველი შუალედური შესაკრებიდან, ამიტომ სამრავლის მეორე ციფრი უნდა იყოს 6.

პასუხი:

$$\begin{array}{r}
66 \\
\times\ \underline{11} \\
66 \\
+\ \underline{66} \\
726
\end{array}$$

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r|l} 14{*}{*} & {*}7 \\ \hline -\,{*}{*}5\phantom{{*}} & {*}{*} \\ \cline{1-1} {*}{*} & \\ {*}1 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

ამოხსნა: 5 მიიღება 7-ის მხოლოდ 5-ზე გამრავლებით. ამიტომ განაყოფის პირველი ციფრია 5. იმისათვის, რომ 7-ის ნამრავლი ერთნიშნა რიცხვზე თავდებოდეს 1-ით, აუცილებელია, ის ერთნიშნა მამრავლი იყოს 3. ამიტომ განაყოფში ვღებულობთ 53-ს.

გამყოფი უდრის 27-ს, რადგანაც სამნიშნა რიცხვი, რომელიც ნაკლებია რიცხვზე 14*, მიიღება მხოლოდ მაშინ, როცა 27 მრავლდება 5-ზე.

პასუხი:

$$\begin{array}{r|l} 1431 & 27 \\ \hline -\,135 & 53 \\ \cline{1-1} 81 & \\ 81 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

$$\begin{array}{r} {*}{*} \\ +\,{*}{*} \\ \hline 197 \end{array}$$

ამოხსნა: რადგანაც ათეულების ციფრთა ჯამია 19, ამიტომ თითოეული მათგანი უდრის 9-ს, ხოლო ერთეულების ციფრთა ჯამი მეტია 10-ზე. თუ გავითვალისწინებთ, რომ

ერთეულების ციფრთა ჯამი თავდება 7-ით და მეტია 10-ზე, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ერთეულების ციფრებია 9 და 8.

პასუხი: 99 + 98 = 197.

- გაშიფრეთ რებუსი

+		**რ**	**ო**	**ფ**	**ი**
		რ	**ო**	**ქ**	**ი**
	ფ	**ი**	**ქ**	**რ**	**ი**

ამოხსნა: პირობის თანახმად **ი + ი = ი,** საიდანაც **ი** = 0, რადგანაც თავის თავთან ჯამში მხოლოდ 0 გვაძლევს 0-ს. **რ**≥5, წინააღმდეგ შემთხვევაში ორი ოთხნიშნა რიცხვის ჯამი არის ოთხნიშნა (პირობის თანახმად იგი ხუთნიშნაა). თუ გავითვალისწინებთ, რომ **რ + რ** თავდება 0-ით (**ი** = 0), მივიღებთ, რომ **რ** = 5. რადგანაც **რ + რ = ფი,** ამიტომ **ფ** = 1. შემდეგ, ადვილად ვგებულობთ, რომ **ქ** = 4 და **ო** = 2.

პასუხი: 5240 + 5210 = 10450.

- გაშიფრეთ რებუსი:

	ა	5	2	**ი**
−	**ი**	2	5	**ა**
	8	*	*	*

ამოხსნა: რადგახაც **ა − ი = 8,** ამიტომ **ა** = 9, **ი** = 1. სხვა შემთხვევა არ არსებობს.

პასუხი: 9521 − 1259 = 8262.

- გაშიფრეთ რიცხვითი რებუსი:

	ბ	**ა**	**გ**	**ი**	**რ**	**ა**
		ა	**გ**	**ი**	**რ**	**ა**
			გ	**ი**	**რ**	**ა**
+				**ი**	**რ**	**ა**
					რ	**ა**
						ა
	ს	**ო**	**ლ**	**ო**	**მ**	**ო**

პასუხი: ბაგირა = 851745, სოლომო = 906030.

➢ აღადგინეთ დაზიანებული ჩანაწერი:

$$\begin{array}{r} \ast\ast \\ +\quad \ast \\ \hline \ast\ast 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \ast\ast \\ +\ \ast\ast \\ \hline \ast 98 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \ast,5\ast \\ +\ 3,\ast 4 \\ \hline 7,38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5,\ast 7 \\ +\ \ast,0\ast \\ \hline 6,00 \end{array}$$

ა ბ გ დ

პასუხი: ა) 99 + 9 = 108.

ბ) 99 + 99 = 198.

გ) 3,54 + 3,84 = 7,38.

დ) 5,97 + 0,03 = 6,00.

➢ გაშიფრეთ:

$$\begin{array}{r|l} 14\ast\ast & \ast 7 \\ \cline{2-2} -\ \ast\ast 5 & \\ \cline{1-1} \ast\ast & \\ -\ \ast 1 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

პასუხი: 1431 : 27 = 53.

➢ აღადგინეთ ჩანაწერი:

$$\begin{array}{r} \ast\ast\ast \\ \times\ \ast 2 \ast \\ \hline \ast\ast\ast \\ +\ \ast\ast\ast\ast \\ \ast 8 \ast \\ \hline \ast\ast 9 \ast 2 \ast \end{array}$$

რებუსს აქვს ერთადერთი ამოხსნა.

➢ გაშიფრეთ რებუსი:

ა ხ ო
× ხ ა ო
* * * *
\+ * * ა
* * * ხ
* * * * * *

➢ გაშიფრეთ რებუსები:

ც ო ტ
× ც ო ტ
ი რ რ ი
\+ ბ ი რ
ბ ე ვ რ ი

ტ ო კ ი ო | ი ო
− ტ ო ნ | კ ი ო
კ ი
− ო ნ
ტ ი ო
− ტ ი ო
0

ე დ უ
× გ ი ო
მ უ ა
\+ ი ნ დ
ო მ ე გ ა

გაშიფრეთ შემდეგი მათემატიკური რებუსები:

- ნაგავი + ნაგავი = სპაზმა
- რკო + რკო + რკო = ნიკა, სადაც (ი + ი) : ი = ი
- $(\text{ის})^3$ = ფისო, ფ + ი + ს + ო = ის
- არილი + არილი = მნათე
- ართი + ართი = ქიანა
- ოხრე + ხუშე = უეშხო
- იოსებ × 4 = ბესოი
- იაფად × 4 = დაფაი
- ბია : ია = ა

სახალისო მათემატიკურ და მეთოდიკურ იტერატურაში მრავალი საინტერესო რიცხვითი რებუსია ცნობილი:

- ЛИСА + ВОЛК = ЗВЕРИ
- ЛЮБА + ЛЮБИТ = АРБУЗЫ
- НИТКА + НИТКА = ТКАНЬ
- ДРАМА + ДРАМА = ТЕАТР
- ДЕТАЛЬ + ДЕТАЛЬ = ИЗДЕЛИЕ,
- СИНУС + СИНУС + КОСИНУС = ТАНГЕНС,
- ОДИН + ОДИН = МНОГО,
- ВАГОН + ВАГОН = СОСТАВ,
- СИНИЦА + СИНИЦА = ПТИЧКИ,
- БУЛОК + БЫЛО = МНОГО,
- ТАМТАМ + МРАК = КОШМАР,
- ПИРОГ : И = ГОСТИ,
- ПОДАЙ — ВОДЫ = ПАША,
- ДУРАК + УДАР = ДРАКА,
- РЕШИ + ЕСЛИ = СИЛЕН,
- КРОСС + КРОСС = СПОРТ.

გარდა ამ ამოცანებისა, მათთან არსებით კავშირში აღსანიშნავია ისიც, რომ შეუძლებელია, მოსწავლეთა ცნობიერებაში მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების ესთეტიკური აღზევება არ გამოიწვიოს შემდეგმა ნაირგვარმა სიმეტრიამ რიცხვით მშვენიერებაში:

$$1 \cdot 8 + 1 = 9$$
$$12 \cdot 8 + 2 = 98$$
$$123 \cdot 8 + 3 = 987$$
$$1234 \cdot 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \cdot 8 + 5 = 98765$$
$$123456 \cdot 8 + 6 = 987654$$
$$1234567 \cdot 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \cdot 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \cdot 8 + 9 = 987654321$$

$$1^2 = 1$$
$$11^2 = 121$$
$$111^2 = 12321$$
$$1111^2 = 1234321$$
$$11111^2 = 123454321$$
$$111111^2 = 12345654321$$
$$1111111^2 = 1234567654321$$
$$11111111^2 = 123456787654321$$
$$111111111^2 = 12345678987654321$$

$$9^2 = 81$$
$$99^2 = 9801$$
$$999^2 = 998001$$
$$9999^2 = 99980001$$
$$99999^2 = 9999800001$$
$$999999^2 = 999998000001$$
$$9999999^2 = 99999980000001$$
$$99999999^2 = 9999999800000001$$
$$999999999^2 = 999999998000000001$$

$$12345679 \cdot 8 = 98765432$$
$$12345679 \cdot 9 = 111111111$$
$$12345679 \cdot 18 = 222222222$$
$$12345679 \cdot 27 = 333333333$$
$$12345679 \cdot 36 = 444444444$$
$$12345679 \cdot 45 = 555555555$$
$$12345679 \cdot 54 = 666666666$$
$$12345679 \cdot 63 = 777777777$$
$$12345679 \cdot 72 = 888888888$$
$$12345679 \cdot 81 = 999999999$$

$12345679 \cdot (9 \cdot 1) =$ ცხრა 1-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 2) =$ ცხრა 2-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 3) =$ ცხრა 3-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 4) =$ ცხრა 4-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 5) =$ ცხრა 5-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 6) =$ ცხრა 6-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 7) =$ ცხრა 7-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 8) =$ ცხრა 8-იანი
$12345679 \cdot (9 \cdot 9) =$ ცხრა 9-იანი

$$1=1=1^2$$
$$1+2+1=4=2^2$$
$$1+2+3+2+1=9=3^2$$
$$1+2+3+4+3+2+1=16=4^2$$
$$1+2+3+4+5+4+3+2+1=25=5^2$$
$$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=36=6^2$$
$$1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1=49=7^2$$
$$1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1=64=8^2$$
$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+8+7+6+5+4+3+2+1=81=9^2$$

$$121 = \frac{22 \cdot 22}{1+2+1}$$
$$12321 = \frac{333 \cdot 333}{1+2+3+2+1}$$
$$1234321 = \frac{4444 \cdot 4444}{1+2+3+4+3+2+1}$$
$$123454321 = \frac{55555 \cdot 55555}{1+2+3+4+5+4+3+2+1}$$
$$12345654321 = \frac{666666 \cdot 666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}$$

და ა. შ. 9-მდე.

$$121 = \frac{22 \cdot 22}{2^2}$$
$$12321 = \frac{333 \cdot 333}{3^2}$$
$$1234321 = \frac{4444 \cdot 4444}{4^2}$$
$$123454321 = \frac{55555 \cdot 55555}{5^2}$$
$$12345654321 = \frac{666666 \cdot 666666}{6^2}$$
$$1234567654321 = \frac{7777777 \cdot 7777777}{7^2}$$
$$123456787654321 = \frac{88888888 \cdot 88888888}{8^2}$$
$$12345678987654321 = \frac{999999999 \cdot 999999999}{9^2}$$

სრულიად ცხადად ჩანს, და ძნელი მისახვედრი არ არის, რომ ამ მშვენიერებას თავისი კუთვნილი ადგილი უნდა მოეძებნოს მოსწავლის მათემატიკური აზროვნებისა და მეტყველების განვითარების ბუნებრივ პროცესში.

სახელთა ცნობარ-საძიებელი

- **ავეროესი** ნ. *იბნ რუშდი.*
- **აინშტაინი, ალბერტ** (1879-1955) – გერმანელი ებრაელი ფიზიკოსი, თანამედროვე თეორიული ფიზიკის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, ნობელის პრემიის ლაურეატი, საზოგადო მოღვაწე-ჰუმანისტი. *212.*
- **ალკუინი** (730-804) – ანგლო-საქსანელი მეცნიერი, თეოლოგი, ლოგიკოსი, პოეტი, შესანიშნავი პედაგოგი, კაროლინგური რენესანსის ერთ-ერთი მთავარი სულისჩამდგმელი, პარიზისა და პავიის უნივერსიტეტების ერთ-ერთი დამაარსებელი; გრამატიკაში, რიტორიკაში, დიალექტიკაში და არითმეტიკაში ცნობილი სახელმძღვანელოების ავტორი, სახალისო მათემატიკის ერთ-ერთი ფუძემდებელი. დღემდე ცნობილია ზოგიერთი მისი ლოგიკური თავსატეხი, განსაკუთრებით ამოცანა *მგლის, თხისა და კომბოსტოს* შესახებ. ალკუინი ცნობილია, აგრეთვე, *ფრაკ ალბინის* სახელითაც. მისი აკადემიური მეტსახელია *ჰორაციუს ფრაკი,* რომაელი ჰორაციუსის პატივსაცემად. *331.*
- **ალ-ხორეზმი, მუჰამედ ბენ მუსა** (783-850) – შუააზიელი მათემატიკოსი, ასტრონომი და გეოგრაფოსი. კლასიკური ალგებრის ფუძემდებელი. *177,178,179.*
- **ამონაშვილი, შალვა** (დ. 1931) – გამოჩენილი თანამედროვე ქართველი პედაგოგი და ფსიქოლოგი. ჰუმანურ-პიროვნული პედაგოგიკის დამფუძნებელი. *12.*
- **ბათელი, ადელარდ** (1080-1160) – გამოჩენილი ინგლისელი ფილოსოფოს-სქოლასტიკოსი; არაბული ფილოსოფიის, არაბული, ლათინური და ბერძნული ენების ბრწყინვალე მცოდნე, ტოლედოს სკოლის წარმომადგენელი. ტოლედოს სკოლად იწოდებოდა არაბების მეცნიერული ცოდნის გადაცემის ცენტრი. *177,178.*

- **ბელი, ალექსანდრ გრეიამ** (1847-1922) – ამერიკელი მეცნიერი, გამომგონებელი და ბიზნესმენი, ტელეფონიის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, დააარსა კომპანია Bell Labs, რომელმაც განსაზღვრა ამერიკის ტელეკომუნიკაციური დარგის მთელი შემდგომი განვითარება. *8.*
- **ბერგსონი, ანრი** (1859-1941) – მეოცე საუკუნის ერთ-ერთი უდიდესი ფილოსოფოსი, ინტუიტივიზმისა და სიცოცხლის ფილოსოფიის მიმდინარეობათა წარმომადგენელი, ნობელის პრემიის ლაურეატი ლიტერატურაში. *8,212.*
- **ბლუმი, ბენჯამინ** (1913-1999) – სწავლების მეთოდების ამერიკელი ფსიქოლოგი, *ბლუმის ტაქსონომიის* შემქმნელი. მან 1960-იან წლებში გამოსცა წიგნი: „საგანმანათლებლო მიზანთა კლასიფიკაცია“ (*Taxonomy of Educational Ob-jectives*), სადაც განავითარა თავისი ტაქსონომია. ბლუმის თეორია მალე შეერთებული შტატების მრავალმა სასწავლო დაწესებულებამ მიიღო, მაგრამ შემდგომში ამ თეორიამ კრიტიკას ვერ გაუძლო და სკოლებში მისი გამოყენება შემცირდა. *367.*
- **ბრილუენი, ლეონ ნიკოლა** (1889-1969) – ფრანგი და ამერიკელი ფიზიკოსი, თანამედროვე მყარი სხეულების ფიზიკის ფუძემდებელი. *218.*
- **გალვანი, ლუიჯი** (1737-1798) – იტალიელი ექიმი, ანატომი, ფიზიოლოგი და ფიზიკოსი, ელექტროფიზიოლოგიისა და ელექტრობის შესახებ სწავლების ერთ-ერთი ფუძემდებელი, ექსპერიმენტული ელექტროფიზიოლოგიის დამაარსებელი. *8.*
- **გალილეი, გალილეო** (1564-1642) – იტალიელი ფიზიკოსი, მექანიკოსი, ასტრონომი, ფილოსოფოსი და მათემატიკოსი. საფუძველი დაუდო კლასიკურ მექანიკას, დააფუძნა ექსპერიმენტული ფიზიკა, გამოიგონა ტელესკოპი. *236.*
- **გალპერინი, პიოტრ** (1902-1988) – რუსეთში მოღვაწე გამოჩენილი ებრაელი ფსიქოლოგი. *3,12,40,43,45,50.*

- **გარდნერი, ჰოვარდ** (დ. 1943) – ამერიკელი ფსიქოლოგი. *292.*
- **გილფორდი, ჯოი პოლ** (1897-1976) – ამერიკელი ფსიქოლოგი, ინტელექტის (კერძოდ – მეხსიერების, აზროვნების, ყურადღების, შემოქმედებისა და ტემპერამენტის) სტრუქტურის მოდელის შემქმნელი. *170,369.*
- **გიოდელი, კურტ ფრიდრიხ** (1906-1978) – ავსტრიელი ლოგიკოსი, მათემატიკოსი და ფილოსოფოსი. *178.*
- **გოგებაშვილი, იაკობ** (1840-1912) – გამოჩენილი ქართველი პედაგოგი, მეცნიერული პედაგოგიკის ფუძემდებელი საქართველოში, პუბლიცისტი, საბავშვო მწერალი და საზოგადო მოღვაწე, მსოფლიო პედაგოგიკის კლასიკოსი. *38.*
- **გორდონი, ვილიამ** – ამერიკელი მეცნიერი. *199,392.*
- **დავიდოვი, ვასილი** (1930-1998) – რუსი ფსიქოლოგი. *3,12, 40,52,61,64,70,71,72.*
- **და ვინჩი, ლეონარდო დი სერ პიერო** (1452-1519) – იტალიელი მხატვარი (ფერმწერი, მოქანდაკე არქიტექტორი) და მეცნიერი (ანატომი, ბუნებისმეტყველი), გამომგონებელი, მწერალი, აღორძინების ხელოვნების ერთ-ერთი უბრწყინვალესი წარმომადგენელი, უნივერსალური ადამიანის ნათელი მაგალითი (*homo universalis*). *221.*
- **დეკანდოლი, ოგიუსტენ** (1778-1841) – შვეიცარიელი ბოტანიკოსი, რომელმაც 1813 წელს შემოიღო ტერმინი *„ტაქსონომია“. 394.*
- **დე მორგანი, ოგასტეს (ავგუსტ)** (1806-1871) – შოტლანდიელი მათემატიკოსი და ლოგიკოსი. *308.*
- **დეკარტი, რენე** (1596-1650) – ფრანგი ფილოსოფოსი, მათემატიკოსი, მექანიკოსი, ფიზიკოსი და ფიზიოლოგი, ანალიზური გეომეტრიისა და თანამედროვე ალგებრული სიმბოლიკის შემქმნელი. *137.*

- **ევკლიდე** (ძვ.წ. 365-300) – ძველბერძენი მათემატიკოსი. მათემატიკაში ჩვენამდე მოღწეული პირველი ტრაქტატის ავტორი. ალექსანდრიული სკოლის პირველი მათემატიკოსი. *179.*
- **ელკონინი, დანიილ** (1904-1984) – რუსი ფსიქოლოგი. *3, 40, 61,64,65,70,71.*
- **ერმიტი, შარლ** (1822-1901) – ფრანგი მათემატოკოსი. *9.*
- **ვაიერშტრასი, კარლ თეოდორ ვილჰელმ** (1815-1897) – გამოჩენილი გერმანელი მათემატიკოსი, „თანამედროვე ანალიზის მამა“. *218.*
- **ვალერი, პოლ** (1871-1945) – ფრანგი პოეტი, ესეისტი და ფილოსოფოსი. ცნობილია თავისი აფორიზმებით. ნამდვილი სახელია *ამბრუაზ პოლ ტუსენ ჟიულ ვალერი. 9,137.*
- **ვალონი, ანრი** (1812-1904) – ფრანგი ფსიქოლოგი, ფსიქიატრი, მასწავლებელი და პოლიტიკოსი. *375.*
- **ვესპუჩი, ამერიგო** (1454-1512) – ფლორენციელი მოგზაური, რომლის სახელიც, შესაძლოა, უწოდეს ამერიკას. არსებობს აზრი, რომ მან დაირქვა ეს სახელი კონტინენტის უკვე არსებული სახელწოდების მიხედვით. *8.*
- **ვიგოტსკი, ლევ** (1896-1934) – რუსი ფსიქოლოგი. *15,31,33, 50,65,96,151,263,178.*
- **ვინერი, ნორბერტ** (1894-1964) – ამერიკელი მეცნიერი, გამოჩენილი მათემატიკოსი და ფილოსოფოსი, კიბერნეტიკისა და ხელოვნური ინტელექტის თეორიის ფუძემდებელი. *11,218.*
- **ვიტკინი, ჰერმან** (1916-1979) – ამერიკელი ფსიქოლოგი; გარდნერთან და კაგანთან ერთად საფუძველი დაუდო ახალ ფსიქოლოგიურ მიმართულებას, რომელიც ორიენტირებულია პიროვნების კოგნიციური სტილის გამოკვლევაზე. *291.*
- **ვოიტოვი, ალექსანდრ –** რუსი ფილოსოფოსი. *142.*

- **ვოლტა, ალესანდრო ჯუზეპე ანტონიო ჯეროლამო უმბერტო** (1745-1827) – იტალიელი ფიზიკოსი, ქიმიკოსი და ფიზიოლოგი, ელექტრობის შესახებ სწავლების ერთ-ერთი ფუძემდებელი, გრაფი. *8.*
- **ზანკოვი, ლეონიდ** (1901-1977) – რუსი ფსიქოლოგი და პედაგოგი. *3,34,40,51,52,53,54,71,73.*
- **თოთი** – უძველესთ-უძველესი მათემატიკოსი, და საერ-თოდ, გენიალური მეცნიერ-ენციკლოპედისტი, ფილოსო-ფოსი და მოაზროვნე. მათემატიკის, ასტრონომიისა და მედიცინის პირველწყარო. მისი ასაკი **ხუთი ათასი** წე-ლია. **თოთი** იყო ეგვიპტის ფარაონის კარის მათემატი-კოსი, მთავარი მიწისმზომელი. შემდგომში გაღმერთე-ბულ იქნა. **თოთის**, ეგვიპტურად **თუტის,** როლი დიდია და მრავალმხრივი. ესაა ზოგადად **დროის, კულტურის, სიბრძნის,** მერე – ენის, ჟამთაღრიცხვის, კალენდრის, დამწერლობის ღმერთი. მისი ნამდვილი სახელი უცნო-ბია, **თოთი** ღვთაებრივი სახელია. მას პირველს ჩამოუყა-ლიბდა მრავალი მათემატიკური ცნება და პირველს გაუ-ჩნდა, თანამედროვე ტერმინებში, აქტუალური უსასრუ-ლობის იდეა, ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლესთან და-კავშირებით. **თოთი**დან მოდის მთელი უძველესი გეომე-ტრიული ცოდნა, **თოთის** თეორიები ძველ საბერძნეთში გადავიდა, იქ **ჰერმეს ტრისმეგისტოსის** (სამმაგად დიდი ჰერმესი, „სამ-ჯერუდიადესი“) სახელს ატარებდა. ბერძ-ნული მითოლოგიის თანახმად, ეს არის ახალი სახე, რაც მიიღო **ჰერმესმა** ეგვიპტური სიბრძნის ღმერთის **თოთის** ზეგავლენით. ამ სახელიდან მომდინარეობს ფილოსოფი-ური „ჰერმეტიკა“ თუ „ჰერმენევტიკა“. თოთის იდეებმა სიცოცხლე განაგრძო შემდეგაც, ევროპაში. დღევანდელი მსოფლიო მეცნიერება დიდადაა მისგან დავალებული. ამასთან, თანამედროვე მეცნიერული კვლევების შედე-გად (იური მოსენკისი და სხვ.) ირკვევა, რომ **თოთი**, –

ეგვიპტის უმთავრესი ღმერთი, რომელიც ეგვიპტეში უცხო ქვეყნიდან მოსულად ითვლებოდა და, რომელმაც ეგვიპტეში შეიტანა კულტურა, სიბრძნე, რელიგია, – ეკუთვნის უძველეს კოლხურ ცივილიზაციას, რომელიც ჯერ კიდევ წარღვნამდელ პერიოდში არსებობდა. შდრ. *მეგრ.* ***თუთა.*** მაშასადამე, შეიძლება ითქვას, მთელი მათემატიკური და სხვა ცოდნა შემდგომ ცივილიზაციებში უძველესი კოლხური ცივილიზაციიდან არის გავრცელებული. *179.*

- **თორნდაიკი, ედუარდ ლი** (1874-1949) – ამერიკელი ფილოსოფოსი, ფსიქოლოგი და პედაგოგი. *15.*
- **იბნ რუშდი, აბულ ვალიდ** (1126-1198) – ანდალუზიელი არაბი ფილოსოფოსი და ექიმი, ფილოსოფიის, ისლამის კანონის, მათემატიკისა და მედიცინის მაგისტრი, ლათინიზირებული სახელია **ავეროესი**. მისი ფილოსოფიური სკოლა ცნობილია სახელით **ავეროიზმი.** *178.*
- **კანტი, იმანუელ** (1724-1804) – გერმანელი ფილოსოფოსი, გერმანული კლასიკური ფილოსოფიის მამამთავარი. იდგა განათლებისა და რომანტიზმის ეპოქათა ზღვარზე. *212.*
- **კასირერი, ერნსტ** (1874-1945) – გერმანელი ფილოსოფოსი და კულტუროლოგი, ნეოკანტიანელთა მარბურგის სკოლის წარმომადგენელი. *273.*
- **კელი, ჯორჯ** (1905-1966) – ამერიკელი ფსიქოლოგი. *385.*
- **კიმპანი, ფლორიკა** – რუმინელი მათემატიკოსი. *219.*
- **კიუვიე, ჟორჟ ლეოპოლდ** (1769-1832) – ფრანგი ბუნებისმეტყველი, ნატურალისტი; შედარებითი ანატომიისა და პალეონტოლოგიის ფუძემდებელი. პირველმა მან შემოიღო ტერმინი ***კორელაცია.*** *380.*
- **კლაკჰონი, კლაიდ** (1905-1960) – ამერიკელი სოციალური ანთროპოლოგი, *ნავახო* ინდიელების კულტურის მკვლევარი. *271.*

- **კლაპარედი, ედუარდ** (1873-1940) – შვეიცარიელი ფსიქოლოგი, ფუნქციონალიზმის წარმომადგენელი.
- **კლემენტსი, ფრედერიკ** (1874-1945) – ამერიკელი ბოტანიკოსი, მცენარეთა ეკოლოგი, მიკოლოგი. მან შემოიღო მრავალი ცნება: ***ეკოტონი,*** რომელიც აღნიშნავს გაერთიანებებს შორის შეფარდებით მკვეთრ გადასვლით ზონას; მცენარეთა და ცხოველთა სამყაროების ერთიანობას დაარქვა ***ბიომი;*** 1917 წელს შემოიღო ცნება ***სუკცესია.*** *393.*
- **კოლუმბი, ქრისტოფორ** (1451-1506) – იტალიური წარმოშობის ესპანელი ზღვითმოგზაური, 1492 წელს ევროპელთათვის აღმოაჩინა ამერიკა. *8.*
- **კომენსკი, იან ამოს** (1592-1670) – გამოჩენილი ჩეხი პედაგოგჰუმანისტი, მწერალი, საზოგადო მოღვაწე, მსოფლიო პედაგოგიკის კლასიკოსი. *31,38.*
- **კოფკა, კურტ** (1886-1941) გერმანელი ფსიქოლოგი, მოღვაწეობდა მრავალ ქვეყანაში, *გეშტალტფსიქოლოგიის* ერთ-ერთი ფუძემდებელი. *15.*
- **კრებერი, ალფრედ ლუის** (1876-1960) – დიდი ამერიკელი ანთროპოლოგი, ეთნოგრაფი და კულტუროლოგი. *271.*
- **კრემონელი, ჰერარდ (**1114-1187) – იტალიელი მეცნიერი, არაბული, ლათინური და ბერძნული ენების ბრწყინვალე მცოდნე, ტოლედოს სკოლის წარმომადგენელი. ტოლედოს სკოლად იწოდებოდა არაბების მეცნიერული ცოდნის გადაცემის ცენტრი. *177,178.*
- **კრონეკერი, ლეოპოლდ** (1823-1891) – გერმანელი მათემატიკოსი. ცნობილი ფიზიოლოგის – ჰუგო კრონეკერის ძმა. დაიბადა ებრაულ ოჯახში, გარდაცვალებამდე ერთი წლით ადრე მიიღო ქრისტიანობა. *218.*
- **კრუტეცკი, ვადიმ** (1917-1989) – რუსი ფსიქოლოგი. *152.*

- **კუმერი, ერნსტ ედუარდ** (1810-1893) – გერმანელი მათემატიკოსი, მსოფლიოს მეცნიერებათა უამრავი აკადემიის წევრი. *218.*
- **კურანტი, რიხარდ** (1888-1972) – გერმანელი და ამერიკელი მათემატიკოსი, პედაგოგი და მეცნიერული ორგანიზატორი. *213.*
- **ლაიბნიცი, გოტფრიდ ვილჰელმ** (1646-1716) – გერმანელი ფილოსოფოსი, ლოგიკოსი, მათემატიკოსი, მექანიკოსი, ფიზიკოსი, იურისტი, ისტორიკოსი, დიპლომატი, გამომგონებელი და ენათმეცნიერი. ბერლინის მეცნიერებათა აკადემიის დამფუძნებელი და მისი პირველი პრეზიდენტი. *178.*
- **ლებეგი, ანრი (ჰენრი) ლეონ** (1875-1941) – ფრანგი მათემატიკოსი. *212.*
- **ლეონტიევი, ალექსეი** (1903-1979) – რუსი ფსიქოლოგი. *41,65.*
- **ლეპეხინი, ივან** (1740-1802) – რუსი მოგზაური, ბუნებისმეტყველი და ლექსიკოგრაფი. *218.*
- **ლერნერი, ისააკ** (1917- 1996) – რუსი პედაგოგი. *12,9.7*
- **ლოკხარდი, პოლ –** თანამედროვე ამერიკელი პედაგოგი და მათემატიკოსი. *11,219,236,273.*
- **ლუკასევიჩი, იან** (1878-1956) – პოლონელი ლოგიკოსი. *11.*
- **მარკოვი, ანდრეი** (1856-1922) – რუსი მათემატიკოსი. *178.*
- **მასლოუ, აბრაჰამ** (1908-1970) – ცნობილი ამერიკელი ფსიქოლოგი, ჰუმანისტური ფსიქოლოგიის ფუძემდებელი. *381.*
- **მახმუტოვი, მირზა** (1926-2008) – თათარი პედაგოგი. *12,75.*
- **მებიუსი, ავგუსტ ფერდინანდ** (1790-1868) – გერმანელი მათემატიკოსი, მექანიკოსი და ასტრონომი. *218.*

- **მეიმანი, ერნსტ** (1862-1915) – გერმანელი პედაგოგი და ფსიქოლოგი, *ექსპერიმენტალური პედაგოგიკის* დამფუძნებელი. *15.*
- **მილერი, ჟორჟ არმიტაჟ** (1920-2012) – ამერიკელი ფსიქოლოგი. *377.*
- **მორზე, სემუელ ფინლი ბრიზ** (1791-1872) – ამერიკელი გამომგონებელი და მხატვარი, *მორზეს აპარატისა და ანბანის* ავტორი. *8,225.*
- **მორისი, ჩარლზ უილიამ** (1901-1979) – ამერიკელი ფილოსოფოსი, *სამიოტიკის* ერთ-ერთი ფუძემდებელი, ჩარლზ პირსის მიმდევარი. 1938 წელს შემოიღო ტერმინები: ***სინტაქტიკა, სემანტიკა, პრაგმატიკა.*** *225.*
- **ნიკოლაძე, გიორგი** (1888-1931) – გამოჩენილი ქართველი მათემატიკოსი და ინჟინერი, ქართული მათემატიკური სკოლის ერთ-ერთი ბრწყინვალე წარმომადგენელი, საქართველოში მეტალურგიული მრეწველობის ორგანიზატორი, ქართული ტექნიკური, მათემატიკური და სპორტული ტერმინოლოგიის შექმნის ინიციატორი და მონაწილე. მან დააფუძნა სპორტული საზოგადოება „შევარდენი“, რომელმაც დიდი როლი შეასრულა მასიური სპორტული მოძრაობის განვითარებაში; დააარსა და თვითონ ხელმძღვანელობდა გეოგრაფიულ საზოგადოებას ტურიზმსა და ალპინიზმში, იყო ქართული ალპინიზმის ფუძემდებელი. მის სახელს ატარებს პამირის ყველაზე მაღალი მწვერვალი და მწვერვალი ხიშდარის ქედზე. *219.*
- **ნიუელი, ალან** (1927-1992) – ამერიკელი მეცნიერი. *377.*
- **ოგდენი, ჩარლზ კეი** (1889-1957) – ინგლისელი მწერალი, ფილოსოფოსი და ლინგვისტი. მან შექმნა საერთაშორისო ხელოვნური ენა *„ბეისიკ-ინგლიშ“*, ცნობილი იყო როგორც რედაქტორი და მთარგმნელი. 1923 წელს შემოიღო ტერმინი ***რეფერენტი.*** *389.*

- **ოზანამი, ჟაკ** (1640-1718) – ფრანგი მათემატიკოსი. *340.*
- **ომი, მარტინ** (1792-1872) – გერმანელი მათემატიკოსი. *221.*
- **ოსბორნი, ალექს** (1888-1966) – ამერიკელი ჟურნალისტი, BBD&O (Batten, Barton, Durstine & Osborn) სარეკლამო ბიუროს ერთ-ერთი დამფუძნებელი. 1942 წელს მან გამოსცა წიგნი „ThinkUp“, სადაც აღწერა გონებრივი იერიშის (შტურმის) პირველი ვარიანტი (brainstorming), რომელიც გამოიყენა სარეკლამო სააგენტოში ჯერ კიდევ მეოცე საუკუნის 30-იან წლებში. ალექს ოსბორნი შემოქმედების გამოკვლევის დარგში ერთ-ერთი პიონერია. *197,358,368.*
- **პასკალი, ბლეზ** (1623-1662) – გენიალური ფრანგი მათემატიკოსი, მექანიკოსი, ფიზიკოსი, ლიტერატორი და ფილოსოფოსი, ფრანგული ლიტერატურის კლასიკოსი, მათემატიკური ანალიზის, ალბათობის თეორიისა და პროექციული გეომეტრიის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, გამომთვლელი ტექნიკის პირველი ნიმუშების შემქმნელი, ჰიდროსტატიკის ძირითადი კანონის ავტორი. *11,219.*
- **პაჩოლი** ანუ **პაჩოლო, ფრა ლუკა ბარტოლომეო დე** (1445-1517) – იტალიელი მათემატიკოსი. ბუხჰალტერიის თანამედროვე პრინციპების ერთ-ერთი ფუძემდებელი. *221.*
- **პესტალოცი, იოჰან ჰენრიხ** (1746-1827) – გამოჩენილი შვეიცარიელი პედაგოგ-დემოკრატი, მსოფლიო პედაგოგიკის კლასიკოსი. *38.*
- **პიაჟე, ჟან** (1896-1980) – გამოჩენილი შვეიცარიელი ფსიქოლოგი და ფილოსოფოსი, *კოგნიციური განვითარების თეორიის* შემქმნელი. *15,141, 375.*
- **პირსი, ჩარლზ სანდერს** (1839-1914) – ამერიკელი ფილოსოფოსი, ლოგიკოსი და მათემატიკოსი, *პრაგმატიზმისა* და *სემიოტიკის* ფუძემდებელი. *356,363.*
- **პლატონი** (ძვ.წ. 428-348) – ძველბერძენი ფილოსოფოსი, სოკრატეს მოწაფე. *218.*

- **პოია, დიერდ** (1887-1985) – იგივე ***ჯორჯ პოია და გეორგ პოლია;*** უნგრელი, შვეიცარიელი და ამერიკელი მათემატიკოსი. *11.*
- **პოია, ჯორჯ** ნ. ***პოია, დიერდ.***
- **პოლია, გეორგ** ნ. ***პოია, დიერდ.***
- **პოსტი, ემილ ლეონ** (1897-1954) – ამერიკელი მათემატიკოსი და ლოგიკოსი; მრავალნიშნა ლოგიკის ერთ-ერთი დამფუძნებელი, აბსტრაქტული გამომთვლელი მანქანის შემქმნელი (პოსტის მანქანა). *178.*
- **პუანკარე, ჟიულ ანრი** (1854-1912) – ფრანგი მათემატიკოსი, მექანიკოსი, ფიზიკოსი, ასტრონომი და ფილოსოფოსი, პარიზის მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდენტი. *169,212,213.*
- **პუასონი, სიმეონ დენი** (1781-1840) – ცნობილი ფრანგი მათემატიკოსი, მექანიკოსი და ფიზიკოსი. *7.*
- **ჟანე, პიერ მარია ფელიქს** (1859-1947) – ფრანგი ფსიქოლოგი, ფსიქიატრი, ნევროპათოლოგი. მან 1889 წელს მეცნიერებაში შემოიღო ტერმინი ***ქვეცნობიერი.*** *375.*
- **ჟუკოვსკი, ნიკოლაი** (1847-1921) – გამოჩენილი რუსი მეცნიერი, მექანიკოსი, თანამედროვე აერო- და ჰიდრომექანიკის ფუძემდებელი. *219.*
- **რაიმონი, ლუი ვიქტორ პიერ** (1892-1987) – ფრანგი ფიზიკოსი, კვანტური მექანიკის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, ნობელის პრემიის ლაურეატი ფიზიკაში. უფრო ცნობილია სახელით: ***ლუი დე ბროილი.*** *9.*
- **რიბო, ოგიუსტენ თეოდულ** – ფრანგი ფერმწერი და გრაფიკოსი. *8.*
- **როჯერსი, კარლ რანსომ** (1902-1987) – ამერიკელი ფსიქოლოგი, *აბრაჰამ მასლოუსთან* ერთად ჰუმანისტური ფსიქოლოგიის ერთ-ერთი შემქმნელი და მისი ლიდერი. *369.*

- **რუსო, ჟან-ჟაკ** (1712-1778) – ფრანგი მწერალი, მოაზროვნე, კომპოზიტორი, მსოფლიო პედაგოგიკის კლასიკოსი. *38.*
- **საიმონი, ჰერბერტ ალექსანდერ** (1916-2001) – გამოჩენილი ამერიკელი მეცნიერი; სოციოლოგი, პოლიტოლოგი და ეკონომისტი. *377.*
- **სევილიელი, იოან** (1090-?) – ესპანელი ებრაელი მეცნიერი, ასტროლოგი, არაბული, ლათინური და ბერძნული ენების ბრწყინვალე მცოდნე, ტოლედოს სკოლის წარმომადგენელი. ტოლედოს სკოლად იწოდებოდა არაბების მეცნიერული ცოდნის გადაცემის ცენტრი. *177,178.*
- **სოკრატე** (ძვ.წ. 469-399) – ძველბერძენი ფილოსოფოსი. *93.*
- **სტეკლოვი, ვლადიმირ** (1863-1926) – რუსი მათემატიკოსი და მექანიკოსი. *212.*
- **სურიო, პოლ** (1852-1926) – ფრანგი ფილოსოფოსი და ესთეტიკოსი. *9.*
- **ტაილორი, ედუარდ ბერნეტ** (1832-1917) – გამოჩენილი ინგლისელი ეთნოგრაფი, კულტუროლოგი, რელიგიური წესჩვეულებებისა და ცერემონიების მკვლევარი, ეთნოგრაფიისა და ანთროპოლოგიის ერთ-ერთი ფუძემდებელი. *272.*
- **ტარსკი, ალფრედ** (1901-1983) – გამოჩენილი პოლონელი და ამერიკელი მათემატიკოსი, ლოგიკოსი, ჭეშმარიტობის ფორმალური თეორიის ფუძემდებელი.
- **ტიურინგი, ალან მეტისონ** (1912-1954) – ინგლისელი მათემატიკოსი, ლოგიკოსი, კრიპტოგრაფი. დიდი წვლილი აქვს შეტანილი ინფორმატიკის განვითარებაში. *178.*
- **ტორიჩელი, ევანჯელისტა** (1608-1647) – იტალიელი მათემატიკოსი და ფიზიკოსი. ცნობილია როგორც ატმოსფერული წნევის კონცეფციის ავტორი და ახალი მექანიკის დამუშავებაში გალილეის საქმის გამგრძელებელი. *8.*

- **უზნაძე, დიმიტრი** (1886-1950) – გამოჩენილი ქართველი ფსიქოლოგი, ფილოსოფოსი, პედაგოგი და საზოგადო მოღვაწე, *განწყობის თეორიის* ფუძემდებელი. *22,25,31.*
- **უიტსონი, ჩარლზ** (1802-1875) – ინგლისელი ფიზიკოსი, მრავალი გამოგონების ავტორი. *8.*
- **უშინსკი, კონსტანტინ** (1824-1870) – გამოჩენილი რუსი პედაგოგი, მეცნიერული პედაგოგიკის ფუძემდებელი რუსეთში. მსოფლიო პედაგოგიკის კლასიკოსი. *38.*
- **ფეიმანი, რიჩარდ ფილიპს** (1918-1988) – გამოჩენილი ამერიკელი მეცნიერი, კვანტური ელექტროდინამიკის ერთ-ერთი შემქმნელი. მისი ძირითადი მიღწევები თეორიულ ფიზიკას ეკუთვნის. *236.*
- **ფრანკლინი, ბენჯამინ** (1706-1790) – ამერიკელი პოლიტიკური მოღვაწე, დიპლომატი, მეცნიერი, გამომგონებელი, ჟურნალისტი და გამომცემელი. *8.*
- **ფრანსი, ანატოლ** (1844-1924) – ფრანგი მწერალი და ლიტერატურული კრიტიკოსი. ნობელის პრემიის ლაურეატი. ნამდვილი სახელია *ფრანსუა ანატოლ ტიბო. 11,137.*
- **ფროიდენტალი, ჰანს** (1905-1990) – გერმანელი და ნიდერლანდიელი მათემატიკოსი, ლოგიკოსი, ფილოსოფოსი, მეცნიერების ისტორიკოსი და მათემატიკის შესანიშნავი პოპულიზატორი. *146,186.*
- **ფუკსი, ლაზარ (ლაზარუს) იმანუელ** (1833-1902) – გერმანელი მათემატიკოსი, ვაიერშტრასის მოწაფე. მისმა შრომებმა საფუძველი დაუდეს დიფერენციალურ განტოლებათა თანამედროვე თეორიის შექმნას. *219.*
- **ფურიე, ჟან ბატისტ ჟოზეფ** (1768-1830) – ფრანგი მათემატიკოსი და ფიზიკოსი. *219.*
- **შილინგი, ფონ კონშტადტ** (1786-1837) – რუსი დიპლომატი, აღმოსავლეთმცოდნე, გამომგონებელი-ელექტროტექნიკოსი, წარმოშობით ბალტიისპირელი გერმანელი, ბარონი. ცნობილია *პაველ შილინგის* სახელითაც. *8.*

- **ჩესტერელი, რობერტ** (1110-1160) – ინგლისელი მათემატიკოსი, არაბული, ლათინური და ბერძნული ენების ბრწყინვალე მცოდნე, ტოლედოს სკოლის წარმომადგენელი. ტოლედოს სკოლად იწოდებოდა არაბების მეცნიერული ცოდნის გადაცემის ცენტრი. *177,178.*
- **ჩორჩი, ალანზო** (1903-1995) – გამოჩენილი ამერიკელი მათემატიკოსი და ლოგიკოსი, ინფორმატიკის საფუძვლების ერთ-ერთი შემქმნელი. *178.*
- **ციცერონი, მარკუს ტულიუს** (ძვ.წ. 106-43) – ძველი რომაელი პოლიტიკოსი და ფილოსოფოსი, ბრწყინვალე ორატორი. *271.*
- **ხომსკი, ავრამ ნოამ** (დ. 1928) – თანამედროვე ამერიკელი ლინგვისტი, პოლიტიკური პუბლიცისტი, ფილოსოფოსი და თეორეტიკოსი. *377.*
- **ჯეიმსი, უილიამ** (1842-1910) – ამერიკელი ფილოსოფოსი და ფსიქოლოგი, *თანამედროვე ფსიქოლოგიის* ერთ-ერთი დამაარსებელი. *15.*
- **ჰაინე, ქრისტიან იოჰან ჰენრიხ** (1797-1856) – გერმანელი პოეტი, პუბლიცისტი და კრიტიკოსი. *29.*
- **ჰარდი, გოტფრი ჰაროლდ** (1877-1947) – ინგლისელი მათემატიკოსი. *219,273.*
- **ჰეკელი, ერნსტ ჰენრიხ ფილიპ ავგუსტ** (1834-1919) – გერმანელი ბუნებისმეტყველი და ფილოსოფოსი; ავტორი ტერმინებისა: ***პითეკანთროპი, ფილოგენეზი და ეკოლოგია.*** *370.*
- **ჰელმჰოლცი, ჰერმან ფონ** (1821-1894) – გერმანელი ფიზიკოსი, ფიზიოლოგი და ფსიქოლოგი. პირველმა მან ჩაატარა აგზნების გატარების სიჩქარის გაზომვები ნერვულ ბოჭკოებზე. *169.*
- **ჰერბარტი, იოჰან ფრიდრიხ** (1776-1841) – გერმანელი ფილოსოფოსი, ფსიქოლოგი და პედაგოგი. *38.*

წიგნში გამოყენებულ ტერმინთა მცირე ლექსიკონი

- **აბდუქცია** (< *ლათ. Ab* -დან + *ducere* წაყვანა; *abduction* გადაყვანა; მოტაცება) – ჰიპოთეზების მიღების შემეცნებითი პროცედურა. *აბდუქცია* წარმოადგენს *რედუქციული* დასკვნის სახეს იმ თავისებურებით, რომ წანამძღვრიდან, რომელიც პირობით გამონათქვამს წარმოადგენს, და დასკვნიდან გამომდინარეობს მეორე წანამძღვარი. ტერმინი შემოღებულია *ჩარლზ პირსის* მიერ ჰიპოთეზური აზროვნების ლოგიკის აღსანიშნავად. *აბდუქცია* არის მსჯელობის ისეთი ხერხი, რომელიც ორიენტირებულია სარწმუნო ახსნით ჰიპოთეზებზე. პირსი აბდუქციისა და მსჯელობათა ტრადიციული ფორმების შედარებისას აღნიშნავდა, რომ „*ინდუქცია* განიხილავს ჰიპოთეზებს და ზომავს ფაქტებთან მათი თანხმობის ხარისხს. არაუმეტესი ამისა შეუძლია *დედუქციას*. მეცნიერების ყველა იდეა წარმოიშობა აბდუქციის მეშვეობით". აბდუქ-ცია და ინდუქცია იწყებენ ფაქტებით, მაგრამ სხვადასხვანაირად იკვლევენ მათ. თუ ინდუქცია ეძებს ფაქტებს, რომლებიც ასაბუთებენ დასკვნას, მაშინ აბდუქცია ორიენტირებულია ფაქტებს შორის გარკვეული რეგულარულობის დამყარებაზე. ეს რეგულარულობა გამოიხატება წინასწარი ჰიპოთეზის სახით, რომელსაც მრავალჯერადი დაზუსტების შემდეგ შეეძლება ამ ფაქტების ახსნა.
- **აბსტრაქტი** (< *ინგლ. Abstract*) – *აბსტრაქციაში* არსებული *ნოუმენი.*
- **აბსტრაქტული** – განყენებული, გარესამყაროს უშუალო აღქმასთან დაუკავშირებელი. შდრ *აბსტრაქტული ცნება, აბსტრაქტული ხელოვნება.* სინონიმები: *განყენებული;* ნაწილობრივ – *გონებაჭვრეტითი, სპეკულაციური;* ანტონიმია *კონკრეტული.*

- **აბსტრაქცია** (< *ლათ. abstractio* მოცილება, მოშორება, განყენება) – შემეცნების პროცესში ობიექის (საგნის ან მოვლენის) არაარსებითი მხარეების, თვისებებისა და კავშირებისაგან განყენება მათი არსებითი, კანონზომიერი ნიშნების გამოყოფის მიზნით; – *აბსტრაჰირება;* თეორიული განზოგადება, როგორც ასეთი განყენების შედეგი. ევროპულ ფილოსოფიასა და ლოგიკაში აბსტრაჰირება გაიგება როგორც ისეთი ცნებების ეტაპობრივი პროდუცირების ხერხი, რომლებიც ქმნიან სულ უფრო და უფრო ზოგად მოდელებს – აბსტრაქციის იერარქიას. აბსტრაქციის ყველაზე უფრო განვითარებული სისტემა ახასიათებს მათემატიკას. აქ გვხვდება აბსტრაქცია აბსტრაქციისაგან. განსახილველი ცნების განყენებადობის ხარისხს ეწოდება *აბსტრაქციის დონე.* დასახული მიზნებისა და ამოცანების შესაბამისად შეიძლება ერთი და იგივე ობიექტი განხილულ იქნას აბსტრაქციის სხვადასხვა დონეზე.
- **ანალიზი** (< *ძვ. ბერძ. ἀνάλυσις* დაშლა, დანაწევრება) – მთელის (საგნის, ცნების, თვისების, პროცესის ან საგანთა შორის მიმართების) შემადგენელ ნაწილებად აზრითი ან რეალური დანაწევრების ოპერაცია, რომელიც სრულდება შემეცნების პროცესში ან ადამიანის საგნობრივ-პრაქტიკულ საქმიანობაში. *სინთეზთან* ერთიანობაში *ანალიზი* საშუალებას გვაძლევს, მივიღოთ აუცილებელი ინფორმაცია კვლევის ობიექტის სტრუქტურის შესახებ, აგრეთვე, ფაქტების საერთო მასიდან გამოვყოთ ის, რომლებიც უშუალოდ განეკუთვნება განსახილველ საკითხს. ამასთან, *ანალიზი* კვლევის მეთოდიცაა.
- **ანალოგია** (< *ძვ. ბერძ. ἀναλογία* შესატყვისობა, მსგავსება) – არაერთგვაროვანი საგნების, მოვლენების, პროცესების, სიდიდეების და სხვათა მსგავსება (საერთო ნიშნების მქონეობის საფუძველზე); ხშირად გამოიყენება *დასკვნა*

ანალოგიის მიხედვით, რომლის ჩვეულებრივი სქემა ასეთია: B ობიექტს გააჩნია ნიშნები a, b, c, d, e; ამასთან, C ობიექტს გააჩნია ნიშნები b, c, d, e; მაშასადამე, C ობიექტს შესაძლოა გააჩნდეს ნიშანი a. *ანალოგიას* არა აქვს დიდი დამტკიცებითი ძალა არა მხოლოდ იმიტომ, რომ მისი დასკვნა ყოველთვის ალბათურია, არამედ იმიტომაც, რომ ამ ალბათობის ხარისხი შესადარებელი ობიექტების ნიშნების შემთხვევითი მსგავსების ან არაარსებითი ნიშნების დაფიქსირების საფუძველზე შეიძლება აღმოჩნდეს ძალიან დაბალი. ანალოგიის მიხედვით დასკვნის ალბათობის ამაღლების მიზნით მიღებულია შემდეგი მოთხოვნები: 1) ანალოგია უნდა ემყარებოდეს შესადარებელი ობიექტების არსებით ნიშნებს და შესაძლებლობის მიხედვით მსგავსი ნიშნები უნდა იყოს რაც შეიძლება მეტი; 2) იმ ნიშნის, რომლის მიმართაც კეთდება დასკვნა, კავშირი ობიექტების საერთო ნიშნებთან უნდა იყოს რაც შეიძლება მჭიდრო; 3) ანალოგიამ არ უნდა წაგვიყვანოს დასკვნისაკენ ობიექტების ყველა ნიშნით მსგავსების მოთხოვნით; 4) დასკვნა ანალოგიის მიხედვით უნდა შეივსოს განსხვავებათა კვლევით და იმის დამტკიცებით, რომ ეს განსხვავე-ბები არ შეიძლება იყოს ანალოგიის მიხედვით დასკვნაზე უარის თქმის საფუძველი.

- **ანალოგია პირადი –** ეს ის შემთხვევაა, როცა ადამიანი თავს წარმოიდგენს იმ საგნად, ან მის ნაწილად, რომელზედაც ლაპარაკია ამოცანაში. პირდაპირი გაგებით, საჭიროა შესვლა ამოცანაში მოცემულ „სახეში“, რომ იგრძნო ის, რაც ამ „სახის“ თავს ხდება. რას იძლევა ასეთი გარდასახვა? – იგი მნიშვნელოვნად ამცირებს აზროვნების ინერციას და ხელს უწყობს ამოცანის ახლებურად დანახვას. გამოიყენება *სინექტიკაში.* (ნ. *ემპათია*).
- **ანალოგია პირდაპირი –** ეს ის შემთხვევაა, როცა განსახილველი ობიექტი შედარებულია მეტნაკლებად მის

მსგავს ობიექტთან, ე.ი. იმ ობიექტთან, რომელთანაც მოცემულ ობიექტს მახასიათებელი ნიშნების ნაწილი საერთო აქვს. გამოიყენება *სინექტიკაში.*

- **ანალოგია სიმბოლური –** ეს არის ანალოგია, რომლის მეშვეობითაც პრობლემა აღიწერება რამდენიმე სიტყვით განზოგადებულად, აბსტრაქტულად და პარადოქსალურად. მაგალითად, „შადრევანი – უძრაობა, რომელიც ეცემა“. სიმბოლური ანალოგია ხელს უწყობს, ორიგინალური, პარადოქსალური აღწერის გამოყენებით, ამოცანის დანახვას ახალი თვალთახედვით. გამოიყენება *სინექტიკაში.*
- **ანალოგია ფანტასტიკური –** გვთავაზობს, ამოცანაში შემოვიყვანოთ ფანტასტიკური საშუალებები ან პერსონაჟები, რომლებიც შეასრულებენ იმას, რაც ამოცანის პირობაში მოითხოვება. ამ ხერხის აზრი იმაში მდგომარეობს, რომ ფანტასტიკურ საშუალებათა აზრითი გამოყენება ხშირად ხელს უწყობს ამოცანის ამოხსნის ახალი გზების მიებაში გარკვეული ხელისშემშლელი შეზღუდულობების დაძლევას. გამოიყენება *სინექტიკაში.*
- **ანალოგიური** – მსგავსი, იმგვარივე.
- **ასოციაცია** (< *ლათ. Associatio* შეერთება, ურთიერთკავშირი) – ტერმინს აქვს მრავალი მნიშვნელობა. ფსიქოლოგიასა და ფილოსოფიაში იგი აღნიშნავს ცალკეულ ხდომილობებს, ფაქტებს, საგნებს ან მოვლენებს შორის კანონზომიერად წარმოშობილ კავშირს, რომელიც აისახება ცნობიერებაში და განმტკიცებულ სახეს ღებულობს მეხსიერებაში. *A* და *B* ფსიქიკურ მოვლენებს შორის ასოციაციური კავშირის არსებობის დროს ადამიანის ცნობიერებაში *A* მოვლენის წარმოშობას თან სდევს *B* მოვლენის გაჩენაც. აზროვნებაში ასეთი კავშირი აღმოცენდება ხოლმე ფსიქიკის ელემენტებს შორის და მისი შედეგი ისაა, რომ გარკვეულ პირობებში ერთი ელემენტის გამოჩენა

იწვევს მასთან დაკავშირებული მეორე ელემენტის გამოჩენასაც; ეს არის ელემენტებს, საგნებს ან მოვლენებს შორის ობიექტური კავშირის სუბიექტური სახე.

- **ასოციაციონიზმი** – მიმართულება ფსიქოლოგიაში, რომელიც მეფობდა მეცხრამეტე საუკუნის შუაწლებში და, რომლის მიხედვითაც ფსიქიკური ცხოვრება წარმოადგენს ჯამს ცალკეული „ელემენტებისა“ (შეგრძნებების, წარმოდგენების, განცდების), რომლებიც დაკავშირებულია (ასოცირებულია) ერთმანეთთან. მაგალითად, ასოციაციონიზმის მიხედვით მეხსიერების, წარმოსახვის, აზროვნებისა და სხვ. პროცესები სხვა არაფერია, თუ არა ცალკეული წარმოდგენების შეხამების შედეგი.
- **აფექტი** (< *ლათ. Affectus* ვნება, ჟინი, გატაცება, სულიერი მღელვარება) ნ. *ემოციონალური პროცესი.*
- **აქსიოლოგია** (< *ძვ.ბერძ. ἀξία* ფასეულობა; *λόγος* მოძღვრება) – ფასეულობათა თეორია, ფილოსოფიის ნაწილი. სწავლობს ისეთ საკითხებს, რომლებიც დაკავშირებულია ბუნებრივ ფასეულობებთან, რეალობაში მათ ადგილთან და ფასეულობათა სამყაროს სტრუქტურასთან.
- **ბიოგენური** (< *ბერძ. βίο* სიცოცხლე; *Γένος* გვარი, წარმოშობა) – 1. რაც წარმოშობილია ცოცხალი ორგანიზმისაგან, დაკავშირებულია მასთან; 2. რაც ორგანიზმზე ახდენს მასტიმულირებელ ზემოქმედებას. სინონიმებია: *ბიოგენე-ტიკური* და *ორგანოგენული.*
- **ბიპოლარული** (< *ლათ. Bi* ორ + *polos* პოლუსი) – ორპოლუსიანი.
- **ბლუმის ტაქსონომია** – შემეცნებით სფეროში პედაგოგიური მიზნების *ტაქსონომია* (ნ.) შემოღებულია 1956 წელს ბენჯამინ ბლუმის მიერ.
- **გონებრივი იერიში** (*ინგლ. brainstorming*) – პრობლემის ამოხსნის ოპერატიული მეთოდი, რომელიც ემყარება შემოქმედებითი აქტივობის სტიმულირებას. შემოღებულია

ოსბორნის მიერ. *გონებრივი იერიშის* დროს მონაწილეებს ეძლევათ საშუალება, გამოთქვან პრობლემის ამოხსნის რაც შეიძლება მეტი რაოდენობის ვარიანტი, მათ შორის ყველაზე ფანტასტიკურიც კი. შემდეგ, გამოთქმული იდეების საერთო რაოდენობიდან შეარჩევენ ისეთებს, რომელთა გამოყენება შეიძლება პრაქტიკაში. წარმოადგენს ექსპერიმენტული შეფასების მეთოდს. სწორად ორგანიზებული *გონებრივი იერიში* მოიცავს სამ აუცილებელ ეტაპს, რომლებიც განსხვავდებიან მათი ჩატარების ორგანიზაციითა და წესებით. ეს ეტაპებია: *1) პრობლემის დასმა, 2) იდეების გენერაცია, 3) იდეების დაჯგუფება, შერჩევა და შეფასება.*

- **დედუქცია** (< *ლათ.* *Deductio* გამოყვანა) – აზროვნების მეთოდი, რომლის დროსაც კერძო დებულება ლოგიკური გზით გამოიყვანება ზოგადისაგან. იგი წარმოადგენს დასკვნას ლოგიკური წესებით, მსჯელობათა ჯაჭვს, რომლის რგოლები (გამონათქვამები) ერთი-მეორესთან დაკავშირებულია ლოგიკური გამომდინარეობის მიმართებით. თუ დედუქციის წანამძღვრები ჭეშმარიტია, მაშინ აუცილებლად ჭეშმარიტია მისი შედეგებიც. *დედუქცია* დამტკიცების ძირითად საშუალებას წარმოადგენს. საპირისპიროა ***ინდუქცია.***
- **დიალოგი** (< *ბერძ.* *Διάλογος* ლაპარაკი, ორი ადამიანის საუბარი) – *ჩვეულებრივი გაგებით:* ორ ან მეტ ადამიანს შორის საუბარში აზრთა ზეპირი ან წერითი გაცვლა-გამოცვლის ლიტერატურული ან თეატრალური ფორმა; *ფილოსოფიური და მეცნიერული გაგებით:* ურთიერთობის, კომუნიკაციის სპეციფიკური ფორმა და ორგანიზაცია. ტრადიციულად უპირისპირდება *მონოლოგს* (ნ.).
- **დივერგენცია** (< *ლათ.* *divergere* განსხვავებულობის აღმოჩენა, *divergentia* სხვადასხვაობა) – სხვადასხვაობა; გადახრა, განშტოება; – გონებრივი ოპერაცია. დივერგენციის

ცნება სოციალური მეცნიერების მიერ ნასესხებია ბიოლოგიიდან, სადაც იგი აღნიშნავს მონათესავე ორგანიზმების ევოლუციის პროცესში მათი ნიშანთვისებების ურთიერთდაშორებას, ან კიდევ, თავდაპირველად ერთიანი ეკოლოგიური ერთობის დაშლას დამოუკიდებელ ახალ ერთეულებად. ამ ცნებას თავისი მნიშვნელობა გააჩნია პოლიტიკაშიც. დივერგენცია კონვერგენციის საპირისპიროა. რეალურად დივერგენციული და კონვერგენციული პროცე-სები უწყვეტ ურთიერთქმედებაში იმყოფებიან, უზრუნველყოფენ ყველა არსებული საზოგადოებრივი ორგანიზმის სტაბილურ განვითარებასა და ფუნქციონირებას.

- **დივერგენციული აზროვნება** – შემოქმედებითი აზროვნების სახე, რომელიც დაფუძნებულია ერთი და იგივე პრობლემის ამოხსნათა სიმრავლის ძიების სტრატეგიაზე. დივერგენციული აზროვნების მეთოდებია *გონებრივი იერი-ში* (ნ.) და *მეხსიერების რუკის შედგენა* (ნ.). დივერგენციული აზროვნების კანონზომიერებებს იკვლევდნენ *გილფორდი, ჯიმ როჯერსი* და სხვ. ცნება და ტერმინი „დივერგენციული აზროვნება“ შემოიღო 1967 წელს *გილფორდმა.* მან აღწერა პრინციპული სხვაობა ორ გონებრივ ოპერაციას – *დივერგენციასა* (ნ.) და *კონვერგენციას* (ნ.) შორის.
- **დისკურსი** (*ფრანგ. discours, ინგლ. Discourse < ლათ. Discursus* წინდაუკან სირბილი; მოძრაობა, მიმოქცევა; საუბარი, ლაპარაკი) – მეტყველება, ენობრივი კომუნიკაციის პროცესი; თქმის ხერხი; ჰუმანიტარულ მეცნიერებებში ტერმინს სხვა მნიშვნელობებიც გააჩნია.
- **ეკოლოგია** (< *ძვ. ბერძ. οἶκος* სამყოფელი, საცხოვრებელი, ქონება; *λόγος* ცნება, მოძღვრება) – მეცნიერება ცოცხალი ორგანიზმებისა და მათი გაერთიანებების ერთმანეთთან

და გარესამყაროსთან ურთიერთქმედებათა შესახებ. ტერმინი შემოიღო *ერნსტ ჰეკელმა* 1866 წელს.

- **ემოცია** (< *ლათ. Emoveo* თავზარს ვცემ, ვაღელვებ; ფრანგ. *Emotion* ღელვა, აგზნება) – საშუალო ხანგრძლივობის *ემოციონალური პროცესი,* რომელიც ასახავს არსებული ან შესაძლო სიტუაციებისადმი სუბიექტურ შეფასებით მიმართებას.
- **ემოციონალი** – ადამიანი, რომელსაც ახასიათებს *ემოციონალურობა* (ნ.).
- **ემოციონალური პროცესი** – ფსიქოფიზიოლოგიური პროცესი, რომელიც ახდენს საქმიანობის (ქცევა, აღქმა, აზროვნება) მოტივირებასა და რეგულირებას, სადაც საქმიანობა ასახავს ობიექტებისა და სიტუაციათა სუბიექტურ მნიშვნელობას და ცნობიერებაში წარმოდგენილია განცდის ფორმით. *ემოციონალურ პროცესებს* შორის გამოყოფენ *აფექტებს, ემოციებს, გრძნობებსა* და *გუნებგანწყობილებებს.*
- **ემოციონალურობა –** ადამიანის თვისება, რომელიც ახასიათებს მისი ემოციებისა და გრძნობების შინაარსს, ხარისხსა და დინამიკას. იგი ტემპერამენტის ერთ-ერთი ძირითადი მდგენელია. ემოციონალურობის, როგორც ტემპერამენტის გამოვლინების ერთ-ერთი სფეროს, თვისებებია: შთამბეჭდაობა, მგრძნობელობა, იმპულსურობა და სხვ. ემოციონალურობის *შინაარსობრივი ასპექტები* ასახავენ მოვლენებსა და სიტუაციებს, რომლებსაც განსაკუთრებული მნიშვნელობა გააჩნიათ სუბიექტისათვის. ისინი უწყვეტადაა დაკავშირებული პიროვნების ძირითად თავისებურებებთან, მის ზნეობრივ პოტენციალთან. ემოციონალურობის *ხარისხობრივი თვისებები* ახასიათებს ინდივიდის მიმართებას გარესამყაროს მოვლენებისადმი და გამოიხატება დომინირებული ემოციების ნიშანსა და მოდალობაში. ემოციონალურობის *დინამიკურ*

თვისებებს მიეკუთვნება ემოციონალური პროცესებისა და მათი გარეგანი გამოხატულების აღმოცენების, მიმდინარეობისა და შეწყვეტის თავისებურებები. საზოგადოდ ემოციონალურობა ხასიათდება როგორც: ასოციაციების სიმდიდრე და სისწრაფე; ზეშთაგონების წყარო შემოქმედი პიროვნებისათვის; გრძნობათა მკაფიო გამოხატულება და სახეების მრავალგვარობა; აღქმის უშუალობა და სიცხოველე; შინაგანი სამყაროს ასახვა და სხვ.

- **ემპათია** (< *ბერძ. ἐν* -ში + *ბერძ. πάθος* ვნება, ტანჯვა) – იგივეა, რაც *პირადი ანალოგია* (ნ.). საზოგადოდ, – ეს არის სხვა ადამიანის მიმდინარე ემოციონალური მდგომარეობის გაცნობიერებული თანაგრძნობა, მისი გაცნობიერების უნარი, თანაგანცდა, ამ განცდის გარეგანი წარმოშობის შეგრძნების დაკარგვის გარეშე. შესაბამისად, *ემპათი* არის ის ადამიანი, რომელსაც *ემპათიის* უნარი განვითარებული აქვს. მაგალითად, ბავშვები ძალიან კარგად გრძნობენ არაგულწრფელობას, პირმოთნეობას, სიყალბეს. ეს მათ ეხმარება, რომ ლოგიკური მსჯელობის გარეშე შეამჩნიონ საშიშროება და თავიდან აიცილონ იგი, გაექცნენ მას. ემპათიური აღქმა ინტუიციას ემყარება და ამიტომ მოქმედებს უფრო სწრაფად, ვიდრე ლოგიკა. სიტყვა „ემპათი“ არ არის მეცნიერული ტერმინი, იგი ფანტასტიკაში გამოიყენება.
- **ენტროპია** (< *ძვ.ბერძ.* ἐντροπία მობრუნება, გადაქცევა) – საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში: მრავალი ელემენტისაგან შემდგარი სისტემის უწესრიგობის ზომა. ***ინფორმაციული ენტროპია*** – ინფორმაციის ქაოსურობის ზომა, პირველადი ანბანის რომელიმე სიმბოლოს გამოჩენის განუსაზღვრელობა; ***ენის ენტროპია*** – რომელიმე გარკვეულ ენაზე ტექსტის ან თვით ამ ენის სტატისტიკური ფუნქცია, რომელიც განსაზღვრავს ინფორმაციის რაოდენობას ტექსტის ერთეულზე.

- **ექსტენსიონალი** (< *ლათ. Extentio* განფენილობა, სივრცე, გავრცელებულობა) – *სემანტიკის* ტერმინი. აღნიშნავს ცნების მოცულობას, ე.ი. სიმრავლეს იმ ობიექტებისა, რომლებსაც აქვთ უნარი, იწოდებოდნენ მოცემული ენობრივი ერთეულით. მაგალითად, ცნების „ადამიანი“ ექსტენსიონალში შედის ყველა ის ობიექტი, რომლებიც ატარებენ თვისებას: „იყოს ადამიანი“ (სოკრატე ადამიანია, ფილოსოფოსი ადამიანია, მოაზროვნე არსება ადამიანია და სხვ.), ან, ცნების „განტოლება“ ექსტენსიონალში შედის ყველა ის ტოლობა, რომელიც განტოლების თვისებებს ატარებს. *ექსტენსიონალს* უპირისპირდება *ინტენსიონალი.* ორივე ერთად ერთმთლიანობას ქმნიან და ახასიათებენ ცნებას.
- **ექსტერიორიზაცია** (< *ფრანგ. exteriorisation* აღმოჩენა, გამომჟღავნება< *ლათ. exterior* გარეგანი) – მეტყველების შინაგანი ფორმიდან მის გარეგან ფორმაში გადასვლა; შინაგანი ფსიქიკური მოქმედების გარეგან მოქმედებაში გარდაქმნის პროცესი. ეს არის ადამიანის გარეგანი სოციალური საქმიანობის ინტერიორიზაციის საფუძველზე შექმნილი შინაგანი სტრუქტურების გარდაქმნების საფუძველზე გარეგან მოქმედებათა, გამოთქმათა და სხვათა წარმოშობის პროცესი. საპირისპირო მოქმედებაა *ინტერიორიზაცია.*
- **ვალიდურობა** (ინგლ. *Validiti* < ლათ. *Validus* ძლიერი, ჯანმრთელი, ღირსეული) – კვლევის ამოცანებთან კვლევის მეთოდიკებისა და შედეგების შესაბამისობის ზომა. ვალიდურობა ითვლება ექსპერიმენტალური ფსიქოლოგიისა და ფსიქოდიაგნოსტიკის ფუნდამენტურ ცნებად. როცა ლაპარაკობენ ვალიდურობის ხარისხის შესახებ, მაშინ განიხილება ის, თუ რამდენად შეესაბამება კვლევის შედეგები დასმულ ამოცანებს. ამასთან, ვალიდურობა არ იზომება რომელიმე პირობით ერთეულებში. ვალიდუ-

რობის სახეებია: გარეგანი (ოპერაციონალური, კონსტრუქტული), შინაგანი, დიფერენციალური, ილუზორული, კრიტერიალური, პროგნოსტიკული, შინაარსობრივი, ემპირიული, მიმდინარე და მრავალი სხვ.

- **თემა** (< *ბერძ. Θημα* ის, რაც დევს (საფუძველში)) – წინადადების აქტუალური დანაწევრების შედეგად მიღებული ნაწილი, რომელიც შეიცავს მოლაპარაკის ან მსმენელისათვის ცნობილ (ან მოცემულ) ინფორმაციას და რომელიც საფუძვლად ედება ახალ ინფორმაციას (იხ. *რემა*). წინადადების ტრადიციული დანაწილებისაგან განსხვავებით თემაში არის ის, რაზედაც (ვიზედაც) ლაპარაკია მოცემულ გამონათქვამში. მაგალითად, *ბავშვი* ხატავს სურათს, *კედელზე* სურათი კიდია.
- **იმანენტურობა** (< *ლათ. Immanens, immanentis* შიგნით მყოფი, დამახასიათებელი) – ფილოსოფიური კატეგორია, აღნიშნავს განუყოფლობას, აუცილებლობას, შინაგან კავშირს საპირისპიროდ გარეგანისა, რაც შინაგანად ახასიათებს რომელიმე საგანს, მოვლენას, პროცესს. საპირისპიროა ტრანსცენდენტურობა (ნ.). შემეცნების თეორიაში „იმანენტური“ ნიშნავს: „რჩება შესაძლო ცდის საზღვრებს შიგნით“. იმანენტური თვისება საგნის ის განუყოფელი თვისებაა, რომელიც მას გააჩნია მისივე ბუნების წყალობით.
- **ინდუქცია** (< *ლათ. Inductio* მიყვანა, დამიზნება) – ლოგიკური დასკვნის პროცესი, რომლის საფუძველია კერძო დებულებიდან ზოგადზე გადასვლა. ინდუქციური მტკიცება კერძო წანამძღვრებს დასკვნასთან აკავშირებს არა მკაცრად ლოგიკური კანონების მიხედვით, არამედ – რომელიღაც ფაქტობრივი, ფსიქოლოგიური ან მათემატიკური წარმოდგენების საფუძველზე. ინდუქციური დასკვნის ობიექტური საფუძველია ბუნებაში მოვლენების უზოგადესი კავშირები. ლოგიკაში *ინდუქცია* კერძოდან

ზოგადისაკენ მტკიცების მეთოდს წარმოადგენს. საპირისპიროა ***დედუქცია.*** არჩევენ ინდუქციის სამ სახეს: 1. ***სრული ინდუქცია*** – დამტკიცების მეთოდი, რომლის დროსაც დებულება მტკიცდება კერძო შემთხვევების სასრული რაოდენობისათვის, როცა ეს რაოდენობა ამოწურავს ყველა შესაძლებლობას; 2. ***არასრული ინდუქცია*** – ცალკეულ კერძო შემთხვევებზე დაკვირვებებს მივყავართ ჰიპოთეზამდე, რომელიც საჭიროებს დამტკიცებას; 3. ***მათემატიკური ინდუქცია*** – დამტკიცების მეთოდი ნატურალური რიცხვების ან ობიექტების მიმდევრობისათვის, სადაც ეს ობიექტები ცალსახადაა გადანომრილი ნატურალური რიცხვებით.

- **ინტელექტი** (< ლათ. *Intellectus* გაგება) – ფსიქიკის ხარისხი, რომელიც შედგება მრავალი უნარისაგან. ესენია: ახალი სიტუაციების მიმართ ადაპტირების, ცდის საფუძველზე სწავლების, აბსტრაქტული კონცეფციების გაგებისა და გამოყენების, მომცველი გარემოს მართვისათვის საკუთარი ცოდნის გამოყენების უნარები; ეს არის შემეცნებისა და სიძნელეთა ამოხსნის ზოგადი უნარი, რომელიც აერთიანებს ადამიანის ყველა შემეცნებით უნარს: *შეგრძნება, აღქმა, მეხსიერება, წარმოდგენა, აზროვნება, წარმოსახვა.*
- **ინტელექტი ემოციონალური** – ემოციების გაცნობიერების, მიღწევისა და გენერირების უნარი. ამასთან, ეს გენერირება ხელს უნდა უწყობდეს აზროვნებას, ემოციებისა და მათი „მნიშვნელობების“ გაგებას. ეს უნარები გულისხმობს პიროვნების მიერ ემოციების ისეთ მართვას, როცა იქმნება ბუნებრივი ნიადაგი თვით ამ პიროვნების ემოციონალური და ინტელექტუალური ზრდისათვის. ემოციონალური ინტელექტის ცნება შემოღებულია 1990 წელს *პიტერ სტაიერისა* და *ჯეკ მაიერის* მიერ.

- **ინტელექტი სოციალური** – ადამიანთა ქცევის სწორი გაგების უნარი. ეს უნარი აუცილებელია ეფექტური პიროვნებათაშორისი ურთიერთქმედებებისა და წარმატებული სოციალური ადაპტაციისათვის. ტერმინი „სოციალური ინტელექტი“ შემოღებულია *თორნდაიკის* მიერ პიროვნებათაშორის მიმართებებში შორსმჭვრეტელობის აღსანიშნავად.
- **ინტენსიონალი** (< *ლათ.* *intentio* ინტენსიურობა, დაძაბულობა, ძალისხმევა) – *სემანტიკის* ტერმინი. აღნიშნავს ცნების შინაარსს, ე.ი. სიმრავლეს იმ აზრობრივი ნიშნებისა, რომლებითაც ხასიათდება მოცემული ენობრივი ერთეულით აღნიშნული საგანი ან მოვლენა. მაგალითად, ცნების „სოკრატე“ ინტენსიონალში შედის ყველა ის თვისება, რომლებიც ახასიათებს სოკრატეს: ადამიანი, მამაკაცი, ბრძენი, ბერძენი, ფილოსოფოსი და სხვ., ან, ცნების „განტოლება“ ინტენსიონალში შედის ყველა ის თვისება, რომლებიც განტოლებას ახასიათებს. *ინტენსიონალს* უპირისპირდება *ექსტენსიონალი*. ორივე ერთად ერთმთლიანობას ქმნიან და ახასიათებენ ცნებას.
- **ინტერიორიზაცია** (< *ფრანგ.* *Intériorisation* გადასვლა გარედან შიგნით; *ლათ.* *Interior* შინაგანი) – მეტყველების გარეგანი ფორმიდან მის შინაგან ფორმაში გადასვლა; ადამიანური ფსიქიკის შინაგანი სტრუქტურების ფორმირება გარეგანი სოციალური საქმიანობის შეთვისების, ცხოვრებისეული გამოცდილების მითვისების, ფსიქიკური ფუნქციების ქმნადობის, და მთლიანობაში – განვითარების მეშვეობით. ჩვენ შეგვიძლია ვიფიქროთ და ჩვენთვის ვილაპარაკოთ, ისე, რომ სხვებს ხელი არ შევუშალოთ, გვაქვს საგანთა სახეებით ოპერირების უნარი მაშინაც, როცა მოწყვეტილი ვართ ამ საგნებს, შეგვიძლია გადავლახოთ დროცა და სივრცეც და გონებით გადავერთოთ აწმყოდან წარსულში, წარსულიდან მომავალში

და აქტიურად ჩავერთოთ აწ გარდასულ თუ შესაძლო მომავალ მოვლენებში – მხოლოდ *ინტერიორიზაციის* წყალობით. ინტერიორიზაციის არსებობის უმნიშვნელოვანესი საშუალებებია *სიტყვა* და *მეტყველებითი მოქმედებები.* ფსიქოლოგიაში ტერმინი *ინტერიორიზაცია* დაამკვიდრეს ფრანგული ფსიქოლოგიური სკოლის წარმომადგენლებმა. შემდგომში მრავალი მუშაობდა მასზე, პიერ ჟანე, ჟან პიაჟე, ანრი ვალონი და სხვ.

- **ინტეროგატიული** (< *ინგლ. Interrogative*) – კითხვითი.
- **ინტერპრეტაცია** (< *ლათ. Interpretatio* განმარტება) – ტერმინი მრავალმნიშვნელობიანია. მათემატიკაში, ლოგიკაში, მეცნიერების მეთოდოლოგიაში და შემეცნების თეორიაში მისი განსაზღვრაა: მნიშვნელობათა (გააზრებების) ერთობლიობა, რომელიც ამა თუ იმ ხერხით ეძლევა რომელიმე საბუნებისმეტყველო ან აბსტრაქტულ-დედუქციური თეორიის ელემენტებს (გამოსახულებებს, ფორმულებს, სიმბოლოებს და სხვ.). იმ შემთხვევაში კი, როცა ასეთ გააზრებას ექვემდებარება ამ თეორიის ცალკეული ელემენტები, მაშინ ამბობენ სიმბოლოების, ფორმულების და სხვათა ინტერპრეტაციის შესახებ. *ინტერპრეტაციის* ცნებას დიდი გნოსეოლოგიური მნიშვნელობა გააჩნია: იგი მნიშვნელოვან როლს თამაშობს მეცნიერული თეორიებისა და მათი აღმწერი დარგების ურთიერთშეპირისპირებისას მაშინ, როცა თეორიის აგების სხვადასხვა ხერხზე და მათ შორის მიმართებათა ცვლილებების დახასიათებაზეა საუბარი, შემეცნების განვითარების პროცესში. კიდევ უფრო მეტი მნიშვნელობა გააჩნია ამ ცნებას აბსტრაქტულ-დედუქციურ ლოგიკურ-მათემატიკურ თეორიებში; ხელოვნებაში *ინტერპრეტაციის* ცნება ასეთია: სახის, თემის, ლიტერატურული ან მუსიკალური ნაწარმოებისა და სხვ. ახლებური შემოქმედებითი გააზრება და გახსნა.

- **ინტერპრეტირება** იგივეა, რაც *ინტერპრეტაცია* .
- **ირელევანტურობა** – რეაქციის ლოგიკური დამოუკიდებლობა სტიმულისაგან. *ირელევანტური* – უადგილო, შეუსაბამო, შეუფერებელი, უმნიშვნელო, რაც საქმეს არ ეხება; სინონიმებია: *მეორეხარისხოვანი, არაარსებითი.*
- **კვანტორი** (< *ლათ. Quantum* რამდენი) – ზოგადი სახელწოდება ლოგიკური ოპერაციებისათვის, რომლებიც ზღუდავენ ამა თუ იმ პრედიკატის ჭეშმარიტობის არეს და ქმნიან გამონათქვამს. ყველაზე ხშირად ახსენებენ *ზოგა-დობისა და არსებობის კვანტორებს.* ***ზოგადობის კვანტორი*** აღინიშნება ნიშნით ∀ და იკითხება: „ყველა ...-სათვის“, ყოველი ...-სათვის“ ან „ყოველი...“, „ნებისმიერი...“, „ნებისმიერი ...-სათვის“, და სხვ. ***არსებობის კვანტორი*** აღინიშნება ნიშნით ∃ და იკითხება: „არსებობს...“, „მოინახება...“ და სხვ.
- **კვანტიფიკაცია** – ფორმულისათვის *კვანტორის* მიწერა. ამ სიტყვას აქვს სხვა მნიშვნელობებიც.
- **კოგნიცია** (< *ლათ. cognitio* შემეცნება, შესწავლა, გაცნობიერება) – ცნება, რომელიც აღნიშნავს შემეცნებით პროცესს ან ერთობლიობას ფსიქიკური (მენტალური, აზროვნებითი) პროცესებისა: *აღქმა, კატეგორიზაცია, აზროვნება, მეტყველება* და სხვ., რომლებიც ემსახურება ინფორმაციის დამუშავებასა და გადამუშავებას; მოიცავს გარესამყაროში საკუთარი თავის გაცნობიერებასა და შეფასებას, სამყაროს განსაკუთრებული სურათის აგებას – ყველაფრის, რაც ადამიანის ქცევისათვის საფუძველს შეადგენს. *კოგნიცია* – ყველა ის პროცესია, რომელთა მიმდინარეობისას სენსო-რული მონაცემები, შეაღწევენ რა ტვინში, ტრანსფორმირდებიან და გარდაიქმნებიან სხვადასხვა ტიპის მენტალური რეპრეზენტაციების სახეში (სახეებში, პროპოზიციებში, ფრეიმებში, სკრიპტებში, სცენარებში და სხვ.), რომ აუცილებლობის შემთხვევაში

შეინარჩუნონ თავი ადამიანის მეხსიერებაში. ამ ცნებას ზოგჯერ სხვანაირადაც განმარტავენ, იგი სხვადასხვა მეცნიერებაში სხვადასხვა ასპექტებს ატარებს.

- **კოგნიციური ფსიქოლოგია** – ფსიქოლოგიის დარგი, რომელიც სწავლობს კოგნიციურ, ე.ი. ადამიანური ცნობიერების შემეცნებით პროცესებს. ამ დარგის გამოკვლევები, ჩვეულებრივ, დაკავშირებულია მეხსიერების, ყურადღე-ბის, გრძნობების, ინფორმაციის წარმოდგენის, ლოგიკური აზროვნების, წარმოსახვის, უნარებისა და გადაწყვეტილებათა მიღების საკითხებთან. 1956 წლის 11 სექტემბერს მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში შეიკრიბა ელექტრონული ინჟინერიის ინსტიტუტის თანამშრომელ მეცნიერთა ჯგუფი, რომელიც იკვლევდა ინფორმაციულ თეორიებს. ესენი იყვნენ: *ჯორჯ მილერი, ჰერბერტ საიმონი, ალენ ნიუელი, ნოამ ხომსკი, დევიდ გრინი და ჯონ სვიტსი.* ითვლება, რომ ამ შეხვედრამ დაუდო საფუძველი ფსიქოლოგიაში კოგნიციურ რევოლუციას.
- **კოგნიციურობა** – ტერმინი აღნიშნავს გარეგანი ინფორმაციის გონებრივი აღქმისა და გადამუშავების უნარს, გამოიყენება ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავებულ კონტექსტებში. ფსიქოლოგიაში ეს ცნება ეხება პიროვნების ფსიქიკურ პროცესებს და განსაკუთრებით ე.წ. „ფსიქიკურ მდგომარეობათა“ (ე.ი. შეხედულებათა, სურვილთა და განზრახვათა) შესწავლასა და გაგებას, ინფორმაციის დამუშევების ტერმინებში. განსაკუთრებით ხშირად გამოიყენება იგი ე.წ. „კონტექსტური ცოდნის“ (ე.ი. აბსტრაქტიზაციისა და კონკრეტიზაციის) შესწავლის კონტექსტში, აგრეთვე, იმ სფეროებში, სადაც განიხილება ისეთი ცნებები, როგორიცაა ცოდნა, უნარი ან სწავლება. ტერმინი გამოიყენება ფართო გაგებითაც: აღნიშნავს შემეცნების „აქტს“ ან თვით ცოდნას. ამ კონტექსტში მისი

ინტერპრეტირება შეიძლება კულტურულ- სოციალური აზრით როგორც ცოდნის აღმოცენებისა და ქმნადობის აღმნიშვნელი, ასევე, – იმ კონცეფციებისა, რომლებიც ამ ცოდნასთანაა დაკავშირებული და საკუთარ თავს გამოხატავენ როგორც აზრებში, ისევე მოქმედებაში. კიდევ უფრო ზოგადად: *კოგნიციური* — კოგნიციის ანუ შემეცნების შესაბამისი, შემეცნებადი.

- **კომუნიკაცია** (< *ლათ. Communicatio* ცნობება, გადაცემა) – ინფორმაციის მიმოცვლის პროცესი; *ფართო გაგებით:* ინდივიდებს შორის ინფორმაციის მიმოცვლა სიმბოლოების საერთო სისტემის მეშვეობით. კომუნიკაცია შეიძლება განხორციელდეს ვერბალური ან არავერბალური საშუალებებით. *ფსიქოლოგიაში:* ურთიერთობა – ინფორმაციის მიმოცვლა ცოცხალ ორგანიზმებს შორის; *სოციალურ მეცნიერებებში:* მეცნიერული დისციპლინა, მეტადისკურსი ურთიერთქმედების/ინტერაქციის სოციალური პროცესის შესახებ, ასევე, თვით ეს პროცესი და მისი შედეგები; *კულტურათაშორისი კომუნიკაცია:* სხვადასხვა კულტურების წარმომადგენლებს შორის კავშირი და ურთიერთობა, რაც გულისხმობს როგორც ადამიანთა და მათ ერთობებს შორის უშუალო კონტაქტებს, ისევე კომუნიკაციის გაშუალებულ ფორმებსაც (მათ შორის ენას, მეტყველებას, დამწერლობას და სხვ.).
- **კონვერგენცია** (< *ლათ. convergo* „ვუახლოებ“, *Convergens/convergentis* რაც ემთხვევა რასმე) – კომპრომისების ერთმანეთთან მიახლოების, თანადამთხვევის პროცესი; რაიმე ნიშანთვისებათა დამთხვევა ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელ მოვლენებში; – გონებრივი ოპერაცია. [აქვს სხვა მნიშვნელობებიც]. საპირისპიროა *დივერგენცია* (ნ.).
- **კონვერგენციული აზროვნება** – აზროვნების სახე, რომელიც დაფუძნებულია განსაზღვრული ამოცანის ამოხსნის წინასწარ შეთვისებული ალგორითმების ზუსტი გა-

მოყენების სტრატეგიაზე. ამ შემთხვევაში მოცემულია ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო ელემენტარული ოპერაციების შინაარსი და მათი თანამიმდევრული შესრულების ინსტრუქცია. საპირისპიროა *დივერგენციული აზროვნება.*

- **კონოტაცია** (< *გვიანდ. ლათ. Connotatio* დამატებითი მნიშვნელობა < *ლათ. con (con)* ნაცვლად + *noto* აღვნიშნავ) – ენობრივი ერთეულის თანმხლები მნიშვნელობა; დამატებითი ელფერი, რომელიც ცნების ან მსჯელობის ძირითადი შინაარსის თანამდევია. ყოველდღიურ მეტყველე-ბაში და მხატვრულ შემოქმედებაში ცნებებისა და მსჯელობების ძირითად სემანტიკურ მნიშვნელობას ხშირად ემატება დამატებითი ელფერი, რომელიც გამოხატავს მოლაპარაკის ემოციონალურ ან შეფასებით მიმართებას მეტყველების საგანთან. *კონოტაცია* შეესატყვისება საზოგადოების კულტურულ ტრადიციებს. იგი წარმოადგენს პრაგმატული ინფორმაციის სახესხვაობას, ასახავს არა თვით საგნებსა და მოვლენებს, არამედ – განსაზღვრულ მიმართებებს მათდამი.
- **კონსტრუქტი** (<*ლათ. constructio* აგება) – ცნების ანალოგიური ლოგიკური ან ინტელექტუალური წარმონაქმნი. ჩვეულებრივ გამოიყენება გამოთქმა *ჰიპოთეზური კონსტრუქტი.* მასში იგულისხმება ცალკეულ ობიექტებსა და მოვლენებს შორის ამა თუ იმ მიმართების წარმოდგენა, რომელიც დადგენილია მსჯელობის გზით. უფრო გავრცელებული ფსიქოლოგიური აზრით ტერმინი აღნიშნავს რაღაც მიუწვდომელს უშუალო დაკვირვებისათვის, მაგრამ გამოყვანილს ლოგიკური გზით ნიშან-თვისებებზე დაკვირვების შედეგად. ნ. *პიროვნული კონსტრუქტი.*
- **კონცეფტი** (< *ლათ. conceptus* ცნება, იდეა) – მრავალმნიშვნელობიანი ტერმინია. *ზოგადად*: – ინოვაციური იდეა, რომელიც თავისთავში შეიცავს შემოქმედებით აზ-

რებს; *ფილოსოფიასა და ლინგვისტიკაში*: ცნების შინაარსი, სახელის (ნიშნის) აზრითი მნიშვნელობა. იგი განსხვავდება თვით ნიშნისა და მისი საგნობრივი მნიშვნელობისაგან (დენოტატი, ცნების შინაარსი). გაიგივებულია ცნებასთან და სიგნიფიკატთან; *ფილოლოგიაში*: ხისტი ენობრივი ან საავტორო იდეა, რომელსაც ტრადიციული გამოსახულება აქვს, იგივეა, რაც *მოტივი.*

- **კონცეფტუალური** – ის, რასაც გააჩნია სერიოზული დამო-უკიდებელი *კონცეფცია* (ნ.); ის, რაც შეიცავს კონცეფციას, რაც ემყარება კონცეფციას; ფუძემდებლური, მსოფლმხედველობითი, უაღრესად მნიშვნელოვანი. მაგ. *წიგნი უაღრესად კონცეფტუალურია.*
- **კონცეფტუალური აზროვნება** – ეს არის აზროვნება, რომელიც ორიენტირებულია გამოსაკვლევის ჭეშმარიტი აზრის დაუფლებაზე. ჩვენ მივეჩვიეთ ინფორმაციის შთანთქმას და დასკვნების გაკეთებისას ხშირად ჩვენთვის კარგად ცნობილ მეთოდებს ვიყენებთ და საკუთარ გამოცდილებას, სტერეოტიპებს ვემყარებით. ამიტომ პრობლემის განსაზღვრისას არაიშვიათად დავდივართ წრეზე, რადგანაც პრობლემის ამოხსნა შეუძლებელია იმავე დონეზე, რომელზედაც იგი წარმოიშვა. კონცეფტუალური აზროვნება საშუალებას გვაძლევს, გავიდეთ ჩარჩოებიდან, დავინახოთ სხვადასხვა თვალსაზრისების მრავალფეროვნება, მათგან გაცნობიერებულად შევარჩიოთ ერთი და მისი მეშვეობით ჩვენთვის საჭირო მიზნით გამოვიკვლიოთ გამოსაკვლევი. კონცეფტუალური აზროვნება – ეს არის მათემატიკა, ფილოსოფია, ლოგიკა, სისტემური მიდგომა, აბსტრაჰირებებითა და ინტერპრეტირებებით ოპერირება და სხვა მრავალი. მას აქვს ორი ურთიერთდაკავშირებული ასპექტი: შემეცნებითი პროცესები, რომლებიც უპირატესად ანალიზურ ხასიათს ატარებენ, და შემოქმედებითი, კონსტრუქციული პროცესები, სადაც

სინთეზი ჭარბობს. ერთნი ამბობენ, რომ სამყარო რთულია, მეორენი კი ამტკიცებენ, რომ სამყარო მარტივია. კონცეფტუალური აზროვნების თვალსაზრისით რთუ--ლის დაუფლება მარტივის მეშვეობით შეიძლება.

- **კონცეფცია** (< *ლათ. Conceptio* აღქმა, გაგება, სისტემა) – შეხედულებათა სისტემა (ამა თუ იმ საგანთა თუ მოვლენათა შესახებ); განხილვის თვალსაზრისი (ამა თუ იმ მოვლენათა შესწავლისას); ერთმთლიანი შეხედულება (ამა თუ იმ საკითხზე). კონცეფცია განსაზღვრავს მოქმედებათა სტრატეგიას.
- **კორელაცია** (< ლათ. *Correlatio* ურთიერთკავშირი) – ორი ან რამდენიმე შემთხვევითი სიდიდის (ან ისეთი სიდიდეების, რომლებიც სიზუსტის რომელიმე დასაშვები ხარისხით შეიძლება ასეთ სიდიდეებად ჩაითვალოს) სტატისტიკური ურთიერთკავშირი. ამასთან, მოცემულ სიდიდეთაგან ერთი ან რამდენიმე სიდიდის მნიშვნელობათა ცვლილებები თან სდევს მეორე ან სხვა სიდიდეების სისტემატურ ცვლილებებს. ასეთ დამოკიდებულებას *კორელაციურ დამოკიდებულებას* უწოდებენ. კორელაციურ დამოკიდებულებას არა აქვს მკაცრად ფუნქციონალური ხასიათი. მეცნიერებაში ტერმინი *„კორელაცია“* პირველად შემოიღო *ჟორჟ კიუვიემ.*
- **კორელირება –** ცალკეული ნიშნებით, პარამეტრებით რაიმესთან ურთიერთკავშირში ყოფნა. ერთი სიდიდე კორელირებს მეორეს, თუ საკუთარი ცვლილებებით მის ტრანსფორმირებას იწვევს.
- **კრეაცია** (< *ლათ. creatio* შექმნა, შემოქმედება) – ორგანიზმების შექმნა უზენაესი შემოქმედი ძალის მიერ. ე.ი. *კრეაცია* არის შემოქმედების უზენაესი ფორმა.
- **კრეაციული პედაგოგიკა** – შემოქმედებითი სწავლების მეცნიერება და ხელოვნება. ეს არის პედაგოგიკის ისეთი სახესხვაობა, რომელიც უპირისპირდება ავტორიტარულ

პედაგოგიკას, თანამშრომლობის პედაგოგიკას, კრიტიკულ პედაგოგიკას. კრეაციული პედაგოგიკა მოსწავლეებს ასწავლის, ისწავლონ შემოქმედებითად, გახდნენ საკუთარი თავისა და საკუთარი მომავლის შემოქმედნი.

- **კრეაციულობა** (< *ლათ. creatio* შექმნა, შემოქმედება < *ინგლ. Creativity*) – შემოქმედებითი ნიჭიერების დონე, შემოქმედების ნიჭი, რაც შეადგენს პიროვნების შეფარდებით მტკიცე მახასიათებელს. თავდაპირველად *კრეაციულობა* განიხილებოდა როგორც ინტელექტის ფუნქცია, და ინტელექტის განვითარების დონე გაიგივებული იყო კრეაციულობის დონესთან. შემდგომ გაირკვა, რომ ინტელექტის დონე კორელირებს კრეაციულობასთან გარკვეულ ზღვრამდე, ხოლო ძალიან მაღალი ინტელექტი დაბრკოლებას უქმნის კრეაციულობას. სადღეისოდ კრეაციულობა განიხილება როგორც ერთმთლიანი პიროვნების ფუნქცია, რომელიც არ დაიყვანება ინტელექტზე და, რომელიც დამოკიდებულია პიროვნების ფსიქოლოგიური მახასიათებლების მთელ კომპლექსზე. შესაბამისად, კრეა-ციულობის შესწავლის მთავარი მიმართულებაა იმ პიროვნული თვისებების გამოვლენა, რომლებთანაც დაკავშირებულია იგი. გამოდის, რომ ტერმინები „კრეაციულობა“ და „შემოქმედებითი უნარები“ თუმცა ძალიან ახლოსაა ერთმანეთთან, მაგრამ ერთმანეთის იდენტური მაინც არ არის. კრეაციულობის მახასიათებელთა შორის ძირითადია: 1. ***შეუფერხებლობა*** (იდეების რაოდენობა, რომელიც იქმნე-ბა დროის ერთეულში), 2. ***მოქნილობა*** (ერთი იდეიდან მე-ორეზე გადართვის უნარი), 3. ***აზროვნების ორიგინალურობა*** (არსებულისაგან განსხვავებული იდეების პროდუცირების უნარი), 4. ***ცოდნისმოყვარეობა*** (ამაღლებული მგრძნობიარობა იმ პრობლემებისადმი, რომლებიც სხვებში ინტერესს არ იწვევს), 5. ***ირელევანტურობა*** (რეაქციების ლოგიკური დამოუკი-

დებლობა სტიმულებისგან), 6. ***ფანტასტიკურობა*** (პასუხის სრული მოწყვეტა რეალობისგან, სტიმულისა და რეაქციის განსაზღვრული ლოგიკური კავშირის არსებობისას). **მასლოუს** თანახმად, *კრეაციულობა* მემკვიდრეობით ახასიათებს ყველას, მაგრამ უმრავლესობას მას აკარგვინებს აღზრდისა და განათლების დამკვიდრებული სისტემა და სოციალური პრაქტიკა. ყოველდღიურ ცხოვრებაში *კრეაციულობა* ვლინდება როგორც *მიხვედრილობა, საზრიანობა.*

- **კრიტერიუმი** (< *ძვ. ბერძ. Κριτήριον* გარჩევის, განსხვავების უნარი, საშუალება მსჯელობისათვის, საზომი) – ნიშანი, რომლის საფუძველზეც წარმოებს რაიმის შეფასება, განსაზღვრა ან კლასიფიკაცია; შეფასების საზომი.
- **მეტაენა** (< *ბერძ. Μετα* შემდეგ) – „ზეენა“; ენა, რომლის დანიშნულებაა ენის აღწერა. ცნება გამოიყენება ლინგვისტიკაში, ფილოსოფიაში, ინფორმატიკაში და სხვ. ბუნებრივი ენა შეიძლება წარმოადგენდეს თავისივე მეტაენას. მაგალითად, ქართული ენის აღწერისათვის შეიძლება იგივე ქართული ენის გამოყენება. მეტაენის ცნება შემოიღო *ალფრედ ტარსკიმ.* ეს ცნება იძლევა მრავალი პარადოქსის დაძლევის საშუალებას.
- **მეტალინგვისტიკა** (< *ბერძ. Μετα* შემდეგ; *ლათ. Lingua* ენა) – ენათმეცნიერების დარგი, რომელიც სწავლობს ენის შინაარსობრივი მხარის თავისებურებებს მოლაპარაკე კოლექტივის აზროვნებასა და მის საზოგადოებრივ ცხოვრებასთან დაკავშირებით, როგორც ლინგვისტიკური ერ-თეულების ბუნებაში შეღწევისა და მათი ფუნქციონირების კანონზომიერებათა აუცილებელ პირობას.
- **მეტამათემატიკა** (< *ბერძ. Μετα* შემდეგ; *ძვ.ბერძ. μάθημα* შესწავლა, მეცნიერება) – მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება, რომელიც ფორმალური მეთოდების საშუალებით სწავლობს მათემატიკის საფუძვლებს, მათემატი-

კური დამტკიცებებისა და მათემატიკური თეორიების სტრუქტურას. ტერმინი *„მეტამათემატიკა“* სიტყვა-სიტყვით ნიშნავს: *მათემატიკის საზღვრებს გარეთ.*

- **მიკოლოგია** (< *ძვ. ბერძ. μύκης* სოკო) – ბიოლოგიის დარგი, მეცნიერება სოკოების შესახებ.
- **მონოლოგი** (< *ძვ.ბერძ. μόνος* ერთი; *λόγος* მეტყველება) – მოქმედი პირის მეტყველება, ძირითადად დრამატულ ნაწარმოებში. იგი ამორთულია პერსონაჟების სასაუბრო ურთიერთობიდან და, *დიალოგისგან* (ნ.) განსხვავებით, არ გულისხმობს უშუალო გამოძახილს; მეტყველება, რომელიც მიპყრობილია მსმენელების ან საკუთარი თავისადმი.
- **ნომინატივი** (*ლათ. Nominativus*) **–** სახელობითი ბრუნვის ლათინური სახელწოდება. არსებითი სახელის მეშვეობით ნომინატივში გადმოიცემა საგნის მიკუთვნება კლასისათვის და ეს მიკუთვნება დროითი სტაბილურობის მიმართებით არ არის მარკირებული, ხოლო ზედსართავი სახელის მეშვეობით ნომინატივში ამ მიმართებით მარკირებული არ არის თვისება (ხარისხი).
- **ნოუმენი** (< *ბერძ. Νούμενον* ჩაწვდომადი) – *საგანი ან მოვლენა, რომელიც გვეძლევა რაციონალური შემეცნებით. მის არსში ჩაწვდომა შეიძლება მხოლოდ გონებით. საპირისპიროა ფენომენი.*
- **ოპერატორი** (< *ლათ. Operator მუშაკი, შემსრულებელი < ლათ. Operor* ვმუშაობ, ვმოქმედებ) **–** იგივეა, რაც *ასახვა* მათემატიკაში. ტერმინი „ოპერატორი“ გვხვდება მათემატიკის სხვადასხვა დარგში. როგორც წესი, ოპერატორის ქვეშ ესმით მათემატიკის მოცემული დარგისათვის რომელიღაც განსაკუთრებული ასახვები. მაგალითად, ფუნქციონალურ ანალიზში ოპერატორის ქვეშ ესმით ისეთი ასახვა, რომელიც ფუნქციას უთანადებს სხვა ფუნქციას.

(„ოპერატორი ფუნქციათა სივრცეში“ უკეთ ჟღერს, ვიდრე „ფუნქციის ფუნქცია“).

- **პარციალური** (< *ლათ. Partialis* ნაწილი) – ნაწილობრივი, რაც შეადგენს რაღაცის ნაწილს, რაც ეხება ცალკეულ ნაწილებს; სინონიმებია: *განსაკუთრებული, ცალკეული, მიკერძოებული, ნაწილობრივი.*
- **პერსევერაცია** (< *ლათ. Persevērātiō* დაჟინება, სიჯიუტე; < *ლათ. Persevero* ავიხირებ, ავიჩემებ)) – ამა თუ იმ მოქმედების, აზრის ან განცდის აკვიატებული ციკლური გამეორება ან დაჟინებული კვლავწარმოება, ხშირად შეგნებული ნების საწინააღმდეგოდ. *პერსევერაციას* განასხვავებენ მოძრაობით, ემოციონალურ, სენსოპერცეფციულ და ინტელექტუალურ სფეროებში. ამიტომ გამოყოფენ *აზროვნების პერსევერაციას, მოტორულ, ემოციონალურ, სენსორულ* პერსევერაციებს. მეტყველების პერსევერაციის მაგალითია ზეპირ ან წერით მეტყველებაში რომელიმე სიტყ-ვის აკვიატებული გამეორება და სხვ. ვარაუდობენ, რომ პერსევერაციის საფუძველია ნეირონული სტრუქტურების ციკლური აგზნების პროცესები, რაც დაკავშირებულია მოქმედების შეწყვეტის შესახებ სიგნალის დაგვიანებასთან.
- **პერტინენტულობა** (< *ლათ. pertineo* ვეხები; *pertinēre* გავრცელება, მიღწევა, მიკუთვნება, ხელის შეწყობა) – საინფორმაციო-ძიებითი სისტემის მიერ მოძიებული დოკუმენტების შესაბამისობა მომხმარებლის ინფორმაციულ მოთხოვნებთან. სხვა სიტყვებით, ეს არის სასარგებლო ინფორმაციის მოცულობის შეფარდება მიღებული ინფორმაციის მთელ მოცულობასთან.
- **პერცეფცია** (< *ლათ. Perceptio* წარმოდგენა, აღქმა < *ლათ. Percipio* შევიგრძნობ, აღვიქვამ) – ობიექტური სინამდვილის უშუალო ასახვა გრძნობათა ორგანოების მიერ; თანამედროვე ფსიქოლოგიაში ეს იგივეა, რაც *აღქმა. ლაიბ-*

ნიცმა გამოიყენა ტერმინი *პერცეფცია* ბუნდოვანი აღ-ქმის (შთაბეჭდილების) აღსანიშნავად, *აპერცეფციის* – ცხადი და ნათელი აღქმის საწინააღმდეგოდ.

- **პიროვნული კონსტრუქტი** – შეფასებითი სისტემა, რომელსაც ინდივიდი იყენებს მისი ცხოვრებისეული ობიექტების კლასიფიკაციისათვის. ეს ტერმინი ფსიქოლოგიაში **კელიმ** შემოიღო აღსანიშნავად იმ კოგნიციური შაბლონებისა, რომლებსაც ადამიანი თვითონ ქმნის და შემდეგ ცდილობს, შეუთანაზომოს ისინი იმ რეალიებს, რომელთაგანაც შედგება ეს სამყარო. კონსტრუქტი ადამიანს აძლევს საშუალებას, არა მარტო ახსნას სხვისი ქცევა, არამედ გააკეთოს საკუთარი ქცევის პროგნოზირებაც, რადგანაც კონსტრუქტი იძლევა ასეთი ქცევის ფაქტობრივ პროგრამას. პიროვნული კონსტრუქტი არის იდეა ან აზრი, რომელსაც ადამიანი იმისათვის იყენებს, რომ გააცნობიეროს, ახსნას ან იწინასწარმეტყველოს თავისი გამოცდილება მიმსგავსებისა და კონტრასტის ტერმინებში. ინდივიდის პიროვნება მეტნაკლებად მნიშვნელოვანი კონსტრუქტების ორგანიზებულ სისტემას წარმოადგენს. ნ. *კონსტრუქტი.*
- **პოლილოგი** (< *ბერძ. πόλις* მრავალრიცხოვანი; *λόγος* მეტყველება) – მრავალი მონაწილის საუბარი. ამასთან, იგულისხმება, რომ მოლაპარაკის როლი გადადის ერთი პირიდან მეორეზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში ლაპარაკი გადაიქცევა *მონოლოგად* (ნ.); არის სიტყვა *დიალოგის* (ნ.) *რელატიური* (ნ.) სინონიმი, რადგანაც შეცდომაა, რომ დიალოგში ვიგულისხმოთ ზუსტად ორი თანამოსაუბრე (ბერძნული პრეფიქსი „*დია-*“ (через) სიტყვაში *დიალოგი* და ბერძნული „*დი-*“ (ორი) მხოლოდ გარეგნულად ჰგვანან ერთმანეთს). ამასთან დაკავშირებით, *დიალოგში,* როგორც *პოლილოგში,* შეიძლება მონაწილეობდეს პირთა ნებისმიერი რაოდენობა.

- **პრაგმატიკა** (< *ძვ.ბერძ. πράγμα, πράγματος* საქმე, მოქმედება) – ენათმეცნიერების ტერმინი, რომელიც აღნიშნავს: 1). *სემიოტიკის* ნაწილს, რომელიც შეისწავლის მიმართებებს ნიშნიერ სისტემებსა და იმათ შორის, ვინც იყენებს ამ სისტემებს, იკვლევს მათ მიერ ნიშნების ინტერპრეტაციის პრობლემებს; 2). ერთობლიობა იმ პირობებისა, რომლებიც თან სდევს ენობრივი ნიშნის გამოყენებას; 3). ენათმეცნიერების ნაწილი, რომელიც შეისწავლის მოლაპარაკეთა მიერ ენობრივი ნიშნების გამოყენების პირობებს. პრაგმატიკის ზემოქმედება განისაზღვრება გამონათქვამის შინაარსითა და გაფორმებით. თარგმნის შედეგად პრაგმატიკული მნიშვნელობის ნაწილი შეიძლება დაიკარგოს.
- **პრედიკატი** (< *ლათ. Praedicatum* განცხადებული, ნახსენები, ნათქვამი) – *ლოგიკასა და ლინგვისტიკაში:* მტკიცების შემასმენელი, ის, რაც გამოითქმის (დასტურდება ან უარიყოფა) სუბიექტის შესახებ. *პრედიკატი* სუბიექტთან იმყოფება *პრედიკატიულ* მიმართებაში და უჩვენებს, ესა თუ ის თვისება გააჩნია საგანს თუ არ გააჩნია; *მათემატიკაში:* იგივეა, რაც საგამონათქვამო ფორმა და წარმოადგენს ლოგიკურ ფუნქციას. ეს არის ნებისმიერი მათემატიკური წინადადება, რომელშიც არის ერთი ცვლადი მაინც.
- **პრედიკატივი –** ნებისმიერი შედგენილი შემასმენელი შედგება ზმნური ნაწილისა და სახელითი ნაწილისაგან, სწორედ ამ სახელით ნაწილს ეწოდება *პრედიკატივი.*
- **პრედიკატიულობა** – მიმართება, რომელიც უჩვენებს: ესა თუ ის თვისება გააჩნია საგანს თუ არ გააჩნია; წინადადების ზოგადი მახასიათებელი ნიშნებია ინფორმაციის მიწოდების *პრედიკატიულობა* და *ინტონაცია.*
- **პროგნოზი** (< *ბერძ. πρόγνωσις* განჭვრეტა, წინასწარმეტყველება) – მეცნიერული მეთოდების მეშვეობით მომავ-

ლის წინასწარმეტყველება, აგრეთვე, – ამ წინასწარმეტყველების შედეგი.

- **პროგნოსტიკა –** მეცნიერება მომავლის წინასწარმეტყველებისათვის. ფილოსოფია სვამს პროგნოზირების (ფუტუროლოგიის) ორ პრობლემას: პირველი – მომავალი არ არსებობს როგორც ობიექტი, მეორე – პროგნოზირება, რო-გორც ყოფიერების განვითარების ტენდენციის კვლევა, არ არის მეცნიერება. იმავდროულად: ნებისმიერი თეორია, საზოგადოებრივი ცნობიერების ნებისმიერი ფორმა გულისხმობს მომავლის შესახებ ფიქრებს, მომავლის იმედის გარეშე აზრი არა აქვს ახლანდელობას. პროგნოზირება და დაგეგმარება მენეჯმენტის ერთ-ერთი ძირითადი ფუნქციებია. პროგნოზირებისათვის იყენებენ სტატისტიკურ მეთოდებს და მეთოდებს, შექმნილს ექსპერტების შეფასებათა საფუძველზე.
- **პროგნოსტიკული აზროვნება** – აზროვნება, რომელიც ორიენტირებულია მომავალზე.
- **რედუქცია** (< *ლათ. Reductio* დაყვანა; აყვანა; უკან მოყვანა) – მრავალმნიშვნელობიანი ტერმინია. ლოგიკასა და მათემატიკაში: რომელიმე თვალსაზრისით უფრო მოხერხებულ სახემდე ამა თუ იმ მონაცემების დაყვანისა და გარდაქმნის ლოგიკურ-მეთოდოლოგიური ხერხი, როცა ეს სახე იმითაა მოხერხებული, რომ ადვილად ექვემდებარება ანალიზსა და ამოხსნას. *რედუქციის* ზოგადი პროტოტიპული მნიშვნელობაა: *შეკვეცა, შემცირება.*
- **რელევანტი** (< *ლათ. relevo* აწევა, შემსუბუქება) **–** აქტუალური ანალიტიკის პორტალი. ჟურნალისტიკაში აქტუალური ანალიტიკის ცნების გამოყენება მოწოდებულია იმისათვის, რომ გამოავლინოს ტექსტის აგების, წყაროსთან მუშაობის, აღსაწერი მოვლენების წანამძღვრების, არსისა და შედეგების ძირითადი პრინციპები. ასევე, –

ძირითადი პრინციპები იმ პოზიციისა, რომელიც მათ-დამი გააჩნია ავტორს.

- **რელევანტურობა –** ინფორმაციულ ძიებაში: დოკუმენტის ძიებითი სახისა და ძიებითი მოთხოვნის სემანტიკური შესაბამისობა. უფრო ზოგადი აზრით: *ადეკვატურობა,* ე.ი. რელევანტურობაში მოცემულია არა მარტო შესაბამი-სობის ხარისხის შეფასება, არამედ – შედეგის პრაქტი-კული გამოყენებადობის ხარისხის შეფასებაც, ასევე, – ამოცანის ამოხსნის ვარიანტის სოციალური გამოყენე-ბადობის ხარისხის შეფასება. სინონიმებია: *არსებითობა, მნიშვნელოვნობა;* ანტონიმია: *ირელევანტურობა.* რელე-ვანტურობის სახეებია: 1. ***შინაარსობრივი რელევანტუ-რობა*** – დოკუმენტის შესაბამისობა ინფორმაციულ მოთ-ხოვნასთან, რაც განისაზღვრება არაფორმალური გზით; 2. ***ფორმალური რელევანტურობა*** – შესაბამისობა, რო-მელიც განისაზღვრება ძიებითი მოთხოვნის სახისა და დოკუმენტის ძიებითი სახის შედარების გზით გარკვე-ული ალგორითმის საშუალებით.
- **რემა** (< *ძვ.ბერძ. ῥῆμα* ნათქვამი) – წინადადების აქტუა-ლური (არაფორმალური, ფუნქციური) დანაწევრების შე-დეგად მიღებული ნაწილი, რომელიც შეიცავს ახალ ინ-ფორმაციას იმის შესახებ, რაზედაც ლაპარაკია მოცემულ შეტყობინებაში (იხ. *თემა*). ამ აზრით, *რემა* ზოგჯერ მოი-ცავს იმას, რასაც აღნიშნავს პრედიკატი. ე.ი. იმას, რაც ითქმის სუბიექტის შესახებ. მაგრამ თემა-რემული დამო-კიდებულება არ ემთხვევა სუბიექტ-ობიექტის ტრადიცი-ულად მიღებულ განსხვავებას. მაგალითად, წინადადე-ბაში „წიგნი დევს თაროზე“ და „თაროზე დევს წიგნი“ ორსავე შემთხვევაში „წიგნი“ სუბიექტია, ხოლო „დევს თაროზე“ – პრედიკატი. მაგრამ პირველ წინადადებაში „წიგნი“ არის თემა, მეორეში კი – რემა. და შესაბამისად,

პირველ წინადადებაში „დევს თაროზე“ არის რემა, მეორეში კი – თემა.

- **რეპრეზენტაცია** (< *ლათ. repraesetatio, re + praesetare* წარმოდგენა) — წარმოდგენილობა, გამოსახვა, ასახვა ერთისა მეორეში ან მეორეზე, ე.ი. ლაპარაკია შინაგან სტრუქტურებზე, რომლებშიც წარმოდგენილია სამყაროს, სოციუმისა და საკუთარი თავის ის სურთი, რომელიც უყალიბდება ადამიანს ცხოვრების მანძილზე. ტერმინი მრავალმნიშვნელობიანია, გამოიყენება ფილოსოფიაში, ისტორიაში, ფსიქოლოგიაში, კულტუროლოგიაში, სოციოლოგიაში, სოციალურ შემეცნებაში.
- **რეტროსპექტივა** (< *ლათ. retrospectare* მიხედვა უკან) – მზერა წარსულში, მიმოხილვა იმისა, რაც წარსულში იყო.
- **რეტროსპექტიული აზროვნება** – აზროვნება, რომელიც ორიენტირებულია წარსულზე.
- **რეფერენტი –** *ყოველდღიურობითი გაგებით:* რეფერატის წამკითხველი; თანამდებობის პირი, მომხსენებელი, კონსულტანტი. *ლინგვისტიკაში:* არაენობრივი სინამდვილის ობიექტი, რომელსაც ავტორი გულისხმობს რომელიმე კონკრეტული ენობრივი სიტუაციის კონტექსტში; *რეფერენციის* საგანი. ამა თუ იმ სამეტყველო მონაკვეთის რეფერენტი შეიძლება ეკუთვნოდეს არა მხოლოდ გარესამ-ყაროს, არამედ წარმოსახვითსაც. მაგალითად, იყოს მხატვრული ნაწარმოების პერსონაჟი, აბსტრაქციის ობიექტი და სხვ. სიტყვის რეფერენტი არ იცვლება სიტყვის გრამატიკული ფორმის ცვლისას. ტერმინი შემოიღო *ოგდენმა* 1923 წელს.
- **რეფერენცია** (< *ლათ. referens* შემფარდებელი, შემპირისპირებელი) – აქტუალიზირებული (მეტყველებაში ჩართული) სახელების, სახელთა ჯგუფების ან მათი ეკვივალენტების მიმართებულობა არაენობრივი სინამდვილის ობიექტებთან (რეფერენტებთან, დენოტატებთან).

სხვა სიტყვებით, *რეფერენცია* არის ნიშნის შესატყვისობა არაენობრივი სინამდვილის ობიექტებთან კომუნიკაციების პროცესში. ტერმინს აქვს ფართო და ვიწრო გაგება. *ფართო გაგებით:* გამონათქვამში ყოველ სიტყვას თავისი რეფერენტი გააჩნია; *ვიწრო გაგებით:* რეფერენცია სიტყვის შესატყვისობაა ამ სიტყვით აღნიშნული კლასის ობიექტების მხოლოდ იმ ნაწილთან, რომელსაც მოლაპარაკე გამოყოფს თავის ცნობიერებაში. რეფერენცია განისაზღვრება სინტაქსური, ლოგიკურ-სემანტიკური და პრაგმატიკული ფაქტორებით.

- **რეცეფცია** (< *ლათ.* *Receptio* მიღება) – მექანიკური, თერმული, ელექტრომაგნიტური, ქიმიური და სხვა გამღიზიანებლების აღქმა და ნერვულ სიგნალებში გარდაქმნა (ტრანსფორმაცია).
- **სემანტიკა** (< ძვ.ბერძ. *σημαντικός* აღმნიშვნელი) – ენათმეცნიერების დარგი, რომელიც სწავლობს ენობრივ ერთეულთა მნიშვნელობებს, ნიშნების მიმართებას მათდამი. შესწავლის ინსტრუმენტად ღებულობენ *სემანტიკურ ანალიზს.* მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს და მეოცე საუკუნის დასაწყისში *სემანტიკას* ხშირად უწოდებდნენ *სემასიოლოგიას.* მეცნიერები, რომლებიც სემანტიკას იკვლევენ, დღემდე იწოდებიან სემასიოლოგებად.
- **სემასიოლოგია** (< *ძვ.ბერძ. σημασία* ნიშანი, ჩვენება) – ნ. *სემანტიკა.*
- **სემიოლოგია** იგივეა, რაც *სემიოტიკა.*
- **სემიოტიკა** (< *ბერძ. Σημειωτική* < *ძვ.ბერძ. σημεῖον* ნიშანი) – მეცნიერება, რომელიც იკვლევს ნიშნებისა და ნიშანთა სისტემების თვისებებს. ეს არის მეცნიერება ურთიერთობის პროცესში გამოყენებული კომუნიკაციური სისტემებისა და ნიშნების შესახებ. სემიოტიკაში გამოიყოფა ნიშნისა და ნიშნიერი სისტემის შესწავლის სამი ძირითადი ასპექტი: 1). *სინტაქტიკა,* 2). *სემანტიკა,* 3). *პრაგმატიკა.*

- **სიგნიფიკაცია** (< *ლათ. Significatio* სიგნალიზაცია, გარეგანი გამოსახვა) – 1. სიმბოლურ საშუალებათა მეშვეობით მნიშვნელობების (ცნებათა) ფიქსაციის პროცესი; აღნიშვნა გარესამყაროული ან წარმოსახვითი ობიექტებისათვის ნიშნების (მაგალითად, სიტყვების, მათემატიკური სიმბოლოების და სხვათა) მინიჭების გზით; 2. ურთიერთობის ნიშნების შექმნა და გამოყენება ადამიანთა მიერ, ამ ნიშანთათვის გარკვეული მნიშვნელობებისა და აზრების მინიჭება, მიკუთვნება.
- **სიმულტანური** (< *ლათ. similis* მსგავსი; *ლათ. Simul* ერთსა და იმავე დროს) **–** ერთდროულად, ერთსა და იმავე დროს მიმდინარე; სინქრონული; სინონიმებია: *ერთდროული, სინქრონული;* ანტონიმებია: *სუკცესიური, თანამიმდევრული, სხვადასხვადროული.* ფსიქოლოგიაში ტერმინი *სიმულტანური* აღნიშნავს რომელიმე ფსიქიკური პროცესების მიმდინარეობის პრაქტიკულ ერთდროულობას მათი შეკუმშულობისა და ავტომატიზირებულობის გამო. მაგალითად, სიმულტანურია მთარგმნელისინქრონისტის მიერ ზეპირი მეტყველების აზრობრივი აღქმა მშობლიურ და უცხოურ ენაზე. თუ ადამიანი არასაკმარისად ფლობს უცხოურ ენას, მაშინ უცხოური მეტყველების აზრობრივი აღქმისა და თარგმნის პროცესი ხდება გაშ-ლილი (*სუკცესიური*).
- **სინერგია** (< *ბერძ. Συνεργία*: *συν* ერთად; *εργός* მოქმედი, მოქმედება: *ძვ. ბერძ.* თანამონაწილეობა, თანამოქმედება, დახმარება) – ორი ან მეტი ფაქტორის ურთიერთქმედების ერთმთლიანი ეფექტი, როცა ეს ფაქტორები ხასიათდებიან იმით, რომ ზემოხსენებული ერთმთლიანი ეფექტი არსებითად ჭარბობს ცალკეული კომპონენტების ქმედებათა ეფექტების ჩვეულებრივ ჯამს. ერთდროულად მოქმედი რამდენიმე ფაქტორის ურთიერთძალვის ანალოგიური მნიშვნელობით იგი ასახვას პოულობს ფსი-

ქოლოგიასა და ფილოსოფიაში. მართლმადიდებლობაში *სინერგია* ნიშნავს ადამიანისა და ღმერთის ერთობლივ ძალისხმევას ხსნისა და გმირობის საქმეში.

- **სინექტიკა** (< *ინგლ. Synectics* სხვადასხვაგვარი ელემენტების შეთავსება) – კვლევის მეთოდიკა, რომელიც ემყარება კოლექტიური ინტელექტუალური საქმიანობის სოციალურ-ფსიქოლოგიურ მოტივაციას. 1961 წელს შემოღებულია *გორდონის* მიერ. წარმოადგენს *გონებრივი იერიშის მეთოდის* (ნ.) შემდგომ განვითარებასა და სრულყოფას. *სინექტიკური იერიშის* დროს. *გონებრივი იერიშისაგან* განსხვავებით, დასაშვებია კრიტიკა, რომელიც ხელს უწყობს გამოთქმული იდეების განვითარებასა და სახე-ცვლილებებს. ეს იერიში მიჰყავს მუდმივ ჯგუფს. მისი წევრები თანდათანობით ეჩვევიან ერთად მუშაობას, ძლევენ კრიტიკის შიშის გრძნობას, არ წყინთ ერთმანეთის, როცა ვინმე უარყოფს მათ წინადადებას. სინექტიკაში გამოიყენება ოთხი სახის ანალოგია (ნ.): *1) პირადი ანალოგია (ემპათია), 2) პირდაპირი ანალოგია, 3) სიმბოლური ანალოგია, 4) ფანტასტიკური ანალოგია.*
- **სინთეზი** (< *ძვ. ბერძ. Σύνθεσις* შეერთება, შეკრება, დაკავშირება) – ადრე დანაწევრებული მთელის (საგნის, ცნების, თვისების, პროცესის ან საგანთა შორის მიმართების) ნაწილების კვლავ ერთმთლიანობაში აზრითი ან რეალური შეერთების პროცესი. *ანალიზთან* ერთიანობაში *სინთეზი* საშუალებას გვაძლევს, მივიღოთ წარმოდგენები შესასწავლი საგნის მდგენელებს შორის კავშირების შესახებ. *სინთეზი* კვლევის მეთოდიცაა.
- **სინტაქტიკა** (< *ბერძ. Συντακτικός* წესრიგში მომყვანი) – ენათმეცნიერებისა და *სემიოტიკის* ნაწილი, რომელიც სწავლობს ე.წ. სინტაქსურ, ე.ი. ნიშანთა სისტემების წმინდა სტრუქტურულ თვისებებს. აქ განიხილება ნიშანთა ურთიერთშეხამების წესები, მიმართებები მათ შორის,

სიტყვათა ურთიერთკავშირი მხოლოდ მათი ნიშნიერე-ბის დონეზე, ნიშანთა სისტემების შინაგანი თვისებები არა-ფარდობითად ინტერპრეტაციისადმი.

- **სოციოგენური** *(< ლათ. socius* საზოგადოებრივი; *ბერძ. Γένος* გვარი, წარმოშობა) – რასაც სოციალურობაში უდევს სათავე, რაც გამოწვეულია საზოგადოებრივი მოვ-ლენებითა და პროცესებით.
- **სუბიექტი** (< *ლათ. Subjectum* ქვემდებარე) – მრავალ-მნიშვნელობიანი ტერმინია. *ლოგიკაში:* მტკიცების ქვემ-დებარე, საგანი, რომლის შესახებაც რაიმე დასტურდება ან უარიყოფა; *ფსიქოლოგიაში:* სულიერი ცხოვრების აქ-ტიური თვითშემმეცნებელი საწყისი, რომელიც თავის თავს უპირისპირებს გარესამყაროსა და თავის საკუთარ მდგო-მარეობებს, განიხილავს რა მათ როგორც ობიექტს; *გრამატიკაში:* ქვემდებარე, სემანტიკური კატეგორია, რო-მლის მნიშვნელობაა მოქმედების მწარმოებლობა ან მდგომარეობის მატარებლობა.
- **სუბსტრატი** (< *ლათ. Substratum* საფუძველი, ფუნდამენ-ტი) – ტერმინი მრავალმნიშვნელობიანია. ფილოსოფია-ში: *ფართო გაგებით* – ყოველი არსებულის საფუძველი. ამასთან, *სუბსტრატი* ხშირად გაიგივებულია მატერიას-თან, ***სუბსტანციასთან.*** *ვიწრო გაგებით* – უმარტივესი სტრუქტურები ან წარმონაქმნები, რომლებიც საგნის ნე-ბისმიერი გარდაქმნისას რჩება უცვლელი და განაპირო-ბებს მის კონკრეტულ თვისებებს (მაგალითად, ატომები ქიმიური რეაქციებისას).
- **სუკცესია** (< *გერმ. sukzessiv* < ლათ. *Successivus* მომდევნო, შემდგომი) – რომელიმე პროცესის მიმდინარეობის გაშ-ლილი თანამიმდევრობა. მაგალითად, მეტყველება ან ხე-ლის მოძრაობა წარმოადგენს *სუკცესიურ* პროცესს. მაგ-რამ პათოლოგიის ზოგიერთი სახის დროს (მაგალითად, *პერსევერაციებში*) სუკცესიური პროცესი შეიძლება და-

ირღვეს, და მაშინ ავადმყოფს ერთი მოძრაობიდან მეორეზე გადართვისას შეენიშნება არევა, გადაცდენა, მჟღავნდება ინერტულობა, მეტყველებითი დაბრკოლებები და სხვ. სუკცესიის თეორიას იმთავითვე ამუშავებდნენ გეობოტანიკოსები, შემდეგ განზოგადდა მისი გამოყენება. თეორიის ერთ-ერთი პირველი დამმუშავებელი იყო *ფრედერიკ კლემენტსი,* მანვე შემოიღო ტერმინი *სუკცესია.* ამ ტერმინით მან აღნიშნა სუკცესიური მწკრივის (სერიის) შემქმნელი, დროში ერთი მეორის შემცვლელი გაერთიანებები, სადაც ყოველი წინა სტადია (სერიული გაერთიანება) ქმნის პირობებს შემდგომის განვითარებისათვის.

- **სუკცესიური** – თანამიმდევრული, თანდათანობითი, შემდგომნაბიჯობითი. საპირისპიროა *სიმულტანური.*
- **ტაქსონომია** (< *ძვ.ბერძ. τάξις* წყობა, რიგი; *νόμος* კანონი) – სწავლება კლასიფიკაციისა და სისტემატიზაციის პრინციპებისა და პრაქტიკის შესახებ. ტერმინებს ***„ტაქსონომია“*** და ***„სისტემატიკა“*** ხშირად აიგივებენ, მაგრამ, თუ საკითხს მკაცრად მივუდგებით, ტაქსონომია მხოლოდ ნაწილია სისტემატიკისა. ტერმინი ***„ტაქსონომია“*** შემოღებულ იქნა 1913 წელს *ოგიუსტენ დეკანდოლის* მიერ და იმთავითვე მხოლოდ ბიოლოგიაში გამოიყენებოდა მცენარეთა კლასიფიკაციისათვის. მოგვიანებით ამ ტერმინმა გამოყენება ჰპოვა კლასიფიკაციისა და სისტემატიზაციის ზოგადი თეორიის აღსანიშნავად და გამოყენებულ იქნა ისეთ მეცნიერებებში, როგორიცაა: ლინგვისტიკა, გეოგრაფია, გეოლოგია და სხვ.
- **ტრადუქცია** (< *ლათ. Traductio* გადაადგილება) – გაშუალებული მსჯელობის სახე, რომელშიც წანამძღვრები და დასკვნა ზოგადობის თანაბარი ხარისხის მტკიცებებია. *ტრადუქციულ* მსჯელობას წარმოადგენს *ანალოგია.* წანამძღვრებისა და დასკვნის ხასიათის მიხედვით ტრა-

დუქცია შეიძლება იყოს სამი ტიპის: 1. დასკვნა ერთეულადიდან ერთეულადისკენ; 2. დასკვნა კერძოდან კერძოსკენ; 3. დასკვნა ზოგადიდან ზოგადისკენ.

- **ტრანსცენდენტურობა** (< ლათ. *Transcendens* აღმატებული; ზღვარს გადაცილებული) – ფილოსოფიური ცნება, რომელიც ახასიათებს ყოველივე იმას, რაც ცდისეული შემეცნებისათვის პრინციპიალურად მიუწვდომელია ანუ არ არის დაფუძნებული ცდაზე. საპირისპიროა *იმანენტურობა* (ნ.). ფართო გაგებით *ტრანსცენდენტური* გაიგება როგორც *იმიერი, მიღმური,* განსხვავებით *იმანენტურისაგან,* რომელიც გაიგება როგორც *ამიერი, საქაოური.*
- **ტრანსფორმაცია** (< *ლათ.* *Transformatio* გარდაქცევა, გარდაქმნა) – რისამე სახის, ფორმის ცვლილება, ცვლა, გარდაქმნა, გარდაქცევა, გარდასახვა.
- **ფატიკა** (< *ლათ.* *Fatuor* სისულელის ლაპარაკი) – მეტყველებითი მოვლენა, რომელიც განსაკუთრებულ ხასიათს ატარებს, ვლინდება არცთუ ისე იშვიათად და ეხება მეტყველების მიზანმიმართულობას. ეს არის ორი მოცლილი, უსაქმო ადამიანის საუბარი, რომელშიც მოსაუბრეები კი არ ისახავენ რომელიმე კომუნიკაციურ მიზნებს, კი არ მიმართავენ რომელიმე მეტყველებით ტაქტიკას, არამედ ერთმანეთში ცვლიან რეპლიკებს, ერთმანეთს წარმოუდგენენ გარკვეულ ფაქტობრივ ინფორმაციას და ა.შ. იმისათვის, რომ დრო გაატარონ ან დრო მოკლან, გაერთონ მეტყველებითი ურთიერთობით. ასეთი საუბარი შეიძლება დავახასიათოთ როგორც ორივე მხრიდან შეგნებულად არასერიოზული საუბარი, ცარიელსიტყვაობა, რომელიც არავის არაფერში არ ავალდებულებს. *ფატიკური საუბარი* ხშირი იყო ე.წ. მაღალ საზოგადოებაში. *ფატიკას* ვხვდებით, მაგალითად, გაცნობის დროს ან მატარებლებში უცნობ მგზავრებს შორის, როცა

ისინი გააბამენ ხოლმე მოკლე ან გაუთავებელ, საკმაოდ თავაზიან საუბრებს ამინდის, ფასების, სპორტისა და ათასგვარ მოვლენათა შესახებ. ამასთან ახლოსაა, ალბათ, ცარიელი, უშინაარსო გამოსვლა კრებაზე და სხვ. *ფატიკური საუბარი* ადვილი სულაც არ არის, მის წაყვანას თავისებური ხელოვნება და ოსტატობა სჭირდება. საზოგადოების გამოცდილებაში არსებობს დაუწერელი კანონები *ფატიკური საუბრების* თემების, მისი წაყვანის სიტუაციებისა და სხვათა შესახებ.

- **ფენომენი** (< *ბერძ. Φαινόμενον წარმოდგენადი)* – საგანი ან მოვლენა, რომელიც გვეძლევა გრძნობადი შემეცნებით. საპირისპიროა *ნოუმენი.*
- **ფსიქოგენური** (< *ბერძ.* πςίχε სული, *γενεςίς* წარმოშობა, გენეზისი) – რასაც ადამიანის ფსიქიკური (სულიერი) ცხოვრების (გრძნობების, აზროვნების, მეტყველების, ნებისყოფის) წარმოშობაში უდევს სათავე.
- **ჰალო-ეფექტი** (< ინგლ. *Halo* ორეოლა, ბრწყინვა; *effectus* მოქმედება, შედეგი) – რაიმის ან ვინმეს (მოვლენის, ადამიანის, საგნის და სხვ.) შესახებ, მის კერძო თავისებურებათა აღქმისას, ზოგადი შთაბეჭდილების ზემოქმედების შედეგი. მაგალითისათვის გამოდგება შთაბეჭდილება, რომ მიმზიდველი გარეგნობის ადამიანებს აქვთ დიდი გონებრივი შესაძლებლობები. ჰალო-ეფექტის ექსპერიმენტალური დამტკიცება პირველად ედვარდ თორნდაიკმა ჩაატარა. პედაგოგიური დაკვირვებისას ჰალო-ეფექტი ხშირად შეცდომების წყაროა.

ლიტერატურა

1. ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა და ტექნოლოგია. თბილისი, 2011.
2. ჯემალ ჯინჯიხაძე. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. თბილისი, 1990.
3. ჯემალ ჯინჯიხაძე. თანამედროვე პედაგოგიური ტექნოლოგიები. თბილისი, 2012.
4. ჯემალ ჯინჯიხაძე. პედაგოგის ჩანაწერები ანუ აღსარება. თბილისი, 1995.
5. თამაზ მორალიშვილი, გიგლა ონიანი, გიორგი ჯინჯიხაძე. სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. თბილისი, 2008.
6. რომანოზ დანელია, ჯემალ ჯინჯიხაძე. მათემატიკა, საყმაწვილო ენციკლოპედია. თბილისი, 2004.
7. ხათუნა შაბანოვა, დანიელ რომანიშვილი. უცხოპლანეტელთა მათემატიკა. თბილისი, 2010.
8. ნათელა ვასაძე. პედაგოგიკა. თბილისი, 2004.
9. ივანე კალაძე. სწავლების შინაარსის დიფერენციაციის თეორიული საფუძვლები. თბილისი, 1994.
10. დიმიტრი უზნაძე. პედაგოგიური თხზულებანი. თბილისი, 2005.
11. დიმიტრი უზნაძე. შრომების ექვსტომეული. თბილისი, 1956-1977.
12. განათლების ფსიქოლოგია. რედ. მ. ჯაფარიძე. თბილისი, 2005.
13. ნათია ჯანაშია, ნათელა იმედაძე, სოფიო გიორგაძე. განვითარებისა და სწავლების თეორიები. თბილისი, 2008.
14. ლია სვანიძე. ლექციები ეკონომიკურ ფსიქოლოგიაში. შემეცნებითი სწავლება. თბილისი, 2009.

15. იმერი ბასილაძე, მაია ახვლედიანი, ნინო სოხაძე, ნატო დვალი. მოკლე საგანმანათლებლო დიდაქტიკური ლექსიკონი. ქუთაისი, 2009.
16. Шалва Амонашвили. Размышления о гуманной педагогике. М., 1996.
17. Шалва Амонашвили. Школа жизни. М., 1998.
18. Л. Н. Стефанова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов, В. П. Радченко, В. В. Крылов, В. И. Снегурова, И. А. Иванов. Методика и технология обучения математике. Курс лекции. М., 2005.
19. Л. Н. Стефанова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов, А. В. Орлова, В. П. Радченко, В. В. Крылов, В. Е. Ярлолюк, В. И. Снегурова, И. А. Иванов. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум. М., 2007.
20. А. В. Белошистая. Методика обучения математике в начальной школе. М., 2007.
21. Н. Б. Истомина. Методика обучения математике в начальной школе. М., 2002.
22. Л. В. Виноградова. Методика преподавания математики в средней школе. Ростов-на-Дону, 2005.
23. Л. В. Шелехова. Сюжетные задачи по математике. Майкоп, 2007.
24. Л.М. Фридман. Теоретические основы методики обучения математике. М., 2005.
25. Дж. Икрамов. Теория и практика развития математической культуры школьника. Ташкент, 1984.
26. А. В. Хуторский. Эвристическое обучение. М., 1998.
27. И. Я. Лернер. Проблемное обучение. М., 1974.
28. И. С. Якиманская. Развивающее обучение. М., 1979.
29. В. В. Давыдов. Проблемы развивающего обучения. М., 1986.
30. В. В. Давыдов. Виды обобщения в обучении. М., 2000.
31. О. К. Тихомиров. Психология мышления. М., 1984.
32. А. Р. Лурия. Язык и сознание. М., 1979.
33. Н. Г. Салмина. Знак и символ в обучении. М., 1988.
34. Википедия – свободная энциклопедия.

35. Дж. Гилфорд. Три стороны интеллекта//Психология мышления. М., 1965.
36. Д. Н. Узнадзе. Психологические исследования. М., 1966.
37. В. А. Крутецкий. Психология математических способностей школьника. М., 1968.
38. Я. Л. Коломинский. Человек: психология. М., 1986.
39. Ж. Адамар. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М., 1970.
40. Г. Вейль. Математическое мышление. М., 1989.
41. Г. Фройденталь. Математика как педагогическая задача. М., 1982.
42. У. У. Сойер. Прелюдия к математике. М., 1972.
43. В. С. Гончаров Типы мышления и учебная деятельность. Свердловск, 1988.
44. С. Л. Рубинштейн. О мышлении и путях его исследования. М., 1958.
45. М. Кордуэлл. Психология. А – Я: Словарь-справочник / Пер. с англ. К. С. Ткаченко. – М., 1999.
46. А. З. Зак. Как определить уровень развития мышления школьника. М., 1982.
47. А. Г. Войтов. Самоучитель мышления. М., 2006.
48. Т. А. Иванова, А. С. Горчаков. Дидактические условия развития математической речи школьников. Ярославский педагогический вестник, 2010, № 4.
49. Ю. А. Петров, А. А. Столяр. О педагогическом аспекте семиотического анализа вопросов: в кн.: Логика и проблемы обучения. М., 1977.
50. В. И. Слободчиков, Е.И. Исаев. Основы психологической антропологии человека. М., 1995.
51. Д. Бизам, Я. Герцег. Многоцветная логика. М., 1978.
52. Д. М. Златопольский. Интеллектуальные игры в информатике. Петербург, 2004.
53. Е. А. Беляев., В.Я. Перминов. Философские и методологические проблемы математики. М.,1981.
54. Пол Локхард. Плач математика. http://fregimus.live journal.com.

დასკვნის მაგიერ

- მთელი ცოდნა იწყება ეჭვით და მთავრდება რწმენით. ***ებნერ-ეშენბახი***
- ადამიანს გონებისკენ სამი გზა აქვს: *აზროვნება* – ყველაზე კეთილი, *მიბაძვა* – ყველაზე ადვილი, *გამოცდილება* – ყველაზე ძნელი. ***კონფუცი***
- ჭეშმარიტი სიტყვა არ არის ლამაზი. ლამაზი სიტყვა არ არის ჭეშმარიტი. ზნემაღალი კაცი არ დავობს. ვინც დავობს, არ არის ზნემაღალი. ბრძენი სიბრძნეს ფლობს და დუმს. უმეცარი – უმეცრებას და ქადაგებს. ***ლაო-ძი***
- კარგად მოწყობილი ტვინი უფრო მეტის ღირსია, ვიდრე კარგად ავსებული. ***მონტენი***
- ყველანი, ვინც იდეას შორდებიან, ბოლოს და ბოლოს შეგრძნების ანაბარა რჩებიან. ***გოეთე***
- უფრთხილდი საკუთარ აზრებს, ვინაიდან აზრები ზეცაში ისმის! ***წმ. გრიგოლ ღვთისმეტყველი***
- სამშობლო, ესაა ენა ქართული, ესაა სული ჩვენი დიდებული წინაპრებისა, ათასობით წმინდა მოწამისა, მეფეთა, კათალიკოს-პატრიარქთა, ღირსთა და ღმერთშემოსილთა მამათა და დედათა, ესაა ჩვენი უთვალავი ტაძარი და მონასტერი, ჩვენი სიწმინდეები, ხელოვნება, არქიტექტურა, მწერლობა, ესაა ჩვენი ხასიათი და აზროვნების წესი; ესაა ჩვენი წარსული, აწმყო და მომავალი. ***ილია II*** *სრულიად საქართველოს კათალიკოს-პატრიარქი*
- ადამიანების უმეტესობა ამბობს, რომ ინტელექტი ქმნის დიდ მეცნიერს. ისინი ცდებიან. დიდ მეცნიერს ქმნის ხასიათი. ***ალბერტ აინშტაინი***
- აზროვნების სწავლება საკმაოდ ძველი იდეაა. ჯერ კიდევ ანტიკურ საბერძნეთში ბერძენი ახალგაზრდები სწავლობდნენ მათემატიკას და ფილოსოფიას აზროვნების გავარჯიშების მიზნით. ***ძველი წიგნებიდან***

- დღეები ბედნიერად და უბედურად მეჩვენებიან იმის მიხედვით, მეწვევიან თუ არა მშვენიერი აზრები. ***გრიგოლ რობაქიძე***
- მეცნიერება აზრის მრავალსაუკუნოვანი დაუცხრომელი მუშაობაა, რათა სისტემის საშუალებით მოუყაროს თავი ჩვენი სამყაროს ყველა შემეცნებად მოვლენას. ***ალბერტ აინშტაინი***
- მეცნიერება და ხელოვნება იბადებიან ცხოვრებისაგან და არსებობენ ცხოვრებისათვის; ისინი წინ მიდიან ცხოვრებისა გამო და მერე თავის რიგზედ თვითვე წინ მიჰყავთ ცხოვრება. ***ილია ჭავჭავაძე***
- ადამიანს უნდა სწამდეს, რომ გაუგებარი შეიძლება გავიგოთ; თორემ წინააღმდეგ შემთხვევაში ის არც იფიქრებდა მასზე. ***გოეთე***
- ძე ბრძენი მამის სწავლასა კვალად და კვალად ინებსა. ***არჩილ მეფე***
- არ არსებობს აზრი, რომლის გამოთქმაც არ შეიძლებოდეს უბრალოდ და ნათლად. ***გერცენი***
- ლუკმანსა ჰკითხეს: ვისგან ისწავლე სიბრძნე?
  მან უპასუხა: ბრმებისგან. ისინი ხომ ფეხს მანამდე არ დასძრავენ, სანამ არ მოსინჯავენ იმ ადგილს, საითაც უნდა გადადგან ნაბიჯი. ***საადი***
- აზროვნება უდიდესი ღირსებაა, და სიბრძნე ისაა, რომ ჭეშმარიტებას არ უღალატო. ***ჰერაკლიტე ეფესოელი***
- საშინელია გონება, თუ კაცს არ ემსახურება. ***სოფოკლე***
- ყოველ ადამიანში მზეა, – ოღონდ აცალეთ, რომ გაანათოს. ***სოკრატე***
- ჭკუის სრულყოფისათვის იაზროვნე, კი არ იზეპირო. ***რენე დეკარტი***
- მოუარეთ თქვენს სხეულს, თუ გსურთ, რომ თქვენი გონება სწორად მუშაობდეს. ***რენე დეკარტი***
- კარგი აზრები უნებურად სხვებსაც აიძულებენ, რომ კარგი აზრები გამოთქვან. ***ბესარიონ ბელინსკი***
- ვინც შეგირდი არ ყოფილა, ვერასოდეს გახდება ოსტატი. ***კონსტანტინე გამსახურდია***

ჯემალ ჯინჯიხაძე

სასკოლო მათემატიკური განვითარების ძირითადი პრობლემები

ДЖЕМАЛ ДЖИНДЖИХАДЗЕ

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ

JEMAL JINJIKHADZE

THE BASIC PROBLEMS‘ DEVELOPMENT OF SHOOL MATHEMATICS