

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ბესარიონ შანშიაშვილი

ადაპტური სისტემები

ლექციების კურსის კონსპექტი

თბილისი 2018

ლექციების კურსში განხილულია ადაპტური მართვის თავისებურებები, დახასიათება იმ პირობებისა და მოთხოვნების, რომლებიც წაყენება ადაპტური მართვის სისტემებს.

ჩატარებულია ადაპტური სისტემების კლასიფიკაცია, რომლის თანახმად ადაპტური სისტემები შეიძლება დაიყოს თვითაწყობად სისტემებად, სისტემებად ადაპტაციით განსაკუთრებულ ფაზურ მდგომარეობაში და სწავლებად სისტემებად.

თვითაწყობად სისტემები იყოფა ძიებით და არაძიებით სისტემებად.

განხილულია ძიებითი მეთოდები, რომლებშიც ექსტრემუმის განსაზღვრისათვის გამოიყენება რეგულარული და შემთხვევითი პროცედურები.

წარმოდგენილია ექსტრემუმის პირობების განსაზღვრის არაძიებითი მეთოდები, რომლებიც იყენებენ ანალიზურ მეთოდებს და არ თხოულობენ დროის სპეციალური ხარჯვას ძიებით მოძრაობებზე.

ლექციების კონსპექტში გადმოცემულია მასალის ნაწილი, რომელიც წლების განმავლობაში ავტორის მიერ ეკითხებოდა შესაბამისი სპეციალობის მაგისტრატურის სტუდენტებს.

## სარჩევი

თავი 1. ადაპტური მართვის სისტემების თავისებურებები და კლასიფიკაცია . . . . .	5
1.1. ადაპტური სისტემები . . . . .	5
1.2. ადაპტური სისტემების კლასიფიკაცია . . . .	8
თავი 2. ძიებითი თვითაწყოზადი სისტემები . . . . .	15
2.1. თვითაწყოზადი სისტემები . . . . .	15
2.2. ძიებითი თვითაწყოზადი სისტემების აგების პრინციპები . . . . .	17
2.3. ექსტრემუმის ძიების რეგულარული მეთოდები . . . . .	20
2.4. შემთხვევითი ძიების მეთოდები . . . . .	39
2.5. ძიებითი თვითაწყოზადი სისტემის მაგალითი . . . . .	57
თავი 3. არაძიებითი თვითაწყოზადი სისტემები . .	60
3.1. არაძიებითი თვითაწყოზადი სისტემების აგების პრინციპები . . . . .	60
3.2. ინვარიანტების პრინციპი . . . . .	61
3.3. ეტალონური მოდელის პრინციპი . . . . .	64
3.4. ხარისხის ფუნქციის გრადიენტის განსაზღვრის პრინციპები . . . . .	72

3.5. მართვის სისტემის დინამიკური თვისებების იდენტიფიკაციის პრინციპები . . . .	76
3.6. არაძიებითი თვითაწყობადი სისტემის მაგალითი . . . . .	84
ლიტერატურა . . . . .	89

## თავი 1

# ადაპტური მართვის სისტემების თავისებურებები და კლასიფიკაცია

### 1.1. ადაპტური სისტემები

ტერმინი „ადაპტაცია“ შემოტანილია მართვის თეორიაში ბიოლოგიიდან, სადაც ის ნიშნავს ორგანიზმის უნარს შეეგუოს გარემოს ცვლილებებს. ვინაიდან შეგუებისა და ადაპტაციის ელემენტები არსებობს ნებისმიერ ოპტიმალური მართვის სისტემაში, როგორც ჩაკეტილში და ღიაში, ამიტომ ადაპტური მართვის სისტემების კლასის გამოყოფისათვის აუცილებელია მიეცეს დახასიათება იმ პირობებსა და მოთხოვნებს, რომლებიც წაყენება ავტომატური მართვის სისტემებს და რომლებიც არ შეიძლება ხარისხიანად იყოს გადაწყვეტილი არაადაპტური მართვის ტრადიციული მეთოდებით.

უპირველეს ყოვლისა მართვის ადაპტური სისტემების აუცილებელობა წარმოშვება მართვის გადასაწყვეტი ამოცანების მნიშვნელოვანი გართულებით. ასეთი გართულების სპეციფიკური თავისებურება მდგომარეობს მართვის ობიექტში მიმდინარე პროცესების დაწვრილებით შესწავლისა

და აღწერის შეუძლებლობაში. ასეთი ობიექტების მაგალითებს წარმოადგენს მრავალკონპონენტური ტექნოლოგიური პროცესები ქიმიურ წარმოებაში, სადაც არ არის შესაძლებელი ქიმიური რეაქციების მთელი ერთობლიობის აღწერა, თერმოდინამიკური და სხვა ფიზიკური პროცესები. ასეთ სისტემებს მიეკუთვნება ასევე მაღალსიჩქარიანი საფრენი აპარატები, რომელთა მახასიათებლები ზუსტი აპრიორული მონაცემები მათი ფუნქციონირებისას არ შეიძლება მიღებული იყოს, ატმოსფეროს პარამეტრების მნიშვნელოვანი გაფანტვის, ფრენის სიჩქარეების, სიხშირისა და სიმაღლის ცვლილებების დიდი დიაპაზონისა და ასევე პარამეტრებისა და გარე ზემოქმედებების ფართო სპექტრის გამო.

არაადაპტური მართვის მეთოდები, როგორც წესი, გულისხმობენ სისტემის შემუშავების ჯერ კიდევ წინასწარ ეტაპზე მართვის, ობიექტის მუშაობის შიგა და გარეშე პირობების შესახებ აპრიორული ინფორმაციის საკმაოდ დიდი მოცულობის არსებობას, რომლებიც შემდგომში გამოიყენება ავტომატური სისტემის პროექტირებისათვის. რაც უფრო სრულია აპრიორული ინფორმაცია სისტემის მახასიათებლების შესახებ მისი ფუნქციონირების პირობებში, მით უფრო მაღალია არაადაპტური მართვის ხარისხი. აქედან ცხადია, რომ ადაპტური

სისტემების შექმნა ხორციელდება პრინციპულად სხვა პირობებში, ანუ ადაპტურმა მეთოდებმა ხელი უნდა შეუწყოს მართვის მაღალი ხარისხის მიღწევას, მართვადი პროცესის მახასიათებლების შესახებ საკმარისი სრული აპრიორული ინფორმაციის არქონისას ან განუსაზღვრელობების პირობებში.

სავსებით ცხადია, რომ ამოცანების გართულებისას, რომელთა გადაწყვეტა ეკისრება მართვის სისტემას, აღნიშნული განუსაზღვრელობა იზრდება, სულ უფრო და უფრო რთული ხდება სისტემისა და მართვადი პროცესის დინამიკური თვისებების ხასიათის წინასწარი განსაზღვრა. ამიტომ მართვის საჭირო ხარისხის უზრუნველყოფის სირთულე ასევე იზრდება სისტემის შესახებ აპრიორული ცოდნის შემცირებისას.

მართვის ადაპტორი მეთოდების მეშვეობით შესაძლებელია აღნიშნული სირთულეების თავიდან აცილების საკმაოდ ეფექტური ხერხების მოძებნა.

ადაპტურ სისტემებში ცვლად პირობებისადმი შეგუება ხორციელდება (მიიღწევა) იმის გამო, რომ მართვის პროცესის შესახებ არასაკმარისი ინფორმაციის მიღების, დამუშავებისა და ანალიზის ფუნქციების ნაწილი ხორციელდება არა დამაპროექტებლის მიერ წინასწარ სტადიაზე, არამედ თვით

სისტემის მიერ ნორმალური ექსპლუატაციის პროცესში.

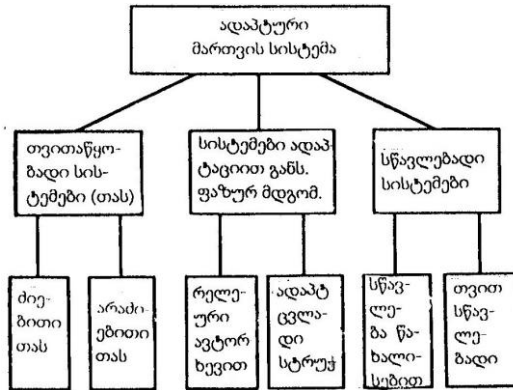
ფუნქციების ასეთი ნაწილობრივი გადატანა ხელს უწყობს არამარტო ინფორმაციის (სისტემის შესახებ მონაცემების ერთობლიობას, რომლებიც მიღებულია უშუალოდ მართვის პროცესში) სრულ გამოყენებას მმართველი ზემოქმედებების ფორმირებისას, არამედ ასევე საშუალებას იძლევა შემცირებული იყოს განუსაზღვრელობის ზეგავლენა მართვის პროცესზე, მართვის პროცესზე დამპროექტებლის აპრიორული ცოდნის ნაკლებობა გარკვეული ხარისხის კომპენსირებით.

ამრიგად, ადაპტურ მართვას მიმართავენ მაშინ, როდესაც მართვის პროცესის სირთულე აღწევს ისეთ დონეს, რომლის დროსაც განუსაზღვრელობის ზეგავლენა ან აპრიორული ინფორმაციის „არასისრულე“ სისტემის მუშაობის პირობების შესახებ ხდება არსებითი მართვის პროცესის საჭირო ხარისხის მისაღწევად.

## 1.2. ადაპტური სისტემების კლასიფიკაცია

ვინაიდან ადაპტური სისტემები ფართოდ იყენებენ მუშა ინფორმაციას სისტემის დინამიკური მდგომარეობის ანალიზისათვის და მართვის სისტემის თვისებების პარამეტრების მმართველი

ზემოქმედებისა და სტრუქტურის კონტროლირებადი ცვლილებების ორგანიზაციისათვის, ამიტომ სისტემის ნორმალური ექსპლოატაციის პროცესში ასეთი კონტროლირებადი ცვლილებების რეალიზაციის ხერხებისაგან დამოკიდებულებით შეიძლება ჩატარებული იყოს ადაპტური სისტემების შემდეგი კლასიფიკაცია: თვითაწყობადი სისტემები, სისტემები ადაპტაციით განსაკუთრებულ ფაზურ მდგომარეობაში და სწავლებადი სისტემები (ნახ. 1.1). უნდა აღინიშნოს, რომ ტერმინოლოგია ადაპტურ სისტემებში ბოლომდე არ არის ჩამოყალიბებული და „ადაპტაცია“ და „თვითაწყობა“ შეიძლება ჩავთვალოთ როგორც სინონიმები.



ნახაზი 1.1.

თვითაწყობადი სისტემები ხასიათდება თვითაწყობის სპეციალური კონტურების არსებობით, რომელთა საშუალებით ფასდება სისტემის დინამიკური და სტატიკური თვისებები და ფორმირდება ისეთი კონტროლირებადი ზემოქმედებები, რომ სისტემა თავისით უახლოვდება გარკვეულ ეტალონს, რომელიც ხშირად მოცემულია მათემატიკურად ფუნქციონირების ხარისხის (თვისობრიობის) კრიტერიუმის სახით. ამასთან თვითაწყობის კონტური ემსახურება ძირითადი კონტურის სტრუქტურის ან პარამეტრების ცვლილებას, მართვის ხარისხის მოცემული კრიტერიუმის უზრუნველყოფის მიზნით. ჩვეულებრივად მართვის ხარისხის კრიტერიუმი გამოისახება სისტემის პარამეტრებისა და გაზომვადი კოორდინატების ფუნქციონალების ან ფუნქციის სახით. სისტემის მუშაობის პროცესში ხარისხის ფუნქციონალის მნიშვნელობა იცვლება და თვითაწყობის კონტურის ამოცანა დაიყვანება ხარისხის ექსტრემალური (მინიმალური ან მაქსიმალური) მნიშვნელობის უზრუნველყოფაზე. მართვის ხარისხის კრიტერიუმის ექსტრემალური მნიშვნელობის პოვნა და შენარჩუნება ხორციელდება ან სისტემის საცდელი გადახრების ან ექსტრემუმის პირობების ანალიზური განსაზღვრის საშუალებით.

ექსტრემუმის პოვნის ნაჩვენები ხერხების მიხედვით ანსხვავებენ ძიებით და არაძიებით თვითაწყოზად სისტემებს. თავის მხრივ ძიებითი თვითაწყოზადი სისტემები იყოფა ძიების გამოყენებული მეთოდის მიხედვით – შემთხვევითი ძიების სისტემებად, გაუს-ზაიდელის მეთოდით ძიების, გრადიენტის მეთოდით ძიების, უსწრაფესი დაშვების მეთოდით ძიების სისტემებად. არასაძიებო თვითაწყოზადი სისტემები შეიძლება დაიყოს სისტემებად, რომლებიც იყენებენ ინფორმაციას სიხშირული მახასიათებლების მიხედვით, თვითაწყოზადი სისტემები დროითი მახასიათებლებისა და მდგრადობის საზღვრების კონტროლით, თვითაწყოზადი სისტემები ეტალონური მოდელებით, გრადიენტული თვითაწყოზადი სისტემები.

სისტემები განსაკუთრებულ ფაზურ მდგომარეობაში ადაპტაციით იყენებენ არაწრფივი სისტემების განსაკუთრებულ რეჟიმებს ან თვისებებს, მაგალითად ავტორხვევების რეჟიმებს, მცოცავ რეჟიმებს მართვის სისტემების დინამიკური თვისებების კონტროლირებადი ცვლილებების ორგანიზაციისთვის. ასეთ სისტემებში სპეციალურად ორგანიზებადი განსაკუთრებული რეჟიმები გამოდიან როგორც სისტემის ფუნქციონირების

ცვლადი პირობების შესახებ მუშა ინფორმაციის დამატებითი წყაროები, ან გამოყოფენ მართვის სისტემას ახალი თვისებებით, რომელთა ხარჯზე მართვის პროცესის დინამიკური მახასიათებლები შენარჩუნდება სასურველ ზღვრებში ფუნქციონირებისას წარმოქმნილი ცვლილებების ხასიათზე დამოუკიდებლად. ასეთი სისტემები შეიძლება დაიყოს, როგორც რელეური ავტორხევითი სისტემები და ადაპტური სისტემები ცვლადი სტრუქტურით.

მართვის სწავლებადი სისტემები ხასიათდება შესწავლის სპეციალური პროცესებით, რომლებიც მდგომარეობენ შეძენილი გამოცდილებისაგან დამოკიდებულებით ფუნქციონირების კანონების ცვლილებისა და სისტემის ქცევის შესახებ ინფორმაციის თანდათანობრივ დაგროვებაში, დამახსოვრებასა და ანალიზში. შესწავლის პროცესისადმი მიმართვა ხდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ობიექტი აპრიორული ცნობების მოცულობა არმარტო მცირეა, არამედ სირთულის გამო არ არსებობს სისტემის სტრუქტურის შესახებ დეტალური მიზეზობრივ – შედეგობრივი კავშირის დადგენის შესაძლებლობა.

შესწავლის პროცესში ინფორმაციის დაგროვება და განზოგადება შეიძლება განხორციელებული იყოს ან

გარედან სისტემაში „ეტალონური გამოცდილების“ შეტანის ხარჯზე, ან სისტემის შიგნით ასეთი გამოცდილების ფორმირების გზით. მაგალითად პირველ შემთხვევაში, სწავლების სისტემას წარმოადგენს სიტუაციების, სახეების ან რეჟიმების მიმდევრობები, რომლებსაც აქვთ წინასწარ ცნობილი მახასიათებლები ან განსხვავდებიან მიკუთვნებით გარკვეული კლასებისადმი. სისტემის ქცევა ასეთი სიტუაციების სწავლებად მიმდევრობაზე ფორმირდება „წახალისება – დასჯის“ პრინციპის საფუძველზე, ანუ სისტემის სწორი რეაქცია წარდგენილ სიტუაციაზე იმახსოვრდება და გამოიყენება მართვის სისტემის დინამიკური თვისებების კონტროლირებადი ცვლილებების ორგანიზაციისათვის. გამოცდილების დაგროვების ხერხის მიხედვით ეს სისტემები იყოფა სწავლებად სისტემებად წახალისებით და სწავლებად სისტემებად წახალისების გარეშე (თვითსწავლებადი სისტემები).

მართვის ადაპტური სისტემებისადმი მნიშვნელოვან ინტერესს მიუყვართ სხვადასხვა ტიპის სისტემების შექმნასთან, რომლებიც განკუთვნილია ავტომატური მართვის ამოცანების ფართო წრის გადასაწყვეტად. ადაპტური სისტემების აგებისას ხშირად გამოიყენება სხვადასხვა პრინციპების

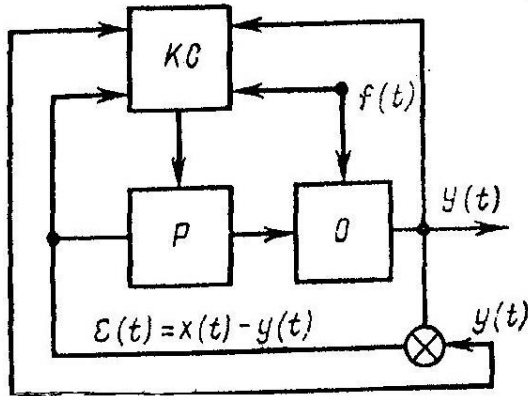
შეთანხმება, მაგალითად თვითაწყოზადობისა და სწავლების, ასეთ შემთხვევაში იქმნება მართვის კომბინირებული ადაპტური სისტემები, რომლებსაც აქვთ სხვადასხვა სისტემების სასარგებლო თვისებები.

## თავი 2

### ძიებითი თვითაწყობადი სისტემები

#### 2.1. თვითაწყობადი სისტემები

მართვის თვითაწყობადი სისტემების სტრუქტურული სქემა წარმოდგენილია ნახ. 2.1-ზე. მართვის ძირითად კონტურს, რომელიც შედგება რეგულატორისაგან ( $KC$ ) და მართვის ობიექტისაგან ( $O$ ), დამატებული აქვს თვითაწყობადობის კონტური (თკ), რომლის საშუალებით ხდება პარამეტრებისა და რეგულატორის მართვის ალგორითმის კორექცია.



ნახ. 2.1.

თვითაწყობადი სისტემის ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს სისტემის მართვის ხარისხის ზომის  $J[x(t), \ell(t), y(t), f(t), t]$  ფუნქციონალის ექსტრემალური მნიშვნელობის შენარჩუნება სისტემის ფუნქციონირების პირობებში შესავალი  $x(t)$ , აღმშფოთი  $f(t)$  ზემოქმედებებისა და ობიექტის დინამიკური მახასიათებლების ცვლილებისას.

ვინაიდან ხარისხის  $J$  ფუნქციონალის მნიშვნელობა იცვლება აღნიშნული ზემოქმედებების მოქმედებისას, ამიტომ ძირითადი ამოცანის შესასრულებლად წარმოიშობა ექსტრემუმის პირობების განსაზღვრის აუცილებლობა. თუ დრო რომელიც საჭირო ექსტრემუმის პირობების განსაზღვრისათვის არ წარმოადგენს კრიტიკულ ფაქტორს, მაგალითად მართვის პროცესში ხარისხის  $J$  ფუნქციონალის მნიშვნელობების შედარებით მცირე ცვლილებისას, მაშინ მიზანშეწონილია ექსტრემუმის განსაზღვრისათვის ძიებითი მეთოდების გამოყენება. ექსტრემუმის პირობების განსაზღვრის არამიხილვითი მეთოდები არ თხოულობენ დროის სპეციალური ხარჯვას ძიებით მოძრაობებზე და როგორც წესი გამოიყენებენ ნაჩვენებ პირობების განსაზღვრის ანალიზურ მეთოდებს.

ძიებითი და არამიხილვითი თვითაწყობადი სისტემების შედარებისას, შეიძლება ითქვას, რომ

ექსტრემუმის პირობების განსაზღვრისათვის ძიებითი სისტემები თხოულობენ უფრო მცირე ინფორმაციას, მაგრამ აქვთ მცირე სწრაფმოქმედება ძიების პროცესის არსებობის გამო, არაძიებითი სისტემებს, სხვა ერთნაირ პირობაში (ძიებით სისტემებთან), აქვთ უფრო მაღალი სწრაფმოქმედება, მაგრამ თხოულობენ უფრო სრულ ინფორმაციას მართვის პროცესზე.

## 2.2. ძიებითი თვითაწყობადი სისტემების აგების პრინციპები

ძიებითი თვითაწყობის ამოცანა ფორმულირდება შემდეგნაირად: იგულისხმება რომ არსებობს მდგომარეობების სიმრავლე  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , რომელიც წარმოადგენს მიზნობრივ ფუნქციას ან სისტემის ხარისხის ფუნქციონალის

$$J = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

განსაზღვრის არეს. მდგომარეობის  $X$  სიმრავლიდან აუცილებელია ამორჩეული იქნას განსაზღვრული მდგომარეობები.

$$\dot{H}_j = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.2)$$

სადაც  $j = 1, 2, \dots, m$ , რომლების დროსაც ხდება ხარისხის ფუნქციონალის

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n) = J_0 \quad (2.3)$$

ექსტრემალური მნიშვნელობის უზრუნველყოფა.

ხარისხის ფუნქციონალის ექსტრემალურ მნიშვნელობასა და  $X$  სიმრავლედან სისტემის უპირატესობის მქონე მდგომარეობებს შორის არ არის კავშირი მოცემული ცხადი სახით და საჭირო არჩევანის უზრუნველყოფა ხდება მიმდევრობითი მიახლოებით ამონახსნისადმი სისტემის სხვადასხვა მდგომარეობების გასინჯვის საშუალებით.

ამრიგად მოცემული კლასის თვითაწყობადი სისტემის არსებით მახასიათებელს წარმოადგენს დასახული მიზნის მიღწევის შესაძლო გზების სიმრავლიდან ერთ-ერთის არჩევის ძიებითი პროცესის, როგორც მიმდევრობითი იტერაციული პროცედურის არსებობა.

ექსტრემუმის მოძებნა შეიძლება განხორციელდეს იყოს სხვადასხვა ხერხით, დაწყებული სისტემის არსებული მდგომარეობების უბრალო გადათვლიერებით და დამთავრებული არჩეული ხერხების ვარიანტების შედარების რთული ალბათური პროცედურებით. პროცედურის სირთულეზე გავლენას ახდენს მრავალი ფაქტორები, მაგალითად ძიების არეში მდგომარეობებისა და პარამეტრების დიდი რაოდენობა. მდგომარეობების სიმრავლის გადიდებისას იძულებული ვართ

მივიდოთ ექსტრემუმის ძიების პროცედურის დაჩქარების სპეციალური ზომები. ექსტრემუმის ძიებისთვის დიდი მნიშვნელობა აქვს მიზნობრივი ფუნქციის სახეს – უნიმოდალურია ის (ერთი ექსტრემალური მდგომარეობა აქვს) თუ გააჩნია მრავალ ექსტრემუმი. მრავალექსტრემალური ფუნქციის შემთხვევაში ძიების პროცედურები არ უნდა დამთავრდეს ლოკალური ექსტრემუმების მიდამოში: ექსტრემუმის მოძებნას ართულებს ისეთი ფაქტორები, როგორცაა: დრეიფი, რომელიც იწვევს ცდომილებებს და ძიების პროცესის დარღვევას, ძიების არის შეზღუდვა, გამოყენებული ინფორმაციის სიზუსტე და ძიების ხანგრძლივობა, ძიების უწყვეტობა და დისკრეტულობა და სხვა.

ძიების ყველა მეთოდი იყოფა რეგულარულ და შემთხვევით მეთოდებად. ძიების რეგულარულ მეთოდებში საძიებო მოძრაობების მიმართულების არჩევა ხორციელდება წინასწარ მოცემული კანონის მიხედვით, შემთხვევით მეთოდებში ექსტრემუმი-სადმი მიმართული მოძრაობები ხორციელდება შემთხვევითი გზით.

## 2.3. ექსტრემუმის ძიების რეგულარული მეთოდები

### 2.3.1. სკანირება

სკანირება ანუ სრული გადარჩევა გამოიყენება ხარისხის  $J(x^*)$  ფუნქციონალის ექსტრემუმის განსაზღვრისთვის, სადაც  $x^*$  – მმართველი პარამეტრის მნიშვნელობაა ექსტრემუმის წერტილში, იმ შეთხვევაში, თუ გვაქვს ინფორმაცია მხოლოდ  $J(x)$ -ის ექსტრემალობის თვისების შესახებ და პირობის

$$J(x^*) \leq J(x) \quad (2.4)$$

შესრულების შესახებ, სადაც  $x$  იღებს მნიშვნელობას მმართველი პარამეტრის ცვლილების დასაშვები არეიდან.

$J(x)$  ფუნქციონალის თვისებების შესახებ ნებისმიერი სხვა ინფორმაციის არარსებობას მიყვავართ ფუნქციონალის მნიშვნელობის მიმდევრობითი განსაზღვრის აუცილებლობასთან მმართველი პარამეტრის ცვლილების დასაშვებ არეში.

თუ ავლიშნავთ  $x$  პარამეტრის ცვლილების დასაშვებ ინტერვალს  $A$ -თი, ექსტრემუმის მიღწევის დასაშვებ სიზუსტეს კი  $\varepsilon > 0$ -ით, მაშინ სკანირების შედეგად განსაზღვრავენ ხარისხის ფუნქციონალის  $h$  მნიშვნელობას  $x_1, x_2, \dots, x_n$  წერტილებში:

$$J_1(x_1), J_2(x_2), J_n(x_n), \quad (2.5)$$

სადაც

$$h = A/\varepsilon + 1.$$

$J_i(x_i)$  ყველა მნიშვნელობის გადარჩევის შემდეგ ამოირჩევენ მაქსიმალურ ან მინიმალურ მნიშვნელობას:

$$J(x^*) = \min \{J_i(x_i)\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.6)$$

ძიების პროცედურის ხანგრძლივობა სკანირების დროს ძირითადად განისაზღვრება მოცემული  $\varepsilon$  სიზუსტით. მაგალითად, ცვლილების დასაშვებ ინტერვალში  $A = 5$  ერთეულისას და მოცემული 100%-იანი სიზუსტისას აუცილებელია განხორციელდეს გაზომვები

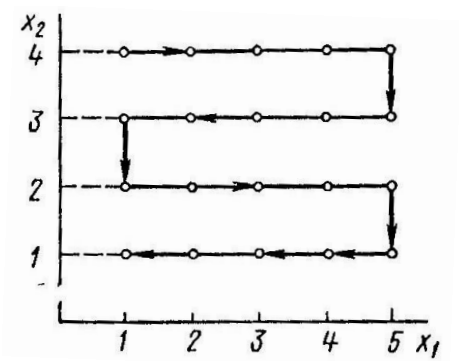
$$h = A/\varepsilon + 1 = 5/1 + 1 = 6 \quad (2.7)$$

წერტილში.

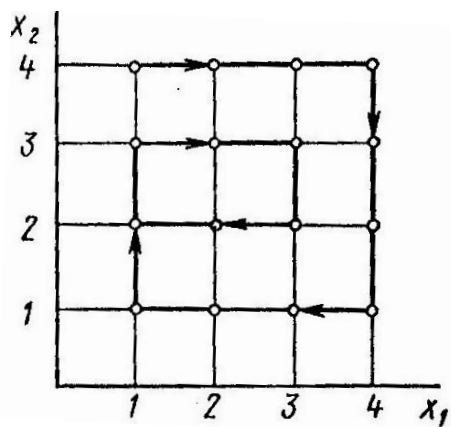
მოცემული  $\varepsilon = 10\%$  სიზუსტისას გაზომვების რიცხვი არსებითად იზრდება

$$h = 5/0,1 + 1 = 51. \quad (2.8)$$

სკანირების მეთოდის რეგულარობა განისაზღვრება წინასწარ მოცემული გადარჩევის მნიშვნელობების რიგით. ყველაზე ხშირად გამოიყენება ორი



Бсб. 2.2.



Бсб. 2.3.

ხერხი: სტრიქონული გაშლა და სპირალური გაშლა (ნახ. 2.2 და ნახ. 2.3). შემოვლის ორივე წესი უზრუნველყოფს ყველა დასაშვები წერტილების დათვალიერებას (განხილვას) გამოტოვების გარეშე.

### 2.3.2. გაუს–ზაიდელის მეთოდი

გაუს–ზაიდელის მეთოდში გამოიყენება ხარისხის  $J(x)$  ფუნქციონალის შესახებ დამატებითი ინფორმაციის, კერძოდ, გულისხმობენ, რომ  $J(x)$  არის უნიმოდალური ფუნქცია, ანუ ისეთი ფუნქცია, რომელსაც აქვს ერთი ექსტრემუმი. უნიმოდალურობის პირობა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად (მინიმუმის მოძებნისათვის):

$$\begin{aligned} J(x_1) < J(x_2) & \text{ როცა } x_{\min} < x_1 < x_2 \\ J(x_2) > J(x_1) & \text{ როცა } x_1 < x_2 < x_{\min} \end{aligned} \quad (2.9)$$

სადაც  $x_{\min}$  – მინიმუმის მდგომარეობაა;  $x_1$  და  $x_2$  ნებისმიერი მდგომარეობებით მინიმუმის წერტილის მიმართ.

უნიმოდალურობის პირობა საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად შევამციროთ განსახილველი წერტილების რიცხვი სრულ გადარჩევასთან შედარებით.

ძებნის მეთოდის საფუძველს შეადგენს მათე-  
სტრემალეზელი ფუნქციის სრული წარმოებულის  
გამოკვლევა:

$$\frac{dJ(\mathbf{x})}{dt} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right] \dot{x}_i, \quad (2.10)$$

სადაც

$$\dot{x}_i = \sum_{\ell=1}^n a_{\ell i} \left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_\ell} \right], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \ell = 1, 2, \dots, n,$$

$a_{\ell i}$  – კოეფიციენტებია, რომლებიც ახასიათებენ  
ექსტრემუმიდან გადახრას.

აქედან

$$\frac{dJ(\mathbf{x})}{dt} = \sum_{i=1, \ell=1}^n a_{\ell i} \left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right] \left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_\ell} \right]. \quad (2.11)$$

ექსტრემუმის წერტილში  $x_i = x_{i \text{ extr}}$  გვაქვს  
 $\left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x} \right]_{\text{extr}} = 0$ , ამიტომ ყველა წერტილში, გარდა  
 $\mathbf{x}_{\text{extr}}$  წერტილისა, (2.11) ფუნქციამ უნდა  
დააკმაყოფილოს ექსტრემუმთან მონოტონური  
მოახლოების პირობა:

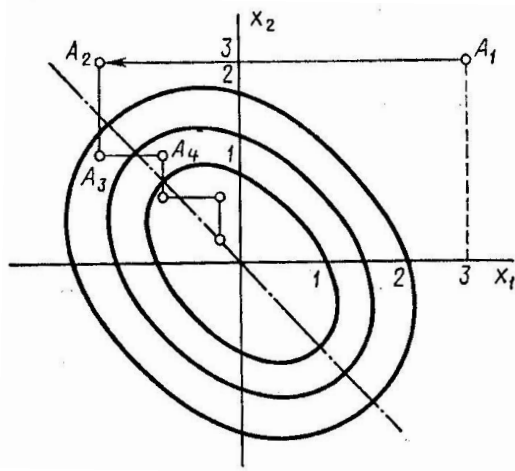
$$\begin{aligned} \frac{dJ(\mathbf{x})}{dt} > 0 & \quad \text{მაქსიმუმისთვის} \\ \frac{dJ(\mathbf{x})}{dt} < 0 & \quad \text{მინიმუმისთვის} \end{aligned} \quad (2.12)$$

გაუს-ზაიდელის მეთოდში ზდება  $x_1, x_2, \dots, x_n$  კოორდინატების თანდათანობით ცვლილება და განსაზღვრა კერძო ექსტრემუმისა  $\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_i} = 0$  თითოეული კოორდინატისთვის, ამასთან ამორჩეული კოორდინატის გარდა ყველა სხვა კოორდინატი დამაგრებულია.  $x_1$  კოორდინატის ალებისას, სხვა კოორდინატების მუდმივი ან ნულოვანი მნიშვნელობების დროს, განსაზღვრავენ  $\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_1}$  - ის მინიმუმს.  $\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_1} = 0$  მნიშვნელობის მიღწევისას ნაპოვნ  $x_1$  მნიშვნელობას ამაგრებენ და ცვლიან  $x_2$  - ს სანამ მისთვის  $\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_2} = 0$  . ასეთი გზით პოულობენ კერძო ექსტრემუმებს ყველა  $n$  კოორდინატის მიმართ. შემდეგ ხდება ცვლილებების განმეორებითი ციკლი  $x_1$  კოორდინატიდან დაწყებული მანამდე სანამ ექსტრემუმის მოძებნილი წერტილი არ გახდება ექსტრემალური ყველა კოორდინატისთვის.

**მაგალითი 2.1.** ვთქვათ ხარისხის ფუნქციას აქვს ნახაზ 2.4-ზე წარმოდგენილი სახე:

$$J(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + ax_1x_2, \quad (2.13)$$

სადაც  $a = \text{const}$  ,  $a = 1.5$  .



ნახ. 2.4.

ძიება იწყება წერტილიდან  $x_1 = 3, x_2 = 3$  ვცვლით  $x_1$  კოორდინატს, ხოლო  $x_2$ -ს ვტოვებთ მუდმივს.

მაშინ ხარისხის ფუნქცია:

$$J(x_1, 3) = x_1^2 + 9 + 4.5x_1. \quad (2.14)$$

$J(x_1, 3)$  - ის მინიმუმს ვპოულობთ კერძო წარმოებულის  $\frac{\partial J(x_1, 3)}{\partial x_1}$  ნულთან გატოლებით, ე.ი.

$$\frac{\partial J(x_1, 3)}{\partial x_1} = 2x_1 + 4.5 = 0. \quad (2.15)$$

აქედან პირველი ექსტრემუმი  $x_1$ -ით ტოლია :

$$x_1 = -2.25 \quad (2.16)$$

და მას შეესაბამება  $A_2$  წერტილი ნახ.2.5-ზე კოორდინატებით  $x_1 = -2.25$ ,  $x_2 = 3$ .

ეხლა ვტოვებთ  $x_1$  კოორდინატს დონეზე  $-2.25$  და ვცვლით  $x_2$ :

$$J[(-2.25), x_2] = (5 + x_2^2 - 3.4x_2). \quad (2.17)$$

ვპოულობთ ფუნქციის მინიმუმის  $x_2$ -ით:

$$\frac{\partial J[(-2.25), x_2]}{\partial x_2} = 2x_2 - 3.4 = 0, \quad x_2 = 1.7. \quad (2.18)$$

ამ ექსტრემუმს შეესაბამება წერტილი  $A_3$  ნახ. 2.5-ზე კოორდინატებით  $x_1 = -2.25$ ,  $x_2 = 1.7$ .

ვიმეორებთ გამოთვლების იგივე ციკლს  $x_1$  კოორდინატისთვის  $x_2 = 1.7$  მნიშვნელობის დამაგრებით, ე.ი.

$$J(x_1, 1.7) = x_1^2 + 2.9 + 2.55x_1, \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial J(x_1, 1.7)}{\partial x_1} = 2x_1 + 2.55 = 0, \quad x_1 = -1.27.$$

ძიებითი მოძრაობების შემდეგ ვიღებთ ტეხილს, რომელიც შედგება ურთიერთპერპენდიკულარი წრფეებისგან, რომელთა გადატეხვის წერტილები მდებარეობენ ამ წრფეების

$$J(x_1, x_2) = \text{const}$$

წირებთან შეხების წერტილებში.

ამრიგად, მეთოდის რეგულირება განისაზღვრება კოორდინატების ცვლილებების თანმიმდევრობით, მაგრამ ამ მეთოდის ნაკლოვანებას უნდა მივაკუთვნოთ კოორდინატების ნუმერაციის ნებისმიერობა, რასაც ცალკეულ შემთხვევებში მივყავართ ძიების გახანგრძლივებაზე.

### 2.3.3. გრადიენტის მეთოდი

$J(x_1, x_2, \dots)$  ამოზნექილი დიფერენცირებადი ფუნქციის გრადიენტი, ეწოდება ვექტორს, რომლის პროექციები  $x_1, x_2, \dots$  კოორდინატთა ღერძებზე, ტოლია კერძო წარმოებულების  $\frac{\partial J}{\partial x_1}, \frac{\partial J}{\partial x_2}, \dots$

გრადიენტის თითოეული მდგენელი შეიძლება მიახლოებით განსაზღვრული იყოს  $J(\mathbf{x})$  ფუნქციის მნიშვნელობების გაზომვით ახლო წერტილებში  $\mathbf{x} \pm \Delta$ , ანუ

$$\text{grad } J(\mathbf{x}) = [J(\mathbf{x} + \Delta) - J(\mathbf{x} - \Delta)] / 2\Delta.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $J(\mathbf{x})$  დამოკიდებულია რამოდენიმე ცვლადზე, ე.ი.  $J(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , მაშინ გრადიენტი განისაზღვრება ყველა ცვლადის მიმართ:



მიახლოებისას. ეს შეიძლება შეინიშნოს  $J(\mathbf{x})$  წირისადმი გავლებული მხების დახრის ცვლილებებზე დაკვირვებით (ნახ. 2.5).

თითოეული მომდევნო მდგომარეობის კოორდინატები განისაზღვრება შემდეგნაირად :

$$\begin{aligned}
 x_1^{(2)} &= x_1^{(1)} + a \left( \frac{1}{\Delta_1} \right) \left\{ J[x_1^{(1)} + \Delta_1, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}] - \right. \\
 &\quad \left. - J[x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}] \right\}, \\
 x_2^{(2)} &= x_2^{(1)} + a \left( \frac{1}{\Delta_2} \right) \left\{ J[x_1^{(1)}, (x_2^{(1)} + \Delta_2), \dots, x_n^{(1)}] - \right. \\
 &\quad \left. - J[x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}] \right\}, \\
 x_n^{(2)} &= x_n^{(1)} + a \left( \frac{1}{\Delta_n} \right) \left\{ J[x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, (x_n^{(1)} + \Delta_n)] - \right. \\
 &\quad \left. - J[x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}] \right\}.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

მაშასადამე გრადიენტის მეთოდით ძიების პროცესი იყოფა ორ ეტაპად. პირველად აკეთებენ საცდელ ნაბიჯს ალგორითმის შესაბამისად, გრადიენტის სიდიდისა და მიმართულების განსასაზღვრად

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_0 + g\Delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \tag{2.22}$$

სადაც  $\mathbf{x}_0$  – საწყისი მდგომარეობის ვექტორის კოორდინატია,  $\mathbf{x}_i$  – საცდელი მდგომარეობის ვექტორის კოორდინატია,  $g$  – საცდელი ბიჯის

სიდიდეა,  $\Delta_i$  – მოცემული კოორდინატის მიმართ გადახრის ერთეულოვანი ვექტორია.

შემდეგ ხორციელდება ყველა კოორდინატის ერთდროული მუშა გადაადგილება გრადიენტის მიმართულებით შემდეგი განტოლების შესაბამისად:

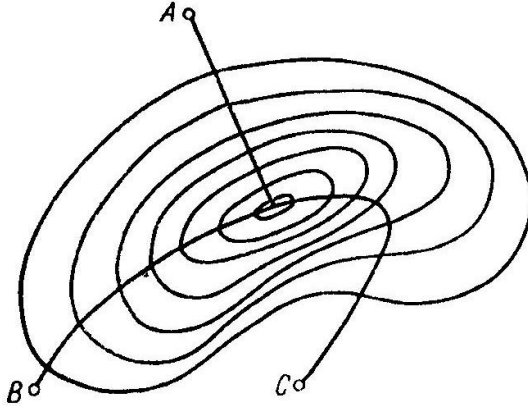
$$\mathbf{x} = \mathbf{x} \pm a \text{ grad } J(\mathbf{x}), \quad (2.23)$$

სადაც  $a$  – მუშა ბიჯის სიდიდეა,  $\mathbf{x}$  – ახალი მუშა მდგომარეობის ვექტორია.

ზოგჯერ ძიების დაჩქარებისათვის საცდელ და მუშა ბიჯებს ერთმანეთს უთავსებენ, ანუ ყოველი მუშა ბიჯი ხდება საცდელი ბიჯი შემდგომი მდგომარეობისათვის.

ნახ. 2.6–ზე წარმოდგენილია ექსტრემუმისკენ მოძრაობის ტრაექტორია გრადიენტის მიმართულებით. მოძრაობის მრუდები ნორმალურია  $J(\mathbf{x})$  ხარისხის ფუნქციის მუდმივი მნიშვნელობების წირების მიმართ. არ არის ძნელი იმის დანახვა, რომ ხარისხის ფუნქციას თუ გააჩნია უსწორმასწორო უბნები ან ე.წ. „თხემები“, მაშინ გრადიენტის მიმართულებით მოძრაობა შეიძლება გახდეს ძალიან დაკლაკნილი, გარდა ამის, გრადიენტის მიმართულება დამოკიდებულია თითოეული ლერძის მიმართ კოორდინატების ცვლილების არჩეულ მაშტაბებზე, ანუ არახელსაყრელი მაშტაბების შემთხვევაში

შესაძლებელია ძეზნის პროცესის მნიშვნელოვანი გაგრძელება.

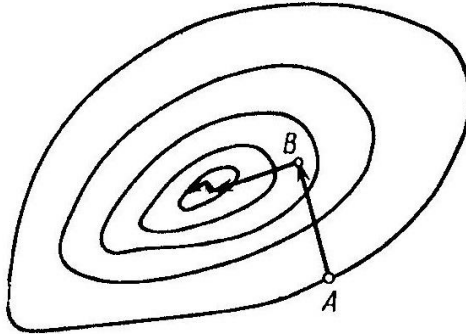


ნახ. 2.6.

#### 2.3.4. უსწრაფესი დაშვების მეთოდი

უსწრაფესი დაშვების მეთოდი წარმოადგენს გრადიენტული ძიების მეთოდის მოდიფიკაციას. აქ ასევე განსაზღვრავენ საწყის წერტილში გრადიენტს, შემდეგ მოძრაობა ხორციელდება არჩეული მიმართულებით მანამდე, სანამ ხარისხის ფუნქცია აგრძელებს შემცირებას (ნახ.2.7). შემდეგ კვლავ ხორციელდება გრადიენტის მიმართულების განსაზღვრა და სწორხაზოვანი მოძრაობის ორგანიზება ამ

მიმართულებით ხარისხის ფუნქციის შემცირებამდე და მისი მინიმალური მნიშვნელობის მიღწევამდე.



ნახ. 2.7.

უსწრაფესი დაშვების მეთოდი მნიშვნელოვნად ამცირებს ექსტრემუმის ძიების პროცესს გრადიენტის მეთოდებთან შედარებით, ვინაიდან მნიშვნელოვნად მცირდება წერტილების რაოდენობა, რომელშიც ხორციელდება გრადიენტის სიდიდისა და მიმართულების განსაზღვრა

**მაგალითი. 2.2.**

დავუშვათ ხარისხის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$J(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 1.5x_1x_2. \quad (2.24)$$

ვიპოვოთ  $J$  ფუნქციის მინიმუმი უსწრაფესი დაშვების მეთოდით ( $x'_1 = 2$ ,  $x'_2 = 3$ ) წერტილიდან.

საწყის წერტილში კერძო წარმოებულები:

$$\left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=x'_1 \\ x_2=x'_2}} = 2x'_1 + 1,5x'_2 = 8,5,$$

$$\left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1=x'_1 \\ x_2=x'_2}} = 2x'_2 + 1,5x'_1 = 9.$$
(2.25)

ვმოძრაობთ რა მიმართულებით, რომელიც შებრუნებულია მიღებული გრადიენტის, ვიპოვით შემდეგი წერტილის ( $x'_1, x'_2$ ) – ის კოორდინატები:

$$x'_1 = x_1 - a \left[ \left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right|_{(x'_1, x'_2)} \right] = 2 - 8,5a,$$

$$x'_2 = x_2 - a \left[ \left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right|_{(x'_1, x'_2)} \right] = 3 - 9a.$$
(2.26)

სადაც  $a$  – ( $x'_1, x'_2$ ) წერტილიდან ( $x_2, x_2$ ) წერტილში გადასვლის ჯერ კიდევ უცნობი ბიჯია.

განვსაზღვროთ  $a$  ბიჯი (2.26)–ის (2.24)–ში ჩასმით, ანუ

$$J(x_1, x_2) = \left\{ x'_1 - a \left[ \left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right|_{(x'_1, x'_2)} \right] \right\}^2 +$$

$$+ \left\{ x'_2 - a \left[ \left. \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right|_{(x'_1, x'_2)} \right] \right\}^2 +$$

$$\begin{aligned}
& + 1.5 \left\{ x'_1 - a \left[ \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right]_{(x'_1, x'_2)} \right\} \times \\
& \times \left\{ x'_2 - a \left[ \frac{\partial J(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right]_{(x'_1, x'_2)} \right\}. \quad (2.27)
\end{aligned}$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.26)–ს, მაშინ მივიღებთ

$$J(a) = (2 - 8,5a)^2 + (3 + 9a)^2 + 1,5(2 - 8,5a)(3 - 9a) \quad (2.28)$$

გარდავექმნათ (2.28), მივიღებთ

$$J(a) = 268a^2 - 166,75a + 22. \quad (2.29)$$

ვიპოვოთ  $a_{\max}$  პირობებიდან

$$\frac{\partial J(a)}{\partial a} = 0 \quad (2.30)$$

ან

$$\frac{\partial J(a)}{\partial a} = 536a - 166,75 = 0, \quad (2.31)$$

საიდანაც  $a_{\max} = 0,31$ . თუ ჩავსვამთ  $a_{\max}$  (2.26)–ში მივიღებთ  $(x_1, x_2)$  წერტილის კოორდინატებს:

$$\begin{aligned}
x'_1 &= 2 - 0,31 \cdot 8,5 = -0,635, \\
x'_2 &= 3 - 0,31 \cdot 9 = 0,21. \quad (2.32)
\end{aligned}$$

თუ მოვიქცევით ანალოგიური გზით მეორე იტერაციაში მივიღებთ კოორდინატების შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$x_1 = 0,037, \quad x_2 = -0,16. \quad (2.33)$$

ამრიგად, პრაქტიკულად ძებნის ორი იტერაციის შემდეგ სისტემა აღმოჩნდა საკმაოდ ახლოს მინიმუმთან ( $x_1 = 0, \quad x_2 = 0$ )

### 2.3.5. ექსტრაპოლაციური ძიების მეთოდები

ძიების ექსტრაპოლაციური მეთოდები იგება ორი დაშვების საფუძველზე ან წინასწარ ცნობილია ხარისხის  $J(x)$  ფუნქციის ექსტრემუმის მნიშვნელობა, ან  $J(x)$  ფუნქცია შესაძლებელია წარმოდგენილი იყოს რაიმე ცნობილი ფუნქციონალური დამოკიდებულებით.

უმარტივესი ექსტრაპოლაციური მეთოდები გულისხმობენ რეალური ხარისხის ფუნქციის შეცვლას უბან-უბან წრფივი ფუნქციით ან კვადრატული პარაბოლით.

პირველ შემთხვევაში (წრფივი ექსტრაპოლაცია)  $J(x + \Delta)$  და  $J(x_0 - \Delta)$  ორი გაზომვით და  $J_{extr}$  ექსტრემუმის ჭეშმარიტი მნიშვნელობით განსაზღვრავენ ექსტრემუმის წერტილის მდებარეობას  $x_1$ -ს, ე.ი.

$$x_1 = x_0 + \Delta + 2\Delta [J_{\text{ახდბ}} - J(x_0 + \Delta)] / [J(x_0 + \Delta) - J(x_0 - \Delta)]. \quad (2.34)$$

ექსტრემუმის მიღებული მდებარეობის ჭეშმარიტების შემოწმება ხორციელდება

$$J(x_1) = J_{\text{extz}} \quad (2.35)$$

ტოლობის დახმარებით.

(28) ტოლობას არ შესრულების შემთხვევაში წრფივი ექსტრაპოლაციის პროცედურა მეორდება, მხოლოდ  $x_1 \pm \Delta_1$  გაზომვების პირობებში.

მეორე შემთხვევაში (კვადრატული ექსტრაპოლაცია) ხარისხის ფუნქციის სამი გაზომვის:  $J_1 = J(x_0 - \Delta)$ ,  $J = J(x_0)$ ,  $J_3 = J(x_0 + \Delta)$  საშუალებით ჩაიწერება სამი წრფივი (კოეფიციენტების მიმართ) მეორე რიგის განტოლება:

$$\begin{aligned} a(x_0 - \Delta) + b(x_0 - \Delta) + c &= J_1, \\ ax_0 + bx_0 + c &= J_2, \\ a(x_0 - \Delta)^2 + b(x_0 - \Delta) + c &= J_3. \end{aligned} \quad (2.36)$$

(2.36) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა იძლევა საშუალებას განვსაზღვროთ  $a, b, c$  კოეფიციენტები:

$$\begin{aligned} a &= [J_1 - 2J_2 + J_3] / 2\Delta^2, \\ b &= (1/2\Delta^2) [\Delta(J_3 - J_1) - 2x_0(J_1 - 2J_2 + J_3)], \\ c &= J_2 - [J_3 - J_1] x_0 / 2\Delta + (J_1 - 2J_2 + J_3) x_0^2 / 2\Delta^3. \end{aligned} \quad (2.37)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ კვადრატული  $J = ax^2 + 8x + c$  პარაბოლის მინიმუმი მდებარეობს  $x_{\min} = -\frac{b}{2a}$  წერტილში და ტოლია  $J_{\min} = 4ac - \frac{b^2}{4a}$ , შეიძლება მივიღოთ ექსტრემუმისაკენ გადაადგილების ბიჯის სიდიდე:

$$x - x_0 = \frac{(\Delta/2)(J_3 - J_1)}{(J_1 - 2J_2 + J_3)} \quad (2.38)$$

და ექსტრემუმის მოსალოდნელი მნიშვნელობა:

$$J_{\text{ბო6}} = J_2 - \frac{(J_3 - J_2)^2}{8(J_1 - 2J_2 + J_3)}. \quad (2.39)$$

თუ შევადარებთ ხარისხის ფუნქციის ჭეშმარიტ მნიშვნელობას  $x$  წერტილში მოსალოდნელ (2.39) მნიშვნელობასთან, შეიძლება მსჯელობა ჭეშმარიტ ექსტრემუმთან სიახლოვეზე. ძიება მთავრდება იმ შემთხვევაში როდესაც მოსალოდნელი ექსტრემუმის მნიშვნელობა ემთხვევა ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობას მოცემულ  $\varepsilon$  სიზუსტით.

განხილული ექსტრემუმის ძიების რეგულარული მეთოდებს, გარდა სრული გადარჩევის მეთოდისა, გააჩნიათ არსებითი ნაკლოვანება, რომელიც ვლინდება იმ შემთხვევაში, როდესაც ხარისხის ფუნქციას გააჩნია რამდენიმე ექსტრემუმი, რომელთა შორის ერთი გლობალურია. თუ საწყისი წერტილი აღმოჩნდება ლოკალური ექსტრემუმის ფერდობზე,

მაშინ ძიება წყდება ამ ლოკალური ექსტრემუმის მიდამოში. აღნიშნული სიძნელე გლობალური ექსტრემუმისას ძებნისას ხშირად იხსნება შემთხვევითი ძიების მეთოდის საშუალებით.

#### 2.4. შემთხვევითი ძიების მეთოდები

შემთხვევითი ძიების მეთოდები განსხვავდება რეგულარული ძებნის მეთოდებისგან ძიების პროცედურაში შემთხვევითობის ელემენტის გამიზნული შემოტანით. შემთხვევითი ძიების მეთოდებს საფუძვლად უდევს ცნობილი ცდებისა და ცდომილებების მეთოდი, რომლის თანახმად მიღებული წარმატებული ამონახსნი მიიღება, ხოლო არაწარმატებულის – უარყოფა ხდება. ეს მეთოდი გულისხმობს, რომ შემთხვევითი ამონარჩევი შეიცავს ყველა შესაძლო ამონახსნს, მათ შორის – ჭეშმარიტს.

შემთხვევითი ძიების მეთოდები გამოიყენება როგორც ლოკალური ექსტრემუმის ისე გლობალური ექსტრემუმის გარკვეული მდებარეობის დროს. ხშირ შემთხვევაში ლოკალური შემთხვევითი ძიების მეთოდები კარგად ავსებენ რეგულარულ ძიების მეთოდებს ძიების საწყის ეტაპებზე დაჩქარებით.

### 2.4.1. ლოკალური შემთხვევითი ძებნა დაბრუნებით

ამ მეთოდის დროს პირველად ხორციელდება ფიქსირებული ბიჯი შემთხვევით არჩეული მიმართულებით თუ ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობა ახალ მდგომარეობაში  $J(x_1 + \Delta)$  მეტია საწყის  $J(x_1)$  მდგომარეობაზე ან რჩება უცვლელი, ე.ი. შემთხვევითი არჩევა აღმოჩნდა წარუმატებელი, მაშინ ხდება დაბრუნება საწყის  $x_1$  მდგომარეობაში, საიდანაც განხორციელდება ახალი ბიჯი შემთხვევითი მიმართულებით. თუ  $J(x_1 + \Delta)$  შემცირდა, მაშინ შემდეგი ბიჯი შემთხვევითი მიმართულებით განხორციელდება  $x_1 + \Delta$  წერტილიდან.

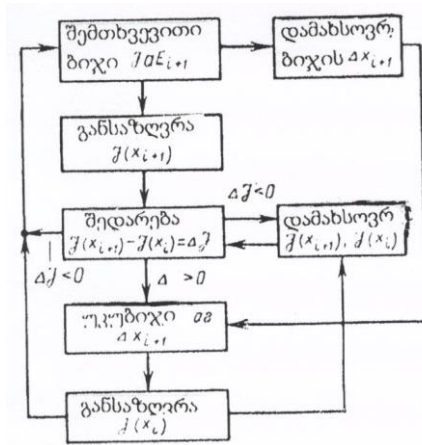
ძებნის ალგორითმი შეიძლება ჩაწერილ იქნეს შემდეგი რეკურენტული სახით:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{i+1}, \quad (2.40)$$

სადაც

$$\Delta \mathbf{X}_{i+1} = \begin{cases} a \mathbf{E}_{i+1} & \text{თუ } J(x_{i+1}) < J(x_i), \\ 0 & \text{თუ } J(x_{i+1}) \geq J(x_i), \end{cases}$$

$a$  – გადაადგილების ბიჯის სიდიდეა,  $\mathbf{E}_{i+1}$  – შემთხვევითი ერთეულოვანი ვექტორია,  $\mathbf{E} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ .



ნახ. 2.8.

ნახ. 2.8.–ზე წარმოდგენილია ალგორითმის ბლოკ-სქემა. საწყის მომენტში სისტემა აკეთებს ბიჯს  $\Delta x_{i+1}$  შემთხვევითი მიმართულებით საწყისი მდგომარეობიდან  $x_i$ , ამავე დროს მეხსიერებაში უკვე იმყოფება ხარისხის ფუნქციის საწყისი მნიშვნელობა  $J(x_i)$  ამ მდგომარეობისთვის. შემდეგ განისაზღვრება ახალი მნიშვნელობა ხარისხის ფუნქციისა  $J(x_{i+1})$  რომელიც დარდება დამახსოვრებულ  $J(x_i)$ . ხარისხის ფუნქციის შემცირების შემთხვევაში ( $\Delta J < 0$ ), კვლავ ხორციელდება შემთხვევითი ბიჯი  $\Delta_{i+2}$  და მახსოვრდება მისი კომპონენტები. ხარისხის

ფუნქციის გაზრდისას ( $\Delta J > 0$ ) სისტემა ახორციელებს უკუბიჯს  $-\Delta x_{i+1}$ , რომლის კომპონენტები დამასოვრებული იყო ადრე. ხარისხის ფუნქცია ამ მდგომარეობაში  $J(x_i)$  განისაზღვრება კვლავ და დამახსოვრდება, ამის შემდეგ ხორციელდება ახალი ბიჯი შემთხვევითი მიმართულებით. ალგორითმი ეფექტურია იმ შემთხვევაშიც კი როდესაც ხარისხის ფუნქცია არასტაციონალურია ანუ იცვლება დროის მიხედვით სხვადასხვა მიზეზის გამო.

#### 2.4.2. ლოკალური შემთხვევითი ძიება გადათვლით

ძიების ეს მეთოდი განსხვავდება წინასგან იმით, რომ სისტემა არ ბრუნდება წინა საწყის მდგომარეობაში წარუმატებელი ბიჯის დროს, არამედ აკეთებს „გადათვლილ“ შემთხვევით ბიჯს ახალი მიმართულებით, რომლის დროსაც მხედველობაში მიიღება საწყისი მდგომარეობა.

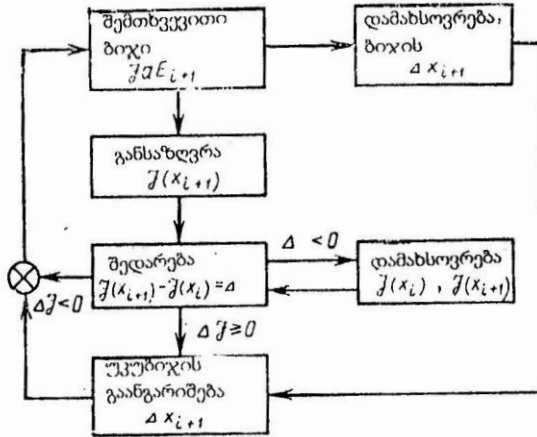
ძიების ალგორითმი ჩაიწერება შემდეგი რეკურენტული ფორმულის სახით

$$\Delta x_{i+1} = \begin{cases} aE_{i+1} & \text{თუ } J(x_i) < J_{i-1}^* \\ -\Delta x_i + aE_{i+1} & \text{თუ } J(x_i) \geq J_{i-1}^* \end{cases}, \quad (2.41)$$

სადაც  $J_i^* = \min_{j=1,2,\dots,i} J(x)$  - უმცირესი მნიშვნელობაა

ხარისხის ფუნქციისა ძიების წინა  $i$  ბიჯისას ეს

ალგორითმი გამოიყენება ძირითადად სტაციონარული ხარისხის ფუნქციისა და ხმაურის არსებობის შემთხვევაში.



ნახ. 2.9.

ძეზნის ალგორითმის ბლოკ-სქემა ნაჩვენებია ნახ. 2.9-ზე. სქემიდან ცხადია, რომ ძიების პროცედურაში არ აქვს ადგილი  $J(x_i)$ -ის გამოთვლას წარუმატებელი ბიჯის შემთხვევაში, ასევე  $J(x)$  დამახსოვრების მოწყობილობა თავისუფლდება დამატებითი ინფორმაციისგან.

### 2.4.3. ლოკალური შემთხვევითი ძებნა საუკეთესო ცდით

ძიების ეს მეთოდი შეიცავს დაგროვების ოპერაციას, რომელიც შედგება რამდენიმე საცდელი ბიჯისგან. დამოუკიდებელი ცდების ერთობლიობის საფუძველზე მიიღება გადაწყვეტილება ყველაზე უფრო წარმატებული მდგომარეობის არჩევის შესახებ. ამ მეთოდის შესაბამისად საწყისი  $x_i$  მდგომარეობიდან ხორციელდება  $m$  შემთხვევითი საცდელი ბიჯი:  $aE_{i+1}^1, aE_{i+1}^2, \dots, aE_{i+1}^m$  მიღებულ გადაადგილებულ წერტილებში:  $x_{i+1}^j = x_i + aE_{i+1}^j$ , სადაც  $i = 1, 2, \dots, m$ , ხდება ხარისხის ფუნქციის  $J(x_{i+1}^j)$  მნიშვნელობების გამოთვლა და დამასხვორდება მდგომარეობა, რომელმაც მიგვიყვანა მინიმალურ მნიშვნელობებთან:

$$J^*(x_{i+1}^j) = \min J(x_i + aE_{i+1}^j), \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (2.42)$$

შემდეგ ხორციელდება მუშა ბიჯი ამორჩეული მიმართულებით

$$\Delta x_{i+1} = aE_{i+1}^* \quad (2.43)$$

სადაც  $E_{i+1}^*$  – საუკეთესო ცდის შემთხვევითი ერთეულოვანი ვექტორია.

საცდელი  $m$  ბიჯების რიცხვის გაზრდისას შემთხვევით ამორჩეული ძიების მიმართულება სულ უფრო და უფრო უახლოვდება მიმართულებას, რომელიც გრადიენტის შებრუნებულია.

(2,42) ძიების ალგორითმს აქვს ნაკლი, რომელიც დაკავშირებულია ისეთ ზონაში მოხვედრასთან, სადაც მუშა ბიჯი კეთდება ხარისხის ფუნქციის ზრდის მიმართულებით, მაგალითად თუ ყველა საცდელმა ბიჯმა მიგვიყვანა ხარისხის ფუნქციის ზრდასთან.

ასეთ შემთხვევაში მოდიფიკაცია ხორციელდება შემდეგნაირად:

$$\Delta x_{i+1} = \begin{cases} 0 & \text{თუ } J^*(x_{i+1}^j) \geq J(x_i), \\ aE_{i+1}^* & \text{თუ } J^*(x_{i+1}^j) < J(x_i). \end{cases} \quad (2.44)$$

(2.44)–ის თანახმად სისტემა აკეთებს მუშა ბიჯს საუკეთესო ცდის მიმართულებით მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ყველა ცდებიდან მინიმალური მნიშვნელობა  $J^*(x_{i+1})$  არ აჭარბებს საწყის  $J(x_i)$  მნიშვნელობას.. თუ ეს პირობა არ სრულდება, მაშინ მეორდება ციკლი  $m$  საცდელი შემთხვევითი ბიჯებისგან.

#### 2.4.4. ლოკალური შემთხვევითი ძებნა სტატისტიკური გრადიენტის მიხედვით

ეს მეთოდი გამოიყენება იმ შემთხვევებში, როდესაც ხარისხის ფუნქცია  $J(x)$  არ შეიძლება წარმოდგენილი იყოს რეგულარული სახით და ის განისაზღვრება  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  რეგულარული პარამეტრებისა და შემთხვევითი  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$  პარამეტრებისგან დამოკიდებულებით. ასეთი სიტუაცია შესაძლებელია, მაგალითად ექსტრემუმის ძებნისას ხმაურის მოქმედების პირობებში.

ვინაიდან შემთხვევითი ძიება სტატისტიკური გრადიენტის მიხედვით ახლოსაა თავისი არსით სტოქასტურ აპროქსიმაციასთან, ამიტომ წინასწარ განვიხილოთ სტოქასტური აპროქსიმაციის ზოგიერთი პროცედურები.

შემთხვევითი  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$  პარამეტრების არსებობისას ხარისხის რეგულარულ  $J(\mathbf{x})$  ფუნქციას წარმოადგენენ შემთხვევითი ფუნქციის სახით:

$$H(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}) = H(x_1, x_2, \dots, x_n; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m), \quad (2.45)$$

სადაც  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – ძებნის მდგომარეობის ვექტორია,  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$  – შემთხვევითი ხმაურის ვექტორია.

როდესაც ცნობილია  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$  პარამეტრების ალბათური მახასიათებლები, მაგალითად განაწილების სიმკვრივე  $p(\varepsilon)$ , შეიძლება გავასაშუალოთ  $H(\mathbf{x}, \varepsilon)$  ფუნქცია ამ პარამეტრების მიმართ და კვლავ გადავიდეთ ხარისხის გასაშუალებულ ფუნქციაზე:

$$J(\mathbf{x}) = \int H(\mathbf{x}, \varepsilon) p(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2.46)$$

ან

$$J(\mathbf{x}) = M_\varepsilon [H(\mathbf{x}, \varepsilon)], \quad (2.47)$$

სადაც  $M_\varepsilon$  მათემატიკური ლოდინია.

(2.46) – დან შეიძლება გაკეთდეს დასკვნა იმის შესახებ, რომ დეტერმინირებულ შემთხვევაში ხარისხის ფუნქციის მიღება დაკავშირებულია ინტეგრალის გამოთვლის აუცილებლობასთან, ან შემთხვევითი  $\varepsilon$  ზემოქმედებების ხასიათზე მკაცრ შეზღუდვებთან, ან ამ ზემოქმედებების ცნობილ ალბათურ მახასიათებლებთან. მაგრამ ჩვეულებრივად გვაქვს მხოლოდ ინფორმაცია შემთხვევითი  $H(\mathbf{x}, \varepsilon)$  ფუნქციის ცალკეულ რეალიზაციაზე.

დიფერენცირებადი  $J(\mathbf{x})$  ხარისხის ფუნქციის ექსტრემუმის ძებნისას ყველა  $n$  კერძო წარმოებული

$$\frac{\partial J(x_i)}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

უნდა გახდეს ერთდროულად ნული, ანუ

$$\text{grad } J(\mathbf{x}) = 0. \quad (2.48)$$

$J(\mathbf{x})$  - ის  $M_\varepsilon[H(\mathbf{x}, \varepsilon)]$  - ით შეცვლის შედეგად ექსტრემუმის პირობები იღებენ შემდეგ სახეს:

$$\text{grad } M_\varepsilon[H(\mathbf{x}, \varepsilon)] = 0. \quad (2.49)$$

ან იპერაციების წრფივობის გათვალისწინებით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$M_\varepsilon[\text{grad } H(\mathbf{x}, \varepsilon)] = M_\varepsilon\left[\text{grad}\left(\frac{\partial H(x, \varepsilon)}{\partial x_1}, \frac{\partial H(x, \varepsilon)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial H(x, \varepsilon)}{\partial x_n}\right)\right] = 0. \quad (2.50)$$

სტოქასტიკური აპროქსიმაციის იტერაციული პროცედურის განხორციელებით, ვსაზღვრავთ  $\mathbf{x}^*$ , რომელიც შეესაბამება  $H^*(\mathbf{x}, \varepsilon)$  ექსტრემალურ მნიშვნელობას, მასთან თანდათანობით მიახლოებით

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - A_i \text{grad } H(\mathbf{x}_i, \varepsilon_i). \quad (2.51)$$

ამრიგად  $J(\mathbf{x})$  ხარისხის ფუნქციის ზუსტი მნიშვნელობის არცოდნის შემთხვევაში ის შეცვლილი უნდა იყოს სტოქასტიკური  $H(\mathbf{x}, \varepsilon)$

შეფასებით და შემდეგ ამ შეფასებით ვსარგებლობთ ექსტრემუმის  $x^*$  წერტილის ძებნისას.

ამ შემთხვევაში როდესაც  $H(\mathbf{x}, \varepsilon)$  წარმოდგენილია  $x$  სკალარული არგუმენტის სკალარული ფუნქციის სახით და შემთხვევითი  $\varepsilon$  პარამეტრით, მაშინ სტოქასტური აპროქსიმაციის პროცედურა დაიყვანება ამ სკალარული ფუნქციის ფესვის განსაზღვრის პროცედურაზე ან ე.წ. რობინს-მონროს პროცედურაზე.

ვთქვათ

$$H(\mathbf{x}, \varepsilon) = L(x, \varepsilon), \quad (2.52)$$

სადაც  $L(x, \varepsilon)$  მდგომარეობის  $x$  პარამეტრის სკალარული ფუნქციაა.

$L(x, \varepsilon)$  შეიძლება წარმოდგენილი იყოს  $f(x)$  რეგულარული მდგენელისა და შემთხვევითი  $\varepsilon_i$  მდგენელის ჯამის სახით, ამავე დროს მათემატიკური ლოდინი  $M(\varepsilon) = 0$ , თუ შემთხვევითი მდგენელი ცენტრირებულია.

ძიების შედეგად საზღვრავენ რეგულარული  $f(x)$  – ის  $x^*$  ფესვს, ანუ

$$f(x^*) = 0, \quad (2.53)$$

შემდეგი პროცედურის შესაბამისად:

$$x_{i+1} = x_i - \alpha aL(E_i, x_i), \quad (2.54)$$

სადაც  $\alpha - x^*$  წერტილში რეგულარული  $f(x)$  მდგენელის დახრის ნიშანია (მინიმუმისათვის „+“, მაქსიმუმისათვის „-“,  $a$  მდგენელია, რომელიც განსაზღვრავს  $f(x)$  მაპროქსიმერებელიწრფის დახრას.

თუ  $L(x, \varepsilon)$  ფუნქცია წარმოადგენს რეგრესიის ერთპარამეტრიან ფუნქციას და მოცემულია რეალიზაციებით  $H(x_i, \varepsilon_i)$  და შეუძლია მოგვცეს მისი გრადიენტის ზუსტი შეფასება

$$\text{grad } H(x, \varepsilon) = \frac{dH(x, \varepsilon)}{dx_1},$$

ანუ

$$\frac{dH(x_1, \varepsilon)}{dx} \cong \frac{1}{2\Delta_i} [H(x_i + \Delta_i, \varepsilon_1) - H(x_i - \Delta_i, \varepsilon_2)], \quad (2.55)$$

სადაც  $\Delta_i$  წარმოებულის შეფასების ინტერვალია, მაშინ  $L(x, \varepsilon)$  ფუნქციის ექსტრემუმის ძებნა დაიყვანება  $L(x, \varepsilon)$ -ის რეგულარული ნაწილის რეგრესიის ფუნქციის ფესვის მოძებნამდე კოფერ-ვოლფოვიცის პროცედურის შესაბამისად:

$$x_{i+1} = x_i - \alpha \left( \frac{a_i}{2\Delta_i} \right) [H(x_i + \Delta_i, \varepsilon_1) - H(x_i - \Delta_i, \varepsilon_2)],$$

(2.56)

სადაც

$$\alpha = \begin{cases} +1 & \text{min-თვის,} \\ -1 & \text{max-თვის.} \end{cases}$$

შემთხვევითი ძიებისას სტატისტიკური გრადიენტის მიხედვით საწყისი  $x_i$  მდგომარეობიდან ხორციელდება  $m$  შემთხვევითი საცდელი ბიჯი:  $aE_{i+1}^1, aE_{i+1}^2, aE_{i+1}^3, \dots, aE_{i+1}^m$ . ახალ წერტილებში  $x_{i+1}^j = x_i + aE_{i+1}^j$ ,  $j=1,2,\dots,m$  ითვლიან ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობებს  $J^j(x_i+1)$ ,  $j=1,2,\dots,m$ , და ხარისხის ფუნქციის შესაბამის ნაზრდებს:

$$\Delta J^j = J^j(x_i+1) - J(x_i). \quad (2.57)$$

ამის შემდეგ გამოითვლიან გრადიენტის სტატისტიკურ შეფასების ვექტორის  $x_i$  წერტილში, ანუ

$$\nabla J^1(x_j) = \sum_{j=1}^m E_j [J^j(x_i+1) - J(x_i)], \quad i=1,2,\dots,n. \quad (2.58)$$

ზღვარში, როცა  $m \rightarrow \infty$ , სტატისტიკური შეფასება  $\nabla J'(x_i)$  ემთხვევა ხარისხის ფუნქციის გრადიენტის მიმართულებას, ამიტომ მუშა ბიჯი ხორციელდება მიღებითი შეფასების მიმართულებით:

$$\nabla x_{i+1} = \frac{-a \nabla J'(x_i)}{\|\nabla J'(x_i)\|}, \quad (2.59)$$

სადაც  $\|\nabla J'(x_i)\|$  – სტატისტიკური გრადიენტის ვექტორის ნორმაა,  $a$  – მუშა ბიჯის სიდიდეა.

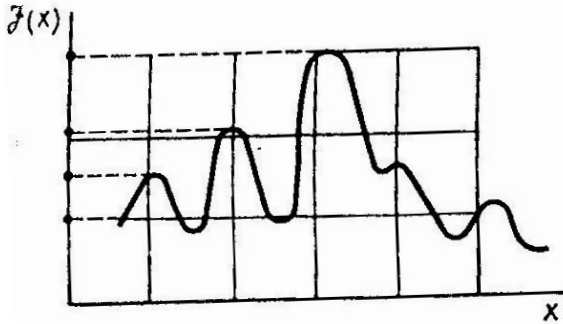
ამრიგად, სტატისტიკური გრადიენტის მიხედვით შემთხვევითი ძიებისას გრადიენტის სტატისტიკური შეფასების წერტილოვანი გაზომვების რიცხვი, რომელიც გრადიენტის მიმართულებით მუშა ბიჯს წინ უსწრებს, შეიძლება იყოს უფრო მცირე სტატისტიკური აპროქსიმაციის მეთოდთან შედარებით ( $m < n$ ).

#### **2.4.5. გლობალური შემთხვევითი ძებნა საცდელი ბიჯების განაწილების სიმკვრივის დამოუკიდებელი ამორჩევით**

ძებნის პროცედურა მნიშვნელოვნად რთულდება იმ შემთხვევებში, როდესაც ხარისხის ფუნქცია არ არის უნიმოდალური და არის მრავალექსტრემალური (ნახ. 2.10).

პრაქტიკულად ლოკალური ექსტრემუმის ძებნის განხილული ხერხები არ შეიძლება გამოყენებული იყოს სპეციალური მოდიფიკაციის გარეშე გლობალური ექსტრემუმის მოსაძებნად. გამონაკლისს წარმოადგენს სრული გადარჩევის მეთოდი. მაგრამ მისი გამოყენება პრაქტიკაში არ არის მოსახერხებელი ძიებაზე ძალიან დიდი დროის ხარჯვის გამო.

როგორც წესი გლობალური ექსტრემუმის მეთოდები ეყრდნობა სტატისტიკურ პრინციპებს.



ნახ. 2.10.

ეს აიხსნება იმით, რომ სტატისტიკური მეთოდებით ძიება იძლევა დამოუკიდებელი საცდელი ბიჯების განაწილების სიმკვრივის მართვის საშუალებას და ასევე გლობალური ექსტრემუმის ყველაზე უფრო ალბათური მდებარეობის ადგილებში საცდელი ბიჯების თავმოყრის საშუალებას.

გლობალური შემთხვევითი ძებნა საცდელი ბიჯების განაწილების სიმკვრივის დამოუკიდებელი არჩევით შეიძლება აღწერილი იქნეს შემდეგი რეკურენტული ფორმულით:

$$x_i^\circ = \begin{cases} x_{i-1} & \text{როდესაც } J(x_i) \geq J^\circ(x_{i-1}), \\ x_i & \text{როდესაც } J(x_i) < J^\circ(x_{i-1}), \end{cases}$$

$$J^\circ(x_i) = \begin{cases} J^\circ(x_{i-1}) & \text{როდესაც } J(x_i) > J(x_{i-1}), \\ J^\circ(x_i) & \text{როდესაც } J(x_i) < J(x_{i-1}), \end{cases}$$
(2.60)

სადაც  $x_i^\circ$  –  $i$ -ური საცდელი მდგომარეობაა, რომელიც ამორჩეულია შემთხვევით და შენახულია მეხსიერებაში წარმატებითი ცდის შემთხვევაში,  $J^\circ(x_i)$  – ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობაა, რომელიც გამოთვლილია  $i$ -ურ საცდელ მდგომარეობაში და შენახულია მეხსიერებაში წარმატებითი ცდის შემთხვევაში,  $x_{i-1}$  – საცდელი ბიჯია,  $J(x_i)$  – ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობაა  $i$ -ურ საცდელ ბიჯზე.

საცდელი ბიჯების თანაბარი განაწილების სიმკვრივის დროს ძეზნა იყოფა  $k$  ეტაპად  $N_j$  ბიჯებისგან, სადაც  $j = 1, 2, \dots, k$ .

ყოველი საცდელი ეტაპი ხორციელდება ჰიპერპარალელეპიპედში მდგომარეობის  $x$  სივრცეში, ანუ

$$a_{i_i}^{(k)} \leq x_i \leq a_{i_n}^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.61)$$

ამავე დროს ჰიპერპარალელებიპედის გვერდები ყოველი  $j$ -ურ ეტაპზე მცირდება  $c > 1$  - ჯერ  $(j-1)$ -ურ ეტაპთან შედარებით, ფორმულით:

$$\begin{aligned} a_{i_i}^{(j)} &= x_i^{(mj-1)} - (a_{i_{ii}}^{(j-1)} - a_{i_i}^{(j-1)}) / 2c, \\ a_{i_{ii}}^{(j)} &= x_i^{(mj-1)} + (a_{i_{ii}}^{(j-1)} - a_{i_i}^{(j-1)}) / 2c, \end{aligned} \quad (2.62)$$

სადაც  $x_i^{(mj-1)}$  - წერტილია, რომელიც შეესაბამება საცდელ ბიჯს ხარისხის ფუნქციის მნიშვნელობით ყველა ცდიდან  $(j-1)$  ეტაპზე.

მიუხედავად საცდელი ბიჯების თანაბარი განაწილების სიმკვრივისა ყოველი ეტაპის შიგნით, მიმდინარეობს განაწილების სიმკვრივის ზრდა ეტაპიდან ეტაპამდე, ძეზნის ზონის ზონის შემცირების ბიჯზე, ანუ

$$p_j(x) \leq c^{jn} / \prod_{i=1}^n (a_{i_{ii}}^j - a_{i_i}^j), \quad (2.63)$$

სადაც  $p_j(x)$  -  $j$  ეტაპზე საცდელი ბიჯების განაწილების სიმკვრივეა,  $\prod_{i=1}^n (a_{i_{ii}}^j - a_{i_i}^j)$  - ჰიპერპარალელებიპედის მოცულობაა  $j$ -ურ ეტაპზე.

ამრიგად, ყოველ საცდელ ეტაპზე ხორციელდება შემთხვევითი საცდელი ბიჯები, რომელთაგანაც

ამორჩევა ბიჯი ხარისხის ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობით, შემდეგ ძიების ზონა ვიწროვდება ამორჩეული წერტილის მახლობლობაში და ხელახლა მიმდინარეობს შემთხვევითი საცდელი ბიჯები გლობალური ექსტრემუმის მიდამოში მოხვედრამდე.

ზოგიერთ შემთხვევაში მიზანშეწონილია საცდელი ბიჯები ყოველ შემდგომ ეტაპზე გავანაწილოთ არათანაბრად, არამედ ნორმალური კანონით, მაგალითად:

$$p(\mathbf{x}) = \left[ 1 / (2\pi)^{n/2} \sigma_i^n \right] \exp \left\{ - (1/2\sigma_i^2) |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2 \right\}, \quad (2.64)$$

სადაც

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_0^i & \text{როცა } J(x_i) < J(x_i - 1), \\ \sigma_{i-1} - q\sigma_{i-1} & \text{როცა } J(x_i) \geq J(x_i - 1), \end{cases}$$

$\sigma_0^2$  – საწყისი დისპერსიაა,  $0 < q < 1$ .

ამრიგად, შემთხვევითი საცდელი ბიჯები ნორმალურად არის განაწილებული საშუალო მნიშვნელობით, რომელიც ემთხვევა ხარისხის ფუნქციის საუკეთესო სიდიდეს ეტაპის ყველა ცდებიდან, ხოლო დისპერსია მცირდება წარუმატებელ ბიჯზე.

ჩვეულებრივ დრო, რომელიც ეთმეობა ძიებას, შეზღუდულია, ამიტომ მიზანშეწონილია ეტაპების შიგნით არამართო საცდელი ბიჯების მონაწილეობის სიმკვრივის მართვის, არამედ ასევე ცდების რიცხვის მართვის განხორციელება. მაგალითად, ძიების დასაწყისში ეტაპის შიგნით საცდელი ბიჯების რაოდენობა შეიძლება იყოს შედარებით მცირე, რაც დაკავშრებულია გლობალურ ექსტრემუმზე „დამაქვ-ვებელი“ ქვეარის მიახლოებულ გამოყოფასთან, ხოლო შემდეგ გლობალური ექსტრემუმის მდებარეობის უფრო ზუსტი განსაზღვრისთვის გამოიყენება საცდელი ბიჯების დარჩენილი რაოდენობა.

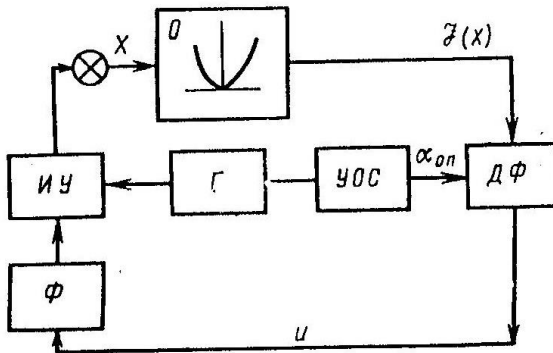
## **2.5. თვითაწყობადი სისტემა ძიებით გრადიენტის მეთოდის მიხედვით**

თვითაწყობადი ძიებითი სისტემების მაგალითის როლში განვიხილოთ თვითაწყობადი სისტემა გრადიენტის მეთოდის მიხედვით ძიებით, რომლის სისტემის ბლოკ-სქემა წარმოდგენილია ნახაზ 2.11-ზე.

სისტემა მუშაობს სინქრონული დეტექტირების პრინციპით მოდულაციით, რომელიც ემყარება გრადიენტის მეთოდს. სისტემის მუშა მოძრაობაზე ედება ჰარმონიული საძიებო მოძრაობა მცირე

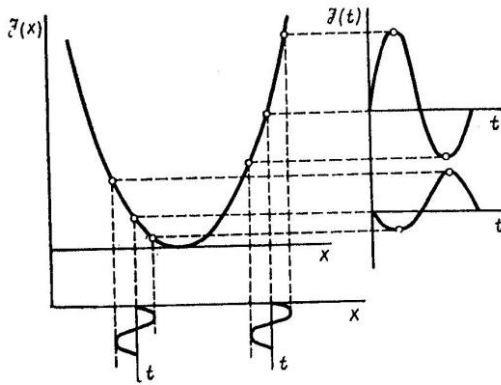
ამპლიტუდით, რომელიც გამომუშავდება  $\Gamma$  გენერატორისა და საყრდენი სიგნალის ფორმირების მოწყობილობის YOC-ის მიერ, ანუ

$$x_i = x_{io} + a_{oi} \sin \omega_i t. \quad (2.65)$$



ნახ. 2.11.

ობიექტის გამოსავალზე ხარისხის  $J(x)$  ფუნქციის რხევითი მდგენელი იცვლის ფაზას ექსტრემუმის მიმართ მუშა წერტილის მიმდინარე მდებარეობისაგან დამოკიდებულებით (ნახ.2.12).



ნახ.2.12.

ფაზის სინქრონულ დეტექტორის  $\Delta\Phi$  დახმარებით ხორციელდება  $J(x)$  სიგნალისა და გენერატორის საყრდენი სიგნალის გადამრავლება:

$$a_{on} = A_{on} \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.66)$$

ცვლადი მდგენელის გაფილტვრის შემდეგ ( $\Phi$  ფილტრის მიერ) მიიღება სიგნალი, რომელიც პროპორციულია ხარისხის ფუნქციის  $x$ -ით წარმოებულისა, ე.ი.  $dJ(x)/dx$ , რომელიც მიეწოდება შემსრულებელ მოწყობილობას ИУ. ექსტრემუმის წერტილში ეს დამატებითი სიგნალი ტოლია ნულის.

## თავი 3

### არადიებიითი თვითაწყოზადი სისტემები

#### 3.1. არადიებიითი თვითაწყოზადი სისტემების აგების პრინციპები

არადიებიითი თვითაწყოზად სისტემებს ძიებით სისტემებთან შედარებით გააჩნიათ არსებითი უპირატესობა სწრაფმოქმედების თვალსაზრისით ვინაიდან, მათში არ არსებობს ძიების პროცესები, რომლებიც ამოხრუჭებენ სისტემის მუშაობას. გარდა ამისა ძიებითი მოძრაობები, როგორც წესი, ქმნიან შესამჩნევ აღშფოთებებს ძირითადი კონტურის მუშაობისთვის. ხშირად ასეთი აღშფოთებები ხდება არადასაშვები ან სტუქტურული თვალსაზრისით, მაგალითად: ძიებითმა რხევითმა აღშფოთებებმა შეიძლება დროზე ადრე გამოიყვანონ წყობიდან მართვის სისტემის შემსრულებელი მექანიზმები.

არადიებიითი თვითაწყოზადი სისტემები, ისევე როგორც ძიებითი სისტემები, წყვეტენ სისტემის დინამიკურ მახასიათებლების ადაპტაციის ამოცანას ხარისხის ზომის ცვლილების პირობებში, რაც გამოწვეულია მმართველი პარამეტრული და გარე აღშფოთებების ზემოქმედებებით. ხარისხის ფუნქციონალის ექსტრემუმის პირობების არადიებიითი

განსაზღვრა საშუალებას იძლევა მიღებულ იქნას ადაპტაციის პროცესის ტემპი, რომელიც თანაზომადია სისტემაში გარდამავალი პროცესის ტემპთან.

არაძიებით სისტემებში გამოიყენება ექსტრემუმის პირობების ანალიზური განსაზღვრის სხვადასხვა პრინციპი, რომელიც ემყარება საკომპენსაციო მიდგომას, მაგალითად ინვარიანტების პრინციპს, ეტალონურ მოდელთან შედარებას ან იდენტიფიკაციურ მიდგომას, რომელიც იძლევა ხარისხის ფუნქციონალთან დაკავშირებულ პარამეტრებისა ან მმართველი პროცესის მახასიათებლების განსაზღვრის საშუალებას.

### 3.2. ინვარიანტების პრინციპი

თუ ავტომატური მართვის სისტემაში გათვალისწინებულია სარეგულირო კოორდინატებზე აღმშფოთი ზემოქმედების გავლენის კომპენსაცია, მაშინ ასეთი სისტემა ხდება ინვარიანტული ანუ დამოუკიდებელი ამ ზემოქმედების მიმართ. ვინაიდან თვითაწყობად სისტემებში მართვის ხარისხის ფუნქციას შეუძლია შეიცვალოს პარამეტრული და გარეშე აღშფოთებების ზემოქმედებების მოქმედების შედეგად, ამიტომ ამ აღშფოთებების გავლენის კომპენსაციით შესაძლებელია მიღწეულ

იქნას ხარისხის ფუნქციის სტაციონარულობა და სისტემის მუშაობა ექსტრემალურ რეჟიმში.

დავუშვათ ავტომატური მართვის სისტემა აღიწერება შემდეგი სახის განტოლებებით:

$$\begin{aligned}
 a_{11}(p,t)x_1 + a_{12}(p,t)x_2 + \dots + a_{1n}(p,t)x_n &= b_1(p,t)f_1(t) \\
 a_{21}(p,t)x_1 + a_{22}(p,t)x_2 + \dots + a_{2n}(p,t)x_n &= b_2(p,t)f_2(t) \\
 &\dots\dots\dots \\
 a_{n1}(p,t)x_1 + a_{n2}(p,t)x_2 + \dots + a_{nn}(p,t)x_n &= b_n(p,t)f_n(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

სადაც  $x_1, \dots, x_n$  - სარეგულირო კოორდინატებია,  $a_{ij}(p,t)$  - სისტემის ცვლადი პარამეტრებია,  $b_j(p,t)f_j(t)$  - გარეშე აღშფოთებებია,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

ან უფრო კომპაქტურ ფორმაში:

$$\sum_{i=1}^n a_{ji}(p,t)x_i = b_j(p,t)f_i(t), \quad j = 1, 2, \dots, n. \tag{3.2}$$

პარამეტრული ზემოქმედების გარდა ხდება სისტემის პარამეტრების გადახრა ნომინალური მნიშვნელობებიდან, რომლებიც ტოლია:

$$a_{ji}(p,t) = a_{ji}^\circ(p), \tag{3.3}$$

სიდიდეებით



სადაც  $c_{n+1}(p,t)x_{n+1}$  – საკომპენსაციო წევრის პარამეტრი და კოორდინატია.

მაშასადამე, (3.6) ინვარიანტების პირობის შესასრულებლად აუცილებელია აღშფოთებების კომპენსაციისთვის მეორე არხი, რომლის დახმარებით ხორციელდება შედეგი ტოლობის შესრულება:

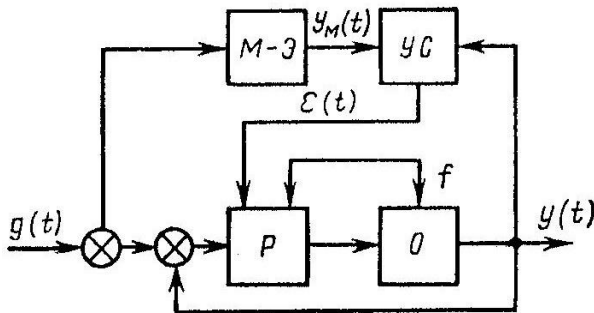
$$c_{n+1}(p,t)x_{n+1} = -b_j(p,t)f_j(t) + \sum \Delta a_{ji}(p,t)x_i. \quad (3.8)$$

მეორე არხის პარამეტრები  $c_{n+1}(p,t)$  უნდა გადაიწყოს  $b_j(p,t)$  და  $\Delta a_{ji}(p,t)$  პარამეტრების ცვლილებისგან დამოკიდებულებით.

### 3.3. ეტალონური მოდელის პრინციპი

თვითაწყობადი სისტემის ფუნქციონირებისას ექსტრემალური რეჟიმის შენარჩუნების ეფექტური ხერხი წარმოადგენს თვითაწყობის კონტურში მოდელი-ეტალონის ჩართვას. ასეთ შემთხვევაში პროცესები, რომლებიც მიმდინარეობენ მოდელ-ეტალონში, შეესაბამება მოცემულ ექსტრემალურ პირობებს. რეალურ ობიექტში მიმდინარე დინამიკური პროცესების შედარებით პროცესებთან მოდელში, შეიძლება მართვის სისტემის მახასიათებლები შეიძლება აიწყოს ისეთნაირად, რომ

ეს პროცესები საკმაოდ ახლოს იყვნენ ერთმანეთთან (ემთხვეოდნენ), ამით უზრუნველყოფა რეალურ სისტემის ფუნქციონირება ექსტრემალურ რეჟიმში.



ნახ. 3.1.

ნახ. 3.1-ზე ნაჩვენებია თვითაწყობადი სისტემის ეტალონური მოდელით ბლოკ-სქემა. (M-3 – ეტალონური მოდელია). მმართველი ზემოქმედება  $g(t)$  ერთდროულად მიეწოდება ძირითად ჩაკეტილ კონტურს და ეტალონურ მოდელს შესავალზე. შედარების YC მოწყობილობაში გამომუშავდება  $y(t)$  სიგნალის და  $y_m(t)$  სიგნალის სხვაობა და ამ სხვაობის სიგნალისგან დამოკიდებულებით იცვლება P რეგულატორის პარამეტრები ძირითად კონტურში.

დავუშვათ სისტემის ძირითადი კონტურის განტოლებაა

$$A(p,t)y = B(p,t)\delta + C(p,t)f, \quad (3.9)$$

სადაც  $y$  ობიექტის გამოსავალი კოორდინატია,  $\delta$  – შემსრულებელი მექანიზმის კოორდინატია,  $f$  – აღშფოთებაა, რომელიც ობიექტს მიეწოდება,  $A(p,t)$ ,  $B(p,t)$  და  $C(p,t)$  - ოპერატორებია.

სისტემის მუშაობის სტაციონალური რეჟიმის გათვალისწინებით  $A$ ,  $B$  და  $C$  ოპერატორები შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\begin{aligned} A(p,t) &= A_o(p) - \Delta A(p,t), \\ B(p,t) &= B_o(p) - \Delta B(p,t), \\ C(p,t) &= \Delta C(p,t). \end{aligned} \quad (3.10)$$

სადაც  $\Delta A(p,t)$ ,  $\Delta B(p,t)$ ,  $\Delta C(p,t)$  – გაანგარიშებული სტანდარტული რეჟიმიდან გადახრის სიდიდეებია, ამასთან ნაზრდების რიგი არ აღემატება სტაციონარული რეჟიმის ოპერატორების რიგს.

ობიექტის მოძრაობის განტოლება გაანგარიშებულ რეჟიმში:

$$A_o(p)y = B_o(p)\delta \quad (3.11)$$

თუ ობიექტი შეესაბამება მინიმალურ–ფაზურ რგოლს.

რგოლი არის მინიმალურ–ფაზური, თუ მისი გადაცემის  $W(p)$  ფუნქციის მრიცხველსა და

მნიშვნელის ფესვები მდებარეობენ მარცხენა ნახევარსიბრტყეში, ხოლო  $W(j\omega)$  ფესვები კი ზედა ნახევარსიბრტყეში.

მოდელი-ეტალონის განტოლებაა:

$$A_{om}(p)y_m = B_{om}(p)y. \quad (3.12)$$

სისტემის განტოლება მოდელთან ერთად შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} A(p,t)y &= B(p,t)\delta + C(p,t)f, & D(p,t)\delta &= B_{o2}(p)(g - \eta), \\ B_{o1}(p)y &= \Delta M(p,t)y + \Delta N(p,t)f, & A_{om}(p)y_m &= B_{om}(p)g, \end{aligned} \quad (3.13)$$

სადაც  $B_{o2}$ ,  $D(p,t)$  – ძირითად კონტურში გაუთანხმობის ოპერატორებია,  $\eta$  – ძირითად კონტურში უკუკავშირის ჯამური სიგნალია,  $\Delta M(p,t)$ ,  $\Delta N(p,t)$  – უკუკავშირში  $y$  კოორდინატისა და  $f$  აღშფოთების გაანგარიშებული ოპერატორებისგან გადახრებია,

$$D(p,t) = d_p(p) + \Delta D(p,t).$$

შემდეგი პირობების შესრულებისას:

$$B_o(p) = B_{o2}(p) = D_o(p) = B_{om}(p) \quad (3.14)$$

მივიღებთ:

$$\begin{aligned} A_o(p)(y - y_m) &= [\Delta A(p,t) - \Delta M(p,t)]y + \\ &+ [\Delta B(p,t) - \Delta D(p,t)]\delta + [\Delta C(p,t) - \Delta N(p,t)]f. \end{aligned}$$

(3.15)

ოპერატორულ ფორმიდან დიფერენციალურ ფორმაზე გადასვლით, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(\ell)} + \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} a_{\gamma}^{\circ} \varepsilon^{(\gamma)} &= \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} [\Delta a_{\gamma}(t) - \Delta m_{\gamma}(t)] y^{(\gamma)} + \\ &+ \sum_{\alpha=0}^h [\Delta b_{\alpha}(t) - \Delta d_{\alpha}(t)] \beta^{\alpha} + \sum_{\beta=0}^s [\Delta c_{\beta}(t) - \Delta n_{\beta}(t)] f^{\beta}, \end{aligned}$$

(3.16)

სადაც

$$\varepsilon = y - y_m.$$

ძირითად კონტურსა და მოდელს შორის სარეგულირო კოორდინატის გაუთანხმოების ნულთან ასიმპტოტურ მიახლოებისათვის აუცილებელია, რომ (3.16)-ში ოპერატორების პროგრამული გაუთანხმოებები იგივეურად ტოლი იყოს ნულის, ანუ

$$\begin{aligned} x_{\gamma+1} \equiv \varepsilon^{\gamma} \equiv 0, \quad \varphi_{\gamma+1} &= [\Delta a_{\gamma}(t) - \Delta m_{\gamma}(t)] \equiv 0, \\ Z_{\alpha+1} &= [\Delta b_{\alpha}(t) - \Delta d_{\alpha}(t)] \equiv 0, \quad T_{\beta+1} = [\Delta c_{\beta}(t) - \Delta n_{\beta}(t)] \equiv 0. \end{aligned}$$

(3.17)

მაშასადამე (3.17) – ის შესრულებისთვის აუცილებელია თვითაწყობის კანონების სინთეზირება:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta m_\gamma(t)}{dt} &= \psi_{\varphi\gamma}, \quad \frac{d\Delta d_\alpha(t)}{dt} = -\psi_{z\alpha}, \\ \frac{d\Delta n_\beta(t)}{dt} &= -\psi_{T\beta}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

$\psi_{\varphi\gamma}$ ,  $\psi_{z\alpha}$ ,  $\psi_{T\beta}$  სიდიდეების არჩევა შეიძლება განხორციელდეს, ლიაპუნოვის პირდაპირი მოთოდის გამოყენებით.

თუ  $\Delta a_\gamma(t)$ ,  $\Delta b_\alpha(t)$ ,  $\Delta c_\beta(t)$  დიფერენცირებადია საჭირო რიცხვჯერ, მაშინ მირითადი კონტური მოდელით შეიძლება წარმოდგენილი იყოს განტოლებათა სისტემის სახით:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}, \quad \dot{\phi} = \psi_\phi + \omega_\phi, \\ \dot{z} &= \psi_z + \omega_z, \quad \dot{T} = \psi_T + \omega_T, \end{aligned} \quad (3.19)$$

სადაც

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0^\circ & -a_1^\circ & \dots & -a_{\ell-1}^\circ \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_1 \end{pmatrix};$$

$$f_1 = \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} \varphi_{\gamma+1} y^{(\gamma)} + \sum_{\alpha=0}^{\eta} z_{\alpha+1} y^{(\alpha)} + \sum_{\beta=0}^s T_{\beta+1} f^{(\beta)};$$

$$\psi_\varphi = \begin{vmatrix} \psi_{\varphi_0} \\ \psi_{\varphi_1} \\ \vdots \\ \psi_{\varphi, \ell-1} \end{vmatrix}, \quad \psi_z = \begin{vmatrix} \psi_{z_0} \\ \psi_{z_1} \\ \vdots \\ \psi_{z, h} \end{vmatrix}, \quad \psi_t = \begin{vmatrix} \psi_{T_0} \\ \psi_{T_1} \\ \vdots \\ \psi_{T_s} \end{vmatrix},$$

$$\omega_\varphi = \begin{vmatrix} \omega_{\varphi_0} \\ \omega_{\varphi_1} \\ \vdots \\ \omega_{\varphi, \ell-1} \end{vmatrix}, \quad \omega_z = \begin{vmatrix} \omega_{z_0} \\ \omega_{z_1} \\ \vdots \\ \omega_{z, h} \end{vmatrix}, \quad \omega_t = \begin{vmatrix} \omega_{T_0} \\ \omega_{T_1} \\ \vdots \\ \omega_{T, \delta} \end{vmatrix};$$

$$\omega_{\varphi\gamma} = d\Delta a_\gamma(t)/dt; \quad \omega_{z\alpha} = d\Delta b_\alpha(t)/dt; \quad \omega_{T\beta} = d\Delta c_\beta(t)/dt$$

თუ თვითაწყოების პროცესი მიმდინარეობს გაცილებით სწრაფად, ვიდრე პარამეტრული ცვლილებები, მაშინ

$$\omega_\varphi \equiv \omega_z \equiv \omega_T \equiv 0. \quad (3.20)$$

მაშინ საძებნი ვექტორები  $\psi_\varphi$ ,  $\psi_z$ ,  $\psi_T$  შეიძლება განსაზღვრული იყოს, თუ ლიაპუნოვის ფუნქციის მოცემული იქნება კვადრატული ფორმით:

$$v = \chi x^1 P x + \varphi^1 E_1 \varphi + z^1 E_2 z + T^1 E_3 T, \quad (3.21)$$

სადაც  $\chi = \text{const} > 0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  ერთეულოვანი მატრიცებია  $\mathbf{P} = \|p_{ij}\|^\ell$ .

(3.16)-დან გვექნება:

$$\dot{v} = \chi \mathbf{x}'(\mathbf{A}'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x} + 2\chi \mathbf{x}'\mathbf{P}\mathbf{f} + 2\varphi^1 \mathbf{E}_1 \psi_\varphi + 2z' \mathbf{E}_2 \psi_z + 2T' \mathbf{E}_3 \psi_T. \quad (3.22)$$

ვინაიდან  $\mathbf{A}$  მატრიცა – არ არის განსაკუთრებული და აქვს მახასიათებელი განტოლების უარყოფითი ნამდვილი ფესვები, ამიტომ (3.22) –ში უარყოფითად განსაზღვრულ კვადრატულ ფორმას

$$\mathbf{x}'(\mathbf{A}'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x}$$

შეესაბამება დადებითად განსაზღვრული კვადრატული ფორმა  $\mathbf{x}'\mathbf{P}\mathbf{x}$  (3.21)–ში.

თუ უზრუნველყოფილია შემდეგი სიდიდის უარყოფითობა:

$$\chi \mathbf{x}'\mathbf{P}\mathbf{f} + \varphi^1 \mathbf{E}_1 \psi_\varphi + z' \mathbf{E}_2 \psi_z + T' \mathbf{E}_3 \psi_T \leq 0, \quad (3.23)$$

მაშინ შეიძლება მიღებული იყოს სისტემის ნულოვანი ამონახსნის მდგრადობა:

$$\mathbf{x} = 0, \quad \varphi = 0, \quad z = 0, \quad T = 0, \quad (3.24)$$

და მაშასადამე, (3.22)–ს კრებადობა სახით:

$$\dot{v} = \chi \mathbf{x}'(\mathbf{A}'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x}. \quad (3.25)$$

(3.23) პირობიდან ვიღებთ საძებნ ფუნქციებს თვითაწყობის კონტურში:

$$\psi_{\varphi\varphi} = -\chi\sigma y^\gamma; \quad \psi_{z\alpha} = -\chi\sigma\delta^{(\alpha)}; \quad \psi_{T\beta} = -\chi\sigma f^{(\beta)}, \quad (3.26)$$

სადაც  $\sigma = \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} p_{\gamma+1, \ell} x_{\gamma+1}$ ;  $p_{\gamma+1}$  –  $\mathbf{P}$  მატრიცის

ელემენტებია.

(3.23) პირობა შეიძლება ჩაწერილი იყოს შემდეგი სახით:

$$\chi \sigma \left( \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} \varphi_{\gamma+1} y^{(\gamma)} + \sum_{\alpha=0}^h z_{\alpha+1} \delta^{(\alpha)} + \sum_{\beta=0}^s T_{\beta+1} f^{(\beta)} + \right. \\ \left. + \sum_{\gamma=0}^{\ell-1} \varphi_{\gamma+1} \psi_{\varphi\gamma} + \sum_{\alpha=0}^h z_{\alpha+1} \psi_{z\alpha} + \sum_{\beta=0}^s T_{\beta+1} \psi_{T\beta} \right) \leq 0. \quad (3.27)$$

ამრიგად, მოდელის და ძირითადი კონტურის გაუთანხმოება დროის სასრულ ინტერვალში დაიყვანება ნულზე.

### 3.4. ხარისხის ფუნქციის გრადიენტის განსაზღვრის პრინციპები

ხარისხის ფუნქციის გრადიენტის განსაზღვრის მიეებითი მეთოდებისგან განსხვავებით არამიებით სისტემებში განსაზღვრავენ სპეციალური საცდელი ზემოქმედების შემოტანის გარეშე. მაგრამ მიეებითი მოძრაობების არქონა იწვევს მართვის ობიექტის შესახებ დიდი რაოდენობის აპრიორული ინფორმაციის არსებობის აუცილებლობას არამიებითი სისტემის შექმნისას. ყველაზე ხშირად ასეთი დამატებითი ცნობები შეიძლება იყოს ინფორმაციები

არამარტო ხარისხის ფუნქციონალის დამოკიდებულების შესახებ სისტემის მათემატიკური მოდელისა და რეალური სისტემის გაუთანხმოების შესახებ, არამედ ასევე თვითაწყოების კონტურის აწყობადი პარამეტრების შესახებ:

$$J = f(\varepsilon, x), \quad (3.28)$$

სადაც  $\varepsilon$  – მოდელსა და სისტემას შორის გაუთანხმოებაა,  $x$  – აწყობადი პარამეტრებია.

$J-1$  ექსტრემალური მნიშვნელობის უზრუნველყოფისათვის თვითაწყოების კონტურმა უნდა გადააწყოს პარამეტრები გრადიენტის მიმართულებით:

$$\frac{\partial J}{\partial x} = -(\partial f / \partial x)(\partial \varepsilon / \partial x), \quad (3.29)$$

სადაც  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\partial y / \partial x$ , ვინაიდან მათემატიკური მოდელი არ არის დამოკიდებული აწყობად პარამეტრებზე. როდესაც ცნობილია კომპონენტები, შეიძლება პარამეტრები გადააწყობილი იყოს კანონით:

$$dx/dt = -\lambda \partial J / \partial x. \quad (3.30)$$

გრადიენტის კომპონენტები შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს დამატებითი ოპერატორის მოდელით, რომლის არსი მდგომარეობს შემდეგში.

ვთქვათ სისტემა შედგება ობიექტისგან გადაცემის ფუნქციით  $W_o(p, a)$ , სადაც  $a$  ობიექტის ცვლადი პარამეტრებია და რეგულატორისგან გადაცემას ფუნქციით  $W_{per}(p, x)$ , სადაც  $x$  აწყობადი პარამეტრებია. მაშასადამე გამოსავალი კოორდინატა

$$y = W_o(p, a)W_{per}(p, x)\varepsilon. \quad (3.31)$$

კერძო წარმოებული  $\partial y/\partial x$  (3.29)–დან

$$\begin{aligned} \partial y/\partial x = W_o(p, a)(\partial W_{per}(p, x)/\partial x)\varepsilon + \\ + W_o(p, a)W_{per}(p, x)\partial\varepsilon/\partial x. \end{aligned} \quad (3.32)$$

ამავე დროს (3.29)–დან

$$\partial\varepsilon/\partial x = -\partial y/\partial x,$$

ამიტომ  $\partial y/\partial x$  – ის გამორიცხვით მივიღებთ

$$\partial\varepsilon/\partial x = -[W_o(p, a)\partial W_{per}(p, x)/\partial x]\varepsilon/[1 + W_o(p, a)W_{per}(p, x)] \quad (3.33)$$

ამრიგად, შეიძლება განსაზღვრული იყოს ხარისხის ფუნქციის გრადიენტის კომპონენტები, თუ განვსაზღვრავთ  $\partial\varepsilon/\partial x$ -ს  $\varepsilon$  ცდომილებისა და დამხმარე  $w_{bcn}(p, x, a)$  ოპერატორის საშუალებით, ანუ

$$\partial\varepsilon/\partial x = -w_{bcn}(p, x, a)\varepsilon, \quad (3.34)$$

სადაც

$$W_{\text{всн}}(p, x, a) = \{W_o(p, a) / [1 + W_o(p, a)W_{\text{per}}(p, x)]\} \times \\ \times [\partial W_{\text{per}}(p, x) / \partial x]$$

გრადიენტის კომპონენტების განსაზღვრისას შეიძლება გამოყენებული იყოს მგრძნობიარების თეორიის მეთოდები.  $\partial \varepsilon / \partial x = -\partial y / \partial x$  თანაფარდობის გამოყენებისას, ავლნიშვნით  $\frac{\partial y}{\partial x}$  სიდიდე  $u$  –თი, ე.ი.  $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$  ანუ გრადიენტის კომპონენტების განსაზღვრისას აუცილებელია განსაზღვრულ იქნეს  $u$  - მგრძნობიარების ფუნქცია.

თუ გავითვალისწინებთ გამოსავალი  $y(p)$  და შესავალი  $g(p)$  კოორდინატებს შორის კავშირს:

$$y(\gamma) = w(p, a, x)g(\gamma), \quad (3.35)$$

სადაც  $w(p, a, x)$  – ჩაკეტილი სისტემის გადაცემის ფუნქციაა. მგრძნობიარების ფუნქცია შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$u = \partial y(p) / \partial x = [\partial W(p, a, x) / \partial x]g(p) \quad (3.36)$$

ანუ მგრძნობიარების ფუნქცია შეიძლება მივიღოთ, თუ შესავალ  $g(p)$  კოორდინატს გავატარებთ რგოლში  $\partial W(p, a, x) / \partial x$ .

მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ რგოლებმა  $\partial W(p, a, x)/\partial x$  ანუ მგრძნობიარების მოდელმა არ შეიძლება ზუსტად აღადგინოს სისტემის რეალური მახასიათებლები (მაგალითად  $a$  ცვლადიპარამეტრების გამო), ამიტომ  $\partial y(p)/\partial x$  გრადიენტის ზუსტი მიღება გართულებულია.

სხვა მეთოდებთან, მაგალითად ეტალონური მოდელის მეთოდთან, ერთობლიობაში, შესაძლებელი ხდება აწყობადი მოდელის მგრძნობიარების მიახლოებული ფუნქციებით განსაზღვრული იყოს საკმაოდ ზუსტად გრადიენტი  $\partial y(p)/\partial x$ .

### 3.5. მართვის სისტემის დინამიკური თვისებების იდენტიფიკაციის პრინციპები

მართვის ექსტრემალური ამოცანების გადაწყვეტისას ხშირ შემთხვევაში არ ხერხდება სასურველი ხარისხის ფუნქციონალის უშუალო გამოსახვა სისტემის სარეგულირო და აწყობადი პარამეტრების საშუალებით. მაგრამ ამავე დროს შესაძლებელია ხარისხის ფუნქციონალის არაპიდაპირი შეფასება სისტემის ცალკეული მახასიათებლების, მაგალითად მპულსური გარდამავალი მახასიათებლების, სიხშირული მახასიათებლების და ა.შ. ამიტომ ასეთ შემთხვევაში

თვითაწყოზადი სისტემის სინთეზის ამოცანა ფაქტიურად დაიყვანება სისტემის საჭირო მახასიათებლების იდენტიფიკაციაზე.

განვიხილოთ ანალიზური თვითაწყოზადი სისტემის აგების პრინციპი, მისი იმპულსური გარდამავალი ფუნქციის იდენტიფიკაციის საფუძველზე. როგორც ცნობილია იმპულსური გარდამავალი ფუნქცია საკმაოდ კარგად ასახავს მართვის სისტემის დინამიკას და შეიძლება მიღებული იყოს სისტემის გადაცემის ფუნქციის საშუალებით. დავუშვათ, რომ ცნობილია გახსნილი სისტემის იმპულსური გარდამავალი ფუნქცია  $w(t, \tau)$ , რომელიც შეესაბამება ხარისხის ფუნქციონალის ექსტრემალურ მნიშვნელობას, რომელიც დაკავშირებულია ობიექტის იმპულსურ გარდამავალ  $w_o(t, \tau)$  ფუნქციასთან და რეგულატორის იმპულსური გარდამავალ  $w_{reg}(t, \tau)$  ფუნქციასთან ინტეგრალური განტოლებით:

$$w(t, \tau) = \int_{\tau}^t w_{reg}(t, \tau) w_o(t, \lambda) d\lambda. \quad (3.37)$$

განვსაზღვროთ ობიექტის იმპულსური გარდამავალი ფუნქცია კორელაციური მეთოდით შემდეგი განტოლების დახმარებით:

$$R_{yx}(\tau) = \int_0^{\tau} R_{yy}(\lambda, \tau) w_o(t, \lambda) d\lambda, \quad (3.38)$$

სადაც  $R_{yy}(\lambda, \tau)$  - შესავალი სიგნალის ავტოკორელაციური ფუნქციაა,  $R_{yx}(\tau)$  - ურთიერთკორელაციური ფუნქციაა შესავალსა და გამოავალს შორის. (3.37) და (3.38) საშუალებით შესაძლებელია რეგულატორის იმპულსური გარდამავალი ფუნქციის მიღება.

კვაზისტაციონარულობის ჰიპოტეზის თანახმად, კორელაციური და იმპულსური გარდამავალი ფუნქციები შესაძლებელია განსაზღვრული იყოს ათვლის  $t'$  მომენტისაგან დამოუკიდებლად პირობის შესაბამისად:

$$\begin{aligned} R(t, t + \tau) &\approx R(t', t' + \tau); \quad w(t, t - \tau) \approx w(t', t' - \tau); \\ R(t, t + \tau) &\approx 0, \quad w(t, t - \tau) \approx 0 \quad \text{როცა } \tau \geq \tau_m, \end{aligned} \quad (3.39)$$

სადაც  $T$  - ფუნქციის განსაზღვრის პერიოდია,  $\tau_m \ll T$ .

მაშინ ინტეგრალური განტოლებები (3.37) და (3.38) მარტივდება:

$$\begin{aligned} w'(t, \tau) &= \int_0^{\infty} w'_{reg}(\tau - \lambda) w'_o(\lambda) d\lambda, \\ R'_{yx}(\tau) &= \int_0^{\infty} R'_{yy}(\tau - \lambda) w'_o(\lambda) d\lambda, \end{aligned} \quad (3.40)$$

სადაც  $w'(t, \tau)$ ,  $w'_{reg}(t, \tau)$ ,  $w'_o(t, \tau)$ ,  $R'_{yx}(t, \tau)$ ,  $R'_{yy}(t, \tau)$  განისაზღვრებიან  $(t, t - T_0)$  ინტერვალში ათვლის  $t'$  დაწყებიდან დამოუკიდებლად, სადაც  $t - T_0 < t' < t$ .

ამრიგად, დასაწყისში აუცილებელია კორელაციური ფუნქციების განსაზღვრა. ამის გაკეთება შეიძლება დისკრეტული კორელატორის საშუალებით:

$$\begin{aligned} R_{yy}(\mu) &= \frac{1}{n} \sum_1^n y_v y_{v+\mu}, \\ R_{yx}(\mu) &= \frac{1}{n} \sum_1^n y_v x_{v+\mu}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

სადაც  $y$ ,  $\mu$  - ფუნქციის ორდინატებია,  $x_v$  - ძვრას დროის მიხედვით.

$n$ ,  $\mu$  და  $y$ ,  $x$  მიშვნელობებს შორის ინტერვალის არჩევა ხორციელდება მოცემული სიზუსტით. შემდეგ გამოითვლიან სპექტრალურ სიმკვრივეებს:

$$S_{yy}(\mu) = \sum_1^n R_{yy}(\beta) \cos \omega, \quad S_{yx}(\omega) = \sum_1^n R_{yx}(\beta) \cos \omega \beta, \quad (3.42)$$

სადაც  $S_{yx}(\omega)$  - ურთიერთკორელაციური ფუნქციის ნამდვილი ნაწილია.

ან მიახლოებული ფორმულების შესაბამისად:

$$S_{yy}(\mu) = \sum_{-n}^n R_{yy}(\beta) \cos \omega, \quad S_{yx}(\omega) = \sum_{-n}^n R_{yx}(\beta) \cos \omega \beta,$$

ცნობილი სპექტრალური  $S_{yy}(\omega)$  და  $S_{yx}(\omega)$  სიმკვრივეების დროს, შეიძლება განსაზღვრული იყოს ნამდვილი სიხშირული მახასიათებელი:

$$P(\omega) = \frac{S_{yx}(\omega)}{S_{yy}(\mu)}, \quad (3.43)$$

ხოლო შემდეგ კი იმპულსური გარდამავალი ფუნქცია:

$$w_0(\mu) = \frac{2}{\pi} \sum_0^n P(\omega) \cos \omega t. \quad (3.44)$$

ზოგიერთი მეთოდი იძლევა საშუალებას, იმპულსური გარდამავალი ფუნქციის განსაზღვრის გარეშე, შენარჩუნებული იყოს ეს ფუნქცია მოცემულ დონეზე სხვა პარამეტრების ხარჯზე, რომლებიც გავლენას ახდენენ იმპულსური გარდამავალი ფუნქციის ფორმაზე.

ვთქვათ სისტემის ძირითადი კონტური აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 x(t), \quad (3.45)$$

სადაც  $y$  - გამოსავალი კოორდინატია,  $x$  - შესავალი კოორდინატია,  $\omega_0$  - საკუთარი რხევების სიხშირეა,  $\xi$  - რხევების ფარდობითი დემპფირების კოეფიციენტი.

$\xi$  და  $\omega_0$  მუდმივი მნიშვნელობებისა შეიძლება მიღებული იყოს იმპულსური გარდამავალი ფუნქციის გამოსახულება:

$$k(t) = \left( \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \right) e^{-\xi \omega_0 t} \sin \left( \sqrt{1 - \xi^2} \right) \omega_0 t. \quad (3.46)$$

მუდმივი  $\omega_0$  სიხშირისა და დემპფირების  $\xi$  კოეფიციენტის ნელა ცვლილების დროს შეიძლება ჩაითვალოს, რომ ჩატარებული გაზომვების დროს ეს პარამეტრები არ იცვლება, ამიტომ დემპფირების  $\xi$  კოეფიციენტის გაზომვით და მისი განსაზღვრულ დონეზე შენარჩუნებით, შესაძლებელია იმპულსური გარდამავალი  $k(t)$  ფუნქციის მუდმივობის უზრუნველყოფა. არსებობს  $\xi$ -ის გაზომვის რამოდენიმე ხერხი. (3.45) განტოლების საშუალებით (მარჯვენა მხარის გარეშე) მისი უშუალო გაზომვისას:

$$\xi = - \frac{\left( \frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 y \right)}{2 \omega_0 \frac{dy}{dt}} \quad (3.47)$$

წარმოიშვება მეორე წარმოებულის შესახებ ინფორმაციის მიღების აუცილებლობა. თუ მეორე წარმოებულის შესახებ ინფორმაციის მიღების შესაძლებლობა არ არსებობს, შეიძლება ამპლიტუდური შედარების ხერხით სარგებლობა, ანუ

$$A_i = a e^{\frac{i \pi \xi}{2 \sqrt{1 - \xi^2}}}, \quad (3.48)$$

$$A_{i+2} = a e^{-\frac{(i+r) \pi \xi}{2 \sqrt{1 - \xi^2}}}. \quad (3.49)$$

მაშინ ამპლიტუდების მნიშვნელობების სხვაობა დამოკიდებული იქნება საწყის  $\xi_0$  კოეფიციენტზე და მიმდინარე  $\xi_1$  კოეფიციენტზე, ანუ

$$\Delta_{A_i} = ae^{\frac{i\pi\xi}{2\sqrt{1-\xi^2}}} \left( 1 - \xi_0 e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \right). \quad (3.50)$$

წრფივ სისტემებში სიხშირული გადაცემის ფუნქციები საკმარისად სრულად ახასიათებენ მართვის სისტემის დინამიკურ თვისებებს, ამიტომ ამპლიტუდური და ფაზური სიხშირული მახასიათებლების იდენტიფიკაცია და შემდგომი სტაბილიზაცია შეიძლება ჩაითვალოს თვითაწყობადი სისტემის თვისებების ადაპტაციის ეფექტურ ხერხად მისი ფუნქციონირების პროცესში.

სიხშირული მახასიათებლების ერთი ან რამოდენიმე მნიშვნელობის განსაზღვრის ზოგადი პრინციპი მდგომარეობს სისტემის შესავალზე განსაზღვრული სიხშირის და ამპლიტუდის ჰარმონიული სიგნალის

$$x_i = A_i \sin \omega_i t \quad (3.51)$$

მიწოდება.

გამოსავალ სიგნალს უშვებენ ფილტრებში, რომლებიც აწყობილი არიან მოცემულ სიხშირეზე. შედეგად შესაძლებელია მიღებული იყოს  $B(\omega_i)$  ამპლიტუდური და  $\varphi(\omega_i)$  ფაზური სიხშირული მახასიათებლები, ასევე ნამდვილი  $P(\omega_i)$  და წარმოსახვითი  $Q(\omega_i)$  მახასიათებლები:

$$W(\omega_i) = P(\omega_i) + jQ(\omega_i) = B(\omega_i)e^{j\varphi(\omega_i)}. \quad (3.52)$$

ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებელი  $B(\omega_i)$  შესაძლებელია მიღებული იყოს შესავალი ჰარმონიკების და ფილტრის გამოსავალზე მიღებული ჰარმონიკების მარტივი შედარებით. უფრო რთულია ფაზური სიხშირული მახასიათებლების მიღება.

განსაზღვრის ერთერთი ხერხი მდგომარეობს ჰარმონიული სიგნალების  $x_i = A_i \sin \omega_i t$  და  $x_{si} = A_i \cos \omega_i t$  მიწოდებაში სისტემისა და ეტალონური ფილტრის შესავალზე. სისტემის გამოსავალი  $y_i$  და ეტალონური ფილტრის გამოსავალი  $y_{si}$  სიგნალები გადამრავლების შემდეგ იძლევიან:

$$\begin{aligned} y_i y_{si} &= A_i B(\omega_i) \sin(\omega_i t + \varphi_i) A_i B_s(\omega_i) \cos(\omega_i t + \varphi_{si}) = \\ &= A_i^2 B(\omega_i) [\sin(\varphi_i - \varphi_{si}) + \sin(2\omega_i t + \varphi_i + \varphi_{si})] \end{aligned} \quad (3.53)$$

სისტემისა და ეტალონური ფილტრის ფაზების სხვაობა  $\omega_i$  სიხშირეზე განისაზღვრება მუდმივი მდგენელის მიხედვით.

თუ სისტემისა და ეტალონური ფილტრის შესავალზე მიეწოდება ერთი და იგივე სიგნალი  $x_i = A_i \sin \omega t$ , მაშინ სისტემისა და ეტალონური ფილტრის გამოსავალი სიგნალები აკლდება ერთმანეთს:

$$\begin{aligned} y_i - y_{si} &= A_i B_{si}(\omega_i) \sin(\omega_i t + \varphi_{si}) - A_i B(\omega_i) \sin(\omega_i t + \varphi_i) = \\ &= A_i \Delta B(\omega_i) \sin(\omega_i t + \Delta \varphi_i) \end{aligned}$$

(3.54)

სადაც

$$\Delta\varphi_i = \frac{B_y(\omega_i)\sin\varphi_{yi} - B(\omega_i)\sin\varphi_i}{B(\omega_i)\cos\varphi_{yi} - B(\omega_i)\sin\varphi_i}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $B_y(\omega_i) = B(\omega_i)$ , ფაზათა სხვაობა

$$\Delta\varphi_i = 2 \arcsin \left[ \frac{\Delta B(\omega_i)}{2B_y(\omega_i)} \right].$$

ნამდვილი და წარმოსახვითი სიხშირული მახასიათებლები შეიძლება განსაზღვრული იყოს სისტემის გამოსავალი  $A_i B(\omega_i) \sin(\omega_i t + \varphi_i)$  სიგნალის გადამრავლებით შესაბამისად  $\sin \omega_i t$  და  $\cos \omega_i t$  და მიღებული გამოსახულებების ინტეგრებით ინტეგრალზე  $-T = 2\pi/\omega_i$ , სადაც  $n$  მთელი რიცხვია, ე.ი.:

$$P(\omega_i) = \left[ \frac{2B(\omega_i)}{T} \right] \cos \varphi_i \int_0^T \sin^2 \omega_i t \, dt = B(\omega_i) \cos \varphi_i,$$

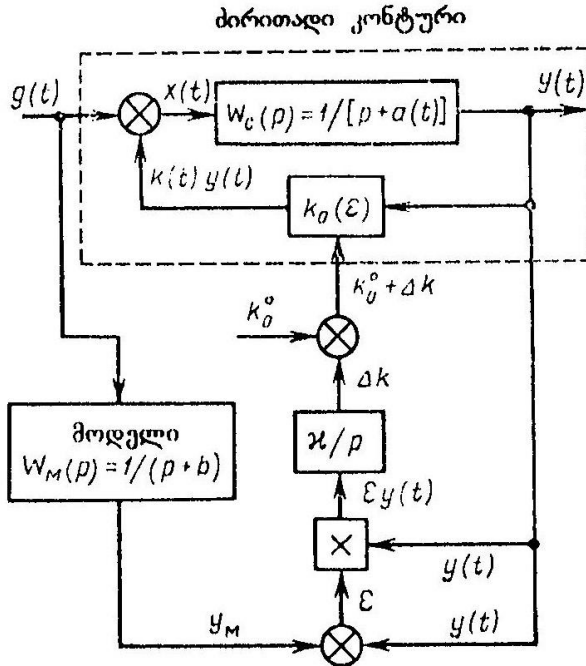
$$Q(\omega_i) = \left[ \frac{2B(\omega_i)}{T} \right] \sin \varphi_i \int_0^T \cos^2 \omega_i t \, dt = B(\omega_i) \sin \varphi_i.$$

(3.55)

### 3.6. თვითაწყობადი სისტემა მოდელით

განვიხილოთ თვითაწყობადი სისტემა მოდელით, როგორც თვითაწყობადი სისტემების ერთერთი

მაგალითი. ასეთი სისტემის სტრუქტურული სქემა მოცემულია ნახაზზე 3.2.



ნახ. 3.2.

სისტემის სინთეზი განხორციელებულია ლიაპუნოვის პიდაპირი მეთოდით. ძირითად კონტურში ობიექტს აქვს ცვლადი პარამეტრი

$$a(t) = a_0^o + \Delta a(t), \quad (3.56)$$

სადაც  $a_0^o$  - მუდმივი სიდიდეა.

თვითაწყოების კონტურის ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ ძირითადი კონტურის უკუკავშირის  $k_0$  კოეფიციენტის გადაწყობით მიღწეული იყოს ობიექტის გამოსავალი  $y(t)$ -ს და მოდელის  $y_m(t)$ -ს შორის განთახმების მინიმუმი  $a(t)$  პარამეტრის ცვლილების დროს, ე.ი.

$$\varepsilon = y(t) - y_m(t) \quad (3.57)$$

გამოსახულების მინიმუმი.

მოდელს აქვს გადაცემის ფუნქცია

$$W_m(p) = \frac{1}{p + b}, \quad (3.58)$$

სადაც

$$b = a_0^o + k_0^o,$$

სიდიდე  $k_0^o$  მიღებულია გამოსახულებიდან

$$k_0(\varepsilon) = k_0^o + \Delta k(t).$$

საწყის განტოლებებს შემოტანილი აღნიშვნების გათვალისწინებით აქვს სახე - ძირითადი კონტურის განტოლება:

$$\dot{y} + [b + \Delta a_0(t) + \Delta k(t)]y = g(t), \quad (3.59)$$

მოდელის განტოლება:

$$\dot{y}_m + by_m = g(t). \quad (3.60)$$

(3.57)-ის გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$\dot{\varepsilon} + b_\varepsilon = -zy, \quad (3.61)$$

სადაც

$$z = \Delta a_0(t) + \Delta k(t).$$

როდესაც  $z = 0$  და  $b > 0$  განთახმება ასიმპტოტურად იკრიბება 0-სკენ.

$k_0(\varepsilon)$  კოეფიციენტის გადაწყობის მოწყობილობის მინტეგრებელი რგოლით წარმოდგენისას, შეიძლება ჩავწეროთ:

$$\frac{d\Delta k(t)}{dt} = \psi(t), \quad (3.62)$$

სადაც  $\psi(t)$  - თვითაწყობის კონტურში საძებნი მართვის კანონია.

შემდეგ (3.61) და (3.62)-დან გვექნება განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= -bs - zy, \\ \dot{z} &= \psi(t) + \frac{d\Delta a_0(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

ლიაპუნოვის ფუნქციის შემდეგი სახით არჩევით:

$$v(\varepsilon, z) = \chi\varepsilon^2 + z^2 \quad (3.64)$$

და დაშვებით, რომ  $d\Delta a_0(t)/dt \equiv 0$  (ანუ ობიექტის პარამეტრები არ იცვლება  $k_0(\varepsilon)$ -ის გადაწყობისას), ვპოულობთ  $\nu$ -ს წარმოებულს, ანუ

$$\dot{\nu} = -2\chi b\varepsilon^2 - 2\chi\varepsilon zy + 2z\psi. \quad (3.65)$$

თუ  $\psi = \chi\varepsilon y$ , მაშინ  $\dot{\nu} = -2\chi b\varepsilon^2$  წარმოადგენს არადადებით ფუნქციას დადებითად განსაზღვრული  $\nu$  ფუნქციის დროს, ამიტომ ნულოვანი ამონახსნი  $\varepsilon = 0$ ,  $z = 0$  მდგრადია.

მაშასადამე ძირითადი კონტურის უკუკავშირის კოეფიციენტის ცვლილების კანონი განისაზღვრება შემდეგი სახით:

$$k_0(\varepsilon) = k_0^o + \Delta k(t), \quad (3.66)$$

სადაც

$$d\Delta k(t)/dt = -\chi\varepsilon y(t).$$

## ლიტერატურა

1. გუგუშვილი ა., სალუქვაძე მ., ჭიჭინაძე ვ. ოპტიმალური და ადაპტური სისტემები, წიგნი მეორე. გვ. 11-361. თბილისი: სტუ, 1997. 437 გვ.
2. Techniques for adaptive control. Edited by Vance J. VanDoren. Amsterdam, Butterworth-Heinemann, 2003. 277 pp.
3. Feng G., Lozano R. Adaptive control systems. Newnes, Elsevier Ltd. 1999. 352 pp.
4. Дорф Р. К., Бишоп Р. Х. Современные системы управления. М., Лаборатория Базовых Знаний. 2004. 832 с.
5. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 2003. 263 с.
6. Воронов А.А. Теория автоматического управления. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. Часть 2. М.: Высшая школа, 1986. 504 с.