

Wolfgang Krings | Artur Wanner

# Kleine Baustatik

Grundlagen der Statik und Berechnung von Bauteilen

14. Auflage

**STUDIUM**



Wolfgang Krings | Artur Wanner

# Kleine Baustatik

Grundlagen der Statik und Berechnung von Bauteilen

14., überarbeitete und aktualisierte Auflage

Mit 197 Abbildungen und 44 Tabellen

STUDIUM



**VIEWEG+**  
**TEUBNER**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Professor Dr.-Ing. Wolfgang Krings, Fachhochschule Köln  
Artur Wanner, Architekt, Bad Schwartau

Hinweise auf DIN-Normen in diesem Werk entsprechen dem Stand der Normung bei Abschluss des Manuskripts. Maßgebend für das Anwenden der DIN-Norm ist deren Fassung mit dem neuesten Ausgabedatum, die bei der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, erhältlich ist. Sinngemäß gilt das gleiche für alle in diesem Buch angezogenen amtlichen Richtlinien, Bestimmungen, Verordnungen usw.

- 7. Auflage 1976
- 8. Auflage 1980
- 9. Auflage 1985
- 10. Auflage 1991
- 11. Auflage 1999
- 12. Auflage 2001
- 13. Auflage 2005
- 14., überarbeitete und aktualisierte Auflage 2009

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009

Lektorat: Dipl.-Ing. Ralf Harms | Sabine Koch

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.  
[www.viewegteubner.de](http://www.viewegteubner.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Technische Redaktion: Dipl.-Vw. Annette Prenzer

Druck und buchbinderische Verarbeitung: STRAUSS GMBH, Mörlenbach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-0750-2

## Vorwort

Es ist eine verbreitete Ansicht, dass Statik nur der verstehen kann, der auch Mathematik sehr weitgehend beherrscht. Dieses ist zweifellos richtig für große und schwierige Bauteile. Es trifft aber nicht zu für die statische Berechnung einfacher Bauteile, wie sie auf jeder Baustelle vorhanden sind. Es sollte vielmehr jeder Baupraktiker imstande sein, solche einfachen Aufgaben auch selbst zu lösen. Dieses Buch will ihm die Wege hierzu aufzeigen.

Es fußt daher nur auf mathematischen Kenntnissen, wie sie etwa die Hauptschule vermittelt, und Statik wird dem Leser im Wesentlichen an Hand praktischer Beispiele und durch Hinweise auf praktische Erfahrungen nahe gebracht. Soweit irgend möglich, werden die Gesetze der Statik aus der Anschauung und aus bekannten Erscheinungen auf der Baustelle abgeleitet. Der Praktiker wird dabei erfahren, dass die oft so gefürchtete Statik nicht ein ihm fremdes Gebiet ist, sondern dass er sich vielmehr in seinem beruflichen Alltag fast ständig mit ihr beschäftigt, ohne sich dessen bewusst zu werden.

An 75 Beispielen wird der Gang der Berechnungen bei den verschiedenen Kräftewirkungen erläutert, und 91 Übungen sollen dazu dienen, den Leser tiefer in die einzelnen Gebiete einzuführen und ihn zum selbständigen Lösen von Aufgaben anzuhalten. Die hierzu erforderlichen Zahlentafeln und Auszüge aus den DIN-Normen sind im Anhang in 44 Tabellen enthalten. Am Schluss des Buches sind die Ergebnisse aller Übungen genannt, so dass der Leser die Richtigkeit seiner eigenen Lösung prüfen kann.

In der letzten Zeit sind fast alle für die Statik erforderlichen Normen überarbeitet worden. Im Klartext bedeutet dieses ein neues Bemessungskonzept und neue Bezeichnungen für sehr viele Größen.

Es existiert zum Beispiel für den Stahlbetonbau eine neue Norm (DIN 1045-1), die ab dem 1.1.2005 angewandt werden muss. Bei anderen Baustoffen und Bauarten befinden wir uns zur Zeit noch in einer Umstellungsphase von alten Normen auf neue Normen, bzw. Normentwürfe. Auch hat der Detailreichtum und damit der Umfang aller neuen Normen im Vergleich zu den alten Normen zugenommen.

Trotzdem habe ich mich bei der Überarbeitung von diesem Buch nur auf wesentliche Dinge beschränkt und die Berechnungen so einfach wie möglich dargestellt. Das hat dann natürlich zur Folge, dass nicht alles behandelt werden kann. Zum Beispiel wurden Stahlbetonstützen, Konstruktionsregeln und Gebrauchstauglichkeitsnachweise, wie z.B. die Durchbiegungsbeschränkung von Bauteilen, nicht behandelt.

# Inhaltverzeichnis

<b>Einleitung</b> .....	1
<b>1 Kräfte am Bauwerk</b> .....	3
1.1 Bauen und Berechnen.....	3
1.2 Kräfte im Gleichgewicht.....	4
1.3 Lasten.....	6
<b>2 Sicherheitskonzepte</b> .....	13
2.1 Nachweis mit dem globalen Sicherheitskonzept (alt).....	13
2.2 Nachweis mit dem Teilsicherheitskonzept (neu).....	14
<b>3 Druckkräfte und Zugkräfte</b> .....	17
3.1 Der Baugrund nimmt Druckkräfte auf.....	17
3.2 Last und Lastverteilung in Fundamenten.....	20
3.3 Druckfeste Trägersauflager.....	25
3.4 Wände und Pfeiler können ausknicken.....	28
3.5 Belastung durch Zugkräfte.....	36
3.6 Geschwächte Zugquerschnitte.....	38
<b>4 Scherkräfte</b> .....	43
4.1 Scherkräfte erzeugen Schubspannungen.....	43
4.2 Scherkräfte an Hängewerken.....	44
<b>5 Biegung</b> .....	47
5.1 Drehen und Biegen.....	47
5.2 Gleichgewicht.....	48
5.2.1 Zweiseitiger Hebel.....	48
5.2.2 Einseitiger Hebel.....	51
5.3 Auflagerkraft.....	52
5.3.1 Balken auf zwei Stützen.....	52
5.3.2 Balken mit gemischter Belastung.....	55
5.3.3 Kragbalken.....	58
5.4 Zusammensetzen von parallelen Kräften.....	60
5.5 Rechnerisches Ermitteln von Schwerpunkten.....	63
5.6 Biegelehre.....	66
5.6.1 Balken und Platten werden auf Biegung beansprucht.....	66
5.6.2 Biege­widerstand – Biege­spannungen – Wider­stands­moment.....	69
5.6.3 Bemessung der Balken.....	72
5.6.4 Balken mit übersichtlichen Einzellasten.....	73

5.7	Gefährdeter Querschnitt.....	77
5.7.1	Balken mit mehreren Einzellasten .....	77
5.7.2	Balken mit Streckenlasten .....	81
5.7.3	Balken mit gemischter Belastung .....	85
5.7.4	Balken auf zwei Stützen mit Kragarm .....	87
5.8	Berechnungsformeln für häufige Laststellungen .....	91
5.9	Balken und Träger in einem Haus .....	94
5.10	Spannung bei einachsiger Ausmittigkeit .....	101
<b>6</b>	<b>Kräftedarstellung.....</b>	<b>109</b>
6.1	Zeichnerische Darstellung von Kräften .....	109
6.2	Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften .....	110
6.2.1	Zusammensetzen von Kräften mit dem Kräfteparallelogramm ...	110
6.2.2	Zusammensetzen von Kräften mit dem Kräftedreieck.....	113
6.2.3	Zusammensetzen von mehr als zwei Kräften mit dem Kräftezug (Kräftepolygon) .....	115
6.2.4	Zerlegen von Kräften mit dem Kräftedreieck.....	117
6.2.5	Zusammensetzen von Kräften mit dem Seileck.....	119
6.2.6	Zeichnerisches Bestimmen von Schwerpunkten .....	122
6.2.7	Zerlegen von Kräften mit dem Seileck .....	123
6.3	Kräfte wirken auf Balken.....	125
6.3.1	Balken auf zwei Stützen mit Einzellasten.....	125
6.3.2	Balken mit Streckenlast und gleichmäßig verteilter Last .....	128
6.3.3	Balken mit Kragarm und Einzellasten .....	130
<b>7</b>	<b>Knickgefahr und Knicksicherheit .....</b>	<b>133</b>
7.1	Trägheit gegen Ausknicken .....	133
7.2	Flächenmoment.....	134
7.3	Stützen aus Stahl und Holz .....	135
7.4	Stützen aus unbewehrtem Beton .....	140
<b>8</b>	<b>Fachwerkträger und Stabkräfte.....</b>	<b>143</b>
<b>9</b>	<b>Stahlbeton-Bauteile.....</b>	<b>149</b>
9.1	Beton und Stahl wirken zusammen.....	149
9.2	Biegebeanspruchte Bauteile.....	149
9.3	Bezeichnungen im Stahlbetonbau.....	151
9.4	Bestimmungen für die Ausführung von Stahlbetonarbeiten .....	151
9.5	Berechnen von Stahlbeton-Bauteilen.....	154
9.5.1	Stahlbeton-Deckenplatte.....	154
9.5.2	Stahlbeton-Kragplatte .....	159

9.5.3	Stahlbeton-Rechteckbalken .....	163
9.5.4	Schub bei Platten und Rechteckbalken.....	165
<b>10</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>171</b>
<b>Tabelle 10.1</b>	<b>Winkelfunktionen .....</b>	<b>171</b>
<b>Tabelle 10.2</b>	<b>Lastannahmen für Bauten; Berechnungsannahmen für Lagerstoffe Baustoffe und Bauteile nach DIN 1055 T 1 charakteristischen Werte .....</b>	<b>172</b>
<b>Tabelle 10.3</b>	<b>Verkehrslasten (Nutzlasten) für Hochbauten nach DIN 1055 Teil 3 (Auszug) .....</b>	<b>174</b>
<b>Tabelle 10.4</b>	<b>Schneelastzonenkarte (DIN 1055-5, Juli 2005) .....</b>	<b>177</b>
<b>Tabelle 10.5</b>	<b>Charakteristische Schneelasten <math>s_k</math> auf dem Boden in <math>\text{kN/m}^2</math> ...</b>	<b>177</b>
<b>Tabelle 10.6</b>	<b>Formbeiwerte <math>\mu</math> für flach geneigte Dächer in Abhängig- keit der Neigung.....</b>	<b>178</b>
<b>Tabelle 10.7</b>	<b>Windzonenkarte, DIN 1055-4, März 2005 .....</b>	<b>178</b>
<b>Tabelle 10.8</b>	<b>Geschwindigkeitsdruck <math>q</math> bis 25 m Höhe.....</b>	<b>179</b>
<b>Tabelle 10.9</b>	<b>Außendruckbeiwerte <math>c</math> für Flachdächer <math>&gt; 10 \text{ m}^2</math> .....</b>	<b>179</b>
<b>Tabelle 10.10</b>	<b>Außendruckbeiwerte <math>c</math> für Pultdächer <math>&gt; 10 \text{ m}^2</math> .....</b>	<b>180</b>
<b>Tabelle 10.11</b>	<b>Außendruckbeiwerte <math>c</math> für Satteldächer <math>&gt; 10 \text{ m}^2</math> .....</b>	<b>181</b>
<b>Tabelle 10.12</b>	<b>Charakteristische Werte <math>f_k</math> Druckfestigkeit von Mauerwerk mit Normalmörtel nach DIN 1053-100 .....</b>	<b>182</b>
<b>Tabelle 10.13</b>	<b>Charakteristische Werte <math>f_k</math> Druckfestigkeit von Mauerwerk mit Dünnbett- und Leichtmörtel nach DIN 1053-100.....</b>	<b>182</b>
<b>Tabelle 10.14</b>	<b>Aufnehmbarer Sohldruck in <math>\text{kN/m}^2</math> charakteristische Werte für Streifenfundamente auf nichtbindigen und schwach feinkörnigen Böden nach DIN 1054 (01.03) .....</b>	<b>183</b>
<b>Tabelle 10.15</b>	<b>Aufnehmbarer Sohldruck charakteristische Werte für Streifenfundamente bei bindigem und gemischtkörnigem Baugrund in <math>\text{kN/m}^2</math> .....</b>	<b>183</b>
<b>Tabelle 10.16</b>	<b>Mindestwerte für <math>n = d/b_0</math> (<math>\hat{=} \tan \alpha</math>) bei unbewehrten Betonfundamenten nach DIN 1045.....</b>	<b>184</b>
<b>Tabelle 10.17a</b>	<b>Rechenwerte der charakteristischen Kennwerte <math>f_k</math> für Nadelholz (Bauschnitt- und Rundholz) nach DIN 1052: 2004 .....</b>	<b>184</b>
<b>Tabelle 10.17b</b>	<b>Rechenwerte der charakteristischen <math>f_k</math> Kennwerte für Laubschnittholz nach DIN 1052: 2004. ....</b>	<b>184</b>
<b>Tabelle 10.18</b>	<b>Rechenwerte der charakteristischen Kennwerte <math>f_k</math> für homogenes Brettschichtholz (h) aus Nadelholz nach DIN 1052: 2004. ....</b>	<b>185</b>
<b>Tabelle 10.19</b>	<b>Knickabminderungsfaktoren <math>\kappa</math> für Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C24 (S 10/C24M) nach DIN 1052:2004 .....</b>	<b>185</b>

<b>Tabelle 10.20</b>	Knickabminderungsfaktoren $\kappa$ für kombiniertes (c) und homogenes (h) Brettschichtholz nach DIN 1052: 2004 .....	186
<b>Tabelle 10.21</b>	Rundhölzer, Querschnittsmaße und statische Werte $\gamma = 6,5 \text{ kN/m}^3$ .....	187
<b>Tabelle 10.22</b>	Kanthölzer (Nadelschnitthölzer) $\gamma = 6,0 \text{ kN/m}^3$ .....	187
<b>Tabelle 10.23</b>	Rechteckquerschnitte aus Brettschichtholz; Querschnittsmaße und statische Werte für $b = 10 \text{ cm}$ , $\gamma = 5 \text{ kN/m}^3$ .....	189
<b>Tabelle 10.24</b>	Warmgewalzte schmale I-Träger nach DIN 1025 .....	190
<b>Tabelle 10.25</b>	Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger) IPBI-Reihe, leichte Ausführung nach DIN 1025 .....	191
<b>Tabelle 10.26</b>	Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger) IPB-Reihe, mit parallelen Flanschflächen .....	192
<b>Tabelle 10.27</b>	Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger) IPBv-Reihe, verstärkte Ausführung nach DIN 1025 T 4 .....	193
<b>Tabelle 10.28</b>	Warmgewalzte mittelbreite I-Träger IPE-Reihe nach DIN 1025 Teil 5 .....	194
<b>Tabelle 10.29</b>	Warmgewalzter rundkantiger U-Stahl nach DIN 1026 .....	195
<b>Tabelle 10.30</b>	Warmgewalzter gleichschenkliger rundkantiger L-Stahl nach DIN 1028 .....	196
<b>Tabelle 10.31</b>	Warmgewalzter ungleichschenkliger rundkantiger L-Stahl nach DIN 1029 .....	197
<b>Tabelle 10.32</b>	Auflagerkräfte und Biegemomente für häufige Belastungsfälle .....	199
<b>Tabelle 10.33</b>	Abminderungsfaktoren $\kappa$ für den Biegeknicknachweis bei Baustahl .....	200
<b>Tabelle 10.34</b>	Nennwerte von Betonstahl BSt 500 .....	201
<b>Tabelle 10.35</b>	Bemessung für Stahlbetonbauteile auf Biegung .....	201
<b>Tabelle 10.36</b>	Querschnitt von Plattenbewehrung $a_s$ in $\text{cm}^2/\text{m}$ , $s$ = Stababstand, $n$ = Stabanzahl .....	202
<b>Tabelle 10.37</b>	Balkenbewehrung: Stahlquerschnitt $A_s$ in $\text{cm}^2$ .....	203
<b>Tabelle 10.38</b>	Neue Lagermatten .....	203
<b>Tabelle 10.39</b>	Größte Anzahl von Stahleinlagen in einer Lage Balkenbreite $b_w$ ; 3,0 cm Betondeckung .....	204
<b>Tabelle 10.40</b>	Rundstahlquerschnitte $a_{sbü}$ in $\text{cm}^2/\text{m}$ für zweischnittige Bügel .....	204
<b>Tabelle 10.41</b>	Abminderungsbeiwerte $\kappa$ für unbewehrte Betondruckglieder .....	205
<b>Tabelle 10.42</b>	Expositionsklassen und Mindestfestigkeiten nach DIN 1045-1 .....	205
<b>Tabelle 10.43</b>	Betondeckungsmaße $c_{\text{nom}}$ in mm für Betonstahl .....	209
<b>Tabelle 10.44</b>	Abstandhalter-Richtwerte (Abstände, Anzahl, Anordnung) ....	210

<b>Ergebnisse der Übungen .....</b>	<b>211</b>
<b>Sachwortverzeichnis.....</b>	<b>215</b>

## Einleitung

Ein Buch, das ein dem Leser bisher unbekanntes Stoffgebiet behandelt, darf nicht schnell gelesen werden.

In ein neues Stoffgebiet muss man langsam eindringen und das Buch Seite für Seite gründlich durcharbeiten, damit man alles versteht und auch anzuwenden lernt.

Mit Rücksicht hierauf ist das Buch in viele Abschnitte und Unterabschnitte eingeteilt, deren Umfänge möglichst klein gehalten wurden. Der Leser, dem das Gebiet der Statik neu ist, sollte an einem Tage möglichst nur einen Unterabschnitt durcharbeiten. Hierzu gehört aber nicht nur das Durchlesen. Die Beispiele, die den Rechnungsgang angeben, müssen unter gleichzeitigem Nachschlagen der eingesetzten Tafelwerte durchgerechnet und die Übungen sorgfältig gelöst werden. Die gefundenen Ergebnisse sind mit den Ergebnissen der Übungen zum Schluss zu vergleichen. Kleine Abweichungen sind belanglos, jedoch lassen große Unterschiede auf eine fehlerhafte Lösung schließen.

Der Leser sollte auch nicht einzelne Beispiele oder gar Abschnitte überspringen. Jedes Beispiel und jede Übung zeigt eine neue Anwendung, auf der sich häufig spätere Berechnungen aufbauen. Man sollte auch nicht einen beliebigen Abschnitt, für den man gerade Interesse hat, aus dem Buch herausgreifen. Zu dessen Verständnis würden dann die vorhergehenden Ausführungen fehlen. Die Statik ist ein Gebiet, das in jeder Beziehung folgerichtig aufgebaut ist und in das man sich am besten, vom Einfachen zum Schwierigen fortschreitend, einarbeitet.

Die „Kleine Baustatik“ kann in der Zielsetzung nicht allen Leserwünschen gerecht werden. Autor und Verlag möchten daher die bisherige Beschränkung auf den wichtigsten Gebiete der Elementarstatik beibehalten. Der Fachlehrer, der mit diesem Buch unterrichtet, muss je nach Stoffplan und Kenntnisstand seiner Schüler manche Abschnitte durch- Übungen erweitern, andere kürzen, einige Sondergebiete (z.B. den Holzbau) hinzufügen.

Im Stahlbau ist mit der neuen DIN 18800 ein völlig neues Sicherheits- und Berechnungskonzept eingeführt. Mittlerweile liegen auch für den Stahlbetonbau, den Holzbau und den Mauerwerksbau auch neue Normen mit dem neuen Sicherheitskonzept vor. Daher wurden in der letzten Auflage des Buches auch die Nachweise für Baustahl, Stahlbeton, Beton, Mauerwerke und Holz auf des neue Sicherheitskonzept umgestellt.

Die Lastannahmen für Schnee und Wind, sowie der Knicknachweis für Wände aus Mauerwerke wurden nun auch auf die neuen Normenentwürfe umgestellt.

# 1 Kräfte am Bauwerk

## 1.1 Bauen und Berechnen

Bewundernd stehen wir heute noch vor alten Bauten, die die Jahrhunderte überdauert haben. Die Treppe in Bild 1.1 scheint sich fast schwerelos empor zu winden. Schön sind ihre Formen, und harmonisch ausgeglichen erweckt sie den Eindruck, dass sie allen Belastungen gewachsen ist. Solche und andere Bauwerke haben die alten Handwerksmeister errichtet ohne genaue Kenntnisse der Gesetze der „Statik“ und der „Festigkeitslehre“ und ohne vorherige Berechnung. Sie hatten ein Gefühl für die richtigen und zweckmäßigen Abmessungen. Wegen geringer Lohnkosten und Abgaben konnten sie es sich auch leisten, mit dem Baustoff verschwenderischer umzugehen, als wir es heute können.

Eine neuzeitliche Stahltreppe wie in Bild 1.2 darf heute nicht ohne statische Berechnung gebaut werden. Wir dürfen uns nicht mehr auf unser „Gefühl“ verlassen, zumal uns dies im Laufe der Zeit mehr und mehr verloren geht. Neue Baustoffe und Bauarten (z. B. der Stahlbeton, der Ingenieur-Holzbau, der Stahlbau) erfordern sichere Beherrschung der Gesetze und Regeln, nach denen die einzelnen Bauteile wie auch das gesamte Bauwerk zu bemessen sind.



**Bild 1.1** Treppe in Schloss Niederschönhausen, erbaut um 1700



**Bild 1.2** Neuzeitliche Stahltreppe

Neuzeitliche Bauwerke werden nach festen Regeln und Gesetzen bemessen, deren wichtigste auch der Bauhandwerker kennen sollte.

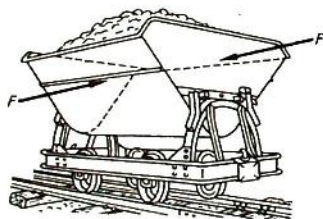
Je mehr er mit den Grundgedanken der Statik und Festigkeitslehre vertraut wird, desto mehr wird er erkennen, dass das, was die Praxis täglich lehrt, von der Statik und Festigkeitslehre bestätigt wird. Und er wird finden, dass er viele seiner Arbeiten sachkundiger ausführen kann.

**Übung 1** Vergleichen Sie alte und neue Bauwerke hinsichtlich der verwendeten Baustoffe und Bauarten sowie hinsichtlich ihrer Abmessungen.

## 1.2 Kräfte im Gleichgewicht

**Gleichgewicht.** Wenn sich ein Muldenkipper auf dem Gleis bewegen soll, muss er durch einen oder zwei Mann angeschoben werden, d.h., es muss auf ihn eine Kraft ausgeübt werden (Bild 1.3). Soll er trotzdem in Ruhe bleiben, muss man auf der anderen Seite mit gleichgroßer Kraft dagegendrücken. Die von beiden Seiten wirkenden Kräfte müssen sich also gegenseitig aufheben, sich das *Gleichgewicht* halten oder – wie man auch sagt – im Gleichgewicht stehen.

Bauwerke können außer der eigenen Gewichtskraft verschiedenen anderen Kräften ausgesetzt sein. Wind bewirkt z. B. Druck- und Sogkräfte an Dächern und Wänden, schwere Fahrzeuge belasten Brücken, Personen und Einrichtungsgegenstände lasten auf den Decken von Gebäuden. Stets sind gleichgroße Gegenkräfte erforderlich, damit das Bauwerk insgesamt in seiner Ruhelage verharrt.



**Bild 1.3**

Der Muldenkipper bleibt nur dann in Ruhe, wenn die auf ihn wirkenden Kräfte gleich groß sind.

Die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte, die an einem Bauteil wirken, nennt man „*Statik*“. Ihre Aufgabe ist es, alle Kräfte zu erfassen und über Fundamente sicher auf tragfähigen Baugrund zu übertragen.

Statik kommt von dem lateinischen Wort „*stare*“, das „stehen“, „in Ruhe sein“ bedeutet. Es kommt also darauf an,

1. die auf einen Bauteil wirkenden Kräfte zu *ermitteln*,

2. die notwendigen Gleichgewichtskräfte (Reaktionskräfte) festzustellen, damit die drei folgenden Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind.

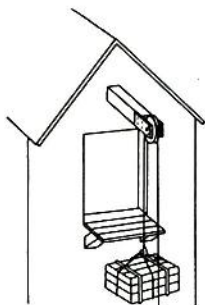
1. Gleichgewichtsbedingung: Summe ( $\Sigma$ ) aller horizontal wirkenden Kräfte = 0	$\Sigma F_H = 0$
2. Gleichgewichtsbedingung: Summe aller vertikal wirkenden Kräfte = 0	$\Sigma F_V = 0$
3. Gleichgewichtsbedingung: Summe aller Momente = 0 (s. Abschn. 5)	$\Sigma M = 0$

Eine Kraft bezeichnen wir mit dem Buchstaben „F“ vom englischen Wort „force“ für „Kraft“

### Beispiel 1

Welche Kräfte wirken auf den Balken, der im Dachgeschoss des Speichers auskragt, und wie halten sie sich das Gleichgewicht (Bild 1.4)?

Am Ende des auskragenden Balkens zieht die Gewichtskraft der am Zugseil hängenden Last. Gleichgewicht entsteht durch die stützende Auflagerkraft des Giebelmauerwerks und durch Verankern des ins Gebäudeinnere führenden (hier nicht dargestellten) Balkenteils. Vergleichbare Fälle gibt es in der Baupraxis bei auskragenden Deckenbalken und -platten (z. B. Balkonplatten), bei auskragenden Dachpfetten, Treppenpodesten und Vordächern.



**Bild 1.4**  
Lastaufzug

**Festigkeit.** Es genügt aber nicht, dass der Balken im Gleichgewicht ist, sondern er darf sich unter der Last auch nicht wesentlich durchbiegen oder gar zerbrechen. Erst die Widerstandsfähigkeit des Materials z. B. gegen Druck-, Zug- und Biegebeanspruchung (= Festigkeit) ermöglicht den belasteten Bauteilen die Aufnahme der angreifenden äußeren Kräfte. Die Regeln der *Festigkeitslehre* ermöglichen es, ausreichende Querschnittsabmessungen z. B. für Balken, Träger, Pfosten, Stützen und Decken festzustellen. Ihre Tragfähigkeit wird wesentlich von der gewählten Querschnittsform und der Eigenfestigkeit des Materials bestimmt.

Nach den Regeln der Festigkeitslehre werden die Abmessungen (Querschnitte) der tragenden Bauteile ermittelt.

Auch hier kommt es wieder darauf an, dass die Kräfte an einem Bauteil im Gleichgewicht sind, denn die von außen wirkenden Kräfte lösen im Innern des Bauteils entgegengesetzt wirkende Reaktionskräfte aus. Dies sind die Festigkeitskräfte (Zusammenhangskräfte) des Materials, die dem Zerreißen, Zerdrücken oder unzulässigen Verformen der Bauteile entgegenwirken.

Die Reaktionskräfte erzeugen Spannungen  $\sigma$  im belasteten Material (z. B. Druck, Zug-, Biegespannungen;  $\sigma$  = griech. sigma).

Ihre natürliche Grenze liegt in der Eigenfestigkeit des Materials. Die Spannungen werden schließlich so groß, dass das Material versagt und bricht.

Spannungen, die zum Bruch eines Materials führen, heißen *Festigkeit* (= Bruchspannung). Unterschiedliche Stoffe erreichen unterschiedliche (materialtypische) Festigkeitswerte.

**Übung 2** Beobachten Sie an verschiedenen Bauteilen (z. B. Wände, Stützen, Fundamente, Deckenbalken), welche äußeren Kräfte auf sie wirken und wie diese Kräfte die Bauteile beanspruchen. Auf welche Weise wird das Gleichgewicht der Kräfte erzielt?

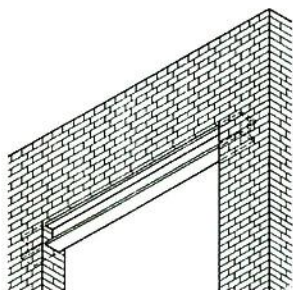
### 1.3 Lasten

Lasten nennen wir alle von außen auf die Teile eines Bauwerks wirkenden Kräfte. Nach der Wirkungsdauer unterscheiden wir zwei Gruppen:

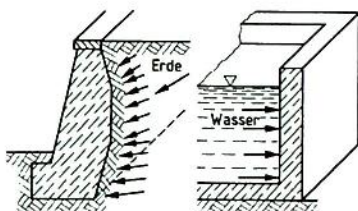
- **ständig wirkende Lasten** wie die Eigenlasten des Tragwerks sowie die fest mit dem Tragwerk verbundenen Bau- und Ausbaulasten (z. B. Mauerwerk, Fußbodenbelag);
- **nicht ständig wirkende Lasten** wie Nutz- und Betriebslasten (Verkehrslasten), leichte Trennwände, Wind und Schnee, Erd- und Wasserdruck.

#### Beispiel 2

- a) Zur Belastung einer Holzbalkendecke zählen außer der Balkeneigenlast der Fußbodenbelag, die untere Verkleidung sowie oft noch Materialschichten zur Schall- und Wärmedämmung.
- b) Der Träger über einer Maueröffnung muss nicht nur die vergleichsweise geringe Eigenlast aufnehmen, sondern auch die Mauerwerkslasten und häufig noch die Lasten aus Deckenauflegern (Bild 1.5).

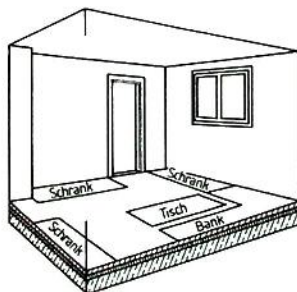


**Bild 1.5** Abfangträger sind durch die Last der Mauer und ihre eigene Last belastet, oft auch noch durch Deckenaflagerlasten.

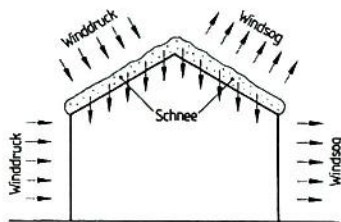


**Bild 1.6** Die Stützmauer wird durch Erddruck, die Behälterwand durch Wasserdruck belastet.

- c) Stütz- und Kellerwände müssen dem Erddruck widerstehen, Behälter und Staumauern dem erheblichen Wasserdruck (Bild 1.6).
- d) Personen, Einrichtungsgegenstände, Geräte und Maschinen, auch leichte unbelastete Trennwände sind als Verkehrslasten den nicht ständig wirkenden Eigenlasten der Decke zuzuordnen (Bild 1.7)
- e) Wind und Schnee sind wesentliche Dachlasten (Bild 1.8). Außenwände mit aussteifenden Querwänden nach DIN 1053 sind dagegen durch Windlast in der Regel nicht gefährdet.
- f) Eigenlasten können bei Flächentragwerken einen wesentlichen Teil der Gesamtlast ausmachen (z. B. Massivdecken). Bei Stabtragwerken (Stützen und Balken) und Fundamenten ist ihr Anteil dagegen meist gering.



**Bild 1.7** Verkehrslast auf einer Wohnhausdecke



**Bild 1.8** Das Gebäude wird durch Winddruck und -sog belastet, das Dach zusätzlich durch Schnee

Tragwerke müssen für den ungünstigsten Belastungsfall bemessen werden. Er entspricht der Summe aller Lasten, die gleichzeitig auftreten können. An den gewählten Querschnitten geeigneter Baustoffe ist nachzuweisen, dass die zulässigen Materialspannungen nicht überschritten werden.

- Lastannahmen** nach DIN 1055 enthalten die vorgeschriebenen Rechenwerte für die statische Berechnung.
- Eigenlasten** berechnen wir aus den Materialangaben zur Baukonstruktion in kN (Bild 1.9),  $1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$ .
- Flächenlasten** berechnen wir überwiegend für Dächer und Decken in  $\text{kN/m}^2$  (Kilonewton je Quadratmeter).
- Streckenlasten** ermitteln wir je m Tragwerk (z. B. Balken, Fundament) in  $\text{kN/m}$  (Kilonewton je Meter).

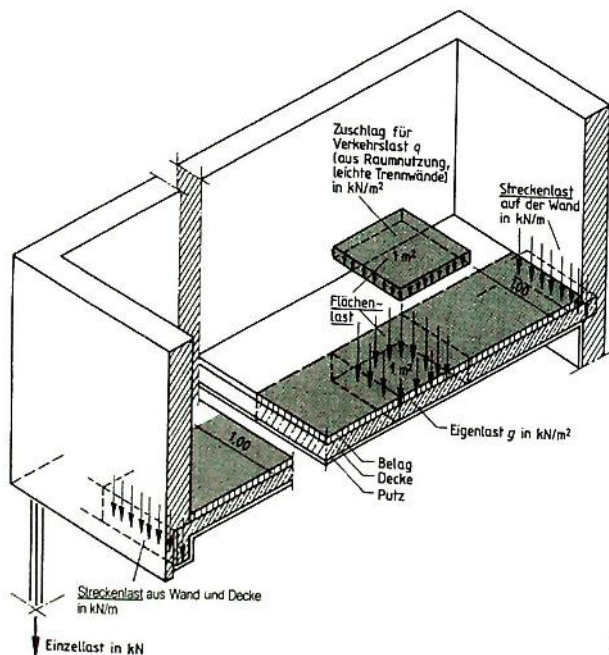


Bild 1.9  
Lastarten

**Punktlasten** werden von Stützen und Balkenauflägern übertragen. Wir ermitteln sie in kN (Kilonewton).

**Die Gesamtlast** für Decken berechnen wir aus der Eigenlast  $g$  und den Verkehrslasten  $q$ .

Eigenlast aus der Gesamtkonstruktion (einschl. der Ausbaulasten)	= $g$
+ Verkehrslast aus Raumnutzung nach DIN 1055	= $q$
+ gegebenenfalls Leichtwandzuschlag nach DIN 1055	= $q'$
<hr/>	
= Gesamtlast in $\text{kN/m}^2$	

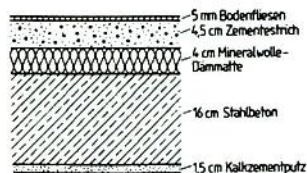
### Beispiel 3

Für die Stahlbetondecke eines Krankenzimmers im Krankenhaus ist die Belastung zu berechnen (Bild 1.10).

#### a) Eigenlast (s. Tab. 10.2, Anhang)

Den Lastannahmen Tab. 10.2 entnehmen wir die Flächenlasten je  $\text{m}^2$  für die Materialdicke 1 cm. Für die Zusammenstellung der Eigenlast gilt somit dieser Ansatz:

für Bodenfliesen	$0,5 \cdot 0,20 \text{ kN/m}^2 = 0,10 \text{ kN/m}^2$ <sup>1)</sup>
für Zementestrich	$4,5 \cdot 0,22 \text{ kN/m}^2 = 0,99 \text{ kN/m}^2$
für Faserdämmstoff	$4,0 \cdot 0,01 \text{ kN/m}^2 = 0,04 \text{ kN/m}^2$
für Stahlbetonplatte	$16,0 \cdot 0,25 \text{ kN/m}^2 = 4,00 \text{ kN/m}^2$
für Kalkzementputz	$1,5 \cdot 0,20 \text{ kN/m}^2 = 0,30 \text{ kN/m}^2$
<hr/>	
Summe der Eigen- und Ausbaulasten	$g = 5,43 \text{ kN/m}^2$



**Bild 1.10**  
Stahlbetondecke in einem Krankenzimmer

b) Verkehrslast	(Tab. 10.3, Anhang)	$q = 1,50 \text{ kN/m}^2$
c) Gesamtlast	$g + q$	<hr/> $= 5,93 \text{ kN/m}^2$

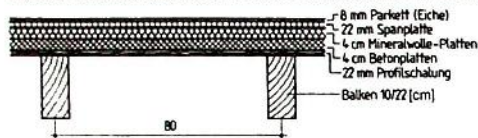
Die Stahlbetondecke muss also für eine maximale Flächenlast von  $5,93 \text{ kN/m}^2$  berechnet werden.

<sup>1)</sup> mathematisch genau:  $0,5 \text{ cm} \cdot 0,20 \text{ kN}/(\text{m}^2 \cdot \text{cm}) = \frac{0,5 \text{ cm} \cdot 0,20 \text{ kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}}$

Wir bleiben jedoch bei der vereinfachten und praxisüblichen Schreibweise.

**Beispiel 4**

Welche Streckenlast ist für 1 lfd. m Deckenbalken anzusetzen (Bild 1.11)?



**Bild 1.11** Kellerdecke in einem Altbau prüfen

Es wird zunächst die Belastung für 1 m<sup>2</sup> Decke (Flächenlast) ohne Berücksichtigung der Balkenlast berechnet. Diese wird erst nach Berechnung der Deckenlast je lfd. m Träger hinzugeschlagen. Vereinfachend dürfte die Balkenlast auch mit etwa 0,15 bis 0,20 kN/m<sup>2</sup> Deckenfläche zur Flächeneigenlast *g* aufgeschlagen werden.

a) **Eigenlast** (Tab. 10.2 und 10.22)

für Parkett (Eiche)	$0,8 \cdot 0,08 \text{ kN/m}^2 = 0,06 \text{ kN/m}^2$
für Spanplatten	$2,2 \cdot 0,075 \text{ kN/m}^2 = 0,17 \text{ kN/m}^2$
für Faserdämmstoff in Platten	$4,0 \cdot 0,02 \text{ kN/m}^2 = 0,08 \text{ kN/m}^2$
für Betonplatten (Normalbeton)	$4,0 \cdot 0,24 \text{ kN/m}^2 = 0,96 \text{ kN/m}^2$
für Sichtschalung	$2,2 \cdot 0,06 \text{ kN/m}^2 = 0,13 \text{ kN/m}^2$
für Balkeneigenlast = $\frac{0,132 \text{ kN/m}}{0,8 \text{ m}}$	= 0,17 kN/m <sup>2</sup>
	<hr/>
	$g = 1,57 \text{ kN/m}^2$

b) **Verkehrslast** (Tab. 10.3)  $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$

c) **Gesamtlast**  $= 3,57 \text{ kN/m}^2$

d) **Streckenlast**

Die Last jedes Balkenfelds verteilt sich zur Hälfte auf den rechten, zur Hälfte auf den linken Balken. Also hat jeder Balken ein  $2 \frac{80 \text{ cm}}{2} = 80 \text{ cm}$  breites Stück der Decke als Streckenlast zu tragen.

Die Belastungsbreite der Balken ist 80 cm.

1 lfd. m Balken wird demnach belastet

– durch die Streckenlast mit  $0,8 \text{ m} \cdot 3,57 \text{ kN/m}^2 = 2,86 \text{ kN/m}$

Die Balkeneigenlast ist bereits in der Deckenlast (a) berücksichtigt.

**Beispiel 5**

Welche Last hat der Baugrund Bild 1.12 aufzunehmen?

Wird die Last von Bauteilen mit Hilfe der Wichte ermittelt, ist der Rauminhalt stets in m<sup>3</sup> zu berechnen, weil die Wichte in den Normen in kN/m<sup>3</sup> angegeben ist (s. Tab. 10.2).

Die Gewichtskraft  $G$  ergibt sich dann aus Volumen mal Wichte.

$$F = V \cdot \gamma \left[ \text{m}^3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = \text{kN} \right]$$

**Beachten Sie:** Die Belastung von Streifenfundamenten berechnen wir stets in Längenschnitten von 1 m, also als Streckenlast. Somit betrachten wir auch das zugehörige Volumen immer je 1 m und setzen deshalb für  $V$  die Einheit  $\text{m}^3/\text{m}$ .

Betrachten wir so die Einheiten der Formel, ergibt sich im Ansatz  $\text{m}^3/\text{m} \times \text{kN}/\text{m}^3$ . Durch Kürzen entfällt die Streckenlänge 1 m. Es verbleibt  $\text{m}^2 \times \text{kN}/\text{m}^3$ .

Der Formelansatz für Streckenlasten ist dann  $G = A \times \gamma$  und die Einheit  $\text{kN}/\text{m}$ .

Lasten der oberen Geschosse = 60,00 kN/m

Mauerwerk aus Vollziegeln mit der Rohdichte  $1,8 \triangleq 18 \text{ kN}/\text{m}^3$

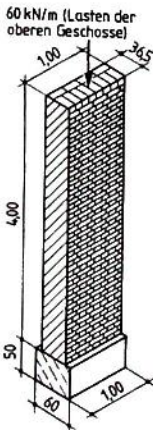
$0,365 \text{ m} \cdot 4,00 \text{ m} \cdot 18 \text{ kN}/\text{m}^3$  = 26,28 kN/m

Fundament in Normalbeton

$0,50 \text{ m} \cdot 0,60 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN}/\text{m}^3$  = 7,20 kN/m

Fundamentbelastung

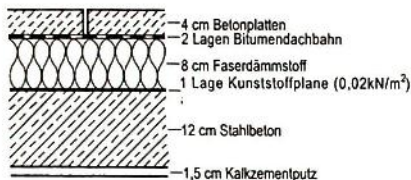
**93,48 kN/m**



**Bild 1.12**  
Hausmauer mit Betonfundament

Streifenfundamente übertragen Streckenlasten auf den Baugrund. Deshalb ermittelt man die Lasten eines Gebäudestreifens von 1 m Länge.

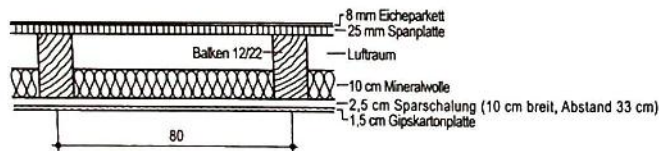
**Übung 3** Welche Last je  $m^2$  hat das waagerechte Stahlbetondach aufzunehmen, das eine Verkehrslast von  $3,5 \text{ kN/m}^2$  aufnehmen soll (Bild 1.13; Tab. 10.2)? Schneelast kann entfallen.



**Bild 1.13**  
Stahlbetondach

**Übung 4** Welche Streckenlast haben die Balken der Holzbalkendecke eines Wohnhauses aufzunehmen (Bild 1.14; Tab. 10.2 und Tab. 10.3)?

*Hinweis:* Für den Dämmstoff ist die Belastungsbreite der Balken  $0,80 \text{ m} - 0,12 \text{ m} = 0,68 \text{ m}$ .



**Bild 1.14** Holzbalkendecke

## 2 Sicherheitskonzepte

Wenn wir sichere Bauteile entwerfen wollen, dann müssen wir auch berücksichtigen, dass die Belastungen sich ungünstig verändern können. Zum Beispiel kann das Eigengewicht eines Baustoffes sich erhöhen, wenn der Baustoff sehr feucht ist. Auch kann es möglich sein, dass die Verkehrslast durch Personen, die eine Decke zu tragen hat, größer ist, als der rechnerische Wert, weil sich zu viele Personen auf der Decke befinden. Man löst diese Problematik indem die Lasten durch die Multiplikation mit Sicherheitsbeiwerten erhöht werden.

Zur Zeit befinden wir uns noch in einer Übergangsphase. Die rechnerische Behandlung der Sicherheitsproblematik wird in fast allen Normen von einem sogenannten „globalen Sicherheitskonzept“ auf ein sogenanntes „Teilsicherheitskonzept“ umgestellt. Einige Nachweise werden aber noch in herkömmlicher Weise erstellt, während andere schon mit dem neueren Konzept mit Teilsicherheitsbeiwerten erfolgen. Am nachfolgenden einfachen Zahlenbeispiel sollen diese unterschiedlichen Vorgehensweise demonstriert werden:

Auf einer Betonfläche von  $1,0 \text{ m}^2$  aus einem unbewehrten Beton C25/30 (ungefähr alter B 25) wirken eine ständige Drucklast (z.B. Eigengewicht) von  $5,0 \text{ MN}$  und eine veränderliche Drucklast (z.B. Verkehrslast) von  $3,2 \text{ MN}$ .

### 2.1 Nachweis mit dem globalen Sicherheitskonzept (alt)

- a) gesamte Lastspannung

$$\text{vorh } \sigma = \frac{5,0 \text{ MN}}{1,0 \text{ m}^2} + \frac{3,2 \text{ MN}}{1,0 \text{ m}^2} = 8,2 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

- b) zulässige Lastspannung (aus Vorschrift)  
für den Beton B 25 mit dem Sicherheitsbeiwert 2,1

$$\text{zul } \sigma = \frac{\beta_R}{\gamma} = \frac{17,5 \text{ MN/m}^2}{2,1} = 8,3 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

- c) Nachweis

$$\text{vorh } \sigma \leq \text{zul } \sigma$$

$$8,2 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} < 8,3 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \rightarrow \text{Nachweis erfüllt!}$$

## 2.2 Nachweis mit dem Teilsicherheitskonzept (neu)

- a) Multiplikation der Lastspannungen mit den Teilsicherheitsbeiwerten: 1,35 für den ständigen und 1,50 für den veränderlichen Anteil

$$\gamma_G = 1,35 \text{ und } \gamma_Q = 1,50$$

$$\sigma_d = \gamma_G \cdot \frac{G_k}{A} + \gamma_Q \cdot \frac{Q_k}{A} = 1,35 \cdot \frac{5,0 \text{ MN}}{1,0 \text{ m}^2} + 1,50 \cdot \frac{3,2 \text{ MN}}{1,0 \text{ m}^2} = 11,55 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

- b) Bemessungsfestigkeit für den Beton C25/30

$$f_d = 0,85 \cdot \frac{f_k}{\gamma} = 0,85 \cdot \frac{25 \text{ MN/m}^2}{1,80} = 11,80 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

- c) Nachweis

$$\sigma_d \leq f_d \quad \text{oder} \quad \frac{\sigma_d}{f_d} \leq 1,00$$

$$11,55 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} < 11,80 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{11,55 \text{ MN/m}^2}{11,80 \text{ MN/m}^2} = 0,98 < 1,00 \rightarrow \text{Nachweis erfüllt!}$$

Die anzusetzenden Lasten ( oben 5,0 MN und 3,2 MN) werden als „charakteristische“ Lasten  $G_k$  und  $Q_k$  bezeichnet und die Festigkeit des Baustoffes als „charakteristischer“ Festigkeitswert  $f_k$ . Mit diesen charakteristischen Werte und den Teilsicherheitsbeiwerten werden die Bemessungswerten berechnet,  $F_d$  und  $f_d$  und mit diesen wird dann der Nachweis geführt.

Berechnung der Bemessungslasten für eine ständige Last  $G_k$  und eine veränderliche Last  $Q_k$ :

$$\text{Bemessungslast} = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k$$

Oder näherungsweise

$$\text{Bemessungslast} \approx 1,40 \cdot (G_k + Q_k)$$

Vereinfachte Berechnung der Bemessungslasten für eine ständige Last  $G_k$  und mehrere veränderliche Lasten  $Q_{k,i}$ :

Entweder nur eine veränderliche Last (wie oben) berücksichtigen oder

$$\text{Bemessungslast} = 1,35 \cdot G_k + 1,35 \cdot \sum_i Q_{k,i}$$

Der ungünstigste Wert ist maßgebend!

**Berechnung der Bemessungsfestigkeiten  $f_d$  aus den charakteristischen Festigkeiten  $f_k$ :**

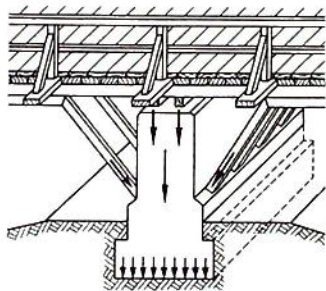
Baustoff	charakteristische Festigkeit $f_k$	Bemessungsfestigkeit $f_d$
Mauerwerk	siehe Tab. 10.12 und Tab. 10.13	$f_d = 0,85 \cdot \frac{f_k}{1,50 \cdot k_0} = \frac{f_k}{1,76 \cdot k_0}$ $k_0 = 1,25$ bei Pfeilern mit $A < 1000 \text{ cm}^2$ sonst $k_0 = 1,00$
Bauholz (überdacht und Langzeitbelastung)	siehe Tab. 10.17 oder Tab. 10.18	$f_d = 0,60 \cdot \frac{f_k}{1,30} = \frac{f_k}{2,17}$
Baustahl	S 235 $f_k = 240 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$f_d = \frac{f_k}{1,10} = 218 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
	S 355 $f_k = 360 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$f_d = \frac{f_k}{1,10} = 327 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Betonstahl	BSt 500 $f_k = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$f_d = \frac{f_k}{1,15} = 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Beton für Stahlbeton	wie 1. Zahlenwert der Betonbezeichnung, z.B. für C20/25 $f_k = 20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$f_d = 0,85 \cdot \frac{f_k}{1,50} = \frac{f_k}{1,76}$
Beton, unbewehrt	wie 1. Zahlenwert der Betonbezeichnung, z.B. für C20/25 $f_k = 20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$f_d = 0,85 \cdot \frac{f_k}{1,80} = \frac{f_k}{2,12}$

Bodenpressungen dürfen für einfache Fälle – und nur diese betrachten wir in diesem Buch – ohne Teilsicherheitsbeiwerte, also mit den charakteristischen Werten nachgewiesen werden!

## 3 Druckkräfte

### 3.1 Der Baugrund nimmt Druckkräfte auf

Alle Lasten eines Bauwerks (Eigen- und Verkehrslasten) werden durch die einzelnen Bauteile zu den Fundamenten hin und von dort in den Baugrund geleitet. So drücken die Verkehrslast und die Eigenlast der Brücke in Bild 3.1 durch die Schwellen und Streben auf den Pfeiler, der diese Druckkräfte und seine Eigenlast einschließlich Fundament auf den Baugrund überträgt. Der Baugrund muss also diese Belastung aushalten. Er darf sich weder unzulässig senken noch seitlich ausweichen.



**Bild 3.1**  
Der Baugrund nimmt alle Lasten auf.

Der Baugrund muss alle Bauwerkslasten sicher aufnehmen können. Seine Tragfähigkeit bestimmt Art und Abmessungen der Gründungskonstruktion.

Es sind also festzustellen:

- die Summe aller in den Baugrund führenden Lasten,
- die zulässige Bodenpressung nach DIN 1054 in  $\text{kN/m}^2$ .

**Fundamentgröße.** Aus Erfahrung wissen wir: Verteilt man Lasten auf größere Auflagerflächen, verringern sich die Auflagerpressungen. Skier tragen uns sicher auf Neuschnee, denn wir verteilen unsere Gewichtskraft auf eine mehrfach größere Standfläche. Fundamente sind deshalb auf die zulässige Tragfähigkeit des Bodens zu bemessen. Sandiger Baugrund erfordert darum breitere Fundamente als felsiger.

Der statische Nachweis für Fundamente gilt als erbracht, wenn die berechneten Lasten auf der gewählten Fundamentgrundfläche geringere Bodenpressungen ergeben als die zulässigen.

**Beispiel 6**

Wie groß ist die Bodenpressung unter dem Fundament nach Bild 1.12?

Die Gesamtbelastung des Fundaments ist bei 1 m Länge  $F = 93,48 \text{ kN}$ .

Die Grundfläche des Fundaments ist  $A = 0,60 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 0,60 \text{ m}^2$ .

Also entfallen auf  $1 \text{ m}^2$  des Baugrunds  $\frac{93,48 \text{ kN}}{0,60 \text{ m}^2} = 155,8 \text{ kN/m}^2$ .

**Bodenpressung** (-Spannung). Diese Zahl gibt an, mit welcher Kraft  $1 \text{ m}^2$  des Baugrunds belastet ist, d.h., wie hoch er beansprucht wird. Man sagt: Die vorhandene Bodenpressung oder Spannung  $\sigma$  des Baugrunds ist  $155,8 \text{ kN/m}^2$ .

Drückt man die eben ausgeführte Rechnung in Buchstaben aus, ergibt sich die allgemein gültige Formel zum Berechnen der Materialspannung an zug- und druckbeanspruchten Bauteilen.

$$\text{vorh } \sigma = \frac{\text{vorh } F}{\text{vorh } A} \quad \text{oder allgemein} \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

**Spannung** ist die auf eine Flächeneinheit bezogene Kraft. Der Bezug auf die vereinbarte Flächeneinheit  $1 \text{ m}^2$  ermöglicht den Vergleich der Boden- bzw. Materialbeanspruchung mit den zulässigen genormten Werten (s. Tab. 10.12 bis 10.18).

**Die zulässige Spannung zul  $\sigma$**  ist ein materialabhängiger zulässiger Höchstwert. Er ist genormt und darf von der berechneten vorhandenen Spannung **vorh  $\sigma$**  nicht überschritten werden.

$$\text{Stets gilt} \quad \text{vorh } \sigma \leq \text{zul } \sigma \quad \text{oder} \quad \frac{\text{vorh } \sigma}{\text{zul } \sigma} \leq 1$$

**Bemessung.** Um die erforderliche Fläche oder den erforderlichen Querschnitt erf  $A$  eines Bauteils zu berechnen, wird die Gleichung nach  $A$  umgeformt:

$$\text{erf } A = \frac{\text{vorh } F}{\text{zul } \sigma} \quad \text{oder allgemein} \quad A = \frac{F}{\sigma}$$

Auch die zulässige Belastung eines Bauteils (seine Tragfähigkeit) kann danach berechnet werden:

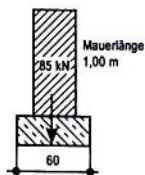
$$\text{zul } F = \text{vorh } A \cdot \text{zul } \sigma \quad \text{oder allgemein} \quad F = A \cdot \sigma$$

Für statische Nachweise von Fundamenten verwenden wir wie schon im vorstehenden Rechenbeispiel die folgenden Einheiten:

$$F \text{ in kN} \quad A \text{ in m}^2 \quad \sigma \text{ in kN/m}^2$$

Wie sich in den folgenden Abschnitten noch zeigen wird, weisen wir die Materialspannungen für die meisten anderen Bauteile in  $\text{N/mm}^2$  nach.

**Sicherheiten.** Die Werte für die zulässigen Spannungen enthalten eine Sicherheit dafür, dass das Bauteil bei Überschreiten der in Rechnung gestellten Belastung nicht zu Bruch gehen wird. Die Größe dieser Sicherheit hängt von verschiedenen Umständen ab. Für einen Baustoff mit einheitlicher und gleichbleibender Beschaffenheit, wie z.B. Stahl, genügt eine kleinere Sicherheitszahl als z.B. für Holz, dessen Beschaffenheit uneinheitlich ist. Ferner hängt die Sicherheit von der Lebensdauer des Baustoffs (vgl. Holz und Beton), von der Art und Wichtigkeit des Bauwerks u.a. ab.



**Bild 3.2**  
Mauer auf Fundament

**Übung 5** Welche Bodenpressung hat der Baugrund unter dem Fundament des Bildes 3.2 aufzunehmen? Liegt dieser Wert unterhalb der zulässigen Bodenpressung (nichtbindiger Boden, 0,50 m Einbindetiefe)? (Tab. 10.14)

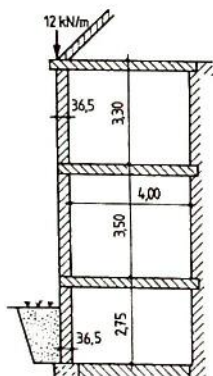
**Übung 6** Überschreitet die Bodenpressung des Baugrunds (bindiger Boden, gemischtkörnig, Lehm, steif, Einbindetiefe 0,50 m) unter einem Fundament mit 80 cm  $\times$  80 cm Grundfläche den zulässigen Wert, wenn eine Gesamtlast von 140 kN aufzunehmen ist? Wenn ja, wie kann die vorhandene Bodenpressung gemindert werden?

### 3.2 Last und Lastverteilung in Fundamenten

**Fundament.** Die Mauer eines Wohnhauses steht im Allgemeinen auf einem Betonfundament, das seine Lasten auf den Baugrund überträgt (Bild 3.3). Das Wort Fundament bedeutet „Grundwerk“. Die Fundamente gehören bei allen Bauwerken zu den wichtigsten Bauteilen; denn von der Lastverteilung in den Fundamenten und von ihren Abmessungen hängt der Bestand des ganzen Bauwerks ab. Sie bestehen überwiegend aus Beton oder Stahlbeton, in besonderen Fällen auch aus Stein, Stahl und auch Holz oder anderen Baustoffen.

Von der richtigen Bemessung der Fundamente, hängt die Standsicherheit des Bauwerks ab.

Wichtig ist ferner, dass ein Fundament nur dann tragfähig ist, wenn die Berechnung auch für tiefer liegende Schichten des Baugrunds zutrifft.



**Bild 3.3**  
Skizze für den Teilquerschnitt  
eines Wohnhauses

#### Beispiel 7

Für die Außenmauer des Wohnhauses nach Bild 3.3 ist das Betonfundament zu berechnen. Baugrund: bindiger Boden, Ton, fest, Einbindetiefe 0,50 m. Die Dachlast sei 12 kN/m, die Wichte der oberen beiden Außenwände 10 kN/m<sup>3</sup>, die der Kellerwand, 18 kN/m<sup>3</sup>. Für die Holzbalkendecken seien  $g = 1,45 \text{ kN/m}^2$  und  $q = 2,0 \text{ kN/m}^2$ .

#### a) Belastung für 1 lfd. m Fundament (Streckenlast)

Dachlast nach Bild 3.3  
Mauerlast

$$= 12,00 \text{ kN/m}$$

$$0,365 \text{ m} \cdot (3,30 \text{ m} + 3,50 \text{ m}) \cdot 10 \text{ kN/m}^3 = 24,82 \text{ kN/m}$$

$$0,365 \text{ m} \cdot 2,75 \text{ m} \cdot 18 \text{ kN/m}^3 = 18,07 \text{ kN/m}$$

Deckenlasten:

Eigenlast der Holzbalkendecke

$$g = 1,45 \text{ kN/m}^2$$

Verkehrslast

$$q = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{g + q = 3,45 \text{ kN/m}^2}{}$$

$$3 \cdot 2,00 \text{ m} \cdot 3,45 \text{ kN/m}^2 = 20,70 \text{ kN/m}$$

$$\text{Gesamtstreckenlast} \quad \underline{75,59 \text{ kN/m}}$$

Da die Decke vollständig, d.h. *gleichmäßig belastet* ist, verteilt sich die Last je zur Hälfte auf die Außen- und auf die Innenmauer. Für jede Mauer ergibt sich somit ein Längenganteil von  $\frac{4,00 \text{ m}}{2} = 2,00 \text{ m}$ .

#### b) Breite des Fundaments

Die Last des Fundaments kann noch nicht berechnet werden, weil seine Abmessungen unbekannt sind. Um dafür eine wirklichkeitsgerechte Schätzgröße zu bekommen, wird zunächst die für  $F = 75,59 \text{ kN}$  erforderliche Fundamentfläche ermittelt.

$$\text{erf } A = \frac{F}{\text{zul } \sigma}$$

Zul  $\sigma$  ist der gemäß der Bodenzusammensetzung und Bodenbeschaffenheit aufnehmbare Sohldruck nach DIN 1054. Für bindigen Boden, Ton, halbfest, Einbindetiefe 0,50 m finden wir in Tab. 10.15 den Wert  $\text{zul } \sigma = 140 \cdot 1,2 = 168 \text{ kN/m}^2$ . Als realitätsnahe Größe ergibt sich somit für

$$\text{erf } A = \frac{75,59 \text{ kN}}{168 \text{ kN/m}^2} = 0,45 \text{ m}^2.$$

Die Fundamentfläche ist ein 1,00 m langes Rechteck. Folglich ist die Breite

$$b = \frac{A}{l} = \frac{0,45 \text{ m}^2}{1,00 \text{ m}} = 0,45 \text{ m}$$

Weil aber die Fundamentlast bisher nicht berücksichtigt worden ist, muss für die Ausführung eine etwas größere Breite gewählt werden. Es wird angenommen  $b = 0,50 \text{ m}$ .

#### c) Höhe des Fundaments

DIN 1054 erlaubt nur bei kleinen Bauwerken Fundamentbreiten und Gründungstiefen  $< 30 \text{ cm}$ . Die üblichen Mindestmaße betragen jeweils  $50 \text{ cm}$ . Bei frostgefährdeten Gründungen sind  $\geq 80 \text{ cm}$  Tiefe einzuhalten.



Die vorhandene Bodenpressung ist

$$\text{vorh } \sigma = \frac{\text{vorh } F}{\text{vorh } A} = \frac{80,39 \text{ kN}}{0,5 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} = 160,2 \text{ kN / m}^2 < 168 \text{ kN / m}^2$$

Damit ist der geforderte Nachweis ausreichender Tragsicherheit erbracht.

Bei den Beispielen bisher haben wir mit charakteristischen Lasten und Spannungen gearbeitet. Vom nun an führen wir die Nachweise mit dem neuer Teilsicherheitskonzept-Verfahren.

### Beispiel 8

Es ist zu berechnen, ob der Gerüstpfosten Bild 3.5 auf eine Hartholzunterlage (mit welchen Abmessungen) gestellt werden muss.

Bemessungslast:

$$F_d = 1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k$$

$$F_d = 1,35 \cdot 93 \text{ kN} + 1,50 \cdot 47 \text{ kN}$$

$$F_d = 196 \text{ kN} = 196\,000 \text{ N}$$

Die untere Stirnfläche des Pfostens ist

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (25 \text{ cm})^2}{4}$$

$$A = 491 \text{ cm}^2.$$

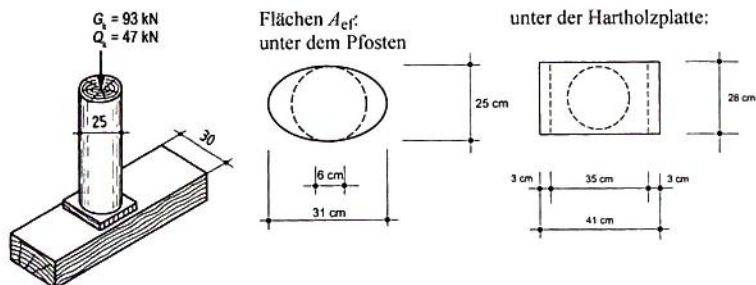


Bild 3.5 Rundholzpfosten mit Unterlagsholz auf Schwelle

Mit dieser Fläche von  $491 \text{ cm}^2$  belastet der Pfosten die quer darunter liegende größere Schwelle.

Es wird nur ein Teil der Fläche der Schwelle vom Pfosten belastet. Man spricht dann von einer „Teilflächenbelastung“. Bei Holz darf man in solch einem Falle eine um 3 cm nach beiden Seiten in Faserrichtung des Holzes vergrößerte Fläche  $A_{ef}$  als Auflagerfläche ansetzen, wenn die Schwellen auch entsprechend größere Abmessungen hat (siehe Bild 3.5).

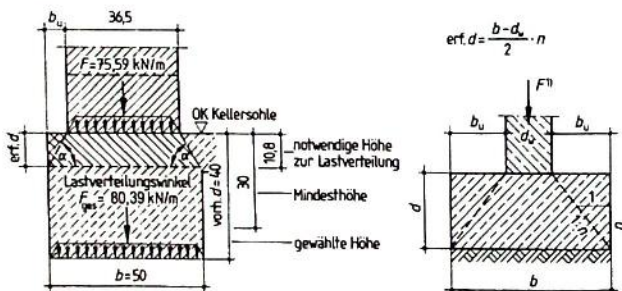
Bei unbewehrten Fundamenten sind noch Grenzwerte nach DIN 1045 für den Lastverteilungswinkel  $\alpha$  einzuhalten (s. Tab. 10.16). Sie geben als  $\tan \alpha$  an, wie oft der Fundamentüberstand  $b_u$  mindestens in der Fundamentdicke  $d$  enthalten sein muss. Die Tabellenwerte sind abhängig von der Betonfestigkeitsklasse und der zulässigen Bodenpressung.

Für unser Beispiel sei ein Streifenfundament aus Beton C8/10 vorgesehen. Der zugehörige Tabellenwert ist 1,6, die erforderliche Fundamentdicke somit

$$\text{erf } d = 1,6 \cdot b_u = 1,6 \left( \frac{50 - 36,5}{2} \right) = 10,8 \text{ cm.}$$

Dieser sehr kleine Wert zeigt, dass eine sichere Lastausbreitung gewährleistet ist. Aus Sicherheitsgründen wählt man unbewehrte Streifenfundamente selten dünner als 30 cm. Da die Kellersohle meist in einem Arbeitsgang mit dem Fundament hergestellt wird, wählen wir zweckmäßig eine Fundamenthöhe von  $d = 40 \text{ cm}$  (Bild 3.4).

Die senkrechte Fundamentbelastung wird auch mit  $F_N$  (Normalkraft) bezeichnet.



**Bild 3.4** DIN 1045 gewährleistet die Lastverteilungslinie auf oder oberhalb der Fundamentsohle, DIN 1054 die konstruktiv ausreichenden Gründungstiefen bzw. -breiten

#### d) Vorhandener Sohldruck

Liegen die Abmessungen des Fundaments fest, ist noch zu prüfen, ob die gewählte Breite ausreicht, wenn zu  $F = 75,59 \text{ kN}$  die bisher noch nicht berücksichtigte Fundamentlast hinzukommt. Es ist also noch nachzuweisen, dass der zulässige Sohldruck  $168 \text{ kN/m}^2$  nicht überschritten wird.

Die auf dem Fundament ruhenden Lasten betragen

$$\begin{aligned} F &= 75,59 \text{ kN/m} \\ \text{Fundamentlast} &= 0,50 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 4,80 \text{ kN/m} \\ \text{Gesamtlast} &= 80,39 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Die vorhandene Bodenpressung ist

$$\text{vorh } \sigma = \frac{\text{vorh } F}{\text{vorh } A} = \frac{80,39 \text{ kN}}{0,5 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} = 160,2 \text{ kN / m}^2 < 168 \text{ kN / m}^2$$

Damit ist der geforderte Nachweis ausreichender Tragsicherheit erbracht.

Bei den Beispielen bisher haben wir mit charakteristischen Lasten und Spannungen gearbeitet. Vom nun an führen wir die Nachweise mit dem neuer Teilsicherheitskonzept-Verfahren.

### Beispiel 8

Es ist zu berechnen, ob der Gerüstpfosten Bild 3.5 auf eine Hartholzunterlage (mit welchen Abmessungen) gestellt werden muss.

Bemessungslast:

$$F_d = 1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k$$

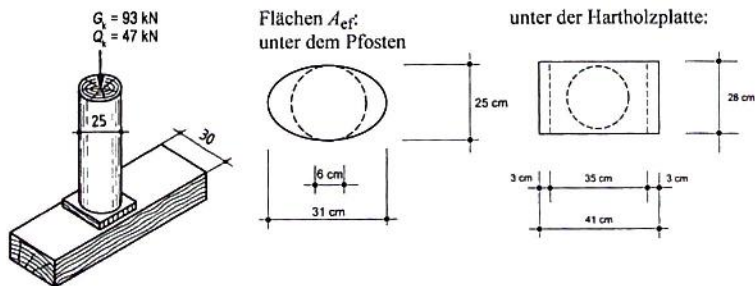
$$F_d = 1,35 \cdot 93 \text{ kN} + 1,50 \cdot 47 \text{ kN}$$

$$F_d = 196 \text{ kN} = 196\,000 \text{ N}$$

Die untere Stirnfläche des Pfostens ist

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (25 \text{ cm})^2}{4}$$

$$A = 491 \text{ cm}^2.$$



**Bild 3.5** Rundholzpfosten mit Unterlagsholz auf Schwelle

Mit dieser Fläche von  $491 \text{ cm}^2$  belastet der Pfosten die quer darunter liegende größere Schwelle.

Es wird nur ein Teil der Fläche der Schwelle vom Pfosten belastet. Man spricht dann von einer „Teilflächenbelastung“. Bei Holz darf man in solch einem Falle eine um 3 cm nach beiden Seiten in Faserrichtung des Holzes vergrößerte Fläche  $A_{ef}$  als Auflagerfläche ansetzen, wenn die Schwellen auch entsprechend größere Abmessungen hat (siehe Bild 3.5).

$$A_{\text{ef}} = 491 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 3,0 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 641 \text{ cm}^2$$

Druckspannung in der Schwelle:

$$\sigma_d = \frac{F_d}{A_{\text{ef}}} = \frac{196\,000 \text{ N}}{641 \text{ cm}^2} = 306 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

Erlaubt ist eine charakteristische Spannung (siehe Tabelle 10.17a)  $f_k = 2,5 \text{ N/mm}^2$  für die Nadelholz Festigkeitsklasse C24 (alte Bezeichnung: Güteklasse II<sup>1)</sup>). Diese charakteristische Festigkeit  $f_k$  muss noch in die Bemessungsfestigkeit umgerechnet werden.

$$f_d = 0,60 \frac{f_k}{1,30} = \frac{2,5 \text{ N/mm}^2}{2,17} = 1,15 \text{ N/mm}^2 = 115 \text{ N/cm}^2$$

Dieser Wert darf bei: Querdruck noch mit dem Faktor 1,5 vergrößert werden, also  $1,5 \cdot f_d = 1,5 \cdot 115 \text{ N/cm}^2 = 173 \text{ N/cm}^2$

Der obige Spannung von  $306 \text{ N/cm}^2$  ist deutlich größer als die erlaubte Spannung von  $173 \text{ N/cm}^2$ . Daher wird zwischen Pfosten und Schwelle eine Hartholzunterlage zur Lastverteilung angeordnet.

Die Breite der Hartholzunterlage wird mit Rücksicht auf die Schwellenbreite (30 cm) und den Pfostendurchmesser (25 cm) zu  $b = 28 \text{ cm}$  gewählt. Um die Spannung von  $173 \text{ N/cm}^2$  in der Schwelle einzuhalten, muss die Fläche  $A_{\text{ef}}$  der Hartholzunterlage sein:

$$\text{erf } A_{\text{ef}} = \frac{F_d}{1,5 \cdot f_d} = \frac{196\,000 \text{ N}}{173 \text{ N/cm}^2} = 1133 \text{ cm}^2$$

Mit Rücksicht auf die Schwellenbreite (30 cm) und den Pfostendurchmesser (25 cm) wird die Breite der Hartholzplatte zu endgültig  $b = 28 \text{ cm}$  gewählt. Die erforderliche Länge der Fläche  $A_{\text{ef}}$  für die Hartholzplatte ist dann:

$$l_{\text{eff}} = \frac{1133 \text{ cm}^2}{28 \text{ cm}} = 40,5 \text{ cm}$$

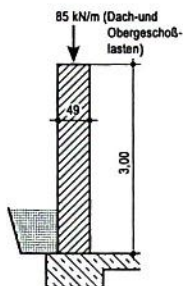
Da in Faserrichtung die wirkliche Länge um  $2 \cdot 3,0 \text{ cm}$  kürzer ist, ergibt sich die wirkliche Länge zu:

$$l = l_{\text{eff}} - 2 \cdot 3,0 \text{ cm} = 40,5 \text{ cm} - 6,0 \text{ cm} = 34,5 \text{ cm}$$

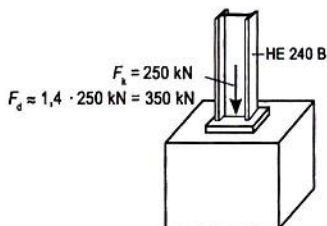
gewählt  $l = 35,0 \text{ cm}$

**Übung 7** Für das Hausfundament von Bild 3.6 in Beton C12/15 sind die Abmessungen zu ermitteln. Baugrund: nichtbindiger Boden, z. B. Sand. Das Mauerwerk besteht aus Kalksandvollsteinen der Rohdichte 1,8. Die zulässige Bodenpressung sei  $200 \text{ kN/m}^2$ .

<sup>1)</sup> Güteklasse I wird bei freitragenden Holzbauten (Ingenieurholzbau), Güteklasse II bei den üblichen Holzbauteilen im Hause (Dachstühle, Decken, Treppen), Güteklasse III nur für untergeordnete Zwecke verwendet.



**Bild 3.6** Hausmauer mit Fundament  
(Baugrund: Fein- und Mittelsand)



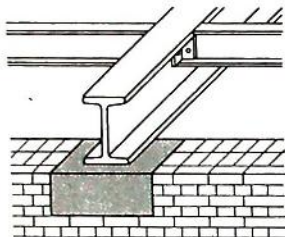
**Bild 3.7** Stahlstütze mit Fußplatte auf  
Betonfundament

**Übung 8** Für die Stahlstütze Bild 3.7 im Innern eines Gebäudes sind die Maße der quadratischen Fußplatte und die des ebenfalls quadratischen Betonfundaments, ausgeführt in Beton C12/15<sup>1)</sup>, zu berechnen. Baugrund: Kies. Hinweis: Die Größe der Fußplatte ist von der aufnehmbaren Sohldruckspannung des Betons abhängig, die nicht überschritten werden darf. In diesem Falle beträgt die Festigkeit  $f_d = 0,85 \cdot \frac{12 \text{ N/mm}^2}{1,8} = 0,57 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ . Die Seitenlängen der Fußplatte und des Fundaments erhält man als Quadratwurzel aus der jeweils erforderlichen Fläche. Die zulässige Bodenpressung sei  $320 \text{ kN/m}^2$ . Der Nachweis unterhalb der Fußplatte ist mit Bemessungswerten ( $F_d = 1,4 \cdot F_k$  und  $f_d$ ) zu führen. Der Nachweis unterhalb des Fundamentes führt man mit den charakteristischen Werte!

### 3.3 Druckfeste Trägerauflager

Der große Druck aus schweren Stahlträgern ist für Mauerwerk nicht zulässig (Bild 3.8). Deshalb ist hier Beton eingebaut, der erheblich höher beansprucht werden kann. Häufig genügen auch einige Schichten Mauerwerk aus festerem Baustoff (festeren Steinen und festerem Mörtel). Auch eine Auflagerplatte aus Stahl oder ein lastverteilender Stahlträger haben die gleiche Wirkung.

<sup>1)</sup> C12/15 ist ein Beton mit einer Zylinderdruckfestigkeit von mindestens  $12 \text{ MN/m}^2$  und einer Würfeldruckfestigkeit von mindestens  $15 \text{ MN/m}^2$ . In Kurzform wird dieser Beton auch mit C12 bezeichnet.



**Bild 3.8**  
Der Stahlträger erhält eine druckfeste Betonunterlage.

Trägerauflager mit hoher Punktbelastung müssen druckfest sein.

### Beispiel 9

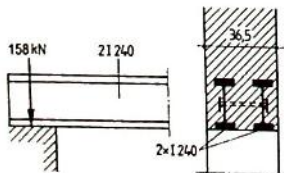
Im Kellergeschoss des Hauses nach Beispiel 7 soll eine Garage eingebaut werden. Hierfür sind 2 Träger I 240 erforderlich (240 ist die Trägerhöhe in mm). Die Größe der Auflagerfläche und ihre Untermauerung sind zu ermitteln (Bild 2.9). Die charakteristische Auflagerkraft sei  $158 \text{ kN} \triangleq 0,158 \text{ MN}$ . Die Auflagerfläche  $A$  der 2 I 240 ist bestimmt durch die zulässige Druckspannung des darunterliegenden Mauerwerks, das zunächst aus Vollziegeln Mz 6 in Mörtelgruppe II angenommen wird. Hierfür ist  $f_k = 2,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\text{(Tab. 10.12) und } f_d = \frac{2,8 \text{ MN/m}^2}{1,76} = 1,59 \text{ MN/m}^2$$

Die Bemessungsaullagerkraft beträgt zirka:  $F_d \approx 1,4 \cdot F_k = 1,4 \cdot 158 \text{ kN}$   
 $F_d = 221 \text{ kN} = 0,221 \text{ MN}$

Also ist die erforderliche Auflagerfläche

$$\text{erf } A = \frac{F_d}{f_d} = \frac{0,221 \text{ MN}}{1,59 \text{ MN/m}^2} = 0,139 \text{ m}^2.$$



**Bild 3.9**  
Auflager von zwei Abfangträgern

Die Breite der Auflagerfläche ist gegeben durch die Flanschbreiten der 2 I 240 (s. Tab. 10.24):

$$b = 2 \cdot 10,6 \text{ cm} = 21,2 \text{ cm} = 0,212 \text{ m}$$

Folglich ist die Auflagerlänge

$$l = \frac{A}{b} = \frac{0,139 \text{ m}^2}{0,212 \text{ m}} = 0,656 \text{ m} \approx 66 \text{ cm}.$$

Diese ist aber für I 240 zu groß, weil die Auflagerlänge etwa gleich der Trägerhöhe sein soll. Es muss also unter den Trägern festerer Baustoff verwendet werden. Weil die Auflagerlänge auf mindestens die Hälfte zu verkürzen ist, wählen wir unterhalb der Auflager Mauerwerk z.B. aus Vollziegeln Mz 20 in Mörtelgruppe II (Kalkzementmörtel) mit  $f_k = 5,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  (Tab. 10.12) und  $f_d = \frac{5,0 \text{ MN/m}^2}{1,76} = 2,84 \text{ MN/m}^2$ .

Dann ergeben sich die Auflagerfläche zu

$$\text{erf } A = \frac{F_d}{f_d} = \frac{0,221 \text{ MN}}{2,84 \text{ MN/m}^2} = 0,078 \text{ m}^2$$

und die Auflagerlänge zu

$$\text{erf } l = \frac{A}{\text{vorh } b} = \frac{0,078 \text{ m}^2}{0,212 \text{ m}} = 0,368 \text{ m}$$

Auch dieses Maß erscheint noch zu groß. Zur besseren Lastverteilung soll deshalb eine Stahlplatte von 260 mm × 300 mm × 10 mm als Unterlage dienen. Damit ergibt sich

$$\text{vorh } \sigma = \frac{0,221 \text{ MN}}{0,26 \cdot 0,30 \text{ m}^2} = 2,83 \text{ MN/m}^2 = f_d$$

Es ist nun noch festzustellen, wie viel Schichten in dem tragfähigen Mauerwerk ausgeführt werden müssen. Nach DIN 1053 darf ein Lastverteilungswinkel von 60° gegen die Waagrechte angenommen werden. Für diese Verteilung (hier in den Vollziegeln Mz 20 in Kalkzementmörtel) muss die Untermauerung so hoch sein, dass sich an ihrer Unterseite die vorhandene Festigkeit auf 1,59 MN/m<sup>2</sup> ermäßigt hat, damit die Vollziegel Mz 6 in Mörtelgruppe II nicht übermäßig beansprucht werden (3.10). Folglich ist die erforderliche Grundfläche der Untermauerung, wie oben berechnet,

$$A = \frac{0,221 \text{ MN}}{1,59 \text{ MN/m}^2} = 0,139 \text{ m}^2$$

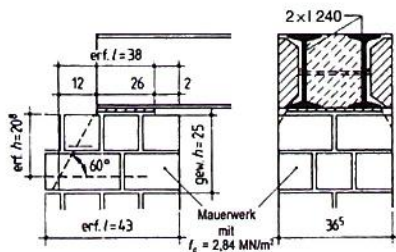


Bild 3.10  
Auflagerdetail

Ihre Breite ist gegeben durch die Mauerdicke, also  $b = 36,5$  cm. Danach ergibt sich die Länge der Untermauerung zu

$$\text{erf } l = \frac{A}{b} = \frac{0,139 \text{ m}^2}{0,365 \text{ m}} \approx 0,38 \text{ m.}$$

Die Höhe  $h$  der Untermauerung lässt sich nun ohne weiteres zeichnerisch ermitteln (Bild 3.10). Es ergibt sich eine erforderliche Höhe von  $\approx 21$  cm. Mit Rücksicht auf die Maßordnung im Hochbau wählen wir für die Höhe 25 cm und für das Maß  $e = 49$  cm.

Rechnerisch ergibt sich die Höhe zu

$$h = \tan 60^\circ \cdot (38 \text{ cm} - 26 \text{ cm}) = 1,73 \cdot 12 \text{ cm} = 20,8 \text{ cm.}$$

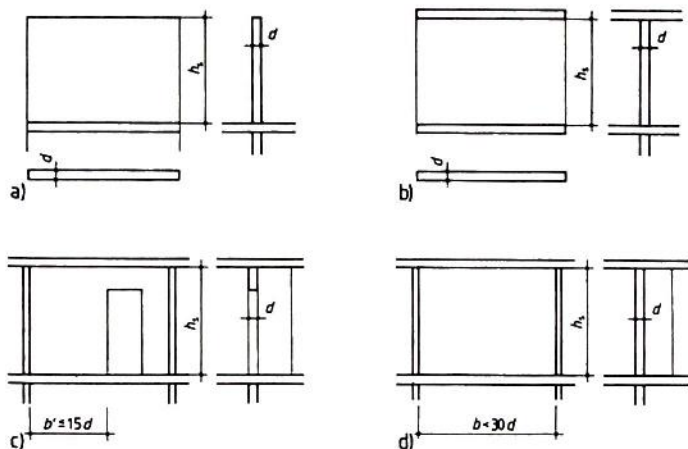
**Übung 9** Ein Mauerdurchbruch wird von 2 [200 überbrückt, die je Auflager  $F_k = 0,1$  MN zu übertragen haben. Die 24 cm dicke Mauer ist aus Vollziegeln Mz 6 in Mörtelgruppe II hergestellt. Es sind die Auflagerlängen der Träger auf einer 24 cm breiten und 1 cm dicken Stahlplatte sowie die Höhe und Länge  $d$  der Untermauerung aus Mz 20 Mörtelgruppe III zu berechnen (Mindestmaße).

**Übung 10** Ein HE 300 B überträgt wie im Bild 3.8 auf eine 30,0 cm dicke Mauer aus Vollziegeln Mz 20 in Mörtelgruppe II eine Auflagerkraft von  $F_k = 0,25$  MN. Es sind die Auflagerlänge des Trägers und die Abmessungen des Auflagerkissens aus Mauerwerk Mz 28 in Mörtelgruppe III zu berechnen (Mindestwerte).

*Hinweis:* Die Maße des Auflagerkissens sind so zu wählen, dass es sich möglichst ohne Verhau in den Ziegelverband einfügen lässt (2- und 3 DF-Format, Lagerfugen beachten).

### 3.4 Wände und Pfeiler können ausknicken

Wände und Pfeiler sind kipp- und knickanfällig. Ihre Stabilität ist um so sicherer, je wirksamer sie an den äußeren Rändern gehalten sind. Wir unterscheiden freistehende sowie 2-, 3- und 4-seitig gehaltene Wände (Bild 3.11). Dickere Wände sind bei gleicher Höhe weniger knickanfällig als dünnere, mittig belastete weniger als außermittig belastete. Weniger knickanfällig sind auch Wände mit höherer Mauerwerks-Druckfestigkeit.



**Bild 3.11** Bedingungen für freistehende und mehrseitig gehaltene Wände nach DIN 1053-100

a) frei stehende Wand,

b) zweiseitig gehaltene Wand (oben, unten),

c) dreiseitig gehaltene Wand (oben, unten, je 1 x seitlich),

d) vierseitig gehaltene Wand (an allen 4 Rändern)

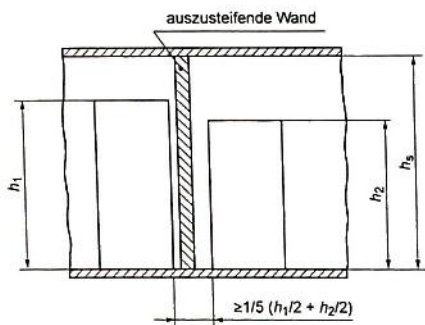
Öffnungen: Werden die angeführten Grenzwerte überschritten, gelten die Wandteile zwischen den Öffnungen als 2-seitig, zwischen Öffnung und Querwand als 3-seitig gehalten.

Senkrechte Schlitz- (und Nischen) im mittleren Drittel der Wandhöhe vermindern das Maß auf die Restwanddicke. An allen anderen Stellen ist ein offener Wandrand anzunehmen, wenn die Restwanddicke  $< d/2$  oder  $< 11,5$  cm verbleibt.

**Tabelle 3.12** Anwendungsvoraussetzungen für einschalige Wände

Bauteil	Wanddicke $d$ in cm	Lichte Wandhöhe $h_s$	Nutzlast $q_k$ in $\text{kN/m}^2$
Innenwand	$\geq 11,5$ $< 24$	$\leq 2,75$ m	$\leq 5$
	$\geq 24$	–	
Außenwand	$\geq 17,5$ $< 24$	$\leq 2,75$ m	
	$\geq 24$	$\leq 12d$	

Hier soll nun der Standsicherheitsnachweis für Mauerwerkswände nach dem sogenannten „Vereinfachten Berechnungsverfahren“ der DIN 1053-100, Abschnitt 8 (Sept. 2007) vorgestellt werden. Dieses Verfahren darf bei Gebäudehöhen bis 20 m, bei Deckenstützweiten kleiner als 6,00 m und bei Beachtung von Tabelle 3.12 benutzt werden.



**Bild 3.13** Mindestlänge der aussteifenden Wand

Die Knicklänge  $h_K$  von Wänden ist mit den nachfolgenden Formeln zu berechnen:

$$\beta = 0,75 \text{ für Wanddicke } d \leq 17,5 \text{ cm}$$

Vorwerte:  $\beta = 0,90$  für Wanddicke  $17,5 \text{ cm} < d \leq 25 \text{ cm}$

$$\beta = 1,00 \text{ für Wanddicke } d > 25 \text{ cm}$$

a) frei stehende Wand

$$h_K = 2 \cdot h_s \cdot \sqrt{\frac{1 + 2 \cdot N_{od} / N_{ud}}{3}}$$

$N_{od}$  Bemessungskraft oben

$N_{ud}$  Bemessungskraft unten

b) zweiseitig gehaltene Wand

$$h_K = h_s \quad \text{allgemein}$$

$$h_K = \beta \cdot h_s \quad \text{bei flächig aufgelagerten Decken}$$

Erforderliche Mindestdeckenauflagertiefen

$a \geq 17,5 \text{ cm}$  bei  $d \geq 24 \text{ cm}$  und  $a = d$  bei  $d < 24 \text{ cm}$

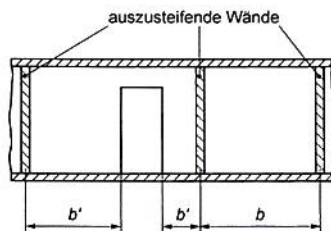
c) dreiseitig gehaltene Wand (siehe Bild 3.14)

$$h_K = \frac{\beta \cdot h_s}{1 + \left(\frac{\beta \cdot h_s}{3 \cdot b'}\right)^2} \geq 0,3 \cdot h_s$$

d) vierseitig gehaltene Wand

$$h_K = \frac{\beta \cdot h_s}{1 + \left(\frac{\beta \cdot h_s}{b}\right)^2} \quad \text{für } h_s \leq b$$

$$h_K = \frac{b}{2} \quad \text{für } h_s > b$$



**Bild 3.14**  
Größen  $b'$  und  $b$  bei drei- und vierseitig gehaltenen Wänden

Die **Bemessung** erfolgt mit den folgenden Formeln:

Nachweis:  $N_{Ed} \leq N_{Rd}$  oder  $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1$

Einwirkende Normalkraft:  $N_{Ed} = 1,35 \cdot N_{Gk} + 1,5 \cdot N_{Qk}$

Aufnehmbare Normalkraft:  $N_{Rd} = \Phi \cdot A \cdot f_d$  ( $f_d$  siehe Kapitel 2.2!)  
mit der Querschnittsfläche  $A > 400 \text{ cm}^2$  und dem Faktor  $\Phi$

Faktor bei Knickgefahr:

$$\Phi = \Phi_2 = 0,85 - 0,0011 \cdot \left(\frac{h_K}{d}\right)^2 \quad (h_K / d \text{ muss kleiner als } 25 \text{ sein!})$$

Faktor bei Endauflagern:

$$\Phi = \Phi_3 = 0,9 \quad \text{für Deckenstützweiten } l \leq 4,20 \text{ m}$$

$$\Phi = \Phi_3 = 1,6 - l/6 \quad \text{für Deckenstützweiten } 4,20 \text{ m} < l \leq 6,00 \text{ m}$$

$$\Phi = \Phi_3 = 1/3 \quad \text{für Decken über dem obersten Geschoss}$$

Maßgebend ist der kleinere Wert von  $\Phi_2$  und  $\Phi_3$ !

#### Beispiel 10

Wie groß ist die Knicklänge  $h_K$  einer 2-seitig gehaltenen Wand,  $d = 24$  cm, mit lichter Geschosshöhe von 2,80 m und 24 cm Deckenaufleger einer Massivdecke?

$$h_K = \beta \cdot h_s$$

$\beta$  für Wände  $d = 17,5$  bis 25 cm = 0,9, also:

$$h_K = 0,9 \cdot 2,80 \text{ m} = 2,52 \text{ m}$$

#### Beispiel 11

Eine dreiseitig gehaltene Wand hat die Dicke  $d = 17,5$  cm, die Breite  $b' = 2,00$  m und die Höhe  $h_s = 2,50$  m. Wie groß ist die Knicklänge  $h_K$ ?

$$h_K = \frac{\beta \cdot h_s}{1 + \left( \frac{\beta \cdot h_s}{3 \cdot b'} \right)^2}$$

$$\beta = 0,75 \text{ für } d = 17,5 \text{ cm}$$

$$h_K = \frac{0,75 \cdot 2,50}{1 + \left( \frac{0,75 \cdot 2,50}{3 \cdot 2,00} \right)^2} = \frac{1,875}{1 + \left( \frac{1,875}{6} \right)^2} = 1,71 \text{ m} > 0,3 \cdot 2,50 \text{ m}$$

$$h_K = 1,71 \text{ m}$$

#### Beispiel 12

Eine 11,5 cm dicke, 2-seitig gehaltene Wand aus KSL 12/MGr. IIa ist 2,70 m hoch und dient als Decken-Zwischenaufleger. Wie groß ist der Bemessungswert der Druckspannung?

##### a) Knicklänge

$$h_K = \beta \cdot h_s$$

$\beta = 0,75$  für Wände mit  $d < 17,5$  cm und flächig aufgelagerten Decken. Somit:

$$h_K = 0,75 \cdot 2,70 \text{ m} = 2,03 \text{ m}$$

b) **Abminderungsfaktor**

$$\Phi_2 = 0,85 - 0,0011 = \left(\frac{203}{11,5}\right)^2 = 0,507$$

$$(h_K/d = \left(\frac{203}{11,5}\right) < 25)$$

c) **Bemessungswert der Druckspannung**

$$\text{zul } \sigma_D = \Phi_2 \cdot f_d$$

$$f_k \text{ nach Tab. 10.12} = 5,0 \text{ MN/m}^2, \text{ also: zul } \sigma_D = 0,507 \cdot \frac{5,0 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}{1,76} = 1,44 \text{ MN/m}^2 \\ = 0,144 \text{ kN/cm}^2$$

**Beispiel 13**

Eine 24 cm dicke Wand aus Porenbetonstein PP4/Dünnbettmörtel dient einer Decke mit 5,5 m Spannweite als Endauflager. Sie ist 2,75 m hoch und dreiseitig gehalten. Die Breite  $b'$  (Bild 3.11c) beträgt 2,5 m. Wie groß ist der Bemessungswert der Druckspannung?

a) **Knicklänge**

$$\beta = 0,9 \text{ (weil } d = 24 \text{ cm)}$$

$$h_k = 0,9 \cdot 2,75 \text{ m} = 2,48 \text{ m}$$

$$h_K = \frac{0,9 \cdot 2,75}{1 + \left(\frac{0,9 \cdot 2,75}{3 \cdot 2,50}\right)^2} = 2,23 \text{ m}$$

b) **Abminderungsfaktor**

$$h_K/d = 223/24 = 9,29 < 25$$

$$\Phi_2 = 0,85 - 0,0011 \cdot 9,29^2 = 0,755$$

$$\Phi_3 = 1,6 - 5,50/6 = 0,683 \text{ (maßgebend)}$$

c) **Bemessungswert der Druckspannung**

$$\text{zul } \sigma_D = \Phi_3 \cdot f_d \quad f_d = \frac{3,4 \text{ MN/m}^2}{1,76} = 1,93 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \text{ (Tab. 10.13)}$$

$$\text{zul } \sigma_D = 0,683 \cdot 1,93 \text{ MN/m}^2 = 1,32 \text{ MN/m}^2$$

**Beispiel 14**

Ein quadratischer Eckpfeiler soll eine charakteristische Last von 270 kN aufnehmen. Er ist 4 m hoch und besteht aus Mz 12/Mörtelgruppe IIa ( $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ), ist zweiseitig gehalten und trägt eine Konstruktion mit 5,50 m Stützweite. Berechnen Sie die Querschnittsmaße und führen Sie den Spannungsnachweis.

Da die Querschnittsmaße erst festzulegen sind, empfiehlt sich zunächst eine Vorbemessung:

$$F_d = 1,4 \cdot 270 \text{ kN} = 378 \text{ kN}$$

$$f_k = 5,0 \text{ N/mm}^2 \text{ (Tab. 10.12)}$$

$$f_d = \frac{5,0 \text{ MN/m}^2}{1,76} = 2,84 \text{ MN/m}^2$$

a) **Vorbemessung**

$$\text{erf } A = \frac{F_d}{f_d} = \frac{0,378 \text{ MN}}{2,84 \text{ MN/m}^2} = 0,133 \text{ m}^2$$

Bei quadratischem Querschnitt erhalten wir

$$\text{erf } b = \sqrt{0,133 \text{ m}^2} = 0,365 \text{ m.}$$

Jetzt versuchen wir den statischen Nachweis mit dem nächstliegenden Nennmaß bzw. Pfeilerquerschnitt  $b/d = 49 \text{ cm}/49 \text{ cm}$ .

b) **Knicklänge**

$$h_K = h_s = 4,00 \text{ m} \quad \text{2-seitig gehalten}$$

c) **Sicherheitsfaktoren**

$$\Phi_2 = 0,85 - 0,0011 \cdot \left(\frac{400}{49}\right)^2$$

$$\Phi_2 = 0,777$$

$$\Phi_3 = 1,6 - 5,50/6 = 0,683$$

$\Phi_3$  ist maßgebend

d) **Bemessungswert der Druckspannung**

$$\text{zul } \sigma_D = \Phi_3 \cdot f_d = 0,683 \cdot 2,84 \text{ MN/m}^2 = 1,94 \text{ MN/m}^2$$

Einschließlich der Pfeilereigenlast ergibt sich als **Spannungsnachweis**:

$$\text{vorh } \sigma_D = \frac{F_d + 1,35 \text{ Pfeilereigenlast}}{A}$$

$$\text{vorh } \sigma_D = \frac{0,378 \text{ MN} + 1,35 \cdot 0,49 \text{ m} \cdot 0,49 \text{ m} \cdot 4,00 \text{ m} \cdot 0,018 \text{ MN/m}^3}{0,49 \text{ m} \cdot 0,49 \text{ m}}$$

$$\text{vorh } \sigma_D = 1,67 \text{ MN/m}^2 < 1,94 \text{ MN/m}^2$$

Der Spannungsnachweis zeigt, dass die vorhandene Druckspannung kleiner als die zulässige ist. Die angenommenen Querschnittsmaße reichen also aus.

**Beispiel 15**

Welche Höchstlast kann ein Mittelpfeiler aus Mauerziegeln Mz 20/ Mörtelgruppe III, 2-seitig gehalten, mit dem Querschnitt 49 cm/61,5 cm und 5,375 m Höhe aufnehmen?

a) **Knicklänge**

$$h_K = h_s = 5,375 \text{ m}$$

b) **Abminderungsfaktor**

$$\Phi_2 = 0,85 - 0,0011 \cdot \left( \frac{537,5}{49} \right)^2$$

$$\Phi_2 = 0,718$$

c) **Bemessungswert der Druckspannung**

$$\text{(Tab 10.12)} f_k = 7,5 \text{ N/mm}^2; f_d = \frac{7,5 \text{ N/mm}^2}{1,76} = 4,26 \text{ N/mm}^2 = 4,26 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{zul } \sigma_D = \Phi_2 \cdot f_d = 0,718 \cdot 4,26 \text{ MN/m}^2 = 3,06 \text{ MN/m}^2$$

d) **Höchstlast**

$$F_d = A \cdot \text{zul } \sigma_D = 0,49 \text{ m} \cdot 0,615 \text{ m} \cdot 3,06 \text{ MN/m}^2$$

$$F_d = 0,922 \text{ MN (Bemessungswert)}$$

$$F_k \approx \frac{F_d}{1,4} = 0,669 \text{ MN (charakteristischer Wert)}$$

Beachten Sie, dass die Pfeilereigenlast nicht im Ergebnis enthalten ist. Wenn die Belastbarkeit des Pfeilers zu ermitteln ist, muss sie als Eigenlast zusätzlich berücksichtigt werden.

**Beispiel 16**

Für eine charakteristische Last  $F_k = 310 \text{ kN}$  ist ein Zwischenpfeiler aus Mz 20/Mörtelgruppe III,  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ , Pfeilerhöhe  $h_s = 5,875 \text{ m}$ , 2-seitig gehalten zu bemessen. Eine Seitenlänge ist mit 36,5 cm festgelegt.

a) **Knicklänge**

$$h_K = h_s = 5,875 \text{ m}$$

b) **Abminderungsfaktor**

$$\Phi_2 = 0,85 - 0,0011 \cdot \left( \frac{587,5}{36,5} \right)^2$$

$$\Phi_2 = 0,565$$

c) **Bemessungswert der Druckspannung**

$$\text{zul } \sigma_D = \Phi_2 \cdot f_d = 0,565 \cdot 4,26 \text{ MN/m}^2 = 2,41 \text{ MN/m}^2$$

## d) Querschnittsfläche

$$\text{erf } A = \frac{F_D}{\text{zul } \sigma_D} = \frac{\approx 1,4 \cdot 0,31 \text{ MN}}{2,41 \text{ MN/m}^2} = 0,180 \text{ m}^2$$

## e) Pfeilerlänge

$$\text{erf } l = \frac{A}{b} = \frac{0,180 \text{ m}^2}{0,365 \text{ m}} = 0,493 \text{ m, gewählt } 0,615 \text{ m}$$

## f) Spannungsnachweis einschließlich Pfeilereigenlast

$$\text{vorh } \sigma_d = \frac{F_D}{A} = \frac{1,4 \cdot 0,31 \text{ MN} + 1,35 \cdot 0,615 \text{ m} \cdot 0,365 \text{ m} \cdot 5,875 \text{ m} \cdot 0,018 \text{ MN/m}^3}{0,615 \text{ m} \cdot 0,365 \text{ m}}$$

$$\text{vorh } \sigma_d = 2,08 \text{ MN/m}^2 < 2,41 \text{ MN/m}^2$$

**Übung 11** Für  $F_k = 500 \text{ kN}$  sind ein quadratischer, zweiseitig gehaltener Mittelpfeiler aus KMz 28/MGr. III bei  $h = 4,80 \text{ m}$  Pfeilerhöhe sowie das quadratische,  $100 \text{ cm}$  hohe Betonfundament zu berechnen. Der Baugrund besteht aus Kies, der Beton aus C12/15. Die zulässige Bodenpressung sei  $350 \text{ kN/m}^2$ .

**Übung 12** Für einen Mittelpfeiler, dessen eine Seitenlänge  $36,5 \text{ cm}$  sein soll, ist für  $F_k = 160 \text{ kN}$  die zweite Seitenlänge zu ermitteln, wenn der Pfeiler  $4,75 \text{ m}$  hoch ist und aus Vollziegeln Mz 20/MGr. II a besteht.

**Übung 13** Eine dreiseitig gehaltene Wand ist  $17,5 \text{ cm}$  dick,  $2,50 \text{ m}$  breit ( $b'$ ) und  $2,75 \text{ m}$  hoch. Wie groß ist die Knicklänge  $h_K$ ?

**Übung 14** Eine  $11,5 \text{ cm}$  dicke Wand aus KSL 12/MGr. IIa, 2-seitig gehalten, ist  $3,00 \text{ m}$  hoch und dient als Decken-Zwischenaufleger. Wie groß ist der Bemessungswert der Druckspannung  $\text{zul } \sigma_D$ ?

**Übung 15** Eine  $30 \text{ cm}$  dicke Außenwand,  $2,625 \text{ m}$  hoch, aus Porenbetonstein PP6/Dünnbettmörtel dient einer Decke mit  $5,75 \text{ m}$  Spannweite als Endauflager. Sie ist 4-seitig gehalten und hat die Breite  $b = 5,75 \text{ m}$ . Wie groß ist Bemessungswert der Druckspannung  $\sigma_D$ ?

### 3.5 Belastung durch Zugkräfte

Der Dachbinder in Bild 3.15 will an seinen Auflagerpunkten nach rechts und links ausweichen. Dies verhindert jedoch der eingebaute Zuganker. Er nimmt den seitlich wirkenden Dachschub auf und wird dabei auf Zug beansprucht. Der Anker muss deshalb so kräftig sein, dass er nicht zerreißt. Sein Durchmesser muss also so groß sein, dass kein  $\text{mm}^2$  seines Querschnitts mehr beansprucht wird, als für das betreffende Material bei Zugspannung zugelassen ist.



**Bild 3.15**  
Ein Zuganker hält den Dachbin-  
der zusammen

An zugbeanspruchten Bauteilen darf die zulässige Zugspannung des Materials nicht überschritten werden.

Für die Berechnung von Zugkräften gelten die gleichen Formeln wie für die Berechnung von Druckkräften, nur sind für zul  $\sigma$  die zulässigen Zugspannungen einzusetzen.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$F = A \cdot \sigma$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

### Beispiel 17

Ein Rundstahl aus S 235 (früher St 37) hat eine charakteristische Zugkraft  $F_k = 63 \text{ kN}$  aufzunehmen. Der erforderliche Durchmesser ist zu berechnen.

Wir berechnen die Bemessungswerte für die angreifende Kraft und den Bemessungswert für die Stahlfestigkeit:

$$F_d = 1,4 \cdot F_k = 1,4 \cdot 63 \text{ kN} = 88,2 \text{ kN}$$

$$f_d = f_k / \gamma = 240 \text{ N/mm}^2 / 1,10 = 218 \text{ N/mm}^2 = 21\,800 \text{ N/cm}^2$$

$$\text{Also ist erf } A = F_d / f_d = \frac{88\,200 \text{ N}}{21\,800 \text{ N/cm}^2} = 4,04 \text{ cm}^2$$

Der Durchmesser des Rundstahls ergibt sich aus der Kreisformel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \text{erf } d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,04 \text{ cm}^2}{3,14}} = 2,26 \text{ cm.}$$

Wir wählen Rundstahl mit  $d = 2,5 \text{ cm} = 25 \text{ mm}$ .

**Übung 16** Ein Flachstahl aus S 235 von 10 mm Dicke hat eine Zugkraft  $F_k = 60$  kN aufzunehmen. Seine Breite ist zu berechnen. Führen Sie eine Bemessung durch.

**Übung 17** Ein U-Stahl aus S 235 wird mit  $F_k = 175$  kN Zug belastet. Bestimmen Sie das erforderliche Profil!

**Übung 18** Welche Zugkraft kann ein Kantholz 12/24 cm aus Nadelholz der Sortierklasse S 10 aufnehmen? Festigkeit  $f_k$  siehe Tab. 10.17a.

### 3.6 Geschwächte Zugquerschnitte

Die Winkelstähle des Dachuntergurts Bild 3.16 sind mit Nieten am Knotenblech befestigt. Durch die Nietlöcher werden ihre Querschnitte geschwächt, und sie würden bei einer Überbeanspruchung an dieser Stelle zerreißen. Der für die Aufnahme einer Zugkraft erforderliche Querschnitt muss also an dieser schwächsten Stelle vorhanden sein.



**Bild 3.16**  
Die Untergurtstäbe sind durch Nietlöcher geschwächt

Bei Zugstäben ist jede Schwächung durch Bolzen-, Niet-, Schrauben-, Zapfenlöcher, Versätze und dgl. zu berücksichtigen.

#### Beispiel 18

Statt der Zugstange in Bild 3.16 ist eine hölzerne Doppelzange einzubauen (Bild 3.17). Ihre Abmessungen sind für  $F_k = 63$  kN zu berechnen. Die Zange ist durch die Bolzenlöcher  $\varnothing 20$  mm geschwächt. Diese schwächste Stelle muss zur Aufnahme der Zugkraft ausreichen. Der erforderliche Querschnitt ist.

$$\text{erf } A = \frac{F_d}{f_d}$$



**Bild 3.17**  
Hölzerne Doppelzange, auf Zug beansprucht

Für Nadelholz der Sortierklasse S 10 ist nach Tabelle 10.17a die charakteristische Festigkeit  $f_k = 14 \text{ N/mm}^2$

$$\text{Bemessungsfestigkeit } f_d = \frac{14 \text{ N/mm}^2}{2,17} = 0,645 \text{ kN/cm}^2$$

Also ist der erforderliche Nutzquerschnitt mit  $F_d \approx 1,4 \cdot F_k$

$$\text{erf } A = \frac{1,4 \cdot 63 \text{ kN}}{0,645 \text{ kN/cm}^2} = 137 \text{ cm}^2.$$

Die Breite (Dicke) der Zangen muss gewählt werden und wird mit 5 cm angenommen. Dann ist die Schwächung durch die Bolzenlöcher  $2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$ .

Diese Schwächung ist zum berechneten Nutzquerschnitt von  $137 \text{ cm}^2$  zu addieren. Als erforderlichen Gesamtquerschnitt erhalten wir

$$\text{erf } A = 137 \text{ cm}^2 + 20 \text{ cm}^2 = 157 \text{ cm}^2.$$

Die Dicke (Höhe) der beiden Zangen ergibt sich dann zu

$$d = \frac{157 \text{ cm}^2}{2 \cdot 5 \text{ cm}} = 15,7 \text{ cm}.$$

Ausgeführt wird  $d = 16 \text{ cm}$ .

### Beispiel 19

Der Untergurt eines Dachbinders besteht aus 2 Winkelstählen, die durch  $F_k = 85 \text{ kN}$  auf Zug beansprucht werden (Bild 3.16). Sie sind durch Schrauben  $\varnothing 12$  an den Knotenblechen angeschlossen. Das erforderliche Profil ist zu bestimmen.

$$F_d \approx 1,4 \cdot F_k = 1,4 \cdot 85 \text{ kN} = 119 \text{ kN}$$

$$f_d = 21,8 \text{ kN/cm}^2 \text{ für Stahl S 325}$$

Erforderlicher Querschnitt

$$\text{erf } A_{\text{netto}} = \frac{F_d}{f_d} = \frac{119 \text{ kN}}{21,8 \text{ kN}} = 5,46 \text{ cm}^2$$

Die Schwächung durch die Schrauben ist zu berücksichtigen. Weil aber die Flanschdicke der Winkelstähle nicht bekannt ist, muss zunächst ein Profil gewählt werden, und zwar mit einem Querschnitt größer als erf  $A$ . Gewählt werden 2 L  $50 \times 5^{1)}$  mit  $A = 2 \cdot 4,8 \text{ cm}^2 = 9,6 \text{ cm}^2$  (s. Tab. 10.30). Nun ist unter Berücksichtigung des Nietabzugs zu prüfen, ob die vorhandene Spannung zulässig ist.

<sup>1)</sup> L  $50 \times 5$  bedeutet ein gleichschenkliger Winkelstahl mit 50 mm Schenkellänge und 5 mm Schenkeldicke.

Vorhandener Gesamtquerschnitt		9,6	cm <sup>2</sup>
Lochabzug <sup>2)</sup>	$2 \cdot 1,3 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ cm} =$	1,3	cm <sup>2</sup>
Nettofläche vorh $A_{\text{netto}}$		$= 8,3$	cm <sup>2</sup> > 5,46 cm <sup>2</sup>
Spannung			

$$\text{vorh } \sigma_d = \frac{F_d}{\text{vorh } A_{\text{netto}}} = \frac{119 \text{ kN}}{8,3 \text{ cm}} \approx 14,3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < f_d = 21,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

### Beispiel 20

Für ein Hängewerk soll der Querschnitt der Hängesäule, die eine reine Eigengewichtlast von  $G_k = 80 \text{ kN}$  aufzunehmen hat, berechnet werden (Bild 3.18). Die Streben haben den Querschnitt  $14 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$  (vgl. auch Bild 6.17).

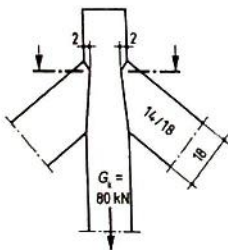
Nadelholz C24 mit  $f_k = 14 \text{ N/mm}^2$  für Zug in Faserrichtung (Tab. 10.17a)

$$f_d = \frac{1,4 \text{ kN/cm}^2}{2,17} = 0,65 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$F_d = 1,35 \cdot G_k = 1,35 \cdot 80 \text{ kN} = 108 \text{ kN}$$

Erforderlicher Nutzquerschnitt der Hängesäule

$$\text{erf } A_{\text{netto}} = \frac{F_d}{f_d} = \frac{108 \text{ kN}}{0,65 \text{ kN/cm}^2} = 166 \text{ cm}^2$$



**Bild 3.18**  
Hängesäule in einem Hängewerk

Um den erforderlichen Gesamtquerschnitt der Hängesäule zu erhalten, sind zu dem berechneten Nutzquerschnitt noch die Schwächungen durch den Versatz hinzu zu rechnen. Diese Schwächungen sind jedoch abhängig von den noch nicht bekannten Abmessungen der Hängesäule. Also müssen diese, um weiter rechnen zu können, zunächst angenommen werden, und zwar größer als der Nutzquerschnitt mit  $166 \text{ cm}^2$ . Passend zur Strebenbreite von  $14 \text{ cm}$  wird für die Hängesäule  $14/16 \text{ cm}$  mit  $A = 224 \text{ cm}^2$  gewählt.

Hiervon sind zur Ermittlung des vorhandenen Nutzquerschnitts abzuziehen die Schwächungen durch den Versatz  $2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm} = 56 \text{ cm}^2$ .

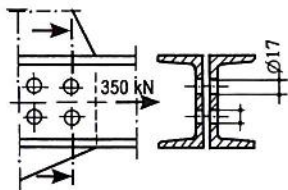
<sup>2)</sup> Allen Berechnungen ist der Lochdurchmesser zugrunde zu legen.

Der vorhandene Nutzquerschnitt ist also

$$\text{vorh } A_{\text{netto}} = 224 \text{ cm}^2 - 56 \text{ cm}^2 = 168 \text{ cm}^2 > 166 \text{ cm}^2.$$

Für die Hängesäule ist noch die Länge des Überstands am oberen Ende (Vorholzlänge) zu berechnen. Sie ergibt sich aus einer Beanspruchung auf Abscheren und wird erst im nächsten Abschnitt behandelt.

**Übung 19** Für eine Doppelzange aus Brettschichtholz B 11 die zusammen  $2 \times 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$  breit ist und mit  $F_k = 200 \text{ kN}$  auf Zug beansprucht wird, ist die Einzeldicke zu berechnen, wenn ein schwächendes Bohrloch von  $25 \text{ mm}$  notwendig ist.



**Bild 3.19**  
Anschluss von 2 U-Stählen mit doppelreihiger Nietung

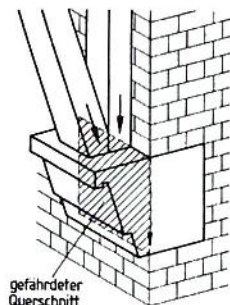
**Übung 20** Eine Zugkraft von  $F_k = 350 \text{ kN}$  soll durch 2 U-Stähle aufgenommen werden (Bild 3.19). Die Profile sind zweireihig durch Bohrlöcher  $\varnothing 17 \text{ mm}$  geschwächt. Das Profil der U-Stähle aus S 235 ist zu ermitteln.

**Übung 21** Die Breite einer Hängesäule, deren Dicke  $16 \text{ cm}$  sein muss, ist für eine Zugkraft  $F_k = 160 \text{ kN}$  zu berechnen. Die Versatztiefe ist  $2 \text{ cm}$ , die Querschnittsschwächung also  $2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2$ . Holzart: Nadelholz S 10

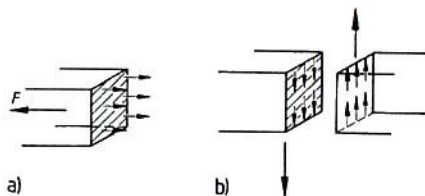
## 4 Scherkräfte

### 4.1 Scherkräfte erzeugen Schubspannungen

Die Pfosten in Bild 4.1 belasten die Natursteinkonsole. Wir erkennen, dass sie nicht durch Materialpressung gefährdet ist. Vielmehr würde sie bei Überlastung an der Außenkante der Mauer abgeschert werden und längs der Mauer herunterbrechen.



**Bild 4.1** Die Pfosten wollen die Konsole abscheren



**Bild 4.2**

- a) Normalspannungen (Zug- oder Druckspannungen) wirken rechtwinklig zum belasteten Querschnitt
- b) Schubspannungen (Tangentialspannungen) wirken parallel zum beanspruchten Querschnitt

Scherkräfte wirken gleichlaufend (parallel) zum belasteten Querschnitt, Zug- und Druckkräfte dagegen wirken rechtwinklig dazu (Bild 4.2).

Die auf Abscheren beanspruchte Querschnittsfläche (d.h. der Konsolenquerschnitt in der Vorderseite der Mauer) muss also so groß sein, dass seine zulässige Schubspannung nicht überschritten wird. Die für Druck- und Zugkräfte verwendeten Formeln gelten auch hier, jedoch bezeichnet man die im Bauteil hervorgerufene Schubspannung nicht mit  $\sigma$ , sondern mit  $\tau$  (griech. tau).

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$A = \frac{F}{\tau}$$

$$F = A \cdot \tau$$

Mit  $\sigma$  bezeichnet man Normalspannungen. Sie werden durch rechtwinklig zum Querschnitt wirkende Kräfte hervorgerufen.

Mit  $\tau$  bezeichnet man Tangentialspannungen. Sie werden durch gleichlaufend zum Querschnitt wirkende Kräfte hervorgerufen.

**Beispiel 21**

Für eine Konsole aus festem Kalkstein, die durch die Dachbinderpfosten mit  $F = 30 \text{ kN}$  belastet ist, ist der Querschnitt zu berechnen (Bild 4.1). Die zulässige Schubspannung sei  $\tau = 0,2 \text{ MN/m}^2 = 0,02 \text{ kN/cm}^2$ .

Die Berechnung wird hier nur mit charakteristischen Werten durchgeführt!

$$\text{erf } A = \frac{F}{\text{zul } \tau} = \frac{30 \text{ kN}}{0,02 \text{ kN/cm}^2} = 1500 \text{ cm}^2$$

Die Konsolenbreite wird angenommen zu  $b = 36,5 \text{ cm}$ . Folglich ist die erforderliche Höhe

$$\text{erf } h = \frac{1500 \text{ cm}^2}{36,5 \text{ cm}} = 41 \text{ cm}.$$

Ausgeführte Höhe =  $41,7 \text{ cm} = 5$  Schichthöhen des Mauerwerks im NF-Format.

**Übung 22** Die Höhe einer Konsole aus Sandstein, regelmäßiges Mauerwerk, in Mörtelgruppe III ist für  $F = 40 \text{ kN}$  und eine, Breite von  $36,5 \text{ cm}$  zu berechnen. Die zulässige Schubspannung sei  $0,25 \text{ MN/m}^2 = 0,025 \text{ kN/cm}^2$ . Berechnung nur mit charakteristischen Werten!

## 4.2 Scherkräfte an Hängewerken

Am Beispiel einer Holzkonstruktion zeigt Bild 4.3 die Lage der Scherflächen zur angreifenden Last. Hier war der Überstand der Hängesäule zu kurz. Dadurch ergaben sich zu kleine Scherflächen, die unter der Belastung zu Bruch gingen.

**Beispiel 22**

Für die Hängesäule nach Bild 4.3 ist die Länge des Überstands zu berechnen.

Wird die Hängesäule überlastet, schieben die Streben die über ihnen sitzenden Holzteile nach oben – sie scheren diese Teile ab (Bild 4.3). Die abscherende Kraft gleicht der Zuglast. Sie sei  $80 \text{ kN}$ . Die zur Aufnahme dieser Last erforderliche Scherfläche ist

$$\text{erf } A = \frac{F_d}{f_d}.$$

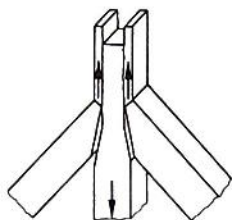
Wir führen diesen Nachweis nun mit Bemessungswerten:

$$F_d = 1,35 \cdot G_k = 1,35 \cdot 80 \text{ kN} = 108 \text{ kN}$$

Für Abscheren in Faserrichtung (Nadelholz, Sortierklasse S 10) ist nach Tabelle 10.17a,

$$f_k = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_d = \frac{2,7 \text{ N/mm}^2}{2,17} = 0,124 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Folglich ist erf } A = \frac{108 \text{ kN}}{0,124 \text{ N/cm}^2} = 871 \text{ cm}^2.$$



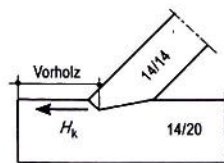
**Bild 4.3**  
Abgescherter Überstand bei einer überlasteten Hängesäule

Diese Scherfläche verteilt sich je zur Hälfte auf die rechte und linke Seite der Hängesäule, deren Breite 14 cm ist. Die erforderliche Länge je Seite ist

$$l = \frac{877 \text{ cm}^2}{2 \cdot 14 \text{ cm}} \approx 31 \text{ cm}.$$

**Übung 23** Der Überstand der Hängesäule von Übung 21 ist zu berechnen. Der Versatz ist auf der 16 cm breiten Seite angeordnet.

**Übung 24** Die Vorholzlänge am Strebenfuß ist für den waagerechten Schub der Strebe  $H_k = 58 \text{ kN}$  zu berechnen (4.4).

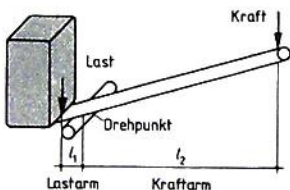


**Bild 4.4.**  
Vorholz am Fußpunkt eines Hängewerks aus NH S 10

## 5 Biegung

### 5.1 Drehen und Biegen

**Drehmoment.** Ist auf der Baustelle ein Steinquader anzuheben, setzt man ein Stahlrohr oder ein Kantholz als Hebel an. Es genügt dann weniger Kraft, als wenn man den Quader unmittelbar mit den Händen anhebt. Mit einem Hebel lässt sich bekanntlich am leichtesten arbeiten, wenn der „Drehpunkt“, um den der Hebel gedreht wird, dicht an die Last herangeschoben wird, so dass der *Lastarm* möglichst kurz, der *Kraftarm* des Hebels dagegen möglichst lang wird. Die Wirkung der Kraft ist also nicht allein von deren Größe, sondern auch von deren Abstand vom Drehpunkt abhängig. Für das Zusammenwirken von Kraft und Hebelarm verwenden wir eine neue Einheit, das (Dreh-)Moment  $M$  in  $\text{kN} \cdot \text{m}$ .



**Bild 5.1**  
Anwendung eines Hebebaums

$$\text{Drehmoment} = \text{Kraft (oder Last)} \cdot \text{Hebelarmlänge (5.1)}$$
$$M = F \cdot l$$

Bei hoher Last biegt sich der Hebel über dem Drehpunkt durch. Er wird auf Biegung beansprucht.

Das Moment ist zugleich ein Maß für die Biegebeanspruchung des Hebels.

**Biegemoment.** Man spricht dann vom Biegemoment, das für die Festlegung der Querschnittsabmessung eines Hebels bekannt sein oder berechnet werden muss.

$$\text{Biegemoment} = \text{Kraft} \cdot \text{Kraftarm} \text{ oder } \text{Last} \cdot \text{Lastarm}$$
$$M = F \cdot l$$

Drehmoment und Biegemoment gleichen sich. Steigt das Drehmoment, steigt auch die Biegebeanspruchung des Hebels, was schließlich zum Bruch des Hebels führen kann.

Als Maßeinheiten für das Biegemoment  $M$ , das ein Produkt aus  $F$  (N, kN, MN) und  $l$  (m, cm) ist, ergeben sich verschiedene Möglichkeiten: MNm, MNcm, kNm, kNcm, Nm oder Ncm.  $1 \text{ MNm} = 100 \text{ MNcm}$ ;  $1 \text{ MNm} = 1000 \text{ kNm}$ ;  $1 \text{ kNm} = 100 \text{ kNcm}$ .

Von der Größe des Biegemoments hängen Querschnittsform und -größe sowie Materialart tragfähiger Hebel ab.

Ein belasteter Balken gleicht einem Hebel (Bild 5.2). Darum liegen der Berechnung biegebeanspruchter Balken die Hebelgesetze zugrunde.

Bei dem hier dargestellten auskragenden Balken liegt der Drehpunkt an der Einspannstelle. Beim Balken auf 2 Stützen stellen wir uns den Drehpunkt in einem der Auflager vor.



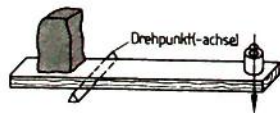
**Bild 5.2**  
Biegemoment an einem eingespannten Balken

**Übung 25** Welche Hebel erleichtern a) auf dem Bau, b) im täglichen Leben die Arbeit?

## 5.2 Gleichgewicht

### 5.2.1 Zweiseitiger Hebel

Die Last in Bild 5.3 will den Hebel links herum drehen: Das Drehmoment der Last ist links drehend. Die Kraft in Form des Gewichts wirkt entgegengesetzt: Ihr Drehmoment ist rechts drehend. Sind beide Drehmomente gleich groß, herrscht Gleichgewicht, und es entsteht keine Drehbewegung.



**Bild 5.3**  
Gleichgewicht am zweiseitigen Hebel

Beim Hebel im Gleichgewicht ist Kraftmoment = Lastmoment oder:  
Gleichgewicht am Hebel besteht, wenn die Summe aller Momente = 0 ist.  
3. Gleichgewichtsbedingung:  $\Sigma M = 0$

Weil ein Moment das Produkt aus Kraft oder Last und dem zugehörigen Hebelarm ist, kann man das Hebelgesetz auch wie folgt schreiben:

**Hebelgesetz**

$$\text{Kraft} \cdot \text{Kraftarm} = \text{Last} \cdot \text{Lastarm}$$

**Beispiel 23**

Welche Kraft muss man aufwenden, um mit einem Hebel eine Last von 10 kN im Gleichgewicht zu halten, wenn der Kraftarm fünfmal so lang ist wie der 20 cm lange Lastarm?

$$\text{Der Kraftarm ist} \quad 5 \cdot 20 \text{ cm} = 100 \text{ cm.}$$

$$\text{Nach dem Hebelgesetz ist} \quad \text{Kraft} \cdot \text{Kraftarm} = \text{Last} \cdot \text{Lastarm.}$$

$$\text{Mit den gegebenen Werten ergibt sich} \quad \text{Kraft} \cdot 100 \text{ cm} = 10 \text{ kN} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ kNcm.}$$

$$\text{Kraft} = \frac{200 \text{ kNcm}}{100 \text{ cm}} = 2 \text{ kN}$$

Am 5mal so langen Kraftarm genügt also zur Herstellung des Gleichgewichts  $\frac{1}{5}$  der Last als Kraft!

Das Hebelgesetz lässt sich nun so umformen, dass die für den Gleichgewichtszustand nötige Kraft unmittelbar berechnet werden kann:

$$\text{Kraft } F = \frac{\text{Last} \cdot \text{Lastarm}}{\text{Kraftarm}} \quad \text{oder} \quad \text{Kraft } F = \frac{\text{Lastmoment}(e)}{\text{Kraftarm}}$$

**Beispiele 24**

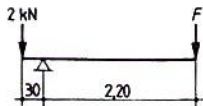
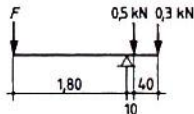
Für die Hebel in Bild 5.4 bis 5.7 soll Gleichgewicht bestehen. Es sind die dafür erforderlichen Kräfte  $F$  zu berechnen.

$$\text{Es gilt allgemein} \quad \text{Kraft } F = \frac{\text{Lastmoment}(e)}{\text{Kraftarm}}.$$

In Bild 5.4 ist das Lastmoment der Kraftarm

$$2 \text{ kN} \cdot 0,30 \text{ m} = 0,60 \text{ kNm} \\ = 2,20 \text{ m}$$

$$\text{folglich die Kraft } F = \frac{0,6 \text{ kNm}}{2,20 \text{ m}} = 0,273 \text{ kN} = 273 \text{ N.}$$

**Bild 5.4** Zweiseitiger Hebel**Bild 5.5** Zweiseitiger Hebel

In Bild 5.5 setzt sich das Lastmoment aus den Momenten der beiden verschiedenen großen Lasten 0,5 kN und 0,3 kN zusammen, die (darauf ist stets zu achten) an den verschiedenen langen Hebelarmen 0,10 m und 0,50 m wirken.

Der für ein Moment maßgebende Hebelarm ist stets der Abstand vom Drehpunkt zur Wirkungslinie der zugehörigen Kraft.  
Hebelarm und Wirkungslinie stehen immer rechtwinklig aufeinander.

Es ist Kraft  $F = \frac{\text{Lastmoment}(e)}{\text{Kraftarm}}$

$$F = \frac{0,5 \text{ kN} \cdot 0,10 \text{ m} + 0,3 \text{ kN} \cdot 0,50 \text{ m}}{1,80 \text{ m}} = \frac{0,05 \text{ kNm} + 0,15 \text{ kNm}}{1,80 \text{ m}}$$

$$F = \frac{0,20 \text{ kNm}}{1,80 \text{ m}} = 0,111 \text{ kN} = 111 \text{ N.}$$

In Bild 5.6 ist zu beachten, dass die Lasten 0,8 kN und 1 kN links vom Drehpunkt (linksdrehend) wirken, die Last 0,3 kN dagegen rechts vom Drehpunkt (rechtsdrehend) wirkt. Durch die Lasten 0,8 kN und 1 kN dreht sich der Hebel also entgegengesetzt zur Drehung durch die Last von 0,3 kN. Das Drehmoment der 0,3 kN hat darum das entgegengesetzte Vorzeichen wie die Drehmomente, die durch die Lasten von 0,8 kN und 1 kN erzeugt werden.

Auf diesen Fall angewendet lautet das Hebelgesetz

$$F = \frac{0,8 \text{ kN} \cdot 1,00 \text{ m} + 1 \text{ kN} \cdot 0,60 \text{ m} - 0,3 \text{ kN} \cdot 0,30 \text{ m}}{2,80 \text{ m}}$$

$$F = \frac{0,8 \text{ kNm} + 0,6 \text{ kNm} - 0,09 \text{ kNm}}{2,80 \text{ m}} = \frac{1,31 \text{ kNm}}{2,80 \text{ m}} = 468 \text{ N.}$$

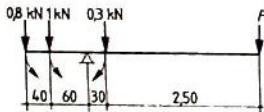


Bild 5.6 Zweiseitiger Hebel

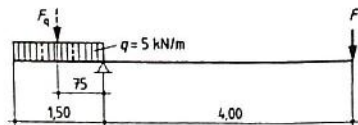


Bild 5.7 Zweiseitiger Hebel

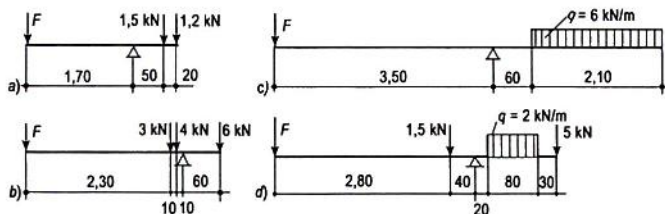
In Bild 5.7 wirkt auf den Lastarm an Stelle der „Einzellasten“ wie in den bisherigen Fällen eine „gleichmäßig verteilte“ Last  $q$  von 5 kN/m auf 1,50 m Länge. Insgesamt ist also ihre Gewichtskraft  $F_q = 1,50 \text{ m} \cdot 5 \text{ kN/m} = 7,5 \text{ kN}$ .

Wir nehmen nun an, diese Last bestünde aus drei Kisten von je 0,50 m Länge. Wir können dann die beiden äußeren Kisten von rechts und links auf die mittlere Kiste setzen, ohne dass sich am Zustand des Hebels etwas ändert. Das bliebe auch so, wenn wir uns die Gesamtlast der Kisten  $F_q = 7,5 \text{ kN}$  im Schwerpunkt der mittleren Kiste, d.h. im Schwerpunkt der gesamten Belastung, angreifend denken. Für die Gleichgewichtskraft  $F$  ist anzusetzen

$$F = \frac{7,5 \text{ kN} \cdot 0,75 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = \frac{5,625 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 1,41 \text{ kN.}$$

Eine gleichmäßig verteilte Last ist im Lastschwerpunkt durch ihre Gesamtlast  $F_Q$  ersetzbar.

**Übung 26** Es sind die Kräfte  $F$  zu ermitteln, durch die Hebel in Bild 5.8a bis d im Gleichgewicht gehalten werden.



**Bild 5.8** Vier zweiseitige Hebel

## 5.2.2 Einseitiger Hebel

Auch bei der Schubkarre nutzen wir das Hebelgesetz (Bild 5.9). Der Drehpunkt ist die Radachse. Die Ladung der Schubkarre ist die Last. Jedermann versucht, diese möglichst dicht an die Radachse heranzurücken (kurzer Lastarm).

Die Kraft ist die Muskelkraft der Person, die die Schubkarre anhebt. Und diese wird die Holme der Karre stets an den äußersten Enden, also möglichst weit vom Drehpunkt entfernt, in die Hände nehmen (langer Kraftarm). Last- und Kraftarm befinden sich nun aber auf derselben Seite des Drehpunkts.



**Bild 5.9** Die Schubkarre ist ein einseitiger Hebel

Beim einseitigen Hebel liegen Kraft und Last – vom Drehpunkt aus gesehen – auf der selben Seite.

Auch für den einseitigen Hebel gilt das Hebelgesetz:

Kraft  $\cdot$  Kraftarm = Last  $\cdot$  Lastarm oder

$$\text{Kraft} = \frac{\text{Last} \cdot \text{Lastarm}}{\text{Kraftarm}} = \frac{\text{Lastmoment}}{\text{Kraftarm}}$$

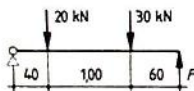
### Beispiel 25

Für den einseitigen Hebel nach Bild 5.10 ist die Kraft zu berechnen, die den Hebel im Gleichgewicht hält.

Nach dem Hebelgesetz ist

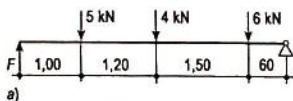
$$F = \frac{20 \text{ kN} \cdot 0,40 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 1,40 \text{ m}}{2,00 \text{ m}}$$

$$F = \frac{8 \text{ kNm} + 42 \text{ kNm}}{2,00 \text{ m}} = \frac{50 \text{ kNm}}{2,00 \text{ m}} = 25 \text{ kN}$$

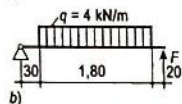


**Bild 5.10**  
Einseitiger Hebel

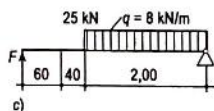
**Übung 27** Es sind die Kräfte  $F$  zu ermitteln, die die Hebel in Bild 5.11a bis c im Gleichgewicht halten.



a)



b)



c)

**Bild 5.11** Drei einseitige Hebel

## 5.3 Auflagerkraft

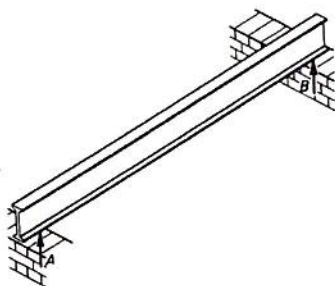
### 5.3.1 Balken auf zwei Stützen

Der Träger in Bild 5.12 drückt mit seiner (nicht dargestellten) Belastung und seiner Eigenlast auf die beiden Mauern, auf denen er ruht. Er ruft dadurch die beiden *Auflagerkräfte*  $A$  und  $B$  hervor.

Die *Eigenlast* des Trägers verteilt sich gleichmäßig auf die beiden Auflager; jedes nimmt die Hälfte davon auf.

Eine *mittige Belastung* wird ebenfalls je zur Hälfte von den beiden Auflagern aufgenommen; wir erhalten dann gleichgroße Auflagerkräfte.

Bei *ausmittiger Belastung* des Trägers muss jedoch das der Last näherliegende Auflager einen größeren Anteil der Last übernehmen als das entfernter liegende. Die Auflagerkräfte werden dann ungleich.



**Bild 5.12**  
Auflagerkräfte eines Trägers

Auflagerkräfte lassen sich wie die Gleichgewichtskräfte von einseitigen Hebeln mit dem Hebelgesetz berechnen.

Im folgenden Beispiel und in den Übungen bleiben die vergleichsweise geringen Trägereigenlasten der Einfachheit halber unberücksichtigt.

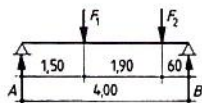
#### Beispiel 26

Für den Träger nach Bild 5.13 sind die Auflagerkräfte  $A$  und  $B$  zu berechnen.

$$F_1 = 6 \text{ kN}, F_2 = 5 \text{ kN}.$$

Für die Berechnung der Auflagerkraft  $A$  wird der Träger als einseitiger Hebel angesehen, dessen Drehpunkt in  $B$  liegt. Dann ist nach dem Hebelgesetz

$$A \cdot 4,00 \text{ m} = F_1 \cdot 2,50 \text{ m} + F_2 \cdot 0,60 \text{ m}.$$



**Bild 5.13**  
Berechnung der Auflagerkräfte eines Trägers auf zwei Stützen mit Einzellasten

Löst man die Gleichung nach  $A$  auf und setzt die Werte für  $F_1$  und  $F_2$  ein, ergibt sich

$$A = \frac{6 \text{ kN} \cdot 2,50 \text{ m} + 5 \text{ kN} \cdot 0,60 \text{ m}}{4,00 \text{ m}}$$

$$A = \frac{15 \text{ kNm} + 3 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = \frac{18 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 4,5 \text{ kN}$$

Für die Berechnung der Auflagerkraft  $B$  denkt man sich nun den Drehpunkt in  $A$ . Jetzt ist nach dem Hebelgesetz

$$B \cdot 4,00 \text{ m} = F_1 \cdot 1,50 \text{ m} + F_2 \cdot 3,40 \text{ m}$$

$$B = \frac{6 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} + 5 \text{ kN} \cdot 3,40 \text{ m}}{4,00 \text{ m}}$$

$$B = \frac{9 \text{ kNm} + 17 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = \frac{26 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 6,5 \text{ kN}$$

Nun schalten wir folgende Überlegung ein: Tragen zwei Männer an einer Stange eine oder mehrere Lasten, müssen beide zusammen die gesamte Last tragen. Die Last, die jeder zu tragen hat, entspricht den Auflagerkräften  $A$  oder  $B$ .

Die beiden Auflagerkräfte  $A$  und  $B$  müssen zusammen ebenso groß sein wie die Summe der Kräfte, die die Auflager aufzunehmen haben.

Wir erinnern uns an den Gleichgewichtsgrundsatz: Die Summe aller vertikalen Kräfte muss 0 sein:  $\Sigma V = 0$ .

Man kann damit die Richtigkeit der im Beispiel durchgeführten Berechnung leicht nachprüfen:

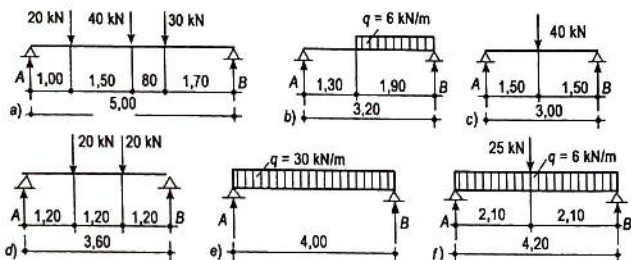
$$\text{Auflagerkräfte } A + B = F_1 + F_2 \quad \text{oder} \quad A + B - (F_1 + F_2) = 0$$

$$A + B = 4,5 \text{ kN} + 6,5 \text{ kN} = 11 \text{ kN}$$

$$F_1 + F_2 = 6 \text{ kN} + 5 \text{ kN} = 11 \text{ kN}$$

**Übung 28** Für die Träger in Bild 5.14a bis f sind die Auflagerkräfte  $A$  und  $B$  zu berechnen.

Frage: Muss man die Auflagerkräfte der Träger c bis f mit dem Hebelgesetz berechnen, oder ist es möglich, sie durch einfache Überlegungen zu bestimmen?



**Bild 5.14** Balken auf zwei Stützen mit Einzellasten, Streckenlasten und gemischter Belastung

**Übung 29** Eine Laderampe von 3,00 m Breite wird am vorderen Rand durch zwei 1 200 mit 5,00 m Stützweite abgefangen (Bild 5.15). Sie ruhen auf 2,50 m hohen Mauerpfählen aus Vollziegeln Mz 12 in Mörtelgruppe II.

Prüfen Sie, ob Pfeilerquerschnitte von  $24\text{ cm} \times 24\text{ cm}$  ausreichen. Beachten Sie: Außer den Eigenlasten übernehmen die Träger die Streckenlast der linken Rampenhälfte. Vergessen Sie nicht die Pfeilereigenlast (mit  $\gamma = 15\text{ kN/m}^3$ ).

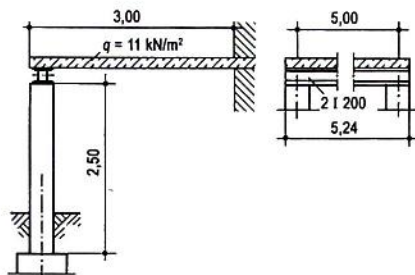


Bild 5.15

### 5.3.2 Balken mit gemischter Belastung

Der Deckenträger in Bild 5.16 hat verschiedene Lasten aufzunehmen. Er ist durch die Eigenlast der Decke und seine Eigenlast gleichmäßig belastet. Die belastete Stahlstütze ist als Einzellast, die aufzunehmende Querwand als Streckenlast zu betrachten.

Unterschiedliche Lastarten und -Stellungen nennt man „gemischte Belastung“.

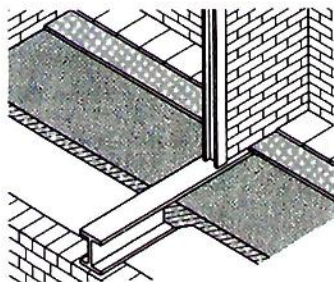
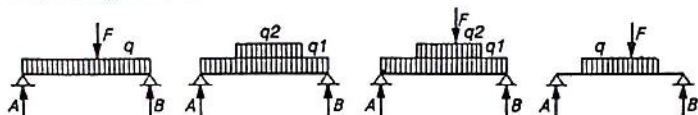


Bild 5.16

Der Deckenträger hat verschiedene Lasten aufzunehmen (Platte teilweise fortgelassen).

Beispiele zeigt Bild 5.17

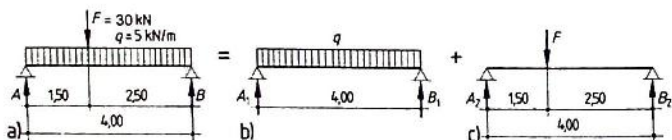


**Bild 5.17** Möglichkeiten gemischter Belastung aus gleichmäßig und ungleichmäßig verteilten Streckenlasten und Einzellasten

Aus gemischten Lasten entstehende Auflagerkräfte werden nach den gleichen Regeln berechnet wie die Träger in Abschnitt 5.3.1.

### Beispiel 27

Für den Balken in Bild 5.18a sind die Auflagerkräfte zu berechnen.  $F = 30 \text{ kN}$ ,  $q = 5 \text{ kN/m}$ . Am Einfachsten ermittelt man zunächst  $A_1$  und  $B_1$  für einen Balken, der nur mit  $q$  belastet ist (Bild 5.18b). Danach berechnet man  $A_2$  und  $B_2$  für einen nur mit  $F$  belasteten Balken (Bild 5.18c). Die Summe der Auflagerkräfte  $A_1 + A_2$  ergibt dann für den mit Fund  $q$  belasteten Balken (Bild 5.18a) den Auflagerdruck  $A$ . Ebenso ist für diesen Balken  $B_1 + B_2 = B$ .



**Bild 5.18** Träger auf zwei Stützen mit gemischter Last  
a) gemischte Belastung, b) Lastfall  $q$ , c) Lastfall  $F$

Bei gemischter Belastung ist es oft zweckmäßig, die Auflagerkräfte aus der Summe der für jeden Lastfall getrennt ermittelten Auflagerkräfte zu berechnen.

Für die Belastung durch  $q$  (Bild 5.18b) ist

$$A_1 = B_1 = \frac{5 \text{ kN/m} \cdot 4,00 \text{ m}}{2} = 10 \text{ kN}$$

Für die Belastung durch  $F$  (Bild 5.18c) sind nach dem Hebelgesetz

$$A_2 = \frac{30 \text{ kN} \cdot 2,50 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = 18,75 \text{ kN}$$

$$B_2 = \frac{30 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = 11,25 \text{ kN}.$$

Die Gesamtauflagerkräfte sind also

$$A = A_1 + A_2 = 10 \text{ kN} + 18,75 \text{ kN} = 28,75 \text{ kN}$$

$$B = B_1 + B_2 = 10 \text{ kN} + 11,25 \text{ kN} = 21,25 \text{ kN.}$$

Probe:  $\Sigma V = 0$

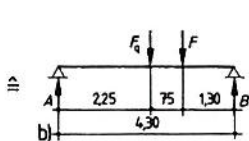
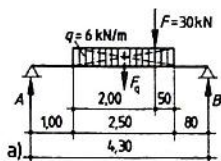
$$A + B = 28,75 \text{ kN} + 21,25 \text{ kN} = 50 \text{ kN}$$

$$F + F_q = 30 \text{ kN} + 5 \text{ kN/m} \cdot 4,00 \text{ m}$$

$$F + F_q = 30 \text{ kN} + 20 \text{ kN} = 50 \text{ kN} \quad \text{somit} \quad A + B - (F + F_q) = 0$$

### Beispiel 28

Für den Träger nach Bild 5.19a sind die Auflagerkräfte zu berechnen.



**Bild 5.19**

Balken auf zwei Stützen. Zum Berechnen von  $A$  und  $B$  darf die Streckenlast  $q$  in a) durch eine gleichgroße Einzellast  $F_q$  in b) ersetzt werden

Hier bietet eine Teilung der Belastung wie in Beispiel 27 keine Vorteile, weil keine symmetrische Laststellung vorliegt. Das Hebelgesetz führt hier am Schnellsten zum Ziel.

Zunächst wird die Gesamtgröße der Streckenlast ermittelt. Es ist

$$F_q = q \cdot 2,50 \text{ m} = 6 \text{ kN/m} \cdot 2,50 \text{ m} = 15 \text{ kN. Wir wissen bereits:}$$

Eine Streckenlast ist durch ihre Gesamtlast  $F_q$  im Lastschwerpunkt ersetzbar.

Jetzt ergibt sich für die Berechnung von  $A$  und  $B$  die Anordnung nach Bild 5.19b. Nach dem Hebelgesetz sind

$$A = \frac{F_q \cdot 2,05 \text{ m} + F \cdot 1,30 \text{ m}}{4,30 \text{ m}} = \frac{15 \text{ kN} \cdot 2,05 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 1,30 \text{ m}}{4,30 \text{ m}}$$

$$A = \frac{30,8 \text{ kNm} + 39 \text{ kNm}}{4,30 \text{ m}} = \frac{69,8 \text{ kNm}}{4,30 \text{ m}} = 16,2 \text{ kN}$$

$$B = \frac{F_q \cdot 2,25 \text{ m} + F \cdot 3,00 \text{ m}}{4,30 \text{ m}} = \frac{15 \text{ kN} \cdot 2,25 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m}}{4,30 \text{ m}}$$

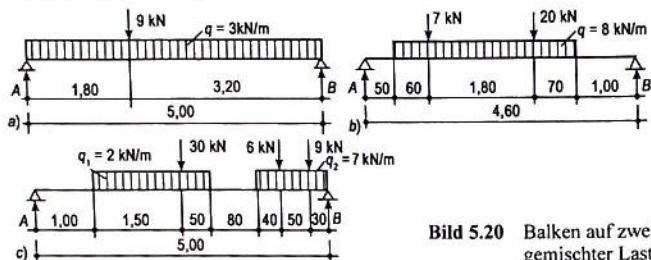
$$B = \frac{33,8 \text{ kNm} + 90 \text{ kNm}}{4,30 \text{ m}} = \frac{123,8 \text{ kNm}}{4,30 \text{ m}} = 28,8 \text{ kN.}$$

Probe:  $A + B - (F_q + F) = \Sigma V = 0$

$$A + B = 16,2 \text{ kN} + 28,8 \text{ kN} = 45,0 \text{ kN}$$

$$F_q + F = 15,0 \text{ kN} + 30,0 \text{ kN} = 45,0 \text{ kN}$$

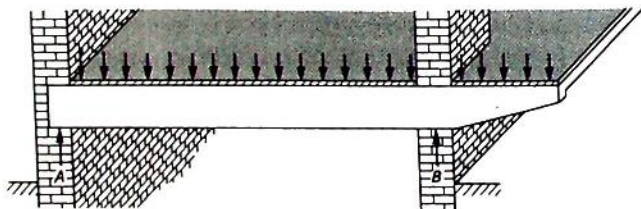
**Übung 30** Für die Träger nach Bild 5.20a bis c sind die Auflagerkräfte zu berechnen.



**Bild 5.20** Balken auf zwei Stützen mit gemischter Last

### 5.3.3 Kragbalken

Häufig führt der Träger oder Balken einer Decke über einen der Auflagerpunkte hinaus – er kragt aus, wie z.B. der Balken für den Lastenaufzug eines Speichers (Bild 1.4). Oder es schließt eine Laderampe an eine Decke an (Bild 5.21), so dass die Deckenbalken nicht auf ihrem Auflager enden, sondern auskragen.



**Bild 5.21** Der Stahlbetonbalken unter Decke und Laderampe ist ein Balken mit Kragarm.

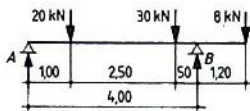
Auch Auflagerkräfte von Kragbalken werden mit dem Hebelgesetz berechnet.

Wiederum betrachtet man den Balken als Hebel, dessen Drehpunkt einmal in  $B$ , das andere Mal in  $A$  angenommen wird. Mit dem Drehpunkt in  $A$  ergibt sich wieder ein einseitiger Hebel. Der Rechnungsgang ist uns bekannt; es ist lediglich darauf zu achten, dass die Länge des Hebelarms der Kraglast richtig eingesetzt wird. Mit dem Drehpunkt in  $B$  (bei der Berechnung von  $A$ ) entsteht jedoch ein zweiseitiger Hebel, und wir müssen uns für die Rechnung darüber klar werden, welche der belastenden Kräfte rechts drehende und welche links drehende Momente erzeugen.

**Beispiel 29**

Für den Träger mit Kragarm nach Bild 5.22 sind die Auflagerkräfte zu ermitteln.

Für die Berechnung von  $A$  wird der Drehpunkt in  $B$  angenommen; es entsteht ein zweiseitiger Hebel.



**Bild 5.22**  
Träger mit Kragarm

Gleichgewicht herrscht, wenn die Summe der rechts drehenden und der linksdrehenden Momente gleich groß ist. Beide heben sich dann auf. Wir merken uns noch einmal die 3. Gleichgewichtsbedingung:  $\Sigma M = 0$ .

$$A \cdot 4,00 \text{ m} + 8 \text{ kN} \cdot 1,20 \text{ m} = 20 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 0,50 \text{ m}$$

$$A = \frac{20 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 0,50 \text{ m} - 8 \text{ kN} \cdot 1,20 \text{ m}}{4,00 \text{ m}}$$

$$A = \frac{60 \text{ kNm} + 15 \text{ kNm} - 9,6 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = \frac{65,4 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 16,35 \text{ kN}$$

Für die Berechnung von  $B$  wird der Drehpunkt in  $A$  angenommen; es liegt ein einseitiger Hebel vor.

$$B \cdot 4,00 \text{ m} = 20 \text{ kN} \cdot 1,00 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 3,50 \text{ m} + 8 \text{ kN} \cdot (4,00 \text{ m} + 1,20 \text{ m})$$

$$B = \frac{20 \text{ kN} \cdot 1,00 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 3,50 \text{ m} + 8 \text{ kN} \cdot 5,20 \text{ m}}{4,00 \text{ m}}$$

$$B = \frac{20 \text{ kNm} + 105 \text{ kNm} + 41,6 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = \frac{166,6 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 41,65 \text{ kN}$$

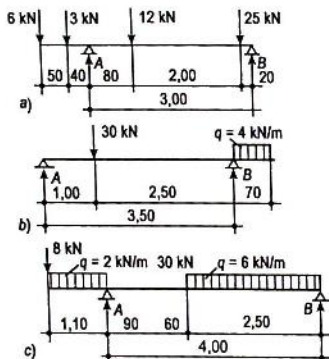
$$\text{Probe: } \Sigma V = 0$$

$$A + B = 16,35 \text{ kN} + 41,65 \text{ kN} = 58 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = 20 \text{ kN} + 30 \text{ kN} + 8 \text{ kN} = 58 \text{ kN}$$

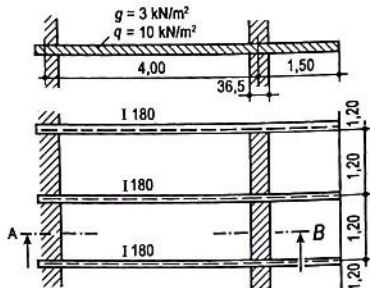
Stets hat die Belastung eines Kragarms zur Folge, dass das am anderen Ende liegende Auflager (hier  $A$ ) entlastet wird (Bild 5.22). Große Kragmomente können dort abhebende Kräfte hervorrufen (negative Auflagerkraft), so dass in  $A$  Verankerungen nötig werden. Die Entlastung von  $A$  kommt bei der Berechnung von  $A$  darin zum Ausdruck, dass das Drehmoment der Kragarmbelastung mit negativem Vorzeichen eingesetzt wird. Weil  $\Sigma V = 0$  ist, bedingt die Entlastung von  $A$  eine entsprechend größere Belastung von  $B$ , die sich durch das positive Vorzeichen des Drehmoments der Kragarmlasten bei der Berechnung von  $B$  äußert (vgl. die Größe der Auflagerkräfte in Beispiel 29).

**Übung 31** Für die Träger mit Kragarm in Bild 5.23a bis c sind die Auflagerkräfte zu berechnen.



**Bild 5.23** Träger auf zwei Stützen mit Kragarmen

**Schnitt A-B**



**Bild 5.24** Stahlbetondecke zwischen I 180 mit Laderampe

**Übung 32** Die Verkehrslast der Decke eines Lagerhauses beträgt  $10 \text{ kN/m}^2$  (Bild 5.24). Hinzu kommt die Eigenlast der Decke einschließlich Bodenbelag von  $3 \text{ kN/m}^2$ .

Berechnen Sie die Auflagerkräfte  $A$  und  $B$  der Träger bei Volllast.

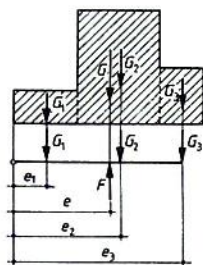
## 5.4 Zusammensetzen von parallelen Kräften

Mit dem Hebelgesetz kann auch die *Lage der Gesamlast* (Resultierende  $R$ ) von *Einzellasten* ermittelt werden.

**Größe der Gesamlast** (Resultierende  $R$ ). Zur Berechnung der Gesamlast des Mauerteils nach Bild 5.25 zerlegt man die Mauer zunächst in regelmäßige Teilkörper. Anschließend werden die Einzellasten  $G_1$  bis  $G_3$  ermittelt. Deren Summe ergibt dann die Gesamlast  $G$  der Mauer:

$$G = G_1 + G_2 + G_3$$

Für die statische Berechnung muss aber nicht nur die Größe dieser Last bekannt sein. Man muss auch wissen, wo und in welcher Richtung sie angreift, d.h., man muss auch ihre Lage kennen.



**Bild 5.25**  
Lageermittlung der Gesamtlast einer Mauer

Die Wirkung einer Last (Kraft) ist nur dann eindeutig bestimmt, wenn ihre Größe, ihre Richtung und ihre Lage bekannt sind.

**Die Richtung der Gesamtlast  $G$**  ist lotrecht, denn alle Kräfte aus Eigenlasten (Gewichtskräfte) wirken infolge der Erdanziehungskraft in die lotrechte Richtung.

**Die Lage der Gesamtlast  $G$**  (auch Schwerlinie genannt) kann mit dem Hebelgesetz ermittelt werden. Man nimmt an, dass  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  auf einem Hebel angreifen, dessen Drehpunkt aus praktischen Gründen unter eine der lotrechten Mauerkanten gelegt wird (Bild 5.25). Dann liegt  $G$  in der gleichen Linie wie die Kraft  $F$ , die den Hebel im Gleichgewicht hält. Und zwar ist  $F$  gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet wie  $G$ . Mit den Bezeichnungen des Bildes Bild 5.25 lautet das Hebelgesetz:

$$F \cdot e = G_1 \cdot e_1 + G_2 \cdot e_2 + G_3 \cdot e_3$$

Für  $F$  setzen wir die ebenso große Gesamtlast  $G$  ein:

$$G \cdot e = G_1 \cdot e_1 + G_2 \cdot e_2 + G_3 \cdot e_3$$

Durch Umformen dieser Gleichung erhalten wir die Entfernung  $e$  der Gesamtlast  $G$  vom Drehpunkt des Hebels, also die Lage von  $G$ :

$$e = \frac{G_1 \cdot e_1 + G_2 \cdot e_2 + G_3 \cdot e_3}{G}$$

Die Maße  $e_1$ ,  $e_2$  und  $e_3$  sind bekannt: Es sind die Abstände der Mitten der rechteckigen Teilflächen vom Drehpunkt.

Bei parallelen Lasten (Kräften) ermitteln wir mit dem Hebelgesetz die Lage ihrer Gesamtlast  $G$  (oder Resultierende  $R$ ).  $G$  bzw.  $R$  entsprechen in Größe und Wirkung der Summe aller Teillasten  $G_1, G_2 \dots$  bzw. aller Teilkraft  $F_1, F_2 \dots$ .

### Beispiel 30

Ermitteln Sie Größe und Lage der Resultierenden  $R$  für die Betonstützmauer nach Bild 5.26.

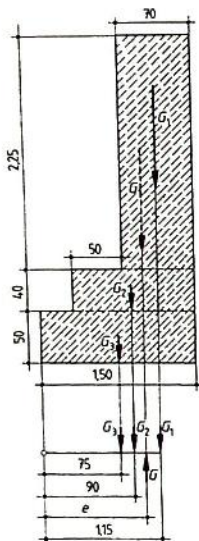


Bild 5.26

Lage der Gesamtlast einer Stützmauer (lotrechte Schwerlinie)

Die Mauer wird in 3 Teile von 1 m Länge zerlegt, deren Lasten sich für 1 m Mauerlänge wie folgt ergeben:

$$G_1 = 1,00 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 2,25 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 37,80 \text{ kN}$$

$$G_2 = 1,00 \text{ m} \cdot 1,20 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 11,52 \text{ kN}$$

$$G_3 = 1,00 \text{ m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 18,00 \text{ kN}$$

$$\text{Gesamtlast } G = R = G_1 + G_2 + G_3 = 67,32 \text{ kN}$$

Mit dem Drehpunkt unter der linken Fundamentkante erhalten wir:

$$G \cdot e = G_1 \cdot 1,15 \text{ m} + G_2 \cdot 0,90 \text{ m} + G_3 \cdot 0,75 \text{ m}$$

$$= 37,80 \text{ kN} \cdot 1,15 \text{ m} + 11,52 \text{ kN} \cdot 0,90 \text{ m} + 18,00 \text{ kN} \cdot 0,75 \text{ m} = 67,32 \text{ kN} \cdot e$$

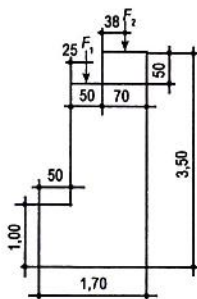
$$= 43,47 \text{ kNm} + 10,37 \text{ kNm} + 13,50 \text{ kNm} = 67,34 \text{ kNm}$$

Folglich ist der Abstand  $e$  von  $G$  von der linken Fundamentkante

$$e = \frac{67,34 \text{ kNm}}{67,32 \text{ kN}}$$

$$e = 1,00 \text{ m.}$$

**Übung 33** Die Kräfte  $F_1 = 300 \text{ kN}$  und  $F_2 = 140 \text{ kN}$  sind mit der Eigenlast des 1,00 m langen Brückenpfeilers Bild 5.27 aus Beton zur Resultierenden  $R$  zusammen zu setzen, deren Lage zu ermitteln ist.



**Bild 5.27**  
Betonbrückenpfeiler

*Hinweis:* Die Teillasten des Brückenpfeilers und die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  werden in einem Rechnungsgang zu  $R$  zusammengesetzt.

## 5.5 Rechnerisches Ermitteln von Schwerpunkten

Unterstützt man einen Körper in seinem Schwerpunkt, bleibt er in jeder Lage im Gleichgewicht. Eine derart genaue Unterstützung ist jedoch nur theoretisch möglich. Sie genügt bei einem Bauteil niemals, denn jede noch so kleine Veränderung der Lasten würde ihn zum Kippen bringen. Die rein rechnerische Ermittlung des Schwerpunkts wird jedoch in der Statik gebraucht. Wir haben sie schon mehrfach angewendet, z.B. beim Zusammenfassen gleichmäßig verteilter Lasten oder Streckenlasten im Schwerpunkt der Belastungsflächen (Beispiel 24, Bild 5.7) oder bei den Berechnungen im Abschnitt 5.4. Ferner muss bei auskragenden Baukörpern (z.B. bei Gesimssteinen) die Lage des Schwerpunkts bekannt sein, um feststellen zu können, ob das Gesims auch nicht kippen kann.

### Regelmäßige Flächen (Bild 5.28)

**Dreieck.** Der Schwerpunkt des Dreiecks liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden. Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt der Schwerpunkt im Drittelpunkt der Grundlinie!

**Beim Rechteck oder Parallelogramm** liegt er im Schnittpunkt der Diagonalen, bzw. in der Mitte der Grundlinie.

**Beim Trapez** verlängert man die Seite  $a$  nach beiden Seiten um die andere Seite  $b$  und die Seite  $b$  um die Seite  $a$ . Im Schnittpunkt der Verbindungslinien der neuen Endpunkte liegt der Schwerpunkt. Oder man verlängert die Trapezseiten  $a$  und  $b$  jeweils nach der entgegengesetzten Seite um  $b$  und  $a$ , verbindet die neuen Endpunkte und zeichnet dann die Seitenhalbierende von  $a$  und  $b$ . Der Schnittpunkt, der sich ergibt, ist der Schwerpunkt.

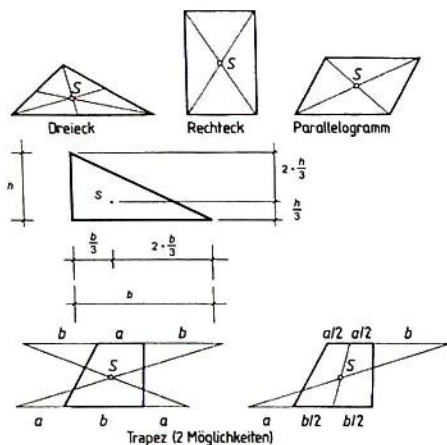
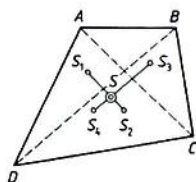


Bild 5.28 Schwerpunkte von regelmäßigen Flächen

Bild 5.29 Schwerpunkt eines unregelmäßigen Vierecks



### Unregelmäßige Flächen

Das **unregelmäßige Viereck** wird in die Dreiecke  $ABD$  und  $BCD$  zerlegt. Ihre beiden Schwerpunkte  $S_1$  und  $S_2$  werden miteinander verbunden. Nun zerlegen wir das Viereck in die Dreiecke  $ABC$  und  $ACD$  und verbinden deren Schwerpunkte  $S_3$  und  $S_4$  miteinander (Bild 5.29). Im Schnittpunkt der „Schwerlinien“  $S_1S_2$  und  $S_3S_4$  liegt der Schwerpunkt  $S$  des Vierecks.

### Zusammengesetzte Flächen

Solche Flächen zerlegen wir in einfache Einzelflächen. Deren Einzelschwerpunkte werden bestimmt. Den Gesamtschwerpunkt ermitteln wir ähnlich wie in Abschnitt 5.4 mit dem Hebelgesetz, indem wir die Flächen wie Kräfte auffassen.

**Kippsicherheit.** An der Lage der Schwerlinie lässt sich auch die Kippsicherheit (Stabilität) eines Querschnitts erkennen.

Liegt die Schwerlinie noch innerhalb einer unterstützten gedachten Linie, ist ein Querschnitt auf dieser Linie kippsicher.

Dies trifft z.B. für die untere waagerechte Standlinie und die senkrechte Schwerlinie des Gesamtquerschnitts im Beispiel 31 zu. Betrachtet man dagegen die rechte Außenkante als unterstützt, liegt die waagerechte Schwerlinie deutlich außerhalb dieser Kante, und ein Abkippen nach rechts ist unvermeidlich.

**Beispiel 31**

Für den Querschnitt nach Bild 5.30 ist der Schwerpunkt zu ermitteln.

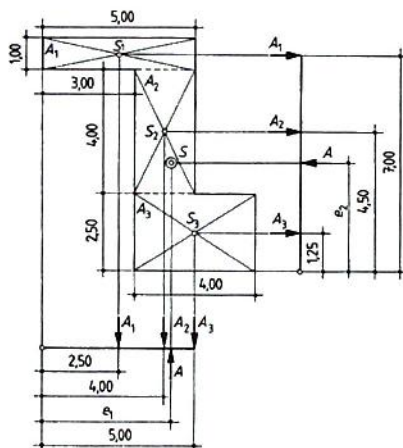
Der Querschnitt wird in die Flächen  $A_1$  bis  $A_3$  aufgeteilt. Deren Inhalt ist:

$$A_1 = 5,00 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} = 5,00 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 4,00 \text{ m} \cdot 2,00 \text{ m} = 8,00 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 2,50 \text{ m} \cdot 4,00 \text{ m} = 10,00 \text{ m}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 23,00 \text{ m}^2$$

**Bild 5.30**

Schwerpunktermittlung mit Hilfe des Hebelgesetzes

Im vorigen Abschnitt wurden parallele Kräfte und Lasten zusammengesetzt und die Lage von  $R$  ermittelt. Hier gehen wir in gleicher Weise vor, indem wir die Teilflächen  $A_1$  bis  $A_3$  wie Kräfte behandeln und daraus die Lage des Schwerpunkts  $S$  der Gesamtfläche  $A$  berechnen.

Zunächst lassen wir die Flächen lotrecht wirken und erhalten nach dem Hebelgesetz (Drehpunkt linke Außenkante):

$$A \cdot e_1 = A_1 \cdot 2,50 \text{ m} + A_2 \cdot 4,00 \text{ m} + A_3 \cdot 5,00 \text{ m}$$

$$23,00 \text{ m}^2 \cdot e_1 = 5,00 \text{ m}^2 \cdot 2,50 \text{ m} + 8,00 \text{ m}^2 \cdot 4,00 \text{ m} + 10,00 \text{ m}^2 \cdot 5,00 \text{ m}$$

$$23,00 \text{ m}^2 \cdot e_1 = 12,50 \text{ m}^3 + 32,00 \text{ m}^3 + 50,00 \text{ m}^3 = 94,50 \text{ m}^3$$

$$e_1 = \frac{94,50 \text{ m}^3}{23,00 \text{ m}^2} = 4,11 \text{ m}$$

Der Schwerpunkt liegt also in 4,11 m Entfernung von der linken lotrechten Außenkante. Jedoch fehlt uns noch sein Abstand vom unteren waagerechten Rand des Querschnitts. Um dieses Maß zu erhalten, lassen wir nunmehr die Flächen waagrecht an einem lotrechten

Hebel angreifen, dessen Drehpunkt in der Höhe des unteren Querschnittsrandes liegt. Für diesen Hebel ist

$$A \cdot e_2 = A_1 \cdot 7,00 \text{ m} + A_2 \cdot 4,50 \text{ m} + A_3 \cdot 1,25 \text{ m.}$$

$$23,00 \text{ m}^2 \cdot e_2 = 5,00 \text{ m}^2 \cdot 7,00 \text{ m} + 8,00 \text{ m}^2 \cdot 4,50 \text{ m} + 10,00 \text{ m}^2 \cdot 1,25 \text{ m}$$

$$23,00 \text{ m}^2 \cdot e_2 = 35,00 \text{ m}^3 + 36,00 \text{ m}^3 + 12,50 \text{ m}^3 = 83,50 \text{ m}^3$$

$$e_2 = \frac{83,50 \text{ m}^3}{23,00 \text{ m}^2} = 3,63 \text{ m}$$

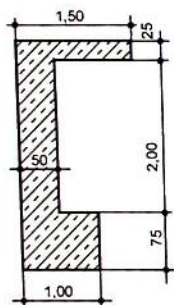
Hiermit ist die Lage von S bestimmt:

S liegt im Schnittpunkt der Schwerlinien, die im Abstand  $e_1$  und  $e_2$  vom jeweils gewählten Drehpunkt verlaufen.

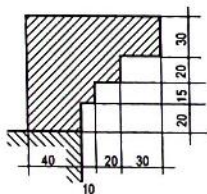
**Übung 34** Für den Betonpfeiler-Querschnitt Bild 5.31 ist der Schwerpunkt zu bestimmen.

**Übung 35** Ist der Gesimsstein Bild 5.32 kippstabil?

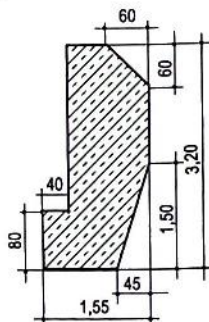
**Übung 36** Ist die Betonstützmauer Bild 5.33 ohne Hinterfüllung standsicher?



**Bild 5.31** Querschnitt eines Betonpfeilers



**Bild 5.32** Gesimsstein



**Bild 5.33** Betonstützmauer

## 5.6 Biegelehre

### 5.6.1 Balken und Platten werden auf Biegung beansprucht

Balken und Platten biegen sich bei Belastung durch. Bei zu großer Durchbiegung können Sie brechen oder infolge zu großer Formänderung unbrauchbar werden. Deshalb müssen ihre Abmessungen so gewählt werden, dass die Durchbiegung in

den zulässigen Grenzen bleibt. Ein Maß für die Biegebeanspruchung ist das Biegemoment (s. Abschn. 5.1).

Die Größe des Biegemoments bestimmt neben der Materialfestigkeit die Abmessungen von Balken, Trägern und Platten, im Stahlbeton auch Zahl und  $\emptyset$  der Stahlbewehrung.

**Gefährdeter Querschnitt.** Entscheidend für die Bemessung eines Balkens ist stets das größte Biegemoment. Denn an der Stelle, wo es auftritt, ist er am stärksten beansprucht. Dieser Balkenquerschnitt wird als „*gefährdeter Querschnitt*“ bezeichnet. Nur für diese kritische Stelle ist der berechnete Balkenquerschnitt (im Stahlbeton die berechnete Betonstahlbewehrung) notwendig.

In der statischen Berechnung ist das größte, im gefährdeten Querschnitt wirkende Biegemoment zu berechnen.

In den beiden folgenden Beispielen werden die größten Biegemomente der Kragarme berechnet. Sie liegen über den Auflagern, über die die Balken auskragen. Diese „Kragarmmomente“ oder „Stützmomente“ sind von der Belastung der Balken außerhalb des Kragarmbereichs unabhängig. (Machen Sie einen Versuch mit der Reißschiene!)

Für die Berechnung des Kragarmmoments  $M$  denkt man sich den Kragarm über dem Auflager eingespannt. Im Beispiel 32 erkennen wir unschwer den Rechenansatz für das Kragarmmoment:  $M = -F \cdot l$ .

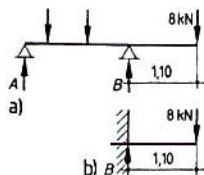
Kragarm- oder Stützmoment erhalten stets negative Vorzeichen.

### Beispiel 32

Für den Kragarm des Balkens in Bild 5.34 ist das größte Biegemoment zu berechnen. Es ist  $\min M_B = -\text{Last} \cdot \text{Kragarmlänge} = -F \cdot l$

$$\min M_B = -8 \text{ kN} \cdot 1,10 \text{ m} = -8,8 \text{ kNm.}$$

Der Kragarm muss dieses Moment  $M$  aufnehmen können.



**Bild 5.34**

Balken auf 2 Stützen mit Kragarm (a) und Ersatzmodell für das Kragarmmoment (b)

**Beispiel 33**

Für die Kragarme der Balken in Bild 5.35 sind die Stützmomente zu berechnen.

a)  $M_A = -16 \text{ kN} \cdot 0,40 \text{ m} - 12 \text{ kN} \cdot 0,70 \text{ m}$

$$M_A = -6,4 \text{ kNm} - 8,4 \text{ kNm}$$

$$M_A = -14,8 \text{ kNm}$$

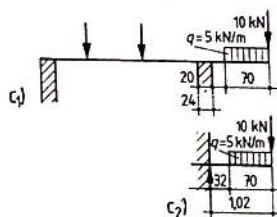
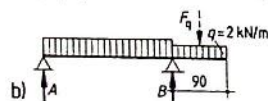
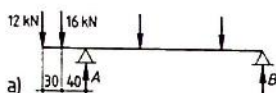
- b) Zunächst ist – wie beim Berechnen der Auflagerkräfte – die gleichmäßig verteilte Last  $q$  durch ihre Gesamlast  $F_q$  in der Mitte der Belastungsfläche (d.h. in der halben Länge des Kragarms) zu ersetzen.

$$F_q = 2 \text{ kN/m} \cdot 0,90 \text{ m} = 1,8 \text{ kN}$$

$$M_B = -F_q \cdot \frac{0,90 \text{ m}}{2} = -1,8 \text{ kN} \cdot 0,45 \text{ m}$$

$$M_B = -0,81 \text{ kNm}$$

- c) Hier ist zunächst festzustellen, wo der Auflagerpunkt  $B$  liegt, d.h. wo der Kragarm eingespannt ist.

**Bild 5.35**

Biegemomente an Kragarmen

Läuft ein Balken über eine Mauer hinweg, liegt der Auflager- bzw. Einspannpunkt in der Mitte der Mauer.

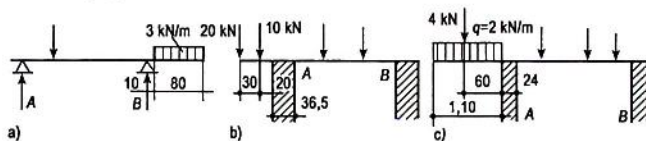
Die hiernach der Berechnung zugrunde zu legenden Maße sind in Bild 5.35  $c_2$  eingetragen.

$$F_q = 5 \text{ kN/m} \cdot 0,70 \text{ m} = 3,5 \text{ kN}$$

$$M = -3,5 \text{ kN} \cdot 0,67 \text{ m} - 10 \text{ kN} \cdot 1,02 \text{ m}$$

$$M = -2,35 \text{ kNm} - 10,2 \text{ kNm} = -12,55 \text{ kNm}$$

**Übung 37** Für die Kragarme in Bild 5.36a bis c sind die Biegemomente über den stützenden Auflagerpunkten zu ermitteln.

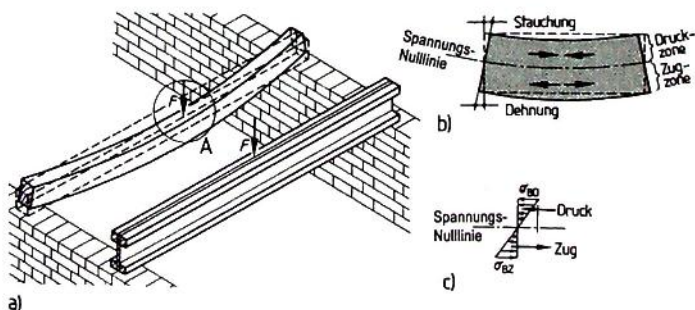


**Bild 5.36** Kragarme mit verschiedenen Belastungen

## 5.6.2 Biege­wider­stand – Biege­span­nun­gen – Wider­stands­moment

Die beiden Balken in Bild 5.37 haben die gleiche Querschnittsfläche und sind gleich stark belastet. Trotzdem wird der linke, niedrigere Balken erheblich, der rechte wegen seines günstigeren Profils jedoch deutlich weniger durchgebogen. Ein Biegeversuch mit der einmal hochkant gestellten, das andere Mal flach liegenden Reißschiene verschafft uns die gleiche Erkenntnis:

Der Widerstand gegen Biegung hängt nicht nur von der Größe des Querschnitts ab, sondern auch von seiner Form und Anordnung (hochkant/flach).



**Bild 5.37**

- Die Größe des *Balkenquerschnitts* ist nicht allein maßgebend für den Biege­wider­stand, sondern vor allem auch die *Querschnittsform*.
- Biegebeanspruchung bewirkt eine gestauchte *Druckzone* und eine gedehnte *Zugzone*. Die ebenfalls gekrümmte *Spannungsnulllinie* ist spannungsfrei.
- Die Biegedruckspannungen  $\sigma_{BD}$  und die Biegezugspannungen  $\sigma_{BZ}$  fallen von ihren Maximalwerten am äußeren Rand zur Spannungsnulllinie bis auf Null ab.

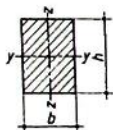
Steigern wir die Belastung eines Holzbalkens auf 2 Stützen, zeigen sich schließlich Druckstellen an den oberen Fasern und Anrisse an den unteren (Bild 5.37). Der obere Teil wird also auf Druck beansprucht, der untere auf Zug. Diese Spannungen sind um so größer, je größer das Biegemoment ist. Sie sind andererseits um so geringer, je größer der Biege­widerstand des Balkenquerschnitts ist.

Ansteigende Biegemomente vergrößern die Biegebeanspruchungen, ansteigende Querschnittsflächen (vor allem der Querschnittshöhen) verringern sie.

**Biegespannungen.** Bild 5.37 zeigt auch, dass Druckstellen und Dehnungsrisse am äußeren Rand besonders stark hervortreten und dies wiederum an der höchstbeanspruchten Stelle in Balkenmitte. Über die Verteilung der Biegespannungen gewinnen wir daher folgende Erkenntnis:

Am Einfeldbalken entstehen Druckspannungen im oberen und Zugspannungen im unteren Teil des Querschnitts. Gleichgroße Maximalwerte ergeben sich am äußeren Rand des gefährdeten Querschnitts. Zur Querschnittsmitte (Spannungsnulllinie) wie zu den Auflagern hin reduzieren sich die Spannungen stetig bis auf den Wert 0 (Bild 5.37b).

**Widerstandsmoment.** Ein Maß für den Widerstand, den der Balken der Biegung leistet, ist das *Widerstandsmoment*  $W$  des Balkenquerschnitts. Hierin kommt außer der Querschnittsgröße auch die Querschnittsform zum Ausdruck.



**Bild 5.38**  
Achsen eines Balkenquerschnitts

Bei einem Balkenquerschnitt unterscheidet man zwischen  $y$ -Achse und  $z$ -Achse (Bild 5.38; s. a. Tab. 10.23).

Wird ein Balken, wie üblich, hochkant eingebaut und lotrecht belastet (Bild 5.39a), biegt er sich um die waagerechte, die  $y$ -Achse des Balkenquerschnitts. Für den Widerstand gegen diese Biegung ist das auf die  $y$ -Achse bezogene Widerstandsmoment  $W_y$  maßgebend. Wird dagegen der gleiche Balken waagrecht belastet (Bild 5.39b), biegt er sich um die lotrechte Achse des Querschnitts, die  $z$ -Achse, wofür das Widerstandsmoment  $W_z$  maßgebend ist.  $W_z$  gilt auch, wenn der Balken flach eingebaut und lotrecht belastet ist (Bild 5.39c).

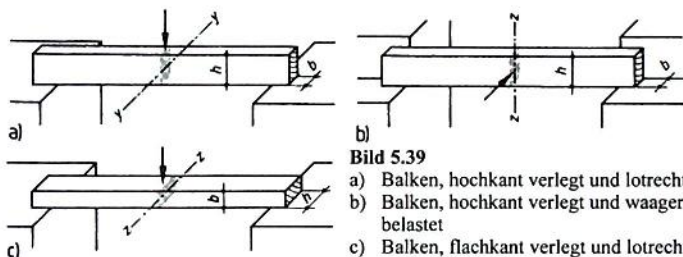


Bild 5.39

- a) Balken, hochkant verlegt und lotrecht belastet  
 b) Balken, hochkant verlegt und waagrecht belastet  
 c) Balken, flachkant verlegt und lotrecht belastet

Für Regelquerschnitte wie Rechteck, Kreis und alle Profile der Stahlträger sind die Widerstandsmomente  $W_y$  und  $W_z$  bereits berechnet und in den Tabellen 10.21 ff. enthalten.

Das Widerstandsmoment  $W$  ist ein Maß für die Biegefestigkeit von Bauteilen. Es richtet sich nach Form und Größe des Bauteilquerschnitts und nach der gewählten Bezugsachse ( $W_y$ ,  $W_z$ ). Die Einheit ist  $\text{cm}^3$ .

Berechnen von Widerstandsmomenten

– für Rechteckquerschnitte:  $W_y = \frac{b \cdot h^2}{6}$  und  $W_z = \frac{h \cdot b^2}{6}$

– für Kreisquerschnitte:  $W_y = W_z = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$

Für Regelquerschnitte sind die Widerstandsmomente in Tabellen erfasst.

**Zusammenhang zwischen  $W$ ,  $M$  und  $\sigma$  für Rechteckquerschnitte (Bild 5.40).**

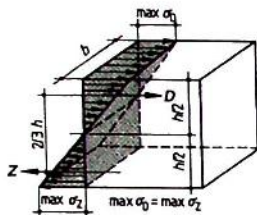
*Wir wissen:* Wegen symmetrischer Verteilung der Druck- und Zugspannungen ist

$$D = Z = \sigma \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot b = \sigma \cdot \frac{h \cdot b}{4}.$$

Da die Kräfte  $D$  und  $Z$  dreieckförmig verteilt sind und ihre Resultierenden deshalb im Abstand  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} h$  liegen, ist als Hebelarm  $\frac{2}{3} h$  anzusetzen. Als inneres Moment ergibt sich somit:

$$M_i = Z \cdot \frac{2}{3} h = D \cdot \frac{2}{3} h$$

$$M_i = \sigma \cdot \frac{h \cdot b}{4} \cdot \frac{2}{3} h = \sigma \cdot \frac{h^2 \cdot b}{6}$$

**Bild 5.40**

Keilförmige Spannungsverteilung am Balkenquerschnitt

 $D$  = Druckkraft aus der Summe der Druckspannungen $Z$  = Zugkraft aus der Summe der Zugspannungen $M$  = inneres Moment $\frac{2}{3} h$  = Hebelarm der inneren Kräfte $M_a$  = äußeres Moment aus den äußeren Kräften und den zugehörigen Hebelarmen

$$\frac{h^2 \cdot b}{6} \quad \square \quad \text{Widerstandsmoment } W \text{ für Rechteckquerschnitte}$$

Gleichgewicht und Tragsicherheit sind nur gewährleistet, wenn äußeres Moment und inneres Moment gleich sind:  $M_a = M_i$ . Allgemein gilt:

$$M = \sigma \cdot W$$

**Übung 38** Berechnen Sie  $W_y$  und  $W_z$  für die Balken 8/16 cm, 10/22 cm, 18/24 cm und die Rundhölzer  $\varnothing$  18 cm, 24 cm, 28 cm. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Tabellenwerten.

### 5.6.3 Bemessung der Balken

Für die Biegespannung in rechteckigen Balken gilt nach Bild 5.40  $\sigma = \frac{M}{W}$ .

Will man das erforderliche Widerstandsmoment berechnen, ist

$$\text{erf } W = \frac{\text{vorh } M}{\text{zul } \sigma_B} \quad \text{oder allgemein} \quad W = \frac{M}{\sigma}$$

Hierin ist vorh  $M$  das größte auftretende Biegemoment im gefährdeten Querschnitt, dem das innere Moment  $M_i$  das Gleichgewicht hält (Bild 5.40).

Das zulässige Biegemoment, das ein Balken aufnehmen kann, ergibt sich zu

$$\text{zul } M = \text{vorh } W \cdot \text{zul } \sigma_B \quad \text{oder allgemein} \quad M = W \cdot \sigma$$

Beim Gebrauch dieser Formeln ist auf die Maßeinheiten zu achten. Da in den Tabellen  $\sigma$  in  $\text{N/mm}^2$  und  $W$  in  $\text{cm}^3$  angegeben sind, müssen  $\sigma$  in  $\text{kN/cm}^2$  umgerechnet und  $M$  in  $\text{kNcm}$  eingesetzt werden.

Außerdem ist darauf zu achten, dass dieser Nachweis für das Bemessungsmoment  $M_d$  und für die Bemessungsspannung, die sogenannte Festigkeit  $f_d$  erfolgt, siehe Kapitel 2.2. In den folgenden Beispielen werden wir näherungsweise rechnen:  
 $M_d \approx 1,4 \cdot M_k$

#### Beispiel 34

Der Kragarm des Balkens in Bild 5.34, dessen Moment zu  $\min M_B = -8,8 \text{ kNm}$  berechnet wurde, soll als Holzbalken bemessen werden. Das erforderliche Widerstandsmoment ist zu berechnen.

Die Biegung erfolgt um die waagerechte  $y$ -Achse; es handelt sich also um  $W_y$ .

$$\text{erf } W_y = \frac{\min M_B}{\text{zul } \sigma}$$

Es ist  $\min M_{B,d} = 1,4 \cdot 8,8 \text{ kNm} = 1232 \text{ kNcm}$

Für Nadelholz Güteklasse II ist bei Biegung

$$f_k = 24 \text{ N/mm}^2 \text{ und } f_d = 0,60 \cdot \frac{24 \text{ N/mm}^2}{1,30} = 11,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1,11 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (s. Tab. 10.17a)}$$

Folglich ist  $\text{erf } W_y = \frac{1232 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 1110 \text{ cm}^3$

Gewählt aus Tab. 10.22:  $b/h = 14/22 \text{ cm}$  mit  $W_y = 1129 \text{ cm}^3$

#### Beispiel 35

Der Kragarm des Balkens in Bild 5.35a ist als Stahl S 235 zu bemessen.

Es ist

$$M_A = 14,8 \text{ kNm} = 1480 \text{ kNcm}; M_d \cong 1,4 \cdot 1480 \text{ kNcm} = 2072 \text{ kNcm}$$

$$f_d = 218 \text{ N/mm}^2 = 21,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{erf } W_y = \frac{2072 \text{ kNcm}}{21,8 \text{ kN/cm}^2} = 95 \text{ cm}^3$$

Gewählt aus Tabelle 10.24: I 160 mit  $W_y = 117 \text{ cm}^3$

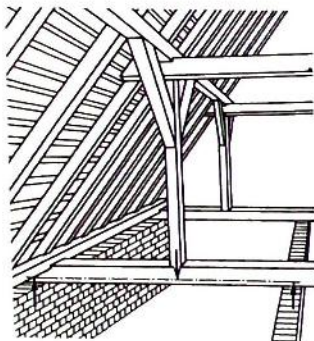
**Übung 39** Die Kragarme nach Bild 5.35b (Holz) und c (Stahl) sowie Bild 5.36a (Holz), b (Holz/Stahl) und c (Holz/Stahl) sind zu bemessen.

### 5.6.4 Balken mit übersichtlichen Einzellasten

Der Deckenbalken in Bild 5.41 wird durch den Dachstuhlposten auf Biegung beansprucht. Für die Berechnung ist festzustellen, wo zwischen den beiden Auflä-

gern, d. h. wo im „Feld“ das größte Biegemoment liegt. Die Stütze selbst übernimmt Lasten der Mittelpfette, die wiederum den Sparren als Auflager dient. Somit ergibt sich die Stützenbelastung aus der Berechnung der Sparren und der Mittelpfette.

Bei übersichtlichen Einzellasten ist erkennbar, wo der Balken bei Überbelastung zerbrechen würde.



**Bild 5.41**  
Dachbinderpfosten als Einzellast auf einem Deckenbalken

Bei Balken mit nur einer Einzellast liegt der gefährdete Querschnitt stets im Angriffspunkt der Einzellast.

### Beispiel 36

Der Balken in Bild 5.42 ist zu berechnen.

Wir ermitteln zunächst die Auflagerdrücke (s. Abschn. 5.3.1).

Zur Berechnung von  $A$  wird der Drehpunkt in  $B$  angenommen.

$$A = \frac{6 \text{ kN} \cdot 1,40 \text{ m}}{2,50 \text{ m}} = \frac{8,4 \text{ kNm}}{2,50 \text{ m}} = 3,36 \text{ kN}$$

Zur Berechnung von  $B$  wird der Drehpunkt in  $A$  angenommen.

$$B = \frac{6 \text{ kN} \cdot 1,10 \text{ m}}{2,50 \text{ m}} = \frac{6,6 \text{ kNm}}{2,50 \text{ m}} = 2,64 \text{ kN}$$

$$\text{Probe: } A + B = 3,36 \text{ kN} + 2,64 \text{ kN} = 6 \text{ kN}$$

$$F = 6 \text{ kN}$$

Wie bereits oben festgestellt, kann der gefährdete Querschnitt mit der maximalen Beanspruchung in diesem Fall nur unterhalb der angreifenden Einzellast liegen. Wir erinnern uns: Das innere Moment  $M_i$  an dieser Stelle entspricht dem dort anfallenden äußeren Moment  $M_a$ . Wir nennen es auch Biegemoment.

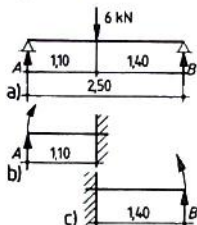


Bild 5.42

Das Biegemoment ermitteln wir aus der Momentensumme links oder rechts des betrachteten Querschnitts.

**Biegemomente im Feldbereich** berechnen wir, indem wir uns den Balken an der betrachteten Stelle eingespannt vorstellen. Weil an dieser Stelle nur eine Größe für das Biegemoment möglich ist, müssen die Momente (bzw. Momentsummen) links und rechts davon gleich groß sein (Bild 5.42). Zweckmäßig wählen wir die Seite mit dem kürzeren Rechenansatz. In unserem Fall entsteht links vom gefährdeten Querschnitt ein Kragarm von 1,10 m Länge, der durch den Auflagerdruck A nach oben gebogen wird.

Das Biegemoment ist

$$M = \text{Kraft} \cdot \text{Hebelarm} = A \cdot 1,10 \text{ m} = 3,36 \text{ kN} \cdot 1,10 \text{ m} = 3,7 \text{ kNm}.$$

Rechts vom gefährdeten Querschnitt ergibt sich das gleiche Biegemoment

$$M = B \cdot 1,40 \text{ m} = 2,64 \text{ kN} \cdot 1,40 \text{ m} = 3,7 \text{ kNm}.$$

Es ist gleichgültig, ob das Biegemoment von links oder von rechts der betrachteten Stelle berechnet wird.

Das erforderliche Widerstandsmoment ergibt sich aus

$$\text{erf } W_y = \frac{1,4 \cdot 3,70 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 467 \text{ cm}^3.$$

Gewählt: 10/18 cm mit  $W_y = 540 \text{ cm}^3$

### Beispiel 37

Der Träger nach Bild 5.43a ist für Brettschichtholz BS 18 zu bemessen.

$$A = \frac{15 \text{ kN} \cdot 3,20 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 1,80 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = \frac{48 \text{ kNm} + 54 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}}$$

$$A = \frac{102 \text{ kN}}{4,00 \text{ m}} = 25,5 \text{ kN}$$

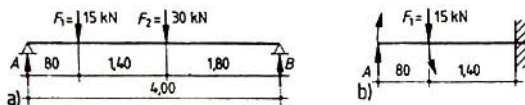


Bild 5.43 Träger mit zwei Einzellasten

$$B = \frac{15 \text{ kN} \cdot 0,80 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 2,20 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = \frac{12 \text{ kNm} + 66 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}}$$

$$B = \frac{78 \text{ kNm}}{4,00 \text{ m}} = 19,5 \text{ kN}$$

$$\text{Probe. } A + B = 25,5 \text{ kN} + 19,5 \text{ kN} = 45 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = 15 \text{ kN} + 30 \text{ kN} = 45 \text{ kN}$$

Wäre der Balken zu schwach bemessen, würde er unter der Einzellast  $F_2 = 30 \text{ kN}$  zerbrechen. Denn dort wird er erheblich stärker durchgebogen als unter  $F_1 = 15 \text{ kN}$ , die kleiner ist und sehr viel näher am Auflager liegt. Also liegt der gefährdete Querschnitt unter  $F_2$ . Denken wir uns den Balken an dieser Stelle eingespannt, ergibt sich wieder ein Kragarm (Bild 5.43 b). Dieser wird durch den Auflagerdruck  $A$  nach oben gebogen, durch die Last  $F_1 = 15 \text{ kN}$  dagegen nach unten, so dass die Momente dieser beiden Kräfte entgegengesetzte Vorzeichen haben. Mit  $+$  bezeichnen wir das rechtsdrehende Moment (hier  $A \cdot 2,2 \text{ m}$ ). (Biegemomente sind positiv, wenn sie den Balken so verbiegen wollen, dass seine *hohle* Seite oben liegt.) Es ist also das Biegemoment im gefährdeten Querschnitt

$$M = A \cdot 2,20 \text{ m} - 15 \text{ kN} \cdot 1,40 \text{ m} = 25,5 \text{ kN} \cdot 2,20 \text{ m} - 15 \text{ kN} \cdot 1,40 \text{ m}$$

$$M = 56,1 \text{ kNm} - 21 \text{ kNm} = 35,1 \text{ kNm}.$$

Mit weniger Rechenaufwand ermitteln wir das gleiche Moment rechts vom gefährdeten Querschnitt. Mit der Auflagerkraft  $B$  ergibt sich

$$M = 19,5 \text{ kN} \cdot 1,80 \text{ m} = 35,1 \text{ kNm}.$$

Das erforderliche Widerstandsmoment für einen BSH-Träger aus BS 18 mit der Festigkeit

$$f_k = 36 \text{ N/mm}^2 \text{ (Tab. 10.18)}$$

$$f_d = 0,6 \cdot \frac{36 \text{ N/mm}^2}{1,30} = 16,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1,66 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{erf } W_y = \frac{1,4 \cdot 3510 \text{ kNcm}}{1,66 \text{ kN/cm}^2} = 2960 \text{ cm}^3.$$

Gewählt: BS 18 mit  $b/h = 14/36$  mit  $3024 \text{ cm}^3$  (Tab. 10.23)

**Übung 40** Die Balken und Träger zu Bild 5.44 sind zu berechnen für NH S10

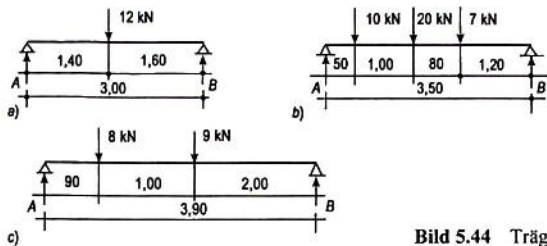


Bild 5.44 Träger mit Einzellasten

## 5.7 Gefährdeter Querschnitt

### 5.7.1 Balken mit mehreren Einzellasten

Nicht immer lässt sich die Lage des gefährdeten Querschnitts eindeutig aus den vorliegenden Laststellungen erkennen (Bild 5.45). Dann ermitteln wir ihn rechnerisch oder zeichnerisch. Dazu brauchen wir den Verlauf der Querkraft. Sie entspricht der Differenz von Auflagerkraft und Belastung links oder rechts von der jeweils betrachteten Stelle. Der gefährdete Querschnitt und somit auch das maximale Biegemoment ergeben sich immer an der Querkraft-Nullstelle – dem Ort also, wo die Auflagerkraft von den Balkenlasten bis auf 0 ausgeglichen ist und wo deshalb das Vorzeichen der Querkraft wechselt.

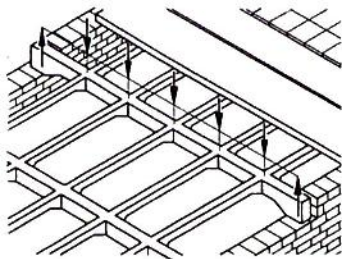


Bild 5.45

Stahlbetondeckung mit vielen Einzellasten (Deckenplatte teilweise fortgelassen)

Wir haben schon festgestellt, dass das Moment ein Maß für die Biegebeanspruchung eines Balkens ist. Die Querkraft dagegen beschreibt Größe und Verlauf der Schubbeanspruchung. Sie dient also nicht nur zur Bestimmung des gefährdeten Querschnitts, sondern auch zur Beurteilung der Schubbruchgefahr, wie wir später noch erfahren werden.

Der gefährdete Querschnitt kann rechnerisch oder zeichnerisch mit Hilfe der Querkraft  $V$  ermittelt werden.

### Beispiel 38

Der Balken nach Bild 5.46 ist zu berechnen.

$$F_1 = 4 \text{ kN} \quad F_3 = 8 \text{ kN}$$

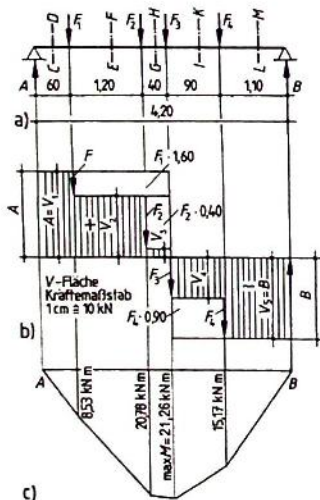
$$F_2 = 9 \text{ kN} \quad F_4 = 7 \text{ kN}$$

Die Berechnung der Auflagerkräfte (führen Sie sie selbst durch) ergibt

$$A = 14,21 \text{ kN} \quad B = 13,79 \text{ kN}. \quad (\text{Balkeneigenlast vernachlässigt})$$

#### a) Rechnerische Ermittlung des gefährdeten Querschnitts (Bild 5.46)

Um diese Stelle zu finden, denken wir uns zunächst senkrechte Schnitte durch den Balken und überlegen, welche Kräfte – nach oben oder nach unten – in den so geschnittenen Querschnitten wirken, und zwar links oder rechts davon. Wir betrachten hier die Lasten und Kräfte links von den Schnittpunkten.



**Bild 5.46**

- a) Träger mit Einzellasten
- b) Querkraftfläche
- c) Momentenfläche

**Vorzeichen:** Querkräfte sind positiv, wenn sie den Balken an der betrachteten Stelle im Uhrzeigersinn drehen; umgekehrt sind sie negativ (Bild 5.47).

Links vom Schnitt C – D wirkt als maximale Querkraft die Auflagerkraft A quer zur Balkenachse und versucht, diesen Balkenteil nach oben zu verschieben. Man sagt:

Die Querkraft  $V_1$ , im Querschnitt C – D ist  $A = + 14,21 \text{ kN}$ .

Links vom Querschnitt  $E-F$  wirken  $A$  und  $F_1$ , und zwar  $A$  nach oben,  $F_1$  dagegen nach unten. Die Querkraft in  $E-F$  ist  $V_2 = +A - F_1 = +14,21 \text{ kN} - 4 \text{ kN} = +10,21 \text{ kN}$  (Bild 5.46b).

Entsprechend erhalten wir im Querschnitt  $G-H$ :

$$V_3 = +A - F_1 - F_2$$

$$V_3 = +14,21 \text{ kN} - 4 \text{ kN} - 9 \text{ kN} = +1,21 \text{ kN}$$

im Querschnitt  $I-K$ :

$$V_4 = +A - F_1 - F_2 - F_3$$

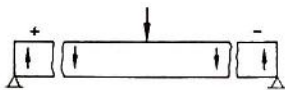
$$V_4 = +14,21 \text{ kN} - 4 \text{ kN} - 9 \text{ kN} - 8 \text{ kN} = -6,79 \text{ kN}$$

im Querschnitt  $L-M$ :

$$V_5 = +A - F_1 - F_2 - F_3 - F_4$$

$$V_5 = +14,21 \text{ kN} - 4 \text{ kN} - 9 \text{ kN} - 8 \text{ kN} - 7 \text{ kN} = -13,79 \text{ kN} = -B$$

Wir können ferner feststellen, dass für jeden beliebigen Schnitt zwischen  $A$  und  $F_1$  die Querkraft  $V_1 = +14,21 \text{ kN}$  beträgt; ebenso zwischen  $F_1$  und  $F_2$  für jeden Schnitt  $V_2 = +10,21 \text{ kN}$  usw. An einer Stelle (bei  $F_3$ ) wechselt jedoch die Querkraft ihr Vorzeichen.



**Bild 5.47**

Rechtsdrehende Querkraftpaare sind positiv, linksdrehende negativ

Der durch maximale Biegebeanspruchung gefährdete Querschnitt liegt dort, wo die Querkraft ihr Vorzeichen wechselt (Querkraft-Nullstelle).

In unserem Beispiel ergibt sich der Vorzeichenwechsel der Querkraft unter der Einzellast  $F_3$ . Genau dort liegt, wie später noch nachgewiesen wird, auch das maximale Biegemoment  $M$  (Bild 5.46b, c).

#### b) Zeichnerische Ermittlung des gefährdeten Querschnitts (Bild 5.46b)

Wir tragen von einer beliebigen waagerechten Achse in einem geeigneten Kräftemaßstab<sup>1)</sup> unter dem Auflager  $A$  den Auflagerdruck  $A = +14,21 \text{ kN}$  entsprechend seiner Richtung senkrecht nach oben auf und ziehen durch den oberen Endpunkt eine waagerechte Linie bis  $F_1$ . Hier tragen wir entsprechend ihrer Richtung  $F_1 = -4 \text{ kN}$  lotrecht nach unten ab und ziehen durch den erhaltenen Punkt eine Waagerechte bis  $F_2$ , tragen dort  $F_2$  nach unten ab, ziehen durch den unteren Endpunkt von  $F_2$  eine Waagerechte bis  $F_3$  und so fort bis zur Auflagersenkrechten  $B$ . Unter  $B$  tragen wir die Auflagerkraft  $B = 13,79 \text{ kN}$  entsprechend ihrer Richtung nach oben auf. Haben wir richtig gezeichnet, liegt ihr Endpunkt auf der Ausgangsachse: Der Linienzug ist geschlossen. Er bestätigt die Gleichgewichtsbedingung  $\Sigma V = 0$ .

Die Abstände zwischen den Begrenzungslinien der Querkraftfläche und der (waagerechten) Systemlinie entsprechen der jeweiligen Querkraftgröße (s. senkrechte Schraffurlinien im

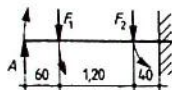
<sup>1)</sup> Näheres über die zeichnerische Darstellung von Kräften s. Abschn. 6.1

Bild 5.46b). Oberhalb der Achse liegen die positiven Querkräfte, unterhalb die negativen. An der Übergangsstelle von + zu - liegt der gefährdete Querschnitt.

Die Querkraftfläche kennzeichnet Größe und Richtung der Querkraft für jeden Balkenquerschnitt und an der Nullstelle die Lage des gefährdeten Querschnitts.

c) **Berechnen des Größtmoments  $\max M$**  (Bild 5.48)

Wir denken uns den Balken wieder im gefährdeten Querschnitt eingespannt. Die Auflagerkraft  $A$  biegt den Balken mit dem Biegemoment  $A \cdot 2,20 \text{ m}$  nach oben, die Lasten  $F_1$  und  $F_2$  wirken mit dem Biegemoment  $F_1 \cdot 1,60 \text{ m}$  und  $F_2 \cdot 0,40 \text{ m}$  nach unten. Sie haben also das entgegengesetzte Vorzeichen wie das Moment von  $A$ .



**Bild 5.48**

Zum Berechnen des Größtmoments  $\max M$  stellen wir uns den Balken an der Querkraft-Nullstelle eingespannt vor.

So ergibt sich das Gesamtbiegemoment

$$M_{\max} = A \cdot 2,20 \text{ m} - F_1 \cdot 1,60 \text{ m} - F_2 \cdot 0,40 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 14,21 \text{ kN} \cdot 2,20 \text{ m} - 4 \text{ kN} \cdot 1,60 \text{ m} - 9 \text{ kN} \cdot 0,40 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 31,26 \text{ kNm} - 6,4 \text{ kNm} - 3,6 \text{ kNm} = \mathbf{21,26 \text{ kNm.}}$$

Rechts vom gefährdeten Querschnitt ergibt sich der kürzere Ansatz mit

$$M_{\max} = B \cdot (1,10 \text{ m} + 0,90 \text{ m}) - F_4 \cdot 0,90 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 13,79 \text{ kN} \cdot 2,00 \text{ m} - 7,0 \text{ kN} \cdot 0,90 \text{ m} = \mathbf{21,28 \text{ kNm.}}^{1)}$$

Vergleichen wir den Ansatz der Momentenberechnung mit der Querkraftfläche, erkennen wir, dass die Einzelmomente Rechtecken in der Querkraftfläche entsprechen und dass die negative wie die positive Querkraftfläche zugleich die Größe des maximalen Moments ergibt. Daraus folgt:

Die positive und die negative Querkraftfläche sind flächengleich. Jeder der beiden Flächeninhalte entspricht der Größe des maximalen Moments  $\max M$ .

Die Momentenfläche veranschaulicht die Biegebeanspruchung über die ganze Balkenlänge und ist für statische wie konstruktive Entscheidungen oft von Bedeutung. In unserem Beispiel (mit Einzellasten) berechnen wir dazu noch die Biegemomente unter den Einzellasten. Dafür benutzen wir das schon geübte Denkmodell der Einspannung an der jeweils betrachteten Stelle. (Berechnen Sie die Momente.) Wir erhalten die in der Momentenfläche Bild 5.46c eingetragenen Ergebnisse. Die Momente sind maßstäblich als lotrechte Strecken unterhalb der Systemlinie eingezeichnet. Die Verbindungslinie ihrer Endpunkte schließt die

<sup>1)</sup> Es ergeben sich hier nicht genau die gleichen Werte für das Moment, weil wir mit gerundeten Werten gerechnet haben.

Momentenfläche ( $M$ -Fläche). Jedes weitere Moment lässt sich daraus abmessen und auch durch Berechnung bestätigen.

Zwischen Momenten- und Querkraftfläche in Bild 5.46b und c stellen wir weitere Zusammenhänge fest:

- An der Stelle der maximalen Querkräfte (Auflagerpunkte) ist  $M = 0$ .
- Sprünge in der Querkraftfläche geben einen Knick in der Momentenfläche.
- Einzellasten ergeben rechtwinklig begrenzte Querkraftflächen und eine schiefwinklig begrenzte Momentenfläche.

Weitere Zusammenhänge folgen in den nächsten Beispielen.

#### d) Bemessen des Trägers

Das erforderliche Widerstandsmoment für einen BSH-Träger B 18 ist

$$\text{erf } W_y = \frac{2126 \text{ kNcm} \cdot 1,4}{1,66 \text{ kN/cm}^2} = 1793 \text{ cm}^3.$$

Gewählt: z.B.  $b/h = 16/26$ , s. Tab. 10.22 mit  $W_y = 1915 \text{ cm}^3$

**Übung 41** Die Träger nach Bild 5.49 sind zu berechnen für NH BSH, B 18. Zeichnen Sie dazu die Querkraft- und die Momentenflächen. Bestätigen Sie die oben dargelegten Zusammenhänge.

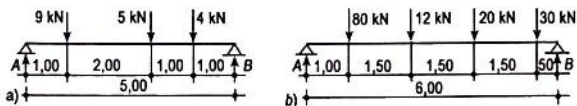
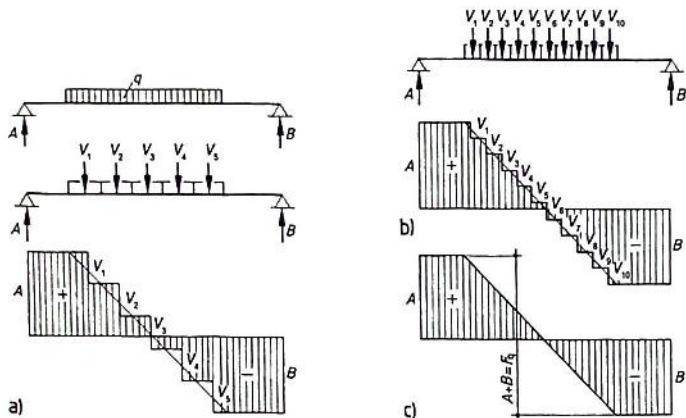


Bild 5.49 Träger mit Einzellasten

## 5.7.2 Balken mit Streckenlasten

Querkraftlinien und -flächen ergeben unter der Wirkung von Streckenlasten andere Formen als bei Einzelkräften.

Wir teilen zunächst die Streckenlast in wenige, gleichgroße Einzelerstattkräfte auf (Bild 5.50a) und bestimmen eine vorläufige, treppenförmige Querkraftlinie. Je weiter wir die Streckenlast zerteilen und je kleiner die Einzelkraft selbst wird, um so kleiner werden die Einzelstufen der Querkraftlinie (Bild 5.50b). Schließlich erkennt man, dass sich die Querkraftlinie bei einer Streckenlast nicht mehr sprungweise ändert, sondern stetig verläuft (Bild 5.50c).



**Bild 5.50** Teilt man eine Streckenlast in immer kleinere Einzelteile, wechselt der gestufte Querkraftverlauf in eine schräge Gerade

Die Querkraftfläche einer Streckenlast wird von einer schräg verlaufenden Geraden begrenzt, denn sie verändert sich stetig.

### Beispiel 39

Der Träger mit Streckenlast nach Bild 5.51 ist zu berechnen.

#### a) Berechnen der Auflagerkräfte

Die Streckenlast von 2,50 m Breite wird durch die Gesamlast  $F_q$  in der Mitte der Belastungslänge ersetzt:

$$F_q = 2,50 \text{ m} \cdot 20 \text{ kN/m} = 50 \text{ kN}$$

Mit dem Drehmoment in  $B$  erhalten wir

$$A = \frac{F_q \cdot 2,25 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = \frac{50 \text{ kN} \cdot 2,25 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = 28,1 \text{ kN.}$$

Mit dem Drehpunkt in  $A$  wird

$$B = \frac{F_q \cdot 1,75 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = \frac{50 \text{ kN} \cdot 1,75 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} = 21,9 \text{ kN.}$$

Probe:  $A + B = 28,1 \text{ kN} + 21,9 \text{ kN} = 50 \text{ kN}$

## b) Ermitteln des gefährdeten Querschnitts

**Zeichnerische Lösung.** Sie ist bei Streckenlasten oft die zweckmäßigste. Wir wissen bereits, dass die Querkraftfläche in lastfreien Bereichen waagrecht begrenzt ist, unter Einzellasten dagegen treppenförmig und unter Streckenlasten schräg abfällt. In unserem Beispiel hat die Querkraft links von der Streckenlast auf der Länge von 50 cm die Größe  $A = +28,1$  kN, rechts davon auf der Länge von 1,00 m die Größe  $B = -21,9$  kN. Die schräge Verbindungslinie begrenzt alle weiteren Querkräfte unterhalb der Streckenlast. Auch hier ergeben sich links und rechts von der Nullstelle Querkraftflächen gleicher Größe. Wo die Querkraftfläche ihr Vorzeichen wechselt, d.h., wo sie die waagerechte Achse schneidet, liegt der gefährdete Querschnitt – hier in einer Entfernung  $x = 1,91$  m von A.

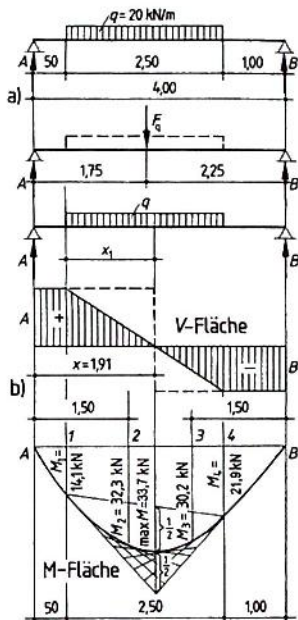
**Rechnerische Lösung.** Die Lage des Querschnitts, in dem  $V = 0$  wird, d.h. das Vorzeichen wechselt, erhalten wir mit Bild 5.51b wie folgt:

$$V = A - q \cdot x_1 = 0 \quad A = q \cdot x_1$$

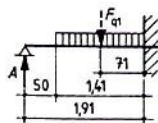
$$x_1 = \frac{A}{q} = \frac{28,1 \text{ kN}}{20 \text{ kN/m}} = 1,41 \text{ m}$$

Der Abstand von A wird damit

$$0,50 \text{ m} + 1,41 \text{ m} = 1,91 \text{ m.}$$



**Bild 5.51** Querkraft- und Momentenfläche bei Streckenlast



**Bild 5.52** Linker Balkenteil, an der Querkraft-Nullstelle

c) Berechnen des größten Biegemoments  $\max M$ 

Es wirkt im gefährdeten Querschnitt. Wieder denken wir uns den Träger an dieser Stelle eingespannt (Bild 5.52). Der entstandene Kragarm wird durch den Auflagerdruck A nach oben und durch die  $1,91 - 0,50 = 1,41$  m lange Streckenlast q nach unten gebogen.

Diese Streckenlast muss durch ihre Gesamtlast  $F_{q1}$  ersetzt werden:

$$F_{q1} = 1,41 \text{ m} \cdot 20 \text{ kN/m} = 28,2 \text{ kN}$$

$F_{q1}$  ist in der Mitte der Streckenlast anzusetzen, ihr Hebelarm ist also

$$\frac{1,41 \text{ m}}{2} = 0,71 \text{ m}.$$

Das Biegemoment wird

$$M = A \cdot 1,91 \text{ m} - F_{q1} \cdot 0,71 \text{ m} = 28,1 \text{ kN} \cdot 1,91 \text{ m} - 28,2 \text{ kN} \cdot 0,71 \text{ m}$$

$$M = 53,7 \text{ kNm} - 20 \text{ kNm} = 33,7 \text{ kNm}.$$

**Momentenfläche.** Wie die geradlinig abfallende Querkraftfläche zeigt auch die Momentenfläche unter Streckenlasten einen typischen Verlauf. Wir ermitteln zunächst 4 weitere Momente an den gekennzeichneten Punkten. Aus Beispiel 37 wissen wir, dass die Momentenfläche unter lastfreien Bereichen geradlinig begrenzt ist. Dies ist zwischen  $A$  und  $M_1 = A \cdot 0,5 \text{ m} = 14,1 \text{ kNm}$  der Fall, ebenso zwischen  $B$  und  $M_4 = B \cdot 1,00 \text{ m} = 21,9 \text{ kNm}$ . Wir tragen noch  $M_2 = A \cdot 1,5 \text{ m} - q \cdot 1 \cdot 0,5 \text{ m} = 32,3 \text{ kNm}$  und  $M_3 = 1,5 \text{ m} \cdot B - q \cdot 0,5 \cdot 0,25 \text{ m} = 30,2 \text{ kNm}$  an. Berechnen wir weitere Biegemomente im Bereich der Streckenlast, erkennen wir dort eine Kurve (Parabel). Wir merken uns:

Unter Streckenlasten ist die Momentenfläche parabelförmig begrenzt.

**Zeichnerisch** finden wir den Verlauf der Momentenparabel schneller. Wir berechnen außer  $M$  die Momente  $M_1$  und  $M_4$  an den Endpunkten der Streckenlast und tragen sie maßstäblich auf (Bild 5.51). Die schräge Verbindungslinie von  $M_1$  zu  $M_4$  teilt von  $M$  einen unteren Abschnitt ab, um dessen Größe wir  $M$  nach unten verlängern. Den neuen Endpunkt verbinden wir mit  $M_1$  und  $M_4$  zu einem Dreieck. Auf beiden Dreieckseiten teilen wir gleichviel Streckenteile ab, deren Teilungspunkte wir nach dem Beispiel in Bild 5.51 verbinden. Die Parabel tragen wir nun tangential entlang der inneren Teilstrecken an.

#### d) Bemessen des BSH-Trägers B 18

Das erforderliche Widerstandsmoment für einen BSH-Trägers B 18 ist

$$\text{erf } W_y = \frac{3370 \text{ kNcm} \cdot 1,4}{1,66 \text{ kN/cm}^2} = 2842 \text{ cm}^3.$$

gewählt:  $b/h = 14/35$  mit  $W_y = 2859 \text{ cm}^3$  (Tab. 10.23)

**Übung 42** Für die Balken nach Bild 5.53a bis c sind die maximalen Momente zu berechnen. Zeichnen Sie außerdem die Querkraft- und Momentenflächen.

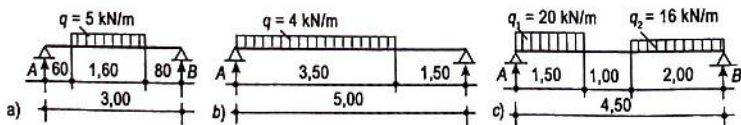
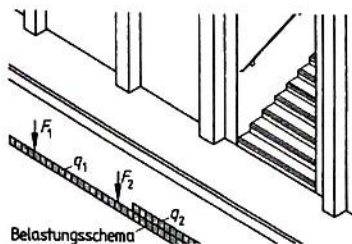


Bild 5.53 Balken mit Streckenlasten

### 5.7.3 Balken mit gemischter Belastung

Bei Balken mit gemischter Belastung (z.B. Einzel- und Streckenlasten, Bild 5.54), ergeben sich Querkraftflächen von gemischter Form.

Wir finden sie ohne besondere Schwierigkeiten, wenn wir uns vergegenwärtigen, dass Einzellasten senkrechte Vorsprünge in der  $V$ -Linie bewirken, Streckenlasten dagegen schräge Begrenzungslinien.

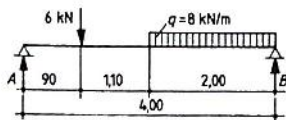


**Bild 5.54**  
Balken mit gemischter Belastung

#### Beispiel 40

Der gemischt belastete Balken nach Bild 5.55 ist zu berechnen. Die Auflagerdrücke (berechnen Sie sie selbst) sind

$$A = 8,65 \text{ kN} \quad \text{und} \quad B = 13,35 \text{ kN}.$$



**Bild 5.55**  
Balken mit gemischter Belastung

#### a) Ermitteln des gefährdeten Querschnitts

Mit den schon erworbenen Kenntnissen können wir nun zielsicher vorgehen: Die Querkraftfläche beginnt in  $A$  mit  $+8,65 \text{ kN}$  und verläuft in gleichbleibender Größe bis zur Einzellast. Dort verspringt sie um  $6 \text{ kN}$ , verläuft im lastfreien Bereich erneut waagrecht und fällt dann mit Beginn der Streckenlast bis nach  $B$  auf  $-13,35 \text{ kN}$  ab. Um das Maß  $x = 2,33 \text{ m}$  von  $A$  entfernt, schneidet die Schräge die Waagerechte. Hier wechselt die Querkraft ihr Vorzeichen, hier liegt also der gefährdete Querschnitt (Bild 5.56).

Rechnerisch ist  $V = 0$  in diesem Fall leichter von rechts zu ermitteln:

$$B - x_1 \cdot q = 0$$

$$x_1 = \frac{B}{q} = \frac{13,35 \text{ kN}}{8 \text{ kN/m}} = 1,67 \text{ m}$$

$$\text{Probe: } x + x_1 = 2,33 \text{ m} + 1,67 \text{ m} = 4,00 \text{ m}$$

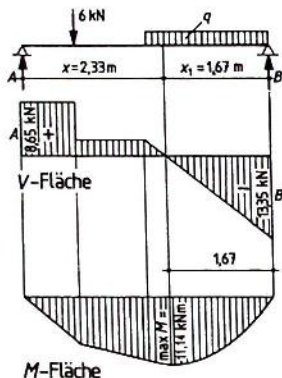


Bild 5.56

Ermitteln des gefährdeten Querschnitts an der Querkraft-Nullstelle

### b) Berechnen des Größtmoments

Der kürzere Rechengang ergibt sich, wenn wir uns den Balkenteil rechts vom gefährdeten Querschnitt als eingespannten Kragarm vorstellen. Die Streckenlast ersetzen wir wieder durch die gleich große Einzellast  $F_{q1}$  im Schwerpunkt von  $q$  (Bild 5.57).

$$F_{q1} = 1,67\text{ m} \cdot 8\text{ kN/m} = 13,36\text{ kN}$$

Der Hebelarm ist  $\frac{1,67\text{ m}}{2} = 0,835\text{ m}$ .

$$\max M = B \cdot 1,67\text{ m} - F_{q1} \cdot 0,835\text{ m}$$

$$\max M = 13,35\text{ kN} \cdot 1,67\text{ m} - 13,36\text{ kN} \cdot 0,835\text{ m} = 11,14\text{ kNm}$$

Die Momentenfläche zeigt geradlinige Begrenzungen im lastfreien Bereich und parabelförmige unter der Streckenlast (Bild 5.56).

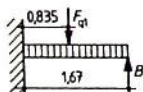


Bild 5.57

Berechnung des Größtmoments am eingespannt gedachten Balkenteil rechts von der Querkraft-Nullstelle.

### c) Bemessen des Balkens (NH, S 10)

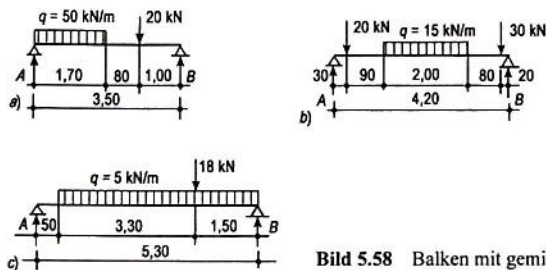
Das erforderliche Widerstandsmoment ist

$$\text{erf } W_y = \frac{1114\text{ kNcm} \cdot 1,4}{1,11\text{ kN/cm}^2} = 1405\text{ cm}^3.$$

Gewählt: Holzbalken (Sortierklasse 10)  $b/h = 16/24\text{ cm}$  mit  $W_y = 1536\text{ cm}^3$

**Übung 43** Für die Balken mit gemischter Belastung nach Bild 5.58a bis c sind die maximalen Biegemomente zu berechnen sowie die Querkraft- und die Momentenflächen darzustellen.

*Hinweis:* Für das Zeichnen der Querkraftfläche zu Bild 5.58 c empfiehlt es sich, die Streckenlast in zwei Teile zu zerlegen, einen Teil vor der Einzellast von 18 kN und einen Teil dahinter.



**Bild 5.58** Balken mit gemischter Belastung

### 5.7.4 Balken auf zwei Stützen mit Kragarm

Ein Balken mit Kragarm muss sowohl die Lasten zwischen den Auflagern als auch die auf dem Kragarm aufnehmen. Er könnte, wenn er zu schwach wäre, an zwei Stellen zerbrechen: zwischen den Auflagern, d.h. „im Feld“ oder über der Stütze *B*.

Ein Balken mit Kragarm hat zwei gefährdete Querschnitte.

#### Beispiel 41

Der Balken mit Kragarm nach Bild 5.59 ist zu berechnen. Als Auflagerkräfte erhalten wir (führen Sie die Berechnung selbst durch)

$$A = 7 \text{ kN} \quad \text{und} \quad B = 10 \text{ kN}.$$

#### a) Ermitteln der gefährdeten Querschnitte

Aus der Belastung mit Einzellasten schließen wir auf rechtwinklig begrenzte Querkraftflächen. Rechts von *A* ergibt sich auf 1 m Länge die gleichbleibende Querkraft von + 7 kN. Unter der Einzellast reduziert sie sich auf + 7 kN – 12 kN = – 5 kN. Am Wechsel des Vorzeichens erkennen wir den gefährdeten Querschnitt „im Feld“ an dieser Stelle. Gleichbleibend und deshalb waagrecht verläuft die Querkraft bis *B*, wo sie auf – 5 kN + 10 kN = + 5 kN ansteigt. Der erneute Vorzeichenwechsel beweist, dass der zweite gefährdete Querschnitt „über der Stütze“ liegt. Mit dem Wert + 5 kN schließt die Querkraftfläche waagrecht an die Einzellast des Kragarms an, was die Richtigkeit der Querkraftgrößen beweist und den Gleichgewichtsgrundsatz  $\sum V = 0$  bestätigt.

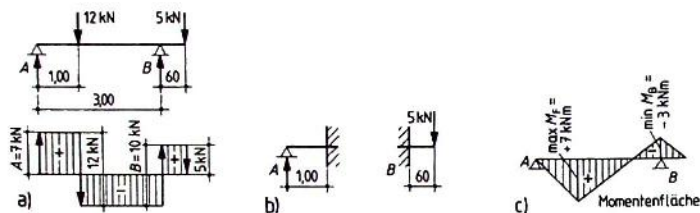


Bild 5.59 Balken auf zwei Stützen mit Kragarm

Die Querkraftlinie eines Balkens auf zwei Stützen mit Kragarm schneidet die waagerechte Systemlinie zweimal: einmal im Feld und einmal über der Stütze. Jedesmal wechselt sie dabei das Vorzeichen und kennzeichnet an diesen Nullstellen die beiden gefährdeten Balkenquerschnitte (Bild 5.59a).

Die zugehörige Momentenlinie hat dazu entsprechend einen Höchstwert im Feld und einen weiteren über der Stütze (Bild 5.59c).

#### b) Berechnen des Größtmoments

Für beide gefährdeten Querschnitte sind die Biegemomente zu berechnen, da nicht ohne weiteres zu sagen ist, welches Moment das größere ist; und nach diesem ist der Balken ja zu bemessen.

#### c) Berechnen des Feldmoments

Der gefährdete Querschnitt liegt unter  $F = 12 \text{ kN}$ . Wir erhalten das Biegemoment

$$M = A \cdot 1,00 \text{ m} = + 7 \text{ kN} \cdot 1,00 \text{ m} = + 7 \text{ kNm} \text{ (Bild 5.59b).}$$

#### d) Berechnen des Stützmoments $M_B$

Für den gefährdeten Querschnitt im Auflager  $B$  (Bild 5.59c) ist das Biegemoment

$$M_B = - 5 \text{ kN} \cdot 0,60 \text{ m} = - 3 \text{ kNm}.$$

Dieses Stützmoment biegt den Balken nach oben durch. Die Zugbeanspruchung liegt hier also in der oberen Querschnittshälfte des Balkens, die Druckbeanspruchung in der unteren. Umgekehrt verhält sich das Biegemoment im Feld, das den Balken nach unten durchbiegt: Die Zugbeanspruchung liegt hier unten, die Druckbeanspruchung oben. Die beiden Biegemomente biegen den Balken also in entgegengesetzter Richtung. Sie sind deshalb mit verschiedenen Vorzeichen einzusetzen.

Positive Biegemomente (hier Feldmomente) erzeugen Zug im unteren, negative Biegemomente (hier  $M_B$ ) Zug im oberen Querschnittsteil. Die Vorzeichen sind entsprechend zu beachten.

Auch hier gilt:

Die kritischen Momente entsprechen der Summe der Querkraftflächen links und rechts von den gefährdeten Querschnitten.

Für die Berechnung von Stahl- und Holzbalken mit symmetrischen Querschnitten spielen diese Vorzeichen keine Rolle, hier kommt es nur auf die Größe der Momente an. Bei Stahlbetonkonstruktionen jedoch ist die Unterscheidung der Vorzeichen wesentlich, weil die Bewehrungsstäbe stets in die Zugzone gelegt werden müssen.

**Momentenfläche.** Aufgrund der Belastung mit Einzellasten ist die Momentenfläche geradlinig begrenzt. Die Eckpunkte decken sich mit den Versprüngen in der Querkraftfläche.

### e) Bemessen des Balkens

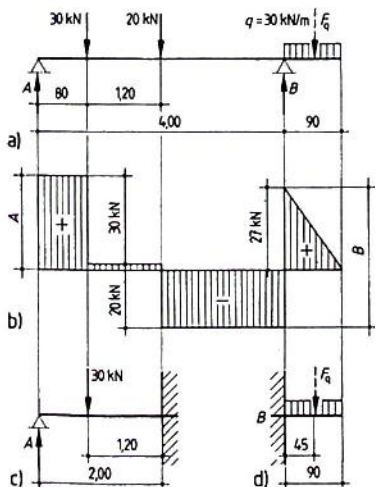
In diesem Fall ist das Feldmomente mit  $M = 7$  kNm das zahlenmäßig größere; nach ihm ist also der Holzbalken (NH, S 10) zu bemessen.

$$\text{erf } W_y = \frac{M_d}{f_d} = \frac{1,4 \cdot 700 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 883 \text{ cm}^3.$$

Gewählt:  $b/h$  14/20 cm mit  $W_y = 933 \text{ cm}^3$

### Beispiel 42

Der Balken auf zwei Stützen mit Kragarm Bild 5.60 ist zu berechnen.



**Bild 5.60**

Balken auf zwei Stützen mit Kragarm

Die Berechnung der Auflagerdrücke ergibt (führen Sie sie wieder selbst durch)

$$A = 31 \text{ kN} \quad \text{und} \quad B = 46 \text{ kN}.$$

## a) Ermitteln der gefährdeten Querschnitte

Die Querkraftfläche zwischen  $A$  und  $B$  (d.h. im Feld) zeichnen wir wie üblich. Im Bereich der Streckenlast fällt die Querkraft von  $B$  aus schräg auf  $0$  am Kragarmende ab (Bild 5.60b). Der gefährdete Querschnitt des Feldes liegt unter der Last  $20 \text{ kN}$ , der des Kragarms liegt wie immer über der Stütze  $B$ .

## b) Berechnen des Größtmoments

Für den unter der Last  $20 \text{ kN}$  eingespannt gedachten linken Balkenteil (Bild 5.60c) ist das Feldmoment

$$M = A \cdot 2,00 \text{ m} - 30 \text{ kN} \cdot 1,20 \text{ m} = 31 \text{ kN} \cdot 2,00 \text{ m} - 30 \text{ kN} \cdot 1,20 \text{ m}$$

$$M = 62 \text{ kNm} - 36 \text{ kNm} = 26 \text{ kNm}.$$

Das Stützmoment  $M_B$  berechnen wir stets allein aus den Kragarmlasten (Bild 5.60d). Die Streckenlast ersetzen wir durch ihre Gesamtlast  $F_q$ . Deren Hebelarm bis zur Einspannung ist  $0,90/2 = 0,45 \text{ m}$ . Also ist das Stützmoment.

$$M_B = -F_q \cdot 0,45 \text{ m} = -27 \text{ kN} \cdot 0,45 \text{ m} = -12,2 \text{ kNm}.$$

## c) Bemessen des Trägers

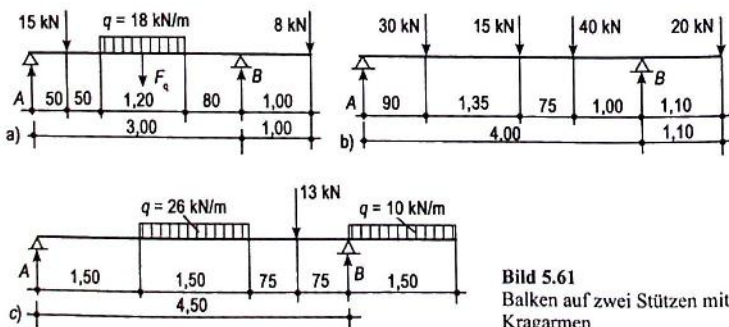
Das zahlenmäßig größere Moment ist hier das Feldmoment

$M = 26 \text{ kNm}$ . Für einen Stahlträger aus Stahl S 235 ist

$$\text{erf } W_y = \frac{1,4 \cdot 2600 \text{ kNcm}}{21,8 \text{ kN/cm}^2} = 167 \text{ cm}^3$$

Gewählt: IPE 200 mit  $W_y = 194 \text{ cm}^3$  (Tab. 10.28)

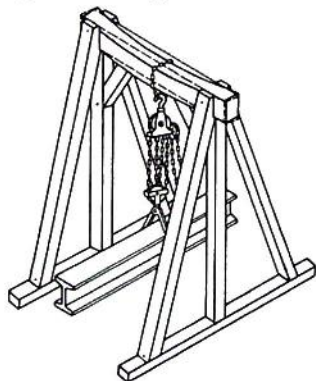
**Übung 44** Die Balken mit Kragarm nach Bild 5.61a bis c aus Baustahl S 355 sind zu berechnen (Trägereigenlast vernachlässigt), sowie die  $V$ - und  $M$ -Flächen darzustellen.



**Bild 5.61**  
Balken auf zwei Stützen mit Kragarmen

## 5.8 Berechnungsformeln für häufige Laststellungen

In der Praxis wiederholen sich manche Belastungsfälle sehr oft. So sind häufig Träger zu berechnen, die eine Einzellast in der Mitte aufzunehmen haben (Bild 5.62). Auch gleichmäßig verteilte Lasten kehren bei der Berechnung von Deckenbalken und Trägern sowie bei vielen Hölzern der Dachkonstruktion immer wieder. Man vereinfacht derartige Berechnungen durch vorausberechnete Formeln für das maximale Moment (Größtmoment). Diese finden wir meist in den Tabellenbüchern. Oft sind auch Formeln für die zugehörigen Auflagerkräfte und die Durchbiegung mit aufgeführt. Im folgenden wollen wir einige jedoch selbst herausfinden.



**Bild 5.62**  
Schwere Einzellast in der Mitte eines Balkens

Für häufig wiederkehrende Belastungsfälle werden die Größtmomente vorteilhaft nach geeigneten Formeln (Gleichungen) aus Tabellenbüchern berechnet.

### Beispiel 43

Der Balken nach Bild 5.63 hat die Spannweite  $l$  und wird durch eine Einzellast  $F$  in der Mitte belastet. Die allgemeine Formel für das Größtmoment ist zu ermitteln.

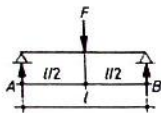
Aus einfacher Überlegung ergeben sich die Auflagerkräfte zu

$$A = B = \frac{F}{2}.$$

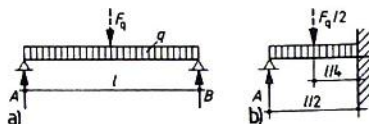
Der gefährdete Querschnitt (Querkraftfläche zeichnen!) muss unter  $F$  liegen; das Größtmoment ist  $M = A \cdot l/2$ .

In diese Gleichung setzen wir den obigen Wert für  $A = F/2$  ein. So ist

$$\max M = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F \cdot l}{4}.$$



**Bild 5.63** Träger mit Einzellast in der Mitte



**Bild 5.64** Träger mit gleichmäßig verteilter Belastung

#### Beispiel 44

Der Balken in Bild 5.64 ist gleichmäßig verteilt belastet. Ermitteln Sie die Grundgleichung für sein Größtmoment.

Die Gesamtlast ist  $F_q = q \cdot l$ .

Die Auflagerkräfte sind  $A = B = F_q/2$ .

Der gefährdete Querschnitt muss in der Mitte liegen (Querkraftfläche!), so dass sich für die Berechnung des Größtmoments das Einspannungsbild 5.64b ergibt. Auf den Kragarm wirkt die Gesamtlast  $F_q/2$  mit dem Hebelarm  $l/4$ . Also ist  $M = A \cdot l/2 - F_q/2 \cdot l/4$ .

Für  $A$  wird der Wert  $A = F_q/2$  eingesetzt. Dann ist

$$M = \frac{F_q}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{F_q}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{F_q}{4} \cdot l - \frac{F_q}{8} \cdot l = \frac{F_q \cdot l}{8}.$$

Diese Gleichung lässt sich so umformen, dass wir sofort mit  $q$  rechnen können und den Umweg über  $F_q$  ersparen. Mit  $F_q = q \cdot l$  erhalten wir

$$\max M = \frac{q \cdot l \cdot l}{8} = \frac{q \cdot l^2}{8}.$$

Aus der Gegenüberstellung der Gleichungen

$$M = \frac{F \cdot l}{4} \quad \text{und} \quad M = \frac{F_q \cdot l}{8}$$

ersehen wir, dass das Biegemoment durch eine Einzellast in der Mitte doppelt so groß ist wie das durch eine gleich große Streckenlast über die ganze Länge des Balkens.

Weitere Gleichungen für häufig vorkommende Belastungsfälle s. Tabelle 10.32.

#### Beispiel 45

An einem Holzbalken von 3 m Stützweite soll in der Mitte eine Last von 8 kN hochgezogen werden (Bild 5.62). Welche Balkenabmessungen sind zu wählen?

Nach Beispiel 43 ist

$$M = \frac{F \cdot l}{4}.$$

Mit  $F = 8 \text{ kN}$  und  $l = 3,00 \text{ m}$  erhalten wir

$$M = \frac{8 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m}}{4} = 6 \text{ kNm} = 600 \text{ kNcm}.$$

Bemessungsmoment  $M_d \approx 1,4 \cdot M_k = 1,4 \cdot 600 \text{ kNcm} = 840 \text{ kNcm}$

Gewählt: NH, S 10 mit  $b/h = 10/22 \text{ cm}$  mit  $W_y = 807 \text{ cm}^3$

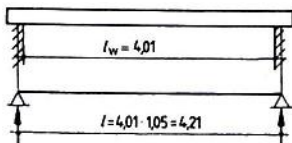
$f_k = 24 \text{ N/mm}^2$  (Tab. 10.17a; Biegung)

$$f_d = \frac{f_k}{2,17} = \frac{2,4 \text{ kN/cm}^2}{2,17} = 1,11 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{erf } W_y = \frac{M_d}{f_d} = \frac{840 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 757 \text{ cm}^3 < 807 \text{ cm}^3$$

#### Beispiel 46

Die Balken der Geschossdecke, für die in Beispiel 4 die Belastung mit  $g_k = 1,57 \text{ kN/m}^2$  und  $q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$  berechnet wurde, liegen mit  $80 \text{ cm}$  Achsabstand über einem Raum von  $4,01 \text{ m}$  Lichtweite (Bild 5.65). Ihre Abmessungen sind zu berechnen.



**Bild 5.65**

Licht- und Stützweite eines Balkens

Träger und Balken haben an jedem Auflager eine bestimmte Auflagerlänge. Der Berechnung ist nicht die Lichtweite zwischen den Auflagern, sondern die Stütz- oder Spannweite  $l$  zugrunde zu legen.

Die Stütz- oder Spannweite  $l$  ist bei Einfeldträgern ausreichend genau mit  $l = 1,05 \cdot$  Lichtweite  $l_w$  bestimmbar.  
Zwischen Mittelstützen ist  $l =$  Lichtmaß  $+ je \frac{1}{2}$  Stützenbreite.

Das rechnerische Auflager liegt somit um  $0,05 \cdot l \cdot \frac{1}{2}$  von der Auflagervorderkante entfernt. Bei genaueren Berechnungen legt man den rechnerischen Auflagerpunkt um  $\frac{1}{3}$  Balkenauflagerlänge von der Auflagerinnenkante fest. Bei Zwischenauflagern bleibt der rechnerische Auflagerpunkt stets in der Auflagermitte.

In diesem Fall ist  $l = 4,01 \text{ m} \cdot 1,05 = 4,21 \text{ m}$ .

Je Balken ergibt sich somit bei  $80 \text{ cm}$  Achsabstand unter Anwendung der oben entwickelten Formel für Einfeldbalken mit Streckenlast das Größtmoment

$$\text{Bemessungsbelastrung: } 1,35 \cdot g_k + 1,50 \cdot q_k = 1,35 \cdot 1,57 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + 1,50 \cdot 2,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 5,12 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Bemessungsmoment: } \max M_d = 0,8 \text{ m} \cdot 5,12 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{(4,21 \text{ m})^2}{8} = 9,07 \text{ kNm}$$

erforderliches Widerstandsmoment für NH, S 10 mit

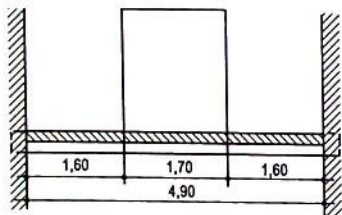
$$f_d = 1,11 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (siehe voriges Beispiel)}$$

$$\text{erf } W_y = \frac{\max M_d}{f_d} = \frac{907 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 817 \text{ cm}^3$$

Gewählt: 10/22 mit  $807 \text{ cm}^3 \approx 817 \text{ cm}^3$

**Übung 45** An einem Träger, der auf zwei Mauern aufliegt, die 4,00 m im Lichten entfernt sind, soll in der Mitte eine Last von  $Q_k = 15 \text{ kN}$  hochgezogen werden. Stahlträger, IPE, S 235.

**Übung 46** Der Deckenträger Bild 5.66 erhält durch die Decke eine gleichmäßig verteilte Last  $g_{k1} = 5 \text{ kN/m}$  und  $q_k = 4 \text{ kN/m}$ . Durch die Mauern erhält er zwei Streckenlasten  $q_{k2} = 18 \text{ kN/m}$ . Der I-Träger ist bei Berücksichtigung seiner Eigenlast zu berechnen (S 235). Stützweite beachten!

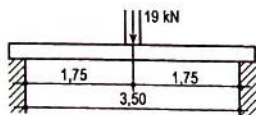


**Bild 5.66**

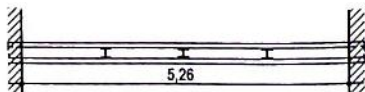
Mauer mit Türöffnung auf einem Deckenträger

**Übung 47** Auf den Balken Bild 5.67 überträgt der Pfosten eines Dachstuhls eine Last von 19 kN. Der Balken ist zu berechnen aus NH, S 10. Die Last besteht nur aus einer Verkehrslast.

**Übung 48** Der Unterzug Bild 5.68 wird durch die Deckenträger in seinen Viertelpunkten mit je  $F = 35 \text{ kN}$  belastet. Bestimmen Sie das Trägerprofil (S 235). 30 % der Last ist aus dem Eigengewicht und 70 % aus einer Verkehrslast.



**Bild 5.67** Pfosten auf einem Balken



**Bild 5.68** Unterzug mit Deckenträgern

## 5.9 Balken und Träger in einem Haus

Der erste Schritt bei einer Berechnung in der Praxis ist stets die Feststellung der Stützweiten und Lasten.

### Beispiel 47

Für das mit Biberschwanzziegeln gedeckte Dach Bild 5.69 sind die Sparren zu berechnen. Sparrenabstand  $e = 90 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 50^\circ$ , Schneelastzone 1.

Es ist zunächst die Belastung zu ermitteln. Die Sparren haben außer der Eigenlast die Dachhaut und die Belastung durch Schnee und/ oder Wind aufzunehmen, oft auch noch Ausbaulasten.

#### a) Belastung

Sparreneigenlast geschätzt	= 0,1 kN/m <sup>2</sup> Dachfläche
Dachdeckung nach Tab. 10.2	= 0,6 kN/m <sup>2</sup> Dachfläche
Vermörtelung	= 0,1 kN/m <sup>2</sup> Dachfläche
Dacheigenlast	$g_k = 0,8 \text{ kN/m}^2$ Dachfläche

#### Schnee

Für einen Standort in der Schneelastzone 1 (Tab. 10.4) und eine Geländehöhe bis 200 m über NN ergibt sich nach Tab. 10.5 eine charakteristische Schneelast von  $s_k = 0,65 \text{ kN/m}^2$ . Mit der hier vorliegenden Dachneigung von  $\alpha = 50^\circ$  folgt aus Tab. 10.6 der Formbeiwert  $\mu = 0,27$ . Damit berechnet sich die Schneelast zu:

$$s = s_k \cdot \mu = 0,65 \cdot 0,27 = 0,18 \text{ kN/m}^2 \text{ Grundrissfläche}$$

#### Wind

Der Standort soll in Windlastzone 1 (Tab. 10.7) liegen, dann folgt aus Tab. 10.8 für eine Gebäudehöhe bis 18 m der Geschwindigkeitsdruck von  $q = 0,65 \text{ kN/m}^2$ . Für einen Sparren innerhalb der Dachfläche ist nach Tab. 10.11 der Bereich „H“ anzusetzen. Die Ablesung aus Tab. 10.11 ergibt für  $\alpha = 50^\circ$  durch Interpolation für den Außendruckbeiwert:

$$\text{Windrichtung } 0^\circ \quad c = +0,6 + 0,1/3 = +0,63 \quad \text{Winddruck}$$

$$\text{Windrichtung } 90^\circ \quad c = -0,9 + 0,1/3 = -0,87 \quad \text{Windsog}$$

Damit berechnen sich die Windbelastungen zu:

$$\text{Winddruck} \quad w_D = +0,63 \cdot 0,65 = +0,41 \text{ kN/m}^2 \text{ Dachfläche}$$

$$\text{Windsog} \quad w_S = -0,87 \cdot 0,65 = -0,57 \text{ kN/m}^2 \text{ Dachfläche}$$

Die Last wird zur Vereinfachung der weiteren Berechnung auf 1 m<sup>2</sup> Grundrissfläche umgerechnet.

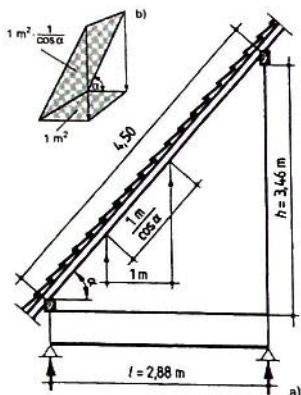


Bild 5.69

- a) Teil eines Satteldaches. 1 m Grundrissbreite  $\triangleq 1 \text{ m} \cdot 1/\cos \alpha$  Sparrenlänge,  
 b)  $1 \text{ m}^2$  Grd.-Fläche  $\triangleq 1 \text{ m}^2 \cdot 1/\cos \alpha$  Dachfläche

$$\text{Last je m}^2 \text{ Grundrissfläche} = \frac{\text{Last je m}^2 \text{ Dachfläche}}{\cos \alpha}$$

$\alpha$  ist der Winkel der Dachneigung. Er wird mit dem Winkelmesser genügend genau in der Konstruktionszeichnung gemessen.

Hier sind  $\alpha = 50^\circ$  und  $\cos \alpha = 0,64$ , also ist die Dacheigenlast  $g_k$  je  $\text{m}^2$  Grundrissfläche

$$\bar{g}_k = \frac{0,8 \text{ kN/m}^2 \text{ Dachfläche}}{0,64} = 1,25 \text{ kN/m}^2 \text{ Grundrissfläche.}$$

Wir merken uns: die auf  $1 \text{ m}^2$  Grundrissfläche projizierte Dachlast vergrößert sich gegenüber dieser um den Faktor  $\frac{1}{\cos \alpha}$  (Bild 5.69a und b)

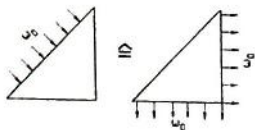


Bild 5.70

Die  $\perp$  zur Dachfläche wirkende Windkraft kann mit gleichem Wert auch vertikal und horizontal angesetzt werden

### b) Biegemoment

Weil wir die Dachlasten auf  $1 \text{ m}^2$  Grundfläche umrechnen, müssen wir als Stützweite auch das Grundmaß  $l = 2,88 \text{ m}$  wählen. Die Windkraft jedoch lassen wir gleichermaßen horizontal und vertikal einwirken. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras erhalten wir das gleiche Biegemoment wie beim rechtwinklig zum Sparren wirkenden Wind (Bild 5.70).

Da die abhebende Windsogbelastung von  $0,57 \text{ kN/m}^2$  Dachfläche merklich kleiner als das Dacheigengewicht von  $0,80 \text{ kN/m}^2$  ist, braucht für diese Aufgabe der Fall Windsog nicht weiter verfolgt zu werden!

Für einen Sparrenabstand von  $e = 0,90 \text{ m}$  berechnen sich nun folgende charakteristische Biegemomente in der Mitte für einen Sparren:

$$\text{Eigengewicht} \quad M_{Gk} = 0,90 \text{ m} \cdot \frac{1,25 \text{ kN/m}^2 \cdot (2,88 \text{ m})^2}{8} = 1,17 \text{ kNm}$$

$$\text{Schneelast} \quad M_{sk} = 0,90 \text{ m} \cdot \frac{0,18 \text{ kN/m}^2 \cdot (2,88 \text{ m})^2}{8} = 0,17 \text{ kNm}$$

$$\text{Winddruck} \quad M_{wk} = 0,90 \text{ m} \cdot \frac{0,41 \text{ kN/m}^2 \cdot [(2,88 \text{ m})^2 + (3,46 \text{ m})^2]}{8} = 0,93 \text{ kNm}$$

Diese Momente der drei Lastfälle sind nun noch mit Teilsicherheitsbeiwerten zu multiplizieren und zu überlagern. Dabei sind mehrere Fälle zu berücksichtigen. Der Fall mit dem größten Biegemoment ist dann für die Bemessung maßgebend!

Überlagerungen (siehe auch Kapitel 2. Sicherheitskonzepte):

$$G + s \quad 1,35 \cdot 1,17 + 1,50 \cdot 0,17 = 1,83 \text{ kNm}$$

$$G + w \quad 1,35 \cdot 1,17 + 1,50 \cdot 0,93 = 2,97 \text{ kNm}$$

$$G + s + w \quad 1,35 \cdot (1,17 + 0,17 + 0,93) = 3,06 \text{ kNm} = 306 \text{ kNcm (maßgebend)}$$

### c) Bemessung

$$\text{Nadelholz S 10} \quad f_d = \frac{f_k}{2,17} = \frac{24}{2,17} = 11,1 \text{ N/mm}^2 = 1,11 \text{ kN/cm}^2 \text{ (siehe Tab. 10.17a)}$$

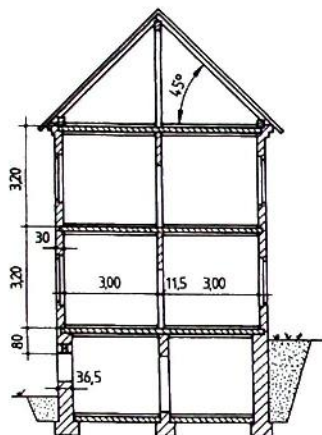
$$\text{erf } W_y = \frac{M_d}{f_d} = \frac{306 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = 276 \text{ cm}^3$$

$$\text{gewählt: } 8/16 \text{ mit } W_y = 341 \text{ cm}^3 > 276 \text{ cm}^3$$

Dieser Berechnungsgang ist bei allen Sparrenberechnungen sinngemäß zugrunde zu legen.

### Beispiel 48

Die Abfangträger für eine Schaufensteröffnung in einem Altbau von  $4,08 \text{ m}$  lichter Weite sind zu berechnen (Bild 5.71). Das Dachgeschoss ist nicht ausgebaut.



**Bild 5.71**  
Hausquerschnitt (vereinfacht)

**a) Belastung je lfd. m Mauer bzw. Träger**

**Dachlast**

1 m<sup>2</sup> Deutsches Schieferdach mit großen Platten nach Tab. 10.2

0,5 kN/m<sup>2</sup> Dachfläche

0,1 kN/m<sup>2</sup> Sparrenlast wie Beispiel 47 Dachfläche

---

Dachlast  $g_k = 0,6 \text{ kN/m}^2$  Dachfläche

Umrechnung je m<sup>2</sup> Grundrissfläche

$$\bar{g}_k = \frac{0,6 \text{ kN/m}^2 \text{ Dachfläche}}{\cos \alpha} = \frac{0,6 \text{ kN/m}^2 \text{ Dachfläche}}{0,71} = 0,845 \text{ kN/m}^2$$

Dachlast

= 0,845 kN/m<sup>2</sup> Grundrissfläche

Schneelast  $\approx 0,65 \cdot 0,40$

= 0,260 kN/m<sup>2</sup> Grundrissfläche

Winddruck  $\approx 0,65 \cdot 0,70$

= 0,460 kN/m<sup>2</sup> Grundrissfläche

**Deckenlast**

Eigenlast der Holzbalkendecke (geschätzt)

= 2,5 kN/m<sup>2</sup>

Verkehrslast (s. Tab. 10.3)

= 2,0 kN/m<sup>2</sup>

**Mauerlast**

Mauer der beiden oberen Geschosse aus Steinen

der Rohdichtegruppe 1,0	$0,30 \text{ m} \cdot 6,40 \text{ m} \cdot 10 \text{ kN/m}^3 = 19,20 \text{ kN/m}$
Mauer des Untergeschosses bis Unterkante Träger <sup>1)</sup>	
Steinrohichte 1,8	$0,365 \text{ m} \cdot 0,80 \text{ m} \cdot 18 \text{ kN/m}^3 = 5,26 \text{ kN/m}$

### b) Zusammenstellung der Lasten

Die Lasten sind getrennt nach Eigengewichtlasten (Korrekte Formulierung: „ständige Einwirkungen“) und nach Verkehrlasten (Korrekte Formulierung: „veränderliche Einwirkungen“) zu ermitteln und anschließend mit den zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerten  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,50$  zu beaufschlagen.

Charakteristische Lasten für 1 m Wandlänge:

Stützweite  $\approx 1,05 \cdot 3,00 = 3,15 \text{ m}$

Eigengewicht:	aus Dach:	$0,845 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,15 \text{ m}}{2} = 1,33 \text{ kN/m}$
	aus 3 Decken:	$3 \cdot 2,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,15 \text{ m}}{2} = 11,81 \text{ kN/m}$
	Mauerwerk:	$19,20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 5,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 24,46 \text{ kN/m}$
		$g_k = 37,60 \text{ kN/m}$

Verkehrlasten:	Schnee:	$0,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,15 \text{ m}}{2} = 0,41 \text{ kN/m}$
	Wind:	$0,46 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,15 \text{ m}}{2} = 0,73 \text{ kN/m}$
	aus 3 Decken:	$3 \cdot 2,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,15 \text{ m}}{2} = 9,45 \text{ kN/m}$
		$q_k = 10,59 \text{ kN/m}$

*Hinweis:* Da es sehr unwahrscheinlich ist, dass alle Verkehrlasten (Schnee, Wind, Decken Verkehrlasten) gleichzeitig mit ihrer vollen Größe auftreten, erlaubt die Norm hier eine Abminderung. Wir wollen es hier nicht tun, sondern wir rechnen, auf der „sicheren Seite liegend“, mit dem vollen Wert  $q_k$  weiter!

Bemessungslasten:

<sup>1)</sup> Die Eigenlast der Träger kann hier entfallen, weil sie annähernd durch die bis Unterkante Träger berechnete Mauerlast berücksichtigt ist.

$$\begin{aligned}
 1,35 \cdot g_k + 1,50 \cdot q_k &= 1,35 \cdot 37,60 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 1,50 \cdot 10,59 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\
 &= 50,76 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 15,89 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 66,65 \frac{\text{kN}}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

c) **Schnittgrößenermittlung**

$$\text{Stützweite: } l \approx 1,05 \cdot 4,08 = 4,28 \text{ m}$$

Auflagerkräfte;

$$A_d = B_d = 66,65 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{4,28 \text{ m}}{2} = 142,6 \text{ kN}$$

$$\text{Biegemoment: } M_d = 66,65 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(4,28 \text{ m})^2}{8} = 152,6 \text{ kNm}$$

d) **Bemessung: Baustahl S 235**

$$f_d = 21,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{erf } W_y = \frac{M_d}{f_d} = \frac{15260 \text{ kNcm}}{21,8 \text{ kN/cm}^2} = 700 \text{ cm}^3$$

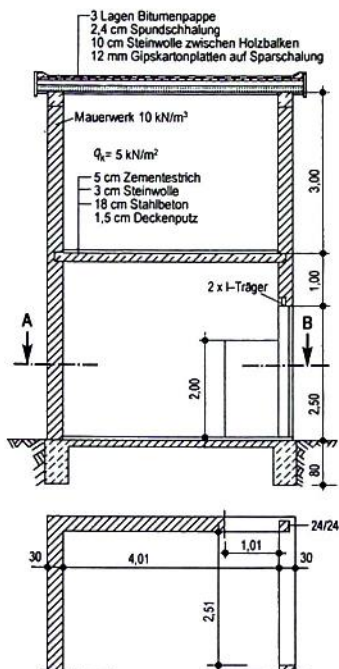
Gewählt: 2 I 240 mit  $2 \cdot 354 \text{ cm}^3 = 708 \text{ cm}^3 > 700 \text{ cm}^3$

e) **Nachweis der Auflager:**

Siehe Beispiel 9, dort aber für eine größere Auflagerkraft als in diesem Beispiel.

**Übung 49** Für den in Bild 5.72 skizzierten Aufbau einer Werkstatt mit Lagerraum im Obergeschoss sind zu berechnen:

- Die Holzbalken der Dachdecke mit  $e = 85 \text{ cm}$  Achsabstand,
- das maximale Biegemoment für einen  $1 \text{ m}$  breiten Deckenstreifen der Stahlbetondecke,
- die zwei I-Träger über der Garageneinfahrt,
- die zwei I-Träger über der Tür, S 235,
- der Mauerpfeiler in der Gebäudecke (24/24), ohne eine Kicknachweis
- das Außenwandfundament für eine zulässige Bodenpressung von  $150 \text{ kN/m}^2$ .

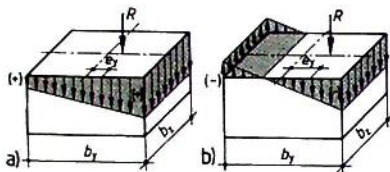


**Bild 5.72**  
Werkstattanbau und Lagerraum

## 5.10 Spannung bei einachsiger Ausmittigkeit

Spannungen dürfen wir nur dann als gleichmäßig verteilt annehmen, wenn die Normalkraft mittig (zentrisch) eingeleitet wird. Ein ausmittiger Kraftangriff erzeugt ungleichmäßige Spannungsverteilung, auf der Seite der ausmittigen Belastung größere als auf der gegenüberliegenden Seite. Der Spannungsabfall ist linear (Bild 5.73a). Im Extremfall entstehen auf einer Seite Druckspannungen, auf der anderen Zugspannungen oder ein klaffende Fuge, wenn keine Zugspannung aufgenommen wird. (Bild 5.73b).

Bei einachsiger ausmittiger Belastung entstehen an der Außenkante maximale Randspannungen, die sich zur weniger belasteten Seite hin geradlinig verringern.



**Bild 5.73**

- a) Ungleichmäßige Spannungsverteilung bei kleiner Ausmittigkeit der Resultierenden (Kraft)  $R$  (Druckspannungen auf der ganzen Fläche)  
 b) Bei größerer Ausmittigkeit verursacht die Resultierende  $R$  Druckspannungen auf einer und Zugspannungen (klaffende Fuge!) auf der Gegenseite

**Randspannungen  $\sigma_R$**  berechnen wir nach der Formel

$$\sigma_R = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}$$

$\sigma_R$  = Randspannungen an der Bauteilaußenkante der belasteten bzw. weniger belastete Seite

$A$  = gedrückte Fläche

$M$  = Moment der Ausmittigkeit

$M = R_v \cdot e$  ( $R_v$  = resultierende Vertikalkraft,  $e$  = Maß der Ausmittigkeit = Abstand  $R_v$  bis Mittelachse)

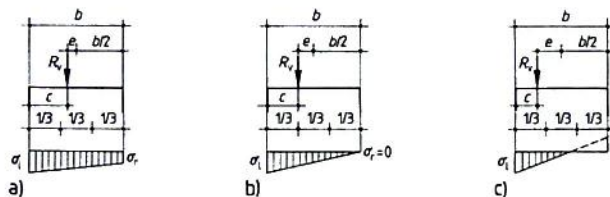
$W$  = Widerstandsmoment der gedrückten Fläche. Bei Rechtecken  $W = \frac{b_z \cdot b_y^2}{6}$  mit  $b_z$  und  $b_y$  als Rechteckseiten

Wir unterscheiden:

**Geringe Ausmitte**, wenn die Resultierende  $R_v$  noch im mittleren Drittel der gedrückten Fläche liegt. Dabei gilt für das Maß der Ausmitte  $e < b/6$ , für den Randabstand  $c > b/3$  (Bild 5.74a).

**Ausmitte mit  $e = b/6$** , wobei der Randabstand  $c = b/3$  beträgt. Die Randspannung am rechten Rand verringert sich auf 0. Dieser Fall darf infolge Eigenlast nicht überschritten werden (Bild 5.74b).

**Ausmitte mit  $\frac{b}{6} < e \leq \frac{b}{3}$**  und demzufolge Randabstand  $\frac{b}{6} \leq c < \frac{b}{3}$ . In diesem Fall ergeben sich Zugspannungen auf der weniger belasteten Seite, die jedoch vom Mauerwerk, Beton oder Erdreich nicht aufgenommen werden können (Bild 5.74c).

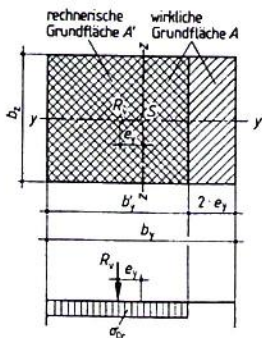


**Bild 5.74** Spannungsverteilung bei unterschiedlicher Ausmittigkeit der Belastung

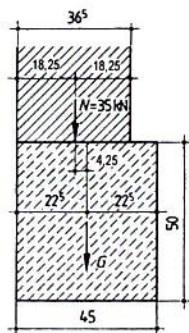
a)  $e < \frac{b}{6}$ , b)  $e = \frac{b}{6}$ , c)  $\frac{b}{6} < e \leq \frac{b}{3}$

Für ausmittig belastete Fundamente gilt die

**rechnerisch maßgebende Bodenpressung  $\sigma_{\text{vorh}} = \frac{R_v}{A'}$**  (Bild 5.75).



**Bild 5.75** Theoretisch angenommene, gleichmäßig verteilte Bodenpressung auf der Teilfläche  $A'$  bei geringer einachsiger Ausmitte.



**Bild 5.76** Fundament, ausmittig durch Wandlast  $N = 35$  kN belastet

Dabei muss die wirkliche Fundamentfläche  $A$  auf die Teilfläche  $A'$  verkleinert werden, die eine verkürzte Länge  $b'_{,y} = b_y - 2 \cdot e_y$  hat. Der neue Schwerpunkt ist zugleich der Angriffspunkt der Resultierenden  $R_V$  (Bild 5.75).

*Hinweis:* Die Beispiele 49 und 50 sind nur mit charakteristischen Lasten zu berechnen!

### Beispiel 49

Für das Fundament Bild 5.76 sind die Kantenpressung (Randspannung) und die rechnerisch maßgebende Bodenpressung  $\sigma_{or}$  zu berechnen. Die zulässige Bodenpressung sei  $150 \text{ kN/m}^2$ .

#### a) Belastung

$$\begin{aligned} \text{Wandlast (s. Bild) } N &= 35,0 \text{ kN/m} \\ \text{Fundamenteigenlast } G &= 0,45 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 5,4 \text{ kN/m} \\ \hline \text{Gesamtlast} &= \text{Resultierende } R_V = 40,4 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

#### b) Randabstand $c$

aus  $\Sigma M$  um die linke untere Fundamentkante

$$M = R \cdot c = N \cdot \frac{0,365 \text{ m}}{2} + G \cdot \frac{0,45 \text{ m}}{2}. \text{ Somit:}$$

$$c = \frac{35 \text{ kN} \cdot 0,1825 \text{ m} + 5,4 \text{ kN} \cdot 0,225 \text{ m}}{40,4 \text{ kN}} = 0,188 \text{ m}$$

#### c) Maß der Ausmitte

$$e_y = \frac{0,45 \text{ m}}{2} - c = 0,225 \text{ m} - 0,188 \text{ m} = 0,037 \text{ m} < \frac{0,45 \text{ m}}{6}$$

Es liegt eine kleine Ausmitte ( $< e_y/6$ ) vor.

#### d) Moment der Ausmittigkeit

$$M_e = R \cdot e_y = 40,4 \text{ kN} \cdot 0,037 \text{ m} = 1,49 \text{ kNm}$$

#### e) Normalspannung

$$\sigma_N = \frac{N + G}{A} = \frac{40,4 \text{ kN}}{0,45 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} = 89,8 \text{ kN/m}^2$$

#### f) Widerstandsmoment der Fundamentfläche

$$W = \frac{b_z \cdot b_y^2}{6} = \frac{1,0 \text{ m} \cdot (0,45 \text{ m})^2}{6} = 0,034 \text{ m}^3$$

#### g) Randspannungen

$$\sigma_{\text{links}} = \sigma_N + \frac{M}{W} = 89,8 \text{ kN/m}^2 + \frac{1,49 \text{ kNm}}{0,034 \text{ m}^3} = 133,6 \text{ kN/m}^2 < 150 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{rechts}} = \sigma_N - \frac{M}{W} = 89,8 \text{ kN/m}^2 - \frac{1,49 \text{ kNm}}{0,034 \text{ m}^3} = 46,0 \text{ kN/m}^2$$

h) Rechnerisch maßgebende Bodenpressung  $\sigma_{or}$ 

$$A' = b_z \cdot (b_y - 2 \cdot e_y) = 1,0 \text{ m} \cdot (0,45 \text{ m} - 2 \cdot 0,037 \text{ m}) = 0,376 \text{ m}^2$$

$$\sigma_{vorh} = \frac{R_v}{A'} = \frac{40,4 \text{ kN}}{0,376 \text{ m}^2} = 107,4 \text{ kN/m}^2 < 150 \text{ kN/m}^2$$

**Beispiel 50**

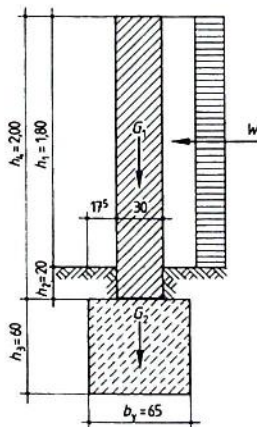
Die Gartenmauer Bild 5.77 ist außer der Normalkraft  $N$  dem Winddruck  $W$  ausgesetzt. Kippsicherheit und Bodenpressung  $\sigma_{or}$  (zul  $\sigma = 102 \text{ kN/m}^2$ ) sind für 1 m Wandlänge zu untersuchen.

## a) Eigenlast

$$\text{der Wand } N_1 = 0,3 \text{ m} \cdot 2,0 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m} \cdot 20 \text{ kN/m}^3 = 12,0 \text{ kN}$$

$$\text{des Fundaments } N_2 = 0,65 \text{ m} \cdot 0,60 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 9,4 \text{ kN}$$

$$\text{Resultierende } R_v = N_1 + N_2 = 21,4 \text{ kN}$$

**Bild 5.77**

Bodenpressung für eine windbelastete Gartenmauer

## b) Winddruck

$$W = c_f \cdot q \cdot h_1 \cdot l = 1,2 \cdot 0,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,8 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m} = 1,08 \text{ kN}$$

Der Druckbeiwert 1,2 berücksichtigt den Winddruck auf der Vorderseite und den Windsoog auf der Rückseite.)

## c) Kippsicherheit Unterkante Wand

$$\text{Standmoment } M_S = N_1 \cdot \frac{b_1}{2} = \frac{12 \text{ kN} \cdot 0,3 \text{ m}}{2} = 1,8 \text{ kNm}$$

$$\text{Kippmoment } M_k = W \cdot \left( \frac{h_1}{2} + h_2 \right) = 1,08 \text{ kN} \cdot \left( \frac{1,8 \text{ m}}{2} + 0,2 \text{ m} \right)$$

$$M_k = 1,19 \text{ kNm}$$

$$\text{Kippsicherheit } \eta_k = \frac{M_S}{M_K} = \frac{1,80 \text{ kNm}}{1,19 \text{ kNm}} = 1,51 > 1,50, \text{ also kippsicher}$$

#### d) Fundamentsohle

Moment aus Wind um untere Fundamentkante

$$M = W \cdot \left( \frac{h_1}{2} + h_2 + h_3 \right) = 1,08 \text{ kN} \cdot \left( \frac{1,8 \text{ m}}{2} + 0,2 \text{ m} + 0,6 \text{ m} \right) = 1,84 \text{ kNm}$$

Maß der Ausmitte

$$e_y = \frac{M}{R_v} = \frac{1,84 \text{ kNm}}{21,4 \text{ kN}} = 0,086 \text{ m} < \frac{b_y}{6} = 0,108 \text{ m}$$

Normalspannung

$$\sigma_N = \frac{R_v}{A} = \frac{21,4 \text{ kN}}{0,65 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} = 32,9 \text{ kN/m}^2$$

Widerstandsmoment der Fundamentfläche

$$W = \frac{b_z \cdot b_y^2}{6} = \frac{1,0 \text{ m} \cdot (0,65 \text{ m})^2}{6} = 0,0704 \text{ m}^3$$

Randspannung (Kantenspannung)

$$\sigma_{\text{links}} = \sigma_N + \frac{R_v \cdot e_y}{W} = 32,9 \text{ kN/m}^2 + \frac{21,4 \text{ kN} \cdot 0,086 \text{ m}}{0,0704 \text{ m}^3}$$

$$\sigma_{\text{links}} = 32,9 \text{ kN/m}^2 + 26,1 \text{ kN/m}^2 = 59,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{rechts}} = \sigma_N - \frac{R_v \cdot e_y}{W} = 32,9 \text{ kN/m}^2 - 26,1 \text{ kN/m}^2 = 6,8 \text{ kN/m}^2$$

#### e) Rechnerisch maßgebende Bodenpressung $\sigma_{or}$

$$A' = b_z \cdot (b_z - 2 \cdot e_y) = 1,0 \text{ m} \cdot (0,65 \text{ m} - 2 \cdot 0,086 \text{ m}) = 0,478 \text{ m}^2$$

$$\sigma_N = \frac{R_v}{A'} = \frac{21,4 \text{ kN}}{0,478 \text{ m}^2} = 44,8 \text{ kN/m}^2 < 102 \text{ kN/m}^2$$

**Übung 50** Das Fundament Bild 5.78 ist ausmittig durch Wandlasten  $N = 40 \text{ kN}$  belastet. Die Betonwichte sei  $24 \text{ kN/m}^3$ , die zulässige Bodenpressung  $200 \text{ kN/m}^2$ . Berechnen Sie für 1 m Fundamentlänge

- die Gesamtlast  $R_v$  aus  $N$  und  $G$ ,
- das Maß der Ausmitte  $e_y$  (Hinweis:  $e_y = N \cdot a / R_v$ ),
- das Widerstandsmoment  $W_y$  des Fundaments,
- die Randspannungen  $\sigma_{\text{links}}$  und  $\sigma_{\text{rechts}}$ ,
- die verkleinerte Fundamentbreite  $b'_{y}$  und die verkleinerte Fundamentfläche  $A'$ ,
- die rechnerisch maßgebende Bodenpressung  $\sigma_{\text{or}}$ .

Alle Berechnungen nur mit charakteristischen Lasten!

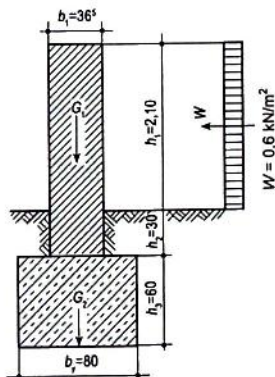
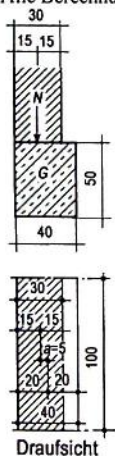


Bild 5.78 Fundament

Bild 5.79 Gartenmauer

**Übung 51** Kippsicherheit und Bodenpressung der windbelasteten Gartenmauer Bild 5.79 sind zu untersuchen (für 1 m Länge). Für das Mauerwerk gilt  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ , für das Fundament  $24 \text{ kN/m}^3$ . Ermitteln Sie

- $G_1$  und  $G_2$ ,
- den Winddruck  $W$ ,
- das Kippmoment  $M_K$ ,
- das Standmoment  $M_S$ ,
- die Kippsicherheit  $\eta_K$ ,
- das Moment  $M$  für die Fundamentuntersuchung,
- die Gesamtlast  $R_v$ ,
- die Ausmitte  $e_y$ ,
- die Randspannungen  $\sigma_{\text{links}}$  und  $\sigma_{\text{rechts}}$ ,
- die verkleinerte Fundamentbreite  $b'_{y}$ ,
- die rechnerisch maßgebende Bodenpressung  $\sigma_{\text{or}}$ .

Alle Berechnungen nur mit charakteristischen Lasten!

## 6 Kräftedarstellung

### 6.1 Zeichnerische Darstellung von Kräften

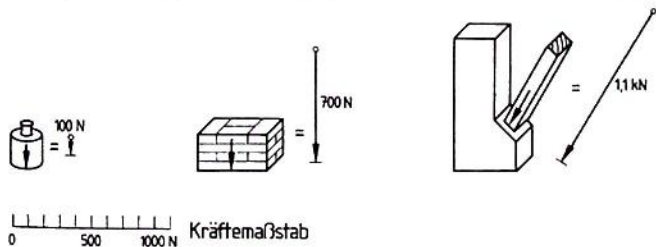
**Kräftemaßstab und Kräftepfeil.** In Schaubildern stellt man häufig die Größe einzelner Angaben (z. B. über Produktionsentwicklungen, über die Bautätigkeit, über Ein- und Ausfuhr) in Säulen oder Geraden dar, um einen anschaulichen Vergleich zu ermöglichen. Ebenso lassen sich die auf Bauwerke wirkenden Kräfte und Lasten darstellen. Der Last von 100 N (links in Bild 6.1) entspricht die daneben gezeichnete Strecke. Man wählt hierzu einen geeigneten Kräftemaßstab. Soll z. B. eine Strecke von 1 cm Länge eine Kraft von 100 N darstellen, schreibt man:  $1 \text{ cm} \triangleq 100 \text{ N}$  (in Worten: 1 cm entspricht 100 N). Der gewählte Maßstab ist in der Zeichnung entweder zeichnerisch (wie in Bild 6.1) oder in Zahlen ( $1 \text{ mm} \triangleq 40 \text{ N}$ ) anzugeben. In Bild 6.1 gehört also zur lotrecht wirkenden Last von 100 N ein ebenfalls lotrecht nach unten gerichteter Kräftepfeil von

$$100 \text{ N} \cdot \frac{1 \text{ mm}}{40 \text{ N}} = 2,5 \text{ mm Länge.}$$

Für das Mauerstück ist der – gleichfalls lotrecht verlaufende – Kräftepfeil

$$700 \text{ N} \cdot \frac{1 \text{ mm}}{40 \text{ N}} = 17,5 \text{ mm lang.}$$
 Der schräge Strebendruck erfordert einen

Kräftepfeil in der gleichen Schräglage. (Berechnen Sie dessen Länge.)



**Bild 6.1** Zeichnerische Darstellung von Lasten und Kräften

Kräfte kann man zeichnerisch als Pfeile darstellen. Die Pfeillänge entspricht maßstäblich der Kraftgröße, der Pfeil gibt die Kraftrichtung an. Die Lage des Pfeils bestimmt die Wirkungslinie der Kraft.

Übung 52 Die Kräfte und Lasten in Bild 6.2a bis d sind zeichnerisch darzustellen.

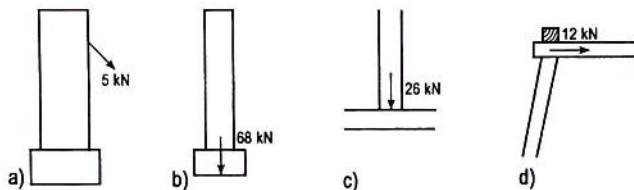


Bild 6.2 a) Zug an einem Pfeiler, b) Fundamentlast, c) Pfostendruck, d) Druck in einer Zange

## 6.2 Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften

### 6.2.1 Zusammensetzen von Kräften mit dem Kräfteparallelogramm

**Resultierende.** Oft wirken zwei oder mehr Kräfte aus verschiedenen Richtungen auf ein Bauteil. In Bild 6.3 z. B. hat jedes Einzelfundament die lotrechte Stützen- und die schräge Strebenkraft des Hallenbinders aufzunehmen. Im Zusammenwirken vereinigen sich beide Kräfte zu einer neuen Größe gleicher Wirkung. Wir nennen sie *Mittelkraft*, *Ersatzkraft* oder *Resultierende R*.

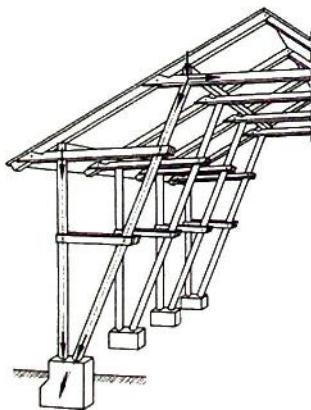
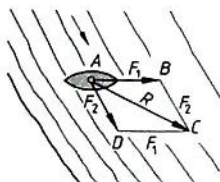


Bild 6.3 Kräfte in den Bindern einer Scheune

Der Zusammenhang zwischen zwei Kräften und ihrer Resultierenden veranschaulicht Bild 6.4. Dort wird das Boot  $A$  mit der Motorkraft  $F_1$  in Richtung  $B$  gesteuert. Zugleich treibt die Strömung das Boot mit der Kraft  $F_2$  in Richtung  $D$ . Tatsächlich aber fährt das Boot mit der Kraft der Resultierenden  $R$  in Richtung  $C$ . Die Wirkung der Kraft  $R$  ist also gleich der Wirkung von  $F_1$  und  $F_2$ .



**Bild 6.4**  
Kräfteparallelogramm an einem Boot

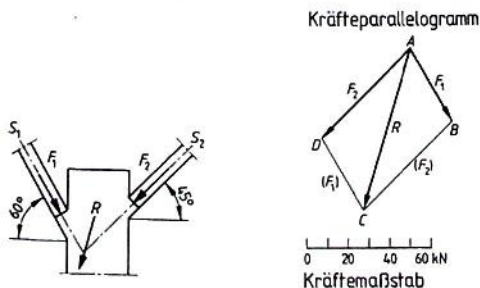
Die Wirkung von zwei Kräften (Teilkräften) kann durch die Wirkung *einer* Kraft, der Resultierenden  $R$ , ersetzt werden.

**Kräfteparallelogramm.** Wenn wir die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  nach Lage und Größe maßstäblich auftragen, lässt sich daraus leicht ein Parallelogramm ergänzen (Bild 6.4). Wir nennen es Kräfteparallelogramm. Die vom gemeinsamen Ausgangspunkt beginnende Diagonale entspricht der Resultierenden  $R$ .

Die Resultierende  $R$  von zwei Kräften (Teilkräften) wird als die Diagonale eines *Kräfteparallelogramms* gefunden, dessen Seiten die Teilkräfte sind.

### Beispiel 51

Welchen Druck üben die beiden Streben zusammen auf den Pfeiler in Bild 6.5 aus?  $F_1 = 40 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 60 \text{ kN}$ .



**Bild 6.5** Zusammensetzung zweier Strebenkräfte an einem Pfeiler

Es ist also die Resultierende  $R$  der beiden Teilkräfte  $F_1$  und  $F_2$  zu suchen. In einem geeigneten Kräftemaßstab (hier  $1 \text{ cm} \triangleq 30 \text{ kN}$ )<sup>1)</sup> werden von  $A$  aus  $F_1$  und  $F_2$  als Strecken  $AB$  und  $AD$  aufgetragen und mit Pfeil und Beschriftung versehen. Dann ziehen wir zu  $F_2$  (d.h. zu  $AD$ ) eine Parallele durch  $B$  und durch  $D$  eine Parallele zu  $F_1$  (d.h. zu  $AB$ ). So erhalten wir das Kräfteparallelogramm aus  $F_1$  und  $F_2$  mit der Diagonalen  $AC$  als Resultierende  $R$ . Ihre Länge messen wir zu  $27 \text{ mm}$ . Mit dem Kräftemaßstab erhalten wir dann

$$R = 2,7 \text{ cm} \cdot 30 \text{ kN/cm} = 80 \text{ kN}.$$

Mit der gleichen Wirkung wie die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  könnte also auch deren Resultierende  $R$  auf den Pfeiler drücken.

Die Resultierende zweier Teilkräfte übt die gleiche Wirkung aus wie ihre Teilkräfte.

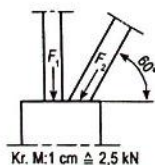
Wir haben bisher sowohl die Größe als auch die Richtung von  $R$  ermittelt. Es ist aber noch festzustellen, wo  $R$  an dem Pfeiler angreifen muss, damit sie in gleicher Weise wirkt wie  $F_1$  und  $F_2$ . Denn je nach der Lage der Resultierenden würde der Pfeiler sehr verschieden beansprucht werden, z. B. wenn  $R$  an der rechten Pfeilerkante, an der linken Pfeilerkante oder in der Mitte angriffe.

Die Wirkungslinie der Resultierenden geht stets durch den Schnittpunkt der Wirkungslinien ihrer beiden Teilkräfte.

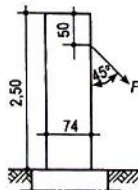
In der Pfeilerzeichnung Bild 6.5 sind also die beiden Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  zum Schnitt zu bringen. Durch den Schnittpunkt ist eine Parallele zu der Mittelkraft  $R$  im Kräfteparallelogramm zu zeichnen, wodurch auch die Lage von  $R$  im Pfeiler ermittelt ist.

Eine Kraft ist eindeutig bestimmt, wenn von ihr bekannt sind: 1. die Größe, 2. die Richtung, 3. die Lage.

**Übung 53** Welchen Druck üben die Stütze und die Strebe auf das Fundament aus (Bild 6.6)?  $F_1 = 20 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 30 \text{ kN}$ . (Größe und Richtung von  $R$  werden gesucht.)



**Bild 6.6** Stützen und Strebendruck auf ein Fundament

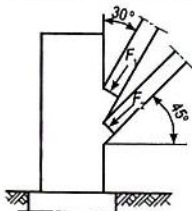


**Bild 6.7** Zugkraft an einem Pfeiler

<sup>1)</sup> Bei zeichnerischen Aufgaben liefern größere Kräftemaßstäbe, als sie hier im Buch angewendet werden können, genauere Ergebnisse. Für unser Beispiel wäre  $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ kN}$  oder, noch größer,  $1 \text{ cm} \triangleq 5 \text{ kN}$  angebracht.

**Übung 54** An einem 2,50 m hohen Pfeiler aus Ziegelmauerwerk ( $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ) mit den Querschnittsmaßen  $74 \text{ cm} \times 74 \text{ cm}$  wirkt eine Zugkraft  $F = 5 \text{ kN}$  (Bild 6.7). Es ist die Resultierende  $R$  aus  $F$  und der Pfeilerlast  $G$  zu ermitteln und festzustellen, ob diese Resultierende an der Seitenwand oder in der Bodenfuge des Pfeilers heraustritt. Im ersten Fall würde der Pfeiler kippen! (Größe, Richtung und Lage von  $R$  werden gesucht.)

**Übung 55** Es ist der gemeinsame Druck der beiden Streben  $F_1 = 150 \text{ kN}$  und  $F_2 = 120 \text{ kN}$  auf den Pfeiler zu ermitteln (Bild 6.8). (Größe und Richtung von  $R$  werden gesucht.)



**Bild 6.8**  
Streben an einem Pfeiler

## 6.2.2 Zusammensetzen von Kräften mit dem Kräfte-dreieck

**Kräfte-dreieck.** In Bild 6.5 wurden die Teilkräfte  $F_1$  und  $F_2$  von Punkt A aus nebeneinander angetragen und das so entstehende Bild durch Parallelen zu einem Parallelogramm vervollständigt. Dessen Diagonale  $AC$  lieferte uns die Resultierende  $R$ . Bild 6.4 konnten wir entnehmen, dass das Boot unter der Wirkung von  $F_1$  und danach von  $F_2$  von A über B nach C fährt. Auch die umgekehrte Reihenfolge (also erst  $F_2$  und dann  $F_1$ ) brächte das Boot (diesmal von A über D) nach C. Die gesuchte Diagonale  $AC$  erhält man also auch dadurch, dass man die Teilkräfte nacheinander anträgt, d.h. nur die Hälfte des Kräfteparallelogramms, ein *Kräfte-dreieck*, zeichnet.

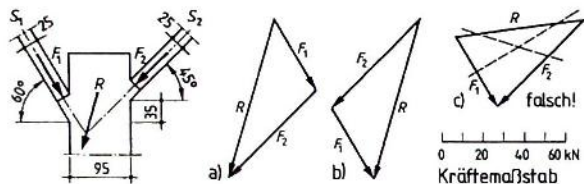
Zur Bestimmung der Resultierenden  $R$  von zwei Teilkräften genügt es, aus den beiden Teilkräften ein *Kräfte-dreieck* zu zeichnen.

Weil die Reihenfolge der darzustellenden Kräfte gleich ist, sind zwei (spiegelgleiche) Dreiecke und somit auch zwei Lösungswege möglich.

### Beispiel 52

Die beiden Strebenkräfte  $F_1 = 40 \text{ kN}$  und  $F_2 = 60 \text{ kN}$  des Bildes Bild 6.5 sind mit dem Kräfte-dreieck zu ihrer Resultierende zusammensetzen (Bild 6.9).

Die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  werden in einem geeigneten Kräfte-maßstab in *ihrer Pfeilrichtung hintereinander* aufgetragen (Bild 6.9a und b), und zwar entweder  $F_2$  an  $F_1$  oder  $F_1$  an  $F_2$ . Die Verbindung der freien Anfangs- und Endpunkte von  $F_1$  und  $F_2$  ergibt Größe und Richtung der Resultierenden  $R$ .



**Bild 6.9** Kräfteaddition für zwei Strebenkräfte. Die Strebenkräfte können in beliebiger Reihenfolge jeweils in Pfeilrichtung aneinandergesetzt werden.

Trägt man die beiden Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  *gegen-* statt *nacheinanderlaufend* an (Bild 6.9c), ergibt sich zwar auch ein Kräfteadditionsdreieck, aber die Richtung von  $R$  ist offensichtlich falsch, und auch seine Größe stimmt nicht.

Die Teilkräfte müssen in ihrer Pfeilrichtung aneinandergereiht werden; sie müssen sich „nachlaufen“ (Kräftezug). Die Reihenfolge ist beliebig.

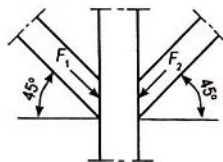
Die Resultierende schließt das Dreieck. Sie hat die entgegengesetzte Pfeilrichtung der Teilkräfte, läuft ihnen „entgegen“.

Hätten alle drei Kräfte die gleiche Pfeilrichtung, wären sie im Gleichgewicht. Die Resultierende entspricht in der Größe stets der Gleichgewichtskraft ihrer Teilkräfte.

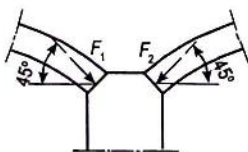
Skizzieren Sie das Beispiel in Bild 6.9 maßstäblich auf. Ermitteln Sie Größe und Neigungswinkel der Resultierenden  $R$  nach dem vorgegebenen Lösungsweg (Bild 6.9a oder b). Tragen Sie  $R$  auch in den Schnittpunkt der Strebenkräfte auf, womit seine Lage im Bauwerk bestimmt ist.

**Übung 56** Führen Sie die Übungen 50 bis 51 mit Hilfe des Kräfteadditionsdreiecks durch.

**Übung 57** Welchen Druck üben die beiden Streben zusammen auf den Pfosten aus, wenn  $F_1 = F_2 = 30$  kN ist (Bild 6.10)?



**Bild 6.10** Pfosten mit zwei Streben

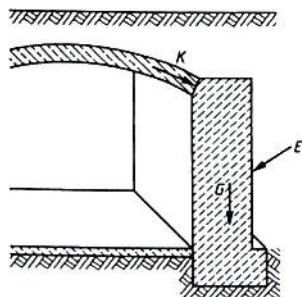


**Bild 6.11** Kräfte an der Wand eines überhöhten Gewölbes

**Übung 58** Ermitteln Sie den Druck, den die Gewölbe auf den Pfeiler ausüben.  $F_1 = 36$  kN,  $F_2 = 28$  kN (Bild 6.11).

### 6.2.3 Zusammensetzen von mehr als zwei Kräften mit dem Kräftezug (Kräftepolygon)

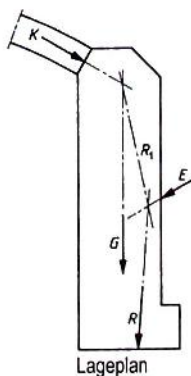
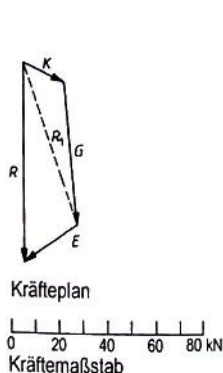
**Kräftezug.** Auf die Sohle des Fundaments der Kellermauer Bild 6.12 wirken der Kämpferdruck  $K$  des Gewölbes, der Erddruck  $E$ , die Eigenlast  $G$  der Wand und die des Fundaments. Zur Berechnung der Fundamentgröße müssen diese Kräfte zu ihrer Resultierenden  $R$  zusammengesetzt werden. Dazu benutzt man zweckmäßigerweise den Kräftezug, der sich aus dem Kräftedreieck ableitet. Für das folgende Beispiel wird aus Platzgründen auf die Ermittlung der Kraftgrößen von  $K$ ,  $G$  und  $E$  verzichtet. Sie werden vorgegeben.



**Bild 6.12**  
Kräfte an der Wand eines überschütteten Gewölbes

#### Beispiel 53

Es ist die Kraft festzustellen, die als Resultierende das Fundament der Wand Bild 6.13 belastet;  $K = 20$  kN,  $G = 61$  kN,  $E = 27$  kN.



**Bild 6.13**  
Kräftezug aus 3 Kräften

Wir können in zwei Schritten vorgehen. Zunächst werden die beiden Kräfte  $K$  und  $G$  in einem Kräfte-dreieck zu ihrer Resultierenden  $R_1$  zusammengesetzt. Anschließend wird aus  $R_1$  und  $E$  die endgültige Resultierende  $R$  ermittelt. Einfacher ist es, alle Teilkräfte aneinanderzureihen. Aus dem so entstehenden Kräftezug erhält man ohne Umwege die Größe und Richtung von  $R$ . Die zeichnerische Lösung ist aber nur möglich, wenn der Lageplan maßstäblich gegeben ist.

Ist die Resultierende für mehrere Teilkräfte zu ermitteln, sind die Teilkräfte zu einem Kräftezug(-polygon) zusammenzusetzen, dessen Schlusslinie Größe und Richtung der Resultierenden ergibt.

Die im vorigen Abschnitt gegebenen Regeln über die Pfeilrichtungen gelten auch für den Kräftezug, ebenso die freie Wahl in der Reihenfolge der Kräfte.

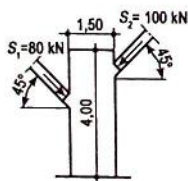
Es fehlt uns noch die Lage der Resultierenden  $R$  im Lageplan. Zunächst bestimmen wir die Lage  $R_1$  von  $K$  und  $G$  in bekannter Weise. Weil die Gesamtresultierende  $R$  die Resultierenden aus  $R_1$  und  $E$  ist, muss sie durch den Schnittpunkt von  $R_1$  und  $E$  gehen.

Wir bestimmen die Lage von  $R$  mit Hilfe von Zwischenresultierenden des Kräfteplans.

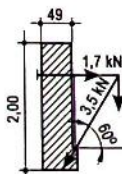
Dreieckbildende Seiten des Kräftecks schneiden sich im Lageplan stets in einem Punkt.

**Übung 59** Aus den Strebenkräften und der Eigenlast des 2 m langen Betonpfeilers ist die Resultierende  $R$  zu ermitteln (Bild 6.14).

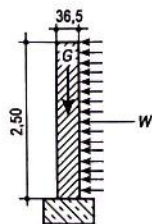
**Übung 60** An der 1 m langen Ziegelmauer ist ein Schwenkkran angebracht (Bild 6.15). Die Resultierende aus dem oberen Ankerzug, dem Auflagerdruck am Kranfuß und der Eigenlast der Mauer ( $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ) ist zu ermitteln.



**Bild 6.14** Pfeiler mit zwei Streben



**Bild 6.15** Schwenkkran an einer Mauer



**Bild 6.16** Wind auf freistehender Mauer

**Übung 61** Auf eine freistehende Ziegelmauer Bild 6.16 drückt der Wind mit  $0,6 \text{ kN/m}^2$ . Es ist zu ermitteln, ob die Resultierende aus Winddruck  $w$  und Eigenlast  $G$  durch die Bodenfuge geht, d.h., ob die Mauer standsicher ist.

*Hinweis:* Es wird ein Stück der Mauer von 1 m Länge untersucht (s. Beispiel 5). Der über die ganze Mauerhöhe gleichmäßig verteilte Winddruck kann als waagerechte Einzellast in halber Mauerhöhe angenommen werden.

### 6.2.4 Zerlegen von Kräften mit dem Kräfte-dreieck

Die an der Hängesäule wirkende Brückenlast geht über die Streben als Horizontalkraft in den Hängebalken und als Vertikalkraft in die Auflager (Bild 6.17). Die Strebenkräfte  $S_1$  und  $S_2$  ermitteln wir mit Hilfe des Kräfte-dreiecks aus der Brückenlast  $F$  in der Hängesäule.

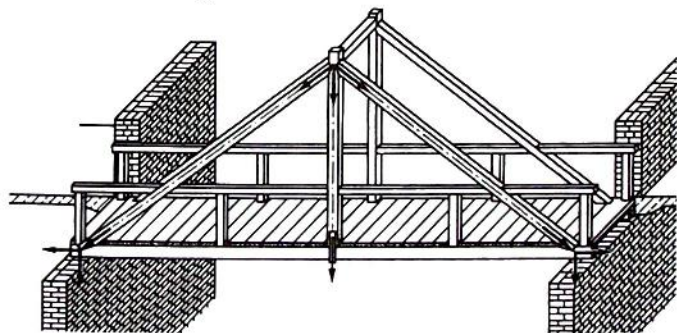


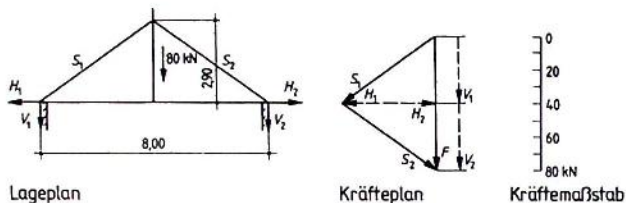
Bild 6.17 Kräftezerlegung an einer Hängewerkbrücke

#### Beispiel 54

Die an der Hängesäule wirkende Kraft  $F = 80 \text{ kN}$  ist in die beiden Strebenkräfte  $S_1$  und  $S_2$  zu zerlegen (Bild 6.18). Anschließend sind diese Strebenkräfte in ihre waagerechten (horizontalen) und lotrechten (vertikalen) Teilkräfte  $H$  und  $V$  zu zerlegen. Durch  $H$  und  $V$  werden der Hängebalken und die Auflager beansprucht.

Man trägt die gegebene Kraft  $F = 80 \text{ kN}$  im gewählten Kräftemaßstab auf, zieht durch den einen Endpunkt (hier den unteren) eine Parallele zur Strebe  $S_2$  und durch den anderen Endpunkt (hier den oberen) eine Parallele zu  $S_1$ . Die beiden Parallelen werden zum Schnitt gebracht und bilden dann mit  $F$  ein Kräfte-dreieck, aus dem sich die Größe  $S_1$  und  $S_2$  ablesen lässt.

Zum Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkräfte dient das Kräfte-dreieck. Darin stellt die gegebene Kraft die Resultierende dar.



**Bild 6.18** Kräftezerlegung an einem Hängewerk

Es sind zwei spiegelgleiche Kräftedreiecke möglich, die für  $S_1$  und  $S_2$  die gleichen Größen ergeben.

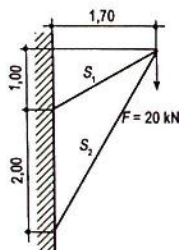
Die Pfeilrichtung der Teilkräfte ist entgegengesetzt zur Pfeilrichtung der gegebenen Kraft, weil diese als Resultierende aufzufassen ist.

Zur weiteren Zerlegung in  $H$  und  $V_1$  bzw.  $V_2$  benutzt man das bereits vorhandene Kräftedreieck.  $S_1$  und  $S_2$  brauchen wir also nicht noch einmal aufzutragen.

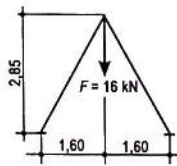
**Übung 62** An einem Kran wirkt die Kraft  $F = 20$  kN (Bild 6.19). Es sind die Strebenkräfte  $S_1$  und  $S_2$  zu ermitteln.

**Übung 63** Welche Beanspruchung haben die Jochstreben Bild 6.20 durch die Last  $F = 16$  kN aufzunehmen? Wie groß muss die Unterstütsungsfläche unter jeder Strebe sein, wenn der Untergrund aus steifem Lehm besteht? (zul  $\sigma = 150$  kN/m<sup>2</sup>)

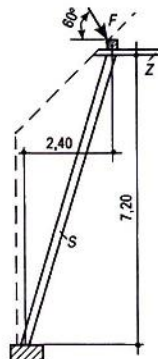
**Übung 64** Die von der Pfette übertragene Kraft  $F = 40$  kN ist von der Strebe  $S$  und der Zange  $Z$  aufzunehmen (Bild 6.21). Bestimmen Sie deren Belastung.



**Bild 6.19** Last an einem Kranausleger



**Bild 6.20** Last an einem Holzjoch

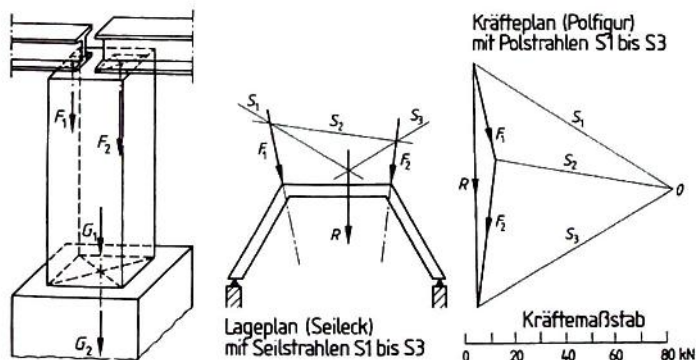


**Bild 6.21** Pfettenlast auf dem Binder einer Feldscheune

### 6.2.5 Zusammensetzen von Kräften mit dem Seileck

Häufig lässt sich die Lage einer Resultierenden nicht dadurch bestimmen, dass man die Teilkräfte zum Schnitt bringt (z. B. wenn sie parallel laufen, Bild 6.22). Aber auch bei nur wenig gegeneinander geneigten Teilkräften liegt der Schnittpunkt oft nicht mehr auf dem Zeichenbogen oder ergibt sich nur sehr ungenau.

Bei Teilkräften, die wenig gegeneinander geneigt oder parallel sind, muss die Lage der Resultierenden mit dem Seileck bestimmt werden.



**Bild 6.22** Parallele Kräfte an einem Pfeiler

**Bild 6.23** Zusammensetzung der Kräfte an einem Dachbinder mit Seileck und Polfigur

Bei wenig geneigten Teilkräften erhält man die Größe und Richtung der Resultierenden wie bisher aus dem Kräfte-dreieck bzw. dem Kräftezug.

Bei parallelen Kräften ergeben sich Größe und Richtung von  $R$  durch Aneinanderreihen der Kräfte auf einer Geraden. In diesem Fall entspricht  $R$  der Summe aller Einzelkräfte ( $R = F_1 + F_2 + \dots + F_n$ ).

#### Beispiel 55

Für die Kräfte  $F_1 = 40 \text{ kN}$  und  $F_2 = 60 \text{ kN}$  auf dem Stahldachbinder Bild 6.23 sind Größe, Richtung und Lage der Resultierenden  $R$  (zeichnerisch) zu bestimmen..

Mit Hilfe des Kräfte-dreiecks finden wir  $R$ . Die geringen Richtungsunterschiede von  $F_1$  und  $F_2$  erschweren jedoch eine genaue Lösung für die Lage von  $R$ . Hier bietet das Seileckverfahren den besseren Lösungsweg.

In der Zeichnung des Kräfte-dreiecks (Kräfteplan) nehmen wir einen beliebigen Pol  $O$  an und verbinden ihm mit den Anfangs- und Endpunkten von  $F_1$  und  $F_2$  durch die Polstrahlen  $S_1$ ,

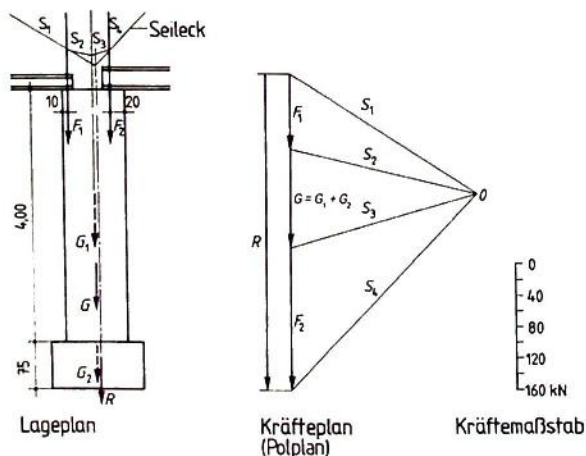
$S_2$  und  $S_3$ . (Es ist zweckmäßig, den Pol  $O$  etwa in die mittlere Höhe des Kräfte dreiecks zu legen, so dass der erste und der letzte Seilstrahl unter  $\approx 45^\circ$  verlaufen.) Im Lageplan ziehen wir eine Parallele zu  $S_1$  von außen an  $F_1$  heran, die  $F_1$  in einem beliebigen Punkt schneidet. Durch diesen Schnittpunkt ziehen wir eine Parallele zu  $S_2$  von  $F_1$  nach  $F_2$  und durch deren Schnittpunkt mit  $F_2$  die Parallele zu  $S_3$  nach außen. Die beiden äußeren Strahlen  $S_1$  und  $S_3$  werden nun zum Schnitt gebracht. Durch ihren Schnittpunkt geht die Mittelkraft  $R$ , und zwar parallel zu  $R$  im Kräfteplan. Ihre Lage ist damit bestimmt.

**Seileck.** Betrachten wir die Seilstrahlen als Kräfte, erkennen wir, dass dieser Lösungsweg die oben beschriebenen Zusammenhänge anwendet. Wir erinnern uns, dass die Resultierende und ihre beiden Teilkräfte stets ein geschlossenes Kräfte dreieck bilden und im Lageplan einen gemeinsamen Schnittpunkt haben. Kräfte- und Lageplan unseres Beispiels zeigen, dass  $F_1$  von den Seilkräften  $S_1$  und  $S_2$  ersetzt wird,  $F_2$  von den Seilkräften  $S_2$  und  $S_3$ . Und auch  $R$  steht sowohl für die Teilkräfte  $F_1$  und  $F_2$  als auch für die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_3$ . Wir merken uns nochmals: **Stets ergeben drei Kräfte mit einem gemeinsamen Schnittpunkt im Lageplan ein geschlossenes (Kräfte-) Dreieck im Kräfteplan.**

Beim Zeichnen des Seilecks ist die Wahl des Poles  $O$  in der Polfigur beliebig.

### Beispiel 56

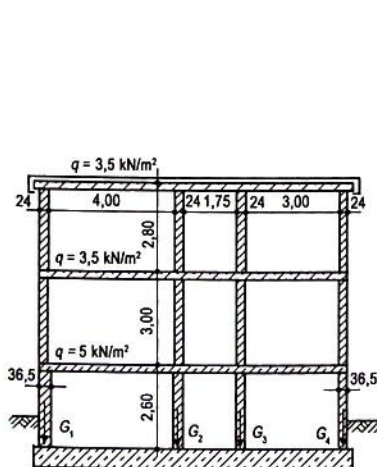
Die auf das Pfeilerfundament wirkende Resultierende aus den Trägerlasten und den Pfeiler-eigenlasten ist zu ermitteln (Bild 6.24).



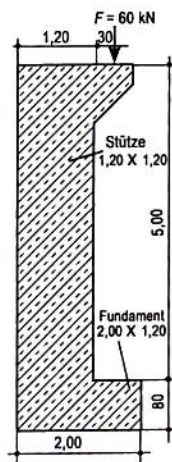
**Bild 6.24** Zusammensetzung der Kräfte an einem Pfeiler mit dem Seileck

Alle Kräfte sind lotrecht abwärts gerichtet. Um die Größe und Richtung ihrer Resultierenden zu erhalten, werden sie aneinander gereiht, wodurch sich  $R$  aus der Länge der Gesamtstrecke – also als Summe aller Kräfte – ergibt.  $R$  muss gleichfalls abwärts gerichtet sein. Die Lage von  $R$  im Pfeilerfundament ergibt sich aus dem Seileck, das wie im Beispiel 55 gezeichnet wird. Wir erkennen, dass die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_4$  mit  $R$  im Kräfteplan ein Dreieck bilden. Im Lageplan müssen sie daher einen gemeinsamen Schnittpunkt haben.  $R$  muss deshalb im Lageplan durch den Schnittpunkt von  $S_1$  und  $S_4$  führen.

**Übung 65** Für einen 1 m breiten Plattenstreifen sind die Mauerlasten  $G_1$  bis  $G_4$  einschließlich der anteiligen Deckenlasten auf der Fundamentplatte zu ihrer Resultierenden  $R$  zusammensetzen (Bild 6.25),  $\gamma$  des Mauerwerks =  $18 \text{ kN/m}^3$ .



**Bild 6.25** Mauerlasten auf einer Fundamentplatte



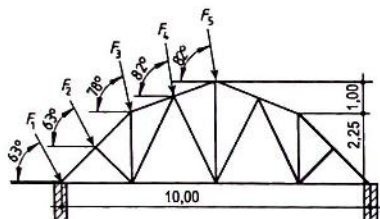
**Bild 6.26** Kranbahnstütze aus Stahlbeton

**Übung 66** Für die Fundamentberechnung der Stahlbeton-Kranbahnstütze Bild 6.26 ist die Resultierende aus der Kranlast  $F = 60 \text{ kN}$ , den Eigenlasten der Stütze und des Fundaments zu ermitteln. Die Eigenlast der Konsole kann außer Ansatz bleiben.

**Übung 67** Die durch Schnee- und Windlast hervor gerufenen einseitigen Dachlasten Bild 6.27 sind zu ihrer Resultierenden zusammensetzen.

$F_1 = 3,2 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 6,3 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 8 \text{ kN}$ ,  $F_4 = 7,2 \text{ kN}$ ,  $F_5 = 3,6 \text{ kN}$ .

Verwenden Sie dazu das Verfahren des Kräftezugs. Versuchen Sie auch die Lage der Resultierenden herauszufinden. Wenden Sie dafür Ihre gewonnenen Erkenntnisse über das Seileckverfahren an.



**Bild 6.27**  
Einseitige Schnee- und Windlast auf  
einem Dachbinder

### 6.2.6 Zeichnerisches Bestimmen von Schwerpunkten

Außer der Größe von Eigenlasten ist häufig auch ihr Angriffspunkt für statische Berechnungen zu ermitteln (z. B. bei Stützmauern). Er entspricht stets der Lage der Resultierenden und in der Querschnittsfläche des Bauteils zugleich der Lage des Schwerpunkts. Zum Bestimmen des Schwerpunkts einer unregelmäßigen Fläche zerlegt man diese in mehrere Teilflächen (s. Abschn. 5.5) und betrachtet die Inhalte dieser Teilflächen ( $\text{cm}^2$ ) als Kräfte. Statt durch Rechnung kann die Resultierende dieser „Flächenkräfte“ mit dem Seileck auch zeichnerisch gefunden werden.

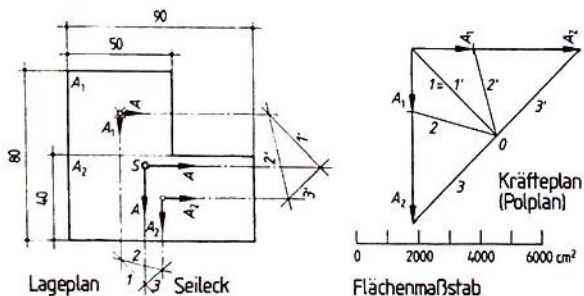
#### Beispiel 57

Für den Pfeilerquerschnitt Bild 6.28 ist der Schwerpunkt zu ermitteln.

Der Gesamtquerschnitt  $A$  wird in beiden Teilflächen  $A_1$  und  $A_2$  zerlegt. Ihre Größe ist

$$A_1 = 50 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 2000 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 90 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 3600 \text{ cm}^2$$



**Bild 6.28** Schwerpunktermittlung für einen Pfeilerquerschnitt

Zunächst lassen wir diese beiden Flächen wie Kräfte lotrecht (in den Schwerpunkten von  $A_1$  und  $A_2$  angreifend) wirken und ermitteln in üblicher Weise die Lage der Resultierenden  $A$  mit dem Seileck. Auf der gefundenen Wirkungslinie von  $A$ , der lotrechten Schwerlinie, muss der Schwerpunkt liegen. Nun zeichnen wir ein zweites Seileck für die waagrecht wirkenden Flächenkräfte  $A_1$  und  $A_2$ . Zur Vereinfachung kann der gleiche Pol wie beim ersten Seileck benutzt werden. Wir erhalten eine zweite Wirkungslinie von  $A$ , die waagerechte Schwerlinie. Deren Schnittpunkt mit der ersten ist der Schwerpunkt der Gesamtfläche  $A$ .

Der Schwerpunkt einer Fläche liegt im Schnittpunkt ihrer lotrechten und waagerechten Schwerlinie.

**Übung 68** Die Übungen 34 bis 36 sind zeichnerisch zu lösen.

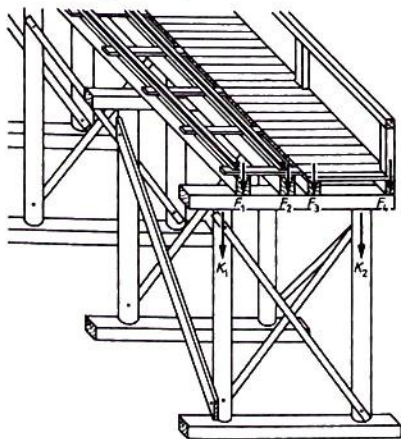
### 6.2.7 Zerlegen von Kräften mit dem Seileck

So wie man Teilkräfte mit dem Seileck zu ihrer Resultierenden zusammensetzen kann, lassen sich damit auch Kräfte in parallele oder flach geneigte Teilkräfte zerlegen.

Zum Zerlegen von Kräften in parallele oder flach gegeneinander geneigte Teilkräfte wird das Seileck verwendet.

#### Beispiel 58

Die Belastung der Jochpfähle Bild 6.29 ist zu ermitteln.



**Bild 6.29**

Kräftezerlegung für das Joch einer Behelfsbrücke

Mit anderen Worten: Die Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  auf dem Jochbalken sind in die Pfahlkräfte  $K_1$  und  $K_2$  zu zerlegen.

$$F_1 = F_2 = 20 \text{ kN}$$

$$F_3 = F_4 = 11 \text{ kN}$$

Im Kräfteplan werden die Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  aneinandergereiht (Bild 6.30) und vom beliebig gewählten Pol  $O$  die Polstrahlen  $l$  bis  $5$  gezogen. Im Lageplan wird dann das Seileck gezeichnet. Der Schnittpunkt des ersten ( $l$ ) mit dem letzten Seilstrahl ( $5$ ) liefert uns wie bisher die Lage von  $R$ .

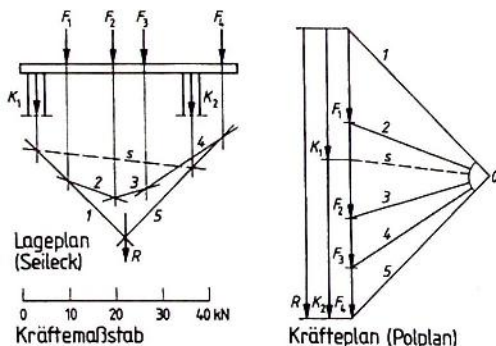


Bild 6.30 Zerlegung von parallelen Kräften in zwei parallele Teilkräfte

Wir wollen jedoch ermitteln, mit welchen Anteilen  $R$  die Pfosten  $K_2$  und  $K_1$  belastet. Dazu bringen wir den ersten ( $l$ ) und den letzten Seilstrahl ( $5$ ) mit den gegebenen (hier lotrechten) Wirkungslinien von  $K_2$  und  $K_1$  zum Schnitt. Die Schnittpunkte verbinden wir miteinander durch die *Schlusslinie*  $s$  und ziehen zu dieser im Kräfteplan die Parallele durch den Pol  $O$ . Sie zerlegt die aneinandergereihten Kräfte  $F_1$  bis  $F_4$  bzw. deren Resultierende  $R$  in  $K_1$  und  $K_2$ . Dabei ist der obere Abschnitt  $K_1$  (weil er zwischen  $l$  und  $s$  liegt), der untere  $K_2$  (weil er zwischen  $s$  und  $5$  liegt).

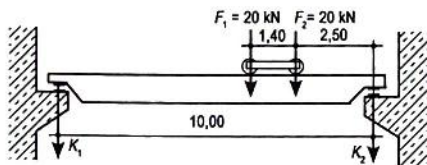
Die Parallele zur Schlusslinie eines Seilecks durch den Polpunkt teilt im Kräfteplan die Resultierende in die zwei Auflager- bzw. Stützkkräfte auf.

Zur Prüfung der zeichnerischen Richtigkeit von Kräfte- und Lageplan dient die uns bekannte Bedingung:

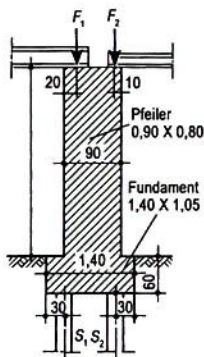
Linien, die sich im *Lageplan* in einem Punkt schneiden (z. B. Seilstrahl  $l$ , Kraft  $F_1$  und Seilstrahl  $2$ ), müssen im *Kräfteplan* ein geschlossenes Dreieck bilden. (Dies gilt ebenso für die Linien  $R$ ,  $l$ ,  $5$ , für  $K_1$ ,  $l$ ,  $s$  und  $K_2$ ,  $s$ ,  $5$ .)

**Übung 69** Welche Kräfte werden durch den Laufkran Bild 6.31 auf die Kranbahnkonsolen ausgeübt?

**Übung 70** Die Kräfte  $F_1 = 180 \text{ kN}$  und  $F_2 = 100 \text{ kN}$  sind in die beiden Pfahlkräfte zu zerlegen (Bild 6.32).



**Bild 6.31** Laufkran auf Konsolen



**Bild 6.32** Betonpfeiler auf Pfahlgründung

## 6.3 Kräfte wirken auf Balken

### 6.3.1 Balken auf zwei Stützen mit Einzellasten

Im Abschnitt 5 „Biegung“ wurde die rechnerische Bemessung von Balken behandelt. Dazu wurden die Auflagerkräfte und das größte Biegemoment berechnet.

Auflagerkräfte und Biegemomente von Balken auf zwei Stützen können mit dem Seileck auch zeichnerisch ermittelt werden.

Hierzu muss der Balken maßstäblich aufgetragen werden. Es ist also für die Zeichnung neben dem Kräftemaßstab (für das Seileck) ein Längenmaßstab (für den Balken) zu wählen.

#### Beispiel 59

Für den Balken Bild 6.33 sind die Auflagerkräfte und das Größtmoment zeichnerisch zu ermitteln.

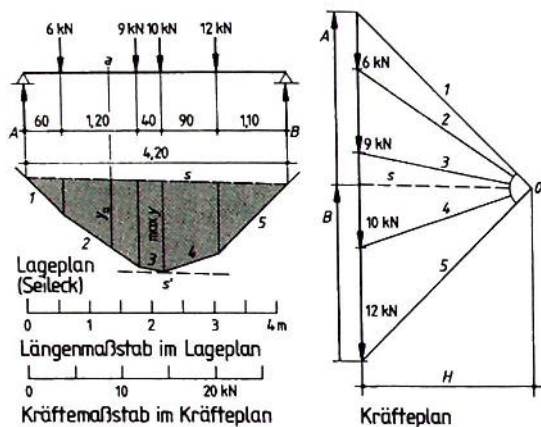


Bild 6.33 Momentenfläche für Träger mit Einzellasten

## a) Auflagerkräfte

$A$  und  $B$  werden wie die Jochkräfte  $K_1$  und  $K_2$  im Beispiel 58 mit der Schlusslinie  $s$  des Seilecks ermittelt. Als Stützkkräfte, die das Gleichgewicht halten sollen, wirken sie nach oben.

Die Parallele zur Schlusslinie  $s$  des Seilecks durch den Punkt  $O$  des Kräfteplans teilt die Resultierende in die Auflagerkräfte  $A$  und  $B$ .

## b) Größtmoment

Mit dem Seileck lässt sich das Biegemoment an jeder beliebigen Stelle (z. B. im Punkt  $a$  des Balkens) feststellen. Die lotrechte Entfernung zwischen der Schlusslinie  $s$  und dem darunterliegenden Seilstrahl 2 des Seilecks sei  $y_a$ . Die Entfernung des Pols von den aneinander gereihten Kräften (also das Lot von  $O$  auf die Kräfte), die *Polweite* sei  $H$ . Dann ist, wie sich mathematisch nachweisen lässt, das Biegemoment im Querschnitt  $a$

$$M_a = H \cdot y_a.$$

Hierin ist die eine der beiden Strecken im Längen-, die andere im Kräftemaßstab zu messen. Es ist gleichgültig, welche der Strecken in dem einen und welche in dem anderen Maßstab gemessen wird, denn stets ergibt sich das gleiche Produkt. In Bild 6.33 sind  $y_a$  (gemessen im Längenmaßstab) = 1,10 m

$H$  (gemessen im Kräftemaßstab) = 18,5 kN. Also ist

$$M_a = H \cdot y_a = 18,5 \text{ kN} \cdot 1,10 \text{ m} = 20,35 \text{ kNm}.$$

Offensichtlich ist dies noch nicht das Größtmoment, weil  $y_a$ , nicht die größte lotrechte Entfernung zwischen  $s$  und den Seilstrahlen ist. Das Größtmoment, d.h. den gefährdeten Querschnitt, kann man gemäß Abschn. 5.7.1 mit der Querkraftfläche ermitteln. Hier erkennen wir sofort, dass das maximale Moment in der Wirkungslinie der Einzellast von 10 kN liegt, denn max  $y$  ist der größte Lotabschnitt in der Seileckfläche. Dies können wir durch die Parallele  $s'$  zu  $s$  durch den Schnittpunkt von max  $y$ , 3,4 nachprüfen.

Gemessen im Längenmaßstab ist max  $y = 1,45$  m,  
folglich ist max  $M = H \cdot \max y = 18,5 \text{ kN} \cdot 1,45 \text{ m} = 26,8 \text{ kNm}$ .

Bei Einzellasten liegt der gefährdete Querschnitt bzw. das Größtmoment über der größten lotrechten Strecke max  $y$  in der Seileckfläche.

Es erleichtert die Rechnung, wenn  $H$  in der Polfigur in vollen cm gewählt wird.

Die Fläche zwischen Seilstrahlen und Schlusslinie entspricht der Momentenfläche. Wir können daraus die Momente an jeder beliebigen Stelle des Balkenquerschnitts ermitteln.

### c) Bemessung

Der Balken wird nun in gleicher Weise bemessen, wie im Abschnitt 5 „Biegung“ erläutert.

**Übung 71** Für die Balken auf zwei Stützen sind die Auflagerkräfte und die Größtmomente zeichnerisch zu ermitteln und die Abmessungen zu berechnen für BSH (NH) B 18 (Bild 6.34).

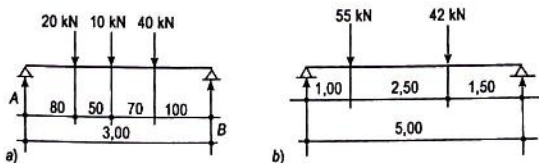


Bild 6.34 BSH-Träger mit Einzellasten

**Übung 72** Der Träger muss im Punkt a gestoßen werden (Bild 6.35). Für diese Stelle ist das Moment zeichnerisch festzustellen.

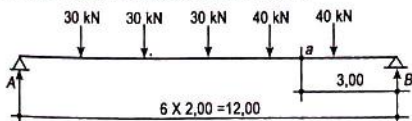


Bild 6.35 Träger mit Stoß

### 6.3.2 Balken mit Streckenlast und gleichmäßig verteilter Last

Bei der rechnerischen Behandlung der Balken mit Streckenlasten wurden diese Belastungen durch ihre Gesamtlasten ersetzt (vgl. Beispiel 24).

Auch bei der zeichnerischen Lösung sind Streckenlasten zunächst durch ihre Gesamtlasten zu ersetzen.

Balken mit gleichmäßig verteilter Last auf ganzer Balkenlänge werden zweckmäßig nicht zeichnerisch, sondern mit den Formeln im Abschnitt 5.8 (s.a. Tab. 10.32) bemessen. Bei Balken mit Teil-Streckenlasten erfordern beide Lösungen (zeichnerisch oder rechnerisch) etwa die gleiche Arbeit.

#### Beispiel 60

Für den Holzbalken Bild 6.36 sind  $A$ ,  $B$  und  $\max M$  zeichnerisch zu ermitteln. Außerdem ist der Balken zu bemessen in NH, S 10.

#### a) Auflagerkräfte

Die Streckenlast  $q = 6 \text{ kN/m}$  wird ersetzt durch ihre Gesamtlast  $F_q$ .

$$F_q = q \cdot l = 6 \text{ kN/m} \cdot 2,00 \text{ m} = 12 \text{ kN}$$

Da der Balken jetzt nur mit der Einzellast  $F_q$  belastet ist, bietet die Ermittlung von  $A$  und  $B$  nichts Neues.

$$A = 7,2 \text{ kN} \quad B = 4,8 \text{ kN}$$

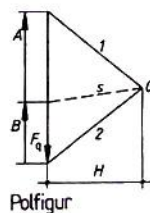
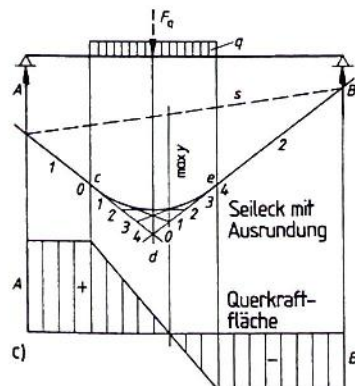
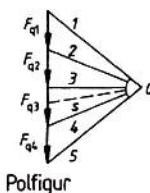
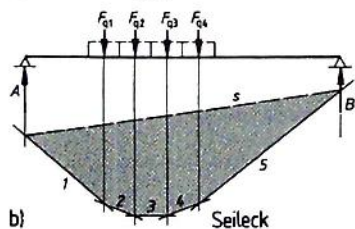
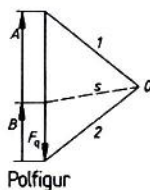
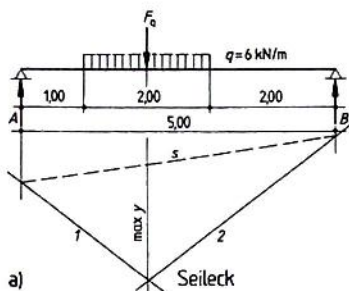
#### b) Größtmoment

In Abschnitt 5.8 wurde erörtert, dass Einzellasten in der Regel größere Momente hervorrufen als gleichgroße Streckenlasten. Deshalb kann das  $\max y$ , das wir in Bild 6.36a als Folge der Ersatzlast  $F_q$ , einer Einzellast erhalten haben, nicht das zu  $q$  gehörige  $\max y$  sein.

Um zunächst einmal das tatsächliche  $\max y$  angenähert zu erhalten, wird die Streckenlast  $q$  in 4 Einzellasten  $F_{q1}$  bis  $F_{q4}$  zerlegt und für diese Lasten das Seileck gezeichnet (Bild 6.36b). Je weiter wir sie nun in Einzellasten aufteilen, um so mehr wird sich das Seileck unter der Streckenlast einer Kurve nähern. Die zeichnerische Lösung bestätigt also die Erkenntnisse aus der rechnerischen Behandlung der Biegemomente.

Bei der Momentenfläche für eine Streckenlast bilden die Seilstrahlen unter der Streckenlast eine Kurve (Parabel).

Bild 6.36c zeigt die Konstruktion dieser Kurve: Man zeichnet für  $F_q$  die Seilstrahlen 1 und 2 und die Schlusslinie  $s$ . Die Strecken  $cd$  und  $de$  werden in die gleiche Anzahl Abschnitte geteilt und wie im Bild beziffert. Dann verbindet man die Punkte mit gleichen Ziffern untereinander und erhält so eine Anzahl Tangenten für die Parabel, die sich nun mit dem Kurvenlineal leicht einzeichnen lässt.



Längenmaßstab für y



Kräftemaßstab für H

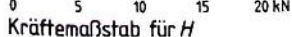


Bild 6.36  
Balken auf zwei  
Stützen mit Strecken-  
last, Einteilung der  
Momentenfläche

Den gefährdeten Querschnitt erhält man mit der Querkraftfläche (Bild 6.36c).

$$\max M = H \cdot \max y$$

$$H \text{ (im Kräftemaßstab) } = 7,5 \text{ kN}$$

$$\max y \text{ (im Längenmaßstab) } = 1,5 \text{ m}$$

$$\max M = 7,5 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} = \mathbf{11,25 \text{ kNm}}$$

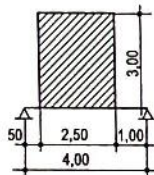
c) **Bemessung**

$$\text{erf } W_y = \frac{1,4 \cdot 1125 \text{ kNcm}}{1,11 \text{ kN/cm}^2} = \mathbf{1419 \text{ cm}^3}$$

$$\text{Gewählt: } 16/24 \text{ cm mit } W_y = \mathbf{1536 \text{ cm}^3}$$

**Übung 73** Für den mit einer 11,5 cm dicken Mauer belasteten Träger in Bild 6.37 sind die Auflagerdrücke  $A$  und  $B$  sowie das Größtmoment zeichnerisch zu ermitteln.

Die Mauer bleibt unverputzt. Sie besteht aus Vollziegeln mit der Rohdichte 1,8. Die Aufgabe ist mit dem Beispiel 60 und Bild 6.36 vergleichbar. Verwenden Sie für die Berechnung der Gewichtskraft Tab. 10.2.



**Bild 6.37**  
Mauer auf einem Träger

### 6.3.3 Balken mit Kragarm und Einzellasten

Für den Balken mit Kragarm gelten die gleichen Regeln wie für den einfachen Balken auf zwei Stützen.

Die Auflagerkräfte werden auch beim Balken mit Kragarm mit Hilfe des Seilsacks und Kräfteplans ermittelt.

Der Seilstrahl  $S$  muss hierbei vom Kragarmende nach links zurück verlängert werden, bis er das Auflager  $B$  schneidet. Die Dreieckstrecken  $B$ ,  $S$ ,  $s$  (Kräfteplan) müssen sich in einem Punkt des Lageplans schneiden.

**Beispiel 61**

Für den Träger mit Kragarm Bild 6.38 sind die Auflagerdrücke und das Größtmoment zeichnerisch zu ermitteln. Das Trägerprofil ist zu berechnen.

## a) Auflagerdrücke

Durch die Schnitte des ersten und des letzten Seilstrahls mit den Auflagersenkrechten erhalten wir wieder die Schlusslinie  $s$ . Deren Parallele zerlegt im Kräfteplan aneinander gereihten Kräfte in  $A$  und  $B$ .

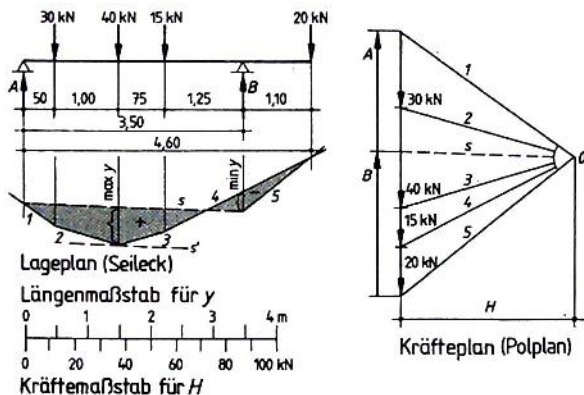


Bild 6.38 Momentfläche für Kragarmträger mit Einzellasten

## b) Größtmomente

Legt man an das Seileck im Feld eine Tangente  $s'$ , die zu  $s$  parallel ist, erhält man  $\max y$  auf der Wirkungslinie der Einzellast von 40 kN.

Es gibt aber noch ein zweites, negatives Größtmoment über dem Auflager  $B$  – das *Stützmoment* (vgl. Abschn. 5.7.4). Dort liegt der zweite Größtwert von  $y$ , nämlich  $\min y$  (minimum  $y$  = Größtwert des negativen  $y$ ). Die beiden Momente haben entgegen gesetzte Vorzeichen, und zwar ist für das Feldmoment  $\max y$  positiv (+), für das Stützmoment  $\min y$  negativ (-).

Es ist  $\max M = H \cdot \max y$ .

Mit dem Kräftemaßstab erhalten wir  $H = 70 \text{ kN}$

und mit dem Längenmaßstab  $\max y = + 0,60 \text{ m}$ .

Damit wird  $\max M = 70 \text{ kN} \cdot (+ 0,60 \text{ m}) = + 42 \text{ kNm}$ .

Mit  $\min y = - 0,30 \text{ m}$

ist ferner  $\min M = H \cdot \min y = 70 \text{ kN} \cdot (- 0,30 \text{ m}) = - 21 \text{ kNm}$ .

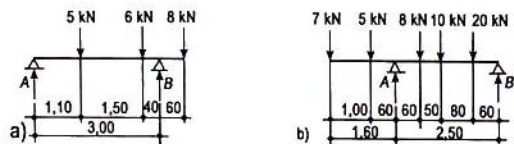
Die Zugspannungen entstehen im Feld ( $\max M$ ) auf der Unterseite des Balkens, über dem Auflager  $B$  ( $\min M$ ) und im Kragarm dagegen auf der Oberseite. Die Momentenfläche zeigt, dass das negative Biegemoment ( $\min M$ ) – und somit auch die Zugkräfte

im oberen Balkenquerschnitt – über das Auflager  $B$  in das Feld hineinreichen. Das ist für die Anordnung der Bewehrungsstähle bei Stahlbeton-Kragarmen wichtig (s. Abschn. 9.5.2).

c) **Bemessung**

Der Balken muss für den zahlenmäßig größeren Wert von  $\max M$  und  $\min M$  bemessen werden. Führen Sie dies selbst durch.

**Übung 74** Für den Balken in Bild 6.39a und b sind  $A$  und  $B$  sowie  $\max M$  und  $\min M$  zeichnerisch zu ermitteln und die Balkenabmessungen zu berechnen für NH, S 10.



**Bild 6.39** Kragarmträger mit Einzellasten

## 7 Knickgefahr und Knicksicherheit

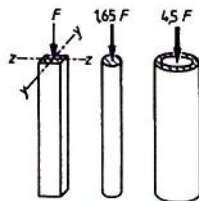
### 7.1 Trägheit gegen Ausknicken

Auf Druck beanspruchte schlanke Pfosten oder Pfeiler (in der Statik „Druckstäbe“ oder „Druckglieder“ genannt) werden bei Überbelastung nicht zerdrückt, sondern viel eher ausknicken (s. Abschn. 2.4). Ein rechteckiger Pfeiler wird zuerst um seine Längsachse ausknicken wollen (vgl. Druck auf stehende Reißschiene). Ein Kantholz von z. B. 10/20 cm, mit  $200 \text{ cm}^2$  Querschnitt könnte bei Knicken um die Längsachse nur zirka  $1/4$  derjenigen Knicklast tragen, die bei Knicken um die Querachse noch eben tragbar wäre. Deshalb muss bei der Berechnung eines Pfostens auf Knicken diese kleinere Tragkraft zugrundegelegt werden. Ein quadratisches Kantholz von 14/14 cm mit  $196 \text{ cm}^2$ , also fast gleichem Querschnitt, könnte um beide Achsen gleich viel Knicklast tragen – im Vergleich zum oben genannten Rechteckquerschnitt also mehr. Ebensoviele würde ein gleich großes Rundholz von  $\varnothing 16 \text{ cm}$  mit  $201 \text{ cm}^2$  nach allen Seiten aushalten.

Für knickbeanspruchte Bauteile (z. B. Stützen) eignen sich allseits symmetrische Querschnitte.

Der dritte Stützenquerschnitt in Bild 7.1 (ein Hohlquerschnitt, der den gleichen Materialquerschnitt hat wie der Rechteck- oder der Rundquerschnitt) mit z. B. 19 cm Durchmesser, davon 4 cm Ringdicke, könnte sogar die 4,5-fache Knicklast des Rechteckquerschnitts aushalten.

Bei Schilfrohr und Getreidehalmen macht sich die Natur z. B. die hohe Knicksicherheit (und damit Tragfähigkeit) des Rohrquerschnitts zunutze.



**Bild 7.1**  
Drei Stäbe mit gleicher Querschnittsfläche

Symmetrische Hohlquerschnitte bieten mehr Knicksicherheit als flächengleiche Vollquerschnitte.

Wie bei der Biegung (Abschn. 5) ist also auch hier nicht die Größe des Querschnitts allein, sondern auch seine Form für die Tragfähigkeit maßgebend.

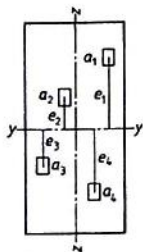
## 7.2 Flächenmoment

Ein Maß für die Eignung eines Querschnitts für Knickbeanspruchung und damit für die Tragfähigkeit einer Stütze ist sein Flächenmoment  $I^1$ , früher Trägheitsmoment genannt.

**Größtes und kleinstes Flächenmoment.** Für einen nicht runden Querschnitt können unendlich viele Flächenmomente berechnet werden, je nachdem, welche Knickrichtung man dabei zugrundelegt. Meist interessieren jedoch nur das größte und das kleinste Flächenmoment. Aus dem ersteren ( $I_y$ ) leitet sich das Widerstandsmoment  $W_y$  ab, das bei der Beanspruchung auf Biegen gebraucht wird (hochkant gelegte Balken). Das kleinste Flächenmoment ( $I_z$ ) ist dagegen für die Größe der zulässigen Knickbelastung maßgebend.

**Berechnung.** Wir teilen einen Rechteckquerschnitt in unendlich viele kleinste Flächenteilchen  $a$  auf und berechnen für jedes dieser Teilchen das Produkt  $a \cdot e^2$ , wobei  $e$  der jeweilige Abstand von der  $y$ -Achse ist (Bild 7.2). Die Summe dieser Produkte ist das Flächenmoment  $I_y$  des Querschnitts. Berechnen wir in gleicher Weise das Flächenmoment  $I_z$ , bezogen auf die  $z$ -Achse, erhalten wir das kleinste Flächenmoment (min  $I$ ) des Querschnitts.

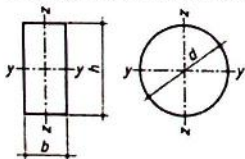
Wir erkennen: Je weiter die Querschnitts-Flächenanteile und je mehr von ihnen vom Gesamtschwerpunkt entfernt liegen, je „gespreizter“ also ein Querschnitt ist, um so größer ist sein Flächenmoment und um so größer auch seine Steifigkeit gegen Knicken.



**Bild 7.2**  
Trägheitsmoment eines Rechteckquerschnitts

Für die Knicksicherheit ist das kleinste Flächenmoment  $\min I$  maßgebend.

Für die üblichen Rechteck-, Kreis- und Stahlprofile sind die  $I_y$  und  $I_z$  in den Tabellen 10.21 bis 10.33 enthalten. Sie werden, mit den Querschnittsmaßen in cm nach den folgenden Formeln berechnet.



**Bild 7.3**  
Rechteck- und Kreisquerschnitt

<sup>1)</sup>  $I$  = inertia, lat. = Trägheit. Bezeichnung nach DIN 1080 T2 „Flächenmoment 2. Grades um die ... Achse“

Für den Rechteckquerschnitt

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} \text{ in cm}^4 \quad I_z = \frac{h^3 \cdot b}{12} \text{ in cm}^4$$

Für den Kreisquerschnitt

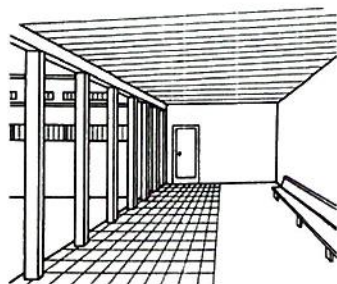
$$I_y = I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \text{ in cm}^4$$

**Übung 75** Berechnen Sie für folgende Holzquerschnitte die Flächenmomente  $I_y$  und  $I_z$  und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Werten der Tabelle 10.22:

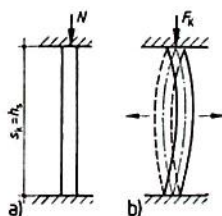
- a) 10 cm × 12 cm, b) 14 cm × 18 cm, c) 20 cm × 26 cm, d) Ø 15 cm.

## 7.3 Stützen aus Stahl und Holz

Bei Bemessung einer Stütze aus Holz (Bild 7.4) oder Stahl ist zunächst die Belastung der Stütze zu ermitteln. Im Verhältnis zu ihrer Eigenlast hat die Stütze in der Regel unverhältnismäßig hohe Lasten aufzunehmen. Ihre Eigenlast kann daher meist vernachlässigt werden.



**Bild 7.4** Vordach auf Holzstützen



**Bild 7.5** Stützen

- a) Für beidseitig gehaltene Stützen gilt  $s_K = h_S$   
 b) Stützen knicken, wenn die kritische Last  $F_K$  erreicht ist, „ohne Ankündigung“ aus

Da die Stützenlast meist als Normalkraft parallel zur Längsachse wirkt, bezeichnen wir sie mit  $N$ . Die Last, unter der Knickung eintritt, nennen wir kritische Knicklast (-kraft)  $F_K$  (Bild 7.5b).

Die **Knicklänge**  $s_K$  ist der knickgefährdete Teil belasteter Stützen. Im Regelfall sind die Stützen am Fuß- und am Kopfende gehalten (Bild 7.5a)

Die Knicklänge  $s_K$  entspricht der Stützenlänge  $h_S$ , wenn die Stütze an den Enden unverschieblich gehalten ist (Regelfall). Im Holzbau ist auch die Bezeichnung  $l_{ef}$  üblich.

In Ausnahmefällen muss  $s_K > h_s$  gewählt werden (z. B. freies Stützenkopfe). Bei oberer und/oder unterer Einspannung darf  $s_K < h_s$  sein. Dafür sind bestimmte Korrekturfaktoren  $\beta_K$  festgelegt.

**Der Trägheitsradius  $i$**  (in cm) ist ein Maß für die Steifigkeit eines Querschnitts gegen Knicken. Er beschreibt das Verhältnis Flächenmoment/Querschnitt ( $I/A$ ).

Es gilt der Trägheitsradius 
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Für die üblichen Handelsformen der Holzbalken und Stahlprofile sind die  $i$ -Werte in Tabellen zusammengefasst. Da je nach Achsbezug bei den meisten Querschnitten  $I_y$  und  $I_z$  unterschiedlich groß sind, ergeben sich auch unterschiedliche  $i_y$ - und  $i_z$ -Werte (s. Tab. 10.22 bis 10.31). Wir erhalten z. B.

- für einen Rechteckquerschnitt mit  $b =$  kleinere Seite

$$\min i = \sqrt{\frac{h \cdot b^3}{12} \cdot \frac{1}{h \cdot b}} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = 0,289 b,$$

- für den Kreisquerschnitt  $i = \sqrt{\frac{\frac{\pi \cdot d^4}{64}}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}} = \sqrt{\frac{d^2}{16}} = \frac{d}{4} = 0,25 d.$

#### Beispiel 62

Für eine Stahlstütze I 240 mit  $I_y = 4250 \text{ cm}^4$ ,  $I_z = 221 \text{ cm}^4$  und  $A = 46,1 \text{ cm}^2$  sind die Trägheitsradien  $i_y$  und  $i_z$  zu berechnen.

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{4250 \text{ cm}^4}{46,1 \text{ cm}^2}} = 9,59 \text{ cm} \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{221 \text{ cm}^4}{46,1 \text{ cm}^2}} = 2,20 \text{ cm}$$

**Der Schlankheitsgrad  $\lambda$**  (lambda) kennzeichnet das Verhältnis zwischen Knicklänge  $s_K$  und Trägheitsradius  $i$ , zugleich die Knickempfindlichkeit eines Druckstabs.

$$\text{Schlankheitsgrad} = \frac{\text{Knicklänge}}{\text{Trägheitsradius}} \quad \lambda = \frac{s_K}{i}$$

Für den Knicknachweis ist meist der kleinere  $i$ -Wert maßgebend. Es kommt jedoch auch vor, dass eine Stütze in den Achsen auf unterschiedlicher Höhe gehalten wird, so dass unterschiedliche Knicklängen  $s_{Ky}$  und  $s_{Kz}$  entstehen. In solchen Fällen sind die Schlankheitsgrade für beide Achsen zu berechnen.

$$\lambda_y = \frac{s_{Ky}}{i_y} \quad \text{und} \quad \lambda_z = \frac{s_{Kz}}{i_z}$$

Der größere der beiden Schlankheitsgrade ist dann für die weitere Berechnung maßgebend.

### Stützen aus Holz

Der zulässige Schlankheitsgrad setzt Sicherheitsgrenzen. Für einteilige Druckstäbe aus Holz gilt zu  $\lambda < 200$ .

Der Knickabminderungsfaktor  $\kappa$  – auch Knickbeiwert genannt – kennzeichnet das Verhältnis der erlaubten Knicklast zur erlaubten Last ohne eine Knickgefahr. Der Knickbeiwert ist eine dimensionslose Zahl kleiner als 1,0. Mit zunehmender Schlankheit  $\lambda$  fällt der Knickbeiwert ab.

In der Tabellen 10.19 und 10.20 kann in Abhängigkeit von der Schlankheit  $\lambda$  der zugehörige Knickbeiwert  $\kappa$  abgelesen werden.

Nachweis:

$$\text{Veraltet: } \sigma_k = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{N_d}{A} = \omega \cdot \frac{N_d}{A} \leq f_d \text{ (Bemessungsfestigkeit)}$$

$$\text{modern: } \frac{N_d/A}{\kappa \cdot f_d} \leq 1$$

*Hinweis:* Der Kehrwert von  $\kappa$ , also  $1/\kappa$ , entspricht dem  $\omega$ -Wert vom nun veralteten „ $\omega$ -Verfahren“.

- Rechengang:
1. Bemessungsstützenlast  $N_d = 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot N_{Q,k}$  und die Kicklänge  $s_k$  bestimmen.
  2. Werkstoffart und -güte wählen, Querschnitt schätzen.
  3. Querschnittswert  $A$  und  $i$  berechnen oder aus Tabelle ablesen.
  4. Schlankheitsgrade berechnen ( $\lambda_y, \lambda_z$ ). Größer Schlankheitsgrad ist maßgebend. Aus Tabelle den zugehörigen Knickbeiwert  $\kappa$  ablesen.
  5. Nachweis führen:  $\frac{N_d/A}{\kappa \cdot f_d} \leq 1$
  6. Eventuell die Schritte 3., 4 und 5. solange wiederholen, bis ein sinnvoller Querschnitt gefunden ist.

### Beispiel 63

Für die charakteristischen Druckkräfte  $N_{G,k} = 50$  kN (Eigenwicht) und  $N_{Q,k} = 80$  kN (Verkehrslast) und der Knicklänge  $s_k = 4,00$  m ist eine runde Holzstütze aus BSH, BS 18 zu berechnen.

$$\text{Bemessungslast: } N_d = 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot N_{Q,k} = 1,35 \cdot 50 \text{ kN} + 1,50 \cdot 80 \text{ kN} = 187,5 \text{ kN}$$

Festigkeiten:  $f_k = 31 \text{ N/mm}^2$  (Tab 10.18)

$$f_d = 0,60 \cdot \frac{f_k}{1,30} = 1,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1,43 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Schätzung:  $\varnothing 20 \text{ cm}$ ,  $A = 314 \text{ cm}^2$ ,  $i = 5,0 \text{ cm}$

Schlankheit:  $\lambda = \frac{s_k}{i} = \frac{400 \text{ cm}}{5,0 \text{ cm}} = 80$

Knickbeiwert:  $\alpha = 0,439$  (Tabelle 10.20)

$$\text{Nachweis: } \frac{N_d/A}{\alpha \cdot f_d} = \frac{187,5 \text{ kN}/314 \text{ cm}^2}{0,439 \cdot 1,43 \text{ kN/cm}^2} = \frac{0,597 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{0,628 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 0,95 < 1$$

Nachweis erfüllt!

#### Beispiel 64

Für die charakteristische Eigengewichtslast von  $N_{G,k} = 30 \text{ kN}$  und  $s_k = 8,00 \text{ m}$  ist ein Nadelholzquerschnitt C 24 zu bestimmen.

$$N_d = 1,35 \cdot 30 \text{ kN} = 40,5 \text{ kN}$$

$$f_k = 21 \text{ N/mm}^2; f_d = 0,60 \frac{2,1 \text{ kN/cm}^2}{1,30} = 0,97 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (Tabelle 10.17a)}$$

Schätzung

$$20/20, A = 400 \text{ cm}^2, i = 5,78 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{s_k}{i} = \frac{800 \text{ cm}}{5,78 \text{ cm}} = 138$$

$\alpha = 0,166$  (Tabelle 10.19)

$$\frac{\frac{40,5 \text{ kN}}{400 \text{ cm}^2}}{0,166 \cdot 0,97 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = \frac{0,101 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{0,161 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 0,627 < 1$$

Dieser Querschnitt ist zu groß, weil der Wert 0,627 deutlich unter 1,000 liegt. Daher wird ein neuer Querschnitt gewählt:

neue Schätzung

$$18/18, A = 324 \text{ cm}^2, i = 5,20 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{800 \text{ cm}}{5,20 \text{ cm}} = 154; \alpha = 0,135$$

Nachweis:

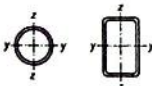


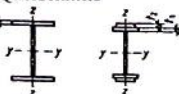

$$\frac{40,5 \text{ kN}/324 \text{ cm}^2}{0,135 \cdot 0,97 \text{ kN}/\text{cm}^2} = \frac{0,125 \text{ kN}/\text{cm}^2}{0,131 \text{ kN}/\text{cm}^2} = 0,954 < 1$$

**Übung 76** Für  $N_{G,k} = 50 \text{ kN}$  und  $N_{Q,k} = 70 \text{ kN}$  und  $s_K = 3,00 \text{ m}$  ist eine quadratische Holzstütze (NH) S 10 zu berechnen.

**Übung 77** Für  $N_{G,k} = 39 \text{ kN}$  und  $s_K = 5,00 \text{ m}$  ist eine runde BSH-Stütze BS 18 zu berechnen.

### Stützen aus Baustahl

#### Zuordnung der Querschnitte zu den Knickspannungslinien nach DIN 18800-2

Querschnitt		Ausweichen ⊥ zur Achse	Knickspannungslinie
1 Hohlprofile 	warm gefertigt	y-y z-z	a
	kalt gefertigt	y-y z-z	b
2 geschweißte Kastenquerschnitte 	dicke Schweißnaht ( $a \geq \min t$ ) und $h_y/t_y$ $h_z/t_z$	y-y z-z	b
			c
3 gewalzte I-Profile 	$h/b > 1,2; t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b
	$h/b > 1,2; 40 < t \leq 80 \text{ mm}$ $h/b \leq 1,2; t \leq 80 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
	$t > 80 \text{ mm}$	y-y z-z	d
4 geschweißte I-Querschnitte 	$t_i \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
	$t_i > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d
5 U-, L-, T- und Vollquerschnitte  und mehrteilige Stäbe nach Abschnitt 3.3		y-y z-z	c
6	Hier nicht aufgeführte Profile sind sinngemäß einzuordnen. Die Einordnung soll dabei nach den möglichen Eigenspannungen und Blechdicken erfolgen.		

Der Nachweis erfolgt ähnlich wie der Nachweis bei Holzstützen. Es sind nur zwei Änderungen zu beachten. Die Ablesung des Knickbeiwertes  $\alpha$  – auch Knickabminderungsfaktor genannt – erfolgt nicht in Abhängigkeit von der Schlankheit  $\lambda$  sondern von  $\bar{\lambda}_k = \lambda/\lambda_a$ . Zu guter Letzt ist auch noch die Ablesung in Abhängigkeit von der Knickspannungslinie zu tätigen. Siehe die obenstehende Tabelle.

In Tabelle 10.33 sind die Beiwerte  $\alpha$  für die verschiedenen Knickspannungslinien aufgelistet.

### Beispiel 65

Eine Stahlstütze (S 235) mit der Knicklänge  $s_k = 4,00$  m und der Eigengewichtlast von 20 kN und der Verkehlart 120 kN ist mit einem Profil HEA zu bemessen.

$$N_d = 1,35 \cdot 20 \text{ kN} + 1,50 \cdot 120 \text{ kN} = 207 \text{ kN}$$

$$f_d = 218 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 21,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (siehe Kapitel 2.2)}$$

Schätzung:

$$\text{HEA 140 mit } A = 31,4 \text{ cm}^2 \text{ und } i_z = 3,52 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{400 \text{ cm}}{3,52 \text{ cm}} = 114; \text{ S 235 ergibt } \lambda_a = 92,9$$

$$\bar{\lambda}_k = \frac{\lambda}{\lambda_a} = \frac{114}{92,9} = 1,23$$

Knickspannungslinie  $c \rightarrow \alpha \cong 0,420$  (Zeile 3:  $h/b < 1,2$ ,  $t < 80$  mm,  $\perp$  zur  $z$ -Achse) (Tab. 10.33)

$$\frac{N_d}{A} = \frac{207 \text{ kN}}{31,4 \text{ cm}^2} = 6,59 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha \cdot f_d = 0,420 \cdot 21,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 9,16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{N_d}{A} = 6,59 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 9,16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \alpha \cdot f_d$$

Nachweis ist erfüllt!

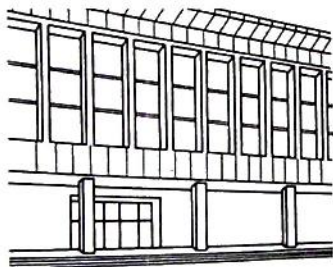
**Übung 78** Bemessen Sie für das Beispiel 65 mit einem Profil IPE und Baustahl S 355. Achtung andere Knickspannungslinie!

## 7.4 Stützen aus unbewehrtem Beton

Nach DIN 1045-1 (Beton und Stahlbeton) gelten solche Bauteile als Stützen, deren Querschnittsmaße  $b \leq 4 \cdot h$  entsprechen. Querschnitte, deren Länge größer ist als die 4-fache Dicke ( $b > 4 \cdot h$ ), gelten als Wände

Bei Stützen richtet sich die zulässige Traglast

- nach der *Betonfestigkeitsklasse* C16, C20 usw.,
- nach dem dazugehörigen *Festigkeitswert*,
- nach einem *Sicherheitsbeiwert*  $\gamma$  (griech. gamma),
- nach dem *Schlankheitsgrad*  $\lambda$  der Stütze,
- nach einem *Abminderungsbeiwert*.



**Bild 7.6**

Betonstützen als tragende Bauteile

In Abhängigkeit von der Schlankheit  $\lambda$  und dem Quotienten  $e_0/h_{\min}$  mit der Ausmittigkeit der Last  $e_0$  und der Querschnittshöhe  $h_{\min}$  erfolgt die Ableitung des Abminderungsbeiwertes  $\alpha$ . Die aufnehmbare Bemessungslast der Stütze beträgt dann:

$$N_{Rd} = \text{Pfeilerquerschnitt} \cdot \text{Bemessungsfestigkeit} \cdot \text{Abminderungsbeiwert}$$

Das nachfolgende Beispiel demonstriert die Vorgehensweise:

#### Beispiel 66

Wie groß ist die mittig aufnehmbare Belastung einer Stütze aus einem Beton C 16 mit  $h = s_k = 3,00$  m und dem quadratischem Querschnitt  $35 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$ .

Bemessungsfestigkeit:

$$f_d = 0,85 \cdot \frac{f_k}{1,80} = 0,85 \cdot \frac{16 \text{ N/mm}^2}{1,80}$$

$$f_d = 7,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 0,756 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Schlankheit:

$$\lambda = \frac{300 \text{ cm}}{0,289 \cdot 35 \text{ cm}} = 30$$

planmäßige Ausmitte:  $e_0 = 0$

Ableitung aus Tab. 10.41:  $\alpha = 0,92$  aufnehmbare Belastung:

$$N_{Rd} = b^2 \cdot f_d \cdot \alpha = (35 \text{ cm})^2 \cdot 0,756 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 0,92$$

$$N_{Rd}^* = 852 \text{ kN}$$

Da die Stütze auch ihre Eigenlast tragen muss, ist der obige Wert um diese Eigenlast multipliziert mit dem Teilsicherheitsbeiwert für ständige Lasten zu verringern.

$$(0,35 \text{ m})^2 \cdot 3,00 \cdot 24 \text{ kN/m}^3 \cdot 1,35 = 12 \text{ kN}$$

Die Stütze kann also eine Bemessungslast an der Oberkante von

$N_{Rd} = 852 \text{ kN} - 12 \text{ kN} = 840 \text{ kN}$  aufnehmen. Beispielweise könnten das dann

$N_{G,k} = 311 \text{ kN}$  und  $N_{Q,k} = 280 \text{ kN}$  sein.

$$N_{Rd} = 1,35 \cdot N_{G,k} + 1,50 \cdot N_{Q,k}$$

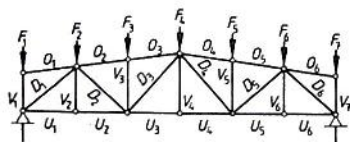
$$N_{Rd} = 1,35 \cdot 311 \text{ kN} + 1,50 \cdot 280 = 840 \text{ kN}$$

**Übung 79** Für  $N_d = 200 \text{ kN}$  und  $s_k = 2,50 \text{ m}$  ist ein Stützpfeiler aus Beton C 16 nebst Fundament (0,50 m hoch) zu berechnen. Die eine Stützseite soll  $h = 30 \text{ cm}$  sein. Der Baugrund darf mit  $\sigma = 300 \text{ kN/m}^2$  belastet werden.

**Übung 80** Eine Last  $N_d = 200 \text{ kN}$  ist durch eine Stütze von 3,00 m Knicklänge aufzunehmen. Es sind vergleichsweise zu berechnen a) eine Mauerstütze in Vollziegeln Mz 12 in Mörtelgruppe II, b) eine Stütze aus unbewehrtem Beton C 16, c) eine Rundholzstütze, d) eine quadratische Holzstütze.

## 8 Fachwerkträger und Stabkräfte

Fachwerkträger bestehen aus Einzelstäben, die untereinander zu unverschieblichen Dreiecken verbunden sind. Die äußeren Kräfte werden als Einzellasten auf die äußeren Knoten konzentriert und als Druck oder Zug in die Stäbe eingeleitet. Die Stabmittellachsen treffen sich in den Knotenpunkten, wo sie zentrisch zu Gelenken verbunden sind. Die praktische Ausführung weicht von diesen modellhaften Annahmen z.T. ab, was die Tragfähigkeit jedoch im Allgemeinen nicht beeinträchtigt. Form und Stabanordnung der Fachwerkträger und -binder sind unterschiedlich. Die übliche Bezeichnung der Stäbe zeigt Bild 8.1



Obergurtstäbe  $O_1$  bis  $O_6$   
Unterfurtstäbe  $U_1$  bis  $U_6$

Vertikalstäbe  $V_1$  bis  $V_6$   
Diagonalfüllstäbe  $D_1$  bis  $D_6$

**Bild 8.1**

Beispiel eines Fachwerkträgers mit Benennung der Fachwerkstäbe

**Der Kräfteplan nach Cremona** – benannt nach dem italienischen Mathematiker L. Cremona, 1830 – 1903 – ist ein zeichnerisches Lösungsverfahren zum Ermitteln der Stabkräfte. Es beruht auf dem Prinzip des uns bereits bekannten Kräftepolygons (Kräftezug). Da alle in einem Knotenpunkt angreifenden Kräfte im Gleichgewicht stehen müssen, ergibt sich für jeden Knoten ein geschlossener Kräftezug. Der Cremonaplan fasst die Einzelpolygone lediglich in einem Gesamtplan zusammen.

**Nullstäbe** ergeben sich manchmal aus der Stabanordnung. Sie sollten vor Lösungsbeginn aufgesucht werden. Wir merken uns die beiden wichtigsten Regeln:

1. Besteht ein belasteter Knoten aus nur 2 Stäben, ist der unbelastete ein Nullstab (z.B.  $O_1$  und  $O_6$  in Bild 8.1).
2. Tritt an einem unbelasteten Knoten ein Füllstab (z. B. V-Stab) auf 2 Gurtstäbe, die innerhalb der gleichen Wirkungslinie liegen, ist dieser Füllstab ein Nullstab (z. B.  $V_2$ ,  $V_4$  und  $V_6$  in Bild 8.1).

Druck- und Zugstäbe unterscheiden wir durch die Vorzeichen. Stabkräfte für Druckstäbe erhalten negative Vorzeichen (-), Stabkräfte für Zugkräfte positive (+). Druck- und Zugstäbe erkennen wir an der Pfeilrichtung der Kräfte, die wir beim Zeichnen des Cremonaplan in die Knotenpunkte des Fachwerkträgers übertragen (Bild 8.2 und 8.4).

Zum Knoten gerichtete Pfeile kennzeichnen Druckstäbe, vom Knoten weg gerichtete Pfeile kennzeichnen Zugstäbe.

### Lösungsweg (-regeln)

1. Lastannahmen anteilig auf die Knoten als Einzellasten verteilen.
2. Systemskizze des Fachwerkbinders aus den Mittelachsen der Stäbe maßstäblich auftragen, Stäbe mit  $U, D, V, \theta$  usw. bezeichnen.
3. Kräftemaßstab für Cremonaplan wählen.
4. Auflagerkräfte bestimmen (bei Bindern auf 2 Stützen am einfachsten durch Berechnung). Alle Auflagerkräfte im Kräfteplan eintragen (Reihenfolge: Uhrzeigersinn).
5. Knoten mit 2 unbekannten Stabkräften aufsuchen (meist der Auflagerpunkt). Kreisschnitt um den Knoten führen und die Kräfte der Reihenfolge nach im Uhrzeigersinn als Kräftepolygon auftragen.
6. Nachbarknoten mit 2 unbekannten Stabkräften aufsuchen und den Kräftezug unter Verwendung der bereits gezeichneten zugehörigen Stäbe weiterentwickeln. Reihenfolge immer im Uhrzeigersinn!
7. Nach Regel 6 alle noch fehlenden Knotenkräfte ermitteln. Bei symmetrischen Systemen und symmetrischer Lastenanordnung genügt die Darstellung (Untersuchung) bis zur Symmetrieachse, weil für die andere Hälfte das gleiche Bild entsteht, sich also gleiche Stabkräfte ergeben.

Geringfügige Abweichungen bei der zeichnerischen Lösung sind normal und für die Gesamtkonstruktion unwesentlich.

### Beispiel 67

Für den Fachwerkbinder des Vordachs Bild 8.2 sind die Stabkräfte und die Auflagerreaktionen  $A$  und  $B$  mit Hilfe des Cremonaplans zu ermitteln. Das Auflagen  $B$  sei vertikal verschieblich, so dass die Richtung der Auflagerkraft  $B$  horizontal ist

1. Nach der (2.) Regel für Nullstäbe erkennen wir so fort, dass der nichtbelastete Stab  $V_2$  auf die in einer Wirkungslinie verlaufenden Untergurtstäbe  $U_1$  und  $U_2$  trifft.  $V_2$  ist daher ein Nullstab.
2. Wir wählen einen geeigneten Kräftemaßstab und beginnen den Kreisschnitt in der Binderspitze bei der Kraft  $F_3$ , die mit  $\theta_2$  und  $U_2$  ein Dreieck bildet (Bild 8.3).
3. Den 2. Knoten bei  $F_2$  beginnen wir mit  $F_2$  oder  $\theta_2$  und erhalten zusammen mit  $D$  und  $\theta_2$  ein Polygon.
4. Den 3. Knoten bei  $A$  beginnen wir mit  $D$  und schließen das Polygon über  $U_1, A$  und  $V_1$ .
5. Schließlich beginnen wir den letzten Knoten bei  $B$  mit  $V_1$  oder  $\theta$ , und schließen das Polygon mit  $B$  und  $F_1$ .

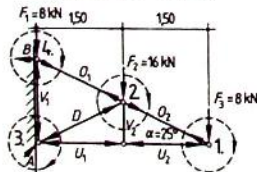
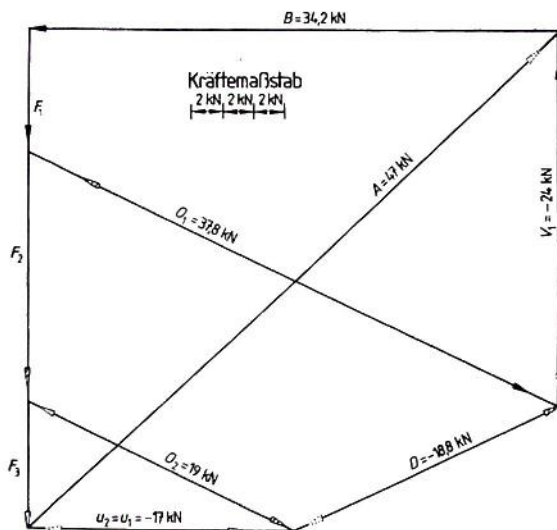


Bild 8.2  
Fachwerk für ein Vordach



## Wertetabelle

Stäbe	$O_1$	$O_2$	$D$	$V_1$	$V_2$	$U_1$	$U_2$
kN	+37,8	+19	-18,8	-24	0	-17	-17
Auflager	A	B	(-) Druckstäbe (+) Zugstäbe				
kN	+47	+34,2					

- 1. Kräftepolygon (1. Rundschnitt)
- ↔ 2. Kräftepolygon (2. Rundschnitt)
- ⋯ 3. Kräftepolygon (3. Rundschnitt)
- ↔ 4. Kräftepolygon (4. Rundschnitt)

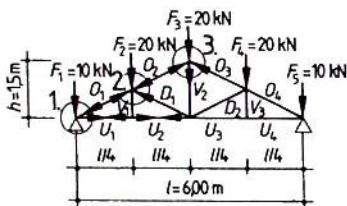
**Bild 8.3** Cremonaplan für den Fachwerkbinder in Bild 8.2. Die 4 Lösungsschritte sind durch unterschiedliche Pfeildarstellungen unterschieden.

Zweckmäßig übertragen wir jeden Pfeil, der sich beim Zeichnen des Cremonaplans für jede Stabkraft ergibt, mit der vorgegebenen Richtung sofort in den jeweils bearbeiteten Knoten der Systemskizze. Die Darstellung ist richtig, wenn jeder Stab sowohl im System- als auch im Cremonaplan mit 2 entgegengesetzt gerichteten Pfeilen versehen ist.

In einer Wertetabelle tragen wir die im Cremonaplan abgemessenen Kräfte mit den zugehörigen Vorzeichen ein (Druck negativ, Zug positiv).

**Beispiel 68**

Für den Dachbinder Bild 8.4 sind die Stabkräfte zu ermitteln.



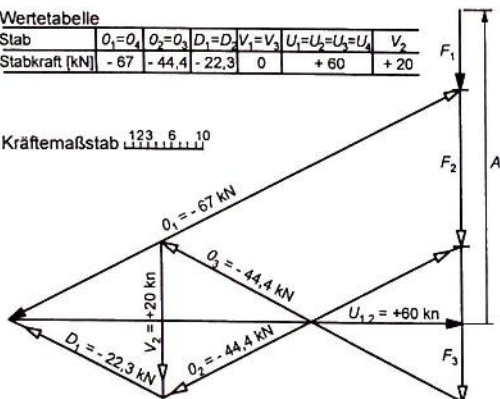
**Bild 8.4**  
Fachwerkbinder für ein Satteldach

1. Als Nullstäbe erkennen wir nach der oben genannten Regel die Stäbe  $V_1$  und  $V_3$ .
2. Die Auflagerkräfte  $A = B$  ergeben sich zu  $A = B = 10 \text{ kN} + 20 \text{ kN} + \frac{20 \text{ kN}}{2} = 40 \text{ kN}$ .
3. Für die symmetrische Last- und Stabanordnung genügt der Cremonaplan für eine Binderhälfte, denn die symmetrisch liegenden Stäbe erhalten gleichgroße Stabkräfte.
4. Wir wählen die linke Binderhälfte und beginnen mit dem Knoten in  $A$  (Bild 8.5). Dann entwickeln wir den Cremonaplan weiter, indem wir nacheinander die Nachbarknoten in  $F_2$  und  $F_3$  untersuchen. Druck- und Zugstäbe erkennen wir an den Kräftefeilen, die wir aus dem Cremonaplan in die Knotenpunkte übertragen.

Wertetabelle

Stab	$O_1=O_4$	$O_2=O_3$	$D_1=D_4$	$V_1=V_3$	$U_1=U_2=U_3=U_4$	$V_2$
Stabkraft [kN]	-67	-44,4	-22,3	0	+60	+20

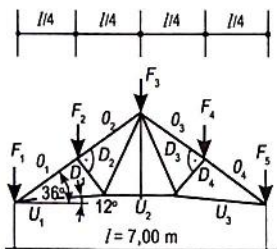
Kräftemaßstab  $\frac{123}{6} \cdot 10$



**Bild 8.5** Cremonaplan für den Fachwerkbinder in Bild 8.4

Die Größe der abgemessenen Stabkräfte tragen wir unter Berücksichtigung der Vorzeichen in die Wertetabelle ein. Ein weiterer Cremonaplan müsste noch für die Windbelastung erstellt werden. Darauf verzichten wir hier.

**Übung 81** Ermitteln Sie die Stabkräfte für den Dachbinder Bild 8.6 nach dem Cremonaplan. Belastung:  $F_1 = F_5 = 4,1 \text{ kN}$ ,  $F_2 = F_3 = F_4 = 8,2 \text{ kN}$ .



$$F_1 = F_5 = 4,1 \text{ kN}$$

$$F_2 = F_3 = F_4 = 8,2 \text{ kN}$$

Bild 8.6 Dachbinder

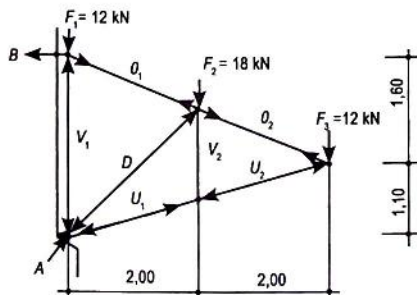


Bild 8.7 Fachwerk

**Übung 82** Bestimmen Sie die Stabkräfte des Fachwerks Bild 8.7 (beachten Sie: Stab  $V_2 = 0$ ), ferner die Auflagerreaktionen  $A$  und  $B$ .

## 9 Stahlbeton-Bauteile

### 9.1 Beton und Stahl wirken zusammen

Die Bezeichnung „Stahlbeton“ besagt, dass dieser Baustoff aus Stahl und Beton besteht. Beton ist bekanntlich ein Gemenge aus Gesteinskörnern verschiedener Größe, die unter Zugabe von Wasser durch Zement miteinander verkittet sind<sup>1)</sup>. Bei sorgfältiger Herstellung wird Beton sehr druckfest, und zwar um so mehr, je weniger Hohlräume er enthält. Weil die einzelnen Gesteinskörner allein durch die Klebkraft des Zements miteinander verbunden sind, kann jedoch Beton nur geringe Zugkräfte aufnehmen. Die Vorschriften verbieten daher jegliche Zuweisung von Zugkräften an den Beton. Dies ist Aufgabe der Bewehrung mit Stahl, der sehr zugfest ist.

Im Stahlbeton nimmt der Beton die Druckkräfte, die Stahlbewehrung dagegen die Zugkräfte auf.

Beide Baustoffe, Beton und Stahl, wirken zusammen (Verbundbaustoff), weil Beton fest am gerippten Stahl haftet. Deshalb ergibt sich in einem Stahlbetonbauteil bei Belastung für beide Baustoffe die gleiche Längenänderung. Wegen seiner erheblich höheren Festigkeit kann Stahl sehr viel größere Spannungen aufnehmen als Beton.

### 9.2 Biegebeanspruchte Bauteile

**Biegebeanspruchung, Spannungsnulllinie.** Wenn sich ein Balken auf zwei Stützen unter einer Belastung durchbiegt, wird er im oberen Teil seines Querschnitts (in seinen oberen Fasern) gedrückt und im unteren gezogen (Bild 9.1). Zwischen diesen beiden verschieden beanspruchten Teilen liegt die „Neutrale Schicht“, die weder gedrückt noch gezogen, sondern nur gebogen wird. Diese Schicht liegt

- bei den Rechteckquerschnitten der Holzbalken und bei den symmetrischen Querschnitten der I-Träger auf halber Höhe,
- beim Stahlbeton, der sich aus zwei verschiedenen Baustoffen zusammensetzt, dagegen ausmittig.

---

<sup>1)</sup> Hinsichtlich der Vorschriften, die beim Zusammensetzen und Mischen, beim Einbringen und Nachbehandeln des Betons zu beachten sind, wird auf die Fachliteratur verwiesen, z. B. Kohl/Bastian/Neizel, Baufachkunde, Teil 1 (Grundlagen) und Teil 2 (Hochbau) sowie G. Lohmeyer, Stahlbetonbau.



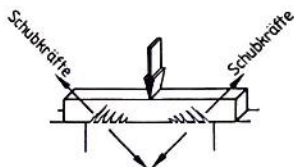
**Bild 9.1**  
Druck- und Zugspannungen im gebogenen Balken auf zwei Stützen

Die Beanspruchung der einzelnen Fasern nehmen nach der neutralen Schicht hin immer mehr ab. Dort sind sie Null. Die größte Zugspannung wirkt also am unteren Rand, die größte Druckspannung am oberen Rand. Die neutrale Schicht wird auch Spannungsnulllinie genannt, da dort weder Druck noch Zug wirken.

**Schubkräfte.** Wird ein Körper gedrückt, verkürzt er sich, wird er gezogen, verlängert er sich, und zwar um so mehr, je größer die im Querschnitt wirkende Beanspruchung ist. Für einen durch Biegekräfte beanspruchten Querschnitt folgt daraus, dass jede Faserschicht eine andere Längenänderung hat als die benachbarten Faserschichten. Die Faserschichten wollen sich also in der Achsrichtung des Balkens gegeneinander verschieben. Denkt man sich einen Holzbalken in einzelne Bretter aufgelöst (Bild 9.2), so kann man bei starker Biegung dieses Verschieben der einzelnen Faserschichten gegeneinander an den Bretterenden erkennen. Außerdem wirken auch beim Stahlbeton die Querkräfte, die in Abschnitt 5.7 bei der Biegung der Balken behandelt wurden.



**Bild 9.2** Druck- und Zugkräfte verschieben im gebogenen Bretterstapel die Bretter an den Auflagern gegeneinander



**Bild 9.3** Schubspannungen können bei Biegung Schrägrisse an Stahlbetonbalken hervorrufen

Die Kräfte, die die Faserschichten in der Achsrichtung verschieben wollen, und die Querkräfte, die den Balken abscheren wollen, fasst man zusammen unter dem Begriff Schubkräfte. Schubkräfte bewirken schrägen Zug, den der Beton allein nicht aufnehmen kann. Wenn eine entsprechende Stahlbewehrung fehlt, verursachen sie Risse in Auflagernähe (Bild 9.3).

Die Stahlbewehrung ist so anzuordnen, dass sie auch Schubkräfte aufnehmen kann.

Hierzu dienen die Aufbiegungen der Tragstäbe und bei Balken vorzugsweise die Bügel.

### 9.3 Bezeichnungen im Stahlbetonbau

DIN 1045-1 Beton- und Stahlbetonbau regelt die Bezeichnungen im Stahlbetonbau (Bild 9.4). Im Rechteckquerschnitt mit der Breite  $b$  und der Höhe  $h$  gelten folgende Bezeichnungen:

$F_c$  = Resultierende der Summe aller Betondruckspannungen

$F_s$  = Zugkraft in der Zugbewehrung

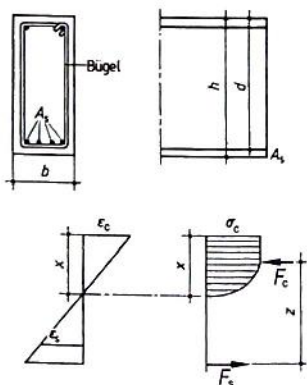
$\sigma_c$  = Randspannung Beton

$x$  = Höhe der Druckzone

$z$  = Hebelarm der inneren Kräfte

$d$  = Nutzhöhe des Querschnitts von seiner Oberkante bis Mittelachse der Stahleinlagen

$\left. \begin{matrix} \epsilon_c \\ \epsilon_s \end{matrix} \right\} = \text{Randdehnungen für Beton und für Stahl}$

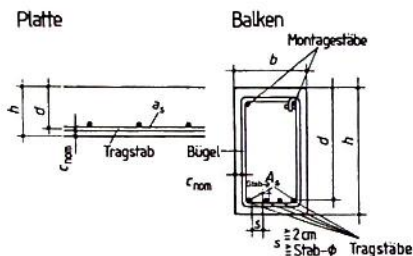


**Bild 9.4**  
Bezeichnungen bei Rechteckbalken und Platten

### 9.4 Bestimmungen für die Ausführung von Stahlbetonarbeiten

Für den Entwurf und die Berechnung sind die Bestimmungen DIN 1045-1 für die Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton maßgebend. Aus dieser Norm werden hier die wesentlichen Vorschriften für Rechteckquerschnitte (Rechteckbalken und Platten) erläutert.

Die **Betondeckung**  $c$  zwischen Stahl und Betonoberfläche soll den Stahl dauerhaft gegen Rosten schützen und den Verbund zwischen Beton und Stahl sicherstellen. Die erforderlichen Maße enthält Tab. 10.43. Das Maß  $c$  darf nirgendwo unterschritten werden, auch nicht an den Bügeln. Für Planung und Berechnung gilt  $c_{\text{nom}} = \min c + \Delta c$ . Das Vorhaltmaß  $\Delta c$  beträgt meist 1 cm. Die Betondeckung  $c_{\text{nom}}$  und die Mindestbetonfestigkeit hängt von der Expositionsklasse ab, Tabelle 10.42.



**Bild 9.5**  
Betondeckung  $c$  und Mindestabstände der Bewehrungsstäbe

Der lichte Abstand der Bewehrungsstäbe beträgt  $s \geq 2$  cm. Bei Stabdurchmesser  $> 2$  cm ist mindestens der Stab- $\emptyset$  als lichter Abstand einzuhalten.

### Vorschriften für Platten

**Stützweite** (Spannweite)  $l$  ist bei beiderseits frei aufliegenden Platten die lichte Spannweite plus Entfernung der vorderen Drittelpunkte der Auflagertiefe  $t$ , also  $l = l_w + 2/3 t$ . Vereinfacht darf für die Stützweite auch die um 5 % vergrößerte Lichtweite verwendet werden ( $l = 1,05 l_w$ , Bild 9.6). Bei auskragenden Platten gilt die Wandmitte als Auflagerpunkt.

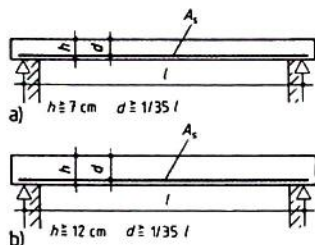


**Bild 9.6**  
Stützweite bei Platten

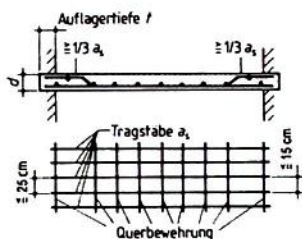
Die **Auflagertiefe** ist so zu wählen, dass die zulässige Pressung in der Auflagerfläche nicht überschritten wird und die erforderliche Verankerungslänge der Bewehrung untergebracht werden kann. Sie sollte aber mindestens betragen

- auf Mauerwerk und Beton C12  $\geq 7$  cm,
- auf Beton C16 bis C50 und Stahlbauteilen  $\geq 5$  cm,
- auf Stahlbeton- und Stahlträgern  $\geq 3$  cm, wenn seitliches Ausweichen der Träger verhindert ist und die Stützweite der Platte  $\leq 2,50$  m ist.

**Mindestdicke.** Sofern nicht mit Rücksicht auf die Tragfähigkeit und den Bautenschutz (vor allem Schall- und Brandschutz) dickere Decken erforderlich sind, betragen die Mindestdeckendicken 7 cm, bei Platten mit Aufbiegungen mindestens 16 cm (Bild 9.7).



**Bild 9.7** Mindestdicken  $h$  und Nutzhöhen  $d$  von  
a) Platten allgemein,  
b) bei Platten mit Aufbiegungen  
mindestens 16 cm



**Bild 9.8** Bewehrung einer Platte

**Mindestmaß der statischen Höhe  $d$ .** Wegen der notwendigen Beschränkung der Durchbiegung ist stets darauf zu achten, dass die statische Höhe  $d \geq l/35$  erreicht (Bild 9.7). Bei Kragplatten ist dabei für die Kragarmstützweite  $l$  der 2,4-fache Wert einzusetzen.

**Bewehrung.** Zu unterscheiden ist bei einachsig gespannten Platten zwischen *Hauptbewehrung*  $a_s$  aus Tragstäben und *Querbewehrung* aus Verteilerstäben (Bild 9.8). Die Querbewehrung ist erforderlich, um die Beanspruchung möglichst gleichmäßig auf eine größere Fläche und damit auf eine größere Anzahl Tragstäbe zu verteilen. Sie muss mit  $\geq 1/5 a_s$  je m bemessen werden.

**Tragstäbe.** Ihr Abstand darf in der Gegend der größten Biegemomente (also meist in Feldmitte) für Platten bis zu einer Dicke von  $h = 15$  cm  $s = 15$  cm und für Platten größer einer Dicke von  $h = 25$  cm  $s = 25$  cm betragen. Zwischenwerte interpolieren. Im Bereich des Endauflagers muss zur Deckung des Moments aus einer rechnerisch nicht berücksichtigten Einspannung eine obere Bewehrung von mindestens  $1/4$  der Feldbewehrung angeordnet werden.

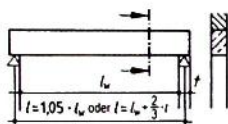
Tragstäbe in Stahlbetonplatten erhalten Endhaken nur noch in Ausnahmefällen (z.B. bei knapper Auflagerhöhe). Die heute üblichen Betonstähle mit verformten Oberflächen (Nocken, Rippen u.ä.) bieten günstige Verankerungsbedingungen auch bei geraden Stabenden. Bei Plattenbewehrungen aus Stabstahl (Einzelstäbe) wird im Allgemeinen bis zur Hälfte der Tragstäbe in einer Entfernung von  $1/8 l$  bis  $1/10 l$  vor dem Auflager aus der Zugzone in die Druckzone aufgebogen, und zwar

meist unter  $30^\circ$ , bei dickeren Platten auch unter  $45^\circ$ . Die Aufbiegungen können Schubkräfte aufnehmen. Die nach oben aufgebogenen Stabteile gelten zugleich als Randbewehrung. Sie sichern die Platten gegen obere Zugkräfte aus ungewollter Randeinspannung (vgl. vorhergehenden Absatz).

### Vorschriften für Balken

Für Stützweiten und Nutzhöhe gelten dieselben Vorschriften wie für Platten. Die *Auflagertiefen* sollten mindestens 10 cm betragen (Bild 9.9).

**Tragstäbe.** Ihr lichter Abstand soll mindestens gleich dem Stabdurchmesser, jedoch nicht kleiner als 2 cm sein (Bild 9.5 und Tab. 10.39). Tragstäbe in der Zugzone sollen in nicht mehr als zwei Lagen angeordnet werden.



**Bild 9.9**  
Stützweite bei Balken

Endhaken sind auch hier nur bei knapper Auflagerlänge erforderlich, meist als Winkelhaken. Zur Aufnahme der Schubkräfte können innen liegende Tragstäbe in  $\approx 1/8 l$  vor den Auflagern unter  $45^\circ$  aus der Zugzone in die Druckzone aufgebogen werden, bei hohen Balken auch unter  $60^\circ$ . Auch die Aufbiegungen sind nur noch in Ausnahmefällen anzutreffen. Wegen des zu hohen Arbeitsaufwands werden sie weitgehend durch enger liegende Bügelbewehrung in Auflagernähe ersetzt.

**Bügel** über die ganze Höhe des Balkens haben den Zusammenhang zwischen Zug- und Druckzone zu sichern und nehmen Schubbeanspruchungen auf (Bild 9.5). In Auflagernähe erhalten sie oft engere Abstände, so dass die früher üblichen Aufbiegungen der Tragstäbe entbehrlich werden.

**Montagestäbe** liegen in den oberen Bügelecken (Bild 9.5). Sie haben keine tragende Funktion, sondern erleichtern den Einbau und die Lagesicherung der Bewehrung.

## 9.5 Berechnen von Stahlbeton-Bauteilen

### 9.5.1 Stahlbeton-Deckenplatte

Holz balken und Stahlträger werden nach der Größe des Biegemoments berechnet (s. Abschn. 5.6.3). Aus diesem ergeben sich über das Widerstandsmoment die Form und Größe des erforderlichen Querschnitts.

Auch bei Stahlbeton-Bauteilen, die auf Biegung beansprucht werden, ist die Größe des Biegemoments für Größe und Form des Querschnitts maßgebend.

Die erforderliche Nutzhöhe  $d$  ist

$$d = k_d \sqrt{M_d/b} \geq \frac{l}{35} \quad \text{bei Platten in cm mit } b \text{ in m und } M_d \text{ in kNm,}$$

der erforderliche Querschnitt  $A_s$  der Stahleinlagen

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_d}{d} \quad \text{in cm}^2 \text{ mit } d \text{ in cm und } M_d \text{ in kNm.}$$

Bei Deckenbewehrungen bezeichnen wir den Stahlquerschnitt mit  $a_s$  in  $\text{cm}^2/\text{m}$ .

Die Berechnung von  $d$  und  $A_s$  ist für das größte Biegemoment bzw. für den gefährdeten Querschnitt durchzuführen.

Die Indizes der Beiwerte  $k$  in Tabelle 10.35, zeigen, zu welchen Werten sie gehören (Bild 9.4):

$k_d$  zur Nutzhöhe  $d$

$k_s$  zur Stahleinlage  $A_s$

$k_x$  zur Höhe  $x$  der Druckzone

$k_z$  zum Abstand  $z$  zwischen  $F_c$  und  $F_s \triangleq$  Hebelarm der inneren Kräfte

Je größer der  $k_d$ -Wert ist (in der Tabelle die oberen Werte), um so geringer ist die dazu nötige Zugbewehrung und um so geringer daher auch der  $k_s$ -Wert. Umgekehrt wächst bei sehr kleinen  $k_d$ -Werten die Zugbewehrung so an, dass sie u. U. im Querschnitt nicht mehr untergebracht werden kann, d.h., der gewählte Querschnitt wird unwirtschaftlich bzw. unausführbar. In solchen Fällen muss der Querschnitt vergrößert werden, am vorteilhaftesten die Bauteilhöhe.

Als Betonfestigkeitsklasse gilt im Regelfall C20/25 oder kurz C20. Die Festigkeitsklasse C12/15 darf nicht für Stahlbeton verwendet werden. Als Stahlsorte kennen wir den Betonstahl BSt 500 als Stabstahl oder als Mattenstahl.

### Beispiel 69

Die Stahlbetondecke in einem Wohnhaus ist zu berechnen (Bild 9.10 und 9.11). Sie ist in Beton C 20 auszuführen und mit Betonstahlmatten BSt 500 zu bewehren.

Die Eigenlast der Stahlbetonplatte macht einen wesentlichen Teil der Gesamtlasten aus. Die Mindestdicke der Platte entwickeln wir am Sichersten aus der Vorschrift  $erf d \geq l/35$ . Für unser Beispiel ist

$$erf d \geq \frac{315 \text{ cm}}{35} = 9 \text{ cm.}$$

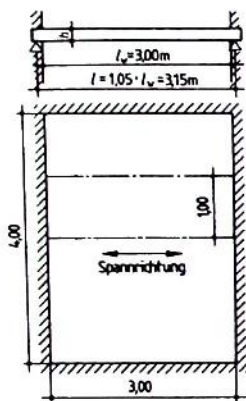


Bild 9.10 Stahlbetondecke in einem Wohnhaus



Bild 9.11 Aufbau der Wohnhausdecke von Bild 9.10

Bei der Berechnung von Stahlbetonplatten wird stets ein Streifen von 1,00 m Breite untersucht.

Als Mindestdicke für  $h$  ergibt sich bei Berücksichtigung von 2 cm Betondeckung und einer geschätzten Stabdurchmesserhälfte von

$$\frac{d_s}{2} = \frac{1,0 \text{ cm}}{2} = 0,5 \text{ cm eine Dicke von}$$

$$h = 9 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} = 11,5 \text{ cm.}$$

Wir wählen  $h = 12 \text{ cm}$ .

#### Lastannahmen

4,5 cm Zementestrich

4 cm PS-Dämmplatten

12 cm Stahlbeton

1,5 cm Kalkzementputz

Eigenlast

Verkehrslast

(Tab. 10.3)

Tab.  
10.2

$$4,5 \text{ cm} \cdot 0,22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,99 \text{ kN/m}$$

$$4 \text{ cm} \cdot 0,025 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,10 \text{ kN/m}$$

$$12 \text{ cm} \cdot 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 3,00 \text{ kN/m}$$

$$0,015 \text{ m} \cdot \frac{20 \text{ kN}}{\text{m}^3} \cdot 1,00 \text{ m} = \underline{0,30 \text{ kN/m}}$$

$$g_k = 4,39 \text{ kN/m}$$

$$q_k = 1,5 \text{ m} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1,00 \text{ m} = \underline{1,5 \text{ kN/m}}$$

Eine Deckenplatte wird stets über die kleinere Lichtweite des Raumes gespannt, in diesem Fall also über  $l_w = 3,00$  m.

Spannweite  $l = l_w \cdot 1,05 = 3,0 \text{ m} \cdot 1,05 = 3,15 \text{ m}$  (Bild 9.12)

Diese Decke in einem Wohnhaus ist nach Tabelle 10.42 in die Expositionsklasse XC1 einzuordnen. Als Mindestbetonfestigkeitsklasse ist dann C16/20 erforderlich. Wir wählen einen C20/25. Das Nennmaß der Betondeckung folgt nach Tabelle 10.43 für XC1 und einem Betonstahldurchmesser nicht größer als 10 mm zu  $c_{\text{nom}} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$ .

Damit ergibt sich die Nutzhöhe

$d = h - c_{\text{nom}} - \text{geschätzten } 1/2 \text{ Stabdurchmesser}$

$$d = 12 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 1,0 \text{ cm}/2 = 9,5 \text{ cm} > \frac{315 \text{ cm}}{35} = 9,0 \text{ cm}$$

Die oben ermittelten charakteristischen Belastungen sind noch mit Teilsicherheitsbeiwerte zu multiplizieren und danach kann dann das Bemessungsmoment  $M_d$  bestimmt werden:

$$M_d = \left( 1,35 \cdot 4,39 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 1,50 \cdot 1,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) \cdot \frac{(3,15 \text{ m})^2}{8} = 10,14 \text{ kNm}$$

$$k_d = \frac{d [\text{cm}]}{\sqrt{\frac{M_d [\text{kNm}]}{b [\text{m}]}}} = \frac{9,5}{\sqrt{\frac{10,14}{1,00}}} = 2,98$$

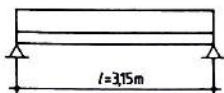


Bild 9.12

Als nächstkleineren Wert liefert Tabelle 10.35  $k_d = 2,97$  für C20/25. Damit liest man  $k_s = 2,32$  ab.

$$\text{Es ist dann} \quad \text{erf } a_s = k_s \cdot \frac{M_d [\text{kNm}]}{d [\text{cm}]} = 2,32 \cdot \frac{10,14}{9,5}$$

$$\text{erf } a_s = 2,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Gewählt wird aus der Tabelle 10.38 die Lagermatte R 257 A mit der Längsbewehrung  $2,57 \text{ cm}^2/\text{m} > 2,48 \text{ cm}^2/\text{m}$  und der Querbewehrung von  $1,13 \text{ cm}^2/\text{m} > 1/5 \cdot \text{Längsbewehrung}$

### Beispiel 70

Die Kellerdecke in Bild 9.13a unter einem Büroraum ist als Stahlbetondecke (Bild 9.13b) in C20/25 und mit BSt 500 M zu berechnen.



**Bild 9.13** a) Kellerdecke unter einem Büroraum,  
b) Aufbau der Decke

Die Plattendicke wird auf 18 cm geschätzt. Damit ergibt sich bei einer Plattenbreite von 1,00 m folgende Belastung je lfd. m:

1,2 cm Bodenfliesen	} (Tab 10.2)	0,24 kN/m
4,5 cm Zementestrich		0,99 kN/m
5 cm PS-Platten		0,13 kN/m
$h = 18$ cm Stahlbeton		<u>4,50 kN/m</u>
Eigenlast		$g_k = 5,86$ kN/m
Verkehrslast (Tab. 10.3)		<u><math>q_k = 2,00</math> kN/m</u>

Bemessungsgesamtbelastung

$$1,35 \cdot g_k + 1,50 \cdot q_k = 10,91 \text{ kN/m}$$

Die Spannweite ist  $l = 4,50 \text{ m} \cdot 1,05 = 4,73 \text{ m}$ .

Das größte Biegemoment der Platte ist

$$M = 10,91 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(4,73 \text{ m})^2}{8} = 30,51 \text{ kNm}$$

Aus der gewählten Plattendicke  $h = 18$  cm ergibt sich die

$$\text{Nutzhöhe } d = 18 \text{ cm} - 2,0 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm} = 15,5 \text{ cm} > \frac{l}{35} = 13,5 \text{ cm}.$$

Wir haben hier auch die Expositionsklasse XC1 mit  $c_{\text{nom}} = 2,0$  cm. Für einem Beton C20/25 folgt:

$$k_d = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{30,51}{1,00}}} = 2,81$$

Für den nächst kleineren Wert liefert Tabelle 10.35  $k_s = 2,38$

$$\text{erf } a_s = 2,38 \cdot \frac{30,51}{15,5} = 4,81 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

gewählt: R 524 A

**Übung 83** Die Decke in einem Wohnhaus mit der Lichtweite  $l_w = 3,50$  m ist als Stahlbetondecke mit C 20/25 und Betonstahlmatten BSt 500 M zu berechnen (Bild 9.14). nom  $c$  sei 2 cm.

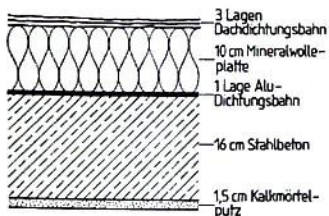


**Bild 9.14**  
Stahlbetondecke in einem Wohnhaus

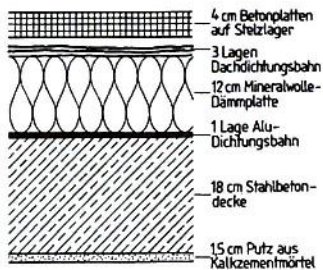
**Übung 84** Die Stahlbetondecke in einem Krankenhaus nach Bild 1.10 ist für  $l_w = 4,00$  m bei C20/25 und Betonstahlmatten BST 500 M zu berechnen.

**Übung 85** Die im Querschnitt dargestellte Dachdecke in Bild 9.15 hat eine Stützweite von 4,20 m. Als Schneelast sind  $0,75 \text{ kN/m}^2$  anzusetzen. Ermitteln Sie die notwendige Bewehrung aus BSt 500 M für C25/30.

**Übung 86** Die im Querschnitt dargestellte Dachdecke in Bild 9.16 ist begehrbar. Sie hat eine Stützweite von 3,80 m. Als Verkehrslast sind  $3,5 \text{ kN/m}^2$  anzusetzen. Berechnen Sie die erforderliche Bewehrung BSt 500 M für C25/30.



**Bild 9.15** Dachdecke



**Bild 9.16** Dachdecke

## 9.5.2 Stahlbeton-Kragplatte

Die Bemessungsformeln des Abschnitts 9.5.1 gelten auch für Kragplatten.

Kragplatten werden in der Oberseite auf Zug beansprucht. Die Stahlbewehrung ist also oben anzuordnen. Gleiches gilt für den Nachbarbereich des Feldes.

Dafür ist die ungünstigste Lage des Momenten-Nullpunkts zu berechnen (Bild 9.18). Sie ergibt sich aus dem ungünstigsten Belastungsfall, wenn nämlich der Kragarm voll belastet, das Deckenfeld aber nur mit seiner Eigenlast  $g_2$  (also ohne Verkehrslast) gerechnet wird.

### Beispiel 71

An die Wohnhausdecke aus Bild 9.10 schließt ein Balkon an. Seine Stahlbeton-Kragplatte (Bild 9.17) ist für C20/25 und BSt 500 M zu berechnen.

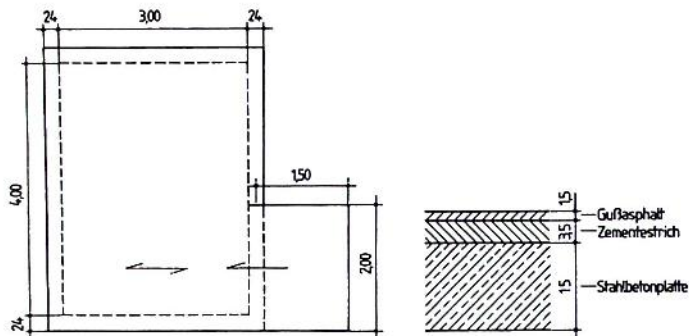


Bild 9.17 Stahlbeton-Kragplatte für einen Balkon

$$\text{Stützweiten: } l_1 = 1,5 \text{ m, } l_2 = 3,0 \text{ m} + \frac{0,24}{2} \text{ m} + \frac{0,24}{3} \text{ m} = 3,20 \text{ m}$$

Wir erinnern uns, dass bei Kragplatten für den Nachweis der Biegeschlankheit die 2,4-fache Kragarm-Stützweite einzusetzen ist. Somit ist

$$\text{erf } d = \frac{150 \text{ cm} \cdot 2,4}{35} = 10,3 \text{ cm}$$

Da die Kragenplatte ein Außenbauteil ist, ergeben sich nach Tabelle 10.42 die Expositions-klassen XC4 und XF1 mit der Mindestbetonfestigkeiten C25/30 und mit Tabelle 10.43:  $c_{\text{nom}} = 40 \text{ mm} = 4,0 \text{ cm}$ .

Als Mindestmaß für die Plattendicke folgt dann

$$h = d + c_{\text{nom}} + \frac{d_s}{2} = 10,3 \text{ cm} + 4,0 \text{ cm} + \frac{1,0 \text{ cm}}{2} = 14,8 \text{ cm}$$

Wir wählen  $h = 15 \text{ cm}$ , dann ist  $d = 10,5 \text{ cm}$ .

#### a) Lasten

Belastung für 1,00 m Kragplattenbreite nach Tab. 10.2

$$1,5 \text{ cm Gussasphalt} \quad 1,5 \text{ cm} \cdot 0,22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,33 \text{ kN/m}$$

$$3,5 \text{ cm Zementstrich} \quad 3,5 \text{ cm} \cdot 0,22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,77 \text{ kN/m}$$

15 cm Stahlbetonplatte

$$15 \text{ cm} \cdot 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 1,00 \text{ m} = 3,75 \text{ kN/m}$$

Eigenlast

$$g_k = 4,85 \text{ kN/m}$$

Verkehrslast (Tab. 10.3)

$$q_k = 4 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,00 \text{ m} = 4,00 \text{ kN/m}$$

Horizontalkraft  $H$  am Geländer je 1,00 m Plattenbreite (Tab. 10.3)

$$0,5 \text{ kN/m} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,5 \text{ kN} \text{ (Bild 9.18)}$$

Bemessungslasten:

$$g_d = 1,35 \cdot g_k = 1,35 \cdot 4,85 \text{ kN/m} = 6,55 \text{ kN/m}$$

$$q_d = 1,50 \cdot q_k = 1,50 \cdot 4,00 \text{ kN/m} = 6,00 \text{ kN/m}$$

$$g_d + q_d = 6,55 \text{ kN/m} + 6,00 \text{ kN/m} = 12,55 \text{ kN/m}$$

$$h_d = 1,50 \cdot h_k = 1,50 \cdot 0,50 \text{ kN/m} = 0,75 \text{ kN/m}$$

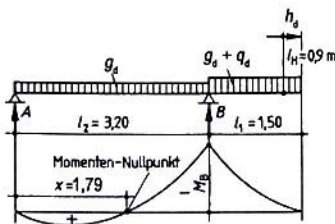
Näherungsweise wird im Feld dieselbe Last  $g_d$  angesetzt wie im Kragarmbereich!

Bild 9.18

Belastungsschema und Momentenfläche zu Bild 9.17

## b) Bemessung fur das Kragmoment

$$\begin{aligned} \min M_{Bd} &= -12,55 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(1,50 \text{ m})^2}{2} - 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0,90 \text{ m} \\ &= -14,12 \text{ kNm} - 0,68 \text{ kNm} = -14,80 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$k_d = \frac{10,5}{\sqrt{\frac{14,80}{1,00}}} = 2,73$$

Ablesung aus Tabelle 10.35 fur  $k_d = 2,66$  bei C25/30 ergibt  $k_s = 2,32$ .

$$\text{erf } a_s = 2,32 \cdot \frac{14,80}{10,5} = 3,27 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

gewahlt: Stabstahl  $d_s = 8 \text{ mm}$  im Abstand  $s = 15 \text{ cm}$  mit  $a_s = 3,35 \text{ cm}^2/\text{m}$  (Tabelle 10.36) und Querbewehrung  $d_s = 6 \text{ mm}$  im Abstand  $s = 25 \text{ cm}$ 

oder Lagermatte R 335 A

Die Bewehrung der Kragplatte ist stets mit einer bestimmten Verankerungslänge über den Momenten-Nullpunkt (Bild 9.18) hinwegzuführen.

In diesem Punkt wechselt das Biegemoment sein Vorzeichen bzw. wechseln die Zugspannungen von der Oberseite des Balkens auf die Unterseite im Bereich des Feldes. Der Momenten-Nullpunkt ist nach dem Hebelgesetz derjenige Drehpunkt, bei dem sich das Drehmoment aus der Auflagerkraft mit dem Drehmoment aus der Balkenbelastung das Gleichgewicht halten. Rechnerisch könnten an dieser Stelle die untere Bewehrung (Feldbewehrung) und die obere Bewehrung (Stützbewehrung) enden, weil keine Biegebeanspruchung vorliegt ( $M = 0$ ). Dies ist jedoch wegen der nötigen Verankerungslängen und Querkraft nicht möglich.

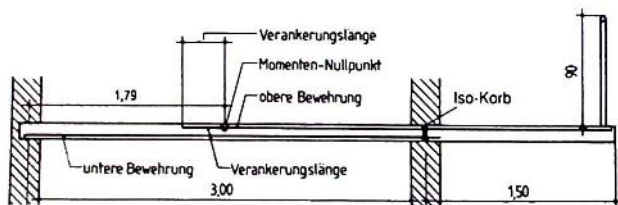
Für die Länge der oberen Bewehrung und die Anordnung von Aufbiegungen aus der unteren Bewehrung ist der Momenten-Nullpunkt eine wichtige Orientierungshilfe. Das gilt auch für die gestaffelte Bewehrung, bei der ein Teil der Bewehrung vor dem Auflager endet.

### c) Lage des Momenten-Nullpunkts

Zunächst ist die Auflagerdruck  $A$  zu berechnen.

$$\text{Es ist } A = \frac{6,55 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (3,20 \text{ m})^2}{2} - 12,55 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(1,50 \text{ m})^2}{2} - 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0,90 \text{ m}$$

$$A = \frac{33,54 \text{ kN/m} - 14,12 \text{ kNm} - 0,68 \text{ kNm}}{3,20 \text{ m}} = 5,68 \text{ kN}$$



**Bild 9.19** Lage des Momenten-Nullpunkts im Feld (konstruktive Bewehrung nicht eingetragen)

Der Abstand  $x$  des Momenten-Nullpunkts von ergibt sich dann aus

$$A \cdot x - g_d \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0. \text{ Daraus folgt } A \cdot x = g_d \cdot x \cdot \frac{x}{2}.$$

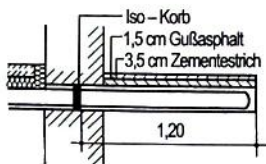
Dividiert man beide Seiten durch  $x$ , bleibt  $A = \frac{g_d \cdot x}{2}$  und schließlich

$$x = \frac{A \cdot 2}{g_d} = \frac{5,86 \text{ kN} \cdot 2}{6,55 \text{ kN/m}} \approx 1,79 \text{ m.}$$

Der Momenten-Nullpunkt kann schließlich auch zeichnerisch ermittelt werden.

Die Bewehrung muss stets mit der notwendigen Verankerungslänge über den Momenten-Nullpunkt hinausgeführt werden.

**Übung 87** Die Stahlbeton-Kragplatte aus C25/30 mit Betonstahlmatten BSt 500 M ist für eine Verkehrslast  $q_k = 5 \text{ kN/m}^2$  zu berechnen (Bild 9.20).



**Bild 9.20**  
Balkonplatte

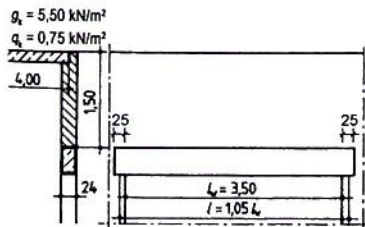
### 9.5.3 Stahlbeton-Rechteckbalken

Es gelten die gleichen Bemessungsformeln wie für die Berechnung von Deckenplatten.

Bei Rechteckbalken ist für  $b$  die tatsächliche Breite des Balkens einzusetzen (nicht wie bei Platten  $b = \text{stets } 1,0 \text{ m}$ ).

#### Beispiel 72

Die Maueröffnung Bild 9.21 ist mit einem Stahlbetonbalken aus C25/30 und BSt 500 S zu überdecken. Deckenstützweite  $l = 4,00 \text{ m}$ ,  $\gamma$  für Mauerwerk =  $18 \text{ kN/m}^3$ , für  $c_{\text{nom}} = 4,0 \text{ cm}$ .



**Bild 9.21**  
Stahlbetonbalken über einer Maueröffnung

Um die Gesamtbelastung des Balkens zu ermitteln, muss zunächst der Balkenquerschnitt geschätzt oder eine „vorläufige Berechnung“ durchgeführt werden. Hier wird ein Querschnitt von  $b/h = 24/42$  cm angenommen.

Belastung je lfd. m Balken

Eigengewichte

$$\text{Deckenlast} \quad 5,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{4,0 \text{ m}}{2} = 11,00 \text{ kN/m}$$

$$\text{Mauerlast} \quad 1,50 \text{ m} \cdot 0,24 \text{ m} \cdot 18 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 6,48 \text{ kN/m}$$

$$\text{Balkeneigenlast} \quad 0,24 \text{ m} \cdot 0,42 \text{ m} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = \underline{2,52 \text{ kN/m}}$$

$$g_k = 20,00 \text{ kN/m}$$

Verkehr

$$\text{aus Decke: } q_k = 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{4,0 \text{ m}}{2} = 1,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Bemessungslast

$$1,35 \cdot g_k + 1,50 \cdot q_k = 1,35 \cdot 20,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 1,50 \cdot 1,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 29,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Bei Balken ist die zugrundezulegende Spannweite (Bild 9.9)

$$l = 1,05 \cdot l_w = 1,05 \cdot 3,50 = 3,68 \text{ m} > l_w + 2/3 \cdot 0,25 = 3,67 \text{ m} \text{ gewählt} = 3,67 \text{ m.}$$

$$\text{Biegemoment} \quad M_d = 29,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(3,67 \text{ m}^2)}{8} = 49,25 \text{ kNm}$$

Die Nutzhöhe berechnet sich wie folgt:

$$d = h - c_{\text{nom}} - \varnothing \text{ Bügel} - 1/2 \varnothing = 42 \text{ cm} - 4,0 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} - \frac{1,6 \text{ cm}}{2} = 36,4 \text{ cm}$$

$$k_d = \frac{36,4}{\sqrt{\frac{49,25}{0,24}}} = 2,54$$

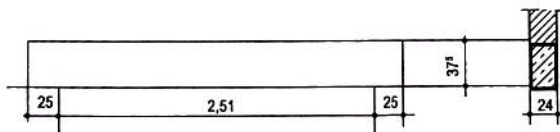
Ablesung für  $k_d = 2,43$  (Tabelle 10.35) ergibt  $k_s = 2,38$

$$\text{erf } A_s = 2,38 \cdot \frac{49,25}{36,4} = 3,22 \text{ cm}^2$$

Nach Tabelle 10.37 werden gewählt **2  $\varnothing$  16 mit vorh  $A_s = 4,02 \text{ cm}^2 > 3,22$** . Alternative: 4  $\varnothing$  12 mit vorh  $A_s = 4,52 \text{ cm}^2 > 3,20$  oder 5  $\varnothing$  10 mit vorh  $A_s = 3,93 \text{ cm}^2 > 3,22$ .

Kontrollieren Sie mit Tabelle 10.39 die mögliche Anzahl mit der gewählten Anzahl der Stahleinlagen!

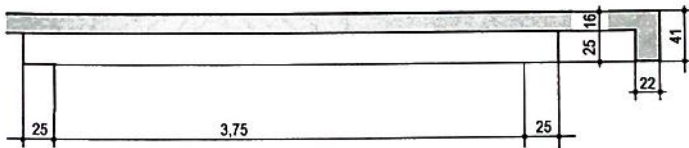
**Übung 88** Die gleichmäßig verteilte Gesamtbelastung des Stahlbetonsturzes Bild 9.22 beträgt  $g_k = 40 \text{ kN/m}$  und  $q_k = 12 \text{ kN/m}$ . Berechnen Sie die notwendige Bewehrung (C25/30). Expositionsklasse XC1



**Bild 9.22** Stahlbetonsturz

**Übung 89** In einer 36,5 cm dicken Mauer ist eine Öffnung von 4,00 m lichter Weite durch einen Stahlbetonbalken zu überdecken. Die Belastung durch das Mauerwerk und die Geschossdecken beträgt  $g_k = 20 \text{ kN/m}$  und  $q_k = 10 \text{ kN/m}$  (C20/25). Berechnen Sie den Balken, dessen Breite mit Rücksicht auf die Dämmschichtdicke mit  $b = 31,5 \text{ cm}$  anzunehmen ist. Bemessen Sie für eine Balkenhöhe  $h = 50 \text{ cm}$ .

**Übung 90** Die gleichmäßig verteilte Gesamtlast des Stahlbeton-Fenstersturzes Bild 9.23 beträgt  $g_k = 18 \text{ kN/m}$  und  $q_k = 18 \text{ kN/m}$ . Berechnen Sie die erforderliche Bewehrung (C20/25). Die Deckenhöhe gehört zum Balkenquerschnitt, so dass  $b/h = 22/41$  gilt.



**Bild 9.23** Fenstersturz

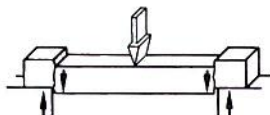
## 9.5.4 Schub bei Platten und Rechteckbalken

Bisher haben wir in vielen Beispielen Balken und Decken bemessen und dafür das der Belastung entsprechende maximale Moment zugrundegelegt. Stets war nachzuweisen, dass die vom Moment erzeugten vorhandenen Biegespannungen (vorh  $\sigma$ ) die zulässigen Größen (zul  $\sigma$ ) nicht überschreiten oder dass – wie im Stahlbeton – der gewählte Stahlquerschnitt mindestens gleich dem des berechneten Querschnitts ist. Aus Abschnitt 5.7.3 wissen wir, dass auch Querkräfte auftreten und gesetzmäßige Beziehungen zwischen Querkräften und Momenten bestehen. Die Bilder 9.24 und 9.25 zeigen deutlich, dass an belasteten Balken sowohl Längs- als auch Querschubkräfte auftreten und dabei längs- und quergerichtete Spannungen mit abscherender Wirkung erzeugen. Wir merken uns:

Querkräfte bewirken Schubspannungen.

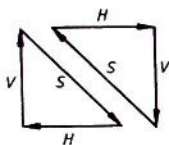


**Bild 9.24** Schubspannungen in Längsrichtung des Balkens

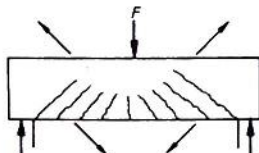


**Bild 9.25** Schubspannungen in Querrichtung des Balkens

Im Zusammenwirken ergeben die Längs- und Querschubspannungen schräg gerichtete Zugkräfte (Bild 9.26). Bild 9.27 zeigt typische schräge Schubrisse infolge solcher schräg wirkenden Zugspannungen. Weil im Stahlbeton die Zugkräfte allein der Bewehrung zugewiesen werden dürfen, sind die Schubspannungen durch entsprechende Schubbewehrungen aufzunehmen.



**Bild 9.26** Schräge Schubspannungen ( $s$ ) durch Zusammenwirken von Längs- und Querschubspannungen



**Bild 9.27** Schubrisse an einem überlasteten Stahlbetonbalken infolge schräg wirkender Zugkräfte Z (Schubkräfte)

Als Schubbewehrung verwenden wir vorzugsweise senkrecht oder schräg liegende Bügel, ferner Aufbiegungen der Tragstäbe oder Schubzulagen.

Die in Platten und Balken auftretende Schubspannung  $\tau_o$  ist die wesentliche Größe zur Beurteilung der Schubbeanspruchung ( $\tau_{o0}$  = Abscherspannung). Sie wird berechnet zu

$$\tau_o = \frac{V_d}{b \cdot z} \text{ in MN/m}^2.$$

$V_d$  = die für den Schubnachweis maßgebende maximal vorhandene Querkraft in kN

$b$  = der Rechnung zugrundegelegte Plattenbreite (meist 100 cm), bei Balken die Breite des Balkenquerschnitts in m

$z$  = Hebelarm der inneren Kräfte (Abschn. 9.3 und Bild 9.4) des Querschnitts in m

Die oben dargestellte Berechnung von Schubspannungen wird nach der neuen DIN 1045-1 nicht mehr durchgeführt. Nun werden nicht Schubspannungen, sondern Querkkräfte  $V_d$  beim Schubnachweis für die Berechnung benötigt.

Maßgebend ist die einwirkende Querkraft  $V_d$ , diese ist im Abstand  $d$  (Nutzhöhe) vom Auflagerrand zu bestimmen.

Wenn diese einwirkende Querkraft  $V_d$  kleiner als eine Querkraft mit der Bezeichnung  $V_{\min}$  ist, dann braucht bei Platten keine Schubbewehrung und bei Balken nur eine konstruktive Bügelbewehrung eingebaut werden.

Ist  $V_d$  aber größer als  $V_{\min}$ , dann ist eine rechnerisch nachzuweisende Schubbewehrung einzubauen, und es ist nachzuweisen, dass der Maximalwert  $V_{\max}$  nicht von  $V_d$  überschritten wird.

Die unten aufgeführten Formeln gelten für Normalbeton (bis C50/60), für senkrecht stehende Bügelbewehrung ( $\alpha = 90^\circ$ ), für den inneren Hebelarm  $z = 0,9 \cdot d$  und für eine Druckstrebenneigung von  $40^\circ$  ( $\cot \theta = \cot 40^\circ = 1,2$ ).

Die Größen sind in N, N/mm<sup>2</sup> und mm einzusetzen.

Querkraft ohne rechnerische Schubbewehrung:

$$V_{\min} = 0,035 \cdot \kappa \cdot \sqrt[2]{\kappa \cdot f_{ck}} \cdot b \cdot d \quad \text{mit}$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}} \leq 2,0$$

Maximalwert der Querkraft (am Auflagerrand):

$$V_{\max} = 0,188 \cdot f_{ck} \cdot b \cdot d$$

Erforderliche senkrechte Bügelbewehrung, wenn  $V_d > V_{\min}$ :

$$\text{erf } a_{\text{Bügel}} = 0,0213 \cdot \frac{V_d}{d} \quad \text{in } \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad \text{Für BSt 500}$$

Die neue Norm DIN 1045-1 erlaubt noch geringere Schubbewehrungen, wenn die Druckstrebenneigung flacher gewählt wird. Wir wollen das aber hier nicht weiter vertiefen!

In den nachfolgenden Beispielen wird das Vorgehen mit den obigen Formeln demonstriert:

### Beispiel 73

Für die Stahlbetonplatte des Beispiels 69 ist der Schubnachweis zu führen.

Einwirkende Querkraft ( $d$  vom Auflager entfernt):

$$V_d = \left( 1,35 \cdot 4,39 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 1,50 \cdot 1,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) \cdot \left( \frac{3,00 \text{ m}}{2} - 0,095 \text{ m} \right) = 11,49 \text{ kN}$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{95 \text{ mm}}} = 2,45 > 2,0 \rightarrow \kappa = 2,0$$

Querkraft ohne rechnerische Schubbewehrung:

$$V_{\min} = 0,035 \cdot 2,0 \cdot \sqrt{2} \cdot 20 \cdot 1000 \cdot 95 = 42060 \text{ N}$$

$$V_{\min} = 42,06 \text{ kN} > V_d = 11,49 \text{ kN}$$

Nachweis erfüllt. Keine Schubbewehrung erforderlich.

#### Beispiel 74

Für den Stahlbetonbalken Bild 9.28 (C25/30) sind die Biege- und Schubbewehrung zu berechnen.

$$g_d + q_d = 1,4 \cdot 15,0 \text{ kN/m} = 21,0 \text{ kN/m}$$

$$\max M_d = 21,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(5,00 \text{ m})^2}{8} = 65,6 \text{ kNm}$$

$$k_d = \frac{40,0}{\sqrt{\frac{65,6}{0,24}}} = 2,42 \rightarrow k_s = 2,38$$

$$\text{erf } A_s = 2,38 \cdot \frac{65,6}{40,0} = 3,90 \text{ cm}^2$$

gewählt: 2 Ø 16 mit 4,02 cm<sup>2</sup> > 3,90 cm<sup>2</sup>

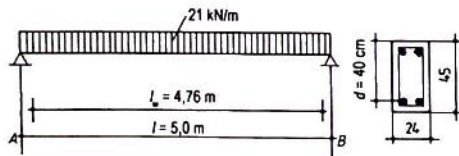


Bild 9.28  
Stahlbetonbalken

Schubnachweis

$$V_d = 21 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \left( \frac{4,76 \text{ m}}{2} - 0,40 \text{ m} \right) = 41,58 \text{ kN} = 41580 \text{ N}$$

$$d = 400 \text{ mm}; b = 240 \text{ mm}; f_{ck} = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{400 \text{ mm}}} = 1,71 < 2,0$$

$$V_{\min} = 0,035 \cdot 1,71 \cdot \sqrt[3]{1,71 \cdot 25} \cdot 240 \cdot 400 = 37570 \text{ N}$$

Weil  $V_{\min} < V_d$ , muss eine Schubbewehrung angeordnet werden.

$$V_{\max} = 0,188 \cdot 25 \cdot 240 \cdot 400 = 451\,200 \text{ N} > V_d \text{ am Auflager}$$

Bügelbewehrung:

$$\text{erf } a_{\text{Bügel}} = 0,0213 \cdot \frac{41580}{400} = 2,11 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

gewählt: 2-schnittige Bügel  $d = 6 \text{ mm}$  im Abstand von  $25 \text{ cm}$  mit  $2,3 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$  (Tabelle 10.40)

### Beispiel 75

Im Keller des Wohnhauses nach Bild 2.3 und Beispiel 7 ist die Einfahrt für eine Garage, Höhe  $2,30 \text{ m}$ , lichte Weite  $3,00 \text{ m}$ , mit einem Stahlbetonbalken C25/BS<sub>t</sub> 500 S zu überdecken.

Die Belastung für  $1 \text{ lfd. m}$  ist nach Beispiel 7 75,59 kN/m

Hiervon ist die Mauerlast des Durchbruchs für die

Einfahrt abzuziehen:  $0,365 \text{ m} \cdot 2,75 \text{ m} \cdot 18 \text{ kN/m}^3 = -18,07 \text{ kN/m}$   
57,52 kN/m

Der Querschnitt des Balkens wird geschätzt auf

$b/h = 30/45 \text{ cm}$   $g = 0,30 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 3,38 \text{ kN/m}$   
 $g_k + q_k = 60,90 \text{ kN/m}$

Die Bemessungslast ergibt sich näherungsweise durch Multiplikation der charakteristischen Lasten mit dem Faktor 1,4:

$$g_d + q_d = 1,4 \cdot 60,9 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 85,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Spannweite

$$l = 1,05 \cdot l_w = 1,05 \cdot 3,0 \text{ m} = 3,15 \text{ m}$$

Biegemoment

$$M_d = 85,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(3,15 \text{ m})^2}{8} = 105,7 \text{ kNm}$$

Nutzhöhe

$$d \cong 45 \text{ cm} - 4,0 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} - \frac{1,6 \text{ cm}}{2} = 39,4 \text{ cm}$$

$$k_d = \frac{39,4}{\sqrt{\frac{105,7}{0,30}}} = 2,10 \quad \text{aus Tabelle 10.35 } k_s = 2,47$$

$$\text{erf } A_s = 2,47 \cdot \frac{105,7}{39,4} = 6,63 \text{ cm}^2$$

**gewählt: 3 Ø 14 + 2 Ø 12 mit 6,88 cm<sup>2</sup>**

Die 3 Ø 14 mit 4,62 cm<sup>2</sup> gehen bis zum Auflager durch und werden mit Winkelhaken verankert. Die 2 Ø 12 enden vor dem Auflager.

Schubnachweis:

$$V_d = \left( \frac{3,00 \text{ m}}{2} - 0,394 \text{ m} \right) \cdot 85,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 94,3 \text{ kN}$$

$$\alpha = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{394 \text{ mm}}} = 1,71 < 2$$

$$V_{\min} = 0,035 \cdot 1,71 \cdot \sqrt{1,71 \cdot 25 \cdot 300 \cdot 394} = 46250 \text{ N}$$

$$V_{\min} = 46,25 \text{ kN} < V_d$$

Es muss rechnerische Schubbewehrung angeordnet werden

$$V_{\max} = 0,188 \cdot 25 \cdot 300 \cdot 394 = 555\,540 \text{ N} > V_d \text{ am Auflager}$$

Bügelbewehrung:

$$\text{erf } a_{\text{Bügel}} = 0,0213 \cdot \frac{94300}{394} = 5,10 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

**gewählt: 2-schnittige Bügel 8/19 mit 5,30 cm<sup>2</sup>/m (Tabelle 10.40)**

**Hinweis:** Da bei Balken immer eine Bügelbewehrung anzuordnen ist, kann man auf die Berechnung von  $V_{\min}$  beim Balken verzichten.

Es ist dann beim Schubnachweis nur nachzuweisen, dass  $V_{\max} \leq V_d$  ist, und die Bügelbewehrung ist zu berechnen. Es darf allerdings keine kleinere Bügelbewehrung als die Mindestbewehrung gewählt werden. Wir wollen das hier rechnerisch nicht tun. Wenn der Bügelabstand nicht größer als 25 cm gewählt wird, haben wir die Bedingungen für übliche Balken im Hochbau eingehalten.

**Übung 91** Ermitteln Sie die erforderliche Bügelbewehrung für die Balken a) Übung 88, b) der Übung 89, c) der Übung 90.

## 10 Anhang

**Tabelle 10.1** Winkelfunktionen

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Verhältnis der Seiten ein Maß für die Größe der Winkel. Zu jedem Winkel gehören ganz bestimmte Seitenverhältnisse. Zum Beispiel gehören zu dem Winkel  $\alpha$  im  $\triangle ABC$  (Bild 10.1) die Seitenverhältnisse

$$CB : AB = 3 : 4 = 0,75$$

$$\text{oder } CB : AC = 3 : 5 = 0,6$$

$$\text{oder } AB : AC = 4 : 5 = 0,8$$

Dies sind ganz andere Werte als die Seitenverhältnisse, die in dem  $\triangle DEF$  zu dem Winkel  $\beta$  gehören:

$$FE : DE = 6 : 7 = 0,857$$

$$\text{oder } FE : DF = 6 : 9,22 = 0,651$$

$$\text{oder } DE : DF = 7 : 9,22 = 0,759$$

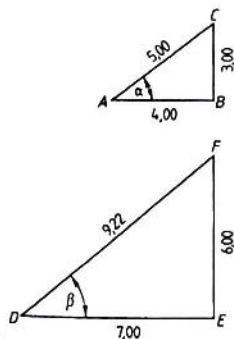
Diese Seitenverhältnisse haben bestimmte Namen. Man nennt das Verhältnis

$CB : AC$  den Sinus des Winkels  $\alpha$ ,  $\sin \alpha$

$AB : AC$  den Cosinus des Winkels  $\alpha$ ,  $\cos \alpha$

$CB : AB$  den Tangens des Winkels  $\alpha$ ,  $\tan \alpha$

Für die verschiedenen Winkelgrößen sind diese Winkelfunktionen berechnet und in Taschenrechnern bzw. Tabellen gespeichert.



**Bild 10.1**  
Dreiecke mit verschiedenen Seiten- und Winkelverhältnissen

**Tabelle 10.2 Lastannahmen für Bauten; Berechnungsannahmen für Lagerstoffe Baustoffe und Bauteile nach DIN 1055 T 1 charakteristischen Werte**

<b>Brennstoffe</b>	<b>kN/m<sup>3</sup></b>		<b>kN/m<sup>3</sup></b>
Braunkohle, erdfeucht	10	Wolle, Baumwolle, gepresst	13
als Brikkett geschüttet	8	Flachs, gestapelt o. in Ballen	
dgl. gestapelt	13	gepresst	3
Brennholz	4	Futtermühen	7
Steinkohle als Koks	6,5	Getreidegarben bis 4 m Packhöhe	0,9
als Rohkohle, grubenfeucht	10	bis 8 m Packhöhe	1,2
<b>Nahrungsmittel (einschl. Zwischenräume)</b>		bis 12 m Packhöhe	1,4
Mehl in Säcken	5	Grünfütter, lose gelagert	4
lose geschüttet	6	Stroh, lose	0,5
Zucker in Säcken	16	in Hochdruckballen,	
lose geschüttet	9,5	drahtgebunden	1,5
Obst in Kisten	3,5	Tabak, gebündelt oder in Ballen	5
geschüttet	4,5	Tor, lose, geschüttet	1
<b>Sonstige Schutt- und Stapelgüter</b>		lose, eingerüttelt (Füllstoff)	1,5
Aktengerüste, Schränke mit Inhalt	6		
Bücher und Akten, geschichtet	8,5		
<b>Düngemittel</b>	<b>kN/m<sup>3</sup></b>		<b>kN/m<sup>3</sup></b>
Handelsdünger	12	Braunkohle, erdfeucht	10
Thomasphosphat in Säcken	19	Diabas	29
lose	22	Granit, Porphy, Syenit	28
<b>Lagerstoffe</b>		Grauwacke, Nagelfluhe,	
Bimskies, erdfeucht	9	Sandstein	27
als Füllstoff	7	Kalkstein, Dolomit, dichter	28
Gips, gemahlen	15	Kalkstein, sonstiger	26
Hochofenstückschlacke	18	Gneis, Granulit	30
granuliert	11	Schiefer	28
Hüttenbims (Hochofen-		<b>Mauerwerk aus künstlichen</b>	
schaumschlacke	9	<b>Steinen ohne Putz</b>	
Kalk, gebrannt, in Stücken	13	Hochbauktinker KMz	20
hydraulisch erhärtender	13	Vormauer-VMz u. Vollziegel Mz	18
Kesselschlacke und Flugasche	11	Kalksand-Vollsteine KSV i. M. 19 <sup>1)</sup>	
Kies, Sand, trocken, erdfeucht	18	Kalksand-Lochsteine KSL i. M. 15,5 <sup>1)</sup>	
nass	20	Kalksand-Hochblocksteine	
Koksasche	7,5	KSHbl i. M. 13 <sup>1)</sup>	
Zement, gemahlen und		Leichtbeton-Hohlblocksteine i. M.	13 <sup>1)</sup>
Zementklinker	18	Hüttensteine HS	20
Ziegel-Sand, -Splitt, -Schotter,	15	Hüttenhartsteine HHS	22
erdfeucht			

<sup>1)</sup> Berechnungsannahmen in Abhängigkeit von der Steinrohdichte s. DIN 1055 T1

Tabelle 10.2 Fortsetzung

		Decken je cm Dicke	kN/m <sup>2</sup>
<b>Metalle</b>			
Aluminiumlegierungen	28	Stahlbeton-Rippendecken nach	
Blei	114	DIN 1045 mit Hohlkörpern	
Bronze	85	aus Leichtbeton und 5 cm	
Gusseisen	72,5	dicker Betondruckplatte bei	
Kupfer	89	Gesamtdicke von 17 cm	2,50
Messing	85	19 cm	2,65
Stahl	78,5	21 cm	2,85
Zink, gewalzt	72	23 cm	3,00
		25 cm	3,20
<b>Bauholz</b>		Stahlbetonplatte aus Kies, Sand,	
Nadelholz, allgemein	6	Splitt, Steinschlag oder Hoch-	
Laubholz	8	ofenschlacke je cm Dicke	0,25
<b>Beton und Mörtel</b>		Kappengewölbe / $l \leq 2m$ einschl.	
Beton aus Bims Kies und Hütten-		Hintermauerung aus Vollsteinen	
kies mit $\leq 1/3$ Sandzusatz	14	bei Gesamtdicke 11,5 cm	2,75
dgl., jedoch mit Stahleinlagen	16	24 cm	5,40
aus Kies, Sand, Splitt, Stein-		dgl. aus Lochziegeln bei Gesamt-	
schlag oder Hochofenschlacke	24	dicke 11,5 cm	i.M. 2,00 <sup>1)</sup>
dgl., jedoch mit Stahleinlagen	25	24 cm	i.M. 4,00 <sup>1)</sup>
Gipsmörtel ohne Sand Kalk-,	12	<b>Platten u. Plattenwände je cm Dicke</b>	
Kalkgips-, Gips sandmört.	18	Naturbims	0,08
Kalkzement- und Kalktrassmörtel	20	Hüttenbims, Gips	0,10
Zement- und Zementtrassmörtel	21	Schlacken	0,12
<b>Mauerwerk aus natürlichen</b>		Leichtbeton mit gemischten	
<b>Steinen</b>		Zuschlagstoffen	0,14
Basalt, Diorit, Gabbro, Melaphyr	30	Holz faser- und Holzspanplatten	0,10
<b>Mauer- und Putzmörtel</b>		<b>Dachdeckungen</b>	<b>kN/m<sup>2</sup></b>
Gipsmörtel, ohne Sand	12	Gewichte für 1 m <sup>2</sup> geneigte Dachfläche	
Kalkmörtel (Mauer- und Putzmörtel)		ohne Sparren, Pfetten und Dachbinder. Bei	
Kalkgipsmörtel, Gips sandmörtel		Vermörtelung	0,1 kN/m <sup>2</sup>
(Putzmörtel), Anhydritmörtel	18	Zuschlag!	
Kalkzement- und Kalktrassmörtel	20	Biberschwanzziegel n. DIN 456	0,60
Lehmmörtel	20	bei Doppeldach, Kronendach	0,80
Zement- und Zementtrassmörtel und		Falzziegel, Flachdachpfannen,	
Mörtel mit Putz- und Mauerbinder	21	Flachdachsteine	0,55

<sup>1)</sup> Berechnungsannahmen in Abhängigkeit von der Steinrohichte s. DIN 1055 T1

Tabelle 10.2 Fortsetzung

<b>Fußboden- und Wandbeläge</b>	<b>kN/m<sup>2</sup></b>	Deutsches Schieferdach auf Schalung einschl. Pappunterlage	
	je cm Dicke		
Guss- und Stampfasphalt,		mit großen Platten	0,50
Zementstrich, Terrazzo	0,22	mit kleinen Platten	0,60
Gipsestrich	0,21	Stahlpfännendach einschl. Lattung,	
Korkestrich	0,05	Schalung und Pappunterlage	0,30
Nadelholz	0,06	Wellblechdach einschl.	
Laubholz	0,08	Befestigungsmaterial	0,25
Spanplatten	0,075	Zinkdach einschl. Schalung	0,30
keramische Fliesen	0,20	einfache Teer- oder Bitumenpap-	
Kunststoff-Fußböden	0,15	pdeckung ohne Schalung	0,10
Linoleum	0,13	doppelte Teerpappdeckung mit	
Naturspeinplatten	0,30	Bekiesung ohne Schalung	0,10
<b>Sperr-, Dämm- und Füllstoffe</b>	<b>kN/m<sup>2</sup></b>	Faserzement-Plattendach einschl.	
	je cm Dicke	Latten und Schalung	0,35
Bimskies, geschüttet, Koksasche,		Glasdach ohne Sprossen und	
Hochofenschlackschlacke	0,07	Verkittung aus	
Faserdämmstoffe		Rohglas 4 · bis · 6 mm	0,13
(z. B. Glasfaser)	0,01	6 · bis · 7 mm	0,17
Hochofenschlackensand	0,10	Drahtglas 4 · bis · 6 mm	0,13
Schaumkunststoffe	0,005	6 · bis · 8 mm	0,18
Faserdämmstoffe in Platten,		Mehrgewicht für jeden weiteren	
Matten oder Bahnen	0,02	mm Rohr- oder Drahtglas	0,025
Kieselgurplatten	0,025	Rohr- oder Strohdach	
		mit Latten	0,70

Tabelle 10.3 Verkehrslasten (Nutzlasten) für Hochbauten nach DIN 1055 Teil 3 (Auszug)

**Ständige Last** (Eigenlast) ist die Summe der unveränderlichen Lasten, also der tragenden oder stützenden Bauteile und die von den tragenden Bauteilen dauernd aufzunehmenden Lasten (z. B. Auffüllungen, Fußbodenbeläge, Putz).

**Verkehrslast** (Nutzlast) ist die veränderliche oder bewegliche Belastung des Bauteils (z. B. Personen, Einrichtungsstücke, Lagerstoffe, Riemenantriebe, Kranlasten, Wind, Schnee). *Unbelastete leichte Trennwände* können an Stelle eines genauen Nachweises durch einen gleichmäßig verteilten Zuschlag zur Verkehrslast berücksichtigt werden. Dieser muss sein:

$$\geq 0,8 \text{ kN/m}^2 \text{ bei Wandgewichten einschl. Putz} \leq 3 \text{ kN/m}$$

$$\geq 1,2 \text{ kN/m}^2 \text{ bei Wandgewichten einschl. Putz} \leq 5 \text{ kN/m}$$

Ausgenommen sind Trennwände mit einem Gewicht  $> 3 \text{ kN/m}$ , die || zu Balken der Decken ohne ausreichende Querverteilung der Lasten stehen. Bei Verkehrslasten =  $5 \text{ kN/m}^2$  ist ein Zuschlag nicht nötig.

**Tabelle 10.3** Fortsetzung  
 Lotrechte Nutzlasten für Decken, Treppen und Balkone

Kategorie	Nutzung	Beispiele	$q_k$ kN/m <sup>2</sup>	$Q_k$ kN	
A	A1	Spitzböden	Für Wohnzwecke nicht geeigneter, aber zugänglicher Dachraum bis 1,80 m lichter Höhe.	1,0	1,0
	A2	Wohn- und Aufenthaltsräume	Räume mit ausreichender Querverteilung der Lasten. Räume und Flure in Wohngebäuden, Bettenräume in Krankenhäusern, Hotelzimmer einschl. zugehöriger Küchen und Bäder.	1,5	–
	A3		wie A2, aber ohne ausreichende Querverteilung der Lasten.	2,0	1,0
B	B1	Büroflächen, Arbeitsflächen, Flure	Flure in Bürogebäuden, Büroflächen, Arztpraxen, Stationsräume, Aufenthaltsräume einschl. der Flure, Kleinviehställe.	2,0	2,0
	B2		Flure in Krankenhäusern, Hotels, Altenheimen, Internaten usw.; Küchen u. Behandlungsräume einschl. Operationsräume ohne schweres Gerät.	3,0	3,0
	B3		wie B2, jedoch mit schwerem Gerät	5,0	4,0
C	C1	Räume, Versammlungsräume und Flächen, die der Ansammlung von Personen dienen können (mit Ausnahme von unter A, B, D und E festgelegten Kategorien)	Flächen mit Tischen; z. B. Schulräume, Cafes, Restaurants, Speisesäle, Lesesäle, Empfangsräume.	3,0	4,0
	C2		Flächen mit fester Bestuhlung; z. B. Flächen in Kirchen, Theatern oder Kinos, Kongresssäle, Hörsäle, Versammlungsräume, Wartesäle	4,0	4,0
	C3		Frei begehbbare Flächen; z. B. Museumsflächen, Ausstellungsflächen usw. und Eingangsbereiche in öffentlichen Gebäuden und Hotels, nicht befahrbare Hofkellerdecken.	5,0	4,0
	C4		Sport- und Spielflächen; z. B. Tanzsäle, Sporthallen, Gymnastik- und Kraftsporträume, Bühnen.	5,0	7,0
	C5		Flächen für große Menschenansammlungen; z. B. in Gebäuden wie Konzertsälen, Terrassen und Eingangsbereiche sowie Tribünen mit fester Bestuhlung.	5,0	4,0
D	D1	Verkaufsräume	Flächen von Verkaufsräumen bis 50 m <sup>2</sup> Grundfläche in Wohn-, Büro und vergleichbaren Gebäuden.	2,0	2,0
	D2		Flächen in Einzelhandelsgeschäften und Warenhäusern.	5,0	4,0
	D3		Flächen wie D2, jedoch mit erhöhten Einzellasten infolge hoher Lagerregale.	5,0	7,0

Tabelle 10.3 Fortsetzung

Kategorie	Nutzung	Beispiele	$q_k$ kN/m <sup>2</sup>	$Q_k$ kN	
E	E1	Fabriken und Werkstätten, Ställe, Lagerräume und Zugänge, Flächen mit erheblichen Menschenansammlungen	Flächen in Fabriken und Werkstätten mit leichtem Betrieb und Flächen in Großviehställen	5,0	4,0
	E2		Lagerflächen, einschließlich Bibliotheken.	6,0	7,0
	E3		Flächen in Fabriken und Werkstätten mit mittlerem oder schwerem Betrieb, Flächen mit regelmäßiger Nutzung durch erhebliche Menschenansammlungen, Tribünen ohne feste Bestuhlung.	7,5	10,0
T	T1	Treppen und Treppenhodeste	Treppen und Treppenhodeste der Kategorie A und B1 ohne nennenswerten Publikumsverkehr.	3,0	2,0
	T2		Treppen und Treppenhodeste der Kategorie B1 mit erheblichem Publikumsverkehr, B2 bis E sowie alle Treppen, die als Fluchtweg dienen.	5,0	2,0
	T3		Zugänge und Treppen von Tribünen ohne feste Sitzplätze, die als Fluchtweg dienen.	7,5	3,0
Z	Zugänge, Balkone und Ähnliches	Dachterrassen, Laubengänge, Loggien usw., Balkone, Ausstiegshodeste.	4,0	2,0	

Charakteristischen Werte gleichmäßig verteilter Nutzlasten, die in der Höhe des Handlaufs, aber nicht höher als 1,2 m wirken, sind enthalten.

Horizontale Nutzlasten  $q_k$  infolge von Personen auf Brüstungen, Geländern und anderen Konstruktionen, die als Absperrung dienen

Belastete Fläche nach Kategorie	Horizontale Nutzlast $q_k$ kN/m
A, B	0,5
C1 bis C4, D, E1 und E2, T2	1,0
C6, E3, T3	2,0

### Schneelast

Die Schneelast  $s$  einer Dachfläche ergibt sich aus der charakteristischen Schneelast  $s_k$  des Standorts und einem Formbeiwert  $\mu$ . Dieser hängt von der Dachneigung ab.

$$s = s_k \cdot \mu$$

Tabelle 10.4 Schneelastzonenkarte (DIN 1055-5, Juli 2005)

Tabelle 10.5 Charakteristische Schneelasten  $s_k$  auf dem Boden in  $\text{kN/m}^2$ 

Schneelastzone	Geländehöhe über NN in m									
	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
1	0,65	0,65	0,65	0,84	1,05	1,30	1,58			
1a	0,81	0,81	0,81	1,04	1,32	1,63	1,98	2,37		
2	0,85	0,89	1,60	1,25	2,06	2,58	3,17	3,83	4,55	5,33
2a	1,06	1,11	2,01	2,10	2,58	3,23	3,96	4,78	5,68	6,67
3	1,10	1,29	1,78	2,37	3,07	3,86	4,76	5,76	6,86	8,06

In Zone 3 können für bestimmte Lagen (z. B. Oberharz, Hochlagen des Fichtelgebirges, Reit im Winkl, Oberrach/Walchensee) höhere Werte als nach der oben angegebenen Gleichung maßgebend sein.

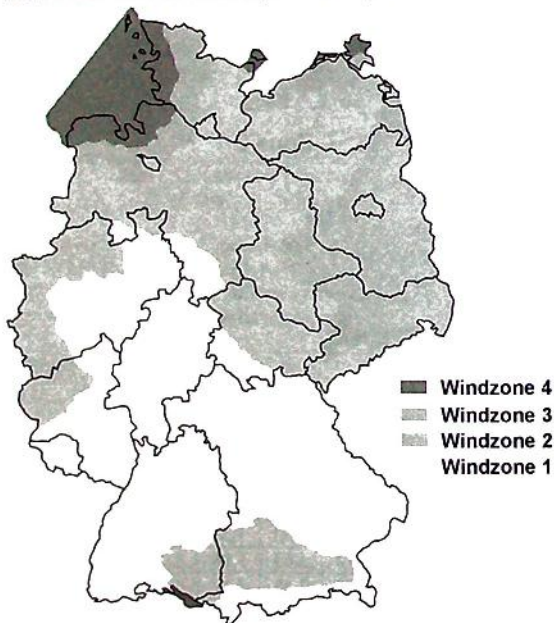
**Tabelle 10.6 Formbeiwerte  $\mu$  für flach geneigte Dächer in Abhängigkeit von der Neigung**

Neigung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0 bis 30°					0,80					
30°	0,80	0,77	0,75	0,72	0,69	0,67	0,64	0,61	0,59	0,56
40°	0,53	0,51	0,48	0,45	0,43	0,62	0,39	0,35	0,32	0,29
50°	0,27	0,24	0,21	0,19	0,16	0,37	0,11	0,08	0,05	0,03
60°					0					

### Belastung durch Wind

Windkräfte sind stets senkrecht zur getroffenen Fläche anzunehmen.

**Tabelle 10.7 Windzonenkarte, DIN 1055-4, März 2005**



**Winddruck  $w$**  ist die auf  $1 \text{ m}^2$  Bauteilfläche wirkende Windkraft in kN und damit der für die Berechnung einzelner Bauteile (z. B. Dächer) maßgebende Wert. Die Berechnungsformel lautet:

$$w = c \cdot q \quad \text{in kN/m}^2$$

$q$  = Geschwindigkeitsdruck des Windes in  $\text{kN/m}^2$  nach Tabelle 10.8; er richtet sich nach der Gebäudehöhe.

$c_p$  = Druckbeiwert (ohne Einheit); er richtet sich nach Gebäudeform und Anströmrichtung (Tab. 10.9–Tab. 10.11). Positive Werte gelten als Winddruck, negative als Windsog.

**Tabelle 10.8** Geschwindigkeitsdruck  $q$  bis 25 m Höhe

Windzone		Geschwindigkeitsdruck $q$ in $\text{kN/m}^2$ bei einer Gebäudehöhe $h$ in den Grenzen von		
		$h \leq 10$ m	$10 \text{ m} < h \leq 18$ m	$18 \text{ m} < h \leq 25$ m
1	Binnenland	0,50	0,65	0,75
2	Binnenland	0,65	0,80	0,90
	Küste <sup>1)</sup> und Inseln der Ostsee	0,85	1,00	1,10
3	Binnenland	0,80	0,95	1,10
	Küste <sup>1)</sup> und Inseln der Ostsee	1,05	1,20	1,30
4	Binnenland	0,95	1,15	1,30
	Küste <sup>1)</sup> der Nord- und Ostsee und Inseln der Ostsee	1,25	1,40	1,55
	Inseln der Nordsee bis 10 m Höhe	1,40	–	–

<sup>1)</sup> Zur Küste zählt ein 5 km breiter Streifen, der entlang der Küste verläuft und landeinwärts gerichtet ist.

**Tabelle 10.9** Außendruckbeiwerte  $c$  für Flachdächer  $> 10 \text{ m}^2$   
Dachneigung  $< 5^\circ$  und scharfkantiger Traufbereich

Bereich	F	G	H	I
	-1,8	-1,2	-0,7	-0,6/+0,2

+ Druck - Sog

$e = b$  oder  $2h$  (kleinerer Wert ist maßgebend)

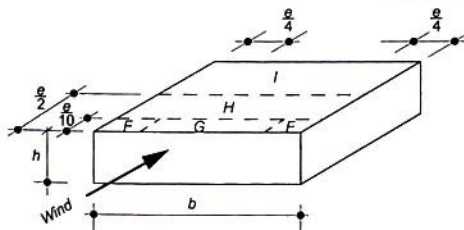


Tabelle 10.10 Außendruckbeiwerte  $c$  für Pultdächer  $> 10 \text{ m}^2$ 

Windrichtung	0°			90°					180°		
	F	G	H	F <sub>hoch</sub>	F <sub>tief</sub>	G	H	I	F	G	H
$\alpha = 5^\circ$	-1,7	-1,2	-0,6/ +0,2	-2,1	-2,1	-1,8	-0,6	-0,6/ +0,2	-2,3	-1,3	-0,8
$\alpha = 10^\circ$	1,3	-1,0	-0,4/ +0,2	-2,2	-1,8	-1,8	-0,7	-0,6/ +0,2	-2,4	-1,3	-0,8
$\alpha = 15^\circ$	-0,9/ +0,2	-0,8/ +0,2	-0,3/ +0,2	-2,4	-1,6	-1,9	-0,8	-0,7/ -1,2	-2,5	-1,3	-0,8
$\alpha = 30^\circ$	-0,5/ +0,7	-0,5/ +0,7	-0,2/ +0,4	-2,1	-1,3	-1,5	-1,0	-0,8/ -1,2	-1,1	-0,8	-0,8
$\alpha = 45^\circ$	+0,7	+0,7	+0,6	-1,5	-1,3	-1,4	-1,0	-0,9/ -1,2	-0,6	-0,5	-0,7
$\alpha = 60^\circ$	+0,7	+0,7	+0,7	-1,2	-1,2	-1,2	-1,0	-0,7/ -1,2	-0,5	-0,5	-0,5
$\alpha = 75^\circ$	+0,8	+0,8	+0,8	-1,2	-1,2	-1,2	-1,0	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5

Zwischenwerte linear interpolieren!

+ Druck - Sog

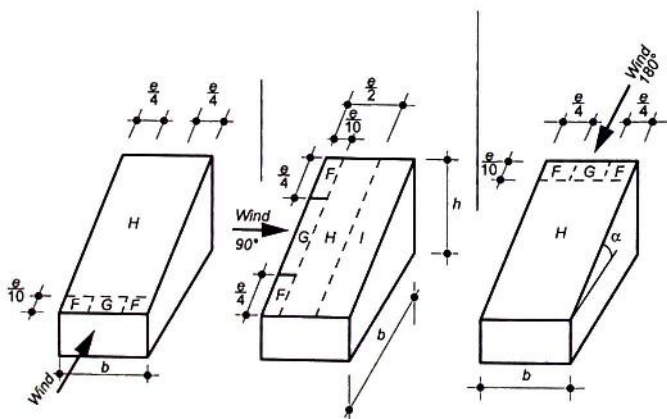
 $c = b$  oder  $2h$  (kleinerer Wert ist maßgebend)

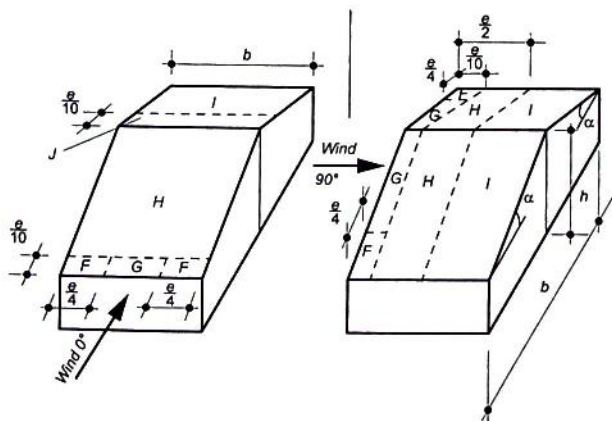
Tabelle 10.11 Außendruckbeiwerte  $c$  für Satteldächer  $> 10 \text{ m}^2$ 

Wind- richtung	0°					90°			
	F	G	H	I	J	F	G	H	I
$\alpha = 5^\circ$	-1,7	-1,2	-0,6	-0,6/ +0,2	-0,6/ +0,2	-1,6	-1,3	-0,7	-0,6/ +0,2
$\alpha = 10^\circ$	1,3	-1,0	-0,4	-0,5/ +0,2	-0,8	-1,4	-1,3	-0,6	-0,6/ +0,2
$\alpha = 15^\circ$	-0,9/ +0,2	-0,8/ +0,2	-0,3/ +0,2	-0,4	-1,0	-1,3	-1,3	-0,6	-0,5
$\alpha = 30^\circ$	-0,5/ +0,7	-0,5/ +0,7	-0,2/ +0,4	-0,4	-0,5	-1,1	-1,4	-0,8	-0,5
$\alpha = 45^\circ$	+0,7	+0,7	+0,6	-0,4	-0,5	-1,1	-1,4	-0,9	-0,5
$\alpha = 60^\circ$	+0,7	+0,7	+0,7	-0,4	-0,5	-1,1	-1,2	-0,8	-0,5
$\alpha = 75^\circ$	+0,8	+0,8	+0,8	-0,4	-0,5	-1,1	-1,2	-0,8	-0,5

Zwischenwerte linear interpolieren, sofern das Vorzeichen nicht wechselt!

+ Druck      - Sog

$e = b$  oder  $2h$  (kleinerer Wert ist maßgebend)



**Tabelle 10.12 Charakteristische Werte  $f_k$  Druckfestigkeit von Mauerwerk mit Normalmörtel nach DIN 1053-100**

Steinfestigkeitsklasse	Charakteristische Werte $f_k$ für Normalmörtel Mörtelgruppe MG				
	I N/mm <sup>2</sup>	II N/mm <sup>2</sup>	IIa N/mm <sup>2</sup>	III N/mm <sup>2</sup>	IIla N/mm <sup>2</sup>
2	0,9	1,5	1,5 <sup>2)</sup>	–	–
4	1,2	2,2	2,5	2,8	–
6	1,5	2,8	3,1	3,7	–
8	1,8	3,1	3,7	4,4	–
12	2,5	3,7	5,0	5,6	6,0
20	3,1	5,0	6,0	7,5	9,4
28	–	5,6	7,2	9,4	11,0
36	–	–	–	11,0	12,5
48	–	–	–	12,5 <sup>2)</sup>	14,0 <sup>2)</sup>
60	–	–	–	14,0 <sup>2)</sup>	15,5 <sup>2)</sup>

- 1)  $f_k = 1,8 \text{ N/mm}^2$  bei Außenwänden mit dicken  $\geq 300 \text{ mm}$ . Diese Erhöhung gilt jedoch nicht für Nachweis der Auflagerpressung.
- 2) Die Werte  $f_k = 11,0 \text{ N/mm}^2$  enthalten einen zusätzlichen Sicherheitsbeiwert zwischen 1,0 und 1,17 wegen Gefahr von Sprödbruch.

**Tabelle 10.13 Charakteristische Werte  $f_k$  Druckfestigkeit von Mauerwerk mit Dünnbett- und Leichtmörtel nach DIN 1053-100 in N/mm<sup>2</sup>**

Steinfestigkeitsklasse	Dünnbettmörtel <sup>1)</sup>	Charakteristische Werte $f_k$ für Leichtmörtel	
		LM 21	LM 36
2	1,8	1,5 (1,2) <sup>2)</sup>	1,5 (1,2) <sup>2)</sup> (1,8) <sup>3)</sup>
4	3,4	2,2 (1,5) <sup>4)</sup>	2,5 (2,2) <sup>5)</sup>
6	4,7	2,2	2,8
8	6,2	2,5	3,1
12	6,9	2,8	3,4
20	10,0	2,8	3,4
28	11,6	2,8	3,4

- 1) Anwendung nur bei Porenbeton-Plansteinen nach DIN 4165 und bei Kalksand-Plansteinen. Die Werte gelten für Vollsteine. Für Kalksand-Lochsteine und Kalksand-Hohlblocksteine nach DIN 106-1 gelten die entsprechenden Werte der Tafel 29 bei Mörtelgruppe III bis Steinfestigkeitsklasse 20.
- 2) Für Mauerwerk mit Mauerziegeln nach DIN 105 Teil 1 bis 4 gilt  $f_k = 1,2 \text{ N/mm}^2$ .
- 3)  $f_k = 1,8 \text{ N/mm}^2$  bei Außenwänden mit Dicken  $\geq 300 \text{ mm}$ . Diese Erhöhung gilt jedoch nicht für den Fall der Fußnote<sup>2)</sup> und nicht für den Nachweis der Auflagerpressung.
- 4) Für Kalksandsteine nach DIN 106 Teil 1 der Rohdichteklasse  $\geq 0,9$  und für Mauerziegel nach DIN 105 Teil 1 bis 4 gilt  $f_k = 1,5 \text{ N/mm}^2$ .
- 5) Für Mauerwerk mit den in Fußnote<sup>4)</sup> genannten Mauersteine gilt  $f_k = 2,2 \text{ N/mm}^2$ .

**Tabelle 10.14** Aufnehmbarer Sohldruck in  $\text{kN/m}^2$  charakteristische Werte für Streifenfundamente auf nichtbindigen und schwach feinkörnigen Böden nach DIN 1054 (01.03)

Bauwerk	setzungsempfindlich						setzungsunempfindlich				
	0,5	1	1,5	2	2,5	3	0,5	1	1,5	2	
Breite des Streifenfundaments $b$ bzw. $b'$ in m											
0,5	200	300	330	280	250	220	200	300	400	500	
Einbindetiefe $t$ in m											
1	270	370	360	310	270	240	270	370	470	570	
1,5	340	440	390	340	290	260	340	440	540	640	
2	400	500	420	360	310	280	400	500	600	700	
bei kleinen Bauwerken	150 mit Breiten $\geq 0,3$ m und Gründungstiefen $0,3 \text{ m} \leq t \leq 0,5$ m										

**Tabelle 10.15** Aufnehmbarer Sohldruck charakteristische Werte für Streifenfundamente bei bindigem und gemischtkörnigem Baugrund in  $\text{kN/m}^2$

Bodenart		reiner Schluff	gemischtkörniger Boden, der Korngrößen vom Ton- bis in den Sand-, Kies- oder Steinbereich enthält			tonig-schluffiger Boden			fetter Ton		
		steif bis halbfest	steif	halbfest	fest	steif	halbfest	fest	steif	halbfest	fest
Einbindetiefe <sup>1)</sup> in m	0,5	130	150	220	330	120	170	280	90	140	200
	1	180	180	280	380	140	210	320	110	180	240
	1,5	220	220	330	440	160	250	360	130	210	270
	2	250	250	370	500	180	280	400	150	230	300

<sup>1)</sup> Zwischenwerte können geradlinig eingeschaltet werden.

#### Voraussetzungen für den Regelfall bei der Benutzung von

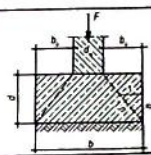
1. Bindiger Boden von mindestens steifem Zustand ( $I_c > 0,75$ ).
2. Allmähliche Lastaufbringung bei steifer Konsistenz, bei schneller Belastung oder weicher Konsistenz Nachweis der zul. Bodenpressung mit Setzungs- und Grundbruchuntersuchungen.
3. Verträglichkeit der Setzungen von 2 bis 4 cm für das Bauwerk.

**Erhöhung der Tafelwerte** um 20 % bei Rechteckfundamenten mit einem Seitenverhältnis  $a/b < 2$  und bei Kreisfundamenten.

**Abminderung der Tafelwerte** um 10 % je m zusätzlicher Fundamentbreite bei Fundamentbreiten zwischen 2 und 5 m.

**Tabelle 10.16** Mindestwerte für  $n = d/b_0 (\triangleq \tan \alpha)$  bei unbewehrten Betonfundamenten nach DIN 1045

Betonfestigkeitsklasse	Charakteristische Bodenpressung $\sigma_0$ in kN/m <sup>2</sup>				
	100	200	300	400	500
C 8/10	1,1	1,6	2,0	2,0	2,0
C 12/15	1,0	1,3	1,6	1,8	2,0
C 20/25	1,0	1,0	1,2	1,4	1,6
C 30/37 bis C 45/55	1,0	1,0	1,0	1,2	1,3


**Tabelle 10.17a** Rechenwerte der charakteristischen Kennwerte  $f_k$  für Nadelholz (Bauschnitt- und Rundholz) nach DIN 1052: 2004

Holzarten: Fichte, Tanne, Kiefer, Lärche, Douglasie, Southern Pine, Western Hemlock, Yellow, Cedar

Festigkeitsklasse	C16	C24	C30	C35	C40
Sortierklasse nach DIN 4074-1	S7/	S 10/	S 13/	C35M	C40M
bzw.	C16M	C24M	C30M		
Güteklasse nach DIN 4074-2	III	II	I		
Festigkeitskennwerte in N/mm <sup>2</sup>					
Biegung	16	24	30	35	40
Zug    Faser	10	14	18	21	24
Zug ⊥ Faser	0,4				
Druck *   Faser	17	21	23	25	26
Druck ⊥ Faser	2,2	2,5	2,7	2,8	2,9
Schub, Torsion	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7

**Tabelle 10.17b** Rechenwerte der charakteristischen Kennwerte  $f_k$  für Laubschnittholz nach DIN 1052: 2004.

Festigkeitsklasse	D30	D35	D40	D60
Holzarten (Handelsname)	Eiche, Teak, Keruing	Buche	Buche, Afzelia, Merbau, Angelique (Basalocus)	Azobe (Bongossi)
Sortierklasse nach DIN 4074-5	LS10	LS10	LS13 (Buche) LS10	LS10
Festigkeitskennwerte in N/mm <sup>2</sup>				
Biegung	30	35	40	60
Zug    Faser	18	21	24	36
Zug ⊥ Faser	0,5			
Druck    Faser	23	25	26	32
Druck ⊥ Faser	8	8,4	8,8	10,5
Schub, Torsion	3	3,4	3,8	5,3

**Tabelle 10.18** Rechenwerte der charakteristischen Kennwerte  $f_k$  für homogenes Brett-schichtholz (h) aus Nadelholz nach DIN 1052: 2004.

Brettschichtholz aus: Fichte, Tanne, Kiefer, Lärche, Douglasie, Southern Pine, Western Hemlock, Yellow Cedar				
Festigkeitsklasse (frühere Bezeichnung)	GL24h (BS 11)	GL28h (BS 14)	GL32h (BS 16)	GL36h (BS 18)
<b>Festigkeitskennwerte in N/mm<sup>2</sup></b>				
Biegung	24	28	32	36
Zug    Faser	16,5	19,5	22,5	26
Zug ⊥ Faser	0,5			
Druck    Faser	24	26,5	29	31
Druck ⊥ Faser	2,7	3,0	3,3	3,6
Schub, Torsion	3,5			

**Tabelle 10.19** Knickabminderungsfaktoren  $\alpha$  für Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C 24 (S 10/C 24M) nach DIN 1052:2004

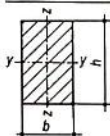
$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000									
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,995
20	0,991	0,987	0,983	0,979	0,975	0,970	0,966	0,961	0,957	0,952
30	0,947	0,942	0,936	0,931	0,925	0,919	0,913	0,906	0,900	0,893
40	0,885	0,878	0,870	0,861	0,853	0,844	0,834	0,825	0,815	0,804
50	0,794	0,782	0,771	0,759	0,748	0,735	0,723	0,711	0,698	0,685
60	0,673	0,660	0,647	0,635	0,622	0,610	0,597	0,585	0,573	0,561
70	0,550	0,538	0,527	0,516	0,506	0,495	0,485	0,475	0,465	0,455
80	0,446	0,437	0,428	0,420	0,411	0,403	0,395	0,387	0,380	0,372
90	0,365	0,358	0,351	0,345	0,338	0,332	0,326	0,320	0,314	0,308
100	0,303	0,297	0,292	0,287	0,282	0,277	0,272	0,267	0,263	0,258
110	0,254	0,250	0,246	0,242	0,238	0,234	0,230	0,227	0,223	0,220
120	0,216	0,213	0,210	0,206	0,203	0,200	0,197	0,194	0,192	0,189
130	0,186	0,183	0,181	0,178	0,176	0,173	0,171	0,168	0,166	0,164
140	0,162	0,159	0,157	0,155	0,153	0,151	0,149	0,147	0,145	0,144
150	0,142	0,140	0,138	0,136	0,135	0,133	0,131	0,130	0,128	0,127
160	0,125	0,124	0,122	0,121	0,119	0,118	0,117	0,115	0,114	0,113
170	0,111	0,110	0,109	0,108	0,107	0,105	0,104	0,103	0,102	0,101
180	0,100	0,099	0,098	0,097	0,096	0,095	0,094	0,093	0,092	0,091
190	0,090	0,089	0,088	0,087	0,086	0,085	0,085	0,084	0,083	0,082
200	0,081	0,081	0,080	0,079	0,078	0,078	0,077	0,076	0,075	0,075

Tabelle 10.20 Knickabminderungsfaktoren  $\alpha$  für kombiniertes (c) und homogenes (h) Brett-schichtholz nach DIN 1052: 2004

$\lambda$	GL24 (BS 11)		GL28 (BS 14)		GL32 (BS 16)		GL36 (BS 18)	
	c	h	c	h	c	h	c	h
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	1,000	0,998	1,000	0,998	0,999	0,998	0,999	0,998
30	0,982	0,978	0,981	0,977	0,980	0,977	0,980	0,977
40	0,958	0,949	0,954	0,947	0,953	0,947	0,952	0,947
50	0,918	0,898	0,911	0,895	0,909	0,894	0,906	0,895
60	0,848	0,806	0,833	0,800	0,828	0,798	0,822	0,799
70	0,736	0,675	0,713	0,667	0,706	0,664	0,697	0,666
80	0,611	0,548	0,587	0,541	0,580	0,538	0,570	0,539
90	0,502	0,446	0,480	0,440	0,474	0,437	0,466	0,439
100	0,416	0,368	0,397	0,362	0,392	0,360	0,384	0,361
110	0,349	0,308	0,332	0,303	0,328	0,301	0,322	0,302
120	0,296	0,261	0,282	0,256	0,278	0,255	0,273	0,256
130	0,254	0,223	0,242	0,220	0,238	0,218	0,234	0,219
140	0,220	0,194	0,210	0,190	0,207	0,189	0,203	0,190
150	0,193	0,169	0,183	0,167	0,181	0,166	0,177	0,166
160	0,170	0,149	0,162	0,147	0,159	0,146	0,156	0,146
170	0,151	0,133	0,144	0,130	0,142	0,130	0,139	0,130
180	0,135	0,119	0,128	0,117	0,127	0,116	0,124	0,116
190	0,122	0,107	0,116	0,105	0,114	0,104	0,112	0,105
200	0,110	0,096	0,104	0,095	0,103	0,094	0,101	0,095
210	0,100	0,088	0,095	0,086	0,094	0,086	0,092	0,086
220	0,091	0,080	0,087	0,079	0,085	0,078	0,084	0,078
230	0,083	0,073	0,079	0,072	0,078	0,072	0,077	0,072
240	0,077	0,067	0,073	0,066	0,072	0,066	0,071	0,066
250	0,071	0,062	0,067	0,061	0,066	0,061	0,065	0,061

Tabelle 10.21 Rundhölzer, Querschnittsmaße und statische Werte  $\gamma = 6,5 \text{ kN/m}^3$ 

$d$ in cm	$U$ in cm	$A$ in $\text{cm}^2$	$G$ in N/m	$I$ in $\text{cm}^4$	$W$ in $\text{cm}^3$	$i$ in cm
10	31,4	78,5	51,1	491	98,2	2,50
12	37,7	113,1	73,5	1018	170	3,00
14	44,0	153,9	100	1886	269	3,50
16	50,3	201,1	131	3217	402	4,00
18	56,5	254,5	165	5153	573	4,50
20	62,8	314,2	204	7854	785	5,00
22	69,1	380,1	247	11499	1045	5,50
24	75,4	452,4	294	16286	1357	6,00
26	81,7	530,9	345	22432	1726	6,50
28	88,0	615,8	400	30172	2155	7,00
30	94,2	706,9	459	39761	2651	7,50

Tabelle 10.22 Kanthölzer (Nadelschnittthölzer)  $\gamma = 6,0 \text{ kN/m}^3$ 

$b/h$ cm/cm	$A$ in $\text{cm}^2$	$G$ in N/m	$W_v$ $W_y \text{ cm}^3$	$I_v$ $I_y \text{ cm}^4$	$W_z$ $W_z \text{ cm}^3$	$I_z$ in $\text{cm}^4$	$i_v$ in cm	$i_z$ in cm
6/6	36	21,6	36	108	36	108	1,73	1,73
6/8	48	28,8	64	256	48	144	2,31	1,73
6/10	60	36,0	100	500	60	180	2,89	1,73
6/12	72	43,2	144	864	72	216	3,46	1,73
6/14	84	50,4	196	1372	84	252	4,04	1,73
8/8	64	38,4	85	341	85	341	2,31	2,31
8/10	80	48,0	133	667	107	427	2,89	2,31
8/12	96	57,6	192	1152	128	512	3,46	2,31
8/14	112	67,2	261	1829	149	597	4,04	2,31
8/16	128	76,8	341	2731	171	683	4,62	2,31
8/18	144	86,4	432	3888	192	768	5,20	2,31
10/10	100	60,0	167	833	167	833	2,89	2,89
10/12	120	72,0	240	1440	200	1000	3,46	2,89
10/14	140	84,0	327	2287	233	1167	4,04	2,89
10/16	160	96,0	427	3413	267	1333	4,62	2,89
10/18	180	108,0	540	4860	300	1500	5,20	2,89
10/20	200	120,0	667	6667	333	1667	5,77	2,89
10/22	220	132,0	807	8873	367	1833	6,35	2,89
12/12	144	86,4	288	1728	288	1728	3,46	3,46
12/14	168	100,8	392	2744	336	2016	4,04	3,46

Tabelle 10.22 Fortsetzung

$b/h$ cm/cm	$A$ in cm <sup>2</sup>	$G$ G in N/m	$W_v$ $W_y$ cm <sup>3</sup>	$I_v$ $I_y$ cm <sup>4</sup>	$W_z$ $W_z$ cm <sup>3</sup>	$I_z$ in cm <sup>4</sup>	$i_v$ in cm	$i_z$ in cm
12/16	192	115,2	512	4096	384	2304	4,62	3,46
12/18	216	129,6	648	5832	432	2592	5,20	3,46
12/20	240	144,0	800	8000	480	2880	5,77	3,46
12/22	264	158,4	968	10648	528	3168	6,35	3,46
12/24	288	172,8	1152	13824	576	3456	6,93	3,46
12/26	312	187,2	1352	17576	624	3744	7,51	3,46
14/14	196	117,6	457	3201	457	3201	4,04	4,04
14/16	224	134,4	597	4779	523	3659	4,62	4,04
14/18	252	151,2	756	6804	588	4116	5,20	4,04
14/20	280	168,0	933	9333	653	4573	5,77	4,04
14/22	308	184,8	1129	12423	719	5031	6,35	4,04
14/24	336	201,6	1344	16128	784	5488	6,93	4,04
14/26	364	218,4	1577	20505	849	5945	7,51	4,04
16/16	256	153,6	683	5461	683	5461	4,62	4,62
16/18	288	172,8	864	7776	768	6144	5,20	4,62
16/20	320	192,0	1067	10667	853	6827	5,77	4,62
16/22	352	211,2	1291	14197	939	7509	6,35	4,62
16/24	384	230,4	1536	18432	1024	8192	6,93	4,62
16/26	442	265,2	1915	24899	1252	10645	7,51	4,91
18/18	324	194,4	972	8748	972	8748	5,20	5,20
18/20	360	216,0	1200	12000	1080	9720	5,77	5,20
18/22	396	237,6	1452	15972	1188	10692	6,35	5,20
18/24	432	259,2	1728	20736	1296	11664	6,93	5,20
18/26	468	280,8	2028	26364	1404	12636	7,51	5,20
20/20	400	240,0	1333	13333	1333	13333	5,77	5,77
20/22	440	264,0	1613	17747	1467	14667	6,35	5,77
20/24	480	288,0	1920	23040	1600	16000	6,93	5,77
20/26	520	312,0	2253	29293	1733	17333	7,51	5,77
22/22	484	290,4	1775	19521	1775	19521	6,35	6,35
22/24	528	316,8	2112	25344	1936	21296	6,93	6,35
22/26	572	343,2	2479	32223	2097	23071	7,51	6,35
22/28	616	369,6	2875	40245	2259	24845	8,08	6,35
24/24	576	345,6	2304	27648	2304	27648	6,93	6,93
24/26	624	374,4	2704	35152	2496	29952	7,51	6,93
24/28	672	403,2	3136	43904	2688	32256	8,08	6,93
24/30	720	432,0	3600	54000	2880	34560	8,66	6,93
26/26	676	405,6	2929	38081	2929	38081	7,51	7,51
26/28	728	436,8	3397	47563	3155	41011	8,08	7,51
26/30	780	468,0	3900	58500	3380	43940	8,66	7,51
28/28	784	470,4	3659	51221	3659	51221	8,08	8,08
28/30	840	504,0	4200	63000	3920	54880	8,66	8,08
30/30	900	540,0	4500	67500	4500	67500	8,66	8,66

**Tabelle 10.23 Rechteckquerschnitte aus Brettschichtholz; Querschnittsmaße und statische Werte für  $b = 10 \text{ cm}^{1) 2)}$   $\gamma = 5 \text{ kN/m}^3$** 

$b/h$ cm/cm	$A$ cm <sup>2</sup>	$G^{3)}$ kN/m	$W_y$ cm <sup>3</sup>	$h$ cm <sup>4</sup>	$i_y^{4)}$ cm	$b/h$ cm/cm	$A$ cm <sup>2</sup>	$G^{3)}$ kN/m	$W_y$ cm <sup>3</sup>	$h$ cm <sup>4</sup>	$i_y^{4)}$ cm
10/30	300	0,150	1500	22500	8,66	10/55	550	0,275	5042	138600	15,88
10/31	310	0,155	1602	24830	8,95	10/56	560	0,280	5227	146300	16,17
10/32	320	0,160	1707	27310	9,24	10/57	570	0,285	5415	154300	16,45
10/33	330	0,165	1815	29950	9,53	10/58	580	0,290	5607	162600	16,74
10/34	340	0,170	1927	32750	9,81	10/59	590	0,295	5802	171100	17,03
10/35	350	0,175	2042	35730	10,10	10/60	600	0,300	6000	180000	17,32
10/36	360	0,180	2160	38880	10,39	10/61	610	0,305	6202	189200	17,61
10/37	370	0,185	2282	42210	10,68	10/62	620	0,310	6407	198600	17,90
10/38	380	0,190	2407	45730	10,97	10/63	630	0,315	6615	208400	18,19
10/39	390	0,195	2535	49430	11,26	10/64	640	0,320	6827	218500	18,47
10/40	400	0,200	2667	53330	11,55	10/65	650	0,325	7042	228900	18,76
10/41	410	0,205	2802	57430	11,84	10/66	660	0,330	7260	239600	19,05
10/42	420	0,210	2940	61740	12,12	10/67	670	0,335	7482	250600	19,34
10/43	430	0,215	3082	66260	12,41	10/68	680	0,340	7707	262000	19,63
10/44	440	0,220	3227	70990	12,70	10/69	690	0,345	7935	273800	19,92
10/45	450	0,225	3375	75940	12,99	10/70	700	0,350	8167	285800	20,21
10/46	460	0,230	3527	81110	13,28	10/71	710	0,355	8402	298300	20,50
10/47	470	0,235	3682	86520	13,57	10/72	720	0,360	8640	311000	20,78
10/48	480	0,240	3840	92160	13,86	10/73	730	0,365	8882	324200	21,07
10/49	490	0,245	4002	98040	14,14	10/74	740	0,370	9127	337700	21,36
10/50	500	0,250	4167	104200	14,43	10/75	750	0,375	9375	351600	21,65
10/51	510	0,255	4335	110500	14,72	10/76	760	0,380	9627	365800	21,94
10/52	520	0,260	4507	117200	15,01	10/77	770	0,385	9882	380400	22,23
10/53	530	0,265	4682	124100	15,30	10/78	780	0,390	10140	395500	22,52
10/54	540	0,270	4860	131200	15,59	10/79	790	0,395	10400	410900	22,80

1) im Regelfall sollte  $h/b \leq 10$  betragen

2) für andere Querschnittsbreiten  $b \neq 10 \text{ cm}$ :  $\eta = b/10$ ;  $A, G, W_y, I_y = \eta \cdot \text{Tafelwert}$

Beispiel für  $b/h = 14/80 \text{ cm}$ :

$$A = 1,4 \cdot 800 = 1120 \text{ cm}^2$$

$$G = 1,4 \cdot 0,400 = 0,56 \text{ kN/m}$$

$$i_y = 23,09 \text{ cm}$$

$$\eta = 14/10 = 1,4$$

$$W_y = 1,4 \cdot 10670 = 14940 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 1,4 \cdot 426700 = 597400 \text{ cm}^4$$

$$i_z = 1,4 \cdot 0,289 \cdot 10 = 4,05 \text{ cm}$$

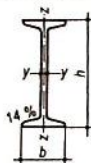
$i_y = \text{Tafelwert}$

$$i_z = \eta \cdot 0,289 \cdot 10,0$$

3) Wichte  $\gamma = 5,0 \text{ kN/m}^3$

4)  $i_z = 0,289 \cdot 10 = 2,89 \text{ cm}$

Tabelle 10.24 Warmgewalzte schmale I-Träger nach DIN 1025

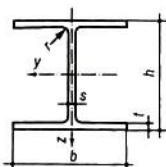


Bezeichnung eines warmgewalzten I-Trägers aus einem Stahl mit dem Kurznamen S 235 JR bzw. der Werkstoffnummer 1.0037 nach DIN EN 10025 mit dem Kurzzeichen 1360:

I-Profil DIN 1025 – S 235 JR – 1360 oder  
I-Profil DIN 1025 – 1.0037 – 1360

Kurz- zeichen	h/b in mm		A in cm <sup>2</sup>	G in kg/m	für die Biegeachse					
					y-y			z-z		
					$J_y$ in cm	$W_y$ in cm <sup>3</sup>	$i_y$ in cm	$J_z$ in cm <sup>4</sup>	$W_z$ in cm <sup>3</sup>	$i_z$ in cm
I										
80	80	42	7,5	5,94	77,	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91
100	100	50	10,6	8,34	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07
120	120	58	14,2	11,10	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23
140	140	66	18,2	14,30	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40
160	160	74	22,8	17,90	935	117	6,40	54,7	14,8	1,55
180	180	82	27,9	21,90	1450	161	7,20	81,3	19,8	1,71
200	200	90	33,4	26,20	2140	214	8,00	117	26,0	1,87
220	220	98	39,5	31,10	3060	278	8,80	162	33	2,02
240	240	106	46,1	36,20	4250	354	9,59	221	41,7	2,20
260	260	113	53,3	41,90	5740	442	10,4	288	51,0	2,32
280	280	119	61,0	47,90	7590	542	11,1	364	61,2	2,45
300	300	125	69,0	54,20	9800	653	11,90	451	72,2	2,56
320	320	131	77,7	61,00	12510	782	12,7	555	84,7	2,67
340	340	137	86,7	68,00	15700	923	13,5	674	98,4	2,80
360	360	143	97,0	76,10	19610	1090	14,2	818	114	2,90
380	380	149	107	84,00	24010	1260	15,0	975	131	3,02
400	400	155	118	92,40	29210	1460	15,7	1160	149	3,13
450	450	170	147	115,00	45850	2040	17,7	1730	203	3,43
475	475	178	163	128,00	56480	2389	18,6	2090	235	3,60
500	500	185	179	141,00	68740	2750	19,6	2480	268	3,72

**Tabelle 10.25 Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger)  
IPBI-Reihe, leichte Ausführung nach DIN 1025**



Träger mit parallelen Flanschflächen, deren Stege und Flansche dünner und deren Höhen  $h$  damit kleiner als die der IPB-Reihe nach DIN 1025-2 sind.

Bezeichnung eines Trägers dieser Reihe aus einem Stahl mit dem Kurznamen S 235 JR nach

DIN EN 10025 mit dem Kurzzeichen IPBI 360:

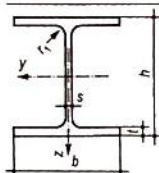
I-Profil DIN 1025 – S 235 JR – IPBI 360

Das Kurzzeichen HE 360 A nach Euronorm 53–6 rieht IPBI 360.

Kurzzeichen	$h/b$ in mm		$A$ in cm <sup>2</sup>	$G$ in kg/m	für die Biegeachse					
					y-y			z-z		
					$J_y$ in cm	$W_y$ in cm <sup>3</sup>	$i_y$ in cm	$J_z$ in cm <sup>4</sup>	$W_z$ in cm <sup>3</sup>	$i_z$ in cm
<b>IPBL</b> <b>HE-A</b>										
100	96	100	21,2	16,7	349	72,8	4,06	134	26,8	2,51
120	114	120	25,3	19,9	606	106	4,89	231	38,5	3,02
140	133	140	31,4	24,7	1030	155	5,73	389	55,6	3,52
160	152	160	38,8	30,4	1670	220	6,57	616	76,9	3,98
180	171	180	45,3	35,5	2510	294	7,45	925	103	4,52
200	190	200	53,8	42,3	3690	389	8,28	1340	134	4,98
220	210	220	64,3	50,5	5410	515	9,17	1950	178	5,51
240	230	240	76,8	60,3	7760	675	10,1	2770	231	6,00
260	250	260	86,8	68,2	10450	836	11,0	3670	282	6,50
280	270	280	97,3	76,4	13670	1010	11,9	4760	340	7,00
300	290	300	112	88,3	18260	1260	12,7	6310	421	7,49
320	310	300	124	97,6	22930	1480	13,6	6990	466	7,49
340	330	300	133	105	27690	1680	14,4	7440	496	7,46
360	350	300	143	112	33090	1890	15,2	7890	526	7,43
400	390	300	159	125	45070	2310	16,8	8560	571	7,34
450	440	300	178	140	63720	2900	18,9	9470	631	7,29
500	490	300	198	155	86970	3550	21,0	10370	691	7,24
550	540	300	212	166	111900	4150	23,0	10820	721	7,15
600	590	300	226	178	141200	4790	25,0	11270	751	7,05
650	640	300	242	190	175200	5470	26,9	11720	782	6,97
700	690	300	260	204	215300	6240	28,8	12180	812	6,84
800	790	300	286	224	303400	7680	32,6	12640	843	6,65
900	890	300	320	252	422100	9480	36,3	13550	903	6,50
1000	990	300	347	272	553800	11190	40,0	14000	934	6,35

Fett gedruckte Profile sind zur bevorzugten Anwendung empfohlen (DSStV-Profiliste).

Tabelle 10.26 Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger) IPB-Reihe, mit parallelen Flanschlflächen



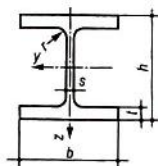
Diese Reihe entspricht der Euronorm 53-62 (HE-B). Bezeichnung eines warmgewalzten I-Trägers aus einem Stahl mit dem Kurznamen S 235 JR bzw. der Werkstoffnummer 1.0037 nach DIN EN 10025 mit dem Kurzzeichen IPB 360:

I-Profil DIN 1025 – S 235 JR – IPB 360  
oder I-Profil DIN 1025 1.0037 – IPB 360

Das Kurzzeichen HE 360 B nach Euronorm 53-62 entspricht IPB 360.

Kurzzeichen IPB HE-B	$h/b$ in mm			$A$ in $\text{cm}^2$	$G$ in $\text{kg/m}$	für die Biegeachse					
						$y-y$			$z-z$		
						$J_y$ in $\text{cm}^4$	$W_y$ in $\text{cm}^3$	$i_y$ in $\text{cm}$	$J_z$ in $\text{cm}^4$	$W_z$ in $\text{cm}^3$	$i_z$ in $\text{cm}$
100	100	100	26,0	20,4	450	<b>89,9</b>	4,16	167	33,5	<b>2,53</b>	
120	120	120	34,0	26,7	864	<b>144</b>	5,04	318	52,9	<b>3,06</b>	
140	140	140	43,0	33,7	1510	<b>216</b>	5,93	550	78,5	<b>3,58</b>	
160	160	160	54,3	42,6	2490	<b>311</b>	6,78	889	111	<b>4,05</b>	
180	180	180	65,3	51,2	3830	<b>426</b>	7,66	1360	151	<b>4,57</b>	
200	200	200	78,1	61,3	5700	<b>570</b>	8,54	2000	200	<b>5,07</b>	
220	220	220	91,0	71,5	8090	736	9,43	2840	258	5,59	
240	240	240	106	83,2	11260	<b>938</b>	10,3	3920	327	<b>6,08</b>	
260	260	260	118	93,0	14920	<b>1150</b>	11,2	5130	395	<b>6,58</b>	
280	280	280	131	103	19270	1380	12,1	6590	471	7,09	
300	300	300	149	117	25170	<b>1680</b>	13,0	8560	571	<b>7,58</b>	
320	320	320	161	127	30820	1930	13,8	9240	616	7,57	
340	340	300	171	134	36660	<b>2160</b>	14,6	9690	646	<b>7,53</b>	
360	360	300	181	142	43190	<b>2400</b>	15,5	10140	676	<b>7,49</b>	
400	400	300	198	155	57680	<b>2880</b>	17,1	10820	721	<b>7,40</b>	
450	450	300	218	171	79890	<b>3550</b>	19,1	11720	781	<b>7,33</b>	
500	500	300	239	187	107200	<b>4290</b>	21,2	12620	842	<b>7,27</b>	
550	550	300	254	199	136700	4970	23,2	13080	872	7,17	
600	600	300	270	212	171000	<b>5700</b>	25,2	13530	902	<b>7,08</b>	
650	650	300	286	225	210600	6480	27,1	13980	932	6,99	
700	700	300	306	241	256900	<b>7340</b>	29,0	14440	963	<b>6,87</b>	
800	800	300	334	262	359100	<b>8980</b>	32,8	14900	994	<b>6,68</b>	
900	900	300	371	291	494100	10980	36,5	15820	1050	6,53	
1000	1000	300	400	314	644700	<b>12890</b>	40,1	16280	1090	<b>6,38</b>	

Fett gedruckte Profile sind zur bevorzugten Anwendung empfohlen (DStV-Profilliste).

**Tabelle 10.27 Warmgewalzte breite I-Träger (I-Breitflanschträger) IPBv-Reihe, verstärkte Ausführung nach DIN 1025 T 4**


Diese Reihe entspricht der Euronorm 53-62 (HE-M). Träger mit parallelen Flanschflächen, deren Stege und Flansche dicker und deren Höhen  $h$  damit größer als die der IPB-Reihe nach DIN 1025-2 sind. Bezeichnung eines Trägers dieser Reihe aus einem Stahl mit dem Kurznamen S 235 JR nach DIN EN 10025 mit dem Kurzzeichen IPBv 360:

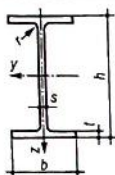
I-Profil DIN 1025 – S 235 JR – IPBv 360

Das Kurzzeichen HE 360 M nach Euronorm 53-62 entspricht IPBv 360.

Kurzzeichen IPBv HE-M	$h/b$ in mm		$A$ in cm <sup>2</sup>		$G$ in kg/m		für die Biegeachse					
							$y-y$			$z-z$		
							$J_y$ in cm	$W_y$ in cm <sup>3</sup>	$i_y$ in cm	$J_z$ in cm <sup>4</sup>	$W_z$ in cm <sup>3</sup>	$i_z$ in cm
<b>100</b>	120	106	<b>53,2</b>	41,8	1140	<b>190</b>	4,63	399	75,3	<b>2,74</b>		
<b>120</b>	140	126	<b>66,4</b>	52,1	2020	<b>288</b>	5,51	703	112	<b>3,25</b>		
<b>140</b>	160	146	<b>80,6</b>	63,2	3290	<b>411</b>	6,39	1140	157	<b>3,77</b>		
<b>160</b>	180	166	<b>97,1</b>	76,2	5100	<b>566</b>	7,25	1760	212	<b>4,26</b>		
<b>180</b>	200	186	<b>113</b>	88,9	7480	<b>748</b>	8,13	2580	277	<b>4,77</b>		
<b>200</b>	220	206	<b>131</b>	103	10640	<b>967</b>	9,00	3650	354	<b>5,27</b>		
220	240	226	149	117	14600	1220	9,89	5010	444	5,79		
<b>240</b>	270	248	<b>200</b>	157	24290	<b>1800</b>	11,0	8150	657	<b>6,39</b>		
<b>260</b>	290	268	<b>220</b>	172	31310	<b>2160</b>	<b>11,9</b>	10450	780	<b>6,90</b>		
280	310	288	240	189	39550	2550	12,8	13160	914	7,40		
<b>300</b>	340	310	<b>303</b>	238	59200	<b>3480</b>	14,0	19400	1250	<b>8,00</b>		
320/305	320	305	225	177	40950	2560	13,5	13740	901	7,81		
320	359	309	312	245	68130	3800	14,8	19710	1280	7,95		
<b>340</b>	377	309	<b>316</b>	248	76370	<b>4050</b>	15,6	19710	1280	<b>7,90</b>		
<b>360</b>	395	308	<b>319</b>	250	84870	<b>4300</b>	16,3	19520	1270	<b>7,83</b>		
<b>400</b>	432	307	<b>326</b>	256	104100	<b>4820</b>	17,9	19330	1260	<b>7,70</b>		
<b>450</b>	478	307	<b>335</b>	263	131500	<b>5500</b>	19,8	19340	1260	<b>7,59</b>		
<b>500</b>	524	306	<b>344</b>	270	161900	<b>6180</b>	21,7	19150	1250	<b>7,46</b>		
550	572	306	354	278	198000	6920	23,6	19160	1250	7,35		
<b>600</b>	620	305	<b>364</b>	285	237400	<b>7660</b>	25,6	18970	1240	<b>7,22</b>		
650	668	305	374	293	281700	8430	27,5	18980	1240	7,13		
<b>700</b>	716	304	<b>383</b>	301	329300	<b>9200</b>	29,3	18800	1240	<b>7,01</b>		
<b>800</b>	814	303	<b>404</b>	317	442600	<b>10870</b>	33,1	18630	1230	<b>6,79</b>		
900	910	302	424	333	570400	12540	36,7	18450	1220	6,60		
<b>1000</b>	1008	302	<b>444</b>	349	722300	<b>14330</b>	40,3	18460	1220	<b>6,45</b>		

Fett gedruckte Profile sind zur bevorzugten Anwendung empfohlen (DStV-Profilliste).

**Tabelle 10.28 Warmgewalzte mittelbreite I-Träger  
IPE-Reihe nach DIN 1025 Teil 5**

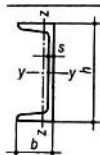


Bezeichnung eines I-Trägers aus einem Stahl mit dem Kurznamen  
S 235 JR nach DIN EN 10025 mit dem Kurzzeichen IPE  
I-Profil DIN 1025 – S 235 JR – IPE 360

Kurz- zeichen  IPE	$h/b$ in mm   $A$ in cm <sup>2</sup>   $G$ in kg/m				für die Biegeachse					
					$y-y$			$z-z$		
					$J_y$ in cm <sup>4</sup>	$W_y$ in cm <sup>3</sup>	$i_y$ in cm	$J_z$ in cm <sup>4</sup>	$W_z$ in cm <sup>3</sup>	$i_z$ in cm
80	80	46	7,64	6,00	80,1	20,0	3,24	8,49	3,69	1,05
100	100	55	10,3	8,10	171	34,2	4,07	15,9	5,79	1,24
120	120	64	13,2	10,4	318	53,0	4,90	27,7	8,65	1,45
140	140	73	16,4	12,9	541	77,3	5,74	44,9	12,3	1,65
160	160	82	20,1	15,8	869	109	6,58	68,3	16,7	1,84
180	180	91	23,9	18,8	1320	146	7,42	101	22,2	2,05
200	200	100	28,5	22,4	1940	194	8,26	142	28,5	2,24
220	220	110	33,4	26,2	2770	252	9,11	205	37,3	2,48
240	240	120	39,1	30,7	3890	324	9,97	284	47,3	2,69
270	270	135	45,9	36,1	5790	429	11,2	420	62,2	3,02
300	300	150	53,8	42,2	8360	557	12,5	604	80,5	3,35
330	330	160	62,6	49,1	11770	713	13,7	788	98,5	3,55
360	360	170	72,7	57,1	16270	904	15,0	1040	123	3,79
400	400	180	84,5	66,3	23130	1160	16,5	1320	146	3,95
450	450	190	98,8	77,6	33740	1500	18,5	1680	176	4,12
500	500	200	116	90,7	48200	1930	20,4	2140	214	4,31
550	550	210	134	106	67120	2440	22,3	2670	254	4,45
600	600	220	156	122	92080	3070	24,3	3390	308	4,66

Fett gedruckte Profile sind zur bevorzugten Anwendung empfohlen (DStV-Profilliste).

Tabelle 10.29 Warmgewalzter rundkantiger U-Stahl nach DIN 1026



Bezeichnung eines U-Stahls mit  $h = 300$  mm aus S 235 JR nach DIN EN 10025:

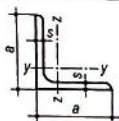
U 300 DIN 1026 – S 235 JR oder

U 300 DIN 1026 – 1.0037

Kurz- zeichen	<table border="1"> <tr> <td><math>h</math></td> <td><math>b</math></td> <td><math>s</math></td> <td><math>A</math></td> <td><math>G</math></td> </tr> <tr> <td colspan="3">in mm</td> <td>in <math>\text{cm}^2</math></td> <td>in <math>\text{kg/m}</math></td> </tr> </table>					$h$	$b$	$s$	$A$	$G$	in mm			in $\text{cm}^2$	in $\text{kg/m}$	für die Biegeachse					
						$h$	$b$	$s$	$A$	$G$											
						in mm			in $\text{cm}^2$	in $\text{kg/m}$											
$y$ - $y$			$z$ - $z$																		
U						$J_y$	$W_y$	$i_y$	$J_z$	$W_z$	$i_z$										
						in $\text{cm}$	in $\text{cm}^3$	in $\text{cm}$	in $\text{cm}^4$	in $\text{cm}^3$	in $\text{cm}$										
30×15	30	15	4	2,21	1,74	2,53	1,69	1,07	0,38	0,39	0,42										
30	30	33	5	5,44	4,27	6,39	4,26	1,08	5,33	2,68	0,99										
40×20	40	20	5	3,66	2,87	7,58	3,79	1,44	1,14	0,86	0,56										
40	40	35	5	6,21	4,87	1,41	7,05	1,50	6,68	3,08	1,04										
50×25	50	25	5	4,92	3,86	16,8	6,73	1,85	2,49	1,48	0,71										
50	50	38	5	7,12	5,59	26,4	10,6	1,92	9,12	3,75	1,13										
60	60	30	6	6,46	5,07	31,6	10,5	2,21	4,51	2,16	0,84										
65	65	42	5,5	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25										
<b>80</b>	80	45	6	<b>11,0</b>	8,64	106	<b>26,5</b>	3,10	19,4	6,36	<b>1,33</b>										
<b>100</b>	100	50	6	<b>13,5</b>	10,60	206	<b>41,2</b>	3,91	29,3	8,49	<b>1,47</b>										
<b>120</b>	120	55	7	<b>17,0</b>	13,40	364	<b>60,7</b>	4,62	43,2	11,1	<b>1,59</b>										
<b>140</b>	140	60	7	<b>20,4</b>	16,00	605	<b>86,4</b>	5,45	62,7	14,8	<b>1,75</b>										
<b>160</b>	160	65	7,5	<b>24,0</b>	18,80	925	<b>116</b>	6,21	85,3	18,3	<b>1,89</b>										
<b>180</b>	180	70	8	<b>28,0</b>	22,00	1350	<b>150</b>	6,95	114	22,4	<b>2,02</b>										
<b>200</b>	200	75	8,5	<b>32,2</b>	25,30	1910	<b>191</b>	7,70	148	27,0	<b>2,14</b>										
<b>220</b>	220	80	9	<b>37,4</b>	29,40	2690	<b>245</b>	8,48	197	33,6	<b>2,30</b>										
<b>240</b>	240	85	9,5	<b>42,3</b>	33,20	3600	<b>300</b>	9,22	248	39,6	<b>2,42</b>										
<b>260</b>	260	90	10	<b>48,3</b>	37,90	4820	<b>371</b>	9,99	317	47,7	<b>2,56</b>										
<b>280</b>	280	95	10	<b>53,3</b>	41,80	6280	<b>448</b>	10,9	399	57,2	<b>2,74</b>										
<b>300</b>	300	100	10	<b>58,8</b>	46,20	8030	<b>535</b>	11,7	495	67,8	<b>2,90</b>										
320	320	100	11	75,8	59,50	10870	679	12,1	597	80,6	2,81										
350	350	100	14	77,3	60,60	12840	734	12,9	570	75	2,72										
380	380	102	13,5	80,4	63,10	15760	829	14,0	615	78,7	2,77										
<b>400</b>	400	110	14	<b>91,5</b>	71,80	20350	<b>1020</b>	14,9	846	102	<b>3,04</b>										

Fett gedruckte Profile sind zur bevorzugten Anwendung empfohlen (DStV-Profilliste).

Tabelle 10.30 Warmgewalzter gleichschenkliger rundkantiger L-Stahl nach DIN 1028



Werkstoff vorzugsweise aus Stahlsorten nach DIN EN 10025; er ist in der Bezeichnung anzugeben.

Bezeichnung eines gleichschenkligen Winkels aus S 235 JO nach DIN EN 10025:

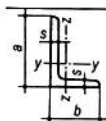
Winkel DIN 1028 – S 235 JO – 80 × 8

Kurzzeichen L a × s	a in mm	s in mm	A in cm <sup>2</sup>	G in kg/m	$J_y = J_z$ in cm <sup>4</sup>	$W_y = W_z$ in cm <sup>3</sup>	$i_y = i_z$ in cm
20 × 3	20	3	1,12	0,88	0,39	0,28	0,59
25 × 3	25	3	1,42	1,12	0,79	0,45	0,75
		4	1,85	1,45	1,01	0,58	0,74
30 × 3	30	3	1,74	1,36	1,41	0,65	0,90
		4	2,27	1,78	1,81	0,86	0,89
		5	2,78	2,18	2,16	1,04	0,88
35 × 4	35	4	2,67	2,10	2,96	1,18	1,05
		5	3,28	2,57	3,56	1,45	1,04
40 × 4	40	4	3,08	2,42	4,48	1,56	1,21
		5	3,79	2,97	5,43	1,91	1,20
45 × 4	45	4	3,49	2,74	6,43	1,97	1,36
		5	4,30	3,38	7,83	2,43	1,35
50 × 5	50	5	4,80	3,77	11,0	3,05	1,51
		6	5,69	4,47	12,8	3,61	1,50
		7	6,56	5,15	14,6	4,15	1,49
55 × 6	55	6	6,31	4,95	17,3	4,40	1,66
		5	5,82	4,57	19,4	4,45	1,82
60 × 6	60	6	6,91	5,42	22,8	5,29	1,82
		8	9,03	7,09	29,1	6,88	1,80
65 × 7	65	7	8,70	6,83	33,4	7,18	1,96
		6	8,13	6,38	36,9	7,27	2,13
70 × 7	70	7	9,40	7,38	42,2	8,43	2,12
		9	11,9	9,34	52,6	10,6	2,10
		7	10,1	7,94	52,4	9,67	2,28
75 × 8	75	8	11,5	9,03	58,9	11,0	2,26
		6	9,35	7,34	55,8	9,57	2,44
80 × 8	80	8	12,3	9,66	72,3	12,6	2,42
		10	15,1	11,9	87,5	15,5	2,41
		7	12,2	9,61	12,6	14,1	2,75
90 × 9	90	9	15,5	12,2	116	18,0	2,74
		8	15,5	12,2	145	19,9	3,06
100 × 10	100	10	19,2	15,1	177	24,7	3,04
		12	22,7	17,8	207	29,2	3,02

Tabelle 10.30 Fortsetzung

Kurzzeichen $L a \times s$	$a$ in mm	$s$ in mm	$A$ in $\text{cm}^2$	$G$ in kg/m	$J_v = J_z$ in $\text{cm}^4$	$W_v = W_z$ in $\text{cm}^3$	$i_v = i_z$ in cm
<b>110</b> × <b>10</b>	110	10	<b>21,2</b>	16,6	239	30,1	3,36
<b>120</b> × <b>10</b>	120	10	23,2	18,2	313	36,0	3,67
<b>12</b>		12	<b>27,5</b>	21,6	368	42,7	3,65
<b>130</b> × <b>12</b>	130	12	30,0	23,6	472	50,4	3,97
<b>140</b> × <b>13</b>	140	13	35,0	27,5	638	63,3	4,27
<b>150</b> ×	150	12	34,8	27,3	737	67,7	4,60
		14	40,3	31,6	845	78,2	4,58
		15	43,0	33,8	898	83,5	4,57
<b>160</b> ×	160	15	46,1	36,2	1100	95,6	4,88
		17	51,8	40,7	1230	108	4,86
<b>180</b> ×	180	16	55,4	43,5	1680	130	5,51
		18	<b>61,9</b>	48,6	1870	145	5,49
<b>200</b> × <b>20</b>	200	20	<b>76,3</b>	59,9	2850	199	6,11

Tabelle 10.31 Warmgewalzter ungleichschenkliger rundkantiger L-Stahl nach DIN 1029



Bezeichnung eines ungleichschenkligen Winkels aus Stahl S 235 JO nach DIN EN 10025 von Schenkellänge  $a = 80$  mm, Schenkellänge  $b = 40$  mm und Schenkeldicke  $s = 6$  mm:

Winkel DIN 1029 – S 235 JO – 80 × 40 × 6

Kurzzeichen $L a \times b \times s$	$A$ in $\text{cm}^2$		$G$ in kg/m		für die Biegung um die					
					y-Achse			z-Achse		
					$J_v$ in $\text{cm}^4$	$W_v$ in $\text{cm}^3$	$i_v$ in cm	$J_z$ in $\text{cm}^4$	$W_z$ in $\text{cm}^3$	$i_z$ in cm
<b>30</b> × <b>20</b> ×	3	<b>1,42</b>	1,11	1,25	0,62	0,94	0,44	0,29	0,56	
	4	<b>1,85</b>	1,45	1,59	0,81	0,93	0,55	0,38	0,55	
<b>40</b> × <b>20</b> ×	3	<b>1,72</b>	1,35	2,79	1,08	1,27	0,47	0,30	0,52	
	4	<b>2,25</b>	1,77	3,59	1,42	1,26	0,60	0,39	0,52	
<b>45</b> × <b>30</b> ×	3	2,19	1,72	4,47	1,46	1,43	1,60	0,70	0,86	
	4	<b>2,87</b>	2,25	5,78	1,91	1,42	2,05	0,91	0,85	
	5	<b>3,53</b>	2,77	6,99	2,35	1,41	2,47	1,11	0,84	
<b>50</b> × <b>30</b> ×	4	<b>3,07</b>	2,41	2,33	1,59	2,09	0,91	1,12	0,82	
	5	<b>3,78</b>	2,96	9,41	2,88	1,58	2,54	1,12	0,82	
<b>50</b> × <b>40</b> ×	4	3,46	2,71	8,54	2,47	1,57	4,86	1,64	1,19	
	5	<b>4,27</b>	3,35	10,4	3,02	1,56	5,89	2,01	1,18	
<b>60</b> × <b>30</b> ×	5	<b>4,29</b>	3,37	15,6	4,04	1,90	2,60	1,12	0,78	
	5	4,79	3,76	17,2	4,25	1,89	6,11	2,02	1,13	
	6	<b>5,68</b>	4,46	20,1	5,03	1,88	7,12	2,38	1,12	
<b>60</b> × <b>40</b> ×	7	6,55	5,14	23,0	5,79	1,87	8,07	2,74	1,11	
	5	<b>5,54</b>	4,35	23,1	5,11	2,04	11,9	3,18	1,47	
	7	7,60	5,97	31,0	6,99	2,02	15,8	4,31	1,44	
<b>60</b> × <b>50</b> ×	9	9,58	7,52	38,2	8,77	2,00	19,4	5,39	1,42	

Tabelle 10.31 Fortsetzung

Kurzzeichen $L \times a \times b \times s$	$A$ in $\text{cm}^2$   $G$ in $\text{kg/m}$		für die Biegung um die					
			y-Achse			z-Achse		
			$J_y$ in $\text{cm}^4$	$W_y$ in $\text{cm}^3$	$i_y$ in $\text{cm}$	$J_z$ in $\text{cm}^4$	$W_z$ in $\text{cm}^3$	$i_z$ in $\text{cm}$
70 × 50 × 6	6,88	5,40	33,5	7,04	2,21	14,3	3,81	1,44
75 × 50 × 7	8,30	6,51	46,4	9,24	2,36	16,5	4,39	1,41
9	10,5	8,23	57,4	11,6	2,34	20,2	5,49	1,59
75 × 55 × 5	6,30	4,95	35,5	6,84	2,37	16,2	3,89	1,60
7	8,66	6,80	47,9	9,39	2,35	21,8	5,32	1,69
9	10,9	8,59	59,4	11,8	2,33	26,8	6,66	1,57
80 × 40 × 6	6,89	5,41	44,9	8,73	2,55	7,59	2,44	1,05
8	9,01	7,07	57,6	11,4	2,53	9,68	3,18	1,04
80 × 60 × 7	9,38	7,36	59,0	10,7	2,51	28,4	6,34	1,74
80 × 65 × 8	11,0	8,66	68,1	12,3	2,49	40,1	8,41	1,91
10	13,6	10,7	82,2	15,1	2,46	48,3	10,3	1,89
90 × 60 × 6	8,69	6,82	71,7	11,7	2,87	25,8	5,61	1,72
8	11,4	8,96	92,5	15,4	2,85	33,0	7,31	1,70
100 × 50 × 6	8,73	6,85	89,7	13,8	3,20	15,3	3,86	1,32
8	11,5	8,99	116	18,0	3,18	19,5	5,04	1,31
10	14,1	11,1	141	22,2	3,16	23,4	6,17	1,29
100 × 65 × 7	11,2	7,87	113	16,6	3,17	37,6	7,54	1,84
9	14,2	11,1	141	21,0	3,15	46,7	9,52	1,82
11	17,1	13,4	167	25,3	3,13	55,1	11,4	1,80
100 × 75 × 7	11,9	9,32	118	17,0	3,15	56,9	10,0	2,19
9	15,1	11,8	148	21,5	3,13	71,0	12,7	2,17
11	18,2	14,3	176	25,9	3,11	84,0	15,3	2,15
120 × 80 × 8	15,5	12,2	226	27,6	3,82	80,8	13,2	2,29
10	19,1	15,0	276	34,1	3,80	98,1	16,2	2,27
12	22,7	17,8	323	40,4	3,77	114	19,1	2,25
130 × 65 × 8	15,1	11,9	263	31,1	4,17	44,8	8,72	1,72
10	18,6	14,6	321	38,4	4,15	54,2	10,7	1,71
12	22,1	17,3	376	45,5	4,12	63,0	12,7	1,69
130 × 90 × 12	25,1	19,7	420	48,0	4,09	165	24,4	2,56
150 × 75 × 9	19,5	15,3	455	46,8	4,83	78,3	13,2	2,00
11	23,6	18,6	545	56,6	4,80	93,0	15,9	1,98
150 × 100 × 10	24,2	19,0	552	54,1	4,78	198	25,8	2,86
12	28,7	22,6	650	64,2	4,76	232	30,6	2,84
14	33,2	26,1	744	74,1	4,73	264	35,2	2,82
160 × 80 × 12	27,5	21,6	720	70,0	5,11	122	19,6	2,10
180 × 90 × 10	26,2	20,6	880	75,1	5,80	151	21,2	2,40
12	31,2	24,5	1040	89,3	5,77	177	25,1	2,38
200 × 100 × 10	29,2	23,0	1220	93,2	6,46	210	26,3	2,68
12	34,8	27,3	1440	111	6,43	247	31,3	2,67
14	40,3	31,6	1650	128	6,41	282	36,1	2,65

Fett gedruckte Winkel sind zu bevorzugen, andere sollten für Neukonstruktionen nicht mehr verwendet werden.

Tabelle 10.32 Auflagerkräfte und Biegemomente für häufige Belastungsfälle

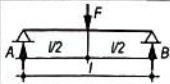
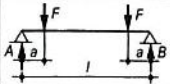
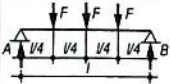
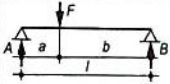
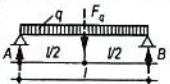
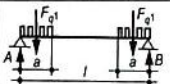
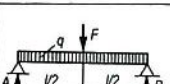
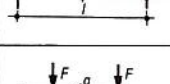

Belastung	Auflagerkräfte	Größtmoment
	$A = B = \frac{F}{2}$	$M = \frac{F \cdot l}{4}$
	$A = B = F$	$M = F \cdot a$
	$A = B = 1,5 F$	$M = \frac{F \cdot l}{2}$
	$A = \frac{F \cdot b}{l} \quad B = \frac{F \cdot a}{l}$	$M = \frac{F \cdot a \cdot b}{l}$
	$A = B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{F_q}{2}$	$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{F_q \cdot l}{8}$
	$A = B = q_1 \cdot a = F_{q1}$	$M = \frac{q_1 \cdot a^2}{2} = \frac{F_{q1} \cdot a}{2}$
	$A = B = \frac{F}{2} + \frac{q \cdot l}{2}$ $= \frac{F}{2} + \frac{F_q}{2} = \frac{F + F_q}{2}$	$M = \frac{F \cdot l}{4} + \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{F \cdot l}{4}$ $+ \frac{F_q \cdot l}{8} = \frac{l}{4} \left( F + \frac{F_q}{2} \right)$
	$A = B = F + \frac{q \cdot l}{2}$ $= F + \frac{F_q}{2}$	$M = F \cdot a + \frac{q \cdot l^2}{8}$ $= F \cdot a + \frac{F_q \cdot l}{8}$
	$A = B = \frac{q_1 \cdot l}{2} + q_2 \cdot a$ $= \frac{F_{q1}}{2} + F_{q2}$	$M = \frac{q_1 \cdot l^2}{2} + \frac{q_1 \cdot a^2}{2}$ $= \frac{F_{q1} \cdot l}{8} + \frac{F_{q2} \cdot a}{2}$

Tabelle 10.32 Fortsetzung

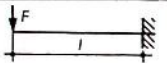
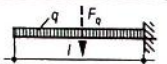
10		$A = F$	$M = -F \cdot l$
11		$A = q \cdot l$	$M = -\frac{q \cdot l^2}{2} = -\frac{F_q \cdot l}{2}$

Tabelle 10.33 Abminderungsfaktoren  $\alpha$  für den Biegeknicknachweis bei

$$\text{Baustahl } \bar{\lambda}_k = \frac{\lambda}{\lambda_a} \quad \text{S 235: } \lambda_a = 92,9 \quad \text{S 355: } \lambda_a = 75,9$$

$\bar{\lambda}_k$	$\alpha$ für die Knickspannungslinien			
	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

Tabelle 10.34 Nennwerte von Betonstahl BSt 500

Nenn Durchmesser	Nennquerschnitt	Nenngewicht
$d_s$ in mm	$A_s$ in cm <sup>2</sup>	$G$ in kg/m
4,0	0,126	0,099
4,5	0,159	0,125
5,0	0,196	0,154
5,5	0,238	0,187
6,0	0,283	0,222
6,5	0,332	0,260
7,0	0,385	0,302
7,5	0,442	0,347
8,0	0,503	0,395
8,5	0,567	0,445
9,0	0,636	0,499
9,5	0,709	0,556
10,0	0,785	0,617
12,0	1,13	0,888
14,0	1,54	1,21
16,0	2,01	1,58
20,0	3,14	2,47
25,0	4,91	3,85
28,0	6,16	4,83

Tabelle 10.35 Bemessung für Stahlbetonbauteile auf Biegung

$$k_d = \frac{d}{\sqrt{M_d/b}} \quad A_s = k_s \cdot \frac{M_d}{d} \quad z = k_z \cdot d \quad x = k_x \cdot d$$

mit  $M_d$  in kNm,  $b$  in m,  $A_s$  in cm<sup>2</sup>,  $d$  in cm,  $z$  in cm und  $x$  in cm

$k_d$ -Werte								$k_s$	$k_x$	$k_z$	$\sigma_s$ kN/cm <sup>2</sup>
C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60				
7,43	6,64	5,94	5,42	5,02	4,70	4,43	4,20	2,22	0,044	0,98	45,7
5,25	4,70	4,20	3,83	3,55	3,32	3,13	2,97	2,24	0,066	0,98	45,7
4,29	3,83	3,43	3,13	2,90	2,71	2,56	2,42	2,27	0,086	0,97	45,7
3,71	3,32	2,97	2,71	2,51	2,35	2,21	2,10	2,29	0,107	0,96	45,7
3,32	2,97	2,66	2,43	2,25	2,10	1,98	1,88	2,32	0,131	0,95	45,5
3,03	2,71	2,43	2,21	2,05	1,92	1,81	1,71	2,38	0,159	0,93	45,0
2,81	2,51	2,25	2,05	1,90	1,78	1,67	1,59	2,43	0,188	0,92	44,7
2,63	2,35	2,10	1,92	1,78	1,66	1,57	1,49	2,47	0,217	0,91	44,5
2,48	2,21	1,98	1,81	1,67	1,57	1,48	1,40	2,52	0,248	0,90	44,3
2,35	2,10	1,88	1,72	1,59	1,49	1,40	1,33	2,56	0,280	0,88	44,1
2,24	2,00	1,79	1,63	1,51	1,42	1,33	1,27	2,61	0,313	0,87	44,0
2,14	1,92	1,71	1,57	1,45	1,36	1,28	1,21	2,66	0,347	0,86	43,9
2,06	1,84	1,65	1,50	1,39	1,30	1,23	1,17	2,71	0,382	0,84	43,8
1,98	1,77	1,59	1,45	1,34	1,26	1,18	1,12	2,77	0,419	0,83	43,7
1,93	1,73	1,54	1,41	1,30	1,22	1,15	1,09	2,82	0,450	0,81	43,7

**Tabelle 10.36 Querschnitt von Plattenbewehrung  $a_s$  in  $\text{cm}^2/\text{m}$ ,  $s$  = Stababstand,  $n$  = Stabanzahl**

s in cm	Stabdurchmesser $d_s$ in mm									n je m
	6	8	10	12	14	16	20	25	28	
7,5	3,77	6,70	10,5	15,1	20,5	26,8	41,9	65,4	82,1	13,3
8,0	3,53	6,28	9,82	14,1	19,2	25,1	39,3	61,4	77,0	12,5
8,5	3,33	5,91	9,24	13,3	18,1	23,7	37,0	57,7	72,4	11,8
9,0	3,14	5,59	8,73	12,6	17,1	22,3	34,9	54,5	68,4	11,1
9,5	2,98	5,29	8,27	11,9	16,2	21,2	33,1	51,7	64,8	10,5
10,0	2,83	5,03	7,85	11,3	15,4	20,1	31,4	49,1	61,6	10,0
10,5	2,69	4,79	7,48	10,8	14,7	19,1	29,9	46,7	58,6	9,5
11,0	2,57	4,57	7,14	10,3	14,0	18,3	28,6	44,6	56,0	9,1
11,5	2,46	4,37	6,83	9,83	13,4	17,5	27,3	42,7	53,5	8,7
12,0	2,36	4,19	6,54	9,42	12,8	16,8	26,2	40,9	51,3	8,3
12,5	2,26	4,02	6,28	9,05	12,3	16,1	25,1	39,3	49,3	8,0
13,0	2,17	3,87	6,04	8,70	11,8	15,5	24,2	37,8	47,4	7,7
13,5	2,09	3,72	5,82	8,38	11,4	14,9	23,3	36,4	45,6	7,4
14,0	2,02	3,59	5,61	8,08	11,0	14,4	22,4	35,1	44,0	7,1
14,5	1,95	3,47	5,42	7,80	10,6	13,9	21,7	33,9	42,5	6,9
15,0	1,88	3,35	5,24	7,54	10,3	13,4	20,9	32,7	41,1	6,7
15,5	1,82	3,24	5,07	7,30	9,93	13,0	20,3	31,7	39,7	6,5
16,0	1,77	3,14	4,91	7,07	9,62	12,6	19,6	30,7	38,5	6,3
16,5	1,71	3,05	4,76	6,85	9,33	12,2	19,0	29,7	37,3	6,1
17,0	1,66	2,96	4,62	6,65	9,06	11,8	18,5	28,9	36,2	5,9
17,5	1,62	2,87	4,49	6,46	8,80	11,5	18,0	28,0	35,2	5,7
18,0	1,57	2,79	4,36	6,28	8,55	11,2	17,5	27,3	34,2	5,6
18,5	1,53	2,72	4,25	6,11	8,32	10,9	17,0	26,5	33,3	5,4
19,0	1,49	2,65	4,13	5,95	8,10	10,6	16,5	25,8	32,4	5,3
19,5	1,45	2,58	4,03	5,80	7,89	10,3	16,1	25,2	31,6	5,1
20,0	1,41	2,51	3,93	5,65	7,70	10,1	15,7	24,5	30,8	5,0
20,5	1,38	2,45	3,83	5,52	7,51	9,81	15,3	23,9	30,0	4,9
21,0	1,35	2,39	3,74	5,39	7,33	9,57	15,0	23,4	29,3	4,8
21,5	1,32	2,34	3,65	5,26	7,16	9,35	14,6	22,8	28,6	4,7
22,0	1,29	2,28	3,57	5,14	7,00	9,14	14,3	22,3	28,0	4,5
22,5	1,26	2,23	3,49	5,03	6,84	8,94	14,0	21,8	27,4	4,4
23,0	1,23	2,19	3,41	4,92	6,69	8,74	13,7	21,3	26,8	4,3
23,5	1,20	2,14	3,34	4,81	6,55	8,56	13,4	20,9	26,2	4,3
24,0	1,18	2,09	3,27	4,71	6,41	8,38	13,1	20,5	25,7	4,2
24,5	1,15	2,05	3,21	4,62	6,28	8,21	12,8	20,0	25,1	4,1
25,0	1,13	2,01	3,14	4,52	6,16	8,04	12,6	19,6	24,6	4,0

max  $s$  = 25 cm für Plattendicken  $h > 25$  cm

max  $s$  = 15 cm für Plattendicken  $h < 15$  cm (Zwischenwerte interpolieren!)

Querbewehrung mindestens 1/5 der Hauptbewehrung mit max  $s_{\text{quer}} = 25$  cm

Tabelle 10.37 Balkenbewehrung: Stahlquerschnitt  $A_s$  in  $\text{cm}^2$ 

$d_s$ in mm	Stabanzahl $n$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,2	11,3
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,8	12,3	13,9	15,4
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,1	12,1	14,1	16,1	18,1	20,1
20	3,14	6,28	9,42	12,6	15,7	18,8	22,0	25,1	28,3	31,4
25	4,91	9,82	14,7	19,6	24,5	29,5	34,4	39,3	44,2	49,1
28	6,16	12,3	18,5	24,6	30,8	36,9	43,1	49,3	55,4	61,6

Tabelle 10.38 Neue Lagermatten

Neues Lagermattenprogramm ab 01.01.2008

(Quelle: Institut für Stahlbetonbewehrung e.V., Düsseldorf)

Matten- typ	Quer- schnitt längs quer $\text{cm}^2/\text{m}$	Länge Breite m	Gewicht je Matte je $\text{m}^2$ kg	Mattenaufbau in Längs- und Querrichtung			Überstände Anfang / Ende links / rechts mm	
				Stabab- stände mm	Stabdurchmesser			Anzahl der Längsrandstäbe (Randeinsparung) links rechts
					Innen- bereich	Rand- bereich		
Q188 A	1,88	6,00 2,30	41,7	150 •	6,0		75	
	1,88		3,02	150 •	6,0		25	
Q257 A	2,57		56,8	150 •	7,0		75	
	2,57		4,12	150 •	7,0		25	
Q335 A	3,35		74,3	150 •	8,0		75	
	3,35		5,38	150 •	8,0		25	
Q424 A	4,24		84,4	150 •	9,0	/ 7,0	- 4 / 4	75
	4,24		6,12	150 •	9,0			25
Q524 A	5,24		100,9	150 •	10,0	/ 7,0	- 4 / 4	75
	5,24		7,31	150 •	10,0			25
Q636 A	6,36	132,0	150 •	9,0	/ 7,0	- 4 / 4	62,5	
	6,28	9,36	125 •	10,0			25	
R188 A	1,88	33,6	150 •	6,0			125	
	1,13	2,43	250 •	6,0			25	
R257 A	2,57	41,2	150 •	7,0			125	
	1,13	2,99	250 •	6,0			25	
R335 A	3,35	50,2	150 •	8,0			125	
	1,13	3,64	250 •	6,0			25	

Tabelle 10.38 Fortsetzung

Matten- typ	Quer- schnitt längs quer		Länge Breite	Gewicht je Matte je m <sup>2</sup>	Mattenaufbau in Längs- und Querrichtung			Anzahl der Längsrandstäbe (Randeinspar- ung)r		Überstände Anfang / Ende links / rechts	
	cm <sup>2</sup> /m				Stabab- stände	Stabdurchmesser		Rand- bereich	links		rechts
	m		mm	Innen- bereich		mm					
R424 A	4,24	2,01	6,00	67,2	150 •	9,0	/	8,0	- 2	/ 2	125
				4,87	250 •	8,0					25
R524 A	5,24	2,01	2,30	75,7	150 •	10,0	/	8,0	- 2	/ 2	125
				5,49	250 •	8,0					25

Tabelle 10.39 Größte Anzahl von Stahleinlagen in einer Lage Balkenbreite  $b_w$ ;  
3,0 cm Betondeckung

$b_w$ in cm	$d_s$ in mm						
	10	12	14	16	20	25	28
10	1	1	1	1	1	—	—
15	3	3	2	2	2	1	1
20	5	4	4	4	3	2	2
25	6	6	5	5	5	3	3
30	8	7	7	6	6	4	4
35	10	9	8	8	7	5	5
40	11	10	10	9	8	6	6
45	13	12	11	11	10	7	7
50	15	14	13	12	11	8	7
55	16	15	14	13	12	9	8
60	18	17	16	15	13	10	9
$d_s$ Bügel	6 mm			8 mm		10 mm	

Bei den fetten Werten sind die Anforderungen geringfügig nicht eingehalten!

Tabelle 10.40 Stahlquerschnitte  $a_{\text{Bügel}}$  in cm<sup>2</sup>/m für zweischnittige Bügel

$d_s$ in mm	Stababstand der 2-schnittigen Bügel in cm													
	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0	22,0	23,0	25,0
5	3,9	3,6	3,3	3,0	2,8	2,6	2,5	2,3	2,2	2,1	2,0	1,8	1,7	1,6
6	5,7	5,1	4,7	4,3	4,0	3,8	3,5	3,3	3,1	3,0	2,8	2,6	2,5	2,3
8	10,1	9,1	8,4	7,7	7,2	6,7	6,3	5,9	5,6	5,3	5,0	4,6	4,4	4,0
10	15,7	14,3	13,1	12,1	11,2	10,5	9,8	9,2	8,7	8,3	7,9	7,1	6,8	6,3
12	22,6	20,6	18,8	17,4	16,2	15,1	14,1	13,3	12,6	11,9	11,3	10,3	9,8	9,0
14	30,8	28,0	25,7	23,7	22,0	20,5	19,2	18,1	17,1	16,2	15,4	14,0	13,4	12,3
16	40,2	36,6	33,5	30,9	28,7	26,8	25,1	23,7	22,3	21,2	20,1	18,3	17,5	16,1

Tabelle 10.41 Abminderungsbeiwerte  $\alpha$  für unbewehrte Betondruckglieder

$\lambda = l_0/i$	$e_0/h$ min						
	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,00
20	0,31	0,42	0,54	0,65	0,76	0,87	0,97
25	0,27	0,38	0,50	0,61	0,73	0,84	0,95
30	0,23	0,35	0,46	0,58	0,69	0,80	0,92
35	0,20	0,31	0,42	0,54	0,65	0,77	0,88
40	0,16	0,27	0,39	0,50	0,61	0,73	0,84
45	0,12	0,24	0,35	0,46	0,58	0,69	0,81
50	0,08	0,20	0,31	0,43	0,54	0,65	0,77
55	0,05	0,16	0,28	0,39	0,50	0,62	0,73
60	0,01	0,12	0,24	0,35	0,47	0,58	0,69
65		0,09	0,20	0,32	0,43	0,54	0,66
70		0,05	0,16	0,28	0,39	0,51	0,62
75		0,01	0,13	0,24	0,35	0,47	0,58
80			0,09	0,20	0,32	0,43	0,55
85			0,05	0,17	0,28	0,39	0,51

Tabelle 10.42 Expositionsklassen und Mindestbetonfestigkeiten nach DIN 1045-1

Klasse	Beschreibung der Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsklassen (informativ)	Mindestbetonfestigkeitsklasse
<b>1 Kein Korrosions- oder Angriffsrisiko</b>			
X0	Für Beton ohne Bewehrung oder eingebettetes Metall: alle Umgebungsbedingungen, ausgenommen Frostangriff, Verschleiß oder chemischer Angriff	Fundamente ohne Bewehrung ohne Frost, Innenbauteile ohne Bewehrung	C12/15
<b>2 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Karbonatisierung <sup>a)</sup></b>			
XC1	trocken oder ständig nass	Bauteile in Innenräumen mit üblicher Luftfeuchte (einschließlich Küche, Bad und Waschküche in Wohngebäuden); Beton, der ständig in Wasser getaucht ist	C16/20
XC2	nass, selten trocken	Teile von Wasserbehältern; Gründungsbauteile	C16/20

Klasse	Beschreibung der Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsklassen (informativ)	Mindestbetonfestigkeitsklasse
XC3	mäßige Feuchte	Bauteile, zu denen die Außenluft häufig oder ständig Zugang hat, z. B. offene Hallen; Innenräume mit hoher Luftfeuchte, z. B. in gewerblichen Küchen, Bädern, Wäschereien; in Feuchträumen von Hallenbädern und in Viehställen	C20/25
XC4	wechselnd nass und trocken	Außenbauteile mit direkter Beregnung	C25/30

### 3 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Chloride, ausgenommen Meerwasser

XD1	mäßige Feuchte	Bauteile im Sprühnebelbereich von Verkehrsflächen; Einzelgaragen	C30/37 <sup>c)</sup>
XD2	nass, selten trocken	Solebäder; Bauteile, die chlorhaltigen Industrierwässern ausgesetzt sind	C35/45 <sup>c</sup> oder <sup>f)</sup>
XD3	wechselnd nass und trocken	Teile von Brücken mit häufiger Spritzwasserbeanspruchung; Fahrbahndecken; direkt befahrene Parkdecks <sup>b)</sup>	C35/45 <sup>c)</sup>

### 4 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Chloride aus Meerwasser

XS1	salzhaltige Luft, aber kein unmittelbarer Kontakt mit Meerwasser	Außenbauteile in Küstennähe	C30/37 <sup>c)</sup>
XS2	unter Wasser	Bauteile in Hafenanlagen, die ständig unter Wasser liegen	C35/45 <sup>c</sup> oder <sup>f)</sup>
XS3	Tidebereiche, Spritzwasser- und Sprühnebelbereiche	Kaimauern in Hafenanlagen	C35/45 <sup>c)</sup>

### 5 Betonangriff durch Frost mit und ohne Taumittel

XF1	mäßige Wassersättigung ohne Taumittel	Außenbauteile	C25/30
XF2	mäßige Wassersättigung mit Taumittel	Bauteile im Sprühnebel- oder Spritzwasserbereich von taumittelbehandelten Verkehrsflächen, soweit nicht XF 4; Bauteile mit Sprühnebelbereich von Meerwasser	C25/30(LP) <sup>e)</sup> C35/45 <sup>f)</sup>
XF3	hohe Wassersättigung ohne Taumittel	offene Wasserbehälter; Bauteile in der Wasserwechselzone von Süßwasser	C25/30 <sup>e)</sup> C35/45 <sup>f)</sup>

Klasse	Beschreibung der Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsclassen (informativ)	Mindestbetonfestigkeitsklasse
XF4	hohe Wassersättigung mit Taumittel	Verkehrsflächen, die mit Taumitteln behandelt werden; überwiegend horizontale Bauteile im Spritzwasserbereich von taumittelbehandelten Verkehrsflächen; Räumlerlaufbahnen von Kläranlagen; Meerwasserbauteile in der Wasserwechselzone	C30/37 (LP) <sup>e)</sup> , g), i)

#### 6 Betonangriff durch chemischen Angriff der Umgebung <sup>d)</sup>

XA1	chemisch schwach angreifende Umgebung	Behälter von Kläranlagen; Güllebehälter	C25/30
XA2	chemisch mäßig angreifende Umgebung und Meeresbauwerke	Betonbauteile, die mit Meerwasser in Berührung kommen; Bauteile in betonangreifenden Böden	C 35/45 <sup>c</sup> oder f)
XA3	chemisch stark angreifende Umgebung	Industrieabwasseranlagen mit chemisch angreifenden Abwässern; Futtertische der Landwirtschaft; Kühltürme mit Rauchgasableitung	C35/45 <sup>c)</sup>

#### 7 Betonangriff durch Verschleißbeanspruchung

XM1	mäßige Verschleißbeanspruchung	Tragende oder aussteifende Industrieböden mit Beanspruchung durch luftbereifte Fahrzeuge	C30/37 <sup>c)</sup>
XM2	starke Verschleißbeanspruchung	Tragende oder aussteifende Industrieböden mit Beanspruchung durch luft- oder vollgummibereifte Gabelstapler	C30/37 <sup>c)</sup> , h) C35/45 <sup>c)</sup>
XM3	sehr starke Verschleißbeanspruchung	Tragende oder aussteifende Industrieböden mit Beanspruchung durch elastomer- oder stahlrollenbereifte Gabelstapler; Oberflächen, die häufig mit Kettenfahrzeugen befahren werden; Wasserbauwerke in geschiebelasteten Gewässern; Bauteile, z. B. Tosbecken	C35/45 <sup>c)</sup>

Klasse	Beschreibung der Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsklassen (informativ)	Mindestbetonfestigkeitsklasse
<b>8 Betonkorrosion infolge Alkali-Kieselsäurereaktion</b>			
Anhand der zu erwartenden Umgebungsbedingungen ist der Beton einer der vier folgenden Feuchtigkeitsklassen zuzuordnen.			
WO	Beton, der nach normaler Nachbehandlung nicht längere Zeit feucht und nach dem Austrocknen während der Nutzung weitgehend trocken bleibt.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Innenbauteile des Hochbaus;</li> <li>- Bauteile, auf die Außenluft, nicht jedoch z. B. Niederschläge, Oberflächenwasser, Bodenfeuchte einwirken können und/oder die nicht ständig einer relativen Luftfeuchte von mehr als 80 % ausgesetzt werden.</li> </ul>	-
WF	Beton, der während der Nutzung häufig oder längere Zeit feucht ist.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ungeschützte Außenbauteile, die z. B. Niederschlägen, Oberflächenwasser oder Bodenfeuchte ausgesetzt sind;</li> <li>- Innenbauteile des Hochbaus für Feuchträume, wie z. B. Hallenbäder, Wäschereien und andere gewerbliche Feuchträume, in denen die relative Luftfeuchte überwiegend höher als 80 % ist;</li> <li>- Bauteile mit häufiger Taupunktunterschreitung, wie z. B. Schornsteine, Wärmeübertragerstationen, Filterkammern und Viehställe;</li> <li>- Massige Bauteile gemäß DAfStb-Richtlinie „Massige Bauteile aus Beton“, deren kleinste Abmessung 0,80 m überschreitet (unabhängig vom Feuchtezutritt).</li> </ul>	-
WA	Beton, der zusätzlich zu der Beanspruchung nach Klasse WF häufiger oder langzeitiger Alkalizufuhr von außen ausgesetzt ist.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bauteile mit Meerwassereinwirkung;</li> <li>- Bauteile unter Tausalzeinwirkung ohne zusätzliche hohe dynamische Beanspruchung (z. B. Spritzwasserbereiche, Fahr- und Stellflächen in Parkhäusern);</li> <li>- Bauteile von Industriebauten und landwirtschaftlichen Bauwerken (z. B. Güllebehälter) mit Alkalisalzeinwirkung.</li> </ul>	-

Klasse	Beschreibung der Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsklassen (informativ)	Mindestbetonfestigkeitsklasse
WS	Beton, der hoher dynamischer Beanspruchung und direktem Alkalieintrag ausgesetzt ist.	Bauteile unter Tausalzeinwirkung mit zusätzlicher hoher dynamischer Beanspruchung (z. B. Betonfahrbahnen)	–

- a) Die Feuchteangaben beziehen sich auf den Zustand innerhalb der Betondeckung der Bewehrung. Im Allgemeinen kann angenommen werden, dass die Bedingungen in der Betondeckung den Umgebungsbedingungen des Bauteils entsprechen. Dies braucht nicht der Fall zu sein, wenn sich zwischen dem Beton und seiner Umgebung eine Sperrschicht befindet.
- b) Ausführung nur mit zusätzlichen Maßnahmen (z. B. rissüberbrückende Beschichtung, siehe auch DAfStb-Heft 525).
- c) Bei Verwendung von Luftporenbeton, z. B. auf Grund gleichzeitiger Anforderungen aus der Expositionsklasse XF, eine Festigkeitsklasse niedriger; siehe auch Fußnote e).
- d) Grenzwerte für die Expositionsklassen bei chemischem Angriff siehe DIN 206-1 und DIN 1045-2.
- e) Diese Mindestbetonfestigkeitsklassen gelten für Luftporenbeton mit Mindestanforderungen an den mittleren Luftgehalt im Frischbeton nach DIN 1045-2 unmittelbar vor dem Einbau.
- f) Bei langsam und sehr langsam erhärtenden Betonen ( $r < 0,30$  nach DIN EN 206-1) eine Festigkeitsklasse in Alter von 28 Tagen niedriger. Die Druckfestigkeit zur Einteilung in die geforderte Betonfestigkeitsklasse ist auch in diesem Fall an Probekörpern im Alter von 28 Tagen zu bestimmen.
- g) Erdfeuchter Beton mit  $w/z \leq 0,40$  auch ohne Luftporen
- h) Diese Mindestbetonfestigkeitsklasse erfordert eine Oberflächenbehandlung des Betons nach DIN 1045-2, z. B. Vakuumieren und Flügelglätten des Betons
- i) Bei Verwendung eines CEM III/B nach DIN 1045-2:2008-xx, Tabelle F.3.1, Fußnote c) für Räumlerlaufbahnen in Beton ohne Luftporen mindestens C40/50 (hierbei gilt:  $w/z \leq 0,35$ ,  $z \geq 360 \text{ kg/m}^3$ )

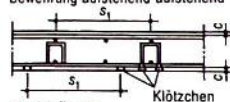
Tabelle 10.43 Betondeckungsmaße  $c_{\text{nom}}$  in mm für Betonstahl

Expositionsklasse	Stabdurchmesser $d_s$ in mm						
	$\leq 10$	12	14	16	20	25	28
XC1	20	22	24	26	30	35	38
XC2 und XC3	35	35	35	35	35	40	43
XC4	40	40	40	40	40	40	43
XD1, XD2, XD3 und XS1, XS2, XS3	55	55	55	55	55	55	55

Tabelle 10.44 Abstandhalter-Richtwerte (Abstände, Anzahl, Anordnung)

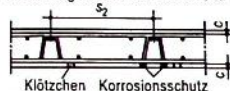
## Platten

auf der unteren Bewehrung aufstehend  
auf Klötzchen aufstehend



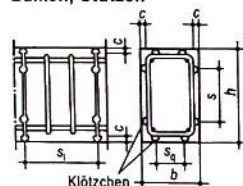
## Stehbügel

auf der unteren Bewehrung aufstehend  
auf Klötzchen aufstehend

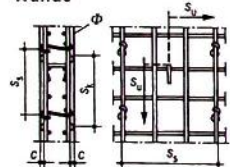


## Unterstützungskörbe

## Balken, Stützen



## Wände



Stabdurchmesser für Stichtbügel

Plattendicke $d$	Stabdurchmesser
bis 15 cm	Ø 8 mm
15 bis 30 cm	Ø 12 mm
30 bis 50 cm	Ø 14 mm
über 50 cm	Sonderlösung

Ø Träg- stäbe	Punktformige Abstandhalter		Linienförmige Abstandhalter	
	max $s_1$	Stück/m <sup>2</sup>	max $s_2$	lfm/m <sup>2</sup>
bis 6 mm	50 cm	4	50 cm	2
8 bis 14 mm	50 cm	4	70 cm	1,4
über 14 mm	70 cm	2	100 cm	1

Klötzchen in Längsrichtung

Ø Längsstäbe	max $s_1$
bis 10 mm	50 cm
12 bis 20 mm	100 cm
über 20 mm	125 cm

Klötzchen in  
Querrichtung

$b$ in $h$	Anzahl
bis 100 cm	2 Klötzchen
über 100 cm	3 und mehr Klötzchen max $s_q =$ 75 cm

Ø Träg- stäbe	Klötzchen		S-Haken (nur erforderlich bei $e \leq 2 \varnothing$ )		U-Haken	
	max $s_k$	Stück je m <sup>2</sup> Wand	max $s_u$	Stück je m <sup>2</sup> Wand	max $s_v$	Stück je m <sup>2</sup> Wand
bis 8 mm	70 cm	4				
10 bis 14 mm	100 cm	2			100 cm	1
über 14 mm	100 cm	2	50 cm	4		

c [cm] Betondeckung [Nennmaß] gemäß Bewehrungszeichnung

Punktformige Abstandhalter:

z. B. Klötzchen

Stehbügel

U-Haken

S-Haken

Linienförmige Abstandhalter:

z. B. Unterstützungskorb

## Ergebnisse der Übungen

1. Beispiele: Mauerpfeiler, Stahl- und Betonstütze, Holzbalken, Stahlträger und Stahlbetonbalken
2. Winddruck auf einen hohen Blechschornstein: Gleichgewicht durch die Zugkräfte der Spannseile. Belastung eines Deckenbalkens: Balken wird gebogen; der Belastung des Balkens wird durch den Widerstand des Mauerwerks unter den Auflagern (durch Auflagerdrücke) das Gleichgewicht gehalten.
3.  $4,5 \text{ kN/m}^2$  Eigenlast +  $3,5 \text{ kN/m}^2$  Verkehrslast =  $8,0 \text{ kN/m}^2$
4.  $0,66 \text{ kN/m}$  Eigenlast  
 $1,60 \text{ kN/m}$  Verkehrslast
5.  $141,61 \text{ kN/m}^2 < 220 \text{ kN/m}^2$
6.  $218,75 \text{ kN/m}^2 > 120 \text{ kN/m}^2$   
Fundament verbreitern
7.  $b \sim 60 \text{ cm}$
8. Fußplatte  $25 \times 25 \text{ cm}$   
Fundament  $90 \times 90 \text{ cm}$
9. Auflagerlänge  $> 13,7 \text{ cm}$   
Untermauerungslänge  $> 36,5 \text{ cm}$   
Untermauerungshöhe  $> 19,9 \text{ cm}$
10. Auflagerlänge  $> 22 \text{ cm}$   
Untermauerungslänge  $> 42 \text{ cm}$   
Untermauerungshöhe  $> 10,4 \text{ cm}$
11. Pfeiler  $42,5 \times 42,5 \text{ cm}$ ;  
Fundament  $1,25 \times 1,25 \times 1,00 \text{ m}$
12.  $36,5 \text{ cm}$
13.  $h_k = 1,92 \text{ cm}$
14.  $h_k = 2,25 \text{ m}$ , zul  $\sigma_D = 1,22 \text{ MN/m}^2$
15. zul  $\sigma_D = 2,11 \text{ MN/m}^2$
16.  $b = 38,5 \text{ mm}$
17. U100 mit  $A = 13,5 \text{ cm}^2$
18.  $F = 185,8 \text{ kN}$
19.  $d = 22 \text{ cm}$
20.  $2 \times \text{U100}$
21.  $26 \text{ cm}$
22.  $44 \text{ cm}$  ausgeführt  $49 \text{ cm}$
23.  $56 \text{ cm}$
24.  $47 \text{ cm}$
25. a) Brechstange, Beißzange, Schraubenschlüssel, Rundstahlbiegemaschine u.a.  
b) Türklinken, Nussknacker, Hebel an Fenstern u.a.
26. a)  $0,94 \text{ kN}$       b)  $1,04 \text{ kN}$   
c)  $5,94 \text{ kN}$       d)  $2,14 \text{ kN}$
27. a)  $6,63 \text{ kN}$     b)  $3,76 \text{ kN}$     c)  $25,33 \text{ kN}$
28. a)  $A = 46,2 \text{ kN}$        $B = 43,8 \text{ kN}$   
b)  $A = 3,38 \text{ kN}$        $B = 8,02 \text{ kN}$   
c)  $A = B = 20 \text{ kN}$   
d)  $A = B = 20 \text{ kN}$   
e)  $A = B = 60 \text{ kN}$   
f)  $A = B = 25,1 \text{ kN}$
29. Der Pfeilerquerschnitt genügt.
30. a)  $A = 13,26 \text{ kN}$      $B = 10,74 \text{ kN}$   
b)  $A = 26,47 \text{ kN}$      $B = 25,33 \text{ kN}$   
c)  $A = 19,91 \text{ kN}$      $B = 37,49 \text{ kN}$
31. a)  $A = 21,67 \text{ kN}$      $B = 24,33 \text{ kN}$   
b)  $A = 21,15 \text{ kN}$      $B = 11,65 \text{ kN}$   
c)  $A = 40,64 \text{ kN}$      $B = 14,56 \text{ kN}$
32.  $g_d + q_d = 19,05 \text{ kN/m}^2$   
 $A = 39,3 \text{ kN}$        $B = 86,4 \text{ kN}$
33.  $R = 546,8 \text{ kN}$        $e = 96,5 \text{ cm}$   
von der linken Fundamentkante

34. 0,426 m von der linken Kante und 1,463 m von der Unterkante
35.  $e = 39,3$  cm von der linken Steinkante; Kippsicherheit genügt nicht.
36.  $e = 84,3$  cm von der linken Steinkante; Kippsicherheit vorhanden.
37. a)  $M = -1,2$  kNm  
b)  $M = -17,475$  kNm  
c)  $M = -4,354$  kNm
38. vgl. Tabellen 10.21 und 10.22
39. S10/S235 5.35b 8/10 5.35c I140  
5.36a 8/12 5.36b 20/26 oder I 160  
5.36c 10/20 oder I 100
40. a)  $M_d = 12,54$  kNm 16/22  
b)  $M_d = 33,04$  kNm 20/30  
c)  $M_d = 17,44$  kNm 14/26
41. a)  $M_d = 16,8$  kNm 12/24  
b)  $M_d = 121,9$  kNm 20/47
42. a)  $M_{\max} = 4,385$  kNm  
b)  $M_{\max} = 10,35$  kNm  
c)  $M_{\max} = 27,91$  kNm
43. a)  $M_{\max} = 49,1$  kNm  
b)  $M_{\max} = 29,9$  kNm  
c)  $M_{\max} = 33,5$  kNm
44. a)  $M_d = 19,65$  kNm IPE 140  
b)  $M_d = 55,05$  kNm I 200  
c)  $M_d = 53,73$  kNm IPE 200
45.  $M_d = 23,63$  kNm IPE 160
46.  $M_d = 79,89$  kNm I 260
47.  $M_d = 26,4$  kNm 22/26
48.  $M_d = 141,6$  kNm I 300
49. a) 10/18  
b)  $M_d = 34$  kNm  
c)  $2 \times I 160$   
d)  $2 \times I 80$   
e) Festigkeitsgruppe 12 in Mörtelgruppe II  
f) Fundament 0,80/0,40 m
50. a)  $R_v = 44,8$  kN  
b)  $e_y = 0,0446$  m  
c)  $W_y = 0,0267$  m<sup>3</sup>  
d)  $\sigma_{\text{links}} = 187$  kN/m<sup>2</sup> < 200  
 $\sigma_{\text{rechts}} = 37$  kN/m<sup>2</sup> < 200  
e)  $b_y = 0,311$  m  $A' = 0,311$  m<sup>2</sup>  
f)  $\sigma_{\text{OR}} = 144$  kN/m<sup>2</sup> < 200
51. a)  $G_1 = 17,52$  kN;  $G_2 = 11,52$  kN  
b)  $W = 1,26$  kN  
c)  $M_k = 1,701$  kNm  
d)  $M_s = 3,197$  kNm  
e)  $\eta_k = 1,88 > 1,50$  (kippsicher)  
f)  $M = 2,457$  kNm  
g)  $R_v = 29,04$  kN  
h)  $e_y = 0,0846$  m  $< b_y/6 = 0,133$  m  
i)  $\sigma_{\text{links}} = 59,3$  kN/m<sup>2</sup>  
 $\sigma_{\text{rechts}} = 13,3$  kN/m<sup>2</sup>  
k)  $b_y = 0,63$  m  
l)  $\sigma_{\text{OR}} = 46,0$  kN/m<sup>2</sup>
52. –
53. 48,4 kN;  $\alpha = 71,9^\circ$
54.  $R = 28,4$  kN  
Der Pfeiler ist kippsicher.
55.  $R = 267,7$  kN;  $\alpha = 53,3^\circ$
56. –
57.  $F = 42,43$  kN
58.  $R = 45,60$  kN
59.  $G = 288$  kN;  $R = 415,5$  kN
60.  $G = 17,64$  kN;  $R = 20,3$  kN
61.  $G = 16,42$  kN;  $W = 1,5$  kN  
Die Mauer ist standsicher.
62.  $S_1 = 19,8$  kN (Zug);  
 $S_2 = -34,5$  kN (Druck)
63.  $S_1 = S_2 = 9,20$  kN  $A = 613$  cm<sup>2</sup>  
z.B. Stützenquerschnitt  $25 \times 25$  cm
64.  $Z = 31,55$  kN;  $S = 36,51$  kN
65.  $G_1 = 68$  kN  $G_2 = 74$  kN  
 $G_3 = 68$  kN  $G_4 = 62$  kN

- $R_{\text{ges}} = 272 \text{ kN}$   
 66.  $G_1 = 180 \text{ kN}$        $G_2 = 48 \text{ kN}$   
 $R_{\text{ges}} = 288 \text{ kN}$   
 67.  $R_{\text{ges}} = 28 \text{ kN}$   
 68. -  
 69.  $K_1 = 12,8 \text{ kN}$        $K_2 = 27,2 \text{ kN}$   
 70.  $S_1 = 189 \text{ kN}$        $S_2 = 164 \text{ kN}$   
 71. a)  $A = 33,67 \text{ kN}$      $B = 36,33 \text{ kN}$   
 $M_d = 50,86 \text{ kNm}$     14/37  
 b)  $A = 56,6 \text{ kN}$        $B = 40,4 \text{ kN}$   
 $M_d = 84,84 \text{ kNm}$     20/40  
 72.  $B = 90 \text{ kN}$        $M = 230 \text{ kNm}$   
 73.  $A = 8,73 \text{ kN}$        $B = 6,8 \text{ kN}$   
 $M_d = 14,176 \text{ kNm}$     I 140  
 74. a)  $A = 2,37 \text{ kN}$      $B = 16,63 \text{ kN}$   
 $M_d = 6,72 \text{ kNm}$     10/20  
 b)  $A = 34,16 \text{ kN}$      $B = 15,84 \text{ kN}$   
 $M_d = 19,88 \text{ kNm}$     20/24  
 75. vgl. Tabellen!      d)  $2485 \text{ cm}^4$   
 76.  $\kappa = 0,70$       18/18  
 77.  $\kappa = 0,25$        $\emptyset 16$   
 78.  $\kappa = 0,19$       S355 IPE 220  
 79.  $\kappa = 0,81$      $b = 20 \text{ cm}$   
 Fundament  $0,75 \times 0,75 \times 0,50 \text{ m}$
80. a)  $36,5 \times 36,5 \text{ cm}$   
 b)  $\kappa = 0,75$       Stütze  $20 \times 20 \text{ cm}$   
 c)  $\kappa = 0,673$        $\emptyset 20$   
 d)  $\kappa = 0,698$       18/18  
 81.  $O_1 = O_4 = -29,5 \text{ kN}$   
 $O_2 = O_3 = -24,7 \text{ kN}$   
 $U_1 = U_3 = +24,4 \text{ kN}$   
 $D_1 = D_4 = -6,6 \text{ kN}$   
 $D_2 = D_3 = +12,0 \text{ kN}$   
 $U_2 = +14,0 \text{ kN}$   
 82.  $O_1 = 33,5 \text{ kN}$        $O_2 = 19,1 \text{ kN}$   
 $U_1 = U_2 = 18,4 \text{ kN}$   
 $V_1 = -24,4 \text{ kN}$   
 $D = -18,4 \text{ kN}$   
 83.  $M_d = 14,80 \text{ kNm}$ ;      R335A  
 84.  $M_d = 21,10 \text{ kNm}$       R424A  
 85.  $M_d = 15,83 \text{ kNm}$       R257A  
 86.  $M_d = 24,10 \text{ kNm}$       R424A  
 87.  $M_d = 11,60 \text{ kNm}$       R188A  
 88.  $M_d = 68,55 \text{ kNm}$       3  $\emptyset 16$   
 89.  $M_d = 92,61 \text{ kNm}$       4  $\emptyset 14$   
 90.  $M_d = 102,6 \text{ kNm}$       4  $\emptyset 16$   
 91. Jeweils 2-schnittige Bügel:  
 a)  $V_d = 66,2 \text{ kN}$      $\emptyset 8/23,0 \text{ cm}$   
 b)  $V_d = 64,7 \text{ kN}$      $\emptyset 6/19,0 \text{ cm}$   
 c)  $V_d = 77,2 \text{ kN}$      $\emptyset 8/22,5 \text{ cm}$

# Sachwortverzeichnis

- A**
- Abfangträger ..... 26  
Abminderungsfaktor ..... 200  
Abscheren..... 43  
Abstandhalter ..... 210  
Auflagerkraft..... 52, 53, 199  
Auflagertiefe ..... 152  
Ausknicken..... 28, 133  
Ausmittigkeit..... 102
- B**
- Balken ..... 52  
Balkenbewehrung..... 203  
Balkonplatte ..... 163  
Bauholz ..... 15  
Baustahl..... 15  
Belastung  
– gemischte..... 55  
Belastungsfall ..... 199  
Bemessung ..... 72  
Bemessungsfestigkeit ..... 14, 15  
Bemessungslast ..... 14  
Beton  
– unbewehrt..... 15  
Betonbezeichnung ..... 15  
Betondeckung..... 152  
Betondeckungsmaß ..... 209  
Betonstahl..... 15, 201  
Bewehrung ..... 153, 155  
Bewehrungsstab ..... 152  
Biegelehre ..... 66  
Biegemoment ..... 47, 75, 199  
Biegewiderstand..... 69  
Biegung ..... 66  
Bodenpressung..... 103  
Bügel ..... 154  
– zweischnittiger ..... 169, 204
- D**
- Deckenplatte ..... 154  
Druckkraft..... 17
- E**
- Eigenlast..... 8  
Einzellast..... 73  
Expositionsklasse ..... 205
- F**
- Fachwerkträger ..... 143  
Festigkeit  
– charakteristische..... 15  
Flächenlast ..... 8  
Fundamentgröße ..... 17
- G**
- Gesamtlast..... 9, 61  
Gewichtskraft..... 11  
Gleichgewicht ..... 4, 48

Gleichgewichtsbedingung .....	5
Größtmoment.....	80

**H**

Hebel .....	51
Hebelgesetz .....	49
Höhe	
– statische .....	153
Holzbalkendecke .....	12

**K**

Kantholz .....	187
Kippsicherheit .....	64
Knickgefahr	
– Faktor .....	31
Knicklänge.....	30, 135
Knicksicherheit.....	134
Kraftarm .....	47
Kräfte dreieck .....	113
Kräfteparallelogramm.....	111
Kräfteplan.....	124
– nach Cremona.....	143
Kräftepolygon.....	115
Kragbalken .....	58
Kragplatte .....	159

**L**

Lageplan .....	124
Lagermatte.....	203
Last.....	6
– nicht ständig wirkende.....	6
– ständig wirkende.....	6

Lastannahme.....	172
Lastarm.....	47
Lichtweite.....	93

**M**

Mauerwerk .....	15
Mauerwerkswand .....	30
Moment .....	47
Montagestab .....	154

**N**

Nullstab .....	143
----------------	-----

**P**

Plattenbewehrung.....	202
Punktlast.....	9

**Q**

Querkraftfläche .....	82
Querkraft-Nullstelle .....	86
Querschnitt	
– gefährdeter.....	67, 78

**R**

Rechteckbalken .....	163
Resultierende.....	112
Rundholz .....	187

**S**

Scherkraft .....	43
Schlankheitsgrad .....	136
Schneelast.....	176

Schub.....	165
Schubbewehrung.....	166
Schubkraft.....	150
Schubbriss.....	166
Schubspannung.....	43
Schwerpunkt.....	63, 122
Seileck.....	123
Sicherheit.....	19
Sicherheitskonzept.....	13
– globales.....	13
Sohldruck.....	183
Spannrichtung.....	156
Spannung	
– zulässige.....	18
Spannungsnulllinie.....	69, 149
Stabkraft.....	143
Stahlbeton.....	149
Stahlbetonbalken.....	163
Stahlbetonbauteil	
– Bemessung.....	201
Stahlbetonsturz.....	165
Stahlbewehrung.....	149
Statik.....	4
Streckenlast.....	8, 57, 81
Stütze	
– aus Baustahl.....	139
– aus Holz.....	135, 137
– aus Stahl.....	135
– aus unbewehrtem Beton.....	140
Stützmauer.....	62
Stützweite.....	93, 152, 154

**T**

Teilsicherheitsbeiwert.....	14
Teilsicherheitskonzept.....	14
Tragstab.....	153
Trägerauflager.....	25
Trägheitsmoment.....	134
Trägheitsradius.....	136

**V**

Verankerungslänge.....	162
Verkehrslast.....	174
Vorbemessung.....	33

**W****Wand**

– dreiseitig gehaltene.....	31
– frei stehende.....	30
– vierseitig gehaltene.....	31
– zweiseitig gehaltene.....	30
Winkelfunktion.....	171
Widerstandsmoment.....	69
Winddruck.....	178
Wirkungslinie.....	112

**Z**

Zuganker.....	37
Zugkraft.....	36
Zugquerschnitt.....	38
Zugspannung.....	37

# Mit Vieweg+ Teubner sicher durch's Studium

Lohmeyer, Gottfried C. O.

## **Baustatik 1**

Grundlagen und Einwirkungen

10., akt. u. überarb. Aufl. 2008. XVI, 320 S. mit 365 Abb. u. 45 Tab. Br.

EUR 27,90

ISBN 978-3-8348-0541-6

Lohmeyer, Gottfried C. O. / Baar, Stefan

## **Baustatik 2**

Bemessung und Festigkeitslehre

11., überarb. Aufl. 2009. ca. 400 S. mit 266 Abb., 92 Tab. u. 48 Übungsaufg.

Geb. ca. EUR 29,90

ISBN 978-3-8348-0749-6

Lohmeyer, Gottfried C. O. / Post, Matthias / Bergmann, Heinz

## **Praktische Bauphysik**

Eine Einführung mit Berechnungsbeispielen

6., überarb. u. erw. Aufl. 2008. XVII 811 S. mit 293 Abb., 300 Tab. u.

323 Beisp. Geb. EUR 54,90

ISBN 978-3-8351-0182-1

Lohmeyer, Gottfried C. O. / Ebeling, Karsten / Bergmann, Heinz

## **Stahlbetonbau**

Bemessung - Konstruktion - Ausführung

7., überarb., akt. und erw. Aufl. 2006. XX, 840 S. mit 448 Abb. u.

194 Tab. zahlr. Beisp. Geb. EUR 49,90

ISBN 978-3-8351-0012-1



**VIEWEG+  
TEUBNER**

Abraham-Lincoln-Straße 46  
65189 Wiesbaden  
Fax 0611.7878-400  
www.viewegteubner.de

Stand Januar 2009.  
Änderungen vorbehalten.  
Erhältlich im Buchhandel oder im Verlag.

# Die Wendehorst-Familie

Wetzell, Otto W. (Hrsg.)

## Wendehorst Bautechnische Zahlentafeln

32., vollst. akt. Aufl. 2007. 1488 S. Geb. mit CD EUR 49,90

ISBN 978-3-8351-0055-8

Inhalt:

Mathematik - Bauzeichnungen - Vermessung - Bauphysik - Schallimmissionsschutz - Lastannahmen - Statik und Festigkeitslehre - Stahlbeton- und Spannbetonbau nach DIN 1045-1 - Beton nach DIN V EN 206-1 - Holzbau nach DIN 1052 - Glasbau - Mauerwerk und Putz - Konstruktiver Brandschutz - Räumliche Aussteifung von Geschoßbauten - Geotechnik - Siedlungswasserwirtschaft - Hydraulik und Wasserbau - Abfallwirtschaft - Verkehrswesen - CD: TRLAST - Thermpplan - HydroDIM - Curamess Spezialsoftware für ein digitales Bildaufmass mit CAD Export

Wetzell, Otto W. (Hrsg.)

## Wendehorst Beispiele aus der Baupraxis

2., überarb. u. erw. Aufl. 2007. VIII, 505 S. Br. EUR 32,90

ISBN 978-3-8351-0069-5

Inhalt:

Vermessung - Bauphysik - Schallimmissionsschutz - Statik und Festigkeitslehre - Lastannahmen - Stahlbeton - Stahlbau - Holzbau nach DIN 1052 - Mauerwerk und Putz - Brandschutz - Räumliche Aussteifungen - Glasbau - Geotechnik - Hydraulik und Wasserbau - Siedlungswasserwirtschaft - Abfallwirtschaft - Verkehrswesen

Vollenschaar, Dieter (Hrsg.)

## Wendehorst Baustoffkunde

26., vollst. überarb. Aufl. 2004. 936 S. mit 218 Abb. u. 212 Tab. Geb. EUR 46,00

ISBN 978-3-8351-0132-6

Inhalt:

Allgemeine Baustoffeigenschaften - Baumetalle - Natürliche Bausteine - Gesteinskörnungen für Mörtel und Beton - Keramische Baustoffe - Glas - Baustoffe mit mineralischen Bindemitteln - Bitumenhaltige Baustoffe - Holz und Holzwerkstoffe - Kunststoffe - Oberflächenschutz - Dämmstoffe für das Bauwesen



Abraham-Lincoln-Straße 46  
65189 Wiesbaden  
Fax 0611.7878-400  
www.viewegteubner.de

Stand Januar 2009.  
Änderungen vorbehalten.  
Erhältlich im Buchhandel oder im Verlag.

# Unentbehrlich für Entwurf und Planung

*Der „Frick/Knöll“ ist seit über 90 Jahren das Standardwerk der Baukonstruktion. Beide Bände sind unentbehrlich für jeden Architekten und Bauingenieur und geben einen umfassenden Einblick vom Fundament bis zum Dach.*

Neumann, Dietrich / Hestermann, Ulf / Rongen, Ludwig / Weinbrenner, Ulrich

## **Frick/Knöll Baukonstruktionslehre 1**

34., überarb. u. akt. Aufl. 2006. XII, 750 S.

Mit 831 Abb., 96 Tab. u. 24 Beisp. Geb. EUR 49,90

ISBN 978-3-8351-0001-5

Einführung und Grundbegriffe - Normen, Maße, Maßtoleranzen - Baugrund und Erdarbeiten - Fundamente - Beton- und Stahlbetonbau - Wände - Fassaden aus Glas - Skelettbau - Außenwandbekleidungen - Geschossdecken und Balkone - Fußbodenkonstruktionen und Bodenbeläge - Beheizbare Bodenkonstruktionen: Fußbodenheizungen - Installationsböden (Systemböden) - Leichte Deckenbekleidungen und Unterdecken - Umsetzbare Trennwände und vorgefertigte Schrankwandsysteme - Besondere bauliche Schutzmaßnahmen

Neumann, Dietrich / Weinbrenner, Ulrich / Hestermann, Ulf / Rongen, Ludwig

## **Frick/Knöll Baukonstruktionslehre 2**

33., überarb. u. akt. Aufl. 2008. X, 770 S.

Mit 956 Abb., 96 Tab. u. 24 Beisp. Geb. EUR 49,90

ISBN 978-3-519-55251-2

Geneigte Dächer - Flachdächer - Schornsteine (Kamine) und Lüftungsschächte - Treppen - Fenster - Türen - Horizontal verschiebbare Tür- und Wandelemente - Beschichtungen (Anstriche) und Wandbekleidungen (Tapeten) auf Putzgrund - Gerüste und Abstützungen



Abraham-Lincoln-Straße 46  
65189 Wiesbaden  
Fax 0611.7878-400  
www.viewegteubner.de

Stand Januar 2009.  
Änderungen vorbehalten.  
Erhältlich im Buchhandel oder im Verlag.

# Kleine Baustatik

Das in 14. Auflage aktualisierte Handbuch mit bewährter Einfachheit vermittelt wichtige Grundlagenkenntnisse der Baustatik und umfasst alle Normen im Holz-, Mauerwerks- und Stahlbetonbau. Dabei wird die oft so gefürchtete Statik einfach und leicht dargestellt. Die Autoren bieten konkrete Hilfe und zeigen, dass Statik kein wesensfremdes Gebiet, sondern ein ständiger Begleiter im beruflichen Alltag ist. Über 160 ausgewählte Aufgaben und zahlreiche Beispiele veranschaulichen den Ablauf jeder Berechnung der verschiedenen Kräftewirkungen. So erarbeitet sich der Leser selbstständig und schnell das nötige Wissen für Praxis und Prüfung. Abgerundet wird das Buch mit allen notwendigen Zahlentafeln und Auszügen aus den DIN-Normen sowie den Lösungen der Aufgaben.

## Der Inhalt

Kräfte am Bauwerk – Druckkräfte – Zugkräfte – Scherkräfte – Biegung – Kräftedarstellung – Knickgefahr und Knicksicherheit – Fachwerkträger und Stabkräfte – Stahlbetonbauteile – Lastannahmen und Einwirkungen – Stahlbau – Tabellen und Ergebnisse der Übungen

**STUDIUM**

## Die Zielgruppen

Auszubildende im Baugewerbe  
Teilnehmer von Polier- und Meisterlehrgängen  
Studierende an Fachhochschulen und Universitäten  
Praktiker

## Die Autoren

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Krings, Fachhochschule Köln  
Artur Wanner, Architekt, Bad Schwartau

ISBN 978-3-8348-0750-2



9 783834 807502