Georgia Primary Education Project
საქართველოს დაწყებითი განათლების პროექტი

მათემატიკა

USAID FROM THE AMERICAN PEOPLE | G-PRIED Georgia Primary Education Project
საქართველოს დაწყებითი განათლების პროექტი

დაწყებითი კლასების მათემატიკის

1-4 კლასების მასწავლებელთა

ტრენინგი

მათემატიკა

თბილისი

2013

ამ მასალის მომზადება შესაძლებელი გახდა ამერიკელი ხალხის კეთილი ნებითა და აშშ საერთაშორისო განვითარების სააგენტოს მხარდაჭერით. მასალის შინაარსზე პასუხისმგებელია ქემონიქს ინთერნეშენალი ინკ. და და იგი არ წარმოადგენს აშშ საერთაშორისო განვითარების სააგენტოსა ან აშშ მთავრობის აზრს. ეს მასალა მომზადდა აშშ საერთაშორისო განვითარების სააგენტოს დაწყებითი განათლების პროექტის ფარგლებში, რომელიც ხორციელდება საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროსთან ერთად.

ს ა რ ჩ ე ვ ი

თავი 6. ტოპოლოგია, გეომეტრია

თავი 1. შესავალი

„ყველა ბავშვს არ აქვს თანაბარი ტალანტი, ან უნარი, ან მოტივაცია, მაგრამ ყველა ბავშვს აქვს თანაბარი უფლება, განივითაროს საკუთარი ტალანტი, უნარი და მოტივაცია.”

ჯონ ფიცჯერალდ კენედი

მათემატიკა ბავშვებისთვის კომუნიკაციის მძლავრი უნივერსალური იარაღია. მათემატიკაში ბავშვები ეუფლებიან ცნებებს, უნარ-ჩვევებს და ამოცანების ამოხსნის ხერხებს, რომლებიც გამოიყენება სხვადასხვა სასწავლო საგანში. მათემატიკა ბავშვებს ეხმარება გაიაზრონ რიცხვები, კანონზომიერებები და ფორმები, რომლებსაც ისინი სამყაროში ხვდებიან; მათემატიკა ბავშვებს სთავაზობს მონაცემთა ანალიზის გზებს სულ უფრო ზრდად ციფრულ სამყაროში. მათემატიკას გადამწყვეტი წვლილი შეაქვს ბავშვების, როგორც წარმატებული მოსწავლეების, განვითარებაში.

ბავშვები სიამოვნებას იღებენ მათემატიკის გამოყენებაში ამოცანების ამოხსნისას, განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც ამოხსნას მივყავართ მოულოდნელი აღმოჩენისკენ ან ახალი კავშირების დამყარებისკენ. მათემატიკური კომპეტენციის მატების კვალდაკვალ ბავშვები ეძიებენ კანონზომიერებებს, იყენებენ ლოგიკურ მსჯელობას, განიხილავენ განსხვავებულ ამოხსნებს და სინჯავენ ამოცანებისადმი მრავალფეროვან მიდგომებს. ისინი სწავლობენ კვლევას და საკუთარი აზრების ჩამოყალიბებას სიმბოლოების და დიაგრამების გამოყენებით, წერილობით და ზეპირსიტყვიერად. ისინი იწყებენ იმის გაცნობიერებას, რომ მათემატიკას წვლილი შეაქვს ეკონომიკის, საზოგადოებისა და კულტურის განვითარებაში. მათემატიკის შესწავლა წაახალისებს ცნობისმოყვარეობას, განავითარებს შემოქმედებით უნარებს; ბავშვები აღიჭურვებიან იმ უნარ-ჩვევებით, რომლებიც მათ ჭირდებათ სკოლის მიღმაც.

1.1. საქართველოს მეცნიერებისა და განათლების სამინისტრო

საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროს მიერ ინერგება ახალი ეროვნული სასწავლო გეგმა მათემატიკაში. მასში ოთხი ძირითადი მათემატიკური მიმართულებაა: *რიცხვები და მოქმედებები, კანონზომიერებები და ალგებრა, გეომეტრია და სივრცის აღქმა, მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა.* ამის გარდა, სწავლების მნიშვნელოვან შედეგებად მოიაზრება ისეთ უნართა განვითარება, როგორიცაა მსჯელობა-დასაბუთება, კომუნიკაცია, მოდელირება, პრობლემების გადაჭრა.

ეროვნულ სასწავლო გეგმაში განსაკუთრებული ყურადღება მახვილდება **„რაოდენობრივ წიგნიერებაზე“**, როგორც ერთერთ გამჭოლ პრიორიტეტულ კომპეტენციაზე. მისი განვითარება განათლების ერთერთ მნიშვნელოვან მიზნად მიიჩნევა მსოფლიოში. სწავლების ადრეულ საფეხურზე მასში იგულისხმება რიცხვის არსის გაცნობიერება და განვითარება რიცხვის გუმანისა, ალღოსი (ესაა რიცხვით მიმართებათა ინტუიციური წვდომის უნარი). მისი თანმდევი უნარჩვევებია: რაოდენობათა გამოსახვა, შედარება და შეფასება; ზეპირი ანგარიში და მოქმედებათა შედეგის მიახლოებითი შეფასება; სხვადასხვა სახით მოცემული სიდიდის (რაოდენობის, სიგრძის, თანხის, წონის, დროის, ფართობის, მოცულობის) მიახლოებითი შეფასება. ეს უნარჩვევები მოსწავლეს სჭირდება არა მხოლოდ მათემატიკის, არამედ აგრეთვე სხვა საგნების შესასწავლადაც; მოსწავლემ შეძენილი ცოდნა და გამოცდილება სხვადასხვა შინაარსობრივ კონტექსტში უნდა გადაიტანოს და გამოიყენოს.

1.2. საქართველოს დაწყებითი განათლების პროექტი

რადგან მათემატიკას მნიშვნელოვანი ზეგავლენის მოხდენა შეუძლია საქართველოს სოციალურ და ეკონომიკურ განვითარებაზე, საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო თანამშრომლობს საქართველოს დაწყებითი განათლების პროექტთან (G-PriEd), რომელიც დაფინანსებულია ამერიკის შეერთებული შტატების საერთაშორისო განვითარების სააგენტოს (USAID) მიერ. ამ თანამშრომლობის მიზანია დაწყებითი საფეხურის (1-6 კლასები) მოსწავლეთა მათემატიკური კომპეტენციის გაუმჯობესება. ეს გაუმჯობესება მიიღწევა სწავლების სრულყოფით, დიაგნოსტიკური შეფასების დანერგვით და გაკვეთილებზე ტექნოლოგიების გამოყენებით.

მოსწავლეებისთვის მათემატიკის მაღალხარისხოვანი სწავლებისთვის G-PriEd უზრუნველყოფს მასწავლებლების ტრენინგს იმისათვის, რათა გაზარდოს მათი მზაობა სწავლების ახალი სტრატეგიების დანერგვისთვის, რომელთა გამოყენება, საბოლოო ანგარიშით, აამაღლებს მოსწავლეთა მიღწევებს. G-PriEd საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროსთან თანამშრომლობით შექმნის პედაგოგ-ლიდერთა გუნდს, რომლებიც დაოსტატებული იქნებიან მათემატიკის სწავლებაში და ხელს შეუწყობენ სკოლის ბაზაზე მასწავლებელთა პროფესიულ განვითარებას. მომზადებული კადრები წარმართავენ თანატოლთა სწავლის პროცესს და სწავლება-სწავლის ახალ ტექნიკებს გაუზიარებენ კოლეგებს საკუთარ პრაქტიკაზე რეფლექსიის გზით.

გაკვეთილების დახვეწის, მონიტორინგისა და შეფასებისას მასწავლებლებმა საკმარისი ყურადღება უნდა დაუთმონ მათემატიკის სწავლების ხუთივე მიზეზს:

მის მნიშვნელოვნებას ყოველდღიურ ცხოვრებაში და საზოგადოების ფუნქციონირებაში.

მის მნიშვნელოვნებას სხვა სასწავლო საგნებისთვის.

მის მნიშვნელოვნებას მოსწავლის ინტელექტუალური განვითარებისთვის.

მის მნიშვნელოვნებას ბავშვის მიერ სწავლით სიამოვნების მიღებისთვის.

მის გამორჩეულ ადგილს კულტურისა და ცოდნის სფეროში.

G-PriEd ხელს შეუწყობს აგრეთვე დიაგნოსტიკური/განმავითარებელი შეფასების

ინსტრუმენტების შექმნას, რომელსაც მასწავლებლები გამოიყენებენ გაკვეთილებზე იმისათვის, რათა შეაფასონ მოსწავლეების რაოდენობრივი წიგნიერება, მათემატიკური მსჯელობის უნარი და სხვა მნიშვნელოვანი მათემატიკური უნარ-ჩვევები. მათემატიკური ცნებების უკეთ დაუფლებისთვის G-PriEd მოამარაგებს სკოლებს მათემატიკური თვალსაჩინოების საშუალებებით, რომლებიც დაეხმარება მასწავლებლებს წარმოაჩინონ საბაზო, მნიშვნელოვანი მათემატიკური იდეები. საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროსთან თანამშრომლობით G-PriEd საქართველოს დაწყებითი კლასების მასწავლებლებს შეუქმნის აქტიური სწავლება-სწავლის შესაძლებლობებს, რომლებიც, საერთაშორისო კვლევების მიხედვით, ყველაზე ეფექტიანია მოსწავლეთა შედეგების ზრდისთვის.

1.3. რეალური ვითარება

2002-2003 წლებში საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტროს მიერ ჩატარებული ეროვნული კვლევის დასკვნაა: საქართველოს მეოთხეკლასელთა 40-50 % არ არის მზად მომდევნო კლასებში მათემატიკის სწავლისთვის.

2007 და 2011 წლებში ყველაზე აღიარებულმა საერთაშორისო ტესტირებებმა მათემატიკაში (TIMSS) IV-კლასელთა შემდეგი შედეგები გვიჩვენა:

TIMSS	მონაწილეთა რაოდენობა	საქართველოს ადგილი	უმაღლესი ქულა	უდაბლესი ქულა	საშუალო ქულა	საქართველოს ქულა
2007 წ.	43	37	607	224	500	438
2011 წ.	50	40	620	230	500	450

როგორც ვხედავთ, 2011 წელს ჩვენი შედეგები ცოტათი გაუმჯობესდა, მაგრამ საქართველოს მოსწავლეები, რეალური ცოდნისა და უნარჩვევათა **საშუალო დონით,** შორს არიან მსოფლიოს არათუ მაღალი, არამედ, სამწუხაროდ, საშუალო დონისგანაც კი (მათ შორის რეფორმაგავლილი მოსწავლეებიც).

ჩვენ შემდეგ მხოლოდ ისეთი სახელმწიფოებია, როგორებიცაა: ირანი, ალჟირი, კოლუმბია, მაროკო, სალვადორი, ტუნისი, ქუვეიტი, კატარი, იემენი... საუკეთესო შედეგებს კი აღწევენ: ჰონგკონგი, სინგაპური, იაპონია, კორეა, ტაივანი, რუსეთი, ფინეთი, ინგლისი, ჩრდ. ირლანდია, ბელგია, ნიდერლანდები, ლატვია, ლიტვა, ყაზახეთი, ხოლო სომხეთი საშუალო დონეზეა [გამოცდების ცენტრის მიერ გამოცემული ანგარიში: „მათემატიკისა და საბუნებისმეტყველო საგნების სწავლისა და სწავლების საერთაშორისო კვლევა TIMSS-2007 – მათემატიკა, თბ.-2009; ნ. კობახიძე. საერთაშორისო კვლევები და საქართველო. 2012 წ.]

ამ ტესტირებებში VIII-კლასელთა მათემატიკაშიც დაახლოებით მსგავსი შედეგები გვქონდა (და, სხვათა შორის, წიგნიერების მიმართულებითაც).

თავი 2: მათემატიკის სწავლების ინტერაქციულ-კონსტრუქტივის-ტული მეთოდი

2.1 შემდეგთაგან რომელია სწავლის საუკეთესო, ყველაზე აუცილებელი საშუალება?

ა) ტრადიციული ფორმითა და შინაარსით აწყობილი საგაკვეთილო მუშაობა;

ბ) მოსწავლისა და მასწავლებლის თანამშრომლობა;

გ) უზადო ლექციების კურსის წაკითხვა კარგი მასწავლებლის მიერ;

დ) მოსწავლეთა გუნდური მუშაობა და ურთიერთთანამშრომლობა;

ე) კამათი, რომელშიც იბადება ჭეშმარიტება;

ვ) თვით მოსწავლის მიერ კეთება იმისა, რაც უნდა ისწავლოს.

მოსწავლეებმა უნდა ააგონ მათემატიკური ცნებების საკუთარი გაგება. ეს იმას ნიშნავს, რომ მასწავლებლის უპირველესი ვალია არ მიაწოდოს მასალა ლექციური სახით, არ აუხსნას და ან რაიმე სხვა “მზა” სახით არ “გადასცეს” ცოდნა მოსწავლეებს. მან უნდა შეუქმნას მოსწავლეებს ისეთი სიტუაციები, რომლებიც უბიძგებენ მათ აუცილებელი სააზროვნო კონსტრუქტიების აგებისკენ.

კონსტრუქტივიზმი უპირატესობას ანიჭებს სწავლას ინდივიდუალური გამოცდილების მიღების საფუძველზე. მასწავლებელი-მოსწავლის ტრადიციული მიმართების ნაცვლად სწავლის პასუხისმგებლობა მოსწავლეზეა – სწორედ იგი ანიჭებს მნიშვნელობას მათემატიკურ ცნებებს სხვა მოსწავლეებთან და მასწავლებელთან გამოცდილების გაზიარების საშუალებით.

კონსტრუქტივიზმი ყურადღებას ამახვილებს იმაზე თუ როგორ სწავლობენ ადამიანები. კონსტრუქტივიზმის თვალსაზრისით მათემატიკური ცოდნა შედეგია იმისა, რომ ადამიანები აყალიბებენ მოდელებს მათ წინაშე დასმული შეკითხვებისა და გამოწვევების პასუხად. ეს შეკითხვები და გამოწვევები კი ბუნებრივად გამომდინარეობენ საინტერესო მათემატიკური ამოცანებისა და გარემოსგან – და არა უბრალოდ ინფორმაციის მიღებისა თუ ინდივიდუალური ტალანტის არსებობისგან. სწავლების გამოწვევა დღეს ისაა, რომ შეიქმნას ვითარება, რომელიც “ჩაითრევს” და აიყოლიებს მოსწავლეს, წაადგება მას როგორც საყრდენი და საფუძველი საკუთარი მოსაზრებებისა და გამოცდილების ახსნისთვის, შეფასებისთვის, სხვებთან კომუნიკაციისთვის, მათემატიკური მოდელების გამოყენებისთვის.

2.2 მასწავლებლის მიზანი ნასწავლი საკითხის გამეორება და მისი ცოდნის გააქტიურებაა. საუკეთესოა აქტიური გამეორება. დაალაგეთ შემდეგი სასწავლო ქმედებანი თანმიმდევრობით ყველაზე პასიური გამეორებიდან ყველაზე აქტიური გამეორებისაკენ. შემდეგ კი აღწერეთ ყველაზე აქტიური გამეორების კონკრეტული მაგალითი.

(1) მასწავლებლის დავალებით მოსწავლე სახელმძღვანელოში მოიძიებს ნასწავლ საკითხს და კვლავ წაიკითხავს.

(2) მასწავლებლის დავალებით მოსწავლე სხვა წყაროდან მოიძიებს ნასწავლ საკითხს და წაიკითხავს.

(3) მასწავლებელი მოსწავლეს მიუთითებს საჭირო ადგილს სახელმძღვანელოდან და მის წაკითხვას დაავალებს.

(4) მასწავლებელი მოკლედ, შეჯამებულად ჩამოაყალიბებს ნასწავლ საკითხს და მოსწავლეს ასე შეახსენებს.

(5) მასწავლებელი მოსწავლეს დაავალებს ამოცანის გადაწყვეტას ნასწავლი საკითხის გამოყენებით.

(6) მასწავლებელი მოსწავლეს უჩვენებს ნასწავლი საკითხის პრაქტიკული გამოყენების საინტერესო მაგალითს.

2.3 VI კლასის გაკვეთილზე დამსწრე იჯდა. მასწავლებელმა მოისურვა, რომ საფუძვლიანად აეხსნა ახალი საკითხი. ამიტომ წინა საკითხების გამოკითხვა სწრაფ ტემპში წარმართა და მალე მოათავა, რათა გაკვეთილის ძირითადი ნაწილისთვის საკმარისი დრო მორჩენოდა. მაგრამ მასწავლებელი გაწბილებული დარჩა, რადგან მოსწავლეთა ინტერესი ძალიან დაბალი იყო და, შედეგად, ცუდი გაკვეთილი გამოუვიდა.

მცირე ჯგუფებში განიხილეთ, რატომ აღმოჩნდა გაკვეთილი არც ისე კარგი, როგორც მასწავლებელი ელოდა.

2.1. სწავლების კონსტრუქცივისტული მეთოდის რაობა

კონსტრუქტივისტული მეთოდი – ესაა აქტიური, ინტერაქციული სწავლების მეთოდი, რომელშიც მთავარია მოსწავლის გამოცდილებაზე დაფუძნებული აქტიურობა – ყველაფერი, რასაც მოსწავლე სწავლობს, მისი გამოცდილებიდან უნდა გამომდინარეობდეს, ამ გამოცდილებით უნდა აიგებოდეს (ანუ მოხდეს კონსტრუირება). ეს მეთოდი ემყარება ჯონ დიუის, ჟან პიაჟესა და ლევ ვიგოტსკის თეორიებს. ხოლო დიმიტრი უზნაძის განწყობის თეორიის საფუძველზე მისი თანმიმდევრული განხორციელება კონკრეტულ სასწავლო პროგრამებში გახდა შესაძლებელი. ტრადიციული სწავლებისას ახალ საკითხს წინასწარ მასწავლებელი ხსნის. ხოლო კონსტრუქტივიზმში არ ხდება ასე მზა ცოდნის მიწოდება. სწავლების მთავარი ხაზია მოსწავლის გამოცდილების მიზანმიმართული გამდიდრება და ყოველი ახალი ცოდნის ბუნებრივი დაშენება ამ გამდიდრებულ გამოცდილებაზე. მთავარი ისაა, რომ ამ დაშენებას თვით მოსწავლე აკეთებს, თვითონ აგებს ახალ ცოდნას. მოსწავლენი აქტიურად არიან ჩართულნი არამარტო სწავლების პროცესში, არამედ აგრეთვე თვით ცოდნის, მეცნიერული ცნებებისა თუ დებულებების ქმნადობის პროცესშიც. ბავშვი რეალურ ცოდნას მხოლოდ საკუთარი გამოცდილების მასალით აგებს, საკუთარი აქტიურობით - როგორც აგებს ახალ ნაგებობებს სათამაშო კონსტრუქტორის ნაწილებით. ამიტომ გამოცდილება (მზა „კონსტრუქტორის ნაწილები") წინ უნდა უძღოდეს სწავლებას.

ინტერაქცია – ურთიერთობა, ურთიერთქმედება.

ინტერაქციული სწავლება – აქტიური ორმხრივი სწავლება: ცოდნის წყარო არაა ცალმხრივი – მხოლოდ მასწავლებლის აქტივობა, არამედ ცოდნა იქმნება მოსწავლე-მასწავლებლისა და აგრეთვე მოსწავლეთა ერთმანეთში ურთიერთობით, აზრთა ურთიერთგაზიარებით. მთავარი ისაა, რომ მოსწავლე სწავლობს – და არა მარტო ის, რომ მასწავლებელი ასწავლის.

კეთებით სწავლება – კონსტრუქტივიზმის პრაქტიკული განხორციელება: სწავლების აქტიური მეთოდი, რომელშიც მთავარი სასწავლო საშუალებაა მოსწავლის საქმიანობა, მოსწავლე სწავლობს მუშაობის პროცესში. ხელოვნების, ხელოსნობის, სპორტის, რაიმე ხელობის სწავლების ერთადერთი საშუალებაა. შეიძლება მიმდინარეობდეს მასწავლებლის ხელმძღვანელობით (მაგალითად, ოსტატ-შეგირდის ტრადიციული ურთიერთობისას), ნათესავის ან უფროსი მეგობრის რჩევებით, ან თვითგანათლების პირობებში.

არსებითად, ყოველგვარი საგნის სწავლებისასაც ასეა: აქტიური ცოდნის დაუფლება მხოლოდ „კეთებით სწავლის“ ნაყოფი თუ იქნება. ოღონდ, ცხადია, „კეთება“ უნდა გავიგოთ არა პირდაპირი, არამედ ფართო, განზოგადებული აზრით. ასეა, მაგალითად, მშობლიური ენის ბუნებრივად დაუფლებისას (ბავშვი სწავლობს მეტყველებით ანუ „ტექსტების კეთებით“); ასევეა კითხვისა და წერის სწავლისას (ესეც მხოლოდ „კეთებით“ ხდება); ასევეა მათემატიკაშიც – მოსწავლე იმას სწავლობს რეალურად, რასაც თვითონ გააკეთებს (და ნაკლებად – იმას, რასაც მოუსმენს).

კონსტრუქტივიზმისთვის ძალიან მნიშვნელოვანია ხშირი უკუკავშირი, ანუ მასწავლებელი ხშირ-ხშირად ყურადღებით უნდა იღებდეს მოსწავლეთა გამოხმაურებას, უნდა ამოწმებდეს:

თუ რამდენად აზრიანად მიმდინარეობს კეთების პროცესი და ხომ არ ხდება მისი გადაგვარება უაზრო, მექანიკურ გაწაფვაში;

ცალკეული მოსწავლეებისთვის ხომ არ დარჩა გაუგებარი ახალი საკითხები, პროგრამის გავლის ტემპი ხომ არაა ზედმეტად ჩქარი, ცალკეული მოსწავლეები ხომ არ ჩამორჩნენ სასწავლო პროგრამას (თუკი ამას დროულად არ ვუშველეთ, შემდეგ ათმაგად ძნელი იქნება);

ნასწავლი საკითხები ხომ არ რჩება მხოლოდ ფაქტობრივი ცოდნის, ინფორმირებულობის დონეზე, ხდება თუ არა მათი გააზრება (ბლუმის ტაქსონომიის მეორე დონეზე); საკმარისად ვითარდება თუ არა მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნება და მსჯელობა-არგუმენტაციის უნარჩვევები;

ნასწავლი საკითხები არის თუ არა მრავალმხრივად განვითარებული, საკმარისად ვითარდება თუ არა შესაბამისი მათემატიკური და გამოყენებითი უნარ-ჩვევები (ბლუმის ტაქსონომიის მესამე დონეზე); საკმარისად ვითარდება თუ არა მოსწავლეთა შემოქმედებითი უნარი, ინტუიცია, მიხვედრილობა.

ყოველივე ამის მისაღწევად საჭიროა გაღრმავებული, მრავალმხრივი, აუჩქარებელი სწავლება, ძირითადად ორიენტირება ნასწავლის ხარისხზე – და არა მარტო მოცულობაზე.

2.2. სწავლების სოკრატული მეთოდის რაობა

ძიებით-აღმოჩენითი / სოკრატესეული / ევრისტიკული (ბერძ. eurika *აღმოჩენა*) მეთოდი – აქტიური სწავლების სახეობა, რომელიც ემყარება მოსწავლის მიერ აღმოჩენას სასწავლო საკითხის არსისა. კონსტრუქტივიზმი და ევრისტიკა იმდენად ახლოსაა ერთმანეთთან, რომ მათ ხშირად სინონიმებადაც კი ხმარობენ. ეს, ცხადია, არაზუსტია: პირველში მთავარია აგება, მეორეში – აღმოჩენა. მაგრამ, არსებითად, თანმიმდევრულად ინტერაქციური სწავლებისას ეს ორი მეთოდი, როგორც წესი, პარალელურად გამოიყენება.

მოსწავლეები თვითონ აგებენ თუ აღმოაჩენენ ახალ ცოდნას. ეს ერთადერთი გზაა ღრმად გააზრებული და ცოცხალი, აქტიურად გამოყენებადი ცოდნისკენ. ოფიციალური ტესტირებები გვიჩვენებს, რომ ასე ნასწავლი მოსწავლეების რეალური ცოდნის დონე მართლაც მაღალია. ამასთან ერთად, მოსწავლეებს ძლიერ უვითარდებათ აზროვნება, მსჯელობის, წიგნზე მუშაობისა და ტექსტის გააზრების უნარჩვევები, დამოუკიდებლად მუშაობის უნარჩვევები, ზოგადად დამოუკიდებლობა, გერგილიანობა, აქტიურობა, საკუთარი ძალების რწმენა...

2.3. გაკვეთილის მსვლელობა

მასწავლებელი უნდა აცლიდეს მოსწავლეებს ფიქრს, შეცდომის დაშვებასა და მის გააზრებას, მის გასწორებას, უნდა წაახალისებდეს მოსწავლეთა მსჯელობასა და მათ მიერ საკუთარი აზრების გამოთქმასა და ურთიერთგაზიარებას, კამათსა და მსჯელობას. საკითხი უნდა დამუშავდეს ძირითადად მხოლოდ შეკითხვების მეშვეობით, დიალოგურად, პრობლემურად. ესაა განმავითარებელი სწავლება.

მასწავლებელი სვამს შეკითხვებს და ცდილობს, სასურველი სრული პასუხი მოსწავლეებს ათქმევინოს. შეცდომებიც თვითონ ბავშვებმა უნდა გაასწორონ, ხარვეზები – შეავსონ. მასწავლებელი მხოლოდ მაშინ უნდა ჩაერიოს, როდესაც მოსწავლეთა ძალებით ეს ვეღარ ხერხდება. იმისათვის, რათა შესაძლებელი იყოს ამგვარი სწავლება, პროგრამა და სახელმძღვანელოები ახლებურად უნდა იყოს აგებული.

მათემატიკაში მთავარი ისაა, რომ მოსწავლემ საფუძვლიანად გაიაზროს ძირითადი ცნებები (I-IV კლასებში – მათი ხატობრივი ზოგადი წარმოდგენები ანუ განზოგადებული ხატობრივი სქემები), მაგალითად: გამრავლება, გაყოფა, ოთხკუთხედი, ფართობი, წილადი და სხვა. სწორედ ცნებათა გააზრებაა მთავარი – და არა მხოლოდ მექანიკურ მანიპულაციებში გაწაფვა და სხვადასხვა ინფორმაციის

დაზუთხვა.

გაკვეთილზე მასწავლებელმა არ უნდა დაუშვას პედაგოგიკური შეცდომები:

მოსწავლის შეცდომაზე უკმაყოფილების გამოხატვა (უხეშ სიტყვებზე ხომ ლაპარაკიც ზედმეტია) – მოსწავლეს არ უნდა ეშინოდეს შეცდომისა;

მოსწავლის შეცდომის დაუყოვნებელი შესწორება მასწავლებლის მიერ – და არა სხვა მოსწავლის მიერ, მსჯელობით;

აზროვნების გარეშე მოქმედების მოწონება (მაგალითად, სხაპასხუპით პასუხისა და ნამუშევრის წარმოჩენის გარეშე ჩაწიკწიკებული რვეულის მოწონება);

ადვილი შეკითხვის მიცემა თუ ადვილი ამოცანის გარჩევის დავალება ძლიერი მოსწავლისათვის;

პასიური მოსწავლისთვის ყურადღების დაკლება, ბოლომდე არგარკვევა იმისა, პასიურმა მოსწავლემ გაიგო თუ ვერა პროგრამული (არა დამატებითი ძნელი) საკითხი;

ტექსტების ზეპირად სწავლება, ანდა, იმის უგულებელყოფა, რომ მოსწავლეს საკითხი ზეპირად აქვს ნასწავლი და კარგად არ ესმის;

როცა მსჯელობისას მოსწავლე წინადადებას კარგად ვერ გამართავს, შემოფარგვლა მხოლოდ შესწორებით: მოსწავლემ შეიძლება კარგად გაიგო თავისი ხარვეზი, შესწორებაც გაიგო, მაგრამ ეს არაა საკმარისი – მოსწავლემ საკუთარი პირით უნდა გაიმეოროს (ანდა, საკონტროლო ნაწერის გასწორებისას – საკუთარი ხელით უნდა გადაწეროს) შესწორებულ-შევსებული წინადადება.

2.4. ერთი შემთხვევა მათემატიკის სწავლებიდან

V კლასის მათემატიკის მასწავლებელმა გვანცამ სამფაზიანი გაკვეთილი ჩაატარა. მან ასახსნელი რთული მასალა წინასწარ დაანაწევრა 14 მცირე მარტივ საკითხად; თვითეული ამ საკითხის მოკლე დასკვნა დიდი ასოებით დაწერა ბარათებზე; ბარათები გადანომრა „მარტივიდან რთულისკენ“ თანმიმდევრობით, იქვე სათანადო სქემატური ილუსტრაციებიც დაურთო. გაკვეთილზე ჯერ გამოწვევის, წინმსწრები სამოტივაციო ფაზა ჩაატარა: გონებრივი შეტევით გამოავლინა მოსწავლეთა მოლოდინები, შემდეგ საკითხი დაუკავშირა ყოფაცხოვრებას, კერძოდ, ერთერთი სნეულების გავრცელების დინამიკას, რაც პროექტორით აჩვენა. შემდეგ ჩაატარა მეორე ფაზა – რეალიზება: მოსწავლეებს მომზადებული ბარათები დაურიგა; ახალი მასალის ახსნისას მოსწავლეებს, საჭირო დროს, თვალწინ შესაბამისი ბარათები ჰქონდათ; მასწავლებელმა ძირითადად ზუსტად დაიცვა თანმიმდევრობა „მარტივიდან რთულის-კენ“, უცნობი საკითხის ახსნას აფუძნებდა ნასწავლ ან მოსწავლეებისთვის ისედაც კარგად ცნობილ მოქმედებებზე, გარდა 2 საკითხისა, რომელთათვისაც ასეთი ცნობილი მარტივი საკითხი ვერ მოძებნა. მასწავლებელს არც მესამე, რეფლექსიის ფაზა გამორჩენია – ახსნილი საკითხები გაამთლიანა და მოკლედ განაზოგადა. აღწერილი მეთოდის წყალობით მოსწავლეებმა კარგად გაიგეს ახალი რთული მასალა.

ეს გაკვეთილი განიხილეს მათემატიკის კათედრის სხდომაზე. მთავარი განსახილველი საკითხი იყო კონსტრუქტივისტული სწავლების დანერგვა მასწავლებლების მიერ. მასწავლებლებმა მოცემული გაკვეთილიც კონსტრუქტივიზმის პრინციპების თვალსაზრისით განიხილეს და შემდეგი მოსაზრებები გამოთქვეს:

ანა: ახალი საკითხების ახსნა, არსებითად, დიდაქტიკური იყო, მიუხედავად სხვა მხრივ კარგად დამუშავებისა; კონსტრუქტივიზმი კი მოითხოვს აქტიურ სწავლებას, ანუ ახალი საკითხების აგებას თვით მოსწავლეთა მიერ.

ბელა: მე ვეთანხმები ანას, მაგრა მარ ვიზიარებ მის კატეგორიულ სეფასებას. გაკვეთილი მცირედ თუ შეესაბამება კონსტრუქტივიზმს, რადგან კონსტრუქტივიზმის მისადაგება მათემატიკასთან თავისთავად არცთუ ბუნებრივია; მათემატიკას „კეთებით სწავლების“ სხვა სახეობები უფრო მიესადაგება.

გვანცა: არც ერთს არ გეთანხმებით! გაკვეთილი სრულიად შეესაბამება, რადგან ამ უკანასკნელის არსი, მარტივად რომ ვთქვათ, ესაა ახალი უცნობი საკითხის აგება, დაშენება ნაცნობ, ნასწავლ მასალაზე, „მარტივიდან რთულისკენ“ თანმიმდევრობით. და ეს ყველაფერი მე გავაკეთე გაკვეთილზე!

დათო: ჩემი აზრით, ჭეშმარიტება სადღაც შუაშია: უპირატესად შეესაბამება, რადგან აკადემიური დარგის (მაგალითად, მათემატიკის) სწავლებისას კონსტრუქტივიზმი იგივე „კეთებით სწავლებაა“; ოღონდ აღწერილი მეთოდი ცოტათი მაინც შორდება კონსტრუქტივიზმს, რამდენადაც 2 საკითხი ძირითადი მეთოდის შეუსაბამოდ აიხსნა.

2.4 გამოთქმულ მოსაზრებებს შორის მოძებნეთ ყველაზე უარესი – გავრცელებული ტიპური შეცდომა.

2.5 შემდეგთაგან აარჩიეთ წინა ამოცანაში მოძებნილი უარესი მოსაზრების არსებითი შეცდომის მაჩვენებელი:

ა) იგი ბუნდოვანია და მისი საზრისი ძნელად გასააზრებელია.

ბ) მასში არაა კონსტრუქტივიზმის არსი, რადგან მასში ჩამოყალიბებულ პრინციპებს თითქმის ყველა მიდგომა იზიარებს და ამისთვის კონსტრუქტივიზმი არაა საჭირო.

გ) იგი ზედმეტად ზოგადია და ამიტომ ვერ ხსნის საკითხის არსს.

დ) მასში შინაგანი ლოგიკური წინააღმდეგობაა.

ე) იგი ზედმეტად დაკონკრეტებულია, მასში გადმოცემული წვრილმანები კი საკითხის არსს არათუ არ გვიჩვენებს, არამედ პირიქით, ამ არსს თითქოს გვიხლართავს.

თავი 3. მათემატიკური შეცდომების ზოგადი მიზეზები

ხშირად ორი-სამი მიზეზი ერთადაა. არსებითი შეცდომა ყველაზე ხშირად (6)-ს

1. რაიმე საკითხის ფაქტობრივი ცოდნის არქონა ან ნაკლულობა, აღნიშვნის მცდარი წაკითხვა (შესაძლოა, დავიწყების გამოც);
2. ცნების არასაკმარისი გააზრება ანდა ძალიან პასიური ფლობა; სუსტი განზოგადება – ვერმიხვედრა, რომ ეს კონკრეტული შემთხვევა ცნობილ ზოგადში ჯდება;
3. კერძო უნარჩვევის სისუსტე, გაუვარჯიშებლობა;
4. ორი საკითხის ერთმანეთში აღრევა, მართებული წესის მცდარად გადატანა, ზედმეტად განვრცობა;
5. ლოგიკური შეცდომა: უსაფუძვლო დასკვნის გამოტანა საკუთარი მსჯელობიდან ან ტექსტიდან, ტექსტის აზრის მცდარად გაგება;
6. მექანიკური შეცდომა: უყურადღებობის, სიჩქარის, დაუკვირვებლობის გამო.

ახლავს ხოლმე – მოსწავლეს რომ არ ეჩქარა და უფრო დაკვირვებით ემუშავა, ის შეცდომა არ მოუვიდოდა. ესე იგი, (6) აჩენს ხარვეზს იმ საკითხში, რომლის ცოდნაც ისედაც შედარებით სუსტია.

შეცდომის **მიზეზი** უნდა გავარჩიოთ შეცდომის რაობისგან. **რაობა** – ესაა ზუსტი მათემატიკური აღწერა იმისა, თუ მაინც რა შეცდომაა, ანუ **შედეგის** აღწერა მიზეზებისგან დამოუკიდებლად. შეცდომის რაობა მათემატიკური საკითხია, მიზეზი კი – ფსიქოლოგიურ-მეთოდური.

მართებული თანმიმდევრობით, მასწავლებელმა უნდა გაარკვიოს შეცდომის:

I. რაობა და ის, თუ წესით როგორ უნდა ყოფილიყო;
II. მიზეზი;
III. გამოსწორების საშუალება.

ამასთან, III არ ნიშნავს პირდაპირ, მზამზარეულად I-ის თქმას. აქტიური სწავლებით, მასწავლებელმა მისახვედრებელი შეკითხვებითა თუ სხვაგვარი ხერხებით თავად მოსწავლე უნდა მიიყვანოს მართებულ დასკვნამდე. მოსწავლემ მასწავლებელთან, ანდა, კიდევ უკეთესი, თანაკლასელებთან ინტერაქციით უნდა გაიაზროს შეცდომა და მისი შესწორების გზა. და ეს გზაც თვითონ უნდა გაიაროს.

3.1 საკლასო წერის დროს მასწავლებელი აკვირდებოდა, რომ მოსწავლეები ყურადღებით და მონდომებით მუშაობდნენ. ამის მიუხედავად, ექვს მათგანს შეცდომები აღმოაჩნდა:

I. მოსწავლეს ეწერა: *„რაც უფრო მეტი თანრიგი აქვს რიცხვის ციფრულ ჩანაწერს, მით უფრო დიდია რიცხვი. ამიტომ* 2,3905 > 2,56.“

II. მოსწავლემ გონებაში ვერ იანგარიშა 12 • 15, ქვეშმიწერით დაიწყო და ძალიან ბევრი დრო დაეხარჯა. ალბათ ასევე ეხარჯებოდა ბევრი დრო სხვა გამოთვლებშიც. ამიტომ ბოლო ამოცანის დაწყებაც კი ვერ მოასწრო.

III. ამოცანა მოითხოვდა 20-ის ჯერადების ამოწერას. მოსწავლემ ყოყმანის შემდეგ 20-ის გამყოფები ამოწერა.

IV. მოსწავლეს ამოცანის ამოხსნისას წერითი გამოთვლების შედეგად მიღებული ჰქონდა რიცხვი 84, რომელიც ამოცანის მომდევნო შეკითხვის გამოთვლისთვის შეცდომით გადაწერა – 48.

V. მოსწავლემ დახრილად დახაზული მართკუთხედი არ ჩათვალა მართკუთხედად.

VI. ამოცანის პირობაში მოცემული იყო, რომ კლასის ბიჭებიდან ყველაზე უფროსი იყო ცოტნე, რომელიც 9 წლისა გახდა. ამის საფუძველზე მოსწავლემ იგულისხმა, რომ კლასის ყველა სხვა ბავშვის წლოვანება 9 წელზე ნაკლებია.

თვითეულ ამ შეცდომას შეუსაბამეთ მისი ზოგადი **მიზეზი**.

3.2 მასწავლებელს სურს გაარკვიოს, მოსწავლეს კონკრეტული შეცდომა **<u>მხოლოდ</u>** სიჩქარითა და დაბნეულობით მოუვიდა, თუ ეს შეცდომა სათანადო ცოდნისა თუ უნარჩვევის ხარვეზის კანონზომიერი შედეგიცაა. რომელია შემდეგთაგან საუკეთესო საშუალება საამისოდ?

ა) თვით მოსწავლეს გაესაუბროს ამ შეცდომის სავარაუდო მიზეზთა თაობაზე;

ბ) მოსწავლეს ხელი შეუწყოს მეტაკოგნიციაში ანუ იმის გააზრებაში, თუ როგორ გადაჭრა ის საკითხი და საიდან წარმოიშვა შეცდომა;

გ) ეს შეცდომა შეადაროს ამ მოსწავლის სხვა შეცდომებს;

დ) გაიხსენოს, მსგავსი შეცდომები ამ მოსწავლეს სხვა დროსაც თუ მოსვლია, ანდა შემდგომში დააკვირდეს ამას;

ე) მოსწავლეს დაეხმაროს სათანადო საკითხის გააზრებაში, ოღონდ არა მზამზარეული ახსნით, არამედ მიმანიშნებელი მითითებებითა და მისახვედრებელი შეკითხვებით.

თავი 4. სასწავლო ხარაჩოების აგება (სკაფოლდინგი)

სკაფოლდინგი ინგლისური ტერმინია და აღნიშნავს სასწავლო ხარაჩოს აგებას. სკაფოლდინგი სწავლების ტექნიკაა, როდესაც მასწავლებელი ქმნის სწავლების სტრატეგიის ან დავალების მოდელს, ხოლო შემდგომ თანდათან პასუხისმგებლობას პრობლემის გადაჭრაზე გადაიტანს მოსწავლეზე. მასწავლებელი მხარს უჭერს და ხელს უწყობს სწავლას იმ დროს, როდესაც ცნებები და უნარ-ჩვევები პირველად წარმოჩინდება მოსწავლეთა წინაშე. ამგვარი მხარდაჭერა შეიძლება მოიცავდეს წაბიძგებას, ჩარჩოს მიწოდებას ან სხვა რესურსებით უზრუნველყოფას, რომელიც შინაარსის გაგებას უწყობს ხელს.

რისთვის გამოიყენება სკაფოლდინგი ?

1) სკაფოლდინგი მოსწავლეებში გააქტიურებს იმ წინარე უნარ-ჩვევებს, რომლებსაც მოსწავლეები ახალი მასალის გაცნობამდე უნდა ფლობდნენ.

2) სკაფოლდინგი არსებითად ნიშნავს იმ მოსწავლეებისთვის დახმარებას, რომლებიც მზად არ არიან დამოუკიდებლად შეასრულონ დავალება. იმის მსგავსად, როგორც ხარაჩოები ეშველება მშენებლებს, სკაფოლდინგიც მხოლოდ დროებითია. იგი მხოლოდ იქამდე მიმდინარეობს, სანამ დავალება დასრულდებოდეს, შემდეგ კი წყდება.

4.1. ხარაჩოების აგება - საკითხთან დაკავშირებული სიტუაციური ამოცანები

1. მასწავლებელმა მოსწავლეს გაჭირვებისას სასწავლო ხარაჩოები უნდა შეაშველოს. ზოგჯერ მოსწავლეს ხარაჩოს მხოლოდ ერთი-ორი საფეხური ეყოფა, ზოგჯერ კი ექვსივე დასჭირდება (თუკი ეს ექვსიც არ ეყო, მაშინ ამ საკითხის სწავლება ამ მოსწავლისთვის ნაადრევია – ჯერ წინა ცოდნა უნდა განმტკიცდეს). შემდეგი დახმარების საფეხურები დაალაგეთ საჭირო თანმიმდევრობით:

(1) აი ამ ადგილას ... ასე ... რატომ დაწერე? ამიხსენი.

(2) როგორც შენ აქ გიწერია, მართლაც რომ მასე ყოფილიყო, მაშინ ხომ ... ...

(და მასწავლებელი აყალიბებს შეუსაბამობას)

(3) ძირითადად კარგია, ყოჩაღ, მაგრამ კიდევ ერთხელ დაუკვირდი, უფრო ყურადღებით!

(4) შენთვის არაა ძნელი, ოღონდ ყურადღებით მოისმინე, რასაც გეტყვი და მერე ჩემს აზრს შენ დაასრულებ: … …

(და მასწავლებელი იწყებს აზრის ჩამოყალიბებას)

(5) კარგი, მაშ გაიაზრე ასეთი თვალსაჩინო მაგალითი (ან: სქემა) … …

(და მასწავლებელი აჩვენებს).

(6) მომისმინე და დაფიქრდი…

(და მასწავლებელი სრულად აყალიბებს აზრს, მერე კი ამოწმებს, გაიაზრა თუ არა მოსწავლემ)

2. იმის გასარკვევად, თუ რის გაკეთება შეუძლიათ მოსწავლეებს დამოუკიდებლად და რისი – სხვების დახმარებით, მათემატიკის მასწავლებელმა მოსწავლეებს ამოცანა მისცა. ერთერთმა მოსწავლემ ამოცანას დამოუკიდებლად ვერ გაართვა თავი, მაგრამ მასწავლებლისეული მინიშნებებით ამოხსნა.

1) შემდეგთაგან რომელია ყველაზე შესაფერისი აქტივობა ამ მოსწავლის მათემატიკურ უნართა განვითარებისა და სწავლის ხელშესაწყობად? – მასწავლებელმა მოსწავლეს:

ა) მსგავსი ამოცანა მისცა დამოუკიდებლად ამოსახსნელად;

ბ) მიცემულზე უფრო მარტივი ამოცანები მისცა ამოსახსნელად;

გ) სთხოვა სახელმძღვანელოდან შესაბამისი თემის გამეორება;

დ) შესთავაზა, ერთად ამოეხსნათ კიდევ რამდენიმე მსგავსი ამოცანა;

ე) მიცემულზე უფრო რთული ამოცანა მისცა დამოუკიდებლად ამოსახსნელად;

ვ) სთხოვა, თავად შეედგინა მსგავსი ამოცანა.

2) ამ აქტივობებიდან რომელი ორია ყველაზე შესაფერისი მომდევნო ნაბიჯებისთვის?

3. შემდეგთაგან რომელი ამოცანაა გამორჩეული ყველა დანარჩენისგან?

ა) რომლის რაოდენობაა მეტი – თბილისში მცხოვრებ სომეხთა თუ ახალციხეში მცხოვრებ სომეხთა?

ბ) ხეივანში დგას 28 ნაძვი, 2 ფიჭვი და კიდევ რამდენიმე ფოთლოვანი ხე. გაარკვიეთ, რომელია მეტი და რამდენით – ნაძვები თუ ხეები.

გ) რომლის რაოდენობაა მეტი – თბილისში მცხოვრები ქურთებისა თუ თბილისში მცხოვრები ახალგაზრდა (30 წლამდე) ქურთებისა?

დ) დაფაზე დაწერილ წინადადებაში აღმოჩნდა 45 თანხმოვანი და 32 ხმოვანი. გაარკვიეთ, ამ წინადადებაში რომელი ყოფილა მეტი – თანხმოვნები თუ ყველა ასოები.

ე) აკვარიუმში პატარა თევზებია: 20 პატარა რუხი თევზი და 3 პატარა ოქროსფერი. გაარკვიეთ, რომელია მეტი და რამდენით – პატარა თევზები თუ რუხი თევზები;

ვ) მოსწავლემ დახაზა 6 კვადრატი და 2 ტრაპეცია. გაარკვიეთ, რომელი დაუხაზავს მეტი და რამდენით – კვადრატები თუ ოთხკუთხედები.

4. 1) მასწავლებელმა გადაწყვიტა, წინა ამოცანის **(ე)** ქვეამოცანის გასათვალსაჩინოებლად <u>თავისთვის</u> სქემა დახაზოს. შემდეგთაგან როგორი სახის სქემაა საუკეთესო?

ა) ვენის დიაგრამა – ერთი არე რომ მეორეს მოიცავს, მეორე კი – მესამეს.

ბ) ვენის დიაგრამა – ერთი არე რომ მეორეს მოიცავს.

გ) მარტივი წრიული დიაგრამა.

დ) ვენის დიაგრამა ნაწილობრივ თანამკვეთი არეებით.

ე) ხისებრი დიაგრამა შეკრული შტოებით.

ვ) მარტივი ხისებრი დიაგრამა.

ზ) ვენის დიაგრამა თანაუკვეთი არეებით.

2) ამ ასარჩევი პასუხებიდან მოძებნეთ თავისთავად უაზრო ცნება.

5. 1) ცოტნეს უნდა ამოეხსნა იგივე **(ე)** ქვეამოცანა. მან უპასუხა: *რუხი თევზებია 17-ით მეტი*. აარჩიეთ შემდეგთაგან საუკეთესო სასწავლო ქმედება, რათა ცოტნემ თავისი შეცდომა გაიზროს:

ა) საკლასო დისკუსიის ჩატარება.

ბ) ვენის დიაგრამის დახაზვა მასწავლებლის მიერ და განხილვა მოსწავლის მიერ.

გ) ვენის დიაგრამის დახაზვა და განხილვა მოსწავლის მიერ.

დ) მცირე ჯგუფური მუშაობის ჩატარება.

ე) საკითხის დალაგებულად ნათელყოფა მასწავლებლის მიერ.

ვ) ვითარების თვალსაჩინო სურათის სქემატური დახაზვა მასწავლებლის მიერ.

ზ) ვითარების თვალსაჩინო სურათის სქემატური დახაზვა მოსწავლის მიერ.

2) ამ აქტივობებიდან მოძებნეთ ის მომდევნო დონის საფეხური, რომელიც ყველაზე კარგი იქნებოდა ცოტა უფროს ასაკში, მაგრამ იმ ცოტნესთვის ჯერ ნაადრევია.

6. შემდეგთაგან რომელია კონსტრუქტივისტული მიდგომის მაგალითი? – მასწავლებელი:

ა) ახალი მასალის ახსნამდე მოსწავლეებს ამეორებინებს განვლილ მასალას, შემდეგ ყურადღებას ამახვილებს ახალი მასალის საკვანძო საკითხებზე და სვამს დამატებით შეკითხვებს;

ბ) ნასწავლზე დაშენება-დამყარებით ხსნის ახალი მასალის თეორიულ ნაწილს, ხოლო პრაქტიკულ ნაწილს საშინაო დავალებად აძლევს კლასს;

გ) ახალი მასალის ახსნის შემდეგ მოსწავლეებს აძლევს სავარჯიშოებს, მკაფიოდ უხსნის მათი გადაწყვეტის გზებს და საშინაოდაც მსგავს დავალებებს აძლევს, მარტივიდან რთულისკენ თანმიმდევრობით;

დ) გაკვეთილის ახსნის შემდეგ დავალებას აძლევს მოსწავლეებს და აღარ ერევა მისი შესრულების პროცესში, თუნდაც ამ პროცესმა დისკუსიის ფორმა მიიღოს;

ე) მოსწავლეებს აწვდის ახალი მასალის ტექსტს საჭირო ინფორმაციით, რომელშიც საკვანძო საკითხებია გამოკვეთილი და ამ გზით ეხმარება მოსწავლეებს, თავად აღმოაჩინონ და ააგონ ახალი ცოდნა;

ვ) განსაზღვრავს სასწავლო აქტივობებსა და ტემპს, აკონტროლებს მოსწავლეთა მუშაობის პროცესს, აძლევს მათ კონკრეტულ დავალებებსა და მითითებებს, რათა გაუღრმავოს ცოდნა.

შეჯამება

როლები და პასუხისმგებლობანი მათემატიკის სწავლებისას

მოსწავლეები.

მოსწავლეებს თავიანთ სწავლასთან დაკავშირებით დიდი პასუხისმგებლობა ეკისრებათ და ეს პასუხისმგებლობა იზრდება დაწყებით და საშუალო სკოლაში სწავლის განმავლობაში. ის მოსწავლეები, რომლებსაც სურთ საჭირო ძალისხმევის გაწევა და ბეჯითად მეცადინეობა, მალე აღმოაჩენენ, რომ მათ ძალისხმევასა და მათემატიკაში მიღწეულ შედეგებს შორის უშუალო კავშირია. თუმცა, ისეთი რამოდენიმე მოსწავლე მოიძებნება, რომელსაც თავის სწავლაზე პასუხისმგებლობის აღება უფრო რთულად მოეჩვენება კონკრეტული სიძნელეების გამო. ასეთი მოსწავლეებისთვის მასწავლებლებისა და მშობლების ყურადღება, მოთმინება და წახალისება უაღრესად მნიშვნელოვანი ფაქტორები იქნება წარმატების მისაღწევად. ამასთანავე, თავიანთ განვითარებასა და სწავლაზე პასუხისმგებლობის აღება განათლების უმნიშვნელოვანესი ნაწილია ყველა მოსწავლისთვის.

მათემატიკური ცნებების გაგება და მათემატიკური უნარ-ჩვევების განვითარება სწავლისადმი დიდ ერთგულებას მოითხოვს. უმცროსი კლასების მოსწავლეები მზად უნდა იყვნენ სასწავლო აქტივობებში ჩართვისა და თავიანთი გამოცდილების გამოყენებისთვის. უფროსი კლასის მოსწავლეებისგან სწავლისადმი ერთგულება მუშაობის და სწავლის სათანადო ხარისხს მოითხოვს. მოსწავლეების მიმართ არსებობს მოლოდინი, რომ ისინი ისწავლიან და გამოიყენებენ იმ სტრატეგიებსა და პროცედურებს, რომლებიც ხელს უწყობენ მათემატიკური ცნებების გაგებას და მნიშვნელოვანი უნარ-ჩვევების გამოყენებას. მოსწავლეები ასევე უნდა წახალისდნენ, რომ გამოიყენონ კლასგარეშე შესაძლებლობები მათემატიკური ცოდნის გასაღრმავებლად.

მშობლები.

მშობლების როლი უდიდესია მათი შვილების სწავლის პროცესში. კვლევებმა აჩვენა, რომ მოსწავლეები უკეთეს შედეგებს აჩვენებენ სკოლაში, როდესაც მათ განათლებაში მშობლები ან მეურვეები მონაწილეობენ.

სასწავლო პროგრამის გაცნობით მშობლებს შეუძლიათ გაიგონ თუ რას ასწავლიან მათ შვილებს თითოეულ კლასში და რა მოლოდინებია მათ მიერ სასწავლო მასალის

ათვისებასთან დაკავშირებით. ასეთი გაცნობიერება ზრდის მშობლის შესაძლებლობებს ბავშვთან - ერთად იმსჯელოს საშინაო დავალებაზე, იურთიერთონ პედაგოგებთან და სათანადო კითხვები დაუსვან მათ შვილის მიღწევების შესახებ. სხვადასხვა კლასებში მოსალოდნელი შედეგების ცოდნა ასევე ეხმარება მშობლებს მოსწავლის აკადემიური მოსწრების ბარათის ინტერპრეტირებაში და შვილის მოსწრების გაუმჯობესებისთვის მასწავლებელთან თანამშრომლობაში.

მასწავლებლები.

მასწავლებლებსა და მოსწავლეებს დამატებითი პასუხისმგებლობები აქვთ. მასწავლებლებს ევალებათ სათანადო აღმზრდელობითი სტრატეგიების შემუშავება სასწავლო გეგმის შედეგების მიღწევაში მოსწავლეთა დასახმარებლად, ასევე სათანადო მეთოდების შემუშავება მოსწავლეთა სწავლის შესაფასებლად. მასწავლებლები ეხმარებიან მოსწავლეებს კითხვის, წერისა და ზეპირი კომუნიკაციის უნარ-ჩვევების შემუშავებაში მათემატიკის წარმატებით ათვისების უზრუნველსაყოფად. მათ ენთუზიაზმი, სწავლებისა და შეფასების სხვადასხვა მიდგომები შემოაქვთ კლასში მოსწავლეების ინდივიდუალური საჭიროებების მიხედვით და თითოეული მოსწავლისთვის სწავლების გონივრულ შესაძლებლობებს უზრუნველყოფენ. მასწავლებლები აცნობიერებენ, რომ მოსწავლეებს მათემატიკის მტკიცე კონცეპტუალური საფუძველი ესაჭიროებათ, იმისათვის რომ შემდგომში წარმატებით განავითარონ და ეფექტურად გამოიყენონ მიღებული ცოდნა. ამიტომ მასწავლებლები ქმნიან ისეთ საკლასო გარემოს, რომელიც მოსწავლეების ინტერესს აღვივებს და ეხმარება მათ მათემატიკის არსის გაგებაში, რაც ძალიან მნიშვნელოვანია შემდგომი სწავლებისთვის.

მასწავლებლებმა უნდა გამოიყენონ სხვადასხვა სასწავლო-აღმზრდელობითი და შეფასების სტრატეგიები, რათა მრავალფეროვანი შესაძლებლობები შეუქმნან მოსწავლეებს იმისათვის, რომ მათ განივითარონ პრობლემის გადაჭრის, მათემატიკური აზროვნების უნარი და შეძლონ მათემატიკის საგნისი რეალურ გარესამყაროსთან დაკავშირება. ცოდნისა და უნარ-ჩვევების ერთმანეთთან დაკავშირება კლასგარეშე ფართე კონტექსტში მოტივაციას უქმნის მოსწავლეებს ისწავლონ მთელი სიცოცხლის მანძილზე.

დირექტორები.

დირექტორი მასწავლებლებთან და მშობლებთან ერთად მუშაობს იმისათვის, რომ თითოეული მოსწავლისთვის ხელმისაწვდომი იყოს საუკეთესო სასწავლო-აღმზრდელობითი გამოცდილება. სწავლის მხარდაჭერის მიზნით დირექტორი ყველა კლასში უზრუნველყოფს ქართული საგანმანათლებლო პროგრამის სათანადოდ

განხორციელებას სხვადასხვა სასწავლო-აღმზრდელობითი მიდგომების გამოყენებით, ასევე სათანადო რესურსების ხელმისაწვდომობას მასწავლებლებისთვის და მოსწავლეებისთვის. ყველა საგანში, მათ შორის მათემატიკაში, სწავლებისა და სწავლის პროცესის გაუმჯობესების მიზნით დირექტორები ხელს უწყობენ სასწავლო ჯგუფების შექმნას და მუშაობენ მასწავლებლებთან ერთად კვალიფიკაციის ასამაღლებელ აქტივობებში მასწავლებელთა ჩართვის ხელშეწყობის მიზნით.

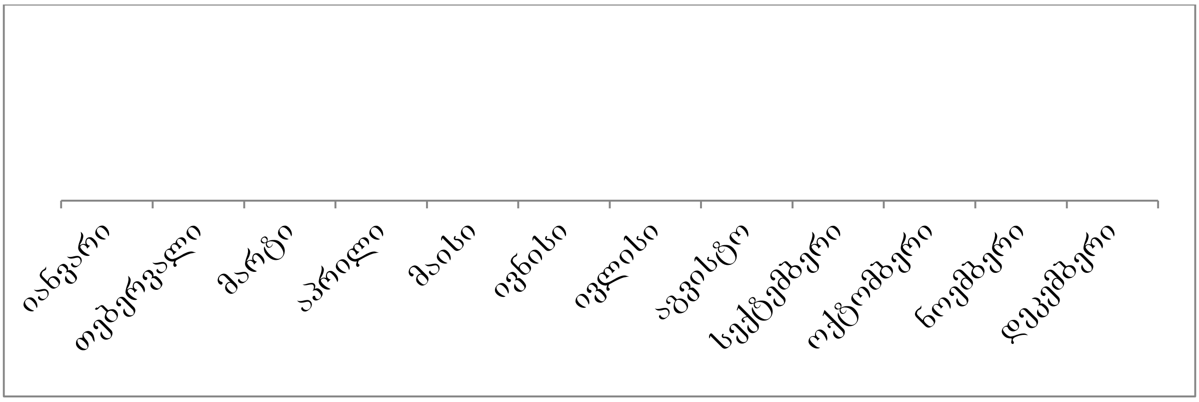
საზოგადოებრივი პარტნიორები.

საზოგადოებრივი პარტნიორები მნიშვნელოვანი რესურსია მოსწავლეთა მათემატიკური აზროვნების განვითარებისთვის. ისინი ცოცხალ მოდელებს წარმოადგენენ იმისა, თუ რა კავშირი არსებობს მატემატიკის სასწავლო გეგმასა და სკოლის გარეთ ცხოვრებას შორის. ასეთი მოდელი გაამდიდრებს მოსწავლეების არა მარტო საგანმანათლებლო გამოცდილებას, არამედ საზოგადოებრივ ცხოვრებასაც. საზოგადოებრივი მოხალისეები ხელს შეუწყობენ მათემატიკის სწავლებას სკოლაში და სკოლის გარეთ. შეიძლება საზოგადოებრივი პარტნიორების ჩართვა მათემატიკასთან დაკავშირებულ ღონისძიებებში, როგორიცაა სკოლაში გამართული კონკურსები ან ცნობიერების ამაღლების დღეები.

მათემატიკური თემა: მონაცემთა ანალიზი (მონაცემთა შეგროვება, მონაცემთა წარმოდგენის ხერხები და რიცხვითი მახასიათებლები – საშუალო. მედიანა, მოდა, დიაპაზონი)

აქტივობა “დაბადების დღე“

მასწავლებელი მოსწავლეებს ურიგებს წებოვან პატარა ბარათებს (სტიკერებს), ხაზავს დაფაზე:



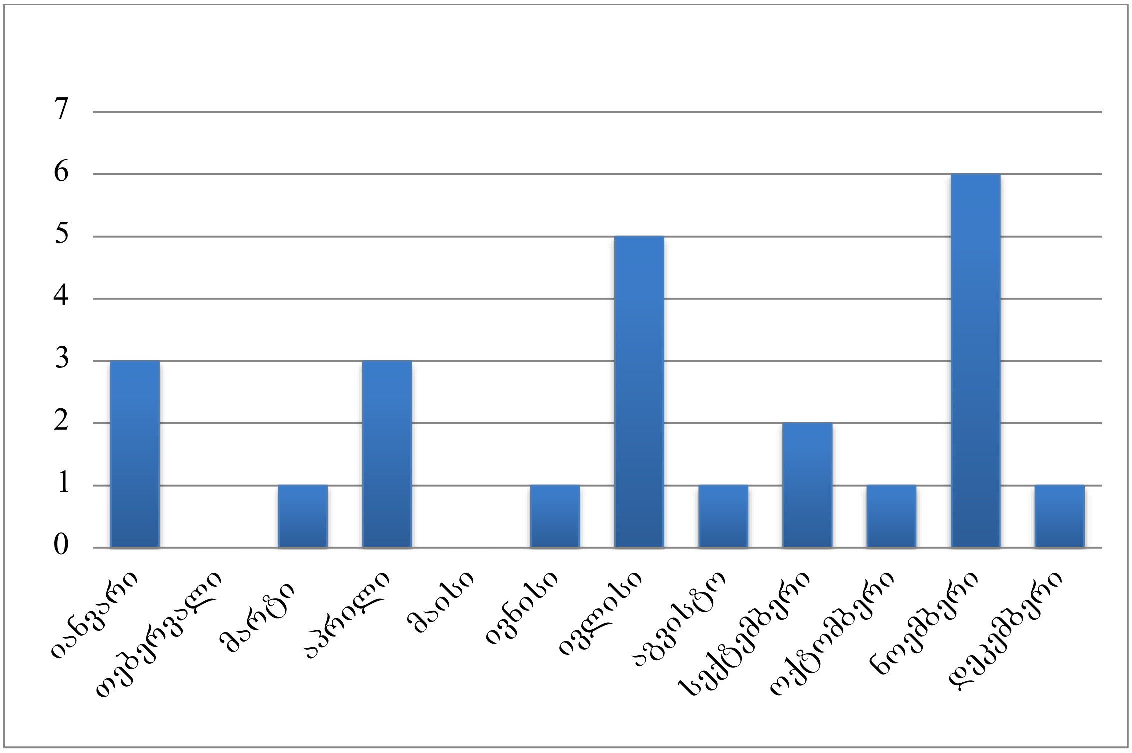
მასწავლებელი:

- დაწერეთ ფურცელზე თქვენი დაბადების თვე და მიაკარით შესაბამის ადგილას.
- თუ თქვენი კლასელის მიერ ფურცელი უკვე მიკრულია, თქვენი ბარათი მოათავსეთ მისი ბარათის ზემოთ.

მოსწავლეები მორიგეობით მიდიან დაფასთან და აკრავენ ბარათებს.

მასწავლებელი:

რა ინფორმაციას გვაწვდის დაფაზე მიკრული ფურცლები? (სავარაუდო პასუხები: კლასის მოსწავლეთაგან რამდენი დაიბადა მაგ. მარტში. რომელ თვეშია დაბადებული ყველაზე მეტი მოსწავლე, რამდენი ბავშვია საკლასო ოთახში დ ა.შ) რა ინფორმაციას ვერ მივიღებთ?(მაგ. ვინ დაიბადა მარტში) როგორ მოვიქცეთ, თუ მიღებული ინფორმაციის შენახვა გვსურს? (სავარაუდო პასუხები: გადავიტანოთ ფურცლები დიდი ფორმატის ქაღალდზე, შემოვხაზოთ მარკერით, თითოეულს მივაწეროთ ჰორიზონტალურ წრფეზე თვეები, გავაკეთოთ ერთი ვერტიკალური წრფე და მივაწეროთ რაოდენობები) იგივე შეიძლება გაკეთდეს დაფაზე. სავარაუდოდ, დაფას ექნება ასეთი სახე:



მასწავლებელი:

მივიღეთ სვეტოვანი დიაგრამა, რომელიც გარკვეულ ინფორმაციას გვაძლევს. ახლა წარმოიდგინეთ, რომ რამდენიმე წუთის შემდეგ კლასში ვიღაც შემოვიდა. მიხვდება თუ არა სტუმარი ჩვენი სვეტობრივი დიაგრამის შინაარსს? რას შეიძლება გამოხატავდეს ჩვენი სვეტობრივი დიაგრამა (მაგ. ერთ რომელიმე მაღაზიაში გაყიდული კარადების რაოდენობას თვეების მიხედვით). რა დასკვნის გაკეთება შეიძლება აქედან (თუ სვეტოვანი დიაგრამა ვერბალური ინფორმაციისაგან დამოუკიდებლადაა მოცემული, მას აუცილებლად უნდა ახლდეს ერთი მოკლე წინადადებით მოცემული განმარტება (მაგ “ № ... კლასის მოსწავლეთა დაბადების თვეები”).

აქტივობა "ბინა"

მასწავლებელი:

გთხოვთ, მორიგეობით მიკარნახოთ თქვენი საცხოვრებელი ბინის ნომერი. მოსწავლეთა პასუხები იწერება დაფაზე. მაგ,

7, 11, 22, 13, 18, 11, 25 , 13, 10, 28, 11, 19, 24 , 6, 15, 9, 32, 17

მოსახერხებელია თუ არა ამ მონაცემთათვის სვეტობრივი დიაგრამის აგება? (არა, რადგან ჰორიზონტალურ ხაზზე უნდა დაიწეროს თვითოეული მოსწავლის გვარი, ვერტიკალურზე აღინიშნოს ბინის ნომერი - ეს მონაცემთა წარმოდგენის გამარტივება ვერაა). მოსახერხებელია თუ არა მათი ცხრილის სახით წარმოდგენა? (იგივე პრობლემა).

მასწავლებელი:

ასეთი ტიპის მონაცემები ჩაიწერება ასე

0	6, 7, 9
1	0, 1 , 1, 1, 3, 3, 5, 7, 8, 9
2	2 , 4, 5, 8,
3	2

რა უპირატესობა აქვს მონაცემთა ასეთი სახით წარმოდგენას საწყისთან შედარებით (მოწესრიგებულია, ნათლად ჩანს, რომელია ყველაზე მცირე მონაცემი, ყველაზე დიდი, ასევე, რამდენ მოსწავლის ბინის ნომერია მაგ, 20-დან 30-მდე). რამდენით მეტია ყველაზე დიდი მონაცემი ყველაზე პატარაზე. რამდენია ისეთი ადამიანი, ვისი ბინის ნომრებიც ერთმანეთს ემთხვევა.

ამ მაგალითზე მასწავლებელი განმარტავს მონაცემთა

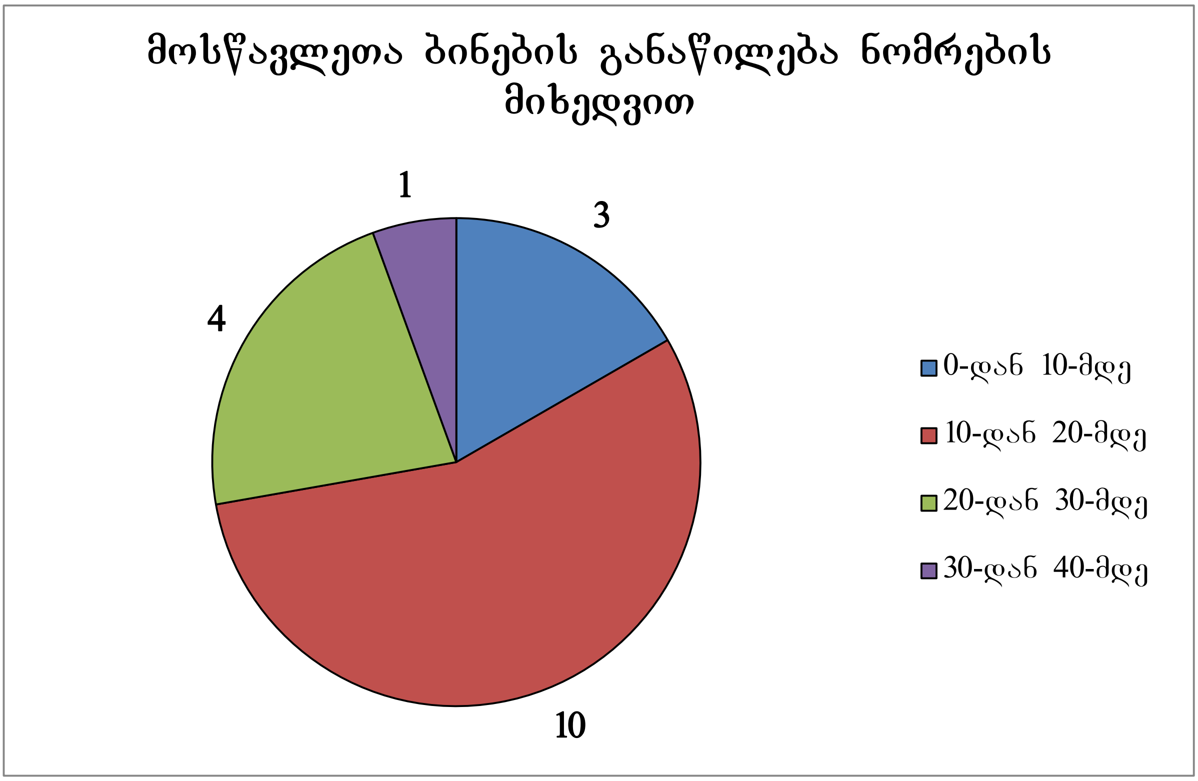
- **მოდას:** 11 (ყველაზე ხშირად მეორდება)
- **გაბნევის დიაპაზონს:** 32 - 6 (სხვაობა უდიდესსა და უმცირესს შორის)
- **მედიანას**: (13 + 15) : 2 (რამდენადაც მონაცემთა რაოდენობა ლუწია)

მასწავლებელი:

დავალაგოთ მიღებული მონაცემები შემდეგ ცხრილში.

ბინის ნომრები	სიხშირე
0-დან 10 -მდე	3
10-დან 20 -მდე	10
20-დან 30 -მდე	4
30-დან 40 -მდე	1
სულ	18

ავაგოთ შესაბამისი წრიული დიაგრამა. ცხადია, წრეზე ეს მონაცემები რომ დალაგდეს, წრე უნდა დაიყოს 4 არათანაბარ ნაწილად, მონაცემთა სიხშირეთა პროპორციულად. რადგან 30-ზე მეტი ნომრის ბინა 1-ია 18-დან(სიხშირე). ე.ი საერთო რაოდენობის $\frac{1}{18}$ –ია (ფარდობითი სიხშირე). დავყოთ წრე 18 ტოლ ნაწილად. 1 ნაწილი გავაფერადოდ იასამნისფრად – ეს ნაწილი აღნიშნავს სწორედ მაქსიმალური ნომრის მქონე ბინას. 3 ნაწილი – 0-დან 10-მდე ნომრის მქონე ბინების რაოდენობას, სხვა 10 ნაწილი – 10-დან 20-მდე ნომრის მქონე, ხოლო დარჩენილი 4 ნაწილი – 20-დან 30-მდე ნომრის მქონე ბინებს



თავი 5. აღწერითი სტატისტიკა

სტატისტიკა გამოიყენება ადამიანის მოღვაწეობის თითქმის ყველა სფეროში. მაგალითად, განათლების სფეროს მმართველი ორგანოები დაინტერესებული არიან მოსწავლეთა მიღწევებით, მასწავლებელთა ასაკობრივი განაწილების სურათით, სწავლების ინოვაციური მეთოდების ზეგავლენით სწავლის ხარისხზე; პოლიტიკურ პარტიებსა და მათ ლიდერებს აინტერესებთ საკუთარი პოპულარობა არჩევნების წინ, რათა ივარაუდონ გამარჯვების რა შანსი აქვთ; მეწარმეებისთვის მნიშვნელოვანია მათი პროდუქციის მომხმარებელთა რიცხვი, სქესი, ასაკი; კალათბურთში აღირიცხება მოთამაშეთა ზუსტი ტყორცნები, მოედანზე ყოფნის ხანგრძლიობა, მიღებული ჯარიმების რაოდენობა, ფარიდან მოხსნილი ბურთების რაოდენობა.

სტატისტიკის შესწავლის აუცილებლობა მრავალი მიზეზითაა განპირობებული, მათ შორის იმითაც, რომ:

- ადამიანები პროფესიული საქმიანობისას საჭიროებენ სტატისტიკურ ინფორმაციას, რომლის გასაგებად უნდა დაეუფლონ ტერმინებს, სიმბოლოებს, ცნებებს და სტატისტიკურ მეთოდებს. მათ ასევე უნდა შეძლონ სხვებისთვის სტატისტიკური ინფორმაციის გაზიარება საკუთარი სიტყვებით ან მოცემული მასალის ინტერპრეტაცია;

- ნებისმიერ ადამიანს, შესაძლოა, თვითონ მოუწიოს სტატისტიკური კვლევის ჩატარება, რადგან ეს, საზოგადოდ, კვლევა-ძიების ერთ-ერთი ძირითადი ხერხია;

- სტატისტიკური ცოდნა და უნარ-ჩვევები საჭიროა იმისთვის, რათა ადამიანები უკეთესი მოქალაქეები და მომხმარებლები იყვნენ, გააკეთონ სწორი არჩევანი, მიიღონ გონივრული გადაწყვეტილება.

სტატისტიკა არის მეცნიერება, სადაც კვლევა მიმდინარეობს მონაცემთა შეგროვების, მოწესრიგების, შეჯამების, ანალიზისა და დასკვნების გამოტანის გზით.

მონაცემთა შეგროვების რამდენიმე გზა არსებობს:

- გაზომვა და დაკვირვება;
- გამოკითხვა.

გაზომვა და დაკვირვება ხშირად გამოიყენება სამეცნიერო (საბუნებისმეტყველო თუ სტატისტიკური) ექსპერიმენტების დროს. მეცნიერები ერთსა და იმავე პირობებში

მრავალჯერ იმეორებენ ცდას, რათა რამდენჯერმე დადასტურებული სანდო მონაცემების საფუძველზე გააკეთონ დასკვნა გამოსაკვლევი ობიექტის თვისებების შესახებ. დაკვირვების მეთოდი გამოიყენება, მაგალითად, ასტრონომიაში, ბიოლოგიაში, ქიმიაში, ფიზიკაში და სხვა საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში. განვიხილოთ ერთი მაგალითი მეტეოროლოგიიდან.

რაიმე ადგილის დამახასიათებელ წვიმის, თოვლისა და ცვრის საერთო ოდენობას ზომავენ შემდეგი წესით:

1) ირჩევენ დროის სასურველ შუალედს: დღეღამეს, თვეს, სამ თვეს, წელიწადს ან სხვას; ვთქვათ, აირჩიეს მარტის თვე;

2) მარტის დასაწყისში გარეთ, ღია ცის ქვეშ დგამენ ფართო თავღია საზომ ჭურჭელს, მენზურასავით, რომელშიც თავისთავად ისხმება ცვრისა თუ წვიმის წყალი, ან იყრება სეტყვა, თოვლი, ქირსლი თუ ხორხოშელა;

3) მარტის ბოლოს ზომავენ ჭურჭელში წყლის დონის სიმაღლეს მილიმეტრებში და შედეგს იწერენ;

4) ასეთივე ჩანაწერებს აკეთებენ მრავალი მომდევნო წელიწადის მარტის თვეებში;

5) ყველა მიღებულ სიდიდეს (დონეთა სიმაღლეებს) ასაშუალოებენ.

ექპერიმენტსა და ***დაკვირვებას*** შორის განსხვავება:

- დაკვირვებისას მკვლევარი არ ერევა მოვლენათა მსვლელობაში.
- ექსპერიმეტის ჩატარებისას ის თვითონ ქმნის ან ცვლის ექსპერიმენტის პირობებს, რათა უკეთ შეისწავლოს საკვლევი ობიექტი იმ კუთხით, რომელიც მას აინტერესებს.

სტატისტიკური ექსპერიმენტი კი იმით განსხვავდება საბუნებისმეტყველოსგან, რომ ცდის ჩატარებამდე შეუძლებელია მისი შედეგის ცალსახად დასახელება მიუხედავად იმისა, რომ ცდის ჩატარებამდე შესაძლებელია ყველა მისი შესაძლო შედეგის ჩამოთვლა. სტატისტიკური ექსპერიმენტების მაგალითები ხშირად გვხვდება საბავშვო თამაშებშიც. ესაა კამათლის გაგორება მომდევნო მოთამაშის ბიჯების რაოდენობის გასარკვევად, მონეტის აგდება მოთამაშეთა ჯერის გასარკვევად, ალალბედზე ლოტოს ბურთულის ამოღება გამარჯვებულის გამოსარკვევად და სხვა.

მონაცემების შეგროვების კიდევ ერთი საშუალებაა ***გამოკითხვა.*** მაგალითად, მსხვილი კომპანიის ხელმძღვანელები საჭიროებენ ინფორმაციას თავიანთ ფირმაში დასაქმებული მუშაკების საჭიროებების შესახებ, რათა გააუმჯობესონ მათი კომფორტი და გაზარდონ შრომის ნაყოფიერება. ბუნებრივია, საჭირო მონაცემებს ისინი ვერ მოიძიებენ ვერცერთ კატალოგში, ხოლო დაკვირვება მუშაკთა ქცევაზე მრავალ უხერხულობას შექმნის. ამიტომ მიზანშეწონილია კომპანიის სოციალურ მუშაკთა გუნდმა შექმნას სპეციალური კითხვარი, რომლის შევსებაც სწრაფად მოხდება და იოლად გამოიკვეთება, თუ პირობების როგორ გაუმჯობესებას ანიჭებენ უპირატესობას დასაქმებულები.

გამოკითხვით მონაცემთა შეგროვების ხერხებია:

- სატელეფონო გამოკითხვა,
- კითხვარის დაგზავნა ფოსტის ან ინტერნეტის საშუალებით,
- ინდივიდუალური ინტერვიუ.

გამოკითხვით მონაცემების შემგროვებელს ინტერვიუერი ეწოდება, ხოლო მათ, ვისაც გამოკითხავენ – რესპონდენტები. ინტერვიუერი რესპონდენტებს არჩევს კვლევის მიზნის შესაბამისად. მაგალითად, თუ მას აინტერესებს რომელიმე პოლიტიკური მოღვაწის პოპულარობა (რეიტინგი) არჩევნების წინ, მაშინ იგი კითხვარებს შეავსებინებს ზრდასრული მოსახლეობის წარმომადგენლებს და არა მოზარდებს, რადგან მათ ჯერ არ აქვთ არჩევნებში მონაწილეობის უფლება. ამასთანავე, ინტერვიუერი უნდა იყოს ობიექტური, მან უნდა გამოიჩინოს მიუკერძოებლობა და გამოკითხოს მოქალაქეთა რაც შეიძლება მეტი დაინტერესებული ჯგუფის წარმომადგენლები.

ზოგჯერ დასათვლელია ისეთი რამ, რაც ერთბაშად არ გვაქვს თვალწინ. თუკი დასათვლელთა რაოდენობა დიდია, მაშინ მოსახერხებელია თვლა შტრიხებით.

წარმოვიდგინოთ, რომ ჟურნალისტმა უნდა გამოკითხოს 200 ადამიანი, უნდა დაუსვას მათ ერთიდაიგივე შეკითხვა, რომელსაც ოთხი შესაძლო პასუხი აქვს: „კი“, „არა“, „საშუალოდ“, „არ ვიცი“. გვაინტერესებს, 150 ადამიანიდან რამდენ-რამდენი გაგვცემს ამ პასუხებს. ჟურნალისტს ხელში უკავია ფურცელი და ფანქარი, რიგ-რიგობით მიდის ქუჩაში გამვლელებთან და უსვამს ერთსადაიმავე შეკითხვას.

მის ფურცელზე ცალ-ცალკე სტრიქონებში წერია: „კი“, „არა“, „საშუალოდ“, „არ ვიცი“.

თვითეული მიღებული პასუხის შემდეგ ჟურნალისტი შესაბამის სტრიქონში ჩამოუსვამს თითო შტრიხს (მოკლე ხაზს). ყოველი დღის ბოლოს კი გადაითვლის შტრიხების რაოდენობას:

კი	|||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||
არა	||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||
საშუალო	||||||||||||||||||||||
არ ვიცი	|||||||||||||||||||||||||||||||||||

ამგვარ შტრიხებს ერთი ნაკლი აქვს: სათითაოდ გადათვლის გარეშე არ ჩანს მათი რაოდენობა. ამიტომ მოგონებულია ამგვარი, უფრო მოსახერხებელი ჩანაწერები: რაოდენობა 1-დან 4-მდე აღინიშნება ჩვეულებრივად, იმავე რაოდენობის შტრიხებით. მაგრამ 5-ის აღმნიშვნელი მეხუთე შტრიხი დაისმის არა გაგრძელებაზე, არამედ პირველი ოთხის გადამხაზავად; ასევე აღინიშნება ყველა მომდევნო ხუთეული. ესე იგი, რაოდენობანი აღინიშნება ასე:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ...

ამგვარი აღნიშვნები იმითაა მოსახერხებელი, რომ ადამიანი დათვლის გარეშე, თვალის ერთი შევლებით ცნობს რაოდენობას 5-მდე, 5-ს კი ცნობს გადახაზულით. შემდეგ ხუთეულების დათვლა სულ ადვილია. ხოლო, მაგალითად, ექვს შტრიხზე თვალის ერთი გადავლებით ვერ ვიტყვით, რამდენია – შეიძლება შეგვეშალოს: ||||||

ხუთეულებად თვლა იმ მხრივაცაა მოსახერხებელია, რომ ორი ხუთეული იგივეა, რაც ერთი ათეული.

ჩვენი ჟურნალისტი გამოკითხვის შედეგებს დაახლოებით ამგვარად ჩაწერდა:

კი	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |
არა	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
საშუალო	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||
არ ვიცი	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸

მნიშვნელოვანი მონაცემების შეგროვებისთვის საჭიროა საკვლევი პრობლემის რაობაში გარკვევა და გადაწყვეტილების მიღება - რომელ მონაცემებს ვაგროვებთ და რა საშუალებებით. კვლევის მიზნებს შორის შესაძლებელია იყოს მოვლენათა განვითარების წინასწარმეტყველება, პრიორიტეტების გარკვევა, მონაცემებში კანონზომიერების გამოვლენა, მონაცემთა ორ ერთობლიობას შორის დამოკიდებულების გარკვევა და სხვა.

შესაბამისად შეირჩევა ანკეტები და კითხვარები: თუ ორ ან რამდენიმე მოსაზრებას შორის უნდა გაირკვეს უფრო პოპულარული, მაშინ კითხვარში შემოთავაზებული პასუხის ვარიანტებიდან რესპონდენტებმა ერთი სასურველი უნდა მონიშნონ. თუკი ინტერვიუერს აინტერესებს მოცემულ საკითხთან დაკავშირებით რესპონდენტთა მოსაზრებები, მაშინ კითხვარი ღიაა (არ მოიცავს მზა პასუხებს).

სავარჯიშოები დამოუკიდებელი სამუშაოსთვის

1. მონაცემთა შეგროვების რომელ საშუალებას იყენებთ, თუ თქვენ: იწერთ ყოველთვიურად წაკითხული წიგნების რაოდენობას; ეცნობით უნივერსიტეტში ჩარიცხულ სტუდენტთა სიას; ყოველდღიურად იწერთ ამოსული ჯეჯილის სიმაღლეს; რეკავთ ცნობათა ბიუროში კინოსეანსის დროის გასაგებად; მეზობლებს ავსებინებთ ანკეტას ოჯახში წევრების რაოდენობის შესახებ.

2. ტერმინებს შორის - გამოკითხვა, ინტერვიუ, დაკვირვება, ექსპერიმენტი, მონაცემთა ამოკრება მონაცემთა წყაროებიდან - შეარჩიეთ საჭირო და ჩასვით შესაფერის წინადადებაში:

   ა) ... არის მონაცემთა შეგროვების საშუალება, როდესაც დამკვირვებელი იწერს, რასაც ის ხედავს ან აკეთებს.

   ბ) ... არის მონაცემთა შეგროვების საშაულება, როდესაც გამოკითხვის ჩამტარებელი პირი ერთი და იგივე კითხვებს უსვამს ყველას და ინიშნავს მათ მიერ გაცემულ პასუხებს.

   გ) ... არის მონაცემთა შეგროვების საშუალება, როდესაც ხდება პირისპირ შეხვედრისას კითხვების დასმა იმ ადამიანებისთვის, ვინც წინასწარ დაგთანხმდათ პასუხების გაცემაზე.

   დ) ... არის მონაცემთა შეგროვების საშუალება, როდესაც ახალი მონაცემების შეგროვების ნაცვლად ხდება ცნობილი ფაქტების მოძიება უკვე არსებულ ინფორმაციაში.

   ე) ... არის მონაცემთა შეგროვების საშუალება, როდესაც სპეციალური ხელსაწყოების გამოყენებით წინასწარ განსაზღვრულ საცდელ პირობებში ხდება შედეგების აღრიცხვა.

3. რა საშუალებების გამოყენებით აგროვებენ დემოგრაფიულ მონაცემებს? დაასახელეთ შესაგროვებელი მონაცემების სახეობები, დასვით კითხვები, რომელთა საშუალებითაც მოიპოვება ესა თუ ის მონაცემი და მიუთითეთ რესპონდენტები.

4. მოისაზრეთ, მონაცემთა შეგროვების რომელი საშუალების გამოყენებაა მიზანშეწონილი თითოეულ ქვემოთმოყვანილ შემთხვევაში:

   - რამდენ საათს უყურებს ტელევიზორს ტიპური მეექვსეკლასელი?
   - თითოეული ფერის რამდენი შოკოლადის მარცვალია M and M კანფეტის ერთ პაკეტში?

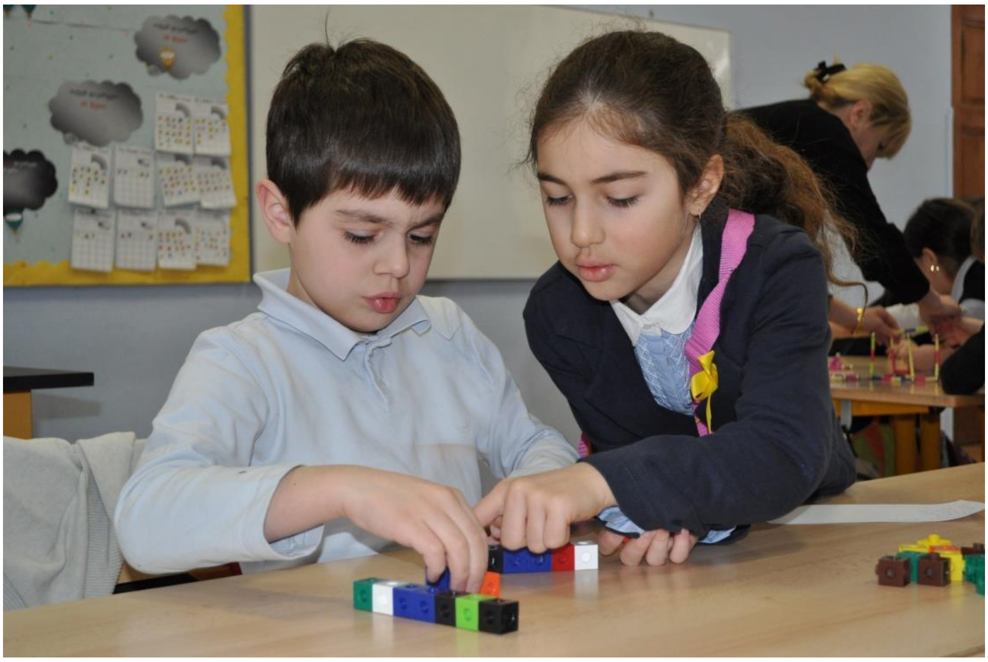
- რა განსხვავებაა წლიურ ნალექიანობაში თქვენს ქალაქსა და საქართველოს სხვა ქალაქებს შორის?
- ვის აირჩევენ თქვენი კლასიდან სკოლის მოსწავლეთა საბჭოში?
- რა მაქსიმალურ სიმაღლეს შესწვდებიან თქვენი კლასელები ახტომის გარეშე?
- როგორ იცვლებოდა მოსახლეობის რაოდენობა ათწლეულების მიხედვით თქვენს დასახლებაში XX საუკუნის განმავლობაში?

5. შეარჩიეთ მონაცემთა შეგროვების შესაფერისი საშუალება და შეავსეთ წინადადებები:

ა. იმისათვის რათა გამოვთქვათ მომავალი საკალათბურთო მატჩის პროგნოზი, მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ მონაცემები მოწინააღმდეგე გუნდების მოთამაშეთა ტყორცნების შედეგიანობის შესახებ. ამგვარი მონაცემების შესაგროვებლად სპეციალისტები სპორტსმენებზე აწარმოებენ ....

ბ. ..... საშუალებით მონაცემების შეგროვების მაგალითია პოპულაციების შესწავლა ეკოლოგების მიერ. ისინი სწავლობენ გარემოს დაბინძურების ზეგავლენას შერჩეულ პოპულაციაზე და ამისათვის დროის ხანგრძლივი მონაკვეთის განმავლობაში აღრიცხავენ რაოდენობრივ ცვლილებებს ამ პოპულაციის წარმომადგენლებთან დაკავშირებით

გ. ახალი ტურისტული სეზონისთვის მოსამზადებლად ტურისტული ბიზნესის წარმომადგენლები საჭიროებენ მონაცემებს ტურისტების ნაკადის შესახებ ამა თუ იმ რეგიონში და წლის ამა თუ იმ პერიოდში. ამგვარი მონაცემების მოძიება შესაძლებელია ......



ჯგუფური მუშაობა

1. შეარჩიეთ ქვემოთმოყვანილი ჩამონათვალიდან თქვენთვის საინტერესო საკითხები, რომელთან დაკავშირებითაც გაინტერესებთ მონაცემთა შეგროვება: მოდა, ბავშვთა დაავადებები, კომპიუტერები, ჯანსაღი ცხოვრების წესი, პროფესიები, უსაფრთხოება გზებზე, გასართობი დაწესებულებები. შერჩეულ საკითხთან დაკავშირებით ჩამოაყალიბეთ პრობლემა და ამ პრობლემის შესწავლის მიზნით ჩამოწერეთ კითხვები, რომლებზეც საჭიროა პასუხის მიღება მონაცემების შეგროვების და ანალიზის გზით.

დაიხმარეთ ნიმუში: საინტერესო საკითხი – წიგნიერება;

თემა – მოსწავლეთა საყვარელი წიგნები;

მიზანი – გაირკვეს მოსწავლეთა პრიორიტეტები და მოსაზრებები შეგროვილი მონაცემებიდან;

საშუალება – მოსწავლეთა გამოკითხვა მზა კითხვარით, სადაც მითითებული იქნება არჩევანი (სათავგადასავალო ლიტერატურა, სამეცნიერო ფანტასტიკა, ისტორიული პირების ცხოვრება და მოღვაწეობა, მოთხრობები ცხოველების შესახებ, სხვა).

2. ვთქვათ, თქვენ უნდა შეისწავლოთ რომელიმე პრობლემა ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან: ქალაქში მობინადრე ჩიტების სახეობათა მრავალფეროვნება; ჰაერის დაბინძურება წლის სხვადასხვა დროს; თქვენი თანატოლები და სპორტი; მწეველთა და არამწეველთა ოჯახებში მცხოვრები თქვენი თანაკლასელების სიჯანსაღე; სწრაფი მეტყველების უნარი თანატოლებს შორის.

   თითოეულ პრობლემასთან დაკავშირებით განსაზღვრეთ კვლევის მიზანი, შეარჩიეთ თემა, მონაცემების შეგროვების საშუალება და დაასაბუთეთ თქვენი არჩევანი.

დაიხმარეთ ნიმუში: საინტერესო საკითხი – წიგნიერება;

თემა – მოსწავლეთა საყვარელი წიგნები;

მიზანი – გაირკვეს მოსწავლეთა პრიორიტეტები და მოსაზრებები შეგროვილი მონაცემებიდან;

საშუალება – მოსწავლეთა გამოკითხვა მზა კითხვარით, სადაც მითითებული იქნება არჩევანი (სათავგადასავალო ლიტერატურა, სამეცნიერო ფანტასტიკა, ისტორიული პირების ცხოვრება და მოღვაწეობა, მოთხრობები ცხოველების შესახებ, სხვა).

3. გაარკვიეთ, თვისებრივია თუ რაოდენობრივია შემდეგი მონაცემები: სახელმძღვანელოებში გვერდების რიცხვი; ახალშობილთა სქესი სამშობიაროში; ვიტამინების აბის სისქეები; მოქალაქეთა ტელეფონის ნომრები; თანაკლასელთა გვარები; ოჯახის წევრების ფეხსაცმლის ზომები; საკლასო ოთახების ფართობები. მონაცემთა შეგროვების რომელ საშუალებას გამოიყენებთ თითოეულ შემთხვევაში?

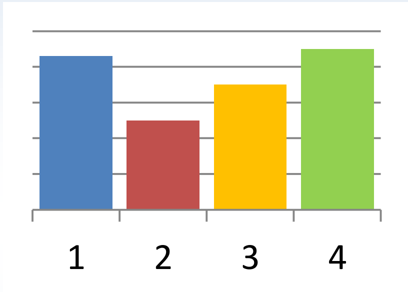
4. გაარკვიეთ, თვისებრივია თუ რაოდენობრივია შემდეგი მონაცემები: მოსწავლეთა სიმაღლეები; მოსწავლეთა თვალის ფერები; მოსწავლეთა მგზავრობის საშუალებანი; შინაური ცხოველების სახეობები; მოსწავლეთა წონები; მოსწავლეთა საყვარელი დღესასწაულები; მოსწავლეთა მიერ ტელევიზორთან გატარებული დრო. მონაცემთა შეგროვების რომელ საშუალებას გამოიყენებთ თითოეულ შემთხვევაში?

5.1. მონაცემთა წარმოდგენის ხერხები და რიცხვითი მახასიათებლები

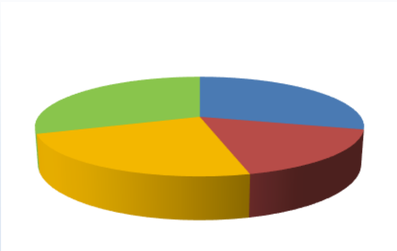
მართკუთხედებიანი და წრიული დიაგრამები

მონაცემთა განაწილების გრაფიკული წარმოდგენისათვის ორი ძირითადი საშუალება არსებობს:

- მართკუთხედებიანი (სვეტოვანი) დიაგრამები.



- წრიული (სექტორებიანი) დიაგრამები.



მართკუთხედებიანი დიაგრამა

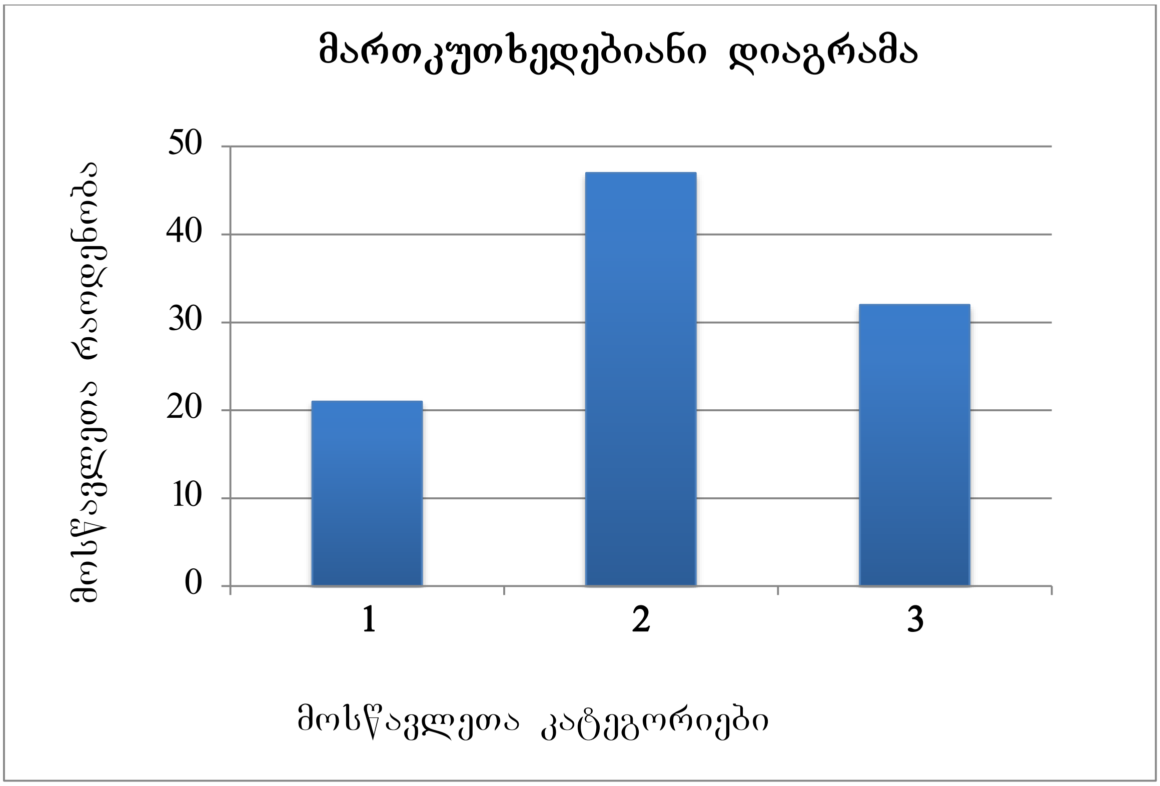
მაგალითი: სკოლის დამამთავრებელი კლასების მოსწავლეთა აკადემიური მოსწრება ნიშნების მიხედვით:

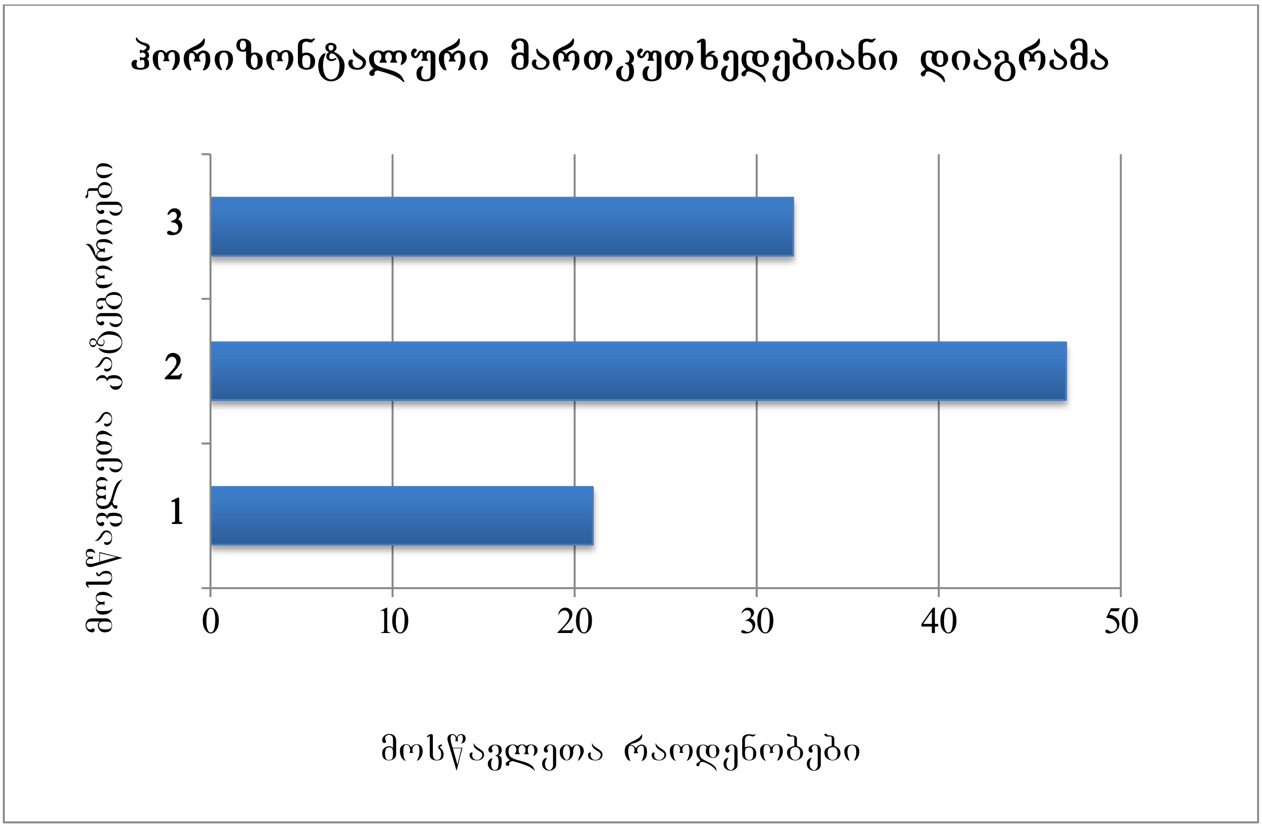
I კატეგორია: “9-10 ბალიანი” 21,

II კატეგორია: “7-8 ბალიანი” – 47,

III კატეგორია: “5-6 ბალიანი” – 32.

ავიღოთ აბსცისთა ღერძზე მდებარე ტოლი ფუძეების მქონე სამი მართკუთხედი, რომელთა სიმაღლეები პროპორციულია მოსწავლეთა რაოდენობების და ისინი ერთმანეთისაგან ტოლი დაშორებით განვალაგოთ. ორდინატთა ღერძზე გადაიზომება სიხშირეები. ასე მიღებულ ნახატს ***მართკუთხედებიანი დიაგრამა*** ეწოდება. ცხადია, რომ ვერტიკალურ ღერძზე შეიძლებოდა გადაგვეზომა ფარდობითი სიხშირე.


მართკუთხედებიანი დიაგრამა
მოსწავლეთა რაოდენობა
50
40
30
20
10
0
1
2
3
მოსწავლეთა კატეგორიები


ჰორიზონტალური მართკუთხედებიანი დიაგრამა
მოსწავლეთა კატეგორიები
3
2
1
0
10
20
30
40
50
მოსწავლეთა რაოდენობები

წრიული დიაგრამა

სტატისტიკაში ინტენსიურად გამოიყენება წრიული დიაგრამა. წრიული დიაგრამის გამოყენების მიზანია ვაჩვენოთ მთელის ნაწილებს შორის ურთიერთმიმართება სექტორების ზომების ვიზუალური შედარების გზით. გამოიყენება როგორც პროცენტები, ისე პროპორციები. სიდიდეები შეიძლება იყოს როგორც რიცხობრივი, ისე კატეგორიული ანუ თვისებრივი ბუნების.

წრიული დიაგრამა ეს არის სექტორებად დაყოფილი წრე, სადაც თითოეული სექტორი შეესაბამება ნებისმიერი კატეგორიის განაწილებაში მონაწილე სიხშირეების პროცენტულ გამოსახულებებს ან ფარდობით სიხშირეებს (ერთი მონაცემის სიხშირე შეფარდებული მონაცემთა საერთო რაოდენობასთან).

მაგალითი: ავაგოთ წრიული დიაგრამა არმიის ახალწვეულთა სისხლის ჯგუფების სიხშირეთა განაწილების ქვემოთ მოყვანილი ცხრილის მიხედვით (პირობითად აღებულია სისხლის 4 ჯგუფი: A, B, O, AB):

ჯგუფი	სიხშირე
A	5
B	7
O	9
AB	4
ჯამი	**25**

ამოხსნა.

ნაბიჯი 1. ვიპოვოთ თითოეული ჯგუფის შესაბამისი გრადუსული ზომა შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$\text{გრადუსი} = \frac{f}{n} \cdot 360^{o}$$

მაშინ თითოეული ჯგუფისთვის მივიღებთ

A – $\frac{5}{25} \cdot 360^{o} = 72^{o}$

B – $\frac{7}{25} \cdot 360^{o} = 100{,}8^{o}$

O – $\frac{9}{25} \cdot 360^{o} = 129{,}6^{o}$

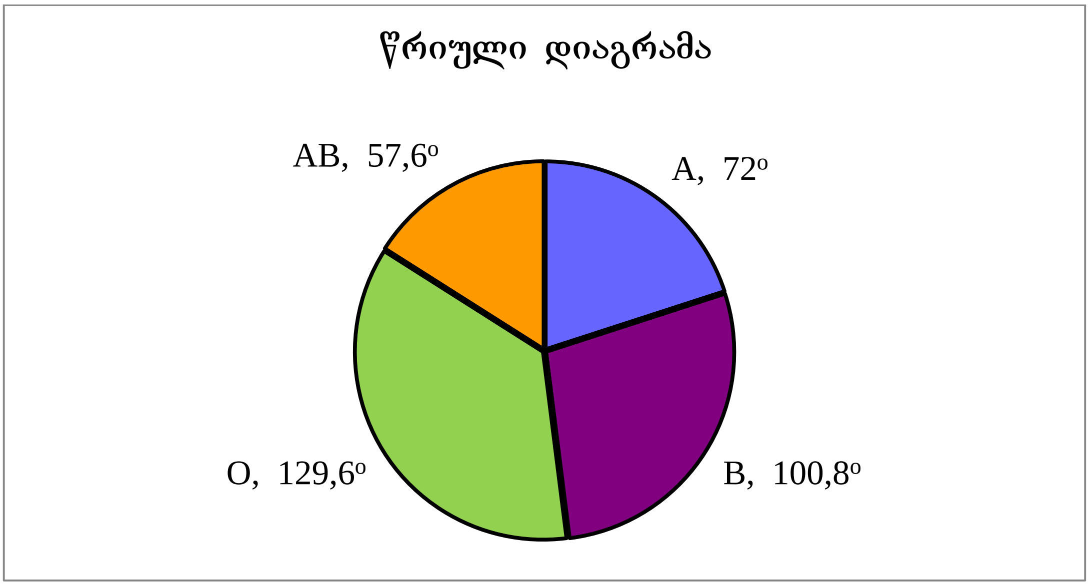
AB – $\frac{4}{25} \cdot 360^{o} = 57{,}6^{o}$

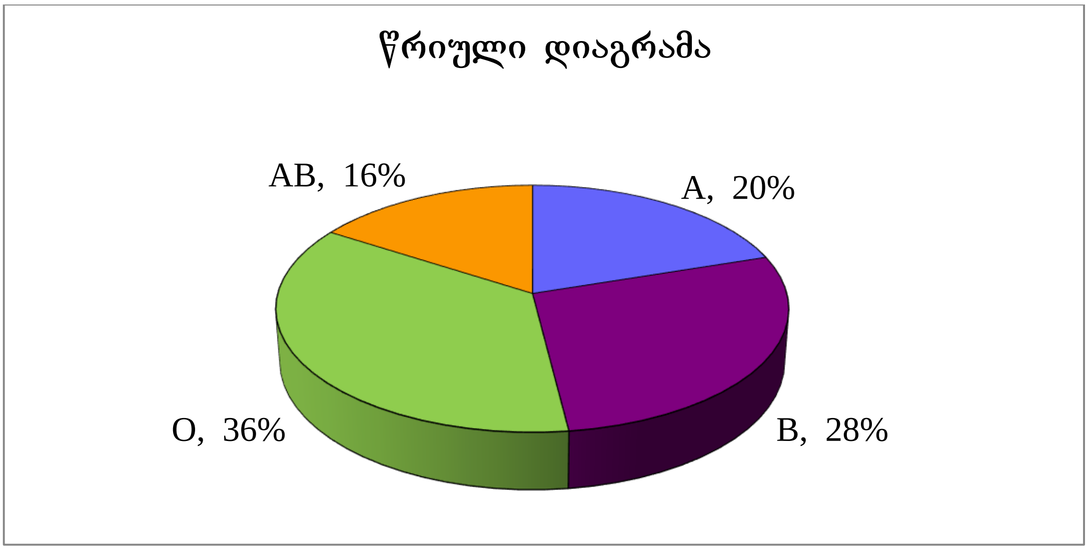
ნაბიჯი 2. ვიპოვოთ თითოეული ჯგუფის შესაბამისი პროცენტი, შემდეგი პროცენტის მიხედვით

$$\% = \frac{f}{n} \cdot 100\,\%$$

მივიღებთ შესაბამისად პროცენტების შემდეგ რიცხვებს: A – 20%, B – 28%, O – 36%, AB – 16%.

ნაბიჯი 3. ვისარგებლოთ ტრანსპორტირით, ავაგოთ წრიული დიაგრამა და მასზე მოვნიშნოთ თითოეული სექტორის სახელი. გვექნება:





ამ დიაგრამიდან ჩანს, რომ ყველაზე მეტად გავრცელებული სისხლის ჯგუფია O (36%). იმისათვის, რომ გავაანალიზოთ წრიულ დიაგრამაზე წარმოდგენილი მონაცემები, უნდა შევადაროთ სექტორები. მაგალითად, არის თუ არა რომელიმე სექტორი შედარებით დიდი ყველა დანარჩენთან შედარებით? ეს დიაგრამა გვიჩვენებს, რომ ყველა დანარჩენ სისხლის ტიპს შორის ყველაზე მეტად გავრცელებულია O ტიპის სისხლი. ადამიანები, რომელთაც აქვთ AB ტიპის სისხლი, არიან უმცირესობაში. ადამიანების ორჯერ უფრო მეტ რაოდენობას აქვს O ტიპის სისხლი, AB ტიპის სისხლთან შედარებით.

წრიული დიაგრამა განკუთვნილია დროის მოცემულ მომენტში ან მოცემულ შუალედში ობიექტთა მოცემული რაოდენობის კომპონენტებად დაყოფის ანუ ამ ობიექტთა კლასიფიკაციის აღსანიშნავად. იგი უფრო მოხერხებულია პროცენტებში გამოთქმული ნაწილების ან ფარდობითი სიხშირეების გამოსახატად. ჩვენს მაგალითში ვაგებთ სექტორებს, რომლებიც შეადგენენ სრული კუთხის – 360-ის შესაბამისად 21/100-ს, ანუ 21%, 47/100-ს ანუ 47%, 32/100-ს ანუ 32%.

ცენტრალური ტენდენციის და გაფანტულობის საზომები

> ***საშუალო,*** რომელიც აგრეთვე ცნობილია როგორც არითმეტიკული საშუალო, მიიღება თუ შევკრიბავთ მონაცემების მნიშვნელობებს და გავყოფთ მნიშვნელობების საერთო რაოდენობაზე.

მაგალითად, 3, 2, 6, 5 და 4-ის საშუალო მიიღება შეკრებით $3 + 2 + 6 + 5 + 4 = 20$ და 5-ზე გაყოფით. შესაბამისად, ამ მონაცემების საშუალოა $20/5 = 4$.

საშუალოს დამრგვალების წესი: საშუალო უნდა დამრგვალდეს ერთი ათობითი ნიშნით მეტ**ი** ვიდრე ნედლი მონაცემების წარმოდგენა**ში**. მაგალითად, თუ ნედლი მონაცემები მოცემულია მთელი რიცხვებით, მაშინ საშუალო უნდა დამრგვალდეს მეათედებამდე სიზუსტით. თუ ნედლი მონაცემები გამოსასახულია მეათედებში, მაშინ საშუალო უნდა დამრგვალდეს მეასედებამდე სიზუსტით

მედიანა (**mediana**) განეკუთვნება მონაცემთა მდებარეობის ცენტრალური ტენდენციის მდგრადი საზომების ჯგუფს (განსხვავებით საშუალოსაგან). მონაცემთა რაიმე რიცხვითი მახასიათებლის *მდგრადობა* ნიშნავს, რომ დაკვირვებათა მცირე რაოდენობის ცვლილებას შეზღუდული გავლენა აქვს აღნიშნულ მახასიათებელზე მიუხედავად იმისა, თუ როგორია ამ ცვლილების სიდიდე. სწორედ ამ თვისების გამო

მედიანა, საშუალოს შემდეგ, წარმოადგენს ცენტრალური ტენდენციის ყველაზე გავრცელებულ საზომს.

თუ მონაცემთა რაოდენობა კენტია, მაშინ ***მედიანა*** მართლაც არის ზრდადობით დალაგებული მონაცემების (ვარიაციული მწკრივის) შუა ელემენტი.

თუ მონაცემთა რაოდენობა ლუწია $n = 2k$, მაშინ ***მედიანას*** უწოდებენ ვარიაციული მწკრივის შუაში მდგომი ორი ელემენტის საშუალო არითმეტიკულს.

მაგალითი 1. ქვემოთ მოყვანილია შვიდი სამხედრო ახალწვეულის წონა (ფუნტებში, 1 ფუნტი = 453.6 გრამი):

180, 201, 220, 191, 219, 209, 186.

იპოვეთ მედიანა.

ამოხსნა.

ნაბიჯი 1. დავალაგოთ მონაცემები ზრდადობის მიხედვით:

180, 186, 191, 201, 209, 219, 220.

ნაბიჯი 2. შევარჩიოთ შუაწერტილი. ვინაიდან $n = 7$, ამიტომ მედიანა იქნება $\tilde{x} = x_{((7+1)/2)} = x_{(4)} = 201$

მაგალითი 2. აშშ-ში რვა წლის განმავლობაში მომხდარი ტორნადოების რაოდენობებია:

684, 764, 656, 702, 856, 1133, 1132, 1303.

იპოვეთ მედიანა.

ამოხსნა.

ვარიაციული მწკრივი იქნება:

656, 684, 702, 764, 856, 1132, 1133, 1303.

ვინაიდან შუა წერტილი მდებარეობს 764-სა და 856-ს შორის, ამიტომ მედიანას ვპოულობთ ამ ორი მნიშვნელობის შეკრებითა და 2-ზე გაყოფით;

$$\tilde{x} = \frac{764+856}{2} = 810$$

ე. ი. ტორნადოების რაოდენობის მედიანაა 810.

ცენტრალური ტენდენციის მესამე საზომს წარმოადგენს ***მოდა*** (**mode**).

მოდა წარმოადგენს იმ მნიშვნელობას, რომელიც ყველაზე ხშირად გვხვდება. ზოგჯერ ამბობენ, რომ მოდა არის ყველაზე ტიპიური შემთხვევა.

მონაცემთა სიმრავლეს შეიძლება ჰქონდეს ერთზე მეტი მოდა ან საერთოდ არ ჰქონდეს მოდა. ვნახოთ მაგალითების მიხედვით.

მაგალითი 1. ქვემოთ მოყვანილია აშშ-ს მრავალჯერადი გამოყენების კოსმოსური ხომალდის ფრენის ხანგრძლივობა (დღეებში) 1992-94 წლებში:

8, 9, 9, 14, 8, 8, 10, 7, 6, 9, 7, 8, 10, 14, 11, 8, 14, 11.

ვიპოვოთ მოდა.

ამოხსნა.

მოდის მოსაძებნად სასარგებლოა (მოხერხებულია) მონაცემების დალაგება ზრდის მიხედვით, თუმცა ეს არ არის აუცილებელი:

6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 14, 14, 14.

ვინაიდან 8-დღიანი ფრენა მოხდა 5-ჯერ (8-ის სიხშირე უფრო დიდია ვიდრე ნებისმიერი სხვა რიცხვის), ამიტომ ამ მონაცემების მოდა არის 8.

მაგალითი 2. იპოვეთ სამხრეთ-დასავლეთ პენსილვანიის 10 შერჩეულ საგრაფოში ქვანახშირის მოპოვებაში დასაქმებულ მუშათა რიცხვის მოდა. ეს მონაცემებია:

110, 731, 1031, 84, 20, 118, 1162, 1977, 103, 752.

ამოხსნა.

ვინაიდან ყველა მნიშვნელობა გვხვდება მხოლოდ ერთხელ, აქ მოდა არ არსებობს.

შენიშვნა: არ უნდა ვთქვათ, რომ მოდა არის ნული. ეს იქნება არაკორექტული, ვინაიდან მონაცემთა ზოგიერთი სიმრავლისათვის (მაგალითად, როგორიცაა ტემპერატურა) ნული შეიძლება აღმოჩნდეს ფაქტიური (რეალური მნიშვნელობა).

მაგალითი 3. შემოწმებულ (გაზომილ) იქნა 11 სხვადასხვა ავტომობილის სამუხრუჭე მანძილის სიდიდე, როცა ისინი მოძრაობდნენ 15 მილი/საათში სიჩქარით. ვიპოვოთ მოდა, თუ მიღებული იყო შემდეგი მონაცემები:

15, 18, 18, 18, 20, 22, 24, 24, 24, 26, 26.

ამოხსნა.

ვინაიდან 18 და 24 ორივე გვხვდება მაქსიმალურ რიცხვჯერ – 3-ჯერ, ამიტომ მოდა არის 18 და 24. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ მონაცემთა სიმრავლე არის *ბიმოდალური.*

სტატისტიკაში, იმისათვის რომ ზუსტად (ადეკვატურად) აღვწეროთ მონაცემთა სიმრავლე, სტატისტიკოსმა უნდა იცოდეს უფრო მეტი, ვიდრე ცენტრალური ტენდენციის საზომები. ჩვენ შევისწავლეთ მონაცემთა ცენტრალური ტენდენციის (ანუ მონაცემთა ცენტრის მდებარეობის) სამი რიცხვითი მახასიათებელი: შერჩევითი საშუალო, შერჩევითი მედიანა და შერჩევითი მოდა. გასაგებია, რომ ეს სამი მახასიათებელი სრულად ვერ წარმოადგენს მონაცემთა სიმრავლის თვისებებს. მეორე ეტაპზე, ბუნებრივად იბადება კითხვა რამდენად ტიპიურია მონაცემთა ცენტრის მახასიათებელი, კერძოდ, საშუალო, მონაცემთა მთელი სიმრავლისათვის? როგორია მონაცემთა გაფანტულობა საერთოდ და კონკრეტულად კი საშუალოს მიმართ? როგორია მონაცემთა ცვალებადობის ხარისხი და რა სიდიდეებით შეიძლება მისი დახასიათება?

მაგალითი 1. დავუშვათ, რომ მოცემულია მონაცემთა ორი მწკრივი:

:	8	9	10	10	13
:	1	5	10	16	18

გამოვთვალოთ თითოეულის საშუალო.

გვაქვს:

$$\bar{x} = \frac{(8 + 9 + 10 + 10 + 13)}{5} = 10 \qquad \text{და} \qquad \bar{x} = \frac{(1 + 5 + 10 + 16 + 18)}{5} = 10$$

აღმოჩნდა, რომ ორივე მონაცემს აქვს ერთი და იგივე საშუალო, მაგრამ ცხადია, რომ მწკრივის ელემენტთა ცვალებადობა უფრო ძლიერია, ვიდრე მწკრივის ელემენტები. მწკრივის ელემენტები უფრო მჭიდროდ არიან თავმოყრილი (კონცენტრირებული) საშუალოს ირგვლივ, ვიდრე მწკრივის ელემენტები.

ხშირ შემთხვევაში, თვალით შემჩნევა იმისა, თუ რომელი მწკრივის ცვალებადობა უფრო დიდია, საკმაოდ ძნელია (მაგალითად, მონაცემთა დიდი რაოდენობის დროს). ამიტომ აუცილებელია ცვალებადობის ანუ გაფანტულობის საზომების შემოღება, ე.ი. ისეთი რიცხვითი მახასიათებლების შემოღება, რომელიც საშუალებას მოგვცემს შევაფასოთ მონაცემთა გაბნევის ხარისხი.

მონაცემთა გაფანტულობის ერთ-ერთი უმარტივესი რიცხვითი მახასიათებელია ***გაბნევის დიაპაზონი*** (**Range**), რომელიც წარმოადგენს შერჩევის მაქსიმალური (უდიდესი) და მინიმალური (უმცირესი) მნიშვნელობების სხვაობას.

ზემოთ მოყვანილ მაგალითში მონაცემთა მწკრივის გაბნევის დიაპაზონი არის R_A = 13 – 5 = 8, ხოლო მწკრივის კი – R_B = 18 – 1 = 17.

ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის

1. თვითმფრინავების მონაცემები.

თვითმფრინავი	ან-24	ტუ-154	ილ-86
მგზავრთა რაოდენობა	50	164	350
თვითმფრინავის წონა	63 ტ	92 ტ	203 ტ
ფრენის უდიდესი სიმაღლე	8900 მ	12300 მ	12000 მ

გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია მცდარი (ამ ცხრილის პირობებში):

I. რაც უფრო მძიმეა თვითმფრინავი, მით უფრო მეტი მგზავრი გადაჰყავს მას;

II. რაც უფრო მეტი მგზავრი გადაჰყავს თვითმფრინავს, მით უფრო მაღლა ფრენს იგი;

III. რაც უფრო მძიმეა თვითმფრინავი, მით უფრო დაბლა ფრენს იგი.

ა) I, II; ბ) არცერთი; გ) II; დ) ყველა;

ე) III; ვ) I; ზ) II, III.

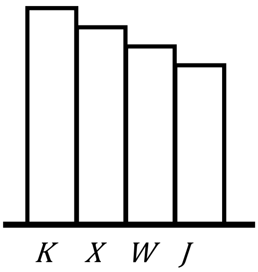
2. შემდეგი ცხრილი გვიჩვენებს ერთერთ ავტოსადგომზე საღამოს 8 საათისთვის ოთხი სხვადასხვა ფირმის მანქანების რაოდენობას.

მანქანის მოდელი	რაოდენობა
K	7
X	9
W	7
J	8

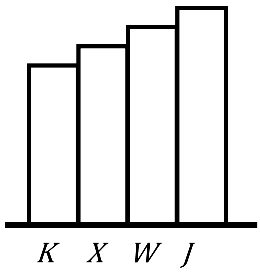
მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი სვეტოვანი დიაგრამა შეესაბამება ამ ცხრილში წარმოდგენილ მონაცემებს:

ა) არცერთი;

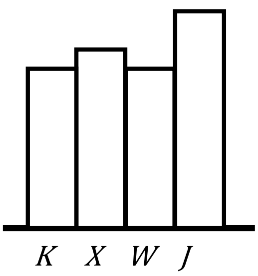
ბ)



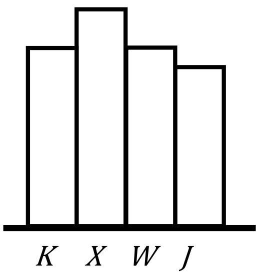
გ)



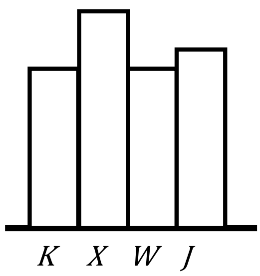
დ)



ე)



ვ)



3. მსს – მოსახლეობის საშუალო სიმჭიდროვე. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი წინადადებაა მცდარი:

ა) ტოლი ტერიტორიებიდან მსს მეტია იმაზე, რომელზეც მეტი მცხოვრებია;

ბ) ტოლი მსს-ის შემთხვევაში დიდ ტერიტორიაზე უფრო მეტი მოსახლეობაა;

გ) მსს ქალაქებში გაცილებით მაღალია, ვიდრე სოფლებში;

დ) ტოლ ტერიტორიებზე, რომლებზეც მსს ტოლია, მოსახლეობის რაოდენობაც ტოლია;

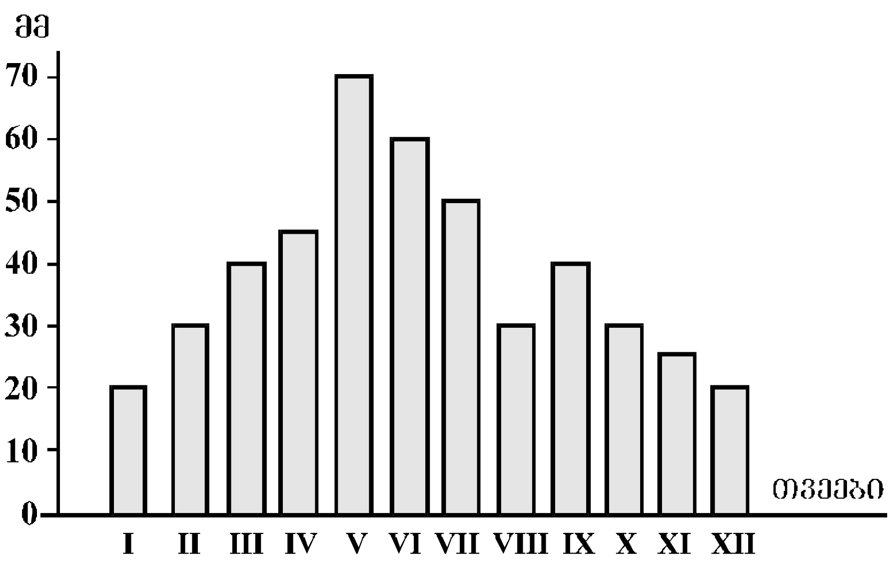
ე) რაც უფრო დიდია ტერიტორია, მით მეტი მოსახლეობა ცხოვრობს მასზე;

ვ) ბუნებაში მსს ძალიან დაბალია.

4. გაიაზრეთ შემდეგი წინადადებები:

1) მუხა უფრო მაღალია, ვიდრე ნაძვი;
2) ჩვენს ეზოში მდგარი მუხა უფრო მაღალია, ვიდრე სკოლის ეზოში მდგარი ნაძვი;
3) საქართველოში მუხა უფრო მაღალი იზრდება, ვიდრე ნაძვი;
4) ფოთლოვანი ხეები უფრო მაღალი იზრდება, ვიდრე წიწვოვანები.

5. თბილისის საშუალო ყოველთვიური თოვლ-წვიმიანობის დონეები (იხ. დიაგრამა):ამ დიაგრამის გამოყენებით შეასრულეთ შემდეგი დავალებები (გამოთვლების შედეგად მიღებული რიცხვები დაამრგვალეთ. თოვლ-წვიმიანობას მეორენაირად ეწოდება „ატმოსფერული ნალექები“.):



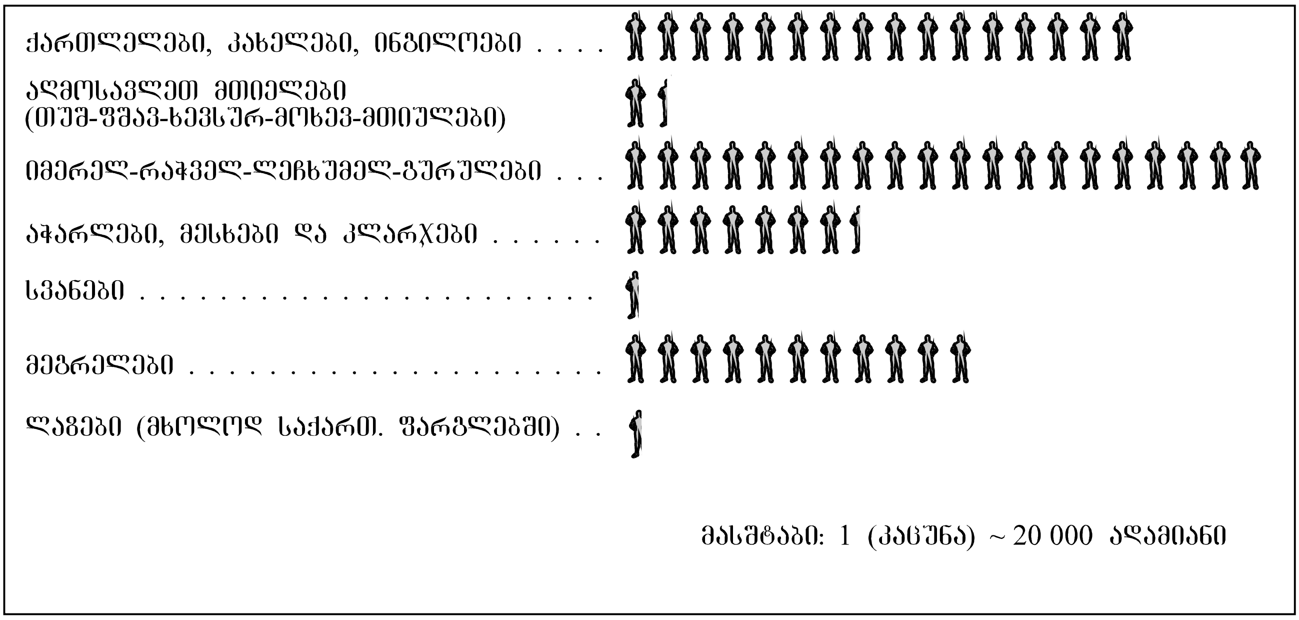
I. გამოთვალეთ თბილისში ნალექების საშუალო ყოველწლიური დონე;

II. გამოთვალეთ, რამდენჯერაა ნაკლები საშუალო თოვლ-წვიმიანობა თბილისში, ვიდრე საქართველოს ყველაზე ნესტიან ადგილას – მთა მტირალაზე (აჭარაში), სადაც ნალექების საშუალო წლიური დონეა 3500 მმ;

III. გამოთვალეთ, რამდენჯერაა ნაკლები საშუალო თოვლ-წვიმიანობა თბილისში, ვიდრე მსოფლიოს ყველაზე ნესტიან ადგილას – ჩერაპუნჯში (ინდოეთი), სადაც ნალექების საშუალო წლიური დონეა 12700 მმ;

IV. გამოთვალეთ, რამდენჯერაა მეტი საშუალო თოვლ-წვიმიანობა თბილისში, ვიდრე მსოფლიოს ყველაზე მშრალ ადგილას – დახლაში (ეგვიპტე), სადაც ნალექების საშუალო წლიური დონეა მხოლოდ 1 მმ (ეს იმას ნიშნავს, რომ იქ თითქმის არ წვიმს!).

6. პიქტოგრაფი. XIX საუკუნის ბოლოსათვის საქართველოში მცხოვრები ქართველი მოსახლეობის რაოდენობა და შემადგენლობა:



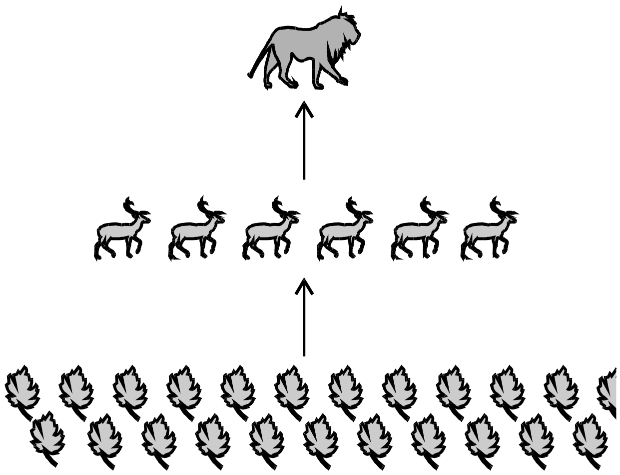
პიქტოგრაფის მიხედვით გაარკვიეთ, XIX საუკუნის ბოლოს საქართველოში:

I. რამდენით ნაკლები თუშ-ფშავ-ხევსურ-მოხევ-მთიული ცხოვრობდა, ვიდრე აჭარლები, მესხები და კლარჯები;

II. რამდენჯერ მეტი იყო იმერელ-რაჭველ-ლეჩხუმელ-გურულების რაოდენობა, ვიდრე ქართლელების, კახელებისა და ინგილოების რაოდენობა.

7. ეს პიქტოგრაფები ეკოლოგიიდანაა – გვიჩვენებს „საკვების პირამიდას“ (აღმ. აფრიკის 2,5 კვ. კმ-ის მაგალითზე):

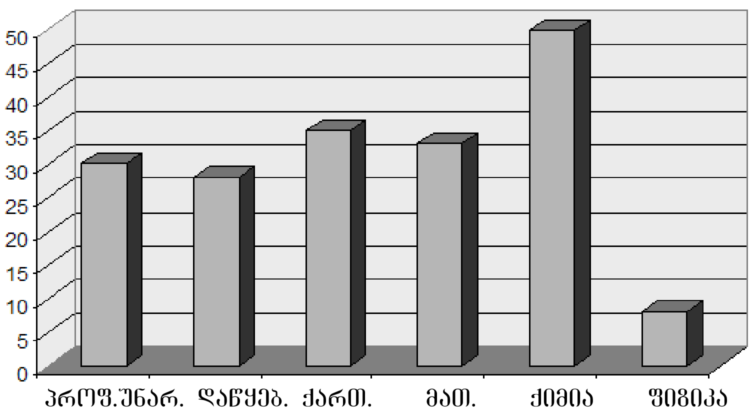
საშუალოდ 200 კგ საერთო წონის მქონე მტაცებელი ძუძუმწოვარი (ლომი, ან ჰიენები, ან ველური ძაღლები...) 1 წლის განმავლობაში ჭამს საშუალოდ 1,2 ტ ჩლიქოსანი ცხოველის ხორცს, რომლებსაც (ყველას ერთად) 1 წლის განმავლობაში სჭირდებათ საშუალოდ 450 ტ მცენარეული საკვები.



გაარკვიეთ, რისი ტოლია პიქტოგრაფის ზედა ნაწილის მასშტაბი და ქვედა ნაწილის მასშტაბი.

ახსენით ამ პიქტოგრაფის სახელწოდება.

8. 2011 წელს მასწავლებელთა სასერტიფიკაციო გამოცდაზე გავიდა დაახლოებით 20000 პირი. სვეტოვანი დიაგრამა გვიჩვენებს, გამოცდაზე გასულთა რამდენ-რამდენმა პროცენტმა ჩააბარა 6 სხვადასხვა გამოცდა:



შეადგინეთ ერთი ამოცანა დიაგრამის მხოლოდ წაკითხვის უნარჩვევის შესამოწმებლად; და ერთიც უფრო მაღალი დონის ამოცანა – სააზროვნო.

9. VII-კლასელებმა თვითმმართველობის არჩევნები ჩაატარეს. თვითმმართველობაში წარდგენილი იყო 6 მეშვიდეკლასელი. მათგან უნდა აერჩიათ ერთი. არჩევნებში სულ 51 მოსწავლე აძლევდა ხმას.

დიაგრამაზე უნდა გამოვსახოთ ამ არჩევნების შედეგები – ხმების განაწილება. შემდეგთაგან ყველაზე უფრო როგორი სახის დიაგრამაა შესაფერისი საამისოდ?

ა) სვეტოვანი; ბ) ვენისა; გ) წრიული; დ) ხისებრი; ე) **T**-სებრი.

10. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია მართებული – ყოველგვარი მონაცემები, რომლებიც წარმოდგენილია:

I. წრიული დიაგრამით, შეიძლება წარმოვადგინოთ აგრეთვე სვეტოვანი დიაგრამით – მაგრამ არა პირიქით;

II. წრიული ან სვეტოვანი დიაგრამით, შეიძლება წარმოვადგინოთ აგრეთვე ცხრილით – მაგრამ არა პირიქით (ანუ ცხრილი ყველაზე უნივერსალური საშუალებაა ამ სამიდან);

III. ხისებრი დიაგრამით, შეიძლება წარმოვადგინოთ აგრეთვე ვენის დიაგრამით – მაგრამ არა პირიქით (ესე იგი ვენის დიაგრამა უფრო უნივერსალური საშუალებაა, ვიდრე ხისებრი);

IV. ნაკლებად უნივერსალური დიაგრამების უპირატესობა მეტი თვალსაჩინოობაა.

ა) I, II; ბ) I, II, IV; გ) I, II, III; დ) II, III, IV;

ე) I, III, IV; ვ) I, III; ზ) II, III; თ) ოთხივე.

აქტივობა “მაღაზიაში”

(თანხის შეფასება და გამოთვლა რეალურ ვითარებასთან დაკავშირებული პრობლემის გადაჭრისას)

რეზიუმე

კლასში თითოეულ მოსწავლეს ვაძლევთ 1 ლარს (თეთრებით) სათამაშო ფულის ნიშნებით, რომლითაც ისინი “ყიდულობენ” კანფეტებს (ან, შესაძლოა, სათამაშოებს) საკლასო ოთახში მოწყობილ ვირტუალურ “მაღაზიაში”. მოსწავლეები მსჯელობენ “ვაჭრობის” შედეგებზე: შეძენილი პროდუქტის რაოდენობაზე, დახარჯულ და დარჩენილ თანხაზე.

აქტივობის მიზანი

- არითმეტიკული ოპერაციების (შეკრება-გამოკლება) და რიცხვების რაოდენობათა შედარების (“ტოლია”, “მეტია”, “ნაკლებია, “-ით მეტი-ნაკლები”) პრაქტიკაში გამოყენების უნარის განვითარება.
- რიცხვის წარმოდგენა სხვადასხვა რიცხვების ჯამის სახით და ამ პროცედურის დაკავშირება რეალურ ვითარებასთან.
- მონაცემთა მოცემის მარტივი ხერხების გაცნობა.
- მარტივი ცხრილის შედგენა.

აუცილებელი წინა ცოდნა

- 100-ის ფარგლებში რიცხვების შეკრება, გამოკლება და რიცხვების შედარება.
- ფულის ნიშნების ცნობა.
- მარტივი სიის შედგენა და წაკითხვა.

საჭირო რესურსები

- სათამაშო ფულის მონეტებით შედგენილი 1 ლარი. თითოეული მოსწავლისათვის 3 ოცთეთრიანი მონეტა, 2 ათთეთრიანი მონეტა და 4 ხუთთეთრიანი მონეტა.
- სხვადასხვა სახეობის კანფეტები (შეიძლება იყოს არა ნამდვილი, არამედ სათამაშო) და ქაღალდის ფურცლები თითოეული მოსწავლისათვის, რომლებზეც ჩამოწერილია მასწავლებლის მიერ შედგენილი კანფეტების სია შესაბამისი ფასებით.
- 1 პაკეტი თითოეული მოსწავლისათვის, შეძენილი კანფეტების ჩასალაგებლად.
- თანხის აღსარიცხი საშუალება (შეიძლება იყოს უბრალოდ ქაღალდის ფურცელი).
- ქაღალდის ფურცელი და კალამი თითოეული მოსწავლისათვის, შესაძენი კანფეტების სიის ჩასაწერად.

აქტივობის მოკლე აღწერა

თითოეულ მოსწავლეს მივცეთ 100 თეთრი სათამაშო მონეტებით: 4 ხუთთეთრიანი მონეტა, 2 ათთეთრიანი მონეტა და 3 ოცთეთრიან მონეტა. მათ უნდა შეიძინონ კანფეტები საკლასო ოთახში მოწყობილ წარმოსახვით მაღაზიაში. მოსწავლეები წინასწარ ადგენენ სასურველი კამფეტების სიას და ცდილობენ იმის განსაზღვრას ეყოფათ თუ არა თანხა მათ შესაძენად, ხოლო თუ ეყოფათ – მაშინ ცდილობენ იმის განსაზღვრას თუ რა თანხა დარჩებათ კანფეტების შეძენის შემდეგ.

აქტივობა

- მასწავლებლის მაგიდასთან მოვაწყოთ “კანფეტების მაღაზია” და მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ დღეს ისინი წავლენ “მაღაზიაში“ კანფეტების საყიდლად.
- თითოეულ მოსწავლეს მივცეთ: სათმაშო მონეტებით შედგენილი თანხა, ფურცლები, იმ კანფეტების სიით და შესაბამისი ფასებით, რომლიდანაც მათ უნდა აირჩიონ სასურველი კამფეტები; ცარიელი ფურცლები საანგარიშოდ. შევთავაზოთ მოსწავლეებს, რომ გადახედონ კანფეტების სიას და მათ ფასებს. ავუხსნათ მოსწავლეებს, რომ მათ შეუძლიათ იყიდონ სიაში მოცემული

კანფეტებიდან მხოლოდ ერთი დასახელების კანფეტი. და რომ ისინი ვერ დახარჯავენ 100 თეთრზე მეტს.

- შეკითხვა კლასს: რომელია თქვენთვის ყველაზე საყვარელი კანფეტი ამ სიიდან? ცალკე ფურცელზე ჩაიწერეთ მისი დასახელება.
- შეკითხვა (მას შემდეგ, რაც წინა დავალება შესრულებულია): თქვენ მიერ შერჩეული კანფეტების რა რაოდენობის შეძენა შეგიძლიათ იმ თანხით, რომელიც გაქვთ? რა თანხა დაგრჩებათ?
- სათითაოდ მივიდეთ ყველა მოსწავლესთან და შევამოწმოთ მისი ჩანაწერი. ზოგმა მათგანმა შეიძლება კანფეტის ორი ან მეტი საყვარელი სახეობა შეარჩია და აქედან გამომდინარე, მას შედეგის ორი ან მეტი ვარიანტი აქვს. შევეცადოთ, რომ თვითოეულმა მათგანმა სწორი შედეგი მიიღოს.

მასწავლებელი დაფაზე ჩამოწერს მაღაზიაში არსებული კანფეტების დასახელებებს და მოსწავლეებს სთხოვს, მორიგეობით უკარნახონ შერჩეული კანფეტის დასახელება და პასუხის შემდეგ კანფეტის გასწვრივ ჩამოუსვამს ვერტიკალურ ხაზს (თვლა შტრიხებით) . მაგ

ბარამბოს შოკოლადი: |||

ბარამბოს კარამელი: ||||

სნიკერსი: ~~||||~~ |||

ბაუნტი: ||||

მასწავლებელი სთხოვს მოსწავლეებს, გადათვალონ თითოეული დასახელების გვერდით ჩამოსმული ხაზების რაოდენობა და ხაზების ნაცვლად ჩაწერონ შესაბამისი რიცხვი. მასწავლებელი სვამს კითხვებს – რომელი კანფეტი ყვარებიათ თქვენს თანაკლასელებს ყველაზე მეტად? რამდენ ბავშვს უყვარს ბარამბოს შოკოლადი? შეგიძლიათ თუ არა ამ მონაცემებით მითხრათ, რამდენი ბავშვია დღეს კლასში? კიდევ რა შეკითხვაზე გასცემდით პასუხს ამ მონაცემებით?

- ახლა შევთავაზოთ მოსწავლეებს, რომ მათ მხოლოდ ერთი სახეობის (მათი საყვარელი) კანფეტი კი არ შეიძინონ, არამედ შეარჩიონ რამდენიმე: ყველაზე საყვარელი, ნაკლებად საყვარელი და ა.შ., დაალაგონ შერჩეული კამფეტები პრიორიტეტის მიხედვით და ჩაწერონ ფურცელზე ცხრილის სახით ფასებთან ერთად.

კანფეტის დასახელება	გადასახდელი თანხა
სულ:	

- სათითაოდ მივიდეთ თითოეულ მოსწავლესთან და შევამოწმოთ მათი ნამუშევარი.
- შევთავაზოთ მოსწავლეებს, რომ მათი თანხით შეიძინონ სხვადასხვა სახეობის კანფეტები: ჯერ რამდენიმე საყვარელი კანფეტი, შემდეგ შეამოწმონ, თუ რა თანხა დარჩათ და შეიძინონ სიაში მეორე ადგილზე მდგომი რამდენიმე კანფეტი და ა.შ.
- სამუშაოს დასრულების შემდეგ თითოეული მოსწავლე მოდის "მაღაზიაში" და მოაქვს მის მიერ შედგენილი სია იმ კანფეტებისა, რომელთა შეძენაც მას სურს და საჭირო თანხა. ვიანგარიშოთ ის თანხა, რომელიც საჭიროა კანფეტების საყიდლად და შევადაროთ მოსწავლის მიერ ნაანგარიშევ თანხას. თუ შედარების შედეგად ეს ორი სიდიდე ერთმანეთს დაემთხვა, პაკეტში ჩავულაგოთ კანფეტები.
- ვიდრე მოსწავლეს გადავცემთ მის მიერ შეძენილ კანფეტებს, ვკითხოთ მას, დარჩა თუ არა კიდევ რაიმე თანხა და თუ დარჩა, ხომ არ ისურვებდა იგი კიდევ რამოდენიმე კანფეტის დამატებას?
- აქტივობა გრძელდება მანამდე, სანამ თითოეული მოსწავლე არ მივა მაღაზიაში კანფეტების შესაძენად.
- აქტივობის დასრულების შემდეგ მოსწავლეებს შევთავაზოთ, თავიანთი სიტყვებით აღწერონ, თუ როგორ მოახდინეს მათ კანფეტების შერჩევა და შესაბამისი თანხის გამოთვლა. მივაქციოთ ყურადღება - ისინი ამ პროცედურას სპონტანურად ასრულებდნენ თუ ზოგიერთმა მათგანმა რაიმე პრინციპი შეიმუშავა და ამ პრინციპის მიხედვით შეასრულა მოქმედებები. ასეთი მოსწავლე საგანგებოდ უნდა შევაქოთ.

აქტივობის მიმოხილვა

აქტივობა ავითარებს არა მხოლოდ რიცხვების შეკრების, გამოკლებისა და მათი შედარების წმინდა ოპერაციულ უნარს, არამედ მოსწავლეს უვითარდება მონაცემთა მოწესრიგებისა და მოცემის, მარტივი ცხრილის დამუშავების უნარ-ჩვევები, ასევე რიცხვებზე მოქმედებათა შედეგების მიხედვით გარკვეული გადაწყვეტილებების მიღების უნარი. სავარაუდოა, რომ მოსწავლე დაიწყებს იმ კანფეტების შერჩევას, რომლებიც მას ყველაზე მეტად უყვარს, მაგრამ შემდეგ იგი აღმოაჩენს, რომ მათ შესაძენად საკმარისი თანხა არ გააჩნია. იგი შეასწორებს თავის კანფეტების სიას, და ა.შ. ეს გარკვეულწილად საფუძველს უყრის მომავალში ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაჭრის ზოგადი უნარების განვითარებასაც. ზოგიერთმა მოსწავლემ შეიძლება შეიმუშაოს ამ ამოცანის ამოხსნის რაღაც “ალგორითმის” მსგავსიც კი.

აქტივობა “ჯიბის ფული”

რეზიუმე

მოსწავლეები აგებენ წრიულ დიაგრამებს, რომლებიც ასახავს მათი ჯიბის ფულის განაწილებას სხვადასხვა ყოველდღიურ სასკოლო დანახარჯებზე. დიაგრამების ანალიზის და მასწავლებლის ევრისტიკული კითხვების დახმარებით მოსწავლეები ეცნობიან დიაგრამის აგების განსხვავებულ ხერხებსა და დასაშვებ გამარტივებებს; აგრეთვე ფაქტორებს, რომელთა გაუთვალისწინებლობამ შესაძლოა შეცდომა გამოიწვიოს დიაგრამაში.

აქტივობის მიზანი

- მოსწავლეები დაეუფლონ მონაცემთა წარმოდგენას წრიული დიაგრამის საშუალებით;
- მოსწავლეებმა განივითარონ შეფარდებისა და პროპორციის გამოყენების უნარ-ჩვევები ამოცანათა ამოსახსნელად;
- მოსწავლეები გაიწაფონ გეომეტრიული ხელსაწყოების და გამოთვლითი საშუალებების გამოყენებაში.

აუცილებელი წინა ცოდნა

- კუთხის გრადუსული ზომა;
- წრის ნაწილები, ცენტრული კუთხე;
- რიცხვის წილადური ნაწილი, პროცენტი;
- რიცხვის დაყოფა პროპორციულ ნაწილებად.

საჭირო მასალები

- ფარგალი, ტრანსპორტირი, სახაზავი;
- საწერი ფურცელი და ფანქრები;
- კალკულატორი (არ არის აუცილებელი).

აქტივობის აღწერა

მოსწავლეთა ცოდნის აქტივაცია

შეეკითხეთ მოსწავლეებს - რის შეძენას ისურვებდნენ სკოლაში, სახარჯო თანხა რომ ჰქონდეთ? რა ღირს ესა თუ ის პროდუქტი? ჩამოწერეთ სასურველ შენაძენთა ჩამონათვალი დაფაზე შესაბამისი ფასების მითითებით.

სთხოვეთ მოსწავლეებს, ჩამოწერონ – რა თანხას ისურვებენ სახარჯოდ სკოლაში და რაზე რამდენს დახარჯავდნენ (შესაძლოა შეადგინონ ცხრილი); გამოთვალონ, სრული თანხის რა ნაწილს შეადგენს თითოეული დანახარჯი.

ჰკითხეთ მოსწავლეებს, რამდენ კუთხურ გრადუსს მოიცავს წრე, რომელია ცენტრული კუთხე, წრის რა ნაწილს გამოყოფს მართი კუთხე, გაშლილი კუთხე; რამდენი გრადუსია წრის მესამედი, ორი მესამედი; როგორ გამოვთვალოთ კუთხის გრადუსული ზომა, თუკი ცნობილია, წრის რა ნაწილს გამოყოფს იგი.

დიაგრამის აგება

სთხოვეთ მოსწავლეებს, გამოთვალონ იმ ცენტრული კუთხის გრადუსული ზომა, რომელიც შეესაბამება პირველ დანახარჯს, რისთვისაც მათ უნდა გამოიყენონ უკვე ცნობილი შეფარდება; შემდეგ კი ტრანსპორტირის საშუალებით ააგონ ცენტრული კუთხე და მონიშნონ შესაბამისი სექტორი ზედ დანახარჯის მითითებით (ფულადი თანხის, წილადური ნაწილის ან პროცენტის სახით). ანალოგიურად ააგებინეთ ყოველი დანახარჯის შესაბამისი სექტორი და სთხოვეთ, დაარქვან სახელი დიაგრამას. დასაშვებია კალკულატორის გამოყენება გამოთვლითი სამუშაოების გასამარტივებლად.

ყოველი მომდევნო კუთხის აგებისას დაუსვით შეკითხვა, თუ საიდან უნდა აიზომოს კუთხე და რა შეიძლება მოხდეს არასწორი აზომვის შემთხვევაში; დასაშვებია თუ არა წილადური ნაწილის ან კუთხის ზომების მაჩვენებელი რიცხვების სურვილისამებრ დამრგვალება; რა მაკონტროლებელი მექანიზმი (კანონზომიერება) არსებობს იმის გასარკვევად – სწორადაა აგებული დიაგრამა თუ არა.

სამუშაოს დასრულების შემდეგ ჰკითხეთ მოსწავლეებს – შესაძლებელია თუ არა კონკრეტული დანახარჯის შესაბამისი ცენტრული კუთხის განსაზღვრა სხვა ხერხით; უბიძგეთ (არ უკარნახოთ) პროპორციის ან პროპორციულ ნაწილებად რიცხვის დაყოფის გამოყენებისკენ, სრული კუთხისა და უკვე ცნობილი კუთხეების ჯამის საშუალებით ბოლო კუთხის გრადუსული ზომის გამოთვლისკენ.

სთხოვეთ მოსწავლეებს, გააანალიზონ ხარჯების წარმოდგენილი სურათი და უპასუხონ კითხვებს: ძირითადად რაზე გეხარჯებათ ფული? შესაძლებელია თუ არა, გასწიოთ ეკონომია ზოგიერთი დანახარჯის თავის არიდებით? მაინც რომლის? როგორ მოიხმარდით დამატებით ან ეკონომიით დაზოგილ თანხას?

საკუთარი ნაშრომის პრეზენტაციის მსურველები გამოიყვანეთ დაფასთან და სთხოვეთ სხვა მოსწავლეებს, მოისაზრონ კარგი შეკითხვა თანაკლასელებისთვის მისაცემად. გაითვალისწინეთ დასმული შეკითხვებისა და პასუხების ეფექტიანობა მოსწავლეთა შეფასებისას.

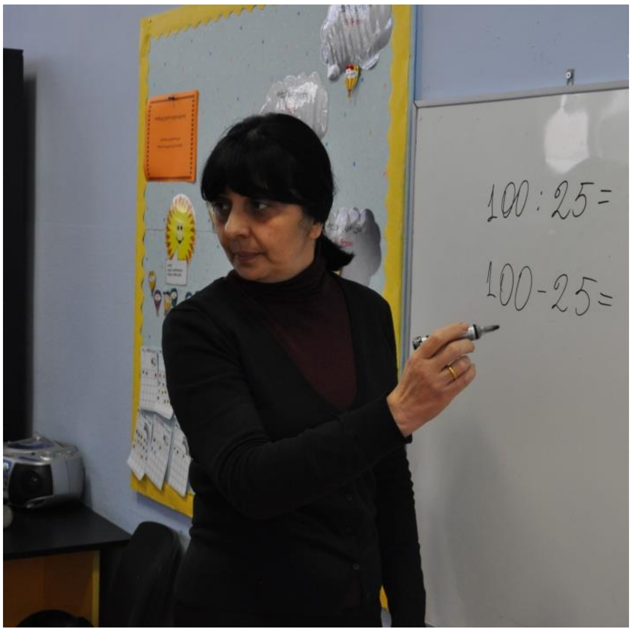
გაფართოება/გაღრმავება (არასავალდებულო ნაწილი)

მოიყვანეთ არასწორად აგებული წრიული დიაგრამების მაგალითები და სთხოვეთ მოსწავლეებს, მოძებნონ შეცდომები და მათი სავარაუდო მიზეზები.

შემდეგ სთხოვეთ მოსწავლეებს, დაწერონ წრიული დიაგრამის აგების შესახებ მოკლე თხზულება და გაცვალონ ერთმანეთში; წაახალისეთ მათი კრიტიკული და კონსტრუქციული აზროვნება, რათა გააანალიზონ და შეაფასონ ერთმანეთის ნაშრომების შინაარსის სისრულე და კორექტულობა.

აქტივობის განხილვა და შეფასება

ნათელია, რომ მოცემული აქტივობა საშუალებას იძლევა, მოხდეს მიმართულებათა ინტეგრაცია ერთი აქტივობის ფარგლებში: წრიული დიაგრამის ასაგებად გამოიყენება ცოდნა მიმართულებებიდან “რიცხვები და გამოთვლები”, “გეომეტრია და სივრცის აღქმა”, “კანონზომიერებები და ალგებრა”, “მონაცემთა ანალიზი, სტატისტიკა და ალბათობა”. გარდა ამისა, აქტივობა გამოირჩევა აქცენტით ცოდნის პრაქტიკულ გამოყენებაზე და კავშირზე მოსწავლეთა ყოფა-ცხოვრებასთან.



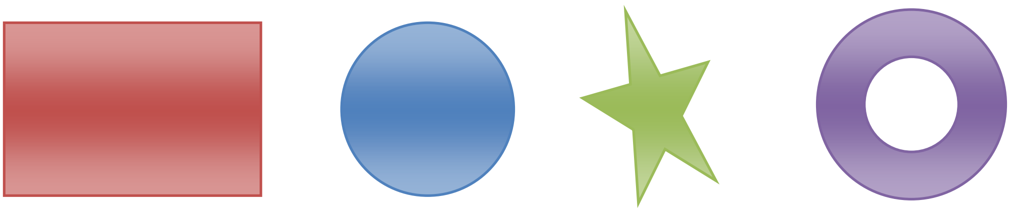
თავი 6. ტოპოლოგია, გეომეტრია

მათემატიკური თემა: ტოპოლოგიის საწყისები (შიგა არე, გარე არე, საზღვარი სიბრტყეზე და სივრცეში, შეკრული და გახსნილი ხაზები, მარტივი ხაზები); გეომეტრიის პირველადი ცნებები (წერტილი, წრფე, სხივი), მონაკვეთი; ტეხილი და მრუდი; ძირითადი გეომეტრიული ფორმები (წრე და წრეხაზი, მრავალკუთხედი), მრავალკუთხედების კლასიფიკაცია რთული ხისებრი დიაგრამით, მრავალწახნაგები. ცნებათა ზოგადკერძოობა.

6.1. ტოპოლოგია: შეკრული და გახსნილი ხაზები; წერტილი, ხაზი; მონაკვეთი, ტეხილი და მრუდი

ტოპოლოგია მათემატიკის დარგია. იგი შეისწავლის გეომეტრიული ფიგურების (ბრტყელი ფიგურების ანუ **ნაკვთებისა** და სივრცული ფიგურების ანუ **სხეულების** ისეთ თვისებებს, რომლებიც უწყვეტი გარდაქმნებისას ინვარიანტულია (უცვლელი რჩება). ეს გარდაქმნები შეიძლება იყოს: „გაწელვა“, „მოღუნვა“, „შეკუმშვა“, „გამობურცვა“, „შეჭყლეტა“ და ა.შ.

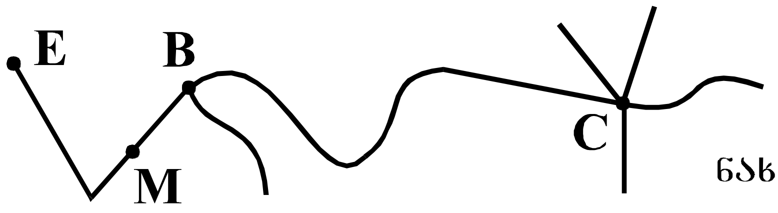
მაგალითად, ტოპოლოგიისთვის ოთხკუთხედი, წრე და ვარსვლავი არსებითად ერთიდაიგივეა. მათგან არსებითად განსხვავებულია რგოლი, რომელიც „გახვრეტილია“ და ამიტომ ვერ მიიღება უწყვეტი გარდაქმნით პირველი სამისგან.



ტოპოლოგია – ბერძნული წარმოშობის სიტყვაა და ნიშნავს: *„ადგილისმცოდნეობა“.*	

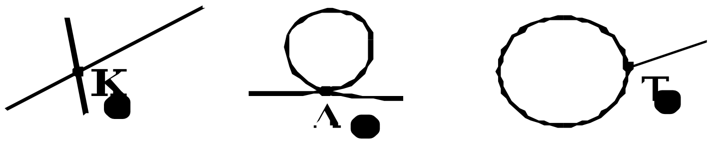
ვთქვათ, მოცემულია რაიმე ხაზი (მონაკვეთი, ტეხილი ან მრუდი, სულერთია – იხ. ნახ.4). რით გამოირჩევა ხაზის ბოლო წერტილი (მაგ., E) სხვა, ხაზის შიგა წერტილებისაგან? ბოლო E წერტილს უერთდება ხაზის მხოლოდ ერთი შტო ანუ ნაწილი; ყოველ შიგა წერტილს კი უერთდება ხაზის ორი ან მეტი შტო, მაგ.:

M წერტილს მარჯვენიდანაც და მარცხნიდანაც უერთდება თითო შტო, სულ – 2 შტო; B წერტილს უერთდება 3 შტო, ხოლო C წერტილს – 5 შტო.



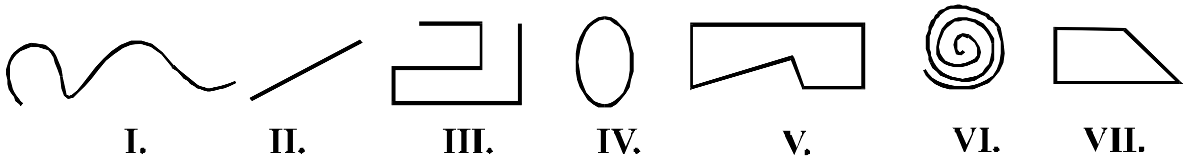
ნახ. 4

თუკი შიგა წერტილი ისეთია, რომ მას უერთდება ხაზის ორზე მეტი შტო, მაშინ ეს წერტილი ხაზის თავისთავთან გადაკვეთის წერტილია. ასეთებია, მაგ., ნახ.4-ის B და C წერტილები და ნახ.5-ის K, A და T წერტილები. ეს ხაზები კი – თავისთავის გადამკვეთი ხაზებია:



ნახ. 5

ისეთ ხაზს, რომელიც არ კვეთს თავისთავს, ეწოდება **მარტივი ხაზი**:



ნახ.6

ესე იგი ხაზი ან მარტივია, ან თავისთავის გადამკვეთია. მარტივი ხაზის არცერთ წერტილს არ უერთდება სამი ან მეტი შტო.

მარტივი ხაზი შეიძლება იყოს ან გახსნილი ან შეკრული.

შეკრული ხაზი ეწოდება ისეთ ხაზს, რომელსაც არა აქვს არცერთი ბოლო წერტილი.

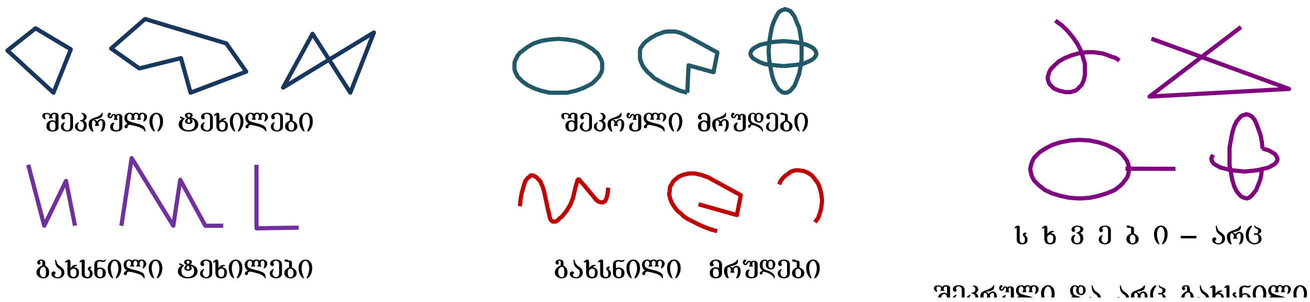
გახსნილი ხაზი ეწოდება ისეთ ხაზს, რომელიც არ შემოსაზღვრავს არცერთ შიგა არეს.

მაგ., ნახ. 6-ზე I, II, III და VI ხაზები – გახსნილებია, ხოლო IV, V და VII ხაზები – შეკრულები.

შეკრული ხაზი შიგა არეს შემოსაზღვრავს (ნახ.7).

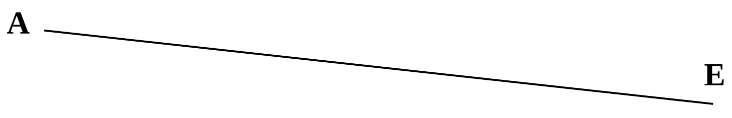
ნახ. 7

თავისთავის გადამკვეთი (ანუ რთული) ხაზიც შეიძლება იყოს შეკრული ან გახსნილი, მაგრამ შეიძლება არც ერთი იყოს და არც მეორე. მაგ.:



მონაკვეთი – ორი წერტილის შემაერთებელი სწორი ანუ უმოკლესი ხაზია.

ამ წერტილებს ეწოდება **მონაკვეთის ბოლოები.**



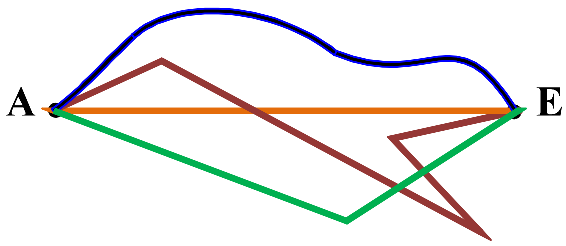
A და **E** წერტილების შემაერთებელი მონაკვეთი:

ზოგჯერ მონაკვეთის ბოლოებს ნახაზზე ამსხვილებენ. მაგრამ უნდა გვახსოვდეს, რომ ეს მხოლოდ მათ გამოსაკვეთად, უკეთ დასანახად კეთდება. ხოლო სინამდვილეში მონაკვეთის ბოლო – წერტილია, გეომეტრიულ წერტილს კი სიგანე არა აქვს! გეომეტრიული წერტილის სიგრძეც, სიგანეც და სისქეც ნულის ტოლია.

ხაზს აქვს არანულოვანი სიგრძე, ხოლო მისი სიგანე და სისქე მაინც ნულის ტოლია.

ამიტომ მონაკვეთის ბოლოები არაა გამსხვილებული, ისინი ისეთივე წერტილებია, როგორებიც დანარჩენებია – განსხვავებულია მხოლოდ მათი მდებარეობა!

A და E წერტილების შემაერთებელი AE მონაკვეთის სიგრძე ნაკლებია ამ წერტილების შემაერთებელი ყოველი სხვა ტეხილისა თუ მრუდე ხაზის სიგრძეზე; ანუ, A და E წერტილების შემაერთებელი ყველა შესაძლო ხაზიდან უმოკლესი სწორედ AE მონაკვეთია!

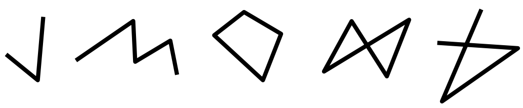


მათემატიკაში ორ წერტილს შორის მანძილი ერთადერთია. იგი ამ წერტილების შემაერთებელი ყველა შესაძლო ხაზიდან უმოკლესი ხაზის – მონაკვეთის სიგრძის ტოლია.

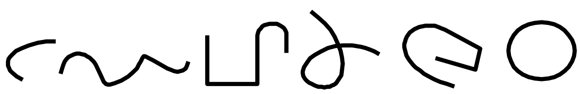
ტეხილი ხაზი ეწოდება ისეთ ხაზს, რომელიც ორი ან მეტი მონაკვეთისაგან შედგება. ყველა სხვაგვარი ხაზი – **მრუდი ხაზია.**

ტეხილი მხოლოდ მონაკვეთებისაგან შედგება. მეზობელი მონაკვეთების საერთო წერტილს ან გახსნილი ტეხილის ბოლო წერტილს **ტეხილის წვერო** ეწოდება.

მრუდი შეიძლება არ მოიცავდეს მონაკვეთებს, შეიძლება კიდევაც მოიცავდეს. მაგრამ იგი გამრუდებულ ხაზსაც მოიცავს. თუკი ხაზი ერთგან მაინცაა გამრუდებული, იგი მრუდი ხაზია:



ტ ე ხ ი ლ ე ბ ი



მ რ უ დ ე ბ ი

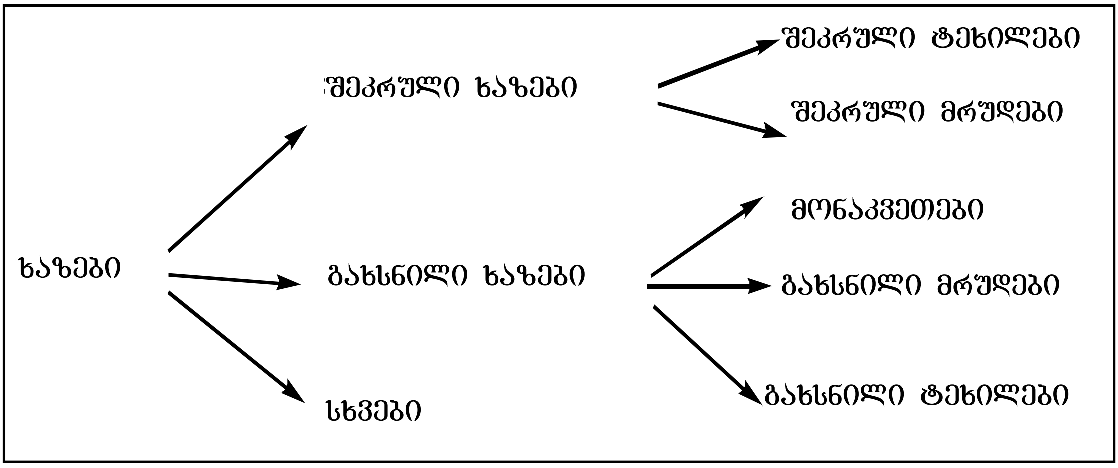
ტოპოლოგიისთვის ბოლო წერტილი არსებითად განსხვავდება დანარჩენებისგან, ოღონდ არა ზომით, არამედ მდებარეობით. განსხვავდება ერთმანეთისგან აგრეთვე შეკრული და გახსნილი ხაზები – შეუძლებელია მათი ერთმანეთისგან მიღება უწყვეტი გარდაქმნებით.

მაგრამ ვერ განირჩევა ერთმანეთისგან მონაკვეთი, გახსნილი ტეხილი და გახსნილი მრუდი, რადგანაც ყოველი მათგანისგან შეიძლება რომელიმე სხვის მიღება უწყვეტი გარდაქმნებით. ასევე ვერ განირჩევა შეკრული ტეხილი შეკრული მრუდისგან. ამიტომ:

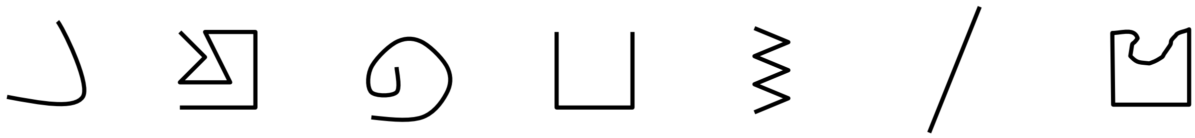
ᲢᲝᲞᲝᲚᲝᲒᲘᲣᲠᲘ ᲪᲜᲔᲑᲔᲑᲘ:	ᲒᲔᲝᲛᲔᲢᲠᲘᲣᲚᲘ ᲪᲜᲔᲑᲔᲑᲘ:
ᲒᲐᲮᲡᲜᲘᲚᲘ ᲮᲐᲖᲘ / ᲨᲔᲙᲠᲣᲚᲘ ᲮᲐᲖᲘ; ᲬᲔᲠᲢᲘᲚᲘ. ᲑᲝᲚᲝ ᲬᲔᲠᲢᲘᲚᲘ; ᲛᲐᲠᲢᲘᲕᲘ ᲮᲐᲖᲘ. ᲨᲘᲒᲐ ᲐᲠᲔ; ᲒᲐᲠᲔ ᲐᲠᲔ; ᲡᲐᲖᲦᲕᲐᲠᲘ.	ᲛᲝᲜᲐᲙᲕᲔᲗᲘ, ᲢᲔᲮᲘᲚᲘ ᲮᲐᲖᲘ. ᲛᲠᲣᲓᲘ ᲮᲐᲖᲘ. ᲬᲠᲔ. ᲙᲕᲐᲓᲠᲐᲢᲘ. ᲡᲐᲛᲙᲣᲗᲮᲔᲓᲘ. ᲝᲗᲮᲙᲣᲗᲮᲔᲓᲘ ...

ყოველი ტოპოლოგიური ცნება თან გეომეტრიულიცაა, მაგრამ არა პირიქით: გეომეტრიულ ცნებათა მცირე ნაწილია ტოპოლოგიური.

ეს სქემა გვიჩვენებს, თუ როგორ სხვადასხვაგვარ სახეებად ჯგუფდება ხაზები.



1. რომელია გამორჩეული?



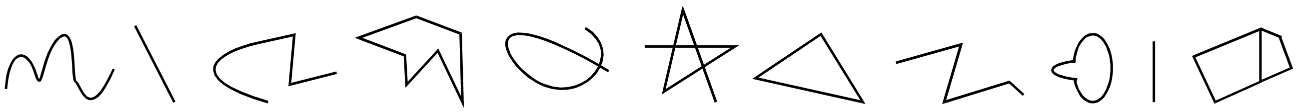
ა) ბ) გ) დ) ე) ვ) ზ)

2. დააკვირდით ხაზებს და დააჯგუფეთ ისინი – ცალ-ცალკე ჩაწერეთ შემდეგი ხაზების ნომრები:

I. მონაკვეთები;

II. ტეხილები;

III. მრუდები.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

3. შემდეგთაგან აარჩიეთ თვითეული ამ ხაზის ყველაზე ზუსტი დახასიათება:

I. წრის საზღვარი;

II. შვიდკუთხედის საზღვარი;

III. კვადრატის საზღვარი.

ა) შეკრული მრუდი, ტეხილი, ტეხილი;

ბ) გახსნილი ტეხილი, გახსნილი ხაზი, სხვაგვარი;

გ) შეკრული მრუდი, შეკრული ტეხილი, შეკრული ტეხილი;

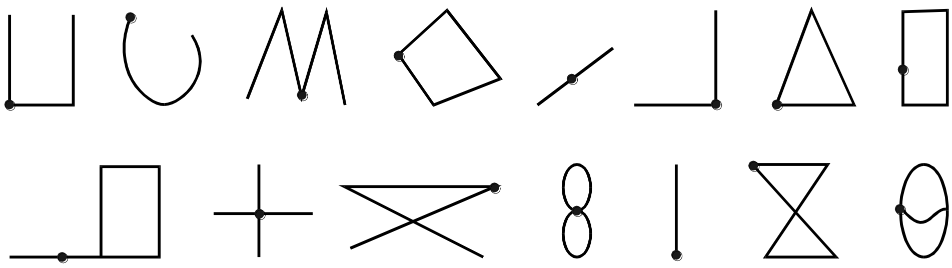
დ) შეკრული ხაზი, შეკრული ხაზი, შეკრული ტეხილი;

ე) მონაკვეთი, სხვაგვარი, გახსნილი მრუდი;

ვ) შეკრული ხაზი, ტეხილი, სხვაგვარი;

ზ) ხაზი, შეკრული ხაზი, სხვაგვარი.

4. რა საერთო თვისება აქვს ყველა მონიშნულ წერტილს, გარდა ორისა?



რომელი ორი წერტილია გამონაკლისი?

ა) ყველა წერტილი მდებარეობს ხაზის მარცხენა მხარეს, გარდა III-ისა და VI-ისა;

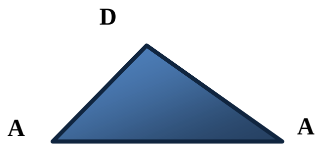
ბ) ყველა წერტილს უერთდება ორი ან მეტი ხაზი, გარდა II-ისა და ბოლოდან მესამისა;

გ) ყველა წერტილს უერთდება მხოლოდ ორი ხაზი, გარდა II-ისა და ბოლოსი;

დ) ყველა წერტილი არის მონაკვეთის ბოლო, გამონაკლისი არაა.

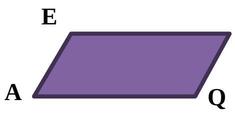
5. გაარკვიეთ, შემდეგი ასოითი აღნიშვნებიდან რომლია მართებული:

I.



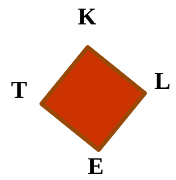
ADA სამკუთხედი

II.



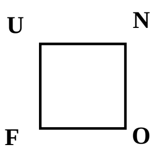
AQE ოთხკუთხედი

III.



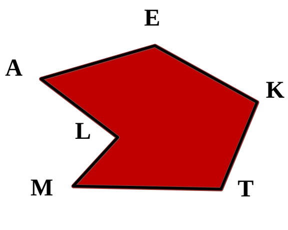
TELK კვადრატი

IV.



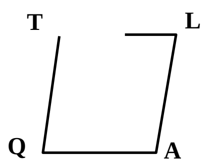
UNFO ტეხილი

V.



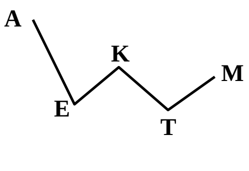
LMKTEA მრავალკუთხედი

VI.



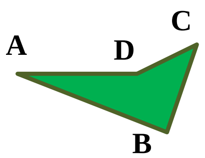
TQAL ტეხილი

VII.



KTMAE ტეხილი

VIII.



ABCD ოთხკუთხედი

6.2. ნაკვთი და სხეული; ნაკვთის შიგა არე და საზღვარი

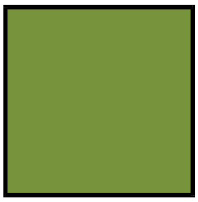
ნაკვთი – სიბრტყის წერტილების ისეთი სიმრავლეა, ანუ სიბრტყის ისეთი ნაწილია, რომელიც არაა გაწყვეტილი და რომელსაც ეკუთვნის თავისივე საზღვარი. ესე იგი, ნაკვთი მთლიანია, იგი შეიძლება იყოს გახვრეტილი, მაგრამ ნაწილებად დაწყვეტილი კი არ შეიძლება იყოს.

გეომეტრიული სხეული – სივრცის წერტილების ისეთი სიმრავლეა, ანუ სივრცის ისეთი ნაწილია, რომელიც არაა გაწყვეტილი და რომელსაც ეკუთვნის თავისივე საზღვარი. ესე იგი, სხეულიც მთლიანია, იგი შეიძლება იყოს გახვრეტილი, მაგრამ ნაწილებად დაწყვეტილი კი არ შეიძლება იყოს.

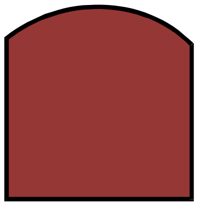
ამგვარად, **ნაკვთი** – ესაა ყოველგვარი ბრტყელი „ფიგურა“. წერტილები, ხაზები, მრავალკუთხედები, წრეები, რგოლები თუ ყოველგვარი „უსწორმასწორო ლაქები“ – ყველა ნაკვთებია. ნაკვთს შეიძლება ჰქონდეს ნახვრეტიც (მაგ., რგოლს აქვს), მაგრამ გაწყვეტილი კი არ შეიძლება იყოს.

განვიხილოთ რაიმე ნაკვთი, მაგ., კვადრატი (ნახ.1). მისი საზღვარი არის შეკრული ტეხილი. ეს ტეხილი ოთხი ტოლი მონაკვეთისაგან შედგება.

განვიხილოთ ახლა რაიმე სხვა ნაკვთი, მაგ., ისეთი, რომელიც მოცემულია ნახ.2-ზე. ამ ნაკვთის საზღვარი არაა ტეხილი. იგი მრუდე ხაზია.



ნახ. 1



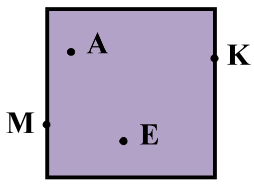
ნახ. 2

მაგრამ ორივე ნაკვთის საზღვარს აქვს ერთი საერთო თვისება: ორივე – შეკრული ხაზია.

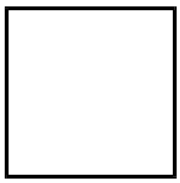
ორივე შეკრული ხაზი სიბრტყეს ყოფს ორ არედ: შიგა არედ და გარე არედ. ნახ.2-ზე მოცემული ნაკვთი შედგება ორი ნაწილისაგან: ერთია მისი **შიგა არე**, მეორეა მისი **საზღვარი**. ასევე შიგა არესა და საზღვრისაგან შედგება ნახ.1-ზე მოცემული კვადრატიც.

ნახ.3-ზე აღნიშნულია ამ კვადრატის ორი შიგა წერტილი A და E და მისი საზღვრის ორი წერტილი M და K.

განვიხილოთ ახლა ნახ.4-ზე მოცემული ნაკვთი. იგიც შემოსაზღვრავს შიგა არეს, მაგრამ ეს შიგა არე მას არ ეკუთვნის.



ნახ. 3

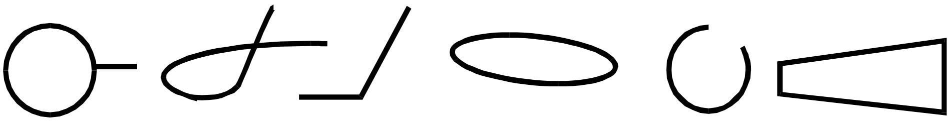


ნახ. 4

ამიტომ ეს ნაკვთი – ოთხი მონაკვეთისაგან შემდგარი შეკრული ტეხილია, და არა კვადრატი!

მაშასადამე, ზოგიერთი ნაკვთი შიგნიდან თითქოს ცარიელივითაა. მას არ ეკუთვნის შიგა არე. ასეთებია,

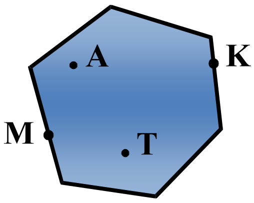
მაგ., ტეხილები, მრუდები და სხვა ხაზები (ნახ.5). მათ შორის ზოგი შეკრული ხაზია, ზოგი – გახსნილი. მაგრამ შიგა არე არცერთს არ ეკუთვნის!



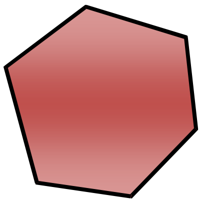
ნახ. 5

ნახ.6-ზე მოცემულია მრავალკუთხედი. მონიშნულია მისი შიგა არეს ორი წერტილი A და T, და მისი საზღვრის ორი წერტილი M და K.

მრავალკუთხედის ყველა შიგა წერტილი რომ შავად მოგვენიშნა, მივიღებდით მთლიანად გაშავებულ შიგა არეს (ნახ.7).



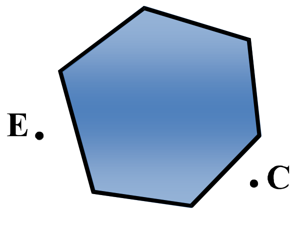
ნახ. 6



ნახ. 7

მაშასადამე, მრავალკუთხედი არის მისი შიგა წერტილებისა და მისი საზღვრის წერტილების ერთობლიობა.

სიბრტყეზე, რომელზეც მდებარეობს ეს მრავალკუთხედი, უთვალავი ისეთი წერტილიცაა, რომლებიც მრავალკუთხედის არც შიგა წერტილებია და არც საზღვრისა. ისინი მრავალკუთხედისათვის **გარე** არეს წერტილებია. ნახ.8-ზე მონიშნულია, მაგ., ორი ასეთი წერტილი E და C.

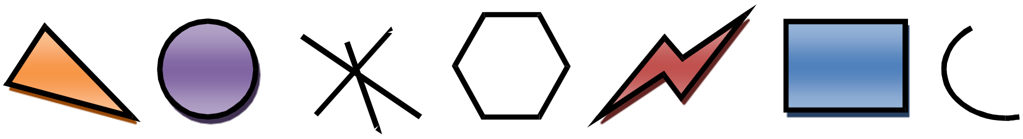


ნახ. 8

ამგვარად, გარე არეც და შიგა არეც წერტილების ერთობლიობაა.

ნაკვთის შიგა არე არის შიგა წერტილების ერთობლიობა.

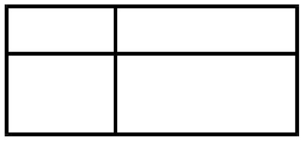
ასევეა არა მხოლოდ მრავალკუთხედი, არამედ ყველა სხვა ნაკვთიც. ყველა ნაკვთი წერტილების ერთობლიობაა. მათ შორის ყოველი ხაზიც წერტილების ერთობლიობაა.



ნახ. 9

წერტილებისგან შედგება არა მარტო ნაკვთები, არამედ მთელი სიბრტყეც.

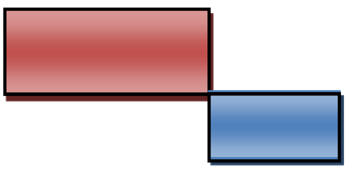
ვთქვათ, ახლა მოცემულია სიბრტყეზე ერთმანეთის გადამკვეთი ხაზები (ნახ. 10):



ნახ. 10

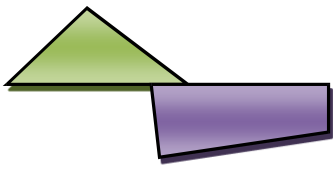
ეს ხაზები სიბრტყეს არეებად ყოფს. წარმოვიდგინოთ, რომ მთელი სიბრტყე დაჭრილია, დასერილია ამ ხაზებზე. რამდენ ნაჭერს მივიღებთ? ხუთს: ერთი, ყველაზე დიდია – გარე არე, დანარჩენი ოთხი კი – შიგა არე. არ უნდა შეგვეშალოს: ეს ხაზები ქმნის მხოლოდ 4 შიგა არეს, მართკუთხედთა საზღვრებს კი – უფრო მეტს. ამ ნახაზზე 9 ცალი მართ-კუთხედის დანახვაა შესაძლებელი, შიგა არესი კი – მხოლოდ 4-ისა (თუ რატომაა ეს ასე – იხ. ქვემორე).

ორი მრავალკუთხედი არაა მოსაზღვრე, თუკი მათ მხოლოდ წვერო აქვს საერთო. მათი გაერთიანებით მრავალკუთხედი არ მიიღება! მოსაზღვრე მრავალკუთხედებს ერთი მოკლე მონაკვეთი მაინც უნდა ჰქონდეს საერთო. მაშინ კი ისინი ერთმანეთს ესაზღვრება და მათი გაერთიანებით ახალი მრავალკუთხედი მიიღება:

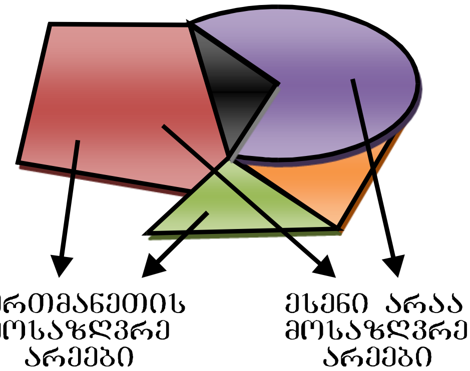


ნახ. 11

ეს ორი მართკუთხედი არ ესაზღვრება ერთმანეთს



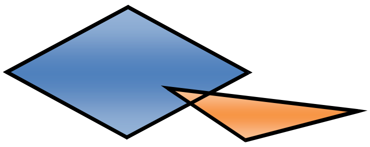
ეს სამკუთხედი და ოთხკუთხედი მოსაზღვრეებია. მათი გაერთია-ნებით მიიღება შვიდკუთხედი



ასევე, ორი არე მაშინ ესაზღვრება ერთმანეთს, თუკი მათ საზღვრებს აქვს საერთო ხაზი, თუნდაც პატარა. თუკი საზღვრებს საერთო აქვს მხოლოდ წერტილები, მაშინ ასეთი არეები ერთმანეთს არ ესაზღვრება.

მაშასადამე, ერთმანეთის მოსაზღვრედ არ მივიჩნევთ ნაკვთებსა თუ არეებს, თუკი:

1) მათ საერთო აქვთ მხოლოდ ცალკეული წერტილები; ანდა:
2) საერთო აქვთ არე, რომელიც შეიძლება მოიცავდეს ერთ მაინც, თუნდაც უმცირეს წრეს. მაგ.:



რომბი არ
ესაზღვრება
სამკუთხედს

მოსაზღვრე არეების გაერთიანებით, მოსაზღვრე მრავალკუთხედებისგან განსხვავებით, ახალი არე არ მიიღება. ეს იმიტომ, რომ არეს თავისი საზღვარი არ ეკუთვნის, ამიტომ მოსაზღვრე არეთა შორის მოქცეული საზღვარი გაერთიანებაში არ მოექცევა. ამიტომ გაერთიანება გაწყვეტილი იქნება, არე კი გაწყვეტილი არ უნდა იყოს.

ცხადია, რომ დახაზული ნაკვთი სინამდვილეში შედგება არა წერტილებისაგან, არამედ იმისგან, რითაც დახაზულია (მაგ., დაფაზე ცარცით დახაზული წრე შედგება ცარცის ძალიან თხელი ფენისაგან). მაგრამ გეომეტრიაში განიხილება არა ნაკვთების ნახაზები, არამედ თვითონ ნაკვთები, რომლებიც **გეომეტრიული წერტილებისაგან** შედგება. **გეომეტრიული ნაკვთი** არსებობს არა ყოფაცხოვრებაში, არამედ ადამიანთა გონებაში.

ახლა წარმოვიდგინოთ რაიმე სხეული, მაგ., ხის კუბიკი. იგი შედგება ხისგან, და არა წერტილებისგან. ასევე, ყოველგვარი ნივთიერი სხეულიც ნივთიერებისაგან შედგება, და არა წერტილებისაგან. მაგრამ გეომეტრიაში განიხილება არა ნივთიერი სხეულები, არამედ **გეომეტრიული სხეულები**. გეომეტრიული სხეული კი წერტილებისაგან შედგება, წერტილების ერთობლიობაა. ასევე, მთელი სივრცეც წერტილების ერთობლიობაა.

კუბი და ბირთვი – გეომეტრიული სხეულებია. კუბიკი და ბურთი კი – ნივთიერი სხეულებია. კუბი და ბირთვი ადამიანთა გონებაში არსებობს, კუბიკი და ბურთი კი – ყოფაცხოვრებაში. ყველა კუბს თორმეტივე წიბო ზუსტად ტოლი აქვს. ხოლო თუკი ძალიან ზუსტად გავზომავთ კუბიკის წიბოებს, აღმოჩნდება, რომ ისინი არაა ზუსტად ერთმანეთის ტოლი!

რკინის ბურთულა შედგება რკინისაგან. ბირთვი კი შედგება მხოლოდ წერტილებისაგან.

ამგვარად, **ყოველი გეომეტრიული სხეული – სივრცის გარკვეულ წერტილთა სიმრავლეა; ნაკვთი – სიბრტყის გარკვეულ წერტილთა სიმრავლეა.**

გეომეტრიაში ყველა ნაკვთიცა და ყველა სხეულიც, სიბრტყეცა და სივრცეც – წერტილებისაგან შედგება. თვით წერტილიც წერტილთა სიმრავლეა, ოღონდ ერთწევრიანი სიმრავლე!

სიმრავლეთა თეორია მათემატიკის ყველა დარგის საფუძველია; ყველა მათემატიკური ცნება საბოლოოდ რაიმე სახის სიმრავლეზე დაიყვანება (თვით სიმრავლის ცნება კი პირველადია, აქსიომურია და ვერ განისაზღვრება). ცნება მხოლოდ მაშინაა მათემატიკურად ზუსტად და მეცნიერულად განსაზღვრული, თუკი იგი ზუსტად და მკაფიოდ განისაზღვრება, ვითარც რაიმე სახის სიმრავლე.

ამიტომაა საჭირო გეომეტრიის დაფუძნება ტოპოლოგიაზე (ხოლო არითმეტიკის დაფუძნებას შემდგომში ვისწავლით).

ტოპოლოგიის თვალსაზრისით ყოველთვის ერთმანეთისაგან უნდა იყოს გარჩეული არეს შემცველი ნაკვთი და ამ ნაკვთის საზღვარი. განვიხილოთ, მაგ., wre. იგი მოიცავს შიგა არესაც და საზღვარსაც. წრის საზღვარია **წრეხაზი** (ანუ **წრეწირი**). ასევე, კვადრატიც მოიცავს შიგა არესაც და საზღვარსაც. კვადრატის საზღვარი შედგება ოთხი ტოლი გვერდისაგან. ასევეა კუბიც. კუბი მთლიანია, შიგნიდან „ავსეა“, მისი საზღვარი კი ექვსი ტოლი წახნაგისაგან შედგება.

და ასევეა სივრცეშიც: ბირთვის საზღვარი არის სფერო. ესე იგი სფერო შიგნიდან ცარიელია, ბირთვი – არა.

საზოგადოდ, ნაკვთის საზღვარი – შეკრული ხაზია. კერძოდ, მრავალკუთხედის **საზღვარი** – შეკრული ტეხილია; დანარჩენი ნაკვთების საზღვარი – შეკრული მრუდია. ყველა შემთხვევაში საზღვარი, ხაზი – "შიგნიდან" ცარიელივითაა. ხოლო მის მიერ შემოსაზღვრული ნაკვთი – შიგნიდან სავსეა, მოიცავს შიგა არესაც. ამიტომ წრეების, რგოლებისა თუ მრავალკუთხედების ნახაზები მოსწავლემ ყოველთვის უნდა გააფერადოს. ხოლო ხაზის შიგნიდან გაფერადება არაა საჭირო.

რგოლი იმითაა გამორჩეული, რომ მისი შიგა არე ნახვრეტიანია, ხოლო საზღვარი ორი ხაზისაგან შედგება: დიდი და მცირე წრეხაზისაგან (იხ. იგივე სქემა).

ამ საკითხების გააზრებისა და, კერძოდ, ნახაზების გაფერადების გარეშე ჩვენ ერთმანეთისაგან ვერ გავარჩევდით, მაგ., სამ სხვადასხვა ნაკვთს: წრეს, რგოლსა და წრეხაზს.

საზოგადოდ, ყოველთვის უნდა იყოს ზუსტად გარკვეული, თუ რომელ წერტილებს, რომელ არეს მოიცავს ესა თუ ის ნაკვთი. მხოლოდ გარე მოხაზულობა არაა საკმარისი ნაკვთის განსასაზღვრავად!

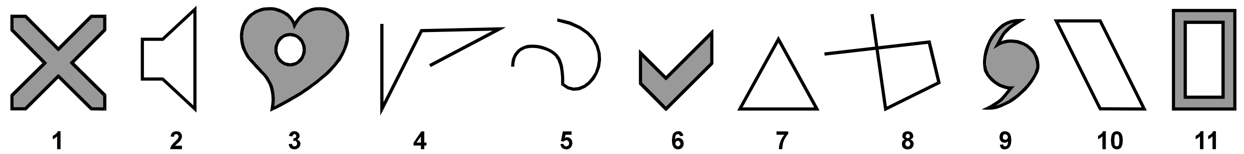
ეს ყოველივე განსაკუთრებით საყურადღებოა იმიტომ, რომ თითქმის ყველა სახელმძღვანელოში ეს საკითხები აღრეულია. გაუგებარია, რას უწოდებენ, მაგ., სამკუთხედს: სამი მონაკვეთისაგან შემდგარ შეკრულ ტეხილს? მაშინ როგორ გავარჩიოთ ტეხილისაგან? ანდა მაშინ სამკუთხედის ფართობი ხომ ნულის ტოლი იქნება!

ხშირად ჩვენ მოკლედ ვამბობთ, რომ ნახაზზე მოცემულია რაიმე სხეული ან ნაკვთი. სინამდვილეში მოცემულია სხეულის ან ნაკვთის ნახაზი და არა თვით სხეული ან ნაკვთი. ისევე როგორც ფურცელზე შეიძლება მოცემული იყოს მანქანის ნახაზი და არა თვით მანქანა.

1. ამოწერეთ ცალ-ცალკე იმ ნაკვთების ნომერთა ერთობლიობა, რომლებსაც:

I. რომელიმე შიგა არე ეკუთვნის;

II. არცერთი შიგა არე არ ეკუთვნის.



2. დააკვირდით ისევ წინა ამოცანის ნახაზს. თქვენთვის ამოწერეთ ხაზების ნომერთა ერთობლიობა. წინა ამოცანის ამოსაწერ რომელ ერთობლიობას დაემთხვა ეს ერთობლიობა? ახსენით, რატომ:

ა) I-ს, რადგან ზოგი ნაკვთის საზღვარი ტეხილია;

ბ) I-ს, რადგან ხაზებს შიგა არე არ ეკუთვნის;

გ) II-ს, რადგან ხაზებს არცერთი შიგა არე არ ეკუთვნის;

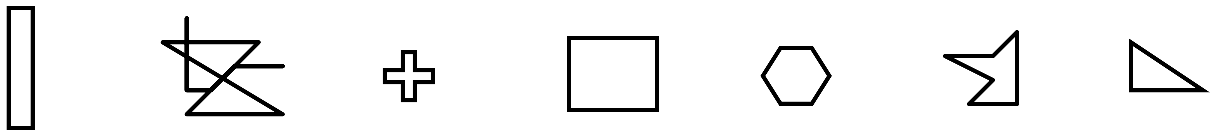
დ) II-ს, რადგან ზოგი ხაზი გახსნილია და, ცხადია, შიგა არე ვერ ექნება;

ე) II-ს, რადგან დანარჩენები მრავალკუთხედებია;

ვ) I-ს, რადგან ხაზები სხვადასხვა სიგრძისაა.

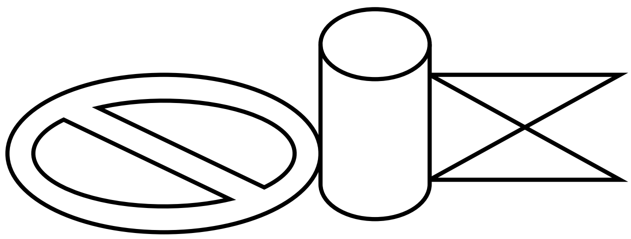
3. თემის №**1** პუნქტში მოძებნეთ ნახაზი, რომელზეც ნაჩვენებია ხაზების კლასიფიკაცია. დააკვირდით ამ ნახაზზე ხაზებს, რომლებიც არც შეკრულია და არც გახსნილი. მოცემული პასუხებიდან აარჩიეთ მართებული ახსნა იმისა, თუ რატომ არაა არც შეკრული და არც გახსნილი თვითეული მათგანი:

4. შემდეგთაგან რომელი ტეხილია დანარჩენთაგან გამორჩეული? რით?



ა) ბ) გ) დ) ე) ვ) ზ)

5. გაარკვიეთ, სულ რამდენი შიგა არე აქვს ამ ხაზებს (ყველას ერთად):



ა) 6; ბ) 7; გ) 9; დ) 4; ე) 8; ვ) 10; ზ) 13.

6. განიხილეთ ხაზები, რომლებიც მიიღება ქართული ანბანის 33 ასოს დაწერით **<u>ამ სტილით</u>**:

ა ბ გ დ ე ვ ზ თ ი კ ლ მ ნ ო პ ჟ რ ს ტ უ ფ ქ ღ ყ შ ჩ ც წ ძ ჭ ხ ჯ ჰ

გაარკვიეთ, რამდენია მათგან ხაზი:

I. თავისთავის გადამკვეთი შეკრული;

II. მარტივი გახსნილი.

7. დააკვირდით ნაკვთებსა და ხაზებს და დააჯგუფეთ ისინი ნომრების მიხედვით:

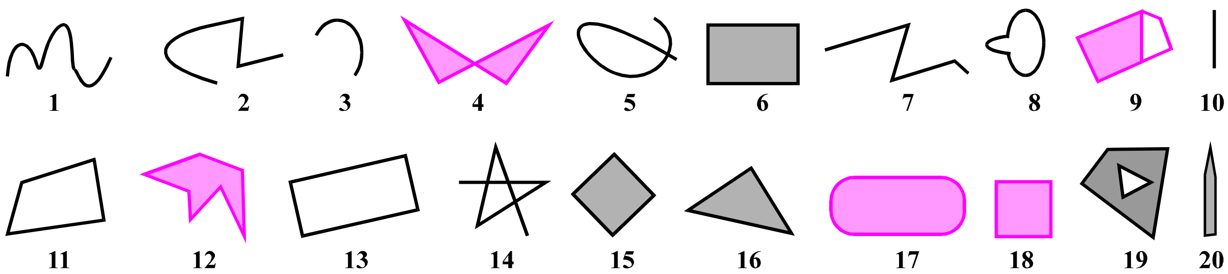
I. შეკრული ტეხილები;

II. გახსნილი ტეხილები;

III. მრუდები;

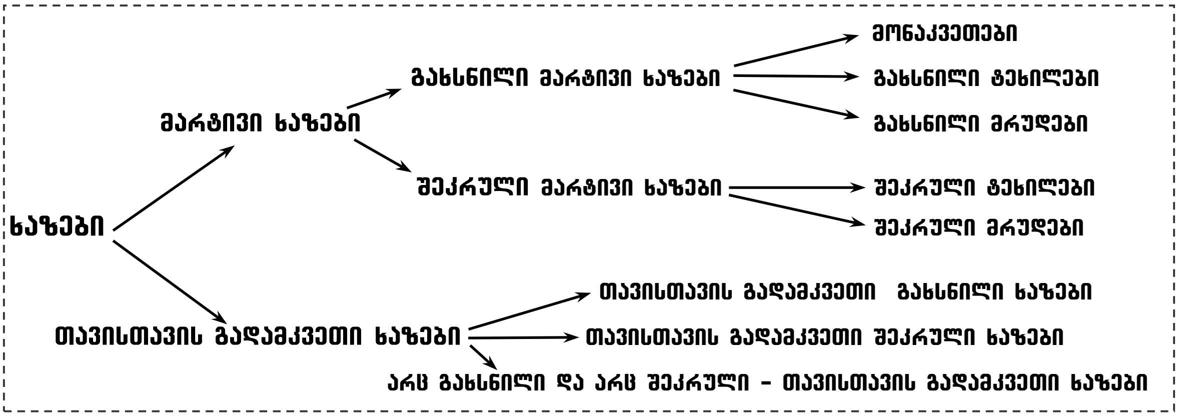
IV. მრავალკუთხედები;

V. სხვები.

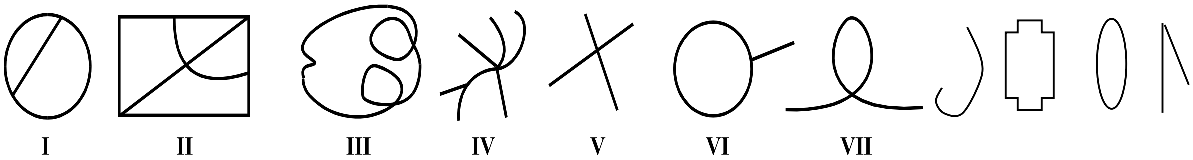


ამოცანები ჯგუფური მუშაობისთვის:

1. ხაზების დაჯგუფების სქემა



გაარკვიეთ, შემდეგი ხაზებიდან რომელი რომელ სახეობას განეკუთვნება სქემის ყველაზე მარჯვენა სვეტში ჩამოწერილ დასახელებათაგან:



2. დააკვირდით ისევ ხაზების დაჯგუფების სქემას წინა ამოცანაში. მოიფიქრეთ, მართებულია თუ არა და რატომ:

თუკი ხაზი არ არის მარტივი ხაზი, ის თავისთავის გადამკვეთი ხაზია და ერთ შიგა არეს მაინც შემოსაზღვრავს.

3. გაარკვიეთ, შემდეგი წინადადებებიდან რომლებია მცდარი:

I. ყოველ მრავალკუთხედს იმდენი წვერო აქვს, რამდენიც – გვერდი;

II. ყოველ შეკრულ ტეხილს იმდენი წვერო აქვს, რამდენიც – გვერდი;

III. ყოველ გახსნილ ტეხილს იმდენი წვერო აქვს, რამდენიც – გვერდი;

IV. ყოველი გახსნილი ტეხილის გვერდების რაოდენობა 1-ით ნაკლებია წვეროთა რაოდენობაზე.

4. ჯადოსნური კუნძული ოთხი ნაწილისაგან შედგება. ესენია: წითელი, ყვითელი და ლურჯი სახელმწიფოები და მწვანე ტყე. წითელი და ლურჯი სახელმწიფოებიდან თვითეული ესაზღვრება დანარჩენ სამივე ნაწილს; ყვითელი სახელმწიფო არ ესაზღვრება მწვანე ტყეს; ზღვა მხოლოდ ყვითელ სახელმწიფოს ესაზღვრება.
გაიხსენეთ, რა არის კუნძული და დახაზეთ, თუ როგორ შეიძლება იყოს განლაგებული ჯადოსნური კუნძულის ოთხი ნაწილი. რამდენი შიგა არე აქვს თქვენ მიერ დახაზულ კუნძულს?

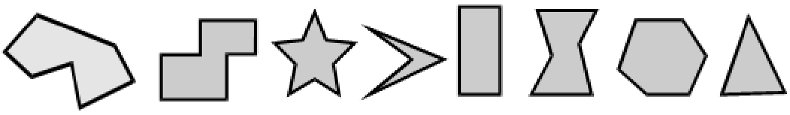
ა) 2; ბ) 1; გ) 4; დ) 6; ე) 3; ვ) 8; ზ) 5.

6.3. მრავალკუთხედი, მრავალკუთხედის პერიმეტრი

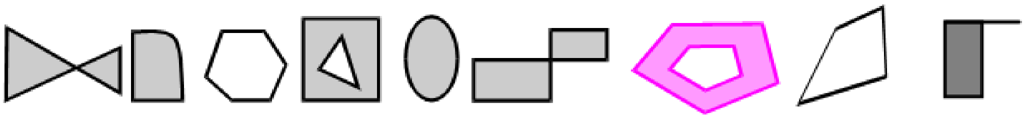
მრავალკუთხედი ეწოდება ისეთ ნაკვთს, რომელიც შემოსაზღვრულია ერთი მარტივი შეკრული ტეხილი ხაზით.

მრავალკუთხედი შედგება ერთი შიგა არესაგან და საზღვრისაგან. მრავალკუთხედის საზღვარი – მარტივი შეკრული ტეხილია:

ნახ .9



მრავალკუთხედები



არაა მრავალკუთხედები

მრავალკუთხედის საზღვრის შემადგენელ ყოველ მონაკვეთს **ამ მრავალკუთხედის გვერდი** ეწოდება. ორი მეზობელი გვერდის საერთო წერტილს კი – ამ **მრავალკუთხედის წვერო.**

ყოველი მრავალკუთხედის გვერდებისა და წვეროების რაოდენობა ტოლია. მრავალკუთხედს ყოველთვის იმდენივე გვერდი აქვს, რამდენიც – წვერო.

მრავალკუთხედები ჯგუფდება გვერდების (ან წვეროების – სულერთია!) რაოდენობის მიხედვით: სამკუთხედები, ოთხკუთხედები, ხუთკუთხედები და ასე შემდეგ.

მრავალკუთხედის **პერიმეტრი** ეწოდება ამ მრავალკუთხედის ყველა გვერდის სიგრძეთა ჯამს.

ცხადია, მრავალკუთხედის პერიმეტრი ამ მრავალკუთხედის შემომსაზღვრავი

ტეხილის სიგრძის ტოლია.

მაგ., დახაზული კვადრატის პერიმეტრი ტოლია:

2 სმ + 2 სმ + 2 სმ + 2 სმ = 8 სმ.

1. მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი შესაძლებლობაა გამორიცხული:

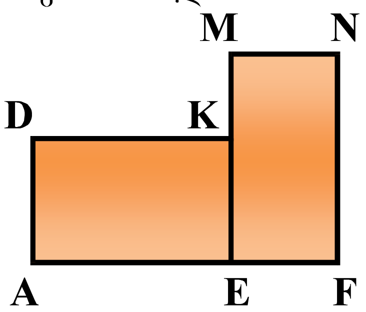
სამკუთხედს მიადგეს ოთხკუთხედი ისე, რომ მიიღეს:

I. ოთხკუთხედი; II. ხუთკუთხედი; III. ექვსკუთხედი;
IV. შვიდკუთხედი; V. რვაკუთხედი; VI. სამკუთხედი.

ა) არცერთი; ბ) მხოლოდ V; გ) V, VI; დ) მხოლოდ I;

ე) IV, V, VI; ვ) IV, V; ზ) I, II, VI.

2. მოიფიქრეთ, რამდენია ისეთი მონაკვეთი, რომლის ერთერთი ბოლოა:



I. K წერტილი; II. E წერტილი.

არ გამოგრჩეთ ჩამალული მონაკვეთი!

ა) 2, 3; ბ) 1, 2; გ) 3, 4; დ) 4, 2;
ე) 3, 3; ვ) 5, 5; ზ) 4, 3.

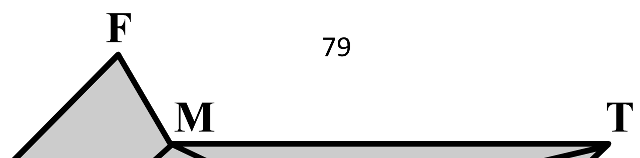
3. დააკვირდით ისევ წინა ამოცანის ნახაზს.

I. მოიფიქრეთ, რამდენი მეტრის ტოლი იქნება მიღებული ექვსკუთხედის პერიმეტრი, თუკი FN მონაკვეთის სიგრძეა 7 მეტრი, ხოლო AF-ისა – 9 მეტრი.

II. გაარკვიეთ, მართებულია თუ არა შემდეგი წინადადება:

თუკი პირველი მრავალკუთხედი მიღებულია მეორე და მესამე მრავალკუთხედების ერთმანეთზე მიდგმით, მაშინ პირველის პერიმეტრი ტოლია მეორე და მესამე მრავალკუთხედების პერიმეტრების ჯამისა.

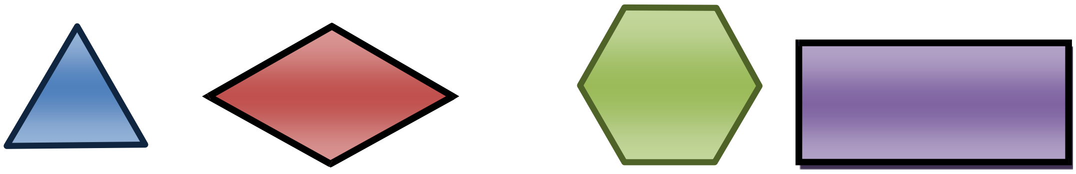
4. გაარკვიეთ, ამ ნახაზზე რამდენის დანახვაა შესაძლებელი:



I. ოთხკუთხედის; II. სამკუთხედისა:

ა) 2, 6; ბ) 4, 6; გ) 2, 8; დ) 3, 8; ე) 6, 5; ვ) 3, 9; ზ) 4, 1.

5. მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი **ვერ** იქნება ამ რომელიმე მრავალკუთხედის პერიმეტრის გამოსათვლელი რიცხვითი გამოსახულება:



ა) 2 · 20 სმ + 20 სმ; ბ) 38 მ · 3; გ) 2 სმ 8 მმ · 4;

დ) 2 · 18 კმ · 3; ე) 4 · 2 სმ+3 სმ; ვ) 2 · 3 მ + 2 · 5 მ.

თემის შემაჯამებელი ამოცანები

1. გაარკვიეთ, როგორი სახის ხაზებისთვისაა მართებული და როგორებისთვის – მცდარი წინადადება. მოიყვანეთ მაგალითები

I. ყოველ ორ წერტილზე შეიძლება გაივლოს ხაზი და ამასთან ერთადერთი;

II. ორი სხვადასხვა ხაზი მხოლოდ ერთადერთ წერტილში შეიძლება გადაკვეთდეს ერთმანეთს;

III. თუკი ორ ხაზს აქვს ორი ან მეტი საერთო წერტილი, მაშინ ეს ხაზები ერთმანეთს ემთხვევა;

IV. ყოველი ორი წერტილისთვის არსებობს ერთადერთი ხაზი, რომლის ბოლოებიც ამ წერტილებშია.

კითხვა –პასუხის შემდეგ მწვრთნელი სვამს შემდეგ ამოცანას:

2. გაარკვიეთ, შემდეგი წინადადებებიდან რომელია მცდარი:

I. ყოველი წრფე შეიცავს რაიმე სხივს და ყოველი სხივი შეიცავს რაიმე მონაკვეთს;

II. ყოველი წრფე შეიცავს ყოველ სხივს და ყოველი სხივი შეიცავს ყოველ მონაკვეთს.

III. ყოველი სწორი ხაზი შეიცავს რაიმე მონაკვეთს;

IV. ყოველი სწორი ხაზი შეიცავს რაიმე სწორ ხაზს;

V. ყოველი სწორი ხაზი შეიცავს რაიმე სხივს.

3. მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან ყველაზე მეტად რომელი გამოდგება წრფის განმარტებად და რატომ:

ა) სწორი ხაზი;

ბ) სწორი ხაზი, რომელსაც (მონაკვეთისგან განსხვავებით) არცერთი ბოლო არა აქვს გამსხვილებული;

გ) მონაკვეთი, რომელსაც არცერთი ბოლო არა აქვს ჩაკეტილი;

დ) სწორი ხაზი, ორივე მხრიდან შემოუსაზღვრელი;

ე) მონაკვეთი, რომელიც გრძელდება და გრძელდება;

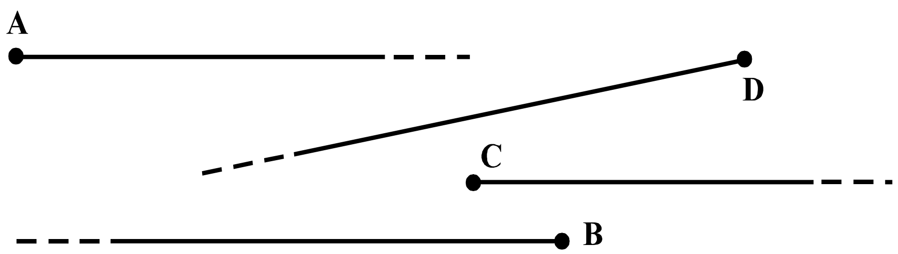
ვ) ორი წერტილის შემაერთებელი სწორი ხაზი.

6.4. ᲡᲮᲘᲕᲘ ᲓᲐ ᲬᲠᲤᲔ

წარმოვიდგინოთ რიცხვთა სხივი. მისი სათავე რიცხვი 0-ის შესაბამისი წერტილია, ხოლო მეორე სათავე რიცხვთა სხივს არ შეიძლება ჰქონდეს. ეს იმიტომ, რომ რიცხვთა სხივზე ყოველი წერტილი რომელიღაც რიცხვს შეესაბამება – რაც უფრო მარჯვნივაა წერტილი, მით უფრო დიდ რიცხვს შეესაბამება იგი; მარჯვენა ბოლო წერტილი რომ არსებობდეს, ის ყველა რიცხვზე უფრო დიდი რიცხვის შესაბამისი იქნებოდა – მაგრამ ასეთი რიცხვი, როგორც ვიცით, არ არსებობს!

მაშასადამე, რიცხვთა სხივს ერთი სათავე აქვს, ხოლო მეორე მხრიდან ის დაუბოლოე-ბელია, რადგანაც უსასრულოდ გრძელდება და გრძელდება. სწორ ხაზს, რომელსაც ერთი ბოლო ანუ სათავე აქვს, ხოლო მეორე მხარეს უსასრულოდ გრძელდება – **სხივი** ჰქვია.

სხივის შესახებ ვამბობთ, რომ მეორე მხრიდან იგი **უსასრულოდ** გრძელდება. ეს იმას ნიშნავს, რომ თუკი სხივზე ერთმანეთის გაგრძელებით მონიშნულია, მაგ., 1 სმ სიგრძის მონაკვეთები, მაშინ ამ მონაკვეთების რაოდენობა უსასრულოა.



სხივის მთლიანად დახაზვა შეუძლებელია.

ამიტომ სხივებს ხაზავენ ასე: აქ დახაზულია ოთხი სხივი, მათი სათავეებია წერტილები A, B, C და D. სხივების მეორე მხარეს დახაზული მოკლე წყვეტილი ხაზი სწორედ იმას აღნიშნავს, რომ ამ მხარეს სხივი უსასრულოდ გრძელდება. ესე იგი, ჩვენ ვხაზავთ სხივის მხოლოდ ნაწილს, ხოლო დანარჩენი გონებით უნდა წარმოვიდგინოთ.

წარმოვიდგინოთ, რომ ერთი სხივის სათავე შევუთავსეთ სხვა სხივის სათავეს ისე, რომ სხივი სხივს გაჰყვეს. ცხადია, სხივები ერთმანეთს შეუთავსდება. ამიტომ ყველა სხივი ერთმანეთის ტოლია.

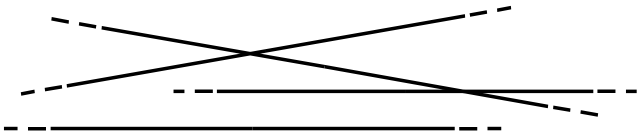
როგორც უკვე ვისწავლეთ, სწორ ხაზს, რომელსაც ერთი ბოლო ანუ სათავე აქვს, ხოლო მეორე მხარეს უსასრულოდ გრძელდება – **სხივი** ჰქვია. ახლა წარმოვიდგინოთ

სწორი ხაზი, რომელიც ორივე მხარეს გრძელდება უსასრულოდ (ნახ. 1).

ასეთ ხაზს **წრფე** ჰქვია.

ნახ. 1

წრფის მთლიანად დახაზვა შეუძლებელია. ამიტომ იხაზება მხოლოდ მისი ნაწილი, ხოლო დანარჩენი გონებით უნდა წარმოვიდგინოთ.



წრფეები

KM მონაკვეთზე გავლებული წრფე

ამრიგად, სწორი ხაზი შეიძლება იყოს: ან მონაკვეთი, ან სხივი, ან წრფე. ამ ცნებებს შორის სწორი ხაზი – ყველაზე ზოგადია. მონაკვეთი, სხივი და წრფე – მისი კერძო სახეებია, სამივე სხვადასხვა.

წრფელი – ძველი ქართულით ნიშნავს „სწორი“. სწორედ ამ სიტყვისგან შექმნა სახელწოდება **წრფე** ქართველმა მათემატიკოსმა გიორგი ნიკოლაძემ (1888-1931).

ისევე როგორც ყველა სხივი, ყველა წრფეც ერთმანეთის ტოლია.

როგორც ვიცით, გეომეტრიული ხაზი არის არა ნახაზი, არამედ ნაკვთი. ნაკვთი – გეომეტრიულ წერტილთა ერთობლიობაა სიბრტყეზე. ხაზის ნახაზი კი შედგება ნივთიერ წერტილთაგან, და არა გეომეტრიულ წერტილთაგან. ამიტომ ხაზის ნახაზს აქვს სისქე, ძალიან მცირე, მაგრამ მაინც სისქე: შეიძლება იყოს 50-200 მიკრონი. ასევე, ფურცელზე დასმულ წერტილსაც აქვს არანულოვანი დიამეტრი. გეომეტრიულ წერტილს კი არა აქვს დიამეტრი, რადგანაც მისი სისქე ყველა მიმართულებით 0-ის ტოლია. ასევე, გეომეტრიული ხაზის სისქეც 0-ის ტოლია.

წრფე, სხივი და მონაკვეთი – გეომეტრიული ნაკვთებია. ისინი სამივე – **სწორი ხაზებია**. სწორი ხაზი ან მონაკვეთია, ან სხივი, ან წრფე. მათი სისქე 0-ის ტოლია. თანაც, სხივი და წრფე – უსასრულო ნაკვთებია. ჩვენ ვხაზავთ მათი მხოლოდ პატარა სასრული ნაწილის ნახაზს.

წარმოვიდგინოთ მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 1000000 კმ. მისი დახაზვა შეუძლებე-ლია. ჩვენ შეგვიძლია დავხაზოთ მისი პროპორციულად შემცირებული ნახაზი, მაგ., 1 :10^{10} მასშტაბით:

სხივი ან წრფე კი, როგორც უნდა შევამციროთ, მაინც უსასრულო დარჩება და ვერ დაიხაზება.

წრფე ორივე მხრივ უსასრულოა. ამიტომ სადაც კი უნდა დავსვათ მასზე წერტილი, ეს წერტილი წრფეს ორ სხივად გაყოფს. როგორც ვიცით, ყველა სხივი ერთმანეთის ტოლია. ესე იგი, სხივი წრფის ნახევარია, ანუ ნახევარწრფეა.

ყოველი წრფეც მთელ სიბრტყეს ორ ტოლ ნაწილად ყოფს – სულ ერთია, წრფე სადაა გავლებული. თვითეულ ამ ნაწილს **ნახევარსიბრტყე** ეწოდება. წარმოვიდგინოთ, რომ ვითომ სიბრტყე „გადავკეცეთ" წრფეზე.მაშინ, ცხადია, ნახევარსიბრტყეები ერთმანეთს დაემთხვევა. ესე იგი, სიბრტყეც სიმეტრიული ნაკვთია.

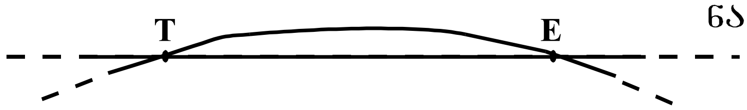
ᲝᲠ ᲬᲔᲠᲢᲘᲚᲖᲔ ᲒᲐᲛᲐᲕᲐᲚᲘ ᲬᲠᲤᲔ ᲓᲐ ᲛᲘᲡᲘ ᲐᲦᲜᲘᲨᲕᲜᲐ, ᲝᲠᲘ ᲬᲠᲤᲘᲡ ᲒᲐᲓᲐᲙᲕᲔᲗᲘᲡ ᲬᲔᲠᲢᲘᲚᲘ

ვთქვათ, სიბრტყეში მოცემულია რაიმე ორი სხვადასხვა წერტილი T და E . მათზე ყოველთვის შეიძლება მონაკვეთის გავლება, თანაც, მრავალისა.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ TE მონაკვეთი უსასრულოდ გაგრძელებულია ორივე მხარეს. მივიღებთ წრფეს, რომელიც T და E წერტილებზე გაივლის.

სიბრტყის ორ წერტილზე ყოველთვის შეიძლება წრფის გავლება. მონაკვეთებისა და სხივების გავლებაც შეიძლება, თანაც, უსასრულოდ ბევრისა. მაგრამ წრფე კი მხოლოდ ერთადერთი გაივლება! ანუ, ორ სხვადასხვა წერტილზე არ შეიძლება ორი, სამი ან მეტი სხვადასხვა წრფის გავლება. თუკი T და E წერტილებზე გავავლებთ წრფეს და

კიდევ სხვა ხაზსაც, მაშინ არცერთი ეს სხვა ხაზი არ იქნება წრფე (ნახ. 1).



ნახ. 1

ორ წერტილზე გამავალი სწორი ხაზის დახაზვა ადვილია სახაზავით (ნახ. 2): როგორც ვიცით, წრფეები,

სხვა სწორი ხაზები თუ საზოგადოდ, ნაკვთები, შეიძლება

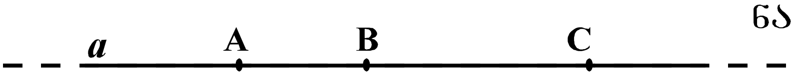
ნახ. 2

აღვნიშნოთ ასოებით: ***a, b, c, l, u*** და სხვა. მაგრამ ხშირად წრფის სხვაგვარი აღნიშვნაა უფრო მოსახერხებელი. ამისათვის გამოიყენება წრფის ნასწავლი თვისება. დახაზული წრფის აღნიშვნისათვის მასზე მონიშნავენ რაიმე ორ წერტილს (ნახ. 3) და ამბობენ ან ჩაწერენ: AB წრფე.

ეს იგივეა რაც, AB მონაკვეთზე გამავალი წრფე.

ნახ. 3

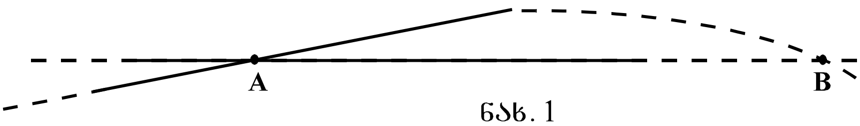
ნახ. 4-ზე კი a წრფე იგივეა, რაც AB წრფე; იგივეა, რაც BC წრფე; იგივეა, რაც AC წრფე. ესე იგი, , $a \equiv AB$, $a \equiv BC$, $a \equiv AC$. სულ ერთია, წრფეზე მონიშნული რომელი ორი წერტილით აღვნიშნავთ ამ წრფეს! ზოგადი დასკვნა **ასეთია**:



ნახ. 4

სიბრტყის ყოველ ორ სხვადასხვა წერტილზე შეიძლება მონაკვეთების, სხივების ან წრფის გავლება. თანაც, წრფის – მხოლოდ ერთადერთისა.

წარმოვიდგინოთ, რომ სიბრტყეში მოცემულია ორი სხვადასხვა წრფე. რამდენ წერტილში შეიძლება გადაკვეთონ მათ ერთმანეთი? ორმა წრფემ რომ ერთ წერტილში შეიძლება გადაკვეთოს ერთმანეთი, ეს ცხადია. შეიძლება თუ არა, რომ ორი სხვადასხვა წრფე ორ წერტილში გადაიკვეთებოდეს? წრფეები ხომ უსასრულოდ გრძელდება და იქნებ, თუკი ძალიან გავაგრძელებთ წრფეებს, მათ კიდევ რაიმე სხვა წერტილშიც გადაკვეთონ ერთმანეთი (ნახ.1)?



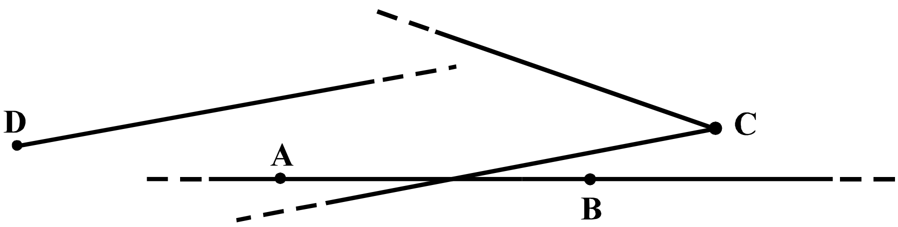
ნახ. 1

ეს არ შეიძლება. ეს რომ ასე მომხდარიყო, მაშინ მივიღებდით, რომ A და B წერტილებზე გადის პირველი წრფეც და მეორე წრფეც. ანუ, მივიღებდით, რომ ორ სხვადასხვა A და B წერტილზე გადის ორი სხვადასხვა წრფე! ეს კი, როგორც უკვე ვისწავლეთ, არ შეიძლება. მაშასადამე, ორი სხვადასხვა წრფე მხოლოდ ერთადერთ წერტილში შეიძლება გადაკვეთდეს ერთმანეთს. ამრიგად, მივიღეთ:

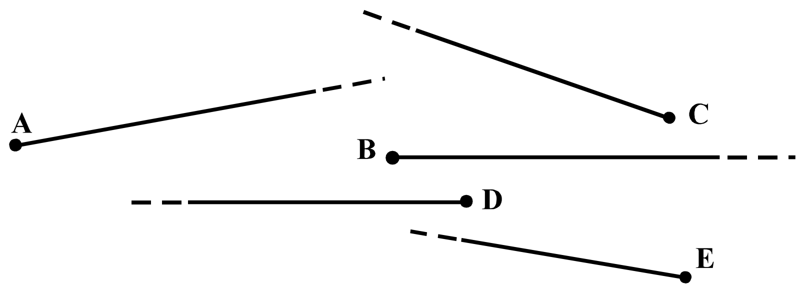
დასკვნა: სიბრტყეში ორი სხვადასხვა წრფე მხოლოდ ერთადერთ წერტილში შეიძლება გადაკვეთდეს ერთმანეთს.

1. დააკვირდით ნახაზს და დათვალეთ, რამდენი სხივის დანახვა შეიძლება მასზე

(არ გამოგრჩეთ ჩამალულები!):



2. მოიფიქრეთ, რომელი წერტილებია ისეთი, რომლებიდან გამომავალი სხივებიც არ გადაკვეთს C წერტილიდან გამომავალ სხივს (ცხადია, C წერტილის გარდა):



ა) B, D, E; ბ) D, E; გ) არცერთი;

დ) A, B; ე) A; ვ) B, D; ზ) E, D, A.

3. შემოსაზღვრულობა სივრცეში დაახლოებით ისევე განისაზღვრება, როგორც სიბრტყეზე: სხეულს ეწოდება **შემოსაზღვრული**, თუკი შესაძლებელია მისი მოთავსება რაიმე ბირთვში. მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი სხეულია **შემოუსაზღვრელი:**

I. ბირთვი; II. სფერო; III. კუბი; IV. ცილინდრი.

4. მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი შესაძლებლობაა გამორიცხული:

I. გვაქვს ისეთი ორი სხივი, რომ თვითეულის სათავე მეორე სხივზე მდებარეობს და სხივებს საერთო მონაკვეთი აქვს;

II. გვაქვს ერთმანეთზე სათავეებით მიბჯენილი, ანუ საერთო სათავის მქონე ორი სხივი, და მათ საერთო სათავეზე გავლებულია მონაკვეთი, რომლის ერთი ბოლო ერთ სხივზე მდებარეობს და მეორე ბოლო – მეორე სხივზე;

III. კვადრატის ოთხივე წვეროდან გამოდის თითო-თითო სხივი ისე, რომ არცერთი მათგანი არ გადაკვეთს სხვას;

IV. ორი სხივი ისეა სიბრტყეზე განლაგებული, რომ შესაძლებელია მათი ერთ წრფეზე მოთავსება;

V. ორი სხვადასხვა წრფე ისეა სიბრტყეზე განლაგებული, რომ შესაძლებელია მათი მესამე წრფეზე მოთავსება;

ა) III, IV, V; ბ) V; გ) I, II; დ) I, III; ე) IV; ვ) IV, V.

5. ვთქვათ, A წერტილი ძევს სხივზე სათავით C წერტილში და C წერტილიდან 8 სმ-

ითაა დაშორებული. მოიფიქრეთ, სხივზე რამდენი ისეთი მონაკვეთის მონიშვნა შეიძლება, რომლის ერთერთი ბოლოა A წერტილი და რომლის სიგრძეა:

I. 12 სმ;

II. 5 სმ;

III. 1200 კმ.

6. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია შემოუსაზღვრელი:

I. გახსნილი ტეხილი;

II. გახსნილი მრუდი;

III. სამკუთხედი;

IV. მილიარდკუთხედი;

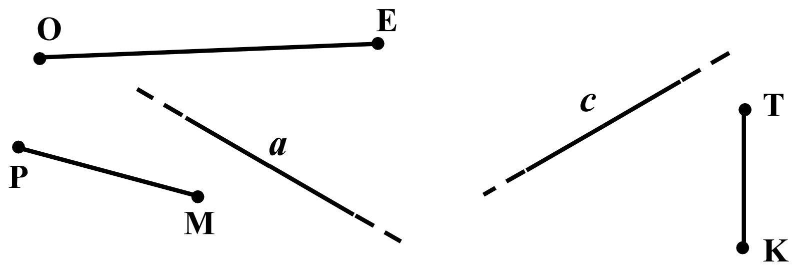
V. წრიული რგოლი;

VI. სხივი;

VII. წრფე;

VIII. მონაკვეთისა და სხივის გაერთიანებით მიღებული სხივი.

7. დააკვირდით ნახაზს და გაარკვიეთ, რომლებია მცდარი:



I. *a* წრფე და MP მონაკვეთი არ გადაიკვეთება;

II. *a* წრფე და OE მონაკვეთი გადაიკვეთება;

III. *a* წრფე და *c* წრფე არ გადაიკვეთება;

IV. *c* წრფე და TK მონაკვეთი გადაიკვეთება.

8. გაარკვიეთ, რომელი წინადადებაა მცდარი:

I. თუკი ხაზი შემოუსაზღვრელია, მაშინ ის არის სხივი ან წრფე;

II. თუკი სწორი ხაზი შემოუსაზღვრელია, მაშინ ის არის სხივი ან წრფე;

III. ყოველი ორი წრფე ტოლია.

IV. ყოველი ორი სწორი ხაზი ტოლია;

V. ყოველი შეკრული ტეხილი შემოსაზღვრული ხაზია;

VI. შემოუსაზღვრელ ნაკვთს არ შეიძლება მოიცავდეს წრე;

VII. ყოველი შემოსაზღვრული ნაკვთი, გარდა წერტილისა, წერტილთა უსასრულო სიმრავლეა.

VIII. შემოუსაზღვრელი ნაკვთი არ შეიძლება მოიცავდეს წრეს;

9. რამდენი წერტილი შეიძლება ჰქონდეს საერთო ორ მონაკვეთს?

ა) ერთი ან უსასრულოდ ბევრი;

ბ) არცერთი, ერთი, ან უსასრულოდ ბევრი;

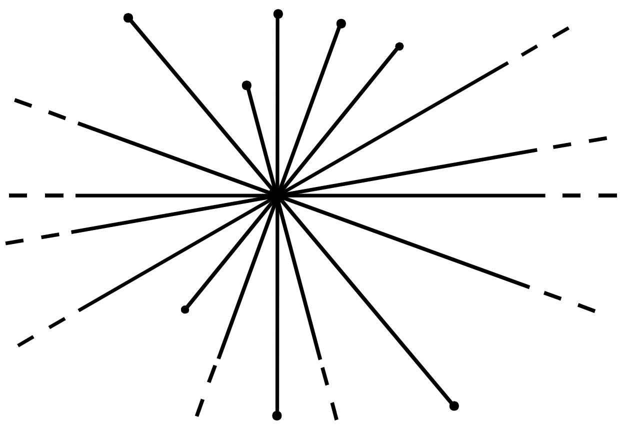
გ) არცერთი, ერთი ან ორი;

დ) ერთი, ორი, სამი ან ოთხი;

ე) არცერთი, ერთი, ორი ან უსასრულოდ ბევრი;

ვ) ორი ან ოთხი.

10. ყურადღებით დათვალეთ, რამდენი წრფეა აქ დახაზული:



11. მოცემულია მონაკვეთი AB. გაარკვიეთ, რამდენი ისეთი სხივის გავლებაა შესაძლებელი, რომ:

I. სხივი AB მონაკვეთს მოიცავდეს;

II. და, ამასთან ერთად, სხივის სათავე მონაკვეთის ერთერთ ბოლოს დაემთხვეს:

12. მოიფიქრეთ, რა იქნებოდა წინა ამოცანის პირველი შეკითხვის პასუხი, მასში სიტყვა „სხივი“ რომ შეგვეცვალა სიტყვით „წრფე“:

13. სხივის აღნიშვნა. დახაზული სხივის აღნიშვნისათვის ასოებით უნდა მოვნიშნოთ არა რაიმე ორი წერტილი, არამედ სხივის სათავე და კიდევ ერთი სხვა წერტილი (ეს მეორე წერტილი სულ ერთია, რომელი იქნება). მაგ., ნახაზზე დახაზულია KA სხივი, ანუ, რაც იგივეა, KB სხივი.

წარმოვიდგინოთ, რომ დახაზული *b* სხივის სხვაგვარად აღნიშვნისათვის ვიქცევით ისევე, როგორც წრფის აღნიშვნისათვის: მოვნიშნავთ სხივზე რაიმე ორ წერტილს და ვწერთ – AB სხივი.

მოიფიქრეთ, დახაზულ სხივზე მონიშნული ორი წერტილიდან ერთერთი აუცილებლად რატომ უნდა ემთხვეოდეს სხივის სათავეს:

ა) სხვაგვარად გაუგებარია, რომელი წერტილია ასე აღნიშნული სხივის სათავე – ეს შეიძლება იყოს ნებისმიერი წერტილი A-ს მარცხნივ მდებარე მონაკვეთიდან;

ბ) ყველა სხივზე არ მდებარეობს A და B წერტილები;

გ) გაუგებარია, რა განსხვავებაა სხივსა და წრფეს შორის;

დ) სხივი წრფე არ არის და მის ასე აღნიშვნას აზრი არ აქვს;

ე) ზოგიერთ სხივზე A და B წერტილების გარდა მონიშნულია უამრავი სხვა წერტილიც, ამიტომ ძალიან ძნელია აირჩეს, თუ რომელი წერტილებით აღინიშოს ეს სხივი;

ვ) გაუგებარია, საით მდებარეობს სხივის სათავე – AB მონაკვეთის მარჯვნივ თუ მარცხნივ.

14. ვთქვათ, სიბრტყეზე მონიშნულია ოთხი სხვადასხვა წერტილი K, L, M და N . მოიფიქრეთ, შემდეგთაგან რომელი შესაძლებლობაა გამორიცხული:

I. KL წრფე დაემთხვეს MN წრფეს;

II. KL მონაკვეთი დაემთხვეს MN მონაკვეთს;

III. KL მონაკვეთი ტოლი იყოს MN მონაკვეთისა;

IV. ოთხივე ეს წერტილი მდებარეობდეს ერთ წრფეზე და LMN სამკუთხედი იყოს ტოლფერდა.

ა) I, III; ბ) III; გ) III, IV; დ) II; ე) I, II, IV; ვ) II, IV.

15. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია მცდარი აღნიშვნა:

ა) CG სხივი;

ბ) მართკუთხედი ADME;

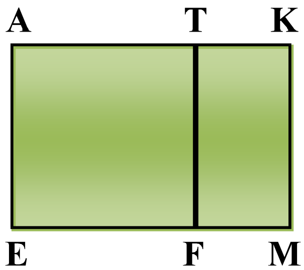
გ) სამკუთხედი EPV;

დ) MN წრფე;

ე) მრავალკუთხედი MATKDE;

ვ) გახსნილი ტეხილი AMKTDA.

6.5. კვადრატი და მართკუთხედი, მრავალკუთხედის დიაგონალი. მართკუთხედის დიაგონალი



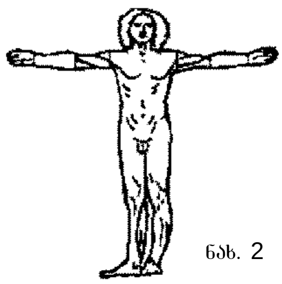
ნახ. 1

დავაკვირდეთ, რა განსხვავებაა კვადრატსა და მართკუთხედს შორის. ყოველი კვადრატი თან მართკუთხედიცაა, კერძოდ, ისეთი მართკუთხედი, რომლის ყველა გვერდი ტოლია.

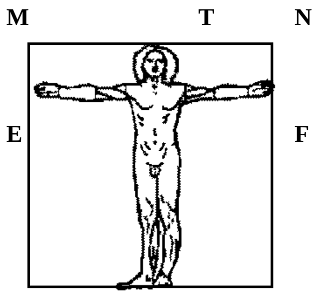
AKME – მართკუთხედია, ხოლო ATFE – კვადრატია (ნახ.1).

მართკუთხედები ზოგჯერ მათი გვერდების სიგრძეების მიხედვით აღინიშნება. მაგ., 13 სმ × 60 სმ – ესაა მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 13 სმ და 60 სმ, ხოლო 25 სმ × 7 მმ – ესაა მართკუთხედი, რომლის გვერდების სიგრძეებია 25 სმ და 7 მმ. ცხადია, 36 სმ × 36 სმ და 108 კმ × 108 კმ – კვადრატებია.

ახლა გავიხსენოთ ლეონარდო და ვინჩის კანონი: ზრდასრული ადამიანის სიმაღლე დაახლოებით ტოლია მისი გაშლილი ხელების სიგრძისა (ნახ. 2).

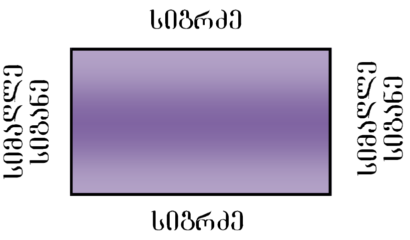

ნახ. 2

მაგრამ, როგორც ვიცით, ჩნდება ილუზია და ჩვენ ადამიანის სიმაღლე უფრო მეტი გვეჩვენება, ვიდრე მისი ხელების სიგრძე თუკი ნახ. 2-ზე მოცემულ ადამიანის გამოსახულებას AMND მართკუთხედში ჩავსვამთ, ილუზია გაქრება (ნახ. 3). ჩვენ აშკარად დავინახავთ, რომ AMND მართკუთხედი კვადრატია. ცხადია, რომ EF მონაკვეთი ტოლია კვადრატის AD გვერდისა, ხოლო KT მონაკვეთი ტოლია კვადრატის AM გვერდისა.



ვინაიდან კვადრატის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ |AD| = |AM| . მაშასადამე, EF და KT მონაკვეთებიც ტოლია.

ესე იგი, ადამიანის სიმაღლე და მისი გაშლილი ხელების სიგრძე ტოლია.

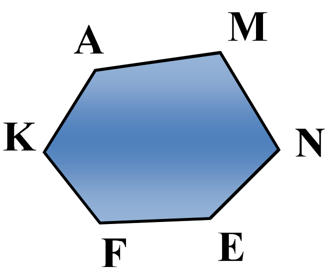


ნახ. 4

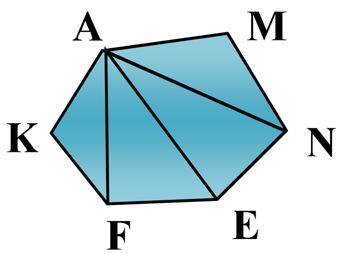
ზოგჯერ ყოფა-ცხოვრებაში მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეს ამ მართკუთხედის სიგრძეს უწოდებენ, ხოლო ამ გვერდის მეზობელი გვერდის სიგრძეს – მართკუთხედის სიმაღლეს ან სიგანეს.

ამგვარად, შეიძლება ითქვას, რომ კვადრატის სიგრძე და სიგანე (ანუ სიმაღლე) – ერთმანეთის ტოლია.

განვიხილოთ რაიმე მრავალკუთხედი, მაგ., AMNEFK ექვსკუთხედი (ნახ.1). ავირჩიოთ მისი რომელიმე წვერო, მაგ., A წვერო. ექვსკუთხედის დანარჩენი წვეროებიდან M და K წვეროები A-ს **მეზობელი** წვეროებია, ხოლო N, E და F კი – A-ს მოპირდაპირე წვეროებია.



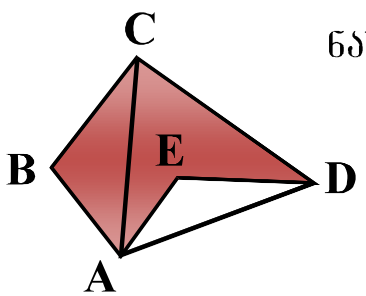
ნახ. 1



ნახ. 2

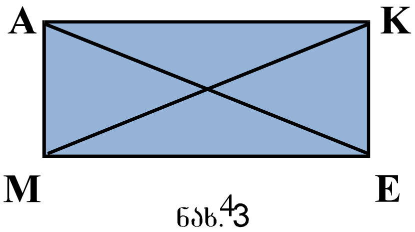
მრავალკუთხედის ორი არამეზობელი წვეროს შემაერთებელ მონაკვეთს ამ მრავალკუთხედის **დიაგონალი** ეწოდება. AN, AE და AF მონაკვეთები – ექვსკუთხედის A წვეროდან გავლებული დიაგონალებია (ნახ. 2).

ზოგჯერ დიაგონალი შეიძლება მრავალკუთხედის შიგნით არც მოთავსდეს. მაგ., ABCDE მრავალკუთხედის (ნახ.3). A წვეროდან გაივლება ორი დიაგონალი – AC და AD. მათგან AD – ამ მრავალკუთხედის გარეთაა.

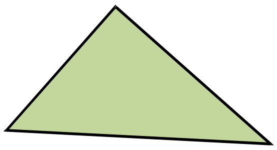


ნახ. 3

განვიხილოთ ახლა AKEM მართკუთხედი (ნახ. 4). ამ მართკუთხედის არამეზობელი წვეროებია A და E წვეროები და M და K წვეროები. ამიტომ მართკუთხედს სულ ორი დიაგონალი აქვს. მათი სიგრძეები ერთმანეთის ტოლია.



ნახ. 4



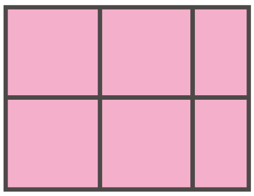
ნახ. 5

მართკუთხედის დიაგონალები მართკუთხედში ჩახაზულ მონაკვეთებს შორის უგრძელესებია. ანუ, მართკუთხედში ვერ ჩაიხაზება მონაკვეთი, რომელიც დიაგონალზე უფრო გრძელია.

მრავალკუთხედებიდან მხოლოდ სამკუთხედებია ისეთები, რომლებშიც დიაგონალები არ გაივლება. ეს იმიტომ, რომ სამკუთხედს არამეზობელი წვეროები არ აქვს (ნახ. 5).

დიაგონალი – ბერძნული სიტყვაა და ნიშნავს: „*გამჭოლი კუთხისა*“.

1. რამდენი კვადრატისა და რამდენი მართკუთხედის დანახვაა შესაძლებელი ამ ნახაზზე?



ა) 1, 5; ბ) 4, 16; გ) 4, 12; დ) 7, 23;

ე) 4, 8; ვ) 5, 21; ზ) 5, 18.

2. რომელი წინადადებაა შემდეგთაგან მცდარი?

I. ყოველი კვადრატი მართკუთხედია;

II. ყოველი მართკუთხედი კვადრატია;

III. არცერთი კვადრატი არაა მართკუთხედი;

IV. არცერთი მართკუთხედი არაა კვადრატი;

V. ზოგიერთი მართკუთხედი კვადრატია; VI. ზოგიერთი კვადრატი მართკუთხედია;

VI. ზოგიერთი მართკუთხედი არაა კვადრატი;

VII. ზოგიერთი კვადრატი არაა მართკუთხედი.

3. მოიფიქრეთ, მრავალწერტილის ნაცვლად შემდეგთაგან რომელი სიტყვის ჩასმისას ვერ მივიღებთ მართებულ წინადადებას: ყოველი კვადრატი არის . . . .

ა) მართკუთხედი;

ბ) ტოლი გვერდების მქონე;

გ) ოთხკუთხედი;

დ) ნაკვთი;

ე) შეკრული ოთხმონაკვეთიანი ტეხილი;

ვ) ტეხილით შემოსაზღვრული ნაკვთი;

ზ) მრავალკუთხედი.

4. ნახაზის გამოყენებით დაამტკიცეთ ამ წინადადების სიმცდარე: თუკი ოთხკუთხედის ყველა გვერდი ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი კვადრატია.

5. მოიფიქრეთ, რომელი წყვილის წევრებს შორისაა იმდაგვარივე მიმართება, როგორიცაა ამ წყვილის წევრებს შორის: კვადრატი / მართკუთხედი.

ა) წრე / წრეხაზი;

ბ) წრე / სფერო;

გ) წრე / ბირთვი;

დ) მართკუთხედი / ოთხკუთხედი;

ე) სამკუთხედი / ხუთკუთხედი;

ვ) ოთხკუთხედი / მართკუთხედი.

6. დიდი მართკუთხედი მიღებულია ორი ტოლი მართკუთხედის გრძელი გვერდით ერთმანეთზე მიდგმით. პატარა მართკუთხედების სიგრძეა 800 კმ, სიგანე – 50 კმ. რისი ტოლია დიდი მართკუთხედის სიგრძე? სიგანე?

7. მართკუთხედის სიგრძე ხუთჯერ მეტია, ვიდრე სიგანე. რამდენჯერ მეტია მართკუთხედის პერიმეტრი, ვიდრე სიგანე?

ა) 12-ჯერ; ბ) 25-ჯერ; გ) 20-ჯერ;

დ) 5-ჯერ; ე) 125-ჯერ; ვ) 4-ჯერ; ზ) 10-ჯერ.

8. მართკუთხედი მიღებულია სამი ტოლი კვადრატის ერთმანეთზე მიდგმით. კვადრატის პერიმეტრია 24 მ. რისი ტოლია მართკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 70 მ; ბ) 36 მ; გ) 48 მ;

დ) 54 მ; ე) 24 მ; ვ) 60 მ; ზ) 72 სმ.

9. მართკუთხედის ერთერთი გვერდის სიგრძეა 350 მ და პერიმეტრია 35 კმ. გამოთვალეთ ამ მართკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე.

ა) 17 კმ 150 მ; ბ) 35 მ; გ) 16 კმ 650 მ;

დ) 100 მ; ე) 17 კმ 500 მ; ვ) 17 კმ 850 მ; ზ) 27 კმ 352 მ.

1. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი წინადადებაა მართებული:

ა) ყოველი ოთხკუთხედი არის მრავალკუთხედი, მაგრამ მხოლოდ ზოგიერთი მართკუთხედი არის მრავალკუთხედი.

ბ) არცერთი კვადრატი არ არის მართკუთხედი, ყოველი ოთხკუთხედი კი არის კვადრატი;

გ) ყოველი ოთხკუთხედი არის მართკუთხედი, მაგრამ ყველა კვადრატი არ არის მართკუთხედი;

დ) ყოველი კვადრატი არის ოთხკუთხედი, მაგრამ მხოლოდ ზოგიერთი კვადრატი არის მართკუთხედი;

ე) ყოველი კვადრატი არის მართკუთხედი, მაგრამ მხოლოდ ზოგიერთი მართკუთხედი არის კვადრატი;

ვ) ზოგი მრავალკუთხედი არის ექვსკუთხედი, მაგრამ არცერთი სამკუთხედი არ არის მრავალკუთხედი.

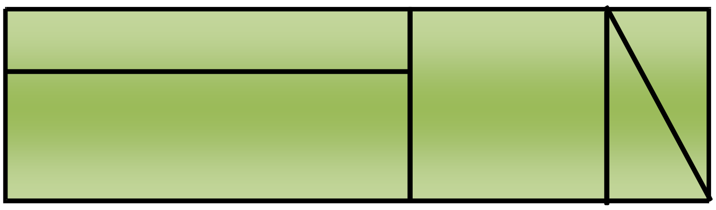
2. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი წინადადებაა მართებული:

I. თუკი კვადრატების პერიმეტრები ტოლია, მაშინ ეს კვადრატებიც ტოლია;

II. თუკი მართკუთხედების პერიმეტრები ტოლია, მაშინ ეს მართკუთხედებიც ტოლია;

III. თუკი ერთი მრავალკუთხედი მთლიანად მოთავსებულია მეორე მრავალკუთხედში, მაშინ პირველის პერიმეტრი ნაკლებია, ვიდრე მეორისა.

3. გაარკვიეთ, სულ რამდენია ისეთი მართკუთხედი, რომლის დანახვა (ცხადია, თავის გვერდებიანად, სრულად) შესაძლებელია ამ ნახაზზე:

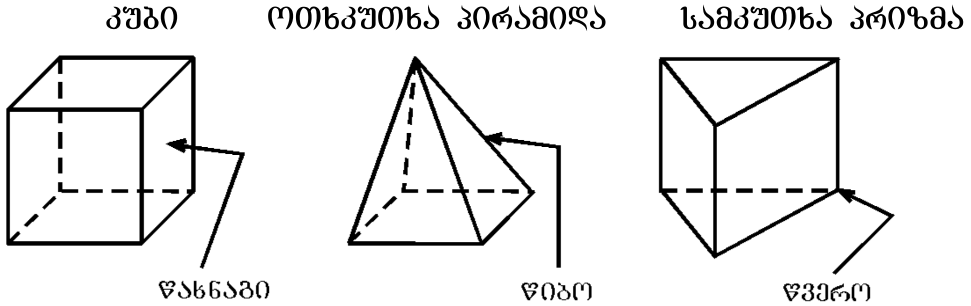


მითითება. ეს ამოცანა არაა თვალზომის სიზუსტეზე (თუკი მონაკვეთები ნახაზზე ტოლი ჩანს, ჩათვალეთ, რომ ისინი ტოლია).

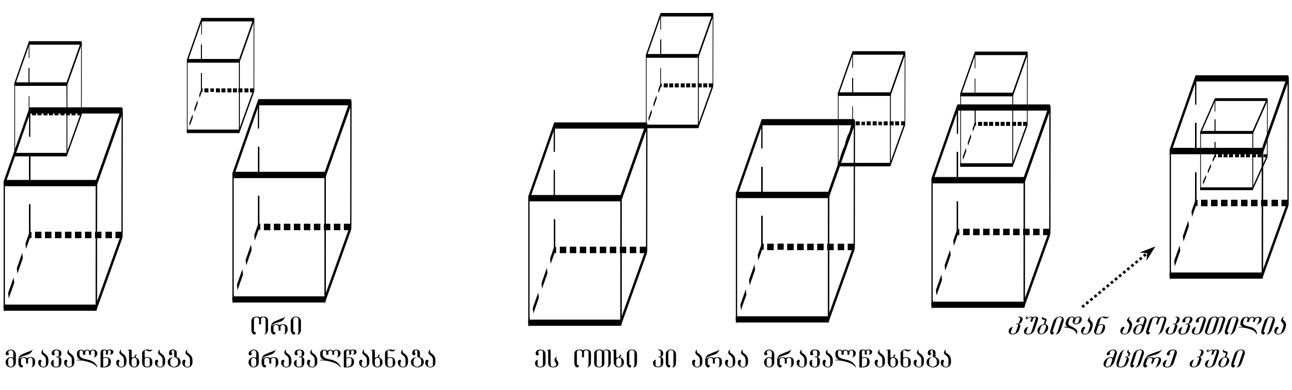
6.6. მრავალწახნაგა; მისი წახნაგი, წიბო, წვერო

როგორც ვიცით, ყოველი ნაკვთი სიბრტყის წერტილების გარკვეული სიმრავლეა, სტერეომეტრიული სხეული კი – სივრცის წერტილთა გარკვეული სიმრავლე. სხეული, ისევე როგორც ნაკვთი, შედგება შიგა არესა და საზღვრისგან. სტერეომეტრიული სხეულის საზღვარს ამ სხეულის ზედაპირი ეწოდება. მაგ., ბირთვის ზედაპირია სფერო.

სტერეომეტრიულ სხეულს, რომლის ზედაპირი მხოლოდ მრავალკუთხედებისგან შედგება, ეწოდება მრავალწახნაგა, თვითეულ ამ მრავალკუთხედს კი – ამ მრავალწახნაგას წახნაგი. ორი მეზობელი წახნაგის საერთო მონაკვეთს ეწოდება წიბო; ორი მეზობელი წიბოს საერთო წერტილს კი – წვერო. მაშასადამე: წახნაგი – მრავალკუთხედია, ბრტყელია; წიბო – მონაკვეთია, ხაზია; ხოლო წვერო – წერტილია.

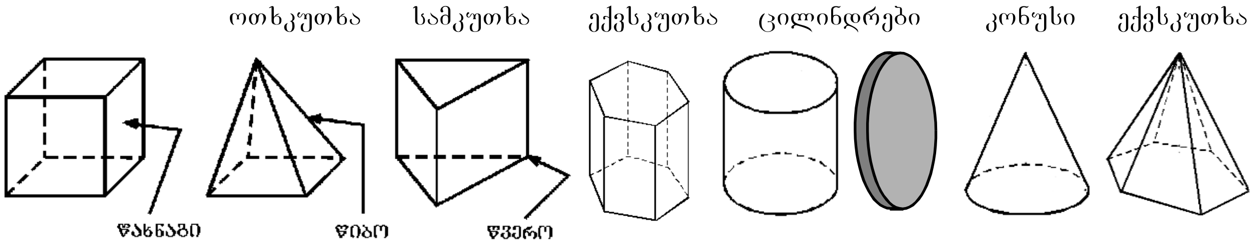


განვიხილოთ რთული მაგალითები. თუკი ერთ კუბზე დავდგამთ მეორე, მცირე კუბს, მიღებული სხეული იქნება თუ არა მრავალწახნაგა? თურმე – გააჩნია: თუკი მცირე კუბის ორი წახნაგი დიდი კუბის ორ წახნაგზეა ზუსტად მოთავსებული, მაშინ მიღებული სხეული მრავალწახნაგაა; სხვა შემთხვევებში კი – არა.



1. მრავალკუთხედის განსაზღვრების გამოყენებით დაამტკიცეთ, რომ ზემორე ნახაზზე მარჯვენა ოთხი სხეულიდან არცერთი არაა მრავალწახნაგა. (* ამ სხეულების ზედაპირები მრავალკუთხედებისაგან არ შედგება)

ნახაზზე მოცემულია ზოგი სტერეომეტრიული სხეულის მოდელი

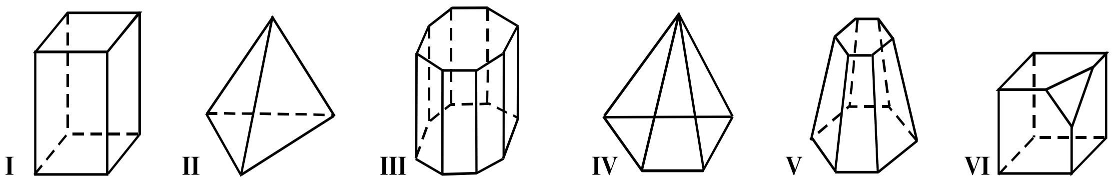


ეილერის ტოლობა მრავალწახნაგებისთვის

გამოჩენილმა შვეიცარიელმა მათემატიკოსმა ლეონარდ ეილერმა (XVIII ს) ძალიან ლამაზი და საინტერესო კანონზომიერება აღმოაჩინა: ვთქვათ, მოცემულია ისეთი მრავალწახნაგა სხეული, რომელიც არაა „გახვრეტილი“; მისი წვეროების რაოდენობა აღვნიშნოთ ***e***-თი; წახნაგებისა – ***a***-თი, ხოლო წიბოებისა – ***n***-ით. ყველანაირი მრავალწახნაგა სხეულისათვის (ოღონდაც ის არ უნდა იყოს „გახვრეტილი“) მართებულია:

$e + a = n + 2$ წახნაგები + წვეროები = წიბოები + 2

1. შემდეგი მრავალწახნაგებიდან თვითეულისთვის ჩაწერეთ ეილერის ტოლობა:



ჩანაწერის ნიმუში: I. ***e*** = 8, ***a*** = 6, ***n*** = 12 და 8 + 6 = 12 + 2.

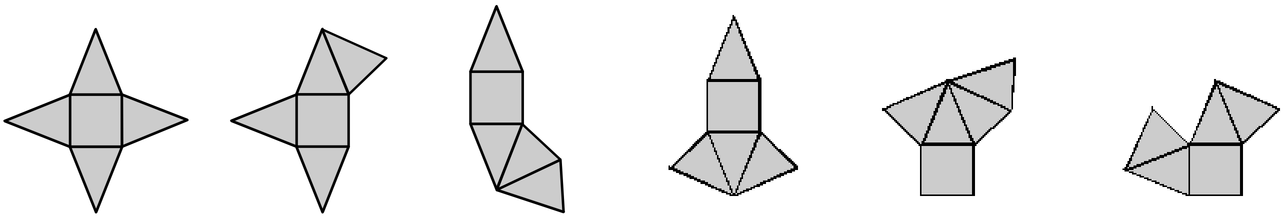
2. არსებობს სხვა კანონზომიერებაც პრიზმისა და პირამიდის წიბოებს, წახნაგებსა და წვეროების რაოდენობებს შორის. ცხრილში მოცემულია დამოკიდებულება პირამიდის კუთხეების რაოდენობასა და სხვა ელემენტების რაოდენობებს შორის.

n-კუთხა	წვეროები	გვ.წახნაგები	წახნაგები	გვ.წიბოები	წიბოები
პირამიდა	n+1	n	n+1	n	2n

3. მოიფიქრეთ, რა დამოკიდებულებაა პრიზმის კუთხეების რაოდენობასა და დანარჩენი ელემენტების რაოდენობებს შორის და შეავსეთ ცხრილი

n-კუთხა	წვეროები	გვ.წახნაგები	წახნაგები	გვ.წიბოები	წიბოები
პრიზმა					

4. შემდეგთაგან რომელი **<u>არ არის</u>** ოთხკუთხა პირამიდის შლილი?



I. II. III. IV V VI

5. გაარკვიეთ, რამდენი აქვს: წახნაგი ოთხკუთხა პირამიდას; წიბო სამკუთხა პირამიდას; წვერო ხუთკუთხა პრიზმას.

6. შემდეგთაგან რომელი სტერეომეტრიული სხეულის ფორმაა გამორჩეული ყველა დანარჩენისგან?

ა) რვაკუთხა პრიზმა; ბ) ტეტრაედრი;

გ) სამკუთხა პრიზმა; დ) წაკვეთილი პირამიდა;

ე) ოთხკუთხა პირამიდა; ვ) კუბი;

ზ) აგურედი;

7. წესიერი ეწოდება ისეთ მრავალკუთხედს, რომლის ყველა გვერდი ტოლია და ყველა კუთხეც ტოლია (მაგ., ოთხკუთხედებიდან ასეთია კვადრატი). ხოლო პრიზმასა თუ პირამიდას ეწოდება წესიერი, თუკი მათი ფუძეა წესიერი მრავალკუთხედი. კანონზომიერების მიხედვით შემდეგთაგან რომელი ტერმინები უნდა ეწეროს ამ სქემაში ? ნიშნების ნაცვლად?

წესიერი მრავალკუთხედი → წრე, წესიერი პრიზმა → ?, წესიერი პირამიდა → ?

ა) კუბი, ცილინდრი; ბ) კონუსი, კუბი; გ) კუბი, კონუსი;

დ) ცილინდრი, კუბი; ე) კონუსი, ცილინდრი;

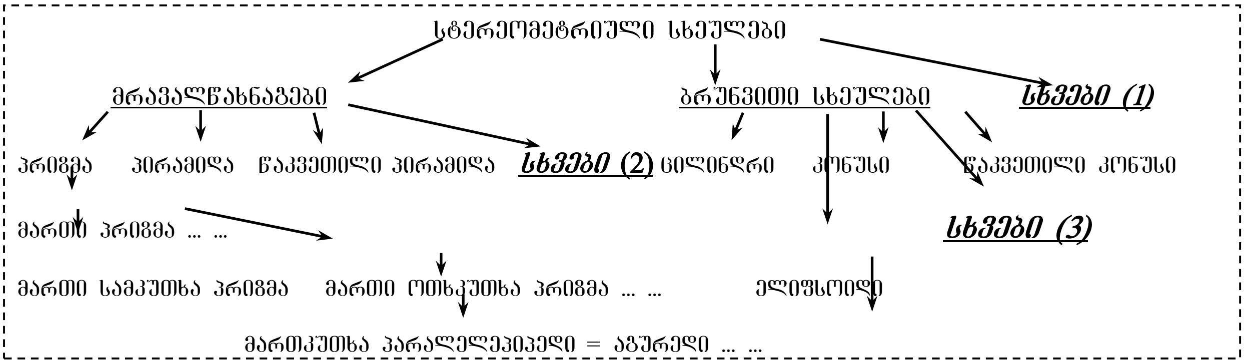
ვ) წაკვეთილი ცილინდრი, წაკვეთილი კონუსი;

ზ) წაკვეთილი პრიზმა, წაკვეთილი პირამიდა;

თ) ცილინდრი, კონუსი.

8. წინა ამოცანის რომელ ასარჩევ პასუხშია სტერეომეტრიაში არარსებული ცნება?

სტერეომეტრიული სხეულების საკლასიფიკაციო სქემა



1. საკლასიფიკაციო სქემაზე (ხისებრ დიაგრამაზე) სამჯერ წერია სიტყვა ***„სხვები“*** (სამჯერ კი, სიმოკლისთვის, ეს აღარ წერია და მის ნაცვლად სამწერტილებია … …). გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი სამეული გამოდგება „სხვების“ კონკრეტულ მაგალითებად (დაიცავით ნახაზზე მითითებული თანამიმდევრობა).

პასუხებში: – ნიშანი აღნიშნავს სიტყვას „დადგმული“ (ერთი სხეული დგას მეორეზე)

ა) კუბზე – ბირთვი; კუბზე – ცილინდრი; ცილინდრზე – პირამიდა.

ბ) კუბზე – კონუსი; კუბზე – პირამიდა; ცილინდრზე – კონუსი.

გ) ცილინდრზე – ბირთვი; ცილინდრზე – კონუსი; კონუსზე – ბირთვი.

დ) ცილინდრზე – სფერო; ცილინდრზე – კონუსი; კონუსზე – სფერო.

ე) კუბზე – პირამიდა; კუბზე – ექვსკუთხა პრიზმა; წაკვ. პრიზმაზე – სამკუთხა პრიზმა.

ვ) კუბზე – კონუსი; კუბზე – პირამიდა; წაკვ. პირამიდაზე – სამკუთხა პრიზმა.

2. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი სხეული <u>**არ**</u> გამოდგება საკლასიფიკაციო ხისებრ დიაგრამაზე არცერთ სამწერტილში … … ნაგულისხმევი სხეულის მაგალითად:

ა) მართი ოთხკუთხა პრიზმა ფუძეში ტრაპეციით;

ბ) მართი რვაკუთხა პრიზმა;

გ) დახრილი (არამართი) ექვსკუთხა პრიზმა;

დ) ტეტრაედრი;

ე) აგურედი, რომლის მხოლოდ ორი წახნაგია კვადრატი.

3. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია მცდარი და რატომ:

ა) წაკვეთილი პირამიდებისა და პრიზმების სიმრავლეები თანაუკვეთია;

ბ) ბირთვების სიმრავლე ელიფსოიდების სიმრავლის ქვესიმრავლეა;

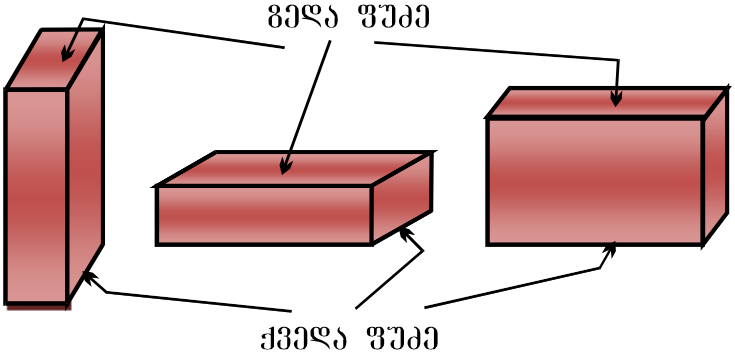
გ) ყოველი კუბი არის წესიერი პრიზმა;

დ) ფუძეში მართკუთხედის მქონე მართი პრიზმებისა და ფუძეში რომბის მქონე მართი პრიზმების სიმრავლეთა თანაკვეთა – ფუძეში კვადრატის მქონე მართი პრიზმების სიმრავლეა;

ე) ცილინდრების სიმრავლე და წაკვ. კონუსების სიმრავლე თანაუკვეთია.

6.7. მართკუთხა პარალელეპიპედი

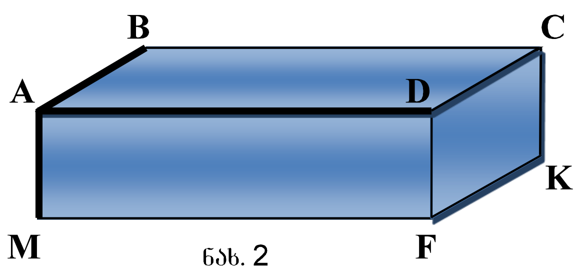
ისეთ ექვსწახნაგა სხეულს, რომლის ექვსივე წახნაგი მართკუთხედია, მართკუთხა პარალელეპიპედი ეწოდება. მართკუთხა პარალელეპიპედის მაგვარი ფორმა აქვს, მაგ., აგურებს. ამიტომ სიმოკლისათვის მართკუთხა პარალელეპიპედს ვუწოდოთ აგურედი. მართკუთხა პარალელეპიპედის, ანუ აგურედის ზედაპირი ექვსი მართ-კუთხედისაგან შედგება.



მოცემული მართკუთხედის დასახაზად საჭიროა ორი სიდიდის ცოდნა – მეზობელი გვერდების სიგრძეებისა. ანუ, მეორენაირად: მართკუთხედის სრულად დასახასიათებლად ორი სიდიდეა საჭირო; საკმარისია, ვიცოდეთ ორი სიდიდე – მართკუთხედის მეზობელი გვერდების სიგრძეები – და უკვე სრულად გვეცოდინება, თუ როგორია ეს მართკუთხედი!

სწორედ ამიტომაა მართკუთხედის მოკლე აღნიშვნაშიც მხოლოდ 2 სიდიდე – მისი მეზობელი გვერდების სიგრძეები. მაგ.: 5 სმ × 1 სმ.

ახლა განვიხილოთ აგურედი (ნახ.2). მისი 12 წიბოდან ოთხ-ოთხი წიბოა ერთმანეთის ტოლი. ამიტომ მას მხოლოდ სამი განსხვავებული სიგრძის წიბო შეიძლება ჰქონდეს. აგურედის თვითეულ წვეროში სწორედ სამ-სამი ასეთი წიბო ერთდება: ისინი მეზობელი წიბოებია. მაგ., D წვეროში ერთდება განსხვავებული სიგრძის მქონე სამი წიბო: DA, DC და DF.



ნახ. 2

აგურედის ფუძე მართკუთხედია და მის სრულად დასახასიათებლად ორი სიდიდეა საჭირო. მაგრამ მოცემული აგურედის ასაგებად არ კმარა მხოლოდ მისი ფუძის ცოდნა, რადგანაც ერთიდაიგივე ფუძე შეიძლება ჰქონდეს ძალიან ბევრ სხვადასხვა აგურედს. მათგან ზოგი მაღალია, ზოგი კი დაბალია. ამიტომ მოცემული აგურედის ასაგებად არ კმარა მხოლოდ 2 სიდიდის ცოდნა, საჭიროა სამივე მეზობელი წიბოს სიგრძეთა ცოდნა! ანუ, მეორენაირად: აგურედის სრულად დასახასიათებლად 3 სიდიდეა საჭირო. ზოგჯერ ამ სიდიდეებს აგურედის სიგრძეს, სიგანეს და სიმაღლეს უწოდებენ.

აგურედის მოკლე აღნიშვნა მისი ზომების მიხედვით მართკუთხედის მოკლე აღნიშვნის მაგვარია, ოღონდ მასში 3 ცალი რიცხვი შედის. მაგალითად, აგურედი, რომლის მეზობელი გვერდების სიგრძეებია 5 სმ, 1 სმ და 14 სმ, მოკლედ აღინიშნება ასე: 5 სმ × 1 სმ × 14 სმ.

ამრიგად, აგურედის სიგრძე, სიგანე, სიმაღლე – მისი მეზობელი წიბოების სიგრძეებია. ეს სამი სიდიდე სრულად ახასიათებს აგურედს და შეადგენს მის მოკლე აღნიშვნას.

წრის, წრეხაზის, ბირთვისა თუ სფეროს სრულად დასახასიათებლად და ასაგებად კი საკმარისია მხოლოდ 1 სიდიდე – რადიუსის (ან დიამეტრის) სიგრძე.

1. აარჩიეთ ყველაზე მარცხენა სხეულის შემდეგთაგან საუკეთესო დასახელება, რომელშიც დაცულია თანმიმდევრობა ზოგადი → კერძო (გაითვალისწინეთ, რომ აგურედი = მართკუთხა პარალელეპიპედი):

ა) მართი პრიზმა → მართი რვაკუთხა პრიზმა → კუბი → აგურედი.

გ) კუბი → აგურედი → მართი ოთხკუთხა პრიზმა → მართი რვაკუთხა პრიზმა.

დ) მართკუთხა პირამიდა → კუბი → რვაკუთხა მართკუთხა პირამიდა → აგურედი.

ე) კუბი → მართი პრიზმა → მართი ოთხკუთხა პრიზმა → აგურედი.

ვ) მართი პრიზმა → მართი ექვსკუთხა პრიზმა → აგურედი → კუბი.

2 მოიფიქრეთ, რატომ არ შეიძლება, რომ მართკუთხედები 5 სმ × 2 სმ, 2 სმ × 9 სმ

და 9 სმ × 7 სმ იყოს ერთიდაიმავე აგურედის წახნაგები. რომელი გვერდის სიგრძე უნდა შეიცვალოს სამი მართკუთხედიდან ერთერთში იმისათვის, რათა ეს მართკუთხედები აგურედის წახნაგები გახდეს?

ა) 7 სმ – უნდა იყოს 5 სმ;
ბ) 2 სმ – უნდა იყოს 5 სმ;
გ) 7 სმ – უნდა იყოს 2 სმ;
დ) 9 სმ – უნდა იყოს 2 სმ;
ე) 5 სმ – უნდა იყოს 2 სმ;
ვ) 9 სმ – უნდა იყოს 7 სმ.

3. მოსწავლემ თქვა: „აგურედს შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ 4 ერთმანეთის ტოლი წიბო“. რა შეეშალა მოსწავლეს?

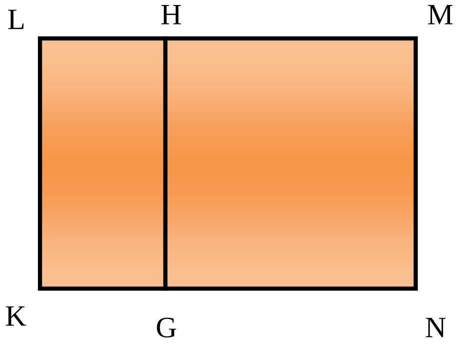
ა) ეგონა, რომ დანარჩენი 8 წიბოდანაც ოთხ-ოთხი წიბო ერთმანეთის ტოლია;
ბ) არ გაითვალისწინა, რომ სხვადასხვა აგურედებს სხვადასხვა სიგრძის წიბოები აქვთ;
გ) არ გაითვალისწინა, რომ, საზოგადოდ, აგურედს უფრო მეტი წიბოც აქვს ტოლი;
დ) გამორჩა, რომ შეიძლება, ზოგ აგურედს ყველა წიბოც ჰქონდეს ტოლი – როცა მისი ყველა წახნაგი კვადრატია;
ე) გამორჩა, რომ ზოგჯერ შეიძლება დახაზვისას ხაზები ისე სწორად ვერ გავავლოთ და ამიტომ არცერთი წიბო არ აღმოჩნეს ტოლი;
ვ) არ იცოდა, რომ ყველა აგურედს 4 წიბო მაინც აქვს ერთმანეთის ტოლი.

4. წინა ამოცანასთან დაკავშირებით მოიფიქრეთ, რამდენი ერთმანეთის ტოლი წიბო შეიძლება ჰქონდეს აგურედს. არ გამოგრჩეთ არცერთი შესაძლებლობა!

ა) 4, 6, 8 ან 12;
ბ) მხოლოდ 4;
გ) მხოლოდ 8;
დ) 4 ან 12;
ე) 4 ან 8;
ვ) 4, 8 ან 12 (8- როცა წესიერია, 12 - როცა კუბია).

მათემატიკური თემის მომდევნო განმამტკიცებელი საშინაო დავალება

1. ნახაზზე |HM| = |MN| = |GN| = |GH| = 14 სმ. LMNK ოთხკუთხედის პერიმეტრი 70 სმ-ს ტოლია. რისი ტოლია |LH|?



ა) 21 სმ; ბ) 5 სმ; გ) 35 სმ;

დ) 14 სმ; ე) 47 სმ; ვ) 7 სმ; ზ) 10 სმ.

2. შეავსეთ შემდეგი წინადადებები – აარჩიეთ მათში მრავალწერტილების ნაცვლად ჩასაწერი საჭირო სიტყვები:

I. . . . მართკუთხედი არის ოთხკუთხედი.

II. მხოლოდ . . . ოთხკუთხედი არის მართკუთხედი.

III. . . . ოთხკუთხედი არ არის მართკუთხედი.

ა) ზოგიერთი, ზოგიერთი, ზოგჯერ;

ბ) ერთადერთი, ზოგჯერ, არც ერთი;

გ) ხანდახან, არც ერთი, ერთადერთი;

დ) ყოველი, ზოგიერთი, ყოველი;

ე) ერთერთი, ზოგიერთი, ზოგიერთი;

ვ) ყოველი, ზოგიერთი, ზოგჯერ.

3. წარმოიდგინეთ, რომ კვადრატი მთლიანად მოთავსებულია წრეში (შეიძლება წრის საზღვარსაც ეხებოდეს შიგნიდან, მაგრამ გარეთ არ გადის). გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელი შესაძლებლობაა გამორიცხული:

ა) კვადრატის გვერდი უფრო გრძელია, ვიდრე წრის რადიუსი;

ბ) კვადრატის გვერდი უფრო მოკლეა, ვიდრე წრის დიამეტრი;

გ) კვადრატის დიაგონალი უფრო მოკლეა, ვიდრე წრის რადიუსი;

დ) კვადრატის დიაგონალი უფრო გრძელია, ვიდრე წრის დიამეტრი;

ე) კვადრატის დიაგონალი უფრო მოკლეა, ვიდრე წრის დიამეტრი;

ვ) წრის ცენტრი კვადრატში მდებარეობს.

4. წინა ამოცანის შესაძლებლობათაგან მოძებნეთ დანამდვილებით მართებული.

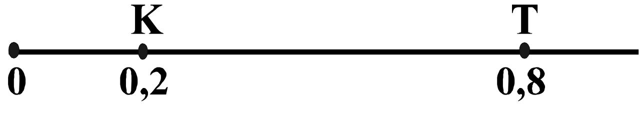
5. მართკუთხედის სიგრძე 2,5-ჯერ მეტია სიგანეზე. რამდენჯერ მეტია მართკუთხედის პერიმეტრი, ვიდრე მისი სიგანე?

ა) 7-ჯერ; ბ) 3,5-ჯერ; გ) 6-ჯერ; დ) 7,5-ჯერ; ე) 5-ჯერ.

6. ორი ტოლი მართკუთხედის გაერთიანებით (ერთმანეთზე მიდგმით) მივიღეთ კვადრატი. რა სიგრძის ყოფილა მართკუთხედის მოკლე გვერდი, თუკი მიღებული კვადრატის პერიმეტრი 24 სმ-ის ტოლია?

ა) 11 სმ; ბ) 6 სმ; გ) 3 სმ; დ) 24 სმ; ე) 12 სმ; ვ) 4 სმ; ზ) 8 სმ.

7. მოცემულია რიცხვთა სხივი. რისი ტოლია მისი ერთეულოვანი მონაკვეთის სიგრძე, თუკი |KT| = 2,4 სმ?

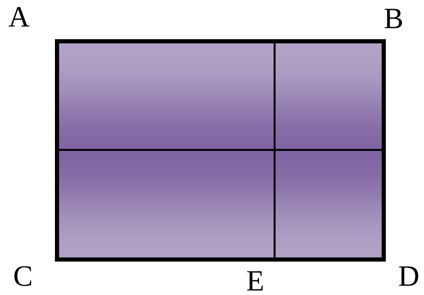


ა) 4 სმ; ბ) 3 სმ; გ) 3,6 სმ; დ) 6 სმ; ე) 4,8 სმ; ვ) 1,44 სმ; ზ) 4 მმ.

8. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომელია ის ორი უტოლობა, რომელთაგან პირველს აკმაყოფილებს რიცხვთა სხივის K და T წერტილებს შორის მდებარე ყველა წერტილის x კოორდინატი, ხოლო მეორეს აკმაყოფილებს K წერტილის მარჯვნივ მდებარე ყველა წერტილის y კოორდინატი:

ა) $0{,}2 \le x \le 0{,}8$; $y > 0{,}2$;
ბ) $0{,}2 < x < 0{,}8$; $y \ge 0{,}2$;
გ) $0 < x < 0{,}8$; $y \ge 0{,}2$;
დ) $0{,}2 < x < 0{,}8$; $y > 0{,}2$;
ე) $0{,}2 < x < 1$; $y > 0{,}8$.

9. დააკვირდით მარჯვენა ნახაზს. მოიფიქრეთ, რამდენი სანტიმეტრი იქნება ABCD ოთხკუთხედის პერიმეტრი, თუკი |CE| = 2·|ED| და |DE| = 3 სმ.

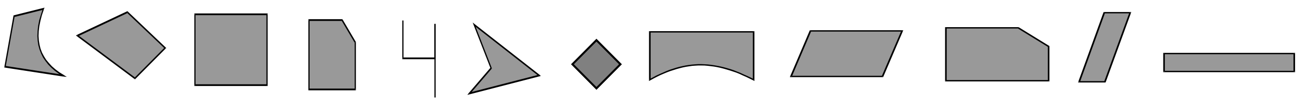


ა) 18 სმ; ბ) 15 სმ; გ) 36 სმ; დ) 9 სმ; ე) 30 სმ; ვ) 20 სმ; ზ) 58სმ.

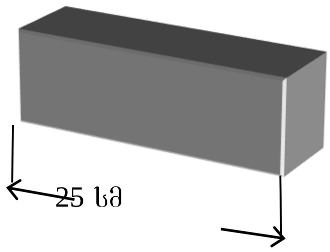
10. C წერტილი წრეხაზის ცენტრია, AE – მისი დიამეტრი. F წერტილი წრეხაზზე მდებარეობს. D წერტილი წრეხაზის გარეთაა. გამოთვალეთ DACF მრავალკუთხედის პერიმეტრი, თუკი ვიცით, რომ ის კვადრატია და |AE| = 6 მ.

ა) 4 მ; ბ) 12 მ; გ) 6 მ; დ) 5 მ; ე) 8 მ; ვ) 24 მ; ზ) 17 მ.

11. გაარკვიეთ, შემდეგი ნაკვთებიდან რამდენია მართკუთხედი და რამდენია მრავალკუთხედი:



12. ღობე აშენებულია ერთიდაიმავე ზომის აგურებით, რომელთა სიგრძე 25 სმ-ის ტოლია. თვითეულ მწკრივში 10-10 ცალი აგურია. ორ მეზობელ აგურს შორის კი 1 სმ სიგანის ბეტონის ფენაა. მოიფიქრეთ, რა იქნება ამ ღობის სიგრძე.

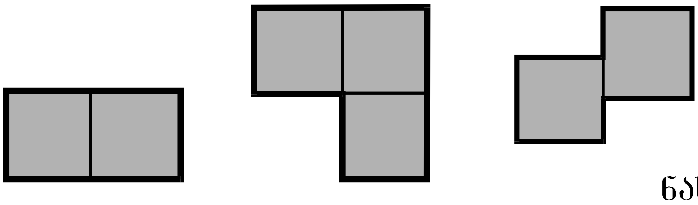


6.8. ᲤᲐᲠᲗᲝᲑᲘᲡ ᲪᲜᲔᲑᲐ

№ ᲡᲔᲠᲘᲐ

ᲜᲐᲙᲕᲗᲘᲡ ᲤᲐᲠᲗᲝᲑᲘ

ყველა ნაკვთი რაღაც ადგილს იკავებს სიბრტყეზე, ზოგი მეტს, ზოგი – ნაკლებს. მაგალითად, ნახ. 1-ზე მოცემული ნაკვთებიდან სიბრტყეზე ყველაზე მეტ ადგილს იკავებს მეორე ნაკვთი. მესამე ნაკვთი ფორმით განსხვავდება პირველი ნაკვთისაგან, მაგრამ ისიც იმდენივე ადგილს იკავებს სიბრტყეზე, რამდენსაც პირველი ნაკვთი.



ნახ. 1

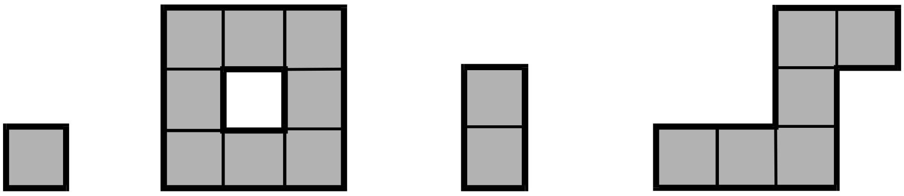
როცა სურთ აღნიშნონ, რომ ერთი ნაკვთი მეორესთან შედარებით უფრო მეტ ადგილს იკავებს სიბრტყეზე, მათემატიკაში ამბობენ, რომ ერთი ნაკვთის **ფართობი** მეტია მეორე ნაკვთის ფართობზე. ასევე, როცა ორი ნაკვთი ტოლ ადგილს იკავებს სიბრტყეზე, ამბობენ, რომ ამ ორი ნაკვთის ფართობები ტოლია. მაგალითად, ამბობენ, რომ ნახ. 1-ზე მოცემული ნაკვთებიდან ყველაზე მეტი ფართობი აქვს მეორე ნაკვთს, პირველ და მესამე ნაკვთებს კი ტოლი ფართობები აქვს.

ცხადია, ერთმანეთის ტოლი ნაკვთები ტოლ ადგილებს იკავებს სიბრტყეზე. ამიტომ ტოლ ნაკვთებს ფართობებიც ტოლი აქვს. მაგრამ არატოლ ნაკვთებსაც შეიძლება ტოლი ფართობები ჰქონდეს. მაგალითად, ნახ. 1-ზე პირველი ნაკვთი მართკუთხედია, მესამე – არა, მაგრამ მათი ფართობები მაინც ტოლია.

ყოველ ნაკვთს აქვს ფართობი. ტოლ ნაკვთებს ტოლი ფართობები აქვს. მაგრამ ტოლი ფართობები შეიძლება ჰქონდეთ არატოლ ნაკვთებსაც.

ცხადია, თუკი რაიმე ნაკვთს გავყოფთ ორ ან მეტ ნაწილად, მაშინ მოცემული ნაკვთის ფართობი ტოლი იქნება მიღებული ნაწილების ფართობთა ჯამისა. მაგალითად, ნახ.1-ზე მესამე ნაკვთის ფართობი ტოლია ორი კვადრატის ფართობთა ჯამისა. ასევე, თუკი ერთმანეთზე მივადგამთ ორ ნაკვთს, მაშინ მიღებული დიდი ნაკვთის ფართობი ტოლი იქნება პატარა ნაკვთების ფართობთა ჯამისა.

1. გაარკვიეთ, ამ ნაკვთებიდან რომლის ფართობია უფრო მეტი და რამდენჯერ:

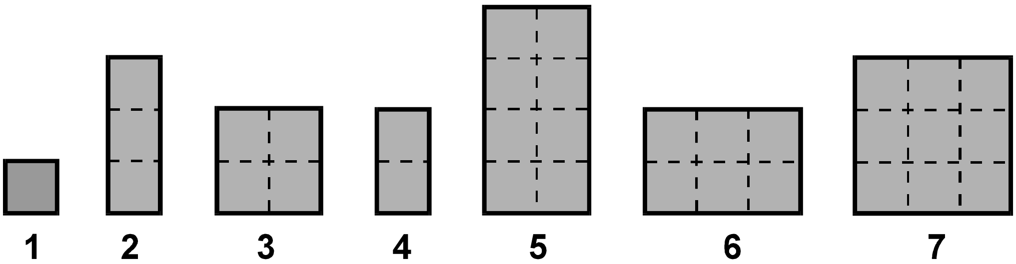


I. პირველის თუ მეორისა;

II. პირველის თუ მესამისა;

III. მესამის თუ მეოთხისა.

2. შეადარეთ ერთმანეთს აქ დახაზული მართკუთხედების ფართობები. მართკუთხე-დების ნომრები ჩაწერეთ რვეულში ამ მართკუთხედების ფართობთა კლების მიხედვით.



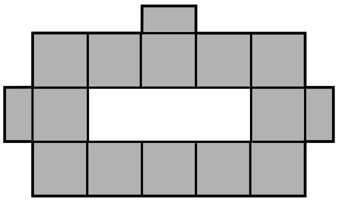
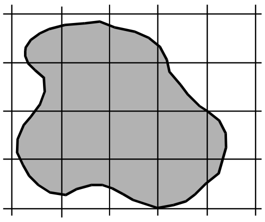
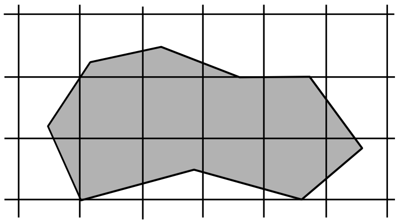
3. დახაზეთ კვადრატი 1 სმ × 1 სმ. შემდეგ დახაზეთ:

I. მართკუთხედი, რომლის ფართობი 3-ჯერ მეტია ამ კვადრატის ფართობზე;

II. მართკუთხედისგან განსხვავებული ერთი ისეთი ნაკვთი, რომლის ფართობი 6-ჯერ მეტია დახაზული კვადრატის ფართობზე;

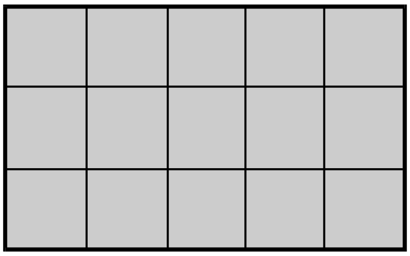
III. ისეთი მართკუთხედი, რომლის ფართობი 2-ჯერ ნაკლებია კვადრატის ფართობზე.

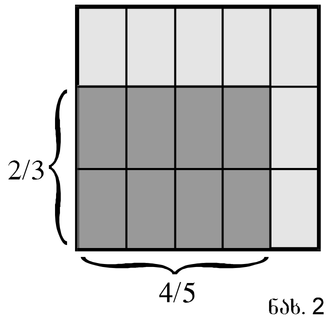
4. შეაფასეთ ნაკვთების ფართობები: რამდენი კვადრატი ეტევა სრულად ფიგურაში? რამდენი კვადრატი ფარავს ფიგურას სრულად?

5. ვთქვათ, ფართობის გასაზომად ავირჩიეთ მართკუთხედი 1/3 სმ × 1 სმ. იქნება თუ არა ეს მოსახერხებელი? რისი ტოლი იქნება ისეთი კვადრატის ფართობი, რომლის ჩვეულებრივად გაზომილი ფართობი 15 კვ. სმ-ის ტოლია?

6. გამოიყენეთ შეკრებისა და გამრავლების მოქმედებებს შორის კავშირი და ადვილი წესით გამოთვალეთ მართკუთხედის ფართობი:


ნახ. 1



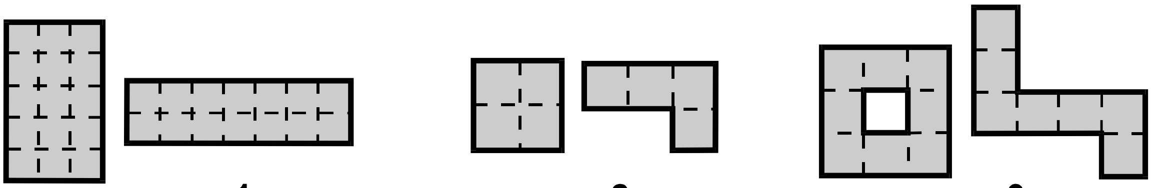
ნახ. 2

7. მოიგონეთ, ჩაწერეთ და ამოხსენით ამოცანა ფართობზე.

8. **<u>ჯგუფური მუშაობა: სკოლის ეზოში მიწის რომელიმე ნაკვეთის ფართობის გაზომვა:</u>**

- კვ. ნაბიჯებში,
- კვ. მეტრებში,
- არებში,
- ჰექტარებში.

1. დააკვირდით დახაზული ნაკვთების წყვილებს და გაარკვიეთ, თვითეულ წყვილში რომელი ნაკვთი იკავებს უფრო მეტ ადგილს სიბრტყეზე: მარჯვენა თუ მარცხენა.



1 2 3

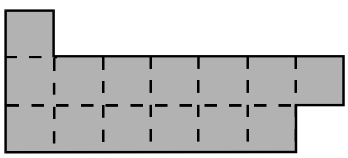
მითითება: შედარებისას ყურადღება მიაქციეთ პატარა კვადრატების რაოდენობას.

2. გამოჭერით ქაღალდისგან 12 ცალი ერთნაირი კვადრატი 1 სმ × 1 სმ. შეადგინეთ ამ კვადრატებისაგან ერთმანეთის არატოლი მართკუთხედები. რაც უფრო მეტ მართკუთხედს მიიღებთ, მით უკეთესია. ჩახაზეთ რვეულში თვითეული მიღებული მართკუთხედი.

3. მართკუთხა ფორმის ქაღალდის ფურცლებიდან ერთის სიგრძე 4-ჯერ მეტია მეორის სიგრძეზე, ხოლო სიგანე – 2-ჯერ ნაკლებია მეორე ფურცლის სიგანეზე. რომელი ფურცელია უფრო დიდი და რამდენჯერ?

მითითება. მოიშველიეთ ნახაზი.

4. ორმა კომლმა თანაბრად უნდა გაიყოს მიწის ნაკვეთი, რომელსაც ასეთი ფორმა აქვს:

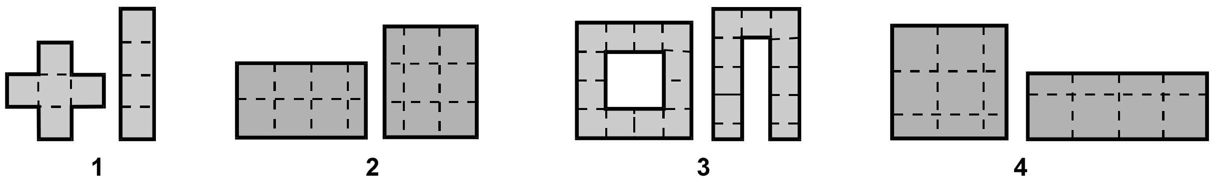


გადაიხაზეთ ეს ნაკვთი და გაყავით წითელი ხაზით ორ ნაწილად ისე, რომ თვითეულ კომლს ერთიდაიმავე ოდენობის მიწა შეხვდეს.

5. ოროთახიან ბინაში ერთნაირი პარკეტი დააგეს. ერთ ოთახს დასჭირდა 612 ცალი

პარკეტი, მეორეს კი 1836 ცალი. თქვენი აზრით, რომელი ოთახია უფრო დიდი? რამდენჯერ?

6. დააკვირდით დახაზული ნაკვთების წყვილებს და გაარკვიეთ, თვითეულ წყვილში რომელი ნაკვთი იკავებს უფრო მეტ ადგილს სიბრტყეზე: მარჯვენა თუ მარცხენა.

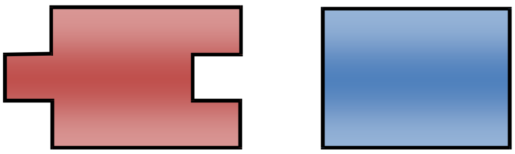


7. დახაზეთ კვადრატი 1 სმ × 1 სმ. შემდეგ დახაზეთ:

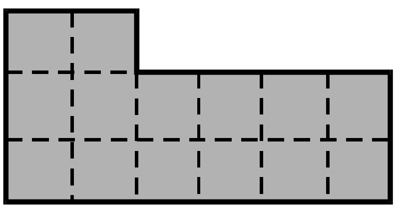
II. 1 სმ სიგანის ისეთი მართკუთხედი, რომელიც 3-ჯერ მეტ ადგილს იკავებს, ვიდრე დახაზული კვადრატი;

III. 2 სმ სიგანის ისეთი მართკუთხედი, რომელიც 6-ჯერ მეტ ადგილს იკავებს, ვიდრე დახაზული კვადრატი.

8. გაარკვიეთ, რომელი ნაკვთი იკავებს უფრო მეტ ადგილს სიბრტყეზე – მარჯვენა თუ მარცხენა. რატომ?



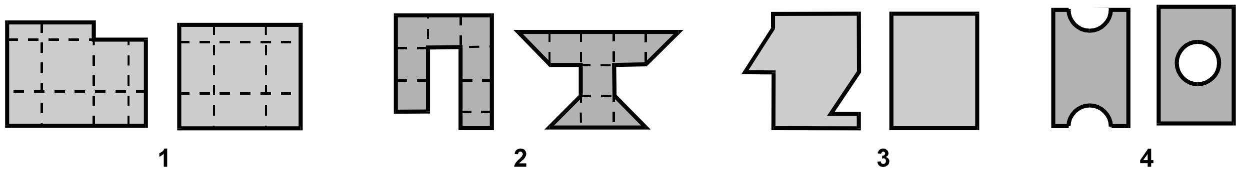
9. ორმა კომლმა თანაბრად უნდა გაიყოს მიწის ნაკვეთი, რომელსაც ასეთი ფორმა აქვს:



გადაიხაზეთ ეს ნაკვთი და გაყავით წითელი ხაზით ორ ნაწილად ისე, რომ თვითეულ კომლს ერთიდაიმავე ოდენობის მიწა შეხვდეს.

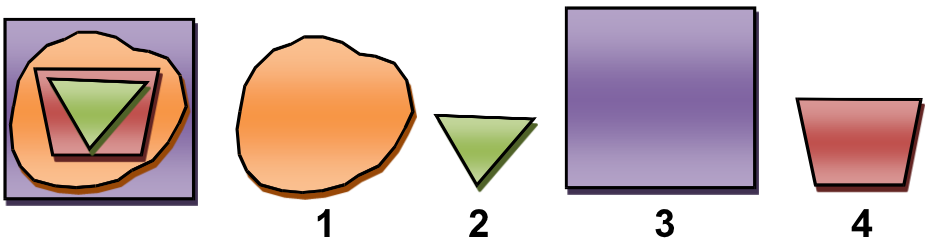
№ სერია

1. დააკვირდით დახაზული ნაკვთების წყვილებს და გაარკვიეთ, ყოველ წყვილში რომელი ნაკვთის ფართობია უფრო მეტი – მარჯვენასი თუ მარცხენასი:



2. დახაზეთ კვადრატი 1/2 სმ × 1/2 სმ. შემდეგ დახაზეთ ორი ისეთი მართკუთხედი, რომ პირველის ფართობი იყოს 2-ჯერ მეტი კვადრატის ფართობზე, ხოლო მეორისა კი – 4-ჯერ მეტი. შემდეგ დახაზეთ მართკუთხედისგან განსხვავებული ისეთი ნაკვთი, რომლის ფართობი 5-ჯერ მეტია კვადრატის ფართობზე.

3. დააკვირდით ნახაზებს და ნაკვთების ნომრები დაალაგეთ შესაბამისი ნაკვთის ფართობის კლების მიხედვით:



ახლა თქვენ თვითონ შეავსეთ და ჩაწერეთ დასკვნა:

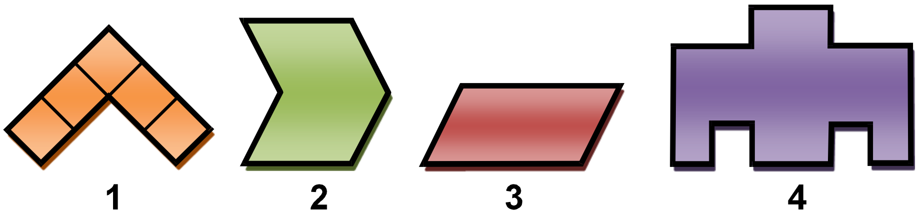
„თუკი ერთი ნაკვთი .... , მაშინ მისი ფართობი მეტია მეორე ნაკვთის ფართობზე“.

მოიფიქრეთ, მართებულია თუ არა და რატომ ამის შებრუნებული წინადადება:

„თუკი ერთი ნაკვთის ფართობი მეტია მეორის ფართობზე, მაშინ მეორე ნაკვთი შეიძლება მთლიანად მოვათავსოთ პირველში“.

4. დააკვირდით აქ დახაზულ ოთხ ნაკვთს და დახაზეთ ისეთი მართკუთხედები, რომ პირველის ფართობი ტოლი იყოს პირველი ნაკვთის ფართობისა, მეორის

ფართობი ტოლი იყოს მეორე ნაკვთის ფართობისა და ასე შემდეგ.



5. გაარკვიეთ, შემდეგი წინადადებებიდან რომლებია მცდარი და რატომ:

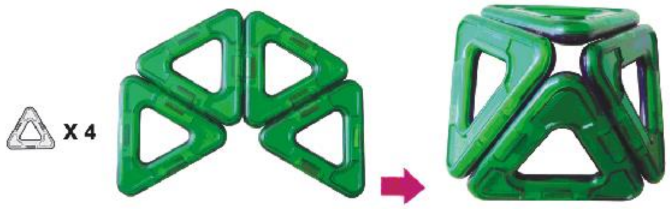
I. თუკი ორი ნაკვთი ტოლია, მაშინ მათი ფართობებიც ტოლია;

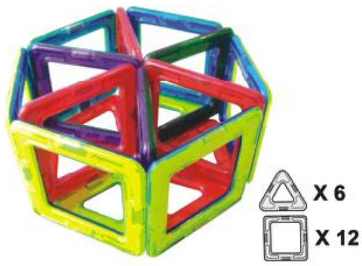
II. თუკი ორი ნაკვთის ფართობები ტოლია, მაშინ ეს ნაკვთებიც ტოლია.

6. დახაზეთ წრიული რგოლი, რომლის შიგა წრეხაზის დიამეტრის სიგრძეა $1\frac{6}{10}$ სმ, ხოლო გარე წრეხაზის რადიუსისა – $2\frac{8}{10}$ სმ. რგოლის მარცხნივ დახაზეთ ერთი ისეთი წრე, რომლის ფართობი ნაკლებია რგოლის ფართობზე, ხოლო რგოლის მარჯვნივ დახაზეთ ერთი ისეთი წრე, რომლის ფართობი მეტია რგოლის ფართობზე, მაგრამ რომლის რადიუსის სიგრძე ნაკლებია $2\frac{9}{10}$ სმ-ზე.

მაგნიტური ფორმები (მაგფორმერი)

დამზადებულია პლასტმასისა და ძლიერი მაგნიტისაგან. ძირითადი ფორმებია სამკუთხედი და კვადრატი. მაგნიტები არის მთლიანად მოთავსებული პლასტიკის კაფსულაში, კიდეები არ აქვს დაწებებული. მაგნიტი ბრუნავს და ადვილად უკავშირდება სხვანაწილებს, არ არის განმასხვევებელი აღნიშვნა პოლუსსა და S პოლუსს შორის.



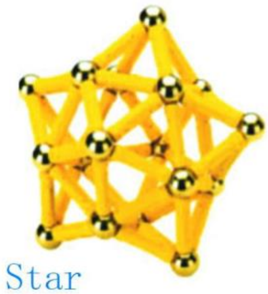


მაგნიტების დაკავშირების მეშვეობით, შეიძლება სფეროს, პირამიდის ან კუბის აწყობა. შესაძლოა აწყობილი ფიგურები გარდაიქმნას სხვადასხვა მოდელად, ისე, რომ გამოიყენებოდეს ხელოვნებასთან (ან სხვა საგათან) ინტეგრირებული გაკვეთილისათვის.

მოსწავლემ შესაძლოა მაგნიტებისაგან გააკეთოს კუბი ან პირამიდა და დათვალოს წახნაგები. რამდენი წიბო დასჭირდა შედგენას? დაითვალოს წიბოები შლილში და ეძებოს, სად დაიკარგა კონსტრუქციაში ის „ზედმეტი“ წიბო - მოსწავლე მიხვდება, რომ ერთმანეთს „დაედო“.

მაგნიტური ჩხირები (მაგნეტიქსი)

საბავშვო თავსატეხი ნამდვილი ჯადოსნური ჯოხია! მისი წყალობით ბავშვიქმნის ახალ-ახალ, სამგანზომილებიან სივრცეებს! – უდავოდ ჩინებული გასართობია, მისი წყალობით კი ბავშვის ფანტაზია მართლაც უსაზღვრო ხდება.



პირველი-მეორე კლასის მოსწავლეებში შესაძლოა გამოვიყენოთ წარმოსახვის უნარს ჩამოსაყალიბებლად, ხელოვნებასთან მათემატიკის გაკვეთილის ინტეგრირებისათვის შესაძლოა შექმნან უამრავი საგანი, ცხოველი, თვითმფრინავი, ველოსიპედიც კი... ამოიცნონ გეომეტრიული ფიგურები;

ერთ ფიგურა თუ საგანი წამში შესაძლოა სულ სხვად გარდაიქმნეს და თამაშ-თამაშით კიდევ უფრო მეტი იდეა დაიბადოს. სათამაშო გამოიყენება, როგორც ბრტყელი ფიგურების, ასევე სამგანზომილებიანი ფიგურების სასწავლო ინსტრუმენტი.

დაამზადეთ **მაგფორმერით** სტერეომეტრიულ ფიგურები, მაგალითად, მართკუთხა პარალელეპიპედი (კუბი), სამკუთხა და ოთხკუთხა პირამიდები, სამკუთხა პრიზმა და მათი თითო შლილი. დაამზადეთ რაც შეიძლება მეტი განსხვავებული შლილი თითოეული ფიგურისთვის.

მაგფორმერის კომპლექტის გამოყენებით დაამზადეთ ტანგრამები (სხვადასხვა საგნების, მათ შორის ლათინური ასოების, ცხოველების გამოსახულებები და ა.შ. სხვა ბრტყელი ფიგურები) ფიგურების ერთმანეთზე მიდგმით.**მაგფორმერის** კომპლექტის გამოყენებით დაამზადეთ ტოლდიდი ბრტყელი ფიგურები სხვადასხვა ფიგურების ერთმანეთზე მიდგმით.

"სვეტებისა და კედლების" თვალსაჩინოების საშუალებით წარმოაჩინეთ მართკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის მართებულობა.

"კუბების" კომპლექტის კუბებისგან დაამზადეთ "დაგრაგნილი" ფორმის სივრცული ფიგურები. რამდენი კუბი იქნება საჭირო მოცემული ფიგურის შესავსებად მართკუთხა პარალელეპიპედამდე?.

მაგნეტიქსის კომპლექტის გამოყენებით დაამზადეთ მრავალწახნაგები, დათვალეთ წიბოების, წვეროების და წახნაგების რაოდენობა და შეამოწმეთ ეილერის ფორმულის მართებულობა რამდენიმე მრავალწახნაგასთვის.

მაგნეტიქსის კომპლექტის გამოყენებით დაამზადეთ მოდელები: ღია და შეკრული ტეხილები და მრუდები, მარტივი ტეხილები და მრუდები; აგრეთვე ტეხილები და მრუდები, რიმლებიც არ არის მარტივი; ბრტყელი გეომეტრიული კუთხოვანი ფიგურები, რომლებიც არ არის მრავალკუთხედები.

ბოლოს:

მაგფორმერის, მაგნეტიქსის, "სვეტებისა და კედლების", "კუბების" კომპლექტების გამოყენებით დაამზადეთ მოდელები, რომლებიც შესწავლილი საკითხების გათვალსაჩინოების (გაგების) საშუალებას იძლევა. განსაკუთრებით ფასობს აქტივობები, რომლებიც ცნებებისა და პროცედურების აგებისთვისაა გამიზნული.