

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ქსნვიტარიძე, გ.ქარსელაძე, ი.სიგუა,  
ე.ელერდაშვილი, მ.ხმიადაშვილი, ზ.თედიაშვილი

## მათემატიკა ეკონომისტებისათვის

(ამოცანათა კრებული)

ნაწილი I

დამტკიცებულია სტუ-ს  
სასწავლო-მეთოდური  
საბჭოს მიერ

თბილისი

2003

უაკ

წიგნი წარმოადგენს მათემატიკის პრაქტიკული სავარჯიშოებისა და ამოცანების კრებულს, რომელიც განკუთვნილია უმაღლესი სასწავლებლების ეკონომიკური და საბანკო-საფინანსო პროფილის ბაკალავრიატის საფეხურის სტუდენტებისათვის. შინაარსობრივად და სტრუქტურულად იგი სრულ შესაბამისობაშია ამჟამად მოქმედ, განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულ სახელმძღვანელოსთან “მათემატიკა ეკონომისტებისათვის” (თბილისი, გლობალ-პრინტი, 1999).

რედაქტორი: პროფესორი დ. ნატროშვილი

რეცენზენტები: ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი დ. ნატროშვილი

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი ა. გაგნიძე

© გამომცემლობა “ ”, 2003

ISBN

## ელემენტარული მათემატიკა და ეკონომიკის უმარტივესი მოდელები

1.1. იპოვეთ  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  და  $B \setminus A$ , თუ  $A$  და  $B$  სიმრავლეები მოცემულია შემდეგი სახით:

- ა)  $A = \{-1; 2; 9; 17\}$ ,      გ)  $A = \{a, c, d, f\}$ ,  
 $B = \{1; 9; 14; 21\}$ ;       $B = \{a, b, c, d, e\}$ ;
- ბ)  $A = \{-3; 4; 5; 11; 16\}$ ,    დ)  $A = \{x, y, z\}$ ,  
 $B = \{-7; 3; 10\}$ ;       $B = \emptyset$ .

1.2. მართებულია თუ არა ტოლობა  $A = B$ , თუ  
 $A = \{0; 1; 2\}$  და  $B = \{x \mid x(x^2 - 3x + 2) = 0\}$ .

1.3. მართებულია თუ არა ჩართვა  $A \subset B$ , თუ  
 $A = \{-3; -2; -1; 1\}$  და  
 $B = \{x \mid (x^2 + x - 2)x(x^2 + 4x + 3) = 0\}$ .

1.4. აჩვენეთ, რომ თუ  $A$ ,  $B$  და  $C$  სამი ისეთი სიმრავლეა, რომ  $A \subset C$  და  $B \subset C$ , მაშინ მართებულია შემდეგი სიმრავლური ჩართვები

$$A \cap B \subset C; \quad A \cup B \subset C; \quad A \setminus B \subset C.$$

1.5. გამოკითხული 115 სტუდენტთან აღმოჩნდა, რომ 58 სტუდენტი სწავლობს ინგლისურ ენას, 42 — გერმანულს,

ხოლო 14 — ორივე უცხო ენას. აღნიშნული სტუდენტუბიდან

- (ა) რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ ინგლისურ ენას?
  - (ბ) რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას?
  - (გ) რამდენი სტუდენტი სწავლობს ან ინგლისურ ან გერმანულ ენას?
  - (დ) რამდენი სტუდენტი არ სწავლობს არც ინგლისურ და არც გერმანულ ენას?
- 1.6. სადაზღვევო კომპანიას მიმართა 92 ადამიანი, რომელთაგან 35-ს სურს დააზღვიოს სახლი, 21-ს — ავტომანქანა, 10-ს — როგორც სახლი, ისე ავტომანქანა.
- (ა) რამდენ ადამიანს სურს დააზღვიოს მხოლოდ სახლი?
  - (ბ) რამდენ ადამიანს სურს დააზღვიოს მხოლოდ ავტომანქანა?
  - (გ) რამდენ ადამიანს სურს დააზღვიოს ან სახლი ან ავტომანქანა?
  - (დ) რამდენ ადამიანს არ სურს არც სახლისა და არც ავტომანქანის დაზღვევა?
- 1.7. ტოტალიზატორში იმყოფება ფეხბურთის 132 თაყვანისმცემელი, რომელთაგან 70 ბრაზილიის ეროვნული ნაკრების გულშემატკივარია, 50 — გერმანიის ეროვნული ნაკრების, 22 — ორივე ნაკრების.
- (ა) რამდენი ადამიანი გულშემატკივრობს მხოლოდ ბრაზილიის ეროვნულ ნაკრებს?

- (ბ) რამდენი ადამიანი გულშემატკივრობს მხოლოდ გერმანიის ეროვნულ ნაკრებს?
  - (გ) რამდენი ადამიანი გულშემატკივრობს ერთ-ერთს მაინც ამ ნაკრებებიდან?
  - (დ) რამდენი ადამიანი არ გულშემატკივრობს არც ბრაზილიისა და არც გერმანიის ეროვნულ ნაკრებებს?
- 1.8. ტურისტულ სააგენტოში 78 ადამიანია, რომელთაგან 32-ს სურს სამოგზაუროდ წასვლა ეკვიპტეში, 24-ს — საფრანგეთში, 11-ს — ორივე ქვეყანაში.
- (ა) რამდენ ადამიანს სურს სამოგზაუროდ წასვლა მხოლოდ ეკვიპტეში?
  - (ბ) რამდენ ადამიანს სურს სამოგზაუროდ წასვლა მხოლოდ საფრანგეთში?
  - (გ) რამდენ ადამიანს სურს იმოგზაუროს ეკვიპტეში ან საფრანგეთში?
  - (დ) რამდენ ადამიანს არ სურს იმოგზაუროს არც ეკვიპტესა და არც საფრანგეთში?
- 1.9. 300 ადამიანის გამოკითხვის შედეგად შეიტყვევს, რომ 170 ფლობს ინგლისურ ენას, 90 — გერმანულ ენას, 60 — ფრანგულ ენას, 45 — ინგლისურსა და გერმანულ ენებს, 32 — ინგლისურსა და ფრანგულ ენებს, 21 — გერმანულსა და ფრანგულ ენებს, ხოლო 12 — სამივე უცხო ენას. გამოკითხული ადამიანებიდან
- (ა) რამდენი ფლობს მხოლოდ ინგლისურ ენას?
  - (ბ) რამდენი ფლობს ინგლისურსა და გერმანულს, მაგრამ არა ფრანგულს?
  - (გ) რამდენი ფლობს ინგლისურსა და ფრანგულს, მაგრამ არა გერმანულს?

(დ) რამდენი ფლობს ამ უცხო ენებიდან ერთ-ერთს მაინც?

(ე) რამდენი არ ფლობს არც ერთს ამ უცხო ენებიდან?

1.10. აჩვენეთ, რომ თუ  $A$  და  $B$  ორი ნებისმიერი სიმრავლეა, მაშინ

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

1.11. დაამტკიცეთ შემდეგი ჩართვის მართებულობა

$$A \setminus C \subset (A \setminus B) \cup (B \setminus C).$$

1.12. ნებისმიერი  $A$  და  $B$  სიმრავლისათვის დაამტკიცეთ შემდეგი სამი თანაფარდობის ტოლფასობა

$$A \subset B, \quad A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

(ანუ, აჩვენეთ, რომ თუ სრულდება ერთი რომელიმე ამ სამი თანაფარდობიდან, მაშინ მართებულია დანარჩენი ორიც).

1.13. გადააქციეთ შემდეგი პერიოდული ათწილადი ჩვეულებრივ წილადად:

$$ა) 6,(53), \quad ე) 2,(3),$$

$$ბ) 2,72(3), \quad ვ) 7,(12),$$

$$გ) 3,6(5), \quad ზ) 0,43(6),$$

$$დ) 4,(396), \quad თ) 1,71(23).$$

1.14. დაამრგვალეთ შემდეგი რიცხვები და იპოვეთ აბსოლუტური ( $\Delta$ ) და ფარდობითი ( $\delta$ ) ცდომილებები:

ა) 36,4841 პირველ ათწილად ნიშნამდე;

ბ) 21,329 მეორე ათწილად ნიშნამდე;

გ) 5,470452 მესამე ათწილად ნიშნამდე;

დ) 0,92131 მეოთხე ათწილად ნიშნამდე;

- კ) 7,45 პირველ ათწილად ნიშნამდე;
- კ) 4,315 მეორე ათწილად ნიშნამდე;
- ხ) 1,723502 მესამე ათწილად ნიშნამდე;
- თ) 2,4251 მეორე ათწილად ნიშნამდე.

1.15. 10 სმ სიგრძის გაზომვისას აბსოლუტურმა ცდომილებამ შეადგინა 0,4 მმ, 500 კმ-ის გაზომვისას კი — 200 მ. რომელი გაზომვაა უფრო ზუსტი?

1.16. მართკუთხედს აქვს

$$x = 2,40 \pm 0,01 \text{ სმ} \quad \text{და} \quad y = 5,00 \pm 0,02 \text{ სმ}$$

სიგრძის გვერდები. რიცხობრივად რა საზღვრებშია მოთავსებული ამ მართკუთხედის  $S$  ფართობი?

იპოვეთ მართკუთხედის ფართობის აბსოლუტური ( $\Delta$ ) და ფარდობითი ( $\delta$ ) ცდომილება, თუ მისი გვერდების სიგრძეებად ავიღებთ  $x$  და  $y$ -ის საშუალო მნიშვნელობებს.

1.17. ფირმას უნდა დაემზადებინა ტომატი. ტომატის დამზადებისას იკარგება ნედლეულის 20%. რამდენი ტონა პომიდორი უნდა შეიძინოს ფირმამ, რომ დაამზადოს 12 ტონა ტომატი?

1.18. საწარმოს გეგმით თვეში უნდა გამოეშვა 20 ტელევიზორი. ფირმამ გეგმა შეასრულა 110%-ით. რამდენი ტელევიზორი გამოეშვა საწარმოს?

1.19. ფირმამ მალახიას მიაწოდა 1200 დოლარის ღირებულების პროდუქცია. ერთ თვეში გაიყიდა 900 დოლარის ღირებულების პროდუქცია. პროდუქციის მთლიანი ღირებულების რამდენ პროცენტს შეადგენს ნაკაჭრი?

1.20. ქსოვილი გაიაფდა ორჯერ: პირველად 10%-ით, ხოლო მეორედ — 15%-ით. რამდენი პროცენტით გაიაფდა ქსოვილი?

- 1.21. მსოფლიო ბაზარზე ერთი ბარელი ნავთობის ფასი შეიცვალა ორჯერ: პირველად გაიზარდა 6%-ით, ხოლო მეორედ გაიფხვრა 9%-ით. რამდენი პროცენტით შეიცვალა ნავთობის ფასი?
- 1.22. კომპიუტერის ფასი შემცირდა 20%-ით. კიდევ რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს კომპიუტერის ფასი, რომ იგი გახდეს საწყისი ღირებულების 30 პროცენტი?
- 1.23. აქციის ღირებულება შემცირდა 5%-ით. რამდენი პროცენტით უნდა გაიზარდოს აქციის ღირებულება, რომ გახდეს თავდაპირველი ფასის 103%?
- 1.24. ფეხსაცმლის მაღაზიაში გაზაფხულსა და შემოდგომაზე წარმოებს ჩამოფასება, შესაბამისად, 15%-ით და 25%-ით.
- ა) რა ეღირება 300 დოლარის ღირებულების ფეხსაცმელი წლის ბოლოს?
- ბ) რამდენი პროცენტით გაიფხვრა ფეხსაცმელი?
- 1.25. სამ ბიზნესმენს შორის დაიდო ხელშეკრულება, რომლის თანახმადაც  $A$  პარტნიორი მიიღებს მოგების 25%-ს,  $B$  პარტნიორი — 30%-ს, ხოლო  $C$  პარტნიორი კი — 35%-ს. დარჩენილ თანხას ბიზნესმენები საკვლამოქმედო ღონისძიებებისათვის გამოიყენებენ. რამდენ დოლარს მიიღებს თითოეული ბიზნესმენი და რა რაოდენობის თანხა დაიხარჯება ქველმოქმედებაზე, თუ წლიური მოგება 52400 დოლარია?
- 1.26. ბანკმა ბიზნესმენს მისცა 100000 დოლარის ოდენობის კრედიტი ერთი წლის ვადითა და იმ პირობით, რომ მიიღოს 15%-იანი მოგება.

- (ა) რამდენი დოლარი უნდა დაუბრუნოს ბიზნესმენმა ბანკს ერთი წლის ბოლოს?
- (ბ) რამდენ დოლარს შეადგენს ბანკის მოგება?
- 1.27. ერთ-ერთი ინვესტორი თანახმაა, რომ განახორციელოს ინვესტიცია სასტუმრო კომპლექსის მშენებლობაში საერთო ღირებულების 80%-ის ოდენობით. გამოთვალეთ საინვესტიციო თანხის რაოდენობა, თუ სასტუმრო კომპლექსის მშენებლობა 780000 დოლარი ღირს.
- 1.28. მუშის ხელფასი იბეგრება 10%-იანი საშემოსავლო გადასახადით. რას უდრის მუშის ხელფასი, თუ იგი ხელზე იღებს 180 დოლარს?
- 1.29. ნედლი სოკო შეიცავს თავისი წონის 90% წყალს, მშრალი კი — 12% წყალს. რამდენი კილოგრამი მშრალი სოკო მიიღება 11 კგ ნედლი სოკოსაგან?
- 1.30. რესტორანში შესვლისათვის თითო კაცზე ფიქსირებული გადასახადია 10 დოლარი, მომსახურებისათვის გადასახადი კი შეადგენს დანახარჯის 3%-ს. ექვსმა მეგობარმა გადაწყვიტა ივახშმოს რესტორანში. რა თანხა შეუძლიათ დახარჯონ მეგობრებმა სავახშმოდ, თუ მათ აქვთ მხოლოდ 300 დოლარი?
- 1.31. მთავრობის დადგენილებით წარმოებული პროდუქცია იბეგრება 10%-იანი გადასახადით.
- (ა) განსაზღვრეთ გადასახადი, თუ პროდუქციის მთლიანი ღირებულებაა 2300 დოლარი.
- (ბ) რა თანხის გადახდა მოუწევთ მომხმარებლებს ამ პროდუქციის შესაძენად?

- 1.32. ერთ წელიწადში ფირმის ვაჭრობის დონე პროდუქციის 60000 ერთეულიდან გაიზარადა 72000 ერთეულამდე. გამოსახეთ ეს ზრდა პროცენტობით.
- 1.33.  $A$  ფირმის წლიური შემოსავალი შეადგენს  $B$  ფირმის წლიური შემოსავლის 120%. განსაზღვრეთ  $B$  ფირმის შემოსავალი, თუ  $A$  ფირმის შემოსავალია 720000 დოლარი.
- 1.34. მევახშეს სურს დააბანდოს 20000 დოლარი — ნაწილი 4%-იანი და ნაწილი 5%-იანი წლიური განაკვეთით. რა რაოდენობის თანხა უნდა დააგირავოს მან 5%-ად, რომ მოგებამ გადააჭარბოს 920 დოლარს?
- 1.35. ბიზნესმენს ესაჭიროება 6000 დოლარი ერთი წლით. მას შეუძლია  $A$  ბანკიდან აიღოს 7000 დოლარის სესხი სარგებლის წლიური 5%-იანი განაკვეთით ან  $B$  ბანკიდან 8000 დოლარი სარგებლის წლიური 4,5%-იანი განაკვეთით.
- (ა) რომელი ბანკიდან უფრო მიზანშეწონილია ბიზნესმენისათვის სესხის აღება?
- (ბ) მოყვანილი სესხების შემთხვევაში რომელი ბანკი იღებს უფრო მეტ მოგებას და რამდენი პროცენტით?
- 1.36. რა შემთხვევაში მიიღებს უფრო მეტ შემოსავალს ერთი წლის შემდეგ მევახშე, რომელსაც გააჩნია 100 000 დოლარი დასაბანდებლად:
- (ა) 80 000 დოლარის სარგებლის წლიური 5%-იანი განაკვეთით და 20000 დოლარის წლიური 3%-იანი განაკვეთით დაბანდებისას, თუ

(ბ) 60 000 დოლარის წლიური 5%-იანი განაკვეთით და 40000 დოლარის წლიური 3%-იანი განაკვეთით დაბანდება?

რამდენ დოლარს შეადგენს მევახშის მოგება თითოეულ შემთხვევაში?

1.37. ბანკმა გასცა სესხის სახით 30000 დოლარი. ერთი წლის შემდეგ ბანკს დაუბრუნდა 36000 დოლარი. რამდენ პროცენტს შეადგენს ბანკის მოგება?

1.38. რა რაოდენობის სესხი იქნა აღებული ბანკიდან სარგებლის წლიური 5%-იანი განაკვეთით, თუ ერთი წლის შემდეგ ბანკის მოგებამ შეადგინა 3000 დოლარი?

1.39. საკოორდინატო სისტემაზე ააგეთ შემდეგი წერტილები:

$$\begin{aligned} A(-2; 2), & \quad B(0; -7), & \quad C(3; 0), \\ D(4; 1), & \quad E(-3; 1), & \quad F(2; 5). \end{aligned}$$

1.40. საკოორდინატო სისტემაზე ააგეთ შემდეგი წერტილის სიმეტრიული წერტილი  $Ox$  ღერძის მიმართ:

$$\begin{aligned} A(-3; 2), & \quad B(2; 1), & \quad C(0; 3), \\ D(4; 5), & \quad E(1; 1), & \quad F(0; -2). \end{aligned}$$

1.41. საკოორდინატო სისტემაზე ააგეთ შემდეგი წერტილის სიმეტრიული წერტილი  $Oy$  ღერძის მიმართ:

$$\begin{aligned} A(2; 1), & \quad B(-1; 0), & \quad C(-1; 3), \\ D(2; 0), & \quad E(1; 3), & \quad F(4; 2). \end{aligned}$$

1.42. საკოორდინატო სისტემაზე ააგეთ შემდეგი წერტილის სიმეტრიული წერტილი საკოორდინატო სისტემის სათავის მიმართ:

$$A(2; 2), \quad B(-1; 1), \quad C(0; 1), \quad D(3; 0).$$

- 1.43. ჩაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც გადის  $(1; 3)$  და  $(-2; 1)$  წერტილებზე.
- 1.44. ააგეთ წრფე, რომელიც გადის საკოორდინატო სისტემის სათავეზე და  $A(-2; -3)$  წერტილზე. ჩაწერეთ ამ წრფის განტოლება.
- 1.45. შეადგინეთ წრფის განტოლება და ააგეთ შესაბამისი წრფე, რომელიც გადის  $A(2; 5)$  წერტილზე და ორდინატთა ღერძზე ჩამოკვეთს  $b = 7$  სიგრძის ტოლ მონაკვეთს.
- 1.46. შეადგინეთ წრფის განტოლება და ააგეთ შესაბამისი წრფე, რომელიც გადის  $(0; -3)$  წერტილზე და აბსცისათა ღერძის დადებით მიმართულებასთან ადგენს  $\alpha = 30^\circ$ -იან კუთხეს.
- 1.47. ააგეთ წრფე, რომელიც საკოორდინატო ღერძებზე ჩამოკვეთს  $a = 2$  და  $b = -4$ -ის ტოლ მონაკვეთებს და ჩაწერეთ ამ წრფის განტოლება ღერძთა მონაკვეთებში, კუთხური კოეფიციენტით და ზოგადი სახით.
- 1.48. ჩაწერეთ წრფეთა განტოლებები ღერძთა მონაკვეთებში:
- (ა)  $5x + 4y + 3 = 0$ ;
  - (ბ)  $-3x + 2y - 7 = 0$ ;
  - (გ)  $4x - 3y + 10 = 0$ ;
  - (დ)  $3x + y - 8 = 0$ .
- 1.49. ჩაწერეთ წრფეთა განტოლებები კუთხური კოეფიციენტით:
- (ა)  $3x - 2y + 10 = 0$ ;
  - (ბ)  $-4x + 10y - 1 = 0$ ;
  - (გ)  $x + y - 2 = 0$ ;
  - (დ)  $3x + 2y - 1 = 0$ .

1.50. ჩაწერეთ წრფეთა განტოლებები ზოგადი სახით:

(ა)  $y = 2x - 3$ ;

(ბ)  $\frac{x}{7} - \frac{y}{4} = 1$ ;

(გ)  $y = -3x + 7$ ;

(დ)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{7} = 1$ .

1.51. ააგეთ შემდეგი წრფეები:

(ა)  $x - 2y + 5 = 0$ ;

(ბ)  $2x + 3y = 0$ ;

(გ)  $5x - 2 = 0$ ;

(დ)  $2y + 7 = 0$ .

1.52. შეიძლება თუ არა  $20x + 21y = 0$  წრფის განტოლება ჩაიწეროს ღერძთა მონაკვეთებში? ააგეთ შესაბამისი წრფე.

1.53. ააგეთ შემდეგი წრფეები:

(ა)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ;

(ბ)  $y = -3x + 5$ ;

(გ)  $y = 4x$ ;

(დ)  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} = 1$ .

1.54. შეადგინეთ წრფის განტოლება, რომელიც ორდინატთა ღერძზე ჩამოკვეთს  $b = 1$  სიგრძის ტოლ მონაკვეთს და აბსცისათა ღერძის დადებით მიმართულებასთან ადგენს  $120^\circ$ -იან კუთხეს.

1.55. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია  $4x + 3y - 36 = 0$  წრფითა და საკოორდინატო ღერძებით.

1.56. ააგეთ წრფე, რომელიც  $(2; 3)$  წერტილზე გადის და  $Ox$  ღერძის პარალელურია. ჩაწერეთ შესაბამისი განტოლება.

- 1.57. ააგეთ წრფე, რომელიც გადის  $(-1; 4)$  წერტილზე და  $Oy$  ღერძის პარალელურია. ჩაწერეთ შესაბამისი განტოლება.
- 1.58. იპოვეთ კუთხე, რომელსაც ადგენს  $2x + 2y - 5 = 0$  წრფე აბსცისათა ღერძის დადებით მიმართულულებასთან.
- 1.59. წრფე საკოორდინატო ღერძებზე ჩამოკვეთს ტოლ დადებით მონაკვეთებს. ჩაწერეთ წრფის განტოლება და ააგეთ შესაბამისი წრფე, თუ ფართობი იმ სამკუთხედისა, რომელიც შემოსაზღვრულია აღნიშნული წრფითა და საკოორდინატო ღერძებით, ტოლია 8 კვადრატული ერთეულისა.
- 1.60. აჩვენეთ, რომ  $f(x) = ax + b$  წრფივი ფუნქცია ზრდადია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $a > 0$  და კლებადია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $a < 0$ .
- 1.61. აჩვენეთ, რომ

$$4x - 6y + 7 = 0 \quad \text{და} \quad 20x - 30y - 11 = 0$$

წრფეები პარალელურია.

- 1.62. იკვეთება თუ არა შემდეგი წრფეები:

$$3x - 2y + 1 = 0 \quad \text{და} \quad 2x + 5y - 12 = 0?$$

თანაკვეთის შემთხვევაში იპოვეთ გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები.

- 1.63. იპოვეთ შემდეგი წრფეების თანაკვეთის წერტილის კოორდინატები:

$$2x - 3y + 4 = 0 \quad \text{და} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1.$$

1.64. ააგეთ  $L$  წრფე, რომელიც გადის  $(-1; 2)$  და  $(3; 4)$  წერტილებზე და იპოვეთ  $L$  წრფის  $y = -2x + 3$  წრფესთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები.

1.65. ამოხსენით გრაფიკულად წრფივ უტოლობათა შემდეგი სისტემები:

$$\begin{array}{ll}
 (\text{ა}) \begin{cases} y < 4 \\ x > -3; \end{cases} & (\text{ბ}) \begin{cases} y > 3x + 4 \\ y < 2x - 1; \end{cases} \\
 (\text{გ}) \begin{cases} 2x + 4y - 1 < 0 \\ 3x - y + 4 > 0; \end{cases} & (\text{დ}) \begin{cases} 2x - 3y + 4 > 0 \\ 3x + 4y - 9 < 0. \end{cases}
 \end{array}$$

1.66. ერთ საწყობში 185 ტ მარილია, მეორეში — 240 ტ. პირველი საწყობი ყოველდღიურად გასცემს 4 ტ მარილს, ხოლო მეორე კი — 6 ტ მარილს. რამდენი დღის შემდეგ იქნება მეორე საწყობში 2-ჯერ მეტი მარილი, ვიდრე პირველში?

1.67. წარმოების დანახარჯები გარკვეული საქონლის 200 ერთეულის საწარმოებლად შეადგენს 500 დოლარს, ხოლო 600 ერთეულის საწარმოებლად — 900 დოლარს. განსაზღვრეთ წარმოების დანახარჯები საქონლის 350 ერთეულის საწარმოებლად, თუ ვიგულისხმებთ, რომ დანახარჯების ფუნქცია წრფივია?

1.68. ვთქვათ, ერთი და იმავე ტვირთის გადატანა მოცემული ქალაქიდან 20 კმ-ით დაშორებულ პუნქტამდე ღირს 50 დოლარი, ხოლო 50 კმ-ით დაშორებულ პუნქტამდე კი — 80 დოლარი. რა ეღირება იმავე ტვირთის გადატანა  $x$  კმ მანძილზე მოცემული ქალაქიდან, თუ ცნობილია, რომ დამოკიდებულება მანძილსა და ტვირთის გადატანის ხარჯებს შორის წრფივია?

- 1.69. ქარხნის საწარმოო სიმძლავრე ისეთია, რომ მას შეუძლია საათში აწარმოოს 300 კგ არაფანი ან 500 კგ ხაჭო. ქარხანას შეუძლია ერთდროულად გამოუშვას არაფანიც და ხაჭოც. შეადგინეთ განტოლება, რომელიც დაახასიათებს ქარხნის საწარმოო სიმძლავრეს, თუ დამოკიდებულება წარმოებული არაფანისა და ხაჭოს რაოდენობებს შორის წრფეია.
- 1.70. ვთქვათ, რაიმე წარმოებას აქვს 200 ტ ნედლეული, რომელიც უნდა დაიხარჯოს 25 დღის განმავლობაში. იპოვეთ კავშირი დასახარჯი ნედლეულისა და განვლილი დღეების რაოდენობას შორის, თუ ეს დამოკიდებულება წრფეია.
- 1.71. ცნობილია, რომ წყალი იყინება  $0^{\circ} C$ -ზე (ცელსიუსის სკალით), ანუ  $32^{\circ} F$ -ზე (ფარენჰეიტის სკალით). ასევე ცნობილი ფაქტია, რომ წყლის დუღილის ტემპერატურაა  $100^{\circ} C$ , ანუ  $212^{\circ} F$ . იპოვეთ დამოკიდებულება ამ ორი სკალით გაზომილი ტემპერატურის მნიშვნელობებს შორის, თუ ცნობილია, რომ ეს დამოკიდებულება წრფეია.
- $30^{\circ} C$  რამდენი ფარენჰეიტია?
  - $77^{\circ} F$  რამდენი ცელსიუსია?
- 1.72. ქალაქიდან  $x$  კმ-ით დაშორებულ პუნქტამდე ტვირთის გადატანის ხარჯები პირველი სახის ტრანსპორტით გამოისახება  $y = 4x + 60$  ფორმულით, მეორე სახის ტრანსპორტით კი —  $y = 2x + 90$  ფორმულით. გამოიკვლიეთ, რომელი სახის ტრანსპორტით უფრო ხელსაყრელია ტვირთის გადატანა?
- 1.73. ბიზნესმენმა გადაწყვიტა 1100 დოლარის დახარჯვა თავისი პროდუქციის სატელევიზიო რეკლამაზე. სარეკლამო

რგოლის დამზადება ბიზნესმენს უჯდება 500 დოლარი, ხოლო მისი სატელევიზიო ეთერში განთავსება თითოეულ ჯერზე — 20 დოლარი. რამდენჯერ გავა სატელევიზიო ეთერში აღნიშნული სარეკლამო რგოლი?

- 1.74. ორი სახის ტრანსპორტით ტვირთის გადაზიდვის ხარჯები გამოისახება ფუნქციებით:

$$ა) y = 20x + 260 \text{ და } y = 16x + 360,$$

$$ბ) y = 6x + 100 \text{ და } y = 9x + 40,$$

სადაც  $x$  მანძილია, ხოლო  $y$  დანახარჯები. როდისაა უფრო ეკონომიური მეორე სახის ტრანსპორტის გამოყენება?

- 1.75. წარმოებაში დასანერგად გამოსცადეს ორი კონვეიერი. ორივე კონვეიერის მუშაობის რეჟიმი ისეთია, რომ დახარჯული ნედლეულის  $x$  რაოდენობასა და გამოშვებული პროდუქციის  $y$  რაოდენობას შორის დამოკიდებულება წრფივია. კერძოდ, პირველის მუშაობის რეჟიმი აღიწერება ფორმულით  $y = 5x + 50$ , მეორისა კი —  $y = 6x + 10$ . რომელი კონვეიერის დანერგვაა უფრო ხელსაყრელი საწარმოსათვის?

- 1.76. ფირმის თანამშრომელი ვალდებულია იმუშაოს კვირაში 45 საათი. თუ მისი სამუშაო საათების რაოდენობა კვირაში გადააჭარბებს 45 საათს, მაშინ მას ყოველ ზენონმატიულ საათში უხდიან 2-ჯერ მეტ თანხას. როგორია თანამშრომლის საათობრივი ანახლაურება, თუ ერთ კვირაში 55 საათის მუშაობისათვის მან მიიღო 650 დოლარი?

- 1.77. ერთ სამკერვალოში ტანსაცმლის ერთი კომპლექტის შეკერვა ღირს 30 დოლარი და მომსახურების ხარჯები შეადგენს 50 დოლარს, ხოლო მეორე სამკერვალოში კი — 25 დოლარი და მომსახურების ხარჯები კი არის 80 დოლარი. რომელ სამკერვალოში უფრო მოსახერხებელია ტანსაცმლის დიდი პარტიის შეკვეთა?
- 1.78. ერთი ცალი  $A$  ტიპის აქცია იყიდება 150 დოლარად, ხოლო  $B$  ტიპის აქცია — 45 დოლარად. ინვესტორს აქვს 20000 დოლარი საინვესტიციოდ. მას სურს იყიდოს 5-ჯერ მეტი  $A$  ტიპის აქცია  $B$  ტიპის აქციებთან შედარებით.
- (ა) რა მაქსიმალური რაოდენობის  $A$  და  $B$  ტიპის აქციების ყიდვა შეუძლია ინვესტორს?
- (ბ) რა თანხა დარჩება ინვესტორს?
- 1.79. მექანიკურ საამქროს ერთი თვის განმავლობაში შეუძლია დაამზადოს  $A$  სახის მანქანისათვის ნაწილების 105 კომპლექტი, ან  $B$  სახის მანქანისათვის — ნაწილების 210 კომპლექტი. ამწყობ საამქროს ერთი თვის განმავლობაში შეუძლია ააწყოს  $A$  სახის 280 ან  $B$  სახის 70 მანქანა. შეადგინეთ ორივე საამქროს მუშაობის ყველაზე ოპტიმალური და ეკონომიკური პროგრამა, თუ თითოეული საამქროს სიმძლავრე ისეთია, რომ  $A$  და  $B$  სახის გამოშვებულ პროდუქტებს შორის დამოკიდებულება წრფივია. (ყველაზე ოპტიმალური და ეკონომიკური პროგრამა არის მუშაობის ისეთი სასურველი და ამავე დროს იდეალური რეჟიმი, როდესაც მექანიკური საამქრო ერთ თვეში აწარმოებს  $n$  რაოდენობას  $A$  სახისა და  $m$  რაოდენობას  $B$  სახის კომპლექტებს და ამწყობი საამქროც ერთ

თვეში აწყო  $n$  რაოდენობის  $A$  სახისა და  $m$  რაოდენობის  $B$  სახის მანქანებს. ეს ფაქტობრივად ნიშნავს, რომ სიმძლავრეთა შეუცვლელად ამ ორი საამქროს კომპლექსი უნაშთოდ და მოცდენის გარეშე მუშაობს.)

- 1.80. ტაქსში ჩაჯდომისას ფიქსირებული გადასახადია 5 დოლარი, ხოლო ყოველ გავლილ კილომეტრზე — 50 ცენტი. რა მაქსიმალურ მანძილზე შეუძლია გადაადგილება კლიენტს ტაქსით, თუ მას გააჩნია მხოლოდ 65 დოლარი?
- 1.81. ფაბრიკა აწარმოებს ორი  $A$  და  $B$  სახის პროდუქციას.  $A$  სახის პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოებას სჭირდება 1 სამუშაო საათი და 3 ერთეული ნედლეული,  $B$  სახის პროდუქციის ერთეულის წარმოებას კი — 2 სამუშაო საათი და 1 ერთეული ნედლეული. დღის განმავლობაში ორივე სახის პროდუქციის წარმოებისათვის განკუთვნილია არა უმეტეს 11 სამუშაო საათისა და 8 ერთეული ნედლეულისა. მოგება  $A$  სახის პროდუქციის ერთეულზე არის 10 დოლარი, ხოლო  $B$  სახის პროდუქციის ერთეულზე — 20 დოლარი. როგორ უნდა წარიმართოს წარმოება, რომ მოგება იყოს მაქსიმალური?
- 1.82. ფირმა აწარმოებს ორი სახის კომპიუტერებს.  $A$  სახის ერთი კომპიუტერის წარმოებაზე იხარჯება 400 დოლარი, ხოლო  $B$  სახის კომპიუტერის წარმოებაზე კი — 600 დოლარი. ფირმას კომპიუტერების საწარმოებლად კვირაში გამოყოფილი აქვს 24 000 დოლარი და კვალიფიციური ინჟინრების სიმცირის გამო შეუძლია აწარმოოს არა უმეტეს 50 ცალი კომპიუტერი.  $A$  სახის თითოეული კომპიუტერი ფირმას აძლევს 110 დოლარის ტოლ მოგებას, ხოლო  $B$  სახის თითოეული კომპიუტერი კი — 150

დოლარს. როგორ უნდა ააწყოს ფირმამ წარმოება, რომ მისი მოკება იყოს მაქსიმალური?

- 1.83. ააგეთ მოთხოვნის წირი, თუ მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$P = g_D(Q) = -4Q + 100.$$

- (ა) რას უდრის ფასი, თუ მოთხოვნაა 10?  
 (ბ) რას უდრის მოთხოვნა, როდესაც ფასია 40?  
 (გ) როგორ იცვლება ფასი მოთხოვნის ორი ერთეულით შემცირებისას?
- 1.84. იპოვეთ მოთხოვნის ფუნქცია და ააგეთ მოთხოვნის წირი, თუ ცნობილია, რომ როცა პროდუქციის ერთეულის ფასი არის 20 დოლარი, მაშინ მოთხოვნაა 30 და როცა ფასია 10 დოლარი, მაშინ მოთხოვნა 35 ერთეულის ტოლია. ცნობილია, რომ მოთხოვნის ფუნქცია წრფივია.
- 1.85. ააგეთ მოთხოვნის წირი, თუ მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$P = -3Q + 120.$$

- (ა) რას უდრის ფასი, თუ მოთხოვნაა 30?  
 (ბ) რას უდრის მოთხოვნა, თუ ფასია 60?  
 (გ) როგორ იცვლება მოთხოვნა ფასის 3 ერთეულით გაზრდისას?  
 (დ) როგორ იცვლება ფასი მოთხოვნის 4 ერთეულით შემცირებისას?
- 1.86. მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$P = -5Q + 250.$$

- (ა) რა საზღვრებში იცვლება მოთხოვნა?

(ბ) რა საზღვრებში იცვლება ფასი?

გაანალიზეთ მიღებული შედეგები.

- 1.87. ააგეთ მიწოდების წირი, თუ მიწოდების ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$P = g_S(Q) = 4Q + 10.$$

(ა) რას უდრის მიწოდება, როცა ფასი არის 90?

(ბ) რას უდრის ფასი, თუ მიწოდებაა 7?

(გ) როგორ იცვლება მიწოდება ფასის 4 ერთეულით გაზრდის შემთხვევაში?

- 1.88. ჩაწერეთ მიწოდების ფუნქცია და ააგეთ შესაბამისი მიწოდების წირი, თუ ცნობილია, რომ როცა ფასი არის 400 დოლარი, მაშინ ფირმა გეკმაკს პროდუქციის 100 ერთეულის შეტანას ბაზარზე, ხოლო როცა ფასი არის 640 დოლარი, მაშინ ფირმა შეიტანს ბაზარზე პროდუქციის 180 ერთეულს. (იგულისხმება, რომ მიწოდების ფუნქცია წრფივია).

- 1.89. მიწოდების ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$P = g_S(Q) = \frac{1}{5}Q + 20.$$

(ა) ააგეთ შესაბამისი მიწოდების წირი.

(ბ) რა საზღვრებში იცვლება მიწოდება?

(გ) რა საზღვრებში იცვლება ფასი? გაანალიზეთ მიღებული შედეგები.

- 1.90. ააგეთ მიწოდების წირი, თუ

$$P = g_S(Q) = 6Q + 120.$$

(ა) რას უდრის მიწოდება, როცა ფასი არის 180 დოლარი?

- (ბ) რა ფასის შემთხვევაშია მიწოდება 20-ის ტოლი?  
 (გ) როგორ იცვლება მიწოდება ფასის 6 ერთეულით შემცირებისას?  
 (დ) როგორ იცვლება ფასი მიწოდების 12 ერთეულით შემცირების შემთხვევაში?

1.91. იპოვეთ წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე, თუ მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} \text{(ა)} \quad P &= g_D(Q) = -3Q + 60, \\ P &= g_S(Q) = 2Q + 10; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ბ)} \quad P &= g_D(Q) = -6Q + 100, \\ P &= g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 22; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(გ)} \quad P &= g_D(Q) = -4Q + 80, \\ P &= g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 17. \end{aligned}$$

1.92. მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} P &= g_D(Q) = -3Q + 100, \\ P &= g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 30, \end{aligned}$$

სადაც პირველ განტოლებაში  $Q$  არის მოთხოვნა, მეორეში კი — მიწოდება.

- (ა) იპოვეთ წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე.  
 (ბ) მთავრობამ გადაწყვიტა დააწესოს ფიქსირებული გადასახადი 7 დოლარის ოდენობით პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. როგორ ნაწილდება ეს

გადასახადი მომხმარებელსა და მიმწოდებელს შორის?

- 1.93. იპოვეთ წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდეები თითოეული პროდუქტისათვის, თუ მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები ორსაქონლიანი ბაზრისათვის, შესაბამისად, განისაზღვრება ტოლობებით:

$$\begin{aligned} \text{ა) } Q_1 &= 60 - 6P_1 - P_2 \text{ (მოთხოვნის ფუნქცია),} \\ Q_1 &= -2 + 3P_1 \text{ (მიწოდების ფუნქცია),} \\ Q_2 &= 50 - 5P_1 - P_2 \text{ (მოთხოვნის ფუნქცია),} \\ Q_2 &= -4 + 2P_2 \text{ (მიწოდების ფუნქცია).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ბ) } Q_1 &= 52 - 10P_1 + P_2 \text{ (მოთხოვნის ფუნქცია),} \\ Q_1 &= -2 + 5P_1 \text{ (მიწოდების ფუნქცია),} \\ Q_2 &= 30 + P_1 - 4P_2 \text{ (მოთხოვნის ფუნქცია),} \\ Q_2 &= -8 + 3P_2 \text{ (მიწოდების ფუნქცია).} \end{aligned}$$

- 1.94. იპოვეთ წონასწორობის  $P_0$  ფასი და წონასწორობის  $Q_0$  სიდიდე, თუ მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები მოცემულია შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{aligned} P &= g_D(Q) = -4Q + 120, \\ P &= g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 30. \end{aligned}$$

გამოთვალეთ წონასწორობის ახალი  $P'_0$  ფასი და წონასწორობის ახალი  $Q'_0$  სიდიდე, თუ მთავრობამ დააწესა გადასახადი 9 დოლარის ოდენობით პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. როგორ ნაწილდება აღნიშნული გადასახადი მომხმარებელსა და მიმწოდებელს შორის?

1.95. მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი ტოლობით

$$Q = 200 - P + 3Y + \frac{1}{2}A,$$

სადაც  $Q$  მოთხოვნაა,  $P$  ფასია,  $Y$  — მომხმარებელთა (საშუალო) შემოსავალი, ხოლო  $A$  რეკლამაზე დახარჯული თანხაა.

- (ა) ცნობილია, რომ  $P = 20$ ,  $Y = 30$  და  $A = 10$ . გამოითვალეთ შესაბამისი მოთხოვნა.
- (ბ) ვთქვათ  $P = 10$ ,  $Y = 40$  და  $A = 20$ . იპოვეთ შესაბამისი მოთხოვნა.
- (გ) ფასი და შემოსავალი იგივეა, რაც (ბ) პუნქტში. გამოთვალეთ რეკლამაზე დასახარჯი თანხა, რომელიც მოთხოვნას გაზრდის 450 ერთეულამდე.
- (დ) ყველა სხვა ფიქსირებულ პირობებში, იწვევს თუ არა  $Y$  შემოსავლის ზრდა მოთხოვნის ზრდას?
- 1.96. მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები, შესაბამისად, განსაზღვრულია შემდეგი ტოლობებით:

$$P = g_D(Q) = -3Q + 150,$$

$$P = g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 45.$$

- (ა) იპოვეთ წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე (გრაფიკულად და ალგებრულად).
- (ბ) მთავრობამ დააწესა ფიქსირებული გადასახადი 14 დოლარის ოდენობით პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. იპოვეთ ამ ღონისძიების გავლენა ბაზრის წონასწორობაზე.

1.97. მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები მოცემულია შემდეგი ტოლობებით:

$$P = g_D(Q) = -5Q + 150,$$

$$P = g_S(Q) = \frac{1}{2}Q + 40.$$

- (ა) იპოვეთ წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე (გრაფიკულად და ალგებრულად).
- (ბ) იპოვეთ წონასწორობის ახალი ფასი და წონასწორობის ახალი სიდიდე, თუ პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე დააწესეს გადასახადი (ბეგარა) ფასის 10%-ის ოდენობით.

1.98. იპოვეთ ეროვნული შემოსავლისა ( $Y$ ) და მოხმარების ( $C$ ) წონასწორობითი დონე, თუ მოხმარების ფუნქციას აქვს სახე

$$C = 0,6Y + 45,$$

ხოლო დაგეგმილი ინვესტიციაა  $I = 23$ . როგორ ცვლილებას განიცდის წონასწორობითი დონე, თუ დაგეგმილი ინვესტიცია გაიზარდა 2 ერთეულით?

1.99. მოხმარების ფუნქცია მოცემულია ტოლობით

$$C = 0,2Y + 60,$$

ხოლო დაგეგმილი საინვესტიციო თანხაა  $I = 100$ .

- (ა) იპოვეთ ეროვნული შემოსავლის, მოხმარებისა და დანაზოგების წონასწორობითი დონე.
- (ბ) როგორ იმოქმედებს ინვესტიციის 80 ერთეულით გაზრდა წონასწორობაზე?

1.100. მოცემულია:

$$G = 50 \quad (\text{სახელმწიფო დანახარჯები}),$$

$$\begin{aligned}
 I &= 60 \quad (\text{ინვესტიცია}), \\
 C &= 0,4 Y_d + 30 \quad (\text{მოხმარების ფუნქცია}), \\
 T &= 0,2 Y + 10 \quad (\text{საგადასახადო} \\
 &\quad \text{მოსაკრებლების ფუნქცია}).
 \end{aligned}$$

იპოვეთ ამ მოდელით მოცემული ეროვნული ეკონომიკის წონასწორობის მდგომარეობის შესაბამისი:

- (ა) ეროვნული შემოსავალი;
- (ბ) საგადასახადო მოსაკრებლები;
- (გ) მოხმარების დონე;
- (დ) დანაზოგების დონე.

1.101. განსაზღვრეთ წონასწორობითი  $Y$  შემოსავალი და ინვესტიციის სარგებლის  $r$  განაკვეთი, თუ მოცემულია შემდეგი ინფორმაცია სასაქონლო ბაზრის შესახებ:

$$\begin{aligned}
 C &= 0,4Y + 60, \\
 I &= -30r + 1400
 \end{aligned}$$

და ფულის ბაზრის შესახებ:

$$\begin{aligned}
 M_S &= 400, \\
 L_1 &= 0,1 Y, \\
 L_2 &= -20 r + 260.
 \end{aligned}$$

ააგეთ  $Y$ -ისა და  $r$ -ის დამაკავშირებელი განტოლებების შესაბამისი წრფეები ერთსა და იმავე საკოორდინატო სიბრტყეზე. რა გავლენას ახდენს ავტონომიური ინვესტიციის (ანუ  $d$ -ს) ზრდა წონასწორობის  $Y$  ეროვნულ შემოსავალზე და სარგებლის  $r$  განაკვეთზე?

1.102. ღია ეკონომიკა წონასწორობაშია, როდესაც

$$Y = C + I + 2G + X - M,$$

სადაც ცვლადები აღნიშნავენ თანხებს, რომლებიც შეესაბამება ეროვნულ შემოსავალს ( $Y$ ), მოხმარებას ( $C$ ), ინვესტიციას ( $I$ ), სახელმწიფო ხარჯებს ( $G$ ), ექსპორტს ( $X$ ), იმპორტს ( $M$ ).

განსაზღვრეთ წონასწორობითი ეროვნული შემოსავალი, თუ მოცემულია, რომ:

$$C = 0,4Y + 60,$$

$$I = 60, \quad G = 100, \quad X = 80,$$

$$M = 0,2Y + 40.$$

1.103. მოცემულია:

$$\text{მოხმარების ფუნქცია } C = 0,6Y + 40,$$

$$\text{ინვესტიცია } I = -20r + 620,$$

$$\text{ფულის მიწოდება } M_S = 3700,$$

ფულზე მოთხოვნა გარიგებისა და გაუთვალისწინებელი მიზნებისათვის

$$L_1 = 0,2Y,$$

ფულზე მოთხოვნა სპეკულაციური მიზნებისათვის

$$L_2 = -10r + 3600.$$

განსაზღვრეთ ეროვნული  $Y$  შემოსავალი და სარგებლის  $r$  განაკვეთი, თუ სასაქონლო და ფულადი ბაზრები წონასწორობაშია.

1.104. ამოხსენით შემდეგი კვადრატული განტოლებები:

$$(ა) \quad x^2 + 4x + 9 = 0;$$

$$(ბ) x^2 - 2x + 7 = 0;$$

$$(გ) x^2 - 4x + 10 = 0;$$

$$(დ) x^2 + 3x + 8 = 0.$$

1.105. იპოვეთ  $z_1 + z_2$  და  $z_1 - z_2$ , თუ

$$(ა) z_1 = 4 + i \text{ და } z_2 = 2 - 5i;$$

$$(ბ) z_1 = 5 \text{ და } z_2 = 5 + 3i;$$

$$(გ) z_1 = 3i \text{ და } z_2 = 7 - 6i;$$

$$(დ) z_1 = 4 + 9i \text{ და } z_2 = 7 - 3i.$$

1.106. გამოთვალეთ  $z_1 \cdot z_2$ , თუ

$$(ა) z_1 = 3 + 5i \text{ და } z_2 = 2 - 3i;$$

$$(ბ) z_1 = 4 - i \text{ და } z_2 = 1 + 2i;$$

$$(გ) z_1 = 2i \text{ და } z_2 = 3 - i;$$

$$(დ) z_1 = 5 - 4i \text{ და } z_2 = 3.$$

1.107. გამოთვალეთ  $z_1 : z_2$ , თუ

$$(ა) z_1 = 3 + 4i \text{ და } z_2 = 7 - i;$$

$$(ბ) z_1 = 2 + i \text{ და } z_2 = 3 + 4i;$$

$$(გ) z_1 = -2i \text{ და } z_2 = 4 - i;$$

$$(დ) z_1 = 1 + i \text{ და } z_2 = 6 - i.$$

1.108. შეასრულეთ მოქმედებანი:

$$(ა) (3 + 2i)(4 - 2i) + (2 - 5i);$$

$$(ბ) \frac{(4 + 7i)(3 - i)}{5 - i} - \frac{i(1 - i)(2 + i)}{2 + 3i};$$

$$(გ) (1 + 2i)^2 - (2 - i)^2;$$

$$(დ) (3 + 4i)^2 + (2 - 3i)^2.$$

1.109. იპოვეთ  $z_1 \cdot \bar{z}_2$ , თუ

$$(ა) z_1 = 2 - i \text{ და } z_2 = 4 + 2i;$$

$$(ბ) z_1 = 3 + i \text{ და } z_2 = 2 - 5i;$$

$$(გ) z_1 = 5 + 8i \text{ და } z_2 = 4 - 6i;$$

$$(დ) z_1 = 7 + 9i \text{ და } z_2 = 10 + 5i.$$

1.110. იპოვეთ განტოლების ნამდვილი ამონახსნები:

(ა)  $(2 + i)x + (3 - 2i)y = 4 + 3i$ ;

(ბ)  $(5 + i)x - (4 + 2i)y = 7 + 8i$ ;

(გ)  $(6 + 2i)x - (2 + i)y = 9 - 2i$ ;

(დ)  $(4 + 3i)x - (4 + 5i)y = 8 + 6i$ .

1.111. იპოვეთ  $\operatorname{Re}(z_1 \cdot \bar{z}_2)$ , თუ

(ა)  $z_1 = 4 + 3i, \quad z_2 = 3 - 4i$ ;

(ბ)  $z_1 = 5 - 7i, \quad z_2 = 6 + 2i$ ;

(გ)  $z_1 = -6 + 2i, \quad z_2 = 9 + 3i$ ;

(დ)  $z_1 = -7 - 2i, \quad z_2 = -1 + i$ .

1.112. გამოთვალეთ  $\operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)$ , თუ

(ა)  $z_1 = 2 + i, \quad z_2 = 3 - i$ ;

(ბ)  $z_1 = -3 + 4i, \quad z_2 = 1 - i$ ;

(გ)  $z_1 = 4i, \quad z_2 = 2 + 3i$ ;

(დ)  $z_1 = -5 + 3i, \quad z_2 = 3 - 2i$ .

1.113. დაამტკიცეთ ჯუფთებათა რიცხვის შემდეგი თვისებები:

ა)  $C_n^m = C_n^{n-m}$ ;

ბ)  $C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$ .

1.114. ჟურნალის 5 სხვადასხვა გვერდზე უნდა განთავსდეს 5 განსხვავებული სარეკლამო განცხადება. სარეკლამო განცხადებების განლაგების რამდენი ვარიანტი არსებობს?

1.115. 12 დეპუტატისაგან შემდგარი კომისიისაგან უნდა ჩამოყალიბდეს 5 კაციანი ქვეკომისია. ქვეკომისიის შემქმნის რამდენი ვარიანტი არსებობს?

1.116. ბანკს შეუძლია გასცეს 4 ერთნაირი სახის კრედიტი. კრედიტის ადების მსურველია 10 ორგანიზაცია. კრედიტის გაცემის რამდენი ვარიანტი არსებობს?

- 1.117. მიკროავტობუსში 9 ადგილია. რამდენ სხვადასხვა ვარიანტად შეიძლება დავსხათ 9 მგზავრი მიკროავტობუსში?
- 1.118. ბანკს შეუძლია 5 განსხვავებული სახის კრედიტის გაცემა. კრედიტის აღების მსურველთა რიცხვია 9. კრედიტის გაცემის რამდენი ვარიანტი არსებობს?
- 1.119. ტოტალიზატორს გააჩნია 4 ფართოკრანიანი ტელევიზორი და საშუალება აქვს მიიღოს 9 სპორტული არხი. სპორტული არხების ჩვენების რამდენი განსხვავებული ვარიანტი არსებობს თუ ვიგულისხმებთ, რომ ერთი და იგივე სპორტული ტელეარხი არ გადაიცემა ერთზე მეტი ტელევიზორით?
- 1.120. ხასტუმროში თავისუფალია 8 ერთადგილიანი ნომერი. 5 კაცისაგან შემდგარი ტურისტული ჯგუფის განთავსების რამდენი განსხვავებული შესაძლებლობა არსებობს აღნიშნულ სიტუაციაში?
- 1.121. ტურისტს სურვილი აქვს ერთ დღეს მოინახულოს ქალაქში განლაგებული 10 ისტორიული ძეგლიდან რომელიმე 4. ერთი დღისათვის რამდენი განსხვავებული მარშრუტის შეთავაზება შეუძლია ტურისტისათვის მასპინძელ მხარეს?
- 1.122. სადაზვერვო ჯგუფში ორი ოფიცერი და ხუთი ჯარისკაცია. რამდენი ხერხით შეიძლება ასეთი ჯგუფის შედგენა 6 ოფიცრისა და 14 ჯარისკაცისაგან?

## მატრიცები და დეტერმინანტები

2.1. ამოწერეთ  $A$  მატრიცის შემდეგი ელემენტები:

ა)  $a_{13}$ , ბ)  $a_{21}$ , გ)  $a_{33}$ , დ)  $a_{42}$ , ე)  $a_{51}$ , თუ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -9 & 0 & 11 \\ 5 & 4 & -3 \\ 7 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \end{bmatrix}.$$

2.2. ააგეთ  $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$  მატრიცა, რომლის ზოგადი ელემენტია:

ა)  $b_{ij} = 3$ , ბ)  $b_{ij} = i + j$ , გ)  $b_{ij} = j$ ,

დ)  $b_{ij} = \max(i; j)$ , ე)  $b_{ij} = \frac{i}{j}$ , ვ)  $b_{ij} = \frac{2i+3j}{2}$ .

2.3. იპოვეთ: ა)  $A + B$ , ბ)  $A - 2B$ , გ)  $A^T + C$ ,

დ)  $(A - B)^T + 2C$ , ე)  $(2B^T - C) + 4A^T$ ,

ვ)  $(B - 3C^T) + 2A$ , თუ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & -4 & 6 & 8 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 10 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2.4. აჩვენეთ შემდეგი ტოლობების მართებულობა:

$$ა) A + (B + C) = (A + B) + C;$$

$$ბ) (\lambda + \delta)A = \lambda A + \delta A;$$

$$გ) \lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B;$$

$$დ) (\lambda\delta)C = \lambda(\delta C).$$

შეამოწმეთ ეს ტოლობები კონკრეტულ შემთხვევაში, როცა  $\lambda = 3$ ,  $\delta = -4$ ,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

2.5. იპოვეთ  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , თუ

$$ა) \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b-1 & 4c \\ 1 & 3 \end{bmatrix};$$

$$ბ) \begin{bmatrix} a & 7 \\ -4 & 1 \\ 8 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+b & 7 \\ b & 1 \\ 8 & c+b \end{bmatrix}.$$

2.6. იპოვეთ მატრიცთა ნამრავლი

$$1) \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}; \quad 2) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix};$$

$$3) \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; \quad 4) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix};$$

$$5) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 & 6 \end{bmatrix}; \quad 6) \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix};$$

$$7) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix};$$

$$8) \begin{bmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 9 & -10 \\ -3 & 3 & 6 \\ 7 & -21 & 28 \end{bmatrix};$$

$$9) \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$10) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix};$$

$$11) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

2.7. აჩვენეთ, რომ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

მატრიცებისათვის  $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ .

2.8. აჩვენეთ, რომ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

მატრიცებისათვის  $A^2 - B^2 \neq (A - B)(A + B)$ .

2.9.  $A$ ,  $B$  და  $C$  მატრიცებისათვის შეამოწმეთ ტოლობების მართებულობა:

$$ა) (A+B) \cdot C = AC + BC; \quad ბ) (AB) \cdot C = A(BC),$$

სადაც

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

2.10. დაამტკიცეთ, რომ თუ  $AB = BA$ , მაშინ

$$ა) (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2;$$

$$\text{ბ) } A^2 - B^2 = (A - B)(A + B);$$

$$\text{გ) } (AB)^2 = A^2B^2.$$

2.11.  $A$  და  $B$  მატრიცებისათვის შეამოწმეთ  $(AB)^T = B^T A^T$  ტოლობის მართებულობა:

$$\text{ა) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{ბ) } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix};$$

2.12. გამოთვალეთ დეტერმინანტი

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3} & 2 - \sqrt{5} \\ 2 + \sqrt{5} & 1 - \sqrt{3} \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix};$$

$$6) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}; \quad 7) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix};$$

$$8) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}; \quad 9) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 5 \end{vmatrix}.$$

2.13. დაამტკიცეთ ტოლობები

$$\begin{aligned} \text{ა) } & \begin{vmatrix} \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 & d_1 \\ \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2 & d_2 \end{vmatrix} = \\ & = \alpha \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} + \beta \begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix} + \gamma \begin{vmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix}; \end{aligned}$$

$$\delta) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x + b_1y + c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x + b_2y + c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x + b_3y + c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix};$$

$$\delta) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

2.14. ამოხსენით განტოლება

$$\alpha) \begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \delta) \begin{vmatrix} x+1 & 3 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = 5;$$

$$\delta) \begin{vmatrix} 2x & -2 & 1 \\ 4 & 3 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 21; \quad \varrho) \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ -2 & x & -1 \\ x & 2 & 1 \end{vmatrix} = -12.$$

2.15. ამოხსენით უტოლობა

$$\alpha) \begin{vmatrix} x^2 & x \\ 3 & 1 \end{vmatrix} > 0; \quad \delta) \begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & 2x \end{vmatrix} \leq 2;$$

$$\delta) \begin{vmatrix} -x & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ x & 1 & x \end{vmatrix} < 11.$$

2.16. იპოვეთ შემდეგი მატრიცის რანგი

$$\alpha) A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 7 \end{bmatrix};$$

$$\delta) B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\delta) C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 2 & 5 \end{bmatrix};$$

$$\text{დ) } D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 10 & 3 \end{bmatrix}.$$

2.17. გამოთვალეთ დეტერმინანტი:

$$\text{ა) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{ბ) } \begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

2.18. ააგეთ მოცემული მატრიცის უბრუნებელი მატრიცა:

$$\begin{aligned} \text{ა) } & \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}; & \text{ბ) } & \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}; \\ \text{გ) } & \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; & \text{დ) } & \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}; \\ \text{ე) } & \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2.19. იპოვეთ  $X$  მატრიცა შემდეგი განტოლებიდან:

$$\begin{aligned} \text{ა) } & \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \\ \text{ბ) } & X \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; \\ \text{გ) } & \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ \text{დ) } & X \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2.20.  $A$  და  $B$  მატრიცებისათვის შეამოწმეთ  $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$  ტოლობის მართებულება:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

2.21. აჩვენეთ, რომ არანულოვანი  $c$  რიცხვისათვის და  $A$  არა-გადაკვარებული მატრიცისათვის მართებულია შემდეგი ტოლობა  $(cA)^{-1} = \frac{1}{c} A^{-1}$  და შეამოწმეთ იგი კონკრეტულ მაგალითზე, როცა

$$\begin{aligned} \text{ა) } c = 2, \quad A &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}; \\ \text{ბ) } c = \frac{1}{3}, \quad A &= \begin{bmatrix} 0 & -3 & 6 \\ 9 & 0 & 12 \\ 3 & -6 & 9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2.22. საპრეზიდენტო არჩევნებში მონაწილეობს სამი კანდიდატი. წინასაარჩევნო კამპანიისათვის თითოეული კანდიდატი იყენებს პლაკატებს, სარეკლამო რგოლებსა და საინფორმაციო ბუკლეტებს.

I კანდიდატი უკვეთავს 10000 პლაკატს, 2 სთ სარეკლამო ეთერს, 30000 ბუკლეტს, II კანდიდატი — 15000 პლაკატს, 1,5 სთ სარეკლამო ეთერს, 26000 ბუკლეტს, ხოლო III — 20000, 1,5, 10000 — შესაბამისად.

1 ცალი პლაკატის ღირებულებაა 2 დოლარი, 1წთ სარეკლამო ეთერის — 200 დოლარი, ხოლო 1 ცალი ბუკლეტის — 0,5 დოლარი. რა თანხაა საჭირო თითოეული კანდიდატისათვის კამპანიის ჩასატარებლად?

ამოცანის ამოსახსნელად გამოიყენეთ მატრიცული სიმბოლიკა.

2.23. კომპანია უშვებს სამი  $P_1$ ,  $P_2$  და  $P_3$  სახის პროდუქციას, შესაბამისად, 100, 300 და 400 ერთეულის რაოდენობით.

I პროდუქციის ერთეულის ღირებულებაა 20 დოლარი;

II პროდუქციის ერთეულის ღირებულებაა 10 დოლარი;

III პროდუქციის ერთეულის ღირებულებაა 30 დოლარი; სამივე სახის პროდუქციის წარმოებაზე იხარჯება ოთხი  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  და  $N_4$  სახის ნედლეული, კერძოდ,

I სახის პროდუქციის ერთეულზე ნედლეულთა დანახარჯის ნორმებია, შესაბამისად, 2, 3, 1, 1 (ერთეული),

II პროდუქციის ერთეულზე - 1, 0, 2, 1 (ერთეული),

III პროდუქციის ერთეულზე - 2, 1, 0, 3 (ერთეული).

ერთეული ნედლეულის ღირებულებაა შესაბამისად 2 დოლარი, 1 დოლარი, 2 დოლარი, 3 დოლარი. შემოიღეთ შესაბამისი მატრიცები და მათი საშუალებით იპოვეთ:

ა) რეალიზაციით მიღებული შემოსავალი;

ბ) დახარჯული ნედლეულის მთლიანი ღირებულება.

2.24. ლუდის ქარხანა უშვებს ოთხი სახის ლუდს, რომელთა რეკლამას ეწევა სამი ტელეკომპანიის საშუალებით. ამასთან პირველი ორი სახის ლუდის რეკლამისათვის თითოეულ ტელეარხზე იყენებს 3 წუთს, მესამე და მეოთხე სახის ლუდის რეკლამისათვის კი — 4 წუთს. თითოეულ ტელეარხზე ერთი წუთი ტელერეკლამის ღირებულებაა, შესაბამისად, 20, 30 და 40 დოლარი. შემოიღეთ შესაბამისი მატრიცები და მათი გამოყენებით იპოვეთ:

ა) თითოეული სახის პროდუქციის რეკლამისათვის დახარჯული თანხა სამივე ტელეარხზე;

ბ) თითოეული ტელეკომპანიისათვის გადახდილი თანხა;

გ) რეკლამისათვის დახარჯული მთლიანი თანხა.

2.25. ფირმა უშვებს ოთხი სახის პროდუქტს, რომელსაც ყიდის ორ მომხმარებელზე. ამ მომხმარებლის მიერ ნაყიდი პროდუქტების რაოდენობები გამოსახულია შემდეგი მატრიცით

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

თითოეული სახის პროდუქტის ერთეულის ფასი მოცემულია მატრიცით

$$B = [ 100 \quad 200 \quad 200 \quad 300 ]^T.$$

ოთხივე სახის პროდუქტის გამოსაშვებად ფირმა იყენებს სამი სახის ნედლეულს. ამ ნედლეულის დანახარჯის ნორმები (ტონობით) თითოეული სახის პროდუქტის ერთეულის საწარმოებლად გამოსახულია მატრიცით

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

სამივე ნედლეულის თითოეული ტონის ღირებულება (დოლარობით) მოცემულია მატრიცით

$$D = [ 10 \quad 5 \quad 15 ]^T.$$

დამატებით შემოვიღოთ  $E_2 = [1 \ 1]$  მატრიცა.

იპოვეთ ქვემოთ მითითებული ყველა მატრიცა და დაადგინეთ მათი ეკონომიკური შინაარსი:

ა)  $AB$ , ბ)  $AC$ , გ)  $CD$ , დ)  $ACD$ ,

ე)  $E_2AB$ , ვ)  $E_2ACD$ , ზ)  $E_2AB - E_2ACD$ .

## წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

3.1. ამოხსენით სისტემა კრამერის წესით:

$$ა) \begin{cases} 2x + y - z = 9, \\ x - y - 3z = 4, \\ x - 2y + z = -2; \end{cases} \quad ბ) \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 4x + 3z = 15, \\ 5y - z = 3; \end{cases}$$

$$გ) \begin{cases} 3x - y + 2z = -8, \\ 2x + y - z = -1, \\ y - 4z = 0; \end{cases} \quad დ) \begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ x - y + z = 1, \\ 3x - y + 2z = 6; \end{cases}$$

$$ე) \begin{cases} x - 3y + z = 2, \\ 2x + y - z = 1, \\ x + 4y - 2z = 5; \end{cases} \quad ვ) \begin{cases} 2x + 2y - z = 3, \\ x + y + 4z = 6, \\ 7x + z = 4. \end{cases}$$

3.2. ამოხსენით სისტემა მატრიცული ხერხით:

$$ა) \begin{cases} x + y - z = 0, \\ 2x + 3y - 2z = 2, \\ y + z = 5; \end{cases} \quad ბ) \begin{cases} 2x + y + z = -2, \\ 3x + 4z = 7, \\ 2y - z = -4; \end{cases}$$

$$გ) \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 80, \\ x + y + z = 60, \\ 3x + 2y + z = 100; \end{cases} \quad დ) \begin{cases} x + y + z = 0, \\ 3x - 2y - 4z = 5, \\ 5y - 2z = 4. \end{cases}$$

3.3. ამოხსენით სისტემა კრონეკერ-კაპელის თეორემის გამოყენებით:

$$\begin{array}{l}
 \text{ა) } \begin{cases} 3x - 4y + z = 2, \\ x + y - z = 0, \\ 5x - 9y + 3z = -1; \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} x - 2y + z = -1, \\ 2x + y - 4z = 8, \\ x + y + 2z = 5; \end{cases} \\
 \\
 \text{გ) } \begin{cases} x - y - z = 2, \\ 2x + y + 3z = 3, \\ x + 2y + 4z = 1; \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} 5x - 4y + 3z = 4, \\ x + 3y - 4z = 0, \\ 9x - 11y + 10z = 8; \end{cases} \\
 \\
 \text{ე) } \begin{cases} x - 3y + z = 2, \\ -2x + 6y - 2z = -4, \\ 3x - 9y + 3z = 6; \end{cases} \quad \text{ვ) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

3.4. სამსაქონლიანი ბაზრის მოთხოვნის ფუნქციებია შესაბამისად:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 8 - P_1 + P_2 - P_3, \\
 Q_2 &= 10 + P_1 - P_2 - P_3, \\
 Q_3 &= 6 + P_1 + P_2 - 3P_3,
 \end{aligned}$$

მიწოდების ფუნქციები კი —

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= -3 + P_1, \\
 Q_2 &= -7 + P_2, \\
 Q_3 &= -2 + P_3,
 \end{aligned}$$

სადაც  $P_1, P_2, P_3$  შესაბამისი პროდუქტების ერთეულის ფასებია. იპოვეთ:

- ა) წონასწორობის ფასები;
- ბ) წონასწორობის სიდიდეები სამივე სახის საქონლისათვის.

3.5. ღვინის მწარმოებელი კომპანია სავაჭრო ცენტრს აწვდის სამი დასახელების სამარკო ღვინოს, რომელთა მოთხოვნის ფუნქციებია შესაბამისად:

$$Q_1 = 50(2 - P_1 - P_2 + 2P_3),$$

$$Q_2 = 50(4 - P_1 - P_2 + P_3),$$

$$Q_3 = 50(1 + P_1 + P_2 - P_3),$$

მიწოდების ფუნქციები კი —

$$Q_1 = -50 + 100P_1,$$

$$Q_2 = -100 + 50P_2,$$

$$Q_3 = -100 + 50P_3,$$

სადაც  $P_1, P_2, P_3$  შესაბამისი პროდუქტების ერთეულის ფასებია. იპოვეთ:

ა) წონასწორობის ფასები;

ბ) წონასწორობის სიდიდეები სამივე სახის საქონლისათვის.

3.6. საწარმო უშვებს სამი სახის  $S_1, S_2$  და  $S_3$  სახის პროდუქციას, რომლისთვისაც იყენებს აგრეთვე სამი  $N_1, N_2$  და  $N_3$  სახის ნედლეულს.

$S_1$  სახის პროდუქციის ერთი ერთეულის წარმოება მოითხოვს  $N_1, N_2$  და  $N_3$  სახის ნედლეულის, შესაბამისად, 2, 3 და 2 პირობით ერთეულს,  $S_2$  სახის პროდუქციის ერთეულის წარმოება — 2, 5, 1 პირობით ერთეულს, ხოლო  $S_3$  სახის პროდუქციის ერთეულის წარმოება — 2, 7 და 3 პირობით ერთეულს.

საწარმოს ნედლეული მიეწოდება შემდეგი ოდენობით:

$N_1$  სახის ნედლეული 200 პირობითი ერთეული,

$N_2$  სახის ნედლეული 480 პირობითი ერთეული,

$N_3$  სახის ნედლეული 170 პირობითი ერთეული.

$S_1$ ,  $S_2$  და  $S_3$  სახის პროდუქციის რა რაოდენობა უნდა დაამზადოს საწარმომ, რომ სრულად აითვისოს მიწოდებული ნედლეული.

- 3.7. ავტოქარხანა უშვებს სამი  $S_1$ ,  $S_2$  და  $S_3$  მოდელის ავტომობილს. საწარმოო პროცესი გულისხმობს I საამქროში ძარის აწყობას, II საამქროში შეღებვას და III საამქროში ავტომობილის ტექნიკურ გამართვას.

$S_1$  მოდელის ავტომობილის გამოსაშვებად I საამქროს ესაჭიროება 2 სთ, II საამქროს — 3 სთ, III საამქროს — 5 სთ.

$S_2$  მოდელის გამოსაშვებად I საამქროს ესაჭიროება 2 სთ, II საამქროს — 2 სთ, III საამქროს — 1 სთ.

$S_3$  მოდელის გამოსაშვებად I საამქროს ესაჭიროება 4 სთ, II საამქროს — 5 სთ, III საამქროს — 2 სთ.

საამქროების მუშაობა დროში შეზღუდულია: კვირის განმავლობაში I საამქრო მუშაობს არაუმეტეს 62 საათისა, II — 80 სთ, ხოლო III — 71 სთ.

რამდენი ცალი  $S_1$ ,  $S_2$  და  $S_3$  მოდელის ავტომობილის გამოშვება შეუძლია ავტოქარხანას კვირის განმავლობაში, თუ მაქსიმალურად გამოიყენებს საამქროების სამუშაო დროს.

- 3.8. ტექნოლოგიურ კოეფიციენტთა მატრიცა სამი ურთიერთ-შეუღლებული დარგისათვის არის

$$A = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \end{bmatrix}.$$

დარგების საბოლოო პროდუქტებია:

$$q_1 = 474, \quad q_2 = 948, \quad q_3 = 474.$$

განსახვრეთ, წარმოების გეგმის შესაბამისი ვარიანტი.

3.9. წარმოება დაყოფილია სამ დარგად, რომლის ტექნოლოგიურ კოეფიციენტთა მატრიცაა

$$A = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 \end{bmatrix}.$$

ერთეულ პროდუქტზე ცოცხალი შრომის დანახარჯები დარგების მიხედვით ასეთია:  $z_1 = 7, z_2 = 6, z_3 = 10$ .

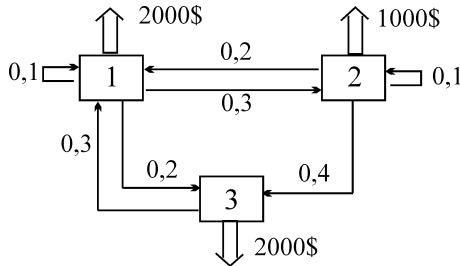
საბოლოო პროდუქტზე მოთხოვნილების ვარიანტია:

$$q_1 = 2000, \quad q_2 = 1000, \quad q_3 = 2000.$$

- ა) განსახვრეთ თითოეული დარგის წარმოების ის მოცულობა, რომელიც საჭიროა მე-2 დარგის საბოლოო პროდუქტის ერთი ერთეულით გაზრდისათვის.
- ბ) განსახვრეთ შრომის აუცილებელი მთლიანი დანახარჯი.

3.10. რეგიონის ეკონომიკას განსახვრავს სამი მსხვილი საწარმო

1. ნავთობგადამამუშავებელი ქარხანა;
2. თბოელექტროსადგური;
3. რკინიგზა.



სქემატურად მოცემულია ბაზრის მოთხოვნა თითოეული დარგის პროდუქციაზე და აგრეთვე დარგებს შორის მოთხოვნა-მიწოდება.

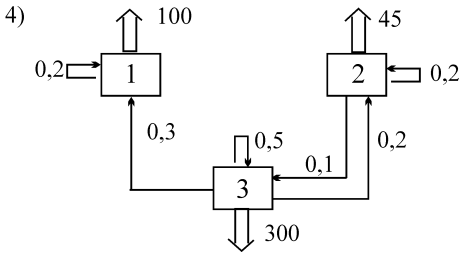
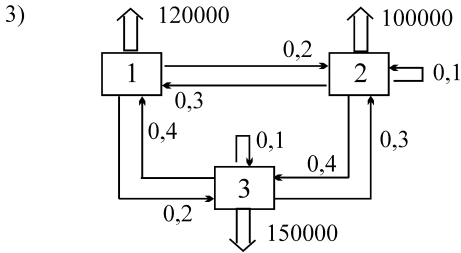
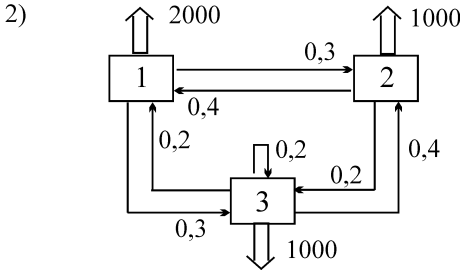
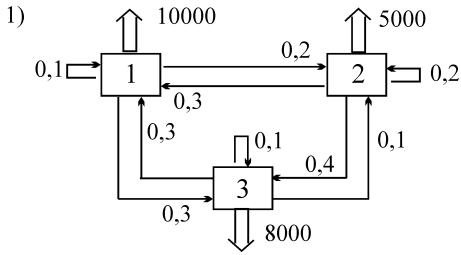
I დარგი 1 დოლარის ღირებულების პროდუქციის საწარმოებლად მოიხმარს თავისივე პროდუქციის 0,1 დოლარის ღირებულების პროდუქტს (როგორც ნედლეულს), ასევე მეორე დარგის 0,2 დოლარის ღირებულების პროდუქტს და მესამე დარგის 0,3 დოლარის ღირებულების პროდუქტს. II დარგი 1 დოლარის ღირებულების პროდუქციის საწარმოებლად მოიხმარს პირველი დარგის 0,3 დოლარის ღირებულების პროდუქტს და თავისივე პროდუქციის 0,1 დოლარის ღირებულების პროდუქტს (როგორც ნედლეულს), ხოლო III დარგი — პირველის 0,2 დოლარის ღირებულების პროდუქტს და მეორეს 0,2 დოლარის ღირებულების პროდუქტს.

სქემაზე ასევე მოცემულია, რომ I დარგმა 2000 დოლარის ღირებულების პროდუქციით, II დარგმა 1000 დოლარის ღირებულების, ხოლო III დარგმა 2000 დოლარის ღირებულების პროდუქციით უნდა უზრუნველყონ ბაზარი.

რა ღირებულების პროდუქცია უნდა აწარმოოს თითოეულმა დარგმა იმისათვის, რომ უზრუნველყოს, როგორც დარგთაშორისი ასევე საბაზრო მოთხოვნა.

3.11. სქემაზე მოცემული ეკონომიკური მოდელისათვის:

- ა) ჩაწერეთ მოთხოვნა-მიწოდების (ტექნოლოგიურ კოეფიციენტთა) მატრიცა და საბაზრო მოთხოვნის მატრიცა;
- ბ) იპოვეთ საერთო პროდუქციის მატრიცის მნიშვნელობა



## ფინანსური მათემატიკის ელემენტები

- 4.1. ჩაწერეთ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი 5 წევრი, თუ:
- ა)  $a_n = 5n - 1$ ;                      გ)  $a_n = 2n$ ;  
 ბ)  $a_n = 2n - 1$ ;                      დ)  $a_n = 7n + 8$ .
- 4.2. დაწერეთ არითმეტიკული პროგრესიის ზოგადი წევრი:
- ა) 1; 4; 7; 10; 13; ... ;  
 ბ) 4; 10; 16; 22; 28; ... ;
- 4.3. გამოთვალეთ არითმეტიკული პროგრესიის  $a_4$ ,  $a_5$ ,  $a_{10}$ ,  $a_{100}$  წევრები, თუ:
- ა)  $a_1 = 7$ ,  $d = 4$ ;                      გ)  $a_1 = -2$ ,  $d = 4$ ;  
 ბ)  $a_1 = 8$ ,  $d = -3$ ;                      დ)  $a_1 = -4$ ,  $d = -2$ .
- 4.4. იპოვეთ  $a_1$ , თუ:
- ა)  $a_{10} = 1234$ ,  $d = 15$ ;                      გ)  $a_{15} = 32$ ,  $d = 0, 5$ ;  
 ბ)  $a_8 = -9$ ,  $d = -4$ ;                      დ)  $a_{100} = 0$ ,  $d = -2$ .
- 4.5. არითმეტიკულ პროგრესიაში  $a_1 = 5$ ,  $d = -2$ . ამ პროგრესიის რომელი წევრია  $-13$ ?
- 4.6. არითმეტიკულ პროგრესიაში  $a_1 = 1$ ,  $a_8 = 15$ . იპოვეთ სხვაობა.
- 4.7. იპოვეთ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი წევრი და სხვაობა, თუ:
- ა)  $a_{15} = 121$ ,  $a_{21} = 400$ ;

$$\text{ბ) } a_{10} = 3, \quad a_{15} = 18;$$

$$\text{გ) } a_{15} = 18, \quad a_{31} = -14;$$

$$\text{დ) } a_5 = 15, \quad a_{15} = -3.$$

- 4.8. თუ ერთი არითმეტიკული პროგრესიის წევრებს მივუმატებთ მეორე არითმეტიკული პროგრესიის შესაბამის წევრებს, მიღებული მიმდევრობა იქნება თუ არა არითმეტიკული პროგრესია?
- 4.9. დაამტკიცეთ, რომ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი  $n$  წევრის ჯამი გამოითვლება ფორმულით:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n.$$

- 4.10. იპოვეთ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი 8 წევრის ჯამი, თუ:
- ა)  $a_1 = 2, \quad d = 3;$                       დ)  $a_5 = 10, \quad d = -2;$   
 ბ)  $a_1 = 4, \quad d = 7;$                       ე)  $a_6 = -3, \quad d = 4.$   
 გ)  $a_2 = 8, \quad d = 6;$
- 4.11. ქარხნის მიერ წარმოებული პროდუქციის რაოდენობა ყოველწლიურად იზრდება 1000 ერთეულით. იპოვეთ მხუთე წელს გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობა, თუ ქარხანამ პირველ წელს გამოუშვა 4500 ერთეული.
- 4.12. ყურძნის ფასი ბაზარზე ყოველწლიურად იზრდება 15 ცენტით. რა თანხა იქნება საჭირო 8 ტონა ყურძნის შესაძენად 7 წლის შემდეგ, თუ ახლა 1 კგ ყურძენი 30 ცენტად ღირს?
- 4.13. ავტომობილი წელიწადში ორჯერ იაფდება 200 დოლარით. რა ედირება 4500 დოლარიანი ავტომობილი მუქვხე წელს? რამდენი პროცენტით გაიაფდება ავტომობილი?

- 4.14. 25 წლიანი საექსპლუატაციო ვადის მქონე ელექტრო საქონელი ღირს 1500 დოლარი. ყოველწლიურად მიმდინარეობს ფასის თანაბარი კლება და საექსპლუატაციო ვადის გასვლის შემდეგ მისი ფასი ნულის ტოლი ხდება. იპოვეთ რა ეღირება ეს საქონელი მე-17 წელს?
- 4.15. ბანკმა გასცა  $K$  დოლარიანი კრედიტი სარგებლის წლიური მარტივი  $r\%$ -იანი განაკვეთით. გამოთვალეთ რა თანხა უნდა დაბრუნდეს ბანკში  $n$  წლის შემდეგ?
- 4.16. ბანკში დაბანდებულია 24000 დოლარი. სარგებლის წლიური მარტივი  $11\%$ -იანი განაკვეთით. რა თანხას დააბრუნებს ბანკი 7 წლის შემდეგ?
- 4.17. 1700 დოლარი გაცემულია სესხად 3 წლის ვადით სარგებლის წლიური მარტივი  $4\%$ -იანი განაკვეთით. განსაზღვრეთ დაგროვილი თანხა.
- 4.18. ბანკში 4 წლის ვადით შეტანილია 18000 დოლარი სარგებლის წლიური მარტივი  $5\%$ -იანი განაკვეთით. რა თანხას დაუბრუნებს ბანკი მეანბრებს?
- 4.19. 3000 დოლარი გაცემულია სესხად 5 წლის ვადით სარგებლის წლიური მარტივი  $7\%$ -იანი განაკვეთით. იპოვეთ დაგროვილი თანხა.
- 4.20. რა თანხის კრედიტი აიღო მოვალემ, თუ კრედიტი გაცემული იყო 10 წლით სარგებლის მარტივი  $5\%$ -იანი განაკვეთით და ვადის გასვლის შემდეგ მან დააბრუნა 7500 დოლარი.
- 4.21. რა ვადით უნდა აიღოს მოვალემ 1500 დოლარის კრედიტი სარგებლის წლიური მარტივი  $4\%$ -იანი განაკვეთით, რომ ბანკის მოგება იყოს 600 დოლარი.

- 4.22. იპოვეთ 2400 დოლარის დისკონტირებული თანხა, თუ სარგებლის წლიური მარტივი განაკვეთია 3%, ხოლო სესხის ხანგრძლივობა 5 წელი. გამოთვალეთ დისკონტი.
- 4.23. 14000 დოლარი გაცემულია სესხად 2 წლით სარგებლის მარტივი 3%-იანი განაკვეთით. სარგებლის დარიცხვა ხდება ყოველ ორ თვეში ერთხელ. გამოთვალეთ ბანკის მოგება.
- 4.24. 21000 დოლარი დაბანდებულია 3 წლით სარგებლის მარტივი 3%-იანი განაკვეთით. სარგებლის დარიცხვა ხდება ყოველ კვარტალში ერთხელ. რამდენი დოლარით გაიზრდება საწყისი კაპიტალი?
- 4.25. 2700 დოლარი დაბანდებულია სარგებლის წლიური მარტივი 3%-იანი განაკვეთით. რამდენი წლის შემდეგ გახდება თანხა 3024 დოლარი?
- 4.26. 18000 დოლარი გაცემულია სესხად 8 წლით სარგებლის წლიური მარტივი 4%-იანი განაკვეთით. დარიცხვა ხდება ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ. გამოთვალეთ დისკონტი.
- 4.27. სარგებლის მარტივი წლიური საპროცენტო განაკვეთით დაბანდებული 7000 დოლარი 4 წლის შემდეგ გახდა 7840 დოლარი. იპოვეთ სარგებლის განაკვეთი.
- 4.28. 5 წლის შემდეგ სარგებლის წლიური მარტივი 4%-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა გაიზარდა 18840 დოლარამდე. იპოვეთ საწყისი თანხა.
- 4.29. რა თანხა უნდა დააბანდოთ ბანკში სარგებლის წლიური მარტივი 2%-იანი განაკვეთით, რომ 4 წლის შემდეგ მიიღოთ 21500 დოლარი?

- 4.30. სარგებლის წლიური მარტივი 7%-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა 5 წლის შემდეგ გაიზარდა 4550 დოლარით. იპოვეთ საწყისი თანხა.
- 4.31. რამდენი წლის შემდეგ გაორმაგდება სარგებლის წლიური მარტივი 12,5%-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა?
- 4.32. სარგებლის რა წლიური მარტივი განაკვეთით უნდა იქნეს აღებული სესხად თანხა, რომ 20 წლის ბოლოს ვალი გაორმაგდეს?
- 4.33.  $K$  თანხა აღებულია კრედიტის სახით სარგებლის წლიური მარტივი  $r\%$ -იანი განაკვეთით. ახვეწეთ, რომ  $n$  წლის ბოლოს დაგროვილი  $K_n$  თანხა არ შეიცვლება, თუ ვიგულისხმებთ, რომ  $K$  თანხის კრედიტი გაცემულია სარგებლის მარტივი  $\frac{r}{365}\%$ -იანი განაკვეთით ყოველდღიური დარიცხვით.
- 4.34. სარგებლის წლიური მარტივი 7%-იანი განაკვეთით აღებული 7000 დოლარი შეანაბრემ დააბრუნა 270-ე დღეს. გამოთვალეთ დისკონტი.
- 4.35. რა თანხა უნდა დააბრუნოს შეანაბრემ 155-ე დღეს, თუ 8000 დოლარი აქვს ვალად აღებული სარგებლის წლიური მარტივი 5%-იანი განაკვეთით.
- 4.36. ამოწერეთ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი 4 წევრი, თუ:
- ა)  $b_1 = 5, q = 3;$       ბ)  $b_1 = \frac{3}{8}, q = -2;$
- ბ)  $b_1 = -4, q = \frac{1}{2};$       დ)  $b_1 = -0,1, q = -5.$
- 4.37. გეომეტრიული პროგრესია ჩაწერეთ ზოგადი წევრის საშუალებით:

- ა) 2; 4; 8; ...;                      გ) 4; -2; 1; ...;  
 ბ) 20; 10; 5; ...;                    დ) 1; 0, 5; 0, 25; ...

4.38. იპოვეთ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი წევრი, თუ

- ა)  $b_6 = 38, 4$ ,  $q = 2$ ;      ბ)  $b_4 = 0, 024$ ,  $q = 0, 2$ .

4.39. გეომეტრიულ პროგრესიაში  $b_1 = 3$ ,  $q = \frac{1}{5}$ . ამ პროგრესიის რომელი წევრია 0,00096?

4.40. დაამტკიცეთ, რომ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი  $n$  წევრის ჯამი გამოითვლება ფორმულით

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1.$$

4.41. იპოვეთ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი  $n$  წევრის ჯამი, თუ:

- ა)  $b_1 = 1$ ,  $q = 4$ ,  $n = 8$ ;  
 ბ)  $b_1 = -\frac{1}{6}$ ,  $q = 2$ ,  $n = 9$ ;  
 გ)  $b_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $q = 1, 5$ ,  $n = 4$ ;  
 დ)  $b_1 = -3$ ,  $q = -1, 2$ ,  $n = 7$ .

4.42. ქარხანამ პირველ წელს გამოუშვა 1800 გენერატორი. ყოველ მომდევნო წელს ქარხნის მიერ გამოშვებული გენერატორების რაოდენობა იზრდება 20%-ით. გამოთვალეთ მერვე წელს გამოშვებული გენერატორების რაოდენობა.

4.43. ავეჯის კომპლექტი ყოველწლიურად იაფდება 15%-ით. რა ეღირება 8000 დოლარიანი კომპლექტი მეთხუთსე წელს?

4.44. საწარმო პირველ წელს უშვებს 80000 დოლარის ღირებულების საქონელს. ყოველ მომდევნო წელს საწარმოს მიერ გამოშვებული პროდუქციის ღირებულება 10%-ით

- აღემატება წინა წელს გამოშვებული პროდუქციის ღირებულებას. გამოთვალეთ საწარმოს მიერ 6 წლის განმავლობაში გამოშვებული პროდუქციის ღირებულება.
- 4.45. მენაბრემ ბანკში შეიტანა  $K$  დოლარი სარგებლის წლიური რთული  $r\%$ -იანი განაკვეთით. გამოთვალეთ, რა თანხა დაგროვდება  $n$  წლის შემდეგ?
- 4.46. 20000 დოლარი გაცემულია სესხად 7 წლით სარგებლის წლიური რთული  $4\%$ -იანი განაკვეთით. იპოვეთ ბანკის მოგება.
- 4.47. ბანკში დაბანდებულია 3000 დოლარი სარგებლის წლიური რთული  $3\%$ -იანი განაკვეთით. რა თანხას დაუბრუნებს ბანკი მენაბრეს 5 წლის შემდეგ?
- 4.48. ბანკში სარგებლის წლიური რთული  $2\%$ -იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა 4 წლის შემდეგ გახდა 10000 დოლარი. რამდენი თანხა დააბანდა მენაბრემ?
- 4.49. ბანკში დაბანდებულია 4000 დოლარი 5 წლით სარგებლის წლიური რთული  $3\%$ -იანი განაკვეთით. გამოთვალეთ დაგროვილი თანხა.
- 4.50. გამოთვალეთ რა თანხა უნდა შეიტანოთ ბანკში სარგებლის წლიური რთული  $4\%$ -იანი განაკვეთით, რომ 5 წლის შემდეგ დაგროვილი თანხა შეადგენდეს 50000 დოლარს.
- 4.51. 1500 დოლარი აღებულია სესხად სარგებლის წლიური რთული  $3\%$ -იანი განაკვეთით. განსაზღვრეთ 5 წლის შემდეგ დაბრუნებული თანხა. რას უდრის დისკონტი?
- 4.52. სარგებლის წლიური რთული  $3\%$ -იანი განაკვეთით დაბანდებული 7000 დოლარი რამდენი წლის შემდეგ გახდება 7878,56 დოლარი?

- 4.53. იპოვეთ 18000 დოლარის დისკონტირებული თანხა, თუ წლების რაოდენობაა 3, ხოლო სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 12%.
- 4.54. როგორი უნდა იყოს სარგებლის მინიმალური წლიური რთული საპროცენტო განაკვეთი, რომ 10000 დოლარის ხესხმა 5 წელიწადში გადააჭარბოს 10500 დოლარს?
- 4.55. რამდენი წლით უნდა შეიტანოთ 4200 დოლარი ბანკში, რომ დაგროვდეს 5980 დოლარი, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 4%.
- 4.56. 11 000 დოლარი აღებულია ხესხად სარგებლის წლიური რთული 10%-იანი განაკვეთით. მოვალე ბანკს ყოველწლიურად უბრუნებს 2000 დოლარს და მიმდინარე ვალის 8%-ს (იგულისხმება, რომ სარგებელი და ვალის დასაფარავი პროცენტი დაიანგარიშება ერთდროულად მიმდინარე თანხისაგან). რამდენი წელი დასჭირდება ვალის მთლიან დაფარვას?
- 4.57. 20000 დოლარი აღებულია ხესხად 4 წლით სარგებლის წლიური რთული 1%-იანი განაკვეთით. გამოთვალეთ ბანკის მოგება, თუ მოვალე ბანკს ყოველწლიურად უბრუნებს 5000 დოლარს და მიმდინარე წლის სარგებელს.
- 4.58. 1000 დოლარი გაცემულია ხესხად 6 წლით სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 8%-იანი განაკვეთით, ნახევარწლიური დარიცხვით. გამოთვალეთ დისკონტი.
- 4.59. იპოვეთ 7000 დოლარის შესაბამისი დისკონტირებული თანხა, თუ დროის ინტერვალია 5 წელი და სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთი 3%, ყოველთვიური დარიცხვით.

- 4.60. 3000 დოლარი გაცემულია სესხად სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 4%-იანი განაკვეთით, ყოველკვარტალური დარიცხვით. სესხის ხანგრძლივობაა 3 წელი. გამოთვალეთ დაგროვილი თანხა.
- 4.61. რა თანხა უნდა დააბრუნოს დებიტორმა 3 წლის შემდეგ, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთია 5%, ყოველკვარტალური დარიცხვით, ხოლო საკრედიტო თანხაა 8000 დოლარი.
- 4.62. 12 000 დოლარი გაცემულია 4 წლის ვადით სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 12%-იანი განაკვეთით. იპოვეთ დაგროვილი თანხა, თუ დარიცხვა ხდება:
- ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ;
  - ყოველ კვარტალში ერთხელ;
  - ყოველთვიურად;
  - ყოველდღიურად.
- 4.63. 13000 დოლარი დაბანდება 3 წლით სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 24%-იანი განაკვეთით. იპოვეთ ბანკის მოგება, თუ დარიცხვა ხდება:
- ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ;
  - ყოველ კვარტალში ერთხელ;
  - ყოველთვიურად;
  - ყოველდღიურად.
- შეადარეთ მიღებული თანხები.
- 4.64. იპოვეთ 4 წლის შემდეგ სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 6%-იანი განაკვეთით დაგროვილი 10000 დოლარის შესაბამისი დისკონტირებული თანხა, თუ დარიცხვა ხდება:
- ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ;

ბ) ყოველ კვარტალში ერთხელ;

გ) ყოველთვიურად;

დ) ყოველდღიურად.

4.65. 3 წლის შემდეგ შეანაბრებ ბანკიდან მიიღო 200 000 დოლარი. რა თანხა დაუბანდება შეანაბრებს, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთია 8%, ხოლო დარიცხვის პერიოდია:

ა) ნახევარი წელიწადი;

ბ) კვარტალი;

გ) თვე;

დ) დღე.

4.66. სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 12%-იანი განაკვეთით დაბანდებული 10000 დოლარი რა დროის შემდეგ გადააჭარბებს 35000 დოლარს, თუ დარიცხვა ხდება:

ა) ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ;

ბ) ყოველ კვარტალში ერთხელ;

გ) ყოველთვიურად;

დ) ყოველდღიურად.

4.67. იპოვეთ სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთის სიდიდე, რომელიც 4 წლის განმავლობაში უზრუნველყოფს 10000 დოლარის ზრდას 100000 დოლარამდე, თუ დარიცხვა ხდება:

ა) ყოველ ნახევარ წელიწადში ერთხელ;

ბ) ყოველ კვარტალში ერთხელ;

გ) ყოველთვიურად;

დ) ყოველდღიურად.

- 4.68. სარგებლის წლიური რთული ნომინალური 12%-იანი განაკვეთით (ყოველკვარტალური დარიცხვა) დაბანდებული 7000 დოლარი რა დროის შემდეგ გადააჭარბებს 10000 დოლარს?
- 4.69. მენაბრე ყოველი თვის დასაწყისში ბანკში რიცხავს  $A$  თანხას. ბანკის სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთია  $r\%$ . იპოვეთ  $n$  წელიწადში დაგროვილი თანხა, თუ დარიცხვა ხდება ყოველთვიურად.
- 4.70. მენაბრეს ბანკში ყოველი წლის დასაწყისში შეაქვს 2000 დოლარი. რა თანხა დაუგროვდება მას 5 წლის შემდეგ, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთია 10% ნახევარწლიანი დარიცხვით.
- 4.71. ფულის დაგროვების მიზნით ფირმას ბანკში ყოველი წლის დასაწყისში შეაქვს ერთი და იგივე  $A$  თანხა. ბანკის სარგებლის წლიური რთული ნომინალური განაკვეთია  $r\%$  ( $t$  ჯერადი დარიცხვით). იპოვეთ  $n$  წლის შემდეგ დაგროვილი თანხა.
- 4.72. იურიდიულ პირს ყოველი წლის დასაწყისში ბანკში შეაქვს 400 დოლარი სარგებლის წლიური რთული 7%-იანი განაკვეთით. განსაზღვრეთ რა თანხა დაგროვდება 5 წლის შემდეგ.
- 4.73. განსაზღვრეთ რა თანხა უნდა შეიტანოს მენაბრემ ყოველწლიურად ბანკში, რომ 6 წლის შემდეგ მას დაუგროვდეს 9000 დოლარი, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 3%.

- 4.74. მქანაბრეს ყოველი წლის დასაწყისში ანგარიშზე შეაქვს 100 დოლარი 8 წლის განმავლობაში. რა თანხა დაუგროვდება მქანაბრეს, თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 5%.
- 4.75. იპოვეთ სარგებლის წლიური რთული 7%-იანი განაკვეთის ეკვივალენტური რთული კვარტალური განაკვეთი.
- 4.76. როგორია სარგებლის რთული ყოველთვიური განაკვეთი, თუ შესაბამისი წლიური რთული განაკვეთია 5%.
- 4.77. იპოვეთ სარგებლის ყოველთვიური რთული 2%-იანი განაკვეთის ეკვივალენტური წლიური რთული განაკვეთი.
- 4.78. გამოთვალეთ სარგებლის ყოველთვიური რთული 3%-იანი განაკვეთის ეკვივალენტური წლიური რთული განაკვეთი.
- 4.79. განსაზღვრეთ სარგებლის ყოველკვარტალური რთული 5%-იანი განაკვეთის ეკვივალენტური წლიური რთული განაკვეთი.
- 4.80. იპოვეთ სარგებლის წლიური რთული 10%-იანი განაკვეთის შესაბამისი მარტივი განაკვეთი იმ პირობით, რომ ერთი და იმავე საწყისი თანხიდან 3 წელიწადში დაგროვილი თანხები იყოს ტოლი.
- 4.81. იპოვეთ სარგებლის წლიური რთული 5%-იანი განაკვეთის ეკვივალენტური რთული კვარტალური განაკვეთი.
- 4.82. სარგებლის რამდენ პროცენტიანი კვარტალური რთული განაკვეთით უნდა ავიღოთ ხესხი, რომ დაგროვდეს იგივე თანხა, რაც ყოველთვიური რთული 3%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში.
- 4.83. როგორი დარიცხვის შედეგად დაგროვდება უფრო მეტი თანხა, თუ ავიღებთ ყოველთვიურ რთულ 3%-ს, თუ ყოველკვარტალურ რთულ 9%-ს.

- 4.84. მქანაბრეს არჩევანი აქვს ფული დააბანდოს ორი ბანკი-დან ერთ-ერთში. პირველი სთავაზობს სარგებლის ყოველთვიურ რთულ 2%-იან სარგებელს, მეორე კი — ყოველკვარტალურ რთულ 6%-იან სარგებელს. რომელი ვარიანტია უფრო მომგებიანი მქანაბრისათვის?
- 4.85. ერთი ბანკი ანაბრებს იღებს სარგებლის წლიური რთული 12%-იანი განაკვეთით, მეორე — ნახევარწლიანი რთული 6%-ით, მესამე — ყოველკვარტალური რთული 4%-ით, მეოთხე — ყოველთვიური რთული 1%-ით. რომელ ბანკში სჯობს ფულის დაბანდება?
- 4.86. ერთი ბანკი სთავაზობს მქანაბრეს ერთი წლის განმავლობაში სარგებლის ყოველთვიურ რთულ 3%-იან განაკვეთს, მეორე — სარგებლის ყოველთვიურ მარტივ 3,4%-იან განაკვეთს. რომელ ბანკში უფრო ხელსაყრელია მქანაბრისათვის ფულის შეტანა?
- 4.87. რომელი პირობით უფრო ხელსაყრელია ერთი წლის ვადით ფულის დაბანდება: სარგებლის ყოველთვიური რთული 1%-ით, თუ მარტივი ყოველთვიური 1,5%-ით.
- 4.88. ა) განსაზღვრეთ ყოველწლიური  $A$  დოლარი გადასახადის სიდიდე, თუ  $S$  დოლარი აღებულია ვალად სარგებლის წლიური რთული  $r\%$ -იანი განაკვეთით  $n$  წლის ვადით.
- ბ) იპოვეთ საწყისი  $S$  თანხა იმ ანუიტეტისა, რომელიც ყოველი წლის ბოლოს იძლევა  $A$  დოლარ შემოსავალს  $n$  წლის განმავლობაში, თუ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია  $r\%$ .
- გაანალიზეთ და შეადარეთ შედეგები.

- 4.89. ბანკიდან აღებულია  $K$  დოლარი სიდიდის კრედიტი სარგებლის წლიური რთული ნომინალური  $r\%$ -იანი განაკვეთით (ყოველკვარტალური დარიცხვა) და მუდმივი  $A$  დასაფარავი წლიური ნორმით. შეადგინეთ  $n$  წელიწადში ვალის დაფარვის გეგმა.
- 4.90. განსაზღვრეთ ყოველთვიური გადასახადის სიდიდე 250000 დოლარი ვალისათვის, რომელიც აღებულია 20 წლით სარგებლის წლიური რთული  $10\%$ -იანი განაკვეთით.
- 4.91. განსაზღვრეთ ყოველ კვარტალში გადასახდელი თანხის სიდიდე, თუ 80000 დოლარი აღებულია 10 წლით სარგებლის წლიური რთული ნომინალური  $8\%$ -იანი განაკვეთით (ყოველკვარტალური დარიცხვით).
- 4.92. რა თანხა უნდა გადაიხადოს დებიტორმა ყოველწლიურად, რომ 9000 დოლარი ვალი, აღებული სარგებლის წლიური რთული  $3\%$ -იანი განაკვეთით, დაფაროს 10 წლის განმავლობაში.
- 4.93. განსაზღვრეთ ყოველთვიური გადასახადი 7000 დოლარი ვალისთვის, რომელიც აღებულია 6 წლით, სარგებლის წლიური რთული  $5\%$ -იანი განაკვეთით.
- 4.94. 5000 დოლარი აღებულია სესხად სარგებლის წლიური რთული  $4\%$ -იანი განაკვეთით. რა თანხა უნდა გადაიხადოს მოვალე ყოველკვარტალურად, თუ ვალი აღებულია 8 წლით.
- 4.95. განსაზღვრეთ ყოველკვარტალური გადასახადის სიდიდე 60 000 დოლარი ვალისთვის, რომელიც აღებულია 15 წლით სარგებლის წლიური რთული  $7\%$ -იანი განაკვეთით.

რა თანხა დაუბრუნდება მეკვალეს? გამოთვალეთ ნაწილობრივი დაფარვის გარეშე იმავე პირობებში დაგროვილი თანხა.

- 4.96. კლინიკის გახსნისათვის ბანკიდან აღებულია კრედიტი 10 000 დოლარის ოდენობით. სარგებლის ყოველთვიური რთული განაკვეთია 3%. კრედიტის დაფარვა ხდება ნაწილობრივად — მოგების საშუალებით. რა დრო დასჭირდება ვალის სრულ დაფარვას, თუ ყოველთვიური მოგება შეადგენს 1500 დოლარს.
- 4.97. ახალი საქმის დასაწყებად ფირმას სჭირდება 18000 დოლარი. სავარაუდო ყოველთვიური მოგება შეადგენს 1200 დოლარს. ღირს თუ არა კრედიტის აღება ბანკიდან სარგებლის ყოველთვიური რთული 4%-იანი განაკვეთით, თუ საქმიანობის ხანგრძლივობაა 2 წელი (შესაძლებელია ვალის ნაწილობრივი დაფარვაც).
- 4.98. სტუდენტს კომპიუტერის შესაძენად სჭირდება 1500 დოლარი. მისი სტიპენდია შეადგენს 65 დოლარს. დაფარავს თუ არა სტუდენტი თავისი სტიპენდიით ბანკიდან სარგებლის რთული ყოველთვიური 2%-იანი განაკვეთით აღებულ ვალს, თუ სწავლის ხანგრძლივობაა 4 წელი.
- 4.99. განსაზღვრეთ საწყისი თანხა იმ ანუიტეტისა, რომელიც იძლევა ყოველთვიურ 500 დოლარ შემოსავალს 2 წლის განმავლობაში, თუ სარგებლის რთული ნომინალური წლიური განაკვეთია 12% ყოველთვიური დარიცხვით.
- 4.100. იპოვეთ საწყისი თანხა იმ ანუიტეტისა, რომელიც იძლევა ყოველთვიურ 1000 დოლარ შემოსავალს 5 წლის მანძილზე; თუ ბანკის სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 7%.

- 4.101. განსაზღვრეთ ანუიტეტის ხანგრძლივობა, თუ 7000 დოლარი დაბანდებულია სარგებლის რთული წლიური 5%-იანი განაკვეთით და ყოველი წლის ბოლოს იძლევა 1500 დოლარს.
- 4.102. რამდენი წელი გრძელდება ანუიტეტი, თუ 21900 დოლარი დაბანდებულია სარგებლის რთული ნომინალური 8%-იანი განაკვეთით (ყოველკვარტალური დარიცხვა) და ყოველი კვარტლის ბოლოს შენაბრე იღებს 2000 დოლარს.
- 4.103. რა მინიმალური თანხა უნდა დააბანდონ მშობლებმა ბანკში, რომ უზრუნველყონ შვილის სწავლის გადასახადის გადახდა (ყოველწლიური 2000 დოლარი) 4 წლის განმავლობაში, თუ ბანკის სარგებლის რთული წლიური განაკვეთია 3%.
- 4.104. ბანკი სესხს იძლევა სარგებლის ცვლადი განაკვეთით. თუ სესხი არ აღემატება 2000 დოლარს, მაშინ სარგებლის რთული წლიური განაკვეთია 8%, 2000 დოლარიდან 5000 დოლარამდე — 5%, 5000 დოლარიდან 10000 დოლარამდე — 3%, ხოლო 10000 დოლარის ზევით — 1%. გამოთვალეთ დაგროვილი თანხა 50 წლის შემდეგ 1500 დოლარის სესხისთვის, თუ სესხი ავტომატურად გადადის სარგებლის უფრო დაბალი განაკვეთის სფეროში, როგორც კი დაგროვილი თანხა გადააჭარბებს სესხის შესაბამის ზღვრულ დონეს.
- 4.105. კრედიტის რაოდენობის მიხედვით ბანკს აქვს სარგებლის განსხვავებული განაკვეთები. თუ კრედიტი არ აღემატება 1000 დოლარს, მაშინ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 6%, 1000 დოლარიდან 4000 დოლარამდე — 4%,

4000 დოლარიდან 15000 დოლარამდე — 2%, 15000 დოლარიდან ზემოთ — 1%. ფირმამ სესხად აიღო 25000 დოლარი, რომელსაც ფარავს ნაწილ-ნაწილ ყოველწლიური 2000 დოლარით. რამდენ წელიწადში დაფარავს ფირმა ბანკის ვალს, თუ კრედიტი ავტომატურად გადადის სარგებლის უფრო დიდი განაკვეთის სფეროში, როგორც კი დარჩენილი თანხა შემცირდება შესაბამის ზღვრულ დონემდე.

- 4.106. საინვესტიციო A პროექტით მოთხოვნილი 20000 დოლარი 3 წლის შემდეგ გახდება 25000 დოლარი. იპოვეთ სარგებლის შიგა განაკვეთი.
- 4.107. რა თანხას დაუბრუნებს პროექტში მონაწილე მხარე ინვესტორს 28000 დოლარის სანაცვლოდ, თუ სარგებლის შიგა განაკვეთია 8%, ხოლო პროექტის ხანგრძლივობა — 5 წელი.
- 4.108. საინვესტიციო პროექტი მოითხოვს 8000 დოლარის ინვესტიციას და გარანტიას იძლევა, რომ 4 წლის შემდეგ ინვესტორს დაუბრუნებს 16000 დოლარს. ცნობილია, რომ თანხის დაბანდება საფინანსო ბაზარზე შესაძლებელია სარგებლის წლიური რთული 3%-იანი განაკვეთით.

გამოთვალეთ:

- ა) წმინდა საწყისი სიდიდე;
- ბ) სარგებლის შიგა განაკვეთი.

გაანალიზეთ, სასურველია თუ არა პროექტში მონაწილეობა.

- 4.109. 7 წლის შემდეგ ინვესტორისათვის დაბრუნებულმა თანხამ შეადგინა 108 000 დოლარი. რა თანხა დააბანდა ინვესტორმა, თუ სარგებლის შიგა განაკვეთი იყო 10%.

- 4.110. სარგებლის შიგა 9%-იანი განაკვეთით 12000 დოლარიანი ინვესტიციის განხორციელების შედეგად ინვესტორს დაუბრუნდა 15540 დოლარი. რამდენი წელი გრძელდებოდა ინვესტიცია?
- 4.111. ვთქვათ, საინვესტიციო პროექტი მოითხოვს 25000 დოლარს და გარანტიას იძლევა, რომ 4 წლის შემდეგ იგი დააბრუნებს 30000 დოლარს. ამასთან ცნობილია, რომ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 5%.

იპოვეთ:

- ა) რა თანხას მიიღებს ინვესტორი 4 წლის შემდეგ ფულის საფინანსო ბაზარზე დაბანდებით;
- ბ) რა თანხა უნდა დააბანდოს ინვესტორმა საფინანსო ბაზარზე, რომ 4 წლის შემდეგ მიიღოს 30000 დოლარი;
- გ) წმინდა საწყისი სიდიდე (NPV);
- დ) სარგებლის შიგა განაკვეთი (IRR).

მიღებული შედეგების საფუძველზე შეათვალეთ მომგებიანია თუ არა ინვესტორისთვის პროექტში მონაწილეობა და როგორ შეიცვლება სურათი, თუ სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთი გახდება 4%? 6%?

- 4.112. *A* პროექტი მოითხოვს 45000 დოლარს და 3 წლის განმავლობაში უზრუნველყოფს მის ზრდას სარგებლის შიგა 13%-იანი განაკვეთით. *B* პროექტი იგივე თანხის მიღების შემთხვევაში დააბრუნებს 59895 დოლარს.

იპოვეთ:

- ა) რა თანხა დაუბრუნდება ინვესტორს  $A$  პროექტის დასრულების შემდეგ?
- ბ)  $B$  პროექტის სარგებლის შიგა განაკვეთი  $(IRR)_B$ ;
- გ)  $(NPV)_A$ ,  $(NPV)_B$ , თუ საფინანსო ბაზარზე დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 7%.
- რომელ პროექტში სჯობს თანხის დაბანდება?

- 4.113. ინვესტორს საშუალება აქვს მონაწილეობა მიიღოს ორი  $A$  და  $B$  სამწლიანი პროექტიდან მხოლოდ ერთში.  $A$  პროექტი მოითხოვს 13000 დოლარს და გარანტიას იძლევა, რომ დააბრუნებს 17000 დოლარს,  $B$  მოითხოვს 20000 დოლარს და აბრუნებს 25000 დოლარს. რომელ პროექტში უფრო მომგებიანია მონაწილეობა, თუ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 6%.
- 4.114. შემდეგი 5 წლიანი პროექტებიდან რომლის არჩევაა უფრო მომგებიანი 40000 დოლარის მქონე ინვესტორისთვის, თუ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 8%.

პროექტის დასახელება	საწყისი თანხა	საბოლოო თანხა	მოგება
$A$	15000	23000	8000
$B$	23000	38000	15000
$C$	30000	47000	17000
$D$	40000	60000	20000

- 4.115. ინვესტორს აქვს არჩევანი დააბანდოს 7000 დოლარი ორი  $A$  და  $B$  პროექტიდან მხოლოდ ერთში. ამ პროექტების შემოსავლები წლების მიხედვით მოცემულია შემდეგი ცხრილით:

ა) 

წლები	A პროექტი	B პროექტი
1	$a_1 = 3000$	$b_1 = 5000$
2	$a_2 = 2000$	$b_2 = 1000$
3	$a_3 = 1000$	$b_3 = 1000$
4	$a_4 = 5000$	$b_4 = 1000$

ბ) 

წლები	A პროექტი	B პროექტი
1	$a_1 = 1000$	$b_1 = 5000$
2	$a_2 = 2000$	$b_2 = 4000$
3	$a_3 = 2000$	$b_3 = 0$
4	$a_4 = 6000$	$b_4 = 1000$

ცნობილია, რომ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 15%. რომელ პროექტში მონაწილეობაა უფრო მომგებიანი ინვესტორისთვის?

- 4.116. ფირმას ახალი 8 წლიანი პროექტის განხორციელებისათვის სჭირდება 10000 დოლარის ინვესტიცია. საუარაუდო ყოველწლიური მოგება შეადგენს 4000 დოლარს, რომლის 50% ყოველწლიურად დაუბრუნდება ინვესტორს. დააინტერესებს თუ არა ამ პროექტით ფირმა ინვესტორს, თუ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 5%.
- 4.117. პროექტი მოითხოვს 180 000 დოლარის ინვესტიციას და წარმატების შემთხვევაში 5 წლის შემდეგ დააბრუნებს 210 000 დოლარს, ხოლო წარუმატებლობის შემთხვევაში მხოლოდ 198 500 დოლარს. შეაფასეთ სიტუაცია, თუ საფინანსო ბაზარზე სარგებლის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 2%.

4.118. იურიდიულ პირს აქვს 55000 დოლარი და თანხის ინვესტირება შესაძლებელია  $A$  და  $B$  პროექტიდან მხოლოდ ერთში.  $A$  პროექტი ითხოვს საწყის საინვესტიციო თანხას 50000 დოლარს და 4 წლის შემდეგ აბრუნებს 64000 დოლარს, ხოლო  $B$  პროექტი კი ითხოვს საწყის საინვესტიციო თანხას 55000 დოლარს და 4 წლის შემდეგ აბრუნებს 70000 დოლარს. ცნობილია, რომ საფინანსო ბაზრის წლიური რთული განაკვეთია 3%.

- ა) გამოთვალეთ შიგა განაკვეთი ორივე პროექტისათვის —  $(IRR)_A$  და  $(IRR)_B$ ;
- ბ) იპოვეთ წმინდა საწყისი სიდიდეები —  $(NPV)_A$  და  $(NPV)_B$ ;
- გ) რომელ პროექტში უფრო მომგებიანია ფულის დაბანდება (გააკეთეთ შესაბამისი დასკვნები).

**რიცხვითი მიმდევრობები. კაპიტალის უწყვეტი ნამატო. დისკონტირება უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში**

5.1. ზოგადი წევრის მიხედვით ამოწერეთ მიმდევრობის პირველი ოთხი წევრი:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $a_n = \frac{n}{n+1}$ ;               | 2) $a_n = \frac{2n-1}{n^3}$ ;            |
| 3) $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ; | 4) $a_n = (-1)^n(4n+1)$ ;                |
| 5) $a_n = \frac{(-1)^n \cdot n}{3^n}$ ;  | 6) $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n^2(n+1)}$ ; |
| 7) $a_n = \frac{2^n}{(n+2)!}$ ;          | 8) $a_n = \frac{(2n-1)!}{(n!)^2}$ .      |

5.2. იპოვეთ მიმდევრობის ზოგადი წევრი:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$ ;      | 2) $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, \dots$ ;               |
| 3) $\frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{13}, \dots$ ;    | 4) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{9}{16}, \dots$ ;     |
| 5) $\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, -\frac{1}{81}, \dots$ ;  | 6) $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \dots$ ;                 |
| 7) $\frac{5}{4}, \frac{9}{11}, \frac{13}{18}, \frac{17}{25}, \dots$ ; | 8) $-\frac{5}{7}, \frac{10}{13}, -\frac{15}{19}, \frac{20}{25}, \dots$ |

5.3. მიმდევრობის ზღვრის განმარტების საფუძველზე აჩვენეთ, რომ:

- 1)  $a_n = \frac{1}{n}$  მიმდევრობის ზღვარი, როცა  $n \rightarrow \infty$ , არის 0. იპოვეთ  $n_0(\varepsilon)$ , თუ  $\varepsilon = 0, 1$ ;
- 2)  $a_n = \left(2 + \frac{1}{n}\right)$  მიმდევრობის ზღვარი, როცა  $n \rightarrow \infty$ , არის 2. იპოვეთ  $n_0(\varepsilon)$ , თუ ა)  $\varepsilon = 0, 01$ , ბ)  $\varepsilon = 0, 001$ ;
- 3)  $a_n = \frac{3n + 2}{n + 1}$  მიმდევრობის ზღვარი, როცა  $n \rightarrow \infty$ , არის 3. იპოვეთ  $n_0(\varepsilon)$ , თუ  $\varepsilon = 0, 1$ ;
- 4)  $a_n = \frac{n + (-1)^n}{n}$  მიმდევრობის ზღვარი, როცა  $n \rightarrow \infty$ , არის 1. იპოვეთ  $n_0(\varepsilon)$ , თუ  $\varepsilon = \frac{1}{4}$ .

5.4. გამოთვალეთ ზღვრები:

- 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2}{7n + 6}$ ;
- 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5n}{n + 3}$ ;
- 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 8n - 1}{n^2 - 7n + 3}$ ;
- 4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 7n - 10}{9n^2 + 13n + 2}$ ;
- 5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n - 2)^2 + (n + 5)^2}{(n + 1)^2 + (n - 3)^2}$ ;
- 6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^2 - 4n^2}{(2n + 3)^2 - 4n^2}$ ;
- 7)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 5n^2 + 2n + 1}{3n^2 - 2n + 1}$ ;
- 8)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 2}{3n^3 + 1}$ ;

- 9)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^2 + 9}{n^2 + 9};$
- 10)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5n + 3}{n^5 - n^4 + n^2};$
- 11)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 1}{5n + 3} - \frac{5 + 2n}{2 + 3n} \right);$
- 12)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^4 + (n + 2)^4}{(n - 1)^4 + 5n^4};$
- 13)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)(n + 2)(n + 3)}{n^3 + 1};$
- 14)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 1)(1 - 3n)(n + 1)}{(2n + 1)(3n + 2)(3n + 1)};$
- 15)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^3 + 1)^2 + (3n^3 + 2)^2}{(n^2 + 1)^3 + (n^2 - 2)^3};$
- 16)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 2)(n^2 + 4)(n^3 - 1)}{(n^2 - 3)(n^3 + 4)(n^4 - 5)};$
- 17)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + 2n}{n - 1};$
- 18)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 2}}{\sqrt{n^2 + 2n - 3}};$
- 19)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^4 + 2n^3 - 1}}{n^2 + \sqrt{n + 1}};$
- 20)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^9 - 2n^6 + 3}}{\sqrt{n^4 + n^2 - 2}};$
- 21)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n};$
- 22)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} + 2 \cdot 4^n}{7 \cdot 4^{n+1} - 6^n};$

- 23)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{(n+1)! - n!};$
- 24)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! - (n+1)!}{(n+1)! + (n+2)!};$
- 25)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! + (n+2)!};$
- 26)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + (n+3)!}{(n+2)! + n!};$
- 27)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+4)! + (n+2)!};$
- 28)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+1)! + (n+2)!}{n! + (n+1)!};$
- 29)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + n!}{(n+2)! - n^2};$
- 30)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + 5^n}{2(n+2)!};$
- 31)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! + 4^n}{3(n+3)! - 5 \cdot 6^n};$
- 32)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-2)! - 2^n}{7^n - (3n-2)!};$
- 33)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+\cdots+n}{2n} + 3n \right);$
- 34)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+\cdots+n}{n} - n \right);$
- 35)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n^2+5};$
- 36)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+7+\cdots+(3n-2)}{1+6+11+\cdots+(5n-4)};$

$$37) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 2n}{n} - \frac{n}{3} \right);$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - \cdots + (2n - 1) - 2n}{n + 5};$$

$$39) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{7^n}};$$

$$40) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{4^n}}{1 + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{5^n}};$$

$$41) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3n - 1} - \sqrt{2n + 5} \right);$$

$$42) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2} - n \right);$$

$$43) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 5} - \sqrt{n} \right);$$

$$44) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 6n - \sqrt{7n^2 + 1} \right);$$

$$45) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n} \right);$$

$$46) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 4n + 3} - \sqrt{n^2 - n + 2} \right);$$

$$47) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{4n}; \quad 48) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4}{n} \right)^n;$$

$$49) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2n} \right)^{6n+2}; \quad 50) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n + 5}{3n} \right)^n;$$

$$51) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{7}{n} \right)^{n-3}; \quad 52) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{7n} \right)^{14n};$$

$$\begin{aligned}
53) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-3}{n+2} \right)^{n+4}; & \quad 54) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n+1} \right)^n; \\
55) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n-1} \right)^{2n}; & \quad 56) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+12}{n+2} \right)^{\frac{n}{4}-1}; \\
57) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+8}{3n} \right)^{n+2}; & \quad 58) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n^2+1} \right)^{\frac{2}{3}n}; \\
59) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+3}{n^2+2} \right)^{\frac{n+2}{3}}; & \quad 60) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+3n}{n^2+2} \right)^{5n+2}; \\
61) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+2n+5}{n^2+2n+4} \right)^{n^2+2n+4}; & \\
62) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+5n+8}{n^2+5n+5} \right)^{n^2+n}; & \\
63) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2-n+1}{3n^2+2n-1} \right)^{n+1}; & \\
64) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2+5n+3}{4n^2-n+1} \right)^{n-2}; & \\
65) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^3+2}{3n^3-5} \right)^{n^3+1}. &
\end{aligned}$$

5.5. მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით დაამტკიცეთ შემდეგი ფორმულების მართებულობა:

- 1) არითმეტიკული პროგრესიისათვის
  - ა)  $a_n = a_1 + d(n-1)$  (ზოგადი წევრის გამოსათვლელი ფორმულა);
  - ბ)  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$  (პირველი  $n$  წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა).
- 2) გეომეტრიული პროგრესიისათვის

ა)  $b_n = b_1 q^{n-1}$  (ზოგადი წევრის გამოსათვლელი ფორმულა);

ბ)  $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$  (პირველი  $n$  წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა);

5.6. მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით დაამტკიცეთ, რომ ყოველი ნატურალური  $n$  რიცხვისათვის მართებულია ტოლობები:

$$1) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2};$$

$$2) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2;$$

$$3) 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2};$$

$$4) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2.$$

5.7. მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით დაამტკიცეთ:

$$1) \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}, \quad n > 1, \quad n \in \mathbb{N};$$

2) ბერნულის უტოლობა

$$(1+a)^n > 1+na, \quad a > -1, \quad a \neq 0,$$

$$n > 1, \quad n \in \mathbb{N}.$$

5.8. მოქალაქემ სესხად აიღო 800 დოლარი ხარკების ნომინალური წლიური რთული 15%-იანი განაკვეთით. იპოვეთ, რა თანხა უნდა გადაიხადოს მოქალაქემ 2 წლის შემდეგ, თუ დარიცხვა წარმოებს უწყვეტად.

5.9. ბანკში შეტანილია 11 000 დოლარი ხარკების ნომინალური წლიური რთული 8%-იანი განაკვეთით. განსაზღვრეთ 10 წლის განმავლობაში დაგროვილი თანხა, თუ დარიცხვა ხდება:

- ა) ყოველწლიურად; ბ) ყოველ ნახევარ წელიწადში;
- გ) კვარტალურად; დ) ყოველთვიურად;
- ე) ყოველდღიურად; ვ) უწყვეტად.

5.10. ფირმამ ბანკიდან სესხად აიღო 7000 დოლარი სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 12%-იანი განაკვეთით. რა თანხას დაუბრუნებს ფირმა ბანკს 4 წლის შემდეგ, თუ დარიცხვა ხდება:

- ა) ყოველწლიურად; ბ) ყოველ ნახევარ წელიწადში;
- გ) კვარტალურად; დ) ყოველთვიურად;
- ე) საათობრივად; ვ) უწყვეტად.

5.11. რა თანხა უნდა შევიტანოთ ბანკში უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში, რომ 3 წლის შემდეგ მივიღოთ 9000 დოლარი, თუ სარგებლის ნომინალური წლიური რთული განაკვეთია 6%. გამოთვალეთ დისკონტი.

5.12. რა ვადით უნდა გადასახსნოს ბანკმა უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში 6000 დოლარი სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 5%-იანი განაკვეთით, რომ ბანკის მოგება იყოს 2000 დოლარი.

5.13. სარგებლის ნომინალური წლიური რთული საპროცენტო განაკვეთით დაბანდებული 8000 დოლარი 5 წლის შემდეგ გახდა 10000 დოლარი. იპოვეთ სარგებლის განაკვეთი, თუ დარიცხვა წარმოებს უწყვეტად.

5.14. ბანკმა 4 წლის ვადით გასცა 12000 დოლარის კრედიტი სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 4%-იანი განაკვეთით. რა თანხა უნდა დაუბრუნოს დებიტორმა ბანკს, თუ დარიცხვა წარმოებს უწყვეტად. განსაზღვრეთ ბანკის მოგება.

- 5.15. განსაზღვრეთ 8500 დოლარის შესაბამისი დისკონტირებული თანხა უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში, თუ დროის შუალედია 8 წელი, ხოლო სარგებლის ნომინალური წლიური რთული განაკვეთია 9%.
- 5.16. რა დროა საჭირო, რომ უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 8%-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა გაორმაგდეს?
- 5.17. რამდენი წლით უნდა შევიტანოთ ბანკში უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში 21200 დოლარი სარგებლის წლიური რთული 4%-იანი განაკვეთით, რომ დაგროვდეს 63600 დოლარი?
- 5.18. ფირმამ ბანკში დააბანდა 18000 დოლარი. 20 წლის შემდეგ ბანკმა ფირმას დაუბრუნა 72000 დოლარი. იპოვეთ სარგებლის ნომინალური წლიური რთული განაკვეთი, თუ დარიცხვა წარმოებს უწყვეტად.
- 5.19. განსაზღვრეთ საწყისი  $S^{(n)}$  თანხა იმ ანუიტეტისა, რომელიც  $n$  წლის განმავლობაში ყოველწლიურად იძლევა 24000 დოლარ შემოსავალს, თუ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 12%. გამოთვალეთ  $S^{(n)}$  მიმდევრობის ზღვარი, როდესაც  $n \rightarrow \infty$ .
- 5.20. დაამტკიცეთ, რომ საწყისი თანხა იმ უსასრულო ანუიტეტისა, რომელიც ყოველი წლის ბოლოს იძლევა  $A$  დოლარ შემოსავალს, გამოითვლება ფორმულით  $S = \frac{100A}{r}$ , თუ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია  $r\%$ .
- 5.21. იპოვეთ საწყისი თანხა იმ უსასრულო ანუიტეტისა, რომელიც ყოველი წლის ბოლოს იძლევა 3200 დოლარ შემოსავალს, თუ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთი 8%-ია.

5.22. განვიხილოთ შემდეგი უსასრულო ანუიტუტი: დღეს (საწყისი — 0 წელი) უნდა გაიცეს  $Y$  დოლარი, ხოლო ყოველ მომდევნო წელს გასაცემი თანხა იზრდება  $g$  პროცენტით. (ეს ნიშნავს, მაგალითად, რომ 1 წლის შემდეგ გაიცემა  $Y(1+g)$  თანხა.)  $r$ -ით აღვნიშნოთ, იმავე აზრით, ბანკში თანხის ზრდის პროცენტი ( $r > g$ ). დაამტკიცეთ, რომ ამ უსასრულო ანუიტუტის საწყისი თანხა გამოითვლება ფორმულით  $S = Y \frac{(1+r)}{r-g}$ .

5.23. იპოვეთ შემდეგი მწკრივების ჯამი:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)};$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(5n-2)(5n+3)};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(6n-2)(6n+4)};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n};$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{7^n};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 6^n}{30^n};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n};$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{9^{n+2}};$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-3}}{5^{n+1}};$$

$$13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\frac{n}{4}}}{8^{\frac{n}{2}}};$$

$$14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\frac{n}{6}}}{3^{\frac{n}{3}}}.$$

5.24. შეამოწმეთ, შესრულებულია თუ არა შემდეგი მწკრივებისათვის მწკრივის კრებადობის აუცილებელი პირობა:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{3n-1};$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{100n+1};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n^2+1};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n-1} \right)^2.$$

5.25. შედარების ნიშნების გამოყენებით გამოიკვლიეთ შემდეგი მწკრივების კრებადობა:

მითითება: შედარების ნიშნებით სარგებლობისას მონერხებულია გამოვიყენოთ გეომეტრიული პროგრესია

$$\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1} \quad (a \neq 0),$$

რომელიც კრებადია, როცა  $|q| < 1$  და განშლადია, როცა  $|q| \geq 1$ , და

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$$

მწკრივი, რომელიც კრებადია, როცა  $\alpha > 1$  და განშლადია, როცა  $\alpha \leq 1$ .

$$1) 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 3^2} + \dots + \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}} + \dots;$$

$$3) \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{7} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{3}{7} \right)^3 + \dots + \frac{1}{n} \left( \frac{3}{7} \right)^n + \dots;$$

$$4) \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} + \dots;$$

$$5) 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{4}}{3} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}}{n} + \dots;$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3}{\sqrt{n^7}}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2(n^4 + 2)}};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}.$$

5.26. დაადგინეთ, კრებადია თუ არა მწკრივი (ისარგებლეთ შედარების ნიშნებით):

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2n} + \dots;$$

$$2) \frac{1}{7} + \frac{1}{12} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{5n+2} + \dots;$$

$$3) \frac{1}{3-1} + \frac{1}{3^2-2} + \frac{1}{3^3-3} + \dots + \frac{1}{3^n-n} + \dots;$$

$$4) \frac{1}{1^2+1} + \frac{3}{2^2+1} + \frac{5}{3^2+1} + \dots + \frac{2n-1}{n^2+1} + \dots;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+7}{n^3}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^3-4}{6n^4};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2+9}{n^4-2}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n}.$$

5.27. დალაშქრის ნიშნის გამოყენებით გამოიკვლიეთ შემდეგი მწკრივების კრებადობა:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{2^n};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{7^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^2 \cdot 4^{n+1}};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^4 \cdot 3^n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{e^n};$$

7) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!};$$

8) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n};$$

9) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!};$$

10) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n};$$

11) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(n!)^2};$$

12) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\sqrt{n}}{(n+1)!}.$$

5.28. კომის ნიშნის გამოყენებით გამოიკვლიეთ შემდეგი მწკრივების კრებადობა:

1) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n;$$

2) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{3n+5} \right)^n;$$

3) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2+3}{n^2-6} \right)^n;$$

4) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2+1}{7n^2+8} \right)^{\frac{n}{2}};$$

5) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$$

6) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2};$$

7) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n};$$

8) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 7^n};$$

9) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+4}{n-1} \right)^{3n};$$

10) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{5n+1} \right)^{2n};$$

11) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n};$$

12) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n-1}}{3^{n-1} \cdot n^n}.$$

**ამონაგების, დანახარჯისა და მოგების  
ფუნქციები. ფუნქციის ზღვარი. ფუნქციის  
უწყვეტობა**

6.1.  $f(x) = 3x - 2$  და  $g(x) = x - x^2$  ფუნქციებისათვის  
გამოთვალეთ:

- ა)  $f(2)$ ;      ბ)  $g(5)$ ;      გ)  $f(2) - g(5)$ ;  
დ)  $g(3) \cdot f(0)$ ;    ე)  $\frac{g(-2)}{f(-2)}$ ;    ვ)  $\frac{g(-3)}{f(2)}$ .

6.2.  $f(x) = 3x + 2$  ფუნქციისათვის გამოთვალეთ:

- ა)  $f(1)$ ;      ბ)  $f(a)$ ;      გ)  $f(a^2)$ ;  
დ)  $f(a + b)$ ;    ე)  $f(a - b)$ ;    ვ)  $f(a^2 + b^2)$ .

6.3.  $f(x) = 3$  ფუნქციისათვის გამოთვალეთ:

- ა)  $f(0)$ ;      ბ)  $f(-2)$ ;      გ)  $f(c)$ ;  
დ)  $f(c + d)$ ;    ე)  $f\left(\frac{1}{x}\right)$ .

6.4. მოცემულია ფუნქცია  $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 5, \\ 6 - 3x, & x > 5. \end{cases}$

გამოთვალეთ:

- ა)  $f(0)$ ;      ბ)  $f(7)$ ;      გ)  $f(-2)$ ;  
დ)  $f(5 + h)$ ,  $h > 0$ ;    ე)  $f(5 - h)$ ,  $h > 0$ .

$$6.5. \text{ მოცემულია ფუნქცია } f(x) = \begin{cases} 4x + 3, & x < 0, \\ 1 - x^2, & 0 \leq x < 2, \\ 7, & x > 2. \end{cases}$$

გამოთვალეთ:

$$\begin{array}{lll} \text{ა) } f(1); & \text{ბ) } f(3); & \text{გ) } f(-1); \\ \text{დ) } f(0); & \text{ე) } f(-3); & \text{ვ) } f(2+h), h > 0. \end{array}$$

$$6.6. f(x) = e^{2x+1} \text{ ფუნქციისათვის გამოთვალეთ:}$$

$$\text{ა) } f(0); \quad \text{ბ) } f\left(-\frac{1}{2}\right); \quad \text{გ) } f(-1); \quad \text{დ) } f(2).$$

$$6.7. f(x) = \ln x \text{ ფუნქციისათვის გამოთვალეთ:}$$

$$\text{ა) } f(1); \quad \text{ბ) } f(e); \quad \text{გ) } f(e^3).$$

$$6.8. f(x) = 4^x + 3x - 1 \text{ ფუნქციისათვის გამოთვალეთ:}$$

$$\text{ა) } f(0); \quad \text{ბ) } f(-1); \quad \text{გ) } f\left(\frac{1}{2}\right).$$

$$6.9. \text{ იპოვეთ } f(x) = ax + b \text{ ფუნქცია, თუ}$$

$$\text{ა) } f(1) = 3 \text{ და } f(2) = 5;$$

$$\text{ბ) } f(3) = 1 \text{ და } f(-1) = 4.$$

$$6.10. \text{ იპოვეთ } f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ფუნქცია, თუ}$$

$$\text{ა) } f(0) = -1, f(3) = 14, f(1) = 2;$$

$$\text{ბ) } f(-1) = 6, f(1) = 0, f(2) = 3.$$

იპოვეთ შემდეგი ფუნქციების განსაზღვრის არე:

$$6.11. \quad \text{ა) } y = \sqrt{x+1}; \quad \text{ბ) } y = \sqrt[3]{x^2+3};$$

$$\text{გ) } y = \sqrt{x^3-1}; \quad \text{დ) } y = \sqrt{9-x^2}.$$

$$6.12. \quad \text{ა) } y = \sqrt{x^2-4}; \quad \text{ბ) } y = \frac{1}{4-x^2};$$

$$\text{გ) } y = \frac{x+1}{x^2-3x-4}; \quad \text{დ) } y = \frac{2}{x^3-x}.$$

$$6.13. \quad \text{ა) } y = \frac{x-4}{x^2+2x-3}; \quad \text{ბ) } y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}};$$

$$\begin{aligned}
 & \delta) y = \frac{1}{\sqrt{x^4 - 16}}; & \text{ე) } y = \sqrt{-x} + \sqrt{4+x}. \\
 6.14. & \text{ა) } y = \sqrt{x-1} - \frac{3}{\sqrt{5-x}}; & \text{ბ) } y = \sqrt{4x-x^2}; \\
 & \delta) y = \sqrt{x^2-4x-12}; & \text{ე) } y = \sqrt{2+x-x^2}. \\
 6.15. & \text{ა) } y = \sqrt{\frac{x-2}{1-2x}}; & \text{ბ) } y = \lg(x^2-1); \\
 & \delta) y = \lg \frac{2+x}{2-x}. \\
 6.16. & \text{ა) } y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x^2+4}; \\
 & \text{ბ) } y = \sqrt{x^2-3x+2} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}.
 \end{aligned}$$

შეამოწმეთ, ლუწია თუ კენტი ფუნქცია

$$\begin{aligned}
 6.17. & \text{ა) } f(x) = 3x; & \text{ბ) } f(x) = 3x-1; \\
 & \delta) f(x) = -x^2+1; & \text{ე) } f(x) = x^3+2. \\
 6.18. & \text{ა) } f(x) = \begin{cases} 1, & \text{როცა } x < 0, \\ 0, & \text{როცა } x = 0, \\ -1, & \text{როცა } x > 0; \end{cases} \\
 & \text{ბ) } f(x) = \begin{cases} 3, & \text{როცა } -2 < x < -1, \\ -3, & \text{როცა } 1 < x < 2; \end{cases} \\
 6.19. & \text{ა) } f(x) = x^3-x; & \text{ბ) } f(x) = x^4-x^2; \\
 & \delta) f(x) = x^3-x^2; & \text{ე) } f(x) = 2x^4+x^3. \\
 6.20. & \text{ა) } f(x) = \frac{x^2}{2x^2+1}; & \text{ბ) } f(x) = \frac{x}{x-1}; \\
 & \delta) f(x) = \frac{x}{x^2+1}; & \text{ე) } f(x) = x + \frac{1}{x}.
 \end{aligned}$$

ცნობილია, რომ  $f(x)$  და  $g(x)$  ლუწი ფუნქციებია, ხოლო  $\varphi(x)$  და  $\psi(x)$  — კენტი ფუნქციები. შეამოწმეთ ლუწია თუ კენტი შემდეგი ფუნქციები:

$$6.21. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) + g(x); & \text{ბ) } \varphi(x) + \psi(x); \\ \text{გ) } f(x) \cdot g(x); & \text{დ) } \varphi(x) \cdot \psi(x). \end{array}$$

$$6.22. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) \cdot \varphi(x); & \text{ბ) } \frac{f(x)}{\varphi(x)}. \end{array}$$

$$6.23. \quad \text{ა) } [f(x)]^n; \quad \text{ბ) } [\varphi(x)]^n; \quad n \in \mathbb{N}.$$

აბრკვეთ ფუნქციის გრაფიკი:

$$6.24. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) = 2x; & \text{ბ) } f(x) = 2x - 3; \\ \text{გ) } f(x) = x + 2; & \text{დ) } f(x) = 3x - 1. \end{array}$$

$$6.25. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) = \frac{1}{2}x; & \text{ბ) } f(x) = \frac{1}{2}x + 2; \\ \text{გ) } f(x) = \frac{2}{3}x; & \text{დ) } f(x) = \frac{2}{3}x - 2. \end{array}$$

$$6.26. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) = x^2; & \text{ბ) } f(x) = x^2 + 1; \\ \text{გ) } f(x) = x^2 - 3; & \text{დ) } f(x) = 2x^2. \end{array}$$

$$6.27. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) = 2x^2 + 4; & \text{ბ) } f(x) = 3x^2 - 1; \\ \text{გ) } f(x) = -x^2; & \text{დ) } f(x) = -3x^2 + 1. \end{array}$$

$$6.28. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(x) = x^2 + 2x - 1; & \text{ბ) } f(x) = 2 + x - x^2; \\ \text{გ) } f(x) = x^2 + 2x + 3; & \text{დ) } f(x) = -x^2 + x. \end{array}$$

6.29. აჩვენეთ, რომ

$$\text{ა) } y = ax^2 + bx + c \quad (a < 0) \text{ ფუნქცია აღწევს მაქსიმუმს, როცა } x = -\frac{b}{2a} \text{ და } y_{\max} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a};$$

$$\text{ბ) } y = ax^2 + bx + c \quad (a > 0) \text{ ფუნქცია აღწევს მინიმუმს, როცა } x = -\frac{b}{2a} \text{ და } y_{\min} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

იპოვეთ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა:

$$6.30. \quad \begin{array}{ll} \text{ა) } f(y) = -3x^2 + 6x - 4; & \text{ბ) } f(x) = 4x - x^2; \\ \text{გ) } f(x) = -x^2 - 4x + 1; & \text{დ) } f(x) = 9 - x^2. \end{array}$$

$$6.31. \quad \text{ა) } f(x) = -3x^2 + 18; \quad \text{ბ) } f(x) = 3 - 2x^2 + 8x;$$

$$\text{გ) } f(x) = -x^2 + 2x; \quad \text{დ) } f(x) = 4 + 3x - 6x^2.$$

იპოვეთ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა:

$$6.32. \quad \text{ა) } f(x) = x^2 + 6x + 5; \quad \text{ბ) } f(x) = 2x^2 + 6x;$$

$$\text{გ) } f(x) = 3x^2 + 9x - 1; \quad \text{დ) } f(x) = x^2 + 9.$$

$$6.33. \quad \text{ა) } f(x) = 2x^2 - 4x + 1; \quad \text{ბ) } f(x) = 4x^2 - 9;$$

$$\text{გ) } f(x) = x^2 - 2x + 1; \quad \text{დ) } f(x) = 6x + x^2.$$

6.34. მოცემულია მოთხოვნის ფუნქცია

$$\text{ა) } P = 6 - Q; \quad \text{ბ) } P = \frac{5}{Q + 3}; \quad \text{გ) } P = 12 - 3Q.$$

იპოვეთ მთლიანი ამონაგებების ფუნქცია და ააგეთ მისი გრაფიკი.

იპოვეთ მოცემული ფუნქციის შუქცეული ფუნქცია:

$$6.35. \quad \text{ა) } y = 2x; \quad \text{ბ) } y = -3x;$$

$$\text{გ) } y = 3x + 2; \quad \text{დ) } y = -2x + 4.$$

$$6.36. \quad \text{ა) } y = \frac{2}{x}; \quad \text{ბ) } y = -\frac{1}{x};$$

$$\text{გ) } y = -x^3 + 2; \quad \text{დ) } y = -x^5.$$

დაადგინეთ, შექცევადია თუ არა ფუნქცია:

$$6.37. \quad \text{ა) } f(x) = x^4, \text{ თუ } f : [-1; 1] \rightarrow [0; 1];$$

$$\text{ბ) } f(x) = x^4, \text{ თუ } f : [0; 2] \rightarrow [0; 16];$$

$$\text{გ) } f(x) = x^3, \text{ თუ } f : [-1; 2] \rightarrow [-1; 8];$$

$$\text{დ) } f(x) = x^4 + 1, \text{ თუ } f : [-1; 2] \rightarrow [1; 17].$$

$$6.38. \quad \text{ა) } f(x) = x^2 + 3, \text{ თუ } f : (-2; 2) \rightarrow (3; 7);$$

$$\text{ბ) } f(x) = -x^3, \text{ თუ } f : (-\infty; +\infty) \rightarrow (-\infty; +\infty).$$

$$6.39. \quad \text{ა) } f(x) = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \text{ თუ}$$

$$f : (-\infty; +\infty) \rightarrow (0; +\infty);$$

$$\text{ბ) } f(x) = \log_a x, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \text{ თუ}$$

$$f : (0; +\infty) \rightarrow (-\infty; +\infty).$$

გამოთვალეთ ზღვარი:

- 6.40. ა)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1}$ ;      ბ)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 1}{x + 5}$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 1}$ ;      გ)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$ .
- 6.41. ა)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$ ;      ბ)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 3}{x^2 - 9}$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ ;      გ)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 + x - 20}$ .
- 6.42. ა)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{x^3 - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{4}{x^4 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$ .
- 6.43. ა)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 5}{6x^2 + 2x + 1}$ ;      ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 3x^2 + 8}{2x^5 + 2x - 1}$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$ ;      გ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x + 3}{x^3 - 8x + 5}$ .
- 6.44. ა)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^3 - 8x + 8}$ ;      ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^4 + 7x - 1}$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x - 1)(3x + 7)(2x + 3)}{2x^3 + x^2 - 9}$ ;  
 გ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x + 2)^4(2x - 5)^3}{27x^7 + 4x + 3}$ .
- 6.45. ა)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$ ;  
 ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{4x + 1} - \frac{8x^3}{8x^2 - 1} \right)$ .
- 6.46. ა)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + \sqrt{3x + 8}}{\sqrt{6x - 5} - 7x^2}$ ;      ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 11}{\sqrt{x^4 - 2}}$ ;

- 6.47.    ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{x + \sqrt[3]{x}}$ ;                    დ)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x - 3}$ .
- ა)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x + 5} - 3}$ ;                    ბ)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x + 7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$ ;
- ბ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5 + x} - \sqrt{5 - x}}$ .
- 6.48.    ა)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 3} - \sqrt{x + 2})$ ;
- ბ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 5x})$ ;
- გ)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ;
- დ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{1 - x^3} + x)$ .

6.49.  $a$  და  $b$  პარამეტრების რა მნიშვნელობისათვის ექნება ადგილი ტოლობას:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x + 2} - ax - b \right) = 0.$$

6.50.  $a$ ,  $b$  და  $c$  პარამეტრების რა მნიშვნელობისათვის ექნება ადგილი ტოლობას:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + 1}{x + 3} - ax^2 - bx - c \right) = 0.$$

იპოვეთ ფუნქციის წყვეტის წერტილები:

6.51.    ა)  $f(x) = \frac{1}{x - 5}$ ;                    ბ)  $f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}}$ .

6.52.    ა)  $f(x) = e^{\frac{1}{x-1}}$ ;                    ბ)  $f(x) = \frac{1}{x + 3}$ ;

      გ)  $f(x) = \frac{x + 3}{x(x^2 - 4)}$ ;                    დ)  $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ .

6.53.    ა)  $f(x) = \frac{x - 1}{x(x + 1)(x^2 - 2)}$ ;

$$\delta) f(x) = \frac{x}{x^2 + 3};$$

$$\delta) f(x) = \frac{x}{x - 4}; \quad \varrho) f(x) = \frac{x^2 - 25}{x - 5}.$$

$$6.54. \quad \alpha) f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-5)};$$

$$\delta) f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-3)}.$$

რომელი გვარის წევრების წერტილი აქვს ფუნქციას:

$$6.55. \quad \alpha) f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}; \quad \delta) f(x) = \frac{\sqrt{5x} - x}{x - 5}.$$

$$6.56. \quad \alpha) f(x) = \begin{cases} x, & \text{როცა } x \neq 1, \\ \frac{1}{2}, & \text{როცა } x = 1; \end{cases}$$

$$\delta) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{როცა } x < -1, \\ x + 2, & \text{როცა } x \geq -1; \end{cases}$$

$$\delta) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{როცა } x \leq 3, \\ 2x + 1, & \text{როცა } x > 3; \end{cases}$$

$$\varrho) f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{როცა } x \leq -1, \\ x^2 + 1, & \text{როცა } -1 < x \leq 1, \\ -x + 3, & \text{როცა } x > 1. \end{cases}$$

$$6.57. \quad \alpha) f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{როცა } x \leq -1, \\ 2, & \text{როცა } -1 < x \leq 1, \\ -2x^2, & \text{როცა } x > 1; \end{cases}$$

$$\delta) f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{როცა } x < -1, \\ 3x, & \text{როცა } -1 \leq x < 1, \\ x^2, & \text{როცა } x \geq 1; \end{cases}$$

$$\text{გ) } f(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{როცა } x \leq 0, \\ 0, & \text{როცა } 0 < x \leq 1, \\ -x^3, & \text{როცა } x > 1. \end{cases}$$

6.58.  $a$  პარამეტრის რა მნიშვნელობისათვის იქნება უწყვეტი ფუნქცია:

$$\text{ა) } f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{როცა } x < 0, \\ a + x, & \text{როცა } x \geq 0; \end{cases}$$

$$\text{ბ) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{როცა } x \neq 2, \\ a, & \text{როცა } x = 2; \end{cases}$$

6.59. წიგნი, რომლის ფასი 15 დოლარია, დღეში 50 ცალი იყიდება. თუ წიგნის ფასს 2 დოლარით შევამცირებთ, მაშინ გაიყიდება 10 ცალით მეტი. იპოვეთ მაქსიმალური ამონაგების სიდიდე, თუ დამოკიდებულება ფასსა და რაოდენობას შორის წრფივია.

6.60. 3 დოლარის ღირებულების ლატარიის ბილეთი კვირაში იყიდება 5000 ცალი. ბილეთის 1 დოლარით გაძვირება გამოიწვევს გაყიდული ბილეთების რაოდენობის 1000 ცალით შემცირებას. რამდენი ბილეთი უნდა გაიყიდოს, რომ მთლიანი ამონაგები იყოს მაქსიმალური, თუ დამოკიდებულება ფასსა და გაყიდული ბილეთების რაოდენობას შორის წრფივია.

6.61. საწარმოს მიერ გამოშვებული პროდუქციის ერთეულის ფასია 60 დოლარი და თვეში იყიდება 400 ცალი. ფასის 4 დოლარით შემცირების შედეგად გაყიდული პროდუქციის რაოდენობა 100 ერთეულით იზრდება. პროდუქციის რა რაოდენობა იძლევა მაქსიმალურ მთლიან ამონაგებს? რას უდრის ეს მაქსიმუმი, თუ დამოკიდებულება ფასსა და

- გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობას შორის წრფივია.
- 6.62. თუ კინოთეატრის ბილეთი 10 დოლარი ღირს, იყიდება 800 ცალი, ხოლო თუ მისი ფასი 8 დოლარია — 1000 ცალი. გაყიდული ბილეთების რა რაოდენობა იძლევა მაქსიმალურ ამონაგებს და რა იქნება ამ შემთხვევაში ბილეთის ფასი. (დამოკიდებულება ფასსა და რაოდენობას შორის წრფივია).
- 6.63. თუ ერთი ჟურნალი ღირს 6 დოლარი, მაშინ იყიდება 1200 ცალი. ფასის 2 დოლარით გაძვირება იწვევს გაყიდული ჟურნალების რაოდენობის 200 ერთეულით შემცირებას. დამოკიდებულება ჟურნალის ფასსა და რაოდენობას შორის წრფივია. იპოვეთ მაქსიმალური ამონაგები. რა იქნება ჟურნალის ფასი ამ შემთხვევაში?
- 6.64. ერთი წიგნი იყიდება 30 დოლარად. ფიქსირებული დანახარჯი 280 დოლარია, ხოლო ცვალებადი დანახარჯია 2 დოლარი. რამდენი წიგნი უნდა გამოიცეს, რომ გამოცემლობამ იმუშაოს ნულოვან ზღვარზე.
- 6.65. მოთხოვნის ფუნქციაა  $P = -2Q + 160$ . ჩაწერეთ მთლიანი ამონაგები ( $TR$ ), როგორც  $Q$  რაოდენობის ფუნქცია. იპოვეთ ის  $Q_0$  რაოდენობა, რომელიც მაქსიმალურ მნიშვნელობას ანიჭებს მთლიანი ამონაგების ფუნქციას და ააგეთ ამ ფუნქციის გრაფიკი.
- 6.66. წარმოების ფიქსირებული დანახარჯია 50 დოლარი, ხოლო ცვალებადი დანახარჯი 58 დოლარი. ჩაწერეთ საშუალო დანახარჯი ( $AC$ ), როგორც  $Q$  რაოდენობის ფუნქცია. ააგეთ ამ ფუნქციის გრაფიკი.

- 6.67. წარმოების მუდმივი დანახარჯია 70 დოლარი, ხოლო ცვალებადი დანახარჯი — 8 დოლარი. მოთხოვნის ფუნქციაა  $P = 80 - 2Q$ . გამოსახეთ მოგების ფუნქცია  $Q$  რაოდენობის საშუალებით.
- ა) ააგეთ ამ ფუნქციის გრაფიკი;
  - ბ) იპოვეთ საქონლის რაოდენობა, რომელიც უზრუნველყოფს ნულოვან ზღვარზე მუშაობას;
  - გ) პროდუქციის რა რაოდენობა იძლევა მაქსიმალურ მოგებას?
- 6.68. მოთხოვნის ფუნქციაა  $P = -7Q + 150$ , ხოლო მთლიანი დანახარჯის ფუნქცია  $(TC) = 40 + 10Q$ . ჩაწერეთ მოგების ფუნქცია, როგორც  $Q$  რაოდენობის ფუნქცია. ააგეთ მისი გრაფიკი. რა რაოდენობა უზრუნველყოფს მაქსიმალურ მოგებას და როგორია ამ შემთხვევაში ფასი.
- 6.69. ფირმა აწარმოებს კარადებს. წარმოების ცვალებადი დანახარჯია 25 დოლარი, ფიქსირებული დანახარჯი კი — 3000 დოლარი. იპოვეთ სრული დანახარჯი და ააგეთ მისი გრაფიკი. რა თანხა დაიხარჯება 100 კარადის დასამზადებლად?
- 6.70. 9 ტ ოქროს მოსაპოვებლად გაწეული მთლიანი დანახარჯი შეადგენს 1500 დოლარს, ხოლო 15 ტ ოქროს მოსაპოვებლად — 1800 დოლარს. იპოვეთ ფიქსირებული დანახარჯი და ცვალებადი დანახარჯი (იგულისხმება, რომ დამოკიდებულება პროდუქციის რაოდენობასა და მთლიან დანახარჯს შორის წრფივია).
- 6.71. ფირმის ფიქსირებული დანახარჯია 400 დოლარი, ცვალებადი დანახარჯი კი — 2 დოლარი. პროდუქციის ერთეული იყიდება 4 დოლარად. ჩაწერეთ მოგების წრფივი

- ფუნქცია და ააგეთ მისი გრაფიკი. რისი ტოლია მოგება, თუ გამოშვებული და გაყიდული პროდუქციის რაოდენობაა: ა) 100 ცალი; ბ) 200 ცალი; გ) 300 ცალი.
- 6.72. ფირმის ფიქსირებული დანახარჯია 5000 დოლარი, ცვალებადი დანახარჯი კი — 4 დოლარი. პროდუქციის ერთეული იყიდება 6 დოლარად.
- იპოვეთ ნულოვან ზღვარზე მუშაობის რეჟიმი;
  - პროდუქციის რა რაოდენობაა გამოშვებული და გაყიდული, თუ ფირმის მოგებაა 1000 დოლარი.
- 6.73. მთლიანი დანახარჯის ფუნქციაა  $(TC) = 2Q + 600$ .
- იპოვეთ ნულოვან ზღვარზე მუშაობის რეჟიმი, თუ საქონლის ერთეულის ფასია 4 დოლარი;
  - ცნობილია, რომ გამოშვებული და გაყიდული პროდუქციის რაოდენობა არ იქნება 500 ცალზე ნაკლები. რისი ტოლი უნდა იყოს პროდუქციის ერთეულის ფასი, რომ ფირმამ არ იზარალოს?
- 6.74. წარმოების მთლიანი დანახარჯია  $(TC) = 2,5Q + 300$ . ცნობილია, რომ გამოშვებული და გაყიდული პროდუქციის რაოდენობა არ იქნება 150 ცალზე ნაკლები. რისი ტოლი უნდა იყოს პროდუქციის ერთეულის ფასი, რომ ფირმამ არ იზარალოს?
- 6.75. მთლიანი დანახარჯის ფუნქციაა  $(TC) = 5Q + 1000$ , პროდუქციის ერთეული კი იყიდება 7 დოლარად.
- იპოვეთ ნულოვან ზღვარზე მუშაობის რეჟიმი;
  - შესაძლებელია ცვალებადი დანახარჯის 4 დოლარამდე შემცირება ფიქსირებული დანახარჯის 1200 დოლარამდე გაზრდით. ხელსაყრელია თუ არა ფირმისათვის ამგვარი ცვალებადობა, თუ ცნობილია,

რომ გაყიდული პროდუქციის რაოდენობა არ იქნება 400 ცალზე ნაკლები.

6.76. მოთხოვნის ფუნქციაა  $P+3Q = 30$ , ცვალებადი დანახარჯია 2 დოლარი, ფიქსირებული დანახარჯი კი — 20 დოლარი. ჩაწერეთ მოგების ფუნქცია და ააგეთ მისი გრაფიკი.

ა) პროდუქციის რა რაოდენობა იძლევა 11 დოლარის ტოლ წაგებას?

ბ) პროდუქციის რა რაოდენობა იძლევა 24 დოლარის ტოლ მოგებას?

6.77. ჩაწერეთ მოგების ფუნქცია და ააგეთ მისი გრაფიკი, თუ საქონელზე მოთხოვნის ფუნქციაა  $P = -Q + 50$ , ხოლო საშუალო დანახარჯია  $(AC) = \frac{20}{Q} + 6$ .

ა) საქონლის რა რაოდენობა იძლევა მაქსიმალურ მოგებას;

ბ) საქონელის რა რაოდენობა იძლევა 64 დოლარის ტოლ მოგებას.

6.78. საწარმოს მთლიანი ამონაგების ფუნქციაა  $(TR) = -Q^2 + 80Q$ , მთლიანი დანახარჯის კი —  $(TC) = 6Q + 640$ .

ა) გრაფიკულად აჩვენეთ პროდუქციის ის რაოდენობა, რომელიც იძლევა მოგებას;

ბ) გამოთვალეთ მაქსიმალური მოგება.

6.79. ფირმის მთლიანი დანახარჯის ფუნქციაა  $(TC) = 5Q + 357$ , მთლიანი ამონაგების ფუნქცია კი —  $(TR) = -2Q^2 + 70Q$ .

ა) რა რაოდენობის საქონელი უნდა გამოიშვას ფირმამ, რომ არ იზარალოს (აჩვენეთ გრაფიკულად);

ბ) გამოთვალეთ მაქსიმალური მოგება.

6.80. მოთხოვნის ფუნქციაა  $P = -4Q + 100$ , მთლიანი დანახარჯია  $(TC) = 2Q + 80$ . იპოვეთ პროდუქციის ის უდიდესი რაოდენობა, რომელიც იძლევა 280 დოლარის ტოლ მოგებას.

## პასუხები

### I თავი

- 1.1. ა)  $A \cup B = \{-1; 1; 2; 9; 14; 17; 21\}$ ,  
 $A \cap B = \{9\}$ ,  $A \setminus B = \{-1; 2; 17\}$ ,  
 $B \setminus A = \{1; 14, 21\}$ .
- ბ)  $A \cup B = \{-7; -3; 3; 4; 5; 10; 11; 16\}$ ,  
 $A \cap B = \emptyset$ ,  $A \setminus B = A$ ,  $B \setminus A = B$ .
- გ)  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  
 $A \cap B = \{a, c, d\}$ ,  $A \setminus B = \{f\}$ ,  $B \setminus A = \{b, e\}$ .
- დ)  $A \cup B = \{x, y, z\}$ ,  $A \cap B = \emptyset$ ,  
 $A \setminus B = \{x, y, z\}$ ,  $B \setminus A = \emptyset$ .
- 1.5. ა) 44; ბ) 28; გ) 86; დ) 29.
- 1.6. ა) 25; ბ) 11; გ) 46; დ) 46.
- 1.7. ა) 48; ბ) 28; გ) 98; დ) 34.
- 1.8. ა) 21; ბ) 13; გ) 45; დ) 33.
- 1.9. ა) 105; ბ) 33; გ) 20; დ) 234; ე) 66.
- 1.13. ა)  $6 \frac{53}{99}$ ; ბ)  $2 \frac{217}{300}$ ; გ)  $3 \frac{59}{90}$ ;  
დ)  $4 \frac{44}{111}$ ; ე)  $2 \frac{1}{3}$ ; ვ)  $7 \frac{12}{99}$ ;  
ზ)  $\frac{131}{300}$ ; თ)  $1 \frac{7052}{9900}$ .

- 1.14. ა) 36,5,  $\Delta = 0,0159$ ,  $\delta = 0,0004358$ ;  
 ბ) 21,33,  $\Delta = 0,001$ ,  $\delta = 0,0000468$ ;  
 გ) 5,47,  $\Delta = 0,000452$ ,  $\delta = 0,0000826$ ;  
 დ) 0,9213,  $\Delta = 0,00001$ ,  $\delta = 0,0000108$ ;  
 ე) 7,4,  $\Delta = 0,05$ ,  $\delta = 0,0067114$ ;  
 ვ) 4,32,  $\Delta = 0,005$ ,  $\delta = 0,0011587$ ;  
 ზ) 1,724,  $\Delta = 0,000498$ ,  $\delta = 0,0002889$ ;  
 თ) 2,43,  $\Delta = 0,0049$ ,  $\delta = 0,0020205$ .
- 1.15. მქონე.
- 1.16.  $11,9022 \text{ სმ}^2 \leq S \leq 12,0982 \text{ სმ}^2$ ;  $\Delta \leq 0,0982$ ;  
 $\delta \leq 0,0082505$ .
- 1.17. 15 ლ.
- 1.18. 22.
- 1.19. 75%.
- 1.20. 23,5%.
- 1.21. შემცირდა 3,54%-ით.
- 1.22. 62,5%.
- 1.23.  $\approx 8,42\%$ .
- 1.24. ა) 191,25\$; ბ) 36,25%.
- 1.25.  $A - 13100\$, B - 15720\$,$   
 $C - 18340\$, \text{ ქვემოქმედებაზე} - 5240\$.$
- 1.26. ა) 115000\$, ბ) 15000\$.
- 1.27. 624000\$.
- 1.28. 200\$.
- 1.29. 1,25 კგ.
- 1.30.  $\approx 233\$.$
- 1.31. (ა) 230\$, (ბ) 2530\$.
- 1.32. 20%.

1.33. 600000\$.

1.34. 12000\$-ზე მეტი.

1.35. (ა)  $A$ ; (ბ)  $\approx 2,86\%$ -ით მეტ მოკვებას იღებს  $B$  ბანკი.

1.36. (ა) შეძობხვევაში; (ა) — 4600, (ბ) — 4200.

1.37. 20%.

1.38. 60000\$.

1.43.  $2x - 3y + 7 = 0$ .

1.44.  $3x - 2y = 0$ .

1.45.  $x + y - 7 = 0$ .

1.46.  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$ .

1.47.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-4} = 1$ ;  $y = 2x - 4$ ;  $-2x + y + 4 = 0$ .

1.48. (ა)  $\frac{x}{-\frac{3}{5}} + \frac{y}{-\frac{3}{4}} = 1$ , (ბ)  $\frac{x}{-\frac{5}{2}} + \frac{y}{\frac{10}{3}} = 1$ ,

(ბ)  $\frac{x}{-\frac{7}{3}} + \frac{y}{\frac{7}{2}} = 1$ , (გ)  $\frac{x}{\frac{8}{3}} + \frac{y}{8} = 1$ .

1.49. (ა)  $y = \frac{3}{2}x + 5$ , (ბ)  $y = -x + 2$ ,

(ბ)  $y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10}$ , (გ)  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ .

1.50. (ა)  $2x - y - 3 = 0$ , (ბ)  $3x + y - 7 = 0$ ,

(ბ)  $4x - 7y - 28 = 0$ , (გ)  $7x + 2y - 14 = 0$ .

1.54.  $y = -\sqrt{3}x + 1$ ,

1.55. 54.

1.56.  $y = 3$ .

1.57.  $x = -1$ .

1.58.  $135^\circ$ .

1.59.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ .

1.62. (1; 2).

- 1.63.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{3}\right)$ .
- 1.64.  $\left(\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right)$ .
- 1.66. 65.
- 1.67. 650.
- 1.68.  $y = x + 30$ .
- 1.69.  $5x + 3y = 1500$ .
- 1.70.  $\frac{x}{25} + \frac{y}{200} = 1$ .
- 1.71.  $F = \frac{9}{5}C + 32$ , ა)  $86^\circ F$ , ბ)  $25^\circ C$ .
- 1.72. თუ  $x < 15$ , მაშინ I, თუ  $x > 15$ , მაშინ II,  
თუ  $x = 15$ , მაშინ სულ ერთია.
- 1.73. 30.
- 1.74. ა)  $x > 25$ ; ბ)  $x < 20$ .
- 1.75. 40 ერთეულამდე I, შემდეგ II.
- 1.76. 10\$.
- 1.77. II სამკერვალოში.
- 1.78. ა)  $A - 125, B - 25$ ; ბ) 125\$.
- 1.79.  $A - 80, B - 50$ .
- 1.80. 120 კმ.
- 1.81.  $A - 1$  ერთეული,  $B - 5$  ერთეული,  
მაქსიმალური მოგება — 110\$.
- 1.82.  $A - 30$  ერთეული,  $B - 20$  ერთეული,  
მაქსიმალური მოგება — 6300\$.
- 1.83. (ა) 60; (ბ) 15; (გ) გაიზრდება 8 ერთეულით.
- 1.84.  $P = -2Q + 80$ .
- 1.85. (ა) 30; (ბ) 20; (გ) ერთი ერთეულით მცირდება;  
(დ) 12 ერთეულით იზრდება.

- 1.86. (ა)  $[0; 50]$ ; (ბ)  $[0; 250]$ .
- 1.87. (ა) 20; (ბ) 38; (გ) იზრდება 1 ერთეულით.
- 1.88.  $P = 3Q + 100$ .
- 1.89. (ბ)  $[0; +\infty]$ ; (გ)  $[20; +\infty]$ ;
- 1.90. (ა) 10; (ბ) 240; (გ) 1 ერთეულით მცირდება;  
(დ) 72 ერთეულით მცირდება.
- 1.91. (ა)  $Q_0 = 10, P_0 = 30$ ;  
(ბ)  $Q_0 = 12, P_0 = 28$ ;  
(გ)  $Q_0 = 14, P_0 = 24$ .
- 1.92. (ა)  $Q_0 = 20, P_0 = 40$ ;  
(ბ) 6 დოლარს იხდის მომხმარებელი, 1 დოლარს — მიმწოდებელი.
- 1.93. (ა)  $Q_{01} = 16, P_{01} = 6$ ,  
 $Q_{02} = 12, P_{02} = 8$ ;  
(ბ)  $Q_{01} = 18, P_{01} = 4$ ,  
 $Q_{02} = 10, P_{02} = 6$ ;
- 1.94.  $P_0 = 40, Q_0 = 20; P'_0 = 48, Q'_0 = 18$ ;  
8 დოლარს იხდის მომხმარებელი, 1 დოლარს — მიმწოდებელი.
- 1.95. (ა) 275; (ბ) 320; (გ) 280; (დ) იწვევს.
- 1.96. (ა)  $Q_0 = 30, P_0 = 60$ ;  
(ბ) 12 დოლარს იხდის მომხმარებელი, 2 დოლარს — მიმწოდებელი.
- 1.97. (ა)  $Q_0 = 20, P_0 = 50$ ;  
(ბ)  $Q'_0 = 19, P'_0 = 55$ .
- 1.98.  $Y = 170, C = 147$ ,  
 $Y' = 175, C' = 150$ .
- 1.99. (ა)  $Y = 200, C = 100, S = 100$ ;

$$(\delta) Y' = 300, \quad C' = 120, \quad S' = 180.$$

$$1.100. \quad (\alpha) Y = 200; \quad (\delta) T = 50; \quad (\gamma) C = 90; \quad (\varrho) S = 60.$$

$$1.101. \quad r \approx 4, 13, Y \approx 2226. \text{ } d\text{-ს ზრდაა გამოთვლილი } Y\text{-ისა და } r\text{-ის ზრდას.}$$

$$1.102. \quad Y = 450.$$

$$1.103. \quad r = 11, 5, \quad Y = 1075.$$

$$1.104. \quad (\alpha) x_1 = -2 - \sqrt{5}i, \quad x_2 = -2 + \sqrt{5}i;$$

$$(\delta) x_1 = 1 - \sqrt{6}i, \quad x_2 = 1 + \sqrt{6}i;$$

$$(\gamma) x_1 = 2 - \sqrt{6}i, \quad x_2 = 2 + \sqrt{6}i;$$

$$(\varrho) x_1 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2}i, \quad x_2 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i.$$

$$1.105. \quad (\alpha) 21 + i; \quad (\delta) 6 + 7i; \quad (\gamma) 2 + 6i; \quad (\varrho) 15 - 12i.$$

$$1.106. \quad (\alpha) z_1 + z_2 = 6 - 4i, \quad z_1 - z_2 = 2 + 6i;$$

$$(\delta) z_1 + z_2 = 10 + 3i, \quad z_1 - z_2 = -3i;$$

$$(\gamma) z_1 + z_2 = 7 - 3i, \quad z_1 - z_2 = -7 + 9i;$$

$$(\varrho) z_1 + z_2 = 11 + 6i, \quad z_1 - z_2 = -3 + 12i.$$

$$1.107. \quad (\alpha) \frac{17}{50} + \frac{31}{50}i; \quad (\delta) \frac{2}{17} - \frac{8}{17}i;$$

$$(\delta) \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i; \quad (\varrho) \frac{5}{37} + \frac{7}{37}i.$$

$$1.108. \quad (\alpha) 18 - 3i; \quad (\gamma) -6 + 8i;$$

$$(\delta) \frac{28}{13} + \frac{49}{13}i; \quad (\varrho) -12 + 12i.$$

$$1.109. \quad (\alpha) 6 - 8i; \quad (\gamma) -28 + 62i;$$

$$(\delta) 1 + 17i; \quad (\varrho) 115 + 55i.$$

$$1.110. \quad (\alpha) x = \frac{17}{7}, \quad y = -\frac{2}{7}; \quad (\gamma) x = \frac{13}{2}, \quad y = 15;$$

$$(\delta) x = -3, \quad y = -\frac{11}{2}; \quad (\varrho) x = 2, \quad y = 0.$$

$$1.111. \quad \alpha) 0; \quad \delta) 16; \quad \gamma) -48; \quad \varrho) 5.$$

$$1.112. \quad \text{a)} -\frac{1}{10}; \quad \text{b)} -\frac{7}{2}; \quad \text{в)} -\frac{8}{13}; \quad \text{г)} -\frac{1}{13}.$$

$$1.114. \quad P_5 = 5! = 120.$$

$$1.115. \quad 792.$$

$$1.116. \quad 210.$$

$$1.117. \quad 362880.$$

$$1.118. \quad 15120.$$

$$1.119. \quad 126.$$

$$1.120. \quad 6720.$$

$$1.121. \quad 5040.$$

$$1.122. \quad 30030.$$

## II тап

$$2.1. \quad \text{a)} -3; \quad \text{b)} -9; \quad \text{в)} -3; \quad \text{г)} 2; \quad \text{д)} 0.$$

$$2.2. \quad \text{a)} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}; \quad \text{б)} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}; \quad \text{г)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix};$$

$$\text{д)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}; \quad \text{е)} \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 4 & \frac{11}{2} \\ \frac{7}{2} & 5 & \frac{13}{2} \end{bmatrix}.$$

$$2.3. \quad \text{a)} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 7 & 6 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 10 & 11 \end{bmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{bmatrix} 7 & -4 & -14 & -9 \\ -3 & 7 & -1 & -5 \\ 6 & 10 & -8 & -13 \end{bmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{bmatrix} 3 & -2 & -3 \\ -1 & 4 & 12 \\ 4 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}; \quad \text{в)} \begin{bmatrix} 8 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & 26 \\ 1 & 4 & 0 \\ -4 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

$$\text{г)} \begin{bmatrix} -4 & -13 & -3 \\ -7 & 19 & -10 \\ 10 & 4 & 27 \\ 14 & -1 & 26 \end{bmatrix};$$

$$\text{д)} \begin{bmatrix} -7 & -6 & -5 & 7 \\ -9 & 12 & -3 & -3 \\ 6 & -30 & 11 & 8 \end{bmatrix}.$$

2.5. а)  $a = 3, b = 4, c = \frac{1}{2}$ ;  
 б)  $a = -2, b = -4, c = 15$ .

2.6. 1)  $\begin{bmatrix} -4 & 11 \end{bmatrix}$ ; 2)  $\begin{bmatrix} -9 & 16 \\ 16 & -1 \end{bmatrix}$ ; 3)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;

4)  $\begin{bmatrix} 26 \end{bmatrix}$ ; 5)  $\begin{bmatrix} 6 & -10 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 6 \end{bmatrix}$ ;

6)  $\begin{bmatrix} 1 & -6 & -3 \\ 2 & 8 & 5 \\ 3 & 17 & 8 \end{bmatrix}$ ; 7)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;

8)  $\begin{bmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 42 & 0 \\ 0 & 0 & 42 \end{bmatrix}$ ; 9)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ;

10)  $\begin{bmatrix} -8 & 8 \\ -14 & 14 \end{bmatrix}$ ; 11)  $\begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 18 \end{bmatrix}$ .

2.12. 1) 1; 2) 2; 3) 0; 4) -1; 5) 1;  
 6) -33; 7) -30; 8) 24; 9) 0.

$$2.14. \quad \begin{array}{ll} \text{a)} & x = -4; \\ \text{b)} & x_1 = -3, x_2 = 3; \\ \text{c)} & x = 4; \\ \text{d)} & x_1 = 3, x_2 = -2. \end{array}$$

$$2.15. \quad \begin{array}{ll} \text{a)} & x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty); \\ \text{b)} & x \in [-1; 1]; \\ \text{c)} & x \in (-8; 1). \end{array}$$

$$2.16. \quad \text{a)} 2; \quad \text{b)} 3; \quad \text{c)} 2; \quad \text{d)} 2.$$

$$2.17. \quad \text{a)} 16; \quad \text{b)} -83.$$

$$2.18. \quad \text{a)} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{b)} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -3 \end{bmatrix};$$

$$\text{c)} \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}; \quad \text{d)} \begin{bmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{e)} \begin{bmatrix} -\frac{7}{3} & 2 & -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.19. \quad \text{a)} \begin{bmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}; \quad \text{b)} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix};$$

$$\text{c)} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{d)} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$2.22. \quad 59000\$, \quad 61000\$, \quad 63000\$.$$

$$2.23. \quad A = \begin{bmatrix} 100 & 300 & 400 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 20 & 10 & 30 \end{bmatrix}^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

$$\text{a)} A \cdot B = \begin{bmatrix} 17000 \end{bmatrix}; \quad \text{b)} ACD = \begin{bmatrix} 9500 \end{bmatrix}.$$

$$2.24. \quad A = [ 20 \quad 30 \quad 40 ]; \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \end{bmatrix};$$

$$E_4 = [ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 ]; \quad D = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 40 \end{bmatrix}.$$

$$\text{ა) } AB = [ 270 \quad 270 \quad 360 \quad 360 ];$$

$$\text{ბ) } E_4 B^T \cdot D = [ 280 \quad 420 \quad 560 ];$$

$$\text{გ) } E_4 (AB)^T = [ 1260 ].$$

$$2.25. \quad \text{ა) } AB = \begin{bmatrix} 1800 \\ 2100 \end{bmatrix}; \quad \text{ბ) } AC = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 16 \\ 21 & 15 & 10 \end{bmatrix};$$

$$\text{ბ) } CD = \begin{bmatrix} 35 \\ 25 \\ 50 \\ 55 \end{bmatrix}; \quad \text{გ) } ACD = \begin{bmatrix} 410 \\ 435 \end{bmatrix};$$

$$\text{დ) } E_2 AB = [ 3900 ]; \quad \text{ე) } E_2 ACD = [ 845 ];$$

$$\text{ვ) } E_2 AB - E_2 ACD = [ 3055 ].$$

### III თავი

$$3.1. \quad \text{ა) } (3; 2; -1); \quad \text{ბ) } (6; 0; -3);$$

$$\text{გ) } (-2; 4; 1); \quad \text{დ) } \left( \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2 \right);$$

$$\text{ე) } \text{სისტემა არათავსებადია}; \quad \text{ვ) } \left( \frac{3}{7}; \frac{11}{7}; 1 \right).$$

$$3.2. \quad \text{ა) } (1; 2; 3); \quad \text{ბ) } (-3; 0; 4);$$

$$\text{გ) } (10; 20; 30); \quad \text{დ) } \left( \frac{3}{5}; \frac{2}{5}; -1 \right).$$

$$3.3. \quad \text{ა) } \text{სისტემა არათავსებადია}; \quad \text{ბ) } (3; 2; 0);$$

$$\delta) \left( \frac{5-2z}{3}; \frac{-1-5z}{3}; z \right);$$

$$\varrho) \left( \frac{12+7z}{19}; \frac{-4+23z}{19}; z \right);$$

$$j) (2+3y-z; y; z); \quad 3) (0; 0; 0).$$

$$3.4. \quad \varsigma) P(7; 9; 6); \quad \delta) Q(4; 2; 4).$$

$$3.5. \quad \varsigma) P(3; 4; 5); \quad \delta) Q(250; 100; 150).$$

$$3.6. \quad X = \begin{bmatrix} 30 & 50 & 20 \end{bmatrix}^{\top}.$$

$$3.7. \quad X = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 8 \end{bmatrix}^{\top}.$$

$$3.8. \quad Q_1 = 1600, \quad Q_2 = 1700, \quad Q_3 = 1260.$$

$$3.9. \quad \varsigma) b_{12} = \frac{120}{111}; \quad b_{22} = \frac{220}{111}; \quad b_{32} = \frac{70}{111};$$

$$\delta) Z = \frac{32,44 \cdot 10^6}{222}.$$

$$3.10. \quad Q = \frac{1}{66} \begin{bmatrix} 270000 \\ 228000 \\ 213000 \end{bmatrix}.$$

$$3.11. \quad 1) A = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 10000 \\ 5000 \\ 8000 \end{bmatrix},$$

$$Q = \frac{1}{453} \begin{bmatrix} 1041 \cdot 10^4 \\ 1110 \cdot 10^4 \\ 873 \cdot 10^4 \end{bmatrix};$$

$$2) A = \begin{bmatrix} 0 & 0,3 & 0,3 \\ 0,4 & 0 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,2 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 2000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix},$$

$$Q = \frac{1}{504} \begin{bmatrix} 216 \cdot 10^4 \\ 178 \cdot 10^4 \\ 206 \cdot 10^4 \end{bmatrix};$$

$$3) A = \begin{bmatrix} 0 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,4 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 120000 \\ 100000 \\ 150000 \end{bmatrix},$$

$$Q = \frac{1}{514} \begin{bmatrix} 1458 \cdot 10^5 \\ 2026 \cdot 10^5 \\ 2180 \cdot 10^5 \end{bmatrix};$$

$$4) A = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 100 \\ 45 \\ 300 \end{bmatrix},$$

$$Q = \frac{1}{304} \begin{bmatrix} 38000 \\ 45000 \\ 223200 \end{bmatrix}.$$

#### IV տնօր

- 4.1.    ս) 4; 9; 14; 19; 24;                    ճ) 2; 4; 6; 8; 10;  
           ձ) 1; 3; 5; 7; 9;                        դ) 15; 22; 29; 36; 43.
- 4.2.    ս)  $a_n = 3n - 2$ ;                        ճ)  $a_n = 6n - 2$ ;
- 4.3.    ս)  $a_4 = 19$ ;     $a_5 = 23$ ;     $a_{10} = 43$ ;     $a_{100} = 403$ ;  
           ձ)  $a_4 = -1$ ;     $a_5 = -4$ ;     $a_{10} = -19$ ;     $a_{100} = -289$ ;  
           ճ)  $a_4 = 10$ ;     $a_5 = 14$ ;     $a_{10} = 34$ ;     $a_{100} = 394$ ;  
           դ)  $a_4 = -10$ ;  $a_5 = -12$ ;  $a_{10} = -22$ ;  $a_{100} = -202$ .
- 4.4.    ս)  $a_1 = 1099$ ;                        ճ)  $a_1 = 25$ ;  
           ձ)  $a_1 = 19$ ;                         դ)  $a_1 = 198$ ;
- 4.5.         $n = 10$ .
- 4.6.         $d = 2$ .
- 4.7.    ս)  $a_1 = -530$ ;  $d = 46, 5$ ;    ճ)  $a_1 = 46$ ;  $d = -2$ ;  
           ձ)  $a_1 = -24$ ;  $d = 3$ ;            դ)  $a_1 = 22, 2$ ;  $d = -1, 8$ .
- 4.8.        օլիմպիա.

- 4.10. ა) 100; ბ) 228; გ) 184; დ) 88; ე)  $-72$ .
- 4.11. 8500.
- 4.12. 10800\$.
- 4.13. 2500\$;  $\approx 44,4\%$ .
- 4.14. 540\$.
- 4.15.  $K \left( 1 + \frac{nr}{100} \right)$ .
- 4.16. 42480\$.
- 4.17. 1904\$.
- 4.18. 21600\$.
- 4.19. 4050\$.
- 4.20. 5000\$.
- 4.21. 10 ჟელო.
- 4.22.  $\approx 2087\text{ფ}$ ;  $\approx 313\text{ფ}$ .
- 4.23. 5040\$.
- 4.24. 7560\$.
- 4.25. 4 ჟელო.
- 4.26. 11520\$.
- 4.27. 3%.
- 4.28. 15700\$.
- 4.29.  $\approx 19907,4\text{ფ}$ .
- 4.30. 13000\$.
- 4.31. 8 ჟელო.
- 4.32. 5%.
- 4.34.  $\approx 362,5\text{ფ}$ .
- 4.35.  $\approx 8170\text{ფ}$ .
- 4.36. ა) 5; 15; 45; 135; ბ)  $\frac{3}{8}$ ;  $-\frac{3}{4}$ ;  $\frac{3}{2}$ ;  $-3$ ;  
 ბ)  $-4$ ;  $-2$ ;  $-1$ ;  $-\frac{1}{2}$ ; დ)  $-0,1$ ;  $0,5$ ;  $-2,5$ ;  $12,5$ .

$$4.37. \quad \begin{array}{ll} \text{a)} b_n = 2^n; & \text{б)} b_n = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \\ \text{в)} b_n = \frac{20}{2^{n-1}}; & \text{г)} b_n = \frac{1}{2^{n-1}}. \end{array}$$

$$4.38. \quad \text{a)} b_1 = 1, 2; \quad \text{б)} b_1 = 3.$$

$$4.39. \quad n = 6.$$

$$4.41. \quad \text{a)} 21845; \text{ б)} \approx -85, 17; \text{ в)} -4, 0625; \text{ г)} \approx -6, 25.$$

$$4.42. \quad \approx 6449, 73.$$

$$4.43. \quad 4913.$$

$$4.44. \quad 617248, 8\$.$$

$$4.45. \quad K_n = K \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n.$$

$$4.46. \quad \approx 6319\$.$$

$$4.47. \quad \approx 3478\$.$$

$$4.48. \quad \approx 9238\$.$$

$$4.49. \quad \approx 4637\$.$$

$$4.50. \quad \approx 41096\$.$$

$$4.51. \quad \approx 1739\$; \quad \approx 239\$.$$

$$4.52. \quad \approx 4 \text{ \textcircled{V}}\text{ქლო.}$$

$$4.53. \quad \approx 12812\$.$$

$$4.54. \quad r > (\sqrt[5]{1,05} - 1) \cdot 100\%.$$

$$4.55. \quad \approx 9 \text{ \textcircled{V}}\text{ქლო.}$$

$$4.56. \quad \approx 6 \text{ \textcircled{V}}\text{ქლო.}$$

$$4.57. \quad 500\$.$$

$$4.58. \quad \approx 601\$.$$

$$4.59. \quad \approx 6026\$.$$

$$4.60. \quad \approx 3380, 5\$.$$

$$4.61. \quad \approx 9286\$.$$

$$4.62. \quad \text{a)} \approx 19126\$; \quad \text{б)} \approx 19347\$;$$

- ბ)  $\approx 19256,5\$$ ;      ე)  $12000 \left(1 + \frac{12}{36500}\right)^{365 \cdot 4} \$$ .
- 4.63. ა)  $\approx 25659,7\$$ ;      ბ)  $\approx 26518,5\$$ ;  
 ბ)  $\approx 26158,5\$$ ;      ე)  $13000 \left(1 + \frac{24}{36500}\right)^{365 \cdot 3} \$$ .
- 4.64. ა)  $\approx 7894\$$ ;      ბ)  $\approx 7871\$$ ;  
 ბ)  $\approx 7880\$$ ;      ე)  $10000 \left(1 + \frac{6}{36500}\right)^{-365 \cdot 4} \$$ .
- 4.65. ა)  $\approx 158063\$$ ;      ბ)  $\approx 157451,5\$$ ;  
 ბ)  $\approx 157699\$$ ;      ე)  $200000 \left(1 + \frac{8}{36500}\right)^{-365 \cdot 3} \$$ .
- 4.66. ა)  $\approx 11$  წლის შემდეგ;  
 ბ)  $\approx 10$  წლისა და 9 თვის შემდეგ;  
 გ)  $\approx 10$  წლისა და 6 თვის შემდეგ;  
 ე)  $\frac{\lg 3,5}{365 \lg(1 + \frac{12}{365})}$  წლის შემდეგ.
- 4.67. ა)  $\approx 66,71\%$ ;      ბ)  $[\sqrt[48]{10} - 1] 1200\%$ ;  
 ბ)  $\approx 61,92\%$ ;      ე)  $[\sqrt[1460]{10} - 1] 36500\%$ .
- 4.68.  $\frac{1 - \lg 7}{4 \lg 1,03}$  წლის შემდეგ.
- 4.69.  $S_{12n} = Aq \frac{q^{12n} - 1}{q - 1}$ ,  $q = 1 + \frac{r}{1200}$ .
- 4.70.  $\approx 13529\$$ .
- 4.71.  $K_{nt} = Aq \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ,  $q = \left(1 + \frac{r}{100t}\right)^t$ .
- 4.72.  $\approx 2461\$$ .
- 4.73.  $\approx 1351\$$ .
- 4.74.  $\approx 1003\$$ .
- 4.75.  $\approx 1,706\%$ .

- 4.76.  $\approx 0,408\%$ .
- 4.77.  $\approx 26,82\%$ .
- 4.78.  $\approx 42,58\%$ .
- 4.79.  $\approx 21,55\%$ .
- 4.80.  $\approx 11,03\%$ .
- 4.81.  $\approx 1,23\%$ .
- 4.82.  $\approx 9,273\%$ .
- 4.83. I შემთხვევაში.
- 4.84. პირველ ბანკში.
- 4.85. ყოველკვარტალური 4%-ით.
- 4.86. I ბანკში.
- 4.87. მარტივი 1, 5%-ით.
- 4.88. ა)  $A = Sq^n \frac{q-1}{q^n-1}$ ,  $q = 1 + \frac{r}{100}$  ;  
 ბ)  $S = Aq^{-n} \frac{q^n-1}{q-1}$ ,  $q = 1 + \frac{r}{100}$  .
- 4.89.  $A = Kq^n \frac{q-1}{q^n-1}$ ,  $q = \left(1 + \frac{r}{400}\right)^4$ .
- 4.90.  $\approx 2447,08\$$ .
- 4.91.  $\approx 2924,5\$$ .
- 4.92.  $\approx 1055\$$ .
- 4.93.  $\approx 115\$$ .
- 4.94.  $\approx 185,7\$$ .
- 4.95.  $\approx 1647$ ;  $\approx 98820$ ;  $\approx 165542\$$ .
- 4.96.  $\frac{\lg 1,25}{\lg 1,03}$  თვე.
- 4.97. კრედიტის აღება გაპართლებულია ეკონომიკურად.
- 4.98. დაფარავს ნაწილ-ნაწილ.
- 4.99.  $\approx 10622\$$ .
- 4.100.  $\approx 49202,4\$$ .

- 4.101.  $\approx \frac{\lg 1,3}{\lg 1,05}$  წელი.
- 4.102.  $\approx \frac{\lg 1,28}{4 \lg 1,02}$  წელი.
- 4.103.  $\approx 7434,2\$$ .
- 4.104.  $\approx 10592,1\$$ .
- 4.105.  $\approx 14,4$  წელი.
- 4.106.  $\approx 7,72\%$ .
- 4.107.  $\approx 41141,18\$$ .
- 4.108. ა)  $\approx 6215,8\$$ ; ბ)  $\approx 18,93\%$ .
- 4.109.  $\approx 55421\$$ .
- 4.110.  $\approx 3$  წელი.
- 4.111. ა)  $\approx 30388\$$ ; ბ)  $\approx 24681\$$ ; გ)  $\approx -319\$$ ; დ)  $\approx 4,66\%$ .
- 4.112. ა)  $\approx 64930\$$ ; ბ)  $10\%$ ;  
გ)  $(NPV)_A \approx 8002\$$ ,  $(NPV)_B \approx 3892\$$ .
- 4.113.  $A$  პროექტი.
- 4.114.  $B$  პროექტი.
- 4.115. ა)  $A$  პროექტი; ბ)  $B$  პროექტი.
- 4.116. დიახ.
- 4.117. წარუმატებლობის შემთხვევაში ინვესტორი მიიღებს  $234,52\$$ -ით ნაკლებ თანხას, ვიდრე იგი მიიღებდა ფულის საფინანსო ბაზარზე დაბანდების შემთხვევაში.
- 4.118. ა)  $(IRR)_A \approx 6,37\%$ ,  $(IRR)_B \approx 6,2\%$ ;  
ბ)  $(NPV)_A \approx 6863$ ,  $(NPV)_B \approx 7194$ ;  
ბ)  $B$  პროექტი.

## V താളം

- 5.1. 1)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ ; 2)  $1, \frac{3}{8}, \frac{5}{27}, \frac{7}{64}$ ;  
 3)  $-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{81}$ ; 4)  $-5, 9, -13, 17$ ;  
 5)  $-\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, -\frac{3}{27}, \frac{4}{81}$ ; 6)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{12}, \frac{1}{36}, -\frac{1}{80}$ ;  
 7)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{15}, \frac{1}{45}$ ; 8)  $1, \frac{3}{2}, \frac{10}{3}, \frac{35}{4}$ .
- 5.2. 1)  $\frac{1}{2n}$ ; 2)  $\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ ; 3)  $\frac{n}{3n+1}$ ;  
 4)  $\frac{2n+1}{4n}$ ; 5)  $\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$ ; 6)  $\frac{2n-1}{2^{n-1}}$ ;  
 7)  $\frac{4n+1}{7n-3}$ ; 8)  $(-1)^n \frac{5n}{6n+1}$ .
- 5.3. 1)  $n_0 = 10$ ; 2)  $\sphericalangle n_0 = 100$ ; 3)  $n_0 = 1000$ ;  
 4)  $n_0 = 9$ ; 5)  $n_0 = 4$ .
- 5.4. 1)  $\frac{4}{7}$ ; 2)  $-5$ ; 3)  $1$ ; 4)  $\frac{4}{9}$ ; 5)  $1$ ; 6)  $\frac{1}{3}$ ; 7)  $\infty$ ;  
 8)  $0$ ; 9)  $\infty$ ; 10)  $0$ ; 11)  $-\frac{4}{15}$ ; 12)  $\frac{1}{3}$ ; 13)  $1$ ;  
 14)  $-\frac{1}{3}$ ; 15)  $5$ ; 16)  $0$ ; 17)  $3$ ; 18)  $1$ ; 19)  $3$ ;  
 20)  $\infty$ ; 21)  $3$ ; 22)  $-6$ ; 23)  $1$ ; 24)  $1$ ; 25)  $0$ ;  
 26)  $\infty$ ; 27)  $1$ ; 28)  $\infty$ ; 29)  $\infty$ ; 30)  $0$ ; 31)  $\frac{1}{3}$ ;  
 32)  $-1$ ; 33)  $\infty$ ; 34)  $-\infty$ ; 35)  $1$ ; 36)  $\frac{3}{5}$ ; 37)  $\infty$ ;  
 38)  $-1$ ; 39)  $\frac{9}{7}$ ; 40)  $\frac{16}{15}$ ; 41)  $\infty$ ; 42)  $0$ ; 43)  $\infty$ ;  
 44)  $\infty$ ; 45)  $1$ ; 46)  $2, 5$ ; 47)  $e^4$ ; 48)  $e^4$ ; 49)  $e^3$ ;  
 50)  $e^{\frac{5}{3}}$ ; 51)  $e^7$ ; 52)  $e^6$ ; 53)  $e^{-5}$ ; 54)  $e$ ; 55)  $e^2$ ;  
 56)  $e^{2,5}$ ; 57)  $e^{\frac{8}{3}}$ ; 58)  $1$ ; 59)  $1$ ; 60)  $e^{15}$ ; 61)  $e$ ;

- 62)  $e^3$ ; 63)  $e^{-1}$ ; 64)  $e^{1,5}$ ; 65)  $e^{\frac{7}{3}}$ .
- 5.8.  $800 e^{0,3}$ .
- 5.9. ა)  $11000 (1,08)^{10}$ ; ბ)  $11000 (1,04)^{20}$ ;  
 გ)  $11000 (1,02)^{40}$ ; დ)  $11000 \left(1 + \frac{1}{150}\right)^{120}$  ;  
 ე)  $11000 \left(1 + \frac{2}{9125}\right)^{3650}$  ვ)  $11000 e^{0,8}$ .
- 5.10. ა)  $7000 (1,12)^4$ ; ბ)  $7000 (1,06)^8$ ;  
 გ)  $7000 (1,03)^{16}$ ; დ)  $7000 (1,01)^{48}$ ;  
 ე)  $7000 \left(1 + \frac{1}{73000}\right)^{35040}$  ვ)  $7000 e^{0,48}$ .
- 5.11.  $9000 e^{-0,18}$ ;  $9000 (1 - e^{-0,18})$ .
- 5.12.  $20 \ln \frac{4}{3}$  წელიწადი.
- 5.13.  $20 \ln \frac{5}{4}$  (%).
- 5.14.  $12000 e^{0,16}$ ;  $12000 (e^{0,16} - 1)$ .
- 5.15.  $8500 e^{-0,72}$ .
- 5.16.  $12,5 \ln 2$  წელიწადი.
- 5.17.  $25 \ln 3$  წელიწადი.
- 5.18.  $5 \ln 4$  (%).
- 5.19.  $S^{(n)} = 2 \cdot 10^5 (1 - (1,12)^{-n})$ ;  $S = 2 \cdot 10^5$ .
- 5.21.  $4 \cdot 10^4$ .
- 5.23. 1) 1; 2)  $\frac{11}{18}$ ; 3)  $\frac{5}{12}$ ; 4)  $\frac{1}{2}$ ; 5)  $\frac{2}{15}$ ; 6)  $\frac{5}{24}$ ;  
 7)  $\frac{1}{2}$ ; 8)  $\frac{3}{4}$ ; 9)  $\frac{9}{20}$ ; 10)  $\frac{5}{6}$ ; 11)  $\frac{4}{405}$ ; 12)  $\frac{1}{60}$ ;  
 13)  $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{8} - \sqrt[4]{3}}$ ; 14)  $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[6]{2}}$ .
- 5.24. 1) არა; 2) არა; 3) კი; 4) არა.

- 5.25. 1) განშლადია; 2) კრებადია; 3) კრებადია;  
 4) განშლადია; 5) განშლადია; 6) განშლადია;  
 7) კრებადია; 8) განშლადია.
- 5.26. 1) განშლადია; 2) განშლადია; 3) კრებადია;  
 4) განშლადია; 5) განშლადია; 6) განშლადია;  
 7) კრებადია; 8) კრებადია.
- 5.27. 1) კრებადია; 2) კრებადია; 3) კრებადია;  
 4) განშლადია; 5) განშლადია; 6) კრებადია;  
 7) კრებადია; 8) განშლადია; 9) განშლადია;  
 10) კრებადია; 11) განშლადია; 12) კრებადია.
- 5.28. 1) კრებადია; 2) კრებადია; 3) განშლადია;  
 4) კრებადია; 5) კრებადია; 6) განშლადია;  
 7) კრებადია; 8) კრებადია; 9) განშლადია;  
 10) კრებადია; 11) განშლადია; 12) კრებადია.

## VI თავი

- 6.1. ა) 4; ბ)  $-20$ ; გ) 24; დ) 12; ე)  $\frac{3}{4}$ ; ვ)  $-3$ .
- 6.2. ა) 5; ბ)  $3a + 2$ ; გ)  $3a^2 + 2$ ; დ)  $3a + 3b + 2$ ;  
 ე)  $3a - 3b + 2$ ; ვ)  $3a^2 + 3b^2 + 2$ .
- 6.3. ა) 3; ბ) 3; გ) 3; დ) 3; ე) 3.
- 6.4. ა)  $-3$ ; ბ)  $-15$ ; გ)  $-7$ ; დ)  $-9 - 3h$ ; ე)  $7 - 2h$ .
- 6.5. ა) 0; ბ) 7; გ)  $-1$ ; დ) 1; ე)  $-9$ ; ვ) 7.
- 6.6. ა)  $e$ ; ბ) 1; გ)  $e^{-1}$ ; დ)  $e^5$ .
- 6.7. ა) 0; ბ) 1; გ) 3.
- 6.8. ა) 0; ბ)  $-3\frac{3}{4}$ ; გ)  $2\frac{1}{2}$ .
- 6.9. ა)  $f(x) = 2x + 1$ ; ბ)  $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$ .

- 6.10. ა)  $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ; ბ)  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ .
- 6.11. ა)  $x \in [-1; +\infty)$ ; ბ)  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;  
 გ)  $x \in [1; +\infty]$ ; დ)  $x \in [-3; 3]$ .
- 6.12. ა)  $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ ;  
 ბ)  $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$ ;  
 გ)  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 4) \cup (4; +\infty)$ ;  
 დ)  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ .
- 6.13. ა)  $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; +\infty)$ ; ბ)  $x \in (-2; 0]$ ;  
 გ)  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ ; დ)  $x \in [-4; 0]$ .
- 6.14. ა)  $x \in [1; 5]$ ; ბ)  $x \in [0; 4]$ ;  
 გ)  $x \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$ ; დ)  $x \in [-1; 2]$ .
- 6.15. ა)  $x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right]$ ; ბ)  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ;  
 გ)  $x \in (-2; 2)$ .
- 6.16. ა)  $x = 2$ ; ბ)  $x \in (-1; 1] \cup [2; 3)$ .
- 6.17. ა) კენტია; ბ) არც ლუწია, არც კენტია;  
 გ) ლუწია; დ) არც ლუწია, არც კენტია.
- 6.18. ა) კენტია; ბ) კენტია.
- 6.19. ა) კენტია; ბ) ლუწია; გ) არც ლუწია, არც კენტია;  
 დ) არც ლუწია, არც კენტია.
- 6.20. ა) ლუწია; ბ) არც ლუწია, არც კენტია;  
 გ) კენტია; დ) კენტია.
- 6.21. ა) ლუწია; ბ) კენტია; გ) ლუწია; დ) ლუწია.
- 6.22. ა) კენტია; ბ) კენტია.
- 6.23. ა) ლუწია; ბ) ლუწია, თუ  $n = 2k$  და კენტია, თუ  $n = 2k - 1$ .
- 6.30. ა)  $-1$ ; ბ)  $4$ ; გ)  $5$ ; დ)  $9$ .
- 6.31. ა)  $18$ ; ბ)  $11$ ; გ)  $1$ ; დ)  $4, 375$ .
- 6.32. ა)  $-4$ ; ბ)  $-4, 5$ ; გ)  $-7, 75$ ; დ)  $9$ .

$$6.33. \quad \text{a) } -1; \quad \text{b) } -9; \quad \text{g) } 0; \quad \text{d) } -9.$$

$$6.34. \quad \text{a) } (TR) = 6Q - Q^2; \quad \text{b) } (TR) = \frac{5Q}{Q+3};$$

$$\text{g) } (TR) = 12Q - 3Q^2.$$

$$6.35. \quad \text{a) } y = \frac{x}{2}; \quad \text{b) } y = -\frac{1}{3}x; \quad \text{g) } y = \frac{x-2}{3};$$

$$\text{d) } y = \frac{-x+4}{2}.$$

$$6.36. \quad \text{a) } y = \frac{2}{x}; \quad \text{b) } y = -\frac{1}{x}; \quad \text{g) } y = \sqrt[3]{2-x}; \quad \text{d) } x = -\sqrt[5]{y}.$$

$$6.37. \quad \text{a) } \text{a} \text{a}; \quad \text{b) } \text{g} \text{o}; \quad \text{g) } \text{g} \text{o}; \quad \text{d) } \text{a} \text{a}.$$

$$6.38. \quad \text{a) } \text{a} \text{a}; \quad \text{b) } \text{g} \text{o}.$$

$$6.39. \quad \text{a) } \text{g} \text{o}; \quad \text{b) } \text{g} \text{o}.$$

$$6.40. \quad \text{a) } 4; \quad \text{b) } \frac{11}{7}; \quad \text{g) } 0; \quad \text{d) } 0.$$

$$6.41. \quad \text{a) } \infty; \quad \text{b) } \infty; \quad \text{g) } -2; \quad \text{d) } \frac{7}{9}.$$

$$6.42. \quad \text{a) } -\frac{1}{2}; \quad \text{b) } -\frac{3}{2}.$$

$$6.43. \quad \text{a) } \frac{1}{2}; \quad \text{b) } 2; \quad \text{g) } \infty; \quad \text{d) } \infty.$$

$$6.44. \quad \text{a) } 0; \quad \text{b) } 0; \quad \text{g) } 15; \quad \text{d) } 24.$$

$$6.45. \quad \text{a) } 0; \quad \text{b) } \infty.$$

$$6.46. \quad \text{a) } -\frac{2}{7}; \quad \text{b) } 3; \quad \text{g) } 2; \quad \text{d) } \frac{2}{3}.$$

$$6.47. \quad \text{a) } \frac{3}{2}; \quad \text{b) } -\frac{6}{5}; \quad \text{g) } 3\sqrt{5}.$$

$$6.48. \quad \text{a) } 0; \quad \text{b) } 3; \quad \text{g) } \frac{1}{2}; \quad \text{d) } 0.$$

$$6.49. \quad a = 1, \quad b = -2.$$

$$6.50. \quad a = 1, \quad b = -3, \quad c = 9.$$

$$6.51. \quad \text{a) } 5; \quad \text{b) } 3.$$

$$6.52. \quad \text{a) } 1; \quad \text{b) } -3; \quad \text{g) } 0, \pm 2; \quad \text{d) } \emptyset.$$

- 6.53. ა)  $0, \pm\sqrt{2}, -1$ ; ბ)  $\emptyset$ ; გ) 4; დ) 5.
- 6.54. ა) 1, 5; ბ) -2, 3.
- 6.55. ა) ასაცილებელი; ბ) ასაცილებელი.
- 6.56. ა) ნახტომის; ბ) ნახტომის; გ) ნახტომის;  
დ)  $x = -1$ , ნახტომის.
- 6.57. ა)  $x = -1$  და  $x = 1$ , ნახტომის;  
ბ)  $x = 1$ , ნახტომის; გ)  $x = 1$ , ნახტომის.
- 6.58. ა)  $a = 1$ ; ბ)  $a = 4$ .
- 6.59. 781, 25.
- 6.60. 4000.
- 6.61. 950; 36100.
- 6.62. 900; 9.
- 6.63. 8100; 9.
- 6.64. 10.
- 6.65. 40.
- 6.66.  $(AC) = \frac{50}{Q} + 58$ .
- 6.67.  $\Pi = -2Q^2 + 72Q - 70$ ; ბ) 1; 35; გ) 18.
- 6.68.  $\Pi = -7Q^2 + 140Q - 40$ ; ბ) 10; 80.
- 6.69. 5500.
- 6.70.  $(FC) = 50$ ,  $(VC) = 1050$ .
- 6.71.  $\Pi = 2Q - 400$ ; -200; 0; 200.
- 6.72. 2500; 3000.
- 6.73. ა) 300; ბ)  $2 < P \leq 3, 2$ .
- 6.74.  $2, 5 < P \leq 4, 5$ .
- 6.75. ა) 500; ბ) ხელსაყრელია.
- 6.76.  $\Pi = -3Q^2 + 28Q - 20$ ; ა)  $\frac{1}{3}$ ; 9; ბ) 2;  $\frac{22}{3}$ .
- 6.77.  $\Pi = -Q^2 + 44Q - 20$ ; ა) 22; ბ) 42 ან 2.

6.78.     $\text{a)}$   $10 < Q < 64$ ;     $\text{b)}$  729.

6.79.     $\text{a)}$   $7 \leq Q \leq 25,5$ ;     $\text{b)}$  171, 125.

6.80.        20.

## შინაარსი

თავი I.	ელემენტარული მათემატიკა და ეკონომიკის უმარტივესი მოდელები .....	3
თავი II.	მატრიცები და დეტერმინანტები .....	31
თავი III.	წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები ..	40
თავი IV.	ფინანსური მათემატიკის ელემენტები .....	47
თავი V.	რიცხვითი მიმდევრობები. კაპიტალის უწყვეტი ნამატი. დისკონტირება უწყვეტი დარიცხვის შემთხვევაში .....	68
თავი VI.	ამონაგების, დანახარჯისა და მოგების ფუნქციები. ფუნქციის ზღვარი. ფუნქციის უწყვეტობა .....	81
პასუხები .....		95
I თავი .....		95
II თავი .....		101
III თავი .....		104
IV თავი .....		106
V თავი .....		112
VI თავი .....		114