

ჰოცილეი / ხეზნიხი / ეოცხეი

ფიზიკის საფუძვლები



ღვინე ჰოციღეი
ხოზეხე ხუნეი
ჯეხეი უოცეხეი

ფიზიკის საფუძვლები

პირველი ქართული გამოცემა



ილიას სახელმწიფო
უნივერსიტეტი

2010

ნ ა ნ ი ც ი

თავი 1. ერთეულთა სისტემა	1
1.1. რა არის ფიზიკა?	1
1.2. სიდიდეების გაზომვა	1
1.3. ერთეულების საერთაშორისო სისტემა	2
1.4. ერთეულთა შეცვლა	3
1.5. სიგრძე	5
1.6. დრო	6
1.7. მასა	9
მიმოხილვა და შეჯამება	10
ამოცანები	10
თავი 2. წრფივი მოძრაობა	18
2.1. რა არის ფიზიკა?	18
2.2. მოძრაობა	18
2.3. მდებარეობა და გადაადგილება	19
2.4. საშუალო მანძილი და საშუალო სიჩქარე	20
2.5. მყისი მანძილი და მყისი სიჩქარე	23
2.6. აჩქარება	25
2.7. თანაბარი აჩქარება: განსაკუთრებული შემთხვევა	27
2.8. კიდევ ერთხელ თანაბარი აჩქარების შესახებ	30
2.9. თავისუფალი ვარდნის აჩქარება	31
2.10. გრაფიკული ინტეგრალი მოძრაობის შესწავლაში	34
მიმოხილვა და შეჯამება	36
შეკითხვები	37
ამოცანები	38
თავი 3. ვექტორები	52
3.1. რა არის ფიზიკა?	52
3.2. ვექტორები და სკალარები	52
3.3. ვექტორების გეომეტრიული შეკრება	53
3.4. ვექტორების კომპონენტები	56
3.5. ერთეულოვანი ვექტორები	60
3.6. ვექტორების შეკრება კომპონენტების საშუალებით	61
3.7. ვექტორები და ფიზიკის კანონები	65
3.8. ვექტორების გამრავლება	65
მიმოხილვა და შეჯამება	70
შეკითხვები	71
ამოცანები	72
თავი 4. ორგანოზომილებიანი და სამგანოზომილებიანი მოძრაობა	80
4.1. რა არის ფიზიკა?	80
4.2. მდებარეობა და გადაადგილება	80
4.3. საშუალო სიჩქარე და მყისი სიჩქარე	83
4.4. საშუალო აჩქარება და მყისი აჩქარება	86
4.5. ჭურვისებრივი მოძრაობა	88
4.6. ჭურვისებრივი მოძრაობის ანალიზი	90
4.7. თანაბარი წრიული მოძრაობა	96
4.8. ერთგანზომილებიანი ფარდობითი მოძრაობა	98
4.9. ორგანოზომილებიანი ფარდობითი მოძრაობა	100
მიმოხილვა და შეჯამება	102
შეკითხვები	103
ამოცანები	105

თავი 5. ძალა და მოძრაობა	123
5.1. რა არის ფიზიკა?	123
5.2. ნიუტონის მექანიკა	123
5.3. ნიუტონის პირველი კანონი	124
5.4. ძალა	124
5.5. მასა	126
5.6. ნიუტონის მეორე კანონი	127
5.7. ზოგიერთი კონკრეტული ძალა	131
5.8. ნიუტონის მესამე კანონი	136
5.9. ნიუტონის კანონების გამოყენება	137
მიმოხილვა და შეჯამება	144
კითხვები	145
ამოცანები	147
თავი 6. ძალა და მოძრაობა	160
6.1. რა არის ფიზიკა?	160
6.2. ხახუნი	160
6.3. ხახუნის თვისებები	162
6.4. წვეის ძალა და საბოლოო სიჩქარე	166
6.5. თანაბარი წრიული მოძრაობა	169
მიმოხილვა და შეჯამება	175
შეკითხვები	176
ამოცანები	177
თავი 7. კინეტიკური ენერგია და მუშაობა	191
7.1. რა არის ფიზიკა?	191
7.2. რა არის ენერგია?	191
7.3. კინეტიკური ენერგია	192
7.4. მუშაობა	193
7.5. მუშაობა და კინეტიკური ენერგია	193
7.6. მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა	197
7.7. დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა	201
7.8. ცვლადი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა	204
7.9. სიმძლავრე	208
მიმოხილვა და შეჯამება	210
შეკითხვები	211
ამოცანები	212
თავი 8. პოტენციური ენერგია და ენერგიის შენახვა	223
8.1. რა არის ფიზიკა?	223
8.2. მუშაობა და პოტენციური ენერგია	224
8.3. შემნახველი ძალების ტრაექტორიისგან დამოუკიდებლობა	225
8.4. პოტენციური ენერგიის მნიშვნელობების განსაზღვრა	227
8.5. მექანიკური ენერგიის შენახვა	229
8.6. პოტენციური ენერგიის გრაფიკის წაკითხვა	234
8.7. გარე ძალის მიერ სისტემაზე შესრულებული მუშაობა	237
8.8. ენერგიის შენახვა	240
მიმოხილვა და შეჯამება	245
შეკითხვები	246
ამოცანები	248

თავი 9. მასის ცენტრი და იმპულსი.....267

9.1. რა არის ფიზიკა?	267
9.2. მასის ცენტრი	268
9.3. ნიუტონის მეორე კანონი ნივთიერ ნერტილთა სისტემისთვის	272
9.4. იმპულსი	276
9.5. ნივთიერ ნერტილთა სისტემის იმპულსი	277
9.6. შეჯახება და იმპულსი	277
9.7. იმპულსის მუდმივობა	281
9.8. იმპულსი და კინეტიკური ენერგია შეჯახებების დროს	285
9.9. არაელასტიური შეჯახებები ერთ განზომილებაში	285
9.10. ელასტიური შეჯახებები ერთ განზომილებაში	289
9.11. შეჯახებები ორ განზომილებაში	292
9.12. ცვლადი მასის მქონე სისტემები: რაკეტა	293
მიმოხილვა და შეჯამება	295
კითხვები	296
ამოცანები	299

თავი 10. ბრუნვა.....316

10.1. რა არის ფიზიკა?	316
10.2. ბრუნვის პარამეტრები	316
10.3. არიან თუ არა კუთხური სიდიდეები ვექტორები?	321
10.4. ბრუნვა თანაბარი კუთხური აჩქარებით	322
10.5. წრფივი და კუთხური ცვლადების ერთმანეთთან დაკავშირება	324
10.6. ბრუნვის კინეტიკური ენერგია	327

10.7. ბრუნვითი ინერციის გამოთვლა	328
10.8. მატრუნი მომენტი	332
10.9. ნიუტონის მეორე კანონი ბრუნვისთვის	334
10.10. მუშაობა და ბრუნვის კინეტიკური ენერგია	337
მიმოხილვა და შეჯამება	341
კითხვები	342
ამოცანები	344

თავი 11. გორვა, მატრუნი მომენტი და კუთხური იმპულსი.....359

11.1. რა არის ფიზიკა?	359
11.2. გორვა, როგორც გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის გაერთიანება	360
11.3. გორვის კინეტიკური ენერგია	362
11.4. გორვის ძალები	363
11.5. იო-იო	365
11.6. მატრუნი მომენტის ხელახლა განხილვა	366
11.7. კუთხური იმპულსი	368
11.8. ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა	371
11.9. ნივთიერ ნერტილთა სისტემის კუთხური იმპულსი	373
11.10. ფიქსირებული ღერძის გარშემო მატრუნავი მყარი სხეულის კუთხური იმპულსი	374
11.11. კუთხური იმპულსის მუდმივობა	377
11.12. გიროსკოპის პრეცესია	382
მიმოხილვა და შეჯამება	383
კითხვები	384
ამოცანები	386

ნაწილი II

თავი 12. წონასწორობა და ელასტიურობა 398

12.1. რა არის ფიზიკა?	398
12.2. წონასწორობა	398
12.3. წონასწორობისთვის საჭირო პირობები	400
12.4. მიზიდულობის ცენტრი	401
12.5. სტატიკური წონასწორობის რამდენიმე მაგალითი	403
12.6. სტატიკურად განუსაზღვრელი კონსტრუქცია	409
12.7. ელასტიურობა	411
მიმოხილვა და შეჯამება	415
კითხვები	416
ამოცანები	417

თავი 13. მიზიდულობა.....431

13.1. რა არის ფიზიკა?	431
13.2. ნიუტონის მიზიდულობის კანონი	432
13.3. მიზიდულობა და ზედდების პრინციპი	434
13.4. მიზიდულობა დედამიწის ზედაპირთან ახლოს	436
13.5. მიზიდულობა დედამიწის შიგნით	439
13.6. მიზიდულობის პოტენციული ენერგია	441
13.7. პლანეტები და თანამგზავრები: კეპლერის კანონები	445
13.8. თანამგზავრები: ორბიტები და ენერგია	449
13.9. აინშტაინი და მიზიდულობა	450
მიმოხილვა და შეჯამება	453
კითხვები	454
ამოცანები	456

თავი 14. სითხეები 468

14.1. რა არის ფიზიკა?	468
14.2. რა არის სითხე?	468
14.3. სიმკვრივე და წნევა	469
14.4. სითხეები უძრავ მდგომარეობაში	471

14.5. წნევის გაზომვა	474
14.6. პასკალის პრინციპი	475
14.7. არქიმედეს პრინციპი	477
14.8. მოძრავი იდეალური სითხეები	480
14.9. უწყვეტობის განტოლება	481
14.10. ბერნულის განტოლება	483
მიმოხილვა და შეჯამება	488
კითხვები	489
ამოცანები	490

თავი 15. რხევები 502

15.1. რა არის ფიზიკა?	502
15.2. მარტივი ჰარმონიული მოძრაობა	502
15.3. ძალის კანონი მარტივი ჰარმონიული მოძრაობისთვის	506
15.4. ენერგია მარტივ ჰარმონიულ მოძრაობაში	508
15.5. კუთხური მარტივი ჰარმონიული ოსცილატორი	510
15.6. ქანქარები	511
15.7. მარტივი ჰარმონიული მოძრაობა და ერთგვაროვანი წრიული მოძრაობა	516
15.8. მიღწეადი მარტივი ჰარმონიული მოძრაობა	517
15.9. იძულებითი რხევები და რეზონანსი	519
მიმოხილვა და შეჯამება	520
კითხვები	521
ამოცანები	523

თავი 16. ტალღები 536

16.1. რა არის ფიზიკა?	536
16.2. ტალღების სახეობები	537
16.3. განივი და გასწვრივი ტალღები	537
16.4. ტალღის სიგრძე და სიხშირე	539
16.5. მოძრავი ტალღის სიჩქარე	542
16.6. ტალღის სიჩქარე დაჭიმულ თოკზე	545

16.7. თოკის გასწვრივ მოძრავი ტალღის ენერგია და სიმძლავრე.....	547
16.8. ტალღის განტოლება	549
16.9. ტალღების სუპერპოზიციის პრინციპი	551
16.10. ტალღების ინტერფერენცია.....	552
16.11. ვექტორები	555
16.12. მდგარი ტალღები.....	556
16.13. მდგარი ტალღები და რეზონანსი.....	559
მიმოხილვა და შეჯამება.....	561
კითხვები.....	563
ამოცანები.....	564

თავი 17. ტალღები	574
17.1. რა არის ფიზიკა?.....	574
17.2. ბგერის ტალღები	575
17.3. ბგერის სიჩქარე	575
17.3. ფორმულის გამოყენება	576
17.4. მოძრავი ბგერითი ტალღები.....	578
17.5. ინტერფერენცია.....	581
17.6. ინტენსივობა და ხმამაღლობის დონე.....	583
17.7. მუსიკალური ბგერების წყაროები	587
17.8. რიტმები.....	589
17.9. დოპლერის ეფექტი	591
17.10. ზეგბერითი სიჩქარეები, დარტყმითი ტალღები.....	595
მიმოხილვა და შეჯამება.....	596
კითხვები.....	598
ამოცანები.....	599

თავი 18. ტემპერატურა, სითბო და თერმოდინამიკის პირველი კანონი	613
18.1. რა არის ფიზიკა?.....	613
18.2. ტემპერატურა.....	614
18.3. თერმოდინამიკის ნულოვანი კანონი.....	614
18.4. ტემპერატურის გაზომვა	615
18.5. ცელსიუსის და ფარენგეიტის შკალები.....	617
18.6. თბური გაფართოება.....	619
18.7. ტემპერატურა და სითბო	622
18.8. მყარი სხეულების და სითხეების მიერ სითბოს შთანთქმა.....	623
18.9. კიდევ ერთხელ სითბოსა და მუშაობის შესახებ.....	628

ნახილ III

თავი 21. ელექტრული მუხტი.....	719
21.1. რა არის ფიზიკა?.....	719
21.2. ელექტრული მუხტი	720
21.3. გამტარები და დიელექტრიკები	721
21.4. კულონის კანონი	724
21.5. მუხტი კვანტირდება.....	730
21.6. მუხტი ინახება	731
მიმოხილვა და შეჯამება.....	732
კითხვები.....	733
ამოცანები.....	735

თავი 22. ელექტრული ველები	743
22.1. რა არის ფიზიკა?.....	743
22.2. ელექტრული ველი.....	744
22.3. ელექტრული ველის ძალწირები	745
22.4. ნერტილოვანი მუხტით გამოწვეული ელექტრული ველი	747
22.5. ელექტრული დიპოლით გამოწვეული ელექტრული ველი	749

18.10. თერმოდინამიკის პირველი კანონი	630
18.11. თერმოდინამიკის პირველი კანონის განსაკუთრებული შემთხვევები.....	631
18.12. სითბოს გადაცემის მექანიზმები	633
მიმოხილვა და შეჯამება.....	638
კითხვები.....	640
ამოცანები.....	641

თავი 19. აირების კინეტიკური თეორია	652
19.1. რა არის ფიზიკა?.....	652
19.2. ავოგადროს რიცხვი	653
19.3. იდეალური აირები.....	653
19.4. წნევა, ტემპერატურა და საშუალო კვადრატული სიჩქარე	657
19.5. წინსვლითი კინეტიკური ენერგია.....	659
19.6. საშუალო თავისუფალი გარბენი.....	660
19.7. მოლეკულური სიჩქარეების განაწილება.....	662
19.8. იდეალური აირის მოლეკული კუთრი სითბოტევადობა.....	665
19.9. თავისუფლების ხარისხის და მოლეკული კუთრი სითბოტევადობა.....	669
19.10. მინიშნება ქვანტურ თეორიაზე.....	671
19.11. იდეალური აირის ადიაბატური გაფართოება	672
მიმოხილვა და შეჯამება.....	676
კითხვები.....	677
ამოცანები.....	678

თავი 20. ენტროპია და თერმოდინამიკის მეორე კანონი	688
20.1. რა არის ფიზიკა?.....	688
20.2. შეუქცევადი პროცესები და ენტროპია.....	688
20.3. ენტროპიის ცვლილება	689
20.4. თერმოდინამიკის მეორე კანონი.....	695
20.5. ენტროპია რეალურ სამყაროში: ძრავები	696
20.6. ენტროპია რეალურ სამყაროში: მაცივრები.....	701
20.7. რეალური ძრავების მარგი ქმედების კოეფიციენტები.....	703
20.8. ენტროპიის სტატისტიკური განხილვა.....	704
მიმოხილვა და შეჯამება.....	708
კითხვები.....	709
ამოცანები.....	710

22.6. დამუხტული წირით გამოწვეული ელექტრული ველი	751
22.7. დამუხტული დისკოს შედეგად წარმოქმნილი ელექტრული ველი	756
22.8. ნერტილოვანი მუხტი ელექტრულ ველში	757
22.9. დიპოლი ელექტრულ ველში	759
მიმოხილვა და შეჯამება	762
კითხვები.....	763
ამოცანები.....	765

თავი 23. გაუსის კანონი	775
23.1. რა არის ფიზიკა?.....	775
23.2. ნაკადი.....	776
23.3. ნაკადი ელექტრულ ველში.....	777
23.4. გაუსის კანონი	779
23.5. გაუსის კანონი და კულონის კანონი.....	781
23.6. დამუხტული იზოლირებული გამტარი.....	783
23.7. გაუსის კანონის გამოყენება: ცილინდრული სიმეტრია	786

23.8. გაუსის კანონის გამოყენება: პლანარული სიმეტრია	787
23.9. გაუსის კანონის გამოყენება: სფერული სიმეტრია	790
მიმოხილვა და შეჯამება.....	792
კითხვები.....	792
ამოცანები.....	794
თავი 24. ელექტრული პოტენციალი	804
24.1. რა არის ფიზიკა?	804
24.2. ელექტრული პოტენციური ენერგია	804
24.3. ელექტრული პოტენციალი	806
24.4. ეკვიპოტენციური ზედაპირები	808
24.5. პოტენციალის გამოთვლა ველის საშუალებით	809
24.6. წერტილოვანი მუხტით გამოწვეული პოტენციალი	811
24.7. წერტილოვანი მუხტების ჯგუფით გამოწვეული პოტენციალი	813
24.8. ელექტრული დიპოლით გამოწვეული პოტენციალი	814
24.9. მუხტების უწყვეტი განაწილებით გამოწვეული პოტენციალი	816
24.10. ველის გამოთვლა პოტენციალის საშუალებით	818
24.11. წერტილოვანი მუხტების სისტემის ელექტრული პოტენციური ენერგია	820
24.12. დამუხტული იზოლირებული გამტარის პოტენციალი	822
მიმოხილვა და შეჯამება.....	824
კითხვები.....	825
ამოცანები.....	827
თავი 25. ტევადობა	840
25.1. რა არის ფიზიკა?	840
25.2. ტევადობა	841
25.3. ტევადობის გამოთვლა	843
25.4. მიმდევრობითი და პარალელური კონდენსატორები	847
25.5. ელექტრულ ველში შენახული ენერგია	852
25.6. კონდენსატორი დიელექტრიკთან ერთად	855
25.7. დიელექტრიკები: ატომისტური შეხედულება	857
25.8. დიელექტრიკები და გაუსის კანონი	858
მიმოხილვა და შეჯამება.....	861
კითხვები.....	862
ამოცანები.....	863
თავი 26. დენი და წინაღობა	873
26.1. რა არის ფიზიკა?	873
26.2. ელექტრული დენი	874
26.3. დენის სიმკვრივე	876
26.4. წინაღობა და კუთრი წინაღობა	879
26.5. ომის კანონი	883
26.6. ომის კანონის მიკროსკოპული განხილვა	885
26.7. სიმძლავრე ელექტრულ წრედებში	887
26.8. ნახევარგამტარები	888
26.9. სუპერგამტარები	890
მიმოხილვა და შეჯამება.....	891
კითხვები.....	892
ამოცანები.....	893

თავი 27. წრედები	901
27.1. რა არის ფიზიკა?	901
27.2. „ამოტუმბული“ მუხტები	901
27.3. მუშაობა, ენერგია და ემძ	902
27.4. დენის გამოთვლა ერთკონტურიან წრედში	904
27.5. სხვა ერთკონტურიანი წრედები	906
27.6. ორ წერტილს შორის პოტენციალთა სხვაობა	907
27.7. მრავალკონტურიანი წრედები	911
27.8. ამპერმეტრი და ვოლტმეტრი	917
27.9. RC წრედები	918
მიმოხილვა და შეჯამება.....	922
კითხვები.....	923
ამოცანები.....	925
თავი 28. მაგნიტური ველები	938
28.1. რა არის ფიზიკა?	938
28.2. რა წარმოქმნის მაგნიტურ ველს?	939
28.3. $\vec{B}$-ს განსაზღვრება	939
28.4. მკვეთი ველები: ელექტრონის აღმოჩენა	943
28.5. მკვეთი ველები: ჰოლის ეფექტი	945
28.6. წრიულად მოძრავი დამუხტული ნაწილაკი	948
28.7. ციკლოტრონი და სინქროტრონი	952
28.8. დენის გამტარ მავთულზე მოქმედი მაგნიტური ძალა	954
28.9. ბრუნვის მომენტი დენის კონტურზე	957
28.10. მაგნიტური დიპოლის იმპულსი	959
მიმოხილვა და შეჯამება.....	961
კითხვები.....	962
ამოცანები.....	963
თავი 29. დენით გამოწვეული მაგნიტური ველი	974
29.1. რა არის ფიზიკა?	974
29.2. დენით გამოწვეული მაგნიტური ველის გამოთვლა	975
29.3. ორ პარალელურ დენს შორის მოქმედი ძალა	981
29.4. ამპერის კანონი	983
29.5. სოლენოიდები და ტოროიდები	987
29.6. დენის გამტარი კოჭა, როგორც მაგნიტური დიპოლი	990
მიმოხილვა და შეჯამება.....	992
კითხვები.....	993
ამოცანები.....	995
თავი 30. ინდუქცია და ინდუქციურობა	1007
30.1. რა არის ფიზიკა?	1007
30.2. ორი ექსპერიმენტი	1008
30.3. ფარადის ინდუქციის კანონი	1008
30.4. ლენცის კანონი	1011
30.5. ინდუქცია და ენერგიის გადაცემა	1015
30.6. ინდუცირებული ელექტრული ველები	1019
30.7. ინდუქტორები და ინდუქციურობა	1023
30.8. თვითინდუქციურობა	1025
30.9. R წრედები	1026
30.10. მაგნიტურ ველში შენახული ენერგია	1030
30.11. მაგნიტური ველის ენერგიის სიმკვრივე	1031
30.12. ურთიერთინდუქცია	1033
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1036
კითხვები.....	1037
ამოცანები.....	1039

თავი 31. ელექტრომაგნიტური რხევები და ცვლადი დენი.....	1052
31.1. რა არის ფიზიკა?.....	1052
31.2. C რხევები ხარისხობრივად.....	1052
31.3. ელექტრულ-მექანიკური ანალოგია.....	1056
31.4. C რხევები რაოდენობრივად.....	1056
31.5. მიღწეადი რხევები RLC წრედში.....	1059
31.6. ცვლადი დენი.....	1061
31.7. იძულებითი რხევები.....	1062
31.8. სამი მარტივი წრედი.....	1062
31.9. მიმდევრობითი ღრ წრედი.....	1069
31.10. სიმძლავრე ცვლადი დენის წრედებში.....	1073
31.11. ტრანსფორმატორები.....	1076
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1080
კითხვები.....	1081
ამოცანები.....	1082

თავი 32. მაქსველის განტოლებები: მატერიის მაგნეტიზმი	1093
32.1. რა არის ფიზიკა?.....	1093
32.2. გაუსის კანონი მაგნიტური ველებისათვის	1094
32.3. ალძრული მაგნიტური ველები.....	1096
32.4. გადანაცვლების დენი	1099
32.5. მაქსველის განტოლებები.....	1101
32.6. მაგნიტები	1102
32.7. მაგნეტიზმი და ელექტრონები.....	1103
32.8. მაგნიტური მასალები.....	1108
32.9. დიამაგნეტიზმი	1108
32.10. პარამაგნეტიზმი	1110
32.11. ფერომაგნეტიზმი.....	1112
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1117
კითხვები.....	1119
ამოცანები.....	1121

ნაწილი IV

თავი 33. ელექტრომაგნიტური ტალღები.....	1130
33.1. რა არის ფიზიკა?.....	1130
33.2. მაქსველის ცისარტყელა.....	1130
33.3. მოძრავი ელექტრომაგნიტური ტალღა.....	1132
33.4. მოძრავი ელექტრომაგნიტური ტალღა.....	1135
33.5. ენერგიის გადატანა და პოინტინგის ვექტორი	1138
33.6. გამოსხივების წნევა	1141
33.7. პოლარიზაცია.....	1144
33.8. არეკვლა და გარდატეხა.....	1148
33.9. სრული შიდა არეკვლა	1154
33.10. პოლარიზაცია არეკვლით.....	1157
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1158
კითხვები.....	1158
ამოცანები.....	1160

თავი 34. გამოსახულებები.....	1175
34.1. რა არის ფიზიკა?.....	1175
34.2. გამოსახულების ორი ტიპი.....	1175
34.3. ბრტყელი სარკეები.....	1177
34.4. სფერული სარკეები	1179
34.5. გამოსახულება სფერულ სარკეში.....	1181
34.5. გამოსახულება სფერულ სარკეში.....	1185
34.6. სფერული გარდამტეხი ზედაპირები.....	1188
34.7. თხელი ლინზები	1194
34.8. ოპტიკური ხელსაწყოები.....	1198
34.9. სამი მტკიცებულება.....	1198
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1200
კითხვები.....	1201
ამოცანები.....	1203

თავი 35. ინტერფერენცია.....	1217
35.1. რა არის ფიზიკა?.....	1217
35.2. სინათლე, როგორც ტალღა	1218
35.3. დიფრაქცია	1223
35.4. იანგის ინტერფერენციის ექსპერიმენტი.....	1223
35.5. თანმიმდევრულობა	1228
35.6. დაძაბულობა ორი ხერხით ინტერფერენციაში.....	1229
35.7. ინტერფერენცია თხელი ფენებიდან	1233

35.8. მიხელსონის ინტერფერომეტრი.....	1241
მიმოხილვა და შეჯამება.....	1242
კითხვები.....	1243
ამოცანები.....	1245

თავი 36. დიფრაქცია	1259
36.1. რა არის ფიზიკა?.....	1259
36.2. დიფრაქცია და სინათლის ტალღური ბუნება ..	1260
36.3. ერთი ხერხით დიფრაქცია: მინიმუმის მდებარეობის დადგენა.....	1261
36.4. ხარისხობრივი ინტენსივობა ერთი ხერხით დიფრაქციაში.....	1265
36.5. რაოდენობრივი ინტენსივობა ერთი ხერხით დიფრაქციაში.....	1266
36.6. წრიული ხერხით დიფრაქცია	1269
36.7. ორი ხერხით დიფრაქცია	1272
36.8. დიფრაქციული მესერი.....	1275
36.9. მესრები: დისპერსია და გადაწყვეტუნარიანობა	1280
36.10. რენტგენის სხივების დიფრაქცია	1282
მიმოხილვა და შეჯამება	1285
კითხვები.....	1286
ამოცანები.....	1287

თავი 37. ფარდობითობის თეორია	1300
37.1. რა არის ფიზიკა?.....	1300
37.2. პოსტულატები	1301
37.3. მოვლენის გაზომვა	1302
37.4. ერთდროულობის ფარდობითობა.....	1304
37.5. დროის ფარდობითობა	1305
37.6. სიგრძის ფართობითობა	1311
37.7. ლორენცის გარდაქმნა	1314
37.8. ლორენცის ფორმულების ზოგიერთი შედეგი ..	1316
37.9. სიჩქარეების ფარდობითობა	1318
37.10. დოპლერის ეფექტი სინათლისთვის	1319
37.11. ახალი შეხედულება იმპულსზე	1323
37.12. ახალი შეხედულება ენერგიაზე	1324
მიმოხილვა და შეჯამება	1329
კითხვები.....	1331
ამოცანები.....	1332

ახთანადო სისტემა

1

1885 წლის ივნისში ჩრდილოეთ ნახევარსფეროს ცაზე ადრეული ღამით თხელი, მოლურჯო-მოვერცხლისფრო ღრუბლები გამოჩნდა. მომდევნო ათწლეულებში ასეთი ღრუბლები კიდევ რამდენჯერმე შეამჩნიეს. უკანასკნელ წლებში მათ გაცილებით უფრო ხშირად ვხვდავთ, რაც იმაზე მეტყველებს, რომ დედამიწის ატმოსფეროში მნიშვნელოვანი ცვლილებები ხდება.

ჩოგოი ანათებს თუ ამ ღრუბლებს დასის შუადღე?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

1.1 ჩა აჩის ფიზიკა?

მეცნიერება სხვადასხვა სიდიდეების გაზომვასა და შედარებას ეფუძნება. ამისთვის გარკვეული წესები გვჭირდება. ასევე გვჭირდება ექსპერიმენტები, რომლებითაც ამ სიდიდეების ერთეულებს დავადგენთ. ფიზიკის ერთ-ერთი ამოცანა სწორედ ამ ექსპერიმენტების დაგეგმვა და განხორციელებაა.

მაგალითად, ფიზიკოსები ცდილობენ ზეზუსტი საათის შექმნას, რათა ნებისმიერი დრო ან დროის შუალედი ზუსტად იქნას დადგენილი. აი, ერთ-ერთი მაგალითი იმისა, თუ რისთვისაა საჭირო ზუსტი საათები: მათ გარეშე ვერ იმუშავებდა მდებარეობის დადგენის მსოფლიო სისტემა GPS, რომელსაც უდიდესი მნიშვნელობა აქვს მსოფლიო ნავიგაციისთვის.

1.2 სიდიდების გაზომვა

ფიზიკის გაცნობა იმის შესწავლით იწყება, თუ როგორ იზომება სხვადასხვა სიდიდეები, მაგალითად: სიგრძე, დრო, მასა, ტემპერატურა, წნევა და დენის ძალა.

თითოეულ ფიზიკურ სიდიდეს თავისი ზომის ერთეული აქვს, რომელსაც **ეტალონთან** ვადარებთ. **ზომის ერთეული** სიდიდის რაოდენობრივად გამოხატვის საშუალებაა. მაგალითად, სიგრძის ერთეულია მეტრი (მ). **ეტალონი** სიდიდის ზუსტად ერთ ერთეულს შეესაბამება. შემდგომში ვნახავთ, რომ სიგრძის ერთეულის ეტალონი, რომლის სიგრძე ზუსტად ერთი მეტრის ტოლია, არის მანძილი,

რომელსაც სინათლე გაივლის ვაკუუმში დროის გარკვეულ მონაკვეთში. ზომის ერთეული და მისი ეტალონი ჩვენთვის ხელმისაწვდომი ნებისმიერი გზით შეგვიძლია განვსაზღვროთ. თუმცა, ეს ისე უნდა გავაკეთოთ, რომ ამ ერთეულის მიზანშეწონილობასა და მოხერხებულობას მსოფლიოს ყველა მეცნიერი დაეთანხმოს.

მას შემდეგ, რაც ეტალონი, მაგალითად, სიგრძის ეტალონი განვსაზღვრეთ, უნდა შევიმუშავოთ პროცედურა, რომლითაც შესაძლებელი იქნება ეტალონის საშუალებით ნებისმიერი სიგრძის გამოხატვა, წყალბადის ატომის დიამეტრი იქნება ეს, სკეიტბორდის ღერძის სიგრძე თუ მანძილი რომელიმე ვარსკვლავამდე. სიგრძის გაზომვის ერთ-ერთ ასეთ პროცედურას უზრუნველყოფს სახაზავი, რომელიც სიზუსტით სიგრძის ეტალონს უახლოვდება. თუმცა ჩვენი გაზომვების დიდი ნაწილი ადვილი შესასრულებელი არ იქნება. შეუძლებელია, მაგალითად, ატომის რადიუსისა და ორ ვარსკვლავს შორის მანძილის სახაზავით გაზომვა.

ფიზიკური სიდიდეების დიდი რაოდენობის გამო მათი ორგანიზება საკმაოდ რთულია. საბედნიეროდ, ყველა მათგანი არ არის დამოუკიდებელი. მაგალითად, სიჩქარე მანძილისა და დროის ფარდობაა. ამიტომ, საერთაშორისო შეთანხმებით, ვირჩევთ მხოლოდ მცირე რაოდენობის ფიზიკურ სიდიდეებს, მაგალითად, მანძილსა და დროს, და განვსაზღვრავთ ეტალონებს ამ სიდიდეებისთვის. შემდეგ ამ საბაზისო სიდიდეებისა და მათი ეტალონების (ე.წ. საბაზისო ეტალონების) საფუძველზე განვსაზღვრავთ სხვა ფიზიკურ სიდიდეებსაც.

საბაზისო ეტალონები უნდა იყოს ხელმისაწვდომი და უცვლელი. თუ მანძილის ეტალონს განსაზღვრავთ, როგორც მანძილს ადამიანის ცხვირსა და საჩვენებელი თითის წვერს შორის, ეს ეტალონი ნამდვილად ხელმისაწვდომი, თუმცა სხვადასხვა ადამიანისთვის სხვადასხვანაირი იქნება. მეცნიერება მაქსიმალურ სიზუსტეს მოითხოვს, მაგრამ განსაკუთრებული ყურადღება უნდა დავუთმოთ უცვლელობასაც. ამის შემდეგ უნდა შეიქმნას საბაზისო ეტალონის ასლები, რომლებიც ყველა მსურველისათვის ხელმისაწვდომი იქნება.

1.3 ახთანაზის საერთაშორისო სისტემა

1971 წელს ზომა-წონის მე-14 საერთაშორისო კონფერენციაზე დადგინდა შვიდი საბაზისო სიდიდე, რომლებიც ერთეულთა საერთაშორისო სისტემის (შემოკლებით SI) საფუძველს შეადგენს. 1.1 ცხრილში ნაჩვენებია სამი ძირითადი სიდიდის – სიგრძის, მასისა და დროის ერთეულები, რომლებსაც წიგნის პირველ თავებში გამოვიყენებთ.

SI სისტემის ბევრი შედგენილი ერთეული ამ საბაზისო ერთეულებით განისაზღვრება. მაგალითად, სიმძლავრის ერთეული ვატი (ვტ) განისაზღვრება მასის, სიგრძის და დროის ერთეულებით, რასაც მე-7 თავში გავეცნობით.

$$1 \text{ ვატი} = 1 \text{ ვტ} = 1 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2 / \text{წ}^3 \quad (1.1)$$

ცხრილი 1.1

SI სისტემის ძირითადი სიდიდეების ერთეულები

სიდიდე	ერთეულის სახელი	ერთეულის სიმბოლო
მანძილი	მეტრი	მ
დრო	წამი	წმ
მასა	კილოგრამი	კგ

სიმბოლოების ეს ჯგუფი ასე იკითხება: კილოგრამ მეტრ კვადრატი წამ კუბზე. ძალიან დიდი და ძალიან მცირე სიდიდეების გამოსახატავად ვიყენებთ რიცხვების **ექსპონენციალური გამოხატვის** მეთოდს, რომელიც 10-ის ხარისხებს ეფუძნება. ამ მეთოდის მიხედვით,

$$3560000000 \text{ მ} = 3,56 \times 10^9 \text{ მ} \quad (1.2)$$

ხოლო

$$0,000000492 \text{ მ} = 4,92 \times 10^{-7} \text{ მ} \quad (1.3)$$

ამ მეთოდს კომპიუტერებში ზოგჯერ სხვაგვარი სახე აქვს, მაგალითად $3,56E9$ და $4,92E-7$, სადაც E „ათის ხარისხს“ ნიშნავს. ზოგ კალკულატორზე E -ც კი გამოტოვებულია.

ძალიან დიდ და ძალიან პატარა რიცხვებზე მუშაობის კიდევ უფრო გასამარტივებლად გამოიყენება პრეფიქსები, რომლებიც 1-2 ცხრილშია მოცემული. როგორც ხედავთ, თითოეული პრეფიქსი 10-ის რომელიმე ხარისხს წარმოადგენს. SI სისტემის ერთეულისთვის პრეფიქსის მიერთება ამ ერთეულის შესაბამის სიდიდეზე გამრავლებას გულისხმობს. მაგალითად, დენის სიმძლავრის კონკრეტული სიდიდე შეგვიძლია ასე წარმოვადგინოთ:

$$1,27 \times 10^9 \text{ ვატი} = 1,27 \text{ გიგავატი} = 1,27 \text{ გვტ} \quad (1.4)$$

ხოლო დროის კონკრეტული მონაკვეთი – ასე:

$$2,35 \times 10^{-9} \text{ წამი} = 2,35 \text{ ნანოწამი} = 2,35 \text{ ნწმ} \quad (1.5)$$

ზოგიერთ პრეფიქსს ალბათ უკვე კარგად იცნობთ ისეთი ერთეულების საშუალებით, როგორებიცაა მილიმეტრი, სანტიმეტრი, კილოგრამი და მეგაბაიტი.

სხილი 1.2

SI სისტემის ერთეულების პრეფიქსები

ხარისხი	პრეფიქსი ^ა	სიმბოლო
10^{24}	იოტა-	Y
10^{21}	ზეტა-	Z
10^{18}	ექსა-	E
10^{15}	პეტა-	P
10^{12}	ტერა-	T
10^9	გიგა-	G (გ)
10^6	მეგა-	M (მგ)
10^3	კილო-	k (კ)
10^2	ჰექტო-	h
10^1	დეკა-	da
10^{-1}	დეცი-	d (პ)
10^{-2}	სანტი-	c (ს)
10^{-3}	მილი-	m (მ)
10^{-6}	მიკრო-	μ (მკ)
10^{-9}	ნანო-	n (ნ)
10^{-12}	პიკო-	p (პ)
10^{-15}	ფემტო-	f
10^{-18}	ატო-	a
10^{-21}	ზეპტო-	z
10^{-24}	იოქტო-	y

^ა მუქი შრიფტით მოცემულია ყველაზე ხშირად გამოყენებული პრეფიქსები და მათი სიმბოლოები ქართულად

1.4 ახითაჯთა შასვცა

ხშირად გვჭირდება იმ ერთეულის შეცვლა, რომლითაც გამოხატულია ესა თუ ის კონკრეტული ფიზიკური სიდიდე. ამას **ჯაჭვური გადაყვანის მეთოდით** ვაკეთებთ. ამ მეთოდის მიხედვით, საწყის სიდიდეს ვამრავლებთ **გადაყვანის კოეფიციენტზე**, ანუ სიდიდეთა ფარდობაზე, რომელიც ერთის ტოლია. მაგალითად, 1 წთ და 60 წმ დროის ერთი და იგივე მონაკვეთებია, ამიტომ

$$\frac{1 \text{ წთ}}{60 \text{ წმ}} = 1 \quad \text{და} \quad \frac{60 \text{ წმ}}{1 \text{ წთ}} = 1.$$

ამგვარად, წილადები 1წთ/60წმ და 60წმ/1წთ შეიძლება გადაყვანის კოეფიციენტებად გამოვიყენოთ. ეს ტოლობები არავითარ შემთხვევაში არ უნდა დავწეროთ ასე: $1/60 = 1$ ან $60 = 1$. ყველა რიცხვს შესაბამის ერთეული უნდა ეწეროს.

იმის გამო, რომ ნებისმიერი სიდიდის ერთზე გამრავლება შედეგს არ ცვლის, გადაყვანის კოეფიციენტების გამოყენება შეგვიძლია ნებისმიერ, ჩვენთვის საჭირო დროს. ჯაჭვური გადაყვანის დროს კოეფიციენტები არასასურველი ერთეულების გამოსარიცხად გამოიყენება. მაგალითად, 2 წუთის წამებში გადაყვანისთვის:

$$2 \text{ წთ} = (2 \text{ წთ}) (1) = (2 \text{ წთ}) \left(\frac{60 \text{ წმ}}{1 \text{ წთ}} \right) = 120 \text{ წმ} \quad (1.6)$$

თუ გადაყვანის კოეფიციენტის შემოტანის შედეგად არასასურველი ერთეული არ გაბათილდა, მაშინ კოეფიციენტი უნდა შეცვალოთ და ხელახლა სცადოთ. გადაყვანის დროს ერთეულები იმავე ალგებრულ კანონებს ემორჩილება, რასაც ცვლადები და რიცხვები.

დანართში მოცემულია გადაყვანის კოეფიციენტები SI სისტემასა და ერთეულთა სხვა სისტემებს, მათ შორის, აშშ-ში მოქმედ ერთეულთა სისტემას შორის. თუმცა ეს კოეფიციენტები მოცემულია არა წილადის, არამედ ტოლობის სახით, მაგალითად, „1 წთ = 60 წმ“. ქვემოთ მოყვანილი ამოცანა ასეთი წილადის მიღების მაგალითია.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 1.1

ძვ.წ. 490 წელს, საბერძნეთის სპარსეთზე გამარჯვების შესატყობინებლად, ფიდიპიდე მართონიდან ათენამდე სირბილით მივიდა. მისი სიჩქარე საათში დაახლოებით 23 რაიდი იყო. რაიდი მანძილის ძველბერძნული ერთეულია, ისევე, როგორც სტადიუმი და პლეთრონი. 1 რაიდში 4 სტადიუმია, ხოლო 1 სტადიუმში — 6 პლეთრონი. თანამედროვე ერთეულებში 1 პლეთრონი 30,8 მ-ის ტოლია. გამოთვალე ფიდიპიდეს სიჩქარე კმ/წმ-ებში.

ამოხსნა: ჯაჭვური გადაყვანის მეთოდის მიხედვით, გამოვიყენოთ ისეთი გადაყვანის კოეფიციენტები, რომ არასასურველი ერთეულები გაბათილდეს:

$$\begin{aligned} 23 \text{ რაიდი/სთ} &= \left(\frac{23 \text{ რაიდი}}{1 \text{ სთ}} \right) \left(\frac{4 \text{ სტადიუმი}}{1 \text{ რაიდი}} \right) \left(\frac{6 \text{ პლეთრონი}}{1 \text{ სტადიუმი}} \right) \\ &\times \left(\frac{30,8 \text{ მ}}{1 \text{ პლეთრონი}} \right) \left(\frac{1 \text{ კმ}}{1000 \text{ მ}} \right) \left(\frac{1 \text{ წ}}{3600 \text{ წ}} \right) \\ &= 4,7227 \times 10^{-3} \text{ კმ/წმ} \approx 4,7 \times 10^{-3} \text{ კმ/წმ} \end{aligned}$$

(პასუხი)

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 1.2

კრანი ახლად დაჭერილი ქაშაყის ასაწყავი ძველი ბრიტანული ერთეულია. 1 კრანი 170,464 ლიტრ თევზს ანუ დაახლოებით 750 ქაშაყს უდრიდა. დავუშვათ, ბრიტანელთა გემი, რომლის გემბანზეც 1255 კრანი თევზია, საუდის არაბეთის საბაჟოზე დგას, სადაც თავისი ნადავლი კუბურ კოვიდოებში უნდა წარმოადგინოს. კოვიდო სიგრძის არაბული ერთეულია, 1 კოვიდო = 48,26 სმ. რა უნდა დანერონ ბრიტანელებმა საბაჟო დეკლარაციაში?

ამოხსნა: დანართიდან ვიცით, რომ 1 ლიტრი = 1000 სმ³. იმისთვის, რომ კუბური სანტიმეტრები კუბურ კოვიდოებში გადავიყვანოთ, სანტიმეტრებისა და კოვიდოების ფარდობა კუბში უნდა ავიყვანოთ. ამგვარად, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} 1255 \text{ კრანი} &= (1255 \text{ კრანი}) \left(\frac{170,474 \text{ ლ}}{1 \text{ კრანი}} \right) \left(\frac{1000 \text{ სმ}^3}{1 \text{ ლ}} \right) \left(\frac{1 \text{ კოვიდო}}{48,26 \text{ სმ}} \right)^3 \\ &= 1,903 \times 10^3 \text{ კოვიდო}^3. \end{aligned}$$

(პასუხი)

ამოცანის ამოხსნის ტექნიკა

ტაქტიკა 1: მნიშვნელოვანი ციფრები და ათწილადები

თუ 1.1 ამოცანაში პასუხი დამრგვალების გარეშე გამოითვალე, მაშინ შენს კალკულატორზე გამოჩნდებოდა რიცხვი $4,7226666667 \times 10^{-3}$. რიცხვის ასეთი სიზუსტე გამოუსადეგარია, ამიტომ პასუხი $4,7 \times 10^{-3}$ კმ/წმ-მდე დავამრგვალებთ. ასე რომ, სიჩქარე 23 რაიდი/წმ SI სისტემაში გადაყვანისას ორი ნიშნით გამოიხატება, რომლებსაც **მნიშვნელოვანი ციფრები** ეწოდება. ასე რომ, ჩვენი პასუხი ორ მნიშვნელოვან ციფრამდე დავამრგვალებთ. ამ წიგნში გამოთვლების შედეგი ხშირად დამრგვალებულია და მნიშვნელოვანი ციფრების

მხოლოდ მინიმალური რაოდენობაა მოცემული (თუმცა ზოგჯერ შენარჩუნებულია ერთი დამატებითი მნიშვნელოვანი ციფრი). როცა უკიდურესი მარცხენა მოსაცილებელი ციფრი 5-ის ტოლია ან 5-ზე მეტია, უკანასკნელი შენარჩუნებული ციფრი ერთით იზრდება, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი უცვლელი რჩება. მაგალითად, 11,3516 დამრგვალდება, როგორც 11,4, ხოლო 11,3279 – როგორც 11,3 (ამოცანების პასუხებში ტოლობის ნიშნად ვიყენებთ „=“ და არა „≈“ სიმბოლოს, მაშინაც კი, როცა პასუხი დამრგვალებულია).

როდესაც ამოცანაში მოცემულია რიცხვი 3,15 ან $3,15 \times 10^3$, მნიშვნელოვანი ციფრების რაოდენობა აშკარაა, მაგრამ როგორია ეს რაოდენობა რიცხვში 3000? არის თუ არა ეს რაოდენობა ერთის ტოლი (3×10^3)? ან იქნებ აქ ოთხი მნიშვნელოვანი ციფრია ($3,000 \times 10^3$)? ამ წიგნში დავუშვით, რომ ასეთ რიცხვებში ყველა ნული მნიშვნელოვანია, თუმცა გირჩევთ, ასეთი დაშვება

სხვაგან არ გააკეთოთ.

არავითარ შემთხვევაში არ უნდა აგვერიოს **მნიშვნელოვანი ციფრები** და **ათწილადები**. განვიხილოთ სიდიდეები 35,6 მმ; 3,56 მმ და 0,00356 მმ. სამივე რიცხვში მნიშვნელოვანი ციფრების რაოდენობა სამის ტოლია, მაგრამ მძიმის შემდეგ არსებული ნიშნების რაოდენობა, შესაბამისად, ერთს, ორს და ხუთს უდრის.

1.5 სიზხდა

1792 წელს საფრანგეთის ახლად გამოცხადებულ რესპუბლიკაში შემოიღეს ერთეულთა ახალი სისტემა. ამ სისტემის ქვაკუთხედი იყო მეტრი, რომელიც განისაზღვრა, როგორც ჩრდილოეთ პოლუსიდან ეკვატორამდე მანძილის ერთი მეათედმედილიონედი. მოგვიანებით, პრაქტიკული მოსაზრებების გამო, ეს ეტალონი შეიცვალა და მეტრი განისაზღვრა, როგორც მანძილი ორ ხაზს შორის, რომლებიც ამოჭრილია პლატინსა და ირიდიუმის შენადნობისგან დამზადებულ ძელაკზე. ეს **მეტრის ეტალონი** საფრანგეთში, ზომა-წონის საერთაშორისო ბიუროში ინახება. მისი ზუსტი ასლები მთელი მსოფლიოს სტანდარტიზაციის ლაბორატორიებში დააგზავნეს. ამ ასლების ანუ **მეორადი ეტალონების** საფუძველზე შექმნეს სხვა, კიდევ უფრო ხელმისაწვდომი ეტალონები, ასე რომ, ყველა თანამედროვე საზოგადოებას ხელსაწყო გრძელი და რთული ჯაჭვით მეტრის ეტალონს უკავშირდება.

სახიჩი 1.3

ზოგიერთი მიახლოებითი მანძილი

სიდიდე	სიგრძე მეტრებში
მანძილი პირველ გალაქტიკებამდე	2×10^{26}
მანძილი ანდრომედის გალაქტიკამდე	2×10^{22}
მანძილი უახლოეს ვარსკვლავ პროქსიმა ცენტავრამდე	4×10^{16}
მანძილი პლუტონამდე	6×10^{12}
დედამიწის რადიუსი	6×10^6
მწვერვალ ევერესტის სიმაღლე	9×10^3
ამ გვერდის სისქე	1×10^{-4}
ტიპური ვირუსის სიგრძე	1×10^{-8}
წყალბადის ატომის რადიუსი	5×10^{-11}
პროტონის რადიუსი	1×10^{-15}

მეცნიერებისა და ტექნიკის განვითარება თანდათან უფრო ზუსტ ეტალონს ითხოვდა. 1960 წელს მეტრისთვის შემუშავდა ახალი, სინათლის ტალღის სიგრძეზე დაფუძნებული ეტალონი. ამ ეტალონის მიხედვით, მეტრი გაზგანმუხტვის კამერაში კრიპტონ-86-ის იზოტოპის მიერ გამოსხივებული ნარინჯისფერ-წითელი ტალღის სიგრძეზე ზუსტად 1650763,73-ჯერ მეტია. ეს რთული რიცხვი ისე იქნა არჩეული, რომ ახალი ეტალონი ძველთან მაქსიმალურად ახლოს ყოფილიყო.

1983 წელს სიზუსტეზე მოთხოვნამ ისეთ დონეს მიაღწია, რომ მას კრიპტონ-86-ის ეტალონიც ვეღარ აკმაყოფილებდა. ამიტომ იმავე წელს მეცნიერებმა ძალიან თამამი ნაბიჯი გადადგეს. მეტრი განისაზღვრა, როგორც სინათლის მიერ განვლილი მანძილი დროის კონკრეტულ მონაკვეთში. ზომისა და წონის მე-17 საერთაშორისო კონფერენციაზე დამტკიცდა:

„მეტრი არის 1/299792458 წამში სინათლის მიერ ვაკუუმში განვლილი მანძილი.“

დროის ეს მონაკვეთი ისე იქნა არჩეული, რომ სინათლის სიჩქარედ მიჩნეული იყო:

$$C = 299\,792\,458 \text{ მ/წმ.}$$

სინათლის სიჩქარის გაზომვა საკმაოდ დიდი სიზუსტითაა შესაძლებელი, ამიტომ სინათლის სიჩქარის განსაზღვრულ სიდიდედ მიჩნევა და მისი გამოყენება მეტრის განსაზღვრისთვის საკმაოდ გონივრული გადაწყვეტილება იყო.

1.3 ცხრილში მოცემულია სხვადასხვა მანძილი და სიგრძე, სამყაროს საპლანეტათაშორისო სივრცით დაწყებული და უმცირესი საგნებით დამთავრებული.

ა მოსახლის ა მოხსნის ანაბიხა

ტაქტიკა 2: სიდიდის თანრიგი

სიდიდის თანრიგი არის ათის ხარისხი, როდესაც რიცხვი მოცემულია ექსპონენციალური გამოხატვის მეთოდით. მაგალითად, თუ $A=2,3 \times 10^4$ და $B=7,8 \times 10^4$, მაშინ A და B მეოთხე თანრიგის რიცხვებია.

ინჟინერები და მეცნიერები გამოთვლების შედეგებს ხშირად აფასებენ უახლოესი თანრი-

გის მიხედვით. ჩვენს შემთხვევაში A სიდიდის უახლოესი თანრიგია 4, ხოლო B -სი – 5. ასეთი შეფასება მიღებულია, როდესაც გამოთვლების დროს ზუსტი მონაცემები ცნობილი არ არის ან ძნელად საპოვნელია. მაგალითი მოცემულია ამოცანის ამოხსნის 1.3 ნიმუშში.

ა მოსახლის ა მოხსნის ნიმუში

1.3

მსოფლიოს უდიდესი ძაფის ბურთის რადიუსი 2 მ-ია. რისი ტოლია ბურთში ძაფის მთლიანი სიგრძე სიდიდის უახლოესი თანრიგის თვალსაზრისით?

ამოხსნა: რა თქმა უნდა, შეგვიძლია ბურთი დავშალოთ და ისე გავიგოთ ძაფის სიგრძე, მაგრამ ეს დიდ ძალისხმევას მოითხოვს და თან ბურთის შემქმნელსაც გავანაწყენებთ. ვინაიდან მხოლოდ უახლოესი თანრიგი გვჭირდება, ამიტომ ნებისმიერი საჭირო სიდიდის დაახლოებით გამოთვლა შეგვიძლია.

დავუშვათ, ბურთი სფერული ფორმისაა და მისი რადიუსი $R = 2$ მ. ბურთში მოთავსებული ძაფი არ არის მჭიდროდ შეკრული (ე.ი. ძაფებს შორის გვაქვს ურიცხვი ღრიჭო). ეს ღრიჭოები რომ გავითვალისწინოთ, დავუშვათ, რომ ძაფის განივკვეთი კვადრატია და მისი გვერდის სიგრძე $d = 4$ მმ განივკვეთის d^2 ფართობით და L სიგრძით, მთლიანი მოცულობა, რომელსაც ძაფი იკა-

ვებს, იქნება:

$$V = (\text{განივკვეთის ფართობი}) \times (\text{სიგრძე}) = d^2 L$$

ეს სიდიდე დაახლოებით ბურთის მოცულობის ტოლია, რომელიც $4/3\pi R^3$ ფორმულით გამოითვლება, თუმცა, ვინაიდან π დაახლოებით სამს უდრის, ეს გამოსახულება შეგვიძლია გავამარტივოთ და დავწეროთ $4R^3$. ასე რომ, მივიღებთ:

$$d^2 L = 4R^3$$

ან

$$L = \frac{4R^3}{d^2} = \frac{4(2 \text{ მ})^3}{(4 \times 10^{-3} \text{ მ})^2} = 2 \times 10^6 \text{ მ} \approx 10^6 \text{ მ} = 10^3 \text{ კმ.}$$

(პასუხი)

(როგორც ხედავთ, ასეთი მარტივი გამოთვლისთვის კალკულატორი არ გვჭირდება). უახლოესი თანრიგის მიხედვით, ბურთი დაახლოებით 1000 კმ სიგრძის ძაფს შეიცავს!

1.6 ეხმ

დროს ორი ასპექტი აქვს. სამოქალაქო და, ზოგჯერ, მეცნიერული თვალსაზრისით, დროის ცოდნა იმისთვის გვჭირდება, რომ მოვლენები გარკვეული თანმიმდევრობით დავალაგოთ. სერიოზული სა-

მეცნიერო მუშაობისას გვაინტერესებს, რამდენ ხანს გრძელდება კონკრეტული მოვლენა. მაშასადამე, დროის ნებისმიერი ეტალონი ორ შეკითხვას უნდა პასუხობდეს: „როდის მოხდა?“ და „რა დროის მანძილზე?“. 1.4 ცხრილში დროის ზოგიერთი მონაკვეთია მოცემული.

სხილი 1.4

დროის ზოგიერთი მიახლოებითი მონაკვეთი

სიდიდე	დროის შუალედი ნამებში
პროტონის სიცოცხლის ხანგრძლივობა (სავარაუდო)	1×10^{39}
სამყაროს ასაკი	5×10^{17}
ხეოფსის პირამიდის ასაკი	1×10^{11}
ადამიანის სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობა	2×10^9
დღის ხანგრძლივობა	9×10^4
დრო ადამიანის ორ გულისცემას შორის	8×10^{-1}
მიუ-მეზონის სიცოცხლის ხანგრძლივობა	2×10^{-6}
სინათლის უმოკლესი იმპულსი	1×10^{-16}
ყველაზე არამყარი ნაწილაკის სიცოცხლის ხანგრძლივობა	1×10^{-23}
პლანკის დრო ^ა	1×10^{-43}

^ა ეს არის დრო დიდი აფეთქების შემდეგ, რომლიდან მოყოლებული შესაძლებელია ფიზიკის ჩვენთვის ცნობილი კანონების გამოყენება.

ნებისმიერი განმეორებადი მოვლენა შეიძლება მიჩნეულ იქნას დროის ეტალონად. მაგალითად, საუკუნეების მანძილზე დღის ხანგრძლივობის განმსაზღვრელად დედამიწის ბრუნვის პრინციპს იყენებდნენ. 1.1 სურათზე ნაჩვენებია დედამიწის ბრუნვის პრინციპზე შექმნილი კვარცის საათი. კვარცის საათი, რომელშიც კვარცის რგოლი მუდმივად ირხევა, დედამიწის ბრუნვის მიხედვითაა დაგრაფირებული. ასეთი საათები ლაბორატორიებში გამოიყენება დროის გასაზომად. თუმცა, მათი სიზუსტე არ არის ისეთი, როგორსაც თანამედროვე სამეცნიერო და საინჟინრო ტექნოლოგიები მოითხოვს.

დროის უკეთესი ეტალონის დადგენისთვის შეიქმნა ატომური საათი. ის მოთავსებულია ამერიკის კოლორადოს შტატის ქალაქ ბულდერის ეტალონებისა და ტექნოლოგიების ნაციონალურ ინსტიტუტში (NIST) და მიჩნეულია უნივერსალური გლობალური დროის (UTC) ეტალონად აშშ-ში. მისი დროითი სიგნალები ისმის მოკლეტალღოვან რადიოსადგურებში (WWV და WWVH) და ტელეფონში (303-499-7111). დროის სიგნალები (და დროსთან დაკავშირებული სხვა ინფორმაცია) მოცემულია, აგრეთვე, აშშ-ის საზღვაო ობსერვატორიის ვებ-საიტზე <http://tycho.usno.navy.mil/time.html> (საათის ზუსტად გასასწორებლად უნდა გაითვალისწინო დრო, რომელიც ამ სიგნალების ჩვენამდე მოსაღწევად არის საჭირო).

1.2 სურათზე ნაჩვენებია 4 წლის განმავლობაში დედამიწაზე



სურ. 1.1 როდესაც 1792 წელს მეტრული სისტემა შემოიღეს, საათი თავიდან განსაზღვრეს, ისე, რომ დღეში 10 საათი ყოფილიყო. ეს იდეა ხალხმა ძნელად აღიქვა, ამიტომ ამ საათის შემქმნელი ჭკვიანურად მოიქცა და პატარა ციფერბლატიც დაამატა, რომელიც, ჩვეულებრივ, 12-საათიან დროს აჩვენებდა. აჩვენებს თუ არა ეს ორი ციფერბლატი ერთსა და იმავე დროს?

დღის ხანგრძლივობის ცვალებადობა ცეზიუმის ატომური საათის მიხედვით. აქ ნაჩვენებია ცვალებადობა სეზონური და განმეორებადია. მას მთვარის ზემოქმედება და ძლიერი ქარები იწვევს.

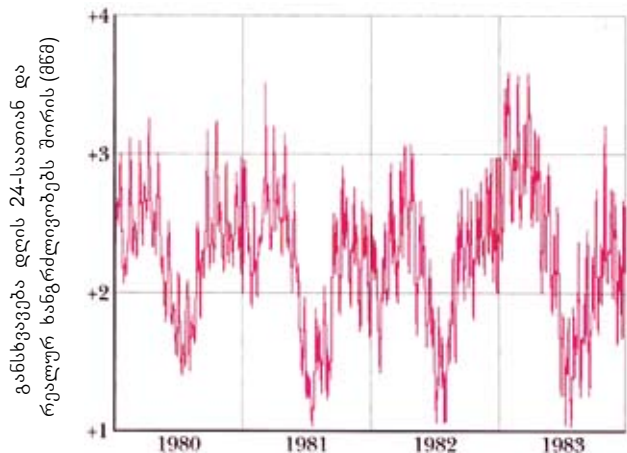
1967 წელს ზომა-წონის მე-13 კონფერენციაზე ცეზიუმის საათზე დაყრდნობით დამტკიცდა წამის ეტალონი:



„ერთი წამი არის დრო, რომელიც სჭირდება ცეზიუმ-133-ის ატომის მიერ გამოსხივებული სინათლის ტალღას 9 192 631 770 რხევის შესასრულებლად.“

ატომური საათები ძალიან სტაბილურია. ორი ასეთი საათის მაჩვენებელს შორის სხვაობა 1 წამზე მეტი რომ გახდეს, ამისათვის დაახლოებით 6000 წელია საჭირო. თუმცა ეს სიზუსტეც კი უფერულდება თანამედროვე საათების სიზუსტესთან შედარებით – 1 წმ ცდომილება 1×10^{18} წმ-ში (ანუ დაახლოებით 3×10^{10} წელიწადში).

სურ. 1.2 4 წლის განმავლობაში დღის ხანგრძლივობის ცვლილება. აღსანიშნავია, რომ ვერტიკალური ღერძის სიგრძე მხოლოდ 3 მმ-ია (0,003 წმ).

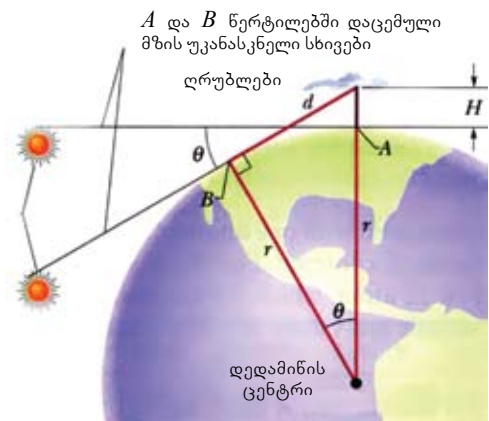


აომაწის აომაწის ნიშანი 1.4

ამ თავის დასაწყისში ფოტოზე გამოსახული ღრუბლები პირველად 1883 წელს კუნძულ კრაკატაუზე (წყნარი ოკეანის სამხრეთ-აღმოსავლეთით, იავასთან ახლოს) ვულკანის ამოფრქვევის შემდეგ გამოჩნდა. ამოფრქვევა იმდენად ძლიერი იყო, რომ ფერფლი **მეზოსფეროს** (ატმოსფეროს ცივი ფენა სტრატოსფეროს ზევით) მისწვდა. იქ დაგროვილი წყალი ფერფლთან ერთად გაიყინა და გაჩნდა ნაწილაკები, რომლებმაც პირველი ასეთი ღრუბლები შექმნა. მას შემდეგ ღრუბლები ხშირად ჩნდება არა ვულკანების ამოფრქვევის, არამედ ატმოსფეროში მეთანის რაოდენობის ზრდის გამო, რაც, თავის მხრივ, გამოწვეულია მრეწველობის განვითარებით, ნაგავსაყრელებით, გამონაბოლქვი გაზებით და

ა.შ. მეთანის ატმოსფეროში დიდ სიმაღლეზე ადის და ქიმიურ ცვლილებას განიცდის, რაც მეზოსფერული ღრუბლების ფორმირებისთვის საჭირო წყლის მოლეკულებისა და ყინულის ნაწილაკების რაოდენობის ზრდას იწვევს.

მეზოსფერული ღრუბლები მზის ჩასვლის შემდეგ მოჩანს, ვინაიდან ატმოსფეროს მზით განათებულ ზედა ფენებშია. დღისით მათ ვერ ვხედავთ, რადგან ატმოსფეროს ქვედა ფენები უფრო მკვეთრად განათებული და მათი



სურ. 1.3. მზის უკანასკნელი სხივი A წერტილს ეცემა. მას შემდეგ, რაც მზე θ კუთხით მობრუნდება, სხივი დამკვირვებლიდან H სიმაღლეზე მყოფ ღრუბელს ეცემა. მეტი სიცხადისათვის სურათზე სიმაღლე H და θ კუთხე გადიდება.

გარჩევა შეუძლებელია. თუ ღრუბლები მზის ჩასვლიდან 38 წუთში გამოჩნდა და შემდეგ სწრაფად გაუჩინარდა, რა სიმაღლეზეა ისინი დედამიწის ზედაპირიდან?

ამოხსნა: 1.3 სურათზე ნაჩვენებია დამკვირვებელი, რომელიც დედამიწის ზედაპირის A წერტილში იმყოფება და მეზოსფერული ღრუბლებიდან H მანძილით არის დაშორებული. მზის უკანასკნელი სხივები A წერტილში ეცემა. მზის ჩასვლიდან 38 წუთის შემდეგ სხივები, რომლებიც მეზოსფერულ ღრუბლებს ანათებს, დედამიწის ზედაპირს B წერტილში ეცემა.

1.3 სურათზე მზის სხივების ამ ორ ტრაექტორიას შორის კუთხეა θ . ეს ის კუთხეა, რომლითაც მზე დედამიწის მიმართ გადაადგილდა 38 წუთის განმავლობაში. სრული დღის მანძილზე (დაახლოებით 24 სთ), მზე დედამიწის მიმართ გადაადგილდება 360° -ით, მაშასადამე $t = 38$ წუთში მზე გადაადგილდება კუთხით

$$\theta = (38 \text{ წთ}) \left(\frac{1 \text{ სთ}}{60 \text{ წთ}} \right) \left(\frac{360^\circ}{24 \text{ სთ}} \right) = 9,5^\circ.$$

θ კუთხე არის, აგრეთვე, კუთხე დედამიწის A და B წერტილებში დედამიწის r რადიუსებს შორის. სურათზე მოცემულია მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტიცა r , ხოლო ჰიპოტენუზა – $r+H$. ტრიგონომეტრიიდან ვიცით, რომ კუთხის კოსინუსი

$$\cos \theta = \frac{r}{r+H} \quad (1-7)$$

C დანართში ვხედავთ, რომ დედამიწის რადიუსი $r = 6,37 \times 10^6$ მ. ჩავსვათ რადიუსისა და კუთხის ეს მნიშვნელობები 1.7 ფორმულაში. მივიღებთ

$$\cos 9,5^\circ = \frac{6.37 \times 10^6 \text{ მ}}{(6.37 \times 10^6 \text{ მ}) + H}$$

საიდანაც

$$H = 8,86 \times 10^4 \text{ მ} \approx 89 \text{ კმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ღრუბლების გამოჩენის გახშირება იმაზე მეტყველებს, რომ უკანასკნელი ათწლეულების მანძილზე დედამიწის ზედაპირზე მეთანის რაოდენობის ზრდამ მეზოსფეროზეც კი მოახდინა გავლენა.

1.7 მასა

კილოგრამის ეტალონი

SI სისტემის მასის ეტალონი – პლატინა-ირიდიუმის ცილინდრი (სურ. 1.4) ინახება პარიზის ზომა-წონის საერთაშორისო ბიუროში და საყოველთაო შეთანხმებით აღიარებულია 1 კილოგრამი მასის ეტალონად. მასის ეტალონის ზუსტი ასლები დაგზავნილია სხვადასხვა ქვეყნების სტანდარტიზაციის ლაბორატორიებში. ნებისმიერი სხეულის მასა ამ ეტალონთან შედარებით განისაზღვრება. 1.5 ცხრილში მოცემულია ზოგიერთი სხეულის მასა კილოგრამებში.

კილოგრამის ეტალონის ამერიკული ასლი ინახება NIST-ის საცავში. წელიწადში ერთხელ მას სხვა ასლების შესამოწმებლად იყენებენ. 1889 წლის შემდეგ ეტალონი ორჯერ წაიღეს საფრანგეთში პირველად ეტალონთან შესადარებლად.

სხილი 1.5

ზოგიერთი მიახლოებითი მასები

სხეული	მასა კილოგრამებში
ჩვენთვის ცნობილი სამყარო	1×10^{53}
ჩვენი გალაქტიკა	2×10^{41}
მზე	2×10^{30}
მთვარე	7×10^{22}
ასტეროიდი ეროსი	5×10^{15}
პატარა მთა	1×10^{12}
საოკეანო ლაინერი	7×10^7
სპილო	5×10^3
ყურძენი	3×10^{-3}
მტვრის ნაწილაკი	7×10^{-10}
პენიცილინის მოლეკულა	5×10^{-17}
ურანის ატომი	4×10^{-25}
პროტონი	2×10^{-27}
ელექტრონი	9×10^{-31}



სურ. 1.4. 1 კგ მასის საერთაშორისო ეტალონი – 3,9 სმ სიმაღლისა და დიამეტრის პლათინა-ირიდიუმის ცილინდრი.

მასის მეოხე ეტალონი

ატომების მასების ერთმანეთთან შედარება უფრო ზუსტად შეიძლება, ვიდრე კილოგრამის ეტალონთან. ამის გამო არსებობს მასის მეორე ეტალონი. ეს არის ნახშირბად-12-ის ატომი, რომელიც საერთაშორისო შეთანხმებით მიჩნეულია 12 ატომური მასის ერთეულად

(u). კავშირი ორ ეტალონს შორის ასეთია:

$$1 u = 1,66\,054\,02 \times 10^{-27} \text{ კგ,}$$

სადაც ათწილადის ბოლო ორი ციფრის ცდომილება ± 10 -ის ტოლია. მეცნიერებს შეუძლიათ მაღალი სიზუსტით განსაზღვრონ სხვა ატომების მასა ნახშირბად-12-ის ატომის მასის საშუალებით. სამწუხაროდ, ასეთი სიზუსტე დღემდე მიუღწეველია მასის უფრო გავრცელებული ერთეულების, მაგალითად, კილოგრამის შემთხვევაში.

ფიზიკა და მათემატიკა

სიდიდეები ფიზიკაში. ფიზიკა ეფუძნება ფიზიკური სიდიდეების გაზომვას. გარკვეული ფიზიკური სიდიდეები მიჩნეულია საბაზისოდ (მაგალითად, სიგრძე, დრო და მასა), განსაზღვრულია ყველა მათგანის ეტალონი და მოცემულია ზომის ერთეული (მაგალითად მეტრი, წამი და კილოგრამი). სხვა ფიზიკური სიდიდეები განისაზღვრება საბაზისო სიდიდეების, მათი ეტალონებისა და ერთეულების მეშვეობით.

SI სისტემის ერთეულები. ამ წიგნში ძირითადად გამოყენებულია ერთეულთა საერთაშორისო (SI) სისტემის ერთეულები. 1.1 ცხრილში მოცემული ფიზიკური სიდიდეები გამოიყენება პირველ სამ თავში. საბაზისო სიდიდეებისთვის საერთაშორისო შეთანხმებით დადგენილია ხელმისაწვდომი და უცვლელი ეტალონები. ეს ეტალონები გამოიყენება როგორც ძირითადი, ასევე მეორადი სიდიდეების გაზომვის დროს. 1.2 ცხრილში მოცემული მეცნიერული ჩანაწერები და პრეფიქსები გამოიყენება გაზომვის შედეგის ჩანერის გასამარტივებლად.

ერთეულთა შეცვლა. ერთეულთა შეცვლა ხდება ჯაჭვური გადაყვანის მეთოდით. ამ შემთხვევაში, საწყისი მონაცემები მრავლდება გადაყვანის სპეციალურ კოეფიციენტებზე და სათანადო აღგებრული გამოთვლების შედეგად მიიღება სასურველი ერთეულები.

სიგრძე. მეტრი განსაზღვრულია, როგორც სინათლის მიერ განვლილი მანძილი დროის ზუსტად დადგენილ შუალედში.

დრო. წამი განსაზღვრულია ატომური (ცეზიუმ-133) წყაროს მიერ გამოსხივებული სინათლის ტალღის რხევების მიხედვით. ატომურ საათზე ნაჩვენები ზუსტი დრო მთელს მსოფლიოში იგზავნება რადიოსიგნალების სახით.

მასა. კილოგრამი განსაზღვრულია პარიზში შენახული პლათინა-ირიდიუმის ეტალონის მიხედვით. ატომური მასშტაბის გაზომვების ჩასატარებლად გამოიყენება ნახშირბად-12-ის ატომის საფუძველზე განსაზღვრული ატომური მასა.

ამოცანები

SSM – ამოხსნები მოცემულია შტუდენტ პოლუტიონს ანუალ-ში.

WWW – ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე <http://www.wiley.com/college/halliday>

ILW – Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე <http://www.wiley.com/college/halliday>.

• – • • • – წერტილების რაოდენობა ამოცანის სირთულეს გვიჩვენებს.

თავი 1-5 სიგრძე

•1 დოლის დროს ცხენებმა 4 ფარლონგი სიგრძის ტრასა უნდა გაიზონონ. რა სიგრძისაა ტრასა ა) როდებში და ბ) ჩეინებში? (1 ფარლონგი = 201,168 მ, 1 როდი = 5,0292 მ და 1 ჩეინი = 20,117 მ) **SSM** [WWW](#).

•2 გრაი ძველი ინგლისური სიგრძის ერთეულია და ლაინის 1/10-ს უდრის. ლაინიც ძველი ინგლისური სიგრძის ერთეულია და უდრის დუიმის 1/12-ს. საგამომცემლო საქმეში სიგრძის ერთეულად გამოიყენება პოინტი, რომელიც, თავის მხრივ, დუიმის 1/72-ია. გადაიყვანე 0,5 გრაი² ფართობი კვადრატულ პოინტებში (პოინტი²).

•3 მიკრომეტრს (1 მკმ) ხშირად მიკრონს უწოდებენ. ა) რამდენი მიკრონია 1 კმ-ში? 2) რამდენი სანტიმეტრია 1 მკმ-ში? გ) რამდენი მიკრონია 1 იარდში?

•4 ამ წიგნის ბეჭდვისას სიმბოლოებს შორის მანძილი გამოითვალეს პოინტებსა და პიკებში. 12 პოინტი = 1 პიკას, ხოლო 6 პიკა = 1 დუიმი^{**}. თუ გვერდის კორექტირების დროს სიმბოლო 0,8

სმ-ით გადაადგილდა, რისი ტოლია ეს გადაადგილება ა) პიკებში და ბ) პოინტებში?

•5 დედამიწის სფეროს რადიუსი დაახლოებით $6,37 \times 10^6$ მეტრია. რა იქნება მისი: ა) გარშემოწერილობა კილომეტრებში? ბ) ფართობი კვადრატულ კილომეტრებში? გ) მოცულობა კუბურ კილომეტრებში? **SSM**.

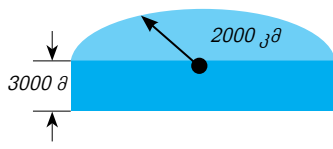
•• 6 ერთეულების გადაყვანა იოლად შეიძლება კალკულატორისა თუ კომპიუტერის დახმარებით, მაგრამ დანართში მოცემული გადაყვანის ცხრილის გამოყენება მაინც უნდა შეგვეძლოს. 1.6 ცხრილში მოცემულია მოცულობის ერთეულების ძველი ესპანური სისტემა. 1 ფანეგა = 55,501 დმ³. ცხრილის შესავსებად, რა რიცხვები (სამი მნიშვნელოვანი ციფრით) უნდა იქნას შეტანილი ა) კაპიზის სვეტში, ბ) ფანეგას სვეტში, გ) კვარტილას სვეტში და დ) ალმუდეს სვეტში? გამოსახე 7 ალმუდე ე) მედიოებში; ვ) კაპიზებში და ზ) კუბურ სანტიმეტრებში (სმ³).

სხილი 1.6

ამოცანა 6

	კაპიზი	ფანეგა	კვარტილა	ალმუდე	მედიო
1 კაპიზი	1	12	48	144	288
1 ფანეგა		1	4	12	24
1 კვარტილა			1	3	6
1 ალმუდე				1	2
1 მედიო					1

•• 7 ანტარქტიკა 2000კმ რადიუსის მქონე ნახევარწრეა (სურ. 1.5). მისი ყინულის საფარის საშუალო სისქე 3000 მ-ია. რამდენ კუბურსანტიმეტრ ყინულს შეიცავს ანტარქტიკა (დედამიწის ზედაპირის ამოზნექილობა უგულებელყოფილია). **SSM**.



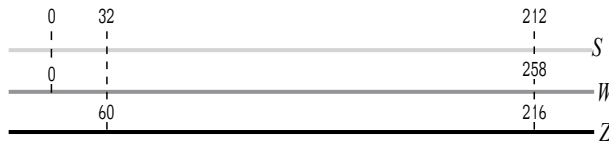
•• 8 მდინარე ჩარლზზე აგებული ჰარვარდის ხიდი, რომელიც მიჩიგანის ტექნოლოგიის ინსტიტუტის შენობას სტუდენტურ საცხოვრებელთან აკავშირებს, 364,4 სმუტი სიგრძისაა.

ეს ერთეული 1962 წლის კურსდამთავრებულის, ოლივერ რიდ სმუტ უმცროსის სიმაღლის ტოლია. სწორედ მისი სხეულით გაზომეს მისმა ამბანაგებმა ხიდის სიგრძე, თან გზად 1 სმუტის სიგრძის მონაკვეთები მონიშნეს. მას შემდეგ, ყოველ ორ წელიწადში ერთხელ სტუდენტები ამ ნიშნებს განაახლებენ ხოლმე, როგორც წესი, გადატვირთული საავტომობილო მოძრაობის დროს, როცა პოლიცია მათ ხელს ვერ შეუშლის. (პოლიცია ალბათ იმიტომ იყო უკმაყოფილო, რომ სმუტი SI სისტემის ერთეული არ არის, თუმცა, როგორც ჩანს, დღეს ამ ერთეულის არსებობას

*1 იარდი $\approx 0,914$ მ

**1 დუიმი $\approx 25,4 \times 10^{-3}$ მ = 2,54 სმ

ისიც შეეგუა). 1.6 სურათზე ნაჩვენებია სმუტებში (S), უილებში (W) და ზელდებში (Z) გაზომილი სამი პარალელური ხაზი. გამოხატე 50 სმუტი ა) უილებში და ბ) ზელდებში.



სურ. 1.6 ამოცანა 8.

დაფარავს. კოკიპირულმა წვიმამ 26კმ² ფართობის ქალაქი 30 წუთში 2 დუიმიტ დატბორა. გამოთვალე ქალაქში წყლის მოცულობა აკრ-ფუტებში. [ILW](#).

თავი 1-6 დრო

•10 ლექციის ხანგრძლივობა (50წთ) დაახლოებით 1 მიკროსაუკუნეა. ა) რამდენი წუთია

მიკროსაუკუნეში? ბ) იპოვე პროცენტული სხვაობა შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$\text{პროცენტული სხვაობა} = \left(\frac{\text{ფაქტობრივი} - \text{მიახლოებითი}}{\text{ფაქტობრივი}} \right) 100,$$

•11 ფორტნაიტი (*fourteen nights* – თოთხმეტი ღამე) ინგლისური დროის საზომი ერთეულია და 2 კვირას უდრის. დროის ეს მონაკვეთი, თუ მას სასიამოვნო საზოგადოებაში ატარებ, თავისთავად, სასიამოვნოა, მაგრამ უსიამოვნო კომპანიაში მიკრონამების მტანჯველ წყებად იქცევა. რამდენი მიკრონამია ფორტნაიტში?

•12 ყველაზე სწრაფად მზარდი მცენარე *ჰესპეროიკა უიპლეი* 14 დღეში 3,7 მეტრით

გაიზარდა. გამოთვალე მისი ზრდის ტემპი მიკრომეტრ/წამებში.

•13 ლაბორატორიაში ხუთ საათს ამონ-მებენ. რამდენიმე დღის მანძილზე, ზუსტად შუადღისას, რომლის დადგომასაც [WWV](#) დროის სიგნალი გვაუწყებს, საათები ცხრილში მოცემულ დროს აჩვენებს. დაალაგე საათები მაღალი სიზუსტიდან ყველაზე დაბალ სიზუსტემდე. დაამტკიცე შენი არჩევანი. [SSM](#).

საათი	კვ.	ორშ.	სამშ.	ოთხ.	ხუთ.	პარ.	შაბ.
A	12:36:40	12:36:56	12:37:12	12:37:27	12:37:44	12:37:59	12:38:14
B	11:59:59	12:00:02	11:59:57	12:00:07	12:00:02	11:59:56	12:00:03
C	15:50:45	15:51:43	15:52:41	15:53:39	15:54:37	15:55:35	15:56:33
D	12:03:59	12:02:52	12:01:45	12:00:38	11:59:31	11:58:24	11:57:17
E	12:03:59	12:02:49	12:01:54	12:01:52	12:01:32	12:01:22	12:01:12

•14 1883 წლამდე ამერიკის შეერთებული შტატების ყველა ქალაქს საკუთარი, ადგილობრივი დრო ჰქონდა. დღეს მოგზაურები საათებს მხოლოდ მაშინ ასწორებენ, როდესაც განსხვავება 1 საათი ან მეტია. დაახლოებით გრძედის რამდენი გრადუსი უნდა გაიარო, რომ საათის გასწორება 1 საათით მოგიხდეს? (დედამიწა 24 საათში 360°-იან ბრუნს ასრულებს.)

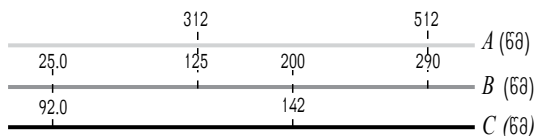
•15 საფრანგეთის რევოლუციიდან 10 წლის შემდეგ საფრანგეთის ხელისუფლებამ დროის ძირითად საზომებად დაადგინა ათის ჯერადები: ერთი კვირა შედგებოდა 10 დღისაგან, ერთი დღე

– 10 საათისგან, ერთი საათი – 100 წუთისაგან, ხოლო ერთი წუთი – 100 წამისაგან. რისი ტოლია ა) ფრანგული ათობითი კვირის შეფარდება ეტალონურ კვირასთან? ბ) ფრანგული ათობითი წუთის შეფარდება ეტალონურ წუთთან?

•16 დროის ეტალონები დაფუძნებულია ატომურ საათზე. მომავალი ეტალონი, სავარაუდოდ, დაფუძნებული იქნება მბრუნავ ნეიტრონულ ვარსკვლავებზე – პულსარებზე. ზოგიერთი პულსარი, რომლის ბრუნვის სიჩქარე ძალიან სტაბილურია, ყოველი შემობრუნებისას დედამიწაზე რადიოსიგნალს გზავნის.

მაგალითად, პულსარი PSR 1937+21 ყოველ $1,55780644887275 \pm 3$ მწმ-ში ერთხელ შემობრუნდება. ა) რამდენ ბრუნს გააკეთებს ეს პულსარი 7 დღეში? ბ) რა დრო დასჭირდება მას მილიონი ბრუნის გასაკეთებლად?

• • 17 სამი ციფრული საათი, A , B და C , სხვადასხვა ტემპში მუშაობს და სხვადასხვა დროს აჩვენებს. 1.7 სურათზე მოცემულია საათების ჩვენებები (მაგალითად, პირველ შემთხვევაში B აჩვენებს 25 წმ-ს, ხოლო C – 92 წმ-ს). თუ A საათზე ორ მოვლენას შორის დრო 600 წმ-ია, რა დრო იქნება ამ მოვლენებს შორის ა) B საათზე და ბ) C საათზე? გ) როდესაც A საათი აჩვენებს 400 წმ-ს, რას აჩვენებს B საათი? დ) როდესაც C საათი აჩვენებს 15 წმ-ს, რას აჩვენებს B საათი? (დროს ნულოვან წერტილამდე უარყოფითი ჩვენება მიანიჭე).



სურ. 1.7 ამოცანა 17.

• • • 18 დედამიწის ბრუნვის თანდათანობით შენელების გამო ყოველი მომდევნო დღის ხანგრძლივობა იზრდება: ყოველი საუკუნის უკანასკნელი დღე 1 მწმ-ით უფრო გრძელია, ვიდრე საუკუნის დასაწყისში. 20 საუკუნის მანძილზე სულ რა დროით გაიზარდა დღის ხანგრძლივობა?

თავი 1-7 მასა

• 19 ა) დავუშვათ, წყლის კუბური სანტიმეტრის მასა ზუსტად 1 გრამია. გამოთვალე წყლის ერთი კუბური მეტრის მასა კილოგრამებში; ბ) დავუშვათ, წყლით სავსე 5700მ^3 მოცულობის რეზერვუარის დაცლას 10 საათი სჭირდება. რისი ტოლია წყლის მასის შემცირების სიჩქარე კილოგრამ/წამებში?

• 20 ოქროს კუბური სანტიმეტრის მასა 19,32 გრამია. ოქრო ყველაზე რბილი ლითონია და შეიძლება მისი ფურცელივით გაბრტყელება ან ბოჭკოსავით განელვება. ა) თუ 27,63 გრ ოქროსგან გავაკეთებთ 1 მკმ სისქის ფურცელს, რისი ტოლი იქნება მისი ფართობი? ბ) თუ იმავე რაოდენობის ოქროსგან გავაკეთებთ 2,5 მკმ რადიუსის ცილინდრული ფორმის ბოჭკოს, რა იქნება ბოჭკოს სიგრძე?

• 21 დედამიწის მასა $5,98 \times 10^{24}$ კილოგრამია. დედამიწის შემადგენელი ატომების საშუალო მასაა 40 u . რამდენი ატომია დედამიწაში?

• 22 შუშის ბოთლის დამზადების რეკორდი 1992 წელს ნიუ-ჯერსის შტატის ქალაქ მელვილში დამყარდა. ბოთლის მოცულობა 193 აშშ გალონი იყო. ა) რამდენით ნაკლებია ეს მოცულობა 1 მილიონ სმ^3 -ზე? ბ) თუ ბოთლს წყლით აავსებენ 1,8 გ/წთ სიჩქარით, რა დრო დასჭირდება ბოთლის ავსებას? 1 კუბური მეტრი მოცულობის წყლის მასა 1000 კილოგრამია.

• 23 1 კუბური სანტიმეტრი მოცულობის რკინის მასა 7,87 გრამია, ხოლო რკინის ატომის მასა – $9,27 \times 10^{-26}$ კგ. თუ ატომები სფერულია და მჭიდროდ განლაგებული, მაშინ ა) რისი ტოლია რკინის ატომის მოცულობა? ბ) რა მანძილია გვერდიგვერდ განლაგებული ატომების ცენტრებს შორის?

• • 24 ერთი კუბური სანტიმეტრი ღრუბელი შეიცავს 50-დან 500-მდე წყლის წვეთს, თითოეულის რადიუსი 10 მკმ-ია. ა) რამდენი კუბური სანტიმეტრი წყალია 3 კმ სიმაღლის და 1 კმ რადიუსის ცილინდრული ფორმის ღრუბელში? ბ) რამდენ ერთლიტრიან ბოთლს აავსებს ეს წყალი? გ) ერთი კუბური მეტრი მოცულობის წყლის მასა 1000 კილოგრამია. რა მასა აქვს ღრუბელში შემავალ წყალს?

დამატებითი ამოცანები

25 ძველი ინგლისური საბავშვო ლექსი ამბობს: „პატარა მის მაფეტი ჩამოვდა და ხაჭოს ჭამა დაიწყო. ობობა მოვიდა და გვერდით მიუჯდა...“ ობობა ჩამოვდა არა ხაჭოს გულისთვის, არამედ იმიტომ, რომ მის მაფეტს თან ჰქონდა 11 ტაფეტი გამომშრალი ბუზეების მარაგი. 1 ტაფეტი = 2 პეკი = 0,5 იმპერიული ბუშელი, ხოლო 1 იმპერიული ბუშელი = 36,3687 ლიტრი (L). რისი ტოლია მის მაფეტის მწერების მარაგი ა) პეკებში, ბ) იმპერიულ ბუშელებში და გ) ლიტრებში?

26 ატომურ მოლში $6,02 \times 10^{23}$ ატომია. დაახლოებით რამდენი მოლი ატომია დიდ შინაურ კატაში? წყალბადის, ჟანგბადის და ნახშირბადის ატომების მასებია შესაბამისად 1 u , 16 u და 12 u .

27 ძველსა და ახალს, დიდსა და მცირეს შორის კონტრასტის დასანახად წაიკითხე შემდეგი: ძველი ინგლისის სოფლებში 1 ჰაიდი (100 და 120

აკრს შორის) იყო მიწის ფართობი, რომელიც დააკმაყოფილებდა 1 გუთნის მქონე 1 ოჯახს (1 აკრი = 4047 მ²). 1 ვაპენტეიკი ფართობის მიწა დააკმაყოფილებდა 100 ასეთ ოჯახს. კვანტურ ფიზიკაში ბირთვის განივი კვეთის ფართობი იზომება ბარნებში, სადაც 1 ბარნი = 1×10^{-28} მ². რისი ტოლია 25 ვაპენტეიკის ფარდობა 11 ბარნსთან?

28 მეტრული სისტემის შემოღებამდე აშშ-ში სითხის მოცულობის სხვადასხვა საზომი

სხილი 1.7

ამოცანა 28

	ვეი	ჩალდრონი	ბეგი	პოტლი	გილი
1 ვეი =	1	10/9	40/3	640	120 240
1 ჩალდრონი =					
1 ბეგი =					
1 პოტლი =					
1 გილი =					

29 ტურისტმა მანქანა ინგლისში შეიძინა და აშშ-ში მიემგზავრება. მანქანის ინსტრუქციაში ნათქვამია, რომ სწორ გზაზე მანქანა 40 მილში ერთ გალონ საწვავს მოიხმარს. ტურისტი ვერ მიხვდა, რომ ინგლისური გალონი ამერიკულისგან განსხვავდება:

1 ინგლისური გალონი = 4,5459631 ლიტრი

1 ამერიკული გალონი = 3,7853060 ლიტრი.

750 მილის* მანძილზე (აშშ-ში) ა) რამდენი გალონი საწვავი დასჭირდება მანქანას ამ ტურისტის აზრით? ბ) რამდენი გალონი დასჭირდება მანქანას სინამდვილეში?

30 ძველი ინგლისური რეცეპტების წიგნში მოცემულია ჭინჭრის სუპის რეცეპტი: მოხარშე 1 საუზმის ჭიქა, პლიუს 1 ჩაის ჭიქა, პლიუს 1

ერთეულები გამოიყენებოდა. რამდენიმე მათგანი მოცემულია 1.7 ცხრილში. ცხრილის შესავსებად რა რიცხვები (მეთასედის სიზუსტით) უნდა ჩაიწეროს ა) ვეის სვეტში, ბ) ჩალდრონის სვეტში, გ) ბეგის სვეტში, დ) პოტლის სვეტში, ე) გილის სვეტში. 1 ბეგი = 0,1091 მ³. ძველ ინგლისურ მოთხრობაში ჯადოქარი საძაგელ სითხეს 1,5 ჩალდრონი მოცულობის ქვაბში ხარშავს. რას უდრის ეს მოცულობა მ³-ში?

დესერტის კოვზი რაოდენობის ბულიონი. შემდეგ ხელთათმანებით დააცალკევე ჭინჭრის ღეროები, სანამ 0,5 კვარტი არ დაგრჩება. ღეროები ბულიონში ჩაყარე და დაამატე 1 მაგიდის კოვზი მოხარშული ბრინჯი და 1 მარილის კოვზი მარილი. ადუღე 15 წუთის მანძილზე*. ცხრილში მოცემულია ძველ ბრიტანულ და ამერიკულ საზომებს შორის სხვაობები. სითხეებისთვის 1 ბრიტანული ჩაის კოვზი = 1 ამერიკულ ჩაის კოვზს. მშრალი საჭმელისთვის 1 ბრიტანული ჩაის კოვზი = 2 ამერიკულ ჩაის კოვზს, ხოლო 1 ბრიტანული კვარტი = 1 ამერიკულ კვარტს. რამდენი ა) ბულიონი, ბ) ჭინჭრის ღერო, გ) ბრინჯი და დ) მარილია საჭირო ამ რეცეპტით ამერიკულ საზომებში?

ძველი ინგლისური ერთეულები	ამერიკული ერთეულები
ჩაის კოვზი = 2 მარილის კოვზი	მაგიდის კოვზი = 3 ჩაის კოვზი
დესერტის კოვზი = 2 ჩაის კოვზი	ნახევარი ჭიქა = 8 მაგიდის კოვზი
მაგიდის კოვზი = 2 დესერტის კოვზი	ჭიქა = 2 ნახევარი ჭიქა
ჩაის ჭიქა = 8 მაგიდის კოვზი	
საუზმის ჭიქა = 2 ჩაის ჭიქა	

31 ძველ ხელნაწერში ნათქვამია, რომ მეფე არტურის მმართველობის დროს მიწისმფლობელები

ბელს გააჩნდა 3 აკრი მოსახნავი მიწა და პირუტყვისთვის დამატებითი ფართობი, 25 პერჩი

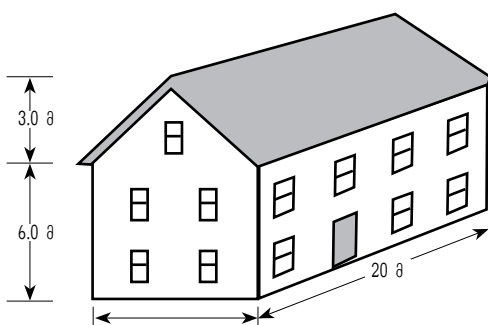
* 1 მილი = 1,609 კმ

4 პერჩზე. რისი ტოლი იყო მთელი ფართობი ა) ძველ ერთეულებში – რუდებში და ბ) თანამედროვე ერთეულებში – მ²-ებში? ამ შემთხვევაში, 1 აკრი* = 40×4 პერჩი, 1 რუდი = 40×1 პერჩი, ხოლო 1 პერჩი = 16,5 ფუტი**.

32 XX საუკუნის 20-იანი წლების აშშ-ში გამოიყენებოდა ორი ტიპის ბარელი. ვაშლის ბარელი 7056 კუბური დუიმის ტოლი იყო, ხოლო შტოშის*** ბარელი – 5826 კუბური დუიმისა. თუ ვაჭარი შტოშის 20 ბარელ საქონელს მიჰყიდის კლიენტს, რომელსაც ჰგონია, რომ საქონელს ვაშლის ბარელებში ყიდულობს, რა განსხვავება იქნება საქონლის რაოდენობებს შორის ლიტრებში?

33 კალიფორნიის პლაჟის ქვიშის მარცვლები დაახლოებით 50 მკმ რადიუსის სფეროვითა და სილიციუმის ორჟანგისგან შედგება. 1 მ³ მოცულობის სილიციუმის ორჟანგის კუბის მასა 2600 კგ-ია. რა მასის ქვიშის მარცვლებს ექნება ზედაპირის ისეთივე ფართობი (ცალ-ცალკე სფეროების ფართობების ჯამი), რომელიც 1 მ წიბოს მქონე კუბის ზედაპირის ფართობის ტოლია?

34 ამერიკული თოჯინას სახლი ნამდვილი სახლის 1/12-ია, ხოლო მინიატურული სახლი (კიდევ უფრო პატარა სახლი, რომელიც თოჯინის სახლში ეტევა) ნამდვილი სახლის 1/144-ია. დავუშვათ, ნამდვილი სახლის (სურ. 1.8) სიგრძე 20 მ-ია, სიგანე – 12 მ, სიმაღლე – 6 მ, ხოლო დახრილი ჭერის სიმაღლე – 3 მ. რისი ტოლია ა) თოჯინას სახლის და ბ) მინიატურული სახლის მოცულობები კუბურ მეტრებში?



სურ. 1.8 ამოცანა 34.

35 ერთ-ერთი სახეობის საღებავის აღწერაში წერია, რომ ამ საღებავის ერთი გალონით 460

კვადრატული ფუტის შეღებვა შეიძლება. ა) გაამოსახე ეს სიდიდე მ²/ლიტრებით. ბ) გაამოსახე ეს სიდიდე SI სისტემის ერთეულებით (იხილე დანართები და D). გ) როგორი იქნება საწყისი რაოდენობის სიდიდის შებრუნებული მნიშვნელობა? დ) რა ფიზიკური მნიშვნელობა აქვს მას?

36 წარმოიდგინე, რომ ეკვატორთან ახლოს პლაჟზე წევხარ და წამმზომს რთავ, რათა მზის ჩასვლამდე დარჩენილი დრო დაითვალო. ამის შემდეგ დგები, რის შედეგადაც შენი თვალები =1,70 მ სიმაღლეზე აღმოჩნდება, და კვლავ ელოდები მზის წვერის გაუჩინარებას. თუ გასული დრო $t = 11,1$ წმ, რისი ტოლია დედამიწის r რადიუსი? (მინიშნება: იხილე ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 1.4).

37 კორდი არის მოჭრილი ხე-ტყის მოცულობა და 8 ფუტი სიგრძის, 4 ფუტი სიგანისა და 4 ფუტი სიმაღლის ხე-ტყის მოცულობის ტოლია. რამდენი კორდია 1მ³-ში?

38 იაპონიის ტრადიციული სიგრძის საზომი ერთეულია კენი (1 კენი = 1,97 მ). რისი ტოლია ა) კვადრატული კენის შეფარდება კვადრატულ მეტრთან და ბ) კუბური კენის შეფარდება კუბურ მეტრთან? რისი ტოლია 5 კენი სიღრმისა და 3 კენი რადიუსის ცილინდრული ფორმის წყლის ჭურჭლის მოცულობა გ) კუბურ კენებში და დ) კუბურ მეტრებში?

39 წყრთა უძველესი საზომი ერთეულია და უტოლდება მზომელის იდაყვიდან შუა თითის წვერამდე მანძილს. დავუშვათ, რომ ეს სიდიდე 43-დან 53 სმ-მდე იცვლება, და წარმოვიდგინოთ, რომ უძველეს ნახატზე ასახულია 9 წყრთა სიგრძისა და 2 წყრთა დიამეტრის ცილინდრული ბოძი. როგორი იქნება მინიმალური და მაქსიმალური სიდიდეები, შესაბამისად, ა) ცილინდრის სიგრძისა მეტრებში, ბ) ცილინდრის სიგრძისა მილიმეტრებში და გ) ცილინდრის მოცულობისა კუბურ მეტრებში?

40 წყლის ერთი მოლეკულა (H_2O) შეიცავს წყალბადის ორ და ჟანგბადის ერთ ატომს. წყალბადის ატომის მასაა დაახლოებით 1 u, ხოლო ჟანგბადის ატომის მასა – დაახლოებით 16 u. ა) რა იქნება წყლის ერთი მოლეკულის მასა კილოგრამებში? ბ) წყლის რამდენი მოლეკულაა

* 1 აკრი = 4040 მ²

** 1 ფუტი ≈ 30,48 სმ

*** შტოში – ტანმორჩილი ბუჩქბალახა მცენარე. ისხამს წითელი ფერის წვრილსა და მჟავე ნაყოფს. იხმარება საკვებად, საჭმლის შესაკაზმად. სამურაბედ, წენისა და სიროფის დასამზადებლად (ქართული ენის განმარტებითი ლექსიკონი, ტომი VII).

დედამიწის წყლებში, თუ მათი მთლიანი მასა $1,4 \times 10^{21}$ კგ-ია?

41 ზღვაოსნობაში ხშირად გამოიყენება მოცულობის საზომი ერთეული – ტონა. თუმცა მისი გამოყენება გარკვეულ სიფრთხილეს მოითხოვს, ვინაიდან არსებობს ტონის, სულ ცოტა, სამი ნაირსახეობა: გადაადგილების ტონა 7 ბარელი მოცულობის ტოლია, ტვირთის ტონა – 8 ბარელი მოცულობისა, ხოლო რეგისტრის ტონა – 20 ბარელი მოცულობისა. ბარელი მოცულობის კიდევ ერთი საზომი ერთეულია და უდრის $0,1415 \text{ მ}^3$. დავუშვათ, ტვირთის შეკვეთაში წერია „73 ტონა & კანფეტი“ და თქვენ დარწმუნებული ხართ, რომ შემკვეთი „ტონაში“ მოცულობას გულისხმობს (ნაცვლად წონისა ან მასისა, როგორც ეს მე-5 თავშია). თუ შემკვეთი სინამდვილეში გადაადგილების ტონას გულისხმობდა, რამდენ ზედმეტ ამერიკულ ბუშელ კანფეტს ჩატვირთავ გემში შეცდომით, თუ შეკვეთაში წარმოიდგენ ა) 73 ტვირთის ტონას და ბ) 73 რეგისტრის ტონას? ($1 \text{ მ}^3 = 28,378$ ამერიკული ბუშელი.)

42 მაღალიზიაში ადგილობრივი საზომით 28,9 პიკული წონის ხარი იყიდება. 1 პიკული უდრის 100 ჯინს, 1 ჯინი – 16 ტაჰილს, 1 ტაჰილი – 10 ჩისს და 1 ჩისი – 10 ჰუნას. 1 ჰუნა 0,3779 გრამის ტოლია. თუ ამ ხარის სახლში წაყვანას და ოჯახის განცვიფრებას განიზრახავ, რამდენი კილოგრამი მასა უნდა ჩაწერო ტვირთის დეკლარაციაში?

43 დროის ტრადიციული საზომი ერთეულები, მაგალითად, დღის ან წელიწადის ხანგრძლივობა, დაფუძნებულია ასტრონომიულ დაკვირვებებზე. თუმცა, ტიბეტში შეიძლება ადამიანზე დაფუძნებული დროის საზომი ერთეულის ნახვაც, სადაც დიბუგი არის ჩასუნთქვა-ამოსუნთქვას შორის საშუალო დრო. გამოთვალე დიბუგების რაოდენობა ერთ დღეში.

44 ბრძანება მიიღე, რომ შენი გემით 24,5 მილი გაცურო აღმოსავლეთისკენ, სადაც მეკობრეების გემი ჩაიძირა. თუმცა, როდესაც იმ ადგილას შენი მყვინთავეები გემის ნასახსაც ვერ აღმოაჩნენ, მიხვდები, რომ ცურვის მანძილში იგულისხმებოდა 24,5 საზღვაო მილი და არა ჩვეულებრივი მილი. გამოიყენე დანართში მოცემული სიგრძეების ცხრილი, რათა გამოთვალო, რამდენი კილომეტრით ხარ დაშორებული მეკობრეთა გემიდან.

45 ქორწილების დროს ღვინოს თლილი

მინის ჭურჭელში ასხამენ, რომლის ზომებია $40 \text{ სმ} \times 40 \text{ სმ} \times 30 \text{ სმ}$. ჭურჭელი პირთამდე უნდა იყოს სავსე. ღვინის შეძენა შეიძლება ცხრილში მოცემული ზომის ბოთლებში. რაც უფრო დიდია ბოთლი, მით უფრო იაფი ჯდება ღვინო. მინიმალური ფასის მისაღებად, ა) რა ზომის და რამდენი ბოთლი უნდა იქნას შეძენილი? როდესაც ჭურჭელი გაივსება, რამდენი ღვინო დარჩება ბ) სტანდარტულ ბოთლებში და გ) ლიტრებში.

1 სტანდარტული ბოთლი

1 მაგნუმი = 2 სტანდარტული ბოთლი

1 იერობოამი = 4 სტანდარტული ბოთლი

1 რეობოამი = 6 სტანდარტული ბოთლი

1 მათუსალა = 8 სტანდარტული ბოთლი

1 სალმანაზარი = 12 სტანდარტული ბოთლი

1 ბალთაზარი = 16 სტანდარტული ბოთლი
= 11,356 ლ

1 ნაბუქოდონოსორი = 20 სტანდარტული ბოთლი.

46 პოლიტიკური პარტიის ყრილობისთვის პროდუქტების შეძენისას შეუკვეთე წყნარი ოკეანის საშუალო ზომის ხამანკები (ერთ ამერიკულ პინტაში 8-12 ცალი), ატლანტის ოკეანის საშუალო ზომის ხამანკების ნაცვლად (პინტაში 26-38 ცალი). ხამანკით სავსე ჭურჭლის ზომებია $1 \text{ მ} \times 12 \text{ სმ} \times 20 \text{ სმ}$, ხოლო ამერიკული პინტა 0,4732 ლიტრის ტოლია. რამდენი ხამანკით ნაკლები შეგიკვეთავს?

47 ასტრონომიული ერთეული (AU) არის დედამიწასა და მზეს შორის საშუალო მანძილი – $1,5 \times 10^8$ კმ. სინათლის სიჩქარეა 3×10^8 მ/წმ. გამოხატე სინათლის სიჩქარე ასტრონომიულ ერთეულ/წუთებში.

48 რა მასის წყალი მოვიდა წვიმის დროს ქალაქში მე-9 ამოცანაში? ერთი კუბური მეტრი წყლის მასაა 1×10^3 კგ.

49 ამ თავში მოცემული მონაცემების გამოყენებით განსაზღვრე 1 კგ წყალბადის მილებისთვის საჭირო წყალბადის ატომების რაოდენობა. წყალბადის ატომის მასაა 1 u.

50 შაქრის ნატეხის გვერდის სიგრძეა 1 სმ. შენ რომ გქონდეს კუბის ფორმის ყუთი, რომელშიც 1 მოლი შაქრის კუბები იქნება, როგორი იქნება ამ კუბის გვერდის სიგრძე? (ერთი მოლი = $6,02 \times 10^{23}$ ერთეულს).

51 დიეტაზე მყოფმა ადამიანმა შეიძლება კვირაში 2,3 კგ დაიკლოს. გამოხატე მასის და-

კარგვის ტემპი მილიგრამ/წამებში, თითქოს დიეტაზე მყოფი ყოველ წამს დაკლებულ მასას გრძნობდეს.

52 მარცვლეულ/ლორის შეფარდება ფინანსური ტერმინია და ღორების ბაზარზე გამოიყენება. ის უკავშირდება ღორის შენახვის ხარჯებს ამ ღორის გასაყიდად გამოყვანამდე. მარცვლეულ/ლორის შეფარდება განისაზღვრება, როგორც 1460 სლაგის მასის ღორის საბაზრო ფასის შეფარდება ერთი ამერიკული ბუშელი მარცვლეულის საბაზრო ფასთან. ამერიკული ბუშელი 35,238 ლიტრის ტოლია. თუ მარცვლეულ/ლორის შეფარდება ბაზარზე 5,7-ია, რა იქნება მეტრულ ერთეულებში 1-კილოგრამი ღორის ფასის შეფარდება 1 ლიტრი მარცვლეულის ფასთან? (მინიშნება: იხილე მასათა ცხრილი დანართში).

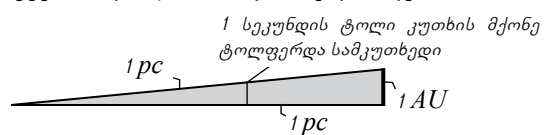
53 სახლის შიდა კიბის ერთი საფეხურის სიმაღლე 19 სმ-ია, ხოლო სიგანე – 23 სმ. ინჟინრები ირწმუნებიან, რომ საფეხურები უფრო უსაფრთხო გახდება, თუ მათი სიგანე 28 სმ იქნება. თუ კიბის სიმაღლე სულ 4,57 მ, როგორ გაიზრდება მთლიანად კიბის სიგრძე, თუ ახალი სიგანის საფეხურებს გაუკეთებთ?

54 ძლიერი წვიმის დროს მთის ფერდობი, რომლის სიგანე 2,5 კილომეტრია, სიგრძე – 0,8 კმ და სისქე – 2მ, მეწყრის სახით ველზე ჩამოცურდება და თანაბრად ვრცელდება 0,4 კმ $\times$ 0,4 კმ ზომების ველზე. ერთი კუბური მეტრი ტალახის მასაა 1900 კგ. რა მასის ტალახი ჩამოვა 4მ² ფართობზე?

55 შენ უნდა მოამზადო სადილი მექსიკური საჭმლის 400 მოყვარულის თავყრილობისთვის. რეცეპტი მოითხოვს ერთ ადამიანზე 2 იალაპენოს წინაკას, თუმცა შენ მხოლოდ ჰაბანეროს წინაკები გაქვს. წინაკის სიცხარე იზომება სკოვილის სიცხარის ერთეულებში (SHU). საშუალოდ, ერთი იალაპენოს წინაკის სიცხარეა 4000 SHU, ხოლო ჰაბანეროს წინაკისა – 300000 SHU. სასურველი სიცხარის მისაღწევად, რამდენი ჰაბანეროს წინაკით უნდა შეცვალო იალაპენოს წინაკები 400 ადამიანისთვის სადილის მოზადების დროს?

56 მინის ფართობის გასაზომად ხშირად გამოიყენებენ ჰექტარს, რომელიც 10⁴ მ²-ია. ქვანახშირის ღია კარიერი ყოველწლიურად 75 ჰექტარ მინას მოიხმარს 26 მეტრის სიღრმეზე. რა მოცულობის მინა (კუბურ კილომეტრებში) გადაიყრება ამ დროს?

57 ასტრონომიული ერთეული (AU) დედამიწიდან მზემდე საშუალო მანძილის – $92,9 \times 10^6$ მილის ტოლია. პარსეკი (pc) არის მანძილი, რომლის ტოლი ფერდებისა და 1 სეკუნდის ტოლი კუთხის მქონე ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე 1 AU-ს ტოლია (სურ. 1.9). სინათლის წელიწადი არის მანძილი, რომელსაც სინათლე 1 წელიწადში გაივლის 186000 მილი/წმ სიჩქარით. გამოხატე მანძილი დედამიწასა და მზეს შორის ა) პარსეკებში და ბ) სინათლის წელიწადებში.



58 ა) მიკროსკოპულ ფიზიკაში ზოგჯერ გამოიყენება დროის საზომი ერთეული – შეიკი. ერთი შეიკი 10⁻⁸ წამის ტოლია. რა უფრო მეტია – წამში შეიკი თუ წელიწადში წამი? ბ) ადამიანი დაახლოებით 10⁶ წელიწადია არსებობს, სამყარო კი 10¹⁰ წლისაა. თუ სამყაროს ასაკს განვსაზღვრავთ, როგორც „სამყაროს 1 დღეს“, რომელიც შედგება „სამყაროს წამებისგან“, ზუსტად ისე, როგორც ჩვეულებრივი დღე შედგება ჩვეულებრივი წამებისგან, მაშინ რამდენი სამყაროს წამის წინ გაჩნდა ადამიანი?

59 მზის დაბნელების დროს მზეს მთლიანად მთვარე ფარავს. დაუშვათ, მზემდე მანძილი 400-ჯერ მეტია მთვარემდე მანძილზე. ა) იპოვე მზის დიამეტრის ფარდობა მთვარის დიამეტრთან. ბ) იპოვე მზის მოცულობის ფარდობა მთვარის მოცულობასთან. გ) დაიჭირე პატარა მონეტა ისე, რომ მთვარე მთლიანად დაფაროს, და გაზომე შენი თვალსაწიერის კუთხე, რომელსაც ეს მონეტა ფარავს. ამ სიდიდესა და დედამიწასა და მთვარეს შორის მანძილზე ($3,8 \times 10^5$ კმ) დაყრდნობით იპოვე მთვარის დიამეტრი.

2

წიგნი მოძიება

ხშირად ავტოკატასტროფის დროს ერთ მანქანას მეორე უკნიდან ეჯახება. ათწლეულების მანძილზე ინჟინრები და მედიკოსები ცდილობენ ახსნან, რა იწვევს ასეთი შეჯახებისას წინა მანქანაში მჯდომის კისრის დაზიანებას. გასული საუკუნის 70-იან წლებში დაასკვნეს, რომ დაზიანებას იწვევს თავის უეცარი გადავარდნა სავარძლის ზემოდან, როდესაც მანქანა მკვეთრი ბიძგიტ წინ გადაადგილდება. ამ აღმოჩენის შემდეგ მანქანებში ჩაამონტაჟეს სავარძლის თავმისაღებლები, მაგრამ ამან შეჯახებების დროს კისრის დაზიანებების რაოდენობა დიდად ვერ შეამცირა.

ჩა იწვევს სინამდვილეში ამ დაზიანებას?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

2.1 ჩა ჩიის ფიზიკა?

ფიზიკის ერთ-ერთი ამოცანა სხეულის მოძრაობის შესწავლაა, მაგალითად, იმისა, თუ რა სიჩქარით მოძრაობს და რა მანძილს გადის ის დროის მოცემულ მონაკვეთში. ავტონჟინრები აქტიურად იყენებენ ფიზიკას, ვინაიდან მისი მეშვეობით ადგენენ მანქანების მახასიათებლებს შეჯიბრებამდე და შეჯიბრის დროს. გეოლოგები ფიზიკას იყენებენ ტექტონური ბაქნების მოძრაობის შესწავლისა და ამ გზით მიწისძვრების წინასწარი პროგნოზირებისათვის. მედიკოსებს ფიზიკა სჭირდებათ პაციენტების სისხლის მიმოქცევის სურათის შესაქმნელად, როდესაც ნაწილობრივ დახშული არტერიის დიაგნოზს სვამენ. ავტომოყვარულები ფიზიკის საშუალებით იგებენ, როგორ უნდა შეანელონ ავტომობილი, როდესაც რადიოლოკატორი გაფრთხილებას იძლევა. არსებობს უამრავი სხვა მაგალითიც. ამ თავში შევისწავლით სხეულების (ავტომობილების, ტექტონური ბაქნების, სისხლის უჯრედისა ან სხვა სხეულების) მოძრაობას წრფის გასწვრივ. ასეთ მოძრაობას **ერთგანზომილებიანი ანუ წრფივი მოძრაობა** ეწოდება.

2.2 მოძიება

სამყაროში ყველაფერი მოძრაობს. ერთი შეხედვით უძრავი საგნებიც კი, მაგალითად, გზა, დედამიწის ბრუნვასთან ერთად მოძრაობს. დედამიწა მზის გარშემო მოძრაობს, მზე — ირმის ნახტომის გალაქტიკის გარშემო, და თვით ეს გალაქტიკაც მოძრაობს სხვა გალაქტიკების მიმართ. მოძრაობების კლასიფიკაცია და შედარება (ე.წ. **კინემატიკა**) ხშირად საკმაოდ რთულია. რას ვზომავთ და როგორ ვადარებთ ერთმანეთს?

ვიდრე პასუხის გაცემას შეეცდებოდეთ, განვიხილოთ მოძრაობის ზოგადი მახასიათებლები, რომლებიც სამ პუნქტად შეიძლება ჩამოყალიბდეს:

1. მოძრაობა ხდება მხოლოდ წრფის გასწვრივ. წრფე შეიძლება იყოს ვერტიკალური (მაგალითად, ქვის ვარდნა), ჰორიზონტალური (მაგალითად, მანქანის მოძრაობა ტრასაზე) ან ირიბი, მაგრამ ის აუცილებლად წრფე უნდა იყოს.
2. მოძრაობას ძალები იწვევს, მაგრამ ამ საკითხს მე-5 თავში განვიხილავთ. ამ თავში კი შევეხებით მხოლოდ მოძრაობასა და ცვლილებებს მოძრაობის დროს. აჩქარდება თუ შენელებს სხეული, გაჩერდება თუ სანინალმდეგო მიმართულებით წავა? თუ მოძრაობა იცვლება, რა დრო სჭირდება ამ ცვლილებას?
3. მოძრავი სხეული ან **ნაწილაკია** (იგულისხმება უმცირესი სხეული, მაგალითად, ელექტრონი) ან სხეულია, რომელიც ნაწილაკით მოძრაობს (ანუ მისი ყველა ნაწილი მოძრაობს ერთნაირად და ერთი მიმართულებით). მაგალითად, როდესაც ღორი ბავშვების სათამაშო მოედანზე შემოვრბის, ის შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ნაწილაკით მოძრავი, ხოლო მორი, რომელიც მდინარეს მოყვება – არა, ვინაიდან მისი სხვადასხვა წერტილები სხვადასხვა მიმართულებით მოძრაობს.

2.3 მდებარეობა და ბაზანდობიება

საგნის მდებარეობის განსაზღვრა ნიშნავს მისი პოზიციის პოვნას რაიმე ათვლის წერტილის მიმართ, როგორცაა, მაგალითად, 2.1 სურათზე გამოსახული x ღერძის სათავე (ანუ ნულოვანი წერტილი). ღერძზე რიცხვების (კოორდინატების) ზრდის მიმართულებას დადებითი ეწოდება (სურათზე — მარჯვნივ), ხოლო სანინალმდეგო მიმართულებას — უარყოფითი.

მაგალითად, სხეულის კოორდინატი შეიძლება იყოს $x = 5$ მ, რაც იმას ნიშნავს, რომ ის ათვლის წერტილიდან 5 მეტრითაა დაშორებული დადებითი მიმართულებით. თუ $x = -5$ მ, ესე იგი, სხეული იმავე მანძილზეა ათვლის წერტილიდან, ოღონდ უარყოფითი მიმართულებით. ღერძზე -5 მ კოორდინატი ნაკლებია, ვიდრე -1 მ კოორდინატი, ხოლო ორივე ნაკლებია, ვიდრე $+5$ მ კოორდინატი. „პლიუსის“ დაწერა საჭირო არ არის, მაგრამ „მინუსი“ ყოველთვის უნდა იყოს ნაჩვენები.

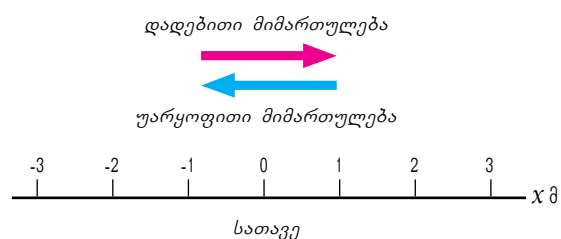
x_1 -დან x_2 -ზე გადასვლას Δx გადაადგილება ეწოდება, სადაც

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad (2.1)$$

(Δ ბერძნული ასო „დელტა“ და სიდიდის ცვლილებას აღნიშნავს, რაც სიდიდის საბოლოო და საწყისი მნიშვნელობების სხვაობის ტოლია). როდესაც 2.1 ფორმულაში x_1 და x_2 -ის ნაცვლად რიცხვები ჩაისმება, დადებითი მიმართულების გადაადგილება ყოველთვის დადებითი რიცხვი იქნება, ხოლო უარყოფითი მიმართულებისა – უარყოფითი. მაგალითად, — თუ წერტილი გადაადგილება $x_1 = 5$ მ-დან $x_2 = 12$ მ-სკენ, მაშინ $\Delta x = 12 - 5 = +7$. დადებითი შედეგი აღნიშნავს მოძრაობის დადებით მიმართულებას. თუ წერტილი მოძრაობს $x_1 = 5$ მ-დან $x_2 = 1$ მ-სკენ, მაშინ $\Delta x = 1 - 5 = -4$. უარყოფითი შედეგი ნიშნავს, რომ მოძრაობა უარყოფითი მიმართულებით ხდება.

რეალური განვლილი მანძილი გადაადგილების სიდიდესთან კავშირში არ არის, ვინაიდან გადაადგილება მოიცავს მხოლოდ საწყის და საბოლოო მდებარეობებს. მაგალითად, თუ წერტილი მოძრაობს $x = 5$ მ-დან $x_2 = 200$ მ-სკენ და შემდეგ უკან ბრუნდება ($x = 5$ მ), გადაადგილება გზის დასაწყისიდან დასასრულამდე იქნება $\Delta x = 5 - 5 = 0$.

გადაადგილებისთვის „პლიუსის“ მინიჭებას მნიშვნელობა არა აქვს, ხოლო მინუს ნიშანი ყოველ



სურ. 2.1 მდებარეობა განისაზღვრება ღერძზე, რომელზეც აღნიშნულია სიგრძის ერთეულები (ამ შემთხვევაში მეტრები). ღერძის სახელი (აქ x) ყოველთვის იწერება დადებით მხარეს.

	+1					
-1	0	1	2	3	4	
						$x(t)$

სურ. 2.2. $x(t)$ გრაფიკი ზღარბისთვის, რომელიც უძრავად დგას $x = -2$ მ წერტილში. x -ის მნიშვნელობა ნებისმიერი t დროისთვის ერთი და იგივეა.

რომელიც შეიძლება წარმოდგენილ იქნას “პლიუს” ან “მინუს” ნიშნით, თუ მოძრაობა ერთი წრფის გასწვრივ ხდება.

ქვემოთ ხედავთ საკონტროლო წერტილს, რომლის მსგავსიც ამ წიგნში ბევრი შეგხვდებათ. თითოეული საკონტროლო წერტილი შეიცავს ერთ ან მეტ კითხვას, რომელზე პასუხის გაცემაც გარკვეულ მსჯელობას ან გამოთვლას მოითხოვს. საკონტროლო წერტილი სწრაფად ამოწმებს, რამდენად კარგად გაიაზრე განხილული საკითხი. პასუხები მოცემულია წიგნის ბოლოს.

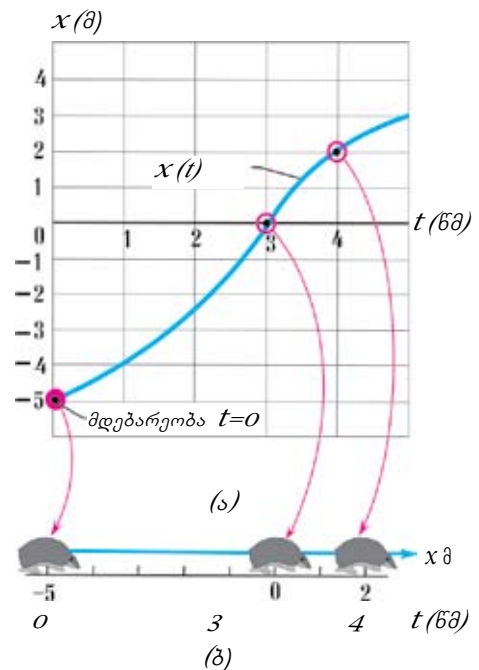
საკონტროლო წერტილი 1. მოცემულია x ღერძზე საწყისი და საბოლოო მდებარეობების სამი წყვილი. რომელი წყვილები გვაძლევს უარყოფით გადაადგილებას?

- ა) -3 მ, $+5$ მ; ბ) -3 მ, -7 მ; გ) 7 მ, -3 მ

2.4 საშუალო სიჩქარე და საშუალო მანძილი

მდებარეობის აღწერის ოპტიმალური ფორმაა x მდებარეობის წარმოდგენა t დროის ფუნქციად $-x(t)$ (ჩანაწერი $x(t)$ ნიშნავს ფუნქციას და არა x -ის ნამრავლს t -ზე). ამის მარტივი მაგალითია 2.2 სურათზე ნაჩვენები მდებარეობის $x(t)$ ფუნქცია უძრავი ზღარბისთვის (რომელსაც განვიხილავთ, როგორც ნაწილაკს) დროის 7-წამიან მონაკვეთში. ზღარბის მდებარეობა უცვლელია, $x = -2$ მ.

2.3 (ა) სურათი უფრო საინტერესოა, ვინაიდან მასზე მოძრაობაა ნაჩვენები. ზღარბი $t = 0$ მომენტში იმყოფება $x = -5$ პოზიციაზე, მოძრაობს სათავეს ($x = 0$) მიმართულებით, სათავეს გაივლის $t = 3$ მომენტში და x -ის უფრო მაღალი დადებითი მნიშვნელობებისკენ მიიწევს. სურ. 2.3 (ბ) ასახავს ზღარბის წრფივ მოძრაობას, რაც დაახლოებით ისაა, რასაც ჩვენ დავინახავთ. 2.3 (ა) სურათზე მოცემული გრაფიკი უფრო აბსტრაქტულია და არა ჰგავს იმას, რაც რეალურად ჩანს, სამაგიეროდ, ინფორმაციით უფრო მდიდარია. მასზე ზღარბის სისწრაფეც ჩანს.



სურ. 2.3. ა) ზღარბის მოძრაობის $x(t)$ გრაფიკი და მასთან დაკავშირებული ტრაექტორია. ბ) x ღერძის ქვემოთ მოცემული სკალა გვიჩვენებს იმ მომენტებს, როდესაც ზღარბი x -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებს აღწევს.

სიტყვას “სისწრაფე” რამდენიმე სიდიდე უკავშირდება. ერთ-ერთი მათგანია **საშუალო სიჩქარე** $v_{\text{საშ}}$. ეს არის Δx გადაადგილების შეფარდება Δt დროის შუალედზე, რომელშიც გადაადგილება მოხდა:

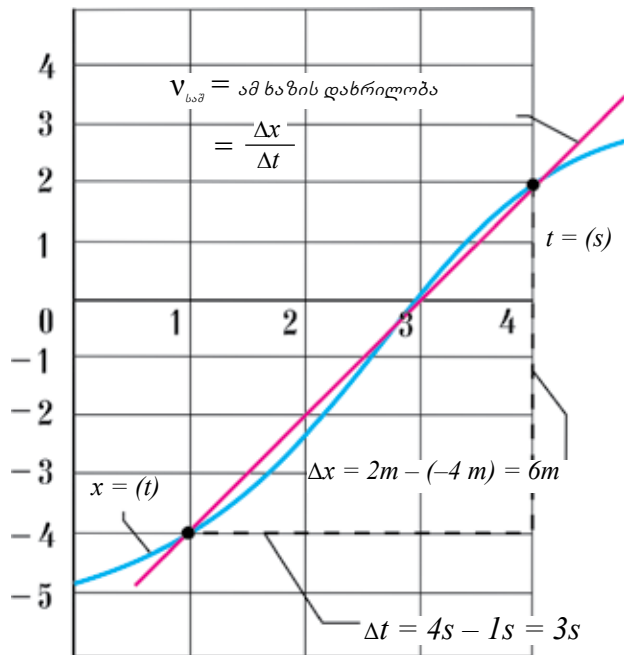
$$v_{\text{საშ}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (2.2)$$

მოცემული ჩანაწერი ნიშნავს, რომ t_1 დროში ზღარბის მდებარეობა არის x_1 , ხოლო t_2 დროში — x_2 . $v_{\text{საშ}}$ -ს ერთეულია მეტრი წამში (მ/წმ). ამოცანების ამოხსნისას სხვა ერთეულებიც შეიძლება შეგვხვდეს, თუმცა ფორმა მანძილი/დრო ყოველთვის დაცული იქნება.

x -ის t -სადმი დამოკიდებულების გრაფიკზე $v_{\text{საშ}}$ არის იმ ხაზის დახრილობა, რომელიც $x(t)$ გრაფიკის ორ წერტილს აკავშირებს. ერთი წერტილი შეესაბამება x_2 -ს და t_2 -ს, მეორე წერტილი — x_1 -ს და t_1 -ს. გადაადგილების მსგავსად, $v_{\text{საშ}}$ -ს გააჩნია როგორც რიცხვითი მნიშვნელობა, ასევე მიმართულება (ე.ი. ვექტორული სიდიდეა). მისი რიცხვითი მნიშვნელობა დახრილობის სიდიდეა. დადებითი $v_{\text{საშ}}$ (და დახრილობა) გვეუბნება, რომ ხაზი მიმართულია ზევით და მარჯვნივ, უარყოფითი — ქვევით და მარჯვნივ. საშუალო სიჩქარეს ყოველთვის იგივე ნიშანი აქვს, რაც გადაადგილებას, ვინაიდან Δt 2.2 ფორმულაში ყოველთვის დადებითია.

სურ. 2.4 გვიჩვენებს, როგორ ვიპოვოთ $v_{\text{საშ}}$ დროის შუალედისთვის $t = 1$ წმ-დან $t = 4$ წმ-მდე. გავავლებთ სწორ ხაზს, რომელიც აკავშირებს მდებარეობის გრაფიკის წერტილს დროის ამ მონაკვეთის დასაწყისში და მდებარეობის გრაფიკის წერტილს ამ მონაკვეთის დასასრულს. შემდეგ ვიპოვოთ სწორი ხაზის დახრილობას $\Delta x/\Delta t$. დროის მოცემულ მონაკვეთში საშუალო სიჩქარე ტოლია

$$v_{\text{საშ}} = \frac{6 \text{ მ}}{3 \text{ წმ}} = 2 \text{ მ/წმ}$$



სურ. 2.4 საშუალო სიჩქარის გამოთვლა $t = 1$ წმ-სა და $t = 4$ წმ-ს შორის. საშუალო სიჩქარე იმ ხაზის დახრილობაა, რომელიც $x(t)$ გრაფიკის შესაბამის წერტილებს აკავშირებს.

$s_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარე წერტილის მოძრაობის სიჩქარის აღწერის კიდევ ერთი საშუალებაა. თუ საშუალო სიჩქარე $v_{\text{საშ}}$ წერტილის Δx გადაადგილებას უკავშირდება, საშუალო მანძილი $s_{\text{საშ}}$ უკავშირდება მთლიან განვლილ მანძილს (მაგალითად, განვლილი მეტრების რაოდენობას) მიმართულების დამოუკიდებლად. ანუ

$$s_{\text{საშ}} = \frac{\text{მთლიანი გავლილი მანძილი}}{\Delta t} \quad (2.3)$$

ვინაიდან $s_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარეს მიმართულებას არ გვიჩვენებს, მას არც ალგებრული ნიშანი აქვს. ზოგჯერ $s_{\text{საშ}}$ და $v_{\text{საშ}}$ ერთმანეთის ტოლია (ნიშანს თუ არ ჩავთვლით). თუმცა, როგორც ამოცანის ამოხსნის 2.1 ნიმუშში ვნახავთ, როდესაც სხეული ორჯერ გადის ერთი და იმავე გზას, $s_{\text{საშ}}$ და $v_{\text{საშ}}$ ერთმანეთისგან საკმაოდ განსხვავდება.

2.1 ანალიზის ანალიზის ნიმუში

ძველი სატვირთო მანქანა სწორ გზაზე 70 კმ/სთ სიჩქარით მიგყავს. 8,4 კმ-ის გავლის შემდეგ მანქანას ბენზინი გაუთავდა და გაჩერდა. ამის გამო დაახლოებით 30 წუთის განმავლობა-

ში 2 კილომეტრი ფეხით იარე ბენზინგასამართი სადგურის საპოვნელად.

ა) რისი ტოლია შენი მთლიანი გადაადგილება მგზავრობის დაწყებიდან სადგურამდე?

ამოხსნა: დავუშვათ, რომ მოძრაობა ხდება x ღერძის დადებითი მიმართულებით, სათავიდან ($x_1=0$) სადგურამდე, რომლის მდებარეობა უნდა იყოს $x_2=8,4+2=10,4$ კმ. x ღერძზე შენი Δx გადაადგილების გამოსათვლელად მეორე პოზიციას პირველი უნდა გამოაკლო. 2.1 ფორმულიდან გვაქვს:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10,4 - 0 = 10,4 \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, მთლიანი გადაადგილება x ღერძის დადებითი მიმართულებით იქნება 10,4 კმ.

ბ) რისი ტოლია Δt დროის შუალედი მგზავრობის დაწყებიდან სადგურზე მისვლამდე?

ამოხსნა: უკვე ვიცით, რომ ფეხით სიარულის დრო იყო $\Delta t_{\text{ფეხ}} = 0,50$ სთ, მაგრამ არ ვიცით მანქანით მგზავრობის დრო $\Delta t_{\text{მანქ.}}$. სამაგიეროდ, ვიცით, რომ მანქანით მგზავრობისას $\Delta x_{\text{მანქ.}}$ გადაადგილებაა 8,4 კმ, ხოლო საშუალო სიჩქარე ($v_{\text{საშ.მანქ.}}$) – 70 კმ/სთ. გამოვიყენოთ ფორმულა 2.2. საშუალო სიჩქარე გამოითვლება მანქანით მგზავრობისას გადაადგილების შეფარდებით შესაბამის დროის მონაკვეთთან:

$$v_{\text{საშ.მანქ.}} = \frac{\Delta x_{\text{მანქ.}}}{\Delta t_{\text{მანქ.}}}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ:

$$\Delta t_{\text{მანქ.}} = \frac{\Delta x_{\text{მანქ.}}}{v_{\text{საშ.მანქ.}}} = \frac{8,4 \text{ კმ}}{70 \text{ კმ/სთ}} = 0,12 \text{ სთ}$$

ასე რომ,

$$\begin{aligned} \Delta t &= \Delta t_{\text{მანქ.}} + \Delta t_{\text{ფეხ.}} \\ &= 0,12 \text{ სთ} + 0,5 \text{ სთ} = 0,62 \text{ სთ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

გ) რისი ტოლია შენი საშუალო სიჩქარე ($v_{\text{საშ.}}$) მგზავრობის დაწყებიდან სადგურზე მისვლამდე? იპოვე პასუხი რიცხობრივად და გრაფიკულად.

ამოხსნა: აქ მთავარი კვლავ 2.2 ფორმულაა: მგზავრობის მთლიანი $v_{\text{საშ.}}$ მთლიანი გადაადგილების (10,4) და მთლიანი დროის შუალედის ფარდობის ტოლია:

$$\begin{aligned} v_{\text{საშ.}} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10,4 \text{ კმ}}{0,62 \text{ სთ}} \\ &= 16,8 \text{ კმ/სთ} \approx 17 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

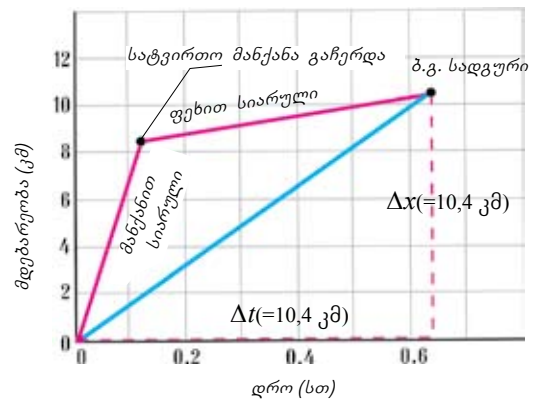
გრაფიკულად $v_{\text{საშ.}}$ -ის საპოვნელად თავდაპირველად ავაგოთ $x(t)$ ფუნქციის გრაფიკი, როგორც ეს ნაჩვენებია 2.5 სურათზე, სადაც საწყისი და საბოლოო წერტილებია, შესაბამისად, ათვლის სათავე და წერტილი

„სადგური“. როგორც ვიცით, საშუალო სიჩქარე ამ ორი წერტილის შემაერთებელი ხაზის დახრილობის ტოლია. $v_{\text{საშ.}}$ არის Δx -ის ($\Delta x = 10,4$ კმ) ფარდობა Δt -ზე ($\Delta t=0,62$ სთ), ანუ გვაძლევს $v_{\text{საშ.}} = 16,8$ კმ/სთ.

დ) წარმოიდგინე, რომ ბენზინის ჩასასხმელად, ფულის გადასახდელად და უკან ფეხით დასაბრუნებლად დამატებით 45 წუთი დაგჭირდა. რისი ტოლია საშუალო სიჩქარე მგზავრობის დაწყებიდან ბენზინით მანქანამდე დაბრუნებამდე?

ამოხსნა: ამ შემთხვევაშიც საშუალო სიჩქარე ტოლია მთლიანი განვლილი მანძილის შეფარდებისა იმ დროსთან, რაც ამ მანძილის გავლას დაჭირდა. მთლიანი მანძილი ტოლია $8,4 + 2 + 2 = 12,4$ კმ-ისა, მთლიანი დრო კი – $0,12 + 0,5 + 0,75 = 1,37$ სთ-ისა. მაშასადამე, ფორმულა 2.3 გვაძლევს

$$S_{\text{საშ.}} = \frac{12,4 \text{ კმ}}{1,37 \text{ სთ}} = 0,12 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$



სურ. 2.5. „მანქანით სიარულით“ და „ფეხით სიარულით“ აღნიშნული ხაზები, მანქანის ტარების და ფეხით სიარულისას მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკებია. ათვლის წერტილისა და ბენზინგასამართი სადგურის დამაკავშირებელი ხაზის დახრილობა მთლიანი მგზავრობის საშუალო სიჩქარეა.

საპოვნელი ნაბიჯი 2 მოცემულ ამოცანაში დავუშვათ, რომ სატვირთო მანქანაში ბენზინის ჩასხმის შემდეგ x_1 წერტილში 35 კმ/სთ სიჩქარით დაბრუნდი. რას უდრის შენი საშუალო სიჩქარე მთელი მგზავრობისათვის?

ამოცანის ამოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 1: გაიზიარე თუ არა ამოცანა?

ამოსახსნელი ამოცანა ხშირად ძალიან იოლია და მას, უბრალოდ, ვერ ვიგებთ. საუკეთესო ტესტი ამის გასაგებად შემდეგი კითხვაა: შეგიძლია თუ არა ამოცანის პირობების აღწერა?

ჩამოწერე მონაცემები და გამოიყენე მოცემული პარაგრაფის სიმბოლოები (ამოცანის ამოხსნის 2.1 ნიმუშში მონაცემების საშუალებით შეგიძლია Δx იპოვო გადაადგილება (ა) ნაწილში და შესაბამისი Δt დროის შუალედი (ბ) ნაწილში. განსაზღვრე უცნობი და მისი სიმბოლო (ამოცანის (გ) ნაწილში საპოვნია $v_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარე). შემდეგ იპოვე კავშირი უცნობსა და მონაცემებს შორის (კავშირის ამსახველი ფორმულაა 2.2, რომელიც საშუალო სიჩქარეს განსაზღვრავს).

ტაქტიკა 2: სწორია თუ არა ერთეულები?

დარწმუნდი, რომ რიცხვების ფორმულებში ჩასმის დროს სწორ ერთეულებს იყენებ. ამოცანის ამოხსნის 2.1 ნიმუშში ასეთი ერთეულებია კილომეტრი (მანძილისთვის), საათი (დროის მონაკვეთისთვის) და კილომეტრ/საათი (სიჩქარისთვის). ზოგჯერ შეიძლება საჭირო გახდეს ამ ერთეულების სხვა ერთეულებში გადაყვანა.

ტაქტიკა 3: არის თუ არა შენი პასუხი საფუძვლიანი?

აქვს თუ არა აზრი შენს პასუხს? იქნებ მეტისმეტად გრძელი ან მეტისმეტად მოკლეა? ნიშანი სწორია? ერთეულები? მაგალითად, ამოცანის ამოხსნის 2.1 ნიმუშის (გ) ნაწილში სწორი პასუხია 17 კმ/სთ. თუ მიიღებ 0,00017 კმ/სთ-ს, -17 კმ/სთ-ს, 17 კმ/წმ-ს ან 17000 კმ/სთ-ს, უნდა მიხვდე, რომ რაღაცა არასწორად გააკეთე. შეცდომის მიზეზი შეიძლება იყოს ამოხსნის მეთოდი, არასწორი გამოთვლები ან კალკულატორზე რიცხვების არასწორი აკრეფა.

ტაქტიკა 4: გრაფიკის წაკითხვა

2.2, 2.3ა, 2.4 და 2.5 სურათებზე მოცემული გრაფიკების წაკითხვა ადვილად უნდა შეძლო. ყველა გრაფიკში ჰორიზონტალურ ღერძზე t დრო გადაითვლება, რომელიც მარჯვენა მიმართულებით იზრდება. ვერტიკალურ ღერძზე გადაითვლება მოძრაობის ნერტილის x მდებარეობა. ამ ღერძის დადებითი მიმართულება ზემოთაა. ყოველთვის დაიმახსოვრე ერთეულები (წამები თუ წუთები, მეტრები თუ კილომეტრები), რომელშიც ცვლადებია მოცემული.

2.5 მყისი სიჩქარე

თქვენ უკვე იხილეთ საგნის მოძრაობის სისწრაფის აღწერის ორი გზა: საშუალო სიჩქარე $s_{\text{საშ}}$ (*speed*) და საშუალო ვექტორული სიჩქარე $v_{\text{საშ}}$ (*velocity*). ორივე მათგანი Δt დროის შუალედში იზომება. თუმცა სხეულის მოძრაობის სიჩქარეს უკეთესად აღწერს v **მყისი სიჩქარე** (ან უბრალოდ **სიჩქარე**), რომელიც გვიჩვენებს, რა სიჩქარით მოძრაობს სხეული დროის მოცემულ მომენტში.

მყისი სიჩქარე მიიღება საშუალო სიჩქარიდან, როდესაც Δt დროის მონაკვეთი 0-ს უახლოვდება. ვინაიდან Δt მცირდება, საშუალო სიჩქარე უახლოვდება ზღვრულ მნიშვნელობას, რაც სწორედ ამ მომენტში სიჩქარის ტოლია:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.4)$$

ამ ფორმულაში v მყისი სიჩქარის ორი მახასიათებელი ჩანს: 1) v არის სიჩქარე, რომლითაც ნერტილის x მდებარეობა იცვლება დროის მოცემულ მომენტში, რაც იმას ნიშნავს, რომ v არის x -ის წარმოებული t -თი; 2) v ნებისმიერ მომენტში არის სხეულის მდებარეობის გრაფიკის დახრილობა იმ წერტილში, რომელიც ამ მომენტს შეესაბამება. სიჩქარე ვექტორული სიდიდეა და, მაშასადამე, მიმართულებაც აქვს.

*speed** არის *velocity***-ის რიცხვითი მნიშვნელობა. ეს ნიშნავს, რომ *speed* არის *velocity*, ოღონდ მიმართულებისა და ალგებრული ნიშნის გარეშე (ყურადღებით უნდა იყოთ, *speed* და *velocity* ერთმანეთისგან ზოგჯერ საკმაოდ განსხვავდება). როცა *velocity* არის +5 მ/წმ და -5 მ/წმ, *speed* ორივე შემთხვევაში არის 5 მ/წმ. მანქანის სპიდომეტრი გვიჩვენებს *speed*-ს და არა *velocity*-ს (მას მიმართულების განსაზღვრა არ შეუძლია).

**speed* [spi:d] – სიჩქარე (მხოლოდ რიცხვითი მნიშვნელობა)

***velocity* [vilositi] – სიჩქარე (როგორც რიცხვითი მნიშვნელობა, ისე მიმართულება)

აქოსანის აქოსნის ნიჟაჟი 2.2

2.6 ა სურათზე მოცემულია ლიფტის კაბინის მოძრაობის $x(t)$ გრაფიკი. თავდაპირველად ლიფტი უძრავია, შემდეგ მოძრაობს მალა (x ღერძის დადებითი მიმართულება) და ჩერდება. ააგე $v(t)$ გრაფიკი.

აქოსნა: როგორც ვიცით, მოცემულ მომენტში სიჩქარე $x(t)$ გრაფიკის დახრილობის ტოლია. $x(t)$ გრაფიკის დახრილობა და, მაშასადამე, სიჩქარე, 0 წმ-დან 1 წმ-მდე და 9 წმ-დან ზევით ნულს უდრის, ვინაიდან ლიფტის კაბინა გაჩერებულია. bc ინტერვალში დახრილობა მუდმივია და არ უდრის ნულს, ვინაიდან ლიფტის კაბინა მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. აქედან გამომდინარე, $x(t)$ წრფის დახრილობას გამოვიყენოთ შემდეგნაირად:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v = \frac{24 \text{ მ} - 4.0 \text{ მ}}{8.0 \text{ წმ} - 3.0 \text{ წმ}} = +4.0 \text{ მ/წმ}$$

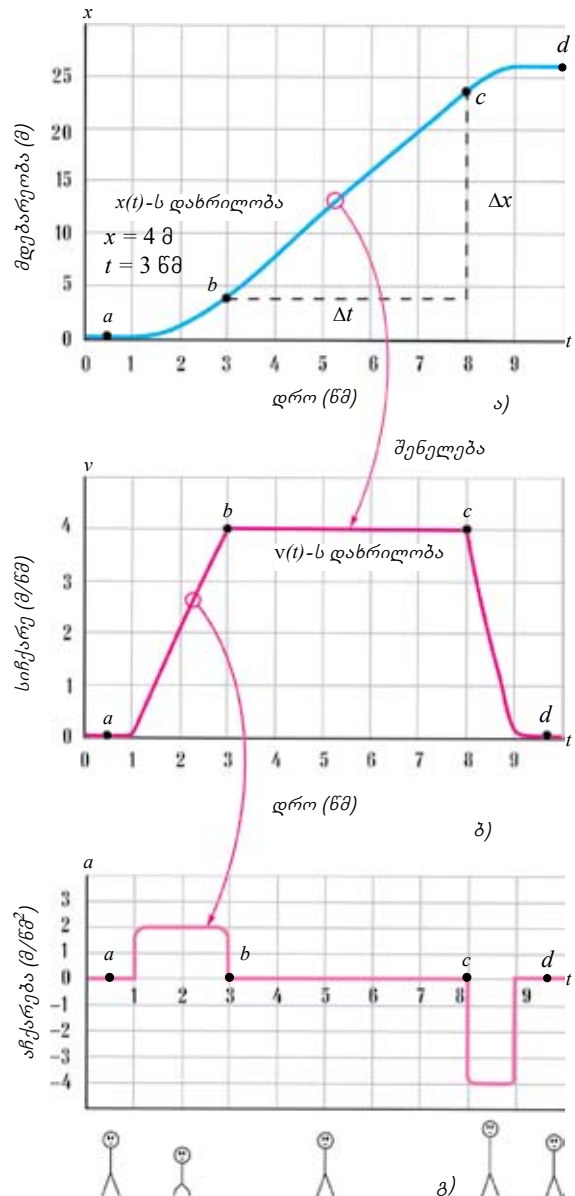
“პლიუსი” ნიშნავს, რომ ლიფტის კაბინა დადებითი x მიმართულებით მოძრაობს. ეს შუალედები (სადაც $v=0$ -ს და $v=4$ მ/წმ-ს) გამოსახულია 2.6 ბ სურათზე. აქვე უნდა ითქვას, რომ, ვინაიდან ლიფტის კაბინა ჯერ მოძრაობს იწყებს, შემდეგ კი ნელდება და ჩერდება, ამიტომ v იცვლება, როგორც ეს ნაჩვენებია შუალედებში 1 წმ-დან 3 წმ-მდე და 8 წმ-დან 9 წმ-მდე. მაშასადამე, 2.6 ბ სურათზე უფრო ზუსტი გრაფიკია მოცემული (2.6 გ სურათი განხილულია 2.6 ქვეთავში).

როდესაც გვაქვს ისეთი გრაფიკი, როგორიც 2.6 ბ სურათზეა მოცემული, შეგვიძლია “უკან დავბრუნდეთ”, რათა შესაბამისი $x(t)$ გრაფიკი მიგველო (სურ. 2.6 ა). თუმცა, ამ შემთხვევაში ვერ გავიგებთ სხვადასხვა დროს x -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებს, ვინაიდან $v(t)$ გრაფიკი მხოლოდ x -ის ცვლილებას ასახავს. დროის ნებისმიერ შუალედში x -ის ასეთი ცვლილების საპოვნელად საჭიროა გამოითვალოს $v(t)$ გრაფიკით მიღებული ფიგურის ფართობი ამ შუალედისთვის. მაგალითად, 3 წმ-დან 8 წმ-მდე, როდესაც ლიფტის კაბინას 4 მ/წმ სიჩქარე ჰქონდა, x -ის ცვლილება იყო

$$\Delta x = (4 \text{ მ/წმ}) (8 \text{ წმ} - 3 \text{ წმ}) = +20 \text{ მ}.$$

(ფართობი დადებითია ვინაიდან $v(t)$ გრაფიკი t

ღერძს ზემოთაა). სურ. 2.6 ა გვიჩვენებს, რომ x მართლაც იზრდება 20 მ-ით ამ შუალედში. ასეთი ისე, სურ. 2.6 ბ არ გვაუწყებს x -ის მნიშვნელობებს შუალედის დასაწყისში და ბოლოში. ამისთვის გვჭირდება დამატებითი ინფორმაცია, როგორიცაა x -ის მნიშვნელობა რაიმე მომენტში.



სურ. 2.6 ა) $x(t)$ გრაფიკი ლიფტის კაბინისთვის, რომელიც მოძრაობს მალა, x ღერძის გასწვრივ; ბ) $v(t)$ გრაფიკი ლიფტის კაბინისთვის. აღსანიშნავია, რომ ეს არის $x(t)$ გრაფიკის წარმოებული ($v = dx/dt$); გ) $a(t)$ გრაფიკი ლიფტის კაბინისთვის. ეს არის $v(t)$ გრაფიკის წარმოებული ($a = dv/dt$). გრაფიკს ქვემოთ ფიგურები გვიჩვენებს, რას იგრძნობს მგზავრის სხეული აჩქარებების დროს.

აოცანის აოცნის ნიშანი 2.3

x ღერძზე მოძრავი წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით:

$$x = 7.8 + 9.2t - 2.1t^3 \quad (2.5)$$

x იზომება მეტრებში, ხოლო t წამებში. რას უდრის სიჩქარე, როდესაც $t = 3,5$ წმ-ს? სიჩქარე მუდმივია თუ იცვლება?

აოცნა: სიმარტივისთვის 2.5 ფორმულიდან ერთეულები ამოღებულია, თუმცა, თუ გსურთ, შეგიძლიათ კოეფიციენტების ნაცვლად დაწეროთ 7,8 მ, 9,2 მ/წმ და $-2,1$ მ/წმ³. უნდა გავითვალისწინოთ, რომ სიჩქარე არის $x(t)$ მდებარეობის ფუნქციის პირველი ხარისხის წარმოებული. აქედან გამომდინარე, ვწერთ:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (7.8 + 9.2t - 2.1t^3),$$

საიდანაც გამომდინარეობს

$$v = 0 + 9,2 - (3)(2.1)t^2 = 9,2 - 6,3t^2. \quad (2-6)$$

როდესაც $t = 3,5$ წმ,

$$v = 9,2 - (6,3)(3,5)^2 = -68 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

როდესაც $t = 3,5$ წმ, წერტილი მოძრაობს x -ის უარყოფითი მიმართულებით 68 მ/წმ სიჩქარით. ვინაიდან t სიდიდე შედის 2.6 ფორმულაში, ამიტომ v სიჩქარე დამოკიდებულია t -ზე და დროის მიხედვით იცვლება.

საპრობლემო წერტილი 3 ქვემოთ მოცემული ფორმულები გვაძლევს წერტილის $x(t)$ მდებარეობას ოთხ შემთხვევაში (ყოველ ფორმულაში x იზომება მეტრებში, t – წამებში, $t > 0$): (1) $x = 3t - 2$; (2) $x = -4t^2 - 2$; (3) $x = 2/t^2$ და (4) $x = -2$. ა) რომელ შემთხვევაშია წერტილის v სიჩქარე მუდმივი? ბ) რომელ შემთხვევაშია v x -ის უარყოფითი მიმართულების?

2.6 აჩქარება

როდესაც წერტილის სიჩქარე იცვლება, ამბობენ, რომ წერტილი განიცდის აჩქარებას (ანუ ჩქარდება). ღერძის გასწვრივ მოძრაობის დროს $a_{\text{საშ}}$ (საშუალო აჩქარება) Δt დროის შუალედში ტოლია:

$$a_{\text{საშ}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2-7)$$

სადაც v_1 არის წერტილის სიჩქარე t_1 დროში და $v_2 - t_2$ დროში. მყისი აჩქარება (ან უბრალოდ აჩქარება) არის სიჩქარის წარმოებული დროით:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2-8)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, წერტილის აჩქარება ნებისმიერ მომენტში არის ტემპი, რომლითაც სიჩქარე ამ მომენტში იცვლება. გრაფიკულად, აჩქარება ნებისმიერ წერტილში არის $v(t)$ გრაფიკის დახრილობა ამ წერტილში.

შეგვიძლია შევაერთოთ ფორმულები 2.8 და 2.4 და დავწეროთ

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2-9)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, წერტილის აჩქარება ნებისმიერ მომენტში არის მისი $x(t)$ მდებარეობის მეორე ხარისხის წარმოებული დროით.

აჩქარების ერთეულია მ/წმ². ამოცანებში შეიძლება შეგხვდეთ სხვა ერთეულები, მაგრამ ფორმა მანძილი/დრო² დაცული იქნება. აჩქარებას გააჩნია როგორც რიცხვითი მნიშვნელობა, ასევე მიმართულება (ე.ი. ვექტორული სიდიდე). მისი ალგებრული ნიშანი აღნიშნავს x ღერძის გასწვრივ მიმართულებას, როგორც ეს იყო გადაადგილებისა და სიჩქარის შემთხვევაში. ეს ნიშნავს, რომ დადებითი მნიშვნელობის აჩქარება მიმართულია ღერძის დადებითი მიმართულებით, ხოლო უარყოფითი მნიშვნელობისა – უარყოფითი მიმართულებით.

2.6 გ სურათზე მოცემულია აჩქარების გრაფიკი ლიფტისა, რომლის მოძრაობაც განხილული იყო ამოცანის 2.2 ნიმუშში. შეადარე $a(t)$ გრაფიკი $v(t)$ გრაფიკს. ყოველი წერტილი $a(t)$ გრაფიკზე გვიჩვენებს $v(t)$ გრაფიკის წარმოებულს (დახრილობას) შესაბამის მომენტში. როდესაც v მუდმივია

(0 ან 4 მ/წმ-ის შემთხვევაში), წარმოებული და, მაშასადამე, აჩქარება ნულის ტოლია. როდესაც ლიფტის კაბინა მოძრაობას იწყებს, $v(t)$ გრაფიკს აქვს დადებითი წარმოებული (დახრილობა დადებითია), რაც ნიშნავს, რომ $a(t)$ დადებითია. როდესაც ლიფტის კაბინა ჩერდება, $v(t)$ გრაფიკის წარმოებული და დახრილობა უარყოფითია და, მაშასადამე, $a(t)$ -ც უარყოფითია.

ამის შემდეგ შეადარე $v(t)$ გრაფიკის დახრილობები აჩქარების ორ პერიოდში. ლიფტის შენელებასთან დაკავშირებული დახრილობა უფრო ციცაბოა, ვინაიდან გაჩერებას ორჯერ უფრო ნაკლები დრო დასჭირდა, ვიდრე სიჩქარის მატებას. ციცაბო დახრილობა ნიშნავს, რომ შენელების რიცხვითი მნიშვნელობა უფრო მაღალია, ვიდრე აჩქარებისა, როგორც ეს ნაჩვენებია 2.6 გ სურათზე.



სურ. 2.7. პოლკოვნიკი ჯ.პ. სტაპი ჩქაროსნულ კამერაში, როდესაც ის აღწევს ძალიან მაღალ სიჩქარეს და შემდეგ სწრაფადვე მუხრუჭდება.

ის, რასაც ლიფტის კაბინაში იგრძნობ, ზემოთ მოცემულ სურათზეა ნაჩვენები. როდესაც კაბინა აჩქარდება, გეჩვენება, თითქოს ზევიდან განვებიან, ხოლო როდესაც კაბინა დამუხრუჭებას იწყებს, ისეთი გრძნობა გიჩნდება, თითქოს ზევით გექაჩებიან. ამ მდგომარეობებს შორის კი ბევრს არაფერს იგრძნობ.

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, შენი სხეული რეაგირებს აჩქარებაზე და არა სიჩქარეზე. როდესაც 90 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს მანქანაში ან 900 კმ/სთ-ით მფრინავ თვითმფრინავში ხარ, შენი სხეული მოძრაობას ვერ გრძნობს. თუმცა, თუ მანქანა ან თვითმფრინავი სწრაფად შეიცვლის სიჩქარეს, მაშინ არათუ მკვეთრად იგრძნობ, არამედ შეგეშინდება კიდევ. გასართობ ატრაქციონებზე მძაფრი შეგრძნებები სწორედ სიჩქარის სწრაფი ცვლილებითაა გამოწვეული. უფრო საინტერესო მაგალითი მოცემულია 2.7 სურათზე, როდესაც ჩქაროსნული კამერა სწრაფად აჩქარებს და შემდეგ მკვეთრად დაამუხრუჭებს.

დიდი აჩქარებები ზოგჯერ გამოისახება გ ერთეულებში:

$$1 g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2 \quad (2.10)$$

(გ არის დედამიწაზე თავისუფალი ვარდნისას სხეულის აჩქარება. ამას განვიხილავთ 2.9 თავში). ატრაქციონ „რუსულ მთებზე“ შეიძლება განიცადო აჩქარება დაახლოებით 29 მ/წმ²-მდე, რაც ნამდვილად ამართლებს ამ ატრაქციონის ღირებულებას.

აქოსანის აქოსნის აქახია

ტაქტიკა 5: აჩქარების ნიშანი

ზოგადად, აჩქარების ნიშანს არამეცნიერული მნიშვნელობა აქვს: დადებითი აჩქარება ნიშნავს, რომ სხეულის სისწრაფე იმატებს, ხოლო უარყოფითი აჩქარება ნიშნავს, რომ სიჩქარე კლებულობს (სხეულის მოძრაობა ნელდება). თუმცა, ამ წიგნში აჩქარების ნიშანი მიმართულებას აღნიშნავს და არა სიჩქარის კლებას ან მატებას.

მაგალითად, თუ მანქანა, რომლის საწვისი სიჩქარეა $v = -25$ მ/წმ, დამუხრუჭდა და გაჩერდა 5 წამში, მაშინ $a_{\text{საშ}} = +5$ მ/წმ². აჩქარება დადებითია, თუმცა მანქანის სიჩქარემ დაიკლო. მიზეზი ნიშნებს შორის განსხვავებაა: აჩქარების მიმართულება სიჩქარის საწინააღმდეგოა.

ნიშნების გაგების სწორი გზა ასეთია:

თუ სხეულის სიჩქარისა და აჩქარების ნიშნები ერთნაირია, მაშინ სიჩქარე იზრდება (მატულობს რიცხვითი მნიშვნელობა). თუ ნიშნები სხვადასხვაა – სიჩქარის სიდიდე მცირდება მცირდება.

საკონტროლო ნაბიჯი 4 ვომბატი* მოძრაობს x ღერძის გასწვრივ. იპოვე აჩქარების ნიშანი, თუ ის მოძრაობს: ა) დადებითი მიმართულებით და სიჩქარე იზრდება; ბ) დადებითი მიმართულებით და სიჩქარე მცირდება; გ) უარყოფითი მიმართულებით და სიჩქარე იზრდება; დ) უარყოფითი მიმართულებით და სიჩქარე მცირდება.

* ვომბატი – ჩანთოსანი ცხოველი. გავრცელებულია ავსტრალიასა და ახალ ზელანდიაში.

აქრონომიის აქრონომიის ნიშანი 2.4

ნერტილის მდებარეობის ცვლილება (სურ. 2.1) მოცემულია ფორმულით

$$x = 4 - 27t + t^3$$

ა) იპოვე ნერტილის სიჩქარისა და აჩქარების ფუნქციები $v(t)$ და $a(t)$.

ამოხსნა: $v(t)$ სიჩქარის ფუნქციის მისაღებად ვპოულობთ $x(t)$ ფუნქციის წარმოებულს დროით. ჩვენს შემთხვევაში

$$v = -27 + 3t^2 \quad (\text{პასუხი})$$

$a(t)$ აჩქარების ფუნქციის მისაღებად ვპოულობთ $v(t)$ სიჩქარის ფუნქციის წარმოებულს დროით, რაც გვაძლევს:

$$a = +6t \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) არსებობს თუ არა დრო, როდესაც $v = 0$ -ს?

ამოხსნა: $v(t) = 0$ -ის ჩასმა მოგვცემს $0 = -27 + 3t^2$, აქედან გამომდინარე, $t = \pm 3$ წმ.

გ) აღწერე ნერტილის მოძრაობა $t \geq 0$ -სთვის.

ამოხსნა: შევისწავლოთ $x(t)$, $v(t)$ და $a(t)$ ფუნქციები. როდესაც $t = 0$, ნერტილი იმყოფება $x(0) = +4$ მ ნერტილში და მოძრაობს $v(0) = -27$ მ/წმ სიჩქარით,

ანუ x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით. ნერტილის აჩქარებაა $a(0) = 0$, ვინაიდან სიჩქარე არ იცვლება.

როდესაც $0 < t < 3$, ნერტილს კვლავ უარყოფითი სიჩქარე აქვს და, მაშასადამე, უარყოფითი მიმართულებით მოძრაობს. თუმცა, აჩქარება აღარ არის 0-ის ტოლი, ვინაიდან იზრდება და დადებითია. სიჩქარისა და აჩქარების ნიშნები ურთიერთსაწინააღმდეგოა, მაშასადამე, ნერტილის მოძრაობა ნელდება.

მართლაც, როგორც უკვე ვიცით, როდესაც $t = 3$ წმ, ნერტილი ჩერდება. როგორც გხედავთ 2.1 სურათზე, ამ დროს ნერტილი მაქსიმალურად არის დაშორებული ათვლის ნერტილიდან მარცხნივ. თუ $x(t)$ გამოსახულებაში ჩავსვამთ $t = 3$ წმ, მივიღებთ, რომ ნერტილის პოზიცია არის $x = -50$ მ. მისი აჩქარება კვლავ დადებითია.

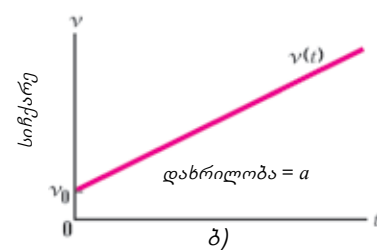
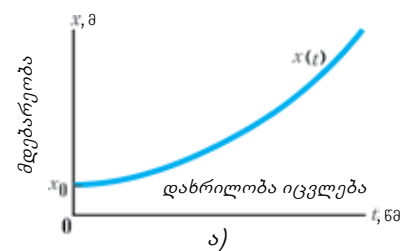
როდესაც $t > 3$, ნერტილი მარჯვნივ მოძრაობს. მისი აჩქარება დადებითია და იზრდება. სიჩქარე ახლა უკვე დადებითია და მისი რიცხვითი მნიშვნელობაც იზრდება.

2.7 თანაბარჩქარა მოძრაობა: ბანსაქსიხაბელი შემთხვევა

მრავალი სახის მოძრაობის დროს აჩქარება სრულიად ან თითქმის თანაბარია. მაგალითად, შეგიძლია მანქანის აჩქარება დაახლოებით თანაბარი ტემპით, როდესაც შუქნიშანზე წითელს მწვანე ცვლის. შენი მოძრაობის, სიჩქარისა და აჩქარების გრაფიკები 2.8 სურათზე მოცემული გრაფიკების მსგავსი იქნება (გაითვალისწინე, რომ 2.8 გ სურათზე $a(t)$ თანაბარია, რისთვისაც, 2.8 ბ სურათზე $v(t)$ -ს უნდა ჰქონდეს თანაბარი დახრილობა). მოგვიანებით, თუ მანქანას დაამუხრუჭებ, აჩქარება ასევე შეიძლება დაახლოებით თანაბარი იყოს.

მსგავსი შემთხვევები იმდენად ხშირია, რომ გამოყვანილ იქნა ფორმულების სპეციალური ჯგუფი. ამ ფორმულების მიღების ერთ-ერთი მეთოდი ნაჩვენებია ამ თავში, ხოლო მეორე მეთოდი მოცემულია შემდეგ თავში. ორივე თავის წაკითხვისას და საშინაო დავალებების შესრულებისას გაითვალისწინე, რომ ეს ფორმულები

სურ. 2.8 ა) თანაბარჩქარა მოძრაობის დროს ნერტილის მდებარეობა $x(t)$; ბ) ნერტილის სიჩქარე $v(t)$ – მოცემული $x(t)$ გრაფიკის თითოეულ ნერტილში დახრილობის შესაბამისად; გ) ნერტილის აჩქარება (თანაბარი), ტოლია $v(t)$ გრაფიკის (მუდმივი) დახრილობისა.



გამოსადეგია მხოლოდ თანაბარი აჩქარების დროს (ან სიტუაციებში, როდესაც აჩქარების მნიშვნელობა მიახლოებულია თანაბართან).

როდესაც აჩქარება თანაბარია, საშუალო აჩქარება და მყისი აჩქარება ერთმანეთის ტოლია. ამის გამო ფორმულა 2.7 შეგიძლია შემდეგნაირად შევცვალოთ:

$$a = a_{\text{საშ}} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

აქ v_0 არის სიჩქარე, როდესაც $t = 0$, ხოლო v – სიჩქარე ნებისმიერი მომდევნო t -სთვის. ჩვენ შეგვიძლია ეს ფორმულა გადავწეროთ, როგორც

$$v = v_0 + at. \quad (2.11)$$

შესამოწმებლად გაითვალისწინეთ, რომ როდესაც $t = 0$, $v = v_0$. შემდგომი შემოწმებისთვის განარმოთ 2.11 ტოლობა. მივიღებთ: $dv/dt = a$, რაც a -ს განსაზღვრებაა. 2.8 ბ სურათზე ნაჩვენებია ფორმულა 2.11-ის $v(t)$ ფუნქციის გრაფიკი. ფუნქცია წრფივია და, მაშასადამე, გრაფიკიც წრფეა.

ასეთივე ხერხით შეგიძლია გადავწეროთ ფორმულა 2.2 (აღნიშვნებში მცირეოდენი ცვლილებებით):

$$v_{\text{საშ}} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

საიდანაც ვიღებთ:

$$x = x_0 + v_{\text{საშ}} t, \quad (2.12)$$

სადაც x_0 წერტილის მდებარეობაა $t = 0$ მომენტში, ხოლო $v_{\text{საშ}}$ – საშუალო სიჩქარე დროის რომელიმე მონაკვეთში (ვთქვათ, $t = 0$ -სა და რომელიმე მომდევნო t -ს შორის).

ფორმულა 2.11-ში მოცემული სიჩქარის წრფივი ფუნქციისთვის, საშუალო სიჩქარე დროის ნებისმიერ მონაკვეთში (ვთქვათ, $t = 0$ -სა და რომელიმე მომდევნო t -ს შორის) არის საწყის სიჩქარესა (v_0) და დროის მონაკვეთის ბოლოს წერტილის სიჩქარის (v) საშუალო მნიშვნელობა. $t = 0$ -დან t -მდე საშუალო სიჩქარე იქნება

$$v_{\text{საშ}} = \frac{1}{2} (v_0 + v). \quad (2.13)$$

ფორმულა 2.11-ის მარჯვენა ნაწილის გარდაქმნის შედეგად ვიღებთ:

$$v_{\text{საშ}} = v_0 + \frac{1}{2} at \quad (2.14)$$

ფორმულა 2.14-ის 2.12-ში ჩასმით მივიღებთ:

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2.15)$$

შესამოწმებლად გაითვალისწინეთ, რომ $t = 0$ მომენტში $x = x_0$. ამასთან, ფორმულა 2.15-ის განარმოება გვაძლევს 2.11-ს, რაც ასეც უნდა იყოს. 2.8ა სურათზე მოცემულია ფორმულა 2.15-ის გრაფიკი. ფუნქცია კვადრატულია და ამიტომ ეს გრაფიკი მრუდია.

ფორმულები 2.11 და 2.15 **თანაბარაჩქარებულის მოძრაობის ძირითადი ფორმულებია**. მათი გამოყენება შესაძლებელია თანაბარ აჩქარებასთან დაკავშირებული ნებისმიერი ამოცანის ამოსახსნელად. ამასთანავე, შეგიძლია გამოვიყვანოთ სხვა ფორმულები, რომლებიც გამოსადეგი იქნება გარკვეულ სპეციფიკურ სიტუაციებში. უნდა აღინიშნოს, რომ თანაბარ აჩქარებასთან დაკავშირებულ ამოცანებში შეიძლება შედიოდეს 5-მდე სიდიდე – $x - x_0$, v , t , a და v_0 . ჩვეულებრივ, ერთ-ერთი სიდიდე ასეთ ამოცანაში არ მონაწილეობს, არც ცნობილი და არც უცნობი სიდიდის სახით. ამიტომ, გვაქვს სამი მოცემული სიდიდე და უნდა მოვძებნოთ მეოთხე.

ფორმულებში 2.11 და 2.15 ოთხი ასეთი სიდიდეა, თუმცა ეს ოთხეული ერთნაირი როდია. ფორმულა 2.11-ში არ გვაქვს გადაადგილება $x - x_0$, ფორმულა 2.15-ში – სიჩქარე v . ეს ფორმულები შეგიძლია შევადგინოთ სამი გზით, რათა გამოვიყვანოთ სამი დამატებითი ფორმულა, რომელთაგან თითოეული შეიცავს სხვადასხვა „არარსებულ ცვლადს“. პირველ რიგში გამოვრიცხოთ t :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (2.16)$$

ეს ფორმულა გამოსადეგია, როცა არ ვიცით t და მის პოვნას არც გვთხოვენ. მეორე რიგში გამოვრიცხოთ a აჩქარება, რათა მივიღოთ ფორმულა, სადაც a არა გვაქვს:

$$x - x_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v)t \quad (2.17)$$

დასასრულს, გამოვრიცხოთ v_0 :

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2 \quad (2.18)$$

ყურადღება მიაქციეთ ამ ფორმულასა და ფორმულა 2.15-ს შორის არსებულ მცირე განსხვავებას. ერთი შეიცავს საწყის სიჩქარეს v_0 -ს, ხოლო მეორე – v სიჩქარეს t დროში.

სახილი 2.1

თანაბარჩქარეული მოძრაობის ფორმულები*

ფორმულის ნომერი	ფორმულა	არარსებული ცვლადი
2-11	$v = v_0 + at$	$x - x_0$
2-15	$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	v
2-16	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
2-17	$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + v_0)t$	a
2-18	$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$	v_0

* სანამ ცხრილში მოცემულ ფორმულებს გამოიყენებ, დარწმუნდი, რომ აჩქარება მართლაც თანაბარია

2.1 ცხრილში ჩამოთვლილია თანაბარი აჩქარებით მოძრაობის ძირითადი ფორმულები (2.11 და 2.15) და მათგან მიღებული სხვა ფორმულები. თანაბარჩქარეულ მოძრაობასთან დაკავშირებული მარტივი ამოცანის ამოსახსნელად შეგიძლია გამოიყენო ამ სიაში მოცემული ფორმულები (თუ სია თან გაქვს). აირჩიე ფორმულა, რომელშიც უცნობი სიდიდე ამოცანაში საპოვნელი ცვლადია. უფრო მარტივია დაიმასხვორო ფორმულები 2.11 და 2.15 და გამოიყენო ისინი, როდესაც დაგჭირდება. მაგალითი მოცემულია ამოცანის ამოხსნის 2.5 ნიმუშში.

საპონტროლო წერილი 5 მოცემული ფორმულები განსაზღვრავს წერტილის $x(t)$ მდებარეობას ოთხ შემთხვევაში: 1) $x = 3t - 4$; 2) $x = -5t^3 + 4t^2 + 6$; 3) $x = 2/t^2 - 4/t$; 4) $x = 5t^2 - 3$. რომელ შემთხვევას შეესაბამება 2.1 ცხრილის ფორმულები?

აქოსანის აქოსნის ნიჟი 2.5

პოლიციის დანახვისას საკუთარ პორშეს ამუხრუჭებ 100 კმ/სთ სიჩქარიდან 80 კმ/სთ-მდე თანაბარჩქარეულად და ამ დროს 88 მ-ს გადაიხარ.

ა) რისი ტოლია აჩქარება?

ამოხსნა: წარმოვიდგინოთ, რომ მოძრაობა ხდება x ღერძის დადებითი მიმართულებით. სი-მარტივისთვის, დამუხრუჭების დაწყების მდებარეობად მივიჩნიოთ x_0 , ხოლო დროდ $t = 0$. უნდა გავიხსენოთ, რომ თანაბარი აჩქარების დროს მანქანის აჩქარება შეიძლება დავუკავშიროთ სიჩქარეს და გადაადგილებას ძირითადი ფორმულებების საშუალებით (2.11 და 2.15). საწყისი სიჩქარე $v_0 = 100$ კმ/სთ = 27,78 მ/წმ, გადაადგილება $x - x_0 = 88$ მ-ს, ხოლო სიჩქარე შენელების შემდეგ $v = 80$ კმ/სთ = 22,22 მ/წმ. არ ვიცით a აჩქარება და t დრო, რომელიც საჭიროა ორივე

ფორმულისთვის.

t უცნობის გამოსარიცხად გამოვიყენოთ ფორმულა 2.11 და დავწეროთ:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad (2.19)$$

თუ ამ გამოსახულებას ჩავსვამთ 2.15 ფორმულაში, მივიღებთ:

$$x - x_0 = v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

ჩავსვათ ცნობილი სიდიდეები და გამოვითვალოთ a :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{(22,22 \text{ მ/წმ})^2 - (27,78 \text{ მ/წმ})^2}{2(88 \text{ მ})} = -1,58 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

გაითვალისწინე, რომ a -ს გამოსათვლელად შეგვეძლო ფორმულა 2.16-ის გამოყენება, ვინაიდან t უცნობი ამ ფორმულაში არა გვაქვს.

ბ) რა დრო დასჭირდა სიჩქარის მოცემული სიდიდით შემცირებას?

ამოხსნა: უკვე ვიცით a და შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფორმულა 2.19 t -ს მოსაძებნად:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{22,22 \text{ მ/წმ} - 27,78 \text{ მ/წმ}}{-1,58 \text{ მ/წმ}^2} = 3,519 \text{ წმ} \approx 3,52 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

თუ სიჩქარეს გადააჭარბე და შემდეგ მისი შემცირება სცადე, გახსოვდეს, რომ პოლიციელს უამრავი დრო რჩება შენი სიჩქარის გასაზომად.

ამოხსნის ამოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 6: შეამოწმე ერთეულები

სიჩქარე არის მანძილი შეფარდებული დროსთან, ხოლო აჩქარება – მანძილი შეფარდებული დროის კვადრატთან. ნებისმიერ ფორმულაში ყველა ერთეული ერთნაირი უნდა იყოს. როცა ფორმულაში ეჭვი გეპარება, ერთეულები შეამოწმე.

ფორმულა 2.15-ში $(x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2)$ ერ-

თეულების შესამოწმებლად გაითვალისწინე, რომ x -ისა და x_0 -ის განზომილება არის მანძილი, $v_0 t$ -ს – (მანძილი/დრო) $\cdot t$ (დრო), რაც შეკვეცის შემდეგ ასევე მანძილია. $\frac{1}{2} a t^2$ -ს განზომილებაა (მანძილი/დრო²) (დრო²), რაც ასევე მანძილია. მაშასადამე ფორმულა სწორია.

2.8 ზოგადი ახსნა თანაბრად აჩქარებული მოძრაობის შესახებ

2.1 ცხრილში პირველი ორი ფორმულა ძირითადია და მათგან გამომდინარეობს დანარჩენი. ეს ორი ფორმულა შეიძლება მივიღოთ აჩქარების ინტეგრალით, იმ პირობით, რომ a მუდმივია. ფორმულა 2.11-ის მისაღებად გადავწეროთ აჩქარების განსაზღვრება (2.8), როგორც

$$dv = a dt$$

შემდეგ დავწეროთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი ორივე მხარეს:

$$\int dv = \int a dt$$

ვინაიდან a აჩქარება მუდმივია (თანაბარია), მისი გამოტანა ინტეგრალიდან შეიძლება. შემდეგ მივიღებთ

$$\int dv = a \int dt$$

$$v = at + C \quad (2.20)$$

ინტეგრირების C მუდმივას გამოსათვლელად, დავუშვათ, რომ $t = 0$ და ამ მომენტში $v = v_0$. ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები ფორმულა 2.20-ში, მივიღებთ $v_0 = (a)(0) + C = C$

ჩავსვათ ეს ფორმულა 2.20-ში და მივიღებთ ფორმულა 2.11-ს.

ფორმულა 2.15-ის მისაღებად გადავწეროთ სიჩქარის განსაზღვრება (ფორმულა 2.4), როგორც $dx = v dt$

ორივე მხარეს დავწეროთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი:

$$\int dx = \int v dt$$

ზოგადად, v არ არის მუდმივი, ასე რომ, მისი გამოტანა ინტეგრალიდან არ შეიძლება. თუმცა, v -ს შეცვლა შეგვიძლია ფორმულა 2.11-ით:

$$\int dx = \int (v_0 + at) dt$$

ვინაიდან v_0 და a აჩქარება მუდმივია, ფორმულა შეიძლება გადაინეროს ასეთი სახით:

$$\int dx = v_0 \int dt + a \int t dt$$

ინტეგრალის აღება მოგვცემს

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C', \quad (2.21)$$

სადაც C' ინტეგრების კიდევ ერთი მუდმივაა. $t = 0$ მომენტში $x = x_0$. ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები ფორმულა 2.21 და მივიღებთ $x_0 = C'$. ფორმულა 2.21-ში C' შევცვალოთ x_0 -ით, მივიღებთ ფორმულა 2.15-ს.

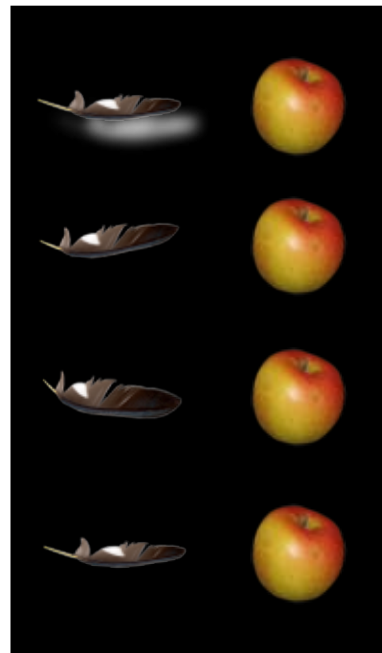
2.9 თავისუფალი ვახდნის აჩქარება

თუ ოდესმე რაიმე საგანი მაღლა აგიგდია ან ზევიდან ქვევით ჩამოგიგდია, შენიშნავდი, რომ ვარდნისას სხეულის აჩქარება თანაბარია. ამ აჩქარებას **თავისუფალი ვარდნის აჩქარება** ეწოდება და მისი რიცხვითი მნიშვნელობა წარმოდგენილია გ სიმბოლოთი. აჩქარება არ არის დამოკიდებული სხეულის ისეთ მახასიათებლებზე, როგორიცაა მასა, სიმკვრივე ან ფორმა. ის თანაბარია ნებისმიერი სხეულისთვის.

თავისუფალი ვარდნის აჩქარების ორი მაგალითი მოცემულია 2.9 სურათზე. აქ გამოსახულია ვაშლისა და ბუმბულის სტრობოსკოპური ფოტოები. ვინაიდან ეს სხეულები მინაზე ეცემა, ამიტომ მათი აჩქარება ორივე შემთხვევაში გ-ს ტოლია. მაშასადამე, მათი სიჩქარე ერთი და იმავე ტემპით იმატებს და მინაზე ორივე ერთდროულად ეცემა.

გ-ს მნიშვნელობა მცირედით იცვლება სხვადასხვა განედსა და სიმაღლეზე. დედამიწის შუა განედებზე გ ზღვის დონეზე უდრის $9,8 \text{ მ/წმ}^2$ -ს. ამ წიგნში მოცემული ამოცანების ამოხსნისას სწორედ ეს რიცხვი უნდა გამოვიყენოთ, თუ რაიმე სპეციალური მინიშნება არ არსებობს.

2.1 ცხრილში მოცემული თანაბრაჩქარებული მოძრაობის ფორმულები გამოსადეგია დედამიწის ზედაპირზე თავისუფალი ვარდნის შემთხვევაში. ეს ნიშნავს, რომ ისინი მიესადაგება ვერტიკალურად მოძრავ (მაღლა ან დაბლა) საგანს, როდესაც ჰაერის ზემოქმედება უგულებელყოფილია. გაითვალისწინე, რომ თავისუფალი ვარდნისთვის: 1) მოძრაობის მიმართულებები უკერტიკალური ღერძის გასწვრივაა x ღერძის ნაცვლად (ეს მნიშვნელოვანია მომდევნო თავებში, როდესაც ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობა ერთობლივად განიხილება); 2) თავისუფალი ვარდნის აჩქარება უარყოფითია და მიმართულია ქვევით დედამიწის ცენტრისაკენ. მაშასადამე, ფორმულებში გვექნება – გ.



სურ. 2.9 ბუმბული და ვაშლი ვაკუუმში თავისუფლად ვარდება თანაბარი გ აჩქარებით. აჩქარება ზრდის მანძილს, ყოველ მომდევნო გამოსახულებებს შორის. ჰაერის არარსებობის პირობებში ბუმბული და ვაშლი ძირს ერთდროულად დაეცემა.

თავისუფალი ვარდნის აჩქარება დედამიწის ზედაპირის მახლობლად არის $a = g = -9,8 \text{ მ/წმ}^2$, ხოლო მისი რიცხვითი მნიშვნელობა არის $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$.

წარმოიდგინე, რომ პომიდორი მაღლა აისროლე სანყისი (დადებითი) სიჩქარით v_0 და შემდეგ ისევ დაიჭირე. თავისუფალი ვარდნის დროს (ხელის გაშვებიდან დაჭერამდე) პომიდორის მოძრაობას მიესადაგება 2.1 ცხრილის ფორმულები. აჩქარება ყოველთვის უდრის $-9,8 \text{ მ/წმ}^2$ -ს, უარყოფითია და ქვევით მიმართული. სამაგიეროდ სიჩქარე იცვლება, როგორც ეს ასახულია ფორმულებში 2.11 და 2.16.

მაღლა მოძრაობის დროს პომიდვრის დადებითი სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობა მცირდება, ვიდრე 0-ს არ მიაღწევს. ვინაიდან პომიდვრი ამ დროს ჩერდება, ამიტომ ეს მისი მაქსიმალური სიმაღლეა. დაშვების დროს სიჩქარის (ახლა უკვე უარყოფითი) რიცხვითი მნიშვნელობა იზრდება.

აქოსანის აქოსნის ნიშუი 2.6

1993 წლის 26 სექტემბერს დეივ მანდელი ვენტილაციით აღჭურვილი რკინის სფეროთი ნიაგარას ჩანჩქერში დაეშვა და 48 მ სიმაღლიდან გადმოხტა. დავუშვათ, რომ მისი საწყისი სიჩქარე 0-ის ტოლი იყო და უგულებელვყოთ ბურთზე ჰაერის ზემოქმედება დაცემის დროს.

ა) რამდენ ხანს გაგრძელდა მანდელის ვარდნა წყლის ზედაპირის მიღწევამდე?

აქოსნა: უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მანდელის დაშვება თავისუფალი ვარდნა იყო, მაშასადამე, აქ 2.1 ცხრილის ფორმულები გამოგვადგება. გავავლოთ y ღერძი მანდელის ვარდნის ტრაექტორიის გასწვრივ, $y = 0$ იყოს საწყისი ნერტილი, ხოლო დადებითი მიმართულება იყოს ზევით (სურ. 2.10). ამ ღერძის გასწვრივ აჩქარება არის $a = -g$, ხოლო წყლის ზედაპირია სიმაღლე $y = -48$ მ (y უარყოფითია, ვინაიდან ($y = 0$)-სათავის ქვემოთაა). დავუშვათ, რომ ვარდნა დაიწყო $t = 0$ მომენტში საწყისი $v_0 = 0$ სიჩქარით.

2.1 ცხრილიდან ავირჩევთ ფორმულა 2.15-ს (ოღონდ x -ის ნაცვლად y ცვლადით), ვინაიდან ის საჭირო t დროს შეიცავს და მასში შემავალი ცვლადების მნიშვნელობებიც ვიცით. მივიღებთ:

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2,$$

$$-48 \text{ მ} - 0 = 0t - \frac{1}{2} (9.8 \text{ მ/წმ}^2) t^2,$$

$$t^2 = 48/4.9,$$

და

$$t = 3.1 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

აღსანიშნავია, რომ მანდელის გადაადგილება $y - y_0$ უარყოფითი სიდიდეა, ვინაიდან მანდელი ქვევით მოძრაობს ანუ მიემართება y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით. აგრეთვე შევნიშნოთ, რომ 48/4.9-ს აქვს ორი კვადრატული ფესვი: 3,1 და -3,1. ჩვენ ავირჩიეთ დადებითი ფესვი, ვინაიდან მანდელი წყლის ზედაპირს ნამდვილად $t = 0$ მომენტში ვარდნის დაწყების შემდეგ აღწევს.

ბ) მანდელმა შეძლო დაეთვალი თავისუფალი ვარდნის სამი წამი, მაგრამ ვერ დაინახა რა მან-

ძილს გადიოდა თითოეულ წამში. განსაზღვრე მისი მდებარეობა ყოველი წამის შემდეგ.

	t	y	v	a
	(წმ)	(მ)	(მ/წმ)	(მ/წმ ²)
0	0	0	0	-9.8
1	1	-4.9	-9.8	-9.8
2	2	-19.6	-19.6	-9.8
3	3	-44.1	-29.4	-9.8
		-48.0		-9.8

სურ. 2.10 თავისუფლად ვარდნილი სხეულის მდებარეობა, სიჩქარე და აჩქარება. ამ შემთხვევაში სხეული რკინის სფეროა, რომელსაც დეივ მანდელი მართავს ნიაგარას ჩანჩქერზე.

აქოსნა: კვლავ ვიყენებთ ფორმულა 2.15-ს, თუმცა ამ შემთხვევაში რიგ-რიგობით ჩავსვამთ მნიშვნელობებს $t = 1, 2, 3$ წმ-ს და ვიპოვით მანდელის y მდებარეობებს. შედეგები ნაჩვენებია 2.10 სურათზე.

გ) რა სიჩქარით მოძრაობდა მანდელი, როდესაც წყლის ზედაპირს მიაღწია?

აქოსნა: საწყისი მონაცემებით სიჩქარის საპოვნელად გადავწეროთ ფორმულა 2.16 y ცვლადებით და ჩავსვათ ჩვენთვის ცნობილი სიდიდეები:

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) = 0 - (2)(9.8 \text{ მ/წმ}^2)(-48 \text{ მ}),$$

ასე რომ,

$$v = -30.67 \text{ მ/წმ} \approx -31 \text{ მ/წმ} = -110 \text{ კმ/სთ}$$

(პასუხი)

უარყოფითი ფესვი იმ მიზეზით ავირჩიეთ, რომ სიჩქარეს უარყოფითი მიმართულება აქვს.

დ) რა სიჩქარით მოძრაობდა მანდვი ყოველ წამს? გრძნობდა თუ არა ის სიჩქარის ზრდას?

ამოხსნა: საწყისი მონაცემებით სიჩქარეების საპოვნელად, ამოცანის ბ) ნაწილში მიღებული მდებარეობების მნიშვნელობათა გამოყენების გარეშე, დავუშვათ, რომ ფორმულა 2.11-ში $a = -g$, და რიგ-რიგობით ჩავსვათ t -ს მნიშვნელობები $t = 1, 2$ და 3 წმ. მაგალითად:

$$v = v_0 - gt$$

ამოცანის ამოხსნის ნიშაი 2.7

2.11 სურათზე ბეისბოლის მომწოდებელი ბურთს ისვრის 12 მ/წმ სიჩქარით y ღერძის გასწვრივ.

ა) რა დრო დასჭირდება ბურთს მაქსიმალური სიმაღლის მისაღწევად?

ამოხსნა: ბურთს ასროლიდან უკან (ხელში) დაბრუნებამდე აქვს თავისუფალი ვარდნის აჩქარება $a = -g$. ვინაიდან აჩქარება თანაბარია, ამიტომ ამ მოძრაობას 2.1 ცხრილი შეესაბამება. ისიც უნდა გავითვალისწინოთ, რომ v სიჩქარე მაქსიმალურ სიმაღლეზე ნულის ტოლი უნდა იყოს. ასე რომ, ვიცით v , a და საწყისი სიჩქარე $v_0 = 12$ მ/წმ, და ვეძებთ t დროს, რისთვისაც ვიყენებთ ფორმულა 2.11-ს, რომელიც ოთხ ცვლადს შეიცავს.

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12 \text{ მ/წმ}}{-9.8 \text{ მ/წმ}^2} = 1.2 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) რისი ტოლია ბურთის ფრენის მაქსიმალური სიმაღლე?

ამოხსნა: ბურთის გაშვების წერტილად ავიღოთ $y_0 = 0$. დავწეროთ ფორმულა 2.16 y ცვლადებით, ჩავსვათ $y - y_0 = y$ და $v = 0$ (მაქსიმალურ სიმაღლეზე) და ვიპოვოთ y . მივიღებთ:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12 \text{ მ/წმ})^2}{2(-9.8 \text{ მ/წმ}^2)} = 7.3 \text{ მ} \quad (\text{პასუხი})$$

გ) რა დრო დასჭირდება ბურთს გაშვების ადგილიდან 5 მ-ის მისაღწევად?

ამოხსნა: ვიცით v_0 , $a = -g$ და გადაადგილება $y - y_0 = 5$ მ. ვინაიდან უნდა ვიპოვოთ t , ამიტომ ავირჩიოთ ფორმულა 2.15. გადავწეროთ y -სთვის და ჩავსვათ $y_0 = 0$, მივიღებთ:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \\ 5.0 \text{ მ} = (12 \text{ მ/წმ})t - \frac{1}{2}(9.8 \text{ მ/წმ}^2)t^2$$

$$= 0 - (9.8 \text{ მ/წმ}^2)(1.0 \text{ წმ}) = -9.8 \text{ მ/წმ}. \quad (\text{პასუხი})$$

სხვა შედეგები ნაჩვენებია 2.10 სურათზე.

მანდვი თავისუფალი ვარდნის პროცესში იყო და სიჩქარის ზრდას ვერ გრძნობდა, ვინაიდან აჩქარება ყოველთვის იყო -9.8 მ/წმ^2 . თუმცა მანდვიმ მკვეთრად იგრძნო წყალზე დაცემა, რადგან აჩქარება უეცრად შეიცვალა (მანდვი გადარჩა, მაგრამ დიდი ჯარიმის გადახდა მოუხდა დაუდევარი ქმედებისთვის).

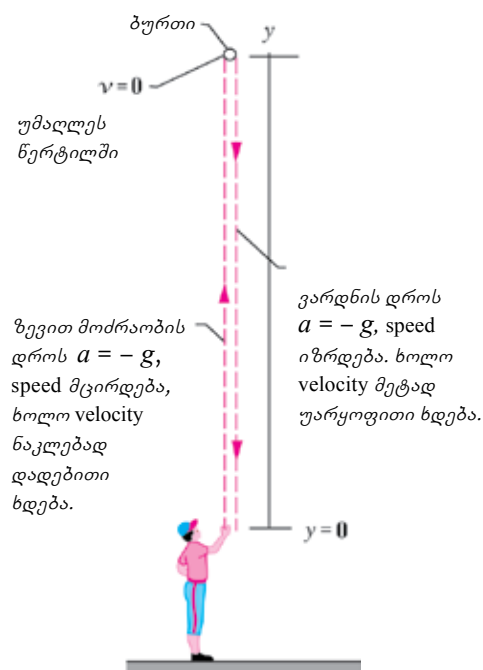
თუ დროებით უგულებელვყოფთ ერთეულებს (იმ პირობით, რომ ისინი სწორია), შეგვიძლია დავწეროთ:

$$4.9t^2 - 12t + 5 = 0$$

კვადრატული განტოლების ამოხსნა გვაძლევს

$$t = 0.53 \text{ წმ} \text{ და } t = 1.9 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ასეთი მომენტი ორია! ეს ნამდვილად არ არის გასაკვირი, ვინაიდან ბურთი ორჯერ გაივლის $y = 5$ მ წერტილს, ერთხელ ზევით, მეორედ კი ქვევით მოძრაობისას.



სურ. 2.11. ბეისბოლის მომწოდებელი ბურთს ჰაერში ისვრის. თავისუფალი ვარდნის ფორმულები გამოსადეგია როგორც ზემოთ, ასევე ქვემოთ მოძრავი საგნებისთვის, ხოლო ჰაერის ზემოქმედება შეიძლება უგულებელვყოთ.

საკონტროლო ნაშტილი 6 ა) მოცემულ ამოცანაში, რა იქნება ბურთის გადაადგილების ნიშანი ზემოთ ასვლის დროს, გაშვებიდან უმაღლეს წერტილამდე? ბ) რა იქნება ეს ნიშანი ვარდნის დროს, უმაღლესი წერტილიდან გაშვების წერტილამდე? გ) რა იქნება ბურთის აჩქარება უმაღლეს წერტილში?

ამოცანის ამოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 7: “მინუს” ნიშნების მნიშვნელობა

2.6 და 2.7 ამოცანებში შემოვიღეთ ვერტიკალური ღერძი y და მისი ზედა მიმართულება დადებითად ავირჩიეთ. შემდეგ y ღერძის ათვლის სათავედ $y = 0$ წერტილი ავიღეთ. 2.6 ამოცანაში ათვლის წერტილი ვარდნის დაწყების წერტილი, ხოლო 2.7 ამოცანაში – ბეისბოლის ბურთის მომწოდებლის ხელი. y -ის უარყოფითი მნიშვნელობა ნიშნავს, რომ სხეული იმყოფება ათვლის წერტილს ქვემოთ. უარყოფითი სიჩქარე ნიშნავს, რომ სხეული მოძრაობს y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით ანუ ქვევით. ეს ყოველთვის ასეა, განურჩევლად იმისა, სად მდებარეობს სხეული.

აჩქარებას უარყოფითს ვირჩევთ (-9.8მ/წმ^2), როდესაც ამოცანა სხეულების ვარდნას შეეხება. უარყოფითი აჩქარება ნიშნავს, რომ დროის მსვლელობასთან ერთად სხეულის velocity ნაკლებად დადებითი ან მეტად უარყოფითი ხდება.

ეს ყოველთვის ასეა და არ არის დამოკიდებული სხეულის მდებარეობაზე, სისწრაფესა და მიმართულებაზე. 2.7 ამოცანაში ბურთის აჩქარება უარყოფითია (ქვევითაა მიმართული) როგორც ზევით, ისე ქვევით მოძრაობის დროს.

ტაქტიკა 8: მოულოდნელი პასუხები

მათემატიკა ხშირად იძლევა მოულოდნელ პასუხებს, როგორც მოხდა, მაგალითად, 2.7 გ ამოცანაში. თუ მიიღე უფრო მეტი პასუხი, ვიდრე ელოდი, ნუ უარყოფ იმ პასუხებს, რომელიც, ერთი შეხედვით, შეუსაბამოა. ყურადღებით გამოიკვლიე მათი ფიზიკური მნიშვნელობები. თუ შენი ცვლადი დროა, მისი უარყოფითი მნიშვნელობაც კი შეიძლება რაიმეს ნიშნავდეს. უარყოფითი დრო, უბრალოდ, არის დრო $t = 0$ მომენტამდე, როდესაც დროის ათვლა დაიწყო.

2.10 გეოგრაფიული ინტეგრირების მოძიების შესწავლა

როდესაც მოცემული გვაქვს სხეულის აჩქარების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი, მისი ინტეგრირებით შეგვიძლია ვიპოვოთ სხეულის სიჩქარე დროის ნებისმიერ მომენტში. ვინაიდან a აჩქარება განისაზღვრება, როგორც $\frac{dv}{dt}$, ამიტომ

$$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a \, dt \quad (2.22)$$

გამოსახულების მარჯვენა მხარე განსაზღვრული ინტეგრალია (გვაძლევს რიცხვით შედეგს და არა ფუნქციას), v_0 არის სიჩქარე t_0 მომენტში, ხოლო v_1 - სიჩქარე t_1 მომენტში. განსაზღვრული ინტეგრალი შეიძლება გამოვითვალოთ $a(t)$ გრაფიკიდან, როგორც ეს 2.12 ა სურათზეა. კერძოდ:

$$\int_{t_0}^{t_1} a \, dt = \left(\begin{array}{l} \text{აჩქარების მრუდითა და } t_0\text{-დან } t_1\text{-მდე} \\ \text{დროის ღერძით შემოსაზღვრული} \\ \text{ფიგურის ფართობი} \end{array} \right) \quad (2.23)$$

თუ აჩქარების ერთეულია 1 მ/წმ^2 , ხოლო დროისა – 1 წმ , მაშინ ფართობის სიდიდე გრაფიკზე იქნება $(1 \text{ მ/წმ}^2) (1 \text{ წმ}) = 1 \text{ მ/წმ}$, რაც, არსებითად, სიჩქარის ერთეულია. როდესაც აჩქარების გრაფიკი დროის ღერძს ზემოთაა, ფართობი დადებითია, ხოლო როდესაც აჩქარების გრაფიკი დროის ღერძს ქვემოთაა – უარყოფითი.

ანალოგიურად, ვინაიდან v სიჩქარე განისაზღვრება, $v = dx/dt$, ამიტომ

$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v dt, \quad (2.24)$$

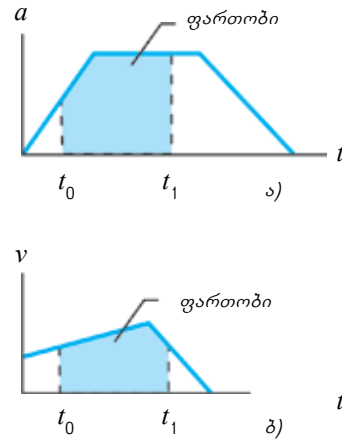
სადაც x_0 არის მდებარეობა t_0 მომენტში, ხოლო $x_1 - t_1$ მომენტში. ფორმულა 2.24-ის მარჯვენა მხარეს განსაზღვრული ინტეგრალი შეიძლება გამოვიყენოთ $v(t)$ გრაფიკიდან, როგორც ეს ნაჩვენებია 2.12 ბ სურათზე. კერძოდ:

$$\int_{t_0}^{t_1} v dt = \left(\begin{array}{l} \text{ფართობი სიჩქარის მრუდსა და} \\ \text{დროის ღერძს შორის } t_0\text{-დან } t_1\text{-მდე} \end{array} \right) \quad (2.25)$$

თუ სიჩქარის ერთეულია 1 მ/წმ, ხოლო დროისა - 1 წმ, ფართობის სიდიდე გრაფიკზე იქნება

$$(1 \text{ მ/წმ}) (1 \text{ წმ}) = 1 \text{ მ},$$

რაც, არსებითად, მანძილისა და გადაადგილების ერთეულია. ფართობი დადებითია თუ უარყოფითი, განისაზღვრება ისევე, როგორც 2.12 ა სურათზე მოცემული $a(t)$ გრაფიკისთვის აღვწერეთ.



სურ. 2.12. ფართობი გრაფიკსა და ჰორიზონტალურ დროის ღერძს შორის t_0 -დან t_1 -მდე ნაჩვენებია: ა) a აჩქარების t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკისთვის; ბ) v სიჩქარის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკისთვის.

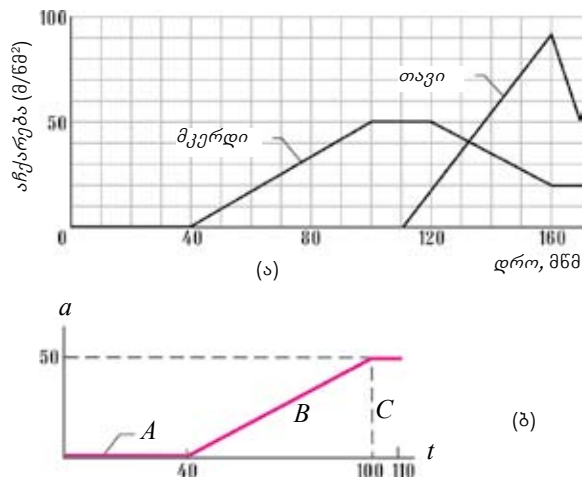
აქოსანის აქოსანის ნიჟი 2.8

ზურგიდან შეჯახების დროს კისრის დაზიანების შესწავლის მიზნით მოხალისე ქაშაშა მიაბეს მანქანაში, რომელსაც შეჯახების სიმულაციისთვის უკნიდან დაეჯახა 10,5 კმ/სთ-ით მოძრავი მეორე მანქანა. 2.13 ა სურათზე მოცემულია მოხალისის მკერდისა და თავის აჩქარება შეჯახების დროს, რომელიც $t = 0$ მომენტში დაიწყო. მკერდის აჩქარება სავარძლის ზურგმა 40 მწმ-ით შეაყოვნა, ხოლო თავის აჩქარება კიდეც 70 მწმ-ს შემდეგ დაიწყო. როგორი იყო მკერდის სიჩქარე, როდესაც თავმა აჩქარება დაიწყო?

აქოსანა: შეგვიძლია გამოვიყენოთ სხეულის სიჩქარე ნებისმიერ მომენტში, თუ ვიპოვით ფართობს მკერდის აჩქარების $a(t)$ გრაფიკზე. ვიცით, რომ $t_0 = 0$ მომენტში მკერდის საწყისი სიჩქარე $v_0 = 0$. უნდა გავიგოთ სხეულის v_1 სიჩქარე $t_1 = 110$ მწმ დროს ანუ იმ მომენტში, როცა თავი აჩქარებას იწყებს.

შევაერთოთ ფორმულები 2.22 და 2.23 და დავწეროთ

$$v_1 - v_0 = \left(\begin{array}{l} \text{ფართობი აჩქარების გრაფიკსა და} \\ \text{დროის ღერძს შორის } t_0\text{-დან } t_1\text{-მდე} \end{array} \right) \quad (2.26)$$



სურ. 2.13. ა) მოხალისის თავის და მკერდის $a(t)$ ფუნქციის გრაფიკი უკნიდან შეჯახების სიმულაციის დროს; ბ) გრაფიკსა და დროის ღერძს შორის ფიგურის ფართობის გამოთვლა.

სიმარტივისთვის გრაფიკსა და ღერძს შორის მიღებული ფიგურა სამ ნაწილად დავყოთ (სურ. 2.13 ბ). პირველ ნაწილს (0-დან 40 მწმ-მდე) ფართობი არ გააჩნია:

$$\text{ფართობი } A = 0$$

მეორე ნაწილს, 40-დან 100 მწმ-მდე, სამკუთხედის ფორმა აქვს, რომლის ფართობია

$$\text{ფართობი } B = \frac{1}{2} (0,060 \text{ წმ})(50 \text{ მ/წმ}^2) \\ = 1,5 \text{ მ/წმ}$$

მესამე ნაწილს, 100-დან 110 მწმ-მდე, მართ-
კუთხედის ფორმა აქვს, რომლის ფართობია

$$\text{ფართობი } C = (0,010 \text{ წმ})(50 \text{ მ/წმ}^2) = 0,5 \text{ მ/წმ}$$

ამ მნიშვნელობებისა და v_0 -ის 2.26 ფორმუ-
ლაში ჩასმით მივიღებთ:

$$v_1 - 0 = 0 + 1,5 \text{ მ/წმ} + 0,5 \text{ მ/წმ},$$

თეორია და შეჯამება

მდებარეობა. წერტილის x მდებარეობა ათვლის სათავეს მიმართ ამ წერტილის განლაგებაზე მეტყველებს. მდებარეობა დადებითი ან უარყოფითია იმის მიხედვით, თუ სათავეს რომელ მხარეს იმყოფება წერტილი. მდებარეობა 0-ის ტოლია, თუ წერტილი ათვლის სათავეზეა. ღერძის დადებითი მიმართულება სათავედან დადებითი რიცხვების ზრდადი მიმართულება, ხოლო უარყოფითი მიმართულება — საწინააღმდეგო მიმართულება.

გადაადგილება. წერტილის Δx გადაადგილება არის მდებარეობის ცვლილება

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad (2.1)$$

გადაადგილება ვექტორული სიდიდეა. ის დადებითია, თუ წერტილი x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდა, და უარყოფითია, თუ წერტილი უარყოფითი მიმართულებით გადაადგილდა.

საშუალო სიჩქარე. (velocity) როდესაც წერტილის მდებარეობა იცვლება x_1 -დან x_2 -მდე დროის $\Delta t = t_2 - t_1$ მონაკვეთში, მისი საშუალო სიჩქარე არის:

$$v_{\text{საშ}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (2-2)$$

$v_{\text{საშ}}$ -ს ნიშანი ასახავს მოძრაობის მიმართულებას ($v_{\text{საშ}}$ ვექტორული სიდიდეა). საშუალო სიჩქარე არ არის დამოკიდებული წერტილის მიერ განვლილ მანძილზე, ის დამოკიდებულია საწყის და საბოლოო მდებარეობებზე.

x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკზე საშუალო სიჩქარე Δt დროის მონაკვეთში არის დახრილი სწორი ხაზი, რომელიც ამ შუალედის საწყისი და საბოლოო მომენტების შესაბამის წერტილებს ერთმანეთთან აკავშირებს.

საშუალოსიჩქარე (speed). წერტილის $s_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარე (speed) დროის Δt მონაკვეთში

$$\text{ანუ } v_1 = 2 \text{ მ/წმ} = 7,2 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$

თავის მოძრაობის დაწყებისას მკერდს უკვე აქვს 7,2 კმ/სთ სიჩქარე. მეცნიერები ამტკიცებენ, რომ უკნიდან შეჯახების დროს სიჩქარეებში სწორედ ეს განსხვავება იწვევს კისრის დაზიანებას. თავის უკან გადავარდნა მოგვიანებით ხდება და, რომ არა სავარძლის თავმისადებლები, დაზიანება უფრო მძიმე იქნებოდა.

დამოკიდებულია ამ მონაკვეთში წერტილის მიერ განვლილ მანძილზე:

$$s_{\text{საშ}} = \frac{\text{მთლიანი მანძილი}}{\Delta t} \quad (2.3)$$

მყისი სიჩქარე. მოძრავი წერტილის v მყისი სიჩქარე (ან, უბრალოდ, **სიჩქარე**) არის

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.4)$$

სადაც Δx და Δt განსაზღვრულია ფორმულით 2.2. მყისი სიჩქარე (კონკრეტულ მომენტში) არის x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკის დახრილობა. speed არის მყისი სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობა.

საშუალო აჩქარება. საშუალო აჩქარება ტოლია სიჩქარის Δv ცვლილების შეფარდებისა Δt დროის მონაკვეთთან:

$$a_{\text{საშ}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.7)$$

ალგებრული ნიშანი $a_{\text{საშ}}$ -ს მიმართულებას გვიჩვენებს.

მყისი აჩქარება. a მყისი აჩქარება არის $v(t)$ სიჩქარის პირველი ხარისხის წარმოებული და $x(t)$ მდებარეობის მეორე ხარისხის წარმოებული

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.8, 2.9)$$

v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკზე a აჩქარება ნებისმიერ t მომენტში არის გრაფიკის დახრილობა ამ მომენტის შესაბამის წერტილში.

თანაბარი აჩქარება. 2.1 ცხრილში მოცემული ხუთი ფორმულა აღწერს წერტილის თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას:

$$v = v_0 + at, \quad (2.11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2, \quad (2.15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \quad (2.16)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v)t, \quad (2.17)$$

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2. \quad (2.18)$$

ეს ფორმულები გამოუსადეგარია, როდესაც აჩქარება თანაბარი არ არის.

თავისუფალი ვარდნის აჩქარება.

წრფივი თანაბრაჩქარებული მოძრაობის მაგალითია საგნის თავისუფალი ვარდნა დედამიწის ზედაპირისკენ. თანაბრაჩქარებული მოძრაობის ფორმულები ამ მოძრაობას აღწერს, მაგრამ

აღნიშვნებში შეგვაქვს ორი ცვლილება: 1) მოძრაობას მიემართავთ ვერტიკალური y ღერძის გასწვრივ; 2) a -ს ჩაენაცვლებთ $-g$ -ით, სადაც g არის თავისუფალი ვარდნის აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა. დედამიწის ზედაპირთან ახლოს $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$.

შახითხვაბი ???

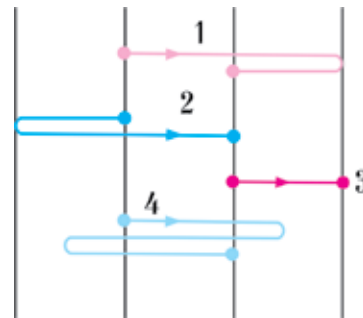
1. 2.14 სურათზე ნაჩვენებია სხეულის მოძრაობის ოთხი ტრაექტორია საწყისიდან საბოლოო წერტილამდე დროის ერთსა და იმავე მონაკვეთში. ეს ტრაექტორიები ერთმანეთისგან თანაბრად დაცილებულ პარალელულ ხაზებს კვეთს. დაალაგე ტრაექტორიები: ა) $v_{\text{საწყ}}$ მიხედვით; ბ) $s_{\text{საწყ}}$ -ს მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

2. 2.15 სურათზე მოცემულია წერტილის მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ა) რა იქნება წერტილის მდებარეობის ნიშანი, როდესაც $t = 0$? ბ) წერტილის სიჩქარე დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია, როდესაც $t = 1$ წმ? გ) როდესაც $t = 2$ წმ? დ) როდესაც $t = 3$ წმ? ე) რამდენჯერ იქნება წერტილი $x = 0$ მდებარეობაში?

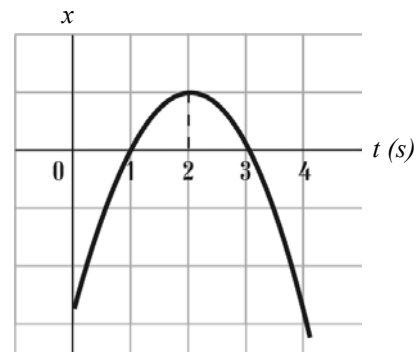
3. 2.16 სურათზე ნაჩვენებია ღერძის გასწვრივ მოძრავი წერტილის სიჩქარე. წერტილი 1 გრაფიკზე ყველაზე მაღლაა, ხოლო წერტილი 4 — ყველაზე დაბლა, წერტილები 2 და 6 ერთსა და იმავე სიმაღლეზეა. რა მიმართულებით ხდება მოძრაობა $t = 0$ -ის დროს? ბ) წერტილ 4-ში? გ) ექვსი დანომრილი წერტილიდან რომელში იცვლება მოძრაობის მიმართულება? დ) დაალაგე ექვსი წერტილი აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობის კლებადობის მიხედვით.

4. მოცემული ფორმულები გვაძლევს წერტილის $v(t)$ სიჩქარეს ოთხ შემთხვევაში: ა) $v = 3$; ბ) $v = 4t^2 + 2t - 6$; გ) $v = 3t - 4$; დ) $v = 5t^2 - 3$. რომელ შემთხვევას შეესაბამება 2.1 ცხრილის ფორმულები?

5. 2.17 სურათზე მანდარინი მაღლა ააგდეს სამი თანაბარი ზომის ფანჯრის გავლით. დაალაგე ფანჯრები: ა) მათი მანდარინის საშუალო სიჩქარის ($s_{\text{საშ}}$) მიხედვით; ბ) მათი გავლის დროის მიხედვით; გ) მათი გავლის დროს მანდარინის აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობის მიხედვით;



სურ. 2.14 კითხვა 1.



სურ. 2.15 კითხვა 2.



სურ. 2.16 კითხვა 3.

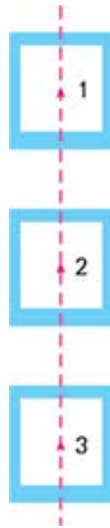
დ) მანდარინის Δv სიჩქარის ცვლილების მიხედვით.

6. როდესაც $t = 0$, x ღერძის გასწვრივ მოძრავი წერტილის მდებარეობაა $x = -20$ მ. წერტილის v_0 საწყისი სიჩქარის (t_0 მომენტში) და a თანაბარი აჩქარების ნიშნებია: 1) $+$, $+$; 2) $+$, $-$;

3) -, +; 4) -, -. ჩამოთვლილთაგან რომელ ვარიანტში: ა) გაჩერდება ნერტილი მყისიერად? ბ) გადაკვეთს ათვლის სათავეს? გ) არ გადაკვეთს ათვლის სათავეს?

7. ლურჯი მანქანის (80 კმ/სთ) მძღოლი უცბად ხედავს, რომ წითელ მანქანას (60 კმ/სთ) ეჯახება. შეჯახების თავიდან ასაცილებლად, რა მაქსიმალური სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ლურჯ მანქანას, როდესაც წითელ მანქანას მიუახლოვდება?

8. წარმოიდგინე, რომ ხიდის მოაჯირზე გადაყუდებულს კვერცხი გაგივარდა (საწყისი სიჩქარე ნულის ტოლია), ხოლო მეორე კვერცხი განზრახ ისროლე. 2.18 სურათის რომელ გრაფიკებზეა გამოსახული $v(t)$ სიჩქარე: ა) გავარდნილი კვერცხისთვის; ბ) ნასროლი კვერ-

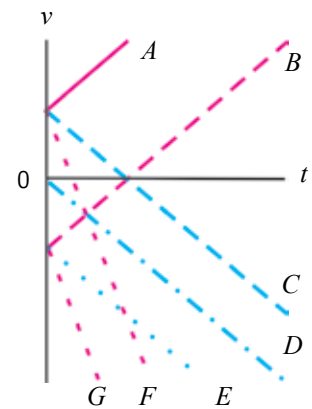


სურ. 2.17
კითხვა 5.

ცხისთვის (გრაფიკები A და B, C, D და E, და ასევე F და G პარალელურებია).

9. როდესაც $t = 0$ და $x = 0$, უძრავი ლურჯი მანქანა იწყებს თანაბარჩქარეულ მოძრაობას 2 მ/წმ^2 აჩქარებით x ღერძის დადებითი მი-

მართულებით. როდესაც $t = 2 \text{ წმ}$ -ს, იმავე მიმართულებით მოძრავი წითელი მანქანა ჩაუვლის $x = 0$ წერტილს 8 მ/წმ სიჩქარით და 3 მ/წმ^2 თანაბარი აჩქარებით. ფორმულების რომელი წყვილი უნდა ამოიხსნას იმის გასაგებად, როდის გაასწრებს წითელი მანქანა ლურჯს?



სურ. 2.18 კითხვა 8.

აზოტანები

SSM – ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.

www – ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე <http://www.wiley.com/college/halliday>

ILW – Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე <http://www.wiley.com/college/halliday>.

... – წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

რამდენიმე ამოცანაში დავალებული გაქვს მდებარეობის, სიჩქარისა და აჩქარების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკის აგება. როგორც წესი, უბრალო მონახაზები საკმარისია, თუ ნათლად ჩანს წრფივი ფუნქციები და მრუდები. თუ კომპიუტერი და გრაფიკული კალკულატორი გაქვს, შეგიძლია გრაფიკების ასაგებად გამოიყენო.

თავი 2-4 საშუალო velocity ($v_{\text{საშ}}$) და საშუალო speed ($s_{\text{საშ}}$).

1 ძლიერი ცემინებისას თვალი 0,5 წმ-ით იხუჭება. თუ ცემინების დროს მანქანას 90 კმ/სთ სიჩქარით მართავ, რა მანძილს გაივლი ამ დროში?

2 1992 წელს ველოსიპედის სიჩქარის რეკორდი ეკუთვნოდა კრის ჰაბერს. მისი დრო 200 მ-ზე იყო 6,509 წამი, რაზეც ჰაბერმა ასეთი კომენტარი გააკეთა: „ჩოგიტო ერგო ზოომ!“

(„ვაზროვნებ, ესე იგი სწრაფად მივდივარ!“). 2001 წელს, სემ უიტინგემმა ჰაბერის რეკორდი დაამხო (მის სიჩქარეს 19 კმ/სთ-ით გადააჭარბა). რა დროში გაიარა უიტინგემმა 200 მ მანძილი?

3 ავტომობილი 40 კმ-ს გადის 30 კმ/სთ სიჩქარით. შემდეგ იმავე მიმართულებით კიდევ 40 კმ-ს გადის 60 კმ/სთ სიჩქარით. ა) რას უდრის ავტომობილის საშუალო სიჩქარე 80 კმ-ის გავლის შემდეგ? (დაუშვი, რომ ის დადებითი x მიმართულებით მოძრაობს); ბ) რას უდრის საშუალო სიჩქარე? გ) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და აჩვენე, როგორ ვიპოვოთ გრაფიკზე საშუალო სიჩქარე. **SSM WWW**

4 მანქანა ადის ბორცვზე 40 კმ/სთ სიჩქარით და შემდეგ უკან ბრუნდება 60 კმ/სთ სიჩქარით. გამოთვალე მთლიანი მგზავრობის საშუალო სიჩქარე ($s_{\text{საშ}}$).

• **5** x ღერძის გასწვრივ მოძრაობის სხეულის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 3t - 4t^2 + t^3$, სადაც x იზომება მეტრებში, t – წამებში. იპოვე სხეულის მდებარეობა t -ს მოცემული მნიშვნელობებისთვის: ა) 1 წმ; ბ) 2 წმ; გ) 3 წმ; დ) 4 წმ; ე) რა იქნება სხეულის გადაადგილება $t = 0$ -სა და $t = 4$ წმ-ს შორის? ვ) რა იქნება სხეულის საშუალო სიჩქარე $t = 2$ წმ-დან $t = 4$ წმ-მდე? ზ) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი, როდესაც $0 \leq t \leq 4$, და აჩვენე, როგორ შეიძლება ამ გრაფიკით ვიპოვოთ ვ)-ის პასუხი. **SSM**

• **6** გამოთვალე შენი საშუალო სიჩქარე მოცემულ ორ შემთხვევაში: ა) მისიერნობ 73,2 მ-ის მანძილზე 1,22 მ/წმ სიჩქარით და შემდეგ გარბიხარ 73,2 მ-ს 3,05 მ/წმ სიჩქარით; ბ) 1 წთ-ის განმავლობაში მისიერნობ 1,22 მ/წმ სიჩქარით და შემდეგ 1 წთ-ის განმავლობაში გარბიხარ 3,05 მ/წმ სიჩქარით; გ) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და აჩვენე, როგორ უნდა იქნას ნაპოვნი საშუალო სიჩქარე ამ გრაფიკზე.

• **7** x ღერძის გასწვრივ მოძრაობის წერტილის მდებარეობის $x(t)$ ფუნქციაა $x = 4 - 6t^2$, სადაც x იზომება მეტრებში, ხოლო t – წამებში. ა) რა დროს და ბ) სად გაჩერდება წერტილი? რა გ) უარყოფით მომენტში და დ) დადებით მომენტში გაივლის წერტილი ათვლის სათავეს? ე) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი -5 წმ-დან $+5$ წმ-მდე; ვ) $x(t)$ გრაფიკის მარჯვნივ დასაძრავად უნდა შევიტანოთ $+20t$ თუ $-20t$ დრო? ზ) შეტანა გაზრდის თუ შემცირებს x -ის იმ მნიშვნელობას, როდესაც წერტილი ჩერდება?

• • **8** ინტერვიუს ასაღებად უნდა გაემგზავრო სხვა ქალაქში 300 კმ-იან ჩქაროსნულ ტრასაზე. ინტერვიუ დანიშნულია 11:15-ზე. შენ გეგმავ 100 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობას, ამიტომ სახლიდან გადიხარ 8:00-ზე. პირველი 100 კმ-ის მანძილზე მიდიხარ 100 კმ/სთ სიჩქარით, მაგრამ სამშენებლო სამუშაოების გამო იძულებული ხარ, შემდეგი 40 კმ გაიარო 40 კმ/სთ სიჩქარით. რა მინიმალური სიჩქარით მოძრაობა დაგჭირდება დარჩენილ მანძილზე, ინტერვიუზე რომ არ დაგაგვიანდეს?

• • **9** 1 კმ მანძილზე შეჯიბრებისას პირველი ბილიკზე მორბენალი სპორტსმენი უფრო სწრაფად გარბის (2 წუთი და 27,95 წამი), ვიდრე მეორე ბილიკზე მორბენალი (2 წუთი და 28,15 წამი). თუმცა, მეორე ბილიკის L_2 სიგრძე შეიძლება ოდნავ

მეტი იყო პირველი ბილიკის L_1 სიგრძეზე. რამდენად დიდი უნდა იყოს $L_2 - L_1$, რათა დავასკვნათ, რომ პირველი მორბენალი უფრო სწრაფია? **ILW**.

• • **10** ორი მატარებელი 30 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს ერთმანეთისკენ. როდესაც მატარებლებს შორის მანძილი 60 კმ-ია, 60 კმ/სთ-ით მოძრაობს მესამე მატარებელი წინ ფრინდება, მეორისკენ მიფრინავს და, როცა მეორეს მიაღწევს, ისევ უკან ბრუნდება (წარმოდგენა არა გვაქვს, რატომ უნდა მოიქცეს ჩიტი ასე). რა მანძილს გაივლის ჩიტი, სანამ მატარებლები ერთმანეთს დაეჯახებიან?

• • **11** სან-ანტონიოდან ჰიუსტონისკენ მანქანით მიემგზავრები. დროის ნახევარს მოძრაობ 55 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო მეორე ნახევარს – 90 კმ/სთ სიჩქარით. უკან დაბრუნებისას ნახევარ მანძილს გადიხარ 55 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო მეორე ნახევარს – 90 კმ/სთ სიჩქარით. რისი ტოლია შენი საშუალო სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობა: ა) სან-ანტონიოდან ჰიუსტონამდე? ბ) ჰიუსტონიდან სან-ანტონიომდე? გ) მთელი მგზავრობის მანძილზე? დ) რას უდრის შენი საშუალო ვექტორული სიჩქარე (*velocity*) მთელი მგზავრობის მანძილზე? ე) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი ა)-სთვის, იმის გათვალისწინებით, რომ მოძრაობა x -ის დადებითი მიმართულებით ხდება. გრაფიკზე აჩვენე, როგორ უნდა ვიპოვოთ საშუალო ვექტორული სიჩქარე (*velocity*).

თავი 2-5 მყისი სიჩქარე

• **12** ა) თუ წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 4 - 12t + 3t^2$ (სადაც t იზომება წამებში, ხოლო x – მეტრებში), რისი ტოლია სიჩქარე, როდესაც $t = 1$ წმ? ბ) x -ის დადებითი თუ უარყოფითი მიმართულებით მოძრაობს წერტილი? გ) რისი ტოლია მისი სიჩქარე ამ დროს? დ) სიჩქარე იზრდება თუ მცირდება? (შემდეგი ორი კითხვის პასუხის გაცემა სცადე გამოთვლების გარეშე) ე) არსებობს თუ არა მომენტი, როდესაც სიჩქარე ნულის ტოლია? თუ არსებობს, დაასახელე; ვ) არსებობს თუ არა მომენტი $t = 3$ წმ-ის შემდეგ, როდესაც წერტილი x -ის უარყოფითი მიმართულებით მოძრაობს? თუ არსებობს, დაასახელე.

• • **13** x ღერძის გასწვრივ მოძრაობის წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 9,75 + 1,5t^3$, სადაც t მოცემულია წამებ-

ში, ხოლო x — სანტიმეტრებში. გამოთვალე ა) საშუალო სიჩქარე $t = 2$ წმ-დან $t = 3$ წმ-მდე; ბ) მყისი სიჩქარე, როდესაც $t = 2$ წმ; გ) მყისი სიჩქარე, როდესაც $t = 3$ წმ; დ) მყისი სიჩქარე, როდესაც $t = 2,5$ წმ; ე) მყისი სიჩქარე, როდესაც წერტილი იმყოფება საწყისი და საბოლოო მდებარეობებს შორის, $t = 2$ წმ და $t = 3$ წმ; ვ) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და აჩვენე პასუხები გრაფიკულად.

თავი 2-6 აჩქარება

• 14 ა) თუ წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 20t - 5t^3$ (სადაც x მეტრებშია, ხოლო t წამებში), არის თუ არა წერტილის სიჩქარე ნულის ტოლი? თუ არის, როდის? ბ) როდის არის წერტილის აჩქარება ნულის ტოლი? გ) დროის რომელ შუალედში (დადებითი თუ უარყოფითი) არის a აჩქარება ნულის ტოლი? დ) დადებითი? ე) ააგე გრაფიკები $x(t)$, $v(t)$ და $a(t)$.

• 15 გარკვეულ მომენტში წერტილის სიჩქარე იყო 18 მ/წმ x -ის დადებითი მიმართულებით, 2,4 წმ-ის შემდეგ კი მისი სიჩქარე გახდა 30 მ/წმ საწინააღმდეგო მიმართულებით. რას უდრის წერტილის საშუალო აჩქარება დროის ამ მონაკვეთში? [SSM](#)

• 16 x ღერძის გასწვრივ მოძრაობა ელექტრონის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 16te^{-t}$, სადაც t წამებში იზომება. რა მანძილით იქნება ელექტრონი დაშორებული ათვლის წერტილიდან გაჩერების მომენტში?

• 17 x ღერძის გასწვრივ მოძრაობა წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 12t^2 - 2t^3$, სადაც x მეტრებშია, ხოლო t წამებში. განსაზღვრე წერტილის: ა) მდებარეობა, ბ) სიჩქარე და გ) აჩქარება, როდესაც $t = 3$ წმ; დ) რა მაქსიმალურ დადებით კოორდინატს მიაღწევს წერტილი და ე) რა დროს? ვ) რა მაქსიმალურ დადებით სიჩქარეს მიაღწევს წერტილი და ზ) რა დროს? თ) რას უდრის წერტილის აჩქარება, როდესაც წერტილი არ მოძრაობს (t განსხვავებულია ნულისგან); ი) განსაზღვრე წერტილის საშუალო სიჩქარე $t = 0$ -დან და $t = 3$ წმ-მდე.

• 18 $t = 0$ -დან $t = 5$ წმ-მდე კაცი დგას, $t = 5$ წმ-დან $t = 10$ წმ-მდე კი მოძრაობს წრფივად მუდმივი სიჩქარით 2,2 მ/წმ. რისი ტოლია: ა) მისი $v_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარე და ბ) $a_{\text{საშ}}$ საშუალო აჩქარება $t = 2$ წმ-დან $t = 8$ წმ-მდე? რისი

ტოლია გ) $v_{\text{საშ}}$ და დ) $a_{\text{საშ}}$ $t = 3$ წმ-დან $t = 9$ წმ-მდე? ე) ააგე x -ის t -ზე და v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები, განსაზღვრე, როგორ უნდა მივიღოთ ა)-ს პასუხი დ)-დან გრაფიკის საშუალებით.

•• 19 x ღერძის გასწვრივ მოძრაობა წერტილის მდებარეობა, $x = ct^2 - bt^3$ ფორმულის თანახმად, დამოკიდებულია დროზე, სადაც x მეტრებშია, ხოლო t წამებში. რა იქნება ერთეულები: ა) მუდმივა c -სთვის და ბ) მუდმივა b -სთვის? დავუშვათ მათი რიცხობრივი მნიშვნელობებია, შესაბამისად, 3 და 2. გ) რა დროს მიაღწევს წერტილი მაქსიმალურ დადებით x მდებარეობას? 0-დან 4 წმ-მდე მონაკვეთში დ) რა მანძილს გაივლის წერტილი და ე) რისი ტოლი იქნება მისი გადაადგილება? იპოვე წერტილის სიჩქარე შემდეგ მომენტებში: ვ) 1 წმ; ზ) 2 წმ; თ) 3 წმ და ი) 4 წმ. იპოვე წერტილის აჩქარება შემდეგ მომენტებში: კ) 1 წმ; ლ) 2 წმ; მ) 3 წმ და ნ) 4 წმ. [SSM WWW](#).

თავი 2-7 თანაბარი აჩქარება: განსაკუთრებული შემთხვევა.

• 20 მიუ-მეზონი (ელემენტარული ნაწილაკი) მოძრაობს 5×10^6 მ/წმ სიჩქარით და შემდეგ ნელდება $1,25 \times 10^{14}$ მ/წმ² აჩქარებით. ა) რა მანძილს გაივლის მიუ-მეზონი გაჩერებამდე? ბ) ააგე x -ის t -ზე და v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები მიუ-მეზონისთვის.

• 21 ელექტრონი მოძრაობს თანაბარაჩქარებულად $+3,2$ მ/წმ² აჩქარებით. გარკვეულ მომენტში მისი სიჩქარეა $+9,6$ მ/წმ. რას უდრის სიჩქარე: ა) 2,5 წმ-ით ადრე და ბ) 2,5 წმ-ით გვიან?

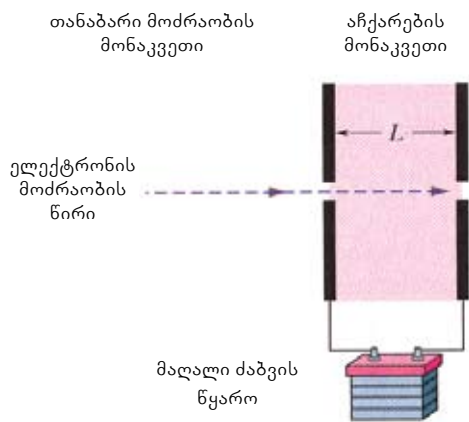
• 22 მშრალ გზაზე კარგ მანქანას შეუძლია დაამუხრუჭოს $4,92$ მ/წმ² თანაბარი აჩქარებით. ა) რა დრო დასჭირდება 24,6 მ/წმ სიჩქარით მოძრავე მანქანას გასაჩერებლად? ბ) რა მანძილს გაივლის ამ დროს მანქანა? გ) ააგე x -ის t -ზე და v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

• 23 დავუშვათ, კოსმოსური ხომალდი მოძრაობს თანაბარი აჩქარებით $9,8$ მ/წმ², რაც ფრენის დროს ნორმალური გრავიტაციის ილუზიას ქმნის. ა) თუ ხომალდი მოძრაობას დაიწყებს უძრავი მდგომარეობიდან, რა დრო დასჭირდება მას სინათლის სიჩქარის (3×10^8 მ/წმ) ერთი მეათედის მისაღწევად? ბ) რა მანძილს გაივლის ამ დროის განმავლობაში? [SSM?](#)

• 24 ელექტროავტომობილი უძრავი მდგომარეობიდან

მარეობიდან 2 მ/წმ^2 თანაბარი აჩქარებით მოძრაობას იწყებს, აღწევს 20 მ/წმ სიჩქარეს, შემდეგ კი თანაბარშენელებულად ჩერდება 1 მ/წმ^2 -ით. ა) რა დრო გავიდა მოძრაობის დაწყებიდან გაჩერებამდე? ბ) რა მანძილს გაივლის ავტომობილი დაწყებიდან გაჩერებამდე?

• **25** $v_0 = 1,5 \times 10^5\text{ მ/წმ}$ საწყისი სიჩქარის მქონე ელექტრონი შედის $L = 1\text{ სმ}$ -ის სიგრძის კამერაში, სადაც ელექტრულად აჩქარდება $v = 5,7 \times 10^6\text{ მ/წმ}$ -მდე (სურ. 2.19). რას უდრის მისი აჩქარება, რომელიც თანაბრადაა მიჩნეული? (მსგავსი პროცესი მიმდინარეობს ძველ ტელევიზორებში). **SSM**.



სურ. 2.19 ამოცანა 25

• **26** სიჩქარის მსოფლიო რეკორდი ეკუთვნის პოლკოვნიკ ჯონ პ. სტაპს, რომელმაც 1954 წლის მარტში რეაქტიული ძრავის მქონე მანქანით 1020 კმ/სთ სიჩქარეს მიაღწია. მანქანა $1,4\text{ წმ}$ -ში გაჩერდა (იხ. სურ. 2.7). რამდენი გ-ს ტოლი აჩქარება განიცადა პილოტმა გაჩერებისას?

• **27** 56 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მანქანა 24 მ -ით იყო დაშორებული ბარიერიდან, როდესაც მძღოლმა დაამუხრუჭა. მანქანა ბარიერს 2 წმ -ის შემდეგ შეასკდა. ა) როგორია შეჯახებამდე მანქანის თანაბარი აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა? ბ) რა სიჩქარე აქვს მანქანას შეჯახების დროს? **SSM ILW**

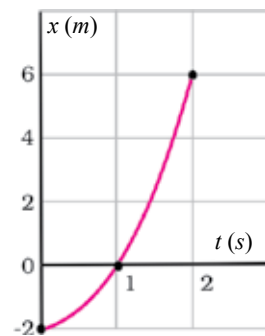
• **28** შენი მანქანის მუხრუჭებს შეუძლია თანაბრად შეანელოს მოძრაობა $5,2\text{ მ/წმ}^2$ -ით. ა) თუ მიდიხარ 137 კმ/სთ სიჩქარით და უეცრად პატრული დაინახე, რა მინიმალური დრო დაგჭირდება სიჩქარის 90 კმ/სთ ლიმიტამდე შესამცირებლად? (პასუხში ჩანს, რომ დაამუხრუჭებას აზრი არა აქვს, ვინაიდან სიჩქარეს რადარი ან

ლაზერული თოფი მაინც გაიგებს). ბ) ააგე x -ის t -ზე და v -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები შენელებისთვის.

• **29** ლიფტის მთლიანი სამოძრაო მანძილია 190 მ , მაქსიმალური სიჩქარე — 305 მ/წთ , ხოლო აჩქარება — $1,22\text{ მ/წმ}^2$. ა) რა მანძილს გაივლის ლიფტი მაქსიმალური სიჩქარის მიღწევამდე? ბ) რა დრო დასჭირდება 190 მ -ის შეუჩერებლად გავლას? **ILW**.

• • **30** მანქანა მოძრაობს x ღერძის გასწვრივ 900 მ -ის მანძილზე. მოძრაობას იწყებს $x = 0$ წერტილში და ამთავრებს $x = 900$ წერტილში. დისტანციის პირველ მეოთხედში მანქანის აჩქარებაა $+2,25\text{ მ/წმ}^2$, დარჩენილ მანძილზე კი $-0,75\text{ მ/წმ}^2$. რისი ტოლია: ა) 900 მ -ის გავლის დრო? ბ) მაქსიმალური სიჩქარე? გ) ააგე x მდებარეობის, v სიჩქარისა და a აჩქარების t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

• • **31** 2.20 სურათზე ნაჩვენებია x ღერძის გასწვრივ თანაბარაჩქარებულად მოძრავი წერტილის მოძრაობა. რას უდრის წერტილის აჩქარების ა) რიცხვითი მნიშვნელობა და ბ) მიმართულება?



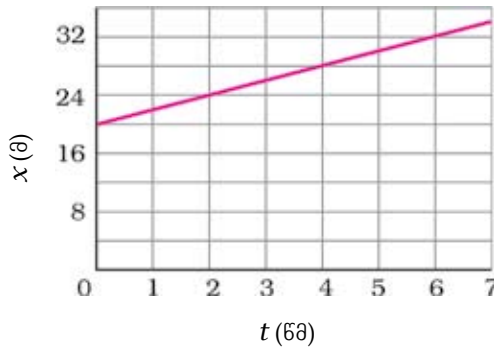
სურ. 2.20 ამოცანა 31

• • **32** ნარ-

მოიდგინე, რომ მანქანა მიგყავს და მობილური ტელეფონით ემოციურად საუბრობ, ამ დროს კი შენს წინ 25 მ -ის დაშორებით პოლიციის მანქანა მიდის. შენც და პოლიციაც 110 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობთ. ტელეფონით ლაპარაკის გამო პოლიციის მანქანა 2 წმ -ის განმავლობაში ვერ შეამჩნიე. ამ 2 წმ -ის დაწყებისას პოლიციელმა უეცრად დაამუხრუჭა 5 მ/წმ^2 აჩქარებით. ა) რა მანძილი იქნება ორ მანქანას შორის, როცა პოლიციას შეამჩნიე? ნარმოიდგინე, რომ კიდევ $0,4\text{ წმ}$ დაგჭირდა ხიფათის გასააზრებლად და ამის შემდეგ დაამუხრუჭე. ბ) თუ შენც 5 მ/წმ^2 აჩქარებით დაამუხრუჭე, როგორი იქნება შენი სიჩქარე, როდესაც პოლიციის მანქანას დაეჯახები?

• • **33** მანქანები A და B ერთი და იმავე მიმართულებით მოძრაობს. A მანქანის x მდებარეობა 0 -დან 7 წმ -მდე მონაკვეთში მოცემულია 2.21

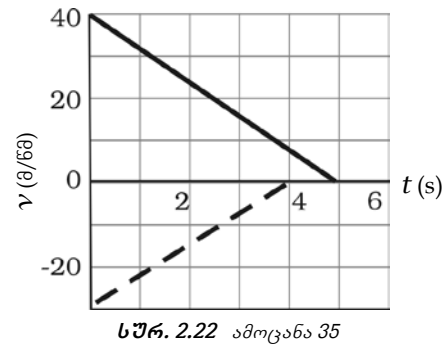
სურათზე. როდესაც $t = 0$, B მანქანა იმყოფება $x = 0$ წერტილში, მოძრაობს 12 მ/წმ სიჩქარითა და და უარყოფითი თანაბარი აჩქარებით a_B . ა) რას უნდა უდრიდეს a_B , რათა მანქანები ერთმანეთის გვერდით აღმოჩნდნენ, როდესაც $t = 4$ წმ? ბ) a_B -ს ამ მნიშვნელობისას რამდენჯერ აღმოჩნდება მანქანები ერთმანეთის გვერდით? გ) ააგე x მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი B მანქანისთვის. რამდენჯერ აღმოჩნდება მანქანები გვერდიგვერდ, თუ a_B აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა დ) მეტია და ე) ნაკლებია ა) კითხვის პასუხზე?



სურ. 2.21 ამოცანა 33

• • 34 ა) თუ მეტროს მატარებლის მგზავრებისთვის მაქსიმალური დასაშვები აჩქარებაა $1,34$ მ/წმ², ხოლო მეტროს სადგურები განლაგებულია 806 მ-ის დაშორებით, რას უდრის მატარებლის მაქსიმალური სიჩქარე სადგურებს შორის? ბ) რას უდრის სადგურებს შორის მოგზაურობის დრო? გ) თუ მატარებელი ყოველ სადგურზე ჩერდება 20 წმ-ის განმავლობაში, რას უდრის მატარებლის მაქსიმალური საშუალო სიჩქარე ერთი სადგურიდან მეორემდე? დ) ააგე x , v და a -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები გაჩერებიდან გაჩერებამდე.

• • 35 ორი მატარებლის მემანქანებმა უეცრად შენიშნეს, რომ მათი მატარებლები ერთმანეთის შემხვედრად მოძრაობს. 2.22 სურათზე მოცემულია მატარებლების v სიჩქარეები, როგორც დროის ფუნქციები შენელების დროს. მემანქანებმა მატარებლების შენელება დაიწყეს, როდესაც მათ შორის მანძილი 200 მ იყო. როგორი იქნება მატარებლებს შორის მანძილი გაჩერების შემდეგ?



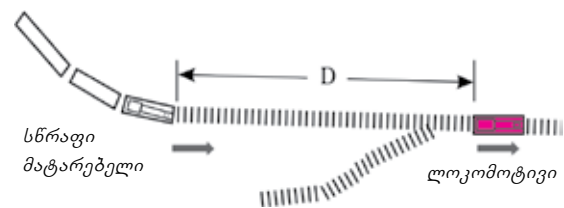
სურ. 2.22 ამოცანა 35

• • 36 2.23 სურათზე, წითელი და მწვანე მანქანა ერთმანეთის მიმართულებით მოძრაობს x ღერძის პარალელურად. როდესაც $t = 0$, წითელი მანქანა $x_{\text{წით}} = 0$ წერტილშია, ხოლო მწვანე - $x_{\text{მწვ}} = 200$ მ წერტილში. თუ წითელი მანქანა მოძრაობს 20 კმ/სთ მუდმივი სიჩქარით, მანქანები ერთმანეთს ჩაუვლიან $x = 44,5$ მ წერტილში, ხოლო თუ 40 კმ/სთ მუდმივი სიჩქარით, მაშინ $x = 76,6$ მ წერტილში. რისი ტოლია მწვანე მანქანის: ა) საწყისი სიჩქარე და ბ) აჩქარება?



სურ. 2.23 ამოცანა 36

• • • 37 ჩქარი სამგზავრო მატარებელი მოძრაობს 161 კმ/სთ სიჩქარით. უეცრად მემანქანემ შენიშნა, რომ მის ლიანდაგზე შეცდომით გვერდიდან ამავე მიმართულებით მოძრავი ლოკომოტივი შემოვიდა და მისგან $D = 676$ მ მანძილზეა. ლოკომოტივი მოძრაობს 29 კმ/სთ სიჩქარით. სწრაფი მატარებლის მემანქანემ სასწრაფოდ დაამუხრუჭა. ა) რას უნდა უდრიდეს თანაბარი შენელების რიცხვითი მნიშვნელობა შეჯახების თავიდან ასაცილებლად? ბ) წარმოიდგინე, რომ მემანქანე იმყოფება $x = 0$ წერტილზე და $t = 0$, როდესაც პირველად დაინახავს ლოკომოტივს. ააგე $x(t)$ გრაფიკები ლოკომოტივისა და სწრაფი მატარებლისთვის, როდესაც შეჯახება თავიდან იქნება და არ იქნება აცილებული.



სურ. 2.24 ამოცანა 37

თავი 2-9 თავისუფალი ვარდნის აჩქარება

• **38** ხულიგანი 30მ სიმაღლის შენობის სახურავიდან ქვას ისვრის 12 მ/წმ საწყისი სიჩქარით. ა) რა დრო დასჭირდება ქვას ძირს დაცემისთვის? ბ) რა სიჩქარე ექნება ქვას დაცემისას?

• **39** სამშენებლო მოედანზე ქანჩსაჭერი გადმოვარდა და მიწას 24 მ/წმ სიჩქარით დაეცა. ა) რა სიმაღლიდან ჩამოვარდა ქანჩსაჭერი? ბ) რამდენ ხანს ეცემოდა? გ) ააგე ქანჩსაჭერის y -ის, v -ს და a -ს t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

SSM

• **40** წვიმის წვეთები მიწაზე 1700 მ სიმაღლეზე მყოფი ღრუბლიდან ეცემა. ა) რომ არა ჰაერის წინააღმდეგობა, რა სისწრაფე ექნებოდა წვეთებს მიწაზე დაცემისას? ბ) უსაფრთხო იქნებოდა თუ არა წვიმის დროს გარეთ გასვლა?

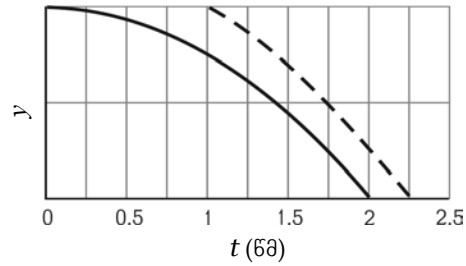
• **41** ა) რა სიჩქარით უნდა იქნას ბურთი დედამიწის ზედაპირიდან ასროლილი, 50 მ სიმაღლეს რომ მიაღწიოს? ბ) რამდენ ხანს იქნება ბურთი ჰაერში? გ) ააგე y -ის, v -ს და a -ს t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები. პირველ ორ გრაფიკზე აჩვენე დრო, როდესაც ბურთი 50 მ-ს მიაღწევს. SSM WWW

• **42** შეშინებული მაჩვი ჰაერში ახტა და პირველ 0,2 წმ-ში 0,544 მ სიმაღლეს მიაღწია. ა) რას უდრის მაჩვის საწყისი სიჩქარე? ბ) რას უდრის სიჩქარე 0,544 მ სიმაღლეზე? გ) რა სიმაღლეზე ახტება მაჩვი?

• **43** ცხელი ჰაერით სავსე ბურთი 12 მ/წმ სიჩქარით ზევით ადის და დედამიწიდან 80 მ სიმაღლეზე იქიდან ყუთი ვარდება. ა) რა დრო დასჭირდება ყუთს ძირს დასავარდნად? ბ) რა სიჩქარით დაეცემა ის მიწაზე? SS

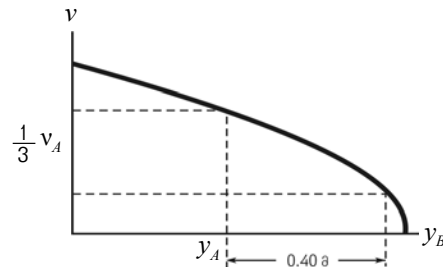
• **44** 50 მ სიმაღლის ხიდიდან ჭანჭიკი ჩამოვარდა. ა) რა დროში გაივლის ჭანჭიკი დაცემის უკანასკნელ 20%-ს? როგორი იქნება მისი სიჩქარე, ბ) როდესაც იწყებს დაცემის უკანასკნელ 20%-ს, და გ) როდესაც მიწას მიაღწევს?

• **45** $t = 0$ მომენტში ხიდიდან ტრასაზე პირველი ვაშლი ჩამოვარდა, მოგვიანებით კი იმავე სიმაღლიდან მეორე ვაშლი ისროლეს. 2.25 სურათზე მოცემულია ვარდნის დროს ვაშლების y მდებარეობების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები. დაახლოებით რა სიჩქარით ისროლეს მეორე ვაშლი?



სურ. 2.25 ამოცანა 45

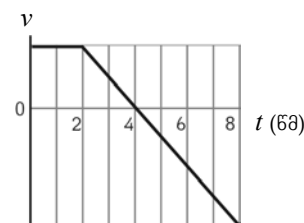
• • **46** 2.26 სურათზე ნაჩვენებია y ღერძის გასწვრივ მაღლა ასროლილი ბურთის v სიჩქარის y სიმაღლეზე დამოკიდებულების გრაფიკი. y_A სიმაღლეზე სიჩქარეა v_A , ხოლო y_B სიმაღლეზე $-1/3 v_A$. რას უდრის v_A სიჩქარე?



სურ. 2.26 ამოცანა 46

• • **47** გასაღები გადმოვარდა 45 მ სიმაღლის ხიდიდან და მუდმივი სიჩქარით მოძრაე ნავზე დაეცა. გასაღების გადმოვარდნის მომენტში ნავი დაცემის ადგილს 12 მ-ით იყო დაშორებული. რისი ტოლია ნავის სიჩქარე? SSM ILW

• • **48** უზარმაზარი საჰაერო ბურთი მაღლა ადის 19,6 მ/წმ სიჩქარით. ამ დროს მასზე მიმაგრებული ინსტრუმენტების ყუთი მოწყდება და მიწაზე ვარდება. 2.27 სურათზე მოცემულია ყუთის ვერტიკალური სიჩქარის დამოკიდებულება დროზე ვარდნის დასაწყისიდან მიწაზე დაცემამდე. ა) ბურთიდან მოწყვეტის წერტილიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ყუთი? ბ) დედამიწიდან რა მანძილზეა დაშორებული მოწყვეტის წერტილი?



სურ. 2.27 ამოცანა 48

•• 49 სველი თიხის ბურთი მიწაზე 15 მ სიმაღლიდან ეცემა. მიწასთან შეხება ბურთის სრულ გაჩერებამდე 20 მწმ გრძელდება. ა) რას უდრის ბურთის საშუალო აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა იმ პერიოდში, როდესაც ის მიწას ეხება? (ბურთი წარმოიდგინე, როგორც ნერტილი); ბ) საით არის მიმართული საშუალო აჩქარება – ზევით თუ ქვევით? **SS**

•• 50 ქვა მიწიდან ვერტიკალურად აისროლეს $t = 0$ მომენტში. 1,5 წმ-ის შემდეგ ქვამ მაღალი კოშკის წვერს ჩაუარა და კიდევ ერთი წამის შემდეგ უმაღლეს ნერტილს მიაღწია. რა სიმაღლისაა კოშკი?

•• 51 ჩოგბურთის ბურთი ხარისხის შესამოწმებლად 4 მ სიმაღლიდან იატაკზე დააგდეს. ბურთი 2 მ სიმაღლეზე ახტა. ბურთი იატაკს 12 მწმ-ის განმავლობაში ეხებოდა. ა) რისი ტოლია შეხების პერიოდში საშუალო აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა? ბ) ზევითაა საშუალო აჩქარება მიმართული თუ ქვევით? **SSM**.

•• 52 43,9 მ სიმაღლის ხიდიდან მდინარეში ქვა ჩააგდეს. 1 წამის შემდეგ კიდევ ერთი ქვა ისროლეს ვერტიკალურად ქვევით. ორივე ქვა მდინარეში ერთდროულად ჩავარდა. ა) რისი ტოლია მეორე ქვის სანყისი სიჩქარე? ბ) ააგე სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი თითოეული ქვისთვის. ნულოვანი დრო მიიჩნევი პირველი ქვის ვარდნის დაწყების დროდ.

•• 53 ონკანიდან წყალი 200 სმ-ით დაშორებულ იატაკზე წვეთავს. წვეთები დროის თანაბარ შუალედებში ეცემა და, ამასთან, პირველი წვეთი იატაკს მაშინ ეხება, როდესაც მეოთხე წვეთი ვარდნას იწყებს. პირველი წვეთის დაცემისას რა მანძილით არის დაშორებული ა) მეორე და ბ) მესამე წვეთი ონკანიდან?

•• 54 საგანი h სიმაღლიდან ეცემა. მანძილის ნახევარს ის 1 წმ-ში გადის. იპოვე: ა) ვარდნის დრო და ბ) სიმაღლე. გ) ახსენი, რატომაა დაუშვებელი კვადრატული გამოსახულებიდან მიღებული t -ს მნიშვნელობა.

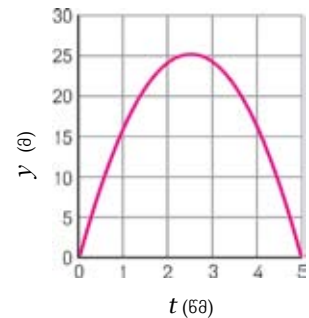
•• 55 მთვლემარე კატა უეცრად ყვავილის ქოთანს ხედავს, რომელიც ღია ფანჯრის მიღმა ჯერ ზევით ადის, შემდეგ კი ქვევით ჩამოდის. ქოთანი 0,5 წმ-ის განმავლობაში მოჩანს, ფანჯრის სიმაღლეა 2 მ. რა მანძილით ასცდება ფანჯრის ზედა მხარეს ყვავილის ქოთანი?

•• 56 კალათბურთელი 76 სმ სიმაღლეზე ახტა.

რა დრო დასჭირდება მოთამაშეს: ა) ნახტომის ზედა 15 სმ-ის გასავლელად და ბ) ქვედა 15 სმ-ის გასავლელად?

•• 57 სახურავიდან ჩამოვარდნილ რკინის ბურთს 0,125 წმ დასჭირდა ფანჯარამდე მოსაღწევად და დროის ამ მონაკვეთში 1,2 მ გაიარა. შემდეგ ბურთი ტროტუარზე დაეცა და კვლავ ფანჯრის წინ ახტა, რასაც 0,125 წმ მოანდომა. დაუშვათ, რომ ახტომა დაცემის ზუსტი ანალოგია. დრო, რომელიც ბურთმა ფანჯრის ქვემოთ გაატარა, 2 წმ-ის ტოლია. რა სიმაღლისაა შენობა?

•• 58 შორეული მზის სისტემის ერთ-ერთი პლანეტის ზედაპირიდან ბურთი ვერტიკალურად აისროლეს. 2.28 სურათზე ნაჩვენებია y -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი ბურთისთვის, სადაც y ბურთის ავარდნის სიმაღლეა, ხოლო ბურთის გავლების მომენტში $t = 0$. რას უდრის ა) პლანეტაზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარება და ბ) ბურთის სანყისი სიჩქარე?

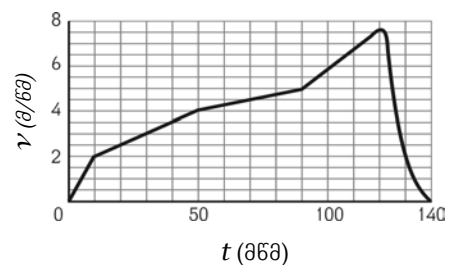


სურ. 2.28 ამოცანა 58

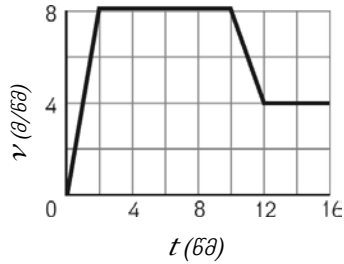
თავი 2-10 გრაფიკული ინტეგრირება მოძრაობის შესწავლისას

• 59 ამოცანის 2.8 ნიმუშში თავის მაქსიმალური აჩქარების დროს, რისი ტოლია: ა) თავის და ბ) მკერდის სიჩქარე?

•• 60 კარატისტის მუშტი დარტყმისას მოძრაობას იწყებს წელიდან და სწრაფად წინ ვარდება მხრის სრულად გაშლამდე. 2.29 სურათზე ნაჩვენებია მუშტის $v(t)$ სიჩქარე. რა მანძილზე გადაადგილდა მუშტი: ა) როდესაც $t = 50$ მწმ და ბ) როდესაც მუშტმა მაქსიმალურ სიჩქარეს მიაღწია?



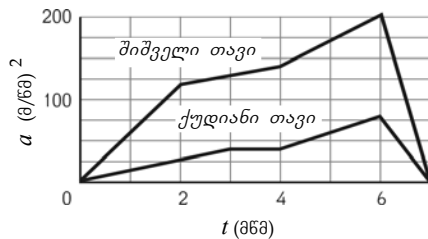
სურ. 2.29 ამოცანა 60



სურ. 2.30 ამოცანა 61

• • 61 რა მანძილს გაივლის 16 წამში მორბენალი, რომლის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი მოცემულია 2.30 სურათზე?

• • 62 როდესაც ფეხბურთელი ჩამოწოდებულ ბურთს თავს ურტყამს, თავის აჩქარება შეიძლება საკმაოდ მნიშვნელოვანი იყოს. 2.31 სურათზე ნაჩვენებია ფეხბურთელის თავის $a(t)$ აჩქარება, შიშველი და ქუდიანი თავისთვის. რა განსხვავებაა შიშველი და ქუდიანი თავების სიჩქარეებს შორის, როდესაც $t = 7$ მწმ?



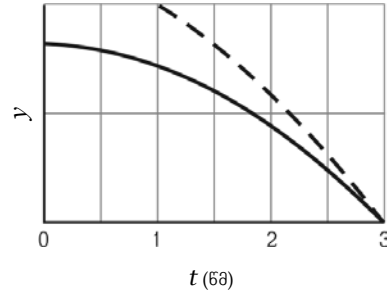
სურ. 2.31 ამოცანა 62

დამატებითი ამოცანები

63 შუქნიშანზე მწვანე შუქის ანთებისას, ავტომობილი იწყებს თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას $2,2 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით. ამ დროს მას $9,5 \text{ მ/წმ}$ მუდმივი სიჩქარით მოძრავი სატვირთო მანქანა ეწევა და უსწრებს. ა) შუქნიშნიდან რა მანძილზე დაენევა ავტომობილი სატვირთო მანქანას? ბ) რა სიჩქარე ექნება ამ დროს ავტომობილს?

64 72 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი წითელი მატარებელი და 144 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მწვანე მატარებელი ერთმანეთის შემხვედრი მიმართულებით მიდიან. როდესაც მატარებლებს შორის მანძილი 950 მ -ია, თითოეული მემანქანე მეორე მატარებელს შენიშნავს და ამუხრუჭებს. მატარებლები მუხრუჭებიდან 1 მ/წმ^2 აჩქარებით მოხდება თუ არა შეჯახება? თუ მოხდება, იპოვე წითელი და მწვანე მატარებლების სიჩქარე შეჯახების დროს. თუ არა, იპოვე მატარებლებს შორის მანძილი გაჩერების დროს.

65 $t = 0$ მომენტში კლდეზე მცოცავს უეცრად სოლი ჩამოუვარდა. გარკვეული ხნის შემდეგ კლდეზე 10 მ -ით მაღლა მყოფმა მისმა პარტნიორმა სოლი თავად ჩამოაგდო. 2.32 სურათზე მოცემულია სოლების y მდებარეობების დამოკიდებულება t დროზე. რა სიჩქარიდან წასროლი მეორე სოლი?



სურ. 2.32 ამოცანა 65

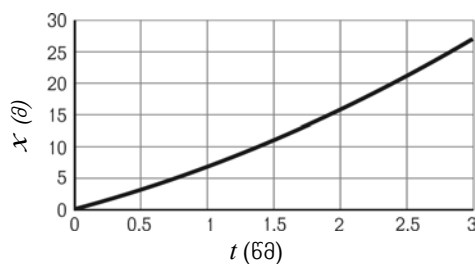
66 ვიდეთამაშში წერტილი დაპროგრამებულია ეკრანზე გადაადგილებისთვის $x = 9t - 0,75t^3$ ფორმულის შესაბამისად, სადაც x არის ეკრანის მარცხენა კიდიდან დაშორება სანტიმეტრებში, ხოლო t მოცემულია წამებში. როდესაც წერტილი მიაღწევს ეკრანის კიდე ($x = 0$ ან $x = 15 \text{ სმ}$), t ნულის ტოლი ხდება და წერტილი კვლავ იწყებს $x(t)$ -ს შესაბამისად მოძრაობას. ა) დაწყებიდან რა დროში გაჩერდება წერტილი? ბ) x -ის რა მნიშვნელობისთვის მოხდება ეს? გ) რას უდრის ამ დროს წერტილის აჩქარება (როგორია მისი ნიშანი)? დ) მარცხნივ თუ მარჯვნივ მოძრაობს წერტილი გაჩერებამდე? ე) გაჩერების შემდეგ? ვ) რა დროს მიაღწევს წერტილი პირველად ეკრანის კიდე ($t > 0$)?

67 შენობის სახურავიდან ქვა ვერტიკალურად აისროლეს. ქვამ მაქსიმალურ სიმაღლეს $1,6 \text{ წმ}$ -ის შემდეგ მიაღწია. ვარდნის დროს ქვა შენობას ასცდა და 6 წმ -ში მიწაზე დაეცა. SI სისტემაში: ა) რა სიჩქარით აისროლეს ქვა? ბ) შენობის სახურავიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწია ქვამ? გ) რა სიმაღლისაა შენობა?

68 თანაბარაჩქარებულად მოძრავმა მანქანამ ორ წერტილს შორის 60 მ მანძილი 6 წამში დაფარა. მეორე წერტილის გავლისას მანქანის სიჩქარე იყო 15 მ/წმ . ა) რას უდრიდა მანქანის სიჩქარე პირველ წერტილში? ბ) რისი ტოლია აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა? გ) პირველი წერტილიდან რა მანძილის დაშორებით იყო მან-

ქანა გაჩერებული? დ) ააგე x -ის t -ზე და v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

69 ყინულმჭრელი მუდმივი სიჩქარით აღმოსავლეთისკენ მიემართებოდა, როდესაც უეცარმა ქარმა მას თანაბარი აჩქარება მიანიჭა 3 წმ-ის განმავლობაში. 2.33 სურათზე ნაჩვენებია x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი, სადაც $t = 0$ არის მომენტი, როდესაც ქარმა დაუბერა, ხოლო x ღერძი მიმართულია აღმოსავლეთისკენ. ა) რისი ტოლია ყინულმჭრელის აჩქარება 3 წმ-ის განმავლობაში? ბ) რისი ტოლია ყინულმჭრელის სიჩქარე 3-წამიან მონაკვეთში? გ) თუ აჩქარება თანაბარი რჩება კიდევ 3 წმ-ის განმავლობაში, რა მანძილს გაივლის ყინულმჭრელი ამ მეორე 3-წამიან მონაკვეთში?



სურ. 2.33 ამოცანა 69

70 ქვა ჩამოვარდა 100 მ სიმაღლის კლდიდან. რა დრო დასჭირდება ქვას ა) პირველი 50 მ-ის და ბ) ბოლო 50 მ-ის გასავლელად?

71 შუქნიშანზე ყვითელი შუქი აინთო. შენი მანქანის სიჩქარე ზუსტად სიჩქარის დაშვებული ზღვრის, $v_0 = 55$ კმ/სთ-ს ტოლია. შენი მანქანის შენელებისას აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა 5,18 მ/წმ²-ის ტოლია. შენი რეაქციის დრო დამუხრუჭების დაწყებამდე $T = 0,75$ წმ-ს უდრის. შუქნიშანზე წითელი სინათლის ანთების დროს ხაზის გადაკვეთის თავიდან ასაცილებლად, უნდა განაგრძო 55 კმ/სთ-ით მოძრაობა თუ უნდა დაამუხრუჭო, როდესაც ხაზამდე მანძილი და ყვითელი შუქის ანთების ხანგრძლივობა არის ა) 40 მ და 2,8 წმ; ბ) 32მ და 1,8წმ?

72 მატარებლის ორი სადგური ერთმანეთისგან 1100 მ მანძილზეა. თუ მატარებელი დისტანციის პირველ ნახევარზე აჩქარდება +1,2 მ/წმ²-ით და მეორე ნახევარზე შენელება -1,2 მ/წმ²-ით, რისი ტოლი იქნება ა) მგზავრობის დრო და ბ) მაქსიმალური სიჩქარე? ააგე x -ის, v -ს და a -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

73 200 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მანქანის გაჩერება შესაძლებელია 170 მ-ში. დავუშვათ, აჩქარება თანაბარია. იპოვე მისი რიცხვითი მნიშვნელობა ა) SI სისტემაში და ბ) გ ერთეულებში. გ) რა $T_{\text{მზი}}$ დროა საჭირო დასამუხრუჭებლად? შენი რეაქციის დროა 400 მწმ, რომელიც გჭირდება, რათა სიტუაცია აღიქვა, ფეხი მუხრუჭის პედალს დაადო და დაამუხრუჭო.

74 სპორტის სახეობა, რომელშიც ბურთი ყველაზე სწრაფად მოძრაობს, ჯეი-ალაია. ბურთის სიჩქარე 303 კმ/სთ-ს აღწევს. თუ ჯეი-ალაის მოთამაშე, რომელსაც ბურთი უახლოვდება, ძალაუვნებურად თვალს დახუჭავს 100 მწმ-ის განმავლობაში, რა მანძილს გაივლის ამ დროში ბურთი?

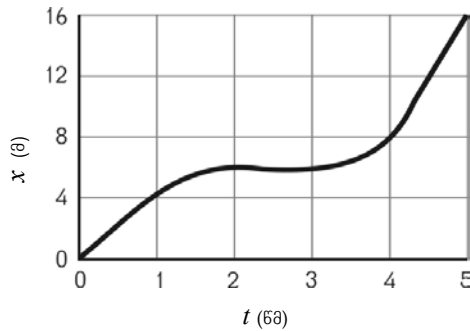
75 x ღერძის გასწვრივ მოძრავი წერტილის აჩქარებაა $a = 5t$, სადაც t მოცემულია წამებში, ხოლო a - მ/წმ²-ებში. როდესაც $t = 2$ წმ, წერტილის სიჩქარეა +17 მ/წმ. რას უდრის სიჩქარე, როდესაც $t = 4$ წმ?

76 პლეკოპტერა ფრთებს ძლიერად ვერ იქნევს და ამიტომ ამ მწერს ფრენა არ შეუძლია. მაგრამ, როდესაც წყლის ზედაპირზე იმყოფება, ის ფრთებს ჰაერში სწევს და გემივით მიცურავს. წარმოიდგინე, რომ პლეკოპტერა მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს გარკვეული სიგრძის სწორ ხაზზე. იალქანივით გაშლილი ფრთებით ამ მანძილის გავლას 7,1 წმ სჭირდება, ხოლო დაკეცილი ფრთებით — 25 წამი. ა) რისი ტოლია ფარდობა $v_{\text{გაშლილი}}/v_{\text{დაკეცილი}}$? ბ) რა დროში გაივლის მწერი პირველ 2 მ-ს გაშლილი და დაკეცილი ფრთებით?

77 აშშ-ს ნაციონალური სატრანსპორტო უსაფრთხოების საბჭოს მიერ საჰაერო კატასტროფის კვლევისას ყველაზე მნიშვნელოვანია თვითმფრინავის ფრენის შესახებ ინფორმაციის ჩამწერზე განთავსებული ინფორმაცია. ამ ჩამწერს „შავი ყუთი“ ეწოდება, მიუხედავად იმისა, რომ ფორთოხლისფერია. ჩამწერმა უნდა გაუძლოს კატასტროფას 3400 გ აჩქარების დროს 6,5 მწმ-ის განმავლობაში. თუ ასეთი კატასტროფის დროს ჩამწერსა და თვითმფრინავს ნულოვანი სიჩქარე აქვს დროის მონაკვეთის დასასრულს, როგორი იქნება მათი სიჩქარე შუალედის დაწყებისას?

78 2.34 სურათზე მოცემულია წრფივად მოძრავი წერტილის x -ის t -ზე დამოკიდებულების

გრაფიკი. ა) რისი ტოლია წერტილის საშუალო სიჩქარე 0-დან 4,5 წმ-მდე? ბ) რისი ტოლია წერტილის მყისი სიჩქარე $t = 4,5$ წმ მომენტში? გ) რისი ტოლია წერტილის საშუალო აჩქარება 0-დან 4,5 წმ-მდე? დ) რისი ტოლია წერტილის მყისი აჩქარება $t = 4,5$ წმ მომენტში?



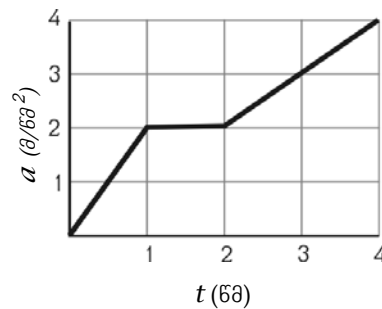
სურ. 2.34 ამოცანა 78

79 სხეულის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 2t^3$, სადაც x იზომება მეტრებში, ხოლო t – წამებში. იპოვე ა) საშუალო სიჩქარე და ბ) საშუალო აჩქარება $t = 1$ -დან $t = 2$ წმ-მდე. შემდეგ იპოვე გ) v მყისი სიჩქარე და დ) a მყისი აჩქარება, როდესაც $t = 1$ წმ. ამის შემდეგ იპოვე ე) v და ვ) a , როდესაც $t = 2$ წმ. ზ) შეადარე მყისი და საშუალო მნიშვნელობები და თითოეულ შემთხვევაში ახსენი, რატომ არის ერთი მეორეზე მეტი. თ) ააგე x -ის t -ზე და v -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები და აჩვენე მათზე ა)-ს პასუხი.

80 ტყვიის ბურთი 5,2 მ სიმაღლის ტრამპლინიდან ტბაში ჩავარდა. ის წყალს გარკვეული სიჩქარით დაეცა და ფსკერზეც იმავე თანაბარი სიჩქარით ჩაიძირა. ბურთმა ფსკერს ჩამოვარდნიდან 4,8 წმ-ში მიაღწია. ა) რა სიღრმისაა ტბა? გამოთვალე ბურთის საშუალო სიჩქარის ბ) რიცხვითი მნიშვნელობა და გ) მიმართულება (მაღლა თუ დაბლა). დაუშვათ, ტბაში წყალი დააშრეს. ტრამპლინიდან ჩამოვარდნილი ბურთი ფსკერზე კვლავ 4,8 წმ-ში ეცემა. გამოთვალე ბურთის საწყისი სიჩქარის დ) რიცხვითი მნიშვნელობა და ე) მიმართულება.

81 1977 წლის 26 იანვრიდან 1983 წლის 18 სექტემბრამდე ბრიტანელმა ჯორჯ მიგანმა ფეხით გაიარა 30600 კილომეტრი უშუაიადან (სამხრეთი ამერიკის უკიდურესი სამხრეთი წერტილი) პრადპოუს ყურემდე (ალიასკა). რამდენ მ/წმ-ს უდრის მისი საშუალო სიჩქარე?

82 2.35 სურათზე მოცემულია x ღერძის გასწვრივ მოძრავი წერტილის a აჩქარების t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. როდესაც $t = 0$, წერტილის კოორდინატია 4 მ, ხოლო სიჩქარე -2 მ/წმ. ა) რა სიჩქარე ექნება წერტილს, როდესაც $t = 2$ წმ? ბ) დაწერე გამოსახულება $v(t)$ -სთვის (მ/წმ-ებში), რომელიც გამოსაძევი იქნება შუალედისთვის $2 \leq t \leq 4$.



სურ. 2.35 ამოცანა 82

83 მატარებელმა მოძრაობა დაიწყო თანაბარაჩქარებულად. გარკვეული დროის განმავლობაში მატარებელი მიდიოდა 30 მ/წმ სიჩქარით, ხოლო შემდეგ 160 მ 50 მ/წმ სიჩქარით გაიარა. გამოთვალე ა) აჩქარება, ბ) 160 მ-ის გავლის დრო, გ) 30 მ/წმ სიჩქარის მიღწევის დრო და დ) მანძილი, რომელიც მატარებელმა გაიარა უძრაობის მდგომარეობიდან 30 მ/წმ სიჩქარის მიღწევამდე. ე) ააგე x -ის t -ზე და v -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

84 120 მ სიმაღლის შენობის ბოლო სართულზე გაჩერებული ცარიელი ლიფტის ბაგირი გაწყდა. ა) რა სიჩქარით დაეცემა ლიფტი მიწაზე? ბ) რამდენ ხანს გაგრძელდება ვარდნა? გ) როგორი იქნება ლიფტის სიჩქარე, როდესაც ნახევარ გზას გაივლის? დ) რა დრო დასჭირდება გზის პირველი ნახევრის გავლას?

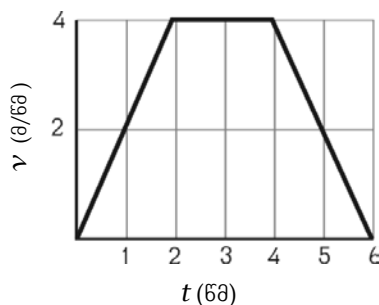
85 რეაქტიულძრავიანი მანქანა, რომელიც სწორ გზაზე მოძრაობს, გამოიყენება ადამიანებზე დიდი აჩქარების ზემოქმედების შესწავლის მიზნით. ასეთი მანქანა 1,8 წმ-ში 1600 კმ/სთ სიჩქარეს აღწევს. გამოთვალე ა) აჩქარება გ-ს ერთეულებში და ბ) განვლილი მანძილი.

86 სპრინტერის მაქსიმალური სიჩქარეა 11 მ/წმ. თუ სპრინტერი თანაბარაჩქარებულ მოძრაობას დაიწყებს, მაქსიმალურ სიჩქარეს 12 მ-ის გავლის შემდეგ მიაღწევს და ამ სიჩქარეს 100 მ-იანი ტრასის ბოლომდე ინარჩუნებს. ა) რა დროში გაივლის სპრინტერი 100 მ-ს? ბ) დროის გასაუმ-

ჯობესებლად სპრინტერი ცდილობს მაქსიმალური სიჩქარის მიღწევის მანძილი შეამციროს. რისი ტოლი უნდა იყოს ეს მანძილი, რომ მან ტრასა 10 წმ-ში დაფაროს?

87 სპორტული ავტომობილი 60 კმ/სთ სიჩქარეს 5,4 წმ-ში აღწევს. ა) რა აჩქარებით მოძრაობს ავტომობილი ამ პერიოდში? ბ) თუ აჩქარება თანაბარია, რა მანძილს გაივლის 5,4 წმ-ში? გ) რა დრო დასჭირდება ავტომობილს 0,25 კმ-ის გასავლელად, თუ აჩქარება ა)-ში მიღებული მნიშვნელობის ტოლია.

88 წერტილი მოძრაობას იწყებს ათვლის სათავედან $t = 0$ მომენტში და გადაადგილდება x ღერძის დადებითი მიმართულებით. სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი მოცემულია 2.36 სურათზე. ა) რა არის წერტილის კოორდინატი, როდესაც $t = 5$ წმ? ბ) რა სიჩქარე აქვს წერტილს, როდესაც $t = 5$ წმ? გ) რა აჩქარებით მოძრაობს წერტილი, როდესაც $t = 5$ წმ? დ) რა საშუალო სიჩქარე აქვს წერტილს $t = 1$ -დან $t = 5$ წმ-მდე? ე) რა საშუალო აჩქარება აქვს წერტილს დროის ამ მონაკვეთში?



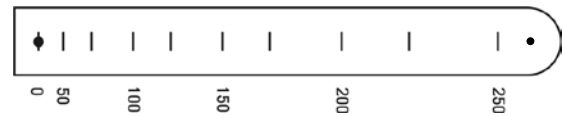
სურ. 2.36 ამოცანა 88

89 ქვა ვერტიკალურად აისროლეს. ზევით ფრენის დროს ქვამ A წერტილს v სიჩქარით ჩაუარა, ხოლო B წერტილს, რომელიც A-ზე 3 მ-ით მაღლაა — $\frac{v}{2}$ სიჩქარით. გამოთვალე ა) v სიჩქარე და ბ) ქვის მიერ მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლე.

90 2.37 სურათზე ნაჩვენებია ადამიანის რეაქციის დროის გასაზომი მარტივი ხელსაწყო. ხელსაწყო უბრალო მუყაოა, რომელზეც გამოსახულია სკალა და ორი შავი წერტილი. მეგობარს მუყაო ვერტიკალურად უჭირავს ისე, რომ მისი ცერა და საჩვენებელი თითები მარჯვენა წერტილს ეხება, ხოლო შენი ცერა და საჩვენებელი თითები დამიზნებულია მარცხენა წერტილზე.

შემდეგ მეგობარი მუყაოს ხელს გაუშვებს, ხოლო შენი ამოცანაა — ის რაც შეიძლება მალე დაიჭირო. ნიშანი იმ ადგილზე, რომლითაც მუყაოს დაიჭერ, რეაქციის დროს გაჩვენებს. ა) მარცხენა წერტილიდან რა მანძილზე მოათავსებული 50 მ/წმ ნიშანს? რა მანძილზე განლაგებული ნიშნებს ბ) 100 გ) 150, დ) 200 და ე) 250 მმ? (მაგალითად, იქნებოდა თუ არა 100 მმ ნიშანი შავი წერტილიდან 2-ჯერ უფრო შორს, ვიდრე 50 მმ ნიშანი?).

რეაქციის დრო (მმ)



სურ. 2.37 ამოცანა 90

91 60 მ სიმაღლის შენობის სახურავიდან ქვა ჩამოვარდა. მიწიდან რა სიმაღლეზე იმყოფება ქვა დავარდნამდე 1,2 წმ-ით ადრე?

92 36,6 მ სიმაღლის შენობის სახურავიდან ბურთი ვერტიკალურად ჩამოვარდა. ბურთმა მიწიდან 12,2 მ სიმაღლეზე მყოფ ფანჯარას ჩამოგდებიდან 2 წმ-ის შემდეგ ჩაუარა. რა სიჩქარე აქვს ბურთს, როდესაც ფანჯარას ჩაუვლის?

93 ჟონგლიორი ბურთებს H სიმაღლეზე ისვრის. რა სიმაღლეზე უნდა აისროლოს ჟონგლიორმა ბურთები, რომ ისინი ჰაერში ორჯერ უფრო დიდხანს იყვნენ?

94 ორი მარგალიტი ერთი და იმავე სიმაღლიდან თავისუფლად ეცემა 1 წმ-ის შუალედით. პირველი მარგალიტის ვარდნის დაწყებიდან რამდენ ხანში იქნება მარგალიტებს შორის 10 მ მანძილი?

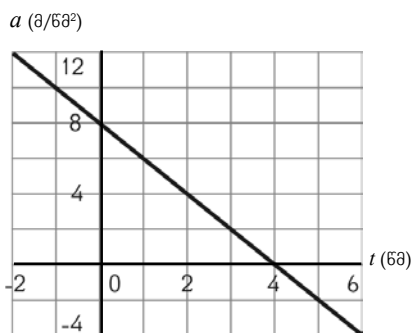
95 მანქანის დასამუხრუჭებლად ჯერ სიტუაციის გასაზრებელი დრო გჭირდება, რის შემდეგაც მანქანა თანაბრად შენელებულად ჩერდება. წარმოიდგინე, რომ პირველი ფაზის განმავლობაში (დამუხრუჭების დაწყებამდე) მანქანამ 56,7 მ გაიარა საწყისი 80,5 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო მეორე ფაზის განმავლობაში — 24,2 მ საწყისი 48,3 კმ/სთ სიჩქარით. გამოთვალე ა) შენი რეაქციის დრო და ბ) აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა.

96 თუ ბეისბოლის მომწოდებელი ბურთს 160 კმ/სთ სიჩქარით ისვრის ჰორიზონტალურად, რა დრო დასჭირდება ბურთს 18,4 მ-ით დაშორებულ ბაზამდე მისაღწევად?

97 x ლერძის გასწვრივ პროტონის მოძრაობის ფორმულაა $x = 50t + 10t^2$, სადაც x მეტრებში იზომება, ხოლო t – წამებში. გამოთვალე ა) პროტონის საშუალო სიჩქარე მოძრაობის პირველი 3 წმ-ის განმავლობაში; ბ) პროტონის მყისი სიჩქარე, როდესაც $t = 3$ წმ, და გ) პროტონის მყისი სიჩქარე, როდესაც $t = 3$ წმ. დ) ააგე x -ის t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და აჩვენე, როგორ შეიძლება ამ გრაფიკზე ა)-ს პასუხის პოვნა. ე) გრაფიკზე აჩვენე ბ)-ს პასუხი; ვ) ააგე v -ს t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და მასზე აჩვენე გ)-ს პასუხი.

98 1,2 მ სიგრძის ლულის მქონე თოფიდან გასროლილი ტყვიის სიჩქარე 640 მ/წმ-ია. დაუშვი, რომ აჩქარება თანაბარია, და გამოთვალე დრო, რომელსაც ტყვია გაატარებს ლულაში გასროლის შემდეგ.

99 2.38 სურათზე მოცემულია x ლერძის გასწვრივ მოძრაობის წერტილის a აჩქარების t -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი. როდესაც $t = -2$ წმ, წერტილის სიჩქარეა 7 მ/წმ. გამოთვალე წერტილის სიჩქარე, როდესაც $t = 6$ წმ.



სურ. 2.38 ამოცანა 99

100 მალაროს ურიკა გორაკზე 20 კმ/სთ სიჩქარით ავიდა და იქიდან 35 კმ/სთ სიჩქარით ჩამოვიდა (ურიკის გორაკის თავზე ყოფნის დრო უგულებელყოფილია). გამოთვალე ურიკის საშუალო სიჩქარე მთლიანი მგზავრობის მანძილზე.

101 1889 წელს იუბულპორში (ინდოეთი) ბაგირის გადაქაჩვის შეჯიბრი 2 საათსა და 41 წუთს გაგრძელდა. გამარჯვებულმა გუნდმა ბაგირის ცენტრი 3,7 მ-ით გადაადგილა. გამოთვალე შეჯიბრის დროს ბაგირის ცენტრის საშუალო სიჩქარე სმ/წთ-ებში.

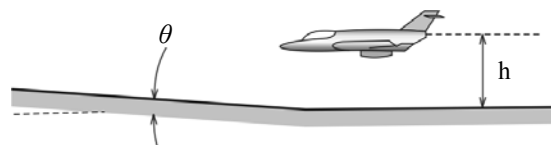
102 თვალის დახამხამება დაახლოებით 100 მწმ-ის მანძილზე გრძელდება. რა მანძილს გაივლის გამანადგურებელი “მიგ-25” პილოტის თვალის დახამხამებაში, თუ მისი საშუალო სიჩქარეა 3400 კმ/სთ?

103 რა დრო მოიგეს ნიუ-იორკის გასასვლელიდან ბუფალოს შესასვლელამდე 700 კმ-იან მონაკვეთზე ავტომობილისტებმა, როცა ნიუ-იორკის ავტოსტრადაზე სიჩქარის ზღვარი 55 მლ/სთ-დან 65 მლ/სთ-მდე გაზარდეს?

104 მოტოციკლეტი მოძრაობდა 30 მ/წმ სიჩქარით, როდესაც მძღოლმა დაამუხრუჭა. დამუხრუჭების დაწყებიდან 3 წამში სიჩქარე 15 მ/წმ-მდე შემცირდა. რა მანძილს გაივლის მოტოციკლეტი დამუხრუჭების დაწყებიდან გაჩერებამდე?

105 პარაშუტისტი თვითმფრინავიდან ხტება და 50 მეტრს თავისუფლად ვარდება. შემდეგ პარაშუტი იხსნება და შენელებისას აჩქარება 2 მ/წმ²-ის ტოლია. პარაშუტისტი მიწაზე 3 მ/წმ სიჩქარით ეცემა. ა) რამდენ ხანს იმყოფება პარაშუტისტი ჰაერში? ბ) რა სიმაღლეზე დაიწყო ვარდნა?

106 პილოტი ჰორიზონტალურად მიფრინავს 1300 კმ/სთ სიჩქარით დედამიწიდან 35 მ-ის სიმაღლეზე ($h = 35$). მაგრამ $t = 0$ მომენტში დედამიწის ზედაპირის დახრილობაა $\theta = 4,3^\circ$. თუ პილოტი თვითმფრინავის მიმართულებას არ შეცვლის, რა t მომენტში შეეჯახება დედამიწას?



სურ. 2.39 ამოცანა 106

107 როდესაც მძღოლი მანქანას მკვეთრად ამუხრუჭებს, გაჩერების მანძილი გამოითვლება „რეაქციის მანძილისა“ და „დამუხრუჭების მანძილის“ შეჯამებით. „რეაქციის მანძილი“ არის საწყისი სიჩქარისა და მძღოლის რეაქციის დროის ნამრავლი. ცხრილში მოცემულია ტიპური რიცხვითი მნიშვნელობები. ა) რა რეაქციის დრო აქვს მძღოლს? ბ) რა მანძილის შემდეგ გაჩერდება მანქანა, თუ მისი საწყისი სიჩქარეა 25 მ/წმ?

საწყისი სიჩქარე (მ/წმ)	რეაქტი- ის მან- ძილი (მ)	დამუხრუ- ჭების მან- ძილი (მ)	გაჩერების მანძილი (მ)
10	7,5	5	12,5
20	15	20	35
30	22,5	45	67,5

108 შაფლბორდის (სამაგიდო თამაში) დისკი კიის დარტყმის შედეგად თანაბრად აჩქარდება და 1,8 მ-ის მანძილზე 6 მ/წმ სიჩქარეს აღწევს. ამ დროს დისკი იწყებს თანაბრად შენელებას 2,5 მ/წმ² აჩქარებით და ჩერდება. ა) რა დრო გავა დისკის აჩქარებიდან გაჩერებამდე? ბ) რა მანძილს გაივლის დისკი?

109 აღმოსავლეთით მიმართული x ღერძის გასწვრივ მოძრავ მოტოციკლეს აქვს აჩქარება $a = (6,1 - 12t)$ მ/წმ², დროის $0 \leq t \leq 6$ შუალედში. როდესაც $t = 0$, მოტოციკლის სიჩქარე და მდებარეობა, შესაბამისად, არის 2,7 მ/წმ და 7,3 მ. ა) რა მაქსიმალურ სიჩქარეს მიაღწევს მოტოციკლეტი? ბ) რა მანძილს გაივლის მოტოციკლეტი $t = 0$ -დან $t = 6$ წმ-მდე?

110 მსხვერპლზე თავდასხმისას ჩხრიალა გველის თავის აჩქარებაა 50 მ/წმ². თუ მანქანის აჩქარება იგივეა, რა დროში მიაღწევს მანქანა 100 კმ/სთ სიჩქარეს?

111 გიგანტურმა ავიალინერმა აფრენისთვის 360 კმ/სთ სიჩქარეს უნდა მიაღწიოს. რა მინიმალური თანაბარი აჩქარებაა საჭირო 1,8 კმ-ის სიგრძის ასაფრენი ზოლიდან აფრენისთვის?

112 ავტომობილის მძღოლმა 0,5 წამში სიჩქარეს თანაბრად მოუმატა 25 კმ/სთ-დან 55 კმ/სთ-მდე. მოტოციკლისტმა კი — 0,5 წამში 0-დან 30 კმ/სთ-მდე. გამოთვალე ა) მანქანის აჩქარება და ბ) მოტოციკლის აჩქარება.

113 მერილენდში საომარი წვრთნებისას გამართული შეჯიბრის დროს მასპინძელთა გუნდი მიმდევრობით ოთხ ტემპში მოძრაობს: ა) სწრაფად (120 ნაბიჯი წუთში, 30 დუიმი ნაბიჯში), 2) სწრაფად და ნახევარი ნაბიჯით (120 ნაბიჯი წუთში, 15 დუიმი ნაბიჯში), 3) ორმაგი ტემპით (180 ნაბიჯი წუთში, 36 დუიმი ნაბიჯში), 4) ორმაგი ტემპით და ნახევარი ნაბიჯით (180 ნაბიჯი წუთში, 18 დუიმი ნაბიჯში). თუ გუნდი თითოეულ ტემპში მოძრაობს 5 წმ-ის განმავლობაში, ა) რა მანძილს (მეტრებში) გაივლის გუნდი თითოეულ

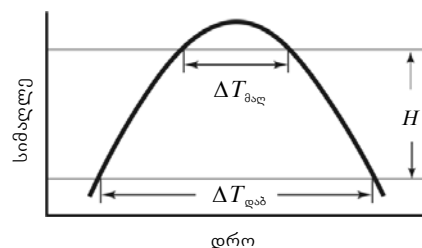
ტემპში და ბ) რა იქნება საშუალო სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობა მ/წმ-ებში? თუ გუნდი თითოეულ ტემპში გადის 8 მ მანძილს, გ) რა დრო დასჭირდება თითოეულ ტემპს და დ) რა იქნება საშუალო სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობა მ/წმ-ებში?

114 მოტოციკლისტი ჩქარდება ჰორიზონტალურ სწორ ტრასაზე. ტრასის 6 თანაბარ, 10 მ-ით დაშორებულ მონაკვეთებზე დამონტაჟებულია ბოძები, რომლებზეც მოტოციკლისტის მოძრაობის დრო იზომება. ცხრილში მოცემულია ერთი ცდის შედეგები. ა) იპოვე, რას უდრის თითოეული d მანძილი t -ს მიმართ და მოტოციკლის a აჩქარება. ბ) ცხრილის მონაცემების გამოყენებით ააგე d -ს t^2 -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი. გ) იპოვე მოტოციკლისტის აჩქარების რიცხვითი მნიშვნელობა.

ბოძის ნომერი	1	2	3	4	5	6
განვლილი მანძილი (მ)	0	10	20	30	40	50
დრო (წმ)	0	1,63	2,33	2,83	3,31	3,79

115 ინგლისის ნაციონალურ ფიზიკურ ლაბორატორიაში თავისუფალი ვარდნის g აჩქარების გაზომვისთვის ვაკუუმურ კამერაში მინის ბურთი მაღლა აისროლეს. 2.40 სურათზე $\Delta T_{\text{დაბ}}$ არის ბურთის მდებარეობის ორ წერტილს შორის დროითი ინტერვალი კონკრეტულ დაბალ სიმაღლეზე, ხოლო $\Delta T_{\text{მაღ}}$ — დროითი ინტერვალი კონკრეტულ მაღალ დონეზე, H არის მანძილი ამ ორ სიმაღლეს შორის. დაამტკიცე, რომ

$$g = \frac{8H}{\Delta T_{\text{დაბ}}^2 - \Delta T_{\text{მაღ}}^2}.$$



სურ. 2.40 ამოცანა 115

116 NASA-ს უწონადობის კვლევის ცენტრში 145 მ სიმაღლის კოშკი დგას. ეს არის ცარიე-

ლი ვერტიკალური შენობა, რომელშიც შეიძლება 1 მ დიამეტრის სფეროს ჩამოგდება. ა) რა დროის მანძილზე იქნება სფერო თავისუფალი ვარდნის მდგომარეობაში? ბ) როგორი იქნება სფეროს სიჩქარე, როდესაც ის კოშკის ფსკერზე არსებულ დამჭერ მოწყობილობას მიაღწევს? გ) დაჭერის შემდეგ, სფერო ნელდება 25 გ უარყოფითი აჩქარებით და ბოლოს ჩერდება. რა მანძილს გაივლის სფერო შენელების დროს?

117 h სიმაღლიდან v_0 საწყისი სიჩქარით ბურთი ვერტიკალურად დაბლა ისროლეს. ა) რა სიჩქარე ექნება ბურთს მიწაზე დაცემის დროს? ბ) რა დროში მიაღწევს ბურთი მიწას? რა იქნება პასუხები გ) ა)-სთვის და დ) ბ)-სთვის, თუ ბურთს იმავე სიმაღლიდან და იმავე სიჩქარით მაღლა აისვრიან? სანამ ფორმულებს დანერგო, მოიფიქრე, გ)-ს და დ)-ს პასუხები მეტი იქნება ა)-სა და ბ)-ს პასუხებზე, ნაკლები თუ ტოლი.



ვექტორები

უდაბნოს ჭიანჭველა საჰარის უდაბნოში ცხოვრობს. ბუდიდან საკვების მოსაძებნად გამოსული ჭიანჭველა შემთხვევითი ტრაექტორიით მოძრაობს, როგორც ეს სურათზეა ნაჩვენები. ასეთი ტრაექტორიით ჭიანჭველა უდაბნოს ქვიშაზე ზოგჯერ 500 მ-ზე მეტ მანძილსაც გადის, მაგრამ როგორც კი უკან დაბრუნებას განიზრახავს, ყოველგვარი ორიენტირის გარეშე პირდაპირ სახლისკენ მირბის.

ხოოოი აბნებს უდაბნოში ბუდისთან ბზას ჭიანჭველა ნიშნების ბაჩაშე?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

3.1 ია აჩის ფიზიკა?

ფიზიკაში გვხვდება უამრავი სიდიდე, რომელთაც აქვს რიცხვითი მნიშვნელობა და მიმართულება. მაშასადამე, ამ სიდიდეების ასახვისთვის საჭიროა სპეციალური მათემატიკური ენა – ვექტორების ენა. ეს ენა გამოიყენება ინჟინერიაში, მეცნიერებასა და ყოველდღიურ საუბარშიც — კი. თუ ოდესმე ვინმესთვის გითქვამს: „ხუთ კორპუსს რომ გასცდები, მარცხნივ შეუხვები“, მაშინ სწორედ ვექტორების ენა გამოგიყენებია. ზღვაოსნობა მთლიანად ვექტორებზეა დაფუძნებული. ფიზიკოსები და ინჟინრები ვექტორებს იყენებენ ბრუნვისა და მაგნიტური ძალების აღწერისთვის. ამ თავში ყურადღებას გავამახვილებთ მხოლოდ ვექტორების ენაზე.

3.2 ვექტორები და სკალარები

სწორი ხაზზე მოძრავ წერტილს შეიძლება ჰქონდეს ორი მიმართულება. შეგვიძლია ერთი მიმართულებით მოძრაობა დადებითად მივიჩნიოთ, მეორე მიმართულებით მოძრაობა კი – უარყოფითად. მაგრამ, სამგანზომილებიან სივრცეში მოძრავი წერტილის მიმართულების აღსანიშნავად „პლიუს“ ან „მინუს“ ნიშანი საკმარისი აღარ არის. საჭიროა ვექტორის გამოყენება.

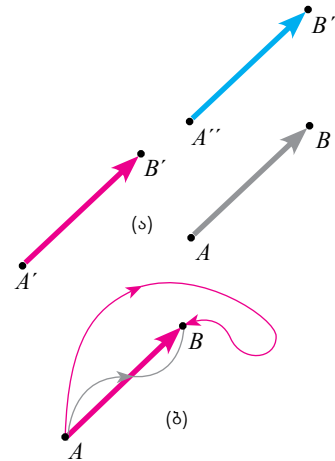
ვექტორს აქვს რიცხვითი მნიშვნელობა და მიმართულება. ვექტორი ემორჩილება მასზე მოქმედების გარკვეულ წესებს, რომლებსაც ამ თავში განვიხილავთ. **ვექტორულ სიდიდეს** აქვს როგორც რიცხვითი მნიშვნელობა, ასევე მიმართულება და, მაშასადამე, შეიძლება გამოვსახოთ ვექტორის სახით. ვექტორული ფიზიკური სიდიდეებია გადაადგილება, სიჩქარე და აჩქარება. ამ წიგნში კიდევ ბევრ ვექტორულ სიდიდეს გავეცნობით, ამიტომ მათთან დაკავშირებული მოქმედებების წესების შესწავლა მომდევნო თავებში ძალიან დაგეხმარებათ.

ზოგიერთ ფიზიკურ სიდიდეს, მაგალითად, ტემპერატურას, წნევას, ენერგიას, მასას და დროს, მიმართულება არ გააჩნია. ასეთ სიდიდეებს **სკალარულს** უწოდებენ და მათ ჩვეულებრივი ალგებრის კანონებს მიუსადაგებენ. სკალარული სიდიდე გამოისახება რიცხვითი მნიშვნელობით და ნიშნით (მაგალითად, ტემპერატურა - $400\text{ }^{\circ}\text{F}$).

უმარტივესი ვექტორული სიდიდეა გადაადგილება ანუ მდებარეობის ცვლილება. ვექტორს, რომელიც გადაადგილებას გამოსახავს, **გადაადგილების ვექტორს** უწოდებენ (არსებობს აგრეთვე სიჩქარის და აჩქარების ვექტორები). როცა წერტილის მდებარეობა იცვლება A -დან B -ზე (სურ. 3.1 ა), გადაადგილებას გამოვსახავთ ამ წერტილების შემაერთებული მიმართული ისრით. ისარი ვექტორის გრაფიკული გამოსახულებაა. ვექტორის სიმბოლოს, ამ ნიგნში მოცემული სხვა ტიპის ისრებისგან გამოსარჩევად, აქვს სამკუთხედის ფორმის ისარი.

3.1 ა სურათზე ისრებს A -დან B -მდე, A' -დან B' -მდე და A'' -დან B'' -მდე ერთნაირი სიდიდე და მიმართულება აქვს. მაშასადამე, ეს გადაადგილების ერთნაირი ვექტორებია და აღწერს წერტილის **მდებარეობის** ერთნაირ **ცვლილებას**. ვექტორის გადაადგილებისას მისი რიცხვითი მნიშვნელობა არ იცვლება, თუ მისი სიგრძე და მიმართულება არ შეიცვალა.

გადაადგილების ვექტორი წერტილის მოძრაობის რეალურ ტრაექტორიას არ გვიჩვენებს. მაგალითად, 3.1 ბ სურათზე A და B წერტილების შემაერთებული გადაადგილების სამივე წირი იმავე ვექტორს შეესაბამება, რომელსაც 3.1 ა სურათზე ვხედავთ. გადაადგილების ვექტორი მხოლოდ მოძრაობის საბოლოო შედეგს ასახავს და არა თავად მოძრაობას.



სურ. 3.1 ა) სამივე ისარს თანაბარი სიგრძე და მიმართულება აქვს, მაშასადამე, სამივე ერთსა და იმავე გადაადგილებას ასახავს. ბ) ორი წერტილის შემაერთებული სამივე ხაზი გადაადგილების ერთსა და იმავე ვექტორს შეესაბამება.

3.3 ვექტორების ბოლომდე მიყვანა

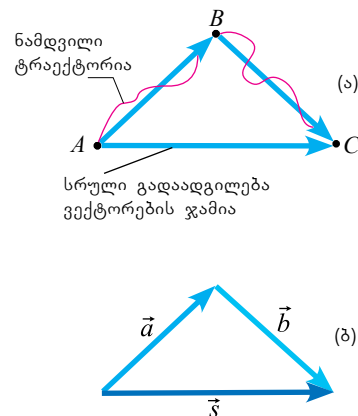
დავუშვათ, როგორც 3.2ა სურათზე ნაჩვენებია, წერტილი მოძრაობს A -დან B -სკენ და შემდეგ B -დან C -სკენ. სრული გადაადგილების ასახვა (ტრაექტორიას მნიშვნელობა არა აქვს) შეიძლება AB და BC გადაადგილების ვექტორების საშუალებით. ამ ორი გადაადგილების ჯამი არის გადაადგილება A -დან C -მდე. AC -ს ვუწოდებთ AB და BC **ვექტორების ჯამს** (ან შედეგს). ეს ჩვეულებრივი ალგებრული ჯამი არ არის.

3.2ბ სურათზე 3.2ა სურათიდან გადავიტანეთ ვექტორები და აღვნიშნეთ თავზე პატარა ისრიანი სიმბოლოთი, როგორიცაა, მაგალითად, $\vec{a}$. თუ გვსურს ვექტორის მხოლოდ რიცხვითი მნიშვნელობის ჩვენება (ნიშნისა და მიმართულების გარეშე), ვიყენებთ უბრალოდ სიმბოლოებს, მაგალითად a , b , s და ა.შ. თავზე ისრიანი სიმბოლო ასახავს ვექტორის ორივე თვისებას – სიდიდესა და მიმართულებას.

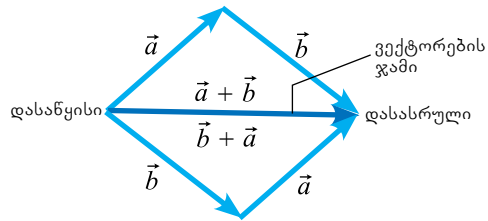
3.2ბ სურათზე ნაჩვენებია სამი ვექტორის ურთიერთდამოკიდებულება შეიძლება გამოისახოს **ვექტორული ფორმულით**

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}, \quad (3.1)$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ $\vec{s}$ ვექტორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების



სურ. 3.2 ა) AC ვექტორი AB და BC ვექტორების ჯამია. ბ) იგივე ვექტორები სხვა სახელებით.



სურ. 3.3. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების შეკრება შეიძლება ორივე თანმიმდევრობით. იხ. ფორმულა 3.2.

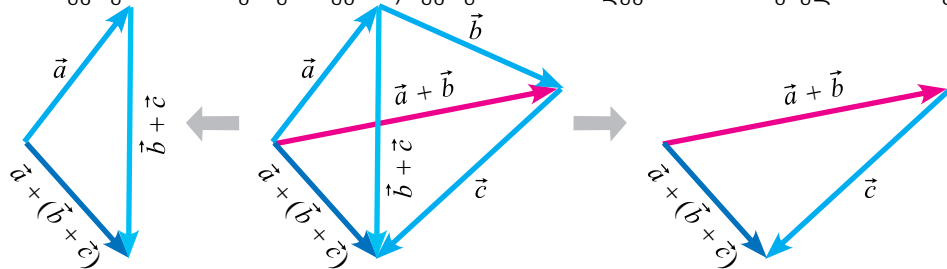
ჯამია. 3.1 ფორმულაში „+“ ნიშანს და სიტყვებს „ჯამი“ და „მიმატება“ განსხვავებული მნიშვნელობები აქვს, ვინაიდან გულისხმობს რიცხვით მნიშვნელობასაც და მიმართულებასაც.

3.2 სურათზე ნაჩვენებია ორგანზომილებიანი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების გეომეტრიული შეკრების პროცედურა.

- 1) დახაზე შენთვის საჭირო მასშტაბის $\vec{a}$ ვექტორი.
- 2) დახაზე ასეთივე მასშტაბის $\vec{b}$ ვექტორი ისე, რომ მისი სათავე $\vec{a}$ ვექტორის ბოლოს ემთხვეოდეს.

3) $\vec{c}$ ვექტორული ჯამი არის ვექტორი, რომელიც გაივლება $\vec{a}$ -ს სათავედან $\vec{b}$ -ს ბოლომდე.

ვექტორთა შეკრებას ორი თვისება აქვს: 1) შეკრების თანმიმდევრობას მნიშვნელობას არ აქვს. $\vec{a}$ -ს



სურ. 3.4 $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $\vec{c}$ ვექტორების შეკრებისას მათი ნებისმიერი მიმდევრობით დალაგება შეიძლება. იხილე ფორმულა 3.3.

და $\vec{b}$ -ს შეკრება გვაძლევს იმავე შედეგს, რასაც $\vec{b}$ -ს და $\vec{a}$ -ს შეკრება (სურ. 3.3). მაშასადამე,

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (\text{გადანაცვლებადობის კანონი}) \quad (3.2)$$

2) როდესაც მოცემული გვაქვს ორზე მეტი ვექტორი, მათი შეკრება ნებისმიერი თანმიმდევრობით შეიძლება. მაშასადამე, თუ გვინდა $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $\vec{c}$ ვექტორების შეკრება, შეგვიძლია ჯერ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ შევეკრიბოთ და მათ ჯამს მივუმატოთ $\vec{c}$, ან ჯერ $\vec{b}$ და $\vec{c}$ შევეკრიბოთ და მერე მივუმატოთ $\vec{a}$. შედეგი ორივე შემთხვევაში ერთი და იგივე იქნება, როგორც ეს 3.4 სურათზეა ნაჩვენები.

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad (\text{უღლებადობის კანონი}) \quad (3.3)$$

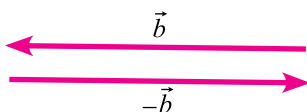
ვექტორ $-\vec{b}$ -ს აქვს $\vec{b}$ -ს თანაბარი სიდიდე, მაგრამ საწინააღმდეგო მიმართულება (სურ. 3.5). 3.5 სურათზე ნაჩვენებია ორი ვექტორის შეკრება მოგვცემს

$$\vec{b} + (-\vec{b}) = 0$$

მაშასადამე, $-\vec{b}$ -ს დამატება იგივეა, რაც $\vec{b}$ -ს გამოკლება. ვექტორთა ამ თვისებას ვიყენებთ ვექტორებს შორის სხვაობის დასადგენად: თუ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, მაშინ

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \quad (\text{ვექტორების გამოკლება}) \quad (3.4)$$

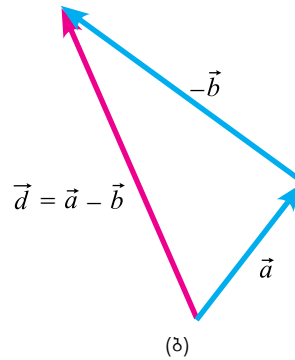
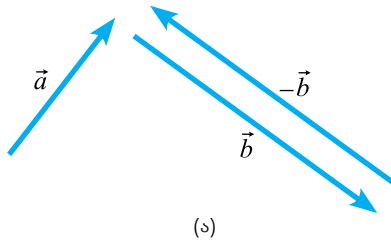
ანუ ვექტორების $\vec{d}$ სხვაობა $\vec{a}$ ვექტორისა და $-\vec{b}$ ვექტორის შეკრებით ვიპოვეთ. 3.6 სურათზე იგივე მოქმედება ნაჩვენებია გეომეტრიულად.



სურ. 3.5 ვექტორებს $\vec{b}$ და $-\vec{b}$ თანაბარი სიდიდე და ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულება აქვს.

ისევე, როგორც ალგებრაში, ვექტორის სიმბოლოს გაატანა გამოსახულების ერთი მხარიდან მეორეზე დაშვებულია, მაგრამ საჭიროა ნიშნის შეცვლა. მაგალითად, თუ გვაქვს ფორმულა 3.4 და გვჭირდება $\vec{a}$ -ს პოვნა, შეიძლება დაინეროს $\vec{d} + \vec{b} = \vec{a}$ ან $\vec{a} = \vec{d} + \vec{b}$.

მიუხედავად იმისა, რომ მხოლოდ გადაადგილების ვექ-



სურ. 3.6 ა) ვექტორები $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $-\vec{b}$. ბ) $\vec{a}$ -სთვის $\vec{b}$ ვექტორის გამოსაკლებად $\vec{a}$ ვექტორს $-\vec{b}$ ვექტორს ვუმატებთ.

ტორები განვიხილოთ, შეკრებისა და გამოკლების წესები საერთოა ყველა ტიპის ვექტორისთვის, იქნება ეს სიჩქარე, აჩქარება თუ რაიმე სხვა ვექტორული სიდიდე. თუმცა, დასაშვებია მხოლოდ ერთი ტიპის ვექტორების შეკრება. მაგალითად, შეგვიძლია შევკრიბოთ ორი გადაადგილება, ორი სიჩქარე, მაგრამ გადაადგილებისა და სიჩქარის შეკრება ყოველგვარ აზრსაა მოკლებული. ეს იგივეა, რომ შევკრიბოთ 21 წამი და 12 მეტრი.

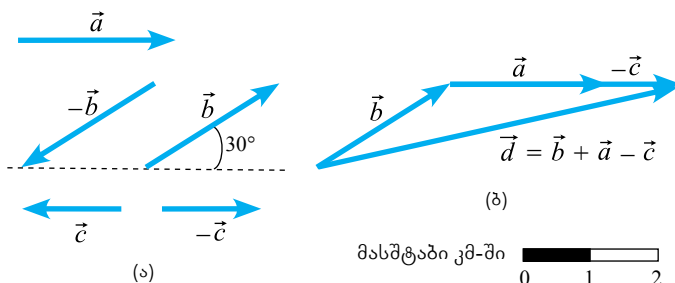
საკონტროლო წერტილი 1. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ გადაადგილებების სიდიდეებია 3 მ და 4 მ, ხოლო $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ -ს მიმართულებების გათვალისწინებით, როგორი იქნება: ა) $\vec{c}$ -ს მაქსიმალური შესაძლო სიდიდე და ბ) მინიმალური შესაძლო სიდიდე?

აოცხანის აოცხანის ნიჟაჟი 3.1

სპორტული ორიენტირების გაკვეთილზე შენი მიზანია ბანაკიდან რაც შეიძლება შორს წასვლა, რისთვისაც მხოლოდ სამი წრფივი გადაადგილების უფლება გაქვს. შეგიძლია ნებისმიერი თანმიმდევრობით გამოიყენო შემდეგი გადაადგილებები:

- ა) $\vec{a}$, 2 კმ აღმოსავლეთით;
- ბ) $\vec{b}$, 2 კმ, 30° ჩრდილო-აღმოსავლეთით;
- გ) $\vec{c}$, 1 კმ დასავლეთით. $\vec{b}$ შეგიძლია შეცვალო $-\vec{b}$ -თი, $\vec{c}$ კი $-\vec{c}$ -თი. როგორია ის მაქსიმალური მანძილი, რომლითაც შეგიძლია ბანაკს დაშორდე მესამე გადაადგილების დასასრულს?

ამოხსნა: გავავლოთ ვექტორები $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $-\vec{b}$ და $-\vec{c}$, როგორც ნაჩვენებია 3.7ა სურათზე. ამის შემდეგ ფურცელზე გადავადგილოთ სამი ვექტორი და ისე დავალაგოთ, რომ ერთის სათავე ემთხვეოდეს მეორის ბოლოს. ვიპოვოთ ამ ვექტორების $\vec{d}$ ჯამი. პირველი ვექტორის სათავე ემთხვევა ბანაკის მდებარეობას, ხოლო მესამე ვექტორის ბოლო – გაჩერების წერტილს. $\vec{d}$ ჯამური ვექტორი გაივლება პირველი ვექტორის სათავედან მესამე ვექტორის ბოლომდე. მისი d



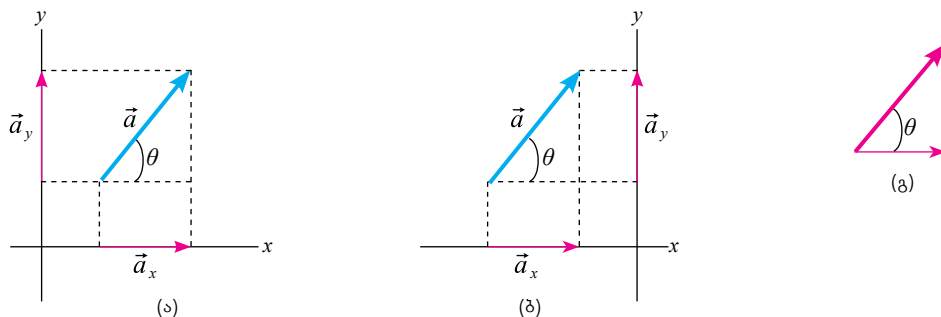
სურ. 3.7. ა) გადაადგილების ვექტორები. მათგან მხოლოდ სამი უნდა გამოვიყენოთ. ბ) ბანაკიდან შენი დაშორება უდიდესი იქნება, თუ ნებისმიერი თანმიმდევრობით შეაერთებ $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $-\vec{c}$ ვექტორებს.

სიდიდე ბანაკიდან დაშორების მანძილია. ირკვევა, რომ d მანძილი უდიდესი იქნება $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $-\vec{c}$ ვექტორებისთვის. ვექტორების დალაგება ნებისმიერი თანმიმდევრობით შეგვიძლია, ვინაიდან ჯამი არ შეიცვლება. 3.7ბ სურათზე ნაჩვენებია თანმიმდევრობისთვის ვექტორების ჯამი იქნება

$$\vec{d} = \vec{b} + \vec{a} + (-\vec{c})$$

3.7 ა სურათზე ნაჩვენები მასშტაბის გამოყენებით ვზომავთ ვექტორების ჯამის d სიგრძეს:

$$d = 4,8 \text{ კ} \quad (\text{პასუხი})$$



სურ. 3.8. ა) $\vec{a}$ ვექტორის a_x და a_y კომპონენტები. ბ) ვექტორის გადაადგილებისას კომპონენტები არ იცვლება, თუ ვექტორის სიდიდე და მიმართულება უცვლელია. გ) კომპონენტები შეადგენს მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებს, რომლის ჰიპოტენუზა ვექტორის სიდიდის ტოლია.

3.4 ვექტორების კომპონენტები

ვექტორების გეომეტრიული შეკრება საკმაოდ დამღლეელია. არსებობს ამის უფრო მარტივი და ზუსტი მეთოდი, რომელიც ვექტორების მართკუთხა კოორდინატა სისტემაში განლაგებას მოითხოვს. x და y ღერძები, როგორც წესი, სიბრტყეზე იხაზება, ისე, როგორც ეს 3.8 ა სურათზე ნაჩვენებია. z ღერძი გამოდის კოორდინატა სათავიდან, თუმცა ამჯერად მას უგულებელვყოფთ და მხოლოდ ორგანოზომილებიან ვექტორებს განვიხილავთ.

ვექტორის **კომპონენტი** არის ვექტორის გეგმილი ღერძზე. მაგალითად, 3.8 ა სურათზე a_x არის $\vec{a}$ ვექტორის კომპონენტი x ღერძზე, ხოლო a_y – $\vec{a}$ ვექტორის კომპონენტი y ღერძზე. ღერძზე ვექტორის გეგმილის საპოვნელად ამ ვექტორის ბოლოებიდან ღერძზე პერპენდიკულარულ ხაზებს დავუშვებთ. x ღერძზე ვექტორის გეგმილი არის x კომპონენტი, ხოლო y ღერძზე $-y$ კომპონენტი. კომპონენტების პოვნის პროცესს ვექტორის დაგეგმილება ეწოდება.

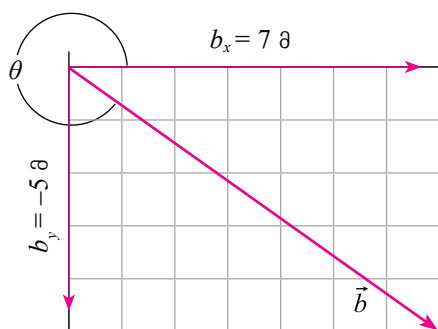
ვექტორის კომპონენტს იგივე მიმართულება აქვს (ღერძის გასწვრივ), რაც თავად ვექტორს. 3.8 სურათზე a_x და a_y დადებითია, ვინაიდან $\vec{a}$ ვექტორი მიმართულია ორივე ღერძის დადებითი მიმართულებით. თუ $\vec{a}$ ვექტორს შემოვაბრუნებთ, მაშინ ორივე კომპონენტი უარყოფითი გახდება. 3.9 სურათზე $\vec{b}$ ვექტორის დაგეგმილება მოგვცემს დადებით b_x კომპონენტს და უარყოფით b_y კომპონენტს.

საზოგადოდ, ვექტორს აქვს სამი კომპონენტი, თუმცა 3.8 ა სურათის შემთხვევაში, z ღერძზე მისი კომპონენტი ნულის ტოლია. 3.8 ა და ბ სურათებზე ჩანს, რომ თუ ვექტორს მიმართულების შეცვლის გარეშე გადავაადგილებთ, მისი კომპონენტები არ შეიცვლება.

3.8 ა სურათზე $\vec{a}$ ვექტორის კომპონენტების პოვნა შეიძლება ტრიგონომეტრიის დახმარებით:

$$a_x = a \cos \theta \quad \text{და} \quad a_y = a \sin \theta, \quad (3.5)$$

სადაც θ არის კუთხე $\vec{a}$ ვექტორსა და x ღერძის დადებითი მიმართულებას შორის, ხოლო a არის $\vec{a}$



სურ. 3.9. $\vec{b}$ ვექტორის კომპონენტი x ღერძზე დადებითია, ხოლო y ღერძზე — უარყოფითი.

ვექტორის სიდიდე. 3.8 გ სურათზე ჩანს, რომ $\vec{a}$ ვექტორი და მისი კომპონენტები x და y ღერძებზე მართკუთხა სამკუთხედს ქმნის. სურათზე ასევე ჩანს, რომ კომპონენტების საშუალებით შეიძლება ვექტორის აგება, თუ კომპონენტებს ისე დავალაგებთ, რომ ერთის სათავე მეორეს ბოლოს დაემთხვეს, შემდეგ კი ავაგებთ მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზა ერთი კომპონენტის სათავიდან მეორის ბოლოსკენ მიმართული ვექტორი იქნება.

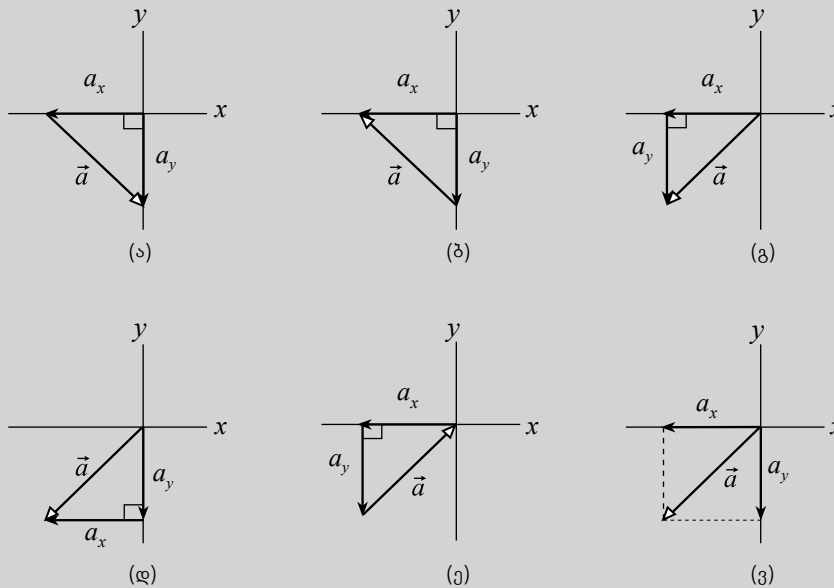
კოორდინატა ღერძებზე ვექტორის დაგეგმილების შემდეგ შეიძლება მისი კომპონენტების გამოყენება თავად ვექტორის ნაცვლად. მაგალითად, 3.8 ა სურათზე ნაჩვენებია

$\vec{a}$ ვექტორი მოიცემა (სრულად განისაზღვრება) a -თი და θ -თი. იმავე ვექტორის ასახვა a_x და a_y კომპონენტების საშუალებითაც შეიძლება. მონაცემების ორივე წყვილი ერთსა და იმავე ინფორმაციას შეიცავს. თუ ვექტორი მოცემული გვაქვს *კომპონენტური სახით* (a_x და a_y) და გვსურს მისი აღნიშვნა *სიდიდე-კუთხური სახით* (a და θ), ვიყენებთ შემდეგ ფორმულებს:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \text{ და } \operatorname{tg} \theta = \frac{a_y}{a_x} \quad (3.6)$$

უფრო ზოგად, სამგანზომილებიან შემთხვევაში, ვექტორის მოსაცემად გვჭირდება სიდიდე და ორი კუთხე (ვთქვათ, a , θ და ϕ) ან სამი კომპონენტი (a_x , a_y და a_z).

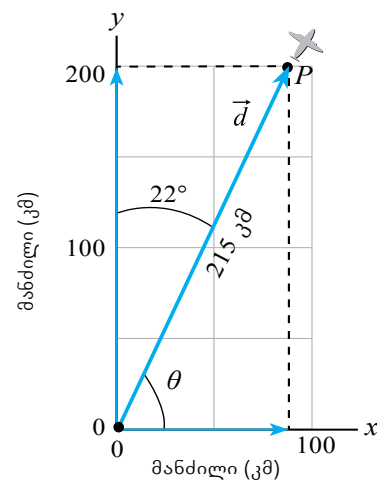
საკონტროლო წერტილი 2. სურათზე ნაჩვენებია მეთოდებიდან, რომელია სწორი x და y ღერძების კომპონენტებიდან $\vec{a}$ ვექტორის ასაგებად?



აქოსანის აქოსნის ნიქუი 3.2

პატარა თვითმფრინავი ღრუბლიან დღეს აეროპორტიდან აფრინდა. ამის შემდეგ თვითმფრინავი შენიშნეს აქედან 215 კმ-ში, როდესაც ის ჩრდილო-აღმოსავლეთის მიმართულებით მიფრინავდა 22° კუთხით. რამდენი კილომეტრით ჩრდილოეთით და რამდენი კილომეტრით სამხრეთით იყო თვითმფრინავი აეროპორტიდან ამ მომენტში?

ამოხსნა: ამოცანაში მოცემულია ვექტორის სიდიდე (215 კმ) და კუთხე (22° ჩრდილო-აღმოსავლეთით). უნდა ვიპოვოთ ვექტორის კომპონენტები. ავავოთ xy კოორდინატა სისტემა, სადაც x ღერძის დადებითი მიმართულება აღმოსავლეთი იქნება, ხოლო y ღერძისა – ჩრდილოეთი (სურ. 3.10). სიმარტივისთვის, ათვლის სათავე



სურ. 3.10. თვითმფრინავი აეროპორტიდან ფრინდება და გარკვეული დროის შემდეგ P წერტილს აღწევს.

აეროპორტის მდებარეობას დავამთხვიოთ. თვითმფრინავის გადაადგილება — $\vec{d}$ ვექტორი აერთებს ათვლის სათავესა და იმ წერტილს, სადაც თვითმფრინავი დაინახეს. $\vec{d}$ ვექტორის კომპონენტების საპოვნელად, გამოვიყენოთ ფორმულა 3.5,

$$d_x = d \cos \theta = (215 \text{ კმ})(\cos 68^\circ) = 81 \text{ კმ (პასუხი)}$$

$$d_y = d \sin \theta = (215 \text{ კმ})(\sin 68^\circ) = 199 \text{ კმ} \approx 200 \text{ კმ,} \quad (\text{პასუხი})$$

სადაც $\theta = 68^\circ (= 90^\circ - 22^\circ)$:

მაშასადამე, თვითმფრინავი აღმოსავლეთით 81 კმ-ით, ხოლო ჩრდილოეთით 200 კმ-ით არის დაშორებული აეროპორტიდან.

აქოსანის აქოსნის ნიჟაში 3.3

ორი ათწლეულის მანძილზე მღვიმეების მკვლევართა ჯგუფები ეძებდნენ გზას კენტუკიში მდებარე ფლინტ რიჯის გამოქვაბულთა სისტემასა და მამონტის გამოქვაბულს შორის. როდესაც, საბოლოოდ, ეს გზა აღმოაჩინეს, გამოქვაბულების ერთიანი სისტემა მსოფლიოს ყველაზე გრძელ გამოქვაბულად აღიარეს (200 კმ-ზე მეტი სიგრძის). გზის მაძიებლებმა ურიცხვ გადასასვლელებზე ხოხვითა და მოკუნტული სიარულით გაიარეს 2,6 კმ დასავლეთით, 3,9 კმ სამხრეთით და 25 მ ზევით. რისი ტოლია მათი გადაადგილება დასაწყისიდან დასასრულამდე?

ამოხსნა: მოცემული გვაქვს სამგანზომილებიანი ვექტორის კომპონენტები და გვჭირდება ვექტორის რიცხვითი მნიშვნელობა და ორი კუთხე, რათა ვექტორის მიმართულება განვსაზღვროთ. თავდაპირველად კომპონენტები გამოვსახოთ, როგორც 3.11ა სურათზეა ნაჩვენები. ჰორიზონტალური კომპონენტები (2,6 კმ დასავლეთით და 3,9 კმ სამხრეთით) მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებს ქმნის. მკვლევრების ჰორიზონტალური გადაადგილება სამკუთხედის ჰიპოტენუზაა და მისი d_3 სიგრძე გამოითვლება პითაგორას თეორემის საშუალებით:

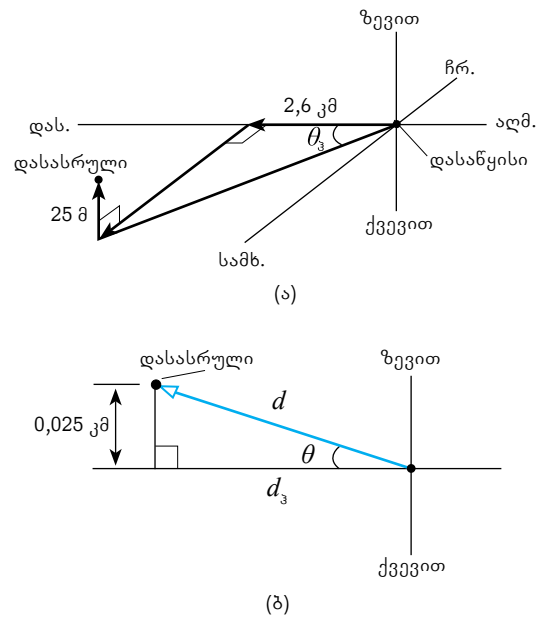
$$d_3 = \sqrt{(2.6 \text{ კმ})^2 + (3.9 \text{ კმ})^2} = 4.69 \text{ კმ.}$$

3.11ა სურათზე ნაჩვენებ სამკუთხედზე ვხედავთ, რომ ჰორიზონტალური გადაადგილება მიმართულია სამხრეთ-დასავლეთისკენ θ_3 კუთხით, რომელიც გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\tan \theta_3 = \frac{3.9 \text{ კმ}}{2.6 \text{ კმ}}$$

ცხრილიდან, $\theta_3 = 56^\circ$ (პასუხი) მთლიანი გადაადგილების მიმართულების საპოვნელად საჭირო ორი კუთხიდან ერთი ვიპოვეთ.

ვერტიკალური კომპონენტის (25 მ = 0,025 კმ)



სურ. 3.11 ა) მღვიმეების მკვლევართა ჯგუფის მთლიანი გადაადგილების კომპონენტები და მათი ჰორიზონტალური გადაადგილება d_3 . ბ) გვერდითი ხედი, რომელიც აჩვენებს d_3 -ს და ჯგუფის მთლიანი გადაადგილების $\vec{d}$ ვექტორს.

გამოსაყენებლად, 3.11ა სურათს შევხედოთ ჩრდილო-დასავლეთიდან. მივიღებთ 3.11ბ სურათს, რომელზეც ვერტიკალური კომპონენტი და d_3 ჰორიზონტალური გადაადგილება კიდევ ერთ მართკუთხა სამკუთხედს ქმნის. ამჯერად, მკვლევრების მთლიანი გადაადგილება სამკუთხედის ჰიპოტენუზას ემთხვევა, რომლის d სიგრძე გამოითვლება ფორმულით:

$$d = \sqrt{(4.69 \text{ კმ})^2 + (0.025 \text{ კმ})^2} = 4.69 \text{ კმ} \approx 4.7 \text{ კმ.} \quad (\text{პასუხი})$$

გადაადგილება მიმართულია ჰორიზონტალური გადაადგილებიდან ზევით, θ კუთხით.

ცხრილიდან $\theta = 0.3^\circ$. (პასუხი) მაშასადამე, მკვლევრების გადაადგილების ვექტორის სიდიდეა 4,7 კმ, ხოლო მიმართულება

– 56° კუთხით სამხრეთ-დასავლეთით და $0,3^\circ$ კუთხით ზევით. საერთო ვერტიკალური მოძრაობა ჰორიზონტალურ მოძრაობასთან შედარებით უმნიშვნელოა. თუმცა, ეს არ იყო დიდი ნუგეში მკვლევრებისთვის, რომელთაც მრავალჯერ მოუწიათ მალლა აცოცება და დაბლა ჩამოცოცვა-

ბა გამოქვაბულიდან გასასვლელის საპოვნელად. მათ მიერ განვლილი გზის ტრაექტორია მნიშვნელოვნად განსხვავდება გადაადგილების ვექტორისგან, რომელიც უბრალოდ სწორი ხაზის სანყის და საბოლოო მდებარეობებს შორის.

აოთხნის აოთხნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 1: კუთხეები გრადუსებსა და რადიანებში

კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ დადებითია, თუ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით იზომება და უარყოფითია, თუ იზომება საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. მაგალითად, 210° და -150° ერთი და იგივე კუთხეა.

კუთხეები იზომება რადიანებშიც. ამ ორი ერთეულის დასაკავშირებლად გაიხსენე, რომ შეკრული წრე 360° და 2π რადიანია. მაგალითად, 40° -ის რადიანებში გადასაყვანად, დაინერება

$$40^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ რად}}{360^\circ} = 0,7 \text{ რად}$$

ტაქტიკა 2: ტრიგონომეტრიული ფუნქციები

აუცილებლად დაგჭირდებათ ძირითადი ტრიგონომეტრიული ფუნქციების – სინუსის, კოსინუსისა და ტანგენსის განსაზღვრებების ცოდნა, ვინაიდან ისინი ხშირად გამოიყენება მეცნიერებაში. 3.12 სურათზე ნაჩვენებია ამ ფუნქციების განსაზღვრებები, სადაც სამკუთხედის გვერდები აღნიშვნების გარეშეა.

აუცილებელია, აგრეთვე, იმის ცოდნა, თუ როგორ იცვლება ტრიგონომეტრიული ფუნქციები კუთხის ცვლილებასთან ერთად. მაგალი-

თად, 3.13 სურათის შემთხვევაში ამ ცოდნით შეგიძლიათ დაადგინოთ, არის თუ არა კალკულატორზე მიღებული შედეგი სწორი. სხვადასხვა მეოთხედებში ფუნქციების ნიშნების ცოდნაც საკმაოდ გამოსადეგია.

ტაქტიკა 3: შებრუნებული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები

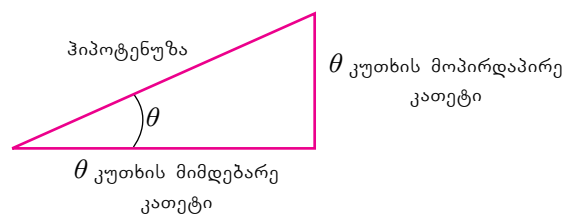
შებრუნებული ფუნქციების ($\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ და tg^{-1}) შემთხვევაში, კალკულატორზე მიღებული პასუხის გარდა არსებობს სხვა შესაძლებელი პასუხიც, რომელსაც კალკულატორი არ ითვლის. 3.13 სურათზე მოცემულია შებრუნებული ტრიგონომეტრიული ფუნქციების შედეგების დიაპაზონი კალკულატორისთვის. მაგალითად, $\sin^{-1}0,5$ ასოცირდება კუთხეებთან 30° (რომელიც კალკულატორზე მოჩანს, ვინაიდან ის შედის მის დიაპაზონში) და 150° . ორივე მნიშვნელობის გასაგებად 3.13 ა სურათზე გაავლე ჰორიზონტალური ხაზი $0,5$ -ის გასწვრივ და დააკვირდი, სად კვეთს ის სინუსის ფუნქციას.

როგორ განვასხვავოთ სწორი პასუხი? სწორი პასუხი ისაა, რომელიც ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში უფრო გონივრული გვეჩვენება. მაგალითად, განვიხილოთ θ_3 კუთხის გამოთვლის პროცესი ამოცანის 3.3 ნიმუშში, სადაც $\text{tg } \theta_3 = 3,9/2,6 = 1,5$. კალკულატორზე $\text{tg}^{-1} 1,5$ -ის

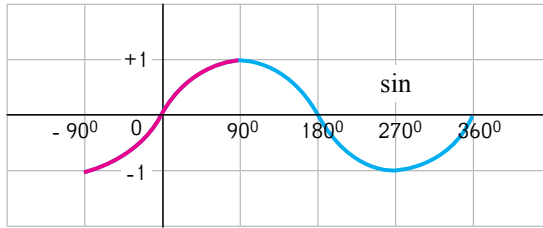
$$\sin \theta = \frac{\theta \text{ კუთხის მოპირდაპირე კათეტი}}{\text{ჰიპოტენუზა}}$$

$$\cos \theta = \frac{\theta \text{ კუთხის მიმდებარე კათეტი}}{\text{ჰიპოტენუზა}}$$

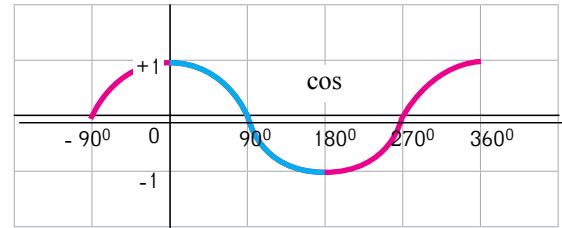
$$\text{tg } \theta = \frac{\theta \text{ კუთხის მოპირდაპირე კათეტი}}{\theta \text{ კუთხის მიმდებარე კათეტი}}$$



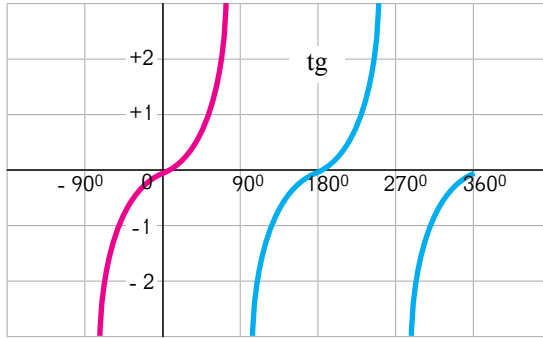
სურ. 3.12 ტრიგონომეტრიული ფუნქციების განსაზღვრისთვის გამოყენებული სამკუთხედი. იხილე, აგრეთვე, დანართი E.



(ა)



(ბ)



(გ)

სურ. 3.13 სამი საჭირო ფუნქცია. კალკულატორის გამოთვლის დიაპაზონი შეზღუდული ტრიგონომეტრიული ფუნქციებისთვის ნაჩვენებია გრაფიკების გამუქებული ნაწილით.

გამოთვლა გვაძლევს შედეგს $\theta_3 = 56^\circ$, მაგრამ $\theta_3 = 236^\circ (=180^\circ + 56^\circ)$ კუთხის ტანგენსი ასევე 1,5-ია. რომელი პასუხია სწორი? ფიზიკური სიტუაციიდან გამომდინარე (სურ. 3.11ა) 56° სწორია, ხოლო 236° – აშკარად არასწორი.

ტექნიკა 4: ვექტორების კუთხეების გაზომვა

3.5 ფორმულები $\cos \theta$ -სა და $\sin \theta$ -სთვის, აგ-

რეთვე ფორმულა 3.6 $\operatorname{tg} \theta$ -სთვის გამოსადეგია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ კუთხე იზომება x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ. რაიმე სხვა მიმართულებისადმი კუთხის გაზომვის შემთხვევაში 3.5 ფორმულაში ტრიგონომეტრიული ფუნქციები უნდა შეიცვალოს, ხოლო ფორმულა 3.6-ში წილადი უნდა შეზღუდეს. ბევრად იოლია კუთხის გაზომვა x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ.

3.5 ერთეულოვანი ვექტორები

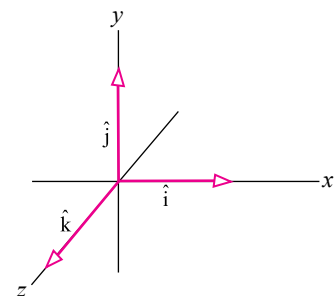
ერთეულოვანი ვექტორის სიდიდე 1-ის ტოლია და რომელიმე კონკრეტულ მიმართულებას მიანიშნებს. ერთეულოვან ვექტორს არ გააჩნია განზომილება და ერთეული. მისი ერთადერთი დანიშნულება მიმართულების ჩვენებაა. x , y და z ღერძების დადებითი მიმართულების მქონე ერთეულოვანი ვექტორები აღინიშნება $\hat{i}$, $\hat{j}$ და $\hat{k}$ სიმბოლოებით, სადაც „ $\hat{}$ “ ნიშანი გამოიყენება ისრის ნაცვლად (სურ. 3.14). 3.14 სურათზე ღერძების განლაგებას მარჯვენა კოორდინატა სისტემას უწოდებენ. ეს სისტემა ასეთივედ რჩება ღერძების თანაბრად შემობრუნების შემთხვევაში. ამ წიგნში მხოლოდ მხოლოდ მარჯვენა კოორდინატა სისტემებს ვიყენებთ.

ერთეულოვანი ვექტორები ძალიან სასარგებლოა სხვა ვექტორების ასახვისთვის. მაგალითად, 3.8 და 3.9 სურათებზე ვექტორები $\vec{a}$ და $\vec{b}$ შეიძლება გამოისახოს, როგორც

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} \quad (3.7)$$

და
$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} \quad (3.8)$$

ეს ორი ფორმულა ილუსტრირებულია 3.15 სურათზე. სიდიდეებს $a_x \hat{i}$ და $a_y \hat{j}$ უწოდებენ $\vec{a}$ ვექტორის ვექტორულ



სურ. 3.14. $\hat{i}$, $\hat{j}$ და $\hat{k}$ ერთეულოვანი ვექტორები ასახავს მიმართულებებს მარჯვენა კოორდინატა სისტემაზე.

კომპონენტებს. a_x და a_y სკალარული სიდიდეებია და $\vec{a}$ ვექტორის სკალარული კომპონენტები (ან უბრალოდ კომპონენტები) ეწოდება.

მაგალითად, ამოცანის 3.3 ნიმუშში ერთეულოვან ვექტორებში გამოვსახოთ მღვიმეების მკვლევა-რების $\vec{d}$ გადაადგილება. თავდაპირველად 3.11ა სურათის მიხედვით ავაგოთ 3.14 სურათზე ნაჩვენები კოორდინატთა სისტემა. შემდეგ $\hat{i}$, $\hat{j}$ და $\hat{k}$ მივმართოთ, შესაბამისად, აღმოსავლეთისკენ, ზევით და სამხრეთისკენ. მაშასადამე, მოგზაურობის დასაწყისიდან დასასრულამდე $\vec{d}$ გადაადგილება ერთეულოვანი ვექტორების საშუალებით გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\vec{d} = -(2,6 \text{ კმ}) \hat{i} + (0,025 \text{ კმ}) \hat{j} + (3,9 \text{ კმ}) \hat{k} \quad (3.9)$$

აქ $-(2,6 \text{ კმ}) \hat{i}$ x ღერძზე ვექტორის $d_x \hat{i}$ კომპონენტია, ხოლო $-(2,6 \text{ კმ}) - d_x$ კომპონენტი.

3.6 ვექტორების შეკრება კომპონენტების საშუალებით

ვექტორების შეკრება შესაძლებელია გეომეტრიულად, ნახაზის საშუალებით. ვექტორები ასევე იკრიბება ზოგიერთი ტიპის კალკულატორზეც. შეკრების მესამე გზა გულისხმობს მათი კომპონენტების შეკრებას ღერძების მიხედვით, რასაც ახლა შევისწავლით.

თავდაპირველად, განვიხილოთ ტოლობა

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}, \quad (3.10)$$

რომელიც ამბობს, რომ $\vec{r}$ ვექტორი იგივეა, რაც $\vec{a} + \vec{b}$ ვექტორი. მაშასადამე, $\vec{r}$ ვექტორის თითოეული კომპონენტი უნდა იყოს $\vec{a} + \vec{b}$ ვექტორის შესაბამისი კომპონენტის ტოლი:

$$r_x = a_x + b_x \quad (3.11)$$

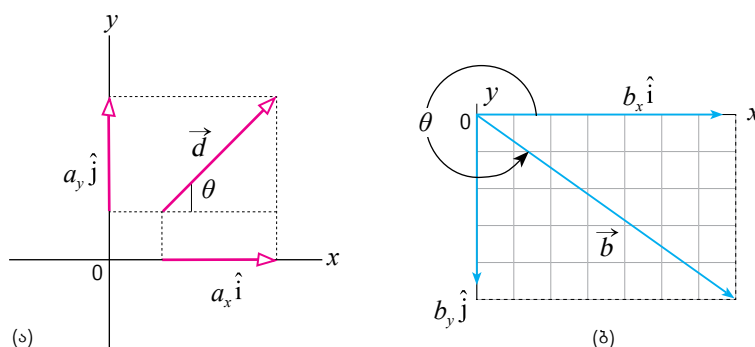
$$r_y = a_y + b_y \quad (3.12)$$

$$r_z = a_z + b_z. \quad (3.13)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ორი ვექტორი ერთმანეთის ტოლია, თუ მათი შესაბამისი კომპონენტები ტოლია. ფორმულები 3.10-3.13 გვაუწყებს, რომ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების შესაკრებად: 1) ვექტორები უნდა დაეშალოთ სკალარულ კომპონენტებად; 2) შევკრიბოთ ეს კომპონენტები, რათა ჯამური $\vec{r}$ ვექტორის კომპონენტები მივიღოთ, და 3) გავაერთიანოთ $\vec{r}$ ვექტორის კომპონენტები თავად $\vec{r}$ ვექტორის მისაღებად. მესამე ეტაპზე შეგვიძლია გადავწყვიტოთ, ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში (როგორც ფორმულა 3.9-ში) გამოვსახოთ $\vec{r}$ ვექტორი თუ სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში (ამოცანის 3.3 ნიმუშის პასუხი).

ვექტორების კომპონენტებით შეკრების პროცედურა გამოსადეგია ვექტორების გამოკლების შემთხვევაშიც. გავიხსენოთ, რომ გამოკლება $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ შეიძლება გადაინეროს, როგორც მიმატება $\vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b})$. გამოკლების მიზნით, $\vec{a}$ და $-\vec{b}$ შევკრიბოთ კომპონენტების საშუალებით, მივიღებთ:

$$d_x = a_x - b_x, \quad d_y = a_y - b_y \quad \text{და} \quad d_z = a_z - b_z, \quad \text{სადაც} \quad \vec{d} = d_x \hat{i} + d_y \hat{j} + d_z \hat{k}.$$

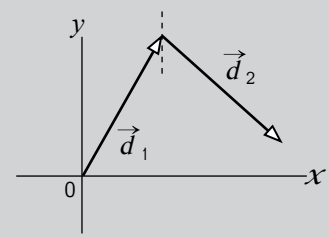


სურ. 3.15

ა) $\vec{a}$ ვექტორის კომპონენტები;

ბ) $\vec{b}$ ვექტორის კომპონენტები.

საკონტროლო ნერტილი 3. ა) მოცემულ სურათზე რა იქნება $\vec{d}_1$ -ის და $\vec{d}_2$ -ის კომპონენტების ნიშანი x ღერძზე? ბ) რა იქნება $\vec{d}_1$ -ის და $\vec{d}_2$ -ის კომპონენტების ნიშანი y ღერძზე? გ) რა იქნება $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$ -ის კომპონენტების ნიშნები x და y ღერძებზე?



ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 3.4

3.16 ა სურათზე ნაჩვენებია სამი ვექტორი:

$$\vec{a} = (4,2 \text{ მ})\hat{i} - (1,5 \text{ მ})\hat{j}$$

$$\vec{b} = (-1,6 \text{ მ})\hat{i} + (2,9 \text{ მ})\hat{j}$$

და $\vec{c} = (-3,7 \text{ მ})\hat{j}$

რა იქნება ვექტორთა ჯამი $\vec{r}$, რომელიც ასევეა სურათზე ნაჩვენები?

ამოხსნა: სამი ვექტორის შეკრება შესაძლებელია ღერძებზე მათი კომპონენტების საშუალებით. x ღერძისთვის შევკრიბოთ $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $\vec{c}$ ვექტორების x კომპონენტები, რათა მივიღოთ ჯამური $\vec{r}$ ვექტორის x კომპონენტი:

$$r_x = a_x + b_x + c_x = 4,2 \text{ მ} - 1,6 \text{ მ} + 0 = 2,6 \text{ მ}.$$

ასევე მოვიქცეთ y ღერძისთვის:

$$r_y = a_y + b_y + c_y = -1,5 \text{ მ} + 2,9 \text{ მ} - 3,7 \text{ მ} = -2,3 \text{ მ}.$$

გავაერთიანოთ ეს კომპონენტები $\vec{r}$ ვექტორის ჩასანერად ერთეულოვანი ვექტორების საშუალებით:

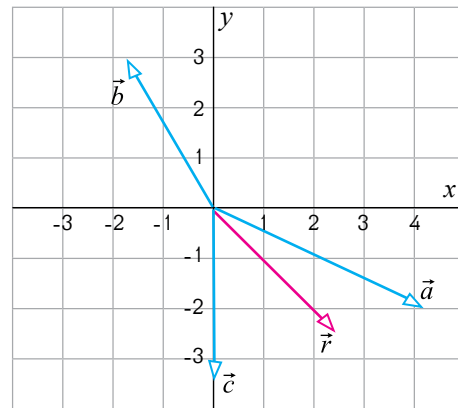
$$\vec{r} = (2,6 \text{ მ})\hat{i} - (2,3 \text{ მ})\hat{j} \quad (\text{პასუხი})$$

სადაც $(2,6 \text{ მ})\hat{i}$ არის $\vec{r}$ ვექტორის კომპონენტი x ღერძზე, ხოლო $-(2,3 \text{ მ})\hat{j}$ - y ღერძზე. 3.16 ბ სურათზე ნაჩვენებია ვექტორის კომპონენტების დაღაგების ერთი მეთოდი $\vec{r}$ ვექტორის მისაღებად.

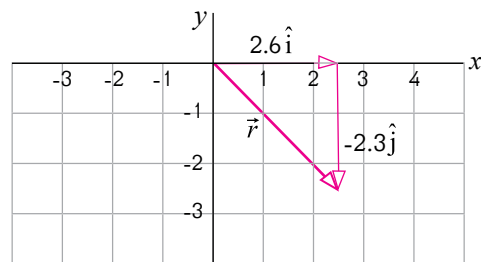
ჩვენს კითხვაზე პასუხის გაცემა ასევე შესაძლებელია, თუ გავიგებთ $\vec{r}$ ვექტორის რიცხვით მნიშვნელობას და კუთხეს. 3.6 ფორმულიდან გამოვძინარე, რიცხვითი მნიშვნელობაა

$$r = \sqrt{(2,6 \text{ მ})^2 + (-2,3 \text{ მ})^2} \quad (\text{პასუხი})$$

$$\approx 3,5 \text{ მ}$$



(ა)



(ბ)

სურ. 3.16. $\vec{r}$ ვექტორი არის დანარჩენი სამი ვექტორის ჯამი.

ხოლო კუთხე (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი)

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-2,3 \text{ მ}}{(2,6 \text{ მ})} = -41^\circ, \quad (\text{პასუხი})$$

„მინუს“ ნიშანი გვაუწყებს, რომ კუთხე საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით იზომება.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 3.5

ექსპერიმენტებით დადგინდა, რომ ამ თავის დასაწყისში სურათზე გამოსახული უდაბნოს ჭიანჭველა მოძრაობის ტრაექტორიას თავის გონებაში არსებულ კოორდინატთა სისტემაში ავლებს. როდესაც ბუდეში დაბრუნებას განიზ-

რახავს, ღერძების გასწვრივ გადაადგილებებს შეაჯამებს და განსაზღვრავს ვექტორს, რომელიც პირდაპირ ბუდისკენ არის მიმართული. მაგალითისთვის მივიჩნიოთ, რომ ჭიანჭველა xy კოორდინატთა სისტემაში 3.17ა სურათზე

ნაჩვენები მიმართულებებით ხუთჯერ გარბის 6 სმ-ს. მეხუთე გარბენის ბოლოს, რა იქნება ჭიანჭველას მთლიანი გადაადგილების ვექტორის $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ სიდიდე და კუთხე? რა იქნება ჭიანჭველას საბოლოო მდებარეობის და სახლის დამაკავშირებელი ვექტორის $\vec{d}_{\text{სახლი}}$ სიდიდე და კუთხე?

ამოხსნა: ამოცანის ამოხსნის გზა სამი ნაწილის-გან შედგება. თავდაპირველად, $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ გადაადგილების გასაგებად უნდა შევაჯამოთ ხუთი გადაადგილების ვექტორი:

$$\vec{d}_{\text{ჯ}} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 + \vec{d}_4 + \vec{d}_5.$$

შემდეგ გამოვთვალოთ x კომპონენტების ჯამი:

$$d_{\text{ჯ},x} = d_{1x} + d_{2x} + d_{3x} + d_{4x} + d_{5x}, \quad (3-14)$$

და y კომპონენტების ჯამი:

$$d_{\text{ჯ},y} = d_{1y} + d_{2y} + d_{3y} + d_{4y} + d_{5y}. \quad (3-15)$$

ბოლოს ავავსოთ $\vec{d}$ მთლიანი ვექტორი x და y კომპონენტებისგან.

ფორმულა 3.14-ის გამოსათვლელად, ვიყენებთ 3.5 ფორმულას:

$$d_{1x} = (6 \text{ სმ}) \cos 0^\circ = +6 \text{ სმ}$$

$$d_{2x} = (6 \text{ სმ}) \cos 150^\circ = -5,2 \text{ სმ}$$

$$d_{3x} = (6 \text{ სმ}) \cos 180^\circ = -6 \text{ სმ}$$

$$d_{4x} = (6 \text{ სმ}) \cos (-120^\circ) = -3 \text{ სმ}$$

$$d_{5x} = (6 \text{ სმ}) \cos 90^\circ = 0.$$

ამის შემდეგ 3.14 ფორმულა მოგვცემს:

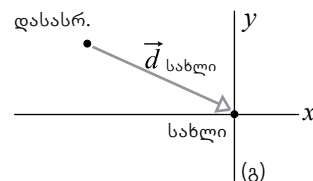
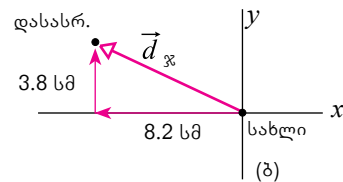
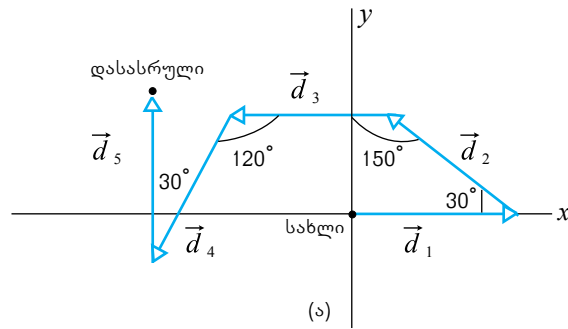
$$d_{\text{ჯ},x} = +6 \text{ სმ} + (-5,2 \text{ სმ}) + (-6 \text{ სმ}) + (-3 \text{ სმ}) + 0 = -8,2 \text{ სმ}$$

ანალოგიურად ვაფასებთ ხუთი ვექტორის y კომპონენტებს 3.5 ფორმულის დახმარებით. შედეგები 3.1 ცხრილშია მოცემული. ამ შედეგების 3.15 ფორმულაში ჩასმით ვიღებთ:

$$d_{\text{ჯ},y} = +3,8 \text{ სმ}$$

ცხრილი 3.1

	d_x (სმ)	d_y (სმ)
1	+ 6.0	0
2	- 5.2	+ 3.0
3	- 6.0	0
4	- 3.0	- 5.2
5	0	+ 6.0
მთლიანი	- 8.2	+ 3.8



სურ. 3.17. ა) ხუთი გარბენის საძიებელი ტრაექტორია; ბ) $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ ვექტორი და მისი x და y კომპონენტები. გ) $\vec{d}_{\text{სახლი}}$ სახლიდან დამაკავშირებელი ვექტორი.

3.17ბ სურათზე მოცემულია $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ ვექტორი და მისი x და y კომპონენტები. კომპონენტების საშუალებით $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ ვექტორის სიდიდისა და კუთხის გასაგებად გამოვიყენოთ ფორმულა 3.6. ვექტორის სიდიდე ტოლია:

$$\begin{aligned} \vec{d}_{\text{ჯ}} &= \sqrt{d_{\text{ჯ},x}^2 + d_{\text{ჯ},y}^2} \\ &= \sqrt{(-8.2 \text{ სმ})^2 + (3.8 \text{ სმ})^2} = 9,0 \text{ სმ}. \end{aligned}$$

კუთხის გასაგებად (x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ) ავიღოთ შებრუნებული ტანგენსი:

$$\begin{aligned} \theta &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{d_{\text{ჯ},y}}{d_{\text{ჯ},x}} \right) \\ &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{3,8 \text{ სმ}}{-8,2 \text{ სმ}} \right) = -24,86^\circ \end{aligned}$$

შენიშვნა: გაიხსენე ამოცანების ამოხსნის მე-3 ტაქტიკა, სადაც ვთქვით, რომ შებრუნებული ტანგენსის გამოთვლისას კალკულატორმა შეიძლება სწორი პასუხი არ მოგვცეს. $-24,86^\circ$ ნიშნავს, რომ $\vec{d}$ მთლიანი ვექტორი x y კოორდი-

ნატოა სისტემის მეოთხე მეოთხედშია. მაგრამ, კომპონენტებიდან ვექტორის აგების შემდეგ (სურ. 3.17ბ) დავინახავთ, რომ $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ ვექტორი მეორე მეოთხედშია. მაშასადამე, კალკულატორის პასუხი უნდა გავასწოროთ 180° -ის დამატებით:

$$\theta = -24,86^\circ + 180^\circ = 155,14^\circ \approx 155^\circ$$

ჭიანჭველის $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ გადაადგილების სიდიდე და კუთხე ტოლია:

$$d_{\text{ჯ}} = 9 \text{ სმ } \quad 155^\circ \text{ კუთხით} \quad (\text{პასუხი})$$

$\vec{d}_{\text{სახლი}}$ ვექტორს, რომელიც მიმართულია ჭიანჭველას მდებარეობიდან ბუდისკენ,

$\vec{d}_{\text{ჯ}}$ -ის ტოლი სიდიდე აქვს და სანინალმდეგო მიმართულება (სურ. 3.17გ). $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ -ის სანინალმდეგო მიმართულებისთვის კუთხე უკვე გვაქვს ($-24,86^\circ \approx -25^\circ$). მაშასადამე $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ -ის სიდიდე და კუთხე ტოლია:

$$\vec{d}_{\text{სახლი}} = 9 \text{ სმ } - 25^\circ \text{ კუთხით} \quad (\text{პასუხი})$$

უდაბნოს ჭიანჭველა, რომელიც 500 მ-ზე მეტ მანძილს გადის, უამრავ განსხვავებულ გადაადგილებას შეასრულებს, მაგრამ ბოლოს მაინც უშეცდომოდ გამოითვლის $\vec{d}_{\text{ჯ}}$ -ის (ამ თავის წაკითხვის გარეშე).

ამოცანის ამოხსნის ნიშაჟი 3.6

ამ ამოცანაში მოცემული ვექტორების შეკრება კალკულატორის საშუალებით შეუძლებელია. სამი ვექტორი აკმაყოფილებს პირობას:

$$\vec{B} = \vec{A} + \vec{C} \quad (3.16)$$

$\vec{A}$ -ს რიცხვითი მნიშვნელობაა 22 ერთეული, ხოლო კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ — -47° (საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით). $\vec{C}$ -ს რიცხვითი მნიშვნელობაა 17 ერთეული, ხოლო კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ — φ (საათის ისრის მოძრაობის სანინალმდეგო მიმართულებით). $\vec{B}$ მიმართულია x ღერძის დადებითი მიმართულებით. რას უდრის $\vec{B}$ -ს სიდიდე?

ამოხსნა: ამ შეკითხვაზე პასუხს კალკულატორზე გამოთვლით ვერ გავცემთ, ვინაიდან არ ვიცით $\vec{C}$ -ს φ კუთხე. სამაგიეროდ, 3.16 ფორმულა შეგვიძლია ჩავწეროთ x და y ღერძებზე ვექტორის კომპონენტების საშუალებით. ვინაიდან $\vec{B}$ მიმართულია x ღერძის გასწვრივ, ვირჩევთ ამ ღერძს და ვწერთ

$$B_x = A_x + C_x$$

შემდეგ თითოეული x კომპონენტი გამოვსახოთ 3.5 ფორმულის საშუალებით და ჩავსვათ ჩვენთვის ცნობილი მონაცემები, მივიღებთ:

$$B \cos 0^\circ = 22 \cos (-47^\circ) + 17 \cos \varphi \quad (3.17)$$

B -ს პოვნა არ შეგვიძლია, ვინაიდან φ -ჯერ კიდევ უცნობია.

ახლა ფორმულა 3.16 გამოვსახოთ y კომპონენტების საშუალებით

$$B_y = A_y + C_y$$

გამოვთვალოთ y კომპონენტები 3.5 ფორმულის საშუალებით და ჩავსვათ ცნობილი მონაცემები, მივიღებთ:

$$B \sin 0^\circ = 22 \sin (-47^\circ) + 17 \sin \varphi,$$

$$\text{საიდანაც გამოვძინარეობს:}$$

$$0 = 22 \sin (-47^\circ) + 17 \sin \varphi$$

$$\varphi\text{-ს ამოხსნა გვაძლევს:}$$

$$\varphi = -\sin^{-1} \frac{22 \sin (-47^\circ)}{17} = 71,17^\circ$$

ჩავსვათ ეს შედეგი 3.17 ფორმულაში და მივიღებთ:

$$B = 20,5 \text{ ერთეულს} \quad (\text{პასუხი})$$

დააკვირდით მეთოდს, რომელიც ამ ამოცანის ამოხსნისას გამოვიყენეთ: როდესაც x კომპონენტებზე ვატარებდით მოქმედებებს, შეგვხვდა ორი უცნობი — ჩვენთვის საინტერესო B და ჩვენთვის უინტერესო φ . შემდეგ მოქმედებები ჩავატარეთ y კომპონენტებზე და გამოვთვალეთ φ , შემდეგ ისევ x ღერძს დავუბრუნდით და გამოვთვალეთ B .

3.7 ვექტორები და ფიზიკის კანონები

ამ ნიგნის ნებისმიერ სურათზე მოცემულ კოორდინატა სისტემაში x და y ღერძები ნიგნის კიდეების პარალელურია. მაშასადამე $\vec{a}$ ვექტორის a_x და a_y კომპონენტებიც კიდეების პარალელურია (სურ. 3.18 ა). ღერძების მიმართულების განსაზღვრის ერთადერთი მიზეზი სიმარტივეა და აქ სხვა რაიმე დაფარული აზრი არ არსებობს. შეგვიძლია 3.18 ბ სურათზე მოცემული ღერძების (და არა $\vec{a}$ ვექტორის) შემობრუნება ϕ კუთხით, რის შემდეგაც კომპონენტებს ახალი მნიშვნელობები ექნებათ. ვუწოდოთ ამ მნიშვნელობებს $\vec{a}'_x$ და $\vec{a}'_y$. ვინაიდან ϕ -ს სიდიდე უსასრულო რიცხვთა სიმრავლეა, ასევე უსასრულოა $\vec{a}$ ვექტორის კომპონენტების წყვილთა მნიშვნელობები.

რომელია კომპონენტების „სწორი“ წყვილი? ნებისმიერი, ვინაიდან თითოეული წყვილი ერთსა და იმავე $\vec{a}$ ვექტორს განსხვავებულად აღწერს. ყველა წყვილი ერთნაირი სიდიდისა და მიმართულების მქონე ვექტორს ქმნის. 3.18 სურათზე გვაქვს:

$$\vec{A} \quad (3.18)$$

$$\text{და} \quad \theta = \theta' + \phi. \quad (3.19)$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ კოორდინატა სისტემის არჩევანში სრული თავისუფლება გვაქვს, ვინაიდან ვექტორებს შორის კავშირი (მაგალითად, ვექტორების შეკრება 3.1 ფორმულით) არ არის დამოკიდებული ათვლის სათავის მდებარეობაზე ან კოორდინატა სისტემის ღერძების მიმართულებაზე. იგივე შეეხება სხვა ფიზიკურ სიდიდეებს შორის კავშირებს: არც ერთი მათგანი არ არის დამოკიდებული კოორდინატა სისტემის არჩევაზე. ამ ყველაფერს დაუმატეთ ვექტორების ენის უბრალოება და სიმდიდრე და მიხედვით, რატომ გამოისახება ფიზიკის კანონები თითქმის ყოველთვის ამ ენაზე. მაგალითად, მხოლოდ 3.10 ფორმულას შეუძლია წარმოადგინოს სამი (ან მეტი) დამოკიდებულება, მაგალითად, ფორმულები 3.11, 3.12 და 3.13.

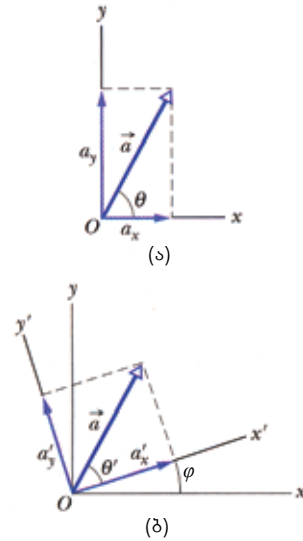
3.8 ვექტორების ბაზისი

ვექტორების გამრავლების სამი მეთოდი არსებობს, მაგრამ არც ერთი არ არის ჩვეულებრივი ალგებრული გამრავლების ანალოგიური. ამ თავის წაკითხვისას გაითვალისწინე, რომ კალკულატორი ვექტორების გამრავლებაში მხოლოდ იმ შემთხვევაში დაგეხმარება, თუ გამრავლების ძირითად წესებს გაიგებ.

ვექტორის ბაზისი სახეობა

$\vec{a}$ ვექტორის s სკალარზე გამრავლება გვაძლევს ახალ ვექტორს. ამ ვექტორის სიდიდე $\vec{a}$ ვექტორის სიდიდისა და s -ის აბსოლუტური მნიშვნელობის ნამრავლია. მისი მიმართულება ემთხვევა $\vec{a}$ -ს მიმართულებას, თუ s დადებითია, და საწინააღმდეგოა, თუ s უარყოფითია. $\vec{a}$ -ს s -ზე გაყოფისთვის $\vec{a}$ -ს გამრავლებით $1/s$ -ზე.

* ამ მასალას მხოლოდ მოგვიანებით (მე-7 და მე-11 თავებში) გამოვიყენებთ, ამიტომ თქვენ მასწავლებელს შეუძლია ამ ქვეთავის შესწავლა იმ დროისთვის გადადოს.



სურ. 3.18 ა) $\vec{a}$ ვექტორი და მისი კომპონენტები. ბ) იგივე ვექტორი კოორდინატა სისტემის ღერძების ϕ კუთხით შემობრუნების შემდეგ.

ვექტორის ვექტორზე გამრავლების ბაზისური

ვექტორის ვექტორზე გამრავლების ორი გზა არსებობს. ერთი გზა გვაძლევს სკალარს (**სკალარულ ნამრავლს**), ხოლო მეორე — ახალ ვექტორს (**ვექტორულ ნამრავლს**). სტუდენტები გამრავლების ამ ორ მეთოდს ხშირად ერთმანეთში ურევვენ, ამიტომ ყურადღებით გაიაზრე განსხვავება მათ შორის.

სკალარული ნამრავი

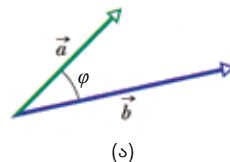
$\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი (სურ. 3.19) იწერება როგორც $\vec{a} \cdot \vec{b}$ და განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi, \quad (3.20)$$

სადაც a არის $\vec{a}$ ვექტორის რიცხვითი მნიშვნელობა, $b - \vec{b}$ ვექტორის რიცხვითი მნიშვნელობა, ხოლო φ — კუთხე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის (უფრო ზუსტად, მათ მიმართულებებს შორის). არსებობს ორი ასეთი კუთხე: φ და $360^\circ - \varphi$. 3.20 ფორმულაში ორივეს გამოყენება შეიძლება, ვინაიდან მათი კოსინუსები ერთმანეთის ტოლია.

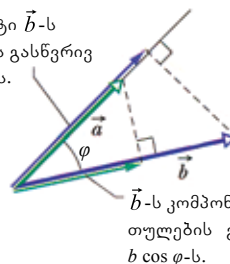
აღსანიშნავია, რომ 3.20 ფორმულის მარჯვენა მხარეს მხოლოდ სკალარებია (მათ შორის $\cos \varphi$). მაშასადამე, ფორმულის მარცხნივაც $\vec{a} \cdot \vec{b}$ სკალარული სიდიდეა.

სკალარული ნამრავლი ორი სიდიდის ნამრავლია. ერთი სიდიდეა ერთ-ერთი ვექტორის რიცხვითი მნიშვნელობა, ხოლო მეორე — მეორე ვექტორის პირველი ვექტორის მიმართულების გასწვრივ სკალარული კომპონენტი. მაგალითად, 3.19ბ სურათზე $\vec{a}$ -ს სკალარული კომპონენტი $\vec{b}$ -ს მიმართულების გასწვრივ არის $a \cos \varphi$. ამ კომპონენტს $\vec{a}$ -ს ბოლოდან $\vec{b}$ -ზე დაშვებული პერპენდიკულარი განსაზღვრავს. ასევე, $\vec{b}$ -ს კომპონენტი $\vec{a}$ -ს მიმართულების გასწვრივ არის $b \cos \varphi$.



(ა)

$\vec{a}$ -ს კომპონენტი $\vec{b}$ -ს მიმართულების გასწვრივ უდრის $a \cos \varphi$ -ს.



(ბ)

სურ. 3.19. ა) ვექტორები $\vec{a}$ და $\vec{b}$, მათ შორის φ კუთხით. ბ) თითოეულ ვექტორს აქვს კომპონენტი მეორე ვექტორის მიმართულების გასწვრივ.



როცა ორ ვექტორს შორის φ კუთხე არის 0° , ერთი ვექტორის კომპონენტი მეორის გასწვრივაა და, აქედან გამომდინარე, ვექტორების სკალარული ნამრავლი მაქსიმალურია. თუ $\varphi = 90^\circ$, მაშინ ერთი ვექტორის კომპონენტი მეორის გასწვრივ ნულია და სკალარული ნამრავლი ნულის ტოლია.

ფორმულა 3.20 შეიძლება დავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a \cos \varphi) (b) = (a) (b \cos \varphi) \quad (3.21)$$

გადანაცვლებადობის კანონს სკალარული ნამრავლისთვის ასეთი სახე აქვს:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}.$$

როდესაც ორი ვექტორი წარმოდგენილია ერთეულოვან-ვექტორული სახით, მათი სკალარული ნამრავლი დაინერგება შემდეგნაირად:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) \quad (3.22)$$

შესაძლებელია ამ ფორმულის გავრცობაც ჯუფთებადობის კანონის მიხედვით: თუ პირველი ვექტორის თითოეულ კომპონენტს გავამრავლებთ მეორე ვექტორის თითოეულ კომპონენტზე, მივიღებთ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (3.23)$$

საკონტროლო წერტილი 4. $\vec{C}$ და $\vec{D}$ ვექტორების სიდიდეებია, შესაბამისად, 3 ერთეული და 4 ერთეული. რას უდრის $\vec{C}$ -ს და $\vec{D}$ -ს მიმართულებებს შორის კუთხე, თუ $\vec{C} \cdot \vec{D}$ ტოლია ა) ნულის, ბ) 12 ერთეულის და გ) -12 ერთეულის?

აოცხანის აოცხანის ნიშანი 3.7

რისი ტოლია φ კუთხე $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ -სა და $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$ -ს შორის?

ამოხსნა: უნდა ითქვას, რომ აქ მოცემული ბევრი მოქმედების შესრულება კალკულატორითაც შეიძლება, მაგრამ თუ გსურთ უკეთესად შეისწავლოთ სკალარული ნამრავლი, კალკულატორს ნუ გამოიყენებთ.

ორი ვექტორის მიმართულებას შორის კუთხე სკალარული ნამრავლის განსაზღვრებაში შედის (ფორმულა 3.20):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi \quad (3.24)$$

ამ ფორმულაში, a არის $\vec{a}$ ვექტორის სიდიდე, ანუ

$$a = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5, \quad (3.25)$$

ხოლო b არის $\vec{b}$ ვექტორის სიდიდე

$$b = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = 3,61. \quad (3.26)$$

შეგვიძლია ცალკე გამოვთვალოთ ფორმულა 3.24-ის მარცხენა მხარე, თუ ვექტორებს ერთეულოვან-

ვექტორული სახით წარმოვადგენთ და გამოვიყენებთ ჯუფთებადობის კანონს:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k}) = \\ &= 3\hat{i}(-2\hat{i}) + 3\hat{i}(3\hat{k}) + (-4\hat{j})(-2\hat{i}) + (-4\hat{j})(3\hat{k}). \end{aligned}$$

შემდეგ ფორმულა 3.20 გამოვიყენოთ ბოლო გამოსახულების თითოეული წევრისთვის. პირველი წევრისთვის ერთეულოვან ვექტორებს შორის კუთხეა 0° , სხვა წევრებისთვის კი არის 90° . მივიღებთ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6)(1) + (9)(0) + (8)(0) - (12)(0) = -6.$$

ჩავსვათ ეს რიცხვი და ფორმულების 3.25 და 3.26 შედეგები 3.24 ფორმულაში, მივიღებთ:

$$-6 = (5)(3,61) \cos \varphi.$$

ასე რომ,

$$\varphi = \cos^{-1} \frac{-6}{(5)(3,61)} = 109^\circ \approx 110^\circ.$$

(პასუხი)

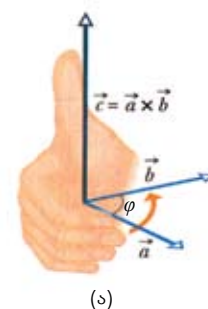
ვექტორული ნამრავლი

$\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების **ვექტორული ნამრავლი** იწერება, როგორც $\vec{a} \times \vec{b}$ და არის $\vec{c}$ ვექტორი, რომლის სიდიდე:

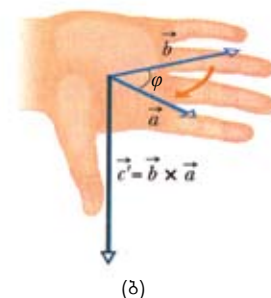
$$c = ab \sin \varphi, \quad (3.27)$$

სადაც φ არის $\vec{a}$ და $\vec{b}$ -ს შორის უმცირესი კუთხე (მცირე კუთხეს იმითომ ვიყენებთ, რომ $\sin \varphi$ და $\sin(360^\circ - \varphi)$ ალგებრული ნიშნით განსხვავდება).

თუ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ პარალელურია ან ანტიპარალელურია, მაშინ $\vec{a} \times \vec{b} = 0$. $\vec{a} \times \vec{b}$ -ს აბსოლუტური სიდიდე, რომელიც ასეც შეიძლება დაიწეროს $|\vec{a} \times \vec{b}|$, მაქსიმალურია, თუ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ერთმანეთის პერპენდიკულარულია.



(ა)



(ბ)

სურ. 3.20. მარჯვენა ხელის წესის ილუსტრაცია ვექტორების ნამრავლისთვის.

(ა) მარჯვენა ხელის თითებით $\vec{a}$ ვექტორი $\vec{b}$ ვექტორში გადაიტანეთ. გაწვდილი ცერა თითი აჩვენებს $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ვექტორის მიმართულებას. ბ) ნაჩვენებია, რომ $\vec{b} \times \vec{a}$ და $\vec{a} \times \vec{b}$ ერთმანეთის საპირისპიროა.

$\vec{c}$ ვექტორის მიმართულება $\vec{a}$ -ს და $\vec{b}$ -ს შემცველი სიბრტყის პერპენდიკულარულია. 3.20ა სურათზე ნაჩვენებია, როგორ განვსაზღვროთ $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ -ს მიმართულება ე.წ. **მარჯვენა ხელის წესით**. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები მიმართულების შეუცვლელად განალაგე ისე, რომ საერთო სათავიდან გამოდიოდნენ. შემდეგ წარმოიდგინე ხაზი, რომელიც ვექტორების სიბრტყის პერპენდიკულარულია. წარმოიდგინე, რომ ეს ხაზი მარჯვენა ხელით გიჭირავს ისე, რომ თითები $\vec{a}$ ვექტორიდან $\vec{b}$ ვექტორისკენ იყოს მიმართული ამ ვექტორებს შორის არსებული უმცირესი კუთხით. გაშლილი ცერი $\vec{c}$ ვექტორის მიმართულებას აჩვენებს.

ვექტორული გამრავლების დროს თანმიმდევრობა მნიშვნელოვანია. 3.20 ბ სურათზე $\vec{c} = \vec{b} \times \vec{a}$ -ს მიმართულებას მარჯვენა ხელის წესით ვსაზღვრავთ. გაშლილი ცერი მიმართულია წინა შემთხვევის საწინააღმდეგო მიმართულებით, მაშასადამე $\vec{c}' = -\vec{c}$. ეს ნიშნავს, რომ

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b}) \quad (3.28)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, გადანაცვლებადობის კანონი ვექტორული ნამრავლისთვის არ მოქმედებს. ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერის შემთხვევაში გვაქვს

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) \quad (3.29)$$

ფრჩხილების გახსნა შეგვიძლია ჯუფთებადობის კანონის მიხედვით. ეს იმას ნიშნავს, რომ პირველი ვექტორის თითოეული კომპონენტი ვექტორულად უნდა გამრავლდეს მეორე ვექტორის თითოეულ კომპონენტზე. ერთეული ვექტორების ვექტორული ნამრავლები მოცემულია E დანართში (იხ. „ვექტორების ნამრავლები“). მაგალითად, 3.29 ფორმულის შემთხვევაში გვექნება

$$a_x \hat{i} \times b_x \hat{i} = a_x b_x (\hat{i} \times \hat{i}) = 0$$

ვინაიდან ორი ერთეული ვექტორი, $\hat{i}$ და $\hat{i}$ პარალელურია, ამიტომ მათი ვექტორული ნამრავლი ნულის ტოლია. ასევე გვექნება

$$a_x \hat{i} \times b_y \hat{j} = a_x b_y (\hat{i} \times \hat{j}) = a_x b_y \hat{k}$$

$\hat{i} \times \hat{j}$ სიდიდის გამოსათვლელად გამოვიყენეთ ფორმულა 3.27 (ვექტორებს $\hat{i}$ -ს და $\hat{j}$ -ს აქვთ ერთეული სიდიდე და მათ შორის კუთხეა 90°). $\hat{i} \times \hat{j}$ -ის მიმართულების საპოვნელად გამოვიყენეთ მარჯვენა ხელის წესი და დავადგინეთ, რომ ის მიმართულია z ღერძის დადებითი მიმართულებით (მაშასადამე $\hat{k}$ -ს მიმართულებით).

3.29 ფორმულაში ფრჩხილების გახსნა მოგვცემს:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z) \hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \hat{k} \quad (3.30)$$

ვექტორული ნამრავლის გამოთვლა, აგრეთვე, შესაძლებელია დეტერმინანტის (როგორც ნაჩვენებია E დანართში) ან კალკულატორის გამოყენებით.

იმის დასადგენად, არის თუ არა xyz კოორდინატთა სისტემა მარჯვენა სისტემა, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ ვექტორული ნამრავლისთვის გამოვიყენე მარჯვენა ხელის წესი. თუ გაშლილი ცერი z ღერძის დადებითი მიმართულებითაა, მაშინ ეს სისტემა მარჯვენაა.

საკონტროლო წერტილი 5. $\vec{C}$ და $\vec{D}$ ვექტორების სიდიდეებია შესაბამისად, 3 და 4 ერთეული. რა იქნება $\vec{C}$ -ს და $\vec{D}$ -ს მიმართულებებს შორის კუთხე, თუ ამ ვექტორების ვექტორული ნამრავლი $\vec{C} \times \vec{D}$ არის 1) ნული და 2) 12 ერთეული?

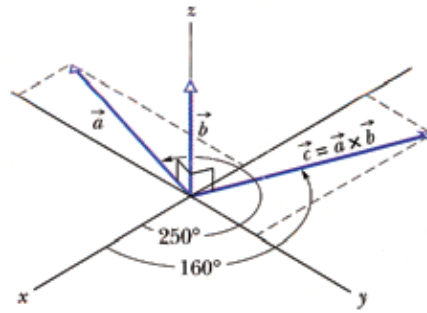
აოცხანის აოცხანის ნიშანი 3.8

3.21 სურათზე $\vec{a}$ ვექტორი xy სიბრტყეში ძევს, მისი სიდიდეა 18 ერთეული, ხოლო დახრილობა x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ — 250° . $\vec{b}$ ვექტორის სიდიდეა 12 ერთეული, ხოლო მიმართულება z ღერძის დადებით მიმართულებას ემთხვევა. როგორი იქნება ვექტორული ნამრავლი $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$?

ამოხსნა: როდესაც ორი ვექტორი მოცემულია სიდიდე-კუთხური სახით, მათ ვექტორულ ნამრავლს ვპოულობთ 3.27 ფორმულის საშუალებით:

$$c = ab \sin \varphi = (18)(12)(\sin 90^\circ) = 216 \quad (\text{პასუხი})$$

ასეთი ჩანაწერის დროს ორი ვექტორის ვექტორული ნამრავლის მიმართულებას ვპოულობთ მარჯვენა ხელის წესით. 3.21 სურათზე წარმოიდგინე, რომ შენი მარჯვენა ხელი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სიბრტყის პერპენდიკულარულია, ხოლო თითები $\vec{a}$ ვექტორიდან $\vec{b}$ -სკენაა მიმართული.



სურ. 3.21. $\vec{c}$ ვექტორი (xy სიბრტყეში) $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების ვექტორული ნამრავლია.

თული. გაშლილი ცერი გვიჩვენებს $\vec{c}$ ვექტორის მიმართულებას. მაშასადამე, როგორც სურათზეა ნაჩვენები, $\vec{c}$ ძევს xy სიბრტყეზე. იმის გამო, რომ მისი მიმართულება $\vec{a}$ -ს პერპენდიკულარულია, კუთხე იქნება

$$250^\circ - 90^\circ = 160^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი.

აოცხანის აოცხანის ნიშანი 3.9

თუ $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ და $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$, რა იქნება $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$?

ამოხსნა: როდესაც ორი ვექტორი მოცემულია ერთეულოვან-ვექტორული სახით, მათი ვექტორული ნამრავლის პოვნა შეიძლება უდლებადობის კანონის გამოყენებით. ეს ნიშნავს, რომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\ &= 3\hat{i} \times (-2\hat{i}) + 3\hat{i} \times 3\hat{k} + (-4\hat{j}) \times (-2\hat{i}) + (-4\hat{j}) \times 3\hat{k}. \end{aligned}$$

შემდეგ თითოეულ წევრს გამოვითვლით 3.27 ფორმულით და მიმართულებას ვიპოვიტ მარ-

ჯვენა ხელის წესით. აქ პირველი წევრისთვის ორი ვექტორის შორის φ კუთხე ნულის ტოლია. დანარჩენი წევრებისთვის $\varphi = 90^\circ$. ვიპოვოთ:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= -6(0) + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12\hat{i} \\ &= -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

$\vec{c}$ ვექტორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების პერპენდიკულარულია. ამის დამტკიცება შეიძლება, თუ ვაჩვენებთ, რომ $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ და $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$. ეს ნიშნავს, რომ $\vec{c}$ ვექტორის კომპონენტი $\vec{a}$ -ს ან $\vec{b}$ -ს მიმართულების გასწვრივ არ არსებობს.

აოცხანის აოცხანის ტაქტიკა

ტაქტიკა 3: ვექტორულ ნამრავლთან დაკავშირებული გავრცელებული შეცდომები.

ვექტორული ნამრავლის პოვნის დროს გავრცელებულია რამდენიმე შეცდომა: 1) როდესაც ვექტორები სურათზე მოცემულია ისე, რომ ერთის სათავე მეორეს ბოლოს ემთხვევა, მათ სწორად არ ალაგებენ. თქვენ გონებაში უნდა განალაგოთ (უკეთესია გადახაზოთ) ვექტორები ისე, რომ საერთო სათავიდან გამოდიოდნენ, მაგრამ არ უნდა შეცვალოთ მათი მიმართულება.

2) მარჯვენა ხელის წესის არასწორად გამოყენება, როდესაც ხელში კალკულატორი ან ფანქარი უჭირავთ. 3) ზოგჯერ ნამრავლის პირველ ვექტორს ვერ მიმართავენ მეორე ვექტორისკენ, ვინაიდან ეს ხელის საშინელ დაძაბვას მოითხოვს. ზოგჯერ იგივე ხდება, როდესაც ვექტორის წარმოსახვით აბრუნებენ მარჯვენა ხელის გამოყენების ნაცვლად. 4) მარჯვენა კოორდინატთა სისტემასთან დაკავშირებით შეცდომა ხდება, როდესაც გავიწყდება, როგორ ააგო ასეთი სისტემა (იხილე სურ. 3.14).

სკალარები და ვექტორები. სკალარებს, მაგალითად ტემპერატურას, მხოლოდ რიცხვითი მნიშვნელობა აქვს. ისინი განისაზღვრება რიცხვითი ერთეულით (10°C) და ემორჩილება ჩვეულებრივი არითმეტიკისა და ალგებრის კანონებს. ვექტორებს, მაგალითად, გადაადგილებას, რიცხვითი მნიშვნელობაც აქვს და მიმართულებაც (5 მ, ჩრდილოეთით). ისინი ვექტორული ალგებრის კანონებს ემორჩილება.

ვექტორების გეომეტრიული შეკრება. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების გეომეტრიულად შესაკრებად საჭიროა ისინი ისე დავალაგოთ, რომ ერთის სათავე მეორის ბოლოს ემთხვეოდეს. პირველი ვექტორის სათავესა და მეორე ვექტორის ბოლოს დამაკავშირებელი $\vec{c}$ ვექტორი არის ამ ვექტორთა ჯამი. $\vec{a}$ -ს რომ $\vec{b}$ გამოვაკლოთ, ამისთვის $\vec{b}$ საწინააღმდეგო მიმართულებით შევაბრუნოთ $-\vec{b}$ -ს მისაღებად. შემდეგ $-\vec{b}$ დავუმატოთ $\vec{a}$ -ს. ვექტორების შეკრება ემორჩილება გადანაცვლებადობისა და უღლებადობის კანონებს.

ვექტორის კომპონენტები. ნებისმიერი ორგანზომილებიანი $\vec{a}$ ვექტორის a_x და a_y სკალარული კომპონენტები კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ მოიძებნება $\vec{a}$ ვექტორის ბოლოებიდან კოორდინატთა ღერძებზე პერპენდიკულარების დაშვებით. კომპონენტები მოიცემა ფორმულებით:

$$a_x = a \cos \theta \quad \text{და} \quad a_y = a \sin \theta, \quad (3.5)$$

სადაც θ არის კუთხე x ღერძის დადებით მიმართულებასა და $\vec{a}$ ვექტორის მიმართულებას შორის. კომპონენტის ალგებრული ნიშანი მის მიმართულებას აჩვენებს შესაბამისი ღერძის მიმართ. კომპონენტების საშუალებით შესაძლებელია $\vec{a}$ ვექტორის სიდიდისა და მიმართულების დადგენა:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \text{და} \quad \tan \theta = \frac{a_y}{a_x} \quad (3.6)$$

ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი. ერთეულოვანი ვექტორების $\hat{i}$, $\hat{j}$ და $\hat{k}$ -ს სიდიდეები ერთის ტოლია, ხოლო მიმართულია, შესაბამისად, მარჯვენა კოორდინატთა სისტემის x , y და z ღერძების დადებით მიმართულებას ემთხვევა. $\vec{a}$ ვექტორის ჩანერა ერთეულოვანი ვექტორების საშუალებით შეიძლება შემდეგი სახით:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad (3.7)$$

სადაც $a_x \hat{i}$, $a_y \hat{j}$ და $a_z \hat{k}$ არის $\vec{a}$ ვექტორის ვექ-

ტორული კომპონენტები, ხოლო a_x , a_y და a_z - სკალარული კომპონენტები.

ვექტორების შეკრება კომპონენტებით. ვექტორების კომპონენტური ფორმით შესაკრებად, ვიყენებთ წესებს:

$$r_x = a_x + b_x, \quad r_y = a_y + b_y, \quad r_z = a_z + b_z \quad (3.11-3.13)$$

აქ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ შესაკრები ვექტორებია, ხოლო $\vec{r}$ - ვექტორთა ჯამი.

ვექტორები და ფიზიკური კანონები. ნებისმიერი ფიზიკური მდგომარეობა, რომელიც ვექტორებს შეეხება, შეიძლება გამოისახოს ბევრ შესაძლო კოორდინატთა სისტემაში. ჩვეულებრივ, ვირჩევთ უმარტივეს კოორდინატთა სისტემას. თუმცა, ვექტორულ სიდიდეებს შორის კავშირი და ფიზიკური კანონები არ არის დამოკიდებული ჩვენს მიერ არჩეულ კოორდინატთა სისტემაზე.

სკალარის ნამრავლი ვექტორზე. s სკალარისა და $\vec{v}$ ვექტორის ნამრავლი ახალი ვექტორია, რომლის სიდიდეა $s\vec{v}$. მიმართულება ემთხვევა $\vec{v}$ -ს, თუ s დადებითია, და საწინააღმდეგოა, თუ s უარყოფითია. $\vec{v}$ -ს s -ზე გასაყოფად $\vec{v}$ -ს ვამრავლებთ $1/s$ -ზე.

სკალარული ნამრავლი. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი იწერება ასე: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ და სკალარული სიდიდეა, რომელიც მოიცემა ფორმულით:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi, \quad (3.20)$$

სადაც ϕ არის კუთხე $\vec{a}$ -სა და $\vec{b}$ -ს მიმართულებებს შორის. სკალარული ნამრავლი არის ერთი ვექტორის სიდიდისა და ამ ვექტორის მიმართულებაზე მეორე ვექტორის სკალარული კომპონენტის ნამრავლი.

ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) \quad (3.22)$$

შეგვიძლია ამ ფორმულის გავრცობა უღლებადობის კანონის გამოყენებით. აღსანიშნავია, რომ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.

ვექტორული ნამრავლი. ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორის ვექტორული ნამრავლი იწერება ასე: $\vec{a} \times \vec{b}$ და არის $\vec{c}$ ვექტორი, რომლის სიდიდეა:

$$c = ab \sin \phi, \quad (3.27)$$

სადაც ϕ არის $\vec{a}$ -სა და $\vec{b}$ -ს მიმართულებებს შო-

რის უმცირესი კუთხე. $\vec{c}$ -ს მიმართულება $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების სიბრტყის პერპენდიკულარულია და განისაზღვრება მარჯვენა ხელის წესით, როგორც ნაჩვენებია 3.20 სურათზე. დაიმახსოვრე, რომ $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$. ერთეულოვან-

ვექტორულ ჩანაწერში

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) \quad (3.29)$$

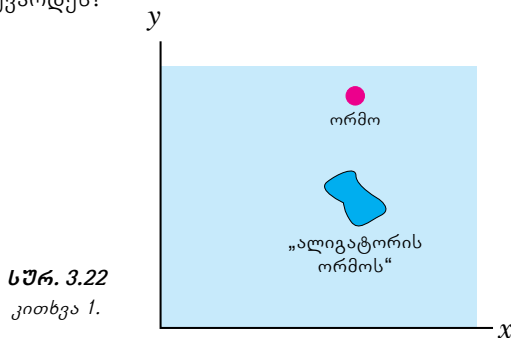
ამ გამოსახულების გავრცობაც შეიძლება უფლებადობის კანონის გამოყენებით.

შახითხვაბი ???

1 ფლორიდის უნივერსიტეტის გოლფის გუნდმა უნდა ითამაშოს მდელიზე, რომლის შუაგულში „ალიგატორის ორმო“ ამოთხრილი. 3.22 სურათზე ნაჩვენებია გოლფის მოედნის ზედხედი xy კოორდინატთა სისტემაში. გუნდის წევრებმა ბურთი უნდა ჩააგდონ ხვრელში, რომლის კოორდინატებია (8 მ, 12 მ). მაგრამ ბურთის ჩაგდების უფლება აქვთ მხოლოდ ქვემოთ მოცემული გადაადგილებების ერთხელ ან მეტჯერ გამოყენებით:

$$\vec{d}_1 = (8 \text{ მ})\hat{i} + (6 \text{ მ})\hat{j}, \quad \vec{d}_2 = (6 \text{ მ})\hat{j}, \quad \vec{d}_3 = (8 \text{ მ})\hat{i}$$

„ალიგატორის ორმოს“ კოორდინატებია (8 მ, 6 მ). თუ გუნდის რომელიმე წევრი ბურთს ამ ორმოში ჩააგდებს ან ორმოზე გადაატარებს, ეს მოთამაშე ავტომატურად გადაეცემა ფლორიდის შტატის უნივერსიტეტს – მთავარ მტერს. გადაადგილებების რა მიმდევრობა უნდა გამოიყენოს უნივერსიტეტის გუნდის წევრმა, რომ ბურთი ორმოში არ ჩაუვარდეს?



2 შეიძლება თუ არა, რომ ორი ვექტორის სიდიდეების ჯამი ამ ვექტორების ჯამის სიდიდის ტოლი იყოს? თუ არა, მაშინ რატომ? თუ კი, მაშინ როდის?

3 3.2 ფორმულაში ვხედავთ, რომ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების შეკრება ემორჩილება გადანაცვლებადობის კანონს. ნიშნავს თუ არა ეს, რომ $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$?

4 გამოსახე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები ისე, რომ

ა) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ და $a + b = c$;

ბ) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$;

გ) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ და $a^2 + b^2 = c^2$.

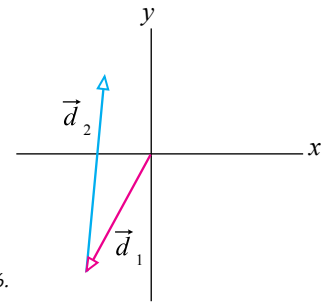
5 თუ $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, არის თუ არა

ა) $\vec{a} + (-\vec{d}) = \vec{c} + (-\vec{b})$;

ბ) $\vec{a} = (-\vec{b}) + \vec{d} + \vec{c}$ და

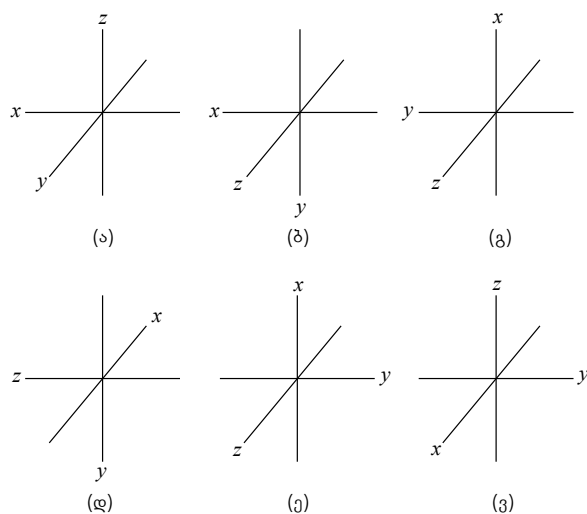
გ) $\vec{c} + (-\vec{d}) = \vec{a} + \vec{b}$?

6 3.23 სურათზე ნაჩვენებია ორი ვექტორი ძვეს xy სიბრტყეში. რა ნიშნები ექნება x და y კომპონენტებს ა) $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$ -სთვის, ბ) $\vec{d}_1 - \vec{d}_2$ -სთვის და გ) $\vec{d}_2 - \vec{d}_1$ -სთვის?



სურ. 3.23. კითხვა 6.

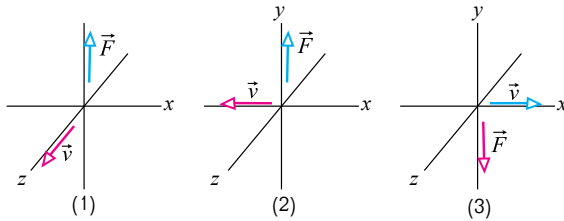
7 3.24 სურათზე ნაჩვენებია ღერძების რომელი განლაგებაა მარჯვენა კოორდინატთა სისტემა? როგორც წესი, ღერძის სიმბოლო მის დადებით მიმართულებას აღნიშნავს.



სურ. 3.24. კითხვა 7.

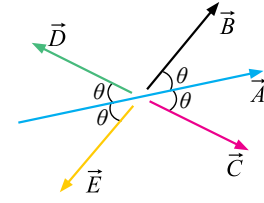
8 თუ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, არის თუ არა $\vec{b}$ და $\vec{c}$ ერთმანეთის ტოლი?

9 თუ $\vec{F} = q(\vec{v} + \vec{B})$ და $\vec{v}$ არის $\vec{B}$ -ს პერპენდიკულარული, მაშინ როგორი მიმართულება ექნება $\vec{B}$ -ს 3.25 სურათზე ნაჩვენებ სამ მდგომარეობაში, როდესაც q მუდმივა ა) დადებითია და ბ) უარყოფითია?



სურ. 3. 25. კითხვა 9.

10 3.26 სურათზე ნაჩვენებია $\vec{A}$ ვექტორი და სხვა ოთხი ვექტორი, რომელთაც თანაბარი სიდიდე და სხვადასხვა მიმართულება აქვთ. ა) ამ ოთხი ვექტორიდან რომელთა სკალარული ნამრავლია $\vec{A}$ -ზე ერთმანეთის ტოლი? ბ) რომლის $\vec{A}$ -ზე სკალარული ნამრავლია უარყოფითი?



სურ. 3. 26. კითხვა 10.

აქოსანები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

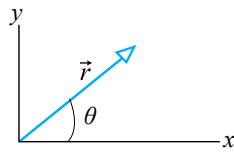
ქვეთავი 3-4. ვექტორის კომპონენტები

•1 რას უდრის χ სიბრტყეზე მდებარე $\vec{a}$ ვექტორის ა) x კომპონენტი და ბ) y კომპონენტი, თუ მისი მიმართულებაა 250° x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ, საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით, ხოლო სიდიდეა 7,3 მ?

•2 მოცემული კუთხეები გამოსახე რადიანებში: ა) 20° , ბ) 50° , გ) 100° . მოცემული კუთხეები გადაიყვანე გრადუსებში: დ) 0,33 რადიანი, ე) 2,1 რადიანი, ვ) 7,7 რადიანი.

•3 $\vec{A}$ ვექტორის x კომპონენტი -25 მ, ხოლო y კომპონენტი $+40$ მ. ა) რისი ტოლია $\vec{A}$ ვექტორის სიდიდე? ბ) რას უდრის კუთხე $\vec{A}$ ვექტორსა და x ღერძის დადებით მიმართულებას შორის? **SSM.**

•4 3.27 სურათზე $\vec{F}$ გაადადგილების ვექტორი χ სიბრტყეში ძევს. მისი სიდიდეა 15 მ, კუთხე კი

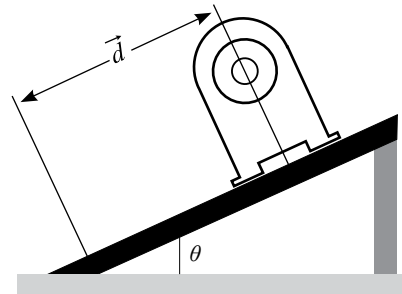


სურ. 3. 27. კითხვა 4.

$\theta = 30^\circ$. განსაზღვრე ვექტორის: ა) x კომპონენტი და ბ) y კომპონენტი.

•5 გემმა უნდა გაცუროს 120 კმ ჩრდილოეთის მიმართულებით. მოულოდნელმა ქარიშხალმა გემი საწყისი წერტილიდან 100 კმ-ით აღმოსავლეთით გადაანაცვლა. ა) რა მანძილი და ბ) რა მიმართულებით უნდა გაცუროს გემმა დანიშნულების ადგილამდე მისაღწევად?

•6 3.28 სურათზე მძიმე მექანიზმი 12,5 მ ($d = 12,5$) მანძილზე ააცურეს 20° -ით დახრილ ფიცარზე ($\theta = 20^\circ$). ა) საწყისი მდებარეობიდან რა სიმაღლეზე ააცურეს მექანიზმი? ბ) ჰორიზონტალურად რა მანძილზე გადაადგილდა იგი?



სურ. 3. 28. კითხვა 6.

••7 ოთახის ზომებია 3 მ (სიმაღლე) $\times$ 3,70 მ $\times$ 4,3 მ. ბუზი ფრენას ერთი კუთხიდან იწყებს, შემოიფრენს ოთახის გარშემო და ჩერდება დიაგონალურად მოპირდაპირე კუთხეში. ა) რისი

ტოლია მისი გადაადგილების სიდიდე? შეიძლება თუ არა მისი ტრაექტორიის სიგრძე ბ) ნაკლები იყოს გადაადგილების სიდიდეზე? გ) მეტი იყოს გადაადგილების სიდიდეზე? დ) ტოლი იყოს გადაადგილების სიდიდისა? ე) აირჩიე შესაბამისი კოორდინატთა სისტემა და გამოსახე გადაადგილების ვექტორის კომპონენტები ერთეულოვან-ვექტორული სახით. ვ) თუ ბუზი ფრენის ნაცვლად ფეხით დადის, გამოთვალე ტრაექტორიის უმოკლესი შესაძლებელი სიგრძე (მინიმუმია: ამ კითხვაზე პასუხი გამოთვლის გარეშე შეიძლება გაცივს. ოთახი ყუთს ჰგავს. გაშალე მისი კედლები და სიბრტყეზე განლაგე). [SSM WWW](#).

ქვეთავი 3-5. ვექტორის შეკრება კომპონენტებით

• 8 ადამიანი ფეხით მიდის მოცემული მარშრუტით: 3,1 კმ ჩრდილოეთით, შემდეგ 2,4 კმ დასავლეთით, ბოლოს კი 5,2 კმ სამხრეთით. ა) ააგე ვექტორები ამ მოძრაობისთვის. ბ) რა მანძილზე და გ) რა მიმართულებით გაფრინდებოდა ჩიტი წრფივად იმავე სანყისი წერტილიდან იმავე საბოლოო წერტილამდე.

• 9 ადამიანმა განიზრახა მივიდეს 3,4 კმ-ით დაშორებულ ადგილზე, რომელიც 35° ჩრდილო-აღმოსავლეთით მდებარეობს. ამისთვის მან უნდა გაიაროს ჩრდილო-სამხრეთით ან აღმოსავლეთ-დასავლეთით მიმართული ქუჩები. რა მინიმალური მანძილის გავლის შემდეგ მიაღწევს ის დანიშნულების ადგილს?

• 10 მანქანა გადის 50 კმ-ს აღმოსავლეთით, შემდეგ 30 კმ-ს ჩრდილოეთით, ბოლოს კი 25 კმ-ს 30° ჩრდილო-აღმოსავლეთით. ააგე ვექტორები და განსაზღვრე მანქანის მთლიანი გადაადგილების ა) სიდიდე და ბ) კუთხე.

• 11 ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა იქნება ჯამი $\vec{a} + \vec{b}$, თუ $\vec{a} = (4 \text{ მ})\hat{i} + (3 \text{ მ})\hat{j}$ და $\vec{b} = (-13 \text{ მ})\hat{i} + (7 \text{ მ})\hat{j}$? გამოთვალე $\vec{a} + \vec{b}$ -ს ბ) სიდიდე და გ) მიმართულება. [SSM](#).

• 12 $\vec{c}$ და $\vec{d}$ გადაადგილებების კომპონენტებია $c_x = 7,4$, $c_y = -3,8$, $c_z = -6,1$; $d_x = 4,4$, $d_y = -2$, $d_z = 3,3$. მოძებნე $\vec{r}$ ჯამური ვექტორის ა) x , ბ) y და გ) z კომპონენტები.

• 13 ტეხასური მზით შეწუხებული ჭიანჭველა xy სიბრტყეზე დარბის. ოთხი მიმდევრობითი გარბენის x და y კომპონენტები სანტიმეტრებში ასეთია:

$(30, 40)$, $(b_x, -70)$, $(-20, c_y)$, $(-80, -70)$. ოთხი გარბენის მთლიანი გადაადგილების xy კომპონენტებია $(-140, -20)$. რისი ტოლია ა) b_x და ბ) c_y ? რისი ტოლია მთლიანი გადაადგილების გ) სიდიდე და დ) კუთხე (x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ)?

• 14 გვაქვს ორი ვექტორი, $\vec{a} = (3\text{მ})\hat{i} + (4\text{მ})\hat{j}$ და $\vec{b} = (5\text{მ})\hat{i} + (-2\text{მ})\hat{j}$. წარმოადგინე $\vec{a} + \vec{b}$: ა) ერთეულოვან-ვექტორული სახით, იპოვე მისი ბ) სიდიდე და გ) კუთხე ($\hat{i}$ -ს მიმართ). ახლა წარმოადგინე $\vec{b} - \vec{a}$ დ) ერთეულოვან ვექტორული სახით და იპოვე მისი ე) სიდიდე და ვ) კუთხე.

• 15 მოცემულია ორი ვექტორი:

$$\vec{a} = (4 \text{ მ})\hat{i} - (3 \text{ მ})\hat{j} + (1 \text{ მ})\hat{k}$$

$$\text{და } \vec{b} = (-1 \text{ მ})\hat{i} + (1 \text{ მ})\hat{j} + (4 \text{ მ})\hat{k}$$

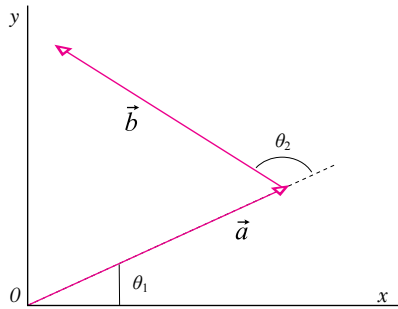
ერთეულოვან-ვექტორული სახით წარმოადგინე: ა) $\vec{a} + \vec{b}$, ბ) $\vec{a} - \vec{b}$ და გ) მესამე $\vec{c}$ ვექტორი, რომლისთვისაც $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$. [SSM](#).

• 16 შენ აკეთებ ოთხ წრფივ მოძრაობას ბრტყელ ზედაპირზე. მოძრაობას იწყებ xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავედან და ამთავრებ წერტილში $(-140\text{მ}, 30\text{მ})$. მოძრაობების x და y კომპონენტებია (მეტრებში): 20 და 60, b_x და -70 , -20 და c_y , -60 და -70 . რისი ტოლია ა) b_x კომპონენტი და ბ) c_y კომპონენტი? გამოთვალე მთლიანი გადაადგილების გ) სიდიდე და დ) კუთხე (x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ).

• 17 $\vec{a}$, $\vec{b}$ და $\vec{c}$ ვექტორებიდან თითოეულის სიდიდეა 50 მ და თითოეული xy სიბრტყეში ძევს. x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ მათი კუთხეებია, შესაბამისად, 30° , 195° და 215° . გამოთვალე $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ -ს: ა) სიდიდე და ბ) კუთხე. გამოთვალე $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ -ს: გ) სიდიდე და დ) კუთხე. გამოთვალე $\vec{d}$ ვექტორის: ე) სიდიდე და ვ) კუთხე, რომლისთვისაც $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = 0$. [ILW](#).

• 18 $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ჯამში $\vec{A}$ ვექტორის სიდიდეა 12 მ, ხოლო დახრილობა x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ არის 40° , საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. $\vec{C}$ ვექტორის სიდიდეა 15 მ, ხოლო დახრილობა x ღერძის უარყოფითი მიმართულების მიმართ 20° საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. რას უდრის $\vec{B}$ ვექტორის ა) სიდიდე და ბ) დახრილობა (x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ)?

• **19** 3.29 სურათზე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები თანაბარი სიდიდისაა — 10 მ, ხოლო მათი კუთხეებია $\theta_1 = 30^\circ$ და $\theta_2 = 105^\circ$. მოძებნე ჯამური $\vec{r}$ ვექტორის ა) x და ბ) y კომპონენტები, გ) $\vec{r}$ -ის სიდიდე და დ) კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ. **SSM ILW WWW.**



სურ. 3. 29. კითხვა 19.

• **20** ა) რისი ტოლია ქვემოთ მოცემული ოთხი ვექტორის ჯამი ერთეულოვან-ვექტორული სახით? რისი ტოლია ამ ჯამის ბ) სიდიდე, გ) კუთხე გრადუსებში და დ) კუთხე რადიანებში?

$$\vec{E}: 6 \text{ მ} + 0,9 \text{ რადიანი} \quad \vec{F}: 5 \text{ მ} - 75^\circ$$

$$\vec{G}: 4 \text{ მ} + 1,2 \text{ რადიანი} \quad \vec{H}: 6 \text{ მ} - 210^\circ$$

• **21** ჭადრაკის ფიგურები გადაადგილდება კვადრატებზე, რომელთა გვერდები 1,0 სმ-ია. მხედარი გადაადგილება შემდეგი გზით: ა) ორი კვადრატი წინ, ერთი კვადრატი მარჯვნივ; 2) ორი კვადრატი მარცხნივ, ერთი კვადრატი წინ; 3) ორი კვადრატი წინ, ერთი კვადრატი მარცხნივ. როგორი იქნება მხედრის მთლიანი გადაადგილების ა) სიდიდე და ბ) კუთხე (წინა მიმართულების მიმართ) ამ სამი სვლის ზედიზედ გაკეთების შემდეგ?

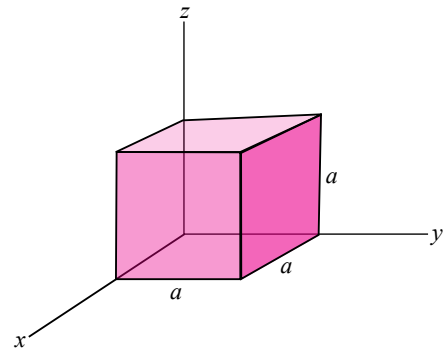
• • **22** A ოაზისი B ოაზისიდან აღმოსავლეთით 25 კმ მანძილზეა. აქლემი მოძრაობას იწყებს A ოაზისიდან, გადის 24კმ-ს სამხრეთ-აღმოსავლეთიდან 15° კუთხით, შემდეგ კი 8კმ-ს ჩრდილოეთით. რა მანძილითაა დაშორებული აქლემი B ოაზისიდან?

• • **23** ორი ხოჭო ერთი წერტილიდან იწყებს სირბილს. პირველი ხოჭო გარბის 0,5 მ-ს აღმოსავლეთით, შემდეგ კი 0,8 მ-ს ჩრდილო-აღმოსავლეთიდან 30° კუთხით. მეორე ხოჭოც აკეთებს ორ გარბენს და პირველად 1,6 მ-ს გარბის ჩრდილო-აღმოსავლეთიდან 40° კუთხით. როგორი უნდა იყოს ხოჭოს მეორე გარბენის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება, თუ ის უნდა დასრულდეს

პირველი ხოჭოს ახალი მდებარეობის ადგილზე?

• • **24** ბაზაზე დაბრუნების დროს მკვლევარი თოვარში მოყვა (თოვა იმდენად ძლიერია, რომ მინის და ზეცის გარჩევაც კი შეუძლებელია). მკვლევარი აპირებდა 5,6 კმ-ის გავლას ჩრდილოეთით, მაგრამ, როდესაც ამინდი გამოკეთდა, აღმოაჩინა, რომ 7,8 კმ გაიარა ჩრდილო-აღმოსავლეთიდან 50° კუთხით. ა) რა მანძილზე და ბ) რა მიმართულებით უნდა იმოძრაოს მკვლევარმა ბაზაზე დასაბრუნებლად?

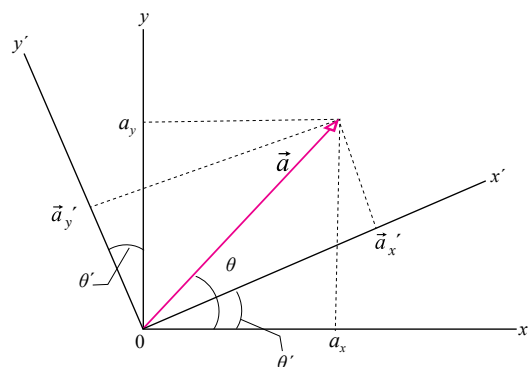
• • • **25** ა) 3.30 სურათზე a გვერდის სიგრძის კუბი ერთი კუთხით ეხება xyz კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეს. დიაგონალი არის ხაზი, რომელიც ერთ კუთხეს აკავშირებს მეორესთან ცენტრის გავლით. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, რა იქნება სხეულის დიაგონალი კუთხიდან, რომლის კოორდინატებია ა) $(0,0,0)$, ბ) $(a, 0, 0)$, გ) $(0, a, 0)$ და დ) $(a,a,0)$? ე) გამოთვალე კუთხეები დიაგონალსა და მიმდებარე გვერდებს შორის. ვ) განსაზღვრე სხეულის დიაგონალის სიგრძე a -ს მიმართ. **SSM.**



სურ. 3. 30. კითხვა 25.

ქვეთავი 3-8. ვექტორები და ფიზიკის კანონები

• **26** 3.31 სურათზე 17 მ სიდიდის $\vec{a}$ ვექტორი მიმართულია x ღერძის დადებითი მიმართ-



სურ. 3. 31. კითხვა 26.

თულებისადმი $\theta = 56^\circ$ კუთხით საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. როგორი იქნება ვექტორის ა) a_x და ბ) a_y კომპონენტები? მეორე კოორდინატა სისტემა პირველის მიმართ დახრილია $\theta' = 18^\circ$ კუთხით. როგორი იქნება გ) a'_x და დ) a'_y კომპონენტები ამ კოორდინატა სისტემაში?

ქვეთავი 3-8. ვექტორების გამრავლება

• 27 $\vec{r}$ და $\vec{z}$ ვექტორები xy სიბრტყეზე ძევს. მათი სიდიდეებია 4,5 და 7,3 ერთეული, ხოლო კუთხეები — 320° და 85° x ღერძის დადებითი მიმართულების მიმართ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. როგორი იქნება ა) $\vec{r} \cdot \vec{z}$ -ისა და ბ) $\vec{r} \times \vec{z}$ -ის მნიშვნელობები?

• 28 მოცემულია ორი ვექტორი: $\vec{a} = 3\hat{i} + 5\hat{j}$ და $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$. მოძებნე ა) $\vec{a} \times \vec{b}$, ბ) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, გ) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ და დ) $\vec{a}$ -ს კომპონენტი $\vec{b}$ -ს გასწვრივ (მინიშნება: დ)-სთვის განიხილე ფორმულა 3.20 და სურ. 3.19).

• 29 მოცემულია სამი ვექტორი: $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -1\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ და $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 1\hat{k}$. მოძებნე ა) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, ბ) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ და გ) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$.

• 30 თუ $\vec{d}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ და $\vec{d}_2 = -5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, რისი ტოლია $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot (\vec{d}_1 \times \vec{d}_2)$?

• • 31 ორ მოცემულ ვექტორს შორის კუთხის გამოსათვლელად გამოიყენე სკალარული ნამრავლის განსაზღვრება $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$ და ის ფაქტი, რომ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$. $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ და $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ SSM ILW WWW.

• • 32 ნამრავლში $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, $q = 2$, $\vec{v} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ და $\vec{F} = 4\hat{i} - 20\hat{j} + 12\hat{k}$, თუ $B_x = B_y$, როგორი სახე ექნება $\vec{B}$ ვექტორს ერთეულოვან ვექტორულ ჩანაწერში?

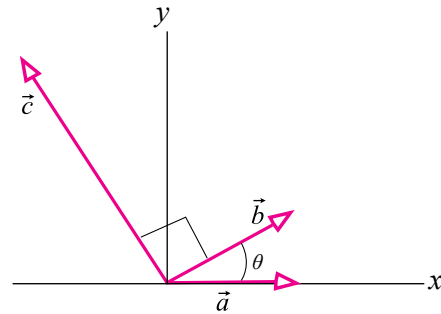
• • 33 $\vec{A}$ ვექტორის სიდიდეა 6 ერთეული, $\vec{B}$ ვექტორისა — 7 ერთეული, ამასთან, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 14$. როგორი იქნება კუთხე $\vec{A}$ -სა და $\vec{B}$ -ს მიმართულებებს შორის?

• • 34 მოცემული სამი ვექტორისთვის, რისი ტოლი იქნება $3\vec{C} \cdot (2\vec{A} \times \vec{B})$?

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{C} = 7\hat{i} - 8\hat{j}$$

• • 35 3.32 სურათზე მოცემული ვექტორების სიდიდეებია: $a = 3$ მ, $b = 4$ მ, $c = 10$ მ, ხოლო



სურ. 3. 32. კითხვა 35.

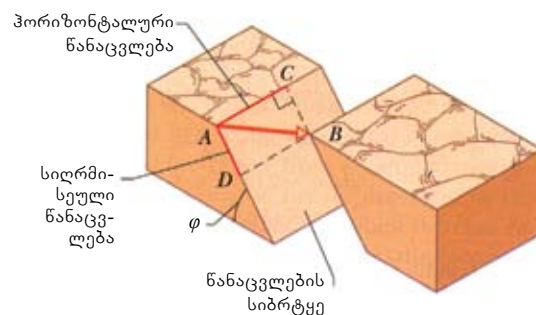
კუთხეა $\theta = 30^\circ$. როგორი იქნება $\vec{a}$ ვექტორის ა) x და ბ) y კომპონენტები? როგორი იქნება $\vec{b}$ ვექტორის გ) x და დ) y კომპონენტები? როგორი იქნება $\vec{C}$ ვექტორის ე) x და ვ) y კომპონენტები?

თუ $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$, როგორი იქნება ზ) p -ს და თ) q -ს მნიშვნელობები?

• • 36 მიმების შეხვედრისას, პირველი მიმის გადაადგილებაა $\vec{d}_1 = (4\theta)\hat{i} + (5\theta)\hat{j}$, ხოლო მეორისა — $\vec{d}_2 = (-3\theta)\hat{i} + (4\theta)\hat{j}$. გამოთვალე ა) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$, ბ) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$, გ) $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_2$ და დ) $\vec{d}_1$ კომპონენტი $\vec{d}_2$ -ის მიმართულების გასწვრივ. (მინიშნება: დ)-სთვის იხილე ფორმულა 3.20 და სურ. 3.19).

დამატებითი ამოცანები

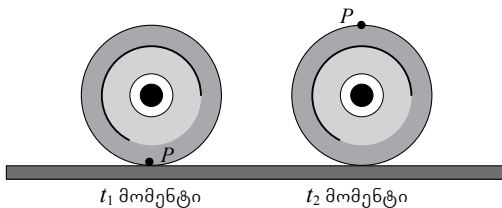
37 კლდის ნაწევი ეწოდება ბზარს, რომლის ორი მოპირდაპირე მხარე წარსულში ერთმანეთის მიმართ წანაცვლდა. 3.33 სურათზე A და B წერტილები წანაცვლებამდე ერთმანეთს ემთხვეოდა. გადაადგილება AB წანაცვლების მთლიან სიბრტყეზეა. AB -ს ჰორიზონტალური კომპონენტი არის AC ჰორიზონტალური წანაცვლება. AB -ს კომპონენტი, რომელიც წანაცვლების სიბრტყის ქვემოთაა მიმართული, არის AD სიღრმისეული წანაცვლება. ა) გამოთვალე AB მთლიანი გადაადგილების



სურ. 3. 33. კითხვა 37.

სიდიდე, თუ $AC = 22$ მ, ხოლო $AD = 17$ მ. ბ) თუ წანაცვლების სიბრტყე ჰორიზონტის მიმართ გადახარა $\varphi = 52^\circ$ კუთხით, როგორი იქნება AB -ს ვერტიკალური კომპონენტი?

38 $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების კომპონენტებია: $a_x = 3,2$, $a_y = 1,6$, $b_x = 0,5$, $b_y = 4,5$. ა) გამოთვალე კუთხე $\vec{a}$ -სა და $\vec{b}$ -ს მიმართულებებს შორის. χ სიბრტყეზე ძევს $\vec{a}$ -ს პერპენდიკულარული ორი ვექტორი, რომელთაგან თითოეულის სიდიდეა 5 მ. $\vec{c}$ ვექტორს აქვს დადებითი x კომპონენტი, ხოლო $\vec{d}$ ვექტორს – უარყოფითი x კომპონენტი. როგორი იქნება $\vec{c}$ ვექტორის ბ) x და გ) y კომპონენტები და $\vec{d}$ ვექტორის დ) x და ე) y კომპონენტები?



სურ. 3. 34. კითხვა 39.

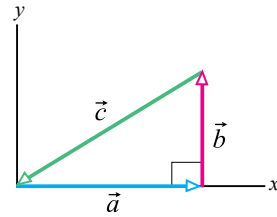
39 45 სმ რადიუსის ბორბალი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მიგორავს (სურ. 3.34). t_1 მომენტში ბორბლის P წერტილი ზედაპირს ეხება. t_2 მომენტში ბორბალი ნახევრად შემობრუნდება. როგორი იქნება P -ს გადაადგილების ა) სიდიდე და ბ) კუთხე (ზედაპირის მიმართ)?

40 მომიტინგე თავისი პლაკატით მოძრაობას იწყებს χyz კოორდინატთა სისტემაში χy სიბრტყეზე. ის გადის 40 მ-ს x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით, შემდეგ 20 მ-ს მარჯვნივ, პერპენდიკულარული ტრაექტორიით, ბოლოს კი 25 მ-ს ზევით, წყალსაქაჩი კოშკის მიმართულებით. ა) როგორი იქნება პლაკატის მთლიანი გადაადგილება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? ბ) მომიტინგემ პლაკატი წყალსაქაჩი კოშკთან დააგდო. როგორი იქნება პლაკატის სრული გადაადგილების სიდიდე მისი მოძრაობის დასაწყისიდან დასასრულამდე?

41 თუ $\vec{A}$ -ს დავუმატებთ $\vec{B}$ -ს, მივიღებთ $6\hat{i} + \hat{j}$. თუ $\vec{A}$ -ს გამოვაკლებთ $\vec{B}$ -ს, მივიღებთ $-4\hat{i} + 7\hat{j}$. რისი ტოლია $\vec{A}$ -ს სიდიდე?

42 თუ $\vec{B}$ -ს დავუმატებთ $\vec{C} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ -ს, მივიღებთ $\vec{C}$ ვექტორის სიდიდისა და y ღერძის დადებითი მიმართულების ვექტორს. რისი ტოლია $\vec{B}$ -ს სიდიდე?

43 3.35 სურათზე მოცემული ვექტორებისთვის $a = 4$, $b = 3$ და $c = 5$. გამოთვალე ა) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, ბ) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ და გ) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.



სურ. 3. 35. ამოცანები 43 და 44.

44 3.35 სურათზე მოცემული ვექტორებისთვის $a = 4$, $b = 3$ და $c = 5$. გამოთვალე $\vec{a} \times \vec{b}$ -ს ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება. გამოთვალე $\vec{a} \times \vec{c}$ -ს გ) სიდიდე და დ) მიმართულება. გამოთვალე $\vec{b} \times \vec{c}$ -ს ე) სიდიდე და ვ) მიმართულება (z ღერძი არ არის ნაჩვენები).

45 10 ერთეულის სიდიდის $\vec{a}$ ვექტორი და 6 ერთეულის სიდიდის $\vec{b}$ ვექტორი ერთმანეთისგან განსხვავდება 60° -ით. იპოვე ა) ამ ვექტორების სკალარული ნამრავლი და ბ) $\vec{a} \times \vec{b}$ ვექტორული ნამრავლის სიდიდე.

46 $\vec{A}$ -ს სიდიდეა 12 მ, ხოლო კუთხე ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი — 60° საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. კოორდინატთა იმავე სისტემაში $\vec{B} = (12 \text{ მ})\hat{i} + (8 \text{ მ})\hat{j}$. კოორდინატთა სისტემა ათვლის სათავეს გარშემო შემოვაბრუნოთ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით 20° კუთხით. მივიღებთ $x'y'$ კოორდინატთა სისტემას. როგორი იქნება ახალ სისტემაში ა) $\vec{A}$ და ბ) $\vec{B}$ ვექტორები ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

47 იალქნიანი ნავი ერის ტბის ამერიკული ნაპირიდან კანადური ნაპირის იმ წერტილისკენ მიცურავს, რომელიც ჩრდილოეთით 90° კმ-ზეა. თუმცა, მეზღვაური ჩერდება საწყისი წერტილიდან 50 კმ-ით აღმოსავლეთით. ა) რა მანძილი და ბ) რა მიმართულებით უნდა გასცუროს მეზღვაურმა დანიშნულების ადგილზე მისაღწევად?

48 იპოვე მოცემული ოთხი ვექტორის ჯამი ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, მისი ბ) სიდიდე და გ) $+x$ -თან კუთხე.

$\vec{P}$: 10 მ, $+x$ -დან 25° საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით

$\vec{Q}$: 10 მ, $+y$ -დან 10° საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით

$\vec{R}$: 8 მ, $-y$ -დან 20° საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით

$\vec{S}$: 90 მ, $-y$ -დან 40° საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით

49 მოცემულია ორი ვექტორი:

$$\vec{a} = (4 \text{ მ})\hat{i} - (3 \text{ მ})\hat{j} \quad \text{და} \quad \vec{b} = (6 \text{ მ})\hat{i} + (8 \text{ მ})\hat{j}$$

რას უდრის $\vec{a}$ ვექტორის ა) სიდიდე და ბ) კუთხე ($\hat{i}$ -სადმი)? რას უდრის $\vec{b}$ ვექტორის გ) სიდიდე და დ) კუთხე? რას უდრის $\vec{a} + \vec{b}$ -ს ე) სიდიდე და ვ) კუთხე? რას უდრის $\vec{a} - \vec{b}$ -ს ზ) სიდიდე და თ) კუთხე? რას უდრის $\vec{b} - \vec{a}$ -ს ი) სიდიდე და კ) კუთხე? ლ) როგორი იქნება კუთხე $\vec{b} - \vec{a}$ -ს $\vec{a} - \vec{b}$ -ს მიმართულებებს შორის?

50 ცეცხლოვანი ჭიანჭველა პიკნიკის ტერიტორიაზე ცხელი სოუსის მოსაძებნად მიდის და ჰორიზონტალურ ზედაპირზე აკეთებს სამ გადაადგილებას: $\vec{d}_1 = 0,4$ მ სამხრეთ-დასავლეთით, $\vec{d}_2 = 0,5$ მ აღმოსავლეთით, და $\vec{d}_3 = 0,6$ მ ჩრდილო-აღმოსავლეთით 60° -ით. x ღერძის დადებითი მიმართულება იყოს აღმოსავლეთი, ხოლო y ღერძის დადებითი მიმართულება – ჩრდილოეთი. როგორი იქნება $\vec{d}_1$ -ის ა) x და ბ) y კომპონენტები? $\vec{d}_2$ -ის გ) x და დ) y კომპონენტები? $\vec{d}_3$ -ის ე) x და ვ) y კომპონენტები? როგორი იქნება ჭიანჭველას სრული გადაადგილების ზ) x კომპონენტი, თ) y კომპონენტი, ი) სიდიდე და კ) მიმართულება? თუ ჭიანჭველა პირდაპირ საწყის წერტილს დაუბრუნდება, ლ) რა მანძილზე და მ) რა მიმართულებით უნდა იმოძრაოს?

51 ქალი გადის 250 მ-ს ჩრდილო-აღმოსავლეთით 30° -ით, შემდეგ კი 175 მ-ს აღმოსავლეთით. გამოთვალე ქალის სრული გადაადგილების ა) სიდიდე და ბ) კუთხე. გ) გამოთვალე მის მიერ განვლილი მანძილი. დ) რა უფრო მეტია, განვლილი მანძილი თუ გადაადგილების სიდიდე? **SSM.**

52 $\vec{d}_1$ გადაადგილება ძევს yz სიბრტყეზე, y ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 63° კუთხითაა დახრილი, აქვს დადებითი z კომპონენტი და 4,5 მ სიდიდე. $\vec{d}_2$ გადაადგილება ძევს xz სიბრტყეზე, x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 30° კუთხითაა დახრილი, აქვს დადებითი z კომპონენტი და 1,4 მ სიდიდე. როგორი იქნება

ა) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$, ბ) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ და გ) კუთხე $\vec{d}_1$ -სა და $\vec{d}_2$ -ს შორის?

53 მოცემული გვაქვს სამი გადაადგილება მეტრებში:

$$\vec{d}_1 = 4\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{d}_2 = -1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad \text{და}$$

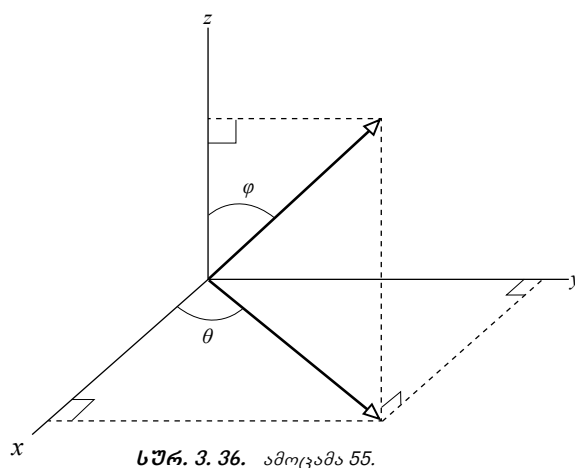
$$\vec{d}_3 = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

ა) როგორი იქნება $\vec{r} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2 + \vec{d}_3$?

ბ) როგორი იქნება კუთხე $\vec{r}$ -სა და z ღერძის დადებითი მიმართულებას შორის? გ) რისი ტოლია $\vec{d}_1$ -ის კომპონენტი $\vec{d}_2$ -ის მიმართულების გასწვრივ? დ) რისი ტოლია $\vec{d}_1$ -ის კომპონენტი, რომელიც $\vec{d}_2$ -ის მიმართულების პერპენდიკულარულია და $\vec{d}_1$ -ისა და $\vec{d}_2$ -ის სიბრტყეზეა? (მინიშნება: გ)-სთვის გაითვალისწინე ფორმულა 3.20 და სურ. 3.19; დ)-სთვის გაითვალისწინე ფორმულა 3.27).

54 $\vec{A}$ და $\vec{B}$ ვექტორები xy სიბრტყეზე ძევს. $\vec{A}$ -ს სიდიდეა 8, ხოლო კუთხე არის 130° . $\vec{B}$ -ს კომპონენტებია $B_x = -7,72$ და $B_y = -9,2$. გამოთვალე კუთხეები y ღერძის უარყოფით მიმართულებას და (ა) $\vec{A}$ -ს მიმართულებას შორის, (ბ) $\vec{A} \times \vec{B}$ -ს მიმართულებას შორის, გ) $\vec{A} \times (\vec{B} + 3\hat{k})$ მიმართულებას შორის.

55 $\vec{A}$ და $\vec{B}$ ვექტორები xy სიბრტყეზე ძევს. $\vec{A}$ -ს სიდიდეა 8,00, ხოლო კუთხე – 130° . $\vec{B}$ -ს კომპონენტებია $B_x = -7,72$ და $B_y = -9,2$. (ა) იპოვე $5\vec{A} \cdot \vec{B}$. როგორი იქნება $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ (ბ) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და (გ) სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში სფერული კოორდინატებით (იხილე სურ. 3.36)? (დ) იპოვე კუთხე $\vec{A}$ -სა და $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ -ის მიმართულებებს შორის (მინიშნება: დაფიქრდი, სანამ გამოთვლებს დაიწყებ). როგორ



სურ. 3.36. ამოცანა 55.

რი იქნება $\vec{A} \times 3\hat{k}$ (ე) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და (ვ) სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში სფერული კოორდინატებით?

56 $\vec{d}_1$ ვექტორი მიმართულია y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით, ხოლო $\vec{d}_2$ ვექტორი – x ღერძის დადებითი მიმართულებით. რა მიმართულება ექნება (ა) $\vec{d}_2/4$ -ს და (ბ) $\vec{d}_1/(-4)$ -ს? როგორი იქნება ნამრავლის სიდიდე (გ) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ -სთვის და დ) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2/4)$ -სთვის? როგორი იქნება შედეგად მიღებული ვექტორის მიმართულება (ე) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ -სთვის და (ვ) $\vec{d}_2 \times \vec{d}_1$ -სთვის? როგორი იქნება ვექტორული ნამრავლის სიდიდე (ზ) (ე)-ში და (თ) (ვ)-ში? როგორი იქნება $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2/4)$ -ის (ი) სიდიდე და (კ) მიმართულება?

57 ვექტორი $\vec{d}$ მიმართულია სამხრეთით და მისი სიდიდეა 3 მ. რას უდრის $5\vec{d}$ ვექტორის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? რას უდრის $-2\vec{d}$ ვექტორის (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება?

58 თუ $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$, $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ და $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ მაშინ როგორი იქნება (ა) $\vec{d}_1$ და (ბ) $\vec{d}_2$ ერთეულოვან ვექტორულ ჩანაწერში?

59 გამოთვალე მოცემული ოთხი ვექტორის ჯამი ა) ერთეულოვან ვექტორულ ჩანაწერში, მისი ბ) სიდიდე და გ) კუთხე.

$$\vec{A} = (2 \text{ მ})\hat{i} + (3 \text{ მ})\hat{j}$$

$$\vec{B}: 4 \text{ მ}, +65^\circ$$

$$\vec{C} = (-4 \text{ მ})\hat{i} - (6 \text{ მ})\hat{j}$$

$$\vec{D}: 5 \text{ მ}, -235^\circ$$

60 x ღერძის გასწვრივ მიმართული $\vec{A}$ ვექტორი უნდა დავუმატოთ 7.0 მ სიდიდის $\vec{B}$ ვექტორს. ჯამი გვაძლევს მესამე ვექტორს, რომელიც მიმართულია y ღერძის გასწვრივ და მისი სიდიდე 3-ჯერ მეტია $\vec{A}$ -ს სიდიდეზე. როგორი იქნება $\vec{A}$ -ს სიდიდე?

61 სამი ვექტორი მოცემულია მეტრებში:

$$\vec{d}_1 = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{d}_2 = -2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 1\hat{k}$$

იპოვე შედეგები: (ა) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$,
(ბ) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3)$, (გ) $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$.

62 5 მ სიდიდის $\vec{a}$ ვექტორი მიმართულია სამხრეთით. 4 მ სიდიდის $\vec{b}$ ვექტორი მიმართულია ჩრდილო-დასავლეთიდან 35° -ით. რისი ტო-

ლია $\vec{a} + \vec{b}$ -ს (ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება? რისი ტოლია $\vec{a} - \vec{b}$ -ს გ) სიდიდე და დ) მიმართულება? თითოეული კომბინაციისთვის ააგე ვექტორული დიაგრამა.

63 გოლფის მოთამაშე ბურთს ხვრელში სამ დარტყმაში აგდებს. პირველი დარტყმა ბურთს გადაადგილებს 3,6 მ ჩრდილოეთით, მეორე დარტყმა – 1,83 მ სამხრეთ-აღმოსავლეთით, ხოლო მესამე დარტყმა – 0,91 მ სამხრეთ-დასავლეთით. რისი ტოლია ერთი დარტყმით ბურთის ჩასაგდებად საჭირო გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება?

64 წერტილი სიბრტყეზე სამჯერ გადაადგილდება: $\vec{d}_1 - 4$ მ სამხრეთ-დასავლეთით, შემდეგ $\vec{d}_2 - 5$ მ აღმოსავლეთით და ბოლოს $\vec{d}_3 - 6$ მ ჩრდილო-აღმოსავლეთით 60° -ით. აირჩიე კოორდინატა სისტემა, სადაც y ღერძი აჩვენებს ჩრდილოეთს, ხოლო x ღერძი – აღმოსავლეთს. რისი ტოლია $\vec{d}_1$ -ის (ა) x კომპონენტი და (ბ) y კომპონენტი? რისი ტოლია $\vec{d}_2$ -ის (გ) x კომპონენტი და დ) y კომპონენტი? რისი ტოლია $\vec{d}_3$ -ის (ე) x კომპონენტი და (ვ) y კომპონენტი? რისი ტოლია წერტილის მთლიანი გადაადგილების (ზ) x კომპონენტი, (თ) y კომპონენტი, (ი) სიდიდე და (კ) მიმართულება? თუ წერტილი საწყის მდებარეობაში ბრუნდება, მაშინ (ლ) რა მანძილი უნდა გაიაროს და (მ) რა მიმართულებით უნდა იმოძრაოს?

65 $\vec{a}$ ვექტორი yz სიბრტყეზე ძევს, y ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი დახრილია 63° -ით, აქვს დადებითი z კომპონენტი და 3,2 ერთეულის ტოლი სიდიდე. $\vec{b}$ ვექტორი ძევს xz სიბრტყეზე, x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 48° კუთხითაა დახრილი, აქვს დადებითი z კომპონენტი და 1,4 ერთეულის ტოლი სიდიდე. იპოვე (ა) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (ბ) $\vec{a} \times \vec{b}$ და (გ) კუთხე $\vec{a}$ -ს და $\vec{b}$ -ს შორის.

66 (ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში როგორი იქნება $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, თუ $\vec{a} = 5\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ და $\vec{c} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ (ბ) გამოთვალე კუთხე $\vec{r}$ -სა და z ღერძის დადებით მიმართულებას შორის. (გ) როგორი იქნება $\vec{a}$ -ს კომპონენტი $\vec{b}$ -ს მიმართულების გასწვრივ? (დ) რა იქნება $\vec{a}$ -ს კომპონენტი $\vec{b}$ -ს პერპენდიკულარულად, მაგრამ $\vec{a}$ -სა და $\vec{b}$ -ს სიბრტყეზე? (მინიშნება: (გ)-სთვის იხილე

ფორმულა 3.2 და სურ. 3.19. (დ)-სთვის იხილე ფორმულა 3.27).

67 8 მ სიდიდის $\vec{B}$ ვექტორი ემატება $\vec{A}$ ვექტორს, რომელიც x ღერძის გასწვრივ არის მიმართული. ამ ორი ვექტორის ჯამი გვაძლევს ახალ ვექტორს, რომელიც y ღერძის გასწვრივაა მიმართული და აქვს $\vec{A}$ -ზე ორჯერ მეტი სიდიდე. რისი ტოლია $\vec{A}$ -ს სიდიდე?

68 განვიხილოთ x ღერძის დადებითი მიმართულების $\vec{a}$ ვექტორი, y ღერძის დადებითი მიმართულების $\vec{b}$ ვექტორი და d სკალარი. როგორი იქნება $\vec{b}/d$ -ს მიმართულება, თუ d (ა) დადებითია და (ბ) უარყოფითია? რისი ტოლია (გ) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ -ს და (დ) $\vec{a} \cdot \vec{b}/d$ -ს სიდიდე? რა მიმართულება ექნება ვექტორს (ე) $\vec{a} \times \vec{b}$ და (ვ) $\vec{b} \times \vec{a}$? (ზ) როგორი იქნება ვექტორული ნამრავლის სიდიდე (ე)-ში? როგორი იქნება $\vec{a} \cdot \vec{b}/d$ -ს (თ) სიდიდე და (ი) მიმართულება, თუ d დადებითია?

69 $\vec{d}$ ვექტორის სიდიდეა 2,5 მ, ხოლო მიმართულება – ჩრდილოეთი. რისი ტოლია $4\vec{d}$ -ს (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? რისი ტოლია $3\vec{d}$ -ს (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება?

70 კაცი სეირნობას იწყებს x, y კოორდინატთა სისტემის სათავიდან. x სიბრტყე პერიზონტალურია, ხოლო x ღერძი მიმართულია აღმოსავლეთისკენ. კაცმა გაიარა 1000 მ აღმოსავლეთით, შემდეგ 2000 მ ჩრდილოეთით, ბოლოს კი ერთცენტრიანი მონეტა 500 მ სიმაღლის კლდიდან გადაუვარდა. (ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, რისი ტოლია ერთცენტრიანი მონეტის გადაადგილება კაცის მოძრაობის დაწყებიდან დაცემამდე? (ბ) როდესაც კაცი ათვლის სათავესთან ბრუნდება, რისი ტოლია მისი მთლიანი გადაადგილების სიდიდე?

71 მოძებნე a გვერდის სიგრძის კუბში დიაგონალების თითოეულ წვეთს შორის კუთხე. იხილე ამოცანა 25.

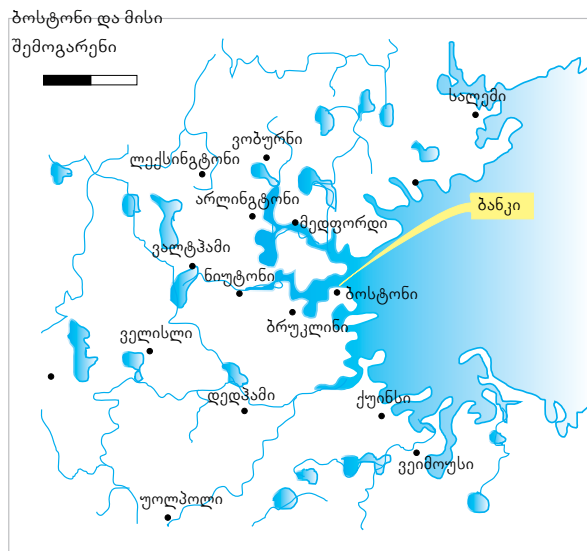
72 თუ $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} + \vec{b} = 4\vec{c}$ და $\vec{c} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$, მაშინ რისი ტოლია (ა) $\vec{a}$ და (ბ) $\vec{b}$?

73 დავუშვათ, $\hat{i}$ მიმართულია აღმოსავლეთისკენ, $\hat{j}$ – ჩრდილოეთისკენ, ხოლო $\hat{k}$ – ზევით. რისი ტოლია ნამრავლების (ა) $(\hat{i} \cdot \hat{j})$ (ბ) $(-\hat{k}) \cdot (-\hat{j})$ და (გ) $\hat{j} \cdot (-\hat{j})$ სიდიდე? საითაა მიმართული ნამრავლები (დ) $\hat{k} \times \hat{j}$, (ე) $(-\hat{i}) \cdot (-\hat{j})$ და (ვ) $(-\hat{k}) \times (-\hat{j})$?

74 განიხილება 3 მ და 4 მ სიდიდის ორი გადაადგილება. აჩვენე, როგორ უნდა დაჯგუფდეს გადა-

ადგილების ვექტორები მთლიანი გადაადგილების შემდეგი სიდიდეების მისაღებად: (ა) 7 მ, (ბ) 1 მ და (გ) 5 მ.

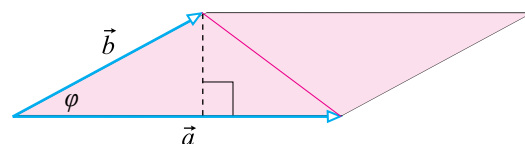
75 ბოსტონის ცენტრში ბანკი გაძარცვეს (იხილე რუკა 3.37 სურათზე). პოლიციისგან თავის დასაღწევად მძარცველები თვითმფრინავით გაფრინდნენ და შეასრულეს სამი ფრენა: 32 კმ სამხრეთით დასავლეთის მიმართ 45° -ით, 53 კმ დასავლეთით ჩრდილოეთის მიმართ 64° -ით და 26 კმ სამხრეთ-აღმოსავლეთით 18° -ით. მესამე გადაფრენის ბოლოს მძარცველები დააკავეს. რომელ ქალაქში მოხდა ეს? (რუქაზე გადაადგილებების შესაყრებად გამოიყენე გეომეტრიული მეთოდი).



სურ. 3.37. ამოცანა 75.

76 ა) აჩვენე, რომ $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a})$ ნულის ტოლია ნებისმიერი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორისთვის. ბ) რისი ტოლია $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})$ სიდიდე, თუ $\vec{a}$ -სა და $\vec{b}$ -ს მიმართულებებს შორის კუთხეა ϕ ?

77 აჩვენე, რომ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებსა და წითელ ხაზს შორის მოქცეული სამკუთხედის (სურ. 3.38) ფართობია $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$.



სურ. 3.38. ამოცანა 77.

78 აჩვენე, რომ ფორმულა 3.29 გარდაიქმნება 3.30-ად.

79 აჩვენე, რომ ფორმულა 3.22 დაიყვანება 3.23-ზე.

4

ოზგანზომილებიანი და სამგანზომილებიანი მოდელიზაცია

რობი ნიველი „დიდი კანიონის“ ერთი ნაპირიდან მეორეზე გადახტა და მოტოციკლით ხტომის გასაოცარი რეკორდი დაამყარა – ნმ მეტრი. რობი, რა თქმა უნდა, კანიონის მეორე ნაპირზე დაშვებას ესწრაფოდა და სულაც არ უნდოდა, რომ თუნდაც უმცირესი შეცდომის გამო კანიონის ფსკერზე აღმოჩენილიყო.

ჩოგოჩი უნდა განსაზღვროს მოსოსიხილით მხომოქცა ნახომის სანყისი სიჩქარე?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ.

4.1 ჩა ჩიის ფიზიჩა?

ამ თავში განვადგომბთ ფიზიკის იმ ნაწილის შესწავლას, რომელიც მოძრაობას შეეხება, თუმცა ამჯერად განვიხილავთ ორ ან სამგანზომილებიან მოძრაობას. მაგალითად, მედიცინის მკვლევრები და ავიაინჟინრები დიდ ყურადღებას უთმობენ ორ და სამგანზომილებიან ბრუნვით მოძრაობებს, რომლებიც პილოტებს საჰაერო ბრძოლებში სჭირდებათ (მოძრაობის რომელი პარამეტრები გამოიწვევს პილოტის მიერ გონების დაკარგვას?). სპორტული ინჟინრებისთვის მთავარია, მაგალითად, კალათბურთთან დაკავშირებული საკითხები (როდესაც მოთამაშე სამქულიანი ხაზიდან ტყორცნის, რა სიჩქარით და კუთხით უნდა გაფრინდეს ბურთი, რათა კალათში მოხვდეს?).

სამგანზომილებიანი მოძრაობა იოლი გასააზრებელი არ არის. მაგალითად, მანქანას ტრასაზე აღბათ კარგად მართავთ (ერთგანზომილებიანი მოძრაობა), მაგრამ ასაფრენ ბილიკზე თვითმფრინავის დასმა (სამგანზომილებიანი მოძრაობა) ვარჯიშის გარეშე ძალიან გაგიჭირდებათ.

ორგანზომილებიანი და სამგანზომილებიანი მოძრაობის შესწავლას მდებარეობით და გადაადგილებით ვინყებთ.

4.2 მდებარეობა და გადაადგილება

წერტილის მდებარეობის განსაზღვრა $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორით ხდება. მდებარეობის ვექტორი ჩვენთვის ცნობილ მდებარეობას (ჩვეულებრივ, კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეს) ამ

წერტილთან აკავშირებს. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში $\vec{r}$ ვექტორი იქნება:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}, \quad (4.1)$$

სადაც $x\hat{i}$, $y\hat{j}$ და $z\hat{k}$ $\vec{r}$ -ის ვექტორული კომპონენტებია, ხოლო x , y და z კოეფიციენტები $\vec{r}$ -ის სკალარული კომპონენტები.

x , y და z კოეფიციენტები გვიჩვენებს წერტილის მდებარეობას კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ და ათვლის სათავეს მიმართ, ანუ წერტილს გააჩნია მართკუთხა კოორდინატები (x, y, z) . მაგალითად, 4.1 სურათზე ნაჩვენებია წერტილი მდებარეობის ვექტორით:

$$\vec{r} = (-3\theta)\hat{i} + (2\theta)\hat{j} + (5\theta)\hat{k}$$

და მართკუთხა კოორდინატებით $(-3\theta, 2\theta, 5\theta)$. x ღერძის გასწვრივ წერტილი 3 მეტრითაა დაშორებული ათვლის სათავედან $(-\hat{i})$ მიმართულებით. y ღერძის გასწვრივ წერტილი 2 მეტრითაა დაშორებული ათვლის სათავედან $+\hat{j}$ მიმართულებით. z ღერძის გასწვრივ წერტილი 5 მეტრითაა დაშორებული ათვლის სათავედან $+\hat{k}$ მიმართულებით.

წერტილის მოძრაობასთან ერთად მისი მდებარეობის ვექტორი ისე იცვლება, რომ ამ წერტილის ყოველთვის ათვლის სათავესთან აკავშირებს. თუ მდებარეობის ვექტორი დროის გარკვეულ მომენტში შეიცვალა $\vec{r}_1$ -დან $\vec{r}_2$ -ზე, მაშინ წერტილის $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება დროის ამ მომენტში იქნება:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (4.2)$$

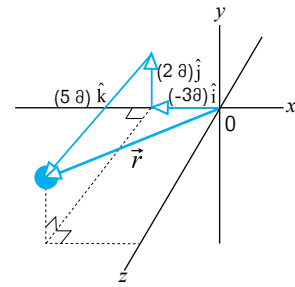
4.1 ფორმულის ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერის გამოყენების შედეგად ეს გადაადგილება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}, \quad (4.3)$$

სადაც (x_1, y_1, z_1) კოორდინატები შეესაბამება $\vec{r}_1$ მდებარეობის ვექტორს, ხოლო (x_2, y_2, z_2) კოორდინატები $\vec{r}_2$ მდებარეობის ვექტორს. გადაადგილების ჩანერა ასევე შეიძლება, თუ $(x_2 - x_1)$ -ის ნაცვლად ჩავსვამთ Δx -ს, $(y_2 - y_1)$ -ის ნაცვლად Δy -ს და $(z_2 - z_1)$ -ის ნაცვლად Δz -ს:

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}. \quad (4.4)$$



სურ. 4.1 წერტილის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი არის წერტილის ვექტორული კომპონენტების ჯამი.

აქოსანის აქოსნის ნიჟაჟი 4.1

4.2 სურათზე წერტილის საწყისი მდებარეობის ვექტორია

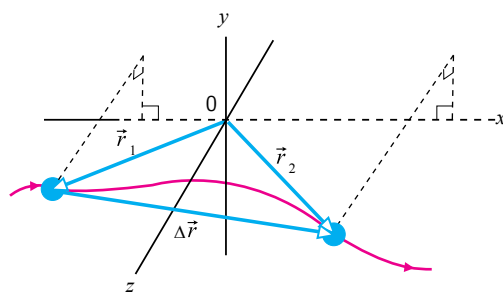
$$\vec{r}_1 = (-3\theta)\hat{i} + (2\theta)\hat{j} + (5\theta)\hat{k},$$

ხოლო მომდევნო მდებარეობის:

$$\vec{r}_2 = (9\theta)\hat{i} + (2\theta)\hat{j} + (8\theta)\hat{k}.$$

როგორი იქნება წერტილის $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება $\vec{r}_1$ -დან $\vec{r}_2$ -მდე?

ამოხსნა: $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება მიიღება $\vec{r}_2$ საბ-



სურ. 4.2 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ გადაადგილების ვექტორი $\vec{r}_1$ ვექტორის ბოლოს აერთებს $\vec{r}_2$ ვექტორის ბოლოსთან.

ოლო მდებარეობის ვექტორიდან $\vec{r}_1$ -ის გამოკლებით:

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= [9 - (-3)]\hat{i} + [2 - 2]\hat{j} + [8 - 5]\hat{k} \\ &= (12\text{ მ})\hat{i} + (3\text{ მ})\hat{k} \quad (\text{პასუხი})\end{aligned}$$

გადაადგილების ვექტორი xz სიბრტყეზე ძევს, ვინაიდან y კომპონენტი არა გვაქვს. ეს ფაქტი რიცხობრივ შედეგში უფრო კარგად ჩანს, ვიდრე 4.2 სურათზე.

საკონტროლო წერტილი 1. ა) თუ ღამურა $(-2\text{მ}, 4\text{მ}, -3\text{მ})$ წერტილიდან ფრინდება და $(6\text{მ}, -2\text{მ}, -3\text{მ})$ წერტილში გადადის, როგორი იქნება მისი $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? ბ) არის თუ არა $\Delta\vec{r}$ კოორდინატთა რომელიმე სიბრტყის პარალელური? თუ არის, მაშინ რომელი სიბრტყის?

ამოცანის ამოხსნის ნიშაში 4.2

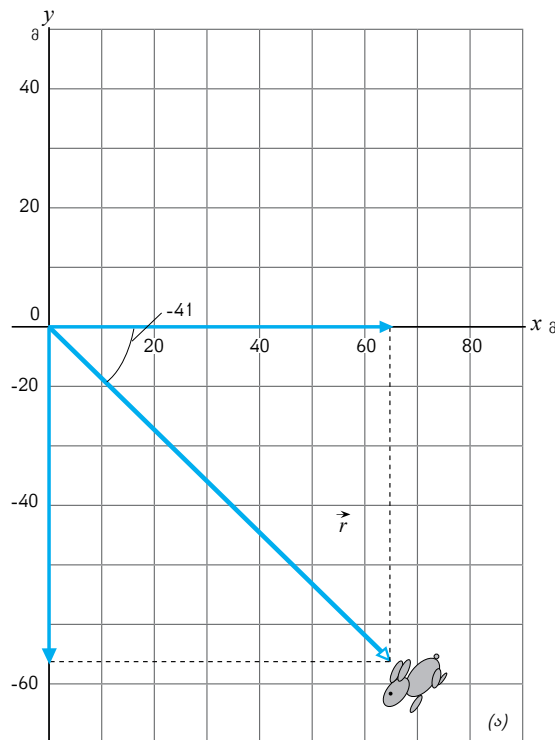
კურდღელი გარბის ავტოსადგომზე, რომელზეც, რაოდენ გასაკვირიც არ უნდა იყოს, კოორდინატთა ღერძებია გავლებული. კურდღლის მდებარეობის კოორდინატები, როგორც t დროის ფუნქცია, მოცემულია ფორმულებით:

$$x = -0,31t^2 + 7,2t + 28 \quad (4.5)$$

$$\text{და } y = 0,22t^2 - 9,1t + 30 \quad (4.6)$$

t იზომება წამებში, ხოლო x და y — მეტრებში.

ა) როდესაც $t = 15$ წმ, როგორი იქნება კურდღლის მდებარეობის $\vec{r}$ ვექტორი ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში?



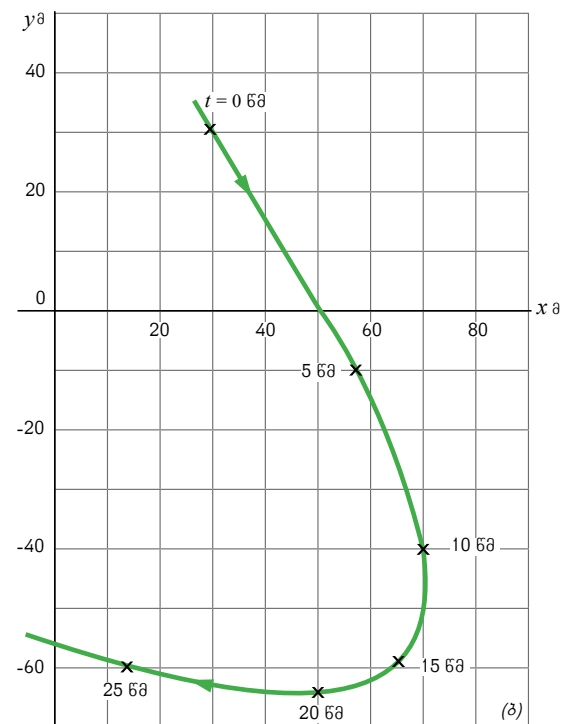
ამოხსნა: 4.5 და 4.6 ფორმულების თანახმად, კურდღლის მდებარეობის x და y კოორდინატები $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის სკალარული კომპონენტებია. მაშასადამე, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} \quad (4.7)$$

($\vec{r}$ -ის ნაცვლად $\vec{r}(t)$ -ს იმის გამო დავწერეთ, რომ კომპონენტები და, მაშასადამე, $\vec{r}$ -იც t დროის ფუნქციაა).

როდესაც $t = 15$ წმ, სკალარული კომპონენტებია:

$$x = (-0,31)(15)^2 + (7,2)(15) + 28 = 66$$



სურ. 4.3 ა) კურდღლის მდებარეობის $\vec{r}$ ვექტორი, როდესაც $t = 15$ წმ. $\vec{r}$ -ის სკალარული კომპონენტები ნაჩვენებია ღერძების გასწვრივ. ბ) კურდღლის ტრაექტორია და მისი მდებარეობები t -ს ხუთი მნიშვნელობისთვის.

$$\text{და } y = (0,22) (15)^2 - (9,1) (15) + 30 = -57$$

მაშასადამე, როდესაც $t = 15$ წმ,

$$\vec{r}(t) = (66 \text{ მ})\hat{i} - (57 \text{ მ})\hat{j}, \quad (\text{პასუხი})$$

რაც გამოსახულია 4.3ა სურათზე.

$\vec{r}$ -ის სიდიდისა და დახრილობის გამო-
სათვლელად გამოვიყენოთ ვექტორული
კალკულატორი ან 3.6 ფორმულის თანახ-
მად დავწეროთ:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66 \text{ მ})^2 + (-57 \text{ მ})^2} \\ = 87 \text{ მ}, \quad (\text{პასუხი})$$

$$\text{და } \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{(-57 \text{ მ})}{66 \text{ მ}} = -41^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

(მიუხედავად იმისა, რომ კუთხეების 139°
და -41° ტანგენსები ერთმანეთის ტოლია,

$\vec{r}$ -ის კომპონენტების ნიშნების შესწავლამ
გვაჩვენა, რომ სასურველი კუთხე მეო-
თხე მეოთხედშია, მაშასადამე $139^\circ - 180^\circ =$
 -41°).

ბ) ააგე კურდღლის ტრაექტორიის გრაფი-
კი $t = 0$ -დან $t = 25$ წმ-მდე.

ამოხსნა: t -ს რამდენიმე მნიშვნელობის-
ვის შეგვიძლია ა) ნაწილს დავუბრუნ-
დეთ და ავავოთ გრაფიკი. 3.4.ბ სურათზე
ასახულია გრაფიკი t -ს ხუთი მნიშვნელო-
ბისთვის. ასევე შეგვიძლია გამოვიყენოთ
გრაფიკული კალკულატორი და ავავოთ
პარამეტრული ანუ y -ის x -ზე დამოკიდებ-
ულების გრაფიკი, რომლის კოორდინატები
დროის ფუნქციების სახით მოცემულია 4.5
და 4.6 ფორმულებით.

4.3 საშუალო სიჩქარე და მყისი სიჩქარე

როდესაც წერტილი მოძრაობს ერთი ადგილიდან მეორისკენ, შეიძლება მისი სიჩქარის გაგება
დაგვეჩინდეს. როგორც მე-2 თავში ვთქვით, სიჩქარეს ორი სიდიდე ასახავს: საშუალო სიჩქარე და
მყისი სიჩქარე. თუმცა, ამ შემთხვევაში ეს სიდიდეები უნდა განვიხილოთ, როგორც ვექტორები
და გამოვიყენოთ ვექტორული ჩანაწერი.

თუ წერტილი $\Delta \vec{r}$ გადაადგილებას ასრულებს Δt დროის შუალედში, მაშინ მისი $\vec{v}_{\text{საშ}}$ საშუალო
სიჩქარეა:

$$\text{საშუალო სიჩქარე} = \frac{\text{გადაადგილება}}{\text{დროის შუალედი}}$$

$$\text{ანუ} \quad \vec{v}_{\text{საშ}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (4.8)$$

ეს ფორმულა გვაუწყებს, რომ $\vec{v}_{\text{საშ}}$ -ს (ვექტორი 4.8 ფორმულის მარცხენა მხარეს) მიმარ-
თულება უნდა დავემთხვევს $\Delta \vec{r}$ -ის მიმართულებას (ვექტორი ფორმულის მარჯვენა მხარეს). 4.4
ფორმულის გამოყენებით 4.8 ფორმულა შეიძლება ასე დავწეროთ:

$$\vec{v}_{\text{საშ}} = \frac{\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \hat{k} \quad (4.9)$$

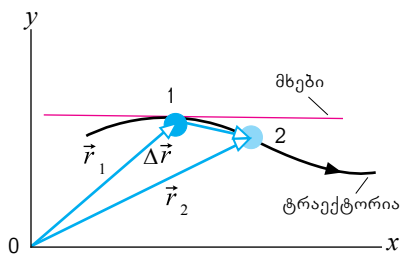
მაგალითად, თუ წერტილი ამოცანის 4.1 ნიმუშში საწყისი მდებარეობიდან მომდევნო მდე-
ბარეობამდე მისვლას 2 წამს ანდომებს, მაშინ მისი საშუალო სიჩქარე იქნება:

$$\vec{v}_{\text{საშ}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(12 \text{ მ})\hat{i} + (3 \text{ მ})\hat{k}}{2 \text{ წმ}} = (6 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (1,5 \text{ მ/წმ})\hat{k}$$

ანუ საშუალო სიჩქარის (ვექტორული სიდიდის) კომპონენტებია 6 მ/წმ x ღერძის გასწვრივ და
1,5 მ/წმ z ღერძის გასწვრივ.

ჩვეულებრივ, როდესაც წერტილის სიჩქარეზე ვსაუბრობთ, ვგულისხმობთ წერტილის $\vec{v}$ მყის
სიჩქარეს გარკვეულ მომენტში. $\vec{v}$ არის სიდიდე, რომელსაც $\vec{v}_{\text{საშ}}$ ზღვრულად უახლოვდება, როდე-
საც Δt ინტერვალი 0-მდე მცირდება. $\vec{v}$ შეგვიძლია დავწეროთ წარმოებულის სახით:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (4.10)$$



სურ. 4.4 ნერტილის $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება Δt ინტერვალში, t_1 მომენტში $\vec{r}_1$ მდებარეობის ვექტორიდან t_2 მომენტში $\vec{r}_2$ მდებარეობის ვექტორამდე. პოზიცია 1-ში ნერტილის ტრაექტორიის მხებია ნაჩვენები.

4.4 სურათზე ნაჩვენებია xy სიბრტყეზე მოძრაი ნერტილის ტრაექტორია. როდესაც ნერტილი გადაადგილდება მარჯვნივ, მისი მდებარეობის ვექტორი მარჯვნივაა მიმართული. Δt ინტერვალში მდებარეობის ვექტორი იცვლება $\vec{r}_1$ -დან $\vec{r}_2$ -მდე და ნერტილის გადაადგილებაა $\Delta\vec{r}$.

ნერტილის მყისი სიჩქარის საპოვნელად, მაგალითად, t_1 მომენტში (როდესაც ნერტილი იმყოფება პოზიცია 1-ში), Δt ინტერვალს ნულამდე ვამცირებთ. ამ დროს სამი მოვლენა ხდება: 1) $\vec{r}_2$ მდებარეობის ვექტორი 4.4 სურათზე მოძრაობს $\vec{r}_1$ -სკენ ისე, რომ $\Delta\vec{r}$ მცირდება ნულამდე. 2) $\Delta\vec{r}/\Delta t$ -ს (და, მაშასადამე, $\vec{v}_{\text{საშ}}=$) მიმართულება უახლოვდება ნერტილის 1 პოზიციაზე ტრაექტორიის მხების მიმართულებას).

3) $\vec{v}_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარე უახლოვდება $\vec{v}$ მყისი სიჩქარეს t_1 მომენტში.

როცა $\Delta t \rightarrow 0$, გვექნება $\vec{v}_{\text{საშ}} \rightarrow \vec{v}$, და, რაც ყველაზე მნიშვნელოვანია, $\vec{v}_{\text{საშ}}$ იღებს მხების მიმართულებას, მაშასადამე, $\vec{v}$ -საც იგივე მიმართულება აქვს:

 ნერტილის $\vec{v}$ მყისი სიჩქარის მიმართულება ყოველთვის ტრაექტორიის მხებია კონკრეტულ მომენტში.

სამი განზომილების შემთხვევაში შედეგი იგივეა: $\vec{v}$ ყოველთვის ნერტილის ტრაექტორიის მხებია.

4.10 ფორმულის ერთეულოვან-ვექტორული სახით დასაწერად 4.1 ფორმულიდან ჩავსვათ $\vec{r}$.

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

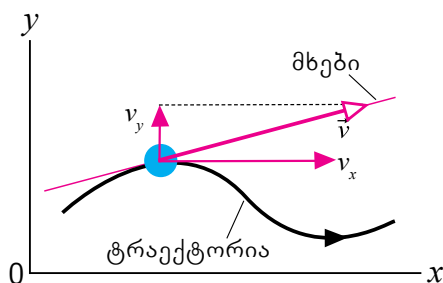
ეს ფორმულა შეიძლება ასე გამარტივდეს:

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}, \quad (4.11)$$

სადაც $\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტებია:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{და} \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (4.12)$$

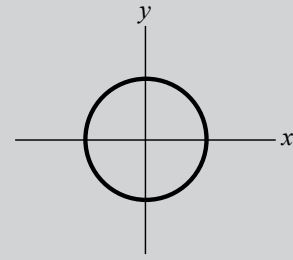
მაგალითად, dx/dt არის $\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტი x ღერძის გასწვრივ. მაშასადამე, $\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტების პოვნა $\vec{r}$ -ის სკალარული კომპონენტების დიფერენცირებით შეგვიძლია.



სურ. 4.5 ნერტილის $\vec{v}$ სიჩქარე სკალარული კომპონენტებით.

4.5 სურათზე ნაჩვენებია $\vec{v}$ სიჩქარის ვექტორი და მისი x და y სკალარული კომპონენტები. გაითვალისწინე, რომ $\vec{v}$ არის ნერტილის ტრაექტორიის მხები კონკრეტულ მომენტში. აღსანიშნავია, რომ მდებარეობის ვექტორი (4.1-4.4 სურათები) არის ისარი, რომელიც აკავშირებს ერთ მდებარეობას („აქ“) მეორესთან („იქ“). სიჩქარის ვექტორი მდებარეობებს არ აკავშირებს, ის უფრო ნერტილის მოძრაობის მყის მიმართულებას გვიჩვენებს, მისი სიგრძე კი სიჩქარის სიდიდეს ასახავს.

სამონიტორინგო ნაჩვენები 2 სურათზე ნაჩვენებია წერტილის მოძრაობის წრითი ტრაექტორია. თუ წერტილის მყისი სიჩქარეა $\vec{v} = (2 \text{ მ/წმ})\hat{i} - (2 \text{ მ/წმ})\hat{j}$, რომელ მეოთხედშია წერტილი ამ მომენტში, თუ ის წრის გარშემო მოძრაობს ა) საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით და ბ) საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით? ორივე შემთხვევისთვის გრაფიკზე გაავლე $\vec{v}$ ვექტორი.



ამოცანის ამოხსნის ნიშანი 4.3

ამოცანის 4.2 ნიმუშში ნახსენები კურდღლისთვის ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში იპოვე $\vec{v}$ სიჩქარე, როდესაც $t=15$ წმ.

ამოხსნა: ამოცანის ამოხსნა ორი ნაწილისგან შედგება: 1) კურდღლის $\vec{v}$ სიჩქარის პოვნა შეგვიძლია, თუ თავდაპირველად მის კომპონენტებს ვიპოვით; 2) ამ კომპონენტების პოვნა შესაძლებელია კურდღლის მდებარეობის ვექტორის კომპონენტების გაწარმოებით. 4.12 ფორმულ-ის v_x ნაწილში 4.5-ის ჩასმით მივიღებთ $\vec{v}$ -ს x კომპონენტს:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28) \\ = -0,62t + 7,2. \quad (4.13)$$

როდესაც $t = 15$ წმ, $v_x = -2,1$ მ/წმ. ასეთივე გზით ვიპოვით y კომპონენტს:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30) \\ = 0,44t - 9,1. \quad (4.14)$$

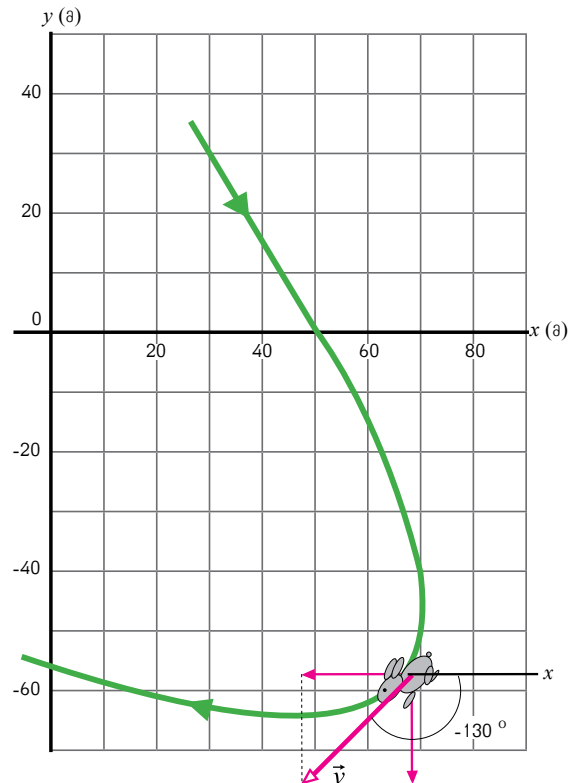
როდესაც $t = 15$ წმ, $v_y = -2,5$ მ/წმ. ამის შემდეგ 4.11 ფორმულა მოგვცემს:

$$\vec{v} = (-2,1 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (-2,5 \text{ მ/წმ})\hat{j} \quad (\text{პასუხი})$$

როგორც 4.6 სურათზეა ნაჩვენები, $\vec{v}$ არის კურდღლის მოძრაობის ტრაექტორიის მხები და იგივე მიმართულება აქვს, როგორიც კურდღლის სიჩქარეს, როდესაც $t = 15$ წმ.

$\vec{v}$ -ს სიდიდისა და კუთხის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ვექტორული კალკულატორი ან ფორმულა 3.6:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1 \text{ მ/წმ})^2 + (-2,5 \text{ მ/წმ})^2} \\ = 3,3 \text{ მ/წმ.} \quad (\text{პასუხი})$$



სურ. 4.6 კურდღლის $\vec{v}$ სიჩქარე, როდესაც $t = 15$ წმ. სიჩქარის ვექტორი კურდღლის მდებარეობის მხებია ამ მომენტში. აქვე ნაჩვენებია $\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტები.

$$\text{და } \theta = \text{tg}^{-1} \frac{v_y}{v_x} = \text{tg}^{-1} \frac{(-2,5 \text{ მ/წმ})}{(-2,1 \text{ მ/წმ})} \\ = \text{tg}^{-1} 1,19 = -130^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

(მიუხედავად იმისა, რომ 50° და -130° კუთხეების ტანგენსები ტოლია, სიჩქარის კომპონენტების ნიშნების გამოკვლევა აჩვენებს, რომ სასურველი კუთხე მესამე მეოთხედშია, მაშასადამე $50^\circ - 180^\circ = -130^\circ$).

4.4. საშუალო აჩქარება და მყისი აჩქარება

როდესაც წერტილის სიჩქარე Δt ინტერვალში იცვლება $\vec{v}_1$ -დან $\vec{v}_2$ -მდე, მისი $\vec{a}_{საშ}$ საშუალო აჩქარება ამ შუალედში იქნება:

$$\text{საშუალო სიჩქარე} = \frac{\text{სიჩქარის ცვლილება}}{\text{დროის შუალედი}}$$

$$\text{ანუ} \quad \vec{a}_{საშ} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (4.15)$$

თუ Δt -ს რომელიმე მომენტისთვის 0-ს მივუახლოვებთ, მაშინ ამ მომენტში $\vec{a}_{საშ}$ ზღვრულად უახლოვდება მყის აჩქარებას (ან უბრალოდ აჩქარებას), ანუ

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4.16)$$

თუ სიჩქარის სიდიდე ან მიმართულება (ან ორივე ერთად) იცვლება, წერტილს აუცილებლად უნდა ჰქონდეს აჩქარება.

4.16 ფორმულის ჩანერა ერთეულოვან-ვექტორული სახითაც შეიძლება, თუ $\vec{v}$ -ს ნაცვლად ჩავსვამთ 4.11 ფორმულას:

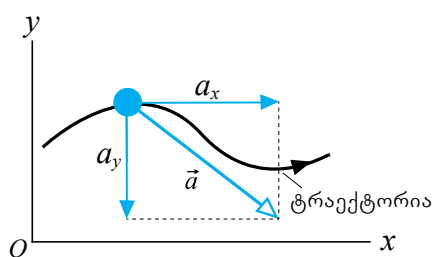
$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d}{dt}(v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}) \\ &= \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \end{aligned}$$

ეს გადაინერება შემდეგი სახით:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}, \quad (4.17)$$

სადაც $\vec{a}$ -ს სკალარული კომპონენტებია:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad \text{და} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \quad (4.18)$$



სურ. 4.7. წერტილის $\vec{a}$ აჩქარება და მისი სკალარული კომპონენტები.

მაშასადამე, $\vec{a}$ -ს სკალარული კომპონენტების პოვნა $\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტების დიფერენცირებით შეიძლება.

4.7 სურათზე ნაჩვენებია $\vec{a}$ აჩქარების ვექტორი და მისი სკალარული კომპონენტები ორ განზომილებაში მოძრაი წერტილისთვის. აღსანიშნავია, რომ 4.7 სურათზე აჩქარების ვექტორი მდებარეობს არ აკავშირებს. ის მხოლოდ წერტილის აჩქარების მიმართულებას გვიჩვენებს, მისი სიგრძე კი აჩქარების სიდიდეს ასახავს.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 4.4

იპოვე ამოცანის ამოხსნის 4.2 და 4.3 ნიმუშებში ნახსენები კურდღლის $\vec{a}$ აჩქარება, როდესაც $t = 15$ წმ. პასუხი ჩანერე ერთეულოვან-ვექტორული და სიდიდე-კუთხური სახით.

ამოხსნა: ამოცანის ამოხსნა ორი ნაწილისგან შედგება: 1) კურდღლის $\vec{a}$ აჩქარებას ვიპოვით, თუ თავდაპირველად აჩქარების კომპონენტებს გავიგებთ; 2) ამ კომპონენტების პოვნა შესა-

ძლებელია კურდღლის სიჩქარის კომპონენტების განარმოებით. 4.18 ფორმულის a_x ნაწილის ფორმულა 4.13-ში ჩასმით მივიღებთ $\vec{a}$ აჩქარების x კომპონენტს:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,62t + 7,2) = -0,62 \text{ მ/წმ}^2.$$

ასეთივე გზით ვიპოვით y კომპონენტს:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0,44t - 9,1) = 0,44 \text{ მ/წმ}^2.$$

როგორც ვხედავთ, აჩქარება დროში არ იცვლება (თანაბარია), ვინაიდან t დროის ცვლადი არც ერთი კომპონენტის ფორმულაში არ გამოჩნდა. ამის შემდეგ ფორმულა 4.17 მოგვცემს:

$$\vec{a} = (-0,62 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (0,44 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}, \quad (\text{პასუხი})$$

რაც 4.8 სურათზეა ნაჩვენები კურდღლის მოძრაობის ტრაექტორიასთან ერთად.

$\vec{a}$ -ს სიდიდისა და კუთხის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ვექტორული კალკულატორი ან ფორმულა 3.6. სიდიდისთვის გვექნება:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62 \text{ მ/წმ}^2)^2 + (0,44 \text{ მ/წმ}^2)^2} = 0,76 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

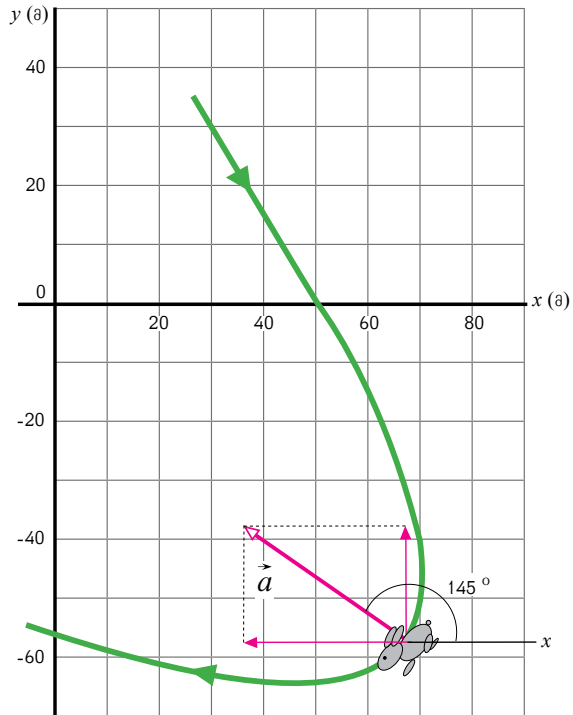
ხოლო კუთხე იქნება:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1} \frac{0,44 \text{ მ/წმ}}{(-0,62) \text{ მ/წმ}} = -35^\circ$$

კალკულატორზე ნაჩვენები კუთხე გვაუწყებს, რომ 4.8 სურათზე $\vec{a}$ მიმართულია მარჯვნივ და ქვევით. მაგრამ კომპონენტებიდან ვიცით, რომ $\vec{a}$ მიმართული უნდა იყოს მარცხნივ და ზევით. იმ კუთხის საპოვნელად, რომლის ტანგენსი -35° -ის ტანგენსის ტოლი იქნება, -35° -ს დავუმატოთ 180° . მივიღებთ:

$$-35^\circ + 180^\circ = 145^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ეს პასუხი არ ეწინააღმდეგება $\vec{a}$ -ს კომპონენტებს. გაითვალისწინე, რომ $\vec{a}$ -ს სიდიდე და მიმართულება ემთხვევა კურდღლის გადაადგილებას, ვინაიდან აჩქარება თანაბარია.



სურ. 4.8 კურდღლის $\vec{a}$ აჩქარება, როდესაც $t = 15$ წმ. კურდღელს ტრაექტორიის ყველა წერტილში ერთი და იგივე აჩქარება აქვს.

საკონტროლო წერტილი 3. მოცემულია xy სიბრტყეზე მოძრავი ჰოკეის შაიბის მდებარეობის (მეტრებში) აღწერები:

$$1) x = -3t^2 + 4t - 2 \text{ და } y = 6t^2 - 4t$$

$$2) x = -3t^2 - 4t \text{ და } y = -5t^2 + 6$$

$$3) \vec{r} = 2t^2 \hat{i} - (4t + 3) \hat{j}$$

$$4) \vec{r} = (4t^3 - 2t) \hat{i} + 3\hat{j}$$

თითოეული აღწერისთვის განსაზღვრე, არის თუ არა შაიბის აჩქარების x და y კომპონენტები მუდმივი და არის თუ არა $\vec{a}$ აჩქარება თანაბარი.

ამოცანის ამოხსნის ნიშაში 4.5

წერტილის სიჩქარეა $\vec{v}_0 = -2\hat{i} + 4\hat{j}$. როდესაც $t = 0$, ის იწყებს $a = 3 \text{ მ/წმ}^2$ თანაბრაჩქარებულ მოძრაობას x ღერძის დადებითი მიმართულებიდან $\theta = 130^\circ$ კუთხით. როგორი იქნება წერტილის სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ

და სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში, როდესაც $t = 5$ წმ?

ამოხსნა: თავდაპირველად შევნიშნოთ, რომ მოცემული გვაქვს xy სიბრტყეზე ორგანზომილებიანი მოძრაობა. ამოცანის ამოხსნა ორი

ნაწილისგან შედგება: 1) ვინაიდან აჩქარება თანაბარია, შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფორმულა 2.11 ($v = v_0 + at$); 2) ვინაიდან ფორმულა 2.11 მიესადაგება მხოლოდ წრფივ მოძრაობას, ის უნდა გამოვიყენოთ x და y ღერძებისადმი პარალელური მოძრაობებისთვის ცალ-ცალკე. ანუ, v_x და v_y სიჩქარის კომპონენტები უნდა ვიპოვოთ ფორმულებიდან:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad \text{და} \quad v_y = v_{0y} + a_y t$$

ამ ფორმულებში $v_{0x} (= -2 \text{ მ/წმ})$ და $v_{0y} (= 4 \text{ მ/წმ})$ -ის x და y კომპონენტებია, ხოლო a_x და a_y – $\vec{a}$ -ს კომპონენტები. a_x -ისა და a_y -ის საპოვნელად ვექტორული კალკულატორის საშუალებით დავაგეგმილეთ $\vec{a}$ ან გამოვიყენოთ ფორმულა 3.5:

$$a_x = a \cos \theta = (3 \text{ მ/წმ}^2)(\cos 130^\circ) = -1,93 \text{ მ/წმ}^2$$

$$a_y = a \sin \theta = (3 \text{ მ/წმ}^2)(\sin 130^\circ) = 2,3 \text{ მ/წმ}^2$$

როდესაც ეს მნიშვნელობები ჩაისმება v_x და v_y ფორმულებში, მივიღებთ, რომ, როდესაც $t = 5 \text{ წმ}$,

$$v_x = -2 \text{ მ/წმ} + (-1,93 \text{ მ/წმ}^2)(5 \text{ წმ}) = -11,65 \text{ მ/წმ}$$

$$v_y = 4 \text{ მ/წმ} + (2,3 \text{ მ/წმ}^2)(5 \text{ წმ}) = 15,5 \text{ მ/წმ}.$$

მაშასადამე, როდესაც $t = 5 \text{ წმ}$, დამრგვალების შემდეგ

$$\vec{v} = (-12 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (16 \text{ მ/წმ})\hat{j}. \quad (\text{პასუხი})$$

ვექტორული კალკულატორის ან 3.6 ფორმულის გამოყენებით ვიპოვიტ $\vec{v}$ -ს სიდიდესა და კუთხეს:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 19,4 \text{ მ/წმ} \approx 19 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

$$\text{და } \theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = 127^\circ \approx 130^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

შეამოწმე, რა პასუხს მოგცემს კალკულატორი, 127° -ს თუ -53° -ს. ახლა ააგე $\vec{v}$ ვექტორი თავისი კომპონენტებით, რათა ნახო, რომელი კუთხეა სწორი.

სავსე ნერტილი 4. მაწანწა-
ლას მდებარეობა მოცემულია ფორმულით:
 $\vec{r} = (4t^3 - 2t)\hat{i} + 3\hat{j}$, სადაც $\vec{r}$ მეტრებშია,
ხოლო t წამებში. როგორი უნდა იყოს კოე-
ფიციენტების: 4, -2 და 3 ერთეულები?

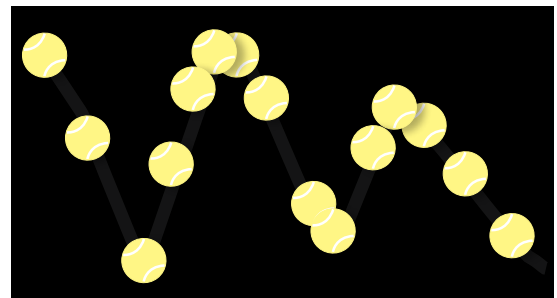
4.5 ჭეხვისა და მოძრაობა

ამ თავში განვიხილავთ ორგანზომილებიანი მოძრაობის განსაკუთრებულ შემთხვევას. ნერტილი ვერტიკალურ სიბრტყეზე მოძრაობს გარკვეული $\vec{v}_0$ სიჩქარით და მისი აჩქარება ქვემოთ მიმართული თავისუფალი ვარდნის $\vec{g}$ აჩქარებაა. ასეთ ნერტილს ეწოდება ჭურვი (რაც იმას ნიშნავს, რომ ნერტილი ისროლეს), ხოლო მის მოძრაობას – **ჭურვისებრი** მოძრაობა. ჭურვი შეიძლება იყოს ჩოგბურთის (სურ. 4.9.) ან ბეისბოლის ბურთი, მაგრამ არა თვითმფრინავი ან იხვი. ჩვენი მიზანია ასეთი მოძრაობის გაანალიზება 4.2-4.4 ქვეთავებში მოცემული ორგანზომილებიანი მოძრაობის აღწერის დახმარებით. ვუშვებთ, რომ ჰაერი ჭურვზე ზეგავლენას არ ახდენს.

4-10 სურათზე (გაანალიზებულია შემდეგ ქვეთავში) ნაჩვენებია სხეულის ტრაექტორია ჰაერის ზემოქმედების გარეშე. სხეული გაუშვეს $\vec{v}_0$ სიჩქარის სიჩქარით, რომელიც ასეც შეიძლება დაინეროს:

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} \quad (4.19)$$

$\vec{v}_{0x}$ და $\vec{v}_{0y}$ კომპონენტების პოვნა შესაძლებელია, თუ ვიცით θ_0 კუთხე $\vec{v}_0$ -სა და x ღერძის დადებით მიმართულებას შორის:



სურ. 4.9 მყარი ზედაპირიდან ასხლეტილი ჩოგბურთის ბურთის სტრობოსკოპული ფოტო. შეჯახებებს შორის ბურთი ჭურვისებრ მოძრაობას ასრულებს.

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \text{ და } v_{0y} = v_0 \sin \theta_0 \quad (4.20)$$

ორგანზომილებიანი მოძრაობის დროს, სხეულის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი და $\vec{v}$ სიჩქარის ვექტორი მუდმივად იცვლება, მაგრამ $\vec{a}$ აჩქარების ვექტორი უცვლელია და ყოველთვის მიმართულია ვერტიკალურად ქვევით. სხეულს ჰორიზონტალური აჩქარება არა აქვს.

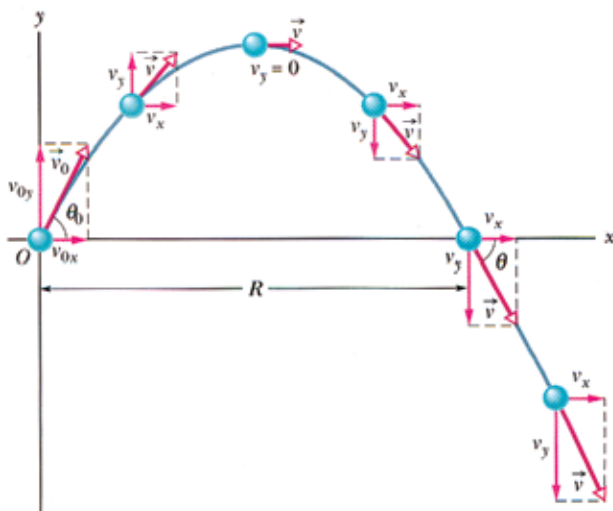
ჭურვისებრი მოძრაობა, მაგალითად, 4.9 და 4.10 სურათებზე, საკმაოდ რთული ჩანს, მაგრამ არსებობს ერთი ასპექტი, რომელიც მას საკმაოდ ამარტივებს (დადგენილია ექსპერიმენტების შედეგად):

ჭურვის მოძრაობისას ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობა ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია ანუ არც ერთი არ ახდენს გავლენას მეორეზე.

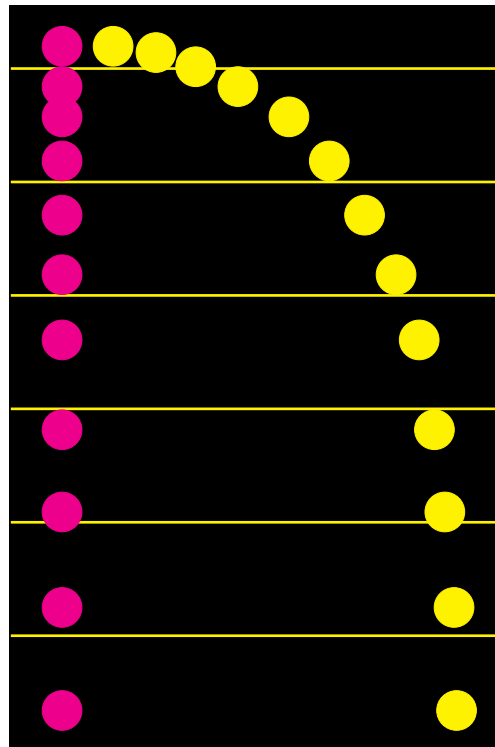
ეს თვისება საშუალებას გვაძლევს, დავშალოთ ორგანზომილებიანი მოძრაობის ამოცანა ორ ერთგანზომილებიან მოძრაობად – ერთი იქნება ჰორიზონტალური მოძრაობა (ნულოვანი აჩქარებით), ხოლო მეორე იქნება ვერტიკალური მოძრაობა (თანაბარაჩქარებული, ქვევით მიმართული აჩქარებით). ქვემოთ მოცემულია ორი ექსპერიმენტი, რომლითაც მტკიცდება, რომ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობები ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია.

გოლფის ოჩი ბუხტი

4.11 სურათზე ნაჩვენებია გოლფის ორი ბურთის სტრობოსკოპული ფოტო. ერთს უბრალოდ ხელი გაუშვეს, მეორე კი ჰორიზონტალურად გაისროლეს. გოლფის ორივე ბურთი ვერტიკალურად თანაბარაჩქარებულად მოძრაობს გ აჩქარებით და ერთსა და იმავე მანძილს გადის დროის ტოლ



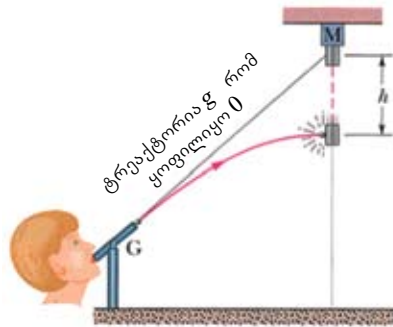
სურ. 4.10. ჭურვის ტრაექტორია ნერტილიდან $x_0 = 0$ და $y_0 = 0$, $\vec{v}_0$ საწყისი სიჩქარით. ჭურვის ტრაექტორიაზე ნაჩვენებია საწყისი და მომდევნო სიჩქარეები კომპონენტებთან ერთად. როგორც ვხედავთ, ჰორიზონტალური სიჩქარის კომპონენტი მუდმივია, ხოლო ვერტიკალური სიჩქარის კომპონენტი იცვლება. R არის ჰორიზონტალური მანძილი, რომელიც ჭურვმა გაიარა გასროლის ნერტილის სიმაღლის მიღწევამდე.



სურ. 4.11. ერთ ბურთს ხელი გაუშვეს, ხოლო მეორე ჰორიზონტალურად მარჯვნივ გაისროლეს. მათი ვერტიკალური მოძრაობები ერთნაირია.

მონაკვეთში. ის, რომ ერთი ბურთი ვარდნის დაწყებამდე ჰორიზონტალურად მოძრაობს, არ ახდენს გავლენას მის ვერტიკალურ მოძრაობაზე, ანუ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობები ერთმანეთზე არ არის დამოკიდებული.

მექანიკის ბასეზინური სპეციალისტი



სურ. 4.12. ნასროლი ბურთი ჩამოვარდნილ ყუთს ყოველთვის ხვდება. თითოეული გადის h მანძილს იმ ადგილიდან, სადაც შეხვდებოდნენ, თავისუფალი ვარდნის აჩქარება რომ არ არსებობდეს.

4.12 სურათს ფიზიკის ბევრი ლექცია გამოუცოცხლებია. აქ გამოსახულია პატარა მილი G , რომლიდანაც სულის შებერვით ბურთს ისვრიან. სამიზნეა M მაგნიტზე ჩამოკიდებული ყუთი და თოფიც პირდაპირ მასზეა დამიზნებული. ექსპერიმენტი ისეა დაგეგმილი, რომ, როგორც კი მილიდან ბურთი გამოიტყორცნება, ყუთი აგნის მოწყდება.

g (თავისუფალი ვარდნის აჩქარება) რომ ნულის ტოლი ყოფილიყო, ბურთი 4.12 სურათზე ნაჩვენები წრფივი ტრაექტორიით გადაადგილდებოდა, ხოლო ყუთი ერთ ადგილზე ილივლივებდა ჰაერში. ასეთ შემთხვევაში ბურთი აუცილებლად მოხვდებოდა ყუთს.

ასეა თუ ისე, g არ არის ნულის ტოლი, მაგრამ ბურთი მაინც ხვდება ყუთს! როგორც 4.12 სურათზე მოჩანს, ბურთის ფრენის განმავლობაში ბურთიც და ყუთიც „ნულოვანი g -ს“ შესაბამისი პოზიციიდან თანაბარ h მანძილს გადიან. რაც უფრო ძლიერად უბერავს თოფს დემონსტრატორი, მით უფრო დიდია ბურთის სანყისი სიჩქარე, მით უფრო ნაკლებია ფრენის დრო და h -ის სიდიდეც მცირეა.

4.6 ჭეხვისა და მოძრაობის ანალიზი

ახლა მზად ვართ გავანალიზოთ ჭურვისებრი მოძრაობა ჰორიზონტალურად და ვერტიკალურად.

ჰორიზონტალური მოძრაობა

როგორც 4.13 სურათზე ჩანს, ჰორიზონტალური აჩქარების არქონის გამო ჭურვის სიჩქარის v_x კომპონენტი მთელი მოძრაობის მანძილზე უცვლელია და v_{0x} სანყისი სიდიდის ტოლია. ნებისმიერ



t მომენტში ჭურვის $x - x_0$ ჰორიზონტალური გადაადგილება სანყისი x_0 მდებარეობიდან მოცემულია ფორმულით 2.15. ვინაიდან $a = 0$, ამიტომ ეს ფორმულა შეიძლება დაიწეროს შემდეგი სახით:

$$x - x_0 = v_{0x} t$$

როგორც ვიცით, $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$, ამიტომ გვექნება:

სურ. 4.13. სკეიტბორდისტის სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი იცვლება, მაგრამ ჰორიზონტალური კომპონენტი, რომელიც სკეიტბორდისტს სიჩქარეს ემთხვევა, უცვლელია. ამის შედეგად სკეიტბორდი სპორტსმენის ქვემოთ რჩება და ამ უკანასკნელს მასზე დახტომის საშუალება აქვს.

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0) t \quad (4.21)$$

ვერტიკალური მოძრაობა

თავისუფლად ვარდნილი სხეულის ვერტიკალური მოძრაობა 2.9 ქვეთავში განვიხილეთ. ყველაზე მნიშვნელოვანია, რომ ამ დროს აჩქარება თანაბარია. მაშასადამე, 2.1 ცხრილის ფორმულები გამოგვადგება. a -ს ნაცვლად დავწეროთ $-g$, x კი შევცვალოთ y -ით. მაგალითად, ფორმულა 2.15-სთვის მივიღებთ:

$$y - y_0 = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = (v_0 \sin \theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (4.22)$$

აქ საწყისი ვერტიკალური სიჩქარის v_{0y} კომპონენტი ჩანაცვლებულია $v_0 \sin \theta_0$ -ით. ანალოგიურად გარდაიქმნება ფორმულები 2.11 და 2.16:

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - g t \quad (4.23)$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0). \quad (4.24)$$

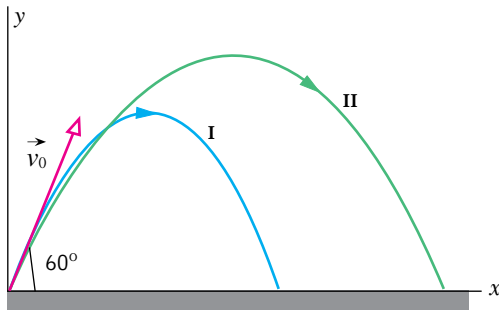
როგორც 4.10 სურათზე და 4.23 ფორმულაში ჩანს, ვერტიკალური სიჩქარის კომპონენტი ისე იცვლება, თითქოს ბურთი ვერტიკალურად მაღლა აისროლეს. ის მიმართულია მაღლა და მისი სიდიდე ნულს უახლოვდება ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილამდე. ამის შემდეგ, ვერტიკალური სიჩქარის კომპონენტი მიმართულებას იცვლის და მისი სიდიდეც დროის მიხედვით იზრდება.

სხაქსოხიის ბანსოცება

ჭურვის ტრაექტორიის განტოლების გამოყვანა შესაძლებელია, თუ 4.21 და 4.22 ფორმულებში გამოვრიცხავთ t ცვლადს. 4.21 ფორმულიდან გავიგოთ t და ჩავსვათ 4.22-ში. მცირეოდენი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$y = (tg \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad (\text{ტრაექტორია}) \quad (4.25).$$

ეს ფორმულა 4.10 სურათზე ნაჩვენებ ტრაექტორიის განტოლებაა. სიმარტივისთვის დავუშვათ, რომ 4.21 და 4.22 ფორმულებში $x_0 = 0$ და $y_0 = 0$. ვინაიდან g , θ_0 და v_0 მუდმივებია, 4.25 ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს: $y = ax + bx^2$, სადაც a და b მუდმივებია. მივიღეთ პარაბოლის ფორმულა, მაშასადამე, ტრაექტორია პარაბოლაა.



სურ. 4.14 (I) ბურთის ფრენის ტრაექტორია ჰაერის წინააღმდეგობის გათვალისწინებით. (II) ამ თავში განხილული მეთოდებით გამოთვლილი ბურთის ფრენის ტრაექტორია ვაკუუმში. შესაბამისი მონაცემებისთვის იხილე ცხრილი 4.1.

სხილი 4.1

ორი ბურთის ტრაექტორია *

	ტრაექტორია I (ჰაერში)	ტრაექტორია II (ვაკუუმში)
არეალი (ფრენის სიშორე)	98,5 მ	177 მ
მაქსიმალური სიმაღლე	53 მ	76,8 მ
ფრენის დრო	6,65 მ	7,9 წმ

* იხილე სურ. 4.14. გასროლის კუთხეა 60° , ხოლო საწყისი სიჩქარე — $44,78/წმ$.

ჰორიზონტალური აჩაჩი

როგორც 4.10 სურათზე ნაჩვენებია, ჭურვის R ჰორიზონტალური არეალი არის ჭურვის მიერ განვლილი მანძილი საწყის სიმაღლეზე დაბრუნებამდე. R არეალის საპოვნელად, 4.21 ფორმულაში ჩავსვათ $x - x_0 = R$, ხოლო 4.22-ში $-y - y_0 = 0$. მივიღებთ:

$$R = (v_0 \cos \theta_0)t \quad \text{და} \quad 0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

ფორმულებში t -ს გამორიცხვა მოგვცემს:

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

თუ გავიხსენებთ, რომ $\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$ (იხილე დანართი E), მივიღებთ:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 \quad (4.26)$$

ყურადღებით: ეს ფორმულა არ გვაძლევს ჭურვის მიერ განვლილ ჰორიზონტალურ მანძილს, როდესაც საბოლოო სიმაღლე არ ემთხვევა საწყის (სროლის) სიმაღლეს.

აღსანიშნავია, რომ 4.26 ფორმულაში R მაქსიმალური იქნება, როდესაც $\sin 2\theta_0 = 1$, ანუ $2\theta_0 = 90^\circ$, ესე იგი $\theta_0 = 45^\circ$.



R ჰორიზონტალური არეალი მაქსიმალურია სროლის 45° კუთხისთვის.

ჰაერის ზემოქმედება

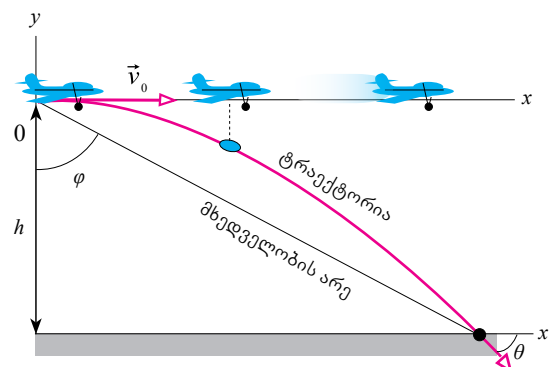
აქამდე ვუშვებდით, რომ ჭურვის მოძრაობაზე ჰაერი ზემოქმედებას არ ახდენს. თუმცა, გამოთვლებსა და ჭურვის რეალურ მოძრაობას შორის სხვაობა შეიძლება საკმაოდ დიდი იყოს, ვინაიდან ჰაერი მოძრაობას ეწინააღმდეგება. მაგალითად, 4.14 სურათზე ნაჩვენებია ბურთის ფრენის ორი ტრაექტორია, როდესაც ბურთი მოძრაობას იწყებს 60° კუთხით და $44,7$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით. ტრაექტორია I გამოთვლილია ჰაერში ფრენის რეალურ პირობებთან მიახლოებით. ტრაექტორია II კი ბურთის ვაკუუმში ფრენის ტრაექტორიაა.

საკონტროლო წერტილი 5. ბურთი მოედნის ფარგლებს გარეთ გაისროლეს. რა მოუვა ფრენის დროს (ჰაერის ზემოქმედება უგულებელყავი) მის ა) ჰორიზონტალურ და ბ) ვერტიკალურ კომპონენტებს? რა იქნება მისი აჩქარების გ) ჰორიზონტალური და დ) ვერტიკალური კომპონენტები, ზევით მოძრაობის, ქვევით მოძრაობისა და ფრენის უმაღლესი წერტილის მიღწევის დროს?

აოქსანის აოქსნის ნიჟუი 4.6

4.15 სურათზე მაშველი თვითმფრინავი მიფრინავს 198 კმ/სთ (55 მ/წმ) სიჩქარით და საზღვაო კატასტროფის მსხვერპლისგან 500 მ სიმაღლეზე იმყოფება. პილოტს სურს მაშველი კაფსულის ჩაშვება მსხვერპლთან რაც შეიძლება ახლოს.

სურ. 4.15. თვითმფრინავი, რომელიც ჰორიზონტალურად მიფრინავს თანაბარი სიჩქარით, აგდებს გადამრჩენელ კაპსულას. კაპსულის ვარდნისას მისი ჰორიზონტალური სიჩქარის კომპონენტი რჩება თვითმფრინავის სიჩქარის ტოლი.



(ა) როგორი ϕ კუთხით უნდა იყოს თვითმფრინავი მსხვერპლის მიმართ, როდესაც პილოტი კაპსულას გადაადგება?

ამოხსნა: გადაგდების შემდეგ კაფსულა ჭურვი ხდება. მაშასადამე, მისი ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობა ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია და შესაძლებელია მათი ცალკე განხილვა (კაფსულის ნამდვილი ტრაექტორია არ გვჭირდება). 4.15 სურათზე ნაჩვენებია კოორდინატთა სისტემა, რომლის ათვლის სათავე კაპსულის გადაგდების წერტილია. როგორც ვხედავთ, ϕ მოიცემა ფორმულით:

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h}, \quad (4.27)$$

სადაც x არის მსხვერპლის (და წყალზე დაცემული კაფსულის) ჰორიზონტალური კოორდინატი, ხოლო h – თვითმფრინავის ფრენის სიმაღლე. სიმაღლე 500 მ-ია, მაშასადამე ϕ -ს საპოვნელად მხოლოდ x გვჭირდება. x -ის პოვნა შესაძლებელია 4.21 ფორმულით:

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t \quad (4.28)$$

ვინაიდან ათვლის სათავე კაპსულის გადაგდების წერტილია, ამიტომ $x_0 = 0$. კაფსულა გადაადგეს, არ უსვრიათ, ამიტომ მისი საწყისი $\vec{v}_0$ სიჩქარე თვითმფრინავის სიჩქარის ტოლია. მაშასადამე, საწყისი სიჩქარეა $v_0 = 55$ მ/წმ, ხოლო კუთხე $\theta_0 = 0^\circ$ (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი). მიუხედავად ყველაფრისა, კაფსულის გადაგდებიდან წყალზე დაცემამდე გასული t დრო არ ვიცით.

t -ს საპოვნელად განვიხილოთ ვერტიკალური მოძრაობა და, კერძოდ, ფორმულა 4.22:

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.29)$$

აქ კაფსულის ვერტიკალური გადაადგილება $y - y_0 = -500$ მ (უარყოფითი ნიშანი კაფსულის ქვემოთ მოძრაობას ასახავს). 4.29 ფორმულაში ამ და სხვა ცნობილი სიდიდეების ჩასმით მივიღებთ:

$-500 \text{ მ} = (55 \text{ მ/წმ})(\sin 0^\circ)t - \frac{1}{2}(9,8 \text{ მ/წმ}^2)t^2$
 t -ს ამოხსნა მოგვცემს $t = 10,1$ წმ. ამ შედეგის 4.28 ფორმულაში ჩასმით მივიღებთ:

$$x - 0 = (55 \text{ მ/წმ})(\cos 0^\circ)(10,1 \text{ წმ})$$

ანუ $x = 555,5$ მ

შემდეგ ფორმულა 4.27 მოგვცემს:

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{555,5 \text{ მ}}{500 \text{ მ}} = 48^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

(ბ) წყალზე დაცემის დროს, როგორი იქნება კაფსულის $\vec{v}$ სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ და სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში?

ამოხსნა: კაფსულის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მოძრაობები ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია.

v_x ჰორიზონტალური კომპონენტი არ იცვლება და $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$ საწყისი მნიშვნელობის ტოლია, ვინაიდან ჰორიზონტალური აჩქარება არა გვაქვს. მაშასადამე, როდესაც კაფსულა წყალზე დაეცემა:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = (55 \text{ მ/წმ})(\cos 0^\circ) = 55 \text{ მ/წმ.}$$

v_y ვერტიკალური კომპონენტი იცვლება საწყისი $v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$ მნიშვნელობიდან, ვინაიდან ვერტიკალური აჩქარება არსებობს. 4.23 ფორმულისა და კაფსულის დაცემის $t = 10,1$ წმ დროის გამოყენებით გავიგებთ რომ, როდესაც კაფსულა წყალზე ეცემა,

$$\begin{aligned} v_y &= v_0 \sin \theta_0 - gt \\ &= (55 \text{ მ/წმ})(\sin 0^\circ) - (9,8 \text{ მ/წმ}^2)(10,1 \text{ წმ}) \\ &= -99 \text{ მ/წმ.} \end{aligned}$$

მაშასადამე, წყალზე დაცემის დროს კაფსულის სიჩქარე იქნება:

$$\vec{v} = (55 \text{ მ/წმ}) \hat{i} - (99 \text{ მ/წმ}) \hat{j} \quad (\text{პასუხი})$$

ფორმულა 3.6-ის ან ვექტორული კალკულატორის გამოყენებით ვიპოვოთ $\vec{v}$ -ს სიდიდე და კუთხე:

$$v = 113 \text{ მ/წმ} \quad \text{და} \quad \theta = -60,9^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 4.7

4.16 სურათზე ნაჩვენებია მეკობრეთა ხომალდი, რომელიც კუნძულზე მდგარი ციხესიმაგრეიდან 560 მ მანძილზეა. ქვემეხი, რომელიც ზღვის დონეზე დგას, ჭურვებს $v_0 = 82$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით ისვრის.

ა) ჰორიზონტალური ხაზიდან რა θ_0 კუთხით უნდა გაისროლონ ჭურვი, გემს რომ მოხვდეს?

ამოხსნა: ცხადია, ქვემეხის ჭურვს ჭურვისებრი მოძრაობის ფორმულები შეესაბამება. ჩვენ

გვჭირდება სროლის θ_0 კუთხესთან დაკავშირებული ფორმულა, როდესაც ტყვია პორიზონტალურად გადაადგილება ქვემეხიდან ხომალდისკენ.

ვინაიდან ქვემეხი და გემი ერთ სიმაღლეზე არიან, ამიტომ არეალი იქნება პორიზონტალური გადაადგილება. ჩვენ შეგვიძლია სროლის θ_0 კუთხე R არეალთან დავაკავშიროთ 4.26 ფორმულის საშუალებით:

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin 2\theta_0, \quad (4.30)$$

რაც მოგვცემს:

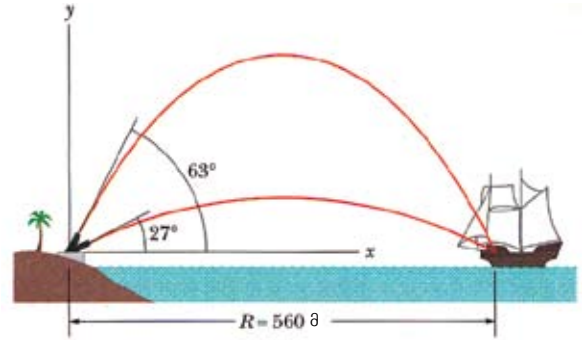
$$\begin{aligned} 2\theta_0 &= \sin^{-1} \frac{gR}{v_0^2} = \sin^{-1} \frac{(9.8 \text{ მ/წმ}^2)(560 \text{ მ})}{(82 \text{ მ/წმ}^2)^2} \\ &= \sin^{-1} 0.816. \end{aligned} \quad (4.31)$$

$\sin^{-1}$ შებრუნებულ ფუნქციას ორი პასუხი აქვს. ერთ მათგანს (ამ შემთხვევაში 54.7°) კალკულატორი აჩვენებს. მეორე პასუხის გასაგებად ეს კუთხე 180° -ს გამოვაკლოთ და მივიღებთ 125.3° -ს. მაშასადამე, ფორმულა 4.31 მოგვცემს:

$$\theta_0 = \frac{1}{2}(54.7^\circ) \approx 27^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

$$\text{და } \theta_0 = \frac{1}{2}(125.3^\circ) \approx 63^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ციხესიმაგრის კომენდანტს შეუძლია ზარბაზანი ამ ორი კუთხით აწიოს და ჭურვი მეკობრეების გემს მოარტყას (თუ ჰაერი არ შეუშლის!)



სურ. 4.16 ასეთ მანძილზე გემს ჭურვი ორი კუთხით გასროლის შემთხვევაში მოხდება.

ბ) რა მანძილზე უნდა დაშორდეს მეკობრეების გემი ზარბაზანს, რომ ჭურვი არ მოხვდეს?

ამოხსნა: როგორც უკვე ვიცით, ჭურვის გასროლის მაქსიმალური არეალი შეესაბამება 45° კუთხეს. 4.30 ფორმულაში $\theta_0 = 45^\circ$ კუთხის ჩასმით მივიღებთ:

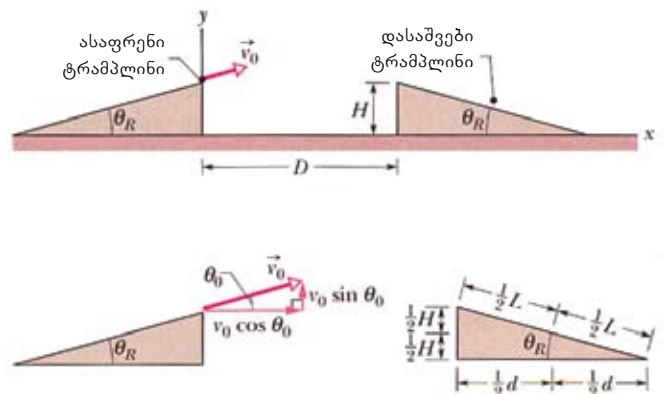
$$\begin{aligned} R &= \frac{2v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 = \frac{(82 \text{ მ/წმ}^2)^2}{9.8 \text{ მ/წმ}^2} \sin (2 \times 40^\circ) \\ &= 686 \text{ მ} \approx 690 \text{ მ}. \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

როცა გემი ნელ-ნელა კუნძულს შორდება, სროლის ორივე კუთხე $\theta_0 = 45^\circ$ კუთხეს უახლოვდება. ამ კუთხის დროს გემი 690 მ მანძილზე იქნება. ამაზე უფრო შორს გემს აღარაფერი ემუქრება.

აქოსანის აქოსნის ნიუმი 4.8

4.17ა სურათზე ნაჩვენებია 2002 წელს ჯეისონ რენის მიერ დამყარებული მოტოციკლით ხტომის რეკორდი. ასახტომი ტრამპლინების სიმაღლეა $H = 3$ მ, კუთხე $\theta_R = 12^\circ$, ხოლო მათ შორის მანძილი $D = 77$ მ. დავუშვათ, რომ მოტოციკლისტი მეორე ტრამპლინის შუაგულში დაეშვა. ჰაერის ზემოქმედება უგულებელვყოთ. გამოთვალე მოტოციკლისტის სისწრაფე პირველი ტრამპლინიდან გადახტომის დროს.

ამოხსნა: რენი და მისი მოტოციკლი ჭურვია. თუ მათ განვიხილავთ, როგორც ერთ წერტილს, მაშინ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ჭურვის ფორმულები.



სურ. 4.17 ა) ასაფრენი და დასაშვები ტრამპლინები. აფრენის სიწყისი $\vec{v}_0$; ბ) აფრენის სიწყისი $\vec{v}_0$ (θ_0 კუთხისას) x კომპონენტი $v_0 \cos \theta_0$, ხოლო y კომპონენტი — $v_0 \sin \theta_0$; გ) დაშვების წერტილი ტრამპლინის შუაგულშია.

გადახტომა. xy კოორდინატთა სისტემა ისე გავავლოთ, რომ ათვლის სათავე პირველი ტრამპლინის ძირს დაემთხვას. რენის კოორდინატები ნახტომის დაწყებისას (როდესაც $t = 0$) იქნება $x_0 = 0$ და $y_0 = H = 3$ მ. θ_0 გადახტომის კუთხე ტრამპლინის θ_R დახრილობის ტოლი იქნება (სურ. 4.17ბ): $\theta_0 = \theta_R = 12^\circ$.

დაშვება. 4.17გ სურათზე ტრამპლინის სიგრძე L მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზას ქმნის. რენი ტრამპლინის შუაგულში ანუ ნევროდან $L/2$ მანძილზე წერტილში დაეშვა. შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ დაშვების წერტილი მდებარეობს ტრამპლინის H სიმაღლისა და d ჰორიზონტალური სიგრძის შუაგულში, მაშასადამე, დაშვების წერტილის ვერტიკალური კოორდინატია

$$y = \frac{H}{2} = \frac{3 \text{ მ}}{2} = 1,5 \text{ მ}$$

დაშვების წერტილის x ჰორიზონტალური კოორდინატის საპოვნელად გამოვთვალოთ დასაშვები ტრამპლინის ჰორიზონტალური სიგრძე:

$$d = \frac{H}{\operatorname{tg} \theta_R} = \frac{3 \text{ მ}}{\operatorname{tg} 12^\circ} = 14,11 \text{ მ}$$

შემდეგ ვიპოვოთ ჰორიზონტალური კოორდინატი:

$$x = D + \frac{d}{2} = 77 \text{ მ} + \frac{14,11 \text{ მ}}{2} = 84,1 \text{ მ}$$

v_0 გადახტომის სიჩქარის პოვნა. $x - x_0$ გადაადგილების და v_0 -ის დასაკავშირებლად ვიყენებთ 4.21 ფორმულას:

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t \quad (4.32)$$

$$84,1 \text{ მ} - 0 = (v_0 \cos 12^\circ)t.$$

v_0 -სთვის ფორმულის ამოხსნა შეუძლებელია, რადგან არ ვიცით რენის ჰაერში ყოფნის t

დრო. ვინაიდან ჰორიზონტალურ ღერძზე ჯერ-ჯერობით ვერაფერს მივაღწიეთ, ამიტომ ვერტიკალურ ღერძზე გადავიდეთ. 4.22 ფორმულა v_0 -ს აკავშირებს $y - y_0$ გადაადგილებასთან:

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.33)$$

$$1,5 \text{ მ} - 3 \text{ მ} = (v_0 \sin 12^\circ)t - \frac{1}{2}(9,8 \text{ მ/წმ}^2)t^2.$$

კვლავ დაბრკოლებას მივაღწიეთ, ვინაიდან t -ს გარეშე v_0 -ს ვერ გავიგებთ. თუმცა, როგორც ვხედავთ, 4.32 და 4.33 ფორმულებში უცნობთა ერთი და იგივე წევრია: v_0 (სასურველი) და t (არასასურველი). მაშასადამე ფორმულა 4.32-ის t -სთვის ამოხსნა შესაძლებელია:

$$t = \frac{x - x_0}{v_0 \cos \theta_0}$$

შემდეგ ჩავსვათ ეს შედეგი 4.33 ფორმულაში და გამოვრიცხოთ t :

$$\begin{aligned} y - y_0 &= (v_0 \sin \theta_0) \left(\frac{x - x_0}{v_0 \cos \theta_0} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{x - x_0}{v_0 \cos \theta_0} \right)^2 \\ &= (x - x_0) \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g(x - x_0)^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}, \end{aligned}$$

სადაც გამოვიყენეთ იგივეობა: $\operatorname{tg} \theta_0 = (\sin \theta_0)/(\cos \theta_0)$. ჩავსვათ ცნობილი მონაცემები და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} 1,5 \text{ მ} - 3 \text{ მ} &= (84,1 \text{ მ})(\operatorname{tg} 12^\circ) \\ &\quad - \frac{(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(84,1 \text{ მ})^2}{2 v_0^2 (\cos 12^\circ)^2} \end{aligned}$$

ანუ $v_0 = 43,2 \text{ მ/წმ} \approx 156 \text{ კმ/სთ}$ (პასუხი)

ნაპირიდან ასეთი სისწრაფით გადახტომა ალბათ სულისშემძვრელია. მაგრამ რენის 156 კმ/სთ-ზე მეტი სიჩქარე დასჭირდა მეორე ნაპირზე დასახტომად, ვინაიდან ჰაერი მას და მოტოციკლს მნიშვნელოვნად შეანელებდა.

ამოცანის ამოხსნის ტაქტიკა

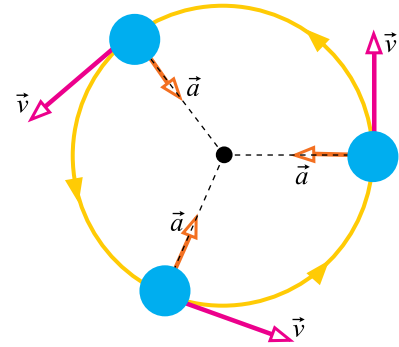
ტაქტიკა 1: ალგებრა რიცხვების ნაცვლად

დამრგვალებასა და სხვა ცდომილებებისგან თავის დასაზღვევად ამოცანები ალგებრულად ამოხსენით და რიცხვები მხოლოდ ბოლოს ჩასვით. ამოცანების ამოხსნის 4.6 და 4.8 ნიმუშებში ეს საკმაოდ ადვილია და გამოცდილი

ამომხსნელები სწორედ ასე იქცევიან. პირველ თავებში ვამჯობინეთ ამოცანები ნაწილ-ნაწილ ამოგვეხსნა, რათა უფრო კარგად ჩანდომოდით მათ მიმდინარეობას. შემდეგში მეტ ყურადღებას ალგებრას დავუთმობთ.

4.7. თანაბარი წიური მოძრაობა

წერტილის მოძრაობას თანაბარი წიური მოძრაობა ეწოდება, როცა წერტილი წრეწირზე ან წრეწირის რკალზე მოძრაობს თანაბარი სიჩქარით. მიუხედავად იმისა, რომ სიჩქარე არ იცვლება, წერტილს გააჩნია აჩქარება. ეს შეიძლება გაგვიკვირდეს, ვინაიდან აჩქარება (სიჩქარის ცვლილება) წარმოგვიდგენია, როგორც სიჩქარის ზრდა ან კლება. თუმცა, გაიხსენეთ, რომ სიჩქარე ვექტორია და არა სკალარი. მაშასადამე, მაშინაც კი, როცა სიჩქარე მხოლოდ მიმართულებას იცვლის, აჩქარება მაინც არსებობს. ზუსტად ასე ხდება თანაბარი წიური მოძრაობის დროს.



სურ. 4.18. საათის ისრის მოძრაობის სანინალმდეგო მიმართულებით თანაბარწიურად მოძრავი წერტილის სიჩქარისა და აჩქარების ვექტორები. მათი სიდიდე უცვლელია, მიმართულება კი მუდმივად იცვლება.

4.18 სურათზე ნაჩვენებია სიჩქარისა და აჩქარების ვექტორებს შორის კავშირი თანაბარი წიური მოძრაობის სხვადასხვა პერიოდებში. ორივე ვექტორის სიდიდე მოძრაობის დროს მუდმივია, მაგრამ მათი მიმართულებები იცვლება. სიჩქარე ყოველთვის წრეწირის მხებია მოძრაობის მიმართულებით. აჩქარება კი ყოველთვის მიმართულია წრეწირის ცენტრისკენ. ამის გამო, თანაბარ წიურ მოძრაობასთან დაკავშირებულ აჩქარებას ცენტრისკენულ აჩქარებას უწოდებენ. როგორც შემდეგში ვნახავთ, $\vec{a}$ აჩქარების სიდიდეა:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (\text{ცენტრისკენული აჩქარება}), \quad (4.34)$$

სადაც r წრეწირის რადიუსია, ხოლო v – წერტილის სიჩქარე.

გარდა ამისა, ამ აჩქარების მქონე წერტილი წრეწირის გარშემო სრულ ბრუნს ასრულებს ანუ $2\pi r$ მანძილს გადის შემდეგ დროში:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (\text{პერიოდი}) \quad (4.35)$$

T -ს ბრუნვის პერიოდი ან, უბრალოდ, პერიოდი ეწოდება. ესაა დრო, რომელიც წერტილს სჭირდება ერთი სრული ბრუნის გასაკეთებლად.

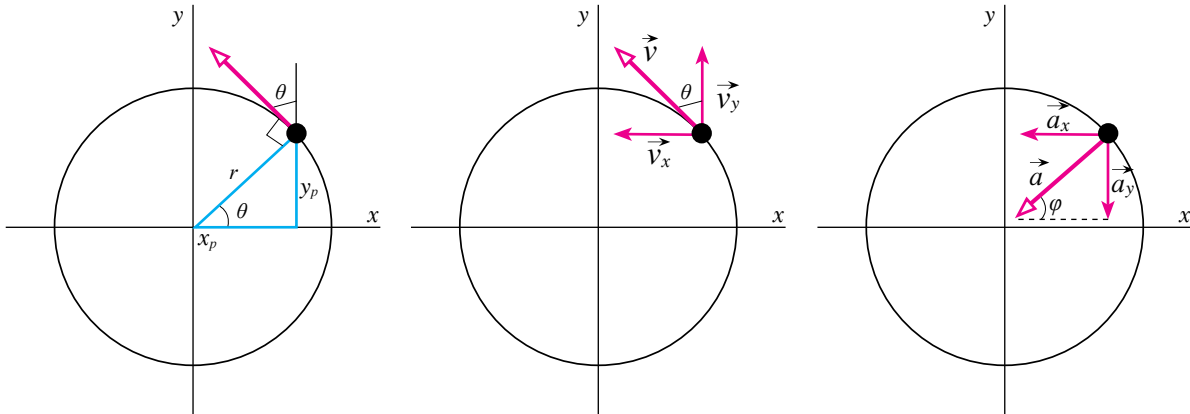
4-34 ფიზიკის დამატება

თანაბარი წიური მოძრაობისას აჩქარების სიდიდისა და მიმართულების საპოვნელად განვიხილოთ სურ. 4.19. 4.19ა სურათზე p წერტილი თანაბარი v სიჩქარით მოძრაობს r რადიუსის მქონე წრეწირზე. მოცემულ მომენტში p -ს კოორდინატებია x_p და y_p .

4.3 ქვეთავიდან გავიხსენოთ, რომ მოძრავი წერტილის $\vec{v}$ სიჩქარე მისი ტრანეპტორიის მხებია. 4.19ა სურათზე ეს ნიშნავს, რომ $\vec{v}$ სიჩქარე წერტილის მდებარეობაზე გავლებული რადიუსის პერპენდიკულარულია. მაშინ θ კუთხე $\vec{v}$ -სა და p წერტილზე გავლებულ ვერტიკალს შორის r რადიუსსა და x ღერძს შორის θ კუთხის ტოლია.

$\vec{v}$ -ს სკალარული კომპონენტები 4.19ბ სურათზეა ნაჩვენები. მათი საშუალებით $\vec{v}$ შეიძლება შემდეგი სახით ჩაიწეროს:

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = (-v \sin \theta) \hat{i} + (v \cos \theta) \hat{j} \quad (4.36)$$



სურ. 4.19. p წერტილი წრეზე მოძრაობს საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. (ა) მისი მდებარეობა და $\vec{v}$ სიჩქარე მოცემულ მომენტში. (ბ) $\vec{v}$ სიჩქარე და მისი კომპონენტები. (გ) წერტილის $\vec{a}$ აჩქარება და მისი კომპონენტები.

ახლა, 4.19 სურათზე მოცემული მართკუთხა სამკუთხედის გამოყენებით, $\sin \theta$ შევცვალოთ y_p/r -ით, ხოლო $\cos \theta - x_p/r$ -ით, გვექნება:

$$\vec{v} = \left(-\frac{vy_p}{r} \right) \hat{i} + \left(\frac{vx_p}{r} \right) \hat{j}. \quad (4.37)$$

p წერტილის $\vec{a}$ აჩქარების საპოვნელად ეს ფორმულა გავანარმოოთ დროის მიმართ. ვინაიდან v სიჩქარე და r რადიუსი დროში არ იცვლება, მივიღებთ:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-\frac{v}{r} \frac{dy_p}{dt} \right) \hat{i} + \left(\frac{v}{r} \frac{dx_p}{dt} \right) \hat{j}. \quad (4.38)$$

ახლა გავითვალისწინოთ, რომ y_p -ს ცვლილების ტემპი dy_p/dt სიჩქარის v_y კომპონენტის ტოლია. ანალოგიურად, $dx_p/dt = v_x$. 4.19ბ სურათიდან ვხედავთ, რომ $v_x = -v \sin \theta$ და $v_y = v \cos \theta$. ჩავსვათ ეს ყველაფერი 4.38 ფორმულაში და მივიღებთ:

$$\vec{a} = \left(-\frac{v^2}{r} \cos \theta \right) \hat{i} + \left(-\frac{v^2}{r} \sin \theta \right) \hat{j}. \quad (4.39)$$

4.19გ სურათზე ეს ვექტორი და მისი კომპონენტებია ნაჩვენები. 3.60 ფორმულის თანახმად, მივიღებთ:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{1} = \frac{v^2}{r},$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა. $\vec{a}$ -ს მიმართულების საპოვნელად უნდა ვიპოვოთ ϕ კუთხე:

$$\tan \phi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-(v^2/r) \sin \theta}{-(v^2/r) \cos \theta} = \tan \theta.$$

მაშასადამე, $\phi = \theta$. ეს ნიშნავს, რომ $\vec{a}$ მიმართულია 4.19ა სურათზე ნაჩვენები r რადიუსის გასწვრივ წრეწირის ცენტრის მიმართულებით. სწორედ ამის დამტკიცება გვინდოდა.

საკონტროლო წერტილი 6. სხეული თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს წრიულად xy სიბრტყეზე, რომლის ათვლის სათავე წრეწირის ცენტრს ემთხვევა. როდესაც სხეული იმყოფება $x = -2$ მ წერტილზე, მისი სიჩქარეა $-(4 \text{ მ/წმ})\hat{j}$. გამოთვალე სხეულის ა) სიჩქარე და ბ) აჩქარება, როდესაც ის იმყოფება $y = 2$ მ წერტილში.

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 4.9

სამხედრო რეაქტიული თვითმფრინავების პილოტები გარკვეულ დისკომფორტს განიცდიან მკვეთრად მოხვევის დროს. ასეთ დროს პილოტის სხეული განიცდის ცენტრისკენულ აჩქარებას, თავი კი მიმართულია მრუდის ცენტრისკენ. ტვინში სისხლის წნევა მცირდება, რაც ტვინის ფუნქციის დაკარგვას იწვევს. პილოტის გასაფრთხილებლად რამდენიმე ნიშანი არსებობს. როდესაც ცენტრისკენული აჩქარებაა $2g$ ან $3g$, პილოტი თავს დამძიმებულად გრძნობს. $4g$ -ს დროს პილოტის მხედველობა შავ-თეთრი ხდება და მნიშვნელოვნად იზღუდება. თუ აჩქარებამ კიდევ მოიმატა, მხედველობა ქრება და პილოტი გონებას კარგავს. ამ მდგომარეობას g -LOC ანუ „ g -თი გამოწვეული გონების დაკარგვა“ ეწოდება. როგორი იქნება პილოტის ცენტრისკენული

აჩქარება g -ებში, თუ $F-22$ მიფრინავს $v = 2500$ კმ/სთ (694 მ/წმ) სიჩქარით წრეზე, რომლის რადიუსია $r = 5,8$ კმ?

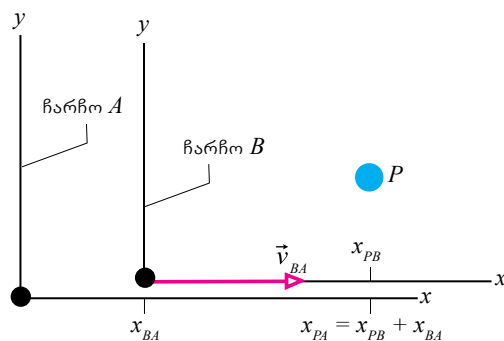
ამოხსნა: მიუხედავად იმისა, რომ წრიულ ტრაექტორიაზე მოძრაობისას პილოტის სიჩქარის სიდიდე მუდმივია, სიჩქარის მიმართულების ცვლილების გამო წარმოიქმნება ცენტრისკენული აჩქარება, რომლის სიდიდე მოცემულია 4.34 ფორმულის საშუალებით:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(694 \text{ მ/წმ})^2}{5800 \text{ მ}} = 83 \text{ მ/წმ}^2 = 8,5g \quad (\text{პასუხი})$$

თუ უყურადღებო პილოტი საჰაერო ბრძოლის დროს თვითმფრინავს მკვეთრად შემოაბრუნებს, ის მომენტალურად გადავა g -LOC მდგომარეობაში და ვერ შენიშნავს გამაფრთხილებელ სიგნალებს.

4.8 ახიბანზომიქიანი ფახეობითი მოძიხოზა

წარმოიდგინე, რომ ხედავ იხვს, რომელიც ჩრდილოეთით მიფრინავს 30 კმ/სთ სიჩქარით. მეორე იხვისთვის, რომელიც იმავე სიჩქარით მიფრინავს ჩრდილოეთით, ის უძრავია. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, წერტილის სიჩქარე დამოკიდებულია დამკვირვებლის ათვლის სისტემაზე. ჩვენი მიზნებიდან გამომდინარე, ათვლის სისტემა ფიზიკური ობიექტია, რომელსაც კოორდინატთა სისტემას ვუკავშირებთ. ყოველდღიურ ცხოვრებაში ეს ობიექტი მიწაა. მაგალითად, საგზაო ნიშანზე მითითებული დაშვებული სიჩქარე ყოველთვის გაზომილია მიწის მიმართ. პოლიციის ოფიცრის მიმართ სიჩქარე სხვადასხვა იქნება, ვინაიდან პოლიციელი სიჩქარის გაზომვის დროს იმოძრავებს.



სურ. 4.20. ალექსი (ნახაზი A) და ბარბარა (ნახაზი B) P მანქანას ადევნებენ თვალს. B და P განსხვავებული სიჩქარით მოძრაობენ ორივე ნახაზისთვის საერთო x ღერძის გასწვრივ. გრაფიკზე გამოსახულ მომენტში x_{BA} არის B -ს კოორდინატები A ნახაზზე. B ნახაზზე P -ს კოორდინატებია x_{PB} . A ნახაზზე კოორდინატები $x_{PA} = x_{PB} + x_{BA}$.

წარმოიდგინე, რომ ალექსი (4.20 სურათზე A სისტემის ათვლის სათავეში) გაჩერებულია ტრასის განაპირას და P მანქანის (წერტილის) სწრაფად მოძრაობას აკვირდება. ბარბარა (B სისტემის ათვლის სათავეში) ტრასაზე მუდმივი სიჩქარით მიდის და ისიც P მანქანას უყურებს. დავუშვათ, ორივე მათგანი ადგენს მანქანის მდებარეობას მოცემულ მომენტში. 4.20 სურათზე ვხედავთ, რომ:

$$x_{PA} = x_{PB} + x_{BA} \quad (4.40)$$

ეს ფორმულა ასე იკითხება: „ P -ს კოორდინატი A -ს მიმართ (x_{PA}) ტოლია P -ს კოორდინატს B -ს მიმართ x_{PB} მიმატებული B -ს კოორდინატი A -ს მიმართ (x_{BA})“. წაკითხვისას ყურადღება მიიქცეით ინდექსებს.

4.40 ფორმულის დროის მიმართ გაწარმოებით მივიღებთ:

$$\frac{d}{dt}(x_{PA}) = \frac{d}{dt}(x_{PB}) + \frac{d}{dt}(x_{BA}).$$

ან (ვინაიდან $v = dx/dt$):

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \quad (4.41)$$

ეს ფორმულა ასე იკითხება: „ P -ს სიჩქარე A -ს მიმართ v_{PA} ტოლია P -ს სიჩქარეს B -ს მიმართ v_{PB} მიმატებული B -ს სიჩქარე A -ს მიმართ v_{BA} “. v_{BA} არის B სისტემის სიჩქარე A -ს მიმართ (ვინაიდან მოძრაობა ერთი ღერძის გასწვრივაა, შეგვიძლია სიჩქარის კომპონენტები ამ ღერძის გასწვრივ გამოვიყენოთ 4.41 ფორმულაში და უგულებელვყოთ ვექტორის ისრები).

ჩვენ მხოლოდ იმ სისტემებს განვიხილავთ, რომლებიც ერთმანეთის მიმართ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს. ამ შემთხვევაში ეს ნიშნავს, რომ ბარბარა (სისტემა B) ალექსის (სისტემა A) მიმართ მოძრაობს v_{BA} მუდმივი სიჩქარით. ასეა თუ ისე, P მანქანას (მოძრავი წერტილი) შეუძლია შეცვალოს სიჩქარე და მიმართულება (ანუ აჩქარდეს).

ბარბარასა და ალექსის მიმართ P -ს აჩქარების დასაკავშირებლად, 4.41 ფორმულაში გავანარმოოთ დრო:

$$\frac{d}{dt}(v_{PA}) = \frac{d}{dt}(v_{PB}) + \frac{d}{dt}(v_{BA}).$$

ვინაიდან v_{BA} მუდმივია, ამიტომ ფორმულის ბოლო წევრი ნულის ტოლია და გვექნება:

$$a_{PA} = a_{PB}. \quad (4.42)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ:

სხვადასხვა ათვლის სისტემის დამკვირვებლები, რომლებიც ერთმანეთის მიმართ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობენ, მიიღებენ მოძრავი წერტილის ერთსა და იმავე აჩქარებას.

საკონტროლო წერტილი 7. ცხრილში მოცემულია ბარბარასა და P მანქანის სიჩქარეები (კმ/სთ-ებში) სამ მდგომარეობაში. რას უდრის ცხრილში გამოტოვებული სიდიდეები და როგორ იცვლება მანძილი ბარბარასა და P მანქანას შორის?

მდგომარეობა	v_{BA}	v_{PA}	v_{PB}
(ა)	+ 50	+ 50	
(ბ)	+ 30		+ 40
(გ)		+ 60	- 20

აქსიომის აქსიომის ნიშნები 4.10

4.20 სურათზე დავეუშვათ, რომ ბარბარას სიჩქარე ალექსის მიმართ მუდმივია, $v_{BA} = 52$ კმ/სთ, ხოლო P მანქანა მოძრაობს x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით.

(ა) თუ ალექსისთვის P მანქანის სიჩქარე $v_{PA} = -78$ კმ/სთ, როგორი იქნება v_{PB} სიჩქარე ბარბარასთვის?

ამოხსნა: A ათვლის სისტემა დაუკავშიროთ ალექსს, ხოლო B ათვლის სისტემა – ბარბარას. ვინაიდან ეს ორი ათვლის სისტემა ერთმანეთის მიმართ თანაბრად მოძრაობს ერთი ღერძის გასწვრივ, ამიტომ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფორმულა 4.41, რათა v_{PB} დავეუკავშიროთ v_{PA} -სა და v_{BA} -ს:

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$$

$$\text{ანუ } -78 \text{ კმ/სთ} = v_{PB} + 52 \text{ კმ/სთ}$$

მაშასადამე,

$$v_{PB} = -130 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$

თუ P -ს ბარბარას მანქანაზე თოკით მივაბამდით, 130 კმ/სთ სიჩქარეზე თოკის კვანძი გაიხსნებოდა და ორი მანქანა განცალკევდებოდა.

(ბ) თუ P მანქანა ამუხრუჭებს ალექსის მიმართ (მაშასადამე, მიწის მიმართ) $t = 10$ წმ-ის განმავლობაში თანაბარი აჩქარებით, როგორი იქნება მისი a_{PA} აჩქარება ალექსის მიმართ?

ამოხსნა: ალექსის მიმართ P მანქანის აჩქარების გამოსათვლელად უნდა გამოვიყენოთ ალექსის მიმართ მანქანის სიჩქარე. ვინაიდან აჩქარება თანაბარია, ამიტომ ვიყენებთ 2.11 ფორმულას

($v = v_0 + at$), რათა აჩქარება დავაკავშიროთ P -ს სანყის და საბოლოო სიჩქარესთან. P -ს სანყის სიჩქარე ალექსის მიმართ არის $v_{PA} = -78$ კმ/სთ, ხოლო საბოლოო სიჩქარეა 0 . მაშასადამე, 2.11 ფორმულა გვაძლევს:

$$a_{PA} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - (-78 \text{ კმ/სთ})}{10 \text{ წმ}} = \frac{1 \text{ მ/წმ}}{3,6 \text{ კმ/სთ}} = 2,2 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

(გ) როგორი იქნება დამუხრუჭების დროს P მანქანის აჩქარება ბარბარას მიმართ a_{PB} ?

ამოხსნა: ბარბარას მიმართ P -ს აჩქარების გამოსათვლელად უნდა გამოვიყენოთ ბარბარას მიმართ მანქანის სიჩქარეები. (ა) ნაწილიდან

ვიცით P -ს სანყის სიჩქარე ბარბარას მიმართ ($v_{PB} = -130$ კმ/სთ). P -ს საბოლოო სიჩქარე ბარბარას მიმართ არის -52 კმ/სთ (გაჩერებული მანქანის სიჩქარე მოძრავი ბარბარას მიმართ). მაშასადამე, კვლავ 2.11 ფორმულის თანახმად:

$$a_{PB} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-52 \text{ კმ/სთ} - (-130 \text{ კმ/სთ})}{10 \text{ წმ}} = \frac{1 \text{ მ/წმ}}{3,6 \text{ კმ/სთ}} = 2,2 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

ეს შედეგი წინასწარ შეგვეძლო გვეწინასწარმეტყველა. ვინაიდან ალექსი და ბარბარა ერთმანეთის მიმართ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობენ, ამიტომ მათ მიმართ მანქანის აჩქარება ერთნაირი იქნება.

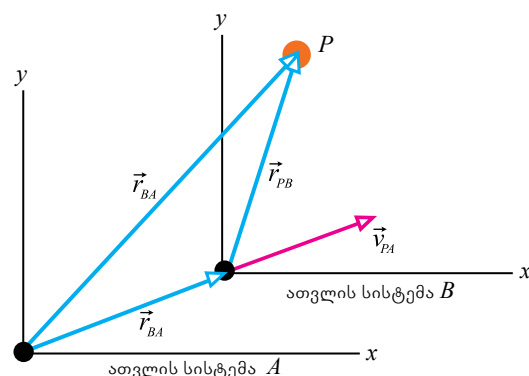
4.9 ორგანოზომილებიანი ფაქობითი მოძრაობა

ახლა ერთგანზომილებიანი ფარდობითი მოძრაობიდან გადავდივართ ორგანოზომილებიან (და სამგანზომილებიან) მოძრაობაზე. 4.21 სურათზე ჩვენი ორი დამკვირვებელი P მოძრავ ნერტილს უყურებს A და B ათვლის სისტემების ათვლის სათავეებიდან. ამასობაში B თანაბარი სიჩქარით v_{BA} მოძრაობს A -ს მიმართ (ამ ორი სისტემის შესაბამისი ღერძები ერთმანეთის პარალელურია).

4.21 სურათზე მოძრაობის ერთი კონკრეტული მომენტი ნაჩვენებია. ამ მომენტში B -ს ათვლის სათავეს მდებარეობის ვექტორი A -ს ათვლის სათავეს მიმართ არის $\vec{r}_{BA}$. ამის გარდა, P ნერტილის მდებარეობის ვექტორი A -ს ათვლის სათავეს მიმართ არის $\vec{r}_{PA}$, ხოლო B -ს ათვლის სათავეს მიმართ $-\vec{r}_{PB}$. თუ ამ სამ მდებარეობის ვექტორს ისე დავალაგებთ, რომ ერთის სათავე მეორეს ბოლოს დაემთხვეს, მაშინ ვექტორებს შორის დამყარდება შემდეგი კავშირი:

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}. \quad (4.43)$$

ამ ფორმულის დროის მიმართ განარმოებით შესაძლებელია დამკვირვებლების მიმართ P ნერტილის $\vec{v}_{PA}$ და $\vec{v}_{PB}$ სიჩქარეების დაკავშირება:



სურ. 4.21. B სისტემას A სისტემის მიმართ აქვს თანაბარი ორგანოზომილებიანი სიჩქარე $\vec{v}_{BA}$. B -ს მდებარეობის ვექტორი A -ს მიმართ არის $\vec{r}_{BA}$. P ნერტილის მდებარეობის ვექტორი A -ს მიმართ არის $\vec{r}_{PA}$, ხოლო B -ს მიმართ $-\vec{r}_{PB}$.

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}. \quad (4.44)$$

ამ ტოლობის განარმოებით კი ერთმანეთს დაუკავშირებთ დამკვირვებლების მიმართ P ნერტილის $\vec{a}_{PA}$ და $\vec{a}_{PB}$ აჩქარებას. თუმცა, ვინაიდან $\vec{v}_{BA}$ მუდმივია, ამიტომ მისი წარმოებული დროის მიმართ ნულის ტოლია. მაშასადამე, მივიღებთ:

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} \quad (4.45)$$

ისევე, როგორც ერთგანზომილებიანი მოძრაობისთვის, აქაც არსებობს შემდეგი წესი: სხვადასხვა ათვლის სისტემების დამკვირვებლების მიმართ, რომლებიც ერთმანეთის მიმართ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობენ, მოძრავი ნერტილის აჩქარება ერთნაირი იქნება.

აშოსანის აშოსნის ნიშანი 4.11

4.22ა სურათზე თვითმფრინავი აღმოსავლეთისკენ უნდა გაფრინდეს, პილოტი კი მას სამხრეთ-აღმოსავლეთისკენ მიმართავს, საიდანაც ჩრდილო-აღმოსავლეთის ძლიერი ქარი უბერავს. თვითმფრინავის $\vec{v}_{PW}$ სიჩქარე ქარის მიმართ 215 კმ/სთ-ის ტოლია და მიმართულია სამხრეთით აღმოსავლეთის მიმართულებასთან θ კუთხით. ქარის $\vec{v}_{WG}$ სიჩქარე მიწის მიმართ არის 65 კმ/სთ და მიმართულია 20° ჩრდილო-აღმოსავლეთისკენ. როგორი იქნება მიწის მიმართ თვითმფრინავის $\vec{v}_{PG}$ სიჩქარის სიდიდე და θ კუთხე?

ამოხსნა: ეს სიტუაცია 4.21 სურათის მსგავსია. აქ P მოძრავი წერტილი თვითმფრინავია, A სისტემა დაკავშირებულია მიწასთან (დავარქვათ მას G), ხოლო B სისტემა დაკავშირებულია ქართან (დავარქვათ მას W). საჭიროა ვექტორული დიაგრამის აგება, როგორც 4.21 სურათზეა ნაჩვენები. თუმცა, ამჯერად სიჩქარის სამ ვექტორს გამოვიყენებთ.

თავდაპირველად დავწეროთ ვექტორების დამაკავშირებელი წინადადება:

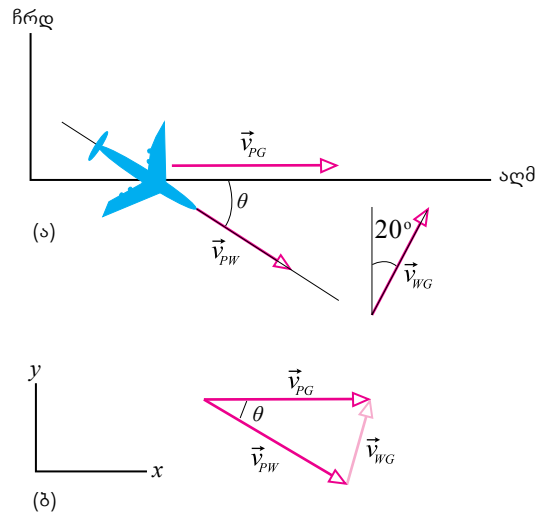
თვითმფრინავის სიჩქარე მიწის მიმართ ($\vec{v}_{PG}$)	=	თვითმფრინავის სიჩქარე ქარის მიმართ ($\vec{v}_{PW}$)	+	ქარის სიჩქარე მიწის მიმართ ($\vec{v}_{WG}$)

ეს კავშირი შეიძლება გამოისახოს 4.22 ბ სურათის მსგავსად, ხოლო ვექტორულად მას ასეთი სახე ექნება:

$$\vec{v}_{PG} = \vec{v}_{PW} + \vec{v}_{WG} \quad (4.46)$$

ჩვენთვის უცნობია პირველი ვექტორის სიდიდე და მეორე ვექტორის მიმართულება. ორი უცნობის გამო ვექტორულ კალკულატორზე 4.46 ფორმულის ამოხსნა შეუძლებელია. ამის ნაცვლად 4.22 ბ სურათის კოორდინატა სისტემაზე ვექტორები კომპონენტებად უნდა დავშალოთ და შემდეგ ამოვხსნათ ფორმულა 4.46 თითოეული ღერძისთვის (იხილე ქვეთავი 3.6). y კომპონენტებისთვის ვიპოვიოთ:

$$v_{PG,y} = v_{PW,y} + v_{WG,y}$$



სურ. 4.22. აღმოსავლეთისკენ გასაფრენად თვითმფრინავის პილოტმა ქარის მიმართულება უნდა გაითვალისწინოს.

ან $0 = -(215 \text{ კმ/სთ}) \sin \theta + (65 \text{ კმ/სთ})(\cos 20^\circ)$.
 θ -ს ამოხსნა მოგვცემს:

$$\theta = \sin^{-1} \frac{(65 \text{ კმ/სთ})(\cos 20^\circ)}{215 \text{ კმ/სთ}} = 16,5^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ასეთივე ხერხით x კომპონენტებისთვის ვიპოვიოთ:

$$v_{PG,x} = v_{PW,x} + v_{WG,x}$$

ვინაიდან $\vec{v}_{PG,x}$ ღერძის პარალელურია, ამიტომ $v_{PG,x}$ კომპონენტი v_{PG} სიდიდის ტოლია. ჩავსვათ ეს აღნიშვნა და კუთხე $\theta = 16,5^\circ$, გვექნება:

$$v_{PG} = (215 \text{ კმ/სთ})(\cos 16,5^\circ) + (65 \text{ კმ/სთ})(\sin 20^\circ) = 228 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$

საკონტროლო წერტილი 8. დავუშვათ, პილოტი თვითმფრინავს აღმოსავლეთისკენ აბრუნებს სიჩქარის ცვლილების გარეშე. გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება შემდეგი სიდიდეები: ა) $v_{PG,y}$; ბ) $v_{PG,x}$; გ) v_{PG} ? (პასუხის გაცემა გამოთვლების გარეშეც შეიძლება).

მდებარეობის ვექტორი. წერტილის მდებარეობა კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავის მიმართ მოიცემა $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორით. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}, \quad (4.1)$$

აქ $x\hat{i}$, $y\hat{j}$ და $z\hat{k}$ ვექტორის ვექტორული კომპონენტებია, ხოლო x , y და z – სკალარული კომპონენტები (და, ასევე, წერტილის კოორდინატები). მდებარეობის ვექტორს აღწერს სიდიდე და ერთი ან ორი მიმართულების კუთხე, ან მისი ვექტორული ან სკალარული კომპონენტები.

გადაადგილება. თუ წერტილი ისე მოძრაობს, რომ მისი მდებარეობის ვექტორი $\vec{r}_1$ იცვლება $\vec{r}_2$ -ით, მაშინ წერტილის $\Delta\vec{r}$ გადაადგილება იქნება:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (4.2)$$

გადაადგილება ასეც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} \quad (4.3)$$

$$= \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k} \quad (4.4)$$

საშუალო სიჩქარე და მყისი სიჩქარე. თუ წერტილის გადაადგილება $\Delta\vec{r}$ დროის მონაკვეთში არის $\Delta\vec{r}$, მაშინ მისი $\vec{v}_{საშ}$ სიჩქარე დროის ამ მონაკვეთში იქნება:

$$\vec{v}_{საშ} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (4.8)$$

თუ 4.8 ფორმულაში Δt ნულს უახლოვდება, მაშინ $\vec{v}_{საშ}$ აღწევს ზღვარს, რომელსაც სიჩქარე ან მყისი სიჩქარე $\vec{v}$ ეწოდება:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (4.10)$$

ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში გვექნება:

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}, \quad (4.11)$$

სადაც $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$ და $v_z = dz/dt$. $\vec{v}$ მყისი სიჩქარე ყოველთვის წერტილის ტრაექტორიის მხებია მოცემულ მომენტში.

საშუალო აჩქარება და მყისი აჩქარება. თუ წერტილის სიჩქარე $\Delta\vec{v}$ დროის მონაკვეთში იცვლება $\vec{v}_1$ -დან $\vec{v}_2$ -თი, მაშინ მისი საშუალო აჩქარება ამ პერიოდში იქნება:

$$\vec{a}_{საშ} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad (4.15)$$

თუ 4.15 ფორმულაში Δt ნულს უახლოვდება, მაშინ $\vec{a}_{საშ}$ აღწევს ზღვრულ მნიშვნელობას,

რომელსაც $\vec{a}$ მყისი აჩქარება ეწოდება:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4.16)$$

ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში:

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}, \quad (4.17)$$

სადაც $a_x = dv_x/dt$, $a_y = dv_y/dt$ და $a_z = dv_z/dt$.

ჭურვისებრი მოძრაობა. ჭურვისებრი ეწოდება $\vec{v}_0$ საწყისი სიჩქარით გასროლილი წერტილის მოძრაობას. ფრენის დროს წერტილის ჰორიზონტალური აჩქარება ნულის ტოლია, ხოლო ვერტიკალური აჩქარება თავისუფალი ვარდნის $-g$ აჩქარებაა (ზედა მიმართულება აღებულია დადებითად). თუ $\vec{v}_0$ გამოისახება v_0 სიდიდითა და θ_0 კუთხით, მაშინ ჰორიზონტალური x ღერძის და ვერტიკალური y ღერძის გასწვრივ წერტილის მოძრაობის ფორმულები შემდეგნაირი იქნება:

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t \quad (4.21)$$

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.22)$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (4.23)$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0). \quad (4.24)$$

ჭურვისებრი მოძრაობის დროს წერტილის ტრაექტორია პარაბოლურია და გამოითვლება ფორმულით:

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad (4.25)$$

როცა 4.21 და 4.24 ფორმულებში x_0 და y_0 ნულის ტოლია. წერტილის R ჰორიზონტალური არეალი არის ჰორიზონტალური მანძილი გასროლის ადგილიდან იმ ადგილამდე, რომელზეც წერტილი გასროლის სიმაღლეზე ბრუნდება

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0, \quad (4.26)$$

თანაბარი წრიული მოძრაობა. როდესაც წერტილი v თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს r რადიუსის მქონე წრეწირზე ან რკალზე, ეს თანაბარი წრიული მოძრაობაა და მისი $\vec{a}$ აჩქარების სიდიდეა:

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (4.34)$$

$\vec{a}$ მიმართულია წრეწირის ან რკალის ცენტრისკენ და მას ცენტრისკენული აჩქარება ეწოდება. ერთი სრული წრის შემოსაწერად დახარჯული

დრო გამოითვლება ფორმულით:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (4.35)$$

T -ს ბრუნვის პერიოდი ან უბრალოდ პერიოდი ეწოდება.

ფარდობითი მოძრაობა. როდესაც A და B ათვლის სისტემები ერთმანეთის მიმართ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს, P წერტილის სიჩქარე A

სისტემის დამკვირვებლისა და B სისტემის დამკვირვებლისთვის ერთმანეთისგან განსხვავდება. ამ ორ სიჩქარეს შორის შემდეგი კავშირია:

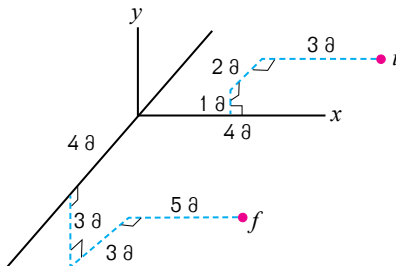
$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{BP} + \vec{v}_{BA}, \quad (4.44)$$

სადაც $\vec{v}_{BA}$ არის B -ს სიჩქარე A -ს მიმართ. ორივე დამკვირვებლის მიმართ წერტილის აჩქარება ერთნაირია:

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} \quad (4.45)$$

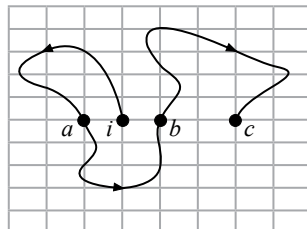
შეჯამება ???

1 4.23 სურათზე ნაჩვენებია წერტილის i საწყისი და f საბოლოო მდებარეობები. როგორი იქნება წერტილის (ა) საწყისი მდებარეობის ვექტორი $\vec{r}_i$ და (ბ) საბოლოო მდებარეობის ვექტორი $\vec{r}_f$ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? (გ) $\Delta \vec{r}$ გადაადგილების x კომპონენტი?



სურ. 4.23 შეკითხვა 1.

2 4.24 სურათზე ნაჩვენებია საჭმლის მაძიებელი სკუნსის მოძრაობის ტრაექტორია i საწყისი წერტილიდან. სკუნსს ერთი და იგივე T დრო



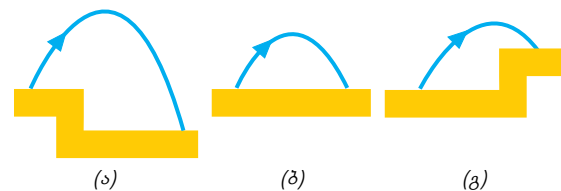
სურ. 4.24 შეკითხვა 2.

სჭირდება ტრაექტორიაზე აღნიშნულ ყოველ წერტილამდე მისაღწევად. დააღებ a , b და c წერტილები სკუნსის საშუალო სიჩქარეების სიდიდის კლებადობის მიხედვით.

3 გარკვეულ მომენტში ბურთის სიჩქარეა $\vec{v} = 25\hat{i} - 4.9\hat{j}$ (x ღერძი ჰორიზონტალურია, y მიმართულია ზევით, $\vec{v}$ იზომება მ/წმ-ებში). გაიარა თუ არა ბურთმა ფრენის უმაღლესი წერტილი?

4 4.25 სურათზე ნაჩვენებია მიწიდან (ერთი და იმავე სიმაღლიდან) ერთნაირი საწყისი სიჩქარითა და კუთხით ნასროლი იდენტური ჭურვების სამი მდგომარეობა. ჭურვები ერთსა და იმავე

ზედაპირს არ ეცემა. დააღებ მდგომარეობები ჭურვების საბოლოო სიჩქარეების კლებადობის მიხედვით.



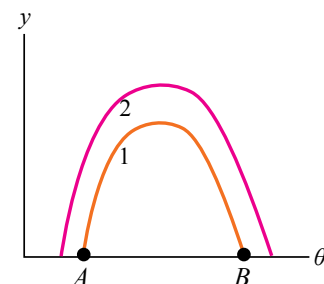
სურ. 4.25. შეკითხვა 4.

5 ვაპირებთ მიწიდან რაკეტის გასროლას ერთ-ერთი მოცემული საწყისი სიჩქარის ვექტორით:

- (1) $\vec{v}_0 = 20\hat{i} + 70\hat{j}$, (2) $\vec{v}_0 = -20\hat{i} + 70\hat{j}$,
(3) $\vec{v}_0 = 20\hat{i} - 70\hat{j}$, (4) $\vec{v}_0 = -20\hat{i} - 70\hat{j}$.

ჩვენს კოორდინატა სისტემა x მიწის დონეზეა, ხოლო y ზევით იზრდება. ა) დააღებ ვექტორები ჭურვის გაშვების სიჩქარეების კლებადობის მიხედვით; ბ) დააღებ ვექტორები ჭურვების ფრენის დროის კლებადობის მიხედვით.

6 ხილის ნამცხვარს ერთადერთი სარგებელი შურდულით სროლაში ვარჯიშისას მოაქვს. 4.26 სურათზე ნაჩვენები გრაფიკი 1 ასახავს გასროლილი ნამცხვრის

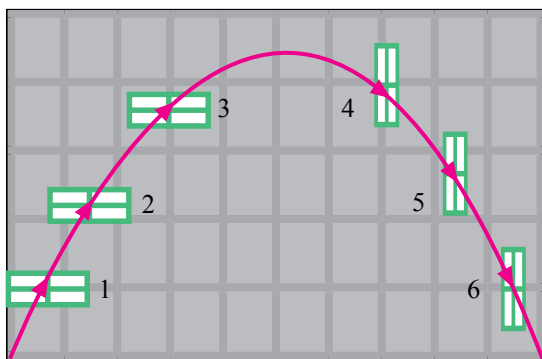


სურ. 4.26 შეკითხვა 6.

ის y სიმაღლეს და θ კუთხეს ფრენის დროს სიჩქარისა და აჩქარების ვექტორებს შორის. (ა) გრაფიკზე ასოებით აღნიშნული რომელი წერტილი შეესაბამება ნამცხვრის მიწაზე დაცემის ადგილს? (ბ) გრაფიკი 2 ასახავს სროლის იმავე საწყისი სიჩქარეს, მაგრამ სხვა კუთხეს. გასროლის ადგილიდან უფრო შორს დაეცემა ნამცხვარი ამჯერად თუ უფრო ახლოს?

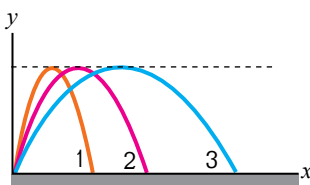
7 350 კმ/სთ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მფრინავმა თვითმფრინავმა პაკეტებით საჭმლის მარაგი ჩამოყარა. პაკეტებზე ჰაერის ზემოქმედება უგულვებელყოფილია. როგორი იქნება პაკეტების საწყისი (ა) ვერტიკალური და (ბ) ჰორიზონტალური სიჩქარის კომპონენტები? (გ) როგორი იქნება სიჩქარის ჰორიზონტალური კომპონენტი ყუთის მიწაზე დაცემამდე? (დ) თვითმფრინავის სიჩქარე რომ ყოფილიყო 450 კმ/სთ, მეტი იქნებოდა ვარდნის დრო, ნაკლები თუ იგივე?

8 4.27 სურათზე მანდარინი ისროლეს 1, 2 და 3 ფანჯრების გავლით. ფანჯრების ზომები იდენტურია და ვერტიკალურადაც თანაბრად არის დაშორებული. დალაგე ფანჯრები (ა) მათი $\square$ ავლის დროის მიხედვით და (ბ) ამ მომენტში მანდარინის საშუალო სიჩქარის მიხედვით, დიდიდან მცირეზე. ამის შემდეგ მანდარინი ჩაუვლის 4, 5 და 6 ფანჯრებს, რომელთა ზომები იდენტურია, მაგრამ რომლებიც ვერტიკალურად არათანაბრად მანძილებზეა განლაგებული. დალაგე ეს ფანჯრები (გ) მათი ჩავლის დროის მიხედვით და (დ) ამ მომენტში მანდარინის საშუალო სიჩქარის მიხედვით, დიდიდან მცირეზე.



სურ. 4.27 შეკითხვა 8.

9 4.28 სურათზე ნაჩვენებია მიწის დონიდან დარტყმული ბურთის სამი ტრაექტორია. უგულვებელყავი ჰაერის ზემოქმედება და დიდიდან მცირემდე დალაგე ტრაექტორიები (ა) ფრენის დროის მიხედვით, (ბ) საწყისი ვერტიკალური სიჩქარის კომპონენტების მიხედვით, (გ) საწყისი ჰორიზონტალური



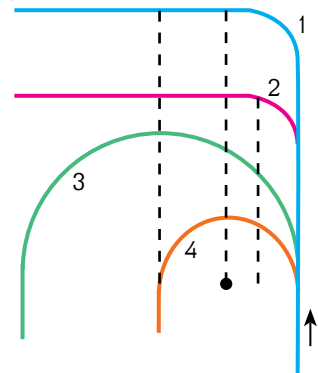
სურ. 4.28 შეკითხვა 9.

სიჩქარის კომპონენტების მიხედვით და (დ) საწყისი სიჩქარის მიხედვით.

10 ბურთი მიწის დონიდან გარკვეული საწყისი სიჩქარით ისროლეს. 4.29 სურათზე ნაჩვენებია ბურთის R არეალის ცვლილება θ_0 გასროლის კუთხის მიხედვით. გრაფიკზე აღნიშნული წერტილები დიდიდან მცირემდე დალაგე (ა) ბურთის ფრენის მთლიანი დროის მიხედვით, (ბ) მაქსიმალურ სიმაღლეზე ბურთის სიჩქარის მიხედვით.

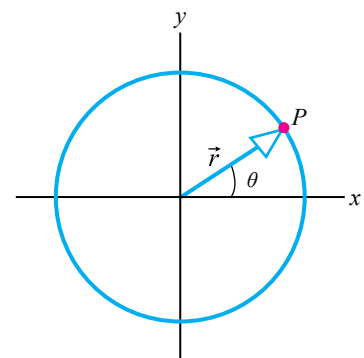
სურ. 4.29 შეკითხვა 10.

11 4.30 სურათზე ნაჩვენებია ოთხი ტრაექტორია (ნახევარწრეები ან მეოთხედი წრეები), რომელთაც გადის მატარებელი თანაბარი სიჩქარით მოძრაობისას. დალაგე ტრაექტორიები დიდიდან მცირემდე მატარებლის აჩქარების სიდიდის მიხედვით.



სურ. 4.30 შეკითხვა 11.

12 4.31 სურათზე P წერტილი თანაბარწრიულად მოძრაობს. მოძრაობის ცენტრი xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეა. ა) θ -ს რა მნიშვნელობები -



სურ. 4.31 შეკითხვა 12.

მდებარეობის ვექტორის r_y ვერტიკალური კომპონენტი უდიდესი? ბ) θ -ს რა მნიშვნელობებისთვის იქნება წერტილის სიჩქარის v_y ვერტიკალური კომპონენტი უდიდესი? გ) θ -ს რა მნიშვნელობებისთვის იქნება წერტილის აჩქარების a_y ვერტიკალური კომპონენტი უდიდესი?

13 (ა) შესაძლებელია თუ არა აჩქარება თანაბარი სიჩქარით მოძრაობის დროს? შესაძლებელია თუ არა რკალის შემოწერა (ბ) ნულოვანი აჩქარებით და (ბ) აჩქარების თანაბარი სიდიდით?

სამოსახები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • • • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

ქვეთავი 4-2. მდებარეობა და გადაადგილება

•1 ელექტრონის მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = (5 \text{ მ})\hat{i} - (3 \text{ მ})\hat{j} - (2 \text{ მ})\hat{k}$. ა) იპოვე $\vec{r}$ -ის სიდიდე. ბ) ააგე ვექტორი მარჯვენა კოორდინატთა სისტემაში.

•2 საზამთროს კოორდინატებია: $x = -5 \text{ მ}$, $y = 8 \text{ მ}$ და $z = 0 \text{ მ}$. იპოვე მდებარეობის ვექტორის ა) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე. დ) ააგე ვექტორი მარჯვენა კოორდინატთა სისტემაში. თუ საზამთრო გადაიტანეს წერტილში $(3 \text{ მ}, 0, 0)$, როგორი იქნება მისი გადაადგილების ე) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ვ) სიდიდე და ზ) x -ის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე?

•3 პოზიტრონის გადაადგილება $\Delta\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ მთავრდება $\vec{r} = 3\hat{j} - 4\hat{k}$ მდებარეობის ვექტორით. როგორი იყო პოზიტრონის საწყისი მდებარეობის ვექტორი?

••4 კედლის საათის წუთების მაჩვენებელი ისარი წვერიდან ღერძამდე დაახლოებით 10 სმ სიგრძისაა. ისრის წვერის გადაადგილების ვექტორის კუთხე და სიდიდე უნდა განისაზღვროს დროის სამ შუალედში. რა იქნება ვექტორის ა) სიდიდე და ბ) კუთხე თხუთმეტი წუთიდან ნახევარ საათამდე? როგორი იქნება ვექტორის გ) სიდიდე და დ) კუთხე შემდეგი ნახევარი საათის განმავლობაში? როგორი იქნება ვექტორის ე) სიდიდე და ვ) კუთხე შემდეგი ერთი საათის განმავლობაში?

ქვეთავი 4-3. საშუალო სიჩქარე და მყისიერი სიჩქარე

•5 60 კმ/სთ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს

მატარებელი 40 წუთის მანძილზე აღმოსავლეთისკენ, შემდეგი 20 წუთის მანძილზე ჩრდილო-აღმოსავლეთით 50° -ით, ბოლოს კი 50 წუთი დასავლეთისკენ მოძრაობს. როგორი იქნება მთელი მგზავრობის მანძილზე მატარებლის საშუალო სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) კუთხე? **SSM**

•6 ელექტრონის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით: $\Delta\vec{r} = 3t\hat{i} - 4t^2\hat{j} + 2\hat{k}$ t წამებშია, ხოლო $\vec{r}$ – მეტრებში. (ა) როგორი იქნება ელექტრონის $\vec{v}(t)$ სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? როდესაც $t = 2$ წმ, როგორი იქნება $\vec{v}$ -ს (ბ) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, (გ) სიდიდე და დ) x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე?

•7 იონის საწყისი მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$. 10 წამის შემდეგ $\vec{r} = -2\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{k}$. როგორი იქნება ამ 10 წამის განმავლობაში $\vec{v}_{\text{საშ}}$ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

••8 თვითმფრინავი 45 წუთის განმავლობაში 483 კმ-ს აღმოსავლეთით მიფრინავს A ქალაქიდან B ქალაქისკენ, შემდეგ კი 1,5 სთ-ის განმავლობაში B ქალაქიდან C ქალაქისკენ მიფრინავს 966 კმ-ს სამხრეთით. როგორი იქნება მთელი ფრენისთვის თვითმფრინავის გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? როგორი იქნება საშუალო სიჩქარის (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება? (ე) როგორი იქნება საშუალო მანძილი?

ქვეთავი 4.4. საშუალო აჩქარება და მყისიერი აჩქარება

•9 წერტილის მოძრაობისას მდებარეობის (მეტრებში) დროზე (წამებში) დამოკიდებულების ფუნქციაა $\vec{r} = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$. დაწერე გამოსახულებები (ა) სიჩქარისთვის და (ბ) აჩქარებისთვის, როგორც დროის ფუნქციები. **SSM**

•10 გარკვეულ მომენტში ველოსიპედისტი პარკის ფლაგშტოკიდან აღმოსავლეთით 40 მ-ის მანძილზე იმყოფება და სამხრეთისკენ მოძრაობს 10 მ/წმ სიჩქარით. 30 წამის შემდეგ ველოსიპედისტი ფლაგშტოკიდან ჩრდილოეთით 40 მ-ის მანძილზეა და აღმოსავლეთისკენ მოძრაობს 10 მ/წმ სიჩქარით. 30-წამიან შუალედში

როგორი იქნება ველოსიპედისტის გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? როგორი იქნება საშუალო სიჩქარის (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება? როგორი იქნება საშუალო აჩქარების (ე) სიდიდე და (ვ) მიმართულება?

• • 11 xy სიბრტყეზე მოძრავი წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით: $\vec{r} = (2t^3 - 5t)\hat{i} + (6 - 7t^4)\hat{j}$, $\vec{r}$ იზომება მეტრებში, ხოლო t – წამებში. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, გამოთვალე (ა) $\vec{r}$, (ბ) $\vec{v}$ და (გ) $\vec{a}$, როდესაც $t = 2$ წმ. (დ) როგორი იქნება კუთხე x ღერძის დადებით მიმართულებასა და წერტილის ტრაექტორიის მხებს შორის, როდესაც $t = 2$ წმ?

• • 12 ზომიერი ქარი xy ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე მოძრავ კენჭს $\vec{a} = (5 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (7 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}$ თანაბარ აჩქარებას ანიჭებს. როდესაც $t = 0$, კენჭის სიჩქარეა $(4 \text{ მ/წმ})\hat{i}$. რას უდრის კენჭის სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) კუთხე, როდესაც ის გადაადგილდება 12 მ-ით x ღერძის პარალელურად?

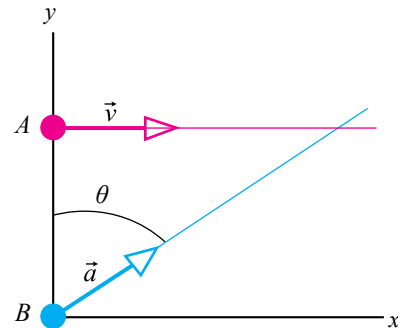
• • 13 ურიკა xy ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე მოძრაობს $a_x = 4 \text{ მ/წმ}$ და $a_y = -2 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარების კომპონენტებით. მისი საწყისი სიჩქარის კომპონენტებია $v_{0x} = 8 \text{ მ/წმ}$ და $v_{0y} = 12 \text{ მ/წმ}$. როგორი იქნება ურიკის სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, როდესაც ის უდიდეს y კოორდინატს მიაღწევს?

• • 14 xy სიბრტყეზე მოძრავი წერტილის $\vec{v}$ სიჩქარე მოცემულია ფორმულით: $xy \vec{v} = (6t - 4t^2)\hat{i} + 8\hat{j}$. $\vec{v}$ მ/წმ-ებში იზომება, ხოლო t (>0) – წამებში. (ა) რისი ტოლია აჩქარება, როდესაც $t = 3$ წმ? ბ) როდის არის (თუ არის) აჩქარება ნულის ტოლი? (გ) როდის არის (თუ არის) სიჩქარე ნულის ტოლი? (დ) როდის არის (თუ არის) სიჩქარე 10 მ/წმ-ის ტოლი?

• • 15 ათვლის სათავედან წერტილი მოძრაობას იწყებს $\vec{v} = 3\hat{i}$ მ/წმ სიჩქარით და $\vec{a} = (-1\hat{i} - 0,5\hat{j}) \text{ მ/წმ}^2$ თანაბარი აჩქარებით. როდესაც წერტილი უდიდეს x კოორდინატს მიაღწევს, როგორი იქნება მისი (ა) სიჩქარე და (ბ) მდებარეობის ვექტორი? **SSM ILW**

• • • 16 4.32 სურათზე A წერტილი $y = 30$ მ წრფის გასწვრივ და x ღერძის პარალელურად $v = 3 \text{ მ/წმ}$ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს. როდესაც A წერტილი y ღერძს ჩაუვლის, B წერ-

ტილი ათვლის სათავედან მოძრაობას იწყებს ნულოვანი საწყისი სიჩქარით და $\vec{a} = 0,4 \text{ მ/წმ}^2$ თანაბარი აჩქარებით. $\vec{a}$ -სა და y ღერძის დადებით მიმართულებას შორის რა θ კუთხე გამოიწვევს შეჯახებას?



სურ. 4.32 ამოცანა 16.

ქვეთავი 4-6. ჭურვისებრი მოძრაობა

• 17 ბრტყელი ზედაპირიდან 45 მ სიმაღლეზე მდებარე თოფიდან ტყვია ჰორიზონტალურად ისროლეს 250 მ/წმ სიჩქარით. (ა) რა დროის განმავლობაში იქნება ტყვია ჰაერში? (ბ) გასროლის ადგილიდან ჰორიზონტალურად რა მანძილზე დაეცემა ტყვია მიწაზე? (გ) რას უდრის ტყვიის სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი მიწაზე დაცემის დროს?

• 18 1991 წელს ტოკიოში, მძლეოსანთა მსოფლიო ჩემპიონატზე მაიკ პაუელი 8,95 მ-ზე გადახტა და ბობ ბიმონის მიერ დამყარებული და 23 წლის მანძილზე ხელუხლებელი რეკორდი 5 სმ-ით გააუმჯობესა. პაუელის გადახტომის სიჩქარე 9,5 მ/წმ იყო (დაახლოებით სპრინტერის სიჩქარე), ხოლო ტოკიოში $g = 9,8 \text{ მ/წმ}^2$. რამდენად მცირეა პაუელის ჰორიზონტალური არეალი იმავე სიჩქარით გასროლილი წერტილის მაქსიმალურ ჰორიზონტალურ არეალზე?

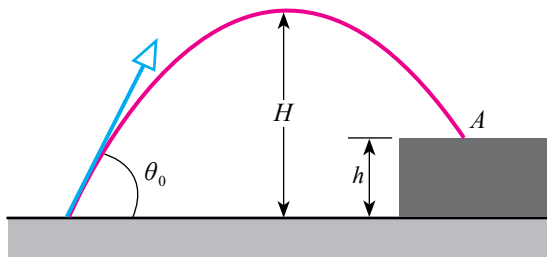
• 19 ბურთი მიწიდან ჰაერში აისროლეს. 9,1 მ-ის სიმაღლეზე მისი სიჩქარეა $\vec{v} = (7,6\hat{i} + 6,1\hat{j}) \text{ მ/წმ}$, $\hat{i}$ მიმართულია ჰორიზონტალურად, ხოლო $\hat{j}$ – ზევით. (ა) რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ბურთი? (ბ) რა ჰორიზონტალურ მანძილს გაივლის ბურთი? რისი ტოლია მიწაზე დაცემის მომენტში ბურთის სიჩქარის (გ) სიდიდე და (დ) კუთხე (ჰორიზონტის მიმართ)?

• 20 პატარა ბურთი 1,2 მ სიმაღლის მაგიდის კიდედან მიგორდა და ჩამოვარდა. ის მაგიდის

კიდიდან 1,52 მ ჰორიზონტალურ მანძილზე დაეცა. (ა) რამდენ ხანს იყო ბურთი ჰაერში? (ბ) რას უდრიდა მისი სიჩქარე მაგიდიდან გადავარდნის დროს?

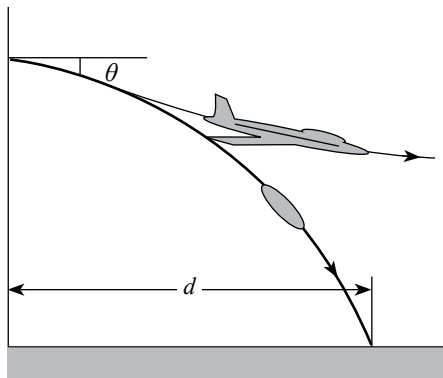
• 21 ისარი ჰორიზონტალურად ისროლეს 10 მ/წმ საწყისი სიჩქარით P წერტილისკენ (სამიზნე). 0,19 წამის შემდეგ ისარი კიდის Q წერტილს მოხვდა ზუსტად P -ს ქვემოთ. (ა) რისი ტოლია PQ მანძილი? (ბ) რა მანძილზე ასცდა მიზანს ისარი?

• 22 4.33 სურათზე ქვა h სიმაღლის კლდისკენ გაისროლეს 42 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტისადმი $\theta_0 = 60^\circ$ კუთხით. ქვა A წერტილში დაეცა გასროლიდან 5,5 წამის შემდეგ. იპოვე (ა) კლდის h სიმაღლე, (ბ) ქვის სიჩქარე დაცემამდე და (გ) ქვის მაქსიმალური H სიმაღლე მიწიდან.



სურ. 4.33 ამოცანა 22.

• 23 თვითმფრინავის სიჩქარეა 290 კმ/სთ, ხოლო დახრილობა ჰორიზონტის მიმართ — $\theta = 30^\circ$. პილოტი თვითმფრინავიდან რადარის სატყუარას აგდებს (სურ. 4.34). ჰორიზონტალური მანძილი სატყუარას გაშვების ადგილიდან დავარდნის ადგილამდე $d = 700$ მ-ია. (ა) რამდენ ხანს იმყოფება სატყუარა ჰაერში? (ბ) რა სიმაღლიდან გაუშვეს სატყუარა? [ILW](#)



სურ. 4.34 ამოცანა 23.

• 24 $t = 0$ მომენტში ქვა გაისროლეს 20 მ/წმ

საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტიდან 40° კუთხით. რისი ტოლია სროლის ადგილიდან გადაადგილების (ა) ჰორიზონტალური და (ბ) ვერტიკალური კომპონენტები, როდესაც $t = 1,1$ წმ? გამოთვალე იგივე კომპონენტები, როდესაც $t = 1,8$ წმ და $t = 5$ წმ.

• • 25 მყვინთავი წყლის ზედაპირიდან 10 მ სიმაღლის პლატფორმის კიდიდან 2 მ/წმ სიჩქარით გადმოხტა. (ა) კიდიდან რა ჰორიზონტალურ მანძილზე იქნება მყვინთავი 0,8 წმ-ის შემდეგ? (ბ) წყლის ზედაპირიდან რა ვერტიკალურ მანძილზე იქნება ამ მომენტში მყვინთავი? (გ) კიდიდან რა ჰორიზონტალურ მანძილზე შეეხება მყვინთავი წყალს? [SSM WWW](#)

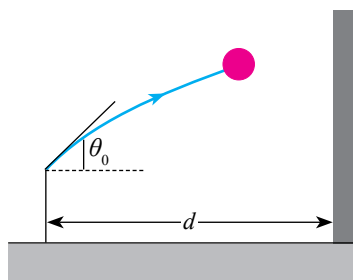
• • 26 მატჩის დროს ჩოგბურთელი ბურთს 23,6 მ/წმ სიჩქარით აწვდის. ბურთის ცენტრი რაკეტას ჰორიზონტალურად სცილდება კორტის ზედაპირიდან 2,37 მ-ის სიმაღლეზე. ბადე 12 მ-ის მოშორებითაა და 0,9 მ სიმაღლისაა. როდესაც ბურთი ბადეს მიაღწევს, (ა) გადაახტება თუ არა მას და (ბ) როგორი იქნება მანძილი ბურთის ცენტრსა და ბადის ზედა ნაწილს შორის? დავუშვათ, ბურთი იმავე სიჩქარით მოაწოდეს, მაგრამ ბურთი რაკეტას ამჯერად ჰორიზონტიდან 5° კუთხით მოცილდა. როდესაც ბურთი ბადეს მიაღწევს, (გ) გადაახტება თუ არა მას და (დ) რა მანძილი იქნება ბურთის ცენტრსა და ბადის ზედა ნაწილს შორის?

• • 27 თანაბარი სიჩქარით მოძრავი თვითმფრინავი ვერტიკალიდან 53° კუთხით გადაიხარა და 730 მ სიმაღლიდან ჭურვი გაისროლა. 5 წამის შემდეგ ჭურვი მიწაზე დაეცა. (ა) რისი ტოლია თვითმფრინავის სიჩქარე? (ბ) ჰორიზონტალურად რა მანძილს გაივლის ჭურვი ფრენის დროს? როგორი იქნება ჭურვის სიჩქარის (გ) ჰორიზონტალური და (დ) ვერტიკალური კომპონენტები მიწაზე დაცემის დროს? [SSM](#)

• • 28 ფეხბურთის ბურთი დარტყმის შემდეგ მოძრაობს 19,5 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და მიწიდან 45° -იანი კუთხით. დარტყმის წერტილიდან დარტყმის მიმართულებით 55 მ-ის მოშორებით მყოფი მოთამაშე ბურთის დასახვედრად გამოდის. როგორი უნდა იყოს მისი საშუალო სიჩქარე, რომ ბურთს მიწაზე დავარდნის დროს შეეხოს?

• • 29 ჭურვის საწყისი სიჩქარე ხუთჯერ მეტია, ვიდრე მისი სიჩქარე მაქსიმალურ სიმაღლეზე. იპოვე სროლის θ_0 კუთხე.

• • 30 ბურთი კედლისკენ ისროლეს 25 მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტიდან $\theta_0 = 40^\circ$ კუთხით (სურ. 4.35). ბურთის სროლის წერტილიდან კედლამდე მანძილია $d = 22$ მ. (ა) სროლის წერტილიდან რა სიმაღლეზე დაეჯახება ბურთი კედელს? როგორი იქნება კედელზე მოხვედრის დროს მისი სიჩქარის (ბ) ჰორიზონტალური და (გ) ვერტიკალური კომპონენტები? (დ) კედელზე დაჯახების მომენტში გავლილი ექნება თუ არა ბურთს ტრაექტორიის უმაღლესი წერტილი?

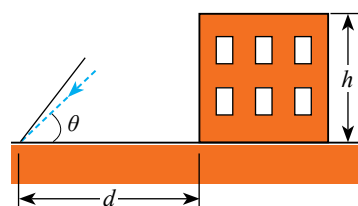


სურ. 4.35 ამოცანა 30.

• • 31 შაშხანა, რომელიც ტყვიებს 460 მ/წმ სიჩქარით ისვრის, 45,7 მ-ით დაშორებულ სამიზნეს დაუმიზნეს. თუ სამიზნის ცენტრი შაშხანის სიმაღლეზეა, მაშინ სამიზნიდან რა სიმაღლეზე უნდა იყოს დამიზნებული შაშხანის ლულა, რომ ტყვია ზუსტად ცენტრში მოხვდეს? SSM

• • 32 ბეისბოლისტი ბურთს ჰორიზონტალურად აწვდის 161 კმ/სთ სიჩქარით. მომგერიებელი მისგან 18,3 მ მანძილზეა. ა) რა დრო დასჭირდება ბურთს მანძილის პირველი ნახევრის გასავლელად? ბ) მეორე ნახევრის გასავლელად? გ) როგორია ბურთის თავისუფალი ვარდნის მანძილი ფრენის პირველ ნახევარში? დ) მეორე ნახევარში? ე) რატომ არის ერთმანეთის ტოლი გ) და დ) სიდიდეები?

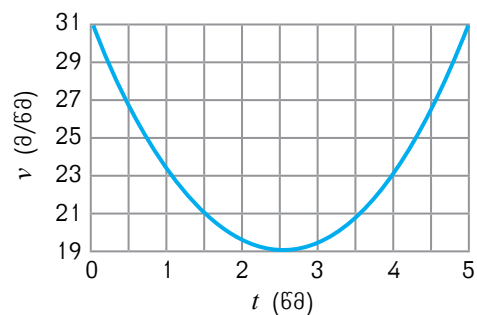
• • 33 4.36 სურათზე h სიმაღლის სახურავის მარცხენა ნაპირიდან ბურთი მარცხნივ გაის-



სურ. 4.36 ამოცანა 33.

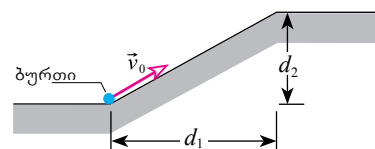
როლეს. 1,5 წმ-ის შემდეგ ბურთი მიწაზე დაეცა, შენობიდან $d = 25$ მ მანძილზე და ჰორიზონტიდან $\theta = 60^\circ$ კუთხით. (ა) გამოთვალე h (მინიშნება: ერთი გზაა მოძრაობის უკან „გადახვევა“, როგორც ვიდეოფირზე). რისი ტოლია ბურთის სროლის სიჩქარის (ბ) სიდიდე და (გ) კუთხე ჰორიზონტალის მიმართ? (დ) კუთხე ჰორიზონტის ქვევით არის თუ ზევით?

• • 34 გოლფის ბურთი მიწაზე ეცემა. მისი სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი ნაჩვენებია 4.37 სურათზე. $t = 0$ მომენტში ბურთი მიწაზე ეცემა. (ა) ჰორიზონტალურად რა მანძილს გაივლის ბურთი მიწაზე დაცემამდე? (ბ) მიწიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ბურთი?



სურ. 4.37 ამოცანა 34.

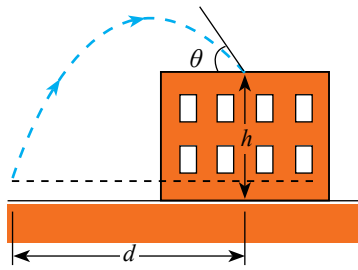
• • 35 4.38 სურათზე ბურთი 10 მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტალადმი 50° კუთხით ისროლეს. სროლის ადგილი აღმართის ძირშია, რომლის ჰორიზონტალური სიგრძეა $d_1 = 6$ მ, ხოლო სიმაღლე $d_2 = 3,60$ მ. (ა) ბურთი აღმართის თავზე დაეცემა თუ აღმართზე? როდესაც დაეცემა, როგორი იქნება სროლის წერტილიდან გადაადგილების (ბ) სიდიდე და (გ) კუთხე?



სურ. 4.38 ამოცანა 35.

• • 36 4.39 სურათზე ბურთი $h = 20$ მ სიმაღლის სახურავზე აისროლეს. 4 წამში ბურთი სახურავზე დაეცა. დაცემამდე ბურთსა და სახურავს შორის კუთხე იყო $\theta = 60^\circ$. (ა) მოძებნე ბურთის მიერ გავლილი ჰორიზონტალური d მანძილი (იხილე 33-ე ამოცანის მინიშნება). როგორი

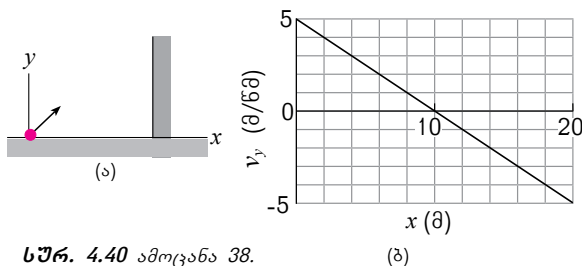
იქნება ბურთის საწყისი სიჩქარის (ბ) სიდიდე და (გ) კუთხე (ჰორიზონტის მიმართ)?



სურ. 4.39 ამოცანა 36.

•••37 მომგერიებელი ჩამოწოდებულ ბურთს მაშინ ურტყამს, როდესაც ბურთის ცენტრი მიწიდან 1,22 მ სიმაღლეზეა. ბურთი მიწიდან 45° კუთხით მიფრინავს. ამ დარტყმის შედეგად, ბურთის ჰორიზონტალური არეალი (დარტყმის სიმაღლეზე დაბრუნებისას) 107 მ-ია. (ა) გადალახავს თუ არა ბურთი 7,32 მ სიმაღლის კედელს, რომელიც დარტყმის ადგილიდან 97,5 მ-ის მოშორებითაა? (ბ) როგორი იქნება კედლის ზედა ნაწილსა და ბურთის ცენტრს შორის მანძილი, როდესაც ბურთი კედელს მიუახლოვდება? [SSM](#) [WWW](#)

•••38 ბურთი მიწის დონიდან უნდა ისროლონ x მ-ით დაშორებული კედლისკენ (სურ. 4.40ა). 4.40ბ სურათზე ნაჩვენებია ბურთის კედელზე მოხვედრის v_y სიჩქარის y კომპონენტი, როგორც x მანძილის ფუნქცია. რას უდრის დარტყმის კუთხე?

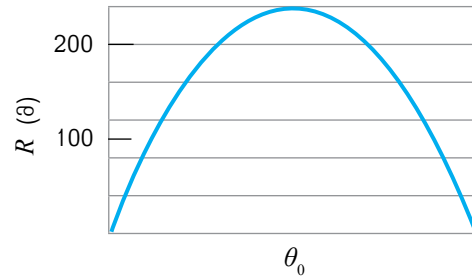


სურ. 4.40 ამოცანა 38.

•••39 ფეხბურთელს ბურთის დარტყმა შეუძლია 25 მ/წმ საწყისი სიჩქარით. რისი ტოლია (ა) უმცირესი და (ბ) უდიდესი კუთხეები, რომლებითაც კარიდან 50 მ-ის დაშორებით მდგომმა ფეხბურთელმა ბურთს უნდა დაარტყას, რომ მიწიდან 3,44 მ-ის სიმაღლის კარის ჩარჩოში გოლი გაიტანოს? [SSM](#)

•••40 ბურთი მიწის დონიდან გარკვეული

სიჩქარით უნდა ისროლონ. 4.41 სურათზე ნაჩვენებია R არეალი დარტყმის θ_0 კუთხესთან შედარებით. θ_0 -ის სიდიდე ბურთის ფრენის დროს განსაზღვრავს. t_{max} იყოს ფრენის მაქსიმალური დრო. რისი ტოლია ბურთის უმცირესი სიჩქარე ფრენის დროს, თუ θ_0 ისეა შერჩეული, რომ ფრენის დრო $0,5 t_{max}$ -ის ტოლია?

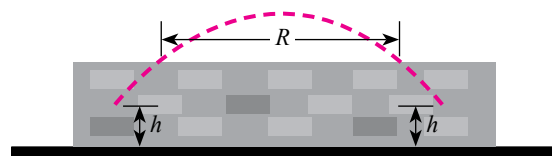


სურ. 4.41. ამოცანა 40.

•••41 ბურთი 1,52 მ/წმ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მიგორავს კიბის ნაპირისკენ. საფეხურების სიმაღლე და სიგანე 20,3 სმ-ია. რომელ საფეხურს დაეცემა პირველად ბურთი? [SSM](#)

•••42 გასროლიდან 2 წამის შემდეგ ჭურვის ჰორიზონტალური გადაადგილებაა 40 მ, ხოლო ვერტიკალური – 53 მ. რისი ტოლია ჭურვის საწყისი სიჩქარის (ა) ჰორიზონტალური და (ბ) ვერტიკალური კომპონენტები? (გ) მიწიდან მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევის მომენტში ჰორიზონტალურად რა მანძილზე გადაადგილდა ჭურვი გასროლის წერტილიდან?

•••43 4.42 სურათზე ბეისბოლის ბურთს დაარტყეს $h = 1$ მ სიმაღლიდან და შემდეგ იმავე სიმაღლეზე დაიჭირეს. ბურთი მიფრინავს კედლის გასწვრივ. დარტყმიდან 1 წამის შემდეგ ბურთი ასცდება კედლის წვერს და 4 წამის შემდეგ ჩამოსცდება, როდესაც კედლის გასწვრივ $D = 50$ მ მანძილს გაივლის. (ა) რა ჰორიზონტალური მანძილი გაიარა ბურთმა დარტყმიდან დაჭერამდე? რა იქნება დარტყმის შემდეგ ბურთის სიჩქარის (ბ) სიდიდე და (გ) კუთხე (ჰორიზონტის მიმართ)? (დ) რა სიმაღლისაა კედელი?



სურ. 4.42 ამოცანა 43.

ქვეთავი 4-7. თანაბარწრიული მოძრაობა

• **44** რისი ტოლია 10 მ/წმ სიჩქარით მოძრავი სპრინტერის აჩქარების სიდიდე, როდესაც ის 25 მ რადიუსის მოსახვევს გაირბენს?

• **45** 15 მ რადიუსის „ეშმაკის ბორბალი“ ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ყოველ წუთში 5 ბრუნს აკეთებს. რისი ტოლია (ა) მოძრაობის პერიოდი? რისი ტოლია უმაღლეს წერტილში ცენტრისკენული აჩქარების (ბ) სიდიდე და (გ) მიმართულება? რისი ტოლია ყველაზე დაბალ წერტილში ცენტრისკენული აჩქარების (დ) სიდიდე და (ე) მიმართულება? [ILW](#)

• **46** ცენტრისკენული აჩქარების მოყვარული თანაბარწრიულად მოძრაობს. პერიოდი $T=2$ წმ და $r=3$ მ. t_1 მომენტში მისი აჩქარებაა $\vec{a} = (6 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (-4 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}$ მ/წმ² რისი ტოლია ამ მომენტში ა) $\vec{v} \cdot \vec{a}$ და ბ) $\vec{r} \times \vec{a}$?

• **47** კაცი კარუსელში ვერტიკალური ღერძის გარშემო თანაბარი სიჩქარით ბრუნავს. სიჩქარე არის 3,66 მ/წმ, ხოლო ცენტრისკენული აჩქარება 1,83 მ/წმ². $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი კაცს ბრუნვის ღერძთან აერთებს. ა) რისი ტოლია $\vec{r}$ -ის სიდიდე? საით არის მიმართული $\vec{r}$, როდესაც $\vec{a}$ მიმართულია ბ) აღმოსავლეთისკენ და გ) სამხრეთისკენ?

• **48** ვენტილატორი წუთში 1200 ბრუნს ასრულებს. განვიხილოთ 0,15 მ რადიუსის ვენტილატორის ფრთის წვერი. (ა) რა მანძილს გაივლის ის ერთი ბრუნის დროს? როგორია მისი (ბ) სიჩქარე და (გ) აჩქარება? (დ) რისი ტოლია ბრუნვის პერიოდი?

• • **49** ქალის ჩანთა და საფულე კარუსელზე თანაბარწრიულად მოძრაობს, შესაბამისად 2 მ და 3 მ რადიუსით. ისინი ცენტრიდან ერთ ხაზზე მდებარეობს. ერთ მომენტში ჩანთის აჩქარებაა $(2 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (4 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}$. ამავე მომენტში და ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანანერში, როგორი იქნება საფულის აჩქარება?

• • **50** წერტილი თანაბარწრიულად მოძრაობს ჰორიზონტალურ xy კოორდინატთა სისტემაში. $t_1 = 4$ წმ მომენტში ის იმყოფება (5 მ, 6 მ) ადგილზე, აქვს $(3 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარე და აჩქარება x ღერძის დადებითი მიმართულებით. როდესაც $t_2 = 10$ წმ, მისი სიჩქარეა $(-3 \text{ მ/წმ})\hat{i}$, ხოლო აჩქარების მიმართულება y ღერძის დადებით

მიმართულებას ემთხვევა. რისი ტოლია წრიული ტრაექტორიის ცენტრის ა) x და ბ) y კოორდინატები?

• • **51** $t_1 = 2$ წმ მომენტში საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით წრიულად მოძრავი წერტილის აჩქარებაა $(6 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (4 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}$. წერტილი თანაბრად მოძრაობს. $t_2 = 5$ წმ მომენტში მისი აჩქარებაა $(4 \text{ მ/წმ}^2)\hat{i} + (-6 \text{ მ/წმ}^2)\hat{j}$. რისი ტოლია წერტილის მოძრაობის ტრაექტორიის რადიუსი?

• • **52** წერტილი თანაბრად მოძრაობს წრეზე, რომელიც ჰორიზონტალურ xy სიბრტყეში მდებარეობს. ერთ მომენტში, (4 მ, 4 მ) წერტილში ყოფნისას, მისი სიჩქარეა $-5\hat{i}$ მ/წმ, ხოლო აჩქარება $+12,5\hat{j}$ მ/წმ². რისი ტოლია წრიული ტრაექტორიის ცენტრის ა) x და ბ) y კოორდინატები?

• • • **53** ბიჭუნა ქვას ატრიალებს 1,5 მ რადიუსის წრეზე, მიწიდან 2 მ სიმაღლეზე. უეცრად ძაფი წყდება, ქვა ჰორიზონტალურად მიფრინავს და 10 მ მანძილის გავლის შემდეგ მიწაზე ეცემა. რისი ტოლია წრიული მოძრაობისას ქვის ცენტრისკენული აჩქარება? [SSM WWW](#)

• • • **54** კატა კარუსელზე ზის, რომელიც თანაბარწრიულ მოძრაობას ასრულებს. $t_1 = 2$ წმ მომენტში კატის სიჩქარე xy ჰორიზონტალურ კოორდინატთა სისტემაში არის $\vec{v}_1 = (3 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (4 \text{ მ/წმ})\hat{j}$. $t_2 = 5$ წმ მომენტში კატის სიჩქარეა $\vec{v}_2 = (-3 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (-4 \text{ მ/წმ})\hat{j}$. რისი ტოლია (ა) კატის ცენტრისკენული აჩქარება და (ბ) კატის საშუალო აჩქარება $t_2 - t_1$ დროის მონაკვეთში?

ქვეთავი 4-8. ერთგანზომილებიანი ფარდობითი მოძრაობა

• **55** დასავლეთისკენ 20 კმ/სთ-ით მოძრავი მანქანიდან კინოოპერატორი პიკაპზე 30 კმ/სთ-ით უფრო სწრაფად მორბენალ გეპარდს ფირზე იღებს. უეცრად გეპარდი ჩერდება, აღმოსავლეთისკენ ბრუნდება და მისი ტრაექტორიის მახლობლად მდგარი ჯგუფის ერთ-ერთი წევრის მიმართ 45 კმ/სთ სიჩქარით გარბის. გეპარდის სიჩქარის ცვლილებას 2 წამი დასჭირდა. რისი ტოლია ოპერატორის მიმართ გეპარდის აჩქარების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება. რისი ტოლია ჯგუფის აღელვებული წევრის მიმართ გეპარდის აჩქარების (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება?

• **56** ნავი მდინარის დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით (x ღერძის დადებითი მიმართულება) მდინარის დინების მიმართ 14 კმ/სთ სიჩქარით მიცურავს. წყალი მიწის მიმართ 9 კმ/სთ სიჩქარით მიედინება. რისი ტოლია მიწის მიმართ ნავის სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? ნავზე მდგომი ბავშვი წინ და უკან დადის ნავის მიმართ 6 კმ/სთ სიჩქარით. რისი ტოლია მიწის მიმართ ბავშვის სიჩქარის (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება?

• • **57** საეჭვო გარეგნობის კაცი მოძრავი ბილიკის ერთი ბოლოდან მეორისკენ გარბის $2,5 \text{ წმ-ის}$ განმავლობაში. უსაფრთხოების აგენტის გამოჩენის შემდეგ კაცი ისევ საწყისი წერტილისკენ მირბის 10 წმ-ის განმავლობაში. რისი ტოლია კაცის სიჩქარის შეფარდება ბილიკის სიჩქარესთან?

ქვეთავი 4-9. ორგანზომილებიანი ფარდობითი მოძრაობა

• **58** რაგბის მოთამაშე ბურთთან ერთად მოწინააღმდეგისკენ მირბის x ღერძის დადებითი მიმართულებით. მოთამაშეს თანაგუნდელისთვის ბურთის გადანოდება მანამდე შეუძლია, სანამ მინდვრის მიმართ ბურთის სიჩქარეს დადებითი x კომპონენტი არა აქვს. დაფუშვით, მოთამაშე გარბის 4 მ/წმ სიჩქარით მინდვრის მიმართ და ბურთს თანაგუნდელს აწვდის საკუთარი თავის მიმართ $\vec{v}_{BP}$ სიჩქარით. თუ $\vec{v}_{BP}$ -ს სიდიდეა 6 მ/წმ , როგორი იქნება პასის უმცირესი კუთხე წესების დარღვევის გარეშე?

• **59** თოვლის ფიფქები მიწაზე ეცემა 8 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით. ვერტიკალიდან რა კუთხით ჩანს ფიფქების დაცემა სწორ გზაზე 50 კმ/სთ-ით მოძრავი მანქანის მძღოლისთვის? **SSM**

• • **60** მსუბუქი თვითმფრინავი 500 კმ/სთ სიჩქარით მიფრინავს. დანიშნულების ადგილი ზუსტად ჩრდილოეთითაა 800 კმ-ის მანძილზე, მაგრამ პილოტი ხვდება, რომ თვითმფრინავი ჩრდილოეთიდან 20° კუთხით აღმოსავლეთისკენ უნდა მიმართოს, რათა პირდაპირ დანიშნულების ადგილისკენ გაფრინდეს. 2 საათის შემდეგ თვითმფრინავი დანიშნულების ადგილს აღწევს. რისი ტოლია ქარის სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება?

• • **61** A და B ხომალდები პორტიდან ერთსა და

იმავე დროს გადის. A ხომალდი 24 კვანძს გადის ჩრდილო-დასავლეთისკენ, ხოლო B ხომალდი — 28 კვანძს 40° სამხრეთ-დასავლეთისკენ. ($1 \text{ კვანძი} = \text{საათში } 1 \text{ ზღვის მილი}$; იხილე დანართი D). რისი ტოლია A ხომალდის B -ს მიმართ სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? (გ) რა დროის შემდეგ დაშორდებიან ხომალდები ერთმანეთს 160 საზღვაო მილით? (დ) როგორი იქნება ამ დროს B -ს მდებარეობის მიმართულება A -ს მიმართ? **SSM ILW**

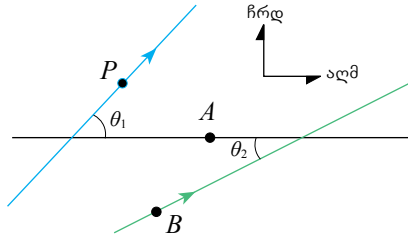
• • **62** თვითმფრინავმა 15 წუთი იფრინა 42 კმ/სთ სიჩქარის ქარში, რომელიც აღმოსავლეთიდან 20° -ით სამხრეთით უბერავს. ამჟამად თვითმფრინავი ქალაქის თავზეა, საწყისი წერტილიდან ჩრდილოეთით 55 კმ მანძილზე. რისი ტოლია თვითმფრინავის სიჩქარე ჰაერის მიმართ?

• • **63** მატარებელი წვიმაში მოძრაობს 30 მ/წმ (მიწის მიმართ) სიჩქარით სამხრეთისკენ. წვიმა ქარს სამხრეთისკენ მიაქვს. თითოეული წვიმის წვეთის ტრაექტორია ვერტიკალიდან 70° კუთხითაა დახრილი მიწაზე მდგომი უძრავი დამკვირვებლის მიმართ. მატარებელზე მყოფი დამკვირვებლისთვის წვიმის წვეთები ვერტიკალურად ეცემა. განსაზღვრე მიწის მიმართ წვიმის წვეთების სიჩქარე. **SSM**

• • **64** 4.43 სურათზე მოცემულ ზედხედზე P და B ჯიპი მოძრაობს წრფივად ბრტყელ ზედაპირზე და ჩაუვლიან უძრავ A მესაზღვრეს. მესაზღვრის მიმართ B -ს სიჩქარეა 20 მ/წმ , ხოლო კუთხე $\theta_2 = 30^\circ$. მესაზღვრის მიმართ P -ს თანაბარი აჩქარებაა $0,4 \text{ მ/წმ}^2$, ხოლო კუთხე $\theta_1 = 60^\circ$. გარკვეულ მომენტში P -ს სიჩქარეა 40 მ/წმ . რისი ტოლია ამ მომენტში B -ს მიმართ P -ს სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? რისი ტოლია B -ს მიმართ P -ს აჩქარების (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება?

• • • **65** A ხომალდი იმყოფება B ხომალდიდან ჩრდილოეთით 4 კმ მანძილზე და აღმოსავლეთით $2,5 \text{ კმ}$ მანძილზე. A -ს სიჩქარეა 22 კმ/სთ სამხრეთით, ხოლო B -ს სიჩქარეა 40 კმ/სთ 37° ჩრდილო-აღმოსავლეთით. (ა) რისი ტოლია A -ს სიჩქარე B -ს მიმართ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანანერში, თუ $\hat{i}$ მიმართულია აღმოსავლეთისკენ? (ბ) დაწერე B -ს მიმართ A -ს მდებარეობის გამოსახულება ($\hat{i}$ -სა და $\hat{j}$ -ს საშუალებით),

როგორც t დროის ფუნქცია, სადაც როცა $t = 0$, ხომალდები იმყოფებიან ზემოთ აღწერილ მდებარეობებზე. (გ) რა დროშია ხომალდებს შორის დაშორება უმცირესი? (დ) რისი ტოლია უმცირესი დაშორება?



სურ. 4.43 ამოცანა 64.

• • • 66 200 მ სიგანის მდინარე 1,1 მ/წმ სიჩქარით აღმოსავლეთისკენ მიედინება ჯუნგლების გავლით. ტყიდან პატარა მინდორზე გამოსულ მკვლევარს უნდა მდინარის სამხრეთ ნაპირიდან კატერით გადავიდეს მეორე ნაპირზე. კატერი მდინარის მიმართ 4 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს. ჩრდილოეთ ნაპირზე არის მეორე მინდორი, რომელიც სამხრეთ ნაპირის მინდორის მოპირდაპირე წერტილიდან 82 კმ-ით არის დაშორებული დინების სანიაღმრედო მიმართულებით. (ა) რა მიმართულებით უნდა წაიყვანოს კატერი მკვლევარმა, რათა პირდაპირ ჩრდილოეთ ნაპირის მინდორს მიაღწეს? (ბ) რა დრო დასჭირდება კატერს მდინარის გადასასვლელად და მინდვრამდე მისასვლელად?

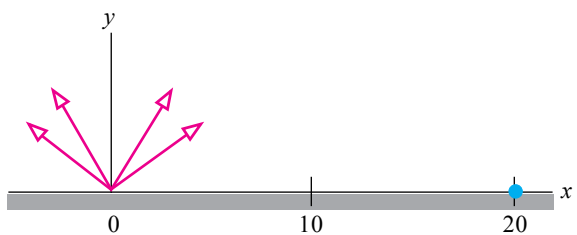
დამატებითი ამოცანები

67 შენ პოლიტოლოგებმა მოგიტაცეს (ვინაიდან განუცხადე, რომ პოლიტოლოგია ნამდვილი მეცნიერება არ არის). მიუხედავად იმისა, რომ თვალეები აკრული გაქვს, შეგიძლია განსაზღვრო მათი მანქანის სიჩქარე (ძრავის ხმაურით), მგზავრობის დრო (წამების დათვლით) და მოძრაობის მიმართულება (მოხვევების დამახსოვრებით). შენი ვარაუდით, წაგიყვანეს შემდეგი კურსით: 50 კმ/სთ-ით 2 წუთის განმავლობაში, შეუხვიეს 90° მარჯვნივ, 20 კმ/სთ-ით იარეს 4 წუთის განმავლობაში, შეუხვიეს 90° მარჯვნივ, 20 კმ/სთ-ით იარეს 60 წამის განმავლობაში, შეუხვიეს 90° მარცხნივ, 50 კმ/სთ-ით იარეს 60 წამის განმავლობაში, შეუხვიეს 90° მარჯვნივ, 20 კმ/სთ-ით იარეს 2 წუთის განმავლობაში, შეუხვიეს 90° მარცხნივ და, ბოლოს, 50 კმ/სთ-ით იარეს 30 წამის გან-

მავლობაში. ამ მომენტში (ა) რა მანძილზე ხარ საწყისი წერტილიდან? (ბ) მოძრაობის საწყისი მიმართულებისადმი რა მიმართულებით ხარ?

68 სიკვდილის ფარდა. ლითონის დიდი ასტეროიდი დედამიწაზე ეცემა და მიწაში უზარმაზარ კრატერს ამოთხრის. დაცემის წერტილიდან ცაში დიდი სიჩქარით და დიდ მანძილზე ქვები ამოიფრქევა. ცხრილში მოცემულია 5 ამოფრქვეული ქვის სიჩქარე და კუთხე ჰორიზონტის მიმართ (არის სხვა ქვებიც, სხვა სიჩქარითა და კუთხით). დაფუშვით, შენ ხარ $x = 20$ კმ წერტილში, როდესაც ასტეროიდი დედამიწას ეჯახება $t = 0$ მომენტში და $x = 0$ წერტილში (სურ. 4.44). (ა) როდესაც $t = 20$ წმ, როგორი იქნება შენი მიმართულებით გამოსროლილი ქვების (A-დან E-მდე) x და y კოორდინატები? (ბ) აღნიშნე ეს წერტილები და მათზე მრუდი გაავლე, რომელშიც შესული იქნება სხვა სიჩქარითა და კუთხით ამოტყორცნილი ქვებიც. გრაფიკმა უნდა მოგცეს წარმოდგენა, რას დაინახავ, როდესაც ქვები მოგიახლოვდება, და რას ხედავდნენ დინოზავრები, როდესაც უხსოვარ დროს ასტეროიდი დედამიწას შეეჯახა.

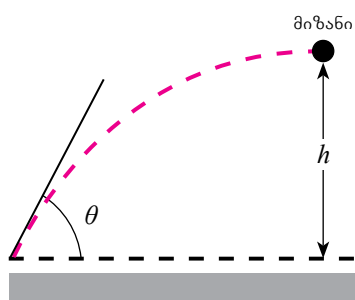
ქვები	სიჩქარე (მ/წმ)	კუთხე (გრადუსი)
A	520	14
B	630	16
C	750	18
D	870	20
E	1000	22



სურ. 4.44 ამოცანა 68.

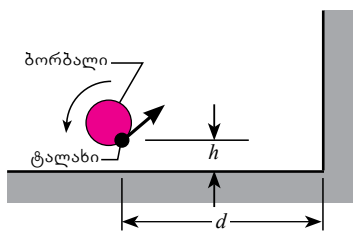
69 ბურთი უნდა ტყორცნო 12 მ/წმ სიჩქარით და მოარტყა სროლის ადგილიდან $h = 5$ მ სიმაღლეზე მყოფ სამიზნეს (სურ. 4.45 ა). მიზანთან მიღწევისას ბურთს ჰორიზონტალური სიჩქარე უნდა ჰქონდეს. (ა) ჰორიზონტიდან რა θ კუთხით უნდა ტყორცნო ბურთი? (ბ) რისი ტოლია ჰორიზონტალური მანძილი ტყორცნის ადგილსა და სამიზნეს შორის? (გ) რისი ტოლია

ბურთის სიჩქარე სამიზნის მიღწევის დროს?



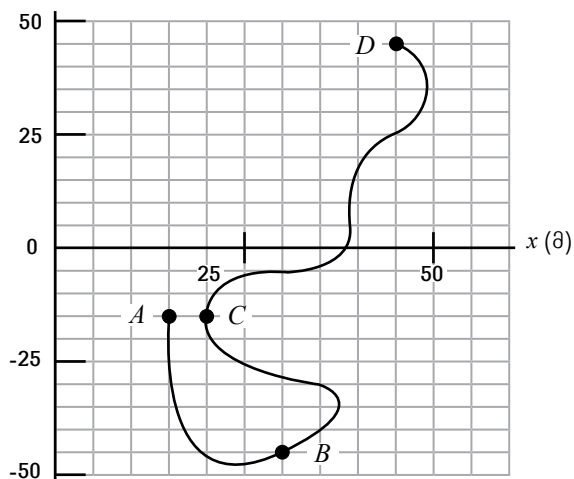
სურ. 4.45 ამოცანა 69.

70 4.46 სურათზე ტალახის ბელტი წრიულად მოძრაობს 20 სმ რადიუსის ბორბალზე, რომელიც საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს. ბორბლის ბრუნვის პერიოდია 5 მ/წმ (ბორბალი წარმოვიდგინოთ საათის ციბერბლატის სახით). როდესაც ბორბალზე ბელტის მდებარეობა შეესაბამება საათის ციფერბლატზე პატარა ისრის მდებარეობას ხუთ საათზე, ბელტი მის ზედაპირს მოხვდება $h = 1,2$ მ სიმაღლიდან, კედლიდან $d = 2,5$ მ დაშორებით. რა სიმაღლეზე მოხვდება კედელს ბელტი?



სურ. 4.46 ამოცანა 70.

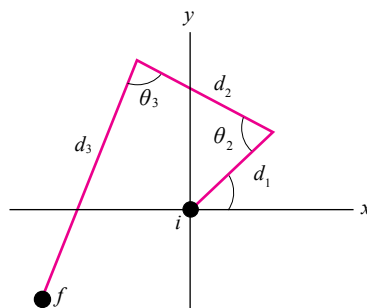
71 4.47 სურათზე ნაჩვენებია მიწაზე მოძრავი ციყვის ტრაექტორია: A წერტილიდან ($t = 0$) B



სურ. 4.47 ამოცანა 71.

წერტილისკენ ($t = 5$ წთ), შემდეგ C წერტილისკენ ($t = 10$ წთ), ბოლოს კი D წერტილისკენ ($t = 15$ წთ). დაფიქრდი ციყვის საშუალო სიჩქარეებზე A წერტილიდან თითოეულ წერტილამდე. ამ სამი საშუალო სიჩქარიდან, როგორი იქნება უმცირესის (ა) სიდიდე და (ბ) კუთხე? როგორი იქნება უდიდესის (გ) სიდიდე და (დ) კუთხე?

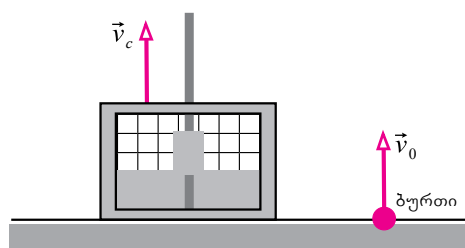
72 4.48 სურათზე ნაჩვენებია სკუნსის მოძრაობის ტრაექტორია, i საწყისი წერტილიდან f საბოლოო წერტილამდე. კუთხეებია: $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 50^\circ$ და $\theta_3 = 80^\circ$. მანძილებია: $d_1 = 5$ მ, $d_2 = 8$ მ და $d_3 = 12$ მ. რისი ტოლია სკუნსის მთლიანი გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) კუთხე?



სურ. 4.48 ამოცანა 72.

73 წერტილი თანაბრად მოძრაობს წრეწირზე xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავის გარშემო, საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით, 7 წმ პერიოდით. ერთ მომენტში მისი მდებარეობის ვექტორი (ათვლის სათავიდან) არის $\vec{r} = (2 \text{ მ})\hat{i} - (3 \text{ მ})\hat{j}$. რისი ტოლია ამ მომენტში წერტილის სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

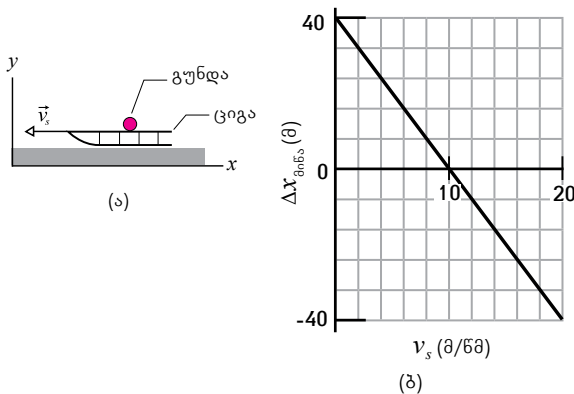
74 4.49 სურათზე ბურთი მიწიდან ვერტიკალურად აისროლეს $v_0 = 7$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით. ამავედროულად, სამშენებლო ლიფტის კაბინა მიწიდან ზემოთ იწეებს მოძრაობას $v_c = 3$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით. რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ბურთი (ა) მიწის მიმართ და (ბ) კაბინის მიმართ? რა ტემპით იცვლება ბურ-



სურ. 4.49 ამოცანა 74.

თის სიჩქარე (გ) მიწის მიმართ და (დ) კაბინის მიმართ?

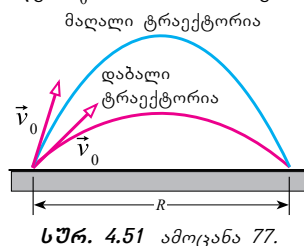
75 4.50ა სურათზე ციგა თანაბრად მოძრაობს x -ის უარყოფითი მიმართულებით და v_x სიჩქარით. ამ დროს ციგიდან თოვლის გუნდა ისროლეს ციგის მიმართ $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$ სიჩქარით. როდესაც გუნდა მიწაზე ეცემა, მისი გადაადგილება $\Delta x_{\text{მიწა}}$ იზომება მიწის მიმართ (სროლის ადგილიდან დავარდნის ადგილამდე). 4.50 ბ სურათზე $\Delta x_{\text{მიწა}}$ მოცემულია, როგორც v_x -ის ფუნქცია. დავეუშვათ, გუნდა დაახლოებით სროლის სიმაღლეზე დაეცა. რისი ტოლია (ა) v_{0x} -ის და (ბ) v_{0y} -ის სიდიდეები? ციგის მიმართ გუნდის $\Delta x_{\text{ციგა}}$ გადაადგილების გაზომვაც შესაძლებელია. დავეუშვათ, ციგის სიჩქარე გუნდის სროლის დროს არ იცვლება. რისი ტოლია $\Delta x_{\text{ციგა}}$ -ს, როდესაც v_x არის (გ) 5 მ/წმ და (დ) 15 მ/წმ?



სურ. 4.50 ამოცანა 75.

76 xy სიბრტყეზე მოძრავი წერტილის აჩქარებაა $\vec{a} = 3t\hat{i} + 4t\hat{j}$, სადაც $\vec{a}$ იზომება მ/წმ²-ში, ხოლო t – წამებში. როდესაც $t = 0$, წერტილის მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = (20\text{ მ})\hat{i} + (40\text{ მ})\hat{j}$, ხოლო სიჩქარე $\vec{v} = (5\text{ მ/წმ})\hat{i} + (2\text{ მ/წმ})\hat{j}$. როდესაც $t = 4$ წმ, რისი ტოლია ა) წერტილის მდებარეობის ვექტორი ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და ბ) კუთხე x ღერძის დადებით მიმართულებასა და წერტილის მოძრაობის მიმართულებას შორის?

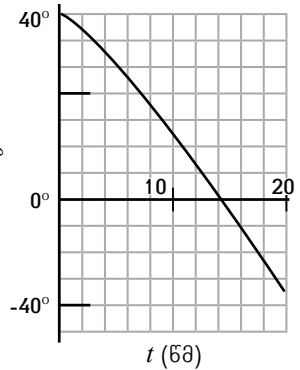
77 ჭურვი $R = 20$ მ მოშორებით მიწაზე განლაგებულ სამიზნეს ესროლეს $v_0 = 30$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით, როგორც მაღალი ტრაექტორია, ისე დაბალი ტრაექტორია. ეს 4.51 სურათზე ნაჩვენებია. რისი ტოლია სროლის (ა) უმცირესი და (ბ) უდიდესი კუთხე,



სურ. 4.51 ამოცანა 77.

რომლითაც ჭურვი მიზანს მოხვდება?

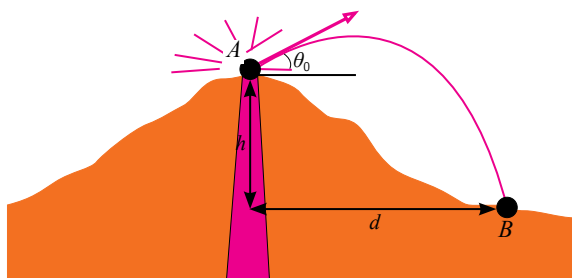
78 მდებარეობის ვექტორი $\vec{r} = 5t\hat{i} + (et + ft^2)\hat{j}$ წერტილის მდებარეობას განსაზღვრავს, როგორც t დროის ფუნქციას. $\vec{r}$ ვექტორი იზომება მეტრებში, ხოლო t – წამებში. e და f კოეფიციენტები მუდმივებია. 4.52 სურათზე ნაჩვენებია წერტილის მოძრაობის მიმართულების θ კუთხე, როგორც დროის ფუნქცია (θ იზომება x ღერძის დადებითი მიმართულებიდან). გამოთვალე ა) a კოეფიციენტი და ბ) f კოეფიციენტი, ერთეულების გათვალისწინებით.



სურ. 4.52 ამოცანა 78.

79 ქალს მდორე წყალში ნიჩბის მოსმა შეუძლია 6,4 კმ/სთ სიჩქარით, მაგრამ ამჟამად 6,4 კმ სიგანის მდინარეში იმყოფება, რომელიც 3,2 კმ/სთ სიჩქარით მიედინება. დავეუშვათ, $\hat{i}$ მიმართულია მდინარის ერთი ნაპირიდან მეორესკენ, ხოლო $\hat{j}$ – მდინარის დინების მიმართულებით. თუ ქალი ნიჩბებს უსვამს და მოძრაობს წრფივად საწყისი წერტილის საპირისპირო მიმართულებით, მაშინ (ა) $\hat{i}$ -სადმი რა კუთხით უნდა მიმართოს ქალმა ნავი და (ბ) რა დრო დასჭირდება? (გ) რა დრო დასჭირდება ქალს, თუ ის 3,2 კმ-ით მდინარეს დაუყვება და შემდეგ დაბრუნდება საწყის წერტილში? (დ) რა დრო დასჭირდება, თუ 3,2 კმ-ს გაცურავს მდინარის დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით და შემდეგ დაბრუნდება საწყის წერტილში? ე) $\hat{i}$ -სადმი რა კუთხით უნდა მიმართოს ნავი ქალმა მეორე ნაპირზე უმოკლეს დროში გადასასვლელად? (ვ) რისი ტოლია ეს დრო?

80 ვულკანის ამოფრქვევის დროს კრატერიდან მყარი ქანის ნატეხები, ე.წ. ვულკანური ბომბები ამოიფრქვევა. 4.53 სურათზე იაპონიაში ფუძაიამას მთის განივკვეთითა ნაჩვენებია. (ა) რა საწყისი სიჩქარით უნდა ამოვარდეს ბომბი A გამოსასვლელიდან ჰორიზონტისადმი $\theta = 35^\circ$ კუთხით, რათა ვულკანის B წერტილში დაეცეს, თუ ვერტიკალური მანძილი $h = 3,3$ კმ, ხოლო A -დან B -მდე ჰორიზონტალური – $d = 9,4$ კმ. ჰა-



სურ. 4.53 ამოცანა 80.

ერის ზემოქმედება ბომბის მოძრაობაზე უგულვებელყავი. (ბ) რისი ტოლი იქნება ბომბის ფრენის დრო? (გ) გაზრდის თუ შეამცირებს ჰაერის ზემოქმედება (ა) კითხვის პასუხს?

81 A ოაზისი B ოაზისიდან დასავლეთისკენ 90 კმ მანძილზეა. აქლემი A ოაზისიდან გადის და 50 საათის განმავლობაში 75 კმ გაივლის 37° კუთხით ჩრდილო-აღმოსავლეთით. შემდეგი 35 საათის განმავლობაში აქლემი 65 კმ-ს გაივლის სამხრეთით, შემდეგ კი 5 საათს ისვენებს. რისი ტოლია აქლემის გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება A -ს მიმართ? A ოაზისიდან გამოსვლიდან დასვენების ბოლომდე რისი ტოლია აქლემის საშუალო სიჩქარის (გ) სიდიდე და (დ) მიმართულება? (ე) მისი საშუალო სიჩქარე? აქლემმა უკანასკნელად წყალი A ოაზისში დალია და მაქსიმუმ 120 საათი აქვს, რათა B ოაზისში დალიოს. თუ აქლემი B -ს დროულად მიაღწევს, რისი ტოლი იქნება დასვენების შემდეგ მისი საშუალო სიჩქარის (ვ) სიდიდე და (ზ) მიმართულება?

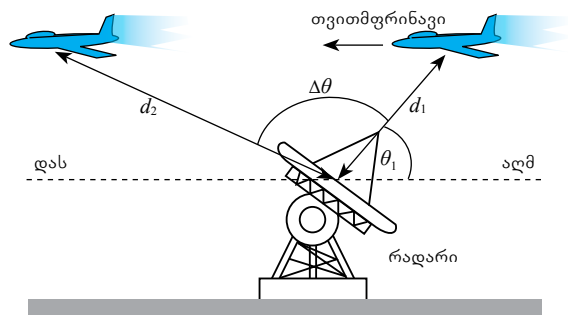
82 როდესაც დიდი ვარსკვლავი ზეახალ ვარსკვლავად ანუ „სუპერნოვად“ გარდაიქმნება, მისი ბირთვი იმდენად და ისე იკუმშება, რომ ის 20 კმ რადიუსის ნეიტრონის ვარსკვლავი ხდება. თუ ნეიტრონის ვარსკვლავი წამში ერთ ბრუნს აკეთებს, მაშინ (ა) რისი ტოლია ვარსკვლავის ეკვატორზე მდებარე წერტილის სიჩქარე და (ბ) რისი ტოლია წერტილის ცენტრისკენული აჩქარების სიდიდე? (გ) თუ ნეიტრონის ვარსკვლავი უფრო სწრაფად ბრუნავს, (ა)-ს და (ბ)-ს პასუხები იზრდება, მცირდება თუ იგივე რჩება?

83 $t = 0$ მომენტში ქვა მიწიდან ისროლეს 16 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და θ_0 კუთხით. წარმოიდგინე გასროლის ადგილიდან ქვისკენ მიმართული $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი. ააგე მდებარეობის ვექტორის r სიდიდის გრაფიკი, თუ (ა) $\theta_0 = 40^\circ$ და (ბ) $\theta_0 = 80^\circ$. როდესაც $\theta_0 = 40^\circ$, (გ) როდის

მიაღწევს r მაქსიმალურ სიდიდეს? (დ) როგორი იქნება ეს სიდიდე და სროლის ადგილიდან რა მანძილზე იქნება ქვა (ე) ჰორიზონტალურად და (ვ) ვერტიკალურად? როდესაც $\theta_0 = 80^\circ$, (ზ) როდის მიაღწევს r მაქსიმალურ სიდიდეს? (თ) როგორი იქნება ეს სიდიდე და სროლის ადგილიდან რა მანძილზე იქნება ქვა (ი) ჰორიზონტალურად და (კ) ვერტიკალურად?

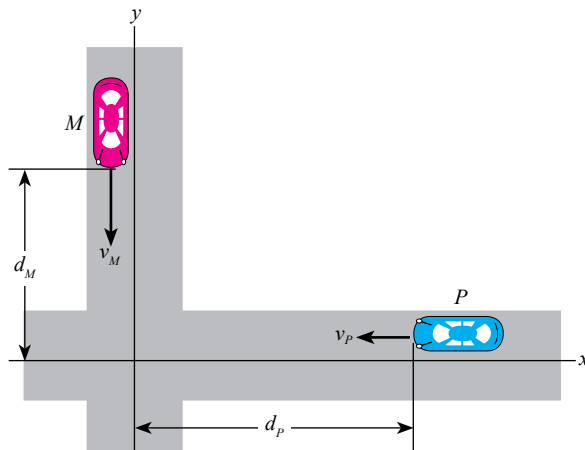
84 ჩრდილოეთ ნახევარსფეროს ზომიერ განედებზე გრძელი გადაფრენების დროს აღმოსავლეთით მიმართული ჰაერის ნაკადი თვითმფრინავის სიჩქარეზე გავლენას ახდენს. თუ პილოტი ჰაერის მიმართ გარკვეულ სიჩქარეს განავითარებს, დედამიწის მიმართ სიჩქარე უფრო მეტია, როცა ფრენა ჰაერის დინების მიმართულებითაა, და ნაკლებია, როცა ჰაერის დინების საწინააღმდეგო მიმართულებითაა. დავუშვათ, თვითმფრინავი 4000 კმ-ით დაშორებულ ქალაქებს შორის წინ და უკან მიფრინავს. მარშრუტის პირველი ნახევარი ჰაერის დინების მიმართულებითაა, ხოლო მეორე ნახევარი – საწინააღმდეგო მიმართულებით. კომპიუტერი პილოტს ურჩევს, ჰაერის მიმართ 1000 კმ/სთ სიჩქარით იფრინოს, რომლისთვისაც წინა და უკანა ფრენების ხანგრძლივობებს შორის განსხვავება 70 წუთი იქნება. ჰაერის ნაკადის რა სიჩქარეს ითვალისწინებს კომპიუტერი?

85 4.54 სურათზე რადიოლოკაციურმა სადგურმა აღმოაჩინა აღმოსავლეთიდან მომავალი თვითმფრინავი. თავდაპირველი დაკვირვებით, თვითმფრინავი სადგურიდან $d_1 = 360$ მ მანძილზე და $\theta_1 = 40^\circ$ კუთხით იმყოფება. შემდეგ სადგურსა და თვითმფრინავს შორის კუთხე $\Delta\theta = 123^\circ$ -ით შეიცვალა, ხოლო მანძილი $d_2 = 490$ მ გახდა. როგორი იქნება ამ დროის განმავლობაში თვითმფრინავის გადაადგილების (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება?



სურ. 4.54 ამოცანა 85.

86 ორი ტრასა ერთმანეთს კვეთს, როგორც ეს 4.55 სურათზეა ნაჩვენები. მოცემულ მომენტში P პოლიციის მანქანა იმყოფება გადაკვეთის ადგილიდან $d_p = 800$ მ მანძილზე და მოძრაობს $v_p = 80$ კმ/სთ სიჩქარით. M მანქანა გადაკვეთის ადგილიდან $d_M = 600$ მ მანძილზე იმყოფება და მოძრაობს $v_M = 60$ კმ/სთ სიჩქარით. (ა) რისი ტოლია M მანქანის სიჩქარე P მანქანის მიმართ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? (ბ) 4.55 სურათზე ნაჩვენები მომენტისთვის, რისი ტოლია კუთხე (ა)-ში ნაპოვნ სიჩქარესა და ორი მძღოლის თვალსაწიერს შორის? (გ) თუ ორივე მანქანა სიჩქარეს შეინარჩუნებს, გადაკვეთასთან მიახლოებისას შეიცვლება თუ არა (ა) და (ბ) კითხვის პასუხები?



სურ. 4.55 ამოცანა 86.

87 შაშხანა ჰორიზონტალურად დამიზნებულია 30 მ-ით დაშორებულ სამიზნეზე. ტყვია სამიზნეს ხვდება დამიზნების ადგილიდან 1,9 სმ-ით ქვევით. რისი ტოლია (ა) ტყვიის ფრენის დრო და (ბ) მისი სიჩქარე შაშხანიდან გამოსვლის დროს?

88 სწრაფი ფრანგული მატარებელი 216 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს. (ა) თუ მატარებელი ამ დროს წრიულად მოძრაობს, ხოლო მგზავრებისთვის დასაშვებია 0,05 გ-მდე აჩქარება, რისი ტოლია ტრაექტორიის მრუდის უმცირესი რადიუსი? (ბ) რა სიჩქარით უნდა შემოუაროს მატარებელმა 1 კმ რადიუსის მრუდს, რათა აჩქარების ლიმიტი არ დაარღვიოს?

89 მაგნიტური ველს შეუძლია დამუხტული ნაწილაკის წრიული მოძრაობა გამოიწვიოს. დავუშვათ, კონკრეტულ მაგნიტურ ველში

წრეწირზე მოძრავი ელექტრონის აჩქარებაა 3×10^{14} მ/წმ². (ა) რისი ტოლია ელექტრონის სიჩქარე, თუ წრის რადიუსია 15 სმ? (ბ) რისი ტოლია ბრუნვის პერიოდი?

90 200 მ სიგანის მდინარე აღმოსავლეთისკენ მიედინება 2 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით. წყლის მიმართ 8 მ/წმ სიჩქარის მქონე ნავი მდინარის სამხრეთ ნაპირიდან მიემართება 30° კუთხით ჩრდილო-დასავლეთით. რისი ტოლია მიწის მიმართ ნავის სიჩქარის (ა) სიდიდე და (ბ) მიმართულება? (გ) რა დრო დასჭირდება ნავს მდინარის გადასაკვეთად?

91 ამოცანის 4.7 ბ ნიმუშში ქვემეხი ჭურვს 686 მ ჰორიზონტალურ მანძილზე ისვრის. ზარბაზანი ზღვის დონეზე დგას და ჰორიზონტიდან 45°-ითაა დახრილი. რამდენით გაიზრდება ჭურვის ფრენის ჰორიზონტალური მანძილი, თუ ქვემეხს 30 მ-ით მაღლა განვაღებთ?

92 პროტონის საწყისი მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, ხოლო მომდევნო მდებარეობის ვექტორი $-\vec{r} = -2\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$. (ა) როგორი იქნება პროტონის გადაადგილების ვექტორი? (ბ) რომელი სიბრტყის პარალელურია ეს ვექტორი?

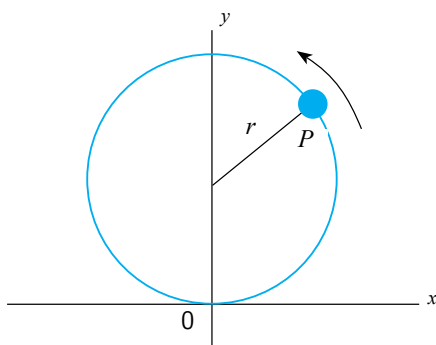
93 (ა) თუ ელექტრონი ჰორიზონტალურად ისროლეს 3×10^6 მ/წმ სიჩქარით, რა მანძილზე დაეცემა ის ჰორიზონტალურად 1 მ-ის გავლის შემდეგ?

94 ჭურვის სიჩქარე მიწიდან მაქსიმალურ სიმაღლეზე 10 მ/წმ-ია. (ა) რისი ტოლია ჭურვის სიჩქარე მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევამდე 1 წმ-ით ადრე? (ბ) რისი ტოლია ჭურვის სიჩქარე მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევიდან 1 წმ-ის შემდეგ? თუ მაქსიმალური სიმაღლის წერტილია $x = 0$ და $y = 0$, ხოლო სიჩქარის მიმართულება x ღერძის დადებით მიმართულებას ემთხვევა, მაშინ რისი ტოლია მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევამდე 1 წმ-ით ადრე ჭურვის მდებარეობის (გ) x და (დ) y კოორდინატი? რისი ტოლია ჭურვის (ე) x და (ვ) y კოორდინატი მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევიდან 1 წმ-ის შემდეგ?

95 პროტონის საწყისი სიჩქარეა $\vec{v} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, ხოლო 4 ნამის შემდეგ $\vec{v} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ (მ/წმ-ებში). ამ ოთხი ნამის განმავლობაში რისი ტოლია

(ა) პროტონის $\vec{a}_{\text{საშ}}$ აჩქარება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? (ბ) რისი ტოლია $\vec{a}_{\text{საშ}}$ -ს სიდიდე და (გ) $\vec{a}_{\text{საშ}}$ -სა და x ღერძის დადებით მიმართულებას შორის კუთხე?

96 P წერტილი თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს $r = 3$ მ რადიუსის წრეზე (სურ. 4.56) და ერთ ბრუნს 20 წამში ასრულებს. წერტილი O -ს ჩაუვლის $t = 0$ მომენტში. ქვემოთ მოცემული ვექტორები გამოსახე სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში (კუთხე აღებულია x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი). იპოვე O -ს მიმართ წერტილის მდებარეობის ვექტორი, შემდეგ t მომენტებში: (ა) 5 წმ, ბ) 7,5 წმ და (გ) 10 წმ. (დ) იპოვე წერტილის გადაადგილება მეხუთე წამის დასასრულიდან მეათე წამის დასასრულამდე 5-წამიან შუალედში. ამ შუალედისთვის იპოვე (ე) P წერტილის საშუალო სიჩქარე და სიჩქარე შუალედის (ვ) დასაწყისში და (ზ) დასასრულში. ამის შემდეგ იპოვე წერტილის აჩქარება ინტერვალის (თ) დასაწყისში და (ი) დასასრულში.



სურ. 4.56 ამოცანა 96.

97 ცინულმჭრელი გაყინული ტბის ზედაპირზე ქარის მიერ მინიჭებული თანაბარი აჩქარებით მოძრაობს. გარკვეულ მომენტში ცინულმჭრელის სიჩქარეა $(6,3\hat{i} - 8,42\hat{j})$ მ/წმ. სამი წამის შემდეგ ქარის ჩადგომის გამო ცინულმჭრელი ჩერდება. რისი ტოლია ცინულმჭრელის საშუალო აჩქარება ამ სამწამიან შუალედში?

98 აღმოსავლეთისკენ 6 მ/წმ სიჩქარით მორბენალი კურდღელი უმნიშვნელო ხახუნის მქონე ცინულზე აღმოჩნდება. ცინულზე სრიალის დროს ქარი კურდღელს $1,4$ მ/წმ² აჩქარებას ანიჭებს ჩრდილოეთის მიმართულებით. აირჩიე კოორდინატთა სისტემა, რომლის ათვლის სათავე ცინულზე კურდღლის საწყის მდებარეობას დაემთხვევა, ხოლო x ღერძის დადებით მიმარ-

თულებად აიღე აღმოსავლეთი. რისი ტოლია 3 წამის სრიალის შემდეგ კურდღლის ა) სიჩქარე და ბ) მდებარეობა ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

99 წერტილი მოძრაობას იწყებს ათვლის სათავედან $t = 0$ მომენტში $8\hat{j}$ მ/წმ სიჩქარით და xy სიბრტყეზე თანაბარი $(4\hat{i} + 2\hat{j})$ მ/წმ² აჩქარებით მოძრაობს. როდესაც წერტილის x კოორდინატია 29 მ, რისი ტოლია ა) y კოორდინატი და ბ) სიჩქარე?

100 3,5 საათის განმავლობაში საჰაერო ბუშტი აფრენის წერტილს შორდება 21,5 კმ-ით ჩრდილოეთით, 9,7 კმ-ით აღმოსავლეთით და 2,88 კმ-ით ვერტიკალურად ზევით. მოძებნე ა) ბურთის საშუალო სიჩქარე და ბ) კუთხე საშუალო სიჩქარესა და ჰორიზონტს შორის.

101 თვითმფრინავი მიწის მიმართ აღმოსავლეთისკენ მიფრინავს 20 კმ/სთ სიჩქარით სამხრეთისკენ მქროლავ ქარში. თუ ქარის გარეშე თვითმფრინავის სიჩქარეა 70 კმ/სთ, რისი ტოლია თვითმფრინავის სიჩქარე მიწის მიმართ?

102 წრიულ ბილიკზე მორბენალი სპრინტერის სიჩქარეა 9,2 მ/წმ, ხოლო ცენტრისკენული აჩქარებაა 3,8 მ/წმ². რისი ტოლია ა) ბილიკის რადიუსი და ბ) წრიული მოძრაობის პერიოდი?

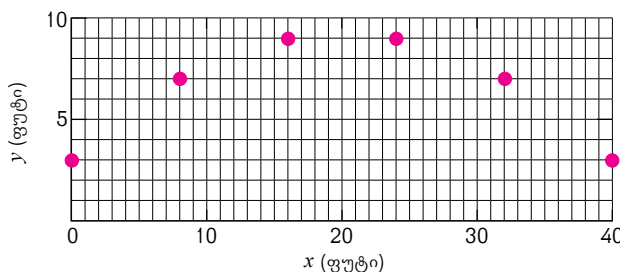
103 ბურთი ჰორიზონტალურად ისროლეს 20 მ სიმაღლიდან. მისი მიწაზე დაცემის სიჩქარე 3-ჯერ მეტია საწყის სიჩქარეზე. რისი ტოლია საწყისი სიჩქარე?

104 1×10^9 სმ/წმ საწყისი ჰორიზონტალური სიჩქარის მქონე ელექტრონი ლითონის ორ ჰორიზონტალურ დამუხტულ ფირფიტას შორის მოძრაობს. ელექტრონი გაივლის 2 სმ ჰორიზონტალურ მანძილს ფირფიტების მიმართ 1×10^{17} სმ/წმ² აჩქარებით. რისი ტოლია ა) დრო, რომელიც ელექტრონს დასჭირდება 2 სმ-ის გასავლელად? ბ) რისი ტოლია ამ დროში განვლილი ვერტიკალური მანძილი? რისი ტოლია ამ ფირფიტებიდან გამოსვლამდე ელექტრონის სიჩქარის (გ) ჰორიზონტალური და (დ) ვერტიკალური კომპონენტები?

105 ჭურვი 30 მ/წმ საწყისი სიჩქარით ჰორიზონტისადმი 60° კუთხით ისროლეს. რისი ტოლია სროლიდან 2 წამის შემდეგ სიჩქარის ა)

სიდიდე და (ბ) კუთხე? (გ) ჰორიზონტიდან მაღლაა თუ დაბლაა ეს კუთხე? რისი ტოლია სროლიდან 5 წამის შემდეგ სიჩქარის (დ) სიდიდე და (ე) მიმართულება? (ვ) ჰორიზონტიდან მაღლაა თუ დაბლაა კუთხე?

106 სოფტბოლის მომწოდებელი ბურთს მიწიდან 3.0 ფუტის სიმაღლიდან ისვრის. ბურთის მდებარეობის სტრობოსკოპული გრაფიკი მოცემულია 4.57 სურათზე. მონაცემები ასახულია 0,25 წამის ინტერვალში, ხოლო ბურთი გაისროლეს $t = 0$ მომენტში. (ა) რისი ტოლია ბურთის საწყისი სიჩქარე? (ბ) რისი ტოლია ბურთის სიჩქარე მიწის დონიდან მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევისას? (გ) რისი ტოლია მაქსიმალური სიმაღლე?



სურ. 4.57 ამოცანა 106.

107 აეროპორტის გრძელ დერეფანში მგზავრების გადასაყვანად ესკალატორი მუშაობს. ლარი ესკალატორის გამოყენების ნაცვლად დერეფანს 150 წმ-ში ფეხით გადის. კარლი, რომელიც ესკალატორზე დგას, იმავე მანძილს 70 წამში გადის. მო ესკალატორზე დგას და თან ფეხითაც მიდის. რა დრო დასჭირდება მოს დერეფნის გასაველელად? დაუშვი, რომ ლარი და მო ერთი და იმავე სიჩქარით დადიან.

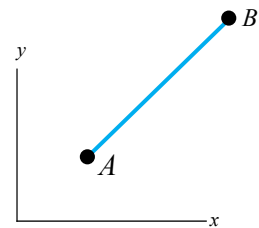
108 ფეხბურთელმა ბურთს ისე დაარტყა, რომ ბურთმა ჰაერში 4,5 წამი იფრინა და 46 მ-ის მოშორებით დაეცა. თუ ბურთი ფეხბურთელის ფეხს მიწიდან 150 სმ-ის სიმაღლეზე მოწყდა, რისი ტოლი უნდა იყოს ბურთის საწყისი სიჩქარის ა) სიდიდე და ბ) კუთხე (ჰორიზონტის მიმართ)?

109 ნიუ-ჰემფშირის შტატის პოლიცია თვითმფრინავს ტრასაზე მოძრაობის სიჩქარის კონტროლისთვის იყენებს. დავუშვათ, ერთ-ერთი თვითმფრინავის სიჩქარე უქარო ამინდში 135 მილი/სთ-ია. ეს თვითმფრინავი ჩრდილოეთისკენ ისე მიფრინავს, რომ ყოველთვის

ტრასის თავზე იმყოფება. მიწაზე მყოფი დამკვირვებელი პილოტს გადასცემს, რომ უბერავს 70 მილი/სთ სიჩქარის ქარი, მაგრამ ქარის მიმართულებას არ ეუბნება. პილოტი ამჩნევს, რომ, ქარის მიუხედავად, თვითმფრინავს 1 საათის განმავლობაში ტრასის თავზე 135 მილის გავლა შეუძლია. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, მიწის მიმართ სიჩქარე ქარის დროსაც იგივეა. (ა) რა მიმართულებით უბერავს ქარი? (ბ) საითკენ არის თვითმფრინავი მიმართული?

110 ქალთა ფრენბურთში ბადე მიწიდან 2,24 მ-ის იმაღლეზეა, ხოლო მოედნის ზომებია 9 მ×9 მ ბადის თითოეულ მხარეს. ჩანოდებისას მოთამაშე ბურთს არტყამს მიწიდან 3 მ სიმაღლეზე და ბადიდან ჰორიზონტალურად 8 მ-ის დაშორებით. თუ ბურთის საწყისი სიჩქარე ჰორიზონტალურია, მაშინ (ა) რა მინიმალური სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ბურთს, რომ ბადეს გადაფრინდეს? (ბ) რა მაქსიმალური სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ბურთს, რომ მოედნის მეორე ნახევრის უკანა ხაზს არ გასცდეს?

111 4.58 სურათზე ნაჩვენებია xy კოორდინატთა სისტემაში მოძრავი წერტილის წრფივი ტრაექტორია. წერტილი უძრავი მდგომარეობიდან ჩქარდება Δt_1 დროის



სურ. 4.58 ამოცანა 111.

შუალედში. აჩქარება თანაბარია. A წერტილის კოორდინატებია (4 მ, 6 მ), ხოლო B წერტილისა – (12 მ, 18 მ). (ა) რისი ტოლია აჩქარების კომპონენტების შეფარდება a_y/a_x ? (ბ) რისი ტოლია წერტილის კოორდინატები, თუ მოძრაობა გრძელდება კიდევ ერთ Δt_1 დროის შუალედში?

112 სატელიტი დედამიწის ზედაპირიდან 640 კმ სიმაღლეზე წრიულ ორბიტაზე მოძრაობს 98.0-წუთიანი პერიოდით. რისი ტოლია სატელიტის (ა) სიჩქარე და (ბ) ცენტრისკენული აჩქარება?

113 xy სიბრტყეზე მოძრავი წერტილის $\vec{r}$ მდებარეობა მოცემულია ფორმულით: $\vec{r} = 2t\hat{i} + 2\sin[(\pi/4 \text{ რად/წმ})t]\hat{j}$, სადაც $\vec{r}$ მეტრებშია, ხოლო t – წამებში. ა) გამოთვალე წერტილის მდებარეობის x და y კომპონენტები, როდესაც $t = 0, 1, 2, 3$ და 4 წმ. ააგე xy სიბრტყეზე წერტილის ტრაექტორია $0 \leq t \leq 4$ წმ შუალედში. (ბ) გა-

მოთვალე წერტილის სიჩქარის კომპონენტები, როდესაც $t=1, 2$ და 3 წმ. (ა) ნაწილში წერტილის ტრაექტორიის გრაფიკზე გაავლე სიჩქარის ვექტორები და აჩვენე, რომ სიჩქარე წერტილის ტრაექტორიის მხებია და წერტილის მოძრაობის მიმართულება აქვს. (გ) გამოთვალე წერტილის აჩქარების კომპონენტები, როდესაც $t=1, 2$ და 3 წმ.

114 გოლფის მოთამაშე ბურთს 43 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტისადმი 30° კუთხით ურტყამს ბორცვიდან. ბურთი ჰორიზონტალურად 180 მ მანძილზე მდებარე სანაოსნო არხში ვარდება. დაუშვათ, არხს სწორი ზედაპირი აქვს. (ა) არხიდან რა სიმაღლიდან დაარტყეს ბურთი? (ბ) რისი ტოლია ბურთის სისწრაფე არხში ჩავარდნის დროს?

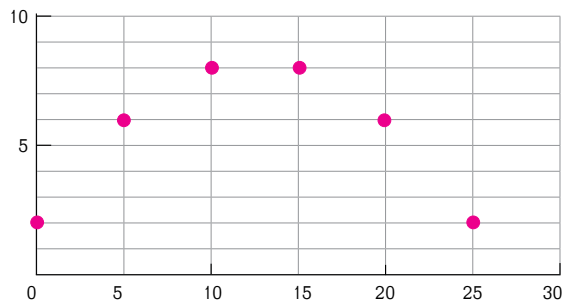
115 კოსმონავტი 5 მ რადიუსის ცენტრიფუგაში ბრუნავს. ა) რისი ტოლია კოსმონავტის სიჩქარე, თუ ცენტრისკენული აჩქარებაა $7g$? ბ) ნუთში რამდენი ბრუნის გაკეთებაა საჭირო ამ აჩქარების მისაღწევად? გ) რისი ტოლია ბრუნვის პერიოდი?

116 (ა) რისი ტოლია დედამიწის ეკვატორზე სხეულის ცენტრისკენული აჩქარება, რომელიც დედამიწის ბრუნვითაა გამოწვეული? (ბ) როგორი უნდა იყოს დედამიწის ბრუნვის პერიოდი ეკვატორზე მყოფი სხეულისთვის, რათა მას მიენიჭოს $9,8$ მ/წმ² ცენტრისკენული აჩქარება?

117 უჭერო ლიფტი ზევით მოძრაობს 10 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით. ლიფტში მყოფი ბიჭი იატაკიდან 2 მ სიმაღლიდან ბურთს ზევით ისვრის, როდესაც ლიფტი მიწიდან 28 მ სიმაღლეზე იმყოფება. ლიფტის მიმართ ბურთის სიჩქარეა 20 მ/წმ. (ა) მიწიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს ბურთი? (ბ) რა დრო დასჭირდება ბურთს ლიფტის იატაკზე დასაგარდნად?

118 ადამიანი 15 მ სიგრძის გაჩერებულ ესკალატორზე 90 წამში ადის, მოძრავ ესკალატორზე კი უძრავად მდგომი იმავე მანძილს 60 წამში ფარავს. რა დრო დასჭირდება ადამიანს მოძრავ ესკალატორზე ფეხით ასასვლელად? დამოკიდებულია თუ არა პასუხი ესკალატორის სიგრძეზე?

119 მოქმედება ხდება მზის სისტემის შორეულ პლანეტაზე. ტყვია მიწიდან 2 მ სიმაღლიდან



სურ. 4.59 ამოცანა 119.

გაისროლეს. 4.59 სურათზე ნაჩვენებია ტყვიის მდებარეობების სტრობოსკოპული გრაფიკი. მდებარეობების განსაზღვრა ხდება $0,5$ -წამიან ინტერვალში, ხოლო ტყვიის გასროლის დროა $t=0$. (ა) რისი ტოლია ტყვიის საწყისი სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? (ბ) რისი ტოლია პლანეტაზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარება? (გ) სროლიდან რა დროის შემდეგ დაეცემა ტყვია მიწაზე? (დ) თუ ანალოგიური გასროლა დედამიწის ზედაპირიდან განხორციელდა, რა დროის შემდეგ ჩამოვარდება ტყვია?

120 საწყის მომენტში ($t=0$) დელტაპლანი მიწიდან $7,5$ მ სიმაღლეზე იმყოფება, მოძრაობს 8 მ/წმ სიჩქარით, ჰორიზონტიდან 30° კუთხით. დელტაპლანის აჩქარებაა 1 მ/წმ² და მიმართულია ვერტიკალურად ზევით. (ა) დაწერე y -ის ზრდის ფორმულა, როგორც t დროის ფუნქცია. (ბ) ფორმულის გამოყენებით განსაზღვრე t , როდესაც $y=0$ (მიწის ზედაპირი). (გ) ახსენი, რატომ აქვს (ბ) კითხვას ორი პასუხი. რომელია მათგან ის დრო, რაც დელტაპლანს მიწაზე დასაჯდომად დასჭირდება? (დ) რა ჰორიზონტალურ მანძილს გაივლის დელტაპლანი $t=0$ -სა და მიწაზე დაჯდომის მომენტს შორის? ე) იმავე საწყისი მდებარეობისა და სიჩქარისთვის, რა თანაბარი მოძრაობა გამოიწვევს დელტაპლანის მიწაზე დაჯდომას ნულოვანი სიჩქარით? პასუხი გაეცი ერთეულოვან ვექტორულ ჩანაწერში. $\hat{i}$ მიმართულია ჰორიზონტალურად, ხოლო $\hat{j}$ — ვერტიკალურად.

121 დეტექტიურ მოთხრობაში სხეული შენობიდან $4,6$ მ მანძილზე და ღია ფანჯრიდან 24 მ-ის ქვემოთ იპოვეს. (ა) დაუშვათ, მსხვერპლი ფანჯრიდან ჰორიზონტალურად გადმოვარდა. რისი ტოლი იყო სხეულის საწყისი სიჩქარე? (ბ) შემთხვევითია თუ არა სიკვდილი? ახსენი შენი პასუხი.

122 ბეისბოლის მოთამაშეს სურს ბურთი 124 ფუტით დაშორებულ პირველ ბაზას მიაწვდინოს. მისი საუკეთესო სროლის სიჩქარეა 85 მილი/სთ. (ა) თუ მოთამაშე ბურთს მიწიდან 3 ფუტის სიმაღლიდან ჰორიზონტალურად ისვრის, პირველი ბაზიდან რა მანძილზე დაეცემა ბურთი მიწაზე? (ბ) იგივე საწყისი სიმაღლიდან რა კუთხით უნდა ისროლოს მოთამაშემ ბურთი, რათა სხვა მოთამაშემ ის მიწიდან 3 ფუტ სიმაღლეზე დაიჭიროს? (გ) როგორი იქნება ფრენის დრო ამ შემთხვევაში?

123 ამერიკის შეერთებულ შტატებში ყოველწლიურად ავტომობილისა და მატარებლის შეჯახების 4000 შემთხვევა ხდება. უმეტესობა მაშინ ხდება, როდესაც ავტომობილის მძღოლი შენიშნავს მომავალ მატარებელს და ცდილობს, ლიანდაგზე მატარებლის მოსვლამდე გადაიაროს (საკმაოდ სულელური გადაწყვეტილება). განვიხილოთ შემდეგი სიტუაცია: ამ 4000-დან ერთ-ერთი მძღოლი ტრასის პერპენდიკულარულად მომავალ მატარებელს შენიშნავს და ფიქრობს, რომ მატარებლის სიჩქარე მისი მანქანის სიჩქარის ტოლია და 30 მ/წმ-ს უდრის. მატარებელიც და მანქანაც გადაკვეთის ადგილს უახლოვდებიან (სურ. 4.60). მანქანის მძღოლი გადაწყვეტს, რომ, თუ მანქანას 1,5 მ/წმ²-ით ააჩქარებს, მაშინ პირველი გადაკვეთს ლიანდაგს. გადაწყვეტილების მიღების მომენტში მანქანისა და მატარებლის დაშორება გადაკვეთის ადგილამდე 40 მ-ია. მანქანის სიგრძეა 5 მ, ხოლო მატარებლის სიგანე – 3 მ. (ა) მოხდება თუ არა შეჯახება? (ბ) თუ არა, რა დროით გაასწრებს მანქანა მატარებელს? თუ კი, რა დროა საჭირო შეჯახების თავიდან ასაცილებ-

ლად? (გ) იმავე გრაფიკზე, აღნიშნე მატარებლისა და მანქანის მდებარეობების ცვლილება დროის მიხედვით.

124 $\hat{i}$ საწყისი წერტილიდან წყლის ველის სიხშირით ტბაში მიცურავ. თავდაპირველად, მოძრაობ 30° ჩრდილო-აღმოსავლეთით.

1. გაზარდე სიჩქარე 0,4 მ/წმ² აჩქარებით 6 წმ-ის განმავლობაში.
2. ამ სიჩქარით იმოძრავე 8 წამის განმავლობაში.
3. შემდეგ 0,4 მ/წმ²-ით შენედი 6 წამის განმავლობაში.

ამის შემდეგ მიემართე დასავლეთისკენ. შემდეგ კი:

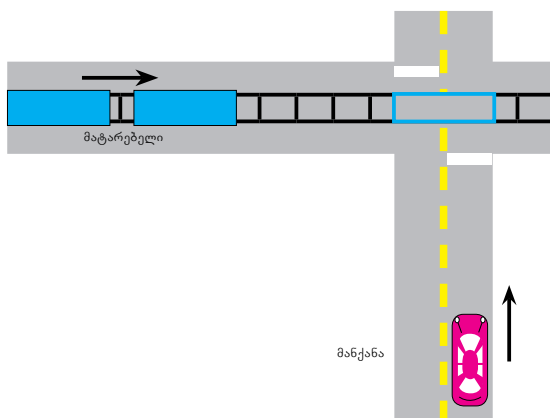
4. გაზარდე სიჩქარე 0,4 მ/წმ² აჩქარებით 5 წმ-ის განმავლობაში.
5. ამ სიჩქარით იმოძრავე 10 წამის განმავლობაში.
6. შემდეგ 0,4 მ/წმ²-ით შენედი გაჩერებამდე.

სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში, რისი ტოლია საშუალო სიჩქარე $\hat{i}$ წერტილიდან მთელი მოძრაობის განმავლობაში?

125 გარკვეულ მომენტში ჩიტების საბანაოს მიმართ პეპლის მდებარეობის ვექტორია $\vec{D}_i = (2 \text{ მ})\hat{i} + (3 \text{ მ})\hat{j} + (1 \text{ მ})\hat{k}$. 40 წამის შემდეგ პეპელას მდებარეობის ვექტორია $\vec{D}_f = (3 \text{ მ})\hat{i} + (1 \text{ მ})\hat{j} + (2 \text{ მ})\hat{k}$. გამოთვალე (თუ ეს შესაძლებელია) (ა) გადაადგილება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, (ბ) გადაადგილების სიდიდე, (გ) საშუალო სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, (დ) 40 წამის განმავლობაში პეპლის ფრენის საშუალო მანძილი.

126 $t = 0$ მომენტში კლდიდან ბურთი ისროლეს. ბურთის საწყისი სიჩქარეა 15 მ/წმ, ხოლო კუთხე ჰორიზონტს ქვემოთ 20°. როდესაც $t = 2,3$ წმ, რისი ტოლია ბურთის (ა) ჰორიზონტალური და (ბ) ვერტიკალური გადაადგილება?

127 ბეისბოლის ბურთს მიწიდან დაარტყეს. ბურთმა მაქსიმალურ სიმაღლეს დარტყმიდან 3 წამის შემდეგ მიაღწია. 2,5 წამის შემდეგ ბურთი დარტყმის ადგილიდან 97,5 მ მანძილზე აღმართულ კედელს გადააფრინდა. დავუშვათ, მიწის ზედაპირი ბრტყელია. (ა) მიწიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწია ბურთმა? (ბ)



სურ. 4.60 ამოცანა 123.

რა სიმაღლისაა ბარიერი? (გ) ბარიერიდან რა მანძილზე დაეცემა ბურთი მიწას?

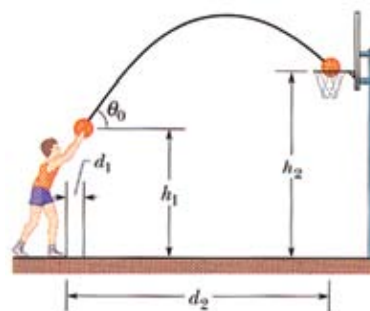
128 ვივარაუდოთ, რომ კოსმოსური საკვლევი რაკეტა 20 გ აჩქარებას უძლებს. (ა) როგორი იქნება შემობრუნების მინიმალური რადიუსი ასეთი რაკეტისთვის, თუ ის სინათლის სიჩქარის ერთი მეათედით მოძრაობს? (ბ) ასეთი სიჩქარით მოძრაობისას რა დრო დასჭირდება რაკეტას 90° -ით შემობრუნებისთვის?

129 მანქანა 12 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით წრიულად მოძრაობს. გარკვეულ მომენტში მანქანის აჩქარებაა 3 მ/წმ² აღმოსავლეთისკენ. როგორი იქნება ამ მომენტში მანქანის დაშორება და მიმართულება წრეწირის ცენტრიდან, თუ მანქანა მოძრაობს (ა) საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით და (ბ) საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით?

130 გოლფის მოთამაშე ბურთებს 20 მ დაშორების ვერტიკალურ კედელს ესვრის და ცდილობს კედელზე დახატულ 30 სმ დიამეტრის წითელ რგოლში მოახვედროს. სამიზნის ცენტრი მიწიდან დაახლოებით 1.2 მ სიმაღლეზეა. ერთი ცდისას, ბურთი მოძრაობს 15 მ/წმ საწყისი სიჩქარით, ჰორიზონტის მიმართ 35° კუთხით და კედელს რგოლის ცენტრზე გამავალ ვერტიკალურ ხაზზე ხვდება. (ა) რა დრო დასჭირდება ბურთს კედელთან მისაღწევად? (ბ) მოხვდება თუ არა ბურთი წითელ რგოლს (განსახილვე რგოლის ცენტრამდე მანძილი)? (გ) რისი ტოლია ბურთის სიჩქარე კედელზე მოხვედრისას? (დ) გაიარა თუ არა ბურთმა ტრაექტორიის უმაღლესი წერტილი კედელზე მოხვედრამდე?

131 ჭურვის არეალი არა მხოლოდ v_0 -სა და θ_0 -ზეა დამოკიდებული, არამედ თავისუფალი ვარდნის აჩქარების g სიდიდეზეც, რომელიც ადგილმდებარეობასთან ერთად იცვლება. 1936 წელს ბერლინის ოლიმპიურ თამაშებზე, სადაც $g = 9,8128$ მ/წმ², ჯესი ოუენსმა სიგრძეზე ხტომის მსოფლიო რეკორდი დაამყარა – 8,09 მ v_0 -ის და θ -ის იმავე სიდიდეების პირობებში, რამდენად განსხვავებული იქნებოდა ოუენსის რეკორდი 1956 წელს, მელბურნში, სადაც $g=9,7999$ მ/წმ²?

132 რა საწყისი სიჩქარით უნდა ტყორცნოს 4.61 სურათზე კალათბურთელმა ბურთი ჰორიზონტისადმი $\theta_0 = 55^\circ$ კუთხით, რათა კალათში



სურ. 4.61 ამოცანა 132.

ჩააგდოს? ჰორიზონტალური მანძილებია $d_1 = 1$ ფუტი და $d_2 = 14$ ფუტი, ხოლო სიმაღლეებია $h_1 = 7$ ფუტი და $h_2 = 10$ ფუტი.

133 ვერტმფრენი ბრტყელი ზედაპირიდან 9,5 მ-ის სიმაღლეზე წრფივად მიფრინავს 6,2 მ/წმ სიჩქარით. იქიდან აგდებენ პაკეტს ვერტმფრენის მიმართ 12 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და მისი მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. (ა) მოძებნე პაკეტის საწყისი სიჩქარე დედამიწის მიმართ. (ბ) როგორი იქნება ჰორიზონტალური მანძილი ვერტმფრენსა და პაკეტს შორის, როდესაც პაკეტი მიწაზე დაეცემა? (გ) როგორი კუთხე იქნება პაკეტის სიჩქარის ვექტორსა და დედამიწას შორის, როდესაც პაკეტი მიწაზე დაეცემა?

134 კინოფილმებში მსახიობები ჰაერში ვარდებიან აფეთქების, მოტოციკლით შეჯახების, ტორნადოს და ბევრი სხვა რამის გამო. სინამდვილეში, მსახიობებს ჰაერში აგდებს საჰაერო ტრამპლინი, რომელიც შედგება ლითონის დაფისა და შეკუმშული ჰაერის პნევმატური ცილინდრებისგან. როდესაც მსახიობი დაფას შეეხება, ელექტროჩამრთველი ირთვება, ჰაერი აწეება მხარს, რომელიც დაფას ზევით ააგდებს. გ-ებში მოძებნე მსახიობის საშუალო აჩქარება შემდეგ სიტუაციებში: ა) აჩქარება გრძელდება 0,25 წამის განმავლობაში, მსახიობი ისროლეს პატარა რკალზე ჰორიზონტიდან 30° კუთხით, ხოლო მისი არეალია 4 მ. ბ) აჩქარება გრძელდება 0,29 წამის განმავლობაში, მსახიობი ისროლეს დიდ რკალზე ჰორიზონტიდან 45° კუთხით, ხოლოდ მისი არეალია 12 მ.

135 ბოსტონის სტადიონზე ბეისბოლის ბურთი „სახლიდან“ 0,762 მ სიმაღლიდან ისროლეს. ბურთის საწყისი სიჩქარეა 33,53 მ/წმ და ის ჰორიზონტს ზემოთ 55° კუთხითაა მიმართული.

დარტყმიდან 5 წამის შემდეგ ბურთი უნდა გადასცდეს 11,28მ სიმაღლის შორეულ კედელს. (ა) გამოთვალე მანძილი „სახლსა“ და კედელს შორის. (ბ) ვერტიკალური მანძილი, რომლითაც ბურთი კედელს გადაახტება. „სახლის“ მიმართ ბურთის (გ) ჰორიზონტალური და (დ) ვერტიკალური გადაადგილებები კედელზე გადახტომამდე 0,5 წამით ადრე.

136 ხის სატვირთო ვაგონი სწორ ლიანდაგზე მოძრაობს v_1 სიჩქარით. ამ დროს სწრაფი მას ტყვიას ესვრის (v_2 სიჩქარით) დიდი სიმძლავრის

შაშხანიდან. ტყვიამ მანქანის გვერდებში გაიარა და, როგორც მანქანიდან მოჩანს, შესვლის და გასვლის ხვრელები ზუსტად ერთმანეთის მოპირდაპირეა. ლიანდაგის მიმართ რა მიმართულებით ისროლეს ტყვია? დავუშვათ, მანქანაში შევარდნის შემდეგ ტყვიამ მიმართულება არ შეიცვალა და მისი სიჩქარე შემცირდა 20%-ით. დავუშვათ, $v_1 = 85$ კმ/სთ და $v_2 = 650$ მ/წმ. (რატომ არ არის საჭირო სატვირთო ვაგონის სიგანის ცოდნა?)



ძალა და მოძრაობა

ავიამზიდიდან აფრენისას მძლავრი ძრავებით აღჭურვილ რეაქტიულ თვითმფრინავს ავიამზიდის გემბანზე დამონტაჟებული სასროლი მექანიზმი წინ უბიძგებს. ამის შედეგად მიღებული დიდი აჩქარების გამო თვითმფრინავი აფრენისთვის საჭირო სიჩქარეს მოკლე დროში აღწევს. სამაგიეროდ, გემბანიდან აფრენის დროს ასეთი აჩქარება პილოტს უბიძგებს, თვითმფრინავის ცხვირი მკვეთრად ქვევით დახაროს. პილოტებს ამ იმპულსის უგულვებელყოფას ასწავლიან, მაგრამ ზოგჯერ თვითმფრინავი მაინც პირდაპირ ოკეანეში ვარდება.

ხომადი ფიზიკური მოვლენები იწვევს ამ საშიში იმპულსის ბაჩანას?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

5.1. ჩა აჩის ფიზიკა?

როგორც უკვე ვნახეთ, ფიზიკის ერთი ნაწილი მოძრაობასა და ამ დროს სხეულის აჩქარებას (სიჩქარის ცვლილებას) შეისწავლის. ფიზიკა შეისწავლის აგრეთვე სხეულის აჩქარების გამომწვევ მიზეზსაც. ეს მიზეზი არის **ძალა**, რომელიც, უხეშად რომ ვთქვათ, სხეულს უბიძგებს. ვამბობთ, რომ ძალა სხეულზე მოქმედებს და ამით სიჩქარეს უცვლის. მაგალითად, სპორტული ავტომობილის აჩქარებისას მის უკანა საბურავზე ამჩქარებელი ძალა მოქმედებს. როდესაც სპორტული თამაშისას ერთი გუნდის თავდამსხმელი მეორე გუნდის მცველს მიწაზე ანარცხებს, ამ დროს თავდამსხმელი მცველზე მოქმედებს ძალით, რომელიც მცველს უკან მიმართულ აჩქარებას ანიჭებს. როდესაც ავტომანქანა სატელეფონო ბოძს ეჯახება, ძალა, რომლითაც ბოძი მანქანაზე მოქმედებს, მის გაჩერებას იწვევს. სამეცნიერო, საინჟინრო, იურიდიული და სამედიცინო ჟურნალები სავსეა სტატიებით სხეულებზე, მათ შორის ადამიანებზე მოქმედი ძალების შესახებ.

5.2. ნიუტონის მექანიკა

ძალასა და მის მიერ გამოწვეულ აჩქარებას შორის კავშირი პირველად ისააკ ნიუტონმა (1642-1727) აღმოაჩინა. ფიზიკის იმ ნაწილს, რომელიც ამ კავშირს შეისწავლის, *ნიუტონის მექანიკა* ეწოდება. ჩვენ ყურადღებას მოძრაობის სამ ძირითად კანონზე გამავახვილებთ.

ნიუტონის მექანიკა ყოველთვის არ გამოდგება. თუ ურთიერთმოქმედი სხეულების სიჩქარე ძალიან მაღალია, მაშინ ნიუტონის მექანიკას აინშტაინის ფარდობითობის თეორია ენაცვლება, რომელიც ნებისმიერი სიჩქარისთვის გამოსადეგია. თუ ურთიერთმოქმედი სხეულები ატომური სტრუქტურისაა (მაგალითად, ელექტრონები ატომში), მაშინ ნიუტონის მექანიკას კვანტური მექანიკა ცვლის. თანამედროვე

ფიზიკოსები ნიუტონის მექანიკას ამ ორი ყოვლისმომცველი თეორიის კერძო შემთხვევად განიხილავენ. თუმცა, ეს საკმაოდ მნიშვნელოვანი შემთხვევაა, ვინაიდან ის ბევრ რამეს მიესადაგება, ძალიან მცირე (თითქმის ატომური სტრუქტურის) სხეულებით დაწყებული და ასტრონომიული სხეულებით (გალაქტიკებითა და გალაქტიკათა ჯგუფებით) დამთავრებული.

5.3. ნიუტონის პირველი კანონი

ვიდრე ნიუტონი მექანიკის კანონებს ჩამოაყალიბებდა, მიიჩნევდნენ, რომ სხეულს თანაბარი სიჩქარით მოძრაობის შენარჩუნებისთვის გარკვეული ზემოქმედება, „ძალა“ სჭირდება. ასევე ფიქრობდნენ, რომ უძრავი სხეული თავის „ბუნებრივ მდგომარეობაში“ იმყოფებოდა. ეგონათ, რომ სხეულის თანაბარი სიჩქარით მოძრაობისთვის საჭიროა მუდმივი ბიძგი, სხვა შემთხვევაში კი ის მოძრაობას „ბუნებრივად“ შეწყვეტს.

ეს მოსაზრებები საკმაოდ რაციონალური იყო. თუ ჰოკეის შაიბას ხის ზედაპირზე გააცურებ, ის შენელება და შემდეგ გაჩერდება. თუ გსურს შაიბამ თანაბარი სიჩქარით იმოძრაოს, ამისთვის მას პერიოდულად უნდა უბიძგო.

ჰოკეის შაიბა უფრო შორს წავა, თუ მას საციგურაო მოედნის ყინულის ზედაპირზე გააცურებთ. შეგიძლია წარმოიდგინო უფრო გრძელი და ხახუნისგან თავისუფალი ზედაპირი, რომელზეც შაიბა ძნელად შენელება და ძალიან შორს გასრივლდება.

ამ დაკვირვებების შემდეგ შეიძლება დავასკვნათ, რომ სხეული თანაბარი სიჩქარით იმოძრაებს, თუ მასზე ძალა არ მოქმედებს. ამ დასკვნას მივყავართ ნიუტონის პირველ კანონამდე:

ნიუტონის პირველი კანონი: თუ სხეულზე ძალა არ მოქმედებს, მაშინ მისი სიჩქარე არ შეიცვლება, ე.ი. სხეული ვერ აჩქარდება.

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, როცა სხეული უძრავია, ის უძრავად რჩება, ხოლო როცა მოძრაობს, მოძრაობას იმავე სიჩქარით განაგრძობს (იმავე სიდიდით და იმავე მიმართულებით).

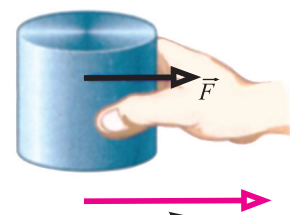
5.4. ძალა

ახლა ძალის ერთეული უნდა განვსაზღვროთ. უკვე ვიცით, რომ ძალას სხეულის აჩქარების გამოწვევა შეუძლია. მაშასადამე, ძალის ერთეულს განვსაზღვრავთ აჩქარებით, რომელსაც ძალა 1 კგ მასის სხეულს ანიჭებს (სურ. 1.4.).

სხეულს ჰორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე მოვათავსებთ და მარჯვნიდან ისე ვუბიძგებთ, რომ 1 მ/წმ^2 აჩქარება მივანიჭოთ. ამის შემდეგ ვამბობთ, რომ 1 კგ მასის სხეულზე მოქმედი ძალა 1 ნიუტონი (N) სიდიდისაა.

შეგვიძლია ამავე სხეულზე 2 N ძალით ვიმოქმედოთ, ანუ ისე ვუბიძგოთ, რომ 2 მ/წმ^2 აჩქარება მივანიჭოთ, და ა.შ. მაშასადამე, თუ სტანდარტული სხეული 1 კგ მასისაა და a სიდიდის აჩქარება აქვს, მაშინ ვიცით, რომ მასზე ძალა მოქმედებს და ამ ძალის სიდიდე (ნიუტონებში) აჩქარების სიდიდის ტოლია (მ/წმ^2).

ძალა მის მიერ მინიჭებული აჩქარებით იზომება. თუმცა, აჩქარება ვექტორული სიდიდეა, ე.ი. სიდიდე და მიმართულება აქვს. არის თუ არა ძალა ვექტორული სიდიდე? ძალას მიმართულებას იოლად მივანიჭებთ (უბრალოდ აჩქარების მიმართულებას მივუსადაგებთ), მაგრამ ეს საკმარისი არ არის. ექსპერიმენტი უნდა დადგინდეს, რომ ძალა ვექტორული სიდიდეა. ასეთი ექსპერიმენტი უკვე ჩატარდა: ძალა ნამდვილად



სურ. 5.1. $\vec{F}$ ძალა 1 კგ მასის სხეულს $\vec{a}$ აჩქარებას ანიჭებს.

ვექტორული სიდიდეა, მას აქვს სიდიდე და მიმართულება და მათი შეკრება ხდება მე-3 თავში მოყვანილი ვექტორული შეკრების წესებით.

როდესაც სხეულზე ორი ან მეტი ძალა მოქმედებს, ვექტორული შეკრებით **ჯამური ძალის** ანუ **ძალების ტოლქმედის** პოვნა შეგვიძლია. ჯამური ძალის სიდიდისა და მიმართულების მქონე ერთი ძალა სხეულზე იმავე ზემოქმედებას ახდენს, რასაც ცალ-ცალკე მოქმედი ეს ძალები ერთად. ამ მოვლენას **ძალების ზედდების პრინციპი** ეწოდება. სამყარო საკმაოდ უცნაური იქნებოდა, თუ შენ და შენი მეგობარი 1 კგ მასის სხეულს ერთი მიმართულებით უბიძგებდით, თითოეული 1 ნ ძალით, და ჯამური ძალა როგორღაც 14 ნ გახდებოდა.

ამ წიგნში ძალა ვექტორული სიმბოლოთია ($\vec{F}$) წარმოდგენილი, ხოლო ტოლქმედი — $\vec{F}_{\Sigma}$ სიმბოლოთი. ისევე, როგორც სხვა ვექტორებს, ძალისა და ტოლქმედის ვექტორებსაც აქვს კომპონენტები კოორდინატა ღერძების გასწვრივ. როდესაც ძალები მხოლოდ ერთი ღერძის გასწვრივ მოქმედებს, ისინი ერთკომპონენტიანი ძალებია. ამ შემთხვევაში ძალის სიმბოლოს ისარი შეგვიძლია მოვხსნათ და ღერძების გასწვრივ ძალის მიმართულების საჩვენებლად „+“ და „-“ ნიშნები გამოვიყენოთ.

5.3 ქვეთავში მოცემული ფორმულირების ნაცვლად, ნიუტონის პირველი კანონი ტოლქმედი ძალის გამოყენებით ასე შეიძლება ჩამოყალიბდეს:

ნიუტონის პირველი კანონი: თუ სხეულზე ტოლქმედი ძალა არ მოქმედებს ($\vec{F}_{\Sigma} = 0$), მაშინ მისი სიჩქარე არ შეიცვლება, ე.ი. სხეული ვერ აჩქარდება.

სხეულზე რამდენიმე ძალა შეიძლება მოქმედებდეს, მაგრამ თუ ტოლქმედი ძალა ნულის ტოლია, სხეულს აჩქარება არ ექნება.

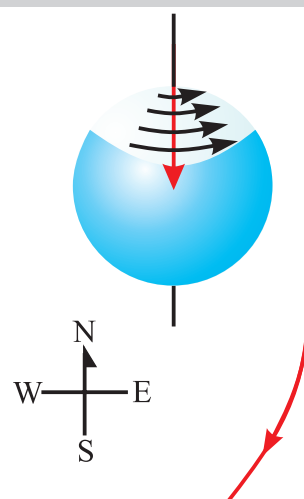
ათვის ინერციული სისტემები

ნიუტონის პირველი კანონი ათვის ყველა სისტემას არ მიესადაგება, მაგრამ ყოველთვის შეგვიძლია ისეთი ათვის სისტემების მოძებნა, რომელშიც ეს კანონი სამართლიანი იქნება (ისევე, როგორც ნიუტონის მექანიკის დანარჩენი ნაწილი). ასეთ სისტემებს **ათვის ინერციული სისტემები** ან, უბრალოდ, **ინერციული სისტემები** ეწოდება.

ათვის ინერციული სისტემაში ნიუტონის ყველა კანონი სამართლიანია.

მაგალითად, დედამიწა ათვის ინერციული სისტემაა, თუ დედამიწის ბრუნვას უგულებელვყოფთ.

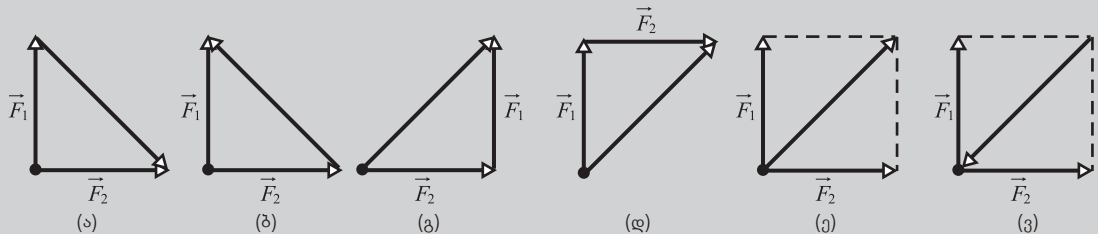
ეს დაშვება მაშინ გამოდგება, როდესაც პოკეის შაიბას ცინულის მოკლე ზოლზე ვასრიალებთ. ამ შემთხვევაში შაიბა ნიუტონის კანონებს ემორჩილება. მაგრამ, დაფუძვით, რომ შაიბა ჩრდილოეთ პოლუსიდან დიდ მანძილზე გავაცურეთ (სურ. 5.2ა). თუ შაიბის მოძრაობას კოსმოსში მდებარე უძრავი სისტემიდან დავაკვირდებით, მაშინ შაიბა სამხრეთისკენ წრფივად მოძრაობს, ვინაიდან ჩრდილოეთ პოლუსის გარშემო დედამიწის ბრუნვა შაიბის ქვეშ ცინულს უბრალოდ ასრიალებს. თუ შაიბას მიწიდან დავაკვირდებით, მაშინ მისი ტრაექტორია წრფივი არ იქნება. იმის გამო, რომ დედამიწის სიჩქარე, რომელიც აღმოსავლეთისკენაა მიმართული, მით მეტია, რაც უფრო სამხრეთითაა შაიბა, მიწაზე უძრავად მყოფ დამკვირვებელს ეჩვენება, რომ შაიბა დასავლეთისკენ მოძრაობს (სურ. 5.2ბ). შაიბის გადახრა ნიუტონის კანონით კი არ არის გამოწვეული, არამედ იმით, რომ შაიბას მოძრავი ათვის სისტემიდან ვაკვირდებით. ამ შემთხვევაში დედამიწა ათვის **არაინერციული სისტემაა**.



სურ. 5.2. ა) კოსმოსის უძრავი ნერტილიდან დანახული, ჩრდილოეთ პოლუსიდან მოსრიდული შაიბის მოძრაობის ტრაექტორია. დედამიწა ბრუნავს აღმოსავლეთისკენ. ბ) დედამიწიდან დანახული შაიბის მოძრაობის ტრაექტორია.

ამ წიგნში ვუშვებთ, რომ დედამიწა ათვლის ინერციული სისტემაა და ძალებს და აჩქარებებს სწორედ ამ სისტემის მიმართ ვზომავთ. თუ გაზომვები ჩატარდა, მაგალითად, დედამიწის მიმართ აჩქარებული ლიფტის კაბინაში, მაშინ გაზომვები ჩატარებულა ათვლის არაინერციულ სისტემაში და შედეგებიც საკმაოდ უცნაური იქნება. ამის მაგალითს ამოცანის ამოხსნის 5.8 ნიმუშში ვნახავთ.

საკონტროლო წერტილი 1. ექვსიდან რომელ სურათზეა $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ვექტორების შეკრება სწორად ნაჩვენები, ისე, რომ მივიღოთ მესამე ვექტორი, რომელიც $\vec{F}_3$ ტოლქმედი იქნება?



5.5. მასა

ყოველდღიური ყოფა გვიჩვენებს, რომ მოცემული ძალა სხვადასხვა სხეულს სხვადასხვა სიდიდის აჩქარებას ანიჭებს. ბეისბოლისა და კეგლის ბურთები იატაკზე დააწყვე და ორივეს ერთი ძალით დაარტყი. შედეგი წინასწარ იცი: ბეისბოლის ბურთი კეგლის ბურთზე დიდ აჩქარებას შეიძენს შეიძენს. აჩქარებებს შორის განსხვავება მასებს შორის განსხვავებითაა გამოწვეული. რა არის მასა?

შეგვიძლია რამდენიმე ექსპერიმენტით ვაჩვენოთ, თუ როგორ უნდა გავზომოთ მასა ათვლის ინერციულ სისტემაში. პირველ ექსპერიმენტში ძალა $m_0 = 1$ კგ მასის სხეულს მოვდით. დაუშვათ, სხეული 1 მ/წმ^2 -ით აჩქარდა. ამ შემთხვევაში შეგვიძლია ვთქვათ, რომ სხეულზე 1 ნ ძალა მოქმედებს.

შემდეგ იგივე ძალა უცნობი მასის მეორე X სხეულს მოვდით. დაუშვათ, ეს X სხეული $0,25 \text{ მ/წმ}^2$ -ით აჩქარდა. უკვე ვიცით, რომ ნაკლები მასის მქონე ბეისბოლის ბურთი უფრო დიდ აჩქარებას იძენს, ვიდრე მეტი მასის მქონე კეგლის ბურთი, როდესაც მათზე ერთი და იგივე ძალა მოქმედებს. აქედან გამომდინარე, მივდივართ შემდეგ დასკვნამდე: ორი სხეულის მასების შეფარდება მათი აჩქარებების შეფარდებული შეფარდების ტოლია, როდესაც ამ სხეულებზე ერთი და იგივე ძალა მოდებული. X სხეულისა და 1 კგ მასის სხეულისთვის გვექნება:

$$\frac{m_x}{m_0} = \frac{a_0}{a_x}.$$

m_x -ის ამოხსნა მოგვცემს:

$$m_x = m_0 \frac{a_0}{a_x} = (1 \text{ კგ}) \frac{1.0 \text{ მ/წმ}^2}{0.25 \text{ მ/წმ}^2} = 4 \text{ კგ}.$$

ჩვენი დასკვნა მხოლოდ იმ შემთხვევაშია სწორი, თუ ის ძალის სიდიდის შეცვლის შემთხვევაშიც სამართლიანია. მაგალითად, 1 კგ მასის სხეულს 8 ნ ძალა მოვდით და მივიღეთ 8 მ/წმ^2 აჩქარება. იგივე ძალა X სხეულს მოვდით და მივიღეთ 2 მ/წმ^2 აჩქარება. ჩვენი დასკვნის თანახმად:

$$m_x = m_0 \frac{a_0}{a_x} = (1 \text{ კგ}) \frac{8.0 \text{ მ/წმ}^2}{2.0 \text{ მ/წმ}^2} = 4 \text{ კგ}.$$

ეს პასუხი პირველი ექსპერიმენტის შედეგს არ ეწინააღმდეგება. როდესაც ბევრი ექსპერიმენტი ერთსა და იმავე შედეგს გვაძლევს, ეს იმას ნიშნავს, რომ ჩვენი დასკვნა საიმედო და სამართლიანია ნებისმიერი სხეულის მასის დასადგენად.

ჩვენი ექსპერიმენტები გვიჩვენებს, რომ მასა სხეულის შინაგანი მახასიათებელია ანუ ისაა, რაც სხეულს ბუნებრივად აქვს. იგივე ექსპერიმენტები აჩვენებს, რომ მასა სკალარული სიდიდეა. თუმცა კვლავ უპასუხოდ რჩება კითხვა: „რა არის მასა?“

ვინაიდან სიტყვა „მასა“ ყოველდღიურ საუბარში ხშირად გამოიყენება, ალბათ ის უკვე ინტუიციურად გვეხმის. რა არის მასა — სხეულის ზომა, წონა თუ სიმკვრივე? არც ერთი, თუმცა სხეულის ეს მახასიათებლები მასაში ხშირად ერევათ. მხოლოდ იმის თქმა შეგვიძლია, რომ სხეულის მასა არის მახასიათებელი, რომელიც სხეულზე მოქმედ ძალას ამ მოქმედების შედეგად მიღებულ აჩქარებასთან აკავშირებს. მასას სხვა განსაზღვრება არა აქვს. მასის ფიზიკურად შეგრძნება მხოლოდ სხეულის აჩქარებისას შეიძლება, მაგალითად, როდესაც ბეისბოლის ან კეგლის ბურთს ურტყამ.

5.6. ნიუტონის მეორე კანონი

აქამდე განხილული ყველა განსაზღვრება, ექსპერიმენტი და დაკვირვება შეიძლება შეჯამდეს ერთი წინადადებით:

ნიუტონის მეორე კანონი: სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი სხეულის მასისა და მისი აჩქარების ნამრავლის ტოლია.

ფორმულის სახით გვექნება:

$$\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a} \quad (\text{ნიუტონის მეორე კანონი}) \quad (5.1)$$

ფორმულა მარტივია, მაგრამ ის ფრთხილად უნდა გამოვიყენოთ. პირველ რიგში უნდა განისაზღვროს სხეული, რომლისთვისაც ვიყენებთ ამ ფორმულას. შემდეგ უნდა დავრწმუნდეთ, რომ $\vec{F}_{\Sigma}$ ჯამურ ვექტორში მხოლოდ ამ და არა რომელიმე სხვა სხეულზე მოქმედი ძალები შედის. მაგალითად, რაგბიში ბურთისთვის ბრძოლისას შენზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი შენი სხეულის მიერ მიღებული ბიძგები და დარტყმებია და არა — სხვა მოთამაშეზე შენს მიერ მიყენებული დარტყმები.

სხვა ვექტორული ფორმულების მსგავსად, 5.1 ფორმულაც სამი კომპონენტური ფორმულის ექვივალენტურია. x, y, z კოორდინატა სისტემის თითოეული ღერძისთვის გვექნება:

$$F_{\Sigma, x} = ma_x, \quad F_{\Sigma, y} = ma_y, \quad \text{და} \quad F_{\Sigma, z} = ma_z \quad (5.2)$$

თითოეული ფორმულა ტოლქმედი ძალის კომპონენტებს შესაბამისი ღერძების გასწვრივ მიმართულ აჩქარებასთან აკავშირებს. მაგალითად, პირველი ფორმულა გვაუწყებს, რომ ყველა ძალის კომპონენტების ჯამი x ღერძის გასწვრივ სხეულის აჩქარების x კომპონენტს a_x იწვევს, ხოლო y და z მიმართულებებით აჩქარება არა გვაქვს. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, a_x აჩქარების კომპონენტი სხეულზე მოქმედი ძალების x კომპონენტების ჯამითაა გამოწვეული. ზოგადად:

მოცემული ღერძის გასწვრივ აჩქარების კომპონენტი ძალების ასეთივე კომპონენტების ჯამითაა გამოწვეული და არა — სხვა კომპონენტებით.

5.1 ფორმულის თანახმად, თუ სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია, მაშინ სხეულის აჩქარება $\vec{a} = 0$. როცა სხეული უძრავ მდგომარეობაშია, უძრავადვე რჩება; როცა მოძრაობს, მოძრაობას თანაბარი სიჩქარით განაგრძობს. ასეთ შემთხვევაში სხეულზე მოქმედი ძალები ერთმანეთს ანონასწორებს და ამ მდგომარეობას *წონასწორული* ეწოდება. ასევე ამბობენ, რომ ძალები ერთმანეთს *აბათილებს*, მაგრამ ტერმინი „გაბათილება“ არ არის ზუსტი, ვინაიდან ეს არ ნიშნავს, რომ ძალები აღარ არსებობს. ყველა ძალა სხეულზე კვლავ მოქმედებს.

სახილი 5.1

ერთეულები ნიუტონის მეორე კანონში (ფორმულები 5.1 და 5.2)

სისტემა	ძალა	მასა	აჩქარება
SI	ნიუტონი (ნ)	კილოგრამი (კგ)	მ/წმ ²
CGS ^ა	დინი	გრამი (გ)	სმ/წმ ²
ბრიტანული ^ბ	გირვანქა (ლბ)	სლაგი	ფუტი/წმ ²

^ა 1 დინი = 1 გ·სმ/წმ²

^ბ 1 გირვანქა = 1 სლაგი·ფუტი/წმ²

SI ერთეულებში, 5.1 ფორმულის თანახმად:

$$1 \text{ ნ} = (1 \text{ კგ})(1 \text{ მ/წმ}^2) = 1 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}^2 \quad (5.3)$$

ძალის ზოგიერთი ერთეული სხვა ერთეულთა სისტემებში მოცემულია 5.1 ცხრილსა და დანართში.

ნიუტონის მეორე კანონის დახმარებით ამოცანების ამოსახსნელად ხშირად **თავისუფალი სხეულის გრაფიკს** ვხაზავთ. ამ გრაფიკზე მხოლოდ ის სხეულია გამოსახული, რომელზე მოქმედ ძალებსაც ვკრიბავთ. ზოგჯერ მასწავლებლები თავად სხეულის დახატვას არჩევენ, მაგრამ ადგილის ეკონომიის მიზნით ამ თავებში სხეულს წერტილის სახით გამოვსახავთ. სხეულზე მოქმედი თითოეული ძალა ვექტორით გამოისახება, რომლის სათავე ამ სხეულზეა. ვიყენებთ, აგრეთვე, კოორდინატთა სისტემას, ხოლო სხეულის აჩქარება ზოგჯერ ვექტორის ისრითაა ნაჩვენები.

სისტემა ერთი ან მეტი სხეულისგან შედგება და ნებისმიერ ძალას, რომელიც ამ სხეულებზე სისტემის გარედან მოქმედებს, **გარე ძალა** ეწოდება. თუ სისტემის შემადგენელი სხეულები ერთმანეთთან მჭიდროდაა დაკავშირებული, მაშინ სისტემა შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ერთი მთლიანი სხეული და მასზე მოქმედი $\vec{F}_\Sigma$ ტოლქმედი ყველა გარე ძალის ჯამის ტოლი იქნება (**შიდა ძალებს** ანუ სისტემის სხეულებს შორის მოქმედ ძალებს უგულებელვყოფთ). მაგალითად, ერთმანეთთან დაკავშირებული ლოკომოტივი და ვაგონი ერთ სისტემას ქმნის. როცა ლოკომოტივს ბუქსირით ეწევიან, ბუქსირზე მოდებული ძალა მთელ სისტემაზე მოქმედებს. ისევე, როგორც ერთი სხეულისთვის, შეგვიძლია სისტემაზე მოქმედი ტოლქმედი გარე ძალაც სისტემის აჩქარებას დავუკავშიროთ. ეს ხდება ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად — $\vec{F}_\Sigma = m\vec{a}$, სადაც m მთლიანი სისტემის მასაა.

საკონტროლო წერტილი 2. სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე სხეულზე მოქმედი ორი ჰორიზონტალური ძალა. თუ სხეულზე $\vec{F}_3$ მესამე ჰორიზონტალური ძალაც მოქმედებს, რისი ტოლია $\vec{F}_3$ -ის სიდიდე და მიმართულება, როდესაც სხეული ა) უძრავია და ბ) მარცხნივ მოძრაობს 5 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით?



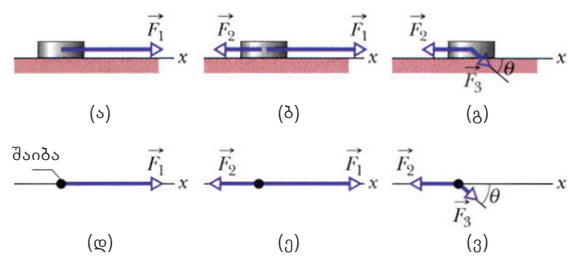
ამოცანის ამოხსნის ნიშაში 5.1

5.3ა-5.3გ სურათებზე ხახუნისგან თავისუფალ ყინულზე x ღერძის გასწვრივ ერთ განზომილებაში მოძრავ შაიბაზე ერთი ან ორი ძალა მოქმედებს. შაიბის მასაა $m = 0,2 \text{ კგ}$. $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალები ღერძის გასწვრივაა მიმართული და მათი სიდიდეებია $F_1 = 4 \text{ ნ}$ და $F_2 = 2 \text{ ნ}$. $\vec{F}_3$ ძალა $\theta = 30^\circ$ კუთხითაა მიმართული და მისი სიდიდეა $F_3 = 1 \text{ ნ}$. რისი ტოლია შაიბის აჩქარება თითოეულ მდგომარეობაში?

ამოხსნა: თითოეულ მდგომარეობაში, ნიუტონის მეორე კანონის ($\vec{F}_\Sigma = m\vec{a}$) საშუალებით $\vec{a}$ აჩქარება შაიბაზე მოქმედ $\vec{F}_\Sigma$ ძალების ტოლქმედს შეგვიძლია დავუკავშიროთ. თუმცა, ვინაიდან მოძრაობა მხოლოდ x ღერძის გასწვრივ ხდება, შეგვიძლია ყოველი მდგომარეობა გავამარტივოთ და ნიუტონის მეორე კანონი მხოლოდ x კომპონენტებისთვის დავწეროთ:

$$F_{\Sigma, x} = ma_x \quad (5.4)$$

5.3დ-5.3ვ სურათებზე მოცემულია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი სამ მდგომარეობაში. შაიბა აღნიშნულია წერტილით.



სურ. 5.3. ა)-გ) ამ სამ მდგომარეობაში ძალები x ღერძის გასწვრივ მოძრავ შაიბაზე მოქმედებენ. დ)-ვ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკები.

5.3დ სურათისთვის, სადაც მხოლოდ ერთი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს, ფორმულა 5.4 მოგვცემს:

$$F_1 = ma_x$$

ჩვენთვის ცნობილი მონაცემების ჩასმით მივიღებთ:

$$a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{4 \text{ ნ}}{0,2 \text{ კგ}} = 20 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

დადებითი პასუხი იმას ნიშნავს, რომ აჩქარებას x ღერძის დადებითი მიმართულება აქვს.

5.3ე სურათზე შაიბაზე ორი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. $\vec{F}_1$ მოდებულია x -ის დადებითი მიმართულებით, ხოლო $\vec{F}_2$ — უარყოფითი მიმართულებით. ამ შემთხვევაში ფორმულა 5.4 მოგვცემს:

$$F_1 - F_2 = ma_x$$

ჩვენთვის ცნობილი მონაცემების ჩასმით მივიღებთ

$$a_x = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{4 \text{ ნ} - 2 \text{ ნ}}{0.2 \text{ კგ}} = 10 \text{ მ/წ}^2 \text{ (პასუხი)}$$

მაშასადამე, ტოლქმედი ძალა შაიბას x ღერძის დადებითი მიმართულებით აჩქარებს.

5.3ე სურათზე, $\vec{F}_3$ შაიბის აჩქარების გასწვრივ არ არის მიმართული. აჩქარების გასწვრივ მხოლოდ $F_{3,x}$ კომპონენტი მიმართული ($\vec{F}_3$ ძალა ორგანოზომილებიანია, თუმცა მოძრაობა მხოლოდ ერთ განზომილებაში ხდება). მაშასადამე, ფორმულა 5.4 დაინერგება შემდეგი სახით:

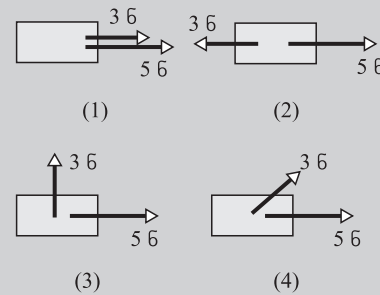
$$F_{3,x} - F_2 = ma_x$$

სურათიდან ვხედავთ, რომ $F_{3,x} = F_3 \cos \theta$. აჩქარების ამოხსნა და $F_{3,x}$ -ის ჩასმა მოგვცემს:

$$a_x = \frac{F_{3,x} - F_2}{m} = \frac{F_3 \cos \theta - F_2}{m} = \frac{(1 \text{ ნ})(\cos 30^\circ) - 2 \text{ ნ}}{0.2 \text{ კგ}} = -5,7 \text{ მ/წ}^2 \text{ (პასუხი)}$$

მაშასადამე, ტოლქმედი ძალა შაიბას x ღერძის უარყოფითი მიმართულების აჩქარებას ანიჭებს.

საკონტროლო წერტილი 3. სურათზე გამოსახულია ზევიდან დანახული ოთხი მდგომარეობა, სადაც ორი ძალა ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე სხეულს აჩქარებას ანიჭებს. დააღაგე მდგომარეობები ა) ბლოკზე მოქმედი ტოლქმედი ძალის სიდიდისა და ბ) ბლოკის აჩქარების კლებალობის მიხედვით.



ამოცანის ამოხსნის ნიჟაჟი 5.2

5.4ა სურათზე 2 კგ ნამცხვრის ქილა ხახუნისგან თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე 3 მ/წმ^2 -ით ჩქარდება $\vec{a}$ ვექტორის მიმართულებით. აჩქარება გამონვეულია სამი ჰორიზონტალური ძალის მოქმედებით, რომელთაგან მხოლოდ ორია ნაჩვენები: $\vec{F}_1$ -ის სიდიდეა 10 ნ, ხოლო $\vec{F}_2$ -ისა – 20 ნ. რისი ტოლია მესამე $\vec{F}_3$ ძალა ერთეულოვან-ვექტორულ და სიდიდე-კუთხურ ჩანაწერში?

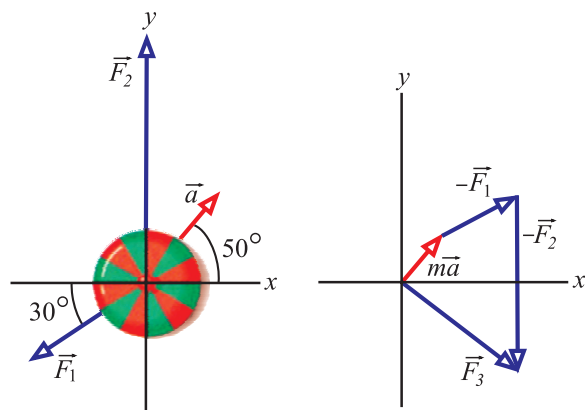
ამოხსნა: ქილაზე მოქმედი $\vec{F}_3$ ტოლქმედი სამი ძალის ჯამის ტოლია და $\vec{a}$ აჩქარებასთან ნიუტონის მეორე კანონითა დაკავშირებული ($\vec{F}_3 = m\vec{a}$). მაშასადამე,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a},$$

რაც მოგვცემს:

$$\vec{F}_3 = m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \quad (5.5)$$

ამ ამოცანაში ყველაფერი ორ განზომილებაში ხდება, მაშასადამე, 5.5 ფორმულის მარჯვენა მხარეს ვექტორული სიდიდეების ნაცვლად რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით $\vec{F}_3$ -ს ვერ ვიპოვნით. ამიტომ $m\vec{a}$, $-\vec{F}_1$ ($\vec{F}_1$ -ის შებრუნებული) და $-\vec{F}_2$ ($\vec{F}_2$ -ის შებრუნებული) ვექტორულად უნდა



სურ. 5.4. ა) სამიდან ორი ძალა, რომლებიც ნამცხვრის ქილაზე მოქმედებენ და მას $\vec{a}$ აჩქარებას ანიჭებენ. $\vec{F}_3$ არ ჩანს. ბ) $m\vec{a}$, $-\vec{F}_1$ და $-\vec{F}_2$ ვექტორების დალაგება $\vec{F}_3$ -ის მოსაძებნად.

შეიკრიბოს, როგორც ეს 5.4ბ სურათზეა ნაჩვენები. შეკრება შეიძლება ვექტორული კალკულატორის საშუალებით მოხდეს, ვინაიდან სამივე ვექტორის სიდიდე და კუთხე ვიცით. ასეა თუ ისე, ამ შემთხვევაში 5.5 ფორმულის მარჯვენა მხარეს კომპონენტების საშუალებით გამოვთვლით, ჯერ x

ლერძის გასწვრივ, შემდეგ კი y ღერძის გასწვრივ.

x ღერძის გასწვრივ გვაქვს:

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= ma_x - F_{1,x} - F_{2,x} \\ &= m(a \cos 50^\circ) - F_1 \cos(-150^\circ) - F_2 \cos 90^\circ. \end{aligned}$$

ცნობილი მონაცემების ჩასმით ვიპოვით:

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= (2 \text{ კგ})(3 \text{ მ/წმ}^2) \cos 50^\circ - (10 \text{ ნ}) \cos(-150^\circ) \\ &\quad - (20 \text{ ნ}) \cos 90^\circ = \\ &= 12,5 \text{ ნ}. \end{aligned}$$

ასეთივე მეთოდით ვპოულობთ y კომპონენტსაც:

$$\begin{aligned} F_{3,y} &= ma_y - F_{1,y} - F_{2,y} \\ &= m(a \sin 50^\circ) - F_1 \sin(-150^\circ) - F_2 \sin 90^\circ = \\ &= (2 \text{ კგ})(3 \text{ მ/წმ}^2) \sin 50^\circ - (10 \text{ ნ}) \sin(-150^\circ) \\ &\quad - (20 \text{ ნ}) \sin 90^\circ = \\ &= -10,4 \text{ ნ}. \end{aligned}$$

მაშასადამე, ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში გვექნება:

$$\begin{aligned} \vec{F}_3 &= F_{3,x} \hat{i} + F_{3,y} \hat{j} = (12,5 \text{ ნ}) \hat{i} - (10,4 \text{ ნ}) \hat{j} \\ &\approx (13 \text{ ნ}) \hat{i} - (10 \text{ ნ}) \hat{j} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

$\vec{F}_3$ -ის სიდიდისა და კუთხის გასაგებად შეგვიძლია ვექტორული კალკულატორი გამოვიყენოთ. სიდიდისა და კუთხის (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი) დადგენა 3.6 ფორმულის საშუალებითაც შეიძლება:

$$F_3 = \sqrt{F_{3,x}^2 + F_{3,y}^2} = 16 \text{ ნ}$$

$$\text{და} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_{3,y}}{F_{3,x}} = -40^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ამოსანის ამოხსნის ნიმუში 5.3

ბაგირის ქაჩვის შეჯიბრში ალექსი, ბეტი და ჩარლზი ავტომობილის საბურავს 5.5ა სურათზე ნაჩვენები კუთხეებით ექაჩებიან. საბურავი, სამი ძალის მოქმედების მიუხედავად, უძრავია. ალექსი საბურავს 220 ნ სიდიდის $\vec{F}_A$ ძალით ექაჩება, ხოლო ჩარლზი — 170 ნ სიდიდის $\vec{F}_C$ ძალით. $\vec{F}_C$ -ს მიმართულება ნაჩვენები არ არის. რისი ტოლია ბეტის $\vec{F}_B$ ძალის სიდიდე?

ამოხსნა: ვინაიდან სამი ძალა საბურავს აჩქარებას არ ანიჭებს, ამიტომ $\vec{a} = 0$ (ანუ ძალები ერთმანეთს ანონასწორებს). შეგვიძლია ნიუტონის მეორე კანონის დახმარებით ($\vec{F}_\Sigma = m\vec{a}$) ეს აჩქარება საბურავზე მოქმედი ძალების $\vec{F}_\Sigma$ ტოლქმედს დაეუკავშიროთ. ნიუტონის მეორე კანონი ასე დაინერგება:

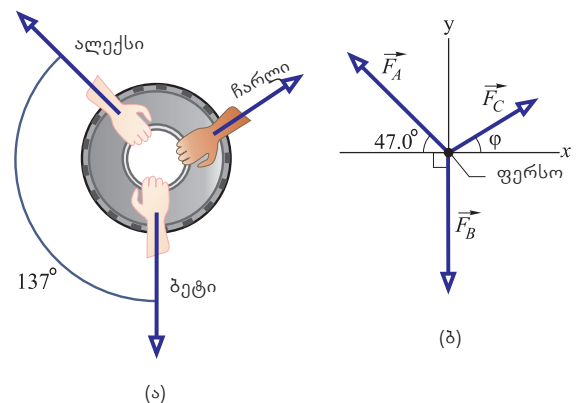
$$\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = m(0) = 0$$

ან

$$\vec{F}_B = -\vec{F}_A - \vec{F}_C \quad (5.6)$$

5.5ბ სურათზე ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი, რომელზეც კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავე საბურავს დავამთხვიეთ, ხოლო $\vec{F}_C$ -ს კუთხე ϕ ასოთი აღვნიშნეთ.

გვინდა $\vec{F}_B$ -ს სიდიდის გაგება. ვიცით $\vec{F}_A$ -ს სიდიდე და კუთხე, აგრეთვე $\vec{F}_C$ -ს მხოლოდ სიდიდე. მაშასადამე, 5.6 ფორმულის ორივე მხარეს უცნობები გვაქვს და ვექტორულ კალკულატორზე მას ვერ ამოვხსნით. ამის ნაცვლად, ფორმულა 5.6 უნდა გადავწეროთ x ან y ღერძის კომპონენტების



სურ. 5.5 ა) სამი ადამიანი ექაჩება საბურავს. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი საბურავისთვის.

საშუალებით. ვინაიდან $\vec{F}_B$ მიმართულია y ღერძის გასწვრივ, ვირჩევთ ამ ღერძს და ვწერთ:

$$F_{By} = -F_{Ay} - F_{Cy}$$

კომპონენტების კუთხეების განსაზღვრით და $\vec{F}_A$ -სთვის $133^\circ (=180^\circ - 47^\circ)$ კუთხის გამოყენებით მივიღებთ:

$$F_B \sin(-90^\circ) = -F_A \sin 133^\circ - F_C \sin \phi$$

მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

$$-F_B = -(220 \text{ ნ})(\sin 133^\circ) - (170 \text{ ნ}) \sin \phi \quad (5.7)$$

მაგრამ ϕ კუთხე ჯერ კიდევ არ ვიცით.

φ კუთხის პოვნას შევძლებთ, თუ 5.6 ფორმულას x ღერძისთვის გადავწეროთ, როგორც:

$$F_{Bx} = -F_{Ax} - F_{Cx}$$

შემდეგ გვქვია:

$$F_B \cos(-90^\circ) = -F_A \cos 133^\circ - F_C \cos \varphi$$

რაც მოგვცემს:

$$0 = -(220 \text{ ნ})(\cos 133^\circ) - (170 \text{ ნ}) \cos \varphi$$

ხოლო

$$\varphi = \cos^{-1} - \frac{(220 \text{ ნ})(\cos 133^\circ)}{170 \text{ ნ}} = 28,04^\circ$$

ამ პასუხის 5.7 ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$F_B = 241 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ამოცანის ამოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 1: განზომილებები და ვექტორები

ბევრი სტუდენტი ვერ აცნობიერებს იმას, რომ მოქმედება ერთ განზომილებაში არ ხდება, და ეს შეცდომა წიგნზე მუშაობის პროცესში თან სდევს. ძალების ტოლქმედის მისაღებად ამ ძალების სიდიდეების უბრალოდ მიმატება ან გამოკლება არ შეიძლება, თუ ისინი ერთი და იმავე ღერძის გასწვრივ არაა მიმართული. სხვა შემთხვევაში უნდა გამოიყენოთ ვექტორული შეკრება, ვექტორული კალკულატორით ან ღერძების გასწვრივ კომპონენტების პოვნით, როგორც ეს ამოცანის ამოხსნის 5.2 ნიმუშშია გაკეთებული.

ტაქტიკა 2: ძალებთან დაკავშირებული ამოცანების წაკითხვა

ამოცანის პირობა რამდენჯერმე წაიკითხე, რათა კარგად გაიაზრო მოცემული მდგომარეობა, მონაცემები და ისიც, თუ რას მოითხოვს შენგან ამოცანა. თუ უკვე იცი, რას შეეხება ამოცანა, მაგრამ ვერ ხვდები, რა უნდა გააკეთო, მაშინ ამოცანა გვერდზე გადადე და სასწავლო ტექსტი გადაიკითხე. თუ ნიუტონის მეორე კანონი კარგად ვერ გაიგე, ეს თავი კიდევ წაიკითხე. შეისწავლე ამოცანის ამოხსნის ნიმუშები და დაიმასხოვრე, რომ ფიზიკის ამოცანების ამოხსნას ვარჯიში სჭირდება (ისევე, როგორც მანქანის შეკეთებას ან კომპიუტერული სქემების დაპროექტებას). შენ

ხომ ამოცანის ამოხსნის უნარი დაბადებიდან არ მოგყოლია.

ტაქტიკა 3: ორი ტიპის ნახაზი

ამოხსნისას შეიძლება ორი ნახაზი დაგჭირდეს. პირველი — მდგომარეობის უხეში ესკიზია. როდესაც ძალებს ხაზავ, თითოეული ძალის ვექტორის სათავე სხეულის ზედაპირს ან ცენტრს დაამთხვავე. მეორე ნახაზი თავისუფალი სხეულის გრაფიკა, სადაც სხეული წერტილის ან მარტივი ფიგურის სახითაა წარმოდგენილი. თითოეული ძალის ვექტორის სათავე ამ წერტილს ან ფიგურას დაამთხვავე.

ტაქტიკა 4: რომელია შენი სისტემა?

თუ ნიუტონის მეორე კანონს იყენებ, უნდა იცოდეს, რომელ სხეულს ან სისტემას მიუსადაგებ. ამოცანის ამოხსნის 5.1 ნიმუშში ეს სხეული ჰოკეის შაიბაა (და არა ყინული), ამოცანის ამოხსნის 5.2 ნიმუშში — ნამცხვრის ქილა, ამოცანის ამოხსნის 5.3 ნიმუშში კი — საბურავი (და არა ადამიანები).

ტაქტიკა 5: ღერძები გონივრულად აირჩიე

ამოცანის ამოხსნის 5.3 ნიმუშში უამრავი შრომა დავხოვეთ, როცა კოორდინატა ღერძები ისე განვალაგეთ, რომ y ღერძი ერთ-ერთ ძალის მიმართულებას დაემთხვა (y ღერძი $\vec{F}_B$ ძალას).

5.7 ზოგიერთი ჟონახატანი ძალა

მიზიდულობის ძალა ანუ გრავიტაცია

სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა ანუ გრავიტაცია ის ძალაა, რომელიც მეორე სხეულისკენაა მიმართული. წინა თავებში არ გაგვირკვევია ამ ძალის ბუნება და განვიხილავდით ისეთ სიტუაციებს, სადაც მეორე სხეული დედამიწა იყო. თუმცა, როდესაც ვლაპარაკობთ სხეულზე მოქმედ $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალაზე, ვგულისხმობთ ძალას, რომელიც სხეულს დედამიწის ცენტრის მიმართულებით უბიძგებს ანუ მიმართულია ქვევით. მომავალში დავუშვებთ, რომ დედამიწა ათვლის ინერციული სისტემაა.

როცა m მასის სხეული თავისუფალი ვარდნის g აჩქარებით თავისუფლად ეცემა, ჰაერის ზემოქმედებას უგულებელვყოფთ და სხეულზე მოქმედ ერთადერთ ძალად $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალას მივიჩნევთ.

ქვევით მიმართული მიზიდულობის ძალა და აჩქარება შეგვიძლია ერთმანეთს ნიუტონის მეორე კანონის ($\vec{F} = m\vec{a}$) საშუალებით დავუკავშიროთ. ვერტიკალურ y ღერძს სხეულის მოძრაობის ტრაექტორიის გასწვრივ გავავლებთ და ზედა მიმართულებას დადებითად მივიჩნევთ. ამ ღერძისთვის ნიუტონის მეორე კანონი შემდეგ სახეს მიიღებს: $F_{\phi,y} = ma_y$. ჩვენს შემთხვევაში გვექნება:

$$-F_g = m(-g)$$

ან

$$F_g = mg \quad (5.8)$$

ანუ მიზიდულობის ძალა mg ნამრავლის ტოლია.

იმავე სიდიდის მქონე მიზიდულობის ძალა სხეულზე მაშინაც მოქმედებს, როდესაც ის თავისუფლად კი არ ვარდება, არამედ, მაგალითად, მაგიდაზე დევს ან მაგიდაზე მოძრაობს (მიზიდულობის ძალის გასაქრობად დედამიწა უნდა გაუჩინარდეს).

ვექტორულ ფორმაში ნიუტონის მეორე კანონი მიზიდულობის ძალისთვის ასე შეიძლება ჩაინეროს:

$$\vec{F}_g = -F_g \hat{j} = -mg \hat{j} = m\vec{g}, \quad (5.9)$$

სადაც $\hat{j}$ არის ზედა მიმართულების მიმანიშნებელი ერთეულოვანი ვექტორი y ღერძისთვის, ხოლო $\vec{g}$ — თავისუფალი ვარდნის აჩქარება (ვექტორული სახით), რომელიც ქვევითაა მიმართული.

წონა

სხეულის წონა W იმ ტოლქმედი ძალის სიდიდეა, რომელიც სხეულის თავისუფალი ვარდნის შესაჩერებლად საჭირო. მაგალითად, მიწაზე დგომის დროს ბურთის ხელით დასაჭერად უნდა წარმოქმნა ზევით მიმართული ძალა, რომელიც სხეულზე მოქმედ მიზიდულობის ძალას გააწონასწორობს. დავუშვათ, მიზიდულობის ძალაა 2 ნ, მაშინ ზევით მიმართული ძალა 2 ნ უნდა იყოს, და ბურთის W წონაც 2 ნიუტონი იქნება. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ ბურთი 2 ნიუტონს იწონის.

3 ნ წონის ბურთის გაჩერებას უფრო დიდი ძალა – 3 ნ დასჭირდება. ამის მიზეზი უფრო დიდი (3 ნ) მიზიდულობის ძალაა. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ მეორე ბურთი პირველზე მძიმეა.

ახლა კი მოდით სიტუაცია განვაზოგადოთ. განვიხილოთ სხეული, რომლის $\vec{a}$ აჩქარება დედამიწის მიმართ ნულის ტოლია. დედამიწას მივიჩნევთ ათვლის ინერციულ სისტემად. სხეულზე მოქმედებს ორი ძალა: ქვევით მიმართული $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა და მისი გამაწონასწორებელი W სიდიდის ძალა. ვერტიკალური y ღერძისთვის, რომლის ზედა მიმართულება დადებითადაა მიჩნეული, ნიუტონის მეორე კანონი შემდეგი სახით შეიძლება დაინეროს:

$$F_{\phi,y} = ma_y$$

ჩვენს მაგალითში ეს იქნება:

$$W - F_g = m \cdot 0 \quad (5.10)$$

ანუ

$$W = F_g \quad (\text{წონა, როდესაც დედამიწა ათვლის ინერციული სისტემა}) \quad (5.11)$$

ეს ტოლობა გვაუწყებს, რომ:

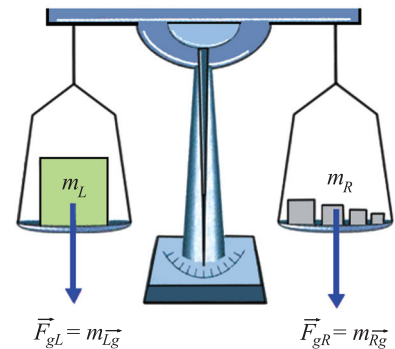


სხეულის W წონა სხეულზე მოქმედი F_g მიზიდულობის ძალის სიდიდის ტოლია.

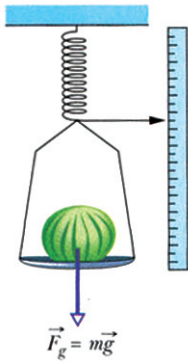
5.8 ფორმულაში F_g -ს ნაცვლად W -ის ჩასმით მივიღებთ:

$$W = mg \quad (\text{წონა}) \quad (5.12)$$

ეს ფორმულა სხეულის წონას მასასთან აკავშირებს.



სურ. 5.6. ტოლმზარდიანი სასწორი. როდესაც სასწორი გაწონასწორებულია, სასწონ სხეულზე მოქმედი F_{gL} მიზიდულობის ძალა (მარცხენა თევშზე) და მითითებულ სხეულებზე (მარჯვენა თევშზე) მოქმედი მთლიანი F_{gR} მიზიდულობის ძალა ტოლია. ამგვარად, სასწონი სხეულის m_L მასა და მითითებული სხეულების მთლიანი m_R მასა ტოლია.



სურ. 5.7. ზამბარიანი სკალა (დაგრადულირებული ზამბარა). მისი ჩვენება თეფშზე მდებარე სხეულის **წონის** პროპორციულია. თუ მითითებულია წონის ერთეული, სკალა წონას უჩვენებს. თუ, პირიქით, მითითებულია მასის ერთეული, მაშინ სკალა სხეულის წონას უჩვენებს იმ შემთხვევაში, თუ გ-ს მნიშვნელობა სკალის გამოყენების ადგილმდებარეობაში იგივეა, რაც სკალის დაყოფის ადგილმდებარეობაში.

ანონვა შესაძლებელია სააბაზანოში ან სწრაფ მატარებელში. მაგრამ, თუ აჩქარებულ ესკალატორზე ანონვას გადაწყვეტ, მაშინ ჩვენება შენი ნამდვილის წონისგან განსხვავებული იქნება. ასეთ გაზომვას მოჩვენებითი ეწოდება.

ყურადღებით: სხეულის წონა მასა არ არის. წონა ძალის სიდიდეა და მასასთან 2.15 ფორმულითაა დაკავშირებული. თუ სხეულს გადაიტან წერტილში, სადაც გ განსხვავებულია, მაშინ მისი მასა (შინაგანი მახასიათებელი) უცვლელი დარჩება, წონა კი შეიცვლება. მაგალითად, 7,2 კგ მასის კეგლის ბურთის წონა დედამიწაზე 71 ნიუტონია, მთვარეზე კი — მხოლოდ 12 ნ. მასა დედამიწაზეც და მთვარეზეც ერთნაირია, მაგრამ მთვარეზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა 1,7 მ/წმ².

სხეულის ძალები

ლეიბზე დგომისას დედამიწა ქვევით გექაჩება, შენ კი მაინც უძრავ მდგომარეობაში ხარ. ამის მიზეზი ლეიბია, რომელიც შენს ფეხებს ქვემოთ დეფორმირდება და მაღლა გიბიძგებს. ასევე, როცა იატაკზე დგახარ, ის დეფორმირდება (შეიკუმშება ან ჩაილუნება) და ზევით გიბიძგებს. ერთი შეხედვით მყარი ბეტონის იატაკიც კი ასევე იქცევა (თუ ის დედამიწაზე მყარად არ არის დამაგრებული, ბევრი ადამიანის დგომისას ის შეიძლება ჩატყდეს კიდეც).

ლეიბიდან ან იატაკიდან შენზე მოქმედ ძალას $\vec{F}_N$ **დრეკადობის ძალა** ეწოდება. იატაკიდან შენზე მოქმედი დრეკადობის ძალა იატაკის პერპენდიკულარულია.

როდესაც სხეული ზედაპირს აწევა, ზედაპირი (ერთი შეხედვით მყარიც კი) დეფორმირდება და სხეულზე $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალით მოქმედებს, რომელიც ზედაპირის პერპენდიკულარულია.

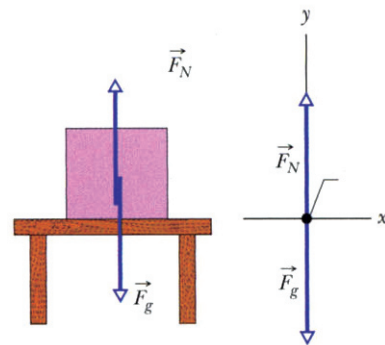
5.8ა სურათზე ამის მაგალითია ნაჩვენები. m მასის სხეული მაგიდას აწევა და მის დეფორმაციას $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის გავლენით ახდენს. მაგიდა სხეულზე $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალით მოქმედებს. 5.8ბ სურათზე ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი. სხეულზე ვერტიკალურად მოქმედებს $\vec{F}_g$ და $\vec{F}_N$ ძალები. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში ნიუტონის მეორე კანონი ზევით მიმართული y ღერძის პირობებში ($F_{\Sigma y} = ma_y$) შემდეგი სახით დაიწერება:

$$F_N - F_g = ma_y$$

სხეულის აწონვა მისი წონის გაზომვას ნიშნავს. სხეულს ვდებთ თანაბარმხრიანი სასწორის ერთ-ერთ თეფშზე (სურ. 5.6), ხოლო ცნობილი მასის მქონე საწონებს მეორეზე ვაწყობთ, სანამ წონასწორობა არ დამყარდება (სანამ ორივე მხარეს მოქმედი მიზიდულობის ძალა ერთმანეთის ტოლი არ გახდება). ამ შემთხვევაში სასწორის თეფშების მასები ტოლია და ვიგებთ სხეულის მასას. თუ წონასწორობის ადგილზე გ-ს მნიშვნელობა ვიცით, სხეულის წონას 5.12 ფორმულის საშუალებით ვიპოვით.

სხეულის აწონვა შესაძლებელია ზამბარიანი სასწორითაც (სურ. 5.7). სხეული ზამბარას გაჭიმავს და მასის ან წონის ერთეულებით დაგრადულირებული სკალის გასწვრივ მაჩვენებელს გადაადგილებს (აშშ-ში სასწორების უმეტესობა ამ პრინციპით მუშაობს და დაგრადულირებულია ძალის გირვანქებში). როცა სასწორს მასის ერთეულები აქვს, ჩვენება მხოლოდ მაშინ იქნება სწორი, თუ გ-ს მნიშვნელობა სასწორის დამზადების ადგილსა და აწონვის ადგილზე ერთნაირია.

სხეულის აწონვა მაშინ ხდება, როდესაც სხეული ვერტიკალურად დედამიწის მიმართ არ ჩქარდება. მაგალითად,



სურ. 5.8. ა) მაგიდაზე დადებული უძრავი სხეული მაგიდის პერპენდიკულარული $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალის მოქმედებას განიცდის. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ამ სხეულისთვის.

5.8 ფორმულიდან F_g -ს ნაცვლად ჩავსვით mg , მივიღებთ:

$$F_N - mg = ma_y$$

მაშინ დრეკადობის ძალა იქნება:

$$F_N = mg + ma_y = m(g + a_y) \quad (5.13)$$

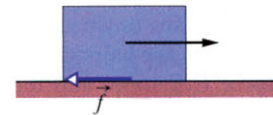
მაგიდის ან სხეულის ნებისმიერი ვერტიკალური a_y აჩქარების შემთხვევაში (მაგალითად, მოძრავ ლიფტში), თუ მაგიდა და სხეული დედამიწის მიმართ აჩქარებას არ განიცდის, მაშინ $a_y = 0$ და ფორმულა 5.13 გვაძლევს:

$$F_N = mg \quad (5.14)$$

საკონტროლო წერტილი 4. 5.8 სურათზე $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა mg -ზე მეტია, ნაკლებია თუ ტოლია, როდესაც სხეული და მაგიდა ლიფტით ზევით მოძრაობს ა) თანაბარი სიჩქარით და ბ) ზრდადი სიჩქარით?

ხახუნი

თუ სხეულს ზედაპირზე გავასრიალებთ ან გასრიალებას შევეცდებით, სხეულსა და ზედაპირს შორის წინააღმდეგობა გაჩნდება (ამ წინააღმდეგობას უფრო დაწვრილებით შემდეგ თავში განვიხილავთ). ეს წინააღმდეგობა ერთი $\vec{f}$ ძალითაა წარმოდგენილი და მას **ხახუნის ძალა** ან, უბრალოდ, **ხახუნი** ეწოდება. ეს ძალა მიმართულია ზედაპირის გასწვრივ მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით (სურ. 5.9). სიტუაციის გასამარტივებლად ხახუნს ზოგჯერ უგულებელყოფენ (და ამბობენ, რომ ზედაპირი ხახუნისგან თავისუფალია).

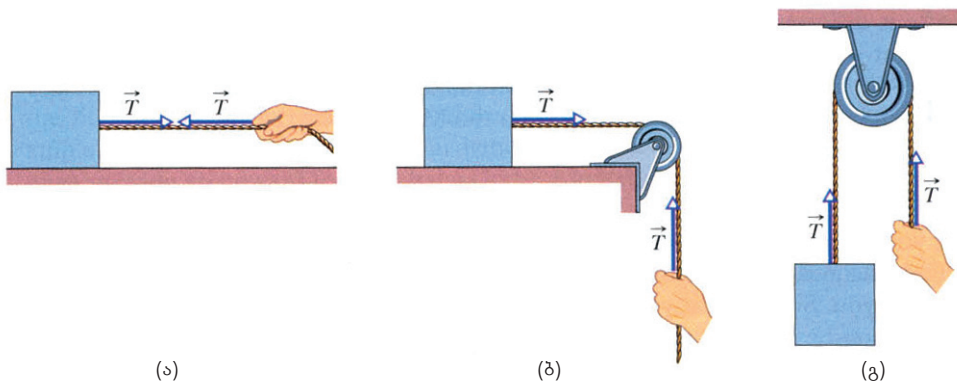


სურ. 5.9. $\vec{f}$ ხახუნის ძალა ზედაპირზე სხეულის სრიალს ეწინააღმდეგება.

დაჭიმულობა

როდესაც თოკი (ძაფი, კაბელი ან სხვა მსგავსი საგანი) მიმაგრებულია სხეულზე და ძლიერად იჭიმება, ამით სხეულზე მოქმედებს $\vec{T}$ ძალით, რომელიც მიმართულია სხეულიდან გარეთ და თოკის გასწვრივ (სურ. 5.10ა). ამ ძალას ხშირად **დაჭიმულობის ძალას** უწოდებენ, ვინაიდან თოკი დაჭიმულია. თოკის დაჭიმულობა სხეულზე მოქმედი T ძალის სიდიდეა. მაგალითად, თუ თოკიდან სხეულზე მოქმედი ძალაა $T=50$ ნ, მაშინ თოკის დაჭიმულობაც 50 ნ ყოფილა.

ვუშვებთ, რომ თოკის მასა ნულოვანია (ანუ მისი მასა სხეულის მასასთან შედარებით უმნიშვნელოა), თავად თოკი კი არაელასტიურია. ამ შემთხვევაში თოკი უბრალოდ ორ სხეულს აკავშირებს. ის ორივე სხეულზე ერთი და იმავე T ძალით მოქმედებს, იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც სხეულები და თოკი



სურ. 5.10. ა) თოკი დაჭიმულია. თუ მისი მასა უმნიშვნელოა, თოკი სხეულსა და ხელზე $\vec{T}$ ძალით მოქმედებს, იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც თოკი უწონო და ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზეა შემოხვეული, როგორც ბ) და გ) შემთხვევებში.

აჩქარებით მოძრაობს ან თოკი უმნიშვნელო მასის, ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე (სურათები 5.10ბ და გ) შემოხვეული. ასეთ ბლოკს სხეულებთან შედარებით უმნიშვნელო მასა და ხახუნი აქვს. თუ თოკი ბლოკზე ნახევრადაა შემოხვეული (როგორც 5.10გ სურათზე), მაშინ თოკიდან ბლოკზე მოქმედი ძალის ტოლქმედია $2T$.

საკონტროლო წერტილი 5. 5.10გ სურათზე თოკზე დაკიდებული სხეულის წონაა 75 ნ. ამაზე მეტია, ნაკლებია თუ ტოლია T , როდესაც სხეული ზევით მოძრაობს ა) თანაბარი სიჩქარით, ბ) მზარდი სიჩქარით და გ) კლებადი სიჩქარით?

ნამოსახანის ნამოსახანის ტექნიკა

ტექნიკა 6: დრეკადობის ძალა

ფორმულა 5.14 სხეულზე მოქმედი დრეკადობის ძალისთვის მხოლოდ მაშინაა გამოსადეგი, როდესაც $\vec{F}_N$ მიმართულია ზევით და სხეულის ვერტიკალური აჩქარება ნულის ტოლია. მაშასადამე, ამ ფორმულას $\vec{F}_N$ -ის სხვა მიმართულებების და ვერტიკალური აჩქარების არსებობის დროს არ ვიყენებთ. მის ნაცვლად ნიუტონის მეორე კანონისგან $\vec{F}_N$ -ის ახალი ფორმულა უნდა გამოვიყვანოთ.

შეგვიძლია სურათზე $\vec{F}_N$ გადავაადგილოთ,

ოღონდ მისი მიმართულება უცვლელი უნდა დარჩეს. მაგალითად, 5.8ა სურათზე შესაძლებელია $\vec{F}_N$ ისე გადავაადგილოთ, რომ მისი სათავე სხეულსა და მაგიდას შორის საზღვარს დაემთხვეს. $\vec{F}_N$ -ის არასწორად გამოსახვის ალბათობა ყველაზე ნაკლებია, თუ მის სათავეს სხეულის კიდეზე ან თავად სხეულში (როგორც ნაჩვენებია) მოვათავსებთ. კიდევ უფრო უკეთესია თავისუფალი სხეულის გრაფიკის აგება (სურ. 5.8ბ), როდესაც $\vec{F}_N$ -ის სათავე სხეულის ამსახველ წერტილს ან გამოსახულებას ემთხვევა.

ნამოსახანის ნამოსახანის ნიშნები 5.4

აფრენის ილუზია. ადამიანის მიერ ვერტიკალის შეგრძნება ვიზუალურ ნიშნებსა და შიდა ყურში განლაგებულ ვესტიბულარულ სისტემას ეფუძნება. ეს სისტემა სითხეში მოთავსებული პატარა ბუსუსებისგან შედგება. როდესაც თავი სწორად გიჭირავს, ბუსუსების მიმართულება $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალას ემთხვევა და სისტემა ტვინს ატყობინებს, რომ თავისწორად გიჭირავს. როდესაც თავს რაიმე ϕ კუთხით უკან გადახრი, ბუსუსები გადაიხრება და სისტემა ტვინს გადახრის თაობაზე აცნობებს. ეს ბუსუსები ასევე გადაიხრება, თუ $\vec{F}_{\text{ჰორ}}$ ძალის მოქმედებით ჰორიზონტალურადაა აჩქარებული. ამ შემთხვევაში ტვინისთვის გაგზავნილი მცდარი სიგნალი ამბობს, რომ თავი უკანაა გადახრილი და ვექტორთა ჯამის $\vec{F}_{\text{ჯ}} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{ჰორ}}$ მიმართულებას ემთხვევა (სურ. 5.11ა). მიუხედავად ამისა, ამ მცდარ სიგნალს გონება უგულებელყოფს, თუ თვალები ხედავს, რომ თავი გადახრილი არ არის, როგორც, მაგალითად, მანქანით აჩქარების შემთხვევაში.

ავიამზიდის გემბანიდან სწრაფად აფრენილი პილოტი ვიზუალურ ნიშნებს ღამით ვერ ხედავს. გადახრის ილუზია საკმაოდ ძლიერი და

დამაჯერებელია, ამიტომ პილოტს ერეცნება, რომ თვითმფრინავი გემბანიდან მკვეთრად მალლა აწეული ცხვირით ფრინდება. სპეციალური წვრთნის გარეშე პილოტი შეეცდება თვითმფრინავის ცხვირი დახაროს და პირდაპირ ოკეანეში აღმოჩნდება.

დავუშვათ, პილოტი თანაბარ ჰორიზონტალურ აჩქარებას განიცდის და აფრენის 85 მ/წმ სიჩქარეს 90 მ მანძილზე აღწევს. რისი ტოლია პილოტისთვის მოჩვენებითი დახრის ϕ კუთხე?

ამოხსნა: საჭიროა იმ წრფის ϕ დახრილობის გაგება, რომელზეც მდებარეობს $\vec{F}_{\text{ჯ}}$ ვექტორი. $\vec{F}_{\text{ჯ}}$ არის პილოტზე მოქმედი ვერტიკალური $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალისა და ზურგიდან მოქმედი ჰორიზონტალური $\vec{F}_{\text{ჰორ}}$ ძალების ჯამი. ϕ კუთხის პოვნა შესაძლებელია, თუ ვექტორებს 5.11ბ სურათის მიხედვით დავალაგებთ და შემდეგ დავწერთ:

$$\tan \phi = \frac{F_{\text{ჰორ}}}{F_g}$$

ან

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{F_{\text{ჰორ}}}{F_g} \right) \quad (5.15)$$

ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით შესაძლებელია $F_{\text{პორ}}$ მოდებული ძალისა და პილოტის a_x აჩქარების ერთმანეთთან დაკავშირება: $F_{\text{პორ}} = ma_x$, სადაც m პილოტის მასაა. ვინაიდან აჩქარება თანაბარია, ამიტომ a_x -ის საპოვნელად შეგვიძლია 2.1 ცხრილის ფორმულები გამოვიყენოთ. ცნობილია საწყისი სიჩქარე ($v_0=0$), საბოლოო სიჩქარე ($v_x = 85 \text{ მ/წმ}$) და გადაადგილება ($x-x_0=90 \text{ მ}$), შესაბამისად, ვიყენებთ 2.16 ფორმულას ($v^2 = v_0^2 + 2a(x-x_0)$) და ვწერთ:

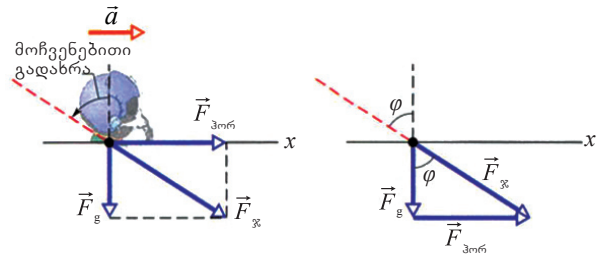
$$(85 \text{ მ/წმ})^2 = 0^2 + 2a_x(90 \text{ მ})$$

$$\text{ანუ } a_x = 40,1 \text{ მ/წმ}^2.$$

ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად, $F_{\text{პორ}} = m(40 \text{ მ/წმ}^2)$. ჩავსვათ ეს შედეგი და $F_g = m(9,8 \text{ მ/წმ}^2)$ 5.15 ფორმულაში, მივიღებთ:

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{m(40 \text{ მ/წმ}^2)}{m(9,8 \text{ მ/წმ}^2)} \right) = 76^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, ავიაშიდის გემბანზე თვითმფრინავის აჩქარებისას პილოტს 76° -ით უკან



სურ. 5.11. ა) მარჯვნივ მიმართული $\vec{F}_{\text{პორ}}$ ძალა პილოტზე აფრენის დროსაა მოდებული. პილოტს ეჩვენება, რომ თავი წყვეტილი ზოლის გასწვრივ გადაიხარა. ბ) ვექტორების ჯამი $\vec{F}_{\text{წ}} (= \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{პორ}})$ ვერტიკალისადმი φ კუთხითაა დახრილი.

გადახრის ილუზია ექმნება ანუ ეჩვენება, რომ თვითმფრინავის ცხვირი 76° -ით აიწია. ამ ილუზიამ პილოტს შეიძლება აფრენის შემდეგ თვითმფრინავის ცხვირის 76° -ით დახრა აიძულოს.

5.8. ნიუტონის მესამე კანონი

ამბობენ, ორი სხეული ურთიერთქმედებს, როდესაც ეს სხეულები ერთმანეთს უბიძგებს ან ექაჩება, ანუ თითოეული სხეული მეორეზე ძალით მოქმედებს. მაგალითად, როცა B ნიგნს C ყუთს მიაყუდებ (სურ. 5.12ა), ნიგნი და ყუთი ურთიერთქმედებენ. ყუთი ნიგნზე $\vec{F}_{BC}$ ჰორიზონტალური ძალით მოქმედებს, ხოლო ნიგნი ყუთზე — $\vec{F}_{CB}$ ჰორიზონტალური ძალით. ძალების წყვილი ნაჩვენებია 5.12ბ სურათზე.



ნიუტონის მესამე კანონი: ორი სხეული ურთიერთქმედებს ძალებით, რომლებიც სიდიდით ერთმანეთის ტოლია, ხოლო მიმართულებით — საწინააღმდეგო.

ნიგნისა და ყუთითვის ეს კანონი სკალარულად ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

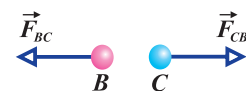
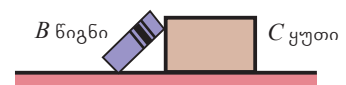
$$F_{BC} = F_{CB} \quad (\text{თანაბარი სიდიდეები})$$

ხოლო ვექტორულად:

$$\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB} \quad (\text{თანაბარი სიდიდეები და საწინააღმდეგო მიმართულებები})$$

“მინუს” ნიშანი გვამცნობს, რომ ამ ვექტორებს ურთიერთ-საწინააღმდეგო მიმართულება აქვთ. ორ სხეულზე მოქმედ ძალებს **მესამე კანონის ძალთა წყვილი** შეიძლება ვუწოდოთ. როდესაც ორი სხეული ერთმანეთზე მოქმედებს, ამ დროს აუცილებლად არსებობს მესამე კანონის ძალთა წყვილი. ნიგნიცა და ყუთიც 5.12ა სურათზე უძრავია, მაგრამ მესამე კანონი მათი მოძრაობისა და აჩქარების შემთხვევაშიც იმოქმედებდა.

კიდევ ერთი მაგალითის სახით მესამე კანონის ძალთა წყვილები 5.13ა სურათზე ნაჩვენებია ნესვისთვის განვიხილოთ, რომელიც მინაზე დადგმულ მაგიდაზე ძევს. ნესვი მაგიდაზე და დედამინაზე მოქმედებს (ამჯერად მოცემული გვაქვს სამი სხეული, რომელთა ურთიერთქმედება უნდა შევისწავლოთ).



სურ. 5.12. ა) B ნიგნი მიყუდებულია C ყუთზე. ბ) $\vec{F}_{BC}$ (ყუთიდან ნიგნზე) და $\vec{F}_{CB}$ (ნიგნიდან ყუთზე) ძალებს თანაბარი სიდიდე და საწინააღმდეგო მიმართულება აქვს.

თავდაპირველად ყურადღება გაავამახვილოთ ნესვზე მოქმედ ძალებზე (სურ. 5.13ბ). $\vec{F}_{CT}$ არის მაგიდის მხრიდან ნესვზე მოქმედი დრეკადობის ძალა, ხოლო $\vec{F}_{CE}$ — ნესვზე მოქმედი დედამიწის მიზიდულობის ძალა. არის თუ არა ეს ძალები მესამე კანონის ძალთა წყვილი? არა, ვინაიდან ისინი ორ სხეულზე კი არა, არამედ ერთზე — ნესვზე მოქმედებს.

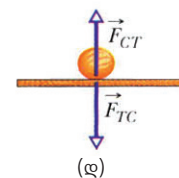
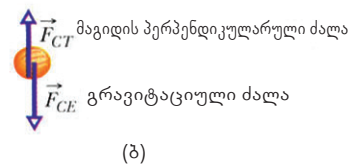
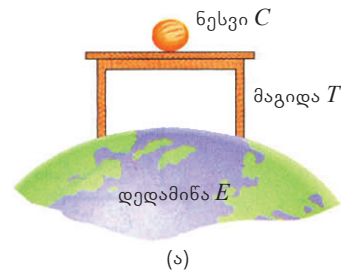
მესამე კანონის ძალთა წყვილის საპოვნელად ყურადღება უნდა გამავახვილოთ არა ნესვზე, არამედ ნესვსა და სხვა სხეულს შორის ურთიერთქმედებაზე. ნესვი-დედამიწის ურთიერთქმედებისას (სურ. 5.13გ) დედამიწა ნესვზე $\vec{F}_{CE}$ მიზიდულობის ძალით მოქმედებს, ხოლო ნესვი დედამიწაზე — $\vec{F}_{EC}$ მიზიდულობის ძალით. არის თუ არა ეს ძალები მესამე კანონის ძალთა წყვილი? არის, ვინაიდან ისინი ორ სხეულს შორის მოქმედებს. მაშასადამე, ნიუტონის მესამე კანონის თანახმად:

$$\vec{F}_{CE} = -\vec{F}_{EC} \quad (\text{დედამიწა-ნესვის ურთიერთქმედება})$$

მაგიდა-ნესვის ურთიერთქმედებაში მაგიდა ნესვზე $\vec{F}_{CT}$ დრეკადობის ძალით მოქმედებს, ხოლო ნესვი მაგიდაზე — $\vec{F}_{TC}$ დრეკადობის ძალით (სურ. 5.13დ). ეს ძალებიც მესამე კანონის ძალთა წყვილია და, მაშასადამე:

$$\vec{F}_{CT} = -\vec{F}_{TC} \quad (\text{ნესვი-მაგიდის ურთიერთქმედება})$$

საკონტროლო წერტილი 6. დავეუშვათ, 5.13 სურათზე ნაჩვენებია ნესვი და მაგიდა მოთავსებულია ლიფტის კაბინაში, რომელიც ზედა მიმართულებით ჩქარდება. ა) გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება $\vec{F}_{TC}$ -ს და $\vec{F}_{CT}$ -ს სიდიდეები? ბ) არის თუ არა ეს ორი ძალა კვლავ თანაბარი სიდიდისა და სანინალმდეგო მიმართულების? გ) გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება $\vec{F}_{CE}$ -ს და $\vec{F}_{EC}$ -ს სიდიდეები? დ) არის თუ არა ეს ორი ძალა კვლავ თანაბარი სიდიდისა და სანინალმდეგო მიმართულების?



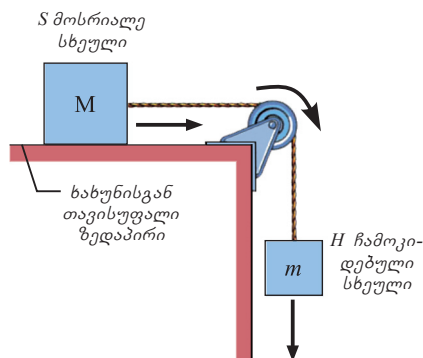
სურ. 5.13. ა) ნესვი მიწაზე დადგმული მაგიდაზე დევს. ბ) ნესვზე მოქმედი ძალებია $\vec{F}_{CT}$ და $\vec{F}_{CE}$. გ) მესამე კანონის ძალთა წყვილი ნესვისა და დედამიწის ურთიერთქმედებისას. დ) მესამე კანონის ძალთა წყვილი ნესვისა და მაგიდის ურთიერთქმედებისას.

5.9. ნიუტონის კანონების გამოყენება

ამ თავის დანარჩენი ნაწილი ამოცანის ნიმუშებისგან შედგება. დანვრილებით უნდა შეისწავლო ისინი და დააკვირდე არა მხოლოდ პასუხებს, არამედ ამოცანის ამოხსნის პროცედურებსაც. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მდგომარეობის გადატანა თავისუფალი სხეულის გრაფიკზე ისე, რომ ნიუტონის კანონების გამოყენება შეიძლებოდეს. ამოცანის ამოხსნის პირველი ნიმუში უკიდურესად დეტალურად არის გადმოცემული და კითხვა-პასუხის მეთოდს იყენებს.

აქოსანის აქოსნის ნიქაში 5.5

5.14 სურათზე ნაჩვენებია $M=3,3$ კგ მასის S სხეული (მოსრილე სხეული). ის ხახუნისგან თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოძრაობს და მეორე H სხეულთან (ჩამოკიდებული სხეული) ხახუნისგან თავისუფალ $m=2,1$ კგ მასის ბლოკზე შემოხვეული თოკითაა დაკავშირებული. თოკისა და ბლოკის მასები სხეულების მასებთან შედარებით უმნიშვნელოა. H ჩამოკიდებული სხეული S მოსრილე სხეულის მარჯვნივ აჩქარების დროს ქვევით ჩადის. გამოთვალე ა) S სხეულის აჩქარება, ბ) H სხეულის აჩქარება და გ) თოკის დაჭიმულობა.

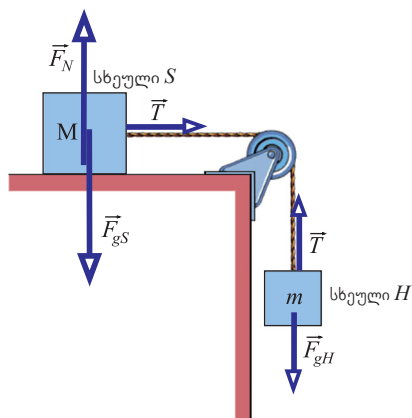


სურ. 5.14. M მასის S სხეული ბლოკზე შემოხვეული თოკით m მასის H სხეულთან არის დაკავშირებული.

შეკითხვა: რაში მდგომარეობს ამოცანის არსი?

მოცემული გაქვს ორი სხეული – მოსრილე და ჩამოკიდებული, მაგრამ მათ გარდა განვიხილავთ დედამიწასაც, რომელიც ორივე სხეულზე მოქმედებს (დედამიწის გარეშე საერთოდ არაფერი მოხდებოდა). როგორც 5.15 სურათზეა ნაჩვენები, სხეულებზე 5 ძალა მოქმედებს:

1. თოკი S მოსრილე სხეულს T სიდიდის ძალით მარჯვნივ უბიძგებს.



სურ. 5.15. 5.14 სურათის ორ სხეულზე მოქმედი ძალები.

2. თოკი H ჩამოკიდებულ სხეულს იგივე T სიდიდის ძალით ზევით ექაჩება. ეს ძალა H სხეულის თავისუფალ ვარდნას ეწინააღმდეგება.

3. დედამიწა S მოსრილე სხეულს ქვევით ექაჩება $\vec{F}_{gs}$ მიზიდულობის ძალით, რომლის სიდიდეა Mg .

4. დედამიწა H ჩამოკიდებულ სხეულს ქვევით ექაჩება $\vec{F}_{gH}$ მიზიდულობის ძალით, რომლის სიდიდეა mg .

5. მაგადა S სხეულზე $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალით მოქმედებს.

არსებობს კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი ფაქტორი. ჩვენ დავუშვით, რომ თოკი არ იჭიმება ანუ თუ დროის გარკვეულ მონაკვეთში H სხეული 1 მმ-ით ქვევით ჩადის, დროის იმავე მონაკვეთში S სხეული 1 მმ-ით მარჯვნივ გადაადგილება. ეს ნიშნავს, რომ სხეულები ერთდროულად მოძრაობს და თანაბარი a აჩქარება აქვთ.

შეკითხვა: როგორი კლასიფიკაცია მივანიჭოთ ამოცანას? უნდა მიმანიშნოს თუ არა მან ფიზიკის რომელიმე კანონზე?

დიახ. ეს ამოცანა შეეხება ძალებს, მასებსა და აჩქარებებს. მაშასადამე, ის უნდა მიგვანიშნებდეს ნიუტონის მეორე კანონზე, $\vec{F}_\Sigma = m\vec{a}$.

შეკითხვა: თუ ამ ამოცანაში ნიუტონის მეორე კანონს გამოვიყენებ, რომელ სხეულს უნდა მივუსადაგო?

ჩვენი ყურადღება მიპყრობილია ორ სხეულზე – მოსრილე და ჩამოკიდებულ სხეულებზე. მიუხედავად იმისა, რომ არცერთი არ არის წერტილი, მაინც შეგვიძლია ისინი ასეთებად განვიხილოთ, ვინაიდან მათი ყველა ნაწილი ერთნაირად მოძრაობს. ნიუტონის მეორე კანონი თითოეული სხეულისთვის ცალკე უნდა გამოვიყენოთ.

შეკითხვა: ბლოკზე რას იტყვით?

ბლოკს წერტილის სახით ვერ წარმოვადგენთ, ვინაიდან მისი სხვადასხვა ნაწილები სხვადასხვანაირად მოძრაობს. ბრუნვის განხილვის დროს ბლოკზე უფრო დეტალურად ვისაუბრებთ. ამჯერად ბლოკის მოქმედებას გამოვირიცხავთ და ვუშვებთ, რომ მისი მასა სხეულების მასებთან შედარებით უმნიშვნელოა. ბლოკის ერთადერთი ფუნქცია თოკის მიმართულების შეცვლაა.

შეკითხვა: კეთილი. როგორ გამოვიყენო $\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$ ფორმულა მოსრიალე სხეულისათვის?

M მასის S სხეული წერტილის სახით წარმოვადგინოთ და მასზე მოქმედი ყველა ძალა დავხატოთ, როგორც ეს 5.16ა სურათზე ნაჩვენებია. ეს იქნება თავისუფალი სხეულის გრაფიკი. შემდეგ გავავლოთ ღერძები. x ღერძი ავიღოთ მაგიდის პარალელურად, სხეულის მოძრაობის მიმართულებით.

შეკითხვა: გმადლობ, მაგრამ ჯერ არ გითქვამს, როგორ გამოვიყენო $\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$ მოსრიალე სხეულისთვის. მხოლოდ ის ახსენი, თუ როგორ უნდა ავაგო თავისუფალი სხეულის გრაფიკი.

მართალია. გამოსახულება $\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$ ვექტორულია, ამიტომ მისი ჩანერა სამი კომპონენტის სახით შეიძლება:

$$F_{\Phi x} = Ma_x, \quad F_{\Phi y} = Ma_y, \quad F_{\Phi z} = Ma_z, \quad (5.16)$$

სადაც $F_{\Phi x}$, $F_{\Phi y}$ და $F_{\Phi z}$ ტოლქმედი ძალის კომპონენტებია სამი ღერძის გასწვრივ. ახლა თითოეული კომპონენტის ფორმულა შესაბამისი მიმართულებისთვის გამოვიყენოთ. ვინაიდან S სხეული ვერტიკალურად არ ჩქარდება, ამიტომ $F_{\Phi y} = Ma_y$ გარდაიქმნება ასე:

$$F_N - F_{gS} = 0 \quad \text{ანუ} \quad F_N = F_{gS}$$

მაშასადამე, y მიმართულებით დრეკადობის ძალის სიდიდე მიზიდულობის ძალის სიდიდის ტოლია.

ამ გვერდის პერპენდიკულარული z მიმართულებით ძალა არ მოქმედებს.

x მიმართულებით გვაქვს ძალის მხოლოდ ერთი კომპონენტი – T . ამიტომ, $F_{\Phi x} = Ma_x$ გარდაიქმნება ასე:

$$T = Ma \quad (5.17)$$

ეს ფორმულა შეიცავს ორ უცნობს – T -სა და a -ს. ასე რომ, მისი ამოხსნა ჯერჯერობით შეუძლებელია. მიუხედავად ამისა, გავიხსენოთ, რომ ჩამოკიდებულ სხეულზე არაფერი არ გითქვამს.

შეკითხვა: ესეც მართალია. როგორ გამოვიყენო $\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$ ფორმულა ჩამოკიდებული სხეულისათვის?

ისევე, როგორც S სხეულისთვის. ავაგოთ თავისუფალი სხეულის გრაფიკი H სხეულისთვის, როგორც ეს 5.16ბ სურათზე ნაჩვენებია. შემდეგ $\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$ დავშალოთ კომპონენტებად. ამჯერად

y ღერძის გასწვრივ აჩქარება გვაქვს, ამიტომ ვიყენებთ 5.16 ფორმულის y ნაწილს ($F_{\Phi y} = Ma_y$) და ვწერთ:

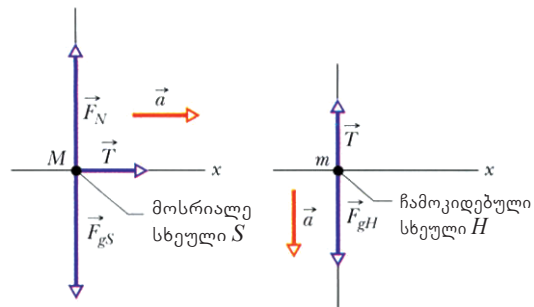
$$T - F_{gH} = ma_y$$

F_{gH} -ის ნაცვლად შეგვიძლია ჩავსვათ mg , ხოლო a_y -ის ნაცვლად $-a$ (a უარყოფითია, ვინაიდან H ჩქარდება y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით). მივიღებთ:

$$T - mg = -ma \quad (5.18)$$

ახლა გაითვალისწინე, რომ 5.17 და 5.18 ფორმულები ორუცნობიან (T და a) განტოლებათა სისტემას შეადგენს. თუ ამ ფორმულებს ერთმანეთს გამოვაკლებთ, ამით T -ს გამოვრიცხვათ. a -სთვის ამოხსნა კი მოგვცემს:

$$a = \frac{m}{M + m} g \quad (5.19)$$



სურ. 5.16. ა) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი, 5.14 სურათის S სხეულისთვის. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი 5.14 სურათის H სხეულისთვის.

5.17 ფორმულაში ამ შედეგის ჩასმით მივიღებთ:

$$T = \frac{Mm}{M + m} g \quad (5.20)$$

რიცხვების ჩასმის შემდეგ გვექნება:

$$a = \frac{m}{M + m} g = \frac{2,1 \text{ კგ}}{3,3 \text{ კგ} + 2,1 \text{ კგ}} (9,8 \text{ მ/წ}^2) = 3,8 \text{ მ/წ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

$$\text{და } T = \frac{Mm}{M + m} g = \frac{(3,3 \text{ კგ})(2,1 \text{ კგ})}{3,3 \text{ კგ} + 2,1 \text{ კგ}} (9,8 \text{ მ/წ}^2) = 13,6 \quad (\text{პასუხი})$$

შეკითხვა: ახლა კი ამოცანა ამოიხსნა, სწორია?

კარგი შეკითხვაა. ამოცანა ამოიხსნილი არ არის, ვიდრე შედეგების სისწორეში არ დავრწმუნდებით.

თავდაპირველად 5.19 ფორმულას შეხედე. დარწმუნდი, რომ ტოლობის ორივე მხარის ერთეულები ერთნაირია და a აჩქარება გ-ზე

ნაკლებია. ეს ყოველთვის ასე უნდა იყოს, ვინაიდან ჩამოკიდებული სხეული თავისუფლად არ ვარდება. თოკი მას ზევით ექაჩება.

ახლა 5.20 ფორმულას შეხედე, რომელიც შეიძლება შემდეგი სახითაც დაინეროს:

$$T = \frac{M}{M+m} mg \quad (5.21)$$

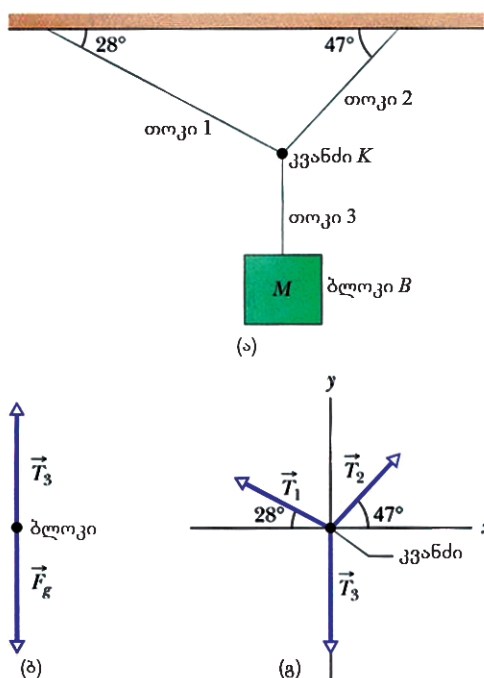
ამ გამოსახულებაში კარგად ჩანს, რომ ერთეულების განზომილებასწორია, ვინაიდან T -სა და mg -ს ძალის ერთეულები აქვს. 5.21 ფორმულაში აგრეთვე ჩანს, რომ თოკის დაჭიმულობა ყოველთვის mg -ზე ნაკლებია და, მაშასადამე, ყოველთვის ნაკლებია ჩამოკიდებულ სხეულზე მოქმედ მიზიდულობის ძალაზე. ეს დამაკმაყოფილებელი დასკვნაა,

ვინაიდან, T რომ mg -ზე მეტი ყოფილიყო, ჩამოკიდებული სხეული ზევით აჩქარდებოდა.

პასუხების შემოწმება ასევე შეიძლება, თუ განსაკუთრებულ შემთხვევებს განვიხილავთ, როდესაც პასუხი წინასწარ ვიცით. მარტივი მაგალითია $g = 0$ -ის ჩასმა, თითქოს ექსპერიმენტი კოსმოსში მიმდინარეობდეს. ამ შემთხვევაში ვიცით, რომ სხეულები არ უნდა მოძრაობდეს, თოკის ბოლოებზე ძალები არ უნდა იყოს მოდებული და თოკის დაჭიმულობაც არ უნდა არსებობდეს. მიიღება თუ არა ასეთი შედეგი ჩვენი ფორმულებით? დიახ, მიიღება. თუ 5.19 და 5.20 ფორმულებში ჩასვამ $g = 0$, მიიღებ $a = 0$ და $T = 0$. შეგვიძლია მოსინჯო სხვა შემთხვევებიც, მაგალითად $M = 0$ და $m \rightarrow \infty$.

აქოსანის აქოსნის ნიშანი 5.6

5.17ა სურათზე $M=15$ კგ მასის B სამშენებლო ბლოკი m_k მასის K კვანძზე თოკით კიდია. თავის მხრივ, ეს თოკი ორი სხვა თოკით ჭერზეა მიბმული. თოკების მასა უმნიშვნელოა, ისევე, როგორც მათზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა ბლოკზე მოქმედ ძალასთან შედარებით. რისი ტოლია თოკების დაჭიმულობა?



სურ. 5.17. ა) M მასის ბლოკი სამი თოკით კვანძზეა ჩამოკიდებული. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ბლოკისთვის. გ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი კვანძისთვის.

ამოხსნა: მოდით, ბლოკიდან დავიწყოთ, ვინაიდან ის მხოლოდ ერთ თოკზეა ჩამოკიდებული. 5.17ბ სურათზე, თავისუფალი სხეულის გრაფიკზე გამოსახულია ბლოკზე მოქმედი ძალები: $\vec{F}_g$ (Mg სიდიდის) მიზიდულობის ძალა და თოკიდან ბლოკზე მოქმედი T_3 ძალა. ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ($\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a}$) შესაძლებელია ამ ძალების აჩქარებასთან დაკავშირება. ვინაიდან ორივე ძალა ვერტიკალურია, ამიტომ ვირჩევთ კანონის ვერტიკალური კომპონენტის ვარიანტს ($F_{\Sigma y} = ma_y$) და ვწერთ:

$$T_3 - F_g = Ma_y.$$

F_g -ს ნაცვლად Mg -ს ჩასმით და a_y აჩქარების ნაცვლად 0-ის ჩასმით მივიღებთ:

$$T_3 - Mg = M \cdot 0 = 0$$

ეს ნიშნავს, რომ ბლოკზე მოქმედი ორი ძალა ერთმანეთს ანონასწორებს. M -ისა (15კგ) და g -ს ჩასმა მოგვცემს:

$$T_3 = 147 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

შემდეგ განვიხილოთ 5.17გ-ზე ნაჩვენები თავისუფალი სხეულის გრაფიკი კვანძისთვის, სადაც კვანძზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა უგულებელყოფილია. შეგვიძლია კვანძზე მოქმედი სამი ძალა ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ($\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a}$) კვანძის აჩქარებას დავუკავშიროთ და დავწეროთ:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_k \vec{a}_k.$$

$\vec{a}_k$ აჩქარების ნაცვლად 0-ის ჩასმა მოგვცემს:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0, \quad (5.22)$$

რაც ნიშნავს, რომ კვანძზე მოქმედი სამი ძალა ერთმანეთს ანონასწორებს. $\vec{T}_3$ -ის სიდიდე და კუთხე ცნობილია, $\vec{T}_1$ -ისა და $\vec{T}_2$ -ის კი მხოლოდ კუთხეები ვიცით. ორი უცნობის გამო ვექტორული კალკულატორის საშუალებით 5.22 ფორმულის ამოხსნა ამ ორი ვექტორისთვის შეუძლებელია.

ამის ნაცვლად, 5.22 ფორმულა x და y კომპონენტების საშუალებით გადავწეროთ. x ღერძისთვის გვექნება:

$$T_{1x} + T_{2x} + T_{3x} = 0$$

არსებული მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

$$-T_1 \cos 28^\circ + T_2 \cos 47^\circ + 0 = 0 \quad (5.23)$$

(გამოსახულების პირველი ნევრისთვის ალტერნატივა გვაქვს. $-T_1 \cos 28^\circ$ -ის ნაცვლად შეგვიძლია მისი ექვივალენტური $T_1 \cos 152^\circ$ დავწეროთ, სადაც

152° არის $\vec{T}_1$ -სა და x -ის დადებით მიმართულების შორის კუთხე).

5.22 ფორმულა y ღერძისთვის შემდეგი სახით გადაინერგება:

$$T_{1y} + T_{2y} + T_{3y} = 0$$

$$\text{ან } T_1 \sin 28^\circ + T_2 \sin 47^\circ - T_3 = 0$$

T_3 -ის ადრე მიღებული შედეგის ჩასმა მოგვცემს:

$$T_1 \sin 28^\circ + T_2 \sin 47^\circ - 147 \text{ ნ} = 0 \quad (5.24)$$

ფორმულების 5.23 და 5.24 ცალ-ცალკე ამოხსნა შეუძლებელია, ვინაიდან მათში ორი უცნობია, მაგრამ ეს ორუცნობიანი განტოლებათა სისტემაა და მისი ამოხსნა შეიძლება (ჩასმით, ფორმულების მიმატებით ან გამოკლებით, ფორმულების ამომხსნელი კალკულატორის საშუალებით). მივიღებთ:

$$T_1 = 104 \text{ ნ} \text{ და } T_2 = 134 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ამოცანის ამოხსნის ნიშანი 5.7

5.8 სურათზე თოკზე დამაგრებული 15 კგ მასის ბლოკი $\theta = 27^\circ$ კუთხით დახრილ ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავადაა გაჩერებული.

ა) რისი ტოლია თოკიდან ბლოკზე მოქმედი $\vec{T}$ ძალა და ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა?

ამოხსნა: ეს ორი ძალა და თოკზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა 5.18 სურათზე ნაჩვენებ თავისუფალი სხეულის გრაფიკზეა მოცემული. ბლოკზე მხოლოდ ეს სამი ძალა მოქმედებს. ნიუტონისმეორეკანონისსაშუალებით ($\vec{F}_g = m\vec{a}$) ძალებს ბლოკის აჩქარებას ვუკავშირებთ და ვწერთ:

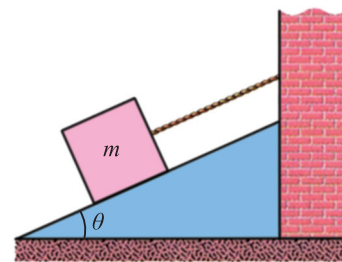
$$\vec{T} + \vec{F}_N + \vec{F}_g = m\vec{a}.$$

$\vec{a}$ აჩქარების ნაცვლად ჩავსვით 0, მივიღებთ:

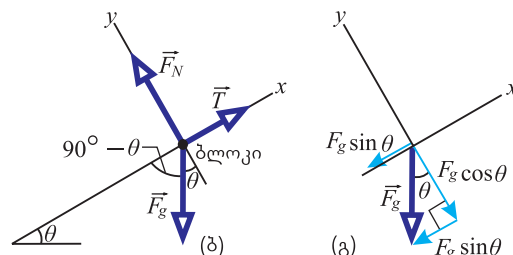
$$\vec{T} + \vec{F}_N + \vec{F}_g = 0 \quad (5.25)$$

ფორმულა გვამცნობს, რომ ძალები ერთმანეთს ანონასწორებენ.

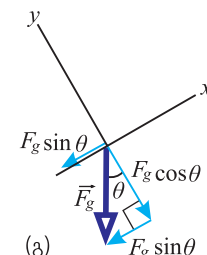
5.25 ფორმულაში მოცემული გვაქვს ორი უცნობი ვექტორი, ამიტომ ვექტორული კალკულატორის საშუალებით მისი ამოხსნა შეუძლებელია. მაშასადამე, ფორმულა კომპონენტების სახით უნდა გადავწეროთ. ვიყენებთ კოორდინატთა სისტემას, რომლის x ღერძი ზედაპირის პარალელურია, როგორც ეს 5.18 სურათზეა ნაჩვენები. ამ შემთხვევაში $\vec{F}_N$ და $\vec{T}$ ძალები ღერძებს ემთხვევა, ამიტომ მათი კოორდინატების პოვნა ადვილია. $\vec{F}_g$ ძალის კომპონენტების საპოვნელად,



(ა)



(ბ)



(გ)

სურ. 5.18. ა) m მასის A ბლოკი თოკზე უძრავადაა მიბმული. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ბლოკისთვის. გ) $\vec{F}_g$ -ის x და y კომპონენტები. y კომპონენტი მიმართულია ზედაპირის შუაგულისკენ, ხოლო x კომპონენტი – ზედაპირის გასწვრივ, მაგრამ მისი დახაზვა სამკუთხედის გვერდის სახითაც შეიძლება (ორივე გზა ნაჩვენებია).

გავითვალისწინოთ, რომ ზედაპირის დახრის θ კუთხე $\vec{F}_g$ -სა და y ღერძს შორის კუთხეცაა (სურ. 5.18გ). მაშინ F_{gx} კომპონენტი არის $-F_g \sin \theta$, რომელიც ტოლია $-mg \sin \theta$. F_{gy} კომპონენტისთვის გვექნება $-mg \cos \theta$.

5.25 ფორმულა x კომპონენტისათვის ჩაინერება ასე:

$$T + 0 - mg \sin \theta = 0,$$

საიდანაც გამომდინარეობს:

$$\begin{aligned} T &= mg \sin \theta \\ &= (15 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(\sin 27^\circ) \\ &= 67,6 \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

y ღერძისთვის 5.25 ფორმულა მოგვცემს:

$$0 + F_N - mg \cos \theta = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ანუ } F_N &= mg \cos \theta \\ &= (15 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(\cos 27^\circ) \\ &= 131,6 \approx 130 \text{ ნ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) თოკი გადაჭერთ. აჩქარდება თუ არა ბლოკი დახრილ ზედაპირზე ჩამოცურებისას? თუ აჩქარდება, რისი ტოლია აჩქარება?

ამოხსნა: თოკის გადაჭრით ბლოკზე მოქმედი $\vec{T}$ ძალა გაქრება. y ღერძის გასწვრივ დრეკადობის ძალა და F_{gy} კომპონენტი კვლავ ერთმანეთს ანონასწორებს. ასეა თუ ისე, x ღერძის გასწვრივ ბლოკზე მხოლოდ F_{gx} კომპონენტი მოქმედებს. ვინაიდან ეს კომპონენტი მიმართულია ზედაპირის გასწვრივ (x ღერძის მიმართულებით), ის ზედაპირზე ბლოკის აჩქარებას გამოიწვევს. F_{gx} -ის a

აჩქარებასთან დაკავშირება x კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონით შეიძლება ($F_{gx} = ma_x$). მივიღებთ:

$$F_{gx} = ma$$

$$\text{ანუ } -mg \sin \theta = ma,$$

რაც მოგვცემს:

$$a = -g \sin \theta \quad (5.26)$$

ჩვენთვის ცნობილი მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

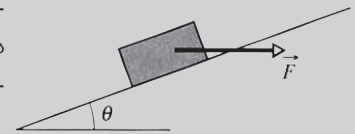
$$a = -(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(\sin 27^\circ) = -4,4 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

a აჩქარების სიდიდე თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაზე ნაკლებია, ვინაიდან a აჩქარებას მხოლოდ $\vec{F}_g$ კომპონენტი (ზედაპირის გასწვრივ მიმართული) იწვევს.

საკონტროლო წერტილი 7. სურათზე $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა დახრილ ზედაპირზე მოთავსებულ ბლოკზეა მოდებული.

ა) ზედაპირისადმი პერპენდიკულარული $\vec{F}$ -ის კომპონენტი $F \cos \theta$ -ის ტოლია თუ $F \sin \theta$ -ისა?

ბ) $\vec{F}$ -ის არსებობა ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედ დრეკადობის ძალას ზრდის თუ ამცირებს?



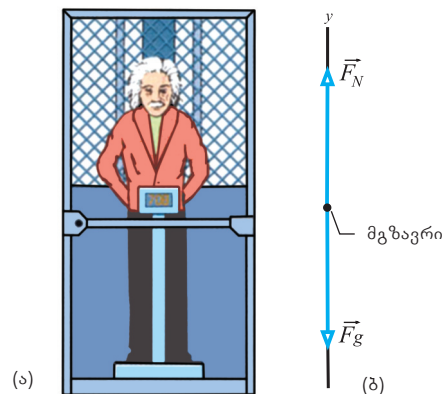
ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 5.8

5.19ა სურათზე $m=72,2$ კგ მასის მგზავრი ლიფტში სასწორზე დგას. განვიხილავთ სასწორის ჩვენებას ლიფტის უძრაობისას და ზევით ან ქვევით მოძრაობის დროს.

ა) გამოთვალე სასწორის ჩვენება კაბინის ნებისმიერი მიმართულებით მოძრაობისას.

ამოხსნა: სასწორის ჩვენება სასწორიდან მგზავრზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალის ტოლი იქნება. მგზავრზე მოქმედი ერთადერთი სხვა ძალა მიზიდულობის $\vec{F}_g$ ძალაა, როგორც ეს 5.19ბ სურათზე მოცემულ თავისუფალი სხეულის გრაფიკზეა ნაჩვენები.

მგზავრზე მოქმედი ძალები ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ($\vec{F}_g = m\vec{a}$) მის $\vec{a}$ აჩქარებას შეგვიძლია დავუკავშიროთ. მაგრამ გავიხსენოთ, რომ ამ კანონის გამოყენება მხოლოდ ათვლის ინერციული სისტემისთვის შეიძლება. თუ კაბინა ჩქარდება, მაშასადამე, ის აღარ არის ათვლის ინერციული სისტემა. ასე რომ, ათვლის ინერციულ სისტემად ვირჩევთ დედამიწას და მგზავრის აჩქარებასაც მის მიმართ ვზომავთ.



სურ. 5.19. ა) პლატფორმის სასწორი მასზე მდგომი მგზავრის წონას ან მოჩვენებით წონას აჩვენებს. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მგზავრისთვის. გრაფიკზე ნაჩვენებია სასწორიდან მგზავრზე მოქმედი დრეკადობის ძალა $\vec{F}_N$ და მიზიდულობის ძალა $\vec{F}_g$.

ვინაიდან მგზავრზე მოქმედი ორივე ძალა და აჩქარება მიმართულია ვერტიკალურად, y ღერძის გასწვრივ, როგორც ეს 5.19ბ სურათზეა ნაჩვენები, ამიტომ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ნიუტონის

მეორე კანონი y კომპონენტისთვის ($F_{\text{ტ},y} = ma_y$) და დავწეროთ:

$$F_N - F_g = ma$$

$$\text{ანუ} \quad F_N = F_g + ma \quad (5.27)$$

ფორმულა გვაუწყებს, რომ სასწორის ჩვენება ანუ F_N – ვერტიკალურ აჩქარებაზე დამოკიდებული. F_g -ს ნაცვლად mg -ს ჩასმა მოგვცემს:

$$F_N = m(g + a) \quad (\text{პასუხი}) \quad (5.28)$$

ნებისმიერი a აჩქარებისთვის.

ბ) რისი ტოლია სასწორის ჩვენება, თუ კაბინა უძრავია ან $0,5 \text{ მ/წმ}$ თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს ზევით?

ამოხსნა: ნებისმიერი თანაბარი სიჩქარისთვის (მათ შორის, ნულისთვისაც) მგზავრის a აჩქარება ნულის ტოლია. 5.28 ფორმულაში ამ და სხვა მოცემული სიდიდეების ჩასმით მივიღებთ:

$$F_N = (72,2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2 + 0) = 708 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ეს არის მგზავრის წონა, რომელიც მგზავრზე მოქმედი F_g მიზიდულობის ძალის ტოლია.

გ) რისი ტოლია სასწორის ჩვენება, თუ კაბინა $3,2 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით მოძრაობს ზევით და $3,2 \text{ მ/წმ}^2$ -ით აჩქარებით მოძრაობს ქვევით?

ამოხსნა: $a = 3,2 \text{ მ/წმ}^2$ -ისთვის ფორმულა 5.28 გვაძლევს:

$$F_N = (72,2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2 + 3,2 \text{ მ/წმ}^2) = 939 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

$a = -3,2 \text{ მ/წმ}^2$ -ისთვის ფორმულა 5.28 გვაძლევს:

$$F_N = (72,2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2 - 3,2 \text{ მ/წმ}^2) = 477 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ზედა მიმართულებით აჩქარებისას (როდესაც კაბინის ზევით მიმართული სიჩქარე იზრდება ან ქვევით მიმართული სიჩქარე მცირდება) სასწორის

ჩვენება მგზავრის წონაზე მეტია. სასწორი მოჩვენებით წონას ზომავს, ვინაიდან გაზომვა ათვლის არაინერციულ სისტემაში ხდება. ქვედა მიმართულებით აჩქარებისას (ზევით მიმართული სიჩქარის შემცირებისას ან ქვევით მიმართული სიჩქარის ზრდისას) სასწორის ჩვენება მგზავრის წონაზე ნაკლებია.

დ) გ) შემთხვევაში ზედა მიმართულებით აჩქარებისას რისი ტოლია მგზავრზე მოქმედი ტოლქმედი ძალა $F_{\text{ტ}}$ და რისი ტოლია ლიფტის კაბინის სისტემაში გაზომილი $a_{\text{პ,კაბ}}$ აჩქარება? არის თუ არა $\vec{F}_{\text{ტ}} = m\vec{a}_{\text{პ,კაბ}}$?

ამოხსნა: მგზავრზე მოქმედი F_g მიზიდულობის ძალის სიდიდე მგზავრის მოძრაობაზე ან კაბინაზე არ არის დამოკიდებული. ასე რომ, ბ) ნაწილის თანახმად, $F_g = 708 \text{ ნ}$. გ) ნაწილის თანახმად, ზევით მიმართული აჩქარებისას მგზავრზე მოქმედი დრეკადობის ძალა F_N სასწორის ჩვენების (9396) ტოლია. მაშასადამე, მგზავრზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ზევით მიმართული აჩქარებისას არის:

$$F_{\text{ტ}} = F_N - F_g = 939 \text{ ნ} - 708 \text{ ნ} = 231 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

მაგრამ მგზავრის $a_{\text{პ,კაბ}}$ აჩქარება ლიფტის ათვლის სისტემის მიმართ ნულის ტოლია. მაშასადამე, აჩქარებული ლიფტის არაინერციულ სისტემაში $F_{\text{ტ}}$ არ არის $ma_{\text{პ,კაბ}}$ -ის ტოლი და ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენება არ შეიძლება.

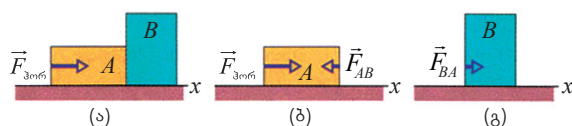
საკონტროლო წერტილი 8. ამოცანის ამოხსნის ამ ნიმუშში როგორი იქნება სასწორის ჩვენება, თუ ლიფტის ბაგირი განწყდება და კაბინა თავისუფლად ვარდნას დაიწყებს?

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 5.9

5.20ა სურათზე 20 ნ სიდიდის $\vec{F}_{\text{ჰორ}}$ მუდმივი ჰორიზონტალური ძალა $m_A = 4 \text{ კგ}$ მასის A ბლოკზე მოქმედებს. A ბლოკი $m_B = 6 \text{ კგ}$ მასის B ბლოკს აწევა. ბლოკები x ღერძის გასწვრივ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მოძრაობენ.

ა) რისი ტოლია ბლოკების აჩქარება?

ამოხსნა: თავდაპირველად განვიხილავთ სერიოზული შეცდომის შემცველ ამოხსნას, შემდეგ უპერსპექტივო ამოხსნას და, ბოლოს, სწორ ამოხსნას.



სურ. 5.20. ა) ბლოკზე $\vec{F}_{\text{ჰორ}}$ თანაბარი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ბლოკი ბლოკს აწევა.

ბ) ბლოკზე B ბლოკიდან ორი ჰორიზონტალური ძალა, $\vec{F}_{\text{ჰორ}}$ და $\vec{F}_{AB}$ მოქმედებს.

გ) B ბლოკზე A ბლოკიდან მხოლოდ ერთი ჰორიზონტალური ძალა, $\vec{F}_{BA}$ მოქმედებს.

სერიოზული შეცდომა: $\vec{F}_{\text{კორ}}$ ძალა პირდაპირ A ბლოკზე მოქმედებს, ამიტომ ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ამ ძალას A ბლოკის a აჩქარებას ვუკავშირებთ. მოძრაობა x ღერძის გასწვრივ ხდება, ამიტომ ვიყენებთ კანონს x კომპონენტებისთვის ($F_{\text{კორ},x} = ma_x$) და ვწერთ:

$$F_{\text{კორ}} = m_A a$$

მაგრამ ეს ფორმულა არასწორია, ვინაიდან $\vec{F}_{\text{კორ}}$ A ბლოკზე მოქმედი ერთადერთი ძალა არ არის. მასზე B ბლოკიდან $\vec{F}_{AB}$ ძალაც მოქმედებს (სურ. 5.20ბ).

უპერსპექტივო ამოხსნა: ახლა $\vec{F}_{AB}$ ძალაც ჩავთვალოთ და კვლავ x ღერძისთვის დავწეროთ:

$$F_{\text{კორ}} - F_{AB} = m_A a$$

(„მინუს“ ნიშანს $\vec{F}_{AB}$ -ს მიმართულების აღსანიშნავად ვიყენებთ). ვინაიდან F_{AB} მეორე უცნობია, ამიტომ a -ს განსაზღვრა შეუძლებელია.

სწორი ამოხსნა: $\vec{F}_{\text{კორ}}$ -ის მიმართულების გამო ეს ორი ბლოკი მჭიდროდ დაკავშირებულ სისტემას ქმნის. სისტემაზე მოქმედი ტოლქმედი ძალის აჩქარებასთან დაკავშირება ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებითაა შესაძლებელი. მაშასადამე,

კიდევ ერთხელ x ღერძისთვის ვწერთ:

$$F_{\text{კორ}} = (m_A + m_B) a$$

ახლა $\vec{F}_{\text{კორ}}$ სწორად შევუსაბამეთ $m_A + m_B$ მთლიანი მასის სისტემას. a -ს ამოხსნა და ცნობილი მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

$$a = \frac{F_{\text{კორ}}}{m_A + m_B} = \frac{20 \text{ ნ}}{4 \text{ კგ} + 6 \text{ კგ}} = 2 \text{ მ/წმ}^2 \text{ (პასუხი)}$$

მაშასადამე, სისტემისა და თითოეული ბლოკის აჩქარებას x ღერძის დადებითი მიმართულება აქვს და მისი სიდიდეა 2 მ/წმ^2 .

ბ) რისი ტოლია A ბლოკიდან B ბლოკზე მოქმედი $\vec{F}_{BA}$ ჰორიზონტალური ძალა (სურ. 5.20გ)?

ამოხსნა: ბლოკზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის აჩქარებასთან დაკავშირება ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით შეგვიძლია. კანონს x კომპონენტებისთვის ვწერთ:

$$F_{BA} = m_B a,$$

არსებული მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

$$F_{BA} = (6 \text{ კგ})(2 \text{ მ/წმ}^2) = 12 \text{ ნ} \text{ (პასუხი)}$$

მაშასადამე, $\vec{F}_{BA}$ ძალა x ღერძის დადებითი მიმართულება აქვს და მისი სიდიდეა 12 ნ .

მიმოხილვა და შეჯამება

ნიუტონის მექანიკა. სხეულის სიჩქარე შეიძლება შეიცვალოს (სხეულს შეუძლია აჩქარდეს), როდესაც მასზე სხვა სხეულებიდან ერთი ან მეტი ძალა მოქმედებს. ნიუტონის მექანიკა აჩქარებებსა და ძალებს ერთმანეთთან აკავშირებს.

ძალა. ძალა ვექტორული სიდიდეა. მისი რიცხობრივი სიდიდე განისაზღვრება აჩქარებით, რომელსაც ის 1 კგ მასის სხეულს მიანიჭებს. იმ ძალის სიდიდე, რომელიც ასეთ სხეულს 1 მ/წმ^2 აჩქარებას ანიჭებს, არის 1 ნ . ძალის მიმართულება მის მიერ მინიჭებული აჩქარების მიმართულებას ემთხვევა. ძალებზე მოქმედება ვექტორული ალგებრის თანახმად ხდება. სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი სხეულზე მოქმედი ყველა ძალის ვექტორული ჯამია.

ნიუტონის პირველი კანონი. თუ სხეულზე ტოლქმედი ძალა არ მოქმედებს, სხეული უძრავია ან წრფივად, თანაბარი სიჩქარით მოძრაობს.

ათვლის ინერციული სისტემები. ათვლის სისტემას, რომელშიც ნიუტონის კანონები

სამართლიანია, ათვლის ინერციული სისტემა ეწოდება. ათვლის არაინერციულ სისტემებში ნიუტონის კანონები არ მოქმედებს.

მასა. სხეულის მასა სხეულის შინაგანი მახასიათებელია და სხეულის აჩქარებას ამ აჩქარების გამომწვევ ძალასთან აკავშირებს. მასა სკალარული სიდიდეა.

ნიუტონის მეორე კანონი. m მასის სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_{\text{კორ}}$ ტოლქმედი ძალა $\vec{a}$ აჩქარებას შემდეგნაირად უკავშირდება:

$$\vec{F}_{\text{კორ}} = m\vec{a} \quad (5.1)$$

ამ ფორმულის კომპონენტური ვერსიებია:

$$F_{\text{კორ},x} = ma_x, \quad F_{\text{კორ},y} = ma_y, \quad \text{და} \quad F_{\text{კორ},z} = ma_z \quad (5.2)$$

SI სისტემის ერთეულებში, ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად,

$$1 \text{ ნ} = 1 \text{ კგ} \cdot 1 \text{ მ/წმ}^2$$

თავისუფალი სხეულის გრაფიკი არის გამართვებული გამოსახულება, რომელზეც მხოლოდ ერთი სხეულია განხილული. ეს სხეული ნერტილის

ან მართკუთხედის სახითაა წარმოდგენილი. ასეთ გრაფიკზე მოცემულია სხეულზე მოქმედი გარე ძალები, ხოლო კოორდინატთა სისტემის ღერძები ისეთი მიმართულებითაა გავლებული, რომ ამოცანის ამოხსნა გაამარტივოს.

ზოგიერთი კონკრეტული ძალა. სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა ის ძალაა, რომლითაც მას სხვა სხეული მიიზიდავს. ამ წიგნში განხილულ უმეტეს სიტუაციებში ეს სხვა სხეული არის დედამიწა ან რაიმე სხვა ასტრონომიული სხეული. დედამიწის შემთხვევაში მიზიდულობის ძალა მიმართულია ქვევით, მიწისკენ, რომელიც ათვლის ინერციულ სისტემად მიიჩნევა. ამ დაშვებით, $\vec{F}_g$ -ს სიდიდეა:

$$F_g = mg \quad (5.8)$$

სადაც m სხეულის მასაა, ხოლო g — თავისუფალი ვარდნის აჩქარება.

სხეულის W წონა ზევით მიმართული იმ ძალის სიდიდეა, რომელიც სხეულზე მოქმედ მიზიდულობის ძალას აწონასწორებს. სხეულის წონასა და მასას შორის შემდეგი კავშირია:

$$W = mg \quad (5.12)$$

$\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალით ზედაპირი, რომელსაც სხეული აწევა, ამ სხეულზე მოქმედებს.

დრეკადობის ძალა ყოველთვის ზედაპირის პერპენდიკულარულია.

$\vec{f}$ ხახუნის ძალა სხეულზე მაშინ მოქმედებს, როდესაც ის ზედაპირზე სრიალებს ან სრიალს ცდილობს. ეს ძალა ყოველთვის ზედაპირის პარალელურია და მიმართულია მოძრაობის საწინააღმდეგოდ. ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე ხახუნის ძალა უმნიშვნელოა.

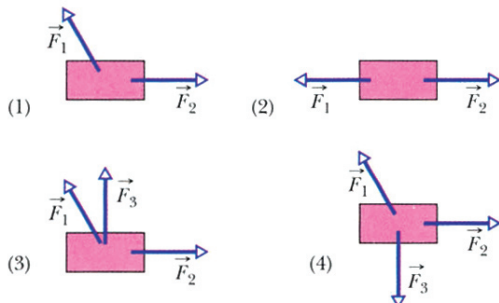
როდესაც თოკი დაჭიმულია, მისი თითოეული ბოლო სხეულს მიიზიდავს. ეს მიზიდვა მიმართულია თოკის გასწვრივ და სხეულის თოკზე მიბმის წერტილში იწყება. მასის არმქონე თოკის (უმნიშვნელო მასის თოკის) თითოეულ ბოლოში ამ ძალას ერთი და იგივე T სიდიდე აქვს, იმ შემთხვევაშიც კი, თუ თოკი შემოხვეულია მასის არმქონე, ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე (რომელსაც უმნიშვნელო მასა აქვს და უმნიშვნელო ხახუნი ახასიათებს).

ნიუტონის მესამე კანონი. თუ C სხეულიდან B სხეულზე $\vec{F}_{BC}$ ძალა მოქმედებს, მაშინ არსებობს B -დან C სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_{CB}$ ძალაც. ეს ძალები სიდიდით ტოლია, ხოლო მიმართულებით საწინააღმდეგო:

$$\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB}$$

შავითხვაები

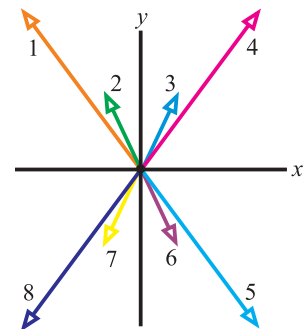
1. 5.21 სურათზე ნაჩვენებია ოთხი მდგომარეობა, როდესაც ძალები ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე ბლოკზე მოქმედებენ. თუ ძალის სიდიდეები სწორადაა არჩეული, მაშინ რომელ მდგომარეობაში იქნება შესაძლებელი ა) ბლოკის უძრავად ყოფნა და ბ) ბლოკის მოძრაობა თანაბარი სიჩქარით?



სურ. 5.21. შეკითხვა 1.

2. ორი ჰორიზონტალური ძალა: $\vec{F}_1 = (36)\hat{i} - (46)\hat{j}$ და $\vec{F}_2 = -(16)\hat{i} - (25)\hat{j}$, ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე მოთავსებულ ნამცხვარზე მოქმედებს. კალკულატორის გამოყენების გარეშე განსაზ-

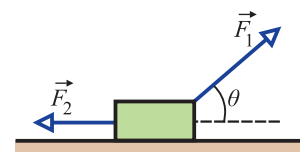
ღერე, 5.22 სურათზე ნაჩვენებ თავისუფალი სხეულის გრაფიკზე რომელი ვექტორი წარმოადგენს საუკეთესოდ ა) $\vec{F}_1$ -ს და ბ) $\vec{F}_2$ -ს? რისი ტოლია ტოლქმედი ძალის კომპონენტი



სურ. 5.22. შეკითხვა 2.

გ) x ღერძის გასწვრივ და დ) y ღერძის გასწვრივ? რომელი მეოთხედისკენ მიანიშნებს ე) ტოლქმედი ძალის ვექტორი და ვ) ნამცხვრის აჩქარების ვექტორი?

3. 5.23 სურათზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალები მოქმედებს ყუთზე, რომელიც ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე

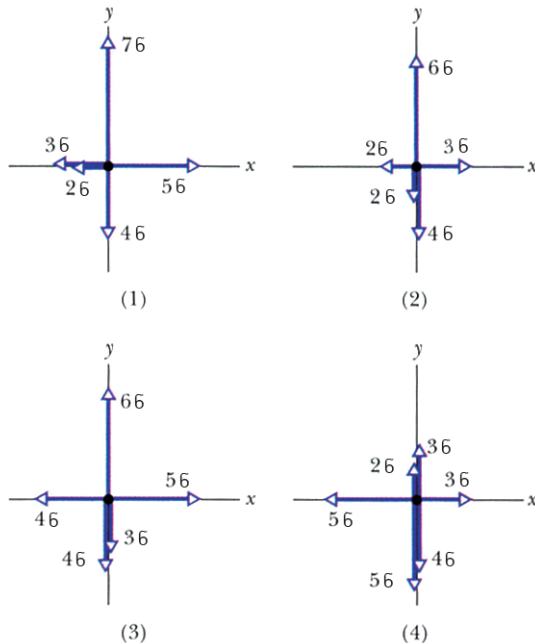


სურ. 5.23. შეკითხვა 3.

მუდმივი სიჩქარით მისრიალებს. $\vec{F}_1$ -ის სიდიდის ცვლილების გარეშე უნდა შევამციროთ θ კუთხე. ყუთის თანაბარი სიჩქარით სრიალის შესანარჩუნებლად, $\vec{F}_2$ -ის სიდიდე უნდა გავზარდოთ, შევამციროთ თუ შევინარჩუნოთ?

4. $t=0$ მომენტში მუდმივი სიდიდის $\vec{F}$ ძალა კოსმოსში x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრავ ქვაზე მოქმედებას იწყებს. ქვა ამ ღერძის გასწვრივ მოძრაობას განაგრძობს. ა) როდესაც $t>0$, რომელი $x(t)$ ფუნქცია შეიძლება ასახავდეს ქვის მდებარეობას: 1) $x=4t-3$, 2) $x=-4t^2+6t-3$, 3) $x=4t^2+6t-3$? ბ) რომელი ფუნქციისთვისაა $\vec{F}$ ქვის მოძრაობის სანწყისი მიმართულების სანინალმდეგოდ მიმართული?

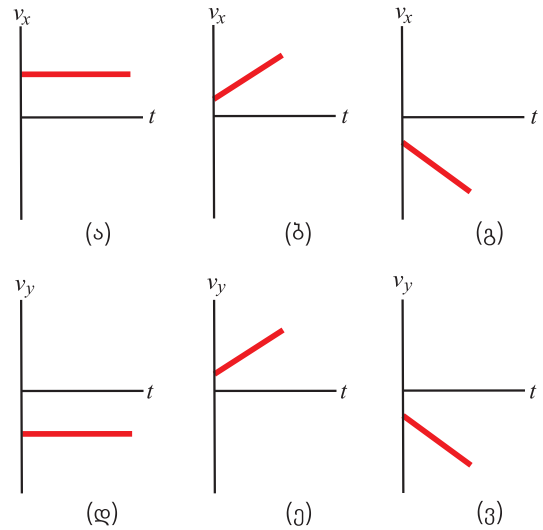
5. 5.24 სურათზე ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ოთხ მდგომარეობაში, როდესაც ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მყოფ სხეულზე რამდენიმე ძალა მოქმედებს. რომელ მდგომარეობაში ექნება სხეულის $\vec{a}$ აჩქარებას ა) x კომპონენტი და ბ) y კომპონენტი? გ) თითოეულ მდგომარეობაში აჩვენე $\vec{a}$ -ს მიმართულება (ამისთვის ცოტაოდენი გამოთვლები დაგჭირდება).



სურ. 5.24. შეკითხვა 5.

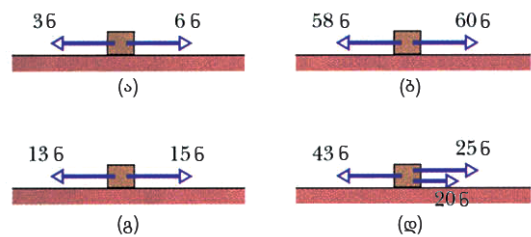
6. 5.25 სურათზე ნაჩვენებია სიჩქარის $v_x(t)$ კომპონენტის სამი გრაფიკი და სიჩქარის $v_y(t)$ კომპონენტის სამი გრაფიკი. მასშტაბები დაცული არ არის. რომელი გრაფიკი შეესაბამება

საუკეთესოდ 5.24 სურათზე და მე-5 შეკითხვაში მოცემულ მდგომარეობებს?



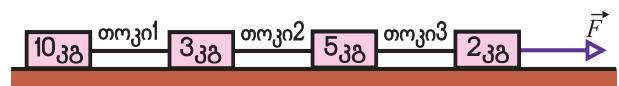
სურ. 5.25. შეკითხვა 6.

7. 5.26 სურათზე ოთხ მდგომარეობაში ნაჩვენებია ერთიდაიგივე ყუთი, რომელზეც ჰორიზონტალური ძალები მოქმედებს. დაალაგე მდგომარეობები ყუთის აჩქარების კლებადობის მიხედვით.



სურ. 5.26. შეკითხვა 7.

8. 5.27 სურათზე ნაჩვენებია ოთხი ბლოკისგან შემდგარი "მატარებელი", რომელსაც ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე $\vec{F}$ ძალა მიათრევს. რა მთლიანი მასა ჩქარდება მარჯვნივ ა) $\vec{F}$ ძალით, ბ) მე-3 თოკით და გ) თოკით 1? დ) დაალაგე ბლოკები აჩქარების კლებადობის მიხედვით. ე) დაალაგე თოკები დაჭიმულობის კლებადობის მიხედვით (ეს შეკითხვა 42-ე და 45-ე ამოცანებისთვის მოგამზადებს).

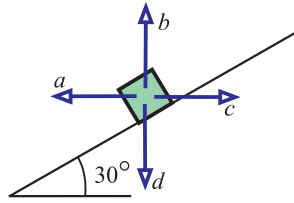


სურ. 5.27. შეკითხვა 8.

9. ზედაპირზე მდებარე m მასის ბლოკზე ვერტიკალური $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. რა მოუვა ზედა-

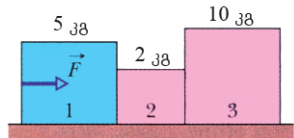
პირიდან ბლოკზე მოქმედ $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალას, თუ F ძალის სიდიდე იზრდება და $\vec{F}$ მიმართულია ა) ქვევით და ბ) ზევით?

10. 5.28 სურათზე ნაჩვენებია დახრილ ზედაპირზე მდებარე ბლოკზე მოქმედი F სიდიდის ძალის ოთხი შესაძლო მიმართულება. მიმართულებები ჰორიზონტალური ან ვერტიკალური (a და b ვარიანტებში ძალა ბლოკის ასანევად საკმარისი არ არის). დაალაგე ვარიანტები ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალის კლებადობის მიხედვით.



სურ. 5.28. შეკითხვა 10.

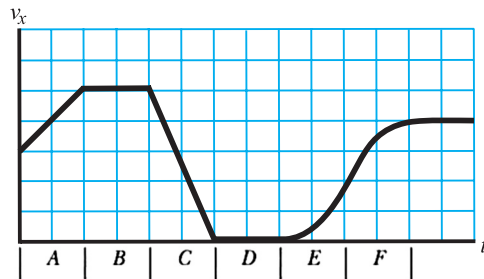
11. 5.29 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე სამი ბლოკი, რომლებზეც $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. რა მასა აჩქარდება მარჯვნივ ა) $\vec{F}$ ძალით, ბ) პირველი ბლოკიდან



სურ. 5.29. შეკითხვა 11.

მეორეზე მოქმედი $\vec{F}_{21}$ ძალით და გ) მეორედან მესამეზე მოქმედი $\vec{F}_{32}$ ძალით? დ) დაალაგე ბლოკები აჩქარების კლებადობის მიხედვით. ე) დაალაგე $\vec{F}$, $\vec{F}_{21}$ და $\vec{F}_{32}$ ძალები სიდიდის კლებადობის მიხედვით, დიდიდან მცირეზე (ეს შეკითხვა 43-ე ამოცანისთვის მოგამზადებს).

12. პლანური ჰაერში x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. 5.30 სურათზე ნაჩვენებია პლანერის სიჩქარის v_x კომპონენტი, როგორც t დროის ფუნქცია, როდესაც პლანერზე F_x კომპონენტის მქონე ძალა მოქმედებს. თითოეული დროის შუალედისთვის განსაზღვრე, დადებითია F_x , უარყოფითი თუ ნულის ტოლია. აგრეთვე განსაზღვრე, F_x მუდმივია, იზრდება თუ მცირდება.



სურ. 5.30. შეკითხვა 12.

ამოცანები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

ქვეთავი 5.6. ნიუტონის მეორე კანონი

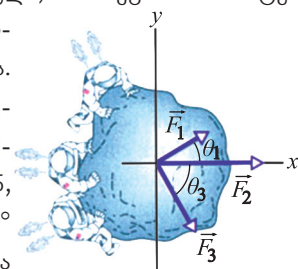
•1. 3 კგ მასის სხეულზე ორი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ერთი ძალის სიდიდეა 9 ნ, ხოლო მიმართულება — აღმოსავლეთით. მეორე ძალის სიდიდეა 8 ნ, მიმართულება — 62° ჩრდილო-დასავლეთისკენ. რისი ტოლია სხეულის აჩქარება?

•2. 1 კგ მასის სხეულის აჩქარებაა $2\hat{i}/6\text{მ}^2$ და მიმართულია x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 20° კუთხით. რისი ტოლია სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის ა) x კომპონენტი

და ბ) y კომპონენტი? გ) რისი ტოლია ძალების ტოლქმედი ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

•3. 2 კგ მასის ხორცის საჭრელ ფიცარზე ორი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ფიცარი გლუვ მაგიდაზე, xy სიბრტყეზე ძევს. ერთი ძალაა $\vec{F}_1 = (36)\hat{i} + (46)\hat{j}$. მოძებნე ფიცრის აჩქარება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, როდესაც მეორე ძალაა ა) $\vec{F}_2 = (-36)\hat{i} + (-46)\hat{j}$, ბ) $\vec{F}_2 = (-36)\hat{i} + (46)\hat{j}$ და გ) $\vec{F}_2 = (36)\hat{i} + (-46)\hat{j}$.

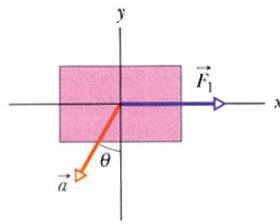
•4. სამი კოსმონავტი, რომელთაც ზურგზე ძრავები აქვთ დამაგრებული, 120 კგ მასის ასტეროიდს კოსმოსური ხომალდისკენ უბიძგებს. 5.31 სურათზე ნაჩვენებია ასტეროიდზე მოქმედი ძალები, $F_1=32$ ნ, $F_2=55$ ნ, $F_3=41$ ნ. $\theta_1=30^\circ$ და $\theta_3=60^\circ$. რისი ტოლია



სურ. 5.31. ამოცანა 4.

ასტეროიდის აჩქარება ა) ერთეულოვან ვექტორულ ჩანაწერში? რისი ტოლია აჩქარების ბ) სიდიდე და გ) x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე?

••5. 2 კგ მასის ყუთზე ორი ძალა მოქმედებს, მაგრამ 5.32 სურათზე მხოლოდ ერთია ნაჩვენები. $F_1 = 20$ ნ-სთვის $a = 12$ მ/წმ² და $\theta = 30^\circ$.



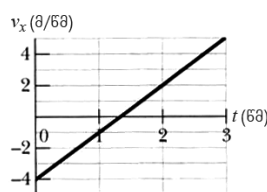
სურ. 5.32. ამოცანა 5.

მოძებნე მეორე ძალის ა) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე. SSM

••6. 2 კგ მასის სხეულზე სამი ძალა მოქმედებს, რომლებიც მას $\vec{a} = -(8\text{მ/წმ}^2)\hat{i} + (6\text{მ/წმ}^2)\hat{j}$ ანიჭებს. $\vec{F}_1 = (30\text{ნ})\hat{i} + (16\text{ნ})\hat{j}$ და $\vec{F}_2 = (-12\text{ნ})\hat{i} + (8\text{ნ})\hat{j}$. მოძებნე მესამე ძალა.

••7. ორი ძალის მოქმედების შედეგად წერტილი თანაბარი $\vec{v} = (3\text{მ/წმ})\hat{i} - (4\text{მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით მოძრაობს. ერთ-ერთი ძალაა $\vec{F}_1 = (2\text{ნ})\hat{i} + (-6\text{ნ})\hat{j}$. რისი ტოლია მეორე ძალა?

•••8. 4 კგ მასის დისკო ყინულზე მისრიალებს. მასზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ჰორიზონტალური ძალები მოქმედებს. ყინულზე გავლებულია xy კოორდინატთა სისტემა. $\vec{F}_1$ -ის მიმართულება

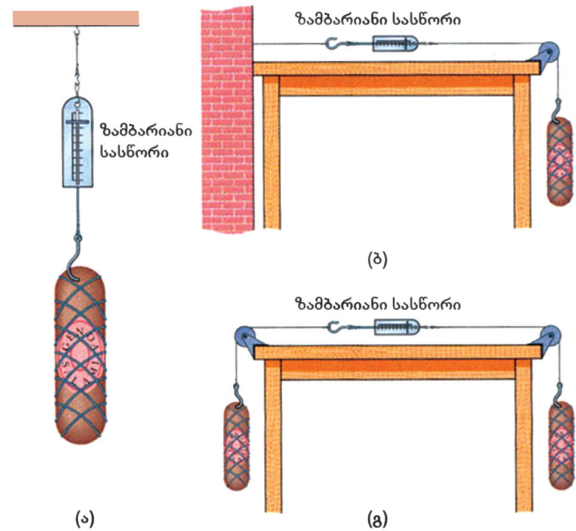


სურ. 5.33. ამოცანა 8.

ემთხვევა x ღერძის დადებით მიმართულებას, ხოლო მისი სიდიდეა 7 ნ. $\vec{F}_2$ ძალის სიდიდეა 9 ნ. 5.33 სურათზე ნაჩვენებია დისკოს სიჩქარის v_x კომპონენტი, როგორც t დროის ფუნქცია. რისი ტოლია კუთხე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალების მიმართულებებს შორის?

ქვეთავი 5.7. ზოგიერთი კონკრეტული ძალა

•9. ა) 11 კგ მასის ძეხვი თოკით ზამბარიან სასწორზეა ჩამოკიდებული, თვით სასწორი კი ჭერზე მეორე თოკით კიდია (სურ. 5.34ა). რისი ტოლია სასწორის ჩვენება წონის ერთეულებში? ბ) 5.34ბ სურათზე ძეხვზე და ბლოკზე შემოხვეულია თოკი. სასწორის მეორე მხარე კედელზე თოკითაა მიმაგრებული. რისი ტოლია სასწორის ჩვენება? გ) 5.34გ სურათზე კედელის ნაცვლად 11 კგ მასის

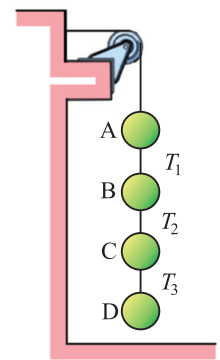


სურ. 5.34. ამოცანა 9.

მეორე ძეხვი გვაქვს და სისტემა უძრავია. რისი ტოლია სასწორის ჩვენება? SSM.

•10. 3 ნ წონის ბლოკი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავ მდგომარეობაშია. ბლოკზე 1 ნ ზევით მიმართული ძალა მოქმედებს, რომელიც გამონვეულია ბლოკზე ვერტიკალურად მიბმული თოკით. რისი ტოლია ბლოკიდან ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოქმედი ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება?

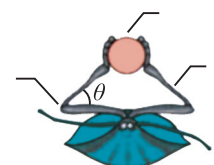
•11. 5.35 სურათზე ოთხი დისკო თოკზე კიდია. თოკის ზედა, ყველაზე გრძელი ნაწილი ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზეა შემოხვეული და კედელზე 98 ნ ძალით მოქმედებს. მოკლე ნაწილების დაჭიმულობებია $T_1 = 58,8\text{ნ}$, $T_2 = 49\text{ნ}$ და $T_3 = 9,8\text{ნ}$.



სურ. 5.35. ამოცანა 11.

რისი ტოლია ა) A დისკოს მასა, ბ) B დისკოს მასა, გ) C დისკოს მასა და დ) D დისკოს მასა?

•12. ზოგიერთ მწერს თხელი ტოტის ქვედა ზედაპირზე შეუძლია სიარული. დავუშვათ, m მასის მქონე ასეთი მწერი ჰორიზონტალურ ტოტზეა ჩამოკიდებული $\theta = 40^\circ$ კუთხით (სურ. 5.36). მისი ექვსივე ფეხი თანაბრად



სურ. 5.36. ამოცანა 12.

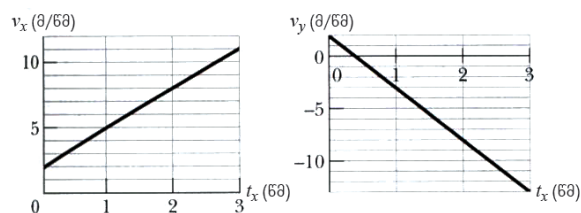
დაჭიმული და სხეულთან ახლოს ფეხის ნაწილები ჰორიზონტალურია. ა) რისი ტოლია თითოეული წვივის ძვლის დაჭიმულობის ფარდობა მწერის წონასთან? ბ) თუ მწერი ფეხებს გაასწორებს, ძვლების დაჭიმულობა გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება?

ქვეთავი 5.9. ნიუტონის კანონების გამოყენება

•13. დაუზღუდვით 5.18 სურათს. ბლოკის მასა იყოს 8,5 კგ, ხოლო θ კუთხე 30° . მოძებნე ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალა. გ) თუ თოკს გადავჭრით, მოძებნე ბლოკის აჩქარების სიდიდე. **SSM WWW.**

•14. 45 კგ მასის ქალი გაყინული ტბის ზედაპირზე აღმოსავლეთისკენ მისრიალებს და დასავლეთისკენ მოსრიალე 90 კგ მასის კაცს ეჯახება. შეჯახების დროს კაცი ქალზე დასავლეთისკენ მიმართული, მაქსიმუმ 180 ნ ძალით მოქმედებს. რისი ტოლია ქალიდან კაცზე მოქმედი მაქსიმალური ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება? რისი ტოლია ქალის მაქსიმალური აჩქარების გ) სიდიდე და დ) მიმართულება? რისი ტოლია კაცის მაქსიმალური აჩქარების ე) სიდიდე და ვ) მიმართულება?

•15. ჰორიზონტალური $\vec{F}_a$ ძალა 2 კგ მასის ყუთს ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უბიძგებს. ზედაპირზე გავლებულია xy კოორდინატთა სისტემა. 5.37 სურათზე მოცემულია ყუთის x და y კომპონენტების t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რისი ტოლია $\vec{F}_a$ -ს ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება?



სურ. 5.37. ამოცანა 15.

•16. 5.38 სურათზე 2 კგ მასის ყუთზე მოქმედი ორი ჰორიზონტალური ძალიდან მხოლოდ ერთია ($F_1=206$) ნაჩვენები. ყუთი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. იპოვე მეორე ძალა ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, თუ ყუთის a_x აჩქარებაა: ა) 10 მ/წმ^2 , ბ) 20 მ/წმ^2 , გ) 0, დ) -10 მ/წმ^2 და ე) -20 მ/წმ^2 .



სურ. 5.38. ამოცანა 16.

•17. რაკეტა თანაბარაჩქარებული მოძრაობისას $1,8 \text{ წმ-ის}$ განმავლობაში 1600 კმ/სთ სიჩქარეს აღწევს. რისი ტოლია ამ დროს ტოლქმედი ძალა? **SSM.**

•18. დაჭიმულობას, რომლის დროსაც ანკესის ძუა წყდება, ანკესის „ძალას“ უწოდებენ. რა მინიმალური „ძალა“ სჭირდება ანკესს, რომელმაც 85 ნ წონის ორგული 11 სმ-ის მანძილზე უნდა შეაჩეროს, თუ თევზის სანყისი სიჩქარეა $2,8 \text{ მ/წმ}$? ჩათვალი, რომ შენელება ხდება თანაბრად.

•19. „მზის იახტა“ კოსმოსური ხომალდია დიდი იალქნით, რომელსაც მზის სინათლე „ანვება“. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი „მინოლა“ ძალიან მცირეა, ის საკმარისია კოსმოსური ხომალდის ნელა ასამოძრავებლად მზის სანინაალმდეგო მიმართულებით. დაუშვათ, კოსმოსური ხომალდის მასაა 900 კგ, ხოლო მზის „მინოლა“ — 20 ნ. ა) რისი ტოლია აჩქარების სიდიდე? თუ ხომალდი მოძრაობას უძრავი მდგომარეობიდან იწყებს, მაშინ ბ) რა მანძილს გაივლის 1 დღეში და გ) რა სისწრაფით იმოძრავებს?

•20. 53 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მანქანა ხიდის მოაჯირს დაეჯახა. მანქანის მგზავრმა გზის მიმართ 65 სმ-ით წინ წაინია და შემდეგ გახსნილმა დამცავმა ბალიშმა შეაჩერა. რა სიდიდის ძალა (დაუშვათ, მუდმივი) მოქმედებს მგზავრის სხეულის ზედა ნაწილზე, რომლის მასაა 41 კგ?

•21. 712 ნ წონის მეხანძრე ვერტიკალურ ბოძზე 3 მ/წმ^2 აჩქარებით ჩამოცურდა. რისი ტოლია ბოძიდან მეხანძრეზე მოქმედი ვერტიკალური ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება (ზევითაა ეს ძალა მიმართული თუ ქვევით)? **ILW.**

•22. $1,3 \times 10^4$ ნ წონის მანქანა 40 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, უეცრად მუხრუჭდება და 15 მ-ის გავლის შემდეგ ჩერდება. დაუშვათ, მანქანის შემაჩერებელი ძალა მუდმივია. მოძებნე ა) ამ ძალის სიდიდე და ბ) სიჩქარის ცვლილებისთვის საჭირო დრო. თუ სანყისი სიჩქარე ორჯერ მეტია და მანქანაზე დამუხრუჭებისას იგივე ძალა მოქმედებს, მაშინ რა კოეფიციენტებზე უნდა გამრავლდეს გ) შეჩერების მანძილი და დ) შეჩერების დრო?

•23. $1,2 \times 10^7$ მ/წმ სიჩქარის ელექტრონი ჰორიზონტალურად მოძრაობს, მასზე კი ამ დროს $4,5 \times 10^{-16}$ ნ ვერტიკალურად მიმართული მუდმივი

ძალა მოქმედებს. ელექტრონის მასაა $9,11 \times 10^{-31}$ კგ. ვერტიკალურად რა მანძილით შეიცვლის კურსს ელექტრონი 30 მმ-ის ჰორიზონტალურად გადაადგილების შემდეგ? **SSM.**

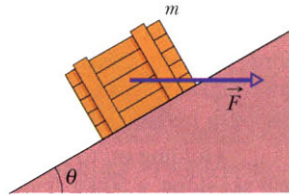
•24. 5.39 სურათზე

$m=100$ კგ მასის ხის ყუთს ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ ზედაპირზე ($\theta=30^\circ$)

$\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალით აწევენ.

რისი ტოლია ა) $\vec{F}$

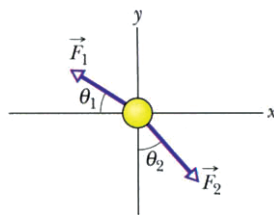
ძალის სიდიდე და ბ) ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი ძალის სიდიდე?



სურ. 5.39. ამოცანა 24.

•25. 820 ნ ნონის ტარზანი 20 მ სიმაღლის კლდიდან ჩამოვიდა ლიანაზე, რომელიც ხიდან ეშვება ვერტიკალისადმი 22° კუთხით. დაუშვათ, x ღერძი ჰორიზონტალურია, ხოლო y ღერძი — ვერტიკალური. ტარზანის ლიანაზე დაკიდების მომენტში ლიანის დაჭიმულობაა 760ნ. რისი ტოლია ა) ლიანიდან ტარზანზე მოქმედი ძალა ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და რისი ტოლია ტოლქმედი ძალის (ბ) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, გ) სიდიდე და დ) კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი. რისი ტოლია ტარზანის აჩქარების ე) სიდიდე და ვ) კუთხე?

•26. 5.40 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე დადებული 0,025კგ მასის ლიმონი და მასზე მოქმედი სამიდან ორი ჰორიზონტალური



სურ. 5.40. ამოცანა 26.

ძალა. $\vec{F}_1$ ძალის სიდიდეა 6ნ, ხოლო კუთხე $\theta_1=30^\circ$. $\vec{F}_2$ ძალის სიდიდეა 7ნ, ხოლო კუთხე $\theta_2=30^\circ$. რისი ტოლია მესამე ძალა ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, თუ ლიმონი ა) უძრავია, ბ) მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით $\vec{v}=(13\hat{i}-14\hat{j})$ მ/წმ და გ) მოძრაობს ცვლადი სიჩქარით $\vec{v}=(13t\hat{i}-14t\hat{j})$ მ/წმ, სადაც t დროა?

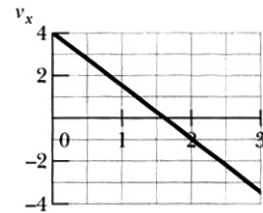
•27. 40კგ მასის გოგონა და 8,4 კგ ციგა გაყინული ტბის ზედაპირზე არიან, ერთმანეთისგან 15 მ მანძილზე და ერთმანეთთან უმნიშვნელო მასის თოკი აკავშირებთ. გოგონა თოკზე მოქმედებს 5,26

ჰორიზონტალური ძალით. რისი ტოლია ა) ციგის აჩქარება და ბ) გოგონას აჩქარება? გ) გოგონას სანყისი მდებარეობიდან რა მანძილზე შეხვდებიან გოგონა და ციგა ერთმანეთს?

•28. 40 კგ მასის მოთხილამურე ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტისადმი 10° კუთხით დახრილ ფერდობზე ეშვება. დაუშვათ, მოთხილამურე მოძრაობს x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით. მოთხილამურეზე მოქმედებს F_x კომპონენტის მქონე ქარის ძალა. რისი ტოლია F_x , თუ მოთხილამურის სიჩქარე ა) მუდმივია, ბ) იზრდება 1 მ/წმ² აჩქარებით და ბ) იზრდება 2 მ/წმ² აჩქარებით?

•29. ბლოკს ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ ზედაპირზე $v_0=3,5$ მ/წმ სანყისი სიჩქარით ზევით უბიძგებენ. ზედაპირის დახრის კუთხეა $\theta=32^\circ$. ა) რა მანძილს გაივლის ბლოკი ზედაპირზე? ბ) რა დრო დასჭირდება ამ მანძილის გასაღწევლად? გ) როგორი იქნება მისი სიჩქარე სანყის წერტილში დაბრუნებისას? **SSM WWW**

•30. 5 კგ მასის ყუთს ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტისადმი θ კუთხით დახრილ ზედაპირზე ზევით უბიძგებენ. 5.41



სურ. 5.41. ამოცანა 30.

სურათზე ნაჩვენებია ყუთის სიჩქარის v_x კომპონენტი, როგორც t დროის ფუნქცია, როცა x ღერძი ზუსტად დახრილი სიბრტყის გასწვრივია მიმართული. რისი ტოლია ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა?

•31. 3×10^{-4} კგ მასის სფერო თოკზეა ჩამოკიდებული. ჰორიზონტალური მიმართულების მსუბუქი ქარი სფეროს უბიძგებს და თოკს ვერტიკალისადმი 37° კუთხით გადახრის. მოძებნე ა) ბიძგის ძალა და ბ) თოკის დაჭიმულობა. **ILW.**

•32. 50 კგ მასის მოთხილამურე საბუქსირო თოკს ეჭიდება და ჰორიზონტისადმი 8° კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალი სათხილამურო ფერდობზე ადის. რისი ტოლია თოკიდან მოთხილამურეზე მოქმედი F ძალა, თუ ა) მოთხილამურის სიჩქარე მუდმივია და $v=2$ მ/წმ, ბ) $v=2$ მ/წმ და სიჩქარე იზრდება 0,1 მ/წმ² აჩქარებით?

••33. ლიფტისა და მისი ტვირთის საერთო მასაა 1600 კგ. გამოთვალე ლიფტის ბაგირის დაჭიმულობა, როდესაც ქვემოთ მოძრავი ლიფტი, რომლის საწყისი სიჩქარეა 12 მ/წმ, 42 მ-ის მუდმივი აჩქარებით გავლის შემდეგ ჩერდება.

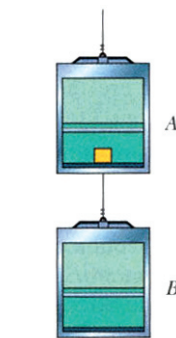
••34. ლამპა 2,4 მ/წმ² შენელებით ზევით მოძრავ ლიფტში ვერტიკალურ თოკზეა ჩამოკიდებული. ა) თუ თოკის დაჭიმულობაა 89 ნ, რისი ტოლია ლამპის მასა? ბ) რისი ტოლი იქნება თოკის დაჭიმულობა, თუ ლიფტი ზევით იმოძრავებს 2,4 მ/წმ² აჩქარებით?

••35. 27,8 კნ წონის ლიფტის კაბინა ზევით ადის. რისი ტოლია ლიფტის ბაგირის დაჭიმულობა, თუ ლიფტის სიჩქარე ა) იზრდება 1,22 მ/წმ²-ით და ბ) მცირდება 1,22 მ/წმ²-ით.

••36. ლიფტს ბაგირი მაღლა ეწევა. ლიფტისა და ერთი მგზავრის საერთო მასაა 2000 კგ. მგზავრს მონეტა გაუვარდა და კაბინის მიმართ 8 მ/წმ² აჩქარებით იატაკზე დაეცა. რისი ტოლია ბაგირის დაჭიმულობა?

••37. გვაქვს თოკი, რომელიც 387 ნ-ზე მეტი დაჭიმულობისას წყდება. ამ თოკით 449 ნ წონის ტვირთი 6,1 მ სიმაღლიდან მიწაზე უნდა ჩამოიტანო. ა) ტვირთის როგორი აჩქარება გამოიწვევს თოკის გაწყვეტას? ბ) რა აჩქარებით და რა სიჩქარით დაეცემა ტვირთი მიწაზე?

••38. 5.42 სურათზე A და B ლიფტები მოკლე ბაგირითაა გადამხული და მათი ამოძრავება A კაბინის ზედა ბაგირით შეიძლება. A კაბინის მასაა 1700 კგ, B კაბინისა – 1300 კგ. კაბინის იატაკზე 12 კგ მასის

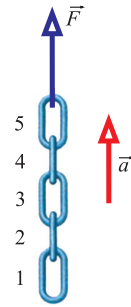


სურ. 5.42. ამოცანა 38.

ყუთი დევს. კაბინების დამაკავშირებელი ბაგირის დაჭიმულობაა $1,91 \times 10^4$ ნ. რისი ტოლია კაბინის იატაკიდან ყუთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა?

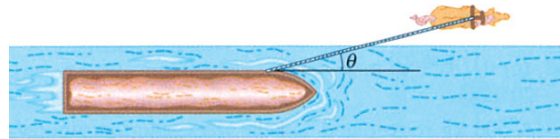
••39. 5.43 სურათზე 0,1 კგ მასის ხუთი რგოლისგან შემდგარ ჯაჭვს $a=2,5$ მ/წმ² აჩქარებით ვერტიკალურად ზევით სწევენ. გამოთვალე ა) მეორე რგოლიდან პირველზე მოქმედი ძალა, ბ) მესამედან მეორეზე მოქმედი ძალა, გ) მეოთხედან მესამეზე

მოქმედი ძალა და დ) მეხუთედან მეოთხეზე მოქმედი ძალა. შემდეგ გამოთვალე ე) ჯაჭვის ამწევი ადამიანისგან ბოლო რგოლზე მოქმედი $\vec{F}$ ძალა და ვ) თითოეული რგოლის ამაჩქარებელი ძალების ტოლქმედი. SSM.



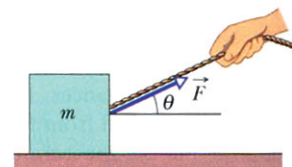
სურ. 5.43. ამოცანა 39.

••40. ძველად ცხენები არხში გემებს 5.44 სურათზე ნაჩვენები ხერხით ექაჩებოდნენ. დავუშვათ, ცხენი თოკს ექაჩება 7900 ნ ძალით გემის მოძრაობის მიმართულებისადმი (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი) $\theta = 18^\circ$ კუთხით. გემის მასაა 9500 კგ, ხოლო აჩქარება — 0,12 მ/წმ². რისი ტოლია წყლიდან გემზე მოქმედი ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი)?



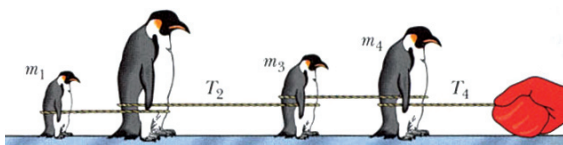
სურ. 5.44. ამოცანა 40.

••41. 5.45 სურათზე $m=5$ კგ მასის ბლოკს ხახუნისგან თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე თოკით მიათრევენ. თოკზე $F=12$ ნ ძალა $\theta=25^\circ$ კუთხით მოქმედებს. ა) რისი ტოლია ბლოკის აჩქარება? ბ) F ძალის სიდიდე ნელ-ნელა იზრდება. რისი ტოლია ძალა იატაკიდან ბლოკის სრულად აწევის შემდეგ? გ) რისი ტოლია ბლოკის აჩქარება მისი იატაკიდან სრულად აწევის მომენტში?



სურ. 5.45. ამოცანა 41.

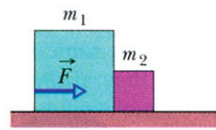
••42. 5.46 სურათზე თოკით გადამხული ოთხი პინგვინია ნაჩვენები, რომელთაც ხახუნისგან



სურ. 5.46. ამოცანა 42.

თავისუფალ ცინულზე ადამიანი მიათრევს. სამი პინგვინის მასა და ორი თოკის დაჭიმულობა შემდეგია: $m_1=12$ კგ, $m_3=15$ კგ, $m_4=20$ კგ, $T_2=1116$ და $T_4=222$ ნ. გამოთვალე მეორე პინგვინის მასა m_2 .

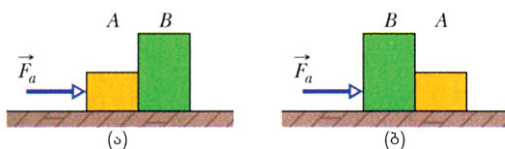
••43. ორი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე გვერდიგვერდ დგას. როგორც 5.47 სურათზე



სურ. 5.47. ამოცანა 43.

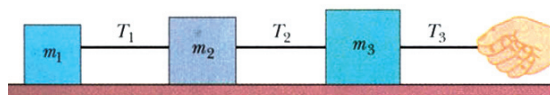
რათზე ვხედავთ, დიდ ბლოკზე ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ა) როცა $m_1=2,3$ კგ, $m_2=1,2$ კგ და $F=3,26$, გამოთვალე ორ ბლოკს შორის მოქმედი ძალის სიდიდე. ბ) დაამტკიცე, რომ თუ იმავე F სიდიდის ძალა პატარა ბლოკზე სანინალმდეგო მიმართულებით მოქმედებს, მაშინ ორ ბლოკს შორის 2,1 ნ ძალაა მოდებული, რომლის სიდიდე გასხვავდება ა) ნაწილში გამოთვლილი სიდიდისგან. გ) ახსენი ამ განსხვავების მიზეზი. [SSM ILW WWW](http://SSM.ILW.WWW)

••44. 5.48ა სურათზე A ბლოკზე $\vec{F}_a$ მუდმივი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. A ბლოკი B ბლოკს 20 ნ ძალით ჰორიზონტალურად მარჯვნივ აწევს. 5.48ბ სურათზე იგივე $\vec{F}_a$ ძალა B ბლოკზე მოქმედებს. ამჯერად A ბლოკი B ბლოკს 10 ნ ძალით ჰორიზონტალურად მარჯვნივ აწევს. ბლოკების საერთო მასაა 12 კგ. რისი ტოლია ა) 5.48ა სურათზე მათი აჩქარებები და ბ) $\vec{F}_a$ ძალის სიდიდე?



სურ. 5.48. ამოცანა 44.

••45. 5.49 სურათზე სამ გადაბმულ ბლოკს ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე $T_3=656$ ძალით ჰორიზონტალურად მარჯვნივ მიათრევენ. $m_1=12$ კგ, $m_2=24$ კგ და $m_3=31$ კგ. გამოთვალე ა) სისტემის აჩქარება, ბ) T_1 დაჭიმულობა და გ) T_2 დაჭიმულობა.



სურ. 5.49. ამოცანა 45.

••46. 5.50 სურათზე სამი ყუთი თოკებითაა გადაბმული. ერთ-ერთი თოკი ხახუნისგან თავისუფალ და უმნიშვნელო მასის მქონე ბლოკზეა

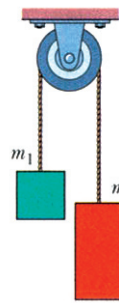
შემოხვეული. ყუთების მასებია $m_A=30$ კგ, $m_B=40$ კგ და $m_C=10$ კგ. როდესაც სისტემა



სურ. 5.50. ამოცანა 46.

ამოძრავდება, ა) რისი ტოლია B და C ყუთების დამაკავშირებელი თოკის დაჭიმულობა? ბ) რა მანძილზე გადაადგილება A ყუთი 0,25 ნმ-ში (იმ დაშვებით, რომ ის ბლოკს არ მიაღწევს)?

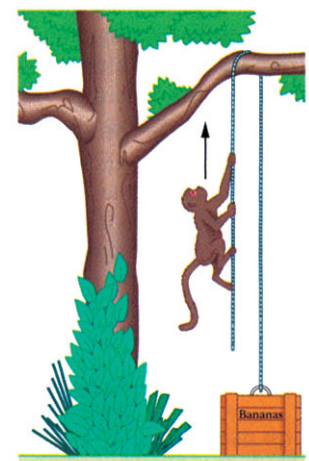
••47. 5.51 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ, უმნიშვნელო მასის ბლოკზე შემოხვეული თოკით დაკავშირებული ორი ყუთი. ამ მოწყობილობას ეტეულის მანქანა ეწოდება. ერთი ყუთის მასაა $m_1=1,3$ კგ, მეორე ყუთისა – $m_2=2,8$ კგ. რისი ტოლია ა) ყუთების აჩქარება და ბ) თოკის დაჭიმულობა?



სურ. 5.51. ამოცანა 47.

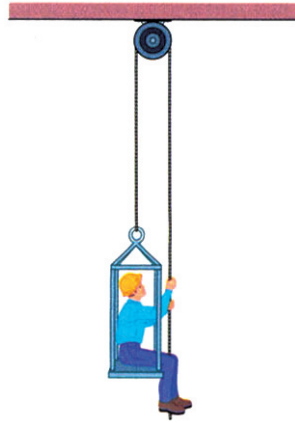
••48. 85 კგ მასის კაცი 10 მ სიმალიდან თოკით მიწაზე ჩამოდის. თოკი შემოხვეულია ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე და მის მეორე ბოლოზე 65კგ მასის ქვიშის ტომარაა დაკიდებული. რა სიჩქარით დაეცემა კაცი მიწაზე?

••49. 10 კგ მასის მაიმუნი უმნიშვნელო მასის მქონე თოკზე მიცოცავს. თოკი შემოხვეულია ხახუნისგან თავისუფალ ტოტზე და მიბმულია მიწაზე მდგარ, 15 კგ მასის ყუთზე (სურ. 5.52). ა) რა მინიმალური აჩქარება უნდა ჰქონდეს მაიმუნს, რათა ყუთი მიწიდან აწიოს? თუ ყუთის აწევის შემდეგ მაიმუნი ცოცვას შეწყვეტს და თოკს ჩამოეკიდება, რისი ტოლი იქნება მაიმუნის აჩქარების ბ) სიდიდე და გ) მიმართულება? დ) რისი ტოლი იქნება თოკის დაჭიმულობა? SSM



სურ. 5.52. ამოცანა 49.

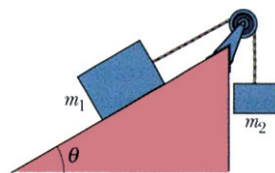
••50. 5.53 სურათზე ნაჩვენებია სკამზე მჯდომარე კაცი. სკამი ჩამოკიდებულია უმნიშვნელო მასის მქონე თოკზე, რომელიც შემოხვეულია ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე, ხოლო მისი მეორე ბოლო კაცს ხელში უჭირავს. კაცისა და



სურ. 5.53. ამოცანა 50.

სკამის საერთო მასაა 95 კგ. რა ძალით უნდა იმოქმედოს კაცმა თოკზე, რათა აწიოს ა) თანაბარი სიჩქარით და ბ) ზევით მიმართული $1,3 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით? (მინიშნება: თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ნამდვილად დაგეხმარებათ). თუ თოკის მარჯვენა მხარე მიწამდე ეშვება და კაცის მენჯილე თოკს ქაჩავს, რა ძალით უნდა იმოქმედოს მენჯილემ თოკზე, რათა კაცი აწიოს გ) თანაბარი სიჩქარით და დ) მაღლა მიმართული $1,3 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით? რისი ტოლია ბლოკის სისტემიდან ჭერზე მოქმედი ძალა ე) ა) ნაწილში, ე) ბ) ნაწილში, ზ) გ) ნაწილში და თ) დ) ნაწილში?

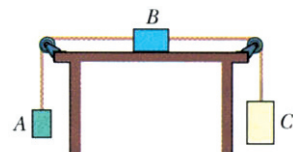
••51. $m_1 = 3,7 \text{ კგ}$ მასის ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ, $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ ზედაპირზე თოკით დაკავშირებულია $m_2 = 2,3 \text{ კგ}$ მასის ვერ-



სურ. 5.54. ამოცანა 51.

ტიკალურად დაკიდულ ყუთზე. თოკი შემოხვეულია უმნიშვნელო მასის მქონე, ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე (სურ. 5.54). რისი ტოლია ა) თითოეული ყუთის აჩქარება, ბ) დაკიდული ყუთის აჩქარების მიმართულება და გ) თოკის დაჭიმულობა?

••52. 5.55 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკებზე შემოხვეული თოკით დაკავშირებული სამი ყუთი. B ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე ძევს. ყუთების მასებია $m_A = 6 \text{ კგ}$, $m_B = 8 \text{ კგ}$ და $m_C = 10 \text{ კგ}$. როცა ყუთებს

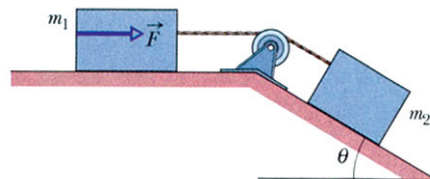


სურ. 5.55. ამოცანა 52.

ხელს გავუშვებთ, რისი ტოლი იქნება მარჯვენა თოკის დაჭიმულობა?

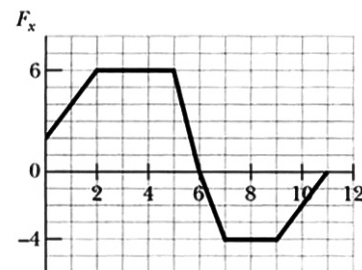
•••53. M მასის საჰაერო ბურთი ქვევით მიმართული a აჩქარებით ვერტიკალურად ქვევით ეშვება. რა მასის ზედმეტი ტვირთი უნდა გადმოაგდონ ბურთიდან, რათა მან ზევით მიმართული a აჩქარება შეიძინოს? დავუშვათ, რომ ჰაერიდან მოქმედი ზევით მიმართული ძალა მასის შემცირებისას არ იცვლება. SSM ILW.

•••54. 5.56 სურათზე ნაჩვენებია $m_2 = 1 \text{ კგ}$ მასის ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ, $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ ზედაპირზე. ეს ყუთი უმნიშვნელო მასის თოკით დაკავშირებულია $m_1 = 3 \text{ კგ}$ მასის მეორე ყუთთან, რომელიც ხახუნისგან თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ძევს. ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალია და უმნიშვნელო მასა აქვს. ა) თუ ჰორიზონტალური $\vec{F}$ ძალის სიდიდეა $2,3 \text{ ნ}$, მაშინ რისი ტოლია დამაკავშირებელი თოკის დაჭიმულობა? ბ) რა მაქსიმალური სიდიდისა შეიძლება იყოს $\vec{F}$ თოკის განწყდომის გარეშე?



სურ. 5.56. ამოცანა 54.

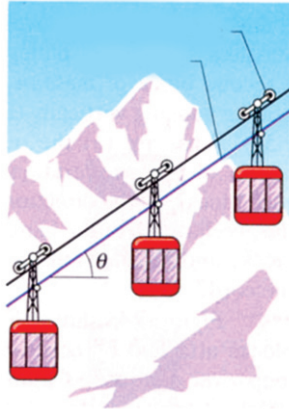
•••55. 5.57 სურათზე ნაჩვენებია x ღერძის გასწვრივ მოძრავი 3 კგ მასის ყინულის ბლოკზე მოქმედი ძალის F_x კომპონენტი, როგორც t დროის ფუნქცია. $t = 0$ მომენტში ბლოკი ღერძის დადებითი მიმართულებით 3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. რისი ტოლია ბლოკის ა) სიჩქარე და ბ) მოძრაობის მიმართულება, როდესაც $t = 11 \text{ წმ}$?



სურ. 5.57. ამოცანა 55.

•••56. 5.58 სურათზე ნაჩვენებია საბაგირო გზის მონაკვეთი. თითოეული ვაგონისა და მისი მგზავრების დასაშვები საერთო მასაა 2800 კგ . ბაგიზე მოძრავ ვაგონზე მოქმედებს ძალა მეორე

კაბელიდან, რომელიც თითოეული ვაგონის თავზეა მიმაგრებული. დაუშვათ, კაბელები დაჭიმულია და $\theta=35^\circ$ კუთხითაა დახრილი. როგორი იქნება განსხვავება კაბელის მეზობელი მონაკვეთების დაჭიმულობებს შორის, თუ თითოეულ ვაგონს მაქსიმალური დასაშვები მასა აქვს და $0,81 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით ზევით მოძრაობს?



სურ. 5.58. ამოცანა 56.

დამატებითი ამოცანები

57. ერთეულების უგულებელყოფა. ფიზიკის მთელი კურსის განმავლობაში მასწავლებელი ერთეულებთან ყურადღებით მოპყრობას ითხოვს. თუმცა, ზოგიერთ დაუდევარ სტუდენტს სჯერა, რომ ერთეულები ყოველთვის წესრიგშია. იმედია, რეალური ცხოვრებიდან აღებული შემდეგი მაგალითი ამ ასეთ მიდგომაზე უარს გათქმევინებს.

1983 წლის 23 ივლისს ავიაკომპანია “ეარ კანადის” 143-ე რეისის თვითმფრინავი მონრეალიდან ედმონტონამდე ხანგრძლივი ფრენისთვის ემზადებოდა, როდესაც ეკიპაჟმა აეროპორტის მომსახურე პერსონალს ჰკითხა, რამდენი საწვავი იყო თვითმფრინავში. ეკიპაჟმა იცოდა, რომ ფრენისთვის საჭირო იყო 22300 კგ საწვავი. მათ საწვავის რაოდენობა კილოგრამებში იცოდნენ, ვინაიდან კანადა მეტრულ სისტემაზე იყო გადასული. მანამდე საწვავი გირვანქებში იზომებოდა. აეროპორტის პერსონალი საწვავის რაოდენობას ლიტრებში ზომავდა და ამიტომ უპასუხა, 7682 ლიტრი. თვითმფრინავში საწვავის არსებული რაოდენობისა და შესაძლო დასამატებელი რაოდენობის გასაგებად ეკიპაჟმა აეროპორტს ჰკითხა, რა კოეფიციენტი იყო საჭირო ლიტრების კილოგრამებში გადასაყვანად. პასუხი იყო 1,77 (1,77 კგ — 1 ლიტრი). ა) ეკიპაჟის ვარაუდით, რამდენი კილოგრამი საწვავი იყო თვითმფრინავში? ბ) რამდენი ლიტრი საწვავის დამატება მოითხოვდა ეკიპაჟმა?

საუბედუროდ, აეროპორტის თანამშრომლების

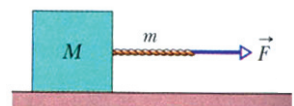
პასუხი ძველ სისტემას ეფუძნებოდა, სადაც კოეფიციენტი 1,77 გამოიყენებოდა არა ლიტრების კილოგრამებში, არამედ ლიტრების გირვანქებში გადასაყვანად. გ) სინამდვილეში რამდენი კილოგრამი საწვავი იყო თვითმფრინავში? (გარდა მოცემული 1,77-ისა, კოეფიციენტები ოთხი ნიშნის სიზუსტით დაამრგვალე) დ) სინამდვილეში რამდენი დამატებითი საწვავი იყო საჭირო? ე) მონრეალიდან გაფრენისას საჭირო საწვავის რა პროცენტული რაოდენობა ჰქონდა თვითმფრინავს?

ედმონტონის გზაზე, 7,9 კმ სიმაღლეზე, თვითმფრინავს საწვავი გაუთავდა და ვარდნა დაიწყო. მიუხედავად საწვავის არქონისა, პილოტმა იმდენი მოახერხა, რომ თვითმფრინავი თანაბრად ეშვებოდა. ვინაიდან უახლოესი მოქმედი აეროპორტი მეტისმეტად შორის იყო, პილოტმა თვითმფრინავი ძველი აეროპორტისკენ მიმართა. საუბედუროდ, ამ აეროპორტის ასაფრენი ბილიკი მანქანების ტრასად იყო გადაკეთებული და მის გარშემო რკინის ჯვბირი იყო შემოვლებული. ტრასაზე დაშვებისას თვითმფრინავის წინა შასი მოტყდა და თვითმფრინავი ცხვირით ტრასაზე დაეცა. ხახუნმა თვითმფრინავი შეანელა და ჯვბირთან ახლოს გააჩერა. მანქანების მძღოლები და მგზავრები შეძრწუნებულები უყურებდნენ ამ სანახაობას. თვითმფრინავის ყველა მგზავრი ცოცხალი გადარჩა. ამ ამბის მორალი ასეთია: ყურადღებით მოეპყარი ერთეულებს.

58. სხეულზე 20 ნ და 35 ნ ორი ძალა ერთმანეთისგან 80° კუთხით განსხვავებული მიმართულებით მოქმედებს. ამის შედეგად მიღებული აჩქარებაა 20 მ/წმ². რისი ტოლია სხეულის მასა?

59. x ღერძის გასწვრივ მოძრავ 2 კგ მასის წერტილზე ამ ღერძის გასწვრივ მიმართული ცვლადი ძალა მოქმედებს. წერტილის მდებარეობა მოცემულია ფორმულით $x = 3 \text{ მ} + (4 \text{ მ/წმ})t + ct^2 - (2 \text{ მ/წმ}^3)t^3$, სადაც x მეტრებშია, ხოლო t — წამებში. c კოეფიციენტი მუდმივია. როდესაც $t=3$ წმ, წერტილზე x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით 36 ნ სიდიდის ძალა მოქმედებს. რისი ტოლია c ?

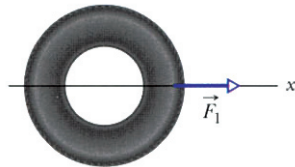
60. M მასის A ბლოკს ხახუნისგან თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე m მასის თოკით მიათრევენ, როგორც ეს 5.59 სურათზეა ნაჩვენები. თოკის ბოლოზე $\vec{F}$ ჰორი-



სურ. 5.59. ამოცანა 60.

ზონტალური ძალა მოქმედებს. ა) დაამტკიცე, რომ თოკი ოდნავ მაინც ჩაიზნიქება. შემდეგ დაუშვი, რომ ჩაზნექა უმნიშვნელოა და მოძებნე ბ) თოკისა და ბლოკის აჩქარება, გ) თოკიდან ბლოკზე მოქმედი ძალა და დ) თოკის დაჭიმულობა მის შუა წერტილში.

61. 5.60 სურათზე ნაჩვენებია 12 კგ საბურავი, რომელსაც სამი, ჰორიზონტალურად გაჭიმული, თოკით ექაჩებიან.

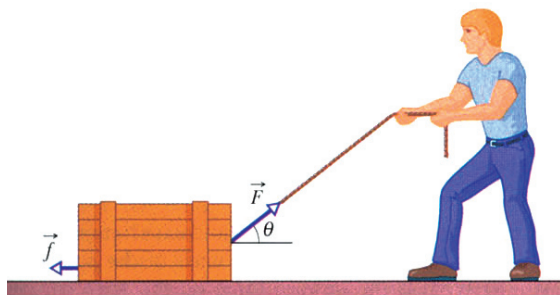


სურ. 5.60. ამოცანა 61.

ერთ თოკზე მოდებული ძალა ($F_1=506$) მოცემულია. დანარჩენ თოკებზე მოდებულმა ძალებმა საბურავზე ისე უნდა იმოქმედოს, რომ მას, სულ ცოტა, a აჩქარება მიანიჭოს. რისი ტოლია a , თუ ა) $F_2=30$ ნ, $F_3=20$ ნ; ბ) $F_2=30$ ნ, $F_3=10$ ნ; გ) $F_2=F_3=20$ ნ?

62. უცვლელი $\vec{v} = (2 \text{ მ/წმ})\hat{i} - (7 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით მოძრავ წერტილზე სამი ძალა მოქმედებს. ორი ძალაა $\vec{F}_1 = (2 \text{ ნ})\hat{i} + (3 \text{ ნ})\hat{j} + (-2 \text{ ნ})\hat{k}$ და $\vec{F}_2 = (-5 \text{ ნ})\hat{i} + (8 \text{ ნ})\hat{j} + (-2 \text{ ნ})\hat{k}$. რისი ტოლია მესამე ძალა?

63. მუშა ყუთს თოკით ქარხნის იატაკზე მიათრევს (სურ. 5.61). მუშა თოკზე $F=450$ ნ ძალით მოქმედებს. თოკი ჰორიზონტალისადმი $\theta = 38^\circ$ კუთხითაა დახრილი, ხოლო იატაკი ყუთზე $f = 125$ ნ ძალით, მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოქმედებს. გამოთვალე ყუთის აჩქარება, თუ ა) მისი მასაა 310 კგ და ბ) მისი წონაა 310 ნ.



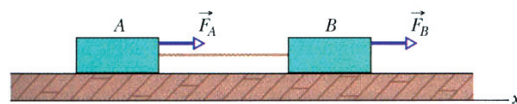
სურ. 5.61. ამოცანა 63.

64. ბირთვი მასში მოხვედრილი მოხეტიალე ნეიტრონის გასაჩერებლად მასზე ძლიერი შინაგანი ძალით მოქმედებს. ეს ძალა, რომელიც ბირთვებს ერთმანეთთან „აწებებს“, ბირთვის გარეთ დაახლოებით ნულის ტოლია. დაუშვათ, $1,4 \times 10^7$ მ/წმ სიჩქარით მოძრავი ნეიტრონი

$d = 1 \times 10^{-14}$ მ დიამეტრის ბირთვმა დაატყვევა. ნეიტრონზე მოქმედი ძალა თანაბარია. გამოთვალე ამ ძალის სიდიდე. ნეიტრონის მასაა $1,67 \times 10^{-27}$ კგ.

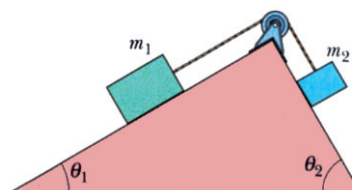
65. 0,2 კგ მასის შაიბა 2 მ/წმ სიჩქარით ხახუნისგან თავისუფალ ჰოკეის მოედნის ზედაპირზე აღმოსავლეთისკენ მისრიალებს. რისი ტოლია იმ ტოლქმედი ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება, რომელმაც შაიბაზე უნდა იმოქმედოს, რათა 0,4 წმ ინტერვალში შაიბა დასავლეთისკენ წავიდეს 5 მ/წმ სიჩქარით? რისი ტოლია ტოლქმედის გ) სიდიდე და დ) მიმართულება, თუ შაიბა ამ ინტერვალში აღმოსავლეთისკენ წავა 5 მ/წმ სიჩქარით?

66. 5.62-ე სურათზე 4 კგ მასის A ბლოკი და 6 კგ მასის B ბლოკი უმნიშვნელო მასის ძაფითაა გადამბული. A ბლოკზე მოქმედებს $\vec{F}_A = (126 \text{ ნ})\hat{i}$ ძალა, ხოლო B ბლოკზე — $\vec{F}_B = (24 \text{ ნ})\hat{i}$ ძალა. რისი ტოლია ძაფის დაჭიმულობა?



სურ. 5.62. ამოცანა 66.

67. 5.63 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ, $\theta_1=30^\circ$ დახრილ ზედაპირზე მდებარე ყუთი ($m_1=3$ კგ). ეს ყუთი უმნიშვნელო მასის თოკით $\theta_2=60^\circ$ დახრილ ზედაპირზე მდებარე მეორე ყუთთანაა მიბმული ($m_2=2$ კგ). ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალია და უმნიშვნელო მასა აქვს. რისი ტოლია თოკის დაჭიმულობა?

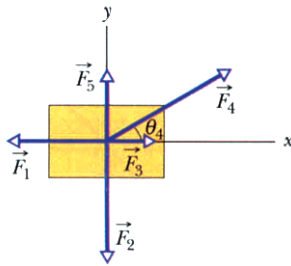


სურ. 5.63. ამოცანა 67.

68. 15000 კგ მასის ვერტმფრენი 4500 კგ სატვირთო მანქანას $1,4 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით სწევს. გამოთვალე ა) ჰაერიდან ვერტმფრენზე მოქმედი, ზევით მიმართული ტოლქმედი ძალა, ბ) ვერტმფრენისა და სატვირთო მანქანის დამაკავშირებელი ბაგირის დაჭიმულობა.

69. 52 კგ მასის ცირკის მსახიობი თოკზე უნდა გავიდეს, რომელიც განწყდება, თუ დაჭიმულობა 425 ნ-ს გადააჭარბებს. ა) რა მოხდება, თუ მსახიობი თოკს უძრავად ჩამოეკიდება? ბ) აჩქარების რა სიდიდით აიცილებს მსახიობი თოკის განწყევას?

70. 5.64 სურათზე ნაჩვენებია $m = 4$ კგ მასის ყუთი, რომელზეც ხუთი ძალა მოქმედებს. ძალების სიდიდეებია: $F_1 = 11$ ნ, $F_2 = 17$ ნ, $F_3 = 3$ ნ, $F_4 = 14$ ნ და $F_5 = 5$ ნ, ხოლო $\theta_4 = 30^\circ$. მო-



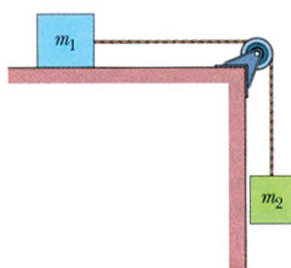
სურ. 5.64. ამოცანა 70.

ძებნე ყუთის აჩქარების ა) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) კუთხე x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი.

71. 3 კგ მასის y ღერძის დადებითი მიმართულებით 3 მ/წმ² აჩქარებით მოძრავ სხეულზე ორი ძალა მოქმედებს. თუ ერთი ძალა x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოქმედებს და აქვს 8 ნ სიდიდე, მაშინ რისი ტოლია მეორე ძალის სიდიდე?

72. წარმოდგინე სადესანტო კოსმოსური ხომალდი, რომელიც იუპიტერის ერთ-ერთ თანამგზავრს, კალისტოს უახლოვდება. თუ მისი ძრავა გამოიმუშავებს ზევით მიმართულ 3260 ნ ძალას, მაშინ ხომალდი თანაბარი სიჩქარით ეშვება. თუ მოტორი გამოიმუშავებს მხოლოდ 2200 ნ ძალას, მაშინ ხომალდი ქვედა მიმართულებით $0,39$ მ/წმ²-ით ჩქარდება. ა) რისი ტოლია ხომალდის წონა კალისტოს ზედაპირთან ახლოს? ბ) რისი ტოლია ხომალდის მასა? გ) რისი ტოლია თავისუფალი ვარდნის აჩქარება კალისტოს ზედაპირთან ახლოს?

73. m_1 მასის სხეულს გარკვეული ძალა 12 მ/წმ² აჩქარებას ანიჭებს, ხოლო m_2 მასის სხეულს – $3,3$ მ/წმ² აჩქარებას. რა აჩქარებას მიანიჭებს ძალა ა) $m_2 - m_1$ და ბ) $m_2 + m_1$ მასის სხეულებს?

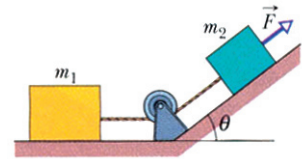


სურ. 5.65. ამოცანა 74.

74. 5.65 სურათზე ნაჩვენებია $m_1 = 3$ კგ მასის კონტეინერი, რომელიც m_2 მასის ყუთთან ხახუნისგან თავისუფალ ბლოკზე შემოხვეული თოკითაა დაკავშირებული. თოკისა და ბლოკის მასები უმნიშვნელოა. როდესაც კონტეინერი უძრავი მდგომარეობიდან გამოდის, ის ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე 1 მ/წმ² აჩქარებით

მოძრაობს. რისი ტოლია ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) m_2 მასა?

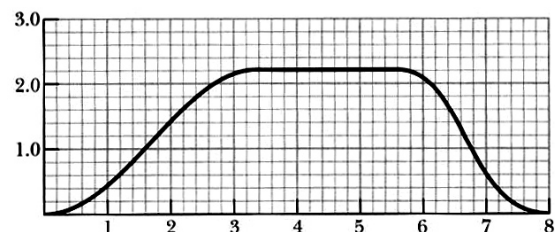
75. 5.66 სურათზე $m_2 = 1$ კგ მასის ყუთზე 12 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. ძალა $\theta = 37^\circ$ კუთხით დახრილი სიბრტყის



სურ. 5.66. ამოცანა 75.

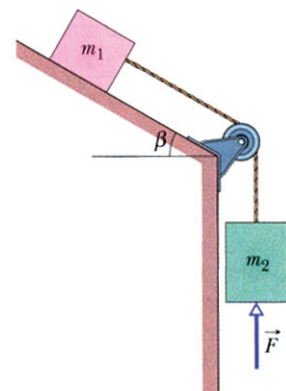
გასწვრივია მიმართული. ყუთი თოკით იატაკზე დადებულ $m_1 = 3$ კგ მასის მეორე ყუთთანაა დაკავშირებული. იატაკი, სიბრტყე და ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალია, ხოლო ბლოკისა და თოკის მასა უმნიშვნელოა. რისი ტოლია თოკის დაჭიმულობა?

76. 100 კგ მასის ყუთი სატვირთო ლიფტის იატაკზე ძევს. $t = 0$ მომენტში ლიფტი შენობის პირველი სართულიდან მოძრაობას იწყებს და 8 წამის შემდეგ ბოლო სართულზე ადის. 5.67 სურათზე ნაჩვენებია ლიფტის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რისი ტოლია ა) ლიფტზე მოქმედი ძალის $F_{\text{ლ}}$ სიდიდე, ბ) ლიფტის იატაკიდან ყუთზე მოქმედი ძალის მიმართულება (ზევით თუ ქვევით), როდესაც $t = 1,8$ წმ? რისი ტოლია გ) $F_{\text{ლ}}$ -ის სიდიდე და დ) მიმართულება, როდესაც $t = 4,4$ წმ? რისი ტოლია ე) $F_{\text{ლ}}$ -ის სიდიდე და ვ) მიმართულება, როდესაც $t = 6,8$ წმ?



სურ. 5.67. ამოცანა 76.

77. 5.68 სურათზე დახრილ ზედაპირზე მდებარე თუნუქის ჭურჭელი ($m_1 = 1$ კგ) თუნუქის მეორე ჭურჭელთანაა ($m_2 = 2$ კგ) მიბმული. ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალია და უმნიშვნელო მასა აქვს. ზევით მიმართული $F = 6$ ნ ძალა მოქმედებს მეორე ჭურჭელზე, რომელსაც ქვევით



სურ. 5.68. ამოცანა 77.

მიმართული $5,5 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარება აქვს. რისი ტოლია ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) β კუთხე?

78. სხეული ლიფტის ჭერზე დამაგრებულ ზამბარიან სასწორზეა ჩამოკიდებული. კაბინის უძრაობის დროს სასწორი 65° -ს აჩვენებს. რისი ტოლია სასწორის ჩვენება, თუ კაბინა ზევით მოძრაობს ა) $7,6 \text{ მ/წმ}$ მუდმივი სიჩქარით? ბ) $7,6 \text{ მ/წმ}$ სიჩქარის $2,4 \text{ მ/წმ}^2$ შენელებით?

79. 5.6 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშის 5.17 სურათზე მე-2 თოკსა და ჭერს შორის კუთხე მე-2 თოკის სიგრძის ცვლილებით შევცვალოთ და ვუწოდოთ მას θ_2 (1-ელ თოკსა და ჭერს შორის კუთხეა 28°). ა) ამოცანის ამ ნიმუშში მოცემული მონაცემების საფუძველზე ააგე პირველი თოკის T_1 დაჭიმულობის θ_2 -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი, როდესაც $0^\circ < \theta_2 < 90^\circ$. დაახლოებით რისი ტოლია T_1 -ის ა) მაქსიმალური და ბ) მინიმალური სიდიდეები? არის თუ არა ეს ფიზიკურად შესაძლებელი გ) მაქსიმალური სიდიდე და დ) მინიმალური სიდიდე?

80. გამოთვალე 75 კგ მასის კოსმოსურ ხომალდ „რენიჯერის“ წონა ა) დედამიწაზე, ბ) მარსზე, სადაც $g=3,8 \text{ მ/წმ}^2$, და გ) ლია კოსმოსში, სადაც $g=0$. დ) რისი ტოლია „რენიჯერის“ მასა თითოეულ მდებარეობაში?

81. წერტილი იმ ადგილზე, სადაც $g=9,8 \text{ მ/წმ}^2$, 22° -ს იწონის. რისი ტოლია წერტილის ა) წონა და ბ) მასა იქ, სადაც $g=4,9 \text{ მ/წმ}^2$? რისი ტოლია მისი გ) წონა და დ) მასა, თუ წერტილი იმყოფება კოსმოსში, სადაც $g=0$?

82. $1,2 \times 10^6 \text{ კგ}$ მასის კოსმოსური ხომალდი ვარსკვლავების სისტემის მიმართ უძრავ მდგომარეობაშია. ა) რა აჩქარება დასჭირდება ხომალდის $0,1c$ სიჩქარით (c სინათლის სიჩქარეა და ტოლია $3 \times 10^8 \text{ მ/წმ}$ -ისა) ამოძრავებას ვარსკვლავების სისტემის მიმართ 3 დღეში? ბ) რისი ტოლია ეს აჩქარება გ-ებში? გ) რა ძალაა საჭირო ამ აჩქარებისთვის? დ) თუ $0,1c$ სიჩქარის მიღწევისას ძრავები გამორთეს (სიჩქარე თანაბარია), რა დრო დასჭირდება ხომალდს 5 სინათლის თვის გასავლელად (მანძილი, რომელსაც სინათლე 5 თვეში გაივლის)?

83. მოტოციკლი და 65 კგ მასის მოტოციკლისტი 3 მ/წმ^2 აჩქარებით ჰორიზონტისადმი 10° კუთხით დახრილ ზედაპირზე მოძრაობენ. რისი ტოლია

ა) მოტოციკლისტზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი და ბ) მოტოციკლიდან მოტოციკლისტზე მოქმედი ძალა?

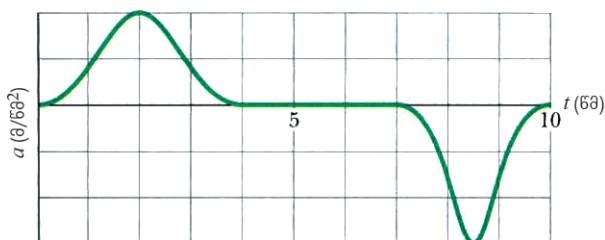
84. როდესაც 17 კნ წონის ავტომობილი $3,66 \text{ მ/წმ}^2$ -ით ჩქარდება, რისი ტოლია მასზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი?

85. 85 კგ მასის ადამიანი პარაშუტით ხტება და $2,5 \text{ მ/წმ}^2$ ქვევით მიმართული აჩქარებით ვარდება. პარაშუტის მასაა 5 კგ . ა) რისი ტოლია ჰაერიდან გახსნილ პარაშუტზე მოქმედი ზევით მიმართული ძალა? ბ) რისი ტოლია ადამიანიდან პარაშუტზე მოქმედი ქვევით მიმართული ძალა?

86. 1400 კგ მასის რეაქტიული ძრავა სამგზავრო თვითმფრინავის კორპუსზე მხოლოდ სამი ჭანჭიკითაა მიმაგრებული (როგორც წესი). დაუშვათ, თითოეულ ჭანჭიკზე დატვირთვის ერთი მესამედი მოდის. ა) გამოთვალე თითოეულ ჭანჭიკზე მოქმედი ძალა, როდესაც თვითმფრინავი გაფრენისთვის ემზადება. ბ) ფრენის დროს თვითმფრინავზე მოქმედებს ძალა, რომელიც მას ზევით მიმართულ $2,6 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებას ანიჭებს. გამოთვალე თითოეულ ჭანჭიკზე ამჯერად მოქმედი ძალა.

87. 12 კგ მასის ჯავშნოსანი (ცხოველი) სანადიროდ ტბის გაყინულ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე შერბის. ჯავშნოსანის საწყისი სიჩქარე, რომლის სიდიდეა 5 მ/წმ , მიმართულია x ღერძის დადებითი მიმართულებით. ჯავშნოსანის საწყისი მდებარეობა ათვლის სათავედ მიიჩნე. ცხოველი ყინულზე სრიალს იწყებს, როცა მასზე y ღერძის დადებითი მიმართულების 17 ნ ძალის ქარი მოქმედებს. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, რისი ტოლია ჯავშნოსანის ა) სიჩქარე და ბ) მდებარეობა 3 წმ სრიალის შემდეგ?

88. 50 კგ მასის მგზავრი ლიფტით მოძრაობს, რომელიც პირველი სართულიდან მოძრაობას იწყებს $t=0$ მომენტში და ბოლო სართულზე 10 წმ -ის შემდეგ ადის. 5.69 სურათზე ნაჩვენებია კაბინის



სურ. 5.69. ამოცანა 88.

აჩქარების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. აჩქარების დადებითი სიდიდეები ასახავს მის ზედა მიმართულებას. როგორია ლიფტის იატაკიდან მგზავრზე მოქმედი მაქსიმალური ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება (ზევით თუ ქვევით)? როგორია იატაკიდან მგზავრზე მოქმედი მინიმალური ძალის გ) სიდიდე და დ) მიმართულება? როგორია მგზავრიდან იატაკზე მოქმედი მაქსიმალური ძალის ე) სიდიდე და ვ) მიმართულება?

89. $\vec{F}$ ძალის მოქმედებით ცდილობ ხახუნისგან თავისუფალ იატაკზე მაცივრის გადაადგილებას. $\vec{F}$ ან ჰორიზონტალურია (პირველი შემთხვევა), ან θ კუთხით დახრილი (მეორე შემთხვევა). ა) რისი ტოლია მეორე შემთხვევის შესაბამისი სიჩქარის ფარდობა პირველი შემთხვევის შესაბამის სიჩქარესთან, თუ მაცივარს გარკვეული t დროის განმავლობაში უბიძგებ? ბ) რისი ტოლია ეს ფარდობა, თუ მაცივარს გარკვეულ d მანძილზე უბიძგებ?

90. 1 კგ მასის სხეული 4 მ/წმ² აჩქარებით x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 160° კუთხით მოძრაობს. სხეულზე ორი ძალა მოქმედებს. ერთია $\vec{F}_1 = (2,5 \text{ ნ})\vec{i} + (4,6 \text{ ნ})\vec{j}$. რისი ტოლია მეორე ძალის ა) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) კუთხე?

91. რაკეტისა და მისი სასარგებლო ტვირთის საერთო მასაა 5×10^4 კგ. რა სიდიდისაა ძრავის მიერ წარმოქმნილი ძალა (დარტყმა), როდესაც რაკეტა ა) აფრენის ადგილის თავზე ჰაერში „ჰკიდია“ და ბ) ზევით ჩქარდება 20 მ/წმ²-ით?

92. 80 კგ მასის კაცი 0,5 მ სიმაღლის ფანჯრიდან ეზოში ხტება. გადმოხტომისას ის მუხლებს არ ხრის და გაჩერებისთვის 2 სმ სჭირდება. ა) რისი ტოლია მისი საშუალო აჩქარება ეზოს მიწის პირველად შეხებიდან გაჩერებამდე? ბ) რა საშუალო შემაჩერებელი ძალით მოქმედებს შიდა ეზო?

93. 2 კნ წონის მოტოციკლი 0-დან 88,5 კმ/სთ-მდე 6 წამში ჩქარდება. რისი ტოლია ა) თანაბარი აჩქარება და ბ) აჩქარების გამომწვევის ძალების ტოლქმედი?

94. დავუშვათ, 5,14 სურათზე სხეულების მასებია 2 კგ და 4 კგ. ა) რა მასა უნდა ჰქონდეს ჩამოკიდებულ სხეულს, რათა აჩქარება მაქსიმალური იყოს? როგორი იქნება ამ შემთხვევაში ბ) აჩქარების სიდიდე და გ) თოკის დაჭიმულობა?

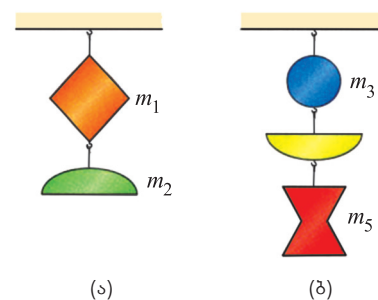
95. თუ 1 კგ მასის სხეული მხოლოდ $\vec{F}_1 = (3 \text{ ნ})\vec{i} + (4 \text{ ნ})\vec{j}$ და $\vec{F}_2 = (-2 \text{ ნ})\vec{i} + (-6 \text{ ნ})\vec{j}$ ძალების ზემოქმედებით ჩქარდება, მაშინ რისი ტოლია $\vec{F}_3$ ტოლქმედის ა) ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი კუთხე? რისი ტოლია $\vec{a}$ -ს დ) სიდიდე და ე) კუთხე?

96. კოსმოსური ხომალდი მთვარიდან, სადაც $g = 1,6$ მ/წმ², ვერტიკალურად ფრინდება. თუ აფრენისას ხომალდის აჩქარებაა 1 მ/წმ², მაშინ რა სიდიდის ძალით მოქმედებს ხომალდი პილოტზე, რომელიც დედამიწაზე 735 ნ-ს იწონის?

97. ლაბორატორიულ ექსპერიმენტში თავდაპირველად უძრავი ელექტრონი (მასა = $9,11 \times 10^{-31}$ კგ) 1,5 სმ-ის მანძილზე თანაბარ აჩქარებას განიცდის და დისტანციის დასასრულს 6×10^6 მ/წმ სიჩქარეს აღწევს. რისი ტოლია ა) ელექტრონის ამაჩქარებელი ძალის სიდიდე და ბ) ელექტრონის წონა?

98. გამოთვალე $1,3 \times 10^4$ კგ მასის რაკეტის სანწყისი, ზევით მიმართული აჩქარება, თუ ძრავის მიერ წარმოქმნილი სანწყისი ზევით მიმართული ძალის (ბიძგის) სიდიდეა $2,6 \times 10^5$ ნ. არ უგულებელყო რაკეტაზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა.

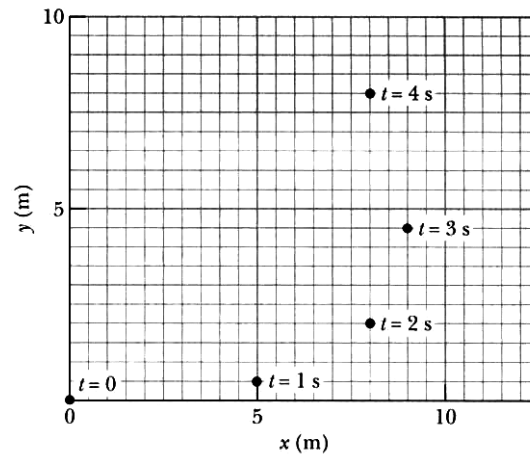
99. 5.70ა სურათზე ნაჩვენებია ჭერზე ჩამოკიდებული კონსტრუქცია. ის ლითონის ორი ნაწილისგან ($m_1 = 3,5$ კგ და $m_2 = 4,5$ კგ) შედგება, რომლებიც ერთმანეთზე უმნიშვნელო მასის თოკითაა გადაბმული. რისი ტოლია ა) ქვედა თოკის დაჭიმულობა და ბ) ზედა თოკის დაჭიმულობა? 5.70ბ სურათზე ნაჩვენებია ლითონის სამი ნაწილისგან შემდგარი კონსტრუქცია. ორი მათგანის მასაა $m_3 = 4,8$ კგ და $m_5 = 5,5$ კგ. ზედა თოკის დაჭიმულობაა 199 ნ. რისი ტოლია გ) ქვედა თოკის დაჭიმულობა და დ) შუა თოკის დაჭიმულობა?



სურ. 5.70. ამოცანა 99.

100. 29 კგ მასის პინგვინი აღმოსავლეთისკენ 6 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და დიდი ფართობის ყინულზე შერბის. ყინულზე ცურვის დროს ქარი პინგვინზე უცვლელი სიდიდის და მიმართულების ძალით მოქმედებს. 5.71 სურათზე ნაჩვენებია ყინულზე ცურვის დროს პინგვინის მდებარეობები 1-წამიან შუალედებში. x ღერძის დადებით მიმართულებად არჩეულია აღმოსავლეთი. პინგვინი ყინულს პირველად $t = 0$ მომენტში ეხება. როგორია ქარის პინგვინზე მოქმედი ძალის ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება?

101. 0,2 კგ მასის შაიბა გაყინული ტბის ზედაპირზე 2 მ/წმ სიჩქარით აღმოსავლეთისკენ მიცურავს. რისი ტოლი უნდა იყოს 0,5 წამის განმავლობაში შაიბაზე მოქმედი საშუალო ძალის სიდიდე და მიმართულება, რათა შაიბის სიჩქარე გახდეს ა) 5 მ/წმ დასავლეთისკენ და ბ) 5 მ/წმ სამხრეთისკენ?



სურ. 5.71. ამოცანა 100.



ძანა და მოძიხოზა

ბოლიდის უსაფრთხო მოხვევა რბოლის დროს ხახუნზე დამოკიდებული. ძალიან სწრაფად მოძრაობის შემთხვევაში, ხახუნი ვერ ასრულებს თავის ფუნქციას და ბოლიდი ტრასაზე ცურდება. ადრე მოსახვევში შესვლისას მრბოლელს ძალიან უნდა შეენელებინა ბოლიდი, დღესდღეობით კი უკეთესი კონსტრუქციის შედეგად ჰაერი ბოლიდს ზემოდან აწევს და დიდი სიჩქარის შემთხვევაშიც მოცურების ალბათობა მცირეა. ქვემოთ მიმართულ ბიძგს უარყოფითი წევა ეწოდება. უარყოფით წევას ბოლიდის ზემოდან და ქვემოდად გამავალი ჰაერის ნაკადი იწვევს. თანამედროვე რბოლებში უარყოფითი წევა საკმაოდ ძლიერია.

შესაძლებელია თუ ახა ამოუცხავები ბოლიდის ჭიხა ბახიხა?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

6.1. ხა ახის ფოზიხა?

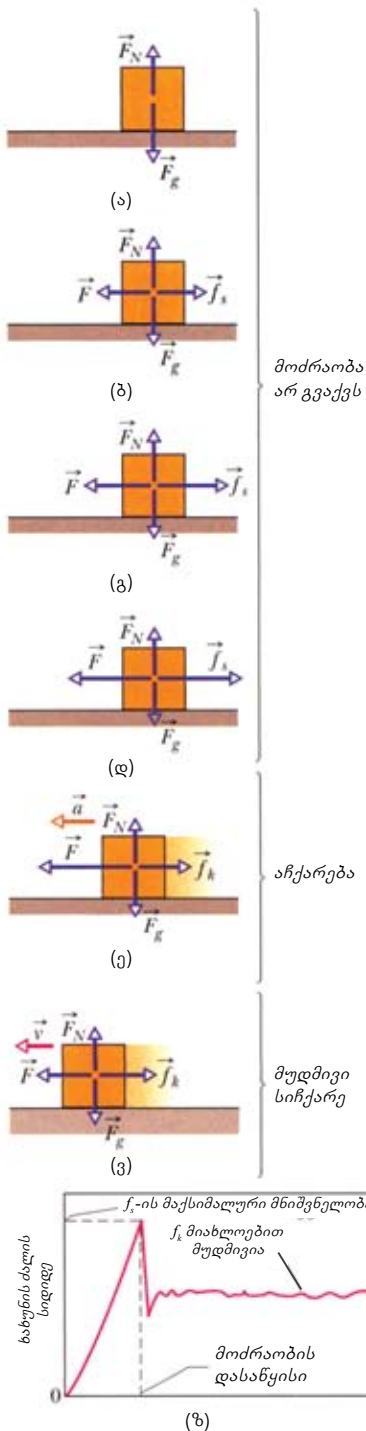
მოცემულ თავში ყურადღებას სამი სახეობის ძალას მივაპყრობთ. ესენია ხახუნის, წევის და ცენტრისკენული ძალები. ინდიანაპოლის-500-სთვის სარბოლო მანქანის მომზადებისას ინჟინერმა სამივე სახეობის ძალა უნდა გაითვალისწინოს. საბურავებზე მოქმედი ხახუნის ძალა გადამწყვეტ ზეგავლენას ახდენს მანქანის აჩქარებაზე, როდესაც პილოტი პიტ-სტოპიდან გამოდის ან მოსახვევში შედის. ჰაერიდან მანქანაზე მოქმედი წევის ძალა მინუშამდე უნდა შემცირდეს, წინააღმდეგ შემთხვევაში მანქანა ბევრ სანჯავს მოიხმარს და პიტ-სტოპში შესვლა მალევე მოუწევს (პიტ-სტოპში 14 წამით გაჩერებაც კი პილოტს რბოლის წაგებად შეიძლება დაუჯდეს). ცენტრისკენულ ძალას დიდი მნიშვნელობა მოსახვევებში აქვს (არასაკმარისი ცენტრისკენული ძალის შემთხვევაში მანქანა კედელს შეეჯახება).

ჩვენს განხილვას ხახუნის ძალებით ვინყვობ.

6.2. ხახუნი

ხახუნი ჩვენი ყოველდღიური ცხოვრების განუყოფელი ნაწილია. მათთვის წინააღმდეგობის გაწევის გარეშე ყველა მოძრავე საგანი გაჩერდებოდა. ავტომობილში მოხმარებული სანჯავის 20% ძრავასა და ტრანსმისიაში არსებული ხახუნის წინააღმდეგ გამოიყენება. მეორეს მხრივ, ხახუნის არარსებობის შემთხვევაში ავტომობილი საერთოდ ვერ იმოძრაებდა და, უფრო მეტიც, ფეხით ან ველოსიპედით გადაადგილება კი შეუძლებელი იქნებოდა. ვერ დავიჭერდით ფანქარს და, შესაბამისად, ვერც დავწერდით. ჭანჭიკები და ლურსმნები გამოუსადეგარები გახდებოდა, მოქსოვილი ტანსაცმელი ნაწილ-ნაწილ დაიშლებოდა და კვანძებიც კი თავისით გაიხსნებოდა.

ამჯერად ჩვენ შევეხებით მშრალ, მყარ ზედაპირებს შორის მოქმედ ხახუნის ძალებს, როდესაც ზედაპირები



სურ. 6.1. ა) უძრავ ბლოკზე მოქმედი ძალები. ბ)-დ) ბლოკზე მოდებული $\vec{F}$ გარე ძალას f_s სტატიკური ხახუნის ძალა აწინააღმდეგებს. $\vec{F}$ -ის ზრდასთან ერთად f_s ძალაც იზრდება, ვიდრე f_s გარკვეულ მაქსიმალურ მნიშვნელობას შეიძენს. ე) ამის შემდეგ ბლოკი $\vec{F}$ -ის მიმართულებით ჩქარდება. ვ) თუ ბლოკი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, მაშინ ძალა კვლავ იმ მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე შემცირდება, რომელიც ბლოკზე იყო მოდებული ამოძრავებამდე. ზ) ა)-ვ) მოვლენების ექსპერიმენტული შედეგები.

ერთმანეთისადმი უძრავი არიან ან მცირე სიჩქარით მოძრაობენ. ჩავატაროთ სამი მარტივი ექსპერიმენტი:

1. წიგნი გრძელ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გავაცუროთ. როგორც მოსალოდნელია, წიგნი შენელებს და შემდეგ გაჩერდება. ეს ნიშნავს, რომ წიგნს მხები ზედაპირის პარალელური და საკუთარი სიჩქარის საწინააღმდეგო მიმართულების მქონე აჩქარება აქვს. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, წიგნზე მხები ზედაპირის პარალელური და მისი სიჩქარის საწინააღმდეგო მიმართულების ძალა მოქმედებს. ეს არის ხახუნის ძალა.
2. წიგნს ჰორიზონტალურად უბიძგეთ, რათა მან მხები ზედაპირის გასწვრივ მუდმივი სიჩქარით იმოძრაოს. შეიძლება თუ არა თქვენი ძალა წიგნზე მოქმედი ერთადერთი ჰორიზონტალური ძალა იყოს? არა, ვინაიდან ასეთ შემთხვევაში წიგნი აჩქარდება. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, წიგნზე მეორე ძალა მოქმედებს, რომელიც თქვენი ძალის საწინააღმდეგო მიმართულების და იგივე სიდიდისაა. მაშასადამე, ძალები ერთმანეთს აწინააღმდეგებს. წიგნზე მოქმედი მეორე ძალა ხახუნისაა და ის მხები ზედაპირის პარალელურია.
3. მძიმე ყუთს ჰორიზონტალურად უბიძგეთ. ყუთი არ მოძრაობს. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, ყუთზე მეორე ძალა მოქმედებს და თქვენს ძალას ეწინააღმდეგება. უფრო მეტიც, ეს ძალა თქვენს საწინააღმდეგოდ არის მიმართული და იგივე სიდიდისაა, რადგან ძალები ერთმანეთს აწინააღმდეგებს. ყუთზე მოქმედი მეორე ძალა კვლავ ხახუნის ძალაა. შემდეგ სცადეთ და ყუთს უფრო ძლიერად უბიძგეთ. ყუთი კვლავ არ მოძრაობს. ცხადია, ხახუნის ძალის სიდიდე შეიცვალა და ძალები კვლავ ერთმანეთს აწინააღმდეგებს. ამჯერად მთელი თქვენი ძალა ჩართეთ საქმეში. ყუთი მოძრაობას იწყებს. მაშასადამე, ხახუნის ძალას მაქსიმალური სიდიდე აქვს და თუ ამ სიდიდეს გადააჭარბებთ, ყუთი ამოძრავდება.

6.1 სურათზე ნაჩვენებია ზემოთ აღწერილის მსგავსი მდგომარეობა.

6.1ა სურათზე ბლოკი მაგიდაზე ძევს და $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალას $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა აწინააღმდეგებს. 6.1ბ სურათზე გამოსახულ ბლოკზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და მას მარცხნისკენ უბიძგებს. საპასუხოდ f_s ხახუნის ძალა მარჯვენისკენაა მიმართული და ძალას აწინააღმდეგებს. f_s ძალას **სტატიკური ხახუნის ძალა** ეწოდება. ბლოკი არ მოძრაობს.

6.1გ და 6.1დ სურათებზე ნაჩვენებია, თუ რა ხდება, როდესაც თქვენ მიერ მოდებული ძალა იზრდება. თავდაპირველად f_s სტატიკური ხახუნის ძალის სიდიდე იზრდება და ბლოკი უძრავია. როდესაც თქვენი ძალა გარკვეულ სიდიდეს მიაღწევს, ბლოკი მარცხნისკენ აჩქარებას იწყებს (6.1ე). ამ შემთხვევაში ხახუნის ძალა მოძრაობას ეწინააღმდეგება და მას f_k **კინეტიკური ხახუნის ძალა** ეწოდება.

ჩვეულებრივ, მოძრაობის დროს მოქმედი კინეტიკური ხახუნის ძალის სიდიდე მოძრაობის არარსებობის დროს მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალის სიდიდეზე მეტია. აქედან გამომდინარე, თუ გსურთ, რომ ბლოკი ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით გადაადგილდეს, მაშინ

მოძრაობის დაწყებისას მოდებული ძალის სიდიდე უნდა შეამციროთ. 6.1ზ სურათზე ნაჩვენებია ექსპერიმენტის შედეგები, როდესაც მოძრაობის დაწყებამდე ბლოკზე მოდებული ძალა ნელ-ნელა გაიზარდა. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ძალის შემცირება ბლოკის მუდმივი სიჩქარით მოძრაობისთვის არის საჭირო.

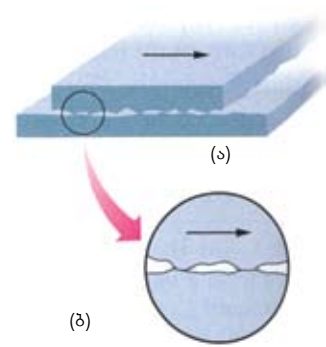
ხახუნის ძალა სხეულების ზედაპირების ატომებს შორის მოქმედი ძალების ვექტორული ჯამია. თუ გაპრიალებული და კარგად განმედილი ზედაპირების მქონე ლითონებს ვაკუუმში ერთმანეთთან მივახლოვებთ, ისინი ერთმანეთზე არ გასრიალდება, ვინაიდან ერთ ზედაპირზე განლაგებული მრავალი ატომი მეორე ზედაპირზე განლაგებულ მრავალ ატომთან ურთიერთქმედებს, ზედაპირები ნამიერად ცივად შედუღდებიან და ლითონის ერთი ნაჭერი წარმოიქმნება. სპეციალურად გაპრიალებული დაგრაფირებული შუასადებების ერთმანეთთან მიახლოებისას (ჰაერში), ატომებს შორის კონტაქტი ნაკლებია, მაგრამ შუასადებები ერთმანეთს მყარად ეკრობა და მათი განცალკევება მხოლოდ სპეციალური ხელსაწყოთი შეიძლება. ჩვეულებრივ პირობებში ატომთა შორის მჭიდრო კონტაქტი არ ხდება, ვინაიდან ძალიან გაპრიალებული ზედაპირის მქონე ლითონიც კი ატომურ სკალაზე არ არის იდეალურად სწორი. უფრო მეტიც, ყოველდღიური საგნების ზედაპირებზე ჟანგის და სხვა გამჭუჭყიანებლების ფენებია დადებული და ცივი შედუღების ალბათობაც მცირეა.

ორი ჩვეულებრივი ზედაპირის ერთმანეთთან მიახლოებისას, მხოლოდ შემალღებული წერტილები ეხება ერთმანეთს. შეხების რეალური, მიკროსკოპული ფართობი ხილულ, მაკროსკოპულ ფართობზე დაახლოებით 10^4 -ჯერ მცირეა. მიუხედავად ამისა, შეხების ბევრი წერტილი მაინც განიცდის ცივ შედუღებას. შედუღების შედეგად სტატიკური ხახუნი ჩნდება და მოდებული ძალა ზედაპირების ერთმანეთზე გასრიალებას ცდილობს.

როდესაც მოდებული ძალა საკმარისად დიდია, შენადული ნაკერები ირღვევა და მოძრაობასთან ერთად შემთხვევითი შეხების ადგილები ჩნდება (სურ. 6.2). მოძრაობის საწინააღმდეგო $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა შემთხვევითი შეხების მრავალ ადგილზე მოქმედი ძალების ვექტორული ჯამია.

ზედაპირებს შორის უფრო მყარი კონტაქტის დროს, ცივი შედუღების წერტილების რაოდენობა მეტია და ზედაპირების ერთმანეთისადმი გაცურება მეტ ძალას მოითხოვს. შესაბამისად, $\vec{f}_s$ სტატიკური ხახუნის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობა უფრო მეტია. ზედაპირების სრიალისას წამიერი ცივად შედუღების წერტილების რაოდენობა მეტია და, მაშასადამე, $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალის სიდიდეც იზრდება.

ხშირად ერთი ზედაპირის მეორეზე სრიალს, ბიძგები ახლავს თან, ვინაიდან ზედაპირები ერთმანეთს ეკრობა. მსგავსი მოძრაობისას წრიობის ან ღრჭიალის ხმა ისმის. მაგალითად, საბურავების ხმა მშრალ ტრასაზე დამუხრუჭებისას, ფრჩხილების მოძრაობა ცარცით გასვრილ დაფაზე ან დაჟანგული კარების გაღება. არ არის აუცილებელი ხმა არასასიამოვნო იყოს, მაგალითად ვიოლინოს ხემის სიმზე გასმაც გამოდგება.



სურ. 6.2. სრიალის ხახუნის მექანიზმი. ა) ზედა ზედაპირი ქვედა ზედაპირზე მარჯვნივკენ მისრიალებს. ბ) ნაჩვენებია ცივი შედუღების ორი ადგილი. შენადული ნაკერების გარღვევისა და მოძრაობის გაგრძელებისთვის ძალაა საჭირო.

6.3. ხახუნის თვისებები

ექსპერიმენტის თანახმად, როდესაც $\vec{F}$ ძალა მშრალი და გაუპოხავი სხეულის იგივე მდგომარეობაში მყოფ ზედაპირზე გასრიალებას ცდილობს, შედეგად მიღებულ ხახუნის ძალას სამი თვისება აქვს:

პირველი თვისება. თუ სხეული არ მოძრაობს, მაშინ $\vec{f}_s$ სტატიკური ხახუნის ძალა და $\vec{F}$ ძალის ზედაპირისადმი პარალელური კომპონენტი ერთმანეთს აწონასწორებს. ძალები სიდიდით ტოლია, ხოლო მიმართულებით ურთიერთსაწინააღმდეგოა.

მეორე თვისება. $\vec{f}_s$ ძალის $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობაა:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \quad (6.1)$$

სადაც μ_s არის **სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი**, ხოლო F_N - ზედაპირიდან სხეულზე მოქმედი დრეკადობის ძალა. თუ $\vec{F}$ ძალის ზედაპირისადმი პარალელური კომპონენტი $f_{s,max}$ მნიშვნელობაზე მეტია, მაშინ სხეული ზედაპირის გასწვრივ სრიალს იწყებს.

მესამე თვისება. თუ სხეული ზედაპირის გასწვრივ სრიალს იწყებს, ხახუნის ძალა f_k მნიშვნელობამდე სწრაფად მცირდება:

$$f_k = \mu_k F_N \quad (6.2)$$

სადაც μ_k არის **კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი**. ამის შემდეგ, 6.2 ფორმულით მოცემული $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა მოძრაობას ეწინააღმდეგება.

ხახუნის ძალის მეორე და მესამე თვისებებში მოყვანილი F_N დრეკადობის ძალის სიდიდე გვიჩვენებს, თუ რამდენად ძლიერად აწევს სხეული ზედაპირს. ნიუტონის მესამე კანონიდან გამომდინარე, რაც უფრო მეტია დაწოლა, მით უფრო მეტია F_N პირველი და მეორე თვისებები ერთადერთ $\vec{F}$ ძალას ახასიათებს, მაგრამ ისინი სხეულზე მოდებული რამდენიმე ძალის ტოლქმედსაც მიესადაგება. 6.1 და 6.2 ფორმულების ვექტორული ჩანერა შეუძლებელია, რადგან $\vec{f}_s$ და $\vec{f}_k$ ძალები ყოველთვის ზედაპირის პარალელურია და სრიალს ეწინააღმდეგება, ხოლო $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა ზედაპირისადმი პერპენდიკულარულია.

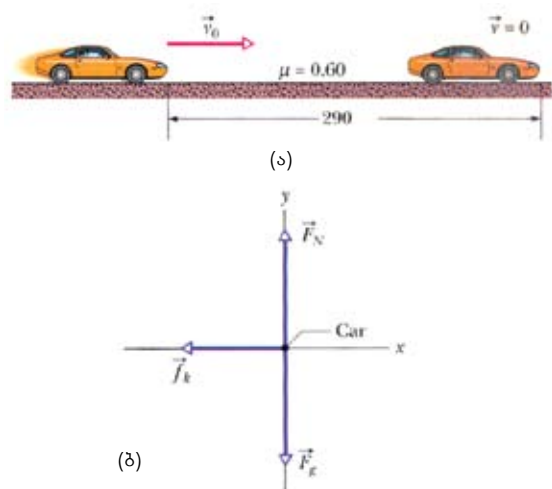
μ_s და μ_k კოეფიციენტებს ერთეული არ გააჩნია და ისინი ექსპერიმენტის საშუალებით განისაზღვრება. მათი მნიშვნელობა სხეულის და ზედაპირის მახასიათებლებზეა დამოკიდებული და ამიტომ ხშირად მოიხსენიებიან წინდებულ „შორის“-თან ერთად. მაგალითად: „კვერცხსა და ტეფლონით დაფარულ პატარა ქვაბს შორის μ_s -ის მნიშვნელობაა 0,04, ხოლო კლდეზე საცოც ფეხსაცმელსა და კლდეს შორის - 1,2“. ვუშვებთ, რომ μ_k -ის მნიშვნელობა სხეულის სრიალის სიჩქარეზე დამოკიდებული არ არის.

საკონტროლო წერტილი 1. ბლოკი ზედაპირზე ძევს. ა) რა ხახუნის ძალა მოქმედებს ბლოკზე ზედაპირიდან? ბ) თუ ბლოკზე 5N ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს, მაგრამ ბლოკი უძრავია, რა ხახუნის ძალა მოქმედებს ბლოკზე? გ) თუ ბლოკზე მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალის $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობაა 10N, იმოძრაებს თუ არა ბლოკი მასზე 8N ჰორიზონტალური ძალის მოდებისას? დ) გაეცით იგივე შეკითხვას პასუხი, თუ ბლოკზე მოდებული ძალაა 12N. ე) რა ხახუნის ძალა მოქმედებს გ) შეკითხვის შემთხვევაში?

აქოსანის აქოსნის ნიშაში 6.1

ავარიული დამუხრუჭების დროს ბორბლები არ ბრუნავს და მანქანა გზის გასწვრივ სრიალდება. საბურავის ნაკუნები და გზის საფარის პატარა გამდნარი ნაწილები კვალს ტოვებენ და ეს ცხადყოფს, რომ სრიალის დროს ცივი შედუღება მოხდა. 1960 წელს, ინგლისის M1 ტრასაზე, იაგუარმა 290 მ სიგრძის კვალი დატოვა და რეკორდი დაამყარა (6.3ა სურათი). დაუშვავთ $\mu_k = 0,6$ და დამუხრუჭების დროს მანქანის აჩქარება მუდმივი იყო. რა სიჩქარით მოძრაობდა მანქანა ბორბლების გაჩერების მომენტში?

ამოხსნა: ვინაიდან აჩქარებას მუდმივად მივიჩნევთ, 2.1 ცხრილში მოცემული ფორმულების გამოყენებით v_0 სანყისი სიჩქარე შეგვიძლია დავადგინოთ. მოდით 2.16 ფორმულის გამოყენება



სურ. 6.3. ა) მანქანა მარჯვნივკენ მისრიალებს და 290მ-ის გავლის შემდეგ ჩერდება. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მანქანისთვის

ვცადოთ და დავუშვათ, რომ მანქანა x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობდა:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (6.3)$$

ჩვენ უკვე ვიცით, რომ $x - x_0$ გადაადგილება 290მ-ია, საბოლოო v სიჩქარედ 0-ს მივიჩნევთ და v_0 -ის გამოთვლა გვსურს. მანქანის a აჩქარება ჩვენთვის უცნობია.

a -ს გამოთვლისთვის გავითვალისწინოთ, რომ თუ მანქანაზე ჰაერის მოქმედებას უგულვებელყოფთ, მაშინ a აჩქარებას მხოლოდ გზიდან მანქანაზე მოქმედი $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა იწვევს, რომელიც მანქანის მოძრაობის სანინალმდეგოდ არის მიმართული (6.3ბ სურათი). ძალას და აჩქარებას შორის კავშირი ნიუტონის მეორე კანონის ($f_{\text{ტ},x} = ma_x$) საშუალებით ჩაინერგება:

$$-f_k = ma \quad (6.4)$$

სადაც m არის მანქანის მასა. მინუს ნიშანი კინეტიკური ხახუნის ძალის მიმართულებას ასახავს.

6.2 ფორმულიდან გამომდინარე, ხახუნის ძალის სიდიდეა $f_k = \mu_k F_N$, სადაც F_N არის გზიდან მანქანაზე მოქმედი დრეკადობის ძალა. ვინაიდან მანქანა ვერტიკალურად არ ჩქარდება, 6.3ბ სურათიდან და ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე $\vec{F}_N$ ძალა მანქანაზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის ტოლია. აქედან გამომდინარე, $F_N = mg$.

ამჯერად 6.4 ფორმულა a -სთვის ამოვხსნათ და f_k -ს ნაცვლად $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$ ჩავსვათ:

$$a = -\frac{f_k}{m} = -\frac{\mu_k mg}{m} = -\mu_k g,$$

მინუს ნიშანი ასახავს, რომ აჩქარება x ღერძის უარყოფითი მიმართულებისაა ანუ სიჩქარის მიმართულების სანინალმდეგოა. ამის შემდეგ, 6.3 ფორმულაში შესული a ზემოთ მიღებული ფორმულით შევცვალოთ, გავიხსენოთ, რომ $v=0$ და v_0 -სთვის ამოვხსნათ:

$$v_0 = \sqrt{2\mu_k g(x - x_0)} = \sqrt{(2)(0.6)(9.8 \text{ მ/წ}^2)(290 \text{ მ})} \\ = 58 \text{ მ/წ} = 210 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$

აქოსანის აქოსნის ნიშანი 6.2

6.4ა სურათზე გამოსახული ქალი $m = 75$ კგ მასის დატვირთულ მარხილს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით მიაცურებს. მარხილის კავებასა და თოვლს შორის μ_k კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,1, ხოლო ϕ კუთხეა 42° .

ა) რა $\vec{T}$ ძალა მოქმედებს თოკიდან მარხილზე?

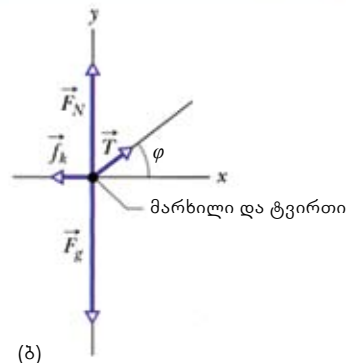
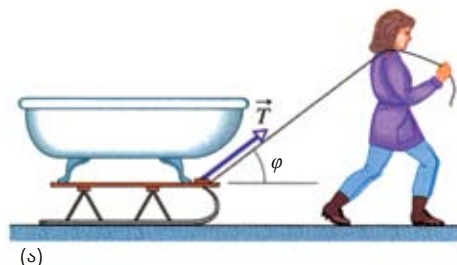
ამოხსნა:

1. ვინაიდან მარხილი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, მისი აჩქარება ნულის ტოლია.
2. აჩქარებას თოვლიდან მარხილზე მოქმედი $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა უშლის ხელს.
3. მარხილის აჩქარებისა და მასზე მოქმედი ძალების დაკავშირება ნიუტონის მეორე კანონით შეიძლება ($\vec{F}_{\text{ტ}} = m\vec{a}$).

6.4ბ სურათზე ნაჩვენებია მარხილზე მოქმედი ძალები, მათ შორის $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა და თოვლის ზედაპირიდან მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა. ამ ძალებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი (იმის გათვალისწინებით, რომ $\vec{a} = 0$) გვაძლევს:

$$\vec{T} + \vec{F}_N + \vec{F}_g + \vec{f}_k = 0 \quad (6.5)$$

6.5 ფორმულასპირდაპირ $\vec{T}$ -სთვის ვერამოვხსნით, ვინაიდან სხვა ვექტორები არ ვიცით. მაშასადამე, ეს ფორმულა 6.4ბ სურათზე გამოსახული x და



სურ. 6.4. ა) ქალი დატვირთულ მარხილს თოვლიდან ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით მიაცურებს; ბ) დატვირთული მარხილისთვის თავისუფალი სხეულის გრაფიკი.

γ ღერძების გასწვრივი კომპონენტისთვის უნდა ჩაინეროს:

$$T_x + 0 + 0 - f_k = 0$$

ანუ

$$T \cos \varphi - \mu_k F_N = 0 \quad (6.6)$$

ამ ფორმულაში 6.2 ფორმულის გამოყენებით f_k -ს ნაცვლად $\mu_k F_N$ ჩავსვით. γ ღერძისთვის გვექნება:

$$T_y + F_N - F_g = 0$$

ანუ

$$T \sin \varphi + F_N - mg = 0, \quad (6.7)$$

სადაც F_g -ის ნაცვლად mg ჩავსვით.

6.6 და 6.7 ფორმულებში ორი უცნობია - T და F_N . T -ს დასადგენად ჯერ 6.6 ფორმულა F_N -სთვის უნდა ამოვხსნათ და შემდეგ მიღებული შედეგი 6.7 ფორმულაში ჩავსვათ:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\mu_k mg}{\cos \varphi + \mu_k \sin \varphi} \\ &= \frac{(0,1)(75 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2)}{\cos 42^\circ + (0,1)(\sin 42^\circ)} \\ &= 91 \text{ ნ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

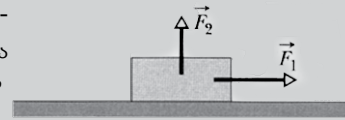
ბ) თუ ქალი თოკს უფრო ძლიერად ექაჩება და T ძალა 91 ნ-ზე მეტია, f_k ხახუნის ძალა მეტია, ნაკლებია თუ იგივე?

ამოხსნა: 6.2 ფორმულიდან გამომდინარე f_k სიდიდე F_N დრეკადობის ძალის სიდიდესთან დამოკიდებული. მაშასადამე, შეკითხვაზე პასუხის გაცემისთვის F_N -სა და T -ს შორის კავშირი უნდა დავადგინოთ. ეს კავშირი 6.7 ფორმულით გამოისახება. 6.7 ფორმულა შემდეგი სახით გადავწეროთ:

$$F_N = mg - T \sin \varphi \quad (6.8)$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ T -ს გაზრდის შემთხვევაში F_N მცირდება (თოკის მოქაჩვისას თოვლიდან მარხილზე მოქმედი მაღლა მიმართული ძალა ნაკლებია). ვინაიდან $f_k = \mu_k F_N$, ამიტომ f_k მცირდება.

სავსტროლო წერტილი 2. სურათზე გამოსახულ ყუთზე 10 ნ სიდიდის $\vec{F}_1$ ძალა მოქმედებს, მაგრამ ყუთი უძრავია. ამის შემდეგ $\vec{F}_2$ ვერტიკალური ძალა ზრდას იწყებს. ვიდრე ყუთი გასრიალდება, ა) ყუთზე მოქმედი ხახუნის ძალა, ბ) ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა და გ) ყუთზე მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალის $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობა იზრდება, მცირდება თუ იგივე რჩება?

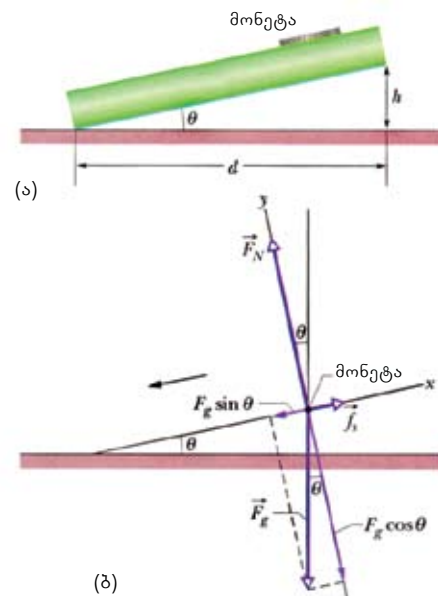


აქოსანის აქოსნის ნიქუი 6.3

6.5ა სურათზე ნაჩვენებია θ კუთხით დახრილი წიგნი და მასზე უძრავად მდებარე m მასის მონეტა. θ კუთხის 13° -მდე გაზრდისას მონეტა ჩამოსრიალების ზღვარზეა ანუ ამ კუთხის უმნიშვნელოდ გაზრდაც კი მონეტის ჩამოსრიალებას გამოიწვევს. რისი ტოლია წიგნსა და მონეტას შორის μ_s სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

ამოხსნა: წიგნს რომ ხახუნისგან თავისუფალი ზედაპირი ჰქონდეს, მონეტა ნებისმიერი დახრის შემთხვევაში ჩამოსრიალდებოდა, ვინაიდან მასზე მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. აქედან გამომდინარე, მონეტაზე $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალა მოქმედებს და მის მოძრაობას ხელს უშლის. გარდა ამისა, ვინაიდან მონეტა ჩამოსრიალების ზღვარზეა, ხახუნის ძალის სიდიდე მაქსიმალურია და მიმართულია მაღლა, წიგნის ზედაპირის გასწვრივ. 6.1 ფორმულიდან გამომდინარე $f_{s,max} = \mu_s F_N$, სადაც F_N არის წიგნიდან მონეტაზე მოქმედი დრეკადობის ძალა. ზემოთქმული გვაძლევს:

$$f_s = f_{s,max} = \mu_s F_N$$



სურ. 6.5. ა) წიგნზე მდებარე მონეტა ჩამოსრიალების ზღვარზეა. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მონეტისთვის. ნაჩვენებია მონეტაზე მოქმედი სამი ძალა. F_g მიზიდულობის ძალა დაშლილია x და y ღერძების გასწვრივ კომპონენტებად და მათი მიმართულებები ამოცანის ამოხსნას ამარტივებს. $F_g \sin \theta$ კომპონენტი მონეტას ჩამოსრიალებისკენ უბიძგებს. $F_g \cos \theta$ კომპონენტი მონეტას წიგნზე აჩერებს.

საიდანაც ვიღებთ:

$$\mu_s = \frac{f_s}{F_N} \quad (6.9)$$

ამ ფორმულის გამოთვლისთვის f_s და F_N მნიშვნელობები გვესაჭიროება. გავიხსენოთ, რომ მონეტა ჩამოსრილების ზღვარზეა, უძრავია და მისი $\vec{a}$ აჩქარება ნულის ტოლია. აჩქარება და მონეტაზე მოქმედი ძალები ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით შეგვიძლია ერთმანეთთან დავაკავშიროთ. 6.5ბ სურათზე გამოსახულია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მონეტისთვის და ჩანს, რომ მონეტაზე $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალა, $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა და mg სიდიდის $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე გვაქვს:

$$\vec{f}_s + \vec{F}_N + \vec{F}_g = 0 \quad (6.10)$$

f_s და F_N სიდიდეების გამოთვლისთვის, 6.10 ფორმულა 6.5ბ სურათზე გამოსახული კოორდინატთა სისტემის x და y ღერძების გასწვრივ

კომპონენტებისთვის ჩავწეროთ. F_g -ს ნაცვლად mg ჩავსვათ და x ღერძისთვის მივიღებთ:

$$f_s + 0 - mg \sin \theta = 0$$

ანუ

$$f_s = mg \sin \theta \quad (6.11)$$

y ღერძისთვის გვექნება:

$$0 + F_N - mg \cos \theta = 0$$

ანუ

$$F_N = mg \cos \theta \quad (6.12)$$

6.11 და 6.12 ფორმულები 6.9 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\mu_s = \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta}, \quad (6.13)$$

საიდანაც გამომდინარეობს, რომ:

$$\mu_s = \tan 13^\circ = 0,23 \quad (\text{პასუხი})$$

μ_s -ის მისაღებად θ კუთხის გაზომვა საჭირო არ არის. თქვენ შეგიძლიათ 6.5ა სურათზე ნაჩვენები ორი სიგრძე გაზომოთ და შემდეგ 6.13 ფორმულაში $\tan \theta$ -ს ნაცვლად h/d ჩავსვათ.

6.4. წვეის ძალა და საბოლოო სიჩქარე

ყველაფერი, რასაც დინება შეუძლია, **სითხეა**, იქნება ეს აირი თუ თხევადი ნივთიერება. როდესაც სითხესა და სხეულს შორის ფარდობითი სიჩქარე არსებობს (სხეული მოძრაობს სითხეში ან სითხე სხეულში გადის), სხეულზე ფარდობითი მოძრაობის საწინააღმდეგო და სხეულისადმი სითხის მოძრაობის მიმართულების $\vec{D}$ წვეის ძალა მოქმედებს.

ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ისეთ შემთხვევებს, როდესაც სითხე ჰაერია, სხეული ბლაგვია (ბეისბოლის ბურთივით) და არა პირნამაზული (ხელშეხივით), ხოლო ფარდობითი მოძრაობა იმდენად სწრაფია, რომ სხეულის უკან ჰაერი ტურბულენტური ხდება. ასეთ დროს $\vec{D}$ წვეის ძალა და v ფარდობითი სიჩქარე ერთმანეთს ექსპერიმენტულად განსაზღვრული C წვეის კოეფიციენტის საშუალებით უკავშირდებიან:

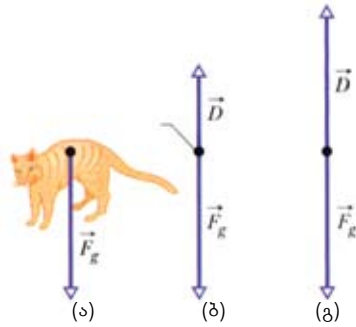
$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (6.14)$$

სადაც ρ არის ჰაერის სიმკვრივე (მასა მოცულობის ერთეულზე), ხოლო A - სხეულის **განივი კვეთის ფაქტიური ფართობი** ($\vec{v}$ სიჩქარის პერპენდიკულარული განივი კვეთის ფართობი). C წვეის კოეფიციენტის მნიშვნელობა 0,4-დან 1-მდე მერყეობს და მოცემული სხეულისთვის მუდმივი არ არის. v სიჩქარის მნიშვნელოვნად შეცვლის დროს C -ს მნიშვნელობაც შეიძლება შეიცვალოს, თუმცა ჩვენ ამგვარ გართულებებს მხედველობაში არ ვიღებთ.

მოთხილამურეებმა კარგად იციან, რომ წვეის ძალა A -სა და v^2 -ზეა დამოკიდებული. მაღალი სიჩქარის განვითარებისთვის მოთხილამურე „კვერცხის ფორმას“ იღებს და A -ს შემცირების შედეგად D -საც ამცირებს.



სურ. 6.6. მოთხილამურე იკუზება, კვერცხის ფორმას იღებს და მისი განივი კვეთის ფაქტიური ფართობი მცირდება, რაც მასზე მოქმედი ჰაერის წვეის ძალის შემცირებას იწვევს.



სურ. 6.7. ჰაერში ვარდნილ სხეულზე მოქმედი ძალები ა) ვარდნის დაწყებისას და ბ) ოდნავ მოგვიანებით, წვეის ძალის გაჩენისას. გ) წვეის ძალა იზრდება და სხეულზე მოქმედ მიზიდულობის ძალას აწონასწორებს. ამის შემდეგ სხეული მუდმივი სიჩქარით ეცემა.

როდესაც ბლაგვი სხეული ჰაერში ვარდება, $\vec{D}$ წვეის ძალა მალეა მიმართული. მისი სიდიდე სხეულის სიჩქარის ზრდასთან ერთად თანდათანობით იზრდება. მალეა მიმართული $\vec{D}$ ძალა ქვემოთ მიმართულ $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალას ეწინააღმდეგება. ამ ძალების და სხეულის აჩქარების ერთმანეთთან დაკავშირება კვლავ ნიუტონის მეორე კანონით შეიძლება, რომელიც y ვერტიკალური ღერძისთვის შემდეგი სახით ჩაინერება:

$$D - F_g = ma, \quad (6.15)$$

სადაც m არის სხეულის მასა. 6.7 სურათზე ჩანს, რომ ხანგრძლივი ვარდნის შემთხვევაში D გაუტოლდება F_g -ს. 6.15 ფორმულიდან გამომდინარე ეს ნიშნავს, რომ $a = 0$ და სხეულის სიჩქარე აღარ იზრდება. ამის შემდეგ სხეულის სიჩქარე მუდმივია და მას v_t **საბოლოო სიჩქარე** აქვს.

v_t -ს გამოთვლისთვის 6.15 ფორმულაში $a = 0$ ჩავსვათ და 6.14 ფორმულიდან D ავიღოთ:

$$\frac{1}{2}C\rho A v_t^2 - F_g = 0$$

ეს ფორმულა გვაძლევს:

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}} \quad (6.16)$$

6.1 ცხრილში მოცემულია v_t -ს მნიშვნელობები ზოგიერთი საგნისთვის.

სახილი 6.1

ცხრილი 6.1. საბოლოო სიჩქარეები ჰაერში

საგანი	საბოლოო სიჩქარე (მ/წმ)	მანძილის 95% (მ) ^ა
ტყვია	145	2500
პარაშუტისტი პარაშუტის გახსნამდე	60	430
ბეისბოლის ბურთი	42	210
ჩოგბურთის ბურთი	31	115
კალათბურთის ბურთი	20	47
მაგიდის ჩოგბურთის ბურთი	9	10
წვიმის წვეთი (1,5 მმ რადიუსის)	7	6
პარაშუტისტი გახსნილი პარაშუტით	5	3

^ა ეს არის მანძილი, რომელიც სხეულმა უნდა გაიაროს საბოლოო სიჩქარის 95%-ის განვითარებისთვის.

6.14 ფორმულაზე დაფუძნებული გამოთვლების მიხედვით, კატამ დაახლოებით ექვსი სართული უნდა იფრინოს, რათა საბოლოო სიჩქარე განავითაროს. მანამდე $F_g > D$ და ქვემოთ მიმართული ძალის მოქმედების შედეგად კატა ჩქარდება. მეორე პარაგრაფიდან გავიხსენოთ, რომ თქვენი სხეული აჩქარებას გრძნობს და არა სიჩქარეს. ვინაიდან კატაც იგივეს განიცდის, მას ეშინია, ფეხებს და თავს შეკეცავს, ზურგს ამოზნიქავს, A -ს ამცირებს, ხოლო v_t -ს ზრდის, რაც დაზიანების საფრთხეს უფრო რეალურს ხდის. მიუხედავად ამისა, ხანგრძლივი ვარდნის შემთხვევაში კატა v_t სიჩქარეს განავითარებს, აჩქარება ქრება და მოშვებული ცხოველი სახსრებში იშლება (ამ დროს კატა ციყვს ემსგავსება). ამ დროს A ფართობი და 6.14 ფორმულიდან გამომდინარე D წევაც იზრდება. ვინაიდან $D > F_g$, კატა შენელებას იწყებს და ახალ, უფრო მცირე v_t სიჩქარეს იძენს. საბოლოო სიჩქარის შემცირება მიწაზე დაშვებისას დაზიანების საფრთხეს ამცირებს. მიწაზე დაშვებამდე კატა კვლავ კეცავს ფეხებს, რათა დაცემისთვის მოემზადოს.

პარაშუტისტები ხშირად ძალიან დიდი სიმაღლიდან ხტებიან. 1987 წელს, პარაშუტისტმა გრეგორი რობინსონმა შენიშნა, რომ უფრო ქვემოთ მფრინავი დები ვილიამსი მესამე პარაშუტისტს შეეჯახა, გონება დაკარგა და პარაშუტს ვერ ხსნიდა. 4კმ სიმაღლიდან მომავალმა რობერტსონმა თავი ქვემოთ მიმართა, რათა A შემცირებულიყო, ხოლო ქვემოთ მიმართული სიჩქარე მაქსიმალური გამხდარიყო. შეიძინა რა 320კმ/სთ საბოლოო სიჩქარე, მან ვილიამსს ხელი სტაცა და გაშლილფრთებიანი არწივის ფორმა მიიღო, რათა D გაზრდილიყო და ვილიამსის ხელში დაჭერა შესაძლებელი ყოფილიყო. დაცემამდე 10 წამით ადრე რობერტსონმა ვილიამსის პარაშუტი გახსნა, შემდეგ მას ხელი გაუშვა და დაცემამდე 10 წამით ადრე საკუთარი პარაშუტის გახსნაც მოასწრო. უგონოდ მყოფმა ვილიამსმა საკმაოდ მძიმე დაზიანებები მიიღო, მაგრამ გადარჩა.



სურ. 6.8. პარაშუტისტი გაშლილფრთებიანი არწივის ფორმას იღებს, რათა ჰაერის წევა მაქსიმალური გახდეს

აოთხნის აოხსნის ნიშანი 6.4

სიმაღლიდან ჩამოვარდნილი კატა 97 კმ/სთ საბოლოო სიჩქარეს იძენს, შემდეგ სახსრებში იშლება და A ორმაგდება. რისი ტოლი იქნება ახალი საბოლოო სიჩქარე?

ამოხსნა: 6.16 ფორმულის თანახმად, კატის საბოლოო სიჩქარე ცხოველის განივი კვეთის A ფართობზეა დამოკიდებული. თუ საწყისი და ახალი

საბოლოო სიჩქარეა v_{i0} და $v_{m'}$, ხოლო განივი კვეთის საწყისი და ახალი ფართობია A_0 და A_n , მაშინ 6.16 ფორმულა გვაძლევს:

$$\frac{v_m}{v_{i0}} = \frac{\sqrt{2F_g / C\rho A_n}}{\sqrt{2F_g / C\rho A_0}} = \sqrt{\frac{A_0}{A_n}} = \sqrt{\frac{A_0}{2A_0}} = \sqrt{0,5} \approx 0,7$$

ეს ნიშნავს, რომ $v_m \approx 0,7v_{i0}$ ანუ ახალი საბოლოო სიჩქარე დაახლოებით 68 კმ/სთ-ია.

აოთხნის აოხსნის ნიშანი 6.5

$R = 1,5$ მმ რადიუსის წვიმის წვეთი დედამიწიდან $h = 1200$ მ სიმაღლეზე მყოფი ღრუბლიდან ეცემა. წვეთისთვის წვეთის კოეფიციენტი C არის 0,6. დაუშვით, რომ წვიმის წვეთი სფეროს ფორმისაა. წყლის ρ_w სიმკვრივეა 1000 კგ/მ³, ხოლო ჰაერის ρ_a სიმკვრივეა 1,2 კგ/მ³.

ა) რისი ტოლია წვეთის საბოლოო სიჩქარე?

ამოხსნა: წვიმის წვეთი საბოლოო v_t სიჩქარეს მაშინ შეიძენს, როდესაც მიზიდულობის ძალა და ჰაერის წვეთის ძალა ერთმანეთს გააწონასწორებს და აჩქარება ნულის ტოლი გახდება. ამის შემდეგ, ნიუტონის მეორე კანონის და წვეთის ძალის ფორმულის დახმარებით v_t -ს გამოთვლა შესაძლებელი გახდება, მაგრამ 6.16 ფორმულა ყველაფერს ამარტივებს.

6.16 ფორმულის გამოყენებისთვის წვიმის წვეთის განივი კვეთის ფაქტიური A ფართობი და F_g მიზიდულობის ძალა გვჭირდება. ვინაიდან წვეთი სფეროს ფორმისაა, წრის A ფართობია (πR^2) , რომლის რადიუსი სფეროს რადიუსის ტოლია. F_g -ს გამოთვლისთვის გამოვიყენოთ სამი ფაქტი:

1) $F_g = mg$, სადაც m არის წვეთის მასა; 2) წვიმის წვეთის მოცულობაა $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ და 3) წვეთში წყლის სიმკვრივე მასაა მოცულობის ერთეულზე ანუ $\rho_w = m/V$. მაშასადამე:

$$F_g = V\rho_w g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w g$$

ზემოთ მიღებული ფორმულა, A -ს გამოსახულება დამონაცემები 6.16 ფორმულაში ჩავსვათ. ρ_a ჰაერის სიმკვრივე და ρ_w წყლის სიმკვრივე ერთმანეთში არ ავურიოთ და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} v_t &= \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho_a A}} = \sqrt{\frac{8\pi R^3 \rho_w g}{3C\rho_a \pi R^2}} = \sqrt{\frac{8R\rho_w g}{3C\rho_a}} \\ &= \sqrt{\frac{(8)(1,5 \times 10^{-3} \text{ მ})(1000 \text{ კგ/მ}^3)(9,8 \text{ მ/წ}^2)}{(3)(0,6)(1,2 \text{ კგ/მ}^3)}} \\ &= 7,4 \text{ მ/წ} \approx 27 \text{ კმ/სთ} \end{aligned}$$

(პასუხი)

ყურადღება მიაქციეთ, რომ გამოთვლებში ღრუბლის სიმაღლე არ დაგვჭირვებია. 6.1 ცხრილიდან გამომდინარე, წვიმის წვეთი საბოლოო სიჩქარეს რამდენიმე მეტრის გავლის შემდეგ იძენს.

ბ) რა სიჩქარე ექნება დაცემამდე წვიმის წვეთს წვეთის ძალის არარსებობის შემთხვევაში?

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ მ/წ}^2)(1200 \text{ მ})}$$

$$= 153 \text{ მ/წ} \approx 550 \text{ კმ/სთ} \quad (\text{პასუხი})$$

ამოხსნა: თუ ვარდნისას წვეთის ძალა წვეთის სიჩქარეს არ ამცირებს, ის გ თავისუფალი ვარდნის აჩქარებით იმოძრაებს და 2.1 ცხრილში მოყვანილი ფორმულები გამოსადეგი გახდება. ვინაიდან ვიცით, რომ აჩქარება გ-ს ტოლია, სანყისი სიჩქარე ნულია და $x-x_0$ გადაადგილება $-h$ -ია, v -ს გამოთვლისთვის 2.16 ფორმულა გამოვიყენოთ:

საკონტროლო წერტილი 3. დედამიწის ზედაპირთან ახლოს წვიმის დიდი წვეთების სიჩქარე მცირე წვეთების სიჩქარეზე მეტია, ნაკლებია თუ იგივეა? დაუშვით, რომ წვიმის ყველა წვეთი სფეროს ფორმისაა და მათი წვეთის კოეფიციენტებიც თანაბარია.

6.5. თანაბარი წრიული მოძრაობა

4.7 პარაგრაფიდან გაიხსენეთ, რომ როდესაც სხეული წრეზე (ან წრიულ რკალზე მოძრაობს) v მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, ამგვარ მოძრაობას თანაბარწრიული მოძრაობა ეწოდება. ამ დროს სხეულს ცენტრისკენული (წრის ცენტრისკენ მიმართული) აჩქარება აქვს, რომლის სიდიდეა:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (\text{ცენტრისკენული აჩქარება}), \quad (6.17)$$

სადაც R არის წრის რადიუსი.

მოდით თანაბარი წრიული მოძრაობის ორი მაგალითი განვიხილოთ:

- 1. მოძრაობა მანქანით.** თქვენ მანქანის უკანა სავარძლის ცენტრში ზიხართ და მანქანა სწორ გზაზე მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. შემდეგ მძღოლი მარცხნივ უხვევს და წრიულ რკალს შემოწერს. ამ დროს თქვენ სავარძლის მარჯვენა მხარეზე გაცურდებით და მთელი მოსახვევის განმავლობაში ფანჯარას აეკრობით. რა არის ამის მიზეზი?

როდესაც მანქანა წრიულ რკალს შემოწერს, ის თანაბარწრიულად მოძრაობს. ეს ნიშნავს, რომ მანქანას წრის ცენტრისკენ მიმართული აჩქარება აქვს. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, აჩქარებას ძალა იწვევს. გარდა ამისა, ეს ძალა მიმართულია წრის ცენტრისკენ და მაშასადამე **ცენტრისკენულია**. მოყვანილ მაგალითში ცენტრისკენული ძალა გზიდან საბურავებზე მოქმედი ხახუნის ძალაა.

თუ მანქანასთან ერთად თანაბარ წრიულ მოძრაობას განიცდით, მაშინ ცენტრისკენული ძალა თქვენზეც მოქმედებს. სავარძლიდან თქვენზე მოქმედი ხახუნის ძალა არ არის საკმარისად დიდი, რათა მანქანასთან ერთად წრიულად იმოძრაოთ. აქედან გამომდინარე, სავარძელი თქვენს ქვემოთ ცურდება და მანქანის მარჯვენა ფანჯარას ეჯახებით. შემდეგ ფანჯრიდან მიღებული ბიძგი საჭირო ცენტრისკენულ ძალას ქმნის და თქვენ მანქანის თანაბარ წრიულ მოძრაობას უერთდებით.

- 2. დედამიწის გარშემო მოძრაობა.** ამჯერად წარმოიდგინეთ, რომ კოსმოსურ ხომალდ ატლანტიკის მგზავრი ხარ და დედამიწის გარშემო მოძრაობისას კაბინაში ტივტივებთ. რა არის ამის მიზეზი?

კოსმოსური ხომალდი და თქვენ თანაბარ წრიულ მოძრაობას ასრულებთ და წრის ცენტრისკენ მიმართული აჩქარებები გაქვთ. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, ამ აჩქარებებს ცენტრისკენული ძალები იწვევენ. ამჯერად ცენტრისკენული ძალა დედამიწიდან მოქმედი მიზიდულობაა, რომელიც დედამიწის ცენტრისკენ არის მიმართული.

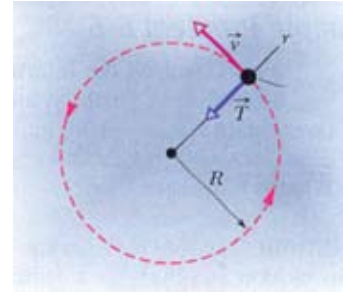
ორივე ზემოთ მოყვანილ შემთხვევაში, თქვენ თანაბარწრიულად მოძრაობთ და თქვენზე ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს, თუმცა შეგრძნებები ერთმანეთისგან განსხვავებულია. მანქანაში ჯდომის დროს ფანჯარას ეკრობით და ძალას გრძნობთ, ხოლო კოსმოსური ხომალდში ძალის შეგრძნება არ არსებობს. რატომ ხდება ასე?

ამგვარი განსხვავება ორი ცენტრისკენული ძალის ბუნებითაა გამოწვეული. მანქანაში ცენტრისკენული ძალა თქვენი სხეულის იმ ნაწილს წაუბიძგებს, რომელიც ფანჯარას ეკრობა, ხოლო კოსმოსურ ხომალდში

ცენტრისკენული ძალა დედამიწის მიზიდულობაა და ის თქვენი სხეულის ყველა ატომზე მოქმედებს. სწორედ ამიტომ სხეულის არც ერთი ნაწილი მასზე მოქმედ ძალას არ შეიგრძნობს (ამგვარ მდგომარეობას „უწონობა“ ეწოდება, თუმცა დასახელება არ ნიშნავს, რომ დედამიწა თქვენზე არ მოქმედებს).

ცენტრისკენული ძალის კიდევ ერთი მაგალითი 6.9 სურათზეა ნაჩვენები. ჰოკეის შაიბა v მუდმივი სიჩქარით წრიულად მოძრაობს და მასზე მიბმული თოკი წრის ცენტრზეა დამაგრებული. ცენტრისკენული ძალა რადიალურად ცენტრისკენაა მიმართული და თოკიდან შაიბაზე მოქმედებს. ამ ძალის გარეშე შაიბა წრფივად გასრიადლებოდა და წრეზე არ იმოძრაებდა.

ყურადღებაშიაქციეთ, რომ ცენტრისკენული ძალა არ არის ძალის ახალი სახეობა. სახელწოდება უბრალოდ ძალის მიმართულებას ასახავს. ცენტრისკენული ძალა შეიძლება იყოს ხახუნის ძალა, მიზიდულობის ძალა, მანქანის ფანჯრიდან ან თოკიდან მოქმედი ძალა და საერთოდ ნებისმიერი სახის ძალა. ყველა შემთხვევაში:



სურ. 6.9. პორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე R რადიუსის წრიული ტრაექტორიით და v მუდმივი სიჩქარით მოძრავი ჰოკეის შაიბის ზედხედი. შაიბაზე თოკიდან $\vec{T}$ ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს, რომელიც მიმართულია შაიბაზე გამავალი r რადიალური ღერძის გასწვრივ.

ცენტრისკენული ძალა სხეულის ვექტორული სიჩქარის და არა სკალარული სიჩქარის მიმართულებას ცვლის და ასე აჩქარებს სხეულს.

ნიუტონის მეორე კანონიდან და 6.17 ფორმულიდან ($a = v^2/R$) გამომდინარე, ცენტრისკენული ძალის F სიდიდეა:

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{ცენტრისკენული ძალის სიდიდე}) \quad (6.18)$$

ვინაიდან v სიჩქარეა მუდმივია, ძალის და აჩქარების სიდიდეებიც მუდმივებია.

ცენტრისკენული აჩქარების და ძალის მიმართულება მუდმივი არ არის. ის სინუსოიდალურად იცვლება და ყოველთვის წრის ცენტრისკენ არის მიმართული. სწორედ ამიტომ, ძალის და აჩქარების ვექტორებს ხშირად გამოსახავენ r რადიალური ღერძის გასწვრივ, რომელიც სხეულთან ერთად მოძრაობს და 6.9 სურათის მსგავსად წრის ცენტრიდან სხეულისკენ არის გადაჭიმული. ღერძი მიმართულია რადიუსის გასწვრივ ცენტრიდან წრეწირისაკენ, ხოლო აჩქარების და ძალის ვექტორი რადიალურად შიგნით არის მიმართული.

აშოშანის აშოხსნის ნიშაში 6.6

იგორი საერთაშორისო კოსმოსური სადგურის კოსმონავტი. სადგური $h = 520$ კმ სიმაღლეზე $v = 7,6$ კმ/წმ მუდმივი სიჩქარით დედამიწის გარშემო წრიულ ორბიტაზე მოძრაობს. იგორის m მასაა 79 კგ.

ა) რისი ტოლია იგორის აჩქარება?

აშოხსნა: იგორი თანაბარწრიულად მოძრაობს და, მაშასადამე, 6.17 ფორმულით ($a = v^2/R$) მოცემული ცენტრისკენული აჩქარება აქვს. მისი მოძრაობის რადიუსია $R_E + h$, სადაც R_E არის დედამიწის რადიუსი ($6,37 \times 10^6$ მ). აქედან გამომდინარე:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{R_E + h}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(7,6 \times 10^3 \text{ მ/წმ})^2}{6,37 \times 10^6 \text{ მ} + 0,52 \times 10^6 \text{ მ}} \\ &= 8,38 \text{ მ/წმ}^2 \approx 8,4 \text{ მ/წმ}^2 \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

მიღებული პასუხი იგორის ყოფნის სიმაღლეზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა. თუ იგორი ამ სიმაღლეზე ასვლის შემდეგ ორბიტაზე არ იმოძრაებს, ის დედამიწის ცენტრისკენ ვარდნას დაიწყებს და მისი აჩქარების საწყისი მნიშვნელობა ზემოთ მიღებული პასუხის ტოლი იქნება. განსხვავება იმაშია, რომ იგორი დროის ნებისმიერ მომენტში ტრაექტორიის მხების მიმართულებითაც მოძრაობს, ვარდნასთან ერთად გვერდითაც გადაადგილდება და დედამიწის გარშემო მრუდ ტრაექტორიას შემოწერს.

ბ) რა ძალით მოქმედებს დედამიწა იგორზე?

ამოხსნა: თანაბარწრიული მოძრაობის გამო იგორზე ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს. ეს ძალა დედამიწიდან მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობაა, რომელიც ბრუნვის ცენტრისკენ (დედამიწის ცენტრისკენ) არის მიმართული. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, ამ ძალის სიდიდეა:

$$F_g = ma = (79 \text{ კგ})(8,38 \text{ მ/წმ}^2) = 662 \text{ ნ} \approx 660 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

თუ იგორი $h = 520$ კმ სიმაღლის კოშკზე დადგება, სასწორის ჩვენება 660 ნ იქნება, მაგრამ ორბიტაზე მოძრაობისას სასწორი და იგორი თავისუფალ ვარდნას ერთდროულად განიცდიან, კოსმონავტიკის ფეხი სასწორს არ აწვება და შესაბამისად ჩვენებაც ნულია.

ამოსანის ამოხსნის ნიმუში 6.7

1901 წელს შემდგარი საცირკო წარმოდგენისას, ალო დიავოლომ რგოლის ფორმის ტრასაზე ველოსიპედით გაიარა (სურ. 6.10ა). დაუშვათ რგოლი $R=2,7$ რადიუსის წრე იყო. რა უმცირესი v სიჩქარე უნდა ჰქონოდა დიავოლოს რგოლის ზედა ნაწილში, რათა ქვემოთ არ ჩამოვარდნილიყო?

ამოხსნა: დიავოლოს ტრიუკი წარმოვიდგინოთ, როგორც ნივთიერი წერტილის თანაბარი წრიული მოძრაობა რგოლში. აქედან გამომდინარე, რგოლის ზედა ნაწილში ნივთიერ წერტილს 6.17 ფორმულით მოცემული $\vec{a}$ აჩქარება აქვს, რომელიც რგოლის ცენტრისკენ არის მიმართული.

რგოლის ზედა ნაწილზე ყოფნისას ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალები 6.10ბ სურათზე გამოსახულ თავისუფალი სხეულის გრაფიკურაა ნაჩვენები. $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა და რგოლიდან ნივთიერ წერტილზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა y ღერძის გასწვრივ, ქვემოთაა მიმართული. ნიუტონის მეორე კანონი y კომპონენტებისთვის გვაძლევს:

$$-F_N - F_g = m(-a)$$

$$\text{და} \quad -F_N - mg = m(-v^2/R) \quad (6.19)$$

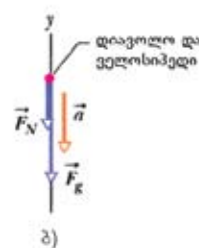
როდესაც წერტილს რგოლთან კონტაქტის შენარჩუნებისთვის საჭირო v უმცირესი სიჩქარე აქვს, ის რგოლიდან ჩამოვარდნის ზღვარზეა ანუ $F_N=0$. 6.19 ფორმულაში $F_N=0$ ჩავსვით, v -სთვის ამოვხსნათ და შემდეგ ცნობილი მონაცემები შევიტანოთ:

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(2,7 \text{ მ})} = 5,1 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

დიავოლო წინასწარ დარწმუნდა, რომ მისი სიჩქარე რგოლის ზედა ნაწილში 5,1მ/წმ-ზე მეტი იქნებოდა და ჩამოვარდნის საფრთხე არ დაემუქრებოდა. ყურადღება მიაქციეთ, რომ დიავოლოს და მისი



ა)



ბ)

სურ. 6.10. ა) დიავოლოს რეკლამა და ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ცირკის მსახიობისთვის.

ველოსიპედის მასას მნიშვნელობა არ აქვს, ჩამოვარდნის თავიდან აცილებისთვის მხოლოდ ზემოთ მიღებული სიჩქარის გადაჭარბებაა საჭირო.

საკონტროლო წერტილი 4. „ემშაკის ბორბალზე“ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობისას რა მიმართულება ექნება $\vec{a}$ აჩქარებას და თქვენზე მოქმედ $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალას, როდესაც ა) უმაღლეს წერტილს და ბ) უდაბლეს წერტილს ჩაუვლით?

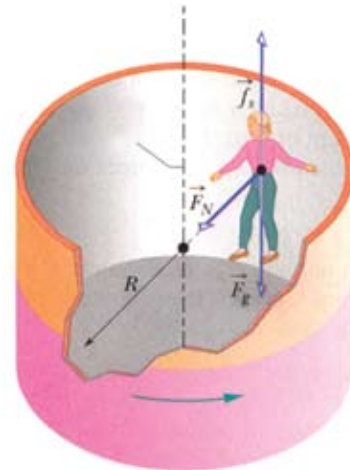
ატრაქციონების გამობრძმედილი მოყვარულებიც კი ფიქრდებიან როტორის გაგონებაზე, რომელიც საკუთარი ცენტრალური ღერძის გარშემო მრბუნავი, დიდი, ცარიელი ცილინდრია (სურ. 6.11). ატრაქციონის დაწყებამდე ადამიანი ცილინდრის გვერდითი კარიდან შედის და ტილოთი დაფარულ კედელთან დგება. კარების ჩაკეტვისთანავე ცილინდრი ბრუნვას იწყებს, ხოლო ადამიანი, კედელი და იატაკი მასთან ერთად მოძრაობს. გარკვეული სიჩქარის განვითარების შემდეგ იატაკი უეცრად ვარდება, ხოლო ცილინდრი ბრუნვას განაგრძობს. გასაოცარია, მაგრამ ადამიანი დაცემის ნაცვლად კედელს ეკრება, თითქოს რაღაც უხილავი ძალა აკეთებს ამას. მოგვიანებით იატაკი თავის ადგილზე ბრუნდება და ცილინდრის ბრუნვაც ნელდება.

დავუშვათ ადამიანის ტანსაცმელსა და ტილოს შორის μ_s სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4, ხოლო ცილინდრის R რადიუსია 2,1 მ.

ა) რა მინიმალური v სიჩქარე უნდა ჰქონდეთ ცილინდრსა და ადამიანს, რათა იატაკის გამოცლის შემდეგ ადამიანი დაბლა არ ჩავარდეს?

ამოხსნა: თავდაპირველად დავსვათ შეკითხვა: „რა ძალა იცავს ადამიანს ჩავარდნისგან და როგორ უკავშირდება ეს ძალა სიჩქარეს, როდესაც ადამიანი ცილინდრის ცენტრალური ღერძის გარშემო წრიულად მოძრაობს?“. ამ შეკითხვაზე პასუხის გასაცემად სამი ფაქტი მოვიშველიოთ:

1. ადამიანზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მის ქვემოთ ჩაგდებას ცდილობს, მაგრამ ამ ძალას კედლიდან მოქმედი და მაღლა მიმართული ხახუნის ძალა ეწინააღმდეგება.
2. თუ ადამიანი ჩავარდნის ზღვარზეა, მაღლა მიმართული ძალა $\mu_s F_N$ მაქსიმალური მნიშვნელობის მქონე f_s სტატიკური ხახუნის ძალაა, სადაც F_N არის ცილინდრიდან ადამიანზე მოქმედი დრეკადობის ძალა.
3. დრეკადობის ძალა ცილინდრის ცენტრალური ღერძისკენ ჰორიზონტალურადაა მიმართული და, მაშასადამე, ცენტრისკენული ძალაა, რაც წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს იწვევს. ცენტრისკენული აჩქარებაა $a=v^2/R$ და ძალა წრის ცენტრისკენაა მიმართული.



სურ. 6.11. როტორი გასართობ პარკში. ნაჩვენებია ადამიანზე მოქმედი ძალები. ცენტრისკენული ძალა $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალაა, რომლითაც კედელი ადამიანზე მოქმედებს.

ჩვენ გვჭირდება v სიჩქარე, როდესაც ადამიანი დაბლა ჩავარდნის ზღვარზეა.

თავდაპირველად ადამიანზე გამავალი y ვერტიკალური ღერძი გავავლოთ და შემდეგ ნიუტონის მეორე კანონი y კომპონენტებისთვის შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$f_s - mg = m(0),$$

სადაც m არის ადამიანის მასა, ხოლო mg — $\vec{F}_g$ ძალის სიდიდე. ამ ფორმულაში f_s -ის ნაცვლად $\mu_s F_N$ მაქსიმალური მნიშვნელობა ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\mu_s F_N - mg = 0$$

$$\text{ანუ} \quad F_N = \frac{mg}{\mu_s} \quad (6.20)$$

შემდეგ ადამიანზე გამავალი r რადიალური ღერძი გავავლოთ და ნიუტონის მეორე კანონი ამ ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ჩავწეროთ:

$$-F_N = m \left(-\frac{v^2}{R} \right) \quad (6.21)$$

F_N -ის ნაცვლად 6.20 ფორმულის ჩასმა და v -სთვის ამოხსნა მოგვცემს:

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}} = \sqrt{\frac{(9,8 \text{ მ/წ}^2)(2,1 \text{ მ})}{0,4}} = 7,17 \text{ მ/წ} \approx 7,2 \text{ მ/წ} \quad (\text{პასუხი})$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ პასუხი ადამიანის მასაზე დამოკიდებული არ არის და სუმიოსტიდან დაწყებული პატარა ბავშვით დამთავრებული ყველას შეუძლია როტორით გათობა.

ბ) თუ ადამიანის მასაა 49კგ, რა ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს მასზე?

ამოხსნა: 6.21 ფორმულის თანახმად:

$$F_N = m \frac{v^2}{R} = (49 \text{ კგ}) \frac{(7,17 \text{ მ/წ})^2}{2,1 \text{ მ}} \approx 1200 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ეს ძალა მიმართულია ცენტრალური ღერძისკენ, მაგრამ ადამიანს ისეთი შეგრძნება აქვს, თითქოს მასზე მოქმედი ძალა რადიალურად ცენტრიდან მოშორებით არის მიმართული. ამგვარი შეგრძნების მიზეზი ის არის, რომ ადამიანი ათვლის არაინერციული სისტემაა და ამ სისტემიდან გაზომილი ძალა რეალური არ არის.

საკონტროლო წერტილი 5. თუ როტორი თავდაპირველად არჩავარდნისთვის საჭირო მინიმალური სიჩქარით მოძრაობს და შემდეგ ჩქარდება, ა) $\vec{f}_s$ -ის, ბ) $\vec{F}_N$ -ის და გ) $f_{s,max}$ -ის მნიშვნელობები იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?

აქოსანის აქოსნის ნიჟი 6.9

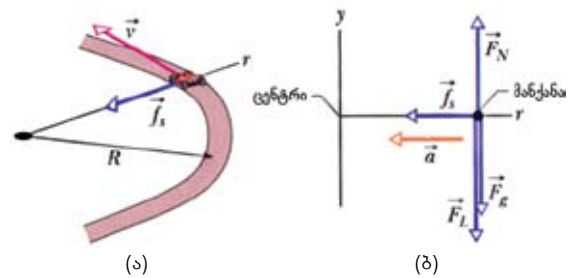
6.12ა სურათზე გამოსახული, $m=600$ კგ მასის ბოლიდი $R=100$ მ რადიუსის წრიულ, ბრტყელ ტრასაზე მოძრაობს. ბოლიდის ფორმისა და მასზე დამაგრებული ფრთების გამო ჰაერი ქვემოთ მიმართული $\vec{F}_L$ უარყოფითი წევით მოქმედებს. საბურავებსა და ტრასას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,75 (დაუშვით, რომ ოთხივე საბურავზე მოქმედი ძალები იდენტურებია).

ა) თუ ბოლიდი მოსახვევში მოცურების ზღვარზეა, როდესაც მისი სიჩქარე 28,6მ/წმ-ს აღწევს, რა სიდიდისაა $\vec{F}_L$?

ამოხსნა: ჩვენ $\vec{F}_L$ ვერტიკალური ძალა ბოლიდის წრიულ ჰორიზონტალურ მოძრაობას და იმ ფაქტს უნდა დავუკავშიროთ, რომ ბოლიდი მოცურების ზღვარზეა. თავდაპირველად ჰორიზონტალურ მოძრაობასთან დაკავშირებული ოთხი ფაქტი ჩამოვწეროთ:

1. ბოლიდზე ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს, ვინაიდან ის წრიულ რკალზე მოძრაობს. ეს ძალა რკალის სიმრუდის ცენტრისკენ არის მიმართული.
2. ბოლიდზე მოქმედი ერთადერთი ჰორიზონტალური ძალა ტრასიდან საბურავებზე მოქმედი ხახუნის ძალაა. მაშასადამე, ცენტრისკენული ძალა ხახუნის ძალაა.
3. ვინაიდან ბოლიდი არ ცურდება, ხახუნის ძალა f_s სტატიკური ხახუნის ძალაა (სურ. 6.12ა).
4. ბოლიდი მოცურების ზღვარზეა, ამიტომ f_s ძალის მნიშვნელობაა $f_{s,max} = \mu_s F_N$ სადაც F_N არის ტრასიდან ბოლიდზე მოქმედი დრეკადობის ძალა.

6.12ბ სურათზე გამოსახულ თავისუფალი სხეულის გრაფიკზე f_s ხახუნის ძალაა ნაჩვენები.



სურ. 6.12. ა) ბოლიდი ბრტყელ, უსწორმასწორო ტრასაზე v მუდმივი სიჩქარით გადაადგილდება. $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალა r რადიალური ღერძის გასწვრივ მიმართულ ცენტრისკენულ ძალას უზრუნველყოფს. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ბოლიდისთვის.

ეს ძალა სიმრუდის ცენტრიდან მანქანის გავლით გადაჭიმული r რადიალური ღერძის უარყოფითი მიმართულებისაა და v^2/R სიდიდის ცენტრისკენულ აჩქარებას იწვევს. ძალასა და აჩქარებას შორის კავშირი r ღერძის გასწვრივ კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონის ჩანერის საშუალებით დავადგინოთ:

$$-f_s = m \left(-\frac{v^2}{R} \right) \quad (6.22)$$

f_s -ის ნაცვლად $f_{s,max} = \mu_s F_N$ ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\mu_s F_N = m \left(\frac{v^2}{R} \right) \quad (6.23)$$

ამის შემდეგ ბოლიდზე მოქმედი ვერტიკალური ძალები განვიხილოთ. 6.12ბ სურათზე, $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა მიმართულია მაღლა, y ღერძის დადებითი მიმართულებისკენ. $\vec{F}_g = m\vec{g}$ მიზიდულობის ძალა და $\vec{F}_L$ უარყოფითი წევა მიმართულა ქვემოთ. y ღერძის გასწვრივ ბოლიდის აჩქარება ნულია, ამიტომ y ღერძის გასწვრივ კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი ასე შეიძლება ჩაინეროს:

$$F_N - mg - F_L = 0$$

$$\text{ანუ} \quad F_N = mg + F_L \quad (6.24)$$

ამჯერად შეგვიძლია ორი ღერძისთვის მიღებული შედეგი გავაერთიანოთ. ამისთვის 6.23 ფორმულაში F_N -ის ნაცვლად 6.24 ფორმულა ჩავსვათ და F_L -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} F_L &= m \left(\frac{v^2}{\mu_s R} - g \right) \\ &= (600 \text{ კგ}) \left(\frac{(28,6 \text{ მ/წ})^2}{(0,75)(100 \text{ მ})} - 9,8 \text{ მ/წ}^2 \right) \\ &= 663,7 \text{ ნ} \approx 660 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ბ) უარყოფითი წევრის F_L სიდიდე და წევრის ძალა ბოლიდის სიჩქარის კვადრატზე დამოკიდებული (6.14 ფორმულა). მაშასადამე, უარყოფითი წევა მეტია, როდესაც მანქანა სწრაფად მოძრაობს. რა სიდიდისაა უარყოფითი წევა 90მ/წმ სიჩქარის შემთხვევაში?

ამოხსნა: F_L პროპორციულია v^2 -ის. მაშასადამე, $v=90\text{მ/წმ}$ სიჩქარეზე $F_{L,90}$ უარყოფითი წევრის

ძალის შეფარდება უკვე მიღებულ F_L წევრის ძალაზე ($v=28,6\text{მ/წმ}$ სიჩქარეზე) შემდეგია:

$$\frac{F_{L,90}}{F_L} = \frac{(90 \text{ მ/წ})^2}{(28,6 \text{ მ/წ})^2}$$

ჩავსვათ $F_L=663,7\text{ნ}$ და $F_{L,90}$ -სთვის ამოვხსნათ:

$$F_{L,90} = 6572 \text{ ნ} \approx 6600 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

არის თუ არა ამგვარი უარყოფითი წევა საკმარისი ბოლიდის ჭერზე გატარებისთვის? თავდაპირველად გავითვალისწინოთ, რომ ბოლიდზე მოქმედი მიზიდულობის ძალაა

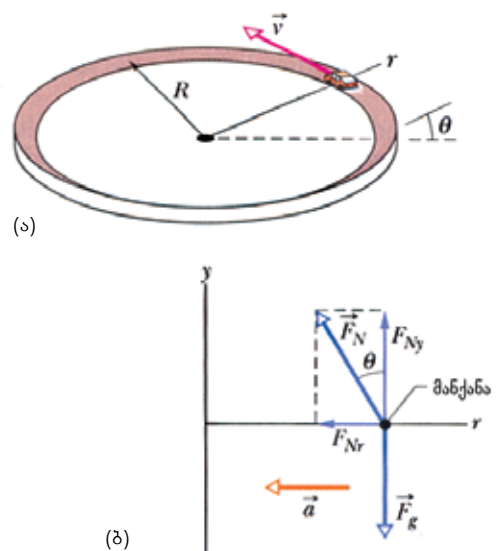
$$\begin{aligned} F_g &= mg = (600 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2) \\ &= 5880 \text{ ნ}. \end{aligned}$$

ბოლიდის ამოტრიალების შემთხვევაში უარყოფითი წევა 6600ნ სიდიდის მაღლა მიმართული ძალაა. ეს ძალა 5880ნ სიდიდის ქვემოთ მიმართულ მიზიდულობის ძალას აჭარბებს. მაშასადამე, ბოლიდს თეორიულად შეუძლია ამოტრიალებულად გადაადგილება, თუ მისი სიჩქარე დაახლოებით 90მ/წმ-ია (324კმ/სთ).

აქოსანის აქოსანის ნიჟუი 6.10

ტრასის მოსახვევიანი ნაწილი ყოველთვის დახრილია, რათა მანქანა არ მოცუროდეს. მშრალ ამინდში საბურავებსა და გზის საფარს შორის მოქმედი ხახუნის ძალა მოცურებას ხელს უშლის, მაგრამ წვიმიან ამინდში ხახუნის ძალა შესაძლოა უმნიშვნელო გახდეს და ამ შემთხვევაში ტრასის დახრა აუცილებელია. 6.13ა სურათზე გამოსახულია $R=190\text{მ}$ რადიუსის წრიულ, დახრილ ტრასაზე $v=20\text{მ/წმ}$ მუდმივი სიჩქარით მოძრავი m მასის მანქანა (ეს მანქანა სპორტული არ არის და ამიტომ ჰაერიდან მოქმედი ვერტიკალური ძალა უმნიშვნელოა). თუ ტრასიდან მოქმედი ხახუნის ძალა უმნიშვნელოა, რა θ კუთხით დახრაა საჭირო მოცურების თავიდან ასაცილებლად?

ამოხსნა: მანქანა წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს და ამიტომ მასზე ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს. ამ შემთხვევაში ტრასა დახრილია და მანქანაზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა წრის ცენტრისკენ არის გადახრილი (სურ. 6.13ბ). აქედან გამომდინარე, $\vec{F}_N$ ძალას F_{Nr} სიდიდის ცენტრისკენული კომპონენტი აქვს, რომელიც r რადიალური ღერძის გასწვრივ, შიგნითკენ არის მიმართული. ჩვენ უნდა დავადგინოთ დახრის θ კუთხის სიდიდე, როდესაც ცენტრისკენული



სურ. 6.13. ა) მანქანა წრიულ, დახრილ ტრასაზე v მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. დახრის კუთხე სიკვადის მიზნით გადიდებულია. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მანქანისთვის. დაშვებულია, რომ საბურავებსა და ტრასას შორის მოქმედი ხახუნი ნულია და მანქანაზე უარყოფითი წევა არ მოქმედებს. დრეკადობის ძალის რადიალურად შიგნითკენ მიმართული (r რადიალური ღერძის გასწვრივ) F_{Nr} კომპონენტი საჭირო ცენტრისკენულ ძალას და რადიალურ აჩქარებას უზრუნველყოფს.

კომპონენტი, ხახუნის აუცილებლობის გარეშე, მანქანას წრის ფორმის ტრასაზე შეაკავებს.

6.13 სურათიდან ჩანს, რომ ვერტიკალსა და $\vec{F}_N$ ძალას შორის კუთხე ტრასის დახრის θ კუთხის ტოლია. მაშასადამე, F_{Nr} რადიალური კომპონენტი $F_N \sin \theta$ -ის ტოლია. ამის შემდეგ r ლერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი შემდეგი სახით ჩაიწერება:

$$-F_N \sin \theta = m \left(-\frac{v^2}{R} \right) \quad (6.25)$$

ამ ფორმულას θ -სთვის ვერ ამოვხსნით, ვინაიდან F_N და m უცნობია.

მოდით γ ლერძის გასწვრივ არსებული ძალები და აჩქარება განვიხილოთ. დრეკადობის ძალის ვერტიკალური კომპონენტი $F_{N,y} = F_N \cos \theta$, მანქანაზე მოქმედი მიზიდულობის ძალის სიდიდეა mg ,

ხოლო γ ლერძის გასწვრივ მანქანის აჩქარებანულის ტოლია. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, γ ლერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი ასეთ სახეს იღებს:

$$F_N \cos \theta - mg = m(0)$$

საიდანაც გამომდინარეობს:

$$F_N \cos \theta = mg \quad (6.26)$$

მიღებული ფორმულა კვლავ შეიცავს F_N და m უცნობებს, მაგრამ 6.25 ფორმულის 6.26 ფორმულაზე გაყოფა ორივე უცნობს აბათილებს. ამის შემდეგ $(\sin \theta)/(\cos \theta)$ შევცვალოთ $\tan \theta$ -ით და θ -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \frac{v^2}{gR} \\ &= \tan^{-1} \frac{(20 \text{ მ/წ})^2}{(9,8 \text{ მ/წ}^2)(190 \text{ მ})} = 12^\circ \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

თეორია და შეჯამება

ხახუნი. როდესაც $\vec{F}$ ძალა სხეულის ზედაპირზე გასრიალებას ცდილობს, ზედაპირიდან სხეულზე **ხახუნისძალა** მოქმედებს. ხახუნისძალა ზედაპირის პარალელურია და სრიალს ეწინააღმდეგება. ამ ძალას სხეულისა და ზედაპირის შენეება იწვევს. თუ სხეული არ მოძრაობს, ხახუნის ძალა $\vec{f}_s$ **სტატიკური ხახუნის ძალაა**. მოძრაობის შემთხვევაში ხახუნის ძალა $\vec{f}_k$ **კინეტიკური ხახუნის ძალაა**.

ხახუნის სამი თვისება:

1. თუ სხეული არ მოძრაობს, $\vec{f}_s$ სტატიკური ხახუნის ძალა და $\vec{F}$ -ის ზედაპირისადმი პარალელური კომპონენტი ტოლია, ხოლო $\vec{f}_s$ ძალის მიმართულება F -ის კომპონენტის საპირისპიროა. კომპონენტის ზრდისას f_s -იც იზრდება.

2. $\vec{f}_s$ ძალის $f_{s,max}$ მნიშვნელობაა:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N, \quad (6.1)$$

სადაც μ_s არის **სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი**, ხოლო F_N - დრეკადობის ძალა. თუ $\vec{F}$ -ის ზედაპირისადმი პარალელური კომპონენტი $f_{s,max}$ -ს აღემატება, სხეული ზედაპირზე მოძრაობს.

3. თუ სხეული ზედაპირზე მოძრაობს, ხახუნის ძალის სიდიდე f_k მუდმივ მნიშვნელობამდე

სწრაფად მცირდება:

$$f_k = \mu_k F_N \quad (6.2)$$

სადაც μ_k არის **კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი**.

წევის ძალა. როდესაც სხეულსა და ჰაერს (ან რაიმე სხვა სითხეს) შორის ფარდობითი მოძრაობა არსებობს, სხეულზე მოძრაობის საწინააღმდეგო და სითხის დინების მიმართულების $\vec{D}$ **წევის ძალა** მოქმედებს. $\vec{D}$ ძალა და v ფარდობითი სიჩქარე ერთმანეთს ექვსერიმენტულად განსაზღვრული C **წევის კოეფიციენტის** საშუალებით უკავშირდება:

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (6.14)$$

სადაც ρ არის სითხის სიმკვრივე (მასა მოცულობის ერთეულზე), ხოლო A - სხეულის **განივი კვეთის ფაქტიური ფართობი** ($\vec{v}$ სიჩქარის პერპენდიკულარული განივი კვეთის ფართობი).

საბოლოო სიჩქარე. როდესაც ბლავი საგანი ჰაერში დიდი ხნის განმავლობაში ვარდება, $\vec{D}$ წევის ძალა და სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა თანაბრდება. ამის შემდეგ სხეული v_t **საბოლოო სიჩქარით** ვარდება:

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}} \quad (6.16)$$

თანაბარწრიული მოძრაობა. თუ წერტილი წრეზე ან R რადიუსის წრიულ რკალზე v მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, წერტილი **თანაბარწრიულად**

მოდრაობს. ამ შემთხვევაში ნერტილს $\vec{a}$ ცენტრისკენული აჩქარება აქვს:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (6.17)$$

ცენტრისკენულ აჩქარებას ნერტილზე მოქმედი

ცენტრისკენული ძალა იწვევს:

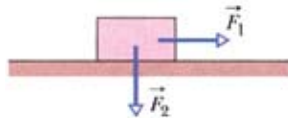
$$F = m \frac{v^2}{R}, \quad (6.18)$$

სადაც m არის ნერტილის მასა. $\vec{a}$ და $\vec{F}$ ვექტორული სიდიდეები ნერტილის ტრაექტორიის სიმრუდის ცენტრისკენ არის მიმართული.

შეჯამება

1. ბლოკი ზედაპირზე ძევს და მასზე სამი ექსპერიმენტს ატარებენ, რომელთა დროსაც ბლოკზე სამი სხვადასხვა ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ძალთა სიდიდეებია $F_1 = 12$ ნ, $F_2 = 8$ ნ და $F_3 = 4$ ნ. არცერთ ექსპერიმენტში ბლოკი მოძრაობას არ იწყებს. დაალაგეთ ძალები ა) ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი f_s სტატიკური ხახუნის ძალის მიხედვით და ბ) ამ ძალის $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

2. 6.14 სურათზე 106 სიდიდის ჰორიზონტალური $\vec{F}_1$ ძალა ყუთზე მოდებული, რომელიც

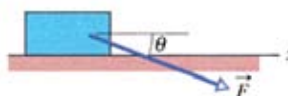


სურ. 6.14. შეკითხვა 2.

არ მოძრაობს. ამის შემდეგ ვერტიკალური $\vec{F}_2$ ძალა იწყებს მოქმედებას. ა) ყუთზე მოქმედი f_s ხახუნის ძალა, ბ) ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა, გ) ყუთზე მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალის $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობა იზრდება, მცირდება თუ უცვლელი რჩება? დ) იწყებს თუ არა ყუთი მოძრაობას?

3. თუ ყუთს კედელთან მიიტანთ და ხელს ისე მიაჭერთ, რომ ყუთი არ ჩამოვარდეს, რა მიმართულება ექნება ა) კედლიდან ყუთზე მოქმედი f_s სტატიკური ხახუნის ძალას და ბ) კედლიდან ყუთზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალას? უფრო ძლიერად მიწოდის შემთხვევაში როგორ შეიცვლება გ) f_s , დ) F_N და ე) $f_{s,max}$?

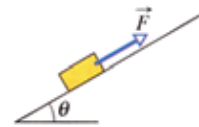
4. 6.15 სურათზე ყუთი უძრავია და ჰორიზონტალსა და $\vec{F}$ ძალას შორის θ კუთხე იზრდება.



სურ. 6.15. შეკითხვა 4.

ა) F_x , ბ) f_s , გ) F_N , დ) $f_{s,max}$ იზრდება, მცირდება თუ უცვლელი რჩება? ე) თუ ყუთი მოძრაობს და θ იზრდება, ყუთზე მოქმედი ხახუნის ძალა იზრდება, მცირდება თუ უცვლელი რჩება?

5. მეოთხე შეკითხვას თავიდან გაეცით პასუხი, როცა წინა ვარიანტისგან განსხვავებით. $\vec{F}$ ძალა მაღლაა მიმართული.



სურ. 6.16. შეკითხვა 6.

6. 6.16 სურათზე დახრილი სიბრტყიდან მოქმედი ხახუნის ძალა m მასის ბლოკს უძრავად

აჩერებს. ამის შემდეგ ბლოკზე $\vec{F}$ ძალა იწყებს მოქმედებას. ამ ძალის ზრდის დროს როგორ იცვლება ბლოკზე მოქმედი ხახუნის ძალის სიდიდე და მიმართულება?

7. მეექვსე შეკითხვას პასუხი თავიდან გაეცით, ოღონდ ამჯერად $\vec{F}$ ძალა საპირისპიროდ მიმართეთ. $\vec{F}$ -ის ზრდასთან ერთად როგორ იცვლება ბლოკზე მოქმედი ხახუნის ძალის სიდიდე და მიმართულება?

8. 1987 წელს, ორმა პარაშუტისტმა ჰელოუინის* აღსანიშნავად გოგრები დაიჭირა და ისე გადმოხტა. მოგვიანებით, უკან მომავალმა პარაშუტისტმა საკუთარი პარაშუტი გახსნა და გოგრა ხელიდან გაუხსლტა. გოგრამ დაახლოებით 0,5 კმ იფრინა, სახლის სახურავს დაეცა, სამზარეულოს ფანჯარაში შევარდა და ყველაფერი მოსვარა. რატომ გაეშვა ხელიდან გოგრა პარაშუტისტს გოგრის და პარაშუტისტის თვალთახედვიდან?

9. 6.17 სურათზე 10კგ მასის ფირფიტა ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად დევს და მასზე 1006 სიდიდის ჰორიზონტალური ძალა იწყებს მოქმედებას. ფირფიტაზე 10კგ მასის ბლოკია მოთავსებული. ბლოკსა და ფირფიტას შორის μ ხახუნის კოეფიციენტი უცნობია და ბლოკი

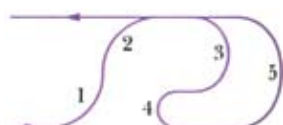


სურ. 6.17. შეკითხვა 9.

* ჰელოუინ (Halloween) — ყველა წმინდანის დღის წინა დღე.

შეიძლება გასრიალდეს. ა) მნიშვნელობათა რა არეალში შეიძლება მოხვდეს ფირფიტის $a_{\text{ფ}}$ აჩქარების სიდიდე? (მინიმუმ: მრავალრიცხოვანი გამოთვლები საჭირო არ არის. უბრალოდ μ -ს უკიდურესი მნიშვნელობები განიხილეთ). ბ) მნიშვნელობათა რა არეალში შეიძლება მოხვდეს ბლოკის $a_{\text{ბ}}$ აჩქარების სიდიდე?

10. 6.18 სურათზე ნაჩვენებია პარკში მოსეირნე ადამიანის ტრაექტორია. ადამიანი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს და მისი მოძრაობის ტრა-



სურ. 6.18. შეეითხე 10.

ექტორია R_0 , $2R_0$ და $3R_0$ რადიუსების ხუთი წრიული რკალისგან შედგება. დაალაგეთ რკალები ადამიანზე მოქმედი ცენტრისკენული ძალის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

11. ეშმაკის ბორბალზე მჯდომი ადამიანი ზედა, ქვედა და შუა მდებარეობებს გადის. ბორბალი თანაბარი ტემპით მოძრაობს. დაალაგეთ ეს სამი მდებარეობა ა) ადამიანზე მოქმედი ცენტრისკენული აჩქარების, ბ) ადამიანზე მოქმედი ჯამური ცენტრისკენული ძალის სიდიდის და გ) ადამიანზე მოქმედი დრეკადობის ძალის სიდიდის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

ამოსანები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
...	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს



სურ. 6.19. ამოცანა 4. რამ გადაადგილა ქვა?

პარაგრაფი 6.3. ხახუნის თვისებები

•1. ჭურჭელსა და მასში ჩალაგებულ კვერცხებს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,04$. ჰორიზონტალური ზედაპირზე უმცირესი კუთხე გამოიწვევს ჭურჭლის ფსკერზე კვერცხების გაცურებას?

•2. $m = 79$ კგ მასის ბეისბოლის მოთამაშე მეორე ბაზაში მისრიალებს და 470 ნ სიდიდის ხახუნის ძალის წინააღმდეგობას განიცდის. რისი ტოლია მოთამაშესა და მიწას შორის არსებული μ_k კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

•3. საწოლ ოთახში 45 კგ მასის კომოდი უძრავად ძევს. კომოდი გამოსანევი უჯრითა და ტანსაცმლის ჩამოსაკიდით არის აღჭურვილი. ა) თუ კომოდსა და იატაკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,45$, რა მინიმალური ჰორიზონტალური ძალაა საჭირო კომოდის გადაადგილებისთვის? ბ) კომოდს 17 კგ მასის გამოსანევი უჯრა და ტანსაცმლის ჩამოსაკიდი მოხსნეს. ამჯერად რა მინიმალური ძალაა საჭირო კომოდის გადაადგილებისთვის?

SSM WWW

•4. იდუმალებით მოცული მოძრავი ქვები.

კალიფორნიაში, „სიკვდილის ველში“, ქვები უდაბნოს ქვიშაზე კვალსაველებენ და შთაბეჭდილება რჩება, რომ ისინი გადაადგილდებიან (სურ. 6.19). წლების განმავლობაში ეს მოვლენა საიდუმლოებით იყო მოცული. ერთ-ერთი განმარტების თანახმად ძლიერი ქარები წვიმისგან დარბილებულ მიწაზე გადაადგილებდნენ ქვებს და უდაბნოს გაშრობის შემდეგ კვალი რჩებოდა. გაზომვის შედეგად დადგინდა, რომ ქვებსა და სველ მიწას შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი დაახლოებით $0,8$ -ია. რა ჰორიზონტალურმა ძალამ უნდა იმოქმედოს 20 კგ მასის ქვაზე, რათა ქარისგან ამოძრავებულმა ქვამ მოძრაობა განაგრძოს? (ისტორია 35-ე ამოცანაში გრძელდება).

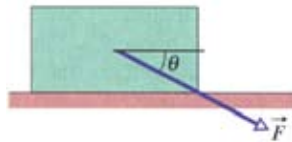
•5. ადამიანი 55 კგ მასის ყუთს 220 ნ ძალით ჰორიზონტალურად უბიძგებს. კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,35$. ა) რა სიდიდისაა ხახუნის ძალა? ბ) რისი ტოლია ყუთის აჩქარება?

SSM ILW

•6. ვაგონი-პლატფორმა ყუთებით არის

დატვირთული, რომელთა სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირთან არის 0,25. თუ მატარებელი 48 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, რა მანძილზე შეიძლება მატარებელი მუდმივი აჩქარებით ისე გაჩერდეს, რომ ყუთები არ გასრიალდნენ?

•7. 3,5 კგ მასის ბლოკს 156 სიდიდის $\vec{F}$ ძალა ჰორიზონტისადმი $\theta = 40^\circ$ კუთხით უბიძგებს (სურ. 6.20). ბლოკსა და ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,25. გამოთვალეთ ა) ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი ხახუნის ძალა და ბ) ბლოკის აჩქარება.



სურ. 6.20. ამოცანა 7.

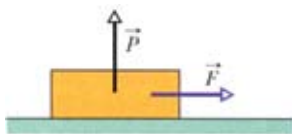
•8. 6.21 სურათზე გამოსახულია სრილის მოყვარული ღორი, რომელიც 35° დახრის მქონე სასრიალოზე ორჯერ მეტ დროში სრიალდება, ვიდრე მას დასჭირდებოდა ხახუნისგან თავისუფალი ზედაპირის მქონე იგივე სასრიალოზე. რისი ტოლია ღორსა და სასრილოს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?



სურ. 6.21. ამოცანა 8.

•9. შაფლბორდის თამაშის დროს, სტუდენტებმა საერთო საცხოვრებლის კორიდორში წიგნის გადაადგილებისთვის ცოცხის გამოყენება გადაწყვიტეს. მათ 3,5 კგ მასის წიგნზე 25 ნ ჰორიზონტალური ძალით იმოქმედეს, წიგნმა 0,9 მ გაიარა და შემდეგ 1,6 მ/წმ სიჩქარე შეიძინა. რისი ტოლია წიგნსა და იატაკს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

•10. 2,5 კგ მასის ბლოკი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავად ძევს. შემდეგ ბლოკზე 6 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა და $\vec{P}$ ვერტიკალური ძალებით იმოქმედეს (სურ. 6.22). ბლოკსა



სურ. 6.22. ამოცანა 10.

და ზედაპირს შორის ხახუნის კოეფიციენტებია $\mu_s = 0,4$ და $\mu_k = 0,25$. გამოთვალეთ ბლოკზე მოქმედი ხახუნის ძალა, თუ $\vec{P}$ ძალის სიდიდეა ა) 8 ნ, ბ) 10 ნ და გ) 12 ნ.

•11. მუშამ 35 კგ მასის ყუთს 110 ნ ძალით ჰორიზონტალურად უბიძგა. ყუთსა და ზედაპირს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,37. ა) რისი ტოლია $f_{s,max}$? ბ) ამოძრავდება თუ არა ყუთი? გ) რისი ტოლია ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი ხახუნის ძალა? დ) წარმოიდგინეთ, რომ მეორე მუშა ყუთს მალე აწევდა და პირველს ეხმარება. რა უმცირესი ვერტიკალური ბიძგია საჭირო, რათა პირველი მუშისგან მოდებულმა 110 ნ ძალამ ყუთი გადაადგილოს? ე) თუ მეორე მუშა ყუთს ჰორიზონტალურად უბიძგებს და ისე ეხმარება პირველს, რა უმცირესი ბიძგი ამოძრავებს ყუთს?

•12. 1915 წელს, ფილადელფიელი ჰენრი სინცოსკი კოჭებზე ორივე ხელით ჩამოეკიდა. აღსანიშნავი ის არის, რომ სინცოსკის ცერა თითები კოჭების ერთ მხარეზე ჰქონდა მოქცეული, ხოლო დანარჩენი თითები - მეორე მხარეზე (სურ. 6.23). სინცოსკის მასა 79 კგ იყო. თუ ხელსა და კოჭას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,7,



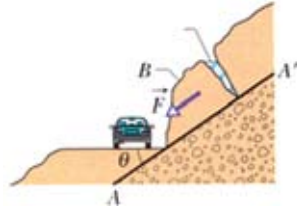
სურ. 6.23. ამოცანა 12.

რა უმცირესი დრეკადობის ძალა მოქმედებდა თითოეული ცერა თითიდან კოჭაზე? (ჩამოკიდების შემდეგ სინცოსკი ხელებზე აინია და კოჭებზე გადაადგილება დაიწყო. თუ გგონიათ, რომ ეს ძალიან ადვილია, სცადეთ და იგივე გაიმეორეთ).

•13. 68 კგ მასის ყუთზე ჰორიზონტისადმი 15° -ით დახრილი თოკია მობმული და ყუთს ზედაპირზე მიახებენ. ა) თუ სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,5, რა უმცირესმა ძალამ უნდა იმოქმედოს თოკიდან, რათა ყუთი ამოძრავდეს? ბ) თუ $\mu_k = 0,35$, რა საწყის აჩქარებას შეიძენს ყუთი? SSM

•14. 6.24 სურათზე ნაჩვენებია მთის გვერდზე გამავალი გზის განივი კვეთი. AA' წრფე სიბრტყეს

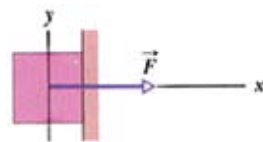
ასახავს, რო-
მელზეც სრიალი
შესაძლებელია. გზის
თავზე განლაგებული
 B ბლოკი ზედა კლდი-
სგან დიდი ნაპრალით
არის გამოყოფილი



სურ. 6.24. ამოცანა 14.

და ამიტომ მხოლოდ ბლოკსა და სიბრტყეს
შორის არსებული ხახუნის უშლის ხელს ბლოკის
ჩამოვარდნას. ბლოკის მასაა $1,8 \times 10^7$ კგ, სიბრტყის
 θ დახრის კუთხეა 24° , ხოლო ბლოკსა და სიბრტყეს
შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,63$.
ა) დაამტკიცეთ, რომ ბლოკი არ ჩამოვარდება.
ბ) ნაპრალები წყალი ჩავიდა და გაიყინა. გაყინვის
შედეგად გაფართოებული წყალი ბლოკზე
 AA' -ს პარალელური $\vec{F}$ ძალით მოქმედებს.
რა მინიმალური F ძალა გამოიწვევს ბლოკის
ჩამოვარდნას?

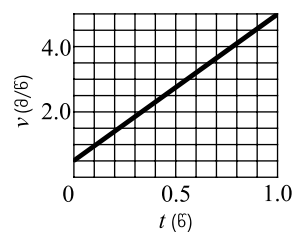
••15. 5 ნ წონის ბლოკს
126 ჰორიზონტალური
 $\vec{F}$ ძალავერტიკალური
კედლისკენ აწევა
(სურ. 6.25). კედელსა
და ბლოკს შორის



სურ. 6.25. ამოცანა 15.

სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,6$, ხოლო
კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,4$. დავუშვათ
ბლოკი თავდაპირველად უძრავია. ა) ამოძრავდება
თუ არა ბლოკი? ბ) რისი ტოლია კედლიდან
ბლოკზე მოქმედი ძალა ერთეულოვან-ვექტორულ
ჩანაწერში? **SSM**

••16. 4,1 კგ მასის
ბლოკზე 40 ნ ჰორ-
იზონტალური ძალა
მოქმედებს და ზე-
დაპირზე გადა-
ადგილებს. 6.26
სურათზე გამო-
სახულია ბლო-



სურ. 6.26. ამოცანა 16.

კის v სიჩქარის t დროზე დამოკიდებულების
გრაფიკი, როდესაც ბლოკი ზედაპირზე
გავლებული x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს.
რისი ტოლია ბლოკსა და ზედაპირს შორის
არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

••17. თავდაპირველად უძრავი ქვიშის ყუთი
თოკის მეშვეობით უნდა გადაადგილონ და თოკის
დაჭიმულობამ 11006-ს არ უნდა გადააჭარბოს.

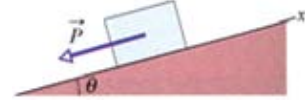
ყუთსა და ზედაპირს შორის სტატიკური ხახუნის
კოეფიციენტი $0,35$. ა) რა კუთხე უნდა იყოს
ჰორიზონტალსა და თოკს შორის, რათა ქვიშის
უდიდესი შესაძლო რაოდენობის გადატანა გახდეს
შესაძლებელი? ბ) რისი ტოლია ყუთისა და ქვიშის
წონა ამ მდგომარეობაში?

••18. ავარიის დროს A მანქანა წითელ შუქზე
გაჩერებულ B მანქანას უკნიდან შეეჯახა. გზა
გორაკზე ჩადის და მისი დახრილობაა $\theta = 12^\circ$.
მანქანებს შორის $d = 24$ მ მანძილი იყო, როდესაც
 A მანქანის მძღოლმა დაიწყო დამუხრუჭება. A
მანქანის სიჩქარე დამუხრუჭების დაწყებისას
 $v = 18$ მ/წმ იყო. რა სიჩქარით შეეჯახა A მანქანა
 B -ს, თუ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი იყო
ა) $0,6$ (მშრალ გზაზე) და ბ) $0,1$ (სველი ფოთლებით
დაფარულ გზაზე)?



სურ. 6.27. ამოცანა 18.

••19. 6.28 სურათზე გამოსახულ 456 წონის ბლოკზე
 $\vec{P}$ ძალა მოქმედებს. ბლოკი ჰორიზონტალისადმი
 $\theta = 15^\circ$ -ით დახრილ
სიბრტყეზე უძრავად
ძევს. ბლოკსა და
სიბრტყეს შორის ხა-
ხუნის კოეფიციენტე-
ბია $\mu_s = 0,5$ და $\mu_k = 0,34$. რა ხახუნის ძალა მო-
ქმედებს სიბრტყიდან ბლოკზე ერთეულოვან-
ვექტორულ ჩანაწერში, როდესაც $\vec{P}$ არის
ა) $(-5 \text{ ნ})\hat{i}$, ბ) $(-86 \text{ ნ})\hat{i}$ და გ) $(-156 \text{ ნ})\hat{i}$?



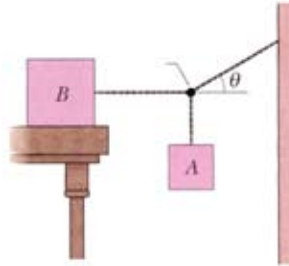
სურ. 6.28. ამოცანა 19.

••20. მარხილი და მასზე დამჯდარი პინგვინი 80 ნ-
ს იწონის. მარხილი ჰორიზონტალისადმი $\theta = 20^\circ$ -
ით დახრილ სიბრტყეზე უძრავად ძევს (სურ. 6.29).
მარხილსა და სიბრტყეს შორის სტატიკური ხახუნის
კოეფიციენტი $0,25$, ხოლო კინეტიკური ხახუნის
კოეფიციენტი $0,15$. ა) სიბრტყის პარალელური
რა უმცირესი $\vec{F}$ ძალაა საჭირო, რათა მარხილი
არ ჩამოსრილდეს? ბ) რა უმცირესი სიდიდის F
ძალა აიტანს მარხილს
მაღლა? გ) რა F
ძალაა საჭირო, რათა
მარხილმა მუდმივი
სიჩქარით იმოძრაოს
მაღლა?



სურ. 6.29. ამოცანა 20.

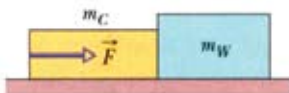
••21. 6.30 სურათზე გამოსახული B ბლოკის წონაა 7116. ბლოკსა და მაგიდას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,25, θ კუთხეა 30° , ხოლო B -სა და კვანძს შორის



სურ. 6.30. ამოცანა 21.

გაბმული თოკი ჰორიზონტალურია. გამოთვალეთ A ბლოკის მაქსიმალური წონა, რომლისთვისაც სისტემა უძრაობას შეინარჩუნებს. SSM WWW

••22. 6.31 სურათზე გამოსახულია „ჩირიოუზების“ ყუთი ($m_c=1$ კგ) და „უიტიების“ ყუთი ($m_w=3$ კგ). „ჩირიოუზების“ ყუთზე ჰორიზონტალური $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და ყუთები აჩქარებულად მოძრაობს. „ჩირიოუზების“ ყუთზე მოქმედი ხახუნის ძალაა 26, ხოლო „უიტიების“ ყუთზე 46 სიდიდის ხახუნის ძალა მოქმედებს. თუ $\vec{F}$ ძალის სიდიდეა 126, რა ძალა მოქმედებს „ჩირიოუზების“ ყუთიდან „უიტიების“ ყუთზე?



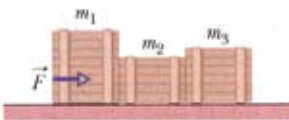
სურ. 6.31. ამოცანა 22.

••23. 6.32 სურათზე გამოსახული სამი ბლოკი $0,5\text{მ}/\text{წმ}^2$ აჩქარებას იძენს. პირველი ბლოკის მასაა M , ხოლო მეორე და მესამე ბლოკების მასებია $2M$. რისი ტოლია მეორე ბლოკსა და მაგიდას შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?



სურ. 6.32. ამოცანა 23 და 79.

••24. 6.33 სურათზე გამოსახულ სამ ყუთს 440 ნ სიდიდის ჰორიზონტალური $\vec{F}$ ძალა ბეტონის ზედაპირზე

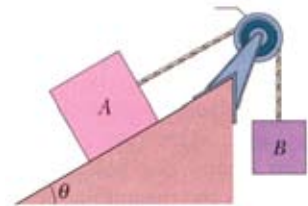


სურ. 6.33. ამოცანა 24.

გადაადგილებს. ყუთების მასებია $m_1=30$ კგ, $m_2=10$ კგ და $m_3=20$ კგ. ზედაპირსა და თითოეულ ყუთს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,7. ა) რა F_{32} ძალა მოქმედებს მესამე ყუთიდან მეორეზე? ბ) თუ ყუთები გაპრიალებულ ზედაპირზე მოძრაობენ, სადაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,7-ზე ნაკლებია, F_{32} ძალის სიდიდე მეტია, ნაკლებია თუ არ იცვლება?

••25. 3,6 ნ და 7,2 ნ წონის ორი ბლოკი უმნიშვნელო მასის თოკითაა გადაბმული და 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე სრიალებს. მსუბუქ ბლოკსა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,1, ხოლო მძიმე ბლოკსა და სიბრტყეს შორის იგივე კოეფიციენტი 0,2-ია. დავეუშვათ მსუბუქი ბლოკი მძიმეზე წინ არის. გამოთვალეთ ა) ბლოკების აჩქარება და ბ) თოკის დაჭიმულობა. SSM

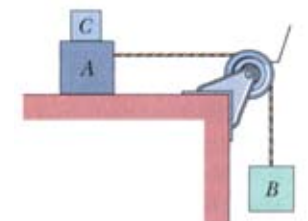
••26. 6.34 სურათზე გამოსახული ორი ყუთი ერთმანეთთან ბლოკზე გადაკიდებული თოკით არის დაკავშირებული. A ყუთის მასაა 10კგ, ხოლო A -სა და დახრილ სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2. დახრის θ კუთხეა 30° . A ყუთი მუდმივი სიჩქარით ქვემოთ სრიალდება. რა მასა აქვს B ყუთს?



სურ. 6.34. ამოცანა 26 და 27.

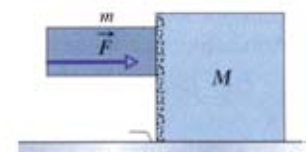
••27. 6.34 სურათზე გამოსახული A ყუთი 1026-ს იწონის, ხოლო B ყუთის წონა 32 ნ-ია. A -სა და დახრილ სიბრტყეს შორის ხახუნის კოეფიციენტებია $\mu_s=0,56$ და $\mu_k=0,25$. θ კუთხეა 40° . რისი ტოლია A ყუთის აჩქარება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, თუ თავდაპირველად ა) A უძრავია, ბ) დახრილ სიბრტყეზე მაღლა ადის და ბ) ქვემოთ სრიალდება? SSM

••28. 6.35 სურათზე გამოსახული A ბლოკის წონაა 44 ნ, ხოლო B ბლოკი 22 ნ-ს იწონის. ა) რა მინიმალური წონა უნდა ჰქონდეს C ბლოკს, რათა A არ გასრიალდეს? მაგიდასა და A -ს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2. ბ) დავეუშვათ C ბლოკი A -დან აიღეს. რა აჩქარებას შეიძენს A ბლოკი, თუ A -სა და მაგიდას შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,15?



სურ. 6.35. ამოცანა 28.

••29. 6.36 სურათზე გამოსახული ორი ბლოკი ($m_1=16$ კგ და $M=88$ კგ) ერთმანეთზე დამაგრე-

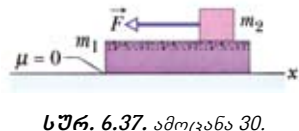


სურ. 6.36. ამოცანა 29.

ბული არ არის. ბლოკებს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,38$, ხოლო მზრდილი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზეა განლაგებული. რა მინიმალური $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალაა საჭირო, რათა პატარა ბლოკი დიდიდან არ ჩამოსრილდეს? **ILW**

••30. 6.37 სურათზე

გამოსახული $m_1 = 40$ კგ მასის ფირფიტა ხახუნისგან



სურ. 6.37. ამოცანა 30.

თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად ძევს, ხოლო ფირფიტაზე $m_2 = 10$ კგ მასის ბლოკია განლაგებული. ბლოკსა და ფირფიტას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,6$, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,4$. ბლოკზე 100 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. რისი ტოლია ა) ბლოკის და ბ) ფირფიტის აჩქარება ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

••31. 1000 კგ მასის ნავი 90 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, როდესაც მისი ძრავა გამორთულია. წყალსა და ნავს შორის არსებული $\vec{f}_k$ ხახუნის ძალა ნავის v სიჩქარის პროპორციულია და $f_k = 70v$, სადაც v მ/წმ-ებშია, ხოლო f_k – ნიუტონებში. რა დროში შემცირდება ნავის სიჩქარე 45 კმ/სთ-მდე?

SSM

პარაგრაფი 6.4. წვეის ძალა და საბოლოო სიჩქარე

•32. გაშლილფრთებიანი არწივის მდგომარეობაში პარაშუტისტის საბოლოო სიჩქარეა 160 კმ/სთ, ხოლო პიკირების დროს იგივე სიჩქარე 310 კმ/სთ-ს აღწევს. დავუშვათ პარაშუტისტის C წვეის კოეფიციენტი სხვადასხვა მდგომარეობაში არ იცვლება. გამოთვალეთ ორივე მდგომარეობის განივი კვეთის ფაქტიური A ფართობების შეფარდება.

••33. გამოთვალეთ 1000 კმ/სთ სიჩქარით და 10 კმ სიმაღლეზე მფრინავ რეაქტიულ თვითმფრინავზე მოქმედი წვეის ძალის შეფარდება ამის ნახევარ სიჩქარეზე და სიმაღლეზე მფრინავ პროპელეროვან თვითმფრინავზე მოქმედ წვეის ძალასთან. 10 კმ სიმაღლეზე ჰაერის სიმკვრივეა $0,38$ კგ/მ³, ხოლო 5 კმ სიმაღლეზე – $0,67$ კგ/მ³. დავუშვათ, რომ ორივე თვითმფრინავის განივი კვეთის ფაქტიური ფართობი და, აგრეთვე, C წვეის კოეფიციენტი ერთი და იგივეა.

••34. დავუშვათ 6.14 ფორმულა პილოტსა და კატაპულტირებად სავარძელზე მოქმედ წვეის ძალას გვაძლევს, როდესაც პილოტი 1300 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი თვითმფრინავიდან გადმოხტება. სავარძლისა და პილოტის მასა და წვეის კოეფიციენტები თანაბარია. პილოტის მასა თქვენ შეარჩიეთ, ხოლო შესაბამისი v_i 6.1 ცხრილიდან აიღეთ. გამოთვალეთ ა) პილოტზე და სავარძელზე მოქმედი წვეის ძალა და ბ) მათი ჰორიზონტალური შენელება თვითმფრინავიდან გადმოხტომის დროს.

••35. მეოთხე ამოცანის გაგრძელება. ამჯერად 6.14 ფორმულა 20 კგ მასის ქვაზე მოქმედ ჰაერის წვეის ძალას გვაძლევს. ქვას $0,4$ მ² ფართობის ვერტიკალური განივი კვეთი აქვს და მისი C წვეის კოეფიციენტი $0,8$. ჰაერის სიმკვრივეა $1,21$ კგ/მ³, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,8$. ა) დედამიწის გასწვრივ ქარის რა V სიჩქარეა საჭირო, რათა ქვა მოძრაობის დაწყების შემდეგ არ გაჩერდეს? დედამიწის გასწვრივ მქროლავ ქარს დედამიწა ანელებს, ამიტომ ქარის სიჩქარე ხშირად 10 მსიმაღლეზე იზომება. დავუშვათ ქარის სიჩქარე დედამიწის გასწვრივ სიჩქარესთან შედარებით 2-ჯერ მეტია. ბ) ა) კითხვაზე პასუხისთვის ქარის რა სიჩქარე გაიზომება შტორმის დროს? გ) არის თუ არა ეს სიჩქარე რეალური? (ისტორია 53-ე ამოცანაში გრძელდება).

პარაგრაფი 6.5. თანაბარი წრიული მოძრაობა

•36. საბურავებსა და გზას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,6$ და მანქანაზე უარყოფითი წევა არ მოქმედებს. რა სიჩქარის დროს იქნება მანქანა მოსრილობის ზღვარზე, თუ ის $30,5$ მ რადიუსის რკალს შემოწერს?

•37. რა უმცირესი რადიუსის მქონე მოსახვევში შეძლებს შესვლას ველოსიპედისტი, თუ ის 29 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, საბურავებსა და ტრასას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,32$ და ტრასა დახრილი არ არის? **ILW**

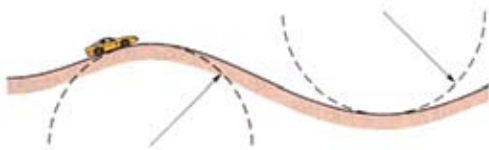
•38. ბობსლეის შეჯიბრის დროს იამაიკელების გუნდი $7,6$ მ რადიუსის მოსახვევში $96,6$ კმ/სთ სიჩქარით შედის. გამოთვალეთ ამ გუნდის აჩქარება გ-ს ერთეულებში.

•39. კატა უძრავად გაჩერებულ ატრაქციონზე თვლემს და ატრაქციონის ცენტრიდან $5,4$ მ მანძილით არის დაშორებული. შემდეგ ატრაქციონი ჩართეს და ის ყოველ 6 წამში ერთ სრულ ბრუნს

აკეთებს. რა უმცირესი სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი უნდა არსებობდეს კატასა და ატრაქციონს შორის, რათა კატა უძრავად დარჩეს?

•40. ატრაქციონ „რუსული მთების“ მანქანა 1200 კგ-ს იწონის, როდესაც მგზავრებით სავსეა. 18 მ რადიუსის წრიული ბორცვის მწვერვალზე გავლისას მანქანის სიჩქარე არ იცვლება. რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება აქვს ტრასიდან მანქანაზე მოქმედ დრეკადობის ძალას ბორცვის მწვერვალზე, თუ მანქანა $v = 11$ მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს? რა გ) სიდიდე და დ) მიმართულება აქვს დრეკადობის ძალას, თუ $v = 14$ მ/წმ?

•41. 6.38 სურათზე გამოსახული მანქანა წრიული ფორმის გორაკსა და ველზე მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. გორაკის მწვერვალზე, მანქანის სავარძლიდან მძღოლზე მოქმედი დრეკადობის ძალა ნულის ტოლია. მძღოლის მასაა 70 კგ. რა დრეკადობის ძალით იმოქმედებს მანქანის სავარძელი მძღოლზე, როდესაც მანქანა ველის უდაბლეს წერტილს გაივლის?



სურ. 6.38. ამოცანა 41.

•42. დამნაშავესთვის დადევნებული პოლიციის ოფიცერი 300 მ რადიუსის მოსახვევში 80 კმ/სთ მუდმივი სიჩქარით შედის. მისი მასა 55 კგ-ია. რისი ტოლია ოფიცერიდან მანქანის სავარძელზე მოქმედი ჯამური ძალის ა) სიდიდე და ბ) კუთხე (ვერტიკალის მიმართ)? (მინიშნება: განიხილეთ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ძალები).

•43. 80 კგ მასის ადამიანი „ემშაკის ბორბალზე“ 10 მ რადიუსის ვერტიკალურ წრეზე 6,1 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. ა) რისი ტოლია მოძრაობის პერიოდი? რა დრეკადობის ძალა მოქმედებს სავარძლიდან ადამიანზე, როდესაც სავარძელი წრიული ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილს და გ) უდაბლეს წერტილს გაივლის?

•44. ატრაქციონის კაბინა ვერტიკალურ წრეზე მოძრაობს. კაბინა ხისტ ძელაკზე დამაგრებული. მანქანის და მგზავრების საერთო წონაა 5 კნ, ხოლო წრის რადიუსია 10 მ. წრის უმაღლეს წერტილში რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების ძალა მოქმედებს

ძელაკიდან კაბინაზე, თუ კაბინის სიჩქარეა $v = 5$ მ/წმ? რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულებისაა იგივე ძალა, თუ $v = 12$ მ/წმ?

•45. 660 ნონის სტუდენტი „ემშაკის ბორბალზე“ ზის. უმაღლეს წერტილში სავარძლიდან სტუდენტზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა 556 ნ-ია. ა) ამ დროს სტუდენტი „სიმსუბუქეს“ გრძნობს თუ „სიმძიმეს“? ბ) რა სიდიდის $\vec{F}_N$ ძალა მოქმედებს ატრაქციონის უდაბლეს წერტილში? თუ ბორბლის სიჩქარეს გავაორმაგებთ, რა იქნება F_N სიდიდე გ) უმაღლეს და დ) უდაბლეს წერტილში? **SSM ILW**

•46. მანქანა 9,1 მ რადიუსის ბრტყელ მოსახვევში 16 კმ/სთ სიჩქარით შედის. ვერტიკალისადმი რა კუთხეს ადგენს თავისუფლად ჩამოკიდებული უსაფრთხოების ღვედი?

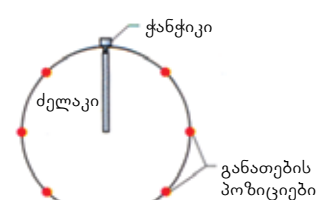
•47. თვითმფრინავი ჰორიზონტალურ წრეზე 480 კმ/სთ სიჩქარით მიფრინავს (სურ. 6.39). მისი ფრთები ჰორიზონტისადმი $\theta = 40^\circ$ კუთხით არის დახრილი. რი-



სურ. 6.39. ამოცანა 47.

სი ტოლია წრის რადიუსი? დაუშვით, რომ საჭირო ძალას ფრთის ზედაპირისადმი პერპენდიკულარული „აეროდინამიკური წევა“ უზრუნველყოფს. **SSM WWW**

•48. ჭანჭიკი ვინ-რო, ჰორიზონტალური ძელაკის ერთ ბოლოზეა დამაგრებული და ძელაკი მეორე ბოლოს გარშემო ჰორიზონტალურად ბრუნავს.

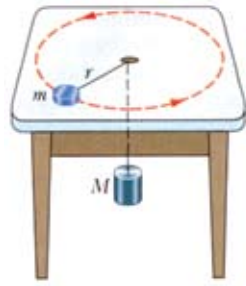


სურ. 6.40. ამოცანა 48.

ინჟინერი სტრობოსკოპულ სანათს ძელაკსა და ჭანჭიკს ანათებს და მოძრაობას აკვირდება. განათების ტემპი იმგვარია, რომ ძელაკი და ჭანჭიკი ერთი სრული შემობრუნების განმავლობაში 8-ჯერ ნათდება (სურ. 6.40). განათების ტემპი წამში 2000 განათებაა. ჭანჭიკის მასაა 30 გ, ხოლო რადიუსია 3,5 სმ. რა ძალა მოქმედებს ძელაკიდან ჭანჭიკზე?

•49. $m = 1,5$ კგ მასის შაიბა ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე $r = 20$ სმ რადიუსის წრეზე სრიალებს

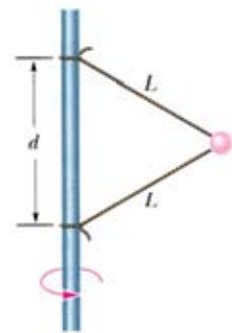
და $M = 2,5$ კგ მასის ჩამოკიდებულ ცილინდრზეა დამაგრებული. თოკი მაგიდის შუაგულში გაკეთებულ ხვრელში გადის (სურ. 6.41). შაიბის რა სიჩქარის შემთხვევაში იქნება ცილინდრი უძრავი? **SSM**



სურ. 6.41. ამოცანა 49.

••50. ტრასის მოსახვევიანი ნაწილი დახრილია და 60 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობისთვის არის განკუთვნილი. მოსახვევის რადიუსია 200 მ. მანქანა წვიმიან დღეს 40 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს. რა მინიმალური ხახუნის კოეფიციენტი უნდა იყოს საბურავებსა და ტრასას შორის, რათა მანქანა მოსახვევში არ მოსრიდეს? (დავუშვათ, რომ მანქანაზე უარყოფითი წევა არ მოქმედებს).

•••51. 6.42 სურათზე გამოსახული $1,34$ კგ მასის ბურთი ვერტიკალურ, მბრუნავ ძელაკთან მასის არმქონე, $L = 1,7$ მ სიგრძის ორი თოკითაა დაკავშირებული. ძელაკზე თოკების დამაგრებებს შორის მანძილია

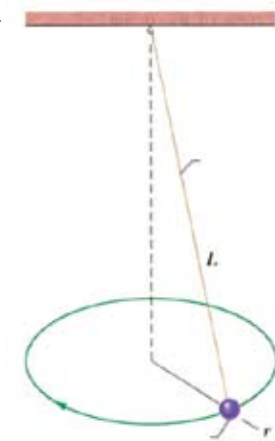


სურ. 6.42. ამოცანა 51.

$d = 1,7$ მ. ზედა თოკის დაჭიმულობაა 35 ნ. რისი ტოლია ა) ქვედა თოკის დაჭიმულობა, ბ) თოკიდან ბურთზე მოქმედი $\vec{F}$ ჯამური ძალა და გ) ბურთის სიჩქარე? დ) რა მიმართულება აქვს $\vec{F}$ ძალას? **SSM ILW**

დამატებითი ამოცანები.

52. 6.43 სურათზე გამოსახულია კონუსური ქანქარა, რომლის ბალანსირი თოკზეა ჩამოკიდებული და ჰორიზონტალურ წრეზე მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს (ბალანსირის ბრუნვასთან ერთად თოკი კონუსს შემოწნეს).



სურ. 6.43. ამოცანა 52.

ბალანსირის მასაა $0,04$ კგ, ხოლო თოკის მასა უმნიშვნელოა და მისი სიგრძეა $L = 0,9$ მ. ბალანსირი $0,94$ მ სიგრძის წრიულ ტრაექტორიას შემოწნეს. რისი ტოლია ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) მოძრაობის პერიოდი?

53. მე-4 და 35-ე ამოცანების გაგრძელება. ამოუცნობი მოვლენის მეორე ახსნა იმაში მდგომარეობს, რომ ქვები მხოლოდ მაშინ მოძრაობს, როდესაც შტორმის შედეგად დარჩენილი წყალი ყინულის დიდ, თხელ ფირფიტად იქცევა. ქვები ყინულში რჩება. შემდეგ, როდესაც ქარი წამოუბერავს, ყინულზე და ქვებზე მოქმედი ჰაერის წევის ძალა ორივეს გადაადგილებს და ქვებიც ნაკვალევს ტოვებს. ჰაერის წევის ძალა $D_{ice} = 4C_{ice}\rho A_{ice}v^2$, სადაც C_{ice} არის წევის კოეფიციენტი (2×10^{-3}), ρ - ჰაერის სიმკვრივე ($1,21$ კგ/მ³), A_{ice} - ყინულის ჰორიზონტალური ფართობი და v - ქარის სიჩქარე ყინულის გასწვრივ.

დავუშვათ ყინულის ფირფიტის ზომებია 400 მ $\times$ 500 მ $\times$ 4 მმ, მიწასთან მისი კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,1$ და სიმკვრივეა 917 კგ/მ³. ასევე დავუშვათ, რომ მეოთხე ამოცანაში მოცემული ქვების იდენტური 100 ქვა ყინულშია დარჩენილი. ფირფიტის მოძრაობის შესანარჩუნებლად რა სიჩქარის ქარია საჭირო ა) ფირფიტასთან ახლოს და ბ) 10 მ სიმაღლეზე? გ) არის თუ არა რეალური მიღებული მნიშვნელობები შტორმის შემთხვევაში?

54. ტრასის მოსახვევის დაპროექტება. თუ მანქანა მოსახვევში მეტისმეტად სწრაფად შედის, მოცურების ალბათობა დიდია. დახრილი მოსახვევის შემთხვევაში სწრაფად მოძრავ მანქანაზე ხახუნის ძალა მოქმედებს და მოცურებას ეწინააღმდეგება. განვიხილოთ $R = 200$ მ რადიუსის წრიული მოსახვევი და დახრილობის θ კუთხე, როდესაც საბურავებსა და ტრასას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი μ_s . მანქანა მოსახვევში 6.13 სურათის მსგავსად შედის. ა) დაადგინეთ მანქანის მაქსიმალური v_{max} სიჩქარის გამოსახულება, როდესაც მანქანა მოცურების ზღვარზეა. ბ) ააგეთ 0° -დან 50° -მდე არეალში v_{max} -ის θ კუთხეზე დამოკიდებულების გრაფიკი $\mu_s = 0,6$ (მშრალი ტრასა) და $\mu_s = 0,5$ (სველი ან ყინულიანი ტრასა) კოეფიციენტებისთვის. v_{max} სიჩქარე $\theta = 10^\circ$ დახრისთვის და გ) $\mu_s = 0,6$ და დ) $\mu_s = 0,5$ კოეფიციენტებისთვის კმ/სთ-ებში

გამოთვალეთ (ახლა ხომ ხვდებით რატომ ხდება ავარიები მოყინულ გზაზე, როდესაც მძღოლები საფრთხეს არ ითვალისწინებენ?)

55. 556 ნ წონის კარადა იატაკზე უძრავად ძევს. მასსა და იატაკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,68, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,56. კარადას ა) 222 ნ, ბ) 334 ნ, გ) 445 ნ და დ) 556 ნ ჰორიზონტალური ძალებით უბიძგებენ. გამოთვალეთ იატაკიდან კარადაზე მოქმედი ხახუნის ძალა თითოეულ შემთხვევაში. ე) რომელი მცდელობის შედეგად დაიძვრება კარადა?

56. მანქანა შუადღისას ქუჩაზე გაჩერებული, რომელიც ჰორიზონტალურად 35°-ით დახრილ გორაკზე ჩადის. ამ დროს ქუჩასა და საბურავებს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,725. შებინდებისას წვიმა წამოვიდა, ტემპერატურა დაეცა და ხახუნის კოეფიციენტიც შესაბამისად შემცირდა. რა პროცენტით უნდა შემცირდეს კოეფიციენტი, რათა მანქანას ჩამოსრილების საფრთხე გაუჩნდეს?

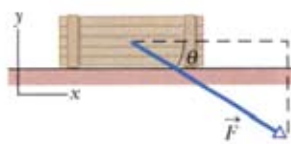
57. 6.44 სურათზე გამოსახულ ბლოკსა და 60°-ით დახრილ სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2.

რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება აქვს ბლოკის აჩქარებას, თუ ბლოკი ქვემოთ ცურდება? რა გ) სიდიდე და დ) მიმართულება აქვს ბლოკის აჩქარებას, თუ ბლოკი სიბრტყეზე მაღლა ადის?



სურ. 6.44. ამოცანა 57.

58. 6.45 სურათზე გამოსახულ m მასის ყუთზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და ყუთსა და ზედაპირს შორის სტატიკური ხახუნის

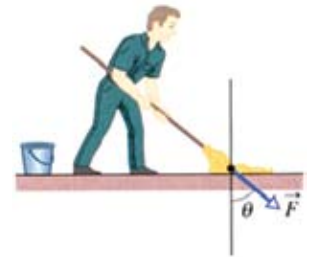


სურ. 6.45. ამოცანა 58.

კოეფიციენტი μ_s . θ კუთხე თავდაპირველად ნულის ტოლია, ხოლო შემდეგ ისე იზრდება, რომ ძალის ვექტორი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. ბრუნვის დროს ძალის F სიდიდე ისე იცვლება, რომ ყუთი ყოველთვის გასრიალების ზღვარზეა. თუ $\mu_s = 0,7$, ა) ააგეთ F/mg -ს θ -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი და ბ) განსაზღვრეთ θ_1 კუთხე, როდესაც ეს ფარდობა უსასრულო მნიშვნელობას უახლოვდება. გ) ზე-

დაპირის გაპოხვა θ_1 -ს გაზრდის, შეამცირებს თუ არ შეცვლის? დ) რისი ტოლია θ_1 , როდესაც $\mu_s = 0,6$?

59. დაუდევარი მოსამსახურე შვებრის ტარს $\vec{F}$ ძალით აწვება. ტარი ვერტიკალისადმი θ კუთხეს ადგენს, ხოლო μ_s და μ_k შვებრასა და იატაკს შორის სტატიკური

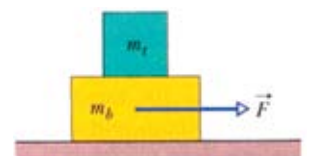


სურ. 6.46. ამოცანა 59.

და კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტებია. შვებრას ტარის მასა უგულებელყავით და დაუშვით, რომ მთელი m მასა შვებრას ბოლოზეა კონცენტრირებული. ა) თუ შვებრა იატაკზე მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, რისი ტოლია F ? ბ) დამტკიცეთ, რომ თუ θ კუთხე გარკვეულ θ_0 მნიშვნელობაზე ნაკლებია, $\vec{F}$ ძალა შვებრას გადაადგილებას ვერ შეძლებს. გამოთვალეთ θ_0 .

60. შურდულის მსროლელი 0,01კგ მასის შურდულში 0,25კგ მასის ქვას დებს და ქვის სასროლად 0,65 მ რადიუსის ვერტიკალურ წრეს აკეთებს. შურდულის გაჭიმული თოკის მასა უმნიშვნელოა და განყდება, თუ მისი დაჭიმულობა 33 ნ-ს გადააჭარბებს. დავუშვათ შურდულის მსროლელი ქვის სროლის სიჩქარეს ნელ-ნელა ზრდის. ა) წრის უმაღლეს წერტილში განყდება თოკი თუ უდაბლეს წერტილში? ბ) ქვის სროლის რა სიჩქარეზე განყდება თოკი?

61. $m_1 = 4$ კგ მასის ბლოკი $m_2 = 5$ კგ მასის ბლოკზე ძევს. ზედა ბლოკის ქვედაზე გასასრიალებლად (ქვედას დაძვრის გარეშე)

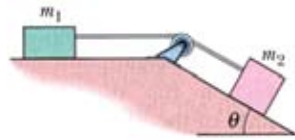


სურ. 6.47. ამოცანა 61.

ზედა ბლოკზე სულ მცირე 12 ნ ჰორიზონტალურმა ძალამ უნდა იმოქმედოს. ბლოკები განლაგებულია ჰორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე (სურ. 6.47). გამოთვალეთ: ა) მაქსიმალური $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა, რომლითაც ქვედა ბლოკზე უნდა ვიმოქმედოთ, რათა ორივე ბლოკი ერთდროულად ამოძრავდეს და ბ) შედეგად მიღებული ბლოკების აჩქარება.

62. 6.48 სურათზე $m_1 = 2$ კგ მასის პირველი ყუთი და $m_2 = 3$ კგ მასის მეორე ყუთი უმნიშვნელო მასის თოკით არის გადამბმული და არ მოძრაობს. მეორე

ყუთი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზეა განლაგებული. პირველ ყუთსა და ჰორიზონტალურ ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,25. ბლოკის მასა და ხახუნის უმნიშვნელოა. ყუთების ამოძრავების შემდეგ რისი ტოლია თოკის დაჭიმულობა?

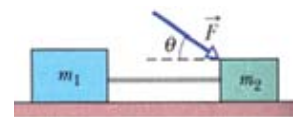


სურ. 6.48. ამოცანა 62.

63. ფოლადის ზკგ მასის ბლოკი ჰორიზონტალურ მაგიდაზე უძრავად დევს. ბლოკსა და მაგიდას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,45. რისი ტოლია ბლოკზე მოქმედი ძალა, თუ ა) ჰორიზონტალურად მიმართული, ბ) ჰორიზონტალიდან მაღლა 60° -ით გადახრილი და გ) ჰორიზონტალს ქვემოთ 60° -ით გადახრილი ძალა ბლოკს გაცურების ზღვარზე აჩერებს.

64. კონსერვებით დატვირთული ყუთი დაღმართზე ჩასრიალდა და $0,75 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით საბაყლოს სარდაფში ჩავარდა. დაღმართი ჰორიზონტალისადმი 40° კუთხეს ადგენს. რისი ტოლია დაღმართსა და ყუთს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

65. აეროპორტში ტვირთის გადატანა ესკალატორით ხდება. ერთ ადგილზე ტვირთი დაღმართზე ჩადის, რომელიც ჰორიზონტალისადმი $2,5^\circ$ კუთხეს ადგენს. დავეუშვათ, ამგვარი მცირე დახრის დროს ტვირთი არ სრიალებს. განსაზღვრეთ ესკალატორიდან 69 ნ წონის ყუთზე მოქმედი ხახუნის ძალა, როდესაც ყუთი დახრილ მონაკვეთს გადის და ესკალატორის სიჩქარეა ა) 0 და მუდმივი, ბ) $0,65 \text{ მ/წმ}$ და მუდმივი, გ) $0,65 \text{ მ/წმ}$ და $0,2 \text{ მ/წმ}^2$ ტემპით ზრდადი, დ) $0,65 \text{ მ/წმ}$ და $0,2 \text{ მ/წმ}^2$ ტემპით კლებადი და ე) $0,65 \text{ მ/წმ}$ და $0,57 \text{ მ/წმ}^2$ ტემპით ზრდადი. ვ) ზემოთ ჩამოთვლილ რომელ ვარიანტში იქნება ხახუნის ძალა დაღმართის გასწვრივ მიმართული?

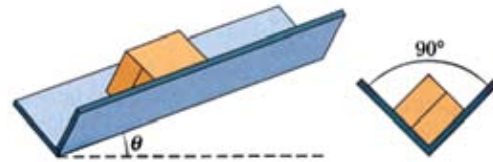


სურ. 6.49. ამოცანა 66.

66. 6.49 სურათზე გამოსახული $m_1 = 2 \text{ კგ}$ მასის პირველი ბლოკი და $m_2 = 1 \text{ კგ}$ მასის მეორე ბლოკი ერთმანეთზე უმნიშვნელო მასის თოკით არის გადაბმული. მეორე ბლოკზე 20 ნ სიდიდის და $\theta = 35^\circ$ კუთხით დახრილი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. თითოეულ ბლოკსა და

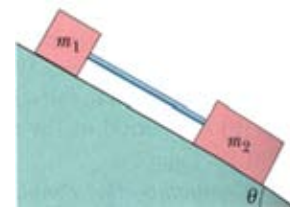
ჰორიზონტალურ ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2. რისი ტოლია თოკის დაჭიმულობა?

67. 6.50 სურათზე ყუთი დახრილ ღარში მისრიალებს. ყუთსა და ღარს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი μ_k . რისი ტოლია ყუთის აჩქარება μ_k -ს, θ -ს და g -ს ერთეულებში?



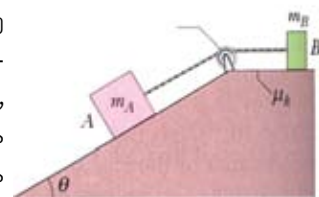
სურ. 6.50. ამოცანა 67.

68. 6.51 სურათზე გამოსახული $m_1 = 1,65 \text{ კგ}$ მასის პირველი ყუთი და $m_2 = 3,3 \text{ კგ}$ მასის მეორე ყუთი დახრილ სიბრტყეზე მისრიალებს. ყუთები მასის არმქონე და სიბრტყის პარალელური ძელაკით არის გადაბმული. დახრის კუთხეა 30° . პირველ ყუთსა და ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_1 = 0,226$, ხოლო მეორე ყუთსა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_2 = 0,113$. გამოთვალეთ ა) ძელაკის დაჭიმულობა და ბ) ყუთების აჩქარება. გ) როგორ შეიცვლება წინა კითხვებზე პასუხი, თუ ყუთები ადგილებს გაცვლიან?



სურ. 6.51. ამოცანა 68.

69. 6.52 სურათზე გამოსახული A ყუთის მასაა $m_A = 4 \text{ კგ}$, ხოლო B ყუთის მასაა $m_B = 2 \text{ კგ}$. B ყუთსა და ჰორიზონტალურ სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_k = 0,5$. სიბრტყის დახრილობაა 30° და ის ხახუნისგან თავისუფალია. ბლოკი მხოლოდ ყუთების დამაკავშირებელი თოკის მიმართულებას ცვლის. გამოთვალეთ ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) ყუთების აჩქარება.

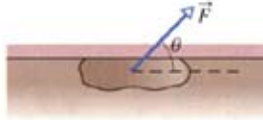


სურ. 6.52. ამოცანა 69.

70. სტუდენტმა ფიცარსა და ყუთს შორის არსებული კინეტიკური და სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტები უნდა განსაზღვროს. მან ყუთი ფიცარზე დადო და ფიცრის ერთი ბოლო ასწია.

როდესაც დახრის კუთხე 30° -ს მიაღწია, ყუთი 4 წამის განმავლობაში 2,5 მ მანძილზე მუდმივი აჩქარებით ჩამოსრილდა. რისი ტოლია ა) სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი და ბ) კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი ყუთსა და ფიცარს შორის?

71. 5 კგ მასის ქვით ხეხავენ ქერის ჰორიზონტალურ ზედაპირს (სურ. 6.53). თუ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,65 და ქვაზე მოქმედი ძალა $\theta = 70^\circ$ კუთხითაა დახრილი, რა ძალამ უნდა იმოქმედოს ქვაზე, რათა მან მუდმივი სიჩქარით იმოძრაოს?

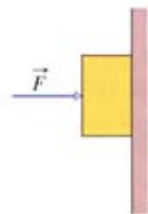


სურ. 6.53. ამოცანა 71.

72. ტრასის მოსახვევიანი მონაკვეთი 60 კმ/სთ სიჩქარეზე გათვლილი. დაუშვათ, მოსახვევში შესულ მანქანებზე უარყოფითი წევა არ მოქმედებს. ა) თუ მოსახვევის რადიუსია 150 მ, რა კუთხით უნდა იყოს დახრილი ტრასა? ბ) ტრასის დაუხრელობის შემთხვევაში რა მინიმალური ხახუნის კოეფიციენტი უნდა არსებობდეს საბურავებსა და ტრასას შორის, რათა 60 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მანქანები მოსახვევში არ მოცურდნენ?

73. θ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე მუდმივი სიჩქარით მოსრიალე ბლოკს v_0 საწყისი სიჩქარით უკან უბიძგებენ. ა) რამანძილს გაივლის სიბრტყეზე ბლოკი გაჩერებამდე? ბ) გაჩერების შემდეგ ბლოკი კვლავ ჩამოსრილდება თუ არა? შეკითხვას არგუმენტირებული პასუხი გაეცით.

74. 6.54 სურათზე 22 ნ წონის ბლოკი 60 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალით ვერტიკალურ კედელზე უძრავად არის გაჩერებული.



სურ. 6.54. ამოცანა 74.

კედელსა და ბლოკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,55, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,38. ბლოკზე ექვსი ექსპერიმენტი ტარდება და მასზე კედლის პარალელური და სხვადასხვა სიდიდის მეორე $\vec{P}$ ძალა მოქმედებს. ამ ძალის სიდიდეები და მიმართულებებია: ა) 34 ნ, მაღლა, ბ) 12 ნ, მაღლა, გ) 48 ნ, მაღლა, დ) 62 ნ, მაღლა, ე) 10 ნ, ქვემოთ, ვ) 18 ნ, ქვემოთ. თითოეულ ექსპერიმენტში რა ხახუნის ძალა მოქმედებს ბლოკზე? რომელ ექსპერიმენტში გადაადგილება ბლოკი ზ) მაღ-

ლა კედელზე და თ) ქვემოთ კედელზე? ი) რომელ ექსპერიმენტშია ხახუნის ძალა ქვემოთ მიმართული?

75. გზის მშენებლობის ადგილზე თამაშის დროს ბავშვი ჰორიზონტისადმი 35° -ით დახრილ ორმოში ჩავარდა. ჩასრიალების განმავლობაში ბავშვის აჩქარებაა $0,5 \text{ მ/წმ}^2$ და მისი მიმართულება სრიალის სანინალმდეგაა. რა კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი არსებობს ბავშვსა და დახრილ ზედაპირს შორის?

76. ორთქლმავალი 25 ვაგონიან მატარებელს სწორ ლიანდაგზე აჩქარებს. თითოეული ვაგონის მასაა 5×10^4 კგ და ყველა მათგანზე $f = 250 \text{ ნ}$ ხახუნის ძალა მოქმედებს, სადაც v სიჩქარე მ/წმ-ებშია, ხოლო f ძალა ნიუტონებშია. როდესაც მატარებლის სიჩქარეა 30 კმ/სთ, მისი აჩქარება $0,2 \text{ მ/წმ}^2$ -ს აღწევს. ა) რისი ტოლია ორთქლმავალსა და პირველ ვაგონს შორის ჯაჭვის დაჭიმულობა? ბ) თუ ეს დაჭიმულობა ორთქლმავალიდან მატარებელზე მოქმედი მაქსიმალური ძალის ტოლია, რა მაქსიმალური სისწრაფით შეიძლება ორთქლმავალმა უბიძგოს 30 კმ/სთ-ით მოძრავ მატარებელს?

77. 2 გ მასის მონეტა ჰორიზონტალური მბრუნავი მაგიდის ცენტრიდან 5 სმ მანძილზე მოათავსეს, რომელიც 3,14 წამში სამ ბრუნს ასრულებს. ასეთ პირობებში მონეტა არ ცურავს. რისი ტოლია მონეტის ა) სიჩქარე, აჩქარების ბ) სიდიდე და გ) მიმართულება და მონეტაზე მოქმედი ხახუნის ძალის დ) სიდიდე და ე) მიმართულება? მაგიდის ცენტრიდან 10 სმ მანძილზე განლაგების დროს მონეტა მოცურების ზღვარზეა. ვ) რისი ტოლია მონეტასა და მაგიდას შორის არსებული სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

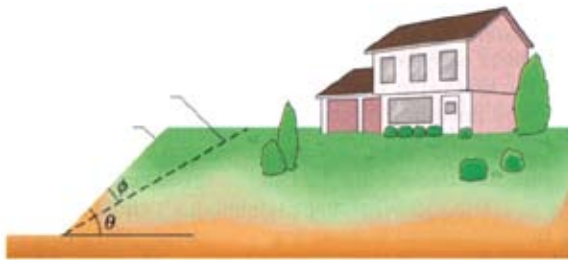
78. 6.1 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით 16 ფუნტიანი ტყვიის დიამეტრი დაადგინეთ, თუ $C = 0,49$ და ჰაერის სიმკვრივეა $1,2 \text{ კგ/მ}^3$.

79. 6.32 სურათზე პირველი, მეორე და მესამე ბლოკები უმნიშვნელო მასის თოკებითაა გადამხული. ბლოკების ამოძრავების შემდეგ მათი აჩქარებებია $1,5 \text{ მ/წმ}^2$. ბლოკების მასებია $m_1 = 2$ კგ, $m_2 = 4$ კგ და $m_3 = 4$ კგ. რა ხახუნის ძალა მოქმედებს მეორე ბლოკზე?

80. ოთხკაციანი ბობსლეი (630 კგ მთლიანი მასის) მოძრაობას სწორ ტრასაზე იწყებს. ტრასის ამ

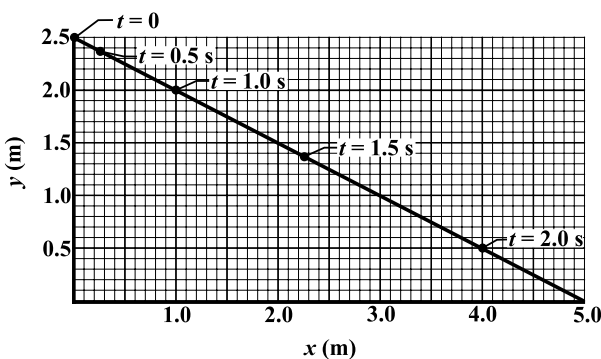
მონაკვეთის სიგრძე 80 მ-ია და ჰორიზონტისადმი $10,2^\circ$ კუთხით არის დახრილი. დავუშვათ ხახუნი და ჰაერის ნევა ბობსლეიზე 62 ნ მუდმივი ძალით მოქმედებს, რომელიც დახრის პარალელურად და ბობსლეის მოძრაობის სანინააღმდეგოდ არის მიმართული. უპასუხეთ შემდეგ შეკითხვებს: ა) თუ მოძრაობის დაწყებისას ბობსლეის სიჩქარეა 6,2 მ/წმ, რა დროში გაივლის ის ტრასის სწორ მონაკვეთს? ბ) დავუშვათ სპორტსმენებმა ხახუნის და ჰაერის ნევის მოქმედება 42 ნ-მდე შეამცირეს. იგივე საწყისი სიჩქარის პირობებში რა დროში გაივლის ბობსლეი ტრასის სწორ მონაკვეთს?

81. სახლი გორაკის წვერზეა აშენებული, ხოლო ახლომდებარე დაღმართი $\theta = 45^\circ$ კუთხეს ადგენს (სურ. 6.55). შესწავლის შედეგად დადგინდა, რომ ეს დაღმართი უნდა შემცირეს, ვინაიდან მასზე განლაგებული მიწის ზედა ფენები ქვედა ფენებზე ცურდება. თუ ორ ამგვარ ფენას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,5, რა უმცირესი ϕ დახრა უნდა ჰქონდეს დაღმართს, რათა მიწის ჩაცურება თავიდან ავიცილოთ?



სურ. 6.55. ამოცანა 81.

82. ყუთები ტვირთისგან დაცალეს და სარდაფში დახრილი სიბრტყის საშუალებით ჩაასრიალეს. 6.56 სურათზე გამოსახულია 2,5მ სიმაღლის დახრილ სიბრტყეზე ჩასრიალებული ყუთის გადაადგილების გრაფიკი. დავუშვათ ყუთი მოძრაობას იწყებს, როდესაც $t = 0$ და



სურ. 6.56. ამოცანა 82.

მუდმივი აჩქარებით მისრიალებს. ყუთის მდებარეობა 0,5 წმ-ის შუალედით ფიქსირდება. ა) რა აჩქარება აქვს ყუთს? ბ) თუ ყუთი 240 ნ-ს იწონის, რა სიდიდის კინეტიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს ყუთზე?

83. თოვლზე დადებული თხილამური დროთა განმავლობაში თოვლს ეწებება, მაგრამ მოძრაობის დროს თხილამური თოვლს ათბობს და ნაწილობრივ ადნობს, რაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტს ამცირებს და, შესაბამისად, სრიალს აადვილებს. თხილამურის ცვილით დაფარვა მას წყალგაუმტარს ხდის და წყლის ფენასთან ხახუნიც მცირდება. რეკლამაში ამტკიცებენ, რომ ახალი სახეობის პლასტმასის თხილამური განსაკუთრებულად წყალგაუმტარია და ალპების 200 მ-იან სათხილამურო ტრასას ახალი თხილამურებით 61 წამის ნაცვლად 42 წამში დაფარავთ. გამოთვალეთ საშუალო აჩქარება ა) სტანდარტული თხილამურების და ბ) ახალი თხილამურების პირობებში. დავუშვათ სათხილამურო ტრასის დახრილობაა 3° . გამოთვალეთ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი გ) სტანდარტული თხილამურებისთვის და დ) ახალი თხილამურებისთვის.

84. რისი ტოლია ნკგ მასის, ვსმ რადიუსისა და 1,6 წვეის კოეფიციენტის მქონე სფეროს ფორმის ბურთის საბოლოო სიჩქარე? ბურთი ჰაერში ვარდება და ჰაერის სიმკვრივეა 1,2 კგ/მ³.

85. 1,5კგ მასის ყუთი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავად ძევს. როდესაც $t = 0$, მასზე $\vec{F} = (1,8t)\hat{i}$ ნ ჰორიზონტალური ძალა იწყებს მოქმედებს. ყუთის აჩქარებაა $\vec{a} = 0$, როდესაც $0 \leq t \leq 2,8$ წმ და $\vec{a} = (1,2t - 2,4)\hat{i}$ მ/წმ², როდესაც $t > 2,8$ წმ. ა) რისი ტოლია ყუთისა და ზედაპირს შორის არსებული სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი? ბ) რისი ტოლია ყუთისა და ზედაპირს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

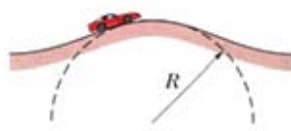
86. 26კგ მასის ბავშვი „ემმაკის ბორბალის“ 12 მ რადიუსის ვერტიკალურ, წრიულ ტრაექტორიაზე 5,5 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. რა ძალა მოქმედებს ბავშვზე სავარძლიდან ა) ბორბლის უმაღლეს წერტილში და ბ) ბორბლის უდაბლეს წერტილში?

87. 10,7 კნ წონის და 13,4 მ/წმ სიჩქარით მოძრავი მანქანა 61 მ რადიუსის სწორ (დახრის გარეშე)

მოსახვევში შედის. ა) რა ხახუნის ძალამ უნდა იმოქმედოს საბურავებზე, რათა მანქანამ წრიული ტრაექტორია შეინარჩუნოს? ბ) თუ საბურავებსა და გზას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,35, შეძლებს თუ არა მანქანა მოსახვევში შესვლას?

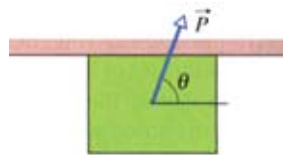
88. ბავშვმა კალათა ატრაქციონის გარე ფერსოზე დადო. ატრაქციონის რადიუსია 4,6 მ და ყოველ 30 წამში ერთ სრულ ბრუნს აკეთებს. ა) რა სიჩქარით მოძრაობს ფერსო? ბ) რა უმცირესი სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი უნდა არსებობდეს კალათასა და ატრაქციონს შორის, რათა კალათა არ ჩამოვარდეს?

89. 6.57 სურათზე მანქანა გორაკზე ადის, რომლის განივი კვეთი $R = 250$ მ რადიუსის წრედ შეგვიძლია მივიჩნიოთ. რა უდიდესი სიჩქარით შეიძლება მოძრაობდეს მანქანა, რათა გორაკის წვერზე გზას არ აცდეს?



სურ. 6.57. ამოცანა 89.

90. გამოცდებისგან განერვიულებული სტუდენტი 5 კგ მასის ბლოკს 80 წ სიდიდის და $\theta = 70^\circ$ კუთხით დახრილი $\vec{P}$ ძალით ჭერზე აწევს (სურ. 6.58). თუ ბლოკსა და ჭერს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4, რა იქნება ბლოკის აჩქარება?



სურ. 6.58. ამოცანა 90.

91. მაღაზიის გამყიდველი 40 კგ მასის ყუთზე 85 წ ჰორიზონტალური ძალით მოქმედებს. თავდაპირველად ყუთი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავად ძევს. 1,4 მ-ით გადაადგილების შემდეგ ყუთის სიჩქარეა 1 მ/წმ. რისი ტოლია ყუთსა და ზედაპირს შორის მოქმედი კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

92. 140 წ ნონის ბავშვი ჰორიზონტალისადმი 25° -ით დახრილ სასრიალოზე ზის და წონასწორობას ხელებით ინარჩუნებს. ჩამოსრიალების შემდეგ ბავშვის მუდმივი აჩქარებაა $0,86 \text{ მ/წმ}^2$. ა) რისი ტოლია სასრიალოსა და ბავშვს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი? ბ) რა მაქსიმალური და მინიმალური სტატიკური ხახუნის

კოეფიციენტები შეიძლება არსებობდეს ამოცანის პირობიდან გამომდინარე?

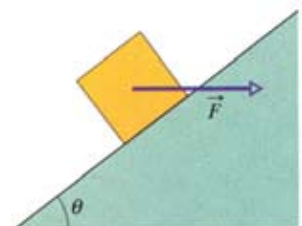
93. 25 კგ მასის სკამზე ჰორიზონტალისადმი θ კუთხით დახრილი 100 წ ძალა მოქმედებს. თუ $\theta = 0^\circ$, რისი ტოლია ა) მოდებული ძალის F_h ჰორიზონტალური კომპონენტი და ბ) იატაკიდან სკამზე მოქმედი F_N დრეკადობის ძალა? თუ $\theta = 30^\circ$, რისი ტოლია გ) F_h და დ) F_N ? თუ $\theta = 60^\circ$, რისი ტოლია ე) F_h და ვ) F_N ? ამჯერად დავუშვათ, რომ სკამსა და იატაკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,42. როდესაც θ არის ზ) 0° , თ) 30° და ი) 60° , სკამი იატაკზე გასრიალდება თუ ადგილზე დარჩება?

94. 220 წ ნონის ჩემოდანი უძრავად ძევს. ჩემოდანსა და იატაკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,41, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,32. ა) რა მინიმალურმა ჰორიზონტალურმა ძალამ უნდა იმოქმედოს ჩემოდანზე, რათა ის დაიძრას? ბ) ჩემოდნის დაძვრის შემდეგ რა ძალამ უნდა იმოქმედოს, რათა მან მუდმივი სიჩქარე შეინარჩუნოს? გ) თუ ჩემოდნის დაძვრისას მოდებული ძალა არ შეიცვლება, რა აჩქარება ექნება ჩემოდანს?

95. 40 წ ნონის ბლოკი ჰორიზონტალისადმი 25° -ით დახრილ სიბრტყეზე $0,8 \text{ მ/წმ}^2$ აჩქარებით მოძრაობს. აჩქარება მიმართულია აღმართისკენ. რა კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი არსებობს ბლოკსა და სიბრტყეს შორის?

96. ფოლადის 11 კგ მასის ბლოკი ჰორიზონტალურ მაგიდაზე უძრავად ძევს. ბლოკსა და მაგიდას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,52. ა) რა ჰორიზონტალური ძალა მიიყვანს ბლოკს ამოძრავების ზღვარზე? ბ) რა 60° -ით მაღლა გადახრილი ძალა მიიყვანს ბლოკს ამოძრავების ზღვარზე? გ) თუ ძალა 60° -ით ქვემოთ არის გადახრილი, რა მაქსიმალური სიდიდე შეიძლება ჰქონდეს მას ისე, რომ ბლოკმა არ იმოძრაოს?

97. 6.59 სურათზე გამოსახულ 5 კგ მასის ბლოკზე 50 წ სიდიდის ჰორიზონტალური $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და ბლოკი $\theta = 37^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე მაღლა ადის. ბლოკსა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,3.



სურ. 6.59. ამოცანა 97.

რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულებისაა ბლოკის აჩქარება? ბლოკის სანწყისი სიჩქარეა 4 მ/წმ .
გ) რა მანძილს გაივლის ბლოკი სიბრტყეზე? დ) ამ მანძილის გავლის შემდეგ ბლოკი გაჩერდება თუ უკან ჩამოცურდება?

98. ვაგონი მუდმივი სიჩქარით 470 მ რადიუსის ბრტყელ, ჰორიზონტალურ წრეზე მოძრაობს. ვაგონი 51 კგ მასის მგზავრზე ძალით მოქმედებს, რომლის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური კომპონენტები შესაბამისად არის 2106 და 5006 .
ა) რა ჯამური ძალა მოქმედებს მგზავრზე? ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ვაგონი?

99. ველოსიპედისტი 9 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით 25 მ რადიუსის წრეზე მოძრაობს და ველოსიპედთან ერთად მისი მასაა 85 კგ . გამოთვალეთ
ა) გზიდან ველოსიპედზე მოქმედი ხახუნის ძალა და
ბ) გზიდან ველოსიპედზე მოქმედი ჯამური ძალა.

100. 53 სმ დიამეტრის რაკეტა დაბალ სიმაღლეზე, სადაც ჰაერის სიმკვრივეა $1,2 \text{ კგ/მ}^3$, 250 მ/წმ სიჩქარით გადაადგილდება. დაუშვით, რომ $C=0,75$ და გამოთვალეთ რაკეტაზე მოქმედი წევის ძალა.

101. მანქანა $v = 94 \text{ კმ/სთ}$ მაქსიმალური შესაძლო სიჩქარით $R = 220 \text{ მ}$ რადიუსის ბრტყელ მოსახვევში შედის. რა ჯამური ძალა მოქმედებს $m = 85 \text{ კგ}$ მასის მგზავრიდან მანქანის სავარძელზე?

102. 49 კგ მასის მთამსვლელი ნაპრაღში ადის (სურ. 6.60). ფეხსაცმელებსა და კლდეს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $1,2$, ხოლო ზურგსა და კლდეს შორის იგივე კოეფიციენტი $0,8$ -ია. შემდეგ მთამსვლელმა სახსრები მოადუნა და ჩამოვარდნის ზღვარზე მივიდა. ა) ააგეთ თავისუფალი სხეულის გრაფიკი მთამსვლელისთვის. ბ) რა ძალით აწევბა მთამსვლელი კლდეს? გ) მისი წონის რა ნაწილს ეხმარება ფეხსაცმელებზე მოქმედი ხახუნის ძალა?

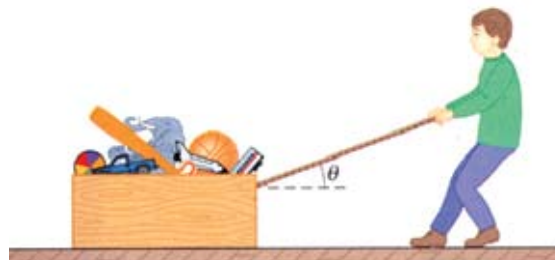


სურ. 6.60. ამოცანა 102.

სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,51$, ხოლო კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,32$. თქვენ-გან ყუთზე მოდებული ძალა ჰორიზონტალურია.
ა) რა ძალა მიიყვანს ყუთს გახობების ზღვარზე? ბ) შემდეგ რა ძალით უნდა წაუბიძგოთ ყუთს, რათა მან მუდმივი სიჩქარით იმოძრაოს? გ) თუ ყუთზე თავდაპირველად მოდებული ძალა უცვლელად მოქმედებს, რა იქნება მისი აჩქარება?

104. 110 გ მასის შაიბა ყინულზე სრიალებს და 15 მ -ის გავლის შემდეგ ხახუნის ძალის მოქმედებით ჩერდება. ა) თუ შაიბის სანწყისი სიჩქარეა 6 მ/წმ , რა ხახუნის ძალა მოქმედებს მასზე? ბ) რისი ტოლია შაიბასა და ყინულს შორის არსებული ხახუნის კოეფიციენტი?

105. სათამაშოების ყუთის წონაა 180 ნ . ყუთსა და იატაკს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,42$. 6.61 სურათზე გამოსახული ბავშვი თოკის საშუალებით ყუთის გადაადგილებას ცდილობს. ა) თუ $\theta = 42^\circ$, რა $\vec{F}$ ძალით უნდა იმოქმედოს ბავშვმა თოკზე, რათა ყუთი მოძრაობის ზღვრამდე მივიდეს? ბ) დაწერეთ ამ F ძალის θ კუთხეზე დამოკიდებულების ფუნქციის გამოსახულება. გამოთვალეთ გ) θ -ის მნიშვნელობა, როდესაც F მინიმალურია და დ) F -ის მინიმალური მნიშვნელობა.



სურ. 6.61. ამოცანა 105.

106. წარმოიდგინეთ, რომ სტანდარტული კილოგრამის მასის საგანი დედამიწის ეკვატორზე მოათავსეს, სადაც ის დედამიწის ბრუნვის შედეგად 465 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით $6,4 \times 10^6 \text{ მ}$ რადიუსის წრეზე მოძრაობს. ა) რა სიდიდის ცენტრისკენული ძალა იმოქმედებს ბრუნვის დროს საგანზე? დაუშვით, იგივე საგანი ზამბარიან სასწორზეა ჩამოკიდებული და დედამიწის ბრუნვის გარეშე მისი წონა ზუსტად $9,8 \text{ ნ}$ -ია. ბ) რას აჩვენებს სასწორი ანუ რა სიდიდის ძალა მოქმედებს საგნიდან სასწორზე?

107. თოკი 40 ნ მაქსიმალურ დაჭიმულობას უძლებს. ბავშვმა ამ თოკს 0,37კგ მასის ქვა მოაბა და თოკის მეორე ბოლოთი ქვას 0,91მ რადიუსის ვერტიკალურ წრეზე ატრიალებს. ბავშვი ქვის სიჩქარეს თოკის განწყვეტამდე ზრდის. ა) ტრაექტორიის რა ადგილზე იქნება ქვა თოკის განწყვეტისას? ბ) რა იქნება ქვის სიჩქარე თოკის განწყვეტისას?

108. 0,75კგ მასის სათამაშო თვითმფრინავი 30მ სიგრძის თოკზეა გამობმული და 18მ სიმაღლეზე

მუდმივი სიჩქარით ჰორიზონტალურ წრეზე მიფრინავს. თოკის მეორე ბოლო მიწაზეა დამაგრებული. თვითმფრინავი წუთში 4,4 ბრუნს ასრულებს და ფრთების ჰორიზონტალური განლაგების შედეგად ჰაერი თვითმფრინავს ვერტიკალურად მაღლა აწევს. ა) რისი ტოლია თვითმფრინავის აჩქარება? ბ) რისი ტოლია თოკის დაჭიმულობა? გ) რა ჯამური მაღლა მიმართული (წევის) ძალა მოქმედებს თვითმფრინავის ფრთებზე?

უფრო მნიშვნელოვანია, შესაძლებელი ხდება მექანიზმების, მაგალითად, საფრენი მოწყობილობების აგება. მეცნიერების წარმატება ჩვენი სამყაროს ერთ შესანიშნავ თვისებას ეფუძნება: ენერგია ერთი სახეობიდან მეორეში და ერთი საგნიდან მეორეზე გადადის, მაგრამ მისი მთლიანი რაოდენობა უცვლელია (ენერგია ინახება). ენერგიის შენახვის კანონის გამონაკლისი აღმოჩენილი არ არის.

ენერგიის სხვადასხვა სახეობები სხვადასხვა სახის საბანკო ანგარიშებზე შენახული ფულის ამსახველ რიცხვებად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ. არსებობს წესები, თუ რას ნიშნავს ფულის ამსახველი რიცხვი და როგორ იცვლება ის. ფულის რაოდენობა ერთი ანგარიშიდან მეორეზე ან ერთი სისტემიდან მეორეში შეგვიძლია გადავიტანოთ, მაგრამ მთლიანი რაოდენობა ყოველთვის ინახება.

მოცემულ თავში აქცენტს მხოლოდ ერთი სახეობის ენერგიაზე (კინეტიკურ ენერგიაზე) და ენერგიის გადაცემის ერთ საშუალებაზე (მუშაობაზე) გავაკეთებთ. მომდევნო თავში რამდენიმე სახის ენერგიას განვიხილავთ და ვნახავთ, თუ როგორ შეიძლება ენერგიის შენახვის კანონის ფორმულების სახით ჩანერა.

7.3. კინეტიკური ენერგია

K კინეტიკური ენერგია მოძრავ მდგომარეობაში მყოფ საგნებს ახასიათებს. რაც უფრო სწრაფად მოძრაობს საგანი, მით უფრო მეტია მისი კინეტიკური ენერგია. როდესაც საგანი უძრავია, მისი კინეტიკური ენერგია ნულის ტოლია.

m მასის და სინათლის სიჩქარეზე ნაკლები v სიჩქარით მოძრავი საგნისთვის:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{კინეტიკური ენერგია}) \quad (7.1)$$

მაგალითად, როდესაც 3 კგ მასის იხვი 2 მ/წმ სიჩქარით მიფრინავს, მისი კინეტიკური ენერგიაა $6 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}^2$ ანუ იხვის მოძრაობა ამ რიცხვით ხასიათდება.

SI სისტემაში კინეტიკური ენერგიის (და ყველა სხვა სახეობის ენერგიის) ერთეული **ჯოული** (ჯ). ეს ერთეული მე-19 საუკუნეში მოღვაწე ინგლისელი მეცნიერის - ჯეიმს პრესკოტ ჯოულის საპატივცემულოდ არის შემოღებული. 7.1 ფორმულიდან გამომდინარე ჯოული მასის და სიჩქარის ერთეულებით განისაზღვრება:

$$1 \text{ ჯოული} = 1 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}^2 \quad (7.2)$$

მაშასადამე, მფრინავი იხვის კინეტიკური ენერგიაა 6 ჯ.

აშოშანის აშოხსნის ნიშაში 7.1

1896 წელს, ტეხასის შტატის ქალაქ ვაკოში, უილიამ კრაშმა ორი ორთქლმავალი 6,4 კმ სიგრძის ლიანდაგის მოპირდაპირე ბოლოებზე გააჩერა, დაქოქა და ერთმანეთისკენ მთელი სიჩქარით დაძრა (სურ. 7.1). ამ ყველაფერს დაახლოებით 30 000 თვითმხილველი შეესწრო. ათასობით ადამიანი ორთქლმავლების ნამსხვრევებზე დააზიანა, რამდენიმე დაიღუპა კიდევ. დავუშვათ თითოეული ორთქლმავალის წონა $1,2 \times 10^6$ იყო და ისინი 0,26 მ/წმ² მუდმივი აჩქარებით მოძრაობდნენ. რა ჯამური კინეტიკური ენერგია ჰქონდა ორივე ორთქლმავალს შეჯახებამდე?

აშოხსნა: 7.1 ფორმულის საშუალებით თითოეული ორთქლმავალის კინეტიკური ენერგია შეგვიძლია გამოვთვალოთ, მაგრამ ამისთვის



სურ. 7.1. ორთქლმავალების შეჯახების შედეგი

ორთქლმავლების სიჩქარე შეჯახებამდე და მათი მასა გვეჭირდება. ვინაიდან დავუშვით, რომ თითოეული ორთქლმავალის აჩქარება მუდმივია, 2.1 ცხრილის საშუალებით ν სიჩქარეების გამოთვლა შესაძლებელია. ჩვენ 2.16 ფორმულას ვირჩევთ, რადგან ν -ს გარდა ყველა მნიშვნელობა ვიცით:

$$\nu^2 = \nu_0^2 + 2a(x - x_0),$$

სადაც $\nu_0 = 0$ და $x - x_0 = 3,2 \times 10^3$ მ (ლიანდაგის მთლიანი მანძილის ნახევარი):

$$\nu^2 = 0 + 2(0,26 \text{ მ/წმ}^2)(3,2 \times 10^3 \text{ მ})$$

ანუ $\nu = 40,8 \text{ მ/წმ}$ (დაახლოებით 150 კმ/სთ)

თითოეული ორთქლმავალის მასის დასადგენად მათი წონები გ-ზე გავყოთ:

$$m = \frac{1,2 \times 10^6 \text{ გ}}{9,8 \text{ მ/წმ}^2} = 1,22 \times 10^5 \text{ კგ}$$

შემდეგ 7.1 ფორმულის საშუალებით ორივე ორთქლმავალის ჯამურ კინეტიკურ ენერგიას გამოვთვლით:

$$K = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = (1,22 \times 10^5 \text{ კგ})(40,8 \text{ მ/წმ})^2 = 2 \times 10^8 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

მიღებული შედეგი ცხადყოფს, რომ ორთქლმავლების შეჯახება ბომბის აფეთქების მაგვარი იქნებოდა.

7.4. მუშაობა

თუ საგანზე ძალით იმოქმედებთ და მის სიჩქარეს გაზრდით, საგნის კინეტიკური ენერგიაც გაიზრდება. ასევე, თუ საგანზე ძალით იმოქმედებთ და მის სიჩქარეს შეამცირებთ, კინეტიკური ენერგიაც შესაბამისად შემცირდება. კინეტიკური ენერგიის ცვლილების შეფასებისთვის ვამბობთ, რომ ძალამ ენერგია თქვენთან საგანზე ან პირიქით გადაიტანა.

ძალის საშუალებით ენერგიის გადაცემის დროს *ძალა საგანზე W მუშაობას* ასრულებს. მუშაობის განსაზღვრება შემდეგია:

W მუშაობა არის საგანზე მოქმედი ძალის საშუალებით საგნიდან ან საგნისთვის გადაცემული ენერგია. საგნისთვის გადაცემული ენერგია დადებითი მუშაობაა, ხოლო საგნიდან გამოსული ენერგია - უარყოფითი მუშაობა.

მაშასადამე, „მუშაობა“ გადაცემული ენერგიაა, ხოლო „მუშაობის შეასრულება“ - ენერგიის გადაცემის პროცესი. მუშაობის ერთეული ენერგიის ერთეულია და მუშაობა სკალარული სიდიდეა.

ტერმინი „გადაცემა“ საკმაოდ დამაბნეველი შეიძლება გახდეს. ის არ ნიშნავს, რომ რაიმე ნივთიერება საგანზე გადადის ან საგნიდან გამოდის. ენერგიის გადაცემა, მაგალითად, წყლის დინებას, სულაც არ გავს. ეს უფრო ბანკის ერთი ანგარიშიდან მეორეზე ფულის ელექტრონული გადატანის მსგავსია. ერთი ანგარიშის რიცხვი მცირდება, ხოლო მეორისა იზრდება, სინამდვილეში კი ორ ანგარიშს შორის არავითარი ნივთიერება არ მოძრაობს.

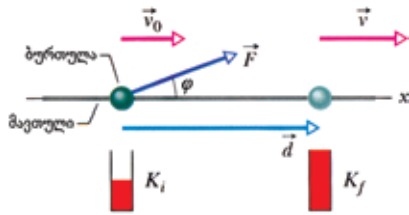
ყურადღება მიაქციეთ, რომ სიტყვა „მუშაობა“ არ ნიშნავს ფიზიკურად ან გონებრივად შესრულებულ სამუშაოს. მაგალითად, როდესაც კედელს ძლიერად აწვებით, კუნთების პერმანენტული დაძაბვის შედეგად დაიღლებით ანუ მუშაობთ, მაგრამ ეს არ ნიშნავს, რომ თქვენსა და კედელს შორის ენერგიის გადაცემა ხდება ანუ კედელზე მუშაობა სრულდება.

გაუგებრობის თავიდან ასაცილებლად W სიმბოლოს მხოლოდ მუშაობისთვის გამოვიყენებთ, ხოლო წონის მისი ექვივალენტური mg სიმბოლოთი წარმოვადგენთ.

7.5. მუშაობა და ჰინატიკური ენერგია

მუშაობის გამოსახულება

მოდით, განვიხილოთ გახვრეტილი ბურთულა, რომელიც ჰორიზონტალური x ღერძის გასწვრივ გადაჭიმულ, ხახუნისგან თავისუფალ მავთულზე მისრიალებს (სურ. 7.2). ბურთულაზე მავთულისადმი $\vec{F}$ კუთხით დახრილი, მუდმივი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და მას მავთულის გასწვრივ აჩქარებს. ძალასა და აჩქარებას შორის კავშირის დასადგენად x ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე



სურ. 7.2. მავთულზე მოსრიალე ბურთულაზე $\vec{d}$ გადაადგილებისადმი ϕ კუთხის მდგენელი $\vec{F}$ მუდმივი ძალა მოქმედებს და მის სიჩქარეს $\vec{v}_0$ -დან $\vec{v}$ -ზე ცვლის. „კინეტიკური ენერგიის სანაწარმ“ ბურთულის კინეტიკური ენერგიის ცვლილებას ასახავს. K_i სანაწარმ კინეტიკური ენერგიაა, ხოლო K_f – საბოლოო კინეტიკური ენერგია.

ბოლოს ბურთულის K_f კინეტიკური ენერგიაა, ხოლო მეორე ნვერი $-K_i$ კინეტიკური ენერგია გადაადგილების დასაწყისში. 7.5 ფორმულის მარცხენა მხარე გვაუწყებს, რომ კინეტიკური ენერგია ძალის მოქმედებით შეიცვალა, ხოლო ფორმულის მარჯვენა მხარის თანახმად ეს ცვლილება $F_x d$ -ს ტოლია. მაშასადამე, ძალის მიერ ბურთულაზე შესრულებული W მუშაობაა:

$$W = F_x d \quad (7.6)$$

თუ F_x და d სიდიდეები ვიცით, მაშინ ამ ფორმულის გამოყენებით ძალის მიერ ბურთულაზე შესრულებული W მუშაობას გამოვთვლით.

მოდრაობისას ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობის გამოთვლისთვის მხოლოდ გადაადგილების გასწვრივ ძალის კომპონენტს ვიყენებთ. გადაადგილების პერპენდიკულარული ძალის კომპონენტი მუშაობას არ ასრულებს.

7.2 სურათზე ჩანს, რომ $F_x = F \cos \phi$, სადაც ϕ არის კუთხე $\vec{d}$ გადაადგილების მიმართულებასა და $\vec{F}$ ძალას შორის. 7.6 ფორმულა უფრო ზოგადი სახითაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$W = Fd \cos \phi \quad (\text{მუდმივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}) \quad (7.7)$$

ეს ფორმულა გამოსადეგია, თუ F , d და ϕ სიდიდეები ვიცით. ვინაიდან ფორმულის მარჯვენა მხარე $\vec{F} \cdot \vec{d}$ სკალარული ნამრავლის ტოლია, ამიტომ:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{მუდმივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}), \quad (7.8)$$

სადაც F არის $\vec{F}$ ძალის მნიშვნელობა (სიდიდე). 7.8 ფორმულა განსაკუთრებულად მაშინ ხდება მოსახერხებელი, როდესაც $\vec{F}$ და $\vec{d}$ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში არის მოცემული.

გაფრთხილება: 7.6-7.8 ფორმულების გამოყენებაზე ორი შეზღუდვა არსებობს: 1) ძალა უნდა იყოს მუდმივი ანუ მისი სიდიდე საგნის მოძრაობის დროს არ უნდა იცვლებოდეს და 2) საგანი ნივთიერი ნერტილის მაგვარი უნდა იყოს ანუ ის უნდა იყოს მყარი და მისი ყველა ნაწილი ერთდროულად მოძრაობდეს.



სურ. 7.3. სანოლებით რბოლის მონაწილე. სანოლი და მისი მგზავრი ნივთიერი ნერტილად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რათა მონაწილის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გამოვთვალოთ.

კანონი ჩვენგან:

$$F_x = ma_x, \quad (7.3)$$

სადაც m არის ბურთულის მასა. ძალა $\vec{d}$ გადაადგილების გავლის შემდეგ ბურთულის სიჩქარის $\vec{v}_0$ სანაწარმ მნიშვნელობას $\vec{v}$ რაიმე სხვა მნიშვნელობით ცვლის. ვინაიდან ძალა მუდმივია, აჩქარებაც მუდმივია. აქედან გამომდინარე, x ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის 2.16 ფორმულა შეიძლება ჩაიწეროს:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d. \quad (7.4)$$

ამ ფორმულის a_x -სთვის ამოხსნა, შემდეგ 7.3 ფორმულაში ჩასმა და გარდაქმნები მოგვცემს:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d \quad (7.5)$$

ფორმულის მარცხენა მხარის პირველი ნვერი d გადაადგილების

ბოლოს ბურთულის K_f კინეტიკური ენერგიაა, ხოლო მეორე ნვერი $-K_i$ კინეტიკური ენერგია გადაადგილების დასაწყისში. 7.5 ფორმულის მარცხენა მხარე გვაუწყებს, რომ კინეტიკური ენერგია ძალის მოქმედებით შეიცვალა, ხოლო ფორმულის მარჯვენა მხარის თანახმად ეს ცვლილება $F_x d$ -ს ტოლია. მაშასადამე, ძალის მიერ ბურთულაზე შესრულებული W მუშაობაა:

$$W = F_x d \quad (7.6)$$

თუ F_x და d სიდიდეები ვიცით, მაშინ ამ ფორმულის გამოყენებით ძალის მიერ ბურთულაზე შესრულებული W მუშაობას გამოვთვლით.

მოდრაობისას ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობის გამოთვლისთვის მხოლოდ გადაადგილების გასწვრივ ძალის კომპონენტს ვიყენებთ. გადაადგილების პერპენდიკულარული ძალის კომპონენტი მუშაობას არ ასრულებს.

7.2 სურათზე ჩანს, რომ $F_x = F \cos \phi$, სადაც ϕ არის კუთხე $\vec{d}$ გადაადგილების მიმართულებასა და $\vec{F}$ ძალას შორის. 7.6 ფორმულა უფრო ზოგადი სახითაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$W = Fd \cos \phi \quad (\text{მუდმივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}) \quad (7.7)$$

ეს ფორმულა გამოსადეგია, თუ F , d და ϕ სიდიდეები ვიცით. ვინაიდან ფორმულის მარჯვენა მხარე $\vec{F} \cdot \vec{d}$ სკალარული ნამრავლის ტოლია, ამიტომ:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{მუდმივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}), \quad (7.8)$$

სადაც F არის $\vec{F}$ ძალის მნიშვნელობა (სიდიდე). 7.8 ფორმულა განსაკუთრებულად მაშინ ხდება მოსახერხებელი, როდესაც $\vec{F}$ და $\vec{d}$ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში არის მოცემული.

გაფრთხილება: 7.6-7.8 ფორმულების გამოყენებაზე ორი შეზღუდვა არსებობს: 1) ძალა უნდა იყოს მუდმივი ანუ მისი სიდიდე საგნის მოძრაობის დროს არ უნდა იცვლებოდეს და 2) საგანი ნივთიერი ნერტილის მაგვარი უნდა იყოს ანუ ის უნდა იყოს მყარი და მისი ყველა ნაწილი ერთდროულად მოძრაობდეს.

მოცემულ თავში მხოლოდ ნივთიერი ნერტილის მაგვარ საგნებს და მუდმივი ძალის შემთხვევებს განვიხილავთ.

მუშაობის ნიშანი. ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობა შეიძლება იყოს დადებითი ან უარყოფითი. მაგალითად თუ 7.7 ფორმულაში ϕ კუთხე 90° -ზე ნაკლებია, მაშინ $\cos \phi$ და შესაბამისად მუშაობაც დადებითია. როდესაც ϕ კუთხე 90° -ზე მეტია (180° -მდე), $\cos \phi$ და შესაბამისად მუშაობაც უარყოფითია. ზემოთ მიღებულ შედეგებს მარტივ წესამდე დავყავართ. მუშაობის ნიშნის გასაგებად ძალის ვექტორის გადაადგილების პარალელური კომპონენტი უნდა განვიხილოთ.

ძალა დადებით მუშაობას ასრულებს, როდესაც მისი ვექტორული კომპონენტის მიმართულება გადაადგილების მიმართულებას ემთხვევა და უარყოფით მუშაობას ასრულებს, როდესაც ვექტორული კომპონენტის მიმართულება გადაადგილების მიმართულების საპირისპიროა. ვექტორული კომპონენტის არარსებობის შემთხვევაში ძალა მუშაობას არ ასრულებს.

მუშაობის ერთეულები. SI სისტემაში მუშაობის და კინეტიკური ენერგიის ერთეული ჯოულია. 7.6 და 7.7 ფორმულებიდან ჩანს, რომ ჯოულის ექვივალენტური ერთეულია $\text{ნ} \cdot \text{მ}$, ხოლო ბრიტანულ სისტემაში ფუტი $\cdot$ ფუნტი. გავშალოთ 7.2 ფორმულა და მივიღებთ:

$$1\text{ჯ} = 1\text{კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}^2 = 16 \cdot \text{მ} = 0,738 \text{ფუტი} \cdot \text{ფუნტი} \quad (7.9)$$

რამდენიმე ძალის მიერ შესრულებული ჯამური მუშაობა. როდესაც საგანზე ორი ან მეტი ძალა მოქმედებს, **ჯამური მუშაობა** ცალკეული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობათა ჯამის ტოლია. ჯამური მუშაობა ორი მეთოდით შეგვიძლია გამოვთვალოთ: 1) გამოვთვალოთ თითოეული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა და შემდეგ შევკრიბოთ, 2) თავდაპირველად ამ ძალების ტოლქმედის სიდიდე $\vec{F}_{\Sigma}$ გამოვთვალოთ, შემდეგ კი 7.7 ფორმულის გამოყენებით F -ის ნაცვლად F_{Σ} ჩავსვათ, ხოლო ϕ -ს ნაცვლად $\vec{F}_{\Sigma}$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის კუთხე.

მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა

7.5 ფორმულა ბურთულის კინეტიკური ენერგიის ცვლილებას ბურთულაზე შესრულებულ $W (=F_x d)$ მუშაობასთან აკავშირებს. ნივთიერი წერტილის მაგვარი საგნებისთვის ამ ფორმულის განზოგადება შესაძლებელია. დავუშვათ, ΔK არის საგნის კინეტიკური ენერგიის ცვლილება, ხოლო W – მასზე შესრულებული ჯამური მუშაობა. ამის შემდეგ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (7.10)$$

7.10 ფორმულის თანახმად:

$$\left(\begin{array}{c} \text{წერტილის კინეტიკური} \\ \text{ენერგიის ცვლილება} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{წერტილზე შესრულებული} \\ \text{ჯამური მუშაობა} \end{array} \right).$$

7.10 ფორმულა ასეც შეიძლება დაიწეროს:

$$K_f = K_i + W \quad (7.11)$$

ეს ფორმულა გვაუწყებს:

$$\left(\begin{array}{c} \text{კინეტიკური ენერგია ჯამური} \\ \text{მუშაობის შესრულების შემდეგ} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{კინეტიკური ენერგია ჯამური} \\ \text{მუშაობის შესრულებამდე} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{შესრულებული ჯამური} \\ \text{მუშაობა} \end{array} \right).$$

ზემოთ მოყვანილი მტკიცებები **მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემის** სახელით არის ცნობილი. ის გამოსადეგია, როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი მუშაობისთვის. თუ წერტილზე შესრულებული ჯამური მუშაობა დადებითია, მაშინ წერტილის კინეტიკური ენერგია მუშაობის ოდენობით იზრდება. თუ ჯამური მუშაობა უარყოფითია, მაშინ წერტილის კინეტიკური ენერგია მუშაობის ოდენობით მცირდება. მაგალითად, თუ წერტილის კინეტიკური ენერგიაა 5ჯ და მას 2ჯ ენერგია გადაეცემა, საბოლოო კინეტიკური ენერგია 7ჯ იქნება. 2 ჯ ენერგიის გამოსვლის შემთხვევაში წერტილის საბოლოო ენერგია 3 ჯ გახდება.

საკონტროლო წერტილი 1. წერტილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. როდესაც წერტილის სიჩქარე იცვლება ა) -3მ/წმ -დან -2მ/წმ -მდე და ბ) -2მ/წმ -დან 2მ/წმ -მდე, მისი კინეტიკური ენერგია იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება? გ) თითოეულ შემთხვევაში წერტილზე შესრულებული მუშაობა დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია?

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 7.2

ორი შპიონი 225კგ მასის სეიფს $d=8,5$ მ მანძილზე მიაცურებს. 001 შპიონი 126 სიდიდის და ჰორიზონტალიდან ქვემოთ 30° -ით დახრილი $\vec{F}_1$ ძალით მოქმედებს, ხოლო 002 შპიონი 106 სიდიდის და ჰორიზონტალიდან ზემოთ 40° -ით დახრილი $\vec{F}_2$ ძალით ცდილობს სეიფის მიტანას დანიშნულების ადგილამდე. მოძრაობის დროს ამ ძალების სიდიდეები და მიმართულებები არ იცვლება, ხოლო სეიფსა და ზედაპირს შორის ხახუნი არ არსებობს. ა)რაჯამურმუშაობასასრულებენ $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალები სეიფზე $\vec{d}$ გადაადგილების განმავლობაში?

ამოხსნა: ორი ძალის მიერ სეიფზე შესრულებული W ჯამური მუშაობა ცალკეული მუშაობების ჯამის ტოლია. გარდა ამისა, სეიფი ნივთიერი წერტილია და ძალების სიდიდეები და მიმართულებები არ იცვლება. მაშასადამე, მუშაობის გამოთვლისთვის 7.7 ($W = Fd \cos \phi$) ან 7.8 ფორმულა ($W = \vec{F} \cdot \vec{d}$) შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ვინაიდან ძალების სიდიდეები და მიმართულებები ვიცით, 7.7 ფორმულა უფრო მოსახერხებელია. ამ ფორმულიდან და 7.4ბ სურათზე გამოსახული თავისუფალი სხეულის გრაფიკიდან გამომდინარე $\vec{F}_1$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობაა:

$$W_1 = F_1 d \cos \phi_1 = (126)(8,5 \text{ მ})(\cos 30^\circ) = 88,33 \text{ ჯ}$$

$\vec{F}_2$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობაა:

$$W_2 = F_2 d \cos \phi_2 = (106)(8,5 \text{ მ})(\cos 40^\circ) = 65,11 \text{ ჯ}$$

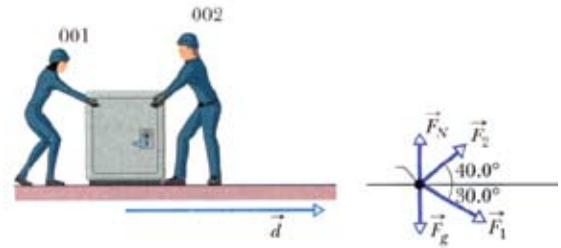
მაშასადამე, ჯამური W მუშაობაა:

$$W = W_1 + W_2 = 88,33 \text{ ჯ} + 65,11 \text{ ჯ} = 153,4 \text{ ჯ} \approx 153 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

8,5მ მანძილზე გადაადგილების განმავლობაში შპიონები სეიფს 153ჯ ენერგიას გადასცემენ.

ბ) გადაადგილების განმავლობაში რა W_g მუშაობას ასრულებს $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა და რა W_N მუშაობას ასრულებს $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა სეიფზე?

ამოხსნა: ვინაიდან ამ ორი ძალის სიდიდე და



სურ. 7.4. ა) ორი შპიონი სეიფს $\vec{d}$ მანძილზე გადაადგილებს. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი სეიფისთვის

მიმართულება არ იცვლება, მათ მიერ შესრულებული მუშაობა 7.7 ფორმულით შეგვიძლია გამოვთვალოთ. მიზიდულობის ძალის სიდიდეა mg და გვექნება:

$$W_g = mgd \cos 90^\circ = mgd(0) = 0 \quad (\text{პასუხი})$$

და $W_N = F_N d \cos 90^\circ = F_N d(0) = 0$ (პასუხი) ამგვარი შედეგის წინასწარ გამოცნობა ნამდვილად შეგვეძლო. ვინაიდან ეს ძალები სეიფის გადაადგილების პერპენდიკულარულად არის მიმართული, სეიფზე მუშაობას არ ასრულებენ და ენერგიის გადაცემა არ ხდება.

გ) სეიფი თავდაპირველად უძრავია. რა იქნება მისი v_f სიჩქარე 8,5 მ-ის გავლის შემდეგ?

ამოხსნა: სეიფის სიჩქარე იცვლება, ვინაიდან $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალის მიერ ენერგიის გადაცემის დროს მისი კინეტიკური ენერგია იცვლება. სიჩქარესა და მუშაობას შორის კავშირის დასადგენად 7.10 და 7.1 ფორმულები გავაერთიანოთ:

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

საწყისი v_i სიჩქარე ნულის ტოლია, ხოლო მთლიანი შესრულებული მუშაობაა 153,4 ჯ. ზემოთ მიღებული ფორმულის v_f -სთვის ამოხსნა და მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

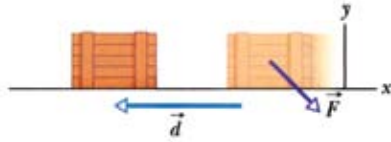
$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(153,4 \text{ ჯ})}{225 \text{ კგ}}} = 1,17 \text{ მ/წ} \quad (\text{პასუხი})$$

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 7.3

ყუთი შტორმის დროს მოლიპულ ავტოსადგომზე $\vec{d} = (-3 \text{ მ})\hat{i}$ მანძილზე გადაადგილდება და მასზე ქარი $\vec{F} = (2 \text{ ნ})\hat{i} + (-6 \text{ ნ})\hat{j}$ უცვლელი ძალით მოქმედებს. 7.5 სურათზე გამოსახულია მოცემული ვითარება და კოორდინატთა ღერძები.

ა) რა მუშაობას ასრულებს ქარი ყუთის გადაადგილების დროს?

ამოხსნა: ვინაიდან ყუთი ნივთიერი წერტილია და ქარის ძალის სიდიდე და მიმართულება არ იცვლება, მუშაობის გამოთვლისთვის 7.7



სურ. 7.5. $\vec{d}$ მანძილზე გადაადგილებისას $\vec{F}$ უცვლელი ძალა აწელებს ყუთის მოძრაობას.

($W = Fd \cos \varphi$) ან 7.8 ($W = \vec{F} \cdot \vec{d}$) ფორმულა შეგვიძლია გამოვიყენოთ. $\vec{F}$ და $\vec{d}$ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში გვაქვს მოცემული, ამიტომ 7.8 ფორმულას ვირჩევთ და ვწერთ:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = [(2 \text{ მ})\hat{i} + (-6 \text{ მ})\hat{j}] \cdot [(-3 \text{ მ})\hat{i}].$$

შესაძლო სკალარული ნამრავლებიდან მხოლოდ $\hat{i} \cdot \hat{i}$, $\hat{j} \cdot \hat{j}$ და $\hat{k} \cdot \hat{k}$ არ არის ნული ტოლი (იხ. E დამატება). ამ შემთხვევაში ვიღებთ:

$$W = (2 \text{ მ})(-3 \text{ მ})\hat{i} \cdot \hat{i} + (-6 \text{ მ})(-3 \text{ მ})\hat{j} \cdot \hat{i} = (-6 \text{ ჯ})(1) + 0 = -6 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, ძალა ყუთზე უარყოფით 6 ჯ მუშაობას ასრულებს და ყუთის კინეტიკურ ენერგიას 6 ჯ-ს აკლებს.

ბ) თუ $\vec{d}$ გადაადგილების დასაწყისში ყუთის კინეტიკური ენერგიაა 10 ჯ, რისი ტოლია კინეტი-

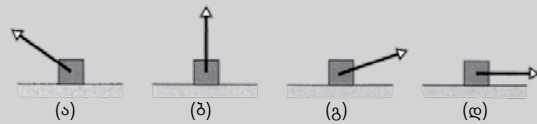
კური ენერგია $\vec{d}$ -ს ბოლოს?

ამოხსნა: ვინაიდან ძალა ყუთზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს, ყუთის კინეტიკური ენერგია მცირდება. მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა 7.11 ფორმულის სახით გამოვიყენოთ და მივიღებთ:

$$K_f = K_i + W = 10 \text{ ჯ} + (-6 \text{ ჯ}) = 4 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

კინეტიკური ენერგია 4 ჯ-მდე შემცირდა და ყუთიც შენედა.

საკონტროლო წერტილი 2. სურათზე გამოსახულია ოთხი მდგომარეობა, რომლებშიც ყუთზე ძალა მოქმედებს და ყუთი ხაზუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე d მანძილს მარჯვნივ გადის. ძალების სიდიდეები თანაბარია და მათი მიმართულებებიც ნაჩვენებია. დაალაგეთ მდგომარეობები გადაადგილების დროს ყუთზე შესრულებული მუშაობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



7.6. მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

მოდით, მიზიდულობის ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობა განვიხილოთ. 7.6 სურათზე ნაჩვენებია m მასის პომიდორი, რომელიც v_0 სანყისი სიჩქარით და, მაშასადამე, $K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$ კინეტიკური ენერგიით მალლა აისროლეს. მალლა ასვლისას პომიდორს $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა აწელებს ანუ მიზიდულობის ძალა პომიდორზე მუშაობას ასრულებს და კინეტიკური ენერგია მცირდება.

ვინაიდან პომიდორი ნივთიერ წერტილად შეგვიძლია ჩავთვალოთ, $\vec{d}$ გადაადგილების დროს მასზე შესრულებული მუშაობა 7.7 ფორმულით ($W = Fd \cos \varphi$) შეგვიძლია ჩავწეროთ. $\vec{F}_g$ ძალის სიდიდეა mg და ამ ძალის მიერ შესრულებული W_g მუშაობაა:

$$W_g = mgd \cos \varphi \quad (\text{მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}) \quad (7.12)$$

მალლა ასროლილი საგნის შემთხვევაში $\vec{F}_g$ ძალა $\vec{d}$ გადაადგილების საპირისპირო მიმართულებებისაა, $\varphi = 180^\circ$ და გვექნება:

$$W_g = mgd \cos 180^\circ = mgd(-1) = -mgd \quad (7.13)$$

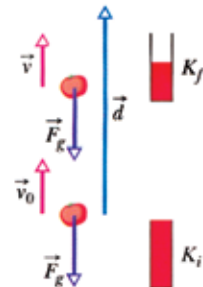
მინუს ნიშანი გვაუწყებს, რომ მალლა ასვლის დროს საგანზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა საგნის კინეტიკურ ენერგიას mgd რაოდენობას აკლებს და, შესაბამისად, საგანი ნელდება.

მას შემდეგ რაც საგანი მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს, ის ვარდნას იწყებს და $\vec{F}_g$ ძალასა და $\vec{d}$ გადაადგილებს შორის φ კუთხე ნულის ტოლია:

$$W_g = mgd \cos 0^\circ = mgd(+1) = +mgd \quad (7.14)$$

პლიუს ნიშანი გვაუწყებს, რომ მიზიდულობის ძალა საგნის კინეტიკურ ენერგიას mgd რაოდენობის ენერგიას უმატებს. აქედან გამომდინარე საგანი ჩქარდება.

სურ. 7.6. m მასის მალლა ასროლილი პომიდორზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მოქმედებს და მისი სიჩქარე $\vec{d}$ გადაადგილების დროს $\vec{v}_0$ -დან $\vec{v}$ -მდე მცირდება. კინეტიკური ენერგიის საწყისი კინეტიკური ენერგიის $K_i (= \frac{1}{2}mv_0^2)$ -დან $K_f (= \frac{1}{2}mv^2)$ -მდე ცვლილებას ასახავს.



საგნის აწევისა და დაბლა დაწევის მუშაობა

წარმოვიდგინოთ, რომ ნივთიერი წერტილის მაგვარ საგანზე $\vec{F}$ ვერტიკალური ძალით ვმოქმედებთ და მას მაღლა ვწევთ. გადაადგილების დროს ჩვენი ძალა საგანზე W_a დადებით მუშაობას ასრულებს, ხოლო მიზიდულობის ძალა - უარყოფით W_g მუშაობას. ჩვენს მიერ მოდებული ძალა საგანს ენერგიას გადასცემს, ხოლო მიზიდულობის ძალა საგნისთვის ენერგიის წართმევას ცდილობს. 7.10 ფორმულიდან გამომდინარე, ენერგიის გადაცემების შედეგად საგნის კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილებაა:

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g, \quad (7.15)$$

სადაც K_f არის კინეტიკური ენერგია გადაადგილების დასასრულს, ხოლო K_i - კინეტიკური ენერგია გადაადგილების დასაწყისში. იგივე ფორმულასაგნის დაბლა დაწევის შემთხვევაშიც გამოსადგება, თუმცა ამ შემთხვევაში მიზიდულობის ძალა საგანს ენერგიას გადასცემს, ხოლო ჩვენს მიერ მოდებული ძალა საგანს ენერგიას ართმევს.

გავრცელებული შემთხვევაა, როდესაც აწევამდე და აწევის შემდეგ საგანი უძრავია. მაგალითად, წარმოვიდგინოთ, რომ წიგნს იატაკიდან თაროზე დებთ. ამ შემთხვევაში K_f და K_i კინეტიკური ენერგიები ნულის ტოლია და 7.15 ფორმულა შემდეგ სახეზე დაიყვანება:

$$W_a + W_g = 0$$

ანუ

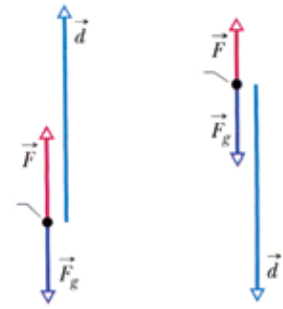
$$W_a = -W_g \quad (7.16)$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ იგივე შედეგს მივიღებთ, თუ კინეტიკური ენერგიები ერთმანეთის ტოლია. ორივე შემთხვევაში მიღებული შედეგი ნიშნავს, რომ მოდებული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის შებრუნებულია ანუ მოდებული ძალა საგანს იგივე რაოდენობის ენერგიას გადასცემს, რასაც მიზიდულობის ძალა საგანს ართმევს. 7.12 ფორმულის გამოყენებით 7.16 ფორმულა ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$W_a = -mgd \cos\phi \quad (\text{ანევასა და დაწევაზე შესრულებული მუშაობა; } K_f = K_i) \quad (7.17)$$

სადაც ϕ არის კუთხე $\vec{F}_g$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის. თუ გადაადგილება ვერტიკალურად ზევით არის მიმართული (სურ. 7.7ა), მაშინ $\phi = 180^\circ$ და მოდებული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობაა mgd . თუ გადაადგილება ვერტიკალურად ქვემოთ არის მიმართული (სურ. 7.7ბ), მაშინ $\phi = 0^\circ$ და მოდებული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა $-mgd$ -ს უტოლდება.

7.16 და 7.17 ფორმულები ნებისმიერ მდგომარეობას შეესაბამება, როდესაც საგანს მაღლა ან დაბლა წევნ და აწევამდე და აწევის შემდეგ საგანი უძრავია. ფორმულები მოდებული ძალის სიდიდეზე დამოკიდებული არ არის. მაგალითად, თუ იატაკიდან ჭიქას აიღებთ და თავს ზემოთ დაიჭერთ, თქვენი ძალა აწევის დროს მნიშვნელოვნად შეიცვლება. მიუხედავად ამისა, აწევამდე და აწევის შემდეგ ჭიქა უძრავია და თქვენი ძალის მიერ ჭიქაზე შესრულებული მუშაობა 7.16 და 7.17 ფორმულებით გამოითვლება, სადაც mg არის ჭიქის წონა, ხოლო d - აწევის მანძილი.



სურ. 7.7. ა) მოდებული $\vec{F}$ ძალა საგანს მაღლა წევს. საგნის $\vec{d}$ გადაადგილება $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალისადმი $\phi=180^\circ$ კუთხეს ადგენს. მოდებული ძალა საგანზე დადებით მუშაობას ასრულებს. ბ) მოდებული $\vec{F}$ ძალა საგანს დაბლა წევს. საგნის $\vec{d}$ გადაადგილება $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალისადმი $\phi=0^\circ$ კუთხეს ადგენს. მოდებული ძალა საგანზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს.

აფოსანის აფოსნის ნიშაში 7.4

50-იან წლებში, პოლ ანდერსონი უზარმაზარი ტვირთების აწევაში ლეგენდად იქცა (სურ. 7.8). ერთ-ერთი მისი შედეგი დღემდე რეკორდია. ანდერსონი ხის პლატფორმის ქვეშ მოიხარა, ხელებით პატარა ტაბურეტებს დაეყრდნო და

პლატფორმა დაახლოებით 1 სმ სიმაღლეზე აწია. პლატფორმაზე მთლიანად 27900 ნ წონის ავტომობილის ნაწილები და ტყვიით სავსე სეიფი იყო განლაგებული.

ა) ტვირთის აწევის დროს რა მუშაობა შეასრულა $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალამ ტვირთზე?

ამოხსნა: ტვირთი ერთ ნივთიერ წერტილად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, ვინაიდან მისი ნაწილები ერთდროულად მოძრაობდნენ. ამის შემდეგ 7.12 ფორმულის ($W_g = mgd \cos \varphi$) საშუალებით $\vec{F}_g$ ძალის მიერ ტვირთზე შესრულებულ W_g მუშაობას გამოვთვლით. ქვემოთ მიმართულ მიზიდულობის ძალასა და ზემოთ მიმართულ გადაადგილებას შორის φ კუთხეა 180° . ეს და სხვა მონაცემები 7.12 ფორმულაში ჩავსვით და მივიღებთ:

$$W_g = mgd \cos \varphi = (27900 \text{ ნ})(0,01 \text{ მ})(\cos 180^\circ) \\ = -280 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) რა მუშაობა შეასრულა ანდერსონის მიერ მოდებულმა ძალამ ტვირთის აწევაზე?

ამოხსნა: ანდერსონის მიერ ტვირთზე მოდებული ძალის გამოსახულება არ გვაქვს და რომც გვექნოდა, მისი ძალა ნამდვილად არ იყო მუდმივი. აქედან გამომდინარე, 7.7 ფორმულაში ძალის სიდიდის ჩასმა და მუშაობის გამოთვლა შეუძლებელია. მიუხედავად ამისა, ვიცით, რომ აწევამდე და აწევის შემდეგ ტვირთი უძრავია. აქედან გამომდინარე, ანდერსონის ძალის მიერ შესრულებული W_A მუშაობა $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის



სურ. 7.8. პოლ ანდერსონმა პლატფორმა და მოხალისეების ჯგუფი ზურგით აწია

შებრუნებულია. 7.16 ფორმულა სწორედ ამგვარ მდგომარეობას ასახავს:

$$W_A = -W_g = +280 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

მიღებული რაოდენობის მუშაობა სკოლის გატენილი ზურგჩანთის იატაკიდან ალებისთვისაც კი საკმარისია. მაშინ რატომ იყო ანდერსონის შედეგი გასაოცარი? პასუხი ის არის, რომ მუშაობა და ძალა სხვადასხვა სიდიდეებია. ანდერსონის მიღწევას არ სჭირდებოდა დიდი რაოდენობის ენერგიის გადაცემა, სამაგიეროდ, უზარმაზარი ძალა ნამდვილად აუცილებელი იყო.

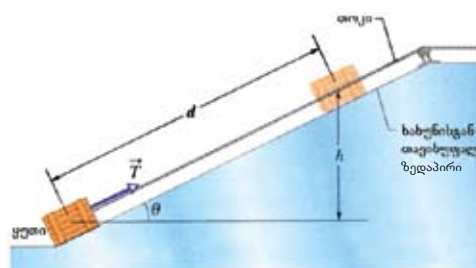
ა მოსახლის ამოხსნის ნიშანი 7.5

15კგ მასის თავდაპირველად უძრავ ყუთს თოკის საშუალებით ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ ზედაპირზე $d = 5,7$ მ მანძილზე გადაადგილებენ. $h = 2,5$ მ სიმაღლეზე ყუთი ჩერდება (სურ. 7.9ა).

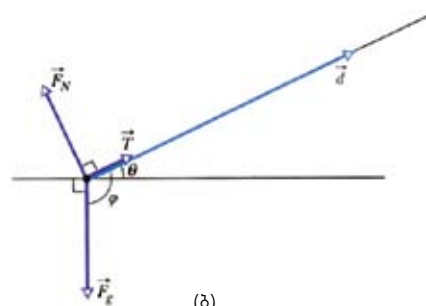
ა) რა W_g მუშაობას ასრულებს ყუთზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა გადაადგილებისას?

ამოხსნა: ჩვენ შეგვიძლია ყუთი ნივთიერ წერტილად მივიჩნიოთ და $\vec{F}_g$ ძალის მიერ მასზე შესრულებული W_g მუშაობის გამოთვლისთვის 7.12 ფორმულა ($W_g = mgd \cos \varphi$) გამოვიყენოთ მიუხედავად იმისა, რომ $\vec{F}_g$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის φ კუთხე არ ვიცით. 7.9ბ სურათზე გამოსახულია თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ყუთისთვის და ჩანს, რომ $\varphi = \theta + 90^\circ$, სადაც θ არის სიბრტყის დახრის კუთხე. 7.12 ფორმულა გვაძლევს:

$$W_g = mgd \cos (\theta + 90^\circ) = -mgd \sin \theta \quad (7.18)$$



(ა)



(ბ)

სურ. 7.9. ა) ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე სიბრტყისადმი პარალელური T ძალის მოქმედებით გადაადგილდება. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ყუთისთვის. ნაჩვენებია d გადაადგილება.

ზემოთ მიღებული ფორმულის გამარტივებისთვის ტრიგონომეტრიული იგივეობა გამოვიყენეთ. მიღებული შედეგი ერთი შეხედვით არაფერს არ გვაძლევს, ვინაიდან θ უცნობია, მაგრამ 7.9 სურათზე ჩანს, რომ $d \sin \theta = h$, სადაც h ჩვენთვის ცნობილი სიდიდეა. ამის შემდეგ 7.18 ფორმულა მოგვცემს:

$$\begin{aligned} W_g &= -mgh \\ &= -(15 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(2,5 \text{ მ}) \\ &= -386 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (7.19) \quad (\text{პასუხი})$$

7.19 ფორმულის თანახმად მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული W_g მუშაობა ვერტიკალურ გადაადგილებაზეა დამოკიდებული და არა ჰორიზონტალურ გადაადგილებაზე.

ბ) რა W_T მუშაობას ასრულებს ყუთზე თოკიდან მოქმედი $\vec{T}$ ძალა გადაადგილების დროს?

ამოხსნა: 7.7 ფორმულაში ($W = Fd \cos \phi$) F -ის ნაცვლად T -ს ვერ ჩავსვამთ, ვინაიდან T -ს მნიშვნელობა არ ვიცით. სამაგიეროდ შეგვიძლია ყუთი ნივთიერ წერტილად მივიჩნიოთ და მას მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა ($\Delta K = W$) მივუსადაგოთ. ანევამდე და ანევის შემდეგ ყუთი უძრავია, ამიტომ მისი კინეტიკური ენერგიის ΔK

ცვლილება ნულის ტოლია. ყუთზე შესრულებული ჯამური W მუშაობის გამოთვლისთვის ყუთზე მოქმედი სამივე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა უნდა შევკრიბოთ. ა)-დან უკვე ვიცით, რომ $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული W_g მუშაობა -386 ჯ-ია, სიბრტყიდან ყუთზე მოქმედი $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული W_N მუშაობა ნულის ტოლია, ვინაიდან $\vec{F}_N$ ძალა გადაადგილების პერპენდიკულარულია. ჩვენ მხოლოდ $\vec{T}$ -ს მიერ შესრულებული W_T მუშაობა დაგვრჩა. მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემის თანახმად:

$$\Delta K = W_T + W_g + W_N$$

$$\text{ანუ} \quad 0 = W_T - 386 \text{ ჯ} + 0$$

$$\text{და} \quad W_T = 386 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

საკონტროლო წერტილი 3. დავუშვათ, ყუთს იგივე h სიმაღლეზე, ოღონდ უფრო გრძელ დახრილ სიბრტყეზე ვამოძრავებთ. ა) $\vec{T}$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მეტია, ნაკლებია თუ არ იცვლება? ბ) ყუთის მოძრაობისთვის საჭირო $\vec{T}$ ძალის სიდიდე მეტია, ნაკლებია თუ არ იცვლება?

ამოცანის ამოხსნის ნიშაში 7.6

$m=500$ კგ მასის ლიფტი $v_i = 48$ მ/წმ სიჩქარით ქვემოთ ჩადის, გვარლი ფუჭდება და კაბინა $\vec{a} = \vec{g}/5$ მუდმივი აჩქარებით ვარდება (სურ. 7.10ა).

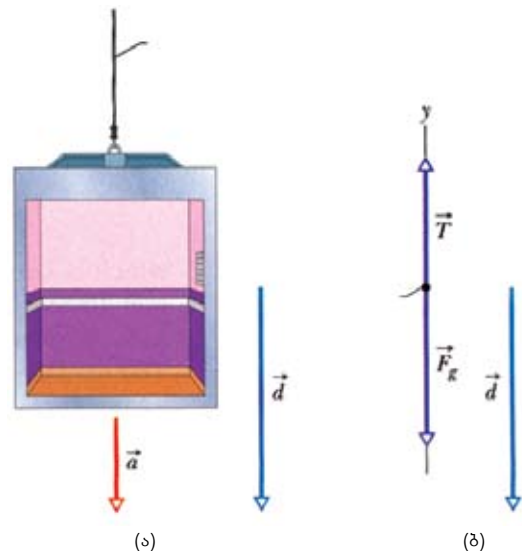
ა) $d = 12$ მანძილზე ვარდნის განმავლობაში რა W_g მუშაობას ასრულებს $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა კაბინაზე?

ამოხსნა: კაბინა შეგვიძლია ნივთიერ წერტილად მივიჩნიოთ და $\vec{F}_g$ ძალის მიერ შესრულებული W_g მუშაობა 7.12 ფორმულით ($W_g = mgd \cos \phi$) გამოვთვალოთ. 7.10ბ სურათიდან ჩანს, რომ $\vec{F}_g$ ძალასა და $\vec{d}$ გადაადგილებას შორის კუთხე 0° -ია. მაშასადამე, 7.12 ფორმულა გვაძლევს:

$$\begin{aligned} W_g &= mgd \cos 0^\circ = (500 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(12 \text{ მ})(1) \\ &= 5,88 \times 10^4 \text{ ჯ} \approx 59 \text{ კჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) 12მ-იანი ვარდნის განმავლობაში რა W_T მუშაობას ასრულებს კაბინაზე ლიფტის გვარლის გასწვრივ ზემოთ მიმართული $\vec{T}$ ძალა?

ამოხსნა: 7.7 ფორმულის ($W = Fd \cos \phi$) სა-



სურ. 7.10. ლიფტის კაბინა v_i სიჩქარით ქვემოთ ეშვება და აჩქარებას იწყებს. ა) კაბინა d მანძილზე $\vec{a} = \vec{g}/5$ მუდმივი აჩქარებით ვარდის. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი კაბინისთვის. ნაჩვენებია გადაადგილება.

შუალეობით W_T მუშაობას გამოვთვლით, თუ თავდაპირველად T სიდიდის გამოსახულებას მივიღებთ. ამ გამოსახულების მიღება y ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონის ჩანერით შეიძლება:

$$T - F_g = ma$$

ეს ფორმულა T -სთვის ამოვხსნათ, F_g -ს ნაცვლად mg ჩავსვათ და მიღებული შედეგი 7.7 ფორმულაში გადავიტანოთ:

$$W_T = Td \cos \varphi = m(a+g)d \cos \varphi$$

შემდეგ ქვემოთ მიმართული a აჩქარების ნაცვლად $-g/5$ ჩავსვათ, ხოლო $\vec{T}$ და $m\vec{g}$ ძალებს შორის φ კუთხის ნაცვლად 180° :

$$\begin{aligned} W_T &= m \left(-\frac{g}{5} + g \right) d \cos \varphi = \frac{4}{5} mgd \cos \varphi \\ &= \frac{4}{5} (500 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2)(12 \text{ მ}) \cos 180^\circ \\ &= -4,7 \times 10^4 \text{ ჯ} \approx -47 \text{ კჯ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ W_T არ არის W_g -ს შებრუნებული. ამის მიზეზი ის არის, რომ კაბინა ვარდნის დროს ჩქარდება, მისი სიჩქარე და,

შესაბამისად, კინეტიკური ენერგია იცვლება. აქედან გამომდინარე, 7.16 ფორმულა ამ შემთხვევაში გამოუსადეგარია.

გ) რა ჯამური W მუშაობა სრულდება კაბინაზე ვარდნის განმავლობაში?

ამოხსნა: ჯამური მუშაობა კაბინაზე მოქმედი ძალების მიერ შესრულებული მუშაობების ჯამია:

$$\begin{aligned} W &= W_g + W_T = 5,88 \times 10^4 \text{ ჯ} - 4,7 \times 10^4 \text{ ჯ} \\ &= 1,18 \times 10^4 \text{ ჯ} \approx 12 \text{ კჯ} \end{aligned}$$

დ) რისი ტოლია კაბინის კინეტიკური ენერგია 12მ-იანი ვარდნის დასასრულს?

ამოხსნა: კაბინის კინეტიკური ენერგია იცვლება, ვინაიდან მასზე ჯამური მუშაობა სრულდება. 7.1 ფორმულიდან გამომდინარე, ვარდნის დასაწყისში კინეტიკური ენერგიაა $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$. ამის შემდეგ 7.11 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$\begin{aligned} K_f &= K_i + W = \frac{1}{2}mv_i^2 + W \\ &= \frac{1}{2}(500 \text{ კგ})(4 \text{ მ/წმ})^2 + 1,18 \times 10^4 \text{ ჯ} \\ &= 1,58 \times 10^4 \text{ ჯ} \approx 16 \text{ კჯ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

7.7. ძეხანოზის ძალის მიხედვითი მუშაობა

ამ თავში ცვლადი ძალის გარკვეული სახეობის, კერძოდ, **დრეკადობის ძალის** ანუ ზამბარიდან მოქმედი ძალის მიერ ნივთიერი წერტილის მაგვარ საგანზე შესრულებულ მუშაობას განვიხილავთ. ბუნებაში არსებულ მრავალ ძალას დრეკადობის ძალის მაგვარი მათემატიკური ფორმა აქვს. აქედან გამომდინარე, ამ ძალის შესწავლის დროს მრავალი სხვა ძალის ბუნებას გავიგებთ.

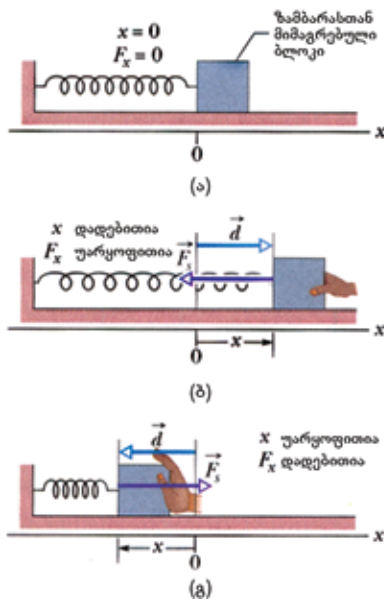
ძეხანოზის ძალა

7.11 სურათზე ნაჩვენებია **მოშვებულ მდგომარეობაში** მყოფი ზამბარა ანუ როდესაც ზამბარა შეკუმშული ან დაჭიმული არ არის. ზამბარის ერთი ბოლო დამაგრებულია, ხოლო მეორე ბოლოზე ნივთიერი წერტილის მაგვარი საგანი, მაგალითად, ბლოკია მიბმული. თუ ბლოკს მარჯვნივ გავწევთ და ზამბარას დავჭიმავთ (7.11ბ სურათი), ზამბარა ბლოკს მარცხნისკენ უბიძგებს (ვინაიდან დრეკადობის ძალა ზამბარას პირვანდელ მდგომარეობაში აბრუნებს, მას *აღმდგენ ძალასაც* უწოდებენ). თუ ბლოკს მარცხნისკენ ვუბიძგებთ და ზამბარას შევკუმშავთ (7.11გ სურათი), ზამბარა ბლოკს მარჯვნივსკენ უბიძგებს.

ზამბარაზე ჩატარებული მრავალი ექსპერიმენტით გამართლებულია დაშვება, რომ ზამბარიდან მოქმედი $\vec{F}_s$ ძალა ზამბარის თავისუფალი ბოლოს $\vec{d}$ გადაადგილების პროპორციულია.

$$\vec{F}_s = -k \vec{d} \quad (\text{ჰუკის კანონი}), \quad (7.20)$$

სადაც $\vec{F}_s$ არის **დრეკადობის ძალა**. ეს ფორმულა **ჰუკის კანონის** სახელითაა ცნობილი. რობერტ ჰუკი ინგლისელი მეცნიერი იყო, რომელიც მე-17 საუკუნეში მოღვაწეობდა. 7.20 ფორმულაში გამოყენებული მინუს ნიშანი გვაუწყებს, რომ დრეკადობის ძალა ყოველთვის ზამბარის თავისუფალი ბოლოს გადაადგილების მიმართულების საპირისპიროა. k მუდმივას **ზამბარის სიხისტე** ეწოდება და იგი ზამბარის ელასტიურობის მახასიათებელია. რაც უფრო მეტია k , მით უფრო არაელასტიურია ზამბარა ანუ მით უფრო მეტი ძალაა საჭირო მოცემული გადაადგილების მისაღწევად. SI სისტემაში k -ს ერთეულია ნ/მ.



სურ. 7.11. ა) ზამბარა მოშვებულ მდგომარეობაში. x ღერძის ათვლის სათავე ზამბარის ბლოკთან მიერთების ბოლოს ემთხვევა. ბ) ბლოკი d მანძილზე გადაადგილდება, ზამბარის გაჭიმვის სიდიდე x დადებითია და F_x დრეკადობის ძალით მოქმედებს. გ) ზამბარის შეკუმშვის სიდიდე x უარყოფითია და ამ შემთხვევაშიც აღმდგენი ძალა მოქმედებს.

7.11 სურათზე x ღერძი ზამბარის სიგრძის პარალელურადაა გავლებული და მისი ათვლის სათავე ($x=0$) ზამბარის თავისუფალი ბოლოს მდებარეობას ემთხვევა, როდესაც ზამბარა მოშვებულია. ამგვარი განლაგების შემთხვევაში 7.20 ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$F_x = -kx \text{ (ჰუკის კანონი)}. \quad (7.21)$$

ჩინა ფორმულისგან განსხვავებით, ამჯერად ინდექსია შეცვლილი. თუ x დადებითია (ზამბარა x ღერძის მარჯვნივკენაა დაჭიმული), F_x უარყოფითია (ბიძგი მარცხნისკენაა მიმართული), ხოლო თუ x დადებითია (ზამბარა მარცხნისკენაა შეკუმშული), მაშინ F_x დადებითია (ბიძგი მარჯვნივკენაა მიმართული).

გაითვალისწინეთ, რომ დრეკადობის ძალა ცვალებადია, ვინაიდან ის ზამბარის თავისუფალი ბოლოს x მდებარეობის ფუნქციაა. აქედან გამომდინარე, F_x ძალა $F(x)$ სიმბოლოთი შეგვიძლია აღვნიშნოთ. ასევე ყურადღება მიაქციეთ, რომ ჰუკის კანონი F_x -სა და x -ს შორის წრფივ დამოკიდებულებას ასახავს.

დამუშავების ძალის მიხედვით მუშაობის მუშაობა

7.11ა სურათზე გამოსახული ბლოკის მოძრაობის დროს დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის გამოთვლისთვის ორი მნიშვნელოვანი დაშვების გაკეთებაა საჭირო: 1) ზამბარას მასა არ გააჩნია ანუ მისი მასა ბლოკის მასასთან შედარებით უმნიშვნელოა და 2) ზამბარა იდეალურია ანუ ის ჰუკის კანონს ზუსტად ემორჩილება.

გარდა ამისა, დავუშვათ, რომ ბლოკსა და ზედაპირს შორის ხახუნი არ არსებობს და ბლოკი ნივთიერი ნერტილის მაგვარი საგანია.

თავდაპირველად ბლოკს ვუბიძგოთ მარჯვნივკენ და ავამოძრაოთ. ბლოკი მარჯვნივკენ გადაადგილდება, მასზე F_x დრეკადობის ძალა მუშაობას ასრულებს და ბლოკის კინეტიკური ენერგია (მასასადამე სიჩქარეც) მცირდება. 7.7 ფორმულის საშუალებით ამ მუშაობის გამოთვლა შეუძლებელია, ვინაიდან ფორმულაში მუდმივი ძალა უნდა შედიოდეს, დრეკადობის ძალა კი ცვალებადია.

ზამბარის მიერ შესრულებული მუშაობის დადგენას გამოთვლები დასჭირდება. მოდით ბლოკის საწყისი მდებარეობა x_i სიმბოლოთი აღვნიშნოთ, ხოლო მომდევნო მდებარეობა $-x_f$ სიმბოლოთი. შემდეგ ამ ორ მდებარეობას შორის მანძილი ძალიან მცირე Δx სიგრძის სეგმენტებად დავყოთ. ეს სეგმენტები x_i -დან დანწყებული 1, 2 და ა.შ. რიცხვებით აღვნიშნოთ. ბლოკის მიერ თითოეული სეგმენტის გავლის დროს დრეკადობის ძალა არ იცვლება, ვინაიდან სეგმენტის ზომის სიმცირის გამო x თითქმის უცვლელია. აქედან გამომდინარე, სეგმენტში მოქმედი ძალის მნიშვნელობა მუდმივად შეგვიძლია მივიჩნიოთ. ძალის მნიშვნელობა სეგმენტების მიხედვით იყოს F_{x1} , F_{x2} და ა.შ.

ვინაიდან თითოეულ სეგმენტში ძალა მუდმივია, 7.7 ფორმულის საშუალებით თითოეულ სეგმენტში შესრულებული მუშაობის გამოთვლა შესაძლებელი ხდება. ამ შემთხვევაში, $\phi = 180^\circ$ და $\cos \phi = -1$. პირველ სეგმენტში შესრულებული მუშაობაა $-F_{x1} \Delta x$, მეორე სეგმენტში შესრულებული მუშაობაა $-F_{x2} \Delta x$ და ა.შ. ზამბარის მიერ შესრულებული ჯამური W_s მუშაობა x_i -დან x_f -მდე ამ მუშაობების ჯამის ტოლია:

$$W_s = \sum -F_{xj} \Delta x, \quad (7.22)$$

სადაც j არის სეგმენტების რიგითი ნომერი. ზღვარში Δx ნულისკენ მიისწრაფის და 7.22 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -F_x dx. \quad (7.23)$$

7.21 ფორმულიდან გამომდინარე F_x ძალის სიდიდეა kx და გვექნება:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -kx \, dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x \, dx = -\frac{1}{2}k[x^2]_{x_i}^{x_f} = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2). \quad (7.24)$$

გადამრავლების შემდეგ მივიღებთ:

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \quad (\text{დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}) \quad (7.25)$$

დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული W_s მუშაობა შეიძლება იყოს დადებითი ან უარყოფითი, რაც იმაზეა დამოკიდებული ბლოკიდან გამოდის ენერგია თუ ბლოკს გადაეცემა. *გაფრთხილება:* x_f საბოლოო მდებარეობა 7.25 ფორმულის მარჯვენა მხარის მეორე წევრია. აქედან გამომდინარე, 7.25 ფორმულა გვაუწყებს:

W_s მუშაობა დადებითია, თუ ბლოკი მოშვებულ მდებარეობასთან ($x = 0$) უფრო ახლოს ჩერდება, ვიდრე თავდაპირველად იყო. W_s მუშაობა უარყოფითია, თუ ბლოკი $x = 0$ მდებარეობიდან მოშორებით ჩერდება. თუ $x = 0$ მდებარეობიდან მანძილი უცვლელია, მაშინ W_s მუშაობა ნულის ტოლია.

თუ $x_i = 0$ და საბოლოო მდებარეობაა x , მაშინ 7.25 ფორმულა გვაცდევს:

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა}) \quad (7.26)$$

მოძრაობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

ამჯერად წარმოიდგინეთ, რომ ბლოკი x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება და მასზე $\vec{F}_a$ ძალა მოქმედებს განაგრძობს. გადაადგილების დროს ჩვენს მიერ მოდებული ძალა ბლოკზე W_a მუშაობას ასრულებს, ხოლო დრეკადობის ძალა - W_s მუშაობას. ენერგიის გადაცემის შედეგად ბლოკის კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილება:

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_s, \quad (7.27)$$

სადაც K_f არის კინეტიკური ენერგია გადაადგილების ბოლოს, ხოლო K_i - კინეტიკური ენერგია გადაადგილების დასაწყისში. თუ გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ ბლოკი უძრავია, მაშინ K_f და K_i ნულის ტოლებია და 7.27 ფორმულა შემდეგ სახეზე დაიყვანება:

$$W_a = -W_s \quad (7.28)$$

თუ ზამბარაზე მიმაგრებული ბლოკი გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ უძრავია, მოდებული ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის შებრუნებულია. *გაფრთხილება:* თუ ბლოკი გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ მოძრაობს, მაშინ ზემოთ მოყვანილი მტკიცება მართებული არ არის.

საკონტროლო წერტილი 4.7.11 სურათზე გამოსახული ბლოკის x ღერძის გასწვრივ სანყისი და საბოლოო მდებარეობებია: ა) -3 სმ, 2 სმ; ბ) 2 სმ, 3 სმ და გ) -2 სმ, 2 სმ. თითოეულ მდგომარეობაში დრეკადობის ძალის მიერ ბლოკზე შესრულებული მუშაობა დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია?

აქოსანის აქოსნის ნიშანი 7.7

კანფეტებით სავსე პაკეტი ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე დევს და ზამბარის თავისუფალ ბოლოზე 7.11ა სურათის მსგავსად არის მიბმული. $x_1 = 12$ მმ კოორდინატზე პაკეტის გაჩერებისთვის მარჯვენისკენ მოქმედი $F_a = 4,9$ ნ ძალაა საჭირო.

ა) რა მუშაობას ასრულებს დრეკადობის ძალა პაკეტზე, თუ პაკეტი $x = 0$ კოორდინატიდან $x_2 = 17$ მმ კოორდინატზე გადაადგილდება?

ამოხსნა: როდესაც პაკეტი გადაადგილდება, დრეკადობის ძალა მასზე 7.25 ან 7.26 ფორმულით მოცემულ მუშაობას ასრულებს. სანყისი x_i კოორდინატია 0, ხოლო საბოლოო x_f კოორდინატია 17 მმ. ზამბარის k სიხისტე უცნობია.

7.21 ფორმულით k -ს გამოვლა შესაძლებელია. თუ პაკეტი $x_1 = 12$ მმ კოორდინატზე უძრავად არის გაჩერებული, დრეკადობის ძალამ მოდებული ძალა

უნდა გაანონსნოროს. მაშასადამე, F_x დრეკადობის
ძალა $-4,9$ ნ უნდა იყოს. 7.21 ფორმულა გვაძლევს:

$$k = -\frac{F_x}{x_1} = -\frac{-4,9 \text{ ნ}}{12 \times 10^{-3} \text{ მ}} = 408 \text{ ნ/მ}$$

როდესაც პაკეტი $x_2=17$ მმ კოორდინატზეა, 7.26
ფორმულიდან გამოიმდინარეობს:

$$W_s = -\frac{1}{2}kx_2^2 = -\frac{1}{2}(408 \text{ ნ/მ})(17 \times 10^{-3} \text{ მ})^2 \\ = -0,059 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) შემდეგ პაკეტი მარცხნივ გადაადგილდება
 $x_3 = -12$ მმ კოორდინატზე. რა მუშაობას ასრულებს
დრეკადობის ძალა პაკეტზე ამ გადაადგილების
დროს?

ამოხსნა: ამჯერად $x_i = +17$ მმ და $x_f = -12$ მმ. 7.25
ფორმულა გვაძლევს:

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) \\ = \frac{1}{2}(408 \text{ ნ/მ})[(17 \times 10^{-3} \text{ მ})^2 - (-12 \times 10^{-3} \text{ მ})^2] \\ = 0,03 \text{ ჯ} = 30 \text{ მჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა
დადებითია, ვინაიდან დრეკადობის ძალა $x_i = +17$ მმ
კოორდინატიდან მოშვებული მდგომარეობისკენ
გადაადგილების დროს უფრო მეტ დადებით
მუშაობას ასრულებს, ვიდრე მოშვებული მდგო-
მარეობიდან $x_f = -12$ მმ კოორდინატზე გადაად-
გილების დროს უარყოფითი მუშაობა სრულდება.

აქოსანის აქოსნის ნიქაში 7.8

7.12 სურათზე $m = 0,4$ კგ მასის ყუთი ხახუნისგან
თავისუფალ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე
 $v = 0,5$ მ/წმ სიჩქარით მისრიალებს და $k = 750$ ნ/მ
სიხისტის ზამბარას კუმშავს. როდესაც ზამბარა
ყუთს აჩერებს, რა d მანძილით არის ზამბარა
შეკუმშული?

ამოხსნა:

1. დრეკადობის ძალის მიერ ყუთზე შესრულებული
 W_s მუშაობა და საჭირო d მანძილი ერთმანეთს
7.26 ფორმულით უკავშირდება ($W_s = -\frac{1}{2}kx^2$),
სადაც d ცვლის x -ს.
2. W_s მუშაობა და ყუთის კინეტიკური ენერგია
ერთმანეთს 7.10 ფორმულით ($K_f - K_i = W$) უკავ-
შირდება.
3. ყუთის საწყისი კინეტიკური ენერგიაა
 $K = \frac{1}{2}mv^2$, ხოლო საბოლოო კინეტიკური ენერგია
(გაჩერების მომენტში) - ნული.

ზემოთ ჩამოთვლილი პირველი ორი პუნქტი გავა-
ერთიანოთ და ყუთისთვის მუშაობა-კინეტიკური



სურ. 7.12. m მასის ყუთი k სიხისტის ზამბარისკენ $\vec{v}$
სიჩქარით მოძრაობს.

ენერგიის თეორემა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$K_f - K_i = -\frac{1}{2}kd^2$$

შემდეგ, მესამე პუნქტში მოყვანილი მნიშვნელო-
ბები გავითვალისწინოთ და მივიღებთ:

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}kd^2$$

გამარტივება, d -სთვის ამოხსნა და ცნობილი მნიშ-
ვნელობების ჩასმა გვაძლევს:

$$d = v \sqrt{\frac{m}{k}} = (0,5 \text{ მ/წმ}) \sqrt{\frac{0,4 \text{ კგ}}{750 \text{ ნ/მ}}} \\ = 1,2 \times 10^{-2} \text{ მ} = 1,2 \text{ სმ} \quad (\text{პასუხი})$$

7.8. სვლით ძალის მიხე მახეჯახი მუშაობა

ახიბანზომილუბიანი ანალიზი

მოდით 7.2 სურათზე გამოსახულ მდგომარეობას დავუბრუნდეთ. ამჯერად ძალა x ღერძის დადებითი
მიმართულებისაა, ხოლო მისი სიდიდე x მდებარეობასთან ერთად იცვლება. ბურთულის მოძრაობასთან
ერთად მუშაობის შემსრულებელი ძალის $F(x)$ სიდიდე იცვლება. ხოლო მიმართულება უცვლელი რჩება და
ნებისმიერ მდებარეობაში ძალის სიდიდე არ არის დამოკიდებული დროზე.

7.13ა სურათზე გამოსახულია ერთგანზომილებიანი ცვლადი ძალის გრაფიკი. ჩვენ უნდა დავადგინოთ ამ
ძალის მიერ ნივთიერ ნერტილზე შესრულებული მუშაობის გამოსახულება, როდესაც ნერტილი x_i საწყისი

მდებარეობიდან x_f საბოლოო მდებარეობისკენ გადაადგილდება. ამ მიზნის მისაღწევად 7.7 ფორმულას ($W = Fd \cos \varphi$) ვერ გამოვიყენებთ, ვინაიდან ის მხოლოდ $\vec{F}$ მუდმივი ძალისთვის არის გამოსადეგი. მოდით 7.13ა სურათზე გამოსახული მრუდის ქვედა არეალი Δx სიგანის ვიწრო ზოლებად დავყოთ (სურ. 7.13ბ). Δx საკმარისად მცირეა, რათა ამ შუალედში $F(x)$ ძალა მუდმივად მივიჩნიოთ. $F_{j,\text{საშ}}$ არის $F(x)$ -ის საშუალო მნიშვნელობა რომელიმე j რიგის შუალედში და 7.13ბ სურათის შემთხვევაში j რიგის ზოლის სიმაღლეა.

თუ $F_{j,\text{საშ}}$ მუდმივია, ძალის მიერ j რიგის შუალედში შესრულებული ΔW_j მუშაობის ნაზრდი 7.7 ფორმულის საშუალებით მიახლოებით გამოითვლება:

$$\Delta W_j = F_{j,\text{საშ}} \Delta x \quad (7.29)$$

7.13ბ სურათზე ΔW_j არის j რიგის მართკუთხედის ფართობი.

ნივთიერი წერტილის x_i -დან x_f -მდე გადაადგილების დროს ძალის მიერ შესრულებული ჯამური W მუშაობის გამოთვლისთვის x_i -სა და x_f -ს შორის განლაგებული ყველაზე ზოლის ფართობი შევკრიბოთ:

$$W = \sum \Delta W_j = \sum \Delta F_{j,\text{საშ}} \Delta x. \quad (7.30)$$

7.30 ფორმულა მიახლოებითია, ვინაიდან მართკუთხა ზოლების მიერ მოხაზული „კონტური“ რეალურ $F(x)$ მრუდს მხოლოდ უახლოვდება.

შედეგი რეალურთან უფრო მიახლოებული იქნება თუ ზოლის Δx სიგანეს შევამცირებთ და რაოდენობას გავზრდით (სურ. 7.13გ). ზოლის სიგანე ზღვარში ნულისკენ მიისწრაფის, ზოლების რაოდენობა უსასრულოდ დიდია და უფრო ზუსტ შედეგს ვიღებთ:

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum F_{j,\text{საშ}} \Delta x. \quad (7.31)$$

ეს ზღვარი x_i და x_f ზღვრებს შორის $F(x)$ ფუნქციის ინტეგრალს ნიშნავს და 7.31 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (\text{მუშაობა, ცვლადი ძალა}). \quad (7.32)$$

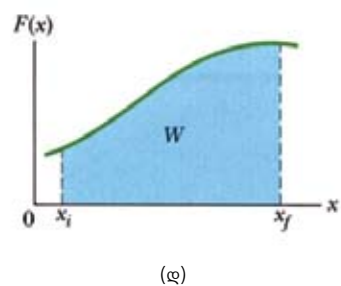
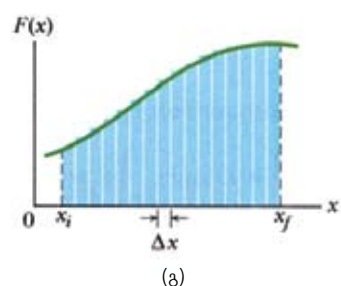
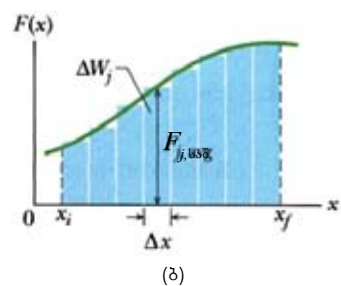
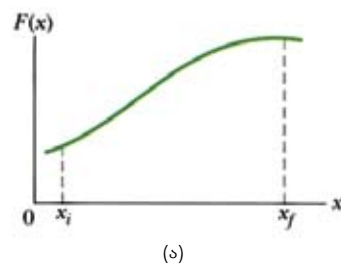
თუ $F(x)$ ფუნქცია ცნობილია, მაშინ მას 7.32 ფორმულაში ჩავსვამთ, ინტეგრირების შესაბამის ზღვრებს შემოვიტანთ და, ინტეგრირებით მუშაობას გამოვთვლით. გეომეტრიული თვალსაზრისით მუშაობა არის $F(x)$ მრუდსა და x ღერძს შორის არეალის ფართობის ტოლი (x_i და x_f ზღვრებს შორის, სურ. 7.13დ).

სამგანზომილებიანი ანალიზი

ამჯერად განვიხილოთ ნივთიერი წერტილი, რომელზეც სამგანზომილებიანი ძალა მოქმედებს:

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}, \quad (7.33)$$

სადაც F_x , F_y და F_z კომპონენტები წერტილის მდებარეობაზე არის დამოკიდებული ანუ თითოეული კომპონენტი მდებარეობის ფუნქცია შეიძლება იყოს. ჩვენ სამი გამარტივება შემოგვაქვს: 1) F_x შეიძლება დამოკიდებული იყოს x -ზე, მაგრამ არა y -ზე ან z -ზე; 2) F_y



სურ. 7.13. ა) ერთგანზომილებიანი $\vec{F}(x)$ ძალის x გადაადგილებაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. წერტილი x_i -დან x_f -მდე გადაადგილდება. ბ) გრაფიკის ქვედა არეალი ვიწრო ზოლებად არის დაყოფილი. გ) გრაფიკის ქვედა არეალი კიდევ უფრო ვიწრო ზოლებად არის დაყოფილი. დ) ზღვრული შემთხვევა. ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა 7.32 ფორმულით გამოითვლება და x ღერძსა და გრაფიკს შორის გამუქებული ფართობის (x_i -სა და x_f -ს შორის) ტოლია.

შეიძლება დამოკიდებული იყოს y -ზე, მაგრამ არა x -ზე ან z -ზე; 3) F_z შეიძლება დამოკიდებული იყოს z -ზე, მაგრამ არა x -ზე ან y -ზე. ამ შემთხვევაში წერტილის გადაადგილების ნაზრდი იქნება:

$$d\vec{r} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k} \quad (7.34)$$

$d\vec{r}$ გადაადგილების დროს წერტილზე $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული dW მუშაობის ნაზრდი 7.8 ფორმულით გამოითვლება:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (7.35)$$

r_i საწყისი მდებარეობიდან (x_i, y_i, z_i კოორდინატები) r_f საბოლოო მდებარეობისკენ (x_f, y_f, z_f კოორდინატები) გადაადგილების დროს $\vec{F}$ ძალის მიერ წერტილზე შესრულებული W მუშაობაა:

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz \quad (7.36)$$

თუ $\vec{F}$ -ს მხოლოდ x კომპონენტი აქვს, მაშინ 7.36 ფორმულაში y და z წევრები ნულის ტოლია და ფორმულა 7.32 ფორმულამდე დაიყვანება.

მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა სწრაფი ძალის შემთხვევაში

ცვლადი ძალის მიერ ნივთიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა ერთგანზომილებიან შემთხვევაში 7.32 ფორმულით გამოითვლება. მოდით დავრწმუნდეთ, რომ გამოთვლილი მუშაობა მართლაც ნივთიერი წერტილის კინეტიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია, როგორც ამას მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა ამტკიცებს.

განვიხილოთ m მასის ნივთიერი წერტილი, რომელიც x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და მასზე ღერძის გასწვრივ მიმართული ჯამური $F(x)$ ძალა მოქმედებს. ამ ძალის მიერ ნივთიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა x_i საწყისი მდებარეობიდან x_f საბოლოო მდებარეობამდე გადაადგილების განმავლობაში 7.32 ფორმულით გამოითვლება:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx, \quad (7.37)$$

სადაც ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენებით $F(x)$ ძალა ma -ით შევცვალეთ. 7.37 ფორმულაში $ma dx$ სიდიდე ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$ma dx = m \frac{dv}{dt} dx \quad (7.38)$$

გამოთვლის ჯაჭვური წესიდან გამომდინარე:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v, \quad (7.39)$$

7.38 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$ma dx = m \frac{dv}{dx} v dx = mv dv, \quad (7.40)$$

7.40 ფორმულა 7.37 ფორმულაში ჩავსვით და მივიღებთ:

$$W = \int_{v_i}^{v_f} mv dv = m \int_{v_i}^{v_f} v dv = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad (7.41)$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ როდესაც ცვლადი x -დან v -ზე შევცვალეთ, აუცილებელი გახდა ინტეგრალის ზღვრების ახალი ცვლადით გამოსახვა. ასევე გაითვალისწინეთ, რომ m მუდმივია და მისი ინტეგრალს გარეთ გატანა შესაძლებელია.

7.41 ფორმულის მარჯვენა მხარეს გამოსახული წევრები კინეტიკური ენერგიებია და ვიღებთ:

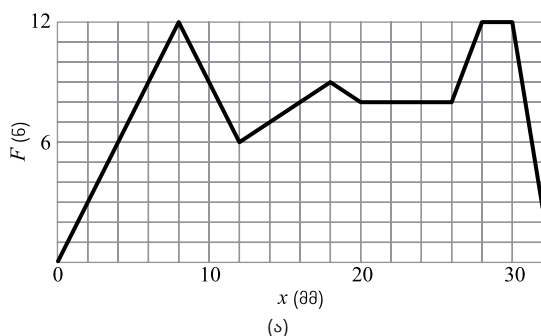
$$W = K_f - K_i = \Delta K,$$

ეს ფორმულა მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემას ასახავს.

აშოსანის აშოსნის ნიშანი 7.9

ეპიდურალური პროცედურის დროს, ექიმის მხრიდან ნემსის შეღწევის შეგრძნება ცვლადი ძალაა, რომელმაც ნემსზე უნდა იმოქმედოს, რათა მან ქსოვილებში შეაღწიოს. 7.14ა სურათზე გამოსახულია ძალის F სიდიდის ნემსის წვერის x გადაადგილებაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. როდესაც x 0-დან ზრდას იწყებს, კანი ნემსს ეწინააღმდეგება, მაგრამ $x = 8$ მმ მდებარეობაზე ძალა საკმარისად ძლიერია და ნემსი კანში აღწევს. ამის შემდეგ საჭირო ძალა შემცირებას იწყებს. ნემსი ზურგის ტვინის იოგს გაკვეთს, როდესაც $x = 18$ მმ, ხოლო როდესაც $x = 30$ მმ, ნემსი შედარებით მყარ მყესში შეაღწევს და შემდეგ ნემსის წვერი ეპიდურალურ სივრცეში ხვდება. სწორედ ამ მომენტში ძალის სიდიდე მკვეთრად ეცემა. დამწყებმა ექიმმა ძალის გადაადგილებაზე დამოკიდებულების თვისება კარგად უნდა შეისწავლოს, რათა მიხვდეს როდის შეწყვიტოს ნემსის წვერის შეყვანა. რა W მუშაობა უნდა შეასრულოს ნემსზე მოდებულმა ძალამ, რათა ნემსის წვერი $x = 30$ მმ მდებარეობაზე ანუ ეპიდურალურ სივრცეში მოხვდეს?

ამოხსნა: ცვლადი $F(x)$ ძალის მიერ შესრულებულ მუშაობას გამოვთვლით, თუ გამოვიყენებთ 7.32 ფორმულას:



სურ. 7.14. ა) ეპიდურალური პროცედურის დროს ნემსის x გადაადგილებაზე ძალის სიდიდის დამოკიდებულების გრაფიკი. ბ) გრაფიკსა და გადაადგილების ღერძს შორის ტერიტორია რეგონებად არის დაყოფილი, რათა ფართობის გამოთვლა შესაძლებელი გახდეს.

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

ჩვენ $x_i = 0$ -დან $x_f = 0,3$ მ-მდე გადაადგილების განმავლობაში შესრულებული მუშაობა გვჭირდება.

ინტეგრალის გამოთვლა შესაძლებელია, თუ 7.14ა სურათზე გამოსახული გრაფიკის ქვედა არეალის ფართობს გამოვთვლით:

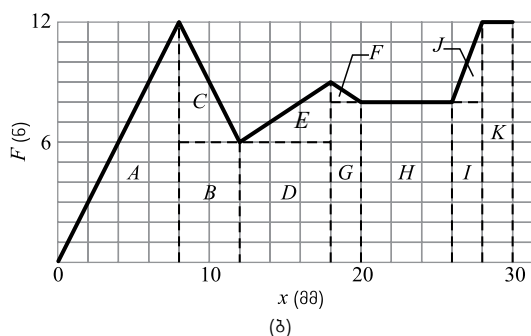
$$W = \left(\begin{array}{l} \text{ფართობი ძალის გრაფიკსა და} \\ x \text{ ღერძის შორის, } x_i\text{-დან } x_f\text{-მდე} \end{array} \right)$$

ჩვენი გრაფიკი წრფივი სეგმენტებისგან შედგება, ამიტომ შესაძლებელია, რომ გრაფიკის ქვედა არეალი მართკუთხა და სამკუთხა რეგონებად დავყოთ (სურ. 7.14ბ). მაგალითად, სამკუთხა A რეგონის ფართობია

$$\text{ფართობი}_A = \frac{1}{2}(0,008 \text{ მ})(12 \text{ ნ}) = 0,048 \text{ ნ}\cdot\text{მ} = 0,048 \text{ ჯ}$$

მას შემდეგ რაც ყველა დასათაურებული რეგონის ფართობს გავიგებთ, ჯამური მუშაობის გამოთვლა არ გავიჭირდება:

$$\begin{aligned} W &= (A-K \text{ რეგონების ფართობების ჯამი}) \\ &= 0,048 + 0,024 + 0,012 + 0,036 + 0,009 + 0,001 \\ &\quad + 0,016 + 0,048 + 0,016 + 0,004 + 0,024 \\ &= 0,238 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$



აშოსანის აშოსნის ნიშანი 7.10

$\vec{F} = (3x^2 \text{ ნ})\hat{i} + (4 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალა, სადაც x მეტრებშია, ნივთიერ ნერტილზე მოქმედებს და მის კინეტიკურ ენერგიას ცვლის. რა მუშაობა სრულდება ნერტილზე, როდესაც ის (2 მ, 3 მ) კოორდინატებიდან (3 მ, 0 მ) კოორდინატებზე გადაადგილება? ნერტილის სიჩქარე იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?

ამოხსნა: ამოცანაში მოქმედი ძალა ცვლადია, ვინაიდან მისი F_x კომპონენტი x -ის მნიშვნელობაზეა დამოკიდებული. აქედან გამომდინარე, შესრულებული მუშაობის გამოთვლისთვის 7.7 ან 7.8 ფორმულებს ვერ გამოვიყენებთ. სამაგიეროდ შეგვიძლია 7.36 ფორმულა გამოვიყენოთ:

$$\begin{aligned}
 W &= \int_2^3 3x^2 dx + \int_3^0 4 dy = 3 \int_2^3 x^2 dx + 4 \int_3^0 dy \\
 &= 3 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_2^3 + 4 [y]_3^0 = [3^3 - 2^3] + 4[0 - 3] \\
 &= 7 \text{ ჯ}
 \end{aligned}$$

(პასუხი)

დადებითი შედეგი ნიშნავს, რომ $\vec{F}$ ძალა წერტილის ენერგიას გადასცემს. აქედან გამომდინარე, წერტილის კინეტიკური ენერგია და სიჩქარე იზრდება.

7.9. სიმძლავრე

მუშამ ჯალამბარის საშუალებით აგურები შენობის სახურავზე უნდა აიტანოს. ჩვენ შეგვიძლია ჯალამბარიდან ტვირთზე მოქმედი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გამოვთვალოთ, რაც ტვირთის აწევისთვის არის საჭირო. მიუხედავად ამისა, მუშისთვის მუშაობის შესრულების ტემპს უფრო აქვს მნიშვნელობა, ვიდრე მის სიდიდეს. ჩნდება შეკითხვა: 5 წუთს წაიღებს სამუშაო თუ მთელ კვირას?

ძალის მიერ მუშაობის შესრულების ტემპს **სიმძლავრე** ეწოდება. თუ ძალა Δt დროში W მუშაობას ასრულებს, **საშუალო სიმძლავრე**:

$$P_{\text{საშ}} = \frac{W}{\Delta t} \quad (\text{საშუალო სიმძლავრე}) \quad (7.42)$$

P მყისი სიმძლავრე მუშაობის შესრულების მყისი ტემპია:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad (\text{მყისი სიმძლავრე}) \quad (7.43)$$

დავუშვათ ძალის მიერ შესრულებული $W(t)$ მუშაობის დროზე დამოკიდებულების ფუნქცია ვიცით. მაგალითად, $t = 3$ წმ დროში P მყისი სიმძლავრის გამოთვლისთვის $W(t)$ -ს პირველი რიგის წარმოებული უნდა გავიგოთ და შემდეგ $t = 3$ წმ დროსთვის გამოვთვალოთ.



SI სისტემაში სიმძლავრის ერთეულია ჯ/წმ. ეს ერთეული ძალიან ხშირად გამოიყენება და ამიტომ მას **ვატი** (ვტ) ეწოდება. ჯეიმს უატი ცნობილი მეცნიერი იყო, რომელმაც ორთქლის ძრავების მუშაობის ტემპი ძალიან გაზარდა და ამით გაითქვა სახელი. ბრიტანულ სისტემაში სიმძლავრის ერთეულია ფუტი • ფუნტი/წმ. ასევე ხშირად გამოიყენება ცხენის ძალაც. ერთეულებს შორის შემდეგი ურთიერთკავშირია:

$$1 \text{ ვატი} = 1 \text{ ვტ} = 1 \text{ ჯ/წმ} = 0,738 \text{ ფუტი} \cdot \text{ფუნტი/წმ} \quad (7.44)$$

სურ. 7.15. სატვირთო ავტომობილის ძალის შედეგად მიღებული სიმძლავრე ტვირთზე ძალის მიერ მუშაობის შესრულების ტემპია

და

$$\begin{aligned}
 1 \text{ ცხენის ძალა} &= 1 \text{ ცხძ} = 550 \text{ ფუტი} \cdot \text{ფუნტი/წმ} \\
 &= 746 \text{ ვტ}
 \end{aligned} \quad (7.45)$$

7.42 ფორმულაზე დაკვირვება ცხადყოფს, რომ მუშაობა დროისა და სიმძლავრის ნამრავლია. აქედან გამომდინარე:

$$1 \text{ კილოვატი} \cdot \text{სთ} = 1 \text{ კვტ} \cdot \text{სთ} = (10^3 \text{ ვტ})(3600 \text{ წმ}) = 3,6 \times 10^6 \text{ ჯ} = 3,6 \text{ მგჯ} \quad (7.46)$$

ვატი და კვტ • სთ ძირითადად ელექტროხელსაწყოებთან ასოცირდება, თუმცა მათი გამოყენება სხვა ხელსაწყოებისთვისაც შეიძლება. მაგალითად, იატაკიდან წიგნის აღებისა და მაგიდაზე დადების შემდეგ შეგიძლიათ თქვათ, რომ თქვენ 4×10^{-6} კვტ • სთ მუშაობა შეასრულეთ.

ძალის მიერ ნივთიერ წერტილზე მუშაობის შესრულების ტემპი ამ ძალისა და ნივთიერი წერტილის სიჩქარის საშუალებითაც შეიძლება გამოისახოს. წერტილისთვის, რომელიც წრფივად მოძრაობს და მასზე ამ წრფისადმი რაიმე φ კუთხით მიმართული მუდმივი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს, 7.43 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{dW}{dt} = \frac{F \cos \varphi dx}{dt} = F \cos \varphi \left(\frac{dx}{dt} \right) \\
 &= Fv \cos \varphi
 \end{aligned} \quad (7.47)$$

ანუ

7.47 ფორმულის მარჯვენა მხარე $\vec{F} \cdot \vec{v}$ სკალარული ნამრავლის სახითაც შეგვიძლია წარმოვადგინოთ:

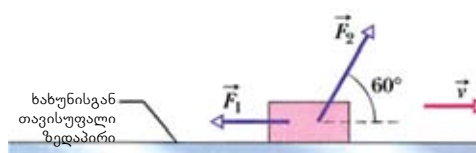
$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (\text{მყისი სიმძლავრე}) \quad (7.48)$$

7.15 სურათზე გამოსახული სატვირთო ავტომობილი დროის რომელიმე მომენტში $\vec{v}$ სიჩქარით მოძრაობს ტვირთზე $\vec{F}$ ძალით მოქმედებს. $\vec{F}$ -ით გამოწვეული მყისი სიმძლავრე დროის მომენტში $\vec{F}$ -ის მიერ შესრულებული მუშაობის ტემპია და 7.47-7.48 ფორმულებით გამოითვლება. ხშირად მისაღებია გამოთქმა: „სატვირთო ავტომობილის სიმძლავრე“, მაგრამ უნდა გვახსოვდეს, რომ სიმძლავრე ძალის მიერ მუშაობის შესრულების ტემპია.

საკონტროლო წერტილი 5. წრის ცენტრზე დამაგრებული თოკი ბლოკზეა მიბმული და ბლოკი არწრიულად მოძრაობს. თოკიდან ბლოკზე მოქმედი ძალის შედეგად მიღებული სიმძლავრე დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლი?

აქოსანის აქოსნის ნიშაჟი 7.11

7.16 სურათზე ნაჩვენებია ყუთზე მოქმედი $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალა, როდესაც ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე თქვენგან მარჯვნივ მისრიალებს. 2 ნ სიდიდის $\vec{F}_1$ ძალა ჰორიზონტალურია, ხოლო 4 ნ სიდიდის $\vec{F}_2$ ძალა ზედაპირიდან მალა 60° -ით არის გადახრილი. გარკვეულ მომენტში ყუთის v სიჩქარეა 3 მ/წმ.



სურ. 7.16. ყუთზე მოქმედებს ორი $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალა, როდესაც ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე თქვენგან მარჯვნივ მისრიალებს. ყუთის სიჩქარეა $\vec{v}$.

ა) რისი ტოლია ამ მომენტში ყუთზე მოქმედი ძალების შედეგად მიღებული სიმძლავრეები და ჯამური სიმძლავრე? იცვლება თუ არა ჯამური სიმძლავრე ამ მომენტში?

ამოხსნა: ჩვენ გვჭირდება მყისი სიმძლავრე და არა საშუალო სიმძლავრე დროის რაიმე შუალედში. გარდა ამისა, ვიცით ყუთის სიჩქარე. მოდით თითოეული ძალისთვის 7.47 ფორმულა გამოვიყენოთ. $\vec{F}_1$ ძალა $\vec{v}$ სიჩქარისადმი $\phi_1 = 180^\circ$ კუთხეს ადგენს და გვექნება:

$$P_1 = F_1 v \cos \phi_1 = (2 \text{ ნ})(3 \text{ მ/წმ}) \cos 180^\circ = -6 \text{ ვტ} \quad (\text{პასუხი})$$

მიღებული უარყოფითი შედეგი გვამცნობს, რომ $\vec{F}_1$ ძალა ყუთს ენერგიას 6 ჯ/წმ ტემპით ართმევს. $\vec{F}_2$ ძალა $\vec{v}$ სიჩქარისადმი $\phi_2 = 60^\circ$ კუთხეს ადგენს და გვექნება:

$$P_2 = F_2 v \cos \phi_2 = (4 \text{ ნ})(3 \text{ მ/წმ}) \cos 60^\circ = 6 \text{ ვტ} \quad (\text{პასუხი})$$

დადებითი შედეგი ნიშნავს, რომ $\vec{F}_2$ ძალა ყუთს ენერგიას 6 ჯ/წმ ტემპით გადასცემს. ჯამური სიმძლავრე ცალკეული სიმძლავრეების ჯამის ტოლია:

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 = -6 \text{ ვტ} + 6 \text{ ვტ} = 0 \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, ენერგიის გადაცემის ჯამური ტემპი

ნულის ტოლია. ყუთის კინეტიკური ენერგია ($K = \frac{1}{2}mv^2$) არ იცვლება და მისი სიჩქარეც მუდმივია 3 მ/წმ-ია. ვინაიდან $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალები $\vec{v}$ სიჩქარის მსგავსად არ იცვლება, 7.48 ფორმულის თანახმად P_1 და P_2 სიმძლავრეებიც (მაშასადამე P_{Σ} -იც) უცვლელია.

ბ) თუ $\vec{F}_2$ ძალის სიდიდეა 6 ნ, რისი ტოლია ჯამური სიმძლავრე და იცვლება თუ არა ის?

ამოხსნა: $\vec{F}_2$ ძალის შედეგად მიღებული სიმძლავრეა:

$$P_2 = F_2 v \cos \phi_2 = (6 \text{ ნ})(3 \text{ მ/წმ}) \cos 60^\circ = 9 \text{ ვტ}$$

$\vec{F}_1$ ძალით გამოწვეული სიმძლავრეა $P_1 = -6 \text{ ვტ}$ და ჯამური სიმძლავრეა:

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 = -6 \text{ ვტ} + 9 \text{ ვტ} = 3 \text{ ვტ} \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, ყუთისთვის ენერგიის გადაცემის ჯამური ტემპის მნიშვნელობა დადებითია. ყუთის კინეტიკური ენერგია და სიჩქარე იზრდება. 7.48 ფორმულის თანახმად, სიჩქარის ზრდასთან ერთად P_1 და P_2 სიდიდეებიც იცვლება. აქედან გამომდინარე, $P_{\Sigma} = 3 \text{ ვტ}$ შედეგი მხოლოდ 3 მ/წმ სიჩქარის განვითარების მომენტში ფიქსირდება.

კინეტიკური ენერგია. m მასის და v სიჩქარით მოძრაობის ნერტილის K კინეტიკური ენერგიაა:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{კინეტიკური ენერგია}) \quad (7.1)$$

მუშაობა. W მუშაობა არის საგანზე ძალის მოქმედების შედეგად საგნიდან მიღებული ან საგნისთვის გადაცემული ენერგია. საგნისთვის გადაცემული ენერგია დადებითი მუშაობაა, ხოლო საგნიდან მიღებული ენერგია - უარყოფითი მუშაობა.

მუდმივი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. $\vec{F}$ მუდმივი ძალის მიერ $\vec{d}$ გადაადგილების დროს ნერტილზე შესრულებული მუშაობაა:

$$W = Fd \cos \varphi = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{მუშაობა, მუდმივი ძალა}) \quad (7.7, 7.8)$$

სადაც φ არის მუდმივი კუთხე $\vec{F}$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის. საგანზე მუშაობას $\vec{F}$ ძალის $\vec{d}$ გადაადგილებისადმი გასწვრივი კომპონენტი ასრულებს. როდესაც საგანზე ორი ან მეტი ძალა მოქმედებს, **ჯამური მუშაობა** ძალების მიერ ცალკე შესრულებული მუშაობების ჯამია და $\vec{F}_{\Sigma}$ ტოლქმედი ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობის ტოლია.

მუშაობა და კინეტიკური ენერგია. ნერტილის კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილებასა და ნერტილზე შესრულებულ ჯამურ W მუშაობას შორის შემდეგი კავშირია:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (\text{მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა}) \quad (7.10)$$

სადაც K_i არის ნერტილის საწყისი კინეტიკური ენერგია, ხოლო K_f - კინეტიკური ენერგია მუშაობის შესრულების შემდეგ. 7.10 ფორმულის გარდაქმნა გვაძლევს:

$$K_f = K_i + W \quad (7.11)$$

მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. m მასის ნერტილის მაგვარ საგანზე $\vec{d}$ გადაადგილების განმავლობაში $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული W_g მუშაობაა:

$$W_g = mgd \cos \varphi \quad (7.12)$$

სადაც φ არის კუთხე $\vec{F}_g$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის.

საგნის აწევასა და დაბლა დაწევაზე შესრულებული მუშაობა. მოდებული ძალის მიერ საგნის აწევის ან დაწევის დროს შესრულებული W_a მუშაობა მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებულ W_g მუშაობას და საგნის კინეტიკური ენერგიის ΔK

ცვლილებას შემდეგი ფორმულით უკავშირდება:

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g \quad (7.15)$$

თუ მოძრაობის დაწყებისა და დასრულების შემდეგ კინეტიკური ენერგიები თანაბარია, 7.15 ფორმულა ასეთ სახემდე დაიყვანება:

$$W_a = -W_g \quad (7.16)$$

ამ ფორმულის მიხედვით, მოდებული ძალა იგივე რაოდენობის ენერგიას გადასცემს საგანს, რასაც მიზიდულობის ძალა ართმევს.

დრეკადობის ძალა. ზამბარიდან მოქმედი $\vec{F}_s$ დრეკადობის ძალაა:

$$\vec{F}_s = -k\vec{d} \quad (\text{ჰუკის კანონი}), \quad (7.20)$$

სადაც $\vec{d}$ არის ზამბარის თავისუფალი ბოლოს გადაადგილება მოშვებული მდგომარეობიდან (როდესაც ზამბარა შეკუმშული ან დაჭიმული არ არის), ხოლო k სიხისტის მუდმივაა (ზამბარის ელასტიურობის საზომი). თუ x ღერძი ზამბარის გასწვრივ არის გავლებული და მისი ათვლის სათავე ზამბარის თავისუფალი ბოლოს მდებარეობას ემთხვევა (მოშვებულ მდგომარეობაში), მაშინ 7.20 ფორმულა ასეც შეიძლება ჩაინეროს:

$$F_x = -kx \quad (\text{ჰუკის კანონი}) \quad (7.21)$$

მაშასადამე, დრეკადობის ძალა ცვლადია. ის ზამბარის თავისუფალი ბოლოს გადაადგილებასთან ერთად იცვლება.

დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. როდესაც საგანი ზამბარის თავისუფალ ბოლოზეა დამაგრებული, დრეკადობის ძალა x_i საწყისი მდებარეობიდან x_f საბოლოო მდებარეობისკენ გადაადგილების განმავლობაში საგანზე W_s მუშაობას ასრულებს:

$$W_s = \frac{1}{2} x_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2 \quad (7.25)$$

თუ $x_i = 0$ და $x_f = x$, 7.25 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$W_s = -\frac{1}{2} kx^2 \quad (7.26)$$

ცვლადი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. როდესაც საგანზე მოქმედი $\vec{F}$ ძალა საგნის მდებარეობაზე დამოკიდებული, მის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობა r_i საწყისი მდებარეობიდან (x_i, y_i, z_i) r_f საბოლოო მდებარეობამდე (x_f, y_f, z_f) ძალის ინტეგრების საშუალებით გამოითვლება. თუ დავუშვებთ, რომ

F_x კომპონენტი მხოლოდ x -ზეა დამოკიდებული და არა y -ზე ან z -ზე, F_y კომპონენტი მხოლოდ y -ზეა დამოკიდებული და არა x -ზე ან z -ზე, ხოლო F_z კომპონენტი მხოლოდ z -ზეა დამოკიდებული და არა x -ზე ან y -ზე, შესრულებული მუშაობა იქნება:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz \quad (7.36)$$

თუ $\vec{F}$ -ს მხოლოდ x კომპონენტი აქვს, მაშინ 7.36 ფორმულა მარტივდება:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (7.32)$$

სიმძლავრე. ძალის შედეგად მიღებული სიმძლავრე საგანზე ძალის მიერ მუშაობის შესრულების

ტემპია. თუ Δt დროის შუალედში ძალა W მუშაობას ასრულებს, დროის ამ შუალედში საშუალო სიმძლავრეა:

$$P_{\text{საშ}} = \frac{W}{\Delta t} \quad (7.42)$$

მყისი სიმძლავრე მუშაობის შესრულების მყისი ტემპია:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad (7.43)$$

თუ $\vec{F}$ ძალა საგნის მოძრაობის მიმართულებისადმი φ კუთხეს ქმნის, მყისი სიმძლავრეა:

$$P = Fv \cos \varphi = \vec{F} \cdot \vec{v}, \quad (7.47, 7.48)$$

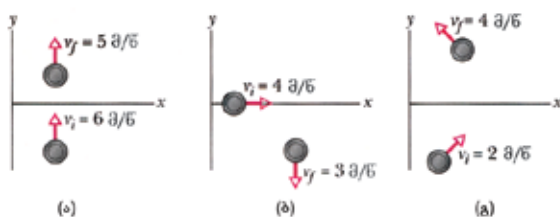
სადაც $\vec{v}$ არის საგნის მყისი სიჩქარე

შეჯამება ???

1. ქვემოთ მოყვანილი სიჩქარეები კინეტიკური ენერგიის მიხედვით დალაგეთ, რომელიც ამ სიჩქარის დროს ექნება ნერტილს: ა) $\vec{v} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$, ბ) $\vec{v} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$, გ) $\vec{v} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$, დ) $\vec{v} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$, ე) $\vec{v} = 5\hat{i}$ და ვ) $v = 5$ მ/წმ და ჰორიზონტალისადმი 30° კუთხეს ადგენს.

2. $\vec{F}$ მუდმივი ძალის მიერ წრფივი $\vec{d}$ გადაადგილების დროს ნერტილზე შესრულებული მუშაობა დადებითია თუ უარყოფითია, როდესაც ა) $\vec{F}$ -სა და $\vec{d}$ -ს შორის კუთხეა 30° , ბ) იგივე კუთხეა 100° და გ) $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ და $\vec{d} = -4\hat{i}$?

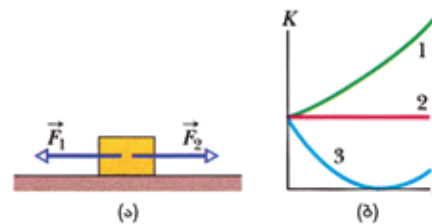
3. ხახუნისგან თავისუფალ ყინულზე მოსრიალე შაიბაზე ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს და მის სიჩქარეს ცვლის. 7.17 სურათზე გამოსახულია შაიბის v_i საწყისი სიჩქარე, v_f საბოლოო სიჩქარე და სიჩქარის ვექტორების მიმართულება სამ მდგომარეობაში. დაალაგეთ მდგომარეობები ძალის მიერ შაიბაზე შესრულებული მუშაობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 7.17. შეკითხვა 3

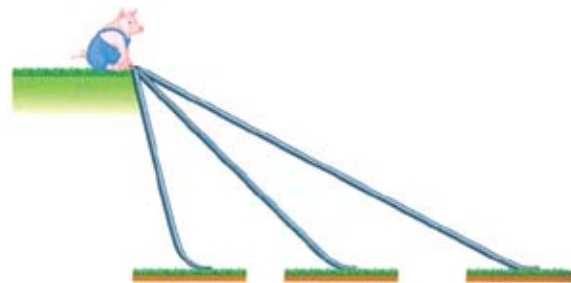
4. 7.18ა სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მარჯვნივ მოსრიალე ბლოკი, რომელზეც ორი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. 7.18ბ სურათზე გამოსახულია ბლოკის K კინეტიკური ენერგიის t დროზე დამო-

კიდებულების სამი გრაფიკი. რომელი გრაფიკი შეესაბამება შემდეგ მდგომარეობებს: ა) $F_1 = F_2$, ბ) $F_1 > F_2$, გ) $F_1 < F_2$?



სურ. 7.18. შეკითხვა 4

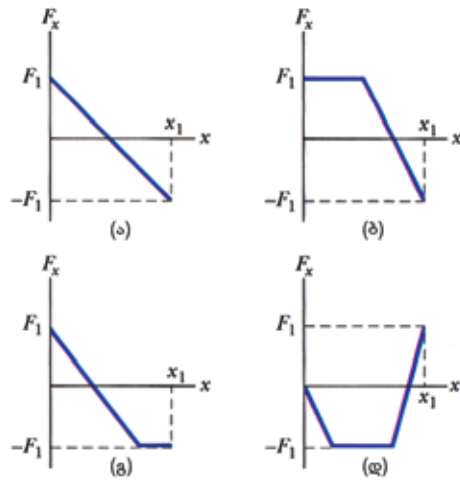
5. 7.19 სურათზე გამოსახულ გოჭს მიწაზე ჩამოსრილების სამი არჩევანი აქვს. სამივე ვარიანტში გოჭი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უნდა ჩამოსრილდეს. დაალაგეთ ეს ვარიანტები მიზიდულობის ძალის მიერ გოჭზე შესრულებული მუშაობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 7.19. შეკითხვა 5

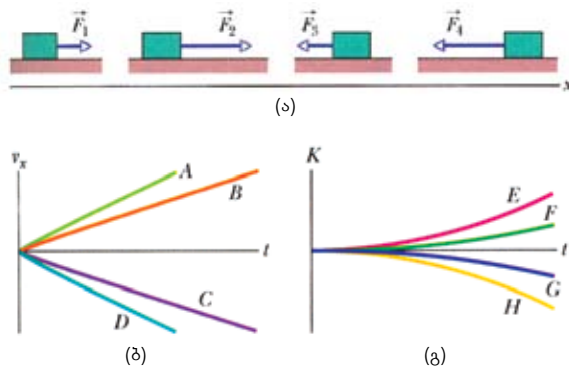
6. 7.20 სურათზე ნაჩვენებია ცვლადი ძალის F_x კომპონენტის (x ღერძის გასწვრივი კომპონენტის) ნერტილის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების ოთხი გრაფიკი. დაალაგეთ გრაფიკები $x = 0$ და

$x = x_1$ მდებარეობებს შორის წერტილის გადაადგილების დროს ძალის მიერ შესრულებული მუშაობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 7.20. შეკითხვა 6

7. 7.21ა სურათზე გამოსახულია ოთხი მდგომარეობა, როდესაც უძრავ ბლოკზე ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ძალთა სიდიდეებია $F_2 = F_4 = 2F_1 = 2F_3$. 7.21ბ სურათზე ნაჩვენებია იგივე ოთხი მდგომარეობისთვის ბლოკის სიჩქარის ჰორიზონტალური v_x კომპონენტი. ა) 7.21ბ სურათზე გამოსახული რომელი გრაფიკი შეესაბამება 7.21ა სურათზე გამოსახულ ძალებს? ბ) 7.21გ სურათზე გამოსახული რომელი გრა-

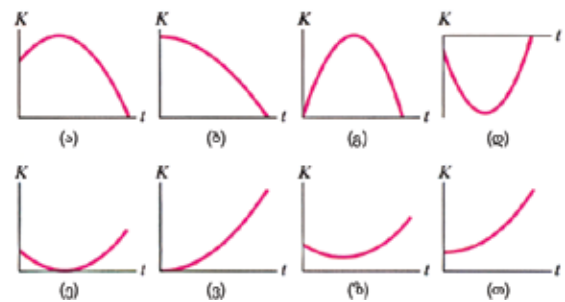


სურ. 7.21. შეკითხვა 7.

ფიკი (K კინეტიკური ენერგიის t დროზე დამოკიდებულება) 7.21ბ სურათზე გამოსახულ რომელ გრაფიკს შეესაბამება?

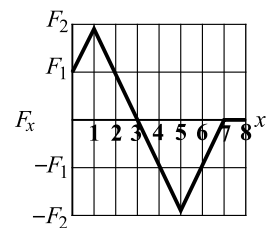
8. A ზამბარა B ზამბარაზე ნაკლებად ელასტიურია ($k_A > k_B$). რომელი ზამბარის დრეკადობის ძალა შეასრულებს უფრო მეტ მუშაობას თუ ა) ზამბარები ერთი და იგივე მანძილით შეიკუმშა და ბ) ზამბარები ერთი და იგივე ძალამ შეიკუმშა?

9. ტალახის წვეთი კლდიდან ჩამოვარდა ან გადმოვადგეს. 7.22 სურათზე გამოსახული რომელი გრაფიკი (ან გრაფიკები) შეიძლება ასახავდეს ტალახის კინეტიკური ენერგიის ცვლილებას ვარდნის განმავლობაში?



სურ. 7.22. შეკითხვა 9.

10. 7.23 სურათზე გამოსახულია ძალის F_x კომპონენტი, რომელიც წერტილზე მოქმედებს. თუ წერტილი მოძრაობს იწყებს $x = 0$ მდებარეობიდან, რა იქნება მისი კოორდინატი, როდესაც მას ა) უდიდესი კინეტიკური ენერგია, ბ) უდიდესი სიჩქარე და გ) ნულოვანი სიჩქარე ექნება? დ) რა მიმართულებით მოძრაობს წერტილი $x = 6$ მ კოორდინატის გავლის შემდეგ?



სურ. 7.23. შეკითხვა 10.

აქოსანები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • • • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

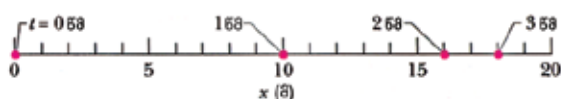
პარაგრაფი 7.3. კინეტიკური ენერგია

•1. თუ აპოლოს კოსმოსურ ხომალდსა და მასზე დამაგრებულ Saturn V (სატურნი V) რაკეტას ერთობლივი მასაა $2,9 \times 10^5$ კგ და ხომალდის სიჩქარეა 11,2 კმ/წმ, რა კინეტიკური ენერგია ექნება მას?

•2. 1972 წლის 10 აგვისტოს, აშშ-სა და კანადის ჩრდილოეთით უზარმაზარმა მეტეორმა გაიფრინა. ცეცხლოვანი ბურთი იმდენად ნათელი იყო, რომ დღის სინათლეზეც კი ჩანდა და მისი სიმკვეთრე ჩვეულებრივი მეტეორის მიერ დატოვებულ კვალს ბევრად აღემატებოდა (სურ. 7.24). მეტეორის მასა დაახლოებით 4×10^6 კგ იყო და 15 კმ/წმ სიჩქარით მოძრაობდა. ატმოსფეროში ვერტიკალურად შესვლის შემთხვევაში მეტეორი დედამიწის ზედაპირს იგივე სიჩქარით შეეჯახებოდა. ა) გამოთვალეთ შესაძლო ვერტიკალური შეჯახების შემთხვევაში მეტეორის კინეტიკური ენერგიის დანაკარგი (ჯოულებში). ბ) მიღებული შედეგი 1 მეგატონა ტროტილის აფეთქების ენერგიის ($4,2 \times 10^{15}$ ჯ) ჯერადის სახით ჩანერეთ. გ) ხიროსიმაში ატომური ბომბის აფეთქების ენერგია დაახლოებით 13 კილოტონა ტროტილის აფეთქებას უდრიდა. რამდენი ატომური ბომბის აფეთქების ექვივალენტური იქნებოდა მეტეორის შეჯახება?

•3. პროტონი ($m = 1,67 \times 10^{-27}$ კგ) $3,6 \times 10^{15}$ მ/წმ²-ით წრფივად ჩქარდება. თუ პროტონის საწყისი სიჩქარეა $2,4 \times 10^7$ მ/წმ და 3,5 სმ მანძილს გადის, რისი ტოლია მისი ა) საბოლოო სიჩქარე და ბ) კინეტიკური ენერგიის ნაზრდი? **SSM**

••4. $1,8 \times 10^{-2}$ კგ მასის ნახევრეტიანი ბურთულა x ღერძის დადებითი მიმართულებით მავთულზე მოძრაობს. როდესაც $t = 0$, ბურთულა $x = 0$ მდებარეობს 12 მ/წმ სიჩქარით გაივლის და მასზე მუდმივი ძალა მოქმედებს. 7.25 სურათზე ნაჩვენებია ბურთულას მდებარეობა, როდესაც $t = 0, 1, 2$ და 3 წმ. როდესაც $t = 3$ წმ, ბურთულა წამიერად ჩერდება. რა კინეტიკური ენერგია ექნება ბურთულას $t = 10$ წმ დროს?



სურ. 7.25. ამოცანა 4.

••5. მამა და შვილი ერთმანეთს სირბილში ეჯიბრებიან. მამის კინეტიკური ენერგია შვილის კინეტიკური ენერგიის ნახევარია, ხოლო შვილის მასა მამის მასის ნახევარია. როდესაც მამა 1 მ/წმ სიჩქარეს განავითარებს, მისი კინეტიკური ენერგია შვილისას უტოლდება. რა საწყისი სიჩქარეები აქვთ ა) მამას და ბ) შვილს?



სურ. 7.24. ამოცანა 2. მეტეორის კვალი დღისით

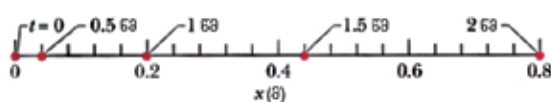
პარაგრაფი 7.5. მუშაობა და კინეტიკური ენერგია

•6. 2 კგ მასის ბიდონი xy სიბრტყეში მოძრაობს და მასზე 5 ნ სიდიდის ერთადერთი ძალა მოქმედებს. ბიდონის საწყისი სიჩქარეა 4 მ/წმ x ღერძის დადებითი მიმართულებით, ხოლო გარკვეული დროის შემდეგ - 6 მ/წმ y ღერძის დადებითი მიმართულებით. რა მუშაობას ასრულებს ბიდონზე 5 ნ ძალა ამ დროის განმავლობაში?

•7. მონეტა xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავიდან (3 მ, 4 მ) კოორდინატებისკენ ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მისრიალებს და მასზე მუდმივი ძალა მოქმედებს. ძალის სიდიდეა 2 ნ და x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი 100° კუთხეს ადგენს საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. რა მუშაობას ასრულებს ძალა მონეტაზე გადაადგილების დროს?

•8. მოტივტივე ყინულს წყლის დინება ნაპირის გასწვრივ $\vec{d} = (15 \text{ მ})\hat{i} - (12 \text{ მ})\hat{j}$ მანძილზე გადაადგილებს. წყალი ყინულზე $\vec{F} = (210 \text{ ნ})\hat{i} - (150 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალით მოქმედებს. რა მუშაობას ასრულებს ძალა ყინულზე გადაადგილების დროს?

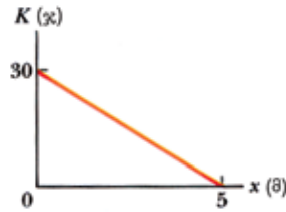
••9. 3 კგ მასის სხეული ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავად ძევს და მასზე x ღერძის დადებითი მიმართულების, მუდმივი $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. 7.26 სურათზე ნაჩვენებია სხეულის მდებარეობის სტრობოსკოპული გრაფიკი. $\vec{F}$ ძალა მოქმედებას იწყებს, როდესაც $t = 0$ და სხეულის მდებარეობა



სურ. 7.26. ამოცანა 9.

0,5 ნმ-იან შუალედებში ფიქსირდება. რა მუშაობას ასრულებს $\vec{F}$ ძალა სხეულზე 0-დან 2 ნმ-მდე შუალედში?

••10. 8 კგ მასის საგანი x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს. როდესაც სხეული $x = 0$ მდებარეობას ჩაუვლის, მასზე ღერძის გასწვრივ მიმართული

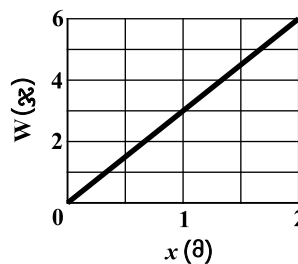


სურ. 7.27. ამოცანა 10

მუდმივი ძალა იწყებს მოქმედებას. 7.27 სურათზე გამოსახულია K კინეტიკური ენერგიის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი $x = 0$ და $x = 5$ მ მდებარეობებს შორის. ამის შემდეგ ძალა მოქმედებას განაგრძობს. რა v სიჩქარე ექნება საგანს, როდესაც ის $x = -3$ მ მდებარეობას უკან უბრუნდება?

••11. 85 კგ მასის მოთხილამურე დაღმართიდან სწორ ტრასაზე 37 მ/წმ საწყისი სიჩქარით გადის. თუ ძალა მას 2 მ/წმ² აჩქარებით ანელებს და შემდეგ აჩერებს, ა) რა F სიდიდე აქვს ძალას, ბ) რა d მანძილს გაივლის მოთხილამურე შენელების განმავლობაში და გ) რა W მუშაობას ასრულებს მოთხილამურეზე ძალა? რისი ტოლია დ) F , ე) d და ვ) W , თუ შენელებისას აჩქარება 4 მ/წმ²-ია? ILW

••12. ჭანჭიკებით და ქანჩებით სავსე ყუთი მანქანების სახელოსნოში, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე, x ღერძის გასწვრივ 2 მ მანძილზე გადაადგილდება. 7.28 სურათზე ნაჩვენებია

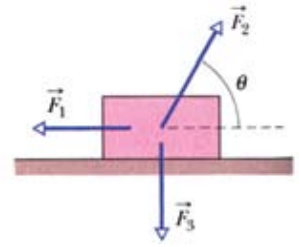


სურ. 7.28. ამოცანა 12.

მუდმივი ჰორიზონტალური ძალის მიერ ყუთზე შესრულებული W მუშაობის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ა) რა სიდიდისაა ეს ძალა? ბ) თუ ყუთის საწყისი კინეტიკური ენერგიაა 3 ჯ და x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს, რა იქნება მისი კინეტიკური ენერგია 2 მ-ის გავლის შემდეგ?

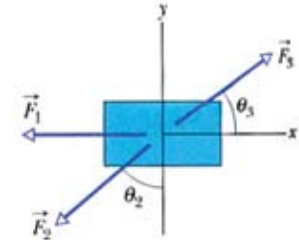
••13. 7.29 სურათზე გამოსახულ ყუთზე სამი ძალა (F_1 , F_2 და F_3) მოქმედებს და ის ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მარცხნისკენ 3 მ მანძილს გადის. $F_1 = 5$ ნ, $F_2 = 9$ ნ და $F_3 = 3$ ნ, კუთხეა $\theta = 60^\circ$.

ა) რა ჯამურ მუშაობას ასრულებს სამი ძალა ყუთზე გადაადგილების განმავლობაში? ბ) ყუთის კინეტიკური ენერგია იზრდება თუ მცირდება? SSM



სურ. 7.29. ამოცანა 13.

••14. 7.30 სურათზე გამოსახულ ყუთზე სამი ჰორიზონტალური (F_1 , F_2 და F_3) ძალა მოქმედებს. ყუთი თავდაპირველად უძრავია და შემდეგ ხახუნისგან



სურ. 7.30. ამოცანა 14.

თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება. $F_1 = 3$ ნ, $F_2 = 4$ ნ და $F_3 = 10$ ნ, ხოლო ნაჩვენები კუთხეებია $\theta_2 = 50^\circ$ და $\theta_3 = 35^\circ$. რა ჯამურ მუშაობას ასრულებს სამი ძალა ყუთზე პირველი 4 მ-ის გავლის დროს?

••15. უცვლელი მიმართულების და 12 ნ სიდიდის ძალა $\vec{d} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k})$ მ გადაადგილების დროს წერტილზე მუშაობას ასრულებს. რა კუთხეა ძალასა და გადაადგილებას შორის, თუ წერტილის კინეტიკური ენერგიის ცვლილებაა ა) +30 ჯ და ბ) -30 ჯ?

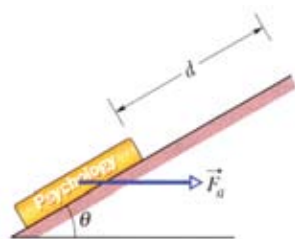
პარაგრაფი 7.6. მიზიდულობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

•16. ა) 1975 წელს, მონრეალის ველოდრომის 360 კნ წონის სახურავი 10 სმ-ით მაღლა ასწიეს და გაასწორეს. რა მუშაობა შეასრულეს სახურავზე მასზე მოქმედმა ძალებმა? ბ) 1960 წელს, ფლორიდის შტატის ქალაქ ტამპაში, დედამ შვილზე დაცემული მანქანის ერთი მხარე მაღლა ასწია. თუ ქალმა 4000 ნ-ის (მანქანის მთლიანი წონის დაახლოებით 1/4-ის) 5 სმ სიმაღლეზე აწევა შეძლო, რა მუშაობა შეასრულა მისმა ძალამ მანქანაზე?

•17. ვერტმფრენს 72 კგ მასის ადამიანი ოკენიდან თოკის საშუალებით 15 მ სიმაღლეზე აყავს. ადამიანის აჩქარებაა $g/10$. რა მუშაობას ასრულებს ადამიანზე ა) ვერტმფრენიდან მოქმედი ძალა და ბ) მიზიდულობის ძალა? ვერტმფრენში ჩაჯდომამდე რისი ტოლია ადამიანის გ) კინეტიკური ენერგია და დ) სიჩქარე? SSM WWW

••18. 7.31 სურათზე, 20 ნ სიდიდის $\vec{F}_a$ ჰორი-

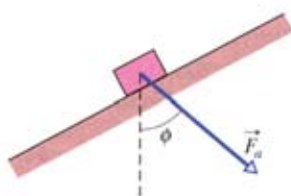
ზონტალური ძალა 3 კგ მასის წიგნზე მოქმედებს და წიგნი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე ($\theta = 30^\circ$) $d = 0,5$ მ მანძილზე ადის. ა) რა ჯამურ მუშაობას ასრულებს წიგნზე $\vec{F}_a$ ძალა, მიზიდულობის ძალა და დრეკადობის ძალა გადაადგილების დროს? ბ) თუ გადაადგილების დასაწყისში წიგნის კინეტიკური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება მისი სიჩქარე გადაადგილების დასასრულს?



სურ. 7.31. ამოცანა 18.

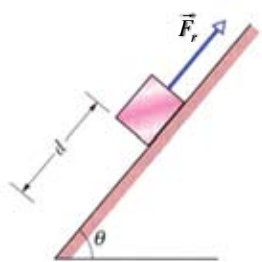
••19. M მასის ბლოკს თოკის საშუალებით $g/4$ აჩქარებით ვერტიკალურად დაბლა წევნ. გამოთვალეთ ა) თოკის ძალის მიერ ბლოკზე შესრულებული მუშაობა, ბ) მიზიდულობის ძალის მიერ ბლოკზე შესრულებული მუშაობა, გ) ბლოკის კინეტიკური ენერგია და დ) ბლოკის სიჩქარე, როდესაც ბლოკი d მანძილს გაივლის. SSM

••20. 7.32 სურათზე, 82 ნ სიდიდის $\vec{F}_a$ მუდმივი ძალა 3 კგ მასის ყუთზე $\phi = 53^\circ$ კუთხით მოქმედებს და ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე მუდმივი სიჩქარით მალლა ადის. რა მუშაობას ასრულებს $\vec{F}_a$ ძალა ყუთზე, ვიდრე ყუთი $h = 0,15$ მ ვერტიკალურ მანძილს გაივლის?



სურ. 7.32. ამოცანა 20

••21. 7.33 სურათზე გამოსახული ბლოკი $\theta = 50^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე სრიალდება და მუშა მასზე მალლა მიმართული 50 ნ სიდიდის $\vec{F}_r$ ძალით მოქმედებს. სიბრტყეზე $d = 0,5$ მ



სურ. 7.33. ამოცანა 21.

მანძილის გავლის შემდეგ ყუთის კინეტიკური ენერგია 80 ჯ-ით იზრდება. რამდენით უფრო მეტი კინეტიკური ენერგია ექნებოდა ყუთს $\vec{F}_r$ ძალის არარსებობის პირობებში?

••22. დაზარალებულ სპელეოლოგს მაშველთარაზ-

მი თოკის საშუალებით მალლა სწევს. სამაშველო ოპერაცია სამი სტადიისგან შედგება და თითოეულ სტადიაზე სპელეოლოგი 10 მ ვერტიკალურ მანძილს გადის. სამაშველო სტადიები შემდეგია: ა) თავდაპირველად უძრავი სპელეოლოგი 5 მ/წმ სიჩქარეს იძენს; ბ) 5 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით სპელეოლოგს მალლა სწევნ; გ) სპელეოლოგის სიჩქარე ნული ხდება. რა მუშაობა სრულდება 80 კგ მასის სპელეოლოგზე თითოეული სტადიის განმავლობაში?

••23. 7.34 სურათზე

გამოსახული 0,25 კგ მასის ბლოკი 900 კგ-იანი ლიფტის კაბინაში ძევს. კაბინა

სურ. 7.34. ამოცანა 23.

ჯერ $d_1 = 2,4$ მ და შემდეგ $d_2 = 10,5$ მ მანძილზე გვარლის საშუალებით ვერტიკალურად მალლა ადის. ა) d_1 გადაადგილების დროს იატაკიდან ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალაა $F_N = 3$ ნ. რა მუშაობას ასრულებს კაბინაზე გვარლიდან მოქმედი ძალა? ბ) d_2 გადაადგილების დროს გვარლიდან კაბინაზე მოქმედი მუდმივი ძალა 92,61 კჯ მუშაობას ასრულებს. რისი ტოლია F_N ?



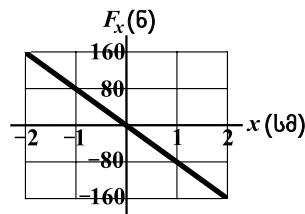
პარაგრაფი 7.7. დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

•24. ზაფხულის სემესტრის დროს სტუდენტური საერთო საცხოვრებლის ბინადრები ერთმანეთს დიდი კატაპულტებით ებრძვიან. კატაპულტა ფანჯრის ჩარჩოზე დამაგრებული მილითაა შექმნილი. შეღებილი წყლით სავსე ბუშტი მილთან დაკავშირებულ ჩანთაშია მოთავსებული, ხოლო მილი ოთახის მთელ სიგრძეზეა გადაჭიმული. დავუშვათ მილი ჰუკის კანონს ემორჩილება და ზამბარის სიხისტეა 100 ნ/მ. თუ მილს 5 მ-ით ჭიმავენ და შემდეგ ხელს უშვებენ, რა მუშაობას შეასრულებს მილიდან მოქმედი ძალა ჩანთაში მოთავსებულ ბუშტზე, ვიდრე მილი პირვანდელ მდგომარეობას დაუბრუნდება?

•25. 7.11 სურათზე გამოსახული ბლოკის $x = -2$ სმ მდებარეობაზე უძრავად გაჩერებისთვის მასზე 806 სიდიდის ძალით უნდა ვიმოქმედოთ. შემდეგ ბლოკს ნელა გადავაადგილებთ და ზამბარა-ბლოკის სისტემა +4 ჯ მუშაობას ასრულებს. ამის შემდეგ ბლოკი კვლავ უძრავად ჩერდება. რა მდებარეობაზეა ბლოკი? (მინიშნება: პასუხი ორია).

•26. ზამბარა და ბლოკი 7.11 სურათზე გამოსახულის მსგავსად არის განლაგებული. როდესაც ბლოკს $x = +4$ სმ კოორდინატისკენ გამოვწევთ, მის გასაჩერებლად 360 ნ ძალაა საჭირო. ჩვენ ბლოკი $x = 11$ სმ კოორდინატისკენ გამოვწევით და ხელი გავუშვით. რა მუშაობას ასრულებს ზამბარა ბლოკზე, როდესაც ბლოკი $x_i = +5$ სმ კოორდინატიდან ა) $x = +3$ სმ, ბ) $x = -3$ სმ, გ) $x = -5$ სმ და დ) $x = -9$ სმ კოორდინატისკენ გადაადგილდება?

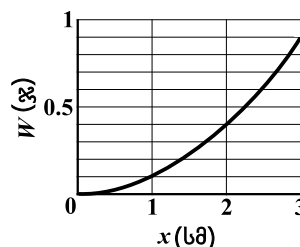
••27. 7.35 სურათზე ნაჩვენებია F_x დრეკადობის ძალის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი 7.11 სურათზე გამოსახული განლა-



სურ. 7.35. ამოცანა 27.

გებისთვის. ჩვენ ბლოკი $x = 12$ სმ კოორდინატისკენ გამოვწევით და ხელი გავუშვით. რა მუშაობას ასრულებს ზამბარა ბლოკზე, როდესაც ბლოკი $x_i = +8$ სმ საწყისი კოორდინატიდან ა) $x = +5$ სმ, ბ) $x = -5$ სმ, გ) $x = -8$ სმ და დ) $x = -10$ სმ კოორდინატისკენ გადაადგილდება?

••28. 7.11 სურათზე გამოსახული ბლოკი $x = 0$ კოორდინატიდან $x = +3$ სმ კოორდინატისკენ გადავაადგილეთ და უძრავად გავაჩერეთ. 7.36 სურათზე ნაჩვენებია



სურ. 7.36. ამოცანა 28.

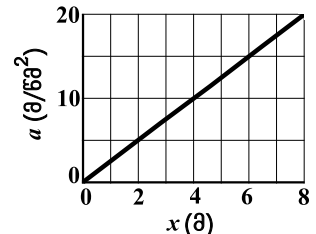
ჩვენი ძალის მიერ ბლოკზე შესრულებული მუშაობა. შემდეგ ბლოკი $x = +5$ სმ კოორდინატისკენ გავწევით და ხელი გავუშვით. რა მუშაობას შეასრულებს ზამბარა ბლოკზე, როდესაც ბლოკი $x_i = +5$ სმ საწყისი კოორდინატიდან ა) $x = +4$ სმ, ბ) $x = -2$ სმ და გ) $x = -5$ სმ კოორდინატისკენ გადაადგილდება?

••29. 2 კგ მასის სხეული x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს და მასზე ერთადერთი ძალა მოქმედებს, რომლის x კომპონენტია $F_x = -6x$ ნ, სადაც x მეტრებშია მოცემული. $x = 3$ მ კოორდინატზე სხეულის სიჩქარეა 8 მ/წმ. ა) რა იქნება სხეულის სიჩქარე $x = 4$ მ კოორდინატზე? ბ) x -ის რა დადებითი მნიშვნელობის დროს იქნება სხეულის სიჩქარე 5 მ/წმ? [SSM ILW WWW](http://SSM.ILW.WWW)

•••30. 7.11ა სურათზე გამოსახული ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ძევს და ზამბარის სიხისტეა 50 ნ/მ. თავდაპირველად ზამბარა მოშვებულ მდგომარეობაშია და ბლოკი $x = 0$ მდებარეობაზე იმყოფება. ამის შემდეგ 3 ნმუდმივისიდიდის ძალა ბლოკს x ღერძის დადებითი მიმართულებით უბძგებს და ზამბარა ბლოკის გაჩერებამდე იჭიმება. გაჩერების შემდეგ ა) რა მდებარეობაზეა ბლოკი, ბ) რა მუშაობა შეასრულა მოდებულმა ძალამ ბლოკზე და გ) რა მუშაობა შეასრულა დრეკადობის ძალამ ბლოკზე? ბლოკის გადაადგილების დროს დ) რა მდებარეობაზეა ბლოკის კინეტიკური ენერგია მაქსიმალური და ე) რისი ტოლია კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა?

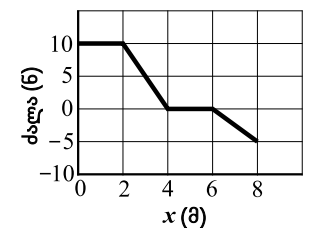
პარაგრაფი 7.8. ცვლადი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა

•31. 10 კგ მასის აგური x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. 7.37 სურათზე ნაჩვენებია აგურის აჩქარების აგურის მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რა მუშაობას ასრულებს აგურზე აჩქარების გამომწვევი ძალა $x = 0$ კოორდინატიდან $x = 8$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილების განმავლობაში? ILW



სურ. 7.37. ამოცანა 31.

•32. 5 კგ მასის ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე წრფივად მოძრაობს და მასზე ძალა მოქმედებს.



სურ. 7.38. ამოცანა 32.

7.38 სურათზე გამოსახულია ამ ძალის ცვლილება ბლოკის მდებარეობის ცვლილებასთან ერთად. რა მუშაობას ასრულებს ძალა, როდესაც ბლოკი ათვლის სათავიდან $x = 8$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილდება?

•33. ნერტილზე მოქმედი ძალა x ღერძის გასწვრივაა მიმართული და $F = F_0(x/x_0 - 1)$ ფორმულით არის მოცემული. გამოთვალეთ ძალის მიერ ნერტილზე შესრულებული მუშაობა, როდესაც ნერტილი $x = 0$ კოორდინატიდან $x = 2x_0$ კოორდინატისკენ გადაადგილდება. ამისთვის ა) ააგეთ $F(x)$ გრაფიკი

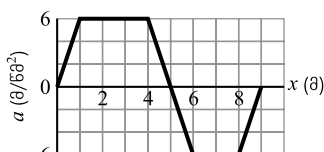
და მუშაობა გრაფიკის მიხედვით გამოთვალეთ და
ბ) მოახდინეთ $F(x)$ ინტეგრირება. [SSM WWW](#)

••34. სარდინებით სავსე ბიდონი $x = 0,25$ მ კოორდინატიდან $x = 1,25$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილდება და მასზე $F = \exp(-4x^2)$ ძალა მოქმედებს, სადაც x მოცემულია მეტრებში, ხოლო F – ნიუტონებში. რა მუშაობას ასრულებს ბიდონზე ძალა?

••35. 3 კგ მასის ნივთიერი წერტილის მაგვარ საგანზე ერთადერთი ძალა მოქმედებს და საგნის მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციაა $x = 3t - 4t^2 + t^3$, სადაც x მოცემულია მეტრებში, ხოლო t – წამებში. რა მუშაობას შეასრულებს საგანზე ძალა 0-დან 4 წმ-მდე დროის შუალედში?

••36. 1,5 კგ მასის ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე უძრავად არის განლაგებული და მასზე x ღერძის გასწვრივ მიმართული ჰორიზონტალური ძალა იწყებს მოქმედებას. ძალა $\vec{F}(x) = (2,5 - x^2)\hat{i}$ ნ ფორმულით გამოსახება, სადაც x მოცემულია მეტრებში, ხოლო ბლოკის საწყისი მდებარეობაა $x = 0$. ა) რა კინეტიკური ენერგია ექნება ბლოკს $x = 2$ მ კოორდინატის ჩავლისას? ბ) რა მაქსიმალური კინეტიკური ენერგია ექნება ბლოკს $x = 0$ და $x = 2$ მ კოორდინატებს შორის?

••37. 7.39 სურათზე ნაჩვენებია 2 კგ მასის წერტილის აჩქარება, როდესაც მასზე $\vec{F}_a$ ძალა მოქმედებს და $x = 0$ კოორდინატიდან $x = 9$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილებს. რა მუშაობა შეასრულა ძალამ წერტილზე, როდესაც წერტილი ა) $x = 4$ მ, ბ) $x = 7$ მ და გ) $x = 9$ მ კოორდინატს მიაღწია? რა სიჩქარე აქვს წერტილს და რა მიმართულებით მოძრაობს, როდესაც ის დ) $x = 4$ მ, ე) $x = 7$ მ და ვ) $x = 9$ მ კოორდინატს მიაღწევს?

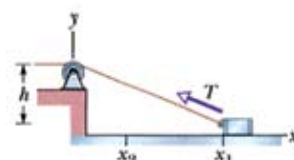


სურ. 7.39. ამოცანა 37.

••38. $\vec{F} = (cx - 3x^2)\hat{i}$ ძალა წერტილზე მოქმედებს და წერტილი x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება. $\vec{F}$ ძალა ნიუტონებშია მოცემული, x მეტრებშია, ხოლო c მუდმივია. $x = 0$ კოორდინატზე წერტილის კინეტიკური ენერგიაა 20 ჯ, ხოლო $x = 3$ მ კოორდინატზე — 11 ჯ. გამოთვალეთ c .

••39. 7.40 სურათზე ნაჩვენებია ყუთი და მასზე

მიბმული თოკი. ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოძრაობს, რომლის გასწვრივ x ღერძია



სურ. 7.40. ამოცანა 39.

გავლებული. თოკის მარცხენა ბოლო უმნიშვნელო მასის და ხახუნის მქონე ბლოკზეა დამაგრებული. ბლოკი $h = 1,2$ მ სიმაღლეზეა განლაგებული და ყუთი $x_1 = 3$ მ კოორდინატიდან $x_2 = 1$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილდება. მოძრაობის განმავლობაში თოკის დაჭიმულობა არ იცვლება 25 ნ-ს ტოლია. გამოთვალეთ ყუთის კინეტიკური ენერგიის ცვლილება მოძრაობის განმავლობაში.

პარაგრაფი 7.9. სიმძლავრე

•40. ლიფტის 3×10^3 კგ მასის დატვირთული კაბინა 23 წამის განმავლობაში მუდმივი სიჩქარით 210 მ-ით მაღლა ადის. რა საშუალო ტემპით ასრულებს მუშაობას გვარლიდან მოქმედი ძალა კაბინაზე?

•41. 100 კგ მასის ბლოკი 5 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გადაადგილდება და მასზე ჰორიზონტალური ძალა 37° კუთხით დახრილი 122 ნ ძალა მოქმედებს. რა ტემპით ასრულებს მუშაობას ძალა ბლოკზე? [SSM ILW](#)

•42. მოთხილამურე თოკის საშუალებით ხახუნისგან თავისუფალ ალმართზე ადის. ალმართი ჰორიზონტალური ძალა 12° კუთხითაა დახრილი. თოკი ალმართის პარალელურად არის გადაჭიმული და 1 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. 8 მ მანძილის გავლის დროს თოკიდან მოქმედი ძალა მოთხილამურეზე 900 ჯ მუშაობას ასრულებს. ა) თუ თოკი 2 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით იმოძრაავებს, რა მუშაობას შეასრულებს იგივე მანძილის გავლის დროს თოკიდან მოქმედი ძალა მოთხილამურეზე? რა ტემპით ასრულებს მუშაობას თოკიდან მოქმედი ძალა მოთხილამურეზე, როდესაც თოკი ბ) 1 მ/წმ და გ) 2 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს?

•43. 15 კგ მასის უძრავ სხეულზე 5 ნ ძალა მოქმედებს. გამოთვალეთ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ა) პირველ წამში, ბ) მეორე წამში, გ) მესამე წამში და გამოთვალეთ დ) მესამე წამის დასასრულს ძალის შედეგად მიღებული მყისიერი სიმძლავრე. [SSM](#)

••44. ა) გარკვეულ მომენტში, ნივთიერი წერტილის მაგვარ საგანზე $\vec{F} = (4\hat{i} - 2\hat{j} + 9\hat{k})$ ნ ძალა მოქმედებს და საგნის სიჩქარეა $\vec{v} = -(2\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k})$ მ/წმ. რა მყისიერი ტემპით ასრულებს მუშაობას

ძალა საგანზე? ბ) რაიმე სხვა მომენტში სიჩქარეს მხოლოდ y კომპონენტი აქვს. თუ ძალა არ იცვლება და მყისი სიმძლავრეა -12 ვტ, რა სიჩქარით მოძრაობს ამ დროს საგანი?

••45. სატვირთო ლიფტის ნელა მოძრავი კაბინის მასაა 1200 კგ და 54 მ მანძილს 3 წუთში გადის, რის შემდეგაც ჩერდება. ლიფტის საპირწონის მასა მხოლოდ 950 კგ-ია, ამიტომ ლიფტს ძრავა ესაჭიროება. რა საშუალო სიმძლავრე უნდა უზრუნველყოს გვარლიდან კაბინაზე მოქმედმა ძრავის ძალამ? **SSM**

••46. $0,3$ კგ მასის საგანი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე სრიალებს და ერთი ბოლოთი ჰორიზონტალურ ზამბარაზე ($k = 5006/მ$) მიმაგრებული. ზამბარის მეორე ბოლო ფიქსირებულია. ნონასწორულ მდებარეობაზე (სადაც დრეკადობის ძალა ნულის ტოლია) საგნის კინეტიკური ენერგიაა 10 ჯ. ა) რა ტემპით ასრულებს მუშაობას ზამბარა საგანზე, როდესაც საგანი ნონასწორულ მდებარეობას მიაღწევს? ბ) რა ტემპით ასრულებს მუშაობას ზამბარა საგანზე, როდესაც ზამბარა $0,1$ მ-ით არის შეკუმშული და საგანი ნონასწორულ მდებარეობას შორდება?

••47. მექანიზმს ტვირთი $\vec{d}_i = (0,5 მ)\hat{i} + (0,75 მ)\hat{j} + (0,2 მ)\hat{k}$ საწყისი მდებარეობიდან (როდესაც $t = 0$) $\vec{d}_f = (7,5 მ)\hat{i} + (12 მ)\hat{j} + (7,2 მ)\hat{k}$ საბოლოო მდებარეობისკენ (როდესაც $t = 12$ წმ) გადააქვს. ტვირთზე მოდებული ძალაა $\vec{F} = (2 მ)\hat{i} + (4 მ)\hat{j} + (6 მ)\hat{k}$. გამოთვალეთ ა) მექანიზმის ძალის მიერ ტვირთზე შესრულებული მუშაობა და ბ) მექანიზმის ძალის საშუალო სიმძლავრე ამ გადაადგილების დროს.

••48. 2 კგ მასის მოძრავ საგანზე $\vec{F} = (3 მ)\hat{i} + (7 მ)\hat{j} + (7 მ)\hat{k}$ ძალა მოქმედებს. საგანი $\vec{d}_i = (3 მ)\hat{i} - (2 მ)\hat{j} + (5 მ)\hat{k}$ საწყისი მდებარეობიდან $\vec{d}_f = -(5 მ)\hat{i} + (4 მ)\hat{j} + (7 მ)\hat{k}$ საბოლოო მდებარეობისკენ 4 წამში გადაადგილდება. გამოთვალეთ: ა) ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობა 4 წამის განმავლობაში, ბ) ძალის შედეგად მიღებული საშუალო სიმძლავრე დროის იგივე შუალედში და გ) კუთხე $\vec{d}_i$ -სა და $\vec{d}_f$ -ს შორის.

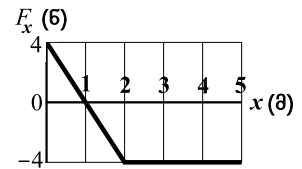
დამატებითი ამოცანები

49. 2 კგ მასის სხეული x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და მასზე მოქმედი ერთადერთი ძალა

7.41 სურათის მიხედვით იცვლება.

$x = 0$ კოორდინატზე სხეულის სიჩქარეა 4 მ/წმ. ა) რა კინეტიკური ენერგია აქვს

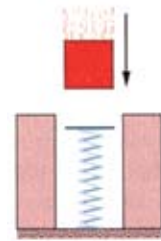
სხეულს $x = 3$ მ კოორდინატზე? ბ) x -ის რა მნიშვნელობის დროს ექნება სხეულს 8 ჯ კინეტიკური ენერგია? გ) რა მაქსიმალური კინეტიკური ენერგია ექნება სხეულს $x = 0$ და $x = 5$ მ კოორდინატებს შორის?



სურ. 7.41. ამოცანა 49.

50. 250 გ მასის ბლოკი

$k = 2,5$ ნ/სმ სიხისტის ვერტიკალურ ზამბარაზე დაცა (სურ. 7.42). ზამბარა 12 სმ-ით შეიკუმშა და ნამიერად გაჩერდა. ზამბარის შეკუმშვის



სურ. 7.42. ამოცანა 50.

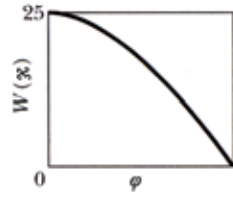
განმავლობაში რა მუშაობას ასრულებს ბლოკზე ა) მიზიდულობის ძალა და ბ) დრეკადობის ძალა? გ) რისი ტოლია ბლოკის სიჩქარე ზამბარაზე დაცემის მომენტში? (ხახუნი უგულვებელყავით). დ) თუ შეჯახების სიჩქარეს გავაორმაგებთ, რა მაქსიმალურ მანძილზე შეიკუმშება ზამბარა?

51. 45 კგ მასის ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე სრიალებს. სიბრტყის სიგრძეა $1,5$ მ, ხოლო სიმაღლე $-0,91$ მ. მუშა ბლოკს მალლა აწევს და ბლოკი მუდმივი სიჩქარით სრიალებს. ა) გამოთვალეთ მუშის ძალის სიდიდე. რა მუშაობას ასრულებს ბლოკზე ბ) მუშა, გ) მიზიდულობის ძალა, დ) ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალა და ე) ჯამური ძალა?

52. 50 კგ მასის ყუთის ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გადაადგილებისთვის მუშა ყუთზე ჰორიზონტალურად 20° კუთხით დახრილი 210 ნ სიდიდის ძალით მოქმედებს. 3 მ-ის გავლის განმავლობაში რა მუშაობას ასრულებს ყუთზე ა) მუშა, ბ) მიზიდულობის ძალა და გ) ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა? დ) რა მთლიანი მუშაობა სრულდება ყუთზე?

53. გახვრეტილ ბურთულაზე $\vec{F}_a$ ძალა მოქმედებს და ბურთულა სწორ მავთულზე $+5$ სმ მანძილს გადის. $\vec{F}_a$ ძალას გარკვეული ფიქსირებული

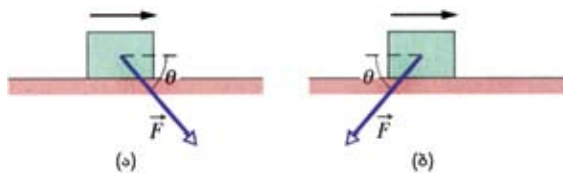
მნიშვნელობა აქვს, ხოლო $\vec{F}_a$ -სა და ბურთულის გადაადგილებას შორის ϕ კუთხის არჩევა შესაძლებელია. 7.43 სურათზე გამოსახულია



სურ. 7.43. ამოცანა 53.

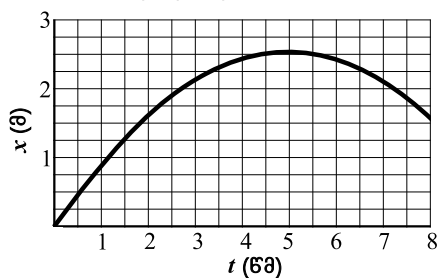
$\vec{F}_a$ ძალის მიერ ბურთულაზე შესრულებული W მუშაობის ϕ -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რა მუშაობას ასრულებს $\vec{F}_a$, როდესაც ϕ არის ა) 64° და ბ) 147° ?

54. 7.44ა სურათზე გამოსახული 4 კგ მასის ბლოკი, რომელზეც 2 ნ ძალა მოქმედებს. ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მარჯვნივ 1 მ მანძილს გადის, ხოლო ძალა ჰორიზონტისადმი θ კუთხეს ადგენს. დაადგინეთ გადაადგილების ბოლოს ბლოკის v_f სიჩქარის გამოსახულება, თუ ბლოკის საწყისი სიჩქარეა ა) 0 და ბ) 1 მ/წმ. გ) 7.44ბ სურათზე ნაჩვენებია ანალოგიური მდგომარეობა, ოღონდ ამჯერად ძალა მიმართულია მარცხნისკენ. დაადგინეთ 1მ-იანი გადაადგილების ბოლოს ბლოკის v_f სიჩქარის გამოსახულება. დ) ააგეთ v_f -ს გრაფიკები θ კუთხის 0° - 90° არეალისთვის.



სურ. 7.44. ამოცანა 54.

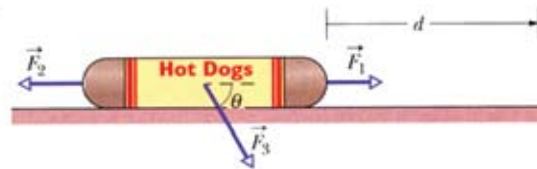
55. 2 კგ მასის ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს. $t=0$ დროიდან დაწყებული, ქარი x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით უბერავს. 7.45 სურათზე ნაჩვენებია ყუთის x მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. გრაფიკზე დაყრდნობით გამოთვალეთ ყუთის კინეტიკური ენერგია, როდესაც ა) $t=1$ წმ და ბ) $t=5$ წმ. გ) რა მუშაობას ასრულებს ყუთზე ქარის ძალა $t=1$ წმ-დან და $t=5$ წმ-მდე შუალედში?



სურ. 7.45. ამოცანა 55.

56. $\vec{F} = (4 \text{ ნ})\hat{i} + c\hat{j}$ ძალა წერტილზე მოქმედებს და წერტილი $\vec{d} = (3 \text{ მ})\hat{i} - (2 \text{ მ})\hat{j}$ გადაადგილებას ასრულებს (წერტილზე სხვა ძალებიც მოქმედებს). რისი ტოლია c , თუ $\vec{F}$ ძალა წერტილზე ა) 0, ბ) 17 ჯ და გ) -18 ჯ მუშაობას ასრულებს?

57. 7.46 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მარჯვნივ მოსრიდელ ყუთი. ყუთი $d=20$ სმ მანძილს გადის და მასზე სამი ძალა მოქმედებს. ორი ძალა ჰორიზონტალურია და მათი სიდიდეებია $F_1=5$ ნ და $F_2=1$ ნ. მესამე ძალა $\theta=60^\circ$ კუთხით დაბლაა დახრილი და მისი სიდიდეა $F_3=4$ ნ. ა) რა ჯამურ მუშაობას ასრულებს ყუთზე მიზიდულობის ძალა, დრეკადობის ძალა და სამივე მოდებული ძალა 20 სმ გადაადგილების განმავლობაში? ბ) თუ ყუთის მასაა 2 კგ და საწყისი კინეტიკური ენერგიაა 0, რა იქნება მისი სიჩქარე გადაადგილების დასასრულს?



სურ. 7.46. ამოცანა 57.

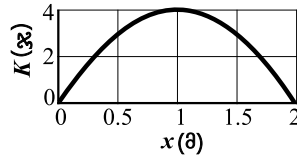
58. x ღერძის დადებითი მიმართულების $\vec{F}$ ძალა ღერძის გასწვრივ მოძრავე საგანზე მოქმედებს. ძალის სიდიდეა $F=10e^{-x/2}$ ნ, სადაც x მოცემულია მეტრებში. გამოთვალეთ $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა $x=0$ კოორდინატიდან $x=2$ მ კოორდინატამდე. ა) ამისთვის $F(x)$ გრაფიკი ააგეთ და გრაფიკითა და საკოორდინატო ღერძების შემოსაზღვრული არეალის ფართობი გამოთვალეთ. ბ) მუშაობის გამოთვლისთვის მოახდინეთ ინტეგრირება.

59. მუშა 25 კგ მასის ყუთს ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ ზედაპირზე 209 ნ ძალით უბიძგებს. დახრის კუთხე 25° -ია. ყუთი 1,5 მ მანძილს გადის. რა მუშაობას ასრულებს ამ დროს ყუთზე ა) მუშის ძალა, ბ) მიზიდულობის ძალა და გ) ზედაპირიდან მოქმედი დრეკადობის ძალა? დ) რა ჯამური მუშაობა სრულდება ყუთზე?

60. $\vec{F} = (3\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k})$ ნ ძალა 2 კგ მასის საგანზე მოქმედებს, რომელიც 4 წამის განმავლობაში $\vec{d}_i = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ მ საწყისი მდებარეობიდან $\vec{d}_f = (-5\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k})$ მსაბოლოო მდებარეობისკენ გადა-

ადგილდება. გამოთვალეთ ა) ძალის მიერ საგანზე შესრულებული მუშაობა დროის ამ შუალედში, ბ) ძალის შედეგად მიღებული საშუალო სიმძლავრე დროის იგივე შუალედში და გ) კუთხე $\vec{d}_i$ და $\vec{d}_f$ ვექტორებს შორის.

61. 7.11ა სურათზე, m მასის ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ძევს და ჰორიზონტალური ზამბარის (k სიხისტის) ერთ ბოლოზე დამაგრებული. ზამბარის მეორე ბოლო ფიქსირებულია. ბლოკი თავდაპირველად უძრავია ($x=0$), ხოლო შემდეგ x ღერძის დადებითი მიმართულების $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალის მოქმედებას განიცდის. 7.47 სურათზე ნაჩვენებია ბლოკის კინეტიკური ენერგიის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ა) რა სიდიდისაა $\vec{F}$? ბ) რისი ტოლია k ?



სურ. 7.47. ამოცანა 61.

62. 10 ნ ძალა $\vec{F}$ სიბრტყეში მოძრავ 2 კგ მასის საგანზე მოქმედებს და x ღერძის დადებით მიმართულებასთან (საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ) 150° კუთხეს ადგენს. რა მუშაობას ასრულებს ძალა საგანზე, როდესაც საგანი ათვლის სათავიდან იმ წერტილისკენ გადაადგილდება, რომლის მდებარეობის ვექტორია $(2 \text{ მ})\hat{i} - (4 \text{ მ})\hat{j}$?

63. 7.48 სურათზე, თოკი ხახუნისგან თავისუფალ, მასის არმქონე ბლოკებზეა დამაგრებული. ერთ ბლოკზე $m = 20$ კგ მასის საგანია ჩამოკიდებული, ხოლო თოკის თავისუფალ ბოლოზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. ა) რა სიდიდის უნდა იყოს $\vec{F}$ ძალა, რათა საგანი მუდმივი სიჩქარით მაღლა აიწიოს? ბ) საგნის 2 სმ-ით მაღლა ასანევად რა მანძილზე უნდა გამოიწიოს თოკის თავისუფალი ბოლო? მაღლა აწევის დროს რა მუშაობას ასრულებს საგანზე გ) თქვენი ძალა და დ) მიზიდულობის ძალა? (მინიშნება: როდესაც თოკი ბლოკზეა შემოხვეული, თოკიდან ბლიკზე



სურ. 7.48. ამოცანა 63.

თოკის დაჭიმულობაზე ორჯერ მეტი ჯამური ძალა მოქმედებს).

64. 2 კგ მასის საგანი თავდაპირველად უძრავია, შემდეგ თანაბრად ჩქარდება და 3 წამის განმავლობაში 10 მ/წმ სიჩქარეს აწვითარებს. ა) რა მუშაობას ასრულებს საგანზე მისი ამჩქარებელი ძალა 3 წამის განმავლობაში? რისი ტოლია ამ ძალის შედეგად მიღებული მყისი სიმძლავრე ბ) შუალედის დასასრულს და გ) შუალედის პირველი ნახევრის დასასრულს?

65. რა მუშაობას ასრულებს $\vec{F} = (2x \text{ ნ})\hat{i} + (3 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალა (x მეტრებშია), რომელიც საგანს $\vec{r}_i = (2\text{მ})\hat{i} + (3\text{მ})\hat{j}$ მდებარეობიდან $\vec{r}_f = -(4 \text{ მ})\hat{i} - (3\text{მ})\hat{j}$ მდებარეობაზე გადაადგილებს?

66. ლიფტს 660 ნ წონის 100 მგზავრი 60 წამის განმავლობაში 150 მ სიმაღლეზე მუდმივი სიჩქარით აჰყავს. რა საშუალო სიმძლავრე უნდა უზრუნველყოს წვეის ძალამ?

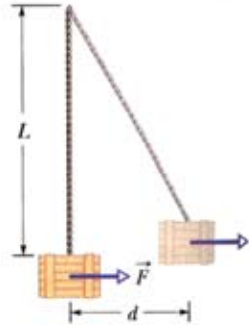
67. ყუთები საწყობში ესკალატორის საშუალებით გადაადგილდება, რომელიც 0,5 მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. ერთ-ერთ ადგილზე ესკალატორი 2 მ სიგრძის და ჰორიზონტისადმი 10° -ით დახრილ აღმართზე ადის, შემდეგ 2 მ-ს ჰორიზონტალურად მოძრაობს და საბოლოოდ 2 მ სიგრძის და ჰორიზონტისადმი ასევე 10° -ით დახრილ დაღმართზე ჩადის. დაუშვავთ ესკალატორით 2 კგ მასის ყუთი გადაადგილდება და არ სრიალებს. რა ტემპით ასრულებს მუშაობას ესკალატორის ძალა ყუთზე, როდესაც ყუთი ა) აღმართზე ადის, ბ) ჰორიზონტალურად მოძრაობს და გ) დაღმართზე ჩადის?

68. ყინულმჭრელი ხახუნისგან თავისუფალ გაყინულ ტბაზე უძრავად დგას, როდესაც ქარი დაუბერავს. ქარი აღმოსავლეთისკენ უბერავს და ყინულმჭრელზე 200 ნ ძალით მოქმედებს. ქარი ყინულმჭრელს 8 მ მანძილზე წრფივად გადაადგილებს და ეს წრფე ჩრდილო-აღმოსავლეთით 20° კუთხითაა მიმართული. რა კინეტიკური ენერგია ექნება ყინულმჭრელს ამ მანძილის გავლის შემდეგ?

69. ბავშვი სასრილოზე ერთობა და, რომ არ შეშინდეს, დედა იჭერს. დედიდან შვილზე 100 ნ ძალა მოქმედებს, რომელიც სრილის საწინააღმდეგოდ არის მიმართული. ბავშვი 1,8 მ მანძილზე სრიალდება და მისი კინეტიკური

ენერგია 30 ჯ-ით იზრდება. ა) რა მუშაობას ასრულებს ბავშვზე მიზიდულობის ძალა ამ დროის განმავლობაში? ბ) თუ დედა გაინევა, რამდენით გაიზრდება ბავშვის კინეტიკური ენერგია იგივე მანძილზე ჩამოსრიალების დროს?

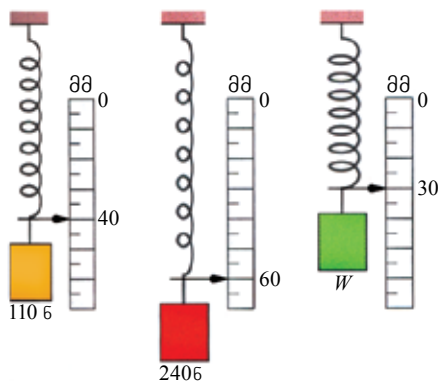
70. 230 კგ მასის ყუთი $L = 12$ მ სიგრძის თოკზე კიდია. თქვენ ყუთს ცვლადი $\vec{F}$ ძალით უბიძგეთ და $d = 4$ მ მანძილით გვერდზე გადაადგილეთ (სურ. 7.49). ა) რა სიდიდე აქვს $\vec{F}$ ძალას, როდესაც ყუთი გადაად-



სურ. 7.49. ამოცანა 70.

გილების საბოლოო წერტილს მიაღწევს? ყუთის გადაადგილების განმავლობაში ბ) რა ჯამური მუშაობა სრულდება მასზე, გ) რა მუშაობას ასრულებს ყუთზე მიზიდულობის ძალა და დ) რა მუშაობას ასრულებს ყუთზე თოკიდან მოქმედი ძალა? ე) გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ ყუთი უძრავია. გამოიყენეთ ბ), გ) და დ) პასუხები და თქვენი $\vec{F}$ ძალის მიერ ყუთზე შესრულებული მუშაობა გამოთვალეთ. ვ) რატომ არ არის თქვენი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა პორობონტალური გადაადგილების და ა)-ს პასუხის ნამრავლის ტოლი?

71. მაჩვენებლიანი ზამბარა მილიმეტრებში დაგრადუირებული სკალის გვერდით არის ჩამოკიდებული. 7.50 სურათზე ნაჩვენებია ზამბარაზე ჩამოკიდებული სამი სხვადასხვა ყუთი. ა) სკალის რომელ ნიშნულს მიუთითებს მაჩვენებელი, როდესაც ზამბარაზე ყუთი არ კიდია? ბ) რისი ტოლია მესამე ყუთის W წონა?

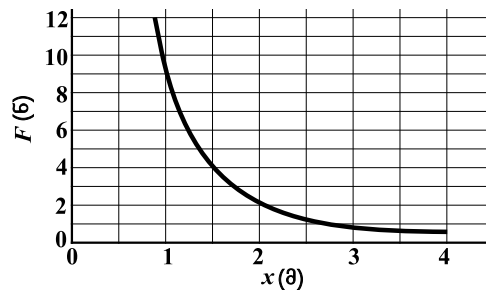


სურ. 7.50. ამოცანა 71.

72. წერტილი წრფივად გადაადგილდა $\vec{d} = (8 \text{ მ})\hat{i} + c\hat{j}$ და მასზე $\vec{F} = (2 \text{ ნ})\hat{i} - (4 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალის მოქმედებით (წერტილზე სხვა ძალებიც მოქმედებს). რისი ტოლია c , თუ წერტილზე $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ა) ნულია, ბ) დადებითია და გ) უარყოფითია?

73. ლიფტის 4500 კგ მასის კაბინა მაქსიმუმ 1800 კგ მასის ტვირთს უძლებს. თუ სრულად დატვირთული კაბინა 3,8 მ/წმ სიჩქარით მალლა ადის, რა სიმძლავრე უნდა უზრუნველყოს კაბინის მამოძრავებელმა ძალამ ამგვარი სიჩქარის შენარჩუნებისთვის?

74. წერტილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და მასზე ღერძის დადებითი მიმართულების ძალა მოქმედებს. 7.51 სურათზე ნაჩვენებია F ძალის წერტილის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. $F = a/x^2$, სადაც $a = 9 \text{ ნ} \cdot \text{მ}^2$. გამოთვალეთ ძალის მიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა, როდესაც წერტილი $x = 1$ მ კოორდინატიდან $x = 3$ მ კოორდინატამდე გადაადგილდება. ა) მუშაობა გრაფიკის საშუალებით გამოთვალეთ და ბ) მუშაობა ძალის ფუნქციის ინტეგრების საშუალებით გამოთვალეთ.



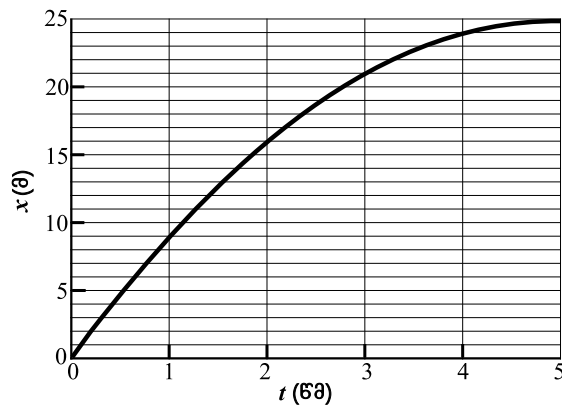
სურ. 7.51. ამოცანა 74.

75. საგანი x ღერძის დადებითი მიმართულებით მისრიალებს და მასზე $\vec{F}_a$ ძალა მოქმედებს. ძალა x ღერძის გასწვრივა მიმართული და მისი x კომპონენტია $F_{ax} = 9x - 3x^2$, სადაც x მოცემულია მეტრებში, ხოლო F_{ax} — ნიუტონებში. საგანი მოძრაობას $x = 0$ კოორდინატიდან იწყებს და გარკვეული დროის მერე ჩერდება. ა) ააგეთ საგანზე მოქმედი $\vec{F}_a$ ძალის x -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ბ) რომელ კოორდინატზეა შესრულებული მუშაობა მაქსიმალური და გ) რისი ტოლია მუშაობის მაქსიმალური მნიშვნელობა? დ) რომელ კოორდინატზე ხდება მუშაობა ნულის ტოლი? ე) რომელ კოორდინატზე ჩერდება საგანი?

76. რიცხვითი ინტეგრება. ყუთი x ღერძის გასწვრივ $x = 0,15$ მ კოორდინატიდან $x = 1,2$ მ კოორდინატამდე გადაადგილდება და მასზე $F = \exp(-2x^2)$ ძალა მოქმედებს, სადაც x მოცემულია მეტრებში, ხოლო F – ნიუტონებში. რა მუშაობას ასრულებს ძალა ყუთზე?

77. ცხენი ურემს 40 ფუნტი ძალით ექაჩება. ძალა ჰორიზონტიდან მაღლა, 30° -ით არის გადახრილი და ურემი 6მილი/სთ სიჩქარით მოძრაობს. ა) რა მუშაობას ასრულებს ძალა 10წუთის განმავლობაში? ბ) რისი ტოლია ძალის საშუალო სიმძლავრე (ცხენის ძალებში)?

78. 50 კგ მასის მოციგურავე ხახუნისგან თავისუფალ გაყინულ ტბაზე მუდმივი სიჩქარით აღმოსავლეთისკენ სრიალებს. უეცრად მონაბერი



სურ. 7.52. ამოცანა 78.

ქარი მოციგურავეს დასავლეთისკენ უბიძგებს. 7.52 სურათზე ნაჩვენებია მოციგურავეს x მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი, სადაც $t = 0$ ქარის ამოვარდნის დროა, ხოლო x ღერძი აღმოსავლეთისკენ არის მიმართული. ა) რა კინეტიკური ენერგია აქვს მოციგურავეს, როდესაც $t = 0$? ბ) რა მუშაობას ასრულებს ქარის ძალა მოციგურავეზე 0-დან 3წმდე დროის შუალედში?

79. დედამიწის ღონეზე მომხდარმა აფეთქებამ ღრმული დატოვა, რომლის დიამეტრი აფეთქების ენერგიის $\frac{1}{3}$ ხარისხის პროპორციულია. 1 მეგატონა ტროტილის აფეთქება 1 კმ დიამეტრის ღრმულს ტოვებს. მიჩიგანში, ჰურონის ტბის ფსკერზე 50კმ დიამეტრის ღრმულია, რომელიც მეტეორის შეჯახების შედეგად არის დარჩენილი. რისი ტოლია ამგვარი შეჯახების კინეტიკური ენერგია? პასუხი ა) მეგატონა ტროტილის (1 მეგატონა $4,2 \times 10^{15}$ ჯოულია) და ბ) ხიროსიმაში აფეთქებული ბომბის (დაახლოებით 13 კილოტონა ტროტილის) ენერგიის საშუალებით გამოსახეთ? (მეტეორის ან კომეტის შეჯახებამ შესაძლოა მნიშვნელოვნად შეცვალოს დედამიწის კლიმატური პირობები და, არც ის არის გამორიცხული, რომ დინოზავრების და სიცოცხლის სხვა ფორმების გაქრობა გამოიწვიოს).

80. 1200 კგ მასის მანქანა ტრასაზე 120 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს. რისი ტოლია მანქანის კინეტიკური ენერგია ტრასის განაპირა მდგომი ადამიანის თვალთახედვით?

ბინათიხუი ენახიონ და მეშაობა



კლდეზე ცოცვის დროს ლიდერი (წინ მიმავალი მთამსვლელი) მეორე მთამსვლელზე დამაგრებული თოკითაა დაზღვეული. თოკი ერთ ან მეტ გორგოლაჭში (ლითონის რგოლში) გადის, რომელსაც ლიდერი კედელზე ამაგრებს. გორგოლაჭების უპირატესობა ის არის, რომ შეცდომის შემთხვევაში მთამსვლელი ყველაზე მაღლა დამაგრებული გორგოლაჭიდან მხოლოდ გარკვეულ მანძილზე ჩამოვარდება. თავის მხრივ თოკიც საფრთხეს ქმნის, ვინაიდან ვარდნის დროს მისი გაწყვეტა სულაც არ არის გამორიცხული. ბევრი დამწყები მთამსვლელი თვლის, რომ რისკის ხარისხი ქვედა გორგოლაჭიდან ლიდერის ასვლის სიმაღლეზეა დამოკიდებული. რაც უფრო მეტია ეს სიმაღლე, მით უფრო ძლიერად იჭიმება თოკი და თითქმის საფრთხეც მეტია.

ამბუხი მსჯელობა სწოხი ახ ახის. ჩატომ?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

8.1. ჩა ახის ფიზიკა?

ფიზიკის ერთ-ერთი ამოცანა სხვადასხვა სახის ენერგიის შესწავლაა. ენერგიის ერთ-ერთი ზოგადი სახეობა U პოტენციური ენერგიაა. ტექნიკური თვალსაზრისით, პოტენციური ენერგია საგანთა სისტემის მდგომარეობასთან (განლაგებასთან) დაკავშირებული ენერგიაა, როდესაც საგნები ერთმანეთზე ძალებით მოქმედებენ.

ზემოთ მოტანილი განსაზღვრება ყველასთვის კარგად ნაცნობი მოვლენის ფორმალური დახასიათებაა. კარგი მაგალითია ელასტიური გვარლით ხტომა (სურ. 8.1). საგანთა სისტემა დედამიწისა და მხტომელისგან შედგება. საგანთა შორის მოქმედი ძალა მიზიდულობის ძალაა. სისტემის მდგომარეობა იცვლება (დედამიწისა და მხტომელს შორის მანძილი მცირდება). მხტომელის მოძრაობისა და კინეტიკური ენერგიის ზრდის შეფასებისთვის U მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიას განვსაზღვრავთ. ეს ენერგია საგანთა მდგომარეობასთან არის დაკავშირებული, რომლებიც ერთმანეთს მიზიდულობის ძალის საშუალებით იზიდავენ. ამ შემთხვევაში, სისტემა მხტომელი და დედამიწაა.

როდესაც მხტომელი ემზადება, საგანთა სისტემა გვარლისა და მხტომელისგან შედგება. საგანთა შორის დრეკადობის ძალა მოქმედებს. შემდეგ სისტემის



სურ. 8.1. ელასტიური გვარლით მხტომელის კინეტიკური ენერგია თავისუფალი ვარდნის დროს იზრდება. შემდეგ გვარლი იჭიმება და მხტომელის სიჩქარე მცირდება.

მდგომარეობა იცვლება (გვარლი იჭიმება). გვარლის სიგრძის ზრდისა და მხტომელის კინეტიკური ენერგიის შემცირების შეფასებისთვის U ელასტიურ პოტენციურ ენერგიას განვსაზღვრავთ. ეს ენერგია დრეკადი საგნის (ამ შემთხვევაში გვარლის) შეკუმშვასთან ან გაჭიმვასთან არის დაკავშირებული. ფიზიკა ადგენს, თუ როგორ უნდა გამოითვალოს სისტემის პოტენციური ენერგია, რათა ენერგიის შენახვა და გამოყენება შესაძლებელი გახდეს. მაგალითად, ვიდრე ელასტიური გვარლით მხტომელი ტრიუკს განახორციელებს, ვინმემ მიზიდულობის და ელასტიური პოტენციური ენერგიები უნდა დათვალოს, რათა გვარლი სწორად შეირჩეს. ზუსტი გამოთვლების შემთხვევაში ნახტომი საშიში არ იქნება.

8.2. მუშაობა და პოტენციური ენერგია

მე-7 თავში მუშაობასა და კინეტიკური ენერგიის ცვლილებას შორის კავშირი განვიხილეთ. ამჯერად მუშაობასა და პოტენციური ენერგიის ცვლილებას შორის დამოკიდებულებას შევისწავლით.

მოდით, პომიდორი მაღლა ავისროლოთ (სურ. 8.2). უკვე ვიცით, რომ მაღლა ასვლის დროს მიზიდულობის ძალის მიერ პომიდორზე შესრულებული W_g მუშაობა უარყოფითია, ვინაიდან ძალა პომიდორს კინეტიკურ ენერგიას ართმევს. შემდეგ მიზიდულობის ძალა ამ ენერგიას დედამიწა-პომიდორის სისტემის მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიას უმატებს.

მიზიდულობის ძალის მოქმედების შედეგად პომიდორი ნელდება, ჩერდება და ვარდნას იწყებს. ვარდნის დროს ენერგიის გადაცემა პირიქით ხდება. მიზიდულობის ძალის მიერ პომიდორზე შესრულებული W_g ენერგია დადებითია და ძალას პომიდორი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია პომიდორის კინეტიკურ ენერგიაში გადააქვს.

ორივე შემთხვევაში, მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება მიზიდულობის ძალის მიერ პომიდორზე შესრულებული მუშაობის შებრუნებულია:

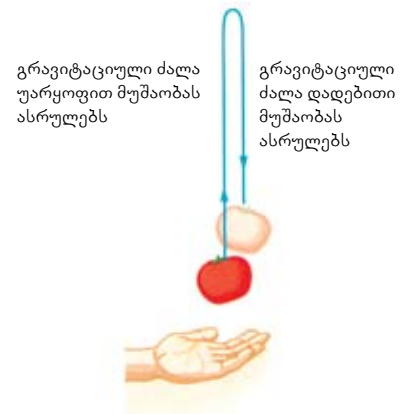
$$\Delta U = -W \quad (8.1)$$

იგივე ფორმულა 8.3 სურათზე გამოსახულ ბლოკი-ზამბარის სისტემას მიესადაგება. თუ ბლოკს მარჯვნივ ეუბიძგებთ, დრეკადობის ძალა მარცხნისკენ არის მიმართული, ბლოკზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს და ბლოკის კინეტიკური ენერგია ზამბარა-ბლოკის ელასტიურ პოტენციურ ენერგიაში გადადის. ბლოკი ნელდება, წამიერად ჩერდება და მარცხნისკენ მოძრაობას იწყებს, ვინაიდან დრეკადობის ძალა კვლავ მარცხნისკენაა მიმართული. ამ დროს ენერგიის გადაცემა პირიქით ხდება - ენერგია ზამბარა-ბლოკის პოტენციური ენერგიიდან ბლოკის კინეტიკურ ენერგიაში გადადის.

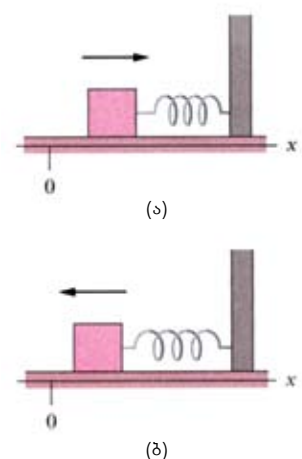
შემაჯავარი და პოტენციური ენერგია

მოდით, ზემოთ ნახსენებ ორ შემთხვევასთან დაკავშირებული ძირითადი ფაქტები ჩამოვწეროთ:

1. სისტემა ორი ან მეტი საგნისგან შედგება.
2. ძალა ნივთიერი წერტილის მაგვარ საგანს (პომიდორს ან ბლოკს) და სისტემის დანარჩენ ნაწილს შორის მოქმედებს.



სურ. 8.2. პომიდორი მაღლა აისროლეს. მაღლა ასვლის დროს მიზიდულობის ძალა პომიდორზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს და მისი კინეტიკური ენერგია მცირდება. ჩამოვარდნის დროს მიზიდულობის ძალა დადებით მუშაობას ასრულებს და პომიდორის კინეტიკური ენერგია იზრდება.



სურ. 8.3. ზამბარაზე მიმაგრებული ბლოკი $x=0$ კოორდინატიდან მარჯვნივ იწყებს მოძრაობას. ა) მარჯვნივ გადაადგილების დროს დრეკადობის ძალა ბლოკზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს. ბ) $x=0$ კოორდინატისკენ დაბრუნების დროს დრეკადობის ძალა ბლოკზე დადებით მუშაობას ასრულებს.

3. როდესაც სისტემის მდგომარეობა იცვლება, ძალა ნივთიერი ნერტილის მაგვარ საგანზე მუშაობას (ვუნოდოთ მას W_1) ასრულებს და ენერგია საგნის K კინეტიკურ ენერგიასა და სისტემის რაიმე სხვა სახის ენერგიას შორის გადააქვს.
4. როდესაც სისტემის მდგომარეობა საპირისპიროდ იცვლება, ენერგიის გადაცემა პირიქით ხდება და ძალა W_2 მუშაობას ასრულებს.

როდესაც $W_1 = -W_2$, სხვა სახის ენერგია პოტენციური ენერგიაა და ძალას **შემნახველი (კონსერვატიული)** ეწოდება. ალბათ მიხვდით, რომ მიზიდულობის ძალა და დრეკადობის ძალა შემნახველია (სხვა შემთხვევაში მიზიდულობის და ელასტიურობის პოტენციურ ენერგიაზე ვერ ვისაუბრებდით).

სხვა სახის ძალებს **არაშემნახველი** ეწოდება. არაშემნახველი ძალის მაგალითებია კინეტიკური ხახუნის ძალა და წვევის ძალა. მოდით, ბლოკი ხახუნის მქონე ზედაპირზე გავასრიალოთ. სრიალის დროს ზედაპირიდან მოქმედი კინეტიკური ხახუნის ძალა ბლოკზე უარყოფით მუშაობას ასრულებს და კინეტიკური ენერგია *სითბურ ენერგიაში* გადააქვს. ექსპერიმენტის შედეგად დგინდება, რომ ენერგიის ამგვარი გადაცემის შეზღუდვა შეუძლებელია (ატომებისა და მოლეკულების მოძრაობასთან დაკავშირებული სითბური ენერგია ბლოკის კინეტიკურ ენერგიაში ვერ გადავა). აქედან გამომდინარე, სახეზეა სისტემა (ბლოკისა და ზედაპირისგან შემდგარი), სისტემის ნაწილებს შორის მოქმედი ძალა და ძალის მიერ ენერგიის გადაცემა, მაგრამ ძალა შემნახველი არ არის. მაშასადამე, სითბური ენერგია პოტენციური ენერგია არ არის.

როდესაც ნივთიერი ნერტილის მაგვარ საგანზე მხოლოდ შემნახველი ძალა მოქმედებს, საგნის მოძრაობასთან დაკავშირებული რთული ამოცანები ძალიან მარტივდება. მომდევნო პარაგრაფში საუბარი შემნახველი ძალების დადგენაზე გვექნება და ამგვარი ამოცანების გამარტივების ერთ საშუალებასაც განვიხილავთ.

8.3. შემნახველი ძალების სტატუსიდან დამოუკიდებლობა

ძალის შემნახველობის ან არაშემნახველობის განსაზღვრისთვის შემდეგი ტესტი არსებობს. დავუშვათ ძალა ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრავ ნერტილზე მოქმედებს, როდესაც ნერტილი ერთი მდებარეობიდან იწყებს მოძრაობას და საბოლოოდ იგივე მდებარეობას უბრუნდება. ძალა მხოლოდ იმ შემთხვევაში არის შემნახველი, თუ მთელი მოძრაობის განმავლობაში ნებისმიერ ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრავი ნერტილისთვის გადაცემული ენერგია ნულის ტოლია:

შემნახველი ძალის მიერ ნებისმიერ ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრავ ნერტილზე შესრულებული ჯამური მუშაობა ნულის ტოლია.

მიზიდულობის ძალა ჩაკეტილ ტრაექტორიის ტესტს აბარებს. მაგალითი 8.2 სურათზე გამოსახული პომიდორია. პომიდორი მოძრაობას v_0 სანყისი სიჩქარით და $\frac{1}{2}mv_0^2$ კინეტიკური ენერგიით იწყებს. მასზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა პომიდორს ანელებს, აჩერებს და შემდეგ მის ვარდნას იწვევს. როდესაც პომიდორი ასროლის ნერტილს უბრუნდება, მისი სიჩქარე კვლავ v_0 -ია, ხოლო კინეტიკური ენერგია ისევ $\frac{1}{2}mv_0^2$ ხდება. მაშასადამე, მიზიდულობის ძალა იგივე რაოდენობის ენერგიას ართმევს პომიდორს მალა ასვლის დროს, რასაც დაბლა ჩამოვარდნის განმავლობაში აწვდის. მიზიდულობის ძალის მიერ პომიდორზე შესრულებული ჯამური მუშაობა ნულია.

ჩაკეტილი ტრაექტორიის ტესტი მნიშვნელოვანი დასკვნის გაკეთების საშუალებას იძლევა:

ორ ნერტილს შორის მოძრავ ნივთიერ ნერტილზე შემნახველი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ტრაექტორიაზე დამოკიდებული არ არის.

8.4 სურათზე ნივთიერი ნერტილი a და b ნერტილს შორის პირველი ან მეორე ტრაექტორიით მოძრაობს. თუ ნერტილზე მხოლოდ შემნახველი ძალა მოქმედებს, მაშინ მასზე შესრულებული მუშაობა



სურ. 8.4. ა) ნივთიერი ნერტილზე შემნახველი ძალა მოქმედებს და ის a და b ნერტილს შორის პირველი ან მეორე ტრაექტორიით გადაადგილდება. ბ) ნივთიერი ნერტილი a ნერტილიდან b ნერტილისკენ პირველი ტრაექტორიით გადაადგილდება და შემდეგ a ნერტილს მეორე ტრაექტორიით უბრუნდება.

ორივე ტრაექტორიის შემთხვევაში თანაბარია. მოდით ზემოთ მიღებული დასკვნა სიმბოლოებით გამოვსახოთ:

$$W_{ab,1} = W_{ab,2} \quad (8.2)$$

სადაც ab სიმბოლო საწყის და საბოლოო წერტილებს ასახავს, ხოლო 1 და 2 ინდექსები ტრაექტორიაზე მიაწინებს.

მიღებული დასკვნა შემნახველი ძალის შემცველი რთული ამოცანების გამარტივების საშუალებას იძლევა. წარმოიდგინეთ, რომ შემნახველი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მოცემულ ტრაექტორიაზე უნდა გამოვთვალოთ, როდესაც დამატებითი ინფორმაციის გარეშე გამოთვლა ძალიან რთულია ან სულაც შეუძლებელია. ამ შემთხვევაში, რაიმე სხვა ტრაექტორიას გამოიყენებთ, რაც მუშაობის გამოთვლას ბევრად უფრო მარტივს ან ზოგადად შესაძლებელს გახდის. 8.1 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში სწორედ ამგვარი მაგალითია განხილული, მაგრამ თავდაპირველად 8.2 ფორმულას დამტკიცება ესაჭიროება.

8.2 ფორმულის დამტკიცება

8.4ბ სურათზე ნაჩვენებია ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრავი ნივთიერი წერტილი, რომელზეც ერთადერთი ძალა მოქმედებს. ნივთიერი წერტილი a საწყისი წერტილიდან b საბოლოო წერტილისკენ პირველი ტრაექტორიით გადაადგილდება და შემდეგ a წერტილს მეორე ტრაექტორიით უბრუნდება. თითოეულ ტრაექტორიაზე ძალა ნივთიერ წერტილზე მუშაობას ასრულებს. პირველი ტრაექტორიით a -დან b -სკენ მოძრავ ნივთიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა $W_{ab,1}$ სიმბოლოით გამოვსახოთ, ხოლო b -დან a -სკენ მეორე ტრაექტორიით მოძრავ ნივთიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა $W_{ba,2}$ იყოს. თუ ძალა შემნახველია, მთელი ტრაექტორიის განმავლობაში შესრულებული ჯამური მუშაობა ნულის ტოლია:

$$W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$$

აქედან გამომდინარე:

$$W_{ab,1} = -W_{ba,2} \quad (8.3)$$

მოდით ამჯერად $W_{ab,2}$ მუშაობა განვიხილოთ, რომელსაც ძალა მაშინ ასრულებს, როდესაც ნივთიერი წერტილი a -დან b -სკენ მეორე ტრაექტორიით გადაადგილდება (სურ. 8.4ა). თუ ძალა შემნახველია, ეს მუშაობა $W_{ba,2}$ მუშაობის შებრუნებულია:

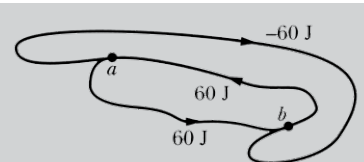
$$W_{ab,2} = -W_{ba,2} \quad (8.4)$$

8.3 ფორმულაში $-W_{ba,2}$ -ის ნაცვლად $W_{ab,2}$ ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$

ფორმულა დამტკიცებულია.

საკონტროლო წერტილი 1. სურათზე ნაჩვენებია a და b წერტილების დამაკავშირებელი სამი ტრაექტორია. თითოეული ტრაექტორიის გასწვრივ მოძრავ ნივთიერ წერტილზე ერთადერთი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს, რომლის მიმართულება ნაჩვენებია. არის თუ არა $\vec{F}$ ძალა შემნახველი თითოეულ შემთხვევაში?



ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 8.1

8.5ა სურათზე ნაჩვენებია 2კგ მასის ყველის ნაჭერი, რომელიც სახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე a -დან b წერტილისკენ გადაადგილდება. ყველი მთლიანად 2 მ მანძილს გადის, ხოლო ჯამური ვერტიკალური გადაადგილება 0,8 მ-ია. რა მუშა-

ობას ასრულებს ყველზე მიზიდულობის ძალა?

ამოხსნა: $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის მიერ ab წირზე შესრულებულ მუშაობას 7.12 ფორმულის ($W_g = mgd \cos \phi$) საშუალებით ვერ გამოვთვლით,

ვინაიდან $\vec{F}_g$ -სა და $\vec{d}$ გადაადგილებას შორის ϕ კუთხე იცვლება.

ვინაიდან $\vec{F}_g$ ძალა შემნახველია, a და b ნერტილს შორის რაიმე სხვა ტრაექტორია ავირჩიოთ და გამოთვლები გავამარტივოთ. მოდით ეს ტრაექტორია 8.5ბ სურათზე გამოსახული წყვეტილი ხაზი იყოს. პორიზონტალური სეგმენტის გასწვრივ ϕ კუთხე მუდმივად 90° -ია. მიუხედავად იმისა, რომ ამ სეგმენტის გასწვრივ გადაადგილება არ ვიცით, 7.12 ფორმულის თანახმად მასზე შესრულებული W_h მუშაობაა:

$$W_h = mgd \cos 90^\circ = 0$$

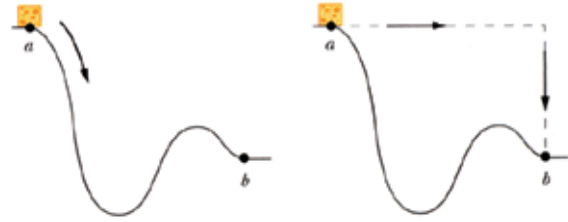
ვერტიკალური სეგმენტის გასწვრივ d გადაადგილებაა 0,8 მ, $\vec{F}_g$ და $\vec{d}$ მიმართულია ქვემოთ და ϕ კუთხე მუდმივად 0° -ია. 7.12 ფორმულიდან გამომდინარე, წყვეტილი ტრაექტორიის ვერტიკალური ნაწილის გასწვრივ შესრულებული W_v მუშაობაა:

$$W_v = mgd \cos 0^\circ$$

$$= (2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(0,8 \text{ მ})(1) = 15,7 \text{ ჯ}$$

a -დან b -მდე წყვეტილი ტრაექტორიით გადაადგილებისას $\vec{F}_g$ ძალის მიერ ყველზე შესრულებული ჯამური მუშაობაა:

$$W = W_h + W_v = 0 + 15,7 \text{ ჯ} \approx 16 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$



სურ. 8.5. ა) ყველის ნაჭერი a ნერტილიდან b ნერტილისკენ გადაადგილდება. ბ) მიზიდულობის ძალის მიერ ყველზე შესრულებული მუშაობის გამოთვლა უფრო ადვილია, თუ ყველის ნამდვილ ტრაექტორიას წყვეტილი ტრაექტორიით შევცვლით.

8.4. პოტენციური ენერგიის მნიშვნელობის განსაზღვრა

მოცემულ პარაგრაფში მივიღებთ ფორმულებს, რომელთა საშუალებით მიზიდულობის და ელასტიურობის პოტენციური ენერგიის მნიშვნელობის გამოთვლა შეიძლება. თავდაპირველად შემნახველ ძალასა და მასთან დაკავშირებულ პოტენციურ ენერგიას შორის კავშირი დავადგინოთ.

განვიხილოთ ნივთიერი ნერტილის მაგვარი საგანი, რომელიც სისტემის ნაწილია. სისტემაში $\vec{F}$ შემნახველი ძალა მოქმედებს. როდესაც ძალა საგანზე W მუშაობას ასრულებს, სისტემასთან დაკავშირებული პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება შესრულებული მუშაობის შებრუნებულია. ეს ფაქტი 8.1 ფორმულაში ($\Delta U = -W$) აისახება. როდესაც ძალა მდებარეობასთან ერთად იცვლება, შესრულებული W მუშაობა 7.32 ფორმულის მსგავსად შეიძლება ჩაიწეროს:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.5)$$

ამ ფორმულის საშუალებით ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გამოითვლება, როდესაც საგანი x_i ნერტილიდან x_f ნერტილისკენ გადაადგილება და სისტემის მდგომარეობა იცვლება.

8.1 ფორმულაში 8.5 ფორმულა ჩავსვათ და მდგომარეობის ცვლილების შედეგად პოტენციური ენერგიის ცვლილებას გამოვთვლით:

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.6)$$

8.6 ფორმულა შემნახველ ძალასა და მასთან დაკავშირებულ პოტენციურ ენერგიას შორის ზოგადი კავშირია. მოდით მისი გამოყენება ვცადოთ.

მიზიდულობის პოტენციური ენერგია

თავდაპირველად m მასის ნივთიერი ნერტილი განვიხილოთ, რომელიც y ღერძის გასწვრივ ვერტიკალურად მოძრაობს. y_i ნერტილიდან y_f ნერტილამდე გადაადგილების დროს ნივთიერ ნერტილზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მუშაობას ასრულებს. ნივთიერი ნერტილი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის შესაბამისი ცვლილების გამოთვლისთვის 8.6 ფორმულას ვიყენებთ, ოღონდ საჭიროა ორი ცვლილება: 1) რადგან მიზიდულობის ძალა ვერტიკალურად მოქმედებს, ინტეგრება y ღერძის გასწვრივ ხდება და არა x ღერძის გასწვრივ; 2) F -ის ნაცვლად $-mg$ -ს ვსვამთ, ვინაიდან $\vec{F}_g$ ძალის სიდიდეა mg და

მიმართულია y ღერძის საპირისპიროდ. ამგვარი ცვლილებების შემდეგ მივიღებთ:

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg[y]_{y_i}^{y_f}$$

საიდანაც გამომდინარეობს:

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y \quad (8.7)$$

მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის მხოლოდ ΔU ცვლილებას აქვს ფიზიკური მნიშვნელობა. მიუხედავად ამისა, სიმარტივისთვის ნივთიერი წერტილი-დედამიწის სისტემას ზოგჯერ რაიმე U მნიშვნელობას ვუკავშირებთ, როდესაც ნივთიერი წერტილი გარკვეულ y სიმაღლეზეა. ამისთვის 8.7 ფორმულა შემდეგი სახით გადავწეროთ:

$$U - U_i = mg(y - y_i) \quad (8.8)$$

ამის შემდეგ U_i -ს სისტემის მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიად მივიჩნევთ, როდესაც სისტემა **ათვლის მდგომარეობაშია** ანუ ნივთიერი წერტილი y_i **ათვლის წერტილზე** იმყოფება. ჩვეულებრივ მივიჩნევთ, რომ $U_i=0$ და $y_i=0$. 8.8 ფორმულაში ამ მონაცემების ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$U(y) = mgy \quad (\text{მიზიდულობის პოტენციური ენერგია}) \quad (8.9)$$

ამ ფორმულის თანახმად:



ნივთიერი წერტილი-დედამიწის სისტემასთან დაკავშირებული მიზიდულობის პოტენციური ენერგია მხოლოდ ნივთიერი წერტილის $y=0$ ათვლის მდებარეობისადმი y ვერტიკალურ მდებარეობაზეა დამოკიდებული და არა ჰორიზონტალურ მდებარეობაზე.

ჯანსიუხი ჰოტენსიუხი ანეხი

განვიხილოთ 8.3 სურათზე ნაჩვენები ბლოკი-ზამბარის სისტემა, როდესაც ბლოკი k სიხისტის მქონე ზამბარაზეა დამაგრებული. ბლოკი x_i წერტილიდან x_f წერტილისკენ გადაადგილდება და $F_x = -kx$ დრეკადობის ძალა ბლოკზე მუშაობას ასრულებს. ბლოკი-ზამბარის სისტემის ელასტიური პოტენციური ენერგიის შესაბამისი ცვლილების გამოთვლისთვის 8.6 ფორმულაში $F(x)$ -ის ნაცვლად $-kx$ ჩავსვათ:

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = k \int_{x_i}^{x_f} x dx = \frac{1}{2} k [x^2]_{x_i}^{x_f}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} k x_f^2 - \frac{1}{2} k x_i^2 \quad (8.10)$$

ანუ x მდებარეობაზე მყოფ ბლოკთან პოტენციური ენერგიის U მნიშვნელობის დაკავშირებისთვის ათვლის მდგომარეობად ვირჩევთ ისეთ განლაგებას, როდესაც ზამბარა მოშვებულია და ბლოკი $x_i=0$ მდებარეობაზე იმყოფება. ამ შემთხვევაში, U_i ელასტიური პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია და 8.10 ფორმულა ასეთ სახეს იძენს:

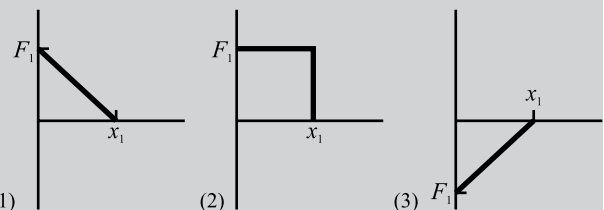
$$U - 0 = \frac{1}{2} k x^2 - 0$$

რაც გვაძლევს:

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad (\text{ელასტიური პოტენციური ენერგია}) \quad (8.11)$$

საკონტროლო წერტილი 2. ნივთიერი

წერტილი $x = 0$ კოორდინატიდან x_1 კოორდინატისკენ გადაადგილდება და მასზე x ღერძის გასწვრივ მიმართული შემნახველი ძალა მოქმედებს. სურათზე ნაჩვენებია სამი მდგომარეობა, როდესაც ძალის x კომპონენტი



x -თან ერთად იცვლება. სამივე მდგომარეობაში ძალის მაქსიმალური F_1 სიდიდე თანაბარია. დალაგეთ მდგომარეობები ნივთიერი წერტილის მოძრაობის დროს პოტენციური ენერგიის ცვლილების მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

აოცანის აოცხნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 1: ტერმინ „პოტენციური ენერგიის“ გამოყენება

პოტენციური ენერგია მთლიანად სისტემას უკავშირდება. მიუხედავად ამისა, შესაძლოა შეგხედეთ ამოცანები, როდესაც პოტენციური ენერგია მხოლოდ სისტემის ნაწილთან არის დაკავშირებული. მაგალითად: „ხეზე ჩამოკიდებული ვაშლის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიაა 30 ჯ“. მსგავსი წინადადება ხშირად

მისაღებია, მაგრამ ყოველთვის უნდა გახსოვდეთ, რომ სინამდვილეში პოტენციური ენერგია მთელს სისტემას, ამ შემთხვევაში კი ვაშლი-დედამინის სისტემას უკავშირდება. ასევე უნდა გახსოვდეთ, რომ პოტენციური ენერგიის რაიმე მნიშვნელობის საგნისთვის ან სისტემისთვის მინიჭებას მხოლოდ მაშინ აქვს აზრი, როდესაც პოტენციური ენერგიის ათვლის მნიშვნელობა ცნობილია.

აოცანის აოცხნის ნიშაჲი 8.2

2 კგ მასის ზარმაცა მიწიდან 5 მ სიმაღლეზე ხის ტოტზეა ჩამოკიდებული (სურ. 8.6).

ა) რისი ტოლია ზარმაცა-დედამინის სისტემის U მიზიდულობის პოტენციური ენერგია, თუ $y = 0$ ათვლის წერტილი 1) მიწაზეა, 2) მიწიდან 3 მ სიმაღლის აივანზეა, 3) ხის ტოტზეა და 4) ტოტიდან 1 მ სიმაღლეზეა? $y = 0$ წერტილში მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია.

ამოხსნა: მას შემდეგ რაც ათვლის წერტილად $y=0$ მივიჩნიეთ, შესაძლებელი გახდა სისტემის U მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ამ ათვლის წერტილის მიმართ გამოთვლა (8.9 ფორმულის საშუალებით). პირველი ვარიანტის შემთხვევაში ზარმაცას კოორდინატია $y = 5$ მ და გვექნება:

$$U = mgy = (2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(5 \text{ მ}) = 98 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

სხვა ვარიანტების შემთხვევაში U -ს მნიშვნელობებია:

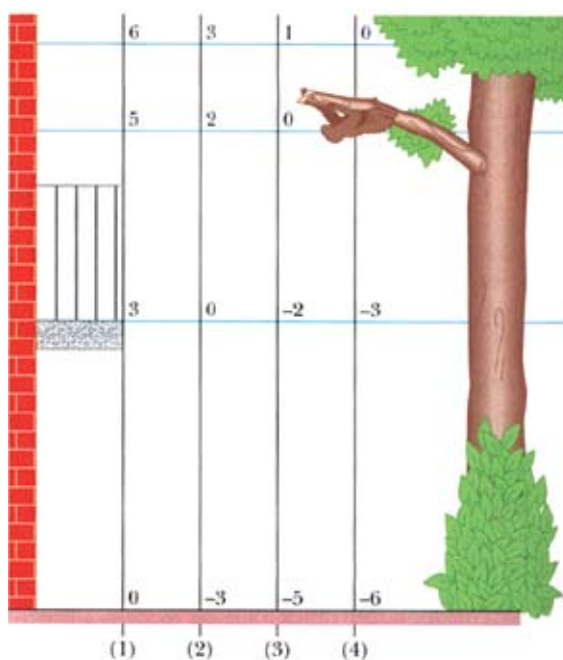
$$2) U = mgy = mg(2 \text{ მ}) = 39 \text{ ჯ};$$

$$3) U = mgy = mg(0) = 0 \text{ ჯ};$$

$$4) U = mgy = mg(-1 \text{ მ}) = -19,6 \text{ ჯ} \approx -20 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) ზარმაცა მიწაზე ჩამოვარდა. ათვლის წერტილის თითოეული არჩევანის შემთხვევაში რა იქნება ზარმაცა-დედამინის სისტემის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება?

ამოხსნა: პოტენციური ენერგიის ცვლილება ათვლის წერტილის მდებარეობის არჩევაზე



სურ. 8.6. $y = 0$ ათვლის წერტილის მდებარეობის ოთხი არჩევანი. თითოეული y ღერძი მეტრებშია დაგრაფირებული. ათვლის წერტილის მდებარეობა ზარმაცა-დედამინის სისტემის პოტენციური ენერგიის მნიშვნელობაზე ახდენს გავლენას, ხოლო სისტემის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება მასზე დამოკიდებული არ არის.

დამოკიდებული არ არის და მხოლოდ სიმაღლის Δy ცვლილებას ექვემდებარება. ოთხივე შემთხვევაში $\Delta y = -5$ მ. 8.7 ფორმულიდან გამომდინარე:

$$\Delta U = mg\Delta y = (2 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(-5 \text{ მ}) = -98 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

8.5. მექანიკური ენერგიის შენახვა

სისტემის $E_{\text{მექ}} \text{ მექანიკური ენერგია მისი } U \text{ პოტენციური ენერგიის და შემადგენელი საგნების } K \text{ კინეტიკური ენერგიის ჯამის ტოლია:}$

$$E_{\text{მექ}} = K + U \quad (\text{მექანიკური ენერგია}) \quad (8.12)$$

ამ პარაგრაფში განვიხილავთ რა მოსდის მექანიკურ ენერგიას, როდესაც სისტემის შიგნით ენერგიის

გადაცემა მხოლოდ შემნახველი ძალების საშუალებით ხდება ანუ სისტემის შემადგენელ საგნებზე ხახუნის ან წვეის ძალები არ მოქმედებს. გარდა ამისა ვუშვებთ, რომ სისტემა გარემოსგან *იზოლირებულია* ანუ სისტემის გარეთ მდებარე საგნიდან მოქმედი გარე ძალა სისტემის შიგნით ენერგიის ცვლილებას არ იწვევს. როდესაც შემნახველი ძალა სისტემის საგანზე W მუშაობას ასრულებს, ენერგია საგნის K კინეტიკურ ენერგიასა და სისტემის U პოტენციურ ენერგიას შორის მიმოიქცევა. 7.10 ფორმულიდან გამომდინარე, კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილებაა:

$$\Delta K = W \quad (8.13)$$

8.1 ფორმულიდან გამომდინარე, პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილებაა:

$$\Delta U = -W \quad (8.14)$$

8.13 და 8.14 ფორმულების გაერთიანება გვაძლევს:

$$\Delta K = -\Delta U \quad (8.15)$$

სიტყვებით რომ ვთქვათ, ერთი სახის ენერგია იმდენით იზრდება, რამდენითაც მეორე სახის ენერგია მცირდება.

8.15 ფორმულა ასეთი სახითაც შეიძლება ჩაინეროს:

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1) \quad (8.16)$$

ინდექსები ორ სხვადასხვა მომენტს ანუ სისტემაში საგნების ორ სხვადასხვა განლაგებას ასახავს. 8.16 ფორმულის გარდაქმნა გვაძლევს:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \text{ (მექანიკური ენერგიის შენახვა)} \quad (8.17)$$

8.17 ფორმულა შემდეგ რამეს გვაუწყებს:

$$\left(\begin{array}{c} \text{სისტემის ნებისმიერ} \\ \text{მდგომარეობაში } K\text{-ს და } U\text{-ს ჯამი} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{სისტემის ნებისმიერ სხვა} \\ \text{მდგომარეობაში } K\text{-ს და } U\text{-ს ჯამი} \end{array} \right)$$

ეს ფორმულა მართებულია, როდესაც სისტემა იზოლირებულია და საგნებზე მხოლოდ შემნახველი ძალები მოქმედებს.



იზოლირებულ სისტემაში, სადაც ენერგიის ცვლილებას მხოლოდ შემნახველი ძალები იწვევს, კინეტიკური და პოტენციური ენერგია შეიძლება შეიცვალოს, მაგრამ მათი ჯამი - სისტემის $E_{\text{მექ}}$ მექანიკური ენერგია, არ იცვლება

ამწესს **მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი** ეწოდება (ალბათ მიხვდით, საიდან მოდის სახელწოდება *შემნახველი ძალა*). 8.15 ფორმულის საშუალებით ეს პრინციპი სხვა ფორმითაც შეიძლება ჩაინეროს:

$$\Delta E_{\text{მექ}} = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (8.18)$$

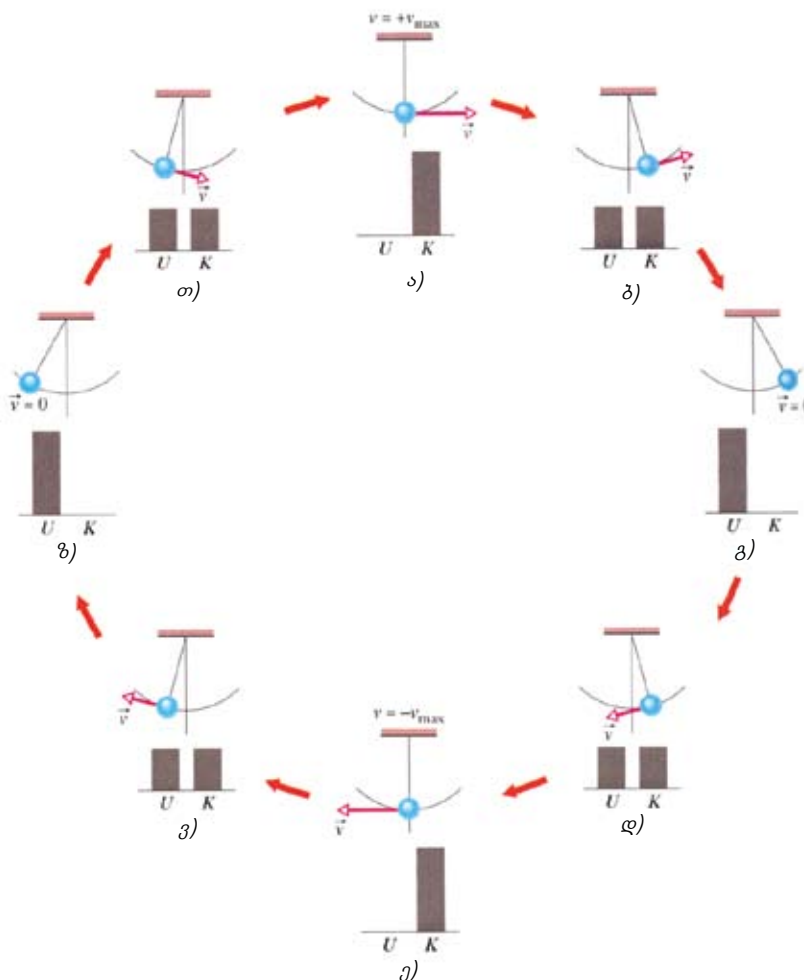
მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი საკმაოდ რთულ ამოცანებს ამარტივებს, რომელთა ამოხსნა მხოლოდ ნიუტონის კანონების გამოყენებით თითქმის შეუძლებელი იქნებოდა.

როდესაც სისტემის მექანიკური ენერგია ინახება, გარკვეულ მომენტში კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების ჯამი რაიმე სხვა მომენტში ენერგიების ჯამს შეგვიძლია დავუკავშიროთ. *შუალედური მოძრაობის და ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის განხილვა საჭირო არ არის.*

8.7 სურათზე ნაჩვენებია მაგალითი, როდესაც მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპის გამოყენება შეიძლება. ქანქარის მოძრაობის დროს დედამიწა-ქანქარის სისტემის ენერგია K კინეტიკურ ენერგიასა და U მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიას შორის მიმოიქცევა, $K+U$ ჯამი კი არ იცვლება. თუ მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ვიცით, როდესაც ქანქარის ბალანსირი უმაღლეს წერტილზეა (სურ. 8.7გ), მაშინ



სურ. 8.7. ქანქარის მასა ბალანსირშია კონცენტრირებული და ქანქარა წინ და უკან ირხევა. სურათზე ნაჩვენებია მოძრაობის ერთი სრული ციკლი. ქანქარადედამიწის სისტემის პოტენციური და კინეტიკური ენერგიები ბალანსირის რხევასთან ერთად ციკლის განმავლობაში იცვლება, მაგრამ სისტემის $E_{\text{მეკ}}$ მექანიკური ენერგია მუდმივია. $E_{\text{მეკ}}$ ენერგია კინეტიკურ და პოტენციურ ენერგიებს შორის მიმოიქცევა. ა) და ე) ეტაპებზე მთლიანი ენერგია კინეტიკურია. ამ დროს ბალანსირი უდაბლეს წერტილზეა და უდიდესი სიჩქარე აქვს. გ) და ზ) ეტაპებზე მთლიანი ენერგია პოტენციურია. ამ დროს ბალანსირი უმაღლეს წერტილზეა და ნულოვანი სიჩქარე აქვს. ბ, დ), ვ) და თ) ეტაპებზე ნახევარი კინეტიკური ენერგიაა, ხოლო მეორე ნახევარი - პოტენციური ენერგია. თუ ქანქარის მიმაგრების ადგილზე ხახუნის ძალა მოქმედებს ან ჰაერის წევის ძალა არსებობს, მაშინ $E_{\text{მეკ}}$ ენერგია არ შეინახება და ქანქარა საბოლოოდ გაჩერდება.



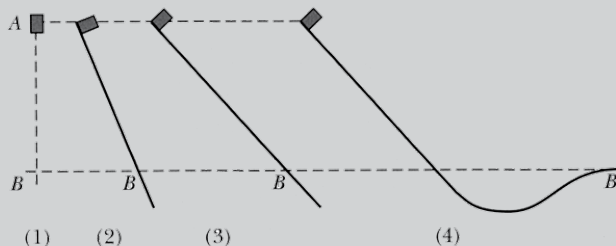
8.17 ფორმულის საშუალებით ბალანსირის კინეტიკურ ენერგიას გამოვთვლით, როდესაც ის უდაბლეს წერტილზეა (სურ. 8.7ე).

მოდით, უდაბლესი წერტილი ათვლის წერტილად მივიჩნიოთ, სადაც მიზიდულობის პოტენციური ენერგია $U_2 = 0$. ასევე დავუშვათ, რომ ათვლის წერტილის მიმართ უმაღლეს წერტილში პოტენციური ენერგია $U_1 = 20$ ჯ. ვინაიდან ბალანსირი უმაღლეს წერტილში წამიერად ჩერდება, მისი კინეტიკური ენერგია $K_1 = 0$. ეს მნიშვნელობები 8.17 ფორმულაში ჩავსვათ და უდაბლეს წერტილში K_2 კინეტიკურ ენერგიას გამოვთვლით:

$$K_2 + 0 = 0 + 20 \text{ ჯ ანუ } K_2 = 20 \text{ ჯ}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ ეს შედეგი უმაღლეს და უდაბლეს წერტილებს შორის მოძრაობის განხილვის და ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის გამოთვლის გარეშე მივიღეთ.

საკონტროლო წერტილი 3. სურათზე ნაჩვენებია ოთხი მდგომარეობა. ერთ-ერთი მათგანის დროს უძრავი ბლოკი ქვემოთ ვარდება, ხოლო დანარჩენ შემთხვევაში ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე ცურდება. ა) დაალაგეთ მდგომარეობები B წერტილში ბლოკის კინეტიკური ენერგიის მიხედვით დიდიდან მცირეზე. ბ) დაალაგეთ მდგომარეობები B წერტილში ბლოკის სიჩქარის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 8.3

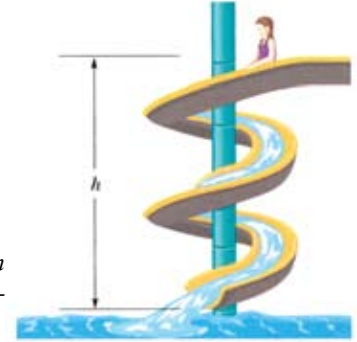
8.8 სურათზე გამოსახული m მასის ბავშვი $h = 8,5$ სიმაღლის წყლის სასრილოზე ერთობა. დავუშვათ სასრილოს ზედაპირი ხახუნისგან თავისუფალია. რა სიჩქარე ექნება ბავშვს წყლის აუზში შესვლისას?

ამოხსნა: ბავშვის სიჩქარეს აჩქარების საშუალებით ვერ გამოვთვლით, ვინაიდან წინა თავებისგან განსხვავებით, სასრილოს დახრის კუთხე არ ვიცით. მიუხედავად ამისა, ვინაიდან სიჩქარე კინეტიკურ ენერგიას უკავშირდება, სიჩქარის გამოთვლისთვის მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ამ შემთხვევაში დახრის კუთხე საჭირო არ იქნება. სისტემაში მექანიკური ენერგია ინახება, თუ სისტემა იზოლირებულია და ენერგიის გადაცემას მხოლოდ შემნახველი ძალები იწვევს. მოდით, შევამოწმოთ, სრულდება თუ არა ეს პირობები.

ძალები: ბავშვზე ორი ძალა მოქმედებს. მიზიდულობის ძალა შემნახველია და ბავშვზე მუშაობას ასრულებს. სასრილოდან ბავშვზე მოქმედი დრეკადობის ძალა მუშაობას არ ასრულებს, ვინაიდან მისი მიმართულება ნებისმიერ წერტილში ბავშვის მოძრაობის მიმართულების პერპენდიკულარულია.

სისტემა: ვინაიდან ბავშვზე მუშაობას მხოლოდ მიზიდულობის ძალა ასრულებს, ჩვენი სისტემა ბავშვისა და დედამიწისგან შედგება და იზოლირებულია.

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, სახეზეა იზოლირებულ სისტემაში მოქმედი შემნახველი ძალა, რომელიც მუშაობას ასრულებს და მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპის გამოყენება დასაშვებია. დავუშვათ $E_{\text{მექ},t}$ იყოს მექანიკური ენერგია, როდესაც ბავშვი სრილს იწყებს, ხოლო $E_{\text{მექ},b}$ - მექანიკური ენერგია, როდესაც ბავშვი აუზში შედის. ენერგიის შენახვის



სურ. 8.8. ბავშვი h სიმაღლის სასრილოზე ცურდება

პრინციპიდან გამომდინარე:

$$E_{\text{მექ},b} = E_{\text{მექ},t}$$

გავშალოთ ეს ფორმულა:

$$K_b + U_b = K_t + U_t$$

ანუ

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + mgy_b = \frac{1}{2}mv_t^2 + mgy_t$$

ამ ფორმულის m -ზე გაყოფა და გარდაქმნა მოგვცემს:

$$v_b^2 = v_t^2 + 2g(y_t - y_b)$$

ჩავსვათ $v_t = 0$ და $y_t - y_b = h$ და მივიღებთ:

$$v_b = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ მ/წ}^2)(8,5 \text{ მ})} = 13 \text{ მ/წ} \quad (\text{პასუხი})$$

იგივე სიჩქარე ექნებოდა ბავშვს $8,5$ მ სიმაღლიდან ვერტიკალურად ჩამოვარდნის შემთხვევაში. სინამდვილეში, ბავშვზე ხახუნის ძალები იმოქმედებდა და ასე სწრაფად ჩამოსრილება შეუძლებელი იქნებოდა.

ამ ამოცანის ნიუტონის კანონების საშუალებით ამოხსნა საკმაოდ რთულია, ენერგიის შენახვის პრინციპის გამოყენება კი ვითარებას ამარტივებს. მიუხედავად ამისა, ჩამოსრილების დროის გამოთვლას ენერგიების საშუალებით ვერ შევძლებთ, ამისთვის სასრილოს ფორმის ცოდნა გახდება საჭირო და ამოცანაც საკმაოდ გართულდება.

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 8.4

8.9 სურათზე ნაჩვენებია კლდეზე ცოცვის მაგალითი, როდესაც წინ მიმავალი მცოცავი (ლიდერი) გორგოლაჭიდან (დამაგრებული ლითონის რგოლიდან, რომელშიც თოკი გადის) ათვლილი H სიმაღლიდან ვარდება, ხოლო უკან მიმავალი მცოცავი თოკს ეჭიდება, რათა ვარდნა შეასუსტოს. როდესაც ლიდერი გორგოლაჭიდან

ქვემოთ H მანძილზე ჩამოვარდება, თოკი დაჭიმვას იწყებს. დაჭიმულობა მაქსიმალური მაშინ ხდება, როდესაც ლიდერი კიდევ d მანძილს გაივლის და გაჩერდება. ამ დროს თოკზე F_{max} მაქსიმალური ძალა მოქმედებს. ვარდნის ეს მონაკვეთი ძალიან სახიფათოა, ვინაიდან F_{max} ძალამ შესაძლოა თოკი განწყვიტოს.

F_{max} ძალის გამოთვლისთვის ვუშვებთ, რომ თოკი ჰუკის კანონის მიხედვით (7.21 ფორმულა, $F_x = -kx$) ზამბარის მსგავსად იქიმება. ნებისმიერი თოკის შემთხვევაში k სიხისტის მუდმივა თოკის L სიგრძეზე და ნივთიერების $e_{\text{თოკი}}$ ელასტიურობაზეა დამოკიდებული:

$$k = \frac{e_{\text{თოკი}}}{L} \quad (8.19)$$

თოკის ტიპური ელასტიურობაა $e_{\text{თოკი}} = 20$ კნ, ხოლო ლიდერის მასაა $m = 80$ კგ. გამოთვალეთ F_{max} ძალა 8.9ა სურათზე გამოსახულ დიდ მანძილზე ვარდნისთვის და 8.9გ სურათზე გამოსახულ მცირე მანძილზე ვარდნისთვის. რომელ შემთხვევაში უფრო განწყდება თოკი?

ამოხსნა: ვინაიდან თოკი ზამბარის მსგავსად იქიმება, მასში შემნახველი დრეკადობის ძალით გამოწვეული ელასტიური პოტენციური ენერგია ინახება. მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი ლიდერის საწყის მდებარეობასა და საბოლოო მდებარეობას (თოკის მაქსიმალური დაჭიმვისას) შორის გამოვიყენოთ. ჩვენს სისტემაში (ლიდერი-დედამინა-თოკი) მექანიკური ენერგია ინახება, თუ სისტემა იზოლირებულია და მასში ენერგიის გადაცემას მხოლოდ შემნახველი ძალები იწვევენ. მოდით, შევამოწმოთ, სრულდება თუ არა ეს პირობები.

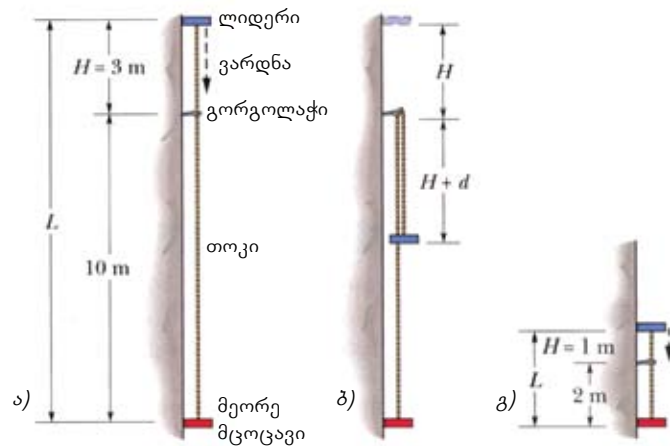
ძალები: ლიდერსა და დედამინას შორის მოქმედ მიზიდულობის ძალას ენერგია მიზიდულობის პოტენციური ენერგიიდან კინეტიკურ ენერგიაში გადააქვს. როდესაც თოკი იჭიმება, დრეკადობის ძალა თოკის ელასტიურ პოტენციურ ენერგიას ზრდის. მიზიდულობის ძალა და დრეკადობის ძალა შემნახველებია.

სისტემა: ორივე ძალა სისტემაში შედის და ენერგიის გადაცემაც მასში ხდება, ამიტომ სისტემა იზოლირებულია.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე, მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი ამ სისტემისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ. 8.18 ფორმულის თანახმად:

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{\text{თოკი}} = 0, \quad (8.20)$$

სადაც ΔK არის ლიდერის კინეტიკური ენერგიის ცვლილება, ΔU_g – სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ცვლილება, ხოლო $\Delta U_{\text{თოკი}}$ – სისტემის ელასტიური პოტენციური ენერგიის



სურ. 8.9. ა) მეორე მცოცავისგან L მანძილით დაშორებული ლიდერი კლდეზე მიმაგრებული ლითონის გორგოლაჭიდან H მანძილზე იმყოფება. ბ) ლიდერი მაქსიმალურ მანძილზე ვარდება და თოკი d მანძილით იჭიმება. გ) იგივე შემთხვევა უფრო მცირე L და H მანძილებისთვის

ცვლილება. 8.20 ფორმულაში მოცემული სამივე ცვლილება ლიდერის საწყის და საბოლოო მდებარეობებს შორის უნდა გამოითვალოს.

კინეტიკური ენერგია: ვინაიდან საწყის და საბოლოო მდებარეობაზე ლიდერი წამიერად ჩერდება, $\Delta K = 0$.

მიზიდულობის პოტენციური ენერგია: 8.7 ფორმულიდან გამომდინარე $\Delta U_g = mg\Delta y$, სადაც Δy არის ლიდერის მდებარეობის ცვლილება ვარდნის განმავლობაში. ლიდერი ჯერ H მანძილზე ეცემა (გორგოლაჭამდე), შემდეგ კიდევ H მანძილს გადის (როდესაც თოკი დაჭიმვას იწყებს) და დაჭიმვის განმავლობაში კიდევ d მანძილს ფარავს (სურ. 8.9ბ). აქედან გამომდინარე:

$$\Delta U_g = mg \Delta u = mg(-2H - d)$$

ელასტიური პოტენციური ენერგია: ვარდნის დასაწყისში თოკი დაჭიმული არ არის, ხოლო ვარდნის ბოლო d მანძილით იჭიმება. 8.10 ფორმულიდან ($\Delta U = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$) გამომდინარე, ელასტიური პოტენციური ენერგიის ცვლილებაა:

$$\Delta U_{\text{თოკი}} = \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}kd^2$$

ენერგიის მიღებული ცვლილებები 8.20 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$0 + mg(-2H - d) + \frac{1}{2}kd^2 = 0$$

$$\text{ანუ} \quad \frac{1}{2}kd^2 - mgd - 2mgH = 0$$

მივიღეთ კვადრატული განტოლება, რომლის ზოგადი ამონახსნია:

$$d = \frac{mg \pm \sqrt{(-mg)^2 - 4(\frac{1}{2}k)(-2mgH)}}{2(\frac{1}{2}k)}$$

$$= \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 4kmgH}}{k}$$

დაჭიმვის d მანძილის დადებით მნიშვნელობას მხოლოდ დადებითი ფესვი გვაძლევს. 7.21 ფორმულიდან ($F_x = -kx$) გამომდინარე, თოკზე მოქმედი ძალაა:

$$F_{\max} = kd \\ = mg + \sqrt{(mg)^2 + 4kmgH}$$

k -ს ნაცვლად 8.19 ფორმულა ჩავსვით და მივიღებთ:

$$F_{\max} = mg + \sqrt{(mg)^2 + 4 \frac{e_{\text{თოკი}}}{L} mgH} \\ = mg + \sqrt{(mg)^2 + 2e_{\text{თოკი}} mg \frac{2H}{L}} \quad (8.21)$$

$2H$ სიდიდე არის მანძილი, რომელსაც ლიდერი გადის თოკის დაჭიმვამდე. 8.9ა სურათზე გამოსახული ვარდნის შემთხვევაში $2H = 6$ მ და თოკის სიგრძეა $L = 13$ მ. ლიდერის წონაა $mg = (80 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2) = 784 \text{ ნ}$ და თოკის ნივთიერების ელასტიურობაა $e_{\text{თოკი}} = 20000 \text{ ნ}$. ეს მონაცემები 8.21 ფორმულაში ჩავსვით და მივიღებთ:

$$F_{\max} = 784 \text{ ნ} + \sqrt{(784 \text{ ნ})^2 + 2(20000 \text{ ნ})(784 \text{ ნ}) \frac{6 \text{ მ}}{13 \text{ მ}}} \\ = 4,7 \times 10^3 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

8.9გ სურათზე გამოსახული ვარდნის შემთხვევაში ლიდერი მხოლოდ $2H = 2$ მ მანძილზე ვარდება, რის შემდეგაც თოკი დაჭიმვას იწყებს. აქედან გამომდინარე, თოკი განწყვეტის შანსი ერთი შეხედვით ნაკლებია. მიუხედავად ამისა, როდესაც 8.21 ფორმულაში $2H = 2$ მ და $L = 3$ მ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ, მივიღებთ:

$$F_{\max} = 5,4 \times 10^3 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, მცირე მანძილზე ვარდნის დროს საფრთხე უფრო მეტია.

გამოცდილმა კლდეზე მცოცავებმა კარგად იციან, რომ თოკის განწყვეტის საშიშროება მხოლოდ გორგოლაჭიდან ლიდერის H დაცილებასზე დამოკიდებული არ არის. საფრთხე უფრო $2H/L$ შეფარდებაზეა დამოკიდებული, რომელსაც *ვარდნის კოეფიციენტი* ეწოდება. საშიშროების განსაზღვრისთვის კლდეზე მცოცავი ვარდნის კოეფიციენტს გამოთვლის. რაც უფრო მეტია მისი მნიშვნელობა, მით უფრო მაღალია თოკის განწყვეტის ალბათობა. როდესაც საფრთხე ძალიან რეალურია, კლდეზე მცოცავი დამატებით გორგოლაჭებს ამაგრებს. 8.9ა სურათზე გამოსახული ვარდნის შემთხვევაში ვარდნის კოეფიციენტია $6/13=0,46$, ხოლო 8.9გ სურათზე გამოსახული ვარდნის შემთხვევაში იგივე კოეფიციენტი $2/3=0,67$ -ია. მაშასადამე, 8.9გ სურათზე ჩამოვარდნის საფრთხე უფრო მეტია.

ა მოსახლის ამოხსნის ტექნიკა

ტექნიკა 1: მექანიკური ენერგიის შენახვა

მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპის შემცველი ამოცანების ამოხსნისას შემდეგი შეკითხვები უნდა დასვით:

რა სისტემისთვის ინახება მექანიკური ენერგია? თქვენ უნდა შეგეძლოთ სისტემის გარემოსგან გამოყოფა და იმის განსაზღვრა, თუ რა არის სისტემის შიგნით და რა მდებარეობს გარემოში. 8.3 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში სისტემა ბავშვი+დედამინაა, 8.4 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში - ლიდერი+დედამინა+თოკი.

არსებობს თუ არა ხახუნი ან წევა? თუ ხახუნი ან

წევა არსებობს, მაშინ მექანიკური ენერგია არ ინახება.

არის თუ არა სისტემა იზოლირებული? მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი მხოლოდ იზოლირებულ სისტემებს მიესადაგება. ეს ნიშნავს, რომ სისტემის შიგნით მდებარე საგნებზე გარე ძალებმა მუშაობა არ უნდა შეასრულოს.

რა საწყისი და საბოლოო მდგომარეობაშია თქვენი სისტემა? სისტემა მდგომარეობას იცვლის. მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპიდან გამომდინარე $E_{\text{მთლიანი}}$ ენერგია ორივე მდგომარეობაში ერთი და იგივეა. ყურადღებით განსაზღვრეთ, თუ რომელია ეს ორი მდგომარეობა.

8.6. პოტენციური ენერგიის გადართვა

ამ შემთხვევაშიც სისტემის შემადგენელ ნივთიერ წერტილს განვიხილავთ, როდესაც სისტემაში შემნახველი ძალა მოქმედებს. ამჯერად დავუშვათ, რომ ნივთიერი წერტილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და შემნახველი ძალა მასზე მუშაობას ასრულებს. სისტემის პოტენციური ენერგიის $U(x)$ გრაფიკის საშუალებით ნივთიერი წერტილის მოძრაობაზე დიდი რაოდენობით ინფორმაციის მოპოვება შეიძლება. ვიდრე ამგვარი გრაფიკების განხილვაზე გადავალთ, კიდევ ერთი ფორმულის მიღება გვსაჭიროება.

ძალის ბაზოთვი ანალიზი

8.6 ფორმულის საშუალებით ერთგანზომილებიან მდგომარეობაში ორ ნერტილს შორის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილებას გამოვთვლით, თუ $F(x)$ ძალა ვიცით. მოდით სანინალმდეგო შემთხვევა განვიხილოთ, როდესაც პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქცია ვიცით და ძალის გამოთვლა გვინდა.

ერთგანზომილებიანი მოძრაობის დროს Δx მანძილის გავლისას ნივთიერ ნერტილზე ძალის მიერ შესრულებული W მუშაობაა $F(x)\Delta x$. აქედან გამომდინარე, 8.1 ფორმულა შემდეგი სახით შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$\Delta U(x) = -W = -F(x)\Delta x$$

$F(x)$ -სთვის ამოხსნა და დიფერენციალურ ზღვარზე გადასვლა მოგვცემს:

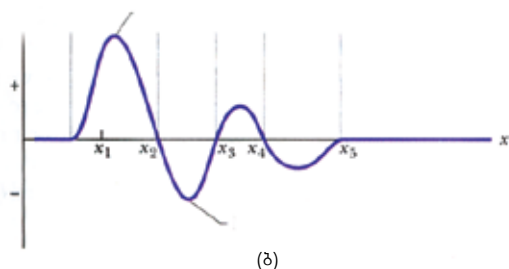
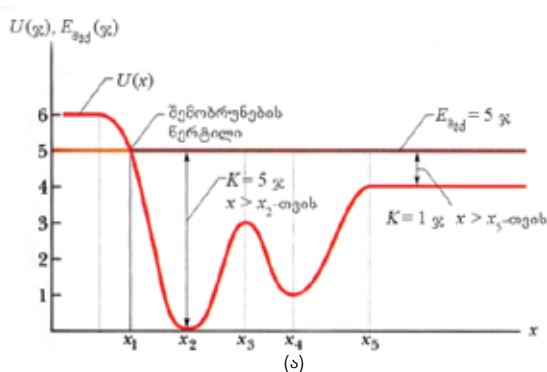
$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (\text{ერთგანზომილებიანი მოძრაობა}) \quad (8.22)$$

ეს სწორედ ის ფორმულაა, რომლის მიღებაც გვინდოდა.

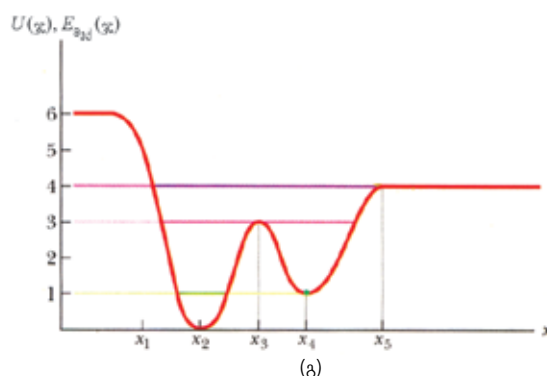
შედეგის შესამოწმებლად დრეკადობის ძალის ნაცვლად ელასტიური პოტენციური ენერგიის $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ ფუნქცია ჩავსვათ. ამის შემდეგ 8.22 ფორმულა მოგვცემს $F(x) = -kx$, რაც ჰუკის კანონია. ნივთიერი ნერტილი – დედამიწის სისტემისთვის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის $U(x) = mgx$ ფუნქციაც შეგვიძლია ჩავსათ, სადაც m ნივთიერი ნერტილის მასაა, რომელიც დედამიწის ზედაპირიდან x სიმაღლეზეა განლაგებული. ამ შემთხვევაში 8.22 ფორმულა მოგვცემს $F = -mg$, რაც ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი მიზიდულობის ძალაა.

ჰოტენსიური ენერგიის ბიფიზი

8.10ა სურათზე გამოსახულია პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქციის გრაფიკი. გრაფიკი აგებულია სისტემისთვის, რომელშიც ნივთიერი ნერტილი ერთ განზომილებაში მოძრაობს და $F(x)$ შემნახველი ძალა მასზე მუშაობას ასრულებს. სხვადასხვა ნერტილებში $U(x)$ გრაფიკის დახრილობის საშუალებით $F(x)$ ძალას იოლად გამოვთვლით (8.22 ფორმულის თანახმად, $F(x)$ ძალა $U(x)$ გრაფიკის დახრილობის შებრუნებულია). 8.10ბ სურათზე ამ გზით მიღებული $F(x)$ -ის გრაფიკია ნაჩვენები.



სურ. 8.10. ა) პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქციის გრაფიკი სისტემისთვის, რომელშიც ნივთიერი ნერტილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. ხაზუნი არ გვაქვს, ამიტომ მექანიკური ენერგია ინახება. ბ) ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი $F(x)$ ძალის გრაფიკი პოტენციური ენერგიის გრაფიკის საშუალებით არის მიღებული. გ) $U(x)$ გრაფიკი E_{tot} -ის სამ შესაძლო მნიშვნელობასთან ერთად.



შემაჯავრობის წესები

არაშემაჯავრობელი ძალის არარსებობის დროს სისტემის E მექანიკური ენერგიის მნიშვნელობა მუდმივია:

$$U(x) + K(x) = E_{\text{მექ}} \quad (8.23)$$

ამ ფორმულაში $K(x)$ არის სისტემაში არსებული ნივთიერი წერტილის კინეტიკური ენერგიის ფუნქცია ($K(x)$ კინეტიკური ენერგიის ნივთიერი წერტილის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების ფუნქცია). 8.23 ფორმულა ასეც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$K(x) = E_{\text{მექ}} - U(x) \quad (8.24)$$

დაეუშვათ $E_{\text{მექ}}$ მექანიკური ენერგია 5 ჯოულია. 8.10ა სურათზე ამგვარი ენერგია ჰორიზონტალური წრფით გამოისახება, რომელიც ენერგიის ღერძის 5ჯ მნიშვნელობაზე გადის.

8.24 ფორმულა გვაუწყებს თუ როგორ გამოვთვალოთ K კინეტიკური ენერგია ნივთიერი წერტილის ნებისმიერი x მდებარეობისთვის. $U(x)$ გრაფიკზე x -ის ამ მდებარეობისთვის U გამოთვალეთ და შემდეგ $E_{\text{მექ}}$ -ს გამოაკელით. მაგალითად, თუ ნივთიერი წერტილი x_5 -ის მარჯვნივ ნებისმიერ წერტილზე მდებარეობს, მაშინ $K = 1$ ჯ. K -ს მნიშვნელობა უდიდესია (5 ჯ), როდესაც ნივთიერი წერტილი x_2 კოორდინატზე მდებარეობს და უმცირესია (0 ჯ), როდესაც ნივთიერი წერტილი x_1 კოორდინატზეა.

K არ შეიძლება უარყოფითი იყოს (ვინაიდან v^2 ყოველთვის დადებითია) და მაშასადამე ნივთიერი წერტილი x_1 -დან მარცხნივ ვერასდროს გადაადგილდება, სადაც $E_{\text{მექ}} - U$ უარყოფითია. როდესაც ნივთიერი წერტილი x_2 -დან x_1 -სკენ გადაადგილდება, K მცირდება და x_1 კოორდინატზე $K = 0$ (ნივთიერი წერტილი ჩერდება). ყურადღება მიაქციეთ, რომ როდესაც ნივთიერი წერტილი x_1 -ს მიაღწევს, 8.22 ფორმულით მოცემული მასზე მოქმედი ძალა დადებითია (ვინაიდან dU/dx დახრილობა უარყოფითია). ამგვარად ნივთიერი წერტილი x_1 -ზე არ რჩება და მარჯვნივკენ მოძრაობას იწყებს. აქედან გამომდინარე x_1 შემობრუნების წერტილია, სადაც $K=0$ და ნივთიერი წერტილი მოძრაობის მიმართულებას იცვლის. გრაფიკის მარჯვენა მხარეზე შემობრუნების წერტილი (სადაც $K=0$) არ არსებობს და მარჯვნივკენ მოძრაობა უსასრულოდ გრძელდება.

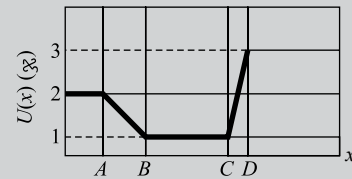
წონასწორობის წესები

8.10გ სურათზე ნაჩვენებია 8.10ა სურათზე გამოსახული პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქციის გრაფიკზე აღებული $E_{\text{მექ}}$ -ის სამი სხვადასხვა მნიშვნელობა. ვნახოთ, როგორ იცვლება ის. თუ $E_{\text{მექ}} = 4$ ჯ (იისფერი), შემობრუნების წერტილი x_1 -დან x_1 -სა და x_2 -ს შორის ინაცვლება. გარდა ამისა, x_5 -ის მარჯვნივ მდებარე ნებისმიერ წერტილზე სისტემის მექანიკური ენერგია მისი პოტენციური ენერგიის ტოლია ანუ ნივთიერი წერტილს კინეტიკური ენერგია არ გააჩნია, მასზე ძალა არ მოქმედებს და, მაშასადამე, უძრავია. ამგვარ მდებარეობაზე მყოფ ნივთიერი წერტილს **ნეიტრალურ წონასწორობაში** მყოფი ეწოდება.

თუ $E_{\text{მექ}} = 3$ ჯ (ვარდისფერი წრფე), შემობრუნების წერტილი ორია. ერთი მათგანი x_1 -სა და x_2 -ს შორის არის განლაგებული, ხოლო მეორე მათგანი - x_4 -სა და x_5 -ს შორის. გარდა ამისა, x_3 კოორდინატზე $K = 0$. თუ ნივთიერი წერტილი სწორედ x_3 კოორდინატზეა განლაგებული, მასზე მოქმედი ძალა ნულის ტოლია და ნივთიერი წერტილი არ მოძრაობს. როდესაც ნივთიერი წერტილი ამ კოორდინატის რომელიმე მხარეს არის განლაგებული, ძალა მას იგივე მიმართულებით უბიძგებს და ნივთიერი წერტილი მოძრაობას განაგრძობს. ამგვარ მდგომარეობაში მყოფი ნივთიერი წერტილი **არასტაბილურ წონასწორობაშია**.

ამჯერად განვიხილოთ ნივთიერი წერტილის მოქმედება, როდესაც $E_{\text{მექ}} = 1$ ჯ (მწვანე წრფე). თუ ნივთიერი წერტილს x_4 -ზე მოვათავსებთ, იგი იქვე დარჩება. ნივთიერი წერტილი მარცხნივ ან მარჯვნივ არ გადაადგილდება, ვინაიდან ამისთვის უარყოფითი კინეტიკური ენერგია საჭირო. თუ ნივთიერი წერტილს მარცხნივ ან მარჯვნივკენ ვუბიძგებთ, აღმდგენი ძალა მას კვლავ x_4 -ზე აბრუნებს. ამგვარ მდგომარეობაში მყოფი ნივთიერი წერტილი **სტაბილურ წონასწორობაშია**. თუ ნივთიერი წერტილს ჭიქის მგვარ პოტენციურ ორმოში მოვათავსებთ, რომლის ცენტრი x_2 -ია, ნივთიერი წერტილი ორ შემობრუნების წერტილს შორის აღმოჩნდება. მას მოძრაობა მხოლოდ x_1 -სკენ ან x_3 -სკენ შეეძლება.

საკონტროლო წერტილი 4. სურათზე ნაჩვენებია პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქცია სისტემისთვის, რომელშიც ნივთიერი წერტილი ერთ განზომილებაში მოძრაობს. ა) დაალაგეთ AB , BC და CD რეგიონები ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მიხედვით დიდიდან მცირეზე. ბ) რა მიმართულება აქვს ძალას, როდესაც ნივთიერი წერტილი AB რეგიონში იმყოფება?



8.7. ბაჩა ძალის მიხედვით სისტემაზე შესრულებული მუშაობა

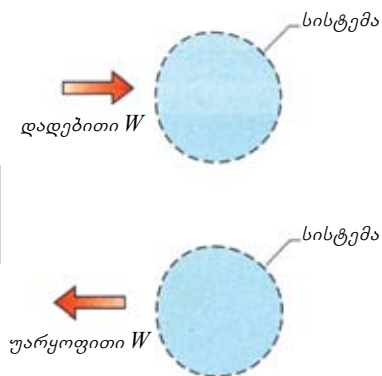
მე-7 თავში მუშაობა განვსაზღვრეთ, როგორც საგანზე მოქმედი ძალის მიერ საგნისთვის ენერგიის გადაცემა ან წართმევა. ამჯერად იგივე განსაზღვრებას საგანთა სისტემაზე მოქმედი გარე ძალისთვის განვაერთებთ.

მუშაობა არის სისტემაზე მოქმედი გარე ძალის მიერ სისტემისთვის ენერგიის გადაცემა ან წართმევა.

8.11ა სურათზე ნაჩვენებია დადებითი მუშაობა (სისტემისთვის ენერგიის გადაცემა), ხოლო 8.11ბ სურათზე ასახულია უარყოფითი მუშაობა (სისტემის ენერგიის წართმევა). როდესაც სისტემაზე ერთზე მეტი ძალა მოქმედებს, მათი ჯამური მუშაობა სისტემისთვის გადაცემული ან წართმეული ენერგიაა.

ენერგიის გადაცემა ბანკის ერთი ანგარიშიდან მეორეზე ფულის გადატანას ნაგავს. თუ სისტემა ერთი ნივთიერი წერტილის ან ნივთიერი წერტილის მაგვარი საგნისგან შედგება, ძალის მიერ სისტემაზე შესრულებული მუშაობა მხოლოდ სისტემის კინეტიკურ ენერგიას ცვლის. ენერგიის ამგვარი გადაცემისთვის მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა არსებობს (7.10 ფორმულა, $\Delta K = W$) ანუ ნივთიერ წერტილს ენერგიის მხოლოდ ერთი ანგარიში - კინეტიკური ენერგია გააჩნია. გარე ძალებს ამ ანგარიშზე ენერგიის დამატება ან გამოკლება შეუძლიათ. თუ სისტემა უფრო რთულია, გარე ძალა ენერგიის სხვა ფორმებსაც ცვლის ანუ რთულ სისტემას ენერგიის რამდენიმე ანგარიში გააჩნია.

მოდით, ამგვარი სისტემებისთვის, გარკვეული მტკიცებები ჩამოვაცალიბოთ, როდესაც ხახუნი არსებობს ან არ არსებობს.

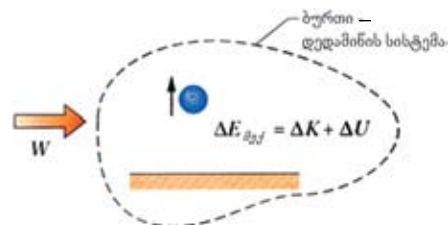


სურ. 8.11. ა) სისტემაზე შესრულებული დადებითი W მუშაობა ნიშნავს, რომ სისტემას ენერგია გადაეცა. ბ) სისტემაზე შესრულებული უარყოფითი W მუშაობა ნიშნავს, რომ სისტემას ენერგია წაერთვა.

ხახუნის ენერგიის მუშაობა

ბოულინგის თამაშის დროს მოთამაშე თავდაპირველად ჩაიმუხლება და იატაკზე განლაგებულ ბურთს ხელს მოკიდებს. შემდეგ მოთამაშე სწორდება და ბურთს დაახლოებით სახის დონიდან ისვრის. ამ დროს მოთამაშის ძალა ბურთზე მუშაობას ასრულებს ანუ გარე ძალა ენერგიას გადასცემს რომელიმე სისტემას, მაგრამ რომელია ეს სისტემა?

პასუხის გასაცემად შევამოწმოთ რომელი ენერგიები იცვლება. ბურთის კინეტიკური ენერგია იცვლება და ვინაიდან დედამიწასა და ბურთს შორის დაცილება იზრდება, ბურთი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიაც იცვლება. მოთამაშის ძალა გარე ძალაა და სისტემაზე მის მიერ



სურ. 8.12. ბოულინგის ბურთისა და დედამიწისგან შემდგარ სისტემაზე W დადებითი მუშაობა სრულდება, რაც სისტემის მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{\text{მეჯ}}$ ცვლილებას, ბურთის კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილებას და სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილებას იწვევს.

შესრულებული მუშაობაა:

$$W = \Delta K + \Delta U \quad (8.25)$$

ანუ $W = \Delta E_{\text{მექ}} \text{ (სისტემაზე შესრულებული მუშაობა ხახუნის არარსებობის დროს),} \quad (8.26)$

სადაც $\Delta E_{\text{მექ}}$ არის სისტემის მექანიკური ენერგიის ცვლილება. ზემოთ მიღებული ორი ფორმულა 8.12 სურათზეა ასახული და ერთმანეთის ექვივალენტურია, როდესაც გარე ძალა სისტემაზე მუშაობას ასრულებს და ხახუნი არ არსებობს.

ხახუნის აჩხუბების შემთხვევა

მოდით, 8.13ა სურათზე გამოსახული მაგალითი განვიხილოთ. ჰორიზონტალური მუდმივი $\vec{F}$ ძალა ბლოკს x ღერძის გასწვრივ d მანძილზე გადაადგილებს და ბლოკის სიჩქარე $\vec{v}_0$ -დან $\vec{v}$ -მდე იზრდება. მოძრაობის განმავლობაში ზედაპირიდან ბლოკზე $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს. თავდაპირველად ბლოკს სისტემაზე მივიჩნევთ და მას ნიუტონის მეორე კანონს მივუსადაგებთ. x ღერძის გასწვრივ კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$F - f_k = ma \quad (8.27)$$

რადგან ძალები მუდმივებია, $\vec{a}$ აჩქარებაც მუდმივია. მაშასადამე, 2.16 ფორმულის გამოყენებით ვწერთ:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

ეს განტოლება a -სთვის ამოვხსნათ, მიღებული შედეგი 8.27 ფორმულაში ჩავსვათ და გარდავქმნათ:

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d \quad (8.28)$$

ვინაიდან ბლოკისთვის $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \Delta K$, გვექნება:

$$Fd = \Delta K + f_k d \quad (8.29)$$

სხვა შემთხვევაში (მაგალითად როდესაც ბლოკი დახრილ სიბრტყეზე მოძრაობს) პოტენციური ენერგია შეიძლება შეიცვალოს. ამ ცვლილების მხედველობაში მისაღებად, 8.29 ფორმულა ზოგადი სახით ჩავწეროთ:

$$Fd = \Delta E_{\text{მექ}} + f_k d \quad (8.30)$$

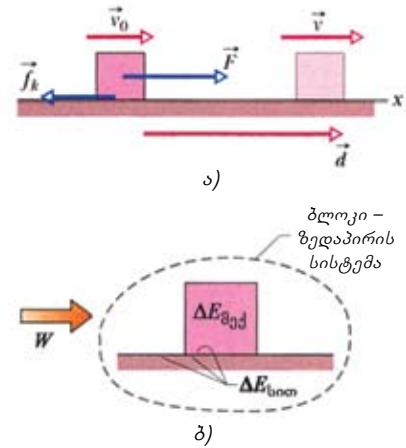
ექსპერიმენტის შედეგად დგინდება, რომ ბლოკი და ზედაპირის ნაწილი მოძრაობის დროს ხურდება. მე-18 თავში განვიხილავთ, რომ საგნის ტემპერატურა საგნის $E_{\text{სით}}$ სითბურ ენერგიას (ატომებისა და მოლეკულების მოძრაობასთან დაკავშირებული ენერგია) უკავშირდება. ამ შემთხვევაში ბლოკისა და ზედაპირის სითბური ენერგია იზრდება, ვინაიდან მათ შორის ხახუნი არსებობს და ბლოკი ზედაპირზე მისრიალებს. გავიხსენოთ, რომ ხახუნი ზედაპირებს შორის ცივი შედეულებითაა გამოწვეული. როდესაც ბლოკი ზედაპირზე მისრიალებს, ბლოკსა და ზედაპირს შორის შედეულების ნერტილები ჩნდება და ორივე მათგანი ხურდება. აქედან გამომდინარე, სრიალი ბლოკისა და ზედაპირის $E_{\text{სით}}$ სითბურ ენერგიას ზრდის. ექსპერიმენტის შედეგად ასევე დგინდება, რომ სითბური ენერგიის $\Delta E_{\text{სით}}$ ზრდა f_k და d სიდიდეების ნამრავლის ტოლია:

$$\Delta E_{\text{სით}} = f_k d \text{ (სითბური ენერგიის ზრდა სრიალის დროს)} \quad (8.31)$$

8.30 ფორმულა ასეთი სახით შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$Fd = \Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}} \quad (8.32)$$

Fd არის გარე $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული W მუშაობა, მაგრამ რომელ სისტემაზე სრულდება მუშაობა?



სურ. 8.13. ა) ბლოკს ზედაპირზე $\vec{F}$ ძალა უბიძგებს, ხოლო f_k კინეტიკური ხახუნის ძალა მოძრაობას ეწინააღმდეგება. $\vec{d}$ გადაადგილების დასაწყისში ბლოკის სიჩქარეა $\vec{v}_0$, ხოლო გადაადგილების დასასრულს ბლოკის სიჩქარე $\vec{v}$ ხდება. ბ) $\vec{F}$ ძალა ბლოკი-ზედაპირის სისტემაზე W დადებით მუშაობას ასრულებს, რაც ბლოკის მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{\text{მექ}}$ ცვლილებას და ბლოკისა და ზედაპირის სითბური ენერგიის $\Delta E_{\text{სით}}$ ცვლილებას იწვევს.

პასუხის გასაცემად შევამოწმოთ თუ რომელი ენერგიები იცვლება. ბლოკის მექანიკური ენერგია იცვლება და ბლოკისა და ზედაპირის სითბური ენერგიებიც იცვლება. აქედან გამომდინარე, $\vec{F}$ ძალა მუშაობას ბლოკი-ზედაპირის სისტემაზე ასრულებს. ეს მუშაობაა:

$$W = \Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}} \quad (\text{სისტემაზე შესრულებული მუშაობა ხახუნის პირობებში}) \quad (8.33)$$

ეს ფორმულა 8.13ბ სურათზეა ნაჩვენები და გარე ძალის მიერ სისტემაზე შესრულებულ მუშაობას ასახავს, როდესაც ხახუნი არსებობს.

საკონტროლო წერტილი 5. ჰორიზონტალური ძალა ბლოკს ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე სამ შემთხვევაში უბიძგებს. მოდებული ძალის F სიდიდეები და ბლოკის სიჩქარის ცვლილებები ცხრილშია მოცემული. სამივე შემთხვევაში ბლოკი თანაბარ d მანძილს გადის. დაალაგეთ შემთხვევები ბლოკისა და ზედაპირის სითბური ენერგიის ცვლილების მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

შემთხვევა	F	ბლოკის სიჩქარის ცვლილება
ა	$5n$	მცირდება
ბ	$7n$	უცვლელი რჩება
გ	$8n$	იზრდება

აღოსანის აგოსანის ნიშანი 8.5

აღდგომის კუნძულზე მცხოვრებმა პრეისტორიული ხანის ადამიანებმა ათასობით ქვის უზარმაზარი ქანდაკება დაამზადეს და მთელს კუნძულზე მიმოფანტეს (სურ. 8.14). როგორ მოახერხეს ადამიანებმა ყოველგვარი დამხმარე მექანიზმების გარეშე ქანდაკებების 10 კმ-მდე მანძილზე გადატანა? სავარაუდოდ, ქანდაკებებს ხის მარხილებზე აწყობდნენ და ისე გადაჰქონდათ. თანამედროვე გამოთვლებით, 25 ადამიანი 9000 კგ მასის ქანდაკებას 2 წუთის განმავლობაში 45 მ მანძილზე გადაადგილებს.

ა) გამოთვალეთ ადამიანებიდან მოქმედი ჯამური $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა 45მ მანძილზე გადაადგილების პროცესში და განსაზღვრეთ სისტემა, რომელზეც მუშაობა სრულდება.

ამოხსნა: შესრულებული მუშაობის გამოთვლა 7.7 ფორმულით შეიძლება ($W = Fd \cos \varphi$). ამ შემთხვევაში d მანძილი არის 45 მ, F არის 25 ადამიანიდან ქანდაკებაზე მოქმედი ჯამური ძალის სიდიდე, ხოლო $\varphi = 0^\circ$. მოდით შევთანხმდეთ, რომ თითოეული ადამიანი საკუთარ წონაზე ორჯერ მეტი სიდიდის ძალით მოქმედებს და ამ ძალის სიდიდეა $2mg$. აქედან გამომდინარე, ჯამური ძალის სიდიდეა $F = (25)(2mg) = 50mg$. ადამიანის მასა დაახლოებით 80კგ-ია და 7.7 ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$W = Fd \cos \varphi = 50 mgd \cos \varphi$$



სურ. 8.14. ქვის ქანდაკება აღდგომის კუნძულზე

$$\begin{aligned} &= (50)(80 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(45 \text{ მ}) \cos 0^\circ \\ &= 1,8 \times 10^6 \text{ ჯ} \approx 2 \text{ მგჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

სისტემის განსაზღვრისთვის შევამოწმოთ რომელი ენერგია იცვლება. ქანდაკება გადაადგილდება და, ამიტომ, მისი კინეტიკური ენერგია იცვლება. ასევე იოლად მისახვედრია, რომ მარხილსა და მიწას შორის მნიშვნელოვანი კინეტიკური ხახუნი არსებობს, რაც მათი სითბური ენერგიის ცვლილებას იწვევს. მაშასადამე, სისტემა, რომელზეც მუშაობა სრულდება, ქანდაკების, მარხილისა და მიწისგან შედგება.

ბ) რამდენით გაიზარდა სისტემის სითბური ენერგია 45მ მანძილზე გადაადგილების პროცესში?

ამოხსნა: $\Delta E_{\text{სით}}$ ენერგიის ცვლილება $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებულ W მუშაობას 8.33 ფორმულით

უკავშირდება (ხახუნის არსებობის პირობებში):

$$W = \Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}}$$

ამოცანის ა) ნაწილიდან W -ს მნიშვნელობა უკვე ვიცით. ქანდაკების მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{\text{მექ}}$ ცვლილება ნულის ტოლია, ვინაიდან გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ ქანდაკება უძრავია. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე:

$$\Delta E_{\text{სით}} = W = 1,8 \times 10^6 \text{ ჯ} \approx 2 \text{ მგჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

გ) გამოთვალეთ, რა მუშაობა უნდა შეესრულებინა 25 ადამიანს, რათა ქანდაკება 10 კმ მანძილზე

გადაეტანა? ასევე გამოთვალეთ ქანდაკება-მარხილი-მინის სისტემის სითბური ენერგიის $\Delta E_{\text{სით}}$ ცვლილება.

ამოხსნა: W მუშაობას ამოცანის ა) ნაწილის მსგავსად გამოვთვლით, ოღონდ d -ს ნაცვლად ამჯერად 1×10^4 მ გვაქვს:

$$W = \Delta E_{\text{სით}} = 3,9 \times 10^8 \text{ ჯ} \approx 400 \text{ მგჯ} \quad (\text{პასუხი})$$

25 ადამიანი ქანდაკების გადატანას 10 კმ მანძილზე შეძლებდა და არავითარი ზესაიდუმლო საშუალება საჭირო არ იქნებოდა.

ა მოსახლის ამოხსნის ნიშნები 8.6

მტვირთავი $m = 14$ კგ მასის ყვავილოვანი კომბოსტოთი სავსე ყუთს 30 ნ სიდიდის ჰორიზონტალური $\vec{F}$ ძალით ბეტონის ზედაპირზე მიაცურებს. $d = 0,5$ მ მანძილზე გადაადგილების დროს ყუთის სიჩქარე 0,6 მ/წმ-დან 0,2 მ/წმ-მდე მცირდება.

ა) რა მუშაობას ასრულებს $\vec{F}$ ძალა და რომელ სისტემაზე სრულდება მუშაობა?

ამოხსნა: ამ შემთხვევაში 7.7 ფორმულა გამოსადეგია და $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებული W მუშაობაა:

$$\begin{aligned} W &= Fd \cos \varphi = (40 \text{ ნ})(0,5 \text{ მ}) \cos 0^\circ \\ &= 20 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

სისტემის დასადგენად ვნახოთ, თუ რომელი ენერგია იცვლება. ვინაიდან ყუთის სიჩქარე იცვლება, მისი კინეტიკური ენერგია აუცილებლად იცვლება. არსებობს თუ არა ხახუნი ყუთსა და ზედაპირს შორის ანუ იცვლება თუ არა სითბური ენერგია? ყურადღება მიაქციეთ, რომ $\vec{F}$ ძალას და ყუთის სიჩქარეს ერთი და იგივე მიმართულება აქვს. მაშასადამე, ხახუნი არ არსებობს, მაგრამ მაშინ $\vec{F}$ ძალა ყუთს უნდა აჩქარებდეს, ჩვენს შემთხვევაში კი პირიქით

ხდება. ესე იგი ხახუნი მაინც არსებობს და ყუთისა და ზედაპირის სითბური ენერგია იცვლება. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, ჩვენი სისტემა ყუთისა და ზედაპირისგან შედგება.

ბ) რამდენით იზრდება ყუთისა და ზედაპირის სითბური ენერგია?

ამოხსნა: სითბური ენერგიის $\Delta E_{\text{სით}}$ ცვლილება $\vec{F}$ ძალის მიერ შესრულებულ W მუშაობასთან 8.33 ფორმულით შეგვიძლია დავაკავშიროთ, როდესაც სისტემაში ხახუნი არსებობს:

$$W = \Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}} \quad (8.34)$$

W -ს მნიშვნელობა ამოცანის ა) ნაწილიდან ვიცით. ყუთის მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{\text{მექ}}$ ცვლილება მისი კინეტიკური ენერგიის ცვლილებაა, ვინაიდან პოტენციური ენერგია არ იცვლება:

$$\Delta E_{\text{მექ}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

ეს ფორმულა 8.34 ფორმულაში ჩავსვათ და $\Delta E_{\text{სით}}$ - სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{სით}} &= W - (2mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2) = W - \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \\ &= 20 \text{ ჯ} - \frac{1}{2}(14 \text{ კგ})[(0,2 \text{ მ/წმ})^2 - (0,6 \text{ მ/წმ})^2] \\ &= 22,2 \text{ ჯ} \approx 22 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

8.8 ანეხიის შენახვა

ჩვენ უკვე განვიხილეთ შემთხვევები, როდესაც ენერგია საგნებს ან სისტემებს გადაეცემა ისევე, როგორც ფული გადაირიცხება ანგარიშებს შორის. თითოეულ შემთხვევაში ვუშვებდით, რომ მთლიანი ენერგია ინახება ანუ მას გაჩენა ან გაქრობა არ შეუძლია. ფორმალური ენით რომ ვთქვათ, ენერგია **შენახვის კანონს** ემორჩილება და ეს კანონი სისტემის E მთლიან ენერგიას ეხება. მთლიანი ენერგია სისტემის მექანიკური ენერგიის, სითბური ენერგიის და ნებისმიერი სხვა სახის *შიდა ენერგიის* ჯამის ტოლია. ენერგიის შენახვის კანონის თანახმად:

სისტემის E მთლიანი ენერგია მხოლოდ იმ რაოდენობით იცვლება, რა რაოდენობის ენერგიაც სისტემას გადაეცემა ან წაერთმევა.

ჩვენ ენერგიის გადაცემის მხოლოდ ერთი სახეობა - სისტემაზე შესრულებული W მუშაობა განვიხილეთ. მაშასადამე, ჩვენს მიერ ამ ეტაპზე მიღებული ცოდნის ენერგიის შენახვის კანონი ასე შეიძლება ჩამოყალიბდეს:

$$W = \Delta E = \Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}} + \Delta E_{\text{გ}} \quad (8.35)$$

სადაც $\Delta E_{\text{მექ}}$ არის სისტემის მექანიკური ენერგიის ცვლილება, $\Delta E_{\text{სით}}$ – სისტემის სითბური ენერგიის ცვლილება, ხოლო $\Delta E_{\text{გ}}$ – სისტემის ნებისმიერი სხვა სახის შიგა ენერგიის ცვლილება. $\Delta E_{\text{მექ}}$ მექანიკური ენერგიის ცვლილებაში კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილება და პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება შედის.

ენერგიის შენახვის კანონი ფიზიკის ძირითადი პრინციპებიდან არ მიიღება. ეს კანონი დიდი რაოდენობის ექსპერიმენტებზეა დაფუძნებული. მეცნიერებს ამ კანონის გამონაკლისი შემთხვევა ჯერჯერობით არ შეხვედრიათ.

იზოლირებული სისტემა

გარემოსგან იზოლირებულ სისტემაში ენერგიის გარედან გადაცემა არ ხდება. ამ შემთხვევაში ენერგიის შენახვის კანონი ამტკიცებს:

იზოლირებული სისტემის E მთლიანი ენერგია არ იცვლება.

ენერგიის გადაცემა შესაძლებელია იზოლირებული სისტემის შიგნით ხდებოდეს, მაგალითად, კინეტიკურ ენერგიასა და პოტენციურ ენერგიას ან კინეტიკურ ენერგიასა და სითბურ ენერგიას შორის. მიუხედავად ამისა, სისტემის ყველა სახის ენერგიის ჯამი არ შეიცვლება.

მაგალითად 8.15 სურათზე გამოსახული კლდეზე მცოცავი შეგვიძლია მოვიყვანოთ. იზოლირებული სისტემა მცოცავისგან, მისი ალჭურვილობისგან და დედამიწისგან შედგება. როდესაც მცოცავი კლდეზე ჩამოდის, სისტემის მდგომარეობა იცვლება და, მაშასადამე, სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიიდან ენერგიის გადატანა ხდება. ამ ენერგიის ნაწილი კლდეზე მცოცავის კინეტიკურ ენერგიაში გადადის, თუმცა ეს სასურველი არ არის, ვინაიდან მცოცავის სიჩქარე იზრდება. ენერგიის არასასურველი გადაცემის თავიდან ასაცილებლად, კლდეზე მცოცავი თოკს ლითონის რგოლებს ახვევს და თოკსა და რგოლებს შორის ხახუნი ჩნდება. ხახუნის შედეგად სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია რგოლებისა და თოკის სითბურ ენერგიაში გადადის. მცოცავი-ალჭურვილობა-დედამიწის სისტემის მთლიანი ენერგია (მიზიდულობის პოტენციური ენერგია, კინეტიკური ენერგია და სითბური ენერგია) არ იცვლება.

ენერგიის შენახვის კანონი იზოლირებული სისტემისთვის ორგვარად შეიძლება ჩაინეროს. თავდაპირველად 8.35 ფორმულაში $W = 0$ ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\Delta E_{\text{მექ}} + \Delta E_{\text{სით}} + \Delta E_{\text{გ}} = 0 \quad (\text{იზოლირებული სისტემა}) \quad (8.36)$$

ასევე შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ $\Delta E_{\text{მექ}} = E_{\text{მექ},2} - E_{\text{მექ},1}$, სადაც 1 და 2 ინდექსები ორ სხვადასხვა მომენტს, მაგალითად რაიმე პროცესის დასაწყისს და დასასრულს მიანიშნებენ. ამ შემთხვევაში 8.36 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$E_{\text{მექ},2} = E_{\text{მექ},1} - \Delta E_{\text{სით}} - \Delta E_{\text{გ}} \quad (8.37)$$



სურ. 8.15. კლდეზე მცოცავმა ქვემოთ ჩასასვლელად სისტემას მიზიდულობის პოტენციური ენერგია უნდა წაართვას. სისტემა მცოცავისგან, მისი ალჭურვილობისგან და დედამიწისგან შედგება. თოკი ლითონის რგოლებზეა შემოტარებული და რგოლებსა და თოკს შორის ხახუნი არსებობს. სწორედ ამის შედეგად, გადაცემული ენერგიის დიდი ნაწილი თოკისა და რგოლების სითბურ ენერგიაში გადადის და არა მცოცავის კინეტიკურ ენერგიაში.

8.37 ფორმულა გვაუწყებს:



იზოლირებული სისტემის შემთხვევაში, ერთ მომენტში არსებული მთლიანი ენერგია მეორე მომენტში არსებულ მთლიან ენერგიასთან შეგვიძლია დავაკავშიროთ და შუალედურ დროში ენერგიების გათვალისწინება საჭირო არ არის.

ეს ფაქტი იზოლირებულ სისტემებთან დაკავშირებული რთული ამოცანების ამოხსნას ბევრად ამარტივებს.

8.5 პარაგრაფში განსაკუთრებული შემთხვევა განვიხილეთ, როდესაც იზოლირებულ სისტემაში არაშემნახველი ძალები (მაგალითად კინეტიკური ხახუნის ძალა) არ მოქმედებს. ამ დროს $\Delta E_{\text{სით}}$ და $\Delta E_{\text{გ}}$ ნულის ტოლია და 8.37 ფორმულა 8.18 ფორმულაზე დაიყვანება. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, იზოლირებული სისტემის მექანიკური ენერგია ინახება, როდესაც არაშემნახველი ძალები მასში არ მოქმედებენ.

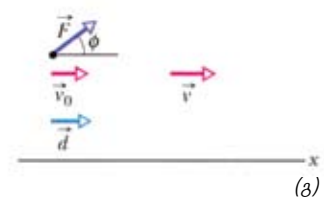
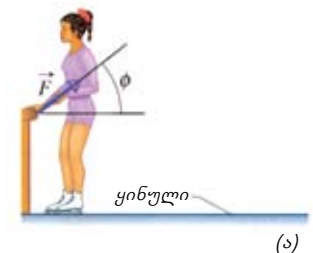
ბაჩი ძალები და ანეხიის შიგნით ბადასება

გარე ძალას კინეტიკური ან პოტენციური ენერგიის შეცვლა საგანზე მუშაობის შესრულების გარეშე ანუ საგნისთვის ენერგიის გადაცემის გარეშე შეუძლია. თუმცა ამ ძალის მიერ არის გამოწვეული საგნის შიგნით ენერგიის ერთი სახეობიდან მეორეში გადასვლა.

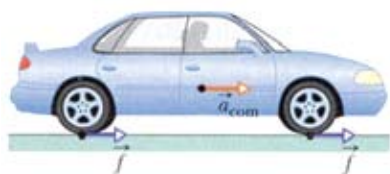
8.16 სურათზე ნაჩვენებია მაგალითი. თავდაპირველად უძრავი მოციგურავე მოაჯირს უბიძგებს და ყინულზე სრიალდება (სურ. 8.16ა და ბ). მოციგურავის კინეტიკური ენერგია იზრდება, ვინაიდან მოაჯირიდან მასზე $\vec{F}$ გარე ძალა მოქმედებს. ამ ძალას მოაჯირიდან მოციგურავეზე ენერგია არ გადააქვს ანუ მუშაობას არ ასრულებს. კინეტიკური ენერგიის ზრდა მოციგურავის კუნთებში არსებული ბიოქიმიური ენერგიის შიგნით გადაცემებს უკავშირდება.

8.17 სურათზე ნაჩვენებია კიდევ ერთი მაგალითი. ძრავა მანქანის სიჩქარეს ოთხივე ბორბლის საშუალებით ზრდის (ძრავა ოთხივე ბორბალს აბრუნებს). აჩქარების განმავლობაში საბურავები გზის საფარს უკან უბიძგებენ და ამ ბიძგის შედეგად წინ მიმართული $\vec{f}$ ხახუნის ძალა ოთხივე საბურავზე მოქმედებს. გზიდან მოქმედი ჯამური $\vec{F}$ გარე ძალა ხახუნის ძალების ჯამია და სწორედ ეს ძალა აჩქარებს მანქანას ანუ მის კინეტიკურ ენერგიას ზრდის. $\vec{F}$ ძალას გზიდან მანქანაზე ენერგია არ გადააქვს და, მაშასადამე, მანქანაზე მუშაობას არ ასრულებს. მანქანის კინეტიკური ენერგია სანვავში შენახული ენერგიის შიგნით გადაცემების შედეგად იზრდება.

ზემოთ მოყვანილი მაგალითების მსგავს შემთხვევებში, $\vec{F}$ გარე ძალა საგნის მექანიკური ენერგიის ცვლილებას შეგვიძლია დავუკავშიროთ, თუ მდგომარეობას გავამარტივებთ. მოდით, კვლავ მოციგურავის მაგალითს დავუბრუნდეთ. 8.16გ სურათზე d მანძილით გადაადგილების დროს ვუშვებთ, რომ მოციგურავის აჩქარება მუდმივია და მისი სიჩქარე $v_0 = 0$ -დან v -მდე იცვლება (ანუ F ძალის სიდიდე და ϕ კუთხე არ იცვლება). გადაადგილების შემდეგ მოციგურავეს ნივთიერ ნერტილად მივიჩნივთ და უგულვებელყოფთ იმ ფაქტს, რომ კუნთების დაჭიმვის შედეგად შიდა სითბური ენერგია და სხვა ფიზიოლოგიური მახასიათებლები შეიცვალა. ამგვარი დაშვებების შედეგად 7.5 ფორმულის $(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d)$ გამოყენებით დავწეროთ:



სურ. 8.16. ა) მოციგურავე საკუთარ თავს მოაჯირიდან უბიძგებს და მოაჯირიდან მასზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. ბ) მოძრაობის დასაწყისში მოციგურავის სიჩქარეა $\vec{v}_0$. გ) მოციგურავეზე პორიზონტალური x ღერძისადმი ϕ კუთხის მდგენელი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. d მანძილის გავლის შემდეგ $\vec{F}$ ძალის პორიზონტალური კომპონენტი მოციგურავის სიჩქარეს $\vec{v}_0 (=0)$ -დან $\vec{v}$ -მდე ცვლის.



სურ. 8.17. მანქანა ოთხივე ბორბლის საშუალებით ჩქარდება. გზის საფარი საბურავებზე ოთხი ხახუნის ძალით (ორი მათგანი ნაჩვენებია) მოქმედებს. ეს ძალები მანქანაზე მოქმედ ჯამურ $\vec{F}$ გარე ძალას წარმოადგენს.

$$K - K_0 = (F \cos \varphi) d$$

ანუ

$$\Delta K = Fd \cos \varphi \quad (8.38)$$

თუ ყველაფერთან ერთად საგანი მაღლა იწევა, მაშინ მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილებაც შემოგვაქვს:

$$\Delta U + \Delta K = Fd \cos \varphi \quad (8.39)$$

ფორმულის მარჯვენა მხარეს ჩანერილი ძალა საგანზე მუშაობას არ ასრულებს, მაგრამ ფორმულის მარცხენა მხარეზე ნაჩვენებ ენერგიის ცვლილებაზე პასუხისმგებელი მაინც არის.

სიმძლავრე

ჩვენ უკვე ვნახეთ როგორ გადადის ენერგია ერთი სახიდან მეორეში და 7.9 პარაგრაფში მოცემული სიმძლავრის განსაზღვრება შეგვიძლია განვაგრძოთ. გაიხსენეთ, რომ სიმძლავრე განესაზღვრეთ, როგორც ძალის მიერ მუშაობის შესრულების ტემპი. უფრო ზოგადად, P სიმძლავრე არის ძალის მიერ ენერგიის ერთი სახეობიდან მეორეში გადატანის ტემპი. თუ Δt დროში ΔE ოდენობის ენერგიის გადაცემა ხდება, ძალის შედეგად მიღებული **საშუალო სიმძლავრეა**:

$$P_{\text{საშ}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (8.40)$$

ძალის შედეგად მიღებული **მყისი სიმძლავრეა**:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (8.41)$$

აქოსანის აქოსნის ნიშნები 8.7

8.18 სურათზე გამოსახული 2 კგ მასის ყუთი ზედაპირზე $v_1 = 4$ მ/წმ სიჩქარით მისრიალებს, შემდეგ ზამბარას ეჯახება, კუმშავს მას და წამიერად ჩერდება. ზამბარისკენ მოძრაობის დროს ხახუნი არ არსებობს, მაგრამ ზამბარასთან შეჯახების შემდეგ ზედაპირიდან ყუთზე 15 ნიუტონის კინეტიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს. თუ $k = 10000$ ნ/მ, რა d მანძილით შეიკუმშება ზამბარა?

ამოხსნა: თავდაპირველად ყველა ძალა შევისწავლოთ და დავადგინოთ, სისტემა იზოლირებულია თუ გარე ძალა მასზე მუშაობას ასრულებს.

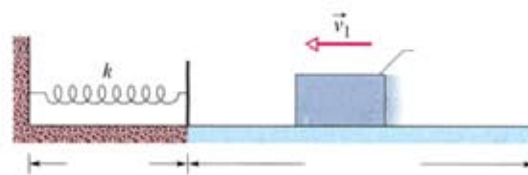
ძალები: ზედაპირიდან ყუთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა ყუთზე მუშაობას არ ასრულებს, ვინაიდან ამ ძალის მიმართულება ყუთის გადაადგილებისადმი პერპენდიკულარულია. იგივე მიზეზის გამო არც მიზიდულობის ძალა ასრულებს ყუთზე მუშაობას. ზამბარის შეკუმშვის შემდეგ, დრეკადობის ძალა ყუთზე მუშაობას ასრულებს და ზამბარის ელასტიურ პოტენციურ ენერგიას ზრდის. დრეკადობის ძალა მყარ კედელზეც მოქმედებს.

ვინაიდან ზედაპირსა და ყუთს შორის ხახუნი არსებობს, მათი სითბური ენერგია იზრდება.

სისტემა: ყველა ძალა ყუთი-ზამბარა-ზედაპირი-კედლის სისტემაში მოქმედებს და ენერგიის გადაცემა იზოლირებულ სისტემაში ხდება. რადგან სისტემა იზოლირებულია, მისი მთლიანი ენერგია არ იცვლება. აქედან გამომდინარე, ენერგიის შენახვის კანონი 8.37 ფორმულის სახით ჩვენს სისტემას მივუსადაგოთ:

$$E_{\text{მექ},2} = E_{\text{მექ},1} - \Delta E_{\text{სით}} \quad (8.42)$$

ინდექსი 1 ყუთის საწყის მდგომარეობას შეესაბამება, ხოლო ინდექსი 2 იმ მომენტს ასახავს,



სურ. 8.18. ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე $\vec{v}_1$ სიჩქარით ზამბარისკენ მისრიალებს. ზამბარის სიხისტეა k . როდესაც ყუთი ზამბარამდე მიაღწევს, ზედაპირიდან მასზე ხახუნის ძალა იწყებს მოქმედებას.

როდესაც ყუთი წამიერად ჩერდება და ზამბარა d მანძილით იკუმშება. ორივე მდგომარეობაში სისტემის მექანიკური ენერგია ყუთის კინეტიკური ენერგიის ($K = \frac{1}{2}mv^2$) და ზამბარის პოტენციური ენერგიის ($U = \frac{1}{2}kx^2$) ჯამის ტოლია. პირველ მდგომარეობაში $U = 0$ (ვინაიდან ზამბარა შეკუმშული არ არის) და ყუთის სიჩქარეა v_1 . აქედან გამომდინარე:

$$E_{მექ,1} = K_1 + U = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$$

მეორე მდგომარეობაში $K = 0$ (ვინაიდან ყუთი ჩერდება) და შეკუმშვის მანძილია d . აქედან გამომდინარე:

$$E_{მექ,2} = K_2 + U_2 = 0 + \frac{1}{2}kd^2$$

საბოლოო ჯამში, 8.31 ფორმულის საშუალებით ყუთისა და ზედაპირის სითბური ენერგიის $\Delta E_{სით}$ ცვლილება $f_k d$ -ით შევცვალოთ და 8.42 ფორმულა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - f_k d$$

გარდაქმნა და ცნობილი სიდიდეების ჩასმა მოგვცემს:

$$5000d^2 + 15d - 16 = 0$$

კვადრატული განტოლების ამონახსნია:

$$d = 0,055 \text{ მ} = 5,5 \text{ სმ} \quad (\text{პასუხი})$$

აქოსანის აქოსნის ნიჟუი 8.8

8.19 სურათზე გამოსახულია საცირკონარმოდგენა. $m = 6$ კგ მასის ძალღი ოღროჩოღრო ზედაპირზე $y_0 = 8,5$ მ სიმაღლიდან $v_0 = 7,8$ მ/წმ სიჩქარით იწყებს მოძრაობას, მარჯვნივ სრიალდება და წამიერად ჩერდება, როდესაც $y = 11,1$ მ სიმაღლეს მიაღწევს. ზედაპირი ხახუნისგან თავისუფალი არ არის. რამდენით იზრდება ძალღის და ზედაპირის სითბური ენერგია?

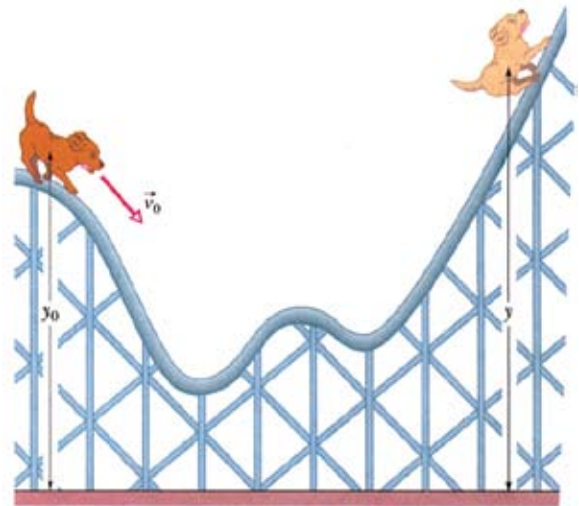
ამოხსნა: მოდით, ძალღზე მოქმედი ყველა ძალა განვიხილოთ და დავადგინოთ სისტემა იზოლირებულია თუ მასზე გარე ძალა მუშაობას ასრულებს.

ძალეები: ზედაპირიდან ძალღზე მოქმედი დრეკადობის ძალა მუშაობას არ ასრულებს, ვინაიდან მისი მიმართულება ყოველთვის ძალღის გადაადგილებისადმი პერპენდიკულარულია. ძალღზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა მუშაობას ასრულებს, ვინაიდან დედამიწიდან ძალღის დაშორება იცვლება. ძალღსა და ზედაპირის შორის ხახუნის შედეგად მათი სითბური ენერგია იზრდება.

სისტემა: ყველა ძალა ძალღი-ზედაპირი-დედამიწის სისტემაში მოქმედებს და ენერგიის გადაცემა ერთ იზოლირებულ სისტემაში ხდება. რადგან სისტემა იზოლირებულია, მისი მთლიანი ენერგია არ იცვლება. მოდით ენერგიის შენახვის კანონი ამ სისტემისთვის 8.36 ფორმულის სახით ჩავწეროთ:

$$\Delta E_{მექ} + \Delta E_{სით} = 0 \quad (8.43)$$

ენერგია ძალღის საწყის მდგომარეობასა და წამიერი გაჩერების მომენტს შორის იცვლება.



სურ. 8.19. ძალღი ოღროჩოღრო ზედაპირზე სრიალდება. ცხოველი მოძრაობას y_0 სიმაღლიდან v_0 სიჩქარით იწყებს და y სიმაღლეზე წამიერად ჩერდება.

გარდა ამისა, $\Delta E_{მექ}$ ცვლილება ძალღის კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილებისა და სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილების ჯამის ტოლია, სადაც:

$$\Delta K = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

და

$$\Delta U = mgy - mgy_0$$

ეს ფორმულები 8.43 ფორმულაში ჩავსვათ და $\Delta E_{სით}$ -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \Delta E_{სით} &= \frac{1}{2}mv_0^2 - mg(y - y_0) \\ &= \frac{1}{2}(6 \text{ კგ})(7,8 \text{ მ/წმ})^2 - (6 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(11,1 \text{ მ} - 8,5 \text{ მ}) \\ &\approx 30 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

შემნახველი ძალები. ძალა შემნახველია, როდესაც ნებისმიერ ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრავ ნივთიერ ნერტილზე მის მიერ შესრულებული ჯამური მუშაობა ნულის ტოლია. ასევე, ძალა შემნახველია, თუ ორ ნერტილს შორის მოძრავ ნივთიერ ნერტილზე მის მიერ შესრულებული ჯამური მუშაობა ტრაექტორიაზე დამოკიდებული არ არის. მიზიდულობის ძალა და დრეკადობის ძალა შემნახველი ძალებია. კინეტიკური ხახუნის ძალა არაშემნახველი ძალაა.

პოტენციური ენერგია. პოტენციური ენერგია სისტემის იმგვარ მდგომარეობას უკავშირდება, როდესაც სისტემაში შემნახველი ძალა მოქმედებს. როდესაც შემნახველი ძალა სისტემის შიდა ნივთიერ ნერტილზე W მუშაობას ასრულებს, სისტემის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილებაა:

$$\Delta U = -W \quad (8.1)$$

თუ ნივთიერი ნერტილი x_i -დან x_f ნერტილისკენ გადაადგილდება, სისტემის პოტენციური ენერგიის ცვლილებაა:

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.6)$$

მიზიდულობის პოტენციური ენერგია. დედამიწისა და მასთან ახლომდებარე ნივთიერი ნერტილისგან შემდგარ სისტემასთან დაკავშირებულ პოტენციურ ენერგიას მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ეწოდება. თუ ნივთიერი ნერტილი y_i -დან y_f სიმაღლეზე გადაადგილდება, ნივთიერი ნერტილი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ცვლილება:

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y \quad (8.7)$$

თუ ნივთიერი ნერტილისთვის ათვლის ნერტილად $y_i = 0$ არის მიჩნეული და სისტემის შესაბამისი მიზიდულობის პოტენციური ენერგიაა $U_i = 0$, მაშინ ნივთიერი ნერტილის y სიმაღლეზე მდებარეობის დროს U მიზიდულობის პოტენციური ენერგიაა:

$$U(y) = mgy \quad (8.9)$$

ელასტიური პოტენციური ენერგია. ელასტიური პოტენციური ენერგია არის დრეკადი საგნის შეკუმშვასთან ან გაჭიმვასთან დაკავშირებული ენერგია. ზამბარისთვის, რომელიც თავისუფალი ბოლოს x მანძილზე გადაადგილების დროს $F = -kx$ ძალით მოქმედებს,

ელასტიური პოტენციური ენერგიაა:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad (8.11)$$

ათვლის მდგომარეობაში ზამბარა მოშვებულია, $x = 0$ და $U = 0$.

მექანიკური ენერგია. სისტემის $E_{\text{მექ}}$ მექანიკური ენერგია მისი K კინეტიკური ენერგიის და U პოტენციური ენერგიის ჯამის ტოლია:

$$E_{\text{მექ}} = K + U \quad (8.12)$$

სისტემას იზოლირებული ეწოდება, თუ გარე ძალა მასში ენერგიის ცვლილებას არ იწვევს. როდესაც იზოლირებულ სისტემაში მხოლოდ შემნახველი ძალები ასრულებენ მუშაობას, სისტემის $E_{\text{მექ}}$ მექანიკური ენერგია არ იცვლება. მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი ასე შეიძლება ჩაინეროს:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (8.17)$$

ინდექსები ენერგიის გადაცემის პროცესის ორ სხვადასხვა მომენტს ასახავენ. ენერგიის შენახვის პრინციპი ასეც შეიძლება გამოისახოს:

$$\Delta E_{\text{მექ}} = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (8.18)$$

პოტენციური ენერგიის გრაფიკები.

როდესაც სისტემაში ნივთიერ ნერტილზე ერთგანზომილებიანი $F(x)$ ძალა მოქმედებს და ამ სისტემისთვის პოტენციური ენერგიის $U(x)$ ფუნქცია ვიცით, ძალას შემდეგი ფორმულით გამოვთვლით:

$$F(x) = - \frac{dU(x)}{dx} \quad (8.22)$$

თუ მოცემულია $U(x)$ -ის გრაფიკი, მაშინ x -ის ნებისმიერი მნიშვნელობის დროს $F(x)$ ძალა ამ გრაფიკის მრუდის შებრუნებულია და ნივთიერი ნერტილის კინეტიკური ენერგიაა:

$$K(x) = E_{\text{მექ}} - U(x) \quad (8.24)$$

სადაც $E_{\text{მექ}}$ არის სისტემის მექანიკური ენერგია. **შემოზრუნების ნერტილი** არის რაიმე x ნერტილი, სადაც ნივთიერი ნერტილი მოძრაობის მიმართულებას იცვლის (ამ ნერტილზე $K = 0$). ნივთიერი ნერტილი **ნონასწორობაშია** იმ ნერტილებზე, სადაც $U(x)$ გრაფიკის დახრილობა ნულია (ამ ნერტილებზე $F(x) = 0$).

გარე ძალის მიერ სისტემაზე შესრულებული მუშაობა. W მუშაობა არის სისტემაზე მოქმედი გარე ძალის საშუალებით სისტემისთვის ან

სისტემიდან გადაცემული ენერგია. როდესაც სისტემაზე ერთზე მეტი ძალა მოქმედებს, გადაცემული ენერგია მათ მიერ შესრულებული *ჯამური მუშაობაა*. როდესაც ხახუნი არ არსებობს, სისტემაზე შესრულებული მუშაობა და სისტემის მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{მექ}$ ცვლილება ერთმანეთის ტოლია:

$$W = \Delta E_{მექ} = \Delta K + \Delta U \quad (8.26, 8.25)$$

როდესაც სისტემაში კინეტიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს, სისტემის $E_{სით}$ სითბური ენერგია იცვლება. ამ შემთხვევაში, სისტემაზე შესრულებული მუშაობაა:

$$W = \Delta E_{მექ} + \Delta E_{სით} \quad (8.33)$$

$\Delta E_{სით}$ ცვლილება f_k ხახუნის ძალას და გარე ძალის შედეგად გამოწვეულ d გადაადგილებას შემდეგი ფორმულით უკავშირდება:

$$\Delta E_{სით} = f_k d \quad (8.31)$$

ენერგიის შენახვა. სისტემის *მთლიანი ენერგია* (მექანიკური და შიდა ენერგიების ჯამი) მხოლოდ

იმ რაოდენობით იცვლება, რა რაოდენობითაც ენერგია სისტემას მიეწოდება ან წაერთმევა. ეს ფაქტი ექსპერიმენტის შედეგად არის დადგენილი და მას **ენერგიის შენახვის კანონი** ეწოდება. თუ სისტემაზე W მუშაობა სრულდება, მაშინ:

$$W = \Delta E = \Delta E_{მექ} + \Delta E_{სით} + \Delta E_{შ} \quad (8.35)$$

თუ სისტემა იზოლირებულია ($W=0$):

$$\Delta E_{მექ} + \Delta E_{სით} + \Delta E_{შ} = 0 \quad (8.36)$$

$$E_{მექ,2} = E_{მექ,1} - \Delta E_{სით} - \Delta E_{შ} \quad (8.37)$$

1 და 2 ინდექსები ორ სხვადასხვა მომენტს ასახავს.

სიმძლავრე. ძალის შედეგად მიღებული **სიმძლავრე** ძალის მიერ ენერგიის გადაცემის *ტემპია*. თუ Δt დროში ძალას ΔE რაოდენობის ენერგია გადააქვს, ძალის **საშუალო სიმძლავრეა**:

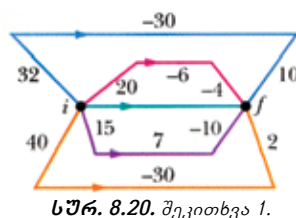
$$P_{საშ} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (8.40)$$

ძალის შედეგად მიღებული **მყისი სიმძლავრეა**:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (8.41)$$

შავი თხაობი

1. 8.20 სურათზე ნაჩვენებია i ნერტილიდან f ნერტილამდე გავლებული ერთი წრფივი და ოთხი არაწრფივი ტრაექტორია.

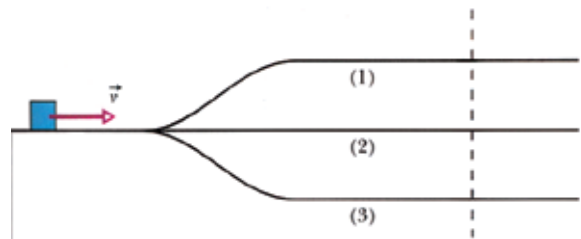


სურ. 8.20. შეკითხვა 1.

წრფივი ტრაექტორიით და სამი არაწრფივი ტრაექტორიით მოძრაობს საგანზე მხოლოდ F_c შემნახველი ძალა მოქმედებს. მეოთხე არაწრფივი ტრაექტორიით მოძრაობს საგანზე F_c ძალა და F_{nc} არაშემნახველი ძალები მოქმედებენ. საგნის მექანიკური ენერგიის $\Delta E_{მექ}$ ცვლილება თითოეული არაწრფივი ტრაექტორიის სწორ მონაკვეთზეა ნაჩვენები. რისი ტოლია $\Delta E_{მექ}$ ა) წრფივ ტრაექტორიაზე და ბ) როგორ იცვლება მექანიკური ენერგია F_{nc} -ის შედეგად?

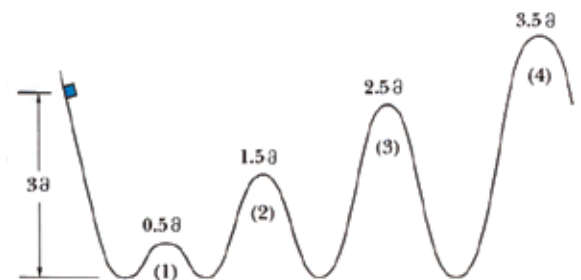
2. 8.21 სურათზე გამოსახულ ჰორიზონტალურად მოძრაობს ბლოკს ფინიშის კონტურულ ხაზამდე მისასვლელად ხახუნისგან თავისუფალ სამ ზედაპირზე შეუძლია იმოძრაოს, რომლებიც ერთმანეთისგან მხოლოდ სიმაღლით განსხვავდება. დაალაგეთ ზედაპირები ა) ფინიშის ხაზზე ბლოკის

სიჩქარის და ბ) ფინიშის ხაზამდე მისასვლელი დროის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 8.21. შეკითხვა 2.

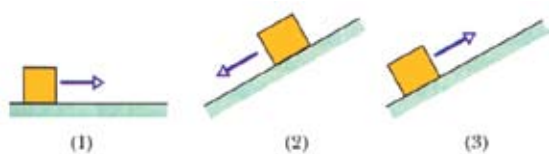
3. 8.22 სურათზე გამოსახული, თავდაპირველად უძრავი ბლოკი უსწორმასწორო, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე 3მ სიმაღლიდან იწყებს მოძრაობას. გორაკების სიმაღლეები ნაჩვენებია, მათ იდენტური გლუვი მწვერვალები აქვთ და



სურ. 8.22. შეკითხვა 3.

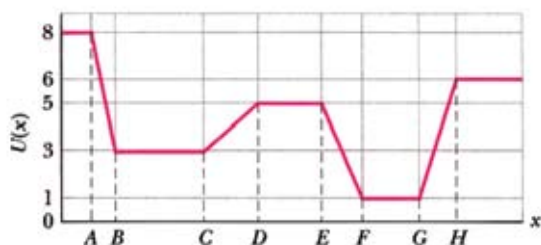
ბლოკი არც ერთი გორაკიდან არ ვარდება. ა) რომელ გორაკს ვერ გადავივლის ბლოკი? ბ) რამოდენა ამის შემდეგ? რომელი გორაკის მწვერვალზე იქნება გ) ბლოკის ცენტრისკენული აჩქარება უდიდესი და დ) ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალა უმცირესი?

4. 8.23 სურათზე ნაჩვენებია სამი მდგომარეობა, როდესაც ბლოკი სიბრტყეზე სრიალდება და მათ შორის ხახუნის არსებობს. სამივე მდგომარეობაში ბლოკის საწყისი სიჩქარე ერთი და იგივეა და მანამდე განაგრძობს მოძრაობას, ვიდრე კინეტიკური ხახუნის ძალა გააჩერებს. დალაგეთ მდგომარეობები სრიალის შედეგად სითბური ენერგიის ზრდის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 8.23. შეკითხვა 4.

5. 8.24 სურათზე ნაჩვენებია ნივთიერი წერტილის პოტენციური ენერგიის ფუნქცია. ა) დალაგეთ AB , BC , CD და DE უბნები ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის სიდიდის მიხედვით დიდიდან მცირეზე. რა მნიშვნელობას არ უნდა გადააჭარბოს ნივთიერი წერტილის $E_{\text{მექ}}$ მექანიკურმა ენერგიამ, რათა ბ) ნივთიერი წერტილი პოტენციურ ორმოში აღმოჩნდეს დატყვევებული და დ) ნივთიერმა წერტილმა ორ პოტენციურ ორმოს შორის იმოძრაოს, მაგრამ H წერტილის მარჯვნივ არ გადაადგილდეს? ე) შემთხვევაში BC , DE და FG უბნებიდან რომელში ექნება ნივთიერ წერტილს უდიდესი კინეტიკური ენერგია და ვ) უმცირესი სიჩქარე?



სურ. 8.24. შეკითხვა 5.

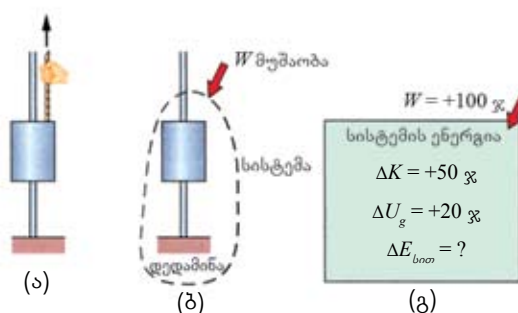
6. 8.25 სურათზე გამოსახული ბლოკი h სიმაღლიდან დაქანებულ გზაზე სრიალებს. გზის დაღმართი ხახუნისგან თავისუფალია. როდესაც ბლოკი გზის სწორ მონაკვეთზე ჩამოდის, გარკვეული D მანძილის გავლის შემდეგ ხახუნის შედეგად

ჩერდება. ა) h -ის შემცირების შემთხვევაში D მანძილი შემცირდება, გაიზრდება თუ იგივე დარჩება? ბ) ბლოკის მასის გაზრდის შემთხვევაში D მანძილი შემცირდება, გაიზრდება თუ იგივე დარჩება?



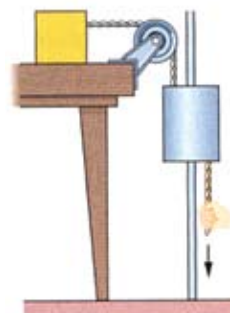
სურ. 8.25. შეკითხვა 6.

7. 8.26ა სურათზე, ვერტიკალურ ძელაკზე დამაგრებულ ცილინდრზე მიბმულ თოქს მალლა წევნ. ცილინდრი ძელაკზე მჭიდროდაა დამაგრებული და სრიალს ხახუნის ეწინააღმდეგება. ცილინდრი-ძელაკი-დედამინის სისტემაზე ძალა $W = +100$ ჯ მუშაობას ასრულებს (სურ. 8.26ბ). 8.26გ სურათზე გამოსახულია სისტემის ენერგიის ცვლილებები: K კინეტიკური ენერგია 50 ჯ-ით იზრდება და U_g მიზიდულობის პოტენციური ენერგია 20 ჯ-ით იზრდება. სისტემაში $E_{\text{სით}}$ სითბური ენერგია იცვლება. რისი ტოლია ეს ცვლილება?



სურ. 8.26. შეკითხვა 7.

8. 8.27 სურათზე გამოსახული განლაგება მე-7 შეკითხვის ანალოგიურია. ამჯერად ძელაკზე მჭიდროდ დამაგრებულ ცილინდრზე მიბმულ თოქს ქვემოთ ექაჩება. გარდა ამისა, ქვემოთ ჩამოსვლის დროს ცილინდრი ბლოკზე მეორე თოქის საშუალებით მოქმედებს და ბლოკი ლაზორატორიის მაგიდაზე გადაადგილდება. ამ შემთხვევაშიც 8.26ბ სურათზე

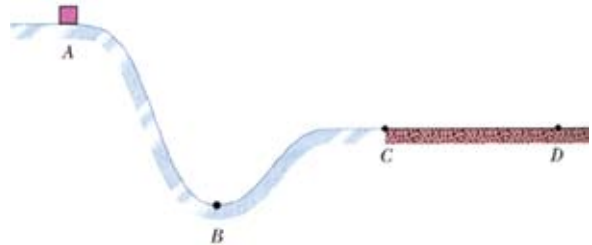


სურ. 8.27. შეკითხვა 8.

გამოსახულის მსგავსი ცილინდრი-ძელაკი-დედამინის სისტემა განვიხილოთ. სისტემაზე 200 ჯ მუშაობა სრულდება, თავად სისტემა კი ბლოკზე 60 ჯ მუშაობას ასრულებს. კინეტიკური ენერგია 130 ჯ-ით იზრდება, ხოლო მიზიდულობის პოტენციური ენერგია 20 ჯ-ით მცირდება. ა) სისტემის ენერგიის ცვლილებები 8.26 სურათის მსგავსად გამოსახეთ. ბ) რისი ტოლია სითბური ენერგიის ცვლილება სისტემის შიგნით?

9. 8.28 სურათზე გამოსახული ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ უსწორმასწორო ზედაპირზე A -დან C წერტილამდე სრიალდება და შემდეგ CD ჰორიზონტალურ მონაკვეთზე გადაადგილდება,

სადაც მასზე ხახუნის ძალა მოქმედებს. ა) AB მონაკვეთზე, ბ) BC მონაკვეთზე და გ) CD მონაკვეთზე ბლოკის კინეტიკური ენერგია იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება? დ) ბლოკის მექანიკური ენერგია ამ მონაკვეთებზე იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?



სურ. 8.28. შეკითხვა 9.

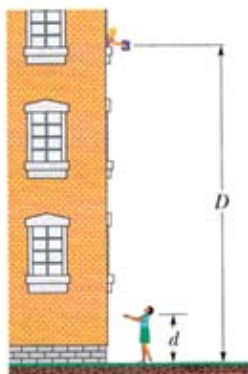
აშოშახეი

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
WWW	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • • • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

პარაგრაფი 8.4. პოტენციური ენერგიის მნიშვნელობების განსაზღვრა

•1. რისი ტოლია ზამბარის სიხისტე, რომელიც 7,5სმ-ით შეკუმშვის დროს 25ჯ ელასტიურ პოტენციურ ენერგიას ინახავს? **SSM**

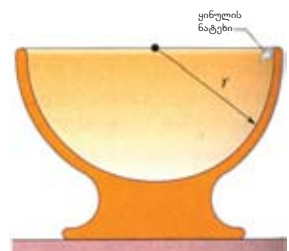
•2. თქვენ 2 კგ მასის წიგნი $D = 10$ მ სიმაღლიდან მეგობარს ჩაუგდეთ. თუ თქვენი მეგობრის განვდილი ხელები დედამიწიდან $d = 1,5$ მ სიმაღლეზეა (სურ. 8.29), ა) რა W_g მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა წიგნზე ვარდნის დროს? ბ) რისი ტოლია წიგნი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU ცვლილება ვარდნის დროს? თუ დედამიწის დონეზე სისტემის U მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ნულის ტოლია, რა იქნება U



სურ. 8.29. ამოცანები 2 და 10

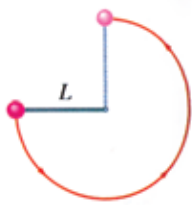
გ) წიგნის ვარდნის დაწყებისას და დ) წიგნის ხელში დაჭერისას? თუ დედამიწის დონეზე $U = 100$ ჯ, რისი ტოლია ე) W_g , ვ) ΔU , ზ) U ვარდნის დაწყებისას და თ) U წიგნის ხელში დაჭერისას?

•3. 8.30 სურათზე 2 კგ მასის ყინულის ნატეხი $r = 22$ სმ რადიუსის ნახევარსფეროს ფორმის ჭიქაში ჩააგდეს. ყინულსა და ჭიქას შორის ხახუნი არ არსებობს. ა) რა მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა ყინულზე, ვიდრე ყინული ჭიქის ფსკერზე დაეშვება? ბ) როგორ შეიცვლება ამ დროის განმავლობაში ყინული-დედამიწის სისტემის პოტენციური ენერგია? გ) თუ ჭიქის ფსკერზე პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება პოტენციური ენერგია ყინულის ჭიქაში ჩავარდნისას? დ) თუ პოტენციური ენერგია ყინულის ჭიქაში ჩავარდნისას ნულის ტოლია, რა იქნება ის ჭიქის ფსკერზე? ე) ყინულის ნატეხის მასის გაორმაგების შემთხვევაში ზემოთ მიღებული პასუხები გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება? **SSM**



სურ. 8.30. ამოცანები 3 და 9

•4. 8.31 სურათზე ნაჩვენებია $L = 0,425$ მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკზე დამაგრებული ბოლო ფიქსირებულია და ბურთი ვერტიკალურ წრეზე მოძრაობს. ძელაკი თავდაპირველად ჰორიზონტალურად არის გაჩერებული და შემდეგ

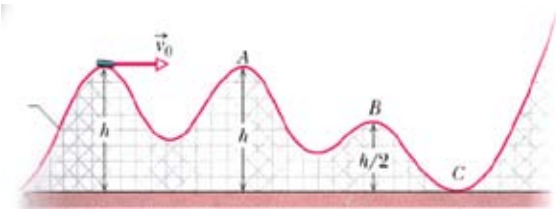


სურ. 8.31.

ამოცანები 4 და 12

ქვემოთ ისეთი ძალით უბიძგებენ, რომ ბურთი არასრულ წრეს შემოწერს და ნაჩვენებ ადგილზე ჩერდება. რა მუშაობას შეასრულებს ბურთზე მიზიდულობის ძალა საწყისი წერტილიდან ა) უდაბლეს წერტილამდე, ბ) უმაღლეს წერტილამდე და გ) საწყისი წერტილის მოპირდაპირე წერტილამდე? თუ საწყისი წერტილზე ბურთი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია, როდესაც ბურთი დ) უდაბლეს წერტილს, ე) უმაღლეს წერტილს და ვ) საწყისი წერტილის მოპირდაპირე წერტილს მიაღწევს? თ) დავუშვათ ძელაკს უფრო ძლიერად უბიძგეს და ბურთმა უმაღლესი წერტილი არაწალოვანი სიჩქარით გაიარა. უდაბლესი წერტილიდან უმაღლეს წერტილამდე ΔU_g ცვლილება უფრო მეტი იქნება, ნაკლები იქნება თუ არ შეიცვლება?

•5. 8.32 სურათზე გამოსახული $m = 825$ კგ მასის მანქანა პირველი გორაკის $h = 42$ მ სიმაღლის მწვერვალზე $v_0 = 17$ მ/წმ სიჩქარით ადის. რა მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა მანქანაზე ამ წერტილიდან ა) A წერტილამდე, ბ) B წერტილამდე და გ) C წერტილამდე? თუ C წერტილზე მანქანა-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია დ) B წერტილზე და ე) A წერტილზე? ვ) მანქანის მასის გაორმაგების შემთხვევაში, A წერტილსა და B წერტილს შორის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება?

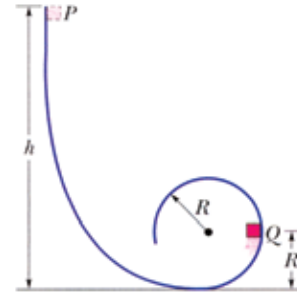


სურ. 8.32. ამოცანები 5 და 11

•6. 1,5 კგ მასის ბურთი 12,5 მ სიმაღლის კლდიდან ისროლეს. ბურთის საწყისი სიჩქარეა 14 მ/წმ და ჰორიზონტალიდან ზევით 41° -ით არის გადახრილი. ა) რა მუშაობას შეასრულებს მიზიდულობის ძალა ბურთზე, ვიდრე ბურთი მიწაზე დაეცემა? ბ) რამდენით შეიცვლება ბურთი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია

ბურთის ფრენის განმავლობაში? გ) თუ კლდის სიმაღლეზე მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია ბურთის მიწაზე დაცემისას?

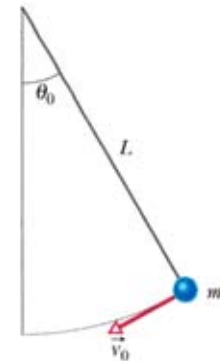
••7. 8.33 სურათზე გამოცანები 7 და 21 $m = 0,032$ კგ მასის პატარა ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ რგოლზე სრიალდება. რგოლის რადიუსია $R = 12$ სმ. ბლოკი მოძრაობას რგო-



სურ. 8.33. ამოცანები 7 და 21

ლის ზედაპირიდან $h = 5R$ სიმაღლიდან იწყებს (P წერტილი). რა მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა ბლოკზე P წერტილიდან ა) Q წერტილამდე და ბ) რგოლის წვერამდე გადაადგილების განმავლობაში? თუ რგოლის ზედაპირზე ბლოკი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია გ) P წერტილზე, დ) Q წერტილზე და ე) რგოლის წვერზე? ვ) თუ ბლოკს რაიმე საწყისი სიჩქარე მიანიჭეს, როგორ შეიცვლება ა)-ე) ამოცანის პასუხები?

••8. 8.34 სურათზე ნაჩვენებია $L = 2$ მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკი, რომლის ერთი ბოლო ფიქსირებულია, ხოლო მეორე ბოლო ვერტიკალურ წრეზე ბრუნავს. $m = 5$ კგ



სურ. 8.34. ამოცანები 8, 20 და 26

მასის ბურთი ღეროს ამ ბოლოზეა მიმაგრებული. ღერო

$\theta = 30^\circ$ კუთხით გადახარეს და მან $\vec{v}_0 = 0$ საწყისი სიჩქარით დაიწყო მოძრაობა. როდესაც ბურთი უდაბლეს წერტილამდე ჩამოვა, ა) რა მუშაობას შეასრულებს მასზე მიზიდულობის ძალა და ბ) როგორ შეიცვლება ბურთი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია? გ) თუ უდაბლეს წერტილზე მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია ბურთის გაშვების მომენტში? დ) θ კუთხის გაზრდის შემთხვევაში როგორ შეიცვლება პასუხები ა)-გ) კითხვებზე?

პარაგრაფი 8.5. მექანიკური ენერგიის შენახვა

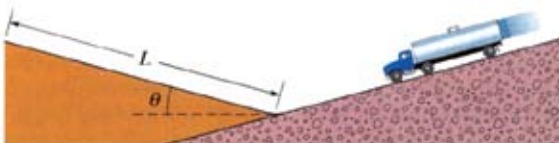
•9. ა) რისი ტოლია ყინულის ნატეხის სიჩქარე ჭიქის ფსკერზე მე-3 ამოცანაში? ბ) თუ ჭიქაში ორჯერ მეტი მასის ყინულის მეორე ნატეხს ჩავაგდებთ, რა იქნება მისი სიჩქარე ჭიქის ფსკერზე? გ) თუ ყინულის ნატეხს რაიმე საწყისი სიჩქარეს მივანიჭებთ, ა)-ს პასუხი გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება? [SSM WWW](#)

•10. ა) რა იქნება წიგნის სიჩქარე ხელში დაჭერისას მე-2 ამოცანაში? ბ) თუ ორჯერ მეტი მასის მეორე წიგნს ჩამოვაგდებთ, რა იქნება მისი სიჩქარე ხელში დაჭერისას? გ) თუ წიგნს რაიმე საწყისი სიჩქარით დაბლა ვისვრით, ა)-ს პასუხი გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება?

•11. რა სიჩქარე ექნება მანქანას ა) A წერტილში, ბ) B წერტილში და გ) C წერტილში მე-5 ამოცანაში? დ) რა სიმაღლეზე ავა მანქანა უკანასკნელ გორაკზე? ე) თუ ორჯერ მეტი მასის მეორე მანქანას გავუშვებთ, რა პასუხებს მივიღებთ ა)-დ) შეკითხვებზე?

•12. ა) რა საწყისი სიჩქარე უნდა მივანიჭოთ მე-4 ამოცანაში ბურთს, რათა მას უმაღლეს წერტილზე ნულოვანი სიჩქარე ჰქონდეს? რა იქნება ამ დროს მისი სიჩქარე ბ) უდაბლეს წერტილზე და გ) საწყისი წერტილის მოპირდაპირე წერტილზე? დ) ბურთის მასის გაორმაგების შემთხვევაში როგორ შეიცვლება ა)-გ) პასუხები?

•13. 8.35 სურათზე გამოსახულ სატვირთო მანქანას მუხრუჭებმა უმცყუნა და მისი სიჩქარე 130 კმ/სთ სიჩქარეს აღწევს, ვიდრე მანქანა $\theta = 15^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ ავარიულ გზაზე გავა. სატვირთო მანქანის მასაა $1,2 \times 10^4$ კგ. ა) რა უმცირესი L სიგრძე უნდა ჰქონდეს ავარიულ გზას, რათა მანქანა წამიერად გაჩერდეს? ბ) სატვირთო მანქანის მასის შემცირების და გ) მისი სიჩქარის შემცირების შემთხვევაში მინიმალური L სიგრძე გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება? [SSM](#)



სურ. 8.35. ამოცანა 13

•14. ა) მე-6 ამოცანაში, ენერგიების საშუალებით გამოთვალეთ ბურთის სიჩქარე, როდესაც ბურთი კლდიდან მიწაზე დაეცემა. რა იქნება ეს სიჩქარე,

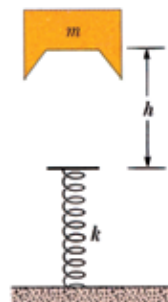
თუ ბ) გასროლის კუთხე ჰორიზონტალიდან ქვემოთ 41° -ია და გ) ბურთის მასაა 2,5 კგ?

•15. რისი ტოლია დაჭიმვის უდიდესი d მანძილი ა) 8.9ა და ბ) 8.9გ სურათზე გამოსახულ შემთხვევებში? რა სიჩქარე ექნება ჩამოვარდნილ კლდეზე მცოცავს, როდესაც თოკი გ) 8.9ა სურათზე და დ) 8.9 გ სურათზე დაჭიმვას იწყებს? ე) 8.9ა სურათისთვის ააგეთ თოკის დაჭიმვის მანძილზე კინეტიკური ენერგიის დამოკიდებულების გრაფიკი. ვ) დაჭიმვის რა მანძილზე ექნება კლდეზე მცოცავს მაქსიმალური სიჩქარე?

•16. 700 გ მასის ბლოკი მოძრაობას იწყებს $k = 400$ ნ/მ სიხისტის და უმნიშვნელო მასის ვერტიკალური ზამბარიდან ათვლილი h_0 სიმაღლიდან. ბლოკი ზამბარას ეცემა, 19 სმ-ით კუმშავს და წამიერად ჩერდება. რა მუშაობას ასრულებს ა) ბლოკი ზამბარაზე და ბ) ზამბარა ბლოკზე? გ) რისი ტოლია h_0 ? დ) თუ ბლოკი $2h_0$ სიმაღლიდან ჩამოვარდება, რა მაქსიმალური მანძილით შეიკუმშება ზამბარა?

•17. 5 გ მასის ბურთულა ზამბარის საშუალებით ვერტიკალურად მაღლა აისროლეს. ზამბარამ 8 სმ-ით უნდა შეიკუმშოს, რათა ბურთმა 20 მ მანძილზე განლაგებულ სამიზნეს მიაღწიოს. ა) რამდენით იცვლება ბურთულა-დედამინის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ბურთულის 20 მ-ით მაღლა ასვლის დროს? ბ) რამდენით იცვლება ზამბარის ელასტიური პოტენციური ენერგია ბურთულის გასროლის დროს? გ) რისი ტოლია ზამბარის სიხისტი? [SSM](#)

•18. $m = 2$ კგ მასის ბლოკი $h = 40$ სმ სიმაღლიდან ჩამოვარდა და $k = 1960$ ნ/მ სიხისტის ზამბარას დაეცა (სურ. 8.36). გამოთვალეთ ზამბარის შეკუმშვის მაქსიმალური მანძილი.



სურ. 8.36. ამოცანა 18.

•19. x ლერძის გასწვრივ მოძრავ ნივთიერ წერტილზე ერთადერთი შემნახველი $\vec{F} = (6x - 12)\hat{i}$ ნ ძალა მოქმედებს, სადაც x მოცემულია მეტრებში. $x=0$ კოორდინატზე, ამ ძალასთან დაკავშირებული U პოტენციური ენერგიაა 27 ჯ. ა) დაწერეთ U -ის x -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გამოსახულება, სადაც U ჯოულებშია მოცემული, ხოლო x — მეტრებში. ბ) რისი ტოლია მაქსიმალური დადებითი

პოტენციური ენერგია? x -ის რა გ) უარყოფითი და დ) დადებითი მნიშვნელობის დროს იქნება პოტენციური ენერგია ნულის ტოლი?

••20. ა) მე-8 ამოცანაში რისი ტოლია ბურთის სიჩქარე უდაბლეს წერტილზე? ბ) მასის გაზრდის შემთხვევაში სიჩქარე იზრდება, მცირდება თუ იგივე რჩება?

••21. მე-7 ამოცანაში რისი ტოლია Q წერტილში მდებარე ბლოკზე მოქმედი ჯამური ძალის ა) ჰორიზონტალური კომპონენტი და ბ) ვერტიკალური კომპონენტი? გ) რა h სიმალიდან უნდა დაიწყოს მოძრაობა ბლოკმა, რათა რგოლის წვერზე ყოფნის დროს ზედაპირთან კონტაქტის დაკარგვის ზღვარზე მივიდეს? (კონტაქტის დაკარგვის ზღვარი ნიშნავს, რომ ზედაპირიდან ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალა ნულის ტოლი ხდება). დ) ააგეთ რგოლის წვერზე ყოფნის დროს ბლოკზე მოქმედი დრეკადობის ძალის h სანყის სიმაღლეზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი (0-დან $6R$ -მდე არეალში) ინტერვალში.

••22. 688 წ წონის ტარზანი კლიდან 18 მ სიგრძის ლიანას ეჭიდება და ქანაობს (სურ. 8.37). ქანაობის დროს ტარზანი კლიდან 3,2 მ-ით დაბლა ეშვება. ლიანა განყდება, თუ მასზე მოქმედი ძალა 950 ნ-ს გადააჭარბებს. ა) განყდება თუ არა ლიანა? ბ) თუ არ განყდება, რა

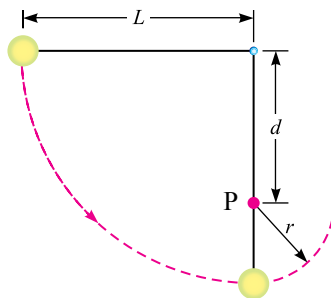


სურ. 8.37. ამოცანა 22.

მაქსიმალური ძალა მოქმედებს წნელება ქანაობის დროს? თუ განყდება, ვერტიკალისადმი რა კუთხის დროს მოხდება ეს?

••23. 8.38 სურათზე გამოსახული თოკის სიგრძეა $L = 120$ სმ. თოკის

ერთი ბოლო ფიქსირებულია, ხოლო მეორე ბოლოზე ბურთია მიმაგრებული. ფიქსირებული ბოლოდან P წერტილამდე (სადაც წიკრია და-

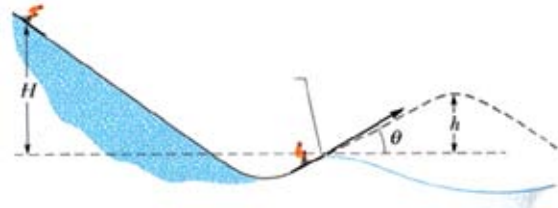


სურ. 8.38. ამოცანები 23 და 64

მაგრებული) მანძილია 75 სმ. როდესაც თოკი ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია, ბურთი მოძრაობას იწყებს და დაშტრიხული რკალის გასწვრივ გადაადგილდება. რა იქნება ბურთის სიჩქარე ა) უდაბლეს წერტილზე და ბ) უმაღლეს წერტილზე, მას შემდეგ რაც წიკრი თოკს დაიჭერს? ILW

••24. $t = 0$ დროს, 1 კგ მასის ბურთი მაღალი კოშკიდან $\vec{v} = (18 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (24 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით ისროლეს. რისი ტოლია ბურთი-დედამიწის სისტემის ΔU , $t = 0$ დროსა და $t = 6$ წმ დროს შორის?

••25. 60 კგ მასის მოთხილამურე მოძრაობას გადასახტომი ადგილიდან $H = 20$ მ სიმაღლეზე იწყებს (სურ. 8.39). როდესაც მოთხილამურე ხტება, მისი სიჩქარე ჰორიზონტალისადმი $\theta = 28^\circ$ კუთხეს ადგენს. ჰაერის წინაღობა უგულებელყავით და დაუშვით, რომ სათხილამურო ტრასაზე ხახუნი არ არსებობს. ა) რა მაქსიმალური h სიმაღლეზე ახტება მოთხილამურე? ბ) თუ მოთხილამურე ზურგჩანთას მოიკიდებს და, მაშასადამე, წონას მოიმტებს, h სიმაღლე გაიზრდება, შემცირდება თუ იგივე დარჩება?



სურ. 8.39. ამოცანა 25.

••26. 8.34 სურათზე ნაჩვენებია $L = 1,25$ მ სიგრძის ქანქარა. როდესაც თოკი ვერტიკალისადმი $\theta_0 = 40^\circ$ კუთხეს ადგენს, ბალანსირის სიჩქარეა v_0 . რა სიჩქარე აქვს ბალანსირს უკიდურესად დაბალ წერტილზე, თუ $v_0 = 8$ მ/წმ? რა უმცირესი v_0 მნიშვნელობაა საჭირო, რათა ქანქარა დაბლა ჩამოვიდეს და შემდეგ ბ) ჰორიზონტალურ მდებარეობას დაუბრუნდეს და გ) ვერტიკალურ მდებარეობას დაუბრუნდეს, როდესაც თოკი დაჭიმულია? დ) θ_0 კუთხის რამდენიმე გრადუსით გაზრდის შემთხვევაში ბ) და გ) შეკითხვებზე პასუხები გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

••27. 2 კგ მასის ქვა უმნიშვნელო მასის 4 მ სიგრძის თოკზე ქანაობს. უდაბლეს წერტილში ქვის სიჩქარეა 8 მ/წმ. ა) რა სიჩქარე აქვს ქვას, როდესაც თოკი ვერტიკალისადმი 60° კუთხეს ადგენს? ბ) ვერტიკალისადმი რა მაქსიმალური კუთხე

ექნება თოკს ქვის მოძრაობის განმავლობაში? გ) თუ ქანქარა-დედამიწის სისტემის პოტენციური ენერგია უდაბლეს წერტილზე ნულის ტოლია, რა იქნება სისტემის მთლიანი მექანიკური ენერგია?

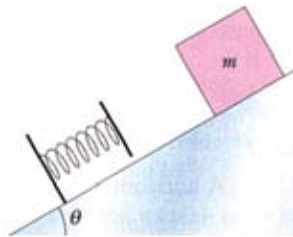
••28. 8.40 სურათზე ნაჩვენებია ზამბარაზე დადებული 8 კგ მასის ქვა. ზამბარას ქვა 10 სმ-ით კუმშავს. ა) რისი ტოლია ზამბარის სიხისტე? ბ) ქვა კიდევ 30 სმ-ით დაბლა ჩაწიეს და



სურ. 8.40. ამოცანა 28.

შემდეგ ხელი გაუშვეს. რა იქნება შეკუმშული ზამბარის ელასტიური პოტენციური ენერგია ხელის გაშვებამდე? გ) რამდენით შეიცვლება ქვა-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია, როდესაც ქვა გაშვების ადგილიდან უდიდეს სიმაღლეს მიაღწევს? დ) რისი ტოლია გაშვების ადგილიდან გაზომილი ეს უდიდესი სიმაღლე?

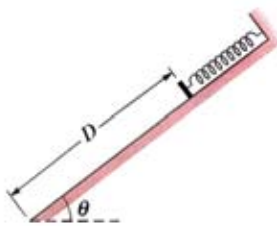
••29. 8.41 სურათზე გამოსახული $m = 12$ კგ მასის ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ, $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე მოძრაობას იწყებს. სიბრტყეზე ზამბარაა დამაგრებული, რომელსაც 270 ნ ძალა 2 სმ-ით კუმშავს.



სურ. 8.41. ამოცანები 29 და 63.

ბლოკი ზამბარას 5,5 სმ მანძილით შეკუმშავს და წამიერად ჩერდება. ა) რა მანძილი გაიარა ბლოკმა გაჩერებამდე? ბ) რა სიჩქარე აქვს ბლოკს ზამბარასთან შეჯახების დროს? [SSM WWW](#)

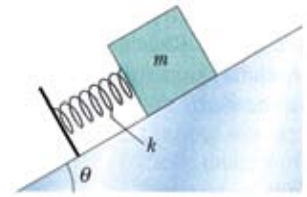
••30. 8.42 სურათზე გამოსახული $k = 170$ ნ/მ სიხისტის ზამბარა $\theta = 37^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ სიბრტყეზეა დამაგრებული. ზამბარის ბოლოდან სიბრტყის ბოლომდე მანძილია $D = 1$ მ (ზამბარა მოშვებულ მდგომარეობაშია). 2 კგ მასის ყუთით ზამბარას 0,2 მ მანძილზე კუმშვენ და შემდეგ ყუთს ხელს უშვებენ. ა) რა სიჩქარე ექნება ყუთს, როდესაც ზამბარა პირვანდელ (მოშვებულ) მდგომარეობაში დაბრუნ-



სურ. 8.42. ამოცანა 30.

დება (ანუ ყუთსა და ზამბარას შორის კონტაქტი განწყდება)? ბ) რა სიჩქარე ექნება ყუთს დახრილი სიბრტყის ბოლოში?

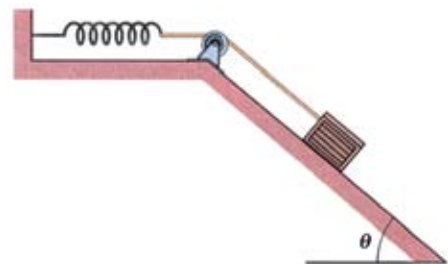
••31. $m = 2$ კგ მასის ბლოკი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ სიბრტყეზე დამაგრებულ ზამბარასთან დადეს (სურ.



სურ. 8.43. ამოცანა 31.

8.43). $k = 19,6$ ნ/მ სიხისტის ზამბარა 20 სმ-ით შეკუმშეს და შემდეგ ხელი გაუშვეს. ა) რა იქნება შეკუმშული ზამბარის ელასტიური პოტენციური ენერგია? ბ) რამდენით შეიცვლება ბლოკი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია გაშვების წერტილიდან მაქსიმალურ მანძილზე ბლოკის მოძრაობისას? გ) რა მანძილია ბლოკის გაშვების წერტილსა და გადაადგილების უმაღლეს წერტილს შორის? [ILW](#)

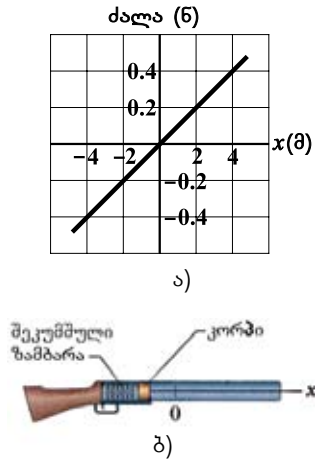
••32. 2 კგ მასის ყუთი $\theta = 40^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ სიბრტყეზე ძევს და ბლოკზე გადაკიდული თოკის საშუალებით $k = 120$ ნ/მ სიხისტის ზამბარასთან არის დაკავშირებული (სურ. 8.44). ყუთი მოძრაობას იწყებს, როდესაც ზამბარა დაჭიმული არ არის. დაუშვათ ბლოკის მასა უმნიშვნელოა და ხახუნი არ არსებობს. ა) რა სიჩქარე ექნება ყუთს 10 სმ-ის გავლის შემდეგ? ბ) რა მანძილს გაივლის ყუთი დახრილ სიბრტყეზე, ვიდრე წამიერად გაჩერდება? რა გ) სიდიდე და დ) მიმართულება ექნება ყუთის აჩქარებას წამიერი გაჩერების დროს?



სურ. 8.44. ამოცანა 32.

••33. 8.45ა სურათზე კორპის სასროლი თოფის (სურ. 8.45ბ) ზამბარის მონაცემებია ასახული. მასზე ნაჩვენებია დრეკადობის ძალის ზამბარის შეკუმშვაზე ან დაჭიმვაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ზამბარა 5,5 სმ-ით იკუმშება და 3,8 გ მასის კორპს უბიძგებს. ა) რა იქნება კორპის

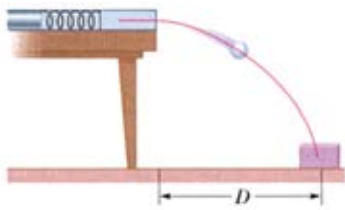
სიჩქარე, როდესაც ზამბარა პირვანდელ მდგომარეობაში დაბრუნდება? ბ) დავუშვათ კორპი ზამბარას ენე-ბება და 1,5 სმ-ით ჭიმავს, ვიდრე განცალკევებამოხდება. ამჯერად რა იქნება კორპის სიჩქარე გაშვებისას?



სურ. 8.45. ამოცანა 33.

...34. ორი ბავშვი იატაკზე დადებული პატარა ყუთისთვის ბურთულის გარტყმას ცდილობს. ბავშვები ბურთის სროლისთვის მაგიდაზე დამაგრებულ ზამბარას იყენებენ. მაგიდის კიდიდან სამიზნემდე ჰორიზონტალური მანძილია $D = 2,2$ მ (სურ. 8.46). ერთ-ერთი ბავშვი ზამბარას 1,1 სმ-ით კუმშავს და ბურთულა ყუთის ცენტრს 27 სმ-ით ცდება. როგორ უნდა შეკუმშოს ზამბარა მეორე ბავშვმა, რათა ბურთულა ყუთის ცენტრს მოხვდეს? დაუშვით, რომ ზამბარასა და ბურთზე ხახუნი არ მოქმედებს.

სურ. 8.46. ამოცანა 34.



...35. 25 სმ სიგრძის და 15 გ მასის თოკი ჭერზეა გაკრული. მოგვიანებით თოკი ჭერზე ვერტიკალურად კიდია. როგორ იცვლება თოკის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია მიმართულების შეცვლის დროს?

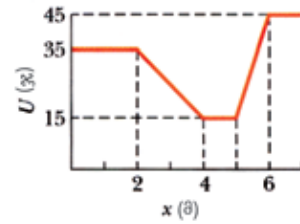
...36. ბიჭუნა $R = 13,8$ მ რადიუსის ნახევარსფეროს ფორმის ყინულის გორაკზე ზის და შემდეგ უმნიშვნელო საწყისი სიჩქარით დაბლა სრიალდება (სურ. 8.47). ყინულზე ხახუნის ძალა არ მოქმედებს. რა სიმაღლეზე გან-ყდება ბიჭუნასა და ყინულის შორის კონტაქტი?



სურ. 8.47. ამოცანა 36.

პარაგრაფი 8.6. პოტენციური ენერგიის გრაფიკის წაკითხვა

...37. 8.48 სურათზე ნაჩვენებია U პოტენციური ენერგიის ნივთიერი წერტილის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ნივთიერი



სურ. 8.48. ამოცანა 37

წერტილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და მისი მასაა 0,9 კგ (არაშემნახველი ძალები არ მოქმედებს). ნივთიერი წერტილი $x = 4,5$ მ კოორდინატზე 7 მ/წმ საწყისი სიჩქარით იწყებს მოძრაობს და x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით გადაადგილდება. ა) თუ ნივთიერი წერტილი $x = 1$ მ კოორდინატს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ამ კოორდინატს ვერ მიაღწევს, რა იქნება მისი შემობრუნების წერტილი? რა ბ) სიდიდე და გ) მიმართულება ექნება ნივთიერი წერტილის სიჩქარეს, როდესაც ის $x = 4$ მ კოორდინატიდან მარცხნივ განაგრძობს მოძრაობას? დავუშვათ, ნივთიერი წერტილი $x = 4,5$ მ კოორდინატიდან 7 მ/წმ სიჩქარით იწყებს მოძრაობას და x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება. დ) თუ ნივთიერი წერტილი $x = 7$ მ კოორდინატს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ვერ მიაღწევს, რა იქნება მისი შემობრუნების წერტილი? რა ე) სიდიდე და ვ) მიმართულება ექნება ნივთიერი წერტილზე მოქმედ ძალას, როდესაც ნივთიერი წერტილი $x = 5$ მ კოორდინატიდან მარჯვნივ განაგრძობს მოძრაობას?

...38. დიატომური მოლეკულის (H_2 -ის ან O_2 -ის მაგვარი ორატომიანი მოლეკულის) პოტენციური ენერგიაა:

$$U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6},$$

სადაც r არის მანძილი მოლეკულის ორ ატომს შორის, ხოლო A და B დადებითი მუდმივებია. პოტენციური ენერგია ორი ატომის ერთად შემაკავშირებულ ძალას უკავშირდება. ა) გამოთვალეთ წონასწორული დაცილება ანუ ატომებს შორის მანძილი, როდესაც თითოეულ ატომზე მოქმედი ძალა ნულის ტოლია. თუ ატომებს შორის მანძილი წონასწორულ დაცილებაზე ბ) ნაკლებია და გ) მეტია, ეს ძალა განიზიდავს (ატომებს განაცალკევებს) თუ მიიზიდავს (ატომებს ერთმანეთისკენ უბიძგებს)?

•••39. x ღერძის გასწვრივ მოძრავ, 1კგ მასის ნივთიერ ნერტილზე ერთადერთი $F(x)$ შემნახველი ძალა მოქმედებს. $F(x)$ -თან დაკავშირებული $U(x)$ პოტენციური ენერგიაა:

$$U(x) = -4xe^{-x/4} \text{ ჯ,}$$

სადაც x მეტრებშია მოცემულია. $x = 5$ მ კოორდინატზე ნივთიერი ნერტილის კინეტიკური ენერგიაა 2 ჯ. ა) რისი ტოლია სისტემის მექანიკური ენერგია? ბ) ააგეთ $U(x)$ -ის x -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი, როდესაც $0 \leq x \leq 10$ მ და იგივე გრაფიკზე სისტემის მექანიკური ენერგიის ამსახველი წრფე გაავლეთ. ამოცანის ბ) შეკითხვის გამოყენებით გამოთვალეთ გ) x -ის უმცირესი და დ) უდიდესი მნიშვნელობა, რომელსაც ნივთიერი ნერტილი მიაღწევს. ამოცანის ბ) შეკითხვის გამოყენებით განსაზღვრეთ ე) ნივთიერი ნერტილის მაქსიმალური კინეტიკური ენერგია და ვ) x -ის შესაბამისი მნიშვნელობა. ზ) მიიღეთ $F(x)$ -ის x -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გამოსახულება. თ) x -ის რა სასრული მნიშვნელობისთვის იქნება $F(x)=0$?

პარაგრაფი 8.7. გარე ძალის მიერ სისტემაზე შესრულებული მუშაობა

•40. ძალდი დასაძინებელ ყუთზე 8 ნ ჰორიზონტალური ძალით მოქმედებს და იატაკზე აცურებს. ყუთზე მოქმედი კინეტიკური ხახუნის ძალაა 5 ნ. 0,7 მ-ით გადაადგილების შემდეგ რისი ტოლია ა) ძალის მიერ ყუთზე შესრულებული მუშაობა და ბ) ყუთისა და იატაკის სითბური ენერგიის ნაზრდი?

•41. მუშა 27 კგ მასის ბლოკზე ჰორიზონტალიდან ქვემოთ 32° -ით დახრილი ძალით მოქმედებს და ბლოკს 9,2 მ მანძილზე მუდმივი სიჩქარით გადაადგილებს. თუ ბლოკსა და ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2, რისი ტოლია ა) მუშის მიერ ბლოკზე შესრულებული მუშაობა და ბ) ბლოკი-ზედაპირის სისტემის სითბური ენერგიის ნაზრდი?

••42. 35 ნ სიდიდის ჰორიზონტალური ძალა 4 კგ მასის ბლოკს ზედაპირზე გადაადგილებს, სადაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,6. ა) რა მუშაობას ასრულებს ბლოკი-ზედაპირის სისტემაზე მოდებული ძალა, როდესაც ბლოკი 3 მ მანძილზე გადაადგილდება? ბ) გადაადგილების დროს ბლოკის სითბური ენერგია 40 ჯ-ით იზრდება. რამდენით იზრდება ზედაპირის

სითბური ენერგია? გ) რამდენით იზრდება ბლოკის კინეტიკური ენერგია?

••43. 3,57 კგ მასის ბლოკს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით 4,06 მ მანძილზე თოკის საშუალებით გადაადგილებენ. თოკიდან ბლოკზე 7,68 ნ სიდიდის და ჰორიზონტალიდან ზემოთ 15° -ით გადახრილი ძალა მოქმედებს. ა) რა მუშაობას ასრულებს თოკიდან მოქმედი ძალა, ბ) რამდენით იზრდება ბლოკი-ზედაპირის სისტემის სითბური ენერგია და გ) რისი ტოლია ბლოკსა და ზედაპირს შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი? **SSM**

პარაგრაფი 8.8. ენერგიის შენახვა

•44. 60 კგ მასის მოთხილამურე ტრამპლინიდან 24 მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტალიდან მაღლა 25° კუთხით ხტება. ჰაერის წევის შედეგად მიწაზე დახტომისას მოთხილამურის სიჩქარეა 22 მ/წმ და ტრამპლინიდან ვერტიკალური მანძილია 14 მ. რამდენით მცირდება მოთხილამურე-დედამიწის სისტემის მექანიკური ენერგია გადახტომიდან მიწაზე დახტომამდე?

•45. 25 კგ მასის დათვი ფიჭვის ხეზე 12 მ სიმაღლიდან სრიალდება და მიწაზე დაცემამდე მისი სიჩქარეა 5,6 მ/წმ. ა) როგორ იცვლება დათვი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ჩამოსრიალების დროს? ბ) რისი ტოლია დათვის კინეტიკური ენერგია მიწაზე დაცემამდე? გ) რა საშუალო ხახუნის ძალა მოქმედებს დათვზე? **SSM ILW**

•46. 75 გ მასის ბურთულა დედამიწის ზედაპირიდან 1,1 მ სიმაღლიდან 12 მ/წმ სიჩქარით აისროლეს. 2,1 მ სიმაღლეზე ასვლის დროს ბურთულის სიჩქარე 10,5 მ/წმ-ია. რამდენით შემცირდება ბურთულა-დედამიწის სისტემის $E_{\text{მექ}}$ ენერგია ჰაერის წევის შედეგად?

•47. აუტფილდერი ბეისბოლის ბურთს 81,8 მილი/სთ სიჩქარით ისვრის. როდესაც ინფილდერი ბურთს იჭერს, მილის სიჩქარე 100 ფუტი/წმ-ია. რამდენი ფუტი/ფუნტით შემცირდა ბურთი-დედამიწის სისტემის მექანიკური ენერგია ჰაერის წევის შედეგად? (ბეისბოლის ბურთის წონაა 9 უნცია)

•48. მეწყერის დროს 520 კგ მასის კლდე 500 მ სიგრძის და 300 მ სიმაღლის ფერდობიდან ცურდება. კლდესა და ფერდობის ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,25. ა) თუ

ფერდობის წვერზე კლდე-დედამიწის სისტემის U მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რისი ტოლია U კლდის ჩამოცურებამდე? ბ) რა ენერგია გადადის სითბურ ენერგიაში კლდის ჩამოცურების დროს? გ) რა კინეტიკური ენერგია აქვს კლდეს, როდესაც ფერდობის ფსკერზე ჩავარდება? დ) რა სიჩქარე აქვს ამ დროს კლდეს?

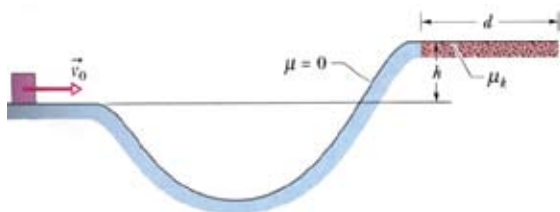
•49. 8.49 სურათზე

გამოსახული ბლოკი დახრილ ზედაპირზე ცურდება.

A წერტილიდან B წერტილამდე 5 მ მანძილის გავლისას

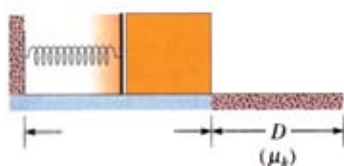
ბლოკზე 2 ნ სიდიდის ქვევით მიმართული $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. ბლოკზე მოქმედი ხახუნის ძალის სიდიდეა 10 ნ. თუ A და B წერტილებს შორის ბლოკის კინეტიკური ენერგია 35 ჯ-ით იზრდება, რა მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა ბლოკზე?

•50. 8.50 სურათზე გამოსახული ბლოკი შუალედური ჩაღრმავების გავლით ერთი სიმაღლიდან უფრო დიდ სიმაღლეზე ადის. ზედაპირი ხახუნისგან თავისუფალია, ვიდრე ბლოკი უფრო მაღალ სიმაღლეზე ავა. d მანძილის გავლის შემდეგ ბლოკს ხახუნის ძალა აჩერებს. ბლოკის საწყისი სიჩქარეა 6 მ/წმ, სიმაღლეებს შორის სხვაობაა $h = 1,1$ მ და $\mu_k = 0,6$. გამოთვალეთ d .



სურ. 8.50. ამოცანა 50.

•51. 8.51 სურათზე გამოსახული 3,5 კგ მასის ბლოკი 640 ნ/მ სიხისტის შეკუმშული ზამბარის ზემოქმედებით ჩქარდება. ზამბარის გასწორების შემდეგ ბლოკი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე



სურ. 8.51. ამოცანა 51

მოძრაობს, რომლის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_k = 0,25$. $D = 7,8$ მ მანძილის გავლის შემდეგ ბლოკს ხახუნის ძალა აჩერებს. რისი ტოლია ა) ბლოკი-ზედაპირის სისტემის სითბური ენერგიის ნაზრდი, ბ) ბლოკის მაქსიმალური კინეტიკური ენერგია და გ) ზამბარის შეკუმშვის მანძილი? [SSM WWW](#)

•52. 2 კგ მასის ბლოკით ჰორიზონტალურ ზამბარას აწვებიან და ზამბარა 15 სმ-ით იკუმშება. შემდეგ ბლოკს ხელს უშვებენ და ის მაგიდაზე ცურდება. 75 სმ-ის გავლის შემდეგ ბლოკი ჩერდება. ზამბარის სიხისტეა 200 ნ/მ. რისი ტოლია ბლოკსა და მაგიდას შორის არსებული კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი?

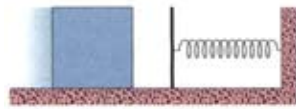
•53. ფუნთუშა $k = 400$ ნ/მ სიხისტის ჰორიზონტალური ზამბარის მოქმედებით ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ცურდება. ზამბარის მეორე ბოლო დამაგრებულია. ზამბარის წონასწორული მდებარეობის გავლის დროს ფუნთუშის კინეტიკური ენერგიაა 20 ჯ. სრიალის დროს ფუნთუშაზე 10 ნ ხახუნის ძალა მოქმედებს. ა) რა მანძილს გაივლის ფუნთუშა წონასწორული მდებარეობიდან, ვიდრე წამიერად გაჩერდება? ბ) რა იქნება ფუნთუშის კინეტიკური ენერგია წონასწორულ მდებარეობაზე დაბრუნებისას?

•54. 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე ზევით მოძრავი 4 კგ მასის ყუთის კინეტიკური ენერგიაა 128 ჯ. რა მანძილს გაივლის ყუთი, თუ ყუთსა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,3?

•55. 267 ნ წონის ბავშვი 6,1 მ სიმაღლის და ჰორიზონტალისადმი 20° კუთხით დახრილ სასრიალოზე სრიალდება. ბავშვსა და სასრიალოს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,1. ა) რა ენერგია გადადის სითბურ ენერგიაში? ბ) თუ ბავშვის საწყისი სიჩქარეა 0,457 მ/წმ, რა იქნება მისი სიჩქარე ჩამოსრიალების შემდეგ?

•56. ქილა 40° -ით დახრილ სიბრტყეზე მაღლა ადის. 55 სმ მანძილის (სიბრტყის გასწვრივ) გავლის შემდეგ ქილის სიჩქარეა 1,4 მ/წმ. ქილასა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,15. ა) კიდევ რა მანძილს გაივლის ქილა დახრილ სიბრტყეზე? ბ) რა სიჩქარე ექნება ქილას უკან ჩამოსრიალების შემდეგ? გ) კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტის შემცირების შემთხვევაში ა) და ბ) პასუხები გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

••57. 8.52 სურათზე გამოსახული $m = 2,5$ კგ მასის ბლოკი $k = 320$ ნ/მ სიხის-ტის ზამბარისკენ

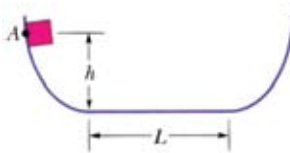


სურ. 8.52. ამოცანები 57 და 82.

მოდრაობს. ბლოკის გაჩერების მომენტში ზამბარა 7,5 სმ-ით არის შეკუმშული. ბლოკსა და ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,25. ზამბარასთან შეხებიდან ბლოკის გაჩერებამდე ა) რა მუშაობას ასრულებს დრეკადობის ძალა და ბ) რისი ტოლია ბლოკი-ზედაპირის სისტემის სითბური ენერგიის ნაზრდი? გ) რისი ტოლია ბლოკის სიჩქარე ზამბარასთან შეჯახებისას? ILW

••58. 5,29 ნ წონის ქვა 20 მ/წმ სიჩქარით დედამიწის დონიდან მაღლა აისროლეს. ფრენის დროს ქვაზე 0,265 ნ სიდიდის ჰაერის წევა მოქმედებს. ა) რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა ქვა და ბ) რა იქნება მისი სიჩქარე მიწაზე დაცემის მომენტში?

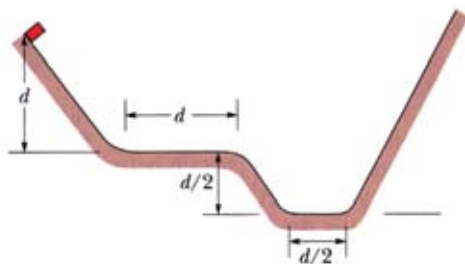
••59. ნივთიერი წერტილი 8.53 სურათზე გამოსახული ფორმის ზედაპირზე გადაადგილდება. ზედაპირის ბრტყელი



სურ. 8.53. ამოცანა 59.

მონაკვეთის სიგრძეა $L = 40$ სმ. ზედაპირის მრუდ მონაკვეთებზე ხახუნი არ მოქმედებს, ხოლო ბრტყელ მონაკვეთზე კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_k = 0,2$. ნივთიერი წერტილი მოძრაობას A წერტილიდან იწყებს, რომელიც $h = L/2$ სიმაღლეზე მდებარეობს. ზედაპირის ბრტყელი მონაკვეთის მარცხენა კიდიდან რა მანძილზე გაჩერდება ნივთიერი წერტილი?

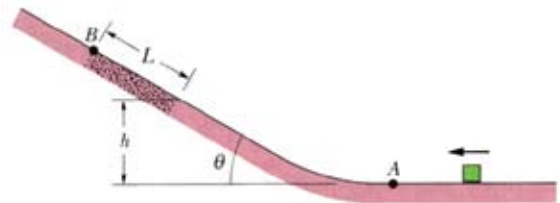
••60. 8.54 სურათზე გამოსახული ბლოკი მოძრაობას $d = 40$ სმ სიმაღლიდან იწყებს და იგივე d სიგრძის სწორ მონაკვეთზე ჩადის, სადაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,5. თუ ბლოკი მოძრაობას განაგრძობს, ის $d/2$ სიმაღლის მეორე დაღმართზე ჩავა და $d/2$ სიგრძის სწორ



სურ. 8.54. ამოცანა 60.

მონაკვეთზე მოხვდება, სადაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი კვლავ 0,5-ია. შემდეგ ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ალმართზე ადის და წამიერად ჩერდება. სად გაჩერდება ბლოკი? თუ ბლოკი სწორ მონაკვეთზე ჩერდება, განსაზღვრეთ რომელ მათგანზე და გამოთვალეთ სწორი მონაკვეთის მარცხენა კიდიდან გაჩერების ადგილამდე L მანძილი. თუ ბლოკი ალმართზე ადის, მაშინ სწორი მონაკვეთიდან გაჩერების ადგილამდე H სიმაღლე გამოთვალეთ.

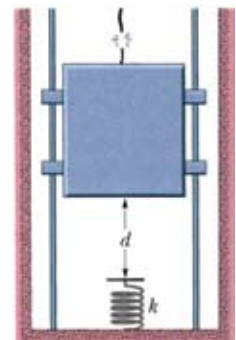
••61. 8.55 სურათზე გამოსახული ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მოძრაობს და $L = 0,75$ მ სიგრძის მონაკვეთს გადის, რომელიც $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილი ზედაპირის $h = 2$ მ სიმაღლეზე იწყება. ამ მონაკვეთზე კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4. A წერტილს ბლოკი 8 მ/წმ სიჩქარით გაივლის. თუ ბლოკი B წერტილს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე ამ დროს და თუ ვერ მიაღწევს, A-დან რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა ბლოკი?



სურ. 8.55. ამოცანა 61.

••62. 8.56 სურათზე გამოსახული 1800 კგ მასის ლიფტის კაბინის კაბელი მაშინ წყდება, როდესაც კაბინა პირველ სართულზე უძრავად არის გაჩერებული. ამ დროს კაბინასა და $k = 0,15$ მნ/მ სიხისტის ზამბარას შორის მანძილია $d = 3,7$ მ. უსაფრთხოების მოწყობილობის მომჭერები კაბინაზე მოქმედებენ და 4,4 კნ სიდიდის მუდმივი ხახუნის ძალა კაბინის მოძრაობას ეწინააღმდეგება. ა) გამოთვალეთ კაბინის სიჩქარე, როდესაც ის ზამბარას შეეჯახება.

ბ) გამოთვალეთ ზამბარის შეკუმშვის მაქსიმალური x მანძილი (შეკუმშვის დროს ხახუნის ძალა მოქმედებს განაგრძობს). გ) გამოთვალეთ მანძილი, რომლითაც კაბინა ზამბარასთან შეეჯახების შემდეგ



სურ. 8.56. ამოცანა 62.

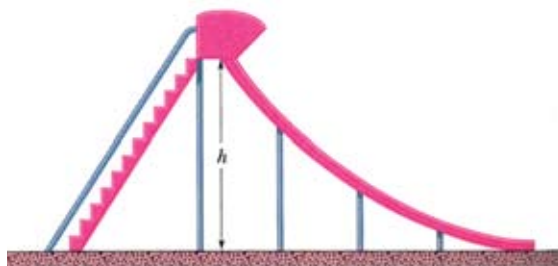
მაღლა ავარდება. დ) ენერგიის შენახვის კანონის გამოყენებით გამოთვალეთ კაბინის მიერ გავლილი მთელი მანძილი გაჩერებამდე (დაუშვით, რომ გაჩერებულ კაბინაზე მოქმედი ხახუნის ძალა უმნიშვნელოა).

•••63. 8.41 სურათზე გამოსახული $m = 3,2$ კგ მასის ბლოკი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ ზედაპირზე d მანძილზე სრიალდება და 431 ნ/მ სიხისტის ზამბარას ეჯახება. როდესაც ბლოკი წამიერად ჩერდება, ზამბარა 21 სმ-ით იკუმშება. რისი ტოლია ა) d მანძილი და ბ) ბლოკისა და ზამბარის შეხების პირველ წერტილსა და იმ ადგილს შორის მანძილი, სადაც ბლოკის სიჩქარე უდიდესია?

დამატებითი ამოცანები

64. 8.38 სურათზე გამოსახული $L = 120$ სმ სიგრძის თოკის ერთ ბოლოზე ბურთია მიმაგრებული, ხოლო თოკის მეორე ბოლო ფიქსირებულია. P წერტილზე წკირია დამაგრებული. ბურთი მოძრაობას იწყებს, ვიდრე წკირი თოკს დაიჭერს და შემდეგ ბურთი წკირისგარშემოგანაგრძობს მოძრაობას. იმისთვის, რომ ბურთმა წკირს მთლიანად შემოუაროს, რა მნიშვნელობას უნდა აქარებდეს d ?

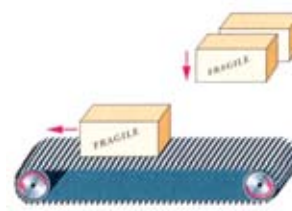
65. სასრიალოს 12 მ რადიუსის წრიული რკალის ფორმა აქვს. მისი მაქსიმალური სიმაღლეა $h = 4$ მ და დედამიწა წრეს ეხება (სურ. 8.57). 25 კგ მასის ბავშვი სასრიალოზე ჯდება და მიწაზე ჩამოსვლისას მისი სიჩქარეა $6,2$ მ/წმ. ა) რა მანძილზე სრიალდება ბავშვი? ბ) რა საშუალო ხახუნის ძალა მოქმედებს ბავშვზე ჩამოსრიალების დროს? თუ დედამიწის ნაცვლად წრეს სასრიალოს წვერზე გავლებული ვერტიკალური ხაზი ეხება, რისი ტოლია გ) სასრიალოს სიგრძე და დ) ბავშვზე მოქმედი საშუალო ხახუნის ძალა?



სურ. 8.57. ამოცანა 65.

66. ქარხანაში 300 კგ მასის ყუთები $1,2$ მ/წმ სიჩქარით მოძრავ ესკალატორზე ვერტიკალურად იყრება (სურ. 8.58). ესკალატორსა და თითოეულ ყუთს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,4$. მცირე დროის შემდეგ ყუთი აღარ სრიალებს

და ესკალატორთან ერთად გადაადგილდება. ესკალატორზე ყუთის გაჩერებამდე მონაკვეთში ა) რა კინეტიკური ენერგია მიენოდება ყუთს, ბ) რა სიდიდის კინეტიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს ყუთზე და გ) რა ენერგია მიენოდება ესკალატორის ძრავას? დ) ახსენით რატომ განსხვავდება ერთმანეთისგან ა) და გ) პასუხები.



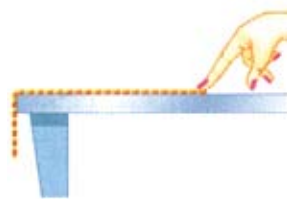
სურ. 8.58. ამოცანა 66

67. 8.49 სურათზე გამოსახული ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ დახრილ სიბრტყეზე მოძრაობს. A და B წერტილებზე მისი სიჩქარეა 2 მ/წმ და $2,6$ მ/წმ. მეორედ ჩამოსრიალების დროს A წერტილზე ბლოკის სიჩქარეა 4 მ/წმ. რა იქნება ამჯერად მისი სიჩქარე B წერტილზე?

68. 30 გ მასის ტყვია 500 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და 12 სმ-ით დაშორებულ კედელს ეჯახება. ა) რამდენით იცვლება ტყვიის მექანიკური ენერგია? ბ) რა საშუალო ძალა მოქმედებს კედლიდან ტყვიაზე?

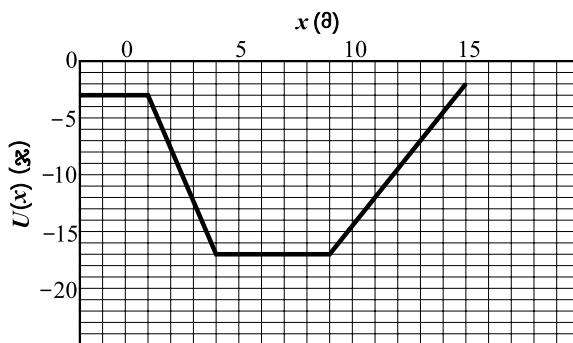
69. $0,092$ კგ მასის ბურთი $0,62$ მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკის ერთ ბოლოზეა დამაგრებული, ხოლო ღეროს მეორე ბოლო საყრდენ წერტილზეა ფიქსირებული. ამის შემდეგ ღერო ვერტიკალურად გაასწორეს და საყრდენი წერტილის გარშემო აბრუნებენ. როდესაც ბურთი უდაბლეს წერტილზეა, რა იქნება ა) მისი სიჩქარე და ბ) ღეროს დაჭიმულობა? ღერო ამჯერად ჰორიზონტალურად გაასწორეს და კვლავ საყრდენი წერტილის გარშემო აბრუნებენ. გ) ვერტიკალისადმი რა კუთხის დროს იქნება ღეროს დაჭიმულობა ბურთის წონის ტოლი? დ) თუ ბურთის მასას გავზრდით, გ)-ს პასუხი გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

70. 8.59 სურათზე გამოსახული ჯაჭვი ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე ძევს და მისი ერთი მეოთხედი ნაწილი მაგიდის კიდიდან არის გადაკიდებული. თუ ჯაჭვის სიგრძეა $L = 28$ სმ და მასაა $m = 0,012$ კგ, რა მუშაობაა საჭირო გადაკიდებული ნაწილის მაგიდაზე ასატანად?



სურ. 8.59. ამოცანა 70.

71. x ღერძის გასწვრივ მოძრავ 2 კგ მასის ნივთიერი წერტილზე $F(x)$ შემნახველი ძალა მოქმედებს. $F(x)$ -თან დაკავშირებული $U(x)$ პოტენციური ენერგიის გრაფიკი 8.60 სურათზეა ნაჩვენები. $x = 2$ მ კოორდინატზე ნივთიერი წერტილის სიჩქარეა $-1,5$ მ/წმ. რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულებააქვს $F(x)$ ძალას ამ კოორდინატზე? რომელ კოორდინატებს შორის მოძრაობს ნივთიერი წერტილი გ) მარცხნისკენ და დ) მარჯვნისკენ? ე) რა სიჩქარე აქვს ნივთიერ წერტილს $x = 7$ მ კოორდინატზე?



სურ. 8.60. ამოცანა 71.

72. აღმოჩნდა, რომ გარკვეული სახეობის ზამბარა ჰუკის კანონს არ ემორჩილება. x მანძილით დაჭიმვის დროს ზამბარა $52,8x + 38,4x^2$ ძალით მოქმედებს, რომელიც დაჭიმვის მიმართულების სანინალმდეგია. ა) გამოთვალეთ $x = 0,5$ მ კოორდინატიდან $x = 1$ მ კოორდინატამდე ზამბარის დაჭიმვისთვის საჭირო მუშაობა. ბ) ზამბარის ერთი ბოლო ფიქსირებულია, ხოლო მეორე ბოლოზე 2,17 კგ მასის ნივთიერი წერტილია მიმაგრებული. ზამბარა $x = 1$ მ მანძილითაა დაჭიმული. თუ ნივთიერი წერტილი მოძრაობას იწყებს, რა სიჩქარე ექნება მას, როდესაც ზამბარა $x = 0,5$ მ მანძილითაა დაჭიმული? გ) დრეკადობის ძალა შემნახველია თუ არაშემნახველი? პასუხი დაასაბუთეთ.

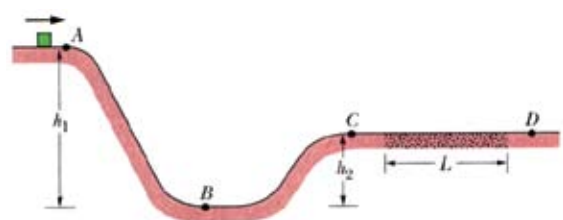
73. ქარხნის მუშამ 3,7 მ სიგრძის და ჰორიზონტალისადმი 39° -ით დახრილი სიბრტყიდან 180 კგ მასის ყუთს შემთხვევით ხელი გაუშვა. ყუთსა და დახრილ სიბრტყეს შორის, ასევე ყუთსა და ქარხნის ჰორიზონტალურ იატაკს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,28. ა) რა სიჩქარით მოძრაობს ყუთი დახრილი სიბრტყიდან ჩამოსვლისას? ბ) რა მანძილზე გაცურდება ყუთი ჰორიზონტალურ იატაკზე? (დაუშვით, რომ დახრილი სიბრტყიდან იატაკზე გადასვლისას ყუთის კინეტიკური ენერგია არ იცვლება). გ) ყუთის მასის განახევრების შემთხვევაში ა) და ბ) პასუხები გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

74. ამოტრიალებული ტკაცუნა ხოჭო ზურგის კუნთებს დაძაბავს და ზემოთ ხტება. ამ დროს კუნთებშიშენახული ენერგია მექანიკურ ენერგიაში გადადის. ახტომის დროს ტკაცუნის ხმა ისმის და სწორედ აქედან მოდის ხოჭოს დასახელება. ვიდეოჩანაწერმა აჩვენა, რომ $m = 4 \times 10^{-6}$ კგ მასის ხოჭო 0,77 მმ მანძილზე აიწია და $h = 0,3$ მ სიმაღლეზე ახტა. მაღლა აწევის დროს ა) რა საშუალო სიდიდის გარე ძალა მოქმედებს ხოჭოს ზურგიდან ზედაპირზე და ბ) რისი ტოლია ხოჭოს აჩქარება გ-ს ერთეულებში?

75. ავტომობილის მოძრაობას სიჩქარისგან დამოუკიდებელი საგზაო ხახუნის და სიჩქარის კვადრატის პროპორციული ჰაერის წევა ეწინააღმდეგება. 12000 ნ წონის ავტომობილისთვის ჯამური F წინაღობის ძალაა $F = 300 + 1,8v^2$, სადაც F მოცემულია ნიუტონებში, ხოლო v - მ/წმ-ებში. გამოთვალეთ 80 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი მანქანის 0,92 მ/წმ² აჩქარებით ასამოძრავებლად საჭირო სიმძლავრე (ცხენის ძალებში).

76. 300 გ მასის ბურთი 1,4 მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის თოკზე ჩამოკიდეს, ხოლო თოკის მეორე ბოლო დააფიქსირეს. შემდეგ ბურთი ერთ მხარეს განიეს, ვიდრე თოკი ვერტიკალისადმი 30° კუთხეს შეადგენდა და ხელი გაუშვეს. გამოთვალეთ ა) ბურთის სიჩქარე, როდესაც თოკი ვერტიკალისადმი 20° კუთხეს ადგენს და ბ) ბურთის მაქსიმალური სიჩქარე. გ) რა კუთხე იქნება თოკსა და ვერტიკალს შორის, როდესაც ბურთის სიჩქარე მაქსიმალურის ერთი მესამედი გახდება?

77. 8.61 სურათზე გამოსახული ბლოკი A წერტილის გავლით 7 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. ბლოკის ტრაექტორიაზე ხახუნის არ მოქმედებს, ვიდრე ის $L = 12$ მ სიგრძის მონაკვეთს მიაღწევს, სადაც კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,7. ნაჩვენები სიმაღლეებია $h_1 = 6$ მ და $h_2 = 2$ მ. რა სიჩქარე ექნება ბლოკს ა) B წერტილში და ბ) C წერტილში? გ) მიაღწევს თუ არა ბლოკი D წერტილამდე? თუ მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე ამ წერტილში?



სურ. 8.61. ამოცანა 77.

თუ ვერ მიაღწევს, L სიგრძის მონაკვეთის რა მანძილს გაივლის ბლოკი?

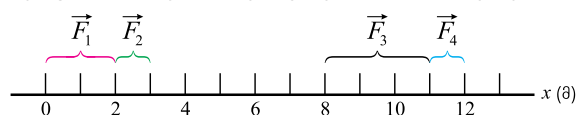
78. ნივთიერი წერტილი x ღერძის გასწვრივ თავდაპირველად $x = 1$ მ კოორდინატიდან $x = 4$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილდება და შემდეგ $x = 1$ მ კოორდინატზე ბრუნდება. ამ დროს მასზე გარე ძალა მოქმედებს. ეს ძალა x ღერძის გასწვრივ მიმართული და მისი x კომპონენტის მნიშვნელობები $x = 4$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილებისას და შემდეგ უკან დაბრუნებისას განსხვავებულია. ცხრილში მოცემულია ოთხი შესაძლო ვარიანტი, სადაც x მეტრებშია მოცემული; ხოლო ძალის X კომპონენტის მნიშვნელობა – ნიუტონებში:

	$x = 4$ მ კოორდინატისკენ გადაადგილებისას	უკან დაბრუნებისას
ა)	+3	-3
ბ)	+5	+5
გ)	+2x	-2x
დ)	+3x ²	+3x ²

გამოთვალეთ გარე ძალის მიერ ნივთიერ წერტილზე შესრულებული მუშაობა მთელი ტრაექტორიის განმავლობაში (ოთხივე შემთხვევისთვის). ე) რომელ შემთხვევაშია გარე ძალა შემნახველი?

79. 2,5 კგ მასის ბიდონი 4 მ სიმაღლიდან 3 მ/წმ საწყისი სიჩქარით დაბლა ისროლეს. ბიდონზე მოქმედი ჰაერის წევის ძალა უმნიშვნელოა. რა კინეტიკური ენერგია ექნება ბიდონს ა) მიწაზე დაცემისას და ბ) ნახევარი მანძილის გავლისას? რა იქნება გ) ბიდონის კინეტიკური ენერგია და დ) ბიდონი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ბიდონის მიწაზე დაცემამდე 2 წამით ადრე? დ) შეკითხვაზე პასუხის გაცემისას $y = 0$ ათვლის წერტილი დედამიწას დაამთხვიეთ.

80. ნივთიერი წერტილი x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება და მოძრაობისას მასზე სხვადასხვა სიდიდის შემნახველი ძალა მოქმედებს (სურ. 8.62 და თანდართული ცხრილი). ნივთიერი წერტილი მოძრაობას $x = 5$ მ კოორდინატიდან იწყებს, სადაც მისი კინეტიკური ენერგიაა $K = 14$ ჯ, ხოლო პოტენციური ენერგიაა $U = 0$. თუ ნივთიერი წერტილი x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით



სურ. 8.62. ამოცანები 80 და 81

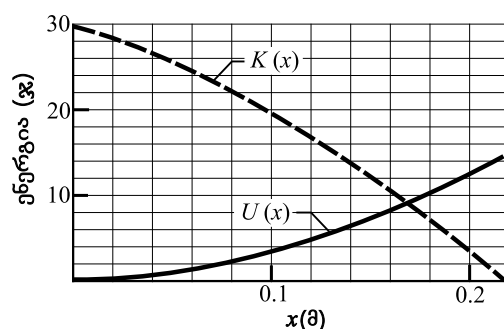
გადაადგილდება, რა იქნება მისი ა) K და ბ) U $x = 2$ მ კოორდინატზე და გ) K და დ) U $x = 0$ კოორდინატზე? თუ ნივთიერი წერტილი x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება, რა იქნება მისი ე) K და ვ) U $x = 11$ მ კოორდინატზე, ზ) K და თ) U $x = 12$ მ კოორდინატზე და ი) K და კ) U $x = 13$ მ კოორდინატზე? ლ) ააგეთ $U(x)$ -ის x -ზე დამოკიდებულების გრაფიკის ფუნქცია x -ის 0-დან 13 მ-მდე არეალისთვის.

ნივთიერი წერტილი მოძრაობას $x = 0$ კოორდინატიდან იწყებს. რა იქნება მისი მ) კინეტიკური ენერგია $x = 5$ მ კოორდინატზე და ნ) მაქსიმალური დადებითი x_{max} კოორდინატი? ო) როგორ მოიქცევა ნივთიერი წერტილი x_{max} -ზე მისვლის შემდეგ?

არეალი	ძალა
0-დან 2 მ-მდე	$\vec{F}_1 = (+3 \text{ ნ})\hat{i}$
2 მ-დან 3 მ-მდე	$\vec{F}_2 = (+5 \text{ ნ})\hat{i}$
3 მ-დან 8 მ-მდე	$F = 0$
8 მ-დან 11 მ-მდე	$\vec{F}_3 = -(4 \text{ ნ})\hat{i}$
11 მ-დან 12 მ-მდე	$\vec{F}_4 = -(1 \text{ ნ})\hat{i}$
12 მ-დან 15 მ-მდე	$F = 0$

81. მე-80 ამოცანაში მოცემული ძალთა განლაგების დროს, 2 კგ მასის ნივთიერი წერტილი მოძრაობას $x = 5$ მ კოორდინატიდან 3,45 მ/წმ საწყისი სიჩქარით იწყებს და x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით გადაადგილდება. ა) თუ ნივთიერი წერტილი $x = 0$ კოორდინატამდე მივა, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ვერ მივა, რა იქნება მისი შემობრუნების წერტილი? დავუშვათ, ნივთიერი წერტილი მოძრაობას $x = 5$ მ კოორდინატიდან 3,45 მ/წმ საწყისი სიჩქარით იწყებს და x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება. ბ) თუ ნივთიერი წერტილი $x = 13$ მ კოორდინატს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ვერ მიაღწევს, რა იქნება მისი შემობრუნების წერტილი?

82. 8.52 სურათზე გამოსახული 30 ჯ კინეტიკური ენერგიის მქონე ბლოკი მოშვებულ ზამბარას



სურ. 8.63. ამოცანა 82.

ეჯახება. ზამბარის შეკუმშვის შემდეგ ბლოკსა და ზედაპირის შორის ხახუნის ძალა მოქმედებს. 8.63 სურათზე ნაჩვენებია ბლოკის $K(x)$ კინეტიკური ენერგიის და ზამბარის $U(x)$ პოტენციური ენერგიის ბლოკის x მდებარეობაზე დამოკიდებულების ფუნქციების გრაფიკები. რამდენით იზრდება ბლოკისა და ზედაპირის სითბური ენერგია, როდესაც ა) ბლოკი $x = 0,1$ მ კოორდინატს მიაღწევს და ბ) ზამბარა მაქსიმალურად შეიკუმშება?

83. 1500 კგ მასის მანქანა 5° -ით დახრილ გზაზე 30 კმ/სთ სიჩქარით იწყებს მოძრაობას. ძრავა გამორთულია და მანქანაზე მხოლოდ ჯამური ხახუნის ძალა და მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. 50 მ-ის გავლის შემდეგ მანქანის სიჩქარეა 40 კმ/სთ. ა) რამდენით შემცირდა მანქანის მექანიკური ენერგია ჯამური ხახუნის ძალის შედეგად? ბ) რა სიდიდისაა ჯამური ხახუნის ძალა?

84. 1500 კგ მასის მანქანა ჰორიზონტალურ გზაზე მოძრაობას და 30 წამის განმავლობაში 72 კმ/სთ სიჩქარეს აწვითარებს. ა) რა იქნება მანქანის კინეტიკური ენერგია 30 წამის შემდეგ? ბ) რა საშუალო სიმძლავრე სჭირდება მანქანას 30 წამის განმავლობაში? გ) რისი ტოლია მყისიერი სიმძლავრე 30 წამის შემდეგ, თუ დაუშვებთ, რომ აჩქარება მუდმივია?

85. 1,5 მგვტ სიმძლავრის ორთქლმავალი მატარებელს 6 წუთის განმავლობაში 10 მ/წმ-დან 25 მ/წმ-მდე აჩქარებს. ა) გამოთვალეთ მატარებლის მასა. დაადგინეთ ბ) მატარებლის სიჩქარის და ბ) მატარებლის ამაჩქარებელი ძალის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციები 6 წუთიან პუალედში. დ) გამოთვალეთ მატარებლის მიერ განვლილი მანძილი ამ დროში.

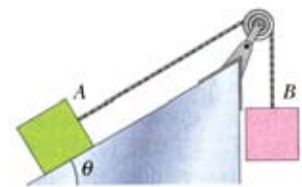
86. 5 კგ მასის ბლოკი ჰორიზონტალისადმი 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე 5 მ/წმ სიჩქარით მალა ადის. რა მანძილს გაივლის სიბრტყეზე ბლოკი, თუ ა) ხახუნი არ არსებობს და ბ) ბლოკსა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4? გ) ამ უკანასკნელ შემთხვევაში რამდენით გაიზრდება ბლოკისა და სიბრტყის სითბური ენერგია? დ) თუ ბლოკი უკან სრიალდება, რა იქნება მისი სიჩქარე იმ ადგილზე, საიდანაც მოძრაობა დაიწყო?

87. 1,5 კგ მასის წყლის ბუშტი 3 მ/წმ საწყისი სიჩქარით მალა აისროლეს. ა) რა კინეტიკური ენერგია აქვს ბუშტს გაშვების მომენტში? ბ) რა მუშაობას ასრულებს მიზიდულობის ძალა ბუშტზე

მალა ასვლის დროს? გ) რამდენით იცვლება ბუშტი-დედამინის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია მალა ასვლის დროს? დ) თუ ბუშტის გაშვების ადგილზე მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება იგივე ენერგია ბუშტის მაქსიმალურ სიმაღლეზე ასვლის დროს? ე) თუ მაქსიმალურ სიმაღლეზე მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია, რა იქნება ის ბუშტის გაშვების ადგილზე? ვ) რისი ტოლია მაქსიმალური სიმაღლე?

88. ფერდობის კიდიდან 0,55 კგ მასის საგანი 1550 ჯ საწყისი კინეტიკური ენერგიით ისროლეს. საგნის მაქსიმალური გადაადგილებაა +140 მ. რისი ტოლია საგნის სიჩქარის ა) ჰორიზონტალური და ბ) ვერტიკალური კომპონენტი? გ) როდესაც სიჩქარის ვერტიკალური კომპონენტი 65 მ/წმ, რისი ტოლი იქნება ვერტიკალური გადაადგილება გასროლის ადგილიდან?

89. 8.64 სურათზე გამოსახული ბლოკის მასა, რომელზეც თოკია გადაკიდული, უ მ ნ ი შ ე ნ ე ლ ი ა . ბლოკზე და დახრილ სიბრტყეზე ხახუნის



სურ. 8.64. ამოცანა 89.

ძალა არ მოქმედებს. A ყუთის მასაა 1 კგ, B ყუთის მასაა 2 კგ, ხოლო θ კუთხეა 30° . ყუთები მოძრაობას მაშინ იწყებენ, როდესაც დამაკავშირებელი თოკი დაჭიმულია. რა იქნება ყუთების ჯამური კინეტიკური ენერგია, როდესაც B ყუთი 25 სმ-ით დაბლა დაიწევს?

90. 1,5 კგ მასის ბურთი ჰორიზონტალისადმი 34° -ით კუთხით და 20 მ/წმ საწყისი სიჩქარით მალა აისროლეს. ა) რა საწყისი კინეტიკური ენერგია აქვს ბურთს? ბ) რამდენით შეიცვლება ბურთი-დედამინის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია, ვიდრე ბურთი მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს? გ) რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა ბურთი?

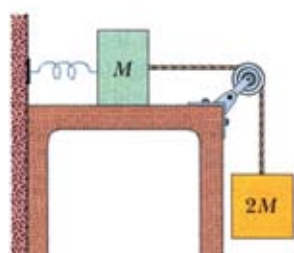
91. საცირკო წარმოდგენის დროს 60 კგ მასის კლოუნი ზარბაზნიდან 16 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტალისადმი უცნობი კუთხით ისროლეს. მცირე დროის შემდეგ კლოუნი გასროლის ადგილიდან 3,9 მ სიმაღლეზე გაბმულ ბადეში აღმოჩნდა. ჰაერის წევა უგულვებელყავით და ბადეში მოხვედრის მომენტში კლოუნის კინეტიკური ენერგია გამოთვალეთ.

92. ნივთიერ წერტილზე მხოლოდ $\vec{F}$ შემნახველი ძალა მოქმედებს. როდესაც ნივთიერი წერტილი A წერტილზე იმყოფება, $\vec{F}$ -ისა და ნივთიერი წერტილის სისტემასთან დაკავშირებული პოტენციური ენერგიაა 40 ჯ. როდესაც ნივთიერი წერტილი A -დან B -სკენ გადაადგილდება, მასზე $\vec{F}$ ძალა +25 ჯ მუშაობას ასრულებს. რა პოტენციური ენერგია აქვს სისტემას, როდესაც ნივთიერი წერტილი B წერტილზე იმყოფება?

93. მუდმივი, ჰორიზონტალური ძალა 50 კგ მასის სატვირთო მანქანას 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე მუდმივი სიჩქარით 6 მ მანძილზე გადაადგილებს. მანქანასა და სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,2. ა) რა მუშაობას ასრულებს მოდებული ძალა და ბ) რამდენით იზრდება მანქანისა და სიბრტყის სითბური ენერგია?

94. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე 20 კგ მასის ბლოკი $k = 4$ კნ/მ სიხისტის ჰორიზონტალურ ზამბარაზე მიმაგრებული. ბლოკს მარჯვნივ სწევნ და ზამბარა 10 სმ-ით იჭიმება, რის შემდეგაც ბლოკს ხელს უშვებენ. ბლოკსა და ზედაპირს შორის 80 ნ სიდიდის ხახუნის ძალა მოქმედებს. ა) რა იქნება ბლოკის კინეტიკური ენერგია 2 სმ-ით გადაადგილების შემდეგ? ბ) რა იქნება ბლოკის კინეტიკური ენერგია, როდესაც ბლოკი საწყის მდებარეობას დაუბრუნდება? გ) რა მაქსიმალურ კინეტიკურ ენერგიას შეიძენს ბლოკი მთელი გადაადგილების განმავლობაში?

95. $M = 2$ კგ და $2M$ მასის ორი ყუთი $k = 200$ ნ/მ სიხისტის ზამბარასთან არის დაკავშირებული. ზამბარის ერთი ბოლო ფიქსირებულია (სურ. 8.65). ჰორიზონ-



სურ. 8.65. ამოცანა 95.

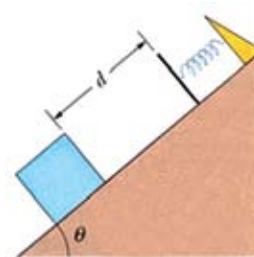
ტალურ ზედაპირზე და ბლოკზე ხახუნი არ მოქმედებს და მისი მასა უმნიშვნელოა. ყუთი მოძრაობას მაშინ იწყებს, როდესაც ზამბარა მოშვებულ მდგომარეობაშია. ა) რა ჯამური კინეტიკური ენერგია ექნება ორივე ყუთს, როდესაც ჩამოკიდებული ყუთი 0,09 მ-ით დაბლა დაინეწვს? ბ) რა კინეტიკური ენერგია ექნება ჩამოკიდებულ ყუთს, როდესაც ის იგივე მანძილით დაბლა დაინეწვს? გ) რა მაქსიმალურ მანძილზე დაინეწვს ჩამოკიდებული ყუთი, ვიდრე წამიერად გაჩერდება?

96. ეულკანიდან ამოფრქვეული ფერფლის ნაკადი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მიიწევს და 10° -ით დახრილ აღმართს ეჯახება. ნაკადის წინა ნაწილი აღმართზე 920 მ მანძილს გაივლის და ჩერდება. დაუშვით ნაკადში მოქცეული აირები ნაკადს მალა წვეწვან და მიწიდან მოქმედი ხახუნის ძალა უმნიშვნელოა. ასევე დაუშვით, რომ ნაკადის წინა ნაწილის მექანიკური ენერგია ინახება. რა საწყისი სიჩქარით დაიწყო მოძრაობა ნაკადის წინა ნაწილმა?

97. 0,5 კგ მასის ბანანი 4 მ/წმ სიჩქარით მალა აისროლეს და 0,8 მ მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწია. რამდენით შეცვლის ბანანი-დედამიწის სისტემის მექანიკურ ენერგიას ჰაერის წვეწვან ძალა ბანანის მალა ასვლის დროს?

98. 70 კგ მასის ბეისბოლის მოთამაშე 10 მ/წმ საწყისი სიჩქარით ცურდება და მიწაზე ეცემა. ა) რამდენით მცირდება მოთამაშის კინეტიკური ენერგია და ბ) რამდენით იზრდება მიწისა და მოთამაშის სხეულის სითბური ენერგია?

99. $k = 200$ ნ/მ სიხისტის ზამბარა $\theta = 40^\circ$ კუთხით დახრილი სიბრტყის წვერზეა დამაგრებული (სურ. 8.66). სიბრტყეზე ხახუნი არ მოქმედებს. 1 კგ



სურ. 8.66. ამოცანა 99.

მასის ბლოკი ზამბარიდან $d = 0,6$ მ მანძილზე 16 ჯ კინეტიკური ენერგიით სიბრტყეზე მალა ასვლას იწყებს. ა) რა კინეტიკური ენერგია ექნება ბლოკს, როდესაც ზამბარას 0,2 მ-ით შეკუმშავს? ბ) რა კინეტიკური ენერგიით უნდა დაიწყო მოძრაობა ბლოკმა, რათა ის მაშინ გაჩერდეს, როდესაც ზამბარას 0,4 მ-ით შეკუმშავს?

100. მანქანა 40 კგ მასის ტვირთს 40° -ით დახრილ გზაზე მუდმივი სიჩქარით 2 მ მანძილზე გადაადგილებს და მანქანიდან ტვირთზე მოქმედი ძალა გზის პარალელურია. ტვირთსა და გზას შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4. ა) რა მუშაობას ასრულებს მანქანა ტვირთზე და ბ) რამდენით იზრდება ტვირთისა და გზის სითბური ენერგია?

101. 3,2 კგ მასის ზარმაცა მიწიდან 3 მ სიმაღლეზე კიდია. ა) რა მიზიდულობის პოტენციური ენერგია აქვს ზარმაცა-დედამიწის სისტემას, თუ $y = 0$

ათვლის წერტილი დედამიწის დონეზეა? ზარმაცა მიწაზე ჩამოვარდა და მასზე მოქმედი ჰაერის წევის ძალა უმნიშვნელოა. რა ა) კინეტიკური ენერგია და გ) სიჩქარე ექნება ზარმაცას მიწაზე დაცემამდე?

102. 3200 ნ/მ სიხისტის ზამბარა დაჭიმულია და მისი ელასტიური პოტენციური ენერგია 1,44 ჯ-ია (მოშვებულ მდგომარეობაში $U = 0$). რისი ტოლია ΔU , თუ ზამბარა ა) კიდევ 2 სმ-ით დაჭიმეს, ბ) 2 სმ-ით შეკუმშეს და გ) 4 სმ-ით შეკუმშეს?

103. კომფორტული ლაინერი *Queen Elizabeth 2* თბოელექტროსადგურითაა აღჭურვილი, რომელიც 32,5 საზღვაო მილით მოძრაობის დროს 92 მგვტ მაქსიმალურ სიმძლავრეს გამოიმუშავებს. რა ძალა მოქმედებს ლაინერზე ამ სიჩქარით მოძრაობისას? (1 საზღვაო მილი = 1,852 კმ/სთ).

104. საბავშვო თოფის ზამბარის სიხისტეა 700 ნ/მ. ბურთის გასროლის წინ ზამბარა იკუმშება და ბურთი მასზე თავსდება. შემდეგ თოფის ჩახმახი ზამბარას ასწორებს და ისიც ბურთს წინ უბიძგებს. ბურთსა და ზამბარას შორის კონტაქტი მაშინ წყდება, როდესაც ბურთი თოფის ლულიდან გამოდის. ჰორიზონტალისადმი 30° -ით დახრილი თოფი 57 გ მასის ბურთს 1,83 მ მაქსიმალურ სიმაღლეზე ისვრის. დავუშვათ ბურთზე მოქმედი ჰაერის წევის ძალა უმნიშვნელოა. ა) რა სიჩქარით ისვრის ზამბარა ბურთს? ბ) თუ ბურთზე მოქმედი ხახუნის ძალა თოფში უმნიშვნელოა, რა მანძილით იკუმშება ზამბარა?

105. 15 ნ სიდიდის ჰორიზონტალური ძალა პლასტ-მასის კუბს მუდმივი სიჩქარით 3 მ მანძილზე გადაადგილებს. ამ დროს კუბის ტემპერატურას აკვირდებიან. დაკვირვების შედეგად დგინდება, რომ კუბის სითბური ენერგია 20 ჯ-ით გაიზარდა. რამდენით გაიზარდა ზედაპირის სითბური ენერგია?

106. თოვლიანი გორაკის მწვერვალები მათ შორის მდებარე ველიდან $H = 850$ მ და $h = 750$ მ სიმაღლეებზეა. გორაკებს შორის სათხილამურო ტრასაა, რომლის სიგრძეა 3,2 კმ და საშუალო დახრილობაა $\theta = 30^\circ$ (სურ. 8.67). ა) მოთხილამურე



სურ. 8.67. ამოცანა 106.

მოძრაობას მაღალი გორაკის მწვერვალზე იწყებს. რა სიჩქარე ექნება მოთხილამურეს დაბალი გორაკის მწვერვალზე, თუ ის სათხილამურო ჯოხებს არ იყენებს? ბ) თოვლსა და თხილამურებს შორის დაახლოებით რა კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი გააჩერებს მოთხილამურეს ზუსტად დაბალი გორაკის მწვერვალზე?

107. მოცურავე წყალში 0,22 მ/წმ სიჩქარით მიცურავს. საშუალო წევის ძალაა 110 ნ. რა საშუალო სიმძლავრე ესაჭიროება მოცურავეს?

108. 16400 ნ წონის მგზავრებით სავსე მანქანა 113 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, როდესაც მძღოლი ამუხრუჭებს და მანქანას აჩერებს. გზიდან ბორბლებზე მოქმედი ხახუნის ძალაა 8320 ნ. რა მანძილის გავლის შემდეგ გაჩერდება მანქანა?

109. 60 კგ მასის ცირკის მსახიობი 4 მ სიმაღლის ჯოხიდან დაბლა სრიალდება. რა კინეტიკური ენერგია ექნება მსახიობს ცირკის არენაზე ჩამოსვლისას, თუ ჯოხიდან მასზე მოქმედი ხახუნის ძალა ა) უმნიშვნელოა და ბ) 500 ნ სიდიდისაა?

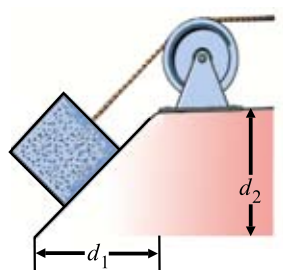
110. 1981 წელს, დანიელ გუდვინი ჩიკაგოში მდებარე 443 მ სიმაღლის შენობაზე აცოცდა. ა) გუდვინის მასა მიახლოებით აიღეთ და გამოთვალეთ რა რაოდენობის ენერგია გადაიტანა მან ბიომექანიკური (შიგა) ენერგიიდან დედამიწა-საკუთარი თავის სისტემის მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიაში, რათა ამ სიმაღლეზე ამძვრალიყო. ბ) რა რაოდენობის ენერგიის გადატანა მოუხდებოდა გუდვინს, თუ იმავე სიმაღლეზე ასასვლელად შენობის კიბეებით ისარგებლებდა?

111. 0,63 კგ მასის ბურთი 14 მ/წმ სიჩქარით აისროლეს და მან 8,1 მ მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწია. რამდენით შეიცვალა ბურთი-დედამიწის სისტემის მექანიკური ენერგია ბურთის მაღლა ასვლის დროს?

112. ევერესტის მწვერვალი ზღვის დონიდან 8850 მ სიმაღლეზეა. ა) რა ენერგია უნდა დახარჯოს 90 კგ მასის მთამსვლელმა მიზიდულობის ძალის სანაღმდეგოდ, რათა ზღვის დონიდან ამ სიმაღლეზე ავიდეს? ბ) რა რაოდენობის კანფეტი უზრუნველყოფს ამ ენერგიას, თუ თითოეული კანფეტი 1,25 ჯ ენერგიას შეიცავს? თქვენმა პასუხმა უნდა ცხადყოს, რომ მიზიდულობის ძალის წინააღმდეგ შესრულებული მუშაობა მთაზე ასვლისთვის საჭირო ენერგიის მხოლოდ მცირე ნაწილია.

113. 670 ნ წონის სპრინტერი 1,6 წამში 7მ-ს გარბის და ამ დროს თანაბრად ჩქარდება. რა ა) სიჩქარე და ბ) კინეტიკური ენერგია ექნება სპრინტერს 1,6 წამის შემდეგ? გ) რა საშუალო სიმძლავრეს გამოიმუშავებს სპრინტერი 1,6 წამის განმავლობაში?

114. 8.68 სურათზე გამოსახულ 1400 კგ მასის გრანიტის ბლოკს დახრილ სიბრტყეზე 1,34 მ/წმ თანაბარი სიჩქარით თოკის საშუალებით მალლა სწევნ. ნაჩვენები მანძილებია



სურ. 8.68. ამოცანა 114.

$d_1 = 40$ მ და $d_2 = 30$ მ. ბლოკს და დახრილ სიბრტყეს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,4. რა სიმძლავრეს წარმოქმნის თოკიდან ბლოკზე მოდებული ძალა?

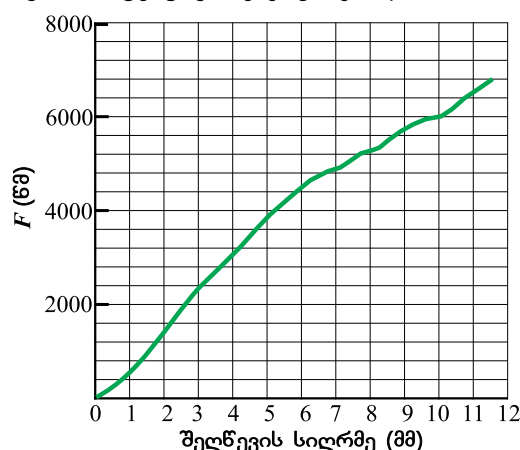
115. 0,42 კგ მასის შაფლბორდის დისკო უძრავად დევს და მოთამაშე კიის საშუალებით მის სიჩქარეს 4,2 მ/წმ-მდე ზრდის (აჩქარება მუდმივია). აჩქარება დაახლოებით 2 მ-ის მანძილზე გრძელდება, შემდეგ კიისა და დისკოს შორის კონტაქტი წყდება. გაჩერებამდე დისკო კიდევ 12 მ-ს გაივლის. დაეუშვათ შაფლბორდის მოედანი ბრტყელია და დისკოზე მოქმედი ხახუნის ძალა უცვლელია. რამდენით გაიზრდება დისკო-მოედანის სისტემის სითბური ენერგია ა) დამატებითი 12 მ-ის გავლის დროს და ბ) მთლიანი 14 მ მანძილის გავლის დროს? გ) რა მუშაობას ასრულებს კიი დისკოზე?

116. 70 კგ მასის ადამიანი ფანჯრიდან გადახტა და ფანჯრიდან 11 მ-ით ქვემოთ გაშლილ სამაშველო ბადეში ჩავარდა. ბადე 1,5 მ-ით დაიჭიმა და ამ დროს ადამიანი წამიერად გაჩერდა. დაეუშვათ მექანიკური ენერგია ინახება და ბადე იდეალური ზამბარის სახით მოქმედებს. გამოთვალეთ ბადის ელასტიური პოტენციური ენერგია 1,5 მ-ით დაჭიმვისას.

117. უკანა კბილით საგანზე მაქსიმუმ 750 ნ ძალით შეგიძლიათ იმოქმედოთ. წარმოიდგინეთ, რომ ძირტკბილას ბარდს ღეჭავთ. ამ დროს ძირტკბილა $k = 2,5 \times 10^5$ ნ/მ სიხისტის ზამბარასავით მოქმედებს და კბილს ეწინააღმდეგება. გამოთვალეთ ა) ძირტკბილას შეკუმშვის მანძილი და ბ) კბილის მიერ ძირტკბილაზე შესრულებული მუშაობა. გ) ჩანერეთ კბილიდან მოქმედი ძალის შეკუმშვის მანძილზე დამოკიდებულების ფუნქცია. დ) თუ ძირტკბილას

შეკუმშვას პოტენციური ენერგია უკავშირდება, ჩანერეთ პოტენციური ენერგიის შეკუმშვის მანძილზე დამოკიდებულების ფუნქცია.

1990-იან წლებში აღმოჩენილ დინოზავრ ტრიცერატოპს მენჯის ძვალზე კბილების კვალი აღმოაჩნდა. კვალის ფორმა მიანიშნებდა, რომ ის ტირანოზავრს ეკუთვნოდა. ამ ვარაუდის შესამოწმებლად მკვლევარებმა ალუმინისა და ბრინჯაოსგან ტირანოზავრის კბილის მოდელი დაამზადეს და შემდეგ ჰიდრავლიკური წნეხის საშუალებით ეს კბილი ძროხის ძვალში ტრიცერატოპის ძვლის სიღრმეზე ჩასვეს. საჭირო ძალის შეღწევის სიღრმეზე დამოკიდებულების გრაფიკი 8.69 სურათზეა გამოსახული. სიღრმის ზრდასთან ერთად საჭირო ძალა იზრდება, ვინაიდან კონუსის ფორმის კბილის ძვალში ჩასობისას, კბილსა და ძვალს შორის კონტაქტი უფრო მჭიდრო ხდება. ე) რ მუშაობა შეასრულა ჰიდრავლიკურმა პრესმა და, მამასადამე, ტირანოზავრმა (მიახლოებით)? ვ) უკავშირდება თუ არა პოტენციური ენერგია კბილის ჩასობას?



სურ. 8.69. ამოცანა 117.

118. 70 კგ მასის მეხანძრე 4,3 მ სიმაღლის ვერტიკალურ ბოძზე სრიალდება. ა) თუ მეხანძრე ბოძს კარგადარეჭიდება და მასზე მოქმედი ხახუნის ძალა უმნიშვნელოა, რა სიჩქარე ექნება მეხანძრეს მიწაზე ჩასვლამდე? ბ) თუ მეხანძრე ბოძს უფრო მაგრად ეჭიდება და მასზე 500 ნ სიდიდის მალლა მიმართული ხახუნის ძალა მოქმედებს, რა სიჩქარე ექნება მეხანძრეს მიწაზე ჩასვლამდე?

119. 15 კგ მასის ბლოკი ჰორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე 2 მ/წმ²-ით ჩქარდება და მისი სიჩქარე 10 მ/წმ-დან 30 მ/წმ-მდე იზრდება. ა) რამდენით იცვლება ბლოკის მექანიკური ენერგია და ბ) რა საშუალო ტემპით

გადაცემა ბლოკს ენერგია? რისი ტოლია ენერგიის გადაცემის მყისი ტემპი, როდესაც ბლოკის სიჩქარეა გ) 10 მ/წმ და დ) 30 მ/წმ?

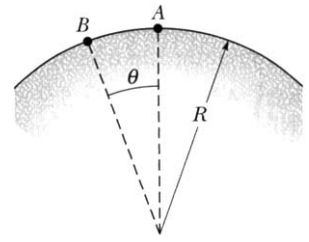
120. 119-ე ამოცანა თავიდან ამოხსენით, ოღონდ ამჯერად მიიჩნიეთ, რომ ხახუნისგან თავისუფალი ზედაპირი ჰორიზონტალისადმი 5° -ით არის დახრილი.

121. აშშ-ს კონტინენტის ზედაპირის ფართობი დაახლოებით $8 \times 10^6 \text{ კმ}^2$ -ია, ხოლო ზღვის დონიდან ათვლილი საშუალო სიმაღლე დაახლოებით 500 მ-ს აღწევს. ნალექების რაოდენობა წელიწადში დაახლოებით 75 სმ-ია. ატმოსფეროში აორთქლების შედეგად წვიმის წყლის დაახლოებით $2/3$ ბრუნდება, ხოლო დანარჩენი ნაწილი ოკეანეში ჩაედინება. თუ წყალი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის წვიმის წყლის დინებასთან დაკავშირებულ შემცირებას ელექტროენერგიად გარდაქმნით, რა იქნება მისი საშუალო სიმძლავრე? (1 მ^3 წყლის მასა 1000 კგ -ია).

122. 20 კგ მასის საგანზე $F = -3x - 5x^2$ შემნახველი ძალა მოქმედებს, სადაც F მოცემულია ნიუტონებში, ხოლო x – მეტრებში. როდესაც საგანი $x = 0$ კოორდინატზე იმყოფება, ძალასთან დაკავშირებული პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია. ა) რა იქნება ძალასთან დაკავშირებული სისტემის პოტენციური ენერგია, როდესაც საგანი $x = 2 \text{ მ}$ კოორდინატზე იმყოფება? ბ) თუ საგანი x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით მოძრაობს და $x = 5 \text{ მ}$ კოორდინატზე მისი სიჩქარეა 4 მ/წმ, რა იქნება მისი სიჩქარე ათვლის სათავეზე? გ) რა პასუხებს მივიღებთ ა) და ბ) შეკითხვებზე, თუ $x = 0$ კოორდინატზე საგნის მდებარეობის დროს სისტემის პოტენციური ენერგია -8 ჯ -ია?

123. $k = 200 \text{ ნ/მ}$ სიხისტის ზამბარა ვერტიკალურად კიდია, მისი ზედაბოლო ჭერზე დამაგრებულია, ხოლო ქვედა ბოლოს კოორდინატია $y = 0$. ზამბარის ქვედა ბოლოზე 20 ნ წონის ბლოკი დაამაგრეს და ხელი გაუშვეს. რისი ტოლია იქნება ზამბარა-ბლოკის სისტემის ა) K კინეტიკური ენერგია, ბ) მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ΔU_g ცვლილება და გ) ელასტიური პოტენციური ენერგიის ΔU_e ცვლილება, როდესაც ბლოკის კოორდინატია $y = -5 \text{ სმ}$? რისი ტოლია დ) K , ე) ΔU_g და ვ) ΔU_e როდესაც $y = -10 \text{ სმ}$? რისი ტოლია ზ) K , თ) ΔU_g და ი) ΔU_e როდესაც $y = -15 \text{ სმ}$? რისი ტოლია კ) K , ლ) ΔU_g და მ) ΔU_e როდესაც $y = -20 \text{ სმ}$?

124. 600 ნ წონის მოთხილამურე $R = 20 \text{ მ}$ რადიუსის, ხახუნისგან თავისუფალ წრიულ გორაკზე გადადის (სურ. 8.70). დავუშვათ,



სურ. 8.70. ამოცანა 124.

მოთხილამურეზე მოქმედი ჰაერის წინაღობის ძალა უმნიშვნელოა. B წერტილში, $\theta = 20^\circ$ კუთხეზე მოთხილამურის სიჩქარეა 8 მ/წმ. ა) რა სიჩქარე ექნება მოთხილამურეს გორაკის მწვერვალზე (A წერტილში), თუ ის სათხილამურო ჯოხებს არ იყენებს? ბ) რა მინიმალური სიჩქარე შეიძლება ჰქონდეს მოთხილამურეს B წერტილში, რათა მან მოძრაობა განაგრძოს? გ) თუ მოთხილამურის წონაა 700 ნ, ზემოთ მიღებული ორი პასუხი გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

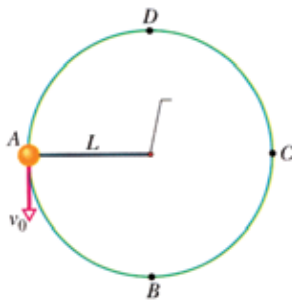
125. 100 მ სიმაღლის ჩანჩქერიდან თითოეული წამის განმავლობაში 1200 მ^3 წყალი ჩამოდის. ვარდნის დროს წყლის მიერ შეძენილი კინეტიკური ენერგიის $3/4$ -ს ჰიდროელექტრული გენერატორი ელექტროენერგიად გარდაქმნის. რა ტემპით წარმოქმნის გენერატორი ელექტროენერგიას? (1 მ^3 წყლის მასაა 1000 კგ).

126. 68 კგ მასის პარაშუტით მხტომელი 59 მ/წმ საბოლოო სიჩქარით ვარდება. ა) რა ტემპით მცირდება დედამიწა-მხტომელის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია? ბ) რა ტემპით მცირდება სისტემის მექანიკური ენერგია?

127. 50 გ მასის ბურთი ფანჯრიდან 8 მ/წმ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტალისადმი 30° კუთხით მაღლა ისროლეს. გამოთვალეთ ა) ბურთის კინეტიკური ენერგია ფრენის უმაღლეს წერტილში და ბ) ბურთის სიჩქარე ფანჯრიდან 3 მ-ით დაბლა. არის თუ არა ბ)-ს პასუხი გ) ბურთის მასაზე ან დ) სროლის კუთხეზე დამოკიდებული?

128. 9,4 კგ მასის საგანი ვერტიკალურად მაღლა აისროლეს. მაღლა ასვლის დროს საგანი-დედამიწის სისტემის მექანიკური ენერგია ჰაერის წევის შედეგად 68 კჯ-ით მცირდება. რა მანძილით უფრო მაღლა ავიდოდა საგანი ჰაერის წევის არარსებობის შემთხვევაში?

129. L სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკის ერთ ბოლოზე ბურთია დამაგრებული (სურ. 8.71).



სურ. 8.71. ამოცანა 129.

ტილში ჩერდება. ა) გამოიყენეთ L -ით, m -ით და g -თი გამოსახული v_0 -ის ფორმულა. ბ) რისი ტოლია ძელაკის დაჭიმულობა, როდესაც ბურთი B წერტილს გაივლის? გ) პატარა გოგონა საყრდენ წერტილზე ჩამოვდის და ხახუნის გარეშე A წერტილიდან იგივე სიჩქარით დაძრული ბურთი C წერტილში ჩერდება. რამდენით მცირდება ბურთის მექანიკური ენერგია მოძრაობის განმავლობაში? დ) რამდენით მცირდება ბურთის მექანიკური ენერგია, ვიდრე ბურთი რამდენიმე რხევის შემდეგ B წერტილში საბოლოოდ გაჩერდება?

130. ლითონის ხელსაწყო სახეხი დანადგარის ბორბლის ფერსოზე ხეხავენ. დანადგარიდან ხელსაწყოზე 180 ნ ძალა მოქმედებს. ფერსოსა და ხელსაწყო შორის მოქმედი ხახუნის ძალები ხელსაწყო პატარა ნაწილებს აცლის. ბორბლის რადიუსია 20 სმ და 2,5 ბრ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. ბორბალსა და ხელსაწყო შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,32. რატომ უნდა გადვარდეს ბორბლის მამოძრავებელი ძრავა სითბურ ენერგიას ბორბალს და ხელსაწოდან მოცლილ პატარა ნაწილებს - კინეტიკურ ენერგიას?

131. ნიაგარას ჩანჩქერის 50 მ სიმალიდან თითოეული წამის განმავლობაში $5,5 \times 10^6$ კგ წყალი ჩამოდის. ა) რამდენით მცირდება თითოეული წამის განმავლობაში წყალი-დედამიწის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგია? ბ) თუ მთელი ეს ენერგია ელექტროენერგიად გარდაიქმნება, რატომ უნდა იქნება შესაძლებელი ელექტროენერგიის მიწოდება? (1მ³ წყლის მასაა 1000 კგ). გ) თუ ელექტროენერგიის ფასია 1 ცენტი/კვტ·სთ, რა იქნება წლიური შემოსავალი?

132. მდინარის დონე ჩქერობების გავლის შემდეგ 15 მ-ით დაბლდება. ჩქერობების წინ წყლის სიჩქარეა 3,2 მ/წმ, ხოლო ჩქერობების გავლის შემდეგ წყლის სიჩქარეა 13 მ/წმ. დედამიწა-წყლის

სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის რა პროცენტი გადადის კინეტიკურ ენერგიაში ჩქერობებზე? (მინიმუმ: დაფუძნებულია ჩქერობებზე 10 კგ წყალი ჩადის).

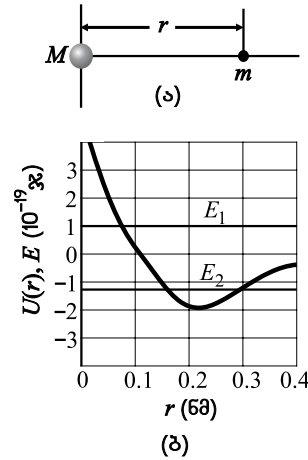
133. 8.72ა სურათზე ნაჩვენებია r -ით დაცილებული m და M მასის მქონე ორი ატომისგან შემდგარი მოლეკულა ($m \ll M$). 8.72ბ სურათზე გამოსახულია მოლეკულის $U(r)$ პოტენციური ენერგიის r -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი.

აღწერეთ ატომების მოძრაობა ა) თუ ორი ატომისგან შემდგარი სისტემის E მთლიანი მექანიკური ენერგია ნულზე მეტია (ასევე E_1 -ც) და ბ) თუ E ნულზე ნაკლებია (ასევე E_2 -ც). $E_1 = 1 \times 10^{-19}$ ჯ და $r = 0,3$ ნმ, გამოთვალეთ გ) სისტემის პოტენციური ენერგია, დ) ატომების მთლიანი კინეტიკური ენერგია და ე) თითოეულ ატომზე მოქმედი ძალის სიდიდე და მიმართულება. r -ის რა მნიშვნელობებისთვის ხდება ატომებს შორის ვ) განზიდვა, ზ) მიზიდვა თ) r -ის რა მნიშვნელობისათვის არის ეს ძალა ნულის ტოლი?

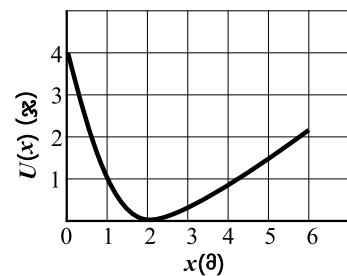
134. x ღერძის გასწვრივ მოძრავ ნივთიერ წერტილზე $F(x)$ შემნახველი ძალა მოქმედებს. 8.73 სურათზე ნაჩვენებია $F(x)$ -თან და-

კავშირებული $U(x)$ პოტენციური ენერგიის ცვლილება ნივთიერი წერტილის მდებარეობაზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ა) ააგეთ $F(x)$ ფუნქციის გრაფიკი $0 < x < 6$ მ არეალისთვის. ბ) სისტემის E მექანიკური ენერგიაა 4 ჯ. 8.73 სურათზე ააგეთ ნივთიერი წერტილი $K(x)$ კინეტიკური ენერგიის ფუნქციის გრაფიკი.

135. m_1 და m_2 მასის ნივთიერი წერტილებს შორის შემდეგი სიდიდის მიზიდულობის ძალა



სურ. 8.72. ამოცანა 133.



სურ. 8.73. ამოცანა 134.

მოქმედებს:

$$F(x) = G \frac{m_1 m_2}{x^2},$$

სადაც G მუდმივაა და x არის ნივთიერ წერტილებს შორის მანძილი. ა) მიიღეთ შესაბამისი $U(x)$ პოტენციური ენერგიის ფუნქცია. დაუშვათ $U(x) \rightarrow 0$, როდესაც $x \rightarrow \infty$ და x დადებითია. ბ) რამუშაობაა საჭირო, რათა ნივთიერ წერტილებს შორის დაცილება $x = x_1$ -დან $x = x_1 + d$ -მდე გაიზარდოს?

136. ვერტიკალური ზამბარის ერთი ბოლო ჭერზე დაამაგრეთ, ხოლო მეორე ბოლოზე კომბოსტო ჩამოკიდეთ. შემდეგ კომბოსტო ქვემოთ ჩამოწიეთ, ვიდრე ზამბარიდან მასზე მოქმედი, მაღლა მიმართული ძალა მიზიდულობის ძალას გააწონასწორობს. დაამტკიცეთ, რომ კომბოსტო-დამინის სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის დანაკარგი ზამბარის მიერ შეძენილი პოტენციური ენერგიის ორზე ნამრავლის ტოლია. რატომ არ არის ეს ორი სიდიდე ერთმანეთის ტოლი?



მასის სენსიტიუ და იმპულსი

ავარია ყველაზე სახიფათოა, როდესაც მანქანები ერთმანეთს წინა ნაწილებით შეასკდებიან. ამგვარი შეჯახება ორივე მძღოლისთვის სასიკვდილო შეიძლება აღმოჩნდეს. რაოდენ გასაკვირიც არ უნდა იყოს, გამოკვლევების შედეგად დადგინდა, რომ სასიკვდილო რისკი ნაკლებია, თუ მანქანაში მძღოლთან ერთად მეზაერიც იმყოფება

ჩატომ ხდება ასე?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

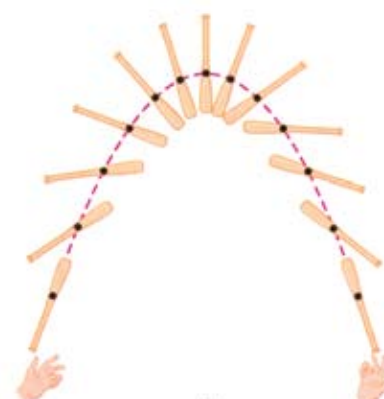
9.1. ჩა აჩის ფიზიკა?

საგზაო შემთხვევების გაანალიზებისთვის მოწვეული ყველა ინჟინერ-მექანიკოსი ფიზიკას იყენებს. ბალეტის ნებისმიერი მასწავლებელი, რომელიც ნახტომის გაკეთებაში ავარჯიშებს გოგონებს, ასევე ფიზიკას ეყრდნობა. ზოგადად, ნებისმიერი სახის რთული მოძრაობის ანალიზი ფიზიკის დახმარებით მარტივდება. მე-9 თავში ჩვენ განვიხილავთ, თუ როგორ ხდება საგანთა სისტემის რთული მოძრაობის გამარტივება სისტემის სპეციალური წერტილის — მასის ცენტრის განსაზღვრის საშუალებით.

მაგალითად, თუ ბურთს ჰაერში მაღლა აისვრით, მისი მოძრაობა მარტივი, ხოლო ტრაექტორია პარაბოლის ფორმის იქნება (სურ. 9.1). ეს შემთხვევა მე-4 პარაგრაფში უკვე განვიხილეთ და ამ დროს ბურთს ნივთიერ წერტილად მივიჩნევდით. ბეისბოლის ტაფელას ჰაერში მოქნევის დროს მოძრაობა უფრო რთულია (სურ. 9.1ბ). ტაფელას სხვადასხვა ნაწილი სხვადასხვა ფორმის ტრაექტორიას შემოწერს და ტაფელას ნივთიერ წერტილად ვერ განვიხილავთ. ტაფელა უფრო ნივთიერი წერტილების სისტემაა, რომელიც ჰაერში სხვადასხვა ტრაექტორიით მოძრაობს. მიუხედავად ამისა, ტაფელას ერთი განსაკუთრებული წერტილი



(ა)



(ბ)

სურ. 9.1. ა) ჰაერში ასროლილი ბურთი პარაბოლის ფორმის ტრაექტორიით მოძრაობს. ბ) ჰაერში მოქნეული ბეისბოლის ტაფელას მასის ცენტრი (შავი წერტილი) პარაბოლის ფორმის ტრაექტორიით მოძრაობს, მაგრამ ტაფელას ყველა სხვა წერტილი უფრო რთულ ტრაექტორიას შემოწერს.

- მასის ცენტრი აქვს, რომელიც მარტივი, პარაბოლის ფორმის ტრაექტორიით მოძრაობს. ტაფელას სხვა ნაწილები მასის ცენტრის გარშემო მოძრაობენ (მასის ცენტრის მდებარეობის დასადგენად ტაფელა გაშლილ თითზე შეიმავრეთ. მასის ცენტრი თქვენი თითის გასწვრივ, ტაფელას ცენტრალურ ღერძზე მდებარეობს).

ბეისბოლის ტაფელას ჰაერში ქნევით ბევრს ვერაფერს მიაღწევთ, სამაგიეროდ ძალიან კარგ კარიერას გაიკეთებთ, თუ დიდ მანძილზე მხტომელებს ან მოცეკვავეებს ჰაერში სწორად ხტომას ასწავლით. ამ საქმის შესწავლა კი ადამიანის მასის ცენტრით უნდა დაიწყოთ.

9.2. მასის ცენტრი

ნივთიერი ნერტილების სისტემის (მაგალითად, ადამიანის) მასის ცენტრის განსაზღვრის მიზანი სისტემის შესაძლო მოძრაობის წინასწარი ამოცანობაა.

ნივთიერი ნერტილების სისტემის მასის ცენტრი ის ნერტილია, რომელზეც სისტემის მთელი მასაა კონცენტრირებული და ყველა ძალა მასზე მოქმედებს.

ამ თავში შევისწავლით ნივთიერი ნერტილების სისტემის მასის ცენტრის დადგენის ხერხს. თავდაპირველად მხოლოდ რამდენიმე ნივთიერი ნერტილისგან შემდგარ სისტემას განვიხილავთ, ხოლო შემდეგ უფრო რთულ სისტემებსაც გავარჩევთ. უფრო მოგვიანებით იმასაც დავადგენთ, თუ როგორ გადაადგილდება სისტემის მასის ცენტრი, როდესაც სისტემაზე გარე ძალები მოქმედებს.

ნივთიერი ნერტილის სისტემა

9.2ა სურათზე ნაჩვენებია d მანძილით დაცილებული, m_1 და m_2 მასების ნივთიერი ნერტილები. x ღერძის ათვლის სათავე m_1 მასის ნივთიერი ნერტილის ემთხვევა. ამ ორი ნივთიერი ნერტილისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრის მდებარეობაა:

$$x_{com}^* = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d \quad (9.1)$$

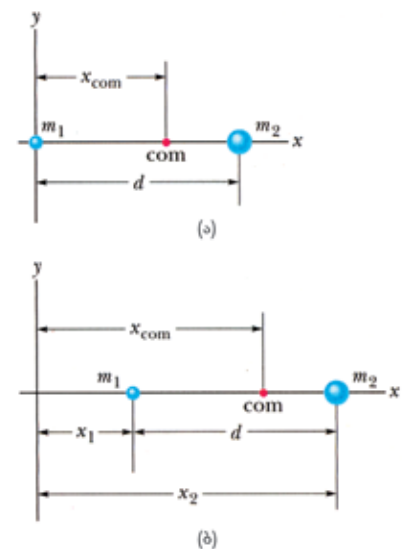
დავუშვათ, $m_2=0$. ამ შემთხვევაში მხოლოდ m_1 მასის ნივთიერი ნერტილი არსებობს და მასის ცენტრი ამ ნერტილის მდებარეობას უნდა ემთხვეოდეს. 9.1 ფორმულა მართლაც გვაძლევს $x_{com}=0$.

თუ $m_1=0$, ამ შემთხვევაში მხოლოდ ერთი ნივთიერი ნერტილი რჩება და როგორც მოსალოდნელია $x_{com}=d$. როდესაც $m_1=m_2$, მასის ცენტრი ორი ნივთიერი ნერტილის შუაშია და მართლაც 9.1 ფორმულა $x_{com}=1/2d$ პასუხს გვაძლევს. 9.1 ფორმულა ასევე გვაუწყებს, რომ თუ არც m_1 და არც m_2 ნულის ტოლი არ არის, მაშინ x_{com} -ის მნიშვნელობა ნულსა და d -ს შორის მერყეობს ანუ მასის ცენტრი ორ ნივთიერი ნერტილს შორის იმყოფება.

9.2ბ სურათზე გამოსახულია უფრო ზოგადი შემთხვევა, როდესაც კოორდინატა სისტემა მარცხნისკენაა დაძრული. მასის ცენტრის მდებარეობა შემდეგი ფორმულით განისაზღვრება:

$$x_{com} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (9.2)$$

* x_{com} -ის ინდექსი „com“ არის ინგლისური ფრაზის „center of mass“ აბრევიატურა და ქართული „მც“ აბრევიატურით არ შეცვალეთ.



სურ. 9.2. ა) m_1 და m_2 მასების ორ ნივთიერი ნერტილს შორის მანძილია d . „com“ სახელით დასათაურებული ნერტილი 9.1 ფორმულით გამოთვლილი მასის ცენტრია. ბ) ამჯერად ათვლის სათავე ნივთიერი ნერტილებიდან უფრო მოშორებით არის განლაგებული. მასის ცენტრის მდებარეობა 9.2 ფორმულით გამოითვლება. ორივე შემთხვევაში მასის ცენტრის მდებარეობა ნივთიერი ნერტილებისადმი უცვლელია.

ყურადღება მიაქციეთ, რომ თუ ამ ფორმულაში $x_1=0$ ჩავსვამთ, $x_2=d$ და 9.2 ფორმულა 9.1 ფორმულამდე დაიყვანება. ასევე ყურადღება მიაქციეთ, რომ მიუხედავად კოორდინატთა სისტემის დაძვრისა, მასის ცენტრი თითოეული ნივთიერი წერტილიდან იგივე მანძილზეა განლაგებული.

9.2 ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$x_{com} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}, \quad (9.3)$$

სადაც M არის სისტემის მთლიანი მასა (ამ შემთხვევაში $M=m_1+m_2$). ეს ფორმულა შეგვიძლია განვაზოგადოთ და x ღერძის გასწვრივ განლაგებული n რაოდენობის ნივთიერი წერტილებისთვის დავწეროთ. ამ შემთხვევაში სისტემის მთლიანი მასაა $M=m_1+m_2+\dots+m_n$ და მასის ცენტრის მდებარეობაა:

$$x_{com} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_n x_n}{M} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i. \quad (9.4)$$

i ინდექსი ცვლადი რიცხვია და ის 1-დან n -მდე მთელ მნიშვნელობებს მოიცავს. ეს ინდექსი სხვადასხვა ნივთიერ წერტილებს, მათ მასებს და x კოორდინატებს განსაზღვრავს.

თუ ნივთიერი წერტილები სამ განზომილებაში არის განლაგებული, მათი მასის ცენტრი სამი კოორდინატის საშუალებით განისაზღვრება. 9.4 ფორმულის განვრცობა გვაძლევს:

$$x_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad y_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad z_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i \quad (9.5)$$

მასის ცენტრის განსაზღვრა ვექტორების საშუალებითაც შეიძლება. თავდაპირველად გავიხსენოთ, რომ x , y და z კოორდინატზე განლაგებული ნივთიერი წერტილის მდებარეობა მდებარეობის ვექტორის საშუალებით მოიცემა:

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}. \quad (9.6)$$

ამ შემთხვევაში ინდექსი ნივთიერ წერტილს განსაზღვრავს, ხოლო $\hat{i}$, $\hat{j}$ და $\hat{k}$ ერთეულოვანი ვექტორებია, რომლებიც შესაბამისად x , y და z ღერძების დადებითი მიმართულებისაა. ნივთიერ წერტილთა სისტემის მასის ცენტრის მდებარეობა ასევე მდებარეობის ვექტორის საშუალებით მოიცემა:

$$\vec{r}_{com} = x_{com} \hat{i} + y_{com} \hat{j} + z_{com} \hat{k} \quad (9.7)$$

9.5 ფორმულაში შემავალი სამი სკალარული განტოლება ერთი ვექტორული განტოლებით შეგვიძლია შევცვალოთ:

$$\vec{r}_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (9.8)$$

სადაც M არის სისტემის მთლიანი მასა. ამ ფორმულის შემონმშებლის მასში 9.6 და 9.7 ფორმულები ჩასვით და შემდეგ x , y და z კომპონენტები განაცალკევით. შედეგად კვლავ 9.5 ფორმულა მიიღება.

მყარ სხეულები

ჩვეულებრივი საგანი, მაგალითად ბეისბოლის ტაფელა, ურიცხვი რაოდენობის ნივთიერი წერტილისგან (ატომებისგან) შედგება და უმჯობესია ის მატერიის უწყვეტ განაწილებად მივიჩნიოთ. ამ შემთხვევაში, „ნივთიერი წერტილები“ dm მასის მქონე ელემენტებია, 9.5 ფორმულაში შემავალი ჯამები ინტეგრალები ხდება და მასის ცენტრის კოორდინატები შემდეგი ფორმულებით განისაზღვრება:

$$x_{com} = \frac{1}{M} \int x \, dm, \quad y_{com} = \frac{1}{M} \int y \, dm, \quad z_{com} = \frac{1}{M} \int z \, dm, \quad (9.9)$$

სადაც M არის საგნის მასა.

არაერთგვაროვანი სხეულებისათვის ამ ინტეგრალების გამოთვლა საკმაოდ რთული იქნება, ამიტომ ამჯერად მხოლოდ ერთგვაროვან სხეულებს განვიხილავთ. ერთგვაროვანი სხეულების სიმკვრივე ყოველ

წერტილში ერთი და იგივე ანუ სხეულის ნებისმიერი მოცემული ელემენტის სიმკვრივე მთელი სხეულის ρ სიმკვრივის ტოლია:

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V}, \quad (9.10)$$

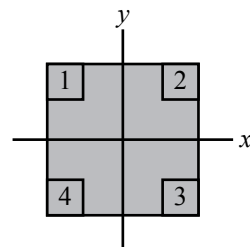
სადაც dV არის dm მასის ელემენტის მოცულობა, ხოლო V - საგნის მთლიანი მოცულობა. 9.10 ფორმულიდან $dm = (M/V)dV$ 9.9 ფორმულაში ჩავსვით და მივიღებთ:

$$x_{\text{com}} = \frac{1}{V} \int x dV, \quad y_{\text{com}} = \frac{1}{V} \int y dV, \quad z_{\text{com}} = \frac{1}{V} \int z dV. \quad (9.11)$$

ერთ ან მეტ ინტეგრალს გვერდს აუვლით, თუ საგანს სიმეტრიის წერტილი, წრფე ან სიბრტყე გააჩნია. ამ შემთხვევაში, საგნის მასის ცენტრი სიმეტრიის წერტილზე, წრფეზე ან სიბრტყეზეა განლაგებული. მაგალითად, ერთგვაროვანი სფეროს (რომელსაც სიმეტრიის წერტილი გააჩნია) მასის ცენტრი სფეროს ცენტრზეა განლაგებული. ერთგვაროვანი კონუსის (რომლის ღერძი სიმეტრიის წრფეა) მასის ცენტრი კონუსის ღერძზეა განლაგებული. ბანანის (რომელსაც სიმეტრიის სიბრტყე აქვს) სიმეტრიის ცენტრი ამ სიბრტყეზეა განლაგებული.

არ არის აუცილებელი საგნის მასის ცენტრი საგნის შიგნით იყოს განლაგებული.

საკონტროლო წერტილი 1. სურათზე ნაჩვენებია კვადრატული ფორმის ფირფიტა, რომელსაც კუთხეებიდან ოთხი იდენტური კვადრატი ჩამოაჭრეს. ა) სად არის საწყისი ფირფიტის მასის ცენტრი? სად არის ფირფიტის მასის ცენტრი ბ) პირველი კვადრატის, გ) პირველი და მეორე კვადრატის, დ) პირველი და მესამე კვადრატის, ე) პირველი, მეორე და მესამე კვადრატის და ვ) ოთხივე კვადრატის მოჭრის შემდეგ?

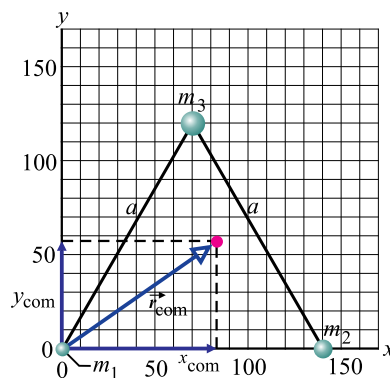


აოთხნის აოთხნის ნიშნები 9.1

$m_1=1,2$ კგ, $m_2=2,5$ კგ და $m_3=3,4$ კგ მასის ნივთიერი წერტილები ტოლგვერდა სამკუთხედს ქმნის გვერდის სიგრძე $a=140$ სმ. სად იქნება ამ სისტემის მასის ცენტრი?

ამოხსნა: ჩვენ ნივთიერ წერტილებთან გვაქვს შეხება და არა განვრცობილ მყარ სხეულთან, ამიტომ მათი მასის ცენტრის დასადგენად 9.5 ფორმულა შეგვიძლია გამოვიყენოთ. წერტილები ტოლგვერდა სამკუთხედის სიბრტყეში არიან განლაგებულნი, ამიტომ მხოლოდ პირველი ორი ფორმულა გვჭირდება. გამოთვლები უფრო მარტივი გახდება თუ x და y ღერძებს ისე გავავლებთ, რომ ერთ-ერთი წერტილი იქნება ათვლის სათავე და x ღერძი სამკუთხედის ერთ-ერთ გვერდს დაემთხვევა (სურ. 9.3.). ამ შემთხვევაში, ნივთიერი წერტილების კოორდინატებია:

ნივთიერი წერტილი	მასა (კგ)	x (სმ)	y (სმ)
1	1,2	0	0
2	2,5	140	0
3	3,4	70	120



სურ. 9.3. სამი ნივთიერი წერტილი a სიგრძის გვერდის ტოლგვერდა სამკუთხედს ქმნის. მასის ცენტრის მდებარეობას $\vec{r}_{\text{com}}$ მდებარეობის ვექტორი განსაზღვრავს.

სისტემის მთლიანი M მასაა 7,1კგ.

9.5 ფორმულიდან გამომდინარე, მასის ცენტრის კოორდინატებია:

$$\begin{aligned} x_{\text{com}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 m_i x_i = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{M} \\ &= \frac{(1,2 \text{ კგ})(0) + (2,5 \text{ კგ})(140 \text{ სმ}) + (3,4 \text{ კგ})(70 \text{ სმ})}{7,1 \text{ კგ}} \\ &= 83 \text{ სმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

$$\begin{aligned}
 \text{და } y_{\text{com}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 m_i y_i = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{M} \\
 &= \frac{(1,2 \text{ კგ})(0) + (2,5 \text{ კგ})(0) + (3,4 \text{ კგ})(120 \text{ სმ})}{7,1 \text{ კგ}}
 \end{aligned}$$

$$= 58 \text{ სმ}$$

(პასუხი)

9.3 სურათზე მასის ცენტრის მდებარეობას $\vec{r}_{\text{com}}$ მდებარეობის ვექტორი განსაზღვრავს, რომლის კომპონენტებია x_{com} და y_{com} .

აქოსანის აქოსნის ნიჟუი 9.2

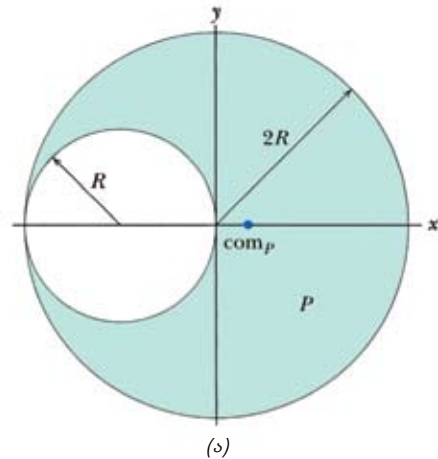
9.4ა სურათზე გამოსახულია $2R$ რადიუსის ერთგვაროვანი P ფირფიტა, რომელსაც R რადიუსის დისკო ჩამოაჭრეს. xy კოორდინატთა სისტემის დახმარებით დაადგინეთ ფირფიტის მასის ცენტრის მდებარეობა com_P .

ამოხსნა: თავდაპირველად სიმეტრიის გამოყენებით ფირფიტის P ცენტრის მდებარეობა დავადგინოთ. შემდეგ გავითვალისწინოთ, რომ ფირფიტა x ღერძისადმი სიმეტრიულია. აქედან გამომდინარე, com_P წერტილი x ღერძზე უნდა იყოს განლაგებული. ფირფიტა (დისკოს ჩამოჭრის შემდეგ) y ღერძისადმი სიმეტრიული არ არის. მიუხედავად ამისა, y ღერძის მარჯვნივ უფრო მეტი მასაა თავმოყრილი და, ამიტომ, com_P წერტილი ამ ღერძიდან მარჯვნივ უნდა იყოს განლაგებული. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, com_P წერტილი დაახლოებით იქ მდებარეობს, სადაც 9.4ა სურათზეა ნაჩვენები.

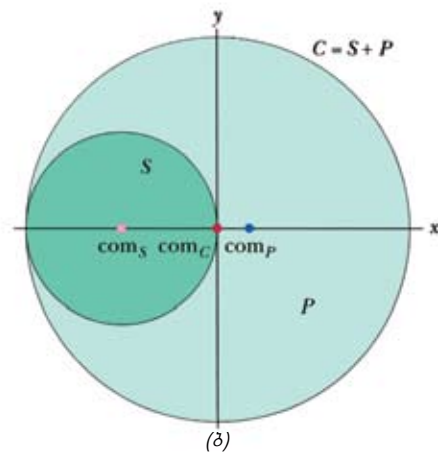
P ფირფიტის მასის ცენტრის (com_P) ნამდვილი კოორდინატების დასადგენად 9.11 ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ეს მეთოდი საკმაოდ გაართულებს ამოცანას, ამიტომ უმჯობესია დავუშვათ, რომ ერთგვაროვანი საგნის მასა საგნის მასის ცენტრზე მდებარე ნივთიერ წერტილშია კონცენტრირებული.

თავდაპირველად ამოჭრილი დისკო (დავარქვათ მას S) უკან დავაბრუნოთ (სურ. 9.4ბ) და ფირფიტის პირვანდელი სახე აღვადგინოთ (ამ ფირფიტას C დავარქვათ). S დისკოს com_S მასის ცენტრი წრიული სიმეტრიულობის შედეგად S -ის ცენტრზე, $x = -R$ კოორდინატზე მდებარეობს. ასევე C ფირფიტის com_C მასის ცენტრი C -ის ცენტრზე ანუ ათვლის სათავეზეა. მოდით, ყოველივე ზემოთქმულს ერთიანად მოვუყაროთ თავი:

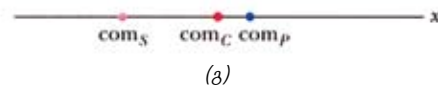
ფირფიტა	მასის ცენტრი	მასის ცენტრის მდებარეობა	მასა
P	com_P	$x_P = ?$	m_P
S	com_S	$x_S = -R$	m_S
C	com_C	$x_C = 0$	$m_C = m_S + m_P$



(ა)



(ბ)



(გ)

სურ. 9.4. ა) ფირფიტის რადიუსია $2R$, ხოლო წრიული ხვრელის რადიუსია R . ფირფიტის მასის ცენტრი com_P წერტილზეა განლაგებული. ბ) S დისკო უკან დააბრუნეს და C ფირფიტამ პირვანდელი სახე მიიღო. ნაჩვენებია S დისკოს com_S მასის ცენტრი და C ფირფიტის com_C მასის ცენტრი. გ) S -ის და P -ის გაერთიანების com_{S+P} მასის ცენტრი C ფირფიტის com_C -ს ანუ ათვლის სათავეს ემთხვევა.

ახლა დავუშვათ, რომ S დისკოს m_S მასა $x_S = -R$ კოორდინატზე მდებარე ნივთიერ წერტილშია კონცენტრირებული, ხოლო m_P მასა x_P კოორდინატზე მდებარე ნივთიერ წერტილშია კონცენტრირებული (სურ. 9.4გ). ამის შემდეგ ეს

ორი ნივთიერი წერტილი სისტემაში მივიჩნიოთ და მათი x_{S+P} მასის ცენტრის დასადგენად 9.2 ფორმულა გამოვიყენოთ:

$$x_{S+P} = \frac{m_S x_S + m_P x_P}{m_S + m_P}. \quad (9.12)$$

შემდეგ გავიხსენოთ, რომ S დისკოს და P ფირფიტის გაერთიანება C ფირფიტას გვაძლევს. მაშასადამე, com_{S+P} მასის ცენტრის x_{S+P} მდებარეობა com_C -ს x_C მდებარეობას (ათვლის სათავეს) უნდა დაემთხვეს, ამიტომ $x_{S+P} = x_C = 0$. მიღებული შედეგი 9.12 ფორმულაში ჩავსვათ და x_P -სთვის ამოვხსნათ:

$$x_P = -x_S \frac{m_S}{m_P}. \quad (9.13)$$

ამჯერად კიდეც ერთი პრობლემა გაჩნდა, ვინაიდან 9.13 ფორმულაში შემავალი მასები არ ვიცით. სამაგიეროდ მასები S -ის და P -ის ზედაპირის

ფართობებს შეგვიძლია დაუკავშიროთ თუ გავითვალისწინებთ, რომ:

მასა = სიმკვრივე $\times$ მოცულობა

= სიმკვრივე $\times$ სისქე $\times$ ფართობი

ამ შემთხვევაში:

$$\frac{m_S}{m_P} = \frac{\text{სიმკვრივე}_S}{\text{სიმკვრივე}_P} \times \frac{\text{სისქე}_S}{\text{სისქე}_P} \times \frac{\text{ფართობი}_S}{\text{ფართობი}_P}$$

ვინაიდან ფირფიტა ერთგვაროვანია, სიმკვრივე $\rho_S = \rho_P$ და S დისკოსა და P ფირფიტის სისქე ერთმანეთის ტოლია:

$$\begin{aligned} \frac{m_S}{m_P} &= \frac{\text{ფართობი}_S}{\text{ფართობი}_P} = \frac{\text{ფართობი}_S}{\text{ფართობი}_C - \text{ფართობი}_S} \\ &= \frac{\pi R^2}{\pi(2R)^2 - \pi R^2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

9.13 ფორმულაში ეს შედეგი და $x_S = -R$ ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$x_P = \frac{1}{3}R \quad (\text{პასუხი})$$

ა მოსახლის ა მოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 1: მასის ცენტრთან დაკავშირებული ამოცანები

9.1 და 9.2 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშებში მოცემულია სამი სტრატეგია, თუ როგორ უნდა გამარტივდეს მასის ცენტრთან დაკავშირებული ამოცანები: 1) გამოვიყენოთ საგნის სიმეტრია, იქნება ეს წერტილი, წრფე თუ სიბრტყე; 2) თუ შესაძლებელია საგნის რამდენიმე ნაწილად

დაყოფა, თითოეული ნაწილი ნივთიერი წერტილად მივიჩნიოთ; 3) კოორდინატთა ღერძები ჭკვიანურად გაავლეთ. თუ სისტემა ნივთიერი წერტილებისგან შედგება, ერთ-ერთი ნივთიერი წერტილი ათვლის სათავეს დაამთხვიეთ. თუ თქვენი სისტემა სიმეტრიის წრფის მქონე სხეულია, ამ წრფეს x ან y ღერძი დაამთხვიეთ. ათვლის სათავეს არჩევა მთლიანად თქვენს სურვილზეა და მასის ცენტრის მდებარეობა მასზე დამოკიდებული არ არის.

9.3. ნიუტონის მეოთხე კანონი ნივთიერ ნაწილთა სისტემისთვის

ჩვენ უკვე ვიცით ნივთიერი წერტილთა სისტემის მასის ცენტრის მდებარეობის დადგენა და ამჯერად განვიხილავთ, თუ როგორ გადაადგილებს მასის ცენტრს გარე ძალა. მოდით, ბილიარდის ორი ბურთისგან შემდგარი მარტივი სისტემა გავარჩიოთ.

თუ კიის საშუალებით ბილიარდის ერთ ბურთს მეორეს მოარტყამთ, ორი ბურთისგან შემდგარი სისტემა მოძრაობას დარტყმის მიმართულებით განაგრძობს. ალბათ ძალიან გაგიკვირდებათ, რომ ორივე ბურთი უკან დაგიბრუნდეთ ან, მაგალითად, მარცხნისკენ ამოძრავდეს.

ორი ბურთისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრი არის ის წერტილი, რომელიც დარტყმის მიმართულებით მოძრაობას განაგრძობს და შეჯახება მასზე გავლენას არ ახდენს. ეს წერტილი ბურთებს შორის შუა წერტილზეა (ვინაიდან ბურთების მასები თანაბარია) და თუ კარგად დააკვირდებით, დარწმუნდებით, რომ ჩვენი მოსაზრება სწორია. არ აქვს მნიშვნელობა შეჯახება ირიბია, პირდაპირია თუ რაღაც შუალედურია, მასის ცენტრი მაინც დარტყმის მიმართულებით მოძრაობას განაგრძობს. მოდით მასის ცენტრის მოძრაობა უფრო დეტალურად განვიხილოთ.

თავდაპირველად ბილიარდის ბურთების წყვილის სხვადასხვა მასების n რაოდენობის ნივთიერი წერტილებით შევცვალოთ. ჩვენ ამ ნივთიერი წერტილების ინდივიდუალური მოძრაობა კი არ გვაინტერესებს, არამედ მათი ერთობლიობის მასის ცენტრის მოძრაობა. მასის ცენტრი სისტემის მთლიანი მასის ტოლი მასის მქონე

ნივთიერი წერტილივით მოძრაობს. ამ ნივთიერ წერტილს მდებარეობა, სიჩქარე ან აჩქარება შეგვიძლია მივანიჭოთ. ნივთიერ წერტილთა სისტემის მასის ცენტრის მოძრაობას შემდეგი ვექტორული ფორმულა ასახავს:

$$\vec{F}_{\Sigma} = M\vec{a}_{com} \quad (\text{ნივთიერ წერტილთა სისტემა}) \quad (9.14)$$

ეს ფორმულა ნივთიერ წერტილთა სისტემის მასის ცენტრის მოძრაობისთვის ნიუტონის მეორე კანონია. ყურადღება მიაქციეთ, რომ მას ერთი ნივთიერი წერტილის მოძრაობისთვის განკუთვნილი ფორმულის ($\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a}$) სახეს აქვს. მიუხედავად ამისა, 9.14 ფორმულაში შესული სამი სიდიდე ფრთხილად უნდა გამოითვალოს:

1. $\vec{F}_{\Sigma}$ არის სისტემაზე მოქმედი ყველა გარე ძალის ვექტორული ჯამი (ძალების ტოლქმედი). სისტემის ერთი ნაწილიდან მეორეზე მოქმედი ძალები (შიდა ძალები) 9.14 ფორმულაში არ შედის.
2. M არის სისტემის ჯამური მასა. ჩვენ ვუშვებთ, რომ მოძრაობის სისტემაში გარე ნაწილაკი არ შედის და სისტემის არცერთი ნაწილაკი გარეთ არ გამოდის. სისტემა ჩაკეტილია და M მასა უცვლელია.
3. $\vec{a}_{com}$ სისტემის მასის ცენტრის აჩქარებაა. 9.14 ფორმულა სისტემის რაიმე სხვა წერტილის აჩქარებაზე ინფორმაციას არ შეიცავს.

9.14 ფორმულა $\vec{F}_{\Sigma}$ -ის და $\vec{a}_{com}$ -ის კოორდინატთა ღერძების გასწვრივი კომპონენტების შემცველი სამი ფორმულის იდენტურია. ეს ფორმულებია:

$$F_{\Sigma,x} = Ma_{com,x}, \quad F_{\Sigma,y} = Ma_{com,y}, \quad F_{\Sigma,z} = Ma_{com,z}. \quad (9.15)$$

ამჯერად შეგვიძლია უკან დავბრუნდეთ და ბილიარდის ბურთების მოძრაობა განვიხილოთ. როდესაც ბურთი მოძრაობას იწყებს, ორი ბურთისგან შემდგარ სისტემაზე გარე ძალა არ მოქმედებს. მაშასადამე $\vec{F}_{\Sigma} = 0$ და 9.14 ფორმულის მიხედვით $\vec{a}_{com} = 0$. აჩქარება სიჩქარის ცვლილების ტემპია, ამიტომ ვასკვნით, რომ ორი ბურთისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრის სიჩქარე არ იცვლება. ბურთებს შორის შეჯახების დროს ერთი ბურთიდან მეორეზე შიდა ძალები იწყებს მოქმედებას. ეს ძალები $\vec{F}_{\Sigma}$ ჯამურ ძალაზე ზეგავლენას არ ახდენს და ჯამური ძალა ნულის ტოლი რჩება. მაშასადამე, სისტემის მასის ცენტრი, რომელიც შეჯახებამდე მოძრაობდა, შეჯახების შემდეგაც იგივე სიჩქარით და მიმართულებით იმოძრაავს.

9.14 ფორმულა, ნივთიერ წერტილთა სისტემასთან ერთად 9.1ბ სურათზე გამოსახული ბეისბოლის ტაფელას მსგავს მყარ საგნებსაც მიესადაგება. ამ შემთხვევაში, 9.14 ფორმულაში შემავალი M ტაფელას მასაა, ხოლო $\vec{F}_{\Sigma}$ ტაფელაზე მოქმედი მიზიდულობის ძალაა. იგივე 9.14 ფორმულიდან გამომდინარე $\vec{a}_{com} = \vec{g}$ ანუ ტაფელას მასის ცენტრი ისე მოძრაობს, თითქოს ის M მასის ნივთიერი წერტილია, რომელზეც $\vec{F}_g$ ძალა მოქმედებს.

9.5 სურათზე ნაჩვენებია კიდეც ერთი საინტერესო შემთხვევა. წარმოიდგინეთ, რომ ფეიერვერკის დროს რაკეტა პარაბოლის ფორმის ტრაექტორიით მოძრაობს. გარკვეულ ადგილზე რაკეტა ფეთქდება და ნაწილებად იშლება. თუ რაკეტა არ აფეთქდა, მაშინ ის ნაჩვენები ტრაექტორიით მოძრაობას განაგრძობს. აფეთქების ძალები სისტემის შიდა ძალებია ანუ სისტემის ერთი ნაწილიდან მეორეზე მოქმედებენ. ჰაერის წევის ძალის უგულებელყოფის შემთხვევაში, სისტემაზე მოქმედი ჯამური $\vec{F}_{\Sigma}$ გარე ძალა მიზიდულობის ძალაა და მნიშვნელობა არ აქვს რაკეტა აფეთქდება თუ არა. 9.14 ფორმულიდან გამომდინარე, რაკეტის ნაწილების მასის ცენტრის $\vec{a}_{com}$ აჩქარება $\vec{g}$ -ს ტოლია. ეს ნიშნავს, რომ რაკეტის ნაწილების მასის ცენტრი იგივე პარაბოლური ტრაექტორიით მოძრაობს, რომლითაც რაკეტა იმოძრაავდა.



სურ. 9.5. ფეიერვერკის რაკეტა ფრენის დროს ფეთქდება. ჰაერის წევის არარსებობის შემთხვევაში რაკეტის ნაწილების მასის ცენტრი საწყისი პარაბოლური ტრაექტორიით განაგრძობს მოძრაობას, ვიდრე ნაწილები მიწაზე დაიწყებენ დაცემას.



სურ. 9.6. დიდი ჯეტი. (კენეტ ლოუსი, ცეკვის ფიზიკა, Schirmer Books, 1984).

სცენაზე ნახტომის შესრულების დროს ბალერინა მხრებს მაღლა სწევს და ხელებს ჰორიზონტალურად შლის (სურ. 9.6). ამის შემდეგ ბალერინას მასის ცენტრი მაღლა გადაადგილდება. მასის ცენტრი პარაბოლური ტრაექტორიით სცენის გასწვრივ მოძრაობს და სხეულისადმი მისი მოძრაობა ბალერინას თავისა და ტორსის მიერ ალებულ სიმაღლეს ამცირებს. შედეგად ბალერინას თავი და ტორსი ჰორიზონტალური ტრაექტორიით მოძრაობს და ფარფატის ილუზია იქმნება.

9.14 ფიზიკის დამახილება

n რაოდენობის ნივთიერ ნერტილთა სისტემისთვის 9.8 ფორმულა გვაძლევს:

$$M\vec{r}_{\text{com}} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \dots + m_n\vec{r}_n \quad (9.16)$$

სადაც M არის სისტემის ჯამური მასა, ხოლო $\vec{r}_{\text{com}}$ - სისტემის მასის ცენტრის მდებარეობის განმსაზღვრელი ვექტორი.

9.16 ფორმულის დროით დიფერენცირება მოგვცემს:

$$M\vec{v}_{\text{com}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \dots + m_n\vec{v}_n \quad (9.17)$$

აქ $\vec{v}_i (=d\vec{r}_i/dt)$ არის i რიგის ნივთიერი ნერტილის სიჩქარე, ხოლო $\vec{v}_{\text{com}} (=d\vec{r}_{\text{com}}/dt)$ - მასის ცენტრის სიჩქარე.

9.17 ფორმულის დროით დიფერენცირება მოგვცემს:

$$M\vec{a}_{\text{com}} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \dots + m_n\vec{a}_n \quad (9.18)$$

აქ $\vec{a}_i (=d\vec{v}_i/dt)$ არის i რიგის ნივთიერი ნერტილის აჩქარება, ხოლო $\vec{a}_{\text{com}} (=d\vec{v}_{\text{com}}/dt)$ - მასის ცენტრის აჩქარება. მიუხედავად იმისა, რომ მასის ცენტრი გეომეტრიული ნერტილია, მას მდებარეობა, სიჩქარე და აჩქარება ნივთიერი ნერტილის მსგავსად გააჩნია.

ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, $m_i\vec{a}_i$ არის i რიგის ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი $\vec{F}_i$ ძალის ტოლი. მაშასადამე, 9.18 ფორმულა ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$M\vec{a}_{\text{com}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \quad (9.19)$$

9.19 ფორმულის მარჯვენა მხარეზე მოცემული ძალები სისტემის ნივთიერ ნერტილებს შორის მოქმედი

ძალები (შიდა ძალები) და სისტემის გარედან ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი ძალებია (გარე ძალებია). ნიუტონის მესამე კანონიდან გამომდინარე, შიდა ძალები მესამე კანონის ძალთა წყვილებს ქმნის და ერთმანეთს აბათილებენ. 9.19 ფორმულის მარჯვენა მხარეზე მხოლოდ სისტემაზე მოქმედი გარე ძალების ვექტორული ჯამი რჩება. ამ შემთხვევაში, 9.19 ფორმულა 9.14 ფორმულაზე დაიყვანება. 9.14 ფორმულა დამტკიცებულია.

საკონტროლო წერტილი 2. ორ მოციგურავეს ხახუნისგან თავისუფალ ყინულზე უმნიშვნელო მასის ჯოხი სანინალმდეგო ბოლოებით უჭირავს. ღერძი ჯოხის გასწვრივაა გავლებული და მისი ათვლის სათავე მოციგურავეების სისტემის მასის ცენტრს ემთხვევა. ერთ-ერთი მოციგურავეს - ფრედის წონა, მეორე მოციგურავეს - ეთელის წონაზე ორჯერ მეტია. სად შეხვდებიან მოციგურავეები თუ ა) ფრედი ჯოხს გამოწვეს და ეთელისკენ გადაადგილდება, ბ) ეთელი ჯოხს გამოწვეს და ფრედისკენ გადაადგილდება და გ) ორივე მოციგურავე ერთდროულად გამოწვეს ჯოხს?

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 9.3

9.7ა სურათზე გამოსახული სამი ნივთიერი ნერტილი არ მოძრაობს. სისტემის გარეთ მდებარე სხეულებიდან თითოეულ ნივთიერ ნერტილზე გარე ძალა მოქმედებს. ძალების მიმართულებები ნაჩვენებია, ხოლო მათი სიდიდეებია $F_1 = 6$ ნ, $F_2 = 12$ ნ და $F_3 = 14$ ნ. რამიმართულებით მოძრაობს სისტემის მასის ცენტრი და რა აჩქარება აქვს მას?

ამოხსნა: მასის ცენტრის მდებარეობა 9.1 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშის მეთოდიტაა განსაზღვრული და ნერტილით აღინიშნება. მასის ცენტრი რეალურ ნივთიერ ნერტილად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომლის მასა სისტემის მთლიანი მასის ($M = 16$ კგ) ტოლია. ასევე შეგვიძლია დავუშვათ, რომ სამივე გარე ძალა მასის ცენტრზე მოქმედებს (სურ. 9.7ბ). მასის ცენტრისთვის ნიუტონის მეორე კანონი შემდეგი სახით ჩაიწერება:

$$\vec{F}_{\text{თ}} = M\vec{a}_{\text{com}} \quad (9.20)$$

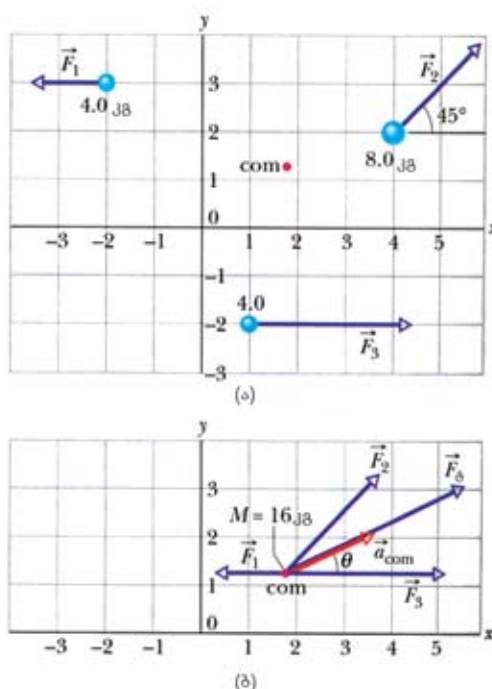
$$\text{ან} \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = M\vec{a}_{\text{com}}$$

აქედან გამომდინარე:

$$\vec{a}_{\text{com}} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3}{M} \quad (9.21)$$

9.20 ფორმულა გვაუწყებს, რომ მასის ცენტრის $\vec{a}_{\text{com}}$ აჩქარების მიმართულება სისტემაზე მოქმედი ჯამური $\vec{F}_{\text{თ}}$ გარე ძალის მიმართულებას ემთხვევა (სურ. 9.7ბ). ვინაიდან ნივთიერი ნერტილები თავდაპირველად არ მოძრაობენ, მასის ცენტრიც არ მოძრაობს. მას შემდეგ რაც მასის ცენტრი აჩქარებას იწყებს, ის $\vec{a}_{\text{com}}$ -ის და, ე.ი. $\vec{F}_{\text{თ}}$ -ის მიმართულებით გადაადგილდება.

9.21 ფორმულის მარჯვენა მხარე ვექტორულ კალკულატორზე შეგვიძლია გამოვთვალოთ. ასევე



სურ. 9.7. ა) ნაჩვენებ ადგილებზე განლაგებულ უძრავ ნივთიერ ნერტილებზე გარე ძალები მოქმედებს. სისტემის მასის ცენტრი აღინიშნულია. ბ) სისტემის მასის ცენტრი სისტემის მთლიანი მასის ტოლი ნივთიერი ნერტილის მსგავსად მოქმედებს და ძალებიც მასზე მოქმედებს. ნაჩვენებია ჯამური $\vec{F}_{\text{თ}}$ გარე ძალა და მასის ცენტრის $\vec{a}_{\text{com}}$ აჩქარება.

შესაძლებელია მისი კომპონენტური ფორმით ჩაწერა, შემდეგ $\vec{a}_{\text{com}}$ -ის კომპონენტების და ბოლოს, თავად $\vec{a}_{\text{com}}$ -ის გამოთვლა. x ღერძის გასწვრივ გვექნება:

$$\begin{aligned} a_{\text{com},x} &= \frac{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}{M} \\ &= \frac{-6 + (12 \cos 45^\circ) + 14}{16} = 1.03 \text{ მ/წმ}^2 \end{aligned}$$

y ღერძის გასწვრივ გვექნება:

$$a_{com,y} = \frac{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}{M} = \frac{0 + (12 \text{ ნ}) \sin 45^\circ + 0}{16 \text{ კგ}} = 0,53 \text{ მ/წმ}^2$$

შემდეგ კომპონენტების საშუალებით $\vec{a}_{com}$ -ის

მნიშვნელობას და კუთხეს გამოვთვლით:

$$a_{com} = \sqrt{(a_{com,x})^2 + (a_{com,y})^2} = 1,16 \text{ მ/წმ}^2 \approx 1,2 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{a_{com,y}}{a_{com,x}} = 27^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

9.4. იმპულსი

მოცემულ თავში ნივთიერ წერტილთა სისტემის ნაცვლად მხოლოდ ერთ ნივთიერ წერტილს განვიხილავთ, რაც ორი მნიშვნელოვანი სიდიდის განსაზღვრის საშუალებას მოგვცემს.

პირველი განსაზღვრება კარგად ნაცნობ სიტყვას - იმპულსს ეხება, რომელსაც ყოველდღიურ ენაში რამდენიმე მნიშვნელობა აქვს. ნივთიერი წერტილის **იმპულსი** $\vec{p}$ არის ვექტორული სიდიდე:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{ნივთიერი წერტილის იმპულსი}), \quad (9.22)$$

სადაც m არის ნივთიერი წერტილის მასა, ხოლო $\vec{v}$ - მისი სიჩქარე (ხშირად იმპულსთან სიტყვა *წრფივსაც* ხმარობენ, რათა ეს სიდიდე *კუთხური* იმპულსისგან განასხვავონ). ვინაიდან m ყოველთვის დადებითი სკალარული სიდიდეა, 9.22 ფორმულიდან გამომდინარე $\vec{p}$ -ს და $\vec{v}$ -ს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ. ასევე 9.22 ფორმულა გვამცნობს, რომ SI სისტემაში იმპულსის ერთეულია კგ·მ/წმ.

ნიუტონმა მოძრაობის მეორე კანონი იმპულსის საშუალებით ჩამოაყალიბა:

ნივთიერი წერტილის იმპულსის ცვლილების ტემპი ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ჯამური ძალის ტოლია და ამ ძალის მიმართულებისაა.

ფორმულის საშუალებით ეს წესი ასე ჩაინერგება:

$$\vec{F}_{\text{ჯ}} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (9.23)$$

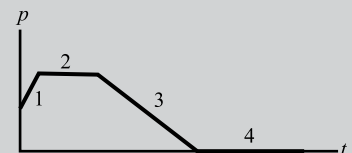
ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ჯამური $\vec{F}_{\text{ჯ}}$ გარე ძალა ნივთიერი წერტილის $\vec{p}$ იმპულსს ცვლის და, შესაბამისად, იმპულსი მხოლოდ ჯამური გარე ძალის მოქმედების შედეგად იცვლება. თუ ჯამური გარე ძალა არ არსებობს, $\vec{p}$ არ იცვლება. 9.7 პარაგრაფში გამოჩნდება, რომ ეს ფაქტი ამოცანების ამოხსნაში ძალიან გვეხმარება.

9.22 ფორმულიდან 9.23 ფორმულაში $\vec{p}$ ჩავსვათ და მუდმივი m მასის პირობებში გვექნება:

$$\vec{F}_{\text{ჯ}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}.$$

მაშასადამე, $\vec{F}_{\text{ჯ}} = d\vec{p}/dt$ და $\vec{F}_{\text{ჯ}} = m\vec{a}$ ექვივალენტური ფორმულებია და ისინი ნივთიერი წერტილის მოძრაობისთვის ნიუტონის მეორე კანონს გამოხატავენ.

საკონტროლო წერტილი 3. სურათზე ნაჩვენებია p იმპულსის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი ღერძის გასწვრივ მოძრავი ნივთიერი წერტილისთვის. ნივთიერ წერტილზე ღერძის გასწვრივ მიმართული ძალა მოქმედებს. ა) დაალაგეთ დანომრილი მონაკვეთები ძალის სიდიდის მიხედვით დიდიდან მცირეზე. ბ) რომელ მონაკვეთზე ნელდება ნივთიერი წერტილი?



9.5. ნივთიერ ნაწილობით სისტემის იმპულსი

ერთი ნივთიერი წერტილის იმპულსი უკვე განვსაზღვრეთ, ამჯერად კი ჩვენი განსაზღვრება ნივთიერ წერტილთა სისტემაზე განვახილავთ. განვიხილოთ n რაოდენობის ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სისტემა, რომელშიც ყველა ნივთიერ წერტილს საკუთარი მასა, სიჩქარე და იმპულსი აქვს. ნივთიერი წერტილები ერთმანეთზე მოქმედებენ და მათზე გარე ძალებიც არის მოდებული. სისტემის მთლიანი იმპულსია $\vec{P}$, რაც ინდივიდუალური ნივთიერი წერტილების იმპულსების ვექტორული ჯამია:

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n \\ &= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n\end{aligned}\quad (9.24)$$

თუ ამ ფორმულას 9.17 ფორმულას შევადარებთ, გამოჩნდება, რომ:

$$\vec{P} = M \vec{v}_{\text{com}} \quad (\text{იმპულსი, ნივთიერ წერტილთა სისტემა}) \quad (9.25)$$

ნივთიერ წერტილთა სისტემის იმპულსი ასეც შეიძლება განისაზღვროს:

ნივთიერ წერტილთა სისტემის იმპულსი სისტემის ჯამური M მასის და მასის ცენტრის სიჩქარის ნამრავლის ტოლია.

თუ 9.25 ფორმულას დროით გავანარმოებთ, მივიღებთ:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M \frac{d\vec{v}_{\text{com}}}{dt} = M \vec{a}_{\text{com}} \quad (9.26)$$

9.14 და 9.26 ფორმულების შედარება საშუალებას იძლევა ნიუტონის მეორე კანონი ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის ჩაიწეროს:

$$\vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (\text{ნივთიერ წერტილთა სისტემა}), \quad (9.27)$$

სადაც $\vec{F}_{\text{ext}}$ არის სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალა.

9.27 ფორმულა ერთი ნივთიერი წერტილისთვის მიღებული $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ ფორმულის განზოგადებაა მრავალი ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სისტემისთვის. ამ ფორმულის თანახმად, ნივთიერი წერტილების სისტემაზე მოქმედი ჯამური $\vec{F}_{\text{ext}}$ გარე ძალა იწვევს სისტემის $\vec{P}$ იმპულსის ცვლილებებს ანუ იმპულსი მხოლოდ ჯამური გარე ძალის მოქმედებით იცვლება. თუ გარე ჯამური ძალა არ მოქმედებს, $\vec{P}$ იმპულსი არ იცვლება.



ტაფელასა და ბურთის შორის შეჯახება
ბურთის ნაწილის ამტკრევეს

9.6. შეჯახება და იმპულსი

ნივთიერი წერტილის მაგვარი ნებისმიერი საგნის $\vec{p}$ იმპულსი არ იცვლება, თუ ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს. მაგალითად, ჩვენ შეგვიძლია სხეულს ვუბიძგოთ და მისი იმპულსი შევცვალოთ. უფრო დრამატულად თუ მივუდგებით საკითხს, მაშინ შეგვიძლია სხეულს ბეისბოლის ტაფელა ჩავარტყათ. ამგვარი შეჯახების დროს სხეულზე მოქმედი გარე ძალის სიდიდე დიდია, ხანმოკლე მოქმედებისა და სხეულის იმპულსს სწრაფად ცვლის. შეჯახება ჩვენს სამყაროში ხშირად ხდება და საკმაოდ ძვირადღირებულია კაცობრიობას, როდესაც საქმე მანქანების ეხება. მანქანების შეჯახებას მოგვიანებით განვიხილავთ, ამჯერად კი შეჯახების უფრო მარტივი სახეობა უნდა შევისწავლოთ, როდესაც ნივთიერი წერტილის მაგვარი მოძრავი სხეული რაიმე სხვა სხეულს (სამიზნეს) ეჯახება.

ახოთი შეჯახება

დავუშვათ, მოძრავი სხეული ბურთია, ხოლო სამიზნე - ტაფელა. შეჯახება ხანმოკლეა და ბურთზე მოქმედ ძალას მისი შენელება, შეჩერება და მოძრაობის მიმართულების შეცვლა შეუძლია. 9.8 სურათზე ნაჩვენებია ამგვარი შეჯახების ერთი მომენტი. ბურთზე $\vec{F}(t)$ ძალა მოქმედებს, რომელიც შეჯახების განმავლობაში იცვლება და ბურთის $\vec{p}$ წრფივ იმპულსს ცვლის. იმპულსის ცვლილება ძალას ნიუტონის მეორე კანონის ($\vec{F} = d\vec{p}/dt$) საშუალებით უკავშირდება. მაშასადამე, dt დროის შუალედში ბურთის იმპულსის ცვლილებაა:

$$d\vec{p} = \vec{F}(t) dt \quad (9.28)$$

შეჯახების შედეგად გამოწვეულ იმპულსის ჯამურ ცვლილებას გამოვთვლით, თუ მოვახდენთ 9.28 ფორმულის ორივე მხარის ინტეგრირებას შეჯახებამდე t_i დროიდან შეჯახების შემდეგ t_f დრომდე:

$$\int_{t_i}^{t_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt \quad (9.29)$$

ამ ფორმულის მარცხენა მხარეზე იმპულსის $\vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$ ცვლილებაა მოცემული. ფორმულის მარჯვენა მხარეს შეჯახების $\vec{J}$ ძალის იმპულსი ეწოდება:

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt \quad (\text{ძალის იმპულსის განსაზღვრება}). \quad (9.30)$$

მაშასადამე, საგნის იმპულსის ცვლილება ძალის იმპულსის ტოლია:

$$\Delta\vec{p} = \vec{J} \quad (\text{იმპულსი-ძალის იმპულსის თეორემა}) \quad (9.31)$$

ეს გამოსახულება ვექტორული სახითაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{J} \quad (9.32)$$

ვექტორული გამოსახულების კომპონენტური ფორმაა:

$$\Delta p_x = J_x \quad (9.33)$$

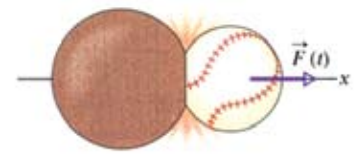
$$\text{და} \quad p_{fx} - p_{ix} = \int_{t_i}^{t_f} F_x dt \quad (9.34)$$

თუ $\vec{F}(t)$ ფუნქცია ვიცით, მაშინ ამ ფუნქციის ინტეგრირებით $\vec{J}$ -ს გამოვთვლით. თუ $\vec{F}$ -ის t -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი გვაქვს მოცემული, მაშინ გრაფიკსა და t ღერძს შორის ფართობის (სურ. 9.9ა) გამოთვლა ასევე $\vec{J}$ -ს მოგვცემს. ხშირად არ ვიცით, თუ როგორ იცვლება ძალა დროში, მაგრამ ვიცით ძალის $F_{\text{საშ}}$ საშუალო სიდიდე და შეჯახების $\Delta t (= t_f - t_i)$ ხანგრძლივობა. ამ შემთხვევაში ძალის იმპულსის სიდიდეა:

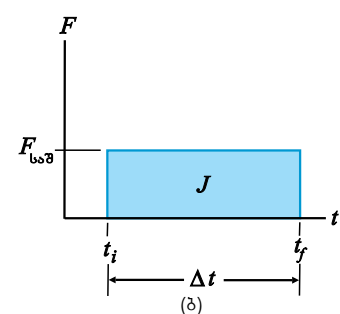
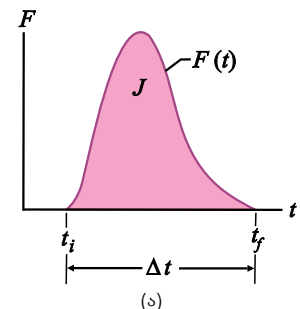
$$J = F_{\text{საშ}} \Delta t \quad (9.35)$$

9.9ბ სურათზე ნაჩვენებია საშუალო ძალის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. გრაფიკის ქვედა არეალის ფართობი 9.9ა სურათზე გამოსახული $F(t)$ რეალური ძალის გრაფიკის ქვედა არეალის ფართობის ტოლია, ვინაიდან ორივე ფართობი ძალის იმპულსის J სიდიდის ტოლია.

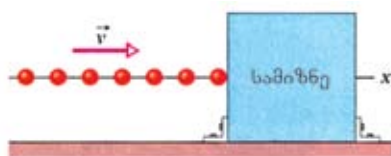
ბურთის ნაცვლად აქცენტი ტაფელაზე შეგვიძლია გადავიტანოთ (სურ. 9.8). ნიუტონის მესამე კანონი გვაუწყებს, რომ ნებისმიერი მომენტში ტაფელაზე მოქმედი ძალა ბურთზე მოქმედი ძალის ტოლი და მიმართულებით საპირისპიროა. 9.30 ფორმულიდან გამომდინარე



სურ. 9.8. ბურთისა და ტაფელას შეჯახების დროს ბურთზე $F(t)$ ძალა მოქმედებს.



სურ. 9.9. ა) გრაფიკი 9.8 სურათზე გამოსახული შეჯახების დროს ბურთზე მოქმედ დროში ცვალებად $F(t)$ ძალას ასახავს. გრაფიკის ქვედა არეალის ფართობი ბურთზე მოქმედი $\vec{J}$ ძალის იმპულსის ტოლია. ბ) მართკუთხედის სიმაღლე Δt დროის შუალედში ბურთზე მოქმედი $F_{\text{საშ}}$ საშუალო ძალაა. მართკუთხედის ფართობი გრაფიკის ქვედა არეალის ფართობის ტოლია და, მაშასადამე, ისიც $\vec{J}$ ძალის იმპულსს გვაძლევს.



სურ. 9.10. თანაბარი ნრფივი იმპულსების მქონე ჭურვები უძრავ სამიზნეს ეჯახება. სამიზნეზე მოქმედი $F_{\text{საშ}}$ საშუალო ძალა მარჯვნივკენაა მიმართული და მისი სიდიდე საგნების შეჯახების ანუ მასების სამიზნესთან შეჯახების ტემპზეა დამოკიდებული.

ეს ნიშნავს, რომ ტაფელაზე მოქმედი ძალის იმპულსის სიდიდე ბურთზე მოქმედი ძალის იმპულსის ტოლი და მიმართულებითი საპირისპიროა.

საკონტროლო წერტილი 4. საჭაერო მედეხანტეს პარა-შუტი არ გაეხსნა და თოვლში ჩაეშვა. მედეხანტი მსუბუქად დაშავდა. შიშველ მინაზე დაცემის შემთხვევაში მედეხანტის გაჩერების დრო 10-ჯერ ნაკლები იქნებოდა, ხოლო შეჯახება სასიკვდილო აღმოჩნდებოდა. თოვლის არსებობა ა) მედეხანტის იმპულსის ცვლილებას, ბ) მედეხანტის შემაჩერებელ ძალის იმპულსს და გ) მედეხანტის შემაჩერებელ ძალას ზრდის, ამცირებს თუ არ ცვლის?

შეჯახებათა სხიხი

ამჯერად სხეულზე მოქმედი ძალა განვიხილოთ, როდესაც სხეული იდენტურ შეჯახებათა სერიას განიცდის. მაგალითად, შეგვიძლია განვიხილოთ ჩოგბურთის ბურთების კედელთან შეჯახება. თითოეული ამგვარი შეჯახების შედეგად კედელზე ძალა მოქმედებს. ჩვენ შეჯახებათა მრავალრიცხოვანი სერიის დროს ძალის საშუალო მნიშვნელობა გვინტერესებს.

9.10 სურათზე გამოსახულია m მასის და $m\vec{v}$ ნრფივი იმპულსის მქონე ჭურვების ნაკადი, რომელიც x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება და უძრავ სამიზნეს სხეულს ეჯახება. Δt დროის შუალედში სამიზნესთან შეჯახებული ჭურვების რაოდენობაა n . ვინაიდან მოძრაობა მხოლოდ x ღერძის გასწვრივ ხდება, იმპულსის ღერძის გასწვრივი კომპონენტები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. მაშასადამე, თითოეული ჭურვის სანყისი იმპულსია mv და შეჯახების შედეგად მისი ნრფივი იმპულსით Δp -ით იცვლება. Δt დროის შუალედში n რაოდენობის ჭურვების ნრფივი იმპულსების ჯამური ცვლილებაა $n\Delta p$. იგივე დროის შუალედში მოქმედი $\vec{J}$ ძალის იმპულსი x ღერძის გასწვრივაა მიმართული, მისი სიდიდეა $n\Delta p$, ხოლო მიმართულება ნრფივი იმპულსების საწინააღმდეგოა. ძალის იმპულსის გამოსახულება კომპონენტურ ფორმაში ასე ჩაიწერება:

$$J = -n\Delta p, \quad (9.36)$$

მინუს ნიშანი ასახავს, რომ J -ს და Δp -ს საპირისპირო მიმართულებები აქვთ.

9.35 ფორმულის გარდაქმნა და მასში 9.36 ფორმულის ჩასმა შეჯახებების დროს სამიზნეზე მოქმედ $F_{\text{საშ}}$ საშუალო ძალას მოგვცემს:

$$F_{\text{საშ}} = \frac{J}{\Delta t} = -\frac{n}{\Delta t} \Delta p = -\frac{n}{\Delta t} m \Delta v, \quad (9.37)$$

$F_{\text{საშ}}$ -ს 9.37 ფორმულა $n/\Delta t$ -ს საშუალებით გვაძლევს, რაც ჭურვების სამიზნესთან შეჯახების ტემპია. Δv ჭურვების სიჩქარის ცვლილებაა.

თუ ჭურვები შეჯახების დროს ჩერდება, მაშინ 9.37 ფორმულაში Δv -ს ნაცვლად შეგვიძლია ჩავსვათ:

$$\Delta v = v_f - v_i = 0 - v = -v, \quad (9.38)$$

სადაც $v_i (= v)$ და $v_f (= 0)$ ჭურვის სიჩქარეებია შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. თუ ჭურვი სამიზნიდან სიჩქარის სიდიდს ცვლილების გარეშე უკუივდება, მაშინ $v_f = -v$ და გვექნება:

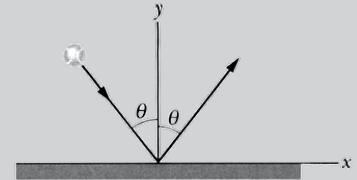
$$\Delta v = v_f - v_i = -v - v = -2v \quad (9.39)$$

Δt დროის შუალედში სამიზნეს $\Delta m = nm$ მასა ეჯახება. მაშასადამე, 9.37 ფორმულა ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$F_{\text{საშ}} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \Delta v \quad (9.40)$$

9.40 ფორმულა $F_{\text{საშ}}$ ძალას $\Delta m/\Delta t$ -ს საშუალებით გვაძლევს, რაც სამიზნესთან მასის შეჯახების ტემპია. ამჯერადაც შეგვიძლია Δv 9.38 ან 9.39 ფორმულის საშუალებით შევცვალოთ, რაც ჭურვების მოქმედებაზე დამოკიდებული.

საკონტროლო ნერტილი 5. სურათზე ნაჩვენებია ვერტიკალური კედლიდან სიჩქარის სიდიდის ცვლილების გარეშე ასხლეტილი ბურთი. განიხილეთ ბურთის წრფივი იმპულსის $\Delta \vec{p}$ ცვლილება. ა) Δp_x დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია? ბ) Δp_y დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია? გ) რა მიმართულებას აქვს $\Delta \vec{p}$ -ს?



ამოსახის ამოხსნის ნიმუში 9.4

9.11ა სურათზე ნაჩვენებია შეჯიბრის დროს კედელთან შეჯახებული მანქანის ტრაექტორია. მძღოლი შეჯახებამდე კედლისადმი 30° კუთხით და $v_i = 70\text{მ/წმ}$ სიჩქარით წრფივად მოძრაობს. შეჯახების შემდეგ მანქანა კედლისადმი 10° კუთხით და $v_f = 50\text{მ/წმ}$ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. მძღოლის მასაა 80კგ .

ა) რა $\vec{J}$ ძალის იმპულსი მოქმედებს მძღოლზე შეჯახების შედეგად?

ამოხსნა: ჩვენ შეგვიძლია მძღოლი ნივთიერი ნერტილის მაგვარ საგნად მივიჩნიოთ, თუმცა 9.30 ფორმულით $\vec{J}$ -ს ვერ გამოვთვლით, ვინაიდან შეჯახების დროს მძღოლზე მოქმედი $\vec{F}(t)$ ძალა არ ვიცით. აქედან გამომდინარე, $\vec{F}(t)$ ფუნქცია ან ფუნქციის გრაფიკი მოცემული არ გვაქვს და $\vec{J}$ -ს გამოთვლა ამ გზით შეუძლებელია.

სამაგიეროდ, $\vec{J}$ -ს გამოთვლა მძღოლის $\vec{p}$ იმპულსის ცვლილების და 9.32 ფორმულის ($\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$) საშუალებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ. 9.11ბ სურათზე ნაჩვენებია მძღოლის $\vec{p}_i$ იმპულსი შეჯახებამდე და $\vec{p}_f$ იმპულსი შეჯახების შემდეგ. 9.32 და 9.22 ფორმულებიდან გამომდინარეობს:

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) \quad (9.41)$$

ამ ფორმულის მარჯვენა მხარე ვექტორულ კალკულატორზე პირდაპირ შეგვიძლია გამოვთვალოთ, ვინაიდან $m=80\text{კგ}$, $\vec{v}_f=50\text{მ/წმ}$ -ს (-10°) კუთხით და $\vec{v}_i=70\text{მ/წმ}$ -ს 30° კუთხით. ამ შემთხვევაში 9.41 ფორმულას კომპონენტური ფორმით გამოვთვლით. x ღერძის გასწვრივ გვექნება:

$$\begin{aligned} J_x &= m(v_{fx} - v_{ix}) \\ &= (80\text{კგ})[(50\text{მ/წმ})\cos(-10^\circ) - (70\text{მ/წმ})\cos 30^\circ] \\ &= -910 \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ} \end{aligned}$$

y ღერძის გასწვრივ გვექნება:

$$\begin{aligned} J_y &= m(v_{fy} - v_{iy}) \\ &= (80\text{კგ})[(50\text{მ/წმ})\sin(-10^\circ) - (70\text{მ/წმ})\sin 30^\circ] \\ &= -3495 \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ} \approx -3500 \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ} \end{aligned}$$

ამ შემთხვევაში ძალის იმპულსი იქნება:

$$\vec{J} = (-910\hat{i} - 3500\hat{j}) \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

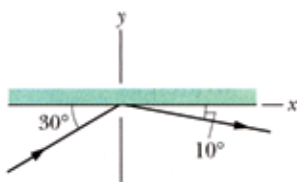
ძალის იმპულსის სიდიდეა:

$$J = J_x^2 + J_y^2 = 3616 \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ} \approx 3600 \text{კგ}\cdot\text{მ/წმ}$$

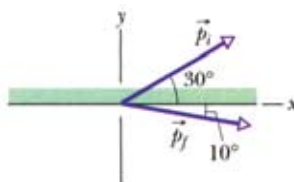
$\vec{J}$ ძალის იმპულსის კუთხეა:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{J_y}{J_x} \quad (\text{პასუხი})$$

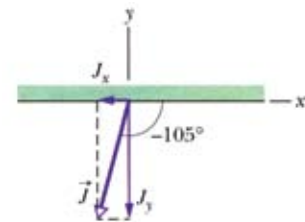
კალკულატორი გვაძლევს $75,4^\circ$ -ს, მაგრამ გაიხსენეთ, რომ შებრუნებული ტანგენსის ფიზიკურად



(ა)



(ბ)



(გ)

სურ. 9.11. ა) მძღოლისა და მანქანის მიერ განვლილი ტრაექტორია კედელზე შეჯახების დროს. ბ) მძღოლის $\vec{p}_i$ სანწყისი იმპულსი და $\vec{p}_f$ საბოლოო იმპულსი. გ) მძღოლზე მოქმედი $\vec{J}$ ძალის იმპულსი შეჯახების დროს.

სწორი პასუხის მისაღებად ამ შედეგს 180° უნდა დავმატოს. თუ $\vec{J}$ -ს კომპონენტებს გავავლებთ (სურ. 9.11გ), აღმოჩნდება, რომ სწორი პასუხია $75,4^\circ + 180^\circ = 255,4^\circ$ ანუ:

$$\theta = -105^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) შეჯახება 14 მილინამის განმავლობაში გრძელდება. რა საშუალო ძალა მოქმედებს მძღოლზე შეჯახების განმავლობაში?

ამოხსნა: 9.35 ფორმულიდან გამომდინარე, $F_{\text{საშ}}$ საშუალო ძალა J ძალის იმპულსის და შეჯახების Δt ხანგრძლივობის შეფარდების ტოლია:

$$F_{\text{საშ}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{3616 \text{ კგ}\cdot\text{მ/წმ}}{0,014 \text{ წმ}}$$

$$= 2,583 \times 10^5 \text{ ნ} \approx 2,6 \times 10^5 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

გამოვიყენოთ $F = ma$ ფორმულა (სადაც $m = 80 \text{ კგ}$) და დავადგენთ, რომ შეჯახების განმავლობაში მძღოლის საშუალო აჩქარებაა დაახლოებით $3,22 \times 10^3 \text{ მ/წმ}^2 = 329g$. სავარაუდოდ, მძღოლის სთვის შეჯახება სასიკვდილო იქნებოდა.

ინჟინერ-მექანიკოსები საფრთხის შემცირებისთვის ტრასის კედლებს ისე აგებენ, რომ შეჯახება უფრო დიდხანს გაგრძელდეს. მაგალითად, თუ ჩვენს ამოცანაში შეჯახება 10-ჯერ უფრო დიდხანს გაგრძელდება და სხვა მონაცემები არ შეიცვლება, საშუალო ძალა და საშუალო აჩქარება 10-ჯერ ნაკლები იქნება, რაც მძღოლს გადარჩენის საშუალებას მისცემს.

9.7. იმპულსის მუდმივობა

დავუშვათ, ნივთიერ წერტილთა სისტემაზე მოქმედი ჯამური $\vec{F}_{\text{ჯ}}$ გარე ძალა (და მაშასადამე ჯამური $\vec{J}$ ძალის იმპულსი) ნულია (სისტემა იზოლირებულია) და გარედან სისტემაში ნივთიერი წერტილები არ შედის და სისტემიდან არ გამოდის. 9.27 ფორმულაში $\vec{F}_{\text{ჯ}} = 0$ ჩასმა $d\vec{P}/dt = 0$ პასუხს მოგვცემს ანუ:

$$\vec{P} = \text{მუდმივა (ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემა)} \quad (9.42)$$

თუ ნივთიერ წერტილთა სისტემაზე ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს, სისტემის მთლიანი $\vec{P}$ იმპულსი არ იცვლება.

მიღებულ შედეგს **იმპულსის შენახვის კანონი** ეწოდება. ეს კანონი შემდეგი ფორმულითაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემა}) \quad (9.43)$$

მაშასადამე, ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემისთვის:

$$\left(\begin{matrix} \text{მთლიანი იმპულსი რაიმე} \\ \text{საწყის } t_i \text{ დროში} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \text{მთლიანი იმპულსი რაიმე} \\ \text{მომდევნო } t_f \text{ დროში} \end{matrix} \right)$$

გაფრთხილება: იმპულსი და ენერგია ერთმანეთში არ აურით. მოცემული თავის ამოცანის ამოხსნის ნიმუშებში იმპულსი ინახება, ხოლო ენერგია არა.

9.42 და 9.43 ფორმულები ვექტორული განტოლებებია და თითოეული მათგანის ექვივალენტური სამი ფორმულა არსებობს, რომელიც თავის მხრივ x, y, z კოორდინატთა სისტემის ურთიერთპერპენდიკულარული სამი მიმართულებით იმპულსის შენახვას შეესაბამება. იმპულსი შეიძლება ერთი ან ორი მიმართულებით ინახებოდეს, ხოლო ყველა მიმართულებით არა. ამის მიზეზი სისტემაზე მოქმედი ძალებია.

თუ ჩაკეტილ სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის კომპონენტი ღერძის გასწვრივ ნულის ტოლია, მაშინ ამ ღერძის გასწვრივ სისტემის იმპულსის კომპონენტი არ იცვლება.

მაგალითად მოგვყავს ოთახში გასროლილი გრეიპფრუტი. ფრენის დროს გრეიპფრუტზე (რომელსაც სისტემად მივიჩნევთ) მხოლოდ ვერტიკალურად ქვემოთ მიმართული $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. მაშასადამე, გრეიპფრუტის იმპულსის ვერტიკალური კომპონენტი იცვლება და ვინაიდან გრეიპფრუტზე ჰორიზონტალური გარე ძალა არ მოქმედებს, იმპულსის ჰორიზონტალური კომპონენტი უცვლელია.

ყურადღება მიაქციეთ, რომ ჩვენ აქცენტს ჩაკეტილ სისტემაზე მოქმედ გარე ძალებზე ვაკეთებთ. შიდა ძალებს სისტემის ნაწილების იმპულსის შეცვლა შეუძლია, მაგრამ ერთიანი სისტემის მთლიან იმპულსს ვერ ცვლის.

მოცემული თავის ამოცანის ამოხსნის ნიმუშებში განხილულია ერთგანზომილებიანი და ორგანზომილებიანი აფეთქებები. ერთგანზომილებიანი ნიშნავს, რომ აფეთქებამდე და აფეთქების შემდეგ მოძრაობა ერთი ღერძის გასწვრივ ხდება, ხოლო ორგანზომილებიანი შესაბამისად მიუთითებს, რომ მოძრაობა ორი ღერძის შემცველ სიბრტყეზე მიმდინარეობს. მომდევნო თავებში ერთგანზომილებიან და ორგანზომილებიან შეჯახებებს განვიხილავთ.

საკონტროლო წერტილი 6. თავდაპირველად უძრავი საგანი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე აფეთქდა და ორ ნაწილად დაიშალა. ერთი ნაწილი x ღერძის დადებითი მიმართულებით გასრიალდა. ა) რისი ტოლია ნაწილების მთლიანი იმპულსი აფეთქების შემდეგ? ბ) შესაძლებელია თუ არა მეორე ნაწილმა x ღერძისადმი რაიმე კუთხით იმოძრაოს? გ) რა მიმართულება აქვს მეორე ნაწილის იმპულსს?

ა მოსახის ა მოხსნის ნიმუში 9.5

ერთგანზომილებიანი აფეთქება: $m = 6$ კგ მასის ხმის მისაცემი ყუთი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე, x ღერძის დადებითი მიმართულებით $v = 4$ მ/წმ სიჩქარით მისრიალებს. შემდეგ ყუთი ფეთქდება და ორ ნაწილად იშლება. $m_1 = 2$ კგ მასის ერთი ნაწილი x ღერძის დადებითი მიმართულებით $v_1 = 8$ მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. რა სიჩქარე აქვს m_2 მასის მეორე ნაწილს?

ამოხსნა: მეორე ნაწილის სიჩქარეს მივიღებდით, თუ გვეცოდინებოდა მისი იმპულსი, ვინაიდან $m_2 = m - m_1 = 4$ კგ. ნაწილების იმპულსები და ყუთის იმპულსი ერთმანეთს დაუკავშირდება, თუ იმპულსი მუდმივია. მოდით შევამოწმოთ.

ჩვენი ათვლის სათავე ზედაპირია. ყუთისა და შემდეგ ორი ნაწილისგან შემდგარი სისტემა ჩაკეტილია, მაგრამ იზოლირებული არ არის, ვინაიდან ყუთსა და ნაწილებზე დრეკადობის ძალა და მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. ეს ძალები ვერტიკალურად არის მიმართული და სისტემის იმპულსის ჰორიზონტალურ კომპონენტს ვერ შეცვლის. არც აფეთქების შედეგად მიღებულ ძალებს შეუძლია იმპულსის ჰორიზონტალური კომპონენტის შეცვლა, ვინაიდან ისინი სისტემის შიდა ძალებია. აქედან გამომდინარე, სისტემის იმპულსის ჰორიზონტალური კომპონენტი

მუდმივია და x ღერძის გასწვრივ 9.43 ფორმულა შეგვიძლია გამოვიყენოთ.

სისტემის საწყისი იმპულსი ყუთის იმპულსის ტოლია:

$$\vec{P}_i = m\vec{v},$$

ყუთის ნაწილების საბოლოო იმპულსებია:

$$\vec{P}_{f1} = m_1\vec{v}_1 \quad \text{და} \quad \vec{P}_{f2} = m_2\vec{v}_2$$

სისტემის საბოლოო, მთლიანი $\vec{P}_f$ იმპულსი ნაწილების იმპულსების ვექტორული ჯამია:

$$\vec{P}_f = \vec{P}_{f1} + \vec{P}_{f2} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

ვინაიდან სიჩქარეები და იმპულსები x ღერძის გასწვრივ გავლებული ვექტორებია, ისინი x კომპონენტების საშუალებითაც შეიძლება გამოისახოს. გამოვიყენოთ ეს შესაძლებლობა, 9.43 ფორმულა და მივიღებთ:

$$P_i = P_f$$

ანუ

$$mv = m_1v_1 + m_2v_2$$

მონაცემების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$(6 \text{ კგ})(4 \text{ მ/წმ}) = (2 \text{ კგ})(8 \text{ მ/წმ}) + (4 \text{ კგ})v_2$$

და $v_2 = 2$ მ/წმ (პასუხი)

ვინაიდან პასუხი დადებითია, ყუთის მეორე ნაწილიც x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს.

ნამოსახანის ნამოსახანის ნიშანი 9.6

ერთგანზომილებიანი აფეთქება: 9.12ა სურათზე ნაჩვენებია M ჯამური მასის კოსმოსური გადა-
მზიდი და ტვირთი, რომლებიც x ღერძის გასწვრივ
მოძრაობენ. მზის მიმართ მათი საწყისი სიჩქარეა
 $\vec{v}_i = 2100$ კმ/სთ. მცირე აფეთქების შედეგად
გადამზიდი $0,2M$ მასის ტვირთს გარეთ გამოისვრის
(სურ. 9.12ბ). ამის შემდეგ გადამზიდი ტვირთზე
500კმ/სთ-ით უფრო სწრაფად მოძრაობს ანუ
გადამზიდსა და ტვირთს შორის ფარდობითი $v_{\text{ფარ}}$
სიჩქარეა 500 კმ/სთ. რა $\vec{v}_{HS}$ სიჩქარე აქვს ამ დროს
გადამზიდს მზის მიმართ?

ამოხსნა: გადამზიდი-ტვირთის სისტემა ჩაკეტილი
და იზოლირებულია, ამიტომ მისი ჯამური იმპულსი
მუდმივია:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f, \quad (9.44)$$

სადაც i და f ინდექსები ტვირთის გამოსროლამდე
და გამოსროლის შემდეგ მომენტებს ასახავს.
მოძრაობა ერთი ღერძის გასწვრივ ხდება, ამიტომ
იმპულსები და სიჩქარეები x კომპონენტების
საშუალებით შეიძლება ჩაინეროს. ტვირთის
გამოსროლამდე გვაქვს:

$$P_i = Mv_i \quad (9.45)$$

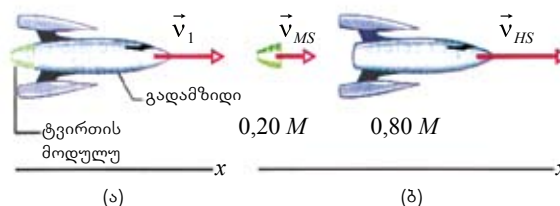
მოდით, v_{MS} იყოს გამოსროლილი ტვირთის სიჩქარე
მზის მიმართ. ტვირთის გამოსროლის შემდეგ
სისტემის ჯამური იმპულსია:

$$P_f = (0,2M)v_{MS} + (0,8M)v_{HS} \quad (9.46)$$

ფორმულის მარჯვენა მხარის პირველი წევრი
ტვირთის იმპულსია, ხოლო მეორე წევრი – გადა-
მზიდის იმპულსი.

ჩვენ არ ვიცით ტვირთის v_{MS} სიჩქარე მზის მიმართ,
მაგრამ ეს სიჩქარე სხვა, ცნობილ სიჩქარეებთან
შეგვიძლია დაკავშიროთ:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{გადამზიდის სიჩქარე} \\ \text{მზის მიმართ} \end{array} \right) &= \\ &= \left(\begin{array}{c} \text{გადამზიდის სიჩქარე} \\ \text{ტვირთის მიმართ} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{ტვირთის სიჩქარე} \\ \text{მზის მიმართ} \end{array} \right) \end{aligned}$$



სურ. 9.12. ა) დატვირთული კოსმოსური გადამზიდი $\vec{v}_i$ საწყისი სიჩქარით მოძრაობს. ბ) გადამზიდი ტვირთს გამოისვრის. ტვირთის სიჩქარე მზის მიმართ $\vec{v}_{MS}$ -ია, ხოლო გადამზიდი მზის მიმართ $\vec{v}_{HS}$ სიჩქარით მოძრაობს

ეს ტოლობა სიმბოლოებით გამოვსახოთ:

$$v_{HS} = v_{\text{ფარ}} + v_{MS} \quad (9.47)$$

ანუ

$$v_{MS} = v_{HS} - v_{\text{ფარ}}$$

9.46 ფორმულაში v_{MS} -ის ნაცვლად ეს ფორმულა ჩავსვათ, ხოლო შემდეგ 9.45 და 9.46 ფორმულები 9.44 ფორმულაში გადავიტანოთ. შედეგად მივიღებთ:

$$Mv_i = 0,2M(v_{HS} - v_{\text{ფარ}}) + 0,8Mv_{HS}$$

რაც გვაძლევს:

$$v_{HS} = v_i + 0,2v_{\text{ფარ}}$$

ანუ

$$\begin{aligned} v_{HS} &= 2100 \text{ კმ/სთ} + (0,2)(500 \text{ კმ/სთ}) \\ &= 2200 \text{ კმ/სთ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

საკონტროლო წერტილი 7. ცხრილში მოცემულია კოსმოსური გადამზიდისა და ტვირთის სიჩქარეები (მზის მიმართ, ტვირთის გამოსროლის შემდეგ) და გადამზიდსა და ტვირთს შორის ფარდობითი სიჩქარეები. შეავსეთ გამოტოვებული მნიშვნელობები.

	სიჩქარეები (კმ/სთ)		ფარდობითი სიჩქარე (კმ/სთ)
	ტვირთი	გადამზიდი	
ა)	1500	2000	
ბ)		3000	400
გ)	1000		600

ნამოსახანის ნამოსახანის ნიშანი 9.7

ორგანზომილებიანი აფეთქება: M მასის ქოქოსის
კაკლის შიგნით მოთავსებულმა ასაფეთქებელმა,
ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად
დადებული კაკალი სამ ნაწილად დაშალა (სურ.

9.13). სამივე ნაწილი ზედაპირის გასწვრივ
გასრიალდა. $0,3M$ მასის C ნაწილის საბოლოო
სიჩქარეა $v_{\text{ჩ}} = 5$ მ/წმ.

ა) რა იქნება $0,2M$ მასის B ნაწილის სიჩქარე?

ამოხსნა: მოდით, შევამოწმოთ, ინახება თუ არა იმპულსი. ამისთვის გავითვალისწინოთ, რომ 1) ქოქოსის კაკალი და მისი ნაწილები ჩაკეტილ სისტემას ქმნიან, 2) აფეთქების ძალები სისტემის შიგნით მოქმედებენ და 3) სისტემაზე ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს. აქედან გამომდინარე, სისტემის იმპულსი მუდმივია.

თავდაპირველად xy კოორდინატთა სისტემა 9.13 სურათის მსგავსად გავავლოთ და x ღერძის უარყოფითი მიმართულება $\vec{v}_{fA}$ -ს მიმართულებას დავამთხვიოთ. ამ შემთხვევაში, x ღერძი $\vec{v}_{fC}$ -სადმი 80° -ს ადგენს, ხოლო $\vec{v}_{fB}$ -სადმი კუთხე 50° -ია.

იმპულსი თითოეული ღერძის გასწვრივ ცალ-ცალკე ინახება. მოდით y ღერძი გამოვიყენოთ და ჩავწეროთ:

$$P_{iy} = P_{fy}, \quad (9.48)$$

სადაც i ინდექსი იმპულსის საწყის მნიშვნელობას (აფეთქებამდე) ასახავს, ხოლო y ინდექსი $\vec{P}_i$ -ს ან $\vec{P}_f$ -ს y კომპონენტზე მიანიშნებს.

საწყისი იმპულსის P_{iy} კომპონენტი ნულის ტოლია, ვინაიდან ქოქოსის კაკალი თავიდან უძრავად დევს. P_{fy} -ის გამოსახულების მისაღებად, 9.22 ფორმულის y კომპონენტიანი ფორმა ($p_y = mv_y$) გამოვიყენოთ და თითოეული ნაწილის საბოლოო იმპულსის y კომპონენტი გამოვთვალოთ:

$$\begin{aligned} p_{fA,y} &= 0, \\ p_{fB,y} &= -0,2Mv_{fB,y} = -0,2Mv_{fB} \sin 50^\circ, \\ p_{fC,y} &= 0,3Mv_{fC,y} = 0,3Mv_{fC} \sin 80^\circ. \end{aligned}$$

($P_{fA,y} = 0$ პასუხი ღერძების არჩევიდან გამომდინარეობს). ამჯერად 9.48 ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

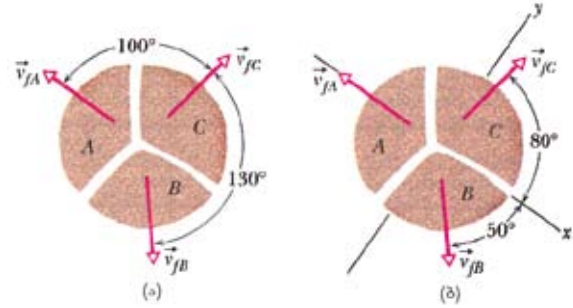
$$\begin{aligned} P_{iy} &= P_{fy} = p_{fA,y} + p_{fB,y} + p_{fC,y} \\ v_{fC} &= 5 \text{ მ/წმ და გვექნება:} \\ 0 &= 0 - 0,2Mv_{fB} \sin 50^\circ + (0,3M)(5 \text{ მ/წმ}) \sin 80^\circ, \end{aligned}$$

საიდანაც მივიღებთ:

$$v_{fB} = 9,64 \text{ მ/წმ} \approx 9,6 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) რა სიჩქარე აქვს A ნაწილს?

ამოხსნა: ვინაიდან იმპულსი x ღერძის გასწვრივ



სურ. 9.13. აფეთქებული ქოქოსის კაკალის სამი ნაწილი ხაზუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე სამი მიმართულებით გადაადგილდება. ა) მოვლენის ზედხედი. ბ) იგივე მოვლენა ორგანოზომილებიან კოორდინატთა სისტემაში.

ინახება, გვექნება:

$$P_{ix} = P_{fx}, \quad (9.49)$$

სადაც $P_{ix} = 0$, ვინაიდან ქოქოსის კაკალი თავიდან უძრავად დევს. P_{fx} -ის მისაღებად საბოლოო იმპულსის x კომპონენტები გამოვთვალოთ. ამისთვის გავიხსენოთ, რომ A ნაწილის მასა $0,5M$ ($= M - 0,2M - 0,3M$) უნდა იყოს:

$$\begin{aligned} p_{fA,x} &= -0,5Mv_{fA} \\ p_{fB,x} &= 0,2Mv_{fB,x} = 0,2Mv_{fB} \cos 50^\circ, \\ p_{fC,x} &= 0,3Mv_{fC,x} = 0,3Mv_{fC} \cos 80^\circ. \end{aligned}$$

ამის შემდეგ, 9.49 ფორმულა ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$\begin{aligned} P_{ix} &= P_{fx} = p_{fA,x} + p_{fB,x} + p_{fC,x} \\ v_{fC} &= 5 \text{ მ/წმ და } v_{fB} = 9,64 \text{ მ/წმ და გვექნება:} \\ 0 &= -0,5Mv_{fA} + 0,2M(9,64 \text{ მ/წმ}) \cos 50^\circ \\ &\quad + 0,3M(5 \text{ მ/წმ}) \cos 80^\circ \end{aligned}$$

საიდანაც გამოვთვლით:

$$v_{fA} = 3 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

საკონტროლო წერტილი 8. დავუშვათ, აფეთქებული ქოქოსის კაკალი 9.13 სურათზე y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით გადაადგილდება. ინახება თუ არა მისი იმპულსი ა) x ღერძის გასწვრივ (როგორც ამას 9.49 ფორმულა ამტკიცებს და ბ) y ღერძის გასწვრივ (როგორც ამას 9.48 ფორმულა ამტკიცებს)?

აღმსახურებელი ამოცანების სია

ტექნიკა 2. იმპულსის მუდმივობა

იმპულსის შენახვასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნას თავდაპირველად დარწმუნდით, რომ თქვენი სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია. ჩაკეტილ სისტემაში ნივთიერება (ნივთიერი წერტილები) არ შედის და არ გამოდის.

იზოლირებულ სისტემაზე ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს. არაიზოლირებულ სისტემაში იმპულსის თითოეული კომპონენტი ცალ-ცალკე ინახება, თუ ჯამური გარე ძალის შესაბამისი კომპონენტი ნულის ტოლია. მაშასადამე, ერთი კომპონენტი შეიძლება შეინახოს, ხოლო მეორე არა.

ამის შემდეგ სისტემის ორი მდგომარეობა (საწყისი და საბოლოო) აირჩიეთ და სისტემის იმპულსის გამოსახულებები ორივე მდგომარეობისთვის ჩანერგეთ. გამოსახულების ჩანერგისას თქვენს მიერ არჩეული ათვლის ინერციული სისტემა არ დაგავიწყდეთ და ასევე დარწმუნდით, რომ მთელ

სისტემას მოიცავთ და მის არც ერთ ნაწილს არ ტოვებთ ან ისეთ საგნებს არ განიხილავთ, რომლებიც სისტემას არ ეკუთვნის.

საბოლოოდ $\vec{P}_i$ და $\vec{P}_f$ ერთმანეთს გაუტოლეთ და გამოთვალეთ, რასაც გეკითხებიან.

9.8. იმპულსი და კინეტიკური ენერგიის შეჯახების დროს

9.6 პარაგრაფში ნივთიერი ნერტილის მაგვარი სხეულების შეჯახება განვიხილეთ, მაგრამ მთელი ყურადღება მხოლოდ ერთ სხეულზე გვექონდა გადატანილი. შემდგომ პარაგრაფებში მთლიანად სისტემას გავარჩევთ და დავუშვებთ, რომ სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია. 9.7 პარაგრაფში ამგვარი სისტემისთვის დავადგინეთ, რომ მისი მთლიანი $\vec{P}$ არ იცვლება, ვინაიდან ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს. ეს წესი ძალიან გამოსადეგია და წინასწარ გვამცნობს შეჯახების შედეგებს დეტალების ცოდნის გარეშე.

ჩვენთვის ორი შეჯახებული სხეულისგან შემდგარი სისტემის მთლიანი კინეტიკური ენერგიაც საინტერესოა. თუ შეჯახება მთლიან კინეტიკურ ენერგიას არ ცვლის, მაშინ სისტემის კინეტიკური ენერგია ინახება. ამგვარ შეჯახებას **ელასტიური (დრეკადი)** ეწოდება. ყოველდღიურ ცხოვრებაში, მაგალითად მანქანების ან ტაფელასა და ბურთის შეჯახების დროს, კინეტიკური ენერგიის რაღაც ნაწილი ყოველთვის გადადის ენერგიის სხვა ფორმაში (მაგალითად სითბურ ენერგიასა და ბერის ენერგიაში) და, მაშასადამე, სისტემის კინეტიკური ენერგია არ ინახება. ამგვარ შეჯახებას **არაელასტიური (არადრეკადი)** ეწოდება.

ზოგიერთ შემთხვევაში, სხეულის შეჯახება *მიახლოებით* შეგვიძლია ელასტიურად მივიჩნიოთ. წარმოიდგინეთ, რომ ბურთი მყარ ზედაპირს დაეცა. თუ ზედაპირსა და ბურთს შორის შეჯახება ელასტიურია, მაშინ ბურთი კინეტიკურ ენერგიას არ დაკარგავს და საწყის სიმაღლეზე აისხლიტება. რეალურ ცხოვრებაში ასხლეტის სიმაღლე ნაკლებია და ეს ცხადყოფს, რომ შეჯახების დროს კინეტიკური ენერგიის ნაწილი დაიკარგა და შეჯახებაც არაელასტიურია. მიუხედავად ზემოთქმულისა, ჩვენ მაინც შეგვიძლია კინეტიკური ენერგიის მცირე დანაკარგი უგულებელვყოთ და შეჯახება ელასტიურად მივიჩნიოთ.

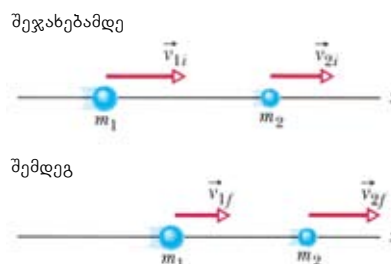
სხეულების არაელასტიურ შეჯახებას სისტემის კინეტიკური ენერგიის დანაკარგი ყოველთვის თან ახლავს. დანაკარგი უფრო მეტია, თუ სხეულები ერთმანეთს შეეწეებენ. ამ შემთხვევაში, შეჯახებას **სრულიად არაელასტიური** ეწოდება. ბეისბოლის ბურთის და ტაფელას შეჯახება არაელასტიურია, ხოლო შეჯახება სველ, საგოზავიან ბურთსა და ტაფელას შორის სრულიად არაელასტიურია, ვინაიდან ბურთი ტაფელას ეწეება. სწორედ ამიტომ, ბეისბოლს სველი, საგოზავიანი ბურთებით არ თამაშობენ.

9.9. ახიანასტიური შეჯახებაი ერთ ბანზომილიაში

ახიანასტიური შეჯახება ერთ ბანზომილიაში

9.14 სურათზე ნაჩვენებია ორი სხეული ერთგანზომილებიან შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. ასევე გამოსახულია სიჩქარე შეჯახებამდე (i ინდექსით) და შეჯახების შემდეგ (f ინდექსით). ეს ორი სხეული ჩაკეტილ და იზოლირებულ სისტემას ქმნის. ორი სხეულისგან შემდგარი სისტემისთვის იმპულსის შენახვის კანონი შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$\left(\begin{array}{c} \text{მთლიანი } \vec{P}_i \text{ იმპულსი} \\ \text{შეჯახებამდე} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{მთლიანი } \vec{P}_f \text{ იმპულსი} \\ \text{შეჯახების შემდეგ} \end{array} \right)$$



სურ. 9.14. 1 და 2 სხეული x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს. სურათზე ნაჩვენებია მდგომარეობა არაელასტიურ შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ.

იმპულსის შენახვის კანონი ასეც შეიძლება გამოისახოს:

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f} \quad (\text{იმპულსის მუდმივობა}) \quad (9.50)$$

მოძრაობა ერთ განზომილებაში ხდება, ამიტომ ვექტორების ისრები შეგვიძლია წავშალოთ და მხოლოდ ღერძის გასწვრივი კომპონენტები გამოვიყენოთ. ვინაიდან $p=mv$, 9.50 ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.51)$$

თუ მაგალითად მასები, საწყისი სიჩქარეები და ერთ-ერთი საბოლოო სიჩქარე ვიცით, მეორე საბოლოო სიჩქარესაც იოლად გამოვთვლით.

სხილიანე ახანასტიაში შაჯახება ახი ბანზომილიაში

9.15 სურათზე გამოსახულია ორი სხეული სრულიად არაელასტიურ შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. m_2 მასის სხეული თავდაპირველად უძრავია ($v_{2i}=0$). ეს სხეული სამიზნედ შეგვიძლია მივიჩნიოთ, ხოლო მეორე სხეულს სასროლი ვუწოდოთ. შეჯახების შედეგად შენეებული სხეული V სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. ამგვარ სიტუაციაში 9.51 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

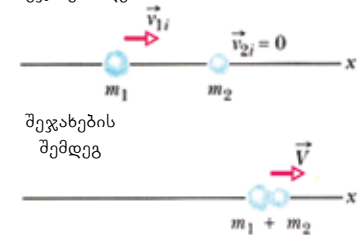
$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) V \quad (9.52)$$

ანუ

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (9.53)$$

თუ, მაგალითად, მასები და სასროლის v_{1i} საწყისი სიჩქარე ვიცით, 9.53 ფორმულის დახმარებით V სიჩქარესაც გამოვთვლით. ყურადღება მიაქცევით, რომ V სიჩქარე v_{1i} -ზე ნაკლები უნდა იყოს, რადგან $m_1/(m_1 + m_2)$ მასების შეფარდება ერთზე ნაკლებია.

შეჯახებამდე



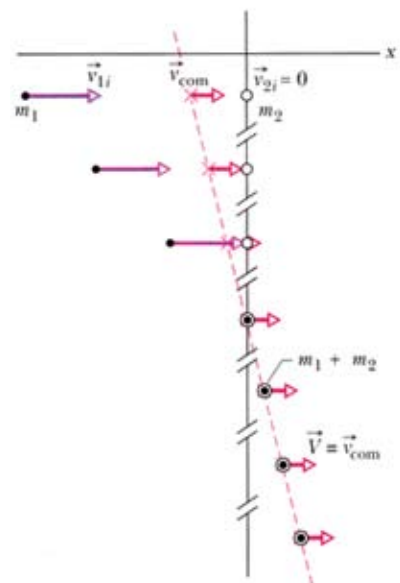
სურ. 9.15. ორი სხეულის სრულიად არაელასტიური შეჯახება. m_2 მასის სხეული შეჯახებამდე უძრავია, ხოლო m_1 მასის მეორე სხეული მისკენ მოძრაობს. შეჯახების შედეგად შენეებული ორი სხეული, როგორც ერთი, V სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას.

მასის სენსივის სიჩქარე

ჩაკეტილ, იზოლირებულ სისტემაში, სისტემის მასის ცენტრის $\vec{v}_{\text{com}}$ სიჩქარე შეჯახების შედეგად არ იცვლება, ვინაიდან ჯამური გარე ძალა, რომლის მოქმედებაც შეცვლიდა სიჩქარეს, არ არსებობს. $\vec{v}_{\text{com}}$ სიჩქარის გამოსახულების მისაღებად 9.14 სურათზე გამოსახულ, ორი სხეულისგან შემდგარ სისტემას და ერთ განზომილებაში მომხდარ შეჯახებას დავუბრუნდეთ. 9.25 ფორმულიდან ($\vec{P} = M\vec{v}_{\text{com}}$) გამომდინარე, $\vec{v}_{\text{com}}$ სიჩქარესა და ორი სხეულისგან შემდგარი სისტემის ჯამურ $\vec{P}$ იმპულსს შორის შემდეგი კავშირია:

$$\vec{P} = M\vec{v}_{\text{com}} = (m_1 + m_2)\vec{v}_{\text{com}} \quad (9.54)$$

ჯამური $\vec{P}$ იმპულსი შეჯახების დროს ინახება, ასე რომ მისი გამოთვლა 9.50 ფორმულის ორივე მხარის საშუალებით შეიძლება.



სურ. 9.16. 9.15 სურათზე ნაჩვენები სისტემის კადრები, როდესაც ორი სხეული სრულიად არაელასტიურად ეჯახება ერთმანეთს. სისტემის მასის ცენტრი ყველა კადრშია გამოსახული. მასის ცენტრის $\vec{v}_{\text{com}}$ სიჩქარეზე შეჯახება გავლენას არ ახდენს. შეჯახების შემდეგ სხეულები ერთმანეთს ენეება და მათი საერთო $\vec{V}$ სიჩქარე $\vec{v}_{\text{com}}$ -ის ტოლია.

მოდით ამ ფორმულის მარცხენა მხარის გამოყენებით ჩავწეროთ:

$$\vec{P} = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} \quad (9.55)$$

9.54 ფორმულაში $\vec{P}$ -ს ნაცვლად ეს გამოსახულება ჩავსვათ და $\vec{v}_{\text{com}}$ -სთვის ამოვხსნათ:

$$\vec{v}_{\text{com}} = \frac{\vec{P}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}}{m_1 + m_2} \quad (9.56)$$

მიღებული ფორმულის მარჯვენა მხარე მუდმივაა, ე.ი. $\vec{v}_{\text{com}}$ -ის მნიშვნელობაც შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ არ იცვლება.

9.16 სურათზე გამოსახულ კადრებზე სრულიად არაელასტიური შეჯახების დროს მასის ცენტრის მოძრაობაა ნაჩვენები. მეორე სხეული სამიზნეა და 9.56 ფორმულაში მისი საწყისი იმპულსია $\vec{p}_{2i} = m_2 \vec{v}_{2i} = 0$. პირველი სხეული სასროლია და 9.56 ფორმულაში მისი საწყისი იმპულსია $\vec{p}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1i}$. ყურადღება მიაქციეთ, რომ შეჯახების შემდეგ მასის ცენტრი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობას განაგრძობს. შეჯახების შემდეგ სხეულების V საერთო სიჩქარე $\vec{v}_{\text{com}}$ -ის ტოლია, ვინაიდან მასის ცენტრი შენეებულ სხეულებთან ერთად მოძრაობს.

საკონტროლო წერტილი 9. პირველი და მეორე სხეული ერთმანეთს სრულიად არაელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). რა იქნება მათი საბოლოო იმპულსი, თუ სხეულების საწყისი იმპულსებია ა) $10 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და 0 , ბ) $10 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და $4 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$, გ) $10 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და $-4 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$?

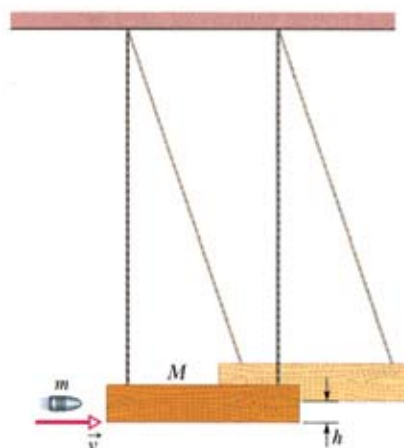
აწმყანის აწმყნის წიყი 9.8

ბალისტიკური ქანქარა ტყვიების სიჩქარის გასაზომად გამოიყენებოდა, ვიდრე დროის საზომ ელექტრონულ ხელსაწყოებს გამოიგონებდნენ.

9.17 სურათზე გამოსახული ქანქარა ორ გრძელ თოკზე ჩამოკიდებული $M = 5,4 \text{ კგ}$ მასის ხის დიდი ბლოკისგან შედგება. ბლოკს $m = 9,5 \text{ გ}$ მასის ტყვიას ესვრიან. ტყვიის მოხვედრის შემდეგ ბლოკი+ტყვიის სისტემა ამოძრავდება და მათი მასების ცენტრი ქანქარის გაჩერებამდე $h = 6,3 \text{ სმ}$ ვერტიკალურ მანძილს გადის. რა სიჩქარით მოძრაობდა ტყვია ბლოკთან შეჯახებამდე?

აწმყნა: ტყვიის v სიჩქარე h სიმაღლეს განსაზღვრავს, მაგრამ ამ ორი სიდიდის ერთმანეთთან დაკავშირებისთვის მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპს ვერ გამოვიყენებთ, ვინაიდან ტყვიის მოხვედრის დროს მექანიკური ენერგია სხვა სახის ენერგიებში გადადის. გამოსავალი ის არის, რომ 1) ტყვიისა და ბლოკის შეჯახება და 2) ტყვიისა და ბლოკის ამოძრავება (როდესაც მექანიკური ენერგია ინახება) ცალ-ცალკე უნდა განვიხილოთ.

პირველი საფეხური. ტყვია-ბლოკის სისტემაში შეჯახება ძალზე ხანმოკლეა, ამიტომ შესაძლებელია ორი რამის დაშვება: 1) შეჯახების დროს ბლოკზე მოქმედი მიზიდულობის ძალა და თოკებიდან ბლოკზე მოქმედი ძალა ერთმანეთს



სურ. 9.17. ბალისტიკური ქანქარა ტყვიის სიჩქარის გასაზომად გამოიყენება

ანონასწორებს. აქედან გამომდინარე, შეჯახების დროს ტყვია-ბლოკის სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის იმპულსი ნულის ტოლია. მაშასადამე, სისტემა იზოლირებულია და ჯამური იმპულსი მუდმივა; 2) შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება და შეჯახების შემდეგ ტყვიისა და ბლოკის მიმართულება ტყვიის საწყისი მოძრაობის მიმართულებას ემთხვევა. შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება, ბლოკი თავდაპირველად უძრავია და ტყვია ბლოკს ენებება, ამიტომ იმპულსის შენახვის პრინციპი

9.53 ფორმულით გამოვსახოთ. შესაბამისი სიმბოლოების ჩასმის შემდეგ, 9.53 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v \quad (9.57)$$

მეორე საფეხური. როდესაც ტყვია და ბლოკი ერთად იწყებს მოძრაობას, ტყვია-ბლოკი-დედამიწის სისტემის მექანიკური ენერგია ინახება (თოკებიდან ბლოკზე მოქმედი ძალა მექანიკურ ენერგიას არ ცვლის, ვინაიდან ეს ძალა ყოველთვის ბლოკის მოძრაობისადმი პერპენდიკულარულად არის მიმართული). ბლოკის მდებარეობის სანყისი დონე ათვლის დონედ მივიჩნიოთ, სადაც მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია. ამ შემთხვევაში, მექანიკური ენერგიის მუდმივობა ნიშნავს, რომ მოძრაობის დასაწყისში სისტემის

კინეტიკური ენერგია მოძრაობის უმაღლეს წერტილში მყოფი სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ტოლია. ტყვიისა და ბლოკის სიჩქარე შეჯახების შემდეგ არის V და გვექნება:

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh.$$

V -ს ნაცვლად 9.57 ფორმულა ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} v &= \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh} \\ &= \frac{0,0095 \text{ კგ} + 5,4 \text{ კგ}}{0,0095 \text{ კგ}} \sqrt{(2)(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(0,063 \text{ მ})} \\ &= 630 \text{ მ/წმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

ბალისტიკური ქანქარა “გარდამქმნელია”, რომელსაც მსუბუქი საგნის (ტყვიის) მაღალი სიჩქარე მასიური საგნის (ბლოკის) სიჩქარეზე გადაყავს და გაზომვას ამარტივებს.

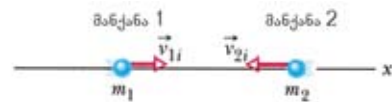
აქოსანის აქოსნის ნიჟუმი 9.9

9.18 სურათზე გამოსახული ორი მანქანა ერთმანეთს სრულიად არაელასტიურად, x ღერძის გასწვრივ ერთგანზომილებიანი მოძრაობის დროს ეჯახება. შეჯახების დროს მანქანები ჩაკეტილ სისტემას ქმნიან. მოდით დაეუშვათ, რომ შეჯახების დროს მანქანებს შორის მოქმედი ძალის იმპულსი ძალზე დიდია და გზიდან საბურავებზე მოქმედი ხახუნის ძალების იმპულსები შეგვიძლია უგულებელვყოთ. ამგვარი დაშვების შემდეგ ორი მანქანისგან შემდგარ სისტემაზე ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს.

პირველი მანქანის სანყისი სიჩქარის x ღერძის გასწვრივი კომპონენტია $v_{1i} = +25 \text{ მ/წმ}$, ხოლო მეორე მანქანისა $-v_{2i} = -25 \text{ მ/წმ}$. შეჯახების დროს თითოეულ მანქანაზე მოქმედი ძალა მანქანის სიჩქარის Δv ცვლილებას იწვევს. მძღოლის გარდაცვალების ალბათობა სწორედ Δv -ს მნიშვნელობაზეა დამოკიდებული. ჩვენ მანქანების სიჩქარეების Δv_1 და Δv_2 ცვლილებები უნდა გამოვთვალოთ.

ა) დაეუშვათ ორივე მანქანაში მხოლოდ მძღოლი ზის და თითოეული მანქანის მთლიანი მასაა (მძღოლის ჩათვლით) 1400 კგ . რისი ტოლია მანქანების სიჩქარეების Δv_1 და Δv_2 ცვლილებები?

ამოხსნა: სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია, ამიტომ მისი ჯამური იმპულსი მუდმივია. 9.51



სურ. 9.18. ორი მანქანა შეჯახებამდე

ფორმულიდან გამომდინარე:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.58)$$

შეჯახება სრულიად არაელასტიურია, შეჯახების შემდეგ ორივე მანქანა მოძრაობს, როგორც ერთი სხეული მასით $m_1 + m_2$ და სიჩქარით V . 9.58 ფორმულაში v_{1f} -ს და v_{2f} -ს ნაცვლად V ჩავსვათ და მისთვის ამოვხსნათ:

$$V = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \quad (9.59)$$

მონაცემების ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$V = \frac{(1400 \text{ კგ})(+25 \text{ მ/წმ}) + (1400 \text{ კგ})(-25 \text{ მ/წმ})}{m_1 + m_2} = 0.$$

მაშასადამე, პირველი მანქანის სიჩქარის ცვლილება:

$$\begin{aligned} \Delta v_1 &= v_{1f} - v_{1i} = V - v_{1i} \\ &= 0 - (+25 \text{ მ/წმ}) = -25 \text{ მ/წმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

მეორე მანქანის სიჩქარის ცვლილება:

$$\begin{aligned} \Delta v_2 &= v_{2f} - v_{2i} = V - v_{2i} \\ &= 0 - (-25 \text{ მ/წმ}) = +25 \text{ მ/წმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) მოდით, შეჯახება თავიდან განვიხილოთ, ოღონდ ამჯერად პირველ მანქანაში 80 კგ მასის მგზავრი ზის. რისი ტოლია Δv_1 და Δv_2 ?

ამოხსნა: ამ შემთხვევაშიც ზუსტად იგივე მეთოდს ვიყენებთ, რაც ამოცანის ა) შეკითხვის დროს გამოვიყენეთ, ოღონდ ამჯერად $m_1 = 1480$ კგ რიცხვს ვსვამთ ფორმულებში:

$$V = 0,694 \text{ მ/წმ}$$

ეს შედეგი გვაძლევს:

$$\Delta v_1 = -24,3 \text{ მ/წმ}$$

და $\Delta v_2 = +25,7 \text{ მ/წმ}$ (პასუხი)

გ) Δv_1 -ს მნიშვნელობა ნაკლებია, როდესაც მანქანაში მგზავრი ზის. მძღოლის გარდაცვალების ალბათობა Δv_1 -ზეა დამოკიდებული და ამიტომ პირველ მძღოლს ნაკლები საფრთხე ემუქრება.

სამანქანო ავარიებთან დაკავშირებულ მონაცემებში Δv არის შედის, მაგრამ მანქანების მასა და უბედური შემთხვევის აღწერა ნამდვილად არის. მკვლევარებმა მიღებული მონაცემები შეკრიბეს და გამოთვალეს, რომ პირველი მძღოლის გარდაცვალების r_1 ალბათობა შემდეგი ფორმულით მოიცემა:

$$r_1 = c \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{1,79}, \quad (9.60)$$

სადაც c მუდმივაა. ახსენით რატომ შედის ამ ფორმულაში m_2/m_1 შეფარდება და შემდეგ იგივე ფორმულის დახმარებით პირველი მძღოლის გარდაცვალების ალბათობები შეადარეთ, როდესაც მანქანაში მხოლოდ მძღოლი ზის და მძღოლთან ერთად მგზავრიც იმყოფება.

ამოხსნა: შეჯახების დროს იმპულსი ინახება და ამ ფაქტთან დაკავშირებული 9.58 ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაინეროს:

$$m_1(v_{1f} - v_{1i}) = -m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

ამ ფორმულაში $\Delta v_1 = v_{1f} - v_{1i}$ და $\Delta v_2 = v_{2f} - v_{2i}$ ჩავსვით და გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \quad (9.61)$$

მძღოლის გარდაცვალების რისკი სიჩქარის Δv ცვლილებაზეა დამოკიდებული. 9.61 ფორმულაში ჩანს, რომ Δv მნიშვნელობების შეფარდება მასების შეფარდების შებრუნებულია და 9.60 ფორმულაში ალბათობის (r) მასების შეფარდებაზე დამოკიდებულება ამითაა განპირობებული.

ამოცანის ა) შეკითხვიდან და 9.60 ფორმულიდან გამომდინარე, როდესაც მანქანაში მხოლოდ პირველი მძღოლი იმყოფება, მისი გარდაცვალების რისკია:

$$r_1 = c \left(\frac{1400 \text{ კგ}}{1400 \text{ კგ}} \right)^{1,79} = c. \quad (9.62)$$

ამოცანის ბ) შეკითხვიდან და იგივე 9.60 ფორმულიდან გამომდინარე, როდესაც მანქანაში პირველ მძღოლთან ერთად მგზავრიც იმყოფება, მძღოლის გარდაცვალების რისკია:

$$r_1 = c \left(\frac{1400 \text{ კგ}}{1400 \text{ კგ} + 80 \text{ კგ}} \right)^{1,79} = 0,9053 c.$$

9.62 ფორმულა c -ს ნაცვლად ჩავსვით და გვექნება:

$$r_1' = 0,9053 r_1 \approx 0,91 r_1. \quad (\text{პასუხი})$$

ამროგად, პირველი მძღოლის გარდაცვალების რისკი დაახლოებით 9%-ით ნაკლებია, როდესაც მანქანაში მგზავრიც იმყოფება.

9.10 ელასტიური შეჯახებები ერთ ბანზომიწიხაში

9.8 პარაგრაფში უკვე ვთქვით, რომ რეალურ ცხოვრებაში შეჯახებები არაელასტიურია, მაგრამ ზოგიერთი მათგანი მიახლოებით შეგვიძლია ელასტიურად მივიჩნიოთ ანუ დავუშვათ, რომ შეჯახებული სხეულების ჯამური კინეტიკური ენერგია არ იცვლება და ენერგიის სხვა სახეობებში არ გადადის:

$$\left(\begin{array}{c} \text{ჯამური კინეტიკური} \\ \text{ენერგია შეჯახებამდე} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{ჯამური კინეტიკური} \\ \text{ენერგია შეჯახების შემდეგ} \end{array} \right)$$

ეს არ ნიშნავს, რომ ცალკეული სხეულის კინეტიკური ენერგია არ იცვლება.

ელასტიური შეჯახების დროს თითოეული სხეულის კინეტიკური ენერგია შესაძლოა შეიცვალოს, მაგრამ სისტემის ჯამური კინეტიკური ენერგია არ იცვლება.

მაგალითად, ბილიარდის თამაშის დროს ერთი ბურთის მეორესთან შეჯახება მიახლოებით შეგვიძლია ელასტიურად მივიჩნიოთ. თუ შეჯახება პირდაპირ ხდება, შეჯახებული ბურთის კინეტიკური ენერგია თითქმის მთლიანად სამიზნე ბურთს გადაეცემა (მიუხედავად ჩვენი დაშვებისა, შეჯახების დროს გამოცემული ხმა ნიშნავს, რომ კინეტიკური ენერგიის რაღაც ნაწილი მაინც გადავიდა ბგერის ენერგიაში).

ძიხვი სამოხე

9.19 სურათზე გამოსახულია ორი სხეული ერთ განზომილებაში შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. შეჯახება ბილიარდის ბურთების შეჯახების მაგვარია. m_1 მასის და v_{1i} სანყისი სიჩქარის სასროლი სხეული m_2 მასის და უძრავი ($v_{2i}=0$) სამიზნე სხეულისკენ მოძრაობს. დავუშვათ, რომ ორი სხეულისგან შემდგარი სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია. ამ შემთხვევაში, სისტემის ჯამური იმპულსი ინახება და 9.51 ფორმულიდან გამომდინარე:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (\text{იმპულსი}) \quad (9.63)$$

თუ შეჯახება ელასტიურია, მაშინ ჯამური კინეტიკური ენერგიაც ინახება და გვექნება:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{კინეტიკური ენერგია}) \quad (9.64)$$

თითოეულ ამ ფორმულაში i ინდექსი სხეულების სანყისი სიჩქარეებს ასახავს, ხოლო f ინდექსი - საბოლოო სიჩქარეებს. თუ სხეულების მასები და პირველი სხეულის v_{1i} სანყისი სიჩქარე ვიცით, უცნობი სიდიდეები მხოლოდ სხეულების v_{1f} და v_{2f} საბოლოო სიჩქარეებია. ჩვენს განკარგულებაში ორი ფორმულა და მაშასადამე ორი უცნობის გამოთვლა შესაძლებელია.

თავდაპირველად 9.63 ფორმულა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2 v_{2f} \quad (9.65)$$

9.64 ფორმულას კი ასეთი სახე მივცეთ:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 v_{2f}^2 \quad (9.66)$$

შემდეგ 9.66 ფორმულა 9.65 ფორმულაზე გავყოთ და გარდაქმნები შევასრულოთ:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (9.67)$$

და

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \quad (9.68)$$

9.68 ფორმულაში ჩანს, რომ v_{2f} სიჩქარე ყოველთვის დადებითია (თავდაპირველად უძრავი, m_2 მასის სამიზნე სხეული ყოველთვის მოძრაობას იწყებს). 9.67 ფორმულიდან გამომდინარე v_{1f} სიჩქარეს ორივე ნიშანი შეიძლება ჰქონდეს (m_1 მასის სასროლი სხეული მოძრაობას განაგრძობს, თუ $m_1 > m_2$, ხოლო თუ $m_1 < m_2$, სასროლი აისხლიტება).

მოდით რამდენიმე განსაკუთრებული შემთხვევა განვიხილოთ.

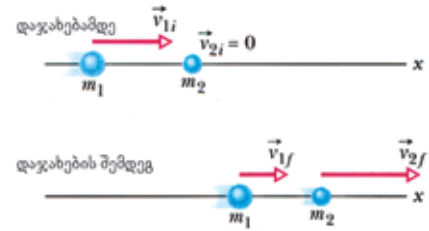
1. თანაბარი მასები. თუ $m_1 = m_2$, 9.67 და 9.68 ფორმულები მარტივდება:

$$v_{1f} = 0 \quad \text{და} \quad v_{2f} = v_{1i}$$

ამგვარ შედეგს მხოლოდ ბილიარდის კარგი მოთამაშეები იღებენ. ამ ფორმულების თანახმად, თანაბარი მასების სხეულების შეჯახების შემდეგ პირველი სხეული (თავდაპირველად მოძრავი) ჩერდება, ხოლო მეორე სხეული (თავდაპირველად უძრავი) პირველი სხეულის სიჩქარით იწყებს მოძრაობას. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, თანაბარი მასების სხეულები უბრალოდ სიჩქარეებს ცვლიან. იგივე შედეგს მივიღებთ, თუ მეორე სხეული თავდაპირველად უძრავი არ არის.

2. მასიური სამიზნე. 9.19 სურათზე მასიური სამიზნე ნიშნავს, რომ $m_2 \gg m_1$. მაგალითად, ჩვენ შეგვიძლია გოლფის ბურთი ზარბაზნის უძრავ ბირთვს მოვახვედროთ. ამ შემთხვევაში, 9.67 და 9.68 ფორმულები მოგვცემს:

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \quad \text{და} \quad v_{2f} \approx \left(\frac{2m_1}{m_2}\right) v_{1i} \quad (9.69)$$



სურ. 9.19. პირველი სხეული x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს და უძრავ მეორე სხეულს ელასტიურად ეჯახება. შეჯახების შემდეგ ორივე სხეული ღერძის გასწვრივ მოძრაობას განაგრძობს.

მაშასადამე, პირველი სხეული (გოლფის ბურთი) აისხლიტება და სანყისი ტრაექტორიით სანინაალმდეგო მიმართულებით მოძრაობს, ხოლო მისი სიჩქარის სიდიდე არ იცვლება. უძრავი მეორე სხეული (ზარბაზნის ბირთვი) დაბალი სიჩქარით წინ გადაადგილდება, ვინაიდან 9.69 ფორმულის ფრჩხილებში ჩასმული სიდიდე ერთზე ბევრად ნაკლებია.

3. მასიური სასროლი. ამ შემთხვევაში $m_1 \gg m_2$ და უკვე ზარბაზნის ბირთვს ვესვრით გოლფის ბურთს. 9.67 და 9.68 ფორმულები გვაძლევს:

$$v_{1f} \approx v_{1i} \text{ და } v_{2f} \approx 2v_{1i}. \quad (9.70)$$

9.70 ფორმულის თანახმად, პირველი სხეული (ზარბაზნის ბირთვი) მოძრაობას განაგრძობს და მისი სიჩქარე თითქმის უცვლელია. მეორე სხეული (გოლფის ბურთი) ზარბაზნის ბირთვის წინ ორჯერ უფრო სწრაფად გაგორდება.

შესაძლოა გაგინდეთ შეკითხვა: რატომ მაინცდამაინც ორჯერ სწრაფად? პასუხის გასაცემად გავიხსენოთ, რომ 9.69 ფორმულით აღწერილი შეჯახების დროს მსუბუქი სხეულის (გოლფის ბურთის) სიჩქარე $+v$ -დან $-v$ -მდე ანუ $2v$ -ით იცვლებოდა. იგივე ხდება ამ შემთხვევაშიც, მაგრამ ამჯერად სიჩქარე 0 -დან $2v$ -მდე იცვლება.

მოდელი სამიზნე

ჩვენ უკვე განვიხილეთ სასროლი სხეულის და უძრავი სამიზნის ელასტიური შეჯახება. მოდით ამჯერად დავაკვირდეთ შემთხვევას, როდესაც ელასტიურ შეჯახებამდე ორივე სხეული მოძრაობს.

9.20 სურათზე გამოსახული მდგომარეობის შემთხვევაში, იმპულსის შენახვის კანონი ასე ჩაიწერება:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.71)$$

კინეტიკური ენერგიის შენახვის კანონი კი ასე სახეს მიიღებს:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (9.72)$$

v_{1f} -სა და v_{2f} -ის გამოთვლისთვის 9.71 ფორმულა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = -m_2 (v_{2i} - v_{2f}) \quad (9.73)$$

9.72 ფორმულას კი ასეთი სახე მივცეთ:

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2 (v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f}) \quad (9.74)$$

შემდეგ 9.74 ფორმულა 9.73 ფორმულაზე გავყოთ და გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \quad (9.75)$$

და

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}. \quad (9.76)$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ სხეულებისთვის 1 და 2 ინდექსის მინიჭება პირობითია. თუ 9.20 სურათზე და 9.75-9.76 ფორმულებში ინდექსებს გადავანაცვლებთ, მიღებული შედეგი არ შეიცვლება. ასევე გაითვალისწინეთ, რომ თუ $v_{2i} = 0$ ანუ მეორე სხეული უძრავი სამიზნე ხდება, მაშინ 9.75-9.76 ფორმულები 9.67-9.68 ფორმულებზე დაიყვანება.



სურ. 9.20. ორი სხეული ელასტიურ შეჯახებას ერთ განზომილებაში განიცდის

საკონტროლო წერტილი 10. რა იქნება 9.19 სურათზე გამოსახული სამიზნის საბოლოო იმპულსი, თუ სასროლი სხეულის სანყისი იმპულსია $6 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და საბოლოო იმპულსია ა) $2 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და ბ) $-2 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$? გ) რა იქნება სამიზნის საბოლოო კინეტიკური ენერგია, თუ სასროლი სხეულის სანყისი და საბოლოო კინეტიკური ენერგიებია შესაბამისად 5 ჯ და 2 ჯ ?

აქოსანის აქოსანის ნიქაჟი 9.10

ვერტიკალურ თოქებზე ჩამოკიდებული ლითონის ორი სფერო თავდაპირველად ერთმანეთს ეხება (სურ. 9.21). შემდეგ $m_1=30$ გ მასის პირველი სფერო $h_1=8$ სმ სიმაღლეზე მარცხნივ გასწიეს და ხელი გაუშვეს. პირველი სფერო $m_2=75$ გ მასის მეორე სფეროს ელასტიურად ეჯახება. რა იქნება პირველი სფეროს v_{1f} სიჩქარე შეჯახების შემდეგ?

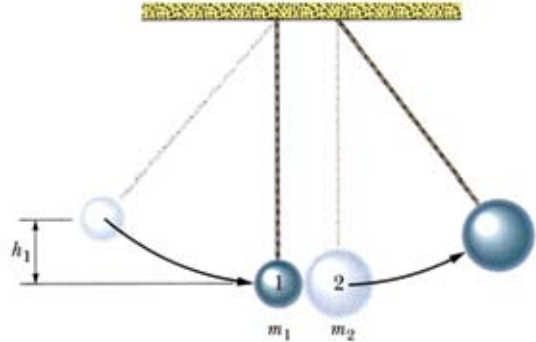
ამოხსნა: სფეროების მოძრაობა ორ ეტაპად შეგვიძლია დავყოთ და შემდეგ ისინი ცალ-ცალკე გავანალიზოთ. ეს ეტაპებია: 1) პირველი სფეროს მოძრაობა შეჯახებამდე და 2) სფეროების შეჯახება.

პირველი ეტაპი. პირველი სფეროს მოძრაობის დროს სფერო-დედამინის სისტემის მექანიკური ენერგია ინახება (მექანიკურ ენერგიას თოკიდან პირველ სფეროზე მოქმედი ძალა არ ცვლის, ვინაიდან ეს ძალა ყოველთვის სფეროს მოძრაობის მიმართულებისადმი პერპენდიკულარულია). პირველი სფეროს მდებარეობის უდაბლესი დონე ათვლის დონედ მივიჩნიოთ, სადაც მიზიდულობის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია. ამ შემთხვევაში, პირველი სფეროს კინეტიკური ენერგია უდაბლეს დონეზე სისტემის მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის ტოლია, როდესაც პირველი სფერო h_1 სიმაღლეზე იმყოფება:

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 = m_1gh_1$$

ეს ფორმულა პირველი სფეროს შეჯახებამდე v_{1i} სიჩქარისთვის ამოვხსნათ:

$$v_{1i} = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(0,08 \text{ მ})} = 1,252 \text{ მ/წმ}$$



სურ. 9.21. თოქებზე ჩამოკიდებული ლითონის სფეროები თავდაპირველად ერთმანეთს ეხება. შემდეგ m_1 მასის პირველი სფერო h_1 სიმაღლეზე მარცხნივ გასწიეს და ხელი გაუშვეს.

მეორე ეტაპი. ჩვენ უკვე დავუშვით, რომ შეჯახება ელასტიურია, მაგრამ ამჯერად კიდევ ორი დაშვება გვქვია. პირველ რიგში ჩვენ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება, ვინაიდან სფეროები შეჯახების წინ და შეჯახების შემდეგ მიახლოებით ჰორიზონტალურად მოძრაობენ. გარდა ამისა, შეჯახება ძალიან ხანმოკლეა და სფეროებისგან შემდგარი სისტემა ჩაკეტილად და იზოლირებულად შეგვიძლია მივიჩნიოთ. ეს ნიშნავს, რომ სისტემის ჯამური იმპულსი ინახება. ამის შემდეგ 9.67 ფორმულის გამოყენებით შეჯახების შემდეგ პირველი სფეროს სიჩქარე გამოვთვალოთ:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{0,03 \text{ კგ} - 0,075 \text{ კგ}}{0,03 \text{ კგ} + 0,075 \text{ კგ}} (1,252 \text{ მ/წმ})$$

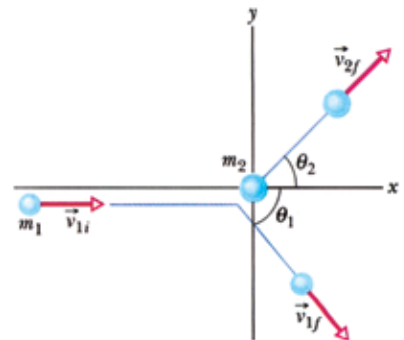
$$= -0,537 \text{ მ/წმ} \approx -0,54 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

მინუს ნიშანი გვამცნობს, რომ პირველი სფერო შეჯახების შემდეგ მარცხნისკენ მოძრაობს.

9.11. შახახაბი ოხ ბანზომიქაჟი

ორი სხეულის შეჯახების დროს, მათ შორის მოქმედი ძალის იმპულსი სხეულების შემდგომი მოძრაობის მიმართულებას განსაზღვრავს. როდესაც შეჯახება პირდაპირი არ არის, სხეულები საწყისი ღერძის გასწვრივ მოძრაობას არ განაგრძობენ. ჩაკეტილ, იზოლირებულ სისტემაში მომხდარი ორგანზომილებიანი შეჯახების დროს ჯამური იმპულსი კვლავ ინახება:

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f} \quad (9.77)$$



სურ. 9.22. ორ სხეულს შორის მომხდარი ირიბი, ელასტიური შეჯახება. m_2 მასის სხეული (სამიზნე) თავდაპირველად უძრავია.

თუ შეჯახება ელასტიურია, მაშინ ჯამური კინეტიკური ენერგიაც ინახება:

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f} \quad (9.78)$$

9.77 ფორმულა ორ განზომილებაში მომხდარი შეჯახების გაანალიზებისთვის უფრო გამოდგება თუ მას xy კოორდინატთა სისტემის კომპონენტების საშუალებით ჩავწერთ. მაგალითად, 9.22 სურათზე გამოსახულია სასროლ სხეულსა და თავდაპირველად უძრავ სამიზნე სხეულს შორის მომხდარი *ირიბი შეჯახება*. სხეულებს შორის მოქმედი ძალის იმპულსები სხეულებს x ღერძისადმი, რომლის გასწვრივ სასროლი სხეული მოძრაობდა, θ_1 და θ_2 კუთხეებით გადაადგილებენ. ამ შემთხვევაში, x ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის 9.77 ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 \quad (9.79)$$

ხოლო y ღერძის გასწვრივ გვექნება:

$$0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2 \quad (9.80)$$

9.78 ფორმულა სიჩქარეების მეშვეობითაც შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{კინეტიკური ენერგია}) \quad (9.81)$$

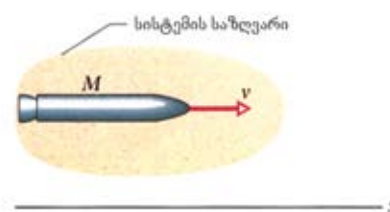
9.79-9.81 ფორმულები რამდენიმე ცვლადს შეიცავს, ესენია: ორი მასა (m_1 და m_2), სამი სიჩქარე (v_{1i} , v_{1f} და v_{2f}) და ორი კუთხე (θ_1 და θ_2). თუ ამ ცვლადებიდან ოთხი მაინც ვიცით, მაშინ დანარჩენ სამსაც გამოვთვლით.

საკონტროლო წერტილი 11. 9.22 სურათზე სასროლი სხეულის საწყისი იმპულსია $6 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$, იმპულსის საბოლოო x კომპონენტია $4 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$ და იმპულსის საბოლოო y კომპონენტია $-3 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$. რა იქნება სამიზნის იმპულსის ა) საბოლოო x კომპონენტი და ბ) საბოლოო y კომპონენტი?

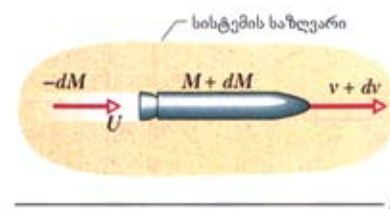
9.12. სვანდი მასის მქონე სისტემები: ჩაჯახა

აქამდე განხილული სისტემებისთვის ვუშვებდით, რომ მათი ჯამური მასა უცვლელია. ზოგჯერ, მაგალითად რაკეტის შემთხვევაში ეს ასე არ ხდება. გასროლის დროს რაკეტის მასის უმეტეს ნაწილს სარაკეტო სანავაჯი შეადგენს, რომლის უმეტესი ნაწილი იწვება და რაკეტის ძრავის გამოსაშვები ნახვრეტიდან გამოდის.

რაკეტის აჩქარების დროს მასის ცვლილების ასახვისთვის ნიუტონის მეორე კანონს არა მხოლოდ რაკეტისთვის ვწერთ, არამედ რაკეტისა და მისი წვის პროდუქტებისთვის. რაკეტის აჩქარების დროს ამ სისტემის მასა არ იცვლება.



(ა)



(ბ)

ჩაჯახის ბაჟოთხა

დავუშვათ, ჩვენ ათვლის ინერციული სისტემისადმი უძრავად ვიმყოფებით და რაკეტის აჩქარებას ვაკვირდებით. რაკეტა კოსმოსში მოძრაობს და მასზე მიზიდულობის ან ატმოსფერული წევის ძალა არ მოქმედებს. ამგვარი ერთგანზომილებიანი მოძრაობის შემთხვევაში რაკეტის მასაა M , ხოლო რაიმე t დროში მისი სიჩქარეა v (სურ. 9.23ა).

9.23ბ სურათზე ნაჩვენებია dt დროის შემდეგ მიმდინარე მოვლენები. ამჯერად რაკეტის სიჩქარეა $v + dv$, ხოლო მისი მასაა $M + dM$, სადაც მასის dM ცვლილება უარყოფითი სიდიდეა. dt დროში რაკეტიდან გამოსული გამონაბოლქვის მასაა $-dM$ და ჩვენი ათვლის ინერციული სისტემისადმი მისი სიჩქარეა U . ჩვენი სისტემა რაკეტისა და dt დროში გამოსული გამო-

სურ. 9.23. ა) M მასის აჩქარებული რაკეტა t დროში ათვლის ინერციული სისტემიდან. ბ) იგივე მდგომარეობა $t + dt$ დროში. dt დროის შუალედში გამოსული გამონაბოლქვი ნაჩვენებია.

ნაბოლქვისგან შედგება. სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია, ამიტომ dt დროში მისი იმპულსი ინახება:

$$P_i = P_f \quad (9.82)$$

სადაც i და f ინდექსები dt დროის შუალედის დასაწყისსა და დასასრულს ასახავს. 9.82 ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაინეროს:

$$Mv = -dM U + (M + dM)(v + dv) \quad (9.83)$$

ფორმულის მარჯვენა მხარეს გამოსახული პირველი წევრი dt შუალედში გამოსული გამონაბოლქვის იმპულსია, ხოლო მეორე წევრი რაკეტის იმპულსს dt შუალედის ბოლოს ასახავს.

9.83 ფორმულა გამარტივდება, თუ რაკეტასა და გამონაბოლქვს შორის არსებულ ფარდობით სიჩქარეს $v_{\text{ფარ}}$ გამოვიყენებთ. ეს სიჩქარე ათვლის ინერციული სისტემისადმი არსებულ სიჩქარეებს შემდეგი სახით უკავშირდება:

$$\left(\begin{array}{c} \text{რაკეტის სიჩქარე} \\ \text{ათვლის სისტემისადმი} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{რაკეტის სიჩქარე} \\ \text{გამონაბოლქვისადმი} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{გამონაბოლქვის სიჩქარე} \\ \text{ათვლის სისტემისადმი} \end{array} \right)$$

მოდით ეს ყველაფერი სიმბოლოების საშუალებით ჩავწეროთ:

$$(v + dv) = v_{\text{ფარ}} + U,$$

$$\text{ანუ} \quad U = v + dv - v_{\text{ფარ}} \quad (9.84)$$

U -ს გამოსახულება 9.83 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$-dM v_{\text{ფარ}} = M dv \quad (9.85)$$

9.85 ფორმულის ორივე მხარე dt -ზე გავყოთ:

$$-\frac{dM}{dt} v_{\text{ფარ}} = M \frac{dv}{dt} \quad (9.86)$$

dM/dt (რაკეტის მასის დაკარგვის ტემპი) $-R$ -ით შევცვალოთ, სადაც R არის საწვავის მოხმარების მასური ტემპი, ხოლო dv/dt რაკეტის აჩქარებაა. ამგვარი გარდაქმნების შემდეგ 9.86 ფორმულა გვაძლევს:

$$R v_{\text{ფარ}} = M a \quad (\text{რაკეტის პირველი ფორმულა}) \quad (9.87)$$

9.87 ფორმულა ნებისმიერი მომენტისთვის გამოსადეგია.

ყურადღება მიაქციეთ, რომ 9.87 ფორმულის მარცხენა მხარის ერთეული ძალის ერთეულია (კგ/წმ²·მ/წმ=კგ·მ/წმ²=ნ) და მხოლოდ რაკეტის ძრავის მახასიათებლებზეა დამოკიდებული ანუ რა R ტემპით მოიხმარს საწვავს ძრავა და რაკეტისადმი რა $v_{\text{ფარ}}$ სიჩქარით გამოდის მასა რაკეტიდან. $R v_{\text{ფარ}}$ წვევს რაკეტის ძრავის **ძალეს** ვუწოდებთ და მას T სიმბოლოთი გამოვსახავთ. თუ 9.87 ფორმულას $T = M a$ სახით ჩავწეროთ, სადაც a არის რაკეტის აჩქარება იმ მომენტში, როდესაც მისი მასაა M , ნიუტონის მეორე კანონი ნათლად წარმოგვიდგება თვალწინ.

სიჩქარის ბაჟოთვლა

როგორ შეიცვლება რაკეტის სიჩქარე საწვავის მოხმარებასთან ერთად? 9.85 ფორმულიდან გვაქვს:

$$dv_{\text{ფარ}} = -v_{\text{ფარ}} \frac{dM}{M}$$

ინტეგრება გვაძლევს:

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_{\text{ფარ}} \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M},$$

სადაც M_i არის რაკეტის საწყისი მასა, ხოლო M_f - საბოლოო მასაა. ინტეგრალების გამოთვლის შემდეგ მივიღებთ:

$$v_f - v_i = -v_{\text{ფარ}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{რაკეტის მეორე ფორმულა}) \quad (9.88)$$

ამ ფორმულის მიხედვით იზრდება რაკეტის სიჩქარე, როდესაც მისი მასა M_i -დან M_f -ზე იცვლება (9.88 ფორმულაში $\ln$ სიმბოლო ნატურალურ ლოგარითმს ასახავს). იგივე ფორმულა კარგად ასახავს რამდენიმესაფეხურიანი რაკეტის უპირატესობას, რომელშიც M_f მიმდებარე საფეხურების მოშორების შედეგად არის შემცირებული. საფეხურები რაკეტას მაშინ შორდება, როდესაც მათი საწვავი ამოიწურება. იდეალურ რაკეტას დანიშნულების ადგილზე მხოლოდ სასარგებლო ტვირთი უნდა დარჩეს.

თეორემა და შეჯამება

მასის ცენტრი. n რაოდენობის ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრი არის წერტილი, რომლის კოორდინატებია:

$$x_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad y_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad z_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i \quad (9.5)$$

ან
$$\vec{r}_{com} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (9.8)$$

სადაც M არის სისტემის ჯამური მასა.

ნიუტონის მეორე კანონი ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის. ნივთიერ წერტილთა სისტემის მასის ცენტრის მოძრაობას ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის ნიუტონის მეორე კანონი განსაზღვრავს:

$$\vec{F}_{\odot} = M \vec{a}_{com}, \quad (9.14)$$

სადაც $\vec{F}_{\odot}$ არის სისტემაზე მოქმედი ყველა გარე ძალის ჯამი, M - სისტემის ჯამური მასა, ხოლო $\vec{a}_{com}$ - სისტემის მასის ცენტრის აჩქარება.

იმპულსი და ნიუტონის მეორე კანონი. ერთი ნივთიერი წერტილის $\vec{p}$ იმპულსია:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (9.22)$$

ნიუტონის მეორე კანონი იმპულსის საშუალებით შეიძლება ჩაინეროს:

$$\vec{F}_{\odot} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (9.23)$$

ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის გვექნება:

$$\vec{P} = M \vec{v}_{com} \quad \text{და} \quad \vec{F}_{\odot} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (9.25, 9.27)$$

შეჯახება და ძალის იმპულსი. ნივთიერი წერტილის მაგვარი სხეულის შეჯახების დროს ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენება ძალის იმპულსი-იმპულსის თეორემას გვაძლევს:

$$\vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta \vec{p} = \vec{J}, \quad (9.31, 9.32)$$

სადაც $\vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta \vec{p}$ არის სხეულის იმპულსის ცვლილება, ხოლო $\vec{J}$ - შეჯახების დროს ერთი სხეულიდან მეორეზე მოქმედი $\vec{F}(t)$ ძალის შედეგად მიღებული ძალის იმპულსი:

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt. \quad (9.30)$$

თუ $\vec{F}(t)$ ძალის საშუალო სიდიდეა $F_{\text{საშ}}$ და შეჯახება Δt დროის განმავლობაში გრძელდება, მაშინ ერთ განზომილებაში მოძრაობის დროს:

$$J = F_{\text{საშ}} \Delta t. \quad (9.35)$$

როდესაც m მასის და v სიჩქარის მქონე სხეულთა ნაკადი უძრავ სხეულს ეჯახება, უძრავ სხეულზე მოქმედი საშუალო ძალაა:

$$F_{\text{საშ}} = \frac{J}{\Delta t} = - \frac{n}{\Delta t} \Delta p = - \frac{n}{\Delta t} m \Delta v, \quad (9.37)$$

სადაც $n/\Delta t$ არის სხეულთა ნაკადის უძრავ სხეულთან შეჯახების ტემპი, ხოლო Δv - თითოეული შეჯახებული სხეულის სიჩქარის ცვლილება. საშუალო ძალა ასეც შეიძლება გამოისახოს:

$$F_{\text{საშ}} = - \frac{\Delta m}{\Delta t} \Delta v, \quad (9.40)$$

სადაც $\Delta m/\Delta t$ არის უძრავ სხეულთან მასის შეჯახების ტემპი. თუ სხეულები შეჯახების დროს ჩერდება, მაშინ 9.37 და 9.40 ფორმულებში $\Delta v = -v$, ხოლო თუ სხეულები სიჩქარის ცვლილების გარეშე უკან აისხლიტება, მაშინ $\Delta v = -2v$.

იმპულსის მუდმივობა. თუ სისტემა იზოლირებულია და მასზე ჯამური გარე ძალა არ მოქმედებს, მაშინ სისტემის $\vec{P}$ იმპულსი უცვლელია:

$$\vec{P} = \text{მუდმივა (ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემა)} \quad (9.42)$$

იმპულსის მუდმივობა ასეც შეიძლება ჩაინეროს:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემა}), \quad (9.43)$$

სადაც i და f ინდექსები $\vec{P}$ -ს მნიშვნელობას რაიმე საწყის და მომდევნო დროში ასახავენ. 9.42 და 9.43 იმპულსის მუდმივობის კანონის ამსახველი ექვივალენტური ფორმულებია.

არარელატიური შეჯახება ერთ განზომილებაში. ორი სხეულის არარელატიური შეჯახების დროს, ორი სხეულისგან შემდგარი სისტემის კინეტიკური

ენერგია არ ინახება. თუ სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია, მისი ჯამური იმპულსი ინახება და ეს ფაქტი ვექტორული ფორმით შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}, \quad (9.50)$$

სადაც i და f ინდექსები იმპულსის მნიშვნელობებს ასახავს შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ.

თუ სხეულები ერთი ღერძის გასწვრივ მოძრაობენ, მაშინ შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება და 9.50 ფორმულა სიჩქარის ამ ღერძის გასწვრივი კომპონენტებით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}. \quad (9.51)$$

თუ შეჯახებისას სხეულები ერთმანეთს ეკრობა, შეჯახება *სრულიად არაელასტიურია* და გაერთიანებულ სხეულს თანაბარი V საბოლოო სიჩქარე აქვს.

მასის ცენტრის მოძრაობა. ორი შეჯახებული სხეულის ჩაკეტილი, იზოლირებული სისტემის მასის ცენტრზე შეჯახება გავლენას არ ახდენს. კერძოდ, მასის ცენტრის $\vec{v}_{\text{com}}$ სიჩქარე შეჯახების შედეგად არ იცვლება.

ელასტიური შეჯახებები ერთ განზომილებაში. *ელასტიური შეჯახების* დროს შეჯახებული სხეულების სისტემის კინეტიკური ენერგია ინახება. თუ სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია, მაშინ მისი იმპულსიც ინახება. ერთ განზომილებაში მომხდარი შეჯახების დროს, როდესაც მეორე სხეული სამიზნეა და პირველი სხეული — სასროლი, კინეტიკური ენერგიის და იმპულსის შენახვის პრინციპი შეჯახების შემდგომი სიჩქარეების გამოსახულებებს გვაძლევს:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (9.67)$$

და

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \quad (9.68)$$

შეჯახებაორგანზომილებაში. თუ ორისხეული ერთმანეთს ეჯახება და ერთი ღერძის გასწვრივ არ მოძრაობს (შეჯახება ირიბია), მაშინ შეჯახება ორ განზომილებაში ხდება. თუ ორი სხეულისგან შემდგარი სისტემა ჩაკეტილი და იზოლირებულია, შეჯახების დროს იმპულსი ინახება:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (9.77)$$

ამ ფორმულის კომპონენტური ფორმა შეჯახების აღმწერ ორ ფორმულას გვაძლევს (თითოეული განზომილებისთვის ერთი ფორმულა განკუთვნილი).

როდესაც შეჯახება ელასტიურია, კინეტიკური ენერგიის შენახვის პრინციპი მესამე ფორმულასაც გვაძლევს:

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f} \quad (9.78)$$

ცვლადი მასის მქონე სისტემები. გარე ძალების არარსებობის შემთხვევაში რაკეტა მყისი ტემპით ჩქარდება:

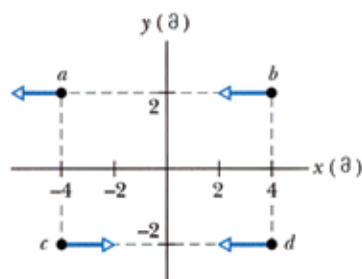
$$R v_{\text{ფარ}} = M a \quad (\text{რაკეტის პირველი ფორმულა}), \quad (9.87)$$

სადაც M არის რაკეტის მყისი მასა (საწვავის ჩათვლით), R — საწვავის მოხმარების ტემპი და $v_{\text{ფარ}}$ — საწვავის გამონაბოლქვის ფარდობითი სიჩქარე რაკეტისადმი. $R v_{\text{ფარ}}$ წევრს რაკეტის ძრავის **ძალვა** ეწოდება. როდესაც R და $v_{\text{ფარ}}$ მუდმივია, რაკეტის სიჩქარე v_i -დან v_f -ზე იცვლება და მასა M_i -დან M_f ხდება:

$$v_f - v_i = -v_{\text{ფარ}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{რაკეტის მეორე ფორმულა}) \quad (9.88)$$

შეჯახებები

1. 9.24 სურათზე გამოსახული, იდენტური მასის ოთხი ნივთიერი წერტილი ხახუნისგან თავისუფალ

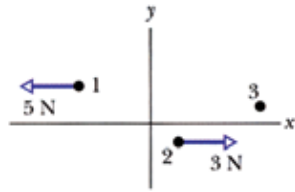


სურ. 9.24. შეკითხვა 1.

ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. სიჩქარეების მიმართულებები ნაჩვენებია, ხოლო მათი სიდიდეები ერთი და იგივეა. განიხილეთ ნივთიერ წერტილთა წყვილები. რომელი წყვილი ქმნის ისეთ სისტემას, რომლის მასის ცენტრი ა) უძრავია, ბ) უძრავია და ათვლის სათავეზე მდებარეობს და გ) ათვლის სათავეზე გადის?

2. 9.25 სურათზე გამოსახულ სამ ნივთიერ წერტილზე გარე ძალები მოქმედებს. ორ ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალების სიდიდეები და მიმართულებები ნაჩვენებია. რა სიდიდის და

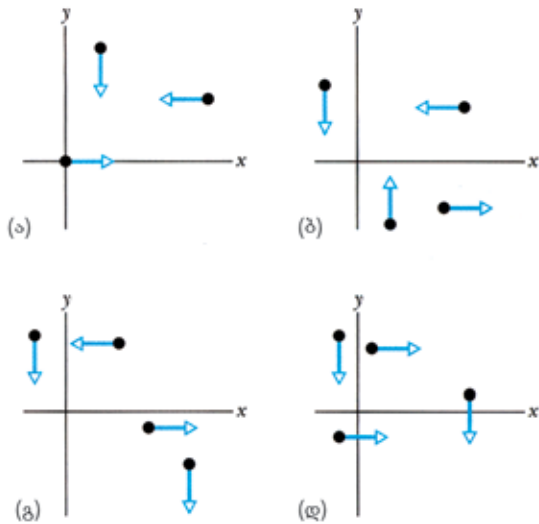
მიმართულების ძალა მოქმედებს მესამე ნივთიერ წერტილზე, თუ ნივთიერი წერტილების სისტემის მასის ცენტრი



სურ. 9.25. შეკითხვა 2.

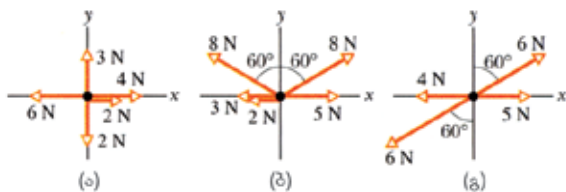
ა) უძრავია, ბ) მუდმივი სიჩქარით მარჯვნივ მოძრაობს და გ) მარჯვნივ ჩქარდება?

3. 9.26 სურათზე ნაჩვენებია სამი ან ოთხი იდენტური ნივთიერი წერტილისგან შექმნილი ოთხი ჯგუფი. წერტილები სიდიდით ერთი და იგივე სიჩქარით x ან y ღერძის პარალელურად მოძრაობენ. დალაგეთ ჯგუფები მასის ცენტრის სიჩქარის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 9.26. შეკითხვა 3.

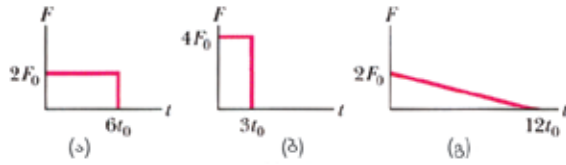
4. 9.27 სურათზე ნაჩვენებია თავისუფალი სხეულის გრაფიკები, როდესაც შოკოლადის სამ ყუთზე ჰორიზონტალური ძალები მოქმედებს და ყუთები ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება. თითოეული ყუთის შემთხვევაში იმპულსი x ღერძის გასწვრივ ინახება თუ y ღერძის გასწვრივ?



სურ. 9.27. შეკითხვა 4.

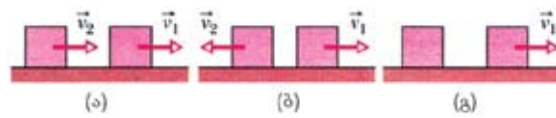
5. 9.28 სურათზე ნაჩვენებია შეჯახებულ სხეულზე მოქმედი ძალის დროზე დამოკიდებულების

გრაფიკები. დალაგეთ გრაფიკები სხეულზე მოქმედი ძალის იმპულსის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



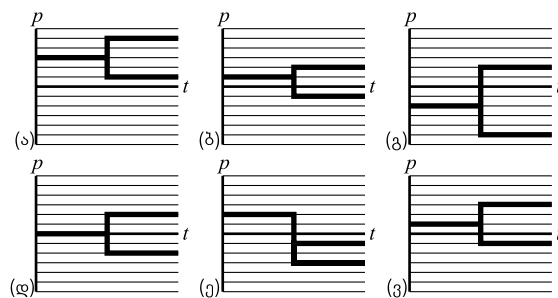
სურ. 9.28. შეკითხვა 5.

6. 9.5 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოცემული ყუთი x ღერძის გასწვრივ მუდმივი, დადებითი სიჩქარით მოძრაობს და აფეთქების შედეგად ორ ნაწილად იშლება. m_1 მასის პირველი ნაწილი $\vec{v}_1$ დადებითი სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას, ხოლო m_2 მასის მეორე ნაწილმა შესაძლებელია ა) $\vec{v}_2$ დადებითი სიჩქარით (სურ. 9.29ა), ბ) $\vec{v}_2$ უარყოფითი სიჩქარით (სურ. 9.29ბ) ან გ) ნულოვანი სიჩქარით (სურ. 9.29გ) იმოძრაოს. სამი შესაძლო შედეგი $\vec{v}_1$ -ის შესაბამისი სიდიდეების მიხედვით დიდიდან მცირეზე დალაგეთ.



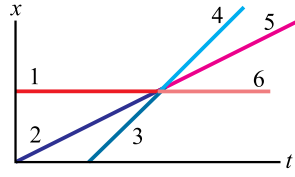
სურ. 9.29. შეკითხვა 6.

7. ჰორიზონტალურ ზედაპირზე განლაგებული ბლოკი ან უძრავია, ან x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს, ან იგივე ღერძის უარყოფითი მიმართულებით მოძრაობს. შემდეგ ბლოკი ორ ნაწილად იშლება და ნაწილები x ღერძის გასწვრივ განაგრძობს მოძრაობას. დავეუვათ, ბლოკი და ორი ნაწილი ჩაკეტილ, იზოლირებულ სისტემას ქმნის. ბლოკის და ნაწილების იმპულსების დროზე დამოკიდებულების ექვსი შესაძლო გრაფიკი 9.30 სურათზეა ნაჩვენები. რომელი გრაფიკი ასახავს ფიზიკურად შეუძლებელ მდგომარეობას და რატომ?



სურ. 9.30. შეკითხვა 7.

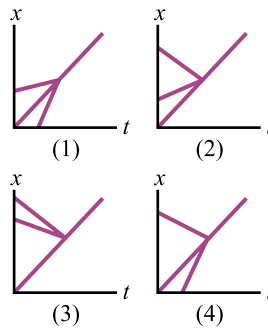
8. ორი სხეული ერთმანეთს x ღერძის გასწვრივ, ერთ განზომილებაში ელასტიურად შეეჯახა.



სურ. 9.31. შეკითხვა 8

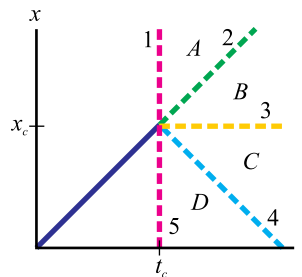
9.31 სურათზე ნაჩვენებია სხეულების და მასის ცენტრის მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ა) სხეულები თავდაპირველად მოძრაობდნენ თუ ერთ-ერთი მათგანი უძრავი იყო? წრფის რომელი მონაკვეთი შეესაბამება მასის ცენტრის მოძრაობას ბ) შეჯახებამდე და გ) შეჯახების შემდეგ? დ) შეჯახებამდე უფრო სწრაფად მოძრაობდა სხეულის მასა მეორე სხეულის მასაზე მეტია, ნაკლებია თუ მისი ტოლია?

9. 9.32 სურათზე ნაჩვენებია ორი სხეულის და მათი მასის ცენტრის მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები. სხეულები ჩაკეტილ, იზოლირებულ სისტემას ქმნიან და ერთ განზომილებიან, სრულიად არაელასტიურ შეჯახებას განიცდიან. პირველ გრაფიკზე ა) ორი სხეული და ბ) მასის ცენტრი x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს თუ უარყოფითი მიმართულებით? გ) რომელი გრაფიკი ასახავს ფიზიკურად შეუძლებელ მდგომარეობას და რატომ?



სურ. 9.32. შეკითხვა 9.

10. m_1 მასის პირველი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე, x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება და m_2 მასის უძრავ მეორე ბლოკს ელასტიურად ეჯახება. 9.33



სურ. 9.33. შეკითხვა 10.

სურათზე ნაჩვენებია პირველი ბლოკის x მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი, ვიდრე x_c ადგილზე და t_c დროში შეჯახება მოხდება. სურათის რომელ დასათაურებულ არეალში გაგრძელება გრაფიკი (შეჯახების შემდეგ) თუ ა) $m_1 < m_2$ და ბ) $m_1 > m_2$? გ) რომელი დამტრიახული წრფის გასწვრივ გაგრძელება გრაფიკი, თუ $m_1 = m_2$?

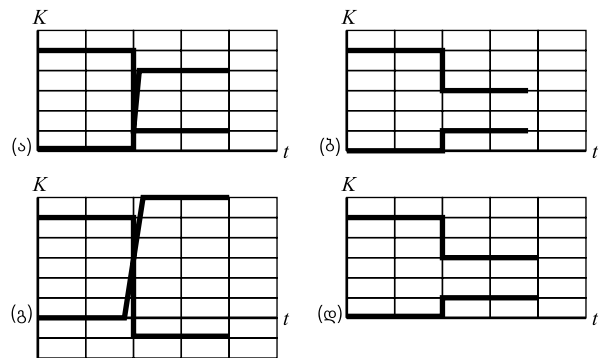
11. 9.34 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედა-



სურ. 9.34. შეკითხვა 11.

პირზე, x ღერძის გასწვრივ მოძრაობს პირველი ბლოკი, ვიდრე უძრავ მეორე ბლოკს ელასტიურად შეეჯახება. სურათზე ასევე გამოსახულია ორი ბლოკისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრის სამი შესაძლო მდებარეობა (B წერტილი ბლოკების ცენტრებიდან თანაბარ მანძილზეა განლაგებული). შეჯახების შემდეგ პირველი ბლოკი უძრავია, წინ გადაადგილდება თუ უკან ბრუნდება, როდესაც მასის ცენტრი ა) A , ბ) B და გ) C წერტილზეა განლაგებული?

12. ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება და იგივე მასის მეორე უძრავ ბლოკს ეჯახება. 9.35 სურათზე ნაჩვენებია ბლოკების K კინეტიკური ენერგიების ოთხი შესაძლო გრაფიკი შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. ა) რომელი გრაფიკი ასახავს ფიზიკურად შეუძლებელ მდგომარეობას და რატომ? რომელი გრაფიკი ასახავს საუკეთესოდ ა) ელასტიურ შეჯახებას და გ) არაელასტიურ შეჯახებას?



სურ. 9.35. შეკითხვა 12.

ამოსახები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

პარაგრაფი 9.2. მასის ცენტრი

•1. 9.36 სურათზე

ნაჩვენებია

$m_1=3\text{კგ}$, $m_2=4\text{კგ}$

და $m_3=8\text{კგ}$ მასების

ნივთიერი წერტილების სისტემა.

რა ა) x და ბ) y კოორდინატზე

მდებარეობს სისტემის მასის ცენტრი? გ) თუ m_3 მასა

თანდათანობით იზრდება, სისტემის მასის ცენტრი

ამ ნივთიერი წერტილისკენ გადაადგილდება,

შორდება მას თუ ადგილზე რჩება? **SSM**

•2. 2კგ მასის ნივთიერი წერტილის xy

კოორდინატებია $(-1,2\text{მ},0,5\text{მ})$, ხოლო 4კგ მასის

მეორე ნივთიერი წერტილის კოორდინატებია

$(0,6\text{მ};-0,75\text{მ})$. ორივე ნივთიერი წერტილი

ჰორიზონტალურ სიბრტყეზეა განლაგებული. რა

ა) x და ბ) y კოორდინატზე უნდა განლაგდეს 3კგ

მასის ნივთიერი წერტილი, რათა სამი ნივთიერი

წერტილისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრის

კოორდინატები იყოს $(-0,5\text{მ};-0,7\text{მ})$?

•3. 9.37 სურათზე, $L=22\text{მ}$ სიგრძის სამი

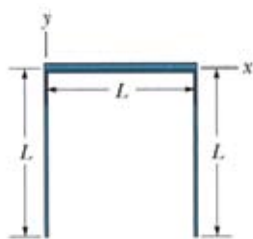
ერთნაირი ძელაკი შებრუნებულ U -ს ქმნის.

ვერტიკალური ძელაკების მასაა 14გ , ხოლო

ჰორიზონტალური ძელაკის მასა 42გ -ია. რა ა) x და

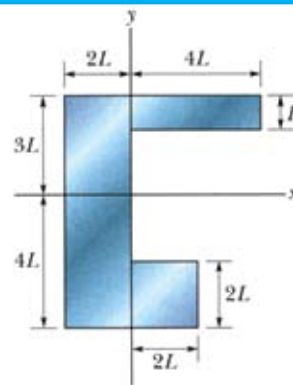
ბ) y კოორდინატზე მდებარეობს სისტემის მასის

ცენტრი?



სურ. 9.37. ამოცანა 3.

•4. რა ა) x და ბ) y კოორდინატზე მდებარეობს 9.38



სურ. 9.38. ამოცანა

სურათზე ნაჩვენები ფირფიტის მასის ცენტრი, თუ $L=5\text{სმ}$?

•5. ამიაკის მოლეკულაში

(სურ. 9.39) წყალბადის (H)

სამი ატომი ტოლგვერდა

სამკუთხედს ქმნის და

სამკუთხედის ცენტრი

წყალბადის თითოეული

ატომიდან $d=9,4 \times 10^{-11}\text{მ}$

მანძილითაა დაშორებული.

აზოტის ატომი ნაჩვენები პირამიდის წვერზეა გან-

ლაგებული, ხოლო წყალბადის ატომები პირამიდის

ფუძეს ქმნიან. აზოტის ატომური მასის წყალბადის

ატომურ მასასთან შეფარდებაა $13,9$, ხოლო

აზოტსა და წყალბადის ატომებს შორის მანძილია

$L=10,14 \times 10^{-11}\text{მ}$. რა ა) x და ბ) y კოორდინატზე

მდებარეობს მოლეკულის მასის ცენტრი? **ILW**

•6. 9.40 სურათზე ნაჩვენებია ფირფიტა და

მისი ზომებია $d_1=11\text{სმ}$, $d_2=2,8\text{სმ}$ და $d_3=13\text{სმ}$.

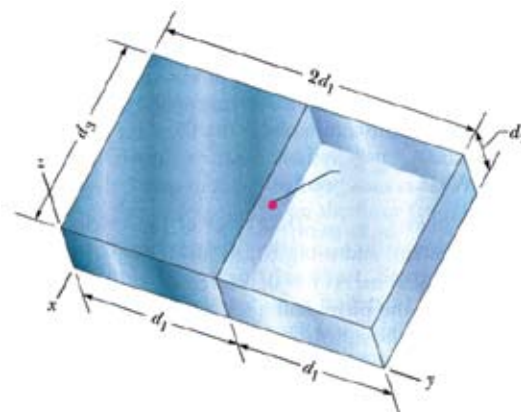
ფირფიტის ნახევარი ალუმინისგან შედგება

(სიმკვრივე $=2,7\text{გ/სმ}^3$), ხოლო მეორე ნახევარი

რკინაა (სიმკვრივე $=7,85\text{გ/სმ}^3$). რა ა) x , ბ) y და

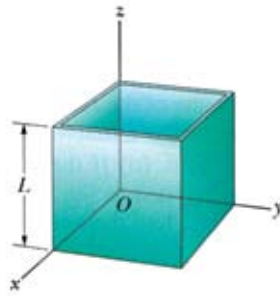
გ) z კოორდინატზე მდებარეობს ფირფიტის მასის

ცენტრი?



სურ. 9.40. ამოცანა 6.

•7. 9.41 სურათზე გამოსახული კუბის ფორმის ყუთი უმნიშვნელო სისქის ლითონის ფირფიტისგან არის დამზადებული. ყუთი ზემოდან გახსნილია და მისი გვერდის სიგრძეა $L=40\text{სმ}$. რა



სურ. 9.41. ამოცანა 7.

ა) x , ბ) y და გ) z კოორდინატზე მდებარეობს ყუთის მასის ცენტრი?

•8. ერთგვაროვანი ლითონის ჭურჭლის მასაა $0,14\text{კგ}$, ხოლო სიმაღლეა 12სმ (სურ. 9.42). ჭურჭელი $1,31\text{კგ}$ მასის სოდით გაავსეს და შემდეგ ზემოთ და ქვემოთ ნახვრეტები გაუკეთეს (ლითონის დანაკარგი უმნიშვნელოა). რა h



სურ. 9.42. ამოცანა 8.

სიმაღლეზე მდებარეობს ჭურჭლის მასის ცენტრი ა) თავდაპირველად და ბ) ჭურჭლიდან სოდის მთლიანად გამოსვლის შემდეგ? გ) რა მოსდის h სიმაღლეს სოდის დაცლის დროს? დ) თუ ნებისმიერ მომენტში დარჩენილი სოდის სიმაღლეა x , გამოთვალეთ x , როდესაც მასის ცენტრი უდაბლეს წერტილზე მდებარეობს.

პარაგრაფი 9.3. ნიუტონის მეორე კანონი ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის

•9. ქვა ვარდნას იწყებს, როდესაც $t = 0$. ორჯერ მეტი მასის ქვა იგივე წერტილიდან მაშინ ვარდება, როდესაც $t = 100$ მწმ. ა) ვარდნის დაწყების ადგილიდან რა მანძილზეა ქვების მასის ცენტრი, როდესაც $t = 300$ მწმ? (ამდროს არცერთი ქვა მიწაზე დაცემული არ არის). ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ქვების სისტემის მასის ცენტრი ამ დროს? ILW

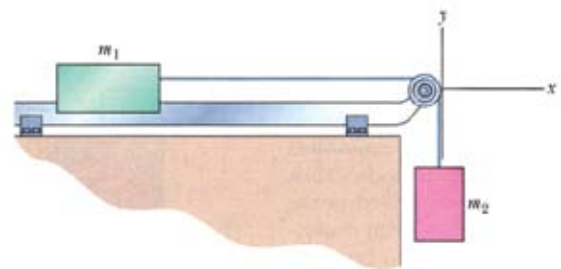
•10. 65კგ და 40კგ მასის ორ მოთხილამურეს 10მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ჭოკი უჭირავს. მოთხილამურეები ჭოკის საშუალებით ერთმანეთისკენ მოძრაობენ და ხვდებიან ერთმანეთს. რა მანძილს გაივლის 40კგ მასის მოთხილამურე?

•11. 1000კგ მასის ავტომობილი შუქნიშანთან უძრავად დგას. მწვანე შუქის ანთების დროს ავტომობილი მოძრაობას 4მ/წმ^2 აჩქარებით იწყებს. ამავე დროს 8მ/წმ სიჩქარით მოძრავი 2000კგ

მასის სატვირთო მანქანა ავტომობილს დაეწევა და უსწრებს. ა) რა მანძილზეა ავტომობილი-სატვირთო მანქანის სისტემის მასის ცენტრი შუქნიშანიდან, როდესაც $t = 3$ წმ? ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ამ დროს მასის ცენტრი?

•12. $m = 0,5\text{კგ}$ მასის ზეთისხილი xy კოორდინატთა სისტემისათვის სათავეზე დევს, ხოლო $M = 1,5\text{კგ}$ მასის ბრაზილიური თხილის კოორდინატებია $(1,2\text{მ}, 2,0\text{მ})$. როდესაც $t = 0$, $\vec{F}_0 = (2\hat{i} + 3\hat{j})$ ნ ძალა ზეთისხილზე იწყებს მოქმედებას, ხოლო თხილზე $\vec{F}_n = (-3\hat{i} - 2\hat{j})$ ნ. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანანერში რა იქნება ზეთისხილი-თხილის სისტემის მასის ცენტრის გადაადგილება, როდესაც $t = 4$ წმ?

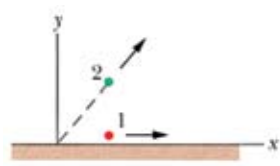
•13. 9.43 სურათზე, ერთი ბლოკი ჩამოკიდებული მეორე ბლოკთან გორგოლაჭზე გადაკიდებული თოკით არის გადაბმული. $m_1 = 0,6\text{კგ}$ მასის პირველი ბლოკის ცენტრის xy კოორდინატებია $(-0,5\text{მ}, 0\text{მ})$, ხოლო $m_2 = 0,4\text{კგ}$ მასის ჩამოკიდებული ბლოკის ცენტრის xy კოორდინატებია $(0, -0,1\text{მ})$. თოკის და გორგოლაჭის მასები უმნიშვნელოა. პირველი ბლოკი მოძრაობას იწყებს და ორივე ბლოკი მანამდე მოძრაობს, ვიდრე პირველი ბლოკი გორგოლაჭს შეეჯახება. პირველ ბლოკსა და ზედაპირს შორის, აგრეთვე გორგოლაჭსა და მის ღერძს შორის ხახუნი უმნიშვნელოა. ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანანერში რა აჩქარება ექნება ბლოკების სისტემის მასის ცენტრს? ბ) დაადგინეთ მასის ცენტრის სიჩქარის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქცია. გ) გაავლეთ მასის ცენტრის მოძრაობის ტრაექტორია. დ) თუ ტრაექტორია არანრფივია, მაღლა და მარჯვნივსკენა გადახრილი თუ დაბლა და მარცხნისკენ? თუ ტრაექტორია წრფივია, რა კუთხეს ადგენს ის x ღერძთან?



სურ. 9.43. ამოცანა 13.

•14. 9.44 სურათზე გამოსახული ორი ნივთიერი წერტილი კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავედან იწყებს მოძრაობას, როდესაც $t = 0$. $m_1 = 5\text{გ}$ მასის პირველი ნივთიერი წერტილი x ღერძის გასწვრივ (ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე)

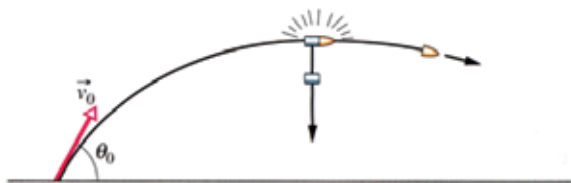
10მ/წმ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. $m_2=3\text{კგ}$ მასის მეორე ნივთიერი წერტილი x ღერძისადმი გარკვეული კუთხით და 20მ/წმ სიჩქარით მალ-



სურ. 9.44. ამოცანა 14.

ლა აისროლეს. მეორე ნივთიერი წერტილი ზუსტად პირველი წერტილის თავზე მოძრაობს. ა) რა მაქსიმალურ H_{max} სიმაღლეს მიაღწევს ნივთიერი წერტილების სისტემის მასის ცენტრი? ერთეულოვან-ვეექტორულ ჩანაწერში რა იქნება მასის ცენტრის ბ) სიჩქარე და გ) აჩქარება H_{max} სიმაღლეზე?

••15. საარტილერიო ჭურვი $\vec{v}_0=20\text{მ/წმ}$ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტალისადმი $\theta = 60^\circ$ კუთხით ისროლეს. ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილში ჭურვი აფეთქდა და თანაბარი მასის ორ ნაწილად დაიშალა (სურ. 9.45). ერთი ნაწილის სიჩქარე აფეთქების შემდეგ ნული გახდა და ვერტიკალურად ჩამოვარდა. გასროლის ადგილიდან რა მანძილზე ჩამოვარდება ჭურვის მეორე ნაწილი, თუ ტერიტორია სწორია და ჰაერის ნევის ძალა უმნიშვნელოა? **SSM**



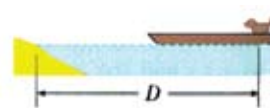
სურ. 9.45. ამოცანა 15.

••16. 80კგ მასის რიკარდო და უფრო მსუბუქი კარმელიტა 30კგ მასის კანოეში სხედან და მერსედის ტბის ხედებით ტყეზიან. როდესაც კანოე მდორე წყალში უძრავად გაჩერდა, რიკარდომ და კარმელიტამ 3მ-ით დაცილებული და კანოეს ცენტრისადმი სიმეტრიულად განლაგებული ადგილები გაცვალეს. რიკარდომ შენიშნა, რომ ადგილების შეცვლის დროს კანოე დამბისადმი ჰორიზონტალურად 40სმ-ით გადაადგილდა და კარმელიტას მასა გამოთვალა. რა მასა აქვს კარმელიტას?

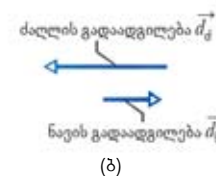
••17. 9.46ა სურათზე გამოსახული 4,5კგ მასის ძალლი ნაპირიდან $D=6,1\text{მ}$ მანძილზე მყოფ, 18კგ მასის ნავზე დგას. ძალლი ნაპირის მიმართულებით და ნავის გასწვრივ 2,4მ-ს გადის. დავუშვათ წყალსა და ნავს შორის ხახუნი არ არსებობს, რა მანძილზე

იქნება ამის შემდეგ ძალლი ნაპირიდან?

(მინიშნება: იხ. სურ. 9.46ბ. ძალლი მარცხნისკენ მოძრაობს, ხოლო ნავი მარჯვნივ, მაგრამ მოძრაობს თუ არა ნავი+ძალლის სისტემის მასის ცენტრი? **SSM WWW**



(ა)



(ბ)

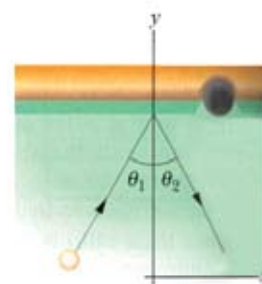
სურ. 9.46. ამოცანა 17.

პარაგრაფი 9.5. ნივთიერ წერტილთა სისტემის იმპულსი

•18. 0,7კგ მასის ბურთი 5 მ/წმ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მოძრაობს და ვერტიკალურ კედელს ეჯახება. ბურთი 2 მ/წმ სიჩქარით აისხლიტება. როგორ შეიცვლება ბურთის იმპულსი?

•19. 2100კგ მასის სატვირთო მანქანა 41 კმ/სთ სიჩქარით ჩრდილოეთისკენ მოძრაობს, შემდეგ აღმოსავლეთისკენ 51 კმ/სთ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. ა) რამდენით იცვლება სატვირთო მანქანის კინეტიკური ენერგია? რა ბ) სიდიდის და გ) მიმართულებისაა მანქანის იმპულსის ცვლილება? **ILW**

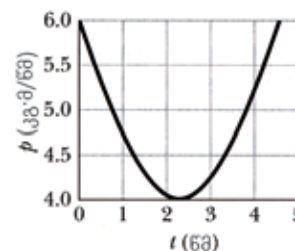
••20. 9.47 სურათზე ნაჩვენებია 0,165 კგ მასის ბურთის მოძრაობის ტრაექტორია, როდესაც ის ბილიარდის მაგიდის კიდიდან აისხლიტება. ბურთის საწყისი სიჩქარეა 2 მ/წმ, ხოლო θ_1 კუთხეა 30° . ასხლეტის



სურ. 9.47. ამოცანა 20.

დროს ბურთის y კომპონენტი საპირისპირო ხდება, ხოლო x კომპონენტი არ იცვლება. რისი ტოლია ა) θ_2 კუთხე და ბ) რამდენით იცვლება ბურთის იმპულსი ერთეულოვან-ვეექტორულ ჩანაწერში? (ამ ამოცანაში ბურთის გორვა არ განიხილება)

••21. $t=0$ დროს ბურთის ფეხი დაარტყეს. 9.48 სურათზე ნაჩვენებია ბურთის p იმპულსის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი ფრენის



სურ. 9.48. ამოცანა 21.

დროს. რა საწყისი კუთხით დაარტყეს ბურთს?

•22. ტაფელასთან შეჯახებამდე $0,3$ კგ მასის ბურთი 15 მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტალიდან ქვემოთ დახრილი 35° კუთხით მოძრაობს. რამდენით იცვლება ბურთის იმპულსი ტაფელასთან შეჯახების შემდეგ, თუ ბურთი მოძრაობს ა) 20 მ/წმ სიჩქარით და ვერტიკალურად ქვემოთ ეშვება და ბ) 20 მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტალურად უკან ბრუნდება?

პარაგრაფი 9.6. შეჯახება და ძალის იმპულსი

•23. x ღერძის გასწვრივ 14 მ/წმ სიჩქარით მოძრავ $0,4$ კგ მასის ბურთზე x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით მოდებული ძალა 27 მწმ-ის განმავლობაში მოქმედებს. ძალის სიდიდე იცვლება და ძალის იმპულსია $32,46$ მწმ. რა იქნება ა) ბურთის სიჩქარე და ბ) რა მიმართულებით იმოძრაებს ბურთი ძალის მოდების შემდეგ? რა იქნება გ) ძალის საშუალო სიდიდე და დ) ბურთზე მოქმედი ძალის იმპულსის მიმართულება? SSM

•24. 70-იან წლებში, ჰენრი ლამოტე 12 მ სიმალიდან 30 სმ სიღრმის წყალში ხტებოდა და აუდიტორიას აღაფრთოვანებდა (სურ. 9.49). დავუშვათ ლამოტე წყლის ფსკერზე ჩერდება. რა ძალის იმპულსი მოქმედებს მასზე წყლიდან? ლამოტეს მასა თქვენ აირჩიეთ.



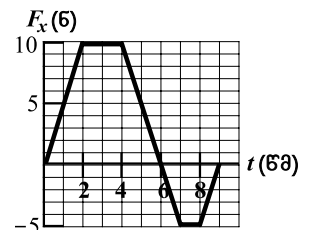
სურ. 9.49. ამოცანა 24. 30 სმ სიღრმის წყალში ხტომა

•25. 1955 წლის თებერვალში, პარაშუტისტი 370 მ სიმალიდან გადმოხტა და პარაშუტის გახსნა ვერ შეძლო და თოვლში ჩავარდა. რაოდენ გასაკვირიც არ უნდა იყოს, პარაშუტისტმა მხოლოდ მცირე დაზიანებები მიიღო. დავუშვათ, თოვლში ჩავარდნის დროს მისი სიჩქარეა 56 მ/წმ, მასაა 85 კგ და თოვლიდან მასზე მოქმედი ძალაა $1,2 \times 10^5$ ნ (მაქსიმალური სიდიდე, როდესაც ადამიანს გადარჩენის შანსი აქვს). რა ა) მინიმალური სიღრმის თოვლი გადაარჩენდა პარაშუტისტს და ბ) რა ძალის იმპულსი მოქმედებდა მასზე თოვლიდან?

•26. $1,2$ კგ მასის ბურთი ჩამოვარდა და ზედაპირზე 25 მ/წმ სიჩქარით დაეცა და შემდეგ ბურთი 10 მ/წმ სიჩქარით ახტა. ა) რა ძალის იმპულსი მოქმედებს ბურთზე ზედაპირთან კონტაქტის დროს? ბ) თუ ბურთსა და ზედაპირს შორის კონტაქტი $0,02$ მწმ-ის განმავლობაში გრძელდება, რა საშუალო ძალა მოქმედებს ბურთიდან ზედაპირზე?

•27. ყველა იცის, რომ „ზეკაცისათვის“ (Superman) ნასროლი ტყვიები მისი მკერდიდან აისხლიტება. დავუშვათ განგსტერი 3 გ მასის ტყვიებს 100 ტყვია/წმ ტემპით ესვრის „ზეკაცს“ და თითოეული ტყვიის სიჩქარეა 500 მ/წმ. ასევე დავუშვათ, რომ ტყვიები საწყისი ტრაექტორიით აისხლიტება და მათი სიჩქარე არ იცვლება. რა საშუალო ძალა მოქმედებს ტყვიებიდან „ზეკაცის“ მკერდზე?

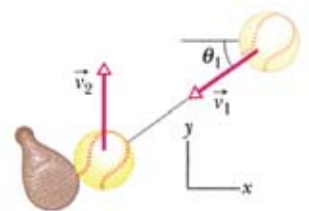
•28. 5 კგ მასის სათამაშო მანქანა x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება. 9.50 სურათზე ნაჩვენებია მანქანაზე მოქმედი F_x ძალის ცვლილების გრაფიკი. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა იქნება $\vec{P}$ ა) $t=4$ წმ და ბ) $t=7$ წმ დროს? რა იქნება $\vec{v}$ გ) $t=9$ წმ დროს?



სურ. 9.50. ამოცანა 28.

F_x ძალის ცვლილების გრაფიკი. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა იქნება $\vec{P}$ ა) $t=4$ წმ და ბ) $t=7$ წმ დროს? რა იქნება $\vec{v}$ გ) $t=9$ წმ დროს?

•29. 9.51 სურათზე ნაჩვენებია $0,3$ კგ მასის ბეისბოლის ბურთი ტაფელასთან შეჯახებამდე და შეჯახების შემდეგ. შეჯახებამდე ბურთის $\vec{v}_1$ სიჩქარეა 12 მ/წმ და θ_1 კუთხეა 35° . შეჯახების შემდეგ ბურთი მაღლა მოძრაობს $\vec{v}_2=10$ მ/წმ სიჩქარით. შეჯახება 2 მწმ-ის განმავლობაში გრძელდება. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების $(x$



სურ. 9.51. ამოცანა 29.

ლერძის დადებითი მიმართულებისადმი) ძალის იმპულსი მოქმედებს ტაფელადან ბურთზე? რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულების საშუალო ძალა მოქმედებს ტაფელადან ბურთზე?

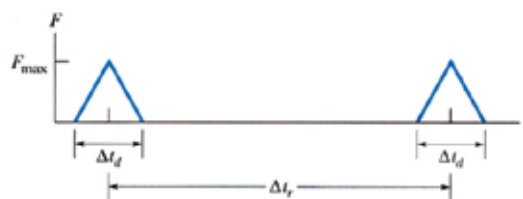
•30. ხვლიკ ბასილისკოს წყლის ზედაპირზე სირბილი შეუძლია (სურ. 9.52). თითოეული ნაბიჯის გადადგმის დროს ხვლიკი ფეხს წყალს ურტყამს და სწრაფად აწევს, რათა ფეხის გარშემო ჰაერის ღრუ გაჩნდეს. ნაბიჯის დასრულებისთვის ხვლიკი ფეხს მანამდე წევს, ვიდრე წყალი ჰაერის ღრუში შეაღწევს. თუ ხვლიკი არ უნდა ჩაიძიროს, მაშინ ფეხის დარტყმის, დაწოლის და აწევის დროს ხვლიკზე მოქმედი, მაღლა მიმართული ძალის იმპულსი მიზიდულობის ძალის შემდეგად გაჩენილი, ქვემოთ მიმართული ძალის იმპულსის ტოლი უნდა იყოს. დავუშვათ ხვლიკის მასაა 90გ, თითოეული ფეხის მასაა 3გ, წყალზე ფეხის დარტყმის სიჩქარეა 1,5მ/წმ და ნაბიჯის გადადგმას 0,6წმ სჭირდება. ა) რა სიდიდის ძალის იმპულსი მოქმედებს ხვლიკზე ფეხის დარტყმის დროს? ბ) 0,6 წმ-ის განმავლობაში ქვემოთ მიმართული რა ძალის იმპულსი მოქმედებს ხვლიკზე მიზიდულობის ძალის შედეგად? გ) რომელი მოქმედება (დარტყმა თუ ფეხის დაწოლა) ეხმარება უფრო მეტად ხვლიკს, თუ მათი მნიშვნელობა თანაბარია?



სურ. 9.52. ამოცანა 30. წყალზე მორბენალი ხვლიკი

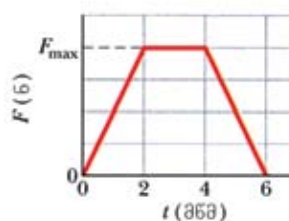
•31. ორი საშუალო ძალა. 0,25კგ მასის თოვლის გუნდებს 4მ/წმ სიჩქარით ესვრიან კედელს. თითოეული გუნდა კედელს ეკრობა. 9.53 სურათზე ნაჩვენებია კედელზე მოქმედი F ძალის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი თოვლის ორი გუნდის შეჯახებისთვის. შეჯახებებს შორის დროის შუალედია $\Delta t_r = 50$ მწმ, ხოლო თითოეული შეჯახება $\Delta t_d = 10$ მწმ-ს განმავლობაში გრძელდება. შეჯახების შედეგად გრაფიკზე ტოლფერდა სამკუთხედები ჩნდება და ძალის მაქსიმალური სიდიდეა $F_{max} = 200$ ნ. თითოეული შეჯახების დროს რისი ტოლია ა) ძალის იმპულსი და ბ) კედელზე

მოქმედი საშუალო ძალა? გ) რა საშუალო ძალა მოქმედებს კედელზე მრავალი შეჯახების განმავლობაში?



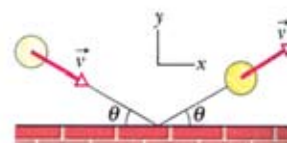
სურ. 9.53. ამოცანა 31.

•32. 9.54 სურათზე ნაჩვენებია 58გ მასის ბურთის კედელთან შეჯახების დროს მოქმედი F ძალის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. ბურთის სანყისი სიჩქარეა 34მ/წმ და კედლიდან იგივე სიჩქარით პერპენდიკულარულად აისხლიტება. რა F_{max} მაქსიმალური ძალა მოქმედებს კედლიდან ბურთზე შეჯახების დროს?



სურ. 9.54. ამოცანა 32.

•33. 9.55 სურათზე, 300 გ მასის და $v = 6$ მ/წმ სიჩქარის ბურთი კედელს $\theta = 30^\circ$ კუთხით ეჯახება და იგივე



სურ. 9.55. ამოცანა 33.

სიჩქარითა და კუთხით აისხლიტება. ბურთსა და კედელს შორის კონტაქტი 10 მწმ-ის განმავლობაში გრძელდება. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რისი ტოლია ა) კედლიდან ბურთზე მოქმედი ძალის იმპულსი და ბ) ბურთიდან კედელზე მოქმედი საშუალო ძალა?

•34. 0,25კგ მასის ჰოკეის შაიბა უმნიშვნელო ხახუნის მქონე ყინულის ზედაპირზე უძრავად ძევს. $t=0$ დროს, $\vec{F} = (12 - 3t^2)\hat{i}$ ძალა, სადაც $\vec{F}$ ნიუტონებშია, ხოლო t -წამებში, იწყებს მოქმედებას და მანამდე მოქმედებს, ვიდრე მისი სიდიდე ნულის ტოლი გახდება. ა) რა ძალის იმპულსი მოქმედებს შაიბაზე 0,5წმ-დან 1,25წმ-მდე დროის შუალედში? ბ) რამდენით იცვლება შაიბის იმპულსი $t = 0$ დროსა და იმ მომენტს შორის, როდესაც $F = 0$?

პარაგრაფი 9.7. იმპულსის მუდმივობა

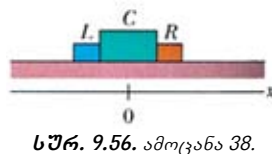
•35. 91 კგ მასის ადამიანი უმნიშვნელო ხახუნის მქონე ზედაპირზე წევს და 68 გ მასის ქვას 4 მ/წმ სიჩქარით ისვრის. რა სიჩქარეს შეიძენს ქვის მსროლელი? **SSM**

•36. სათამაშო ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე x ღერძის გასწვრივ $(-0,4 \text{ მ/წმ})\hat{i}$ სიჩქარით გადაადგილდება, როდესაც სათამაშოს შიგნით დამაგრებული ორი ზამბარა მას სამ ნაწილად ყოფს. რა სიჩქარე ექნება A ნაწილს?

ნაწილი	მასა (კგ)	სიჩქარე (მ/წმ)
A	0,5	?
B	0,6	$0,2\hat{i}$
C	0,2	$0,3\hat{i}$

•37. კოსმოსური ხომალდი დედამიწის მიმართ 4300 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს, როდესაც რაკეტის დახარჯული ძრავა რაკეტას გამოეყოფა და სამართავი მოდულის მიმართ 82 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს. ძრავის მასა მოდულის მასაზე ოთხჯერ მეტია. რა სიჩქარე აქვს სამართავ მოდულს დედამიწის მიმართ რაკეტის გაყოფის შემდეგ?

•38. 9.56 სურათზე ნაჩვენებია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე „რაკეტა“, რომლის ცენტრი x ღერძის ათვლის სათავეს



სურ. 9.56. ამოცანა 38.

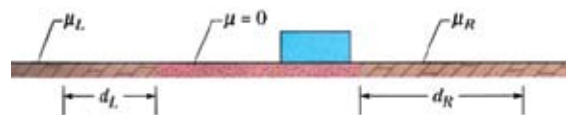
ემთხვევა. „რაკეტა“ C ცენტრალური ბლოკისგან ($M = 6 \text{ კგ}$) და L და R ბლოკებისგან ($m = 2 \text{ კგ}$) შედგება. მცირე აფეთქებას გვერდით მდებარე ბლოკების C ბლოკისგან მოშორებით და x ღერძის გასწვრივ გადაადგილება შეუძლია გამოიწვიოს. 1) $t = 0$ დროს, L ბლოკი მარცხნისკენ გადაადგილდება აფეთქების მიერ რაკეტისთვის მინიჭებული სიჩქარისადმი 3 მ/წმ სიჩქარით. 2) $t = 0,8 \text{ წმ}$ დროს, R ბლოკი მარჯვნისკენ გადაადგილდება C ბლოკის სიჩქარისადმი 3 მ/წმ სიჩქარით. როდესაც $t = 2,8 \text{ წმ}$, რა ა) სიჩქარე აქვს C ბლოკს და ბ) სად მდებარეობს მისი ცენტრი?

•39. 4 კგ მასის საგანი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მოძრაობს და 2 კგ მასის ორ ნაწილად იშლება. ერთი ნაწილი ჩრდილოეთისკენ 3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს, ხოლო მეორე ნაწილი 5 მ/წმ სიჩქარით, 30° -ით ჩრდილო-აღმოსავლეთისკენ გადაადგილდება. რა საწყისი სიჩქარე აქვს საგანს?

•40. m მასის და დამკვირვებლისადმი v სიჩქარის მქონე საგანი ორ ნაწილად იშლება. ერთი ნაწილის მასა მეორეზე სამჯერ მეტია და აფეთქება კოსმოსში ხდება. ნაკლები მასის საგანი დამკვირვებლის მიმართ ჩერდება. რა კინეტიკური ენერგია ემატება სისტემას აფეთქების დროს დამკვირვებლის ათვლის სისტემიდან?

•41. xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეზე მდებარე ჭურჭელი აფეთქების შედეგად სამ ნაწილად დაიშალა. m მასის მქონე ერთი ნაწილი $(-30 \text{ მ/წმ})\hat{i}$ სიჩქარით მოძრაობს, ასევე m მასის მქონე მეორე ნაწილი $(-30 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით გადაადგილდება, ხოლო მესამე ნაწილის მასაა $3m$. აფეთქების შემდეგ რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების სიჩქარე აქვს მესამე ნაწილს?

•42. 9.57 სურათზე გამოსახული უძრავი ბლოკი L და R ნაწილებად იშლება. ნაწილები ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება და შემდეგ ხახუნის მქონე არეალში შედიან, სადაც ორივე ჩერდება. 2 კგ მასის L ნაწილზე $\mu_L = 0,4$ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი მოქმედებს და ის $d_L = 0,15 \text{ მ}$ მანძილის გავლის შემდეგ ჩერდება. R ნაწილზე $\mu_R = 0,5$ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი მოქმედებს და ის $d_R = 0,25 \text{ მ}$ მანძილის გავლის შემდეგ ჩერდება. რა მასისაა ბლოკი?



სურ. 9.57. ამოცანა 42.

•43. 20 კგ მასის სხეული 200 მ/წმ სიჩქარით x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება და აფეთქების შედეგად სამ ნაწილად იშლება. 10 კგ მასის ერთი ნაწილი აფეთქების წერტილიდან მოშორებით, y ღერძის დადებითი მიმართულებით 100 მ/წმ სიჩქარით გადაადგილდება. 4 კგ მასის მეორე ნაწილი x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით 500 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა სიჩქარე აქვს მესამე ნაწილს? ბ) რა ენერგია გამოიყოფა აფეთქების დროს? მიზიდულობის ძალის მოქმედება უგულებელყავით. **SSM ILW WWW**

•44. A და B ნივთიერ წერტილებს შეკუმშული ზამბარა ერთად აჩერებს. გაშვების შემდეგ ზამბარა წერტილებს საპირისპირო მიმართულებით უბიძგებს. A ნივთიერი წერტილის მასა B -ზე ორჯერ მეტია და ზამბარაში შენახული ენერგიაა 60 ჯ .

დაეუშვათ ზამბარის მასა უმნიშვნელოა და მისი ენერგია მთლიანად ნივთიერ წერტილებს გადაეცემა. ენერგიის გადაცემის შემდეგ რა კინეტიკური ენერგია ექნება ა) A ნივთიერ წერტილს და ბ) B ნივთიერ წერტილს?

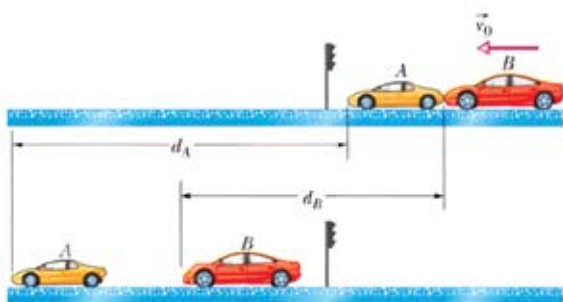
პარაგრაფი 9.9. არაელასტიური შეჯახებები ერთ განზომილებაში

•45. 5,2 კგ მასის ტყვია 672 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად მდებარე 700 კგ მასის ხის ბლოკს ეჯახება. ტყვია ბლოკიდან გამოდის და 428 მ/წმ სიჩქარით იმავე მიმართულებით განაგრძობს მოძრაობას. ა) რა სიჩქარე აქვს ბლოკს? ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ტყვია-ბლოკის მასის ცენტრი?

•46. 10 გ მასის ტყვია 2 კგ მასის ბალისტიკურ ქანქარას ეჯახება. ქანქარის მასის ცენტრი 12 სმ-ით ვერტიკალურად მაღლა გადაადგილდება. დაეუშვათ ტყვია ქანქარაში ჩარჩა, რა საწყისი სიჩქარე ჰქონდა მას?

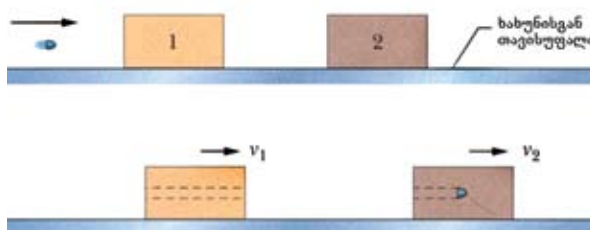
•47. $\vec{v}_1 = (-4\text{მ/წმ})\hat{i} + (-5\text{მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით მოძრავი 2 კგ მასის ნივთიერი წერტილი და $\vec{v}_2 = (6\text{მ/წმ})\hat{i} + (-2\text{მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით მოძრავი 4 კგ მასის ნივთიერი წერტილი ერთმანეთს ეჯახება. შეჯახების შედეგად ნივთიერი წერტილები შეერთდა. რა იქნება მათი სიჩქარე ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და რა იქნება ამ სიჩქარის ბ) სიდიდე და გ) კუთხე?

•48. A მანქანა (1100 კგ მასის) შუქნიშანზე გაჩერდა და მას უკნიდან B მანქანა (1400 კგ მასის) შეეჯახა. შეჯახების შემდეგ ორივე მანქანა გასრიალდა და გზიდან მოქმედმა ხახუნის ძალამ ($\mu_k = 0,13$) მანქანები $d_A = 8,2$ მ და $d_B = 6,1$ მ მანძილებზე შეაჩერა. რა იქნება ა) A მანქანის და ბ) B მანქანის სიჩქარე სრიალის დაწყებისას, შეჯახების შემდეგ? გ) დაეუშვათ შეჯახების დროს იმპულსი ინახება, რა სიჩქარე ექნება B მანქანას შეჯახებამდე? დ) ახსენით, თუ რატომ შეიძლება აღმოჩნდეს ამგვარი დაშვება არასწორი.



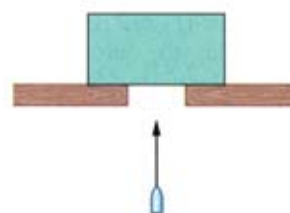
სურ. 9.58. ამოცანა 48.

•49. 9.59-ს სურათზე, 3,5 გ მასის ტყვია ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე ორ ბლოკს ჰორიზონტალურად ესროლეს. ტყვია პირველ ბლოკში (1,2 კგ მასის) გადის და მეორე ბლოკში (1,8 კგ მასის) რჩება. ბლოკების სიჩქარეები ტყვიის მოხვედრის შემდეგ $v_1 = 0,63$ მ/წმ და $v_2 = 1,4$ მ/წმ ხდება (სურ. 9.59ბ). ტყვიის მიერ პირველი ბლოკიდან გამოტანილი ნივთიერება უგულვებელყავით და გამოთვალეთ ტყვიის სიჩქარე ა) პირველი ბლოკიდან გამოსვლისას და ბ) პირველ ბლოკში შესვლისას.



სურ. 9.59. ამოცანა

•50. 9.60 სურათზე, 10 გ მასის 1000 მ/წმ სიჩქარით ვერტიკალურად ზევით გასროლილმა ტყვიამ 5 კგ მასის ბლოკის მასის ცენტრზე გაიარა. ბლოკიდან გამოსული ტყვია



სურ. 9.60. ამოცანა 50.

იგივე მიმართულებით 400 მ/წმ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. საწყისი მდებარეობიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა ბლოკი ტყვიის მოხვედრის შედეგად?

•51. 3 მ/წმ სიჩქარით მოძრავი 5 კგ მასის ბლოკი იმავე მიმართულებით და 2 მ/წმ სიჩქარით მოძრავ 10 კგ მასის ბლოკს ეჯახება. შეჯახების შემდეგ 10 კგ მასის ბლოკი 2,5 მ/წმ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. ა) რა იქნება 5 კგ მასის ბლოკის სიჩქარე შეჯახების შემდეგ? ბ) რამდენით შეიცვლება ბლოკების სისტემის ჯამური კინეტიკური ენერგია შეჯახების შედეგად? გ) დაეუშვათ, 10 კგ მასის ბლოკი შეჯახების შემდეგ 4 მ/წმ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. ამ შემთხვევაში რამდენით შეიცვლება ჯამური კინეტიკური ენერგია?

•52. საგოზავის სველი ბურთები ერთმანეთისკენ მოძრაობენ (ვერტიკალური ღერძის გასწვრივ) და სრულიად არაელასტიურად ეჯახებიან.

შეჯახებამდე 3 კგ მასის ბურთი 20 მ/წმ სიჩქარით მალა ადის, ხოლო 2 კგ მასის ბურთი 12 მ/წმ სიჩქარით დაბლა ვარდება. შეჯახების ადგილიდან რა სიმაღლეზე ავა შენეებული ბურთები? (ჰაერის წევის ძალა უგულებელყავით).

...53. 9.61 სურათზე გამოსახული პირველი ბლოკი (2 კგ მასის) 10 მ/წმ სიჩქარით მარჯვნივ მოძრაობს,



სურ. 9.61. ამოცანები 53 და 124.

ხოლო მეორე ბლოკი (5 კგ მასის) 3 მ/წმ სიჩქარით ასევე მარჯვნივ გადაადგილდება. ზედაპირი ხახუნისგან თავისუფალი და მეორე ბლოკზე 1120 ნ/მ სიხისტის ზამბარაა დამაგრებული. ბლოკების შეჯახებისას ზამბარა მაქსიმალურად იკუმშება და ბლოკების სიჩქარეები თანაბრდება. გამოთვალეთ ზამბარის მაქსიმალური შეკუმშვის მანძილი. ILW

...54. 9.62 სურათზე გამოსახული მეორე ბლოკი (1 კგ მასის) ხახუნისგან

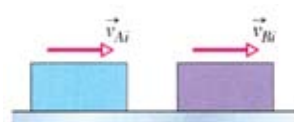


სურ. 9.62. ამოცანა 54.

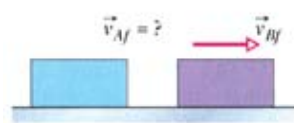
თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად ძევს და 200 ნ/მ სიხისტის მოშვებულ ზამბარას ეხება. ზამბარის მეორე ბოლო კედელზეა მიმაგრებული. $v_1 = 4$ მ/წმ სიჩქარით მოძრავი პირველი ბლოკი (2 კგ მასის) მეორე ბლოკს ეჯახება და ბლოკები ერთმანეთს ეკრობა. ბლოკების წამიერი გაჩერების მომენტში რა მანძილით შეიკუმშება ზამბარა?

პარაგრაფი 9.10. ელასტიური შეჯახებები ერთ განზომილებაში

...55. 340 გ მასის ჩემოდანი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მოძრაობს და 1,2 მ/წმ საწყისი სიჩქარით უძრავ მეორე ჩემოდანს ეჯახება, რომლის მასა უცნობია. შეჯახების შემდეგ, პირველი ჩემოდანი 0,66 მ/წმ სიჩქარით და საწყისი მიმართულებით განაგრძობს მოძრაობას. ა) რა მასა აქვს მეორე ჩემოდანს? ბ) რა სიჩქარე აქვს მეორე ჩემოდანს შეჯახების შემდეგ? გ) რა სიჩქარით მოძრაობს ჩემოდნების სისტემის მასის ცენტრი? SSM



...56. 9.63 სურათზე გამოსახული A ბლოკი (1,6 კგ მასის) ხახუნისგან თავისუფალ ზედა-



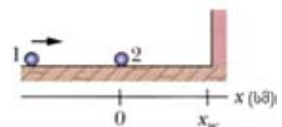
სურ. 9.63. ამოცანა 56.

პირზე B ბლოკისკენ (2,4 კგ მასის) მისრიალებს. სურათზე ნაჩვენებია შეჯახებამდე (i) და შეჯახების შემდგომი (f) სამი სიჩქარის მიმართულება. შესაბამისია სიდიდეებია $v_{Ai} = 5,5$ მ/წმ, $v_{Bi} = 2,5$ მ/წმ და $v_{Bf} = 4,9$ მ/წმ. რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება აქვს $\vec{v}_{Af}$ სიჩქარეს? გ) არის თუ არა შეჯახება ელასტიური?

...57. თანაბარი სიჩქარით მოძრავი ტიტანის ორი სფერო ერთმანეთს უახლოვდება და ელასტიურად ეჯახება. შეჯახების შემდეგ 300 გ მასის ერთ-ერთი სფერო ჩერდება. ა) რა მასა აქვს მეორე სფეროს? ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს სფეროების მასის ცენტრი, თუ თითოეული სფეროს საწყისი სიჩქარეა 2 მ/წმ?

...58. 9.64 სურათზე

გამოსახული $m_1 = 0,3$ კგ მასის ნივთიერი წერტილი 2 მ/წმ სიჩქარით x ღერძის გასწვრივ,

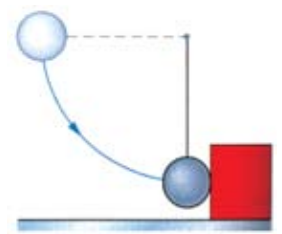


სურ. 9.64. ამოცანა 58.

მარჯვნივ გადაადგილდება (ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე). $x = 0$ კოორდინატზე ნივთიერი წერტილი $m_2 = 0,4$ კგ მასის უძრავ მეორე ნივთიერი წერტილს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). მეორე ნივთიერი წერტილი $x_w = 70$ სმ კოორდინატზე მდებარე კედლიდან აისხლიტება და სიჩქარეს არ კარგავს. x ღერძის რა კოორდინატზე შეეჯახება მეორე ნივთიერი წერტილი პირველს?

...59. 2 კგ მასის სხეული უძრავ მეორე სხეულს ელასტიურად ეჯახება და მოძრაობას საწყისი სიჩქარის ერთი მეოთხედი სიჩქარით იგივე მიმართულებით განაგრძობს. ა) რა მასა აქვს მეორე სხეულს? ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს სხეულების მასის ცენტრი, თუ 2 კგ მასის სხეულის საწყისი სიჩქარეა 4 მ/წმ? SSM

...60. 0,5 კგ მასის ფოლადის ბურთი 70 სმ სიგრძის თოკზე ჩამოკიდეს. შემდეგ თოკი პორიზონტალურ მდგომარეობაში მოიყვანეს და ბურთს გაუშვეს ხელი (სურ. 9.65). ბურთი ნონასწორობის მდებარეობაში დაეჯახა ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად მდებარე ბლოკს, რომლის მასაა 2,5 კგ. შეჯახება ელასტიურია. გამოთვალეთ ა) ბურთის სიჩქარე და



სურ. 9.65. ამოცანა 60.

ბ) ბლოკის სიჩქარე შეჯახების შემდეგ.

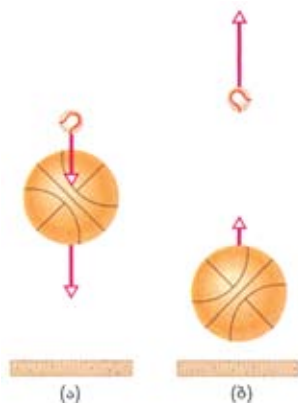
••61. m_1 მასის პირველი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება და $m_2=3m_1$ მასის უძრავ ბლოკს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). ბლოკების სისტემის მასის ცენტრი შეჯახებამდე 3მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. რა სიჩქარე ექნება ა) მასის ცენტრს და ბ) მეორე ბლოკს შეჯახების შემდეგ?

••62. 9.66 სურათზე გამოსახული m_1 მასის პირველი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ დაღმართზე, $h=2,5\text{მ}$ სიმალიდან სრიალდება და $m_2=2m_1$ მასის უძრავ მეორე ბლოკს ეჯახება. შეჯახების შემდეგ მეორე ბლოკი $\mu_k=0,5$ კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტის მქონე ზედაპირზე მოძრაობს და d მანძილის გავლის შემდეგ ჩერდება. რისი ტოლია d , თუ შეჯახება ა) ელასტიურია და ბ) სრულიად არაელასტიურია?



სურ. 9.66. ამოცანა 62.

••63. ჰორიზონტალური ზედაპირიდან $h=1,8$ სიმაღლეზე უჭირავთ $M=0,63\text{კგ}$ მასის ბურთი და მის ზევით m მასის პატარა ბურთი ისე, რომ დიდ ბურთს არ ეხება (სურ. 9.67ა). ბურთებს ერთდროულად გაუშვეს ხელი (დავე-

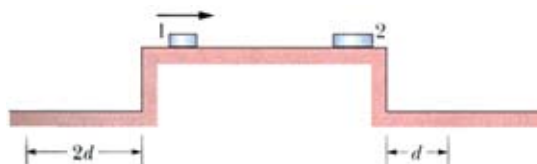


სურ. 9.67. ამოცანა 63.

შვით, რომ ბურთების რადიუსები h სიმაღლესთან შედარებით მცირეა). ა) თუ მოზრდილი ბურთი ზედაპირიდან ელასტიურად აისხლიტება და შემდეგ პატარა ბურთი მოზრდილი ბურთიდან ასევე ელასტიურად აისხლიტება, m -ის რა მნიშვნელობის დროს გაჩერდება მოზრდილი ბურთი პატარა ბურთთან შეჯახების დროს? ბ) რა სიმაღლეზე ავა ამ დროს პატარა ბურთი (სურ. 9.67ბ)? [SSM WWW](http://SSM.WWW)

••64. 9.68 სურათზე გამოსახული $m_1=0,2\text{კგ}$ მასის ჰოკეის პირველი შაიბა ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება და ჰოკეის უძრავ

მეორე შაიბას ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). მეორე შაიბა ზედაპირიდან ვარდება და ვარდნის ადგილიდან d მანძილზე ეცემა. პირველი შაიბა შეჯახების შემდეგ აისხლიტება და საპირისპირო მიმართულებით მოძრაობს. შემდეგ პირველი შაიბაც ვარდება ზედაპირიდან და ვარდნის ადგილიდან $2d$ მანძილზე ეცემა. რა მასა აქვს მეორე შაიბას? (მინიშნება: ნიშნებს ყურადღება მიაქციეთ).



სურ. 9.68. ამოცანა 64.

პარაგრაფი 9.11. შეჯახებები ორ განზომილებაში

••65. 9.22 სურათზე, პირველი ნივთიერი წერტილი ალფა ნაწილაკია, ხოლო სამიზნე მეორე ნივთიერი წერტილი ჟანგბადის ბირთვია. ალფა ნაწილაკი $\theta_1=64^\circ$ კუთხით მოძრაობს, ხოლო ჟანგბადის ბირთვი $1,2 \times 10^5\text{მ}$ სიჩქარით და $\theta_2=51^\circ$ კუთხით გადაადგილდება. ატომური მასის ერთეულებში ალფა ნაწილაკის მასაა $4u$, ხოლო ჟანგბადის ბირთვის მასაა $16u$. რა ა) საწყისი და ბ) საბოლოო სიჩქარე აქვს ალფა ნაწილაკს? ILW

••66. 2კგ მასის A და B სხეული ერთმანეთს ეჯახება. შეჯახებამდე $\vec{v}_A = (15\hat{i} + 30\hat{j})\text{მ/წმ}$, ხოლო $\vec{v}_B = (-10\hat{i} + 5\hat{j})\text{მ/წმ}$. შეჯახების შემდეგ $\vec{v}'_A = (-5\hat{i} + 20\hat{j})\text{მ/წმ}$. რა იქნება ა) B -ს საბოლოო სიჩქარე და ბ) რამდენით შეიცვლება ჯამური კინეტიკური ენერგია?

••67. 500მ/წმ სიჩქარით მოძრავი სასროლი პროტონი უძრავ სამიზნე პროტონს ელასტიურად ეჯახება. შემდეგ პროტონები პერპენდიკულარული ტრაექტორიებით მოძრაობენ და სასროლი პროტონის ტრაექტორია საწყისი მიმართულებისადმი 60° -ს ადგენს. შეჯახების შემდეგ რა სიჩქარე აქვს ა) სამიზნე პროტონს და ბ) სასროლ პროტონს?

••68. B ბურთი x ღერძის დადებითი მიმართულებით v სიჩქარით გადაადგილდება და ათვლის სათავეზე მდებარე A უძრავ ბურთს ეჯახება. ბურთების მასები სხვადასხვაა. შეჯახების შემდეგ B ბურთი y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით $v/2$ სიჩქარით განაგრძობს მოძრაობას. ა) რა მიმართულებით

მოძრაობს A ბურთი? ბ) დაამტკიცეთ, რომ A -ს სიჩქარის გამოთვლა მოცემული ინფორმაციის დახმარებით შეუძლებელია.

...69. ერთი და იგივე მასის და სანყისი სიჩქარის მქონე ორი საგანი სრულიად არაელასტიური შეჯახების შემდეგ განახევრებული სიჩქარით შორდება ერთმანეთს. გამოთვალეთ კუთხე საგნების სანყის სიჩქარეებს შორის. **SSM**

პარაგრაფი 9.12. ცვლადი მასის მქონე სისტემები: რაკეტა

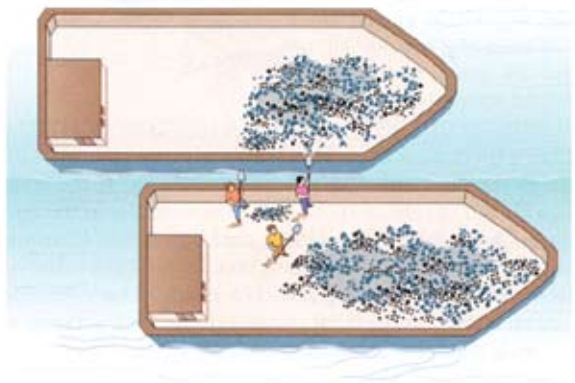
70. კოსმოსში რაკეტა ათვლის ინერციული სისტემის მიმართ უძრავია. რაკეტის ძრავამ გარკვეულ დროის შუალედში უნდა იმუშაოს. რა უნდა იყოს რაკეტის მასების შეფარდება (სანყისი და საბოლოო მასების შეფარდება) დროის ამ შუალედში, რათა ათვლის ინერციული სისტემისადმი რაკეტის სანყისი სიჩქარე ა) გამონაბოლქვის სიჩქარის (გამონაბოლქვი პროდუქტის სიჩქარე რაკეტისადმი) ტოლი და ბ) გამონაბოლქვის სიჩქარეზე ორჯერ მეტი იყოს?

71. კოსმოსში, $2,55 \times 10^5$ კგ მასის რაკეტაში, რომელიც ათვლის ინერციული სისტემისადმი უძრავია, არის $1,81 \times 10^5$ კგ სანავა. შემდეგ რაკეტის ძრავა 250 წამის განმავლობაში მუშაობს და სანავის მოხმარების ტემპია 480 კგ/წმ. რაკეტის მიმართ გამონაბოლქვი პროდუქტის სიჩქარეა 3,27 კმ/წმ. ა) რისი ტოლია რაკეტის ძალვა? 250 წამის შემდეგ რა იქნება რაკეტის ბ) მასა და გ) სიჩქარე? **SSM ILW**

72. 6090 კგ მასის კოსმოსური საკვლევი რაკეტა მზის მიმართ 105 მ/წმ სიჩქარით იუპიტერისკენ მოძრაობს. ძრავის ამუშავების შემდეგ 80 კგ მასის გამონაბოლქვი რაკეტის მიმართ 253 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. რა იქნება რაკეტის საბოლოო სიჩქარე?

73. 9.69 სურათზე გამოსახული ორი გრძელი ბარჟა მდორე წყალში ერთი და იგივე მიმართულებით მოძრაობს. ერთის სიჩქარეა 10 კმ/სთ, ხოლო მეორის სიჩქარეა 20 კმ/სთ. ერთმანეთის ჩავლის დროს ნელა მოძრავი ბარჟიდან სწრაფად მოძრავ ბარჟაზე ქვანახშირს 1000 კგ/წთ ტემპით ყრიან. რა დამატებითი ძალა უნდა უზრუნველყოს ა) სწრაფად მოძრავი ბარჟის და ბ) ნელა მოძრავი ბარჟის ძრავამ, რათა სიჩქარე არ შეიცვალოს? დაუშვით, რომ ქვანახშირს ყოველთვის სწორად ყრიან და ბარჟებსა და წყალს შორის მოქმედი

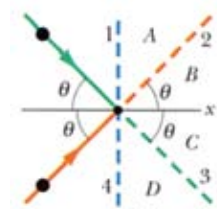
ხახუნის ძალები ბარჟების მასებზე დამოკიდებული არ არის. **SSM**



სურ. 9.69. ამოცანა 73.

დამატებითი ამოცანები

74. 9.70 სურათზე გამოსახული ორი ნივთიერი წერტილი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით გადაადგილდება. ნივთიერი წერტილთა მასები თანაბარია და

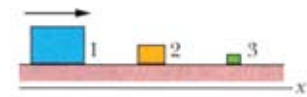


სურ. 9.70. ამოცანა 74.

მათი სანყისი სიჩქარეა $v = 4$ მ/წმ. ტრაექტორიების გადაკვეთის ადგილზე ნივთიერი წერტილები ერთმანეთს ეჯახება. x ღერძი ტრაექტორიებს შორის კუთხის ბისექტრისაა და $\theta = 40^\circ$. შეჯახების ადგილიდან მარჯვნივ მდებარე ფართობს x ღერძი და ოთხი დაშტრიხული ხაზი ოთხ რეგიონად ყოფს. რომელ რეგიონში ან რომელი წრფის გასწვრივ იმოძრავებენ ნივთიერი წერტილები, თუ შეჯახება ა) სრულიად არაელასტიურია, ბ) ელასტიურია და გ) არაელასტიურია? რა საბოლოო სიჩქარეები ექნება ნივთიერი წერტილებს, თუ შეჯახება დ) სრულიად არაელასტიურია და ე) ელასტიურია?

75. სიჩქარის გამადიდებელი. 9.71

სურათზე, m_1 მასის პირველი ბლოკი x



სურ. 9.71. ამოცანა 75.

ღერძის გასწვრივ,

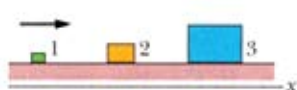
ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე $v_{1i} = 4$ მ/წმ სიჩქარით მისრიალებს და $m_2 = 0,5m_1$ მასის უძრავ მეორე ბლოკს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). შემდეგ მეორე ბლოკი $m_3 = 0,5m_2$ მასის მესამე უძრავ ბლოკს ეჯახება (კვლავ ერთ განზომილებაში). ა) რა იქნება მესამე ბლოკის სიჩქარე? მესამე ბლოკის ბ) სიჩქარე,

გ) კინეტიკური ენერგია და დ) იმპულსი პირველი ბლოკის შესაბამის საწყის მნიშვნელობაზე მეტია, ნაკლებია თუ მისი ტოლია?

76. სიჩქარის შემამცირებელი. 9.72

სურათზე, m_1 მასის პირველი ბლოკი x ღერძის გასწვრივ,

ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე 4მ/წმ სიჩქარით გადაადგილდება და $m_2=2m_1$ მასის უძრავ მეორე ბლოკს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). შემდეგ მეორე ბლოკი $m_3=2m_2$ მასის უძრავ მესამე ბლოკს ელასტიურად ეჯახება (კვლავ ერთ განზომილებაში). ა) რა იქნება მესამე ბლოკის სიჩქარე? მესამე ბლოკის ბ) სიჩქარე, გ) კინეტიკური ენერგია და დ) იმპულსი პირველი ბლოკის შესაბამის საწყის მნიშვნელობაზე მეტია, ნაკლებია თუ მისი ტოლია?



სურ. 9.72. ამოცანა 76.

77. „ფარდობითი“

მნიშვნელობანი

სიტყვა. 9.73 სურათზე, ორი ბლოკი



სურ. 9.73. ამოცანა 77.

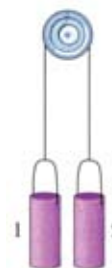
— $m_L=1\text{კგ}$ მასის L ბლოკი და $m_R=0,5\text{კგ}$ მასის R ბლოკი, რომელთა შორის შეკუმშული ზამბარაა დამაგრებული, უძრავია. ხელის გაშვების შემდეგ ზამბარა ბლოკებს ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილებს (ზამბარის მასა უმნიშვნელოა და ბლოკების ამოძრავების შემდეგ ზედაპირზე ვარდება). ა) თუ ზამბარა L ბლოკს ზედაპირის მიმართ $1,2\text{მ/წმ}$ სიჩქარეს ანიჭებს, რა მანძილზე გადაადგილდება R ბლოკი შემდგომი $0,8\text{წმ}$ -ის განმავლობაში? ბ) თუ ზამბარა L ბლოკს R ბლოკის სიჩქარის მიმართ $1,2\text{მ/წმ}$ სიჩქარეს ანიჭებს, რა მანძილზე გადაადგილდება R ბლოკი შემდგომი $0,8\text{წმ}$ -ის განმავლობაში?

78. M მასის რაკეტა x ღერძის გასწვრივ $v_i=40\text{მ/წმ}$ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. მცირე აფეთქების შედეგად რაკეტა წინა (m_1 მასის) და უკანა ნაწილებად იშლება. ორივე ნაწილი x ღერძის გასწვრივ მოძრაობას განაგრძობს. ნაწილებს შორის ფარდობითი სიჩქარეა 20მ/წმ . რა ა) მინიმალური შესაძლო v_f საბოლოო სიჩქარე შეიძლება ჰქონდეს რაკეტის წინა ნაწილს და ბ) m_1 -ის რა ზღვრული მნიშვნელობის დროს ხდება ეს? გ) რა მაქსიმალური შესაძლო v_f სიჩქარე შეიძლება ჰქონდეს რაკეტის წინა ნაწილს და დ) m_1 -ის რა ზღვრული მნიშვნელობის დროს ხდება ეს?

79. მატარებლის ვაგონი ხორბლის ელევატორის ქვემოთ $3,2\text{მ/წმ}$ მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. ხორბალი ვაგონზე 540კგ/წთ ტემპით იყრება. რა სიდიდის ძალაა საჭირო ვაგონის მუდმივი სიჩქარის შესანარჩუნებლად, თუ ხახუნი უმნიშვნელოა?

80. 915 წ წონის ადამიანი მატარებლის გრძელ ვაგონზე (2415 წ წონის) დგას და ვაგონი x ღერძის დადებითი მიმართულებით $18,2\text{მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრაობს. ხახუნი უმნიშვნელოა. შემდეგ ადამიანი ვაგონზე x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით გარბის და ვაგონის მიმართ მისი სიჩქარეა 4მ/წმ . რამდენით გაიზრდება ვაგონის სიჩქარე?

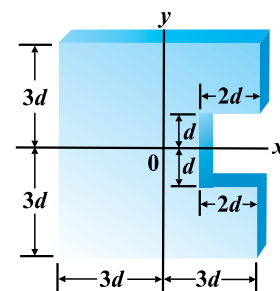
81. 9.74 სურათზე გამოსახულია შაქრის ჩასაყრელი ორი ჭურჭელი. ერთმანეთთან უმნიშვნელო მასისა და ხახუნისგან თავისუფალ გორგოლაჭზე გადაკიდული თოკით არის დაკავშირებული. თოკის მასაც უმნიშვნელოა.



სურ. 9.74. ამოცანა 81.

შაქრისა და ჭურჭლის ერთობლივი მასაა 500გ , ჭურჭლების ცენტრებს შორის მანძილია 50მმ და ისინი ერთ სიმაღლეზეა გაჩერებული. რა ჰორიზონტალური მანძილია პირველი ჭურჭლის ცენტრსა და ორი ჭურჭლისგან შემდგარი სისტემის მასის ცენტრს შორის ა) თავდაპირველად და ბ) პირველი ჭურჭლიდან მეორეში 20გ შაქრის გადაყრის შემდეგ? შაქრის გადაყრის შემდეგ ჭურჭლებს ხელი გაუშვებს. გ) რა მიმართულებით იმოძრავებს სისტემის მასის ცენტრი და დ) რა აჩქარება ექნება მას?

82. 9.75 სურათზე ნაჩვენებია $6d=6\text{მ}$ გვერდის სიგრძის კვადრატული ფირფიტა, რომელსაც $2d$ გვერდის სიგრძის კვადრატი ჩამოაჭრეს. რა ა) x და



სურ. 9.75. ამოცანა 82.

ბ) y კოორდინატზე მდებარეობს დარჩენილი ფირფიტის მასის ცენტრი?

83. $2,65\text{კგ}$ მასის ყუთი აფეთქების შედეგად სამ ნაწილად დაიშალა და სამივე ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გასრიალდა. ყუთი თავდაპირველად კოორდინატთა სისტემის ათ-

ვლის სათავეზე იმყოფებოდა. პირველი ნაწილის მასაა $m_1=0,5$ კგ, ხოლო სიჩქარეა $(10\hat{i}+12\hat{j})$ მ/წმ. მეორე ნაწილის მასაა $m_2=0,75$ კგ, სიჩქარეა $14\hat{m}/\hat{წმ}$ და 110° კუთხით მოძრაობს (x ღერძის დადებითი მიმართულებიდან საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ). ა) რა სიჩქარე აქვს მესამე ნაწილს და ბ) რა მიმართულებით გადაადგილდება?

84. 3კგ მასის და $(5\hat{m}/\hat{წმ})\hat{i}$ სიჩქარის პირველი ნივთიერი წერტილი 2კგ მასის და $(-6\hat{m}/\hat{წმ})\hat{i}$ სიჩქარის მეორე ნივთიერ წერტილს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). შეჯახების შემდეგ რა სიჩქარით მოძრაობს ა) პირველი ნივთიერი წერტილი და ბ) მეორე ნივთიერი წერტილი?

85. რაკეტის უკანასკნელი საფეხური $7600\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით მოძრაობს და ორი ნაწილისგან შედგება. ერთი ნაწილი 290 კგ მასის რაკეტის გარსია, ხოლო მეორე ნაწილი 150 კგ მასის სასარგებლო ტვირთის კაპსულაა. მოგვიანებით შეკუმშული ზამბარა ამ ორ ნაწილს განაცალკევებს და ისინი ერთმანეთის მიმართ $910\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით მოძრაობენ. რა იქნება ა) რაკეტის გარსის და ბ) სასარგებლო ტვირთის სიჩქარე განცალკევების შემდეგ? დაუშვავთ ყველა სიჩქარე ერთი და იგივე წრფის გასწვრივ მიმართული. გამოთვალეთ ორივე ნაწილის ჯამური კინეტიკური ენერგია გ) განცალკევებამდე და დ) განცალკევების შემდეგ.

86. 200 გ მასის და $3\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით მოძრავი პირველი ნივთიერი წერტილი 400 გ მასის უძრავ მეორე ნივთიერ წერტილს ერთ განზომილებაში ეჯახება. რა ძალის იმპულსი მოქმედებს პირველ ნივთიერ წერტილზე, თუ შეჯახება ა) ელასტიურია და ბ) სრულიად არაელასტიურია?

87. რადიოლოკაციურმა სადგურმა საგანი დააფიქსირა და აღმოჩნდა, რომ მისი მდებარეობის ვექტორია $\vec{r}=(3500-160t)\hat{i}+2700\hat{j}+300\hat{k}$, სადაც $\vec{r}$ მეტრებშია, ხოლო t წამებში. სადგურის x ღერძი აღმოსავლეთისკენ არის მიმართული, y ღერძი - ჩრდილოეთისკენ, ხოლო z ღერძი - ვერტიკალურად მაღლა. თუ საგანი 250 კგ მასის მეტეოროლოგიური რაკეტაა, რა იქნება მისი ა) იმპულსი, ბ) მოძრაობის მიმართულება და გ) მასზე მოქმედი ჯამური ძალა?

88. 9.10 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოცემულ განლაგებაზე დაუშვავთ, რომ პირველი სფეროს მასაა 50 გ და სანჯისი სიმაღლეა $h_1=9$ სმ, ხოლო მეორე სფეროს მასაა 85 გ. მას შემდეგ, რაც პირველი სფერო მეორე სფეროს ელასტიურად შეეჯახება,

რა სიმაღლეზე ავა ა) პირველი სფერო და ბ) მეორე სფერო? მომდევნო ელასტიური შეჯახების შემდეგ რა სიმაღლეზე ავა გ) პირველი სფერო და დ) მეორე სფერო? (მინიმუმ: დამრგვალებულ მნიშვნელობებს ნუ გამოიყენებთ).

89. 9.76 სურათზე, 80 კგ მასის ადამიანი 320 კგ მასის საჰაერო ბურთზე ჩამოკიდებულ კიბეზე ადის. ბურთი თავდაპირველად დედამიწისადმი უძრავია. თუ ადამიანი კიბისადმი $2,5\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით ადის ა) რა მიმართულებით და ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ბურთი? გ) თუ ადამიანი კიბეზე ასვლას შეწყვეტს, რა სიჩქარე ექნება ბურთს?



სურ. 9.76. ამოცანა 89.

90. $0,15$ კგ მასის ბურთი კედელს $(5\hat{m}/\hat{წმ})\hat{i} + (6,5\hat{m}/\hat{წმ})\hat{j} + (4\hat{m}/\hat{წმ})\hat{k}$ სიჩქარით ეჯახება. შემდეგ ბურთი კედლიდან $(2\hat{m}/\hat{წმ})\hat{i} + (3,5\hat{m}/\hat{წმ})\hat{j} + (-3,2\hat{m}/\hat{წმ})\hat{k}$ სიჩქარით აისხლიტება. ა) რამდენით იცვლება ბურთის იმპულსი? რა ძალის იმპულსი მოქმედებს ბ) ბურთზე და გ) კედელზე?

91. ცხრილში მოცემულია ოთხი ნივთიერი წერტილის x, y კოორდინატები და სიჩქარე გარკვეულ მომენტში. ამ მომენტში რა ა) x და ბ) y კოორდინატზე მდებარეობს მათი მასის ცენტრი და გ) რა სიჩქარე აქვს მასის ცენტრს?

ნივთიერი წერტილი	მასა (კგ)	მდებარეობა (მ)	სიჩქარე (მ/წმ)
1	2	0, 3	$-9\hat{j}$
2	4	3, 0	$6\hat{i}$
3	3	0, -2	$6\hat{j}$
4	12	-1, 0	$-2\hat{i}$

92. $0,55$ კგ მასის ბურთი ბეტონზე $12\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით ეცემა და $3\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით მაღლა აისხლიტება. y ღერძი მაღლაა მიმართული. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში ა) რამდენით იცვლება ბურთი იმპულსი, რა ძალის იმპულსი მოქმედებს ბ) ბურთზე და გ) ბეტონზე?

93. სხეული x ღერძის დადებითი მიმართულებით $2\hat{m}/\hat{წმ}$ სიჩქარით მოძრაობს და მასზე ჯამური ძალა არ მოქმედებს. შემდეგ შიდა აფეთქების გამო სხეული ერთი და იგივე 4 კგ მასის ორ

ნაწილად იშლება და ჯამური კინეტიკური ენერგია 16ჯ-ით იზრდება. საგანის წინა ნაწილი მოძრაობას საწყისი მიმართულებით განაგრძობს. რა სიჩქარით მოძრაობს საგანის ა) უკანა ნაწილი და ბ) წინა ნაწილი?

94. m_1 მასის პირველი ბლოკი 4მ/წმ სიჩქარით x ღერძის გასწვრივ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაადგილდება და $m_2=0,4m_1$ მასის უძრავ მეორე ბლოკს ერთ განზომილებაში ელასტიურად ეჯახება. შემდეგ ორივე ბლოკი 0,5 კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტის მქონე მონაკვეთში შედის და ჩერდება. რა მანძილს გაივლის ამ მონაკვეთში ა) პირველი ბლოკი და ბ) მეორე ბლოკი?

95. $t = 0$ დროს, 2×10^{-3} კგ მასის უძრავ ნივთიერ ნერტილზე $\vec{F}_1 = (-4\hat{i} + 5\hat{j})$ ნ ძალა იწყებს მოქმედებას, ხოლო 4×10^{-3} კგ მასის უძრავ ნივთიერ ნერტილზე $\vec{F}_2 = (2\hat{i} - 4\hat{j})$ ნ ძალა მოქმედებს. 0-დან 2 მწმ-მდე დროის შუალედში რისი ტოლია ნივთიერ ნერტილთა სისტემის მასის ცენტრის გადაადგილების ა) სიდიდე და ბ) კუთხე (x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი)? გ) რა კინეტიკური ენერგია აქვს მასის ცენტრს $t = 2$ მწმ დროს?

96. ატომის ბირთვი x კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეზე ძევს და სამ ნაწილაკად გარდაიქმნება. $16,7 \times 10^{-27}$ კგ მასის პირველი ნაწილაკი ათვლის სათავიდან მოშორებით (6×10^6 მ/წმ) $\hat{i}$ სიჩქარით გადაადგილდება. $8,35 \times 10^{-27}$ კგ მასის მეორე ნაწილაკი ათვლის სათავიდან ასევე მოშორებით (-8×10^6 მ/წმ) $\hat{j}$ სიჩქარით მოძრაობს. ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რისი ტოლია $11,7 \times 10^{-27}$ კგ მასის მესამე ნაწილაკის იმპულსი? ბ) რა კინეტიკური ენერგია ჩნდება გარდაქმნის შედეგად?

97. 9.77 სურათზე ნაჩვენებია 22,7 კგ მასის ციგები, რომელთა შორის პატარა მანძილია. 3,63 კგ მასის კატა პირველი ციგიდან მეორეზე ხტება და შემდეგ კვლავ პირველ ციგას უბრუნდება. ორივე ნახტომის სიჩქარე ყინულისადმი 3,05 მ/წმ-ია. რა საბოლოო სიჩქარე ექნება ა) პირველ ციგას და ბ) მეორე ციგას?



სურ. 9.77. ამოცანა 97.

98. 9.8 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოცემულ

ბალისტიკურ ქანქარაზე ტყვიის m მასაა 8 გ, ბლოკის M მასაა 7 კგ და ბლოკის ასვლის ვერტიკალური h სიმაღლეა 5 სმ. ა) ტყვიის საწყისი კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილი დარჩება ტყვია-ბლოკის ქანქარის მექანიკურ ენერგიად ბლოკთან შეჯახების შემდეგ? ბ) თუ ტყვიის საწყისი სიჩქარეს გავზრდით, ეს ნაწილი გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება? რატომ?

99. სათამაშო თოფი წამში 2 გ მასის 10 ბურთულას 500 მ/წმ სიჩქარით ისვრის. ბურთულები კედელს ხვდება. რისი ტოლია ა) თითოეული ბურთულის იმპულსი, ბ) კინეტიკური ენერგია და გ) რა საშუალო ძალა მოქმედებს კედლიდან ბურთულების ნაკადზე? დ) თუ ბურთულასა და კედელს შორის კონტაქტი 0,6 მწმ-ის განმავლობაში გრძელდება, რა საშუალო ძალა მოქმედებს კედლიდან ბურთულაზე კონტაქტის დროს? ე) რატომ განსხვავდება ერთმანეთისგან გ) და დ) შეკითხვაზე მიღებული პასუხები?

100. კოსმოსური ხომალდი ასაფეთქებელი ჭანჭიკების მეშვეობით ორ ნაწილად დაიშალა. ნაწილების მასებია 1200 კგ და 1800 კგ. ჭანჭიკებიდან თითოეულ ნაწილზე მოქმედი ძალის იმპულსია 300 ნ-მ. რა ფარდობითი სიჩქარით განცალკევდებიან ნაწილები აფეთქების შედეგად?

101. 1400 კგ მასის მანქანა y ღერძის დადებითი მიმართულებით, ჩრდილოეთისკენ 5,3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. შემდეგ მანქანა 4,6 მანის განმავლობაში 90° -იან მარჯვენა მოსახვევში შედის და ხეს ეჯახება, რომელიც მანქანას 350 მწმ-ის შემდეგ აჩერებს. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის იმპულსი მოქმედებს მანქანაზე ა) მოხვევის შედეგად და ბ) შეჯახების შედეგად? რა საშუალო ძალა მოქმედებს მანქანაზე გ) მოხვევის დროს და დ) შეჯახების დროს? ე) რა მიმართულება აქვს მოხვევის დროს მოქმედ საშუალო ძალას?

102. მხუთავი აირის მოლეკულა x ღერძის გასწვრივ ძევს. ნახშირბადის ატომის კოორდინატია $x = 0$, ხოლო ჟანგბადის ატომი $x = 1,131 \times 10^{-10}$ მ კოორდინატზეა განლაგებული. რა x კოორდინატზეა მოლეკულის მასის ცენტრი?

103. 150 გ მასის ბურთი კედელს 5,2 მ/წმ სიჩქარით ეჯახება და ასხლეტის შემდეგ კინეტიკური ენერგიის ნახევარს კარგავს. ა) რა სიჩქარე აქვს ბურთს ასხლეტის შემდეგ? ბ) რა ძალის იმპულსი მოქმედებს კედლიდან ბურთზე? გ) თუ ბურთსა და კედელს შორის კონტაქტი 7,6 მწმ-ის განმავლობაში

გრძელდება, რა საშუალო ძალა მოქმედებს კედლიდან ბურთზე დროის ამ შუალედში?

104. 2400 კგ მასის კრაისლერი სწორ გზაზე 80 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს. კრაისლერს 1600 კგ მასის და 60 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი ფორდი მისდევს უკან. რა სიჩქარით მოძრაობს მანქანების მასის ცენტრი?

105. ფეხბურთელი 0,45 კგ მასის ბურთს ფეხს არტყამს. ფეხსა და ბურთს შორის კონტაქტი 3×10^{-3} წმ-ის განმავლობაში გრძელდება, ხოლო $0 \leq t \leq 3 \times 10^{-3}$ წმ შუალედში (სადაც t წამებშია) დარტყმის ძალა შემდეგი ფორმულით მოიცემა:

$$F(t) = [(6 \times 10^6)t - (2 \times 10^9)t^2] \text{ ნ}$$

გამოთვალეთ ა) ბურთზე მოქმედი ძალის იმპულსი დარტყმის შედეგად, ბ) ფეხიდან ბურთზე მოქმედი საშუალო ძალა კონტაქტის განმავლობაში, გ) ფეხიდან ბურთზე მოქმედი მაქსიმალური ძალა კონტაქტის განმავლობაში და დ) ბურთის სიჩქარე დარტყმის შემდეგ.

106. 1 კგ და 3 კგ მასის ორი ბლოკი ზამბარით ერთმანეთზე არის გადაბმული და ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე უძრავად ძევს. შემდეგ ბლოკები ერთმანეთისკენ მოძრაობს და 1 კგ მასის ბლოკი უძრავი მასის ცენტრისკენ 1,7 მ/წმ საწყისი სიჩქარით გადაადგილდება. რა საწყისი სიჩქარე აქვს მეორე ბლოკს?

107. $3,18 \times 10^4$ კგ მასის სატვირთო ვაგონი უძრავ სამუხრუჭე ვაგონს ეჯახება. ვაგონები ჩერდება და საწყისი კინეტიკური ენერგიის 27% სითბურ ენერგიაში, ბგერაში, ვიბრაციაში და ა.შ. გადადის. გამოთვალეთ სამუხრუჭე ვაგონის მასა.

108. 75 კგ მასის ადამიანი 39 კგ მასის ურემზე ზის და 2,3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. შემდეგ ადამიანი მიწისადმი ნულოვანი პორიზონტალური სიჩქარით დაბლა ხტება. რამდენით შეიცვლება ურმის სიჩქარე?

109. 9.78 სურათზე, $m=60$ გ მასის ბურთი $v_i=22$ მ/წმ სიჩქარით $M=240$ გ მასის უძრავ



სურ. 9.78. ამოცანა 109.

რავ ზამბარიანი თოფის ლულაში ისროლეს. ბურთი ლულაში ზამბარის მაქსიმალური შეკუმშვის ადგილზე ჩერდება. დაუშვით ბურთსა და თოფის ლულას შორის ხახუნის შედეგად სითბური ენერგია უმნიშვნელოდ იზრდება. ა) რა სიჩქარე ექნება ზამბარიან თოფს ბურთის გაჩერების შემდეგ? ბ) ბურთის საწყისი კინეტიკური ენერგიის რა

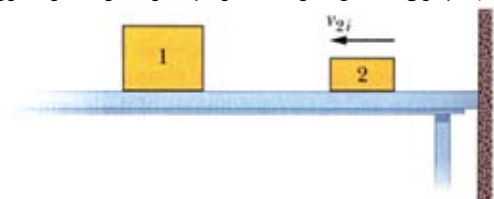
ნაწილი ინახება ზამბარაში?

110. რადიოაქტიური (მშობელი) ბირთვი სხვა („შვილობილი“) ბირთვად გარდაიქმნება და ელექტრონსა და ნეიტრინოს გამოასხივებს. „მშობელი“ ბირთვი xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავეზეა განლაგებული. ელექტრონი ათვლის სათავედან მოშორებით $(-1,2 \times 10^{-22} \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ})\hat{i}$ იმპულსით გადაადგილდება, ხოლო ნეიტრინო აგრეთვე ათვლის სათავედან მოშორებით მოძრაობს, ოღონდ მისი იმპულსია $(-6,4 \times 10^{-23} \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ})\hat{j}$. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულებისაა „შვილობილი“ ბირთვის იმპულსი? გ) თუ შვილობილი ბირთვის მასაა $5,8 \times 10^{-26}$ კგ, რა იქნება მისი კინეტიკური ენერგია?

111. ელექტრონი უძრავ წყალბადის ატომს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). ელექტრონის საწყისი კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილი (პროცენტებში) გადადის წყალბადის ატომის კინეტიკურ ენერგიაში? (წყალბადის ატომის მასა ელექტრონის მასაზე 1840-ჯერ მეტია).

112. რაკეტა მზის სისტემიდან მოშორებით 6×10^3 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. შემდეგ რაკეტის ძრავა ირთვება და გამონაბოლქვი რაკეტისადმი 3×10^3 მ/წმ სიჩქარით გამოდის. ამ დროს რაკეტის მასაა 4×10^4 კგ, ხოლო მისი აჩქარებაა 2 მ/წმ². ა) რისი ტოლია ძრავის ძალა? ბ) რა ტემპით გამოდის გამონაბოლქვი (კგ/წმ-ებში)?

113. 9.79 სურათზე, $m_1=6,6$ კგ მასის პირველი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ მაგიდაზე უძრავად ძევს. პირველ ბლოკსა და კედელს შორის მოთავსებული m_2 მასის მეორე ბლოკი v_{2i} მუდმივი სიჩქარით პირველი ბლოკისკენ გადაადგილდება. გამოთვალეთ m_2 -ის მნიშვნელობა, როდესაც მეორე ბლოკის პირველთან შეჯახებისა და, შემდეგ, კედელთან შეჯახების შემდეგ ორივე ბლოკი თანაბარი სიჩქარით იმოძრაებს. დაუშვით, რომ ყველა შეჯახება ელასტიურია (კედელთან შეჯახება მეორე ბლოკის სიჩქარეს არ ცვლის).



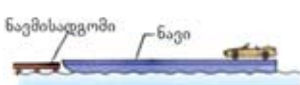
სურ. 9.79. ამოცანა 113.

114. მთვარეზე გადასვლის დროს, მთვარის

მიმართ 400მ/წმ სიჩქარით მოძრავი კოსმოსური ხომალდის სიჩქარე $2,2\text{მ/წმ}$ -ით უნდა გაიზარდოს. ძრავიდან გამოსული წვის პროდუქტი კოსმოსური ხომალდის მიმართ 1000მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. კოსმოსური ხომალდის საწყისი მასის რა ნაწილი უნდა დაინვას და გამოიყოს, რათა სიჩქარე ზემოთ მოცემული სიდიდით გაიზარდოს?

115. 200კნ წონის და ჰორიზონტალურ ლიანდაგზე 3მ/წმ სიჩქარით მოძრავი სატვირთო ვაგონი 400კნ წონის უძრავ სამუხრუჭე ვაგონს შეეჯახა. შეჯახების შედეგად ვაგონები ერთმანეთს გადაება. რა რაოდენობის ენერგია გადავიდა კინეტიკური ენერგიიდან სხვა სახეობის ენერგიაში შეჯახების დროს?

116. სათავე გადასავლო ფილმის გადაღების დროს პატარა სპორტული მანქანა



სპრ. 9.80. ამოცანა 116.

(1500კგ მასის და 3მ/წმ სიჩქარის) ბრტყელ ნაწიზე (4000კგ მასის და 14მ/წმ სიჩქარის) ჩქარდება და ნაწმისადგომის ოდნავ უფრო დაბლა განლაგებულ ზედაპირზე ხტება. თქვენ ფილმის ტექნიკური მრჩეველი ხართ. ნაწი თავდაპირველად ნაწმისადგომს ეხება (სურ. 9.80) და წყალზე წინალობის გარეშე გადაადგილდება. გარდა ამისა, ნაწის და მანქანის მასა თანაბრად არის განაწილებული. გამოთვალეთ, რა იქნება ნაწმისადგომსა და ნაწს შორის ხერხელის სიგანე, როდესაც მანქანა ნახტომს აკეთებს.

117. 2კგ მასის ნივთიერი ნერტილი $\vec{v} = (4\text{მ/წმ})\hat{i}$ სიჩქარით მოძრაობს და 4კგ მასის $\vec{v} = (2\text{მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით მოძრავ ნივთიერ ნერტილს ეჯახება. შეჯახების შედეგად ნივთიერი ნერტილები ერთიანდება. რა იქნება მათი სიჩქარის ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერი, ბ) სიდიდე და გ) კუთხე?

118. ელექტრონი ($m_1 = 9,11 \times 10^{-31}\text{კგ}$) და პროტონი ($m_2 = 1,67 \times 10^{-27}\text{კგ}$) ერთმანეთს ელექტრული ძალით იზიდავს. დავუშვათ, ელექტრონსა და პროტონს შორის საწყისი მანძილია $d = 3 \times 10^{-6}\text{მ}$. როდესაც მათ შორის მანძილი $1 \times 10^{-6}\text{მ}$ -მდე მცირდება, რა იქნება ა) ელექტრონის იმპულსის შეფარდება პროტონის იმპულსთან, ბ) ელექტრონის სიჩქარის შეფარდება პროტონის სიჩქარესთან და გ) ელექტრონის კინეტიკური ენერგიის შეფარდება პროტონის კინეტიკურ ენერგიასთან? დ) თუ ნაწილაკებს შორის მანძილი კვლავ მცირდება, ა)-გ) პასუხები იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?

119. 140გ მასის და $7,8\text{მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრავი

ბურთი კედელს პერპენდიკულარულად ეჯახება და საპირისპირო მიმართულებით იგივე სიჩქარით აისხლიტება. შეჯახება $3,8\text{მწმ}$ -ის განმავლობაში გრძელდება. რა ა) ძალის იმპულსი და ბ) საშუალო ძალა მოქმედებს ბურთიდან კედელზე?

120. ორი იდენტური მონეტა $h = 11\text{მ}$ სიმაღლეზეა ჩამოკიდებული. როდესაც $t = 0$, პირველი მონეტა ვარდება და ტალახიან ველზე ეცემა. როდესაც $t = 0,5\text{წმ}$, მეორე მონეტაც ვარდება და ველზე ეცემა. რა $\vec{a}_{com}$ აჩქარებით მოძრაობს მონეტების მასის ცენტრი ა) $0-0,5\text{წმ}$ შუალედში, ბ) $t = 0,5\text{წმ}$ დროსა t_1 დროს შორის, როდესაც პირველი მონეტა ველზე ეცემა, გ) t_1 დროსა და t_2 დროს შორის, როდესაც მეორე მონეტაც ველზე ეცემა? რა სიჩქარით მოძრაობს მასის ცენტრი, როდესაც t არის დ) $0,25\text{წმ}$, ე) $0,75\text{წმ}$ და ვ) $1,75\text{წმ}$?

121. 3კგ მასის საგანი 8მ/წმ სიჩქარით x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს და M მასის უძრავ საგანს ელასტიურად ეჯახება (შეჯახება ერთ განზომილებაში ხდება). შეჯახების შემდეგ M მასის საგანი 6მ/წმ სიჩქარით ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს. რისი ტოლია M ?

122. 500კგ მასის მოდული მთავარი კოსმოსური ხომალდის მიმართ 1000მ/წმ სიჩქარით მოძრავ და 400კგ მასის კოსმოსურ ხომალდზეა დამაგრებული. მცირე აფეთქების შედეგად მოდული კოსმოსური ხომალდის ახალი სიჩქარის მიმართ 100მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. მთავარი კოსმოსური ხომალდის თვალთახედვით მოდულის და კოსმოსური ხომალდის კინეტიკური ენერგია რა ნაწილით გაიზარდა აფეთქების შედეგად?

123. 6კგ მასის რაკეტის მოდელი სამხრეთისკენ 20მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და აფეთქების შედეგად ორ ნაწილად იშლება. 2კგ მასის ერთი ნაწილის სიჩქარეა:

$$\vec{v}_1 = (-12\text{მ/წმ})\hat{i} + (30\text{მ/წმ})\hat{j} - (15\text{მ/წმ})\hat{k}$$

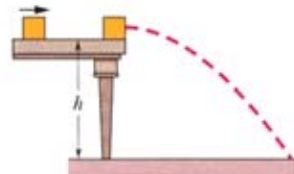
სადაც $\hat{i}$ მიმართულია აღმოსავლეთისკენ, $\hat{j}$ - ჩრდილოეთისკენ და $\hat{k}$ - მაღლა. ა) რა იმპულსი აქვს მეორე ნაწილს ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? ბ) რა კინეტიკური ენერგია აქვს მეორე ნაწილს? გ) რა კინეტიკური ენერგია წარმოიქმნება აფეთქების შედეგად?

124. 9.61 სურათზე, პირველი ბლოკი (6კგ მასის) მარჯვნივ 8მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და მეორე ბლოკი (4კგ მასის) ასევე მარჯვნივ 2მ/წმ სიჩქარით გადაადგილდება. ზედაპირი ხახუნისგან

თავისუფალია და მეორე ბლოკზე 8000 ნ/მ სიხისტის ზამბარაა დამაგრებული. საბოლოო ჯამში, პირველი ბლოკი მეორეს უსწრებს. როდესაც პირველი ბლოკი მარჯვნივ 6,4 მ/წმ სიჩქარით გადაადგილდება ა) რა სიჩქარე აქვს მეორე ბლოკს და ბ) რისი ტოლია ზამბარის ელასტიური პოტენციური ენერგია?

125. 2900 კგ მასის მოტორიანი, სწრაფმავალი ნავი ტბაში 250 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს. ნავზე დამაგრებული ხაპია ტბიდან იღებს წყალს და ნავზე განლაგებულ ცარიელ ჭურჭელში გადააქვს. იმპულსის შენახვის პრინციპის გამოყენებით ნავის სიჩქარე გამოთვალეთ მას შემდეგ, რაც 920 კგ წყალი ამოიხაპება.

126. 9.81 სურათზე, 3,2 კგ მასის ყუთი ჰორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე სრიალდება და

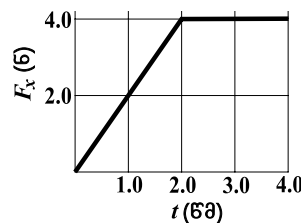


სურ. 9.81. ამოცანა 126.

მაგიდის კიდეზე, $h = 0,48$ სიმაღლეზე მდებარე მეორე ყუთს ეჯახება. 3,2 კგ მასის ყუთის სიჩქარე შეჯახებამდე 3 მ/წმ-ია. თუ ყუთები შენებდება, რა იქნება მათი კინეტიკური ენერგია იატაკზე დავარდნამდე?

127. 2140 კგ მასის ვაგონი პლატფორმასთან უძრავად დგას. 242 კგ მასის სუმოისტი პლატფორმის გასწვრივ 5,3 მ/წმ სიჩქარით გარბის და ვაგონზე ხტება. რა იქნება ვაგონის სიჩქარე, თუ სუმოისტი ა) ვაგონზე დგას, ბ) საწყისი მიმართულებით და ვაგონისადმი 5,3 მ/წმ სიჩქარით გარბის და გ) საწყისი მიმართულების საპირისპიროდ და ვაგონისადმი 5,3 მ/წმ სიჩქარით გარბის?

128. 2 კგ მასის სათამაშო მანქანა $t = 0$ დროს ათვლის სათავეზე იმყოფება და x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება.



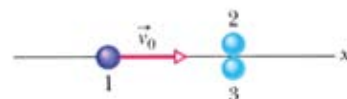
სურ. 9.82. ამოცანა 128.

მანქანაზე მოქმედი ჯამური ძალის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი 9.82 სურათზეა ნაჩვენები.

ა) რა ტემპით იცვლება მანქანის იმპულსი $t = 3$ წმ დროს? ბ) რა იმპულსი აქვს მანქანას $t = 3$ წმ დროს?

129. ტირანოზავრი სავარაუდოდ სწრაფად ვერ დარბოდა, ვინაიდან ფეხის წამოკერის შემთხვევაში მისი მოკლე წინამხრები ვარდნის შერბილებას ვერ შეძლებდა. წარმოიდგინეთ, რომ m მასის დინოზავრმა ფეხი წამოკრა, დაეცა და მისი მასის ცენტრი 1,5 მ მანძილზე თავისუფლად ვარდება. შემდეგ დინოზავრის მასის ცენტრი კიდევ 0,3 მ-ით დაბლა იწევს, ვინაიდან სხეული და მიწა იკუმშება. ა) დაახლოებით რა საშუალო ვერტიკალური ძალა მოქმედებს დინოზავრზე მიწასთან შეჯახების დროს (0,3 მ-ით ვარდნისას)? დავუშვათ, დინოზავრი ფეხის წამოკერის დროს 19 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს, სრიალდება და 0,6 კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტის მქონე ზედაპირზე ჩერდება. ასევე დავუშვათ, რომ სრიალის დროს საშუალო ვერტიკალური ძალა ამოცანის ა) ნაწილის იდენტურია. ბ) დაახლოებით რა საშუალო ჯამური ძალა მოქმედებს მიწიდან დინოზავრზე და გ) რამანძილზე სრიალდება დინოზავრი? ა) და ბ) ნაწილებში მიღებული პასუხები ცხადყოფს, რომ დინოზავრი დაცემის შედეგად სხეულს დაიზიანებდა, ხოლო უფრო შორის დავარდნილი თავი კიდევ უფრო მეტ ზიანს მიიღებდა.

130. 9.83 სურათზე გამოსახული სამივე ბურთი იდენტურია. მეორე და მესამე ბურთი ერთმანეთს ეხება და მათი მდებარეობა პირველი ბურთის ტრაექტორიისადმი პერპენდიკულარულია. პირველი ბურთის სიჩქარეა $v_0 = 10$ მ/წმ და მიმართულია პირველი და მეორე ბურთის შეხების წერტილისკენ. შეჯახების შემდეგ რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება ექნება მეორე ბურთის სიჩქარეს, რა გ) სიდიდე და დ) მიმართულება ექნება მესამე ბურთის სიჩქარეს და რა ე) სიდიდე და ვ) მიმართულება ექნება პირველი ბურთის სიჩქარეს? (მინიშნება: ხახუნი არ არსებობს და თითოეულის ძალის იმპულსი შეჯახების ბურთების ცენტრებზე გამავალი წრფის გასწვრივ, შეჯახებული ზედაპირებისადმი პერპენდიკულარულად არის მიმართული).



სურ. 9.83. ამოცანა 130.

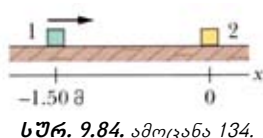
131. 9.22 სურათზე, ბილიარდის პირველი ბურთი 2,2 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და იდენტურ, უძრავ მეორე ბურთს ირიბად ეჯახება. შეჯახების შემდეგ მეორე ბურთი 1,1 მ/წმ სიჩქარით და $\theta_2 = 60^\circ$ კუთხით მოძრაობს. რა ბ) სიდიდე და ბ) მიმართულება აქვს პირველი ბურთის სიჩქარეს შეჯახების შემდეგ?

გ) შეიძლება თუ არა არსებული მონაცემების საშუალებით შეჯახების ტიპის განსაზღვრა?

132. ბილიარდის თამაშის დროს ერთი ბურთი იგივე მასის და უძრავად მდებარე მეორე ბურთს ეჯახება. შეჯახების შემდეგ პირველი ბურთი $3,5\text{ მ/წმ}$ სიჩქარით იმ წრფის გასწვრივ მოძრაობს, რომელიც მისი საწყისი მიმართულებისადმი 22° კუთხეს ადგენს. მეორე ბურთის სიჩქარეა 2 მ/წმ . გამოთვალეთ ა) კუთხე მეორე ბურთის მოძრაობის მიმართულებასა და პირველი ბურთის მოძრაობის საწყის მიმართულებას შორის და ბ) პირველი ბურთის საწყისი სიჩქარე. გ) ინახება თუ არა კინეტიკური ენერგია? (საუბარია მასის ცენტრებზე, ბრუნვა არ განიხილოთ).

133. ა) რა მანძილზეა დედამიწა-მთვარის მასის ცენტრი დედამიწის ცენტრიდან? (C დამატებაში მოცემულია დედამიწისა და მთვარის მასები და მათ შორის მანძილი). ბ) დედამიწის რადიუსის რა პროცენტია ეს მანძილი?

134. 9.84 სურათზე გამოსახული პირველი ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე $0,75\text{ მ/წმ}$ სიჩქარით



სურ. 9.84. ამოცანა 134.

x ღერძის გასწვრივ გადაადგილდება. შემდეგ პირველი ბლოკი უძრავად მდებარე მეორე ბლოკს ელასტიურად ეჯახება. ცხრილში მოცემულია ბლოკების მასები და სიგრძეები, აგრეთვე მათი ცენტრების მდებარეობები, როდესაც $t = 0$. სად მდებარეობს ბლოკების სისტემის მასის ცენტრი, როდესაც ა) $t = 0$, ბ) ბლოკები ერთმანეთს შეეხებიან და გ) $t = 4\text{ წმ}$?

ბლოკი	მასა (კგ)	სიგრძე (სმ)	ცენტრი $t=0$ დროს
1	0,25	5	$x = -1,5\text{ მ}$
2	0,5	6	$x = 0$

135. 6100 კგ მასის რაკეტა მიწიდან ვერტიკალურად გაისროლეს. თუ გამონაბოლქვის სიჩქარეა 1200 მ/წმ , რა რაოდენობის აირი უნდა გამოვიდეს თითოეულ წამში, რათა ძალა ა) რაკეტაზე მოქმედი მიზიდულობის ძალის ტოლი იყოს

და ძალამ ბ) რაკეტას 21 მ/წმ^2 საწყისი აჩქარება მიანიჭოს?

136. 3000 კგ მასის ბლოკი 6 მ სიმაღლიდან ვერტიკალურად ვარდება და 500 კგ მასის საგანს ეცემა. საგანი მიწაში 3 სმ სიღრმეზე ჩადის. დავუშვათ ბლოკსა და საგანს შორის შეჯახება სრულიად არაელასტიურია. გამოთვალეთ მიწიდან საგანზე მოქმედი საშუალო ძალა 3 სმ სიღრმეზე ჩასვლის განმავლობაში.

137. 280 კნ წონის $1,52\text{ მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრავი ვაგონი 210 კნ წონის და $0,914\text{ მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრავ ვაგონს ეწევა. თუ ვაგონები დაწყვილდება, ა) რა სიჩქარე ექნება მას შეჯახების შემდეგ და ბ) რა რაოდენობის კინეტიკური ენერგია დაიკარგება შეჯახების დროს? თუ შეჯახება ელასტიურია (რაც ნაკლებად სავარაუდოა), რა იქნება გ) მსუბუქი ვაგონის და დ) მძიმე ვაგონის სიჩქარე შეჯახების შემდეგ?

138. P და Q ნაწილაკებს შორის მანძილია 1 მ. P -ს მასაა $0,1\text{ კგ}$, ხოლო Q -ს მასა $0,3\text{ კგ}$. P და Q ნაწილაკები ერთმანეთს $1 \times 10^{-2}\text{ ნ}$ მუდმივი ძალით იზიდავს და სისტემაზე გარე ძალები არ მოქმედებს. ა) რა სიჩქარით მოძრაობს ნაწილაკების მასის ცენტრი, როდესაც მათ შორის მანძილია $0,5\text{ მ}$? ბ) P -ს საწყისი მდებარეობიდან რა მანძილზე შეეჯახება ერთმანეთს ნაწილაკები?

139. 60 კგ მასის ადამიანი ჩრდილოეთისკენ 6 მ/წმ სიჩქარით მისრიალებს და 38 კგ მასის ბავშვს ეჯახება. შეჯახების შემდეგ ორივე მათგანი 3 მ/წმ სიჩქარით და 35° კუთხით ჩრდილო-აღმოსავლეთისკენ მოძრაობს. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების სიჩქარე ჰქონდა ბავშვს შეჯახებამდე?

140. 0,2 კგ მასის ჰოკეის შაიბა ხახუნისგან თავისუფალ ყინულზე 10 მ/წმ სიჩქარით აღმოსავლეთისკენ მისრიალებს და ჰოკეის ყვანჯს ეჯახება. როგორ იცვლება შაიბის იმპულსის სიდიდე და მიმართულება ყვანჯთან შეხების განმავლობაში, თუ შეხების შემდეგ შაიბის სიჩქარე ა) 20 მ/წმ -ია და მიმართულია აღმოსავლეთისკენ, ბ) 5 მ/წმ -ია და მიმართულია აღმოსავლეთისკენ და გ) 10 მ/წმ -ია და მიმართულია დასავლეთისკენ?

„რუსული მთები“ საშიშროების ილუზიას ქმნის, მაგრამ სინამდვილეში ინჟინრები ყველაფერს აკეთებენ, რათა ატრაქციონი სრულიად უსაფრთხო იყოს. მიუხედავად მაღალი ხარისხის უსაფრთხოებისა, მილიონობით უიღბლო ადამიანს ეწ. „რუსული მთების თავის ტკივილი“ ემართება. ამ დაავადებამ შესაძლოა რამდენიმე დღის განმავლობაში თავი არ იჩინოს, თუმცა შემდეგ ადამიანს თავბრუსხვევა და თავის ტკივილი აწუხებს.

ჩა ნიჯიუს „ჩუხაი მთების თავის ტკივილი“?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

10.1. ჩა ჩიის ფიზიკა?

როგორც უკვე ვთქვით, ფიზიკის შესწავლის ერთ-ერთი საგანი მოძრაობაა. განვიხილეთ **გადატანითი** მოძრაობა, როდესაც საგანი 10.1ა სურათის მსგავსად წრფივად ან მრუდწირულად მოძრაობდა. ამჯერად ჩვენ **ბრუნვით** მოძრაობას შევხებით, როდესაც საგანი 10.1ბ სურათის მსგავსად ღერძის გარშემო ბრუნავს.

ბრუნვას ყოველდღიურ ცხოვრებაში ძალიან ხშირად ვაწყდებით. მანქანაში, სასმელის ჭურჭლის გახსნისას თუ ატრაქციონებზე გართობისას ბრუნვის მაგალითებს ვხვებით. ბრუნვას მრავალი გასართობი საშუალება ეფუძნება. მაგალითად გოლფი და ბეისბოლიც გამოდგება. ბრუნვა უფრო სერიოზული მოვლენების მიზეზიც შეიძლება გახდეს. მაგალითად, მოძველებულ თვითმფრინავზე ლითონის ცვდომა სწორედ ბრუნვასთან კავშირშია.

ბრუნვის განხილვას მოძრაობის პარამეტრების განსაზღვრით ვიწყებთ, ისევე როგორც მე-2 პარაგრაფში გავაკეთეთ.



(ა)

10.2. ბიჯნის პრაქტიკა

ჩვენ მყარი სხეულის ბრუნვას ფიქსირებული ღერძის გარშემო განვიხილავთ. **მყარი სხეული** ნიშნავს, რომ მისი ყველა ნაწილი ერთად მოძრაობს და სხეულის ფორმა არ იცვლება. **ფიქსირებული ღერძი** ნიშნავს, რომ ბრუნვა უძრავი ღერძის გარშემო ხდება. მაშასადამე,



(ბ)

სურ. 10.1. მოციგურავე სარა ჰიუზი ა) ფიქსირებული მიმართულებით გადატანითი მოძრაობისა და ბ) ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნვისას

ჩვენ არ შეგვხვებით მზის მაგვარ საგნებს, ვინაიდან მზის (აირის ბურთის) ნაწილები ერთად არ მოძრაობენ. ასევე არ შეგვხვებით ბოულინგის ბურთის მაგვარ საგნებს, ვინაიდან ბურთი მოძრაობს ღერძის გარშემო ბრუნავს (ბურთის მოძრაობა ბრუნვითი და გადატანითი მოძრაობის ნაზავია).

10.2 სურათზე ნაჩვენებია ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი, პირობითი ფორმის მყარი სხეული. ღერძს, რომლის გარშემო სხეული ბრუნავს, **ბრუნვის ღერძი** ეწოდება. ბრუნვის დროს (*კუთხური მოძრაობის დროს*), სხეულის ყველა წერტილი ბრუნვის ღერძზე მდებარე ცენტრის მქონე წრეწირზე მოძრაობს და დროის გარკვეულ შუალედში ყველა წერტილი თანაბარ კუთხეს შემოწერს. გადატანითი მოძრაობის დროს (*წრფივი მოძრაობისას*), სხეულის ყველა წერტილი წრფივად მოძრაობს და გარკვეულ დროის შუალედში ყველა წერტილი თანაბარ *წრფივ მანძილს* გადის (კუთხურ და წრფივ მოძრაობას მომავალშიც შევადარებთ ერთმანეთს).

მოდით შევხვით წრფივი სიდიდეების - მდებარეობის, გადაადგილების, სიჩქარის და აჩქარების კუთხურ ექვივალენტებს.

აქტუალური მთავარი

10.2 სურათზე ნაჩვენებია სხეულზე დამაგრებული *ათვლის წრფე*, რომელიც ბრუნვის ღერძის პერპენდიკულარულია და სხეულთან ერთად ბრუნავს. ამ წრფის **კუთხური მდებარეობა** ფიქსირებული მიმართულებისადმი მდგენელი კუთხეა. თავად ფიქსირებულ მიმართულებას **ნულოვან კუთხურ მდებარეობად** მივიჩნევთ. 10.3 სურათზე, θ კუთხური მდებარეობა x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი იზომება. გეომეტრიიდან გამომდინარე:

$$\theta = \frac{s}{r} \text{ (რადიანებში) }, \quad (10.1)$$

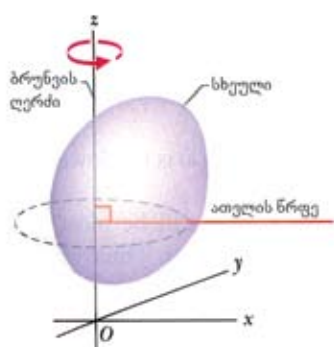
სადაც s არის x ღერძიდან (ნულოვანი კუთხური მდებარეობიდან) ათვლის წრფემდე გადაჭიმული წრიული რკალის სიგრძე, ხოლო r - წრის რადიუსი.

10.1 ფორმულით განსაზღვრული კუთხე **რადიანებში** იზომება და არა ბრუნებში ან გრადუსებში. რადიანი ორი სიგრძის შეფარდებაა, რიცხვია და მასასადამე განზომილება არ გააჩნია. ვინაიდან r რადიუსის წრის სიგრძეა $2\pi r$, სრულ წრეში 2π რადიანია და გვექნება:

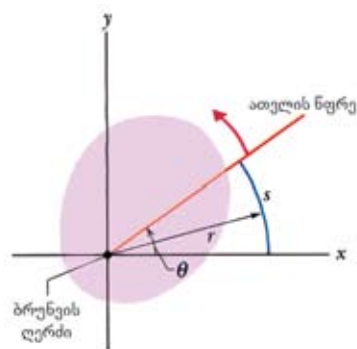
$$1 \text{ ბრუნი} = 360^\circ = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ რად} \quad (10.2)$$

აქედან გამომდინარე:

$$1 \text{ რადიანი} = 57,3^\circ = 0,159 \text{ ბრუნი} \quad (10.3)$$



სურ. 10.2. პირობითი ფორმის მყარი სხეული კოორდინატთა სისტემის z ღერძის გარშემო ბრუნავს. მყარი სხეულის ათვლის წრფის მდებარეობა აგრეთვე პირობითადაა არჩეული, მაგრამ ის ყოველთვის ბრუნვის ღერძის პერპენდიკულარულია. ათვლის წრფე სხეულზეა ფიქსირებული და სხეულთან ერთად ბრუნავს.



სურ. 10.3. 10.2 სურათზე გამოსახული მბრუნავი, მყარი სხეულის ზემოდან დანახული განივი კვეთი. განივი კვეთის სიბრტყე სახელმძღვანელოს გვერდიდან მომორებით, თქვენსკენ მიმართული ბრუნვის ღერძის პერპენდიკულარულია. სხეულის ამგვარი მდებარეობის დროს, ათვლის წრფე x ღერძთან θ კუთხეს ადგენს.

ბრუნვის ღერძის გარშემო ათვლის წრფის სრულად შემობრუნების შემდეგ θ კუთხე კვლავ ნული არ ხდება. თუ ათვლის წრფემ ნულოვანი კუთხური მდებარეობიდან ორი სრული ბრუნი შეასრულა, მაშინ წრფის θ მდებარეობაა 4π რადიანი.

x ღერძის გასწვრივ გადატანითი მოძრაობის დროს ყველაფერს გავიგებთ, თუ მოძრავი სხეულის მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების $x(t)$ ფუნქცია ვიცით. ბრუნვითი მოძრაობის დროსაც ყველაფერს გავიგებთ, თუ მბრუნავი სხეულის ათვლის წრფის კუთხური მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების $\theta(t)$ ფუნქცია ვიცით.

ხუთხუთი ბადადგილება

თუ 10.3 სურათზე გამოსახული სხეული 10.4 სურათის მსგავსად ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნავს და ათვლის წრფის კუთხური მდებარეობა θ_1 -დან θ_2 -ზე იცვლება, მაშინ სხეული $\Delta\theta$ კუთხურ გადაადგილებას გადის:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1. \quad (10.4)$$

კუთხური გადაადგილების ეს განსაზღვრება არა მხოლოდ მყარ სხეულს მიესადაგება, არამედ ამ სხეულის ყველა ნერტილს.



თუ სხეული x ღერძის გასწვრივ გადატანითი მოძრაობას ასრულებს, მისი Δx გადაადგილდება დადებითი ან უარყოფითია, რაც იმაზეა დამოკიდებული სხეული ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს თუ უარყოფითი მიმართულებით. მბრუნავი სხეულის $\Delta\theta$ კუთხური გადაადგილებაც დადებითია ან უარყოფითი.

საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით კუთხური გადაადგილება დადებითია, ხოლო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით კუთხური გადაადგილება უარყოფითი.

ხუთხუთი სიჩქარე

დავუშვათ მბრუნავი სხეული t_1 დროში θ_1 კუთხურ მდებარეობაზე იმყოფება, ხოლო t_2 დროში θ_2 კუთხურ მდებარეობაზე განლაგებული (სურ. 10.4). Δt დროის შუალედში სხეულის საშუალო კუთხური სიჩქარეა:

$$\omega_{\text{საშ}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad (10.5)$$

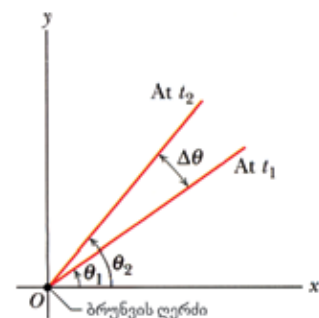
სადაც $\Delta\theta$ კუთხური გადაადგილება Δt დროის შუალედში ხდება.

ω მყისი კუთხური სიჩქარე 10.5 ფორმულის ზღვარია, როდესაც Δt ნულისკენ მიისწრაფვის:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}. \quad (10.6)$$

თუ $\theta(t)$ ვიცით, ω კუთხურ სიჩქარეს დიფერენცირების შედეგად გამოვთვლით.

10.5 და 10.6 ფორმულები არა მხოლოდ მბრუნავ მყარ სხეულებს მიესადაგება, არამედ ამ სხეულების ყველა ნერტილს, ვინაიდან ყველა ნერტილი ერთად მოძრაობს. კუთხური სიჩქარის ერთეულია რადიანი/წმ ან ბრუნი/წმ. ეს უკანასკნელი როკ-მუსიკის განვითარების პირველ სამ ათწლეულში გამოიყენებოდა. ვინილის ფირფიტებზე აღნიშვნა “33 1/3 rpm” ან “45rpm” ნიშნავს, რომ მათი გამოყენება ფირსაკრავზე შეიძლება წუთში 33 1/3 ბრუნის (33 1/3 ბრ/წთ) ან 45 ბრუნის (45ბრ/წთ) შესრულების შემთხვევაში.



სურ. 10.4. 10.2 და 10.3 სურათებზე გამოსახული მყარი სხეულის ათვლის წრფე t_1 დროში θ_1 კუთხურ მდებარეობაზეა განლაგებული, ხოლო t_2 დროში θ_2 კუთხურ მდებარეობაზე იმყოფება. $\Delta\theta (= \theta_2 - \theta_1)$ სხეულის კუთხური გადაადგილებაა $\Delta t (= t_2 - t_1)$ დროის შუალედში. თავად სხეული ნაჩვენები არ არის.

თუ ნივთიერი წერტილი x ღერძის გასწვრივ გადატანით მოძრაობას ასრულებს, მისი v წრფივი სიჩქარე დადებითი ან უარყოფითია, რაც იმაზეა დამოკიდებული, წერტილი ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს თუ უარყოფითი მიმართულებით. მბრუნავი მყარი სხეულის ω კუთხური სიჩქარეც დადებითი ან უარყოფითია, რაც თავის მხრივ იმაზეა დამოკიდებული, სხეული საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს (სიჩქარე დადებითია), თუ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (სიჩქარე უარყოფითია).

ჩათხილავი აჩქარება

თუ მბრუნავი სხეულის კუთხური სიჩქარე იცვლება, მაშინ სხეულს კუთხური აჩქარება აქვს. დავუშვათ, ω_2 და ω_1 არის სხეულის სიჩქარეები t_2 და t_1 დროში. დროის ამ შუალედში მბრუნავი სხეულის **საშუალო კუთხური აჩქარება**:

$$\alpha_{\text{საშ}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (10.7)$$

სადაც $\Delta\omega$ არის Δt დროის შუალედში მომხდარი კუთხური სიჩქარის ცვლილება. α **მყისი კუთხური აჩქარება** ამ სიდიდის ზღვარია, როდესაც Δt ნულისკენ მიისწრაფვის:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (10.8)$$

10.7 და 10.8 ფორმულები **სხეულის ყველა წერტილს** მიესადაგება. კუთხური აჩქარების ერთეულია რადიანი/წმ² ან ბრ/წმ².

ა მოსახლის ა მოხსნის ნიშნები 10.1

10.5ა სურათზე გამოსახული დისკო ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნავს. დისკოს ათვლის წრფის $\theta(t)$ კუთხური მდებარეობაა:

$$\theta = -1 - 0,6t + 0,25t^2, \quad (10.9)$$

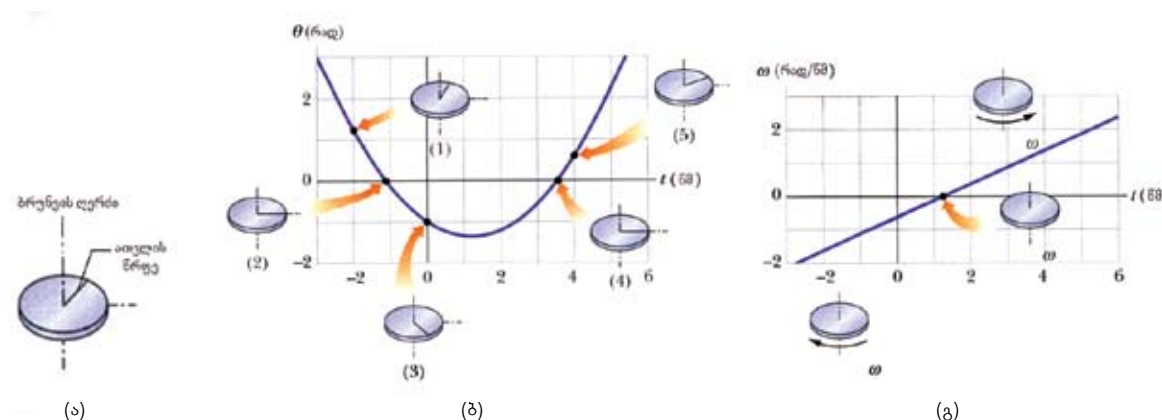
სადაც t წამებშია, θ - რადიანებში, ხოლო ნულოვანი კუთხური მდებარეობა სურათზეა ნაჩვენები.

ა) ააგეთ დისკოს კუთხური მდებარეობის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი -3წმ-დან 5,4წმ-მდე დროის შუალედში. გამოსახეთ დისკო და მისი კუთხური მდებარეობის ათვლის

წრფე, როდესაც $t = -2$ წმ, 0 წმ, 4 წმ და როდესაც გრაფიკი t ღერძს კვეთს.

ამოხსნა: დისკოს კუთხური მდებარეობა ათვლის წრფის $\theta(t)$ კუთხური მდებარეობაა, რომლის დროზე დამოკიდებულების ფუნქცია 10.9 ფორმულითაა მოცემული. 10.9 ფორმულის გრაფიკი 10.5ბ სურათზე ნაჩვენებია.

დისკოს და ათვლის წრფის გარკვეულ დროში გამოსახვისთვის θ გვეჭირდება. ამისთვის 10.9 ფორმულაში დრო უნდა ჩავსვათ. როდესაც $t = -2$ წმ:



სურ. 10.5. ა) მბრუნავი დისკო. ბ) დისკოს $\theta(t)$ კუთხური მდებარეობის ფუნქციის გრაფიკი. დისკოს ხუთი გამოსახულება გრაფიკის ხუთი წერტილისთვის ათვლის წრფის კუთხური მდებარეობას ასახავს. გ) დისკოს $\omega(t)$ კუთხური სიჩქარის ფუნქციის გრაფიკი. ა-ს დადებითი მნიშვნელობები საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნვას შეესაბამება, ხოლო უარყოფითი მნიშვნელობები საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნვას ასახავს.

$$\begin{aligned}\theta &= -1 - (0,6)(-2) + (0,25)(-2)^2 \\ &= 1,2 \text{ რად} = 1,2 \text{ რად} \frac{360^\circ}{2\pi \text{ რად}} = 69^\circ.\end{aligned}$$

ეს ნიშნავს, რომ $t = -2$ წმ დროს დისკოს ათვლის წრფე ნულოვანი მდებარეობიდან საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით 1,2 რადიანით (69°) შემობრუნდა. 10.5ბ სურათის გამოსახულება 1 ათვლის წრფის ამ მდებარეობას ასახავს.

როდესაც $t = 0$, $\theta = -1$ რადიანი $= -57^\circ$ და ეს ნიშნავს, რომ ათვლის წრფე ნულოვანი კუთხური მდებარეობიდან საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 1 რადიანით ანუ 57° -ით შემობრუნდა (გამოსახულება 3). როდესაც $t = 4$ წმ, $\theta = 0,6$ რადიანი $= 34^\circ$ (გამოსახულება 5). დისკოს გამოსახვა, როდესაც გრაფიკი t ღერძს კვეთს, ადვილია, ვინაიდან $\theta = 0$ და ათვლის წრფე ნულოვან კუთხურ მდებარეობაზეა (გამოსახულებები 2 და 4).

ბ) რა $t_{\min}$ დროს გახდება $\theta(t)$ -ს მნიშვნელობა უმცირესი და რა იქნება ეს მნიშვნელობა?

ამოხსნა: ამჯერად ფუნქციის ექსტრემალური მნიშვნელობა (ამ შემთხვევაში მინიმუმი) უნდა გამოვთვალოთ. ამისთვის ფუნქცია გავანარმოოთ და ნულს გავუტოლოთ. $\theta(t)$ -ს პირველი რიგის წარმოებულია:

$$\frac{d\theta}{dt} = -0,6 + 0,5t \quad (10.10)$$

ამ ფორმულის 0-თან გატოლება და t -სთვის ამოხსნა მოგვცემს:

$$t_{\min} = 1,2 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

θ -ს უმცირესი მნიშვნელობის გამოთვლისთვის $t_{\min}$ 10.9 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\theta = -1,36 \text{ რადიანი} \approx 77,9^\circ \quad (\text{პასუხი})$$

$\theta(t)$ ფუნქციის მინიმუმი (10.5ბ სურათზე გამოსახული გრაფიკის ფსკერი) საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით დისკოს *მაქსიმალურ მობრუნებას* ასახავს ნულოვანი კუთხური მდებარეობიდან.

გ) ააგეთ დისკოს ω კუთხური სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი -3წმ-დან 6წმ-მდე შუალედში. გამოსახეთ დისკო და მობრუნების მიმართულება და დაადგინეთ ω -ს ნიშანი, როდესაც $t = -2$ წმ, 4 წმ და $t_{\min}$.

ამოხსნა: 10.6 ფორმულიდან გამომდინარე, ω კუთხური სიჩქარე $d\theta/dt$ -ს ტოლია, ამიტომ 10.10 ფორმულიდან

$$\omega = -0,6 + 0,5t \quad (10.11)$$

$\omega(t)$ ფუნქციის გრაფიკი 10.5გ სურათზეა ნაჩვენები.

$t = -2$ წმ დროს დისკოს გამოსახვისთვის ეს მნიშვნელობა 10.11 ფორმულაში ჩავსვათ:

$$\omega = -1,6 \text{ რადიანი/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

მინუს ნიშანი გვაუწყებს, რომ $t = -2$ წმ დროს დისკო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს და დისკო 10.5გ სურათზე სულ ქვემოთაა გამოსახული.

$t = 4$ წმ დროს 10.11 ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს:

$$\omega = 1,4 \text{ რადიანი/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

პლიუს ნიშანი გვაუწყებს, რომ $t = 4$ წმ დროს დისკო საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს (10.5გ სურათზე დისკო გამოსახულია სულ მაღლა).

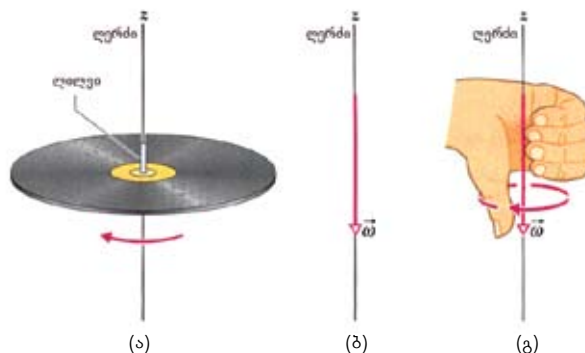
$t_{\min}$ დროის შემთხვევაში $d\theta/dt = 0$ და მაშასადამე, $\omega = 0$. ეს ნიშნავს, რომ 10.5ბ სურათზე θ -ს მინიმალური მნიშვნელობის დროს დისკო წამიერად ჩერდება (10.5გ სურათზე გამოსახული შუა დისკო).

დ) გამოიყენეთ ამოცანის ა)-გ) შეკითხვები და -3წმ-დან 6წმ-მდე დროის შუალედში დისკოს მოძრაობა აღწერეთ.

ამოხსნა: როდესაც $t = -3$ წმ, დისკოს დადებითი კუთხური მდებარეობა აქვს და საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით შენელებულად ბრუნავს. $\theta = -1,36$ რადიანი კუთხურ მდებარეობაზე დისკო წამიერად ჩერდება და საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით იწყებს ბრუნვას. შესაბამისად, მისი კუთხური მდებარეობა კვლავ დადებითი ხდება.

საკონტროლო წერტილი 1. დისკო (სურ. 10.5ა) ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნავს. საწყისი და საბოლოო კუთხური მდებარეობების რომელი წყვილი გვაძლევს უარყოფით კუთხურ გადაადგილებას: ა) -3 რადიანი, +5 რადიანი, ბ) -3 რადიანი, -7 რადიანი, გ) 7 რადიანი, -3 რადიანი?

სურ. 10.6. ა) ფირფიტა ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნავს, რომელიც ლილვს ემთხვევა. ბ) მბრუნავი ფირფიტის კუთხური სიჩქარე ღერძის გასწვრივ გავლებული და ქვემოთ მიმართული $\vec{\omega}$ ვექტორის საშუალებით შეიძლება გამოისახოს. გ) კუთხური სიჩქარის ვექტორის მიმართულებას მარჯვენა ხელის წესით განვსაზღვრავთ. თუ ფირფიტას მარჯვენა ხელს მოძრაობის მიმართულებით შემოვავლებთ, გაშლილი ცერა თითი $\vec{\omega}$ -ს მიმართულებას გვიჩვენებს.

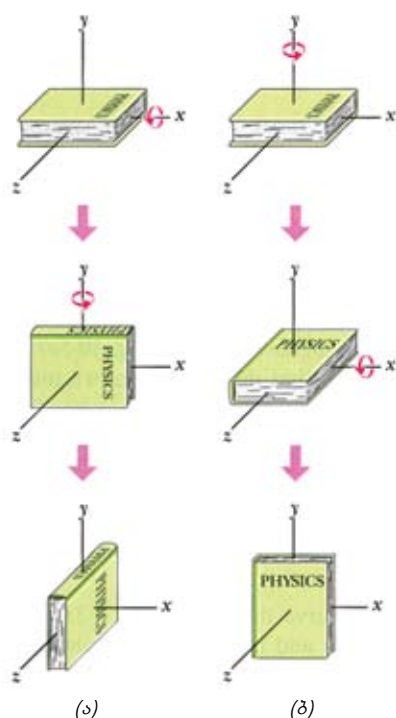


10.3. აჩის თუ აჩა ჯათხაჩი სიდიდე ვაჩსოჩი?

ნივთიერი წერტილის მდებარეობა, სიჩქარე და აჩქარება ვექტორების საშუალებით შეგვიძლია აღვწეროთ. თუ ნივთიერი წერტილი წრფივად მოძრაობს, ვექტორები არ გვჭირდება. ასეთ დროს ნივთიერი წერტილის მხოლოდ ორი შესაძლო მიმართულება აქვს და მათი ასახვა მინუს-პლიუს ნიშნებით შეიძლება.

ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავ სხეულსაც მხოლოდ ორი მიმართულებით შეუძლია მოძრაობა (საათის ისრის მოძრაობის და საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით) და ამჯერადაც პლიუს-მინუს ნიშნები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ჩნდება შეკითხვა: „შესაძლებელია თუ არა მბრუნავი სხეულის კუთხური გადაადგილება, სიჩქარე და აჩქარება ვექტორებად განვიხილოთ?“. ამ შეკითხვის პასუხია, რომ შესაძლებელია.

განვიხილოთ კუთხური სიჩქარე. 10.6ა სურათზე ნაჩვენებია ფირსაკრავზე მბრუნავი ფირფიტა. ფირფიტა მუდმივი ω ($= 33 \frac{1}{3}$ ბრ/წთ) კუთხური სიჩქარით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. კუთხური სიჩქარე ბრუნვის ღერძის გასწვრივ მიმართული $\vec{\omega}$ ვექტორის საშუალებით შეგვიძლია წარმოვადგინოთ, როგორც ეს ნაჩვენებია 10.6ბ სურათზე. ვექტორის სიგრძის დასადგენად რაიმე



სურ. 10.7. ა) წიგნი 90° -ით ჯერ x ღერძის გარშემო, ხოლო შემდეგ y ღერძის გარშემო ორჯერ ბრუნდება. ბ) იგივე წიგნი საწინააღმდეგო თანმიმდევრობით ბრუნდება.

მოსახერხებელ სკალას ვიყენებთ, მაგალითად 1სმ-ს 10ბრ/წთ-ს შევუსაბამებთ. $\vec{\omega}$ ვექტორის მიმართულებას **მარჯვენა ხელის წესით** ვადგენთ (სურ. 10.6გ). მბრუნავ ფირფიტას მარჯვენა ხელი შემოვავლებთ და თითები ბრუნვის მიმართულებით გაიშვრეთ. ამ შემთხვევაში, ცერა თითის მიმართულება კუთხური სიჩქარის ვექტორის მიმართულებას ემთხვევა. თუ ფირფიტა საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს, მაშინ მარჯვენა ხელის წესი კუთხური სიჩქარის ვექტორის საპირისპირო მიმართულებას მოგვცემს.

კუთხური სიდიდეების ვექტორებად წარმოდგენა მარტივი არ არის. ინსტიტუტი გვკარნახობს, რომ ვექტორის მოძრაობის მიმართულებით რაღაც მოძრაობს, მაგრამ ეს ასე არ არის. მყარი სხეული (ანუ, ეს რაღაცა) ვექტორის მიმართულების გარშემო ბრუნავს. ვექტორი ბრუნვის ღერძს განსაზღვრავს და არა რაღაცის მოძრაობის მიმართულებას. გარდა ამისა, ვექტორები მე-3 პარაგრაფში მოცემულ წესებს ემორჩილება. $\vec{\omega}$ კუთხური აჩქარება კიდევ ერთი ვექტორია და ისიც ამ წესებს ემორჩილება.

მოცემულ თავში მხოლოდ ფიქსირებული ღერძის გარშემო ბრუნვას განვიხილავთ. ამ დროს ვექტორები არ გვჭირდება, ვინაიდან კუთხური სიჩქარეს ω სიმბოლოთი წარმოვადგენთ, კუთხური აჩქარებას – α სიმბოლოთი და მათი მიმართულების ასახვისთვის პლიუს და მინუს ნიშანს ვიყენებთ.

გახსოვდეთ, რომ კუთხურ გადაადგილებას ვექტორად ვერ განვიხილავთ, თუ ის ძალიან მცირე არ არის. რატომ? გადაადგილებას 10.6 სურათზე გამოსახული კუთხური სიჩქარის ვექტორის მსგავსად სიდიდე და მიმართულება შეგვიძლია მივანიჭოთ, მაგრამ ვექტორული სიდიდე ვექტორთა შეკრების კანონსაც უნდა ემორჩილებოდეს, რომლის თანახმად ვექტორების შეკრების თანმიმდევრობას მნიშვნელობა არ აქვს. გადაადგილების შემთხვევაში კი თანმიმდევრობა ნამდვილად მნიშვნელოვანია.

10.7 სურათზე ნაჩვენებია მაგალითი. თავდაპირველად ჰორიზონტალური ნიგნი 90° -იან ორ კუთხურ გადაადგილებას ჯერ 10.7ა სურათზე გამოსახული თანმიმდევრობით, ხოლო შემდეგ 10.7ბ სურათზე გამოსახული თანმიმდევრობით განიცდის. ორივე კუთხური გადაადგილება იდენტურია, მაგრამ მათი თანმიმდევრობა განსხვავდება და ნიგნის საბოლოო მიმართულებაც განსხვავებულია. აქედან გამომდინარე, ორი კუთხური გადაადგილების შეკრება მათ თანმიმდევრობაზეა დამოკიდებული და გადაადგილებებს ვექტორებად ვერ განვიხილავთ.

სხილი 10.1

მოძრაობის ფორმულები თანაბარი წრფივი აჩქარების და თანაბარი კუთხური აჩქარების შემთხვევაში

ფორმულის ნომერი	წრფივი ფორმულა	ცვლადი, რომელიც არ ჩანს		კუთხური ფორმულა	ფორმულის ნომერი
(2.11)	$v = v_0 + at$	$x - x_0$	$\theta - \theta_0$	$\omega = \omega_0 + at$	(10.12)
(2.15)	$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v	ω	$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}at^2$	(10.13)
(2.16)	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t	t	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2a(\theta - \theta_0)$	(10.14)
(2.17)	$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a	a	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$	(10.15)
(2.18)	$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0	ω_0	$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}at^2$	(10.16)

10.4. ბიჯნა თანაბარი აჩქარებით

გადატანითი მოძრაობა მუდმივი წრფივი აჩქარებით მნიშვნელოვანი შემთხვევაა. 2.1 ცხრილში მოცემულია ამგვარი მოძრაობის ამსახველი ფორმულები.

ბრუნვა მუდმივი კუთხური აჩქარებით ასევე მნიშვნელოვანი შემთხვევაა და ამგვარ მოძრაობასაც გარკვეული ფორმულები შეესაბამება. ამ ფორმულებს მოცემულ პარაგრაფში არ გამოვიყვანეთ და უბრალოდ შესაბამის წრფივ ფორმულებში ექვივალენტური კუთხური სიდიდეები შევიტანეთ. სწორედ ასე მივიღეთ 10.1 ცხრილში მოცემული ფორმულები.

გაიხსენეთ, რომ 2.11 და 2.15 თანაბარწრფივი აჩქარებით მოძრაობის ძირითადი ფორმულებია. 10.12 და 10.13 ასევე თანაბარი კუთხური აჩქარებით ბრუნვის ძირითადი ფორმულებია და დანარჩენი ფორმულები მათგან მიიღება. თანაბარ კუთხურ აჩქარებასთან დაკავშირებული ამოცანის ამოხსნისთვის სწორედ ეს ფორმულები უნდა გამოიყენოთ. ამოცანის ამოხსნის დროს შეეცადეთ ის ფორმულა აირჩიოთ, რომელშიც შემავალი ერთადერთი უცნობი ცვლადი ამოცანის შეკითხვაშია დასმული. მაგალითი 10.3 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშშია მოცემული.

საკონტროლო წერტილი 2. მბრუნავი სხეულის $\theta(t)$ კუთხური მდებარეობაა, ა) $\theta = 3t - 4$, ბ) $\theta = -5t^3 + 4t^2 + 6$, გ) $\theta = 2/t^2 - 4/t$ და დ) $\theta = 5t^2 - 3$. რომელ შემთხვევაში გამოდგება 10.1 ცხრილში მოყვანილი ფორმულები?

საქსანის სასხნის ნიშაჟი **10.2**

საღესი ქვა (სურ. 10.8) $\alpha=0,35$ რადიანი/წმ² თანაბარი კუთხური აჩქარებით ბრუნავს. როდესაც $t=0$, მისი კუთხური სიჩქარეა $\omega_0 = -4,6$ რადიანი/წმ და ათვლის წრფე ჰორიზონტალურია ($\theta_0=0$).

ა) რა დროს იქნება ათვლის წრფის კუთხური მდებარეობა $\theta=5$ ბრ?

ამოხსნა: კუთხური აჩქარება თანაბარია, ამიტომ 10.1 ცხრილში მოცემული ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ჩვენთვის სასურველი ფორმულა 10.13-ია, ვინაიდან ის ჩვენთვის საინტერესო ერთადერთ უცნობს, t დროს შეიცავს:

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

მონაცემების და $\theta_0=0$, $\theta = 5$ ბრ $= 10\pi$ რად შედეგის ჩასმა მოგვცემს:

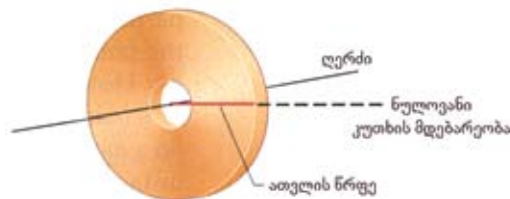
$$10\pi \text{ რად} = -(4,6 \text{ რად/წმ})t + \frac{1}{2}(0,35 \text{ რად/წმ}^2)t^2$$

განტოლების ამონახსნია:

$$t = 32 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) აღწერეთ საღესი ქვის ბრუნვა 0-დან 32წმ-მდე დროის შუალედში.

ამოხსნა: ქვა საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით $\omega_0 = -4,6$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, მაგრამ მისი α კუთხური აჩქარება დადებითია. კუთხური სიჩქარის და კუთხური აჩქარების საპირისპირო ნიშანი



სურ. 10.8. საღესი ქვა. $t = 0$ დროს ათვლის წრფე ჰორიზონტალურია.

მიუთითებს, რომ ქვა ბრუნვის დროს ნელდება, ჩერდება და შემდეგ საპირისპირო მიმართულებით იწყებს ბრუნვას. მას შემდეგ რაც ათვლის წრფე $\theta = 0$ საწყის მდებარეობას დაუბრუნდება, $t = 32$ წმ დროში ქვა კიდევ ხუთჯერ ბრუნდება.

გ) რა t დროს შეჩერდება წამიერად ქვა?

ამოხსნა: კვლავ ზემოთ მოცემულ ცხრილს ვუბრუნდებით და ამჯერადაც ის ფორმულა გვჭირდება, რომელიც მხოლოდ t უცნობს შეიცავს. გარდა ამისა, ეს ფორმულა ω ცვლადსაც უნდა შეიცავდეს, რომელსაც 0-ად მივიჩნევთ და შესაბამისი t დროისთვის ამოვხსნით. 10.12 ფორმულა მოგვცემს:

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - (-4,6 \text{ რად/წმ})}{0,35 \text{ რად/წმ}^2} = 13 \text{ წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

საქსანის სასხნის ნიშაჟი **10.3**

როტორის (6.8 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოცემული მბრუნავი ცილინდრი) მართვის დროს მგზავრს ჯერ მწვავე ტკივილს აგრძნობინებთ, ხოლო შემდეგ ცილინდრის კუთხურ სიჩქარეს 20 ბრუნის განმავლობაში მუდმივი კუთხური აჩქარებით 3,4რადიანი/წმ-დან 2რადიანი/წმ-მდე ამცირებთ(მგზავრიცხადიაგადატანითმოძრაობას ასრულებს და არა ბრუნვით მოძრაობას).

ა) რისი ტოლია თანაბარი კუთხური აჩქარება კუთხური სიჩქარის შემცირების დროს?

ამოხსნა: დავუშვათ ბრუნვა საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ხდება და აჩქარება $t = 0$ დროს, θ_0 კუთხური მდებარეობისას იწყება. ვინაიდან ცილინდრის კუთხური აჩქარება თანაბარია, ის კუთხურ სიჩქარეს და კუთხურ გადაადგილებას 10.12-10.13 ძირითადი ფორმულების საშუალებით შეგვიძლია

დავუკავშიროთ. საწყისი კუთხური სიჩქარეა $\omega_0 = 3,4$ რადიანი/წმ, კუთხური გადაადგილებაა $\theta - \theta_0 = 20$ ბრ და გადაადგილების ბოლოს კუთხური სიჩქარეა $\omega = 2$ რადიანი/წმ. α კუთხური აჩქარება და t დრო არ ვიცით, მაგრამ ორივე სიდიდე ძირითად ფორმულებში შედის.

უცნობი t -ს გაბათილებისთვის 10.12 ფორმულა გამოვიყენოთ და დავწეროთ:

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$$

შემდეგ მიღებული შედეგი 10.13 ფორმულაში ჩავსვათ:

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right)^2$$

α -სთვის ამოხსნა, მონაცემების შეტანა და 20 ბრ-ის 125,7 რადიანში გადაყვანა მოგვცემს:

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2(\theta - \theta_0)} = \frac{(2 \text{ რად/წმ})^2 - (3,4 \text{ რად/წმ})^2}{2(125,7 \text{ რად})} = -0,0301 \text{ რად/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

10.18 ფორმულა გვაუწყებს, რომ ვინაიდან მყარი სხეულის ყველა წერტილის ω კუთხური სიჩქარე ერთი და იგივეა, მეტი r რადიუსის მქონე წერტილების v წრფივი სიჩქარე შესაბამისად მეტია. 10.9ა სურათის მიხედვით წრფივი სიჩქარე ყოველთვის წერტილის ტრაექტორიის მხეზია.

თუ მყარი სხეულის ω კუთხური სიჩქარე უცვლელია, მაშინ 10.18 ფორმულის თანახმად მისი ნებისმიერი წერტილის v წრფივი სიჩქარეც არ იცვლება. აქედან გამომდინარე, სხეულის თითოეული წერტილი თანაბარწრიულად მოძრაობს. ყოველი წერტილის და, თავად მყარი სხეულის, ბრუნვის T პერიოდი 4.35 ფორმულით გამოითვლება:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (10.19)$$

10.19 ფორმულის მიხედვით, ერთი შემობრუნებისთვის საჭირო დრო შემობრუნების განმავლობაში განვლილი $2\pi r$ მანძილის ამ მანძილის გავლის სიჩქარესთან შეფარდებაა. 10.18 ფორმულიდან v -ს ჩასმა და r -ის გაბათილება მოგვცემს:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.20)$$

ექვივალენტური ფორმულის თანახმად, ერთი შემობრუნებისთვის საჭირო დრო შემობრუნების განმავლობაში განვლილი 2π რადიანი მანძილის ფარდობაა ამ კუთხის შემოწერის კუთხურ სიჩქარესთან.

აჩქარება

10.18 ფორმულის დროით დიფერენცირება (როდესაც r მუდმივია) მოგვცემს:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r. \quad (10.21)$$

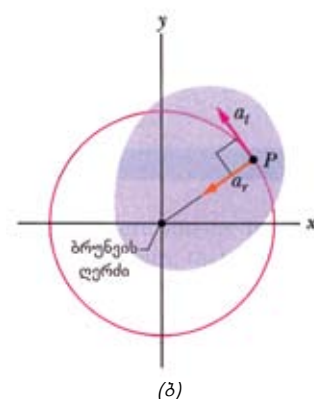
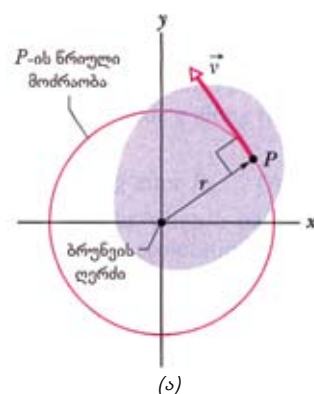
10.21 ფორმულაში, dv/dt წრფივი აჩქარების მხოლოდ იმ ნაწილს ასახავს, რომელიც $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარის ცვლილებაზეა პასუხისმგებელი. $\vec{v}$ -ს მსგავსად, წრფივი აჩქარების ეს ნაწილიც წერტილის ტრაექტორიის მხეზია. ამ აჩქარებას წერტილის წრფივი აჩქარების a_t მხეზ კომპონენტს ვუწოდებთ და ვწერთ:

$$a_t = a r \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.22)$$

სადაც $a = d\omega/dt$. გაფრთხილება: 10.22 ფორმულაში a კუთხური აჩქარება რადიანებში უნდა გამოისახოს. გარდა ამისა, 4.34 ფორმულიდან გამომდინარე, წრიული ტრაექტორიით მოძრავ წერტილს წრფივი აჩქარების რადიალური კომპონენტი აქვს ($a_r = v^2/r$), რომელიც რადიალურად წრეწირის შიგნით, ცენტრისკენაა მიმართული და $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარის მიმართულების ცვლილებაზეა პასუხისმგებელი. 10.18 ფორმულიდან v -ს ჩასმის შემდეგ ეს კომპონენტი შემდეგი სახით შეიძლება ჩაინეროს:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{რადიანებში}). \quad (10.23)$$

10.9ბ სურათზე კარგად ჩანს, რომ მბრუნავი მყარი სხეულის წერტილის წრფივი აჩქარება ორი კომპონენტისგან შედგება. რადიალურად ცენტრისკენ მიმართული a_r კომპონენტი არსებობს, თუ სხეულის კუთხური სიჩქარე ნული არ არის. a_t მხეზი კომპონენტი მაშინ არსებობს, როდესაც კუთხური აჩქარება ნული არ არის.



სურ. 10.9. 10.2 სურათზე გამოსახული, მბრუნავი, მყარი სხეულის განივი კვეთის ზედახედი. სხეულის ყველა წერტილი (მაგალითად, P) ბრუნვის ღერძის გარშემო წრიულად მოძრაობს. ა) ყოველი წერტილის $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარე წერტილის წრიული ტრაექტორიის მხეზია. ბ) წერტილის $\vec{a}$ აჩქარება a_t მხეზი კომპონენტისა და a_r რადიალური კომპონენტისგან შედგება.

საკონტროლო ნერტილი 3. ხოჭო მბრუნავ კარუსელზე ზის. თუ სისტემის (კარუსელი+ხოჭო) კუთხური სიჩქარე თანაბარია, აქვს თუ არა ხოჭოს ა) რადიალური და ბ) მხები აჩქარება? თუ ω მცირდება, აქვს თუ არა ხოჭოს გ) რადიალური და დ) მხები აჩქარება?

აქოსანის აქოსანის ნიჟაში 10.4

ჩვენ ინდუქციური „რუსული მთები“ უნდა დავაპროექტოთ, რომელიც მაგნიტური ძალების საშუალებით ჩქარდება. თავდაპირველად, მგზავრი ჰორიზონტალურ ტრასაზე გ აჩქარებით მოძრაობს, ხოლო ტრასის პირველი მონაკვეთი წრიული რკალის ფორმისაა (სურ. 10.10), რათა მგზავრმა ცენტრისკენული აჩქარება შეიგრძნოს. რკალის შემოწერის დროს ცენტრისკენული აჩქარება მკვეთრად იზრდება. როდესაც რკალის θ_p კუთხეზე განლაგებულ რაიმე P წერტილში ჯამური აჩქარების a სიდიდე $4g$ გახდება, მგზავრმა წრფივი ტრაექტორიით უნდა იმოძრაოს, რომელიც რკალის მხებია.

ა) რა θ_p კუთხე უნდა შემოწეროს რკალმა, რათა P წერტილში a იყოს $4g$ -ის ტოლი?

ამოხსნა: მგზავრის $\vec{a}$ ჯამური აჩქარება ნებისმიერ დროს ტრასის გასწვრივი $\vec{a}_t$ მხები აჩქარების და რკალის სიმრუდის ცენტრისკენ მიმართული $\vec{a}_r$ რადიალური აჩქარების ვექტორული ჯამია (10.9b სურათის მსგავსად). $\vec{a}_t$ და $\vec{a}_r$ ურთიერთპერპენდიკულარული ვექტორებია, ამიტომ მათი ჯამია:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}. \quad (10.24)$$

a_r -ის მნიშვნელობა ნებისმიერ დროში ω კუთხურ სიჩქარეზე დამოკიდებული და 10.23 ფორმულის თანახმად:

$$a_r = \omega^2 r, \quad (10.25)$$

სადაც r არის წრიული რკალის რადიუსი.

გაშვების ადგილზე მგზავრის საწყისი კუთხური სიჩქარეა $\omega_0 = 0$, ხოლო საწყისი კუთხური მდებარეობაა $\theta_0 = 0$. მგზავრის აჩქარების დროს ω -ს ზრდის ტემპი α კუთხური აჩქარებაა. 10.22 ფორმულიდან გამომდინარე, α -სა და a_r -ს შორის შემდეგი კავშირია:

$$\alpha = \frac{a_r}{r}. \quad (10.26)$$

ვინაიდან a_t და r მუდმივებია, α -ც მუდმივია. აქედან გამომდინარე, 10.1 ცხრილის ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ჩვენ θ კუთხური



სურ. 10.10. „რუსული მთების“ ჰორიზონტალური ტრასის ზედხედი. ტრასა ჯერ წრიული რკალია, ხოლო წერტილიდან მოყოლებული რკალის მხები წრფეა.

მდებარეობის გამოთვლა გვჭირდება, ამიტომ 10.14 ფორმულას ვირჩევთ:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad (10.27)$$

ჩავსვათ $\omega_0 = 0$, $\theta_0 = 0$, $\alpha = a_t / r$ და მივიღებთ:

$$\omega^2 = \frac{2a_t \theta}{r} \quad (10.28)$$

მიღებული შედეგი 10.25 ფორმულაში ჩავსვათ და გვექნება:

$$a_r = 2a_t \theta. \quad (10.29)$$

შემდეგ a_r -სთვის მიღებული შედეგი 10.24 ფორმულაში გადავიტანოთ და θ -სთვის ამოვხსნათ:

$$\theta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_r^2}{a_t^2} - 1}. \quad (10.30)$$

როდესაც a გახდება $4g$, θ კუთხე ჩვენთვის საინტერესო θ_p კუთხის ტოლია. 10.30 ფორმულაში $a = 4g$, $\theta = \theta_p$, $a_t = g$ ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\theta_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(4g)^2}{g^2} - 1} = 1.94 \text{ რად} = 111^\circ. \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) რა იქნება მგზავრის a ჯამური აჩქარება P წერტილში და შემდეგ?

ამოხსნა: P წერტილში $a = 4g$. ამის შემდეგ მგზავრი წრფივად მოძრაობს და ცენტრისკენული აჩქარება აღარ აქვს. მაშასადამე:

P წერტილში $a = 4g$ და ამის შემდეგ $a = g$ (პასუხი) „რუსული მთების თავის ტკივილი“ მაშინ ჩნდება, როდესაც მგზავრის თავი აჩქარების მკვეთრ ცვლილებას განიცდის. აჩქარების ცვლილება თავის ქალაში ტვინის მოძრაობას იწვევს და ტვინისა და თავის ქალის დამაკავშირებელი ვენები წყდება. აჩქარების g -დან $4g$ -მდე ზრდა სავარაუდოდ სწორედ თავის ტკივილს გამოიწვევს.

აომსანის აომსნის ააქაია

ტაქტიკა 1: კუთხური ცვლადების ერთეულები

როდესაც კუთხური და წრფივი ცვლადების შემცველ ფორმულებს ვიყენებთ, ყველა კუთხური ცვლადს რადიანებში ვზომავთ. მაშასადამე, კუთხურ გადაადგილებას რადიანებში გამოვსახავთ, კუთხურ სიჩქარეს - რადიანი/წმ-ებში, ხოლო კუთხურ აჩქარებას - რადიანი/წმ²-ებში და რადიანი/წმ²-ებში. გამონაკლისია ის ფორმულები,

რომლებიც მხოლოდ კუთხურ ცვლადებს შეიცავს (მაგალითად 10.1 ცხრილში მოყვანილი ფორმულები). ამ შემთხვევაში, კუთხური ცვლადების ერთეულების განსაზღვრა თქვენზეა დამოკიდებული.

ფორმულებში, სადაც მხოლოდ რადიანები გამოიყენება, “რადიანი”-ს სიტყვიერად ჩაწერა აუცილებელი არც არის.

10.6. ბუნების ზნაზიუაი ანაზი

საჭრელი ჩარხის ხერხის სწრაფად ბრუნვის დროს მას ნამდვილად აქვს კინეტიკური ენერგია. როგორ გამოვსახოთ ეს ენერგია? $K = \frac{1}{2}mv^2$ ფორმულას ვერ გამოვიყენებთ, ვინაიდან ის მხოლოდ ხერხის მასის ცენტრის კინეტიკურ ენერგიას ანუ ნულს მოგვცემს.

ამის ნაცვლად ხერხი (ან ნებისმიერი სწრაფად მბრუნავი მყარი სხეული) სხვადასხვა სიჩქარეების მქონე ნივთიერი წერტილების ნაკრებად უნდა წარმოვიდგინოთ. შემდეგ ყველა ნივთიერი წერტილის კინეტიკურ ენერგიებს შევკრებთ და მთელი სხეულის კინეტიკურ ენერგიას გამოვთვლით. მაშასადამე, მბრუნავი სხეულის კინეტიკური ენერგიაა:

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \dots = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2, \quad (10.31)$$

სადაც m_i არის i რიგის ნივთიერი წერტილის მასა, ხოლო v_i მისი სიჩქარეა. დაჯამება სხეულის ყველა ნივთიერი წერტილისთვის ხდება.

10.31 ფორმულის პრობლემა ის არის, რომ v_i არ არის ყველა ნივთიერი წერტილის სიჩქარე. ამ პრობლემის გადაჭრისთვის v 10.18 ფორმულიდან ($v = \omega r$) ავიღოთ და გვექნება:

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega^2, \quad (10.32)$$

სადაც ω ყველა ნივთიერი წერტილისთვის ერთი და იგივეა.

10.32 ფორმულის მარჯვენა მხარეს ფრჩხილებში მოქცეული სიდიდე მბრუნავი სხეულის მასის ბრუნვის ღერძის გარშემო განაწილებას გვიჩვენებს. ამ სიდიდეს ბრუნვის ღერძისადმი სხეულის **I ბრუნვით ინერციას** ანუ **ინერციის მომენტს** ვუწოდებთ. ეს სიდიდე რაიმე მყარი სხეულისთვის და ბრუნვის ღერძისთვის უცვლელია.

ამჯერად შეგვიძლია დავწეროთ:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (\text{ბრუნვითი ინერცია}) \quad (10.33)$$

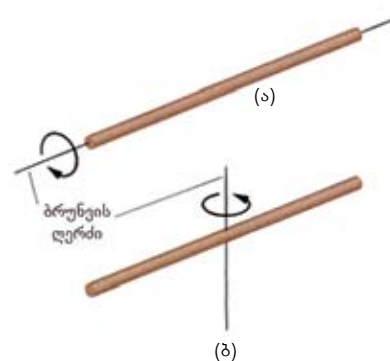
ეს ფორმულა 10.32 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.34)$$

მივიღეთ სწორედ ის გამოსახულება, რაც გვაინტერესებდა.

10.34 ფორმულის გამოყვანის დროს $v = \omega r$ ფორმულა გამოვიყენეთ და ამიტომ ω რადიანებში უნდა გამოისახოს. SI სისტემაში I -ს ერთეულია კგ·მ².

10.34 ფორმულა მბრუნავი მყარი სხეულის კინეტიკურ

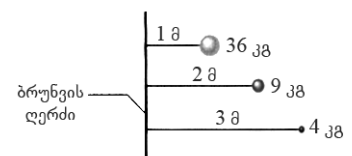


სურ. 10.11. გრძელი ძელაკის ბრუნვა ა) ცენტრალური (გასწვრივი) ღერძის გარშემო უფრო მარტივია, ვიდრე ბ) მის ცენტრზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო. მიზეზი ის არის, რომ ა) შემთხვევაში მასა ბრუნვის ღერძთან უფრო ახლოს არის გავრცელებული.

ენერგიას გვაძლევს და მყარი სხეულის გადატანითი მოძრაობის დროს კინეტიკური ენერგიის მომცემი $K = \frac{1}{2} M v_{\text{com}}^2$ ფორმულის კუთხური ექვივალენტია. ორივე ფორმულაში $\frac{1}{2}$ კოეფიციენტი გვხვდება. ერთ ფორმულაში M მასა შედის, ხოლო მეორეში - I (რაც მასას და მის განაწილებას აერთიანებს). გარდა ამისა, ორივე ფორმულაში სიჩქარის კვადრატი შედის. გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის კინეტიკური ენერგიები სხვადასხვა სახის ენერგია არ არის – ორივე მათგანი კინეტიკური ენერგიაა და უბრალოდ მოძრაობის სახეობის მიხედვით გამოისახება.

მბრუნავი სხეულის ბრუნვითი ინერცია არა მხოლოდ სხეულის მასას, არამედ მასის განაწილებასაც მოიცავს. მაგალითისთვის გრძელი, მძიმე ძელაკი განვიხილოთ. თავდაპირველად ეს ძელაკი მისი ცენტრალური (გასწვრივი) ღერძის გარშემო ვაბრუნოთ (სურ. 10.11ა), ხოლო შემდეგ მის ცენტრზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო (სურ. 10.11ბ). ორივე შემთხვევაში მასა თანაბარია, მაგრამ პირველ შემთხვევაში ბრუნვა უფრო იოლია. ამის მიზეზი ის არის, რომ მასა პირველ შემთხვევაში ბრუნვის ღერძთან უფრო ახლოს არის განაწილებული. შედეგად, 10.11ა სურათზე ძელაკის ბრუნვითი ინერცია ბევრად ნაკლებია, ვიდრე 10.11ბ სურათზე. ნაკლები ბრუნვითი ინერცია უფრო მარტივად ბრუნვას ნიშნავს.

საკონტროლო წერტილი 4. სურათზე ნაჩვენებია სამი სფერო ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნავს. ღერძსა და თითოეული სფეროს ცენტრს შორის პერპენდიკულარული მანძილი ნაჩვენებია. დაალაგეთ სფეროები ღერძის გარშემო ბრუნვითი ინერციების მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



10.7. ბრუნვითი ინერციის გამოთვლა

თუ მყარი სხეული რამდენიმე ნივთიერი წერტილისგან შედგება, ბრუნვის ღერძის გარშემო მისი ბრუნვითი ინერცია 10.33 ფორმულით ($I = \sum m_i r_i^2$) გამოითვლება ანუ ჩვენ შეგვიძლია თითოეული ნივთიერი წერტილის $m r^2$ ნამრავლი ვიპოვოთ და შემდეგ ეს ნამრავლები შევკრიბოთ (გაიხსენეთ, რომ r არის მოცემული ბრუნვის ღერძიდან ნივთიერი წერტილის დაშორება).

თუ მყარი სხეული მრავალი მიმდებარე ნივთიერი წერტილისგან შედგება, მაშინ 10.33 ფორმულის გამოყენება კომპიუტერს საჭიროებს. ამიტომ 10.33 ფორმულაში მოცემულ ჯამს ინტეგრალით ვცვლით და სხეულის ბრუნვით ინერციას ასე განვსაზღვრავთ:

$$I = \int r^2 dm \quad (\text{ბრუნვითი ინერცია, მთლიანი სხეული}) \quad (10.35)$$

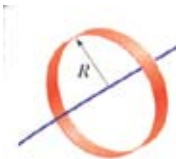
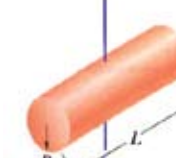
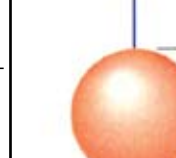
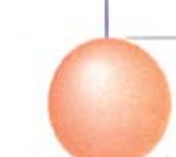
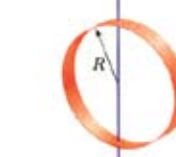
10.2 ცხრილში ინტეგრების შედეგებია მოცემული ცხრა სხეულისთვის.

პარალელური ღერძების თეორემა

მოდიოთ, გამოვთვალოთ M მასის სხეულის I ბრუნვითი ინერცია მოცემული ღერძის გარშემო. I -ს გამოთვლა 10.35 ფორმულაში მოცემული ინტეგრალის საშუალებით შეიძლება, მაგრამ მდგომარეობა უფრო გამარტივდება, თუ სხეულის მასის ცენტრზე გამავალი **პარალელური ღერძის** გარშემო სხეულის I_{com} ბრუნვითი ინერცია ვიცით. დავუშვათ, h არის პერპენდიკულარული მანძილი მოცემულ ღერძსა და მასის ცენტრზე გამავალ ღერძს შორის (გახსოვდეთ, რომ ეს ორი ღერძი ურთიერთპარალელური უნდა იყოს). მოცემული ღერძის გარშემო I ბრუნვითი ინერციაა:

$$I = I_{\text{com}} + M h^2 \quad (\text{პარალელური ღერძების თეორემა}) \quad (10.36)$$

სახილი 10.2 ბრუნვითი ინერციები

 ფერსოს ბრუნვა ცენტრალური ღერძის გარშემო (ა) $I = MR^2$	 რგოლური ცილინდრის ბრუნვა ცენტრალური ღერძის გარშემო (ბ) $I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$	 მყარი ცილინდრის (დისკოს) ბრუნვა ცენტრალური ღერძის გარშემო (გ) $I = \frac{1}{2}MR^2$
 მყარი ცილინდრის (დისკოს) ბრუნვა ცენტრალური დიამეტრის გარშემო (დ) $I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$	 ძელაქის ბრუნვა მის ცენტრზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო (ე) $I = \frac{1}{12}ML^2$	 მყარი სფეროს ბრუნვა ნებისმიერი დიამეტრის გარშემო (ვ) $I = \frac{2}{5}MR^2$
 სფერული გარსის ბრუნვა ნებისმიერი დიამეტრის გარშემო (ზ) $I = \frac{2}{3}MR^2$	 ფერსოს ბრუნვა ნებისმიერი დიამეტრის გარშემო (თ) $I = \frac{1}{2}MR^2$	 ფირფიტის ბრუნვა მის ცენტრზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო (ი) $I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$

10.36 ფორმულას **პარალელური ღერძების თეორემა** ეწოდება. მომდევნო პარაგრაფში ამ ფორმულას დავამტკიცებთ და 10.5 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში გამოვიყენებთ.

ჰახაჩაძის ლეჩაძის თეორემის დამტკიცება

დავუშვათ, O არის 10.12 სურათზე გამოსახული პირობითი ფორმის სხეულის მასის ცენტრი. კოორდინატა სისტემის ათვლის სათავე O წერტილს დავამთხვიოთ. განვიხილოთ სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარული, O წერტილზე გამავალი ღერძი და პირველი ღერძის პარალელური, P წერტილზე გამავალი მეორე ღერძი. P წერტილის x და y კოორდინატები a და b იყოს.

dm არის ზოგადად x და y კოორდინატების მქონე მასის ელემენტი. P წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო სხეული ბრუნვითი ინერცია 10.35 ფორმულიდან გამომდინარე არის:

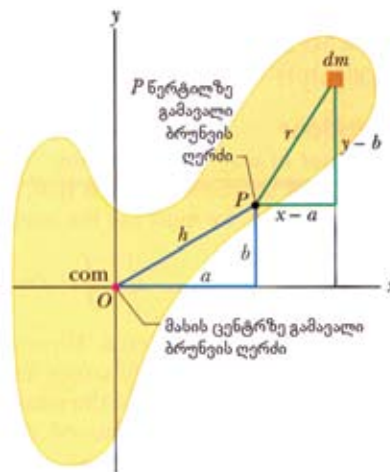
$$I = \int r^2 dm = \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm,$$

გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$I = \int (x^2 + y^2) dm - 2a \int x dm - 2b \int y dm + \int (a^2 + b^2) dm. \quad (10.37)$$

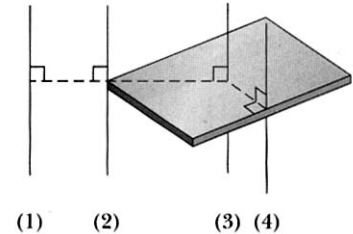
მასის ცენტრის განსაზღვრებიდან გამომდინარე (9.9 ფორმულა), 10.37 ფორმულის შუა ორი ინტეგრალი მასის

სურ. 10.12. მასის ცენტრის მქონე მყარი სხეულის განივი კვეთი. პარალელური ღერძების თეორემა (10.36 ფორმულა) O წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვითი ინერციის სხეულის მასის ცენტრიდან h მანძილით დაშორებულ P წერტილში გამავალი ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვითი ინერციასთან აკავშირებს. ორივე ღერძი სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარულია.



ცენტრის კოორდინატებს გვაძლევს და მაშასადამე ორივე ნულის ტოლია. ვინაიდან $x^2 + y^2 = R^2$, სადაც R არის მანძილი O -დან dm -მდე, პირველი ინტეგრალი I_{com} -ია, რაც მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვითი ინერციაა. 10.12 სურათზე დაკვირვება ცხადყოფს, რომ 10.37 ფორმულის უკანასკნელი წევრია Mh^2 , სადაც M სხეულის ჯამური მასაა. ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, 10.37 ფორმულა 10.36 ფორმულამდე დაიყვანება და თეორემა დამტკიცებულია.

საკონტროლო წერტილი 5. სურათზე ნაჩვენებია წიგნის მაგვარი საგანი (ერთი გვერდი მეორეზე გრძელია) და საგნის ზედაპირის პერპენდიკულარული ბრუნვის ღერძის ოთხი არჩევანი. დაალაგეთ ღერძები მათ გარშემო საგნის ბრუნვითი ინერციის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 10.5

10.13ა სურათზე ნაჩვენებია m მასის ორი ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სხეული. წერტილები ერთმანეთთან L სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკით არიან დაკავშირებული.

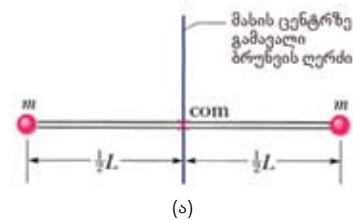
ა) რისი ტოლია სხეულის I_{com} ბრუნვითი ინერცია მასის ცენტრზე გამავალი, ძელაკის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო?

ამოხსნა: ვინაიდან მხოლოდ ორი ნივთიერი წერტილი გვაქვს, სხეულის I_{com} ბრუნვითი ინერციის გამოთვლა ინტეგრების ნაცვლად 10.33 ფორმულით შეგვიძლია. ნივთიერ წერტილებს და ბრუნვის ღერძს შორის მანძილია $\frac{1}{2}L$ და გვექნება:

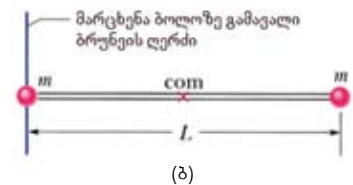
$$I = \sum m_i r_i^2 = (m)\left(\frac{1}{2}L\right)^2 + (m)\left(\frac{1}{2}L\right)^2 = \frac{1}{2}mL^2. \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) რისი ტოლია სხეულის I ბრუნვითი ინერცია ძელაკის მარცხენა ბოლოზე გამავალი და პირველი ღერძის პარალელური ღერძის გარშემო?

ამოხსნა: ბრუნვითი ინერცია კვლავ ამოცანის ა) ნაწილის მსგავსად შეგვიძლია გამოვთვალოთ, მაგრამ ამჯერად მარცხნივ განლაგებული წერტილისთვის r_i მანძილია ნულია, ხოლო მარჯვნივ განლაგებული წერტილისთვის იგივე



(ა)



(ბ)

სურ. 10.13. მყარი სხეული უმნიშვნელო მასის ძელაკით გაერთიანებული, m მასის ორი ნივთიერი წერტილისგან შედგება.

მანძილი L -ის ტოლია. 10.33 ფორმულა გვაძლევს:

$$I = m(0)^2 + mL^2 = mL^2 \quad (\text{პასუხი})$$

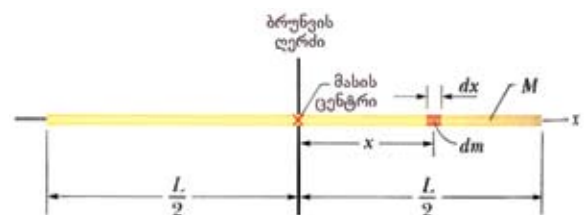
გარდა ამისა, ვინაიდან მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო I_{com} ვიცით და შეკითხვაში ნახსენები ღერძი ამ ღერძის პარალელურია, ჩვენ შეგვიძლია პარალელური ღერძების თეორემა (10.36 ფორმულა) გამოვიყენოთ:

$$I = I_{com} + Mh^2 = \frac{1}{2}mL^2 + (2m)\left(\frac{1}{2}L\right)^2 = mL^2 \quad (\text{პასუხი})$$

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 10.6

10.14 სურათზე ნაჩვენებია ვიწრო, ერთგვაროვანი, M მასის და L სიგრძის ღერო, რომელიც x ღერძზე ძევს და ამ ღერძის ათვლის სათავე ძელაკის ცენტრს ემთხვევა.

ა) რისი ტოლია ძელაკის ბრუნვითი ინერცია ცენტრზე გამავალი პერპენდიკულარული ბრუნვის ღერძის გარშემო?



სურ. 10.14. L სიგრძის და M მასის ერთგვაროვანი ძელაკი. ნაჩვენებია dm მასის და dx სიგრძის ელემენტი.

ამოხსნა: ვინაიდან ძელაკი ერთგვაროვანია, მისი მასის ცენტრი ღეროს ცენტრზეა. ძელაკი მთლიანი საგანია, ამიტომ ბრუნვითი ინერციის გამოთვლისთვის 10.35 ფორმულა უნდა გამოვიყენოთ:

$$I = \int r^2 dm, \quad (10.38)$$

ჩვენ x კოორდინატით ინტეგრება გვსურს (და არა მითითებული dm მასით), ამიტომ ძელაკის ელემენტის dm მასა ძელაკის dx სიგრძეს უნდა დაუეკავშიროთ (ამგვარი ელემენტი 10.14 სურათზეა ნაჩვენები). ძელაკი ერთგვაროვანია, ამიტომ მასის შეფარდება სიგრძესთან ყველა ელემენტისთვის და ძელაკისთვის თანაბარია. აქედან გამომდინარე:

$$\frac{\text{ელემენტის } dm \text{ მასა}}{\text{ელემენტის } dx \text{ სიგრძე}} = \frac{\text{ძელაკის } M \text{ მასა}}{\text{ძელაკის } L \text{ სიგრძე}}$$

ანუ

$$dm = \frac{M}{L} dx.$$

ამჯერად 10.38 ფორმულაში dm -ს ნაცვლად მიღებულ შედეგს შევიტანთ, ხოლო r -ს x -ით შევცვლით. შემდეგ ძელაკის მთელი სიგრძისთვის ($-L/2$ -დან $L/2$ -მდე) ვაინტეგრებთ და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} I &= \int_{x=-L/2}^{x=L/2} x^2 \left(\frac{M}{L} \right) dx \\ &= \frac{M}{3L} \left[x^3 \right]_{-L/2}^{+L/2} = \frac{M}{3L} \left[\left(\frac{L}{2} \right)^3 - \left(-\frac{L}{2} \right)^3 \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{12} ML^2. \quad (\text{პასუხი})$$

მიღებული პასუხი 10.2ე ცხრილში მოცემულ შედეგთან შესაბამისობაშია.

ბ) რისი ტოლია ძელაკის I ბრუნვითი ინერცია ძელაკის პერპენდიკულარული და მარცხენა ბოლოზე გამავალი ახალი ბრუნვის ღერძის გარშემო?

ამოხსნა: ამჯერად x ღერძის ათვლის სათავე ძელაკის მარცხენა ბოლოს უნდა დავამთხოვოთ და შემდეგ 0-დან L -მდე ვაინტეგრებთ. შედეგად მივიღებთ:

$$I = \frac{1}{3} ML^2 \quad (\text{პასუხი})$$

უფრო მარტივი იქნება, თუ ძელაკის ბოლოს ღერძს ისე გავავლებთ, რომ ის მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის პარალელური იყოს. ამ შემთხვევაში პარალელური ღერძების თეორემას გამოვიყენებთ (10.36 ფორმულა). ამოცანის ა) ნაწილიდან ვიცით, რომ $I_{\text{com}} = \frac{1}{12} ML^2$. 10.14 სურათზე, ბრუნვის ახალ ღერძსა და მასის ცენტრს შორის h პერპენდიკულარული მანძილია $\frac{1}{2}L$. 10.36 ფორმულა გვაძლევს:

$$I = I_{\text{com}} + Mh^2 = \frac{1}{12} ML^2 + (M) \left(\frac{1}{2}L \right)^2 = \frac{1}{3} ML^2 \quad (\text{პასუხი})$$

ეს შედეგი ძელაკის ორივე ბოლოზე გამავალ პერპენდიკულარულ ღერძს შეესაბამება, მიუხედავად იმისა, ეს ღერძი 10.14 სურათზე ნაჩვენებია ღერძის პარალელურია თუ არა.

ამოცანის ამოხსნის ნიშაში 10.7

მექანიზმების დიდ ნაწილებს, რომლებიც ხანგრძლივად და მაღალ სიჩქარეებზე ბრუნავს, საცდელი ბრუნვის სისტემით ამოწმებენ. ეს სისტემა ჰერმეტიკული სადებიტა და ტყვიის აგურებით დამზადებული ცილინდრია, რომელიც სარქველითაა დახურული. ნაწილს ამ ცილინდრში ათავსებენ და მაღალი სიჩქარით აბრუნებენ. თუ ბრუნვის შედეგად ნაწილი ზიანდება, ტყვიის მსუბუქი აგურები ნამსხვრევებს იჭერს და მათი შემდგომი ანალიზი ხდება.

1985 წელს, კომპანია *Test Devices, Inc.* $M = 272$ კგ მასის და $R = 38$ სმ რადიუსის ფოლადის მყარ როტორს ბრუნვაზე ამოწმებდა. როდესაც დისკოს ω კუთხური სიჩქარე 14000 ბრ/წთ გახდა, ინჟინრებმა ერთი სართულიდან ქვემოთ (სადაც საცდელი სისტემა იყო განლაგებული) დარტყმის ხმა გაიგეს. აღმოჩნდა, რომ ტყვიის აგურები



სურ. 10.15. სწრაფად მბრუნავი ფოლადის დისკოს აფეთქების შედეგი

საცდელი სისტემის ოთახში მიმავალ კორიდორში იყო გაბნეული, ოთახის კარი მანქანების მიმდებარე სადგომში ეგდო, ტყვიის ერთი აგური მეზობლის სამზარეულოს კედელს მოხვდა, შენობის საყრდენი

ძელები დაზიანდა, საცდელი ოთახის ბეტონის იატაკმა 0,5სმ-ით დაბლა ჩაინია, ხოლო 900კგ მასის სარკველი ჭერს მოხვდა და შემდეგ საცდელ ალჭურვილობას დაეცა (სურ. 10.15). ნამსხვრევებმა ინჟინრების ოთახში შემთხვევით არ შეაღწიეს.

რა ენერგია გამოიყო როტორის აფეთქების შედეგად?

ამოხსნა: გამოყოფილი ენერგია როტორის K ბრუნვითი კინეტიკური ენერგიის ტოლია, როდესაც მისი კუთხური სიჩქარე 14000ბრ/წთ გახდა. K -ს გამოთვლა 10.34 ფორმულის ($K = \frac{1}{2}I\omega^2$) საშუალებით შეიძლება, მაგრამ თავდაპირველად I ბრუნვითი ინერციის გამოსახულება უნდა მივიღოთ. როტორი დისკოა და კარუსელის მსგავსად ბრუნავს, ამიტომ

I -ს გამოსახულება 10.2გ ცხრილშია მოცემული ($I = \frac{1}{2}MR^2$):

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}(272\text{კგ})(0,38\text{მ})^2 = 19,64\text{კგ}\cdot\text{მ}^2.$$

როტორის კუთხური სიჩქარეა:

$$\omega = (14000\text{ ბრ/წთ})(2\pi\text{ რად/ბრ})\left(\frac{1\text{ წთ}}{60\text{ წმ}}\right) = 1,466 \times 10^3\text{ რად/წმ}$$

ამის შემდეგ 10.34 ფორმულა მოგვცემს:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(19,64\text{ კგ}\cdot\text{მ}^2)(1,466 \times 10^3\text{ რად/წმ})^2 = 2,1 \times 10^7\text{ ჯ (პასუხი)}$$

პასუხიდან გამომდინარე, როტორის აფეთქება ბომბის აფეთქების მსგავსი იყო.

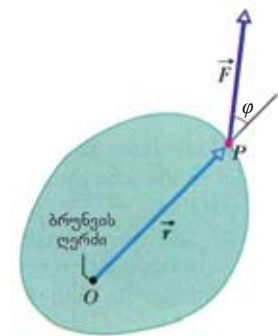
10.8. ძალის მომენტი

კარის სახელური ანჯამიდან მაქსიმალურად შორსაა განლაგებული და ეს ჭკვიანურია. მძიმე კარის გაღებისას ძალის მოდებია საჭიროა, მაგრამ ეს საკმარისი არ არის. ძალის მოდების ადგილს და ბიძგის მიმართულებას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს. თუ ძალას ანჯამასთან უფრო ახლოს მოსდებთ, ვიდრე კარის სახელურთან ან ძალა კარის სიბრტყისადმი 90° -ისგან განსხვავებულ კუთხეს ადგენს, მაშინ კარის გაღებისთვის უფრო მეტი ძალაა საჭირო, ვიდრე იმ შემთხვევაში, როდესაც ძალა სახელურზეა მოდებული და კარის სიბრტყის პერპენდიკულარულია.

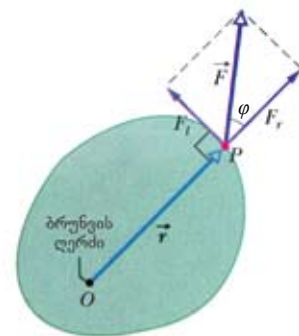
10.16ა სურათზე ნაჩვენებია O წერტილზე გამავალი და განივი კვეთის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო თავისუფლად მბრუნავი სხეული. P წერტილის მდებარეობა O -სადმი $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის საშუალებით განისაზღვრება და ამ წერტილზე $\vec{F}$ ძალაა მოდებული. $\vec{F}$ და $\vec{r}$ ვექტორებს შორის კუთხეა ϕ (სიმარტივისთვის მხოლოდ იმ ძალებს განვიხილავთ, რომელთაც ბრუნვის ღერძის პარალელური კომპონენტი არ გააჩნიათ ანუ $\vec{F}$ ძალა სახელმძღვანელოს გვერდის სიბრტყეშია მოდებული).

$\vec{F}$ ძალა ორ კომპონენტად დავშალოთ (სურ. 10.16ბ), რათა გავარკვეოთ, თუ რა გავლენას ახდენს ეს ძალა ბრუნვის ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვაზე. F_r რადიალური კომპონენტი $\vec{r}$ ვექტორის გასწვრივია მიმართული და ბრუნვას არ იწვევს,

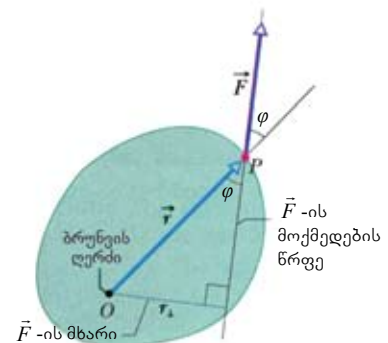
სურ. 10.16. ა) $\vec{F}$ ძალა მყარი სხეულის P წერტილზეა მოდებული და სხეული წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. ბრუნვის ღერძი სურათზე ნაჩვენებია განივი კვეთის სიბრტყის პერპენდიკულარულია. ბ) ძალის შედეგად მიღებული ძალის მომენტი (r)($F\sin\phi$). ძალის მომენტი rF_t სახითაც შეიძლება გამოისახოს, სადაც F_t არის $\vec{F}$ ძალის მხები კომპონენტი. გ) ძალის მომენტი $r_\perp F$ სახითაც შეიძლება ჩაინეროს, სადაც $r_\perp$ არის $\vec{F}$ ძალის მომენტის მხარი.



(ა)



(ბ)



(გ)

ვინაიდან ის O -ზე გამავალი წრფის გასწვრივ მოქმედებს (თუ კარებს მისი სიბრტყისადმი პარალელურად უბიძგებთ, კარი არ გაიღება). F_t მხები კომპონენტი $\vec{F}$ ვექტორის პერპენდიკულარულია და მისი სიდიდეა $F_t = F \sin \varphi$. მხები კომპონენტი ბრუნვას იწვევს (თუ კარებს მისი სიბრტყისადმი პერპენდიკულარულად უბიძგებთ, კარი შესაძლოა გაიღოს).

$\vec{F}$ ძალის მიერ სხეულის შემობრუნების შესაძლებლობა არა მხოლოდ F_t მხები კომპონენტის სიდიდეზეა დამოკიდებული, არამედ O წერტილიდან ძალის მოდების მანძილზე. ამ ორი ფაქტორის მხედველობაში მისაღებად τ ძალის მომენტი შემოგვაქვს, რაც ხსენებული ფაქტორების ნამრავლია:

$$\tau = (r)(F \sin \varphi) \quad (10.39)$$

ძალის მომენტის გამოსათვლელი ექვივალენტური ფორმულებია:

$$\tau = (r)(F \sin \varphi) = rF_t \quad (10.40)$$

და

$$\tau = (r \sin \varphi)(F) = r_{\perp}F \quad (10.41)$$

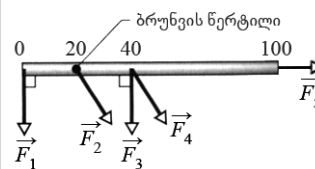
სადაც $r_{\perp}$ არის ბრუნვის ღერძის O წერტილსა და $\vec{F}$ ვექტორის განლაგების წრფეს შორის პერპენდიკულარული მანძილი (სურ. 10.16გ). ამ წრფეს $\vec{F}$ -ის მოქმედების წრფე ეწოდება, ხოლო $r_{\perp}$ არის $\vec{F}$ -ის მომენტის მხარი. 10.16ბ სურათზე კარგად ჩანს, რომ r შეგვიძლია აღვწეროთ, როგორც ძალის F_t კომპონენტის მომენტის მხარი.

სიტყვა „ძალის მომენტი“ ლათინური სიტყვიდან *Torque* („მაბრუნე მომენტი“) მოდის და $\vec{F}$ ძალის მაბრუნებელ თვისებას გამოხატავს. როდესაც საგანზე ძალით მოქმედებთ და მისი მობრუნება გსურთ, თქვენ ძალის მომენტს იყენებთ. SI სისტემაში ძალის მომენტის ერთეულია ნ·მ. გაფრთხილება: ნ·მ მუშაობის ერთეულიცაა, თუმცა მუშაობა და ძალის მომენტი სრულად განსხვავებული სიდიდეებია და ისინი ერთმანეთში არ უნდა აგვერიოს. მუშაობა ხშირად ჯოულებში გამოისახება, ხოლო ძალის მომენტი — არასდროს.

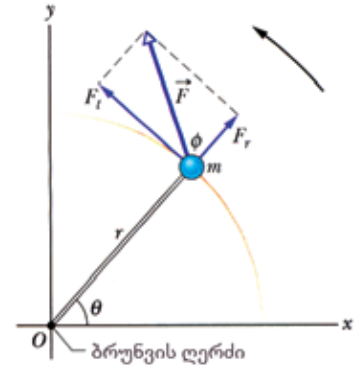
მომდევნო პარაგრაფში ძალის მომენტს განვიხილავთ, როგორც ვექტორულ სიდიდეს. ამჯერად ჩვენ მხოლოდ ერთი ღერძის გარშემო ბრუნვას ვეხებით და ვექტორი საჭირო არ არის. ძალის მომენტს დადებითი ან უარყოფითი მნიშვნელობა აქვს და ეს მნიშვნელობა სხეულის ბრუნვის მიმართულებაზეა დამოკიდებული. თუ სხეული საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს, ძალის მომენტი დადებითია, ხოლო თუ სხეული საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს, მაშინ ძალის მომენტი უარყოფითია.

ძალის მომენტი მე-5 პარაგრაფში განხილულ სუპერპოზიციის პრინციპს ემორჩილება. როდესაც სხეულზე რამდენიმე ძალის მომენტი მოქმედებს, ჯამური ძალის მომენტი ცალკეული ძალის მომენტების ჯამია. ჯამური ძალის მომენტის სიმბოლოა τ_{Σ} .

საკონტროლო წერტილი 6. სურათზე ნაჩვენებია მეტრებში დაგრადული სახაზავი, რომელიც 20 სმ ნიშნულზე მდებარე წერტილის გარშემო ბრუნავს. სახაზავზე მოქმედი ხუთივე ძალა ჰორიზონტალურია და მათი სიდიდეები თანაბარია. დალაგეთ ძალები მათ მიერ წარმოქმნილი ძალის მომენტის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.



სურ. 10.17. მარტივი მყარი სხეული r სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკის ბოლოზე მიბმული m მასის ნივთიერი წერტილისგან შედგება. სხეული O წერტილზე გაბმული ღერძის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. ბრუნვას $\vec{F}$ მოდებული ძალა იწვევს.



10.9. ნიუტონის მეოთხე კანონი ბრუნვისთვის

ძალის მომენტი მყარი სხეულის, მაგალითად, კარების ბრუნვას იწვევს. ამჯერად ჩვენ გვსურს მყარ სხეულზე მოქმედ τ_ϕ ჯამურ ძალის მომენტსა და ბრუნვის ღერძის გარშემო ამ ძალის მომენტის მიერ გამოწვეულ α კუთხურ აჩქარებას შორის კავშირი დავადგინოთ. ამისთვის ნიუტონის მეორე კანონს ($F_\phi = ma$) ვიყენებთ. F_ϕ -ს τ_ϕ -ით ვცვლით, m -ს I -ით, ხოლო a -ს α -ით და ვწერთ:

$$\tau_\phi = I\alpha \quad (\text{ნიუტონის მეორე კანონი ბრუნვისთვის}), \quad (10.42)$$

სადაც α რადიანებში უნდა იყოს გაზომილი.

10.42 ფორმულის დამტკიცება

10.42 ფორმულის დასამტკიცებლად 10.17 სურათზე გამოსახული მდგომარეობა განვიხილოთ. მყარი სხეული r სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკის ბოლოზე მიბმული m მასის ნივთიერი წერტილისგან შედგება. ძელაკი სახელმძღვანელოს გვერდის სიბრტყისადმი პერპენდიკულარული ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნავს. მაშასადამე, ნივთიერი წერტილი მხოლოდ წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს და ბრუნვის წრეწირის ცენტრზე გადის.

ნივთიერ წერტილზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. ვინაიდან ნივთიერი წერტილი წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს, ძალის მხოლოდ F_t მხეზ კომპონენტს შეუძლია ტრაექტორიის გასწვრივ ნივთიერი წერტილის აჩქარება. F_t -სა და ტრაექტორიის გასწვრივ ნივთიერი წერტილის a_t მხეზ აჩქარებას ნიუტონის მეორე კანონი აკავშირებს:

$$F_t = ma_t$$

ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი 10.40 ფორმულიდან გამომდინარე არის:

$$\tau = F_t r = ma_t r$$

10.22 ფორმულის ($a_t = ar$) დახმარებით, ეს ფორმულა შემდეგი სახით შეიძლება ჩაინეროს:

$$\tau = m(ar)r = (mr^2)\alpha \quad (10.43)$$

ფორმულის მარჯვენა მხარეს ფრჩხილებში მოქცეული სიდიდე არის ნივთიერი წერტილის ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნვითი ინერცია ანუ ინერციის მომენტი I (იხ. 10.33 ფორმულა). მაშასადამე, 10.43 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$\tau = I\alpha \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.44)$$

როდესაც ნივთიერ წერტილზე ერთზე მეტი ძალა მოქმედებს, 10.44 ფორმულის ზოგადი სახეა:

$$\tau_\phi = I\alpha \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.45)$$

ფორმულა დამტკიცებულია და ის ფიქსირებული ღერძის გარშემო მრბუნავ ნებისმიერ მყარ სხეულს შეგვიძლია მივუსადაგოთ, ვინაიდან ყველა ასეთი სხეული ნივთიერ წერტილთა ერთობლიობაა.

საკონტროლო წერტილი 7. სურათზე ნაჩვენებია მეტრებში დაგრაღიერებული სახაზავი, რომელიც შუა წერტილიდან მარცხნივ განლაგებული წერტილის გარშემო ბრუნავს. სახაზავზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ პერიზონტალური ძალები მოქმედებს. ნაჩვენებია მხოლოდ $\vec{F}_1$ ძალა. $\vec{F}_2$ ძალა სახაზავის პერპენდიკულარულია და მის მარჯვენა ბოლოზე მოქმედებს. თუ სახაზავი არ ბრუნავს, ა) რა მიმართულება აქვს $\vec{F}_2$ ძალას და ბ) F_2 ძალა F_1 -ზე მეტია, ნაკლებია თუ მისი ტოლია?



ამოცანის ამოხსნის ნიშანი 10.8

10.18ა სურათზე ნაჩვენებია უძრავ პერიზონტალურ ღერძზე დამაგრებული $R=20$ სმ რადიუსის და $M=2,5$ კგ მასის ერთგვაროვანი დისკო. $m=1,2$ კგ მასის ბლოკი უმნიშვნელო მასის თოკზეა ჩამოკიდებული, ხოლო თოკი დისკოს ფერსოზეა გადახვეული. გამოთვალეთ ბლოკის ვარდნის აჩქარება, დისკოს კუთხური აჩქარება და თოკის დაჭიმულობა. თოკი არ წყდება და ღერძზე ხახუნი არ არსებობს.

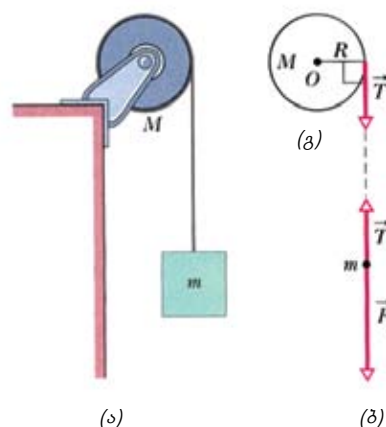
ამოხსნა: ბლოკი სისტემად მივიჩნიოთ და მისი a აჩქარება მასზე მოქმედ ძალებს ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ($\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a}$) დავუკავშიროთ. ეს ძალები 10.18ბ სურათზე ნაჩვენებ თავისუფალი სხეულის გრაფიკზე არის გამოსახული. თოკიდან $\vec{T}$ ძალა მოქმედებს, ხოლო $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის სიდიდეა mg . ვერტიკალური y ღერძის გასწვრივ კომპონენტებისთვის ნიუტონის მეორე კანონი ($F_{\Sigma y} = ma_y$) ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$T - mg = ma \quad (10.46)$$

ამ ფორმულას a -სთვის ვერ ამოვხსნით, ვინაიდან ის T უცნობსაც შეიცავს.

მოდით დისკო სისტემად მივიჩნიოთ და მისი α კუთხური აჩქარება მასზე მოქმედ ძალის მომენტს ბრუნვისთვის ნიუტონის მეორე კანონის ($\tau_{\Sigma} = I\alpha$) საშუალებით დავუკავშიროთ. ჯამური ძალის მომენტის და I ინერციის მომენტის გამოთვლისთვის ჩავთვალოთ, რომ ბრუნვის ღერძი დისკოს პერპენდიკულარულია და მის O ცენტრზე გადის (სურ. 10.18გ).

ამის შემდეგ ძალის მომენტი 10.40 ფორმულის ($\tau = rF_{\perp}$) საშუალებით გამოითვლება. მიზიდულობის ძალა და ღერძიდან მოქმედი ძალა დისკოს ცენტრზე ანუ $r = 0$ მანძილზე მოქმედებს და მათი ძალის მომენტი ნულია. თოკიდან დისკოზე მოდებული $\vec{T}$ ძალა $r = R$ მანძილზე მოქმედებს



სურ. 10.18. ა) ბლოკის ვარდნა დისკოს ბრუნვას იწვევს. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ბლოკისთვის. გ) თავისუფალი სხეულის არასრული გრაფიკი დისკოსთვის.

და დისკოს ფერსოს მხებია. აქედან გამომდინარე, მისი ძალის მომენტი $-RT$. დისკო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს და ამიტომ ძალის მომენტი უარყოფითია. 10.2გ ცხრილიდან გამომდინარე, დისკოს I ბრუნვითი ინერციაა $\frac{1}{2}MR^2$. მაშასადამე, $\tau_{\Sigma} = I\alpha$ ასეთი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$-RT = \frac{1}{2}MR^2\alpha \quad (10.47)$$

10.47 ფორმულა ერთი შეხედვით გამოუსადეგარია, ვინაიდან α და T უცნობებს შეიცავს და არც ერთი მათგანი არ არის ჩვენთვის საინტერესო a . მიუხედავად ამისა, გავიხსენოთ, რომ თოკი არ წყდება და ბლოკის a წრფივი აჩქარება და დისკოს ფერსოს a_t წრფივი (მხები) აჩქარება ერთმანეთის ტოლია. 10.22 ფორმულიდან ($a_t = aR$) ჩანს, რომ $\alpha = a/R$. ეს შედეგი 10.47 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$T = -\frac{1}{2}Ma \quad (10.48)$$

შემდეგ 10.46 და 10.48 ფორმულები გავაერთიანოთ:

$$a = -g \frac{2m}{M+2m} = -(9,8 \text{ მ/წმ}^2) \frac{(2)(1,2 \text{ კგ})}{2,5 \text{ კგ} + (2)(1,2 \text{ კგ})} = 4,8 \text{ მ/წმ}^2 \quad (\text{პასუხი})$$

T -ს გამოთვლისთვის 10.48 ფორმულა გამოვიყენოთ:

$$T = -\frac{1}{2}Ma = -\frac{1}{2}(2,5 \text{ კგ})(-4,8 \text{ მ/წმ}^2) = 6 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

როგორც მოსალოდნელი იყო, ვარდნილი ბლოკის აჩქარება g -ზე ნაკლებია, ხოლო თოკის

დაჭიმულობა (6 ნ) ჩამოკიდულ ბლოკზე მოქმედ მიზიდულობის ძალაზე ($mg = 11,8 \text{ ნ}$) მცირეა. ბლოკის აჩქარება და თოკის დაჭიმულობა დისკოს მასაზე დამოკიდებული და არა მის რადიუსზე. ზემოთ მიღებული ფორმულები მასის არმქონე დისკოსთვის ($M = 0$) $a = -g$ და $T = 0$ პასუხებს გვაძლევს. ეს ლოგიკურიცაა, ვინაიდან ბლოკი თავისუფალი სხეულის მსგავსად ვარდება.

10.22 ფორმულიდან დისკოს კუთხური აჩქარება:

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{-4,8 \text{ მ/წმ}^2}{0,2 \text{ მ}} = -24 \text{ რად/წმ}^2. \quad (\text{პასუხი})$$

აქოსანის აქოსნის ნიჟი 10.9

ძიუდოში შეჯიბრის დროს 80კგ მასის მონინალმდეგზე $\vec{F}$ ძალით მოქმედებდათქვენს მარჯვენა თეძოზემდებარე საყრდენი წერტილიდან (ბრუნვის ღერძიდან) მომენტის მხარია $d_1 = 0,3 \text{ მ}$. მონინალმდეგე საყრდენი წერტილის გარშემო $\alpha = -6 \text{ რადიანი/წმ}^2$ კუთხური აჩქარებით უნდა დაატრიალოთ და ეს კუთხური აჩქარება საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებისაა. დავუშვათ, საყრდენი წერტილისადმი I ბრუნვითი ინერციაა $15 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2$.

ა) რა უნდა იყოს $\vec{F}$ ძალა, რათა დატრიალებამდე მონინალმდეგის მასის ცენტრი თქვენს თეძოზე აღმოჩნდეს (სურ. 10.19ა)?

ამოხსნა: მონინალმდეგეზე მოდებული $\vec{F}$ ძალა და მისი α კუთხური აჩქარება ბრუნვისთვის ნიუტონის მეორე კანონით ($\tau_{\text{ფ}} = I\alpha$) შეგვიძლია დავაკავშიროთ. როდესაც მონინალმდეგის ფეხები იატაკს ასცდება, მათზე მხოლოდ სამი ძალა მოქმედებს: $\vec{F}$ ძალა, საყრდენ წერტილზე თქვენიდან მოქმედი $\vec{N}$ ძალა (10.19 სურათზე ეს ძალა გამოსახული არ არის) და $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა. $\tau_{\text{ფ}} = I\alpha$ ფორმულის გამოყენებისთვის საყრდენი წერტილის გარშემო შესაბამისი სამი ძალის მომენტი გვჭირდება.

10.41 ფორმულიდან ($\tau = r_{\perp}F$) გამოვძინარე, $\vec{F}$ ძალის შედეგად მიღებული ძალის მომენტი $-d_1F$, სადაც d_1 არის $r_{\perp}$ მხარი და მიწის ნიშანი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნვას ასახავს. $\vec{N}$ ძალით გამოწვეული ძალის მომენტი ნულის ტოლია, ვინაიდან ეს ძალა საყრდენ წერტილზე მოქმედებს და მისი მომენტის მხარი $r_{\perp} = 0$.

$\vec{F}_g$ ძალის მომენტის გამოსათვლელად. შეგვიძლია

დავუშვათ, რომ $\vec{F}_g$ ძალა თქვენი მონინალმდეგის მასის ცენტრზე მოქმედებს. მასის ცენტრის საყრდენ წერტილზე მდებარეობის დროს, $\vec{F}_g$ ძალის მომენტის მხარია $r_{\perp} = 0$ და $\vec{F}_g$ ძალის მომენტი ნულის ტოლია. მაშასადამე, თქვენს ოპონენტზე მოქმედ ძალის მომენტს მხოლოდ $\vec{F}$ ძალა იწვევს და $\tau_{\text{ფ}} = I\alpha$ ფორმულა ასე შეიძლება ჩაინეროს:

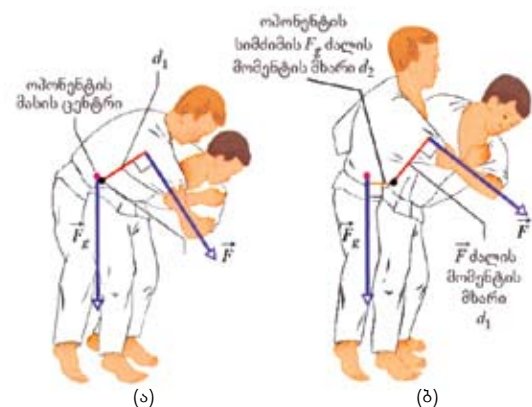
$$-d_1F = I\alpha$$

შემდეგ გამოვთვლით:

$$F = \frac{-I\alpha}{d_1} = \frac{-(15 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2)(-6 \text{ რად/წმ}^2)}{0,3 \text{ მ}} = 300 \text{ ნ}. \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) როგორი უნდა იყოს $\vec{F}$ ძალა, თუ მონინალმდეგე ილეთის ჩატარებამდე სწორად დგას და $\vec{F}_g$ ძალის მომენტის მხარი საყრდენი წერტილიდან არის $d_2 = 0,12 \text{ მ}$ (სურ. 10.19ბ)?

ამოხსნა: ვინაიდან $\vec{F}_g$ ძალის მომენტის მხარი ნულის ტოლი აღარ არის, ამ ძალის მომენტი d_2mg და დადებითია, ვინაიდან ბრუნვა საათის ისრის



სურ. 10.19. ძიუდოს ა) სწორად და ბ) არასწორად შესრულებული ილეთი

მოძრაობის სანინალმდეგო მიმართულებით ხდება. ამჟერად $\tau_{\phi} = I\alpha$ ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$-d_1 F + d_2 mg = I\alpha$$

რაც გვაძლევს:

$$F = -\frac{I\alpha}{d_1} + \frac{d_2 mg}{d_1}$$

ამოცანის ა) ნაწილიდან ვიცით, რომ ფორმულის მარჯვენა მხარის პირველი წევრი 300 ნ-ის

ტოლია. ამ და სხვა მონაცემების ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$F = 300 \text{ ნ} + \frac{(0,12 \text{ მ}^2)(80 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)}{0,3 \text{ მ}} = 613,6 \text{ ნ} \approx 610 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

პასუხი ცხადყოფს, რომ თუ მონინალმდეგის მასის ცენტრს თქვენს თედოს არ დაამთხვევთ, ილეთის ჩატარებისთვის ბევრად მეტი ძალა იქნება საჭირო. კარგ ძიუდოისტებს ეს ყოველთვის ახსოვთ.

10.10 მუშაობა და ბრუნვის კინეტიკური ენერგია

მე-7 თავში განვიხილეთ, რომ როდესაც F ძალა m მასის მყარ სხეულს კოორდინატთა ღერძის გასწვრივ აჩქარებს, ძალა სხეულზე W მუშაობას ასრულებს. მაშასადამე, სხეულის კინეტიკური ენერგია ($K = \frac{1}{2}mv^2$) შესაძლოა შეიცვალოს. დავუშვათ, მხოლოდ სხეულის კინეტიკური ენერგია იცვლება. ამ შემთხვევაში, კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილება W მუშაობას მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემის (7.10 ფორმულა) საშუალებით უკავშირდება:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W \quad (\text{მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა}). \quad (10.49)$$

x ღერძის გასწვრივ მოძრაობის შემთხვევაში, მუშაობა 7.32 ფორმულით გამოითვლება:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (\text{მუშაობა, მოძრაობა ერთ განზომილებაში}) \quad (10.50)$$

როდესაც F მუდმივია და სხეულის გადაადგილებაა d , 10.50 ფორმულა $W = Fd$ სახით ჩაინერგება. მუშაობის შესრულების ტემპი სიმძლავრეა და ის 7.43 და 7.48 ფორმულებით გამოითვლება:

$$P = \frac{dW}{dt} = Fv \quad (\text{სიმძლავრე, მოძრაობა ერთ განზომილებაში}) \quad (10.51)$$

მოდით, ამჟერად, ბრუნვითი მოძრაობა განვიხილოთ. როდესაც ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავ მყარ სხეულს ძალის მომენტი აჩქარებს, ძალის მომენტი სხეულზე W მუშაობას ასრულებს. აქედან გამომდინარე, სხეულის ბრუნვის კინეტიკური ენერგია ($K = \frac{1}{2}I\omega^2$) შესაძლოა შეიცვალოს. დავუშვათ, სხეულის მხოლოდ კინეტიკური ენერგია იცვლება. ამ შემთხვევაში, კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილება W მუშაობას მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემის საშუალებით შეგვიძლია დავუკავშიროთ, ოღონდ, ამჟერად, კინეტიკური ენერგია ბრუნვის კინეტიკური ენერგიაა:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W \quad (\text{მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა}) \quad (10.52)$$

ამ ფორმულაში I არის ფიქსირებული ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვითი ინერცია, ხოლო ω_i და ω_f - სხეულის კუთხური სიჩქარეები მუშაობის შესრულებამდე და შესრულების შემდეგ.

10.50 ფორმულის ბრუნვითი ექვივალენტის საშუალებით მუშაობა შეგვიძლია გამოვთვალოთ:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (\text{მუშაობა, ბრუნვა ფიქსირებული ღერძის გარშემო}), \quad (10.53)$$

სადაც τ არის ძალის მომენტი, ხოლო θ_i და θ_f - სხეულის კუთხური მდებარეობები მუშაობის შესრულებამდე და შესრულების შემდეგ. როდესაც τ მუდმივია, 10.53 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (\text{მუშაობა, მუდმივი ძალის მომენტი}) \quad (10.54)$$

მუშაობის შესრულების ტემპი სიმძლავრეა და ის 10.51 ფორმულის ბრუნვითი ექვივალენტით გამოითვლება:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (\text{სიმძლავრე, ბრუნვა ფიქსირებული ღერძის გარშემო}) \quad (10.55)$$

10.3 ცხრილში თავმოყრილია ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის ბრუნვის და გადატანითი მოძრაობის ფორმულები.

სახილი 10.3

კავშირები გადატანით მოძრაობასა და ბრუნვას შორის

გადატანითი მოძრაობა (ფიქსირებული მიმართულება)		ბრუნვა (ფიქსირებული ღერძი)	
მდებარეობა	x	კუთხური მდებარეობა	θ
სიჩქარე	$v = dx/dt$	კუთხური სიჩქარე	$\omega = d\theta/dt$
აჩქარება	$a = dv/dt$	კუთხური აჩქარება	$\alpha = d\omega/dt$
მასა	m	ბრუნვითი ინერცია	I
ნიუტონის მეორე კანონი	$F_{\text{ტ}} = ma$	ნიუტონის მეორე კანონი	$\tau_{\text{ტ}} = I\alpha$
მუშაობა	$W = \int F dx$	მუშაობა	$W = \int \tau d\theta$
კინეტიკური ენერგია	$K = \frac{1}{2}mv^2$	კინეტიკური ენერგია	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
სიმძლავრე (მუდმივი ძალა)	$P = Fv$	სიმძლავრე (მუდმივი ძალის მომენტი)	$P = \tau\omega$
მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა	$W = \Delta K$	მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა	$W = \Delta K$

10.52-10.55 ფიქსირების დაბრუნება

მოდით, კვლავ 10.17 სურათზე გამოსახული მდგომარეობა განვიხილოთ, როდესაც $\vec{F}$ ძალა მასის არმქონე ძელაკზე დამაგრებული m მასის ნივთიერი წერტილისგან შემდგარ მყარ სხეულს აბრუნებს. ბრუნვის დროს $\vec{F}$ ძალა სხეულზე მუშაობას ასრულებს. დავუშვათ, $\vec{F}$ ძალა მხოლოდ სხეულის კინეტიკურ ენერგიას ცვლის. ამ შემთხვევაში, 10.49 ფორმულით გამოსახული მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (10.56)$$

$K = \frac{1}{2}mv^2$ და 10.18 ფორმულის ($v = \omega r$) გამოყენებით 10.56 ფორმულა ასე ჩაიწერება:

$$\Delta K = \frac{1}{2}mr^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}mr^2\omega_i^2 = W \quad (10.57)$$

10.33 ფორმულიდან გამომდინარე, ერთი ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სხეულის ბრუნვითი ინერციაა $I = mr^2$. ეს ტოლობა 10.57 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W$$

10.52 ფორმულა დამტკიცებულია. ფორმულა ერთი ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი მყარი სხეულისთვის გამოვიყვანეთ, მაგრამ ის ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავ ნებისმიერ მყარ სხეულს მიესადაგება.

ამჯერად 10.17 სურათზე გამოსახულ სხეულზე შესრულებულ W მუშაობასა და $\vec{F}$ ძალის შედეგად სხეულზე მოქმედ τ ძალის მომენტს შორის კავშირი დავადგინოთ. როდესაც ნივთიერი წერტილი წრიული ტრაექტორიის გასწვრივ ds მანძილს გაივლის, მას ძალის მხოლოდ F_t მხევი კომპონენტი აჩქარებს. აქედან გამომდინარე, ნივთიერი წერტილზე მუშაობას მხოლოდ F_t ასრულებს. შესრულებული dW მუშაობა $F_t ds$ სახით ჩავენეროთ და შემდეგ ds შევცვალოთ $r d\theta$ -ით, სადაც $d\theta$ არის ნივთიერი წერტილის მიერ შემოწერილი კუთხე:

$$dW = F_t r d\theta \quad (10.58)$$

10.40 ფორმულიდან გამომდინარე, $F_i r$ ნამრავლი τ ძალის მომენტის ტოლია და 10.58 ფორმულა ასეც შეიძლება ჩაინეროს:

$$dW = \tau d\theta \quad (10.59)$$

θ_i -დან θ_f -მდე სასრული კუთხური გადაადგილების განმავლობაში შესრულებული მუშაობაა:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta,$$

10.53 ფორმულა დამტკიცებულია. ის ფიქსირებული ღერძის გარშემო მრბუნავ ნებისმიერ მყარ სხეულს მიესადაგება. 10.54 ფორმულა პირდაპირ 10.53 ფორმულიდან მიიღება.

ბრუნვითი მოძრაობისას P სიმძლავრე 10.59 ფორმულით შეგვიძლია გამოვთვალოთ:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega,$$

10.55 ფორმულაც დამტკიცებულია.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 10.10

10.8 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოყვანილი და 10.18 სურათზე გამოსახული დისკო მოძრაობას $t = 0$ დროს იწყებს. რა იქნება მისი K ბრუნვის კინეტიკური ენერგია $t = 2,5$ წმ დროს?

ამოხსნა: K -ს გამოთვლა 10.34 ფორმულით ($K = \frac{1}{2}I\omega^2$) შეიძლება. უკვე ვიცით, რომ $I = \frac{1}{2}MR^2$, მაგრამ არ ვიცით ω კუთხური სიჩქარე $t = 2,5$ წმ დროს. α კუთხური აჩქარების მუდმივი მნიშვნელობაა -24 რადიანი/წმ² და 10.1 ცხრილში მოცემული ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ვინაიდან α და $\omega_0 (= 0)$ ვიცით და ω -ს გამოთვლა გვსურს, 10.12 ფორმულას ვიყენებთ:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t = \alpha t$$

10.34 ფორმულაში $\omega = \alpha t$ და $I = \frac{1}{2}MR^2$ ჩავსვით და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)(\alpha t)^2 = \frac{1}{4}M(R\alpha t)^2 \\ &= \frac{1}{4}(2,5 \text{ კგ})[(0,2\text{მ})(-24 \text{ რადიანი/წმ}^2)(2,5\text{წმ})]^2 \\ &= 90 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

დისკოს კინეტიკური ენერგია მასზე შესრულებული მუშაობის საშუალებითაც შეგვიძლია გამოვთვალოთ. თავდაპირველად, მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემის ($K_f - K_i = W$) დახმარებით დისკოს კინეტიკური ენერგიის ცვლილება და დისკოზე შესრულებული ჯამური W მუშაობა ერთმანეთთან დავაკავშიროთ. K_f -ს ნაცვლად K ჩავსვით, ხოლო K_i -ს ნაცვლად 0 შევიტანოთ და

მივიღებთ:

$$K = K_i + W = 0 + W = W \quad (10.60)$$

ამის შემდეგ W მუშაობა უნდა გამოვთვალოთ. W მუშაობასა და დისკოზე მოქმედ ძალის მომენტებს შორის კავშირი 10.53 ან 10.54 ფორმულით შეგვიძლია გამოვსახოთ. კუთხური აჩქარების გამომწვევი და მუშაობის შემსრულებელი ერთადერთი ძალის მომენტი თოკიდან დისკოზე მოქმედი $\vec{T}$ ძალითაა გამოწვეული. 10.8 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშიდან გავიხსენოთ, რომ ეს ძალის მომენტი $-TR$. ვინაიდან α მუდმივია, ძალის მომენტიც მუდმივია და 10.54 ფორმულის დახმარებით მივიღებთ:

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) = -TR(\theta_f - \theta_i) \quad (10.61)$$

ვინაიდან α მუდმივია, 10.13 ფორმულის დახმარებით $\theta_f - \theta_i$ შეგვიძლია გამოვთვალოთ. $\omega_i = 0$ და გვექნება:

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

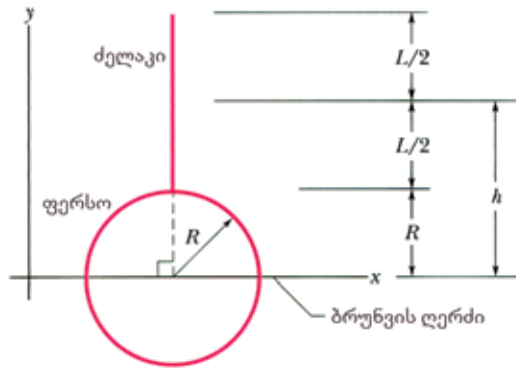
მიღებული შედეგი 10.61 ფორმულაში ჩავსვით და პასუხი 10.60 ფორმულაში გადავიტანოთ. $T = 6$ ნ, $\alpha = -24$ რადიანი/წმ² (10.8 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშიდან) და გვექნება:

$$\begin{aligned} K = W &= -TR(\theta_f - \theta_i) = -TR\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) = -\frac{1}{2}TR\alpha t^2 \\ &= -\frac{1}{2}(6\text{ნ})(0,2\text{მ})(-24 \text{ რადიანი/წმ}^2)(2,5\text{წმ})^2 \\ &= 90 \text{ ჯ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 10.11

მყარი ქანდაკება ფერსოსგან (m მასის და $R=0,15$ მ რადიუსის) და რადიალური ძელაკისგან (m მასის და $L = 2R$ სიგრძის) შედგება (სურ. 10.20). ქანდაკება

ფერსოს სიბრტყეში მდებარე და მის ცენტრზე გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ბრუნავს.



სურ. 10.20. ფერსოსა და ძელაკისგან შემდგარი მყარი ქანდაკება ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ბრუნავს

ა) რისი ტოლია ქანდაკების I ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემო m -სა და R -ის საშუალებით?

ამოხსნა: ჩვენ შეგვიძლია ფერსოს და ძელაკის ბრუნვითი ინერციები ცალ-ცალკე გამოვთვალოთ და შემდეგ მათი შეკრების გზით ქანდაკების I ბრუნვითი ინერცია მივიღოთ. 10.2თ ცხრილიდან გამომდინარე, ფერსოს ბრუნვითი ინერცია დიამეტრის გარშემო არის $I_{\text{ფერსო}} = \frac{1}{2}mR^2$. 10.2ე ცხრილის მიხედვით, ძელაკის ბრუნვითი ინერცია მისი მასის ცენტრზე გამავალი და ქანდაკების ბრუნვის ღერძის პარალელური ღერძის გარშემო არის $I_{\text{com}} = mL^2/12$. ბრუნვის ღერძის გარშემო ძელაკის $I_{\text{ძელაკი}}$ ბრუნვითი ინერციის გამოთვლისთვის 10.36 ფორმულას და პარალელური ღერძების თეორემას ვიყენებთ:

$$I_{\text{ძელაკი}} = I_{\text{com}} + mh_{\text{com}}^2 = \frac{mL^2}{12} + m\left(R + \frac{L}{2}\right)^2 = 4,33mR^2,$$

სადაც $L=2R$ და ძელაკის მასის ცენტრსა და ბრუნვის ღერძს შორის პერპენდიკულარული მანძილია $h=R+L/2$. მაშასადამე, ქანდაკების I ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემო არის:

$$I = I_{\text{ფერსო}} + I_{\text{ძელაკი}} = \frac{1}{2}mR^2 + 4,33mR^2 = 4,83mR^2 \approx 4,8mR^2 \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) ქანდაკება სწორდება და ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნვას იწყებს. რა იქნება მისი ω კუთხური სიჩქარე ღერძის გარშემო, როდესაც ქანდაკება ამოტრიალდება?

ამოხსნა:

1. ქანდაკების ω სიჩქარე და მისი ბრუნვის K კინეტიკური ენერგია 10.34 ფორმულის

$(K = \frac{1}{2}I\omega^2)$ საშუალებით უკავშირდება ერთ-მანეთს.

2. K კინეტიკური ენერგია ქანდაკების U მიზიდულობის პოტენციურ ენერგიას ბრუნვის დროს ქანდაკების E მექანიკური ენერგიის შენახვის პრინციპის საშუალებით უკავშირდება. ბრუნვის დროს E არ იცვლება, ვინაიდან ენერგია U -დან K -ში გადადის.
3. მიზიდულობის პოტენციური ენერგიისთვის ქანდაკება მასის ცენტრზე განლაგებულ ნივთიერ წერტილად შეგვიძლია განვიხილოთ, სადაც $2m$ მასაა კონცენტრირებული.

მექანიკური ენერგიის შენახვის ფაქტი ასე ჩაიწერება:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (10.62)$$

საწყისი მდგომარეობიდან შებრუნებულ მდგომარეობამდე, სადაც ქანდაკებას ω კუთხური სიჩქარე აქვს, კინეტიკური ენერგიის ΔK ცვლილება:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (10.63)$$

8.7 ფორმულიდან ($\Delta U = mg\Delta y$) გამომდინარე, მიზიდულობის პოტენციური ენერგიის შესაბამისი ΔU ცვლილება:

$$\Delta U = (2m)g\Delta y_{\text{com}}, \quad (10.64)$$

სადაც $2m$ არის ქანდაკების მასა, ხოლო Δy_{com} – მასის ცენტრის ვერტიკალური გადაადგილება ბრუნვის დროს.

Δy_{com} -ის გამოთვლისთვის 10.20 სურათზე გამოსახული მასის ცენტრის საწყისი y_{com} მდებარეობა უნდა დავადგინოთ. ფერსოს (m მასის) ცენტრია $y=0$. ძელაკის (m მასის) ცენტრია $y=R+L/2$. მაშასადამე, 9.5 ფორმულიდან გამომდინარე, ქანდაკების მასის ცენტრის მდებარეობაა:

$$y_{\text{com}} = \frac{m(0) + m(R + L/2)}{2m} = \frac{0 + m(R + 2R/2)}{2m} = R.$$

როდესაც ქანდაკება შებრუნდება, მასის ცენტრი ბრუნვის ღერძიდან იგივე R მანძილზეა. აქედან გამომდინარე, მასის ცენტრის ვერტიკალური გადაადგილება საწყისი მდებარეობიდან შებრუნებულ მდებარეობამდე არის $\Delta y_{\text{com}} = -2R$.

მოდით, მიღებულ შედეგებს თავი ერთად მოვუყაროთ. 10.63 და 10.64 ფორმულები 10.62 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + (2m)g\Delta y_{\text{com}} = 0$$

ამოცანის ა) ნაწილიდან $I = 4,83mR^2$ ჩავსვათ, გავიხსენოთ, რომ $\Delta y_{\text{com}} = -2R$ და ზემოთ მიღებული ფორმულა ω -სთვის ამოვხსნათ:

$$\omega = \sqrt{\frac{8g}{4,83R}} = \sqrt{\frac{(8)(9,8 \text{ მ/წმ}^2)}{(4,83)(0,15 \text{ მ})}} = 10 \text{ რად/წმ.} \quad (\text{პასუხი})$$

თეორია და შეჯამება

კუთხური მდებარეობა. ფიქსირებული ანუ ბრუნვის ღერძის გარშემო მყარი სხეულის ბრუნვის აღწერისთვის ვუშვებთ, რომ **ათვისის წრფე** სხეულზე გადის, ბრუნვის ღერძის პერპენდიკულარულია და სხეულთან ერთად მოძრაობს. ამ წრფის θ **კუთხურ მდებარეობას** ფიქსირებული მიმართულებისადმი ვზომავთ. θ **რადიანებში** იზომება და გვაქვს:

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.1)$$

სადაც s არის r რადიუსის და θ კუთხის მქონე წრიული ტრაექტორიის რკალის სიგრძე. რადიანების, ბრუნების და გრადუსების ერთეულებს შორის შემდეგი კავშირია:

$$1 \text{ ბრ} = 360^\circ = 2\pi \text{ რადიანი} \quad (10.2)$$

კუთხური გადაადგილება. როდესაც სხეული ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნავს და მისი კუთხური მდებარეობა θ_1 -დან θ_2 -ზე იცვლება, **კუთხური გადაადგილება**:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1, \quad (10.4)$$

სადაც $\Delta\theta$ დადებითია, თუ სხეული საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოძრაობს და უარყოფითია, თუ სხეული საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით მოძრაობს.

კუთხური სიჩქარე. თუ სხეული Δt დროის შუალედში $\Delta\theta$ კუთხურ გადაადგილებას განიცდის, მისი ω **საშუალო კუთხური სიჩქარე**:

$$\omega_{\text{საშ}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (10.5)$$

სხეულის ω **მყისი კუთხური სიჩქარე**:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}. \quad (10.6)$$

$\omega_{\text{საშ}}$ და ω ვექტორებია და მათი მიმართულებები **მარჯვენა ხელის წესით** (სურ. 10.6) განისაზღვრება. საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნვისას კუთხური სიჩქარე დადებითია, ხოლო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნვისას – უარყოფითი.

კუთხური აჩქარება. თუ $\Delta t = t_2 - t_1$ დროის შუალედში სხეულის კუთხური სიჩქარე ω_1 -დან

ω_2 -ზე იცვლება, მისი $\alpha_{\text{საშ}}$ **საშუალო კუთხური აჩქარება**:

$$\alpha_{\text{საშ}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (10.7)$$

ხოლო α მყისი აჩქარება

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}. \quad (10.8)$$

$\alpha_{\text{საშ}}$ და α ვექტორებია.

კინეტიკური ფორმულები მუდმივი კუთხური აჩქარებისთვის. თანაბარი კუთხური აჩქარება ბრუნვის განსაკუთრებული შემთხვევაა. 10.1 ცხრილში შესაბამისი კინეტიკური ფორმულებია მოცემული:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (10.12)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (10.13)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad (10.14)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \quad (10.15)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (10.16)$$

წრფივ და კუთხურ ცვლადებს შორის კავშირი. მრბუნავი მყარი სხეულის ბრუნვის ღერძიდან r პერპენდიკულარული მანძილით დაშორებული ნერტილი r რადიუსის წრენირზე მოძრაობს. თუ სხეული θ კუთხით ბრუნავს, ნერტილი რკალზე მოძრაობს, რომლის s სიგრძეა:

$$s = \theta r \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.17)$$

სადაც θ რადიანებშია მოცემული.

ნერტილის $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარე წრენირის მხებია და შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$v = \omega r \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.18)$$

სადაც ω სხეულის კუთხური სიჩქარეა.

ნერტილის $\vec{a}$ წრფივ აჩქარებას *მხები* და *რადიალური* კომპონენტი აქვს. მხები კომპონენტი:

$$a_t = \alpha r \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.22)$$

სადაც α სხეულის კუთხური აჩქარებაა. $\vec{a}$ აჩქარების რადიალური კომპონენტი:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.23)$$

თუ ნერტილი თანაბარწრიულად მოძრაობს,

ნერტილის და სხეულის მოძრაობის T პერიოდი:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{რადიანებში}) \quad (10.19, 10.20)$$

ბრუნვის კინეტიკური ენერგია და ბრუნვითი ინერცია. ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის K კინეტიკური ენერგია:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{რადიანებში}), \quad (10.34)$$

სადაც I არის სხეულის **ბრუნვითი ინერცია** ანუ **ინერციის მომენტი**, განსაზღვრული წვეტილ ნერტილთა სისტემისთვის:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (10.33)$$

უწყვეტი განაწილების მასის მქონე სხეულის I **ბრუნვითი ინერცია**:

$$I = \int r^2 dm \quad (10.35)$$

ამ ფორმულებში r და r_i სიდიდეები ბრუნვის ღერძიდან სხეულის თითოეულ მასის ელემენტამდე პერპენდიკულარულ მანძილს ასახავს.

პარალელური ღერძების თეორემა. პარალელური ღერძების თეორემა ნებისმიერი ღერძის გარშემო მბრუნავი სხეულის ბრუნვითი ინერციას მასის ცენტრზე გამავალი პარალელური ღერძის გარშემო მბრუნავი იგივე სხეულის ბრუნვითი ინერციასთან აკავშირებს:

$$I = I_{\text{com}} + Mh^2, \quad (10.36)$$

სადაც h არის პერპენდიკულარული მანძილი პარალელურ ღერძებს შორის.

ძალის მომენტი. ძალის მომენტს $\vec{F}$ ძალა იწვევს და ის სხეულს ბრუნვის ღერძის გარშემო აბრუნებს. თუ $\vec{F}$ ძალა $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორით მოცემულ ნერტილზეა მოდებული, მაშინ ძალის მომენტის სიდიდეა:

$$\tau = rF_i = r_{\perp} F = rF \sin \varphi, \quad (10.40, 10.41, 10.39)$$

სადაც F_i არის $\vec{F}$ -ის $\vec{r}$ -ისადმი პერპენდი-

კულარული კომპონენტი, ხოლო φ - კუთხე $\vec{r}$ -სა და $\vec{F}$ -ს შორის. $r_{\perp}$ სიდიდე ბრუნვის ღერძსა და იმ წრფეს შორის პერპენდიკულარული მანძილია, რომელზეც $\vec{F}$ ვექტორია მიმართული. ამ წრფეს $\vec{F}$ -ის **მოქმედების წრფე** ეწოდება, ხოლო $r_{\perp}$ სიდიდეს $\vec{F}$ -ის **მომენტის მხარს** უწოდებენ. r არის F_i -ს მომენტის მხარი.

SI სისტემაში ძალის მომენტის ერთეულია ნ·მ. ძალის მომენტი დადებითია, თუ ის სხეულს საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით აბრუნებს და უარყოფითია, თუ ის სხეულს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით აბრუნებს.

ნიუტონის მეორე კანონი კუთხურ ფორმაში.

ნიუტონის მეორე კანონის ბრუნვითი ანალოგია

$$\tau_{\Sigma} = I\alpha, \quad (10.45)$$

სადაც τ_{Σ} არის მყარ სხეულზე ან ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი ჯამური ძალის მომენტი, I - ნივთიერი ნერტილის ან სხეულის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემო, ხოლო α - შედეგად მიღებული კუთხური აჩქარება ბრუნვის ღერძის გარშემო.

მუშაობა და ბრუნვის კინეტიკური ენერგია.

ბრუნვითი მოძრაობის დროს მუშაობის და სიმძლავრის გამოსათვლელი ფორმულები გადატანითი მოძრაობის დროს გამოყენებულ ფორმულებს შეესაბამება:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (10.53)$$

და

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (10.55)$$

როდესაც τ მუდმივია, 10.53 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

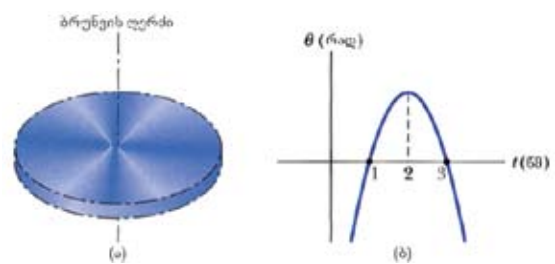
$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (10.54)$$

მუშაობა-კინეტიკური ენერგიის თეორემა მბრუნავი სხეულებისთვის ასე ჩაიწერება:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W \quad (10.52)$$

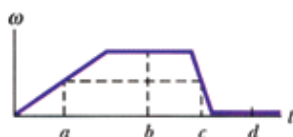
შავი თხზულებები

1. 10.21ბ სურათზე ნაჩვენებია 10.21ა სურათზე გამოსახული მბრუნავი დისკოს კუთხური მდებარეობის ფუნქციის გრაფიკი. როდესაც ა) $t = 1$ წმ, ბ) $t = 2$ წმ და გ) $t = 3$ წმ, დისკოს კუთხური სიჩქარე დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლი? დ) კუთხური აჩქარება დადებითია თუ უარყოფითი?



სურ. 10.21. შეკითხვა 1.

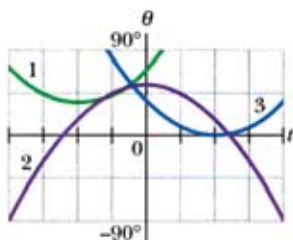
2. 10.22 სურათზე ნაჩვენებია 10.21ა სურათზე გამოსახული მრუდნაღის კუთხური სიჩქარის დროზე



სურ. 10.22. შეკითხვა 2.

დამოკიდებულების გრაფიკი. დისკოს ფერსოს ნერტილისთვის a , b , c და d მომენტები ა) მხეზი და ბ) რადიალური აჩქარების მიხედვით დაალაგეთ დიდიდან მცირეზე.

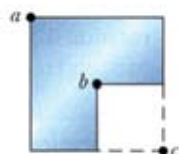
3. 10.23 სურათზე ნაჩვენებია მრუდნაღის დისკოს θ კუთხური მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების სამი გრაფიკი.



სურ. 10.23. შეკითხვა 3.

თითოეულ შემთხვევაში, გარკვეულ θ კუთხურ მდებარეობაზე ბრუნვის მიმართულება იცვლება. ა) სამივე შემთხვევაში განსაზღვრეთ θ , θ_0 -დან მოყოლებული, საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებისაა თუ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულების? სამივე შემთხვევაში ბ) ω ნულის ტოლი $t=0$ დრომდეა, ამ დროის შემდეგაა და თუ ზუსტად ამ დროსაა? გ) α დადებითია, უარყოფითია თუ ნულის ტოლია?

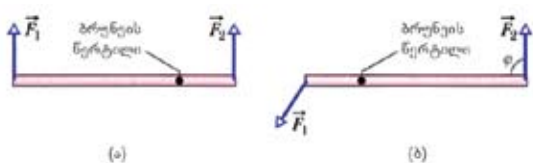
4. 10.24 სურათზე ნაჩვენებია ლითონის ერთგვაროვანი ფირფიტა, რომელიც კვადრატის იყო, ვიდრე მის 25%-ს ამოჭრიდნენ. ასევე



სურ. 10.24. შეკითხვა 4.

ნაჩვენებია სამი ნერტილი. დაალაგეთ ისინი მათზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ფირფიტის ბრუნვითი ინერციის მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

5. 10.25ა სურათზე მრუდნაღი, ჰორიზონტალური ძელაკის ზედახედი გამოსახული. ძელაკზე ორი ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს, მაგრამ ის უძრავია. თუ ძელაკსა და $\vec{F}_2$ ძალას შორის კუთხე

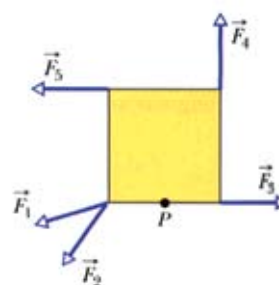


სურ. 10.25. შეკითხვები 5 და 6

90°-იდან მცირდება და ძელაკმა კვლავ არ უნდა იმოძრაოს, F_2 ძალა უნდა გაიზარდოს, შემცირდეს თუ იგივე დარჩეს?

6. 10.25ბ სურათზე გამოსახულ ჰორიზონტალურ ძელაკზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ჰორიზონტალური ძალები მოქმედებს და ძელაკს საყრდენი ნერტილის გარშემო ბრუნვა შეუძლია. $\vec{F}_2$ ძალა ძელაკთან ϕ კუთხეს ადგენს. ϕ -ს შემდეგი მნიშვნელობები ძელაკის კუთხური აჩქარების მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ: 90°, 70° და 110°.

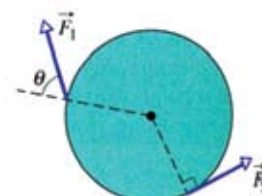
7. 10.26 სურათზე გამოსახულ უცნაურ კარუსელზე თანაბარი სიდიდის ხუთი ძალა მოქმედებს. კარუსელი კვადრატია, რომელსაც მისი ერთ-ერთი გვერდის შუაში განლაგებული P ნერტილის გარ-



სურ. 10.26. შეკითხვა 7

შემო შეუძლია ბრუნვა. ძალები P ნერტილის გარშემო მათ მიერ წარმოქმნილი ძალის მომენტის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

8. 10.27 სურათზე, საკუთარი ცენტრის გარშემო მრუდნაღ დისკოზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალა მოქმედებს. დისკო საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით და მუდმივი

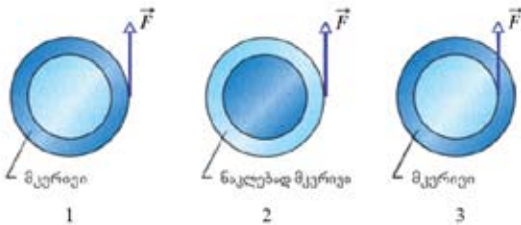


სურ. 10.27. შეკითხვა 8.

ტემპით ბრუნავს, ხოლო თითოეული ძალა სურათზე მითითებულ კუთხეს ადგენს. ჩვენ $\vec{F}_1$ ძალის θ კუთხე ისე უნდა შევამციროთ, რომ $\vec{F}_1$ -ის სიდიდე არ შეიცვალოს. ა) კუთხური სიჩქარის მუდმივობის შენარჩუნებისთვის $\vec{F}_2$ უნდა გაიზარდოს, შემცირდეს თუ იგივე დარჩეს? ბ) $\vec{F}_1$ და გ) $\vec{F}_2$ ძალა დისკოს საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით შებრუნებას ცდილობს თუ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით?

9. 10.28 სურათზე ნაჩვენებია ერთი და იგივე რადიუსის სამი ბრტყელი დისკო. დისკოებს საკუთარი ცენტრის გარშემო შეუძლიათ ბრუნვა. თითოეული დისკო ორი, ერთი და იგივე ნივთიერებისგან შედგება. ერთი ნივთიერება

მეორეზე უფრო მკვერივია. პირველ და მესამე დისკოში უფრო მკვერივი ნივთიერება დისკოს გარე ნახევარზეა. მეორე დისკოს შემთხვევაში, მკვერივი ნივთიერება დისკოს შიდა ნახევარს შეადგენს. თანაბარი სიდიდის ძალები დისკოს კიდეებს ან ნივთიერებებს შორის ზედაპირს ეხება. განალაგეთ



სურ. 10.28. შეკითხვა 9.

დისკოები ა) მათი ცენტრის გარშემო ძალის მომენტის, ბ) მათი ცენტრის გარშემო ბრუნვითი ინერციის და გ) კუთხური აჩქარების მიხედვით დიდიდან მცირეზე.

10. დისკო კარუსელის მსგავსად ბრუნავს, კუთხურ სიჩქარეს იცვლის და მის ფერსოზე ძალაა მოდებული. დისკოს საწყისი და საბოლოო კუთხური სიჩქარეებია: ა) -2 რადიანი/წმ, 5 რადიანი/წმ, ბ) 2 რადიანი/წმ, 5 რადიანი/წმ, გ) -2 რადიანი/წმ, -5 რადიანი/წმ და დ) 2 რადიანი/წმ, -5 რადიანი/წმ. ეს შემთხვევები ძალის მომენტის მიერ შესრულებული მუშაობის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

აზოხანები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
WWW	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • • • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

პარაგრაფი 10.2. ბრუნვითი ცვლადები

•1. რა კუთხური სიჩქარე აქვს საათის ა) წამების მაჩვენებელ ისარს, ბ) წუთების მაჩვენებელ ისარს და გ) საათების მაჩვენებელ ისარს? პასუხი რადიანი/წმ-ებში გაეცით.

•2. კარგ მომწოდებელს ბეისბოლის ბურთის სროლა „სახლისკენ“ 85 მილი/სთ სიჩქარით და 1800 ბრ/წთ-ით შეუძლია. რამდენ ბრუნს შეასრულებს ბურთი სახლისკენ მოძრაობის დროს? სიმარტივისთვის დაუშვათ, რომ 60 ფუტი სიგრძის ტრაექტორია წრფეა.

•3. სინათლის სტრობოსკოპული წყარო. დისკო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 10π რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს და სტრობოსკოპული სინათლით ნათდება. განათება დისკოს ფერსოზე პატარა შავ წერტილს აჩენს. პირველი განათების დროს წერტილი $12:00$ მდებარეობაზეა (როგორც საათზე). შემდეგ ხუთ განათებას f_1 , f_2 და ა.შ. უწოდეთ. თუ განათებებს შორის Δt დროს შუალედია $0,2$ წმ, სად იქნება წერტილი ა) f_1 და ბ) f_2 განათების დროს? თუ $\Delta t = 0,05$ წმ, სად იქნება წერტილი გ) f_1 , დ) f_2 , ე) f_3 და

ვ) f_4 განათების დროს? თუ $\Delta t = 40$ მწმ, სად იქნება წერტილი ზ) f_1 , თ) f_2 , ი) f_3 , კ) f_4 და ლ) f_5 განათების დროს?

••4. მრბუნავი ბორბლის ფერსოზე განლაგებული წერტილის კუთხური მდებარეობაა $\theta = 4t - 3t^2 + t^3$, სადაც θ მოცემულია რადიანებში, ხოლო t – წამებში. რა იქნება წერტილის კუთხური სიჩქარე ა) $t = 2$ წმ და ბ) $t = 4$ წმ დროს? გ) რა იქნება წერტილის საშუალო კუთხური აჩქარება 2 წმ-დან 4 წმ-მდე დროის შუალედში? რა იქნება წერტილის მყისი კუთხური აჩქარება დროის ამ შუალედის დ) დასაწყისსა და ე) დასასრულში?

••5. წყალში მხტომელი 10 მ სიმაღლიდან ხტება და გზად $2,5$ -ჯერ შემობრუნებას ასწრებს. დაუშვათ საწყისი სიჩქარე ნულის ტოლია, რა იქნება მხტომელის საშუალო კუთხური სიჩქარე? **ILW**

••6. მრბუნავი ბორბლის წერტილის კუთხური მდებარეობაა $\theta = 2 + 4t^2 + 2t^3$, სადაც θ მოცემულია რადიანებში, ხოლო t – წამებში. როდესაც $t = 0$, რა ა) კუთხური მდებარეობა და ბ) კუთხური სიჩქარე აქვს წერტილს? გ) რა კუთხური სიჩქარე აქვს წერტილს, როდესაც $t = 4$ წმ? დ) გამოთვალეთ წერტილის კუთხური აჩქარება, როდესაც $t = 2$ წმ. ე) არის თუ არა წერტილის კუთხური აჩქარება მუდმივი?

•••7. 10.29 სურათზე გამოსახულ ბორბალს თანაბარი სიდიდის და 30 სმ რადიუსის



სურ. 10.29. ამოცანა 7.

რვა მანა აქვს. ბორბალი ფიქსირებულ ღერძზეა დამაგრებული და 2,5ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს. 20სმ სიგრძის ისარი ღერძის პარალელურად ბორბალში ისე უნდა გაატაროთ, რომ ის არც ერთ მანას არ შეეხოს. დავუშვათ ისარი და მანები ძალიან წვრილია. ა) რა მინიმალური სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ისარს? ბ) აქვს თუ არა მნიშვნელობა ფერსოსა და ღერძს შორის სად დაუმიზნებთ ისარს? თუ მნიშვნელობა აქვს, სად იქნება ისრის გატარების საუკეთესო შანსი?

პარაგრაფი 10.4. ბრუნვათანაბარი კუთხური აჩქარებით

•8. დოლი ცენტრალური ღერძის გარშემო 12,რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. თუ დოლი 4,2რადიანი/წმ² თანაბრად ნელდება, ა) რა დროის შემდეგ გაჩერდება და ბ) რა კუთხით ბრუნავს, როდესაც ჩერდება?

•9. ავტომობილის ძრავის კუთხური სიჩქარე 12 წამის განმავლობაში 1200ბრ-წთ-იდან 3000ბრ-წთ-მდე მუდმივი ტემპით გაიზარდა. ა) რა იქნება მისი კუთხური აჩქარება ბრ/წთ²-ებში? ბ) რამდენ ბრუნს შეასრულებს ძრავა 12 წამის განმავლობაში?

•10. 120რადიანი/წმ სიჩქარით მბრუნავი დისკო 4რადიანი/წმ² მუდმივი კუთხური აჩქარებით ნელდება. ა) რა დრო დასჭირდება დისკოს გაჩერებას? ბ) რა კუთხით ბრუნავს დისკო ამ დროის განმავლობაში?

•11. დისკო ცენტრალური ღერძის გარშემო მუდმივი კუთხური აჩქარებით ბრუნავს. 5 წამის განმავლობაში დისკო 25 რადიანს შემოწერს. რისი ტოლია დისკოს ა) კუთხური აჩქარება და ბ) საშუალო კუთხური სიჩქარე ამ დროის განმავლობაში? გ) რა მყისი კუთხური სიჩქარე აქვს დისკოს 5 წამიანი შუალედის მიწურულს? დ) თუ კუთხური აჩქარება არ იცვლება, რა დამატებით კუთხეს შემოწერს დისკო შემდეგი 5 წამის განმავლობაში?

•12. კარუსელი 1,5რადიანი/წმ² კუთხური აჩქარებით ბრუნავს. რა დროში შეასრულებს კარუსელი ა) პირველ 2 ბრუნს და ბ) შემდგომ 2 ბრუნს?

•13. ბორბალი 3რადიანი/წმ² მუდმივი კუთხური აჩქარებით ბრუნავს. 4 წამის განმავლობაში ბორბალი 120 რადიან კუთხეს შემოწერს. რა დროის განმავლობაში მოძრაობდა ბორბალი 4 წამიანი შუალედის დაწყებისას? **SSM**

•14. 0,25მ რადიუსის დისკო 800 რადიან კუთხეს შემოწერს, პირველი 400 რადიანის განმავლობაში α_1 მუდმივი ტემპით გარკვეულ კუთხურ სიჩქარეს

იძენს და გაჩერებამდე $-\alpha_1$ მუდმივი ტემპით კუთხურ სიჩქარეს კარგავს. დისკოს ნებისმიერი ნაწილის ცენტრისკენულმა აჩქარებამ 400 მ/წმ²-ს არ უნდა გადააჭარბოს. ა) რა უმცირესი დრო სჭირდება ბრუნვას? ბ) რისი ტოლია α_1 ?

•15. ბორბალი 40 ბრუნს აკეთებს და 1,5 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარიდან გაჩერებამდე ნელდება. ა) დავუშვათ კუთხური აჩქარება მუდმივია. რა დრო დასჭირდება ბორბალს გაჩერებამდე? ბ) რისი ტოლია კუთხური აჩქარება? გ) რა დრო დასჭირდება ბოლო 20 ბრუნის შესრულებას? **ILW**

•16. დისკო ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნავს და მუდმივი კუთხური აჩქარება აქვს. გარკვეულ მომენტში დისკოს სიჩქარეა 10 ბრ/წმ. 60 ბრუნის შემდეგ მისი კუთხური სიჩქარე 15 ბრ/წმ ხდება. გამოთვალეთ ა) კუთხური აჩქარება, ბ) 60 ბრუნის შესრულებისთვის საჭირო დრო, გ) 10 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარის მისაღწევად საჭირო დრო და დ) 10 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარის მიღწევამდე შესრულებული ბრუნების რიცხვი.

•17. როდესაც $t = 0$, ბორბლის კუთხური სიჩქარეა 4,7 რადიანი/წმ, მუდმივი კუთხური აჩქარებაა $-0,25$ რადიანი/წმ² და ათვლის წრფის მდებარეობაა $\theta_0 = 0$. ა) რა θ_{max} მაქსიმალურ კუთხეს შემოწერს ათვლის წრფე დადებითი მიმართულებით? რა დროს იქნება ათვლის წრფის მდებარეობა $\theta = \frac{1}{2}\theta_{max}$ ბ) პირველად და გ) მეორედ? რა დ) უარყოფით და ე) დადებით დროს იქნება ათვლის წრფის მდებარეობა $\theta = -10,5$ რადიანი? ვ) ააგეთ θ მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი და ამოცანის შეკითხვებს გრაფიკის მიხედვით გაეცით პასუხი.

•18. ბორბალი 2 რადიანი/წმ² მუდმივი კუთხური აჩქარებით მოძრაობს. 3 წამის განმავლობაში ბორბალი 90 რადიან კუთხეს შემოწერს. ა) რა დროის განმავლობაში მოძრაობდა ბორბალი 3-წამიანი შუალედის დაწყებამდე? ბ) რა კუთხური სიჩქარე აქვს ბორბალს 3-წამიანი შუალედის დაწყებისას?

პარაგრაფი 10.5. წრფივ და კუთხურ ცვლადებს შორის კავშირი

•19. 1911-1990 წლებში პიზის კოშკი 1,2 მმ/იარღი ტემპით სამხრეთისკენ გადაიხარა. კოშკი 55 მ სიმაღლისაა. რა საშუალო კუთხური სიჩქარე აქვს კოშკის წვერს კოშკის ფსკერის მიმართ რადიანი/წმ-ებში?

•**20.** ვინილის ფირფიტის დაახლოებით წრიული ფორმის ზედაპირი ფირსაკრავის ნემსის ქვეშ სრიალებს. ნემსი პერიოდულად ზედაპირის ბორცვებს ეჯახება და ირხევა. შემდეგ მოწყობილობა ამ რხევებს ელექტრულ სიგნალებად და ბგერად გარდაქმნის. დავუშვათ ფირფიტა $33\frac{1}{3}$ ბრ/წთ ტემპით ბრუნავს, ზედაპირის რადიუსი 10 სმ-ია და ბორცვებს შორის დაცილებაა 1,75 მმ. რა ტემპით ეჯახება ნემსი ბორცვებს?

•**21.** 1,2 მ დიამეტრის ბორბალი 200 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს ბორბალს რადიანი/წმ-ებში? ბ) რა წრფივი სიჩქარე აქვს ბორბლის ფერსოზე განლაგებულ წერტილს? გ) რა მუდმივი კუთხური აჩქარება (ბრ/წთ²-ებში) გაზრდის ბორბლის სიჩქარეს 1000 ბრ/წთ-მდე 60 წამში? დ) რამდენ ბრუნს შეასრულებს ბორბალი ამ 60 წამის განმავლობაში?

SSM WWW

•**22.** კოსმონავტი ცენტრიფუგაში შემოწმებას გადის. 10 მ რადიუსის ცენტრიფუგა $\theta = 0,3t^2$ ფორმულის მიხედვით ბრუნავს, სადაც t მოცემულია წამებში, ხოლო θ – რადიანებში. როდესაც $t = 5$ წმ, რა ბ) კუთხური სიჩქარე, ბ) წრფივი სიჩქარე, გ) მხები აჩქარება და დ) რადიალური აჩქარება აქვს კოსმონავტს?

•**23.** კოსმოსური ხომალდი 29000 კმ/სთ სიჩქარით 3220 კმ რადიუსის წრეს შემოწმებს. რა ა) კუთხური სიჩქარე, ბ) რადიალური აჩქარება და გ) მხები აჩქარება აქვს კოსმოსურ ხომალდს?

•**24.** თვითმფრინავის პროპელერი 2000 ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს და თვითმფრინავი დედამიწისადმი 480 კმ/სთ სიჩქარით მიფრინავს. რა წრფივი სიჩქარე აქვს პროპელერის კიდეზე, 1,5 მ რადიუსზე განლაგებულ წერტილს ა) თვითმფრინავის პილოტის და ბ) დედამიწაზე მყოფი დამკვირვებლის თვალთახედვით? თვითმფრინავის სიჩქარე პროპელერის ბრუნვის ღერძის პარალელურია.

•**25.** საგანი ფიქსირებული ღერძის გარშემო ბრუნავს და მისი ათვლის წრფის მდებარეობაა $\theta = 0,4e^{2t}$, სადაც θ მოცემულია რადიანებში, ხოლო t – წამებში. განვიხილოთ საგნის ბრუნვის ღერძიდან 4 სმ-ით დაშორებული წერტილი. როდესაც $t = 0$, რისი ტოლია წერტილის აჩქარების ა) მხები კომპონენტი და ბ) რადიალური კომპონენტი?

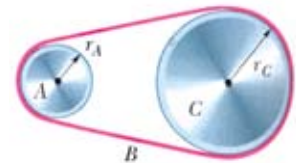
•**26.** გიროსკოპის 2,83 სმ რადიუსის მქნევარა 14,2 რადიანი/წმ²-ით ჩქარდება და მისი კუთხური სიჩქარე 2760 ბრ/წთ ხდება. ა) რა მხები აჩქარება

აქვს მქნევარას ფერსოზე განლაგებულ წერტილს? ბ) რა რადიალური აჩქარება აქვს ამ წერტილს, როდესაც მქნევარა სრული სიჩქარით ბრუნავს? გ) რა მანძილს გაივლის ეს წერტილი ბრუნვის დროს?

•**27.** ა) რა ω კუთხური სიჩქარე აქვს დედამიწის ზედაპირის წერტილს პოლარული ღერძის გარშემო $40^\circ N$ სიმაღლეზე? (დედამიწა პოლარული ღერძის გარშემო ბრუნავს). ბ) რა v წრფივი სიჩქარე აქვს ამ წერტილს? რისი ტოლია ეკვატორზე განლაგებული წერტილის გ) ω და დ) v ? SSM

•**28.** 10.30 სურათზე,

$r_A = 10$ სმ რადიუსის A ბორბალი ღვედის საშუალებით $r_C = 25$ სმ რადიუსის C ბორბალზეა გადაბმული.

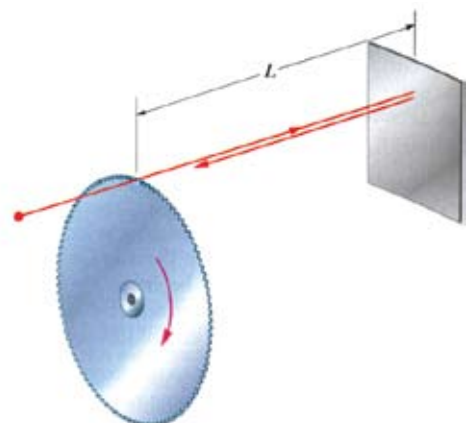


სურ. 10.30. ამოცანა 28.

A ბორბლის კუთხური

სიჩქარე $1,6$ რადიანი/წმ² მუდმივი ტემპით იზრდება. რა დრო დასჭირდება C ბორბალს 100 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარის განვითარებისთვის, თუ ღვედი არ განყდება? (მინიმუმ: თუ ღვედი არ წყდება, ორივე ბორბლის წრფივი სიჩქარე თანაბარია).

•**29.** სინათლის სიჩქარის გაზომვისთვის მბრუნავი დაკბილული ბორბალი გამოიყენებოდა. სინათლის სხივი ბორბლის კიდეზე განლაგებულ კბილებს შორის გადიოდა (სურ. 10.31), შემდეგ მოშორებით მდებარე სარკეს დაეცემოდა და ბორბლისკენ ბრუნდებოდა, რის შემდეგაც მომდევნო კბილებს შორის გადიოდა. ბორბლის რადიუსია 5 სმ და მას კიდეზე 500 კბილი აქვს. როდესაც სარკე ბორბლიდან $L = 500$ მ მანძილითაა დაშორებული, ბორბალი 3×10^5 კმ/წმ სინათლის სიჩქარეს აჩვენებს. ა) რა მუდმივი კუთხური სიჩქარით მოძრაობს ბორბალი? ბ) რა წრფივი სიჩქარით მოძრაობს ბორბლის კიდეზე განლაგებული წერტილი? SSM



სურ. 10.31. ამოცანა 29.

••30. ორთქლის ძრავის მქნევარა 150ბრ/წთ მუდმივი კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ორთქლის მიწოდების შეწყვეტის შემთხვევაში, საყრდენი წერტილებისა და ჰაერისგან მოქმედი ხახუნის მქნევარას $2,2\text{სთ-ის}$ შემდეგ აჩერებს. ა) რა მუდმივი კუთხური აჩქარება (ბრ/წთ^2 -ებში) აქვს მქნევარას შენელების დროს? ბ) რამდენ ბრუნს შეასრულებს მქნევარა გაჩერებამდე? გ) როდესაც მქნევარა 75ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, რისი ტოლია ბრუნვის ღერძიდან 50სმ -ით დაშორებული ნივთიერი წერტილის წრფივი აჩქარების მხეხი კომპონენტი? დ) რა ჯამური წრფივი აჩქარება აქვს ამ წერტილს?

••31. ფირსაკრავი $33\frac{1}{3}\text{ბრ/წთ}$ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ფირსაკრავის ბრუნვის ღერძიდან 6სმ მანძილზე საზამთროს კურკა გდია. ა) გამოთვალეთ კურკის აჩქარება, თუ ის ფირსაკრავიდან არ ვარდება. ბ) სტატიკური ხახუნის რა მინიმალური კოეფიციენტი უნდა არსებობდეს კურკასა და ფირსაკრავს შორის, რათა კურკა არ ჩამოვარდეს? გ) დავუშვათ, ფირსაკრავი თავის კუთხურ სიჩქარეს $0,25$ წამის განმავლობაში მუდმივი კუთხური აჩქარებით აღწევს. გამოთვალეთ სტატიკური ხახუნის მინიმალური კოეფიციენტი კურკასა და ფირსაკრავს შორის $0,25$ წამის განმავლობაში, რომლის არსებობის დროსაც კურკა არ ჩამოვარდება.

••32. პულსარი სწრაფად მბრუნავი ნეიტრონის ვარსკვლავია, რომელიც რადიოსიხის ისევე ასხივებს, როგორც შუქურა სინათლის სხივს. ვარსკვლავის თითოეული შემობრუნების დროს ჩვენ რადიოპულსს (რადიოსიგნალს) ვიღებთ. ვარსკვლავის ბრუნვის T პერიოდი პულსებს შორის დროის გამოთვლის შედეგად დგინდება. პულსარის ბრუნვის T პერიოდია $0,033\text{წმ}$ და ის $1,26 \times 10^{-9}\text{წმ/იარდი}$ ტემპით იზრდება. ა) რისი ტოლია პულსარის α კუთხური აჩქარება? ბ) თუ α მუდმივია, რამდენი წლის შემდეგ შეწყვეტს პულსარი ბრუნვას? გ) პულსარი 1054 წელს მომხდარი აფეთქების შედეგად წარმოიშვა. α მუდმივია. გამოთვალეთ სანჯისი T პერიოდი.

პარაგრაფი 10.6. ბრუნვის კინეტიკური ენერგია

•33. ბორბალი 602ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს და მისი კინეტიკური ენერგიაა 24400ჯ . გამოთვალეთ ბორბლის ბრუნ-ვითი ინერ-ცია. **SSM**

•34. 10.32 სურათ-ზე ნაჩვენებია ერ-თი ბოლოს

გარ-შემო მბრუ-ნავი ძელაკის კუთ-ხური სიჩქარის დროზე დამოკი-დ ე ბ უ ლ ე ბ ი ს გრაფიკი.

ა) რა კუთხური აჩქარება აქვს

ძელაკს? ბ) როდესაც $t = 4\text{წმ}$, ძელაკის ბრუნვის კინეტიკური ენერგიაა $1,6\text{ჯ}$. რა კინეტიკური ენერგია აქვს ძელაკს, როდესაც $t = 0$?

პარაგრაფი 10.7. ბრუნვითი ინერციის გამო-თვლა.

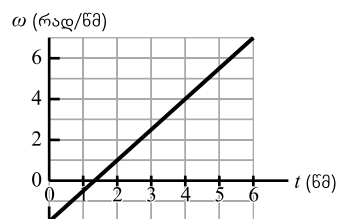
•35. $1,25\text{კგ}$ მასის ორი მყარი, ერთგვაროვანი ცილინდრი ცენტრალური ღერძის გარშემო 235რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს და მათი რადიუსები განსხვავებულია. რისი ტოლია ა) $0,25\text{მ}$ რადიუსის მქონე მცირე ცილინდრის და ბ) $0,75\text{მ}$ რადიუსის მოზრდილი ცილინდრის ბრუნვის კინეტიკური ენერგიები? **SSM**

•36. 10.33 სურათზე ნ ა ჩ ვ ე ნ ე ბ ი ა $0,01\text{კგ}$ მასის სა-მი ნივთიერი წერ-ტილი, რომელიც $L = 6\text{სმ}$ სიგრძის და უმნიშვნელო

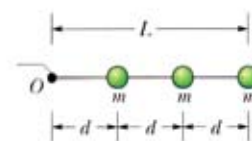
მასის ძელაკზე დამაგრებული. ძელაკი (ნივთიერი წერტილებთან ერთად) O წერტილზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს. შემდეგ ერთი წერტილი (ანუ მასის 33%) მოვ-სხენით. რა პროცენტით შემცირდება ძელაკის ბრუნვითი ინერცია, თუ ეს ნივთიერი წერტილი ა) O წერტილთან ყველაზე ახლოსაა და ბ) ძელაკის გარე კიდეზეა?

•37. $0,56\text{კგ}$ მასის და ერთი მეტრი სიგრძის სახა-ზავი 20სმ ნიშნულზე გამავალი და სახაზავის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს. გამოთვალეთ სახაზავის ბრუნვითი ინერცია ამ ღერძის გარშემო. **SSM**

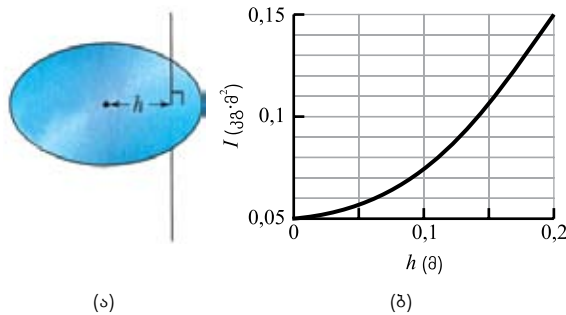
•38. 10.34ა სურათზე ნაჩვენებია ზედაპირის პერპენდიკულარული და დისკოს ცენტრიდან h რადიალური მანძილით დაშორებული ღერძის გარშემო მბრუნავი დისკო. 10.34ბ სურათზე გამოსახულია ღერძის გარშემო დისკოს I ბრუნ-ვითი ინერციის h მანძილზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რა მასა აქვს დისკოს?



სურ. 10.32. ამოცანა 34.

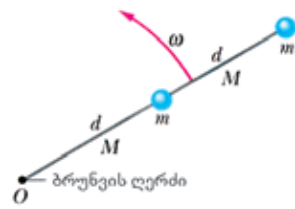


სურ. 10.33. ამოცანები 36 და 62.



სურ. 10.34. ამოცანა 38.

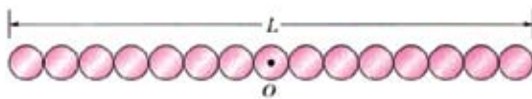
•39. 10.35 სურათზე, $m = 0,85$ კგ მასის ორი ნაწილაკი $d=5,6$ მ სიგრძის და $M=1,2$ კგ ორი ძელაკით ერთმანეთთან და 0 წერტილთან არის დაკავშირებული და



სურ. 10.35. ამოცანა 39.

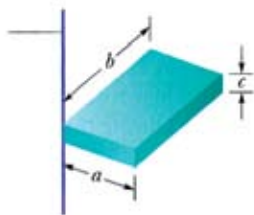
O წერტილზე გამავალი ბრუნვის ღერძის გარშემო $\omega=0,3$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. რა იქნება კომბინაციის ა) ბრუნვითი ინერცია და ბ) კინეტიკური ენერგია?

•40. 10.36 სურათზე ნაჩვენებია 15 ერთმანეთზე შეწყობილი დისკო, რომელიც $L=1$ მ სიგრძის და $M=100$ მგ მასის სისტემას ქმნის. სისტემა ცენტრალური დისკოს O წერტილზე გამავალი, პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს. ა) რისი ტოლია სისტემის ბრუნვითი ინერცია ამ ღერძის გარშემო? ბ) თუ სისტემას M მასის და L სიგრძის ერთგვაროვან ძელაკად განვიხილავთ, რა პროცენტულ შეცდომას მივიღებთ ბრუნვითი ინერციის გამოთვლისას 10.2-ე ცხრილის ფორმულის გამოყენების შემთხვევაში?



სურ. 10.36. ამოცანა 40.

•41. 10.37 სურათზე გამოსახული ბლოკის მასაა $0,172$ კგ და მისი გვერდების სიგრძეებია $a = 3,5$ მ, $b = 8,4$ მ და $c = 1,4$ მ. გამოთვალეთ ბლოკის ბრუნვითი ინერცია ერთ



სურ. 10.37. ამოცანა 41.

კუთხეზე გამავალი და დიდი ზედაპირების პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო. SSM WWW

•42. $0,5$ კგ მასის ოთხი იდეალური ნივთიერი წერტილი $2\text{მ} \times 2\text{მ}$ კვადრატის წვეროებზეა განლაგებული. წერტილებს ერთმანეთთან ოთხი მასის არმქონე ძელაკი აკავშირებს, რომლებიც კვადრატის გვერდებს ქმნის. რისი ტოლია მიღებული სხეულის ბრუნვითი ინერცია ა) მოპირდაპირე გვერდების შუა წერტილზე გამავალი და კვადრატის სიბრტყეში მდებარე ღერძის გარშემო, ბ) ერთ-ერთი გვერდის შუა წერტილზე გამავალი და კვადრატის სიბრტყის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო და გ) დიაგონალურად ურთიერთსაპირისპირო წერტილებზე გამავალი და კვადრატის სიბრტყეში მდებარე ღერძის გარშემო?

•43. ოთხი ნივთიერი წერტილის მასები და კოორდინატებია: 50 გ, $x = 2$ მ, $y = 2$ მ; 25 გ, $x = 0$, $y = 4$ მ; 25 გ, $x = -3$ მ, $y = -3$ მ; 30 გ, $x = -2$ მ, $y = 4$ მ. რისი ტოლია მიღებული სისტემის ბრუნვითი ინერცია ა) x , ბ) y და გ) z ღერძის გარშემო. დავუშვათ ა) და ბ) შეკითხვების პასუხებია A და B . ამ შემთხვევაში, რა იქნება გ)-ს პასუხი A -ს და B -ს თერმებში?

•44. ევროპული სატვირთო მანქანების ნაწილი მბრუნავ მქნევარაში შენახული ენერგიის საშუალებით მოძრაობს. ელექტროძრავა მქნევარას 200π რადიანი/წმ კუთხურ სიჩქარეს ანიჭებს. ერთ-ერთი მქნევარა მყარი, ერთგვაროვანი ცილინდრია 500 კგ მასით და 1 მ რადიუსით. ა) რა კინეტიკური ენერგია აქვს მქნევარას დამუხტვის შემდეგ? გ) თუ სატვირთო მანქანა საშუალოდ 8 კვტ სიმძლავრეს მოიხმარს, რამდენი წუთის განმავლობაში შეუძლია მას მოძრაობა დამუხტვებს შორის?

პარაგრაფი 10.8. ძალის მომენტი

•45. $0,75$ კგ მასის ბურთი $1,25$ მ სიგრძის და მასის არმქონე ძელაკის ერთ ბოლოზეა ჩამოკიდებული, ხოლო ძელაკის მეორე ბოლო საყრდენ წერტილზეა დამაგრებული. როდესაც შედეგად მიღებული ქანქარა ვერტიკალიდან 30° -ით გადაიხრება, რა იქნება საყრდენი წერტილის გარშემო მოქმედი ძალის მომენტი? SSM

•46. ველოსიპედის პედლის სიგრძეა $0,152$ მ და მგზავრი პედალზე 111 ნ ქვემოთ მიმართული ძალით მოქმედებს. რა ძალის მომენტი მოქმედებს პედლის გარშემო, როდესაც პედალი ვერტიკალისადმი ა) 30° , ბ) 90° და გ) 180° კუთხეს ადგენს?

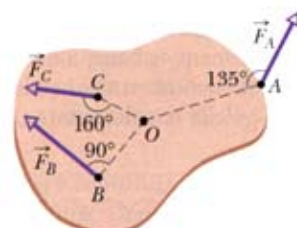
•47. 10.38 სურათზე გამოსახული სხეული O წერტილის ეყრდნობა და მასზე ორი ძალა ნა-



სურ. 10.38. ამოცანა 47.

ჩვენები მიმართულებით მოქმედებს. თუ $r_1=1,3\text{მ}$, $r_2=2,15\text{მ}$, $F_1=4,26$, $F_2=4,96$, $\theta_1=75^\circ$ და $\theta_2=60^\circ$, რა ჯამური ძალის მომენტი მოქმედებს საყრდენი წერტილის გარშემო? **SSM ILW**

•48. 10.39 სურათზე გამოსახული სხეული O წერტილის ეყრდნობა და მასზე სამი ძალა მოქმედებს. O -დან 8მ მანძილით დაშორებულ A წერტილზე $F_A=106$ ძალაა მოდებული, O -დან 4მ მანძილით დაშორებულ B წერტილზე $F_B=166$ ძალა მოქმედებს, ხოლო O -დან 3მ-ით დაშორებულ C წერტილზე $F_C=196$ ძალა მოქმედებს. რისი ტოლია ჯამური ძალის მომენტი O წერტილის გარშემო?



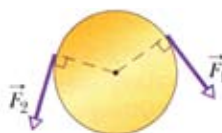
სურ. 10.39. ამოცანა 48

•49. ვარდნის დროს წყალში მხტომელის კუთხური სიჩქარე მასის ცენტრისადმი ნულიდან 6,2 რადიანი/წმ-მდე 220მწმ-ის განმავლობაში იცვლება. მხტომელის ბრუნვითი ინერცია მასის ცენტრის გარშემო არის $12\text{კგ}\cdot\text{მ}^2$. რისი ტოლია მხტომელის ა) საშუალო კუთხური აჩქარება და ბ) ტრამპლინიდან მოქმედი საშუალო გარე ძალის მომენტი? **SSM ILW**

პარაგრაფი 10.9. ნიუტონის მეორე კანონი ბრუნვისთვის

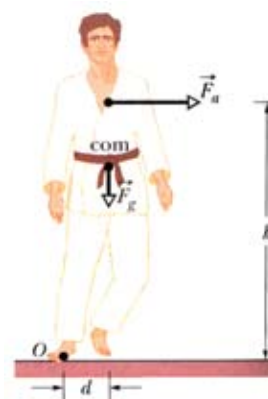
•50. თუ ბორბალზე მოქმედი 32 ნ·მ ძალის მომენტი 25 რადიანი/წმ² კუთხურ აჩქარებას იწვევს, რა იქნება ბორბლის ბრუნვითი ინერცია?

•51. 10.40 სურათზე ნაჩვენებია ცენტრის გარშემო მრბუნავი, ერთგვაროვანი დისკო. დისკოს რადიუსია 2 სმ, მასაა 20 გრამი და თავდაპირველად გაჩერებულია. $t=0$ დროიდან მოყოლებული, დისკოზე ორი ძალა იწყებს მოქმედებას და $t=1,25$ წმ დროს დისკო 250 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს. $\vec{F}_1$ ძალის სიდიდეა 0,1 ნ. რისი ტოლია F_2 ძალა?



სურ. 10.40. ამოცანა 51.

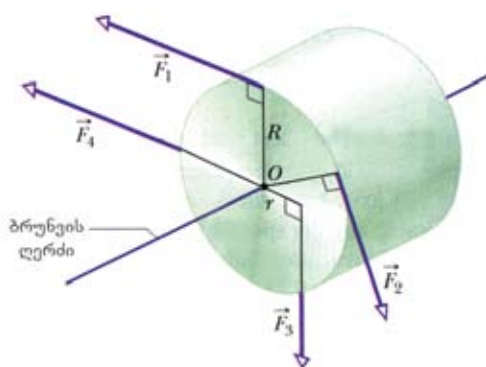
•52. ძიუდოში შეჯიბრის დროს თქვენ მოწინააღმდეგის მარცხენა ფეხს მაღლა სწევთ და ამავე დროს მის კიბონოს ქაჩავთ. შედეგად მოწინააღმდეგე მარჯვენა ფეხზე ტრიალდება და ხალიჩაზე ეცემა. 10.41 სურათზე ნაჩვენებია მოწინააღმდეგის გამომარტივებული გამო-



სურ. 10.41. ამოცანა 52.

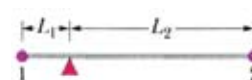
სახულება. ბრუნვის ღერძი O წერტილზე გადის. მოწინააღმდეგის მასის ცენტრი O წერტილიდან $d=28\text{სმ}$ ჰორიზონტალურ მანძილზეა და მასზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა მოქმედებს. მოწინააღმდეგის მასაა 70კგ და O წერტილის გარშემო მისი ბრუნვითი ინერციაა $65\text{კგ}\cdot\text{მ}^2$. რა საწყის კუთხურ აჩქარებას შეიძენს მოწინააღმდეგე O წერტილის გარშემო, თუ მის კიბონოზე მოქმედი $\vec{F}_a$ ბიძგი ა) უმნიშვნელოა, ბ) ჰორიზონტალურია, 300ნ სიდიდისა და $h=1,4\text{მ}$ სიმაღლეზეა მოდებული?

•53. 10.42 სურათზე გამოსახული 2კგ მასის ცილინდრი O წერტილზე გამავალი ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნავს. მოდებული ძალებია: $F_1=66$, $F_2=46$, $F_3=26$ და $F_4=56$. $r=5\text{სმ}$ და $R=12\text{სმ}$. გამოთვალეთ ცილინდრის კუთხური აჩქარების ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება.



სურ. 10.42. ამოცანა 53.

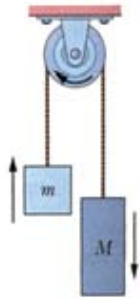
•54. 10.43 სურათზე, m მასის პირველი და მეორე ნივთიერი წერტილი L_1+L_2 სიგრძის და მასის არმქონე ძელაკის



სურ. 10.43. ამოცანა 54.

ბოლოებზეა დამაგრებული. $L_1=20$ სმ და $L_2=80$ სმ. ძელაკს საყრდენ წერტილზე ჰორიზონტალურად აჩერებენ და შემდეგ ხელს უშვებენ. რისი ტოლია ა) პირველი ნივთიერი წერტილის და ბ) მეორე ნივთიერი წერტილის საწყისი აჩქარება?

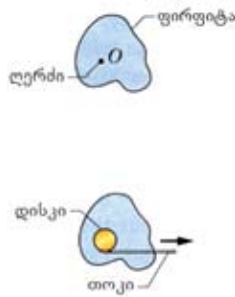
•55. 10.44 სურათზე ერთი ბლოკის მასაა $M=500$ გ, მეორე ბლოკის მასაა $m=460$ გ და გორგოლაჭის რადიუსია 5სმ. გორგოლაჭი ჰორიზონტალურ, ხახუნისგან თავისუფალ საყრდენზეა დამაგრებული. მოძრაობის დაწყების შემდეგ



სურ. 10.44. ამოცანა 55.

უფრო მასიური ბლოკი 5 წამის განმავლობაში 75სმ-ით ვარდება (თოკი არ წყდება). ა) რა აჩქარება აქვს ბლოკს? რისი ტოლია ბ) უფრო მასიურ ბლოკზე და გ) ნაკლებად მასიურ ბლოკზე მიმაგრებული თოკის დაჭიმულობა? დ) რა კუთხურ აჩქარებას შეიძენს გორგოლაჭი? ე) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს გორგოლაჭს? [SSM WWW](#)

•56. 10.45ა სურათზე, უსწორმასწორო ფორმის, ერთგვაროვანი სისქისა და სიმკვრივის პლასტმასის ფირფიტა ღერძის გარშემო მოძრაობს, რომელიც ფირფიტის ზედაპირის პერპენდიკულარულია და O წერტილზე გადის. ფირფიტის ბრუნვითი ინერცია ღერძის გარშემო ქვემოთ აღწერილი მეთოდით გამოითვლება. 0,5კგ მასის და 2სმ რადიუსის დისკოს ფირფიტას ანებებენ და მის ცენტრს O წერტილს ამთხვევენ (სურ. 10.45ბ). შემდეგ დისკოს გარედან თოკს შემოახვევენ და 5 წამის განმავლობაში ამ თოკს ქაჩავენ. შედეგად დისკო და ფირფიტა 0,46 ძალის მოქმედების შედეგად ბრუნავს. ეს ძალა დისკოს კიდის მხებია. კუთხური სიჩქარე 114რადიანი/წმ-ია. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ფირფიტას ღერძის გარშემო?



სურ. 10.45. ამოცანა 56.

•57. გორგოლაჭის ბრუნვითი ინერცია ღერძის გარშემო არის 1×10^{-3} კგ·მ² და მისი რადიუსია 10სმ. მასზე ფერსოს მხები ძალა მოქმედებს და მისი სიდიდე დროში $F=0,5t+0,3t^2$ ფორმულით მიხედვით იცვლება, სადაც F მოცემულია ნიუტონებში და t

წამებში. გორგოლაჭი თავდაპირველად უძრავია. როდესაც $t=3$ წმ, რა ა) კუთხური აჩქარება და ბ) კუთხური სიჩქარე აქვს მას?

პარაგრაფი 10.10. მუშაობა და ბრუნვის კინეტიკური ენერგია

•58. ავტომობილის მუხლა ლილვს ენერგია ძრავიდან ღერძზე 100 ცხმ (=76,4კვტ) ტემპით გადააქვს, როდესაც 1800ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს. რა ბრუნვის მომენტს იწვევს მუხლა ლილვი?

•59. ა) 10.18 სურათზე $R=12$ სმ, $M=400$ გ და $m=50$ გ. გამოთვალეთ ბლოკის სიჩქარე 50სმ-ით დაბლა დაწევის შემდეგ. ამოცანა ენერგიის შენახვის პრინციპის დახმარებით ამოხსენით. ბ) ა) შეკითხვას თავიდან გაცით პასუხი, თუ $R=5$ სმ.

•60. 32 კგ მასის და 1,2 მ რადიუსის ბორბალი 280 ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს. 15 წამის შემდეგ ბორბალი უნდა გაჩერდეს. ა) რა მუშაობა უნდა შესრულდეს ბორბლის გაჩერებაზე? ბ) რა საშუალო სიმძლავრეა საჭირო ბორბლის გაჩერებისთვის?

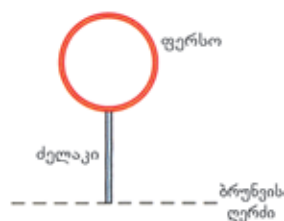
•61. 0,75 მ სიგრძის და 0,42 კგ მასის ძელაკი ერთი ბოლოთი ჩამოკიდებული. შემდეგ მის მეორე ბოლოს უბიძგებენ და ძელაკი ქანქარასავით მოძრაობს. მოძრაობის უდაბლეს წერტილზე ძელაკის კუთხური სიჩქარეა 4 რადიანი/წმ. ხახუნი და ჰაერის წინაღობა უგულებელყავით და ა) ძელაკის კინეტიკური სიჩქარე უდაბლეს წერტილზე გამოთვალეთ. ბ) ამ წერტილიდან რა მანძილზე ადის მასის ცენტრი?

•62. 10.33 სურათზე, 0,01 კგ მასის სამი ნივთიერი წერტილი $L=6$ სმ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკზეა დამაგრებული. ძელაკი მის ერთ ბოლოზე და O წერტილზე გამავალი პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს. რა მუშაობაა საჭირო, რათა ძელაკის ბრუნვის ტემპი ა) 0-დან 20 რადიანი/წმ-მდე, ბ) 20 რადიანი/წმ-დან 40 რადიანი/წმ-მდე და გ) 40 რადიანი/წმ-დან 60 რადიანი/წმ-მდე შეიცვალოს? დ) რა სიმრუდე აქვს ძელაკის კინეტიკური ენერგიის ბრუნვის ტემპის კვადრატზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკს?

•63. მეტრებში დაგრაფირებული სახაზავი ერთ ბოლოზე ვერტიკალურად გაასწორეს და შემდეგ ხელი გაუშვეს. გამოთვალეთ სახაზავის მეორე ბოლოს სიჩქარე ზედაპირზე დაცემამდე, თუ დავუშვებთ, რომ სახაზავის მეორე ბოლო ზედაპირზე არ ცურდება (მინიმუმ: სახაზავი ვიწრო ძელაკად მიიჩნეთ და ენერგიის შენახვის პრინციპი მიუსადაგეთ). [SSM ILW](#)

••64. 10სმ რადიუსის და 20კგ მასის ცილინდრი ცენტრალური გასწვრივი ღერძიდან 5სმ-ით დაშორებული პარალელური ღერძის გარშემო ბრუნავს. ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ცილინდრს ბრუნვის ღერძის გარშემო? ბ) თუ ცილინდრი მოძრაობას მაშინ იწყებს, როდესაც მისი ცენტრალური გასწვრივი ღერძი ბრუნვის ღერძის სიმაღლეზეა, რა იქნება ცილინდრის კუთხური სიჩქარე უდაბლეს მდებარეობაზე?

••65. 10.46 სურათზე ნაჩვენებია ფეროს-სგან (m მასის და $R = 0,15$ მ რადიუსის) და რადიალური ძე-ლაკისგან (m მასის და $L = 2R$ სიგრძის) შემდგარი სისტემა.

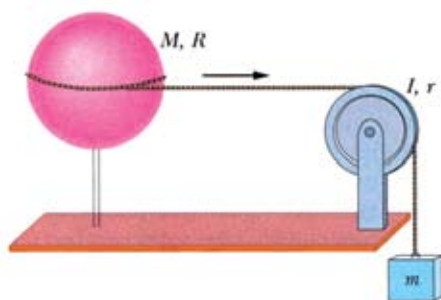


სურ. 10.46. ამოცანა 65.

სისტემა ძელაკის და ფეროს სიბრტყეში მდებარე და ძელაკის ქვედა ბოლოზე გამავალი ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნავს. დაუშვათ სისტემისთვის ბიძგის მინიჭების დროს გადა-ცემული ენერგია უმნიშვნელოა. რა იქნება სისტემის კუთხური სიჩქარე ბრუნვის ღერძის გარშემო, როდესაც ის ამოტრიალდება?

••66. 55მ სიგრძის ძელაკი მაღლიდან ვარდება. როდესაც ძელაკი ვერტიკალისადმი 35° კუთხეს ადგენს, რისი ტოლია მისი ა) კუთხური სიჩქარე, ბ) ძელაკის წვერის რადიალური აჩქარება და გ) ძელაკის წვერის მხები აჩქარება (მინიშნება: გამოიყენეთ ენერგია და არა მახრუნი მომენტი). დ) რა θ კუთხის დროს არის მხები აჩქარება გ-ს ტოლი?

••67. $M = 4,5$ კგ მასის და $R = 8,5$ სმ რადიუსის სფერული გარსი ხახუნისგან თავისუფალ სა-ყრდენზე დამაგრებული ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნავს (სურ. 10.47). მასის არმქონე თოკი გარსის ეკვატორზეა შემოხვეული და $I = 3 \times 10^{-3}$ კგ·მ² ბრუნვითი ინერციის და $r = 5$ სმ



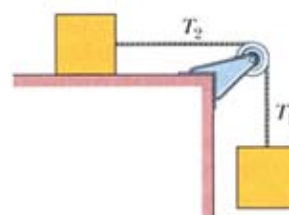
სურ. 10.47. ამოცანა 67

რადიუსის გორგოლაჭზე გადის. თოკზე $m = 0,6$ კგ მასის პატარა საგანი ჩამოკიდებული. გორგოლაჭის ღერძზე ხახუნის ძალა არ მოქმედებს და თოკი არ წყდება. რა სიჩქარით მოძრაობს საგანი, როდესაც 82 სმ-ით დაბლა დაინეცს? განიხილეთ ენერგიები.

დამატებითი ამოცანები

68. ბორბლის კუთხური აჩქარებაა $\alpha = 6t^4 - 4t^2$, სადაც α მოცემულია რადიანი/წმ²-ებში, ხოლო t - წამებში. როდესაც $t = 0$, ბორბლის კუთხური სიჩქარეა $+2$ რადიანი/წმ და კუთხური მდებარეობაა $+1$ რადიანი. ჩანერეთ ა) კუთხური სიჩქარე და ბ) კუთხური მდებარეობა დროის ფუნქციის სახით.

69. 10.48 სურათზე, 6,2 კგ მასის ორი ბლოკი 2,4 სმ რადიუსის და $7,4 \times 10^{-4}$ კგ·მ² ბრუნვითი ინერციის მქონე გორგოლაჭზე გადაკიდული, მასის არმქონე თოკითაა

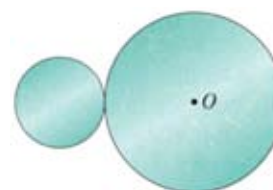


სურ. 10.48. ამოცანა 69.

გადაბმული. თოკი არ წყდება. მაგიდასა და მცურავ ბლოკს შორის ხახუნი ან არსებობს ან არა, ხოლო გორგოლაჭის ღერძზე ხახუნი არ მოქმედებს. როდესაც სისტემა მოძრაობას იწყებს, გორგოლაჭი 91 მწმ განმავლობაში 1,3 რადიანით ბრუნდება და ბლოკების აჩქარება მუდმივია. რა ა) კუთხური აჩქარება აქვს გორგოლაჭს, ბ) რა აჩქარება აქვს ბლოკებს, რისი ტოლია გ) T_1 თოკის დაჭიმულობა და ბ) T_2 თოკის დაჭიმულობა?

70. რენსლერის პოლიტექნიკური ინსტიტუტის კურსდამთავრებულმა, ინჟინერმა ჯორჯ ვაშინ-გტონ ჯეილ ფერის უმცროსმა, 1893 წელს, ჩიკაგოში ეშმაკის ბორბალი ააგო. იმ დროისთვის გასაოცარი მასშტაბის ატრაქციონი 36 ხის კაბინისგან შედგებოდა, რომელიც 60 კაცს იტევდა, ხოლო ატრაქციონის წრის რადიუსი 76 მ იყო. 36-ვე კაბინის გავსების შემდეგ ეშმაკის ბორბალი ერთ სრულ ბრუნს 2 წუთის განმავლობაში მუდმივი კუთხური სიჩქარით ასრულებდა. გამოთვალეთ მგზავრებით სავსე კაბინების დროს ატრაქციონის მიერ შესრულებული მუშაობა.

71. 10.49 სურათზე, $r = 2$ სმ რადიუსის პატარა დისკო $R = 4$ სმ რადიუსის მოზრდილ დისკოზეა მიწე-ბებული. დისკოები



სურ. 10.49. ამოცანა 71.

ერთ სიბრტყეშია განლაგებული და მოზრდილი დისკის ცენტრალურ O წერტილზე გამავალი პერ-პენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს. ორივე დისკოს $1,4 \times 10^3$ კგ/მ³ სიმკვრივე და 5 მმ სისქე აქვს. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს დისკებს O წერტილზე გამავალი ბრუნვის ღერძის გარშემო?

72. 10.50 სურათზე ნაჩვენებია საერთო ცენტრის მქონე ორი წრიული რგოლისგან შემდგარი კონსტრუქცია. რგოლები ერთმანეთზე უმნიშვნელო მასის სამი ძელაკითაა



სურ. 10.50. ამოცანა 72.

გადაბმული. კონსტრუქცია საერთო ცენტრის გარშემო ბრუნავს და ამ ცენტრზე უმნიშვნელო მასის კიდევ ერთი ძელაკია განლაგებული. ქვემოთ მოცემულ ცხრილში ნაჩვენებია რგოლების მასები, შიდა რადიუსები და გარე რადიუსები. გარე რგოლის კიდზე 12 ნ მხები ძალა 0,3 წამის განმავლობაში მოქმედებს. როგორ იცვლება კონსტრუქციის კუთხური სიჩქარე დროის ამ შუალედში?

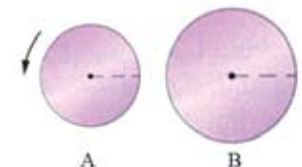
რგოლი	მასა (კგ)	შიდა რადიუსი (მ)	გარე რადიუსი (მ)
1	0,12	0,016	0,045
2	0,24	0,09	0,14

73. 1908 წლის 30 ივნისს, საღამოს 7 საათსა და 14 წუთზე, სატელეფონო კაბშირის კვანძი სიბერიის (61° განედსა და 102° გრძედზე) თავზე აფეთქება მოხდა. წარმოქმნილი ცეცხლოვანი ბურთი ბირთვული იარაღის გამოგონებამდე ყველაზე უფრო მკვეთრ ნათებას ქმნიდა, რაც კი კაცობრიობას ენახა. *ტუნგუსკის მოვლენა* „ცის უდიდესი ნაწილი დაფარა“ და სავარაუდოდ დაახლოებით 140მ სიგანის *ქვიანი ასტეროიდის* აფეთქება იყო. ა) მხოლოდ დედამიწის ბრუნვა განიხილეთ და განსაზღვრეთ, რა დროის შემდეგ უნდა გამოჩენილიყო ასტეროიდი, რათა აფეთქება პელსინკის თავზე, 25° განედზე მომხდარიყო (ამგვარი ასტეროიდის ჩამოვარდნა ქალაქს საერთოდ გააქრობდა). ბ) ასტეროიდი დედამიწაზე ჩამოვარდებოდა, ლითონის რომ ყოფილიყო. რა დროის შემდეგ უნდა გამოჩენილიყო ასტეროიდი, რათა ატლანტიკის ოკეანეში, 20° გრძედზე ჩამოვარდნილიყო? (შედეგად მიღებული ცუნამი ატლანტიკის ოკეანის ორივე მხარეზე არსებულ ცივილიზაციას გააქრობდა).

74. ჭურჭლის თავსახურის გასახსნელებმა სასმელის ჭურჭლის დიზაინი ბევრად გააუმჯობესა. გასახსნელი ჭურჭლის თავსახურზე დამაგრებული ცენტრალური ჭანჭიკის გარშემო ბრუნავს, რომელიც ჭურჭლის თავსახურზეა დამაგრებული. როდესაც გასახსნელის ერთ ბოლოს მალა წვეთ, მეორე ბოლო ჭურჭლის თავსახურს დაბლა აწევს. თუ მალა ბიძგი 10ნ-ია, დაახლოებით რა ძალა მოქმედებს ჭურჭლის თავსახურზე?

75. მორბენალი ცხოველების გასწვრივ მანქანით მოძრაობა დამკვირვებლებმა დაადგინეს, რომ გეპარდების მაქსიმალური სიჩქარეა 114კმ/სთ (დაახლოებით 71მილი/სთ). წარმოიდგინეთ, რომ გეპარდს მანქანით გვერდზე მისდევთ და თან სპიდომეტრს უყურებთ, რომელიც 114კმ/სთ სიჩქარეს აჩვენებს. მანქანასა და გეპარდს შორის მანძილია 8მ. მანქანის ხმაური გეპარდს აშინებს და ის მანქანისგან მოშორებით 92მ რადიუსის წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს. მაშასადამე, თქვენი მანქანა 100მ რადიუსის წრიულ ტრაექტორიას შემოწერს. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს მანქანას და გეპარდს წრიული ტრაექტორიების გარშემო? ბ) რა წრფივი სიჩქარე აქვს გეპარდს? (თუ წრიულ მოძრაობას მხედველობაში არ მიიღებთ, გეპარდის სიჩქარე 114კმ/სთ გვეგონებათ. სწორედ ამგვარი შეცდომა დაუშვეს ზემოთ ხსენებულმა დამკვირვებლებმა).

76. დისკების რბოლა. 10.51 სურათზე ნაჩვენებია ცენტრის გარშემო მრბუნავი ორი დისკო. როდესაც



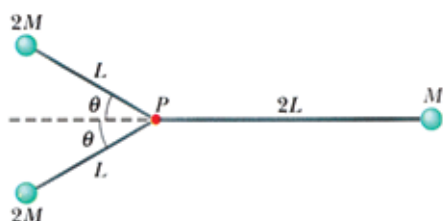
სურ. 10.51. ამოცანა 76.

$t = 0$, დისკოების

ათვლის წრფეების მიმართულებები ერთმანეთს ემთხვევა. ამ დროს A დისკო 9,5 რადიანი/წმ მუდმივი კუთხური სიჩქარით უკვე ბრუნავს, ხოლო B დისკო 2,2 რადიანი/წმ² მუდმივი კუთხური აჩქარებით მოძრაობს ახლა იწყებს. ა) რა t დროს ექნებათ დისკოების ათვლის წრფეებს თანაბარი θ კუთხური გადაადგილება? ბ) იქნება თუ არა ეს პირველი t დრო ($t = 0$ დროის შემდეგ), როდესაც ათვლის წრფეების მიმართულებები ერთმანეთს დაემთხვევა?

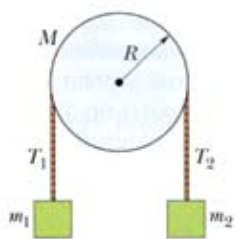
77. 10.52 სურათზე გამოსახული მყარი სხეული სამი ბურთისა და სამი დამაკავშირებელი ძელაკისგან შედგება. $M = 1,6$ კგ, $L = 0,6$ მ

და $\theta = 30^\circ$. ბურთები ნივთიერ წერტილებად შეგვიძლია განვიხილოთ, ხოლო ძელებების მასები უმნიშვნელოა. გამოთვალეთ სხეულის ბრუნვის კინეტიკური ენერგია, თუ მას 1,2 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარე ა) P წერტილზე გამავალი და სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო აქვს და იგივე სიჩქარე ბ) P წერტილზე გამავალი, $2L$ სიგრძის ძელების პერპენდიკულარული და სურათის სიბრტყეში მდებარე ღერძის გარშემო აქვს.



სურ. 10.52. ამოცანა 77.

78. 10.53 სურათზე, $m_1 = 400$ გ მასის და $m_2 = 600$ გ მასის ორი ბლოკი მასის არმქონე თოკითაა ერთმანეთზე გადაბმული. თოკი $M = 500$ გ მასის და $R = 12$ სმ რადიუსის დისკოზეა შემოხვეული და მის ცენტრზე გამავალი



სურ. 10.53. ამოცანა 78.

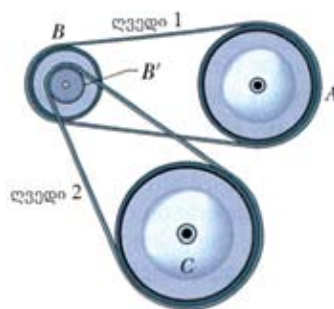
ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ხახუნის გარეშე ბრუნავს. გამოთვალეთ ა) ბლოკების აჩქარება, ბ) თოკის T_1 დაჭიმულობა მარცხნივ და გ) თოკის T_2 დაჭიმულობა მარჯვნივ.

79. 1,2 მ სიგრძის და 6,4 კგ მასის ფოლადის ძელების ერთ ბოლოზე 1,06 კგ მასის პატარა ბურთია დამაგრებული. ძელები მის შუა წერტილზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო, ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ბრუნავს. გარკვეულ მომენტში ძელების კუთხური სიჩქარე 39 ბრ/წმ. ხახუნის შედეგად ძელები ნელდება და 32 წამის შემდეგ ჩერდება. დავუშვათ ხახუნის შედეგად შემანელებელი მუდმივი ძალის მომენტი მოქმედებს. გამოთვალეთ ა) კუთხური აჩქარება, ბ) შემანელებელი ძალის მომენტი, გ) ხახუნის შედეგად მექანიკური ენერგიიდან სითბურ ენერგიაში გადასული ენერგია და დ) 32 წამის განმავლობაში შესრულებული ბრუნის რაოდენობა. ე) დავუშვათ შემანელებელი ძალის მომენტი მუდმივი არ არის. შესაძლებელია თუ არა ა), ბ), გ)

და დ) შეკითხვებზე პასუხის გაცემა დამატებითი ინფორმაციის გარეშე?

80. ვერტმფრენის როტორის ფრთა 7,8 მ სიგრძის და 100 კგ მასისაა და როტორის ღერძთან ერთი ჭანჭიკის საშუალებით არის დამაგრებული. ა) რა ძალა მოქმედებს ღერძიდან ჭანჭიკზე, როდესაც როტორი 320 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს? (მინიშნება: გამოთვლების დროს ფრთა წერტილოვან მასად შეგვიძლია მივიჩნიოთ) ბ) გამოთვალეთ როტორზე მოდებული ძალის მომენტი, რომელიც მას სრულ სიჩქარეს 6,7 წამის განმავლობაში შესძენს (ამჯერად ფრთას წერტილოვან მასად ვერ მივიჩნევთ. რატომ?) გ) რა მუშაობას ასრულებს ძალის მომენტი ფრთაზე, რათა ფრთამ 320 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარე შეიძინოს?

81. 10.54 სურათზე ოთხი დისკო ორი ღვედითაა გადაბმული. A დისკო (15 სმ რადიუსის) ამძრავია და 10 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. B დისკო (10 სმ რადიუსის) პირველი ღვედის საშუალებით A დისკოსა და დაკავშირებული. B' დისკო (5 სმ რადიუსის) B -ს კონცენტრულია და მასზე ხისტადაა მიმაგრებული. C დისკო (25 სმ რადიუსის) მეორე ღვედის საშუალებით B' დისკოსთანა დაკავშირებული. გამოთვალეთ ა) პირველი ღვედის წერტილის წრფივი სიჩქარე, ბ) B დისკოს კუთხური სიჩქარე, გ) B' -ის კუთხური სიჩქარე, დ) მეორე ღვედის წერტილის წრფივი სიჩქარე და ე) C დისკოს კუთხური სიჩქარე. (მინიშნება: თუ დისკოების დამაკავშირებელი ღვედი არ წყდება, მაშინ მათი ფერსოების წრფივი სიჩქარეები თანაბარია).

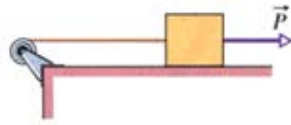


სურ. 10.54 ამოცანა 81

82. გოლფის ბურთი ჰორიზონტალისადმი 20° კუთხით, 60 მ/წმ სიჩქარით და 90 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ისროლეს. ჰაერის წევის ძალა უგულებელყავით და ბურთის მიერ შესრულებ-

ბული ბრუნების რიცხვი მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევამდე გამოთვალეთ.

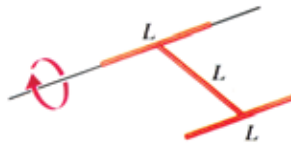
83. 0,2მ რადიუსის ბორბალი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ლერძზეა დამაგრებული. ბორბლის



სურ. 10.55. ამოცანა 83.

ბრუნვითი ინერცია ლერძის გარშემო არის $0,05 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$. მასის არმქონე თოკი ბორბალზეა შემოხვეული და მასზე 2კგ მასის ბლოკია მიმაგრებული, რომელიც ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გადაადგილდება. თუ $P=3\text{ნ}$ ჰორიზონტალური ძალა ბლოკზე 10.55 სურათის მსგავსად მოქმედებს, რა კუთხური აჩქარება აქვს ბორბალს? დავუშვათ, რომ ბორბალზე შემოხვეული თოკი არ წყდება.

84. მყარი სხეული $L=0,6\text{მ}$ სიგრძის სამი იდენტური ძელაკისგან შედგება. ძელაკებს H -ის ფორმა აქვთ. სხეუ-



სურ. 10.56. ამოცანა 84.

ლი H -ის ერთ-ერთი ფეხის გასწვრივ გამავალი ჰორიზონტალური ლერძის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. შემდეგ სხეული იმ ადგილიდან ვარდება, სადაც H -ის სიბრტყე ჰორიზონტალურია. რა კუთხური სიჩქარე ექნება სხეულს, როდესაც H -ის სიბრტყე ვერტიკალური იქნება?

85. ა) დაამტკიცეთ, რომ M მასის და R რადიუსის მყარი ცილინდრის ბრუნვითი ინერცია ცენტრალური ლერძის გარშემო და M მასის და $R/\sqrt{2}$ რადიუსის ფერსოს ბრუნვითი ინერცია ცენტრალური ლერძის გარშემო ერთმანეთის ტოლია. ბ) დაამტკიცეთ, რომ M მასის სხეულის I ბრუნვითი ინერცია ნებისმიერი ლერძის გარშემო ექვივალენტური ფერსოს ბრუნვითი ინერციის ტოლია იგივე ლერძის გარშემო, თუ ფერსოს იგივე M მასა აქვს და მისი k რადიუსია:

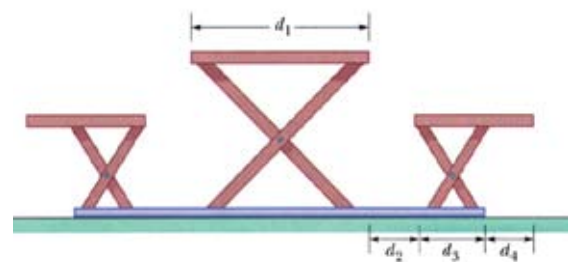
$$k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

ექვივალენტური ფერსოს k რადიუსს მოცემული სხეულის ბრუნვის რადიუსი ეწოდება.

86. საპიკნიკე მაგიდამ ადამიანს ზიანი მიაყენა და თქვენ მაგიდის მწარმოებლის წინააღმდეგ ექსპერტად დაგიქირავენ. საპიკნიკე მაგიდა თავად მაგიდისა და ორი სკამისგან შედგება. სკამები

განივი კოჭების საშუალებით მინაზე გამავალ მყარ ძელაკზეა დამაგრებული (სურ. 10.57). ზიანი ნაციონალური საფეხბურთო ლიგის უკანახაზელს მიადგა, როდესაც ის ერთ-ერთ სკამზე დაჯდა. მოთამაშის თქმით მან ფეხები და მუცელი მაგიდასა და სკამს შორის მოაქცია და მაგიდას დაეყრდნო. შემდეგ ის სკამზე დაჯდა და გასწორდა, რამაც მთელი მაგიდის ამობრუნება გამოიწვია. მოთამაშე მინაზე დაეცა და თავი დაარტყა.

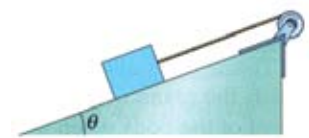
სურათზე გამოსახული სიგრძეებია $d_1 = 60 \text{ სმ}$, $d_2 = 13 \text{ სმ}$, $d_3 = 5 \text{ სმ}$ და $d_4 = 18 \text{ სმ}$. მაგიდის მასაა 90 კგ . მოთამაშის მასაა 130 კგ და როდესაც ის სკამზე დაჯდა, მისი მასის ცენტრი სკამის გარე კიდიდან $d_5 = 20 \text{ სმ}$ მანძილით გარეთ იყო. დავუშვათ მიზიდულობის ძალა მოთამაშის მასის ცენტრზე მოქმედებდა. ა) შესაძლებელია თუ არა მაგიდის ამობრუნება? ბ) დაახლოებით რა მინიმალური მასაა საჭირო ბრუნვის გამონეგვისთვის?



სურ. 10.57. ამოცანა 86.

87. ორ მყარ სფეროს ტოლი, $1,65 \text{ კგ}$ მასა აქვს, ხოლო მათი რადიუსებია $0,226\text{მ}$ და $0,854\text{მ}$. თითოეული სფერო ცენტრზე გამავალი ლერძის გარშემო ბრუნავს. ა) რა τ ძალის მომენტი საჭირო, რათა პატარა სფერო $15,5$ წამის შემდეგ 317 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით მოძრაობდეს? ბ) რა F ძალა უნდა მოქმედებდეს სფეროს ეკვატორზე, რათა მასზე ამგვარმა მბრუნმა მომენტმა იმოქმედოს? რა მნიშვნელობები აქვს გ) τ -ს და დ) F -ს უფრო დიდი სფეროს შემთხვევაში?

88. 10.58 სურათზე, $0,2\text{მ}$ რადიუსის ბორბალი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ლერძზეა დამაგრებული.

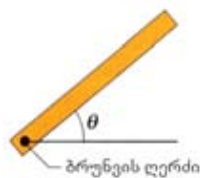


სურ. 10.58. ამოცანა 88.

ბორბალზე გადახვეულ, მასის არმქონე თოკზე 2 კგ მასის ყუთია მიმაგრებული, რომელიც ჰორიზონტალისადმი $\theta = 20^\circ$ კუთხით დახრილ, ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე გადაად-

გილდება. ყუთი $2\text{მ}/\text{წმ}^2$ აჩქარებით ქვემოთ სრიალდება. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ბორბალს ღერძის გარშემო?

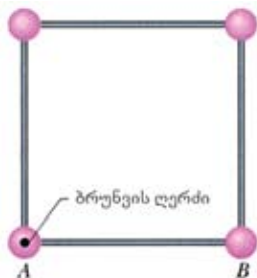
89. 10.59 სურათზე გამოსახული ერთგვაროვანი ძელაკის სიგრძეა 2მ . ძელაკი მის ერთ ბოლოზე გამავალი, ხახუნისგან თავისუფალი ღერძის გარშემო ბრუნავს. ძელაკი



სურ. 10.59. ამოცანა 89.

მოძრაობას ჰორიზონტალიდან მაღლა, $\theta = 40^\circ$ კუთხით იწყებს. გამოიყენეთ ენერგიის შენახვის პრინციპი და ჰორიზონტალური მდებარეობის დროს ძელაკის კუთხური სიჩქარე გამოთვალეთ.

90. $0,2\text{კგ}$ მასის ოთხი ნივთიერი წერტილი კვადრატის წვეროებზეა განლაგებული. კვადრატის გვერდის სიგრძეა $0,5\text{მ}$. ნივთიერი წერტილები ერთმანეთთან მასის არმქონე ძელაკებით არის დაკავშირებული. მიღებული სხეული ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ვერტიკალურ სიბრტყეში მოძრაობს. ღერძი A წერტილზე გადის. სხეული მოძრაობას იწყებს, როდესაც AB ძელაკი ჰორიზონტალურადაა განლაგებული (სურ. 10.60).



სურ. 10.60. ამოცანა 90.

ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს სხეულს A ღერძის გარშემო? ბ) რა კუთხური სიჩქარე აქვს სხეულს A ღერძის გარშემო, როდესაც AB ძელაკი ვერტიკალურ მდგომარეობას იღებს?

91. ძრავის მქნევარა 25 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. როდესაც ძრავა გამორთულია, მქნევარა მუდმივი ტემპით ნელდება და 20 წამის შემდეგ ჩერდება. გამოთვალეთ ა) მქნევარას კუთხური აჩქარება, ბ) გაჩერების დროს მქნევარას მიერ შემოწერილი კუთხე და გ) მქნევარას მიერ შესრულებული ბრუნების რიცხვი გაჩერებამდე.

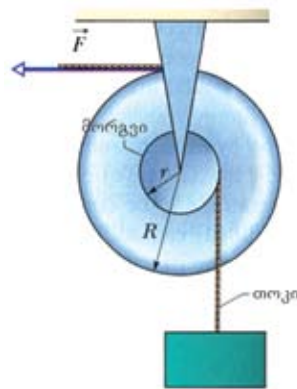
92. 10.61 სურათზე ნაჩვენებია B წერტილზე გამავალი სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო $2000\text{ბრ}/\text{წმ}$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავი პროპელერის ფრთა. A წერტილი ფრთის წვერს ემთხვევა და $1,5\text{მ}$ რადიალურ მანძილზე



სურ. 10.61. ამოცანა 92.

მდებარეობს. ა) რა სხვაობაა A წერტილის a ცენტრისკენულ აჩქარებას და $0,15\text{მ}$ რადიალურ მანძილზე მდებარე წერტილის ცენტრისკენულ აჩქარებას შორის? გ) გამოთვალეთ a აჩქარების რადიალურ მანძილზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკის სიმრუდე.

93. $1,3\text{კგ}$ მასის პატარა ბურთი $0,78\text{მ}$ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ძელაკის ერთ ბოლოზე დაამაგრეს. მიღებული სისტემა ძელაკის მეორე ბოლოს გარშემო ჰორიზონტალურ წრეზე $5010\text{ბრ}/\text{წმ}$ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ა) გამოთვალეთ სისტემის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემო. ბ) ბურთზე $2,3 \times 10^{-2}\text{ნ}$ ჰაერის წევის ძალა მოქმედებს და მოძრაობას ეწინააღმდეგება. რა სიდიდის ძალის მომენტი უნდა მოქმედებდეს სისტემაზე, რათა მან მუდმივი სიჩქარით ბრუნვა განაგრძოს?



სურ. 10.62. ამოცანა 94.

94. იო-იოს გარეგნული ფორმის მონწყობილობა ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ღერძზეა დამაგრებული და 30კგ მასის ყუთის ასაწევად გამოიყენება (სურ. 10.62). მონწყობილობის R გარე რადიუსია $0,5\text{მ}$, ხოლო

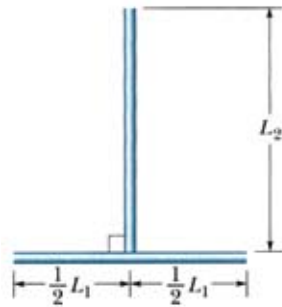
თვლის მორგვის r რადიუსია $0,2\text{მ}$. როდესაც მონწყობილობაზე შემოხვეულ თოკზე 140ნ ძალა მოქმედებს, თვლის მორგვეზე გადახვეულ თოკზე ჩამოკიდებულ ყუთს $0,8\text{მ}/\text{წმ}^2$ მაღლა მიმართული აჩქარება აქვს. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს მონწყობილობას ბრუნვის ღერძის გარშემო?

95. $t = 0$ დროიდან მოყოლებული ბორბალი მუდმივ კუთხურ აჩქარებას იძენს. როდესაც $t = 2\text{წმ}$, ბორბლის კუთხური სიჩქარეა 5 რადიანი/წმ. აჩქარება გრძელდება $t = 20\text{წმ}$ -მდე და შემდეგ სწრაფად მცირდება. რა კუთხეს შემოწერს ბორბალი 0 -დან 40წმ -მდე დროის შუალედში?

96. ფირსაკრავის კუთხური სიჩქარე გამორთვის მომენტში არის 8 რადიანი/წმ. სამი წამის შემდეგ ფირსაკრავის კუთხური სიჩქარეა $2,6$ რადიანი/წმ. რამდენ რადიანს შემოწერს ფირსაკრავი გამორთვიდან გაჩერებამდე? (α მუდმივია).

97. $t = 0$ დროს, გამორთვის მომენტში, ფირსაკრავის კუთხური სიჩქარეა $3,5$ რადიანი/წმ. როდესაც $t = 1,6$ წმ, ფირსაკრავი ჩერდება. ფირსაკრავის რადიუსია 15 სმ. ა) თუ კუთხური აჩქარება მუდმივია, რამდენ რადიანს შემოწერს ფირსაკრავი $t = 0$ დროის შემდეგ? ბ) რა წრფივი აჩქარება აქვს ფირსაკრავის ფერსოზე მდებარე წერტილს $t = 1$ წმ დროს? (მინიშნება: წრფივ აჩქარებას მხეხი და რადიალური კომპონენტები აქვს).

98. ორი გადაბმული ძელაკი (თითოეული $0,2$ კგ მასის) 10.63 სურათზე გამოსახულ მყარ სხეულს ქმნის. ერთ-ერთი ძელაკის სიგრძეა $L_1 = 0,4$ მ, ხოლო მეორე ძელაკის სიგრძეა $L_2 = 0,5$ მ. რა ბრუნვითი ინე-



სურ. 10.63. ამოცანა 98.

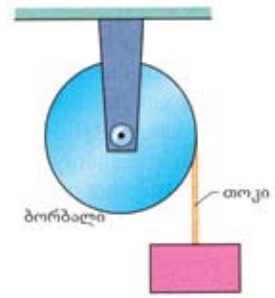
რცია აქვს სხეულს ა) სახელმძღვანელოს გვერდის სიბრტყისადმი პერპენდიკულარულ და მოკლე ძელაკის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო და ბ) სახელმძღვანელოს გვერდის სიბრტყისადმი პერპენდიკულარული და გრძელი ძელაკის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო?

99. $0,5$ კგ მასის სამი ნივთიერი წერტილი $0,6$ მ სიგრძის გვერდის მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედს ქმნის. ნივთიერი წერტილები უმნიშვნელო მასის ძელაკებითაა ერთმანეთთან დაკავშირებული. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს მიღებულ სხეულს ა) ერთ-ერთ ნივთიერ წერტილზე გამავალი და დანარჩენი ორი ნივთიერი წერტილის დამაკავშირებელი ძელაკის პარალელური ღერძის გარშემო, ბ) ერთ-ერთი გვერდის შუა წერტილზე გამავალი და სამკუთხედის სიბრტყის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო და გ) სამკუთხედის ერთი გვერდის პარალელური და დანარჩენი ორი გვერდის შუა წერტილებზე გამავალი ღერძის გარშემო?

100. ხუთი ნივთიერი წერტილი აუ სიბრტყეშია განლაგებული, მყარ სხეულს ქმნის და მათი მონაცემები ცხრილშია მოცემულია. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს სხეულს ა) x , ბ) y და გ) z ღერძის გარშემო? დ) რა არის სხეულის მასის ცენტრი?

საგანი	1	2	3	4	5
მასა (გ)	500	400	300	600	450
x (სმ)	15	-13	17	-4	-5
y (სმ)	20	13	-6	-7	9

101. 10.64 სურათზე, $0,2$ მ რადიუსის ბორბალი ხახუნისგან თავისუფალ, ჰორიზონტალურ ღერძზეა დამაგრებული. ღერძის გარშემო ბორბლის ბრუნვითი ინერციაა $0,4$ კგ·მ². ბორბალზე



სურ. 10.64. ამოცანა 101.

მასის არმქონე თოკია შემოხვეული და მასზე ნკგ მასის ყუთია ჩამოკიდებული. სისტემა მოძრაობას იწყებს. როდესაც ყუთის კინეტიკური ენერგიაა 1 ჯ, ა) რისი ტოლია ბორბლის ბრუნვის კინეტიკური ენერგია და ბ) რა მანძილით ჩაინია დაბლა ყუთმა?

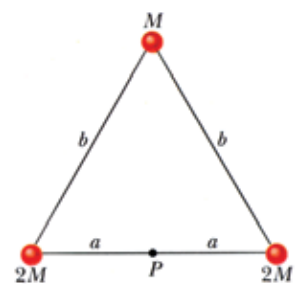
102. 10.65 სურათზე, 2 კგ მასის და 3 მ სიგრძის ძელაკი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. ჰორიზონტალური ღერძი ძელაკის პერპენდიკულარულია და მისი ერთი ბოლოდან $d = 1$ მ მანძილითაა დაშორებული. ძელაკი მოძრაობას ჰორიზონტალური მდებარეობიდან იწყებს. ა) რა იქნება მისი მაქსიმალური კუთხური სიჩქარე? ბ) თუ ძელაკის მასას გავზრდით, ა)-ს პასუხი გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?



სურ. 10.65. ამოცანა 102.

103. 35 მ მასის ნივთიერი წერტილი ფირსაკრავის ცენტრიდან $3,5$ მ მანძილზე მოათავსეს. სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,4$. ფირსაკრავის სიჩქარე ნელ-ნელა ω_0 -მდე იზრდება და ამ დროს ნივთიერი წერტილი სრიალდება. ა) გამოთვალეთ ω_0 . ბ) გამოსახეთ სრილის ტრაექტორია.

104. 10.66 სურათზე გამოსახული მყარი სხეული მასის არმქონე ძელაკებით დაკავშირებული სამი ნივთიერი წერტილისგან შედგება. სხეული P წერტილზე გამავალი



სურ. 10.66. ამოცანა 104.

პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნავს.

თუ $M = 0,4$ კგ, $a = 30$ სმ და $b = 50$ სმ, რა მუშაობაა საჭირო სხეულის კუთხური სიჩქარის 5 რადიანი/წმ-მდე გაზრდისთვის?

105. დისკო $\theta_1 = 10$ რადიანი კუთხური მდებარეობიდან $\theta_2 = 70$ რადიანი კუთხურ მდებარეობამდე მუდმივი კუთხური აჩქარებით 6 წამში ბრუნავს. θ_2 მდებარეობაზე დისკოს კუთხური სიჩქარეა 15 რადიანი/წმ. ა) რა იქნება დისკოს სიჩქარე θ_1 მდებარეობაზე? ბ) რა კუთხური აჩქარება აქვს დისკოს? გ) რა კუთხურ მდებარეობაზეა დისკო უძრავი? დ) ააგეთ მოძრაობის დანყების შემდეგ დისკოს θ მდებარეობის t დროზე დამოკიდებულების და ω კუთხური სიჩქარის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციების გრაფიკები.

106. ჩვენი მზე ირმის ნახტომის გალაქტიკის ცენტრიდან $2,3 \times 10^4$ სინათლის წელიწადითაა დაშორებული და ამ ცენტრის გარშემო 250 კმ/წმ სიჩქარით წრეწირზე ბრუნავს. ა) რა დროში შემოვლის მზე გალაქტიკის ცენტრს? ბ) რამდენი ბრუნი შეასრულა მზემ, მას შემდეგ რაც დაახლოებით $4,5 \times 10^9$ წლის წინათ წარმოიშვა?

107. ფირსაკრავი $33\frac{1}{3}$ ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს, ნელდება და ძრავის გამორთვის შემდეგ 30 წამში ჩერდება. ა) გამოთვალეთ კუთხური აჩქარება (ბრ/წთ²-ებში). ბ) რამდენ ბრუნს შეასრულებს ფირსაკრავი 30 წამის განმავლობაში?

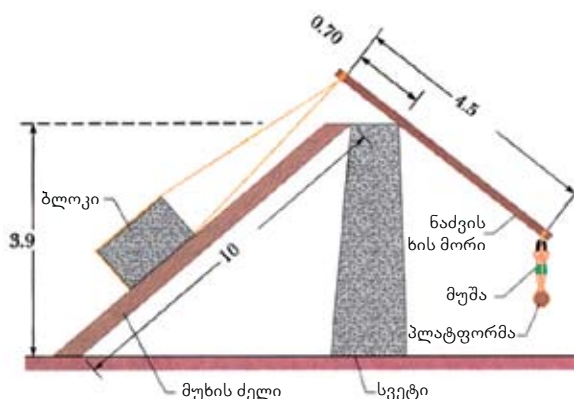
108. სფერული გარსის რადიუსია 1,9 მ. 960 ნ·მ ძალის მომენტი გარსს ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო 6,2 რადიანი/წმ² კუთხურ აჩქარებას ანიჭებს. ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს გარსს ამ ღერძის გარშემო და ბ) რა მასა აქვს გარსს?

109. ბორბალი $a = 4at^3 - 3bt^2$ კუთხური აჩქარებით ბრუნავს, სადაც t დროა, ხოლო a და b მუდმივები. თუ ბორბლის საწყისი კუთხური სიჩქარეა ω_0 , ა) მისი კუთხური სიჩქარე და ბ) კუთხური მდებარეობა დროის ფუნქციის სახით ჩანერეთ.

110. t დროის შუალედში გენერატორის მქნევარა $\theta = at + bt^3 - ct^4$ კუთხით ბრუნდება, სადაც a , b და c მუდმივებია. დანერეთ ბორბლის ა) კუთხური სიჩქარის და ბ) კუთხური აჩქარების გამოსახულება.

111. მეთოდი, რომლითაც სტოუნჰენჯის საყრდენ ქვებზე მასიური ქვები დაალაგეს, დიდი ხნის განმავლობაში იყო სადავო. ერთ-ერთი შესაძლო მეთოდი ჩეხეთის პატარა ქალაქში

გამოცადეს. 5124 კგ მასის ბეტონის ბლოკი მუხის ორ ძელის საშუალებით მაღლა აიტანეს. ძელების ზედაპირები საპოხით იყო დაფარული (სურ. 10.67). 10 მ სიგრძის ძელები მიწიდან ორ სვეტზე იყო გადებული, რომლებზეც ბლოკი უნდა მოეთავსებინათ. სვეტების სიმაღლე 3,9 მ იყო, ხოლო ბლოკსა და ძელებს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი 0,22-ს უდრიდა. ბლოკს მასზე და ნაძვის 4,5 მ სიგრძის ორ მორზე შემოხვეული თოკის საშუალებით უბიძგებდნენ. როდესაც პლატფორმაზე საკმარისი რაოდენობის მუშა დგებოდა ან ჯდებოდა, ნაძვის მორი სვეტის წვერის გარშემო ტრიალდებოდა და ბლოკს ძელზე გადაადგილდებდა. ბლოკის დამჭერი თოკი დაახლოებით მორების პერპენდიკულარული იყო, ხოლო ბრუნვის წერტილსა და მორის გარშემო თოკის შემოხვევის წერტილს შორის მანძილი 0,7 მ-ს აღწევდა. დავუშვათ, თითოეული მუშის მასა 85 კგ იყო, რა მინიმალური რაოდენობის მუშა იქნებოდა საჭირო, რათა ბლოკს ძელებზე მაღლა ასვლა დაეწყო?



სურ. 10.67. ამოცანა 111.

112. მოლეკულის ბრუნვითი ინერციაა $14000 \text{ u} \cdot \text{მ}^2$, სადაც u მასის ატომური ერთეულია ($1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ კგ}$). თუ მოლეკულა $4,3 \times 10^{23}$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, რა იქნება მისი ბრუნვის კინეტიკური ენერგია?

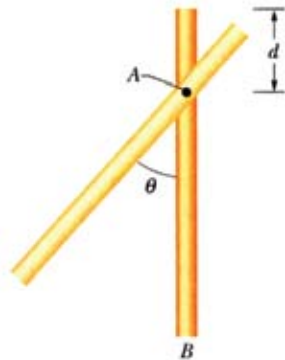
113. 70 კგ მასის ველოსიპედისტი პედლებს მთელი მასით აწევს და აღმართზე ადის. დავუშვათ პედლები 0,4 მ რადიუსის წრეზე ბრუნავს, რა მაქსიმალურ ძალის მომენტს წარმოშობს ველოსიპედისტი?

114. თავდაპირველად უძრავი ბორბალი მუდმივი კუთხური აჩქარების შედეგად ბრუნვას იწყებს. $\Delta T = 15$ წმ დროის შუალედში ბორბალი 90 ბრუნს ასრულებს და მისი კუთხური სიჩქარე

10 ბრ/წმ ხდება. ა) რა კუთხური სიჩქარე ჰქონდა ბორბალს ΔT დროის შუალედის დაწყებისას? ბ) რა დრო გავიდან ბრუნვის დაწყებასა და ΔT დროის შუალედის დაწყებას შორის?

115. 0,75 მ დიამეტრის სალესი ქვის ფერსოზე განლაგებული ნერტილის სიჩქარე მუდმივი ტემპით 12 მ/წმ-დან 25 მ/წმ-მდე 6,2 წამის განმავლობაში იცვლება. რა საშუალო კუთხური აჩქარება აქვს ბორბალს?

116. 10.68 სურათზე, ერთგვაროვანი ძელაკი (3 კგ მასის და 4 მ სიგრძის) მისი ბოლოდან $d=1$ მ მანძილით დაშორებულ ნერტილზე გამავალი და ძელაკის პერპენდიკულარული A ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო



სურ. 10.68. ამოცანა 116.

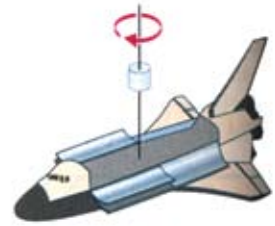
თავისუფლად ბრუნავს. ვერტიკალურ მდგომარეობაში ძელაკის კინეტიკური ენერგიაა 20 ჯ. ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ძელაკს A ღერძის გარშემო? ბ) რა წრფივი სიჩქარე აქვს ძელაკის B ბოლოს, როდესაც ძელაკი ვერტიკალურ მდგომარეობაშია? გ) რა θ კუთხეზე გაჩერდება ძელაკი წამიერად მაღლა ასვლის დროს?

117. მანქანა 30 მ რადიუსის წრიულ ტრასაზე მოძრაობს. მისი სიჩქარე 0,5 მ/წმ² მუდმივი ტემპით იზრდება. ა) რა ჯამური წრფივი აჩქარება აქვს მანქანას 15 წამის შემდეგ? ბ) რა კუთხეს ადგენს ჯამური აჩქარების ვექტორი მანქანის სიჩქარისადმი ამ დროს?

118. 8 სმ დიამეტრის ბორბალზე 5,6 მ სიგრძის თოკია შემოხვეული. ბორბალი 1,5 რადიანი/წმ² მუდმივი კუთხური აჩქარებით იწყებს მოძრაობას. ა) რა კუთხით უნდა შემობრუნდეს ბორბალი, რათა თოკი მთლიანად გაიშალოს? ბ) რა დრო დასჭირდება ამას?

119. მძიმე მქნევარა ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნავს და საყრდენი ნერტილებზე ხახუნის შედეგად ნელდება. შენელების პირველი წუთის მიწურულს, მქნევარას საწყისი 250 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარის 0,9 ნაწილი აქვს დარჩენილი. დავუშვათ კუთხური აჩქარება მუდმივია, რა კუთხური სიჩქარე ექნება მქნევარას მეორე წუთის მიწურულს?

120. 10.69 სურათზე ნაჩვენებია საკომუნიკაციო თანამგზავრი, რომელიც 1210 კგ მასის, 1,21 მ დიამეტრის და 1,75 მ სიგრძის ცილინდრია. კოსმოსური ხომალდიდან გამოშვებამდე



სურ. 10.69. ამოცანა 120.

თანამგზავრი 1,52 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარით საკუთარი გრძელი ღერძის გარშემო ბრუნავს. რა ა) ბრუნვითი ინერცია აქვს თანამგზავს ბრუნვის ღერძის გარშემო და ბ) რისი ტოლია თანამგზავრის ბრუნვის კინეტიკური ენერგია?

121. ვინილის ფირფიტა ფირსაკრავზე $33\frac{1}{3}$ ბრ/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს ფირფიტას რადიანი/წმ-ებში? რა წრფივი სიჩქარე აქვს ფირფიტის ნერტილს, რომელიც ფირსაკრავის ღერძიდან ბ) 15 სმ და გ) 7,4 სმ მანძილზეა.

122. რა კუთხური სიჩქარე აქვს 110 მ რადიუსის წრეწირზე 50 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავ მანქანას?

123. O_2 ჟანგბადის მოლეკულის მასაა $5,3 \times 10^{-26}$ კგ, ხოლო ატომების შემადგენელი წრფის ცენტრზე გამავალი და ამ წრფის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო მოლეკულის ბრუნვითი ინერციაა $1,94 \times 10^{-46}$ კგ·მ². დავუშვათ O_2 მოლეკულის მასის ცენტრი აირში 500 მ/წმ გადატანითი სიჩქარით მოძრაობს და მოლეკულის ბრუნვის კინეტიკური ენერგია მასის ცენტრის გადატანითი კინეტიკური ენერგიის $2/3$ -ია. რა კუთხური სიჩქარე აქვს მოლეკულას მასის ცენტრის გარშემო?

124. წარმოიდგინეთ, რომ უძრავი დედამიწა ერთი დღის განმავლობაში ღერძის გარშემო მოძრაობას იწყებს და დღეს არსებულ კუთხურ სიჩქარეს იძენს. რა სიდიდის ა) ძალის მომენტი, ბ) ენერგია და გ) საშუალო სიმძლავრეა საჭირო დედამიწის აჩქარებისთვის?

125. დავუშვათ, დედამიწა ერთგვაროვანი სიმკვრივის მქონე სფეროა. გამოთვალეთ მისი ა) ბრუნვითი ინერცია და ბ) ბრუნვის კინეტიკური ენერგია. გ) დავუშვათ, ამ ენერგიის გამოყენება შესაძლებელია. დაახლოებით რა დროის განმავლობაში შეძლებს დედამიწა თითოეული ადამიანისთვის ენერგიის 1 კვტ ტემპით მიწოდებას?

ბოჩვა, ძანის მოძენა და ხუთხუხი იმპლანტი

1997 წელს, ნევადას შავი კლდის უდაბნოში მანქანა Thrush SSC-მ დედამიწაზე მოძრაობის სიჩქარის რეკორდი დაამყარა. მანქანის სიჩქარე ერთი მიმართულებით 1222კმ/სთ იყო, ხოლო საწინააღმდეგო მიმართულებით - 1233კმ/სთ. ორივე შედეგმა ბგერის სიჩქარეს (1207კმ/სთ) გადააჭარბა და მანქანა ულტრაბგერითი გახდა, რასაც მანქანის თავზე გამოჩენილი მრუდები ცხადყოფს. მრუდების გაჩენა მანქანის მიერ ჰაერში წარმოქმნილმა დარტყმითმა ტალღებმა გამოიწვიეს. ცხადია, ამგვარი რეკორდის დამყარება დიდ საფრთხეებთან იყო დაკავშირებული. ერთ-ერთი მათგანი მანქანის ბორბლებს უკავშირდება.

ჩა საფრთხეა ქმნაბოლა მანქანის ბოჩბაბს?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

11.1. ჩა აჩის ფიზიკა?

მე-10 თავში უკვე ვთქვით, რომ ფიზიკა ბრუნვას შეისწავლის. შესაძლებელია ფიზიკის ეს დარგი ყველაზე მეტად ბორბლების დაბორბლის მაგვარი საგნების გორვის დროს იყოს გამოსაღეგი. მაგალითად, აღდგომის კუნძულის პრეისტორიული ხანის მცხოვრებლები ქვის გიგანტურ ქანდაკებებს მგორავი ძელებზე აწყობდნენ და ისე გადაჰქონდათ კუნძულის ტერიტორიაზე. მოგვიანებით, როდესაც ეს ხალხი ჩრდილოეთ ამერიკაში ბარგდებოდა, თავიანთი ქონება ჯერ ურმებით, ხოლო შემდგომ მატარებლით გადაჰქონდათ. დღესდღეობით, მოსწონს ეს ვინმეს თუ არა, სამყარო მანქანებით, მოტოციკლებით, ველოსიპედებით და სხვა მგორავი ტრანსპორტით სავსეა.

გორვის შესწავლა და გამოყენება ძალიან დიდი ხანია გრძელდება და, შესაძლოა გაგიჩნდეთ აზრი, რომ ახალი იდეები აღარ არსებობს. სინამდვილეში, მაგალითად, სკეიტბორდები არცთუ ისე დიდი ხნის წინ გამოიგონეს და შექმნეს, რამაც დიდი ფინანსური წარმატებაც მოიტანა. ქუჩის ტობოგანებმა და თვითმმართველმა სეგვეებმა (სურ. 11.1) შესაძლოა დიდ ქალაქებში ადამიანების გადაადგილების სტილი სრულიად შეცვალოს. გორვის მახასიათებლების გამოყენებას კვლავ შეუძლია ახალ აღმოჩენებამდე და განსაცვიფრებელ შედეგებამდე მიგვიყვანოს. გორვის შესწავლას მისი გამარტივებით ვინწყებთ.

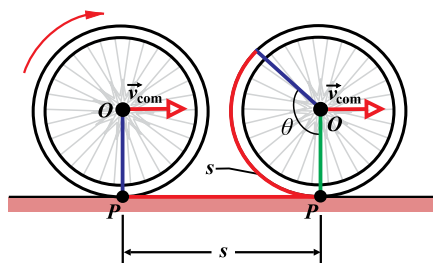


სურ. 11.1. ადამიანის გადაადგილანი თვით-მართვადი სეგვეი

11.2. ბოჩა, ხოზოხის ბადახანითი მოძრაობის და ბიჯნის ბაჩითიანება

ამ თავში მხოლოდ ისეთ საგნებს განვიხილავთ, რომლებიც ზედაპირის გასწვრივ თანაბრად გორავს ანუ ზედაპირზე მოცურების და ასხლეტის გარეშე გადაადგილდება. 11.2 სურათზე ნაჩვენებია რთული გორვა. საგნის ცენტრი ზედაპირის პარალელურ წრფეზე მოძრაობს, ხოლო ფერსოზე მდებარე წერტილის ტრაექტორია განსხვავებულია. გორვის შესწავლა გამარტივდება, თუ მივიჩნევთ, რომ მასის ცენტრი გადატანით მოძრაობას ასრულებს, ხოლო საგნის დანარჩენი ნაწილი ცენტრის გარშემო ბრუნავს.

წარმოიდგინეთ, რომ ტროტუარზე დგახართ და ქუჩის გასწვრივ მგორავ ველოსიპედის ბორბალს აკვირდებით (სურ. 11.3). ბორბლის O მასის ცენტრი v_{com} სიჩქარით წრფივად მოძრაობს. ქუჩისა და ბორბლის შეხების P წერტილი ასევე v_{com} სიჩქარით წრფივად მოძრაობს და, მაშასადამე, P წერტილი ყოველთვის O წერტილის ქვემოთაა.



სურ. 11.3. მგორავი ბორბლის მასის ცენტრი $\vec{v}_{com}$ სიჩქარით s მანძილს გადის, ხოლო ბორბალი θ კუთხით ბრუნდება. ბორბლისა და ზედაპირის შეხების წერტილიც s მანძილზე გადაადგილდება.

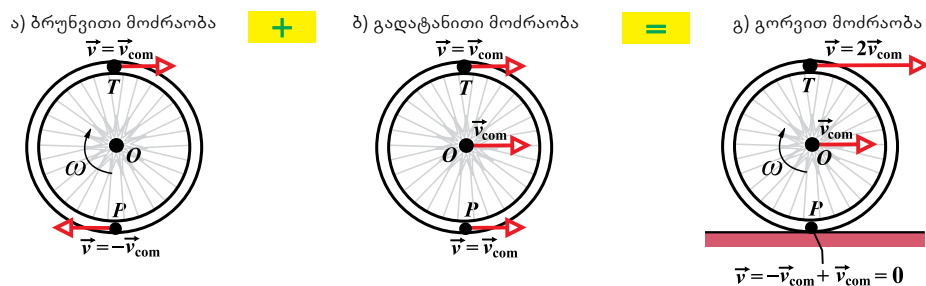
t დროის შუალედში O და P წერტილები s მანძილს გადის. ველოსიპედისთვის თვალთახედვით, ბორბალი ცენტრის გარშემო θ კუთხით ბრუნავს, ხოლო ბორბლის წერტილი, რომელიც t დროის დასაწყისში ქუჩას ეხებოდა, s სიგრძის რკალს შემოწერს. 10.17 ფორმულა რკალის s სიგრძეს და ბრუნვის θ კუთხეს ერთმანეთთან აკავშირებს:

$$s = \theta R, \quad (11.1)$$

სადაც R არის ბორბლის რადიუსი. ბორბლის ცენტრის (ანუ მასის ცენტრის) v_{com} წრფივი სიჩქარეა ds/dt . ბორბლის ω კუთხური სიჩქარე ცენტრის გარშემო არის $d\theta/dt$. აქედან გამომდინარე, 11.1 ფორმულის დროის დიფერენცირება (როდესაც R მუდმივია) გვაძლევს:

$$v_{com} = \omega R \text{ (გორვით მოძრაობა)} \quad (11.2)$$

11.4 სურათზე ჩანს, რომ ბორბლის გორვა გადატანითი და ბრუნვითი მოძრაობების გაერთიანებაა. 11.4ა სურათზე გამოსახულია ბრუნვითი მოძრაობა (თითქოს ცენტრზე გამავალი ბრუნვის ღერძი უძრავია). ბორბლის ყველა წერტილი ცენტრის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით ბრუნავს (ამგვარი მოძრაობა მე-10 თავში განვიხილეთ). ბორბლის კიდის ყველა წერტილის წრფივი სიჩქარეა v_{com} . 11.4ბ სურათზე

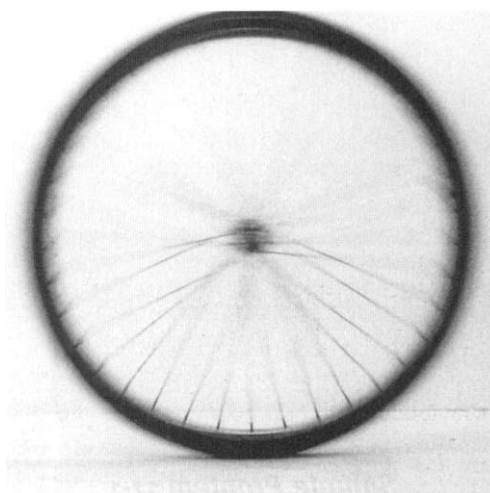


სურ. 11.4. ბორბლის გორვა გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის გაერთიანებაა. ა) ბრუნვითი მოძრაობა. ბორბლის ყველა წერტილი თანაბარი ω კუთხური სიჩქარით მოძრაობს. ბორბლის კიდეზე მდებარე წერტილები თანაბარი $v = v_{com}$ წრფივი სიჩქარით მოძრაობს. სურათზე ნაჩვენებია ბორბლის წვერზე (T) და ფსკერზე (P) მდებარე წერტილების $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარეები. ბ) გადატანითი მოძრაობა. ბორბლის ყველა წერტილი მარჯვენისკენ თანაბარი $\vec{v}_{com}$ წრფივი სიჩქარით მოძრაობს. . გ) ა) და ბ) სურათებზე გამოსახული ორი მოძრაობის გაერთიანება.

გამოსახულია გადატანითი მოძრაობა (თითქოს ბორბალი საერთოდ არ ბრუნავს). ბორბლის ყველა წერტილი v_{com} სიჩქარით მარჯვნივს გადაადგილდება.

11.4ა და 11.4ბ სურათების გაერთიანება 11.4გ სურათზე ბორბლის რეალურ გორვას გვაძლევს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ბორბლის ქვედა ნაწილი (P წერტილზე) უძრავია და ბორბლის ზედა ნაწილი (T წერტილზე) $2v_{com}$ სიჩქარით ანუ ბორბლის დანარჩენ ნაწილზე სწრაფად მოძრაობს. 11.5 სურათზე მიღებული შედეგებია ნაჩვენები. ბორბლის ზედა ნაწილი ქვედა ნაწილზე სწრაფად მოძრაობს, ვინაიდან ამ ნაწილის მანები უფრო ბუნდოვნად მოჩანს.

ზედაპირზე მგორავი ნებისმიერი მრგვალი სხეულის მოძრაობა გადატანითი მოძრაობად და ბრუნვად შეგვიძლია დავყოთ, როგორც ეს არის 11.4ა და 11.4ბ სურათებზე.



სურ. 11.5. ველოსიპედის მგორავი ბორბლის ფოტოგრაფია. ბორბლის ზედა ნაწილთან ახლოს მდებარე მანები უფრო ბუნდოვნად ჩანს, ვინაიდან ზედა ნაწილი უფრო სწრაფად მოძრაობს, როგორც ეს 11.4გ სურათზეა ნაჩვენები.

ბოიხა, ხობოის თანახმი ბიხნა

11.6 სურათზე ბორბლის გორვის ახალი გააზრებაა შემოთავაზებული, თითქოს ბორბალი ქუჩისა და ბორბლის შეხების წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო ბრუნავს. 11.4გ სურათზე, გორვას P წერტილზე გამავალი და სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო ბრუნვად განვიხილავთ. 11.6 სურათზე გამოსახული ვექტორები მგორავი ბორბლის წერტილების მყისი სიჩქარეებია.

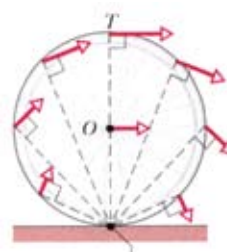
შეკითხვა: ამ ახალი ღერძის გარშემო რა კუთხურ სიჩქარეს მიაწვდის უძრავი დამკვირვებელი ველოსიპედის მგორავ ბორბალს?

პასუხი: იგივე ω სიჩქარეს, რასაც ველოსიპედისტი მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო მბრუნავ ბორბალს.

პასუხის შემოწმებისთვის მგორავი ბორბლის წვერის წრფივი სიჩქარე უძრავი დამკვირვებლის თვალთახედვიდან გამოვთვალოთ. თუ ბორბლის რადიუსია R , ბორბლის წვერი P წერტილზე გამავალი ღერძიდან (სურ. 11.6) $2R$ მანძილზეა და ბორბლის წვერის წრფივი სიჩქარე უნდა იყოს:

$$v_{\text{წვერი}} = (\omega)(2R) = 2(\omega R) = 2v_{com}$$

ეს ფორმულა 11.4გ სურათთან სრულ თანხვედრაშია. ასევე შეგვიძლია შემოაწმოთ ბორბლის O წერტილის და P წერტილის წრფივი სიჩქარეები 11.4გ სურათზე.



სურ. 11.6. გორვა თანაბარ ბრუნვად შეგვიძლია განვიხილოთ. ბორბალი P წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით მოძრაობს. ვექტორები ბორბალზე მდებარე წერტილების მყის წრფივ სიჩქარეებს ასახავენ. ვექტორები გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის გაერთიანების შედეგად მიიღება, როგორც ეს არის 11.4 სურათზე.

საკონტროლო წერტილი 1. კლოუნის ველოსიპედის უკანა ბორბლის რადიუსი წინა ბორბლის რადიუსზე ორჯერ მეტია. ა) მოძრაობის დროს უკანა ბორბლის წვერის წრფივი სიჩქარე წინა ბორბლის წვერის სიჩქარეზე მეტია, ნაკლებია თუ არ განსხვავდება? ბ) უკანა ბორბლის კუთხური სიჩქარე წინა ბორბლის კუთხური სიჩქარეზე მეტია, ნაკლებია თუ არ განსხვავდება?

11.3. ბოჩვის ჰინახიანი პეჩი

მოდით, მგორავი ბორბლის კინეტიკური ენერგია უძრავი დამკვირვებლის თვალთახედვიდან გამოვთვალოთ. თუ გორვას 11.6 სურათის P წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო ბრუნვად მივიჩნევთ, მაშინ 10.34 ფორმულა მოგვცემს:

$$K = \frac{1}{2} I_p \omega^2 \quad (11.3)$$

სადაც ω არის ბორბლის კუთხური სიჩქარე, ხოლო I_p - ბორბლის ბრუნვითი ინერცია P წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო. 10.36 ფორმულით მოცემული ($I = I_{com} + Mh^2$) პარალელური ღერძების თეორემიდან გამომდინარე:

$$I_p = I_{com} + MR^2, \quad (11.4)$$

სადაც M არის ბორბლის მასა, I_{com} - ბორბლის ბრუნვითი ინერცია მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო, ხოლო R (ბორბლის რადიუსი) h პერპენდიკულარული მანძილია. 11.4 ფორმულის 11.3 ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს:

$$K = \frac{1}{2} I_{com} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

გამოვიყენოთ $v_{com} = \omega R$ (11.2 ფორმულა) და მივიღებთ:

$$K = \frac{1}{2} I_{com} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2 \quad (11.5)$$

$\frac{1}{2} I_{com} \omega^2$ წვერი მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო ბორბლის ბრუნვასთან (სურ. 11.4ა) დაკავშირებული კინეტიკური ენერგიაა, ხოლო $\frac{1}{2} M v_{com}^2$ წვერი ბორბლის მასის ცენტრის გადატანით მოძრაობასთან (სურ. 11.4ბ) დაკავშირებულ კინეტიკურ ენერგიას ასახავს. მაშასადამე:

მგორავ საგანს ორი სახის კინეტიკური ენერგია გააჩნია. ბრუნვის კინეტიკური ენერგია ($\frac{1}{2} I_{com} \omega^2$) მასის ცენტრის გარშემო ბრუნვით არის გამოწვეული, ხოლო გადატანითი კინეტიკური ენერგია ($\frac{1}{2} M v_{com}^2$) მასის ცენტრის გადატანითი მოძრაობით მიიღება.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 11.1

დავუშვათ, *Thrust SSC* მანქანის თითოეული ბორბალი $M=170$ კგ მასის და ერთგვაროვანი სისქის დისკოა. ბორბლები გორავს. როდესაც მანქანის სიჩქარეა 1233 კმ/სთ, რა კინეტიკური ენერგია აქვს თითოეულ ბორბალს?

ამოხსნა: 11.5 ფორმულა მგორავი საგნის კინეტიკურ ენერგიას გვაძლევს, მაგრამ მისი გამოყენებისთვის სამი რამ უნდა გავიხსენოთ:

1. როდესაც მგორავი საგნის სიჩქარეზე ვსაუბრობთ, ყოველთვის მასის ცენტრის სიჩქარეს ვგულისხმობთ. ამ შემთხვევაში, $v_{com} = 1233 \text{ კმ/სთ} = 342,5 \text{ მ/წმ}$.
2. 11.5 ფორმულა მგორავი საგნის ω კუთხურ სიჩქარეს საჭიროებს. კუთხურ სიჩქარესა და v_{com} სიჩქარეს 11.2 ფორმულა აკავშირებს ($\omega = \frac{v_{com}}{R}$, სადაც R ბორბლის რადიუსია).
3. 11.5 ფორმულა საგნის I_{com} ბრუნვითი ინერციასაც საჭიროებს მასის ცენტრის გარშემო. 10.2 გ ცხრილიდან გამომდინარე, ერთგვაროვანი

$$\text{დისკოს შემთხვევაში } I_{com} = \frac{1}{2} MR^2.$$

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე, 11.5 ფორმულა გვაძლევს:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} I_{com} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} MR^2\right) \left(\frac{v_{com}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2 \\ &= \frac{3}{4} M v_{com}^2 = \frac{3}{4} (170 \text{ კგ}) (342,5 \text{ მ/წმ})^2 \\ &= 1,5 \times 10^7 \text{ ჯ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

(ყურადღება მიაქციეთ, რომ გამოთვლების დროს ბორბლის R რადიუსი გაბათილდა).

მიღებული პასუხი *Thrust SSC*-ს მიერ რეკორდის დამყარებასთან დაკავშირებულ საფრთხეს ასახავს. თითოეული ბორბლის კინეტიკური ენერგია უზარმაზარია და თითქმის 10.7 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოყვანილი მბრუნავი ფოლადის დისკოს აფეთქების კინეტიკური ენერგიის ($2,1 \times 10^7$ ჯ) ტოლია. ნებისმიერ დაბრკოლებასთან შეჯახების შემთხვევაში ბორბალი ფოლადის დისკოს მსგავსად აფეთქდება.

11.4. ბოხვის ძალა

ხახუნი და ბოხვა

თუ ბორბალი 11.3 სურათის მსგავსად მუდმივი სიჩქარით გორავს, ის კონტაქტის P წერტილზე არ სრიალებს და, მაშასადამე, ხახუნის ძალაც არ მოქმედებს. თუ მგორავ ბორბალზე ჯამური ძალა მოქმედებს და მის აჩქარებას ან შენელებას ცდილობს, მაშინ ჯამური ძალა მოძრაობის მიმართულების გასწვრივ მასის ცენტრის $\vec{a}_{com}$ აჩქარებას იწვევს. ჯამური ძალა ბორბალს უფრო სწრაფად ან უფრო ნელა აბრუნებს ანუ α კუთხურ აჩქარებასაც იწვევს. მიღებული აჩქარებები ბორბალს P წერტილზე ასრიალებენ. მაშასადამე, P წერტილზე ხახუნის ძალა უნდა მოქმედებდეს, რომელიც ბორბლის სრიალს შეენიანაღმდეგება.

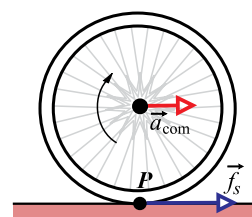
თუ ბორბალი არ სრიალებს, მაშინ მასზე $\vec{f}_s$ სტატიკური ხახუნის ძალა მოქმედებს და გორვა თანაბარია. ამ შემთხვევაში, 11.2 ფორმულის დროით დიფერენცირების შედეგად (როდესაც R მუდმივია) $\vec{a}_{com}$ წრფივ აჩქარებასა და α კუთხურ აჩქარებას შორის კავშირს მივიღებთ. ფორმულის მარცხენა მხარეს $a_{com} = dv_{com}/dt$, ხოლო მარჯვენა მხარეს $a = d\omega/dt$. ამგვარად, თანაბარი გორვისთვის გვექნება:

$$a_{com} = aR \quad (\text{თანაბარი გორვა}) \quad (11.6)$$

თუ ბორბალი სრიალებს და მასზე ჯამური ძალა მოქმედებს, მაშინ 11.3 სურათის P წერტილზე მოქმედი ძალა $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალაა. ამ შემთხვევაში გორვა თანაბარი არ არის და მოძრაობას 11.6 ფორმულა არ მიესადაგება. მოცემულ თავში მხოლოდ თანაბარ გორვას განვიხილავთ.

11.7 სურათზე ნაჩვენებია ბორბალი ბრტყელ ზედაპირზე მარჯვნივ გორავს და ბრუნვის სისწრაფე იზრდება. სწრაფი ბრუნვა P წერტილზე ბორბლის ფსკერის მარცხნისკენ გასრიალებას იწვევს. P წერტილზე მოქმედი ხახუნის ძალა მარჯვნივანა მიმართული და გაცურებას ეწინააღმდეგება. თუ ბორბალი არ სრიალებს, ხახუნის ძალა სტატიკურია, გორვა თანაბარია და 11.5 ფორმულა მოძრაობას მიესადაგება.

თუ 11.7 სურათზე გამოსახული ბორბლის მოძრაობა ნელდება, მაშინ მასის ცენტრის $\vec{a}_{com}$ აჩქარება და P წერტილზე მოქმედი $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალა მარცხნისკენ იქნება მიმართული.



სურ. 11.7. ბორბალი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე სრიალის გარეშე გორავს და $\vec{a}_{com}$ წრფივი აჩქარება აქვს. წერტილზე $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალა მოქმედებს და სრიალს ეწინააღმდეგება.

ბოხვა დახრილ სიბრტყეზე

11.8 სურათზე ნაჩვენებია M მასის და R რადიუსის მრგვალი, ერთგვაროვანი სხეული, რომელიც θ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე x ღერძის გასწვრივ გორდება. ჩვენ სხეულის $a_{com,x}$ აჩქარების გამოსახულება უნდა მივიღოთ. ამისთვის ნიუტონის მეორე კანონის წრფივი ($F_\theta = Ma$) და კუთხური ($\tau_\theta = I\alpha$) ვერსიები გამოვიყენოთ.

თავდაპირველად, 11.8 სურათის მსგავსად სხეულზე მოქმედი ძალები გამოვსახოთ:

1. სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა ქვემოთაა მიმართული. ვექტორის სათავე სხეულის მასის ცენტრს ემთხვევა. სიბრტყის გასწვრივი კომპონენტი $F_g \sin \theta = Mg \sin \theta$.
2. $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა სიბრტყისადმი პერპენდიკულარულია. ეს ძალა P კონტაქტის წერტილზე მოქმედებს, მაგრამ ძალის ვექტორის სათავე სხეულის მასის ცენტრის მიმართულებას დავამთხვიეთ.
3. $\vec{f}_s$ სტატიკური ხახუნის ძალა P კონტაქტის წერტილზე მოქმედებს და სიბრტყის გასწვრივ, აღმართისკენაა მიმართული (თუ სხეული P წერტილზე მოცურდება, ის სიბრტყეზე ჩამოსრიალდება. მაშასადამე, მოცურების საწინააღმდეგო ხახუნის ძალა აღმართისკენ უნდა იყოს მიმართული)

ნიუტონის მეორე კანონი x ღერძის გასწვრივი კომპონენტებისთვის ასე ჩაიწერება:

$$f_s - Mg \sin \theta = Ma_{com,x} \quad (11.7)$$

ფორმულა f_s და $a_{com,x}$ უცნობებს შეიცავს (ჩვენ არ ვუშვებთ, რომ f_s ძალას $f_{s,max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობა აქვს. f_s ძალა საკმარისია, რათა სხეული დახრილ სიბრტყეზე თანაბრად, მოცურების გარეშე ჩამოგორდეს)

ამჯერად ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა მასის ცენტრის გარშემო სხეულის ბრუნვისთვის უნდა დაიწეროს. თავდაპირველად, 10.41 ფორმულის ($\tau = r_{\perp} F$) გამოყენებით მასის ცენტრის გარშემო სხეულზე მოქმედი ძალის მომენტები ჩავენეროთ. $\vec{f}_s$ ხახუნის ძალის მომენტის მხარია R და ეს ძალა Rf_s მომენტს წარმოქმნის. ძალის მომენტი დადებითია, ვინაიდან ხახუნის ძალა სხეულს საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით შემობრუნებას ცდილობს. $\vec{F}_g$ და $\vec{F}_N$ ძალებს მასის ცენტრის გარშემო ნულოვანი მომენტის მხრები აქვთ და, მაშასადამე, $\vec{F}_g$ და $\vec{F}_N$ ძალის მომენტები იქნება ნული. აქედან გამომდინარე, სხეულის მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა იქნება:

$$Rf_s = I_{com} \alpha \quad (11.8)$$

მიღებული ფორმულა f_s და α უცნობებს შეიცავს.

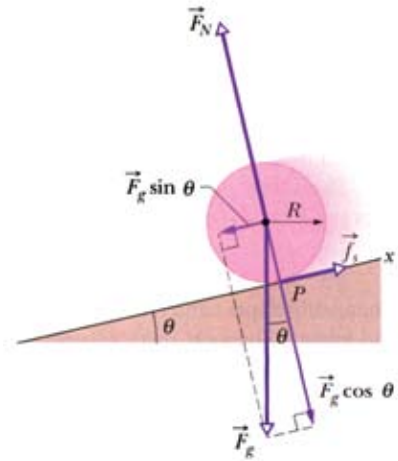
სხეული თანაბრად გორავს, ამიტომ 11.6 ფორმულით ($a_{com} = aR$) $a_{com,x}$ და α უცნობები ერთმანეთს შეგვიძლია დავუკავშიროთ. ამ შემთხვევაში $a_{com,x}$ უარყოფითია (x ღერძის უარყოფითი მიმართულებისა), ხოლო α დადებითია (საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებისა). 11.8 ფორმულაში α -ს ნაცვლად $-\frac{a_{com,x}}{R}$ ჩავსვათ და f_s -სთვის ამოვხსნათ:

$$f_s = -I_{com} \frac{a_{com,x}}{R^2} \quad (11.9)$$

11.7 ფორმულაში f_s -ის ნაცვლად 11.9 ფორმულის მარჯვენა მხარე ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$a_{com,x} = -\frac{g \sin \theta}{1 + I_{com}/MR^2} \quad (11.10)$$

ამ ფორმულის გამოყენებით ჰორიზონტალისადმი θ კუთხით დახრილ ზედაპირზე მგორავი ნებისმიერი სხეულის $a_{com,x}$ წრფივი აჩქარება შეგვიძლია გამოვთვალოთ.



სურ. 11.8. R რადიუსის მრგვალი, ერთგვაროვანი სხეული დახრილ სიბრტყეზე გორდება. მასზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა, $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა და აღმართისკენ მიმართული, f_s ხახუნის ძალა მოქმედებს (სიცხადისთვის $\vec{F}_N$ ვექტორის სათავე სხეულის ცენტრს დავამთხვეთ)

საკონტროლო წერტილი 2. A და B იდენტური დისკო თანაბარი სიჩქარით მიგორავს. შემდეგ A დისკო აღმართზე გორდება და h მაქსიმალურ სიმაღლეს აღწევს, ხოლო B დისკო იდენტურ, ოღონდ ხახუნისგან თავისუფალ აღმართზე ადის. B დისკოს მიერ მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლე h -ზე მეტია, ნაკლებია თუ იგივეა?

აშოტანის აშოხნის ნიჟუი 11.2

$M = 6$ კგ მასის და R რადიუსის ერთგვაროვანი ბურთი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე თანაბრად გორდება.

ა) ბურთი $h = 1,2$ მ ვერტიკალური სიმაღლიდან ჩამოდის. რა იქნება მისი სიჩქარე დაღმართის მიწურულს?

ამოხსნა: ბურთის სიჩქარე დაღმართის მიწურულს K_f კინეტიკურ ენერგიასთან შეგვიძლია დავაკავშიროთ. გარდა ამისა, ბურთი-დედამინის სისტემის მექანიკური ენერგია ბურთის გორვის დროს ინახება, ვინაიდან ბურთზე მხოლოდ მიზიდულობის ძალა ასრულებს მუშაობას,

რომელიც შემნახველია. დახრილი სიბრტყიდან ბურთზე მოქმედი დრეკადობის ძალა მუშაობას არ ასრულებს, ვინაიდან ის ბურთის ტრაექტორიის პერპენდიკულარულია. დახრილი სიბრტყიდან ბურთზე მოქმედ ხახუნის ძალას ენერგია სითბურ ენერგიაში არ გადააქვს, ვინაიდან ბურთი არ სრიალებს (თანაბრად გორავს).

მაშასადამე, მექანიკური ენერგიის შენახვის კანონი ასეთი სახით შეგვიძლია დავწეროთ:

$$K_f + U_f = K_i + U_i, \quad (11.11)$$

სადაც f და i ინდექსები საბოლოო და საწყის მნიშვნელობებს ასახავს. თავდაპირველად მიზიდულობის პოტენციური ენერგიაა $U_i = Mgh$ (სადაც M ბურთის მასაა), ხოლო საბოლოოდ $U_f = 0$ ხდება. კინეტიკური ენერგია თავდაპირველად არის $K_i = 0$. K_f საბოლოო კინეტიკური ენერგიის გამოთვლისთვის გავიხსენოთ, რომ კინეტიკური ენერგია გადატანით მოძრაობას და ბრუნვას მოიცავს. ამიტომ 11.5 ფორმულის მარჯვენა მხარის გამოყენებით ორივე მოძრაობას ვითვალისწინებთ. ყველა ეს გამოსახულება 11.1 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\left(\frac{1}{2}I_{com}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{com}^2\right) + 0 = 0 + Mgh, \quad (11.12)$$

სადაც I_{com} არის ბურთის ბრუნვითი ინერცია მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო, v_{com} - ჩვენთვის საინტერესო სიჩქარე დახრილი სიბრტყის ბოლოს, ხოლო ω - კუთხური სიჩქარე ასევე დახრილი სიბრტყის ბოლოს.

ვინაიდან ბურთი თანაბრად გორავს, 11.2 ფორმულის გამოყენებით ω -ს ნაცვლად v_{com}/R ჩავსვათ და 11.12 ფორმულაში უცნობების რიცხვი შევამციროთ. ამის შემდეგ 10.2 ცხრილიდან I_{com} -ის ნაცვლად $\frac{2}{5}MR^2$ ჩავსვათ და v_{com} -სთვის ამოვხსნათ:

$$v_{com} = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)gh} = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)(9,8 \text{ მ/წმ}^2)(1,2 \text{ მ})} = 4,1 \text{ მ/წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ პასუხი ბურთის M მასაზე ან R რადიუსზე დამოკიდებული არ არის.

ბ) რა სიდიდის და მიმართულების ხახუნის ძალა მოქმედებს ბურთზე დახრილ სიბრტყეზე გორვის დროს?

ამოხსნა: ვინაიდან ბურთი თანაბრად გორავს, მასზე მოქმედი ხახუნის ძალა 11.9 ფორმულით გამოითვლება. თავდაპირველად კი 11.10 ფორმულიდან ბურთის $a_{com,x}$ აჩქარება უნდა გამოვთვალოთ:

$$a_{com,x} = -\frac{g \sin \theta}{1 + I_{com}/MR^2} = -\frac{g \sin \theta}{1 + \frac{2}{5}MR^2/MR^2} = -\frac{(9,8 \text{ მ/წმ}^2) \sin 30^\circ}{1 + \frac{2}{5}} = -3,5 \text{ მ/წმ}^2.$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ ბურთის აჩქარების გამოთვლისთვის M მასა ან R რადიუსი არ დაგვჭირდება. მაშასადამე, 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე ნებისმიერი ზომის და ერთგვაროვანი მასის ბურთს ამგვარი აჩქარება ექნება, თუ ბურთი თანაბრად გორავს.

11.9 ფორმულის ამოხსნის შედეგად მივიღებთ:

$$f_s = -I_{com} \frac{a_{com,x}}{R^2} = -\frac{2}{5}MR^2 \frac{a_{com,x}}{R^2} = -\frac{2}{5}Ma_{com,x} = -\frac{2}{5}(6 \text{ კგ})(-3,5 \text{ მ/წმ}^2) = 8,4 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ამ შემთხვევაში დაგვჭირდა M მასა, მაგრამ R რადიუსი არ დაგვჭირდა. მაშასადამე, 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე მგორავ, 6 კგ მასის ბურთზე მოქმედი ხახუნის ძალა, მიუხედავად ბურთის რადიუსისა, 8,4 ნ-ია.

11.5. იო-იო

იო-იო ფიზიკის პატარა ლაბორატორიაა. თუ იო-იო თოკის გასწვრივ h მანძილზე გორდება, მისი პოტენციური ენერგია mgh -ით მცირდება, ხოლო კინეტიკურ ენერგიას გადატანითი ($\frac{1}{2}mv_{com}^2$) და ბრუნვითი ($\frac{1}{2}I_{com}\omega^2$) ფორმით იღებს. უკან დაბრუნების დროს იო-იო კინეტიკურ ენერგიას კარგავს და პოტენციურ ენერგიას იძენს.

იო-იოს თანამედროვე ვერსიებში თოკი ღერძზე დამაგრებული კი არ არის, არამედ მის გარშემოა შემოხვეული. როდესაც იო-იო თოკის ბოლოს შეეხება, თოკიდან ღერძზე მოქმედი მაღლა მიმართული ძალა ქვემოთ ჩასვლას აჩერებს. ამის შემდეგ იო-იო ბრუნავს და მხოლოდ ბრუნვის კინეტიკური ენერგია აქვს.

ბრუნვა მანამდე გრძელდება (იო-იოს „სძინავს“), ვიდრე თქვენ თოკს უბიძგებთ (იო-იოს „გააღვიძებთ“), თოკი ღერძს შემოხვევს და იო-იო უკან ასვლას იწყებს. თოკის ბოლოზე იო-იოს ბრუნვის კინეტიკური ენერგია (და, მაშასადამე, ძილის ხანგრძლივობა) მნიშვნელოვნად გაიზრდება, თუ ჩაგორების ნაცვლად იო-იოს ისვრით და v_{com} და a სანყის სიჩქარეებს მიანიჭებთ.

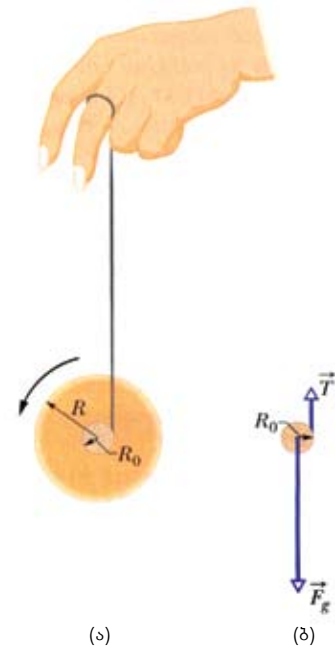
თოკზე ჩაგორებული იო-იოს a_{com} წრფივი აჩქარების გამოსახულების მისაღებად დახრილ სიბრტყეზე მგორავი სხეულის მსგავსად ნიუტონის მეორე კანონი შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ორივე შემთხვევა თითქმის იდენტურია და განსხვავება მხოლოდ შემდეგშია:

1. ჰორიზონტალისადმი θ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე გორვის ნაცვლად იო-იო ჰორიზონტალისადმი $\theta=90^\circ$ კუთხის მდგენელ თოკზე გორდება.
2. გარე ზედაპირზე გორვის ნაცვლად, იო-იო R_0 რადიუსის ღერძზე გორდება (სურ. 11.9ა).
3. $\vec{f}_s$ ძალის მოქმედების შედეგად შენელების ნაცვლად, იო-იოს თოკიდან მოქმედი $\vec{T}$ ძალა ანელებს (სურ. 11.9ბ).

ანალიზი ამ შემთხვევაშიც 11.10 ფორმულამდე მიგვიყვანს. აქედან გამომდინარე, 11.10 ფორმულაში უბრალოდ აღნიშვნები შევცვალოთ და $\theta=90^\circ$ ჩავსვათ:

$$a_{com} = - \frac{g}{1 + I_{com}/MR_0^2}, \quad (11.13)$$

სადაც I_{com} არის იო-იოს ბრუნვითი ინერცია ცენტრის გარშემო, ხოლო M - მისი მასაა. თოკზე უკან ასვლის დროს იო-იოს იგივე ქვემოთ მიმართული აჩქარება აქვს, ვინაიდან მასზე იგივე ძალები მოქმედებს, რომლებიც 11.9ბ სურათზე.



სურ. 11.9 ა) იო-იოს განივი კვეთი. უმნიშვნელო სისქის თოკი R_0 რადიუსის ღერძზეა შემოხვეული. ბ) თავისუფალი სხეულის გრაფიკი ვარდნილი იო-იოსთვის. ნაჩვენებია მხოლოდ ღერძი.

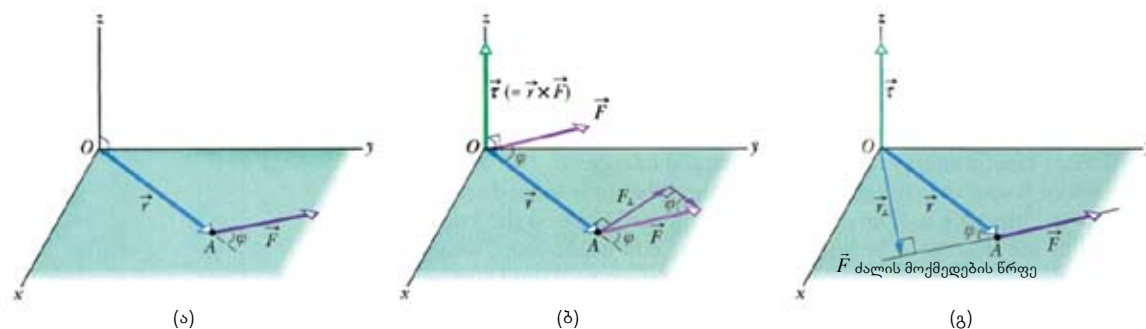
11.6. ძალის მომენტის ხაზხაზ ბანხილა

მე-10 თავში ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის τ ძალის მომენტი განვსაზღვრეთ, როდესაც სხეულის თითოეული ნივთიერი წერტილი ამ ღერძზე ცენტრირებული წრიული ტრაექტორიით მოძრაობდა. ამჯერად ძალის მომენტის განსაზღვრებას განვავრცობთ და ფიქსირებული წერტილისადმი (და არა ფიქსირებული ღერძისადმი) ნებისმიერი ტრაექტორიით მოძრავ ნივთიერ წერტილს მივუსადაგებთ. ტრაექტორია აუცილებელი არ არის წრფივი იყოს და, ამიტომ, ძალის მომენტი ნებისმიერი მიმართულების მქონე $\vec{\tau}$ ვექტორის სახით უნდა წარმოვადგინოთ.

11.10ა სურათზე ნაჩვენებია xy სიბრტყის A წერტილზე მდებარე ნივთიერი წერტილი. ნივთიერ წერტილზე ერთადერთი $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს და O ათვლის სათავისადმი ნივთიერი წერტილის მდებარეობა $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის საშუალებით მოიცემა. ნივთიერ წერტილზე მოქმედი $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი O ფიქსირებული წერტილის მიმართ ვექტორული სიდიდეა:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (\text{ძალის მომენტის განსაზღვრება}) \quad (11.14)$$

ვექტორული ნამრავლის გამოთვლა 3.8 პარაგრაფში მოყვანილი წესების საშუალებით შეიძლება. $\vec{\tau}$ -ის მიმართულების დასადგენად $\vec{F}$ ვექტორის სათავეს (მიმართულების ცვლილების გარეშე) O ათვლის სათავეს ვამთხვევთ და 11.10ბ სურათის მსგავსად გასამრავლებელი ვექტორების სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა. შემდეგ მარჯვენა ხელის წესს ვიყენებთ (სურ. 3.20ა) და გაშლილი ცერა თითის მიმართულება $\vec{\tau}$ -ის მიმართულებას ემთხვევა. 11.10ბ სურათზე, $\vec{\tau}$ ვექტორი z ღერძის დადებითი მიმართულებისაა.



სურ. 11.10. ძალის მომენტის განსაზღვრა. ა) $\vec{F}$ ძალა xy სიბრტყის ნერტილზე მდებარე ნივთიერ ნერტილზე მოქმედებს. ბ) ეს ძალა ნივთიერ ნერტილზე ათვლის სათავისადმი $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ძალის მომენტს წარმოქმნის. ვექტორული ნამრავლისთვის მარჯვენა ხელის წესის გამოყენების შედეგად დგინდება, რომ ძალის მომენტის ვექტორი z ღერძის დადებითი მიმართულებისაა. მისი სიდიდეა ბ) $rF_{\perp}$ და გ) $r_{\perp}F$.

$\vec{\tau}$ -ის სიდიდის გამოთვლისთვის 3.27 ფორმულა ($c = ab \sin \varphi$) გამოვიყენოთ:

$$\tau = rF \sin \varphi \quad (11.15)$$

სადაც φ არის მცირე კუთხე $\vec{\tau}$ და $\vec{F}$ ვექტორებს შორის, როდესაც ვექტორთა სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა. 11.10ბ სურათიდან გამომდინარე, 11.15 ფორმულა ასეც შეიძლება ჩაინეროს:

$$\tau = rF_{\perp}, \quad (11.16)$$

სადაც $F_{\perp} (= F \sin \varphi)$ არის $\vec{F}$ ვექტორის $\vec{r}$ -სადმი პერპენდიკულარული კომპონენტი. 11.10გ სურათიდან გამომდინარე, 11.15 ფორმულა ასეთი სახითაც შეიძლება ჩაინეროს:

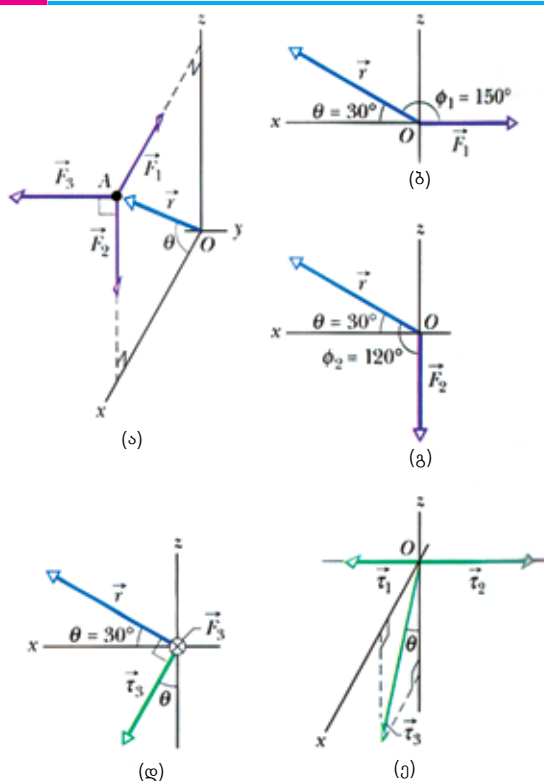
$$\tau = r_{\perp}F, \quad (11.17)$$

სადაც $r_{\perp} (= r \sin \varphi)$ არის $\vec{r}$ -ის მომენტის მხარი (პერპენდიკულარული მანძილი O ნერტილსა და $\vec{F}$ -ის მოქმედების წრფეს შორის).

აშოტანის აშოხნის ნიჟუი 11.3

11.11ა სურათზე, 26 სიდიდის სამი ძალა ნივთიერ ნერტილზე მოქმედებს. ნივთიერი ნერტილი xz სიბრტყის A ნერტილზეა განლაგებული და $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის საშუალებით მოიცემა, სადაც $r = 3$ მ და $\theta = 30^\circ$. $\vec{F}_1$ ძალა x ღერძის პარალელურია, $\vec{F}_2$ ძალა z ღერძის პარალელურია, ხოლო $\vec{F}_3$ ძალა y ღერძის პარალელურია. რას უდრის თითოეული ძალის მომენტი და იპოვეთ მათი მიმართულება O ათვლის სათავის მიმართ?

ამოხსნა: ვინაიდან ძალთა ვექტორების სიბრტყეში არ არის განლაგებული, მათ მომენტებს მე-10 თავის მსგავსად ვერ გამოვთვლით. ამის ნაცვლად



სურ. 11.11. ა) ნერტილზე მდებარე ნივთიერ ნერტილზე კოორდინატთა ღერძების პარალელური სამი ძალა მოქმედებს. ბ) $\vec{F}_1$ -სთვის და გ) $\vec{F}_2$ -სთვის. დ) $\vec{\tau}_3$ ძალის მომენტი $\vec{r}$ -ის და $\vec{F}_3$ -ის პერპენდიკულარულია ($\vec{F}_3$ ძალა სურათის სიბრტყისკენაა მიმართული). ე) ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი ძალის მომენტები (ათვლის სათავის მიმართ).

ჩვენ გამოვიყენებთ ვექტორულ ნამრავლს, სიდიდეებს 11.15 ფორმულით ($\tau = rF \sin \phi$) გამოვთვლით, ხოლო მიმართულებებს მარჯვენა ხელის წესით დავადგენთ.

ვინაიდან ძალის მომენტი O ათვლის სათავის მიმართ უნდა გამოვთვალოთ, თითოეული ვექტორული ნამრავლისთვის საჭირო $\vec{r}$ ვექტორი მოცემული მდებარეობის ვექტორია. $\vec{r}$ -სა და თითოეულ ძალას შორის ϕ კუთხის დასადგენად 11.11ა სურათზე გამოსახული ძალთა ვექტორების სათავეები ათვლის სათავეს დავამთხვით. 11.11 ბ, გ და დ სურათებზე $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ და $\vec{F}_3$ ძალები სწორედ ამგვარად არის გამოსახული (ყურადღება მიაქციეთ, თუ რა იოლად ჩანს ამ დროს კუთხე). 11.11დ სურათზე, $\vec{r}$ და $\vec{F}_3$ ვექტორებს შორის კუთხეა 90° და $\otimes$ სიმბოლო ნიშნავს, რომ $\vec{F}_3$ მიმართულია სურათის სიბრტყის შიგნით. სიმბოლო $\odot$ ნიშნავს, რომ ვექტორი მიმართულია სურათის სიბრტყის გარეთ (მკითხველისაკენ).

ამის შემდეგ თითოეული ძალისთვის 11.15 ფორმულა გამოვიყენოთ და ძალის მომენტების სიდიდეებს გამოვთვლით:

$$\tau_1 = rF_1 \sin \phi_1 = (3 \text{ მ})(2 \text{ ნ})(\sin 150^\circ) = 3 \text{ ნ} \cdot \text{მ},$$

$$\tau_2 = rF_2 \sin \phi_2 = (3 \text{ მ})(2 \text{ ნ})(\sin 120^\circ) = 5,2 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

$$\tau_3 = rF_3 \sin \phi_3 = (3 \text{ მ})(2 \text{ ნ})(\sin 90^\circ)$$

$$= 6 \text{ ნ} \cdot \text{მ}$$

(პასუხი)

ძალის მომენტის მიმართულების დასადგენად მარჯვენა ხელის წესს ვიყენებთ. ამისთვის მარჯვენა ხელის თითებით $\vec{r}$ ვექტორს $\vec{F}$ -ისკენ მცირე კუთხით ვატრიალებთ. გაშლილი ცერა თითი ძალის მომენტის მიმართულებას გვიჩვენებს. აქედან გამომდინარე, $\vec{\tau}_1$ მიმართულია სახელმძღვანელოს გვერდისკენ, $\vec{\tau}_2$ მიმართულია სახელმძღვანელოს გვერდისგან მოშორებით და $\vec{\tau}_3$ მიმართულია 11.11დ სურათის მსგავსად. 11.11ე სურათზე სამივე ძალის მომენტის ვექტორია ნაჩვენები.

საკონტროლო წერტილი 3. ნივთიერი წერტილის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი x ღერძის დადებითი მიმართულებისაა. თუ ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი ა) ნულია, ბ) x ღერძის უარყოფითი მიმართულებისაა და გ) y ღერძის უარყოფითი მიმართულებისაა, რა მიმართულების ძალა წარმოქმნის ძალის მომენტს?

ამოცანის ამოხსნის ტექნიკა

ტექნიკა 1: ვექტორული ნამრავლი და ძალის მომენტი

ძალის მომენტისთვის მიღებულ 11.15 ფორმულაში ვექტორული ნამრავლს პირველად ვიყენებთ. კარგი იქნება თუ 3.8 პარაგრაფს გადაიკითხავთ, სადაც ვექტორული გამრავლების წესებია მოცემულია. იგივე პარაგრაფში მოტანილ ამოცანათა ამოხსნის ტექნიკას 5, სადაც ვექტორული ნამრავლის მიმართულების დადგენის დროს გავრცელებული შეცდომებია განხილული.

გახსოვდეთ, რომ ძალის მომენტი წერტილისადმი ან წერტილის გარშემო გამოითვლება. სხვა შემთხვევაში, ძალის მომენტს აზრი არ გააჩნია. წერტილის ცვლილებამ ძალის მომენტის სიდიდის და მიმართულების შეცვლა შეიძლება გამოიწვიოს. მაგალითად, 11.3 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში, ძალების მიერ გამოწვეული მომენტები O ათვლის სათავის გარშემო გამოითვლება. თუ იგივე ძალის მომენტებს A წერტილის გარშემო გამოვთვლით, ყველა პასუხი ნულის ტოლი იქნება, ვინაიდან თითოეული ძალისთვის $r = 0$.

11.7. ჯთხუხი იმპულსი

გაიხსენეთ, რომ $\vec{p}$ ნრფივი იმპულსის ცნება და მისი შენახვის კანონი ფიზიკის ამოცანების ამოხსნის ძალიან ძლიერი იარაღია. მაგალითად, მათი საშუალებით მანქანების შეჯახების შედეგის წინასწარ ამოცნობა შეჯახების დეტალების ცოდნის გარეშეა შესაძლებელი. ამჯერად ჩვენ $\vec{\ell}$ კუთხურ იმპულსს განვიხილავთ, ხოლო 11.11 პარაგრაფში კუთხური იმპულსის შენახვის კანონსაც შევხვებით.

11.12 სურათზე ნაჩვენებია m მასის და $\vec{v}$ სიჩქარით მოძრავი ნივთიერი წერტილის ნრფივი იმპულსი $\vec{p} (=m\vec{v})$, რომელიც xy სიბრტყეში მდებარე A წერტილზე გადის. ნივთიერი წერტილის $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსი O

ათვლის სათავეს მიმართ ვექტორული სიდიდეა:

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (\text{კუთხური იმპულსის განსაზღვრება}), \quad (11.18)$$

სადაც $\vec{r}$ არის ნივთიერი წერტილის მდებარეობის ვექტორი O წერტილისადმი. როდესაც ნივთიერი წერტილი O -სადმი $\vec{p}$ იმპულსის მიმართულებით მოძრაობს, მისი $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი O -ს გარშემო ბრუნავს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ O -ს გარშემო კუთხური იმპულსის არსებობისათვის აუცილებელი არ არის ნივთიერი წერტილი O -ს გარშემო თავად ბრუნავდეს. 11.14 და 11.18 ფორმულების თანახმად კუთხური იმპულსსა და წრფივ იმპულსს შორის ისეთივე კავშირია, როგორიც ძალის მომენტსა და ძალას შორის. SI სისტემაში კუთხური იმპულსის ერთეულია კგ·მ²/წმ ან ჯ·წმ.

11.12 სურათზე გამოსახული $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსის ვექტორის მიმართულების დასადგენად $\vec{p}$ ვექტორის სათავე O ათვლის სათავეს დავამთხვიოთ. შემდეგ მარჯვენა ხელის წესი გამოვიყენოთ და გაშლილი ცერა თითი $\vec{\ell}$ ვექტორის მიმართულებას დავმთხვევა. 11.12 სურათზე, $\vec{\ell}$ ვექტორი z ღერძის დადებითი მიმართულებისაა. დადებითი მიმართულება z ღერძის გარშემო $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნვასთან შესაბამისობაშია ($\vec{\ell}$ ვექტორის უარყოფითი მიმართულება z ღერძის გარშემო $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის საათის ისრის მიმართულებით ბრუნვასთან იქნებოდა შესაბამისობაში).

$\vec{\ell}$ -ის სიდიდის გამოთვლისთვის 3.27 ფორმულა გამოვიყენოთ:

$$\ell = rmv \sin \phi, \quad (11.19)$$

სადაც ϕ არის კუთხე $\vec{r}$ და $\vec{p}$ ვექტორებს შორის, როდესაც მათი სათავეები ერთმანეთს ემთხვევა. 11.12ა სურათიდან გამომდინარე, 11.19 ფორმულა ასეც შეიძლება ჩაინეროს:

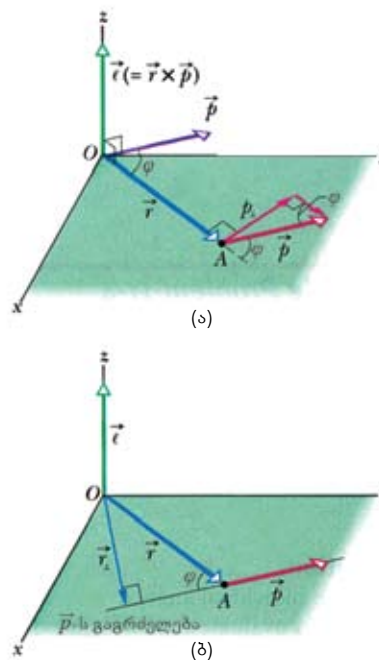
$$\ell = rp_{\perp} = rmv_{\perp}, \quad (11.20)$$

სადაც $p_{\perp}$ არის $\vec{p}$ იმპულსის ვექტორის $\vec{r}$ -ისადმი პერპენდიკულარული კომპონენტი, ხოლო $v_{\perp}$ – $\vec{v}$ სიჩქარის ვექტორის $\vec{r}$ -ისადმი პერპენდიკულარული კომპონენტი. 11.12ბ სურათიდან გამომდინარე, 11.19 ფორმულა ასეთი სახითაც შეიძლება ჩაინეროს:

$$\ell = r_{\perp}p = r_{\perp}mv, \quad (11.21)$$

სადაც $r_{\perp}$ არის პერპენდიკულარული მანძილი O -სა და $\vec{p}$ -ს გაგრძელებას შორის.

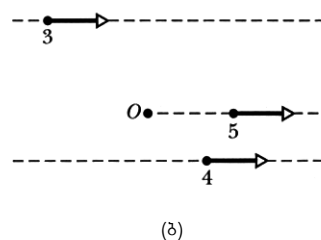
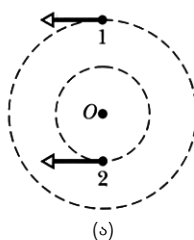
ისევე როგორც ძალის მომენტის შემთხვევაში, კუთხური იმპულსსაც მხოლოდ გარკვეული ათვლის სათავესადმი აქვს აზრი. უფრო მეტიც, თუ 11.12 სურათზე გამოსახული ნივთიერი წერტილი ან ნივთიერი წერტილის $\vec{p}$ წრფივი იმპულსი xy სიბრტყეში არ მდებარეობს, მაშინ $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსი z ღერძის პარალელური არ იქნება. კუთხური იმპულსის ვექტორის მიმართულება ყოველთვის მდებარეობის და წრფივი იმპულსის მიერ შექმნილი სიბრტყის პერპენდიკულარულია.



სურ. 11.12. კუთხური იმპულსის განსაზღვრა. A წერტილზე გამავალი ნივთიერი წერტილი წრფივი იმპულსია $\vec{p}(=m\vec{v})$ და $\vec{p}$ ვექტორი xy სიბრტყეში ძევს. ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი ათვლის სათავეს მიმართ არის $\vec{\ell}(=\vec{r} \times \vec{p})$. მარჯვენა ხელის წესის თანახმად, კუთხური იმპულსის ვექტორი z ღერძის დადებითი მიმართულებისაა. ა) $\vec{\ell}$ -ის სიდიდეა $rp_{\perp} = rmv_{\perp}$. ბ) $\vec{\ell}$ -ის სიდიდეა $r_{\perp}p = r_{\perp}mv$.

საკონტროლო წერტილი 4. სურათის

ა) ნაწილზე, პირველი და მეორე ნივთიერი წერტილი O წერტილის გარშემო, 2მ და 4მ რადიუსის წრეებზე ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით მოძრაობს. სურათის ბ) ნაწილზე, მესამე



და მეოთხე ნივთიერი წერტილები O წერტილიდან 4 მ და 2 მ მანძილზე წრფივად და ერთი და იგივე მიმართულებით მოძრაობს. მეხუთე ნივთიერი წერტილი O -ზე გამავალ წრფეზე მოძრაობს. ხუთივე ნივთიერი წერტილის მასა და სიჩქარე თანაბარია. ა) ნივთიერი წერტილები O წერტილის გარშემო მათი კუთხური იმპულსის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დალაგეთ. ბ) რომელ ნივთიერ წერტილს აქვს უარყოფითი კუთხური იმპულსი O წერტილის გარშემო?

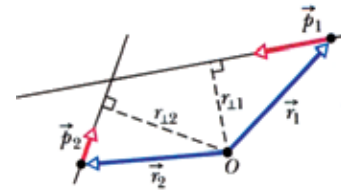
აქოსანის აქოსნის ნიშაში 11.4

11.13 სურათზე გამოსახულია ჰორიზონტალური ტრექტორიით და მუდმივი იმპულსით მოძრავი ორი ნივთიერი წერტილი. პირველი ნივთიერი წერტილის იმპულსია $p_1 = 5 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$, მდებარეობის ვექტორია $\vec{r}_1$, ხოლო პერპენდიკულარული მანძილი O წერტილსა და $\vec{p}_1$ -ის მიმართულების შორის $r_{1\perp} = 2 \text{ მ}$. მეორე ნივთიერი წერტილის იმპულსია $p_2 = 2 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$, მდებარეობის ვექტორია $\vec{r}_2$ და $r_{2\perp} = 4 \text{ მ}$. რა სიდიდე და მიმართულება აქვს ნივთიერ წერტილთა სისტემის ჯამურ $\vec{L}$ კუთხურ იმპულსს O წერტილის გარშემო?

ამოხსნა: $\vec{L}$ -ის გამოთვლისთვის $\vec{\ell}_1$ და $\vec{\ell}_2$ კუთხური იმპულსები ცალ-ცალკე უნდა გამოვთვალოთ და შემდეგ შევკრიბოთ. იმპულსების სიდიდის გამოთვლისთვის 11.18-11.21 ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. 11.21 ფორმულა ყველაზე უფრო მარტივია, ვინაიდან მოცემული გვაქვს $r_{1\perp}$ ($= 2 \text{ მ}$) და $r_{2\perp}$ ($= 4 \text{ მ}$) პერპენდიკულარული მანძილები და p_1 და p_2 იმპულსის სიდიდეები. 11.21 ფორმულა პირველი ნივთიერი წერტილისთვის გვაძლევს:

$$\ell_1 = r_{1\perp} p_1 = (2 \text{ მ})(5 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}) = 10 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}$$

$\vec{\ell}_1$ -ის მიმართულების დასადგენად 11.18 ფორმულას და მარჯვენა ხელის წესს ვიყენებთ. $\vec{r}_1 \times \vec{p}_1$ ვექტორული ნამრავლი სახელმძღვანელოს გვერდიდან მკითხველისკენ არის მიმართული და 11.13 სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარულია. დადებითი მიმართულება ნივთიერი წერტილის $\vec{r}_1$ მდებარეობის ვექტორის O წერტილის გარშემო საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით



სურ. 11.13. ორი ნივთიერი წერტილი წერტილთან ახლოს მოძრაობს.

ბრუნვასთან შესაბამისობაშია. აქედან გამომდინარე, პირველი ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსის ვექტორია:

$$\ell_1 = +10 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}$$

$\vec{\ell}_2$ ვექტორის სიდიდეა:

$$\ell_2 = r_{2\perp} p_2 = (4 \text{ მ})(2 \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}) = 8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}$$

$\vec{r}_2 \times \vec{p}_2$ ვექტორული ნამრავლი სახელმძღვანელოს გვერდისკენაა მიმართული და უარყოფითი მიმართულებისაა. ეს შედეგი $\vec{r}_2$ მდებარეობის ვექტორის O წერტილის გარშემო საათის ისრის მიმართულებით ბრუნვასთან შესაბამისობაშია. მაშასადამე, მეორე ნივთიერი წერტილი კუთხური იმპულსის ვექტორია:

$$\ell_2 = -8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}$$

ნივთიერ წერტილთა სისტემის ჯამური კუთხური იმპულსია:

$$\begin{aligned} L &= \ell_1 + \ell_2 = +10 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ} + (-8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}) \\ &= 2 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

დადებითი პასუხი ნიშნავს, რომ O წერტილის გარშემო სისტემის ჯამური კუთხური იმპულსი სახელმძღვანელოს გვერდის გარეთ (მკითხველისაკენ) არის მიმართული.

11.8. ნიუტონის მეორე კანონის ანალიზი ფორმალურად

ქვემოთ მოცემული ფორმულით ჩანერგილი ნიუტონის მეორე კანონი ერთი ნივთიერი წერტილისთვის ძალასა და წრფივ იმპულსს შორის დამოკიდებულებას ასახავს:

$$\vec{F}_\Phi = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{ერთი ნივთიერი წერტილი}) \quad (11.22)$$

წრფივ და კუთხურ იმპულსებს შორის საკმარისი მსგავსებები აღმოვაჩინეთ, რათა დავრწმუნდეთ, რომ ძალის მომენტსა და კუთხურ იმპულსს შორისაც მჭიდრო კავშირია. 11.22 ფორმულიდან გამომდინარე:

$$\vec{\tau}_\Phi = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \quad (\text{ერთი ნივთიერი წერტილი}) \quad (11.23)$$

11.23 ფორმულა ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმაა ერთი ნივთიერი წერტილისთვის:

ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტის ვექტორული ჯამი ამ ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსის დროში ცვლილების ტემპის ტოლია.

11.23 ფორმულას აზრი არა აქვს, თუ $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი და $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსი ერთი და იგივე ათვის სათავისადმი არ არის განსაზღვრული.

11.23 ფორმალური დამტკიცება

ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი 11.18 ფორმულით გამოითვლება:

$$\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v}),$$

სადაც $\vec{r}$ არის ნივთიერი წერტილის მდებარეობის ვექტორი, ხოლო $\vec{v}$ - ნივთიერი წერტილის სიჩქარე. ფორმულის თითოეული მხრის დიფერენცირება t დროით მოგვცემს:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right). \quad (11.24)$$

$d\vec{v}/dt$ ნივთიერი წერტილის $\vec{a}$ აჩქარებაა, ხოლო $d\vec{r}/dt$ ნივთიერი წერტილის $\vec{v}$ სიჩქარე. აქედან გამომდინარე, 11.24 ფორმულა შემდეგი სახეს იღებს:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \vec{v} \times \vec{v}).$$

$\vec{v} \times \vec{v} = 0$ (ვექტორის საკუთარ თავთან ვექტორული ნამრავლი ნულის ტოლია, ვინაიდან ვექტორებს შორის კუთხე ნულია). ეს გვაძლევს:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times m\vec{a}.$$

ამჯერად ნიუტონის მეორე კანონის საშუალებით ($\vec{F}_\Phi = m\vec{a}$) $m\vec{a}$ ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალების ვექტორული ჯამით შევცვალოთ და მივიღებთ:

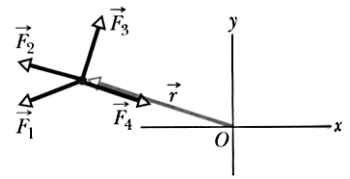
$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}_\Phi = \sum (\vec{r} \times \vec{F}). \quad (11.25)$$

$\sum$ სიმბოლო ნიშნავს, რომ $\vec{r} \times \vec{F}$ ვექტორული ნამრავლი ყველა ძალისთვის უნდა შეიკრიბოს. 11.14 ფორმულიდან გამომდინარე, თითოეული ვექტორული ნამრავლი ერთ ძალასთან დაკავშირებული ძალის მომენტია. მაშასადამე, 11.25 ფორმულა გვაუწყებს:

$$\vec{\tau}_\Phi = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

11.23 ფორმულა დამტკიცებულია.

საკონტროლო წერტილი 5. სურათზე ნაჩვენებია ნივთიერი წერტილის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორი გარკვეულ მომენტში და ნივთიერი წერტილის ამაჩქარებელი ძალის ოთხი შესაძლო მიმართულება. ოთხივე შემთხვევაში ძალა $\vec{a}$ სიბრტყეში მოქმედებს. ა) ძალები O წერტილის გარშემო ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსის დროში ცვლილების ტემპის $(d\vec{L}/dt)$ მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ. ბ) რომელი ძალა გამოიწვევს ცვლილების უარყოფით ტემპს?



ამოცანის ამოხსნის ნიშანი 11.5

11.14 სურათზე, m მასის პინგვინი A წერტილიდან ვარდება. A წერტილი xyz კოორდინატთა სისტემის O ათვლის სათავედან D ჰორიზონტალურ მანძილზე მდებარეობს (z ღერძი სურათის სიბრტყის შიგნით არის მიმართული — სიმბოლო $\otimes$).

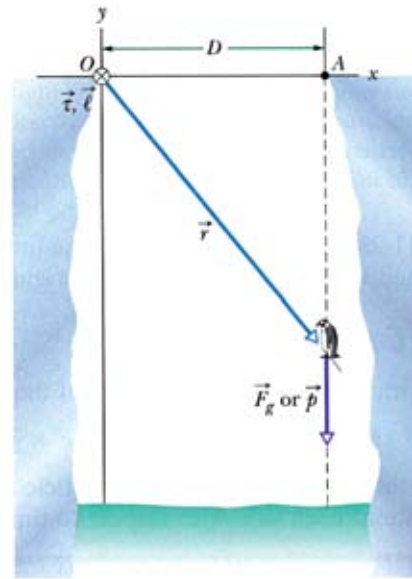
ა) რა $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი აქვს პინგვინს O წერტილის გარშემო?

ამოხსნა: პინგვინი ნივთიერ წერტილად შეგვიძლია განვიხილოთ, რომლის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი 11.18 ფორმულით ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$) გამოითვლება, სადაც $\vec{r}$ არის პინგვინის მდებარეობის ვექტორი, ხოლო $\vec{p}$ — პინგვინის წრფივი იმპულსი. მიუხედავად წრფივი მოძრაობისა, პინგვინს O წერტილის გარშემო კუთხური იმპულსი აქვს, ვინაიდან ვარდნის დროს $\vec{r}$ ვექტორი O წერტილის გარშემო ბრუნავს.

$\vec{L}$ -ის სიდიდის გამოთვლისთვის 11.19-11.21 ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ამ შემთხვევაში, 11.21 ფორმულა ყველაზე მარტივია, ვინაიდან O -სა და $\vec{p}$ ვექტორის გაგრძელებას შორის $r_{\perp}$ პერპენდიკულარული მანძილი ამოცანაში მოცემული D მანძილია. გარდა ამისა, ვარდნილის საგნის სიჩქარე t დროში არის $v = gt$. ყოველივე ზემოთქმულის შემდეგ, 11.21 ფორმულა ასეთი სახით შეგვიძლია ჩავწეროთ.

$$L = r_{\perp}mv = Dmgt \quad (\text{პასუხი})$$

$\vec{L}$ -ის მიმართულების დასადგენად მარჯვენა ხელის წესი 11.18 ფორმულაში მოცემული $\vec{r} \times \vec{p}$ ვექტორული ნამრავლისთვის გამოვიყენოთ. $\vec{p}$ ვექტორის სათავე გონებით ათვლის სათავეს დაამთხვეთ და შემდეგ მარჯვენა ხელის თითების დახმარებით $\vec{r}$ ვექტორი $\vec{p}$ ვექტორისკენ უმცირესი კუთხით მიაბრუნეთ. გაშლილი ცერა თითი სურათის სიბრტყესკენაა მიმართული და მაშასადამე $\vec{r} \times \vec{p}$ ვექტორული ნამრავლი და $\vec{L}$



სურ. 11.14. პინგვინი წერტილიდან ვერტიკალურად ვარდება. პინგვინის $\vec{r}$ ძალის მომენტი და $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი ათვლის სათავეს მიმართ სურათის სიბრტყისკენ არიან მიმართული.

ვექტორი z ღერძის უარყოფითი მიმართულებით, სიბრტყისკენაა მიმართული. $\vec{L}$ ვექტორი დროში მხოლოდ სიდიდეს იცვლის, ხოლო მისი მიმართულება უცვლელია.

ბ) რა $\vec{r}$ ძალის მომენტი მოქმედებს პინგვინზე $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის შედეგად O ათვლის სათავეს გარშემო?

ამოხსნა: ძალის მომენტი 11.14 ფორმულით ($\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$) გამოითვლება, სადაც $\vec{F}$ -ის ნაცვლად $\vec{F}_g$ ძალა გვაქვს. მიუხედავად იმისა, რომ პინგვინი წრფივად მოძრაობს, $\vec{F}_g$ ძალა პინგვინზე მატარებელ მომენტს იწვევს, ვინაიდან $\vec{r}$ ვექტორი O -ს გარშემო ბრუნავს.

$\vec{\tau}$ ვექტორის სიდიდის გამოთვლისთვის 11.14 ფორმულიდან მიღებული სკალარული ფორმულები ანუ 11.15-11.17 ფორმულები შეგვიძლია

გამოვიყენოთ. 11.17 ფორმულა ($\tau = r_{\perp}F$) ყველაზე მარტივია, ვინაიდან O -სა და $\vec{F}_g$ ძალის მოქმედების წრფეს შორის $r_{\perp}$ პერპენდიკულარული მანძილი ამოცანაში მოცემული D მანძილია. 11.17 ფორმულაში D -ს ჩასმა და $\vec{F}_g$ ძალის ნაცვლად mg -ს შეტანა მოგვცემს:

$$\tau = DF_g = Dmg \quad (\text{პასუხი})$$

$\vec{r} \times \vec{F}$ ვექტორული ნამრავლისთვის მარჯვენა ხელის წესი გამოვიყენოთ და დავადგენთ, რომ $\vec{\tau}$ ვექტორი $\vec{\ell}$ ვექტორის მსგავსად z ღერძის უარყოფითი მიმართულებისაა.

ამოცანის ა) და ბ) შეკითხვებზე მიღებული პასუხი ნიუტონის მეორე კანონის კუთხურ ფორმასთან

($\vec{\tau} = d\vec{\ell}/dt$) უნდა მოდიოდეს შესაბამისობაში. მიღებული პასუხების შესამოწმებლად 11.23 ფორმულა z ღერძისთვის კომპონენტური ფორმით ჩავწეროთ და $\ell = Dmg$ პასუხი შევიტანოთ:

$$\tau = \frac{d\ell}{dt} = \frac{d(Dmg)}{dt} = Dmg,$$

მივიღეთ $\vec{\tau}$ -ს სიდიდის გამოსათვლელი ფორმულა. მიმართულებების შესამოწმებლად გავითვალისწინოთ, რომ 11.23 ფორმულის თანახმად $\vec{\tau}$ და $d\vec{\ell}/dt$ ვექტორებს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ. მაშასადამე, $\vec{\tau}$ და $\vec{\ell}$ ვექტორებსაც ერთი და იგივე მიმართულება უნდა ჰქონდეთ და მიღებული პასუხი ამას ამტკიცებს კიდევ.

11.9. ნივთიერი ნახშირით სისტემის ჯთხური იმპულსი

ამჯერად ჩვენს ყურადღებას ათვლის სათავეს მიმართ ნივთიერ ნერტილთა სისტემის კუთხურ იმპულსს მივაპყრობთ. სისტემის ჯამური $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი ცალკეული ნივთიერი ნერტილების $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსების ვექტორული ჯამია:

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i \quad (11.26)$$

ცალკეულ ნივთიერ ნერტილთა კუთხური იმპულსის სისტემის შიგნით ურთიერთქმედების ან გარე ზეგავლენის შედეგად დროში შეიძლება შეიცვალოს. $\vec{L}$ -ის ცვლილების გამოთვლისთვის 11.26 ფორმულა დროით უნდა გავანარმოოთ:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{\ell}_i}{dt} \quad (11.27)$$

11.23 ფორმულიდან გამომდინარე, $d\vec{\ell}_i/dt$ სიდიდე i რიგის ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი ჯამური $\vec{\tau}_{\text{ჯ},i}$ ძალის მომენტის ტოლია. მაშასადამე, 11.27 ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{\tau}_{\text{ჯ},i} \quad (11.28)$$

ეს ნიშნავს, რომ სისტემის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსის ცვლილების ტემპი ცალკეულ ნივთიერ ნერტილებზე მოქმედი ძალის მომენტების ვექტორული ჯამია. მომენტებში შედის როგორც შიდა ძალის მომენტები (ნივთიერ ნერტილთა შორის მოქმედი ძალებით გამოწვეული), ასევე გარე მატერიალური მომენტები (სისტემის გარე სხეულებიდან ნივთიერ ნერტილებზე მოქმედი ძალებით გამოწვეული). ნივთიერ ნერტილებს შორის მოქმედი ძალები მესამე კანონის ძალთა წყვილებს ქმნის და მათი მომენტების ჯამი ნულის ტოლია. აქედან გამომდინარე, სისტემის ჯამურ $\vec{L}$ კუთხურ იმპულსს მხოლოდ გარე ძალის მომენტები ცვლის.

მოდით $\vec{\tau}_{\text{ჯ}}$ იყოს ჯამური გარე მატერიალური მომენტი ანუ სისტემის ნივთიერ ნერტილებზე მოქმედი ყველა გარე ძალის მომენტის ვექტორული ჯამი. 11.28 ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\vec{\tau}_{\text{ჯ}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ნივთიერ ნერტილთა სისტემა}) \quad (11.29)$$

11.29 ფორმულა ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმაა:

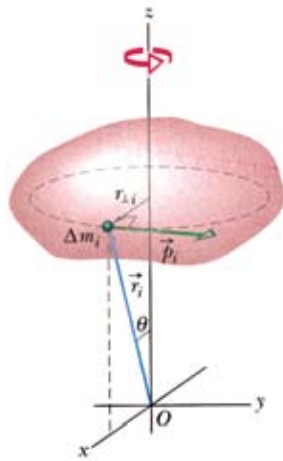
 ნივთიერ ნერტილთა სისტემაზე მოქმედი ჯამური $\vec{\tau}_{\text{ჯ}}$ გარე ძალის მომენტი სისტემის ჯამური $\vec{L}$ კუთხური იმპულსის დროში ცვლილების ტემპის ტოლია.

11.29 ფორმულა 9.23 ფორმულის ($\vec{F}_{\text{ჯ}} = d\vec{P}/dt$) ანალოგიურია, ოღონდ ძალის მომენტები და სისტემის

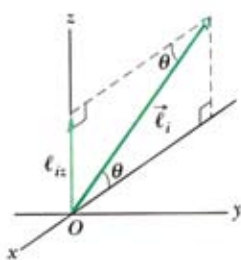
კუთხური იმპულსი ერთი და იგივე ათვლის სათავეს მიმართ უნდა გაიზომოს. თუ სისტემის მასის ცენტრი ათვლის ინერციული სისტემისადმი არ ჩქარდება, მაშინ ათვლის სათავე ნებისმიერი წერტილი შეიძლება იყოს. თუ სისტემის მასის ცენტრი ჩქარდება, ათვლის სათავედ მხოლოდ მასის ცენტრი შეგვიძლია მივიჩნიოთ. მაგალითად, მივიჩნიოთ ბორბალი ნივთიერ წერტილთა სისტემად. თუ ბორბალი მიწის მიმართ უძრავი ღერძის გარშემო ბრუნავს, მაშინ 11.29 ფორმულის გამოყენებისთვის საჭირო ათვლის სათავე მიწისადმი უძრავი ნებისმიერი წერტილი შეიძლება იყოს. თუ ბორბალი აჩქარებული ღერძის გარშემო ბრუნავს (მაგალითად, როდესაც ბორბალი დახრილ სიბრტყეზე გორდება), მაშინ ათვლის სათავედ მხოლოდ ბორბლის მასის ცენტრი შეგვიძლია მივიჩნიოთ.

11.10. ფიქსირებული ღერძის ბრუნვით მოძრაობის მათემატიკური აღწერა

ამ პარაგრაფში ნივთიერ წერტილთა სისტემისგან შემდგარი მყარი სხეულის კუთხური იმპულსის განვიხილავთ, როდესაც მყარი სხეული ფიქსირებული ღერძის გარშემო ბრუნავს. 11.15ა სურათზე ნაჩვენებია ამგვარი სხეული. ბრუნვის ფიქსირებული ღერძი z ღერძია და სხეული მის გარშემო მუდმივი ω კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ჩვენ სხეულის კუთხური იმპულსი ამ ღერძის გარშემო უნდა გამოვთვალოთ.



(ა)



(ბ)

სურ. 11.15. ა) მყარი სხეული z ღერძის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. სხეულის Δm_i მასის მასური ელემენტი z ღერძის გარშემო $r_{\perp i}$ რადიუსის წრეზე ბრუნავს. მასური ელემენტის წრფივი იმპულსია $\vec{p}_i$ და მისი მდებარეობა ათვლის სათავეს მიმართ $\vec{r}_i$ მდებარეობის ვექტორით დგინდება. მასური ელემენტი ნაჩვენებია, როდესაც $r_{\perp i}$ რადიუსი x ღერძის პარალელურია. ბ) მასური ელემენტის $\vec{\ell}_i$ კუთხური იმპულსი O -სადმი. აგრეთვე ნაჩვენებია $\vec{\ell}_i$ -ის ℓ_{iz} კომპონენტი.

კუთხური იმპულსის სხეულის მასური ელემენტების კუთხური იმპულსების z კომპონენტების შეკრებით გამოვთვლით. 11.15ა სურათზე, Δm_i მასის ტიპური მასური ელემენტი z ღერძის გარშემო წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს. მასური ელემენტის მდებარეობა O ათვლის სათავეს მიმართ $\vec{r}_i$ მდებარეობის ვექტორის საშუალებით დგინდება. მასური ელემენტის წრიული ტრაექტორიის რადიუსია $r_{\perp i}$ ანუ პერპენდიკულარული მანძილი ელემენტსა და z ღერძს შორის.

მასური ელემენტის $\vec{\ell}_i$ კუთხური იმპულსი O -ს მიმართ 11.19 ფორმულით გამოითვლება:

$$\ell_i = (r_i)(p_i)(\sin 90^\circ) = (r_i)(\Delta m_i v_i),$$

სადაც p_i და v_i მასური ელემენტის წრფივი იმპულსი და წრფივი სიჩქარეა, ხოლო 90° კუთხე $\vec{r}_i$ და $\vec{p}_i$ ვექტორებს შორისაა. 11.15ა სურათზე გამოსახული მასური ელემენტის $\vec{\ell}_i$ კუთხური იმპულსის ვექტორი 11.15ბ სურათზეა ნაჩვენებია. მისი მიმართულება $\vec{r}_i$ და $\vec{p}_i$ ვექტორების პერპენდიკულარულია.

ჩვენ $\vec{\ell}_i$ კუთხური იმპულსის ბრუნვის ღერძისადმი ანუ, ამ შემთხვევაში, z ღერძისადმი პარალელური კომპონენტი გვაინტერესებს:

$$\ell_{iz} = \ell_i \sin \theta = (r_i \sin \theta)(\Delta m_i v_i) = r_{\perp i} \Delta m_i v_i.$$

მბრუნავი მყარი სხეულის კუთხური იმპულსის z კომპონენტი სხეულის შემადგენელი მასური ელემენტების კუთხური იმპულსების z კომპონენტების შეკრების შედეგად გამოითვლება. ვინაიდან $v = \omega r_{\perp i}$:

$$\begin{aligned} L_z &= \sum_{i=1}^n \ell_{iz} = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_{\perp i} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i (\omega r_{\perp i}) r_{\perp i} \\ &= \omega \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_{\perp i}^2 \right) \end{aligned} \quad (11.30)$$

ω შეგვიძლია ინტეგრალს გარეთ გავიტანოთ, ვინაიდან მბრუნავი მყარი სხეულის ყველა წერტილისთვის თანაბარია.

11.30 ფორმულაში შესული $\sum \Delta m_i r_{\perp i}^2$ სიდიდე სხეულის I ბრუნვითი ინერციაა ფიქსირებული ღერძის გარშემო (იხ. 10.33 ფორმულა). მაშასადამე, 11.30 ფორმულა მარტივდება:

$$L = I\omega \text{ (მყარი სხეული, ფიქსირებული ღერძი)} \quad (11.31)$$

11.31 ფორმულაში z ინდექსი ამოვადგეთ, მაგრამ უნდა გახსოვდეთ, რომ ამ ფორმულით გამოთვლილი კუთხური იმპულსი ბრუნვის ღერძის გარშემო კუთხური იმპულსია. გარდა ამისა, I ბრუნვითი ინერციაა იგივე ღერძის გარშემო ბრუნვითი ინერციაა.

11.1 ცხრილი 10.3 ცხრილის გაგრძელებაა და წრფივი და კუთხური სიდიდეების გამოსათვლელ ფორმულებს გვთავაზობს.

სხილი 11.1

გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის შესაბამისი ცვლადები და მათ შორის კავშირები^ა

გადატანითი მოძრაობა	ბრუნვა
ძალა $\vec{F}$	ძალის მომენტი $\vec{\tau} (= \vec{r} \times \vec{F})$
წრფივი იმპულსი $\vec{P}$	კუთხური იმპულსი $\vec{\ell} (= \vec{r} \times \vec{P})$
წრფივი იმპულსი ^ბ $\vec{P} (= \sum \vec{P}_i)$	კუთხური იმპულსი ^ბ $\vec{L} = \sum \vec{\ell}_i$
წრფივი იმპულსი ^ბ $\vec{P} = M \vec{v}_{com}$	კუთხური იმპულსი ^ბ $L = I\omega$
ნიუტონის მეორე კანონი ^ბ $\vec{F}_{\Sigma} = \frac{d\vec{P}}{dt}$	ნიუტონის მეორე კანონი ^ბ $\vec{\tau}_{\Sigma} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
შენახვის კანონი ^დ $\vec{P} = const$	შენახვის კანონი ^დ $\vec{L} = const$

^ა იხ. ცხრილი 10.3

^ბ ნივთიერ წერტილთა სისტემისთვის, მათ შორის მყარი სხეულებისთვის

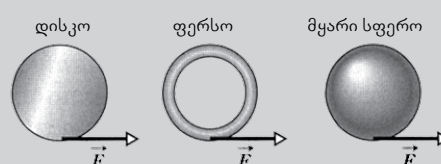
^გ ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი სხეულისთვის, სადაც L ამ ღერძის გასწვრივი კომპონენტია

^დ დახურული, იზოლირებული სისტემისთვის

საკონტროლო წერტილი 6.

სურათზე გამოსახული დისკო, ფერსო და მყარი სფერო მათზე მოხვეული თოკის საშუალებით ფიქსირებული ცენტრალური ღერძების გარშემო ბრუნავს. თოკი სამივე საგანზე მუდმივი $\vec{F}$ მხეხი ძალით მოქმედებს. სამივე საგნის მასა და რადიუსი შესაბამისად ერთი და იგივეა. საგნები ა) ცენტრალური ღერძების გარშემო კუთხური იმპულსების და

ბ) კუთხური სიჩქარეების მიხედვით, როდესაც თოკები t დროის განმავლობაში მოქმედებს, დიდიდან მცირეზე დალაგეთ.



ამოსანის ამოხსნის ნიმუში 11.6

რენსლერის პოლიტექნიკური უნივერსიტეტის კურსდამთავრებულმა ჯორჯ ვაშინგტონ ჯეილ ფერის უმცროსმა, 1893 წელს, ჩიკაგოში, განსაკუთრებული ეშმაკის ბორბალი ააგო (სურ. 11.16). იმ დროისთვის გასაოცარი ატრაქციონი ხის 36 კაბინისგან შედგებოდა, რომლებიც 60 მგზავრს იტევდა. ეშმაკის ბორბალი $R = 38$ მ რადიუსის წრეწირზე მოძრაობდა. თითოეული კაბინის მასა

$1,1 \times 10^4$ კგ იყო, ხოლო მთლიანი ბორბლის მასა დაახლოებით 6×10^5 კგ-ს შეადგენდა და მასის უმეტესი ნაწილი წრიულ ბადეზე მოდიოდა. ბორბალი ერთსრულ ბრუნს 2 წუთის განმავლობაში ω_F კუთხური სიჩქარით ასრულებდა.

ა) გამოთვალეთ ბორბლის და მისი მგზავრების L კუთხური იმპულსი, როდესაც ბორბალი ω_F კუთხური სიჩქარით ბრუნავდა

ამოხსნა: ბორბალი, კაბინები და მგზავრები მყარ საგნად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომელიც ფიქსირებული ღერძის გარშემო ბრუნავს. ამ შემთხვევაში, საგნის კუთხური იმპულსი 11.31 ფორმულით ($L = I\omega$) გამოითვლება. პასუხის მისაღებად საგნის ω_F კუთხური სიჩქარე და I ბრუნვითი ინერცია გვჭირდება.

I -ს გამოთვლისთვის თავდაპირველად დატვირთული კაბინები გავანალიზოთ. ისინი ნივთიერ წერტილებად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომლებიც ბრუნვის ღერძიდან R მანძილით არიან დაშორებული. 10.33 ფორმულიდან გამომდინარე, მათი ბრუნვითი ინერციაა $I_{pc} = M_{pc} R^2$, სადაც M_{pc} არის კაბინების ჯამური მასა. დავუშვათ 36 -ვე ვაგონში 60 მგზავრია და თითოეულის მასაა 70 კგ. მაშინ კაბინების ჯამური მასა იქნება:

$$M_{pc} = 36(1,1 \times 10^4 \text{ კგ} + 60(70 \text{ კგ})) = 5,47 \times 10^5 \text{ კგ}$$

ხოლო მათი ბრუნვითი ინერცია იქნება:

$$I_{pc} = M_{pc} R^2 = (5,47 \times 10^5 \text{ კგ})(38 \text{ მ})^2 = 7,9 \times 10^8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$$

ამჯერად ბორბლის სტრუქტურა განვიხილოთ. დავუშვათ, სტრუქტურის ბრუნვით ინერციას წრიული ბადე ინვევს, რომელზეც კაბინებია დამაგრებული. გარდა ამისა დავუშვათ, რომ ბადე R რადიუსის და $M_{ფერსო} = 3 \times 10^5$ კგ (ბორბლის მასის ნახევარი) მასის ფერსოა. 10.2 ცხრილიდან გამომდინარე, ფერსოს ბრუნვითი ინერციაა:

$$I_{ფერსო} = M_{ფერსო} R^2 = (3 \times 10^5 \text{ კგ})(38 \text{ მ})^2 = 4,33 \times 10^8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$$

კაბინების, მგზავრების და ფერსოს გაერთიანებული I ბრუნვითი ინერციაა:

$$I = I_{pc} + I_{ფერსო} = 7,9 \times 10^8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2 + 4,33 \times 10^8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2 = 1,22 \times 10^9 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$$

ω_F ბრუნვის სიჩქარის გამოთვლისთვის 10.5 ფორმულა ($\omega_{საშ} = \Delta\theta/\Delta t$) გამოვიყენოთ. ბორბლის კუთხური გადაადგილება $\Delta t = 2$ წთ დროის შუალედში არის $\Delta\theta = 2\pi$ რადიანი და გვექნება:



სურ. 11.16. ეშმაკის ბორბალი 1893 წელს, ჩიკაგოს უნივერსიტეტთან ახლოს ააგეს. ატრაქციონი გარშემორტყმულ შენობებს ზემოდან დაჰყურებს.

$$\omega_F = \frac{2\pi \text{ რად}}{(2 \text{ წთ})(60 \text{ წმ/წთ})} = 0,0524 \text{ რად/წმ}$$

L კუთხური იმპულსის 11.31 ფორმულის საშუალებით გამოვთვლით:

$$L = I\omega_F = (1,22 \times 10^9 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2)(0,0524 \text{ რად/წმ}) = 6,39 \times 10^7 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ} \approx 6,4 \times 10^7 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ} \quad (\text{პასუხი})$$

ბ) დავუშვათ სრულად დატვირთული ბორბალი $\Delta t_1 = 5$ წმ დროის შუალედში ω_F კუთხური სიჩქარეს იძენს. რა საშუალო ჯამური გარე $\vec{\tau}_{საშ}$ ძალის მომენტი მოქმედებს ბორბალზე Δt_1 დროის შუალედში?

ამოხსნა: საშუალო ჯამური გარე ძალის მომენტი დატვირთული ბორბლის კუთხური იმპულსის ΔL ცვლილებას 11.29 ფორმულით ($\vec{\tau} = d\vec{L}/dt$) უკავშირდება. ბორბალი ფიქსირებული ღერძის გარშემო ბრუნავს და ω_F სიჩქარეს Δt_1 დროის შუალედში აღწევს, ამიტომ 11.29 ფორმულა $\tau_{საშ} = \Delta L/\Delta t_1$ სახით შეიძლება ჩაიწეროს. ΔL ცვლილება ნულიდან ხდება და ამიტომ გვექნება:

$$\tau_{საშ} = \frac{\Delta L}{\Delta t_1} = \frac{6,39 \times 10^7 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}}{5 \text{ წმ}} \approx 1,3 \times 10^7 \text{ ნ} \cdot \text{მ} \quad (\text{პასუხი})$$

11.11. ატომური იმპულსის მუდმივობა

ჩვენ უკვე შევისწავლეთ ენერგიის და წრფივი იმპულსის შენახვის კანონები და ამჯერად კუთხური იმპულსის შენახვის კანონს განვიხილავთ. დავიწყოთ ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმიდან ($\vec{\tau} = d\vec{L}/dt$). თუ სისტემაზე ჯამური გარე ძალის მომენტი არ მოქმედებს, ნიუტონის მეორე კანონი $d\vec{L}/dt = 0$ სახეს იღებს ანუ:

$$\vec{L} = \text{მუდმივა (იზოლირებული სისტემა)} \quad (11.32)$$

მიღებულ შედეგს **კუთხური იმპულსის შენახვის კანონი** ეწოდება:

$$\left(\begin{array}{c} \text{ჯამური კუთხური იმპულსი} \\ t_i \text{ საწყის დროს} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{ჯამური კუთხური იმპულსი} \\ t_f \text{ რაიმე სხვა დროს} \end{array} \right)$$

$$\text{ანუ} \quad \vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{იზოლირებული სისტემა}) \quad (11.33)$$

11.32 და 11.33 ფორმულების თანახმად:

თუ სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის მომენტი ნულის ტოლია, სისტემის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი მუდმივია და სისტემის შიგნით მომხდარ ცვლილებებს მნიშვნელობა არ აქვს.

11.32 და 11.33 ფორმულები ვექტორული სახით არის ჩანერილი და მათი ექვივალენტური სამი კომპონენტური ფორმულა არსებობს, რომელიც კუთხური იმპულსის შენახვის პრინციპს სამი ურთიერთპერპენდიკულარული მიმართულებით ასახავს. სისტემის კუთხური იმპულსი შესაძლებელია მხოლოდ ერთი ან ორი მიმართულებით შეინახოს და არა სამივე მიმართულებით, რაც სისტემაზე მოქმედ ძალის მომენტზეა დამოკიდებული:

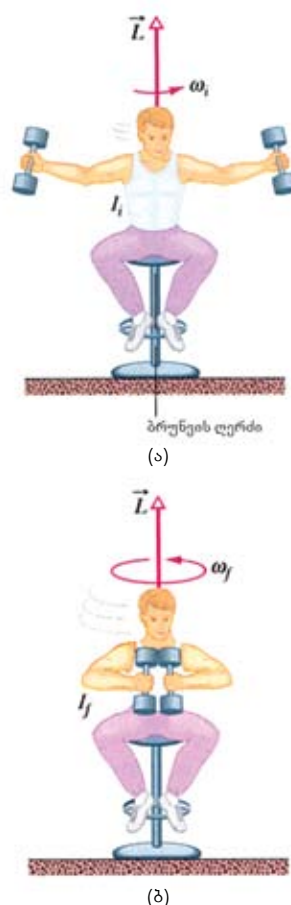
თუ სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის მომენტის რომელიმე ღერძის გასწვრივი კომპონენტი ნულის ტოლია, მაშინ სისტემის კუთხური იმპულსის ამ ღერძის გასწვრივი კომპონენტი მუდმივია და სისტემის შიგნით მომხდარ ცვლილებებს მნიშვნელობა არ აქვს.

იმპულსის მუდმივობის კანონი 11.15 სურათზე გამოსახულ იზოლირებულ სხეულს შეგვიძლია მივუსადაგოთ, რომელიც z ღერძის გარშემო ბრუნავს. დავუშვათ, მყარი სხეული მასას m ბრუნვის ღერძისადმი გადანაწილებს და ამ ღერძის გარშემო მისი ბრუნვითი ინერცია იცვლება. 11.32 და 11.33 ფორმულების თანახმად, სხეულის კუთხური იმპულსი არ იცვლება. 11.31 ფორმულის 11.33 ფორმულაში ჩასმა კუთხური იმპულსის შენახვის კანონის ახალ სახეს მოგვცემს:

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad (11.34)$$

11.34 ფორმულაში i და f ინდექსები I ბრუნვითი ინერციის და ω კუთხური სიჩქარის მნიშვნელობებს მასის გადანაწილებამდე და გადანაწილების შემდეგ გვაძლევს.

ენერგიის და წრფივი იმპულსის შენახვის კანონის მსგავსად 11.32 და 1.33 ფორმულებიც ნიუტონისეული მექანიკით არ შემოიფარგლება. ეს ფორმულები სინათლის სიჩქარესთან მიახლოებული სიჩქარით მოძრავ ნივთიერ ნერტილებსაც



სურ. 11.17. ა) სტუდენტს ბრუნვის ღერძის გარშემო შედარებით მეტი ბრუნვითი ინერცია და შედარებით ნაკლები კუთხური სიჩქარე აქვს. ბ) ბრუნვითი ინერციის შემცირებასთან ერთად სტუდენტის კუთხური სიჩქარე იზრდება. მბრუნავი სისტემის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი არ იცვლება.

მიესადაგება და ქვენტური ფიზიკის „სამეფოშიც“, ნაწილაკებისთვისაც გამოდგება. კუთხური იმპულსის შენახვის კანონის გამოწვევის აღმოჩენილი არ არის.

მოდით, ამ კანონთან დაკავშირებული, ოთხი მაგალითი განვიხილოთ.

1. მბრუნავი მოხალისე. 11.17 სურათზე გამოსახული სტუდენტი ვერტიკალური ღერძის გარშემო თავისუფლად მბრუნავ სკამზე ზის. სტუდენტი მოძრაობას საწყისი ω_i კუთხური სიჩქარით იწყებს და გაშლილი ხელებით ორი ჰანტელი უჭირავს. მისი $\vec{L}$ კუთხური იმპულსის ვექტორი ვერტიკალური ღერძის გასწვრივ ძევს და მაღლაა მიმართული.

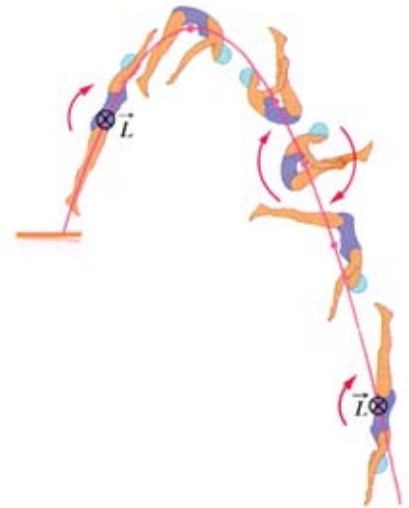
შემდეგ, ინსტრუქტორის თხოვნით, სტუდენტი ხელებს ღუნავს და მისი ბრუნვითი ინერცია I_i -დან I_f -მდე მცირდება, ვინაიდან მასა ბრუნვის ღერძს უახლოვდება. ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ω_i -დან ω_f -მდე შესამჩნევად იზრდება. სტუდენტი კვლავ შენელებს, თუ ხელებს გაშლის და ჰანტელებს დაიჭერს.

სტუდენტისგან, სკამისგან და ჰანტელებისგან შემდგარ სისტემაზე ჯამური გარე ძალის მომენტი არ მოქმედებს.

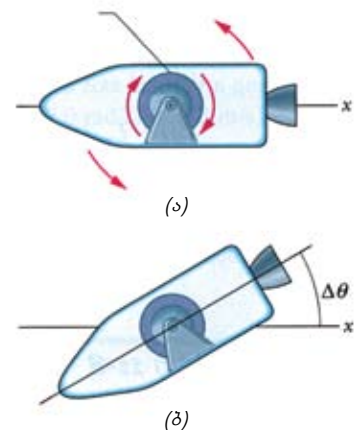
მაშასადამე, სისტემის კუთხური იმპულსი ბრუნვის ღერძის გარშემო მუდმივია და ჰანტელებით შესრულებულ მანევრებს მნიშვნელობა არ აქვს. 11.17ა სურათზე, სტუდენტის ω_i კუთხური სიჩქარე შედარებით დაბალია, ხოლო I_i ბრუნვითი ინერცია შედარებით მაღალი. 11.34 ფორმულის თანახმად, 11.17ბ სურათზე სტუდენტის კუთხური სიჩქარე მეტია და შემცირებულ I_f ბრუნვითი ინერციას აკომპენსირებს.

2. ტრამპლინიდან მხტომელი. 11.18 სურათზე გამოსახულია ტრამპლინიდან წყალში მხტომელის მოძრაობა. მისი მასის ცენტრი პარაბოლური ტრაექტორიით მოძრაობს. ტრამპლინიდან გადმოხტომისას მხტომელს მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი აქვს. კუთხური იმპულსი 11.18 სურათის სიბრტყისკენ მიმართული, სახელმძღვანელოს გვერდისადმი პერპენდიკულარული ვექტორითაა წარმოდგენილი. ჰაერში ყოფნის დროს მხტომელის მასის ცენტრის გარშემო ჯამური გარე ძალის მომენტი არ მოქმედებს და, ამიტომ, მასის ცენტრის გარშემო კუთხური იმპულსი არ იცვლება. ხელების და ფეხების მოღუნვის შედეგად მხტომელი ღერძის გარშემო ბრუნვითი ინერციას მნიშვნელოვნად ამცირებს და 11.34 ფორმულის თანახმად კუთხური სიჩქარეს ზრდის. ხტომის უკანასკნელ სტადიაში, გაშლილი მხტომელის ბრუნვითი ინერცია იზრდება, ხოლო ბრუნვის კუთხური სიჩქარე მცირდება და წყალში ჩახტომას შხეფები თან არ ახლავს. უფრო რთული ილეთის შემთხვევაშიც კი მხტომელის კუთხური იმპულსის სიდიდე და მიმართულება მუდმივია.

3. კოსმოსური ხომალდის ორიენტირება. 11.19 სურათზე გამოსახულ კოსმოსურ ხომალდზე მქნევარაა დამაგრებული. სურათზე ნაჩვენებია ხომალდის მიმართულების კონტროლის სქემა. კოსმოსური ხომალდი და მქნევარა იზოლირებულ სისტემას ქმნის. აქედან გამომდინარე, თუ სისტემის ჯამური



სურ. 11.18. მხტომელის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი მუდმივია და სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარულად არის მიმართული. მხტომელის მასის ცენტრი პარაბოლური ტრაექტორიით მოძრაობს.



სურ. 11.19. ა) იდეალიზებული კოსმოსური ხომალდი მქნევარათა ალჭურვილი. თუ მქნევარა საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს, კოსმოსური ხომალდი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნდება. ბ) როდესაც მქნევარა ჩერდება, კოსმოსური ხომალდი ბრუნვას წყვეტს და $\Delta\theta$ კუთხით შემოტრიალებული რჩება.

$\vec{L}$ კუთხური იმპულსი კოსმოსური ხომალდის ან მქნევარას უძრაობის შედეგად ნულის ტოლია, მაშინ ის ნულის ტოლი უნდა დარჩეს (ვიდრე სისტემა იზოლირებულია).

კოსმოსური ხომალდის მიმართულების შეცვლისთვის მქნევარა ბრუნავს (სურ. 11.19ა). კოსმოსური ხომალდი ბრუნვას სანინალმდეგო მიმართულებით იწყებს, რათა სისტემის კუთხური იმპულსი ნული დარჩეს. როდესაც მქნევარა ჩერდება, კოსმოსური ხომალდი ბრუნვას წყვეტს, მაგრამ მიმართულება უკვე შეცვლილი აქვს (სურ. 11.19ბ). მთელი ამ დროის განმავლობაში სისტემის კუთხური იმპულსი ნულის ტოლია.

1986 წელს, კოსმოსური ხომალდის *Voyager 2*-ის პლანეტა ურანისკენ ფრენის დროს, მქნევარა კოსმოსურ ხომალდს არასასურველ მიმართულებას აძლევდა, როგორც კი ხომალდის მაგნიტოფონი მაღალ სიჩქარეზე ჩაირთვებოდა. მომსახურე პერსონალი იძულებული გახდა ბორტზე მდებარე კომპიუტერი დაეპროგრამებინა, რათა მას მაგნიტოფონის ჩართვის ან გამორთვის დროს რაკეტის ძრავა ჩაერთო.

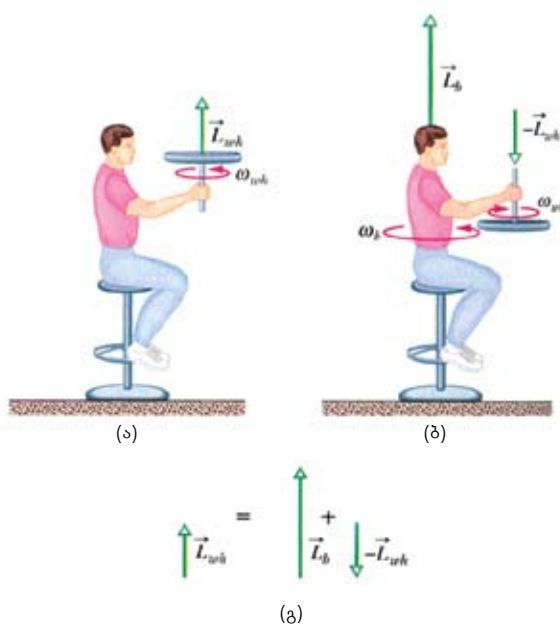
4. **ვარსკვლავი, რომელიც დაუფერებლად პატარავდება.** როდესაც ვარსკვლავის ბირთვში ცეცხლი ჩნდება, მან შეიძლება ნგრევა დაიწყოს. ნგრევა იმდენად შორის მიდის, რომ მაგალითად, მზის ტოლი რადიუსის მქონე ვარსკვლავის რადიუსი რამდენიმე კილომეტრამდე შეიძლება შემცირდეს. ამის შემდეგ ვარსკვლავი *ნეიტრონის ვარსკვლავი* ხდება და მისი ნივთიერება ნეიტრონის ძალიან მკვრივ აირში იყრის თავს.

დაპატარავების პროცესის დროს ვარსკვლავი იზოლირებული სისტემაა და მისი $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი არ იცვლება. ვარსკვლავის ბრუნვითი ინერცია ძალიან მცირდება, ხოლო კუთხური სიჩქარე ძალიან იზრდება და *ნამში* 600-დან 800 ბრუნამდე აღწევს. შედარებისთვის გეტყვით, რომ მზე თვეში დაახლოებით ერთ ბრუნს ასრულებს.

საკონტროლო წერტილი 7. ხოჭო მბრუნავი დისკოს ფერსოზე ზის. თუ ხოჭო დისკოს ცენტრისკენ გადავა, ხოჭოსა და დისკოსგან შემდგარი სისტემის ა) ბრუნვითი ინერცია, ბ) კუთხური იმპულსი და გ) კუთხური სიჩქარე გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება?

ა მოსახის ა მოხსნის ნიშაში 11.7

11.20ა სურათზე ნაჩვენებია ვერტიკალური ღერძის გარშემო თავისუფლად მბრუნავ სკამზე მჯდომი სტუდენტი. სტუდენტს ხელში ველოსიპედის ბორბალი უჭირავს. ბორბლის I_{wh} ბრუნვითი ინერცია ცენტრალური ღერძის გარშემო არის $1,2 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ და ბორბალი $\omega_{wh} = 3,9$ ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით საათის ისრის მოძრაობის სანინალმდეგო მიმართულებით ბრუნავს. ბორბლის ღერძი ვერტიკალურია და ბორბლის $\vec{L}_{wh}$ კუთხური იმპულსი მიმართულია ვერტიკალურად მაღლა. შემდეგ სტუდენტი ბორბალს ამოატრიალებს (სურ. 11.20ბ) და ბორბალი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნვას იწყებს. ამჯერად ბორბლის კუთხური იმპულსია $-\vec{L}_{wh}$. ბორბლის ამობრუნების შემდეგ სტუდენტი, სკამი და ბორბლის ცენტრი ერთიანი მყარი სხეულის მსგავსად სკამის ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნავს და მათი ბრუნვითი ინერციაა $I_b = 6,8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ (საკუთარი ცენტრის გარშემო ბორბლის ბრუნვაზე ერთიანი სხეულის მასის განაწილება გავლენას არ



სურ. 11.20. ა) სტუდენტს ვერტიკალური ღერძის გარშემო მბრუნავი ველოსიპედის ბორბალი უჭირავს. ბ) სტუდენტი ბორბალს ამოატრიალებს და თვითონაც ბრუნვას იწყებს. გ) სისტემის ჯამური კუთხური იმპულსი ორივე შემთხვევაში თანაბარია.

ახდენს და მიუხედავად იმისა, ბორბალი ბრუნავს თუ არა, I_b -ს მნიშვნელობა ერთი და იგივეა). რა ω_b კუთხური სიჩქარით და რა მიმართულებით ბრუნავს ერთიანი სხეული ბორბლის ამობრუნების შემდეგ?

ამოხსნა:

- ჩვენთვის საინტერესო ω_b კუთხურ სიჩქარეს და სხეულის საბოლოო $\vec{L}_b$ კუთხურ იმპულსს სკამის ბრუნვის ღერძის გარშემო 11.31 ფორმულა ($L = I\omega$) აკავშირებს.
 - ბორბლის საწყისი ω_{wh} კუთხურ სიჩქარეს და ცენტრის გარშემო ბორბლის ბრუნვის $\vec{L}_{wh}$ კუთხურ იმპულსს იგივე ფორმულა აკავშირებს.
 - $\vec{L}_b$ და $\vec{L}_{wh}$ ვექტორების ვექტორული შეკრება სტუდენტის, სკამისა და ბორბლისგან შედგენილი სისტემის ჯამურ $\vec{L}_{tot}$ კუთხურ იმპულსს გვაძლევს.
 - ბორბლის შეტრიალების შემდეგ სისტემაზე ჯამური გარე ძალის მომენტი არ მოქმედებს და ვერტიკალური ღერძის გარშემო $\vec{L}_{tot}$ კუთხური იმპულსი არ იცვლება (სტუდენტსა და ბორბალს შორის მოქმედი ძალების შედეგად მიღებული ძალის მომენტები სისტემის შიდა ძალის მომენტებია). აქედან გამომდინარე, ნებისმიერი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ჯამური კუთხური იმპულსი მუდმივია.
- 11.20 გ სურათზე, $\vec{L}_{tot}$ კუთხური იმპულსის

შენახვის კანონი ვექტორების საშუალებითაა წარმოდგენილი. იმპულსის შენახვის კანონი ვერტიკალური ღერძის გასწვრივ კომპონენტების საშუალებითაც შეიძლება ჩაინეროს:

$$L_{b,f} + L_{wh,f} = L_{b,i} + L_{wh,i}, \quad (11.35)$$

სადაც i და f ინდექსები საწყის (ბორბლის ამობრუნებამდე) და საბოლოო მდგომარეობებს ასახავენ. ბორბლის ამობრუნების შედეგად კუთხური იმპულსის ვექტორი ტრიალდება და $L_{wh,f}$ -ს ნაცვლად $-L_{wh,f}$ -ს ვსვამთ. თუ დავუშვებთ, რომ $L_{b,i} = 0$ (ვინაიდან სტუდენტი, მაგიდა და ბორბლის ცენტრი თავდაპირველად არ მოძრაობდა), 11.35 ფორმულა მოგვცემს:

$$L_{b,f} = 2L_{wh,i}$$

11.31 ფორმულის გამოყენებით $L_{b,f}$ -ს ნაცვლად $I_b\omega_b$ შევითანოთ, ხოლო $L_{wh,i}$ -ს ნაცვლად $I_{wh}\omega_{wh}$ ჩავსვათ და ω_b -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{2L_{wh}}{I_b} \omega_{wh} \\ &= \frac{(2)(1,2 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2)(3,9 \text{ ბრუნ/წმ})}{6,8 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2} = 1,4 \text{ ბრუნ/წმ} \end{aligned}$$

(პასუხი)

დადებითი პასუხი მიუთითებს, რომ სტუდენტი სკამის ღერძის გარშემო საათის ისრის მოძრაობის საწინააღდეგო მიმართულებით ბრუნავს. თუ სტუდენტს ბრუნვის შეწყვეტა სურს, მაშინ მან ბორბალი კიდევ ერთხელ უნდა ამოაბრუნოს.

ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 11.8

(ამოცანის ამოხსნის ეს ნიმუში საკმაოდ რთულია, მაგრამ ამავე დროს სასარგებლოა, ვინაიდან ძალიან დიდ ცოდნას უყრის ერთად თავს). 11.21 სურათზე, M მასის და $d = 0,5$ მ სიგრძის ოთხი ერთგვაროვანი ძელაკი ვერტიკალურ ღერძთან ხისტადაა მიმაგრებული და ჯვარედს ქმნის. ჯვარედი ღერძის გარშემო საწყისი $\omega_i = -2$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. შემდეგ $m = \frac{1}{3}M$ მასის ტალახის გუნდა საწყისი $v_i = 12$ მ/წმ სიჩქარით ისროლეს. გუნდა ნაჩვენები ტრაექტორიით გადაადგილდა და ძელაკის ერთ ბოლოს მიეკრო. რა საბოლოო ω_f კუთხური სიჩქარე აქვს გუნდა-ჯვარედის სისტემას?

ამოხსნა: გააჩნია თუ არა სისტემას ისეთი სიდიდე, რომელიც შეჯახების დროს ინახება და ამავე დროს კუთხურ სიჩქარეს შეიცავს, რათა მისი ω_f -სთვის

ამოვხსნა შევძლოთ? პასუხის გასაცემად შესაძლო შენახული სიდიდეები გავაანალიზოთ:

- ჯამური K კინეტიკური ენერგია არ ინახება, ვინაიდან გუნდასა და ძელაკს შორის შეჯახება სრულიად არაელასტიურია (გუნდა ძელაკს ეკრობა). აქედან გამომდინარე, ენერგიის ნაწილი კინეტიკური ენერგიიდან სხვა სახეობის ენერგიაში (მაგალითად, სითბურში) გადადის. იგივე მოსაზრების გამო ჯამური მექანიკური ენერგიაც არ ინახება.
- ჯამური $\vec{P}$ ნრფივი იმპულსი არ ინახება, ვინაიდან შეჯახების დროს ჯვარედზე, ღერძისა და ზედაპირის დამაგრების ადგილზე გარე ძალა მოქმედებს (ეს ძალა ხელს უშლის ჯვარედის ზედაპირის გასწვრივ გადაადგილებას, როდესაც მას ტალახის გუნდა ხვდება).
- ღერძის გარშემო სისტემის ჯამური $\vec{L}$ კუთხური

იმპულსი ინახება, ვინაიდან ჯამური გარე ძალის მომენტი $\vec{L}$ -ს არ ცვლის (შეჯახების დროს მოქმედი ძალები მხოლოდ შიდა ძალის მომენტებს წარმოშობენ. ჯვარედზე მოქმედი გარე ძალა ღერძზეა მოდებული, მას ნულოვანი მომენტის მხარი აქვს და გარე ძალის მომენტს არ წარმოშობს).

ღერძის გარშემო სისტემის ჯამური კუთხური იმპულსის შენახვის კანონი ($L_f = L_i$) ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$L_{ts,f} + L_{ball,f} = L_{ts,i} + L_{ball,i}, \quad (11.36)$$

სადაც “ts” ინდექსი ჯვარედს აღნიშნავს, ხოლო “ball” ინდექსი - გუნდას. საბოლოო ω_f კუთხური სიჩქარე $L_{ts,f}$ -ს და $L_{ball,f}$ -ს საშუალებითაა მოცემული, ვინაიდან საბოლოო კუთხური იმპულსები ჯვარედისა და გუნდის ბრუნვის სიჩქარეზეა დამოკიდებული. ω_f -ს გამოთვლისთვის ჯერ ჯვარედი განვიხილოთ, შემდეგ გუნდა, ბოლოს 11.36 ფორმულას მივუბრუნდეთ.

ჯვარედი: ჯვარედი მბრუნავი მყარი სხეულია და მისი კუთხური იმპულსი 11.31 ფორმულით ($L = I\omega$) გამოითვლება. მაშასადამე, ჯვარედის საბოლოო და საწყისი კუთხური იმპულსები ღერძის გარშემო არის:

$$L_{ts,f} = I_{ts} \omega_f \text{ და } L_{ts,i} = I_{ts} \omega_i \quad (11.37)$$

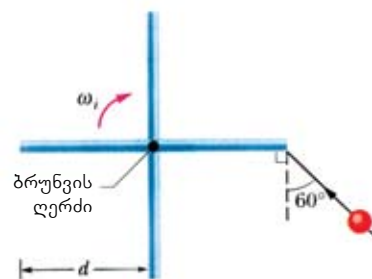
ჯვარედი ოთხი ძელაკისგან შედგება. ოთხივე ძელაკი საკუთარი ბოლოს გარშემო ბრუნავს და ჯვარედის I_{ts} ბრუნვითი ინერცია თითოეული ძელაკის I_{rod} ბრუნვითი ინერციის 4-ზე ნამრავლია. 10.2ე ცხრილიდან გამომდინარე, ცენტრის გარშემო ძელაკის I_{com} ბრუნვითი ინერციაა $\frac{1}{12}Md^2$, სადაც M არის ძელაკის მასა, ხოლო d - მისი სიგრძე. I_{rod} ბრუნვითი ინერციის მისაღებად 10.36 ფორმულით ($I = I_{com} + Mh^2$) მოცემულ პარალელური ღერძების თეორემას ვიყენებთ. ამ შემთხვევაში h პერპენდიკულარული მანძილია $d/2$ და გვექნება:

$$I_{rod} = \frac{1}{12}Md^2 + M\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}Md^2.$$

ჯვარედი ოთხი ძელაკისგან შედგება, ამიტომ:

$$I_{ts} = \frac{4}{3}Md^2. \quad (11.38)$$

გუნდა: გუნდა შეჯახებამდე წრფივად მოძრავი ნივთიერი წერტილია (სურ. 11.12). ღერძის გარშემო გუნდის საწყისი $L_{ball,i}$ კუთხური იმპულსის გამოთვლისთვის 11.18-11.21 ფორმულები შეგვიძლია გამოვიყენოთ, თუმცა ამ შემთხვევაში 11.20 ფორმულა ($\ell = r m v_{\perp}$) ყველაზე მარტივია. ამ



სურ. 11.21. ხისტად დამაგრებული ოთხი ძელაკი ცენტრალური ღერძის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. სურათზე ნაჩვენებია ტალახის გუნდის ტრაექტორია, რომელიც ერთ-ერთი ძელაკის ბოლოზე ეკრობა.

ფორმულაში ℓ არის $L_{ball,i}$ შეჯახებისას ღერძიდან გუნდის r რადიალური დაშორება d -ა, ხოლო გუნდის სიჩქარის r -სადმი პერპენდიკულარული $v_{\perp} \cos 60^\circ$ -ს ტოლია.

კუთხური იმპულსის ნიშნის გასაგებად მდებარეობის ვექტორი ჯვარედის ღერძიდან გუნდისკენ გავავლოთ. როდესაც გუნდა ჯვარედს უახლოვდება, მდებარეობის ვექტორი მისი ღერძის გარშემო საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს და გუნდის კუთხური იმპულსი დადებითი სიდიდეა. ამის შემდეგ $\ell = r m v_{\perp}$ ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$L_{ball,i} = m d v_i \cos 60^\circ \quad (11.39)$$

შეჯახების შემდეგ, გუნდა d რადიუსის წრეზე მბრუნავი ნივთიერი წერტილის მსგავსია. 10.33 ფორმულიდან ($I = \sum m_i r_i^2$) გამომდინარე, ღერძის გარშემო $I_{ball} = m d^2$. 11.31 ფორმულის ($L = I\omega$) დახმარებით, ბურთის საბოლოო კუთხური იმპულსი ღერძის გარშემო ამგვარად შეიძლება გამოითვალოს:

$$L_{ball,f} = I_{ball} \omega_f = m d^2 \omega_f \quad (11.40)$$

11.36 ფორმულაზე დაბრუნება: 11.37-11.40 ფორმულები 11.35 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ

$$\frac{4}{3}M d^2 \omega_f + m d^2 \omega_f = \frac{4}{3}M d^2 \omega_i + m d v_i \cos 60^\circ.$$

შევიტანოთ $M=3m$ და ω_f -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \omega_f &= \frac{1}{5d} (4d\omega_i + v_i \cos 60^\circ) \\ &= \frac{1}{5(0,5 \text{ მ})} [4(0,5 \text{ მ})(-2 \text{ რად/წმ}) + (12 \text{ მ/წმ})(\cos 60^\circ)] \\ &= 0,8 \text{ რად/წმ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

მაშასადამე, ჯვარედი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს.

11.12. ბიხოსაოპის ჰიუსი

მარტივი გიროსკოპი ღეროზე დამაგრებული ბორბალია, რომელიც ღერძის გარშემო ბრუნავს. თუ უძრავი გიროსკოპის ღეროს ერთი ბოლო 11.22ა სურათის მსგავსად საყრდენს მიამაგრეს და გიროსკოპს ხელი გაუშვეს, ის საყრდენის წვერის გარშემო ბრუნავს და ქვემოთ ვარდება. ვინაიდან ვარდნას თან ბრუნვა ახლავს, მას ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა მიესადაგება:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (11.41)$$

11.41 ფორმულის თანახმად, ქვემოთ მიმართული ბრუნვის (ვარდნის) გამომწვევი ძალის მომენტი გიროსკოპის $\vec{L}$ კუთხურ იმპულსს O -დან რაიმე სხვა მნიშვნელობით ცვლის. გიროსკოპის მასის ცენტრზე (რომელსაც ბორბლის ცენტრადაც მივიჩნევთ) მოქმედი $M\vec{g}$ მიზიდულობის ძალა $\vec{\tau}$ ძალის მომენტს იწვევს. საყრდენი წვერისადმი (11.22ა სურათზე O წერტილი) მომენტის მხარი $\vec{r}$ -ია. $\vec{\tau}$ ძალის მომენტის სიდიდეა:

$$\tau = Mgr \sin 90^\circ = Mgr \quad (11.42)$$

(ვინაიდან $M\vec{g}$ -სა და $\vec{r}$ -ს შორის კუთხეა 90°). $\vec{\tau}$ -ის მიმართულება 11.22ა სურათზეა ნაჩვენები.

სწრაფად მბრუნავი გიროსკოპი სხვაგვარად მოქმედებს. დავუშვათ, გიროსკოპი მაშინ იწყებს მოძრაობას, როდესაც ღერო ოდნავ მაღლაა გადახრილი. თავდაპირველად გიროსკოპი ბრუნავს და ოდნავ ქვემოთ ჩამოდის, ხოლო შემდეგ ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო მბრუნავი გიროსკოპი O საყრდენ წერტილზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო იწყებს ბრუნვას. ამგვარ მოძრაობას **პრეცესია** ეწოდება.

რატომ არ ვარდება მბრუნავი გიროსკოპი უძრავი გიროსკოპის მსგავსად? პასუხი ის არის, რომ მბრუნავ გიროსკოპზე მოქმედი $M\vec{g}$ მიზიდულობის ძალის შედეგად გამოწვეულმა ძალის მომენტმა საწყისი კუთხური იმპულსი (ნულის ტოლი) კი არ უნდა შეცვალოს, არამედ ბრუნვის შედეგად მიღებული რაიმე არანულოვანი, უკვე არსებული კუთხური იმპულსი.

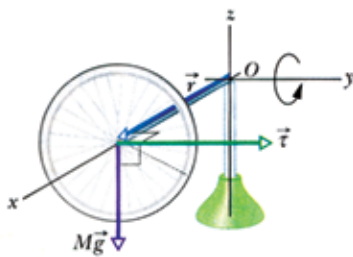
არანულოვანი საწყისი კუთხური იმპულსი პრეცესიას იწვევს. ამის დასაწახად გიროსკოპის ბრუნვის შედეგად მიღებული $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი განვიხილოთ. მდგომარეობის გამარტივებისთვის დავუშვათ, რომ ბრუნვის ტემპის სისწრაფის გამო პრეცესიის შედეგად მიღებული კუთხური იმპულსი $\vec{L}$ -თან შედარებით უმნიშვნელოა. ასევე დავუშვათ, რომ პრეცესიის დაწყებისას ღერძი ჰორიზონტალურია (სურ. 11.22ბ). $\vec{L}$ -ის სიდიდე 11.31 ფორმულით გამოითვლება:

$$L = I\omega, \quad (11.43)$$

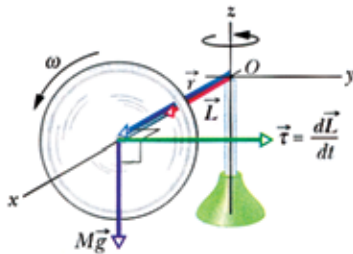
სადაც I არის გიროსკოპის ბრუნვითი ინერცია ღერძის გარშემო, ხოლო ω - ბორბლის კუთხური სიჩქარე იგივე ღერძის გარშემო. $\vec{L}$ ვექტორი ღერძის გასწვრივაა მიმართული (სურ. 11.22ბ). ვინაიდან $\vec{L}$ ვექტორი $\vec{r}$ -ის პარალელურია, $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი $\vec{L}$ -ის პერპენდიკულარულია.

11.41 ფორმულის თანახმად, $\vec{\tau}$ მბრუნვი მომენტი გიროსკოპის კუთხურ იმპულსის $d\vec{L}$ ზრდას dt დროის შუალედში იწვევს:

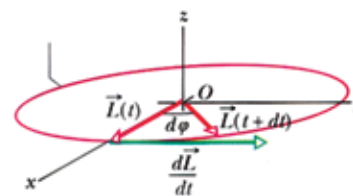
$$d\vec{L} = \vec{\tau} dt \quad (11.44)$$



(ა)



(ბ)



(გ)

სურ. 11.22. ა) უძრავი გიროსკოპი $\vec{\tau}$ ძალის მომენტის შედეგად ბრუნავს და xz სიბრტყეში ვარდება. ბ) $\vec{L}$ კუთხური იმპულსის მქონე სწრაფად მბრუნავი გიროსკოპი z ღერძის გარშემო პრეცესიას განიცდის. პრეცესიული მოძრაობა xy სიბრტყეში ხდება. გ) კუთხური იმპულსის $d\vec{L}/dt$ ცვლილება O -ს გარშემო $\vec{L}$ -ის ბრუნვას იწვევს.

მიუხედავად ამისა, *სწრაფად მბრუნავი* გიროსკოპის შემთხვევაში $\vec{L}$ -ის მნიშვნელობა ფიქსირებულია. აქედან გამომდინარე, ძალის მომენტი მხოლოდ $\vec{L}$ -ის მიმართულებას ცვლის და არა მის სიდიდეს.

11.44 ფორმულიდან გამომდინარე, $d\vec{L}$ -ის მიმართულება $\vec{\tau}$ -ის მიმართულებას ემთხვევა და $\vec{L}$ -ის პერპენდიკულარულია. L სიდიდის ცვლილების გარეშე $\vec{L}$ -ის მიმართულების შეცვლის ერთადერთი გზა მისი ღერძის გარშემო ბრუნვაა (სურ. 11.22გ). $\vec{L}$ ინარჩუნებს სიდიდეს, $\vec{L}$ ვექტორი წრიული ტრაექტორიით მოძრაობს და $\vec{\tau}$ ვექტორი ყოველთვის ამ ტრაექტორიის მხებია. ვინაიდან $\vec{L}$ ვექტორი ყოველთვის ღერძის გასწვრივ უნდა იყოს მიმართული, ბორბლის ღერძი z ღერძის გარშემო $\vec{\tau}$ -ს მიმართულებით ბრუნავს. სწორედ ამ დროს გვაქვს პრეცესია. მბრუნავი გიროსკოპი ნიუტონის კანონს ემორჩილება, ამიტომ მან პრეცესია უნდა განიცადოს ჩამოვარდნის ნაცვლად.

11.44 და 11.42 ფორმულების საშუალებით $d\vec{L}$ -ის სიდიდე გამოვთვალოთ და შემდეგ Ω პრეცესიის ტემპს გამოვთვალოთ:

$$dL = \tau dt = Mgr dt \quad (11.45)$$

როდესაც $\vec{L}$ გარკვეული რაოდენობით dt დროის შუალედში იზრდება, ღერო და $\vec{L}$ ვექტორი z ღერძის გარშემო $d\phi$ კუთხით პრეცესიას განიცდიან (11.22გ სურათზე, $d\phi$ კუთხე სიცხადისთვის გადიდებულია).

11.43 და 11.45 ფორმულებიდან გამომდინარე:

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{Mgr dt}{I\omega}.$$

ეს ფორმულა dt -ზე გავყოთ და $\Omega = d\phi/dt$ აღნიშვნა შემოვიღოთ:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad (\text{პრეცესიის ტემპი}) \quad (11.46)$$

მიღებული ფორმულა სწორია, თუ დავუშვებთ, რომ ბრუნვის ω ტემპი ძალიან მაღალია. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ω -ს ზრდასთან ერთად Ω მცირდება. გარდა ამისა, პრეცესია არ იარსებებს, თუ გიროსკოპზე $M\vec{g}$ მიზიდულობის ძალა არ იმოქმედებს. ვინაიდან I ბრუნვითი ინერცია M -ის ფუნქციაა, 11.46 ფორმულაში მასა ბათილდება და, მასასა და Ω მასაზე დამოკიდებული არ არის.

11.46 ფორმულა ასევე გამოსადეგია, როდესაც მბრუნავი გიროსკოპის ღერძი ჰორიზონტალისადმი რაიმე კუთხეს ადგენს.

თეორემა და შეჯამება

მგორავი სხეულები. თანაბრად მგორავი, R რადიუსის ბორბლისთვის:

$$v_{com} = \omega R, \quad (11.2)$$

სადაც v_{com} არის ბორბლის მასის ცენტრის წრფივი სიჩქარე, ხოლო ω – ბორბლის კუთხური სიჩქარე ცენტრის გარშემო. ბორბალი ასევე შეგვიძლია მივიჩნიოთ ზედაპირისა და ბორბლის შეხების P წერტილის გარშემო მბრუნავ საგნად. ამ წერტილის გარშემო ბორბლის კუთხური სიჩქარე ცენტრის გარშემო ბორბლის კუთხური სიჩქარის ტოლია. მგორავი ბორბლის კინეტიკური ენერგიაა:

$$K = \frac{1}{2}I_{com}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{com}^2, \quad (11.5)$$

სადაც I_{com} არის ბორბლის ბრუნვითი ინერცია მასის ცენტრის გარშემო, ხოლო M – ბორბლის მასა. თუ ბორბალი ჩქარდება, მაგრამ თანაბრად მიგორავს, მაშინ მასის ცენტრის $\vec{a}_{com}$ აჩქარებასა და ცენტრის გარშემო a კუთხურ აჩქარებას შორის

შემდეგი კავშირია:

$$a_{com} = aR. \quad (11.6)$$

თუ ბორბალი θ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე თანაბრად გორავს, მისი აჩქარება x ღერძის გასწვრივ არის:

$$a_{com,x} = -\frac{g \sin \theta}{1 + I_{com}/MR^2} \quad (11.10)$$

ძალის მომენტი, როგორც ვექტორი. $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი ფიქსირებული წერტილის (ჩვეულებრივ, ათვლის სათავის) მიმართ განსაზღვრული ვექტორული სიდიდეა:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (11.14)$$

სადაც $\vec{F}$ არის ნივთიერ წერტილზე მოდებული ძალა, ხოლო $\vec{r}$ – ფიქსირებული წერტილის მიმართ ნივთიერი წერტილის მდებარეობის განმსაზღვრელი მდებარეობის ვექტორი. $\vec{\tau}$ ძალის მომენტის სიდიდეა:

$$\tau = rF \sin \varphi = rF_{\perp} = r_{\perp}F, \quad (11.15, 11.16, 11.17)$$

სადაც φ არის კუთხე $\vec{F}$ -სა და $\vec{r}$ -ს შორის, $F_{\perp}$ – $\vec{F}$ -ის $\vec{r}$ -ისადმი პერპენდიკულარული კომპონენტი, ხოლო $r_{\perp}$ – $\vec{F}$ -ის მომენტის მხარი. $\vec{\tau}$ -ის მიმართულება მარჯვენა ხელის წესით დგინდება.

ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი. $\vec{p}$ წრფივი იმპულსის, m მასის და $\vec{v}$ წრფივი სიჩქარის მქონე ნივთიერი წერტილის $\vec{\ell}$ კუთხური იმპულსი ფიქსირებული წერტილის მიმართ განსაზღვრული ვექტორული სიდიდეა:

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (11.18)$$

$\vec{\ell}$ -ის სიდიდეა:

$$\ell = rmv \sin \varphi \quad (11.19)$$

$$= rp_{\perp} = rmv_{\perp} \quad (11.20)$$

$$= r_{\perp}p = r_{\perp}mv \quad (11.21)$$

სადაც φ არის კუთხე $\vec{r}$ -სა და $\vec{p}$ -ს შორის, $p_{\perp}$ და $v_{\perp}$ – $\vec{p}$ -ს და $\vec{v}$ -ს $\vec{r}$ -ისადმი პერპენდიკულარული კომპონენტები, ხოლო $r_{\perp}$ – პერპენდიკულარული მანძილი ფიქსირებულ წერტილსა და $\vec{p}$ -ს გაგრძელებას შორის. $\vec{\ell}$ -ის მიმართულება ვექტორული ნამრავლისთვის მარჯვენა ხელის წესით დგინდება.

ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა. ნივთიერი წერტილისთვის ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმაა:

$$\vec{\tau}_{\text{ფ}} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}, \quad (11.23)$$

სადაც $\vec{\tau}_{\text{ფ}}$ არის ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ჯამური ძალის მომენტი, ხოლო $\vec{\ell}$ – ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი.

ნივთიერ წერტილთა სისტემის კუთხური იმპულსი. ნივთიერ წერტილთა სისტემის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი ცალკეული ნივთიერი წერტილების კუთხური იმპულსების ვექტორული ჯამია:

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i. \quad (11.26)$$

კუთხური იმპულსის დროში ცვლილების ტემპი სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის მომენტის ტოლია:

$$\vec{\tau}_{\text{ფ}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ნივთიერ წერტილთა სისტემა}) \quad (11.29)$$

მყარი სხეულის კუთხური იმპულსი. ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის კუთხური იმპულსი ბრუნვის ღერძისადმი პარალელური კომპონენტია:

$$L = I\omega \quad (\text{მყარი სხეული, ფიქსირებული ღერძი}) \quad (11.31)$$

კუთხური იმპულსის მუდმივობა. სისტემის $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი მუდმივია, თუ სისტემაზე მოქმედი ჯამური გარე ძალის მომენტი ნულის ტოლია:

$$\vec{L} = \text{მუდმივა} \quad (\text{იზოლირებული სისტემა}) \quad (11.32)$$

$$\text{ან } \vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{იზოლირებული სისტემა}) \quad (11.33)$$

ეს არის კუთხური იმპულსის შენახვის კანონი.

გიროსკოპის პრეცესია. მბრუნავი გიროსკოპი პრეცესიას მის საყრდენზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო შემდეგი ტემპით განიცდის:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega}, \quad (11.46)$$

სადაც M არის გიროსკოპის მასა, r – მომენტის მხარი, I – ბრუნვითი ინერცია, ხოლო ω – ბრუნვის კუთხური სიჩქარე.

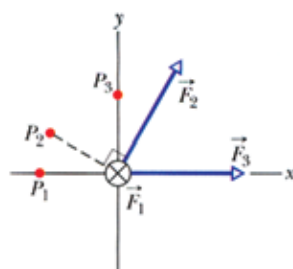
შეჯამება

1. ნივთიერი წერტილის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის სიდიდე გარკვეული წერტილის მიმართ 3მ-ია და ნივთიერწერტილზე $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. რა კუთხეა $\vec{r}$ -სა და $\vec{F}$ -ს შორის, თუ ძალის მომენტი

ა) ნულის ტოლია და

ბ) 126 მ-ია.

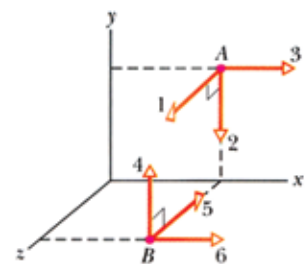
2. 11.23 სურათზე, თანაბარი სიდიდის სამი ძალა ათვლის სათავეზე მდებარე ნივთიერ წერტილზე მოქმედებს



სურ. 11.23. შეკითხვა 2.

($\vec{F}_1$ ძალა სურათის სიბრტყეშია მოდებული სიმბოლო $\otimes$). ძალები მათ მიერ წარმოქმნილი ძალის მომენტის მიხედვით ა) P_1 წერტილზე, ბ) P_2 წერტილზე და გ) P_3 წერტილზე დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

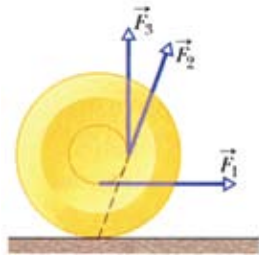
3. 11.24 სურათზე ნაჩვენებია $(1\text{მ}, 1\text{მ}, 0)$ და $(1\text{მ}, 0, 1\text{მ})$ კოორდინატებზე მდებარე A და B წერტილები. სამივე ნივთიერ წერ-



სურ. 11.24. შეკითხვა 3.

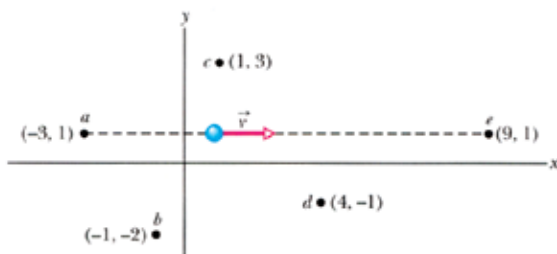
ტილზე თანაბარი სიდიდის და ღერძების პარალელური სამი ძალა მოქმედებს. ა) რომელი ძალა წარმოქმნის ათვლის სათავის გარშემო ძალის მომენტს, რომელიც y ღერძის პარალელურია? ბ) ძალები ნივთიერ ნერტილზე და ათვლის სათავის გარშემო წარმოქმნილი ძალის მომენტის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

4. რა მოსდის 11.25 სურათზე გამოსახულ უძრავ იო-იოს, თუ მას თოკის საშუალებით ა) F_2 ძალით (მოქმედების წრფე მაგიდასთან შეხების ნერტილზე გადის), ბ) F_1 ძალით (მოქმედების წრფე შეხების ნერტილის ზემოთ გადის) და გ) F_3 ძალით (მოქმედების წრფე შეხების ნერტილის მარჯვნივ გადის) უბიძგებთ?



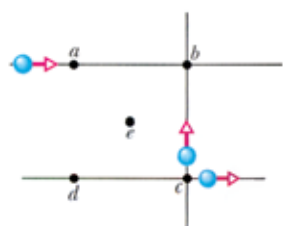
სურ. 11.25. შეკითხვა 4.

5. 11.26 სურათზე ნაჩვენებია მუდმივი $\vec{v}$ სიჩქარით მოძრავი ნივთიერი ნერტილი და xy კოორდინატთა სისტემაში მდებარე ხუთი ნერტილი. ნერტილები მათ გარშემო ნივთიერი ნერტილის კუთხური იმპულსის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.



სურ. 11.26. შეკითხვა 5

6. 11.27 სურათზე ნაჩვენებია თანაბარი მასის და თანაბარი სიჩქარით მოძრავი სამი ნივთიერი ნერტილი. a , b , c და d ნერტილები კვადრატის ქმნის და e



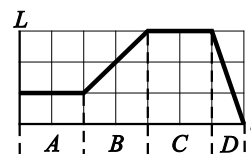
სურ. 11.27. შეკითხვა 6.

ნერტილი კვადრატის ცენტრშია. ნერტილები მათ

გარშემო სამი ნივთიერი ნერტილის სისტემის ჯამური კუთხური იმპულსის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

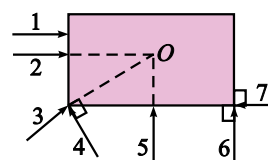
7. ნივთიერი ნერტილის $\ell(t)$ კუთხური იმპულსია: 1) $\ell = 3t+4$; 2) $\ell = -6t^2$; 3) $\ell = 2$; 4) $\ell = 4/t$. რომელ შემთხვევაშია ნივთიერ ნერტილზე მოქმედი ჯამური ძალის მომენტი ა) ნულის ტოლი, ბ) დადებითი და მუდმივი, გ) უარყოფითი და ზრდადი და დ) უარყოფითი და კლებადი?

8. 11.28 სურათზე ნაჩვენებია ბორბლის L კუთხური იმპულსის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. სურათზე მითითებული დროის შუალედები ბორბალზე მოქმედი ძალის მომენტის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.



სურ. 11.28. შეკითხვა 8.

9. 11.29 სურათზე ნაჩვენებია O ცენტრის გარშემო მბრუნავი მართკუთხა ფირფიტა. სურათზე ასევე ნაჩვენებია უძრავ ფირფიტაზე მისაკრობი საღებჭი რეზინების (თანაბარი მასის და სიჩქარის) მოძრაობის შვიდი ტრაექტორია. ა) ტრაექტორიები საღებჭი რეზინის მიკრობის შემდეგ ფირფიტის კუთხური სიჩქარის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ. ბ) რომელი ტრაექტორიის შემთხვევაში იქნება ფირფიტის კუთხური იმპულსი O -ს გარშემო უარყოფითი?



სურ. 11.29. შეკითხვა 9.

10. ხოჭო საათის ისრის მოძრაობის სანინალმდეგოდ მბრუნავი პორიზონტალური დისკოს ფერსოზე ზის. თუ ხოჭო ფერსოზე ბრუნვის მიმართულებით გადაადგილდება, ა) ხოჭო-დისკოს სისტემის კუთხური იმპულსი, ბ) ხოჭოს კუთხური იმპულსი და კუთხური სიჩქარე და გ) დისკოს კუთხური სიჩქარე და კუთხური იმპულსი გაიზრდება, შემცირდება თუ არ შეიცვლება? დ) რა პასუხებს მიიღებთ, თუ ხოჭო საპირისპირო მიმართულებით გადაადგილდება?

ამოსახები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
• • •	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

პარაგრაფი 11.2. გორვა, როგორც გადატანითი მოძრაობის და ბრუნვის გაერთიანება

•1. 80კმ/სთ სიჩქარით მოძრავ ავტომობილს 75სმ დიამეტრის საბურავები აქვს. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვთ საბურავებს ღერძების გარშემო? ბ) თუ საბურავების 30-ჯერ მობრუნების შემდეგ მანქანა ჩერდება, რა კუთხური აჩქარება აქვთ ბორბლებს? გ) რა მანძილს გაივლის მანქანა დამუხრუჭების დროს?

••2. მანქანა სწორ გზაზე 80კმ/სთ სიჩქარით x ღერძის დადებითი მიმართულებით მოძრაობს. თითოეული საბურავის დიამეტრია 66 სმ. მანქანაში მჯდომი მგზავრის მიმართ რა $\vec{v}$ სიჩქარე აქვს საბურავის ა) ცენტრს, ბ) ზედა ნაწილს და გ) ქვედა ნაწილს და რა a აჩქარება აქვს საბურავის დ) ცენტრს, ე) ზედა ნაწილს და ვ) ქვედა ნაწილს? სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორული სახით ჩანერეთ. გზის პირას მჯდომი ადამიანის მიმართ რა $\vec{v}$ სიჩქარე აქვს საბურავის ზ) ცენტრს, თ) ზედა ნაწილს და ი) ქვედა ნაწილს და რა a აჩქარება აქვს საბურავის კ) ცენტრს, ლ) ზედა ნაწილს და მ) ქვედა ნაწილს? სიჩქარე ერთეულოვან-ვექტორული სახით ჩანერეთ.

პარაგრაფი 11.4. გორვის ძალები

•3. 140 კგ მასის ფერსო ჰორიზონტალურ ზედაპირზე გორავს და ფერსოს მასის ცენტრის სიჩქარეა 0,15 მ/წმ. რა მუშაობა უნდა შესრულდეს ფერსოზე, რათა ის გაჩერდეს? **SSM**

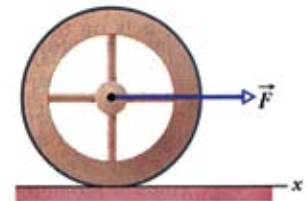
•4. ერთგვაროვანი მყარი სფერო დახრილ სიბრტყეზე გორავს. ა) სიბრტყის როგორი დახრის კუთხის შემთხვევაში იქნება სფეროს ცენტრის წრფივი აჩქარება 0,1g? ბ) თუ ამ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე ბლოკი ხახუნის გარეშე ჩამოსრიალდება, მისი აჩქარება 0,1g-ზე მეტი იქნება, ნაკლები იქნება თუ იგივე იქნება? რატომ?

•5. 1000 კგ მასის მანქანას 10 კგ მასის ოთხი ბორბალი აქვს. მანქანის მოძრაობის დროს მისი

კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილია ღერძების გარშემო ბორბლების ბრუნვით გამოწვეული? დაუშვათ ბორბლებს თანაბარი მასის და ზომის ერთგვაროვანი დისკოების მსგავსად თანაბარი ბრუნვითი ინერციები აქვთ. რატომ არ არის საჭირო ბორბლების რადიუსების ცოდნა? **ILW**

•6. 11.30 სურათზე,

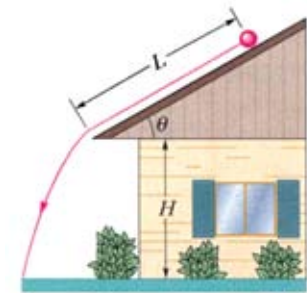
106 სიდიდის მუდმივი $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა 10კგ მასის და 0,3მ რადიუსის ბორბალზე მოქმედებს. ბორბალი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე თანაბრად გორავს და მისი მასის ცენტრის აჩქარებაა 0,5მ/წმ². ა) რა ხახუნის ძალა მოქმედებს ბორბალზე ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში? ბ) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ბორბალს მასის ცენტრზე გამავალი ბრუნვის ღერძის გარშემო?



სურ. 11.30. ამოცანა 6.

••7. 11.31 სურათზე,

10სმ რადიუსის და 12კგ მასის მყარი ცილინდრი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ სახურავზე $L = 6$ მ მანძილზე სრიალის გარეშე გორდება. ა) რაკუთხურისიჩქარე

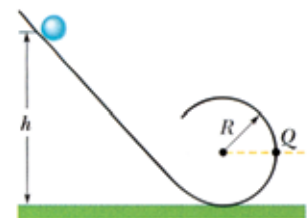


სურ. 11.31. ამოცანა 7.

აქვს ცილინდრს ცენტრის გარშემო, როდესაც ის სახურავიდან ვარდება? ბ) სახურავის კიდიდან დედამიწამდე $H = 5$ მ მანძილია. სახურავის კიდიდან რა ჰორიზონტალურ მანძილზე დაეცემა ცილინდრი დედამიწაზე? **ILW**

••8. 0,28 გ მასის

ბურთი 11.32 სურათზე ზედაპირზე თანაბრად გორავს. ზედაპირის წრიული მონაკვეთის რადიუსია $R = 14$ სმ, ხოლო ბურთის რადიუსი

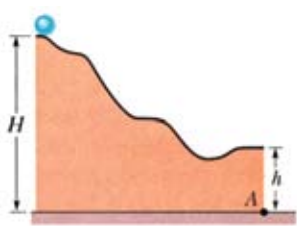


სურ. 11.32. ამოცანა 8.

$r \ll R$. ა) რისი ტოლია h სიმაღლე, თუ ბურთი ზედაპირის წრიული მონაკვეთის წვერზე ასვლისას ჩამოვარდნის ზღვარზეა? თუ ბურთი მოძრაობას $h = 6R$ სიმაღლიდან იწყებს, რა ბ) სიდიდის და

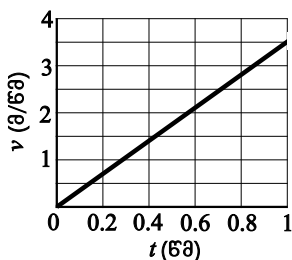
გ) მიმართულების ძალის ჰორიზონტალური კომპონენტი მოქმედებს ბურთზე Q წერტილში?

••9. 11.33 სურათზე, მყარი ბურთი თანაბრად გორავს (მოდრაობას $H = 6$ მ სიმალიდან იწყებს) და შემდეგ $h = 2$ მ სიმალიდან ვარდება. A წერტილიდან რა ჰორიზონტალურ მანძილზე დაეცემა ბურთი მიწაზე? SSM



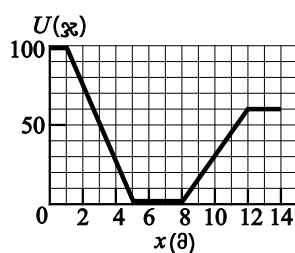
სურ. 11.33. ამოცანა 9

••10. 11.34 სურათზე ნაჩვენებია $0,5$ კგ მასის და 6 მ რადიუსის საგნის v სიჩქარის t დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი, როდესაც საგანი 30° -ით დახრილ სიბრტყეზე თანაბრად გორდება. რა ბრუნვითი ინერცია აქვს საგანს?



სურ. 11.34. ამოცანა 10.

••11. 11.35 სურათზე ნაჩვენებია x ღერძის გასწვრივ მგორავი მყარი ბურთის $U(x)$ პოტენციური ენერგიის ფუნქციის გრაფიკი. ბურთი ერთგვაროვანია, თანაბრად გორავს და $0,4$ კგ

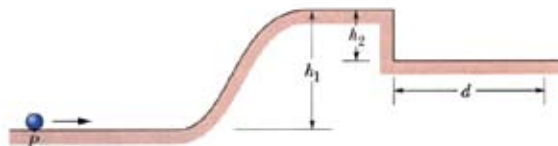


სურ. 11.35. ამოცანა 11.

მასისაა. ბურთი მოძრაობას $x=7$ მ კოორდინატიდან იწყებს და 75 ჯ მექანიკური ენერგიით x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით გადაადგილდება. ა) თუ ბურთი $x=0$ მ კოორდინატს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ვერ მიაღწევს, რა იქნება შემობრუნების წერტილი? დაუშვათ, ბურთი $x=7$ მ კოორდინატიდან 75 ჯ ენერგიით იწყებს მოძრაობას და x ღერძის დადებითი მიმართულებით გადაადგილდება. ბ) თუ ბურთი $x = 13$ მ კოორდინატს მიაღწევს, რა იქნება მისი სიჩქარე და, თუ ვერ მიაღწევს, რა იქნება შემობრუნების წერტილი?

••12. 11.36 სურათზე, პატარა, მყარ, ერთგვაროვან ბურთს P წერტილიდან უშვებენ. ბურთი ჯერ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოძრაობს, შემდეგ მიგორავს აღართზე და აგრძელებს მოძრაობას

პლატოზე, ბოლოს სათამაშო დაფაზე ვარდება, რომელიც სწორი ზედაპირის მარჯვენა კიდიდან d ჰორიზონტალურ მანძილზეა. ვერტიკალური სიმაღლეებია $h_1 = 5$ მ და $h_2 = 1,6$ მ. რა სიჩქარით უნდა გაუშვან P წერტილიდან ბურთი, რათა ის $d = 6$ მ მანძილზე გაჩერდეს?



სურ. 11.36. ამოცანა 12.

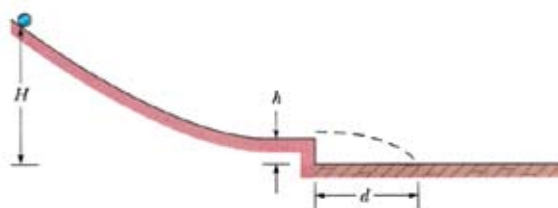
•••13. არაერთგვაროვანი ბურთი. 11.37 სურათზე, M მასის და R რადიუსის ბურთი დახრილ სიბრტყეზე თანაბრად გორდება და შემდეგ $0,48$ მ რადიუსის რკალზე ადის. ბურთი მოძრაობას $h = 0,36$ მ სიმალიდან იწყებს.



სურ. 11.37. ამოცანა 13.

რკალის ქვედა ნაწილში მოძრავ ბურთზე $2Mg$ დრეკადობის ძალა მოქმედებს. ბურთი გარკვეული სიმკვრივის ცენტრალურ სფეროზე მინებებული სხვა სიმკვრივის გარე სფერული გარსისგან შედგება. ბურთის ბრუნვითი ინერციაა $I = \beta MR^2$, მაგრამ ერთგვაროვანი სიმკვრივის ბურთის მსგავსად, β $0,4$ -ის ტოლი არ არის. გამოთვალეთ β .

•••14. არაერთგვაროვანი ცილინდრული საგანი. 11.38 სურათზე, M მასის და R რადიუსის ცილინდრული საგანი დაღმართზე გორდება და მისი კიდიდან $d = 0,506$ მ მანძილზე ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ვარდება. საგანი მოძრაობას $H = 0,9$ მ სიმალიდან იწყებს, ხოლო $h = 0,1$ მ. საგანი გარე ცილინდრული გარსისა და მასზე მიკრული ცენტრალური ცილინდრისგან შედგება. გარსს და ცილინდრს სხვადასხვა სიმკვრივეები აქვთ. საგნის ბრუნვითი ინერციაა $I = \beta MR^2$, მაგრამ ერთგვაროვანი სიმკვრივის ცილინდრის მსგავსად β არ არის $0,5$. გამოთვალეთ β .



სურ. 11.38. ამოცანა 14.

პარაგრაფი 11.6. იო-იო

•15. იო-იოს ბრუნვითი ინერციაა $950 \text{ გ} \cdot \text{სმ}^2$, ხოლო მასა 120 გ . იო-იოს ღერძის რადიუსი $3,2 \text{ მმ}$ -ია და მისი თოკი 120 სმ სიგრძისაა. უძრავი იო-იო თოკის ბოლომდე იწყებს ჩამოგორებას. ა) რა წრფივი აჩქარება აქვს მას? ბ) რა დრო დასჭირდება თოკის ბოლომდე მისასვლელად? რა იქნება იო-იოს გ) წრფივი სიჩქარე, დ) გადატანითი კინეტიკური ენერგია, ე) ბრუნვის კინეტიკური ენერგია და ვ) კუთხური სიჩქარე თოკის ბოლოს? **SSM**

•16. 1980 წელს, სანფრანცისკოს ყურის სიახლოვეს, დიდი იო-იო ამწედან ჩამოუშვეს. 116 კგ მასის იო-იო $3,2 \text{ სმ}$ რადიუსის ღერძზე დამაგრებული ორი ერთგვაროვანი დისკოსგან შედგებოდა, რომელთა რადიუსები 32 სმ იყო. რა აჩქარება ჰქონდა იო-იოს ა) დაბლა ჩამოსვლის და ბ) მაღლა ასვლის დროს? გ) რა დაჭიმულობა ჰქონდა იო-იოს თოკს? დ) იყო თუ არა ეს დაჭიმულობა ზღვრულ 52 კნ -სთან ახლოს? წარმოიდგინეთ, რომ იგივე ფორმის და შემადგენლობის, ოღონდ უფრო დიდი იო-იო ააგეთ. ე) ახალი იო-იოს აჩქარება უფრო მეტი იქნება, ნაკლები იქნება თუ იგივე იქნება? ვ) რა მოხდება თოკის დაჭიმულობასთან დაკავშირებით?

პარაგრაფი 11.6. ძალის მომენტის ხელახლა განხილვა

•17. ქლიავი $(-2\text{მ}, 0, 4\text{მ})$ კოორდინატებზეა განლაგებული. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს ქლიავზე ათვლის სათავის მიმართ, თუ ის გამოწვეულია $\vec{F}$ ძალით, რომლის ერთადერთი კომპონენტიცაა ა) $F_x = 6 \text{ ნ}$, ბ) $F_x = -6 \text{ ნ}$, გ) $F_z = 6 \text{ ნ}$ და დ) $F_z = -6 \text{ ნ}$?

•18. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს $(0, -4\text{მ}, 3\text{მ})$ კოორდინატებზე განლაგებულ ნივთიერ ნერტილზე ათვლის სათავის მიმართ, თუ ძალის მომენტი ა) $F_{1x} = 26$, $F_{1y} = F_{1z} = 0$ კომპონენტების მქონე $\vec{F}_1$ ძალითაა გამოწვეული და ბ) $F_{2x} = 0$, $F_{2y} = 26$, $F_{2z} = 46$ კომპონენტების მქონე $\vec{F}_2$ ძალითაა გამოწვეული?

•19. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ჯამური ძალის მომენტი მოქმედებს $(0, -4\text{მ}, 5\text{მ})$ კოორდინატებზე მდებარე რწყილზე ათვლის სათავის მიმართ, თუ რწყილზე $\vec{F}_1 = (3 \text{ ნ})\hat{k}$ და $\vec{F}_2 = (-2 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალები მოქმედებს?

•20. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს $(3\text{მ}, -2\text{მ}, 4\text{მ})$ კოორდინატებზე მდებარე ქოთანზე ათვლის სათავის

მიმართ, თუ ძალის მომენტი ა) $\vec{F}_1 = (3 \text{ ნ})\hat{i} + (4 \text{ ნ})\hat{j} + (5 \text{ ნ})\hat{k}$, ბ) $\vec{F}_2 = (-3 \text{ ნ})\hat{i} - (4 \text{ ნ})\hat{j} - (5 \text{ ნ})\hat{k}$ და გ) $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალების ვექტორული ჯამითაა გამოწვეული? დ) გ) შეკითხვას პასუხი $(3 \text{ მ}, 2 \text{ მ}, 4 \text{ მ})$ კოორდინატებზე მდებარე ნერტილის მიმართ ძალის მომენტისთვის გაცით.

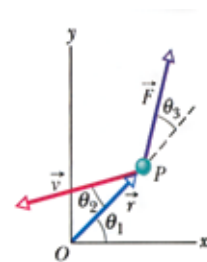
•21. $\vec{F} = (-8 \text{ ნ})\hat{i} + (6 \text{ ნ})\hat{j}$ ძალა ნივთიერ ნერტილზე მოქმედებს, რომლის მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = (3 \text{ მ})\hat{i} + (4 \text{ მ})\hat{j}$. ა) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს ნივთიერ ნერტილზე ათვლის სათავის მიმართ და ბ) რა კუთხეა $\vec{r}$ -სა და $\vec{F}$ -ს შორის? **SSM**

•22. $\vec{F} = (2 \text{ ნ})\hat{i} - (3 \text{ ნ})\hat{k}$ ძალა კენჭზე მოქმედებს, რომლის მდებარეობის ვექტორი ათვლის სათავის მიმართ არის $\vec{r} = (0, 5 \text{ მ})\hat{j} - (2 \text{ მ})\hat{k}$. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს კენჭზე ა) ათვლის სათავის და ბ) $(2\text{მ}, 0, -3\text{მ})$ კოორდინატებზე მდებარე ნერტილის მიმართ?

•23. ნივთიერი ნერტილი xyz კოორდინატთა სისტემაში მოძრაობს და მასზე ძალა მოქმედებს. როდესაც ნივთიერი ნერტილის მდებარეობის ვექტორია $\vec{r} = (2 \text{ მ})\hat{i} - (3 \text{ მ})\hat{j} + (2 \text{ მ})\hat{k}$, მასზე მოქმედი ძალაა $\vec{F} = F_x\hat{i} + (7 \text{ ნ})\hat{j} - (6 \text{ ნ})\hat{k}$ და ათვლის სათავის მიმართ შესაბამისი ძალის მომენტი $\vec{\tau} = (4 \text{ ნ}\cdot\text{მ})\hat{i} + (2 \text{ ნ}\cdot\text{მ})\hat{j} - (1 \text{ ნ}\cdot\text{მ})\hat{k}$. გამოთვალეთ F_x .

პარაგრაფი 11.7. კუთხური იმპულსი

•24. 11.39 სურათზე, დროის ფიქსირებულ მომენტში, 2 კგ მასის P ნივთიერი ნერტილის $\vec{r}$ მდებარეობის ვექტორის სიდიდეა 3 მ და კუთხეა $\theta_1 = 45^\circ$, ხოლო $\vec{v}$ სიჩქარის ვექტორის სიდიდეა 4 მ/წმ და კუთხეა $\theta_2 = 30^\circ$. P

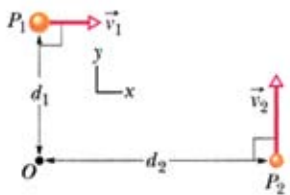


სურ. 11.39. ამოცანა 24.

ნივთიერი ნერტილზე 2 ნ სიდიდის და $\theta_3 = 30^\circ$ კუთხის $\vec{F}$ ძალა მოქმედებს. სამივე ვექტორი xy სიბრტყეში ძევს. რა ა) სიდიდე და ბ) მიმართულება აქვს P -ს კუთხურ იმპულსს და რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულების ძალის მომენტი მოქმედებს P -ზე ათვლის სათავის მიმართ?

•25. 11.40 სურათზე გამოსახულ მომენტში, ორი ნივთიერი ნერტილი xy სიბრტყეში მოძრაობს. $6,5 \text{ კგ}$ მასის და $v_1 = 2,2 \text{ მ/წმ}$ სიჩქარის მქონე P_1 ნივთიერი ნერტილი O ნერტილიდან $d_1 = 1,5 \text{ მ}$ მანძილზეა. $3,1 \text{ კგ}$ მასის და $v_2 = 3,6 \text{ მ/წმ}$ სიჩქარის მქონე P_2 ნივთიერი

წერტილი O წერტილიდან $d_2=2,8$ მ მანძილზეა. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების ჯამური კუთხური იმპულსი აქვს ორ ნივთიერ წერტილს O წერტილის მიმართ? **ILW**



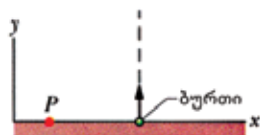
სურ. 11.40. ამოცანა 25.

•26. 2 კგ მასის ნივთიერი წერტილი სიბრტყეში მოძრაობს. $(3, -4)$ მ კოორდინატებზე მდებარე წერტილისგაგლისას მისი სიჩქარის კომპონენტებია $v_x = 30$ მ/წმ და $v_y = 60$ მ/წმ. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა კუთხური იმპულსი აქვს ნივთიერ წერტილს ა) ათვლის სათავის და ბ) $(-2, -2)$ მ კოორდინატებზე მდებარე წერტილის მიმართ?

•27. $\vec{r} = (2\hat{i} - 2\hat{k})$ მ მდებარეობის ვექტორის და $\vec{v} = (5\hat{i} + 5\hat{k})$ მ/წმ სიჩქარის მქონე 0,25 კგ მასის საგანზე $\vec{F} = 4\hat{j}$ ნ ძალა მოქმედებს. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში და ათვლის სათავის მიმართ რისი ტოლია ა) საგნის კუთხური იმპულსი ბ) საგანზე მოქმედი ძალის მომენტი? **SSM ILW WWW**

•28. 11.41 სურათზე,

0,4 კგ მასის ბურთი 40 მ/წმ სიჩქარით მალ-ლა აისროლეს. რა კუთხური იმპულსი აქვს



სურ. 11.41. ამოცანა 28.

ბურთს სროლის ადგილიდან 2 მ-ით დაშორებული P წერტილის მიმართ, როდესაც ბურთი ა) მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს და ბ) უკან ვარდნისას შუა გზაზეა? რა ძალის მომენტი მოქმედებს ბურთზე მიზიდულობის ძალის შედეგად P წერტილის მიმართ, როდესაც ბურთი გ) მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწევს და დ) უკან ვარდნისას შუა გზაზეა?

•29. 2 კგ მასის საგნის გადაადგილება ათვლის სათავის მიმართ არის $\vec{d} = (2 \text{ მ})\hat{i} + (4 \text{ მ})\hat{j} - (3 \text{ მ})\hat{k}$, სიჩქარეა $\vec{v} = (-6 \text{ მ/წმ})\hat{i} + (3 \text{ მ/წმ})\hat{j} + (3 \text{ მ/წმ})\hat{k}$ და საგანზე $\vec{F} = (6 \text{ ნ})\hat{i} - (8 \text{ ნ})\hat{j} + (4 \text{ ნ})\hat{k}$ ძალა მოქმედებს. გამოთვალეთ ა) საგნის აჩქარება, ბ) საგნის კუთხური იმპულსი ათვლის სათავის მიმართ, გ) საგანზე მოქმედი ძალის მომენტი ათვლის სათავის მიმართ და დ) კუთხე საგნის სიჩქარესა და მასზე მოქმედ ძალას შორის.

პარაგრაფი 11.8. ნიუტონის მეორე კანონის კუთხური ფორმა

•30. ნივთიერ წერტილზე ათვლის სათავის გარშემო ორი ძალის მომენტი მოქმედებს. $\vec{\tau}_1$ ძალის მომენტის სიდიდეა 25 ნ·მ და მიმართულია x ღერძის დადებითი მიმართულებით, ხოლო $\vec{\tau}_2$ ძალის მომენტის სიდიდეა 46 ნ·მ და მიმართულია y ღერძის უარყოფითი მიმართულებით. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში $d\vec{L}/dt$ გამოთვალეთ, სადაც $\vec{L}$ არის ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი ათვლის სათავის მიმართ.

•31. 3 კგ მასის და $\vec{v} = (5 \text{ მ/წმ})\hat{i} - (6 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარის მქონე ნივთიერი წერტილი $x = 3$ მ, $y = 8$ მ კოორდინატებზეა განლაგებული. მასზე 7 ნ ძალა x ღერძის უარყოფითი მიმართულებით მოქმედებს. ათვლის სათავის მიმართ რისი ტოლია ა) ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი, ბ) ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი და გ) კუთხური იმპულსის ცვლილების ტემპი? **SSM ILW WWW**

•32. ნივთიერი წერტილი xy სიბრტყეში გადაადგილდება და როგორც z ღერძის დადებითი მიმართულებიდან ჩანს, ათვლის სათავის გარშემო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში რა ძალის მომენტი მოქმედებს ნივთიერ წერტილზე, თუ ათვლის სათავის მიმართ მისი კუთხური იმპულსია ა) $4 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2/\text{წმ}$, ბ) $4 \text{ ლ}^2\cdot\text{კგ}\cdot\text{მ}^2/\text{წმ}$, გ) $4\sqrt{t} \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2/\text{წმ}$ და დ) $4/t^2 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2/\text{წმ}$?

•33. xy კოორდინატთა სისტემაში მდებარე 3 კგ მასის ნივთიერი წერტილის მდებარეობა ათვლის სათავის მიმართ t დროში $\vec{r} = 4t^2\hat{i} - (2t + 6t^2)\hat{j}$ მდებარეობის ვექტორით მოიცემა ($\vec{r}$ მეტრებშია, ხოლო t წამებში). ა) მიიღეთ ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტის გამოსახულება ათვლის სათავის მიმართ. ბ) ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი ათვლის სათავის მიმართ იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?

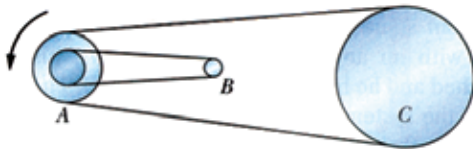
პარაგრაფი 11.10. ფიქსირებული ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი სხეულის კუთხური იმპულსი

•34. ელექტრობურღზე $1,2 \times 10^{-3} \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე სახეხი დისკოა დამაგრებული. ელექტრობურღის ძრავა დისკოს ცენტრალური ღერძის გარშემო 16 ნ·მ ძალის მომენტს წარმოშობს. თუ ძალის მომენტი 33 მწმ-ის განმავლობაში

მოქმედებს, რა ა) კუთხური იმპულსი და ბ) კუთხური სიჩქარე ექნება დისკოს ამ ღერძის გარშემო?

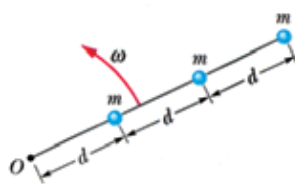
•35. ცენტრალური ღერძის გარშემო $0,14 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე მქნევარას კუთხური იმპულსი $1,5$ წამში 3-დან $0,8 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2 / \text{წმ}$ -მდე მცირდება. ა) რა საშუალო ძალის მომენტი მოქმედებს მქნევარაზე ამ დროის განმავლობაში ცენტრალური ღერძის გარშემო? ბ) დავუშვათ კუთხური აჩქარება მუდმივია. რა კუთხით შემობრუნდება მქნევარა? გ) რა მუშაობა სრულდება მქნევარაზე? დ) რა საშუალო სიმძლავრისაა მქნევარა? **SSM**

•36. 11.42 სურათზე ნაჩვენებია ღვედებით გადამხული სამი მბრუნავი, ერთგვაროვანი დისკო. ერთი ღვედი A და C დისკოებზეა შემოხვეული. მეორე ღვედი A დისკოს ცენტრალური მორგვის გარშემო და B დისკოზეა შემოხვეული. ორივე ღვედი თანაბრად მოძრაობს და არ წყდება. A დისკოს რადიუსია R და მისი მორგვის რადიუსია $0,5R$. B დისკოს რადიუსია $0,25R$ და C დისკოს რადიუსია $2R$. B და C დისკოები თანაბარი სიმკვრივის და სისქისაა. რისი ტოლია C დისკოს კუთხური იმპულსის ფარდობა B დისკოს კუთხურ იმპულსთან?



სურ. 11.42. ამოცანა 36.

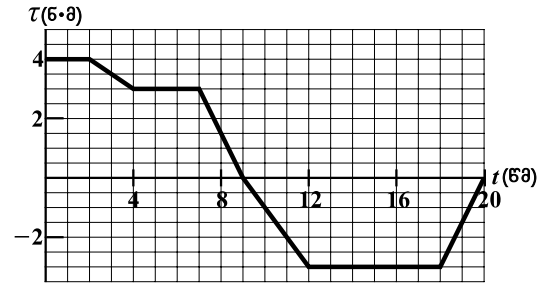
•37. 11.43 სურათზე, $m = 23 \text{ გ}$ მასის სამი ნივთიერი წერტილი უმნიშვნელო მასის და $d = 12 \text{ სმ}$ სიგრძის სამ ძელაკზე დამაგრებული. მთელი



სურ. 11.43. ამოცანა 37.

სისტემა O წერტილის გარშემო $\omega = 0,85$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. O წერტილის მიმართ რისი ტოლია ა) სისტემის ბრუნვითი ინერცია, ბ) შუა ნივთიერი წერტილი წერტილის კუთხური იმპულსი და გ) სისტემის კუთხური იმპულსი? **SSM**

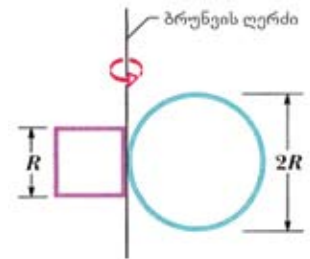
•38. 11.44 სურათზე ნაჩვენებია ცენტრის გარშემო მბრუნავ დისკოზე მოქმედი τ ძალის მომენტის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი. რა კუთხური იმპულსი აქვს დისკოს ბრუნვის ღერძის მიმართ: ა) $t = 7 \text{ წმ}$ და ბ) $t = 20 \text{ წმ}$ დროს?



სურ. 11.44. ამოცანა 38.

•39. 11.45 სურათზე

ნაჩვენებია R რადიუსის და m მასის წრიული რკალისგან და R სიგრძის და m მასის ოთხი ძელაკისგან დამზადებული კვადრატისგან



სურ. 11.45. ამოცანა 39.

შემდგარი მყარი სტრუქტურა. სტრუქტურა ვერტიკალური ღერძის გარშემო მუდმივი სიჩქარით ბრუნავს და $2,5$ წამის განმავლობაში ერთ ბრუნს ასრულებს. დავუშვათ $R = 0,5 \text{ მ}$ და $m = 2 \text{ კგ}$. ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს სტრუქტურას ბრუნვის ღერძის მიმართ და ბ) რა კუთხური იმპულსი სტრუქტურას იგივე ღერძის მიმართ?

პარაგრაფი 11.11. კუთხური იმპულსის მუდმივობა

•40. ელექტროძრავის როტორის ბრუნვითი ინერცია ცენტრალური ღერძის მიმართ არის $I_m = 2 \times 10^{-3} \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$. ძრავა კოსმოსური ხომალდის მიმართულების შეცვლისთვის გამოიყენება. მოტორის ღერძი კოსმოსური ხომალდის ცენტრალური ღერძის გასწვრივაა განლაგებული და ხომალდის ბრუნვითი ინერცია ამ ღერძის მიმართ არის $I_p = 12 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$. გამოთვალეთ როტორის ბრუნების საჭირო რიცხვი, რათა კოსმოსური ხომალდი ცენტრალური ღერძის გარშემო 30° -ით შეტრიალდეს.

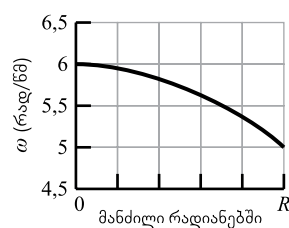
•41. ადამიანი $1,2 \text{ ბრ/წმ}$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავ პლატფორმაზე დგას, ხელები აქვს გაშლილი და ორივე ხელში აგური უჭირავს. ადამიანის, აგურებისა და პლატფორმისგან შემდგარი სისტემის ბრუნვითი ინერცია პლატფორმის ცენტრალური ვერტიკალური ღერძის მიმართ არის $6 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$. აგურების მოძრაობის შედეგად ადამიანი სისტემის ბრუნვითი ინერციას $2 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ -მდე ამცირებს. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს შედეგად

პლატფორმას და ბ) რისი ტოლია სისტემის ახალი კინეტიკური ენერგიის საწყის კინეტიკურ ენერგიასთან ფარდობა? გ) რა წყარომ განაპირობა დამატებითი კინეტიკური ენერგია? [SSM WWW](#)

•42. ორი დისკო ერთი და იგივე ღერძზე მდებარე საყრდენ წერტილებზეა დამაგრებული. დისკოების ერმანეთთან მიახლოების შედეგად ისინი წყვილად ბრუნავს. ცენტრალური ღერძის გარშემო $3,3 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე პირველი დისკო საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით 450 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, ხოლო ცენტრალური ღერძის გარშემო $6,6 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე მეორე დისკო საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით 900 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. შემდეგ დისკოები წყვილდება. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვთ მათ დაწყვილების შემდეგ? თუ მეორე დისკო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 900 ბრ/წთ სიჩქარით ბრუნავს, რა იქნება დისკოების ბ) კუთხური სიჩქარე და გ) ბრუნვის მიმართულება დაწყვილების შემდეგ?

•43. ბორბალი 800 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ღერძის გარშემო ბრუნავს, რომლის ბრუნვითი ინერცია უმნიშვნელოა. ორჯერ მეტი ბრუნვითი ინერციის მქონე მეორე ბორბალი იგივე ღერძზე იწყებს ბრუნვას. ა) რა კუთხური სიჩქარე ექნება ღერძსა და ორ ბორბალს? ბ) ბრუნვის საწყისი კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილი იკარგება? [SSM ILW](#)

•44. ტეხასური ტარაკანი თავისუფლად მბრუნავი წრიული დისკოს ცენტრზე ზის და შემდეგ R რადიუსის მანძილზე, დისკოს კიდიდან

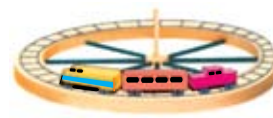


სურ. 11.46. ამოცანა 44.

გადაადგილდება. დისკოზე გარე ძალის მომენტი არ მოქმედებს. 11.46 სურათზე ნაჩვენებია ტარაკან-დისკოს სისტემის ω კუთხური სიჩქარის გრაფიკი. როდესაც ტარაკანი დისკოს კიდეზე იმყოფება, რისი ტოლია მისი ბრუნვითი ინერციის შეფარდება დისკოს ბრუნვითი ინერციასთან? ორივე ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემოა.

•45. ლიანდაგი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ხახუნისგან თავისუფლად მბრუნავ დიდ ბორბალზეა დაგებული (სურ. 11.47). m მასის სათამაშო

მატარებელი ლიანდაგზე დასვეს და ჩართეს. მატარებელი ლიანდაგის მიმართ 0,158/წმ სიჩქარით



სურ. 11.47. ამოცანა 45.

მოძრაობს. რა კუთხური სიჩქარე აქვს ბორბალს, თუ მისი მასაა $1,1 \text{ მ}$ და რადიუსია $0,43 \text{ მ}$? (ბორბალი ფერსოდ მიიჩნეო, ხოლო მანების და მორგვის მასები უგულებელყავით). [SSM](#)

•46. მბრუნავი ვარსკვლავი პატარავდება და მისი ბრუნვითი ინერცია საწყისი მნიშვნელობის $1/3$ -მდე ეცემა. რისი ტოლია ბრუნვის ახალი კინეტიკური ენერგიის შეფარდება ბრუნვის საწყის კინეტიკურ ენერგიასთან?

•47. 11.48 სურათზე, 50 კგ მასის ორი მოციგურავე 3 მ-ით დაშორებული პარალელური ტრაექტორიებით ერთმანეთს უახლოვდება. თითო-



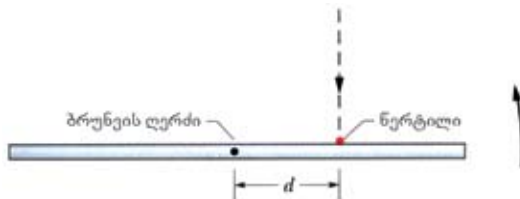
სურ. 11.48. ამოცანა 47.

ეული მათგანის სიჩქარეა $1,4 \text{ მ/წმ}$. ერთ მოციგურავეს უმნიშვნელო მასის გრძელი ჯოხი ერთი ბოლოდან უჭირავს, ხოლო მეორე მოციგურავე მას მეორე ბოლოზე ავლებს ხელს. შემდეგ მოციგურავეები ჯოხის ცენტრის გარშემო ბრუნავენ. დავეუშვათ, ციგურებსა და ყინულს შორის ხახუნი უმნიშვნელოა. ა) რა რადიუსი აქვს წრეს, ბ) რა კუთხური სიჩქარე აქვს ციგურებს და გ) რა კინეტიკური ენერგია აქვს მოციგურავეების სისტემას? შემდეგ მოციგურავეები ჯოხს ქაჩავენ და მათ შორის მანძილი 1 მ ხდება. რა იქნება ამ დროს დ) მოციგურავეების კუთხური სიჩქარე და ე) სისტემის კინეტიკური ენერგია? ვ) რა წყაროდან მიიღება დამატებითი კინეტიკური ენერგია?

•48. 0,17 კგ მასის ტეხასური ტარაკანი 15 სმ რადიუსის და $5 \times 10^{-3} \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე წრიული დისკოს გარშემო დარბის. დისკო ვერტიკალურ ღერძზეა დამაგრებული. ტარაკანის სიჩქარე დედამიწის მიმართ არის 2 მ/წმ და დისკო $\omega_0 = 2,8$ რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით საათის ისრისმოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. შემდეგ ტარაკანი დისკოზე პურის ნამცეცს პოულობს და, რა თქმა უნდა, ჩერდება. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს დისკოს ტარაკანის გაჩერების შემდეგ? ბ) იცვლება თუ არა მექანიკური ენერგია ტარაკანის გაჩერების შემდეგ?

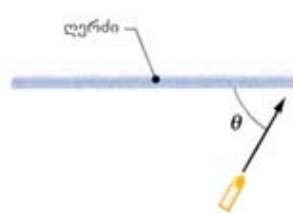
•49. 0,1 კგ მასის და 0,1 მ რადიუსის ვინილის ფირფიტა მის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო 4,7 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ფირფიტის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის გარშემო არის 5×10^{-4} კგ·მ². 0,02 კგ მასის სველი საპოხი ფირფიტას ეცემა და მის კიდეს ეკრობა. რა კუთხური სიჩქარე აქვს ფირფიტას საპოხის მიკრობის შემდეგ?

•50. 11.49 სურათზე ნაჩვენებია 0,6 მ სიგრძის და M მასის ერთგვაროვანი ძელაკი, რომელიც მის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო 80 რადიანი/წმ სიჩქარით საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ბრუნავს. $M/3$ მასის და 40 მ/წმ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მოძრავი ნივთიერი წერტილი ძელაკს ეჯახება და ეკრობა. ნივთიერი წერტილის ტრაექტორია ძელაკის პერპენდიკულარულია და ძელაკის ცენტრიდან d მანძილითაა დაშორებული. ა) d -ს რა მნიშვნელობისას გაჩერდება ძელაკი და ნივთიერი წერტილი შეეჯახების შემდეგ? ბ) რამიმართულებით იმოძრავებს ძელაკი და ნივთიერი წერტილი, თუ d -ს მნიშვნელობა უფრო მეტია?



სურ. 11.49. ამოცანა 50.

•51. 0,5 მ სიგრძის და 4 კგ მასის ერთგვაროვანი ძელაკი მის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ბრუნავს.



სურ. 11.50. ამოცანა 51.

ნავს. ძელაკი უძრავია, როდესაც 3 კგ მასის ტყვიას ძელაკის ერთბოლოს ესვრიან. ტყვიის ტრაექტორია ძელაკისადმი $\theta = 60^\circ$ კუთხეს შეადგენს (სურ. 11.50). თუ ტყვია ძელაკში რჩება და შეეჯახების შემდეგ ძელაკის კუთხური სიჩქარეა 10 რად/წმ, რა სიჩქარე აქვს ტყვიას შეეჯახებამდე?

•52. m მასის ტარაკანი $4m$ მასის და ცენტრის გარშემო თავისუფლად მბრუნავი ერთგვაროვანი დისკოს ფერსოზე ზის. ტარაკანი და დისკო 0,26 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. შემდეგ

ტარაკანი დისკოს ცენტრისკენ გადაადგილდება და ნახევარ მანძილს გადის. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს ამ დროს დისკო-ტარაკანის სისტემას? ბ) რისი ტოლია სისტემის ახალი კინეტიკური ენერგიის ფარდობა საწყის კინეტიკურ ენერგიასთან K/K_0 ? გ) რით აიხსნება კინეტიკური ენერგიის ცვლილება?

•53. 11.51 სურათზე

ნაჩვენებია 0,8 მ

სიგრძის და M მასის

ერთგვაროვანი ძე-

ლაკი, რომელიც

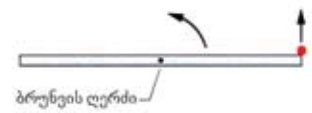
მის ცენტრზე გამა-

ვალი ღერძის გარშემო 20 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ჰორიზონტალურად ბრუნავს. ძელაკის ერთ ბოლოზე მიმაგრებული $M/3$ მასის ნივთიერი წერტილი ძელაკის პერპენდიკულარული ტრაექტორიით იწყებს მოძრაობას. თუ ნივთიერი წერტილის v_p სიჩქარე ძელაკის ბოლოს სიჩქარეზე n მ/წმ-ით მეტია, რისი ტოლია v_p ?

•54. წრიული დისკოს ფორმის ჰორიზონტალური პლატფორმამის ცენტრზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ბრუნავს. პლატფორმის მასაა 150 კგ, რადიუსია 2 მ და ბრუნვის ღერძის გარშემო ბრუნვითი ინერციაა 300 კგ·მ². 50 კგ მასის სტუდენტი პლატფორმის კიდიდან ცენტრისკენ გადაადგილდება. თუ სტუდენტის მოძრაობის დაწყებისას სისტემის კუთხური სიჩქარეა 1,5 რადიანი/წმ, რა იქნება კუთხური სიჩქარე, როდესაც სტუდენტი ცენტრიდან 0,5 მ მანძილზეა?

•55. $10m$ მასის და $3r$ რადიუსის ერთგვაროვანი დისკო ცენტრის გარშემო თავისუფლად ბრუნავს. m და r რადიუსის მომცრო დისკო მოზრდილ დისკოზე დევს და მათ საერთო ცენტრი აქვთ. თავდაპირველად ორივე დისკო 20 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. შემდეგ პატარა დისკო მოზრდილ დისკოზე გადაადგილდება და მისი კიდე მოზრდილი დისკოს კიდე ემთხვევა. ამის შემდეგ დისკოები კვლავ განაგრძობენ ბრუნვას. ა) რა იქნება მოზრდილი დისკოს კუთხური სიჩქარე ცენტრის გარშემო? ბ) რა იქნება დისკოების სისტემის ახალი კინეტიკური ენერგიის ფარდობა საწყის კინეტიკურ ენერგიასთან K/K_0 ?

•56. 11.52 სურათზე, 1 კგ მასის ტყვია, 0,6 მ სიგრძის და 0,5 კგ მასის არაერთგვაროვანი ძელაკის ბოლოზე დამაგრებულ, 0,5 კგ მასის ბლოკს ესროლეს. ბლოკი-ძელაკი-ტყვიის სისტემა სურათის სიბრტყეში, A წერტილზე გამავალი ფიქსირებული



სურ. 11.51. ამოცანა 53.

ლერძის მიმართ ბრუნავს. ძელაკის ბრუნვითი ინერცია A წერტილზე გამავალი ფიქსირებული ღერძის მიმართ არის $0,06 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$.

ბლოკი ნივთიერ წერტილად მიიჩნეო. ა) რა ბრუნვითი ინერცია აქვს ბლოკი-ძელაკი-ტყვიის სისტემას A წერტილის

მიმართ? ბ) თუ სისტემის კუთხური სიჩქარე შეჯახების შემდეგ $4,5$ რადიანი/წმ-ია, რა სიჩქარე აქვს ტყვიას შეჯახებამდე?

••57. 11.53 სურათზე

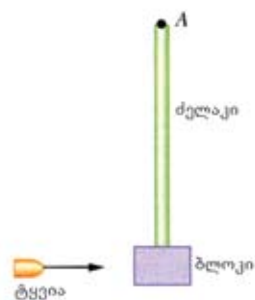
გამოსახული ერთგვაროვანი ძელაკი ($0,6\text{ მ}$ სიგრძის და 1 კგ მასის) მის ერთ ბოლოზე გამავალი ღერძის გარშემო სურათის სიბრტყეში ბრუნავს და $0,12 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნ-

ვითი ინერცია აქვს. ქვემოთ ჩამოსვლისას ძელაკი $0,2\text{ კგ}$ მასის ტალახის გუნდას ეჯახება და ბოლოზე იკრობს. თუ ძელაკის კუთხური სიჩქარე შეჯახებამდე $2,4$ რადიანი/წმ-ია, რა იქნება ძელაკი-გუნდის სისტემის კუთხური სიჩქარე შეჯახების შემდეგ?

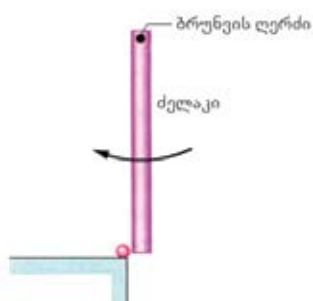
••58. 11.54 სურათზე, 30 კგ მასის ბავშვი 100 კგ მასის და 2 მ რადიუსის უძრავი კარუსელის კიდეზე დგას. კარუსელის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის

გარშემო არის $150 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$. შემდეგ ბავშვი მეგობრის ნასროლ 1 კგ მასის ბურთს იჭერს. დაჭერამდე ბურთს 12 მ/წმ სიდიდის და $\varphi = 37^\circ$ კუთხის $\vec{V}$ ჰორიზონტალური სიჩქარე აქვს, რომელიც კარუსელის კიდის მხეზია. რა კუთხური სიჩქარე აქვს კარუსელს ბურთის დაჭერის შემდეგ?

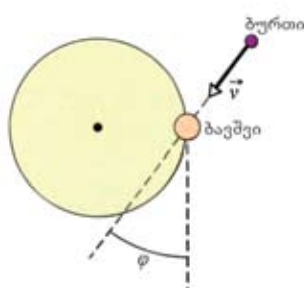
••59. 2 კგ მასის ორი ბურთი 50 სმ სიგრძის და



სურ. 11.52. ამოცანა 56.



სურ. 11.53. ამოცანა 57.

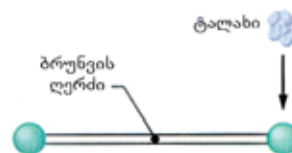


სურ. 11.54. ამოცანა 58.

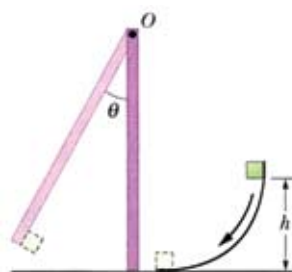
უმნიშვნელო მასის ძელაკის ორ ბოლოზეა დამაგრებული. ძელაკი მის ცენტრზე გამავალი ჰორიზონტალური

ღერძის გარშემო, ხახუნის გარეშე, ვერტიკალურ სიბრტყეში თავისუფლად ბრუნავს. როდესაც ძელაკი ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია (სურ. 11.55), ერთ-ერთ ბურთს 50 გ მასის ტალახის გუნდა 3 მ/წმ სიჩქარით ეჯახება და ეკრობა. ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს სისტემას ამის შემდეგ? ბ) რისი ტოლია შეჯახებამდე სისტემის კინეტიკური ენერგიის შეფარდება შეჯახების შემდგომ კინეტიკურ ენერგიასთან? გ) რა კუთხეს შემოწერს სისტემა, ვიდრე წამიერად გაჩერდება? [SSM WWW](http://SSM.WWW)

••60. 11.55 სურათზე, 50 გ მასის პატარა ბლოკი ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე, $h = 20\text{ სმ}$ სიმაღლიდან სრიალდება და 100 გ მასის და 40 სმ სიგრძის ძელაკს ეკრობა. ძელაკი O წერტილის გარშემო θ კუთხეს შემოწერს და წამიერად ჩერდება. გამოთვალეთ θ .



სურ. 11.55. ამოცანა 59.



სურ. 11.56. ამოცანა 60.

პარაგრაფი 11.12. გიროსკოპის პრეცესია

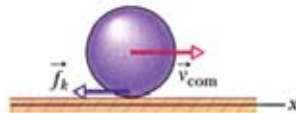
••61. ბზრიალა ვერტიკალისადმი 30° კუთხის მდგენელი ღერძის გარშემო 30 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. ბზრიალას მასაა $0,5\text{ კგ}$, ცენტრალური ღერძის გარშემო მისი ბრუნვითი ინერციაა $5 \times 10^{-4} \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ და მისი მასის ცენტრი საყრდენი წერტილიდან 4 სმ მანძილზეა. თუ ბრუნვა საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ხდება, რისი ტოლია ა) პრეცესიის ტემპი და ბ) რა მიმართულებით ხდება პრეცესია?

••62. გიროსკოპი 50 სმ რადიუსის ერთგვაროვანი დისკოსგან შედგება, რომელიც 11 სმ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ღერძის ცენტრზეა დამაგრებული. ღერძი ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია და ერთი ბოლოთი დამაგრებულია. თუ დისკო ღერძის გარშემო 1000 ბრ/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, რისი ტოლია პრეცესიის ტემპი?

დამატებითი ამოცანები

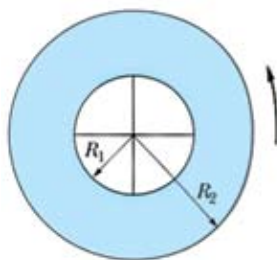
63. 2,5 კგ მასის ნივთიერი წერტილი $(-3 \text{ მ/წმ})\hat{j}$ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მოძრაობს და $(4,5 \text{ მ/წმ})\hat{i}$ სიჩქარით ჰორიზონტალურად მოძრაობს, 4 კგ მასის ნივთიერ წერტილს სრულიად არა-ელასტიურად ეჯახება. შეჯახება $(-0,5 \text{ მ}, -0,1 \text{ მ})$ კოორდინატებზე ხდება. შეჯახების შემდეგ რა კუთხური იმპულსი აქვს თითოეულ წერტილს ათვლის სათავეს მიმართ ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში?

64. მოთამაშემ $R = 11 \text{ სმ}$ რადიუსის კეგლის ბურთი გააგორა. ბურთი (სურ. 11.57) $v_{com,0} = 8,5 \text{ მ/წმ}$ საწყისი სიჩქარით და $\omega_0 = 0$ საწყისი კუთხური სიჩქარით გასრიალდა. ბურთსა და ზედაპირს შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი არის 0,21. ბურთზე მოქმედი $\vec{f}_k$ კინეტიკური ხახუნის ძალა წრფივ აჩქარებას იწვევს და ამავე დროს ძალის მომენტს წარმოქმნის, რომელიც ბურთის კუთხურ აჩქარებას ზრდის. როდესაც v_{com} სიჩქარე საკმარისად შემცირდება და ω სიჩქარე საკმარისად გაიზრდება, ბურთი აღარ სრიალებს და თანაბრად გორავს. ა) რისი ტოლია ამ დროს v_{com} ω -ს თერმეში? სრიალის რა ბ) წრფივი აჩქარება და გ) კუთხური აჩქარება აქვს ბურთს? დ) რამდენ ხანს სრიალებს ბურთი? ე) რა მანძილზე სრიალდება ბურთი? ვ) რა წრფივი სიჩქარე აქვს ბურთს, როდესაც თანაბრად გორვას იწყებს?



სურ. 11.57. ამოცანა 64

65. წიგნის ფორმის გრანიტის ბლოკს $20 \text{ სმ} \times 15 \text{ სმ}$ ზომები და $1,2 \text{ სმ}$ სისქე აქვს. გრანიტის სიმკვრივეა $2,64 \text{ გ/სმ}^3$. ბლოკი ზედაპირისადმი პერპენდიკულარული და კუთხესა და ცენტრს შორის შუა წერტილზე გამავალი ღერძის გარშემო ბრუნავს. ბლოკის კუთხური იმპულსი ღერძის მიმართ არის $0,104 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2/\text{წმ}$. ბრუნვის რა კინეტიკური ენერგია არსებობს ღერძის გარშემო?



სურ. 11.58. ამოცანა 66.

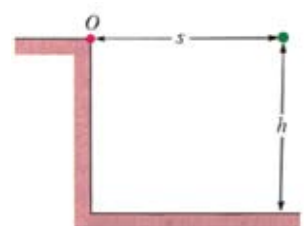
66. 11.58 სურათზე ნაჩვენებია ცენტრის გარშემო მრბუნავი რგოლი. რგოლის გარე რადიუსია $R_2 = 0,8 \text{ მ}$, შიდა რადიუსია $R_1 = R_2/2$ და მასაა $M = 8 \text{ კგ}$. რგოლის

ცენტრზე განლაგებული მკვეთი ძელაკების მასები უმნიშვნელოა. რგოლი 8 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს და $m = M/4$ მასის კატა მის გარე კიდეზე, R_2 რადიუსის მანძილზე ზის. რამდენით გაზრდის კატა კატა-რგოლის სისტემის კინეტიკურ ენერგიას, თუ შიდა კიდეზე, R_1 რადიუსის მანძილზე ჩამოვდება?

67. $2,9 \times 10^{-4} \text{ კგ}$ მასის ორი ნივთიერი წერტილი $4,2 \text{ სმ}$ -ით დაშორებული პარალელური წრფეების გასწვრივ, ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით და $5,46 \text{ მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრაობს. ა) რა L კუთხური იმპულსი აქვს ნივთიერ წერტილთა სისტემას ორ წრფეს შორის შუა წერტილის მიმართ? ბ) შეიცვლება თუ არა L -ის მნიშვნელობა წრფეებს შორის სხვა წერტილის არჩევის შემთხვევაში? თუ ერთ-ერთი ნივთიერი წერტილის მიმართულება საპირისპიროდ იცვლება, შეიცვლება თუ არა გ) ა)-ს პასუხი და დ) ბ)-ს პასუხი?

68. $0,25 \text{ სმ}$ რადიუსის და $0,55 \text{ გ}$ მასის პატარა სფერო 15 სმ რადიუსის და სიმეტრიის ვერტიკალური ღერძის მქონე დიდი ნახევარსფეროს შიგნით სრიალის გარეშე გორავს. სფერო ნახევარსფეროს წვერიდან იწყებს მოძრაობას. ა) რა კინეტიკური ენერგია ექნება მას ნახევარსფეროს ფსკერზე? ბ) ამ კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილი უკავშირდება მასის ცენტრზე გამავალი ღერძის გარშემო ბრუნვას? გ) რა დრეკადობის ძალა მოქმედებს სფეროდან ნახევარსფეროზე, როდესაც სფერო ნახევარსფეროს ფსკერზეა?

69. $M = 0,25 \text{ კგ}$ მასის ნივთიერი წერტილი დედამიწიდან $h = 1,8 \text{ მ}$ სიმაღლეზე და O დაკვირვების წერტილიდან $s = 0,45 \text{ მ}$ ჰორიზონტალურ მანძილზე მდებარე



სურ. 11.59. ამოცანა 69.

ადგილიდან ჩამოვარდა (სურ. 11.69). რა კუთხური იმპულსი აქვს ნივთიერ წერტილს O -ს მიმართ, როდესაც ნივთიერმა წერტილმა დედამიწაზე ჩამოვარდნამდე ნახევარი მანძილი გაიარა?

70. $0,15 \text{ მ}$ რადიუსის და მასის ცენტრზე გამავალი წრფის მიმართ $I = 0,04 \text{ კგ} \cdot \text{მ}^2$ ბრუნვითი ინერციის მქონე ცარიელი სფერო ჰორიზონტალისადმი 30° -ით დახრილ ზედაპირზე სრიალის გარეშე გორდება. გარკვეულ საწყის მდებარეობაზე სფეროს ჯამური

კინეტიკური ენერგიაა 20 ჯ. ა) საწყისი კინეტიკური ენერგიის რა ნაწილია ბრუნვის კინეტიკური ენერგია? ბ) რა სიჩქარე აქვს სფეროს მასის ცენტრს საწყის მდებარეობაზე? როდესაც სფერო დახრილ ზედაპირზე 1 მ-ით მაღლა ავა, რა იქნება მისი გ) ჯამური კინეტიკური ენერგია და დ) მასის ცენტრის სიჩქარე?

71. $t = 0$ დროს, 2 კგ მასის ნივთიერი წერტილის მდებარეობის ვექტორი ათვლის სათავის მიმართ არის $\vec{r} = (4\hat{i} - (2\hat{j}))$. მისი სიჩქარე $\vec{v} = (-6t^2 \hat{i} / \text{წმ})\hat{i}$, როდესაც $t \geq 0$. ათვლის სათავის მიმართ და ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში ა) რა $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი აქვს ნივთიერ წერტილს და ბ) რა $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი მოქმედებს ნივთიერ წერტილზე, როდესაც $t > 0$? $(-2\hat{m}, -3\hat{m}, 0)$ წერტილის გარშემო რისი ტოლია გ) $\vec{L}$ და დ) $\vec{\tau}$, როდესაც $t > 0$?

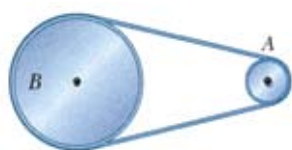
72. ერთგვაროვანი მყარი ბურთი ზედაპირზე თანაბრად მიგორავს და შემდეგ 15° -ით დახრილ სიბრტყეზე ადის. 1,5 მ-ის გავლის შემდეგ ბურთი წამიერად ჩერდება. რა საწყისი სიჩქარე ჰქონდა მას?

73. ბორბალი $600 \text{ კგ}\cdot\text{მ}^2/\text{წმ}$ კუთხური იმპულსით ცენტრალური ღერძის გარშემო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნავს. როდესაც $t = 0$, 50 წმ ძალის მომენტი ბორბალზე მოქმედებს და მის მიმართულებას ცვლის. რა t დროს არის კუთხური სიჩქარე ნულის ტოლი?

74. თხელკედლებიანი მილი ზედაპირზე მიგორავს. რისი ტოლია მილის გადატანითი კინეტიკური ენერგიის შეფარდება მისი სიგრძის პარალელური ცენტრალური ღერძის გარშემო ბრუნვის კინეტიკურ ენერგიასთან?

75. 3 კგ მასის სათამაშო მანქანა x ღერძის გასწვრივ $\vec{v} = -2t^3 \hat{i} \text{ მ/წმ}$ სიჩქარით მოძრაობს, სადაც t წამებშია. როდესაც $t > 0$, ა) რა $\vec{L}$ კუთხური იმპულსი აქვს მანქანას და ბ) რა $\vec{\tau}$ ძალის მომენტი მოქმედებს მანქანაზე ათვლის სათავის მიმართ? რისი ტოლია გ) $\vec{L}$ და დ) $\vec{\tau}$ $(2\hat{m}, 5\hat{m}, 0)$ წერტილის მიმართ? რისი ტოლია ე) $\vec{L}$ და ვ) $\vec{\tau}$ $(2\hat{m}, -5\hat{m}, 0)$ წერტილის მიმართ?

76. 11.60 სურათზე გამოსახული A და B ბორბალი ღვედით არის გადამხმული. B ბორბლის რადიუსი A ბორბლის რადიუსზე სამჯერ მეტია. რა იქნება



სურ. 11.60. ამოცანა 76.

მათი ბრუნვითი ინერციების I_A/I_B შეფარდება თუ ბორბლებს ა) ცენტრალური ღერძების გარშემო თანაბარი კუთხური იმპულსები და ბ) თანაბარი ბრუნვის კინეტიკური ენერგიები აქვთ?

77. M მასის გოგონა R რადიუსის და I ბრუნვითი ინერციის მქონე უძრავი კარუსელის ფერსოზე დგას. შემდეგ გოგონა m მასის ქვას კარუსელის გარე კიდის მხეში მიმართულებით ჰორიზონტალურად ისვრის. ქვის სიჩქარე დედამიწისადმი არის v . ამის შემდეგ ა) რა კუთხური სიჩქარე აქვს კარუსელს და ბ) რა წრფივი სიჩქარე აქვს გოგონას?

78. 4 კგ მასის ნივთიერი წერტილი xy სიბრტყეში მოძრაობს. როდესაც ნივთიერი წერტილის მდებარეობაა $\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j})$ მ და სიჩქარეა $-4\hat{j} \text{ მ/წმ}$, მასზე $\vec{F} = -3\hat{i} \text{ ნ}$ ძალა მოქმედებს. ამ მომენტისთვის გამოთვალეთ ა) ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი ათვლის სათავის მიმართ, ბ) ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი $x = 0$, $y = 4 \text{ მ}$ კოორდინატებზე მდებარე წერტილის მიმართ, გ) ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი ათვლის სათავის მიმართ და დ) ნივთიერ წერტილზე მოქმედი ძალის მომენტი $x = 0$, $y = 4 \text{ მ}$ კოორდინატებზე მდებარე წერტილის მიმართ.

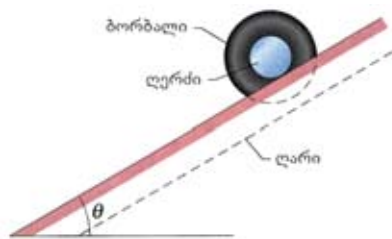
79. გარკვეულ მომენტში 0,8 კგ მასის ნივთიერი წერტილის მდებარეობაა $\vec{r} = (2 \text{ მ})\hat{i} + (3 \text{ მ})\hat{j}$. ნივთიერი წერტილის კუთხური იმპულსი xy სიბრტყეში ძევს, $2,4 \text{ კგ}\cdot\text{მ/წმ}$ სიდიდე აქვს და x ღერძის დადებითი მიმართულებისადმი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ 115° კუთხეს ადგენს. რა კუთხური იმპულსი აქვს ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში ნივთიერ წერტილს ათვლის სათავის მიმართ?

80. 36 წ ნონის მყარი სფერო 30° -ით დახრილ ზედაპირზე მაღლა გორდება. აღმართის დასაწყისში სფეროს მასის ცენტრის გადატანითი სიჩქარეა $4,9 \text{ მ/წმ}$. ა) რა კინეტიკური ენერგია აქვს სფეროს აღმართის დასაწყისში? ბ) რა მანძილს გაივლის სფერო აღმართზე? გ) არის თუ არა ბ) შეკითხვის პასუხი სფეროს მასაზე დამოკიდებული?

81. R რადიუსის და m მასის სხეული ჰორიზონტალურ ზედაპირზე v სიჩქარით თანაბრად გორავს. შემდეგ სხეული h მაქსიმალური სიმაღლის გორაკზე გორდება. ა) თუ $h = 3v^2/4g$, რა ბრუნვითი ინერცია აქვს სხეულს მასის ცენტრზე გამავალი ბრუნვის ღერძის მიმართ? ბ) რა შეიძლება იყოს სხეული?

82. 0,25 მ რადიუსის ბორბალი 43 მ/წმ სიჩქარით მოძრაობს და 225 მ-ის გავლის შემდეგ ჩერდება. გამოთვალეთ მისი ა) წრფივი აჩქარება და ბ) კუთხური აჩქარება. გ) ცენტრალური ღერძის მიმართ ბორბლის ბრუნვითი ინერციაა 0,155 კგ·მ². გამოთვალეთ ბორბალზე მოქმედი ხახუნის შედეგად გამოწვეული ძალის მომენტი ცენტრალური ღერძის მიმართ.

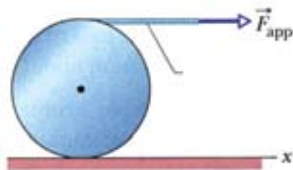
83. 10 კგ მასის და 0,4 მ რადიუსის ერთგვაროვანი ბორბალი ღერძის ცენტრზე ხისტადაა დამაგრებული (სურ. 11.61). ღერძის რადიუსია 0,2 მ. ბორბალი-ღერძის ბრუნვითი ინერცია ცენტრალური ღერძის მიმართ არის 0,6 კგ·მ². ბორბალი ჰორიზონტალისადმი $\theta = 30^\circ$ კუთხით დახრილ ზედაპირზე ძევს. ღერძი ზედაპირზე ასევე უძრავად დევს, ხოლო ბორბლის ნაწილი ზედაპირზე გაკეთებულ ჩაღრმავებაშია მოხვედრილი. გაშვების შემდეგ ღერძი ზედაპირის გასწვრივ თანაბრად გორდება. როდესაც ბორბალი-ღერძის სისტემა 2 მ-ს გაივლის, რა იქნება მისი ა) ბრუნვის კინეტიკური ენერგია და ბ) გადატანითი კინეტიკური ენერგია?



სურ. 11.61. ამოცანა 83.

84. ავტომობილის მასაა 1700 კგ და 10 წამის განმავლობაში 40 კმ/სთ სიჩქარეს აწვითარებს. დაფუშვით, ავტომობილის თითოეული ბორბალი 32 კგ მასის ერთგვაროვანი დისკოა. 10 წამიანი შუალედის მიწურულს ა) რა ბრუნვის კინეტიკური ენერგია ექნება თითოეულ ბორბალს ღერძის გარშემო, ბ) რა ჯამური კინეტიკური ენერგია ექნება თითოეულ ბორბალს და გ) რა ჯამური კინეტიკური ენერგია ექნება ავტომობილს?

85. 11.62 სურათზე, ერთგვაროვან მყარ ცილინდრზე სათევზაო ანკესია შემოხვეული და მასზე 12 ნ სიდიდის მუდმივი $\vec{F}_{app}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს.



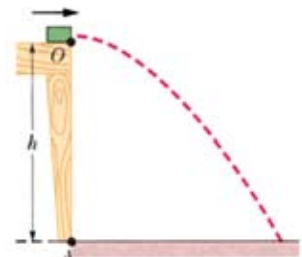
სურ. 11.62. ამოცანა 85.

ცილინდრის მასაა 10 კგ, რადიუსია 0,1 მ და ჰორიზონტალურ ზედაპირზე თანაბრად გორავს. ა) რა აჩქარება აქვს ცილინდრის მასის ცენტრს? ბ) რა კუთხური აჩქარება აქვს ცილინდრის მასის ცენტრის გარშემო? გ) ერთეულოვან-ვექტორულ ჩანაწერში, რა ხახუნის ძალა მოქმედებს ცილინდრზე?

86. 0,32 კგ მასის სხეული დედამიწიდან $v_0 = 12,6$ მ/წმ საწყისი სიჩქარით და ჰორიზონტალური x ღერძისადმი $\theta_0 = 30^\circ$ საწყისი კუთხით ისროლეს. ა) გასროლის ადგილის მიმართ სხეულის კუთხური იმპულსის დროზე დამოკიდებულების ფუნქციის გამოსახულება მიიღეთ. ბ) გამოთვალეთ კუთხური იმპულსის დროში ცვლილების ტემპი. გ) გამოთვალეთ $\vec{r} \times m\vec{g}$ ვექტორის სიდიდე და მიღებული შედეგი ბ)-ს პასუხს შეადარეთ. დ) რატომ უნდა იყოს ბ) და გ) შეკითხვების პასუხი თანაბარი?

87. ველოსიპედის ბორბლის რადიუსია 0,35 მ და 376-ს იწონის. მისი ღერძი და მანების მასები უმნიშვნელოა. ბორბალი ღერძის გარშემო ხახუნის გარეშე ბრუნავს. ადამიანს ბორბალი თავს ზემოთ უჭირავს, ბორბლის ღერძი ვერტიკალურ მდგომარეობაშია, ხოლო ადამიანი ხახუნის გარეშე თავისუფლად მბრუნავ მაგიდაზე დგას. ბორბალი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 57,7 რადიანი/წმ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს, ხოლო მაგიდა უძრავია. ბორბალი+ადამიანი+მაგიდის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის საერთო ღერძის გარშემო არის 2,1 კგ·მ². უეცრად ადამიანი თავისუფალი ხელით ბორბლის ბრუნვას (მაგიდისადმი) წყვეტს. ა) რა კუთხური სიჩქარე და ბ) ბრუნვის მიმართულება ექნება ამის შემდეგ სისტემას?

88. 11.63 სურათზე, 0,5 კგ მასის ბლოკის ჰორიზონტალური $\vec{v}_0$ სიჩქარეა 3 მ/წმ და ბლოკი $h = 1,2$ მ სიმაღლის მაგიდიდან ვარდება. კოორდინატა სისტემის ათვლის სათავე (O წერტილი) მაგიდის კიდეზე ემთხვევა, x ღერძის დადებითი მიმართულება $\vec{v}_0$ -ის მიმართულებას ემთხვევა, ხოლო y ღერძი მიმართულია მაღლა. რა კუთხური იმპულსი აქვს ბლოკს A წერტილის მიმართ ა) მაგიდიდან



სურ. 11.63. ამოცანა 88.

ჩამოვარდნის დროს და ბ) იატაკზე დაცემამდე? რა ძალის მომენტები მოქმედებს ბლოკზე A წერტილის მიმართ, გ) მაგიდიდან ჩამოვარდნის დროს და დ) იატაკზე დაცემამდე? პასუხები ერთეულოვან-ვექტორული ჩანაწერით გაეცით.

89. დაეუშვათ მე-15 ამოცანაში მოტანილი იო-იო, გორვის ნაცვლად, $1,3\text{მ/წმ}$ სანყისი სიჩქარით ისროლეს. ა) რა დრო დასჭირდება იო-იოს თოკის ბოლომდე მისაღწევად? თოკის ბოლოს რა იქნება მისი ბ) ჯამური კინეტიკური ენერგია, გ) წრფივი სიჩქარე, დ) გადატანითი კინეტიკური ენერგია, ე) კუთხური სიჩქარე და ვ) ბრუნვის კინეტიკური ენერგია?

90. ერთგვაროვანი ძელაკი მის ერთ ბოლოზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის გარშემო ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ბრუნავს. ძელაკი 6 მ სიგრძისაა, 10 ნ-ს იწონის და 240 ბრ/წთ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს. გამოთვალეთ ა) მისი ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის მიმართ და ბ) კუთხური იმპულსი ბრუნვის ღერძის მიმართ.

91. ა) 10.7 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში, როტორის აფეთქების შემდეგ ბრუნვის ღერძის გარშემო რა კუთხური იმპულსი აღმოჩნდა გარემოში? ბ) თუ დაეუშვებთ, რომ როტორის ნაწილების უმეტესობა აფეთქებიდან $0,025$ წამის შემდეგ გაჩერდა, რა საშუალო ძალის მომენტი მოქმედებდა ამ ნაწილებზე ბრუნვის ღერძის მიმართ?

92. დედამიწის პოლარული ყინულის სრულად გადნობის შემთხვევაში მსოფლიო ოკეანის დონე დაახლოებით 30მ-ით მოიმატებს. რა ზეგავლენას მოახდენს ეს დედამიწის ბრუნვაზე? შედეგად მიღებული ცვლილება დღის ხანგრძლივობის საშუალებით წარმოადგინეთ (საწარმოო გამონაბოლქვის შედეგად ატმოსფეროს დატბობას პოლარული ყინულის გადნობა შეუძლია გამოიწვიოს).

93. ა) სახელმძღვანელოს დამატებებში მოცემული მონაცემების დახმარებით მზის გარშემო მბრუნავი პლანეტების კუთხური იმპულსების ჯამი გამოთვალეთ. ბ) ჯამური კუთხური იმპულსის რა ნაწილია პლანეტა იუპიტერთან კავშირში?

94. 1200 კგ მასის თვითმფრინავი დედამიწიდან $1,3\text{ კმ}$ სიმაღლეზე, 80 მ/წმ სიჩქარით წრფივად მოძრაობს. რა კუთხური იმპულსი აქვს თვითმფრინავს დედამიწაზე მის ქვემოთ მდებარე წერტილის მიმართ?

95. კარუსელის რადიუსია $1,2\text{ მ}$ და მასაა 180 კგ . ბრუნვის რადიუსია 91 სმ (იხ. მე-10 თავის 85-ე ამოცანა). 44კგ მასის ბავშვი 3მ/წმ სიჩქარით უძრავი კარუსელის ფერსოს მხები ტრაექტორიით დარბის და შემდეგ კარუსელზე ხტება. გამოთვალეთ ა) კარუსელის ბრუნვითი ინერცია ბრუნვის ღერძის მიმართ, ბ) მორბენალი ბავშვის კუთხური იმპულსი კარუსელის ბრუნვის ღერძის მიმართ და გ) კარუსელის კუთხური სიჩქარე ბავშვის შეხტომის შემდეგ.

96. მოცემულია $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ და $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$. დაამტკიცეთ, რომ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ არის:

$$\vec{\tau} = (yF_z - zF_y)\hat{i} + (zF_x - xF_z)\hat{j} + (xF_y - yF_x)\hat{k}$$

97. 84კგ მასის ადამიანი დედამიწის ეკვატორზე დგას. რა კუთხური იმპულსი აქვს მას დედამიწის ცენტრის გარშემო დედამიწის ბრუნვის შედეგად?

98. დაამტკიცეთ, რომ თუ $\vec{r}$ და $\vec{F}$ ვექტორები მოცემულ სიბრტყეში არის განლაგებული, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ძალის მომენტს ამ სიბრტყეში კომპონენტი არ აქვს.

99. თუ მოცემულია გვაქვს r , p და ϕ , ნივთიერი წერტილის კუთხურ იმპულსს 11.19 ფორმულით გამოვთვლით. მიუხედავად ამისა, ზოგჯერ მოცემულია $\vec{r}$ -ის (x, y, z) კომპონენტები და $\vec{v}$ -ს (v_x, v_y, v_z) კომპონენტები. ა) დაამტკიცეთ, რომ $\vec{\ell}$ -ის x , y და z ღერძების გასწვრივი კომპონენტებია $\ell_x = m(yv_z - zv_y)$, $\ell_y = m(zv_x - xv_z)$ და $\ell_z = m(xv_y - yv_x)$. ბ) დაამტკიცეთ, რომ თუ ნივთიერი წერტილი მხოლოდ xy სიბრტყეში მოძრაობს, მისი კუთხური იმპულსის ვექტორს მხოლოდ z კომპონენტი აქვს.

100. I ბრუნვითი ინერციის მქონე მბრუნავ მყარ სხეულზე Δt დროის მცირე შუალედში $F(t)$ იმპულსური ძალა მოქმედებს. დაამტკიცეთ, რომ:

$$\int \tau dt = RF_{\text{საშ}} \Delta t = I(\omega_f - \omega_i),$$

სადაც τ არის ძალით გამოწვეული ძალის მომენტი, R - ძალის მომენტის მხარი, $F_{\text{საშ}}$ - სხეულზე მოქმედი საშუალო ძალა, ხოლო ω_i და ω_f - სხეულის კუთხური სიჩქარეები ძალის მოქმედებამდე და მოქმედების შემდეგ. ($\int \tau dt = RF_{\text{საშ}} \Delta t$ სიდიდეს კუთხური ძალის იმპულსი ეწოდება, ხოლო $F_{\text{საშ}} \Delta t$ სიდიდეს წრფივ ძალის იმპულსს უწოდებენ).

12

წონასწორობა და ძეგლობა

ბევრი გამოცდილი მთამსვლელი თითების ქრონიკულ ტკივილს უჩივის, ხოლო ზოგიერთებს დაზიანებული თითი შესამჩნევად ებურცებათ, როდესაც ხელის გულთან ახლოს მიიტანენ.

ჩა აავშირია ამოჯახაუდ თითს, აჩივილსა და ადუხა სოსვას შოჩის?

პასუხს ამ თავში შეიტყობთ

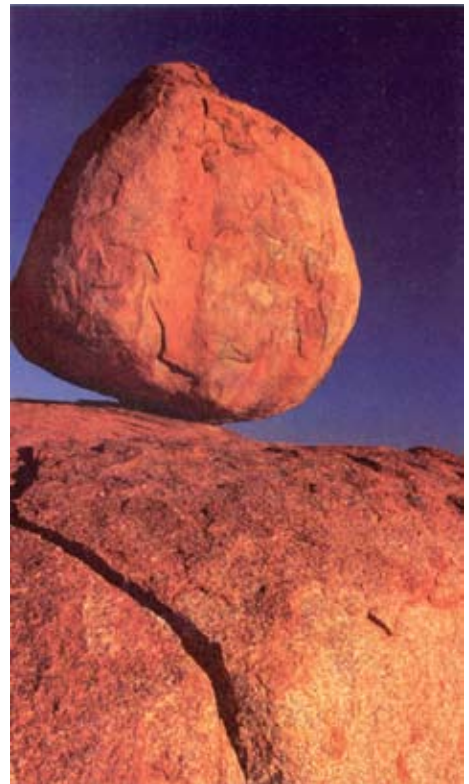
12.1 ჩა აჩის ფიზიკა?

ადამიანის მიერ აშენებული ნაგებობა მასზე მოქმედი ძალების მიუხედავად მდგრადი უნდა იყოს. მაგალითად, შენობამ მიზიდულობის ძალას და ქარს უნდა გაუძლოს, ხოლო ხიდი ასევე მიზიდულობის ძალისადმი და ტრანსპორტისგან მიღებული მუდმივი ვიბრაციისადმი გამძლე უნდა იყოს.

ფიზიკა შეისწავლის, თუ რა განაპირობებს სხეულის მდგრადობას მასზე მოქმედი ძალების მიუხედავად. ამ თავში მდგრადობის ორ ძირითად ასპექტს განვიხილავთ. პირველი მათგანი მყარ სხეულებზე მოქმედ ძალთა და მათგან მომდინარე წონასწორობაა, ხოლო მეორე – არამყარი საგნების დრეკადობას შეეხება, რაც საგნების დეფორმაციას განსაზღვრავს.

12.2 წონასწორობა

განვიხილოთ ოთხი საგანი: 1) მაგიდაზე უძრავად მდებარე წიგნი, 2) ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე მუდმივი სიჩქარით მოსრიდელ ჰოკეის შაიბა, 3) ვენტილატორის მბრუნავი ფრთები და 3) მუდმივი სიჩქარით წრფივად მოძრავი ველოსიპედის ბორბალი. ოთხივე საგნის შემთხვევაში:



სურ. 12.1. განწონასწორებული ქვა. ერთი შეხედვით არასაიმედო მდებარეობის მიუხედავად, ქვა სტატიკურ წონასწორობაშია.

1. მასათა ცენტრის $\vec{P}$ წრფივი იმპულსი მუდმივია.
 2. მასათა ცენტრის ან ნებისმიერი სხვა წერტილის მიმართ $\vec{L}$ იმპულსის მომენტი მუდმივია.
- ამგვარ საგნებს **წონასწორობაში** მყოფებს ვუწოდებთ. წონასწორობის ორი აუცილებელი პირობაა:

$$\vec{P} = 0 \text{ და } \vec{L} = 0 \quad (12.1)$$

მოცემულ თავში ისეთ შემთხვევებს განვიხილავთ, როდესაც 12.1 ფორმულით მოცემული მუდმივები ნულის ტოლია ანუ ისეთ საგნებს შევხებით, რომლებიც ჩვენი ათვისის სისტემის მიმართ არ მოძრაობს. ამგვარი საგნები **სტატიკურ წონასწორობაში** იმყოფება. პარაგრაფის დასაწყისში მოყვანილი ოთხი საგნიდან მხოლოდ წიგნია სტატიკურ წონასწორობაში.

12.1 სურათზე გამოსახული ქვა სტატიკური წონასწორობის კიდევ ერთი მაგალითია. იგივე მახასიათებლები აქვთ ეკლესიებს, სახლებს, კარადებს და ა.შ. რომლებიც დროთა განმავლობაში უძრავნი არიან.

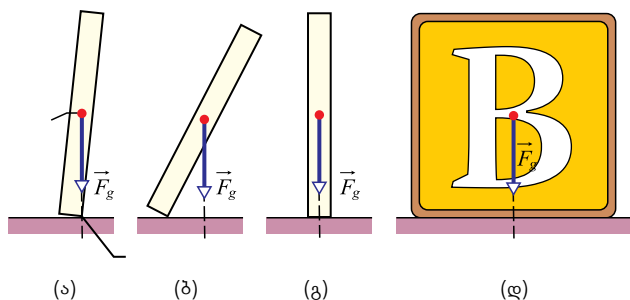
8.6 პარაგრაფში უკვე ვთქვით, რომ თუ სხეული რაიმე ძალის ზემოქმედებით გამოწვეული გადაადგილების შემდეგ ისევ საწყის სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ბრუნდება, მას *მდგრად* სტატიკურ წონასწორობაში მყოფი ეწოდება. ნახევარსფეროს ფორმის ჭურჭელში ჩაგდებული ბურთულა ამის კარგი მაგალითია. თუ სხეული მცირე ძალის მოქმედების შედეგად გადაადგილდება და წონასწორობის მდგომარეობას კარგავს, მაშინ სხეულს *არამდგრად* სტატიკურ წონასწორობაში მყოფი ეწოდება.

მაგალითად წარმოვიდგინოთ, რომ დომინოს ქვას ვაწონასწორობით და მისი მასის ცენტრი საყრდენი კიდის თავზეა (სურ. 12.2ა). დომინოს ქვაზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის შედეგად საყრდენი კიდის მიმართ გაჩენილი ძალის მომენტი ნულის ტოლია, ვინაიდან $\vec{F}_g$ ძალის მოქმედების წრფე კიდეზე გადის. აქედან გამომდინარე, დომინოს ქვა წონასწორობის მდგომარეობაშია. რა თქმა უნდა, მცირე ძალის მოდების შემთხვევაშიც კი დომინოს ქვა წონასწორობას დაკარგავს. როდესაც $\vec{F}_g$ ძალის მოქმედების წრფე საყრდენ კიდეზე არ გადის (სურ. 12.2ბ), $\vec{F}_g$ ძალით გამოწვეული ძალის მომენტი დომინოს აბრუნებს. აქედან გამომდინარე, 12.2ა სურათზე გამოსახული დომინოს ქვა არამდგრად სტატიკურ წონასწორობაშია.

12.2გ სურათზე გამოსახული დომინოს ქვა საკმაოდ მდგრადად ძევს. მისი გადაყირავებისთვის მცირე ძალა საკმარისი არ არის, მაგრამ თითის ძლიერი წაკვრა აუცილებლად შეასრულებს თავის საქმეს.

12.2დ სურათზე გამოსახული სათამაშო კუბი კიდევ უფრო მდგრადად ძევს, ვინაიდან მისი მასათა ცენტრი კიდევ უფრო შორს უნდა გადაადგილდეს, რათა ის საყრდენი კიდის თავზე აღმოჩნდეს. ამჯერად თითის წაკვრა კუბს ვერ გადაყირავებს. 12.3 სურათზე გამოსახული მუშა დომინოსა და სათამაშო კუბს წააგავს. ძელის პარალელურად ის მდგრადად დგას, ხოლო ძელის პერპენდიკულარულად ქარის წამობერვის შემთხვევაშიც კი შეიძლება ჩამოვარდეს.

სტატიკური წონასწორობის ანალიზი საინჟინრო პრაქტიკის მნიშვნელოვანი ნაწილია. მშენებელმა ინჟინერმა შენობაზე მოქმედი ყველა გარე ძალა და ძალის მომენტი უნდა განსაზღვროს და შეისწავლოს, რათა შენობის სტრუქტურა და მასალა სწორად შეარჩიოს. მაგალითად, სწორედ ამგვარი ანალიზი ეხმარება ინჟინრებს ხიდის მდგრადობის განსაზღვრაში.



სურ. 12.2. ა) დომინოს ქვა ერთ კიდეზეა გაჩერებული და მისი მასის ცენტრი კიდის თავზე მდებარეობს. დომინოზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა საყრდენ კიდეზე გადის. ბ) ოდნავი მობრუნების შემთხვევაშიც კი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალის შედეგად გამოწვეული მობრუნის მომენტი დომინოს ქვას კიდევ უფრო აბრუნებს. გ) დომინოს ქვა უფრო მდგრადად ძევს, ვიდრე ა) სურათზე. დ) კუბი კიდევ უფრო მდგრადად ძევს.

12.3. წონასწორობისთვის საჭირო პირობები

სხეულის გადატანით მოძრაობას ნიუტონის მეორე კანონის შემდეგი ფორმა შეესაბამება:

$$\vec{F}_{\Sigma} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (12.2)$$

თუ სხეული გადატანით წონასწორობაშია ანუ $\vec{P}$ მუდმივია, მაშინ $d\vec{P}/dt = 0$ და გვექნება:

$$\vec{F}_{\Sigma} = 0 \text{ (ძალთა ბალანსი)} \quad (12.3)$$

სხეულის ბრუნვას ნიუტონის მეორე კანონის შემდეგი ფორმა შეესაბამება:

$$\vec{\tau}_{\Sigma} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (12.4)$$

თუ სხეული ბრუნვით წონასწორობაშია ანუ $\vec{L}$ მუდმივია, მაშინ $d\vec{L}/dt = 0$ და გვექნება:

$$\vec{\tau}_{\Sigma} = 0 \text{ (ძალთა მომენტების ბალანსი)} \quad (12.5)$$

მაშასადამე, სხეულის წონასწორობისთვის აუცილებელი პირობებია:



1. სხეულზე მოქმედი ყველა გარე ძალის ვექტორული ჯამი ნულის ტოლი უნდა იყოს.
2. ნებისმიერი შესაძლო წერტილის მიმართ გაზომილი, სხეულზე მოქმედი გარე ძალების მომენტების ვექტორული ჯამი ნულის ტოლი უნდა იყოს.

ეს პირობები, ცხადია, სტატიკურ წონასწორობას შეეხება. იგივე პირობების შესრულება საჭირო უფრო ზოგადი სახის წონასწორობისთვის, როდესაც $\vec{P}$ და $\vec{L}$ მუდმივია, ოღონდ ნულის ტოლი არ არის.

12.3 და 12.5 ვექტორული ფორმულებია და თითოეულ მათგანს სამი დამოუკიდებელი კომპონენტური ფორმულა შეესაბამება:

ძალთა ბალანსი	ძალების მომენტთა ბალანსი	
$F_{\Sigma,x} = 0$	$\tau_{\Sigma,x} = 0$	(12.6)
$F_{\Sigma,y} = 0$	$\tau_{\Sigma,y} = 0$	
$F_{\Sigma,z} = 0$	$\tau_{\Sigma,z} = 0$	

მდგომარეობა მარტივდება, როდესაც ვუშვებთ, რომ სხეულზე მოქმედი ყველა ძალა xy სიბრტყეშია მოდებული. ეს ნიშნავს, რომ სხეულზე მხოლოდ ისეთი ძალის მომენტი მოქმედებს, რომელიც z ღერძის პარალელური ღერძის გარშემო იწვევს მის ბრუნვას. ამგვარი დაშვების შემდეგ 12.6 ფორმულიდან ძალის ერთ და ძალის მომენტის ორ ფორმულას გამოვირიცხავთ:

$$F_{\Sigma,x} = 0 \text{ (ძალთა ბალანსი)} \quad (12.7)$$

$$F_{\Sigma,y} = 0 \text{ (ძალთა ბალანსი)} \quad (12.8)$$

$$\tau_{\Sigma,z} = 0 \text{ (ძალთა მომენტების ბალანსი)} \quad (12.9)$$

სადაც $\tau_{\Sigma,z}$ არის გარე ძალების მიერ წარმოქმნილი ჯამური ძალის მომენტი z ღერძის ან მისი პარალელური ნებისმიერი ღერძის მიმართ.

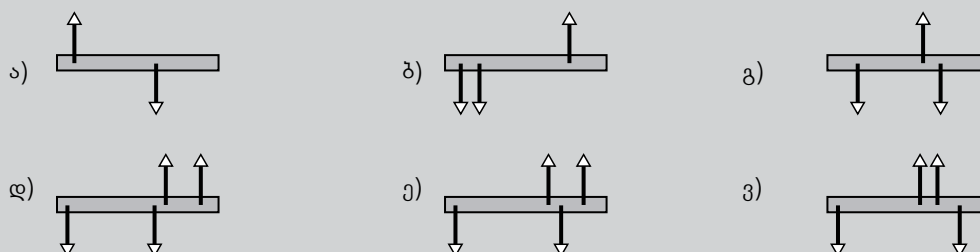


სურ. 12.3. მშენებელი ფოლადის ძელზე დგას და სტატიკურ წონასწორობაშია. ის ძელის პარალელურად უფრო მდგრადად დგას, ვიდრე ძელის პერპენდიკულარულად.

ყინულზე მუდმივი სიჩქარით მოსრიალე ჰოკეის შაიბა 12.7, 12.8 და 12.9 ფორმულებს აკმაყოფილებს და, მაშასადამე, წონასწორობაშია, მაგრამ არა *სტატიკურ წონასწორობაში*. სტატიკური წონასწორობისთვის შაიბის $\vec{P}$ წრფივი იმპულსი არა მხოლოდ მუდმივი, არამედ ნულის ტოლიც უნდა იყოს და შაიბა არ უნდა იძროდეს. აქედან გამომდინარე, სტატიკური წონასწორობის კიდევ ერთი პირობა არსებობს:

 **3. სხეულის $\vec{P}$ წრფივი იმპულსი ნულის ტოლი უნდა იყოს.**

 **საკონტროლო ნაჩივლი 1** სურათზე ნაჩვენებია ერთგვაროვანი ძელაკის ექვსი ზედხედი, როდესაც მასზე ორი ან მეტი ძალა პერპენდიკულარულად მოქმედებს. თუ ძალთა სიდიდეები სწორადაა შერჩეული და ნულის ტოლი არ არის, რომელ შემთხვევაში შეიძლება იყოს ძელაკი სტატიკურ წონასწორობაში?



12.4. სიმძიმის სენსიტი

განფენილ სხეულზე მოქმედი გრავიტაციული ძალა სხეულის ცალკეულ ელემენტებზე (ატომებზე) მოქმედი გრავიტაციული ძალების ვექტორული ჯამია. ცალკეული ელემენტების განხილვის ნაცვლად ვამბობთ:

 სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ გრავიტაციული ძალა ერთ წერტილზეა მოდებული, რომელსაც სხეულის **სიმძიმის ცენტრი** ეწოდება.

ეს ნიშნავს, რომ თუ ცალკეულ ელემენტებზე მოქმედი ძალები უეცრად გაქრება და $\vec{F}_g$ ძალა მხოლოდ სიმძიმის ცენტრზე იმოქმედებს, სხეულზე მოქმედი სრული ძალა და ძალის მომენტი (ნებისმიერი წერტილის მიმართ) არ შეიცვლება.

აქამდე ვუშვებდით, რომ $\vec{F}_g$ გრავიტაციული ძალა სხეულის მასათა ცენტრზე მოქმედებს ანუ მასათა ცენტრი სიმძიმის ცენტრს ემთხვევა. მასის სხეულისთვის $\vec{F}_g$ ძალა $M\vec{g}$ -ს ტოლია, სადაც $\vec{g}$ ამ ძალის მიერ გამოწვეული აჩქარებაა, როდესაც სხეული თავისუფლად ვარდება.

 თუ სხეულის ყველა ელემენტისთვის $\vec{g}$ აჩქარება თანაბარია, მაშინ სხეულის სიმძიმის ცენტრი მის მასათა ცენტრს მართლაც ემთხვევა.

ჩვენს ყოველდღიურებაში ამგვარი დაშვება მისაღებია, ვინაიდან $\vec{g}$ მხოლოდ მცირედით იცვლება დედამიწის ზედაპირის გასწვრივ და უმნიშვნელოდ მცირდება დედამიწის ზედაპირიდან ათვლილი სიმაღლის გაზრდისას. ამიტომ ისეთი ობიექტებისათვის, როგორიცაა თავგი ან ამერიკული ლოსი, სავსებით დასაშვებია გრავიტაციული ძალის მოდების წერტილად მასათა ცენტრი ჩაითვალოს. მომდევნო პარაგრაფში ამ საკითხს უფრო დანვრილებით დავამტკიცებთ.

ღამთიანება

თავდაპირველად სხეულის ცალკეული ელემენტები განვიხილოთ. 12.4ა სურათზე ნაჩვენებია მასის განფენილი სხეული და მისი m_i მასის ერთერთი ელემენტი. თითოეულ ასეთ ელემენტზე $\vec{F}_{gi}$ გრავიტაციული ძალა მოქმედებს და ეს ძალა $m_i \vec{g}_i$ -ს ტოლია. $\vec{g}_i$ -ს ინდექსი ნიშნავს, რომ შესაბამისი გრავიტაციული აჩქარება i ელემენტის მდებარეობაზე არსებობს (სხვა ელემენტისთვის შესაბამისი გრავიტაციული აჩქარება განსხვავებული შეიძლება იყოს).

12.4ა სურათზე, თითოეული $\vec{F}_{gi}$ ძალა შესაბამის ელემენტზე ათვლის სათავის მიმართ τ_i ძალის მომენტს წარმოქმნის და მისი მომენტის მხარია x_i . τ_i ძალის მომენტი 10.41 ფორმულის ($\tau = r_{\perp} F$) საშუალებით ჩავწეროთ:

$$\tau_i = x_i F_{gi} \quad (12.10)$$

სხეულის ყველა ელემენტზე მოქმედი ჯამური ძალის მომენტია:

$$\tau_{\Sigma} = \sum \tau_i = \sum x_i F_{gi} \quad (12.11)$$

ამჯერად მთელი სხეული განვიხილოთ. 12.4ბ სურათზე ნაჩვენებია სხეულის სიმძიმის ცენტრზე მოქმედი $\vec{F}_g$ მიზიდულობის ძალა. ეს ძალა სხეულზე ათვლის სათავის მიმართ τ ძალის მომენტს წარმოქმნის და მისი მომენტის მხარია x_{Σ} . ძალის მომენტი კვლავ 10.41 ფორმულის საშუალებით ჩავწეროთ:

$$\tau = x_{\Sigma} F_g \quad (12.12)$$

სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ გრავიტაციული ძალა ყველა ელემენტზე მოქმედი $\vec{F}_{gi}$ გრავიტაციული ძალების ჯამის ტოლია და 12.12 ფორმულაში F_g -ს ნაცვლად $\sum F_{gi}$ შეგვიძლია ჩავსვათ:

$$\tau = x_{\Sigma} \sum F_{gi} \quad (12.13)$$

ახლა გავიხსენოთ, რომ სიმძიმის ცენტრზე მოქმედი $\vec{F}_g$ ძალის მიერ გამოწვეული ძალის მომენტი სხეულის ყველა ელემენტზე მოქმედი $\vec{F}_{gi}$ ძალების მიერ გამოწვეული ჯამური მატერიალი ძალის ტოლია. აქედან გამომდინარე, 12.13 ფორმულის τ 12.11 ფორმულის τ_{Σ} -ის ტოლია. ეს ორი ფორმულა გავაერთიანოთ და მივიღებთ:

$$x_{\Sigma} \sum F_{gi} = \sum x_i F_{gi}$$

F_{gi} -ს ნაცვლად $m_i g_i$ ჩავსვათ და გვექნება:

$$x_{\Sigma} \sum m_i g_i = \sum x_i m_i g_i \quad (12.14)$$

თუ g_i აჩქარება ელემენტების ყველა მდებარეობაზე თანაბარია, მაშინ ამ ფორმულიდან g_i შეგვიძლია გამოვრიცხოთ:

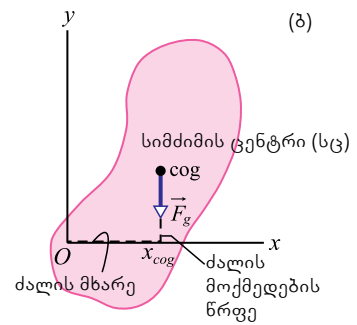
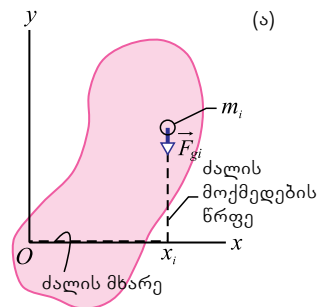
$$x_{\Sigma} \sum m_i = \sum x_i m_i \quad (12.15)$$

ყველა ელემენტის მასების $\sum m_i$ ჯამი სხეულის მასის ტოლია. აქედან გამომდინარე, 12.15 ფორმულა შემდეგი სახით შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$x_{\Sigma} = \frac{1}{M} \sum x_i m_i \quad (12.16)$$

12.16 ფორმულის მარჯვენა მხარე სხეულის მასის ცენტრის x_{com} კოორდინატს გვაძლევს (ფორმულა 9.4) და მაშასადამე დავამტკიცეთ, რომ:

$$x_{\Sigma} = x_{com} \quad (12.17)$$



სურ. 12.4. ა) განფენილი სხეულის m_i მასის ელემენტი. ელემენტზე მოქმედი $\vec{F}_{gi}$ გრავიტაციული ძალის მომენტის მხარე კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავის მიმართ არის x_i .
ბ) სხეულზე მოქმედი $\vec{F}_g$ გრავიტაციული ძალა სხეულის სიმძიმის ცენტრზე (სც) მოქმედებს. $\vec{F}_g$ ძალას ათვლის სათავის მიმართ x_{Σ} მომენტის მხარე აქვს.

საკონტროლო ნატილი 2 დავუშვათ პატარა ძელაკით ვაშლს ატრიალებთ და ძელაკი ვაშლის სიმძიმის ცენტრზე არ გადის. როდესაც ძელაკი ჰორიზონტალურად გიჭირავთ და ვაშლი თავისუფლად ბრუნავს, სად არის მისი სიმძიმის ცენტრი და რატომ?

12.5. სასაბუთო ნონასწორობის ხაზენიშა მახაითი

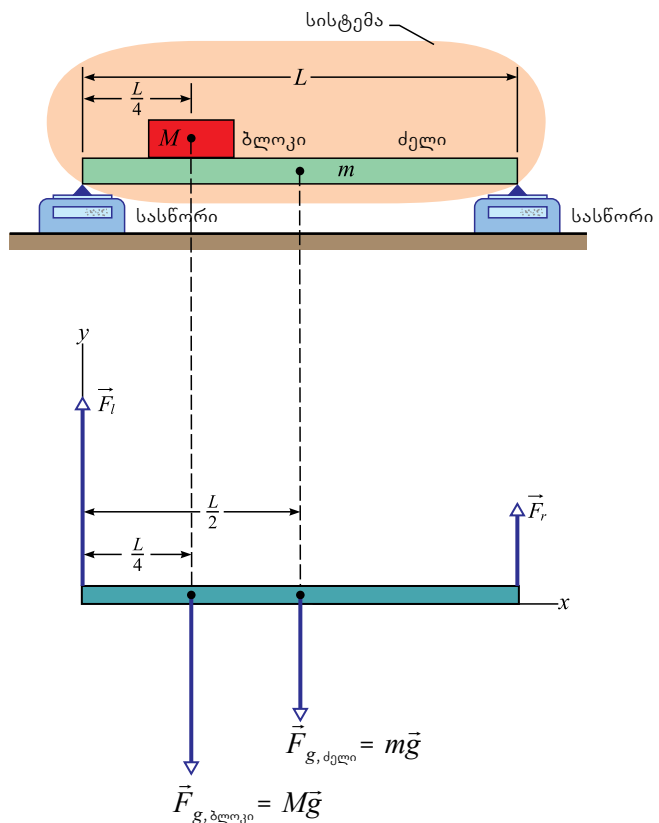
ამ პარაგრაფში სტატიკური ნონასწორობის შემცველი ამოცანის ამოხსნის 4 ნიშნულს განვიხილავთ. თითოეულ მათგანში ერთი ან მეტი საგნისგან შემდგარ სისტემას ვირჩევთ და ნონასწორობის ფორმულებს (12.7, 12.8 და 12.9) მას მივუსადაგებთ. ნონასწორობის მდგომარეობაში ძალები x, y სიბრტყეში მოქმედებს და ძალის მომენტები z ღერძის პარალელურია. აქედან გამომდინარე, 12.9 ფორმულის გამოყენებისას z ღერძისადმი პარალელურ ღერძს ვირჩევთ და ძალის მომენტებს მის მიმართ გამოვთვლით. მართალია 12.9 ფორმულა ღერძის ნებისმიერ ამგვარ არჩევანს მიესადაგება, მაგრამ ზოგიერთ შემთხვევაში ღერძის არჩევა ერთ ან მეტ უცნობ ნევრს აბათილებს და გამოთვლა მარტივდება.

ამოცანის ამოხსნის ნიშაი 12.1

12.5ა სურათზე, L სიგრძის და $m=1,8\text{კგ}$ მასის ერთგვაროვანი ძელი ორ სასწორს შორის უძრავად ძევს. $M=2,7\text{კგ}$ მასის ერთგვაროვანი ბლოკი ძელზეა მოთავსებული და მისი ცენტრი ძელის მარცხენა ბოლოდან $L/4$ მანძილზეა. როგორია თითოეული სასწორის ჩვენება?

ამოხსნა: სტატიკური ნონასწორობის შემცველი ამოცანების ამოხსნისას განსახილველი სისტემა ზუსტად უნდა განისაზღვროს და შემდეგ მისთვის თავისუფალი სხეულების დიაგრამა აიგოს, რომელზეც სისტემაზე მოქმედი ყველა ძალა იქნება გამოსახული. ამ შემთხვევაში, სისტემა ბლოკის და ძელის ერთობლიობაა. 12.5ბ სურათზე გამოსახულ თავისუფალი სხეულის დიაგრამაზე სისტემაზე მოქმედი ძალებია ნაჩვენები (სისტემის არჩევა გამოცდილებას მოითხოვს და ზოგჯერ ერთზე მეტი კარგი არჩევანიც არსებობს).

სასწორებიდან ძელზე $\vec{F}_l$ (მარცხნიდან) და $\vec{F}_r$ (მარჯვნიდან) დრეკადობის ძალები მოქმედებს. სასწორების ჩვენების საინტერესო ჩვენება სწორედ ამ ძალების სიდიდეების ტოლია. ძელზე მოქმედი $\vec{F}_{g, \text{ძელი}}$ გრავიტაციული ძალა მის მასათა ცენტრზეა მოდებული და $m\vec{g}$ -ს ტოლია. ბლოკზე მოქმედი $\vec{F}_{g, \text{ბლოკი}}$ გრავიტაციული ძალაც ბლოკის ცენტრზეა მოდებული და $M\vec{g}$ -ს ტოლია. 12.5ბ სურათის გასამარტივებლად, ბლოკი ძელაკში მოქცეული წერტილის სახითაა წარმოდგენილი, ხოლო $\vec{F}_{g, \text{ბლოკი}}$ ძალის ვექტორის სათავე ბლოკს ემთხვევა ($\vec{F}_{g, \text{ბლოკი}}$ ძალის ვექტორის გადაადგი-



სურ. 12.5.

- ა) m მასის ძელზე M მასის ბლოკი ძევს.
 ბ) თავისუფალი სხეულის დიაგრამაზე ძელი + ბლოკის სისტემაზე მოქმედი ძალებია ნაჩვენები.

ლება მოქმედების წრფის გასწვრივ, სურათის პერპენდიკულარული ნებისმიერი ღერძის მიმართ წარმოქმნილ ძალის მომენტს არ ცვლის).

ვინაიდან სისტემა სტატიკურ წონასწორობაშია, ჩვენ შეგვიძლია ძალთა ბალანსის (12.7 და 12.8) და ძალის მომენტთა ბალანსის (12.9) ფორმულები გამოვიყენოთ. ძალებს x კომპონენტი არ გააჩნია, ამიტომ 12.7 ფორმულა ($F_{\Phi,x} = 0$) ინფორმაციას არ გვაწვდის. 12.8 ფორმულა ($F_{\Phi,y} = 0$) y კომპონენტისთვის გვაძლევს:

$$F_l + F_r - Mg - mg = 0 \quad (12.18)$$

12.18 ფორმულა F_l და F_r უცნობებს შეიცავს, ამიტომ ძალის მომენტთა ბალანსის 12.9 ფორმულაც გვჭირდება. ეს ფორმულა 12.5 სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარული ნებისმიერი ბრუნვის ღერძისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ. მოდით ბრუნვის ღერძად ძელის მარცხენა ბოლოზე გამავალი ღერძი ავირჩიოთ. თუ ძალის მომენტი ბრუნვის ღერძის გარშემო საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით უძრავი სხეულის ბრუნვას იწვევს, მაშინ ძალის მომენტი უარყოფითია და თუ ბრუნვა საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ხდება, მაშინ ძალის მომენტი დადებითია. ძალის მომენტები $r_{\perp}$ სახით ჩავწეროთ, სადაც $r_{\perp}$ ძალის მომენტის მხარი $\vec{F}_l$ -სთვის არის 0, $M\vec{g}$ -სთვის $-L/4$, $m\vec{g}$ -სთვის $-L/2$ და $\vec{F}_r$ -სთვის $-L$. ამის შემდეგ ბალანსის ფორმულა ($\tau_{\Phi,z} = 0$) ასეთ სახეს მიიღებს:

$$(0)(F_l) - (L/4)(Mg) - (L/2)(mg) + (L)(F_r) = 0$$

რაც გვაძლევს:

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{4}Mg + \frac{1}{2}mg \\ &= \frac{1}{4}(2,7 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) + \frac{1}{2}(1,8 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) \\ &= 15,44 \text{ ნ} \approx 15 \text{ ნ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

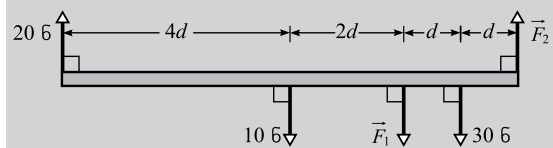
12.18 ფორმულა F_l -სთვის ამოვხსნათ და ზემოთ მიღებული შედეგი ჩავსვათ:

$$\begin{aligned} F_l &= (M + m)g - F_r \\ &= (2,7 \text{ კგ} + 1,8 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) - 15,44 \text{ ნ} \\ &= 28,66 \text{ ნ} \approx 29 \text{ ნ} \end{aligned} \quad (\text{პასუხი})$$

ყურადღება მიაქციეთ ამოცანის ამოხსნის მე-თოდს: როდესაც ძალთა კომპონენტების ფორმულა დავწერეთ, ორი უცნობი გვექონდა. რაიმე პირობითი ღერძის მიმართ ძალის მომენტთა ბალანსის ფორმულის დანერგის შემთხვევაში იგივე ორ უცნობს გადავეყრებოდით. მიუხედავად ამისა, ჩვენს მიერ არჩეული ღერძი ერთ-ერთი უცნობი ძალის (ამ შემთხვევაში $\vec{F}_l$ -ის) მოდების წერტილზე გადიოდა და ამიტომ ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელი გახდა. ჩვენმა არჩევანმა ძალის მომენტების ფორმულიდან ეს ძალა გამოირიცხა და F_r ძალის გამოთვლა შესაძლებელი გახდა. შემდეგ ძალთა კომპონენტების ბალანსის ფორმულას დავუბრუნდით და მეორე ძალის უცნობი სიდიდეც გამოვთვალეთ.

სამონტროლო ნაშტილი 3 სურათზე

ნაჩვენებია სტატიკურ წონასწორობაში მყოფი ერთგვაროვანი ძელაკი. ა) შესაძლებელია თუ არა $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალების გამოთვლა ძალთა ბალანსის საშუალებით? თუ $\vec{F}_2$ ძალის გამოთვლა ერთი ფორმულის გამოყენებით გსურთ, სად უნდა იყოს ბრუნვის ღერძი? გ) $\vec{F}_2$ ძალის სიდიდეა 65 ნ. რა სიდიდისაა $\vec{F}_1$ ძალა?



ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 12.2

12.6ა სურათზე, $L=12\text{მ}$ სიგრძის და $m=45\text{კგ}$ მასის კიბე გლუვ (ხახუნისგან თავისუფალ) კედელზეა მიყუდებული. კიბის ზედა ბოლო ტროტუარიდან $h=9,3\text{მ}$ სიმაღლეზეა (ტროტუარზე ხახუნის ძალა მოქმედებს). კიბის მასის ცენტრი კიბის ქვედა ბოლოდან $L/3$ მანძილზეა. $M=72\text{კგ}$ მასის მეხანძრე კედელზე ადის და მისი მასათა ცენტრი კიბის ქვედა ბოლოდან $L/2$ მანძილზეა. რა ძალები მოქმედებს კედლიდან და ტროტუარიდან კიბეზე?

ამოხსნა: სისტემად მეხანძრე და კიბე მივიჩნიოთ და შემდეგ 12.6ბ სურათის მსგავსად თავისუფალი სხეულის დიაგრამა ავაგოთ. მეხანძრე კიბის არეალში მოქცეული წერტილის სახით წარმოვადგინოთ. მეხანძრეზე $M\vec{g}$ გრავიტაციული ძალა მოქმედებს, რომელიც მოქმედების წრფის გასწვრივაა გადაადგილებული და ამ ძალის ვექტორის სათავე წერტილს ემთხვევა (ძალის ვექტორის ასეთი ძერა სურათის

პერპენდიკულარული ნებისმიერი ღერძის მიმართ ძალის მომენტზე გავლენას არ ახდენს).

კედლიდან კიბეზე მხოლოდ $\vec{F}_w$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს (გლუვ კედელზე ხახუნის ძალა არ შეიძლება მოქმედებდეს). ტროტუარიდან კიბეზე მოქმედ $\vec{F}_p$ ძალას $\vec{F}_{px}$ ჰორიზონტალური კომპონენტი (სტატიკური ხახუნის ძალა) და $\vec{F}_{py}$ ვერტიკალური კომპონენტი (დრეკადობის ძალა) აქვს.

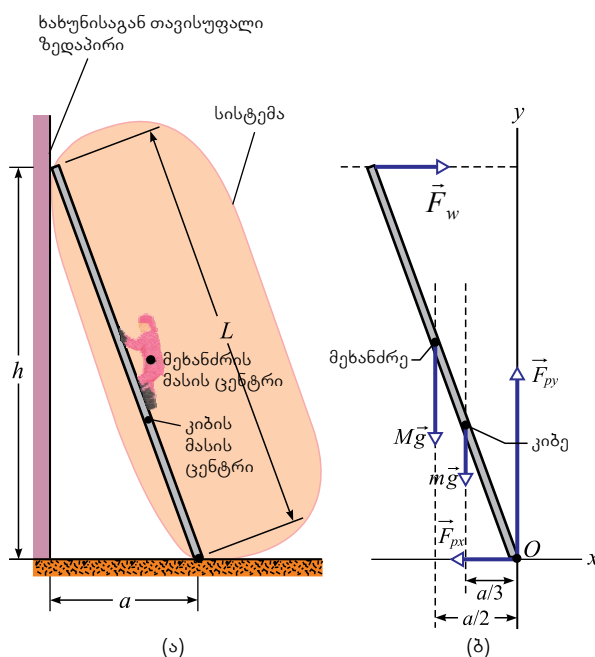
სისტემა სტატიკურ წონასწორობაშია, ამიტომ მას ბალანსის ფორმულები (12.7-12.9) შეესაბამება. მოდით, 12.9 ფორმულით ($\tau_{\phi,z}=0$) დავიწყოთ. ღერძის ასარჩევად, რომლის მიმართაც ძალის მომენტებს გამოვთვლით, გავითვალისწინოთ, რომ კიბის ბოლოებზე უცნობი ძალები ($\vec{F}_w$ და $\vec{F}_p$) მოქმედებს. გამოთვლების დროს მაგალითად $\vec{F}_p$ ძალის გამორიცხვისთვის ღერძი წერტილზე, სურათის პერპენდიკულარულად გავავლოთ. გარდა ამისა, x, y კოორდინატა სისტემის ათვლის სათავე O წერტილს დავამთხვიოთ. O წერტილის მიმართ ძალის მომენტების გამოთვლა 10.39-10.41 ფორმულების საშუალებით შეიძლება, მაგრამ 10.41 ფორმულა ($\tau=r_{\perp}F$) ამ შემთხვევაში ყველაზე მარტივია.

$\vec{F}_w$ ძალის $r_{\perp}$ მხარის გამოთვლისთვის მოქმედების წრფე გავავლოთ (ჰორიზონტალური, დაშტრიხული ხაზი 12.6ბ სურათზე). ამის შემდეგ $r_{\perp}$ არის პერპენდიკულარული მანძილი O -სა და მოქმედების წრფეს შორის, 12.6ბ სურათზე ჩანს, რომ, $r_{\perp}$ მხარი y ღერძის გასწვრივაა გადაჭიმული და h სიმაღლის ტოლია. თუ მოქმედების წრფეებს $M\vec{g}$ და $m\vec{g}$ ძალებისთვისაც ასევე გავავლებთ, გამოჩნდება, რომ მათი მხრები x ღერძის გასწვრივ არის გადაჭიმული. 12.6ა სურათზე ნაჩვენებია a მანძილის შემთხვევაში, $M\vec{g}$ და $m\vec{g}$ ძალის მხრი შესაბამისად არის $a/2$ (მეხანძრე კიბის შუაშია) და $a/3$. $\vec{F}_{px}$ და $\vec{F}_{py}$ -სთვის მხრები ნულის ტოლია.

თუ ძალის მომენტებს $r_{\perp}F$ სახით ჩავწერთ, $\tau_{\phi,z}=0$ ბალანსის ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$-(h)(F_w) + (a/2)(Mg) + (a/3)(mg) + (0)(F_{px}) + (0)(F_{py}) = 0 \quad (12.19)$$

(გაიხსენეთ, რომ დადებითი ძალის მომენტი საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ ბრუნვას შეესაბამება, ხოლო უარყოფითი ძალის მომენტი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით ბრუნვას).



სურ. 12.6. ა) მეხანძრე გლუვ კედელზე მიყუდებულ კიბეზე აღის. ბ) თავისუფალი სხეულების დიაგრამა. ნაჩვენებია მეხანძრე+კიბის სისტემაზე მოქმედი ძალები. კოორდინატა სისტემის ათვლის სათავე $\vec{F}_p$ უცნობი ძალის მოდების წერტილს ემთხვევა. სურათზე ასევე ნაჩვენებია $\vec{F}_p$ ძალის $\vec{F}_{px}$ და $\vec{F}_{py}$ ვექტორული კომპონენტები.

პითაგორას თეორემიდან გამომდინარე:

$$a = \sqrt{L^2 - h^2} = 7,58 \text{ მ}$$

ამის შემდეგ 12.19 ფორმულა გვაძლევს:

$$F_w = \frac{ga(M/2 + m/3)}{h} = \frac{(9,8 \text{ მ/წ}^2)(7,58 \text{ მ})(72/2 \text{ კგ} + 45/3 \text{ კგ})}{9,3 \text{ მ}} =$$

$$= 407,6 \approx 410 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

ამჯერად ძალთა ბალანსის ფორმულები გვჭირდება. $F_{\phi,x}=0$ ფორმულა გვაძლევს:

$$F_w - F_{px} = 0 \quad (12.20)$$

$$\text{ანუ } F_{px} = F_w = 410 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

$F_{\phi,y}=0$ ფორმულა გვაძლევს:

$$F_{py} - Mg - mg = 0 \quad (12.21)$$

$$\text{ანუ } F_{py} = (M + m)g = (72 \text{ კგ} + 45 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) = 1146,6 \text{ ნ} \approx 1100 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

12.7ა სურათზე ნაჩვენებია შვერილზე თოკით ჩამოკიდებული $M = 430$ კგ მასის სეიფი. შვერილის ზომებია $a = 1,9$ მ და $b = 2,5$ მ. შვერილი სახსრული ძელისა და ჰორიზონტალური კაბელისგან შედგება. ერთგვაროვანი ძელის m მასაა 85კგ. კაბელის და თოკის მასა უმნიშვნელოა.

ა) რა T_c დაჭიმულობა აქვს კაბელს ანუ რა $\vec{T}_c$ ძალა მოქმედებს კაბელიდან ძელზე?

ამოხსნა: ამჯერად სისტემა მხოლოდ ძელია და მასზე მოქმედი ძალები 12.7ბ სურათზე გამოსახულ თავისუფალი სხეულის დიაგრამაზეა ნაჩვენები. კაბელიდან მოქმედი ძალაა $\vec{T}_c$. ძელზე მოქმედი გრავიტაციული ძალა მისი მასის ცენტრზეა მოდებული და არის $m\vec{g}$. სახსრიდან ძელზე მოქმედი ძალის ვერტიკალური კომპონენტი $\vec{F}_v$, ხოლო ჰორიზონტალური კომპონენტი $\vec{F}_h$. სეიფის დამჭერი თოკიდან $\vec{T}_r$ ძალა მოქმედებს. ვინაიდან ძელი, თოკი და სეიფი არ მოძრაობს, $\vec{T}_r$ ძალის სიდიდე სეიფის წონის ტოლია ანუ $T_r = Mg$. xy კოორდინატთა სისტემის ათვლის სათავე სახსარს ემთხვევა.

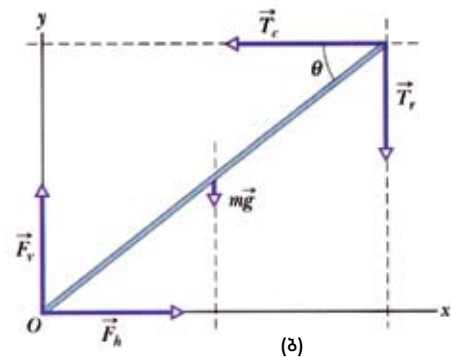
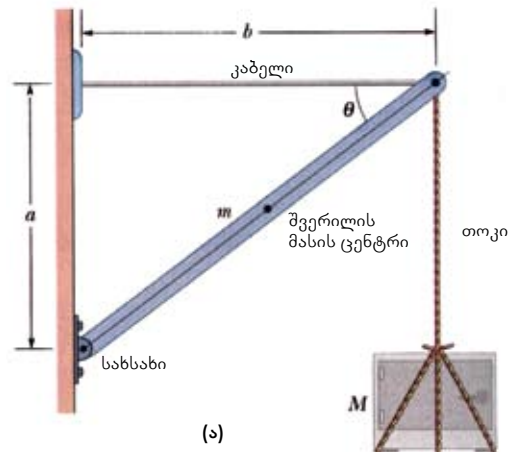
ჩვენი სისტემა სტატიკურ წონასწორობაშია ანუ მას ბალანსის ფორმულები მიესადაგება. მოდით, 12.9 ფორმულით ($\tau_{\phi,z} = 0$) დავიწყოთ. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ჩვენ $\vec{T}_c$ ძალას გვეკითხებიან და არა სახსარზე მოქმედ $\vec{F}_h$ ან $\vec{F}_v$ ძალებს. აქედან გამომდინარე, თუ ჩვენ ძალების მომენტთა ბალანსის განტოლებას O წერტილის მიმართ ჩავწერთ, ამ ძალებს ნულოვანი მხარი ექნება. $\vec{T}_c$, $\vec{T}_r$ და $m\vec{g}$ ძალების მოქმედების წრფეები 12.7ბ სურათზე დაშტრიხული ხაზებითაა წარმოდგენილი. შესაბამისად მათი მხრებია a , b და $b/2$.

თუ ძალის მომენტებს $r_{\perp}F$ სახით ჩავწერთ და ძალის მომენტების ნიშნების შერჩევის წესს გამოვიყენებთ, $\tau_{\phi,z} = 0$ ბალანსის ფორმულა გვაძლევს:

$$(a)(T_c) - (b)(T_r) - (\frac{1}{2}b)(mg) = 0$$

T_r -ს ნაცვლად Mg ჩავსვათ და T_c -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} T_c &= \frac{gb(M + \frac{1}{2}m)}{a} \\ &= \frac{(9,8 \text{ მ/წ}^2)(2,5 \text{ მ})(430 \text{ კგ} + 85/2) \text{ კგ}}{1,9 \text{ მ}} \\ &= 6093 \text{ ნ} \approx 6100 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$



სურ. 12.7. ა) მძიმე სეიფი ჰორიზონტალური ფოლადის კაბელისა და ერთგვაროვანი ძელისგან დამზადებულ შვერილზეა ჩამოკიდებული.

ბ) თავისუფალი სხეულების დიაგრამა ძელისთვის.

ბ) რა ჯამური ძალა მოქმედებს სახსრიდან ძელზე?

ამოხსნა: ამჯერად F_h -ის და F_v -ს გამოთვლა გვსურს, რათა მათი გაერთიანების შედეგად F ძალა მივიღოთ. ვინაიდან T_c ვიცით, ძალთა ბალანსის ფორმულები ძელს მივუსადაგოთ. ჰორიზონტალური მიმართულებით ბალანსის განტოლება $F_{\phi,x} = 0$ შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$F_h - T_c = 0$$

აქედან გამომდინარე:

$$F_h = T_c = 6093 \text{ ნ.}$$

ვერტიკალური მიმართულებით $F_{\phi,y} = 0$ ფორმულა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$F_v - mg - T_r = 0$$

T_r -ს ნაცვლად Mg ჩავსვათ და F_v -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} F_v &= (m+M)g = (85 \text{ კგ} + 430 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) \\ &= 5047 \text{ ნ} \end{aligned}$$

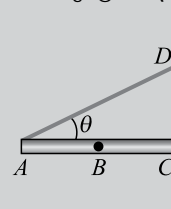
პითაგორას თეორემიდან გამომდინარე:

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} = \sqrt{(6093 \text{ ნ})^2 + (5047 \text{ ნ})^2} \approx 7900 \text{ ნ.} \quad (\text{პასუხი})$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ F ძალა სეიფის და ძელის გაერთიანებულ წონაზე ანუ 5000 ნ-ზე და ჰორიზონტალური მავთულის დაჭიმულობაზე ანუ 6100 ნ-ზე ბევრად მეტია.

საინჟინრო ნაბიჯი 4 სურათზე გამოსახული 5კგ მასის AC ძელაკი თოკისა და კედელსა და ძელაკს შორის ხახუნის შედეგად უძრავია. ერთგვაროვანი ძელაკი 1მ სიგრძისაა

და $\theta = 30^\circ$. ა) თუ თოკიდან ძელაკზე მოქმედი $\vec{T}$ ძალა ერთი ფორმულის საშუალებით უნდა გამოთვალოთ, რომელ წერტილზე უნდა გაივლოს ბრუნვის ღერძი? ამ ღერძის შერჩევისა და საათის ისრის მოძრაობის სანინააღმდეგოდ მარბუნებელი დადებითი ძალის მომენტების არჩევის შემდეგ რა ნიშანი ექნება ბ) ძელაკის წონით გამოწვეულ τ_w ძალის მომენტს და გ) თოკიდან ძელაკზე მოქმედი ძალის τ_r ძალის მომენტს? დ) τ_r -ის სიდიდე τ_w -ზე მეტია, ნაკლებია თუ ორივე სიდიდე თანაბარია?



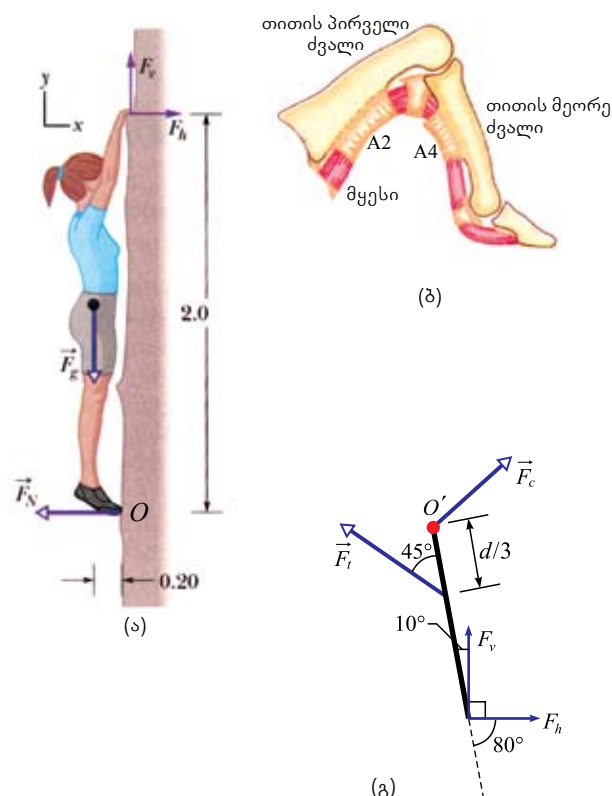
ამოსანის ამოხსნის ნიშანი 12.4

მთამსვლელს, რომელიც თითების მწვავე ტკივილს უჩივის, ხშირად ახსოვს, თუ როდის დაეწყო ტკივილი. ის რამდენიმე მილიმეტრის სიღრმის შეერილს ოთხი თითით ეკიდებოდა, რათა არ ჩამოვარდნილიყო.

ა) 12.8ა სურათზე გამოსახულია 70კგ მასის მთამსვლელი, რომელიც ერთი ხელით არის ჩამოკიდებული. მისი ფეხები კლდეს მოხრილი თითების გაყოლებაზე ეხება. დაფუშვით ჰორიზონტალური შევრილიდან მოქმედი ძალა ოთხივე თითზე თანაბრად ნაწილდება. გამოთვალეთ თითოეულ თითზე მოქმედი ძალის F_h ჰორიზონტალური კომპონენტი და F_v ვერტიკალური კომპონენტი.

ამოხსნა: ჩვენი სისტემა მხოლოდ მთამსვლელია და 12.8ა სურათზე ნაჩვენებია მასზე მოქმედი ძალები. $\vec{F}$ ძალა თითოეულ თითზე მოქმედებს და მას F_h ჰორიზონტალური კომპონენტი და F_v ვერტიკალური კომპონენტი აქვს. აქედან გამომდინარე, ოთხივე თითზე მოქმედი ჯამური ძალის ჰორიზონტალური კომპონენტია $4F_h$ და ვერტიკალური კომპონენტია $4F_v$. მთამსვლელის მასათა ცენტრზე $\vec{F}_g = m\vec{g}$ მიზიდულობის ძალა მოქმედებს, ხოლო O წერტილზე მთამსვლელის ფეხზე კედლიდან $\vec{F}_N$ დრეკადობის ძალა მოქმედებს (კედლიდან ფეხზე ვერტიკალური ძალა არ მოქმედებს).

ვინაიდან სისტემა სტატიკურ წონასწორობაშია, ჩვენ შეგვიძლია ძალთა ბალანსის და ძალის



სურ. 12.8. ა) მთამსვლელი ხელის თითებით არის ჩამოკიდებული. მასზე მოქმედი ძალები ნაჩვენებია. ბ) მყესი 2 და 4 შკივებზე გადის და თითის ძელებს უერთდება. გ) თითის მეორე ძვალზე მოქმედი ძალების გამარტივებული გამოსახულება.

მომენტების ბალანსის ფორმულები გამოვიყენოთ. ძალთა ბალანსის $F_{\phi, x} = 0$ ფორმულა გვაძლევს:

$$-F_N + 4F_h = 0$$

ამ ფორმულას F_h -სთვის ვერ ამოვხსნით, ვინაიდან F_N -ის მნიშვნელობა არ ვიცით. ძალთა ბალანსის $F_{\phi, y} = 0$ ფორმულა გვაძლევს:

$$4F_v - mg = 0$$

ეს ფორმულა F_v -სთვის ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} F_v &= mg/4 = (70 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)/4 \\ &= 171,5 \text{ ნ} \approx 1,7 \times 10^2 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ჩვენთვის საჭირო მესამე ფორმულა ძალის მომენტთა ბალანსის $\tau_{\phi, z} = 0$ ფორმულაა. ვინაიდან $\vec{F}_N$ ძალა არც ვიცით და არც გვაინტერესებს, მოდით ძალის მომენტები O წერტილზე გამავალი და სურათის პერპენდიკულარული ღერძის გარშემო გამოვთვალოთ. ამისთვის მთამსვლელებზე მოქმედი თითოეული ძალის $r_{\perp}$ მხარი გვჭირდება. $\vec{F}_N$ ძალის მხარი O -ის ტოლია, $m\vec{g}$ ძალისთვის $-0,2$ მ-ია, F_h -სთვის 2 მ-ია, ხოლო F_v -სთვის ნულის ტოლია. 11.17 ფორმულის ($\tau = r_{\perp}F$) გამოყენებით $\tau_{\phi, z} = 0$ ფორმულა ასეთი სახით ჩავენეროთ:

$$(0)F_N + (0,2\text{მ})(mg) - (2\text{მ})(4F_h) + (0)(4F_v) = 0.$$

F_h -სთვის ამოხსნა და მონაცემების ჩასმა მოგვცემს:

$$\begin{aligned} F_h &= \frac{(0,2 \text{ მ})(70 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წმ}^2)}{4(2,0 \text{ მ})} \\ &= 17,15 \text{ ნ} \approx 17 \text{ ნ}. \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ბ) 12.8ბ სურათზე თითის აგებულებაა ნაჩვენები. წინამხრის კუნთებიდან გადაჭიმული მყესი თითის შორეულ ძვალს უერთდება. მყესი გზად რამდენიმე გარსს გადის, რომელთაც *შკივები* ეწოდება. A2 შკივი თითის პირველ ძვალთანაა დაკავშირებული, ხოლო A4 შკივი თითის მეორე ძვალს უკავშირდება. თითის მოხრის დროს, წინამხრის კუნთები შკივებზე გამავალ მყესს ისევე ქაჩავს, როგორც თოჯინების

თეატრში თოკების საშუალებით მარიონეტებს ამოძრავებენ.

12.8გ სურათზე ნაჩვენებია თითის მეორე ძვლის გამარტივებული გრაფიკი, როდესაც ძვლის სიგრძეა d . მყესიდან ძვალზე მოქმედი $\vec{F}_t$ ძალა A4 შკივში შესვლის ადგილზეა მოდებული, ძვლიდან $d/3$ მანძილზე. სურათის ა) ნაწილზე გამოსახულ შემთხვევაში და 12.8გ სურათზე გამოსახული კუთხეებისთვის, რა სიდიდის იქნება $\vec{F}_t$?

ამოხსნა: ამჯერად ჩვენი სისტემა თითის მეორე ძვალია. ვინაიდან სისტემა წონასწორობაშია, ბალანსის ფორმულები, კერძოდ კი ძალის მომენტთა ბალანსის ფორმულა ($\tau_{\phi, z} = 0$) შეგვიძლია გამოვიყენოთ. ვინაიდან O' წერტილზე (პირველი და მეორე ძვლის შეხების ადგილზე) მოქმედი $\vec{F}_c$ ძალა არ ვიცით და არც გვაინტერესებს, ძალის მომენტები ამ წერტილის მიმართ გამოვთვალოთ. მეორე ძვლის უცნობი სიგრძეა d და ძალის მომენტების გამოთვლისთვის 11.15 ფორმულა ($\tau = rF\sin\phi$) გამოვიყენოთ. r -ის მნიშვნელობა $\vec{F}_c$ -სთვის არის 0 , $\vec{F}_t$ -სთვის $-d/3$, ხოლო F_h -სთვის და F_v -სთვის $-d$. ამის შემდეგ $\tau_{\phi, z} = 0$ ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$(0)F_c - \frac{d}{3}F_t\sin 45^\circ + dF_v\sin 10^\circ + dF_h\sin 80^\circ = 0$$

F_t -სთვის ამოხსნისა და F_h , F_v მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{3[(171,5 \text{ ნ})(\sin 10^\circ) + (17,15 \text{ ნ})(\sin 80^\circ)]}{\sin 45^\circ} \\ &= 198 \text{ ნ} \approx 2,0 \times 10^2 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი}) \end{aligned}$$

ექიმების აზრით, F_t -ს ასეთი მნიშვნელობა მისაღებია. მიუხედავად ამისა, თუ მთამსვლელებს ძალებს ოთხივე თითზე თანაბრად არ გაანაწილებს, F_t ძალის მნიშვნელობა ერთი ან რამდენიმე თითისთვის A2 ან A4 შკივების შესაძლებლობას გადაამეტებს. ამ შემთხვევაში, ერთი ან ორივე შკივი ზიანდება. როდესაც ამგვარი დაზიანების მიმღები მთამსვლელები თითის ხელის გულთან მიტანას ცდილობს, მყესი კანქვეშ იბურცება, ვინაიდან შკივები მას აღარ იჭერს.

ამოცანის ამოხსნის ტაქტიკა

ტაქტიკა 5: სტატიკური წონასწორობის ამოცანები

სტატიკურ წონასწორობასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას შემდეგ ტაქტიკას ვიყენებთ:

1. ამოცანას ვიზუალურად გამოვსახავთ.
2. ვირჩევთ სისტემას, რომელსაც წონასწორობის კანონებს მივუსადაგებთ და შემდეგ ამ სისტემას ან ნახატს შემოვხაზავთ, რათა კარგად დავამახსოვრდეს. ზოგიერთ შემთხვევაში სისტემა ერთი საგანი შეიძლება იყოს. ეს ის საგანია, რომელიც გვსურს, რომ წონასწორობაში იყოს (როგორც არის მაგალითად 12.4 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში მოყვანილი მთამსვლელი). ზოგჯერ სისტემაში დამატებითი საგნებიც შეგვიძლია შევიყვანოთ თუ ამგვარი მოქმედება წონასწორობის ფორმულების გამოთვლას ამარტივებს. მაგალითად თუ 12.2 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში სისტემად მხოლოდ კიბეს მივიჩნევდით, მაშინ კიბეზე მოქმედი დამატებითი უცნობი ძალების გათვალისწინება მოგიწევდათ. დამატებითი უცნობების გაჩენა კი გამოთვლას ართულებს. 12.6 სურათზე სისტემაში მეხანძრეც შევიყვანეთ, რათა უცნობი ძალები სისტემის შიდა ძალებად გვექცია და ამოცანის ამოხსნა გაგვემარტივებინა.
3. ვაგებთ სისტემის თავისუფალი სხეულის დიაგრამას. შემდეგ სისტემაზე მოქმედ ყველა ძალას გამოვსახავთ და ვასათაურებთ. ამავე დროს დარწმუნებული უნდა ვიყოთ, რომ გამოსახული ძალების მოდების ადგილები და

მოქმედების წრფეები სწორადაა შერჩეული.

4. ვაგვლებთ კოორდინატთა სისტემის x და y ღერძებს. სასურველია ერთ-ერთი ღერძი მაინც იყოს ერთი ან მეტი უცნობი ძალის პარალელური. შემდეგ იმ ძალას, რომელიც არც ერთი ღერძის პარალელური არ არის, კომპონენტებად ვშლით. ჩვენს ამოცანის ამოხსნის ნიმუშებში x ღერძი ჰორიზონტალური იყო, ხოლო y ღერძი ვერტიკალური.
5. ვწერთ ძალთა ბალანსის ფორმულებს და სიმბოლოებს ყურადღებით ვეპყრობით.
6. ვირჩევთ სურათის სიბრტყის პერპენდიკულარულ, ერთ ან მეტ ბრუნვის ღერძს და თითოეული ღერძისთვის ძალის მომენტთა ბალანსის ფორმულას ვწერთ. თუ ბრუნვის ღერძი უცნობი ძალის მოქმედების წრფეზე გადის, ფორმულა გამარტივდება, ვინაიდან ეს ძალა ფორმულაში არ შევა.
7. მიღებულ ფორმულებს ალგებრულად ვხსნით. ზოგიერთი სტუდენტი რიცხვების ჯერ კიდევ დამოუკიდებელ ფორმულებში ჩასმას ამჯობინებს, მაგრამ გამოცდილი ფიზიკოსები ალგებრას ანიჭებენ უპირატესობას. ალგებრა პასუხების სხვადასხვა ცვლადებზე დამოკიდებულებას კარგად აჩვენებს.
8. მიღებულ ალგებრულ ფორმულებში რიცხვები ჩასვით და უცნობი სიდიდეების რიცხვითი მნიშვნელობები გამოთვალეთ.
9. ვაკვირდებით პასუხს. არის თუ არა მიღებული პასუხი დასაბუთებული? ხომ არ არის მეტისმეტად დიდი ან მცირე? სწორია თუ არა ნიშანი? არის თუ არა ერთეული შესაბამისი?

12.6. საბაზისური ბანკის პრინციპები

მე-12 თავის ამოცანების ამოხსნისთვის მხოლოდ სამი დამოუკიდებელი ფორმულა გვაქვს. ესენია ძალთა ბალანსის ორი ფორმულა და მოცემული ბრუნვის ღერძის მიმართ ძალის მომენტთა ბალანსის ერთი ფორმულა. აქედან გამომდინარე, როდესაც ამოცანა სამზე მეტ უცნობს შეიცავს, მის ამოხსნას ვერ შევძლებთ.

ამგვარი ამოცანები ხშირად გვხვდება. მაგალითად, 12.2 ამოცანის ამოხსნის ნიმუშში შეგვეძლო დავგვეშვა, რომ კედელსა და კიბეს შორის ხახუნის ძალა მოქმედებს. ამ შემთხვევაში, კედლისა და კიბის შეხების ადგილზე ვერტიკალური ხახუნის ძალა იმოქმედებდა და უცნობი ძალების რაოდენობა 4-მდე გაიზრდებოდა. სამი ფორმულის საშუალებით 4 უცნობს ვერ გამოვთვლიდით.

ასევე განვიხილოთ არასიმეტრიულად დატვირთული მანქანა. ოთხივე ბორბალზე სხვადასხვა ძალა

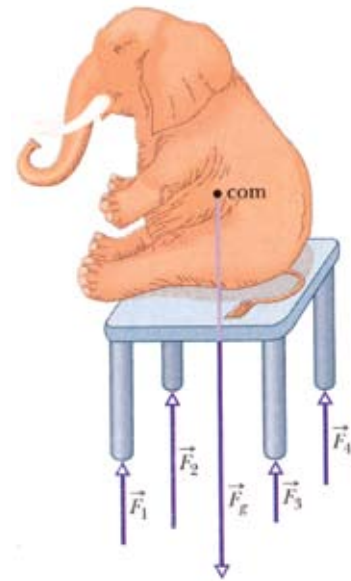
მოქმედებს და როგორ გამოვთვლით მათ? ძალების გამოთვლა შეუძლებელია, ვინაიდან მხოლოდ სამი დამოუკიდებელი ფორმულა გვაქვს. იგივე მოსაზრების გამო წონასწორობის ამოცანას სამფეხა მაგიდისთვის ამოვხსნით, ხოლო ჩვეულებრივი მაგიდისთვის კი უძლურნი აღმოვჩნდებით. ამოცანებს, რომლებიც არსებულ ფორმულებზე მეტ უცნობებს შეიცავენ, **განუსაზღვრელი** ეწოდება.

მიუხედავად ყოველივე ზემოთქმულისა, განუსაზღვრელი ამოცანების ამოხსნა შესაძლებელია. თუ მანქანას ბორბლებით ოთხ სასწორზე დააყენებთ, თითოეული სასწორი გარკვეულ რიცხვს აჩვენებს და მათი ჯამი მანქანის წონაა. მაშინ რა გვიშლის ხელს ფორმულების ამოხსნის გზით ცალკეული ძალების გამოთვლაში?

პრობლემა ის არის, რომ სხეულებს, რომელთაც სტატიკური წონასწორობის ფორმულებს მივუსადაგებთ, ყოველგვარი მსჯელობის გარეშე აბსოლუტურად მყარად მივიჩნივთ ანუ ვუშვებთ, რომ ძალების მოდების შედეგად ისინი დეფორმაციას არ განიცდიან. სინამდვილეში კი ასეთი სხეულები არ არსებობს. მაგალითად, მანქანის ბორბლები დეფორმაციას განიცდის, ვიდრე მანქანა სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობაში გადავა.

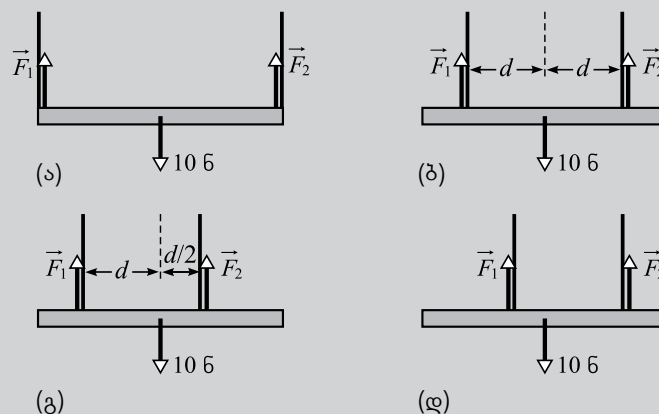
ალბათ ყველას შეგვხვედრია მოქანავე მაგიდა, რომელსაც ერთ-ერთი ფეხის ქვეშ დაკეცილ ქალაღს ვუდებდით და ვაწონასწორებდით. თუ ასეთ მაგიდაზე სპილო დაჯდება, რა თქმა უნდა, მაგიდა გატყდება ან უკეთეს შემთხვევაში მანქანის საბურავების მსგავსად დეფორმაციას განიცდის. მაგიდის ყველა ფეხი იატაკს შეეხება და მათზე მოქმედ მალა მიმართულ ძალებს სასრული მნიშვნელობები ექნება (სურ. 12.9). ბუნებრივია, მაგიდა ქანაობას შეწყვეტს. როგორ გამოვთვალოთ მაგიდის ფეხებზე მოქმედი ძალები?

წონასწორობასთან დაკავშირებული განუსაზღვრელი ამოცანების ამოხსნისას, წონასწორობის ფორმულებთან ერთად *დრეკადობის* ცოდნა გამოგვადგება. დრეკადობა რეალური სხეულების დეფორმაციას სწავლობს, როდესაც სხეულებზე ძალები მოქმედებს. მომდევნო პარაგრაფში დრეკადობის შესწავლას შევუდგებით.



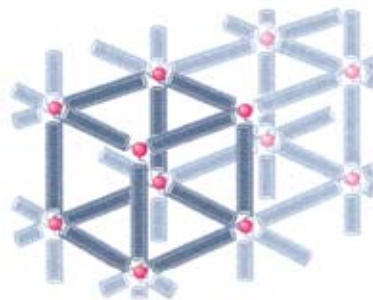
სურ. 12.9. მაგიდა სტატიკურად განუსაზღვრელი კონსტრუქციაა. მის ფეხებზე მოქმედი ძალები ერთმანეთისგან განსხვავდებიან და სტატიკური წონასწორობის კანონების საშუალებით მათ ვერ გამოვთვლით.

საკონსტრუქციო ნაბიჯი 1 10 ნ წონის ჰორიზონტალური, ერთგვაროვანი ძელაკი ორი მავთულითაა ჩამოკიდებული. მავთულები ძელაკზე $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალებით მოქმედებს. სურათზე ნაჩვენებია მავთულების ოთხი შესაძლო განლაგება. რომელი განლაგებაა განუსაზღვრელი (ანუ $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ ძალების რიცხვითი მნიშვნელობების განსაზღვრა შეუძლებელია), თუ ასეთი საერთოდ არსებობს?



12.7. ძეგალი

როდესაც ატომები ერთად გროვდება და რკინის ლურსმნის მაგვარ მყარ სხეულს ქმნის, ისინი სამგანზომილებიან მესერში წონასწორულ მდებარეობებს იკავებენ. ატომების განლაგება მესერში მეორდება და ატომებს შორის განსაზღვრული წონასწორული მანძილია. ატომებს ატომთაშორისი ძალები აკავებს ერთად და 12.10 სურათზე ეს ძალები პატარა ზამბარების სახით არის წარმოდგენილი. მესერი საკმაოდ მყარია და, მაშასადამე, „ატომთაშორისი ზამბარები“ ხისტია. სწორედ ამიტომ, ბევრი ჩვეულებრივი საგანი, მაგალითად, კიბე, მაგიდა ან კოვზი საკმაოდ მყარია. რა თქმა უნდა, ზოგიერთი ჩვეულებრივი საგანი, მაგალითად ბალის სარწყავი მილი ან რეზინის ხელთათმანი, სულაც არ გვეჩვენება მყარად. ამგვარი საგნების შემადგენელი ატომები 12.10 სურათზე გამოსახულის მაგვარ მყარ მესერს კი არ ქმნის, არამედ დრეკად, გრძელ მოლეკულურ ჯაჭვებში არიან განლაგებული და თითოეული ჯაჭვი საკმაოდ სუსტადაა მიმაგრებული მის მეზობლებთან.

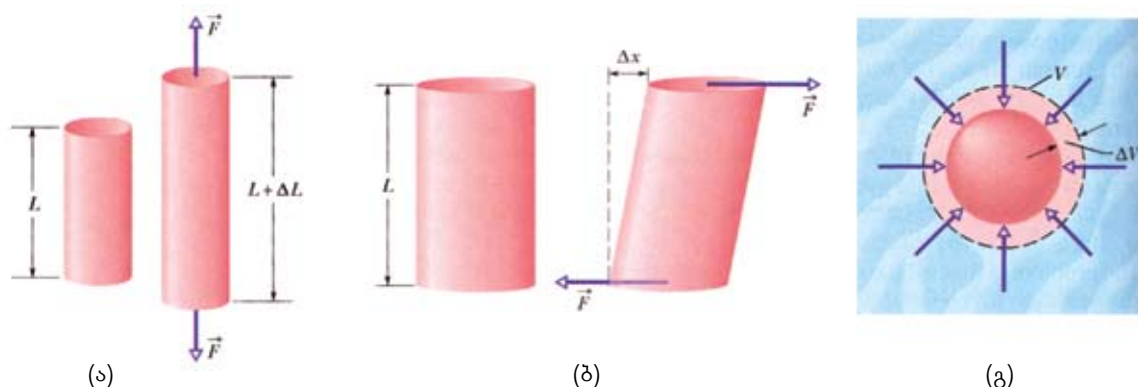


სურ. 12.10. ლითონის მყარი სხეულის ატომები სამგანზომილებიან მესერშია განლაგებული. ზამბარები ატომთაშორის ძალებს ასახავს.

ყველა „მყარი“ სხეული გარკვეულწილად მაინც არის დრეკადი, რაც ნიშნავს, რომ მისი ზომების შეცვლა ქაჩვის, ბიძგის, მოლუნვის ან შეკუმშვის შედეგად შეიძლება. დრეკადობასთან დაკავშირებული სიდიდეების თანრიგის გასაგებად 1 მ სიგრძის და 1 სმ დიამეტრის ფოლადის ძელაკი განვიხილოთ, რომელიც ქარხნის ჭერზეა მიმაგრებული. თუ ამგვარი ძელაკის თავისუფალ ბოლოზე პატარა ავტომობილს ჩამოვკიდებთ, ძელაკი 0,5 მმ-ით ანუ 0,05 %-ით დაიჭიმება. უფრო მეტიც, მანქანის მოხსნის შემდეგ ძელაკი სანყის მდგომარეობას დაუბრუნდება.

თუ ძელაკზე ორ მანქანას ჩამოვკიდებთ, ის დაიჭიმება და სანყის მდგომარეობას აღარ დაუბრუნდება. სამი მანქანის ჩამოკიდების შემთხვევაში კი ძელაკი გატყდება. გატყდომამდე ძელაკის წაგრძელება სანყის სიგრძის 0,2 %-ზე ნაკლები იქნება. ძელაკის დეფორმაციის ზომები საკმაოდ მცირეა, მაგრამ საინჟინრო პრაქტიკაში ისინი საკმაოდ მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ.

12.11 სურათზე ნაჩვენებია სამი მეთოდი, რომლითაც მყარი სხეულის ზომები შეიძლება შეიცვალოს, როდესაც მასზე ძალები მოქმედებს. 12.11ა სურათზე ცილინდრს ჭიმავენ. 12.11ბ სურათზე ცილინდრზე მისი გრძელი ღერძის პერპენდიკულარული ძალა მოქმედებს და ცილინდრი დეფორმაციას განიცდის.



სურ. 12.11. ა) გამჭიმავი ძაბვის ზემოქმედებით ცილინდრი ΔL სიდიდით გრძელდება. ბ) ცილინდრზე ძერის ძაბვა მოქმედებს და Δx ოდენობით დეფორმირდება. გ) მყარ სფეროზე სითხიდან ერთგვაროვანი ჰიდრავლიკური ძაბვა მოქმედებს და სფეროს მოცულობა ΔV -ით მცირდება. სიცხადისთვის ყველა დეფორმაცია გადიდება.

12.11 გ სურათზე, მყარი სხეული სითხეში, მაღალი წნევის ქვეშ არის მოთავსებული და ყველა მხრიდან თანაბრად იკუმშება. დეფორმაციის სამივე სახეობას ის აერთიანებს, რომ **ძაბვა**, ანუ ფართობის ერთეულზე მოქმედი მადეფორმირებელი ძალა, **დეფორმაციას** იწვევს. 12.11 სურათზე ა) არის *გამჭიმავი ძაბვა*, ბ) არის *ძვრის ძაბვა*, ხოლო გ) არის *ჰიდრავლიკური ძაბვა* (*ყოველმხრივი კუმშვის ძაბვა*).

ძაბვა და დეფორმაცია 12.11 სურათის სამივე შემთხვევაში განსხვავებული, მაგრამ ამავე დროს ურთიერთპროპორციულია. პროპორციულობის მუდმივას **დრეკადობის მოდული** ეწოდება:

$$\text{ძაბვა} = \text{მოდული} \times \text{დეფორმაცია} \quad (12.22)$$

გაჭიმვის მახასიათებლების სტანდარტული შემოწმებისას, ცილინდრზე მოქმედ გამჭიმავ ძაბვას ნულიდან ცილინდრის განწყვეტის მომენტამდე ზრდიან, დეფორმაციას საგულდაგულოდ ზომავენ და მის გრაფიკს აგებენ. შედეგად ძაბვის დეფორმაციაზე დამოკიდებულების გრაფიკი მიიღება (სურ. 12.13). მოდებული ძაბვების მნიშვნელოვან დიაპაზონში ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება წრფივია და საცდელი საგანი ძაბვის მოხსნის შემდეგ საწყის ზომებს აღიდგენს. ამ არეში, 12.22 ფორმულა გამოსადეგია. თუ ძაბვა საცდელი საგნის S_0 **დენადობის ზღვარს** გადააჭარბებს, მაშინ საგანი მუდმივად დეფორმირებული ხდება. თუ ძაბვა ზრდას განაგრძობს, საგანი ირღვევა და შესაბამის ძაბვას S_u **სიმტკიცის ზღვარი** ეწოდება.

ბაჭიშვია და შაქარშვია

ელემენტარული გაჭიმვის ან შეკუმშვის დროს, საგანზე მოქმედი ძაბვა F/A , სადაც F არის საგნის A ფართობზე პერპენდიკულარულად მოდებული ძალა. ამ შემთხვევაში, დეფორმაცია განზომილების არმქონე $\Delta L/L$ სიდიდე ანუ საგნის სიგრძის ფარდობითი ცვლილებაა. თუ საგანი გრძელი ძელაკია და ძაბვა დენადობის ზღვარს არ აჭარბებს, მაშინ არა მხოლოდ მთლიანი ძელაკი, არამედ მისი ყველა მონაკვეთი თანაბარ დეფორმაციას განიცდის, როდესაც მოცემული ძაბვა მოქმედებს. ვინაიდან დეფორმაციას განზომილება არ გააჩნია, 12.22 ფორმულაში მოტანილ დეფორმაციის მოდულს ძაბვის განზომილება აქვს ანუ ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალაა.

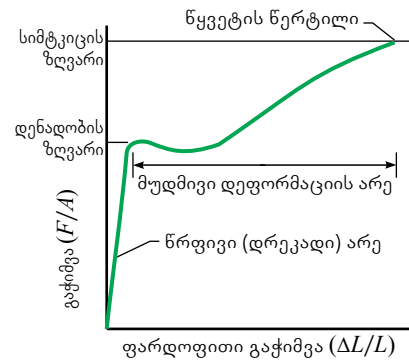
გამჭიმვი და შემკუმშავი ძაბვების მოდულს **იუნგის მოდული** ეწოდება და საინჟინრო პრაქტიკაში E სიმბოლოთი გამოისახება. 12.22 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (12.23)$$

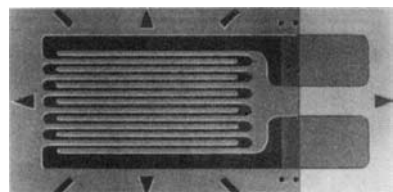
საგნის $\Delta L/L$ დეფორმაცია **ტენზომეტრით** იზომება (სურ. 12.14). ტენზომეტრი მარტივი და სასარგებლო მოწყობილობაა. ის მოქმედ მექანიზმზე პირდაპირ მაგრდება და მისი ელექტრული მახასიათებლები დეფორმაციაზეა დამოკიდებული.



სურ. 12.12. საცდელი საგანი ძაბვა-დეფორმაციის გრაფიკის განსაზღვრის გამოიყენება. გარკვეული L სიგრძის ΔL ცვლილება გამჭიმავი ძაბვა-დეფორმაციის ტესტით დგინდება



სურ. 12.13. ძაბვა-დეფორმაციის გრაფიკი 12.12 სურათზე გამოსახულის მსგავსი ფოლადის საცდელი საგნისთვის. საგანი პერმანენტულად დეფორმირდება, როდესაც ძაბვა საგნის ნივთიერების დენადობის ზღვრის ტოლი ხდება. საგანი ირღვევა, როდესაც ძაბვა ნივთიერების სიმტკიცის ზღვრის ტოლი ხდება.



სურ. 12.14. $9,8\text{მმ} \times 4,6\text{მმ}$ ზომების ტენზომეტრი. ტენზომეტრი საგანზე მაგრდება, რომლის დეფორმაციაც უნდა გაიზომოს. ტენზომეტრი იგივე დეფორმაციას განიცდის, რასაც საგანი. ხელსაწყოს ელექტრული წინააღობა დეფორმაციასთან ერთად იცვლება და დეფორმაცია დაახლოებით 3%-ის ზღვარში იზომება.

იუნგის მოდული გაჭიმვისა და შეკუმშვის შემთხვევაში საგნისთვის თანაბარი შეიძლება იყოს, მაგრამ საგნის სიმტკიცის ზღვარი გაჭიმვისა და შეკუმშვის შემთხვევისათვის შესაძლოა განსხვავდებოდეს. მაგალითად, ბეტონი ძალიან ძნელად იკუმშება, ხოლო მისი გაჭიმვა ადვილად შეიძლება. 12.1 ცხრილში მოცემულია ზოგიერთი ნივთიერების იუნგის მოდული და დრეკადობის სხვა მახასიათებლები.

ძხა

ძაბვა ძვრის შემთხვევაშიც ფართობის ერთეულზე მოდებული ძალაა, მაგრამ ძალის ვექტორი ზედაპირის სიბრტყეში ძევს და მისი პერპენდიკულარული არ არის. დეფორმაცია განზომილების არმქონე $\Delta x/L$ ფარდობაა (სურ. 12.11ბ). შესაბამისი მოდული საინჟინრო პრაქტიკაში G სიმბოლოთი აღინიშნება და მას **ძვრის მოდული** ეწოდება. ძვრის შემთხვევაში 12.22 ფორმულა ასეთ სახეს იღებს:

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L} \quad (12.24)$$

ძვრის ძაბვა ძალიან დიდ ზეგავლენას ახდენს დატვირთვის ქვეშ მბრუნავ ღერძზე — იწვევს მის გადაღუნვას და, აგრეთვე, ძვლის მოტეხილობას.

ჰიდრავლიკური ძაბვა

12.11გ სურათზე, ძაბვა საგანზე მოქმედი p სითხის წნევაა და როგორც მე-14 თავში გამოჩნდება, წნევა ფართობის ერთეულზე მოდებული ძალაა. დეფორმაცია $\Delta V/V$ ფარდობაა, სადაც V არის საგნის საწყისი მოცულობა, ხოლო ΔV - საგნის მოცულობის ცვლილების აბსოლუტური მნიშვნელობა. შესაბამისი მოდული B სიმბოლოთი აღინიშნება და მას ნივთიერების **მოცულობითი დეფორმაციის მოდული** ეწოდება. საგანი *ჰიდრავლიკურად იკუმშება* და წნევას *ჰიდრავლიკური ძაბვა ეწოდება*. ამ შემთხვევაში 12.22 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$p = B \frac{\Delta V}{V} \quad (12.25)$$

წყლისთვის მოცულობითი დეფორმაციის მოდულია $2,2 \times 10^9$ ნ/მ², ხოლო ფოლადისთვის — $1,6 \times 10^{11}$ ნ/მ². წყნარი ოკეანის ფსკერზე (დაახლოებით 4000მ სიღრმეზე) წნევა 4×10^7 ნ/მ²-ს უტოლდება. წნევის შედეგად წყლის მოცულობა $\Delta V/V$ -ით ანუ 1,8%-ით იკუმშება, ხოლო ფოლადის საგანი მხოლოდ 0,025%-ით. ზოგადად, მყარი ატომური მესრის მქონე სხეულები უფრო ძნელად იკუმშება, ვიდრე სითხეები, რომლებშიც ატომებსა და მოლეკულებს შორის კავშირი უფრო სუსტია.

სხილი 12.1

საინჟინრო დაინტერესების ზოგიერთი ნივთიერების დრეკადობის მახასიათებლები

ნივთიერება	ρ სიმკვრივე (კგ/მ ³)	E იუნგის მოდული (10 ⁹ ნ/მ ²)	S_u სიმტკიცის ზღვარი (10 ⁶ ნ/მ ²)	S_y დენადობის ზღვარი (10 ⁶ ნ/მ ²)
ფოლადი ^ა	7860	200	400	250
ალუმინი	2710	70	110	95
მინა	2190	65	50 ^ბ	—
ბეტონი ^ბ	2320	30	40 ^ბ	—
ხე ^გ	525	13	50 ^ბ	—
ძვალი	1900	9 ^ბ	170 ^ბ	—
პოლისტიროლი	1050	3	48	—

^ა სამშენებლო ფოლადი (შთ-36)

^ბ შეკუმშვის დროს

^გ მყარი ბეტონი

^დ დუგლასის სოჭი

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 12.5

ფოლადის ძელაკის რადიუსია $R=9,5\text{მმ}$, ხოლო სიგრძეა $L=81\text{სმ}$. ძელაკს 62კნ სიდიდის $\vec{F}$ ძალა ჭიმავს. გამოთვალეთ ძელაკზე მოქმედი ძაბვა, ძელაკის წაგრძელება და დეფორმაცია.

ამოხსნა: დავუშვათ ძელაკი უძრავია და ერთი ბოლოთი დამაგრებულია. ამ შემთხვევაში, $\vec{F}$ ძალა ძელაკის მეორე ბოლოზე სიგრძის პარალელურად და ძელაკის ბოლოს პერპენდიკულარულად მოქმედებს. მაშასადამე, მდგომარეობა 12.11ა სურათის მსგავსია.

ასევე ვუშვებთ, რომ ძელაკის განივკვეთის $A = \pi R^2$ ფართობზე ძალა თანაბრად არის განაწილებული. ამ შემთხვევაში, ძელაკზე მოქმედი ძაბვა 12.23 ფორმულის მარცხენა მხარით მოიცემა:

$$\begin{aligned}\text{ძაბვა} &= \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{6,2 \times 10^4 \text{ნ}}{(\pi)(9,5 \times 10^{-3} \text{მ})^2} \\ &= 2,2 \times 10^8 \text{ნ/მ}^2 \quad (\text{პასუხი})\end{aligned}$$

სამშენებლო ფოლადის დენადობის ზღვარია $2,5 \times 10^8 \text{ნ/მ}^2$, ამიტომ ძელაკი დენადობის ზღვართან მეტისმეტად ახლოსაა.

ძელაკის წაგრძელება ძაბვაზე, L სანჯის სიგრძეზე დანივთიერების გვარობაზე დამოკიდებული. ეს უკანასკნელი E იუნგის მოდულის მნიშვნელობას განსაზღვრავს. 12.23 ფორმულაში 12.1 ცხრილიდან ფოლადის იუნგის მოდული ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \frac{(F/A)L}{E} = \frac{(2,2 \times 10^8 \text{ნ/მ}^2)(0,81 \text{მ})}{2,2 \times 10^{11} \text{ნ/მ}^2} \\ &= 8,9 \times 10^{-4} \text{მ} = 0,89 \text{მმ} \quad (\text{პასუხი})\end{aligned}$$

ძელაკის დეფორმაცია სიგრძის ცვლილების სანჯის სიგრძესთან შეფარდება:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta L}{l} &= \frac{8,9 \times 10^{-4} \text{მ}}{0,81 \text{მ}} \\ &= 1,1 \times 10^{-3} = 0,11\% \quad (\text{პასუხი})\end{aligned}$$

აოქსანის აოქსნის ნიჟაჟი 12.6

მაგიდის სამი ფეხის სიგრძეა 1მ , ხოლო მეოთხე ფეხი $d = 0,5 \text{მმ}$ -ით უფრო გრძელია და მაგიდა ყანყალებს. $M = 290 \text{კგ}$ მასის ფოლადის ცილინდრი მაგიდაზე დადეს, მისი ოთხივე ფეხი შეიკუმშა (მოლუნვის გარეშე) და მაგიდის ზედაპირი გასწორდა. მაგიდის ფეხები $A = 1 \text{სმ}^2$ ფართობის განივი კვეთის მქონე ხის ცილინდრებია და იუნგის მოდულია $E = 1,3 \times 10^{10} \text{ნ/მ}^2$. რა ძალები მოქმედებს იატაკიდან მაგიდის ფეხებზე?

ამოხსნა: სისტემად მაგიდასა და ფოლადის ცილინდრს მივიჩნევთ. მდგომარეობა 12.9 სურათს ნააგავს, ოღონდ ამჯერად მაგიდაზე ფოლადის ცილინდრი დევს. თუ მაგიდის ზედაპირი სწორია, მაშინ მოკლე ფეხები ერთი და იგივე სიდიდით უნდა შეიკუმშოს (ამ სიდიდეს ΔL_3 ვუწოდოთ) და მათზე თანაბარი სიდიდის F_3 ძალამ უნდა იმოქმედოს. მაგიდის გრძელი ფეხი უფრო მეტი ΔL_4 ოდენობით უნდა შეიკუმშოს და მასზე უფრო მეტი სიდიდის F_4 ძალამ უნდა იმოქმედოს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მაგიდის სწორი ზედაპირის პირობებში:

$$\Delta L_4 = \Delta L_3 + d \quad (12.26)$$

12.23 ფორმულიდან გამომდინარე, სიგრძის ცვლილებასა და ცვლილების გამომწვევ ძალას შორის $\Delta L = FL/AE$ კავშირია, სადაც L არის

მაგიდის ფეხის სანჯის სიგრძე. ამ ფორმულის გამოყენებით 12.26 ფორმულაში ΔL_4 და ΔL_3 სიდიდეებს ჩავანაცვლებთ. გარდა ამისა, ყურადღება მიაქციეთ, რომ L სანჯის სიგრძე ოთხივე ფეხისთვის დაახლოებით თანაბარია. გადანაცვლებების შემდეგ მივიღებთ:

$$\frac{F_4 L}{AE} = \frac{F_3 L}{AE} + d \quad (12.27)$$

ამ ფორმულას ვერ ამოვხსნით, ვინაიდან ის F_4 და F_3 უცნობებს შეიცავს.

იგივე უცნობების შემცველი მეორე ფორმულის მისაღებად y ვერტიკალური ღერძი გამოვიყენოთ და ვერტიკალურ ძალთა ბალანსის ფორმულა ($F_{\text{ბ,ვ}} = 0$) შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$3F_3 + F_4 - Mg = 0 \quad (12.28)$$

სადაც Mg არის სისტემაზე მოქმედი გრავიტაციული ძალა. 12.27 და 12.28 ფორმულების F_3 -სთვის ამოხსნისთვის 12.28 ფორმულიდან ვადგენთ, რომ $F_4 = Mg - 3F_3$. შემდეგ ეს შედეგი 12.27 ფორმულაში ჩავსვათ და მივიღებთ:

$$F_3 = \frac{Mg}{4} - \frac{dAE}{4L}$$

$$= \frac{(290 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2)}{4} - \frac{(5,0 \times 10^{-4} \text{ მ})(10^{-4} \text{ მ}^2)(1,3 \times 10^{10} \text{ ნ/მ}^2)}{(4)(1,00 \text{ მ})}$$

$$= 548 \text{ ნ} \approx 5,5 \times 10^2 \text{ ნ} \quad (\text{პასუხი})$$

შემდეგ 12.28 ფორმულა მოგვცემს:

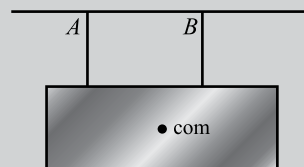
$$F_4 = Mg - 3F_3 = (290 \text{ კგ})(9,8 \text{ მ/წ}^2) - 3(548 \text{ ნ})$$

$$\approx 1,2 \text{ კნ} \quad (\text{პასუხი})$$

წონასწორული მდგომარეობის მისაღწევად მაგნიტის მოკლე ფეხები 0,42მმ-ით უნდა შეიკუმშოს, ხოლო გრძელი ფეხი - 0,92მმ-ით.

საკონსტრუქციო ნატილი

სურათზე ნაჩვენებია A და B მავთულებზე ჩამოკიდებული ჰორიზონტალური ბლოკი. მავთულები იდენტურებია და მხოლოდ მათი საწყისი სიგრძეები განსხვავდება. ბლოკის მასათა ცენტრი B მავთულთან უფრო ახლოს არის განლაგებული. ა) ბლოკის მასათა ცენტრის მიმართ A მავთულით გამოწვეული ძალის მომენტი B მავთულით გამოწვეულ ძალის მომენტზე მეტია, ნაკლებია თუ ერთმანეთის ტოლია? ბ) რომელი მავთულიდან უფრო მეტი ძალა მოქმედებს ბლოკზე? გ) თუ მავთულების სიგრძე თანაბარი ხდება, რომელი მავთული იყო უფრო მოკლე?



მიმოხილვა და შეჯამება

სტატიკური წონასწორობა. უძრავ მყარ სხეულს **სტატიკურ წონასწორობაში** მყოფი ეწოდება. ამ სხეულზე მოქმედი გარე ძალების ვექტორული ჯამი ნულის ტოლია:

$$\vec{F}_{\Sigma} = 0 \quad (\text{ძალთა ბალანსი}) \quad (12.3)$$

თუ ყველა ძალა x სიბრტყეში ძევს, 12.3 ვექტორული ფორმულა ორი კომპონენტური ფორმულის ექვივალენტურია:

$$F_{\Sigma, x} = 0 \text{ და } F_{\Sigma, y} = 0 \quad (\text{ძალთა ბალანსი}) \quad (12.7, 12.8)$$

სტატიკური წონასწორობა ასევე მოითხოვს, რომ ნებისმიერი წერტილის მიმართ სხეულზე მოქმედი გარე ძალების მომენტების ჯამი ნულის ტოლი იყოს:

$$\vec{\tau}_{\Sigma} = 0 \quad (\text{ძალის მომენტთა ბალანსი}) \quad (12.5)$$

თუ ყველა ძალა x სიბრტყეშია, მაშინ ძალის მომენტთა ვექტორები z ღერძის პარალელურებია და 12.5 ფორმულა ერთი კომპონენტური ფორმულის ექვივალენტურია:

$$\tau_{\Sigma, z} = 0 \quad (\text{ძალის მომენტთა ბალანსი}) \quad (12.9)$$

სიმძიმის ცენტრი. გრავიტაციული ძალა სხეულის ყველა ელემენტზე მოქმედებს. ცალკეულ ელემენტებზე მოქმედების ჯამური ეფექტის დასადგენად **სიმძიმის ცენტრზე** მოქმედ $\vec{F}_g$ გრავიტაციულ ძალას წარმოვიდგენთ. თუ სხეულის ყველა ელემენტისთვის $\vec{g}$ გრავიტაციული აჩქარება თანაბარია, სიმძიმის ცენტრი სხეულის მასათა ცენტრს ემთხვევა.

დრეკადობის მოდული. როდესაც საგანზე მოქმედებს ძალა, საგნის დეფორმაციის აღსაწერად გამოიყენება სამი **დრეკადობის მოდული**. **დეფორმაცია** (სიგრძის ფარდობითი ცვლილება) მოქმედ **ძაბვას** (ფართობის ერთეულზე მოდებული ძალას) შესაბამისი მოდულის საშუალებით წრფივად უკავშირდება:

$$\text{ძაბვა} = \text{მოდული} \times \text{დეფორმაცია} \quad (12.22)$$

გაჭიმვა და შეკუმშვა. როდესაც საგანი იჭიმება ან იკუმშება, 12.22 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (12.23)$$

სადაც $\Delta L/L$ არის - საგნის დეფორმაცია გაჭიმვით ან შეკუმშვით, F - დეფორმაციის გამომწვევი ძალის სიდიდე, A - განივი კვეთის ფართობი, რომელზეც ეს ძალაა მოდებული (ძალა A -ს პერპენდიკულარულად მოქმედებს), ხოლო E - **იუნგის მოდული** საგნისთვის. ძაბვა F/A -ს ტოლია.

ძვრა. როდესაც საგანზე ძვრის ძაბვა მოქმედებს, 12.22 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L} \quad (12.24)$$

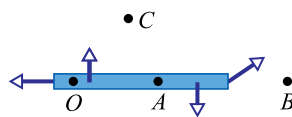
სადაც $\Delta x/L$ არის საგნის დეფორმაცია ძვრით, Δx - საგნის ერთი ბოლოს გადაადგილება მოდებული $\vec{F}$ ძალის მიმართულებით (სურ. 12.11ბ), ხოლო G - საგნის **ძვრის მოდული**. ძაბვა F/A -ს ტოლია.

ჰიდრავლიკური ძაბვა. როდესაც საგანი გარემომცველი სითხიდან მოქმედი ძაბვის შედეგად ჰიდრავლიკურად იკუმშება, 12.22 ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს:

$$p = B \frac{\Delta V}{V} \quad (12.25)$$

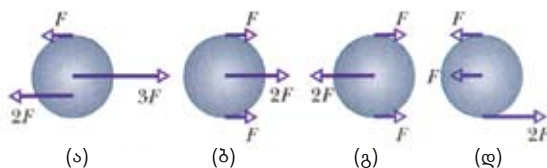
შეჯამება ??

1. 12.15 სურათზე ნაჩვენებია ერთგვაროვანი ძელი, რომელზეც ოთხი ძალა მოქმედებს. დაუშვათ ბრუნვის ღერძი O წერტილზე გადის. გამოთვალეთ ძალებით გამოწვეული ძალის მომენტები ამ ღერძის მიმართ. აბალანსებს თუ არა ძალის მომენტები ერთმანეთს, როდესაც ბრუნვის ღერძი ა) A წერტილზე, ბ) B წერტილზე ან გ) C წერტილზე გადის? დაუშვათ O წერტილის მიმართ მოქმედი ძალის მომენტები ერთმანეთს არ აბალანსებს. არსებობს თუ არა სხვა წერტილი, რომლის მიმართ ძალის მომენტები ერთმანეთს აბალანსებს?



სურ. 12.15. შეკითხვა 1

2. 12.16 სურათზე ნაჩვენებია მბრუნავი ერთგვაროვანი დისკოები, რომლებიც ხახუნისგან თავისუფალ ზედაპირზე სრიალებენ. თითოეულ დისკოზე სამი F , $2F$ ან $3F$ ძალა ფერსოზე, ცენტრზე ან ფერსოსა და ცენტრს შორის შუა წერტილზე მოქმედებს. ძალის ვექტორები დისკოებთან ერთად ბრუნავს და 12.16 სურათზე ისინი მარცხნისკენ ან მარჯვნისკენ არის მიმართული. რომელი დისკოებია წონასწორულ მდგომარეობაში?

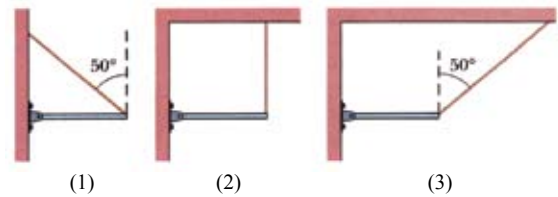


სურ. 12.16. შეკითხვა 2.

3. 12.17 სურათზე ნაჩვენებია კედელზე დამაგრებულ სახსარზე ერთი ბოლოთი ჩამოკიდებული ჰორიზონტალური ძელაკი და მის მეორე ბოლოზე მოხმული თოკი. სურათზე გამოსახული შემთხვევები ა) თოკიდან ძელაკზე მოქმედი ძალის, ბ) სახსრიდან ძელაკზე მოქმედი ვერტიკალური ძალის და გ) სახსრიდან ძელაკზე მოქმედი

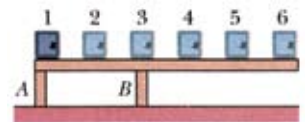
სადაც p არის სითხიდან სხეულზე მოქმედი წნევა (ჰიდრავლიკური ძაბვა), $\Delta V/V$ - წნევის შედეგად საგნის მოცულობის ფარდობითი ცვლილების აბსოლუტური მნიშვნელობა (დეფორმაცია), ხოლო B - საგნის მოცულობითი დეფორმაციის მოდული.

ჰორიზონტალური ძალის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.



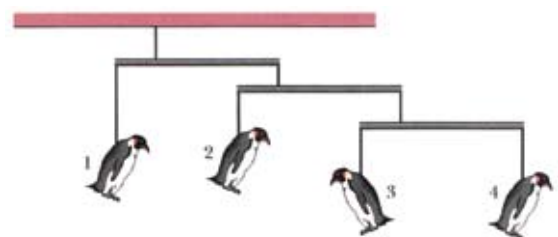
სურ. 12.17. შეკითხვა 3.

4. 12.18 სურათზე, მყარი ძელი ზედაპირზე დამაგრებულ ორ სვეტზეა განლაგებული. პატარა, მაგრამ მძიმე სეიფი სურათზე ნაჩვენებ ექვს ადგილზე რიგ-რიგობით დადეს. დაუშვათ ძელის მასა სეიფის მასასთან შედარებით უმნიშვნელოა. ა) სეიფის მდებარეობები სეიფიდან სვეტზე მოქმედი ძალის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ. ბ) სეიფის მდებარეობები სვეტზე მოქმედი ძალის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.



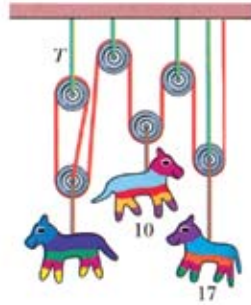
სურ. 12.18. შეკითხვა 4

5. 12.19 სურათზე ნაჩვენებია ჭერზე ჩამოკიდებული სათამაშო პინგვინები. თითოეული ძელაკი ჰორიზონტალურია, უმნიშვნელო მასისაა და დამჭერი მავთულიდან ძელაკის მარჯვენა ბოლომდე სამჯერ მეტი მანძილია, ვიდრე მავთულიდან ძელაკის მარცხენა ბოლომდე. პირველი პინგვინის მასაა $m_1 = 48$ კგ. რა მასა აქვს ა) მეორე პინგვინს, ბ) მესამე პინგვინს და გ) მეოთხე პინგვინს?



სურ. 12.19. შეკითხვა 2.

6. სამი სათამაშო ცხენი 12.20 სურათზე გამოსახული შკივების და თოკების სისტემაზეა ჩამოკიდებული. ერთი გრძელი თოკი ჭერიდან მარცხნივ მდებარე ქვედა შკივს მარჯვნიდან ეხვევა. რამდენიმე მოკლე თოკით შკივები ჭერზეა ჩამოკიდებული ან შკივებზე სათამაშოებია ჩამოკიდებული. ორი სათამაშო ცხენის წონა (ნიუტონებში) მოცემულია. ა) რა წონა აქვს მესამე სათამაშო ცხენს? (მინიშნება: შკივის გარშემო ნახევრად შემოხვეული თოკი შკივზე ჯამური ძალით მოქმედებს, რომელიც თოკის დაჭიმულობაზე ორჯერ მეტია). ბ) რა დაჭიმულობა აქვს T თოკს?



სურ. 12.20. შეკითხვა 6

7. 12.21 სურათზე, ვერტიკალური ძელაკის ქვედა ბოლო სახსარზეა დამაგრებული, ხოლო ძელაკის ზედა ბოლოზე გვარლია მიბმული. ძელაკზე $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. თუ ძელაკზე ძალის მოდების წერტილი უფრო მაღლა მდებარეობს, გვარლის დაჭიმულობა იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?



სურ. 12.21. შეკითხვა 7

8. კიბე ხახუნისგან თავისუფალ კედელზეა

მიყუდებული და კიბესა და დედამიწას შორის მოქმედი ხახუნის ძალის შედეგად არ ვარდება. დაუშვათ, კიბე კედელთან უფრო ახლოს გადაადგილეს. ა) დედამიწიდან კიბეზე მოქმედი დრეკადობის ძალა, ბ) კედლიდან კიბეზე მოქმედი ძალა, გ) დედამიწიდან კიბეზე მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალა და დ) სტატიკური ხახუნის ძალის $f_{s, max}$ მაქსიმალური მნიშვნელობა იზრდება, მცირდება თუ არ იცვლება?

9. ოთხი ცილინდრული ძელაკი 12.11ა სურათის მსგავსად გაჭიმეს. ძალები, ძელების ბოლოების ფართობები, სიგრძის ცვლილებები და საწყისი სიგრძეები ცხრილშია მოცემული. ძელაკები იუნგის მოდულის სიდიდის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

ძელაკი	ძალა	ფართობი	სიგრძის ცვლილება	საწყისი სიგრძე
1	F	A	ΔL	L
2	$2F$	$2A$	$2\Delta L$	L
3	F	$2A$	$2\Delta L$	$2L$
4	$2F$	A	ΔL	$2L$

10. ცხრილში მოცემულია სამი ზედაპირის ფართობი და ზედაპირის პერპენდიკულარულად მოდებული ძალის სიდიდე. ზედაპირები მათზე მოქმედი ძაბვის მიხედვით დიდიდან მცირეზე დაალაგეთ.

	ფართობი	ძალა
ზედაპირი A	$0,5A_0$	$2F_0$
ზედაპირი B	$2A_0$	$4F_0$
ზედაპირი C	$3A_0$	$6F_0$

ამოხსნები

SSM	ამოხსნები მოცემულია Student Solutions Manual-ში.
www	ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday
ILW	Interactive LearningWare ამოხსნები მოცემულია ვებ-გვერდზე http://www.wiley.com/college/halliday .
...	წერტილების რაოდენობა გვიჩვენებს ამოცანის სირთულეს

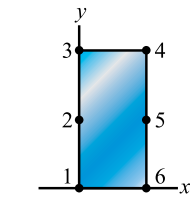
პარაგრაფი 12.4. სიმძიმის ცენტრი

• **1** ვინაიდან g გრავიტაციული აჩქარება უმეტესი სხეულების მოცულობის ფარგლებში

ნაკლებად ცვალებადობს, მათი სიმძიმის ცენტრი მასათა ცენტრს ემთხვევა. წარმოვიდგინოთ, რომ g მნიშვნელოვნად იცვლება. 12.22 სურათზე ნაჩვენებია m მასის ექვსი ნივთიერი წერტილი, რომელიც უმნიშვნელო მასის მყარი საგნის კიდეებზეა განლაგებული. მეზობელ ნივთიერ წერტილებს შორის მანძილია 2 მ. ქვემოთ მოცემული ცხრილი იძლევა g -ს მნიშვნელობას თითოეული ნივთიერი წერტილის მდებარეობაზე. ნაჩვენები კოორდინატა სისტემის გამოყენებით ექვსი ნივთიერი წერტილისგან შემდგარი სისტემის ა) მასათა ცენტრის x_{com} კოორდინატი და

ბ) y_{com} კოორდინატი გამოთვალეთ. შემდეგ იგივე სისტემის სიმძიმის ცენტრის გ) x_{sc} კოორდინატი და დ) y_{sc} კოორდინატი გამოთვალეთ.

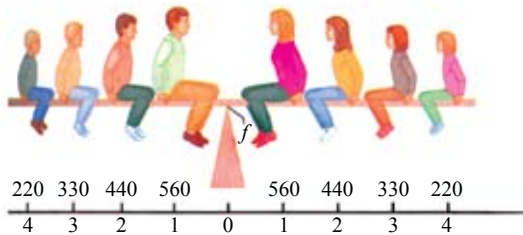
ნივთიერი წერტილი	g	ნივთიერი წერტილი	g
1	8	4	7,4
2	7,8	5	7,6
3	7,6	6	7,8



სურ. 12.22. ამოცანა 1

პარაგრაფი 12.5. სტატიკური წონასწორობის მაგალითები

• **2** ფიზიკოსი ბავშვები საქანელაზე სხედან და წონასწორობას ინარჩუნებენ. მათი წონები (ნიუტონებში) 12.23 სურათზეა ნაჩვენები. რომელი ბავშვი იწვევს უდიდეს ძალის მომენტს f საყრდენ წერტილზე გამავალ და ა) სახელმძღვანელოს გვერდიდან მოშორებით და ბ) სახელმძღვანელოს გვერდისკენ მიმართული ბრუნვის ღერძის მიმართ?

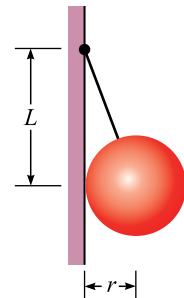


სურ. 12.23. ამოცანა 2

• **3** უმნიშვნელო მასის თოკი 3,44მ მანძილით დაშორებულ საყრდენებს შორის ჰორიზონტალურად არის დაჭიმული. როდესაც თოკის ცენტრზე 3160 N წონის საგანს კიდებენ, თოკი 35სმ-ით დაბლა იწვეს. რა დაჭიმულობა აქვს თოკს?

ILW

• **4** მშვილდისარი შუა წერტილიდან იჭიმება, ვიდრე თოკის დაჭიმულობა მსროლელის მიერ მოდებულ ძალას გაუთანაბრდება. რა კუთხეა თოკის ორ ნახევარს შორის?



სურ. 12.24. ამოცანა 5

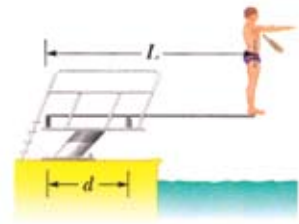
• **5** 12.24 სურათზე $m = 0,85$ კგ მასის და $r = 4,2$ სმ რადიუსის ერთგვაროვანი სფერო მასის არმქონე თოკით ხახუნისგან თავისუფალ კედელზეა

მიმაგრებული. თოკის დამაგრების ადგილსა და სფეროს ცენტრს შორის მანძილია $L = 8$ სმ. გამოთვალეთ ა) თოკის დაჭიმულობა და ბ) კედლიდან სფეროზე მოქმედი ძალა. [SSM WWW](#)

• **6** 60 კგ მასის და 5 მ სიგრძის ფიცარნაგის ორივე ბოლოზე ვერტიკალური თოკია მობმული და ფიცარნაგი ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია გაჩერებული. 80 კგ მასის ფანჯრების მწმენდავი ფიცარნაგის ერთი ბოლოდან 1,5 მ-ით მოშორებით დგას. რა დაჭიმულობა აქვს ა) ახლოს მდებარე თოკს და ბ) შორეულ თოკს?

• **7** 580 N წონის

წყალში მხტომელი $L=4,5$ მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ტრამპლინის კიდეზე დგას (სურ. 12.25). ტრამპლინი $d = 1,5$ მ მანძილით



სურ. 12.25. ამოცანა 7

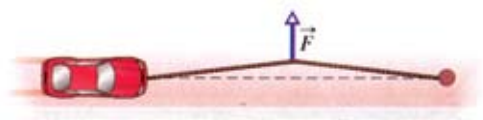
დაშორებულ ორ საყრდენზეა დამაგრებული. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულებისაა მარცხენა საყრდენიდან ტრამპლინზე მოქმედი ძალა და რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულებისაა მარჯვენა საყრდენიდან ტრამპლინზე მოქმედი ძალა? ე) რომელი საყრდენი იჭიმება და ვ) რომელი იკუმშება? [SSM](#)

• **8** 1360 კგ მასის ავტომობილის წინა და უკანა ღერძებს შორის 3,05 მ მანძილია. მისი სიმძიმის ცენტრი წინა ღერძიდან 1,78 მ მანძილზე მდებარეობს. როდესაც ავტომობილი დედამინის დონეზეა, რა ძალა მოქმედებს დედამინიდან ა) თითოეულ წინა ბორბალზე და ბ) თითოეულ უკანა ბორბალზე?

• **9** მეტრებში დაგრაღუირებული სახაზავი 50 სმ-ის ნიშნულით საყრდენზე ჰორიზონტალურად ბალანსირებს. თუ 5 გ მასის ორ მონეტას 12სმ-ის ნიშნულზე დავდებთ, სახაზავი 45,5სმ-ის ნიშნულით იწყებს ბალანსირებას. რა მასა აქვს სახაზავს? [SSM](#)

• **10** 12.26 სურათზე მძლოლი მანქანის ამოყვანას გზისპირა ტალახიდან ცდილობს. ის თოკის ერთ ბოლოს მანქანის წინა ბამპერს აბამს, ხოლო თოკის მეორე ბოლოს 18 მ-ით მოშორებით მდებარე ძელს ახვევს. შემდეგ მძლოლი თოკის შუა წერტილზე

550 ნ ძალით მოქმედებს და თოკს გვერდზე წევს. შედეგად თოკის ცენტრი საწყისი მდებარეობიდან 0,3 მ-ით მოშორებით გადაადგილდება და მანქანა მოძრაობას იწყებს. რა ძალა მოქმედებს თოკიდან მანქანაზე? (თოკი გარკვეულწილად იჭიმება)

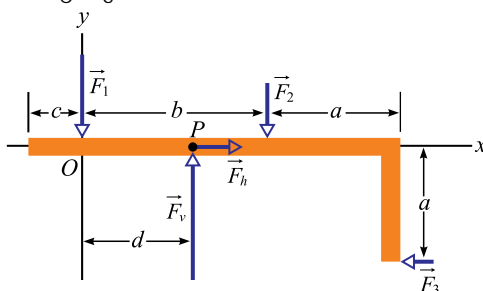


სურ. 12.26. ამოცანა 10.

• 11 75კგ მასის ფანჯრების მშენებელი 5მ სიგრძის და 10კგ მასის კიბეს იყენებს. მშენებელი კიბის ბოლოს კედლიდან 2,5მ-ით მოშორებით დებს, კიბეს ფანჯარას აყუდებს და მაღლა ადის. 3მ-ის ასვლის შემდეგ ფანჯარა ტყდება. კიბესა და ფანჯარას შორის მოქმედი ხახუნის ძალა უგულებელყავით და დაუშვით, რომ კიბის ბოლო არ გადაადგილდება. როდესაც ფანჯარა გატყვის ზღვარზეა, ა) რა ძალა მოქმედებს კიბიდან ფანჯარაზე და ბ) რა ძალა მოქმედებს მიწიდან კიბეზე? გ) რა კუთხეს ადგენს (ჰორიზონტალისადმი) მიწიდან კიბეზე მოქმედი ძალა? SSM

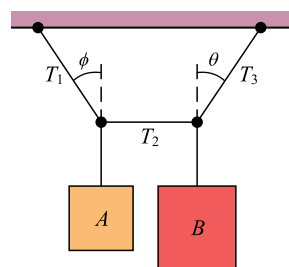
• 12 კუბის ფორმის ყუთის თითოეული გვერდის სიგრძე 0,75მ-ია და 500 ნ-ს იწონის. ყუთი ზედაპირზე ძევს და მისი ერთი გვერდი ძალიან პატარა, უძრავ ბარიერს ეყრდნობა. ზედაპირიდან რა უმცირეს სიმაღლეზე უნდა იმოქმედოს 350 ნ სიდიდის ჰორიზონტალურმა ძალამ, რათა ყუთი ბარიერზე გადაყრავდეს?

• 13 12.27 სურათზე გამოსახულ სტრუქტურაზე $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ და $\vec{F}_3$ ძალები მოქმედებს. სტრუქტურა წონასწორულ მდგომარეობაში P წერტილზე მოდებულია მეოთხე ძალამ უნდა გადაიყვანოს. მეოთხე ძალის ვექტორული კომპონენტებია $\vec{F}_h$ და $\vec{F}_v$. მოცემული გვაქვს $a=2\text{მ}$, $b=3\text{მ}$, $c=1\text{მ}$, $F_1=20\text{ნ}$, $F_2=10\text{ნ}$ და $F_3=5\text{ნ}$. გამოთვალეთ ა) F_h , ბ) F_v და გ) d -ს სიგრძე. ILW



სურ. 12.27. ამოცანა 13.

• 14 12.28 სურათზე გამოსახული სისტემა წონასწორობაშია და მის ცენტრზე გამავალი თოკი ზუსტად ჰორიზონტალურია. A ბლოკი 40 ნ-ს იწონის, B ბლოკის წონაა 50 ნ და ϕ კუთხეა 35° .



სურ. 12.28. ამოცანა 14.

გამოთვალეთ ა) T_1 დაჭიმულობა, ბ) T_2 დაჭიმულობა, გ) T_3 დაჭიმულობა და დ) θ კუთხე.

• 15 12.29 სურათზე ნაჩვენებია ადამიანის ფეხის ანატომიური აგებულება, როდესაც ადამიანი თითის წვერზე დგას, ტერფი ზედაპირიდან ოდნავ აწეულია და შეხების ადგილი მხოლოდ P წერტილზეა. დაუშვით $a=5\text{სმ}$, $b=15\text{სმ}$ და ადამიანის წონაა $W=900\text{ნ}$.



სურ. 12.29. ამოცანა 15.

ფეხზე მოქმედი ძალებიდან რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულებისაა კუნთიდან A წერტილზე მოქმედი ძალა და რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულებისაა ფეხის ქვედა ძვლებიდან B წერტილზე მოქმედი ძალა?

• 16 12.30 სურათზე, 2მ სიგრძის და 50კგ მასის ჰორიზონტალური ფიცარნაგი, შენობაზე ორი გვარლითაა ჩამოკიდებული. ფიცარნაგზე საღებავის უამრავი ყუთია დალაგებული. საღებავების ყუთების ჯამური მასაა 75კგ. მარჯვენა გვარლის დაჭიმულობაა 722 ნ.



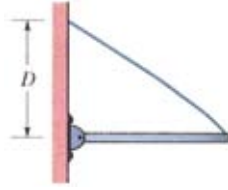
სურ. 12.30. ამოცანა 16.

მარჯვენა გვარლიდან რა ჰორიზონტალურ მანძილზეა საღებავის ყუთების სისტემის მასათა ცენტრი?

• 17 12.31 სურათზე, 500ნ წონის და 3 მ სიგრძის ერთგვაროვანი ძელი ჰორიზონტალურადაა დამაგრებული. ძელის მარცხენა ბოლო კედელზეა მიმაგრებული, ხოლო მარჯვენა ბოლოზე თოკია მიბმული. ძელსა და კედელზე თოკის დამაგრების ადგილს შორის მანძილია D . თოკს სულ მცირე 1200 ნ დაჭიმულობა წყვეტს.

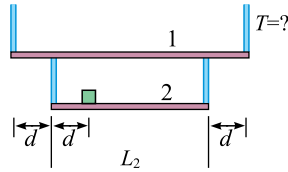
ა) D -ს რა მნიშვნელობა შეესაბამება ამგვარ დაჭიმულობას?

ბ) თოკის გაწვევების თავიდან ასაცილებლად D -ს ეს მნიშვნელობა უნდა გაიზარდოს თუ შემცირდეს?



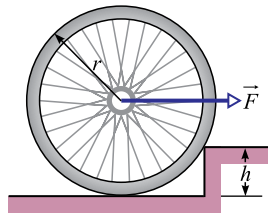
სურ. 12.31. ამოცანა 17.

•18 12.32 სურათზე, $m_2 = 30$ კგ მასის და $L_2 = 2$ მ სიგრძის მეორე ფიცარნაგი $m_1 = 50$ კგ მასის პირველ ფიცარნაგზე ჩამოკიდებული. 20 კგ მასის ყუთი მეორე ფიცარნაგზე დევს და მარცხენა ბოლოდან $d = 0,5$ მ მანძილზე. რა T დაჭიმულობა აქვს ნაჩვენებ თოკს?



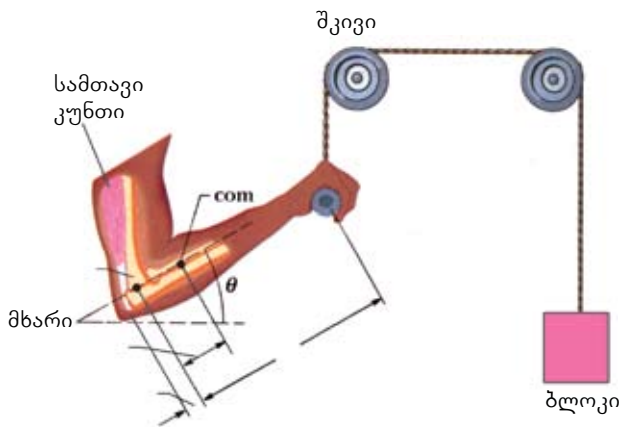
სურ. 12.32. ამოცანა 18.

•19 12.33 სურათზე, ბორბლის ღერძზე ჰორიზონტალურად მოდებული რა $\vec{F}$ ძალაა საჭირო, რათა ბორბალი $h = 3$ სმ სიმაღლის დაბრკოლებაზე ავიდეს? ბორბლის რადიუსია $r = 6$ სმ და მისი მასაა $m = 0,8$ კგ. [SSM WWW](#)



სურ. 12.33. ამოცანა 19.

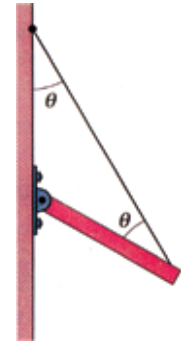
•20 12.34 სურათზე, 15კგ მასის ბლოკი შკივების სისტემის საშუალებით უძრავად არის გაჩერებული. ადამიანის ზედამხარი ვერტიკალურია, ხოლო წინამხარი ჰორიზონტალისადმი $\theta = 30^\circ$ კუთხეს ადგენს. წინამხრის და ხელის ერთობლივი მასაა



სურ. 12.34. ამოცანა 20.

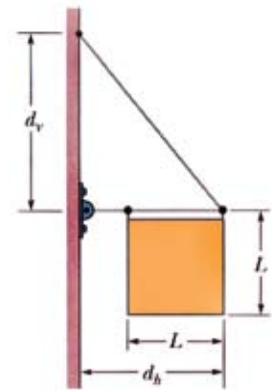
2კგ და მასათა ცენტრი წინამხრის ძვლისა და ზედამხრის ძვლის (მხრის ძვლის) შეხების წერტილიდან $d_1 = 15$ სმ მანძილზეა. სამთავიანი კუნთი წინამხარს შეხების წერტილიდან $d_2 = 2,5$ სმ მანძილით ვერტიკალურად მაღლაწევს. d_3 მანძილია 35 სმ-ია. რა ა) სიდიდის და ბ) მიმართულების ძალა მოქმედებს სამთავიანი კუნთიდან წინამხარზე და რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულების ძალა მოქმედებს მხრის ძვლიდან წინამხარზე?

•21 12.35 სურათზე, 222 ნ წონის ერთგვაროვანი ძელი ერთი ბოლოთი კედელზეა მიმაგრებული, ხოლო მეორე ბოლოზე თოკია მიბმული. თოკი ძელისა და კედლისადმი $\theta = 30^\circ$ კუთხეს ადგენს. გამოთვალეთ ა) თოკის დაჭიმულობა, სახსრიდან ძელზე მოქმედი ძალის ბ) ჰორიზონტალური და გ) ვერტიკალური კომპონენტები. [SSM](#)



სურ. 12.35. ამოცანა 21.

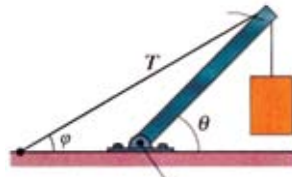
•22 12.36 სურათზე, 50 კგ მასის და $L = 2$ მ სიგრძის გვერდის კვადრატის ფორმის განცხადება $d_h = 3$ მ სიგრძის და უმნიშვნელო მასის ჰორიზონტალურ ძელაკზეა ჩამოკიდებული. თოკი ძელაკის ერთ ბოლოსა და ძელაკის კედელზე მიმაგრების ადგილიდან 4 მ-ით მაღლა განლაგებულ წერტილს შორის არის გაბმული. ა) რა დაჭიმულობა აქვს თოკს? რა ბ) სიდიდის და გ) მიმართულებისაა კედლიდან ძელაკზე მოქმედი ძალის ჰორიზონტალური კომპონენტი და რა გ) სიდიდის და დ) მიმართულებისაა ამ ძალის ვერტიკალური კომპონენტი?



სურ. 12.36. ამოცანა 22.

•23 12.37 სურათზე გამოსახული სისტემა წონასწორობაშია. 225 კგ მასის ბეტონის ბლოკი 45 კგ მასის დგარის ერთი ბოლოდანაა ჩამოკიდებული. $\phi = 30^\circ$ და $\theta = 45^\circ$ კუთხეების შემთხვევაში ა) თოკის

T დაჭიმულობა და სახსრიდან დგარზე მოქმედი ძალის ბ) ჰორიზონტალური და გ) ვერტიკალური კომპონენტი გამოთვალეთ. **ILW**



სურ. 12.37. ამოცანა 23.

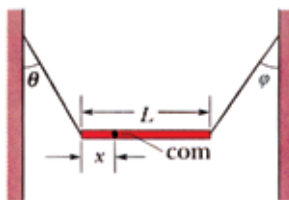
••24 12.38 სურათზე, 55კგ მასის მთამსვლელი კლდის ნაბზარზე ადის, ხელები ბზარის ერთ მხარეს უკიდია, ხოლო ფეხებით საპირისპირო მხარეს აწევა. ბზარის სიგანეა $w = 0,2$ მ და მთამსვლელის მათა ცენტრი ბზარიდან $d = 0,4$ მ ჰორიზონტალურ მანძილზე მდებარეობს. ხელებსა და კლდეს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_1 = 0,4$, ხოლო ფეხსაცმელსა და კლდეს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $\mu_2 = 1,2$.



სურ. 12.38. ამოცანა 24.

ა) ხელებიდან და ფეხებიდან მომავალი რა უმცირესი ბიძგები გააჩერებს მთამსვლელს? ბ) ამოცანის ა) ნაწილში გამოთვლილი ხელებიდან მოქმედი ძალის შემთხვევაში, რა h ვერტიკალური მანძილი უნდა იყოს ხელებსა და ფეხებს შორის? თუ მთამსვლელი სველ კლდეზე ადის ანუ μ_1 და μ_2 შემცირებულია, როგორ შეიცვლება გ) ა) და პასუხი და დ) ბ)-ს პასუხი?

••25 არაერთგვაროვანი ძელი მასის არმქონე ორი თოკით არის ჩამოკიდებული და ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია (სურ. 12.39). ერთი თოკი ვერტიკალისადმი θ



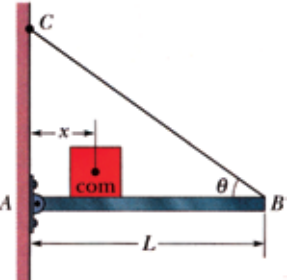
სურ. 12.39. ამოცანა 25.

$= 36,9^\circ$ კუთხეს ადგენს, ხოლო მეორე თოკი ვერტიკალისადმი $\phi = 53,1^\circ$ კუთხეს ქმნის. ძელის სიგრძეა 6,1 მ. გამოთვალეთ ძელის მარცხენა ბოლოდან მასათა ცენტრამდე x მანძილი. **SSM**

••26 კარების სიმაღლეა 2,1 მ (ყ ღერძის გასწვრივ), ხოლო სიგანეა 0,91 მ (x ღერძის გასწვრივ),

რომელიც კარების ანჯამიდან მოშორებით არის მიმართული). კარის ზემოდან 0,3 მ მანძილზე მდებარე და კარის ქვემოდან 0,3 მ მანძილზე მდებარე ანჯამები კარების მასას ანუ 27 კგ-ს თანაბრად იწიწილებენ. რა ძალები მოქმედებენ კარების ა) ზედა ანჯამაზე და ბ) ქვედა ანჯამაზე? (ძალები ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)

••27 12.40 სურათზე, 200 ნ-ის ერთგვაროვანი ძელის სიგრძეა $L = 3$ მ. ბლოკის წონაა $W = 300$ ნ და კუთხეა $\theta = 30^\circ$. თოკი მაქსიმუმ 500 ნ დაჭიმულობას უძლებს. ა) რისი ტოლია მაქსიმალური შესაძლო x მანძილი, ვიდრე თოკი განწყდება? თუ ბლოკი ამ მანძილზე მდებარეობს, გამოთვალეთ სახსრიდან ძელაკზე (A წერტილზე) მოქმედი ძალის ბ) ჰორიზონტალური და გ) ვერტიკალური კომპონენტი.

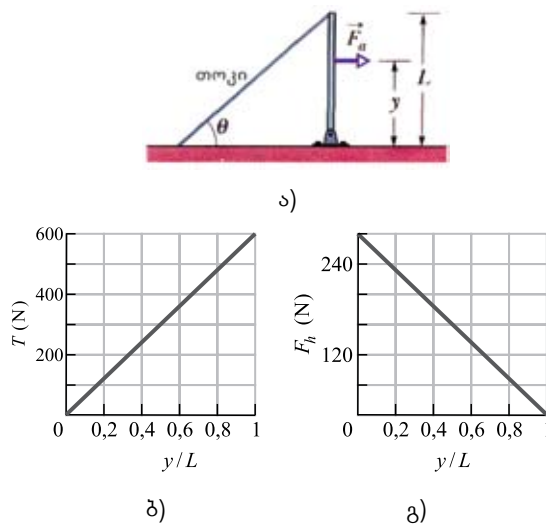


სურ. 12.40. ამოცანა 26.

••28 12.40 სურათზე, უმნიშვნელო წონის და L სიგრძის ჰორიზონტალური ძელაკი ვერტიკალურ კედელზეა მიმაგრებული (A წერტილში). ძელის მეორე ბოლოზე (B წერტილზე) BC თოკი კიდია, რომელიც ჰორიზონტალისადმი θ კუთხეს ადგენს. W წონის ბლოკი ძელის გასწვრივ გადაადგილდება და მისი მდებარეობა კედლიდან მასათა ცენტრამდე x მანძილით განისაზღვრება. გამოთვალეთ ა) თოკის დაჭიმულობის და სახსრიდან ძელაკზე მოქმედი ძალის ბ) ჰორიზონტალური და გ) ვერტიკალური კომპონენტების x -ზე დამოკიდებულების ფუნქციები.

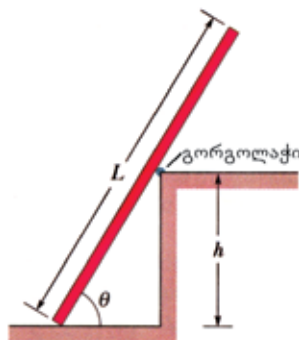
••29 კუბის ფორმის ყუთი ქვიშით სავსეა და 890 ნ-ს იწონის. ჩვენ გვსურს ყუთის ერთ-ერთ ზედა კედელს ჰორიზონტალურად წავუბიძგოთ და ყუთი „გადავაგოროთ“. ა) რა მინიმალური ძალაა საჭირო? ბ) რა მინიმალური სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტია ყუთსა და ზედაპირს შორის საჭირო? გ) თუ ყუთის გადაგორების უფრო მოსახერხებელი საშუალება არსებობს, მაშინ ყუთზე მოდებული უმცირესი შესაძლო ძალა გამოთვალეთ, რომელიც ყუთს გადააგორებს (მინიმუმბა: გადაგორების დაწყებისას სად მოქმედებს დრეკადობის ძალა?) **SSM WWW**

••30 12.41ა სურათზე ნაჩვენებია ქვედა ბოლოთი დამაგრებული, L სიგრძის ვერტიკალური, ერთგვაროვანი ძელი. ძელის ქვედა ბოლოდან y მანძილზე $\vec{F}_a$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ძელი ვერტიკალურ მდგომარეობას არ იცვლის, ვინაიდან მისი ზედა ბოლო ჰორიზონტალისადმი θ კუთხით თოკით არის დამაგრებული. 12.41ბ სურათზე მოცემულია თოკის T დაჭიმულობის მოდებული ძალის მდებარეობაზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. მოდებული ძალის მდებარეობა ძელის სიგრძის y/L ნაწილის სახითაა წარმოდგენილი. 12.41გ სურათზე ნაჩვენებია სახსრიდან ძელზე მოქმედი F_h ჰორიზონტალური ძალის ასევე y/L -ზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. გამოთვალეთ ა) θ კუთხე და ბ) $\vec{F}_a$ ძალის სიდიდე.



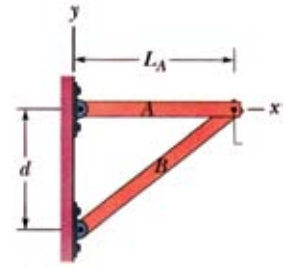
სურ. 12.41. ამოცანა 30.

••31 12.42 სურათზე, $L=6,18$ სიგრძის და 445 ნ წონის ფიცარი მიწაზე დევს და $h=3,058$ სიმაღლის კედლის წვერზე დამაგრებულ, ხახუნისგან თავისუფალ გორგოლაჭზეა მიყუდებული. $\theta \geq 70^\circ$ მნიშვნელობებისთვის ფიცარი წონასწორულ მდგომარეობაშია, ხოლო როდესაც $\theta < 70^\circ$, ფიცარი ვარდება. გამოთვალეთ ფიცარსა და მიწას შორის არსებული სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი. SSM



სურ. 12.42. ამოცანა 31.

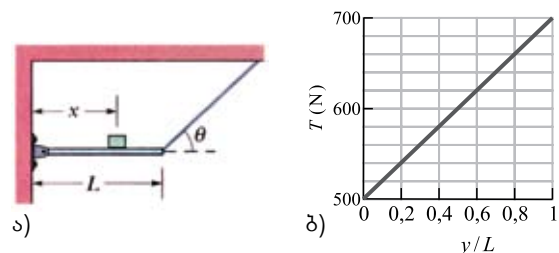
••32 12.43 სურათზე, A და B ძელი კედელზე და ერთმანეთზეა მიმაგრებული. A ძელის სიგრძე $L_A = 2,4$ მ და მასაა 54 კგ. B ძელის მასაა 68 კგ. ძელების კედელთან მიმაგრების ადგილებს შორის მანძილია $d = 1,88$ მ. რა ძალა მოქმედებს ა) A ძელზე კედელზე მიმაგრების ადგილიდან, ბ) A ძელზე ჭანჭიკიდან, გ) B ძელზე კედელზე მიმაგრების ადგილიდან და დ) B ძელზე ჭანჭიკიდან? (ძალები ჩანერგეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)



სურ. 12.43. ამოცანა 32.

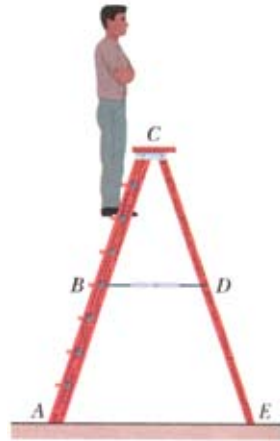
•••33 კუბის ფორმის და $1,2$ მ სიგრძის გვერდების მქონე ყუთში მექანიზმის ნაწილი დევს. ყუთისა და მასში ჩადებული ნაწილის მასათა ცენტრი ყუთის გეომეტრიული ცენტრიდან მაღლა $0,3$ მ მანძილზეა. ყუთი ჰორიზონტალისადმი θ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე დევს. როდესაც θ კუთხე გარკვეულ მნიშვნელობას მიაღწევს, ყუთი ან ამოტრიალდება ან სიბრტყეზე ჩამოსრილდება. თუ ყუთსა და სიბრტყეს შორის μ_s სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,6$, ა) ყუთი ამოტრიალდება თუ ჩამოსრილდება და ბ) რა θ კუთხის დროს მოხდება ეს? თუ $\mu_s = 0,7$, გ) ყუთი ამოტრიალდება თუ ჩამოსრილდება და დ) რა θ კუთხის დროს მოხდება ეს? (მინიშნება: ამოტრიალების დროს სად მოქმედებს დრეკადობის ძალა?) SSM

•••34 12.44ა სურათზე ნაჩვენებია m_b მასის და სიგრძის ჰორიზონტალური ძელი. ძელი მარცხენა ბოლოთი კედელზეა მიმაგრებული, ხოლო მის მარჯვენა ბოლოზე თოკია მობმული, რომელიც ჰორიზონტალისადმი θ კუთხეს ადგენს. m_p მასის ყუთი ძელის მარცხენა ბოლოდან x მანძილზე ძევს. $m_b + m_p$ ჯამური მასა $61,22$ კგ-ია. 12.44ბ სურათზე ნაჩვენებია თოკის T დაჭიმულობის ყუთის მდებარეობაზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. ყუთის მდებარეობა ძელის სიგრძის x/L ნაწილის საშუალებითაა მოცემული. გამოთვალეთ ა) θ კუთხე, ბ) m_b მასა და გ) m_p მასა.



სურ. 12.44. ამოცანა 34.

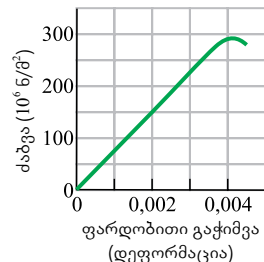
••35 12.45 სურათზე გამოსახული კიბის AC და CE გვერდები 2,44 მ სიგრძისაა და C წერტილზე არის დამაგრებული. 0,762 მ სიგრძის BD ძელაკი კიბის შუაშია დამაგრებული. 854 ნ წონის ადამიანი კიბეზე 1,8 მ მანძილს გადის. დავუშვათ ზედაპირზე ხახუნის ძალა არ მოქმედებს და კიბის მასა უმნიშვნელოა. გამოთვალეთ ა) ძელაკის დაჭიმულობა და ზედაპირიდან კიბეზე მოქმედი ძალები ბ) A წერტილზე და გ) E წერტილზე (მინიშნება: წონასწორობის პირობების გამოყენებით კიბეების ნაწილები ცალკე გამოყავით). **SSM**



სურ. 12.45. ამოცანა 35.

პარაგრაფი 12.7. დრეკადობა

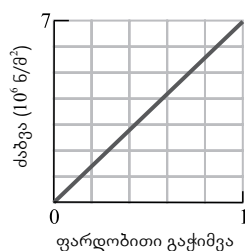
•36 12.46 სურათზე ნაჩვენებია ძაბვა-დეფორმაციის გრაფიკი კვარცისთვის. გამოთვალეთ ამ ნივთიერების ა) იუნგის მოდული და ბ) დენადობისზღვრის მიახლოებითი მნიშვნელობა.



სურ. 12.46. ამოცანა 36.

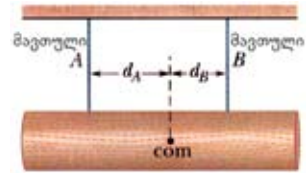
•37 4,8 სმ დიამეტრის ალუმინის ჰორიზონტალური ძელაკი კედელზეა დამაგრებული და 5,3 სმ სიგრძისაა. 1200 კგ მასის საგანი ძელაკის გამოშვებულ ბოლოზე კიდია. ალუმინის ძვრის მოდულია 3×10^{10} ნ/მ². ძელაკის მასა უგულებელყავით და ა) ძელაკზე მოქმედი ძვრის ძაბვა და ბ) ძელაკის ბოლოს ვერტიკალური გადახრა გამოთვალეთ. **SSM ILW**

•38 12.47 სურათზე ნაჩვენებია ძაბვის ფარდობითი გაჭიმვაზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი ალუმინის მავთულისთვის. მავთულს ორივე ბოლო-



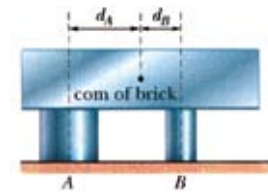
დან ჭიმავენ. მისი საწყისი სიგრძეა 0,8მ და საწყისი განივი კვეთის ფართობია 2×10^{-6} მ². რა მუშაობას ასრულებს გამჭიმი მექანიზმიდან მავთულზე მოქმედი ძალა, რათა 1×10^{-3} დეფორმაცია გამოიწვიოს?

••39 12.48 სურათზე, 103 კგ მასის ერთგვაროვანი მორი ფოლადის A და B მავთულებით კიდია. მავთულების რადიუსია 1,2 მმ. A მავთული თავდაპირველად 2,5 მ სიგრძისაა და B მავთულზე 2 მეტრით მოკლეა. მორი ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია. რა ძალები მოქმედებს მორზე ა) A მავთულიდან და ბ) B მავთულიდან? რისი ტოლია d_A/d_B ? **SSM**



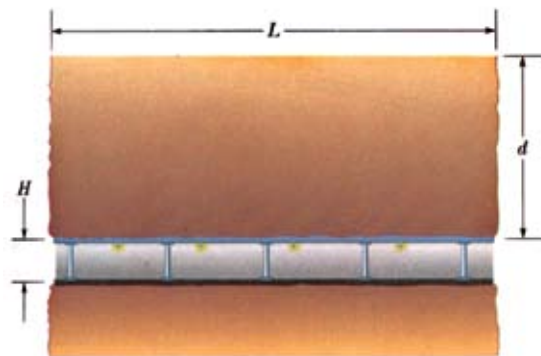
სურ. 12.48. ამოცანა 39.

••40 12.49 სურათზე, ტყვიის აგური A და B ცილინდრებზე ჰორიზონტალურად ძევს. ცილინდრის ზედაპირების ფართობებს შორის $A_A = 2A_B$ თანაფარდობაა. ცილინდრების იუნგის მოდულებს შორის კი $E_A = 2E_B$ თანაფარდობა არსებობს. ცილინდრების სიმაღლე თანაბარია, ვიდრე აგურს მათზე დადებენ. აგურის მასის რა ნაწილს იჭერს ა) A ცილინდრი და ბ) B ცილინდრი? აგურის მასათა ცენტრიდან A ცილინდრის ღერძამდე მანძილია d_A , ხოლო B ცილინდრის ღერძამდე მანძილია d_B . გ) რისი ტოლია d_A/d_B ?



სურ. 12.49. ამოცანა 40.

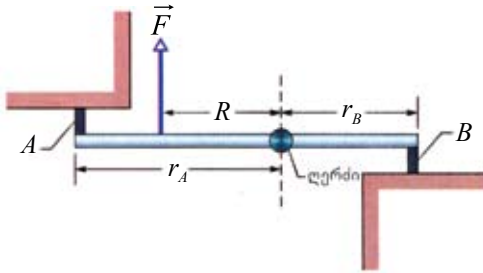
••41 მინის ქვეშ $d = 60$ მ სიღრმეზე $L=150$ მ სიგრძის, $H = 7,2$ მ სიმაღლის და 5,8 მ სიგანის გვირაბი უნდა აშენდეს (იხ. სურ. 12.50). გვირაბის



სურ. 12.50. ამოცანა 41.

სახურავი ფოლადის კვადრატულმა სვეტებმა უნდა დაიჭიროს, თითოეულის განივკვეთის ფართობია 960 სმ^2 . 1 სმ^3 მინის მასა $2,8 \text{ გ-ია}$. ა) რა ჯამური ნონის მიწა უნდა დაიჭიროს სვეტებმა? ბ) რამდენი სვეტია საჭირო, რათა თითოეულ სვეტზე მოქმედი შემკუმშავი ძაბვა სიმტკიცის ზღვრის ნახევარი იყოს? **SSM**

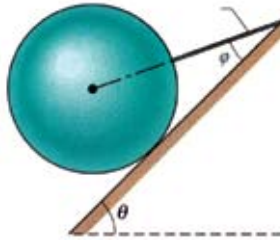
•••42 12.51 სურათზე ნაჩვენებია ვერტიკალური ღერძის გარშემო მბრუნავი მყარი ძელაკი. ძელაკი მაშინ ჩერდება, როდესაც იდენტური და რეზინის მუხრუჭები ღერძიდან $r_A = 7 \text{ სმ}$ და $r_B = 4 \text{ სმ}$ მანძილებზე გააქტიურდებიან. თავდაპირველად მუხრუჭები შეკუმშული არ არის. ამის შემდეგ ძელაკზე 220 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ძალა ღერძიდან $R = 5 \text{ მ}$ მანძილზე იწყებს მოქმედებას. გამოთვალეთ ა) A მუხრუჭები და ბ) B მუხრუჭის შემკუმშავი ძალა.



სურ. 12.51. ამოცანა 42.

დამატებითი ამოცანები

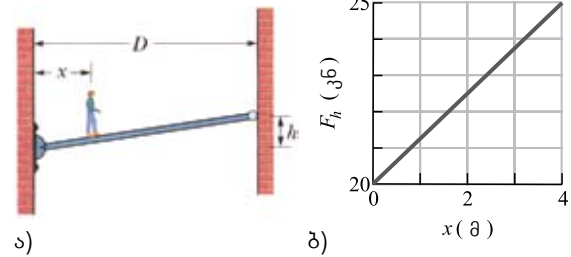
43 12.52 სურათზე, 10 კგ მასის სფერო ჰორიზონტალისადმი $\theta = 45^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზეა გაჩერებული. ϕ კუთხეა 25° . გამოთვალეთ თოკის დაჭიმულობა.



სურ. 12.52. ამოცანა 43.

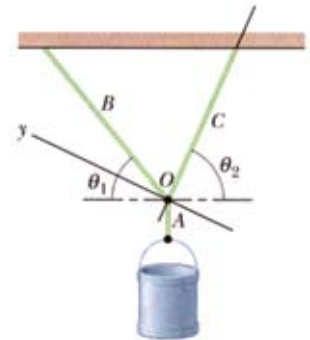
44 12.53ა სურათზე ნაჩვენებია ორ შენობას შორის გადებული დახრილი ძელი. ძელის მარცხენა ბოლო კედელზეა მიმაგრებული, ხოლო მარჯვენა ბოლოზე კედელზე გადაადგილების უნარის მქონე გორგოლაჭია დამაგრებული. შენობიდან გორგოლაჭზე ვერტიკალური ძალა არ მოქმედებს და მასზე მხოლოდ F_h სიდიდის ჰორიზონტალური ძალაა მოდებული. შენობებს შორის ჰორიზონტალური მანძილია $D = 4 \text{ მ}$. ძელი $h = 0,49 \text{ მ}$ მანძილით მალღდება. ადამიანი ძელზე მარცხენა ბოლოდან გადდის. 12.53ბ სურათზე ნაჩვენებია F_h ძალის მარცხენა შენობიდან

ადამიანის x დაშორებაზე დამოკიდებულების ფუნქციის გრაფიკი. რა მასა აქვს ა) ძელს და ბ) ადამიანს?



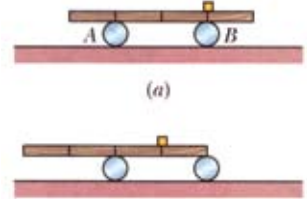
სურ. 12.53. ამოცანა 44.

45 12.54 სურათზე, 817 კგ მასის სამშენებლო კასრი A თოკზეა ჩამოკიდებული. A თოკი O წერტილზე B და C კაბელს უკავშირდება, რომლებიც ჰორიზონტალისადმი $\theta_1 = 51^\circ$ და $\theta_2 = 66^\circ$ კუთხით არის დახრილი. გამოთვალეთ ა) A თოკის, ბ) B თოკის და გ) C თოკის დაჭიმულობა (მინიშნება: ორი ფორმულის ამოხსნის თავიდან ასაცილებლად, ღერძები სურათზე ნაჩვენები პრინციპით განალაგეთ).



სურ. 12.54. ამოცანა 45.

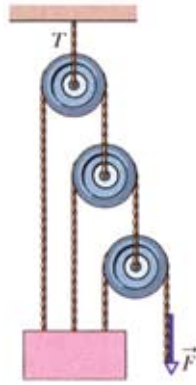
46 12.55ა სურათზე, 40 კგ მასის ერთგვაროვანი ძელი ორ გორგოლაჭზე ძევს. ძელაკზე გავლებული ვერტიკალური ხაზები მთლიან სიგრძეს თანაბარ ნაწილებად ყოფენ. ორი ხაზი გორგოლაჭებს ემთხვევა და B გორგოლაჭის თავზე 10 კგ მასის ყუთი ძევს. რა ძალა მოქმედებს ძელზე



სურ. 12.55. ამოცანა 46.

ა) A გორგოლაჭიდან და ბ) B გორგოლაჭიდან? შემდეგ ძელი მარცხნისკენ გორდება და მისი ცენტრი B გორგოლაჭს ემთხვევა (სურ. 12.55ბ). ამჯერად რა ძალა მოქმედებს ძელზე გ) A გორგოლაჭიდან და დ) B გორგოლაჭიდან? შემდეგ ძელი მარჯვნისკენ გორდება და მისი სიგრძეა $0,8 \text{ მ}$. ე) ყუთსა და B გორგოლაჭს შორის რა ჰორიზონტალური მანძილი მიიყვანს ძელს A გორგოლაჭთან კონტაქტის დაკარგვის ზღვარზე?

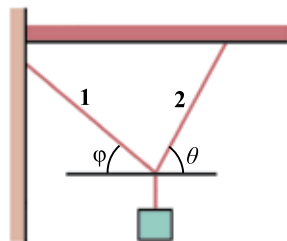
47 12.56 სურათზე, $\vec{F}$ ძალა 6,4კგ მასის ბლოკს და შკივებს ნონასნორულ მდგომარეობაში ამყოფებს. შკივების მასები და მათზე მოქმედი ხახუნის ძალები უმნიშვნელოა. გამოთვალეთ ზედა თოკის T დაჭიმულობა. (მინიშნება: როდესაც



სურ. 12.56. ამოცანა 47.

თოკი შკივზე ნახევრად არის შემოხვეული, თოკიდან შკივზე მოქმედი ჯამური ძალა თოკის დაჭიმულობაზე ორჯერ მეტია)

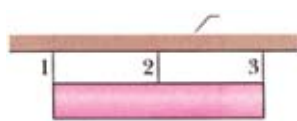
48 12.57 სურათზე, m მასის ყუთი მოკლე თოკზეა ჩამოკიდებული. ეს თოკი პირველი თოკის საშუალებით კედელს უკავშირდება, ხოლო მეორე თოკის საშუალებით



სურ. 12.57. ამოცანა 48.

კის საშუალებით ჭერთანაა მიმაგრებული. I თოკი ჰორიზონტალისადმი $\varphi = 40^\circ$ კუთხეს ადგენს, ხოლო მეორე თოკი - θ კუთხეს. ა) θ -ის რა მნიშვნელობისთვის იქნება მეორე თოკის დაჭიმულობა მინიმალური? ბ) რას უდრის მეორე თოკის მინიმალური დაჭიმულობა mg -ს ერთეულებში?

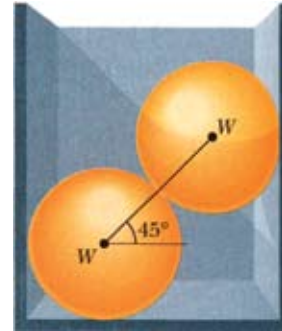
49 12.58 სურათზე ნაჩვენებია 300 კგ მასის ჰორიზონტალური ცილინდრი, რომელიც ჭერზე ფოლადის სამი მავთულითაა ჩამოკიდებული.



სურ. 12.58. ამოცანა 49.

პირველი და მესამე მავთულები ცილინდრის ბოლოებზეა დამაგრებული, ხოლო მეორე მავთული ცილინდრის ცენტრზე. მავთულების განივი კვეთის ფართობია $2 \times 10^{-6} \text{მ}^2$. თავდაპირველად (ცილინდრის განლაგებამდე) პირველი და მესამე მავთულის სიგრძე 1 მ-ს შეადგენდა, ხოლო მეორე მავთული 6 მმ-ით გრძელი იყო. ცილინდრის ჩამოკიდების შემდეგ სამივე მავთული გაიჭიმა. რისი ტოლია ა) პირველი მავთულის და ბ) მეორე მავთულის დაჭიმულობა?

50 12.59 სურათზე, ორი იდენტური, ერთგვაროვანი, ხახუნისგან თავისუფალი m მასის სფერო მყარ მართკუთხა ჭურჭელშია მოთავსებული. სფეროების ცენტრების დამაკავშირებელი წრფე ჰორიზონტალისადმი 45° კუთხეს ადგენს. გამოთვალეთ ა) ჭურჭლის ფსკერიდან, ბ) ჭურჭლის მარცხენა გვერდიდან და გ) ჭურჭლის მარჯვენა გვერდიდან სფეროებზე მოქმედი ძალა.

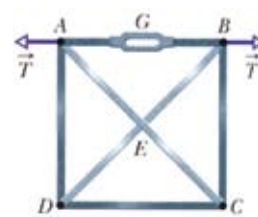


სურ. 12.59. ამოცანა 50.

დ) რა ძალით მოქმედებენ სფეროები ერთმანეთზე? (მინიშნება: სფეროებს შორის მოქმედი ძალები ცენტრების დამაკავშირებელი წრფის გასწვრივ არის მიმართული).

51 8 სმ სიგრძის გვერდის მქონე კუბი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე ძევს. კუბსა და ზედაპირს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი μ . კუბის ერთ-ერთი ვერტიკალური ზედაპირის პერპენდიკულარულად $\vec{P}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ეს ძალა კუბის გვერდზე გამავალ ვერტიკალურ შუახაზზე, ზედაპირიდან 7 სმ სიმაღლეზეა მოდებული. შემდეგ $\vec{P}$ -ს სიდიდე იზრდება. μ -ს რა მნიშვნელობის დროს დაიწყებს კუბი ა) სრიალს და ბ) გადაყირავებას? (მინიშნება: გადაყირავების დაწყებისას სად არის დრეკადობის ძალა მოდებული?)

52 12.60 სურათზე გამოსახული მყარი, კვადრატული ჩარჩო AB , BC , CD და DA გვერდითი ძელებიდან და ორი AC , BD დიაგონალური ძელებისგან შედგება.

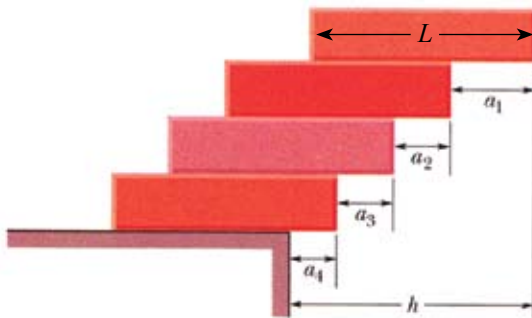


სურ. 12.60. ამოცანა 52.

დიაგონალური ძელები ერთმანეთს E წერტილში კვეთენ. G მოსაჭიმის საშუალებით AB ძელაკს ჭიმავენ და მის ბოლოებზე ჰორიზონტალური, მოშორებით მიმართული და 535 ნ სიდიდის $\vec{T}$ ძალები მოქმედებენ. ა) რომელი ძელაკია კიდევ დაჭიმული? რასიდიდისაა ბ) ამ ძელების დაჭიმვის გამომწვევი ძალები და გ) დანარჩენი ძელების

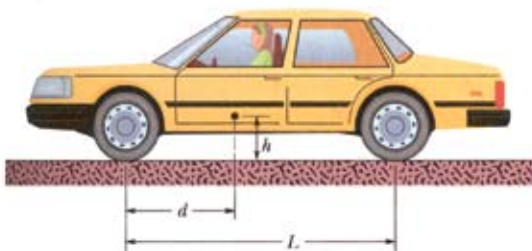
შეკუმშვის გამომწვევი ძალები? (მინიშნება: სიმეტრიის განხილვა ამოცანას მნიშვნელოვნად გამარტივებს).

53 L სიგრძის, ერთგვაროვანი და იდენტური ოთხი აგური ერთმანეთზეა დაწყობილი (სურ. 12.61). გამოთვალეთ ა) a_1 -ის, ბ) a_2 -ის, გ) a_3 -ის, დ) a_4 -ის, ე) h -ის მაქსიმალური მნიშვნელობები L -ის ერთეულებში, როდესაც ნაგებობა წონასწორობაშია.



სურ. 12.61. ამოცანა 53.

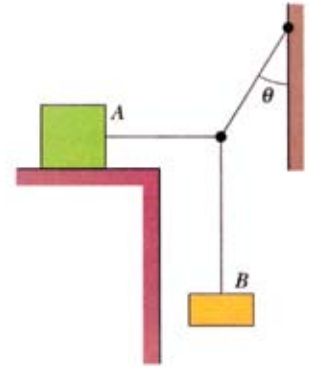
54 12.62 სურათზე, ჰორიზონტალურ გზაზე მიმავალი მანქანის მძღოლი ამუხრუჭებს, ბორბლები ბრუნვას წყვეტს და გზაზე მისრიალებს. საბურავებსა და გზას შორის კინეტიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,4$. წინა და უკანა ღერძებს შორის მანძილია $L=4,2$ მ და მანქანის მასათა ცენტრი წინა ღერძიდან $d=1,8$ მანძილზე და გზიდან $h=0,75$ მ სიმაღლეზე მდებარეობს. მანქანის წონაა 11 kN. გამოთვალეთ ა) მანქანის აჩქარება დამუხრუჭების დროს, ბ) თითოეულ უკანა ბორბალზე მოქმედი გზის რეაქციის ძალის ნორმალური მდგენელი, გ) თითოეულ წინა ბორბალზე მოქმედი გზის რეაქციის ძალის ნორმალური მდგენელი, დ) უკანა ბორბლებზე მოქმედი დამამუხრუჭებელი ძალა და ე) წინა ბორბლებზე მოქმედი დამამუხრუჭ-



სურ. 12.62. ამოცანა 54.

ჭებელი ძალა (მინიშნება: მანქანა გადატანით წონასწორობაში არ არის, მაგრამ ბრუნვით წონასწორობაშია).

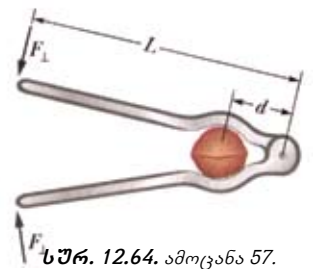
55 12.63 სურათზე გამოსახული A ბლოკი (10 კგ მასის) წონასწორობაშია, მაგრამ ის სრიალს დაიწყებს, თუ B ბლოკს (5 კგ მასის) უფრო დაამძიმებენ. $\theta=30^\circ$ კუთხის შემთხვევაში სტატიკური ხახუნის რა კოეფიციენტი არსებობს A ბლოკსა და ზედაპირს შორის?



სურ. 12.63. ამოცანა 55.

56 თეფშებიანი სასწორი მყარი, მასის არმქონე ძელაკითაა დამზადებული, რომლის ორივე ბოლოზე თითო თეფში კიდია. ძელაკი მის ერთ-ერთ ნერტილზე თავისუფლად ბრუნავს. სასწორის თეფშებზე სხვადასხვა მასებია განლაგებული. როდესაც მარცხენა თეფშზე m უცნობი მასა ძევს, მარჯვენა თეფშზე m_1 მასაა განლაგებული. როდესაც მარჯვენა თეფშზე m მასა ძევს, მარცხენა თეფშზე m_2 მასაა განლაგებული. დაამტკიცეთ, რომ $m = \sqrt{m_1 m_2}$.

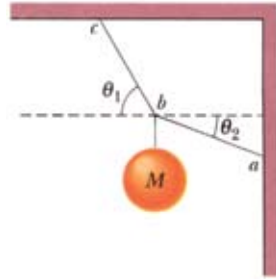
57 სატეხით კაკლის გასატეხად საჭიროა, რომ კაკლის ნაჭუჭის ორივე მხარეს სულ მცირე 40 ნ ძალამ იმოქმედოს. 12.64 გამოსახული სატეხისთვის $L = 12$ სმ და $d = 2,6$ სმ. რა $F_\perp$ ძალის კომპონენტები (სახელურებისადმი პერპენდიკულარული) შესაბამეა 40 ნ-ს?



სურ. 12.64. ამოცანა 57.

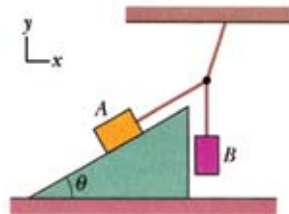
58 ცილინდრის ფორმის ალუმინის ძელაკის საწყისი სიგრძეა $0,8$ მ და რადიუსია 1000 მკმ. ძელაკის ერთი ბოლო დამაგრებულია და მას მეორე ბოლოდან ჭიმავენ. დაუშვათ ძელაკის სიმკვრივე (მასა მოცულობის ერთეულზე) არ იცვლება. გამოთვალეთ ძელაკის რადიუსის $999,9$ მკმ-მდე შემცირებისთვის საჭირო ძალა (ძაბვა დენადობის ზღვარს არ აჭარბებს).

59 12.65 სურათზე გამოსახული სისტემა ნაწილობრივ უსაფრთხოა. ნაწილები კუთხეებია $\theta_1=60^\circ$ და $\theta_2=20^\circ$, ხოლო ბურთის მასაა $M=2\text{კგ}$. რა დაჭიმულობა აქვს ა) ab თოკს და ბ) bc თოკს?



სურ. 12.65. ამოცანა 59.

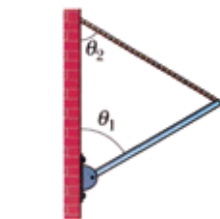
60 12.66 სურათზე ნაჩვენებია ორი ყუთისა და სამი თოკისგან შემდგარი სისტემა. A ყუთის მასაა 11კგ და ის $\theta=30^\circ$ კუთხით დახრილ სიბრტყეზე



სურ. 12.66. ამოცანა 60.

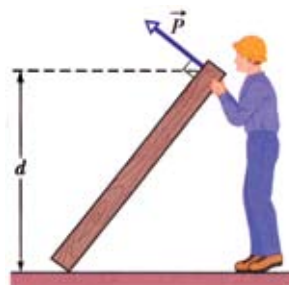
ძევს. B ყუთის მასაა 7კგ და ის თოკზეა ჩამოკიდებული. A ყუთზე მიბმული თოკი დახრილი სიბრტყის პარალელურია. სიბრტყეზე ხახუნის ძალა არ მოქმედებს. ა) რა დაჭიმულობა აქვს ზედა თოკს და ბ) რა კუთხეს ადგენს ეს თოკი ჰორიზონტალისადმი?

61 12.67 სურათზე, m მასის ერთგვაროვანი ძელაკი შენობის კედლის ქვედა ნაწილზეა მიმაგრებული, ხოლო ძელაკის მეორე ბოლოზე კედელზე მიმაგრებული თოკია მიბმული. თუ $\theta_1=60^\circ$, რა უნდა იყოს θ_2 კუთხე, რათა თოკის დაჭიმულობა $mg/2$ -ის ტოლი იყოს?



სურ. 12.67. ამოცანა 61.

62 მშენებელი ერთგვაროვან ძელს მალღანევის და ვერტიკალურ მდგომარეობაში მოყავს. ძელის სიგრძეა 2,5მ და 500ნ-ს იწონის. გარკვეულ მომენტში მშენებელი ძელს აჩერებს და ძელის ბოლოსა და ზედაპირს შორის $d=1,5\text{მ}$ მანძილია (სურ. 12.68). ამ დროს ძელზე პერპენდიკულარული $\vec{P}$ ძალა მოქმედებს. ა) რა სიდიდისაა P ? ბ) რა ჯამური ძალა მოქმედებს ზედაპირიდან ძელზე? გ) რა



სურ. 12.68. ამოცანა 62.

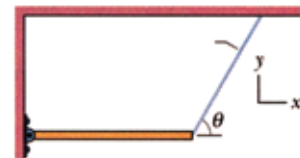
მინიმალური სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი უნდა არსებობდეს ძელსა და ზედაპირს შორის, რათა ძელი ამ მომენტში არ გასრიალდეს?

63 სპილენძის მყარი კუბის გვერდის სიგრძეა 85,5სმ. რა ძაბვამ უნდა იმოქმედოს კუბზე, რათა მისი გვერდის სიგრძე 85სმ-მდე შემცირდეს? სპილენძის მოცულობითი დეფორმაციის მოდულია $1,4 \times 10^{11} \text{ნ/მ}^2$.

64 შახტის ლიფტის კაბინა 2,5სმ დიამეტრის ფოლადის გვარლზე კიდია. კაბინის და მგზავრების ჯამური მასაა 670კგ. როგორ იჭიმება გვარლი, როდესაც კაბინა ა) 12მ სიგრძის გვარლზე და ბ) 362მ სიგრძის გვარლზე კიდია? (გვარლის მასა უგულებელყავით).

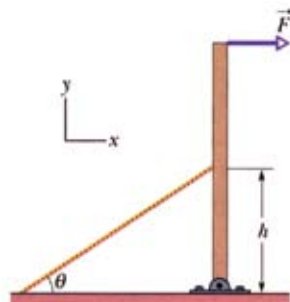
65 L სიგრძის ძელ სამ ადამიანს მიაქვს. ერთ ადამიანს მისი ბოლო უჭირავს, ხოლო დანარჩენი ორი ძელს განივას საშუალებით ეზიდება. ძელის დატვირთვა სამივე ადამიანზე თანაბრად ნაწილდება. ძელის თავისუფალი ბოლოდან რა მანძილზეა განივა? (განივას მასა უგულებელყავით).

66 5მ სიგრძის და 53კგ მასის ერთგვაროვანი ძელი სახსრისა და თოკის მეშვეობით ჰორიზონტალურ მდგომარეობაშია გაჩერებული (სურ. 12.69). თოკი $\theta = 60^\circ$ კუთხეს ადგენს. რა ძალა მოქმედებს სახსრიდან ძელზე? (ძალა ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)



სურ. 12.69. ამოცანა 66.

67 12.70 სურათზე, 60 ნ წონის და 3,2მ სიგრძის ერთგვაროვანი ძელის ქვედა ბოლო დამაგრებულია და მის ზედა ბოლოზე 50 ნ სიდიდის $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა



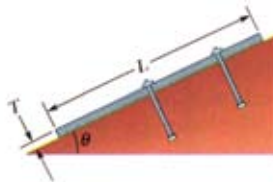
სურ. 12.70. ამოცანა 67.

მოქმედებს. ძელს ვერტიკალურ მდგომარეობაში თოკი აჩერებს, რომელიც დედამიწისადმი $\theta = 25^\circ$ კუთხეს ადგენს და ძელის $h = 2 \text{მ}$ სიმაღლეზე მდებარე წერტილზეა მიბმული. ა) რა დაჭიმულობა

აქვს თოკს და ბ) რა ძალა მოქმედებს სახსრიდან ძელზე? (ძალები ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)

68 95კგ მასის მთამსვლელი ჩამოვარდა და თოკმა შეაჩერა მისი ვარდნა. თოკი თავდაპირველად 15მ სიგრძის და 9,6მმ დიამეტრის იყო, ხოლო შემდეგ 2,8სმ-ით დაიჭიმა. გამოთვალეთ თოკის ა) დეფორმაცია, ბ) ძაბვა და გ) იუნგის მოდული.

69 12.71 სურათზე, მართკუთხა ქვის ფიქალი $\theta = 26^\circ$ კუთხით დახრილ კლდეზე ძევს. ფიქალის სიგრძეა $L=43$ მ, სისქეა $T=2,5$ მ,



სურ. 12.71. ამოცანა 69.

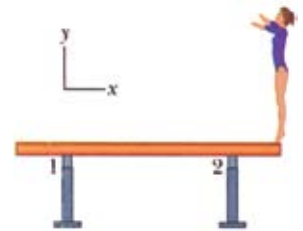
სიგანეა $W=12$ მ და 1 სმ³-ს $3,2$ გ მასა აქვს. ფიქალსა და კლდეს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,39$. ა) გამოთვალეთ ფიქალზე მოქმედი გრავიტაციული ძალის კლდის ზედაპირისადმი პარალელური კომპონენტი. ბ) გამოთვალეთ ფიქალზე მოქმედი სტატიკური ხახუნის ძალა. ა) და ბ) პასუხების შედარება ცხადყოფს, რომ ფიქალი ჩამოცურების ზღვარზეა და მხოლოდ კლდეზე არსებული შეფერხებები აჩერებს. გ) ვარდნის თავიდან ასაცილებლად, ფიქალზე ჭანჭიკები კლდის ზედაპირისადმი პერპენდიკულარულად ჩახრახნეს (სურათზე ორი მათგანია ნაჩვენები). თუ თითოეული ჭანჭიკის განივი კვეთის ფართობია $6,4$ სმ² და $3,6 \times 10^8$ ნ/მ² ძვრის ძაბვის შემთხვევაში ზიანდება, რა მინიმალური რაოდენობის ჭანჭიკია საჭირო? დავუშვათ, რომ ჭანჭიკები დრეკადობის ძალაზე გავლენას არ ახდენს.

70 5მ სიგრძის და 400ნ ნონის კიბე ხახუნისგან თავისუფალ ვერტიკალურ კედელზე ამოყუდებული. კიბესა და დედამიწას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,46$. რა უდიდეს მანძილზე შეიძლება განლაგდეს კიბის დასაწყისი კედლიდან, რათა კიბე არ გასრიალდეს?

71 73კგ მასის ადამიანი L სიგრძის სწორ ხიდზე დგას და ხიდის ერთი ბოლოდან $L/4$ მანძილზე იმყოფება. ხიდი ერთგვაროვანია და $2,7$ კნ-ს იწონის. რა ვერტიკალური ძალები მოქმედებს ხიდზე ა) ადამიანისგან უშორეს ბოლოში განლაგებული საყრდენიდან და ბ) ადამიანისგან უახლოეს ბოლოში განლაგებული საყრდენიდან?

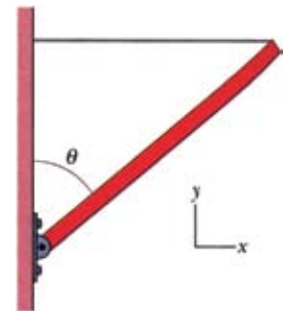
72 იატაკზე გაკეთებული კარები $0,91$ მ სიგრძის გვერდის მქონე კვადრატია და 11 კგ მასა აქვს. კარები ერთი გვერდით დამაგრებულია, ხოლო საპირისპირო მხარეს საკეცია. თუ კარის სიმძიმის ცენტრი კარის ცენტრიდან დამაგრების ადგილის მიმართულებით 10 სმ მანძილზეა, რა ძალები მოქმედებს კარებზე ა) საკეციდან და ბ) დამაგრების ადგილიდან?

73 46კგ მასის ტანმოვარჯიშე 12.72 სურათზე გამოსახული ძელის ერთ ბოლოზე დგას. ძელი 5მ სიგრძის და 250კგ მასისაა. თითოეული საყრდენი ძელის სათანადო ბოლოდან $0,54$ მ მანძილზეა განლაგებული. რა ძალები მოქმედებს ძელზე ა) პირველი საყრდენიდან და ბ) მეორე საყრდენიდან? (ძალები ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)



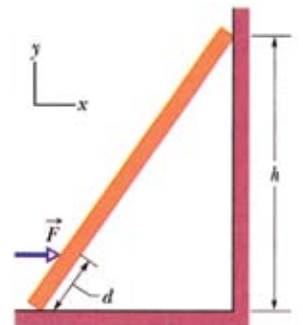
სურ. 12.72. ამოცანა 73.

74 12.73 სურათზე, 12 მ სიგრძის ერთგვაროვანი ძელი ჰორიზონტალური თოკით და $\theta=50^\circ$ კუთხის მდგენელი სახსრითაა დამაგრებული. თოკის დაჭიმულობაა 400 ნ. ა) რა მიზიდულობის ძალა მოქმედებს ძელზე და ბ) რა ძალა მოქმედებს სახსრიდან ძელზე? (ძალები ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტორებით.)



სურ. 12.73. ამოცანა 74.

75 ერთგვაროვანი კიბე 10 მ სიგრძისაა და 200 ნ-ს იწონის. 12.74 სურათზე, კიბე ხახუნისგან თავისუფალ, ვერტიკალურ კედელზე დედამიწიდან $h=8$ მ სიმაღლეზეა მიყუდებული. კიბის დასაწყისიდან $d=2$ მ მანძილზე $\vec{F}$ ჰორიზონტალური ძალა მოქმედებს. ა) თუ $F=506$, რა ძალა მოქმედებს დედამიწიდან კიბეზე (ძალა ჩანერეთ ერთეულოვანი ვექტო-

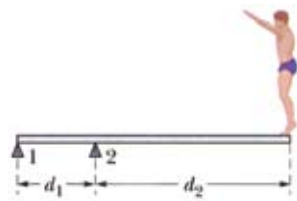


სურ. 12.74. ამოცანა 75.

რებით)? ბ) თუ $F=1506$, რა ძალა მოქმედებს დედამიწიდან კიბეზე? გ) დავუშვათ დედამიწასა და კიბეს შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,38$. F -ის რა მინიმალური მნიშვნელობის დროს დაიწყებს კიბის დასაწყისი კედლისკენ მოძრაობას?

76 თუ 12.7ა სურათზე გამოსახულია ფიჭვის კვადრატული ძელი. რა უნდა იყოს მისი სისქე, რათა მასზე მოქმედი შემკუმშავი ძაბვა სიმტკიცის ზღვრის $\frac{1}{6}$ იყოს? (იხ. ამოცანის ამოხსნის ნიმუში 12.3.).

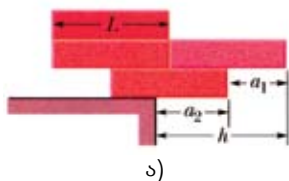
77 12.75 სურათზე, 40კგ მასის ტრამპლინი ორ საყრდენზეა დამაგრებული. საყრდენებს შორის მანძილია $d_1=1\text{მ}$. როდესაც წყალში მხტომელი



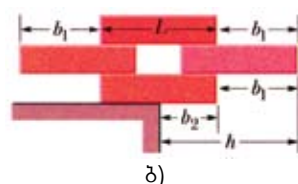
სურ. 12.75. ამოცანა 77.

ტრამპლინის შორეულ ბოლოზე დგას და მეორე საყრდენიდან $d_2=2,5\text{მ}$ მანძილზეა, პირველი საყრდენი ტრამპლინის 1200 ნ ძალით დაბლა აწევს. პირველი საყრდენიდან რა მანძილზე უნდა დადგეს მხტომელი, რათა ეს ძალა ნულამდე შემცირდეს?

78 თვითნაკეთი საქანელას დასამზადებლად თოკის ერთი ბოლოდან მარყუჟი გააკეთეს, ხოლო მეორე ბოლო ხის ტოტს მიაბეს. ბავშვი მარყუჟში ზის და თოკი ვერტიკალურად კიდია, როდესაც ბავშვის მამა საქანელას ჰორიზონტალურ ძალით უბიძგებს. ბავშვის მოძრაობის დაწყებამდე თოკი ვერტიკალისადმი 15° კუთხეს ადგენს და თოკის დაჭიმულობაა 280 ნ. ა) რამდენს იწონის ბავშვი? ბ) რა ძალით მოქმედებს მამა შვილზე, ვიდრე ბავშვი მოძრაობას დაიწყებს? გ) თუ მამის მხრიდან შვილზე მოქმედი მაქსიმალური ჰორიზონტალური ძალაა 93 ნ, რა მაქსიმალური კუთხე შეიძლება შეადგინოს თოკმა ვერტიკალთან?



ა)



ბ)

79 ოთხი იდენტური და L სიგრძის აგური მაგიდაზე ორი სხვადასხვა განლაგებით დალაგეს (სურ. 12.76. შეადარეთ

სურ. 12.76. ამოცანა 79.

53-ე ამოცანას). ორივე შემთხვევაში შვერილის h მანძილი მაქსიმალური უნდა გავხადოთ. გამოთვალეთ a_1 , a_2 , b_1 და b_2 ოპტიმალური მანძილები და h ორივე განლაგებისთვის.

80 მძიმე მორის ტროპიკულ ჯუნგლებში გადასატანად შემდეგი საშუალება არსებობს. მოძებნეთ ახალგაზრდა ხე, რომელიც მორის სავარაუდო გადაადგილების მიმართულებით მდებარეობს და რომლის კენწეროდან დედამიწამდე ლერწია ჩამოშვებული. ლერწი მორს შემოახვიეთ და მაგრად მოქაჩეთ, რათა ხე მოიღუნოს. შემდეგ ლერწი მორს სწრაფად მოხსენით. ამგვარი პროცედურა რამდენიმე



სურ. 12.77. ამოცანა 80.

ხისთვის გაიმეორეთ. საბოლოო ჯამში, ლერწებიდან მოქმედი ჯამური ძალა მორს გადაადგილებს. ალბათ ეს ყველაფერი საკმაოდ დამლელად მოგეჩვენებათ, მაგრამ სწორედ ამ მეთოდს იყენებდნენ ადამიანები, ვიდრე თანამედროვე ხელსაწყოებს გამოიგონებდნენ. 12.77 სურათზე ნაჩვენებია შემთხვევა, როდესაც ერთი ლერწი M მასის ერთგვაროვან მორის ბოლოზეა დამაგრებული. მორსა და დედამიწას შორის სტატიკური ხახუნის კოეფიციენტი $0,8$. თუ მორი გაცურების ზღვარზეა და მისი მარცხენა ბოლო ოდნავ აწეულია, რისი ტოლია ა) θ კუთხე და ბ) ლერწიდან მორზე მოქმედი T ძალა?

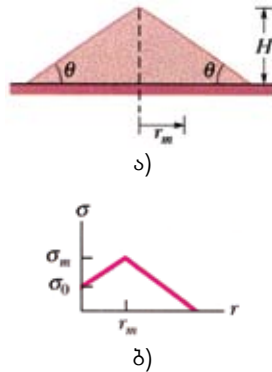
81 პიზას დახრილი კოშკი (სურ. 12.78) 55მ სიმაღლის და 7მ დიამეტრისაა. კოშკის წვერი ვერტიკალიდან 4,5მ-ით არის გადახრილი. კოშკი



სურ. 12.78. ამოცანა 81.

ერთგვაროვან, წრიულ ცილინდრად მიიჩნიეთ. ა) რა დამატებითი გადაადგილების შედეგად იქნება კოშკი გადაყირავების ზღვარზე? ბ) რა კუთხე ექნება ამ დროს კოშკს ვერტიკალისადმი?

82 თქვენ ქვიშის ბორცვი უნდა ააგოთ და ყურადღება მიაქციოთ იატაკზე მოქმედ ძაბვას. უდიდესი ძაბვა ბორცვის წვერის ქვემოთ კი არ მოქმედებს, არამედ ცენტრალური წერტილიდან r_m მანძილზე მდებარე წერტილებზე (სურ.



სურ. 12.79. ამოცანა 82.

12.79ა). მაქსიმალური ძაბვის ამგვარი გადაადგილება ქვიშის მარცვლების მიერ წარმოქმნილი თაღების შედეგია. 12.79ბ სურათზე ნაჩვენებია σ ძაბვის ბორცვის ფუძის ცენტრალური წერტილიდან r რადიუსზე დამოკიდებულების გრაფიკი. ბორცვის სიმაღლეა $H = 3$ მ, $\theta = 33^\circ$, $\sigma_0 = 400006/\text{მ}^2$, $\sigma_m = 40024$ ნ/მ², $r_m = 1,82$ მ და

1 მ³ ქვიშას 1800 კგ მასა აქვს. ა) რა მოცულობის ქვიშაა ბორცვის იმ ნაწილში, რომლისთვისაც $r \leq r_m/2$? (მინიშნება: მთლიანი მოცულობა ვერტიკალური ცილინდრის მოცულობას პლიუს ცილინდრის თავზე მდებარე კონუსის მოცულობაა. კონუსის მოცულობაა $\pi R^2 h/3$, სადაც R არის კონუსის რადიუსი, ხოლო h - კონუსის სიმაღლე). ბ) რა W წონა აქვს ქვიშის ამ მოცულობას? გ) 12.79ბ სურათის გამოყენებით იატაკზე მოქმედი σ ძაბვის r რადიუსზე დამოკიდებულების ფუნქცია დაწერეთ, როდესაც $r \leq r_m$. დ) იატაკის რა dA ფართობი უკავია r რადიუსის მქონე, ბორცვის ცენტრალური ვერტიკალური ღერძის მიმართ ცენტრირებულ და dr რადიალური სიგანის მქონე რგოლს? ე) რა dF ქვემოთ მიმართული ძალა მოქმედებს ამ რგოლზე ქვიშიდან? ვ) რა ჯამური F ძალა მოქმედებს იატაკზე ბორცვის იმ ნაწილიდან, რომლისთვისაც $r \leq r_m/2$? (მინიშნება: ე) გამოსახულება $r = 0$ -დან $r = r_m/2$ -მდე აინტეგრეთ). რაოდენ გასაოცარიც არ უნდა იყოს, ვ) პუნქტში გამოთვლილი იატაკზე მოქმედი F ძალა ბ) პუნქტში გამოთვლილი ქვიშის W წონაზე ნაკლებია. გ) რა ნაწილით არის შემცირებული W -დან ანუ რისი ტოლია $(F-W)/W$?