ზვიად ჭილაძე

ოცნება ვიზიტის კვალი

მ. მირიანაშვილი

ზოგადი ფიზიკის კურსი

ნაწილი მეოთხე

(მოლეკულური ფიზიკა)

საქართველოს სსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულია სახელმძღვანელოდ სახელმწიფო უნივერსიტეტის სტუდენტებისათვის

მეოთხე გადამუშავებული გამოცემა

გამომცემლობა „განათლება“
თბილისი—1966

53
8 706

ზოგადი ფიზიკის კურსის მეორე ნაწილი წარმოადგენს 1946 წელს გამოსულ წიგნის გადამუშავებულსა და შევსებულ გამოცემას. მასში პირველი წიგნიდან გადმოტანილია სტატისტიკური ფიზიკის თავები, რომლებიც საფუძვლიანად გადამუშავდა. დანარჩენ თავებში მასალა განახლებული და შევსებულია.

მასალის დალაგებისა და გადმოცემის სქემა ძირითადად უცვლელი დარჩა; წინა პლანზე წამოწეულია მოლეკულური ფიზიკის იმ ძირითადი ცნებები, როგორიცაა ალბათობა, განაწილების ფუნქცია, სტატისტიკური წონასწორობა, მიკრო- და მაკრომდგომარეობანი, თერმოდინამიკური ალბათობა, ენტროპია, სითბოს რაოდენობისა და მუშაობის სტატისტიკური გაგება და სხვ.

ყოველი თერმოდინამიკური ცნება და კანონი დაყვანილია სტატისტიკურ საფუძველზე. ცალკეული აგრეგატული მდგომარეობანი განხილულია ატომურ-მოლეკულურ თეორიაზე დაყრდნობით, რაც საშუალებას გვაძლევს ერთიანი თვალსაზრისით განვიხილოთ მაკროსხეულებში მიმდინარე მოვლენების მექანიზმი.

მაკროსკოპული სხეულების შესწავლის ძირითადი მეთოდები

კურსის პირველ ნაწილში განვიხილეთ მატერიალურ წერტილთა ურთიერთქმედებისა და მოძრაობის კანონები. მეთოდი, რომლის საშუალებითაც ხდებოდა ცალკეული წერტილების მოძრაობის ხასიათის გამოკვლევა, პირველ ყოვლისა, მოითხოვდა წერტილთა შორის ურთიერთქმედების ხასიათის ცოდნას. ამის შემდეგ იწერებოდა მოძრაობის განტოლებები, რომელთა რიცხვი ისეთივეა, როგორიც სისტემის თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი, და ხდებოდა მათი ამოხსნა. ამოხსნის შედეგად მიღებული მუდმივები განსაზღვრული უნდა ყოფილიყო საწყისი პირობების საშუალებით.

ცხადია, რაც უფრო მეტია ნაწილაკთა რიცხვი, მით უფრო რთული იქნება ამ მეთოდის გამოყენება; მაგალითად, გრავიტაციული ურთიერთქმედების განხილვის დროს უკვე ვნახეთ, რომ სამი წერტილის შემთხვევაშიც კი შეუძლებელია მათი მოძრაობის ხასიათის ზუსტი განსაზღვრა. ამ გარემოებითაა გამოწვეული ისიც, რომ შეუძლებელი ხდება მექანიკის მეთოდის გამოყენება მაკროსხეულებისათვის, ე. ი. ნაწილაკთა დიდი რიცხვისაგან შემდგარი სხეულებისათვის. კარგადაა ცნობილი, რომ ყოველი სხეული, რომელიც ბუნებაში გვხვდება, შედგება ატომებისა და მოლეკულების მეტად დიდი რიცხვისაგან; მაგალითად, შემდეგ გამოვარკვევთ, რომ ნორმალური წნევისა და ტემპერატურის პირობებში გაზის ერთ კუბურ სანტიმეტრში იმყოფება დაახლოებით 10^{20} მოლეკულა. თვით ატომებიც არ წარმოადგენს ნივთიერ წერტილებს. ისინი შედგებიან ატომბირთვისა და მის ირგვლივ მოძრავი ელექტრონებისაგან. ცხადია, ყოველად შეუძლებელია გამოვიყენოთ ასეთი სისტემისათვის მექანიკის ჩვეულებრივი მეთოდი, ე. წ. დინამიკური მეთოდი მოძრაობის განტოლებათა შედგენისა და ამოხსნისა ყოველი ნაწილაკისათვის. ამ მრავალ ნაწილაკს შორის ურთიერთქმედე-

ბა იმდენად რთულია, რომ შეუძლებელია შესაბამისი პოტენციალური ენერგიის გამოთვლა და, კიდეც რომ შესაძლებელი იყოს მისი მონახვა, ვერ შევძლებდით უაღრესი მოძრაობის განტოლების ამოხსნას, მით უმეტეს, რომ სრულიად უცნობია ცალკეული ნაწილაკის საწყისი პირობები.

ყოველივე ეს ცხადყოფს, რომ მაკროსხეულების შესწავლის დროს უნდა მივმართოთ სხვა მეთოდებს. ვინაიდან შეუძლებელია ცალკეული ნაწილაკების მოძრაობის დინამიკური შესწავლა, იძულებული ვიქნებით შევისწავლოთ მაკროსხეული, როგორც მთლიანი სისტემა, და უგულებელვყოთ ცალკეული ნაწილაკის ინდივიდუალური ხასიათი. ჩვენთვის აღარ ექნება მნიშვნელობა ცალკეული ნაწილაკის დამახასიათებელ სიდიდეებს, ვინაიდან მათი უშუალო გაზომვა და გამოყენება შეუძლებელია; მაგალითად, ვერ დავსვამთ საკითხს, თუ როგორია რომელიმე გარკვეული მოლეკულის სიჩქარე აღებულ მომენტში ან როგორია მისი კინეტიკური ენერგია. ეს სიდიდეები სრულიად არ არის დამახასიათებელი მაკროსხეულებისათვის, როგორც მთლიანი სისტემისათვის.

მაკროსხეულების თვისებების დინამიკური მეთოდით განხილვის სირთულე ცხადყოფს, რომ საჭიროა შემუშავება ახალი მეთოდებისა, რომლებიც საშუალებას მოგვცემენ გავერკვეთ ამ სხეულებში მიმდინარე პროცესების ბუნებასა და კანონზომიერებაში, თუმცა არა ისეთი დიდი სიზუსტითა და თანმიმდევრობით, როგორც ამას მოითხოვს დინამიკური მეთოდი, მაგრამ მაინც იმდენად სრულად, რამდენადაც ეს საჭიროა და შესაძლებელი. მრავალი ნაწილაკისაგან შემდგარი სისტემის თვისებების შესწავლისათვის მეცნიერებამ ორი მეთოდი შეიმუშავა. ერთი მეთოდი, რომელსაც ფენომენოლოგიური მეთოდი ეწოდება, არ აქცევს ყურადღებას სხეულების შინაგან აგებულებას, არ განიხილავს მათ, როგორც მცირე ნაწილაკების ერთობლიობას, შეისწავლის მათ თვისებებს უშუალო ექსპერიმენტის საშუალებით და ამ ექსპერიმენტებზე დამყარებით შემოღებული ცნებების და დადგენილი კანონზომიერების საშუალებით გვაძლევს განსახილველი მოვლენების თანმიმდევრულ თეორიას. როგორ ხდება ამ მეთოდით სხეულის თვისებების შესწავლა? პირველ ყოვლისა, განისაზღვრება სხეულის მდგომარეობის დამახასიათებელი სიდიდეები: მოცულობა, ტემპერატურა, წნევა, სითბოს რაოდენობა და ა. შ. მაგალითად, წნევა განისაზღვრება, როგორც ზედაპირის ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალა, ტემპერატურა განისაზღვრება, როგორც სხეულის სითბური მდგომარეობის დამახასიათებელი სიდიდე და იზომება რაიმე თერმომეტრით, პირობით შერჩეული

სკალის საშუალებით და ა. შ. შემდეგ უშუალო ცდებით მყარდება კავშირი ამ სიდიდეებს შორის და გამოიყვანება სათანადო კანონები, მაგალითად, ისეთი, როგორიცაა: ბოილ მარიოტის ან გეი-ლუსაკის კანონები ზოგიერთი გაზისათვის. ასევე განისაზღვრება სითბოს რაოდენობა მიღებული სხეულის მიერ ან მისი გაფართოების დროს შესრულებული მუშაობა; მაგალითად, ამბობენ, რომ თუ წყლის ტემპერატურა გაიზარდა dt სიდიდით, მიღებული სითბოს რაოდენობა იქნება

$$dQ = mdt,$$

სადაც m არის წყლის მასა. ამ ტოლობის საშუალებით განისაზღვრება სითბოს საზომი ერთეული (კალორია), სხეულების სითბოტევადობა და ა. შ. ცდებისავე საშუალებით მტკიცდება, რომ რა გზითაც არ უნდა გადავიყვანოთ სხეული ერთი მდგომარეობიდან მეორეში, მის მიერ მიღებული dQ სითბოს რაოდენობის და მასზე შესრულებული dA მუშაობის ჯამი ყოველთვის ერთი და იგივე იქნება. ამ ჯამს ეწოდება სხეულის ენერგიის ცვლილება dE და იწერება განტოლება

$$dE = dQ + dA,$$

გამომხატველი ე. წ. თერმოდინამიკის პირველი კანონისა.

ასეთი ფენომენოლოგიური განხილვისას სრულებით არ ისმის საკითხი, თუ როგორ არის აგებული სხეული ატომებისა და მოლეკულებისაგან, როგორი არის წნევა, ტემპერატურა, სითბოს რაოდენობა და სხვა სიდიდეები, დაკავშირებული ამ ნაწილაკების მოძრაობასთან, მათ სიჩქარესთან, კინეტიკურ და პოტენციალურ ენერგიასთან და ა. შ.

მრავალი ნაწილაკისაგან შემდგარი სხეულების თვისებების შესწავლის მეორე მეთოდი ცნობილია სტატისტიკური მეთოდის სახელწოდებით; იგი ანალოგიურია იმ სტატისტიკური მეთოდისა, რომელსაც საზოგადოებათმეცნიერებაში იყენებენ მასიური მოვლენების შესწავლისას. ვთქვათ, მაგალითად, ჩვენ გვსურს შევისწავლოთ რომელიმე ქვეყნის მოსახლეობა წლოვანების, განათლების, ეროვნების ან სხვა ნიშნის მიხედვით. ყოველი ამ ნიშანთაგანი დამახასიათებელია მოსახლეობის ყოველი წევრისათვის, მაგრამ მოსახლეობის აღწერის დროს არ დავიწყებთ ყოველი პიროვნებისათვის ამ ნიშნების ჩამოთვლას; მაგალითად, 1959 წელს ჩატარებული საკავშირო აღწერის შედეგად გამოირკვა, რომ წლოვანების მიხედვით მთელი მოსახლეობა განაწილებულია ისე, როგორც 1-ლ ცხრილშია ნაჩვენები.

ჩვენთვის საინტერესო და მნიშვნელოვანია (მთელი მოსახლეობის დახასიათების თვალსაზრისით) არა ის, თუ რა წლოვანებისაა ესა თუ ის პიროვნება, არამედ ის, თუ რამდენი პირია მოსახლეობაში, მაგალითად, 10-დან 20 წლამდე ან 20—30 წლამდე და ა. შ. როგორც ვხედავთ, მოსახლეობის დასახასიათებლად წლოვანების მიხედვით საჭიროა ვიცოდეთ მისი განაწილება სხვადასხვა წლოვანებათა შუალედებს შორის. ეს განაწილება შეიძლება გამოიხატოს ან ცხრილით, ან გრაფიკით, ან კიდევ ფორმულით. მაგალითად, 1-ლ ნახაზზე ნაჩვენებია საბჭოთა კავშირის მოსახლეობის წლოვანების მიხედვით განაწილების გრაფიკი. მართკუთხედების ორდინატები გვიჩვენებენ, თუ რამდენი ისეთი პირია (% %) მოსახლეობაში, რომელთა წლოვანება მოთავსებულია წლოვანებათა ამა თუ იმ შუალედში. ასეთი განაწილების ცოდნა საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ საშუალო მნიშვნელობა ამა თუ იმ სიდიდისა, მაგალითად, წლოვანებისა. ასევე შეიძლება გამოვთვალოთ მოსახლეობის სიმაღლის, დაბადებათა რიცხვის, სიკვდილიანობის და ა. შ. სიდიდეთა საშუალო მნიშვნელობანი, თუ ცნობილია სათანადო განაწილებანი. მოსახლეობის, როგორც მთლიანი სისტემის, დახასიათება შეიძლება სწორედ ასეთი საშუალო მნიშვნელობებით და არა ცალკეული პიროვნების აღწერით.

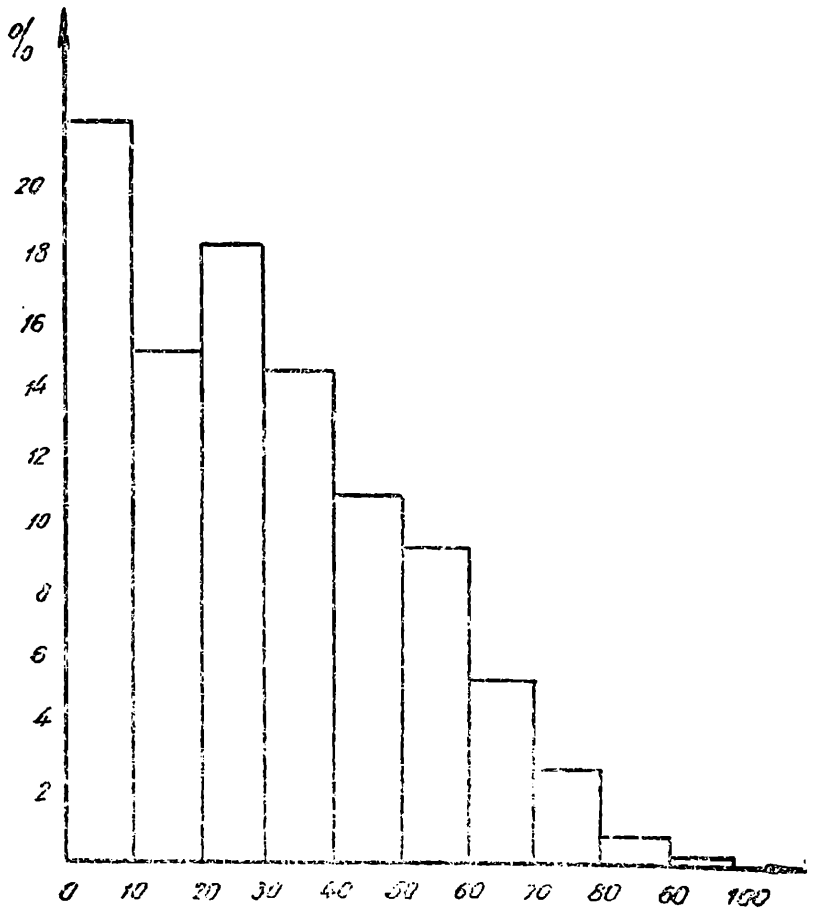
ცხრილი 1

წლოვანება	მოსახლ. რაოდენობა %
0— 9	22,2
10—19	15.2
20—29	18,4
30—39	14.7
40—49	10.9
50—59	9.2
60—69	5.6
70—79	2.9
80—89	0,8
90—99	0,1
100 და მეტი	უმნიშვნელო

სრულიად ანალოგიურად, მაკროსხეულის, როგორც მთლიანი სისტემის, დასახასიათებლად სრულებით არ არის საჭირო ცალკეული ნაწილაკების სიჩქარის, კინეტიკური ენერგიის, იმპულსის და სხვა სიდიდეების ცოდნა. საჭიროა მხოლოდ ვიცოდეთ ამ სიდიდეების მიხედვით მოლეკულების განაწილება და საშუალო მნიშვნელობანი. სტატისტიკური განხილვისათვის სრულებით არავითარი მნიშვნელობა არა აქვს, თუ აღებული პერიოდის განმავლობაში რა დაემართა გარკვეულ პიროვნებას (მოსახლეობის შემთხვევაში) ან გარკვეულ ნაწილაკს (მაკროსხეულის შემთხვევაში). ესა თუ ის პიროვნება (ნაწილაკი) სტატისტიკური მეთოდისათვის საინტერესოა მხოლოდ, როგორც მთლიანი ერთობლიობის ერთ-ერთი ელემენტი. მისი ინდივიდუალური თვისებები და ისტორია იმდენად არის მნი-

შვნელოვანი სტატისტიკისათვის, რამდენადაც ისინი საზღვრავენ მთელი ერთობლიობის დამახასიათებელ საშუალო სიდიდეს.

მეთოდს, რომლის საშუალებითაც შეისწავლება ობიექტების დიდი რიცხვისაგან შემდგარი სისტემა და რომელსაც საფუძვლად უძევს ცალკეული ობიექტების დამახასიათებელი სიდიდეების განა-



ნახ. 1.

წილება და საშუალო მნიშვნელობები, სტატისტიკური მეთოდი ეწოდება.

როგორც ვხედავთ, ფიზიკური მაკროსხეულების თვისებების შესწავლა შესაძლებელია ორი მეთოდით — ფენომენოლოგიური მეთოდით, რომელსაც კიდევ თერმოდინამიკური მეთოდი ეწოდება, და სტატისტიკური მეთოდით. ფენომენოლოგიური, ანუ თერმოდინამიკური, მეთოდის უპირატესობა იმაშია, რომ იგი არ არის დამო-

კიდებული მაკროსხეულების შინაგანი აგებულების ამა თუ იმ მოდელზე. ვინაიდან მის მიერ დადგენილი ცნებები და კანონზომიერებები უშუალო ექსპერიმენტზეა დამყარებული, ისინი მართებული იქნებიან მიუხედავად იმისა, თუ სხეულების შინაგანი აგებულების შესახებ რომელი თვალსაზრისი აღმოჩნდება სწორი. მაგრამ ამ უპირატესობასთან ერთად ფენომენოლოგიურ მეთოდს ფრიად მნიშვნელოვანი ნაკლიც ახასიათებს, ვინაიდან იგი უგულებელყოფს სხეულების შინაგან (ატომურ) აგებულებას და არ აკავშირებს მის მიერ შემოღებულ მაკროსიდიდეებს ცალკეული ნაწილაკის დამახასიათებელ მიკროსიდიდეებთან. იგი ვერ ხსნის მაკროსიდიდეებს შორის არსებულ შინაგან კავშირებს და ვერ არკვევს სხეულებში მიმდინარე პროცესების მექანიზმს. მაგალითად, თერმოდინამიკური მეთოდი ექსპერიმენტულად ამყარებს კავშირს იდეალური გაზის წნევას, მოცულობასა და ტემპერატურას შორის

$$pV = RT.$$

სტატისტიკურ მეთოდს კი თეორიულად გამოჰყავს ეს კავშირი, ვინაიდან როგორც წნევას, ისე ტემპერატურას იგი განიხილავს როგორც მოლეკულის სიჩქარესთან ან კინეტიკურ ენერგიასთან დაკავშირებულ მაკროსიდიდეებს. სტატისტიკური მეთოდი უფრო ღრმა არის, ვიდრე თერმოდინამიკური, ვინაიდან იგი ასაბუთებს ყველა თერმოდინამიკურ კანონზომიერებას მათი დაყვანით ატომურ და მოლეკულურ ურთიერთქმედებათა კანონებზე. მეორე მხრივ, სტატისტიკური მეთოდის ნაკლი იმაშია, რომ იგი იძულებულია გარკვეული დაშვებები გააკეთოს ნაწილაკების ურთიერთქმედებისა და მოძრაობის ხასიათის შესახებ და ამიტომაც მის მიერ დადგენილი კანონზომიერების კონკრეტული სახე მხოლოდ იმდენად იქნება მართებული, რამდენადაც მართებული აღმოჩნდება ეს დაშვებები.

რადგან ნივთიერების აღნაგობის ატომურ-მოლეკულური თეორია ახლა უკვე ეჭვს არ იწვევს, სავსებით მიზანშეწონილია დავაყაროთ ჩვენი შემდგომი მსჯელობა ამ თეორიაზე, ე. ი. ყოველი მაკროსხეული განვიხილოთ, როგორც ატომების ან მოლეკულების ერთობლიობა, სტატისტიკური მეთოდის გამოყენებით შევისწავლოთ მათი თვისებები და თეორიულად დავასაბუთოთ ექსპერიმენტულად დადგენილი თერმოდინამიკური კანონზომიერებანი.

სანამ თვით სტატისტიკური მეთოდის განხილვაზე გადავიდოდეთ, მოკლედ გავარჩიოთ თანამედროვე შეხედულებანი ნივთიერების აღნაგობის შესახებ. საჭირო იქნება აღვწეროთ ატომის შემა-

დგენელი ნაწილაკები და ატომურ-მოლეკულური თეორიის საფუძვლები, ვინაიდან ატომებისა და მოლეკულების აღნაგობისა და მათ შორის არსებული ურთიერთქმედების ხასიათის ცოდნის გარეშე შეუძლებელი იქნება მაკროსხეულების თვისებების შესწავლა. უფრო დაწვრილებით ეს საკითხები განიხილება ატომური ფიზიკისადმი მიძღვნილ თავში.

პირველი თავი

ნივთიერების აგებულება

§ 1. ნივთიერების შემადგენელი ძირითადი ელემენტარული ნაწილაკები

თანამედროვე ფიზიკაში ცნობილ ელემენტარულ ნაწილაკთა შორის არის სამი ელემენტარული ნაწილაკი, რომელიც წარმოადგენს ნივთიერების ძირითად სტრუქტურულ ელემენტს. ეს ნაწილაკებია: ელექტრონი, პროტონი და ნეიტრონი. ელექტრონი აღმოჩენილ იქნა XIX ს. ბოლოს, პროტონი XX ს. დასაწყისში, ხოლო ნეიტრონი 1932 წელს. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ჩვენ არ შევუდგებით ამ აღმოჩენების დაწვრილებით განხილვას, ვინაიდან ისინი საჭირო სისრულით გარჩეული იქნებიან ატომური ფიზიკისადმი მიძღვნილ ნაწილში. ჩვენი მიზანია მოკლედ დავახასიათოთ ამ ნაწილაკთა თვისებები, რადგანაც ეს საჭირო იქნება მათგან შედგენილი ატომებისა და მოლეკულების თვისებების გასარკვევად.

1. ელექტრონი. ეს ელემენტარული ნაწილაკი ყველა ნივთიერების ატომების შემადგენელი ნაწილია. იგი წარმოადგენს უმცირესი მასის და უმცირესი ელექტრული მუხტის მქონე ნაწილაკს (ჩვენ მხედველობაში არ ვიღებთ ელემენტარულ ნაწილაკებს, რომელთაც აქვთ ნულოვანი უძრაობის მასა და ნულის ტოლი მუხტი). გაზომვები გვიჩვენებენ, რომ ელექტრონის უძრაობის მასა არის

$$m_e = 9{,}108 \cdot 10^{-28} gr.$$

გარდა მასისა, მას ახასიათებს უარყოფითი ნიშნის ელექტრული მუხტი

$$e = -4{,}8 \cdot 10^{-10} CGSE.$$

ელექტრონის შინაგანი აგებულება (თუკი მასზე საერთოდ შეიძლება ლაპარაკი) ჯერ კიდევ სრულიად უცნობია. ცნობილია მხოლოდ, რომ მისი ზომა არ უნდა აღემატებოდეს $10^{-13} cm$, რაც იმდენად მცირე სიდიდეა, რომ ელექტრონი თითქმის ყოველთვის შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ნივთიერი წერტილი.

1925 წელს აღმოჩენილ იქნა, რომ ელექტრონს, გარდა მასისა და მუხტისა, ახასიათებს კიდევ საკუთარი იმპულსის მომენტი. ეს იმპულსის მომენტი არ არის დაკავშირებული ელექტრონის გადატანითს მოძრაობასთან. მისი თვალსაჩინოდ წარმოდგენისათვის შეიძლება დავუშვათ, რომ ელექტრონი არის თავის ღერძის ირგვლივ მბრუნავი მცირე ზომის სფერო (ბზრიალა). ამ საკუთარ მომენტს ეწოდება სპინ-მომენტი ან მოკლედ სპინი[1]. მისი რიცხვითი მნიშვნელობა აბსოლუტურ ერთეულებში არის

$$S_e = 0{,}527 \cdot 10^{-27} erg.sec.$$

2. პროტონი. ელექტრონისაგან განსხვავებით პროტონი მიეკუთვნება შედარებით „მძიმე" ელემენტარულ ნაწილაკთა ჯგუფს. მისი მასა დაახლოებით 1836-ჯერ მეტია, ვიდრე ელექტრონის მასა, და შემდეგი რიცხვით გამოისახება:

$$m_p = 1{,}6724 \cdot 10^{-24} gr.$$

პროტონი წარმოადგენს დადებითად დამუხტულ ნაწილაკს და მისი მუხტი სიდიდით ისეთივეა, როგორც ელექტრონის მუხტი.

$$e_p = +4{,}8 \cdot 10^{-10} CGSE.$$

მას, ისევე როგორც ელექტრონს, აქვს საკუთარი იმპულსის მომენტი, სიდიდით ელექტრონის სპინ-მომენტის ტოლი.

3. ნეიტრონი. ნეიტრონიც „მძიმე" ელემენტარულ ნაწილაკთა ჯგუფს მიეკუთვნება. მისი მასა სულ მცირეთი მეტია, ვიდრე პროტონის მასა.

$$m_n = 1{,}6748 \cdot 10^{-24} gr.$$

ელექტრული მუხტი ნეიტრონს არა აქვს, იგი ნეიტრალური ნაწილაკია და აქედან არის წარმომდგარი მისი სახელწოდება.

$$e_n = 0.$$

ნეიტრონს ისეთივე სპინ-მომენტი აქვს, როგორიც ელექტრონსა და პროტონს.

ნეიტრონი ერთი მნიშვნელოვანი თვისებით განსხვავდება ელექტრონისა და პროტონისაგან. მაშინ, როდესაც ელექტრონი და პროტონი სტაბილური, ე. ი. მდგრადი ნაწილაკებია და არ განიცდიან რაიმე თავისთავად გარდაქმნებს, ნეიტრონი არამდგრადია

---

[1] to spin ინგლისურად ნიშნავს ბრუნვას.

და თავისთავად იშლება პროტონად, ელექტრონად და კიდევ ერთ ელემენტარულ ნაწილაკად—ნეიტრინოდ. თავისუფალი ნეიტრონის სიცოცხლის ხანგრძლივობა დაახლოებით 12 წუთია. მაგრამ ატომბირთვში, რომლის შემადგენელ ნაწილსაც იგი წარმოადგენს, ნეიტრონი საკმარისად მდგრადია და ამიტომ სტაბილურ ნაწილაკად შეიძლება ჩაითვალოს.

ჩვენ ვხედავთ, რომ ელექტრონის, პროტონისა და ნეიტრონის (საზოგადოდ, ელემენტარული ნაწილაკების) მასები, თუ კი ისინი გრამებით არიან გაზომილი, ძალიან მცირე რიცხვებით გამოიხატება, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ გრამი არ წარმოადგენს მათთვის ხელსაყრელ ერთეულს. ამიტომაც, მათი და მათგან შედგენილი ნაწილაკებისათვის (ატომ-ბირთვები, ატომები და მოლეკულები) შემოღებულია მასის უფრო მცირე ერთეული, ე. წ. მ ა ს ი ს ა ტ ო მ უ რ ი ე რ თ ე უ ლ ი, რომელიც განისაზღვრება როგორც ჟანგბადის ატომის მასის ერთი მეთექვსმეტედი. მისი მნიშვნელობა, გამოხატული გრამებით, არის

$$1ME = 1{,}66 \cdot 10^{-24} gr^{1}$$

(ვინაიდან არსებობს ჟანგბადის რამდენიმე იზოტოპი (იხ. შემდეგ), რომელთაც სხვადასხვა მასა აქვთ, ჩეთანხმებულნი არიან, რომ მასის ატომური ერთეული არის ერთი მეთექვსმეტედი ჟანგბადის იმ იზოტოპის ატომის მასისა, რომლის ბირთვი რვა პროტონისა და რვა ნეიტრონისაგან შედგება).

ისევე როგორც მასის შემთხვევაში, ატომურ ფიზიკაში მუხტისათვის მიღებულია არა მუხტის აბსოლუტური ერთეული ($CGSE$), არამედ ე. წ. მუხტის ატომური ერთეული, რომელიც უდრის პროტონის მუხტს

$$1 \text{ ატ. ერთ. მუხტისა} = 4{,}8 \cdot 10^{-10} CGSE.$$

იმპულსის მომენტისათვისაც შემოღებულია ატომური ერთეული, რომელიც ელექტრონის გაორკეცებული საკუთარი იმპულსის მომენტის (სპინ-მომენტის) ტოლია

$$1 \text{ ატ. ერთ. იმპ. მომენტისა} = 1{,}054 \cdot 10^{-27} erg.sec = \frac{1}{2} S_{\circ}.$$

თუ გამოვიყენებთ ამ ატომურ ერთეულებს, მივიღებთ შემდეგ ცხრილს ელექტრონის, პროტონისა და ნეიტრონის დამახასიათებელი სიდიდეებისათვის.

---

[1] ბოლო წლებში მიღებულია ახალი შეთანხმება: მასის ატომურ ერთეულად მიღებულია ნახშირბადის იზოტოპ C^{12} ატომის მასის 1/12.

ცხრილი 2

ნაწილაკი \ სიდიდე	m	e	s
ელექტრონი	0,00548	—1	1/2
პროტონი	1,0076	+1	1/2
ნეიტრონი	1,009	0	1/2

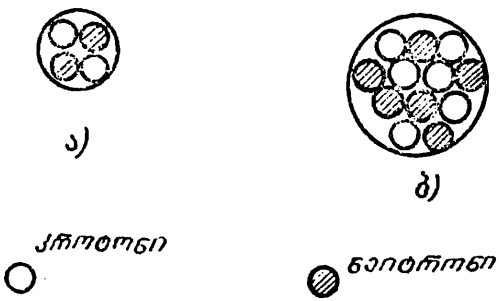
§ 2. ატომბირთვი და ატომი

ატომბირთვი წარმოადგენს პროტონებისა და ნეიტრონებისაგან შემდგარ მდგრად სისტემას. იმისდა მიხედვით, თუ რამდენი ნეიტრონი და პროტონი შედის ატომბირთვის შემადგენლობაში, მივიღებთ სხვადასხვა სახის ატომბირთვებს (ნახ. 2). აღვნიშნოთ ატომბირთვში შემავალი პროტონებისა და ნეიტრონების რიცხვი Z და N ასოებით. ვინაიდან ნეიტრონს მუხტი არა აქვს, ატომბირთვის მუხტისათვის მივიღებთ

$$e_A = Ze_p, \qquad (I,1)$$

თუ მუხტი ატომური ერთეულითაა გაზომილი $e_p = 1$ და ატომბირთვის მუხტი Z-ის ტოლი იქნება. ცხადია, რომ ატომბირთვი დადებითად დამუხტულ ნაწილაკს წარმოადგენს.

პირველი შეხედვით ატომბირთვის მასა უნდა გამოითვალოს მისი შემადგენელი ნაწილაკების მასების შეკრებით. მაგრამ ცდებით



ნახ. 2.

გამოირკვა, რომ ატომბირთვის მასა ყოველთვის ნაკლებია, ვიდრე მისი შემადგენელი ნაწილაკების მასების ჯამი. მაგალითისათვის განვიხილოთ ჰელიუმის ატომბირთვი, რომელიც შედგება ორი

პროტონისა და ორი ნეიტრონისაგან. პროტონებისა და ნეიტრონების მასების ჯამი არის

$$2.1{,}0076+2.1{,}009=4{,}0332\ ME.$$

ხოლო ჰელიუმის ატომბირთვის მასა არის

$$m_{\mathrm{He}}=4{,}00277\ ME.$$

როგორც ვხედავთ, ჰელიუმის ბირთვის მასა 0,00304 ME-თი ნაკლებია, ვიდრე მისი შემადგენელი ნაწილაკების მასების ჯამი, რაც იმას ნიშნავს, რომ, როდესაც ორმა პროტონმა და ორმა ნეიტრონმა ურთიერთქმედების შედეგად შეადგინეს მდგრადი სისტემა, ატომბირთვის მასა შემცირდა. ეს ფაქტი, რომელიც სავსებით ზოგადია და ყველა ატომბირთვს ეხება, სრულიად გაუგებარია კლასიკური ფიზიკის თვალსაზრისით. მექანიკაში ჩვენ ვნახეთ, რომ სხეულის მასა მუდმივი სიდიდეა და არ არის დამოკიდებული მის მდგომარეობაზე. აქ კი ვხედავთ, რომ ნაწილაკების შეერთების შედეგად მასა იცვლება. ამ უცნაური შედეგის ახსნა შესძლო მხოლოდ ფარდობითობის თეორიამ, რომლის თანახმად სხეულის მასა დამოკიდებულია მის ენერგიაზე და იცვლება ენერგიის შეცვლასთან ერთად. ამ თეორიის თანახმად, თუ სისტემის ენერგია ΔE სიდიდით შემცირდა, შემცირდება მისი მასაც შემდეგი სიდიდით:

$$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^2},\qquad (\mathrm{I},2)$$

სადაც c არის სინათლის სიჩქარე. ამ ფორმულას ჩვენ შემდეგ გამოვიყვანთ ფარდობითობის თეორიისადმი მიძღვნილ ნაწილში. ახლა კი გამოვიყენებთ მას ატომბირთვის მასის შემცირების ასახსნელად. ვინაიდან ატომბირთვის მდგრად სისტემას წარმოადგენს, მის დასარღვევად, ე. ი. შემადგენელ ნაწილაკებად დასაშლელად გარკვეული ენერგიაა საჭირო. ეს იმას ნიშნავს, რომ ატომბირთვის დარღვევისათვის მას უნდა მივანიჭოთ ენერგია და, მაშასადამე, მისი ენერგია დაშლამდე ნაკლებია, ვიდრე დაშლის შემდეგ. აქედან გამომდინარეობს, რომ, როდესაც რამდენიმე ნაწილაკი ქმნის მდგრად სისტემას, ენერგია მცირდება და გამოყოფილი ენერგია გარეშე სხეულებს გადაეცემა. ენერგიის შემცირება კი ფარდობითობის თეორიის თანახმად გამოიწვევს მასის შემცირებას. ამგვარად, მდგრადი სისტემის შექმნის დროს მასა მცირდება. ამიტომაც არის, რომ ატომბირთვის მასა ნაკლებია მისი შემადგენელი ნაწილაკების მასების ჯამზე. სხვაობას შემადგენელი ნაწილა-

კების მასების ჯამსა და სისტემის მასას შორის ეწოდება მასის დეფექტი და შემდეგი ფორმულით გამოისახება:

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M, \qquad (I,3)$$

სადაც M არის ატომბირთვის მასა.

ვინაიდან ატომბირთვი პროტონებს შეიცავს, რომელთაც დადებითი მუხტი აქვთ, ამ ნაწილაკებს შორის იმოქმედებენ განზიდვის ხასიათის კულონური ძალები (ელექტრული განზიდვა). ნეიტრონები ნეიტრალური არიან და ამიტომ, როგორც მათ შორის, ისე მათ და პროტონებს შორის ელექტრული ურთიერთქმედება არ იქნება. ვინაიდან ატომბირთვი ძალიან მდგრადი სისტემაა, ცხადია, რომ მის შემადგენელ ნაწილაკებს შორის უნდა არსებობდეს ძლიერი მიზიდვის ძალები, რომლებიც შესამჩნევად უნდა სჭარბობდნენ ელექტრული განზიდვის ძალებს პროტონებს შორის. ბირთვულ ნაწილაკებს შორის მოქმედ ძალებს, რომლებიც ანიჭებენ ატომბირთვს მდგრადობას, ბირთვული ძალები ეწოდებათ. ჩვენ არ შევუდგებით მათ განხილვას, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ისინი ძალიან ძლიერი ძალებია, მოქმედებენ მხოლოდ მცირე მანძილებზე და სწრაფად მცირდებიან მანძილის გადიდებისას. ეს ძალები პროტონებსა და ნეიტრონებს შორის შესამჩნევი არიან მხოლოდ $10^{-13}cm$ რიგის მანძილზე და ამიტომაც არის, რომ ატომბირთვების ხაზოვანი ზომები სწორედ ამ რიგისაა. მიახლოებით ატომბირთვის ზომა შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით

$$R \sim 1{,}4 \cdot 10^{-13} A^{1/3},$$

სადაც $A = Z + N$ არის ატომბირთვის შემადგენელი პროტონებისა და ნეიტრონების საერთო რიცხვი, ხოლო R—მისი რადიუსი.

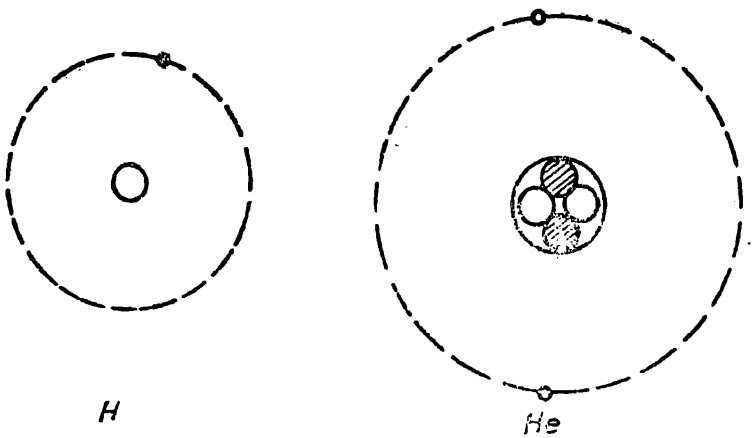
როგორც ზემოთ ვნახეთ, ატომბირთვი წარმოადგენს დადებითად დამუხტულ ნაწილაკს, ამიტომაც იგი თავისუფალ მდგომარეობაში ძალიან იშვიათად გვხვდება. ჩვეულებრივად, იგი გარშემორტყმულია ელექტრონებით და უმეტეს შემთხვევაში ელექტრონების რაოდენობა ისეთია, რომ მთელი სისტემა ნეიტრალურია.

ატომბირთვის და მის ირგვლივ მოძრავი ელექტრონებისაგან შედგენილ ნეიტრალურ სისტემას ეწოდება ატომი.

იმისდა მიხედვით, თუ როგორია ატომბირთვის მუხტი და, მაშასადამე, მის ირგვლივ მოძრავი ელექტრონების რიცხვი, ჩვენ მივიღებთ სხვადასხვაგვარ ატომებს. დღემდე ცნობილია 104 სხვადასხვა გვარის ატომი, რომელთა შორის ზოგიერთი მხოლოდ ხელოვ-

ნურად არის მიღებული. ცხადია, რომ ყველაზე მარტივია ატომი, რომლის ატომბირთვი მხოლოდ ერთ პროტონს შეიცავს, ეს არის წყალბადის ატომი. იგი შედგება ერთი პროტონისაგან (რომელიც ატომბირთვის როლს თამაშობს) და მის ირგვლივ მოძრავი ერთი ელექტრონისაგან. ატომის გვარობას ჩვენ დავახასიათებთ ატომბირთვში მყოფი პროტონების რიცხვით, ე. ი. ატომბირთვის მუხტით Z.

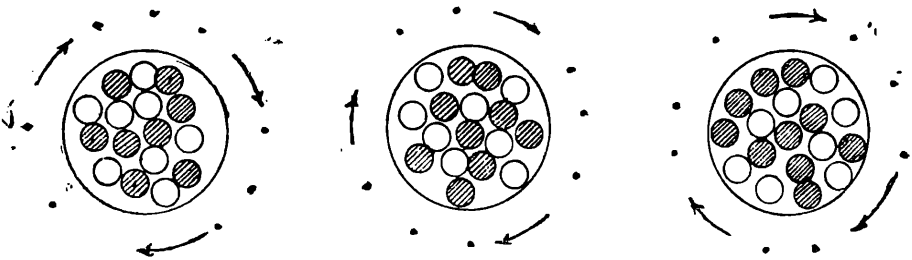
ერთისა და იმავე გვარის ატომების ერთობლიობას ქიმიური ელემენტი ეწოდება. მაგალითად, $Z=1$ ატომბირთვის მქონე ატომების ერთობლიობა გვაძლევს გარკვეულ ქიმიურ ელემენტს—წყალბადს, $Z=2$ ატომბირთვის მუხტის მქონე ატომების ერთობლიობა—ჰელიუმს და ა. შ. ყოველ ელემენტს (და აგრეთვე მის ატომს) აქვს შემოკლებული აღნიშვნა: წყალბადს—H, ჰელიუმს—He, ჟანგბადს—O და ა. შ. (ნახ. 3).



ნახ. 3.

ატომის გვარობა ჩვენ დავახასიათეთ ატომბირთვის მუხტის საშუალებით, მაგრამ ეს კიდევ არ არის საკმარისი ატომის სრული დახასიათებისათვის. მართლაც, ცნობილია მრავალი შემთხვევა, როდესაც ორ ატომს აქვს ატომბირთვის ერთი და იგივე მუხტი, ე. ი. ისინი ერთსა და იმავე ქიმიურ ელემენტს გვაძლევენ, მაგრამ მათი ატომბირთვები მაინც განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან; მაგალითად, გარდა ჩვეულებრივი წყალბადისა, ცნობილია კიდევ ორი სხვადასხვა წყალბადი. მაშინ, როდესაც ჩვეულებრივი წყალბადის ატომბირთვი ერთ პროტონს შეიცავს, მეორე (მძიმე) წყალბადის ატომბირთვი ერთი პროტონისა და ერთი ნეიტრონისაგან შედგება, მესამე (ზემძიმე) წყალბადის ატომბირთვი კი—ერთი პროტონისა და

ორი ნეიტრონისაგან. სამივე შემთხვევაში ატომბირთვის მუხტი ერთის ტოლია (ვინაიდან სამივე ატომბირთვში მხოლოდ ერთი პროტონი შედის), მაგრამ მასები სხვადასხვაა. სამივე წყალბადის შემთხვევაში ატომბირთვის ირგვლივ ერთი ელექტრონი მოძრაობს და ამიტომ ქიმიური თვისებები ძირითადად ერთნაირია. ასევე ცნობილია ჟანგბადის სამნაირი ატომი. ჩვეულებრივ (O^{16}) ჟანგბადის ატომბირთვში შედის რვა პროტონი და რვა ნეიტრონი, მაგრამ არსებობს უფრო მძიმე ჟანგბადი (O^{17}), რომლის ატომბირთვი შეიცავს რვა პროტონსა და ცხრა ნეიტრონს. ძალიან მცირე რაოდენობით აღმოჩენილია აგრეთვე კიდევ უფრო მძიმე ჟანგბადი (O^{18}) რვა პროტონითა და ათი ნეიტრონით ატომბირთვში. აქაც სამივე შემთხვევაში ატომბირთვის მუხტი არის რვა და მის ირგვლივ რვა ელექტრონი მოძრაობს (ნახ. 4).



ნახ. 4.

ერთისა და იმავე ელემენტის სხვადასხვა სახეობას, რომელთა ატომბირთვებს აქვთ ერთი და იგივე მუხტი, მაგრამ სხვადასხვა მასა (ნეიტრონების სხვადასხვა რიცხვი), იზოტოპები ეწოდებათ; მაგალითად, ცნობილია წყალბადის სამი იზოტოპი (H^1, H^2, H^3), ჟანგბადის სამი იზოტოპი (O^{16}, O^{17}, O^{18}), აზოტის ორი იზოტოპი (N^{14}, N^{15}), და ა. შ. სიმბოლოსთან ზევით დასმული რიცხვი გვიჩვენებს ნეიტრონებისა და პროტონების საერთო რაოდენობას ატომბირთვში. უკანასკნელი წლების განმავლობაში აღმოჩენილია სხვადასხვა ელემენტის იზოტოპების ძალიან დიდი რაოდენობა. ზოგი მათგანი მხოლოდ ხელოვნურად არის მიღებული.

მოცემული ელემენტის ყველა იზოტოპი ერთნაირი რაოდენობით არ გვხვდება ბუნებაში; მაგალითად; წყალბადის მძიმე იზოტოპის (H^2) რაოდენობა შეადგენს მსუბუქი წყალბადის (H^1) რაოდენობის 0,015%. ასევეა სხვა ელემენტების იზოტოპების შემთხვევაში. ჩვეულებრივი ქიმიური ელემენტი, რომელიც არსებობს ბუნებაში, წარმოადგენს მისი სხვადასხვა იზოტოპის ნარევს

ატომბირთვის ირგვლივ მოძრავი ელექტრონები მიიზიდებიან მის მიერ ელექტრული ძალების გამო, რომლებიც მოქმედებენ ყველა დამუხტულ ნაწილაკს შორის. ელექტრონების მოძრაობის ხასიათს ატომში ჩვენ არ განვიხილავთ, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ამ მოძრაობის თავისებურების ახსნა შეიძლება მხოლოდ კვანტური თეორიის საშუალებით. ელექტრონები მოძრაობენ გარკვეული ენერგიის სათანადო სტაციონარულ ორბიტებზე და ერთი ორბიტიდან მეორეზე გადასვლისას გამოასხივებენ ან შთანთქავენ ენერგიას სინათლის სახით. ელექტრონები საზღვრავენ ქიმიურ ურთიერთქმედებას, მათ შეერთებას ან დაშლას. საშუალო მანძილი, რომელზედაც იმყოფებიან ელექტრონები ატომბირთვიდან, დაახლოებით $10^{-8}cm$-ის რიგისაა, რაც იმას ნიშნავს, რომ ატომის ზომა დაახლოებით 100000-ჯერ მეტია, ვიდრე ატომბირთვის ზომა.

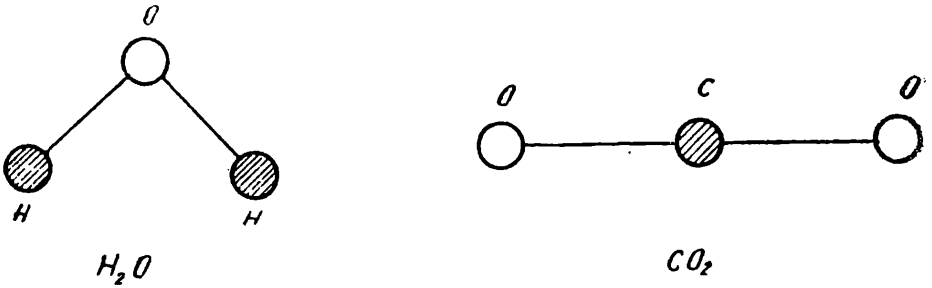
§ 3. მოლეკულა

რამდენიმე ატომისაგან შემდგარ მდგრად სისტემას ეწოდება მოლეკულა. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყოველი მოლეკულა არის ატომბირთვებისა და მათ ირგვლივ მოძრავი ელექტრონების ერთობლიობა. იმისდა მიხედვით, თუ რამდენი და როგორი ატომბირთვი და რამდენი ელექტრონი იღებს მონაწილეობას მოლეკულის შექმნაში, ჩვენ მივიღებთ სხვადასხვა სახის მოლეკულას. ყველა მოლეკულა შეიძლება ორ ჯგუფად გაიყოს. პირველ ჯგუფს მიეკუთვნებიან მოლეკულები, რომლებიც ერთისა და იმავე სახის ატომებისაგან შედგებიან. მეორე ჯგუფს მიეკუთვნებიან სხვადასხვა სახის ატომებისაგან შემდგარი მოლეკულები; მაგალითად, წყალბადის ორი ატომის შეერთებით ვღებულობთ წყალბადის მოლეკულას H_2 (ნიშნაკი გვიჩვენებს, თუ რამდენი ატომი შედის მოლეკულაში). ასეთი მოლეკულების ერთობლიობა იქნება ერთი ქიმიური ელემენტი, ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში წყალბადი. თავისთავად გასაგებია, რომ სხვადასხვა სახის ატომებისაგან შემდგარი მოლეკულების ერთობლიობა აღარ წარმოადგენს ერთ ქიმიურ ელემენტს. იგი იქნება მოლეკულაში შემავალი ატომების სათანადო ქიმიური ელემენტების ნაერთი. მაგალითისათვის განვიხილოთ წყლის მოლეკულა: იგი შედგება წყალბადის ორი ატომისა და ჟანგბადის ერთი ატომისაგან. სათანადო ფორმულა არის H_2O. ასეთი მოლეკულების ერთობლიობა არ წარმოადგენს არც ელემენტ წყალბადს და არც ელემენტ ჟანგბადს, იგი არის ამ ელემენტების ქიმიური ნაერთი.

იმისდა მიხედვით, თუ რამდენი ატომი შედის მოლეკულაში, ჩვენ ვღებულობთ ორ-, სამ- და ა. შ. ატომიან მოლეკულას; მაგა-

ლითად, H_2, O_2, HO არის ორატომიანი მოლეკულები, ხოლო H_2O, CO_2 და ა. შ.—სამატომიანი მოლეკულები (ნახ. 5). ხშირად გვხვდება მოლეკულები, რომლებიც შედგებიან ატომების მეტად დიდი რიცხვისაგან—განსაკუთრებით ხშირად ასეთი მოლეკულები გვხვდებიან ორგანულ ნივთიერებებში.

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ გამოისახება მოლეკულის მასა მასში შემავალი ატომების მასების საშუალებით. მოლეკულაში შე-



ნახ. 5.

მავალი ატომების მასები იყოს m_A, m_B,..... თუ მოლეკულაში შემავალი სხვადასხვა ატომის რიცხვებს აღვნიშნავთ N_A, N_B,.... ასოებით, მივიღებთ [1]

$$\mu = N_A m_A + N_B m_B + \cdots, \qquad (I,4)$$

სადაც μ არის მოლეკულის მასა. ამ მოლეკულის (და სათანადო ნაერთის) ქიმიური ფორმულა იქნება

$$A_{N_A} B_{N_B} \cdots$$

მაგალითისათვის გამოვითვალოთ წყლის მოლეკულის მასა. რადგანაც ჟანგბადის ატომის მასა არის 16, ხოლო წყალბადის ატომისა—1,008 (ატომური ერთეულებით), წყლის მოლეკულის მასისათვის მივიღებთ

$$\mu_{H_2O} = 1.16 + 2.1{,}008 = 18{,}016.$$

ნახშირბადის ჟანგისათვის ანალოგიურად მივიღებთ

$$\mu_{CO_2} = 1.12{,}004 + 2.16 = 44{,}004,$$

ვინაიდან ნახშირბადის (C) ატომის მასა არის 12,004.

ქიმიური ელემენტები ერთმანეთთან შეერთების დროს ყოველთვის ერთსა და იმავე ნაერთს არ გვაძლევს. მათ შეიძლება შექმ-

[1] ატომებიდან მოლეკულების შექმნის დროს შეიძლება არ მივიღოთ მხედველობაში მასის დეფექტი, ვინაიდან ამ შემთხვევაში გამოყოფილი ენერგიის სათანადო მასა პრაქტიკულად შეუმჩნეველია.

ნან სულ სხვადასხვა ნაერთი, მაგალითად, წყალბადი და ჟანგბადი, გარდა წყლისა (H_2O), გვაძლევს წყალბადის ზეჟანგს (H_2O_2). ნახშირბადი და ჟანგბადი, გარდა CO_2-ისა, გვაძლევს ნახშირბადის ჟანგს (CO) და ა. შ. ყოველი ასეთი ნაერთის მოლეკულას ექნება გარკვეული მასა, გამოსახული (I, 4) ფორმულით, რომელშიც N_A, N_B,... მთელ რიცხვებს ექნება სხვადასხვა მნიშვნელობა. ვინაიდან N_A, N_B,... მთელი რიცხვებია, მივიღებთ ასეთ შედეგს: ელემენტები ნაერთებში შედის თავისი ატომების მასების ჯერადი მასებით. ეს შედეგი ქიმიის ერთ-ერთი ძირითადი დებულებაა.

ახლა გავარჩიოთ რამდენიმე ცნება, რომლებიც ხშირად შეგვხვდებიან. ესენია გრამ-ატომისა და გრამ-მოლეკულის ცნებები.

გრამ-ატომი (გრამ-მოლეკულა) ეწოდება ნივთიერების ისეთ რაოდენობას, რომლის მასა იმდენი გრამია, რამდენ მასის ატომურ ერთეულსაც შეიცავს ამ ნივთიერების ატომის (მოლეკულის) მასა.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ჟანგბადი. მისი ატომის მასა ატომური ერთეულებით არის 16. განსაზღვრის თანახმად, ჟანგბადის გრამ-ატომი იქნება 16 გ ჟანგბადი. ცხადია, რომ მისი გრამ-მოლეკულა იქნება 32 გ. ასევე, წყლის გრამ-მოლეკულა იქნება 18,016 გ წყალი. ახლა დავამტკიცოთ, რომ ყოველი ნივთიერების გრამ-ატომი (გრამ-მოლეკულა) შეიცავს ატომების (მოლეკულების) ერთსა და იმავე რიცხვს. ავიღოთ რომელიმე ნივთიერების გრამ-მოლეკულა. მასში არსებული მოლეკულების რიცხვი აღვნიშნოთ N_0-ით, მაშინ მისი მასა, გამოსახული გრამობით, იქნება

$$M_{gr} = N_0 \mu_{gr},$$

სადაც μ_{gr} არის მოლეკულის მასა გრამობით. მეორე მხრივ,

$$\mu_{gr} = 1{,}66.10^{-24}\mu,$$

სადაც μ არის მოლეკულის მასა ატომური ერთეულებით. აქედან მივიღებთ:

$$N_0 = \frac{1}{1{,}66.10^{-24}} \frac{M_{gr}}{\mu}.$$

მაგრამ, განსაზღვრის თანახმად, გრამ-მოლეკულის მასა M_{gr}, გრამობით გამოსახული, რიცხვობრივად ტოლია ატომური ერთეულებით გამოსახული მოლეკულის μ მასისა, ამიტომ

$$N_0 = \frac{1}{1{,}66.10^{-24}} \approx 6{,}02.10^{23}.$$

როგორც ვხედავთ, გრამ-მოლეკულაში შემავალი მოლეკულების რიცხვი ტოლია გრამიდან მასის ატომურ ერთეულში გადამყვანი კოეფიციენტისა და ამიტომ ერთი და იგივეა ყველა ნივთიერებისათვის. ანალოგიურად დამტკიცდება, რომ ასეთივეა გრამ-ატომში შემავალი ატომების რიცხვი.

გრამ-მოლეკულაში (გრამ-ატომში) შემავალი მოლეკულების (ატომების) რიცხვს ავოგადროს რიცხვი ეწოდება.

ატომიც და მოლეკულაც დამუხტული ნაწილაკებისაგან შემდგარი ნეიტრალური სისტემებია. მაგრამ ძალიან ხშირად გარეშე მოქმედების შედეგად მათ შეიძლება მოშორდეს ან დაემატოს ერთი ან რამდენიმე ელექტრონი, რის გამოც მივიღებთ ან დადებითად, ან უარყოფითად დამუხტულ სისტემას.

ატომს, მოლეკულას ან მოლეკულათა ჯგუფს, რომელთაც მოცილებული ან დამატებული აქვთ ერთი ან რამდენიმე ელექტრონი, იონი ეწოდება. მაგალითად, თუ ქლორის ატომს დავუმატებთ ერთ ელექტრონს, მივიღებთ ქლორის უარყოფით იონს Cl^-. თუ ნატრიუმის ატომს მოვაცილებთ ერთ ელექტრონს, მივიღებთ ნატრიუმის დადებით იონს Na^+ და ა. შ. ანალოგიურად მიიღება მოლეკულური იონები N_2^+ $(CO)^+$ და ა. შ.

§ 4. ურთიერთქმედება ელემენტარულ ნაწილაკებს, ატომებსა და მოლეკულებს შორის

წინა პარაგრაფებში გამოვარკვიეთ, რომ ნეიტრონებისა და პროტონების შეერთებით მიიღება ატომბირთვი. ატომბირთვი ელექტრონებთან ერთად გვაძლევს ატომს, ხოლო ატომები ერთმანეთთან შეერთებით—მოლეკულებს. ცხადია, ელემენტარული ნაწილაკების ასეთი შეერთება და მდგრადი სისტემის შექმნა შესაძლებელი იქნება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ნაწილაკებს შორის იარსებებს გარკვეული ხასიათის ურთიერთქმედება, ამიტომაც საჭიროა ზოგადად მაინც გავარკვიოთ ამ ურთიერთქმედების ბუნება. მისი უფრო დაწვრილებით გარჩევა მოცემული იქნება კურსის სათანადო ნაწილებში.

ვინაიდან ატომბირთვი დამუხტულია დადებითად, ხოლო მის ირგვლივ მოძრავი ელექტრონები—უარყოფითად, მათ შორის იმოქმედებს ელექტრული ხასიათის მიზიდვის ძალები. ცნობილია, რომ e_1 და e_2 მუხტების მქონე წერტილოვანი ნაწილაკები ურთიერთქმე-

დებს პოტენციალური ენერგიით $U=+\frac{e_1e_2}{r}$, სადაც r არის მანძილი ნაწილაკებს შორის. ეს ურთიერთქმედება მსგავსია გრავიტაციული ურთიერთქმედებისა, მაგრამ გაცილებით უფრო ძლიერია, ვიდრე უკანასკნელი.

მართლაც, როგორც მაგალითი, განვიხილოთ ურთიერთქმედება პროტონსა და ელექტრონს შორის. გრავიტაციული პოტენციალური ენერგია

$$U_g=-\gamma\frac{m_pm_e}{r},$$

სადაც m_p და m_e შესაბამისად პროტონისა და ელექტრონის მასებია.

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმა გვაძლევს

$$U_g=-6{,}6.10^{-8}.\frac{1{,}675.10^{-24}.9.10^{-28}}{r}\approx\frac{10^{-60}}{r}.$$

მეორე მხრივ, ელექტრული ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია

$$U_e=\frac{(4{,}8.10^{-10})^2}{r}\approx\frac{2.10^{-21}}{r},$$

საიდანაც ვღებულობთ

$$\frac{/U_g/}{U_e}\approx10^{-39}.$$

როგორც ვხედავთ, ელექტრული ენერგია 10^{39}-ჯერ მეტია, ვიდრე გრავიტაციული და ამიტომ ელემენტარული ნაწილაკების ურთიერთქმედების განხილვისას გრავიტაციული ურთიერთქმედება შეიძლება სრულიად არ მივიღოთ მხედველობაში. რჩება მხოლოდ ელექტრული ურთიერთქმედება, რაც ატომბირთვის ირგვლივ ელექტრონების მოძრაობის მიზეზია.

მართლაც, თეორია და ცდა გვიჩვენებს, რომ ელექტრული ურთიერთქმედება საკმარისია ელექტრული გარსის აღნაგობის ასახსნელად. უნდა აღინიშნოს, რომ ელექტრონების მოძრაობა ატომბირთვის ირგვლივ არ ემორჩილება კლასიკური მექანიკის კანონებს და მისი თავისებურების ასახსნელად საჭიროა თანამედროვე ფიზიკის ახალი თეორიის—კვანტური მექანიკის გამოყენება. ამ საკითხს უფრო დაწვრილებით განვიხილავთ ატომური ფიზიკისადმი მიძღვნილ ნაწილში.

ცხადია, ელექტრული ურთიერთქმედება პროტონებს შორის არსებობს ატომბირთვშიც, მაგრამ ეს ურთიერთქმედება განზიდვის

ხასიათისაა და ამიტომ მან არ შეიძლება გამოიწვიოს მდგრადი სისტემის შექმნა. ვინაიდან ნეიტრონები ნეიტრალური ნაწილაკებია, როგორც მათ შორის, ისე მათს და პროტონებს შორის ელექტრული ურთიერთქმედება არ იქნება. მაგრამ, მეორე მხრივ, ცნობილია, რომ ატომბირთვი ძალიან მდგრადი სისტემაა, გაცილებით უფრო მდგრადი, ვიდრე ატომი. აქედან გამომდინარეობს, რომ ბირთვულ ნაწილაკებს შორის უნდა არსებობდეს რაღაც ახალი ბუნების—მიზიდვის ხასიათის ძლიერი ურთიერთქმედება, რაც ატომბირთვის მდგრადობის მიზეზი უნდა იყოს. ბირთვული ურთიერთქმედების ხასიათი ჯერ კიდევ არ არის საბოლოოდ გარკვეული. ცნობილია მხოლოდ, რომ ბირთვული ურთიერთქმედების ენერგია ძალიან სწრაფად კლებულობს მანძილის ზრდასთან ერთად; სახელდობრ ირკვევა, რომ იგი შესამჩნევია მხოლოდ 10^{-13} სმ ან მასზე ნაკლებ მანძილზე, ამიტომაც არის, რომ ბირთვი სწორედ ამ ზომისაა.

ახლა განვიხილოთ ატომებს შორის ურთიერთქმედება. ცხადია, რომ ურთიერთქმედების ძალები დაიყვანება ატომების შემადგენელი ნაწილაკების (ატომბირთვებისა და ელექტრონების) ურთიერთქმედების ძალებზე. ამ ძალების ხასიათის თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად ჯერ დავუშვათ, რომ ატომები საკმაოდ შორ მანძილზე იმყოფებიან ერთმანეთისაგან. მარტივი გამოთვლებით შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ ატომბირთვებისა და ელექტრონების ურთიერთქმედების შედეგად ატომები სუსტად, მაგრამ მაინც მიიზიდება ერთმანეთისაკენ და ეს მიზიდვა მით უფრო ძლიერია, რაც უფრო ახლოსაა ისინი ერთმანეთთან. სათანადო პოტენციალური ენერგია

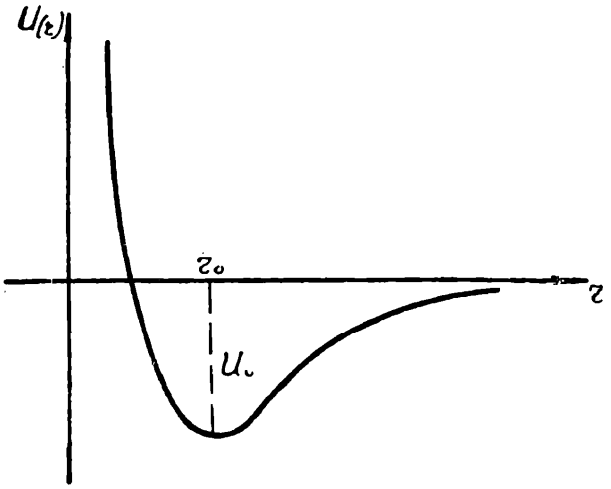
$$U = -\frac{A}{r^6}, \tag{I,5}$$

სადაც r არის ატომებს შორის მანძილი, ხოლო A—ატომების გვარობაზე დამოკიდებული მუდმივი კოეფიციენტი. ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ ურთიერთქმედება მიზიდვის ხასიათისაა. ამ ურთიერთქმედებას ვან-დერ-ვაალსის ურთიერთქმედება[1] ეწოდება. ახლა განვაგრძოთ ატომების მოახლოება. დავინახავთ, რომ ურთიერთქმედებას დაემატება ახალი, ე. წ. ვალენტური ურთიერთქმედება, გამოწვეული იმით, რომ ახლო მანძილზე ელექტრონებს შეუძლია გადასვლა ერთი ატომიდან მეორეზე. შეიძლება, მაგალითად, ერთი ატომის ელექტრონი გადავიდეს მეორეზე ისე, რომ შეიქმნეს ერთი

[1] ვან-დერ-ვაალსი—ცნობილი ჰოლანდიელი ფიზიკოსი.

უარყოფითი და ერთი დადებითი იონი. ასეთი გადასვლით შექმნილი იონების ურთიერთქმედება გამოიწვევს ატომის დამატებითს მიზიდვას, რამაც შეიძლება მოგვცეს ატომების ქიმიური ნაერთი—მოლეკულა. ამ ურთიერთქმედებას იონური ურთიერთქმედება ეწოდება. ვალენტური ურთიერთქმედების მეორე ნაწილს შეადგენს ელექტრონების ადგილების გაცვლით გამოწვეული ურთიერთქმედება. პირველი ატომის ელექტრონი გადადის მეორეზე, ხოლო მეორე ატომის ელექტრონი—პირველზე. ცხადია, რომ ამ გადასვლის გამო ელექტრონები გარკვეულ დროს დაყოფენ ატომებირთვებს შორის სივრცეში და ამით გამოიწვევენ მათს მიზიდვას. ურთიერთქმედების ამ სახეს გაცვლითი ურთიერთქმედება ეწოდება.

ვინაიდან ვალენტური ურთიერთქმედება გამოწვეულია ელექტრონების გადასვლით ერთი ატომიდან მეორეზე და ეს გადასვლა მით უფრო შესაძლებელია, რაც უფრო ახლოსაა ატომები ერთმა-



ნახ. 6.

ნეთთან, ეს ურთიერთქმედება შესამჩნევი იქნება მხოლოდ მცირე მანძილებზე. შორ მანძილზე იგი ძალიან სწრაფად კლებულობს და რჩება მხოლოდ ვან-დერ-ვაალსის ურთიერთქმედება.

ელექტრონების გადასვლით გამოწვეული ვალენტური ურთიერთქმედება არის მოლეკულის შექმნის მიზეზი. მართლაც, გამოვსახოთ ატომების ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიის მრუდი, როგორც მანძილის ფუნქცია (ნახ. 6). ეს მრუდი გვიჩვენებს, რომ ძალიან ახლო მანძილებზე ატომებს შორის იწყება განზიდვა, ისე რომ პოტენციალურ მრუდს აქვს მინიმუმის წერტილი, რომელშიც

მიზიდვა (შორ მანძილებზე) გადადის განზიდვაში. მინიმუმის წერტილს ეთანადება ატომების წონასწორობა და ეს წონასწორობა მდგრადია. ყოველთვის, როდესაც ატომებს შორის ურთიერთქმედების ენერგიას აქვს მინიმუმი, შეიძლება შეიქმნეს მდგრადი მოლეკულა.

როგორც გამოთვლები გვიჩვენებს, ატომებს შორის მანძილი 10^{-8} სმ-ის რიგისაა. გამოვარკვიოთ, რას გამოსახავს მინიმუმის შესაბამისი პოტენციალური ენერგია. ვთქვათ, უკვე შექმნილია მდგრადი მოლეკულა, ე. ი. ატომები მდებარეობს r_0 მანძილზე. დავიწყოთ მათი ერთმანეთისაგან დაშორება, რის გამოც პოტენციალური ენერგია დაიწყებს ზრდას და, უსასრულოდ დაშორებისას, გახდება ნულის ტოლი. იმისათვის, რომ ენერგია გავზარდოთ— U_0-დან 0-მდე, უნდა დავხარჯოთ U_0-ს ტოლი ენერგია. მეორე მხრივ, ატომების უსასრულოდ დაშორება ნიშნავს მდგრადი მოლეკულის დაშლას, ან, როგორც ხშირად ამბობენ, მის დისოციაციას. მაშასადამე, მოლეკულის დაშლისათვის უნდა დავხარჯოთ U_0 ენერგია. ამრიგად, U_0 არის მოლეკულის დისოციაციის ენერგია.

დაბოლოს, გავარჩიოთ მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედება. რადგან სხვადასხვა მოლეკულის ატომები უფრო შორსაა ერთმანეთისაგან, ვიდრე ერთ მოლეკულაში შემავალი ატომები, მათ შორის მოქმედი ვალენტური ძალები თითქმის შეუმჩნეველი იქნება. გვრჩება მხოლოდ ვან-დერ-ვაალსის ძალები, რომლებიც გამოისახება (1,5) ფორმულით. რასაკვირველია, თუ მოლეკულებს ძალიან დავაახლოებთ, ამოქმედდება განზიდვის ძალები.

მეორე თავი

სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი ცნებები

§ 5. ალბათობა, განაწილების ფუნქცია და საშუალო მნიშვნელობა. ფლუქტუაცია

სანამ შევუდგებოდეთ სტატისტიკური მეთოდის გამოყენებას მაკროსკოპული სხეულებისათვის, გავარჩიოთ ამისათვის საჭირო მათემატიკური ცნებები. მათგან პირველია ალბათობის ცნება. განვიხილოთ მარტივი მაგალითი: ვთქვათ, ვაგორებთ კამათელს და აღვნიშნავთ რიცხვს, რომელიც გამოჩნდება ზედა წახნაგზე. ცხადია, შესაძლებელია მხოლოდ შემდეგი ექვსი რიცხვის გამოჩენა: 1, 2, 3, 4, 5, 6. თუ კამათელი სრულიად სიმეტრიულია და, მაშასადამე, არც ერთი რიცხვის გამოჩენას უპირატესობა არა აქვს, შეიძლება ვთქვათ, რომ ყოველი მათგანის გამოჩენა ერთნაირად ალბათურია. საერთო შემთხვევათა რიცხვი არის ექვსი. ამ ექვსი შემთხვევიდან მხოლოდ ერთი შემთხვევა უწყობს ხელს, მაგალითად, რიცხვი 2-ის გამოჩენას. ამიტომაც ამბობენ, რომ რიცხვი 2-ის გამოჩენის ალბათობა არის $\frac{1}{6}$. ჩვენ ვხედავთ, რომ ალბათობა შემდეგნაირად გამოითვლება: განსახილველი მოვლენის მოხდენის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი უნდა გაიყოს შემთხვევათა საერთო რიცხვზე. ეს გვაძლევს ალბათობის შემდეგ განსაზღვრას: რაიმე მოვლენის მოხდენის ალბათობა არის ამ მოვლენის მოხდენის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვის შეფარდება შემთხვევათა საერთო რიცხვთან.

თუ A მოვლენის მოხდენის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი არის n_A, ხოლო შემთხვევათა საერთო რიცხვი N_A, A-ს ალბათობისათვის მივიღებთ

$$w_A = \frac{n_A}{N_A}. \qquad (\text{II},1)$$

ასეთია ალბათობის განმსაზღვრელი ფორმულა. მაგალითად, გვინდა გამოვითვალოთ კამათლის ზედა წახნაგზე ლუწი რიცხვის გამოჩე-

ნის ალბათობა. ვინაიდან ლუწი რიცხვებია 2, 4 და 6, ამ მოვლენის ხელშემწყობი რიცხვი იქნება სამი და ალბათობისათვის მივიღებთ

$$w=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

ცხადია, რომ ასეთივეა კენტი რიცხვის გამოჩენის ალბათობა. რასაკვირველია, არ უნდა გვეგონოს, რომ კამათლის 10-ჯერ გაგორებისას აუცილებლად ხუთჯერ გამოჩნდება ლუწი რიცხვი და ხუთჯერ — კენტი რიცხვი. ვინაიდან ყოველი რიცხვის გამოჩენა შემთხვევითი მოვლენაა, ასეთი მცირერიცხოვანი ცდების დროს რაიმე მოვლენის მოხდენის სიხშირე, ე. ი. მოვლენის მოხდენათა რიცხვის შეფარდება ცდების რიცხვთან არ იქნება ალბათობის ტოლი. შეიძლება, მაგალითად, ლუწი რიცხვი გამოჩნდეს რვაჯერ, მაგრამ დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ ცდების რიცხვის განუსაზღვრელად გაზრდის დროს მოვლენის მოხდენის სიხშირე თანდათან დაუახლოვდება ამ მოვლენის მოხდენის ალბათობას.

განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი: ვთქვათ, ჭურჭელში მოთავსებულია ხუთი თეთრი, ოთხი შავი და სამი წითელი ბირთვი. როგორია ამა თუ იმ ფერის ბირთვის ამოღების ალბათობები? ვინაიდან ბირთვების საერთო რიცხვი თორმეტია, ალბათობებისათვის მივიღებთ:

$$w_{თ}=\frac{5}{12},\quad w_{შ}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3},\quad w_{წ}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}.$$

განვიხილოთ ალბათობის ზოგიერთი თვისება. პირველ ყოვლისა, თვით განსაზღვრა გვიჩვენებს, რომ ალბათობა ყოველთვის მოთავსებულია 0-ისა და 1-ის ფარგლებში. მართლაც, ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი არ შეიძლება იყოს 0-ზე ნაკლები და შემთხვევათა საერთო რიცხვზე მეტი, ე. ი.

$$0\leqslant n_A\leqslant N.$$

აქედან, ცხადია,

$$0\leqslant w\leqslant 1. \qquad (\text{II},2)$$

ცხადია, რომ, თუ ალბათობა ნულის ტოლია, განსახილველი მოვლენის მოხდენა შეუძლებელია. მეორე მხრივ, თუ ალბათობა ერთის ტოლია, მოვლენა ყოველთვის მოხდება, ვინაიდან ამ შემთხვევაში ყოველი შემთხვევა ხელს უწყობს ამ მოვლენის მოხდენას. ასეთივე მსჯელობით შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ყველა შესაძლო მოვლენის მოხდენის ალბათობების ჯამი ერთის ტოლია, მაგალითად,

სხვადასხვა ფერის ბირთვების ზემოთ განხილულ შემთხვევაში სულ შესაძლებელია სამი სხვადასხვა ფერის ბირთვის გამოჩენა. თუ შევკრებთ ყველა ამ შემთხვევის ალბათობებს, მივიღებთ

$$w_{\text{წ}} + w_{\text{თ}} + w_{\text{შ}} = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = 1.$$

როგორც ვხედავთ, ყველა შესაძლო შემთხვევის ალბათობების ჯამი ერთის ტოლია. საზოგადოდ, თუ გვაქვს k მოვლენა, მათი ალბათობების ჯამისათვის მივიღებთ

$$\sum_{i=1}^{k} w_i = 1. \qquad \text{(II,3)}$$

დავსვათ ახლა ასეთი კითხვა. როგორია ალბათობა იმისა, რომ ამოღებულ იქნება ან თეთრი ან წითელი ბირთვი. ცხადია, რომ ამის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი არის რვა და ამიტომ ალბათობისათვის მივიღებთ

$$w_{\text{თ ან წ}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

მეორე მხრივ, ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ ეს ალბათობა არის თეთრი და წითელი ბირთვების ამოღების ალბათობათა ჯამი

$$w_{\text{წ ან თ}} = w_{\text{თ}} + w_{\text{წ}} = \frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8}{12}.$$

საზოგადოდ, შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ან 1, ან 2 მოვლენის მოხდენის ალბათობა პირველი და მეორე მოვლენების მოხდენის ალბათობების ჯამია

$$w_{1+2} = w_1 + w_2. \qquad \text{(II,4)}$$

w_{1+2} არის ალბათობა იმისა, რომ მოხდება ან პირველი, ან მეორე მოვლენა. (II,4) ფორმულით გამოსახულ კანონს ეწოდება ა ლ ბ ა თ ო ბ ე ბ ი ს შ ე კ რ ე ბ ი ს კ ა ნ ო ნ ი. ჩვენ არ მოგვიყვანია ამ კანონის ზუსტი დამტკიცება და ამიტომაც არ არის ცხადი, თუ რა პირობებშია იგი მართებული. ხომ არ არის ისეთი შემთხვევა, როდესაც ეს კანონი არ გამოდგება? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად მოვიქცეთ შემდეგნაირად. ერთ-ერთ თეთრ ბირთვს გავუკეთოთ რაიმე ნიშანი, მაგალითად, დავუსვათ წერტილი. გამოვითვალოთ, წერტილიანი ბირთვის ამოღების ალბათობა, რადგან ამ მოვლენას ხელს უწყობს მხოლოდ ერთი შემთხვევა (მხოლოდ ერთი ბირთვია

წერტილიანი), ალბათობა იქნება $\frac{1}{12}$. ახლა გამოვითვალოთ ალბათობა იმისა, რომ ამოღებული ბირთვი იქნება ან თეთრი, ან წერტილიანი. ალბათობის შეკრების კანონი რომ მართებული იყოს, ამ ალბათობისათვის მივიღებდით

$$\frac{5}{12}+\frac{1}{12}=\frac{6}{12}.$$

მაგრამ მარტივი განხილვა გვიჩვენებს, რომ ან თეთრი, ან წერტილიანი ბირთვის ამოღებას ხელს უწყობს ისევ მხოლოდ ხუთი შემთხვევა, რადგანაც წერტილიანი ბირთვის ამოღება იმავე დროს თეთრი ბირთვის ამოღებასაც ნიშნავს. ამიტომაც ან თეთრი, ან წერტილიანი ბირთვის ამოღების ალბათობა იქნება არა $\frac{6}{12}$, არამედ $\frac{5}{12}$.

რატომ არ შეიკრიბა ალბათობი ამ შემთხვევაში? იმიტომ, რომ თეთრი და წერტილიანი ბირთვის ამოღება არ არის ერთმანეთის გამომრიცხავი მოვლენები—წერტილიანი ბირთვის ამოღება—თეთრი ბირთვის ამოღებაა. მაშასადამე, ალბათობების შეკრება შეიძლება მხოლოდ ერთმანეთის გამომრიცხავი მოვლენებისათვის.

ახლა განვიხილოთ ალბათობის თეორიის მეორე კანონი — ალბათობათა გამრავლების კანონი. დავუბრუნდეთ ისევ კამათლის მაგალითს. გავაგოროთ ორი კამათელი და დავსვათ საკითხი იმის ალბათობის შესახებ, რომ პირველ კამათელზე გამოჩნდება რიცხვი 3, ხოლო მეორე კამათელზე—რიცხვი 4. ამისათვის ჯერ გამოვითვალოთ საერთო შემთხვევათა რიცხვი. ცხადია, რომ სხვადასხვა წყვილის რიცხვი არის 36 (ჩვენ ვასხვავებთ ერთმანეთისაგან შემთხვევას, როდესაც პირველ კამათელზეა 3 და მეორეზე 4, იმ შემთხვევისაგან, როდესაც პირველ კამათელზეა 4 და მეორეზე 3). პირველ კამათელზე 3-ის, ხოლო მეორე კამათელზე 4-ის გამოჩენას ხელს უწყობს მხოლოდ ერთი შემთხვევა და ამიტომ სათანადო ალბათობისათვის მივიღებთ $\frac{1}{36}$. ცხადია, იგი პირველ კამათელზე 3-ის გამოჩენის და მეორე კამათელზე 4-ის გამოჩენის ალბათობათა ნამრავლია: $\frac{1}{36}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$. თუ განვაზოგადებთ ამ შედეგს, შეიძლე-

ბა დავასკვნათ: ალბათობა იმისა, რომ მოხდება როგორც პირველი, ისე მეორე მოვლენა, არის პირველი და მეორე მოვლენების მოხდენის ალბათობათა ნამრავლი:

$$w_{12} = w_1 \cdot w_2, \qquad \text{(II,5)}$$

აქ w_{12} ნიშნავს როგორც პირველი, ისე მეორე მოვლენის მოხდენის ალბათობას.

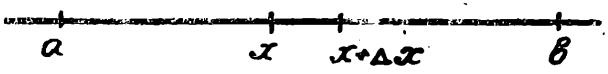
ამ კანონს ალბათობათა გამრავლების კანონი ეწოდება.

ისევე როგორც ალბათობების შეკრების კანონის შემთხვევაში, შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ალბათობათა გამრავლების კანონი მართებულია მხოლოდ დამოუკიდებელი მოვლენების შემთხვევაში.

ახლა განვიხილოთ უფრო რთული შემთხვევა, როდესაც შესაძლებელ შემთხვევათა რიცხვი იმდენად დიდია, რომ მათი ერთობლიობა შეიძლება განვიხილოთ როგორც უწყვეტი. დავიწყოთ მარტივი მაგალითის განხილვით. ვთქვათ, ყუთში მოთავსებულია 100 ბირთვი, რომლებზედაც დაწერილია რიცხვები 1-დან 100-მდე. ცხადია, რაიმე რიცხვის ამოღების ალბათობა არის $\frac{1}{100}$. გავზარდოთ ყუთში მოთავსებული ბირთვების რიცხვი, დავუმატოთ, მაგალითად, 99 ბირთვი და დავაწეროთ მათ ყველა მთელნახევრიანი რიცხვი $\left(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, \ldots\right)$. რადგან ბირთვების რაოდენობა იქნება 199, ყოველი რიცხვის ამოღების ალბათობა შემცირდება და გახდება $\frac{1}{199}$. ბირთვების დამატება და მათზე საშუალედო რიცხვების დაწერა კიდევ უფრო გაზრდის შესაძლებელ შემთხვევათა რიცხვს და შეამცირებს შუალედებს რიცხვებს შორის და ყოველი ცალკეული რიცხვის გამოჩენის ალბათობას. თუ შესაძლებელ შემთხვევათა რიცხვი ძალიან დიდია, ალბათობა ყოველი ცალკეული შემთხვევისათვის პრაქტიკულად ნულის ტოლი იქნება და აზრი აღარ ექნება იმ კითხვის დასმას, თუ როგორია ამა თუ იმ ცალკეული შემთხვევის ალბათობა.

ამიტომაც აღნიშნულ შემთხვევაში საკითხს სხვანაირად სვამენ, სახელდობრ, ითვლიან იმის ალბათობას, რომ ამოღებული რიცხვი გარკვეულ ფარგლებს შორის იქნება მოთავსებული. მაგალითად, ზემოთ განხილულ შემთხვევაში შეიძლება დავსვათ საკითხი იმის შესახებ, თუ როგორია ისეთი რიცხვის ამოღების ალბათობა, რო-

მელიც მოთავსებულია 10-სა და 20-ს შორის. საკითხის ასეთნაირად დასმა განსაკუთრებით მიზანშეწონილია მაშინ, როდესაც შესაძლებელ შემთხვევათა რიცხვი ძალიან დიდია. ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ სწორედ ასეთი საკითხი ჩვეულებრივად ისმება სტატისტიკაში. მართლაც, მაგალითად, მოსახლეობის სტატისტიკურად აღწერის დროს იმის შესახებ კი არ ისმის კითხვა, თუ რამდენი პიროვნებაა ზუსტად 20 წლისა (ასეთი პიროვნება შეიძლება საერთოდ არ იყოს, მით უმეტეს, თუ 20 წელს განვიხილავთ წამის სიზუსტით), არამედ იმის შესახებ, თუ რამდენი პიროვნებაა, რომელთა წლოვანება 15 და 25 წელს შორისაა, ე. ი. წლოვანების გარკვეულ შუალედში. ასეთნაირადვე ისმის კითხვა ყველა სხვა შემთხვევაშიც; მაგალითად, მაკროსხეულის შემადგენელი მოლეკულების შემთხვევაში ვერ ვიკითხავთ—რამდენ მოლეკულას აქვს ზუსტად 100 მ/წმ-ის ტოლი სიჩქარე? კითხვა ასე უნდა დაისვას: ყველა მოლეკულიდან რამდენს აქვს შუალედში 100 მ/წმ და 105 მ/წმ შორის ან რაიმე სხვა შუალედში მოთავსებული სიჩქარე? ყოველივე ზემოთქმული გამოვსახოთ მათემატიკურად. ვთქვათ, რაიმე x სიდიდე ყოველგვარ მნიშვნელობას ღებულობს (a, b) ინტერვალში. x-ის რაიმე გარკვეული მნიშვნელობა ავიღოთ და მის მახლობლად გადავზომოთ მცირე Δx შუალედი (ნახ. 7). დავსვათ კით-



ნახ. 7.

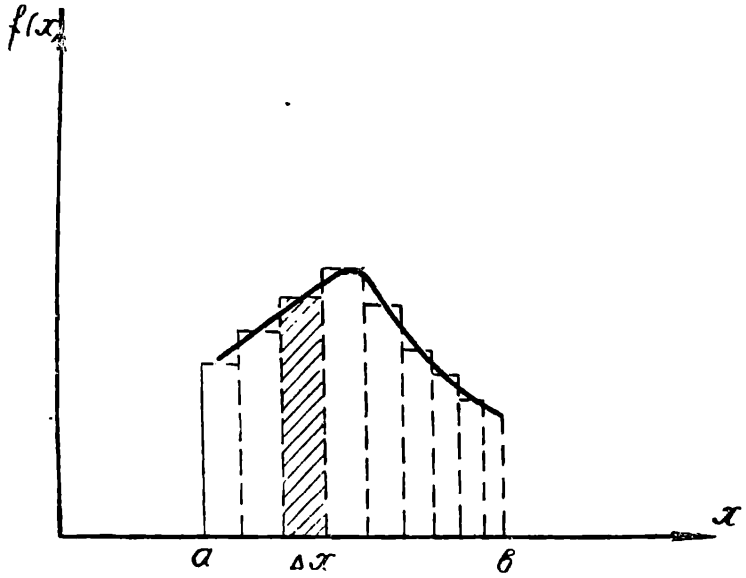
ხვა, როგორია ალბათობა იმისა, რომ x-ის მნიშვნელობა მოთავსდება x-სა და $x+\Delta x$ შორის? ცხადია, ეს ალბათობა დამოკიდებულია, ერთი მხრივ, Δx შუალედის ზომაზე (თუ Δx საკმარისად მცირეა, ალბათობა მისი სიდიდის პროპორციული იქნება). მეორე მხრივ, ეს ალბათობა დამოკიდებული იქნება x-ის იმ მნიშვნელობაზე, რომლიდანაც Δx-ის გადაზომვა ხდება. ამის თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად განვიხილოთ წლოვანების მიხედვით მოსახლეობის განაწილების ზემოთ მოყვანილი მაგალითი. შუალედად ავიღოთ 5 წელი ($\Delta x=5$). ცხადია, იმის ალბათობა, რომ პიროვნების წლოვანება იქნება 20 და 25 წლებს შორის ($\Delta x=20$), განსხვავებული იქნება იმის ალბათობისაგან, რომ პიროვნების წლოვანება არის 70 და 75 წლებს შორის. მართალია, ორივე შემთხვევაში შუალედი ერთისა და იმავე ზომისაა—$\Delta x=5$ წელს, მაგრამ წლოვანება, საიდანაც ითვლება შუალედი (პირველ შემთხვევაში 20 წელი, მეო-

რე შემთხვევაში 70 წელი), სხვადასხვაა და ამიტომ ალბათობებიც სხვადასხვა იქნება.

მაშასადამე, იმის ალბათობა, რომ რაიმე სიდიდე მოთავსებულია x-ს და $x+\Delta x$ შორის, პროპორციულია Δx-ისა და დამოკიდებულია x-ზე. ეს ალბათობა Δw-თი აღვნიშნოთ, მაშინ მივიღებთ

$$\Delta w = f(x)\,\Delta x, \qquad \text{(II,6)}$$

სადაც $f(x)$ გვიჩვენებს Δw-ს დამოკიდებულებას x-ზე. გრაფიკულად ეს შედეგი ასე შეიძლება გამოვსახოთ (ნახ. 8): x სიდიდე გა-



ნახ. 8.

დავზომოთ აბსცისთა ღერძზე. მთელი (a, b) შუალედი Δx ზომის შუალედებად გავყოთ და ყოველ მათგანზე ავაგოთ მართკუთხედი, რომლის სიმაღლე იქნება $f(x)$. ცხადია, ყოველი ამ მართკუთხედის ფართობი გვაძლევს იმის ალბათობას, რომ x სიდიდის მნიშვნელობა მოხვედრილია x და $x+\Delta x$ შორის. ორდინატთა ღერძზე გადაზომილია $f(x)$ ფუნქცია. თუ შესაძლო მნიშვნელობათა რიცხვი უსასრულოდ დიდია და უწყვეტია, Δx შუალედი შეიძლება ნებისმიერად შევამციროთ, რაც იმას ნიშნავს, რომ (II,6) ტოლობა შეიძლება შევცვალოთ დიფერენციალური ტოლობით (ნახ. 9)

$$dw = f(x)\,dx. \qquad \text{(II,7)}$$

$f(x)$ ფუნქციას, რომელიც გვიჩვენებს, როგორაა x-ის მნიშვნელობები განაწილებული (a, b) შუალედში, ეწოდება განაწილების ფუნქცია. თუ (II,7) ფორმულას დავწერთ შემდეგი სახით:

$$f(x)=\frac{dw}{dx}, \tag{II,8}$$

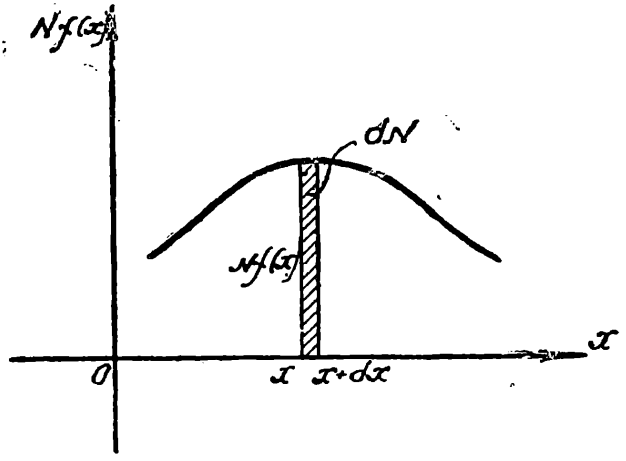
შეიძლება მარტივად, მაგრამ არაზუსტად, ვთქვათ—$f(x)$ არის იმის ალბათობა, რომ x მოხვედრილია ერთეულ შუალედში. ამიტომაც ხშირად $f(x)$ ფუნქციას ალბათობის სიმკვრივე ეწოდება. ხშირად მიზანშეწონილია განვიხილოთ არა ამა თუ იმ შუალედში მოხვედრის ალბათობა, არამედ რიცხვი ელემენტებისა, რომლებიც მოხვედრილია სათანადო შუალედში. რადგან განსაზღვრის თანახმად

$$dw=\frac{dn}{N},$$

სადაც dn არის სათანადო შუალედში მოხვედრილი ელემენტების რიცხვი, ხოლო N—ელემენტების საერთო რიცხვი (ითვლება, რომ N სასრულია, მაგრამ იმდენად დიდია, რომ განაწილება შეიძლება უწყვეტად ჩავთვალოთ); dn-ისათვის მივიღებთ

$$dn=N\,f(x)\,dx. \tag{II,9}$$

ხშირად განაწილების ფუნქცია ეწოდება არა $f(x)$, არამედ $Nf(x)$ ფუნქციას. ამ შემთხვევაში ორდინატთა ღერძზე გადაზომავენ $Nf(x)$



ნახ. 9.

სიდიდეს და, ცხადია, მაშინ მართკუთხედების ფართობები მოგვცემს არა ალბათობას, არამედ რიცხვს ელემენტებისა, რომლებიც მოხვდა ამა თუ იმ შუალედში (ნახ. 9).

ნათელია, რომ, თუ მოცემულია ალბათობის გრაფიკი, აბსცისთა ღერძის (a, b) მონაკვეთით, საწყისი და საბოლოო ორდინატებით და განაწილების მრუდით შემოსაზღვრული ფართობი იქნება ერთის ტოლი, ვინაიდან

$$\int_a^b dw = \int_a^b f(x)\,dx. \qquad \text{(II,10)}$$

იმ შემთხვევაში კი, როდესაც აღებულია ელემენტთა რიცხვის გრაფიკი, ე. ი. ორდინატთა ღერძზე გადაზომილია $Nf(x)$, სათანადო ფართობი ელემენტთა საერთო რიცხვის ტოლი იქნება

$$\int_a^b dn = N\int_a^b f(x)\,dx = N. \qquad \text{(II,11)}$$

ახლა განვიხილოთ საშუალო მნიშვნელობის ცნება. ელემენტარული მათემატიკიდან ცნობილია, რომ, თუ გვაქვს ორი რიცხვი a_1 და a_2, მათი საშუალო მნიშვნელობა მოიძებნება მათი შეკრებით და ორზე გაყოფით

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

ამ განმარტების განზოგადება იმ შემთხვევაზე, როდესაც სიდიდე ღებულობს არა ორ, არამედ მეტ მნიშვნელობას და ყოველი ეს მნიშვნელობა ერთნაირად ალბათურია, გვაძლევს შემდეგ ფორმულას საშუალო მნიშვნელობისათვის

$$\bar{a} = \frac{\Sigma a_i}{N}, \qquad \text{(II, 12)}$$

სადაც N არის ყველა შესაძლო მნიშვნელობის რიცხვი. ვთქვათ ახლა, რომ a_1 მნიშვნელობა გვხვდება n_1-ჯერ, a_2 მნიშვნელობა n_2-ჯერ და ასე შემდეგ. მაშინ, ცხადია, საშუალო მნიშვნელობა შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$\bar{a} = \frac{\Sigma n_i a_i}{N}, \qquad \text{(II,12}^1\text{)}$$

სადაც n_i არის რაოდენობა შემთხვევებისა, როდესაც $a = a_i$. მაგრამ უკვე ვიცით, რომ შეფარდება $\frac{n_i}{N}$ გვიჩვენებს ალბათობას იმისა, რომ a სიდიდეს აქვს მნიშვნელობა a_i-ური, ამიტომაც საშუალო მნიშვნელობის ფორმულა ასეც შეიძლება დაიწეროს:

$$\overline{a} = \sum w_i a_i. \qquad (II,13)$$

ეს ფორმულა გვაძლევს რაიმე სიდიდის საშუალო მნიშვნელობის შემდეგ განსაზღვრას: საშუალო მნიშვნელობა არის სიდიდის შესაძლო მნიშვნელობების და სათანადო ალბათობების ნამრავლთა ჯამი.

საშუალო მნიშვნელობის ეს განსაზღვრა საშუალებას გვაძლევს განვაზოგადოთ იგი იმ შემთხვევაზედაც, როდესაც განსახილველი სიდიდე უწყვეტად იცვლება. თუ ალბათობა იმისა, რომ რაიმე a სიდიდე მოთავსებულია a და $a+da$ მნიშვნელობებს შორის, არის dw, საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$\overline{a} = \int a dw. \qquad (II,14)$$

თუ ცნობილია ამ ცვლადის განაწილების ფუნქცია, რომლის ფუნქციასაც a სიდიდე წარმოადგენს, მაშინ საშუალო მნიშვნელობა ასე შეიძლება დაიწეროს:

$$\overline{a} = \int a(x) f(x) dx. \qquad (II,15)$$

ინტეგრალი აღებული უნდა იყოს იმ საზღვრებში, რომლებშიც x-ის მნიშვნელობებია მოთავსებული. შემდეგში, მაკროსკოპული სხეულების განხილვისას, ხშირად შევხვდებით საშუალო მნიშვნელობების გამოთვლის მაგალითებს.

დასასრულ, განვიხილოთ საკითხი საშუალო მნიშვნელობიდან გადახრისა. ვთქვათ, რაიმე a სიდიდის საშუალო მნიშვნელობა არის $\overline{a}$. ვინაიდან a არის შემთხვევითი სიდიდე, იგი ღებულობს სხვადასხვა a_i მნიშვნელობას, რომლებიც განსხვავდებიან საშუალო მნიშვნელობიდან გადახრით

$$\Delta a_i = a_i - \overline{a}. \qquad (II,16)$$

შეიძლებოდა გვეფიქრა, რომ გადახრების დასახასიათებლად უნდა ავიღოთ ამ გადახრების საშუალო მნიშვნელობა, მაგრამ, ცხადია, გადახრების საშუალო მნიშვნელობა ნულის ტოლია

$$\Delta \overline{a} = \frac{\sum n_i \alpha_i}{n} - \overline{a} = 0, \qquad (II,17)$$

ვინაიდან განსაზღვრის თანახმად,

$$\frac{\sum n_i \alpha_i}{n} = \overline{a},$$

ამიტომაც გადახრების დასახასიათებლად შემოღებულია შემდეგი სიდიდე:

$$\sqrt{\overline{(\Delta a)^2}},$$

რომელსაც საშუალო კვადრატული ფლუქტუაცია ეწოდება. იგი ყოველთვის დადებითი სიდიდეა და ნათლად გვიჩვენებს, რამდენად დიდია საშუალო მნიშვნელობიდან გადახრები. გამოვითვალოთ ეს საშუალო კვადრატული ფლუქტუაცია. განსაზღვრის თანახმად,

$$\Delta a_i^2 = a_i^2 - 2a_i\bar{a} + \bar{a}^2.$$

საშუალო მნიშვნელობის აღება მოგვცემს

$$\overline{(\Delta a)^2} = \overline{a^2} - 2\bar{a}\bar{a} + \bar{a}^2 = \overline{a^2} - \bar{a}^2, \qquad (II,18)$$

საიდანაც

$$\sqrt{\overline{(\Delta a)^2}} = \sqrt{\overline{a^2} - \bar{a}^2}, \qquad (II,19)$$

ე. ი. საშუალო კვადრატული ფლუქტუაცია განისაზღვრება სხვაობით კვადრატის საშუალო მნიშვნელობასა და საშუალო მნიშვნელობის კვადრატს შორის. რომ საზოგადოდ კვადრატის საშუალო არ უდრის საშუალოს კვადრატს, შემდეგი მარტივი მაგალითიდან ჩანს. ვთქვათ, a სიდიდის მნიშვნელობებია: $a_1=6$, $a_2=2$, $a_3=4$, $a_4=3$, $a_5=5$. საშუალო მნიშვნელობა იქნება 4.

$$\bar{a} = \frac{6+2+3+4+5}{5} = 4.$$

სათანადო გადახრები იქნება

$$\Delta a_1 = 6-4 = 2, \quad \Delta a_2 = 2-4 = -2, \quad \Delta a_3 = 4-4 = 0,$$

$$\Delta a_4 = 3-4 = -1, \quad \Delta a_5 = 5-4 = 1,$$

საშუალო კვადრატული ფლუქტუაცია იქნება

$$\sqrt{\overline{(\Delta a)^2}} = \sqrt{\frac{2^2+2^2+0^2+1^2+1^2}{5}} = \sqrt{2}.$$

საშუალო მნიშვნელობის კვადრატი იქნება $\bar{a}^2=16$. კვადრატის საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$\bar{a^2} = \frac{36+4+16+9+25}{5} = 18.$$

ამიტომ (II,19) ფორმულის მარჯვენა მხარისათვის გვექნება

$$\sqrt{\overline{a^2} - \bar{a}^2} = \sqrt{18-16} = \sqrt{2},$$

რაც ადასტურებს (II,19) ფორმულის სისწორეს.

§ 6. ნაწილაკის მდგომარეობის ალბათობა. სტატისტიკური წონასწორობა

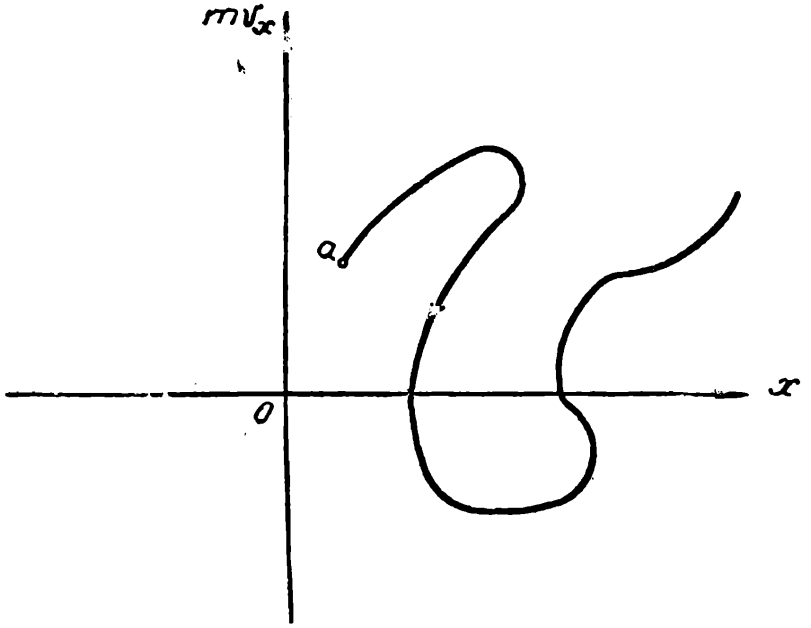
განვიხილოთ N ნაწილაკისაგან შემდგარი მაკროსკოპული სხეული. ეს ნაწილაკები შეიძლება იყოს მოლეკულები, ატომები, იონები და სხვ., მაგრამ ჩავთვლით, რომ ისინი განიხილებიან როგორც ნივთიერი წერტილები, რომელთა მდებარეობა სივრცეში განისაზღვრება სამი კოორდინატით—x, y, z. მექანიკიდან ვიცით, რომ ნივთიერი წერტილის მდგომარეობის განსაზღვრისათვის, გარდა კოორდინატებისა, საჭიროა კიდევ სიჩქარეების ან იმპულსების—mv_x, mv_y, mv_z—ცოდნა. მაშასადამე, ყოველი ნაწილაკის მდგომარეობა განისაზღვრება ექვსი სიდიდით: სამი კოორდინატით x, y, z და სამი იმპულსით mv_x, mv_y, mv_z. როგორ შეიძლება გამოვსახოთ გეომეტრიულად ნივთიერი წერტილის მდგომარეობა? ცხადია, რომ ამისათვის დაგვჭირდება ექვსი ღერძის გატარება, ისე როგორც მდებარეობის გეომეტრიულად გამოსახვისათვის საჭიროა სამი ღერძი.

ვინაიდან რეალურ სამგანზომილებიან სივრცეში შეუძლებელია ექვსი ერთმანეთის პერპენდიკულარული ღერძის გატარება, საჭირო იქნება ან მრავალგანზომილებიანი წარმოსახვითი სივრცის წარმოდგენა, ან გამარტივებული შემთხვევის განხილვა, როდესაც წერტილის მდებარეობა ხასიათდება ერთით, მაგალითად x, კოორდინატით, მდგომარეობა კი ისაზღვრება ორი სიდიდით: x კოორდინატითა და mv_x იმპულსით. ამ გამარტივებულ შემთხვევაში მდგომარეობის გამოსახვა შესაძლებელია, სიბრტყის საშუალებით, რომელზედაც გატარებული იქნება ორი ურთიერთპერპენდიკულარული ღერძი (ნახ. 10). ერთ-ერთ მათგანზე, მაგალითად, აბსცისთა ღერძზე, გადავზომოთ წერტილის x კოორდინატი, ხოლო მეორეზე (ორდინატთა ღერძზე)—mv_x იმპულსი.

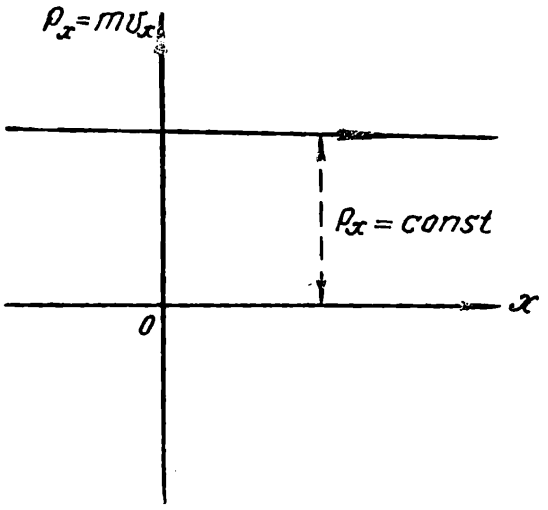
ცხადია, სიბრტყის ყოველი წერტილი იქნება ნაწილაკის გარკვეული მდგომარეობის გამომხატველი და, პირიქით,—ნაწილაკის ყოველი მდგომარეობა გამოხატული იქნება სიბრტყის გარკვეული წერტილით. თუმცა თვალსაჩინოებისათვის განვიხილავთ მხოლოდ აღნიშნულ მარტივ შემთხვევას. მიღებული შედეგი მართებული იქნება ზოგად შემთხვევაშიც, როდესაც მდგომარეობა განისაზღვრება ექვსი სიდიდით.

სხეულის შემადგენელი ნაწილაკებისაგან რომელიმე ერთი ავარჩიოთ და თვალყური ვადევნოთ მისი მდგომარეობის, ე. ი. კოორდინატისა და იმპულსის ცვლილებას. ვინაიდან სხეულის შემადგენელი ნაწილაკები განუწყვეტლად მოძრაობენ და ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან და ჭურჭლის კედლებთან, მათი მდგომარეობა

ცვალებადი იქნება და ამიტომაც ამ მდგომარეობის გამომხატველი წერტილი იმოძრავებს მდგომარეობათა სიბრტყეზე. ამ მოძრაობის დროს იგი შემოსწერს გარკვეულ მრუდს, რომელიც გვიჩვენებს ნა-



ნახ. 10.



ნახ. 11.

წილაკის მდგომარეობის ცვლილებას. თუ, მაგალითად, ნაწილაკი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს, მისი მდგომარეობის ცვლილების გა-

შემხატველი მრუდი იქნება OX ღერძის პარალელური წრფე (ნახ. 11), ვინაიდან ამ შემთხვევაში იმპულსი მუდმივია

$$p_x = \text{const}, \qquad \text{(II,20)}$$

ხოლო კოორდინატი იცვლება დროის მიხედვით შემდეგი განტოლების თანახმად

$$x = \frac{p_x}{m} t + x^0.$$

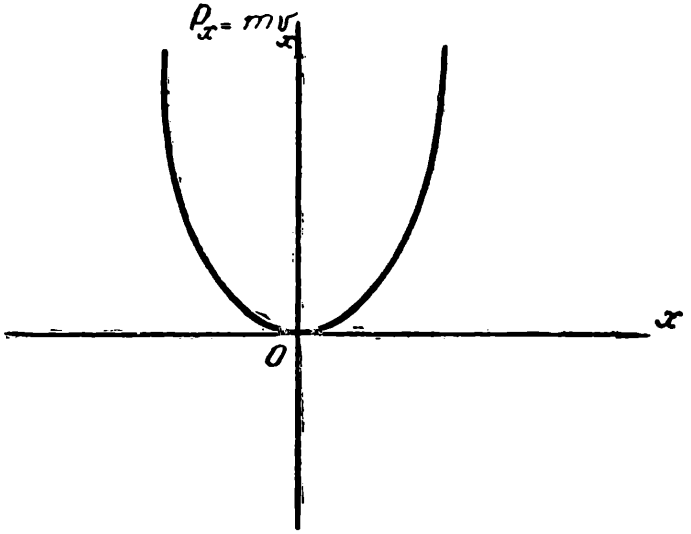
(II,20) განტოლება გეომეტრიულად გამოისახება OX ღერძის პარალელური წრფით, მეორე კი გვიჩვენებს, როგორ მოძრაობს გამომსახველი წერტილი ამ წრფეზე.

მოვძებნოთ მდგომარეობის ცვლილების გამომსახველი მრუდი იმ შემთხვევაში, როდესაც ნაწილაკი მოძრაობს თანაბრად აჩქარებულად a აჩქარებით და ნულოვანი საწყისი სიჩქარითა და კოორდინატით. ამ შემთხვევაში გვაქვს შემდეგი განტოლებები:

$$x = \frac{at^2}{2}, \quad p_x = mat. \qquad \text{(II,21)}$$

თუ ამ განტოლებიდან გამოვრიცხავთ t დროს (რაც საჭიროა მრუდის განტოლების მოსაძებნად), მივიღებთ

$$p_x^2 = 2m^2ax, \qquad \text{(II,22)}$$



ნახ. 12.

რაც წარმოადგენს პარაბოლის განტოლებას (ნახ. 12). არ უნდა გვეგონოს, რომ მდგომარეობის ცვლილების გამომსახველი მრუდი

ნაწილაკის ტრაექტორიას წარმოადგენს. ეს უკანასკნელი გვიჩვენებს, როგორ იცვლება ნაწილაკის მდებარეობა და არა მდგომარეობა. მაგალითად, ზემოთ მოყვანილ ორ კერძო შემთხვევაში ნაწილაკი მოძრაობს წრფივად OX ღერძის გასწვრივ, ე. ი. ორივე შემთხვევაში ტრაექტორია წრფეა, მდგომარეობის გამომსახველი მრუდი კი პირველ შემთხვევაში წრფეა, მეორე შემთხვევაში კი პარაბოლა. განვიხილოთ მდგომარეობის ცვლილების გამომსახველი მრუდების აგების კიდევ ერთი მაგალითი. ვთქვათ, ნაწილაკი ასრულებს მარტივ ჰარმონიულ რხევას O წერტილის მახლობლად. მისი კოორდინატისა და იმპულსისათვის მივიღებთ შემდეგ განტოლებებს:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \qquad p_x = mv_x = Am\omega \cos(\omega t + a),$$

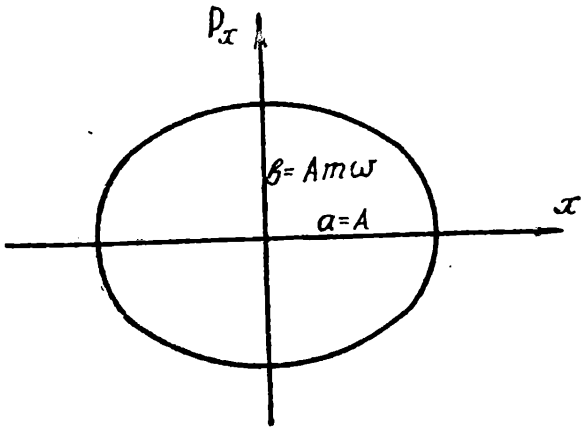
საიდანაც ადვილად მივიღებთ (t დროის გამორიცხვით)

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{p_x^2}{A^2 \omega^2 m^2} = 1. \qquad \text{(II,23)}$$

ეს კი ელიფსის განტოლებაა. მისი დიდი და მცირე ნახევარღერძები იქნება

$$a = A, \quad b = Am\omega.$$

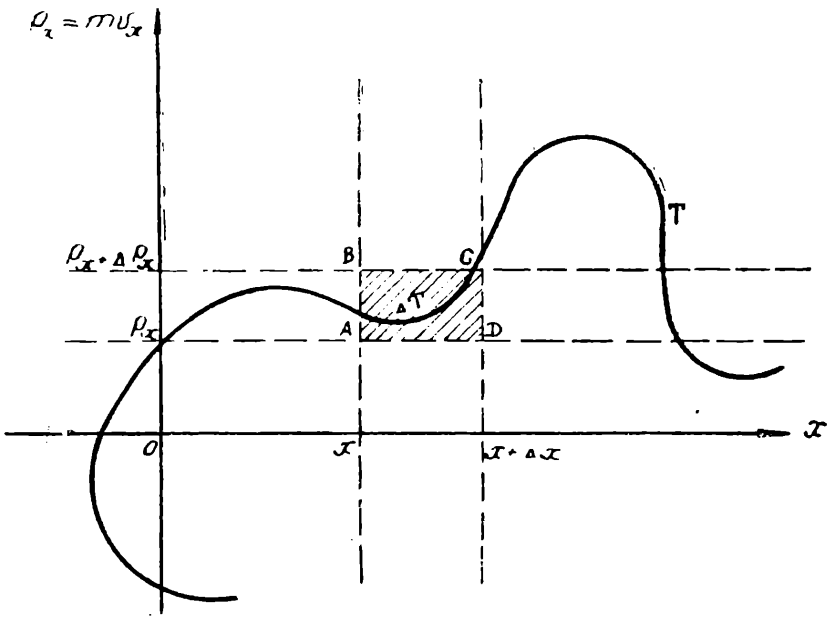
როგორც ვხედავთ, ჰარმონიული ოსცილატორის მდგომარეობის ცვლილების გამომსახველი მრუდი ელიფსია, ე. ი. ჩაკეტილი მრუდია, როგორც უნდა იყოს პერიოდული მოძრაობისათვის. $T = \frac{2\pi}{\omega}$



ნახ. 13.

პერიოდის შემდეგ ნაწილაკი უბრუნდება საწყის მდგომარეობას და ამიტომ მრუდმა საწყის წერტილზე უნდა გაიაროს (ნახ. 13).

ახლა შემოვიღოთ მდგომარეობათა არის ცნება. ამისათვის მთელი მდგომარეობათა სიბრტყე დავყოთ მართკუთხედ ნაწილებად (უჯრედებად) ღერძების პარალელური წრფეების საშუალებით (ნახ. 14). ყოველი ასეთი უჯრედი შეიცავს მეზობელ მდგომარეობათა ჯგუფს, რომელთაც ეთანადებათ კოორდინატებისა და იმპულსის მახლობელი მნიშვნელობები. მაგალითად, $ABCD$ არე აერთიანებს ყველა იმ მდგომარეობას, რომელთათვისაც ნაწილაკის კოორდინატი მოთავსებულია x-სა და $x+\Delta x$ შორის, ხოლო იმპულსი—mv_x-სა და $mv_x+\Delta(mv_x)$-ს შორის. ამ არეში მყოფ მდგომარეობათა კოორდინატები და იმპულსები ძალიან მცირედ განსხვავდება ერთმანეთისა-



ნახ. 14.

გან და ეს განსხვავება მით უფრო ნაკლებია, რაც უფრო მცირეა თვით არე. მდგომარეობათა მთელი სიბრტყის ასეთ მცირე არეებად დაყოფა ანალოგიურია ობიექტების დაყოფისა მათი დამახასიათებელი რაიმე ნიშნის მცირე შუალედების მიხედვით (იხ. ზემოთ).

ვინაიდან მაკროსკოპული სხეულის ნაწილაკები განუწყვეტლად მოძრაობენ და ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან და გარეშე სხეულებთან, მათი მდგომარეობის გამომსახველი წერტილები განუწყვეტლად იმოძრავებენ მდგომარეობათა სიბრტყეზე და გაივლიან სხვადასხვა მდგომარეობათა არეებზე. რომელიმე ერთი ნაწილაკი ავარჩიოთ და თვალყური ვადევნოთ მისი მდგომარეობის ცვლას

საკმაოდ დიდი T დროის განმავლობაში. გამოვყოთ აგრეთვე რომელიმე ნებისმიერი უჯრედი ზომით $\Delta\tau = \Delta x \Delta (mv_x)$ (ნახ. 14). ცხადია, მთელი T დროიდან არჩეული ნაწილაკი დროის გარკვეულ ნაწილს დაყოფს ჩვენ მიერ გამოყოფილ არეში. აღვნიშნოთ ეს დრო ΔT-თი.

შეფარდება $\frac{\Delta T}{T}$ გვიჩვენებს დაკვირვების მთელი დროის რა ნაწილს დაყოფს ნაწილაკი $\Delta\tau$ არეში. ცხადია, რაც მეტია ეს შეფარდება, მით უფრო მოსალოდნელია, რომ დაკვირვების დროს ნაწილაკი აღმოჩნდება $\Delta\tau$ არეში. ამიტომაც გასაგებია, რომ ამ შეფარდებას მდგომარეობათა სიბრტყის გამოყოფილ ნაწილში ნაწილაკის მოხვედრის ალბათობა ეწოდება.

ალბათობა იმისა, რომ დაკვირვების დროს ნაწილაკი აღმოჩნდება მდგომარეობათა $\Delta\tau$ არეში, ე. ი. ისეთ მდგომარეობაში, რომლის კოორდინატი და იმპულსი იმყოფება შესაბამისად x და $x + \Delta x$, mv_x და $mv_x + \Delta (mv_x)$ შუალედებში, არის შეფარდება $\frac{\Delta T}{T}$, ე. ი. იმ ΔT დროის, რომელსაც ნაწილაკი ატარებს ამ არეში, დაკვირვების მთელ T დროსთან. თუ ალბათობას Δw_{T}-თი აღვნიშნავთ, მივიღებთ

$$\Delta w_{\mathrm{T}} = \frac{\Delta T}{T} \qquad \text{(II,24)}$$

(ზუსტად რომ ვიმსჯელოთ, ალბათობა უნდა განისაზღვროს როგორც აღნიშნული შეფარდების ზღვარი, როდესაც დაკვირვების დრო უსასრულოდ იზრდება, ვინაიდან სასრული T-სათვის ნაწილაკმა შეიძლება ვერ მოასწროს მდგომარეობათა სივრცის ყველა ნაწილზე გავლა, მაგრამ თუ T საკმაოდ დიდია, შეიძლება ეს დაზუსტება მხედველობაში არ მივიღოთ).

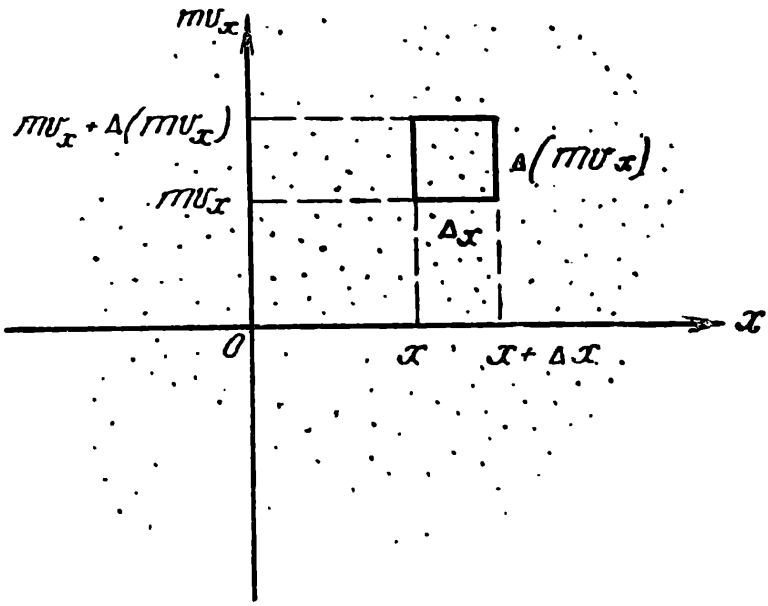
ალბათობის განსაზღვრიდან გამომდინარეობს, რომ იგი ყოველთვის მოთავსებულია 0-სა და 1-ს შორის

$$0 \leqslant w_{\mathrm{T}} \leqslant 1 . \qquad \text{(II,25)}$$

ალბათობა ნულის ტოლია, თუ $\Delta T = 0$, ე. ი. ნაწილაკი არასოდეს არ მოხვდება გამოყოფილ არეში, და ერთის ტოლია, თუ $\Delta T = T$, ე. ი. თუ იგი ყოველთვის გამოყოფილ არეში იმყოფება.

ჩვენ განვსაზღვრეთ ამა თუ იმ მდგომარეობის ალბათობა ერთ ნაწილაკზე წარმოებული დაკვირვებისა და დროის საშუალებით.

მაგრამ ალბათობას შეიძლება მივცეთ სხვა განსაზღვრა, თუ დავაკვირდებით არა ერთი, არამედ ყველა ნაწილაკის მდგომარეობას. ამისათვის მდგომარეობათა სიბრტყეზე (სივრცეში) აღვნიშნოთ არა ერთი რომელიმე ნაწილაკის მდგომარეობა, არამედ ყველა ნაწილაკის მდგომარეობანი. ყოველი ნაწილაკის მდგომარეობა გეომეტრიულად წარმოიდგინება სათანადო გამომსახველი წერტილით და ამ წერტილების რიცხვი ნაწილაკთა საერთო რიცხვის ტოლი იქნება. რაიმე გარკვეულ t მომენტში ყველა ეს გამომსახველი წერტილი როგორღაც განაწილდება მდგომარეობათა მთელ სიბრტყეზე (სივრცეში) და მათი რაიმე ΔN ნაწილი მოხვდება ჩვენს მიერ გამოყოფილ არეში (ნახ. 15) ისე, რომ მათი კოორდინატები იქნებიან



ნახ. 15.

x-სა და $x+\Delta x$ შორის, იმპულსები კი—mv_x-სა და $mv_x+\Delta\,(mv_x)$-ს შორის. ისევე, როგორც ზემოთ, მდგომარეობათა სიბრტყის $\Delta\tau$ არეში ნაწილაკის მოხვედრის ალბათობა შეიძლება განისაზღვროს, როგორც შეფარდება

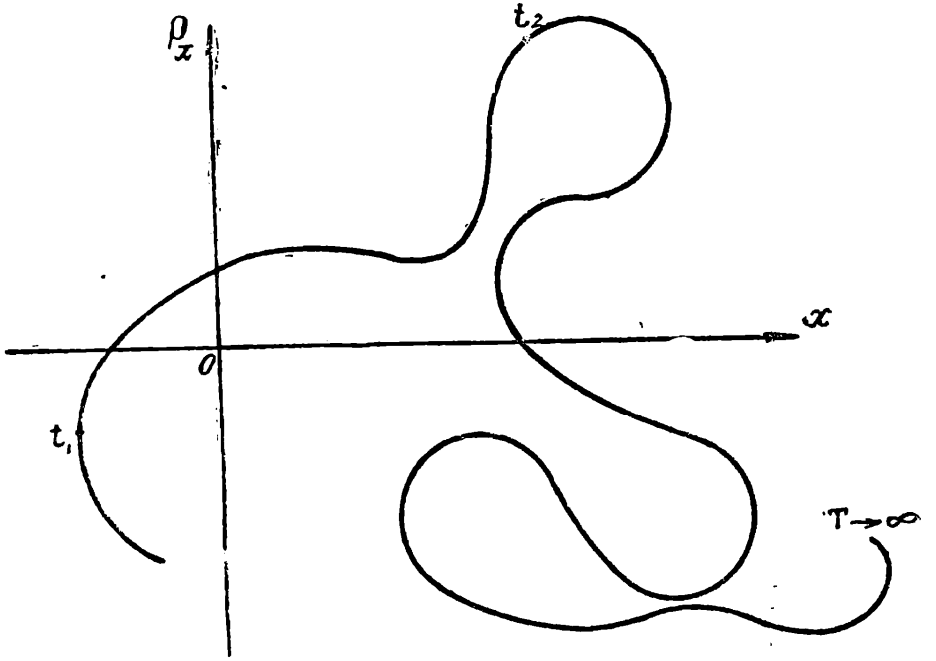
$$\Delta w_N = \frac{\Delta N}{N}. \qquad (II,26)$$

(აქაც სრული სიზუსტისათვის საჭიროა გადასვლა ზღვარზე, როდესაც $N\to\infty$). ვინაიდან ΔN მოთავსებულია 0-სა და N-ს შორის, ΔW_N-ისათვის გვექნება

$$0 \leqslant \Delta W_N \leqslant 1. \qquad (II,27)$$

ამრიგად, Δw_N განისაზღვრება, როგორც არჩეულ ΔT არეში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვის შეფარდება ნაწილაკთა მთელ რიცხვთან. ალბათობის ეს განსაზღვრა უფრო მიღებულია, ვიდრე წინა განსაზღვრა დროის საშუალებით და უფრო მჭიდროდ არის დაკავშირებული მათემატიკურ ალბათობასთან, როგორც ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვის შეფარდებასთან შემთხვევათა მთელ რიცხვთან.

ჩვენ მოვიყვანეთ ნაწილაკის ამა თუ იმ მდგომარეობის ალბათობის ორი განსაზღვრა—ერთი დროის, მეორე კი ნაწილაკთა რიცხვის საშუალებით. ახლა გამოვარკვიოთ, რა კავშირია ამ განსაზღვრებს შორის და რა შემთხვევაში არიან ისინი ეკვივალენტური.



ნახ. 16.

ცხადია, დროის საშუალებით განსაზღვრული ალბათობა (როგორც $\frac{\Delta T}{T}$ ფარდობა) არ არის დამოკიდებული დროის იმ მომენტზე, როდესაც დაკვირვება იწყება. მართლაც, ვთქვათ, დაკვირვება დავიწყეთ t_1 მომენტში (ნახ. 16). ამ მომენტიდან დაწყებული, დაკვირ-

ვება და ალბათობის გამოთვლა წარმოებს საკმაოდ დიდი, პრაქტიკულად კი უსასრულო დროის განმავლობაში. თუ დაკვირვებას დავიწყებთ t_2 მომენტში და დაკვირვებას და ალბათობის გამოთვლას მოვახდენთ ისევ საკმაოდ დიდი დროის საშუალებით, ცხადი იქნება, რომ პრაქტიკულად უსასრულო დროსთან შედარებით სასრულ სხვაობას t_2 და t_1 შორის არავითარი მნიშვნელობა არ ექნება. ამიტომაც რომელი მომენტიდანაც არ უნდა დავიწყოთ ალბათობის გამოთვლა დროის საშუალებით, ყოველთვის ერთი და იგივე შედეგი უნდა მივიღოთ. მაშასადამე, დროის საშუალებით გამოთვლილი ალბათობა არ არის დამოკიდებული დროის საწყისი მომენტის არჩევაზე.

ახლა განვიხილოთ ალბათობის მეორე განსაზღვრა ნაწილაკთა რიცხვის საშუალებით. ამ განსაზღვრის თანახმად, ალბათობა შემდეგნაირად გამოითვლება: გარკვეულ t_1 მომენტში მოიძებნება $\Delta\tau$ არეში მოხვედრილ ნაწილაკთა ΔN რიცხვი; მისი გაყოფით ნაწილაკთა საერთო N რიცხვზე, რომელიც საკმაოდ დიდ რიცხვად ითვლება, გამოითვლება ალბათობა. ცხადია, თუ ასეთ გამოთვლას რომელიღაც სხვა t_2 მომენტში ვაწარმოებთ, შეიძლება სხვა შედეგი მივიღოთ, ვინაიდან ნაწილაკთა მოძრაობისა და ურთიერთქმედების გამო $\Delta\tau$ არეში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვი შეიძლება შეიცვალოს. ამ ურთიერთქმედების შედეგად ნაწილაკების კოორდინატები და იმპულსები იცვლება, ე. ი. ისინი გადადიან მდგომარეობათა ერთი არიდან მეორეში. ამის გამო არჩეული $\Delta\tau$ არიდან ნაწილაკები შეიძლება გამოვიდნენ ან შევიდნენ მასში მეზობელი არეებიდან. ნაწილაკთა რიცხვის საშუალებით გამოთვლილი ალბათობა ერთი და იგივე იქნება დროის ყოველ მომენტში მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მდგომარეობის ამა თუ იმ არეში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვი მუდმივი იქნება, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ არიდან იმდენი ნაწილაკი გამოდის, რამდენიც შედის. სხეულის ისეთ მდგომარეობას, რომელშიც მდგომარეობათა ყოველ არეში მყოფ ნაწილაკთა რიცხვი მუდმივია დროში, ეწოდება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა. ასეთი სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში იმ მოლეკულების რიცხვი, რომელთა კოორდინატები მდებარეობს ნებისმიერ $(x,\ x+\Delta x)$ შუალედში, ხოლო იმპულსები—აგრეთვე ნებისმიერ $(mv_x,\ mv_x+\Delta(mv_x))$ შუალედში, არ უნდა იცვლებოდეს დროის განმავლობაში. ამიტომაც ასეთ მდგომარეობაში ნაწილაკთა რიცხვის საშუალებით გამოთვლილი ალბათობა არ იქნება დამოკიდებული დროის იმ მომენტზე, როდესაც ხდება მისი

გამოთვლა ისე, როგორც არ არის დამოკიდებული დროის საწყის მომენტზე დროის მიხედვით გამოთვლილი ალბათობა.

ყოველივე ზემოთქმული საფუძველს გვაძლევს დავასკვნათ, რომ ალბათობის ორი განსაზღვრა ეკვივალენტური იქნება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. ამ ეკვივალენტურობის ზუსტ დამტკიცებას არ მოვიყვანთ; დავკმაყოფილდებით მხოლოდ ზემოთ მოყვანილი მსჯელობით, რათა დავასკვნათ, რომ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში

$$\frac{\Delta N}{N} = \Delta w_N = \Delta w_T = \frac{\Delta T}{T} . \qquad (II,28)$$

§ 7. ფიზიკურ სიდიდეთა საშუალო მნიშვნელობები. სიმკვრივე, წნევა და ტემპერატურა. მდგომარეობის განტოლება

მაკროსხეულის ყოველ მოლეკულას დროის აღებულ მომენტში აქვს მექანიკურ სიდიდეთა გარკვეული მნიშვნელობები. მაგალითად, ყოველ მოლეკულას აქვს გარკვეული სიჩქარე, იმპულსი, კინეტიკური ენერგია და ა. შ. დროის განმავლობაში ერთმანეთთან და გარეშე სხეულებთან ურთიერთქმედების გამო მოლეკულა იცვლის თავის მდგომარეობას, რის გამოც შესაბამისად იცვლება მისი დამახასიათებელი მექანიკური სიდიდეების მნიშვნელობებიც. ცხადია, დროის აღებულ მომენტში სხეულის შემადგენელ ყველა მოლეკულას არ ექნება ერთი და იგივე სიჩქარე, იმპულსი, კინეტიკური ენერგია და ა. შ. ამ სიდიდეთა მნიშვნელობები ახასიათებს მხოლოდ ცალკეულ მოლეკულებს და არა მთელ მაკროსხეულს. მაკროსხეული, როგორც მთლიანი სისტემა, ხასიათდება მექანიკურ სიდიდეთა არა ამ ცალკეული მნიშვნელობებით, არამედ საშუალო მნიშვნელობებით.

როგორ უნდა გამოვითვალოთ რაიმე მექანიკური სიდიდის საშუალო მნიშვნელობა? ისევ N ნაწილაკისაგან შემდგარი მიკროსხეული განვიხილოთ და მისი ნაწილაკების მდგომარეობის გამოსახატავად გამოვიყენოთ მდგომარეობათა სიბრტყე. ისევე, როგორც წინათ, მდგომარეობათა მთელი სიბრტყე დავყოთ მართკუთხა $\Delta\tau$ არეებად. თუ განსახილველი მაკროსხეულის ყოველი ნაწილაკის მდგომარეობას წერტილით გამოვსახავთ, მაშინ მდგომარეობათა სიბრტყეზე მივიღებთ N გამომსახველ წერტილს, რომელიც როგორღაც განაწილებული იქნება უჯრედებს შორის. ვთქვათ, დაკვირვებამ გვიჩვენა, რომ აღებულ მომენტში პირველ უჯრედში მოხ-

ველრილია n_1 ნაწილაკი, მეორეში — n_2 და ა. შ. i-ურ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკების რიცხვი n_i-ით აღვნიშნოთ. ყოველი ასეთი უჯრედი აერთიანებს ისეთ მდგომარეობებს, რომელთაც ეთანადებათ კოორდინატებისა და იმპულსების მახლობელი მნიშვნელობები. თუ უჯრედები საკმაოდ მცირე ზომის იქნება, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ყოველ მათგანს ეთანადება კოორდინატისა და იმპულსის ერთი გარკვეული მნიშვნელობა. ვინაიდან ნაწილაკის ყოველი მექანიკური სიდიდე კოორდინატისა და იმპულსის ფუნქციაა, ყოველ უჯრედში მოხვედრილ ნაწილაკებს ექნება ამ სიდიდის ერთი გარკვეული მნიშვნელობა. განვიხილოთ რაიმე a სიდიდე და მისი მნიშვნელობა პირველ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკებისათვის აღვნიშნოთ a_1-ით, მეორე უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკებისათვის—a_2-ით და ა. შ., i-ურ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკებისათვის—a_i-ით. ახლა უკვე შეიძლება a სიდიდის საშუალო მნიშვნელობის განსაზღვრა.

რაიმე სიდიდის საშუალო მნიშვნელობა შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$\overline{a} = \frac{a_1 n_1 + a_2 n_2 + \cdots + a_i n_i}{N} = \frac{\Sigma a_i n_i}{N}, \qquad (II,29)$$

სადაც N ნაწილაკთა საერთო რიცხვია. როგორც ვხედავთ, საშუალო მნიშვნელობის გამოსათვლელად რაიმე სიდიდის ყოველი მნიშვნელობა უნდა გავამრავლოთ იმ მოლეკულების რიცხვზე, რომელთაც ეს მნიშვნელობა აქვთ (ე. ი. მოხვედრილია სათანადო უჯრედში), შევკრიბოთ მიღებული ნამრავლები და მიღებული ჯამი გავყოთ ნაწილაკების საერთო რიცხვზე.

მაგალითად, სიჩქარის აბსოლუტური სიდიდის საშუალო მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით:

$$\overline{v} = \frac{\Sigma v_i n_i}{N}. \qquad (II,30)$$

კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობისათვის გვექნება

$$\overline{\frac{mv^2}{2}} = \frac{\sum \frac{m\dot{v}_i^2}{2} n_i}{N} \qquad (II,31)$$

და ა. შ.

ზემოთ უკვე ვნახეთ, რომ საშუალო მნიშვნელობის ფორმულას შეიძლება სხვა სახე მივცეთ, რადგან შეფარდება

$$\frac{\Delta n_i}{N} = \Delta w_i \qquad \text{(II,32)}$$

არის ალბათობა ნაწილაკის მოხვედრისა i-ურ უჯრედში, ფორმულა ასეც შეიძლება დაიწეროს:

$$\overline{a} = \sum a_i w_i. \qquad \text{(II,33)}$$

საშუალო მნიშვნელობა სიდიდის ცალკეული მნიშვნელობებისა და სათანადო ალბათობების ნამრავლთა ჯამია.

ცხადია, თუ ნაწილაკთა განაწილება უჯრედებს შორის შეიცვლება, საშუალო მნიშვნელობაც შეიცვლება, რაც იმის მაჩვენებელი იქნება, რომ იცვლება სხეულის მაკრომდგომარეობა. მხოლოდ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, როდესაც ყოველ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკების რიცხვი არ იცვლება, საშუალო მნიშვნელობები მუდმივი იქნება. მაგრამ ამ მსჯელობის დროს უნდა მიექცეს ყურადღება იმას, თუ რა სიზუსტით იზომება ესა თუ ის მაკროსიდიდე. შეიძლება გაზომვის სიზუსტე არ იყოს ისეთი, რომ შეგვეძლოს შევამჩნიოთ მცირე რაოდენობის ნაწილაკების გადასვლა ერთი უჯრედიდან მეორეში. სიზუსტის გავლენა ნათლად გამოჩნდება, როდესაც განვიხილავთ კონკრეტული მექანიკური სიდიდეების საშუალო მნიშვნელობებს.

1. სიმკვრივე. სხეულის მაკრომდგომარეობის დამახასიათებელი პირველი მნიშვნელოვანი მაკროსკოპული სიდიდე არის სიმკვრივე. განვიხილოთ სხეულის მცირე Δv მოცულობა და გამოვთვალოთ ამ მოცულობაში მყოფი ნივთიერების მასა ΔM. ცხადია, ეს მასა აღნიშნულ მოცულობაში მოხვედრილ ნაწილაკთა მასების ჯამია. თუ ნაწილაკების რიცხვი Δv მოცულობაში არის ΔN, ΔM-სათვის მივიღებთ

$$\Delta M = \Delta N \cdot m, \qquad \text{(II,34)}$$

სადაც m ცალკეული ნაწილაკის მასაა. ნაწილაკების განუწყვეტელი მოძრაობის გამო ΔN არ იქნება უცვლელი დროის განმავლობაში, რაც გამოიწვევს ΔM მასის ცვლილებასაც. რასაც ჩვენ ვზომავთ პრაქტიკულად, არის არა ΔM-ის ზუსტი მნიშვნელობა აღებულ მომენტში, არამედ მისი საშუალო მნიშვნელობა გაზომვის დროის განმავლობაში. ამიტომაც მაკროსკოპულ სიდიდეს წარმოადგენს არა ΔM, არამედ $\Delta \overline{M}$ (ნახ. 17)

$$\Delta \overline{M} = \Delta \overline{N} \cdot m, \qquad \text{(II,35)}$$

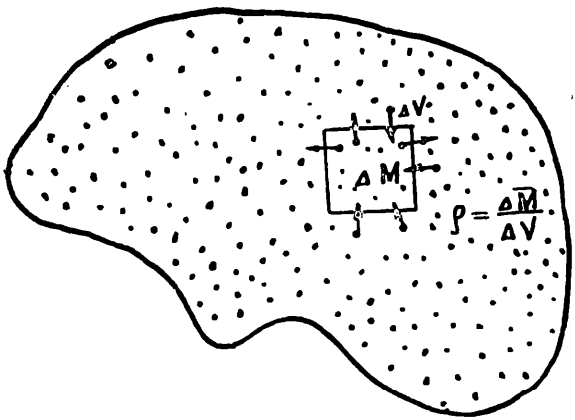
სადაც $\Delta\overline{N}$ ნაწილაკთა რიცხვის საშუალო მნიშვნელობაა ΔV მოცულობაში. ΔV მოცულობაში მყოფი ნივთიერების სიმკვრივე განისაზღვრება, როგორც ამ მოცულობაში მყოფი ნივთიერების საშუალო მასის შეფარდება მოცულობასთან

$$\rho=\frac{\Delta\overline{M}}{\Delta V}. \qquad \text{(II,36)}$$

შემდეგში, ფორმულების გასამარტივებლად, ΔM-ს აღარ გავუკეთებთ ხაზს და სიმკვრივის ფორმულას შემდეგი სახით დავწერთ:

$$\rho=\frac{\Delta M}{\Delta V}. \qquad \text{(II,37)}$$

მაგრამ ვიგულისხმებთ, რომ ΔM მასის საშუალო მნიშვნელობაა ΔV



ნახ. 17.

მოცულობაში. ამ ფორმულას კიდევ უფრო აზუსტებენ, რისთვისაც გადადიან ზღვარზე, როდესაც ΔV უსასრულოდ მცირდება და წერენ

$$\rho=\frac{dM}{dV}, \qquad \text{(II,38)}$$

მაგრამ უნდა გვახსოვდეს, რომ ზუსტად ზღვარზე გადასვლა ფიზიკურად დაუშვებელია სხეულის წყვეტილი აგებულების გამო. ΔV უნდა იყოს საკმარისად მცირე იმისათვის, რომ აღებული სიზუსტით შეიძლებოდეს მისი დიფერენციალად ჩათვლა, მაგრამ, მეორე მხრივ, საკმარისად დიდი უნდა იყოს ნაწილაკების მოცულობასთან შედარებით, რომ შესაძლებელი იყოს საშუალო მნიშვნელობის განსაზღვრა.

თუ სიმკვრივე ერთი და იგივეა სხეულის ყველა ნაწილში, (II,38) ფორმულა შეიცვლება ფორმულით:

$$\rho = \frac{M}{V}. \qquad (II,38^1)$$

ხშირად სხეულს ახასიათებენ არა სიმკვრივით, არამედ მისი შებრუნებული სიდიდით, ე. წ. კუთრი მოცულობით

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{M}. \qquad (II,39)$$

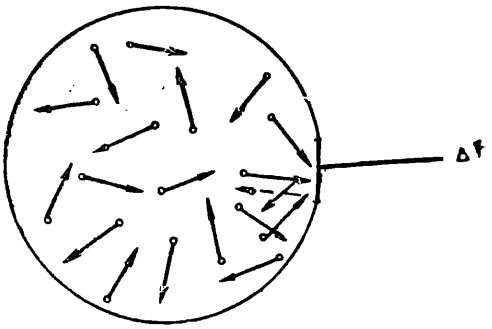
ცხადია, როგორც სიმკვრივე, ისე კუთრი მოცულობა უცვლელი სიდიდეები იქნება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, ე. ი. როდესაც ყოველ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკების რიცხვი უცვლელი იქნება.

2. წნევა. ახლა განვიხილოთ მეორე მაკროსკოპული სიდიდე — წნევა, რომელიც გამოიყენება მაკროსხეულის მდგომარეობის დასახასიათებლად. ყოველი სხეული გარშემორტყმულია სხვა სხეულებით და მათი გამყოფი ზედაპირი სხეულის მოცულობის შემომსაზღვრელი საზღვარია. მაგალითად, თუ გაზი მოთავსებულია ჭურჭელში, ამ ჭურჭლის ზედაპირი შემოფარგლავს გაზის მოცულობას. გაზის მოლეკულებს არ შეუძლია გამოსვლა ამ ჭურჭლიდან გარეთ და ჭურჭლის კედლებთან დაჯახებისას ისევ უკან ბრუნდება. ცხადია, ყოველი ასეთი დაჯახების დროს მოლეკულები გადასცემს ჭურჭლის კედელს გარკვეულ იმპულსს, ე. ი. მოქმედებს გარკვეული ძალით. ამიტომაც ამბობენ, რომ ყოველი სხეული ახდენს წნევას მის შემომსაზღვრელ სხეულზე.

ზედაპირის მცირე ΔS ელემენტი გამოვყოთ და მასზე მოლეკულების დაჯახების პროცესი გავარჩიოთ. მოლეკულების ქაოსური მოძრაობის გამო მათი დაჯახებაც კედელთან შემთხვევითი იქნება. თუ ერთ მომენტში ΔS ფართობს გარკვეული რაოდენობით მოლეკულები დაეჯახა, შემდეგ მომენტში დაჯახებათა რაოდენობა უკვე შეიძლება სხვა იყოს. ამიტომ ძალაც, რომლითაც მოლეკულები მოქმედებენ ΔS ფართობზე, ცვალებადი იქნება. აღვნიშნოთ ΔF-ით ძალა, რომლითაც მოლეკულები მოქმედებენ ΔS ფართობზე, მის მართობულად. ცხადია, ეს ძალა მიმართულია ნორმალის გასწვრივ ჭურჭლის გარეთ. გამოვითვალოთ მისი საშუალო მნიშვნელობა იმ დროის განმავლობაში, რომელშიაც წარმოებს გაზომვა. მაშინ შეფარდებას

$$p = \frac{\Delta \overline{F}}{\Delta S} \qquad (II,40)$$

ეწოდება წნევა, რომელსაც სხეული ახდენს მის შემომფარგვლელ ჭურჭელზე. წნევა არის საშუალო ძალა, რომლითაც მოლეკულები მოქმედებენ ჭურჭლის ფართობის ერთეულზე. სწორედ ამ სიდიდეს, ე. ი. საშუალო მნიშვნელობას, ზომავენ წნევის საზომი ხელსაწყოები. ერთ გარკვეულ მომენტში



ნახ. 18.

მოქმედ ძალას ხელსაწყო ვერ გაზომავს, მისი სწრაფი ცვალებადობის გამო.

როგორც ვხედავთ, წნევა გამოწვეულია სხეულის შემადგენელი ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობით და კედელთან დაჯახებით. იგი ახასიათებს მთელ სხეულს და არა რომელიმე მის მოლეკულას.

(II,40) ფორმულის თანახმად, წნევის განზომილება იქნება $[p]=$ $=ML^{-1}T^{-2}$, ხოლო ერთეული განისაზღვრება ძალის და ფართობის ერთეულების საშუალებით.

აბსოლუტურ თეორიულ სისტემაში (CGS) წნევის ერთეულად მიღებულია ბარი—წნევა, როდესაც ზედაპირის ერთ კვადრატულ სანტიმეტრზე მოქმედებს ერთი დინი ძალა

$$1\,bar = \frac{1\,dyn}{1\,cm^2}.$$

აბსოლუტურ პრაქტიკულ სისტემაში (MKS) წნევის ერთეული იქნება $1\ \frac{new}{m^2}$, რომელიც 10 ბარის ტოლია. დიდი წნევის გასაზომად გამოიყენება ბარზე მილიონჯერ მეტი ერთეული—მეგაბარი

$$1\,mGbar = 10^6\,bar.$$

გარდა ამ ერთეულებისა, ხშირად გამოიყენება წნევის სხვა ერთეულები, რომლებიც მრავალ შემთხვევაში უფრო ხელსაყრელია, ვიდ-

რე აბსოლუტური ერთეულები. ეს ერთეულებია ფიზიკური და ტექნიკური ატმოსფერო. ფიზიკური ატმოსფერო ეწოდება ისეთ წნევას, რომელსაც ახდენს 760 მმ სიმაღლის ვერცხლისწყლის სვეტი ცელსიუსის ნული გრადუსის დროს. მისი კავშირი აბსოლუტურ ერთეულთან ასეთია:

$$1 \text{ ფ. ატმ} = 1{,}013 \cdot 10^6 \; bar.$$

ტექნიკური ატმოსფერო არის წნევა, რომელსაც ახდენს ერთი კილოგრამი ძალა ერთ კვადრატულ სანტიმეტრზე

$$1 \text{ ტ. ატმ} = \frac{1\,KG}{1\,cm^2} = 981000\,\frac{dyn}{cm^2} = 0{,}981 \cdot 10^6 \; bar.$$

3. ტემპერატურა. ეს სიდიდე შემოღებულია იმის დასახასიათებლად, თუ რამდენად ინტენსიურია სხეულის შემადგენელი ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობა. მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის თანახმად, ყოველი სხეულის ნაწილაკები (ატომები, მოლეკულები) განუწყვეტლად მოძრაობენ, ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან და ჭურჭლის კედლებთან და იცვლიან თავის იმპულსსა და ენერგიას. მოლეკულები მოძრაობენ გადატანით, ბრუნავენ სხვადასხვა ღერძის ირგვლივ და მათი შემადგენელი ატომები ირხევიან ერთმანეთის მიმართ. ვინაიდან ყველა სახის მოძრაობა ერთნაირად ინტენსიურია, მოძრაობის ინტენსიურობის დასახასიათებლად ჩვეულებრივად ირჩევენ გადატანითი მოძრაობის კინეტიკურ ენერგიას და სხეულის აბსოლუტურ ტემპერატურას საზღვრავენ, როგორც ამ კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობის პრინციპულ სიდიდეს

$$T \sim \overline{\varepsilon_{kin}}. \qquad (II,41)$$

განვიხილოთ ამ განსაზღვრიდან გამომდინარე აბსოლუტური ტემპერატურის ზოგიერთი თვისება: პირველ ყოვლისა, ცხადია, იგი არ შეიძლება უარყოფითი იყოს, ვინაიდან კინეტიკური ენერგია დადებითი სიდიდეა. გარდა ამისა, უმცირესი მნიშვნელობა $T=0$ მან შეიძლება მიიღოს მხოლოდ მაშინ, როდესაც ყოველი ნაწილაკის კინეტიკური ენერგია იქნება 0-ის ტოლი, ე. ი. როდესაც ნაწილაკები იქნება უძრავი[1]. ამ უმცირეს ტემპერატურას აბსოლუტური ნული ეწოდება.

---

[1] ეს შედეგი აღარ არის მართებული თანამედროვე ფიზიკის თანახმად: აბსოლუტური ტემპერატურის თანამედროვე განმარტების მიხედვით ტემპერატურის აბსოლუტურ ნულზედაც სხეულის ნაწილაკები ინარჩუნებენ მოძრაობას და ე. წ. ნულოვან ენერგიას.

სხვადასხვა ტემპერატურის ან, რაც იგივეა, სხვადასხვა საშუალო კინეტიკური ენერგიის მქონე სხეულების შეხებისას, მათი ნაწილაკების დაჯახების შედეგად ენერგია მაღალი ტემპერატურის სხეულიდან გადაეცემა დაბალი ტემპერატურის სხეულს. ეს სავსებით ეთანხმება ტემპერატურის ჩვეულებრივ განმარტებას.

პროპორციულობის კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობა (II,41) ფორმულაში დამოკიდებული იქნება იმ ერთეულზე, რომლითაც იზომება ტემპერატურა. ცხადია, ამ ერთეულის არჩევა სავსებით ნებისმიერია. განსაზღვრის თანახმად, სრულიად ბუნებრივი იქნებოდა ტემპერატურის ერთეულად აგვეღო ენერგიის ერთეული, მაგალითად, ერგი. მაშინ ასეთი გამოთქმა—სხეულის ტემპერატურა არის 10 ერგი—გვიჩვენებდა იმას, რომ ნაწილაკების საშუალო კინეტიკური ენერგია არის 10 ერგი. მაგრამ ყოველდღიური გამოყენებისათვის ეს ერთეული ძალიან მოუხერხებელი იქნებოდა, ვინაიდან იგი ძალიან დიდია ჩვეულებრივი ტემპერატურების გასაზომად და, გარდა ამისა, კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობის უშუალო გაზომვა პრაქტიკულად შეუძლებელია. რომ, მაგალითად, ოთახის ტემპერატურა გამოგვესახა ერგებით, მივიღებდით რიცხვს 10^{-14} რიგისას, რაც მოუხერხებელია გამოთვლებისათვის. ამიტომ, ჩვეულებრივად, ტემპერატურას ზომავენ გრადუსებით (ცელსიუსის), რომლის განმარტება კარგად ცნობილია მკითხველისათვის. მისი დაკავშირება ერგთან შემდეგნაირად წარმოებს: ტემპერატურის განსაზღვრის დასაზუსტებლად განვიხილოთ გადატანითი მოძრაობის სათანადო ერთი თავისუფლების ხარისხის კინეტიკური ენერგია $\frac{mv_x^2}{2}$ და განვსაზღვროთ აბსოლუტური ტემპერატურა შემდეგი ფორმულით

$$\frac{1}{2}kT=\overline{\frac{mv_x^2}{2}}, \qquad (II,42)$$

სადაც k არის პროპორციულობის კოეფიციენტი. სწორედ ამ k კოეფიციენტის გარკვეული რიცხვითი მნიშვნელობა ერგს აკავშირებს გრადუსთან. სახელდობრ, ტემპერატურის ასამაღლებლად მდნობარე ყინულის ტემპერატურიდან მდუღარე წყლის ტემპერატურამდე (ნორმალური წნევის პირობებში) საჭიროა ენერგიის გარკვეული რაოდენობა. ავიღოთ ამ ენერგიის მეასედი ნაწილი. წყლის ტემპერატურის ამაღლებას, რომელსაც ენერგიის ეს რაოდენობა გამოიწვევს, გრადუსი (ცელსიუსის) ეწოდება.

ცდით არის შემოწმებული, რომ ენერგიის ეს რაოდენობა იწვევს ნაწილაკის ერთი თავისუფლების ხარისხის საშუალო კინეტიკური ენერგიის გადიდებას სიდიდით

$$\frac{1}{2}k = 0{,}685 \cdot 10^{-16}\,\frac{erg}{grad}.$$

აქედან k კოეფიციენტისათვის ვღებულობთ $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}\,\frac{erg}{grad}$.

k მუდმივას, რომელიც ამყარებს კავშირს ერგსა და გრადუსს შორის, ბოლცმანის მუდმივა ეწოდება.

ჩვენ მიერ განმარტებულ ტემპერატურულ სკალას, რომელშიც ტემპერატურა აითვლება აბსოლუტური ნულიდან და ერთეულად აღებულია გრადუსი, ეწოდება აბსოლუტური ან კელვინის სკალა, ცნობილი ინგლისელი ფიზიკოსის, კელვინის, პატივსაცემად. კელვინის სკალით ათვლილი ტემპერატურა ასე აღინიშნება $T^0(K)$. ჩვეულებრივ, ტემპერატურას ზომავენ ცელსიუსის სკალით, რომელშიც ნულოვანი მნიშვნელობა მიეწერება არა აბსოლუტურ ნულს, არამედ ყინულის დნობის ტემპერატურას (ნორმალური წნევის პირობებში). როგორც გაზომვები გვიჩვენებს, აბსოლუტური სკალით ეს ტემპერატურა არის 273°, 15 K ისე, რომ კავშირი კელვინის სკალით გაზომილ T ტემპერატურასა და ცელსიუსის სკალით გაზომილ ტემპერატურას შორის შემდეგია:

$$T = 273°{,}15 + t. \qquad \text{(II,43)}$$

4. მდგომარეობის განტოლება. განვიხილოთ სხეული, რომელიც შედგება ერთისა და იმავე გვარის ნაწილაკებისაგან. ეს იმას ნიშნავს, რომ სხეული უნდა იყოს ან სუფთა ქიმიური ელემენტი, ან ქიმიური ნაერთი და არ უნდა წარმოადგენდეს სხვადასხვა გვარის ატომების ან მოლეკულების ნარევს. გარდა ამისა, დავუშვათ, რომ სხეული იზოტროპიულია, ე. ი. ყოველი მიმართულებით ერთი და იგივე თვისებები აქვს, ასეთი სხეულებია: გაზები, უმრავლესობა სითხეებისა (გარდა თხევადი კრისტალებისა) და იზოტრპიული მყარი სხეულები (გარდა მონოკრისტალებისა). ცდა გვიჩვენებს, რომ ასეთი სხეულისათვის სამ მაკროსიდიდეს—წნევას, მოცულობასა და ტემპერატურას შორის არსებობს გარკვეული ფუნქციონალური დამოკიდებულება, ასე რომ, თუ ცნობილია ორი მათგანი, შეიძლება გამოვითვალოთ მესამე. განტოლებას, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს p, V და T სიდიდეებს, ეწოდება მდგომარეობის განტოლება. იგი შეიძლება ასეთი სახით დავწეროთ:

$$F(p,\ V,\ T)=0. \qquad \text{(II,44)}$$

როგორც ზემოთ ვთქვით, ეს განტოლება საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ ერთ-ერთი ამ სიდიდეთაგანი, მაგალითად, წნევა, ორი დანარჩენის—მოცულობისა და ტემპერატურის საშუალებით

$$p=f(V,\ T). \qquad \text{(II,45)}$$

შემდეგში გამოვიყვანთ მდგომარეობის განტოლებებს სხვადასხვა შემთხვევისათვის, ახლა კი, როგორც მაგალითი, მოვიყვანოთ მკითხველისათვის უკვე ცნობილი იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება

$$pV=RT, \qquad \text{(II,46)}$$

სადაც R გაზების უნივერსალური მუდმივაა. ფიზიკის ერთ-ერთი ამოცანაა რამდენადაც შეიძლება ზუსტი მდგომარეობის განტოლების მოძებნა რეალური გაზებისათვის, სითხეებისა და მყარი სხეულებისათვის. შემდეგში ვნახავთ, თუ რა შედეგების გამოყვანა შეიძლება მდგომარეობის განტოლებიდან.

მესამე თავი

§ 8. მაკროსხეულების ურთიერთქმედების სახეები: მუშაობა და სითბო. თერმოდინამიკის პირველი კანონი

ამ თავში განვიხილავთ მაკროსხეულების ურთიერთქმედებას გარემოსთან. ცხადია, როგორც ყოველთვის, ეს ურთიერთქმედება გამოისახება ენერგიის, იმპულსისა და იმპულსის მომენტის გაცვლაში სხეულებს შორის, მაგრამ შემდეგში ყოველთვის ჩავთვლით, რომ განსახილველი სხეული, როგორც მთლიანი, უძრავია და ამიტომ იმპულსისა და იმპულსის მომენტის გაცვლას არ მივიღებთ მხედველობაში. განვიხილავთ მხოლოდ ენერგიის გაცვლას. ენერგიის გაცვლის მხრივ მაკროსხეულები ხასიათდება გარკვეული თავისებურებით, რაც გამოწვეულია იმით, რომ ისინი შედგებიან უამრავი ნაწილაკისაგან, რომლებიც განუწყვეტელ ქაოსურ მოძრაობაში იმყოფებიან. იმისათვის, რომ გავერკვეთ ამ თავისებურებაში, განვიხილოთ N ნაწილაკებისაგან შემდგარი მაკროსხეულის ენერგია. ეს ენერგია შედგება ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის კინეტიკური ენერგიისაგან $\Sigma\varepsilon_{ikin}$, ამ ნაწილაკების ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიისა U და გარეშე სხეულებთან ურთიერთქმედების ენერგიისაგან $U_გ$

$$E=\sum\varepsilon_{ikin}+U+U_გ\,. \qquad \text{(III,1)}$$

თუ გარეშე პირობები, რომლებშიც სხეული იმყოფება, უცვლელია, რაც ნიშნავს იმას, რომ უცვლელია $U_გ$, ენერგია E იქნება აგრეთვე უცვლელი. შესაძლებელი იქნება მხოლოდ კინეტიკური ენერგიის გადასვლა შინაგან პოტენციალურ ენერგიაში და, პირიქით. მაგრამ, თუ გარეშე პირობები ცვალებადია, ენერგიაც ცვალებადი იქნება, ე. ი. სხეული მიიღებს ან დაკარგავს ენერგიას. ჩვენი მიზანია გამოვარკვიოთ, რა გზებით ხდება მაკროსხეულის ენერგიის შეცვლა. ამისათვის ჯერ დავწეროთ შინაგანი ენერგიის გამოსახულება (III,1) განსხვავებული სახით, რაც უფრო ხელსაყრელია შემდგომი მსჯელობისათვის. ამისათვის გამოვიყენოთ ჩვენთვის უკვე

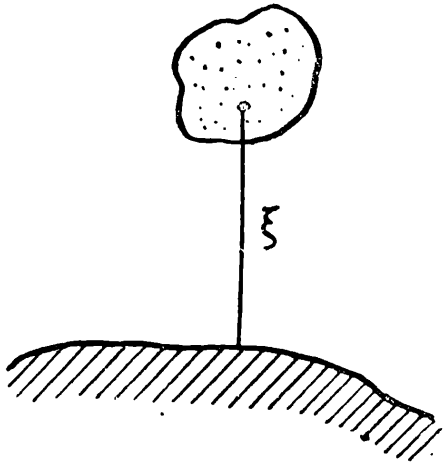
ცნობილი მდგომარეობათა სივრცის დაყოფა უჯრედებად და აღვნიშნოთ n_1-ით, n_2-ით, n_3-ით და ა. შ. რიცხვები სხეულის შემადგენელი ნაწილაკებისა, რომლებიც მოხვედრილია სათანადო უჯრედებში. აღვნიშნოთ ε_i-ით i-ურ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკების სრული ენერგია (როგორც კინეტიკური, ისე პოტენციალური). მაშინ მაკროსხეულის სრული შინაგანი ენერგია შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი ჯამის სახით:

$$E=\sum \varepsilon_i n_i, \qquad \text{(III,2)}$$

სადაც ჯამი გავრცელებულია ყველა უჯრედზე.

ახლა გავარკვიოთ, რაზე შეიძლება იყოს დამოკიდებული ε_i. ცხადია, პირველ ყოვლისა, იგი დამოკიდებულია ნაწილაკის მდებარეობასა და იმპულსზე, რომლებიც ახასიათებენ სათანადო უჯრედს. მაგრამ, მეორე მხრივ, ვინაიდან განსახილველი სხეული ურთიერთქმედებს გარეშე სხეულებთან, ε_i დამოკიდებული იქნება ამ გარეშე სხეულის განლაგებაზე.

მაგალითად, თუ სხეული გარეშე ველში იმყოფება, ε_i დამოკიდებული იქნება მის მდებარეობაზე ველში ან ველის დაძაბულობაზე. თუ სხეული შემოფარგლულია ჭურჭლით, ε_i დამოკიდებული იქნება შემოსაზღვრული კედლის მდებარეობაზე და ა. შ.



ნახ. 19.

ვთქვათ, მაგალითად, სხეული იმყოფება დედამიწის გრავიტაციულ ველში (ნახ. 19).

i-ურ უჯრედში მყოფი ნაწილაკის ენერგია დამოკიდებული იქნება ამ უჯრედის სათანადო იმპულსზე, p_i-ზე, და ნაწილაკის დაშორებაზე დედამიწის ზედაპირიდან

$$\varepsilon_i=\frac{p_i^2}{2m}+\varepsilon_{pi}=\frac{p_i^2}{2m}+mg\xi, \qquad \text{(III,3)}$$

სადაც ξ არის ნაწილაკის დაშორება დედამიწიდან.

საზოგადოდ, შეიძლება ითქვას, რომ ε_i დამოკიდებული იქნება ე. წ. გარეშე პარამეტრებზე, რომლებიც საზღვრავენ გარეშე სხე-

ულების განლაგებას. სიმარტივისათვის განვიხილოთ ერთი პარამეტრის შემთხვევა და აღვნიშნოთ იგი λ-თი, მაშინ ენერგიის ფორმულა შემდეგი სახით დაიწერება:

$$E=\sum \varepsilon_i(\lambda)\, n_i. \qquad \text{(III,4)}$$

ახლა უკვე შეიძლება გავარკვიოთ, რა გზით ხდება მაკროსხეულის ენერგიის შეცვლა.

სხეულის ენერგიის შეცვლის პირველი გზა მდგომარეობს გარეშე პარამეტრის შეცვლაში. ეს ცვლილება ისე უნდა ხდებოდეს, რომ არ იცვლებოდეს ნაწილაკების განაწილება უჯრედებს შორის. ეს იმას ნიშნავს, რომ ორი მამრავლიდან $\varepsilon_i(\lambda)$ და n_i იცვლება მხოლოდ პირველი, λ-ს შეცვლის გამო. ეს გამოიწვევს შინაგანი ენერგიის შემდეგ ცვლილებას:

$$dE_A=\sum d\varepsilon_i(\lambda)\, n_i=\sum \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \lambda}\, d\lambda \cdot n_i. \qquad \text{(III,5)}$$

ასეთია პირველი გზა სხეულის ენერგიის შეცვლისა. მარჯვენა მხარეს მდგომ გამოსახულებას ეწოდება სხეულზე შესრულებული მუშაობა. რომ იგი მართლაც ძალების მიერ შესრულებული მუშაობაა, შემდეგი მაგალითიდან ჩანს: დედამიწის გრავიტაციულ ველში მყოფი სხეულის შემთხვევაში შევცვალოთ ξ მანძილი დედამიწის ზედაპირამდე (ამ შემთხვევაში ξ წარმოადგენს გარეშე პარამეტრს). ეს გამოიწვევს ნაწილაკის პოტენციალური ენერგიისა და, მაშასადამე, ε_i-ის შეცვლას სიდიდით:

$$d\varepsilon_i=\frac{\partial \varepsilon_{pi}}{\partial \xi}\, d\xi. \qquad \text{(III,6)}$$

მაგრამ მექანიკიდან ვიცით, რომ პოტენციალური ენერგიის წარმოებული ξ კოორდინატის მიმართ არის ნაწილაკზე მოქმედი ძალა უარყოფითი ნიშნით:

$$\frac{\partial \varepsilon_{pi}}{\partial \xi}=-f_{i\xi};$$

აქედან ვღებულობთ $d\varepsilon_i=-f_{i\xi}\, d\xi$.

მთელ სხეულზე შესრულებული მუშაობისათვის გვექნება

$$dE_A=-\sum f_{i\xi}\, d\xi\, n_i=-\sum f_{i\xi}\, \frac{n_i}{N}\, N d\xi, \qquad \text{(III,7)}$$

სადაც N ნაწილაკების საერთო რიცხვია სხეულში.

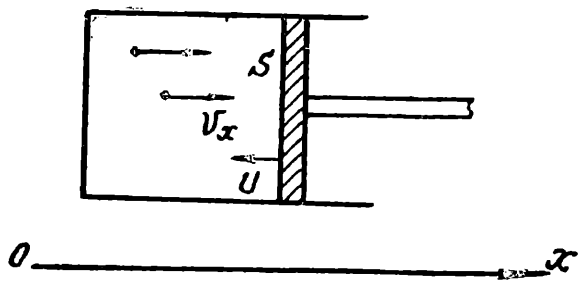
ცხადია, $\sum f_{i\xi}\frac{n_i}{N}$ ნაწილაკზე მოქმედი ძალის საშუალო მნიშვნელობაა f_ξ, ხოლო $\overline{f_\xi}\, N$ მთელ სხეულზე მოქმედი ძალა F_ξ, ამიტომ გვექნება

$$dE_A = -F_\xi\, d\xi. \qquad \text{(III,8)}$$

თუ სხეულზე შესრულებულ მუშაობას dA-თი აღვნიშნავთ, გვექნება

$$dE_A = dA = -F_\xi\, d\xi. \qquad \text{(III,9)}$$

განვიხილოთ მეორე მაგალითი: ვთქვათ, სხეული შემოსაზღვრულია დგუშით, რომელსაც შეუძლია გადანაცვლება (ნახ. 20). დგუშის ზედაპირის მდებარეობა განვსაზღვროთ x კოორდინატით. ჩვენ უკვე ვიცით, რომ სხეულის ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის გამო ისინი ეჯახებიან დგუშის ზედაპირს და ახდენენ მასზე წნევას, რომელიც ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალაა. ახლა დავიწყოთ დგუშის ნელი გადანაცვლება ისე, რომ ეს იწვევდეს სხეულის შეკუმშვას. ცხადია, მოძრავი დგუშიდან არეკვლის შემდეგ დამჯახებელი ნაწილაკის სიჩქარე გაიზრდება და, მაშასადამე, გაიზრდება



ნახ. 20.

მისი კინეტიკური ენერგიაც. ეს იმას ნიშნავს, რომ ნაწილაკი გადავა უფრო მეტი ენერგიის უჯრედში, ე. ი. დგუში შეასრულებს მუშაობას. გამოვითვალოთ ეს მუშაობა.

აღვნიშნოთ v_x-ით მოლეკულის სიჩქარის გეგმილი OX ღერძზე (დგუშის ზედაპირისადმი მართობი). თუ დგუშის სიჩქარეა u, მოლეკულის სიჩქარე მის მიმართ იქნება v_x+u. დრეკადი დაჯახების შემდეგ მოლეკულის სიჩქარე ჭურჭლის უძრავი კედლის მიმართ იქნება (v_x+2u). მაშასადამე, თუ დაჯახებამდე მოლეკულის სიჩქარე იყო v_x, დაჯახების შემდეგ იქნება $-(v_x+2u)$ და ამიტომ კინეტიკური ენერგია შეიცვლება (გაიზრდება). ნაზრდისათვის მივიღებთ

$$\Delta\varepsilon_k = \frac{m(v_x+2u)^2}{2} - \frac{mv_x^2}{2} = 2mu(v_x+u). \qquad \text{(III,10)}$$

მეორე მხრივ, მოლეკულის მიერ დგუშისადმი გადაცემული იმპულსი არის

$$mv_x - \{-m(v_x+2u)\} = 2m(v_x+u).$$

თუ დგუშის S ზედაპირზე ერთ წამში ეჯახება N მოლეკულა, ძალა, რომლითაც მოლეკულები იმოქმედებენ დგუშზე, იქნება

$$F_x = 2m(v_x + u)N = \frac{2m(v_x+u)NS}{S} = pS, \qquad \text{(III,11)}$$

სადაც p არის წნევა. ვინაიდან dt დროში დგუში გადაინაცვლებს udt მანძილით, მუშაობისათვის, რომელსაც შეასრულებს დგუში გაზის შეკუმშვის დროს, მივიღებთ

$$dA = Fudt = pSudt.$$

მაგრამ $Sudt$ არის გაზის მოცულობის შემცირება $Sudt = -dV$ და ამიტომ გვექნება

$$dA = -pdV = -2m(v_x+u)uNdt, \qquad \text{(III,12)}$$

რაც, რასაკვირველია, უდრის იმ მოლეკულების ენერგიის ნაზრდს, რომლებიც dt დროში დაეჯახნენ დგუშს.

მოყვანილი მაგალითები ნათლად გვიჩვენებს, როგორია სხეულის ენერგიის შეცვლის პირველი გზა. ის მდგომარეობს მუშაობის შესრულებაში, ე. ი. ნაწილაკების ენერგიის შეცვლაში ისე, რომ არ შეიცვალოს ნაწილაკების განაწილება უჯრედებს შორის.

ახლა განვიხილოთ ენერგიის შეცვლის მეორე გზა, რაც მდგომარეობს უჯრედებს შორის ნაწილაკების გადანაწილებაში.

განვიხილოთ სხეული, რომელშიც ნაწილაკები ისეა განაწილებული უჯრედებს შორის, რომ დამყარებულია სტატისტიკური წონასწორობა. სხეულს ექნება გარკვეული ტემპერატურა, ე. ი. ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიის სათანადო საშუალო მნიშვნელობა. შევახოთ ამ სხეულს მეორე, უფრო მაღალი ტემპერატურის მქონე სხეული. ვინაიდან ამ მეორე სხეულის ნაწილაკების საშუალო კინეტიკური ენერგია მეტია, ვიდრე პირველი სხეულისა, მათი ნაწილაკების დაჯახების შედეგად, ენერგია გადავა მაღალი ტემპერატურის მქონე სხეულიდან დაბალი ტემპერატურის მქონე სხეულზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ პირველი სხეულის ნაწილაკი, რომელიც იმყოფებოდა, მაგალითად, ε_i ენერგიის უჯრედში, ამ დაჯახების შედეგად გადავა უფრო მაღალი ენერგიის უჯრედში. მცირე ენერგიის მქონე ნაწილაკების რიცხვი შემცირდება, ხოლო დიდი ენერგიისა— გაიზრდება. ნაწილაკები გადანაწილდება უჯრედებს შორის, ე. ი. n_1, n_2, n_3 და ა. შ. რიცხვები შეიცვლება.

ვთქვათ, i-ურ უჯრედში მყოფი ნაწილაკების რიცხვი შეიცვალა dn_i-ით ისე, რომ უჯრედის სათანადო ენერგია ε_i არ შეცვლილა.

შაშინ ამ უჯრედში მყოფი ნაწილაკების ენერგია შეიცვლება $\varepsilon_i dn_i$ სიდიდით. მთელი სხეულის ენერგიის ცვლილება კი იქნება

$$dE_Q = \sum_i \varepsilon_i dn_i. \qquad \text{(III,13)}$$

სხეულის ენერგიის შეცვლის ამ გზას ეწოდება სითბოს მინიჭება, ხოლო $\sum \varepsilon_i dn_i$ გამოსახულებას—სითბოს რაოდენობა და აღინიშნება dQ-თი

$$dQ = \sum_i \varepsilon_i dn_i. \qquad \text{(III,14)}$$

ასეთია სისტემის ენერგიის შეცვლის მეორე გზა.

თუ ენერგია იცვლება ორივე გზით, მისი საერთო ცვლილება იქნება

$$dE = \sum_i n_i d\varepsilon_i + \sum_i \varepsilon_i dn_i = dA + dQ. \qquad \text{(III,15)}$$

მივიღეთ, რომ მიკროსკოპული სხეულის ენერგია იცვლება ორი გზით—ან მუშაობის შესრულებით სხეულზე, ან სითბოს მინიჭებით. მიღებული შედეგი შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი კანონის სახით: მაკროსხეულის ენერგიის ნაზრდი უდრის მასზე შესრულებული მუშაობისა და მინიჭებული სითბოს რაოდენობის ჯამს. ამ კანონს, რომელიც საზღვრავს მაკროსხეულების ურთიერთქმედების ხასიათს, თერმოდინამიკის პირველი კანონი ეწოდება.

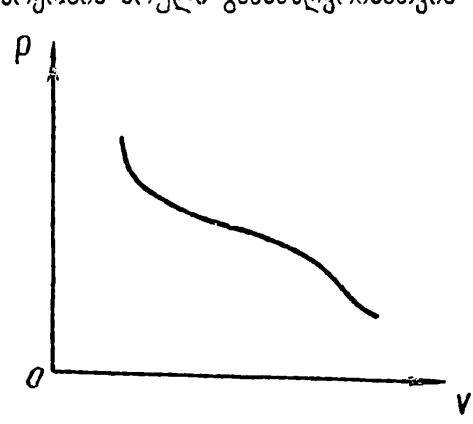
§ 9. მუშაობისა და სითბოს ფიზიკური აზრი და თვისებები

თუმცა მუშაობის ცნებას დაწვრილებით გავეცანით მექანიკური პროცესების განხილვის დროს, მაინც საჭიროა კიდევ მოვაგონოთ მკითხველს, რა განსხვავებაა მუშაობასა და ენერგიას შორის. სხეულს შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ ამა თუ იმ სახის ენერგია, მაგრამ არ შეიძლება ჰქონდეს მუშაობა. უკანასკნელი შეიძლება მხოლოდ შესრულდეს სხვადასხვა პროცესის დროს და ამ შესრულებასთანაა დაკავშირებული ენერგიის ერთი სახის გადასვლა მეორეში ან ენერგიის გადაცემა ერთი სხეულიდან მეორეზე. პროცესის დაწყებამდე ან პროცესის დამთავრების შემდეგ სხეულს არა აქვს მუშაობა, მას აქვს მხოლოდ ენერგია. აქედან, ცხადია, მუშაობა არ წარმოადგენს სხეულის თვისებას, იგი სხეულის მიერ შესრულებული პროცესის თვისებაა. ამიტომაც გასაგებია, რომ მუშაობა დამოკიდებულია პროცესზე, ე. ი. იმ გზაზე, რომლითაც სხეული გადადის საწყისი მდგომარეობიდან საბოლოო მდგომარეობაში. მა-

თემატიკურად ეს გარემოება იმაში გამოისახება, რომ მუშაობის უსასრულოდ მცირე რაოდენობა, საზოგადოდ, არაა სრული დიფერენციალი და, თუ მიუხედავად ამისა, მას აღვნიშნავთ, როგორც dA-ს, უნდა გვახსოვდეს, რომ ამ შემთხვევაში d არ არის დიფერენციალის ნიშანი. d დიფერენციალის აღნიშვნაა მხოლოდ უსასრულოდ მცირე ნაზრდისათვის და ამიტომ იგი შეიძლება დაიწეროს მხოლოდ ისეთი სიდიდის წინ, რომელიც სხეულის თვისებაა, მაგალითად: მოცულობა, ენერგია, ტემპერატურა და ა. შ. ვინაიდან მუშაობა არ არის სხეულის თვისება, არ შეიძლება ლაპარაკი მუშაობის სასრული ან უსასრულოდ მცირე ნაზრდის შესახებ. შეიძლება ლაპარაკი მხოლოდ მუშაობის სასრული ან უსასრულოდ მცირე რაოდენობაზე.

ყოველივე ზემოთქმულის ნათლად წარმოსადგენად ვისარგებლოთ მაკროსხეულის მდგომარეობის გრაფიკული წარმოდგენით.

ვიცით, რომ სხეულის მაკრომდგომარეობა განისაზღვრება შემდეგი სიდიდეებით: p წნევით, V მოცულობით, T ტემპერატურით და ა. შ. თუ სხეული ერთგვაროვანი და იზოტროპიულია, მდგომარეობის სრული განსაზღვრისათვის საკმარისია ორი სიდიდე. ამ სიდიდეებიდან ავარჩევთ მოცულობასა და წნევას. 21-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მაკრომდგომარეობანი და პროცესები VOp დიაგრამაზე.



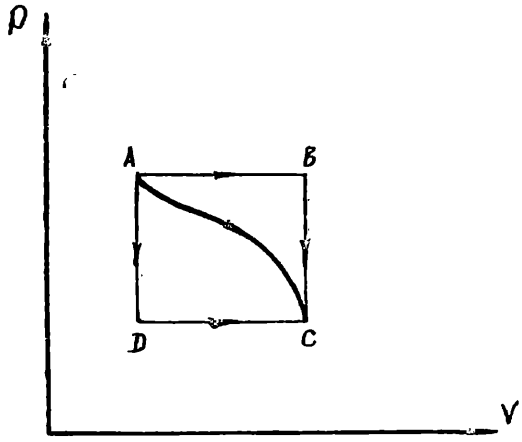
ნახ. 21.

ყოველი მაკრომდგომარეობა გამოსახულია წერტილით, ხოლო მდგომარეობის ცვლილებას (პროცესს) გამოსახავს წერტილის მიერ შემოწერილი მრუდი.

ცხადია, საწყისი მდგომარეობიდან საბოლოო მდგომარეობაში სხეული შეიძლება გადავიდეს სხვადასხვა გზით, ე. ი. სხვადასხვა მდგომარეობაზე გავლით, მაგალითად, A მდგომარეობიდან C მდგომარეობაში სხეულს შეუძლია გადავიდეს ან ABC, ან ADC, ან კიდევ სხვა გზებით (ნახ. 22). პირველი გზით გადასვლის დროს AB მონაკვეთზე უცვლელი რჩება წნევა და იზრდება მოცულობა, ხოლო შემდეგ BC მონაკვეთზე წნევა კლებულობს, მოცულობა კი უცვლელია. მეორე პროცესის დროს კი პირიქით: ჯერ მცირდება წნევა, ხოლო შემდეგ იზრდება მოცულობა. რასაკვირველია, გადასვლა A-დან C-ში შეიძლება მოხ-

დეს ისეც, რომ ერთდროულად იცვლებოდეს წნევაც და მოცულობაც. საერთოდ უნდა ითქვას, რომ ერთი მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლა უამრავი გზით შეიძლება.

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ გამოისახება გრაფიკულად სხეუ-

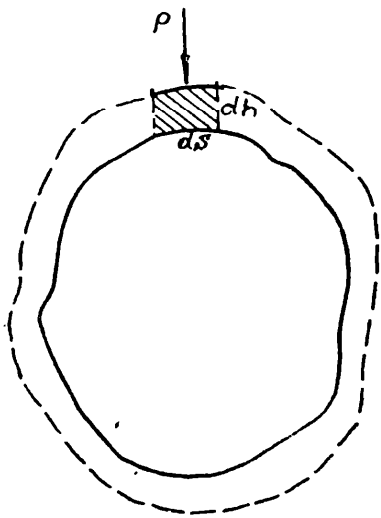


ნახ. 22.

ლის მიერ გაფართოების ან კუმშვის დროს შესრულებული მუშაობა.

ვთქვათ, სხეულის საწყისი მოცულობაა V. დავუშვათ, რომ გარეგანი წნევის გავლენით მისი ზედაპირის dS ფართობმა გადაინაცვლა შიგნით dh მანძილით (ნახ. 23). ამ დროს გარეძალების მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება

$$pdSdh.$$



ნახ. 23.

მთელი ჩაკეტილი ზედაპირის გადანაცვლებით შესრულებული მუშაობა კი

$$dA = \int pdSdh. \qquad \text{(III,16)}$$

ვინაიდან p წნევა მთელ ზედაპირზე ერთი და იგივეა, მივიღებთ

$$dA = p \int dSdh = -pdV, \quad \text{(III,17)}$$

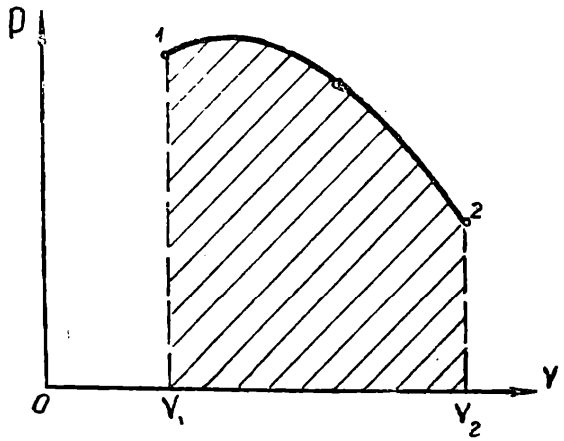
რადგანაც $\int dSdh = -dV$ მოცულობის შემცირებაა გარეგანი წნევის გავლენით. ნიშანი „—“ ამ ფორმულაში იმის მაჩვენებელია, რომ სხეულის გაფართოების დროს

($dV > 0$) შესრულებული მუშაობა უარყოფითია (დადებითად ითვლება არა სხეულის მიერ შესრულებული მუშაობა, არამედ გარეძალებით შესრულებული მუშაობა). ცხადია, შეკუმშვის დროს ($dV < 0$) მუშაობა დადებითია.

სასრული მუშაობისათვის, როდესაც სხეულის მოცულობა იცვლება V_1-დან V_2-მდე, მივიღებთ

$$A = -\int_{V_1}^{V_2} p dV. \qquad \text{(III,18)}$$

მუშაობის გეომეტრიული გამოსახვის მისაღებად გავიხსენოთ, რომ $\int_1^2 y dx$ გეომეტრიულად გამოისახება ფართობით, რომელიც შემოსაზღვრულია $y(x)$ მრუდით, აბსცისთა ღერძით და 1 და 2 წერტილების სათანადო ორდინატებით. სრულიად ანალოგიურად, სხეულზე შესრულებული მუშაობა 1 წერტილიდან 2 წერტილში გადასვლის დროს იქნება (ნახ. 24)



ნახ. 24.

$$A = -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -\text{ფართობი } (V_1 12 V_2). \qquad \text{(III,19)}$$

ცხადია, ეს ფართობი დამოკიდებულია (1,2) მრუდზე, ე. ი. იმ პროცესზე, რომლითაც ხდება გადასვლა 1-დან 2 ში. შესრულებული მუშაობა დამოკიდებულია გადასვლის გზაზე და არა მხოლოდ საწყის და ბოლო მდგომარეობებზე. ამიტომაცაა, რომ (III,19) ფორმულის მარცხენა მხარეში არ დავწეროთ $A_2 - A_1$ (ვინაიდან dA არაა დიფერენციალი), ე. ი. მარჯვე-

ნა მხარე არის არა მუშაობის ნაზრდი (ასეთი ცნება არ არსებობს), არამედ—პროცესის დროს შესრულებული მუშაობა.

ზემოაღნიშნული აზრი მუშაობისა, როგორც სიდიდისა, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ პროცესზე და არა მდგომარეობაზე, ნათლად ჩანს გამოთქმებიდან: მ უ შ ა ო ბ ა ს რ უ ლ დ ე ბ ა, ს ხ ე უ ლ შ ა შ ე ა ს რ უ ლ ა მ უ შ ა ო ბ ა და ა. შ.

გაცილებით უფრო რთულია, გაგების თვალსაზრისით, სითბოს ცნება. სითბოს შესახებ უკვე რამდენიმე საუკუნის წინათ გამოთქმული იყო ორი ერთმანეთის საწინააღმდეგო თვალსაზრისი. პირველი თვალსაზრისის მიხედვით, რომელიც გამოთქმული იყო გალილეის მიერ, სითბო არის თავისებური სახის ნივთიერება, რომელსაც შეუძლია შესვლა ყველა სხეულში ან მისგან გამოსვლა. შემდეგში ამ ნივთიერებას სითბომბადი ეწოდა. ამ ჰიპოთეზის თვალსაზრისით სითბოს შესვლა სხეულში იწვევს მისი ტემპერატურის გადიდებას, გამოსვლა კი—ტემპერატურის დაცემას. თუ სხეულში სრულიად არ არის სითბომბადი, მისი ტემპერატურა იქნება აბსოლუტური ნული. ვინაიდან ცდები აჩვენებდა, რომ ტემპერატურის ცვლა არ იწვევს სხეულის წონის შეცვლას, ითვლებოდა, რომ სითბომბადი უწონოა. ცხადია, ამ თვალსაზრისით (ვინაიდან სითბო წარმოადგენდა ნივთიერებას) შეუძლებელი იყო მისი წარმოქმნა ან გაქრობა. შეიძლებოდა მხოლოდ მისი გადანაწილება სხეულებს შორის. ეს თვალსაზრისი სითბოს ნივთიერი ბუნების შესახებ გაბატონებული იყო მთელი მეთვრამეტე საუკუნის განმავლობაში და მეცხრამეტე საუკუნის დასაწყისში. ამ დროიდან მოდის გამოთქმები: ს ი თ ბ ო ტ ე ვ ა დ ო ბ ა, ფ ა რ უ ლ ი ს ი თ ბ ო და ა. შ. სწორედ ამ პერიოდში დამუშავდა სითბოს რაოდენობის გაზომვის მეთოდები და დადგინდა მისი საზომი ერთეული—კალორია. განმარტების თანახმად, კ ა ლ ო რ ი ა ა რ ი ს ს ი თ ბ ო ს ი ს რ ა ო დ ე ნ ო ბ ა, რ ო მ ე ლ ი ც ს ა ჭ ი რ ო ა ე რ თ ი გ რ ა მ ი ს უ ფ თ ა წ ყ ლ ი ს გ ა ს ა თ ბ ო ბ ა დ ც ე ლ ს ი უ ს ი ს ე რ თ ი გ რ ა დ უ ს ი თ. აღსანიშნავია, რომ გათბობა უნდა წარმოებდეს 19,5°-დან 25,5°-მდე (20°-იანი კალორია) ნორმალური ატმოსფერული წნევის დროს. ეს დამატება აუცილებელია, ვინაიდან გათბობისათვის საჭირო სითბოს რაოდენობა დამოკიდებულია იმ ტემპერატურასა და წნევაზე, რომელზედაც გათბობა ხდება. სითბოს დიდი რაოდენობის გასაზომად იხმარება 1000-ჯერ მეტი ერთეული—კილოკალორია.

საწინააღმდეგო თვალსაზრისი სითბოს ბუნების შესახებ გამოთქმული იყო ფ. ბეკონის მიერ. ამ თვალსაზრისის მიხედვით, სითბო სხეულში მყოფი სითბომბადი კი არაა, არამედ სხეულის

შემადგენელი მცირე უხილავი ნაწილაკების შინაგანი მოძრაობაა. ამის მიხედვით, სხეულის ტემპერატურა განისაზღვრებოდა არა სითბომბადის რაოდენობით სხეულში, არამედ მოძრავი ნაწილაკების სიჩქარით.

ამ თვალსაზრისს მიემხრო მრავალი ცნობილი მეცნიერი (ნიუტონი, ბოილი და სხვ.), მათ შორის ლომონოსოვიც, რომელმაც ამ ჰიპოთეზის მიხედვით დაასაბუთა ტემპერატურის აბსოლუტური ნულის არსებობა, როგორც მდგომარეობისა, როდესაც შეწყვეტილია ყოველგვარი მოძრაობა. მაგრამ მკვლევართა უმრავლესობა მაინც ემხრობოდა პირველ თვალსაზრისს, ვინაიდან იგი უფრო მარტივი, თვალსაჩინო და ადვილად გამოსაყენებელი იყო, მით უმეტეს, რომ მეორე თვალსაზრისის გამოყენება ძნელდებოდა ატომებისა და მოლეკულების შესახებ გარკვეული ცნობების უქონლობით. ამიტომაც იყო პირველი ჰიპოთეზა გაბატონებული მთელი მეთვრამეტე საუკუნის განმავლობაში.

პირველი წინააღმდეგობანი ამ თეორიამ განიცადა იმ მრავალი ცდის შედეგად, რომლებმაც დაამტკიცეს, რომ სითბო არ არის მოუსპობადი, რომ იგი შეიძლება გაჩნდეს მექანიკური მოძრაობის ხარჯზე და გარდაიქმნეს მექანიკურ ენერგიად.

ამ მხრივ, მნიშვნელოვანი ცდები ჩაატარეს რუმფორდმა და ჯოულმა. მათ შეისწავლეს, როგორ შეიძლება სითბოს გარდაქმნა მუშაობად და, პირიქით, სითბოს მიღება მექანიკური ენერგიის დახარჯვით.

სითბოსა და მექანიკური ენერგიის ურთიერთგარდაქმნადობა საბოლოოდ დადასტურდა, როდესაც დადგინდა, რომ სითბოს ერთეული ეკვივალენტურია მექანიკური ენერგიის გარკვეული რაოდენობისა, სრულიად დამოუკიდებლად იმისაგან, თუ როგორ ხდება მათი ერთმანეთში გარდაქმნა. მრავალმა ცდამ და თეორიულმა მსჯელობამ, რომლებიც ჩატარებული იყო გასული საუკუნის პირველ ნახევარში (ჯოული, მაიერი, ჰელმჰოლცი და სხვ.), ცხადყვეს, რომ კალორიასა, ერგსა და ჯოულს შორის არსებობს შემდეგი თანაფარდობა:

$$1 \text{ კალ} = 4{,}182 \cdot 10^7 \text{ ერგი} = 4{,}182 \text{ ჯ}.$$

სითბოსა და მექანიკური ენერგიის ერთმანეთში გარდაქმნის თვისებების დადგენამ საშუალება მოგვცა ნათელი მცდარობა პირველი თვალსაზრისისა სითბოს ნივთიერი ბუნების შესახებ. ცხადი გახდა, რომ სხეულის გათბობა, მართლაც, ნიშნავს მისი ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის გაძლიერებას და არა სითბომბადის შესვლას სხეულში.

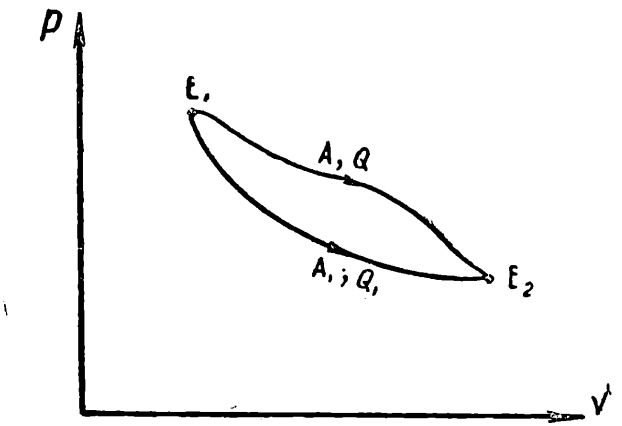
მეცნიერებაში საბოლოოდ განმტკიცდა მეორე თვალსაზრისი სითბოს, როგორც ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის შესახებ, მაგრამ ამასთანავე, გავრცელდა არასწორი შეხედულება სითბოზე, როგორც სიდიდეზე, რომელიც აქვს სხეულს და, მაშასადამე, წარმოადგენს მის თვისებას. ეს არასწორი შეხედულება გამოწვეულია ორი სიდიდის—შინაგანი ან, როგორც ხშირად ამბობენ, სითბური ენერგიისა და სითბოს ერთმანეთში არევით.

ყოველი მაკროსხეული ხასიათდება გარკვეული შინაგანი (სითბური) ენერგიით E, რომელიც მისი შემადგენელი ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის კინეტიკური და ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიების ჯამია. ეს სიდიდე სხეულის თვისების დამახასიათებელია და დამოკიდებულია მხოლოდ მის მდგომარეობაზე.

როგორც უკვე ვიცით, ამ შინაგანი ენერგიის შეცვლა შეიძლება ორი გზით—ან მუშაობის შესრულებით, ან სითბოს მინიჭებით. თუ შინაგან ენერგიას საწყის მდგომარეობაში აღვნიშნავთ E_1-ით, ხოლო საბოლოო მდგომარეობაში—E_2-ით, მისი ცვლილებისათვის მივიღებთ

$$E_2 - E_1 = A + Q, \qquad (III,20)$$

სადაც A და Q სხეულზე შესრულებული მუშაობა და მის მიერ მიღებული სითბოა. მაგრამ სხეული შეიძლება გადავიდეს იმავე პირველი მდგომარეობიდან მეორეში სხვა გზით, ე. ი. სხვა მდგომარეობებზე გავლით (ნახ. 25). შესრულებული მუშაობა A_1 და მინიჭებული სითბო Q_1 უკვე სხვა იქნება, მაგრამ ენერგიის ცვლილება იგივე იქნება, რაც პირველი გზით გადასვლის შედეგად



ნახ. 25

$$E_2 - E_1 = A_1 + Q_1. \qquad \text{(III,21)}$$

მაშასადამე, ისევე, როგორც მუშაობა, სითბო დამოკიდებულია გადასვლის გზაზე და ამიტომ არ წარმოადგენს სხეულის თვისების დამახასიათებელ სიდიდეს. იგი პროცესის დამახასიათებელი სიდიდეა.

სხეულის მიერ მიღებული ან დაკარგული სითბოს რაოდენობა დამოკიდებულია არა მარტო საწყის და საბოლოო მდგომარეობებზე, არამედ ამ მდგომარეობათა შორის გადასვლის გზაზე. ცხადია, ისევე, როგორც მუშაობის შემთხვევაში, არ შეიძლება ლაპარაკი სხეულში მყოფი სითბოს შესახებ. სხეულს აქვს არა სითბო, არამედ შინაგანი ენერგია. აგრეთვე არ შეიძლება ლაპარაკი სითბოს სასრულ ან უსასრულოდ მცირე ნაზრდზე. შეიძლება მხოლოდ იმის თქმა, რომ სხეულმა მიიღო სითბოს ესა თუ ის რაოდენობა.

„კარგად უნდა გვახსოვდეს შემდეგი: ყველაფერი, რაც ვიცით სითბოს შესახებ, არის ის, თუ რა ხდება, როდესაც სითბო გადადის ერთი სხეულიდან მეორეში. არ უნდა ვიფიქროთ, რომ სითბო, როდესაც იგი შევიდა სხეულში, დარჩა მასში სითბოს სახით“ (მაქსველი). სითბო არის უწესრიგო მოძრაობის გადაცემა. როცა გადაცემა მთავრდება, უკვე შეუძლებელია ხმარება სიტყვისა — სითბო. ისევე შეუძლებელია ლაპარაკი იმაზე, რომ სხეულს აქვს სითბო, როგორც იმაზე, რომ მას აქვს მუშაობა.

მუშაობისა და სითბოს დამოკიდებულება გზაზე და ის გარემოება, რომ ისინი წარმოადგენენ არა სხეულების მდგომარეობის, არამედ პროცესების თვისებების დამახასიათებელ სიდიდეებს, განსაკუთრებით ნათლად ჩანს წრიული პროცესების განხილვიდან. წრიული პროცესი, ანუ ციკლი ეწოდება ისეთ პროცესს, რომლის შესრულების შემდეგ სხეული ისევ საწყის მდგომარეობას უბრუნდება, ე. ი. პროცესს, რომელიც მდგომარეობის დიაგრამებზე გამოისახება ჩაკეტილი მრუდით (ნახ. 26). ასეთი პროცესისათვის თერმოდინამიკის პირველი კანონი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$E_2 - E_1 = A + Q = 0, \qquad \text{(III,22)}$$

ვინაიდან საბოლოო მდგომარეობის საწყის მდგომარეობასთან თანხვედრის გამო $E_2 = E_1$.

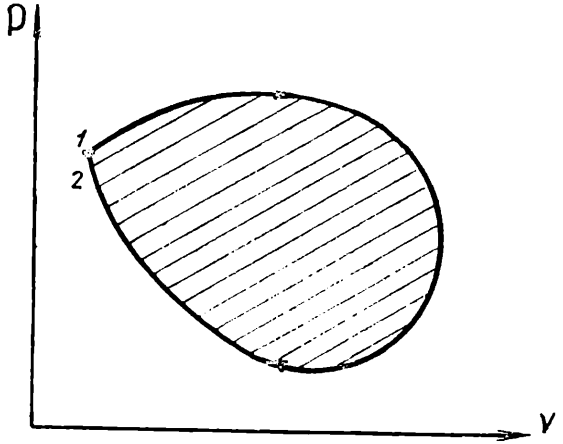
საზოგადოდ, უნდა ითქვას, რომ ყოველი სიდიდე, რომელსაც გარკვეული მნიშვნელობა აქვს მოცემულ მდგომარეობაში, იმავე მნიშვნელობას ღებულობს, როდესაც სხეული საწყის მდგომარეობას დაუბრუნდება. სითბოსა და მუშაობის შემთხვევაში კი, მიუხე-

დავად სხეულის დაბრუნებისა საწყის მდგომარეობაში, მის მიერ მიღებული სითბო და მასზე შესრულებული მუშაობა განსხვავდებიან ნულისაგან.

მაგალითად, სხეულის მიერ წრიული პროცესის დროს შესრულებული მუშაობა

$$-A=Q. \qquad \text{(III,23)}$$

კერძოდ, ამ განტოლების გამოყენებაზეა დამყარებული ყველა სითბური მანქანა, რომელთა დანიშნულებაა სითბოს გარდაქმნა მუშაობად. ცხადია, წრიული პროცესის დროს შესრულებული მუ-



ნახ. 26.

შაობა ტოლია იმ ფართობისა, რომელიც შემოწერილია ციკლის გამომსახველი მრუდით pOV დიაგრამაზე (ნახ. 26).

ადვილი გამოსარკვევია, რომ, თუ ციკლის შემოწერა ხდება ისე, რომ მისი ფართობი რჩება მარჯვნივ, მუშაობას ასრულებს სხეული, წინააღმდეგ შემთხვევაში მუშაობა სრულდება სხვა სხეულების მიერ.

სითბო რომ მხოლოდ მდგომარეობაზე დამოკიდებული სიდიდე იყოს, საწყის მდგომარეობაში დაბრუნების შემდეგ მიღებული სითბოს რაოდენობა იქნებოდა ნულის ტოლი (ისევე, როგორც ნულის ტოლია მიღებული ენერგიის რაოდენობა). არის მხოლოდ ორი შემთხვევა, როდესაც ეს ასეა.

ვთქვათ, ერთადერთი მუშაობა, რომელსაც სხეული ასრულებს, არის გაფართოების ან კუმშვის მუშაობა. მაშინ სხეულის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა

$$Q=-\oint dA=\oint pdV. \qquad \text{(III,24)}$$

ვთქვათ, ახლა, რომ პროცესი მიმდინარეობს მუდმივი მოცულობის პირობებში

$$V=\text{const},$$

მაშინ, ცხადია, $$Q=0. \qquad \text{(III,25)}$$

ასეთსავე შედეგს მივიღებთ, თუ მუდმივია წნევა, ვინაიდან

$$\oint pdV = p \oint dV = 0.$$

ამიტომაც ასეთ შემთხვევებში, და მრავალი ქიმიური პროცესი სწორედ ასეთია, ვინაიდან $Q=0$ (ჰესის კანონი), შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ სითბო არ არის დამოკიდებული გადასვლის გზაზე და განისაზღვრება მხოლოდ საწყისი და საბოლოო მდგომარეობებით.

დასასრულ, დავწეროთ თერმოდინამიკის I კანონი სხვადასხვა სახით. იგი შეიძლება დაიწეროს შემდეგნაირად:

$$dE=dA+dQ. \qquad \text{(III,26)}$$

ხშირად საჭიროა გამოირკვეს, რაზე დაიხარჯა სხეულისადმი მინიჭებული სითბო, მაშინ ხელსაყრელია მისი შემდეგი სახით დაწერა

$$dQ=dE-dA, \qquad \text{(III,27)}$$

რომელიც გვიჩვენებს, რომ მინიჭებული სითბო (dQ) იხარჯება შინაგანი ენერგიის გაზრდაზე (dE) და სხეულის მიერ მუშაობის შესრულებაზე ($-dA$).

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც მუშაობა სრულდება მხოლოდ მოცულობის ცვლილების გამო, გვექნება:

$$\left.\begin{aligned} dE&=dQ-pdV \\ dQ&=dE+pdV. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III,28)}$$

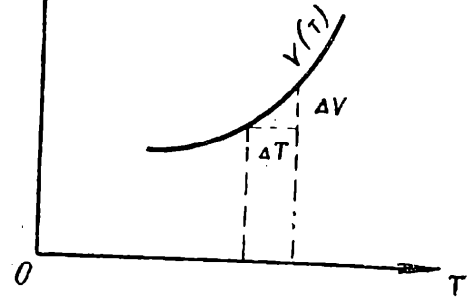
და

§ 10. მაკროსხეულის თვისებების დამახასიათებელი სიდიდეები

ყველა ზემოგანხილული სიდიდე—წნევა, მოცულობა, ტემპერატურა და ა. შ. ახასიათებს მაკროსხეულის თერმოდინამიკურ მდგომარეობას; ყოველ სხეულს შეიძლება ჰქონდეს ამ სიდიდეთა სხვადასხვა მნიშვნელობა. მაგალითად, წნევის ან ტემპერატურის გარკვეული მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს როგორც სითხეს, ისე მყარ სხეულს ან გაზს და ამიტომ ამ სიდიდეების საშუალებით არ შეიძლება სხეულების თვისებების განსაზღვრა. სხეულების თვისებები

ხასიათდება არა ამ სიდიდეებით, არამედ მათ შორის არსებული კავშირებით. სხეულის თვისებების დასახასიათებლად მნიშვნელოვანია არა ის, რომ მის წნევას ან ტემპერატურას აქვს გარკვეული მნიშვნელობები, არამედ ის, თუ როგორ იცვლება ერთ-ერთი მათგანი, მაგალითად წნევა, მეორე სიდიდის, მაგალითად, ტემპერატურის, ცვლილებით. ეს დამოკიდებულება თერმოდინამიკური მდგომარეობის განმსაზღვრელ სიდიდეებს შორის სხვადასხვა სახისაა არა მარტო სხვადასხვა აგრეგატულ მდგომარეობაში მყოფ სხეულთათვის, არამედ ერთსა და იმავე მდგომარეობაში მყოფი სხვადასხვა სხეულისათვის. ამ დამოკიდებულებათა დასამყარებლად შემოღებულია სხეულთა თვისებების დამახასიათებელი ახალი მაკროსიდიდეები. განვიხილოთ ყველაზე მნიშვნელოვანი ამ სიდიდეთა შორის.

1. მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი. გარკვეული ტემპერატურისა და წნევის პირობებში ყოველ სხეულს აქვს გარკვეული მოცულობა. ცდები გვიჩვენებს, რომ ტემპერატურის შეცვლა (წნევის მუდმივობის პირობებში) ყოველთვის იწვევს მოცულობის შეცვლას. ამიტომაც საჭიროა შემოვიღოთ სიდიდე, რომელიც დაგვიხასიათებს, როგორ იცვლება მოცულობა ტემპერატურის შეცვლის დროს. ამისათვის შემდეგნაირად მოვიქცეთ. ვთქვათ, სხეულის ტემპერატურა არის T, ხოლო მოცულობა—V (გარკვეული მუდმივი p წნევის პირობებში). გავზარდოთ ტემპერატურა ΔT სიდიდით, რაც მუდმივი წნევის პირობებში გამოიწვევს მოცულობის ΔV ცვლილებას. ΔV შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი, იმისდა მიხედვით ფართოვდება თუ იკუმშება სხეული გათბობის შედეგად. შეფარდება



ნახ. 27.

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} \qquad \text{(III,29)}$$

გვიჩვენებს, რამდენად გაიზარდა სხეულის მოცულობა ტემპერატურის ერთი ერთეულით გაზრდის შედეგად. იმის აღსანიშნავად, რომ ეს გაფართოება ხდება მუდმივი წნევის პირობებში, ამ გამო-

სახულებას ათავსებენ ფრჩხილებში და მარჯვნივ, ქვემოთ უწერენ p ინდექსს:

$$\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_p. \qquad \text{(III,30)}$$

მაგრამ ეს სიდიდე დამოკიდებულია არა მარტო სხეულის მდგომარეობაზე, არამედ მის ზომაზედაც. იმისათვის, რომ მიიღონ მხოლოდ ნივთიერებასა და მდგომარეობაზე დამოკიდებული სიდიდე, შემდეგნაირად იქცევიან. ზემომოყვანილ შეფარდებას ყოფენ V_0-ზე, რომელიც სხეულის მოცულობაა გარკვეულ სტანდარტულ, სახელდობრ ყინულის დნობის ტემპერატურაზე ნორმალური წნევის პირობებში (760 mm ვწყ. სვ.). ეს ტემპერატურა, რომელიც T_0-ით გვაქვს აღნიშნული, რიცხობრივად ტოლია 273°,15-სა აბსოლუტური სკალით ან, რაც იგივეა, 0°-ისა ცელსიუსის სკალით. მიღებულ სიდიდეს

$$\alpha_m = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_p \qquad \text{(III,31)}$$

საშუალო მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი (მუდმივი წნევის პირობებში) ეწოდება ტემპერატურის ΔT შუალედში. 27-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მოცულობისა და ტემპერატურის დამაკავშირებელი გრაფიკი. იქვე ნაჩვენებია ამ სიდიდეების ნაზრდები. მრავალ შემთხვევაში მოცულობის ცვლა ტემპერატურის ცვლის შედეგად არ არის თანაბარი და ამიტომ საშუალო გაფართოების კოეფიციენტი ვერ დაახასიათებს ზუსტად მოცულობის ცვლის ხასიათს გარკვეული ტემპერატურისათვის. ამიტომაც შემოღებულია ნამდვილი მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი, რომელიც მიიღება საშუალო გაფართოების კოეფიციენტიდან ზღვარზე გადასვლით, როდესაც ΔT მიისწრაფვის ნულისაკენ. ამ შემთხვევაში ფრჩხილებში მყოფი გამოსახულება მოგვცემს მოცულობის კერძო წარმოებულს ტემპერატურის მიმართ და ნამდვილი გაფართოების კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \qquad \text{(III,32)}$$

როგორც ვხედავთ, მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი არის ტემპერატურის ერთი ერთეულით გადიდებით მიღებული მოცულობის ნაზრდის შეფარდება სხეულის მოცულობასთან ყინულის დნობის ტემპერატურაზე.

ყურადღება უნდა მიექცეს იმ გარემოებას, რომ მოცულობის ნაზრდი (ტემპერატურის ერთი ერთეულით გაზრდის შედეგად) უნდა

შევუფარდოთ მოცულობას, რომელიც აქვს სხეულს ყინულის დნობის ტემპერატურაზე, და არა იმ მოცულობას, რომელიც ჰქონდა სხეულს საწყის ტემპერატურაზე. მართალია, მყარი სხეულებისა და სითხეების შემთხვევაში, როდესაც მოცულობა ძალიან მცირედ იცვლება გათბობის შედეგად, ამას დიდი მნიშვნელობა არა აქვს, ვინაიდან V-სა და V_0-ს შორის განსხვავება მცირეა, მაგრამ გაზების შემთხვევაში ეს გარემოება უკვე მისაღებია მხედველობაში. თვით განსაზღვრიდან გამომდინარეობს, რომ α უნდა განისაზღვროს ნებისმიერი, მაგრამ მუდმივი წნევის პირობებში. შეიძლება აღმოჩნდეს და, საზოგადოდ, ეს ასეც არის, რომ გაფართოების კოეფიციენტი დამოკიდებულია როგორც ტემპერატურაზე, ისე წნევაზე. იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც α არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე, მისი განმსაზღვრელი ფორმულა შეიძლება გავამარტივოთ და ასეთი სახით დავწეროთ:

$$\alpha = \frac{V - V_0}{V_0 (T - T_0)}. \qquad \text{(III,33)}$$

თუ აბსოლუტური ტემპერატურის ნაცვლად გამოვიყენებთ ცელსიუსის ტემპერატურას, მივიღებთ

$$\alpha = \frac{V - V_0}{V_0 t}, \qquad \text{(III,34)}$$

საიდანაც მივიღებთ ფიზიკის ელემენტარული კურსიდან ცნობილ ფორმულას

$$V = V_0 (1 + \alpha t), \qquad \text{(III,35)}$$

რომელიც აკავშირებს სხეულის მოცულობას ცელსიუსის ტემპერატურასთან მუდმივი მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტის შემთხვევაში. გაფართოების კოეფიცრენტის თვისებებსა და მნიშვნელობებს სხვადასხვა სხეულისათვის დაწვრილებით შევისწავლით სათანადო თავებში, ახლა კი საერთო წარმოდგენისათვის მოვიყვანთ ამ კოეფიციენტის რიცხვითს მნიშვნელობებს ზოგიერთი ნივთიერებისათვის ოთახის ტემპერატურაზე.

ცხრილი 3

სხვადასხვა ნივთიერების გაფართოების კოეფიციენტები

გაზები	სითხეები	მყარი სხეულები
ჰელიუმი — $3{,}66 \cdot 10^{-3}$	ეთილის სპირტი — $1{,}1 \cdot 10^{-3}$	ალუმინი — $2{,}6 \cdot 10^{-5}$
წყალბადი — $3{,}66 \cdot 10^{-3}$	ეთერი „ — $1{,}63 \cdot 10^{-3}$	ვერცხლი — $1{,}9 \cdot 10^{-5}$
აზოტი — $3{,}67 \cdot 10^{-3}$	ვერცხლისწყალი — $1{,}8 \cdot 10^{-4}$	რკინა — $1{,}2 \cdot 10^{-5}$
ჰაერი — $3{,}67 \cdot 10^{-3}$	წყალი — $1{,}5 \cdot 10^{-4}$	სპილენძი — $1{,}7 \cdot 10^{-5}$

2. წნევის თერმული კოეფიციენტი ამყარებს კავშირს წნევასა და ტემპერატურას შორის. იგი განისაზღვრება მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტის მსგავსად, იმ განსხვავებით, რომ მოცულობის ნაზრდის მაგიერ აღებულია წნევის ნაზრდი და წნევის წარმოებული ტემპერატურის მიმართ (მუდმივი მოცულობის პირობებში) შეფარდებულია სხეულის წნევასთან ყინულის დნობის ტემპერატურაზე.

წნევის თერმული კოეფიციენტი მუდმივი მოცულობის პირობებში არის ერთი გრადუსით გათბობის შედეგად მიღებული წნევის ნაზრდის შეფარდება იმ წნევასთან, რომელიც აქვს სხეულს ყინულის დნობის ტემპერატურაზე

$$\beta=\frac{1}{p_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V. \qquad \text{(III,36)}$$

როგორც α, β-ც შეიძლება დამოკიდებული იყოს მოცულობასა და ტემპერატურაზე. იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც β არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე, შეიძლება დავწეროთ

$$\beta=\frac{1}{p_0}\left(\frac{p-p_0}{T-T_0}\right)_V=\left(\frac{p-p_0}{p_0\,t}\right)_V, \qquad \text{(III,37)}$$

საიდანაც მივიღებთ ცნობილ ფორმულას

$$p=p_0(1+\beta t), \qquad \text{(III,38)}$$

რომელიც აკავშირებს სხეულის მოცულობას ტემპერატურასთან მუდმივი თერმული კოეფიციენტის შემთხვევაში.

3. კუმშვის კოეფიციენტი. მესამე სიდიდე, რომელიც გამოიყენება სხეულების თვისებების დასახასიათებლად, არის კუმშვის კოეფიციენტი. თუ გაფართოების და წნევის თერმული კოეფიციენტები ამყარებენ კავშირს სათანადოდ ან მოცულობასა და ტემპერატურას შორის, ან წნევასა და ტემპერატურას შორის, კუმშვის კოეფიციენტი წნევას აკავშირებს მოცულობასთან. გავზარდოთ სხეულზე წარმოებული წნევა dp სიდიდით და დავუშვათ, რომ ამ პროცესის დროს ტემპერატურა უცვლელია. მაშინ სხეული შეიკუმშება dV სიდიდით.

შევადგინოთ გამოსახულება

$$\varkappa=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T. \qquad \text{(III,39)}$$

ამ სიდიდეს კუმშვის იზოთერმული კოეფიციენტი ეწოდება. იგი არის მოცულობის ფარდობითი შემცირება წნევის ერთი ერთეუ-

ლით გაზრდის შედეგად, მუდმივი ტემპერატურის პირობებში. (III,39) ფორმულაში ნიშანი „—“ აღებულია იმიტომ, რომ წნევის გაზრდა ყოველთვის იწვევს მოცულობის შემცირებას, ე. ი. ∂p-სა და ∂V-ს საწინააღმდეგო ნიშნები აქვთ.

ცხადია, რომ x შეიძლება დამოკიდებული იყოს როგორც წნევაზე, ისე ტემპერატურაზე. გარდა ამ სიდიდისა, ხშირად გამოიყენება მეორე სიდიდე:

$$\varkappa_{ად} = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{dQ=0}, \qquad \text{(III,40)}$$

რომელიც აგრეთვე კუმშვის კოეფიციენტია. განსხვავება იზოთერმული $\varkappa$-საგან ის არის, რომ კუმშვა წარმოებს არა მუდმივი ტემპერატურის პირობებში (იზოთერმულად), არამედ ადიაბატურად, ე. ი. ისე, რომ სხეული არც იღებს და არც კარგავს სითბოს: $dQ=0$. მას ადიაბატური კუმშვის კოეფიციენტი ეწოდება.

ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ აღნიშნული კოეფიციენტები α, β და $\varkappa$ სრულიად დამოუკიდებელი არაა ერთმანეთისაგან. უკვე ვიცით, რომ ყოველი ერთგვაროვანი და იზოტროპიული სხეულისათვის მოცულობასა, წნევასა და ტემპერატურას შორის არსებობს გარკვეული ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელსაც შეიძლება, მაგალითად, მიეცეს ასეთი სახე:

$$V = F(p,\ T). \qquad \text{(III,41)}$$

გამოვითვალოთ მოცულობის დიფერენციალი

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT. \qquad \text{(III,42)}$$

გავყოთ ეს გამოსახულება dT-ზე და დავუშვათ, რომ მოცულობის სრული ცვლილება ნულის ტოლია. მივიღებთ

$$0 = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \qquad \text{(III,43)}$$

აქედან გვექნება

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Big/ \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -1. \qquad \text{(III,44)}$$

(III,32), (III,36) და (III,39) ფორმულების გამოყენება გვაძლევს

$$\frac{\varkappa\beta}{\alpha} = -\frac{V_0}{p_0 V}. \qquad \text{(III,45)}$$

ასეთია კავშირი α, β და $\varkappa$ კოეფიციენტებს შორის.

ეს ფორმულა გვაძლევს საშუალებას გამოვთვალოთ ერთი მათგანი, თუ ცნობილია ორი დანარჩენი.

4. სითბოტევადობა. გარდა ზემოგანხილული სამი სიდიდისა, სხეულები ხასიათდება კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი თერმოდინამიკური სიდიდით—სითბოტევადობით. ეს სიდიდე შემოღებულია იმის დასახასიათებლად, თუ როგორ იცვლება სხეულის ტემპერატურა მისთვის სითბოს მინიჭების შედეგად.

დაკვირვებები გვიჩვენებს, რომ სხვადასხვა სხეულის გათბობა, ვთქვათ, ერთი გრადუსით, მოითხოვს სულ სხვადასხვა სითბოს რაოდენობას. რასაკვირველია, გასათბობად საჭირო სითბოს რაოდენობა დამოკიდებულია არა მარტო სხეულის გვაროვნობაზე, არამედ მის მასაზედაც, ამიტომაც შემოღებულია შემდეგი განსაზღვრა: კუთრი სითბოტევადობა ეწოდება სითბოს რაოდენობას, რომელიც საჭიროა ერთი გრამი სხეულის გასათბობად ერთი გრადუსით. ცხადია, რომ ამ განსაზღვრის თანახმად, კუთრი სითბოტევადობა იქნება[1]

$$c=\frac{1}{M}\left(\frac{dQ}{dT}\right), \tag{III,46}$$

სადაც dQ არის dT გრადუსით გასათბობად საჭირო სითბოს რაოდენობა, M კი—სხეულის მასა.

ცხადია, მოყვანილი განსაზღვრა არ არის სრულიად გარკვეული, ვინაიდან არაა აღნიშნული, რა პირობებში წარმოებს გათბობა, ხოლო ამის გარეშე dQ არაა განსაზღვრული. ჩვეულებრივ, იხილავენ ორ სითბოტევადობას:

1. სითბოტევადობას მუდმივი მოცულობის პირობებში

$$c_v=\frac{1}{M}\left(\frac{dQ}{\partial T}\right)_v. \tag{III,47}$$

2. სითბოტევადობას მუდმივი წნევის პირობებში

$$c_p=\frac{1}{M}\left(\frac{dQ}{\partial T}\right)_p. \tag{III,48}$$

ამ გამოსახულებებს შეიძლება მივცეთ შემდეგი მსჯელობისათვის უფრო მოსახერხებელი სახე, თუ გამოვიყენებთ თერმოდინამიკის პირველ კანონს, რომლის თანახმად,

---

[1] უნდა გვახსოვდეს, რომ $\frac{dQ}{dT}$ არ წარმოადგენს Q-ს წარმოებულს T-ს მიმართ, ვინაიდან სხეულის აღებულ მდგომარეობაში Q არ არსებობს.

$$dQ = dE + pdV. \tag{III,49}$$

(III,47) და (III,48) ფორმულებში ჩასმა გვაძლევს

$$c_v = \frac{1}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v \tag{III,50}$$

და

$$c_p = \frac{1}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p + \frac{p}{M}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \tag{III,51}$$

ამ ფორმულების მარჯვენა მხარეში მდგომი სიდიდეები, $\frac{dQ}{dT}$-გან განსხვავებით, უკვე ენერგიისა და მოცულობის წარმოებულებია ტემპერატურის მიმართ.

აღნიშნულ სითბოტევადობათა გამოთვლას, მათი გაზომვის მეთოდებსა და ერთიმეორესთან კავშირს განვიხილავთ შემდეგში, აგრეგატულ მდგომარეობათა შესწავლის დროს.

უნდა აღინიშნოს, რომ ნივთიერების თერმოდინამიკური თვისებების დასახასიათებლად გაცილებით უფრო ხელსაყრელია არა კუთრი, არამედ მოლეკულური სითბოტევადობა.

მართლაც, კუთრი სითბოტევადობის შემთხვევაში ერთმანეთს ვადარებთ სხვადასხვა ნივთიერების თითო გრამს, მაგრამ, მაგალითად, ერთ გრამ წყალბადში და ერთ გრამ ჟანგბადში მოლეკულების სულ სხვადასხვა რაოდენობაა და ამიტომაც მათი სითბოტევადობები არ იქნება შესადარი. სულ სხვა იქნება, თუ განვსაზღვრავთ მოლეკულურ სითბოტევადობას, ე. ი. სითბოს იმ რაოდენობას, რომელიც საჭიროა ნივთიერების ერთი გრამმოლეკულის გასათბობად ერთი გრადუსით, ვინაიდან ყოველი ნივთიერების გრამმოლეკულაში იმყოფება მოლეკულათა ერთი და იგივე რაოდენობა.

ამიტომაც გასაგებია, რომ მოლეკულური სითბოტევადობა დამოკიდებული იქნება მხოლოდ სხეულისა და მის მოლეკულების აღნაგობის განსხვავებაზე და არა განსხვავებაზე მოლეკულების რიცხვებს შორის. მოლეკულური სითბოტევადობის ფორმულები შემდეგია:

$$\mu c_v = \frac{\mu}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v, \tag{III,52}$$

$$\mu c_p = \frac{\mu}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p + \frac{\mu p}{M}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \tag{III,53}$$

მეოთხე თავი

თერმოდინამიკის მეორე კანონი

§ 11. მაკროსხეულის მიკრო- და მაკრომდგომარეობანი

როგორც ზემოთ გამოვარკვიეთ, მაკროსხეულის, როგორც მთლიანი სისტემის, მდგომარეობა ხასიათდება ისეთი მაკროსიდიდეების გარკვეული მნიშვნელობებით, როგორიცაა მოცულობა, წნევა, ტემპერატურა, ენერგია და ა. შ. მდგომარეობას, რომელიც ხასიათდება მაკროსიდიდეებით, ე. ი. მიკროსიდიდეების საშუალო მნიშვნელობებით, მაკრომდგომარეობა ეწოდება. გამოვარკვიოთ, როგორაა დამოკიდებული მაკრომდგომარეობა ნაწილაკების განაწილებაზე მათი მდგომარეობის მიხედვით. როგორც ვიცით, ყოველი მაკროსიდიდე წარმოადგენს სათანადო მიკროსიდიდის საშუალო მნიშვნელობას. მაგალითად, თუ განვიხილავთ a მიკროსიდიდეს და a_i-ით აღვნიშნავთ მის მნიშვნელობას i-ურ უჯრედში მყოფი ნაწილაკისათვის, მაშინ მისი საშუალო მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით

$$\overline{a} = \frac{\Sigma n_i a_i}{N}, \qquad \text{(IV,1)}$$

სადაც n_i არის i-ურ უჯრედში მყოფი ნაწილაკების რიცხვი, ხოლო N—ნაწილაკთა საერთო რიცხვი სხეულში. ამ ფორმულიდან ცხადი ხდება, რომ მაკროსიდიდის მნიშვნელობა დამოკიდებულია მოლეკულების განაწილებაზე უჯრედებს შორის, ე. ი. n_i რიცხვებზე. სანამ ეს რიცხვები არ იცვლება, მანამ მაკროსიდიდეც უცვლელი იქნება (თუ, რასაკვირველია, არ იცვლება გარეშე პირობები). მხოლოდ ნაწილაკების გადაჯგუფებამ უჯრედებს შორის, ე. ი. n_i რიცხვების შეცვლამ, შეიძლება გამოიწვიოს საშუალო მნიშვნელობის, ე. ი. სხეულის მაკრომდგომარეობის შეცვლა.

აქედან შეიძლება ასეთი დასკვნა გამოვიტანოთ. სხეულის მაკრომდგომარეობა ცალკეულ უჯრედებში მყოფი მოლეკულების n_1, n_2, $n_3 \ldots n_i$,—რიცხვებით განისაზღვრება. ამ რიცხვების ყოველ ერთობ-

ლიობას ეთანადება გარკვეული მაკრომდგომარეობა და, პირიქით, ყოველ მაკრომდგომარეობას ეთანადება ამ რიცხვების ერთობლიობა. განვიხილოთ მაგალითი: ვთქვათ, გვაქვს ორი უჯრედი და ოთხი მოლეკულა. როგორ შეიძლება გავანაწილოთ ეს მოლეკულები უჯრედებს შორის? ე. ი. როგორია n_1 და n_2 რიცხვების შესაძლო მნიშვნელობები? შეიძლება, მაგალითად, პირველ უჯრედში იყოს ერთი მოლეკულა, მაშინ მეორე უჯრედში იქნება სამი, თუ პირველ უჯრედში არც ერთი მოლეკულა არ არის, მეორე უჯრედში ოთხი მოლეკულა იქნება და ა. შ. ცხრილში მოყვანილია n_1 და n_2 რიცხვების ყველა შესაძლო მნიშვნელობა.

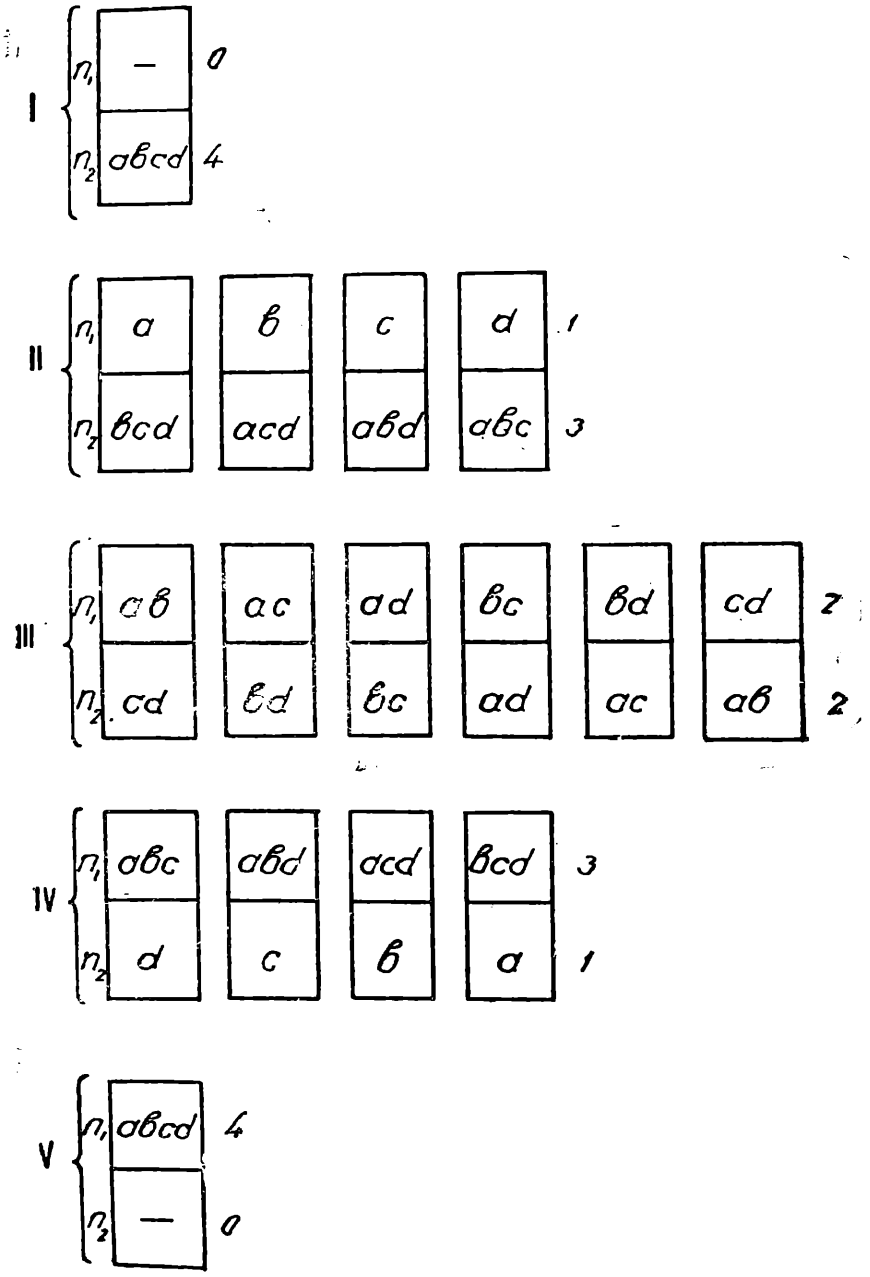
I	—	1	2	3	4	n_1
II	4	3	2	1	—	n_2

ნახ. 28.

ჩვენ ვხედავთ, რომ სულ შესაძლებელია ხუთი სხვადასხვაგვარი განაწილება ოთხი მოლეკულისა ორ უჯრედს შორის, რაც ნიშნავს, რომ გვექნება ხუთი სხვადასხვა მაკრომდგომარეობა. ყოველ ამ მაკრომდგომარეობას ეთანადება ფიზიკური სიდიდეების გარკვეული საშუალო მნიშვნელობები და ერთი მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლა გამოიწვევს ამ საშუალო მნიშვნელობების შეცვლას.

ვინაიდან მაკროსხეულის შემადგენელი ნაწილაკები განუწყვეტლად მოძრაობენ, იცვლიან მდებარეობას, სიჩქარეს და ა. შ., ცხადია, იწარმოებს განუწყვეტელი გადასვლა ერთი მაკრომდგომარეობიდან მეორეში. სხეული იქნება ხან ერთ, ხან მეორე მაკრომდგომარეობაში. ამიტომაც სავსებით ბუნებრივი იქნება შემდეგი საკითხის დასმა: სხეულის ყველა მაკრომდგომარეობა ტოლფასია თუ არა, ე. ი. ერთნაირად ხშირად შეგვხვდება თუ არა სხეული ამ მდგომარეობებში, თუ არსებობს ერთი მათგანი, რომელშიც სხეული აღმოჩნდება ყველაზე უფრო ხშირად? ეს საკითხი შეიძლება ასედაც ჩამოვაყალიბოთ. თვალყური ვადევნოთ სისტემას საკმაოდ დიდი დროის განმავლობაში. მთელი ამ დროის რა ნაწილს ატარებს სისტემა ამა თუ იმ მაკრომდგომარეობაში?

იმისათვის, რომ პასუხი გავცეთ ამ კითხვაზე, უფრო დეტალურად უნდა გავარჩიოთ მოლეკულების შესაძლო განაწილებანი უჯრედებს შორის. სიმარტივისათვის ისევ ორი უჯრედისა და ოთხი მოლეკულის შემთხვევა განვიხილოთ. მოლეკულები აღვნიშ-


I
n_1 — 0
n_2 abcd 4
II
n_1 a b c d 1
n_2 bcd acd abd abc 3
III
n_1 ab ac ad bc bd cd 2
n_2 cd bd bc ad ac ab 2
IV
n_1 abc abd acd bcd 3
n_2 d c b a 1
V
n_1 abcd 4
n_2 — 0

Бъб. 29.

ნოთ a, b, c და d ასოებით და მოვძებნოთ მათი ყოველნაირი განაწილება უჯრედებს შორის. ამ განაწილებათა განხილვისას მივიღოთ მხედველობაში მოლეკულების ინდივიდუალობა, რასაც ზემოთ ყურადღებას არ ვაქცევდით. ეს იმას ნიშნავს, რომ განვასხვავებთ ერთმანეთისაგან განაწილებებს, რომლებიც მიიღება ერთიმეორისაგან მოლეკულების გადანაცვლებით უჯრედებს შორის. ქვემოთ მოყვანილ 29-ე ნახაზზე მოცემულია ყველა შესაძლო განაწილება, შედგენილი მოლეკულების ინდივიდუალობის მხედველობაში მიღებით.

როგორც ვხედავთ, ყველა შესაძლო განაწილების რიცხვია 16.

მდგომარეობას, რომელიც განსაზღვრულია იმით, რომ გარკვეულ უჯრედში იმყოფება გარკვეული მოლეკულები, სხეულის მიკრომდგომარეობა ვუწოდოთ. მაგალითად, მდგომარეობა, რომელშიც b მოლეკულა იმყოფება პირველ უჯრედში, ხოლო a, c და d მოლეკულები მეორეში, იქნება ერთი გარკვეული მიკრომდგომარეობა. b და c მოლეკულების გადანაცვლება მოგვცემს ახალ მიკრომდგომარეობას, მიუხედავად იმისა, რომ მოლეკულათა რიცხვი უჯრედებში მეორე შემთხვევაში ისეთივეა, როგორიც პირველში. მიკრომდგომარეობათა საერთო რიცხვი ამ შემთხვევაში არის 16, მაკრომდგომარეობათა რიცხვი—5. ჩვენ ვხედავთ, რომ მიკრომდგომარეობათა რიცხვი ყოველთვის მეტია, ვიდრე მაკრომდგომარეობათა რიცხვი. ეს გასაგებია, ვინაიდან მოლეკულების გადანაცვლებას უჯრედებს შორის გადაჰყავს სხეული ერთი მიკრომდგომარეობიდან მეორეში, მაკრომდგომარეობა კი უცვლელი რჩება, რადგანაც მოლეკულების გაცვლა უჯრედებს შორის არ ცვლის მათ რიცხვებს უჯრედებში. მართლაც, თუ, მაგალითად, მეორე მიკრომდგომარეობაში გადავანაცვლებთ b და d მოლეკულებს, მივიღებთ ახალ მიკრომდგომარეობას, მაკრომდგომარეობა კი არ შეიცვლება (ორივე შემთხვევაში $n_1=3$, $n_2=1$).

მიღებული შედეგი შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოყალიბდეს: ყოველი მაკრომდგომარეობა ხორციელდება მიკრომდგომარეობათა გარკვეული რიცხვით, რომლებიც მიიღება ერთიმეორისაგან მოლეკულების გაცვლით უჯრედებს შორის. მაგალითად, პირველი მაკრომდგომარეობა ხორციელდება მხოლოდ ერთი მიკრომდგომარეობით, მეორე მაკრომდგომარეობა ($n_1=3$, $n_2=1$)—ოთხი მიკრომდგომარეობით და ა. შ. მიკრომდგომარეობათა უდიდესი რიცხვით ხორციელდება მესამე მაკრომდგომარეობა ($n_1=2$, $n_2=2$).

ზემოთ განვიხილეთ მარტივი შემთხვევა, როდესაც უჯრედთა და მოლეკულათა რიცხვები იყო ძალიან მცირე. ჩვეულებრივ, მაკროსხეულების შემთხვევაში მათი რიცხვი ძალიან დიდია. მაგალითად, თუ განვიხილავთ გაზის ერთ კუბურ სანტიმეტრს ნორმალურ პირობებში (ცელსიუსის 0° და ატმოსფერული წნევა), მასში მყოფი მოლეკულათა რიცხვი იქნება 10^{20} რიგისა. ცხადია, მოლეკულათა ასეთი დიდი რიცხვის დროს ყველა მიკრომდგომარეობის ჩამოთვლა და მათი დაკავშირება სათანადო მაკრომდგომარეობებთან პრაქტიკულად შეუძლებელია. საჭიროა ზოგადი ფორმულის გამოყვანა მაკრომდგომარეობის განმახორციელებელ მიკრომდგომარეობათა რიცხვისათვის.

დავუშვათ, რომ N მოლეკულა განაწილებულია უჯრედებს შორის ისე, რომ სათანადო განაწილების რიცხვებია: n_1, n_2, $n_3 \ldots n_i$ — ეს იმას ნიშნავს, რომ სისტემა იმყოფება გარკვეულ მაკრომდგომარეობაში. ჩვენი მიზანია ამ მიკრომდგომარეობათა რიცხვის გამოთვლა. აღვნიშნოთ ეს რიცხვი W-თი. მის გამოსათვლელად საჭიროა გამოვარკვიოთ, თუ რამდენნაირად შეიძლება გადავანაცვლოთ მოლეკულები უჯრედებს შორის ისე, რომ მათი რიცხვი ყოველ უჯრედში უცვლელი დარჩეს. ყოველი ორი მოლეკულის გაცვლა უჯრედებს შორის მოგვცემს შესაბამის ახალ მიკრომდგომარეობას, მოლეკულების გადანაცვლება უჯრედებს შიგნით კი არ გამოიწვევს არც მიკრო- და არც მაკრომდგომარეობის შეცვლას. აქედან, ცხადია, W ტოლია უჯრედებს შორის მოლეკულების გაცვლათა რიცხვისა. ამ რიცხვის გამოსათვლელად გავიხსენოთ, რომ N მოლეკულის გადანაცვლებათა საერთო რიცხვი, ე. ი. როგორც უჯრედებს შორის, ისე უჯრედებს შიგნით გადანაცვლებათა რიცხვი $N!$-ის ტოლია. გარდა ამისა, გადანაცვლებათა რიცხვი პირველი უჯრედის შიგნით არის $n_1!$, მეორე უჯრედის შიგნით — $n_2!$ და ა. შ. ამიტომ უჯრედებს შიგნით გადანაცვლების საერთო რიცხვი იქნება

$$n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots n_i! \ldots \qquad \text{(IV,2)}$$

რადგანაც გადანაცვლებათა რიცხვი უჯრედებს შორის არის W, გადანაცვლების საერთო რიცხვი როგორც უჯრედებს შიგნით, ისე მათ შორის იქნება

$$W \cdot n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots n_i! \ldots \qquad \text{(IV,3)}$$

მეორე მხრივ ეს რიცხვი $N!$-ის ტოლი უნდა იყოს

$$N! = W \cdot n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots n_i! \ldots, \qquad \text{(IV,4)}$$

საიდანაც ვღებულობთ ფორმულას W-სათვის

$$W = \frac{N!}{n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots n_i! \ldots} \qquad (IV,5)$$

ან

$$W = \frac{N!}{\prod_i n_i!}, \qquad (IV,6)$$

სადაც $\prod_i$ აღნიშნავს ნამრავლს.

ასეთია ზოგადი ფორმულა მაკრომდგომარეობის ალბათობისათვის. გამოვიყენოთ იგი ზემოთ განხილული მაგალითისათვის (ოთხი მოლეკულა და ორი უჯრედი: $N=4$, $i=1,2$), მივიღებთ

1. მაკრომდგომარეობა $n_1=0$, $n_2=4$

$$W_1 = \frac{4!}{0!4!} = 1.$$

2. მაკრომდგომარეობა $n_1=1$, $n_2=3$

$$W_2 = \frac{4!}{1!3!} = 4.$$

3. მაკრომდგომარეობა $n_1=2$, $n_2=2$

$$W_3 = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

4. მაკრომდგომარეობა $n_1=3$, $n_2=1$

$$W_4 = \frac{4!}{3!1!} = 4.$$

5. მაკრომდგომარეობა $n_1=4$, $n_2=0$

$$W_5 = \frac{4!}{4!0!} = 1.$$

მივიღეთ იგივე რიცხვი, რაც უშუალო გამოთვლით.

§ 12. თერმოდინამიკის მეორე კანონი განმსოლოდგულ სისტემისათვის

მიკრომდგომარეობათა შემოღება საშუალებას გვაძლევს გავცეთ პასუხი ზემოთ დასმულ კითხვას: რომელ მაკრომდგომარეობაში ატარებს სისტემა უდიდეს დროს?

ცხადია, რაც უფრო მეტია აღებული მაკრომდგომარეობის სათანადო მიკრომდგომარეობათა რიცხვი, მით უფრო მეტ დროს გაატარებს სისტემა ამ მდგომარეობაში და მით უფრო ხშირად

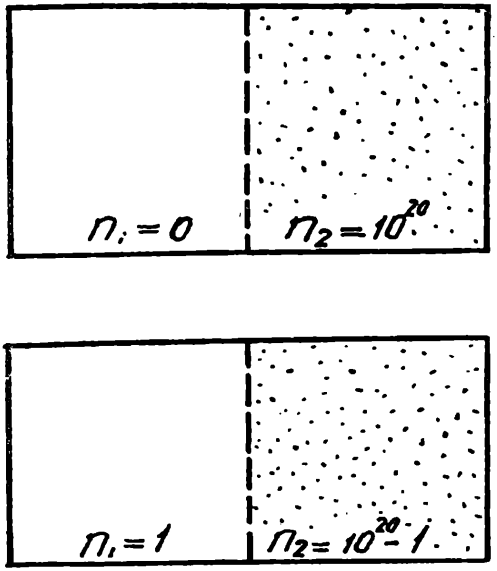
აღმოვაჩენთ სისტემას ამ მდგომარეობაში. მაგალითად, ორი უჯრედისა და ოთხი მოლეკულის ზემოთმოყვანილ შემთხვევაში ყველაზე ხშირად შეგვხვდება მესამე მდგომარეობა, რომელიც ხორციელდება მიკრომდგომარეობათა უდიდესი რიცხვით—6-ით. ყველაზე უფრო იშვიათად სისტემა შეგვხვდება პირველ და მეხუთე მდგომარეობებში. აქედან გამომდინარეობს, რომ მიკრომდგომარეობათა რიცხვი გვიჩვენებს, თუ რა დროს ატარებს სისტემა აღებულ მაკრომდგომარეობაში ან რამდენად ხშირად შეგვხვდება იგი ამ მდგომარეობაში. ამიტომაც გასაგებია, რომ w სიდიდე შეიძლება განვიხილოთ, როგორც სათანადო მაკრომდგომარეობის ალბათობის დამახასიათებელი. თუ გამოვიყენებთ ალბათობის წინათ განმარტებულ ცნებას, როგორც ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვის შემთხვევათა მთელ რიცხვთან შეფარდებას, მოცემული მაკრომდგომარეობის ალბათობა უნდა განვმარტოთ, როგორც მის განმახორციელებელ მიკრომდგომარეობათა W რიცხვის შეფარდება ყველა მიკრომდგომარეობის რიცხვთან. მაგრამ ფიზიკაში უფრო მიზანშეწონილად ითვლება, მაკრომდგომარეობის ალბათობად ჩაითვალოს თვით W. მაკრომდგომარეობის ალბათობა ეწოდება მის განმახორციელებელ მიკრომდგომარეობათა რიცხვს. ცხადია, წინათ განმარტებული მათემატიკური ალბათობისაგან განსხვავებით, მაკრომდგომარეობის ალბათობა ყოველთვის მეტია ან ტოლია ერთისა. მაკრომდგომარეობის ალბათობას ხშირად თერმოდინამიკური ალბათობა ეწოდება.

წარმოვიდგინოთ, რომ ოთხი ნაწილაკისაგან შემდგარი სისტემა იმყოფება მეორე მაკრომდგომარეობაში თერმოდინამიკური ალბათობით—4. რომელ მიკრომდგომარეობაში გადასვლა უფრო მოსალოდნელია — პირველში თუ მესამეში, ე. ი. როგორია პროცესის მიმდინარეობის მიმართულება? ცხადია, სისტემა შეიძლება გადავიდეს როგორც პირველ, ისე მეორე მაკრომდგომარეობაში, მაგრამ, რადგან მესამე მაკრომდგომარეობის ალბათობა 6-ჯერ მეტია, ვიდრე პირველისა, უფრო მოსალოდნელია, რომ მოხდება გადასვლა მესამე და არა პირველ მაკრომდგომარეობაში. სავსებით ბუნებრივია, რომ, თუ სხეული არ იმყოფება მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობაში, იგი უფრო ხშირად გადავა მეტი ალბათობის მდგომარეობაში, ვიდრე ნაკლებში.

ვთქვათ ახლა, სხეული იმყოფება მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობაში. როგორ შეიცვლება ეს მდგომარეობა დროის განმავლობაში? ცხადია, საკმაოდ დიდი დროის განმავლობაში

სხეული დარჩება ამ მდგომარეობაში, ვინაიდან მას ეთანადება უდიდესი ალბათობა. მაგრამ მუდამ ამ მდგომარეობაში ყოფნა სხეულს არ შეუძლია, რადგან სხვა მაკრომდგომარეობასაც აქვს გარკვეული, ნულისაგან განსხვავებული ალბათობა. მაგალითად, განხილულ შემთხვევაში თუმცა სხეული უდიდეს დროს დაჰყოფს მესამე მაკრომდგომარეობაში, იგი იძულებული იქნება გარკვეული, თუმცა ნაკლები, დრო დაჰყოს მეორე მაკრომდგომარეობაში ალბათობით—4, და არა მარტო მეორეში, არამედ პირველ მაკრომდგომარეობაშიც, მიუხედავად იმისა, რომ მას კიდევ უფრო ნაკლები ალბათობა ეთანადება.

როდესაც მოლეკულათა რიცხვი მცირეა, სხვადასხვა მაკრომდგომარეობის სათანადო მიკრომდგომარეობათა რიცხვები დიდად არ განსხვავდება ერთმანეთისაგან. სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ განვიხილავთ რეალური მაკროსხეულის შემთხვევას. ვთქვათ,



ნახ. 30.

გაზი შეიცავს 10^{20} მოლეკულას. მოვათავსოთ ეს გაზი ჭურჭელში, რომელიც წარმოსახვითი ტიხრით ორ ტოლ ნაწილადაა (უჯრედად) გაყოფილი (ნახ. 30). განვიხილოთ მაკრომდგომარეობა, როდესაც პირველ (მარცხენა) უჯრედში არც ერთი მოლეკულა არ არის, ე. ი. ყველა მოლეკულა მარჯვენა უჯრედშია. ამ მაკრომდგომარეობის ალბათობა

$$W_1 = \frac{10^{20}!}{0!10^{20}!} = 1.$$

ვთქვათ, ერთ-ერთი მოლეკულა მარცხენა უჯრედში გადავიდა და მარჯვენა უჯრედში დარჩა 10^{20}—1 მოლეკულა. ასეთი მაკრომდგომარეობის ალბათობა

$$W_2 = \frac{10^{20}!}{1!(10^{20}-1)!} = 10^{20}.$$

როგორც ვხედავთ, საკმარისია ერთი მოლეკულის გადასვლა მარჯვენა უჯრედიდან მარცხენაში, რომ ალბათობა 10^{20}-ჯერ გაიზარდოს. კიდევ უფრო მეტი იქნება ალბათობა მაკრომდგომარეობებისა, რომელთათვის მარცხენა უჯრედში იქნება 2,3,... მოლეკულა. ყველაზე მეტი ალბათობა ექნება მაკრომდგომარეობას, რომელშიც მოლეკულები თანაბრადაა განაწილებული ამ ორ უჯრედს შორის. ასეთი მაკრომდგომარეობისათვის მივიღებთ

$$W_{max} = \frac{10^{20}!}{(0{,}5 \cdot 10^{20})!(0{,}5 \cdot 10^{20})!}.$$

ამ რიცხვის მიახლოებით გამოსათვლელად გამოვიყენოთ სტირლინგის ფორმულა, რომელსაც შემდეგ გამოვიყვანთ,

$$n! \approx n^n e^n,$$

მივიღებთ

$$W_{max} = \frac{(10^{20})^{10^{20}} e^{-10^{20}}}{(0{,}5 \cdot 10^{20})^{10^{20}} \cdot e^{-10^{20}}} = 2^{10^{20}}. \qquad (IV,7)$$

როგორც ვხედავთ, ეს მაქსიმალური ალბათობა განუზომლად დიდი რიცხვით გამოისახება. მისი სიდიდის წარმოსადგენად საკმარისია, შევადაროთ იგი w_2 სიდიდეს, ე. ი. ალბათობას იმისა, რომ ერთ უჯრედში იქნება ერთი მოლეკულა, ხოლო ყველა დანარჩენი მოლეკულა მოთავსდება მეორე უჯრედში. ეს უკანასკნელი ალბათობა წარმოიდგინება ციფრით ერთი, რომელსაც თან ახლავს 20 ნული. W_{max} კი გაცილებით მეტია, ვინაიდან მისი ციფრთა რიცხვი დაახლოებით 10^{20}-ის ტოლია. ამ რიცხვის თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად საკმარისია აღვნიშნოთ, რომ ერთ წამში რომ შეგვეძლოს ათასი ციფრის დაწერა, ამ რიცხვის დასაწერად დაგვჭირდებოდა სამ მილიარდ წელიწადზე მეტი.

მივაქციოთ ყურადღება შემდეგ გარემოებას. მიუხედავად იმისა, რომ ყველაზე მეტი ალბათობა აქვს მოლეკულების თანაბარ განაწილებას ორ უჯრედს შორის, მის მახლობელ მაკრომდგომარეობათა ალბათობა დიდად არ განსხვავდება მისგან. ვთქვათ, მაგა-

ლითად, Δn მოლეკულა გადავიტანეთ ერთი უჯრედიდან მეორეში, რაც იმას ნიშნავს, რომ ერთ უჯრედში ახლა არის $\frac{1}{2}n-\Delta n$ მოლეკულა, ხოლო მეორეში $\frac{1}{2}n+\Delta n$. ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ, რომ, თუ $\Delta n \ll n$, ამ მაკრომდგომარეობის ალბათობა მხოლოდ $1+\frac{2\Delta n^2}{n}$-ჯერ ნაკლები იქნება, ვიდრე მაქსიმალური ალბათობა. თუ, მაგალითად, 10^{20} მოლეკულის შემთხვევაში მილიონ მოლეკულას გადავიტანთ ერთი უჯრედიდან მეორეში, მივიღებთ მაკრომდგომარეობას ($n_1=\frac{1}{2}10^{20}-10^6$, $n_2=\frac{1}{2}10^{20}+10^6$), რომლის ალბათობა ნაკლები იქნება, ვიდრე მაქსიმალური ალბათობა (IV,7), $1+2\,.\,10^{-8}$-ჯერ, რაც უმნიშვნელოდ განსხვავდება ერთისაგან.

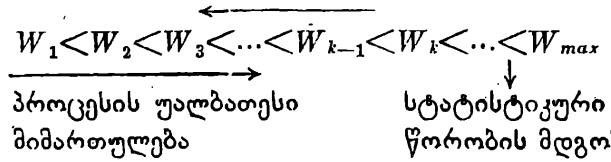
ეს იმას ნიშნავს, რომ მაქსიმალური ალბათობის მქონე მაკრომდგომარეობის მახლობლად მყოფი მაკრომდგომარეობები თითქმის ისევე ალბათურია, როგორც ეს მაკრომდგომარეობა. ძალიან მცირე ალბათობა აქვს მხოლოდ იმ მაკრომდგომარეობებს, რომლებიც მკვეთრად განსხვავდებიან მაქსიმალური ალბათობის მქონე მაკრომდგომარეობისაგან.

ყოველივე ზემოთქმულიდან ცხადია, რომ მაკროსხეული თითქმის მთელ დროს დაჰყოფს უდიდესი ალბათობის მქონე ან მის მახლობელ მაკრომდგომარეობაში. ძალიან იშვიათად მოხდება მისი გადასვლა ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში.

მიღებული შედეგი შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ: აღებული მაკროსისტემა შეიძლება იმყოფებოდეს სხვადასხვა მაკრომდგომარეობაში. ყოველ ამ მდგომარეობას ეთანადება მიკრომდგომარეობების გარკვეული რიცხვი, რომელიც წარმოადგენს მის ალბათობას. ეს სიდიდე გვიჩვენებს, რამდენად ხშირად შეგვხვდება სისტემა სათანადო მდგომარეობაში ან რამდენად დიდ დროს დაჰყოფს სისტემა მასში. ყველა მაკრომდგომარეობას შორის არსებობს ისეთი მდგომარეობა, რომელსაც ეთანადება მაქსიმალური ალბათობა. რაც უფრო მეტია ნაწილაკთა რიცხვი, მით უფრო მეტია მაქსიმალური ალბათობა სხვა ალბათობებთან შედარებით. ამიტომ მრავალი ნაწილაკისაგან შემდგარი სისტემა პრაქტიკულად ყოველთვის აღმოჩნდება მაქსიმალური ალბათობის მქონე ან მის მახლობელ მდგომარეობებში. ძალიან იშვიათად თუ მოხდება მისი

გადასვლა ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში. თუ გავიხსენებთ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრას, ცხადი იქნება, რომ მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობა არის სწორედ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა. უკანასკნელის განსაზღვრის თანახმად, სისტემა სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაშია, თუ უჯრედებში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვი უცვლელი რჩება დროის განმავლობაში. ცხადია, არც ერთი მაკრომდგომარეობა არ არის ზუსტად წონასწორობის მდგომარეობა, ვინაიდან დროის განმავლობაში სისტემა აუცილებლად გადავა სხვა მდგომარეობაში, მოლეკულათა სხვა რიცხვებით უჯრედებში. ამავე დროს ცხადია, რომ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას ყველაზე უფრო ბეტად უახლოვდება მაქსიმალური ალბათობის და მისი მეზობელი მდგომარეობები, ვინაიდან მათში სისტემა ყველაზე მეტ ხანს იმყოფება და ეს დრო მით უფრო დიდია, რაც უფრო მეტია ნაწილაკთა რიცხვი. ვინაიდან მაკროსხეულის შემთხვევაში საქმე გვაქვს ნაწილაკთა დიდი რიცხვისაგან შემდგარ სისტემასთან, შეიძლება დავასკვნათ, რომ მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობა არის სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა.

ვთქვათ, ახლა, სათანადო გარეშე პირობების შექმნის შედეგად საწყისი მდგომარეობა არ არის სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა. როგორი მიმართულებით შეიცვლება დროის განმავლობაში ეს მდგომარეობა? ცხადია, უფრო მოსალოდნელია სისტემის გადასვლა მეტი ალბათობის მდგომარეობაში, ე. ი. სტატისტიკური წონასწორობისადმი მიახლოება, ვიდრე გადასვლა კიდევ უფრო ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში. თუ სისტემის ყველა მდგომარეობას დავალაგებთ ზრდადი ალბათობის მიხედვით, ადვილად შეიძლება თვალსაჩინოდ გამოვსახოთ ყველა შესაძლო გადასვლა



მარცხნიდან მარჯვნივ, ე. ი. ნაკლები ალბათობიდან მეტი ალბათობისაკენ მიმართული ისარი გვიჩვენებს პროცესების უალბათეს მიმართულებას—მიახლოებას სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობისაკენ, მარჯვნიდან მარცხნივ მიმართული ისარი კი—სის-

ტემის გადასვლას მეტი ალბათობის მდგომარეობიდან ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში. ამ პროცესს ეწოდება ფლუქტუაცია, თუკი იგი თავისთავად მიმდინარეობს. ეს პროცესი მით უფრო იშვიათია, რაც უფრო ნაკლებია საბოლოო მდგომარეობის ალბათობა. გარდა ამისა, რაც უფრო მეტია ნაწილაკთა რიცხვი, მით უფრო მეტ ხანს უნდა ველოდოთ, რათა აღმოვაჩინოთ ფლუქტუაცია.

ცხადია, ნაწილაკთა დიდი რიცხვისაგან შემდგარი სისტემისათვის შეიძლება სრულიად უგულებელვყოთ ფლუქტუაციები (გარდა განსაკუთრებული შემთხვევებისა). ასეთი სისტემებისათვის ყველა პროცესს ექნება ერთადერთი მიმართულება—ნაკლები ალბათობიდან მეტი ალბათობისაკენ.

$$W_1 < W_2 < W_3 < \ldots < W_{k-1} < W_k < \ldots < W_{max} \longrightarrow$$

პროცესის უალბათესი (პრაქტიკულად ერთადერთი მიმართულება)

ფლუქტუაციების უგულებელყოფის აუცილებელი პირობაა სხეულის შემადგენელ ნაწილაკთა დიდი რიცხვი და დაკვირვების მცირე დრო, ვიდრე სტატისტიკურ წონასწორობაში გადასვლისათვის საჭირო დროა. თუ დაკვირვების დრო საკმაოდ დიდი იქნება, სისტემა არა მარტო მოასწრებს წონასწორობის მდგომარეობაში გადასვლას, არამედ ფლუქტუაციის საშუალებით გამოვა კიდეც ამ მდგომარეობიდან. ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს გამოვთქვათ შემდეგი დებულება: თუ განმხოლოებული სისტემა არ იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, მასში მიმდინარე პროცესების მიმართულება უმეტეს შემთხვევაში (პრაქტიკულად კი ყოველთვის) იქნება ალბათობის ზრდის მიმართულება.

ამ დებულებას თერმოდინამიკის მეორე კანონი ეწოდება. იგი წარმოადგენს მაკროსხეულების ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს კანონს, ვინაიდან გვიჩვენებს, როგორია პროცესების მიმართულება და რით ხასიათდება მათი საშუალებით მიღწეული სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა.

თუ უგულებელვყოფთ ფლუქტუაციებს, ე. ი. ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში თავისთავად გადასვლას, კანონი უფრო კატეგორიულ სახეს მიიღებს და შეიძლება გამოითქვას შემდეგნაირად: თუ განმხოლოებული სისტემა არ იმყოფება სტა-

ტისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, მასში მიმდინარე პროცესების ერთადერთი მიმართულება იქნება ალბათობის ზრდის მიმართულება.

ასეთი ფორმით თერმოდინამიკის მეორე კანონი გამოთქმული იყო გერმანელი ფიზიკოსის, კლაუზიუსის მიერ, 1850 წელს. მხოლოდ ალბათობის მაგიერ მის მიერ გამოყენებული იყო სხვა სიდიდე—ენტროპია, რომელსაც შემდეგ განვიხილავთ. ეს სიდიდე ისეა დაკავშირებული ალბათობასთან, რომ ასეთი შეცვლა არ ცვლის დებულების აზრს.

§ 13. ენტროპია და მისი კავშირი ალბათობასთან

წინა პარაგრაფში შემოვიღეთ თერმოდინამიკური ალბათობა, რომელიც ახასიათებს სხეულის მაკრომდგომარეობას, და მისი საშუალებით ჩამოვაყალიბეთ თერმოდინამიკის მეორე კანონი. როგორც მაკროსიდიდე, იგი დაკავშირებული უნდა იყოს სხვა მაკროსიდიდეებთან, როგორიცაა, მაგალითად: ენერგია, მოცულობა და ა. შ. ამ კავშირის გამოსარკვევად განვიხილოთ შემდეგი საკითხი: მოცემულია ორი სხეული E_1 და E_2 ენერგიებით და V_1 და V_2 მოცულობებით. ამ ორი სხეულის ერთ სისტემად შეერთების დროს ენერგიებიცა და მოცულობებიც შეიკრიბებიან, ე. ი. მიღებული მთლიანი სისტემის ენერგიისა და მოცულობისათვის მივიღებთ [1]

$$E=E_1+E_2,\ V=V_1+V_2. \qquad (IV',8)$$

როგორ მიიღება მთლიანი სისტემის ალბათობა ცალკეული სისტემების w_1 და w_2 ალბათობების საშუალებით? ამის გამოსარკვევად განვიხილოთ ორი ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი სხეული. ვთქვათ, პირველი სხეული იმყოფება W_1 ალბათობის მქონე მაკრომდგომარეობაში, ხოლო მეორე სხეული W_2 ალბათობის მდგომარეობაში. როგორი იქნება მთელი სისტემის სათანადო მაკრომდგომარეობის ალბათობა? გასაგებია, რომ, თუ ცალკეული სხეულების მიკრომდგომარეობათა რიცხვებია w_1 და w_2, მთელი სისტემის მიკრომდგომარეობათა რიცხვი იქნება მათი ნამრავლი—$W_1 . W_2$, ვინაიდან, როდესაც პირველი სხეული იმყოფება გარკვეულ მიკრომდგომარეობაში, მეორე სხეული შეიძლება იყოს ყოველ მიკრომდგომარეობაში, რომელთა რიცხვია W_2 და პირიქით.

განვიხილოთ მაგალითი. ავიღოთ ორი სხეული: პირველი, შემდგარი სამი მოლეკულისაგან, რომლებსაც აღვნიშნავთ a, b და c

[1] პირველი თანაფარდობის დაწერისას დაშვებულია, რომ ურთიერთქმედების ენერგია იმდენად მცირეა, რომ შესაძლებელია მისი უგულებელყოფა.

ასოებით, მეორე კი—ოთხი მოლეკულისაგან: d, e, f და g. უჯრედების რიცხვი მივიღოთ ორის ტოლად. ვთქვათ, პირველი სხეული იმყოფება მაკრომდგომარეობაში, რომელიც ხორციელდება შემდეგი სამი მიკრომდგომარეობით:

პირველი სხეულის მაკრომდგომარეობა

სათანადო მიკრომდგომარეობანი	ალბათობა
a | b,c	$W_1=3$,
b | a,c	
c | a,b	

ხოლო მეორე სხეული იმყოფება მაკრომდგომარეობაში, რომელიც ოთხი მიკრომდგომარეობით ხორციელდება

მეორე სხეულის მაკრომდგომარეობა

სათანადო მიკრომდგომარეობა	ალბათობა
d | efg	$W_2=4$
e | dfg	
f | deg	
g | def	

ამ სხეულების შეერთებით მივიღებთ რთულ სხეულს გარკვეულ მაკრომდგომარეობაში, რომელიც განხორციელებული იქნება შემდეგი თორმეტი მიკრომდგომარეობით (ნახ. 31 ა). ამ მაგალითის განხილვის შედეგად მიღებული დასკვნა — სხეულთა შეერთების

I				II				III			
a	bc	def	g	b	ac	dcf	g	c	ab	dcf	g
a	bc	deg	f	b	ac	dcg	f	c	ab	dcg	f
a	bc	dfg	e	b	ac	dfg	e	c	ab	dfg	e
a	bc	efg	d	b	ac	efg	d	c	ab	efg	d

ნახ. 31 ა.

დროს ალბათობები კი არ იკრიბება, როგორც ენერგიები ან მოცულობები, არამედ მრავლდება—შეიძლება განვაზოგადოთ და შემდეგი დებულების სახით ჩამოვაყალიბოთ:

მთლიანი სისტემის მდგომარეობის ალბათობა ტოლია შემადგენელი სისტემების მდგომარეობათა ალბათობების ნამრავლისა

$$W = W_1 \cdot W_2 \qquad (IV,9)$$

(იგულისხმება, რომ ცალკეულ სისტემათა შორის ურთიერთქმედება არ არის). აქედან, ცხადია, კავშირი ალბათობასა და მოცულობას შორის მარტივი არ იქნება. ამიტომ უფრო ხელსაყრელია, ალბათობის მაგიერ შემოვიღოთ ახალი სიდიდე, რომელიც სხეულის იმავე თვისების დამახასიათებელი იქნება, რომლისაც ალბათობა, მაგრამ იქნება ადიტიური, როგორც ენერგია და მოცულობა

$$S = k \ln W, \qquad (IV,10)$$

სადაც k არის უნივერსალური მუდმივა, ჩვენთვის უკვე ცნობილი ე. წ. ბოლცმანის მუდმივა

$$k = 1{,}37 \cdot 10^{-16} \frac{erg}{\text{grad}}. \qquad (IV,11)$$

ცხადია, ვინაიდან $W = W_1 \cdot W_2$, S-ისათვის მივიღებთ

$$S = S_1 + S_2, \qquad (IV,12)$$

რადგანაც

$$\ln W = \ln W_1 + \ln W_2. \qquad (IV,13)$$

(IV,10) ფორმულით განსაზღვრულ S სიდიდეს ეწოდება სხეულის ენტროპია. იგი არის ალბათობის ლოგარითმი, გამრავლებული ბოლცმანის მუდმივაზე.

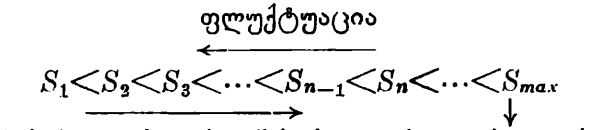
ცხადია, რომ ენტროპია ისევე შეიძლება გამოვიყენოთ მდგომარეობის დასახასიათებლად, როგორც ალბათობა, ვინაიდან ალბათობის ცვლილება რაიმე მიმართულებით, ე. ი. გადიდება ან შემცირება გამოიწვევს მისი ლოგარითმის პროპორციული სიდიდის, ე. ი. ენტროპიის გადიდებას ან შემცირებას. თუ სხეული მიაღწევს სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას, ე. ი. მისი მდგომარეობის ალბათობა მაქსიმალური გახდება, მაქსიმუმს მიაღწევს ენტროპიაც. ამიტომაც ენტროპია სრულიად თავისუფლად შეუძლია შეცვალოს ალბათობა, ვინაიდან მისი ცვლილება სავსებით შესატყვისია ალბათობის ცვლილებისა. ცხადია, წინა პარაგრაფში მიღებული შედეგები შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ ენტროპიის საშუალებით.

1. ყოველ მაკრომდგომარეობას ეთანადება გარკვეული ენტროპია, რომელიც გამოითვლება ფორმულით:

$$S = k \ln W.$$

2. სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმი. თუ განმხოლოებული სისტემა არ იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, მასში მიმდინარე პროცესების მიმართულება უმეტეს შემთხვევაში (პრაქტიკულად კი ყოველთვის) იქნება ენტროპიის ზრდის მიმართულება.

ეს უკანასკნელი დებულება არის თერმოდინამიკის მეორე კანონი იზოლირებული სისტემისათვის, გამოხატული ენტროპიის საშუალებით



ენტროპიის ზრდის კანონი მათემატიკურად შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება

$$dS \geqslant 0. \qquad \text{(IV,14)}$$

ნიშანი $>$ გვიჩვენებს, რომ განსახილველი პროცესის დროს ენტროპია იზრდება, ე. ი. სისტემა უახლოვდება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას. ტოლობის ნიშანი კი იმის მაჩვენებელია, რომ სისტემა დარჩა იმავე ენტროპიის მდგომარეობაში. უკანასკნელი შემთხვევა პრაქტიკულად მხოლოდ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ხორციელდება. (IV,14) ფორმულაში მხედველობაში არაა მიღებული ფლუქტუაციები, რომელთა დროს ენტროპია მცირდება, და ეს მით უფრო დასაშვებია, რაც უფრო მეტია სხეულის შემადგენელ ნაწილაკთა რიცხვი. მას შემდეგ, რაც გარკვეულია, რომ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმი, შეიძლება განვიხილოთ საკითხი, თუ როგორ არის განაწილებული ნაწილაკები ამ მდგომარეობაში; მაგრამ, სანამ ამ საკითხის განხილვაზე გადავიდოდეთ, გარდავქმნათ ენტროპიის ფორმულა.

თუ W-ს მაგივრად ჩავსვამთ მის გამოსახულებას უჯრედებში მყოფ ნაწილაკთა რიცხვების საშუალებით, მივიღებთ

$$S = k \ln W = k \ln \frac{N!}{n_1! \, n_2! \, n_3! \ldots n_i! \ldots} = k \ln N! - k \sum_i \ln n_i! \qquad \text{(IV,15)}$$

ამ ფორმულის გასამარტივებლად გამოვიყენოთ სტირლინგის მიახლოებითი ფორმულა, რომელიც მით უფრო ზუსტია, რაც უფრო დიდია n ერთთან შედარებით:

$$\ln n! = n\ln n - n. \qquad \text{(IV,16)}$$

ამ მიახლოებითი ფორმულის გამოყვანა შემდეგი მარტივი გზით შეიძლება. ცხადია, $\ln n!$ არის n-ის ფუნქცია. აღვნიშნოთ იგი $f(n)$-ით.

$$\ln n! = f(n). \qquad \text{(IV,17)}$$

თუ n-ის მაგივრად ავიღებთ $(n-1)$ ს, მივიღებთ

$$\ln(n-1)! = f(n-1), \qquad \text{(IV,18)}$$

საიდანაც

$$f(n-1) = f(n) - \ln n. \qquad \text{(IV,19)}$$

მეორე მხრივ, ტეილორის მწკრივის ფორმულის მიხედვით

$$f(n+h) = f(n) + hf'(n) + \frac{h^2}{2!} f''(n) + \dots \qquad \text{(IV,20)}$$

დავუშვათ, რომ $n \gg 1$ და ჩავთვალოთ, რომ $h = -1$. თუ შემოვისაზღვრებით h-ის მიმართ პირველი რიგის წევრით, მივიღებთ

$$f(n-1) = f(n) - f'(n). \qquad \text{(IV,21)}$$

შედარება (IV,19) ფორმულასთან მოგვცემს

$$f'(n) = \ln n, \qquad \text{(IV,22)}$$

საიდანაც ინტეგრებით მივიღებთ

$$f(n) = n \ln n - n. \qquad \text{(IV,23)}$$

რადგან $f(n) = \ln n!$, გვექნება

$$\ln n! = n \ln n - n. \qquad \text{(IV,24)}$$

ეს კი არის სტირლინგის მიახლოებითი ფორმულა. თვით გამოყვანიდან ჩანს, რომ იგი მართებულია მხოლოდ დიდი n-სათვის.

სტირლინგის ფორმულის გამოყენებით ენტროპიის გამოსახულებისათვის მივიღებთ

$$S = kN \ln N - k \sum_i n_i \ln n_i. \qquad \text{(IV,25)}$$

§ 14. ბოლცმანის ფორმულა ნაწილაკთა განაწილებისათვის უჯრედებს შორის

განვიხილოთ სისტემა, რომელიც იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. თერმოდინამიკის მეორე კანონის თანახმად, ამ მდგომარეობაში ენტროპიას აქვს მაქსიმალური მნიშვნელობა და ნაწილაკების განაწილება უჯრედებს შორის სტაციონარულია. ეს პირობა მოგვცემს საშუალებას, ვიპოვოთ ცალკეულ უჯრედებში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვები, ე. ი. ვიპოვოთ $n_1, n_2, n_3, \ldots$ რიცხვების ერთობლიობა, რომელსაც ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმი.

მე-11 პარაგრაფში განხილულმა მაგალითმა — ოთხი ნაწილაკის განაწილების შესახებ ორ უჯრედს შორის, როდესაც გამოვარკვიეთ, რომ უდიდესი ალბათობა აქვს მაკრომდგომარეობას, რომელშიც ორივე უჯრედში მოლეკულების ერთი და იგივე რიცხვია (კერძოდ, ორ-ორი), შეიძლება გვაფიქრებინოს, რომ ეს საერთო კანონია და ენტროპიის მაქსიმუმს ყოველთვის ეთანადება ნაწილაკთა თანაბარი განაწილება უჯრედებს შორის, მაგრამ ეს ასე არ არის. მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობას მხოლოდ იმ შემთხვევაში ეთანადება ნაწილაკების თანაბარი განაწილება უჯრედებს შორის, როდესაც, გარდა იმ პირობისა, რომ ნაწილაკების რიცხვი მუდმივია, სხვა რაიმე შემზღუდავი პირობა არ არსებობს. როგორც ახლა ვნახავთ, თუ მოვითხოვთ დამატებითს პირობას—ყველა შესადარებელ განაწილებას ერთი და იგივე მუდმივი ენერგია უნდა ჰქონდეს (განმხოლოებული სისტემა)—მაქსიმალური ალბათობა აღარ ექნება თანაბარ განაწილებას.

ენტროპია გამოვსახოთ უჯრედებში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვების საშუალებით

$$S = kN \ln N - k \sum_i n_i \ln n_i.$$

წონასწორობის მდგომარეობაში ენტროპიას უნდა ჰქონდეს მაქსიმუმი. მაქსიმუმის (საზოგადოდ ექსტრემუმის) პირობა კი არის დიფერენციალის ნულთან ტოლობა, ე. ი.

$$dS = 0. \qquad \text{(IV,26)}$$

ცვალებად სიდიდეებს წარმოადგენს ნაწილაკთა რიცხვები უჯრედებში. ვთქვათ, გარდა ამ პირობისა, სისტემა შემოზღუდულია კიდევ მხოლოდ ერთი პირობით, რომ ნაწილაკების საერთო რიცხვი მუდმივია $N = \text{const}$, ხოლო ენერგიის მნიშვნელობას არავითარი შეზღუდვა არა აქვს დადებული, ე. ი. არ მოითხოვება, რომ ენერ-

გია იყოს მუდმივი სიდიდე. გამოთვლების გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ სულ არის სამი უჯრედი, მაშინ წინა განტოლებები შემდეგი სახით დაიწერება [1]:

$$dN = dn_1 + dn_2 + dn_3 = 0. \qquad (IV,27)$$

$$dS = k\{\ln n_1 dn_1 + \ln n_2 dn_2 + \ln n_3 dn_3 - dn_1 - dn_2 - dn_3\} = 0.$$

(IV,27) განტოლებიდან განვსაზღვროთ dn_3 და ჩავსვათ (IV,26) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$k\{(\ln n_3 - \ln n_1)dn_1 + (\ln n_3 - \ln n_2)dn_2\} = 0. \qquad (IV,28)$$

ამ განტოლებაში შემავალი dn_1 და dn_2 დიფერენციალები სრულიად ნებისმიერი სიდიდეებია, ვინაიდან ერთადერთი შემზღუდავი პირობა (IV,27) გამოვიყენოთ dn_3-ის გამოსარიცხად. ნებისმიერ dn_1 და dn_2-სათვის კი (IV,28) განტოლება შეიძლება შესრულდეს მხოლოდ მაშინ, თუ ნულის ტოლი იქნება მათ წინ მდგომი კოეფიციენტები

$$\ln n_3 - \ln n_1 = 0,$$
$$\ln n_3 - \ln n_2 = 0,$$

საიდანაც მივიღებთ

$$\ln n_1 = \ln n_2 = \ln n_3,$$

ე. ი.

$$n_1 = n_2 = n_3. \qquad (IV,29)$$

ჩვენ მივიღეთ, რომ, თუ, გარდა ნაწილაკთა რიცხვის მუდმივობის პირობისა, სხვა რაიმე შემზღუდავი პირობა არ არის, ენტროპიის მაქსიმუმს ეთანადება ნაწილაკების თანაბარი განაწილება უჯრედებს შორის.

ახლა განვიხილოთ განმხოლოებული სისტემის შემთხვევა, ე. ი. დავუშვათ, რომ, გარდა ნაწილაკთა რიცხვის მუდმივობის პირობისა, გვაქვს კიდევ ენერგიის მუდმივობის პირობა. ცხადია, მაშინ (IV,26) და (IV,27) განტოლებებს დაემატება კიდევ ერთი განტოლება, სახელდობრ, შემდეგი:

$$dE = \varepsilon_1 dn_1 + \varepsilon_2 dn_2 + \varepsilon_3 dn_3 = 0. \qquad (IV,30)$$

თუ (IV,27) განტოლებიდან განსაზღვრულ dn_3-ის მნიშვნელობას ჩავსვამთ ამ პირობაში, მივიღებთ

---

[1] დაშვებულია, რომ სისტემა უსასრულოდ მცირედ გადაიხარა წონასწორობის მდგომარეობიდან, მაგრამ ისე, რომ ნაწილაკთა საერთო რიცხვი არ შეცვლილა. ენტროპიის მაქსიმუმის პირობა ასეთ შემთხვევაში მოითხოვს ენტროპიის უცვლელობას.

$$(\varepsilon_3-\varepsilon_1)dn_1+(\varepsilon_3-\varepsilon_2)dn_2=0.$$

ამ განტოლებიდან განვსაზღვროთ dn_2 და ჩავსვათ (IV,27) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\left\{\ln\frac{n_3}{n_1}-\ln\frac{n_3}{n_2}\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_1}{\varepsilon_3-\varepsilon_2}\right\}dn_1=0. \qquad \text{(IV,31)}$$

ვინაიდან dn_1 ნებისმიერია, ეს ტოლობა შესრულდება მხოლოდ მაშინ, თუ ნულის ტოლია ფრჩხილებში მდგომი გამოსახულება, ამიტომ გვექნება

$$\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_1}{\ln\frac{n_1}{n_3}}=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2}{\ln\frac{n_2}{n_3}}. \qquad \text{(IV,32)}$$

აღვნიშნოთ ეს შეფარდება θ-თი, მივიღებთ

$$\ln\frac{n_1}{n_3}=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_1}{\theta},$$

ანუ

$$\frac{n_1}{n_3}=e^{\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_1}{\theta}}.$$

ეს ტოლობა შეიძლება ასე დავწეროთ:

$$\frac{n_3}{e^{-\frac{\varepsilon_3}{\theta}}}=\frac{n_1}{e^{-\frac{\varepsilon_1}{\theta}}}. \qquad \text{(IV,33)}$$

ანალოგიურად მივიღებთ (IV,32) ტოლობის მარჯვენა მხარიდან

$$\frac{n_3}{e^{-\frac{\varepsilon_3}{\theta}}}=\frac{n_2}{e^{-\frac{\varepsilon_2}{\theta}}}. \qquad \text{(IV,34)}$$

(IV,33) და (IV,34) ტოლობებიდან ვღებულობთ

$$\frac{n_1}{e^{-\frac{\varepsilon_1}{\theta}}}=\frac{n_2}{e^{-\frac{\varepsilon_2}{\theta}}}=\frac{n_3}{e^{-\frac{\varepsilon_3}{\theta}}}, \qquad \text{(IV,35)}$$

რაც გვიჩვენებს, რომ სიდიდე

$$\frac{n_i}{e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}}}$$

ერთი და იგივე უნდა იყოს ყველა უჯრედისათვის. ადვილი დასამტკიცებელია, რომ მიღებული შედეგი მართებულია უჯრედების ნებისმიერი რიცხვისათვის. თუ (IV,35) შეფარდებას n_0-ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ

$$n_i = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}}. \qquad \text{(IV,36)}$$

შემდეგში დავამტკიცებთ, რომ θ მუდმივა აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია, სახელდობრ,

$$\theta = kT. \qquad \text{(IV,37)}$$

თუ ახლავე მივიღებთ მას მხედველობაში, საბოლოოდ გვექნება შემდეგი ფორმულა ნაწილაკთა რიცხვისათვის ნებისმიერ უჯრედში

$$n_i = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}. \qquad \text{(IV,38)}$$

ამ ფრიად მნიშვნელოვან ფორმულას ეწოდება ბოლცმანის განაწილების ფორმულა. იგი გვიჩვენებს, თუ როგორ არის განაწილებული ნაწილაკები უჯრედებს შორის განმხოლოებული სისტემის სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. n_0 მუდმივის ფიზიკური აზრის გამოსარკვევად მივიღოთ $\varepsilon_i = 0$, ე. ი. განვიხილოთ უჯრედი, რომელშიც ნაწილაკის ენერგია ნულის ტოლია, მივიღებთ

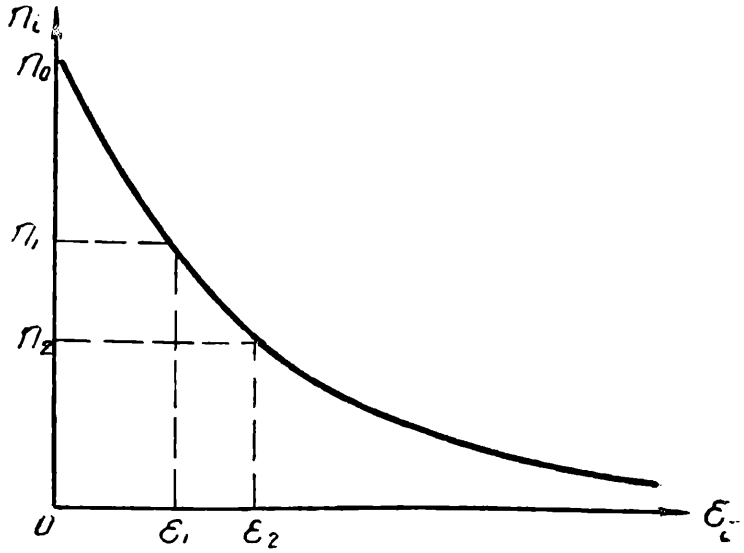
$$n_i = n_0, \quad \text{როცა } \varepsilon_i = 0,$$

რაც იმას გვიჩვენებს, რომ n_0 ყოფილა ნულოვანი ენერგიის უჯრედში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვი, ე. ი. იმ ნაწილაკთა რიცხვი, რომელთა ენერგია ნულია.

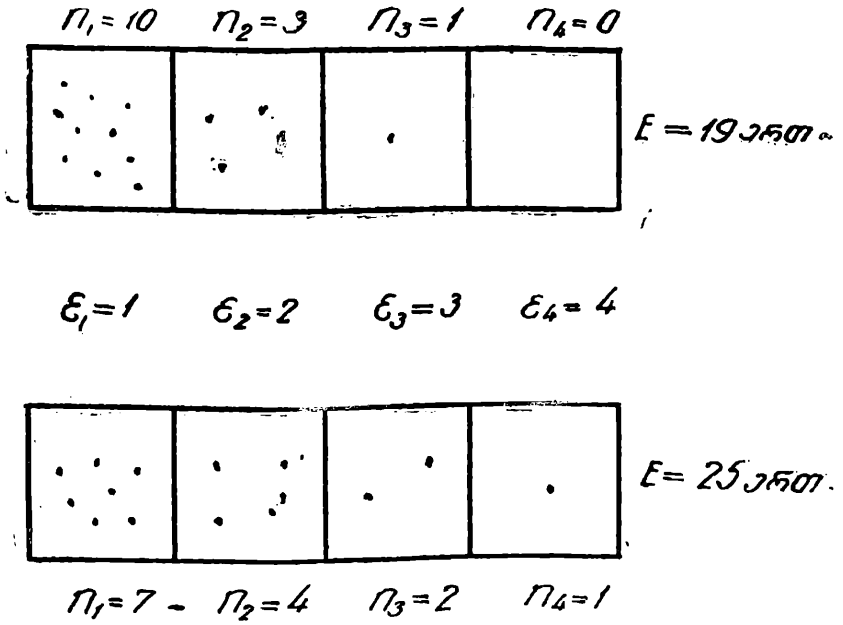
კარგად უნდა გვახსოვდეს, რომ ბოლცმანის ფორმულა მართებულია მხოლოდ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობისათვის. თუ ბოლცმანის განაწილება უჯრედებს შორის არ გამოისახება ბოლცმანის ფორმულით, სისტემა არ იქნება სტატისტიკურ წონასწორობაში, დაიწყება გადასვლა ამ უკანასკნელ მდგომარეობაში, რასაც მოჰყვება ბოლცმანის განაწილების დამყარება.

გამოვსახოთ ბოლცმანის ფორმულა გრაფიკულად. ამისათვის ავიღოთ სიბრტყეზე კოორდინატთა მართკუთხა სისტემა (ნახ. 31) და გადავზომოთ აბსცისთა ღერძზე ენერგია ε_i და ორდინატთა ღერძზე მოლეკულათა რიცხვი უჯრედებში n_i. მიღებული მრუდი ნათლად გვიჩვენებს, როგორ არის დამოკიდებული ნაწილაკთა n_i რიცხვი უჯრედში უჯრედის ენერგიაზე ε_i; რაც უფრო მეტია ენერგია, მით უფრო ნაკლებია n_i და ეს შემცირება წარმოებს ექსპონენციალური კანონით. OA მონაკვეთი გვიჩვენებს, როგორია ნაწილაკთა რიცხვი ნულოვანი ენერგიის უჯრედში. რატომ შეიცვალა ნაწილაკების თანაბარი განაწილება უჯრედებს შორის ბოლცმანის

განაწილების კანონით, როდესაც, გარდა ნაწილაკების საერთო რიცხვის მუდმივობისა, მოვითხოვეთ კიდევ ენერგიის მუდმივობა?



ნახ. 31.



ნახ. 32.

ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად განვიხილოთ მარტივი მაგალითი, როდესაც 14 ნაწილაკი ნაწილდება ოთხ უჯრედს შორის (ნახ. 32).

დავუშვათ, რომ პირველ უჯრედში მოხვედრილი ნაწილაკის ენერგია არის ერთი ერთეული, მეორე უჯრედში მოხვედრილისა—2 ერთეული, მესამეში—3 ერთეული, ხოლო მეოთხეში—4 ერთეული. მოვითხოვოთ აგრეთვე, რომ საერთო ენერგია იყოს 19 ერთეულის ტოლი, მაშინ განაწილების განმსაზღვრელი პირობები იქნება:

$$n_1+n_2+n_3+n_4=14, \qquad \text{(IV,39)}$$

$$1n_1+2n_2+3n_3+4n_4=19. \qquad \text{(IV,40)}$$

სწორედ ეს მეორე პირობა (ენერგიის მუდმივობა) გამორიცხავს ზოგიერთ განაწილებას და მათ შორის თანაბარ განაწილებასაც. როგორი განაწილებანი არის დასაშვები ამ პირობების თანახმად? განვსაზღვროთ პირველი განტოლებიდან n_4 და ჩავსვათ მეორე განტოლებაში, მივიღებთ

$$3n_1+2n_2+n_3=37. \qquad \text{(IV,41)}$$

ვინაიდან არცერთი n არ შეიძლება ნულზე ნაკლები იყოს, მაქსიმალური n_1 განისაზღვრება პირობით

$$n_1\leqslant\frac{37}{3}, \quad \text{ე. ი.} \quad n_1\leqslant 12.$$

n_1-ის მინიმალური მნიშვნელობა შემდეგნაირად მოიძებნება; ვინაიდან $n_2\leqslant 14-n_1-n_2$, წინა განტოლებიდან მივიღებთ უტოლობას

$$2n_1+n_2\geqslant 23. \qquad \text{(IV,42)}$$

თუ გამოვიყენებთ პირობას: $n_1+n_2\leqslant 14$, გვექნება $n_1\geqslant 9$. მაშასადამე, n_1-ს შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ შემდეგი მნიშვნელობები:

$$n_1=9, \quad n_1=10, \quad n_1=11, \quad n_1=12.$$

ვთქვათ, $n_1=9$, მაშინ (IV,42) განტოლება გვაძლევს $n_2\geqslant 5$, ხოლო (IV,41) განტოლება კი გვიჩვენებს, რომ $2n_2+n_3=10$, ე. ი. $n_2=5$. მაშასადამე, შესაძლებელია n_2-ის მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა—5. ამის შემდეგ ცხადია, რომ n_3 და n_4 ნულის ტოლი უნდა იყოს, და ჩვენ ვღებულობთ შემდეგ პირველ განაწილებას:

$$n_1=9, \quad n_2=5, \quad n_3=0, \quad n_4=0.$$

თუ $n_1=10$, ანალოგიურად მივიღებთ, რომ $n_2\geqslant 3$ და $n_2\leqslant 3$, ე. ი. რომ $n_2=3$, $n_3=1$ და $n_4=0$ და მეორე შესაძლო განაწილება იქნება

$$n_1=10, \quad n_2=3, \quad n_3=1, \quad n_4=0. \qquad \text{(IV,43)}$$

მსგავსი მსჯელობით შეიძლება მოიძებნოს სხვა შესაძლო განაწილებანი

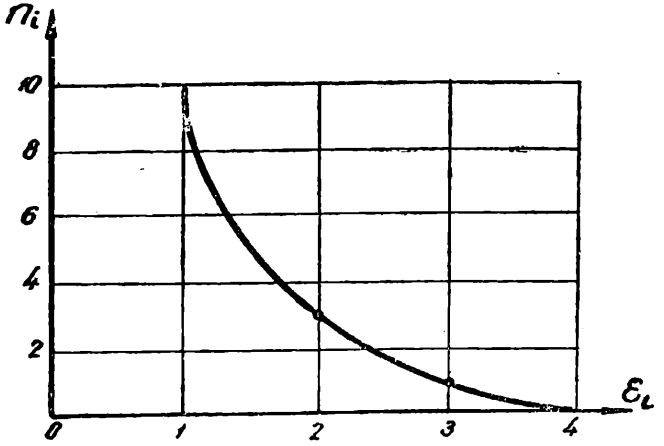
$$n_1=11,\quad n_2=1,\quad n_3=2,\quad n_4=0;$$
$$n_1=11,\quad n_2=2,\quad n_3=0,\quad n_4=1;$$
$$n_1=12,\quad n_2=0,\quad n_3=1,\quad n_4=1.$$

ახლა გამოვითვალოთ ამ განაწილების, ე. ი. მაკრომდგომარეობების სათანადო ალბათობანი (ცხრილი 4).

ცხრილი 4

განაწ. / მაკრომდგ.	n_1	n_2	n_3	n_4	ალბათობა W
I	9	5	0	0	$\frac{14!}{9!5!}=11\cdot13\cdot14$
II	10	3	1	0	$\frac{14!}{10!3!}=22\cdot13\cdot14$
III	11	1	2	0	$\frac{14!}{11!2!}=6\cdot13\cdot14$
IV	11	2	0	1	$\frac{14!}{11!2!}=6\cdot13\cdot14$
V	12	0	1	1	$\frac{14!}{12!1!}=13\cdot14$

როგორც ვხედავთ, ყველაზე დიდია II მაკრომდგომარეობის ალბათობა. თუ ამ განაწილებას გამოვსახავთ გრაფიკულად, მივი-



ნახ. 33.

ღებთ 33-ე ნახაზზე ნაჩვენებ მრუდს. აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ენერგია, ორდინატთა ღერძზე— ნაწილაკთა რიცხვი სათანადო

უჯრედში. ორდინატთა ბოლოებზე გატარებული მრუდი ძალიან გავს ბოლცმანის განაწილების მრუდს. ცხადია, სრული თანხვედნა არ შეიძლება მივიღოთ, ვინაიდან ბოლცმანის განაწილება გამოყვანილია ნაწილაკთა და უჯრედთა პრაქტიკულად უსასრულო რიცხვისათვის. ვნახოთ, რამდენად ახლოსაა მიღებული განაწილება ბოლცმანის განაწილებასთან. ვინაიდან ბოლცმანის განაწილებას აქვს შემდეგი სახე

$$n_i = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}},$$

ჩვენი მაგალითისათვის მივიღებთ

$$10 = n_0 e^{-\frac{1}{\theta}}, \quad 3 = n_0 e^{-\frac{2}{\theta}}, \quad 1 = n_0 e^{-\frac{3}{\theta}}, \quad 0 = n_0 e^{-\frac{4}{\theta}}.$$

პირველი ორი ტოლობიდან ადვილად მიიღება

$$e^{\frac{1}{\theta}} = \frac{10}{3},$$

საიდანაც θ-სათვის გვექნება

$$\theta = \frac{1}{\ln \frac{10}{3}} \approx 0{,}83.$$

მეორე და მესამე ტოლობებიდან კი მივიღებთ

$$\theta = \frac{1}{\ln 3} \approx 0{,}9.$$

ჩვენ მიერ მიღებული განაწილება რომ ზუსტად ეთანხმებოდეს ბოლცმანის განაწილებას, θ-სათვის ყოველთვის ერთი და იგივე მნიშვნელობა უნდა მიგვეღო. განსხვავება θ-ს მნიშვნელობათა შორის დიდი არ არის, მაგრამ მაინც შესამჩნევია, რაც სავსებით გასაგებია. ჩვენ რომ θ-სათვის 0,9 მნიშვნელობა აგვერჩია, მივიღებდით შემდეგ განაწილებას:

$$n_1 = 10, \quad n_2 = 3, \quad n_3 = 0{,}9, \quad n_4 = 0{,}23,$$

რაც დიდად არ განსხვავდება ჩვენ მიერ განხილული განაწილებისაგან.

მიღებული განაწილებისათვის ნაწილაკის საშუალო ენერგია გამოითვლება მთელი ენერგიის გაყოფით ნაწილაკთა საერთო რიცხვზე

$$\frac{19}{14} = 1{,}35.$$

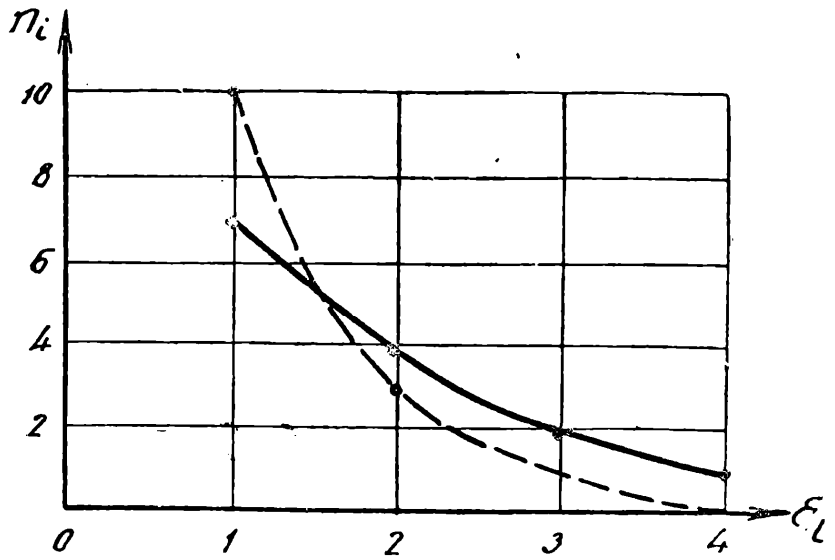
ახლა გამოვარკვიოთ, რა გავლენას ახდენს განაწილებაზე ენერგიის გადიდება. ცხადია, ვინაიდან ნაწილაკთა საერთო რიცხვი უცვლელი რჩება, ენერგიის გადიდება გამოიწვევს საშუალო ენერგიის გაზრდას (როგორც შემდეგ ვნახავთ, მაკროსხეულისათვის ეს ნიშნავს ტემპერატურის გადიდებას). საინტერესო იქნება გამოვარკვიოთ აგრეთვე, თუ როგორ იცვლება განაწილების დამახასიათებელი θ პარამეტრი საშუალო ენერგიის გადიდების შედეგად. ვთქვათ, საერთო ენერგია გაიზარდა და გახდა 25 ერთეულის ტოლი. მაშინ ენერგიის მუდმივობის პირობა ასე დაიწერება:

$$1n_1+2n_2+3n_3+4n_4=25.$$

აქედან მივიღებთ

$$3n_1+2n_2+n_1=31,$$

რაც გვიჩვენებს, რომ n_1-ის მაქსიმალური მნიშვნელობაა $n_1=10$. ასევე მივიღებთ, რომ მისი მინიმალური მნიშვნელობაა $n_1=3$. შე-



ნახ. 34.

საძლო განაწილებანი და სათანადო ალბათობანი მოცემულია ცხრ. 5-ში. ყველაზე მეტი ალბათობა აქვს VI განაწილებას ($n_1=7$, $n_2=4$, $n_3=2$, $n_4=1$). მისი გრაფიკული წარმოდგენა გვაძლევს 34-ე ნახაზზე ნაჩვენებ მრუდს. ჩვენ ვხედავთ, რომ მთელი ენერგიის ან, რაც იგივეა, საშუალო ენერგიის (ტემპერატურის) გადიდებამ გადაანაწილა ნაწილაკები ისე, რომ მათ გადაინაცვლეს მეტი ენერგიის

მჭონე უჯრედებისაკენ. თუ გამოვიყენებთ ბოლცმანის განაწილებას, მივიღებთ:

$$7 = n_0 e^{-\frac{1}{\theta}}, \quad 4 = n_0 e^{-\frac{2}{\theta}}, \quad 2 = n_0 e^{-\frac{3}{\theta}}, \quad 1 = n_0 e^{-\frac{4}{\theta}}.$$

ცხრილი 5

განაწილება / მაკრომდგომ.	n_1	n_2	n_3	n_4	ალბათობა W
I	3	11	0	0	2.13.14
II	4	9	1	0	55.13.14
III	5	7	2	0	426.13.14
IV	5	8	0	1	99.13.14
V	6	6	1	1	924.13.14
VI	7	4	2	1	1989.13.14
VII	7	5	0	2	426.13.14
VIII	8	2	3	1	990.13.14
IX	9	0	4	1	55.13.14
X	9	1	2	2	330.13.14
XI	9	2	0	3	110.13.14
XII	10	0	1	3	22.13.14

პირველი ორი ტოლობიდან მივიღებთ

$$e^{\frac{1}{\theta}} = \frac{7}{4}, \qquad \theta = \frac{1}{\ln 7/4}.$$

θ-ს ეს მნიშვნელობა რომ მივიღოთ ყველა უჯრედისათვის, განაწილება იქნება ასეთი:

$$n_1 = 7, \quad n_2 = 4, \quad n_3 = 2{,}3, \quad n_4 = 1{,}3,$$

რაც მცირედ განსხვავდება ჩვენ მიერ განხილული განაწილებისაგან. საშუალო ენერგიისათვის გვექნება

$$\bar{\varepsilon} = \frac{25}{14} = 1{,}8.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ ენერგიის ან, რაც იგივეა, საშუალო ენერგიის გადიდებამ გამოიწვია ნაწილაკების გადასვლა მცირე ენერგიის უჯრედებიდან დიდი ენერგიის უჯრედებში. ამავე დროს, θ-ს მნიშვნელობაც გაიზარდა; თუ წინათ იგი იყო 0,83—0,9 ფარგლებში, ახლა იგი არის 1,45—1,7 შორის. საშუალო ენერგია არის სათანადოდ 1,35 და 1,8. ეს იმის მაჩვენებელია, რომ θ პარამეტრი იზრდება საშუალო ენერგიის ზრდასთან ერთად და ვინაიდან, რო-

გორც უკვე ვიცით, საშუალო ენერგია ტემპერატურის გამომსახველია, θ პარამეტრი, მართლაც, ტემპერატურის პროპორციული უნდა იყოს, რაც უკვე დავუშვით ბოლცმანის ფორმულის გამოყვანისას, რომ θ ტოლია kT-სი. ამის უფრო სრულ დამტკიცებას მოვიყვანთ იდეალური გაზისადმი მიძღვნილ თავში.

§ 15. უარყოფითი ტემპერატურა

ჩვენ წინათ განვსაზღვრეთ აბსოლუტური ტემპერატურა, როგორც კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობის პროპორციული სიდიდე

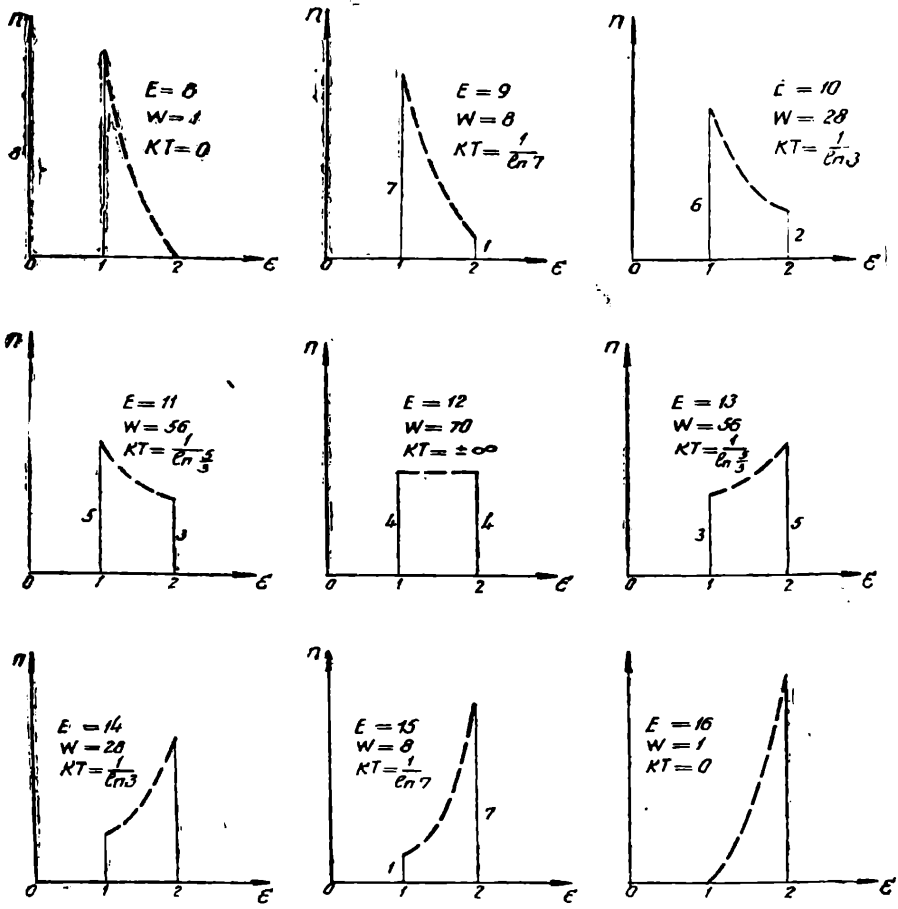
$$\frac{\overline{mv_x^2}}{2} = \frac{1}{2} kT.$$

ცხადია, ამ განსაზღვრის თანახმად, აბსოლუტური ტემპერატურა არავითარ შემთხვევაში არ შეიძლება იყოს უარყოფითი. მაგრამ, გარდა ამ განსაზღვრისა, არსებობს მეორე, გაცილებით უფრო ზოგადი განსაზღვრა. ამ განსაზღვრის თანახმად, აბსოლუტური ტემპერატურა ბოლცმანის ფორმულაში შემავალი θ პარამეტრის პროპორციული სიდიდეა. ჩვეულებრივ პირობებში ეს განსაზღვრა თანხვდება ზემოთ აღნიშნული ფორმულით მოცემულ განსაზღვრას, მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც ეს ასე არ არის. უმეტეს შემთხვევაში განსახილველი სისტემა ისეთი აგებულებისაა, რომ მის ნაწილაკებს შეუძლიათ მიიღონ ნებისმიერად დიდი ენერგია, ე. ი. ε_i შეიძლება იყოს დადებითი და ნებისმიერად დიდი. აქედან, ცხადია, ამ პირობებში θ პარამეტრი აუცილებლად დადებითი უნდა იყოს. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ε_i ენერგიის უსასრულოდ ზრდასთან ერთად, n_i ნაწილაკთა რიცხვი უსასრულოდ იზრდება, რაც შეუძლებელია, ვინაიდან ნაწილაკთა საერთო რიცხვი სასრულოა.

სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ ენერგიის მნიშვნელობები შემოსაზღვრულია ზემოდან და მათი რიცხვი სასრულია. ასეთი შემთხვევა ზოგჯერ გვხვდება ბუნებაში (ბირთვებისა და ელექტრონების სპინების სისტემა). როგორც ახლა ვნახავთ, ასეთ შემთხვევაში ხორციელდება ბოლცმანის განაწილება უარყოფითი θ პარამეტრით, ე. ი. უარყოფითი ტემპერატურით. ამის საჩვენებლად დავუბრუნდეთ ზემოთ განხილულ მარტივ მაგალითებს.

განვიხილოთ უფრო დაწვრილებით ყველა ეს საკითხი მარტივი შემთხვევისათვის, როდესაც ნაწილაკს შეუძლია იყოს მხოლოდ ორ მდგომარეობაში (უჯრედში) სათანადოდ 1 და 2 ერთეულის ტოლი

ენერგიებით. ვთქვათ, გვაქვს 8 ნაწილაკი, რომლებიც ნაწილდებიან ამ ორ უჯრედს შორის. ენერგიის ყველაზე დაბალი მნიშვნელობა გვექნება მაშინ, თუ ყველა ნაწილაკი პირველ, ე. ი. დაბალი ენერ-



ნახ. 35.

გიის უჯრედში მოხვდება. მაკრომდგომარეობა იქნება $n_1=8$ და $n_2=0$, სრული ენერგია კი—8 ერთეული.

სათანადო ალბათობისათვის მივიღებთ

$$W_{\text{I}}=\frac{8!}{8!0!}=1.$$

გავადიდოთ ენერგია ერთი ერთეულით. იმისათვის საჭირო იქნება ერთი ნაწილაკის გადაყვანა პირველი უჯრედიდან მეორეში, რის შედეგად მივიღებთ ახალ მაკრომდგომარეობას; $n_1=7$, $n_2=1$. სრული ენერგია გახდება 9 ერთეული, სათანადო ალბათობა კი

$$W_{II}=\frac{8!}{7!1!}=8.$$

ენერგიის თანდათანობითი გადიდებით მივიღებთ განაწილებებს წინა განაწილებიდან ყოველი შემდგომი ნაწილაკის გადაყვანით ქვედა უჯრედიდან ზედაში (ნახ. 35). ცხადია, ყველაზე დიდი ენერგიის განაწილება იქნება მაშინ, როდესაც ყველა ნაწილაკი გადაყვანილი იქნება ზედა უჯრედში. სათანადო ენერგია იქნება 16 ერთეული. ამაზე მეტი ენერგია სისტემას არ შეიძლება ჰქონდეს. ვნახოთ, როგორ აიწერება ეს განაწილებები ბოლცმანის განაწილების ფორმულით. ვინაიდან არა გვაქვს ნულოვანი ენერგიის უჯრედი, ხელსაყრელია ბოლცმანის განაწილება შემდეგი სახით დავწეროთ:

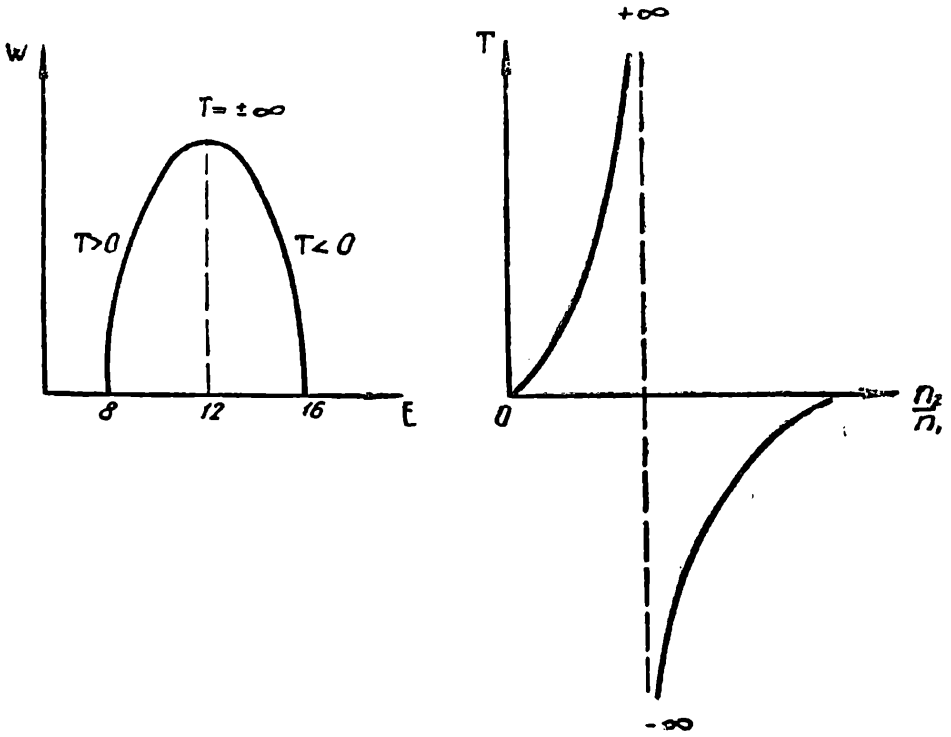
$$n_2=n_1e^{-\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\theta}}. \qquad (IV,44)$$

პირველი მაკრომდგომარეობის შემთხვევაში ($n_1=8$, $n_2=0$) აქედან მივიღებთ θ-სათვის ნულოვან მნიშვნელობას. ასევე შეიძლება მოიძებნოს θ-ს მნიშვნელობა ყველა სხვა განაწილებისათვის. 35-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ამ განაწილებათა სათანადო მრუდები, ენერგიის, ალბათობისა და $\theta=kT$-ს მნიშვნელობანი.

ჩვენ ვხედავთ, რომ უმცირესი ენერგიის მდგომარეობაში ($E=8$) ყველა ნაწილაკი პირველ უჯრედშია და θ პარამეტრი ნულის ტოლია. ალბათობაც, აგრეთვე, უმცირესია და ერთის ტოლია, რის გამოც ენტროპია იქნება ნული. ენერგიის გადიდება იწვევს ნაწილაკების გადასვლას მეორე, უფრო მეტი ენერგიის სათანადო უჯრედში, ტემპერატურა იზრდება, იზრდება ალბათობაც და ენტროპიაც; როდესაც ნაწილაკები თანაბრად განაწილდება უჯრედებს შორის, ალბათობა (ენტროპია) მიაღწევს მაქსიმუმს (W 70) და θ პარამეტრი უსასრულოდ დიდი იქნება. მაგრამ, ენერგიის შემდგომი გაზრდა კიდევ გამოიწვევს ნაწილაკების გადასვლას ქვედა უჯრედიდან ზედაში. ენტროპია შემცირდება, მიუხედავად ენერგიის ზრდისა. ახლა ზედა უჯრედში უფრო მეტი ნაწილაკი იქნება, ვიდრე ქვედაში, რაც შეესატყვისება ბოლცმანის ფორმულას, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ჩავთვლით, რომ θ პარამეტრი უარყოფითი გახდება. ენერგიის შემდგომი გადიდება კიდევ უფრო მეტ ნაწილაკს გადაიყვანს ზედა უჯრედში, სანამ, ბოლო, $E=16$ ერთეულის მნიშვნელობისათვის ყველა ნაწილაკი არ იქნება ზედა უჯრედში. ამ მდგომარეობას, ბოლცმანის ფორმულის თანახმად, ისევ ეთანადება ნულის ტოლი ტემპერატურა.

35-ე და 36-ე ნახაზებზე ნაჩვენებია ალბათობასა და ენერგიას შორის დამოკიდებულებისა და $\theta = kT$ პარამეტრის ნაწილაკთა განაწილების ცვლაზე დამოკიდებულების მრუდები.

მიღებული შედეგები ნათლად გვიჩვენებს, რომ აბსოლუტური ტემპერატურა ხდება უარყოფითი, როდესაც ნაწილაკების უმრავლესობა თავსდება დიდი ენერგიის უჯრედში (ზედა დონეზე); გადასვლა უარყოფით ტემპერატურაზე ხდება უსასრულოდ მაღალი ტემპერატურის მიღწევის შემდეგ, ენერგიის კიდევ უფრო მეტად



ნახ. 36.

გადიდებით უარყოფითი ტემპერატურის მქონე სისტემას უფრო მეტი ენერგია აქვს, ვიდრე დადებითი ტემპერატურის მქონეს. დადებითი და უარყოფითი ტემპერატურის მქონე სხეულების შეხებისას ენერგია გადადის უარყოფითი ტემპერატურის მქონე სხეულიდან დადებითი ტემპერატურის მქონე სხეულზე, ამიტომაც შეიძლება ითქვას, რომ უარყოფითი ტემპერატურა უფრო მაღალია, ვიდრე დადებითი.

§ 16. ნაწილაკების განაწილება სივრცეში იმპულსის მიხედვით ბოლცმანის ფორმულის გამოყენებით

ჩვენ ვიპოვეთ ნაწილაკების განაწილება მდგომარეობათა სიბრტყის უჯრედებს შორის სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში.

i-ურ უჯრედში მოხვედრილ ნაწილაკთა რიცხვი აღვნიშნოთ λ_i-თ. ეს იყოს რიცხვი იმ ნაწილაკებისა, რომელთა კოორდინატები მოთავსებულია Δx, Δy, Δz შუალედებში, ხოლო იმპულსები— $\Delta(mv_x)$, $\Delta(mv_y)$ და $(\Delta(mv_z)$ შუალედებში. შემდეგში უფრო ხელსაყრელია n_i-ის მაგიერ შემოვიღოთ Δn_i აღნიშვნა და ბოლცმანის განაწილების კანონი დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\Delta n_i = \Delta n_0 e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}. \qquad \text{(IV,45)}$$

ყოველი ნაწილაკის ენერგია შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ჯამი კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიებისა, რომელთაგან პირველი დამოკიდებულია სიჩქარეზე, ხოლო მეორე—მდებარეობაზე, ე. ი. კოორდინატებზე

$$\varepsilon_i = \frac{mv_i^2}{2} + U(x_i, y_i, z_i). \qquad \text{(IV,46)}$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

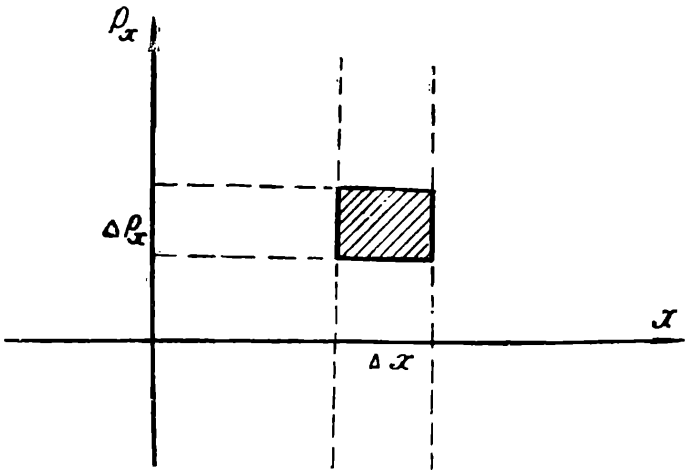
$$\Delta n_i = \Delta n_0 e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}} \cdot e^{-\frac{U(x_i, y_i, z_i)}{kT}}. \qquad \text{(IV,47)}$$

მაგრამ ხშირად საჭიროა ვიცოდეთ, როგორია ნაწილაკების განაწილება სივრცეში დამოუკიდებლად სიჩქარისაგან ან განაწილება სიჩქარეების მიხედვით დამოუკიდებლად მდებარეობისაგან. მაგალითად, გვინდა გავიგოთ ყოველნაირი სიჩქარის მქონე რამდენი ნაწილაკია მოხვედრილი ΔV_i მოცულობაში (კოორდინატებით x_i, y_i, z_i). ცხადია, ამისათვის უნდა შევკრიბოთ ყველა ის ნაწილაკი, რომლებიც იმყოფებიან ამ მოცულობაში და რომლებსაც აქვთ სხვადასხვა სიჩქარე. 36-ე ნახაზზე ეს ნიშნავს ყველა იმ Δn_i-ის შეკრებას, რომლებიც მოხვედრილია Δx_i სიგანის ვერტიკალური ზოლის სათანადო უჯრედებში (ნახ. 37).

ამ ზოლში მოხვედრილ მოლეკულებს აქვს Δx_i შუალედში მდებარე კოორდინატები, მაგრამ სხვადასხვა სიდიდის სიჩქარეები. თუ ΔV_i მოცულობაში მყოფი ყველა ნაწილაკის რიცხვს ΔN_i-ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ

$$\Delta N_i = \sum_{\text{სიჩ. მიხ.}} \Delta n_i = \sum_{\text{სიჩ. მიხ.}} \Delta n_0 e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}} e^{-\frac{U_i}{kT}}. \qquad \text{(IV,48)}$$

ჯამვა ხდება ყველა სიჩქარის მიხედვით. ვინაიდან $e^{-\frac{U_i}{kT}}$ არ არის დამოკიდებული სიჩქარეზე, იგი შეიძლება გამოვიტანოთ ჯამის ნიშნის გარეთ, რის შემდეგ გვექნება



ნახ. 37.

$$\Delta N_i = e^{-\frac{U_i}{kT}} \sum_{\text{სიჩ. მიხ.}} \Delta n_0 e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}}. \qquad \text{(IV,49)}$$

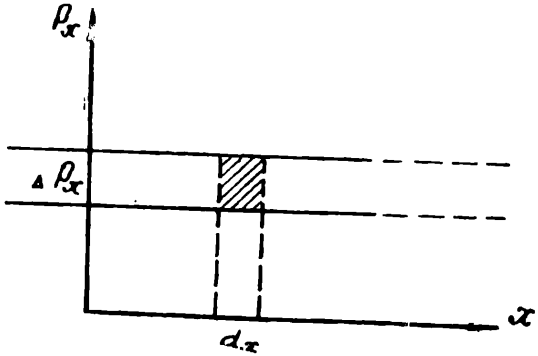
აღვნიშნოთ ჯამი ΔN_0-ით და დავწეროთ ეს ფორმულა შემდეგი სახით:

$$\Delta N_i = \Delta N_0 e^{-\frac{U_i}{kT}}. \qquad \text{(IV,50)}$$

ეს ფორმულა განსაზღვრავს ნაწილაკების განაწილებას სივრცეში და გვიჩვენებს, რომ ამ განაწილებისათვის მნიშვნელოვანია პოტენციალური ენერგია, ვინაიდან მხოლოდ ის არის დამოკიდებული კოორდინატებზე, ე. ი. ნაწილაკების მდებარეობაზე. ΔN_0-ის მნიშვნელობას საზღვრავს თვით ეს ფორმულა. ცხადია, ΔN_0 არის ყოველგვარი სიჩქარის მქონე მოლეკულების რიცხვი ΔV_i მოცულობაში, რომელსაც ეთანადება ნულის ტოლი პოტენციალური ენერგია.

ასევე შეიძლება საჭირო გახდეს იმ ნაწილაკთა რიცხვის გამოთვლა, რომლებიც იმყოფებიან სივრცის ნებისმიერ ადგილას, მაგ-

რამ აქვთ Δv_x, Δv_y და Δv_z შუალედებში მოთავსებული სიჩქარეები. ამისათვის, ცხადია, საჭიროა Δn_i-ს აჯამვა კოორდინატების მიმართ (ნახ. 38), მივიღებთ



ნახ. 38.

$$\Delta N_1^{(v)} = \sum_{\text{კოორ. მიხ.}} \Delta n_i = e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}} \sum_{\text{კოორ. მიხ.}} \Delta n_0 e^{-\frac{U_i}{kT}}. \qquad \text{(IV,51)}$$

თუ $\sum_{\text{კოორ. მიხ.}} \Delta n_0 e^{-\frac{U_i}{kT}}$ ჯამს აღვნიშნავთ $\Delta N_0^{(v)}$-ით, მივიღებთ

$$\Delta N_1^{(v)} = \Delta N_0^{(v)} e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}}. \qquad \text{(IV,52)}$$

ასეთია მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით. $\Delta N_0^{(v)}$ იქნება ნულოვანი სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი.

გამოვიყენოთ მიღებული შედეგები ზოგიერთი კერძო შემთხვევის განსახილველად.

1. გაზი გარე ველის არარსებობისას. დავუშვათ, რომ გაზი სრულიად თავისუფალია, ე. ი. მასზე არ მოქმედებს არავითარი სხეული და იგი არ იმყოფება გარეშე ველში. მაშინ მოლეკულების პოტენციალური ენერგია იქნება ნულის ტოლი და (IV,50) ფორმულა მოგვცემს

$$\Delta N_i = \Delta N_0, \qquad \text{(IV,53)}$$

ე. ი. სადაც არ უნდა ავიღოთ ΔV მოცულობა, მოლეკულების რიცხვი მასში ერთი და იგივე იქნება: გაზი თანაბრად არის განაწილებული ჰურჰელში.

2. გაზი სიმძიმის ველში. ვთქვათ, დედამიწის ზედაპირზე მოთავსებულია გაზი სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში.

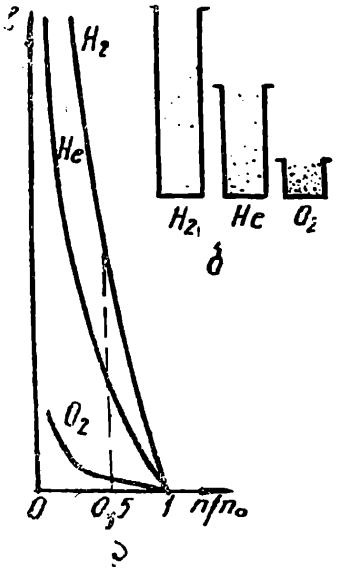
გამოვარკვიოთ, როგორ იქნება განაწილებული ეს გაზი სიმაღლის მიხედვით (ნახ. 39).

დედამიწის სიმძიმის ველში მოლეკულის პოტენციალური ენერგია იქნება

$$U = mgZ, \tag{IV,54}$$

სადაც Z არის მოლეკულის სიმაღლე დედამიწის ზედაპირიდან. (IV,50) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\Delta N_z = \Delta N_0 e^{-\frac{mgZ}{kT}}, \tag{IV,55}$$



ნახ. 39.

სადაც ΔN_z იქნება მოლეკულების რიცხვი ΔV მოცულობაში Z სიმაღლეზე, ხოლო ΔN_0 მოლეკულათა რიცხვი იმავე მოცულობაში, მხოლოდ დედამიწის ზედაპირზე. ვინაიდან გაზის წნევა პროპორციულია მოლეკულების რიცხვისა, იმავე დამოკიდებულებას მივიღებთ წნევისათვის Z სიმაღლეზე და დედამიწის ზედაპირზე:

$$p = p_0 e^{-\frac{mgZ}{kT}}, \tag{IV,56}$$

სადაც p_0 არის წნევა დედამიწის ზედაპირზე, ხოლო p_z წნევა Z სიმაღლეზე.

მიღებული შედეგები გვიჩვენებს, რომ როგორც მოლეკულათა რიცხვი, ისე წნევა სიმაღლის მიხედვით კლებულობს მაჩვენებლიანი კანონის მიხედვით. (IV,56) ფორმულას ეწოდება ბარომეტრული ფორმულა, ვინაიდან იგი საშუალებას გვაძლევს წნევის მიხედვით გამოვითვალოთ სიმაღლე.

მართლაც, თუ განისაზღვრა წნევა უცნობი სიმაღლისათვის, ეს უკანასკნელი შეიძლება მოიძებნოს შემდეგი ფორმულით:

$$Z = -\frac{kT}{mg} \ln \frac{p}{p_0}. \tag{IV,57}$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ მასის გადიდება მოქმედებს ისევე, როგორც ტემპერატურის შემცირება, მასის შემცირება კი, როგორც ტემპერატურის გადიდება, ამიტომაც მეტი მასის მქონე

მოლეკულები ცდილობს დაიკავოს უფრო დაბალი მდებარეობა, უფრო მსუბუქი მოლეკულები კი თავსდება დედამიწიდან დაშორებით. ეს იმას ნიშნავს, რომ დიდი მასის მქონე მოლეკულების რიცხვი სიმაღლის მიხედვით უფრო სწრაფად უნდა კლებულობდეს, ვიდრე მსუბუქი ნაწილაკებისა. ეს გარემოება სავსებით დადასტურდა გაზომვებით. ატმოსფეროს ზედა ფენებში მსუბუქი გაზების მეტი რაოდენობაა, ვიდრე ქვედა ფენებში (ცხრილი 8).

უნდა აღინიშნოს, რომ ბარომეტრული ფორმულა არ არის სავსებით ზუსტი. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ატმოსფერო არ იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში (სხვადასხვა ტემპერატურა სხვადასხვა სიმაღლეზე, ჰაერის ზედა და ქვედა ფენების შერევა და სხვ.). მიუხედავად ამისა, მაინც შესაძლებელია, მართალია, არა დიდი სიზუსტით, ვისარგებლოთ ბარომეტრული ფორმულით სიმაღლის გასაზომად. ბოლცმანის ფორმულის შემოწმების სავა მაგალითებს განვიხილავთ შემდეგ პარაგრაფებში.

ცხრილი 6

სიმაღლე km-ში	N_2	O_2	CO_2	H_2	He
0	77,08	20.95	0,03	0,01	—
11	78,02	20,99	0,03	0,01	—
20	81,24	18,10	0,01	0,04	—
40	86,42	12,01	—	0.07	0.02
60	81,22	7,69	—	10,68	0,23

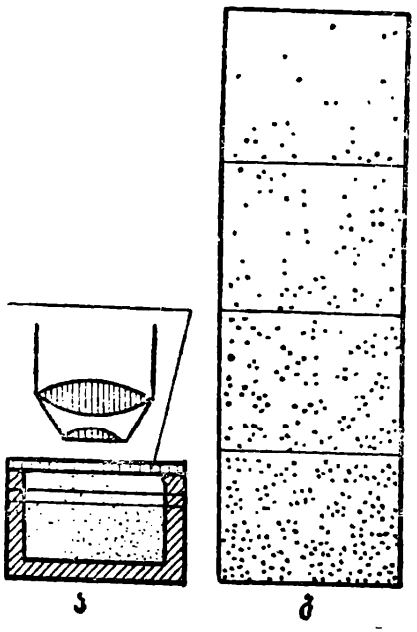
§ 17. სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი შედეგების ექსპერიმენტული შემოწმება. ფლუქტუაციები კოლოიდურ ხსნარში. მოძრაობა

ახლა განვიხილოთ სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი დებულებების დამამტკიცებელი ზოგიერთი ცდა.

წინა პარაგრაფში უკვე გამოვარკვიეთ, რომ მოლეკულების განაწილება ატმოსფეროში სიმაღლის მიხედვით გარკვეულად ადასტურებს ბოლცმანის განაწილების ფორმულას იმ დაშვებით, რომ ატმოსფერო სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაშია. მაგრამ სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი დებულებების შემოწმებისათვის გაცილებით უფრო მეტი მნიშვნელობა ჰქონდა პერენის, ვესტგრენისა და სხვების ექსპერიმენტებს და სმოლუხოვსკისა და აინშტაინის თეორიულ შედეგებს. ბოლცმანის ფორმულის გამოკვლევის მეტად მნიშვნელოვან და იმავე დროს თვალსაჩინო მაგა-

ლითს წარმოადგენს კოლოიდური ხსნარების სტატისტიკური წონასწორობა.

1. კოლოიდური ხსნარების სტატისტიკური წონასწორობა. ჩვეულებრივი ხსნარებიდან კოლოიდური ხსნარები განსხვავდება იმით, რომ გამხსნელის შიგნით განაწილებულია არა მოლეკულები, არამედ გახსნილი ნივთიერების მრავალი მოლეკულისაგან შემდგარი, შედარებით უფრო მსხვილი ნაწილაკები. ასეთი ხსნარის მაგალითს წარმოადგენს სითხეში განაწილებული ოქროს მიკროსკოპული ნაწილებისაგან (ზომით რამდენიმე $m\mu$) შემდგარი ხსნარი. ბოლცმანის ფორმულის შესამოწმებლად კოლოიდურ ხსნარებზე ცდები დააყენეს პერენმა, ვესტგრენმა და სხვებმა. აღვწეროთ ზოგიერთი მათგანი.



ნახ. 40.

ვთქვათ, A ჭურჭელში მოთავსებულია რაიმე ნივთიერების კოლოიდური ხსნარი (ნახ. 40). აღვნიშნოთ კოლოიდური ნაწილაკის სიმკვრივე ρ-თი, გამხსნელის სიმკვრივე კი—ρ_0-ით, მაშინ სითხეში მოთავსებული ნაწილაკის წონა იქნება

$$mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right),$$

ვინაიდან mg შემცირებულია სითხის წნევით (არქიმედეს კანონი). h სიმაღლეზე მყოფი ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია იქნება

$$mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)h$$

და ბოლცმანის ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\Delta N=\Delta N_0 e^{-\frac{mgh\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{kT}}, \qquad \text{(IV,58)}$$

სადაც ΔN და ΔN_0 არის კოლოიდურ ნაწილაკთა რიცხვები სათანადოდ ფსკერსა და h სიმაღლეზე.

ცხადია, თუ ცნობილია ნაწილაკის მასა, შეიძლება ზემოთ მოყვანილი ფორმულის შემოწმება. ეს შემოწმება ხდება შემდეგნაი-

რად: გამოსაკვლევ ხსნარს ასხამენ ბრტყელ კიუვეტში და ათავსებენ მიკროსკოპის მაგიდაზე (ნახ. 40 ა).

მიკროსკოპის აწევ-დაწევით შეიძლება ფოკუსში დავაყენოთ სხვადასხვა სიმაღლეზე მყოფი სითხის ფენა. ხედვის არეში მოხვედრილი ნაწილაკების დათვლა მოგვცემს N რიცხვს. ცხადია, საჭიროა დავიცადოთ, სანამ დამყარდება სტატისტიკური წონასწორობა.

ვესტგრენმა მოახდინა ოქროს კოლოიდური ხსნარის გამოკვლევა. ნაწილაკების რადიუსები შესაბამისად უდრიდა 21 $m\mu$ და 25 $m\mu$. მან ექსპერიმენტულად დათვალა სხვადასხვა სიმაღლეზე მყოფ ნაწილაკთა რიცხვი და შედეგები შეადარა თეორიულ გამოთვლებს.

ქვემოთ მოყვანილი ცხრილი გვიჩვენებს, რამდენად კარგად ეთანხმება ექსპერიმენტული შედეგები თეორიას.

ცხრილი 7

რადიუსი 21 mμ			რადიუსი 2 mμ		
h	$\Delta N_{\text{ექსპ.}}$	$\Delta N_{\text{თეორ.}}$	h	$\Delta N_{\text{ექსპ}}$	$\Delta N_{\text{თეორ.}}$
0	889	886	0	1431	1176
200	572	572	100	779	702
400	357	369	200	408	419
600	217	239	300	354	250
800	152	154	400	148	149
1000	108	100	500	93	89

თანხვდენა საკმარისად კარგია. გარდა ამისა, მოყვანილი ცხრილი გვიჩვენებს განაწილების დამოკიდებულებას ნაწილაკის მასაზე (ან, რაც იგივეა, რადიუსზე). რადიუსის ან მასის გადიდებამ, ე. ი. გადასვლამ 21 $m\mu$-რადიუსიანი ნაწილაკებიდან 25 $m\mu$-რადიუსიან ნაწილაკებზე, გამოიწვია ნაწილაკთა რიცხვის გაზრდა ჭურჭლის ფსკერთან და მისი შემცირება დიდ სიმაღლეზე. ნაწილაკები გადაადგილდნენ მაღალი ფენებიდან დაბალ ფენებში, რაც სავსებით ეთანხმება ბოლცმანის ფორმულას.

ანალოგიური ცდები ჩაატარა პერენმა გუმიგუტის ხსნარზე. მის მიერ მიღებული შედეგები მოყვანილია მე-8 ცხრილში.

ეს ცდაც გვიჩვენებს ექსპერიმენტული შედეგების კარგ თანხვდენას თეორიასთან.

ცხრილი 8

$h \cdot 10^{-4}$cm	$\Delta N_{\text{დაკვ.}}$	$\Delta N_{\text{თეორ.}}$
5	100	100
35	47	48
65	22,6	23
95	12	11,1

აღწერილი ექსაერიმენტები საშუალებას გვაძლევს, ვიპოვოთ ბოლცმანის მუდმივა k. მართლაც, (IV,58) ფორმულიდან k-სათვის გვექნება

$$k = \frac{mgh}{T \ln \frac{\Delta N_0}{\Delta N}} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right). \qquad \text{(IV,59)}$$

ამ განტოლების მარჯვენა მხარეში მყოფი სიდიდეები შეიძლება გაიზარდოს ექსპერიმენტულად, რაც k-ს გამოთვლის საშუალებას მოგვცემს. სწორედ ამ და, აგრეთვე, სხვა ცდების საშუალებით გამოთვლილ იქნა k-ს ის მნიშვნელობა, რომელიც უკვე გვქონდა მოყვანილი. შემდეგში კიდევ ვნახავთ მრავალ მაგალითს, რომლებიც ადასტურებენ ბოლცმანის განაწილების კანონის სისწორეს. ახლა კი განვიხილოთ იმ მოვლენები, რომლებშიც ვლინდება ფლუქტუაციები, ე. ი. გადახრები უალბათესი მდგომარეობიდან.

2. ნაწილაკთა რიცხვის ფლუქტუაცია. უკვე ვიცით, რომ მიუხედავად იმისა, რომ სისტემა უდიდეს დროს ატარებს მაქსიმალური ალბათობის მდგომარეობაში, მაინც შეიძლება ნაკლებად ალბათური მდგომარეობის განხორციელება. სწორედ ამ მოვლენას, ე. ი. სისტემის თავისთავად გამოსვლას უალბათესი მდგომარეობიდან და ნაკლები ალბათობის მდგომარეობაში გადასვლას, ფლუქტუაცია ეწოდება.

ახლა აღვწეროთ ის ცდები, რომლებიც დაყენებულ იქნა ფლუქტუაციების არსებობის დასამტკიცებლად.

დავიწყოთ სვედბერგისა და ვესტგრენის ცდების აღწერით და მათი თეორიული ინტერპრეტაციით, რომელიც მოცემული იყო სმოლუხოვსკის მიერ. სვედბერგი და ვესტგრენი იკვლევდნენ კოლოიდურ ხსნარებს. მათ შეისწავლეს ამ ხსნარების ნაწილაკების განაწილება სათანადოდ არჩეულ ხედვის არეში ულტრამიკროსკოპის საშუალებით. ხედვის არე პერიოდულად ნათდებოდა (სვედბერგთან 39-ჯერ წუთში) და ყოველი განათებისას წარმოებდა ნაწილაკების დათვლა. ცხადია, ნაწილაკების რიცხვი მუდმივი არ რჩებოდა. ის განუწყვეტლივ მერყეობდა. აღვნიშნოთ ეს რიცხვი n-ით. n-ის სხვადასხვა მნიშვნელობას შორის უდიდესი ალბათობა აქვს $\overline{n}$-ს, რაც იმას ნიშნავს, რომ ეს რიცხვი (ან მისი მახლობელი) უნდა გვხვდებოდეს ყველაზე უფრო ხშირად. n-ის სხვადასხვა მნიშვნელობის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულით შეიძლება გამოვითვალოთ დაკვირვების მთელი დროის განმავლობაში რამდენჯერ გამოჩნდება მისი ესა თუ ის მნიშვნელობა; ასეთი გამოკვლევები აწარმოვა სმოლუხოვსკიმ. მე-9 ცხრილში მოყვანილია გამოთვლის შედეგების შედარება ცდის მონაცემებთან, მეორე სვეტში მოყვანი-

ლია დაკვირვებების ის შემთხვევითი რაოდენობა, რომლებიც შეესაბამება ნაწილაკთა რაოდენობის ამა თუ იმ რიცხვს.

მესამე სვეტში მოყვანილია თეორიული მნიშვნელობები.

ცხრილი 9

n	დაკვირვებით მიღებული რიცხვი	გამოთვლილი რიცხვი
0	383	380
1	568	542
2	397	384
3	175	184
4	67	66
5	23	19
6	5	5
7	2	2

როგორც ცხრილი გვიჩვენებს, თანხვდენა საკმაოდ კარგია. რიცხვის საშუალო მნიშვნელობა უდრის 1,43 და, მართლაც, ჩვენ ვხედავთ, რომ უფრო ხშირად ამ რიცხვის მახლობელი რიცხვი გვხვდება, სახელდობრ: 0,1,2, სხვები კი—უფრო იშვიათად. რაც უფრო დიდია ნაწილაკთა რიცხვის გადახრა საშუალო მნიშვნელობიდან, მით უფრო იშვიათად გვხვდება ეს რიცხვი. მაგალითად, რიცხვი 7 გამოჩნდა მხოლოდ ორჯერ. ნაწილაკთა ამა თუ იმ რიცხვის გამოჩენის სიხშირის გამოთვლის გარდა, სმოლუხოვსკიმ გამოთვალა „ლოდინის საშუალო დრო“, ე. ი. ის დრო, რომელიც საჭიროა შესაბამისი n რიცხვის დაკვირვებისათვის.

განვმარტოთ უფრო სრულად „ლოდინის საშუალო დროის“ ცნების აზრი.

ვთქვათ, დაკვირვებას ვიწყებთ დროის გარკვეული მომენტიდან. ცხადია, დაგვჭირდება ლოდინი გარკვეული დროის განმავლობაში, ვიდრე არ გამოჩნდება ნაწილაკთა არჩეული რიცხვი, მაგალითად, 3. ვთქვათ, შესაბამისი დროის შუალედი არის T. თუ ასეთ დაკვირვებებს ბევრჯერ გავიმეორებთ, მივიღებთ აღნიშნული დროის შუალედების სხვადასხვა მნიშვნელობას. ამ შუალედების საშუალო მნიშვნელობის გამოთვლით მივიღებთ „ლოდინის საშუალო დროს“, $\overline{T}$. ამ სიდიდის გამოსათვლელად სმოლუხოვსკის მიერ მოცემული იყო სათანადო ფორმულა. მე-10 ცხრილში მოყვანილია თეორიით გამოთვლილი შედეგები და დაკვირვებით ნაპოვნი „ლოდინის დრო“ (ერთეულად აღებულია $\tau = 1{,}39$ sec, ე. ი. დრო ორ მომდევნო დაკვირვებათა შორის). თეორიის შედეგები საკმაოდ კარგად ეთანხმება ცდის შედეგებს. ცხადია, სრულ თანხვდენას ვერც მოვითხოვთ, რადგან დაკვირვების დრო შეზღუდული იყო. ჩვენ ვხედავთ, რომ „ლოდინის დროის“ უმცირესი მნიშვნელობა შეესაბამება საშუალო მნიშვნელობასთან მახლობელ რიცხვებს: 1 და 2-ს, მეორე მხრივ, „ლოდინის საშუალო დრო“ ისეთი რიცხვებისათვის, რომლებიც დიდად განსხვავდებიან საშუალო მნიშვნელობისაგან, გადახრის ზრდასთან ერთად სწრაფად მატულობენ.

მაგალითად, მე-10 ცხრილი გვიჩვენებს, რომ ოთხი ნაწილაკის გამოჩენისათვის საჭიროა დაახლოებით 7-ჯერ უფრო მეტ ხანს ლოდინი, ვიდრე ერთი ნაწილაკის გამოჩენისათვის.

ცხრილი 10

n	$\overline{T}_n$ (დაკვ.)	$\overline{T}_n$ (გამ.)
0	6,03	5.54
1	3,13	3,16
2	4,11	4,15
3	7,85	8,07
4	18,6	20,9

სმოლუხოვსკიმ გამოთვალა, რომ 17 ნაწილაკის გამოჩენისათვის „ლოდინის დრო“ დაახლოებით 500 000 წელიწადია. ეს დროის იმდენად დიდი შუალედია, რომ 17 ნაწილაკის გამოჩენა ფაქტიურად შეუძლებელია.

ამ მაგალითიდან ნათლად შეიძლება წარმოვიდგინოთ ყოფაქცევა სისტემისა, რომელიც საწყის მომენტში არანორმალურად დიდად არის გადახრილი უალბათესი მდგომარეობიდან.

ვთქვათ, ზემოთ განხილულ მაგალითში ხელოვნურად მივაღწიეთ იმას, რომ გამოჩენილ ნაწილაკთა რიცხვი არის 17. ეს იმას ნიშნავს, რომ სისტემა არ იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. მივუშვათ სისტემა თავის ნებაზე. მაშინ განსაზღვრული დროის განმავლობაში, რომელსაც რელაქსაციის დრო ეწოდება, სისტემა გადავა სტატისტიკური წონასწორობის ან მის მახლობელ მდგომარეობაში (მდგომარეობაში, როდესაც ნაწილაკთა რიცხვი არის 1 ან 2). ცხადია სისტემამ გაიარა ერთგვარი პროცესი, რომელმაც დაუახლოვა იგი წონასწორობის მდგომარეობას. რამდენი ხანი უნდა ვუცადოთ, რომ სისტემა თავისთავად, ზემოქმედების გარეშე, დაუბრუნდეს უკან არაწონასწორულ მდგომარეობას, ნაწილაკთა რიცხვით 17?

ჩვენ უკვე ვიცით, რომ ეს დრო 500 000 წელიწადია, ამიტომ პრაქტიკულად ასეთი პროცესი არ მოხდება. მოგვეჩვენება, თითქოს ნაწილაკთა 17 რიცხვიდან წონასწორობის შესაბამის რიცხვზე გადასვლის პროცესი შეუქცევადია, „რადგან ვერასოდეს ვერ მოვესწრებით ამ სისტემის დაბრუნებას საწყის მდგომარეობაში“ (სმოლუხოვსკი).

ცხადია, საწყის მდგომარეობაში დაბრუნების მოჩვენებითი შეუძლებლობა დაკავშირებულია დაკვირვების დროის შეზღუდულობასთან. თუ საშუალება გვექნება სისტემაზე დაკვირვება ვაწარმოოთ დიდი დროის განმავლობაში, იგი დაუბრუნდება საწყის მდგომარეობას, რადგან ამ მდგომარეობას აქვს სასრული, თუმცა ძალიან დიდი „ლოდინის დრო“. მაგრამ, თუ განვიხილავთ პროცესს, რომელსაც გადაჰყავს ნაწილაკთა რიცხვი 2 დან 1-ზე, „ლოდინის დრო“ იქნება 3,16 τ. შემობრუნებული პროცესისათვის „ლოდინის

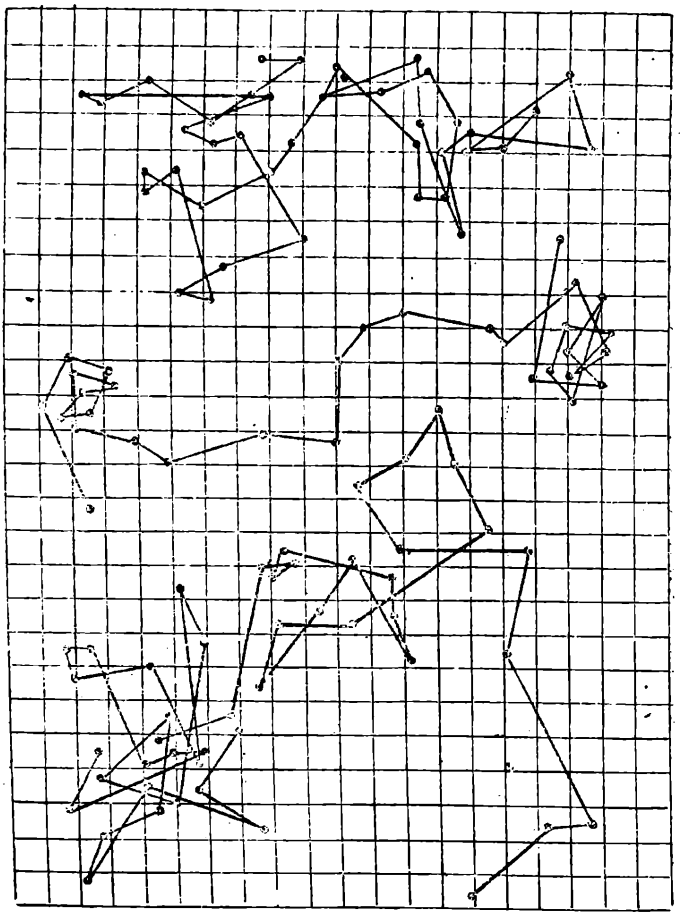
დრო" იქნება 4,05 τ, ე. ი. თითქმის ისეთივე, როგორიც პირველი პროცესისა. ამიტომ აღნიშნული პროცესები მოხდება დაახლოებით ერთნაირი სიხშირით: თუ საწყის მომენტში ნაწილაკთა რიცხვი იყო 2, მაშინ უშუალოდ 3,16 τ დროის შემდეგ ნაწილაკთა რიცხვი 1 გახდება. შებრუნებული პროცესი თითქმის ასეთივე სიხშირით ღწარმოებს, ამიტომ მისი გადასვლა მდგომარეობიდან, ნაწილაკთა რიცხვით 2, მდგომარეობაში, ნაწილაკთა რიცხვით 1, შექცევადი პროცესია, ე. ი. სავსებით შესაძლებელია ამ მდგომარეობათა თავისთავად ერთიმეორეში გადასვლა.

3. ბროუნის მოძრაობა. მოლეკულური თეორიის სისწორის ერთ-ერთი ძირითადი დამამტკიცებელი მოვლენაა ბროუნის მოძრაობა. იგი პირველად აღმოჩენილ იყო 1827 წელს ინგლისელი ბოტანიკოსის ბროუნის მიერ. აკვირდებოდა რა მიკროსკოპის საშუალებით სითხეში მოთავსებულ მცენარის ნაწილაკებს, მან შეამჩნია, რომ ისინი განუწყვეტლად მოძრაობენ ქაოსურად და სხვადასხვა მიმართულებით. რაც უფრო მცირეა ნაწილაკი, მით უფრო სწრაფია მისი მოძრაობა და მით უფრო ადვილია გადანაცვლების შემჩნევა. მრავალი მეცნიერი ცდილობდა აეხსნა ბროუნის მოძრაობის მიზეზი. დაშვება, რომ ნაწილაკები წარმოადგენს ცოცხალ ორგანიზმებს, უარყოფილ იქნა იმ ფაქტით, რომ ასეთ მოძრაობას ასრულებს აგრეთვე მინის, მინერალების და სხვა არაორგანულ ნივთიერებათა ნაწილაკებიც. გამოთქმული იყო აზრი, რომ ამ მოძრაობის მიზეზია კონვექციური ნაკადები, კაპილარული ძალები, სითბური მოქმედება და მრავალი სხვ. მაგრამ არც ერთი ამ ახსნათაგანი არ გამოდგა დამაკმაყოფილებელი.

ბროუნის მოძრაობის მიზეზის პირველი სწორი ახსნა მოცემული იყო 1874 წელს კარბონელის და 1877 წელს დელსოს მიერ. მათ დაამტკიცეს, რომ დროის საკმაოდ მცირე შუალედში სითხის მოლეკულებისაგან ბროუნის ნაწილაკისათვის გადაცემულმა იმპულსებმა შეიძლება არ გააბათილოს ერთმანეთი, რაც გამოიწვევს ნაწილაკის გადანაცვლებას ერთი გარკვეული მიმართულებით. რომ, მართლაც, ბროუნის მოძრაობის მიზეზი სითხის დაჯახებაა, დამტკიცებული იყო აინშტაინის, სმოლუხოვსკისა და პერენის მიერ. აინშტაინმა და სმოლუხოვსკიმ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად განავითარეს ბროუნის მოძრაობის მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორია, ხოლო პერენმა შესანიშნავი ცდებით დაამტკიცა ამ თეორიის სისწორე.

ჯერ აღვწეროთ, როგორ ხდება ბროუნის მოძრაობის ექსპერიმენტული შესწავლა. ახლა ამ შესწავლას ახდენენ არა ჩვეულებრივი

მიკროსკოპით, არამედ ე. წ. ულტრამიკროსკოპით. უკანასკნელში, ჩვეულებრივი მიკროსკოპისაგან განსხვავებით, გამოყენებულია ობიექტის განათება გვერდითი სინათლით, რომელიც უშუალოდ მიკროსკოპის ობიექტივში არ ხვდება. ობიექტივში შედის მხოლოდ ნაწილაკების მიერ გაფანტული სინათლე და ისინი მოჩანან, როგორც ბრწყინვალე ვარსკვლავები ბნელ ფონზე. ხედვის არეში



ნახ. 41.

ჩვეულებრივად მოჩანს სხვადასხვა მიმართულებით მოძრავი რამდენიმე ნაწილაკი. თუ დროის ტოლ შუალედებში აღვნიშნავთ წერტილებით ნაწილაკების მდებარეობას და მიღებულ წერტილებს შევაერთებთ წრფეებით, მივიღებთ ტეხილ წირს, რომელიც ნაჩვენებია 41-ე ნახაზზე.

ეს წრფივი მონაკვეთები მხოლოდ პირობით გვიჩვენებს ნაწი-

ლაკის გადანაცვლებას განსახილველ შუალედებში, ვინაიდან სინამდვილეში ნაწილაკი მრავალჯერ იცვლის მოძრაობის მიმართულებას ამ შუალედის განმავლობაში.

დავაგეგმილოთ ყოველი გადანაცვლება OX ღერძზე და აღვნიშნოთ ეს გეგმილი x-ით. ცხადია, ეს გადანაცვლება სხვადასხვა იქნება სხვადასხვა შუალედისათვის, რადგანაც მოლეკულების დაჯახებები სრულიად შემთხვევითია. ვინაიდან გადანაცვლებები შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი, მათი საშუალო მნიშვნელობა ნულის ტოლი იქნება. ექსპერიმენტულად საზღვრავენ გადანაცვლების კვადრატის საშუალო მნიშვნელობას და ამყარებენ მის კავშირს დროის შუალედთან. აინშტაინმა დაადგინა, რომ ბროუნის ნაწილაკის გადანაცვლების კვადრატის საშუალო მნიშვნელობა $\overline{x^2}$ პირდაპირპროპორციულია იმ დროისა, რომლის განმავლობაშიც ისაზღვრება გადანაცვლება

$$\overline{x^2} \sim t. \qquad \text{(IV,60)}$$

ასეთი დამოკიდებულება გადანაცვლებასა და დროს შორის დამახასიათებელია შემთხვევითი პროცესისათვის.

გამოვიყვანოთ აინშტაინის ფორმულა ბროუნის მოძრაობისათვის. ამისათვის გამოვარკვიოთ, რა ძალები მოქმედებენ ნაწილაკზე. ერთი არის სითხის მოლეკულების დაჯახების არათანაბრობით გამოწვეული შემთხვევითი ძალა. აღვნიშნოთ ეს ძალა F-ით. გარდა ამ ძალისა, სითხეში მოძრავ ნაწილაკზე მოქმედებს კიდევ სითხის სიბლანტით გამოწვეული ძალა, რომელიც აღარ არის შემთხვევითი, პროპორციულია სიჩქარისა და მიმართულია მის საწინააღმდეგოდ. თუ სითხის სიბლანტის კოეფიციენტს γ-თი აღვნიშნავთ, ნაწილაკზე მოქმედი მთელი ძალისათვის მივიღებთ

$$F - \gamma \frac{dx}{dt}.$$

ნაწილაკის მოძრაობის დინამიკური განტოლება იქნება

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F - \gamma \frac{dx}{dt}. \qquad \text{(IV,61)}$$

ამ განტოლების უშუალო ამოხსნის მაგიერ მოვიქცეთ შემდეგნაირად. გავამრავლოთ განტოლება x-ზე და გამოვიყენოთ შემდეგი ფორმულები:

$$x \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2,$$

$$x \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(x^2),$$

მივიღებთ

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}(x^2) - mv_x^2 = Fx - \frac{\gamma}{2}\frac{d}{dt}(x^2). \qquad \text{(IV,62)}$$

ახლა ავიღოთ ამ განტოლების საშუალო მნიშვნელობა საკმაოდ დიდი დროისათვის. ვინაიდან x გადანაცვლება და F ძალა შემთხვევითი და ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი სიდიდეებია, ცხადია, მათი ნამრავლის საშუალო მნიშვნელობა იქნება ნულის ტოლი

$$\overline{Fx} = 0.$$

განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}(\overline{x^2}) - \overline{mv_x^2} = -\frac{\gamma}{2}\frac{d}{dt}(\overline{x^2}). \qquad \text{(IV,63)}$$

$\overline{x^2}$-ის პირველი წარმოებული დროით აღვნიშნოთ α-თი

$$\frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \alpha$$

და დავწეროთ (IV,63) განტოლება ასეთი სახით

$$\frac{m}{2}\frac{d\alpha}{dt} - \overline{mv_x^2} = -\frac{\gamma}{2}\alpha. \qquad \text{(IV,64)}$$

ახლა გამოვიყენოთ მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის ერთერთი ძირითადი დებულება—რაიმე ღერძის გასწვრივ მოძრაობის სათანადო საშუალო კინეტიკური ენერგია არის აბსოლუტური ტემპერატურის ნახევარი

$$\frac{1}{2}\overline{mv_x^2} = \frac{1}{2}kT.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა და გარდაქმნა მოგვცემს

$$\frac{d\alpha}{\alpha - \frac{2kT}{\gamma}} = -\frac{\gamma}{m}t.$$

ინტეგრების შემდეგ მივიღებთ

$$\alpha = \frac{2kT}{\gamma} + ce^{-\frac{\gamma}{m}t},$$

სადაც c ნებისმიერი მუდმივაა. საკმაოდ დიდი დროის შემდეგ, როდესაც დამყარდება სტაციონარული მდგომარეობა, მეორე წევრი შეიძლება უგულებელვყოთ და მივიღებთ

$$\alpha = \frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \frac{2kT}{\gamma}.$$

კიდევ ერთი ინტეგრება მოგვცემს აინშტაინის ფორმულას

$$\overline{x^2} = \frac{2kT}{\gamma} t, \qquad \text{(IV,65)}$$

რომელიც გვიჩვენებს საშუალო კვადრატული გადანაცვლების დამოკიდებულებას დროზე, ტემპერატურასა და სითხის სიბლანტეზე. როგორც ვხედავთ, $\overline{x^2}$ პირდაპირპროპორციულია დროის შუალედისა და სითხის ტემპერატურისა. თუ დავუშვებთ, რომ ბროუნის ნაწილაკები სფერული ფორმისაა, γ კოეფიციენტისათვის, რომელიც საზღვრავს სითხის წინააღმდეგობას, მივიღებთ

$$\gamma = 6\pi a\eta,$$

სადაც a არის ნაწილაკის რადიუსი, ხოლო η—სითხის სიბლანტის კოეფიციენტი. ჩასმის შემდეგ (IV,65) ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\overline{x^2} = \frac{kT}{3\pi a\eta} t. \qquad \text{(IV,66)}$$

ეს ფორმულა ექსპერიმენტულად შეამოწმა პერენმა. იზომებოდა ნაწილაკის გადანაცვლება 30 წამის განმავლობაში და ითვლებოდა მისი საშუალო კვადრატული მნიშვნელობა საკმაოდ დიდი დროისათვის. სპეციალური მეთოდით იზომებოდა ნაწილაკების რადიუსი, ხოლო η და T სიდიდეები თავიდანვე ცნობილად ითვლებოდა. გაზომვებმა სავსებით დაადასტურა $\overline{x^2}$ და t-ს პროპორციულობა. გამოთვლილ იქნა ერთადერთი უცნობი სიდიდე —ბოლცმანის მუდმივა. როგორც შემდეგ, იდეალური გაზის განხილვისას ვნახავთ, ბოლცმანის მუდმივა შემდეგი ფორმულით არის დაკავშირებული გაზების R უნივერსალურ მუდმივასა და ავოგადროს რიცხვთან

$$k = \frac{R}{N}.$$

ვინაიდან გაზური მუდმივის მნიშვნელობა მოიძებნება კლაპეირონის განტოლებიდან, შესაძლებელი ხდება ავოგადროს რიცხვის პოვნა. ფაქტიურად პერენი სწორედ N-ს საზღვრავდა. მან ავოგადროს რიცხვისათვის მიიღო მნიშვნელობა

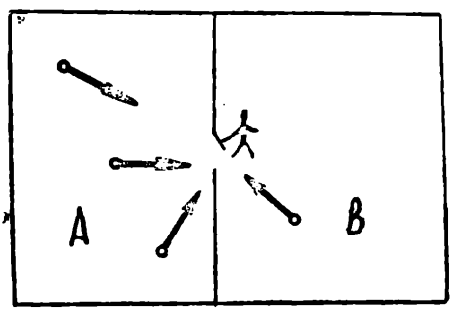
$$N = 6{,}92 \cdot 10^{23}.$$

მაგრამ მისი გაზომვების სიზუსტე არ იყო საკმარისი. უფრო ზუსტი ცდების შედეგად 1918 წელს ვესტგრენმა მიიღო მნიშვნელობა

$$N = 6{,}05 \cdot 10^{23}.$$

ეს მნიშვნელობა ძალიან კარგად თანხვდება სხვა მეთოდებით მიღებულ მნიშვნელობებს, რაც ბროუნის მოძრაობის მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის სისწორის უტყუარ საბუთს წარმოადგენს. ამავე დროს დამტკიცდა საშუალო კინეტიკურ ენერგიასა და აბსოლუტურ ტემპერატურას შორის კავშირი, რომელიც საფუძვლად უძევს ტემპერატურის მოლეკულურ განსაზღვრას. ამით საბოლოოდ დასაბუთდა მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის სისწორე და გაიფანტა ის ეჭვები, რომლებიც კიდევ არსებობდა მეცნიერთა შორის XIX საუკუნის ბოლოს და XX საუკუნის დასაწყისში.

4. მაქსველის „დემონი“. დასასრულ განვიხილოთ ე. წ. მაქსველის „დემონის“ საკითხი, რომელიც მჭიდროდაა დაკავშირებული ბროუნის მოძრაობის საკითხთან. ახდენდა რა თერმოდინამიკის მეორე კანონის სტატისტიკური ბუნების ანალიზს, ცნობილმა ინგლისელმა ფიზიკოსმა მაქსველმა განიხილა წარმოდგენა ისეთი არსებისა,—მან ამ არსებას უწოდა „დემონი“,—რომელსაც შეუძლია თვალყური ადევნოს ცალკეული მოლეკულების მოძრაობას და გადაარჩიოს ისინი სიჩქარეების მიხედვით. მაქსველმა განიხილა გაზიანი ჭურჭელი, რომელიც ნახვრეტიანი ტიხრით გაყოფილია ორ ტოლ ნაწილად (ნახ. 42). დავუშვათ, რომ „დემონი“ ხედავს ნახვრეტისაკენ მოძრავ მოლეკულებს, საზღვრავს მათ სიჩქარეს და აღებს და ხურავს ნახვრეტს ისე, რომ A-დან B-ში ატარებს სწრაფ მოლეკულებს, ხოლო B-დან A-ში — ნელ მოლეკულებს. ამით იგი აგროვებს სწრაფ მოლეკულებს B-ში და ნელ მოლეკულებს—A-ში, ე. ი. ქმნის ტემპერატურების სხვაობას მუშაობის დახარჯვის გარეშე. ასეთი პროცესი კი ეწინააღმდეგება თერმოდინამიკის მეორე კანონს, ვინაიდან მისი განხორციელება იქნებოდა წონასწორული მდგომარეობიდან არაწონასწორულ მდგომარეობაში თავისთავადი გადასვლა. მაშასადამე, „დემონმა“ შეიძლება დაარღვიოს თერმოდინამიკის მეორე კანონი.

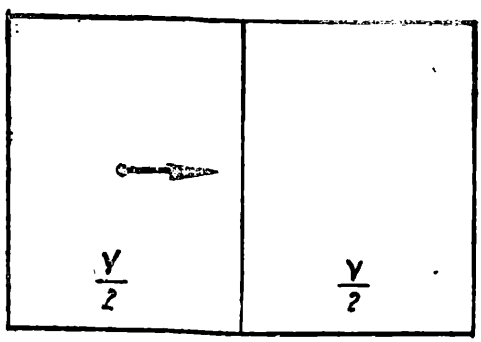


ნახ. 42.

ეს პარადოქსული შედეგი მრავალჯერ იყო განხილული სხვადასხვა მეცნიერის მიერ (სმოლუხოვსკი, სცილარდი, დემერსი, ბრილუენი და სხვები). კერძოდ, სმოლუხოვსკიმ პირველმა მიაქცია ყურადღება იმ გარემოებას, რომ თვით კარებმა, რომელიც აღებს და ხურავს ნახვრეტს, მისი მოლეკულური ზომების გამო, უნდა განიცადოს ბროუნის მოძრაობა, რის გამოც იგი იმოქმედებს სრულიად შემთხვევითად და ამიტომ შეუძლებელი იქნება მისი მიზანდასახული მოქმედება, ე. ი. მოლეკულების გადარჩევა სიჩქარეების მიხედვით.

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ამ მხრივ გამოკვლევა ლ. სცილარდისა, რომელმაც პირველმა დააკავშირა „დემონის" მოქმედებით გამოწვეული ენტროპიის შემცირება ენტროპიის იმ აუცილებელ ზრდასთან, რაც შედეგია „დემონის" მიერ მოლეკულის სიჩქარის შესახებ ინფორმაციის მიღებისა.

იმისათვის, რომ ნათლად წარმოვიდგინოთ, რა კავშირია ენტროპიასა და ინფორმაციას შორის, განვიხილოთ მარტივი მაგალითი. დავუშვათ, რომ V მოცულობის ჭურჭელში იმყოფება ერთი მოლეკულა. გავყოთ აზრობრივ ეს ჭურჭელი ორ ტოლ ნაწილად (ნახ. 43). ვთქვათ, არ ვიცით, მოცულობის რომელ ნაწილში იმყოფება მოლეკულა, ე. ი. არა გვაქვს არავითარი ინფორმაცია მისი მდებარეობის შესახებ. აღვნიშნოთ W_0-ით ალბათობა იმისა, რომ ნაწილაკი აღმოჩენილი იქნება V მოცულობის ნებისმიერ ადგილას. ცხადია, ვინაიდან ნაწილაკის ყოფნა ყველგან ერთნაირად ალბათურია, ალბათობა იმისა, რომ იგი აღმოჩნდება V მოცულობის როგორიმე ნახევარში. მაგალითად, მარცხენაში, იქნება $W=\frac{W_0}{2}$. სათანადო ენტროპიებისათვის მივიღებთ



ნახ. 43.

$$S_0=k\ln W_0 \text{ და } S=k\ln W=k\ln W_0-k\ln 2,$$

საიდანაც გვექნება

$$\Delta S=k\ln 2.$$

მაშასადამე, თუ დამკვირვებელმა არ იცის რომელ ნაწილშია მოლეკულა (იცის მხოლოდ, რომ მოლეკულა V მოცულობაშია), იგი

მიაწერს მას ენტროპიას $S_0 = k \ln W_0$. მაგრამ, თუ მან როგორღაც გაიგო (მიიღო ინფორმაცია), რომ მოლეკულა ერთ-ერთ ნახევარშია, იგი მიაწერს მას ენტროპიას $S = k \ln W$, რომელიც ნაკლებია პირვანდელ ენტროპიაზე $k \ln 2$-ით. მართლაც, თუ ვიცით, რომ მოლეკულა მარცხენა ნახევარშია, შეიძლება ჩავდგათ ჭურჭლის შუაში ტიხარი, მივცეთ საშუალება მოლეკულას მიაწვეს მას და გადასწიოს მარჯვენა კედლისაკენ. მოლეკულა შეასრულებს მუშაობას $kT \ln 2$ და, თუ გაფართოება იზოთერმულია, საჭირო იქნება სათანადო სითბოს მიწოდება სითბური წყაროს მიერ. ამ პროცესის შედეგად დავკარგავთ ინფორმაციას, სამაგიეროდ, სითბოს წყაროს ენტროპია შემცირდება სიდიდით $k \ln 2$.

ზემოთქმული გვიჩვენებს, რომ ინფორმაციის მიღება იმის შესახებ, თუ ორი ერთნაირად ალბათური შესაძლებლობიდან რომელია განხორციელებული (რომელ ნახევარშია მოლეკულა), იძლევა საშუალებას შევამციროთ ენტროპია სიდიდით $k \ln 2$. შეიძლება ითქვას, რომ ენტროპია V მოცულობისათვის იგივეა, რაც $\frac{V}{2}$ მოცულობისათვის, თუ V მოცულობისათვის ცნობილია, რომელ ნახევარშია მოლეკულა. იგივე მდგომარეობაა მაქსველის „დემონის“ შემთხვევაშიც. თუ „დემონს“ მიღებული აქვს ინფორმაცია მოლეკულების სიჩქარეების შესახებ, მას შეუძლია ისარგებლოს ამით და, როგორც ზემოთ იყო აღწერილი, შეამციროს ენტროპია (გაყოს სწრაფი და ნელი მოლეკულები). შეიძლება საზოგადოდ ითქვას, რომ ინფორმაციის ყოველი გადიდება აუცილებლად იძლევა ენტროპიის შემცირების შესაძლებლობას.

ჩატარებული მსჯელობა ნათლად გვიჩვენებს, როგორ ამცირებს „დემონი“ ენტროპიას; ამისათვის იგი იყენებს ინფორმაციას მოლეკულების სიჩქარეების შესახებ. მაგრამ, ძირითადი საკითხი— ეწინააღმდეგება თუ არა „დემონის“ ეს მოქმედება თერმოდინამიკის მეორე კანონს? ხომ არ გამოგვრჩა ამ მოქმედების განხილვისას ისეთი პროცესი, რომელიც ენტროპიის შემცირების კონპენსირებაა?—მაინც უპასუხოდ დარჩა. როგორც ნაჩვენები იყო სცილარდის, ბრილუენის და სხვების მიერ, ეს მართლაც ასეა: გამოირკვა, რომ თვით ინფორმაციის მიღების პროცესი აუცილებლად მოითხოვს ისეთი მოქმედების შესრულებას, რომელიც იწვევს ენტროპიის გადიდებას, და ეს გადიდება აუცილებლად მეტია, ან, უკიდურეს შემთხვევაში, ტოლია ენტროპიის იმ შემცირებისა, რომელიც მიიღება ინფორმაციის გამოყენების შემდეგ. საბოლოო შედეგში ენ-

ტროპია იზრდება, როგორც ამას მოითხოვს თერმოდინამიკის მეორე კანონი.

განვიხილოთ, მაგალითად, პროცესი, რომლითაც „დემონი“ იღებს ინფორმაციას მოლეკულების სიჩქარის შესახებ. ამისათვის მას სჭირდება მოლეკულის განათება, მის მიერ გაფანტული სინათლის შთანთქმა და სიჩქარის განსაზღვრა. თუ დეტალურად გავაანალიზებთ ყველა საჭირო მოქმედებას, ვნახავთ, რომ ინფორმაციის მისაღებად საჭიროა ენტროპიის ისეთი გადიდება, რომელიც სავსებით გადაფარავს მიღებული ინფორმაციის გამოყენებით გამოწვეულ ენტროპიის შემცირებას.

ინფორმაციის მიღების გამო ენტროპიის ცვლილების დაწვრილებით გაანგარიშებას შეიძლება გაეცნოთ სპეციალურ ლიტერატურაში.

მეხუთე თავი

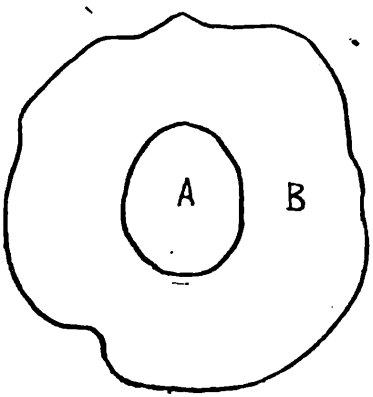
სისტემის ენტროპიის ცვლილება გარემოსთან ურთიერთქმედების დროს

§ 18. შექცევადი და შეუქცევადი პროცესები

წინა თავში ჩატარებულმა მსჯელობამ საშუალება მოგვცა გამოგვერკვია, როგორ იცვლება განმხოლოებული სისტემის მდგომარეობა. დავადგინეთ, რომ განმხოლოებული სისტემა მიისწრაფვის მაქსიმალური ალბათობისა და, მაშასადამე, მაქსიმალური ენტროპიის მქონე მდგომარეობისაკენ

$$dS \geqslant 0. \qquad (V,I)$$

ტოლობის ნიშანი გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა წონასწორობის მდგომარეობაში რჩება. უტოლობის ნიშანი კი გვიჩვენებს, რომ, თუ სისტემა არ იმყოფებოდა წონასწორობის მდგომარეობაში, იგი დაუახლოვდება ამ მდგომარეობას და ენტროპია გაიზრდება. ყოველივე ეს მართებულია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა განმხოლოებულია, ე. ი. არ ურთიერთქმედებს გარეშე სხეულებთან.



ნახ. 44.

ახლა განვიხილოთ არაგანმხოლოებული სისტემა A, რომელიც ურთიერთქმედებს B გარემოსთან (ნახ. 44). დავუშვათ, რომ საწყის მომენტში A სისტემა სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში იმყოფება. ეს იმას ნიშნავს, რომ მისი შემადგენელი მოლეკულები განაწილებულია მდგომარეობათა სივრცის უჯრედებს შორის ბოლცმანის კანონის მიხედვით. რომ A სისტემაზე გარეშე სხეულები არ მოქმედებდეს, იგი დარჩებოდა საწყის მდგომარეობაში და მოლეკულების განაწილება უცვლელი იქნებოდა. მაკრამ,

ვინაიდან A სისტემაზე მოქმედებს გარემო, ეს გამოიწვევს მისი შოცულობის, ტემპერატურის, ენერგიისა და სხვა სიდიდეების შეცვლას და, ცხადია, ამ ახალ პირობებში მოლეკულების წინანდელი განაწილება უჯრედებს შორის აღარ იქნება წონასწორული. იმისათვის, რომ დამყარდეს ახალი, გარეშე პირობების შესაბამისი, წონასწორული მდგომარეობა, უნდა მოხდეს მოლეკულების გადანაწილება უჯრედებს შორის. თუ გარეშე სხეულების მოქმედება საკმარისად სწრაფია, სისტემა ვერ მოასწრებს წონასწოროზის მდგომარეობაში გადასვლას და ენერგიისა და მოცულობის ახალ პირობებში სისტემა არაწონასწორულ მდგომარეობაში იქნება. მხოლოდ გარკვეული დროის შემდეგ გადავა სისტემა წონასწორულ მდგომარეობაში. გარეშე სხეულების განუწყვეტელი მოქმედება აიძულებს სისტემას შეასრულოს პროცესი, რომელიც წონასწორულ მდგომარეობებთან ერთად არაწონასწორულ მდგომარეობებსაც შეიცავს. ერთი წონასწორული მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლა მოხდება არაწონასწორული მდგომარეობების გავლით. მაგრამ, თუ გარეშე მოქმედება საკმაოდ ნელია, სისტემა მოასწრებს ყოველ მომენტში გადავიდეს წონასწორულ მდგომარეობაში ისე, რომ ყველა მდგომარეობა, რომლებზედაც სისტემა გაივლის, წონასწორული მდგომარეობა იქნება. ცხადია, ეს იდეალური შემთხვევა მოითხოვს გარეშე სხეულების უსასრულოდ ნელ მოქმედებას. მაშასადამე, თუ გარეშე მოქმედება უსასრულოდ ნელია, სისტემა შეასრულებს პროცესს, რომელიც მთლიანად წონასწორული მდგომარეობებისაგან იქნება შემდგარი. წინააღმდეგ შემთხვევაში წონასწორული მდგომარეობები დაშორებული იქნება ერთმანეთისაგან არაწონასწორულ მდგომარეობათა ერთობლიობით. ამიტომაც ყველა პროცესი შეიძლება ორ ჯგუფად გაიყოს:

1. პროცესები, რომლებიც შედგენილია მხოლოდ წონასწორული მდგომარეობიდან; ასეთ პროცესებს შექცევადი ეწოდება.

2. პროცესები, რომლებიც, გარდა წონასწორული მდგომარეობისა შეიცავენ აგრეთვე არაწონასწორულ მდგომარეობას; ასეთ პროცესებს ეწოდებათ შეუქცევადი.

გამოვარკვიოთ, რატომ ეწოდება პირველი ტიპის პროცესებს შექცევადი პროცესები. საქმე ისაა, რომ წონასწოროზის მდგომარეობებისაგან შემდგარი პროცესის შემთხვევაში საკმარისია რომელიმე მომენტში მოვახდინოთ სისტემაზე წინა მოქმედების საწინააღმდეგო მოქმედება, რათა სისტემამ დაიწყოს პირდაპირი პროცესის საწინააღმდეგო პროცესის შესრულება. ბოლოს, იგი და-

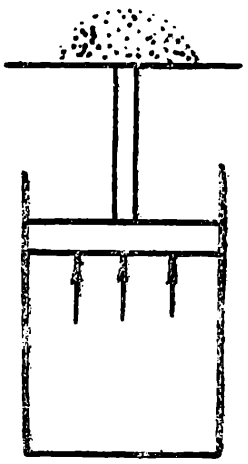
უბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას ისე, რომ არავითარი ცვლილებები გარეშე სხეულებში არ მოხდება. პროცესის ასეთი შექცევის ან შებრუნების შესაძლებლობა იმის შედეგია, რომ განსახილველი პროცესის ყოველ მდგომარეობას როგორც ერთი, ისე მეორე მხრივ ესაზღვრება წონასწორული მდგომარეობები და პროცესის როგორც პირდაპირი, ისე შებრუნებული მიმართულებები სრულიად ტოლფასია.

ყოველივე ზემოთქმული რომ უფრო ნათელი იყოს, განვიხილოთ პროცესის ერთი ცნობილი მაგალითი.

განვიხილოთ ჭურჭელში მოთავსებული გაზი. ვთქვათ, ჭურჭელი ზევიდან დგუშით არის დახურული (ნახ. 45), რომლის ზედა მხარეზე მოთავსებულია ტაფა. ვინაიდან გაზი გარკვეული ძალით აწვება ქვემოდან დგუშს, იმისათვის, რომ დგუში წონასწორობაში იყოს, ტაფაზე დავყაროთ ქვიშა ან საფანტი. თუ არ მივიღებთ მხედველობაში სიმძიმის ძალის მოქმედებას გაზზე, ცხადია, გაზი თანაბრად იქნება განაწილებული ჭურჭლის მთელ მოცულობაში.

ჯერ განვიხილოთ გაზის გაფართოების პროცესი. ამისათვის ტაფიდან გადმოვაგდოთ ქვიშის ერთი მარცვალი. დგუშზე წნევა შემცირდება, იგი აიწევს ზევით და გაზი გაფართოვდება. თუ დგუშმა სწრაფად აიწია, გაფართოება მოხდება ჯერ მხოლოდ დგუშის მახლობლად, დანარჩენი ნაწილი ვერ მოასწრებს გაფართოებას. ცხადია, ამის ვამო გაზის განაწილება ჭერჭელში აღარ იქნება თანაბარი, რაც იმას ნიშნავს, რომ გაზი არაწონასწორულ მდგომარეობაში იქნება. მხოლოდ გარკვეული დროის შემდეგ დამყარდება გაზის თანაბარი ახალი გარეშე პირობების (გარეშე წნევის) შესაბამისი განაწილება ჭურჭელში. ქვიშის კიდევ ერთი მარცვლის გადმოგდება ტაფიდან კიდევ გააფართოებს გაზს, ისევ განმეორდება ზემოთ აღწერილი პროცესი და ა. შ. როგორც ვხედავთ, ქვიშის ცალკეული მარცვლის გადმოგდებით, ე. ი. გარეშე წნევის მცირე შეცვლით გამოწვეული გაფართოების პროცესი, წონასწორული მდგომარეობების გარდა, შეიცავს არაწონასწორულ მდგომარეობებსაც, რაც იმას ნიშნავს, რომ იგი შეუქცევადი პროცესია. რომ ეს პროცესი, მართლაც, შეუქცევადია იქიდანაც ჩანს, რომ მისი შებრუნებისას, ე. ი. ტაფაზე ქვიშის დამატებითი მარცვლის მოთავსებისას, დგუშის მახლობელი გაზის ფენა განიცდის შეკუმშვას და არა გაიშვიათებას, როგორც ეს პირდაპირი პროცესის დროს იყო. როგორ განვახორციელოთ შექცევადი პროცესი? წარმოვიდგინოთ, რომ ქვიშის მარცვლებს სულ უფრო და უფრო ვამცირებთ ისე,

რომ მათი წონა ნულისაკენ მიისწრაფვის. ცხადია, რაც უფრო ნაკლები იქნება მარცვლის წონა, მით უფრო ნელა აიწევს დგუში, მით უფრო სწრაფად გადავა გაზი ერთი წონასწორული მდგომარეობიდან მეორეში და მით უფრო ნაკლებად არაწონასწორული იქნება ყველა საშუალედო პროცესი. წონასწორული მდგომარეობები, გაყოფილი არაწონასწორული მდგომარეობებით, სულ უფრო მჭიდროდ იქნება განლაგებული და ზღვარში, როდესაც გაფართოების პროცესი უსასრულოდ ნელი გახდება, მივიღებთ პროცესს, რომელიც მთლიანად წონასწორული მდგომარეობებისაგან იქნება შემდგარი. მივიღებთ შექცევად პროცესს. ჩვენ ვხედავთ, რომ შექცევადი პროცესი შეუქცევადი პროცესის ზღვრული შემთხვევაა, როდესაც გარეშე მოქმედება უსასრულოდ ნელია.



ნახ. 45.

განვიხილოთ მეორე მაგალითი. ვთქვათ, წონასწორობაში მყოფი სხეული შევახეთ მასზე უფრო მაღალი ტემპერატურის მქონე სხეულს. შეხების შედეგად მაღალი ტემპერატურის მქონე სხეულის მოლეკულები დაეჯახება განსახილველი სხეულის მოლეკულებს და გადასცემს მათ ენერგიას. ეს იმას ნიშნავს, რომ განსახილველი სხეულის თხელი ფენა, რომელიც ეხება უფრო თბილ სხეულს, გათბება. რადგანაც განსახილველი სხეულის სხვადასხვა ნაწილს სხვადასხვა ტემპერატურა ექნება, იგი აღარ იქნება წონასწორობის მდგომარეობაში. საჭირო იქნება გარკვეული დრო, იმისათვის, რომ სხეულში დამყარდეს წონასწორული მდგომარეობა. აღნიშნული გათბობის პროცესის გამეორება მოგვცემს პროცესს, რომელიც შედგენილი იქნება როგორც არაწონასწორული, ისე წონასწორული მდგომარეობებისაგან. თუ შემხები სხეულების ტემპერატურების სხვაობას თანდათან შევამცირებთ, წონასწორულ მდგომარეობათა რიცხვი თანდათან გაიზრდება და, ბოლოს, ზღვარში მივიღებთ გათბობის უსასრულოდ ნელ პროცესს, რომელიც მთლიანად წონასწორული მდგომარეობისაგან იქნება შედგენილი. ეს იქნება გათბობის შექცევადი პროცესი.

შექცევადი პროცესი იმით არის აგრეთვე დახასიათებული, რომ იგი შეიძლება მთლიანად შევაბრუნოთ ისე, რომ გარეშე სხეულებში არავითარი ცვლილებები არ მოხდეს.

§ 19. ენტროპიის ცვლილება შექცევადი პროცესის დროს

ვთქვათ, განსახილველი სისტემა გარემოსთან ურთიერთქმედების შედეგად ასრულებს რაღაც შექცევად პროცესს. ამ შემთხვევაში ყოველი მდგომარეობა, რომელზედაც გადის სისტემა, იქნება წონასწორული, ე. ი. ყოველ მომენტში მართებული იქნება ბოლცმანის განაწილების კანონი

$$n_i = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}. \qquad (V,2)$$

როგორც ვიცით, სხეულის ენტროპია გამოისახება ფორმულით

$$S = k \ln w = k \ln \frac{N!}{\prod_i n_i!} = k \ln N! - k \sum_i \ln n_i!$$

სტირლინგის ფორმულის გამოყენება მოგვცემს

$$S = Nk \ln N - k \sum_i n_i \ln n_i. \qquad (V,3)$$

გამოვითვალოთ ენტროპიის ცვლილება უსასრულოდ მცირე პროცესისათვის

$$dS = -k \sum_i \ln n_i \cdot dn_i - k \sum_i dn_i. \qquad (V,4)$$

ვინაიდან მოლეკულების საერთო რიცხვი უცვლელია, მეორე წევრი ნულის ტოლი იქნება

$$dN = \sum_i dn_i = 0 \qquad (V,5)$$

და (V,4) ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$dS = -k \sum_i \ln n_i dn_i. \qquad (V,6)$$

ახლა გამოვიყენოთ ის პირობა, რომ პროცესი შექცევადია, რაც იმას ნიშნავს, რომ შეცვლილი მდგომარეობისათვის n_i რიცხვები უნდა აკმაყოფილებდეს ბოლცმანის განაწილების კანონს. n_i-ის მნიშვნელობის ჩასმა (V, 2) ფორმულიდან მოგვცემს

$$dS = -k \sum_i \ln n_0 dn_i + \frac{1}{T} \sum_i \varepsilon_i dn_i. \qquad (V,7)$$

მაგრამ, (V,5) ფორმულის თანახმად პირველი წევრი ისევ ნულია და მივიღებთ

$$dS = \frac{\sum_i \varepsilon_i dn_i}{T}. \qquad (V, 8)$$

მე 8 პარაგრაფში უკვე ვნახეთ, რომ მრიცხველში მდგომი ჯამი წარმოადგენს სისტემის მიერ მიღებულ სითბოს რაოდენობას

$$dQ = \sum_i \varepsilon_i dn_i, \qquad (V, 9)$$

საიდანაც საბოლოოდ ვღებულობთ

$$dS = \frac{dQ}{T}. \qquad (V, 10)$$

ეს ფორმულა თერმოდინამიკისა და სტატისტიკური ფიზიკის ერთერთ ცირითად განტოლებას წარმოადგენს. იგი აკავშირებს (შექცევადი პროცესებისათვის) ენტროპიის ცვლილებას სხეულის მიერ მიღებულ სითბოს რაოდენობასთან და საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ ენტროპიის ცვლილება სხეულის მიერ მიღებული სითბოს გაზომვით. (V, 10) განტოლება გვიჩვენებს, რომ ენტროპია იზრდება, როდესაც სხეული ღებულობს სითბოს და კლებულობს სითბოს დაკარგვის შემთხვევაში.

$$dS > 0, \text{ თუ } dQ > 0, \qquad (V, 10^{I})$$

$$dS < 0, \text{ თუ } dQ < 0. \qquad (V, 10^{II})$$

ენტროპიის ცვლილებასა და მინიჭებული სითბოს რაოდენობას შორის გამოყვანილი კავშირი ადვილად შეიძლება შემოწმდეს ზემოთ განხილულ მაგალითზე. მე-14 პარაგრაფში ჩვენ განვიხილეთ შემთხვევა, როდესაც სისტემის ენერგია შეიცვალა 6 ერთეულით ისე, რომ ამა თუ იმ უჯრედში მოხვედრილ ნაწილაკთა ენერგია არ შეცვლილა, მოხდა მხოლოდ მათი გადანაწილება უჯრედებს შორის. როგორც ვიცით, ენერგიის ასეთი ცვლილება ნიშნავს სითბოს მინიჭებას. მაშასადამე

$$\Delta E = \Delta Q = 6 \text{ ერთეულს.}$$

შევამოწმოთ, რომ ენტროპიის ცვლილება, მართლაც, უდრის მინიჭებული სითბოს შეფარდებას ტემპერატურასთან, ე. ი.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}.$$

როდესაც ენერგია იყო 19 ერთეული, წონასწორული განაწი-

ლება იყო (10, 3, 1, 0), სათანადო ალბათობა კი $W_1 = 2.\ 11.\ 13.\ 14.$ ენერგიის გადიდებამ 25 ერთეულამდე გამოიწვია ნაწილაკების განაწილება (7, 4, 2, 1) და ალბათობა გახდა: $W_2 = 180.\ 11.\ 13.\ 14.$ აქედან ალბათობის შეფარდებისათვის ვღებულობთ

$$\frac{W_2}{W_1} = 90.$$

ენტროპიის სათანადო ცვლილებისათვის გვექნება

$$\Delta S = k \ln 90 \approx 4{,}5\ k.$$

მეორე მხრივ, საწყისი განაწილებისათვის გვქონდა

$$\theta_1 = kT_1 = 0{,}9.$$

საბოლოო განაწილებისათვის კი $\theta_2 = kT_2 = 1{,}55$. ავიღოთ მათი საშუალო მნიშვნელობა, მივიღებთ

$$kT = 1{,}22,$$

საიდანაც

$$T = \frac{1{,}22}{k};$$

აქედან $\frac{\Delta Q}{T}$ შეფარდებისათვის მივიღებთ

$$\frac{\Delta Q}{T} = \frac{6\,k}{1{,}22} \approx 4{,}9\,k,$$

რაც დაახლოებით ეთანხმება ΔS-ის ზემოთ მიღებულ მნიშვნელობას. სრული თანხვდენა არც არის მოსალოდნელი, ვინაიდან (V, 10) ფორმულა მართებულია მხოლოდ უსასრულოდ მცირე პროცესისათვის.

გაცილებით უფრო კარგ შედეგს მივიღებთ, თუ განვიხილავთ ენერგიის უფრო მცირე ნაზრდს.

ვთქვათ, ენერგია გაიზარდა 2 ერთეულით და გახდა 21 ერთეულის ტოლი. განაწილების განმსაზღვრელი პირობები იქნება შემდეგი:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 14$$

$$1n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 21.$$

აქედან მივიღებთ შემდეგ შესაძლო განაწილებებს (ცხრილი 11).

უდიდესი ალბათობა აქვს განაწილებას (9, 3, 2, 0). ეს ალბათობაა $W_3 = 10.\ 11.\ 13.\ 14.$

აქედან ალბათობათა შეფარდებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{W_3}{W_1}=5,$$

საიდანაც ენტროპიის სათანადო ცვლილებისათვის გვექნება

$$\Delta S=k\ln 5\approx 1{,}6\,k.$$

მეორე მხრივ, ვინაიდან მინიჭებული სითბოს რაოდენობა 2 ერთეულია, $\frac{\Delta Q}{T}$ შეფარდებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{\Delta Q}{T}=\frac{\Delta Q}{kT}k=\frac{2}{1{,}2}k\approx 1{,}6\,k,$$

ცხრილი 11

განაწილება / მაკრომდგომ.	n_1	n_2	n_3	n_4
I	7	7	0	0
II	8	5	1	0
III	9	3	2	0
IV	9	4	0	1
V	10	2	1	1
VI	10	1	3	0
VII	11	0	2	1
VIII	11	1	0	2

რაც ზუსტად თანხვდება ΔS-ის მნიშვნელობას (kT-სათვის აღებულია იგივე მნიშვნელობა, რაც წინათ, ე. ი, 1,2).

დავუშვათ, რომ ენერგია იზრდება როგორც სითბოს მინიჭებით, ისე მუშაობის შესრულებით. ეს იმას ნიშნავს, რომ სისტემის ენერგია იზრდება როგორც ნაწილაკების გადანაწილების, ისე თვით უჯრედების ენერგიების შეცვლის გამო. ვთქვათ, ენერგია გახდა 35 ერთეული და, ამასთანავე, ყოველი უჯრედის ენერგია გაიზარდა თითო ერთეულით. ნაწილაკთა რიცხვი იყოს ისევ 14. მივიღებთ განაწილების განმსაზღვრელ შემდეგ პირობებს:

$$n_1+n_2+n_3+n_4=14$$

$$2n_1+3n_2+4n_3+5n_4=35.$$

მაგრამ მეორე განტოლებას რომ გამოვაკლოთ პირველი, მივიღებთ პირობას:

$$n_1+2n_2+3n_3+4n_4=21,$$

ე. ი. იმავე პირობას, რაც იყო მხოლოდ 2 ერთეული სითბოს მინიჭების შემთხვევაში. მაშასადამე, სათანადო განაწილება უცვლელი დარჩება, იგი იქნება ისევ (9, 3, 2, 0). აქედან, ცხადია ალბათობათა შეფარდებისა და ენტროპიის ცვლილებისათვის მივიღებთ იმავე შედეგს, რაც მხოლოდ 2 ერთეული სითბოს მინიჭების შემთხვევაში. აქედან, ცხადია ენტროპიის ცვლილებას იწვევს მხოლოდ სითბოს მინიჭება.

§ 20. ენტროპიის ცვლილება შეუქცევადი პროცესის დროს

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ იცვლება ენტროპია შეუქცევადი პროცესის დროს. დავუშვათ, რომ გარემო, რომელიც მოქმედებს A სისტემაზე, ასრულებს შექცევად პროცესს, ხოლო თვით A სისტემა—შეუქცევად პროცესს. არც A სისტემა და არც B გარემო არ წარმოადგენს განმხოლოებულ სისტემას. განმხოლოებულია მხოლოდ მათი ერთობლიობა. ცხადია, ვინაიდან მთელი $A+B$ განმხოლოებული სისტემის ერთი ნაწილი (A) შეუქცევად პროცესს ასრულებს, მთელი სისტემის მიერ შესრულებული პროცესიც შეუქცევადი იქნება. მაგრამ უკვე ვიცით, რომ, თუ განმხოლოებული სისტემა შეუქცევად პროცესს ასრულებს, მისი ენტროპია გაიზრდება, ამიტომაც მივიღებთ

$$dS_0 = dS + dS_B > 0, \qquad (V, 11)$$

სადაც dS_0 არის მთელი სისტემის ენტროპიის ნაზრდი, ხოლო dS და dS_B — A სისტემისა და B გარემოს ენტროპიების ნაზრდები. (V,11) უტოლობა შეიძლება ასე გადავწეროთ:

$$dS > -dS_B . \qquad (V, 12)$$

მაგრამ, პირობის თანახმად, გარემო ასრულებს შექცევად პროცესს და ამიტომ

$$dS_B = \frac{dQ_B}{T} . \qquad (V, 13)$$

აქ dQ_B არის გარემოს მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა, ხოლო T—მისი აბსოლუტური ტემპერატურა. თუ dQ იქნება A სისტემის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა, შეიძლება ასე დავწეროთ:

$$dQ_B = -dQ. \qquad (V, 14)$$

ე. ი. რამდენ სითბოსაც მიიღებს გარემო, იმდენ ($-dQ$) სითბოს დაკარგავს A სისტემა. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$dS_B = -\frac{dQ}{T} . \qquad (V, 15)$$

აქედან dS-სათვის გვექნება

$$dS > \frac{dQ}{T} . \qquad (V, 16)$$

თუ დავუშვებთ, რომ მთელი პროცესის დროს A სისტემისა და B გარემოს ტემპერატურები ტოლია, მარჯვენა მხარეზე მდგომი სი-

დიდეები მხოლოდ A სისტემის დამახასიათებელი იქნება (dQ მიღებული სითბოა, T — ტემპერატურა).

მიღებული შედეგი გვიჩვენებს, რომ შეუქცევადი პროცესის დროს ენტროპიის ნაზრდი მეტია, ვიდრე მიღებული სითბოს რაოდენობის შეფარდება ტემპერატურასთან. (V, 10) და (V, 16) ფორმულები შეიძლება გავაერთიანოთ ერთ ფორმულად

$$dS \geqslant \frac{dQ}{T}. \qquad (V, 17)$$

ტოლობის ნიშანი გამოიყენება შექცევადი პროცესებისათვის, ხოლო უტოლობის ნიშანი—შეუქცევადი პროცესებისათვის. ეს ფორმულა, გამოყვანილი პირველად სხვა გზით გერმანელი ფიზიკოსის კლაუზიუსის მიერ, წარმოადგენს თერმოდინამიკის (სტატისტიკური ფიზიკის) მეორე კანონის ყველაზე ზოგად მათემატიკურ გამოსახვას. იგი შეიცავს როგორც განმხოლოებული, ისე არაგანმხოლოებული სისტემების შემთხვევებს და გამოიყენება როგორც შექცევადი, ისე შეუქცევადი პროცესებისათვის. განმხოლოებული სისტემისათვის ($dQ=0$), აქედან მიიღება უკვე ცნობილი ფორმულა

$$dS \geqslant 0.$$

§ 21. ენტროპიის ცვლილება სასრული პროცესებისათვის

ვთქვათ, სისტემა ასრულებს ნებისმიერ სასრულ პროცესს. საწყისი მდგომარეობა აღვნიშნოთ ნიშნაკით 1, ბოლო მდგომარეობა კი—ნიშნაკით 2 (ნახ. 46). განსახილველი პროცესის უსასრულოდ მცირე ნაწილისათვის ენტროპიის ცვლილება გამოისახება ფორმულით

$$dS \geqslant \frac{dQ}{T}.$$

მთელი სასრული პროცესის დროს ენტროპიის ცვლილების გამოსათვლელად მოვახდინოთ ინტეგრება 1 მდგომარეობიდან 2 მდგომარეობამდე, მივიღებთ

$$S_2 - S_1 \geqslant \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (V,18)$$

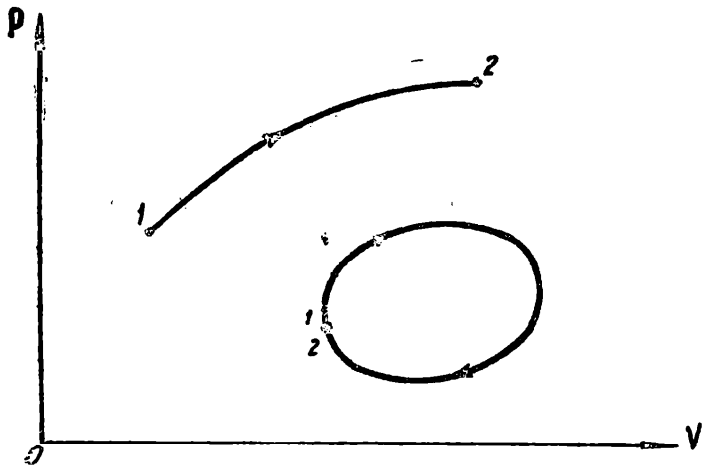
ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ რაიმე მდგომარეობაში (2) ენტროპიის გამოსათვლელად უნდა ვიცოდეთ ენტროპია რომელიმე სხვა მდგომარეობაში (1). გარდა ამისა, საჭიროა, რომ გადასვლა პირ-

ველი მდგომარეობიდან მეორეში ვაწარმოოთ შექცევადი პროცესის საშუალებით, ვინაიდან მხოლოდ ამ შემთხვევაში გვექნება ტოლობის ნიშანი (V,18) ფორმულაში—

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \qquad \text{(შექცევადი პროცესი)} \qquad (V,19)$$

მიღებული ფორმულა შეიძლება კიდევ სხვა სახით დავწეროთ, თუ გამოვიყენებთ ენერგიის მუდმივობის კანონს

$$dQ = dE + pdV.$$



ნახ. 46.

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dE + pdV}{T}. \qquad (V,20)$$

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ამ ფორმულის გამოყენება წრიული პროცესებისათვის (ციკლებისათვის), ე. ი. ისეთი პროცესებისათვის, რომელთა შესრულების შემდეგ სისტემა საწყის მდგომარეობას უბრუნდება (ნახ. 46). ცხადია, წრიული პროცესის შესრულების შემდეგ ენტროპია წინანდელ მნიშვნელობას მიიღებს

$$S_2 = S_1$$

და (V,18) ფორმულა შემდეგნაირად დაიწერება:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leqslant 0. \qquad (V,21)$$

თერმოდინამიკის მეორე კანონის ეს სახე განსაკუთრებით ხშირად გამოიყენება სითბური მანქანების განხილვის დროს.

§ 22. თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონის გაერთიანება. მაქსიმალური მუშაობა და წონასწორობის პირობები

განვიხილოთ ნებისმიერი უსასრულოდ მცირე პროცესი. ჩვენ ვიცით, რომ როგორი ხასიათისაც არ უნდა იყოს ეს პროცესი, იგი აუცილებლად დაემორჩილება თერმოდინამიკის ორ ძირითად კანონს: ენერგიის მუდმივობის კანონს

$$dQ = dE + pdV$$

და ენტროპიის ზრდის კანონს

$$dS \geqslant \frac{dQ}{T}.$$

ეს ორი კანონი შეიძლება გავაერთიანოთ ერთ ფორმულად, თუ dQ-ს მნიშვნელობას პირველი ფორმულიდან მეორეში ჩავსვამთ. მივიღებთ

$$dS \geqslant \frac{dE + pdV}{T}, \qquad (V,22)$$

ანუ

$$TdS \geqslant dE + pdV. \qquad (V,23)$$

ახლა გამოვიყენოთ ეს ფორმულა სხვადასხვა საკითხის განხილვისათვის.

1. მაქსიმალური მუშაობა. გამოვარკვიოთ, როგორი მაქსიმალური მუშაობა შეიძლება მივიღოთ ამა თუ იმ პროცესის დროს. (V,23) ფორმულიდან მივიღებთ

$$pdV \leqslant TdS - dE, \qquad (V,24)$$

რაც იმას გვიჩვენებს, რომ უდიდესი მუშაობა მიიღება მხოლოდ შექცევადი პროცესის დროს, ე. ი. მაშინ, როდესაც (V,24) განტოლებაში აღებულია ტოლობის ნიშანი.

$$pdV = TdS - dE. \qquad (V,25)$$

თუ პროცესის დროს ენტროპია უცვლელია ($dS=0$), მაქსიმალური

მუშაობა ტოლი იქნება შინაგანი ენერგიის შემცირებისა, ე. ი. მუშაობა სრულდება შინაგანი ენერგიის შემცირების ხარჯზე.

ვთქვათ, ახლა პროცესი იზოთერმულია, ე. ი. მიმდინარეობს მუდმივი ტემპერატურის პირობებში ($T=\text{const}$). მაშინ (V,25) ფორმულა ასე შეიძლება დაიწეროს:

$$pdV = -d(E-TS) = -dF. \qquad (V,26)$$

ფრჩხილებში მდგომ სიდიდეს

$$F = E - TS \qquad (V,27)$$

ეწოდება თავისუფალი ენერგია და (V,26) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ იზოთერმული პროცესის დროს მუშაობა სრულდება თავისუფალი ენერგიის ხარჯზე. TS სიდიდეს, ე. ი. ტემპერატურის ნამრავლს ენტროპიაზე, ეწოდება ბმული ენერგია და სხეულის სრული შინაგანი ენერგია შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც თავისუფალი და ბმული ენერგიების ჯამი

$$E = F + TS. \qquad (V,28)$$

არ უნდა გვეგონოს, რომ ყოველი პროცესის დროს მუშაობა სრულდება მხოლოდ თავისუფალი ენერგიის ხარჯზე. ეს მართებულია მხოლოდ იზოთერმული პროცესის დროს. როგორც ზემოთ ვნახეთ, უცვლელი ენტროპიის პირობებში ($dS=0$) მუშაობა სრულდება სრული შინაგანი ენერგიის ხარჯზე.

2. **წონასწორობის პირობები.** პირველი და მეორე კანონების გამაერთიანებელი ფორმულა საშუალებას გვაძლევს, გამოვიყვანოთ წონასწორობის პირობები სხვადასხვა შემთხვევისათვის.

2ა). პირველ ყოვლისა, განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც სისტემა განმხოლოებულია. ე. ი. მისი ენერგია არ იცვლება ($E=\text{const}$) და იგი არავითარ მუშაობას არ ასრულებს ($pdV=0$). ეს იგივეა, რაც პირობა, რომ სხეული არც ღებულობს და არც კარგავს სითბოს ($dQ=0$). ვინაიდან T დადებითი სიდიდეა, (V,23) განტოლება გვაძლევს

$$dS \geqslant 0. \qquad (V,29)$$

ეს შედეგი, რომელიც უკვე გვქონდა მიღებული, გვიჩვენებს, რომ განმხოლოებული სხეულის შემთხვევაში ენტროპია ან უცვლელია (შექცევადი პროცესის დროს) ან იზრდება (შეუქცევადი პროცესის დროს). როდესაც ენტროპია მიაღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, სისტემა აღმოჩნდება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეო-

ბაში. მაშასადამე, განმხოლოებული სხეულისათვის წონასწორობის პირობა არის ენტროპიის მაქსიმუმი.

$$S=\max, \text{ როცა } F=\text{const და } V=\text{const.} \qquad (V,30)$$

2 ბ). ვთქვათ, სხეული ისეთ პირობებშია ჩაყენებული, რომ უცვლელია მისი ენტროპია და მოცულობა ($S=\text{const}$ და $V=\text{const}$). მაშინ (V,23) განტოლებიდან მივიღებთ

$$dE\leqslant 0. \qquad (V,31)$$

ეს უტოლობა იმას ნიშნავს, რომ შეუქცევადი პროცესის დროს ე. წ. წონასწორობის მდგომარეობისადმი მიახლოებისას, სრული ენერგია კლებულობს და, მაშასადამე, წონასწორობის პირობა იქნება ენერგიის მინიმუმი

$$E=\min, \text{ როცა } S=\text{const და } V=\text{const} \qquad (V,32)$$

წონასწორობის ეს პირობა არის განზოგადება მექანიკაში ცნობილი წონასწორობის პირობისა, რომლის თანახმად, მექანიკური წონასწორობის დროს მინიმალურია პოტენციალური ენერგია.

2 გ). განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც მუდმივია ტემპერატურა და მოცულობა, ე. ი. იზოთერმულ-იზოქორული პროცესი ($T=\text{const}$, $V=\text{const}$). (V,23) განტოლებიდან მივიღებთ

$$d(E-TS)=dF\leqslant 0. \qquad (V,33)$$

როგორც ვხედავთ, ასეთ პირობებში, შეუქცევადი პროცესის დროს თავისუფალი ენერგია მცირდება და წონასწორობის მდგომარეობის მიღწევისას იგი მიიღებს უმცირეს მნიშვნელობას

$$F=\min, \text{ როცა } T=\text{const და } V=\text{const.} \qquad (V,34)$$

2 დ). დასასრულ, განვიხილოთ იზოთერმულ-იზობარული პროცესი, რომლის დროსაც მუდმივია ტემპერატურა და წნევა ($T=\text{const}$, $p=\text{const}$). მივიღებთ შემდეგ პირობას:

$$d(E-TS+pV)\leqslant 0. \qquad (V,35)$$

ფრჩხილებში მდგომ სიდიდეს აღნიშნავენ Φ ასოთი და უწოდებენ თერმოდინამიკურ პოტენციალს მუდმივი წნევის პირობებში

$$\Phi=E-TS+pV. \qquad (V,36)$$

როგორც ვხედავთ, ამ შემთხვევაში, წონასწორობის პირობა არის თერმოდინამიკური პოტენციალის მინიმუმი.

$$\Phi=\min, \text{ როცა } T=\text{const და } p=\text{const.} \qquad (V,37)$$

3. **ზოგიერთი თერმოდინამიკური დამოკიდებულება.** თერმოდინამიკის კანონები გვაძლევს საშუალებას, დავამყაროთ მნიშვნელოვანი თერმოდინამიკური დამოკიდებულებანი გასაზომ სიდიდეთა შორის და მათი ექსპერიმენტული შემოწმებით დავადასტუროთ ამ კანონების სისწორე. გარდა ამისა, შესაძლებელია გასაზომ სიდიდეებზე დაყვანა ისეთი თერმოდინამიკური სიდიდეებისა, რომელთა უშუალო გაზომვა ცდით შეუძლებელია. განვიხილოთ ზოგიერთი ამ დამოკიდებულებათაგანი.

ავიღოთ თავისუფალი ენერგიის გამოსახულება

$$F = E - TS \tag{V,38}$$

და გამოვთვალოთ მისი დიფერენციალი

$$dF = dE - TdS - SdT.$$

მაგრამ თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონის თანახმად,

$$dE = TdS - pdV,$$

ამიტომ გვექნება

$$dF = -SdT - pdV. \tag{V,39}$$

თუ თავისუფალ ენერგიას განვიხილავთ, როგორც ტემპერატურისა და მოცულობის ფუნქციას, შეიძლება დავწეროთ

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T dV,$$

წინა ფორმულასთან შედარება გვაძლევს

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S, \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -p. \tag{V,40}$$

ეს ფორმულები შეიძლება გამოვიყენოთ სასურველი დამოკიდებულების დასამყარებლად. გავაწარმოოთ ენტროპია მოცულობის მიმართ, მივიღებთ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = -\frac{\partial^2 F}{\partial V \partial T},$$

მაგრამ წარმოებულების გადასმის შესაძლებლობის გამო: $\frac{\partial^2 F}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial V}$ და, თუ გამოვიყენებთ (V,40) ფორმულას, გვექნება

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V. \tag{V,41}$$

ვინაიდან ამ ტოლობის მარჯვენა მხარეზე მდგომი გამოსახულება შეიძლება ადვილად გაიზომოს (იგი ფაქტიურად არის წნევის თერ-

მული კოეფიციენტის პროპორციული სიდიდე), ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს, ვიპოვოთ ენტროპიის წარმოებული მოცულობის მიმართ. სრულიად ანალოგიურად შეიძლება გამოვითვალოთ ენტროპიის წარმოებული წნევის მიხედვით. ამისათვის გავადიფერენციალოთ თერმოდინამიკური პოტენციალი $\Phi = F + pV$. მივიღებთ

$$d\Phi = dF + pdV + Vdp.$$

თუ ვისარგებლებთ (V,39) ფორმულით, გვექნება

$$d\Phi = -SdT + Vdp. \qquad (V,42)$$

თუ Φ-ს განვიხილავთ, როგორც ტემპერატურისა და წნევის ფუნქციას, თავისუფალი ენერგიის შემთხვევის სრულიად ანალოგიურად გვექნება

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \qquad (V,43)$$

აქაც მარჯვენა მხარე წარმოადგენს ადვილად გასაზომ სიდიდეს (გაფართოების კოეფიციენტს). (V,41) ფორმულის გაწარმოებით ტემპერატურის მიმართ მივიღებთ

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V.$$

თუ მარცხენა მხარეში გადავსვამთ წარმოებულებს, გვექნება

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right).$$

მაგრამ $T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = C_v$ და ამიტომ მივიღებთ

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right) = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V. \qquad (V,44)$$

ცხადია, ამ ტოლობის ორივე მხარეს მდგომი სიდიდეები შეიძლება უშუალოდ გაიზომოს ექსპერიმენტულად, რაც იძლევა საშუალებას შემოწმდეს თერმოდინამიკის ორივე კანონი, რომელთა საფუძველზედაც გამოყვანილია ეს ტოლობა.

§ 23. სხეულების თერმოდინამიკური თვისებები ტემპერატურის აბსოლუტურ ნულზე. თერმოდინამიკის მესამე კანონი (ნერნსტის თეორემა)

XIX საუკუნის ბოლოს და XX საუკუნის დასაწყისში ცნობილმა გერმანელმა ფიზიკოს-ქიმიკოსმა ნერნსტმა თავის მოწაფეებთან

ერთად აწარმოვა ქიმიური რეაქციებისა და სხვა პროცესების ფართო ექსპერიმენტული გამოკვლევა ძალიან დაბალ ტემპერატურაზე (აბსოლუტური ნულის მახლობლად). ამ გამოკვლევებზე დამყარებით მან 1906 წელს გამოთქვა თავისი ცნობილი თეორემა, რომელსაც შემდეგში ეწოდა თერმოდინამიკის მესამე კანონი. მას შემდეგ წარმოებულმა გამოკვლევებმა სავსებით დაადასტურეს ამ კანონის სისწორე.

საკითხი შეეხება თერმოდინამიკური სიდიდეებისა და, კერძოდ, ენტროპიის ყოფაქცევას აბსოლუტური ნულის მახლობლად. ჩვენთვის ცნობილია, რომ ორ სხვადასხვა მდგომარეობას შორის ენტროპიების სხვაობა გამოისახება ფორმულით

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (V,45)$$

ნერნსტი ექსპერიმენტულად იკვლევდა ენტროპიის ამ სხვაობის დამოკიდებულებას ტემპერატურაზე და გამოარკვია, რომ, რაც უფრო ახლოსაა სხეულის ტემპერატურა აბსოლუტურ ნულთან, მით უფრო ნაკლებია ენტროპიის ცვლილება. ამ შედეგზე დამყარებით მან გამოთქვა შემდეგი დებულება: ტემპერატურის აბსოლუტურ ნულზე მიმდინარე ყოველი პროცესისათვის ენტროპიის ცვლილება ნულის ტოლია

$$\lim_{T \to 0} \Delta S = 0. \qquad (V,46)$$

ეს დებულება იმის მაჩვენებელია, რომ ტემპერატურის აბსოლუტურ ნულთან მიახლოებისას სხეულის ენტროპია დამოუკიდებელი ხდება რაიმე თერმოდინამიკური პარამეტრისგან, მაგალითად: მოცულობისაგან, წნევისაგან, აგრეგატული მდგომარეობისაგან და ა. შ.

იმისათვის, რომ უფრო ნათლად წარმოვიდგინოთ ამ თეორემის კავშირი თერმოდინამიკის სხვა კანონებთან, დავახასიათოთ სხეული ორი პარამეტრით: T და p, მაშინ, ცხადია, $dQ = C_p dT$ და (V,45) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\Delta S = \int_0^T \frac{C_p dT}{T} \qquad (V,47)$$

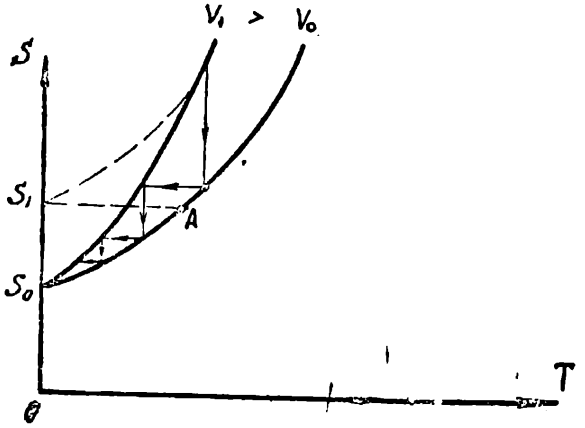
რეობა). ვინაიდან ნერნსტის თეორემის თანახმად, $\Delta S \underset{T\to 0}{\to} 0$, ცხადია, c_p-ც უნდა მიისწრაფოდეს ნულისაკენ, ვინაიდან წინააღმდეგ შემთხვევაში ΔS იქნებოდა ლოგარითმულად განშლადი. ცდებმა, მართლაც, დაადასტურა, რომ ყველა სხეულისათვის c_p და აგრეთვე c_v მიისწრაფვიან ნულისაკენ, როდესაც ტემპერატურა უახლოვდება აბსოლუტურ ნულს, ეს შედეგი არ შეიძლება მიღებულ იქნას კლასიკური მოლეკულური ფიზიკიდან. მართლაც, როგორც შემდეგ ვნახავთ, კლასიკური თეორიის თანახმად, სითბოტევადობა მუდმივი სიდიდეა. ეს კი ეწინააღმდეგება ნერნსტის დებულებას. ამ უკანასკნელის გაგება და ახსნა შეიძლება მხოლოდ თანამედროვე კვანტური თეორიით.

ნერნსტის თეორემიდან გამომდინარეობს ფრიად მნიშვნელოვანი შედეგები სხვადასხვა თერმოდინამიკური სიდიდის ყოფა-ქცევის შესახებ აბსოლუტური ნულის მახლობლად. ვინაიდან ამ თეორემის თანახმად, ენტროპია აბსოლუტურ ნულზე არ არის დამოკიდებული რაიმე პარამეტრზე, ენტროპიის წარმოებული ამ პარამეტრის მიმართ უნდა იყოს ნულის ტოლი. თუ ამ პარამეტრს x-ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)=0 \ . \qquad (V,48)$$

აქედან ადვილად შეიძლება დავასკვნათ, რომ მრავალი სიდიდე, როგორიცაა, მაგალითად, გაფართოების კოეფიციენტი $\alpha=\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$, ზედაპირული დაჭიმულობის ტემპერატურული კოეფიციენტი და სხვები მიისწრაფვიან ნულისაკენ აბსოლუტურ ნულთან მიახლოებისას. ხშირად თერმოდინამიკის მესამე კანონს აძლევენ ისეთ ფორმულირებას, რომელიც წააგავს თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონების ჩამოყალიბებას. როგორც ვიცით, ეს უკანასკნელნი შემდეგნაირად ყალიბდებიან: შეუძლებელია როგორც პირველი, ისე მეორე გვარის პერპეტუუმ-მობილე. მესამე კანონსაც აყალიბებენ როგორც რაღაც პროცესის შეუძლებლობას. კერძოდ, მას გამოთქვამენ შემდეგნაირად: შეუძლებელია აბსოლუტური ნულის მიღწევა თერმოდინამიკური პროცესების სასრული რიცხვის საშუალებით.

დავამტკიცოთ, რომ ეს დებულება იმასვე გამოსახავს, რასაც ნერნსტის თეორემა. ამისათვის ჯერ წარმოვადგინოთ გრაფიკულად, როგორ იცვლება ენტროპია აბსოლუტურ ნულთან მიახლოებისას რომელიმე პარამეტრის, მაგალითად, მოცულობის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. ვინაიდან ენტროპიის მნიშვნელობა აბსოლუტურ ნულზე ერთი და იგივეა მოცულობის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის, ენტროპიის მრუდები $T=0$-სათვის თავს უნდა იყრიდნენ



ნახ. 47.

ერთ წერტილში, როგორც ეს ნაჩვენებია 47-ე ნახაზზე. ასეთი უნდა იყოს ენტროპიის გრაფიკი, თუ მართებულია ნერნსტის თეორემა. თუ ნერნსტის თეორემა არ არის მართებული, V_1 მოცულობის სათანადო ენტროპიის მრუდი უნდა იყოს, მაგალითად, მრუდი გამოსახული პუნქტირით (V_1 და V_0-ს უნდა ეთანადებოდეს სხვადასხვა ენტროპია).

მართლაც, ავარჩიოთ, x პარამეტრად წნევა. მაშინ ზოგადი ფორმულა (V, 48) მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = 0, \qquad \text{(V,49)}$$

მაგრამ წინა პარაგრაფში გამოყვანილი დამოკიდებულებების თანახმად, $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$. ამიტომ მივიღებთ

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 0, \qquad \text{(V,50)}$$

რაც ნიშნავს, რომ გაფართოების კოეფიციენტი $\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ მი-
ისწრაფვის ნულისაკენ ტემპერატურის აბსოლუტური ნულისაკენ მიახლოებისას. ასევე შეიძლება დამტკიცდეს, რომ წნევის თერმული კოეფიციენტის ზღვარიც ნულის ტოლია

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = 0. \qquad (V,51)$$

ყველა ეს შედეგი მრავალჯერ შემოწმდა ცდებით, რომლებმაც საბოლოოდ დაადასტურეს მათი სისწორე და ამით დაამტკიცეს თერმოდინამიკის მესამე კანონი.

უმარტივესი პროცესი, რომლითაც შეიძლება აბსოლუტური ნულის მიღწევა, არის, მაგალითად, სხეულის იზოთერმული შეკუმშვა (გამოყოფილი სითბო გადაეცემა გარემოს) და შემდგომი ადიაბატური გაფართოება (სხეული ცივდება, რადგანაც გარემოდან არ ღებულობს სითბოს). ასეთი პროცესების მიმდევრობა ნაჩვენებია 47-ე ნახაზზე ვერტიკალური (იზოთერმა) და ჰორიზონტალური (ადიაბატა) მონაკვეთებით. ნახაზიდან ნათლად ჩანს, რომ, ენტროპიის მრუდების ერთ წერტილში თავმოყრის გამო აღწერილი პროცესების ვერავითარი სასრული მიმდევრობით ვერ მივაღწევთ აბსოლუტურ ნულს. სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ ნერნსტის თეორემა არ არის სწორი და სხვადასხვა მოცულობას (V_1 და V_0) ეთანადება ენტროპიის სხვადასხვა ზღვრული მნიშვნელობა (პუნქტირიანი მრუდი V_1-სათვის). მართლაც, ამ შემთხვევაში საკმარისია A მდგომარეობიდან ვაწარმოოთ ადიაბატური გაფართოება (AS_1 ხაზის გასწვრივ), რომ მივაღწიოთ აბსოლუტურ ნულს.

ჩვენ დავამთავრეთ სტატისტიკური ფიზიკის (თერმოდინამიკის) ძირითადი ცნებებისა და კანონების განხილვა. დავიწყეთ რა მაკროსკოპული სხეულების ატომურ-მოლეკულური აღნაგობის შესწავლით და სტატისტიკური მეთოდის გამოყენებით, ჩამოვაყალიბეთ ბუნების ორი ძირითადი კანონი (თერმოდინამიკის კანონები): ენერგიის მუდმივობის კანონი და ენტროპიის ზრდის კანონი, რომლებმაც საშუალება მოგვცეს, გამოგვეკვლია მაკროსკოპული სხეულების ურთიერთქმედების ხასიათი, მათი წონასწორობის პირობები. მაგრამ ისტორიულად თერმოდინამიკის განვითარება სულ სხვა გზით მიმდინარეობდა: პირველ ყოვლისა, ცდებით იყო დამტკიცებული კავშირი სითბოსა და მუშაობას შორის. ამან შესაძლებელი გახადა თერმოდინამიკის პირველი კანონის ჩამოყალიბება (ჯოული,

მაიერი, ჰელმჰოლცი). მეორე მხრივ ორთქლის მანქანებში მიმდინარე წრიული პროცესების შესწავლამ (კარნო) ფიზიკა მიიყვანა თერმოდინამიკის მეორე კანონის ჩამოყალიბებამდე (კარნო, კლაუზიუსი, კელვინი). მაგრამ ყოველივე ეს ხდებოდა ფორმალურად, მაკროსკოპული სხეულების ატომურ-მოლეკულური აღნაგობისაგან სრულიად დამოუკიდებლად და მხოლოდ მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის განვითარებამ დააკავშირა თერმოდინამიკის ძირითადი ცნებები და კანონები სხეულების მოლეკულურ სტრუქტურასთან; სახელდობრ, სხეულის მიერ მიღებული სითბო დააკავშირა სხვადასხვა უჯრედს შორის მოლეკულების გადანაწილებით გამოწვეულ ენერგიის ცვლილებასთან. ენტროპია კი—თერმოდინამიკის ეს ყველაზე უფრო „გაუგებარი“ სიდიდე — დაყვანილ იქნა მაკროსკოპული მდგომარეობის ალბათობაზე. ამით თერმოდინამიკას შეექმნა მოლეკულურ-სტატისტიკური საფუძველი, რამაც, ერთი მხრივ, გააღრმავა მისი ძირითადი ცნებები და თეორიულად დაასაბუთა მისი კანონები, ხოლო, მეორე მხრივ, გააფართოვა მისი გამოყენების არე.

მეექვსე თავი

თერმოდინამიკის ტექნიკური გამოყენებანი

შესავალი

როგორც წინა თავის ბოლოს იყო აღნიშნული, თერმოდინამიკის ისტორიული განვითარება არ მიმდინარეობდა ისე, როგორც ჩვენ იგი (თერმოდინამიკა) ჩამოვაყალიბეთ. მთავარი მიზეზი, რამაც კაცობრიობა აიძულა დაეწყო სითბოსა და მუშაობის თვისების და მათი ურთიერთგარდაქმნის შესწავლა, იყო საწარმოო პროგრესი, რომელსაც ადგილი ჰქონდა XVIII საუკუნეში და XIX საუკუნის დასაწყისში. ძრავების არსებული სახეები (წყლის, ქარის და სხვ.) ვერ აკმაყოფილებდა მზარდი წარმოების მოთხოვნილებებს. ახალი ტიპის ძრავების შექმნა განსაკუთრებით საჭირო იყო სამთამადნო და მეტალურგიული წარმოებისათვის. მართლაც, მაღაროების შემდგომი გაღრმავება და გაგანიერება მოითხოვდა ძრავებს, რომლებსაც უნდა შესძლებოდათ მაღაროში დაგროვილი წყლისა და მოპოვებული მადნის სწრაფი ამოღება. ქარისა და წყლის ძრავები კი სრულებით ვერ აკმაყოფილებდნენ ამ მოთხოვნილებას. ამან გამოიწვია ის, რომ სითბური მანქანების წარმოშობის მომენტისათვის აღნიშნული წარმოებები განიცდიდა დიდ გაჭირვებას, ისე, რომ მოელოდათ თითქმის სრული ლიკვიდაცია.

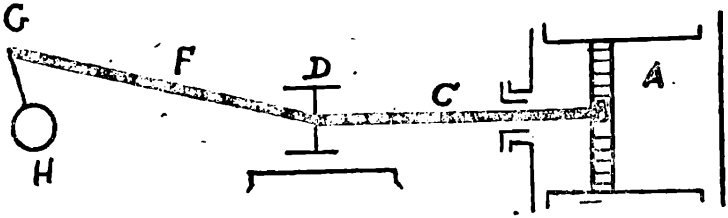
საჭირო ძრავების აგების მრავალი ცდის შემდეგ, XVIII საუკუნის ოთხმოციან წლებში ინგლისელმა გამომგონებელმა უატმა ააგო ორთქლის მანქანა, რომელმაც განუზომელი გავლენა მოახდინა სამრეწველო კაპიტალიზმის განვითარებაზე.

ორთქლის მანქანის განვითარებამ საჭირო გახადა იმ მოვლენების შესწავლა, რომლებიც მიმდინარეობდნენ მისი მუშაობის პროცესში (სითბოს გადაცემა, მომუშავე ნივთიერების თვისებები და სხვ.). სწორედ ამ შესწავლის შედეგად წარმოიშვა თერმოდინამიკა. ეს გასაგებს ხდის იმ გარემოებას, რომ უკანასკნელ ხანებამდისაც კი თერმოდინამიკის ჩამოყალიბებას იწყებენ სითბურ მანქანებში მიმდინარე პროცესების განხილვით და მის ძირითად კანონებს

აძლევენ წმინდა ტექნიკურ ფორმულირებას. მხოლოდ ამის შემდეგ არკვევენ, რა კავშირია ამ კანონებსა და სხეულების მოლეკულურ-სტატისტიკურ თვისებებს შორის. ჩვენ კი პირიქით მოვიქეცით: თერმოდინამიკის კანონები გამოვიყვანეთ სხეულების მოლეკულურ-სტატისტიკური თეორიის ზოგადი კანონებიდან. ახლა ჩვენი ამოცანაა განვიხილოთ თერმოდინამიკის ტექნიკური გამოყენება, კერძოდ კი სითბურ მანქანებში მიმდინარე პროცესები.

§. 24. სითბური მანქანის ზოგადი სქემა და მარგი ქმედების კოეფიციენტი

ყოველი სითბური მანქანა, რომლის დანიშნულებაა მექანიკური მუშაობის მიღება სითბოს ხარჯზე, შედგება სამი მთავარი ნაწილისაგან: გამათბობელისაგან, მაცივრისა და მომუშავე სხეულისაგან. მომუშავე სხეული იღებს გამათბობლისაგან სითბოს გარკვეულ რაოდენობას, გადასცემს მაცივარს ამ სითბოს ნაწილს და დარჩე-



ნახ. 48.

ნილ ნაწილს გარდაქმნის მექანიკურ მუშაობად. მომუშავე სხეული (ჩვეულებრივად, ორთქლი ან გაზი) მოთავსებულია B დგუშიან A ცილინდრში (ნახ. 48). დგუშის C ჭოკი შეერთებულია F ბარბაცასა და D ჯვართავასთან. მანქანის მუშაობის დროს D ჯვართავა ასრულებს ისეთივე მოძრაობას, როგორსაც B დგუში. ეს წრფივი მოძრაობა F ბარბაცასა და მასთან შეერთებული G მრუდმხარას საშუალებით გარდაიქმნება H მუხლა ლილვის ბრუნვით მოძრაობად. ლილვის ბრუნთა რიცხვი უდრის დგუშის ორმაგ სვლათა რიცხვს. მომუშავე სხეულმა სითბო გამათბობლიდან შეიძლება მიიღოს გარედან (ორთქლის მანქანა) ან ცილინდრის შიგნით (შიგაწვის ძრავა). ორთქლის მაგიერ ზოგჯერ გამოიყენება ატმოსფერული ჰაერი.

ყოველი მანქანისა და, კერძოდ, სითბური მანქანისათვის დამახასიათებელია პროცესის პერიოდული გამეორება ისე, რომ მომუშავე სხეული ყოველი ასეთი პროცესის შესრულების შემდეგ უბრუნ-

დება საწყის მდგომარეობას — ყოველ მანქანაში მომუშავე სხეული ასრულებს წრიულ პროცესს, ანუ ციკლს. სხვადასხვა ტიპის სითბური მანქანებით ასრულებენ სხვადასხვა ციკლს იმისდა მიხედვით, თუ როგორია მათი მუშაობის პრინციპი და კონსტრუქცია.

მომუშავე სხეულის მიერ გამათბობლიდან მიღებული სითბოს რაოდენობა აღვნიშნოთ Q_1-ით, ხოლო მაცივრისადმი გადაცემული სითბოს რაოდენობა—Q_2-ით. ვინაიდან მანქანა ასრულებს წრიულ პროცესს, მანქანის მიერ შესრულებული მუშაობისათვის მივიღებთ

$$-A=Q_1-Q_2 \qquad \text{(VI,1)}$$

(ვინაიდან ჩვენი შეთანხმების მიხედვით A არის სხეულზე შესრულებული მუშაობა, სხეულის მიერ შესრულებული მუშაობა იქნება — A). შეფარდებას

$$\eta=-\frac{A}{Q_1} \qquad \text{(VI,2)}$$

ეწოდება მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი. ეს სიდიდე გვიჩვენებს, თუ გამათბობლიდან მიღებული სითბოს (Q_1) რა ნაწილი გარდაქმნა მანქანამ მუშაობად. ცხადია, რაც უფრო მეტია η, მით უფრო ხელსაყრელია მანქანა და ამიტომაც გასაგებია, რომ ორთქლის მანქანის შექმნის შემდეგ ერთ-ერთ ძირითად ამოცანად დაისახა მარგი ქმედების კოეფიციენტის გადიდება. (VI,1) ფორმულის თანახმად, η-ს შეიძლება შემდეგი სახე მიეცეს

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}. \qquad \text{(VI,3)}$$

§ 25. პირველი და მეორე გვარის პერპეტუუმ-მობილე (Perpetuum mobile)

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ ზღუდავს სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტს თერმოდინამიკის კანონები. პირველ ყოვლისა, ცხადია, მანქანას შეუძლია შეასრულოს მუშაობა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ $-A$ დადებითია ($-A>0$). (VI,1) ფორმულის თანახმად, ამისათვის საჭიროა სხეულმა გამათბობლისაგან მიიღოს მეტი სითბო, ვიდრე იგი გადასცემს მაცივარს

$$Q_1>Q_2. \qquad \text{(VI,4)}$$

აქედან ცხადია, შეუძლებელია ისეთი მანქანის შექმნა, რომელიც შეასრულებს $-A$ მუშაობას Q_1-Q_2 სითბოს ან საზოგადოდ მისი ტოლი რაოდენობის სხვა სახის ენერგიის დახარჯვის გარეშე. ასეთი წარმოსახვითი მანქანისათვის შემოღებულია სპეციალური

სახელწოდება: მანქანას, რომელიც ასრულებს მუშაობას სითბოს ან ენერგიის სხვა სახის ეკვივალენტური რაოდენობის დახარჯვის გარეშე, ეწოდება პირველი გვარის პერპეტუუმ-მობილე. ცხადია, ასეთი მანქანის აგება შეუძლებელია, ვინაიდან მისი არსებობა ეწინააღმდეგება თერმოდინამიკის პირველ კანონს (ენერგიის მუდმივობის კანონს). ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ თერმოდინამიკის პირველი კანონი და დებულება პირველი გვარის პერპეტუუმ-მობილეს შეუძლებლობის შესახებ წარმოადგენენ ეკვივალენტურ დებულებებს და ამიტომაც თერმოდინამიკის პირველ კანონს ხშირად შემდეგნაირად გამოსთქვამენ: პირველი გვარის პერპეტუუმ-მობილე შეუძლებელია.

მაშასადამე, ყოველი სითბური მანქანისათვის $-A \leqslant Q_1$, ე. ი. η წესიერი წილადია. ცხადია, ყველაზე ხელსაყრელი იქნება მანქანა, რომლისთვის $\eta = 1$, ე. ი. ისეთი მანქანა, რომელიც გამათბობლისაგან მიღებულ მთელ სითბოს გადაიყვანს მუშაობაში. ამ შემთხვევაში მაცივარს სითბო სრულიად არ გადაეცემა ($Q_2 = 0$) და მარგი ქმედების კოეფიციენტი იქნება ერთის ტოლი. ახლა გამოვარკვიოთ, რაზეა დამოკიდებული სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი η და შეიძლება თუ არა ისეთი მანქანის აგება, რომლისთვისაც $\eta = 1$. გამოვიყენოთ მომუშავე სხეულის მიერ შესრულებული წრიული პროცესისათვის თერმოდინამიკის მეორე კანონი. (V,21) ფორმულის თანახმად, ყოველი წრიული პროცესისათვის გვექნება

$$\oint \frac{dQ}{T} \leqslant 0 .$$

აქ dQ არის მომუშავე სხეულის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა უსასრულოდ მცირე პროცესის დროს, T კი — იმავე სხეულის აბსოლუტური ტემპერატურა. ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ მანქანას აქვს გამათბობელი ტემპერატურით T_1 და მაცივარი ტემპერატურით T_2. გარდა ამისა, დავუშვათ, რომ გამათბობლის (მაცივრის) მიერ სითბოს გადაცემა (მიღება) მომუშავე სხეულისათვის წარმოებს იზოთერმულად, ე. ი. უცვლელი T_1 და T_2-ს პირობებში და ყოველ მომენტში მომუშავე სხეულის ტემპერატურა გამათბობლის (მაცივრის) ტემპერატურის ტოლია, რაც იმას ნიშნავს, რომ სითბოს გადაცემის პროცესი შექცევადია. სხვა მხრივ პროცესი შეიძლება იყოს შეუქცევადი. ამ შემთხვევაში (V,21) ფორმულა შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\int_{\text{გამათ.}} \frac{dQ}{T_1} + \int_{\text{მაც.}} \frac{dQ}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leqslant 0,$$

ვინაიდან მეორე ინტეგრალში $\int dQ = -Q_2$ არის სხეულის მიერ მაცივრისაგან მიღებული სითბოს რაოდენობა (ცხადია, ვინაიდან სხეული კი არ ღებულობს მაცივრისაგან სითბოს, არამედ გადასცემს მას, $\int dQ$ უარყოფითია). აქედან უბრალო გარდაქმნით მივიღებთ

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leqslant \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad \text{(VI,5)}$$

ასეთია ფორმულა, რომელიც გარკვეულ შეზღუდვას ადებს სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტს. ცხადია, მარგი ქმედების კოეფიციენტი იქნება უდიდესი, თუ მანქანა შეასრულებს შექცევად პროცესს. ამ შემთხვევაში უნდა გამოვიყენოთ ტოლობის ნიშანი და მივიღებთ

$$\eta_{\text{შეუქც.}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad \text{(VI,5}^{\text{I}}\text{)}$$

ხოლო

$$\eta_{\text{შეუქც.}} < \eta_{\text{შეუქც.}} \qquad \text{(VI,5}^{\text{II}}\text{)}$$

ახლა გამოვარკვიოთ, შეიძლება თუ არა ისეთი მანქანის აგება, რომელსაც გამათბობლიდან მიღებული მთელი სითბო გადაჰყავს მუშაობაში. ვინაიდან ასეთი მანქანა არ გადასცემს მაცივარს არავითარ სითბოს, ე. ი. $Q_2 = 0$, (VI,5) ფორმულიდან მივიღებთ

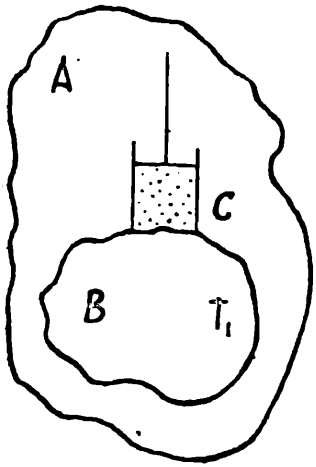
$$\frac{Q_1}{T_1} \leqslant 0, \qquad \text{(VI,6)}$$

რაც შეუძლებელია, ვინაიდან როგორც Q_1, ისე T_1 დადებითი და სასრული სიდიდეებია.

მაშასადამე, შეუძლებელია ისეთი მანქანის აგება, რომელიც გამათბობლიდან მიღებულ მთელ სითბოს მთლიანად გარდაქმნის მუშაობად. რომ ასეთი მანქანის აგება, მართლაც, შეუძლებელია (ვინაიდან ეს ეწინააღმდეგება ენტროპიის ზრდის კანონს), შემდეგი მარტივი მსჯელობიდან ჩანს.

ვნახოთ რა შედეგს მოგვცემდა ასეთი მანქანის არსებობა. ვთქვათ, B წარმოადგენს გამათბობელს T_1 ტემპერატურით, რომელიც C მანქანას ანიჭებს Q_1 სითბოს (ნახ. 49). მანქანა გარდა-

ქმნის ამ სითბოს მუშაობად (მაგალითად, ასწევს მის ხარჯზე რაიმე სხეულს გარკვეულ სიმაღლეზე) და დაუბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას, ვინაიდან ყოველი მანქანა ასრულებს წრიულ პროცესს. ცხადია, ამ დროს მანქანის ენტროპია არ იცვლება, გამათბობლის ენტროპია კი, მის მიერ მანქანისადმი სითბოს გადაცემის გამო, მცირდება. A გარემო კი, რომელზედაც მანქანამ შეასრულა მუშაობა, სრულებით არ იცვლის ენტროპიას. საბოლოოდ ვღებულობთ, რომ C მანქანისაგან, B გამათბობლისა და A გარემოსაგან შემდგარი მთელი განმხოლოებული სისტემა ამცირებს თავის ენტროპიას, რაც თერმოდინამიკის მეორე კანონის თანახმად შეუძლებელია. ახლა უკვე გასაგებია, რისთვისაა საჭირო სითბურ მანქანებში მაცივარი. მან უნდა მიიღოს სითბოს გარკვეული რაოდენობა, რათა ამით გამოწვეულმა ენტროპიის ზრდამ მოახდინოს გამათბობლის ენტროპიის შემცირების კომპენსირება.



ნახ. 49.

გერმანელი ფიზიკოს-ქიმიკოს ოსტვალდის წინადადებით მანქანას, რომელიც გამათბობლისაგან ღებულობს სითბოს და გარდაქმნის მას მთლიან მუშაობად, ეწოდება მეორე გვარის პერპეტუუმ-მობილე.

ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს შემდეგი სახით ჩამოვაყალიბოთ თერმოდინამიკის მეორე კანონი: მეორე გვარის პერპეტუუმ-მობილე შეუძლებელია. როგორც ვხედავთ, თერმოდინამიკის მეორე კანონი გარკვეულ ზღვარს უდებს სითბური მანქანების მარგი ქმედების კოეფიციენტს: თუ სითბური მანქანა მუშაობს T_1 ტემპერატურიან გამათბობელსა და T_2 ტემპერატურიან მაცივარს შორის, შეუძლებელია მისი მარგი ქმედების კოეფიციენტი იყოს მეტი, ვიდრე $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. ეს შეუძლებლობა გამოწვეულია არა ტექნიკური მიზეზებით, არამედ ბუნების კანონებით (კერძოდ, თერმოდინამიკის მეორე კანონით) და ამიტომ მისი დაძლევა შეუძლებელია რაიმე ტექნიკური გაუმჯობესებით. როგორც ვნახავთ, თანამედროვე სითბური მანქანების მარგი ქმედების კოეფიციენტი ვერ აღწევს აღნიშნულ ზღვარს, ვინაიდან

მათში მიმდინარე პროცესები შესამჩნევად განსხვავდება იდეალური ციკლის პროცესებისაგან.

დაბოლოს, სისრულისათვის განვიხილოთ თერმოდინამიკის მეორე კანონის ჩამოყალიბება მოცემული გერმანელი ფიზიკოსის კლაუზიუსის მიერ, რომელმაც საფუძველი ჩაუყარა თერმოდინამიკას. ეს ჩამოყალიბება შემდეგია: *სითბოს არ შეუძლია თავისთავად გადასვლა ცივი სხეულიდან თბილზე.*

ის გარემოება, რომ სხვადასხვა ტემპერატურის სხეულების შეხების დროს სითბო გადადის თბილი სხეულიდან ცივზე და არა შებრუნებით, გამომდინარეობს ტემპერატურის განსაზღვრიდან. კლაუზიუსისეულ ჩამოყალიბებაში სიტყვა *თავისთავად* ნიშნავს იმას, რომ არავითარი საშუალებით არ შეიძლება სითბოს გადატანა ცივი სხეულიდან თბილზე ისე, რომ ამ გადატანას არ მოჰყვეს თან სხვა პროცესი (მაგალითად, მუშაობის დახარჯვა), ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ აღნიშნული პროცესის შეუძლებლობა არის ენტროპიის ზრდის კანონის შედეგი. მართლაც, განვიხილოთ ორი სხეული T_1 და T_2 ტემპერატურებით. დავუშვათ, რომ $T_1 > T_2$. ვთქვათ, სითბოს გარკვეული რაოდენობა ΔQ გადავიტანეთ T_2 ტემპერატურის მქონე სხეულიდან T_1 ტემპერატურის მქონე სხეულზე ისე, რომ გარემოში არავითარი ცვლილებები არ მომხდარა. მაშინ, ცხადია, თბილი სხეულის ენტროპია შეიცვლება (გაიზრდება) სიდიდით

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta Q}{T},$$

ხოლო ცივი სხეულის ენტროპია შეიცვლება (შემცირდება) სიდიდით

$$\Delta S_2 = -\frac{\Delta Q}{T}.$$

ენტროპიის საერთო ცვლილება იქნება

$$\Delta S = \Delta Q\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \qquad \text{(VI,7)}$$

(დაშვებულია რომ სითბოს გადაცემა ხდება შექცევადად). მაგრამ, პირობის თანახმად, $T_1 > T_2$ და ამიტომ ვღებულობთ

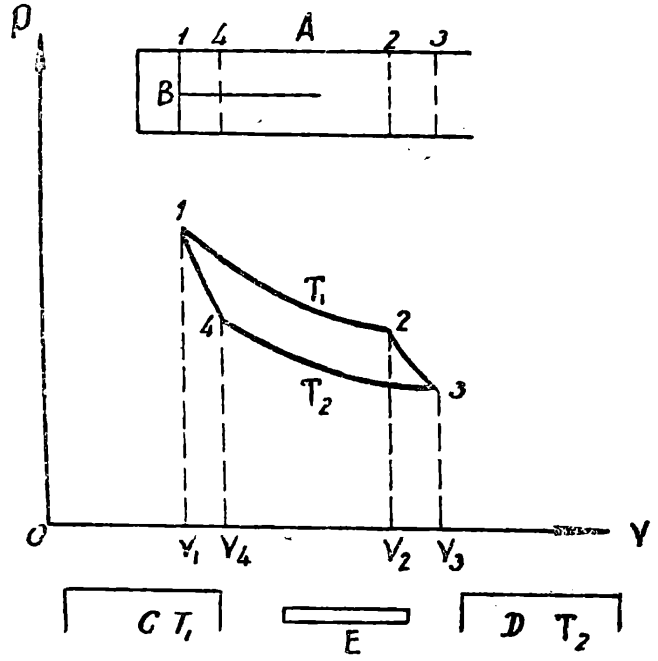
$$\Delta S < 0. \qquad \text{(VI,8)}$$

ეს კი შეუძლებელია, ვინაიდან თერმოდინამიკის მეორე კანონის თანახმად, განმხოლოებული სისტემის ენტროპია არ შეიძლება შემცირდეს.

§ 26. კარნოს ციკლი

სანამ განვიხილავდეთ უმნიშვნელოვანესი სითბური მანქანების ციკლებს, გავარჩიოთ იდეალური ციკლი, რომლის განხილვის შედეგად გამოჩენილმა ფრანგმა ფიზიკოსმა, კარნომ, პირველად შენიშნა ბუნების მოვლენების ის საგულისხმო ტენდენცია, რომელსაც გამოხატავს თერმოდინამიკის მეორე კანონი. თუმცა არც ერთი სითბური მანქანა არ მუშაობს ამ ციკლის მიხედვით, მისი გარჩევა გაგვიადვილებს რეალურ მანქანებში მიმდინარე ციკლების განხილვას.

მომუშავე სხეული მოთავსებულია A ცილინდრში, რომელშიც მოძრავი B დგუში ასრულებს მუშაობას (ნახ. 50). დავუშვათ, რომ



ნახ. 50.

ცილინდრის კედლები და დგუში არ ატარებენ სითბოს. გამათბობლად ავიღოთ T_1 ტემპერატურის მქონე C სხეული, ხოლო მაცივრად T_2 ტემპერატურის D სხეული. სითბოს არაგამტარი ფსკერი შეიძლება მოიხსნას და მის მაგიერ ცილინდრს გაუკეთდეს სითბოს გამტარი E ფსკერი. ვთქვათ, მომუშავე სხეულს საწყის მდგომარეობაში აქვს V_1 მოცულობა და T_1 ტემპერატურა. ცილინდრს სითბოს გამტარი E ფსკერი გავუკეთოთ და მოვათავსოთ იგი გამათბობელზე. დავიწყოთ მომუშავე სხეულის თანდათანობითი გაფართოება. თუ გაფართოება საკმარისად ნელა იწარმოებს, მომუშავე

სხეული ყოველ მომენტში მოასწრებს მიიღოს გამათბობლისაგან სითბოს საჭირო რაოდენობა და შეინარჩუნოს T_1 ტემპერატურა. ეს იმას ნიშნავს, რომ ციკლის პირველი პროცესი იქნება *იზოთერმული გაფართოება*. ვთქვათ, ამ პროცესის შედეგად მომუშავე სხეული გადავიდა 2 მდგომარეობაში მოცულობით V_2 და ტემპერატურით ისევ T_1. ახლა მოვაცილოთ ცილინდრს სითბოს გამტარი E ფსკერი და გავუკეთოთ მას წინანდელი სითბოს არაგამტარი ფსკერი. ისევ გავაგრძელოთ მომუშავე სხეულის გაფართოება. ვინაიდან სხეული არსაიდან არ იღებს სითბოს, ამ გაფართოების შედეგად მისი ტემპერატურა შემცირდება. ეს გაფართოება გავაგრძელოთ მანამდე, სანამ ტემპერატურა არ გახდება მაცივრის ტემპერატურის ტოლი. როგორც ვხედავთ, მეორე პროცესი, რომელსაც ასრულებს მომუშავე სხეული, *ადიაბატური გაფართოებაა*. ამ პროცესის შედეგად სხეული გადავა მესამე მდგომარეობაში (3) მოცულობით V_3 და ტემპერატურით T_2. ამის შემდეგ ისევ გავუკეთოთ ცილინდრს სითბოს გამტარი ფსკერი და დავიწყოთ მომუშავე სხეულის *იზოთერმული შეკუმშვა*. ამისათვის ცილინდრი უნდა მოვათავსოთ მაცივარზე, რათა შეკუმშვის დროს გამოყოფილი სითბო გადაეცეს მაცივარს. ამ პროცესის შედეგად სხეული გადავა მეოთხე მდგომარეობაში (4) მოცულობით V_4 და ტემპერატურით T_2, უნდა აღვნიშნოთ, რომ ეს მეოთხე მდგომარეობა ისე უნდა შეირჩეს, რომ შემდეგ ჩატარებული *ადიაბატური შეკუმშვის* პროცესის (4→1) შედეგად მომუშავე სხეული დაუბრუნდეს თავის საწყისს (1) მდგომარეობას.

აღწერილ წრიულ პროცესს *კარნოს ციკლი* ეწოდება. როგორც ვხედავთ, იგი შედგება ორი იზოთერმული და ორი ადიაბატური პროცესისაგან. პირველი იზოთერმული პროცესის დროს მომუშავე სხეული გამათბობლიდან იღებს Q_1 სითბოს, ხოლო მეორე იზოთერმული პროცესის დროს გადასცემს მაცივარს Q_2 სითბოს. ამავე დროს მანქანა ასრულებს მუშაობას

$$-A = Q_1 - Q_2.$$

გამოვთვალოთ კარნოს ციკლის მარგი ქმედების კოეფიციენტი

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad \text{(VI,9)}$$

ამისათვის გამოვიყენოთ თერმოდინამიკის მეორე კანონი. განვიხილოთ მომუშავე სხეულისაგან, გამათბობლისა და მაცივრისაგან შედგენილი განმხოლოებული სისტემა. თერმოდინამიკის მეორე კანონის თანახმად, ამ სისტემის ენტროპია არ შეიძლება შემცირდეს. ვინაიდან

მომუშავე სხეული კარნოს ციკლში ასრულებს წრიულ პროცესს, მისი ენტროპია არ იცვლება—შეიცვლება მხოლოდ გამათბობლისა და მაცივრის ენტროპიები. რადგანაც გამათბობელმა დაკარგა Q_1 სითბო, მისი ენტროპია შემცირდება $\frac{Q_1}{T_1}$ სიდიდით.

მაცივარმა, რომლის ტემპერატურა არის T_2, მიიღო სითბო Q_2 და ამიტომ მისი ენტროპია გაიზარდა $\frac{Q_2}{T_2}$ სიდიდით.

ენტროპიის საერთო ნაზრდი იქნება

$$\frac{Q_2}{T_2}-\frac{Q_1}{T_1},$$

რომელიც არ შეიძლება იყოს ნულზე ნაკლები

$$\frac{Q_2}{T_2}-\frac{Q_1}{T_1}\geqslant 0.$$

აქედან მივიღებთ

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}\leqslant\frac{T_1-T_2}{T_1}. \qquad \text{(VI,10)}$$

ასეთია კარნოს ციკლის მარგი ქმედების კოეფიციენტი. თუ ციკლი შექცევადია, უნდა გამოვიყენოთ ტოლობის ნიშანი და (VI,10) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}. \qquad \text{(VI,11)}$$

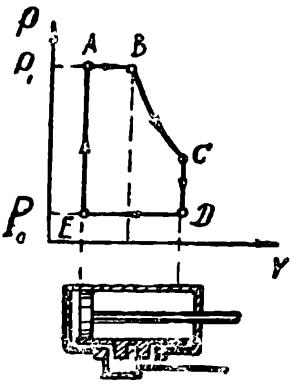
შექცევადი კარნოს ციკლის მარგი ქმედების კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ მაცივრისა და გამათბობლის ტემპერატურაზე. გარდა ამისა, ვინაიდან მსჯელობის დროს მნიშვნელობა არ ჰქონდა იმას, თუ რა ბუნებისაა მომუშავე სხეული (სითხე, გაზი, მყარი სხეული თუ ნარევი), შეიძლება დავასკვნათ, რომ კარნოს შექცევადი ციკლისათვის η არ არის დამოკიდებული მომუშავე სხეულის გვარობაზე. შეიძლება აგრეთვე დამტკიცდეს, რომ არც ერთ მანქანას, რომელიც მუშაობს იმავე გამათბობელსა და მაცივარს შორის, როგორც კარნოს მანქანა, არ შეიძლება ჰქონდეს მარგი ქმედების კოეფიციენტი მეტი, ვიდრე აქვს კარნოს მანქანას.

§ 27. ტექნიკური ციკლები

რასაკვირველია სინამდვილეში არც ერთი მანქანა არ მუშაობს კარნოს ციკლის მიხედვით. ამის მიზეზი ის არის, რომ პრაქტიკულად ძალიან ძნელია ამ ციკლის მიხედვით მომუშავე მანქანის აგება,

ვინაიდან ძნელია პროცესების ადიაბატურობისა და იზოთერმულობის განხორციელება. გარდა ამისა, სითბოს ნაწილი იხარჯება ცილინდრის გათბობაზე, რაც, რასაკვირველია, სრულებით არაა ხელსაყრელი. ჩვენ გავარჩევთ ზოგიერთი ყველაზე გავრცელებული სითბური მანქანის ციკლებს თერმოდინამიკური თვალსაზრისით. ტექნიკურ მხარეს კი თითქმის არ შევეხებით.

1. **ორთქლის მანქანის ციკლი.** პირველად ორთქლი ქვაბიდან შედის ცილინდრში, რომელშიც წნევა იზრდება P_0 მნიშვნელობიდან P_1-მდე (51-ე ნახაზზე EA მონაკვეთი). წნევა იზრდება მუდმივი მოცულობის პირობებში. P_1 წნევის მიღწევის შემდეგ დგუში იწყებს გადანაცვლებას და მიმდინარეობს ორთქლის გაფართოება მუდმივი წნევის პირობებში (AB მონაკვეთი). მიუხედავად იმისა, რომ B წერტილის შემდეგ ორთქლის მიწოდება წყდება, დგუში განაგრძობს გადანაცვლებას და მიმდინარეობს ორთქლის ადიაბატური გაფართოება (BC მონაკვეთი). CD მონაკვეთზე წარმოებს ორთქლის გამოდევნა ცილინდრიდან მაცივარში. DE მონაკვეთზე დგუში უკან მოძრაობს და გამოდევნის დარჩენილ ორთქლს P_0 წნევის პირობებში. როგორც ვხედავთ, ორთქლის მანქანაში მომუშავე სხეული იღებს სითბოს EA და AB პროცესების დროს და გადასცემს სითბოს მაცივარს DE პროცესის დროს. მის მიერ შესრულებული მუშაობა გამოიხატება ციკლით შემოსაზღვრული ფართობით.

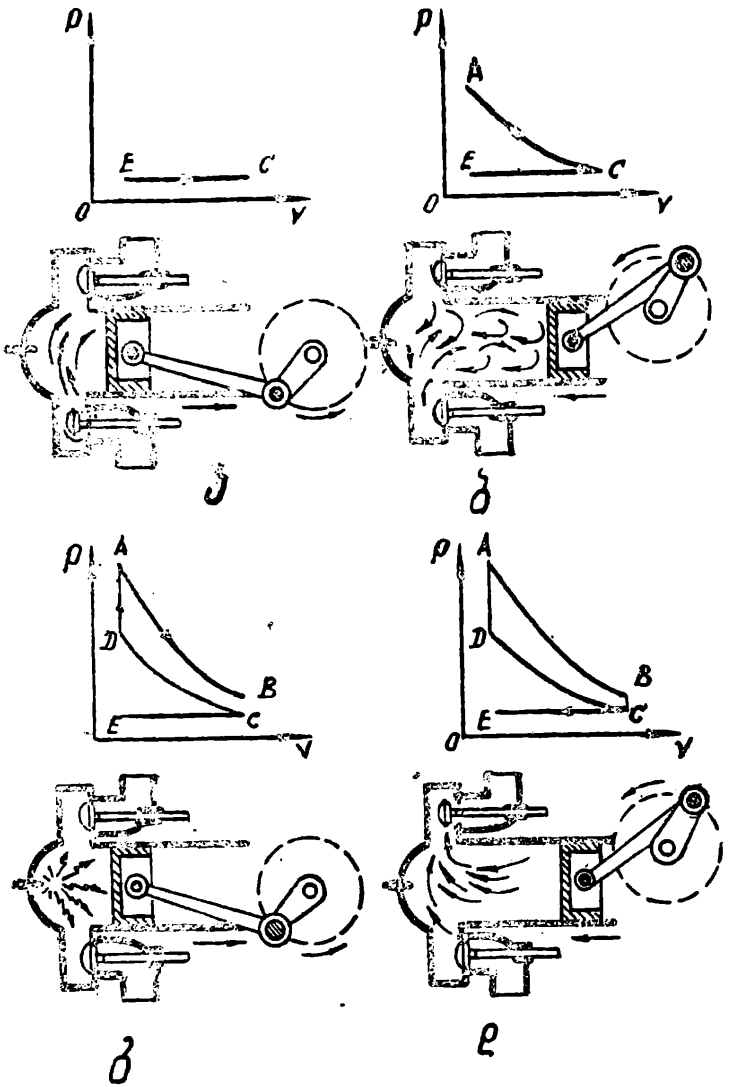


ნახ. 51.

ასეთია იდეალური ორთქლის მანქანის მიერ შესრულებული ციკლი. იგი მნიშვნელოვნად განსხვავდება კარნოს ციკლისაგან. რასაკვირველია არსებული ორთქლის მანქანის ციკლი კიდევ უფრო განსხვავდება კარნოს ციკლისაგან. ჩვენ არ განვიხილავთ ამ განსხვავების მიზეზებს, ვინაიდან ეს უკვე ტექნიკური საკითხია. აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ისინი კიდევ უფრო ამცირებენ ისედაც მცირე მარგი ქმედების კოეფიციენტს ისე, რომ საუკეთესო ორთქლის მანქანებისათვის იგი ძლივს აღწევს 0,2-ს.

2. **შიგაწვის ძრავების ციკლები.** ვინაიდან ამ ძრავებში საწვავი იწვის თვით ცილინდრში, მათი მარგი ქმედების კოეფიციენტი მეტია, ვიდრე ორთქლის მანქანისა. ჩვენ განვიხილავთ ციკლს მხოლოდ ორი შიგაწვის ძრავისა — ოტოსი და დიზელისა, რომლებიც

ყველაზე უფრო ხშირად გამოიყენებიან. ოტოს ძრავას სქემა და სათანადო ციკლი ნაჩვენებია 52-ე ნახაზზე. პირველი ტაქტი (შეწოვა) წარმოდგენილია EC მონაკვეთით. ამ პროცესის დროს ხდება



ნახ. 52.

ჰაერისა და საწვავის (ბენზინი ან გაზი) ნარევის შეწოვა ცილინდრში ატმოსფერული წნევის პირობებში (ა). შეწოვის დამთავრებისას შემშვები სარქველი იხურება. ამის შემდეგ ნარევი ადიაბატურად იკუმშება (ბ), რაც წარმოდგენილია CD ადიაბატით.

როდესაც დგუში მიაღწევს D წერტილის სათანადო მდებარეობას, ნარევი ფეთქდება ელექტრული ნაპერწკლისაგან და იწვის მუდმივი მოცულობის პირობებში, რასაც ეთანადება ჰაერის გათბობა DA პროცესის დროს. ამის შემდეგ გახურებული ჰაერი ადიაბატურად ფართოვდება (გ) (AB მონაკვეთი). B წერტილში სარქველი იხსნება და წნევა ეცემა ატმოსფერულ წნევამდე (BC). დგუშის უკუსვლისას (CE მონაკვეთი) სარქველი ღია რჩება და გაზი გამოიდევნება ცილინდრიდან. ასეთია იდეალური ოტოს მანქანის ციკლი. რასაკვირველია, რეალური ციკლი საგრძნობლად განსხვავდება აღწერილი ციკლისაგან. გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ ოტოს ციკლის მარგი ქმედების კოეფიციენტი შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$\eta_0 = 1 - \frac{T_C}{T_D},$$

სადაც T_C და T_D ციკლის C და D წერტილების სათანადო აბსოლუტური ტემპერატურებია.

ვთქვათ, T_C (მინიმალური ტემპერატურა) არის $350°K$, ხოლო T_A (მაქსიმალური ტემპერატურა აფეთქების შემდეგ) $2000°$ K. თუ ასეთ ტემპერატურებს შორის იმუშავებდა კარნოს მანქანა, მისი მარგი ქმედების კოეფიციენტი იქნებოდა

$$\eta_K = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 0{,}83.$$

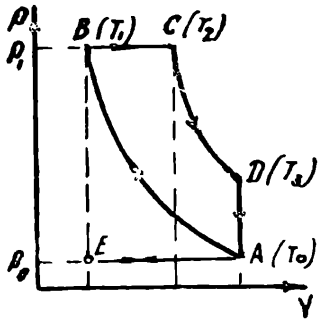
მაგრამ ოტოს ციკლის შემთხვევაში ამ კოეფიციენტს განსაზღვრავს არა T_A, არამედ T_D, ე. ი. მაქსიმალური ტემპერატურა, რომელიც ექნება ადიაბატურად შეკუმშულ ნარევს აფეთქების დაწყებამდე. ოტოს ციკლისათვის ეს ტემპერატურა არის დაახლოებით $650°K$, ამიტომ მისთვის მივიღებთ

$$\eta_0 = 1 - \frac{T_C}{T_D} = 0{,}46,$$

ე. ი. გაცილებით ნაკლები, ვიდრე კარნოს ციკლისათვის.

ოტოს ციკლის შედარებით დაბალი მარგი ქმედების კოეფიციენტის მიზეზი ისაა, რომ არ შეიძლება ჰაერისა და საწვავის ძლიერი შეკუმშვა, ვინაიდან მიღებულმა მაღალმა ტემპერატურამ შეიძლება გამოიწვიოს ნარევის ნაადრევი აალება. ეს სიძნელე თავიდან აცილებულია დიზელის ძრავაში. ამ ძრავას ცილინდრში შეიწოვება სუფთა ჰაერი, რომელიც შემდეგ ადიაბატურად იკუმშება ძალიან

მაღალ წნევამდე. მხოლოდ შემდეგ ხდება საწვავის შესხმა ცილინდრში. მისი თვითაალებისა და ნარევის სწრაფი გაფართოების გამო ეს პროცესი მიმდინარეობს თითქმის მუდმივი წნევის პირობებში. დიზელის ციკლი ნაჩვენებია 53-ე ნახაზზე. A წერტილში ცილინდრი ავსებულია ჰაერით ატმოსფერული წნევის პირობებში. შემდეგ იგი იკუმშება ადიაბატურად B წერტილამდე, რის შემდეგაც ხდება შესხმა თხევადი საწვავისა, რომელიც ცილინდრში არსებული მაღალი ტემპერატურის გამო სწრაფად იწვის. შესხმა ისე წარმოებს, რომ ამ პროცესის დროს წნევა უცვლელია (BC). C წერტილში საწვავის მიწოდება წყდება და მიმდინარეობს ადიაბატური გაფართოება. DA მონაკვეთზე წნევა ეცემა ატმოსფერულ წნევამდე (სარქვლის გაღების გამო), ხოლო AE მონაკვეთზე ნარჩენი გაზი გამოიდევნება ცილინდრიდან.



ნახ. 53.

დიზელის ძრავას მარგი ქმედების კოეფიციენტისათვის მიიღება საკმაოდ რთული გამოსახულება, რომელსაც ჩვენ არ მოვიყვანთ. აღვნიშნოთ, რომ ზემოთ აღნიშნულ პირობებში ($T_C = 350°\ K$ და $T_D = 2000°\ K$) გვექნება

$$\eta_D = 0{,}56,$$

ე. ი. შესამჩნევად მეტი, ვიდრე ოტოს მანქანისათვის.

ზემოთ აღწერილი ციკლების განხილვისას დაშვებული გვქონდა, რომ არავითარი სითბური დანაკარგები არ არის და რომ წვის შედეგად გამოყოფილი მთელი სითბო მიდის მხოლოდ მომუშავე სხეულის გათბობაზე. სინამდვილეში პრაქტიკულად აგებულ მანქანაში ადგილი აქვს მრავალ სითბურ დანაკარგს, რის გამოც რეალური მარგი ქმედების კოეფიციენტი გაცილებით ნაკლებია, ვიდრე თეორიული, იგი ჩვეულებრივად შეადგენს თეორიული კოეფიციენტის 50—80%-ს.

შესავალი

კურსის წინა ნაწილში განვიხილეთ მაკროსკოპულ სხეულთა თვისებები და გამოვიყვანეთ მათში მიმდინარე მოვლენების ზოგადი კანონები. ახლა უნდა შევუდგეთ იმ კონკრეტული ფორმების განხილვას, რომლებშიც მაკროსკოპული სხეულები გვხვდება ბუნებაში.

სხვადასხვა ფორმა, რომლებსაც ღებულობენ მაკროსხეულები ურთიერთქმედების შედეგად, შეიძლება გაიყოს სამად. ამ სამ ფორმას შორის, ანუ, როგორც კიდევ ამბობენ, აგრეგატულ მდგომარეობას შორის, ზოგიერთ შემთხვევაში ძნელია ზუსტი ზღვრის გატარება, მაგრამ ზოგადად მაინც შეიძლება მათი დახასიათება. პირველი აგრეგატული მდგომარეობა — გაზური ხასიათდება ნაწილაკების სრულიად უწესრიგო განაწილებით სივრცეში და ძალიან მცირე ურთიერთქმედებით მათ შორის. ურთიერთქმედება იმდენად მცირეა, რომ ნაწილაკები თავისუფლად შორდება ერთმანეთს და ქაოსური მოძრაობის გამო მთლიანად ავსებს მათთვის დათმობილ სივრცეს. ამიტომ გაზურ მდგომარეობაში სხეულს არა აქვს არც გარკვეული მოცულობა, არც გარკვეული ფორმა—იგი ჭურჭლის ფორმასა და მოცულობას ღებულობს. ეს აგრეგატული მდგომარეობა სხვა აგრეგატული მდგომარეობებიდან მიიღება ტემპერატურის გაზრდით (თუ სხვა პირობები უცვლელია), ე. ი. ნაწილაკების საშუალო კინეტიკური ენერგიის გადიდებით; კინეტიკური ენერგიის ზრდა საშუალებას აძლევს ნაწილაკებს, დასძლიოს მათ შორის არსებული ურთიერთქმედება და უფრო დაშორდეს ერთიმეორეს.

მეორე აგრეგატული მდგომარეობა — თხევადი, ისევე როგორც პირველი, ხასიათდება ნაწილაკების თითქმის[1] სრული

[1] ჩვენ ვამბობთ „თითქმის", ვინაიდან ბოლო ხანებში თხევად მდგომარეობაში აღმოჩენილია ნაწილაკების განაწილების ნაწილობრივი მოწესრიგება, რაც აახლოებს მას მესამე აგრეგატულ მდგომარეობასთან—მყარ მდგომარეობასთან.

უწესრიგო განაწილებით სივრცეში, მაგრამ პირველისაგან განსხვავებით აქ ნაწილაკებს შორის ურთიერთქმედება საკმაოდ ძლიერია. ეს ურთიერთქმედება იმდენად ძლიერია, რომ სითბური მოძრაობა ვერ ცვლის საშუალო მანძილს ნაწილაკებს შორის და ამიტომ სითხე ხასიათდება სრულიად გარკვეული მოცულობით. მეორე მხრივ, სითბური მოძრაობა ჯერ კიდევ იმდენად ძლიერია, რომ ნაწილაკებს შეუძლია გადანაცვლება ერთმანეთის მიმართ, მაგრამ ისე, რომ საშუალო მანძილი მათ შორის უცვლელი რჩება. ასეთი მოძრაობა იწვევს სხეულის ფორმის შეცვლას და ამიტომ სხეულს თხევად მდგომარეობაში არა აქვს გარკვეული ფორმა. იგი ჭურჭლის ფორმას ღებულობს.

მესამე აგრეგატული მდგომარეობა — მ ყ ა რ ი ხასიათდება ნაწილაკების ძლიერი ურთიერთქმედებით და მათი სრულიად გარკვეული განაწილებით სივრცეში. ურთიერთქმედება ამ შემთხვევაში იმდენად დიდია, რომ არა თუ მანძილი ნაწილაკებს შორის, არამედ მათი განლაგებაც ერთმანეთის მიმართ ყოველთვის ერთი და იგივეა. ამიტომ მყარ სხეულს აქვს როგორც გარკვეული მოცულობა, ისე გარკვეული ფორმა, დამოუკიდებელი ჭურჭლის მოცულობისა და ფორმისაგან. მყარი მდგომარეობის შემთხვევაში სითბური მოძრაობა გამოიხატება მხოლოდ ნაწილაკების რხევაში მათი წონასწორული მდებარეობის მახლობლად. თუ ნაწილაკები გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვითაა განაწილებული სივრცეში, მივიღებთ ე. წ. კ რ ი ს ტ ა ლ უ რ მ ყ ა რ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ს, ხოლო, თუ ნაწილაკები განაწილებულია ყოველგვარი წესრიგის გარეშე — ა მ ო რ ფ უ ლ მ ყ ა რ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ს. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ხშირად მყარი მდგომარეობა ეწოდება მხოლოდ კრისტალურ მდგომარეობას, ამორფული კი მიეკუთვნება თხევად მდგომარეობას, ვინაიდან როგორც ამორფულ, ისე თხევად მდგომარეობაში ნაწილაკების განაწილება სივრცეში სრულიად უწესრიგოა. კრისტალური და ამორფული მდგომარეობის ასეთი გარჩევა, მართლაც, მიზანშეწონილია, რადგან ამორფული მდგომარეობა მრავალი თვისებით წააგავს თხევადს და შეიძლება მიღებულ იქნეს უკანასკნელისაგან განუწყვეტელი პროცესის საშუალებით. კრისტალური მდგომარეობის მიღება თხევადისაგან კი აუცილებლად მოითხოვს ნ ა ხ ტ ო მ ი ს ე ბ რ გადასვლას, ვინაიდან ამ გადასვლის დროს უნდა მოხდეს ნაწილაკების სრული მოწესრიგება.

ცალკეულ აგრეგატულ მდგომარეობათა განხილვას დავიწყებთ გაზური მდგომარეობის შესწავლით, რადგან თავისი თვისებების მიხედვით იგი ყველაზე მარტივია.

მეშვიდე თავი

იდეალური გაზი

§ 28. ზოგადი დახასიათება

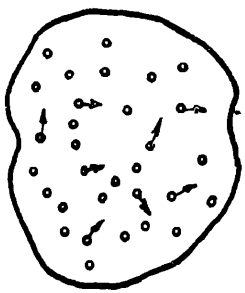
როგორც უკვე აღვნიშნეთ, გაზური მდგომარეობა ხასიათდება ნაწილაკებს შორის ძალიან მცირე ურთიერთქმედებით. გაზის ნაწილაკები იმდენად შორსაა ერთმანეთისაგან, რომ მათი ურთიერთქმედების ენერგია ძალიან მცირეა კინეტიკურ ენერგიასთან შედარებით. მხოლოდ იმ მცირე დროის განმავლობაში, როდესაც ნაწილაკები დაუახლოვდება ერთმანეთს, პოტენციალური ენერგია შესამჩნევი გახდება და ნაწილაკები იმოქმედებს ერთმანეთზე—მოხდება იმპულსისა და კინეტიკური ენერგიების გაცვლა-გამოცვლა. ნაწილაკების ერთმანეთთან დაახლოებით გამოწვეულ ხანმოკლე ურთიერთქმედების პროცესს, ეწოდება დაჯახება. ვინაიდან დაჯახება წარმოებს ძალიან მცირე დროში, ნაწილაკები დროის უმეტესი ნაწილის განმავლობაში მოძრაობენ ინერციულად, ე. ი. მუდმივი სიჩქარით. ისინი სიჩქარის სიდიდესა და მიმართულებას იცვლიან მხოლოდ ერთმანეთთან და ჭურჭლის კედლებთან დაჯახების დროს.

ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს შემოვიღოთ იდეალური გაზის ცნება. იდეალური გაზი ეწოდება ისეთ მაკროსკოპულ სხეულს, რომლის ნაწილაკები (მოლეკულები და ატომები) შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ნივთიერი წერტილები და ურთიერთქმედება მათ შორის უგულებელვყოთ. ზუსტად რომ ვთქვათ, ურთიერთქმედების სავსებით უგულებელყოფა არ შეიძლება, ვინაიდან ნაწილაკებს შორის დაჯახებას მაინც აქვს ადგილი. ეს დაჯახება აუცილებლად უნდა მივიღოთ მხედველობაში, რადგან მხოლოდ მისი საშუალებით შეიძლება მოლეკულებს შორის ენერგიისა და იმპულსის გაცვლა-გამოცვლა და სტატისტიკური წონასწორობის დამყარება. ცხადია, ბუნებაში არსებული არც ერთი მდგომარეობა არაა იდეალური გაზის მდგომარეობა. უკანასკნელი ზღვრუ-

ლი მდგომარეობაა, რომელსაც ტემპერატურის გაზრდისა და წნევის შემცირების შედეგად უახლოვდება ყოველი სხვა მდგომარეობა. მართლაც, ტემპერატურის გაზრდა და წნევის შემცირება ნიშნავს მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგიის გაზრდას და მათ შორის საშუალო მანძილის გადიდებას. ეს კი სხეულის მდგომარეობას აახლოებს იდეალური გაზის მდგომარეობასთან.

§ 29. იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება— კლაპეირონის განტოლება

განვიხილოთ რაიმე ჭურჭელში (ნახ. 54) მოთავსებული იდეალური გაზი. გაზის მოლეკულათა რიცხვი აღვნიშნოთ N-ით, ჭურჭლის მოცულობა V-თი. მივიღოთ, რომ გაზი იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, ე. ი. მოლეკულათა განაწილება ბოლცმანის განაწილების კანონს ემორჩილება. ჩვენ უკვე ვიცით, რომ, თუ ნაწილაკთა შორის ურთიერთქმედება არ არის, სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ისინი თანაბრად იქნებიან განაწილებული სივრცეში (თუ, რასაკვირველია, არ არის გარეშე ველი). ამიტომ იდეალური გაზი ჭურჭელში განაწილდება თანაბრად, სიჩქარეები კი მოლეკულებს სხვადასხვა ექნება, როგორც ეს გამომდინარეობს ბოლცმანის კანონიდან.



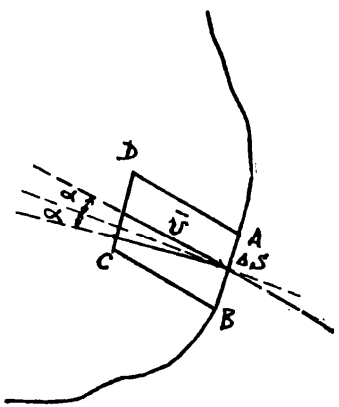
ნახ. 54.

გამოვითვალოთ წნევა p, რომელსაც სტატისტიკურ წონასწორობაში მყოფი იდეალური გაზი ახდენს ჭურჭლის კედლებზე. როგორც ვიცით, წნევა იმ იმპულსის საშუალო მნიშვნელობაა, რომელსაც გაზის მოლეკულები კედლის ერთ კვ. სანტიმეტრს გადასცემს ერთი წამის განმავლობაში. ამიტომ წნევის გამოსათვლელად უნდა ვიპოვოთ იმპულსი, რომელსაც მოლეკულები გადასცემს ჭურჭლის კედლებს. განვიხილოთ კედლის მცირე ΔS ფართობი და ავირჩიოთ ერთ-ერთი მოლეკულა, რომელიც ეჯახება ამ ფართობს. დავუშვათ, რომ მოლეკულის v სიჩქარე ΔS-ის ნორმალთან ადგენს α კუთხეს (ნახ. 55). ავირჩიოთ OX ღერძი ΔS ფართობის ნორმალის გასწვრივ. მაშინ v სიჩქარის ნორმალური მდგენელი იქნება v_x. დავუშვათ, რომ მოლეკულის კედელთან დაჯახებისას მისი კინეტიკური ენერგია უცვლელი რჩება, ე. ი. მოლეკულა კედელს გადასცემს მხოლოდ იმპულსს. ასეთი დაშვება სრულიად მართებულია კედლის

დიდი მასის გამო. იმპულსის შესახებ დავუშვებთ, რომ მოლეკულა კედელს გადასცემს მხოლოდ ნორმალურ იმპულსს, ე. ი. იცვლება მხოლოდ ნორმალური მდგენელი, ტანგენციალური კი უცვლელი რჩება[1]. დაჯახების შემდეგ მოლეკულის სიჩქარე სიდიდით ისევ v-ს ტოლი იქნება, მიმართულება კი სხვა ექნება (ნახ. 55). კუთხე, რომელსაც იგი ნორმალთან შეადგენს, იქნება $180°-\alpha$. დაჯახებამდე იმპულსის ნორმალური პროექცია იყო mv_x, სადაც m არის მოლეკულის მასა, დაჯახების შემდეგ კი იქნება $-mv_x$. კედლისათვის გადაცემული იმპულსი იქნება $+2mv_x$. ერთი წამის განმავლობაში ΔS ფართობს დაეჯახება v სიჩქარის მქონე არა ერთი მოლეკულა, არამედ მრავალი, სახელდობრ ყველა ის მოლეკულა, რომლებიც მოქცეულია ΔS ფუძისა და v_x სიმაღლის მქონე ირიბ $ABCD$ პრიზმაში. ვინაიდან ამ პრიზმის მოცულობა არის $\Delta S.v_x$, მასში არსებული v სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი იქნება

$$\Delta S \cdot v_x \cdot n_v, \qquad \text{(VII,1)}$$

სადაც n_v არის ერთ კუბ. სმ-ში არსებული v სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი. მაგრამ ყოველი მოლეკულა როდი ეჯახება ΔS ფართობს. მართლაც, თუ მოლეკულა შორდება კედელს, ე. ი. თუ მისთვის v_x უარყოფითია, იგი ვერ დაეჯახება მას. ვინაიდან სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულების სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი ერთი და იგივეა, (VII,1) გამოსახულება ორზე უნდა გაიყოს, რადგან v სიჩქარის ($v_x>0$) მქონე ყოველი მოლეკულა ΔS ფართობს გადასცემს $2mv_x$ იმპულსს, ყველა ასეთი მოლეკულის მიერ გადაცემული იმპულსი იქნება



ნახ. 55.

$$\Delta S \cdot mv_x^2 n_v.$$

ყოველნაირი სიჩქარის მქონე მოლეკულების მიერ გადაცემული იმპულსი იქნება

$$\sum \Delta S \cdot mv^2{}_x n_v,$$

სადაც ჯამი გავრცელებულია ერთ კუბურ სმ-ში არსებულ ყველა მოლეკულაზე. მიღებული გამოსახულება გავყოთ და გავამრავლოთ

[1] შემდეგში გამოვარკვევთ, თუ როგორ ხდება გაზის მოლეკულების დაჯახება კედელთან და გავამართლებთ აქ მიღებულ დაშვებებს.

n-ზე, სადაც n არის მოლეკულათა საერთო რიცხვი ერთ კუბ.სმ-ში, მივიღებთ

$$\frac{\Delta S \cdot m \sum_i v_x^2 n_v}{n} \cdot n.$$

როგორც ცნობილია, გამოსახულება

$$\frac{\sum_i v_x^2 n_v}{n}$$

არის მოლეკულის სიჩქარის x გეგმილის კვადრატის საშუალო მნიშვნელობა — $\overline{v_x^2}$. ამიტომ ΔS ფართობისათვის ერთ წამში გადაცემული იმპულსი იქნება

$$\Delta S \cdot m\overline{v_x^2} \cdot n,$$

აქედან წნევისათვის მივიღებთ

$$p = n \cdot m \cdot \overline{v_x^2}. \qquad \text{(VII,2)}$$

სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ყველა მიმართულება სივრცეში ტოლფასია და ამიტომ

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}. \qquad \text{(VII,3)}$$

წინა ფორმულაში ჩასმა იდეალური გაზის p წნევისათვის მოგვცემს

$$p = \frac{1}{3} nm\overline{v^2}. \qquad \text{(VII,4)}$$

მეორე მხრივ, აბსოლუტური ტემპერატურის განსაზღვრის მიხედვით $mv^2 = 3kT$, სადაც k არის ბოლცმანის მუდმივა. (VII,4) ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$p = nkT. \qquad \text{(VII,5)}$$

მიღებული განტოლების ორივე მხარე გავამრავლოთ გაზის მოცულობაზე და მხედველობაში მივიღოთ, რომ $V \cdot n = N$, ე. ი. მოლეკულათა საერთო რიცხვის ტოლია. გვექნება

$$pV = NkT. \qquad \text{(VII,6)}$$

ეს განტოლება ფაქტიურად უკვე იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლებაა, მაგრამ ჩვეულებრივად მას წერენ სხვა სახით. შემოვიღოთ ავოგადროს რიცხვი N_0, რომელიც ნივთიერების გრამმოლეკულაში არსებულ მოლეკულათა რიცხვია. თუ ატომური ერთე-

ულებით გამოხატულ მოლეკულის მასას აღვნიშნავთ μ ასოთი (მოლეკულური მასა), მივიღებთ

$$\frac{N}{N_0} = \frac{M}{\mu},$$

სადაც M არის გაზის მასა. წინა ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს

$$pV = \frac{M}{\mu} N_0 kT. \qquad \text{(VII,7)}$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$N_0 k = R. \qquad \text{(VII,8)}$$

R-ს ეწოდება გაზების უნივერსალური მუდმივა. რომ R, მართლაც, უნივერსალური მუდმივაა, იქიდან გამომდინარეობს, რომ N_0 და k აგრეთვე უნივერსალური მუდმივებია. R-ის შეტანით (VII,7) განტოლებაში საბოლოოდ მივიღებთ

$$pV = \frac{M}{\mu} RT. \qquad \text{(VII,9)}$$

ეს არის იდეალური გაზების მდგომარეობის განტოლების ჩვეულებრივი სახე. მას კიდევ კლაპეირონის განტოლება ეწოდება, რადგან პირველად იგი, თუმცა არა ასეთი სახით, გამოიყვანა ფრანგმა ფიზიკოსმა კლაპეირონმა. იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც აღებულია გაზის ერთი გრამ-მოლეკულა, $M = \mu$ და კლაპეირონის განტოლება ღებულობს შემდეგ მარტივ სახეს

$$pV = RT. \qquad \text{(VII,9}^{\text{I}}\text{)}$$

გამოვარკვიოთ R მუდმივას განზომილება და განვსაზღვროთ მისი რიცხვითი მნიშვნელობა. რადგან N_0-ს განზომილება არა აქვს (VII,8) ფორმულის მიხედვით, R-ს ექნება ისეთივე განზომილება, როგორიც k-ს

$$[R] = \frac{\text{erg}}{\text{grad}}.$$

რადგან $N_0 = 6{,}023.10^{23}$ და $k = 1{,}38.10^{-16}\ \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$, R-ის რიცხვითი მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$R = 8{,}31 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{grad}}. \qquad \text{(VII,10)}$$

თუ ერგის მაგიერ ავიღებთ კალორიებს, მივიღებთ: $R=1{,}96\frac{\text{cal}}{\text{grad}}$,

ანუ დაახლოებით $2\frac{\text{cal}}{\text{grad}}$.

§ 30. კლაპეირონის განტოლების ზოგიერთი შედეგი

განვიხილოთ ორი სხვადასხვა სახის მოლეკულისაგან შემდგარი იდეალური გაზი. მათი სათანადო სიდიდეები აღვნიშნოთ 1 და 2 ნიშნაკებით და დავწეროთ მათთვის განტოლება

$$P_1V_1=N_1kT_1,$$
$$p_2V_2=N_2kT_2.$$

დავუშვათ შემდეგ, რომ გაზებს აქვს ტოლი წნევები, მოცულობები და ტემპერატურები

$$P_1=P_2,\quad V_1=V_2\quad\text{და}\quad T_1=T_2,$$

მაშინ წინა განტოლებებიდან მივიღებთ

$$N_1=N_2, \tag{VII,11}$$

ე. ი. ტოლი წნევის, მოცულობისა და ტემპერატურის მქონე იდეალური გაზები მოლეკულათა ტოლ რიცხვებს შეიცავს. ამ კანონს ავოგადროს კანონი (1811 წ.) ეწოდება. იგი, ისევე, როგორც კლაპეირონის განტოლება, მართებულია მხოლოდ იდეალური გაზისათვის, ე. ი. რეალური გაზისათვისაც მაღალი ტემპერატურისა და დაბალი წნევის პირობებში, როდესაც იგი თავისი თვისებებით უახლოვდება იდეალურ გაზს. და შებრუნებით, თუ გაზები შეიცავს მოლეკულათა ტოლ რიცხვს, აქვს ერთი და იგივე წნევა და ტემპერატურა, მათ ექნებათ ერთი და იგივე მოცულობა; მაგალითად, თუ ავიღებთ ორი სხვადასხვა გაზის გრამ-მოლეკულას, ერთისა და იმავე წნევისა და ტემპერატურის პირობებში, მივიღებთ

$$V_1=V_2,$$

ვინაიდან ყოველი ნივთიერების გრამ-მოლეკულა შეიცავს მოლეკულათა ერთსა და იმავე N_0 რაოდენობას; იდეალური გაზების გრამ-მოლეკულებს ტოლი წნევისა და ტემპერატურის პირობებში აქვს ერთი და იგივე მოცულობა. ცდების შედეგებთან შედარება გვიჩვენებს, რომ თეორიის ეს შედეგი სწორია მხოლოდ მიახლოებით. მართლაც, ცდების თანახმად, ატ-

მოსფერული წნევის პირობებში და ცელსიუსის ნულ გრადუსზე (აბსოლუტური 273°,16) გრამ-მოლეკულის მოცულობას აქვს შემდეგი მნიშვნელობა: 1) ჟანგბადისათვის—22,393 litr; 2) წყალბადისათვის—22,423 litr; 2) აზოტისათვის —22,403 litr და ა. შ.

როგორც ვხედავთ, სხვადასხვა გაზისათვის გრამ-მოლეკულის მოცულობა თითქმის ერთი და იგივეა, მაგრამ განსხვავება მათ შორის მაინც შესამჩნევია. შეიძლება თეორიულად გამოვითვალოთ, თუ როგორი მოცულობა უნდა ჰქონდეს იდეალური გაზის გრამ-მოლეკულას ზემოაღნიშნულ პირობებში. ამისათვის უნდა გამოვიყენოთ შემდეგი ფორმულა:

$$V_m = \frac{N_0 kT}{p}$$

და ვისარგებლოთ შემდეგი მნიშვნელობებით: $N_0 k = R = 8{,}31 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$, $T = 273°{,}16$ $p = 1\text{atm} = 1{,}013 \cdot 10^6 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ —მივიღებთ

$$V_m = 22{,}414 \cdot 10^3 \text{cm}^3 = 22{,}414 \text{ litr}.$$

კლაპეირონის განტოლება შეიძლება აბსოლუტური ტემპერატურის გასაზომად გამოვიყენოთ. აბსოლუტური ტემპერატურა განვსაზღვრეთ მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგიის საშუალებით, მაგრამ ეს განსაზღვრა არ გამოგვადგება მისი პრაქტიკული გაზომვისათვის, ვინაიდან მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერგიის გაზომვა უშუალოდ არ შეგვიძლია. იდეალური გაზი კი გვაძლევს ტემპერატურის პრაქტიკულად გაზომვის საშუალებას. მართლაც, ვთქვათ, გვინდა რომელიმე სხეულის ტემპერატურის გაზომვა. შევახოთ ამ სხეულს ჭურჭელი იდეალური გაზით. გარკვეული დროის შემდეგ დამყარდება წონასწორობის მდგომარეობა[1] და გაზი მიიღებს სხეულის ტემპერატურას. საკმარისია, ამის შემდეგ გავზომოთ გაზის წნევა, მოცულობა და მასა, რომ (VII,9) ფორმულის მიხედვით, განვსაზღვროთ აბსოლუტური ტემპერატურა. გაზომვა კიდევ უფრო გამარტივდება, თუ ცნობილია იდეალური გაზის p_0 წნევა რომელიმე გარკვეულ (მაგალითად, ყინულის დნობის) T_0 ტემპერატურისათვის. ამ შემთხვევაში საკმარისია გასაზომი ტემპერატურის მქონე სხეულთან წონასწორობაში მყოფი იდეალური გაზის მოცულობა გავხადოთ ისეთივე, როგორიც იყო T_0 ტემპერატურისა და p_0 წნევის პირობებში და გავზომოთ მისი p წნევა.

---

[1] წონასწორობის მდგომარეობის დამყარების მომენტში შეწყდება გაზის წნევისა და მოცულობის შეცვლა.

მაშინ (VII,9) განტოლებიდან გამომდინარე შეფარდების მიხედვით

$$\frac{T}{T_0}=\frac{p}{p_0}, \qquad (V=V_0),$$

შეიძლება გამოვითვალოთ გასაზომი ტემპერატურა. ტემპერატურის ასეთი გაზომვის ერთადერთი პრინციპული ნაკლი იმაში მდგომარეობს, რომ იდეალური გაზის მდგომარეობა ბუნებაში არ არსებობს. მიუხედავად ამისა, თუ გამოვიყენებთ საკმაოდ გაიშვიათებულ გაზს (მაგალითად, წყალბადს), შეიძლება ძალიან დიდი სიზუსტით ვაწარმოოთ გაზომვა. თერმიული გაზომვებისადმი მიძღვნილ თავში დეტალურად გავარჩევთ იდეალური გაზით აბსოლუტური ტემპერატურის გაზომვის მეთოდებს.

§ 31. იდეალური გაზის გაფართოების, კუმშვისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები

გამოვითვალოთ იდეალური გაზის ზოგიერთი დამახასიათებელი სიდიდე. ჯერ ვიპოვოთ გაფართოების კოეფიციენტი. განსაზღვრის თანახმად,

$$\alpha=\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

ამ ფორმულის თანახმად, (VII,9) განტოლებიდან მივიღებთ

$$\alpha=\frac{1}{T_0}, \qquad (VII,12)$$

სადაც T_0 არის ყინულის დნობის აბსოლუტური ტემპერატურა. როგორც ვხედავთ, იდეალური გაზის გაფართოების კოეფიციენტი არის გაზის გვარობისაგან დამოუკიდებელი მუდმივი სიდიდე. ეს კანონი ექსპერიმენტულად აღმოაჩინა ფრანგმა ფიზიკოსმა გეი-ლუსაკმა და ამიტომ მას გეი-ლუსაკის კანონი (პირველი კანონი) ეწოდება. თვით გეი-ლუსაკის გაზომვების თანახმად, რეალური გაზების გაფართოების კოეფიციენტები, მართლაც, იყო ტოლი და დამოუკიდებელი გარეშე პირობებისაგან. α-ს რიცხვითი მნიშვნელობა გეი-ლუსაკმა მიიღო 0,00375-ის ტოლი. შემდეგმა გაზომვებმა არა მარტო შეცვალა ეს რიცხვი, არამედ გამოარკვია კიდეც, რომ სხვადასხვა გაზს გაზის ტემპერატურასა და წნევაზე დამოკიდებული გაფართოების სხვადასხვა კოეფიციენტი აქვს. მე-12 ცხრილში მოყვანილია ჰენინგისა და ჰაუზეს გაზომვების შედეგები.

თუ დავუშვებთ, რომ გაზის წნევა ნულისაკენ მიისწრაფვის, ე.ი. გაზი უსასრულოდ იშვიათდება, ყველა გაზისათვის მივიღებთ α-ს ერთსა და იმავე მნიშვნელობას: $\alpha = 0{,}0036604$. უკანასკნელ წლებში შესრულებული გაზომვები იძლევა ცოტა განსხვავებულ მნიშვნელობას:

$$\alpha = 0{,}003661.$$

რეალური გაზების გადახრა გეი-ლუსაკის კანონიდან (ერთმანეთისაგან განსხვავებული და ცვალებადი გაფართოების კოეფიციენტები) გამოწვეულია იმით, რომ ისინი არ იმყოფებიან იდეალური გაზის მდგომარეობაში. მხოლოდ საკმაოდ დიდი გაიშვიათების პირობებში რეალური გაზები უახლოვდება იდეალური გაზის მდგომარეობას. შემდეგში, რეალური გაზების განხილვისას, დაუბრუნდებით ამ საკითხს და შევეცდებით გავარკვიოთ აღნიშნული გადახრის მიზეზები.

ცხრილი 12

გაზი	გაფართოების კოეფიციენტი α
He	$0{,}0036604 - 19.10^{-7}\ p_0$
H_2	$0{,}0036604 - 12.10^{-7}\ p_0$
N_2	$0{,}0036604 + 127.10^{-7}\ p_0$

სრულიად იგივე ითქმის იდეალური გაზის წნევის თერმული β კოეფიციენტის შესახებ. განსაზღვრის თანახმად,

$$\beta = \frac{1}{p_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V.$$

აქედან (VII,9) განტოლების მიხედვით,

$$\beta = \frac{1}{T_0} = \alpha. \qquad \text{(VII,13)}$$

იდეალური გაზის წნევის თერმული კოეფიციენტი გაზის გვაროვნებისაგან დამოუკიდებელი მუდმივი სიდიდეა. ეს არის გეი-ლუსაკის მეორე კანონი.

რეალური გაზები ზუსტად არც ამ კანონს ემორჩილება. სხვადასხვა გაზს აქვს ერთმანეთისაგან განსხვავებული β, დამოკიდებული ტემპერატურასა და წნევაზე. მაგრამ ამ შემთხვევაშიც, რაც უფრო გაიშვიათებულია გაზები, მით უფრო უახლოვდება მათი წნევის თერმული კოეფიციენტები ერთმანეთს. ზღვარში β-სათვის ვღებულობთ გაფართოების კოეფიციენტის ტოლ მნიშვნელობას 0,003661, როგორც ეს უნდა იყოს იდეალური გაზისათვის. მე-13 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი გაზის გაფართოებისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები ატმოსფერული წნევისა და ცელსიუსის

0°-თვის. როგორც ეს ცხრილი გვიჩვენებს, რეალური გაზები იმდენად მცირედ განსხვავდება იდეალური გაზის მდგომარეობისაგან, რომ პირველი მიახლოებით ისინი, მართლაც, შეიძლება განვიხილოთ, როგორც იდეალური გაზები.

ცხრილი 13

გაზი	α	β
He	0,0036582	0,0036606
H_2	0,0036588	0,0036621
N_2	0,0036733	0,0036746
ჰაერი	0,0036728	0,0036744

დასასრულ, გამოვითვალოთ იდეალური გაზის კუმშვის კოეფიციენტი. განსაზღვრის თანახმად,

$$\gamma = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T .$$

ამიტომ იდეალური გაზისათვის

$$\gamma = \frac{1}{p}, \qquad \text{(VII,14)}$$

ე. ი. კუმშვის კოეფიციენტი წნევის უკუპროპორციულია. შემდეგში, იზოთერმული პროცესის განხილვის დროს, ისევ დავუბრუნდებით გაზების კუმშვადობის საკითხს. ახლა კი აღვნიშნავთ მხოლოდ იმას, რომ რეალური გაზები ზუსტად არ ემორჩილება (VII,14) ფორმულით გამოსახულ კანონს.

§ 32. იდეალური გაზის ენერგია და სითბოტევადობა

ჯერ ვიპოვოთ იდეალური გაზის ენერგია. რადგან უგულებელვყოფთ მოლეკულების ურთიერთქმედებას, გაზის სრული ენერგია დაიყვანება მოლეკულების კინეტიკური ენერგიების ჯამამდე:

$$E = \sum_1^N \varepsilon_k . \qquad \text{(VII,15)}$$

ზემოთ ჩვენ უგულებელვყავით მოლეკულების სიდიდე, ე. ი. ისინი განვიხილეთ, როგორც ნივთიერი წერტილები. ასეთი უგულებელყოფა კლაპეირონის განტოლების გამოყვანის დროს სრულიად მართებული იყო, ვინაიდან საკმაოდ დიდი გაიშვიათების პირობებში მოლეკულების მოცულობათა ჯამი ძალიან მცირეა ჭურჭლის მოცულობასთან შედარებით. სულ სხვა მდგომარეობაა ენერგიის განსაზღვრის შემთხვევაში. შემდეგში ვნახავთ, რომ როგორც გადატანითს (ერთი ღერძის გასწვრივ), ისე ბრუნვითსა (ერთი ღერძის ირგვლივ) და რხევითს (ერთი ღერძის გასწვრივ) მოძრაო-

ბებს ეთანადებათ საშუალო კინეტიკური ენერგიის ერთი და იგივე მნიშვნელობა. თუ გავიხსენებთ, რომ მოლეკულა რამდენიმე ატომისაგან შემდგარი სისტემაა, ცხადი იქნება, რომ შესაძლებელია მისი ბრუნვა და მისი შემადგენელი ატომების რხევა. ეს კი მოგვცემს დამატებითს ენერგიას, რომლის უგულებელყოფა ყოვლად შეუძლებელია. იმისდა მიხედვით, თუ რამდენატომიანია გაზის მოლეკულა და რამდენი სხვადასხვა სახის მოძრაობა შეიძლება შეასრულოს, გაზის ენერგიისათვის მივიღებთ სხვადასხვა მნიშვნელობას.

წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ გაზი ერთატომიანია. ატომს წარმოვიდგენთ, როგორც ნივთიერ წერტილს[1] და ამიტომ მოლეკულას შეუძლია მხოლოდ გადატანითი მოძრაობის შესრულება. ამ შემთხვევაში გაზის ენერგიისათვის მივიღებთ

$$E=\sum_{1}^{N}\frac{m_i v_i^2}{2}. \qquad \text{(VII,16)}$$

გავყოთ და გავამრავლოთ ეს გამოსახულება მოლეკულათა საერთო N რიცხვზე, მივიღებთ

$$E=N\cdot\frac{1}{N}\sum_{1}^{N}\frac{m_i v_i^2}{2}.$$

განსაზღვრის თანახმად, მეორე მამრავლი არის მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერგია $\overline{\varepsilon_k}$. ამიტომ

$$E=N\,\overline{\varepsilon_k}=N\,\overline{\frac{mv^2}{2}}. \qquad \text{(VII,17)}$$

მაგრამ ჩვენ ვიცით, რომ გადატანითად მოძრავი მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერგია ტემპერატურასთან დაკავშირებულია შემდეგი ფორმულით:

$$\overline{\frac{mv^2}{2}}=\frac{3}{2}kT.$$

ჩასმა (VII,17) ფორმულაში მოგვცემს

$$E=\frac{3}{2}NkT. \qquad \text{(VII,18)}$$

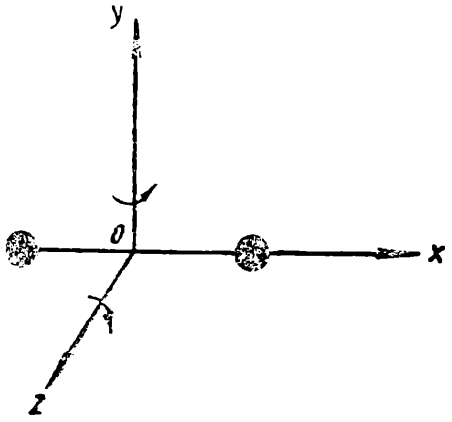
---

[1] რასაკვირველია, ატომი არ წარმოადგენს ნივთიერ წერტილს, მაგრამ ცდა და აგრეთვე თანამედროვე კვანტური თეორია გვიჩვენებს, რომ გაზის ენერგიის განსაზღვრის დროს შეგვიძლია უგულებელვყოთ ატომის შემადგენელი ნაწილაკების მოძრაობა.

თუ N-ს გამოვსახავთ ავოგადროს რიცხვის საშუალებით და მხედველობაში მივიღებთ (VII,8) ფორმულას, საბოლოოდ გვექნება

$$E=\frac{3}{2}\frac{M}{\mu}RT=\frac{3}{2}pV. \qquad \text{(VII,19)}$$

ახლა განვიხილოთ ორატომიანი მოლეკულებისაგან შემდგარი იდეალური გაზი. ვინაიდან მოლეკულა ორატომიანია, მას შეუძლია როგორც გადატანითი, ისე ბრუნვითი და რხევითი მოძრაობების შესრულება. მართლაც, განვიხილოთ ორატომიანი მოლეკულა, ე. ი. ორი ნივთიერი წერტილისაგან შემდგარი სისტემა (ნახ. 56). ასეთ სისტემას შეუძლია ჯერ ერთი მოძრაობა გადატანითად — სამი ღერძის გასწვრივ, როგორც მყარ სხეულს. ამ მოძრაობას ეთანადება კინეტიკური ენერგია



ნახ. 56.

$$\frac{mv_c^2}{2},$$

სადაც m არის მოლეკულის მასა, ხოლო v_c — მისი მასის ცენტრის სიჩქარე. გარდა ამისა, მოლეკულას შეუძლია ბრუნვა ორი ურთიერთპერპენდიკულარული და ატომების შემაერთებელი წრფის პერპენდიკულარული OY და OZ ღერძების ირგვლივ. ამ ბრუნვათა სათანადო კინეტიკური ენერგიები იქნება

$$\frac{J_1\omega_1^2}{2} \quad \text{და} \quad \frac{J_2\omega_2^2}{2},$$

სადაც J_1 და J_2 არის ინერციის მომენტები OY და OZ ღერძების მიმართ, ხოლო ω_1 და ω_2—სათანადო კუთხური სიჩქარეები.

დასასრულ, შესაძლებელია კიდევ მოლეკულის შემადგენელი ატომების რხევა ამ ატომების შემაერთებელი წრფის გასწვრივ. თუ დავუშვებთ, რომ რხევა ჰარმონიულია, მაშინ სათანადო სრული ენერგიისათვის მივიღებთ

$$\frac{\mu}{2}\left(\dot{x}^2+\omega^2x^2\right), \quad \mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2},$$

რადგან რხევითს მოძრაობას ახასიათებს როგორც კინეტიკური, ისე პოტენციალური ენერგია. აქ μ არის დაყვანილი მასა, x—გა-

დახრა, $\dot{x}$—რხევის სიჩქარე, ხოლო ω რხევის სიხშირე. საბოლოოდ ორატომიანი მოლეკულის ენერგიისათვის მივიღებთ

$$\varepsilon = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2} + \frac{\mu}{2}(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2); \qquad \text{(VII,20)}$$

გაზის მთელი ენერგიისათვის გვექნება

$$E = N\left(\overline{\frac{mv_c^2}{2}} + \overline{\frac{J_1\omega_1^2}{2}} + \overline{\frac{J_2\omega_2^2}{2}} + \overline{\frac{\mu}{2}(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2)}\right).$$

როგორც ვხედავთ, ორატომიან მოლეკულას შეუძლია შეასრულოს სამი სხვადასხვა სახის მოძრაობა: გადატანითი, ბრუნვითი და რხევითი. გადატანითი მოძრაობა წარმოებს სამი მიმართულებით, ბრუნვითი—ორი ღერძის ირგვლივ, ხოლო რხევითი—ერთი მიმართულებით.

ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელ იმ მოძრაობათა რიცხვს, რომლებიც შეიძლება შეასრულოს სისტემამ, ეწოდება სისტემის თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი. ცხადია, ერთატომიან მოლეკულას აქვს თავისუფლების სამი ხარისხი, ორატომიანს—ექვსი და ა. შ. ერთატომიანი მოლეკულის სამივე თავისუფლების ხარისხი არის გადატანითი. ორატომიანი მოლეკულის თავისუფლების ხარისხთა შორის, როგორც ზემოთ ვნახეთ, სამი არის გადატანითი, ორი—ბრუნვითი და ერთი—რხევითი. რასაკვირველია, შეიძლება დავუშვათ, რომ ორატომიანი მოლეკულის ატომებს შორის მანძილი უცვლელია („მყარი მოლეკულა“) ისე, რომ ატომებს არ შეუძლია რხევა. ამ შემთხვევაში თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი იქნება ხუთი (სამი გადატანითი და ორი ბრუნვითი). შემდეგში ჩვენ დავამტკიცებთ, რომ თავისუფლების ყოველი ხარისხის სათანადო კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა არის $\frac{1}{2}kT$. მექანიკაში მცირე რხევების განხილვისას დავინახეთ, რომ რხევითი მოძრაობის დროს წერტილს, კინეტიკური ენერგიის გარდა, აქვს პოტენციალური ენერგიაც, რომლის საშუალო მნიშვნელობა ისეთივეა, როგორც კინეტიკურისა, ე. ი. $\frac{1}{2}kT$-ს ტოლია. ამიტომ რხევის თავისუფლების ხარისხის სათანადო სრული ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა იქნება kT. ყოველ გადატანითსა და ბრუნვითს თავისუფლების ხარისხს ეთანადება სა-

შუალო ენერგია $\frac{1}{2}kT$, ხოლო რხევითს—kT. თუ მხედველობაში მივიღებთ ყოველივე ზემოთქმულს, ორატომიანი მოლეკულის საშუალო ენერგიისათვის გვექნება

$$\bar{\varepsilon} = \frac{7}{2}kT; \qquad \text{(VII,21)}$$

მთელი გაზის ენერგია კი

$$E = \frac{7}{2}NkT. \qquad \text{(VII,22)}$$

თუ დავუშვებთ, რომ მოლეკულა „მყარია" (ატომები არ ირხევა), სათანადო ფორმულებს ექნება შემდეგი სახე:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{5}{2}kT \qquad \text{(VII,21}^{\text{I}}\text{)}$$

და

$$E = \frac{5}{2}NkT. \qquad \text{(VII,22}^{\text{I}}\text{)}$$

სრულიად ანალოგიურად გამოითვლება სამ-, ოთხ- და, საზოგადოდ, მრავალატომიანი გაზის ენერგია, მხოლოდ უნდა გამოირკვეს, როგორია მისი თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი. ამის გამოსარკვევი ზოგადი წესი შემდეგია: თუ მოლეკულაში შემავალ ატომთა რიცხვი არის n, ყველა შესაძლო დამოუკიდებელ მოძრაობათა, ე. ი. თავისუფლების ხარისხთა, რიცხვი არის $3n$, ვინაიდან ყოველ ატომს შეუძლია მოძრაობა სამი მიმართულებით. ამ $3n$ მოძრაობიდან სამი იქნება მოლეკულის, როგორც მთლიანი სისტემის, გადატანითი მოძრაობა, სამი — ბრუნვითი (თუ ატომები განლაგებულია წრფეზე, იქნება მხოლოდ ორი ბრუნვითი მოძრაობა) და დანარჩენი $3n-6$ (წრფივი მოლეკულისათვის $3n-5$) — რხევითი. ვინაიდან ყოველი მიმართულების გადატანითსა და ბრუნვითს მოძრაობას ეთანადება საშუალო ენერგია $\frac{1}{2}kT$, ხოლო რხევითს $2\cdot\frac{1}{2}kT$, ამიტომ გაზის სრული ენერგია არაწრფივი მოლეკულისათვის

$$E = 3(n-1)NkT, \qquad \text{(VII,23)}$$

წრფივი მოლეკულისათვის

$$E = \left\{3(n-1)+\frac{1}{2}\right\}NkT. \qquad \text{(VII,23}^{\text{I}}\text{)}$$

ავოგადროს რიცხვის შემოღებისა და (VII,8) ფორმულის გამოყენების შემდეგ ორატომიანი გაზისათვის გვექნება

$$E=\frac{7}{2}\frac{M}{\mu}RT \quad \text{და} \quad E=\frac{5}{2}\frac{M}{\mu}RT, \tag{VII,24}$$

მრავალატომიანი გაზისათვის

$$\begin{cases} E=3(n-1)\dfrac{M}{\mu}RT \text{ ან} \\ E=\left\{3(n-1)+\dfrac{1}{2}\right\}\dfrac{M}{\mu}RT. \end{cases} \tag{VII,25}$$

როგორც ვხედავთ, იდეალური გაზის ენერგია აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია და არაა დამოკიდებული მოლეკულისა და მისი შემადგენელი ატომების მოძრაობის ხასიათზე (ბრუნვითი და რხევითი მოძრაობის სიხშირეზე).

როგორც ახლა დავინახავთ, ეს შედეგი არ ეთანხმება ცდების შედეგებს; აქ მიღებულ შედეგსა და ცდის მონაცემებს შორის განსხვავება მით უფრო დიდია, რაც უფრო დაბალია ტემპერატურა.

განვიხილოთ იდეალური გაზის სითბოტევადობა. III თავში ჩვენ შემოვიღეთ შემდეგი სითბოტევადობანი: კუთრი სითბოტევადობა მუდმივი მოცულობის პირობებში

$$c_v=\frac{1}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v \tag{VII,26}$$

და კუთრი სითბოტევადობა მუდმივი წნევის პირობებში

$$c_p=\frac{1}{M}\left\{\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p+p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right\}. \tag{VII,27}$$

განვსაზღვროთ ეს სიდიდეები იდეალური გაზისათვის.

ვინაიდან იდეალური გაზის ენერგია დამოკიდებულია მხოლოდ ტემპერატურაზე

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v=\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p,$$

ამიტომ

$$c_p=c_v+\frac{p}{M}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p; \tag{VII,28}$$

მეორე მხრივ, (VII,9) განტოლების თანახმად,

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{M}{\mu}\frac{R}{p}.$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$c_p = c_v + \frac{R}{\mu}, \qquad \text{(VII,29)}$$

ანუ

$$\mu c_p = \mu c_v + R. \qquad \text{(VII,30)}$$

იდეალური გაზის მოლეკულური სითბოტევადობა მუდმივი წნევის პირობებში ტოლია მუდმივი მოცულობის პირობებში მოლეკულური სითბოტევადობისა და გაზების უნივერსალური მუდმივის ჯამისა.

(VII,19), (VII,24) და (VII,25) განტოლებების გამოყენებით მივიღებთ

ერთატომიანი გაზისათვის $\mu c_v = \frac{3}{2} R$ და $\mu c_p = \frac{5}{2} R$; (VII,31)

„მყარმოლეკულიანი“ ორატომიანი გაზისათვის

$$\mu c_v = \frac{5}{2} R \quad \text{და} \quad \mu c_p = \frac{7}{2} R; \qquad \text{(VII,32)}$$

რხევადატომებიანი ორატომიანი გაზისათვის

$$\mu c_v = \frac{7}{2} R \quad \text{და} \quad \mu c_p = \frac{9}{2} R; \qquad \text{(VII,32}^{\text{I}}\text{)}$$

წრფივმოლეკულიანი მრავალატომიანი გაზისათვის

$$\mu c_v = \left\{3(n-1) + \frac{1}{2}\right\} R \quad \mu c_p = \left\{3(n-1) + \frac{3}{2}\right\} R; \qquad \text{(VII,33)}$$

მრავალატომიანი გაზისათვის

$$\mu c_v = 3(n-1)\, R, \quad \mu c_p = (3n-2)\, R. \qquad \text{(VII,33}^{\text{I}}\text{)}$$

როგორც ეს ფორმულები გვიჩვენებს, იდეალური გაზის მოლეკულური სითბოტევადობა მუდმივი სიდიდეა, რომელიც განისაზღვრება მხოლოდ მოლეკულის მოძრაობის თავისუფლების ხარისხთა რიცხვით.

მაგალითად, ყველა ერთატომიანი გაზისათვის (*He*, *Ne*, *Ar*, *Kr*...)

$$\mu c_v = \frac{3}{2} R \cong 3 \frac{cal}{grad} \quad \text{და} \quad \mu c_p = \frac{5}{2} R \cong 5 \frac{cal}{grad}. \qquad \text{(VII,33}^{\text{II}}\text{)}$$

ორატომიანი გაზებისათვის (H_2, O_2, N_2, HCl, CO და ა. შ.), იმისდა მიხედვით „მყარი“ თუ არამყარია მათი შემადგენელი მოლეკულები, მივიღებთ

$\mu c_v \cong 5 \frac{cal}{grad}$ და $\mu c_p \cong 7 \frac{cal}{grad}$ „მყარი“ მოლეკულებისათვის,

$\mu c_v \cong 7 \frac{cal}{grad}$ და $\mu c_p \cong 9 \frac{cal}{grad}$ „არამყარი“ მოლეკულებისათვის.

მიღებული თეორიული შედეგები შევადაროთ ექსპერიმენტით მიღებულ შედეგებს. ერთატომიანი გაზების შემთხვევაში თეორიის შედეგები ძალიან კარგად თანხვდება ცდის შედეგებს (ცხრ. 14). ექსპერიმენტის ცდომილების ფარგლებში მოლეკულური სითბოტევადობა ერთი და იგივეა ყველა ერთატომიანი გაზისათვის და არ იცვლება ტემპერატურის ცვლილების დროს.

ცხრილი 14

გაზი	T	μc_v
He	291	3,008
	93	2,919
	26	2,99
	22	3,00
	18	3,02
Ar	288	3,07
	93	2,86
Hg	550	2,97

ორ, სამ- და, საზოგადოდ, მრავალატომიანი გაზების შემთხვევაში თანხვდენა არ არის ასეთი კარგი. ჯერ ერთი, ცდების თანახმად, სითბოტევადობა დამოკიდებულია ტემპერატურაზე, სახელდობრ, მცირდება უკანასკნელის შემცირებასთან ერთად (ცხრ. 15). გარდა ამისა, სხვადასხვა გაზს, რომელთა მოლეკულები შეიცავს ატომების ერთსა და იმავე რიცხვს, აქვს სხვადასხვა სითბოტევადობა.

ცხრილი 15

გაზების მოლეკულური სითბოტევადობა μc_v

გაზი	ტემპერატურა ცელსიუსით					
	0°	100°	200°	500°	1200°	2000°
H_2	4,87	4,93	5,04	5,16	5,67	6,28
N_2, O_2, CO	4,99	5,05	5,15	5,26	5,75	6,3
HCl	5,00	5,09	5,27	5,46	6,13	6,9
Cl_2	5,95	6,3	6,7	6,9	7,1	7,2
H_2O	5,93	6,00	6.60	7,00	8,5	11,0
CO_2	6,68	7,69	9,04	9,75	10,6	11.1
SO_2	7,2	8,1	(9,2)	(9,8)	(10,6)	(11,1)
NH_3	6,42	7,05	8,3	9,5	11,4	—

ცხრილი 15ა

წყალბადის μc_v დაბალ ტემპერატურებზე

T	35°	50°	80°	100°	273°
μc_v	2,98	3,01	3,14	3,42	4,87

გავარჩიოთ წყალბადის შემთხვევა. ამ ცხრილიდან ჩანს, რომ დაბალ ტემპერატურებზე წყალბადის μc_v არის დაახლოებით $3\frac{cal}{grad}$, ე. ი, ისეთი, როგორიც უნდა ჰქონდეს ერთატომიან გაზს. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს წყალბადის მოლეკულას დაბალ ტემპერატურებზე არ შეუძლია არც ბრუნვა და არც რხევა. მხოლოდ ტემპერატურის გაზრდა აძლევს მას საშუალებას შეასრულოს აღნიშნული მოძრაობები. მაღალი ტემპერატურებისათვის μc_v უახლოვდება მნიშვნელობას $5\frac{cal}{grad}$, რომელიც აქვს ორატომიანი „მყარი“ მოლეკულებისაგან შემდგარ გაზს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ტემპერატურის გაზრდამ გამოიწვია ბრუნვითი მოძრაობის წარმოშობა და სითბოტევადობის გაზრდა. ანალოგიური მდგომარეობაა სხვა გაზების შემთხვევაშიც. მაგალითად, ჰაერის სითბოტევადობა $273°K$-ზე უდრის $4{,}99 \sim 5\frac{cal}{grad}$, ე. ი. ორატომიანი „მყარი“ მოლეკულებისაგან შემდგარი გაზის სითბოტევადობის ტოლია (მოლეკულა მოძრაობს გადატანითად და აგრეთვე ბრუნავს). ტემპერატურის გაზრდის შედეგად იგი უახლოვდება მნიშვნელობას $7\frac{cal}{grad}$, რომელიც უნდა ჰქონდეს რხევად-ორატომიანი მოლეკულებისაგან შემდგარ გაზს.

ყოველივე ეს სრულიად გაუგებარია ჩვენ მიერ განხილული თეორიის მიხედვით. ჯერ ერთი, გაუგებარია, რატომ ჩნდება ტემპერატურის ზრდის შედეგად თავისუფლების ახალი ხარისხები (ბრუნვითი და რხევითი). ამასაც რომ თავი დავანებოთ, გაუგებარია ტემპერატურის ზრდასთან ერთად, თუ, რატომ იცვლება სითბოტევადობა თანდათანობით და არა ნახტომებით. მართლაც, ვინაიდან ბრუნვისა და რხევის სათანადო საშუალო ენერგია დამოუკიდებელია ამ მოძრაობების სიხშირისაგან, როგორც კი ეს მოძრაობები წარმოიშვება, სითბოტევადობა მაშინვე უნდა გაიზარდოს ნახტომისებურად $3\frac{cal}{grad}$-დან $5\frac{cal}{grad}$-მდე (ბრუნვითი მოძრაობის დამატება) და შემდეგ $7\frac{cal}{grad}$-მდე (რხევითი მოძრაობის დამატება).

აღნიშნული გადახრების ახსნა მოხერხდა მხოლოდ თანამედროვე კვანტური თეორიის საშუალებით, რომლის თანახმად, თავისუფლების ყოველი ხარისხის სათანადო საშუალო ენერგია, გარდა

ტემპერატურისა, დამოკიდებულია მოძრაობის სიხშირეზე. მხოლოდ საკმარისად მაღალი ტემპერატურებისათვის უახლოვდებიან გაზების სითბოტევადობანი კლასიკური თეორიით მიღებულ მნიშვნელობებს. სითბოტევადობათა კვანტურ თეორიას განვიხილავთ კურსის ბოლოში, თანამედროვე კვანტური თეორიის გარჩევის დროს.

დასასრულ განვსაზღვროთ სითბოტევადობათა შეფარდება იდეალური გაზებისათვის

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} . \qquad \text{(VII,34)}$$

ეს სიდიდე ხშირად შეგვხვდება შემდეგში და, გარდა ამისა, პრაქტიკულად მისი გაზომვა უფრო ადვილია, ვიდრე c_v-სი. ჩვეულებრივად, ზომავენ c_p-სა და $\varkappa$-ს და შემდეგ გამოიანგარიშებენ c_v-ს.

ერთატომიანი გაზებისათვის (VII,31) ფორმულების თანახმად

$$\varkappa = \frac{5}{3} = 1{,}666. \qquad \text{(VII,34}^{\text{I}}\text{)}$$

ცდები იძლევა შემდეგ სიდიდეებს: He-სათვის $\varkappa = 1{,}66$; A-სათვის $\varkappa = 1{,}67$; Hg-სათვის (ორთქლი) $\varkappa = 1{,}67$.

როგორც ვხედავთ, თეორიასთან თანხვდენა ძალიან კარგია.

ორატომიანი „მყარმოლეკულიანი“ გაზებისათვის

$$\varkappa = \frac{7}{5} = 1{,}4. \qquad \text{(VII,34}^{\text{II}}\text{)}$$

ცდების თანახმად, ჩვეულებრივ ტემპერატურებზე (18°C) $\varkappa$-ს აქვს შემდეგი მნიშვნელობები:

ცხრილი 15 ბ

გაზი	H_2	ჰაერი	N_2	O_2	CO	HCl	NO
$\varkappa$	1,407	1,405	1,400	1,396	1,40	1,41	1,39

ამ შემთხვევაშიც თანხვდენა ძალიან კარგია. მრავალატომიანი გაზის შემთხვევაში

$$\varkappa = 1 + \frac{1}{3(n-1)} .$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ყოველთვის $\varkappa > 1$. რაც უფრო მეტია მოლეკულაში შემავალი ატომების რიცხვი, მით უფრო ახლოსაა $\varkappa$ ერთთან.

სითბოტევადობის საშუალებით ენერგიის ფორმულას შეიძლება

მივცეთ უფრო მარტივი სახე. მართლაც (VII,25) და (VII,33) ფორმულების თანახმად

$$E = Mc_v T. \qquad \text{(VII,35)}$$

ამ ფორმულის უპირატესობა იმაშია, რომ მისი სახე ერთი და იგივეა იმისდა მიუხედავად, თუ რამდენ ატომს შეიცავს გაზის მოლეკულა. შემდეგში ჩვენ თითქმის ყოველთვის ამ ფორმულას გამოვიყენებთ.

§ 33. იდეალური გაზის ენტროპია. თავისუფალი ენერგია და თერმოდინამიკური პოტენციალი

ვისარგებლოთ (V,20) ფორმულით

$$S_2 = S_1 + \int_1^2 \frac{dE + pdV}{T}. \qquad \text{(VII,36)}$$

შემდეგისათვის უფრო ხელსაყრელია, თუ საწყის მდგომარეობას აღვნიშნავთ ნიშნაკით 0 და არა ერთით, ხოლო ბოლო მდგომარეობას დავტოვებთ სრულიად უნიშნაკოდ. მივიღებთ

$$S = S_0 + \int \frac{dE + pdV}{T}.$$

ახლა გამოვიყენოთ კლაპეირონის განტოლება და (VII,35) ფორმულა

$$\frac{p}{T} = \frac{MR}{\mu V}, \qquad \text{(VII,37)}$$

$$dE = Mc_v dT. \qquad \text{(VII,38)}$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$S = S_0 + \int Mc_v \frac{dT}{T} + \int \frac{MR}{\mu} \frac{dV}{V}.$$

ინტეგრების შემდეგ მივიღებთ

$$S = S_0 + M\left(c_v \ln T + \frac{R}{\mu} \ln V\right). \qquad \text{(VII,39)}$$

ფორმულაში შემავალ S_0 მუდმივ სიდიდეს მნიშვნელობა არა აქვს, ვინაიდან პრაქტიკულად შეიძლება მხოლოდ ენტროპიათა სხვაობის გაზომვა.

(VII,39) ფორმულა საშუალებას გვაძლევს მაკროსკოპული მდგომარეობის ალბათობა გამოვსახოთ ტემპერატურისა და მოცულობის საშუალებით. მართლაც, ენტროპიის განსაზღვრის თანახმად,

$$S = k \ln W;$$

(VII,39) ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს

$$k\ln\frac{W}{W_0}=M\left(c_v\ln T+\frac{R}{\mu}\ln V\right), \qquad \text{(VII,40)}$$

ანუ

$$W=W_0\cdot T^{\frac{Mc_v}{k}}\cdot V^{\frac{MR}{\mu k}}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ $\frac{MR}{\mu}=Nk$, გვექნება

$$W=W_0\cdot T^{\frac{Mc_v}{k}}\cdot V^N. \qquad \text{(VII,41)}$$

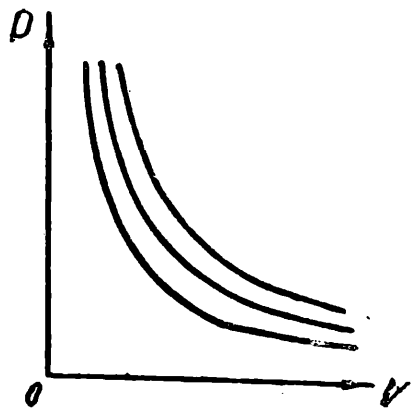
ამ ფორმულის საშუალებით ადვილად შეიძლება ერთმანეთს შევადაროთ გაზის ორი სხვადასხვა მდგომარეობის ალბათობანი.

§ 34. იზოთერმული პროცესი და ბოილ-მარიოტის კანონი

ახლა განვიხილოთ იდეალური გაზის მიერ შესრულებული სხვადასხვაგვარი პროცესი. დავიწყოთ იზოთერმული პროცესით. როგორც ვიცით, იზოთერმული პროცესის დროს ტემპერატურა მუდმივია ($T=const$). ამიტომ კლაპეირონის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$pV=\text{const}, \qquad \text{(VII,42)}$$

ე. ი. იზოთერმული პროცესის დროს წნევის ნამრავლი მოცულობაზე მუდმივი სიდიდეა. ამ კანონს, რომელიც ექსპერიმენტულად აღმოაჩინეს ინგლისელმა ფიზიკოსმა ბოილმა (1662 წ.) და ფრანგმა ფიზიკოსმა მარიოტმა (1676 წ.), ეწოდება ბოილ-მარიოტის კანონი.



ნახ. 57.

ეს კანონი შეიძლება გამოვხატოთ გრაფიკულად, თუ გამოვიყენებთ მდგომარეობის დიაგრამას (ნახ. 57). კოორდინატთა ღერძებზე გადავზომოთ მოცულობა და წნევა. როგორც ანალიზური გეომეტრიიდანაა ცნობილი, (VII,43) განტოლებით გამოხა-

ტული მრუდი წარმოადგენს ჰიპერბოლას, რომლისთვისაც OV და Op ღერძები ასიმპტოტებია. მრუდს, რომელიც გამოხატავს იზოთერმულ პროცესს, ეწოდება იზოთერმა. ნახაზზე დახაზულია იზოთერმები სხვადასხვა ტემპერატურისათვის. ცხადია, რაც უფრო მაღალია ტემპერატურა, მით უფრო მაღლა მდებარეობს ნახაზზე იზოთერმა. გასაგებია აგრეთვე, რომ ორი იზოთერმა არავითარ შემთხვევაში არ შეიძლება გადაიკვეთოს.

ახლა ვნახოთ, რამდენად ეთანხმება ცდის შედეგები ბოილ-მარიოტის კანონს. მე-16 ცხრილში მოყვანილია ფრანგი ფიზიკოსის ამაგას მიერ აზოტისა და ჰაერისათვის ცდით მიღებული შედეგები.

როგორც ვხედავთ, pV ნამრავლი მართლაც წარმოადგენს თითქმის მუდმივ სიდიდეს. ჩვენ ვამბობთ „თითქმის“, ვინაიდან ზუსტ მუდმივობას ადგილი არა აქვს. ცხრილში მოყვანილი რიცხვები გვიჩვენებს, რომ დაწყებული ატმოსფერული წნევიდან pV ნამრავლი თანდათან მცირდება, აღწევს მინიმუმს გარკვეული წნევისათვის (სხვადასხვა გაზისათვის სხვადასხვას) და შემდეგ ისევ იწყებს ზრდას.

ცხრილი 16

Patm.	pV—N_2	pV—ჰაერი
1,00	1,0000	1,0000
6,58	0,9981	0,9977
13,16	0,9963	0,9951
26,32	0,9929	0,9901
52,7	0,9896	0,9824
59,2	0,9893	0,9813
78,9	0,9907	0,9805
105,1	0,9958	0,9821
131,6	1,0066	0,9893
210,6	1,0566	1,0302
289,5	1,1207	1,0866

ბოილ-მარიოტის კანონის შემოწმება დაბალი წნევებისათვის ჩაატარა ინგლისელმა ფიზიკოსმა რელეიმ. მან გამოარკვია, რომ ამ შემთხვევაში გადახრები ბოილ-მარიოტის კანონიდან ძალიან მცირეა და ეს გადახრები თანდათან მცირდება წნევის შემცირებასთან ერთად. ეს სრულიად გასაგებია, ვინაიდან, რაც უფრო ნაკლებია წნევა, მით უფრო ახლოსაა რეალური გაზები იდეალური გაზების მდგომარეობასთან. მეორე მხრივ, მაღალი წნევებისათვის გადახრები თანდათან იზრდება, რადგან მოლეკულების მიახლოება ერთმანეთთან ზრდის ურთიერთქმედებას მათ შორის. გადახრებს ბოილ-მარიოტის კანონიდან ჩვენ დეტალურად განვიხილავთ შემდეგში რეალური გაზების განხილვის დროს.

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ იცვლებიან იზოთერმული პროცესის დროს იდეალური გაზის ენერგია, ენტროპია და სხვა სიდიდეები. რადგან აღნიშნული პროცესის დროს ტემპერატურა უცვლელია, (VII,35) ფორმულის თანახმად, ენერგიაც უცვლელი იქნება

$$E = \text{const.} \qquad \text{(VII,43)}$$

აქედან თერმოდინამიკის პირველი კანონის თანახმად, მივიღებთ:

$$dQ = pdV, \qquad \text{(VII,44)}$$

ე. ი. იზოთერმული პროცესის დროს იდეალური გაზის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა გაზის მიერ შესრულებული გარეშე მუშაობის ტოლია.

მუშაობისათვის, რომელსაც იზოთერმული პროცესის დროს ასრულებს გაზი [1], მივიღებთ

$$A_1 = \int_1^2 pdV = \int_1^2 \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}dV = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad \text{(VII,45)}$$

ენტროპიისათვის (VII,38) ფორმულის თანახმად, გვექნება:

$$S = \frac{M}{\mu} R \ln V + \text{const}, \qquad \text{(VII,46)}$$

რადგან ტემპერატურის შემცველი წევრი მუდმივია.

ამ ფორმულის მნიშვნელობა თვალსაჩინოდ შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგნაირად. დავუშვათ, რომ გაზი იზოთერმულად ფართოვდება და მისი მოცულობა გაიზარდა ორჯერ. ეს იმას ნიშნავს, რომ იმ უჯრედთა რიცხვი, რომლებშიც შეიძლება მოხვდეს მოლეკულები მდგომარეობათა სიბრტყეზე, გაიზარდა აგრეთვე ორჯერ. თუ გაფართოებამდე მოცულობის უჯრედთა რიცხვი იყო i, ახლა იქნება $2i$. რადგან მოლეკულები, თუ გარეშე ველი არ არის, მოცულობის უჯრედებს შორის თანაბრადაა განაწილებული, ყოველ უჯრედში მოხვდება $\frac{N}{2i}$ მოლეკულა. მდგომარეობის ალბათობა გაფართოებამდე იყო

$$W_1 = \frac{N!}{\left[\left(\frac{N}{i}\right)!\right]^i}.$$

გაფართოების შემდეგ ალბათობისათვის გვექნება

$$W_2 = \frac{N!}{\left[\left(\frac{N}{2i}\right)!\right]^{2i}};$$

W_2-ის გაყოფით W_1-ზე და გალოგარითმებით მივიღებთ

$$\ln \frac{W_2}{W_1} = -2i \ln\left(\frac{N}{2i}\right)! + i \ln\left(\frac{N}{i}\right)!.$$

---

[1] მოვაგონებთ მკითხველს, რომ შეთანხმების თანახმად, სხეულზე შესრულებული მუშაობა აღნიშნულია A-თი, ხოლო სხეულის მიერ შესრულებული მუშაობა $A_1 = -A$.

სტირლინგის ფორმულის გამოყენება გვაძლევს

$$\ln\frac{W_2'}{W_1} = -N\ln\frac{N}{2i} + N + N\ln\frac{N}{i} - N = N\ln 2.$$

თუ ალბათობებიდან გადავალთ ენტროპიებზე, მივიღებთ

$$S_2 - S_1 = N\ln 2 = \frac{M}{\mu} R\ln 2. \qquad \text{(VII,47)}$$

მეორე მხრივ (VII,46) განტოლებიდან გვაქვს

$$S_2 - S_1 = \frac{M}{\mu} R\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{\mu} R\ln 2,$$

რადგან $V_2 = 2V_1$. როგორც ვხედავთ, ალბათობების საშუალებით გამოანგარიშებული ენტროპიების ცვლილება ზუსტად თანხვდება (VII,46) ფორმულით მიღებულ ცვლილებას. გამოყვანა გვიჩვენებს, რომ ენტროპიის ზრდა მოცულობის ზრდასთან ერთად გამოწვეულია მოლეკულების შესაძლო მდებარეობათა რიცხვის ზრდით: მოცულობის ორჯერ გაზრდა ერთიორად ზრდის შესაძლო მდებარეობათა რიცხვს, რაც, თავის მხრივ, იწვევს ალბათობის (ენტროპიის) სათანადო ზრდას. ეს გარემოება მარტივად ხსნის იდეალური გაზის თავისთავად გაფართოებას ჭურჭელში.

თავისუფალი ენერგიისათვის მივიღებთ

$$F = -\frac{M}{\mu} RT\ln V + \text{const},$$

ხოლო თერმოდინამიკური პოტენციალისათვის

$$\Phi = -\frac{M}{\mu} RT\ln V + pV + \text{const}.$$

§ 35. იზოქორული პროცესი

დავუშვათ ახლა, რომ გაზი ასრულებს იზოქორულ პროცესს, ე. ი. მისი მოცულობა უცვლელი რჩება: $V = \text{const}$. ამ შემთხვევაში კლაპეირონის განტოლება მოგვცემს

$$p = \text{const}\cdot T; \quad \text{const} = \frac{M}{\mu}\frac{R}{V}. \qquad \text{(VII,48)}$$

იზოქორული პროცესის დროს წნევა აბსოლუტური ტემპერატურის პირდაპირპროპორციულია. მივცეთ ამ განტოლებას ჩვეულებრივი სახე. ამისათვის შემოვიღოთ ცელსიუსის ტემპერატურა $t = T - T_0$. აქ T_0 არის ყინულის დნობის ტემპერატურა; თუ სათანადო წნევას აღვნიშნავთ p_0-ით, მივიღებთ

$$p = p_0 \cdot \frac{T}{T_0} = p_0 \frac{T_0 + t}{T_0} = p_0 \left(1 + \frac{t}{T_0}\right). \qquad \text{(VII, 49)}$$

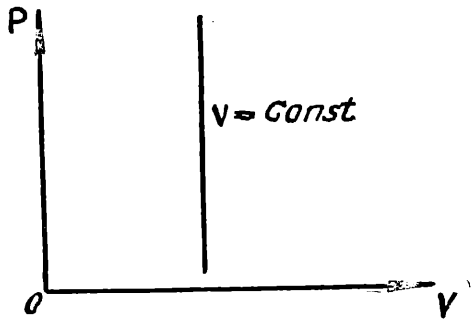
შეორე მხრივ, (VII,12) განტოლების თანახმად,

$$\frac{1}{T_0} = \beta,$$

ამიტომ (VII,49) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$p = p_0(1 + \beta t).$$

გრაფიკულად იზოქორული პროცესი (pV) დიაგრამაზე გამოიხატება OP ღერძის პარალელური წრფით (ნახ. 58).



ნახ. 58.

გამოვიანგარიშოთ გაზის მიერ აღნიშნული პროცესის დროს შესრულებული მუშაობა

$$A_1 = \int_1^2 p dV = 0.$$

ეს შედეგი სრულიად გასაგებია, ვინაიდან იზოქორული პროცესის დროს მოცულობა უცვლელია. თერმოდინამიკის პირველი კანონის თანახმად,

$$dE = dQ,$$

ე. ი. გაზის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა ენერგიის ნაზრდის ტოლია.

ენტროპიის ნაზრდისათვის მივიღებთ

$$dS = M c_v \frac{dT}{T}. \qquad \text{(VII,50)}$$

§ 36. იზობარული პროცესი

ახლა განვიხილოთ იზობარული პროცესი, ე. ი. პროცესი, რომლის დროს გაზის წნევა უცვლელი რჩება: $p = \text{const}$. (VII,9) განტოლებიდან მივიღებთ:

$$V = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{R}{p} T = \text{const} \cdot T. \qquad \text{(VII,51)}$$

იზობარული პროცესის დროს მოცულობა აბსო-

ლუტური ტემპერატურის პირდაპირპროპორციულია. ისე როგორც წინა პარაგრაფში, შემოვიღოთ ცელსიუსის ტემპერატურა $t=T-T_0$ და V_0-ით აღვნიშნოთ გაზის მოცულობა T ტემპერატურაზე.

მივიღებთ

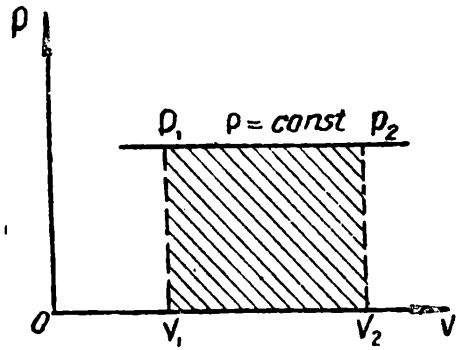
$$V=V_0\cdot\frac{T}{T_0}=V_0\,\frac{T_0+t}{T_0}=V_0\left(1+\frac{t}{T_0}\right). \qquad \text{(VII, 52)}$$

(VII,12) განტოლების თანახმად,

$$\frac{1}{T_0}=\alpha; \qquad \text{(VII,53)}$$

წინა განტოლებაში ჩასმა საბოლოოდ მოგვცემს

$$V=V_0(1+\alpha t). \qquad \text{(VII,54)}$$



ნახ. 59.

უნდა გვახსოვდეს, რომ იდეალური გაზისათვის $\alpha=\beta$.

გამოვხატოთ გრაფიკულად იზობარული პროცესი, ე. ი. დავხაზოთ იზობარა. რადგან $p=\text{const}$, იზობარა იქნება OV ღერძის პარალელური წრფე (ნახ. 59).

გამოვთვალოთ გაზის მიერ იზობარული პროცესის დროს შესრულებული მუშაობა.

$$A_1=\int_1^2 pdV=p(V_2-V_1), \qquad \text{(VII,55)}$$

ვინაიდან p არის მუდმივი სიდიდე.

გეომეტრიულად A_1 გამოიხატება $V_1P_1P_2V_2$ მართკუთხედის ფართობით. ენერგიის ნაზრდისათვის პირველი კანონის თანახმად, მივიღებთ

$$\Delta E=Q+p(V_1-V_2).$$

§ 37. ადიაბატური პროცესი და პუასონის განტოლება

დასასრულ, განვიხილოთ ადიაბატური პროცესი. პროცესი ადიაბატურია, თუ სხეული არც იღებს და არც გადასცემს გარეშე სხეულებს სითბოს, ე. ი. თუ

$$dQ=0. \qquad \text{(VII,56)}$$

აქედან თერმოდინამიკის პირველი კანონის თანახმად, მივიღებთ

$$dE = -pdV.$$

(VII,9) და (VII,35) განტოლებების გამოყენება გვაძლევს

$$Mc_v dT = -\frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}dV,$$

ანუ მარტივი გარდაქმნის შემდეგ

$$c_v\frac{dT}{T}+\frac{R}{\mu}\frac{dV}{V}=0;$$

ინტეგრებით მივიღებთ

$$c_v \ln T+\frac{R}{\mu}\ln V=\text{const};$$

თუ მოვახდენთ პოტენცირებას, გვექნება

$$T^{c_v}\cdot V^{\frac{R}{\mu}}=\text{const}. \qquad \text{(VII,57)}$$

მეორე მხრივ, (VII,29) განტოლების თანახმად,

$$\frac{R}{\mu}=c_p-c_v;$$

ჩასმის, c_v ხარისხის ფესვის ამოღებისა და (VII,34) განტოლების გამოყენების შემდეგ მივიღებთ

$$T\ V^{\varkappa-1}=\text{const}. \qquad \text{(VII,58)}$$

ასეთია კავშირი ტემპერატურასა და მოცულობას შორის ადიაბატური პროცესისათვის. ტემპერატურასა და წნევას შორის და წნევასა და მოცულობას შორის კავშირის გამოსარკვევად გამოვიყენოთ კლაპეირონის განტოლება, მივიღებთ

$$T^{\varkappa}p^{1-\varkappa}=\text{const} \qquad \text{(VII,59)}$$

და

$$pV^{\varkappa}=\text{const}. \qquad \text{(VII,60)}$$

ცხადია, რომ უკანასკნელი სამი განტოლების მარჯვენა ნაწილში მდგომ მუდმივებს აქვს სხვადასხვა მნიშვნელობა.

უკანასკნელ განტოლებას, რომელიც აკავშირებს წნევასა და მოცულობას ადიაბატურ პროცესებში, ეწოდება პუასონის განტოლება.

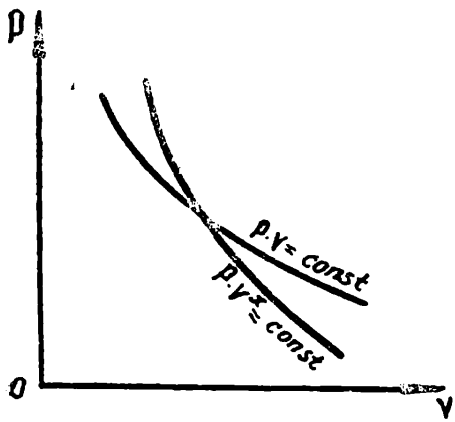
ვინაიდან $\varkappa$ ყოველთვის მეტია ერთზე, ადიაბატური პროცესის დროს გაფართოება (შეკუმშვა) იწვევს წნევის უფრო სწრაფ შემ-

ცირებას (გადიდებას), ვიდრე იზოთერმული პროცესის დროს. ამიტომაც სათანადო მრუდი — ადიაბატა (pV) დიაგრამაში უფრო დაქანებულია, ვიდრე იზოთერმა (ნახ. 60). გამოვითვალოთ გაზის მიერ ადიაბატური გაფართოების დროს შესრულებული მუშაობა

$$A_1 = \int_1^2 pdV = \int_1^2 \text{const}\frac{dV}{V^{\varkappa}} = \text{const} \cdot \left.\frac{V^{1-\varkappa}}{\varkappa - 1}\right|_1^2 =$$

$$= \frac{\text{const}}{\varkappa - 1}\left[V_2^{1-\varkappa} - V_1^{1-\varkappa}\right]. \qquad \text{(VII,61)}$$

მიღებულ ფორმულაში შემავალი მუდმივა უდრის $p_1V_1^{\varkappa}$.



ნახ. 60.

ენტროპიის ცვლილების გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ფორმულით

$$dS \geqslant \frac{dQ}{T};$$

რადგან $dQ = 0$, მივიღებთ

$$dS \geqslant 0;$$

ადიაბატური პროცესის დროს ენტროპია ან იზრდება (შეუქცევადი პროცესი) ან უცვლელია (შექცევადი პროცესი). ამიტომ ხშირად შექცევად ადიაბატურ პროცესს იზოენტროპიულ პროცესს უწოდებენ.

§ 38. პოლიტროპული პროცესი

ჩვეულებრივად გაზი არ ასრულებს ზუსტად არც ერთ ზემოგანხილულ პროცესს. რეალური პროცესი, საზოგადოდ, წარმოადგენს რთულ პროცესს, რომლის დროს გაზი იცვლის ტემპერატურას, წნევას, მოცულობას, იღებს ან კარგავს სითბოს. ამიტომ პრაქტიკაში ძალიან ხშირად იხილავენ ზოგად პოლიტროპულ პროცესს, რომელიც გამოისახება განტოლებით:

$$pV^n = \text{const}. \qquad \text{(VII,62)}$$

n-ს ეწოდება პოლიტროპის მაჩვენებელი. იმისდა მიხედვით, თუ

როგორია n, მივიღებთ ზემოთ განხილულ ყველა პრო ცესს და აგრეთვე მრავალ სხვას. მაგალითად, თუ $n=1$, მივიღებთ

$$pV=\text{const},$$

ე. ი. იზოთერმულ პროცესს. თუ $n=\varkappa$, გვექნება $pV^{\varkappa}=\text{const}$, ე. ი. ადიაბატური პროცესი. თუ $n=0$, მივიღებთ იზობარულ პროცესს $p=\text{const}$. იზოქორული პროცესის მისაღებად (VII,62) განტოლებიდან ამოვიღოთ n-ური ხარისხის ფესვი. მივიღებთ

$$\sqrt[n]{p}\,V=\text{const};$$

თუ გადავალთ ზღვარზე $n\to\infty$, გვექნება

$$V=\text{const}.$$

ე. ი. იზოქორული პროცესი.

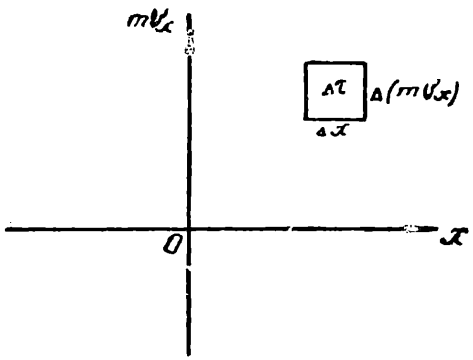
n-ის მნიშვნელობის შერჩევა ჩვეულებრივად ხდება ცდების საფუძველზე.

§ 39. იდეალური გაზის მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით—მაქსველის განაწილების კანონი

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ არის განაწილებული იდეალური გაზის მოლეკულები სიჩქარეების მიხედვით. ამისათვის ვისარგებლოთ ბოლცმანის განაწილების კანონით:

$$\Delta N=\Delta N_0 e^{-\frac{\varepsilon}{kT}},\quad \text{(VII,63)}$$

სადაც ΔN არის ε ენერგიის მქონე მოლეკულათა რიცხვი, ხოლო ΔN_0 — ნულოვანი ენერგიის მქონე მოლეკულათა რიცხვი. შემოვიღოთ მდგომარეობათა სივრცის (ნახ. 61) უჯრედის მოცულობა $\Delta\tau$ და მოლეკულათა რიცხვის სიმკვრივე $\rho=\dfrac{\Delta N^*}{\Delta\tau}$.



ნახ. 61.

* უნდა გვახსოვდეს, რომ ρ არის მოლეკულათა რიცხვის სიმკვრივე არა ჩვეულებრივ, კოორდინატულ სივრცეში $OXYZ$, არამედ მრავალგანზომილებიან მდგომარეობათა სივრცეში, რომლის ღერძებზე, მოლეკულების კოორდინატების გარდა, გადაზომილია იმპულსებიც.

მაშინ (VII,63) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\rho\Delta\tau=\rho_0 e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\Delta\tau.$$

სიმარტივისათვის განვიხილოთ ერთატომიანი გაზის შემთხვევა. მოლეკულას ექნება სამი კოორდინატი, სამი იმპულსი და $\Delta\tau$-სათვის მივიღებთ

$$\Delta\tau=\Delta x\Delta y\Delta z\Delta mv_x\Delta mv_y\Delta mv_z;$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$\rho\Delta\tau=m^3\rho_0 e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\Delta x\Delta y\Delta z\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z.$$

მაგრამ, ვინაიდან $\Delta x\Delta y\Delta z=\Delta V$ ჩვეულებრივი სივრცის მოცულობის ელემენტია, მივიღებთ

$$\rho\Delta\tau=m^3\rho_0 e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\Delta V\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z. \qquad \text{(VII,64)}$$

ასეთია იმ მოლეკულათა რიცხვი, რომლებიც მოქცეულია მოცულობის ΔV ელემენტში და რომელთა სიჩქარეები იმყოფება

$$\begin{aligned} &v_x \text{ და } v_x+\Delta v_x,\\ &v_y \text{ და } v_y+\Delta v_y,\\ &v_z \text{ და } v_z+\Delta v_z \end{aligned} \qquad \text{(VII,65)}$$

საზღვრებს შორის. იდეალური ერთატომიანი გაზის შემთხვევაში მოლეკულის ენერგია მხოლოდ კინეტიკურია და გამოისახება ფორმულით

$$\varepsilon=\frac{m}{2}(v_x^2+v_y^2+v_z^2).$$

(VII,64) ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$\rho\Delta\tau=m^3\rho_0 e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}\Delta V\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z. \qquad \text{(VII,66)}$$

ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილში ცნობილია ყველა სიდიდე, გარდა ρ_0-სა. ρ_0-ს გამოსათვლელად (VII,66) განტოლების საშუალებით ვიპოვოთ მოლეკულათა საერთო რიცხვი N. ამისათვის შევკრიბოთ ყველა უჯრედში მოქცეული მოლეკულა. მივიღებთ

$$N=\sum_{\text{ველი}}\rho\Delta\tau=\sum m^3\rho_0 e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}\Delta V\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z. \qquad \text{(VII,67)}$$

ჯამის გამოსათვლელად გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც უჯრედის მოცულობა მიისწრაფვის ნულისაკენ, ხოლო უჯრედთა რიცხვი უსასრულოდ იზრდება. მაშინ, როგორც ინტეგრალური აღრიცხვიდანაა ცნობილი, ჯამი შეიცვლება ინტეგრალით, ნაზრდები კი — დიფერენციალებით. გვექნება

$$N=m^3\rho_0\int_V dV\int_{-\infty}^{+\infty}\int\int e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}dv_x dv_y dv_z;$$

პირველი ინტეგრალი აღებულია ჭურჭლის მოცულობაზე, ხოლო დანარჩენი სამი — სიჩქარეების ყველა შესაძლო მნიშვნელობაზე —∞-დან +∞-მდე. პირველი ინტეგრალი გვაძლევს ჭურჭლის მთელ მოცულობას, ხოლო

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}dv_x=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}}dv_y=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}dv_z=$$

$$=\left(\frac{2\pi kT}{m}\right)^{\frac{1}{2}}; \qquad \text{(VII,68)}$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$N=(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}\rho_0 V;$$

აქედან ρ_0-სათვის მივიღებთ

$$\rho_0=\frac{N}{V(2\pi mkT)^{3/2}}. \qquad \text{(VII,69)}$$

ეს ფორმულა ამტკიცებს ზემოაღნიშნულ ფაქტს, რომ ტემპერატურის გადიდება ამცირებს ნულოვანი ენერგიის მქონე მოლეკულების რიცხვს.

ρ_0-ის მნიშვნელობა ჩავსვათ (VII,66) ფორმულაში, ნაზრდების მაგიერ შემოვიღოთ დიფერენციალები და აღვნიშნოთ $\rho d\tau=dN$. მივიღებთ

$$dN=\frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}dV dv_x dv_y dv_z. \qquad \text{(VII,66}^{\text{I}}\text{)}$$

ასეთია საბოლოო ფორმულა იმ მოლეკულათა რიცხვისათვის, რომლებიც მოქცეულია მოცულობის dV ელემენტში და რომელთა სიჩქარეები იმყოფება (VII,65) საზღვრებში.

გამოვსახოთ გრაფიკულად (VII,66[I]) განტოლებით მოცემული განაწილების კანონი. ამისათვის ეს განტოლება დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\frac{dN}{dV}=\frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z,$$

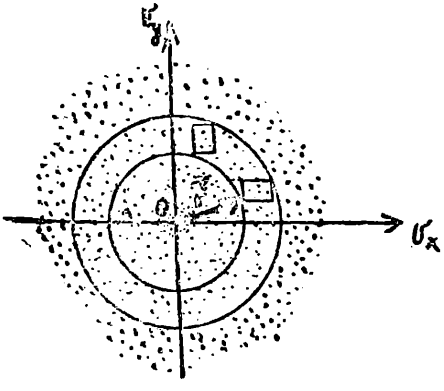
$\frac{N}{V}=n$ არის ჭურჭლის ერთ კუბურ სანტიმეტრში მოქცეულ მოლეკულათა რიცხვი, $\frac{dN}{dV}=dn$ კი — იმავე მოცულობაში მოქცეულ იმ მოლეკულათა რიცხვი, რომელთა სიჩქარეები იმყოფება

$$v_x \text{ და } v_x+dv_x,$$
$$v_y \text{ და } v_y+dv_y,$$
$$v_z \text{ და } v_z+dv_z$$

საზღვრებს შორის. ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$dn=n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z. \quad \text{(VII,70)}$$

ეს განტოლება გეომეტრიულად გამოსახულია 62-ე ნახაზზე. სიმარტივისათვის დახაზულია ორი ღერძი Ov_x და Ov_y. ყოველ მოლეკულას ეთანადება ერთი „გამომსახველი წერტილი“ v_x და v_y კოორდინატებით. გამომსახველი წერტილის რადიუს-ვექტორი წარმოადგენს მოლეკულის $\vec{v}$ სიჩქარეს. (VII,70) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ dn დამოკიდებულია მხოლოდ სიჩქარის სიდიდეზე. ამიტომ მდგომარეობათა სიბრტყის ისეთ უჯრედებში $dv_x dv_y$, რომლებიც იმყოფებიან ერთსა და იმავე მანძილზე სათავიდან, გვექნება გამომსახველ წერტილთა ერთი და

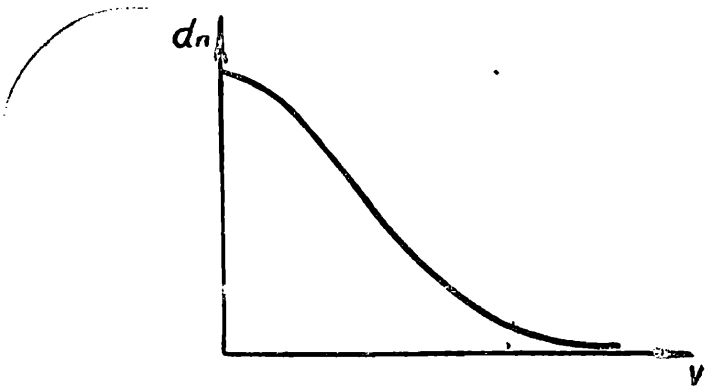


ნახ. 62.

იგივე რაოდენობა. სიჩქარის (კოორდინატთა სათავიდან მანძილის) გაზრდა, (VII,70) ფორმულის თანახმად, გამოიწვევს მოლეკულათა, ე. ი. მათ გამომსახველ წერტილთა რიცხვის შემცირებას ექსპონენციალური კანონით —

$$e^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$

ამიტომ „გამომსახველ წერტილთა“ სიხშირე უდიდესია კოორდინატთა სათავესთან. მანძილის გაზრდასთან ერთად იგი თანდათან კლებულობს (ნახ. 63). ხშირად უფრო ხელსაყრელია ცოდნა არა dn



ნახ. 63.

რიცხვისა, არამედ იმ მოლეკულათა რიცხვისა, რომელთა სიჩქარის სიდიდე იმყოფება v და $v+dv$ საზღვრებს შორის, დამოუკიდებლად მიმართულებისა. გეომეტრიულად ეს ნიშნავს იმ გამომსახველ წერტილთა რიცხვის პოვნას, რომლებიც იმყოფებიან v რადიუსის და dv სისქის მქონე სფერულ ფენაში (62-ე ნახაზზე სფერული ფენის მაგიერ დახაზულია წრიული რგოლი).

ეს რიცხვი აღვნიშნოთ dn_v-თი. მის გამოსაანგარიშებლად უნდა განვსაზღვროთ სფერული ფენის მოცულობა. ვინაიდან v რადიუსის მქონე სფეროს მოცულობა არის $\frac{4}{3}\pi v^3$, v რადიუსის და dv სისქის მქონე სფერული ფენისათვის მივიღებთ

$$4\pi v^2 dv. \qquad \text{(VII,71)}$$

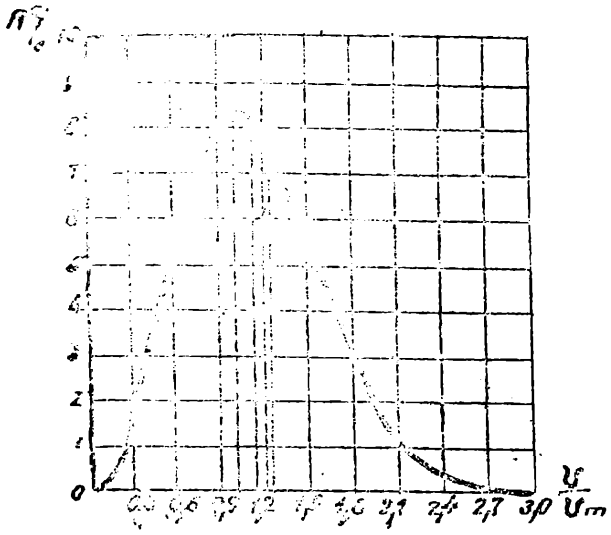
მისი ჩასმა (VII,70) ფორმულაში $dv_x dv_y dv_z$-ის მაგივრად მოგვცემს

$$dn_v = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv. \qquad \text{(VII,72)}$$

ასეთია იმ მოლეკულათა რიცხვი, რომლებიც მოქცეულია მოცულობის ერთეულში და რომელთა სიჩქარე იმყოფება v და $v+dv$ საზღვრებს შორის.

(VII,72) განტოლებას, რომელიც პირველად გამოიყვანა ინგლისელმა ფიზიკოსმა მაქსველმა (1860 წ.), ეწოდება მაქსველის განაწილების კანონი.

გამოვსახოთ ეს კანონი გეომეტრიულად (ნახ. 64). როგორც ვხედავთ, მრუდს აქვს მაქსიმუმი, რაც გვიჩვენებს, რომ არსებობს



ნახ. 64.

სიჩქარე v_m, რომელიც აქვს მოლეკულების უდიდეს რიცხვს. ნულოვანი სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი ნულის ტოლია ისე, როგორც უსასრულოდ დიდი სიჩქარის მქონე მოლეკულათა რიცხვი (მრუდი ასიმპტოტურად უახლოვდება $0v$ ღერძს).

(VII,70) განტოლების გარჩევის დროს გამოვარკვიეთ, რომ, რაც უფრო ნაკლებია მოლეკულის სიჩქარე, მით უფრო მეტია სათანადო მოლეკულათა რიცხვი ან, რაც იგივეა, უჯრედში მოქცეულ „გამომსახველ წერტილთა“ რიცხვი. აქ კი ვხედავთ, რომ მოლეკულათა რიცხვი $v=0$-სათვის ნულის ტოლია, შემდეგ იზრდება, აღწევს მაქსიმუმს და შემდეგ ისევ იწყებს შემცირებას. ეს განსხვავება გამოწვეულია იმით, რომ სიჩქარის ზრდასთან ერთად, მოლეკულათა

რიცხვის შემცირების მიუხედავად, იზრდება სფერული ფენის მოცულობა [ფორმულა (VII,71)]. მცირე სიჩქარეებისათვის მისი ზრდა უფრო სწრაფია, ვიდრე მოლეკულათა რიცხვის შემცირება (dn_v იზრდება). v_m-ის შემდეგ კი მოლეკულათა რიცხვის შემცირება უფრო სწრაფი ხდება, ვიდრე სფერული ფენის ზრდა და dn_v იწყებს შემცირებას. მე-17 ცხრილში მოყვანილია სხვადასხვა სიჩქარის შემცველ სათანადო მოლეკულათა რიცხვები, გამოანგარიშებული (VII,72) ფორმულის თანახმად.

ცხრილი 17

სიჩქარეთა შუალედები	მოლეკულათა რიცხვი %%-ობით	სიჩქარეთა შუალედები	მოლეკულათა რიცხვი %%-ობით
0,1—0,2	0,22	1,0—1,1	8,3
0,2—0,3	0,87	1,1—1,2	8,14
0,3—0,4	1,85	1,5—1.6	5,36
0,5—0,6	4,39	2,0—2,1	1,65
0,9—1,0	8,13	3,0—3,1	0,03

სიჩქარის ერთეულად აღებულია უალბათესი სიჩქარე. ცხრილში მოყვანილია პროცენტული რაოდენობა მოლეკულებისა, რომელთა სიჩქარე მოთავსებულია სიჩქარის ამა თუ იმ შუალედში. მაგალითად, პროცენტული რაოდენობა მოლეკულებისა, რომელთა სიჩქარე მოთავსებულია უალბათესი სიჩქარის 0,5 და 0,6 შორის, არის 4,39 და ა. შ.

გამოვიანგარიშოთ სიჩქარე, რომელიც აქვს მოლეკულათა უდიდეს რიცხვს. ამ სიჩქარეს ეწოდება უალბათესი სიჩქარე. მის გამოსაანგარიშებლად ვიპოვოთ შემდეგი გამოსახულების მაქსიმუმი:

$$e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2;$$

დანარჩენი წევრები (VII,72) ფორმულაში არ არის დამოკიდებული სიჩქარეზე. გაწარმოება v-ს მიმართ და ნულთან გატოლება მოგვცემს

$$2V - \frac{mv^3}{kT} = 0.$$

ამ განტოლების ამოხსნა გვაძლევს

$$v_m^2 = \frac{2kT}{m}.$$

ფესვი $v=0$ არ გვაძლევს მაქსიმუმს. თვით უალბათესი სიჩქარისათვის მივიღებთ

$$v_m=\sqrt{\frac{2kT}{m}}. \qquad \text{(VII,73)}$$

ზემოთ განხილული მაგალითის შემთხვევაში $v_m=377\frac{m}{\text{sec}}$.

მაქსველის განაწილების კანონი საშუალებას გვაძლევს, გამოვთვალოთ აგრეთვე მოლეკულების საშუალო და საშუალო კვადრატული სიჩქარე: $\overline{v}$ და $\sqrt{\overline{v^2}}$.

საშუალოს განმარტების თანახმად,

$$\overline{v}=\frac{\int v\,dn_1}{n}$$

და

$$\overline{v^2}=\frac{\int v^2 dn_v}{n}.$$

(VII,72) განტოლების გამოყენება გვაძლევს[1]:

$$\overline{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \qquad \text{(VII,74)}$$

და

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}. \qquad \text{(VII,75)}$$

ცხრილი 18

გაზი	$\sqrt{\overline{v^2}}$	$\overline{v}$
H_2	1839	1694
He	1309	1206
Ne	584	538
N_2	493	454
O_2	461	425
CO_2	393	362

ეს ფორმულები გვიჩვენებენ, რომ

$$v_m<\overline{v}<\sqrt{\overline{v^2}}.$$

მე-18 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი გაზების მოლეკულების საშუალო და საშუალო კვადრატული სიჩქარეები აბსოლუტური ტემპერატურის 273°-სათვის, ე. ი. ცელსიუსის 0°-სათვის.

უნდა გვახსოვდეს, რომ მაქსველის განაწილების კანონი მართებულია მხოლოდ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობისათვის და არ გამოდგება სხვა შემთხვევებისათვის.

[1] განსაზღვრისას გამოყენებულია შემდეგი ინტეგრალები:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha v^2} v^3 dv=\frac{1}{2\alpha^2} \quad \text{და} \quad \int_0^\infty e^{-\alpha v^2} v^4\,dv=\frac{3\sqrt{\pi}}{8\alpha^{5/2}}.$$

§ 40. ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი

გაზის ენერგიის გამოთვლის დროს დავუშვით, რომ თავისუფლების ყოველი ხარისხის სათანადო კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა $\frac{1}{2}kT$ ტოლია. ახლა უკვე შეგვიძლია ამ დებულების დამტკიცება. განვსაზღვროთ OX ღერძის გასწვრივ გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია

$$\frac{1}{2}\overline{mv_x^2}.$$

განსაზღვრის თანახმად,

$$\frac{1}{2}\overline{mv_x^2}=\frac{\int\frac{1}{2}mv_x^2dn}{n}.$$

(VII,70) ფორმულის გამოყენება მოგვცემს

$$\frac{1}{2}\overline{mv_x^2}=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}\frac{1}{2}mv_x^2\,dv_x\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}}dv_y\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}dv_z;$$

ინტეგრების[1] შემდეგ მივიღებთ

$$\frac{1}{2}\overline{mv_x^2}=\frac{1}{2}kT. \qquad \text{(VII,76)}$$

სრულიად ანალოგიურად მივიღებთ

$$\frac{1}{2}\overline{mv_y^2}=\frac{1}{2}\overline{mv_z^2}=\frac{1}{2}kT. \qquad \text{(VII,77)}$$

როგორც ვხედავთ, ყოველ გადატანითი თავისუფლების ხარისხს ეთანადება კინეტიკური ენერგიის ერთი და იგივე საშუალო მნიშვნელობა $\frac{1}{2}kT$. სრულიად ანალოგიურად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ასეთივე საშუალო

[1] გამოანგარიშების დროს გამოყენებულია ინტეგრალები:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\alpha v^2}dv=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad \text{და} \quad \int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\alpha v^2}v^2dv=\frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha^{3/2}}.$$

მნიშვნელობა ეთანადება რხევითი და ბრუნვითი თავისუფლების ხარისხის კინეტიკურ და რხევის პოტენციალურ ენერგიებს.

დამტკიცებულ კანონს ეწოდება ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი. მასზე არის დამყარებული სტატისტიკური ფიზიკის უამრავი გამოყენება. სახელდობრ, სხეულების სითბოტევადობის გამოანგარიშება, ბროუნის მოძრაობის თეორია, გამოსხივების თეორია და სხვ. XX საუკუნის დასაწყისამდე ფიზიკოსებს არავითარი ეჭვი არ ეპარებოდათ, რომ ეს კანონი და ბოლცმანის განაწილების ფორმულა, რომელიც მას უდევს საფუძვლად, სწორია. მხოლოდ გერმანელი ფიზიკოსის, ალანკის, შრომების შემდეგ გამოირკვა, რომ ეს კანონი, ისე როგორც ბოლცმანის კანონი, მართებულია მხოლოდ საკმაოდ მაღალი ტემპერატურებისა და დიდი მასის მქონე სხეულებისათვის. პლანკის შრომების საფუძველზე წარმოშობილმა თანამედროვე კვანტურმა თეორიამ აღნიშნული კანონები შეცვალა სხვა კანონებით და მათს საფუძველზე ახსნა ყველა ის მოვლენა, რომელთა ახსნა არ შეეძლო კლასიკურ ფიზიკას. ცხადია, ამ ცვლილებასთან ერთად მოხდა აგრეთვე მექანიკის კანონების შეცვლა, ვინაიდან კლასიკური მექანიკის კანონებზე იყო დამყარებული როგორც ბოლცმანის, ისე ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონები.

მიუხედავად აღნიშნული კანონების არასრული სიზუსტისა, მათი გამოყენება პირველ მიახლოებაში და განსაკუთრებით მაღალი ტემპერატურებისათვის ყოველთვის შესაძლებელია. შესწორებებს, რომლებიც გამოწვეულია კვანტური მოვლენებით, ჩვენ განვიხილავთ შემდეგში, კვანტური თეორიის გარჩევის დროს.

დასასრულ, დავამტკიცოთ მე-14 პარაგრაფში დაუმტკიცებლად მიღებული შედეგი, რომ ბოლცმანის ფორმულაში

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon}{\theta}}$$

შემავალი მუდმივა θ უდრის kT. ვთქვათ, არ ვიცით, რომ θ უდრის kT. დავწეროთ (VII, 76) განტოლება θ-ს და ρ_0-ის საშუალებით. მივიღებთ

$$dn = m^3 \rho_0 e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2\theta}} dv_x dv_y dv_z.$$

ცხადია, რომ θ უნდა იყოს დადებითი, ვინაიდან წინააღმდეგ შემთხვევაში სიჩქარის უსასრულოდ ზრდასთან ერთად უსასრულოდ გაიზრდება dn და მოლეკულათა საერთო რიცხვისათვის მივიღებთ უსასრულობას, რაც ეწინააღმდეგება დაშვებას, რომ N სასრულია.

ამ ფორმულის თანახმად, გამოვიანგარიშოთ კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა

$$\frac{1}{2}\,\overline{mv^2} = \frac{\int \frac{1}{2} mv^2 dn}{\int dn},$$

ინტეგრებით მივიღებთ

$$\frac{1}{2}\,\overline{mv^2} = \frac{3}{2}\theta.$$

მეორე მხრივ, ტემპერატურის განსაზღვრის თანახმად,

$$\frac{1}{2}\,\overline{mv^2} = \frac{3}{2}kT.$$

წინა ფორმულასთან შედარება გვაძლევს

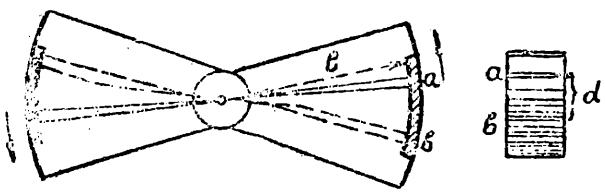
$$\theta = kT,$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

§ 41. მაქსველის განაწილების კანონის ექსპერიმენტული შემოწმება

შემდეგში შევხვდებით მრავალ ისეთ მოვლენას, რომლებიც ცხადად გვიმტკიცებენ როგორც მაქსველის კანონის, ისე მისი შედეგების სისწორეს (წინა პარაგრაფში განხილულ ფარგლებში). ახლა კი გავარჩევთ ორ ექსპერიმენტს, რომელთა საშუალებით მაქსველის კანონი უშუალოდ იქნა შემოწმებული.

პირველი ცდა, ჩატარებული შტერნის მიერ 1920 წელს, საშუალებას გვაძლევს, გავზომოთ მოლეკულების საშუალო კვადრატული



ნახ. 65.

სიჩქარე $\sqrt{\overline{v^2}}$. შტერნის ხელსაწყოს სქემა მოყვანილია 65-ე ნახაზზე. აღებულია ორი კოაქსიალური ცილინდრი, რომელთა საერთო ღერძის გასწვრივ დაჭიმულია ალატინის ძაფი (ნახაზზე მოცემულია ხელსაწყოს ღერძის მართობული კვეთი). მთელი ხელსაწყო მოთავ-

სებულია ჭურჭელში, რომლიდანაც ამოტუმბულია ჰაერი. შიგა ცილინდრში ამოჭრილია ვიწრო ხვრელი, რომელშიც გადიან ძაფიდან გამოსროლილი მოლეკულები. პლატინის ძაფზე დამაგრებულია ვერცხლის პატარა ნატეხი. პლატინის ძაფი ხურდება ელექტრული დენით და ახურებს ვერცხლის ნატეხს. უკანასკნელიდან გამოდიან (აორთქლდებიან) მოლეკულები და გადიან შიგა ცილინდრის ხვრელში. ცილინდრებს შორის მანძილის გავლის შემდეგ ისინი დაეცემიან გარე ცილინდრის შიგა ზედაპირს და დაილექებიან ვერცხლის ლაქას სახით. ცხადია, თუ ხელსაწყო უძრავია, ლაქა მოთავსდება სწორედ ხვრელის პირდაპირ (*a* წერტილი გარე ცილინდრზე). სულ სხვა სურათს მივიღებთ, თუ მთელ ხელსაწყოს თანაბრად ვაბრუნებთ ღერძის ირგვლივ. მართლაც ამ შემთხვევაში, სანამ ხვრელიდან გამოსული მოლეკულები მიაღწევენ გარე ცილინდრს, უკანასკნელი მობრუნდება გარკვეული კუთხით და მოლეკულების მიერ შექმნილი ლაქა (წერტილი *b*) წინანდელი მდებარეობიდან გადანაცვლებული იქნება გარკვეული მანძილით. *l*-ით აღვნიშნოთ მანძილი ცილინდრებს შორის, *d*-თი—მანძილი *a* და *b* წერტილებს შორის. თუ ბრუნვის კუთხური სიჩქარე არის ω, გარე ცილინდრის ხაზოვანი სიჩქარე იქნება $v_1 = r\omega$. სადაც *r* არის გარე ცილინდრის რადიუსი. ვინაიდან იმ დროის განმავლობაში, სანამ მოლეკულა გაიელიდა ცილინდრებს შორის მანძილს, *a* წერტილმა გაიარა *d* მანძილი, მივიღებთ შეფარდებას

$$\frac{l}{v} = \frac{d}{r\omega};$$

აქედან სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$v = \frac{l}{d} r\omega. \qquad \text{(VII,78)}$$

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს, გამოვიანგარიშოთ $\overline{v}$, თუ გავზომავთ მარჯვენა ნაწილში შემავალ სიდიდეებს. შტერნის ცდის პირობებში $l = 5{,}2\ cm$, $r = 6cm$, ხოლო ბრუნთა რიცხვი დაახლოებით 2000-ს წუთში. ცდის შედეგად ლაქამ საშუალოდ გადაინაცვლა $d = 0{,}63\ mm$ მანძილით. ამ რიცხვების ჩასმა (VII,78) ფორმულაში გვაძლევს:

$$v = 653 \frac{m}{\text{sec}}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ ცდის ცდომილებებს, გამოდის, რომ მოლეკულების სიჩქარე უნდა იმყოფებოდეს $643 \frac{m}{\text{sec}}$ და

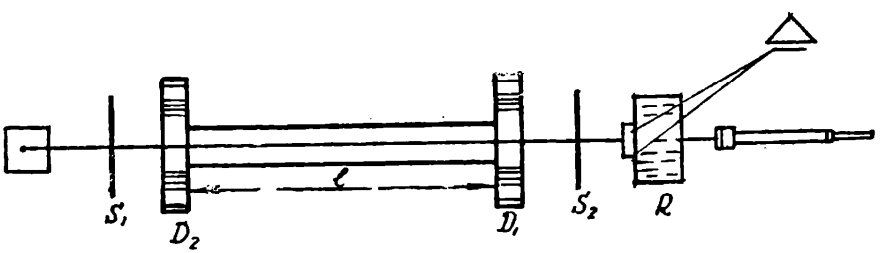
675 $\frac{m}{\text{sec}}$ შორის. ასეთია უშუალო გაზომვებით მიღებული შედეგი. მეორე მხრივ, თუ მხედველობაში მივიღებთ ძაფის ტემპერატურას და ვერცხლის ატომის მასას, შეიძლება (VII,74) ფორმულის საშუალებით გამოვთვალოთ $\overline{v}$. გამოთვლა გვაძლევს

$$\overline{v} = 672 \frac{m}{\text{sec}}.$$

როგორც ვხედავთ, თეორიასა და ცდის შედეგებს შორის თანხვდენა საკმაოდ კარგია — თეორიული მნიშვნელობა იმყოფება ცდით მიღებულ საზღვრებს შორის.

უნდა აღინიშნოს, რომ, ვინაიდან ძაფიდან გამოსროლილ მოლეკულებს სხვადასხვა სიჩქარე აქვს, ლაქას გარკვეული სიგანე ექნება. გარდა ამისა, რადგან სხვადასხვა სიჩქარის მქონე მოლეკულები სხვადასხვა რაოდენობით გამოდიან (მაქსველის კანონი), ლაქას სისქე სხვადასხვა წერტილში სხვადასხვა იქნება, ამიტომ ლაქას სისქის გაზომვით შეიძლება შევამოწმოთ აგრეთვე განაწილების კანონი. სათანადო გაზომვების სირთულის გამო ცდა არ იძლევა საკმაოდ კარგ შედეგებს.

მეორე ცდა, რომელიც უშუალოდ ამოწმებს მაქსველის კანონს, ჩაატარეს კოსტამ, სმიტმა და კომპტონმა 1927 წელს. ცდის სქემა



ნახ. 66.

მოყვანილია 66-ე ნახაზზე. რაიმე საშუალებით მიღებული მოძრავი მოლეკულების კონა გამოდის S_1 ხვრელიდან; მათი მოძრაობის გასწვრივ მოთავსებულია ორი D_1 და D_2 კბილანასებრი დისკო, დამაგრებული ერთ ღერძზე. D_2-ის შემდეგ მოთავსებულია მეორე ხვრელი S_2, რომლის უკან დგას მოლეკულების რაიმე მიმღები R ან გაცივებული ფირფიტა, რომელზედაც ილექება მოლეკულები, ან დაჭიმულ ძაფზე მიმაგრებულია თხელი ფრთა, რომელიც იხრება მოლეკულების დაჯახების გამო. D_1 და D_2-ის კბილები მოთავსებულია

ერთმანეთის გასწვრივ. მთელი ხელსაწყო მოთავსებულია ჭურჭელში, რომლიდანაც ამოტუმბულია ჰაერი. თუ დისკოები არ ბრუნავს და მათი ნახვრეტები (კბილებს შორის) მოთავსებულია S_1 და S_2 ხვრელებს შორის, S_1 ხვრელიდან გამოსული ყველა მოლეკულა დაეცემა R მიმღებზე. სინამდვილეში კი ცდის დროს დისკოები ბრუნავს გარკვეული (საკმაოდ დიდი) სიჩქარით (5000—6000 ბრუნვა წუთში). ცხადია, ამ შემთხვევაში S_1 ხვრელიდან გამოსული v სიჩქარის მქონე მოლეკულა მხოლოდ მაშინ მოხვდება R მიმღებს, როდესაც დისკოებს შორის მანძილის გავლისათვის საჭირო დრო იქნება იმ დროის ტოლი ან ჯერადი, რომლის განმავლობაში, D_2 დისკოს ბრუნვის გამო, მისი მახლობელი ნახვრეტი მოთავსდება კონის გავრცელების გზაზე. l-ით აღვნიშნოთ მანძილი დისკოებს შორის, r-ით—დისკოების რადიუსი, ω-თი—მათი ბრუნვის კუთხური სიჩქარე, ხოლო N-ით—ნახვრეტთა რიცხვი ყოველ დისკოში. დრო, რომელიც ჭირდება მოლეკულას, რომ გაიაროს l მანძილი, იქნება $\frac{l}{v}$. მეორე მხრივ, ამავე დროში D_2 დისკო უნდა მობრუნდეს $\frac{2\pi}{N}$, ან მისი ჯერადი კუთხით. ამისათვის მას დასჭირდება დრო $n\frac{2\pi}{N\omega}$. n არის მცირე მთელი რიცხვი. მიღებულ დროთა გატოლება გვაძლევს

$$\frac{l}{v}=n\cdot\frac{2\pi}{N\omega};$$

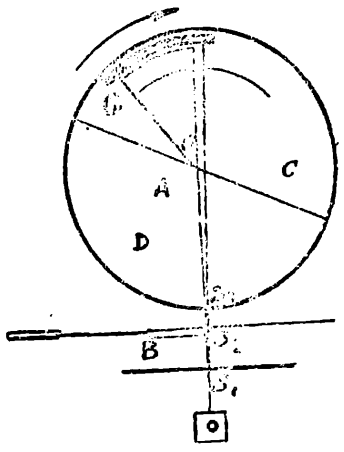
აქედან

$$v=\frac{lN\omega}{2\pi n}.$$

მხოლოდ ასეთი სიჩქარეების მქონე მოლეკულები გავლენ D_2 დისკოში და დაეცემიან მიმღებს. ცხადია, მიმღების ჩვენება გაზომავს სწორედ ასეთი სიჩქარეების მქონე მოლეკულათა რიცხვს. ბრუნვის ω კუთხური სიჩქარის შეცვლა საშუალებას მოგვცემს გამოვყოთ კონიდან სხვადასხვა სიჩქარის მქონე მოლეკულები და ამით გამოვარკვიოთ მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით. როგორც ცდების შედეგად გამოირკვა, ეს განაწილება, მართლაც, წარმოადგენს მაქსველის განაწილებას.

იმავე 1927 წელს ე ლ დ რ ი ჯ მა გაიმეორა ეს ცდა კადმიუმის ატომებისათვის და მიიღო კარგი თანხვდენა თეორიასთან.

კიდევ უფრო კარგი შედეგები მიიღეს 1931—1934 წწ. ცარტმანმა და კომ. მათ გააუმჯობესეს შტერნის ცდა და შესძლეს არა მარტო გაეზომათ მოლეკულების სიჩქარე, არამედ საკმაოდ ზუსტად შეემოწმებინათ მაქსველის კანონი. სათანადო ხელსაწყოს სქემა მოცემულია 68-ე ნახაზზე. ატომები ან მოლეკულები გამოდიან O ღუმელიდან, რომელიც ხურდება ელექტროდენით. S_1 და და S_2 ხვრელების საშუალებით გამოიყოფა ამ მოლეკულების ნაკადი. ცილინდრი c, რომელშიაც შედიან მოლეკულები, ძალიან დიდი სიჩქარით ბრუნავს A ღერძის ირგვლივ. ცილინდრში S_3 ხვრელის პირდაპირ მოთავსებულია მოლეკულების დამჭერი G, რომელიც წარმოადგენს მინის ფირფიტას. თუ ამ ფირფიტას განუწყვეტლად ვაცივებთ, მასზე დაცემული მოლეკულები დაილექება. ლაქას სახით. მთელი ხელსაწყო მოთავსებულია ძლიერ ევაკუირებულ ჭურჭელში. ცდა მიმდინარეობს შემდეგნაირად. ღუმელი ხურდება და გარკვეულ მომენტში იხსნება S_2 ხვრელი. მასში გავლილი მოლეკულების ნაკადი შევა ჯერჯერობით უძრავ ცილინდრში და მოგვცემს ლაქას G ფირფიტაზე. ასეთი დალექა წარმოებს იმ მომენტამდე, სანამ ლაქა არ გახდება კარგად შესამჩნევი. ამის შემდეგ G ფირფიტას ამოიღებენ და ფოტომეტრით შეისწავლიან ნალექის სისქეს სხვადასხვა წერტილში. შემდეგ ფირფიტას ისევ ათავსებენ ცილინდრში და უკანასკნელს ძალიან სწრაფად აბრუნებენ (დაახლოებით 6000 ბრუნით წუთში). ისევ აღებენ S_2 ხვრელს და მოლეკულებს დაახლოებით ათი საათის განმავლობაში აძლევენ საშუალებას ისევ დაილექონ ფირფიტაზე. ცხადია, სანამ მოლეკულა გაივლის S_2 მანძილს ხვრელიდან G ფირფიტამდე, ცილინდრი მობრუნდება გარკვეული კუთხით და მოლეკულები დაილექება უკვე სხვა ადგილას. შემდეგ ამოიღებენ ფირფიტას და ისევ ახდენენ მის ფოტომეტრირებას.

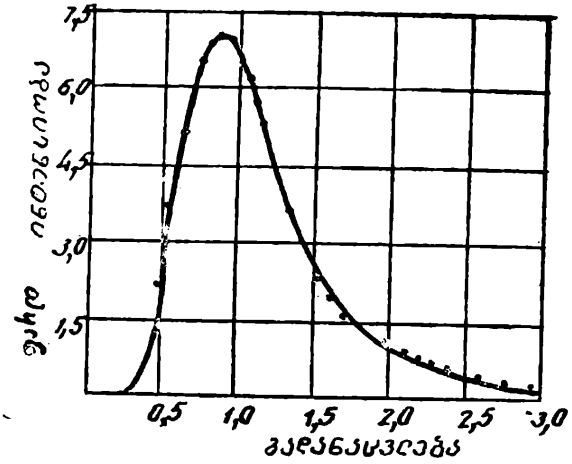


ნახ. 67

განსხვავება წინანდელი ლაქას სისქესა და ახალი ლაქას სისქეს შორის სხვადასხვა ადგილში საშუალებას მოგვცემს გამოვარკვიოთ მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით.

68-ე ნახაზზე მოყვანილია თეორიისა და ცდის შედარების შე-

დეგები. მრუდი გვიჩვენებს, თუ როგორ უნდა იყოს განაწილებული მთელ ფირფიტის სიგრძეზე ლაქას სისქე, რომ მართებული იყოს



ნახ. 68.

მაქსველის კანონი. წერტილებით ნაჩვენებია ფირფიტის სხვადასხვა ადგილას ცდით მიღებული ლაქას სისქე. როგორც ვხედავთ, თანხვედნა თეორიასა და ექსპერიმენტს შორის ძალიან კარგია. ეს ცდაც ნათლად ამტკიცებს მაქსველის განაწილების კანონის სისწორეს.

მეორე თავი

რეალური გაზები და სითხეები

§ 42. მოლეკულების სიდიდე და ურთიერთქმედება

იდეალური გაზების განხილვის დროს მხედველობაში არ მიგვიღია მოლეკულების სიდიდე და ურთიერთქმედება. ასეთი უგულებელყოფა სრულიად მართებული იყო, ვინაიდან იდეალური გაზის შემთხვევაში მანძილები მოლეკულებს შორის, მოლეკულების სიდიდესთან შედარებით, ძალიან დიდია, ხოლო მათი საშუალო კინეტიკური ენერგია დიდია მათ ურთიერთქმედების პოტენციალურ ენერგიასთან შედარებით. სრულებით სხვა მდგომარეობაა საკმაოდ შეკუმშული გაზის შემთხვევაში. მოლეკულებს შორის მანძილები იმდენად მცირეა, რომ აღარ შეიძლება არც მოლეკულების სიდიდისა და არც მათი ურთიერთქმედების უგულებელყოფა.

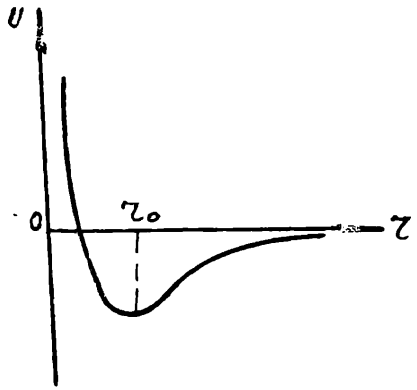
განვიხილოთ ჯერ მოლეკულების მოცულობის საკითხი. როგორც უკვე ვიცით, მოლეკულა წარმოადგენს რამდენიმე ატომისაგან შემდგარ სისტემას. იმისდა მიხედვით, თუ როგორია ატომებს შორის მოქმედი ძალები და შემადგენელი ატომების რიცხვი, მივიღებთ სხვადასხვა ფორმისა და სიდიდის მოლეკულას. თუ მოლეკულა ერთატომიანია, მისი ფორმა და მოცულობა იგივე იქნება, რაც ატომის ფორმა და მოცულობა (ინერტული გაზები, მეტალების ორთქლები და სხვ.). ვინაიდან ნეიტრალურ ატომში ელექტრონები განლაგებულია სფერული სიმეტრიით, ამიტომ აღნიშნულ შემთხვევაში მოლეკულასაც სფერული ფორმა ექნება. ცხადია, ამ მარტივ შემთხვევაში ელექტრონების სფერული განლაგების დიამეტრს შეიძლება ვუწოდოთ მოლეკულის დიამეტრი. მოლეკულის დიამეტრი აღვნიშნოთ σ[1] ასოთი. ამ სიდიდის თვალსაჩინო განსაზღვრა, რო-

[1] თანამედროვე კვანტური თეორიის მიხედვით, მოლეკულის (ატომის) დიამეტრის ზუსტი განსაზღვრა შეუძლებელია, ვინაიდან ელექტრონების მანძილი ატომბირთვამდე იცვლება. σ შეიძლება განისაზღვროს როგორც გაორკეცებული უალბათესი მანძილი ელექტრონებიდან.

დესაც გადავდივართ მრავალატომიან მოლეკულებზე, საკმაოდ რთულდება. ამ შემთხვევაში მოლეკულაში შემავალი ატომები და ელექტრონები სფერულად აღარაა განლაგებული და ამიტომ გარკვეული შეთანხმების გარეშე შეუძლებელია ლაპარაკი მოლეკულის დიამეტრის შესახებ. მიუხედავად ამისა, მაინც შემოვიღებთ მოლეკულის დიამეტრის σ ცნებას, მაგრამ ვუწოდებთ მას მოლეკულის ეფექტურ დიამეტრს იმის აღსანიშნავად, რომ იგი არ წარმოადგენს მოლეკულის „ნამდვილ“ დიამეტრს. მოლეკულის ეფექტური დიამეტრი σ წარმოადგენს ისეთი სფეროს დიამეტრს, რომლის ურთიერთქმედება გარეშე მოლეკულებთან ისეთივეა, როგორც აღებული მოლეკულისა.

ეფექტური დიამეტრის სიდიდე დამოკიდებულია როგორც მოლეკულის ფორმაზე, ისე მანძილებზე მოლეკულის შემადგენელ ატომებს შორის. შემდეგში განვსაზღვრავთ ზოგიერთი მოლეკულის ეფექტურ დიამეტრს, ახლა კი მხოლოდ აღვნიშნავთ, რომ, საზოგადოდ, იგი $10^{-8}cm$ რიგისაა.

განვიხილოთ მოლეკულების ურთიერთქმედების საკითხი. უკვე ვიცით, რომ დიდ მანძილებზე მოლეკულები ერთმანეთისაკენ მიიზიდება. სათანადო პოტენციალური ენერგია დამოკიდებულია მანძილზე მოლეკულებს შორის, სახელდობრ, იგი მანძილის მეექვსე ხარისხის უკუპროპორციულია:

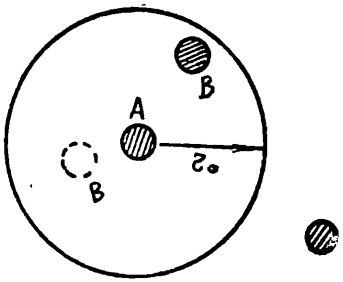


ნახ. 69.

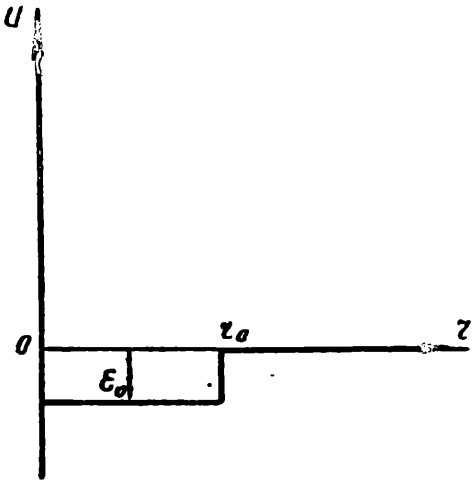
$$U \sim \frac{1}{r^6}.$$

მცირე მანძილებზე ეს მიზიდვა იცვლება განზიდვით, რომელიც ძალიან სწრაფად იზრდება მანძილის შემცირებასთან ერთად. მთლიანად ურთიერთქმედების პოტენციალურ მრუდს აქვს 69-ე ნახაზზე ნაჩვენები სახე. მრუდი გვიჩვენებს, რომ გარკვეულ მანძილამდე მოლეკულები მიიზიდება, ხოლო უფრო მცირე მანძილებზე—განიზიდება. როგორც ვხედავთ, საკმაოდ დიდ მანძილებზე მოლეკულების მიზიდვა იმდენად სუსტია, რომ სრული უფლებით შეგვიძლია დავუშვათ, რომ გარკვეულ r_0 მანძილის გარეთ მოლეკულები აღარ ურთიერთქმედებენ. ამ მანძილს ვუწოდოთ მოლეკულის ქმედების სფეროს რადიუსი. მაშა-

სადამე, წარმოვიდგენთ, რომ მოლეკულები ურთიერთქმედებენ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც მათ შორის მანძილი არ აღემატება ქმედების სფეროს რადიუსს. გარდა ამისა, მივიღოთ, რომ, როდესაც მეორე მოლეკულა მოხვდება პირველის ქმედების სფეროს შიგნით, ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია ერთი და იგივე იქნება, მიუხედავად იმისა, ქმედების სფეროს რომელ წერტილში მოხვდება მეორე მოლეკულის ცენტრი (ნახ. 70). ეს კი იმას ნიშნავს, რომ სადაც არ უნდა იყოს B მოლეკულა, ოღონდ კი იგი მოხვდეს A მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით, ურთიერთქმედების ენერგია ერთი და იგივე იქნება. აღვნიშნოთ ეს ენერგია ε_0-ით. მიღებული დაშვებანი შეიძლება გამოვსახოთ 71-ე ნახაზზე გამოსახული პოტენციალური მრუდით. r_0-ზე მეტი მანძილებისათვის მრუდი მიყვება r ღერძს, პოტენციალური ენერგია ნულს უდრის, ე. ი. მოლეკულებს შორის მიზიდვა არ არის. r_0 მანძილზე ადგილი აქვს მიზიდვას, მრუდი სწრაფად იწევს ქვევით, პოტენციალური ენერგია უარყოფითია. უფრო მცირე მანძილებისათვის მრუდი უცვლელი რჩება, პოტენციალური ენერგიაც მუდმივია და უდრის ε_0-ს (ε_0 უარყოფითია). ნამდვილი პოტენციალური მრუდის (ნახ. 69) შეცვლა ასეთი გამარტივებული მრუდით, ძალიან გაგვიადვილებს შემდგომ გამოანგარიშებას და იმავე დროს საშუალებას მოგვცემს ავხსნათ რეალური გაზების ის თვისებები, რომელთა ახსნა შეუძლებელი იყო იდეალური გაზების თეორიის საშუალებით. ზუსტად რომ ვთქვათ, მრუდის, ე. ი. ურთიერთქმედების ხასიათის ასეთი ძლიერი გამარტივება მოგვცემს გარკვეულ შეცდომას, მაგრამ, როგორც ირკვევა, პირველი მიახლოებით ეს შეცდომა ფრიად უმნიშვნელოა.



ნახ. 70.



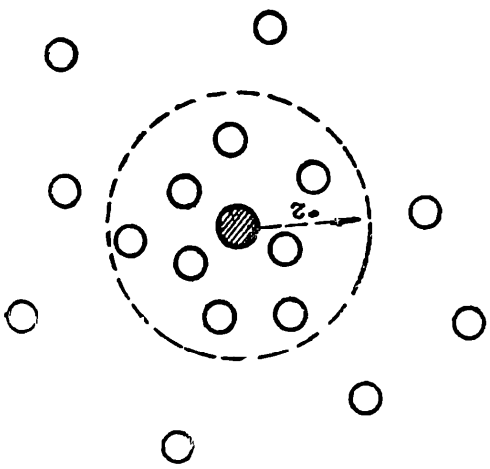
ნახ. 71.

§ 43. რეალური გაზის ენერგია და შინაგანი წნევა

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ იცვლება გაზის თვისებები, როდესაც მხედველობაში ვიღებთ მოლეკულების მოცულობას და მათს ურთიერთქმედებას. ჯერჯერობით განვიხილოთ რეალური გაზის ენერგიის საკითხი. როგორც ვიცით, სისტემის ენერგია გამოისახება ფორმულით:

$$E=\sum_{1}^{N}\frac{m_i v_i^2}{2}+U, \qquad \text{(VIII,1)}$$

სადაც პირველი წევრი არის მოლეკულების კინეტიკური ენერგიების ჯამი, ხოლო U—მათი ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია. იდეალურ გაზის შემთხვევაში გვქონდა მხოლოდ პირველი წევრი—კინეტიკური ენერგია, რომელიც გაზის აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია. რეალური გაზისათვის დამახასიათებელია სწორედ მეორე წევრი U და ჩვენი მიზანია მისი გამოთვლა.



ნახ. 72.

განვიხილოთ გაზის ნებისმიერი მოლეკულა და მისი ქმედების სფერო (ნახ. 72). რადგან მოლეკულის ქმედების სფეროს რადიუსია r_0, მისი მოცულობა იქნება:

$$V_0=\frac{4}{3}\pi r^3{}_0.$$

ახლა გამოვიანგარიშოთ, რამდენი მოლეკულაა საშუალოდ მოხვედრილი შერჩეული მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით. თუ დავუშვებთ, რომ მოლეკულები თანაბრადაა განაწილებული ჭურჭლის მთელს მოცულობაში, მივიღებთ, რომ ქმედების სფეროში მოხვედრილ მოლეკულათა რიცხვი n_0 ისე შეეფარდება მოლეკულების საერთო რიცხვს ერთის გამოკლებით, როგორც V_0 შეეფარდება ჭურჭლის მთელ V მოცულობას. თუ მოლეკულების საერთო რიცხვს აღვნიშნავთ N-ით, მივიღებთ:

$$\frac{n_0}{N-1}=\frac{V_0}{V},$$

ანუ

$$n_0 = \frac{V_0}{V}(N-1).$$

ყოველი ამ მოლეკულათაგანი ურთიერთქმედებს შერჩეულ მოლეკულასთან და სათანადო პოტენციალური ენერგია არის ε_0. მათი საერთო პოტენციალური ენერგია იქნება

$$n_0\varepsilon_0 = \frac{V_0}{V}(N-1)\varepsilon_0.$$

ასეთია რომელიმე ერთი შერჩეული მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით მოხვედრილი მოლეკულების პოტენციალური ენერგია. ცხადია, ასეთივე იქნება ყველა დანარჩენი მოლეკულის ქმედების სფეროებში მოხვედრილ მოლეკულათა პოტენციალური ენერგია. ამიტომ მთელი გაზის პოტენციალური ენერგიისათვის მივიღებთ

$$U = \frac{1}{2}\,\frac{V_0}{V}N(N-1)\varepsilon_0, \qquad \text{(VIII,2)}$$

მამრავლი $\frac{1}{2}$ შემოტანილია იმიტომ, რომ უიმისოდ ყოველი მოლეკულა ჩაითვლებოდა ორჯერ: ერთჯერ—როგორც ქმედების სფეროს შემქმნელი, მეორედ კი—როგორც მოხვედრილი სხვა მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით. ახლა შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$-\frac{1}{2}V_0\,\varepsilon_0\,N(N-1) = a, \qquad \text{(VIII,3)}$$

რადგან ε_0 უარყოფითია, a იქნება დადებითი. რეალური გაზის პოტენციალური ენერგიისათვის საბოლოოდ მივიღებთ

$$U = -\frac{a}{V}. \qquad \text{(VIII,4)}$$

რეალური გაზის პოტენციალური ენერგია მოცულობის უკუპროპორციულია. ნიშანი მინუსი გვიჩვენებს, რომ მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედება მიზიდვის ხასიათისაა.

სრული ენერგიისათვის მივიღებთ

$$E = \sum_1^N \frac{m_i v_i^2}{2} - \frac{a}{V}.$$

პირველი წევრისათვის იდეალური გაზების განხილვისას მივიღეთ

$$\sum_{1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} = M c_v T,$$

ამიტომ საბოლოოდ ენერგიისათვის მივიღებთ

$$E = M c_v T - \frac{a}{V}. \qquad \text{(VIII,5)}$$

ის ფაქტი, რომ რეალური გაზის ენერგია ტემპერატურის გარდა დამოკიდებულია კიდევ მოცულობაზე, შესამჩნევად ცვლის გაზის თვისებებს. პირველ ყოვლისა, საჭირო ხდება განსხვავების გატარება კინეტიკურ და გარეშე წნევათა შორის. იდეალური გაზის შემთხვევაში ეს ორი სიდიდე ტოლი იყო. რეალური გაზისათვის კი ამ ტოლობას ადგილი არა აქვს. მართლაც, განვიხილოთ ადიაბატური პროცესი

$$dQ = 0 \text{ და } dE = -pdV.$$

აქ dE არის სრული ენერგიის ნაზრდი, ხოლო p—გარეგანი წნევა. რეალური გაზის შემთხვევაში სრული ენერგია შედგება კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიებისაგან:

$$E = E_k + U;$$

ამიტომ

$$dE = dE_k + dU.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს

$$dE_k + dU = -pdV.$$

მეორე მხრივ, (VIII,4) ფორმულის თანახმად, მივიღებთ

$$dU = \frac{a}{V^2} dV;$$

აქედან კინეტიკური ენერგიის დიფერენციალისათვის გვექნება

$$dE_k = -\left(p + \frac{a}{V^2} \right) dV. \qquad \text{(VIII,6)}$$

მარჯვენა ნაწილში ფრჩხილებში მყოფი სიდიდე

$$P_k = p + \frac{a}{V^2} \qquad \text{(VIII,7)}$$

არის სწორედ კ ი ნ ე ტ ი კ უ რ ი წ ნ ე ვ ა, ე. ი. წნევა, რომლის საწინააღმდეგოდ შესრულებული მუშაობა [(VIII,6) განტოლების მარ-

ჯვენა მხარე] გაზის კინეტიკური ენერგიის ნაზრდის ტოლია. იდეალური გაზის შემთხვევაში იგი გარეგანი წნევის ტოლი იყო, რეალური გაზისათვის კი იგი გარეგან წნევაზე მეტია $\frac{a}{V^2}$ სიდიდით. (VIII,7) განტოლება გვიჩვენებს, რომ ამ უკანასკნელ სიდიდეს აქვს წნევის განზომილება (ვინაიდან იგი წარმოადგენს კინეტიკური და გარეგანი წნევების სხვაობას). მასში შემავალი კოეფიციენტი a, (VIII,3) განტოლების თანახმად, შეიცავს მოლეკულების ურთიერთქმედების პოტენციალურ ენერგიას. აქედან, ცხადია, სიდიდე $\frac{a}{V^2}$ წარმოადგენს მოლეკულების ურთიერთქმედებით გამოწვეულ წნევას. მისი მიმართულება ისეთივეა, როგორც გარეგანი წნევის [(VIII,7) ფორმულაში a დადებითია], ე. ი. იგი, ისევე როგორც გარეგანი წნევა, კუმშავს გაზს. თავისთავად ცხადია, ეს ასეც უნდა იყოს, ვინაიდან რეალური გაზების მოლეკულებს შორის არსებობს მიზიდვა, რომელიც ცდილობს შეკუმშოს გაზი. მიზიდვის ძალების ეს მოქმედება მაკროსკოპულად გამოისახება დამატებითი წნევით $\frac{a}{V^2}$.

გაზის მოლეკულების ურთიერთქმედებით გამოწვეულ დამატებით წნევას

$$P_i = \frac{a}{V^2} \qquad \text{(VIII,8)}$$

ეწოდება შინაგანი წნევა.

(VIII,8) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ შინაგანი წნევა მოცულობის კვადრატის უკუპროპორციულია. ამ ფაქტს ხშირად აკავშირებენ მოლეკულებს შორის არსებული ურთიერთქმედების ხასიათთან, თვლიან, რომ მოცულობის ზრდის დროს შინაგანი წნევის შემცირება დაკავშირებულია მოლეკულების ურთიერთქმედების შესუსტებასთან მათ შორის მანძილის გადიდების დროს. მაგრამ (VIII,4) განტოლების გამოყვანიდან ნათლად ჩანს, რომ შინაგანი წნევის დამოკიდებულება მოცულობაზე არავითარ კავშირში არ არის მოლეკულების ურთიერთქმედების ხასიათთან. გაზის პოტენციალური ენერგიის გამოსახულებაში მოცულობა შემოვიდა სულ სხვა მიზეზის გამო: რაც უფრო მეტია გაზის მოცულობა, მით უფრო ნაკლებია მისი სიმკვრივე და მოლეკულების მით უფრო ნაკლები რიცხვი მოხვდება ნებისმიერი მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით. მოლეკულების ურთიერთქმედების ხასიათზე დამოკიდებულია მხოლოდ a კოეფიციენტი [(VIII,3) ფორმულა]. თუ მოლეკულებს შორის ურ-

თიერთქმედება არ არის, a იქნება ნულის ტოლი და მივიღებთ იდეალური გაზის შემთხვევას. შემდეგში ვნახავთ, თუ როგორია შინაგანი წნევა სხვადასხვა გაზისათვის სხვადასხვა პირობებში, ახლა კი, როგორც მაგალითი, განვიხილოთ რომელიმე გაზის, მაგალითად ჟანგბადის, შინაგანი წნევა ჩვეულებრივ პირობებში (გარეგანი წნევა უდრის 1 atm). ჟანგბადისათვის $a = 136 \cdot 10^{10} erg\ cm^3$ ერთი გრამ-მოლეკულისათვის. მოცულობა ატმოსფერული წნევის პირობებში უდრის $22{,}4 \cdot 10^3\ cm^3$, ამიტომ შინაგანი წნევისათვის მივიღებთ

$$P_i = \frac{136.10^{10}\ erg}{(22{,}4.10^3)^2 cm^3} = 2{,}3.10^3 bar = 2{,}3 \cdot 10^{-3}\ atm.$$

როგორც ვხედავთ, აღნიშნულ პირობებში შინაგანი წნევა შეადგენს გარეგანი წნევის ძალიან მცირე ნაწილს—რამდენიმე მეათასედს, ისე რომ პირველ მიახლოებაში, მართლაც, შეიძლებოდა მისი უგულებელყოფა. ძლიერ შეკუმშული გაზებისათვის შინაგანი წნევა უკვე შესამჩნევი ხდება. მაგალითად, წნევის გაზრდა ათასჯერ მოცულობას შეამცირებს დაახლოებით ხუთჯერ, ისე რომ შინაგანი წნევა გაიზრდება 250000-ჯერ და გახდება დაახლოებით 570 atm, ე. ი. გარეგანი წნევის ნახევრის ტოლი.

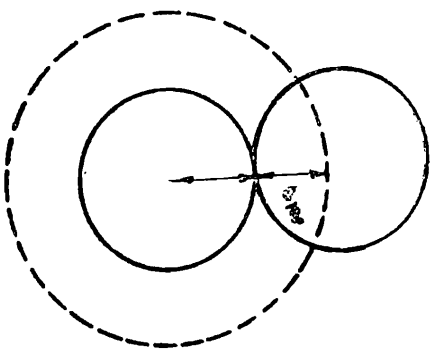
§ 44. რეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება— ვან-დერ-ვაალსის განტოლება

ახლა გამოვიყვანოთ რეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება. ეს განტოლება პირველად გამოიყვანა ჰოლანდიელმა ფიზიკოსმა ვან-დერ-ვაალსმა (1871) და ამიტომ ატარებს მის სახელს. გამოყვანა ისეთივეა, როგორც იდეალური გაზის განტოლებისა, მხოლოდ მხედველობაშია მიღებული მოლეკულების ურთიერთქმედება და მოცულობა. წინა პარაგრაფში გამოვარკვიეთ, რომ მოლეკულების ურთიერთქმედების გამო გაზის კინეტიკური წნევა არ უდრის გარეგან წნევას, არამედ ტოლია:

$$p + \frac{a}{V^2};$$

ამიტომ რეალური გაზის განტოლება მიიღება იდეალური განტოლებიდან, თუ გარეგანი წნევის მაგიერ ჩავსვამთ (VIII,7) ფორმულით განსაზღვრულ სიდიდეს. გარდა ამისა, მხედველობაში უნდა მივიღოთ მოლეკულების მოცულობა. გამოვარკვიოთ, ჰურჭლის მოცულობის რა ნაწილში არ შეიძლება მოხვდნენ მოლეკულების

ცენტრები. პირველი პარაგრაფის თანახმად, მივიღოთ, რომ მოლეკულები წარმოადგენს σ დიამეტრის მქონე სფეროებს. ჯერჯერობით განვიხილოთ მხოლოდ ორი მოლეკულა. ცხადია, მათ ცენტრებს შორის მანძილი არ შეიძლება იყოს σ-ზე ნაკლები (ნახ. 73). აქედან გამომდინარეობს, რომ ერთ-ერთი, მაგალითად, მეორე მოლეკულის ცენტრი ვერ მოხვდება სფეროში, რომლის ცენტრი არის პირველი მოლეკულის ცენტრი, ხოლო რადიუსი—σ. ეს იმას ნიშნავს, რომ აღებული ორი მოლეკულისათვის (მათი ცენტრებისათვის) ჭურჭლის მთელი მოცულობიდან გამორიცხულია σ რადიუსის მქონე სფეროს მოცულობა, ე. ი. მოცულობა



ნახ. 73.

$$\frac{4}{3}\pi\sigma^3.$$

ასეთივე მოცულობა იქნება გამორიცხული მოლეკულების ყოველი სხვა წყვილისათვის. ვინაიდან მოლეკულათა წყვილების რიცხვი არის $\frac{N}{2}$, ამიტომ ყველა მოლეკულისათვის გამორიცხული იქნება მოცულობა

$$b=\frac{4\pi}{3}\,\frac{N}{2}\sigma^3=4\cdot N\cdot\frac{\pi\sigma^3}{6}. \qquad \text{(VIII,9)}$$

რადგან $\frac{\pi\sigma^3}{6}$ ერთი მოლეკულის მოცულობაა, გამორიცხული მოცულობა b ყველა მოლეკულის გაითხეცებული მოცულობის ტოლი იქნება. ასეთია ის ნაწილი მთელი V მოცულობისა, რომელშიც არ შეიძლება მოხვდეს მოლეკულების ცენტრები. მდგომარეობა ისეთია, თითქო გაზის მოცულობა შემცირებულია b სიდიდით, ე. ი. არის არა V, არამედ $V-b$.

ახლა უკვე შეიძლება დავწეროთ რეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება. ამისათვის საკმარისია იდეალური გაზის განტოლებაში

$$pV=\frac{M}{\mu}RT$$

გარეგანი წნევის მაგიერ შევიტანოთ კინეტიკური წნევა

$$p+\frac{a}{V^2},$$

ხოლო მოცულობის მაგიერ $V-b$. მივიღებთ

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)\left(V-b\right)=\frac{M}{\mu}RT. \qquad \text{(VIII,10)}$$

ეს არის რეალური გაზების მდგომარეობის განტოლება, ანუ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება.

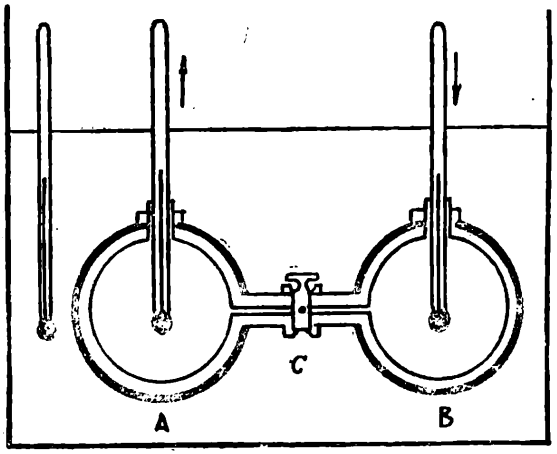
გავარჩიოთ ამ განტოლებაში შემავალი სიდიდეების მნიშვნელობა. p არის გარეგანი წნევა, $\frac{a}{V^2}$ — შინაგანი წნევა, გამოწვეული მოლეკულების ურთიერთქმედებით, V — ჭურჭლის მოცულობა, b—მოლეკულების გაოთხკეცებული მოცულობა და იმავე დროს ჭურჭლის მოცულობის ის ნაწილი, რომელშიც არ შეიძლება მოხვდეს მოლეკულების ცენტრები, a—მოლეკულების ურთიერთქმედების გამომსახველი კოეფიციენტი. განტოლების მარჯვენა ნაწილში: M არის გაზის მასა, μ—მოლეკულური წონა, R—გაზების უნივერსალური მუდმივა და T—აბსოლუტური ტემპერატურა.

თუ უგულებელვყოფთ მოლეკულების ურთიერთქმედებას და მოცულობას, ე. ი. დავუშვებთ, რომ $\frac{a}{V^2}\ll p$ და $p\ll V$, მივიღებთ იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლებას.

როგორც (VIII,10) ფორმულის გამოყვანიდან ჩანს, a და b კოეფიციენტები მოცემული გაზისათვის მუდმივ სიდიდეებს უნდა წარმოადგენდნენ. ისინი დამოკიდებულნი უნდა იყვნენ მხოლოდ გაზის გვარობაზე. როგორც ცდები გვიჩვენებს, ეს შედეგი არ არის ზუსტად მართებული. გამოირკვა, რომ a და b დამოკიდებულია გაზის ტემპერატურასა და წნევაზე. თუმცა მათი ცვლილება არც იმდენად დიდია, მაგრამ ზუსტი გაზომვების შემთხვევაში იგი აუცილებლად მისაღებია მხედველობაში.

შემდეგში ვნახავთ, რომ არც ვან-დერ-ვაალსის განტოლება წარმოადგენს მდგომარეობის ზუსტ განტოლებას რეალური გაზებისათვის. მართალია, მისი გამოყენების არე უფრო ფართოა, ვიდრე კლაპეირონის განტოლებისა (იგი ნაწილობრივ გამოდგება სითხეებისათვისაც), მაგრამ მისი გამოყენებით მიღებული შედეგები ცდის შედეგებს თანხვდება მხოლოდ თვისობრივად და არა რაოდენობრივად.

იმის გამოსარკვევად, დამოკიდებულია თუ არა გაზის ენერგია მოცულობაზე, გეი-ლუსაკმა 1807 წელს ჩაატარა შემდეგი ცდა. ორი ჭურჭელი—A და B (ნახ. 74) შეერთებული იყო ონკანიანი C მილით. ერთ-ერთ ჭურჭელში მოთავსებული იყო საკმაოდ დიდი წნევის მქონე გაზი. მეორე ჭურჭელი კი ცარიელი იყო. მთელი ხელსაწყო მოთავსებული იყო წყლით სავსე ჭურჭელში. წყალში



ნახ. 74.

ჩაშვებული თერმომეტრებით იზომებოდა ტემპერატურა. ონკანის გაღების შემდეგ გაზი ფართოვდებოდა და ავსებდა ორივე ჭურჭელს. თუ გაზის ენერგიას გაფართოებამდე და გაფართოების შემდეგ აღვნიშნავთ E_1 და E_2, თერმოდინამიკის პირველი კანონის თანახმად, მივიღებთ

$$E_2 - E_1 = Q + A.$$

ვინაიდან გაზი ფართოვდებოდა სიცარიელეში (მეორე ჭურჭელი ცარიელი იყო), შესრულებული მუშაობა $A=0$, ამიტომ

$$E_2 - E_1 = Q.$$

თუ გაზის ენერგია გაფართოების შედეგად შეიცვალა ($E_2 \neq E_1$), გაზს უნდა მიეღო ან გადაეცა გარეშე სითხისათვის სითბო, ე. ი. სითხის ტემპერატურა უნდა შეცვლილიყო. გეი-ლუსაკმა გამოარკვია, რომ სითხის ტემპერატურა ცდების სიზუსტის ფარგლებში უცვლელი დარჩა, ე. ი. $Q=0$. აქედან მან გამოიყვანა დასკვნა, რომ $E_2 = E_1$.

ახლა გამოვარკვიოთ, რა მოხდება, თუ გეი-ლუსაკის ცდას ჩავატარებთ რეალურ გაზზე, რომელიც ემორჩილება ვან-დერ-ვაალსის განტოლებას. პირობების თანახმად, გეი-ლუსაკის ცდის დროს

$$E_2 = E_1,$$

მეორე მხრივ, რეალური გაზისათვის

$$E = M c_v T - \frac{a}{V};$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$M c_v T_2 - \frac{a}{V_2} = M c_v T_1 - \frac{a}{V_1};$$

აქედან ტემპერატურის ცვლილებისათვის მივიღებთ

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{M c_v}\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right);$$

მცირე გარდაქმნისა და ტემპერატურებისა და მოცულობის ნაზრდების მაგიერ დიფერენციალების შემოღების შემდეგ მივიღებთ

$$dT = -\frac{a dV}{M V^2 c_v}; \qquad \text{(VIII,11)}$$

ვინაიდან მარჯვენა მხარეში dV-თან მდგომი ყველა სიდიდე დადებითია, ხოლო გეი-ლუსაკის ცდის პირობებში მოცულობა იზრდება ($dV > 0$), მივიღებთ, რომ

$$dT < 0,$$

ე. ი. გეი-ლუსაკის ცდის დროს ყველა რეალური გაზი უნდა ცივდებოდეს. თუ გაზისათვის ცნობილია a და c_v შეიძლება გამოვიანგარიშოთ dT. მივიღოთ, მაგალითად, რომ გაზი გაფართოვდა ერთიორად, მაშინ ტემპერატურის ცვლილებისათვის მივიღებთ

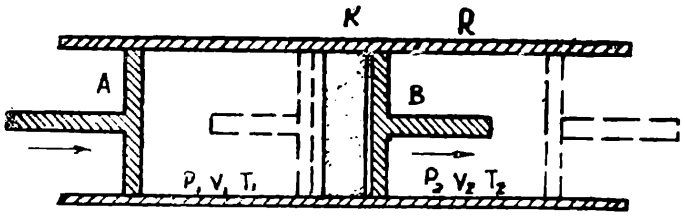
CO_2-სათვის $dT = -0{,}3^0$,
O_2-სათვის $dT = -0{,}15^0$,
H_2-სათვის $dT = -0{,}025^0$.

ჩვენ ვხედავთ, რომ, რაც უფრო ახლოსაა გაზი იდეალურ მდგომარეობასთან, მით უფრო ნაკლებია ტემპერატურის ცვლილება (წყალბადი უფრო ნაკლებად იხრება იდეალური გაზის მდგომარეო-

ბიდან, ვიდრე O_2 და CO_2). ამასთანავე ვხედავთ, რომ ტემპერატურის ცვლილება ძალიან მცირეა, ისე რომ მისი შემჩნევა მოითხოვს საკმაოდ ზუსტ გაზომვებს. გეი-ლუსაკისა და ჯოულის ცდების სიზუსტე სრულებით არ იყო საკმარისი ტემპერატურის ამ ცვლილების შესამჩნევად. ხელსაწყოს ირგვლივ მყოფი წყლის დიდი სითბოტევადობის გამო მისი ტემპერატურის ცვლილება ძალიან მცირეა (ვან-დერ-ვაალსის გამოანგარიშების მიხედვით იგი ჯოულის ცდების შემთხვევაში არ შეიძლება აღემატებოდეს $0{,}0045^0$) და მისი გაზომვა კალორიმეტრული თერმომეტრებით თითქმის შეუძლებელი იყო და ამიტომ გეი-ლუსაკს ჭონდა უფლება გამოეტანა დასკვნა, რომ რეალური გაზის ენერგია არ არის დამოკიდებული მოცულობაზე. ჯოულმა და ტომსონმა 1852—54 და 1860—62 წწ. იმავე საკითხის გამოსარკვევად ჩაატარეს სხვა პრინციპზე დამყარებული ცდები, რომელთა საშუალებითაც მათ დაამტკიცეს, რომ გაზის ენერგია თუმცა მცირედ, მაგრამ მაინც დამოკიდებულია მოცულობაზე.

ჯოულისა და ტომსონის ხელსაწყოს სქემა მოყვანილია 75-ე ნახაზზე.

R წარმოადგენს სითბოს ცუდად გამტარი მასალისაგან გაკეთებულ მილს. მილის შუა ადგილას მოთავსებულია ფორებიანი K საცობი. საცობის მარცხნივ და მარჯვნივ არის ორი მოძრავი დგუში A და B, რომლებიც ჰერმეტულად ხურავენ მილს. ცდის



ნახ. 75.

დაწყებამდე მარჯვენა დგუში ეხება საცობს, ხოლო მარცხენა დაშორებულია მისგან გარკვეული მანძილით. მარცხენა დგუშსა და საცობს შორის მოთავსებულია გაზი. მისი წნევა, მოცულობა და ტემპერატურა ამ მდგომარეობაში იყოს p_1, V_1 და T_1. ცდა ტარდება შემდეგნაირად. მარცხენა დგუშზე მოქმედი p_1 წნევის გავლენით დგუში ინაცვლებს საცობისაკენ და დევნის გაზს (ყოველთვის p_1 წნევის მქონეს) საცობში. საცობში გასული გაზი ანაცვლებს მარჯვენა დგუშს, რომელზედაც მოქმედებს p_2 გარეგანი წნე-

ვა. პროცესი მთავრდება, როდესაც მარცხენა დგუში მიაღწევს საცობს და მთელ გაზს გადადევნის მარჯვენა მხარეს. გაზის წნევა, მოცულობა და ტემპერატურა საცობის მარჯვენა მხარეზე გადასვლის შემდეგ იყოს p_2, V_2, T_2. ჯოულმა და ტომსონმა ამ ცდებით გამოარკვიეს, რომ აღნიშნული პროცესის შემდეგ გაზის ტემპერატურა T_2 არ უდრის T_1. გამოვარკვიოთ რისი მაჩვენებელია ტემპერატურის ეს ცვლილება.

თერმოდინამიკის პირველი კანონი გვაძლევს

$$E_2 - E_1 = A + Q,$$

სადაც A არის გაზზე შესრულებული მუშაობა. უკანასკნელი შემდეგნაირად გამოიანგარიშება. მარცხენა დგუში, რომელიც კუმშავს გაზს, ასრულებს $p_1\ V_1$ მუშაობას (შეკუმშვის დროს წნევა უცვლელია). მეორე მხრივ, თვით გაზი, გადასული მარჯვენა მხარეს, გადაანაცვლებს დგუშს და შეასრულებს $p_2\ V_2$ მუშაობას. გაზზე შესრულებული საერთო მუშაობა იქნება

$$A = p_1V_1 - p_2V_2;$$

ჩასმის შემდეგ თერმოდინამიკის პირველი კანონი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$E_2 - E_1 = p_1V_1 - p_2V_2 + Q;$$

ვინაიდან პროცესი ადიაბატურია, ე. ი. $Q = 0$, მივიღებთ

$$E_2 - E_1 = p_1V_1 - p_2V_2. \qquad \text{(VIII,12)}$$

ვთქვათ, ჯოულ-ტომსონის ცდას ვატარებთ იდეალურ გაზზე. ამ შემთხვევაში (VII, 5) და (VII,35) განტოლებების გამოყენება მოგვცემს

$$Mc_v(T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu}R(T_1 - T_2),$$

ანუ

$$\left(c_v + \frac{R}{\mu}\right)\left(T_2 - T_1\right) = 0.$$

ვინაიდან $\left(c_v + \frac{R}{\mu}\right)$ არ უდრის ნულს, მივიღებთ

$$T_2 = T_1,$$

ე. ი. ჯოულ-ტომსონის ცდის დროს იდეალური გაზის ტემპერატურა არ უნდა შეიცვალოს. ცდები კი

გვიჩვენებს, რომ ყველა გაზისათვის ადგილი აქვს ტემპერატურის შეცვლას. ეს შედეგი იმის დამამტკიცებელია, რომ არსებული გაზები არ წარმოადგენს იდეალურ გაზებს და რომ მათი ენერგია დამოკიდებულია მოცულობაზე. ჯოულ-ტომსონის ცდის დროს მიღებულ ტემპერატურის ცვლილებას ეწოდება ჯოულ-ტომსონის ეფექტი. მე-19 ცხრილში მოყვანილია ტემპერატურის ცვლილება ზოგიერთი გაზისათვის ატმოსფერული წნევის პირობებში; ($p_1 > p_2$) და $-\frac{\Delta T}{\Delta p}$ არის ტემპერატურის ცვლილება, გამოწვეული წნევის შემცირებით ერთი ატმოსფეროთი.

ცხრილი 19

გაზი	t°c	$\frac{\Delta T \text{ grad}}{\Delta p \text{ atm}}$	გაზი	t°c	$\frac{\Delta T \text{ grad}}{\Delta p \text{ atm}}$
H_2	6,8	+0,030	ჰაერი	—55	—0,44
	90,1	+0,044		0,6	—0,27
CO_2	0	—1,35		49	—0,20
	20	—1,14		150	—0,09
	40	—0,96		250	—0,02
	100	—0,62			

ეს ცხრილი გვიჩვენებს, რომ სხვადასხვა გაზი სხვადასხვანაირად იქცევა ჯოულ-ტომსონის ცდის პირობებში. წყალბადი გაფართოების დროს თბება, დანარჩენი გაზები კი ცივდება. გარდა ამისა, თვით ტემპერატურის ცვლილება დამოკიდებულია გაზის ტემპერატურასა და წნევაზე.

ყველა ამ მოვლენის ასახსნელად გამოვიყენოთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება და (VIII,5) განტოლება რეალური გაზის ენერგიისათვის. ვან-დერ-ვაალსის განტოლების თანახმად,

$$pV = \frac{M}{\mu} RT - \frac{a}{V} + bp + \frac{ab}{V^2};$$

a და b კოეფიციენტების სიმცირის გამო მათი ნამრავლის შემცველი წევრი შეიძლება უგულებელვყოთ. ჩასმა (VIII,12) განტოლებაში მოგვცემს

$$Mc_v T_2 - \frac{a}{V_2} - Mc_v T_1 + \frac{a}{V_1} = \frac{M}{\mu} R(T_1 - T_2) + a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) + b(p_1 - p_2);$$

მცირე გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ

$$M\left(c_v+\frac{R}{\mu}\right)(T_2-T_1)=2a\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)+b(p_1-p_2).$$

გამოთვლების გასამარტივებლად რეალური გაზისათვის გამოვიყენოთ განტოლებები

$$c_v+\frac{R}{\mu}=c_p$$

და

$$pV=\frac{M}{\mu}RT,$$

რომლებიც ზუსტად მართებულია მხოლოდ იდეალური გაზისათვის. ეს დაშვება სავსებით საკმარისია იმ მიახლოებითი ფორმულის გამოსაყვანად, რომელიც საზღვრავს ჯოულ-ტომსონის ეფექტს. გვექნება:

$$Mc_p(T_2-T_1)=\frac{2a\mu}{MR}\cdot\frac{P_2T_1-P_1T_2}{T_1T_2}+b(p_1-p_2).$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ T_2-T_1 ძალიან მცირეა, განტოლების მარჯვენა მხარეში T_1 და T_2 შეიძლება შევცვალოთ საშუალო T-თი, გვექნება

$$Mc_p(T_2-T_1)=\frac{2a\mu}{MRT}\cdot(p_2-p_1)+b(p_1-p_2),$$

ანუ

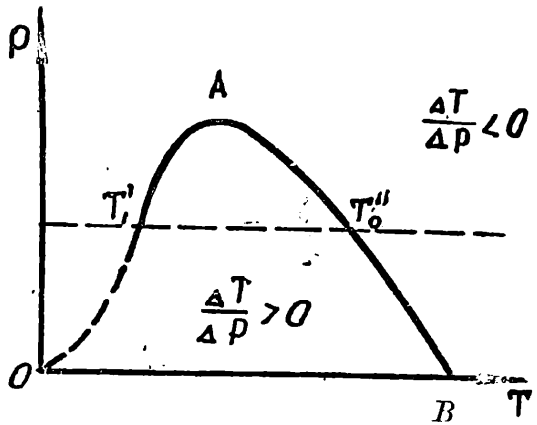
$$\frac{\Delta T}{\Delta p}=\frac{1}{Mc_p}\left\{\frac{2a\mu}{MRT}-b\right\}. \qquad \text{(VIII,13)}$$

ასეთია მიახლოებითი ფორმულა ტემპერატურის იმ ცვლილებისათვის, რომელსაც ადგილი აქვს ჯოულ-ტომსონის ცდაში გაზის წნევის ერთი ერთეულით გადიდების დროს. როგორც ვხედავთ, ტემპერატურის ცვლილება გაზის გაფართოებისას ($\Delta p<0$), შეიძლება იყოს დადებითი, ნული ან უარყოფითი იმისდა მიხედვით $\frac{2a\mu}{MRT}$ ნაკლებია, ტოლია თუ მეტია b კოეფიციენტზე.

ტემპერატურას, რომელზედაც ΔT ნულის ტოლია, ე. ი. რომელზედაც

$$\frac{2a\mu}{MRT_i}=b, \qquad \text{(VIII,14)}$$

ეწოდება ინვერსიის ტემპერატურა. ამ ტემპერატურის ზევით წნევის შემცირება იწვევს ტემპერატურის გაზრდას, ხოლო ქვევით—შემცირებას. თუ ცნობილია a და b კოეფიციენტები, შეიძლება გამოვიანგარიშოთ ინვერსიის ტემპერატურა. მე-19 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი გაზის ინვერსიის ტემპერატურები, გამოანგარიშებული (VIII,14) ფორმულით. ცხრილი გვიჩვენებს, რომ ყველა გაზისათვის, გარდა წყალბადისა და ჰელიუმისა, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე წნევის შემცირება უნდა იწვევდეს გაზის გაცივებას (ცხრ. 17). მხოლოდ $T=-194°$ ქვევით წყალბადი უნდა ცივდებოდეს ისე, როგორც სხვა გაზები ინვერსიის ტემპერატურის ქვევით. მართლაც, ოლშევსკიმ აღმოაჩინა, რომ —194°-ზე დაბალ ტემპერატურებზე წყალბადი გაფართოების შედეგად ცივდება. როგორც ვხედავთ, ვან-დერ-ვაალსის განტოლება კარგად ხსნის ჯოულ-ტომსონის ცდის შედეგებს, მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ რაოდენობრივი მხრივ თანხვდენა არც ისე კარგია, სახელდობრ, ცდით ნაპოვნი ინვერსიის ტემპერატურა უფრო დაბალია, ვიდრე თეორიის საფუძველზე გამოანგარიშებული.



ნახ. 76.

ჯოულ-ტომსონის ცდის უფრო დეტალური განხილვა გვიჩვენებს, რომ დაბალი წნევისათვის არსებობს ინვერსიის ორი წერტილი (ნახ. 76, წერტილები T_i' და T_i''; (VIII,14) განტოლება საზღვრავს ინვერსიის ზევითა წერტილს, ინვერსიის T_i წერტილის ქვევით $\frac{\Delta T}{\Delta p}<0$ (გაზი გაფართოების შედეგად თბება). პირველი ინვერსიის ტემპერატურიდან T_i' მეორე ინვერსიის ტემპერატურამდე T_i'' $\frac{\Delta T}{\Delta p}>0$, ე. ი. გაზი ცივდება, ხოლო მეორე ინვერსიის ტემპერატურის ზევით გაზი ისევ თბება

$\left(\frac{\Delta T}{\Delta p}<0\right)$. წნევის გაზრდა იწვევს ინვერსიის ტემპერატურების დაახლოებას და, ბოლოს, თანხვდენას (A წერტილი). უფრო მაღალი წნევებისათვის გაზი გაფართოების შედეგად ყოველთვის თბება. OAB მრუდი ერთმანეთისაგან ყოფს არეებს, რომელთათვის $\frac{\Delta T}{\Delta p}$ მეტია და ნაკლებია ნულზე.

ჯოულ-ტომსონის ეფექტი პრაქტიკაში გამოყენებულია გაზების გასაცივებლად და თხევად მდგომარეობაში გადასაყვანად. სათანადო ხელსაწყოები და დანადგარები განიხილება ქვემოთ.

§ 46. რეალური გაზის გაფართოების, კუმშვისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები. სითბოტევადობა

ვან-დერ-ვაალსის განტოლების სირთულის გამო, აღნიშნული კოეფიციენტების განსაზღვრა ზუსტად, გაწარმოების საშუალებით, ფრიად რთულია და არც არის საჭირო, ვინაიდან (VIII,10) განტოლება მხოლოდ თვისობრივად აღწერს რეალური გაზის თვისებებს.

ამიტომ რეალური გაზების თვისებებს გამოვარკვევთ თვით ვან-დერ-ვაალსის განტოლების უშუალო ანალიზით. დავიწყოთ რეალური გაზის კუმშვადობის საკითხით.

დავწეროთ (VIII,10) განტოლება შემდეგი სახით:

$$pV=\frac{M}{\mu}RT-\frac{a}{V}+bp+\frac{ab}{V^2}. \qquad (\text{VIII},10^1)$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ მუდმივი ტემპერატურის პირობებში pV ნამრავლი, იდეალური გაზისაგან განსხვავებით, უცვლელი არ რჩება. pV ნამრავლის ცვალებადობის ხასიათის გამოსარკვევად შემდეგნაირად მოვიქცეთ. დავუშვათ, რომ $b=0$, ე. ი. მივიღოთ, რომ გაზის მოლეკულებს მოცულობა არა აქვს. მათ შორის არსებობს მხოლოდ მიზიდულობა, გამოხატული a კოეფიციენტით. მაშინ წინა განტოლება დაიწერება შემდეგნაირად:

$$pV=\frac{M}{\mu}RT-\frac{a}{V};\quad T=\text{const}.$$

ვინაიდან წნევის გაზრდა იწვევს მოცულობის შემცირებას, განტოლების მარჯვენა ნაწილში მყოფი მეორე წევრი გაიზრდება, ე. ი. მთელი მარჯვენა მხარე შემცირდება.

აქედან გამომდინარეობს, რომ გაზი, რომელიც (VIII,15) განტოლებას ემორჩილება, იკუმშება უფრო ძლიერად, ვიდრე იდეალური გაზი. ეს გასაგებია, ვინაიდან მოლეკულებს შორის არსებული მიზიდვა (კოეფიციენტი a) ემატება გარეგან წნევას და იწვევს გაზის დამატებითს შეკუმშვას.

ახლა დავუშვათ, რომ ნულის ტოლია არა b, არამედ a კოეფიციენტი, ე. ი. მოლეკულებს აქვს მოცულობა, მაგრამ მათ შორის მიზიდვა არ არის, მაშინ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება შემდეგი სახით დაიწერება:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT + bp. \qquad \text{(VIII,16)}$$

წნევის გაზრდა ამ შემთხვევაში გამოიწვევს მთელი მარჯვენა მხარის გადიდებას, ე. ი. გაზი, რომელიც (VIII,16) განტოლებას ემორჩილება, იკუმშება უფრო ნაკლებად, ვიდრე იდეალური გაზი. ეს შედეგიც სავსებით გასაგებია, ვინაიდან მოლეკულების მოცულობა (b კოეფიციენტი) შეადგენს მთელი მოცულობის უკუმშველ ნაწილს[1].

ცხადია, გაზი, რომელიც ემორჩილება ვან-დერ-ვაალსის სრულ განტოლებას, შეიკუმშება უფრო ძლიერად ან უფრო სუსტად, ვიდრე იდეალური გაზი, იმისდა მიხედვით, თუ რომელი წევრია მეტი: $\frac{a}{V}$ თუ $bp + \frac{ab}{V^2}$. უკანასკნელი ფარდობა კი დამოკიდებულია a და b კოეფიციენტების სიდიდესა და წნევისა და ტემპერატურის მნიშვნელობებზე. თუ წნევა დაბალია, $\frac{a}{V}$ მეტია, ვიდრე $b\left(p+\frac{a}{V^2}\right)$ და წნევის ზრდა იწვევს pV ნამრავლის შემცირებას—გაზი იკუმშება უფრო ძლიერად, ვიდრე იდეალური. მაღალი წნევებისათვის კი $b\left(p+\frac{a}{V^2}\right)$ უფრო მეტი ხდება, ვიდრე $\frac{a}{V}$ და, წნევის გაზრდის შედეგად, pV იზრდება—გაზი იკუმშება უფრო სუსტად, ვიდრე იდეალური. ცხადია, უნდა არსებობდეს ისეთი წნევა, რომელზედაც გაზი იკუმშება ისე, როგორც იდეალური. სათანადო წერტილში pV ნამრავლს აქვს მინიმუმი, ე. ი. ამ წერტილისათვის

---

[1] დეტალური განხილვა გვიჩვენებს, რომ b არ არის აბსოლუტურად მუდმივი სიდიდე. იგი, ისევე როგორც a, დამოკიდებულია გაზის მოცულობაზე, სახელდობრ, b კლებულობს მოცულობის შემცირების შედეგად.

$$\left\{\frac{\partial(pV)}{\partial p}\right\}_T = 0; \qquad \text{(VIII,17)}$$

ამ წარმოებულის მიახლოებით გამოსაანგარიშებლად (VIII,10′) განტოლების მარჯვენა ნაწილში მოცულობა გამოვხატოთ კლაპეირონის განტოლების საშუალებით. მივიღებთ

$$pV = \frac{M}{\mu}RT - \frac{\mu a}{MRT}p + bp + \frac{\mu^3 ab}{M^3R^3T^3}p^2.$$

გაწარმოება p-ს მიმართ მუდმივი ტემპერატურის პირობებში მოგვცემს

$$-\frac{\mu a}{MRT} + b + \frac{2\mu^2 ab}{M^2R^2T^2}p_m = 0.$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს

$$\frac{M^2R^2}{2\mu^2 a} = A \quad \text{და} \quad \frac{MR}{\mu b} = B,$$

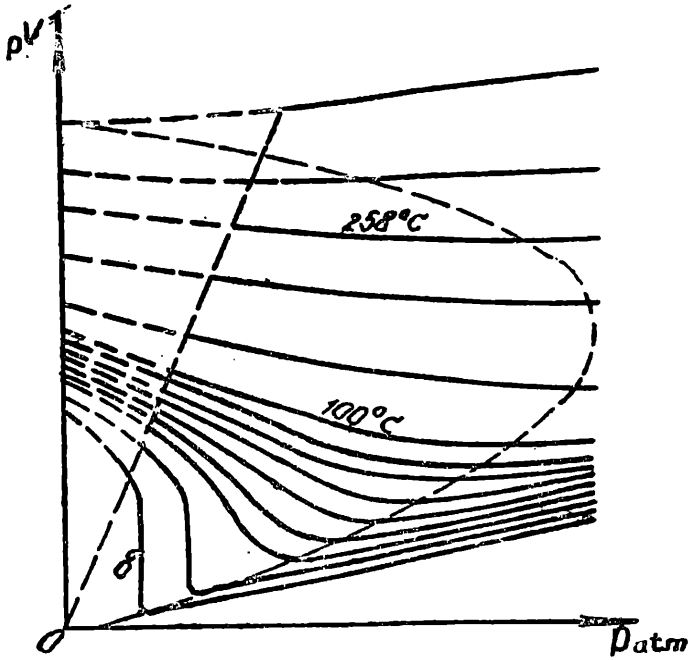
მივიღებთ

$$p_m = -AT^2 + BT. \qquad \text{(VIII,18)}$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ (pV) ნამრავლის მინიმუმის სათანადო წნევა არის ტემპერატურის კვადრატული ფუნქცია (სათანადო მრუდი 78-ე ნახაზზე ნაჩვენებია პუნქტირით, იგი მიღებულია (pV, p) მრუდების მინიმუმის წერტილების შეერთებით). დაწყებული დაბალი ტემპერატურებიდან p_m იზრდება, აღწევს მაქსიმუმს და შემდეგ ისევ მცირდება. ცხადია, რომელიღაც გარკვეული ტემპერატურისათვის p_m გახდება ნული (სათანადო მრუდი გადაკვეთს pV ღერძს). ამ ტემპერატურას ეწოდება ბოილის ტემპერატურა T_b. ეს სახელწოდება მიღებულია იმიტომ, რომ ამ ტემპერატურაზე (pV) ნამრავლის მინიმუმი იმყოფება pV ღერძზე და ნულოვანი წნევის პირობებში მხოლოდ ამ ტემპერატურისათვის არის შესრულებული (VIII,17) განტოლებიდან გამომდინარე პირობა, ე. ი. მხოლოდ ბოილის ტემპერატურაზე, როცა $p=0$, რეალური გაზი იქცევა ისე, როგორც იდეალური (ემორჩილება ბოილ-მარიოტის კანონს). პირობის თანახმად, ბოილის ტემპერატურისათვის $p_m=0$, ამიტომ (VIII,18) ფორმულის საშუალებით მივიღებთ

$$T_B = \frac{\mu a}{MRb}. \qquad \text{(VIII,19)}$$

(VIII,14) ფორმულასთან შედარება გვაძლევს, რომ ბოილის ტემპერატურა ორჯერ ნაკლებია, ვიდრე ზემო ინვერსიის ტემპერატურა. ცხადია, აგრეთვე, რომ ბოილის ტემპერატურაზე მაღალ



ნახ. 77.

ტემპერატურებისათვის pV მრუდს აღარა აქვს მინიმუმი, ე. ი. გაზი ყველა წნევისათვის იკუმშება უფრო სუსტად, ვიდრე იდეალური გაზი (ნახ. 77).

მიღებული შედეგების შედარება ცდასთან გვიჩვენებს, რომ თვისობრივი მხრივ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება კარგად აღწერს რეალური გაზის თვისებებს. 77-ე ნახაზზე მოცემულია (pV, p) მრუდები CO_2 სათვის სხვადასხვა ტემპერატურაზე. როგორც ვხედავთ, მრუდებს მართლაც აქვს მინიმუმი, რომელიც ტემპერატურის ზრდის შედეგად ინაცვლებს მარჯვნივ, ხოლო გარკვეული ტემპერატურის შემდეგ იწყებს გადანაცვლებას მარცხნივ და ბოილის ტემპერატურაზე გადაკვეთს $0pV$ ღერძს. VII თავის მე-16 ცხრილში მოყვანილია pV ნამრავლის მნიშვნელობები აზოტისა და ჰაერისათვის სხვადასხვა წნევის დროს. ჩვენ ვხედავთ, რომ pV-ს, მართლაც, აქვს მინიმუმი.

pV ნამრავლის მნიშვნელობები, მიღებული ვან-დერ-ვაალსის განტოლებიდან a და b კოეფიციენტების სათანადო შერჩევით, შე-

გადაროთ ცდით მიღებულ მნიშვნელობებს (ცხრ. 20). როგორც ვხედავთ, თანხვდენა საკმაოდ კარგია. მაგრამ, თუ განვიხილავთ წნევის დიდ მნიშვნელობებს, აღმოჩნდება, რომ ნამდვილი გაზები გვიჩვენებს შესამჩნევ გადახრებს ვან-დერ-ვაალსის განტოლებიდან.

ცხრილი 20

წნევა	pV გამ.	pV გაზ.
34,90	982	982
45,24	979	978
55,50	977	977
64,00	978	977
72,16	981	978
84,22	986	980
101,47	1003	990
133,00	1012	1009

ახლა განვიხილოთ გაფართოების კოეფიციენტი α და წნევის თერმული კოეფიციენტი β. ჯერ განვსაზღვროთ β. დავწეროთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება T_0 და T ტემპერატურებისათვის

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=\frac{M}{\mu}RT,$$

$$\left(p_0+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=\frac{M}{\mu}RT_0.$$

გამოკლებით მივიღებთ

$$(p-p_0)(V-b)=\frac{M}{\mu}R(T-T_0);$$

β-სათვის გვექნება

$$\beta=\frac{p-p_0}{p_0(T-T_0)}=\frac{MR}{p_0\mu(V-b)}.$$

მეორე მხრივ,

$$\frac{MR}{\mu(V-b)}=\frac{p_0+\frac{a}{V^2}}{T_0};$$

ამიტომ β-სათვის საბოლოოდ მივიღებთ

$$\beta=\frac{1}{T_0p_0}\left(p_0+\frac{a}{V^2}\right)=\frac{1}{T_0}\left(1+\frac{a}{V^2p_0}\right). \qquad \text{(VIII,20)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ რეალური გაზისათვის β არ არის მუდმივი სიდიდე, იგი დამოკიდებულია წნევასა და მოცულობაზე. 78-ე ნახაზზე მოყვანილია მრუდი, რომელიც გამოხატავს β-ს როგორც p_0-ის ფუნქციას. წერტილები გვიჩვენებს გაზომვებით მიღებულ შედეგებს. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა ცდისა და თეორიის შედეგებს შორის ძალიან კარგია.

სრულიად ანალოგიურად შეიძლება განვსაზღვროთ α, მაგრამ საბოლოო ფორმულის სირთულის გამო შემდეგნაირად მოვიქცევით.

დავუშვათ ჯერ, რომ $a=0$ და $b>0$. მაშინ ვან-დერ-ვაალსის განტოლებიდან მივიღებთ

$$\alpha=\frac{1}{T_0}\left(1-\frac{b}{V_0}\right)$$

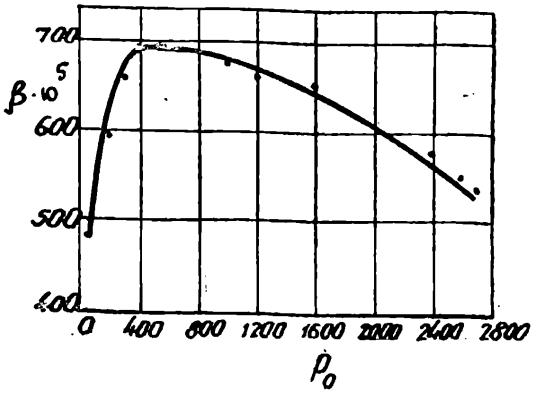
და

$$\beta=\frac{1}{T_0},$$

ე. ი.

$$\alpha<\beta=\frac{1}{T_0}.$$

ეს შემთხვევა მიახლოებით განხორციელებულია He და H_2-სათვის.



ნახ. 78.

მეორე შემთხვევაში მივიღოთ, რომ $b=0$ და $a>0$. ანალოგიურად მივიღებთ

$$\alpha=\frac{\beta}{1-\frac{a}{V_t V_0 p_0}},$$

ე. ი.

$$\alpha>\beta>\frac{1}{T_0}.$$

ეს შემთხვევა მიახლოებით განხორციელებულია დანარჩენი გაზებისათვის ჩვეულებრივი წნევების პირობებში. სინამდვილეში არც a და არც b არ არის ნულის ტოლი. ამიტომ ზოგად შემთხვევაში ფორმულები ღებულობს უფრო რთულ სახეს. მოყვანილი ფორმულები საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ T_0, თუ ცნობილია α და β რეალური გაზისათვის და კოეფიციენტები a და b. უკანასკნელი ზუსტი გაზომვები გვაძლევს

$$\alpha_{\text{იდ. გაზ.}}=0{,}003661,$$

$$T_0 = 273{,}15°.$$

დასასრულ, განვიხილოთ რეალური გაზების სითბოტევადობის საკითხი. განსაზღვრის თანახმად,

$$c_v = \frac{1}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V,$$

აქედან (VIII,7) განტოლების გამოყენებით მივიღებთ

$$c_v = c_v \text{ იდ. გაზ.} = \text{Const},$$

ე. ი. ვან-დერ-ვაალსის გაზის სითბოტევადობა მუდმივი მოცულობის პირობებში იდეალური გაზის სითბოტევადობის ტოლია. როგორც ვხედავთ, ვერც ვან-დერ-ვაალსის განტოლება ხსნის ნამდვილი გაზების სითბოტევადობის ცვალებადობას, გამოწვეულს ტემპერატურისა და წნევის ცვლილებით. მხოლოდ კვანტური თეორია გვაძლევს ამის საშუალებას. ოგივე ითქმის c_p შესახებ, თუმცა მისთვის ვან-დერ-ვაალსის განტოლება გვაძლევს გარკვეულ დამოკიდებულებას ტემპერატურასა და წნევაზე.

§ 47. ვან-დერ-ვაალსის განტოლების a და b კოეფიციენტები

როგორც წინა პარაგრაფებში ვნახეთ, ვან-დერ-ვაალსის განტოლება უფრო კარგად ხსნის გაზების თვისებებს, ვიდრე კლაპეირონის განტოლება. მაგრამ სრული თანხვდენა თეორიისა და ცდის შედეგებს შორის აქაც არა გვაქვს. ეს გადახრა თეორიიდან თავის გამოხატულებას პოულობს a და b კოეფიციენტების ცვალებადობაში ტემპერატურისა და წნევის მიხედვით. ცდებით გამოირკვა, რომ a და b კოეფიციენტები სხვადასხვა ტემპერატურისა და წნევისათვის სხვადასხვაა.

ჩვეულებრივად, გამოანგარიშებას აწარმოებენ გაზის ერთი გრამ-მოლეკულისათვის $M=\mu$ ისე, რომ a და b კოეფიციენტებიც გამოსაანგარიშებელია ერთი გრამ-მოლეკულისათვის. თუ სათანადო მნიშვნელობებს აღვნიშნავთ a_μ და b_μ-ით, ვან-დერ-ვაალსის განტოლებისათვის მივიღებთ

$$\left(p + \frac{a_\mu}{V^2}\right)(V - b_\mu) = RT.$$

a და b კოეფიციენტები M მასის მქონე გაზისათვის განისაზღვრება შემდეგი ფორმულებით:

$$a=\left(\frac{M}{\mu}\right)^2 a_\mu, \quad b=\frac{M}{\mu}b_\mu,$$

ვინაიდან (VIII,3) და (VIII,9) ფორმულების თანახმად, a—მოლეკულათა რიცხვის კვადრატის, ხოლო b თვით მოლეკულათა რიცხვის პროპორციულია.

უამრავი გაზომვა და მათზე დამყარებული გამოანგარიშება გვიჩვენებენ, რომ a_μ და b_μ კოეფიციენტებისათვის მიღებული მნიშვნელობები დამოკიდებულია გაზის ტემპერატურასა და წნევაზე (ან მოცულობაზე). ამ დამოკიდებულების გამოსარკვევად ჯერ განვიხილოთ ძლიერ გაიშვიათებული გაზები ($v\to\infty$) და გამოვარკვიოთ, როგორ იცვლება a_μ და b_μ კოეფიციენტები ტემპერატურის მიხედვით. 21-ე ცხრილში მოყვანილია სათანადო გაზომვების შედეგები წყალბადისათვის. b_μ გამოხატულია $\frac{cm^3}{gMol}$, ხოლო a_μ—$\left(\frac{cm^3}{gMol}\right)^2$ Atm-თი. ჩვენ ვხედავთ, რომ ორივე კოეფიციენტი იზრდება ტემპერატურის შემცირების დროს. ასევე იცვლება ეს კოეფიციენტები სხვა გაზებისათვისაც. ვან-ლაარმა a_μ და b_μ კოეფიციენტების ცვლილებისათვის ტემპერატურის მიხედვით შემდეგი ემპირიული ფორმულები მოგვცა:

$$a_\mu = a_{\mu\infty}\, e^{\frac{\alpha}{RT}}, \quad b_\mu = b_{\mu\infty}\, e^{\frac{\alpha}{RT}}$$

$a_{\mu\infty}$ და $b_{\mu\infty}$ წარმოადგენენ a_μ და b_μ კოეფიციენტების მნიშვნელობებს უსასრულოდ დიდი ტემპერატურისათვის (წყალბადისათვის ისინი მოყვანილია 21-ე ცხრილის პირველ სტრიქონში). α არის მუდმივი სიდიდე, დამოკიდებული გაზის ბუნებაზე. თუ რამდენად კარგად ასახავენ ეს ფორმულები a_μ და b_μ ცვალებადობას, ჩანს 22-ე ცხრილიდან, რომელშიც მოყვანილია $RTb_\mu - a_\mu$ სიდიდის მნიშვნელობები CO_2-სთვის მიღებული ცდით და გამოანგარიშებული ვან ლაარის ფორმულების საფუძველზე

ცხრილი 21

T	$10^6 a_\mu$	$10^6 b_\mu$	T	$10^6 a_\mu$	$10^6 a_\mu$
∞	368,0	935,8	90,34	407,9	1037,3
473,34	375,3	954,4	77,89	414,6	1054,3
37 ,09	377,3	959.4	68,47	421,5	1071,9
293,09	379.9	956,1	60,36	429,2	1091 ,5
273 09	380.7	968.2	55,77	434 7	1105, 4
169.55	338.7	9-8.5	33.18	486,9	1238,4
139,25	394,6	1003,5	20.62	577,4	1468,3
109,00	401,7	1019.0	17,77	620,7	1578,4
107,37	401,3	1020,5	15,99	657,8	1672,8

($\alpha = 1{,}2138$).

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ ტემპერატურა მუდმივია, ხოლო გაზის მოცულობა იცვლება (გაზს თანდათან ვკუმშავთ). ცდა გვიჩვენებს, რომ ორივე კოეფიციენტი a_μ და b_μ იცვლება, სახელდობრ ირკვევა, რომ მოცულობის შეცვლის დროს a_μ იცვლება ძალიან მცირედ ისე, რომ მისი ცვლილება პირველ მიახლოებაში შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ. მის საწინააღმდეგოდ კოეფიციენტი b_μ იცვლება საკმაოდ შესამჩნევად, რაც ნათლად ჩანს 23 ე ცხრილის მეორე სვეტიდან. ვანლაარმა გამოარკვია, რომ b_μ-ის ცვლილება მოცულობის მიხედვით შეიძლება აიწეროს შემდეგი ემპირიული ფორმულით:

$$b_\mu = \frac{b'_\mu}{1+\frac{b'-b_0}{V}},$$

ცხრილი 22

T	$(RTb_\mu - a_\mu)10^6$ გამოანგარ.	$(RTb_\mu - a_\mu)10^6$ გაზომილი
273,1	—7041	—7041
293.1	—6313	—6416
304,1	—5972	—5952
323.1	—5456	—5601
333.1	—5217	—5340
353 1	—4793	—4903
373,1	—4424	—4462
471,1	—3138	—2965

სადაც b' არის b-ს მნიშვნელობა უსასრულო გაიშვიათების დროს, ხოლო b_0—მოლეკულების მიერ დაკავებული მოცულობა უსასრულოდ დიდი წნევის დროს. მართლაც, თუ დავუშვებთ, რომ $V=b'\mu$, მაშინ მთელი გაზის მოცულობა უდრის მოლეკულებისათვის აკრძალულ მოცულობას. მივიღებთ, რომ $V=b_0$. 23-ე ცხრილის მესამე სვეტში მოყვანილია წინა ფორმულის მიხედვით გამოანგარიშებული b-ს მნიშვნელობები. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა ცდასთან საკმაოდ კარგია.

ცხრილი 23

P	10^6b გაზ.	10^6b გამ.	$b_\mu = 1020$ $b_0 = 465$
200	968		962
300	941		939
400	919		919
500	899		901
600	884		886
700	870		872
800	859		859
900	847		848
1000	839		838

შევეცადოთ ახლა ავხსნათ a და b კოეფიციენტების ცვალებადობა. ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ რეალურ გაზებში არსებული დამატებითი შინაგანი წნევა $\frac{a}{V^2}$ გამოწვეულია მოლეკულების მიზიდვით ერთმანეთთან. a კოეფიციენტის გამოსაანგარიშებლად დავუშვით, რომ ერთი მოლეკულა მეორეზე მოქმედებს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც მეორე მოლეკულის ცენტრი მოხვდება პირველი მოლეკულის ქმედების სფეროს შიგნით. შემდეგ გაზის სრული ენერგიის გამოსაანგარიშებლად მივიღეთ, რომ მო-

ლეკულები ერთი და იგივე სიმკვრივითაა განაწილებული როგორც ქმედების სფეროს შიგნით, ისე მის გარეთ. ცხადია, ეს დაშვება არ იყო მთლიანად მართებული. მართლაც, ბოლცმანის განაწილების კანონის თანახმად მოლეკულები უფრო მეტი რაოდენობით იქნება სივრცის იმ ნაწილში, რომელშიც მათი პოტენციალური ენერგია ნაკლებია. ვინაიდან ქმედების სფეროს გარეთ პოტენციალური ენერგია ნულს უდრის, ხოლო სფეროს შიგნით უარყოფითია, ქმედების სფეროს შიგნით მოხვდება მოლეკულების უფრო მეტი რიცხვი, ვიდრე მის გარეთ ტოლ მოცულობაში. ამიტომ ბოლცმანის განაწილების კანონის მხედველობაში მიღების შემდეგ ქმედების სფეროს შიგნით მოხვედრილ მოლეკულათა რიცხვისათვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას

$$n_0 = \frac{v_0}{V}(N-1)e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}},$$

აქედან a კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$a' = -\frac{1}{2}v_0\varepsilon_0 N(N-1)e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}},$$

ანუ, თუ ხარისხის მაჩვენებელს გავამრავლებთ და გავყოფთ N_0-ზე და შემოვიღებთ აღნიშვნებს

$$N_0\varepsilon_0 = \alpha, \quad -\frac{1}{2}v_0\varepsilon_0 N(N-1) = a_\infty,$$

მივიღებთ

$$a' = a_\infty e^{\frac{\alpha}{RT}},$$

ე. ი. ვან-ლაარის ფორმულას.

როგორც ვხედავთ, a კოეფიციენტის ცვალებადობა ტემპერატურის მიხედვით გამოწვეულია მოლეკულების შეჯგუფებით ქმედების სფეროს შიგნით. რაც უფრო დაბალია ტემპერატურა, მით უფრო მეტად შეჯგუფდება მოლეკულები აღნიშნულ სფეროში, მით უფრო ძლიერი იქნება მათი ურთიერთქმედება, ე. ი. მეტი იქნება კოეფიციენტი a.

ახლა განვიხილოთ b სიდიდე. § 44-ში გამოვარკვიეთ, რომ ეს კოეფიციენტი დაკავშირებულია მოლეკულის მოცულობასთან. ამრიგად, b სიდიდის ცვალებადობა გამოწვეული უნდა იყოს მოლე-

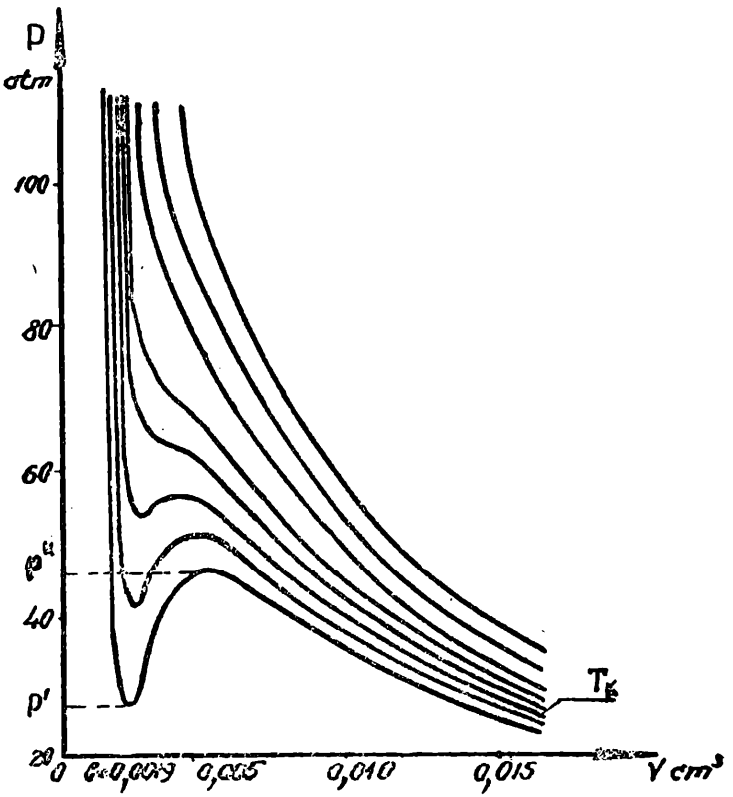
კულის მოცულობის ცვალებადობით. ამ გარემოების ასახსნელად დავუბრუნდეთ ისევ მოლეკულების ურთიერთქმედების საკითხს. მოლეკულები წარმოადგენს ნივთიერ წერტილთა ერთობლიობას, რომლებიც ერთმანეთზე მოქმედებენ მიზიდვისა (შორ მანძილებზე) და განზიდვის (ახლო მანძილებზე) ძალებით. 70-ე ნახაზი გვიჩვენებს, რომ გარკვეულ r_0 მანძილზე მიზიდვა და განზიდვა ტოლია და მოლეკულებზე არ მოქმედებს არავითარი ძალა. საკმარისია კიდევ უფრო შევამციროთ მანძილი, რომ მოლეკულებს შორის დაიწყოს განზიდვა და ისინი დაშორდნენ ერთმანეთს. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს მოლეკულები წარმოადგენს σ დიამეტრის მქონე სფეროებს, რომელთა შეხების დროს წარმოიშობა განზიდვის ძალები, ამიტომ შევძლეთ ჩვენ მოლეკულის ეფექტური დიამეტრის ცნების შემოღება. ეფექტური დიამეტრი გამოხატავს სწორედ იმ უმცირეს მანძილს, რომელზედაც შეიძლება ერთმანეთს მიუახლოვდნენ მოლეკულები. ეფექტური დიამეტრის ასეთი განმარტებიდან ცხადია, რომ იგი უნდა იყოს მოლეკულების ფარდობითი სიჩქარის ფუნქცია. მართლაც, რაც უფრო მეტი სიჩქარით (ენერგიით) მოძრაობს ერთი მოლეკულა მეორისაკენ, მით უფრო მეტად დაუახლოვდებიან ერთმანეთს მათი ცენტრები. სწრაფად მოძრავი მოლეკულა არ შეჩერდება r_0 მანძილზე, იგი იმოძრავებს კიდევ რამდენიმე ხანს პირველი მოლეკულისაკენ და დაიწყებს უკან დაბრუნებას r_0-ზე ნაკლები მანძილიდან. შეიქმნება ისეთი შთაბეჭდილება, თითქოს მოლეკულების სიჩქარის ანუ, რაც იგივეა, გაზის ტემპერატურის გაზრდა იწვევს მათი მოცულობის შემცირებას. ჩვენ ვხედავთ, რომ გაზის ტემპერატურის გაზრდა გამოიწვევს b კოეფიციენტის შემცირებას, როგორც ამას ცდები გვიჩვენებს.

§ 48. რეალური გაზის იზოთერმა და გაზის გადასვლა თხევად მდგომარეობაში

ყოველივე ზემოთქმული ნათლად გვიჩვენებს, რომ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება საკმაოდ კარგად ხსნის რეალური გაზების მრავალ თვისებას. მართალია, რაოდენობითი მხრივ თეორიისა და ცდის შედეგებს შორის თანხვდენა არ არის საკმარისი (იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც მხედველობაში ვიღებთ a და b კოეფიციენტების ცვალებადობას), მაგრამ თვისობრივი მხრივ აღნიშნული განტოლება ძალიან კარგ შედეგებს იძლევა. შეიძლება მეტიც ითქვას. ვან-დერ-ვაალსის განტოლება საშუალებას იძლევა თვისობრივად და ნაწილობრივ რაოდენობრივადაც ავხსნათ თხევად მდგომარეობაში

გადასვლასთან დაკავშირებული ზოგიერთი მოვლენა და თვით სითხის თვისებებიც.

ამ საკითხების გასარკვევად განვიხილოთ რეალური გაზის მიერ შესრულებული იზოთერმული პროცესი. გამოვარკვიოთ, როგორია კავშირი წნევასა და მოცულობას შორის მუდმივი ტემპერატურის პირობებში. 79-ე ნახაზზე მოყვანილია რეალური გაზის (CO_2-ის) იზოთერმები სხვადასხვა ტემპერატურისათვის, გამოანგარიშებული და დახაზული ვან-დერ-ვაალსის განტოლების მიხედვით. ჩვენ ვხედავთ, რომ მაღალი ტემპერატურებისათვის იზოთერმები



ნახ. 79.

იდეალური გაზის იზოთერმებს (ჰიპერბოლებს) წააგავს. ტემპერატურის თანდათანობითი შემცირება იწვევს იზოთერმის დაწევას ქვევით და მისი ფორმის შეცვლას. იზოთერმის შუა ნაწილი თანდათან იღუნება და რომელიღაც გარკვეულ ტემპერატურაზე გვაძლევს გადაღუნვის წერტილს. აღვნიშნოთ ეს ტემპერატურა $T_к$-თი და ვუწოდოთ მას კრიტიკული ტემპერატურა. მის მნიშვნელობას

შემდეგ გამოვარკვევთ. T_k ტემპერატურის ქვევით იზოთერმის შუა ნაწილში ჩნდება ტალღისებური ნაწილი, რომელიც ტემპერატურის შემცირებასთან ერთად ფართოვდება და ღრმავდება. ტემპერატურის შემცირების გამო ჩაზნექილი ნაწილი შეიძლება იმდენად ჩაღრმავდეს, რომ გადავიდეს უარყოფითი წნევების ფარგლებში. ასეთია ზოგადად რეალური გაზის იზოთერმის გეომეტრიული სახე. გამოვიკვლიოთ ახლა იზოთერმა ანალიზურად. ამისათვის ვან-დერ-ვაალსის განტოლება დავწეროთ გაშლილი სახით:

$$V^3 - bV^2 - \frac{RT}{p}V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0 \qquad \text{(VIII,21)}$$

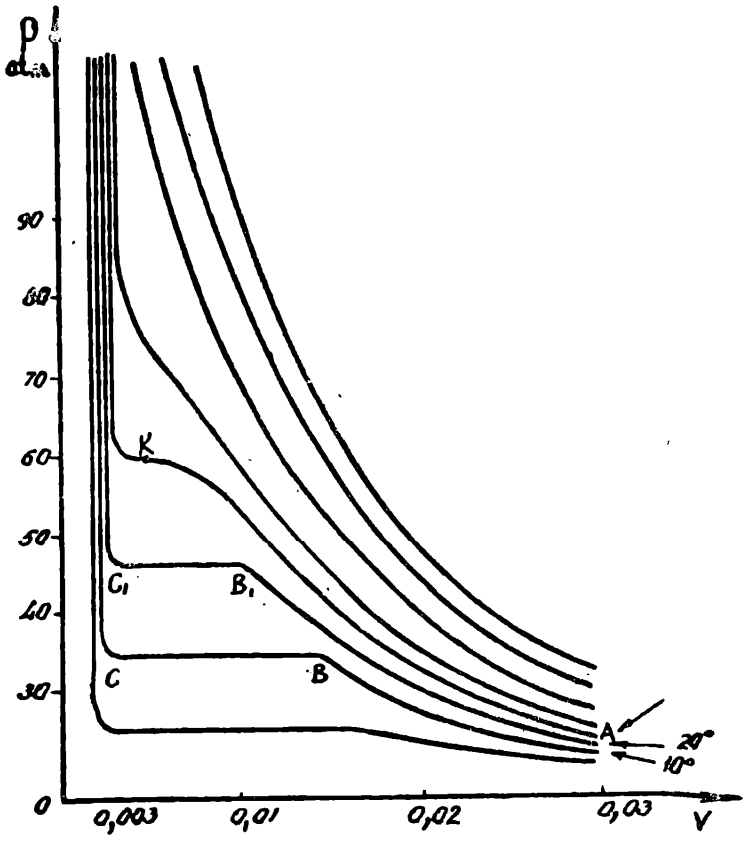
(აქაც და შემდეგშიც ყოველთვის აღებული გვექნება გაზის გრამ-მოლეკულა).

ეს განტოლება V-ს მიმართ წარმოადგენს მესამე ხარისხის განტოლებას. ამიტომ წნევის ყოველი მნიშვნელობისათვის მას უნდა ჰქონდეს სამი ფესვი V_1, V_2 და V_3. ამ ფესვების შესაძლო მნიშვნელობების მხრივ უნდა გავარჩიოთ ორი შემთხვევა: 1) სამივე ფესვი ნამდვილია, 2) ერთი ფესვი ნამდვილია, ორი კომპლექსურია. მათემატიკიდან ცნობილია, რომ განტოლების ნამდვილ ფესვთა რიცხვი იმ წერტილთა რიცხვს უდრის, რომლებშიც განტოლების გამომსახველ მრუდს გადაკვეთს აბსცისთა ღერძის პარალელური წრფე (მიღებულია, რომ აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ცვლადი, რომლის მიმართაც ამოიხსნება განტოლება). 79-ე ნახაზი და თვით (VIII,21) განტოლება გვიჩვენებს, რომ ნამდვილ ფესვთა რიცხვი (მხოლოდ მათ აქვთ გარკვეული ფიზიკური აზრი) დამოკიდებულია ტემპერატურასა და წნევაზე. კრიტიკული ტემპერატურის ზევით განტოლებას ყოველგვარი წნევისათვის აქვს მხოლოდ ერთი ნამდვილი ფესვი. კრიტიკული ტემპერატურის ქვევით კი—ან ერთი ან სამი, იმისდა მიხედვით, თუ როგორია წნევა: თუ წნევა მოქცეულია p' და p'' შორის, განტოლებას ექნება სამი ნამდვილი ფესვი, ხოლო, თუ წნევა აღნიშნულ ფარგლების გარეთაა—მხოლოდ ერთი. წარმოვიდგინოთ, რომ ვან-დერ-ვაალსის გაზი, რომლის ტემპერატურა ნაკლებია კრიტიკულზე, თანდათან თბება. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაში მრუდის ტალღისებრი ნაწილი, რომელიც გვაძლევს სამ ნამდვილ ფესვს (გადაკვეთის სამ წერტილს), თანდათან მცირდება, ხოლო თვით ფესვები (გადაკვეთის წერტილები) უახლოვდებიან ერთმანეთს. კრიტიკულ ტემპერატურაზე ტალღისებრი ნაწილი დაიყვანება გადაღუნვის წერტილ-

ზე, ხოლო თვით ფესვები (გადაკვეთის წერტილები) ერთმანეთს თანხვდებიან

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_k, \text{ როცა } T = T_k.$$

კრიტიკული ტემპერატურის ზევით მივიღებთ ისევ ერთ ნამდვილ ფესვს. ფესვების გატოლებით მიღებული საერთო ფესვი აღვნიშნოთ V_k ასოთი და ვუწოდოთ მას კრიტიკული მოცულობა. კრიტიკული ტემპერატურისა და კრიტიკული მოცულობის შესაბამის p_k წნევას ვუწოდოთ კრიტიკული წნევა. გაზის მდგო-



ნახ. 80.

მარეობას, რომელშიც $T = T_k$, $p = p_k$ და $V = V_k$, ვუწოდოთ კრიტიკული მდგომარეობა.

ახლა შევადაროთ ვან-დერ-ვაალსის იზოთერმა ცდით მიღებულ იზოთერმებს, რაც მოგვცემს საშუალებას გამოვარკვიოთ თეორიული იზოთერმის სხვადასხვა ნაწილის ფიზიკური აზრი. მე-80 ნახაზ-

ზე მოცემულია CO_2-ის ექსპერიმენტული იზოთერმები, მიღებული ფრანგ ფიზიკოს ამაგას მიერ. ჩვენ ვხედავთ, რომ ამ შემთხვევაშიც, ისე როგორც ვან-დერ-ვაალსის იზოთერმებისათვის, უნდა განვასხვავოთ მაღალი და დაბალი ტემპერატურის შესაბამისი იზოთერმები. საკმაოდ მაღალი ტემპერატურებისათვის ექსპერიმენტული იზოთერმები წააგვანან იდეალური გაზის იზოთერმებს. ტემპერატურის თანდათანობითი შემცირება ამ შემთხვევაშიც იწვევს იზოთერმის დაწევას და მისი ფორმის შეცვლას. იზოთერმა თანდათან იღუნება და, ბოლოს, რომელიღაც გარკვეული *კრიტიკული ტემპერატურებისათვის* T_k (რომელიც, საზოგადოდ, არ უდრის თეორიულად გამოანგარიშებულ T_k-ს) გვაძლევს გადაღუნვის წერტილს (სავსებით ისევე, როგორც თეორიული იზოთერმა). მაგრამ ამ ტემპერატურის შემდეგ იწყება განსხვავება თეორიულ და ექსპერიმენტულ იზოთერმებს შორის. თეორიული იზოთერმის ტალღური ნაწილის მაგიერ ექსპერიმენტული იზოთერმა გვაძლევს აბსცისთა ღერძის პარალელურ წრფივ ნაწილს, რომელიც თანდათან იზრდება ტემპერატურის დაწევასთან ერთად. ამ წრფივი ნაწილის როგორც მარჯვნივ, ისე მარცხნივ ექსპერიმენტული იზოთერმა ისეთივეა, როგორც თეორიული იზოთერმა ტალღისებრი ნაწილის მარჯვნივ და მარცხნივ. აღვწეროთ ახლა, რა ცვლილებებს განიცდის გაზი, როდესაც მისი მდგომარეობა იცვლება იზოთერმის მიხედვით. ჯერ განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც $T<T_k$, ე. ი. როდესაც იზოთერმას აქვს წრფივი ნაწილი (მაგალითად, CO_2-სთვის ტემპერატურა 10°C).

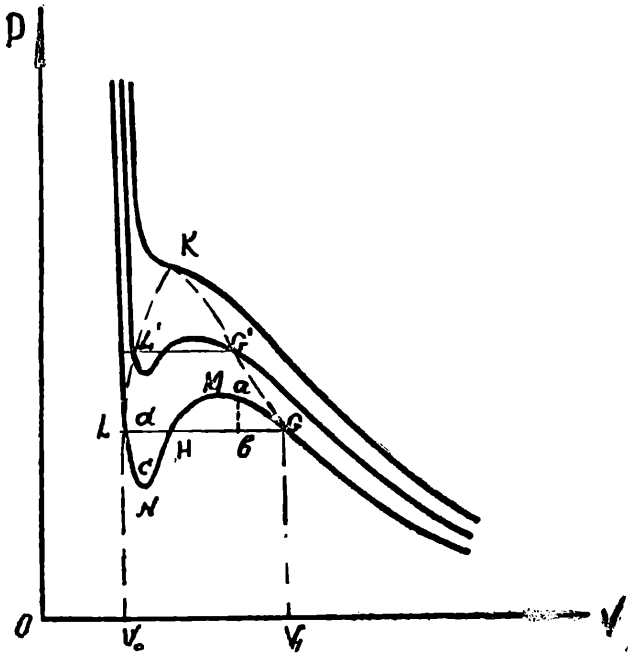
ვთქვათ, გაზს აქვს საკმაოდ დიდი მოცულობა, ე. ი. მისი მდგომარეობის გამომსახველი წერტილი იმყოფება იზოთერმაზე—შორს მარჯვნივ (წერტილი და მდგომარეობა A). დავიწყოთ გაზის იზოთერმული შეკუმშვა. მისი მდგომარეობის გამომსახველი წერტილი დაიწყებს მოძრაობას მარცხნივ (წნევა იზრდება, მოცულობა მცირდება). ეს პროცესი გაზის თანდათანობითი შეკუმშვისა გრძელდება მანამ, სანამ გამომსახველი წერტილი არ მიაღწევს B წერტილს (CO_2 10°-იანი იზოთერმისათვის სათანადო წნევა იქნება 44,4 *atm*). თუ კიდევ გავაგრძელებთ გაზის იზოთერმულ შეკუმშვას, ცდა გვიჩვენებს, რომ წნევის შემდგომი გაზრდის მაგიერ დაიწყება გაზის გადასვლა თხევად მდგომარეობაში. B წერტილიდან C წერტილამდე მიმდინარეობს გაზის თანდათანობით გადასვლა სითხედ და, ვინაიდან სითხის მოლეკულური მოცულობა ნაკლებია, ვიდრე გაზისა, საერთო მოცულობა თანდათან მცირდება. ექსპერიმენტული იზოთერმა გვიჩვენებს, რომ სანამ მთელი

გაზი არ გადავა სითხედ, წნევა უცვლელი რჩება (CO_2-ს 10°-იანი იზოთერმისათვის 44,4 *atm*). C წერტილში უკვე მთელი გაზია გადასული სითხედ და წნევის შემდგომი გაზრდა იწვევს მხოლოდ სითხის შეკუმშვას (იზოთერმის ნაწილი C-დან მარცხნივ). ვინაიდან სითხე უფრო ძნელად იკუმშება, ვიდრე გაზი, იზოთერმის ეს ნაწილი თითქმის ვერტიკალურია. როგორც ვხედავთ, კრიტიკული ტემპერატურის ქვევით იზოთერმა შედგება სამი სხვადასხვა ნაწილისაგან. პირველი ნაწილი, B წერტილის მარჯვნივ, გამოხატავს გაზურ მდგომარეობას, მეორე ნაწილი, B-დან C წერტილამდე,— გაზისა და სითხის ერთობლიობას (არაერთგვაროვან მდგომარეობას), ხოლო მესამე ნაწილი,—C წერტილის მარცხნივ, -თხევად მდგომარეობას. გავზარდოთ ახლა ტემპერატურა, ე. ი. განვიხილოთ უფრო მაღალი ტემპერატურის სათანადო იზოთერმა. ცდა გვიჩვენებს და ნახაზიდანაც ჩანს, რომ BC ნაწილი შემცირდება, ე. ი. სითხედ გადასვლა დაიწყება უფრო მცირე მოცულობის დროს და დამთავრდება უფრო დიდი მოცულობის დროს, ვიდრე დაბალი ტემპერატურის შესაბამისი იზოთერმის შემთხვევაში (20°-იანი იზოთერმის B_1C_1 ნაწილი), დაბოლოს, ტემპერატურის შემდგომი გაზრდით მივაღწევთ კრიტიკულ ტემპერატურას, რომლის დროსაც B და C წერტილები თანხვდენილია, ე. ი. სითხედ გადასვლა ხდება ერთბაშად (BC ნაწილი აღარ არის). ამ წერტილის შესაბამისი წნევა და მოცულობა არის p_k და V_k. ტემპერატურის კიდევ უფრო გაზრდა გადაგვიყვანს იმ არეში, სადაც იზოთერმას არავითარი წრფივი ნაწილი არა აქვს და ამიტომ არც შეიძლება ლაპარაკი გაზის გადასვლაზე თხევად მდგომარეობაში.

თუ ერთმანეთს შევადარებთ თეორიულ და ექსპერიმენტულ იზოთერმებს, მივიღებთ, რომ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება საკმაოდ კარგად ასახავს (თვისობრივად მაინც) ექსპერიმენტული იზოთერმის პირველ და მესამე, ე. ი. წმინდა გაზისა და წმინდა სითხის სათანადო ნაწილებს და აგრეთვე ხსნის კრიტიკული მდგომარეობის არსებობას. უკანასკნელს განვიხილავთ შემდეგში, ახლა კი გავარჩევთ თეორიული იზოთერმის მეორე (შუა) ნაწილს, რომელიც ექსპერიმენტული იზოთერმის მიხედვით უნდა გამოსახავდეს გაზის გადასვლას სითხედ.

ვთქვათ, ექსპერიმენტული იზოთერმის B წერტილს თეორიულ იზოთერმაზე ეთანადება G წერტილი (ნახ. 81), ხოლო C წერტილს— L წერტილი (საკითხს, თუ როგორ უნდა ვიპოვოთ ეს წერტილები, გავარჩევთ შემდეგ). გავატაროთ BC სწორის შესაბამისი GL წრფე. ვთქვათ, გაზის მდგომარეობის გამომსახველმა წერტილმა მიაღწია

ექსპერიმენტული იზოთერმის B წერტილს. მაშინ გამომსახველი წერტილი თეორიულ იზოთერმაზე მიაღწევს G წერტილს. ამის შემდეგ, ცდის თანახმად, უნდა დაიწყოს გადასვლა სითხედ, ე. ი.



ნახ. 81.

გამომსახველი წერტილის მოძრაობა GL წრფის გასწვრივ. თეორიული იზოთერმა კი გვიჩვენებს, რომ გამომსახველი წერტილი მოძრაობს GM მრუდის გასწვრივ—გაზი განაგრძობს შეკუმშვას და რჩება ერთგვაროვანი, ე. ი. არავითარი გაყოფა გაზად და სითხედ არ უნდა მოხდეს. M წერტილის მიღწევის შემდეგ გამომსახველი წერტილი იწყებს მოძრაობას MN მრუდის გასწვრივ, სანამ არ მიაღწევს N წერტილს. გაზი ისევ ერთგვაროვანია და მისი მოცულობა თანდათან კლებულობს. დასასრულ, წერტილი იმოძრავებს NL მრუდის გასწვრივ და მივა L წერტილთან. გაზი ისევ ერთგვაროვანია და მისი მოცულობა ისევ კლებულობს. L წერტილში უკვე სითხე გვაქვს. ჩვენ ვხედავთ, რომ თეორიული იზოთერმის მიხედვით გადასვლა გაზური მდგომარეობიდან სითხედ ხდება განუწყვეტლივ $GMNL$ მრუდის გასწვრივ. არც ერთ წერტილში არ ხდება გაზის ნაწილის სწრაფი შეკუმშვა და გადასვლა სითხედ. მთელი ამ პროცესის დროს ნივთიერება, ვან-დერ-ვაალსის განტოლების თანახმად, რჩება ერთგვაროვანი. როგორც ვხედავთ,

გაზის გადასვლა სითხედ, ვან-დერ-ვაალსის განტოლების მიხედვით, მიმდინარეობს არა ისე, როგორც ექსპერიმენტულად. გაზის გადასვლა სითხედ სინამდვილეში ხორციელდება GL წრფის და არა $GMNL$ მრუდის მიხედვით.

მიუხედავად ამისა, შეიძლება დაისვას შემდეგი საკითხი. რა ფიზიკური აზრი აქვს თეორიული იზოთერმის $GMNL$ ნაწილს და შეიძლება თუ არა ამ ნაწილით გამოსახული პროცესის განხორციელება თუ მთლიანად არა, ნაწილობრივ მაინც?

თუ გავარჩევთ წნევისა და მოცულობის ცვლილების ხასიათს ამ პროცესისათვის, ნათელი გახდება, რომ MN ნაწილით გამოსახული პროცესი ფიზიკურად შეუძლებელია. მართლაც, ამ პროცესის დროს წნევის შემცირებასთან ერთად მცირდება მოცულობაც, რაც ფიზიკური თვალსაზრისით სრულიად შეუძლებელია — არ შეიძლება შევამციროთ წნევა რაიმე სხეულზე და ამის შედეგად მისი მოცულობა შემცირდეს (მუდმივი ტემპერატურის პირობებში). მათემატიკურად ეს გარემოება გამოისახება შემდეგნაირად: იზოთერმული პროცესის დროს

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T < 0,$$

MN პროცესის შემთხვევაში კი ეს წარმოებული დადებითია, ამიტომ ეს პროცესი ფიზიკურად შეუძლებელია[1]. ამის, საწინააღმდეგოდ, GM და NL ნაწილები წარმოადგენენ ფიზიკურად შესაძლებელ პროცესებს. მართლაც, მათთვის შესრულებულია პირობა, რომ წნევის გაზრდის დროს მოცულობა მცირდება. ამისდა მიუხედავად, ეს პროცესები ჩვეულებრივ პირობებში არ ხორციელდება. ეს გამოწვეულია იმით, რომ აღნიშნული პროცესების შემადგენელი მდგომარეობანი არ წარმოადგენენ მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობებს. მართლაც, ცდები გვიჩვენებს, რომ განსაკუთრებული პირობების დაცვით შესაძლებელია აღნიშნული მდგომარეობებისა და პროცესების განხორციელება, მაგრამ საკმარისია ასეთ მდგომარეობაში ბყოფ სისტემას მივცეთ საშუალება, რომ იგი სწრაფად გადავიდეს უფრო მდგრად მდგომარეობაში, როგორიც არის GL წრფივი ნაწილის სათანადო მდგომარეობანი. განვიხილოთ ჯერ თეორიული იზოთერმის GM ნაწილი. ვთქვათ, გაზი იმყოფება G მდგომარეობაში. ეს მდგომარეობა ხასიათდება იმით, რომ გაზი

[1] ბიხუზი MN მონაკვეთით გამოსახულ მდგომარეობათა არამდგრადობისა არის სიმკვრივის ფლუქტუაციები. საკმარისია, გაზის რომელიმე ნაწილში მოხდეს შეკუმშვა, რომ ამ შეკუმშვით გამოწვეული წნევის ზრდამ განაგრძოს კუმშვა, სანამ ბთელი გაზი არ გადავა სითხედ.

წონასწორობაშია სითხესთან. მართალია, აქ გვაქვს მხოლოდ გაზი (სითხედ გადასვლა ჯერ არ დაწყებულა), მაგრამ ასეთი გაზის შეხება სითხესთან არ გამოიწვევს მასში (გაზში) არავითარ ცვლილებას. გაზს, რომელიც წონასწორობაშია სითხესთან, ეწოდება ნაჯერი ორთქლი[1]. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ მოვახდინეთ G წერტილით გამოსახული ნაჯერი ორთქლის შეკუმშვა. ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ამ შემთხვევაში, ჩვეულებრივ პირობებში, ორთქლის ნაწილი გადავა სითხედ. ნაჯერი ორთქლის სითხედ გადასვლის მექანიზმს შემდეგ შევეხებით, ახლა კი აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ (თუ ნაჯერი ორთქლი არ ეხება სითხეს) ასეთი გადასვლისათვის აუცილებელია კონდენსაციის ცენტრების არსებობა. კონდენსაციის ცენტრების როლს ჩვეულებრივად ასრულებს ან გაზის იონები ან მტვრის მცირე მყარი ნაწილაკები, რომლებიც იმყოფებიან გაზში. თუ გაზში არ არის ასეთი კონდენსაციის ცენტრები (გაზი საკმაოდ გაწმენდილია), მაშინ შეკუმშვის შედეგად შეიძლება არ დაიწყოს სითხედ გადასვლა. მივიღებთ იმავე ტემპერატურის გაზს, მხოლოდ მისი წნევა იქნება მეტი და მოცულობა ნაკლები, ვიდრე ნაჯერი გაზისა. გაზის მდგომარეობის გამომსახველი წერტილი გადაინაცვლებს G წერტილიდან GM თეორიული იზოთერმის გასწვრივ, ე. ი. განხორციელდება ის არამდგრადი წონასწორობის მდგომარეობა, რომელსაც გამოსახავენ GM ნაწილის წერტილები. ეს მდგომარეობა არამდგრადია იმიტომ, რომ საკმარისია გაზში შევიტანოთ კონდენსაციის ცენტრები, რომ მისი (გაზის) ნაწილი გადავიდეს სითხედ (ნახაზზე ეს ნიშნავს, მაგალითად, GM მრუდის a წერტილიდან GL წრფის b წერტილში გადასვლას). გაზს, რომლის წნევა მეტია, ვიდრე იმავე ტემპერატურის ნაჯერი ორთქლის წნევა, ეწოდება გადაჯერებული ორთქლი (თეორიული იზოთერმის GM ნაწილის წერტილები). ჩვეულებრივად გადაჯერებულ ორთქლს იღებენ არა ისე, როგორც ეს ზემოთ იყო აღწერილი—კონდენსაციის ცენტრებისაგან თავისუფალი გაჟღენთილი ორთქლის იზოთერმული შეკუმშვით. მართლაც, ასეთი პროცესით გადაჯერებული ორთქლის მიღება თითქმის შეუძლებელია. თუ გაზის შეკუმშვას მოვახდენთ ძალიან სწრაფად, შეკუმშვის შედეგად გამოყოფილი სითბო ვერ მოასწრებს გარემოში გავრცელებას, გაზი

---

[1] გაზსა და ორთქლს შორის არ არსებობს პრინციპული განსხვავება. ჩვეულებრივად, ორთქლი ეწოდება გაზს, რომლის მდგომარეობა ახლოსაა კონდენსაციის მდგომარეობასთან, ე. ი. ნაჯერი გაზის მდგომარეობასთან.

გათბება და პროცესი აღარ იქნება იზოთერმული. მეორე მხრივ, თუ შეკუმშვას ვაწარმოებთ იმდენად ნელა, რომ ტემპერატურა არ შეიცვალოს, გაზს ექნება საკმაო დრო იმისათვის, რომ არამდგრადი მდგომარეობიდან გადავიდეს მდგრად მდგომარეობაში. ამიტომ შემდეგნაირად იქცევიან. გაზს ძალიან სწრაფად აფართოებენ ისე, რომ იგი ასრულებს მუშაობას და ცივდება. ეს იმას ნიშნავს, რომ, თუ გაფართოებამდე გაზი იმყოფებოდა მდგრად მდგომარეობაში T_1 იზოთერმაზე, გაფართოების შემდეგ იგი გადავა უფრო დაბალ T_2 იზოთერმაზე არამდგრად მდგომარეობაში. თუ გაზი სუფთაა, იგი საკმაო დროის განმავლობაში შეიძლება დარჩეს ამ მდგომარეობაში.

ახლა განვიხილოთ თეორიული იზოთერმის NL ნაწილი. ვინაიდან MN ნაწილი გამოსახავს ფიზიკურად შეუძლებელ პროცესს, დავიწყოთ განხილვა L წერტილიდან. ეს წერტილი, როგორც ვიცით, გამოსახავს თხევად მდგომარეობას. რადგან გაზი უკვე აღარ გვაქვს, სითხის მოცულობა უდრის ჭურჭლის მოცულობას, ე. ი. სითხე მთლიანად ავსებს ჭურჭელს. დავიწყოთ წნევის შემცირება, მაგალითად, თუ ჭურჭელი დგუშითაა დახურული,—დგუშის აწევა. ჩვეულებრივ პირობებში ამ შემთხვევაში სითხის ნაწილი გადავა გაზურ მდგომარეობაში და ჭურჭელში მივიღებთ სითხესა და ნაჯერ ორთქლს. მდგომარეობის გამომსახველი წერტილი გადაინაცვლებს LG წრფის გასწვრივ. მაგრამ თუ ავიღებთ სუფთა სითხეს, რომელიც სრულიად განთავისუფლებულია მასში ჩვეულებრივად გახსნილი გაზისა და სხვა რაიმე ნაწილაკებისაგან, შეიძლება განვახორციელოთ, ნაწილობრივ მაინც, LN პროცესი. არავითარი გადასვლა გაზურ მდგომარეობაში არ მოხდება, ჭურჭელი ისევ სავსე იქნება იმავე ტემპერატურის მქონე სითხით, მხოლოდ მისი (სითხის) წნევა იქნება ნაკლები და მოცულობა მეტი, ვიდრე L მდგომარეობაში. სითხეს, რომლის წნევა ნაკლებია, ვიდრე ნაჯერ ორთქლთან წონასწორობაში მყოფი იმავე ტემპერატურის მქონე სითხის წნევა, ეწოდება გაჭიმული სითხე. მაშასადამე, LN მდგომარეობანი გამოსახავენ გაჭიმული სითხის მდგომარეობებს. ცხადია, ეს მდგომარეობა არამდგრადია. საკმარისია ასეთ სითხეში შევიტანოთ გაზის ბუშტი, რომ სითხის ნაწილი გადავიდეს ნაჯერი ორთქლის მდგომარეობაში (ნახაზზე ეს ნიშნავს, მაგალითად, LN მრუდის c წერტილიდან GL წრფის d წერტილში გადასვლას). გაჭიმული სითხე დაიშლება ჩვეულებრივ სითხედ და ნაჯერ ორთქლად.

გაჭიმული სითხის ფრიად საინტერესო მაგალითს წარმოადგენს უარყოფითი გარეგანი წნევის ქვეშ მყოფი სითხე. 82-ე ნახაზი გვიჩვენებს, რომ საკმაოდ დაბალ ტემპერატურებზე ვან დერ-ვაალსის იზოთერმის GL ნაწილი შეიძლება უარყოფითი წნევების არეში გადავიდეს. თუ როგორმე განვახორციელებთ სათანადო მდგომარეობას, მივიღებთ სითხეს, რომლისთვისაც $p<0$. ასეთი მდგომარეობა, მართლაც, იქნა განხორციელებული. ჰურჭელს ავსებენ ყოველგვარი მინარევისაგან თავისუფალი სითხით და იწყებენ მის გაცივებას. თუ გაცივება წარმოებს საკმაოდ ღრმა ხილად, სითხე არ შორდება ჰურჭლის კედლებს, თუმცა მისი წნევა თანდათან კლებულობს. სითხე გაჭიმულ მდგომარეობაშია, ვინაიდან მას უჭირავს მეტი მოცულობა, ვიდრე ეს ეთანადება მის ტემპერატურას. ვიღებთ სითხეს, რომლისთვისაც გარეგანი წნევა მიმართულია გარეთ, ე. ი. უარყოფითია, ასეთი ცდებით მოხერხდა 70 ატმოსფეროს ტოლი უარყოფითი წნევის მიღება და ვან-დერ-ვაალსის იზოთერმის LN მონაკეთის საკმაოდ დიდი ნაწილის შესწავლა. გამოირკვა, რომ იგი წარმოადგენს L-ის მარცხნივ მდებარე ნაწილის უშუალო გაგრძელებას. გაჭიმული სითხის არსებობა დაკავშირებულია შინაგან წნევასთან $\frac{a}{V^2}$. მიუხედავად იმისა, რომ გარეგანი წნევა უარყოფითია, სრული წნევა $p+\frac{a}{V^2}$, რომელსაც განიცდის სითხე, დადებითია და იმდენად დიდია, რომ სითხე ინარჩუნებს თავის მცირე მოცულობას. რომ არ არსებობდეს შინაგანი წნევა, შეუძლებელი იქნებოდა უარყოფითი წნევის განხორციელება და, საზოგადოდ, ჩვეულებრივი და გაჭიმული სითხის არსებობა.

§ 49. კრიტიკული მდგომარეობა

წინა პარაგრაფში განვიხილეთ თეორიული და ექსპერიმენტული იზოთერმები კრიტიკულზე ნაკლები ტემპერატურებისათვის. ახლა განვიხილოთ თვით კრიტიკული ტემპერატურისა და მასზე მაღალი ტემპერატურების შესაბამისი იზოთერმები.

ამისათვის ავიღოთ T_1-ზე დაბალი ტემპერატურის სათანადო იზოთერმა და დავიწყოთ ტემპერატურის თანდათანობით გაზრდა. ვნახავთ, რომ იზოთერმა იწევს ზევით და სითხისა და გაზის ერთობლიობის გამომსახველი ნაწილი (თეორიულ იზოთერმაზე — $GMNL$, ექსპერიმენტულზე — BC) თანდათან მცირდება — G და L წერტილები და B და C წერტილები უახლოვდებიან ერთმანეთს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ნაჯერი ორთქლის მოლეკულური მოცულობა V_1

მცირდება, სითხის მოცულობა V_2 კი იზრდება. ბოლოს მივაღწევთ ისეთ ტემპერატურას, რომ ეს მოცულობები ერთმანეთის ტოლი გახდება (G და L და B და C წერტილები თანხვდებიან). იზოთერმაზე მივიღებთ გადაღუნვის წერტილს, ხოლო პროცესი, რომელიც გამოსახავდა გადასვლას ერთი მდგომარეობიდან მეორეში, აღარ გვექნება. ეს ტემპერატურა არის სწორედ კრიტიკული ტემპერატურა T_k. ჩვენ ვხედავთ, რომ კრიტიკულ ტემპერატურაზე სითხის და მასთან წონასწორობაში მყოფი ნაჯერი ორთქლის მდგომარეობანი გამოისახებიან ერთი და იმავე K წერტილით, ე. ი. სითხესაც და გაზსაც აქვს ერთი და იგივე ტემპერატურა T_k, წნევა p_k და მოცულობა V_k. ვინაიდან მაკროსკოპული სხეულის ყველა დანარჩენი დამახასიათებელი სიდიდე: ენერგია, ენტროპია, სიმკვრივე და სხვ., ტემპერატურის, წნევისა და მოცულობის ფუნქციებია, ჩვენ მივიღებთ, რომ აღნიშნულ მდგომარეობაში, რომელსაც ზემოთ კრიტიკული მდგომარეობა ვუწოდეთ, არავითარი განსხვავება სითხესა და გაზს შორის აღარ იქნება. აქედან ვღებულობთ კრიტიკული მდგომარეობის განსაზღვრას: კ რ ი ტ ი კ უ ლ ი მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ე წ ო დ ე ბ ა მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ს, რ ო მ ე ლ შ ი ც ა რ ა ვ ი თ ა რ ი გ ა ნ ს ხ ვ ა ვ ე ბ ა გ ა ზ ს ა დ ა ს ი თ ხ ე ს შ ო რ ი ს ა ღ ა რ ა რ ი ს.

როგორც ექსპერიმენტული იზოთერმები გვიჩვენებს, არაერთგვაროვანი სისტემის (სითხე-ორთქლი) სათანადო წრფივი ნაწილი არსებობს მხოლოდ კრიტიკულზე დაბალი ტემპერატურებისათვის. ამიტომაც ლაპარაკი სითხის ორთქლად და, შებრუნებით, ორთქლის სითხედ გადასვლის შესახებ შეიძლება მხოლოდ ასეთი ტემპერატურებისათვის და არა მარტო გადასვლაზე, არამედ სითხისა და ორთქლის განსხვავებაზედაც კი ლაპარაკი შეიძლება მხოლოდ T_k-ზე დაბალ ტემპერატურებზე. თვით კრიტიკულ და მასზე მაღალ ტემპერატურებზე სითხისა და გაზის ცნებები კარგავს აზრს, არა გვაქვს არც გაზი, არც სითხე, გვაქვს მხოლოდ ერთგვაროვანი ნივთიერება, რომელსაც დაბალი წნევებისათვის აქვს გაზის თვისებები, მაღალი წნევებისათვის კი — სითხის თვისებები.

კრიტიკული მდგომარეობის არსებობა საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ განუწყვეტელი გადასვლა გაზის მდგომარეობიდან სითხის მდგომარეობაში ისე, რომ არ გავიაროთ არაერთგვაროვანი ნაწილი, ე. ი. ისე, რომ რომელიმე მომენტში არ მოხდეს სისტემის გაყოფა სითხედ და გაზად.

მართლაც, განვიხილოთ კრიტიკულზე დაბალი ტემპერატურის მქონე გაზი. ასეთი გაზის მდგომარეობა დიაგრამაზე გამოისახება,

მაგალითად, A წერტილით. გავზარდოთ მისი ტემპერატურა მუდმივი მოცულობის პირობებში, სანამ იგი არ გახდება კრიტიკულზე მეტი. შემდეგ დავიწყოთ გაზის იზობარული გაცივება ($p = \text{const}$) და გავაგრძელოთ ეს პროცესი მანამდე, სანამ ტემპერატურა არ გახდება T_k-ზე ნაკლები. პროცესის დასასრულს მივიღებთ სითხეს. როგორც ვხედავთ, შესაძლებელია გაზის სითხედ გადაქცევა ისე, რომ არ გავიაროთ არაერთგვაროვანი მდგომარეობა. ყოველ მომენტში გვექნება ერთგვაროვანი ნივთიერება, რომელიც განუწყვეტლად იცვლება გაზიდან სითხემდე. გაზის სითხედ ასეთი განუწყვეტელი გადასვლის შესაძლებლობა გამოწვეულია იმით, რომ გაზიც და სითხეც (თვისობრივად მაინც) ემორჩილებიან ერთისა და იმავე მდგომარეობის განტოლებას, სახელდობრ, ვან-დერ-ვაალსის განტოლებას.

თუ იზოთერმების წრფივი ნაწილების ბოლო წერტილებზე გავატარებთ GKL მრუდს, შეიძლება შემოვფარგლოთ სიბრტყის ის ნაწილი, რომელიც ეთანადება არაერთგვაროვან მდგომარეობას. ამ მრუდს ეწოდება სასაზღვრო მრუდი. მისი KG ნაწილის წერტილები ეთანადება მომენტებს, როდესაც იწყება გაზის გადასვლა სითხედ ან თავდება სითხის გადასვლა გაზად, იმისდა მიხედვით—გაზი გადადის სითხედ, თუ სითხე—გაზად. ანალოგიურად, KL წერტილები ეთანადება გაზის სითხედ გადასვლის დამთავრების ან სითხის გაზად გადასვლის დაწყების მომენტებს.

კრიტიკული მდგომარეობა პირველად აღმოაჩინა ფრანგმა ფიზიკოსმა კანიარ-ლატურმა 1822 წ. მას სურდა გამოერკვია, როგორ თვისებებს გვიჩვენებენ სითხეები, როდესაც ისინი თბებიან მათივე ორთქლით გამოწვეული მაღალი წნევის პირობებში. ამისათვის იგი სითხეებს ათავსებდა დახურულ მილში და ათბობდა. გათბობის გამო სითხე თანდათან ფართოვდებოდა და სითხისა და ორთქლის გამყოფი ზედაპირი (მენისკი) თანდათან იწევდა ზევით, რაც იწვევდა ორთქლის შეკუმშვას და მისი სიმკვრივის გაზრდას. კანიარ-ლატურმა შეამჩნია, რომ რომელიღაც გარკვეულ ტემპერატურაზე მენისკი ქრება და მთელი ჭურჭელი ივსება ორთქლის მსგავსი ერთგვაროვანი ნივთიერებით. მილის გაცივების შედეგად მან შეამჩნია აგრეთვე, რომ იმავე ტემპერატურაზე მილში ჩნდება ძლიერი ნისლი, რომლის გაფანტვის მომენტში ისევ ჩნდება სითხისა და ორთქლის გამყოფი მენისკი. ანალოგიური მოვლენა 1861 წ. შეამჩნია მენდელეევმა. მან აღმოაჩინა, რომ არსებობს ტემპერატურა, რომლის ზევით ვერავითარი წნევით გაზი ვერ გადავა სითხედ. ამ ტემპერატურას მან უწოდა დუღილის აბსოლუტური ტემპერატურა. მაგრამ აღნიშნულმა მოვლენამ არ მიიქცია ფიზიკოსების

ყურადღება, სანამ 1869 წ. ინგლისელმა ფიზიკოსმა ენდრიუსმა იგი დაწვრილებით არ შეისწავლა. თვით სახელწოდება „კრიტიკული მდგომარეობა“ შემოღებულია ენდრიუსის მიერ. სითბური გაზომვებისადმი მიძღვნილ თავში განვიხილავთ როგორც კრიტიკული მდგომარეობის განხორციელების, ისე კრიტიკული სიდიდეების გაზომვის მეთოდებს. ახლა კი მოვიყვანთ მხოლოდ კრიტიკული სიდიდეების გაზომვის შედეგს სხვადასხვა ნივთიერებისათვის (ცხრ. 24).

ცხრილიდან ჩანს, რომ, მაგალითად წყლისათვის $T_k = 647°$, ე. ი. $t_k = 647 - 273 = 374°C$. ეს იმას ნიშნავს, რომ ამ ტემპერატურაზე ზევით წყალი არ შეიძლება იყოს წონასწორობაში თავის ორთქლთან, ე. ი. არ შეიძლება, როგორი წნევაც არ უნდა გამოვიყენოთ, შეიქმნას არაერთგვაროვანი სისტემა წყალი — ორთქლი. ამიტომ, როგორც არ უნდა შევკუმშოთ წყლის ორთქლი, ვერ მივიღებთ წყალს ჩვეულებრივი გაგებით (ე. ი. წყალს, რომელიც შეიძლება წონასწორობაში იყოს ორთქლთან), თუ ორთქლის ტემპერატურა მეტია, ვიდრე $374°C$. ანალოგიური მდგომარეობა გვაქვს სხვა შემთხვევებშიც. მაგალითად, იმისათვის, რომ წყალბადი (გაზი) გადავიყვანოთ თხევად მდგომარეობაში, მისი ტემპერატურა უნდა დავწიოთ — $239,19°C$ ქვევით. აქედან გასაგებია, თუ რატომ არ ხერხდებოდა XIX საუკუნის 70-იან წლებამდე ზოგიერთი გაზის (H_2, O_2, N_2 და ა. შ.) გადაყვანა სითხედ. ფიზიკოსებისათვის არ იყო ცნობილი, რომ გაზების გათხევადებისათვის საჭიროა მათი გაცივება T_k-ზე დაბალ ტემპერატურამდე და ისინი ცდილობდნენ მათ გათხევადებას მხოლოდ წნევის გაზრდით.

ცხრილი 24

გაზი	T_k	p_k atm	V_k cm³
He	5,19	2,26	57,6
H_2	33,21	12,8	64,8
Ne	44,38	26,86	41,8
N_2	125,98	33,5	90,7
A	150,67	48,0	75,5
O_2	154.29	49.7	91,8
CO_2	304.35	72,9	95,0
H_2O	647	217,5	86,4

გამოვარკვიოთ, როგორი კავშირი არსებობს კრიტიკულ სიდიდეებსა და ვან-დერ-ვაალსის a_μ და b_μ კოეფიციენტებს შორის. ამისათვის ვისარგებლოთ იმ გარემოებით, რომ კრიტიკულ მდგომარეობაში ვან-დერ-ვაალსის განტოლების სამივე ფესვი V_1, V_2 და V_3 კრიტიკული მოცულობის V_k ტოლია. ეს იმას ნიშნავს, რომ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება, გამოსახული ფესვების საშუალებით

$$(V - V_1)(V - V_2)(V - V_3) = 0,$$

კრიტიკული მდგომარეობისათვის მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$(V - V_k)^3 = 0,$$

ანუ

$$V^3-3V_kV^2+3V_k^2V-V_k^3=0. \qquad \text{(VIII,22)}$$

(VIII,21) და (VIII,22) განტოლებათა შედარება გვაძლევს

$$3V_k=b_\mu+\frac{RT_k}{p_k}, \qquad 3V_k^2=\frac{a_\mu}{p_k}V_k^3=\frac{ab}{p_k};$$

აქედან მივიღებთ

$$V_k=3b_\mu \qquad p_k=\frac{a_\mu}{27b_\mu^2}; \qquad T_k=\frac{8}{27}\,\frac{a_\mu}{b_\mu R} \qquad \text{(VIII,23)}$$

და შებრუნებით

$$R=\frac{8}{3}\,\frac{p_kV_k}{T_k}, \quad a_\mu=3p_kV_k^2=\frac{27}{64}\cdot\frac{R^2T_k^2}{p_k} \quad b_\mu=\frac{V_k}{3}=$$

$$=\frac{RT_k}{8p_k}. \qquad \text{(VIII,24)}$$

ეს ფორმულები საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ a_μ და b_μ მუდმივები, თუ გაზომილია კრიტიკული სიდიდეები და, პირიქით, ვიპოვოთ კრიტიკული სიდიდეები, თუ ცნობილია a_μ და b_μ. ცხადია, ეს ფორმულები მართებულია იმავე ფარგლებში, რომლებშიც ვან დერ-ვაალსის განტოლება და ვინაიდან უკანასკნელი ვერ იძლევა კარგ რაოდენობრივ თანხვედნას ცდასთან, არც მოყვანილი ფორმულები მოგვცემს კარგ შედეგს. მაგალითისათვის მოვიყვანოთ თეორიისა და ცდის შედეგები CO_2-სათვის:

თეორიული მნიშვნელობები $\begin{cases} T_k=305^\circ \;\; p_k=62{,}5 \;\; atm \\ V_k=127{,}6 cm^3/gr M; \end{cases}$

ექსპერიმენტული მნიშვნ. $\begin{cases} T_k=304{,}35^\circ \;\; p_k=72{,}9 \;\; atm \\ V_k=95 \;\; cm^3/gr \; M. \end{cases}$

როგორც ვხედავთ, თეორიული მნიშვნელობების გადახრა ექსპერიმენტულისაგან საკმაოდ შესამჩნევია.

ასეთივე შედეგს მივიღებთ, თუ შევამოწმებთ (VIII,24) პირველ განტოლებას

$$\frac{RT_k}{p_kV_k}=\frac{8}{3}=2{,}67.$$

25-ე ცხრილში მოყვანილია ამ შეფარდების მნიშვნელობები, მიღებული ექსპერიმენტულად. როგორც ვხედავთ, ამ შეფარდების

მნიშვნელობა თითქმის ერთი და იგივეა ყველა სხეულისათვის, მაგრამ მეტია, ვიდრე თეორიული მნიშვნელობა.

დავაკავშიროთ ახლა კრიტიკული ტემპერატურა ბოილის ტემპერატურასთან. (VIII,19) ფორმულის თანახმად,

$$T_b = \frac{a\mu}{Rb\mu}$$

(აღებულია გაზის ერთი გრამ-მოლეკულა). თუ შევადარებთ (VIII,23)-ის მესამე ფორმულას, მივიღებთ

$$\frac{T_b}{T_k} = \frac{27}{8} = 3{,}375.$$

ცხრილი 25

გაზი	$\frac{RT_k}{p_kV_k}$	გაზი	$\frac{RT_k}{p_kV_k}$
He	3,27	A	3,424
H_2	3,276	O_2	3,419
Ne	3,249	CO_2	3,45
N_2	3,412	SO_2	3,62

24 ე ცხრილი გვიჩვენებს, რომ, თუმცა ექსპერიმენტული მნიშვნელობა იმავე რიგისაა, როგორისაც თეორიული, მათ შორის განსხვავება მაინც საკმაოდ დიდია.

ცხრილი 26

გაზი	T_b	T_k	$\frac{T_b}{T_k}$	გაზი	T_b	T_k	$\frac{T_b}{T_k}$
He	22.1	5,19	4,26	H_2	323,11	125.98	2,56
H_2	107,39	33,21	3.23	A	410,11	150,67	2,72
Ne	115,11	44,38	2,59	O_2	423,11	154,29	2,74

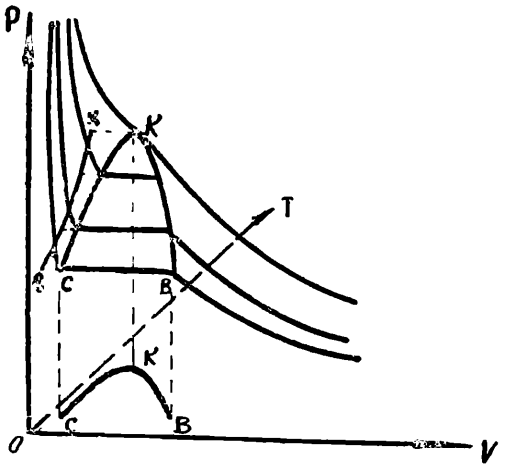
ყოველივე ეს ნათლად გვიჩვენებს, რომ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება მხოლოდ თვისობრივი მხრივ იძლევა ცდასთან თანხვედენას, რაოდენობრივი მხრივ თანხვდენა არ არის ყველა შემთხვევაში დამაკმაყოფილებელი. რასაკვირველია, თუ მხედველობაში მივიღებთ a და b კოეფიციენტების დამოკიდებულებას ტემპერატურასა და მოცულობაზე, ცდასთან თანხვდენა შესამჩნევად გაუმჯობესდება.

§ 50. გაზი-სითხე—არაერთგვაროვანი სისტემის PVT დიაგრამა

48-ე პარაგრაფში გავარჩიეთ იზოთერმული პროცესი, რომელსაც ასრულებს რეალური გაზი. ამისათვის გამოვიყენეთ pV დიაგრამა (ღერძებზე გადაზომილი იყო p და V). ტემპერატურის გავლენა იზოთერმაზე გამოისახებოდა უკანასკნელის გადაადგილებაში pOV სიბრტყეში. გაზის სითხედ გადასვლის მთელი პროცესის

უფრო სრულად წარმოსადგენად ხელსაყრელია p და V ღერძების გარდა შემოვიღოთ კიდევ T ღერძი. თუმცა მესამე ღერძის დამატება ნახაზის გართულებას გამოიწვევს, მაგრამ იგი საშუალებას მოგვცემს შევადგინოთ გაზის სითხედ გადასვლის pT და VT დიაგრამები და გამოვიყვანოთ ზოგიერთი ახალი კანონზომიერება.

82-ე ნახაზზე მოყვანილია რეალური გაზების იზოთერმები pVT



ნახ. 82.

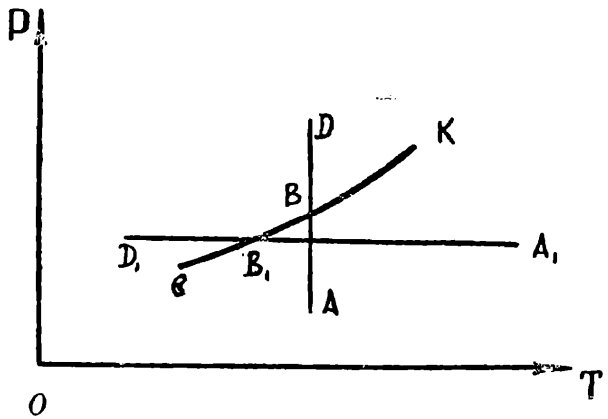
დიაგრამაში. OT ღერძი მიმართულია შიგნით ნახაზის სიბრტყის მართობულად. ყოველი იზოთერმა თავსდება pOV სიბრტყის პარალელურ სიბრტყეში. რაც უფრო მეტია ტემპერატურა, მით უფრო შიგნით არის იზოთერმის სიბრტყე და მით უფრო მაღლა მდებარეობს იზოთერმა ამ სიბრტყეზე. წინათ pV დიაგრამაში არაერთგვაროვანი მდგომარეობის გამომსახველი მონაკვეთის, ბოლო წერტილები B და C ტემპერატურის გაზრდის დროს ინაცვლებდნენ ზევით და უახლოვდებოდნენ ერთმანეთს. ახლა კი ეს წერტილები ინაცვლებენ როგორც ზევით, ისე შიგნით (T ღერძის გასწვრივ) და, რასაკვირველია, ისევ უახლოვდებიან ერთმანეთს. ბოლოს ისინი თავს იყრიან K წერტილში (კრიტიკულ წერტილში), რომელიც მდებარეობს ნახაზის შიგნით, სათავიდან T_k მანძილით გადანაცვლებულ იზოთერმაზე.

როგორც ვხედავთ, pVT დიაგრამაზე შემომსაზღვრელი მრუდი (B და C წერტილების გეომეტრიული ადგილი) აღარ მდებარეობს ერთ სიბრტყეში, როგორც ეს pV დიაგრამის შემთხვევაში იყო. იგი ახლა გადახრილია pV სიბრტყიდან შიგნით T ღერძისაკენ.

გარდა ამისა, ცდები და თეორიაც გვიჩვენებენ, რომ ეს მრუდი ჩაზნექილია VOT სიბრტყისაკენ.

ასეთია გაზის სითხედ გადასვლის სივრცული დიაგრამა. ამ დიაგრამიდან შეიძლება ადვილად მივიღოთ სხვადასხვა ბრტყელი დიაგრამა. მაგალითად, ზემოგანხილულ pV დიაგრამას მივიღებთ, თუ მთელ სივრცულ ნახაზს დავაგეგმილებთ pOV სიბრტყეზე. ამ შემთხვევაში ყველა იზოთერმა მოთავსდება pOV სიბრტყეში, აგრეთვე იმავე სიბრტყეში იქნება BKC მრუდი.

დავაგეგმილოთ ახლა მთელი სივრცული სურათი pOT სიბრტყეზე. ამისათვის წარმოვიდგინოთ, რომ ვიმყოფებით OV ღერძზე მარჯვნივ და ისე ვუყურებთ სურათს. ყოველი იზოთერმა ამ შემთხვევაში pOT სიბრტყეზე დაგეგმილდება ვერტიკალური წრფის სახით. ტემპერატურის გაზრდა იწვევს ამ წრფის გადანაცვლებას OT ღერძის გასწვრივ (ნახ. 83). ყოველი იზოთერმის BC წრფივი ნაწილი იმავე სიბრტყეზე დაგეგმილდება წერტილის სახით (b წერტილი ნახაზზე). ამიტომ მთელი შემომსაზღვრელი მრუდი დაგეგმილდება ბრტყელი bK მრუდის სახით. K წერტილი pT დიაგრამაზე ეთანადება K წერტილს pVT დიაგრამაზე და ამიტომ გამო-



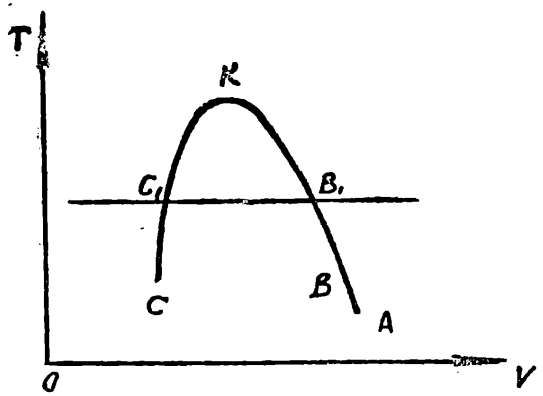
ნახ. 83.

სახავს კრიტიკულ მდგომარეობას. ამ წერტილით bK მრუდი თავდება, ვინაიდან იგი წარმოადგენს BKC მრუდის უკიდურესი წერტილის გეგმილს. როგორც ვხედავთ, pT დიაგრამაზე იზოთერმები წარმოადგენს Op ღერძის პარალელურ წრფეებს ($T=\text{const}$), რომლებიც T_k ტემპერატურამდე იკვეთებიან bK მრუდით.

გადავიდეთ ახლა მიღებული გეომეტრიული შედეგების ფიზიკური შინაარსის გამორკვევაზე. ვინაიდან bK მრუდის ქვევით მოთავ-

სებული იზოთერმების ნაწილები მიღებულია სივრცული იზოთერმების CK მრუდის ქვევით მდებარე ნაწილების დაგეგმილებით, უკანასკნელნი კი გამოხატავენ გაზურ მდგომარეობას, ამიტომ pT დიაგრამაზედაც bK მრუდის ქვევით მდებარე არე ეთანადება გაზს. ანალოგიურად გამოვარკვევთ, რომ bK მრუდის ზევითა არე გამოხატავს სითხეს. თვით bK მრუდი არის BKC მრუდის გეგმილი და, ვინაიდან უკანასკნელი მრუდი ეთანადება გაზის სითხედ ან სითხის გაზად გადასვლის მდგომარეობას, bK მრუდის წერტილებიც იმავე გადასვლის პროცესის გამომსახველი იქნება.

ყოველივე ზემოთქმულის უფრო ნათლად წარმოსადგენად განვიხილოთ რომელიმე იზოთერმული პროცესი. ავიღოთ, მაგალითად, იზოთერმა $A_1B_1D_1$. A_1 წერტილი გამოსახავს გაზურ მდგომარეობას. დავიწყოთ ამ გაზის თანდათანობით იზოთერმულად შეკუმშვა. მაშინ A_1 წერტილი იწყებს მოძრაობას ზევით (წნევა იზრდება, ტემპერატურა უცვლელია). როდესაც მივაღწევთ B_1 წერტილს, დაიწყება გაზის გადასვლა სითხედ. სანამ მთელი გაზი სითხედ არ გადავა, გამომსახველი წერტილი იქნება B_1 წერტილში. მართლაც, pVT დიაგრამაზე გადასვლის პროცესი გამოისახება გამომსახველი წერტილის მოძრაობით C-დან B-სკენ. მაგრამ მთელი ამ მოძრაობის



ნახ. 84.

დროს მისი გეგმილი pOT სიბრტყეზე (წერტილი b) უძრავი რჩება. როდესაც მთელი გაზი სითხედ გადავა და კიდევ გავაგრძელებთ შეკუმშვას, გამომსახველი წერტილი იმოძრავებს b წერტილიდან ზევით, bD იზოთერმის გასწვრივ. მივიღებთ შეკუმშულ სითხეს. ანალოგიური მდგომარეობა გვექნება ყველა დანარჩენი იზოთერმისათვისაც, თუკი მათი სათანადო ტემპერატურა T_k-ზე ნაკლებია. უფრო მაღალი ტემპერატურებისათვის იზოთერმები არ გადაკვეთს

bK მრუდს და ამიტომ არავითარი გადასვლა თხევად მდგომარეობაში არ გვექნება. მთელი იზოთერმის გასწვრივ გვექნება ნივთიერების ერთგვაროვანი მდგომარეობა.

ცხადია, თუ გამომსახველი წერტილი მოძრაობს იზოთერმაზე, ქვევით, პროცესი შებრუნდება—სითხე დაიწყებს გადასვლას გაზურ მდგომარეობაში.

ახლა გავარჩიოთ გაზის სითხედ ან სითხის გაზად გადასვლის იზობარული პროცესი. წარმოვიდგინოთ, რომ გვაქვს გაზი, რომლის წნევა ნაკლებია, ვიდრე კრიტიკული წნევა (გამომსახველი წერტილი A_1). დავიწყოთ მისი იზობარული გაცივება. გამომსახველი წერტილი იმოძრავებს $A_1b_1D_1$ წრფის გასწვრივ. სანამ არ მივაღწევთ b_1 წერტილს, გვექნება გაზი. b_1 წერტილში დაიწყება გათხევადება და, სანამ მთელი გაზი არ გადავა სითხედ, გამომსახველი წერტილი დარჩება b_1-ში. შემდგომი გაცივება გადაგვიყვანს მხოლოდ თხევად მდგომარეობაში (წერტილი D_1). შებრუნებული პროცესი $D_1b_1A_1$ ეთანადება სითხის გადასვლას გაზურ მდგომარეობაში ტემპერატურის თანდათანობით აწევით. D_1-დან b_1 წერტილამდე სითხე თბება, b_1 წერტილში ხდება სითხის გადასვლა გაზად და b_1A_1 ნაწილში მიღებული გაზის გათბობა. ამ შემთხვევაშიც, თუ წნევა კრიტიკულ წნევაზე ნაკლებია, შეუძლებელია არაერთგვაროვანი მდგომარეობის მიღება. მთელი იზობარის გასწვრივ გვექნება ერთგვაროვანი მდგომარეობა.

დასასრულ, განვიხილოთ VT დიაგრამა (ნახ. 84). ეს დიაგრამა მიიღება pVT დიაგრამის დაგეგმილებით VOT სიბრტყეზე. იზოთერმების გეგმილები იქნება OV ღერძის პარალელური წრფეები. შემომსაზღვრელი მრუდი გამოისახება BKC ბრტყელი მრუდით, რომელიც pOV სიბრტყეზე დაგეგმილებით მიღებული მრუდის მსგავსია. ცხადია, KB მრუდის მარჯვნივ გვაქვს გაზური მდგომარეობა, ხოლო KC მრუდის მარცხნივ—თხევადი. როგორც წინათ, ამ შემთხვევაშიც შეიძლება გამოვარკვიოთ, რომ B_1 წერტილში იწყება (ვმოძრაობთ მარჯვნიდან მარცხნისაკენ) გაზის გადასვლა სითხედ, ხოლო C_1 წერტილში ეს გადასვლა თავდება.

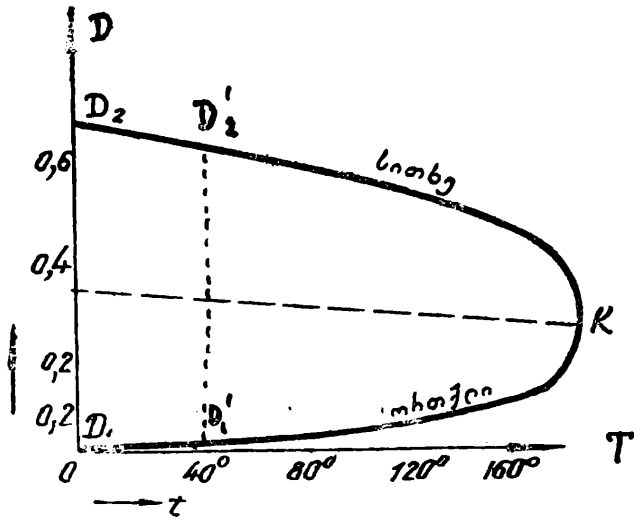
შემომსაზღვრელი მრუდის VT დიაგრამის (უფრო სწორად, DT დიაგრამის—D არის მოლეკულური სიმკვრივე) შესახებ არსებობს ერთი ფრიად მნიშვნელოვანი დებულება, რომელიც ნივთიერების კრიტიკული მოცულობის განსაზღვრის საუკეთესო საშუალებას გვაძლევს. თუ BKC მრუდს გადავხაზავთ DT დიაგრამაზე, მივიღებთ ახალ მრუდს D_1KD_2 (ნახ. 85). აქ D_1 და D_2 ნაჯერი ორთქლის და მასთან წონასწორობაში მყოფი სითხის მოლეკულური სიმკვრი-

ვეებია. თუ აღვნიშნავთ $D_1 D_2 D'_1 D'_2$ და ა. შ. მონაკვეთების შუა წერტილებს სხვადასხვა ტემპერატურისათვის და შევაერთებთ მათ ერთმანეთთან, მივიღებთ რაღაც მრუდს, რომელიც თავდება K წერტილში. კალიეტემ და მატიასმა გამოარკვიეს, რომ ეს მრუდი ძალიან დიდი სიზუსტით წარმოადგენს წრფეს.

ანალიზურად ეს შედეგი გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$\frac{D_1+D_2}{2}=C_1-C_2T.$$

ნაჯერი ორთქლისა და სითხის სიმკვრივეების ნახევარჯამი არის ტემპერატურის წრფივი ფუნქცია. ცდები ძალიან კარგად თანხვდება ამ თეორემას. მაგრამ მცირე გადახრები მაინც არსებობს. მიღებული შედეგით ხშირად სარგებლო-



ნახ. 85.

ბენ კრიტიკული სიმკვრივის (ან მოცულობის) განსაზღვრისათვის, ამისათვის დიაგრამაზე გაჰყავთ შუა წერტილების შემაერთებელი წრფე და პოულობენ მის გადაკვეთას $T=T_k$ იზოთერმასთან. გადაკვეთის წერტილის ორდინატი იქნება კრიტიკული სიმკვრივე D_k. აქედან გამოიანგარიშება $V_k=\frac{1}{D_k}$.

§ 51. არაერთგვაროვანი სისტემის წონასწორობის პირობები

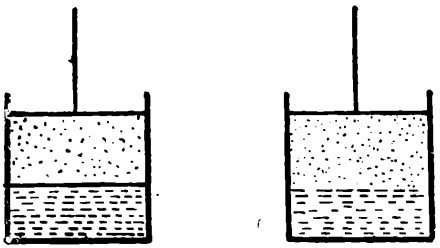
ახლა უფრო დაწვრილებით განვიხილოთ არაერთგვაროვანი სისტემა—გაზი-სითხე. ავიღოთ ჭურჭელი, რომელიც ჰორიზონ-

ტალური ფირფიტით გაყოფილია ორ ნაწილად (ნახ. 86). დავუშვათ, რომ ქვედა ნაწილი გავსებულია სითხით, ხოლო ზედა—იმავე ნივთიერების გაზით (ორთქლით). დავუშვათ აგრეთვე, რომ მათ შორის არ არის არავითარი ურთიერთქმედება, ე. ი. არ ხდება მოლეკულებისა და ენერგიის გადასვლა ერთიდან მეორეში და არც ძალის მოქმედებას აქვს ადგილი. გაზის მდგომარეობის დამახასიათებელი სიდიდეები აღვნიშნოთ ასოებით p_1, V_1, T_1 და ა. შ., სითხის დამახასიათებელი სიდიდეები—ასოებით p_2, V_2, T_2 და ა. შ. უკვე ვიცით, რომ ერთგვაროვანი სხეულის მაკროსკოპული მდგომარეობის დასახასიათებლად საკმარისია ორი სიდიდის ცოდნა. ასეთ სიდიდეებად ავირჩიოთ p წნევა და T ტემპერატურა. ამრიგად, გაზის მდგომარეობა დახასიათდება სიდიდეებით — p_1 და T_1, სითხისა—სიდიდეებით p_2, T_2. ვინაიდან დავუშვით, რომ გაზი და სითხე არ ურთიერთქმედებენ, მათი მდგომარეობანი დამოუკიდებელი იქნებიან ერთმანეთისაგან და მთელი რთული სისტემის (სითხე-გაზი) მდგომარეობის დასახასიათებლად დაგვჭირდება ოთხი სიდიდე: p_1, T_1, p_2, T_2.

წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ გაზისა და სითხის გამყოფი ფირფიტა მოშორებულია ისე, რომ გაზი და სითხე იწყებენ ერთმანეთთან ურთიერთქმედებას, სახელდობრ, შეიძლება ან გაზიდან სითხეს, ან სითხიდან გაზს გადაეცეს ენერგია, შეიძლება წნევათა განსხვავების გამო გაზი გაფართოვდეს (შეიკუმშოს) და სითხე შეიკუმშოს (გაფართოვდეს), ან, დასასრულ, მოლეკულების გარკვეული რაოდენობა გადავიდეს სითხიდან გაზში, ან გაზიდან სითხეში. საბოლოოდ, ყველა შესაძლო პროცესის დამთავრების შემდეგ სისტემა ჩადგება გარკვეული სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, რომელსაც ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმი (ვთვლით, რომ, მთელი სისტემა—სითხე—გაზი—იზოლირებულია გარეშე სხეულებისაგან). ცხადია, ამ ახალ მდგომარეობაში გაზისა და სითხის წნევა და ტემპერატურა აღარ იქნება ისეთი, როგორიც იყო წინათ. გარდა ამისა, ცხადია, გაზის წნევა და ტემპერატურა არ შეიძლება დამოუკიდებელი იყოს სითხის წნევისა და ტემპერატურისაგან, რადგან ურთიერთქმედების შესაძლებლობის გამო გაზის მდგომარეობის შეცვლა გამოიწვევს სითხის მდგომარეობის შეცვლას და, პირიქით. ამრიგად, p_1, T_1 და p_2, T_2 სიდიდეებს შორის გარკვეული კავშირი უნდა არსებობდეს იმისათვის, რომ სითხე და გაზი წონასწორობაში იყოს. ჩვენი ამოცანა სწორედ იმაში მდგომარეობს, რომ ვიპოვოთ ამ წონასწორობის პირობები.

შემოვიღოთ ერთი ფრიად მნიშვნელოვანი ცნება, რომელიც შემდეგში ხშირად გამოგვადგება. ეს არის ფაზის ცნება. ფაზა

ეწოდება არაერთგვაროვანი სისტემის ერთგვაროვან ნაწილს, რომელიც შეიძლება მექანიკური საშუალებით ჩამოვაშოროთ სხვა ერთგვაროვან ნაწილებს. მაგალითად, ზემოგანხილულ შემთხვევაში (სითხე—გაზი) გაზი წარმოადგენს ერთ ფაზას, სითხე—მეორეს, ვინაიდან გაზიც და სითხეც მთელი სისტემის ერთგვაროვანი ნაწილებია და შესაძლებელია მათი ერთმანეთისაგან დაშორება მექანიკური საშუალებით (მათ შორის ფირფიტის მოთავსებით ან დგუშის საშუალებით—გაზის გადადენით სხვა ჭურჭელში და სხვ.). ანალოგიურად, თუ გვაქვს სითხისა და მყარი სხეულისაგან შემდგარი სისტემა, მივიღებთ, რომ სითხე არის ერთი ფაზა, ხოლო მყარი სხეული—მეორე. მოყვანილმა მაგალითებმა შეიძლება გვაფიქრებინოს, რომ ფაზა იგივეა, რაც აგრეგატული მდგომარეობა. მაგრამ ეს ასე არ არის. შემდეგში, მყარი მდგომარეობის განხილვისას, ვნახავთ, რომ შეიძლება არსებობდეს სხვადასხვა სტრუქტურისა და თვისების მქონე მყარი მდგომარეობანი. თუმცა ყველა ისინი ეკუთვნიან ერთ (მყარ) აგრეგატულ მდგომარეობას, მაგრამ განხილულ უნდა იქნენ როგორც სხვადასხვა ფაზა.



ნახ. 86.

ფაზის ცნების შემოღების შემდეგ ზემოდასმული კითხვა წონასწორობის პირობების შესახებ შეიძლება შემდეგნაირად ჩამოვაყალიბოთ: როგორია გაზური და თხევადი ფაზის წონასწორობის პირობები? ან, უფრო ზოგადად, თუ არ შემოვისაზღვრებით გაზით და სითხით და განვიხილავთ ორ ნებისმიერ ფაზას,—როგორია ორი ფაზის წონასწორობის პირობები?

ამ საკითხის გადასაწყვეტად გამოვიყენოთ პირველ ნაწილში გამოყვანილი ზოგადი წონასწორობის პირობა: იზოლირებული სისტემა სტატისტიკურ წონასწორობაშია, თუ მისი ენტროპია მაქსიმალურია:

$$S=max.$$

აღვნიშნოთ ასოებით m_1 და m_2, v_1 და v_2, e_1 და e_2 და s_1 და s_2 პირველი და მეორე ფაზების მასები, კუთრი მოცულობები, კუთრი

ენერგიები და კუთრი ენტროპიები. მაშინ მთელი სისტემის მასის, მოცულობის, ენერგიისა და ენტროპიისათვის მივიღებთ:

$$M = m_1 + m_2 = \text{const}, \qquad \text{(VIII,25)}$$
$$V = m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{const}, \qquad \text{(VIII,26)}$$
$$E = m_1 e_1 + m_2 e_2 = \text{const}, \qquad \text{(VIII,27)}$$
$$S = m_1 s_1 + m_2 s_2 = \max. \qquad \text{(VIII,28)}$$

პირველი სამი განტოლება იმის აღმნიშვნელია, რომ სისტემა განმხოლოებულია, ხოლო მეოთხე კი მისი სტატისტიკური წონასწორობის პირობაა. მათემატიკიდან ცნობილია, რომ რაიმე სიდიდის მაქსიმუმის აუცილებელი პირობაა მისი დიფერენციალის ტოლობა ნულთან. ჩვენ შემთხვევაში (VIII,28) განტოლებიდან მივიღებთ

$$dS = m_1 ds_1 + m_2 ds_2 + s_1 dm_1 + s_2 dm_2 = 0.$$

მეორე მხრივ, ენტროპიის ნაზრდის ფორმულის თანახმად,

$$ds_1 = \frac{de_1 + p_1 dv_1}{T_1} \quad \text{და} \quad ds_2 = \frac{de_2 + p_2 dv_2}{T_2};$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$dS = m_1 \frac{de_1 + p_1 dv_1}{T_1} + m_2 \frac{de_2 + p_2 dv_2}{T_2} + s_1 dm_1 + s_2 dm_2 = 0. \qquad \text{(VIII,29)}$$

მაგრამ ამ გამოსახულებაში შემავალი ექვსი დიფერენციალი არ არის ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი, ვინაიდან ფაზების მასები, მოცულობები და ენერგიები ერთმანეთთან დაკავშირებულია (VIII,25), (VIII,26) და (VIII,27) განტოლებებით. მართლაც, ამ განტოლებათა გადიფერენციალება მოგვცემს

$$dm_1 + dm_2 = 0; \qquad \text{(VIII,25}^{\text{I}}\text{)}$$
$$v_1 dm_1 + v_2 dm_2 + m_1 dv_1 + m_2 v_2 = 0; \qquad \text{(VIII,26}^{\text{I}}\text{)}$$
$$e_1 dm_1 + e_2 dm_2 + m_1 de_1 + m_2 de_2 = 0. \qquad \text{(VIII,27}^{\text{I}}\text{)}$$

ეს სამი განტოლება საშუალებას გვაძლევს სამი დიფერენციალი, მაგალითად, dm_2, dv_2 და de_2 გამოვსახოთ დანარჩენი სამი დიფერენციალის, მაგალითად, dm_1, dv_1 და de_1 საშუალებით. ცხადია, ამის შემდეგ დარჩენილი სამი დიფერენციალი სრულიად დამოუკიდებელი იქნება ერთმანეთისაგან, ე. ი. მათ შეიძლება მივცეთ სრულიად ნებისმიერი მნიშვნელობები. განვიხილოთ სამი შემთხვევა.

1. $dm_1=0$ და $dv_1=0$, ე. ი. პირველი ფაზის მასა და მოცულობა უცვლელია. მაშინ (VIII,25I) და (VIII,26I) განტოლებებიდან მივიღებთ $dm_2=0$ და $dv_2=0$, ე. ი. უცვლელი იქნება აგრეთვე მეორე ფაზის მასა და მოცულობა. (VIII,27′) განტოლებიდან კი მივიღებთ

$$m_1 de_1 = -m_2 de_2,$$

ე. ი. რამდენადაც გაიზარდა პირველი ფაზის ენერგია, იმდენად შემცირდა მეორე ფაზის ენერგია (მოხდა ენერგიის გადასვლა ერთი ფაზიდან მეორეში). ამ შემთხვევაში (VIII,29) წონასწორობის პირობა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$m_1\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)de_1=0;$$

ვინაიდან de_1 არ არის ნული, ვიღებთ, რომ ნულის ტოლი უნდა იყოს ფრჩხილებში მყოფი გამოსახულება, ე. ი.

$$T_1=T_2=T_{12}; \qquad \text{(VIII,30)}$$

ფაზების ტემპერატურები უნდა იყოს ტოლი—ეს არის ორი ფაზის წონასწორობის პირველი პირობა.

2. ახლა განვიხილოთ მეორე შემთხვევა: $dm_1=0$ და $de_1=0$, ე. ი. პირველი ფაზის მასა და ენერგია უცვლელია. მაშინ (VIII,25I) და (VIII,27I) განტოლებებიდან მივიღებთ $dm_2=0$ და $de_2=0$, ე. ი. უცვლელი იქნება აგრეთვე მეორე ფაზის მასა და ენერგია. (VIII,26I) განტოლება მოგვცემს

$$m_1 dv_1 = -m_2 dv_2;$$

რამდენითაც გაიზარდა პირველი ფაზის მოცულობა, იმდენით შემცირდა მეორე ფაზის მოცულობა (მოხდა ერთი ფაზის გაფართოება და მეორის შეკუმშვა). ამ შემთხვევაში (VIII,29) განტოლება დაიწერება შემდეგნაირად:

$$m_1\left(\frac{p_1}{T_1}-\frac{p_2}{T_2}\right)dv_1=0;$$

ვინაიდან dv_1 არ არის ნული, მივიღებთ, რომ ფრჩხილებში მყოფი გამოსახულება უნდა უდრიდეს ნულს

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2},$$

მაგრამ წონასწორობის პირველი პირობის თანახმად, ფაზების ტემპერატურები ტოლია. ამიტომ წინა განტოლებიდან მივიღებთ

$$p_1 = p_2 = p_{12}, \qquad \text{(VIII,31)}$$

ე. ი. ფაზების წნევები უნდა იყოს ტოლი. ეს არის წონასწორობის მეორე პირობა.

3. დასასრულ, განვიხილოთ მესამე შემთხვევა: $dv_1 = 0$ და $de_1 = 0$, ე. ი. უცვლელია პირველი ფაზის კუთრი მოცულობა და კუთრი ენერგია. აქედან მივიღებთ

$$dm_2 = -dm_1;$$
$$m_2 dv_2 = (v_2 - v_1) dm_1;$$
$$m_2 de_2 = (e_2 - e_1) dm_1,$$

ე. ი. რამდენადაც შემცირდა ერთი ფაზის მასა, იმდენად გაიზარდა მეორის მასა.

(VIII,30) განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს

$$\left\{ \frac{e_2 - e_1}{T_2} = \frac{p_2 (v_2 - v_1)}{T_2} + s_1 - s_2 \right\} dm_1 = 0;$$

ვინაიდან $dm_1 \neq 0$, ნულის ტოლი უნდა იყოს ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება. თუ გამოვიყენებთ წონასწორობის პირველ და მეორე პირობას, მივიღებთ

$$\frac{e_2 + pv_2}{T} - s_2 = \frac{e_1 + pv_1}{T} - s_1,$$

ან T-ზე გამრავლების შემდეგ

$$e_2 - Ts_2 - pv_2 = e_1 - Ts_1 + pv_1. \qquad \text{(VIII,32)}$$

გავიხსენოთ, რას გამოხატავს ამ განტოლების მარცხენა და მარჯვენა ნაწილში მდგომი სიდიდეები. ჩვენთვის ცნობილია, რომ სიდიდე

$$\Phi = E - TS + pv$$

წარმოადგენს სისტემის თერმოდინამიკურ პოტენციალს. მასაზე გაყოფით მივიღებთ

$$\frac{\Phi}{m} = \varphi = e - Ts + pv.$$

როგორც ვხედავთ, სიდიდე $e - Ts + pv$ არის სხეულის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი φ (ერთეული მასის თერმოდინამიკური პოტენციალი). ამიტომ (VIII,32) განტოლება შემდეგნაირად დაიწერება:

$$\varphi_2 = \varphi_1 = \varphi_{12}, \qquad \text{(VIII,33)}$$

ე. ი. ფაზების კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალები ტოლია. ეს არის ორი ფაზის წონასწორობის მესამე და უკანასკნელი პირობა.

ჩვენ მივიღეთ სამი პირობა:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2, \\ p_1 &= p_2, \\ \varphi_1 &= \varphi_2, \end{aligned} \qquad \text{(VIII,34)}$$

რომელთა შესრულება აუცილებელია ორფაზიანი სისტემის წონასწორობისათვის.

გამოვარკვიოთ, რა ფიზიკური აზრი აქვს ამ პირობებს. ჯერ განვიხილოთ პირველი პირობა. მისი გამოყვანა გვიჩვენებს, რომ იგი დაკავშირებულია ფაზებს შორის ენერგიის გაცვლა-გამოცვლასთან. ფაზების ურთიერთქმედების დროს მათი მოლეკულები დაჯახებით გადასცემს ერთმანეთს ენერგიას. გადაცემა ხდება ორივე მხრივ, ე. ი. პირველი ფაზის ზოგიერთი მოლეკულა ენერგიას გადასცემს მეორე ფაზის მოლეკულებს და, პირიქით, მეორე ფაზის ზოგიერთი მოლეკულა—პირველი ფაზის მოლეკულებს. იმისდა მიხედვით, თუ რომელი ფაზიდან რომელში გადადის მეტი ენერგია, ენერგიის საერთო ნაკადი მიმართული იქნება ან პირველი ფაზიდან მეორისაკენ ან მეორიდან პირველისაკენ. ფაზების ტემპერატურების ტოლობის შემთხვევაში კი ცხადია, რომ ენერგიის საერთო ნაკადი ნულია, ე. ი. რამდენი ენერგიაც პირველიდან გადაეცემა მეორეს, იმდენი მეორიდან გადაეცემა პირველს. ამიტომ შეიძლება ვთქვათ, რომ (VIII,31) პირობა არის ორი ფაზის ენერგეტიკული წონასწორობის პირობა.

გადავიდეთ ახლა (VIII,32) პირობაზე. რადგან წნევა ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალაა, ამიტომ ეს პირობა იმის გამომსახველი იქნება, რომ რა ძალითაც პირველი ფაზის მოლეკულები მოქმედებს ფაზების გამყოფ ზედაპირზე, ისეთივე ძალით იმოქმედებს მასზე მეორე ფაზის მოლეკულები. ცხადია, მხოლოდ ამ შემთხვევაში დარჩება ფაზების გამყოფი ზედაპირი უძრავი და ფაზების მოცულობები არ შეიცვლება. როგორც ვხედავთ, აღნიშნული პირობა წარმოადგენს მექანიკაში ცნობილ წონასწორობის პირობას (გამყოფ ზედაპირზე მოქმედი ძალების ჯამი ნულის ტოლია). ამიტომ მას შეიძლება ვუწოდოთ მექანიკური წონასწორობის პირობა.

დასასრულ, განვიხილოთ (VIII,33) პირობა. მისი გამოყვანიდან ჩანს, რომ იგი დაკავშირებულია ნივთიერების გადასვლასთან ერთი

ფაზიდან მეორეში. ცხადია, ფაზების ურთიერთქმედების დროს მოლეკულები გადადიან როგორც პირველი ფაზიდან მეორეში, ისე მეორიდან პირველში. თუ პირველიდან მეორეში გადასული მოლეკულების რიცხვი მეორიდან პირველში გადასული მოლეკულების რიცხვის ტოლია, ფაზების მასები უცვლელი იქნება, ე. ი. ფაზები ნივთიერების გადასვლის მხრივ წონასწორობაში იქნება. სწორედ ამ პირობას გამოსახავს თერმოდინამიკური პოტენციალების ტოლობა. თუ n_{12} არის პირველი ფაზიდან მეორეში ერთ წამში გადასულ მოლეკულათა რიცხვი, n_{21} კი—მეორიდან პირველში გადასულ მოლეკულათა რიცხვი, მაშინ თერმოდინამიკური პოტენციალების ტოლობა ნიშნავს იმავეს, რასაც ტოლობა

$$n_{12}=n_{21}.$$

§ 52. წონასწორობის პირობების შედეგები

გამოვიყვანოთ ახლა (VIII,34) წონასწორობის პირობებიდან ზოგიერთი შედეგი. ჯერ გამოვარკვიოთ, რამდენი სიდიდით განისაზღვრება ორფაზიანი სისტემის მდგომარეობა. ვინაიდან ყოველი ფაზის მდგომარეობა განისაზღვრება ორი სიდიდით—წნევითა და ტემპერატურით, ამიტომ მათი კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალები სათანადო წნევისა და ტემპერატურის ფუნქციები იქნება და წონასწორობის პირობები შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\begin{aligned}&p_1=p_2=p_{12},\\&T_1=T_2=T_{12},\\&\varphi_1(p_1T_1)=\varphi_2(p_2T_2).\end{aligned}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ ოთხი სიდიდე p_1, T_1, p_2, T_2 ერთმანეთთან დაკავშირებულია სამი პირობით. პირველი ორი პირობა გვიჩვენებს, რომ ორფაზიანი სისტემის მდგომარეობის განსაზღვრისათვის საკმარისია ერთი p_{12} წნევისა და ერთი T_{12} ტემპერატურის ცოდნა. მესამე პირობა კი გვეუბნება, რომ ეს წნევა და ტემპერატურა ერთმანეთთან დაკავშირებულია ისე, რომ საკმარისია მხოლოდ ერთი მათგანის ცოდნა. მართლაც, პირველი ორი ტოლობის ჩასმა მესამე ტოლობაში გვაძლევს

$$\varphi_1(p_{12}T_{12})=\varphi_2(p_{12}T_{12}). \qquad \text{(VIII,35)}$$

თუ ვიცით სისტემის ტემპერატურა, ამ განტოლებიდან შეიძლება გამოვიანგარიშოთ წნევა, ხოლო, თუ ცნობილია ტემპერატურა და წნევა, შეიძლება განვსაზღვროთ ყოველი ფაზის მდგომა-

რეობა. მაშასადამე, თუ წინათ ორი ერთმანეთისაგან დამოკიდებული ფაზის მდგომარეობა განისაზღვრებოდა ოთხი სიდიდით, ახლა, მათი წონასწორობის შემთხვევაში, მდგომარეობა განისაზღვრება ერთი სიდიდით.

წონასწორობაში მყოფი ორფაზიანი სისტემის მდგომარეობა განისაზღვრება ერთი სიდიდით.

ასეთ სიდიდედ ჩვეულებრივად არჩევენ ტემპერატურას, თუმცა შეიძლება ავარჩიოთ აგრეთვე წნევა ან რომელიმე სხვა სიდიდე.

(VIII,35) განტოლებიდან გამოვსახოთ წნევა, როგორც ტემპერატურის ფუნქცია. მივიღებთ

$$p_{12}=f(T_{12}), \qquad \text{(VIII,36)}$$

სადაც f ფუნქციის სახე დამოკიდებულია φ_1 და φ_2 ფუნქციების სახეზე. ამ განტოლებაში შემავალი წნევა არის ორივე ფაზის წნევა. თუ დავუბრუნდებით ისევ სითხისა და გაზისაგან შემდგარ სისტემას, p_{12} იქნება როგორც სითხის, ისე მასთან წონასწორობაში მყოფი ნაჯერი ორთქლის წნევა. აქედან გამომდინარეობს, რომ ნაჯერი ორთქლის წნევა არის მხოლოდ ტემპერატურის ფუნქცია. ტემპერატურის გარკვეულ მნიშვნელობას ეთანადება გარკვეული წნევა და პირიქით. წონასწორობის პირობების ეს შედეგი საშუალებას გვაძლევს ავხსნათ, რატომ აქვს იზოთერმას pV დიაგრამაზე წრფივი ნაწილი BC. ეს ნაწილი ეთანადება არაერთგვაროვან მდგომარეობას, ე. ი. ორფაზიან სისტემას—სითხე—გაზი, და რადგან მის გასწვრივ ტემპერატურა არ იცვლება, (VIII,36) ფორმულის თანახმად წნევაც უცვლელი იქნება, მოცულობის მნიშვნელობისაგან დამოუკიდებლად. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ამ შემთხვევაში იზოთერმა უნდა იყოს OV ღერძის პარალელური წრფე. ორფაზიანი სისტემის იზოთერმული შეკუმშვა არ გამოიწვევს წნევის გაზრდას. ადგილი ექნება მხოლოდ ნივთიერების გადასვლას ერთი ფაზიდან (ჩვენ შემთხვევაში ორთქლიდან) მეორე ფაზაში (სითხედ).

83-ე ნახაზზე მოცემული bk მრუდი წარმოადგენს (VIII,36) განტოლების გეომეტრიულ გამოსახულებას. ამრიგად, აღნიშნული განტოლების ამოხსნის გარეშეც შეგვიძლია ვიპოვოთ, თუ როგორი T ეთანადება მოცემულ p-ს. ამისათვის, საკმარისია, გავატაროთ p-ს მნიშვნელობის შესაბამისი—OT ღერძის პარალელური წრფე (იზობარა) და მისი bk მრუდთან გადაკვეთის წერტილის აბსცისა იქნება სითხის გაზად ან გაზის სითხედ გადასვლის ტემპერატურა. ნახაზიდან ჩანს, რომ წნევის გაზრდა იწვევს გადასვლის ტემპერატურის გაზრდას. თუ წნევა გახდა კრიტიკული წნევის ტოლი, გა-

დასვლის ტემპერატურა კრიტიკული ტემპერატურის ტოლი გახდება და განსხვავება სითხესა და გაზს შორის აღარ იქნება. კიდევ უფრო მაღალი წნევის პირობებში შეუძლებელია ორფაზიანი სისტემის არსებობა და ამიტომ არ გვექნება არც მათ შორის გადასვლის პროცესი.

ტემპერატურას, რომლის დროსაც მოცემული წნევის პირობებში ერთი ფაზა გადადის მეორეში, ეწოდება გადასვლის ტემპერატურა.

სითხისა და გაზის შემთხვევაში ამ ტემპერატურას უწოდებენ კიდევ აორთქლების ანუ კონდენსაციის (გათხევადების) ტემპერატურას, იმისდა მიხედვით სითხე გადადის გაზად თუ გაზი—სითხედ.

ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს გავცეთ პასუხი ერთ კითხვაზე, რომელიც დავტოვეთ უპასუხოდ 48-ე პარაგრაფში, სახელდობრ, თეორიული იზოთერმის რომელი წერტილები ეთანადება ექსპერიმენტული იზოთერმის B და C წერტილებს, ე. ი. გაზის სითხედ გადასვლის დაწყებისა და დამთავრების წერტილებს. იგივე საკითხი შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ კიდევ შემდეგნაირად: მოცემულია გარკვეული T ტემპერატურის სათანადო თეორიული (ვან-დერ-ვაალსის) იზოთერმა. მოვძებნოთ წნევა, რომლის დროს უნდა დაიწყოს (ან დამთავრდეს) გაზის გადასვლა სითხედ. საძიებელი წნევა აღვნიშნოთ p ასოთი და დავუშვათ, რომ მისი შესაბამისი იზობარა თეორიულ იზოთერმას კვეთს G, H და L წერტილებში (ნახ. 81). თეორიული იზოთერმის GMH ნაწილი რჩება GHL იზობარის ზევით, ხოლო HNL ნაწილი—ქვევით. G წერტილში გვაქვს მხოლოდ გაზი, φ_1 კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი, L წერტილში კი სითხე φ_2 პოტენციალით. წონასწორობის პირობების თანახმად,

$$\varphi_1 = \varphi_2 .$$

მეორე მხრივ, პირველი ნაწილიდან ვიცით, რომ

$$\varphi = f + pv,$$

სადაც f არის კუთრი თავისუფალი ენერგია და v კუთრი მოცულობა. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$f_1 + p_{12} v_1 = f_2 + p_{12} v_2,$$

ანუ

$$f_1 - f_2 = -p_{12}(v_1 - v_2).$$

მეორე მხრივ, ვიცით რომ შექცევადი იზოთერმული პროცესის დროს თავისუფალი ენერგიის შემცირება სისტემის მიერ შესრულებული მუშაობის ტოლია. ამიტომ გვექნება

$$f_1 - f_2 = -\int_2^1 p dv.$$

ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილში მყოფი ინტეგრალი აღებულია ნებისმიერი იზოთერმული პროცესის გასწვრივ, რომელსაც სისტემა მეორე მდგომარეობიდან გადაჰყავს პირველში. ავარჩიოთ ასეთ პროცესად თეორიული იზოთერმის $LNHMG$ ნაწილი. მიღებულ განტოლებათა შედარება გვაძლევს

$$p_{12}(v_1 - v_2) = \int_2^1 p dv; \qquad \text{(VIII,37)}$$

მარცხენა ნაწილი გეომეტრიულად გამოსახავს $v_2LHGv_1v_2$ ფართობს, ხოლო მარჯვენა ნაწილი—$v_2LNHMGv_1v_2$ ფართობს (შემოსაზღვრულს ზემოდან $LNHMG$ მრუდით). (VIII,37) განტოლების თანახმად, ეს ფართობები ტოლი უნდა იყოს ან, რაც იგივეა, LHG იზობარის ზევით და ქვევით მდებარე $HMGH$ და $LNHL$ ფართობები ტოლი უნდა იყოს. საბოლოოდ ვღებულობთ ასეთ შედეგს:

გაზის სითხედ გადასვლისათვის საჭირო წნევის შესაბამისი იზობარა კვეთს თეორიულ იზოთერმას ისე, რომ ამ იზობარით და იზოთერმით შემოსაზღვრული $HMGH$ და $LNHL$ ფართობები ტოლი იყოს. ამ წესს, აღმოჩენილს მაქსველის მიერ 1875 წ., ეწოდება მაქსველის წესი. ამ წესის გამოყენებით შეგვიძლია ყოველი ტემპერატურისათვის ვიპოვოთ გადასვლის შესაბამისი წნევა, თუ მოცემულია თეორიული იზოთერმები. თუ აღნიშნულ გამოანგარიშებას ვაწარმოებთ ვან-დერ-ვაალსის იზოთერმების საშუალებით, მივიღებთ შედეგებს, რომლებიც კარგად არ ეთანხმებიან ცდებს. თანხვდენა ცდასთან უფრო კარგი იქნება, თუ გამოვიყენებთ უფრო ზუსტ მდგომარეობის განტოლებას ან მხედველობაში მივიღებთ a და b კოეფიციენტების ცვალებადობას ტემპერატურისა და მოცულობის მიხედვით.

როგორც ვხედავთ, (VIII,36) განტოლებაში შემავალი ფუნქციის ზუსტი სახის გამორკვევა შეუძლებელია, ვინაიდან ცნობილი არ არის ზუსტი მდგომარეობის განტოლება. მაგრამ, მიუხედავად ამისა, წონასწორობის (VIII,35) პირობა საშუალებას გვაძლევს, ნაწილობრივ მაინც, გამოვარკვიოთ ამ ფუნქციის ხასიათი. ამისათვის ეს პირობა დავწეროთ გაშლილი სახით:

$$e_1 - T_{12}s_1 + p_{12}v_1 = e_2 - T_{12}s_2 + p_{12}v_2.$$

გავადიფერენციალოთ ეს განტოლება, მივიღებთ

$$de_1 - T_{12}ds_1 - s_1dT_{12} + p_{12}dv_1 + v_1dp_{12} = de_2 - T_{12}ds_2 - s_2dT_{12} + p_{12}dv_2 + v_2dp_{12},$$

მაგრამ ყოველი ფაზისათვის

$$ds = \frac{de + pdv}{T}.$$

ამიტომ წინა განტოლება გამარტივდება და მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$-s_1dT_{12} + v_1dp_{12} = -s_2dT_{12} + v_2dp_{12}$$

ანუ

$$(s_1 - s_2)dT_{12} = (v_1 - v_2)dp_{12};$$

აქედან ადვილად ვიპოვით ტემპერატურის წარმოებულს წნევის მიმართ:

$$\frac{dT_{12}}{dp_{12}} = \frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2}. \qquad \text{(VIII,38)}$$

ამ განტოლებაში შემავალი გამოსახულება $s_1 - s_2$ არის პირველი და მეორე ფაზის (გაზისა და სითხის) კუთრ ენტროპიათა სხვაობა. პირველი ნაწილიდან ვიცით, რომ

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

სადაც dQ არის შექცევადი პროცესის დროს მიღებული სითბოს რაოდენობა. გამოვიყვანოთ ეს განტოლება გაზად სითხის გადასვლის პროცესის მიმართ. ვინაიდან ეს პროცესი იზოთერმულია, მივიღებთ

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{T_{12}}\int_1^2 dQ = \frac{Q_{12}}{T_{12}}, \qquad \text{(VIII,39)}$$

სადაც Q_{12} არის სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც უნდა გადავცეთ სითხეს, რომ იგი გადავიდეს იმავე ტემპერატურის მქონე გაზად. თუ ავიღებთ სითხის არა ნებისმიერ მასას, არამედ ერთ გრამს, მივიღებთ

$$s_1 - s_2 = \frac{\lambda_{12}}{T_{12}}; \qquad \text{(VIII,40)}$$

აქ λ_{12} არის სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც უნდა მივანიჭოთ სითხის ერთ გრამს, რომ გადავიყვანოთ იგი იმავე ტემპერატურის

მქონე გაზად. ამ სიდიდეს ეწოდება აორთქლების სითბო. ჩასმა (VIII,38) ფორმულაში საბოლოოდ გვაძლევს

$$\frac{dT_{12}}{dp_{12}} = \frac{T_{12}(v_1 - v_2)}{\lambda_{12}}. \qquad \text{(VIII,41)}$$

ამ განტოლებას, გამოყვანილს პირველად კლაპეირონის, ხოლო შემდეგ უფრო ზუსტად კლაუზიუსის მიერ, ეწოდება კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლება. იგი საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ, თუ როგორ იცვლება აორთქლების ტემპერატურა წნევის შეცვლის გამო, თუ ცნობილია გაზისა და სითხის კუთრი მოცულობები და აორთქლების სითბო. რასაკვირველია, იგი შეიძლება გამოვიყენოთ აგრეთვე λ_{12} აორთქლების სითბოს გამოსაანგარიშებლად, თუ ცნობილია $\frac{dT_{12}}{dp_{12}}$ წარმოებული. ვინაიდან ამ განტოლების გამოყვანისას გამოყენებული იყო მხოლოდ თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონები, იგი სავსებით ზუსტი უნდა იყოს. 27-ე ცხრილში მოყვანილია (VIII,41) ფორმულით (მეორე სვეტი) და რენიოს მიერ ცდით (მესამე სვეტი) გაზომილი λ_{12}-ის მნიშვნელობები წყლისათვის. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა მათ შორის ძალიან კარგია. უფრო ზუსტი გაზომვებით ჰენინგმა $T = 373°$-სათვის მიიღო მნიშვნელობა $\lambda_{12} = 538{,}25$, რაც კიდევ უფრო კარგად ეთანხმება თეორიულ შედეგს (538,7).

ახლა გამოვიყენოთ კლაპეირონის ფორმულა $p_{12} = f(T_{12})$ ფუნქციის ხასიათის გამოსარკვევად. ვინაიდან გაზის კუთრი მოცულობა v_1 მეტია, ვიდრე სითხის კუთრი მოცულობა v_2, და λ_{21} დადებითია (სითხის გაზად გადასვლის დროს სითხე ღებულობს სითბოს), (VIII,41) განტოლების მარჯვენა ნაწილი დადებითი იქნება. ამიტომ დადებითი იქნება მარცხენა ნაწილიც

ცხრილი 27

T	λ_{12} cal. გამ.	λ_{21} cal. გაზ.
373°	538,7	536,5
383°	532,0	529,41
393°	525,5	522,3
403	518,7	515,15
413	511,5	507,98
423	504,2	500,79

$$\frac{dT_{12}}{dp_{12}} > 0.$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ dp_{12} და dT_{12} დიფერენციალებს აქვს ერთი და იგივე ნიშანი, ე. ი. თუ წნევა გაიზარდა (შემცირდა), ტემპერატურაც გაიზრდება (შემცირდება). მაშასადამე, აორ-

თქლების ტემპერატურა იზრდება (მცირდება) წნევის გაზრდის (შემცირების) შედეგად. გეომეტრიულად ეს შედეგი ნიშნავს იმას, რომ მხები $p_{12}=f(T_{12})$ მრუდისადმი T ან p ღერძთან უნდა ადგენდეს მახვილ კუთხეს (ნახ. 83).

მიღებული შედეგის უფრო ნათლად წარმოსადგენად განვიხილოთ სითხის გაზად გადასვლის იზობარული პროცესი (ნახ. 83). ვთქვათ, ჭურჭელი, რომელიც ზემოდან დახურულია დგუშით, გავსებულია სითხით. დავიწყოთ სითხის თანდათანობითი გათბობა მუდმივი წნევის პირობებში. ცხადია, დგუში თანდათან იწევს ზევით და სითხე ფართოვდება. ეს პროცესი გაგრძელდება იმ მომენტამდე, სანამ ტემპერატურა არ გახდება გადასვლის (აორთქლების) ტემპერატურის ტოლი. ამ მომენტიდან დაიწყება სითხის გადასვლა გაზად და, სანამ მთელი სითხე არ აორთქლდება, ტემპერატურა არ შეიცვლება. ვინაიდან გაზის კუთრი მოცულობა მეტია, ვიდრე სითხისა, გაფართოება გაგრძელდება. აორთქლების მთელი პროცესის დროს სითხის ერთი გრამი მიიღებს სითბოს λ_{21}—აორთქლების სითბოს. რაზე იხარჯება ეს სითბო? რადგან ტემპერატურა არ იცვლება, სითხისა და გაზის მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია ერთი და იგივე იქნება. აორთქლების დროს გაიზრდება მხოლოდ მანძილი მოლეკულებს შორის და დგუშის გადანაცვლების გამო შესრულდება გარეშე მუშაობა. მოლეკულებს შორის მანძილის გაზრდა (VIII,4) ფორმულის თანახმად ნიშნავს პოტენციალური ენერგიის გაზრდას ისე, რომ აორთქლების სითბოს ნაწილი დაიხარჯება სწორედ ამ ენერგიის გაზრდაზე. მეორე ნაწილი კი დაიხარჯება გარეშე მუშაობის შესრულებაზე. აორთქლების სითბოს პირველ ნაწილს, რომელიც იხარჯება მოლეკულების პოტენციალური ენერგიის გაზრდაზე, ეწოდება შინაგანი აორთქლების სითბო. იგი აღინიშნება ρ_{12}-ით. მეორე ნაწილი, რომელიც გარეშე მუშაობაზე იხარჯება, წარმოადგენს გარეგანი აორთქლების სითბოს და რადგან აორთქლება ხდება მუდმივი წნევის პირობებში, იგი უდრის $p_{12}(v_1-v_2)$. აორთქლების მთელი სითბოსათვის მივიღებთ:

$$\lambda_{12}=\rho_{12}+p_{12}(v_1-v_2).$$

ჩვეულებრივად $\rho_{12}>p_{12}(v_1-v_2)$, ე. ი. აორთქლების სითბოს მეტი ნაწილი იხარჯება სითხის შინაგანი პოტენციალური ენერგიის გაზრდაზე. მაგალითად, წყლისათვის $T=373°$-ზე $\rho_{12}=498\ \frac{cal}{gr}$ და $p_{12}(v_1-v_2)=40{,}7\ \frac{cal}{gr}$.

თუ შევცვლით წნევას, მაგალითად, გავზრდით მას და გავიმეორებთ აღწერილ პროცესს, დავინახავთ, რომ აორთქლება დაიწყება უფრო მაღალ ტემპერატურაზე. ცდა გვიჩვენებს და ეს თეორიულადაც გასაგებია, რომ ტემპერატურის გადიდების შედეგად აორთქლების სითბო შემცირდება, ე. ი. სითხის ორთქლად გადასაყვანად მაღალ ტემპერატურაზე დაგვეხარჯება ნაკლები სითბო. მართლაც, ზემოთ ვნახეთ, რომ ტემპერატურის გაზრდის დროს განსხვავება სითხესა და გაზს შორის თანდათან მცირდება, მათი კუთრი მოცულობები უახლოვდება ერთმანეთს. რადგან სითხისა და გაზის შინაგან პოტენციალურ ენერგიებს შორის განსხვავება თანდათან შემცირდება, შემცირდება შინაგანი აორთქლების სითბოც. გარეგანი აორთქლების სითბო შეიძლება აირველად გაიზარდოს (წნევის გაზრდის გამო), მაგრამ შემდეგ ისიც დაიწყებს შემცირებას. თუ წნევა გახდება კრიტიკული წნევის ტოლი, აორთქლების ტემპერატურა გაუტოლდება კრიტიკულ ტემპერატურას და განსხვავება სითხესა და გაზს შორის სრულიად მოისპობა ($v_1 = v_2 = v_k$). ცხადია, ამ შემთხვევაში აორთქლების სითბოც გახდება ნული:

$$\lambda_{12} = 0, \quad \text{თუ} \quad T = T_k.$$

28-ე ცხრილში მოყვანილია წყლის აორთქლების ტემპერატურისა და შინაგანი აორთქლების სითბოს მნიშვნელობები სხვადასხვა წნევისათვის. 87-ე ნახაზზე კი ნაჩვენებია, როგორ იცვლება λ_{12} ტემპერატურის ზრდის მიხედვით.

ცხრილი 28

Pmm Hg	T	Q_{21}
4,6	273	564,4
92,5	323	533,1
237,7	343	519,6
525,8	363	505,4
760	373	498,0
2026,3	403	475,2
4636	433	451,5
7521	453	436,0

კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლება საშუალებას გვაძლევს, მიახლოებით მაინც ვიპოვოთ $p = f(T)$ ფუნქცია. დავუშვათ, რომ ნაჯერი ორთქლი ემორჩილება იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლებას

$$p_{12} = \frac{1}{\mu} \frac{RT_{12}}{v_1},$$

გარდა ამისა, ვინაიდან სითხის კუთრი მოცულობა (დაბალ ტემპერატურებზე) ძალიან მცირეა ორთქლის კუთრ მოცულობასთან შედარებით, იგი შეიძლება სრულიად უგულებელვყოთ: $\frac{v_2}{v_1} < 1$, მაშინ (VIII,41) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{1}{p_{12}}\frac{dp_{12}}{dT_{12}}=\frac{\lambda_{12}}{p_{12}T_{12}v_1}=\frac{\mu\lambda_{12}}{RT_{12}^2};$$

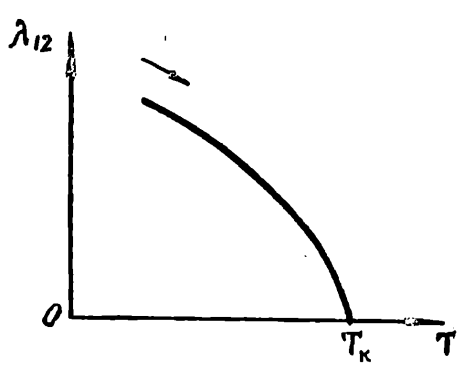
აქედან ინტეგრაციით მივიღებთ

$$\ln p_{12}=+\frac{\mu}{R}\int\frac{\lambda_{12}}{T_{12}^2}dT_{12}+\text{const.} \qquad \text{(VIII,42)}$$

ტემპერატურის მცირე შუალედებისათვის შეიძლება დავუშვათ, რომ λ_{21} მუდმივია, მაშინ ინტეგრაციით მივიღებთ

$$\ln p_{12}=-\frac{\mu\lambda_{12}}{RT_{12}}+\text{const.}$$

მუდმივის განსაზღვრისათვის მივიღოთ საწყისი პირობები: როდესაც $T=T_0$, $p=p_0$. მივიღებთ



ნახ. 87.

$$\text{const}=\ln p_0+\frac{\mu\lambda_{12}}{RT_0};$$

წინა განტოლებაში ჩასმა საბოლოოდ მოგვცემს

$$\ln\frac{p_{12}}{p_0}=-\frac{\mu\lambda_{12}}{R}\left(\frac{1}{T_{12}}-\frac{1}{T_0}\right).$$

ამ ფორმულით შეგვიძლია (რასაკვირველია, მიახლოებით) გამოვიანგარიშოთ ნაჯერი ორთქლის წნევა მოცემული ტემპერატურისათვის. ცხადია, თუ მხედველობაში მივიღებთ λ_{12}-ის ცვალებადობას ტემპერატურის მიხედვით, ფორმულა უფრო ზუსტი გამოვა. ხშირად იქცევიან სწორედ ასე: ცდების შედეგად პოულობენ λ_{21}, როგორც ტემპერატურის ფუნქციას, და (VIII,42) ფორმულაში ჩასმით და ინტეგრაციით პოულობენ ფუნქციას $p_{12}=f(T_{12})$.

ზემოთ ვნახეთ, რომ შინაგანი აორთქლების სითბო იხარჯება სითხის მოლეკულების შინაგანი პოტენციალური ენერგიის გაზრდაზე. ვინაიდან მოლეკულების ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია გამოისახება ფორმულით:

$$U=-\frac{a}{V},$$

კუთრი ენერგიისათვის მივიღებთ

$$U=-\frac{a_0}{v},$$

სადაც a_0 არის a კოეფიციენტის მნიშვნელობა ნივთიერების ერთი გრამისათვის. გაზისა და სითხის შინაგანი პოტენციალური ენერგიების სხვაობისათვის მივიღებთ

$$U_1-U_2=-\frac{a_0}{v_1}+\frac{a_0}{v_2}.$$

აქედან აორთქლების სითბოსათვის გვექნება

$$\rho_{21}=U_1-U_2=-\frac{a_0}{v_1}+\frac{a_0}{v_2}.$$

ვინაიდან $v_1\gg v_2$, მიახლოებით შეიძლება დავწეროთ

$$\rho_{21}=\frac{a_0}{v_2},$$

ანუ, თუ კუთრი მოცულობის მაგიერ შემოვიღებთ სიმკვრივეს $d_2=\frac{1}{v_2}$, მივიღებთ

$$\rho_{21}=a_0d_2.$$

მეორე მხრივ, შინაგანი წნევა $p=\frac{a_0}{v_2^2}=a_0d_2^2$, ამიტომ გვექნება:

$$p=\rho_{21}d_2. \qquad \text{(VIII,43)}$$

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს, გამოვიანგარიშოთ შინაგანი წნევა, თუ ცნობილია აორთქლების სითბო ρ_{21} და სითხის სიმკვრივე d_2.

მაგალითად, ეთერისათვის (VIII,42) ფორმულა გვაძლევს $p=2800$ atm, ვერცხლისწყლისათვის $p=36000$ atm მაშინ, როდესაც მდგომარეობის განტოლებიდან მიღებული მნიშვნელობები, სათანადოდ, არის 2400 atm და 39000 atm.

დასასრულ განვიხილოთ ნაჯერი ორთქლის სითბოტევადობის საკითხი. ნაჯერი ორთქლის სითბოტევადობა არის სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც საჭიროა ერთი გრამი ნაჯერი ორთქლის გასათბობად ერთ გრადუსზე ისე, რომ იგი გათბობის პროცესში ნაჯერი დარჩეს. ვთქვათ, გვაქვს ერთი გრამი ნაჯერი ორთქლი, რომლის მდგომარეობა გამოისახება A წერტილით (ნახ. 88). გავათბოთ იგი

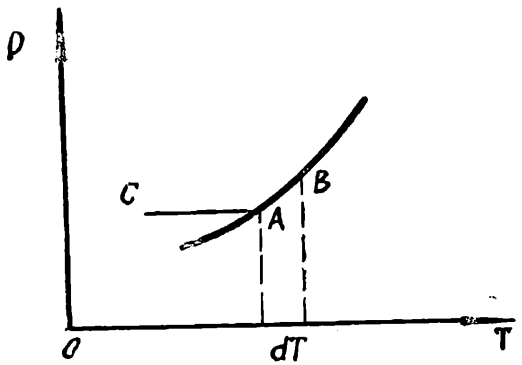
dT გრადუსზე ისე, რომ გათბობის დროს იგი დარჩეს ნაჯერ მდგომარეობაში (B წერტილი). ვთქვათ, ამაზე დაიხარჯა სითბო dq_1, მაშინ $h = \frac{dq_1}{dT_{12}}$ იქნება ნაჯერი ორთქლის სითბოტევადობა.

გამოთვლა, რომელსაც აქ არ მოვიყვანთ, გვაძლევს

$$h = (c_p)_2 + \frac{d\lambda_{12}}{dT_{12}} - \frac{\lambda_{12}}{T_{12}},$$

სადაც $(c_p)_2$ არის სითხის სითბოტევადობა.

თავიდანვე არ ჩანს, როგორი ნიშანი აქვს h სიდიდეს. შესაძლებელია სამი შემთხვევა $h \gtreqless 0$. ცდა გვიჩვენებს, რომ, მართლაც,



ნახ. 88.

მრავალი სხეულისათვის $h<0$. მაგალითად, წყლისათვის, ჰენინგის გაზომვების თანახმად, $\lambda_{12} = 762{,}43 - 0{,}5994\,T$, ხოლო $(c_p)_2 = 1\frac{\text{cal}}{\text{grad}}$ (ვინაიდან სითხეებისათვის განსხვავება c_p და c_r შორის ძალიან მცირეა). წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$h = 1 - \frac{762{,}43}{T};$$

$T = 273°15$-სათვის მივიღებთ $h = -1{,}59$, ხოლო $T = 373°15$-სათვის $h = -3{,}04$.

ახლა გავარკვიოთ, რას ნიშნავს h-ის უარყოფითი ნიშანი. ამისათვის გამოვიყენოთ არაერთგვაროვანი სისტემის pT დიაგრამა. შემომსაზღვრელ მრუდზე ავიღოთ A წერტილი, რომელიც გამოსახავს ნაჯერი ორთქლის მდგომარეობას. გადავიყვანოთ ორთქლი მეორე—B მდგომარეობაში, რომელიც აგრეთვე იმყოფება შემო-

მსაზღვრელ მრუდზე. დავუშვათ, რომ A და B მდგომარეობების ტემპერატურათა სხვაობა უდრის 1°. მაშინ A-დან B-ში გადასვლის დროს გადაცემული სითბო იქნება სწორედ აორთქლების სითბო. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ სითბოს გადაცემასთან ერთად ხდება ორთქლის შეკუმშვა. ცხადია, შეკუმშვის დროს გამოიყოფა სითბოს გარკვეული რაოდენობა. ამრიგად, AB პროცესის დროს ორთქლი იღებს სითბოს გარედან და იმავე დროს, შეკუმშვის გამო, გამოჰყოფს სითბოს. იმისდა მიხედვით, თუ სითბოს რომელი რაოდენობაა მეტი, მივიღებთ ან უარყოფით, ან დადებით სითბოტევადობას. მაგალითად, წყლის ორთქლისათვის შეკუმშვის დროს გამოყოფილი სითბო უფრო მეტია, ვიდრე ტემპერატურის ასაწევად გადაცემული სითბო და ამიტომ საბოლოოდ ორთქლი გამოჰყოფს სითბოს, თუმცა მისი ტემპერატურა იზრდება. ვიღებთ უარყოფით სითბოტევადობას.

რა მოხდება, თუ ადიაბატურად შევკუმშავთ ან გავაფართოებთ უარყოფითი სითბოტევადობის მქონე ნაჯერ ორთქლს? ვთქვათ, მაგალითად, ორთქლი შევკუმშეთ ადიაბატურად. რადგან ორთქლის ნაჯერ მდგომარეობაში დატოვებისათვის შეკუმშვის დროს სითბო უნდა გამოიყოს, ადიაბატური პროცესის დროს კი სითბო არც გამოიყოფა და არც მიიღება, გაზის ტემპერატურა იმდენად აიწევს, რომ ორთქლი არაგაჯერებული გახდება. შებრუნებით, ორთქლის ადიაბატური გაფართოების დროს ტემპერატურა იმდენად დაიწევს, რომ ორთქლის ნაწილი გადავა სითხედ, მოხდება ორთქლის კონდენსაცია. მართლაც, იმისათვის, რომ ნაჯერი ორთქლი, რომლისთვისაც $h<0$, გაფართოების შედეგად, ისევ გაჯერებული დარჩეს, მას უნდა გადავცეთ სითბო და რადგანაც ადიაბატური პროცესის დროს $dq=0$, ორთქლი ძალიან გაცივდება და მოხდება მისი ნაწილობრივი კონდენსაცია. უარყოფითი სითბოტევადობის მქონე ნაჯერი ორთქლის (მაგალითად, წყლის ორთქლის) ამ თვისებას დიდი მნიშვნელობა აქვს ბუნების სხვადასხვა მოვლენისათვის და პრაქტიკული გამოყენებისათვის. როგორც მაგალითი, შეიძლება მოვიყვანოთ არაგაჯერებული წყლის ორთქლის გაჯერება და კონდენსაცია, გამოწვეული ადიაბატური გაფართოებით ატმოსფეროს ზედა ფენებში მისი ასვლის დროს.

§ 53. სითხის სტრუქტურა

წინა პარაგრაფებში განვიხილეთ რეალური გაზი და გამოვარკვიეთ, რომ გარკვეულ პირობებში იგი გადადის თხევად მდგომარეობაში. კრიტიკული მდგომარეობის არსებობამ გვიჩვენა, რომ

ასეთი გადასვლა შეიძლება მოვახდინოთ განუწყვეტელი გზით ისე, რომ ყოველ მომენტში გვქონდეს ერთგვაროვანი მდგომარეობა. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხე და გაზი ემორჩილებიან ერთსა და იმავე მდგომარეობის განტოლებას (პირველ მიახლოებაში — ვან-დერ-ვაალსის განტოლებას) ისე, რომ მათ შორის არავითარი პრინციპული განსხვავება არ უნდა იყოს. სითხე იგივე რეალური გაზია, მხოლოდ მას აქვს ძალიან მცირე კუთრი მოცულობა და მის ნაწილაკებს შორის ურთიერთქმედება ბევრად უფრო ძლიერია, ვიდრე გაზში. ამ თვალსაზრისით სითხეში მოლეკულები განაწილებული უნდა იყოს სრულიად უწესრიგოდ ისევე, როგორც გაზში, და მათი მოძრაობა შეკუმშული გაზის მოლეკულების მოძრაობის მსგავსი უნდა იყოს. რასაკვირველია, ძლიერი ურთიერთქმედების გამო მოლეკულები აღარ იმოძრავებენ თანაბრად და წრფივად. ისინი ძალიან ხშირად დაეჯახებიან ერთმანეთს ისე, რომ მათი სიჩქარე ძალიან სწრაფად ცვლადი სიდიდე იქნება.

ასეთი წარმოდგენა სითხის აგებულებისა და მისი მოლეკულების მოძრაობის შესახებ ძირითადად სწორია, მაგრამ უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში საჭირო გახდა მასში ზოგიერთი ცვლილების შეტანა. სახელდობრ, გამოირკვა, რომ სითხის მოლეკულები არც ისე უწესრიგოდაა განაწილებული სივრცეში, როგორც წინათ ეგონათ. მრავალი ცდისა და დაკვირვების შემდეგ ნათელი გახდა, რომ სითხეში ადგილი აქვს მოლეკულების ნაწილობრივ მოწესრიგებას. სითხის ხან ერთ და ხან მეორე ნაწილში ჩნდება მოწესრიგებულად განლაგებული მოლეკულების ჯგუფები, რომლებშიც მოლეკულების განლაგება იმ განლაგების მსგავსია, რომელსაც აღგილი აქვს სათანადო მყარ სხეულში. ეს ჯგუფები არ არის მდგრადი, ისინი სითხის სხვა მოლეკულების დაჯახების შედეგად ძალიან სწრაფად იშლებიან და შემდეგ ისევ ჩნდებიან უკვე სხვა ადგილას. გამოირკვა, რომ რაც უფრო დაბალია ტემპერატურა, მით უფრო ხშირად ჩნდება ასეთი ჯგუფები და მით უფრო ხანგრძლივად არსებობს დაუშლელად. ასეთი თვალსაზრისი სითხეების სტრუქტურის შესახებ პირველად 1896 წ. გამოთქვა ინგლისელმა ფიზიკოსმა პოინტინგმა, ხოლო საბოლოოდ უკანასკნელ წლებში დაასაბუთეს სტუარტმა, მოროემ, დებაიმ და სხვ.

გამოირკვა აგრეთვე, რომ სითხის მოლეკულების მოძრაობა უფრო წააგავს მყარი სხეულის მოლეკულების მოძრაობას, ვიდრე გაზისას. მყარი სხეულების განხილვის დროს ვნახავთ, რომ მათი მოლეკულები ან ატომები და იონები ირხევიან გარკვეული უძრავი წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად. ძალიან იშვიათად თუ

მოხდება ნაწილაკის გადასვლა ერთი ადგილიდან მეორეში. ამის საწინააღმდეგოდ, გაზის მოლეკულები მოძრაობს გადატანითად— ერთი დაჯახებიდან მეორემდე. სითხეებს კი საშუალო მდგომარეობა უკავია გაზებსა და მყარ სხეულებს შორის. სახელდობრ, მისი ნაწილაკებიც ირხევა წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად, მაგრამ თვით ეს წონასწორობის მდებარეობა არ რჩება უძრავი. იგი სითხეში მოძრაობს გადატანითად ისე, როგორც გაზის მოლეკულები. ამრიგად, სითხის მოლეკულის მოძრაობა შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც ჯამი ორი მოძრაობისა: რხევითისა და გადატანითისა. რომ არ იყოს წონასწორობის მდებარეობის გადატანითი მოძრაობა, მივიღებდით მყარ სხეულს, რომელშიც მოლეკულების განლაგება ერთიმეორის მიმართ არ იცვლება. თუ არ გვექნება რხევითი მოძრაობა, მივიღებთ გაზს, რომლის მოლეკულები სივრცეში განლაგებულია სრულიად უწესრიგოდ და ერთი დაჯახებიდან მეორემდე მოძრაობს გადატანითად.

ყოველივე ზემოთქმული ნათელყოფს, რომ სითხეები, გაზებთან მათი მსგავსების მიუხედავად, თავისი აგებულებისა და მოლეკულების მოძრაობის ხასიათის მხრივ, უახლოვდება (განსაკუთრებით დაბალ ტემპერატურებზე) მყარ სხეულებს. ასეთი შეერთება გაზებისა და მყარი სხეულების თვისებებისა ძალიან დიდ სიძნელეებს წარმოშობს სითხეების თეორიის წინაშე და სწორედ ამით არის გამოწვეული ის გარემოება, რომ ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა სითხეების მოლეკულური თეორიის შექმნა. ამიტომ, დავემყარებით რა იმ თვალსაზრისს, რომ სითხე წარმოადგენს ძალიან შეკუმშულ გაზს, რომელშიც ადგილი აქვს მოლეკულების ნაწილობრივ და ცვალებად მოწესრიგებას და რომლის მოლეკულებიც ერთდროულად მოძრაობენ გადატანითად და რხევითად, შევეცდებით თვისობრივად მაინც ავხსნათ მისი თვისებები და მისთვის არსებული კანონზომიერებანი.

§ 54. სითხეების კუმშვის, თერმული გაფართოების და წნევის თერმული კოეფიციენტები. სითბოტევადობა

ჯერ განვიხილოთ სითხეების კუმშვადობის საკითხი. ვიცით, რომ სითხეზე (ისევე, როგორც რეალურ გაზზე) მოქმედი წნევა შედგება ორი ნაწილისაგან. პირველია გარეგანი წნევა p. მას ემატება შინაგანი წნევა $p_i = \frac{a}{v_2}$, გამოწვეული მოლეკულების ურთიერთქმედებით. ვინაიდან სითხის კუთრი მოცულობა ძალიან მცირეა, შინაგანი წნევა ძალიან დიდი იქნება (რამდენიმე ათასი და ათიათასი ატმოსფერო). ამიტომ, გარეგანი წნევისაგან დამოუკიდებლად, სითხეები იმ-

დენად ძლიერადაა შეკუმშული, რომ გარეგანი წნევის გაზრდა რამდენიმე ათეული ან ასეული ატმოსფეროთი ვერ გამოიწვევს მათ შესამჩნევ შეკუმშვას. მაგალითად, წყლის შემთხვევაში, ჩვეულებრივ პირობებში, შინაგანი წნევა აღწევს 12000 atm. ცხადია, რომ გარეგანი წნევის გაზრდა რამდენიმე ათეული ან ასეული ატმოსფეროთი დიდად ვერ შეცვლის საერთო წნევას და ვერ გამოიწვევს წყლის შესამჩნევ შეკუმშვას. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხის კუმშვის კოეფიციენტი, გაზის კუმშვის კოეფიციენტთან შედარებით, ძალიან მცირე უნდა იყოს.

ძლიერი შინაგანი წნევის გარდა, სითხის შეკუმშვას ხელს უშლის მოლეკულათა შორის დარჩენილი თავისუფალი სივრცის სიმცირე. მართლაც, მაგალითად, წყლისათვის ამ თავისუფალი სივრცის მოცულობა შეადგენს მთელი ჭურჭლის მოცულობის 0,31, დანარჩენი ნაწილი დაკავებული აქვს თვით მოლეკულებს. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხის მოლეკულები ძალიან ახლოსაა ერთმანეთთან და მათ შორის უკვე შესამჩნევი ხდება განზიდვის ძალები. ცხადია, ეს ძალები კიდევ უფრო ამცირებს სითხის კუმშვის კოეფიციენტს.

ყოველივე ზემოთქმულიდან გასაგები ხდება, თუ რატომ ვერ მოახერხეს დიდი ხნის განმავლობაში სითხეების კუმშვის კოეფიციენტის განსაზღვრა. მხოლოდ 1827 წ. აღმოაჩინა ერსტედმა სითხეების (წყლის) კუმშვადობა. მაგრამ არც მისი და არც კოლადონისა და შტურმის ცდები არ იყო იმდენად კარგად დაყენებული, რომ შესაძლებელი ყოფილიყო კუმშვის კოეფიციენტის ზუსტი გაზომვა. ამ კოეფიციენტის პირველი ზუსტი გაზომვები მოახდინეს რენიომ და ამაგამ. მათი გამოკვლევები შემდეგ განაგრძეს რიჩარდსმა და ბრიჯმენმა, რომლებმაც შეისწავლეს თითქმის ყველა სითხე. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ბრიჯმენის ცდები, ვინაიდან მან მიაღწია ძალიან მაღალ წნევებს—12000 და მეტ ატმოსფეროს.

ცხრილი 29

სითხე	$\gamma \cdot 10^5$ atm^{-1}
ვერცხლის წყალი	0,39
წყალი	4,68
მეთილის სპირტი	12,0
ბენზოლი	8,0
ჰექსანი	15,9

განვიხილოთ ყველა ამ გამოკვლევის შედეგები. 29-ე ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი სითხის კუმშვის საშუალო კოეფიციენტები აბსოლუტური ტემპერატურის 293,15°-ზე ანუ ცელსიუსის 20°-ზე. ვამბობთ—„საშუალო“, რადგან ისინი გაზომილია წნევის 1—100 atm ფარგლებში და არა ერთი გარკვეული წნევისათვის. ჯერ ერთი, ვხედავთ, რომ სითხის კუმშვის კოეფიციენტი ძალიან მცირეა, მა-

გალითად, წყლისათვის უდრის $4{,}68 \cdot 10^{-5}\ \text{atm}^{-1}$, ე. ი. თუ 1 cm^3 წყალზე წნევა გავზარდეთ ერთი ატმოსფეროთი, მისი მოცულობა შემცირდება $4{,}68 \cdot 10^{-5}$ cm^3-ით.

გარდა ამისა, ცხრილი გვიჩვენებს, რომ სხვადასხვა სითხეს კუმშვის სულ სხვადასხვა კოეფიციენტი აქვს. გამოირკვა, რომ სითხეების კუმშვის კოეფიციენტი დამოკიდებულია წნევაზე და ტემპერატურაზე, სახელდობრ, გარეგანი წნევის გაზრდა იწვევს ყველა სითხის კუმშვის კოეფიციენტის შემცირებას (ცხრ. 30). აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ წნევის გაზრდის შედეგად თითქმის ყველა სითხის კუმშვის კოეფიციენტი უახლოვდება ერთმანეთს, ე. ი. მაღალი წნევის პირობებში სითხეები იკუმშება ერთნაირად, მათი გვარობისაგან დამოუკიდებლად.

ცხრილი 30

წნევა	$\gamma \cdot 10^5$
1—100	4,68
100—200	4,42
200—300	4,34
300—400	4,24
400—500	4,15
500—600	4,04
600—700	3,94

გარდა წნევისა, სითხის კუმშვის კოეფიციენტი დამოკიდებულია აგრეთვე ტემპერატურაზე. ცდები გვიჩვენებს, რომ ყოველი სითხის (გარდა წყლისა) კუმშვის კოეფიციენტი იზრდება ტემპერატურის გაზრდის შედეგად. წყლის კუმშვის კოეფიციენტი ჯერ მცირდება, გარკვეული ტემპერატურისათვის აღწევს მინიმუმს, ხოლო შემდეგ ისევ იზრდება. მინიმუმის სათანადო ტემპერატურა დამოკიდებულია გარეგან წნევაზე. ჩვენ ვნახავთ, რომ ამ ანომალიური თვისების გარდა, წყალი გვიჩვენებს კიდევ მრავალ ანომალიურ თვისებას. ეს დაკავშირებულია წყლის რთულ აგებულებასთან როგორც თხევად, ისე მყარ მდგომარეობაში.

ახლა გამოვარკვიოთ, შეიძლება თუ არა თეორიულად ავხსნათ სითხის კუმშვის კოეფიციენტის ცვალებადობის ხასიათი. გამოვიყენოთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)\left(V - b\right) = \frac{M}{\mu} RT.$$

სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ $M = 1$ gr, მაშინ V-ს მაგიერ უნდა ავიღოთ კუთრი მოცულობა, ხოლო a და b-სათვის მათი მნიშვნელობები ერთი გრამისათვის — a_1 და b_1. განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\left(p + \frac{a_1}{v^2}\right)\left(v - b_1\right) = \frac{R}{\mu} T.$$

ვინაიდან უნდა განვიხილოთ ძალიან მაღალი წნევების გავლენა, b_1 აღარ შეიძლება ჩავთვალოთ მუდმივად. ზემოთ ვნახეთ, რომ b_1 არის მოცულობის შემდეგი ფუნქცია:

$$b_1 = \frac{b_1^1}{1 + \frac{b_1^1 - b_{01}}{v}};$$

აქ b_1^1 არის b_1-ის მნიშვნელობა უსასრულო გაიშვიათების პირობებში, ხოლო b_{01}—ერთ გრამში შემავალი მოლეკულების მოცულობა უსასრულო წნევის დროს. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$\left(p + \frac{a_1}{v^2}\right)(v - b_{01}) = \frac{R}{\mu} T \left(1 + \frac{b_1^1 - b_{01}}{v}\right),$$

ანუ

$$v = b_{01} + \frac{\frac{RT}{\mu}\left(1 + \frac{b_1^1 - b_{01}}{v}\right)}{p + \frac{a}{v_2}}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ სითხის კუთრი მოცულობა v_0 წნევის გაზრდის დროს ძალიან მცირედ იცვლება, სიდიდეები:

$$p_i = \frac{a_1}{v^2} \quad \text{და} \quad A = \frac{RT}{\mu}\left(1 + \frac{b_1^1 - b_{01}}{v}\right)$$

მიახლოებით შეიძლება ჩავთვალოთ მუდმივად ($T = \text{const}$, ვინაიდან ვიხილავთ იზოთერმულ კუმშვას). მივიღებთ

$$v = b_{01} + \frac{A}{p + p_i}.$$

ამ ფორმულაში ცვალებადია მხოლოდ p და v. აქედან კუმშვის კოეფიციენტისათვის გვექნება

$$\gamma = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \frac{A}{v(p + p_i)^2} = \frac{1 - \frac{b_{01}}{v}}{p + p_i}. \qquad \text{(VIII,44)}$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ γ მართლაც კლებულობს წნევის გაზრდის დროს. ცდებთან შესადარებლად უფრო ხელსაყრელია გამოვიყენოთ (VIII,44) ფორმულა. 31-ე ცხრილში მოყვანილია ეთილის ეთერის კუთრი მოცულობანი სხვადასხვა წნევისათვის, გამოანგარიშებული ამ ფორმულის მიხედვით და მიღებული ცდით.

მუდმივებისათვის აღებულია მნიშვნელობები $p_i=2792$ atm, $A=0{,}3033$ და $B_{01}=0{,}6905$. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა თეორიულ და ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებს შორის ძალიან კარგია. ცხადია, წნევის სხვადასხვა ფარგლებში მუდმივებს სხვადასხვა მნიშვნელობები უნდა ჰქონდეს, ვინაიდან ისინი, თუმცა მცირედ, მაგრამ მაინც არიან დამოკიდებულნი წნევაზე. მიღებული შედეგი ხსნის აგრეთვე კუმშვის კოეფიციენტის ზრდას ტემპერატურის ზრდის დროს. მართლაც, ტემპერატურის გაზრდა ზრდის მოცულობას და ამცირებს შინაგან წნევას (ტემპერატურის ზრდის დროს a მცირდება).

ცხრილი 31

p	0°C	
	v გაზ.	v გამ.
1	1.0000	0,9937
500	0,9465	0,9477
1000	0,9130	0,9138
1500	0.8883	0,8876
2000	0,8684	0,8672
2500	0.8522	0 8505
3000	0.8362	0,8367

γ-სათვის მიღებული ფორმულა შეიძლება გამოვიყენოთ აგრეთვე შინაგანი წნევისა და მოლეკულების მიერ დაკავებული მოცულობის გამოსაანგარიშებლად, თუ უშუალო გაზომვებით ნაპოვნია კუმშვის კოეფიციენტი. ამ მეთოდით მიღებული p_i-ს მნიშვნელობები კარგად თანხვდება სხვა მეთოდებით მიღებულ მნიშვნელობებს. მაგალითად, ვერცხლისწყლის შინაგანი წნევისათვის მიღებულია მნიშვნელობა 39200 atm, რაც კარგად თანხვდება აორთქლების სითბოს საშუალებით მიღებულ მნიშვნელობას—36000 atm.

განვიხილოთ სითხეების გაფართოების კოეფიციენტი. ჯერ გამოვარკვიოთ, რას გვაძლევს თეორია.. ვან-დერ-ვაალსის განტოლების სირთულის გამო გაფართოების კოეფიციენტის უშუალოდ გამოანგარიშება საკმაოდ ძნელია. ამიტომ, მივმართავთ სხვა ხერხს. თერმოდინამიკის პირველი კანონის თანახმად

$$dQ = c_v dT + \left(\frac{a_1}{v^2} + p\right) dv;$$

აქ $c_v dT$ არის ენერგიის ნაზრდი, ხოლო $\left(\frac{a_1}{v^2}+p\right)dv$ — გარეგანი და შინაგანი წნევის საწინააღმდეგოდ შესრულებული მუშაობა. დავუშვათ, რომ წნევა მუდმივია, მაშინ $dQ=c_p dT$ და განტოლება შემდეგი სახით დაიწერება:

$$(c_p - c_v)\, dT = \left(p + \frac{a_1}{v^2}\right) dv.$$

შემდეგ ვნახავთ, რომ სითხეებისათვის $c_p - c_v$ პირველი მიახლოებით დამოუკიდებელია ტემპერატურისაგან. ამიტომ ინტეგრების შემდეგ მივიღებთ

$$(c_p - c_v)(T - T_0) = p(v - v_0) + a_1\left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v}\right),$$

სადაც v_0 არის სითხის კუთრი მოცულობა T_0 ტემპერატურისათვის. ვინაიდან სითხის კუთრი მოცულობა ძალიან მცირეა, შინაგანი წნევა მეტი იქნება, ვიდრე გარეგანი

$$\frac{a_1}{V^2} > p,$$

და მარჯვენა ნაწილის პირველი წევრი შეიძლება უგულებელვყოთ, მივიღებთ

$$(c_p - c_v)(T - T_0) = a_1\left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v}\right);$$

აქედან მარტივი გარდაქმნით მივიღებთ

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{c_p - c_v}{a} v_0 (T - T_0)}.$$

თუ შემოვიღებთ ცელსიუსის ტემპერატურას $t = T - T_0$ და აღნიშვნას

$$k = \frac{c_p - c_v}{a_1} v_0,$$

საბოლოოდ გვექნება

$$v = \frac{v_0}{1 - kt}. \qquad \text{(VIII,45)}$$

ასეთი უნდა იყოს პირველ მიახლოებაში კავშირი სითხის მოცულობასა და ტემპერატურას შორის მუდმივი წნევის პირობებში. თუ მოცულობის მაგიერ ავიღებთ სიმკვრივეს d, ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$d = d_0(1 - kt).$$

რასაკვირველია, ეს ფორმულები სწორია მხოლოდ პირველი მიახლოებით. თუ გვინდა უფრო ზუსტი ფორმულების მიღება, მხედველობაში უნდა მივიღოთ $c_p - c_v$-ს დამოკიდებულება ტემპერატურაზე. მაგალითად, თუ დავუშვებთ, რომ $c_p - c_v$ არის ტემპერატურის წრფივი ფუნქცია, მოცულობისათვის მივიღებთ

$$v = \frac{v_0}{1 - kt - k_1 t^2}.$$

ამ ფორმულების საშუალებით შეიძლება ვიპოვოთ სითხის გაფართოების კოეფიციენტი. მართლაც (VIII,45) ფორმულის გაწარმოებით მივიღებთ:

$$\alpha = \frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{k}{(1 - kt)^2}.$$

შევადაროთ ახლა თეორიის შედეგები ექსპერიმენტის შედეგებს. ცდების მიხედვით ყველა სითხე, გარდა წყლისა 0^0-დან 4^0-მდე, ფართოვდება ტემპერატურის გაზრდის შედეგად, ე. ი. მათ აქვთ დადებითი გაფართოების კოეფიციენტი. გარდა ამისა, გაფართოების კოეფიციენტი იზრდება ტემპერატურის ზრდის დროს. ორივე ეს შედეგი მთლიანად თანხვდება მიღებულ ფორმულებს. სითხეების ეს თვისება სავსებით გასაგებია; ტემპერატურის გაზრდა იწვევს მოლეკულების სიჩქარის გაზრდას, ე. ი. წნევის გაზრდას, უკანასკნელი კი, თავის მხრივ, გვაძლევს სითხის გაფართოებას. მეორე მხრივ, ტემპერატურის გაზრდა იწვევს შინაგანი წნევის შემცირებას, ე. ი. აახლოებს სითხეს გაზთან და რადგან გაზის გაფართოების კოეფიციენტი მეტია, ვიდრე სითხისა, გაფართოების კოეფიციენტი გაიზრდება. გარდა ამისა, ცდები გვიჩვენებს, რომ წნევის გაზრდა იწვევს გაფართოების კოეფიციენტის შემცირებას. ეს შედეგიც თანხვდება თეორიას. მაროლაც, შემდეგ ვნახავთ, რომ სითხეებისათვის სხვაობა $c_p - c_v$ მცირდება წნევის გაზრდის დროს, ეს კი გამოიწვევს k-ს, ე. ი. α-ს შემცირებას.

თუ როგორია რაოდენობრივი თანხვდენა თეორიისა და ცდის შედეგებს შორის, ჩანს 32-ე ცხრილიდან, რომელშიც მოყვანილია ბრომ-ბენზოლის კუთრი მოცულობები, გამოანგარიშებული თეორიის მიხედვით და გაზომილი ცდით; როგორც ვხედავთ, თანხვდენა ძალიან კარგია.

33-ე ცხრილში მოყვანილია კოეფიციენტები ზოგიერთი სითხის გაფართოებისა ცელსიუსის 20^0-ზე.

განსაკუთრებით საინტერესო შედეგები მიიღო ამერიკელმა ფიზიკოსმა ბრიჯმენმა. მან ჩაატარა გაფართოების კოეფიციენტის გაზომვა ძალიან მაღალი წნევების პირობებში და აღმოაჩინა, რომ გარკვეული წნევის შემდეგ სითხეების გაფართოების კოეფიციენტები, ტემპერატურის გაზრდის შედეგად, იწყებს შემცირებას. ეს წნევა დაახლოებით 3000 atm ტოლია. ამ მოვლენის მიზეზი ჯერ

კიდევ არ არის საბოლოოდ გამორკვეული. შეიძლება ვიფიქროთ, რომ აქ მთავარ როლს ასრულებს ნაწილაკთა შორის ურთიერთქმედების ძალების ხასიათი.

ზემოთ უკვე აღვნიშნეთ, რომ წყალი თერმული გაფართოების მხრივ განსხვავდება სხვა სითხეებისაგან. მართლაც, ცდები გვიჩვე-

ცხრილი 32

t	v გაზ.	v გამ.
0°	1,000000	1,000000
26,91°	1.024489	1,024489
49,67°	1,046247	1,046247
70,46°	1,067085	1,067084

ცხრილი 33

სითხე	$\alpha \cdot 10^5$
ვერცხლისწყალი	18,2
წყალი	6,4
ნავთი	96
მეთილის სპირტი	126

ნებს, რომ წყლის კუთრი მოცულობა, დაწყებული 0°C-დან, კი არ იზრდება, არამედ მცირდება, აღწევს მინიმუმს 4°C-ზე და მხოლოდ შემდეგ იზრდება. აქედან გამომდინარეობს, რომ, უდიდესი სიმკვრივე წყალს აქვს არა 0°C-ზე, არამედ 4°C-ზე (ცხრ. 34-ე), გაფართოების კოეფიციენტი 4°C-მდე უარყოფითია, თვით 4°C-ზე ხდება ნულის ტოლი, უფრო მაღალ ტემპერატურაზე კი—დადებითი, როგორც სხვა სითხეებისა. შემდეგში ვნახავთ, რომ ეს მოვლენა გამოწვეულია მოლეკულების სივრცული განაწილების ცვლილებით 4°C-ზე. იქვე განვიხილავთ წყლის დანარჩენ ანომალიურ თვისებებსაც.

ცხრილი 34

t°	d_t
0°	0,999878
1°	0,999927
2°	0,999968
3°	0,999992
4°	1,000000
5°	0,999992
6°	0,999968
7°	0,999929
8°	0,999876

ახლა გავარჩიოთ სითხეების წნევის თერმული კოეფიციენტი. ვან-დერ-ვაალსის განტოლება გვაძლევს

$$p=\frac{\frac{R}{\mu}T}{v-b_1}-\frac{a_1}{v_1^2};$$

თუ პირველი მიახლოებით დავუშვებთ, რომ b_1 და a_1 არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე, მივიღებთ

$$p=CT+C_1,$$

სადაც

$$C=\frac{R}{\mu(v-b_1)} \quad \text{და} \quad C_1=-\frac{a_1}{v_1^2}$$

არის მუდმივი სიდიდეები. მიღებული ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ მუდმივი მოცულობის პირობებში სითხის წნევა უნდა იყოს ტემპერატურის წრფივი ფუნქცია. ცდების შედეგები კარგად თანხვდება თეორიის ამ შედეგს (ამ შემთხვევაშიც წყალი წარმოადგენს გამონაკლისს). 35-ე ცხრილში მოყვანილია C კოეფიციენტის მნიშვნელობები გოგირდ-ნახშირბადისათვის (CS_2) სხვადასხვა ტემპერატურაზე. როგორც ვხედავთ, იგი მართლაც წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს; ასეთივე შედეგს ვიღებთ სხვა სითხეების შემთხვევაშიც (გარდა წყლისა). წყლისათვის C კოეფიციენტი იზრდება ტემპერატურის ზრდასთან ერთად. ამ ანომალიასაც გავარჩევთ შემდეგ—წყლის ბუნებისადმი მიძღვნილ პარაგრაფში.

ცხრილი 35

$t_1 - t_2$	C $v = 0{,}99_{cm^3}$
0°—9,1	14,2
9,1—19,3	14,1
19,3—29,9	14,6
29,9—41	14,1

დასასრულ, გავარჩიოთ სითხის სითბოტევადობის საკითხი. სითბური გაზომვებისადმი მიძღვნილ თავში ვნახავთ, რომ პრაქტიკულად იზომება მხოლოდ c_p, c_v კი გამოიანგარიშება c_p და სხვა სიდიდეების საშუალებით. ცდები გვიჩვენებს, რომ სითხეების სითბოტევადობანი არ იმყოფებიან ისეთ მარტივ დამოკიდებულებაში მოლეკულის სტრუქტურასთან, როგორც იდეალური გაზის სითბოტევადობანი. ეს გამოწვეულია იმით, რომ სითხის მოლეკულებს შორის ურთიერთქმედება ძალიან ძლიერია და სითხის ენერგია შეიცავს ამ ურთიერთქმედების სათანადო წევრს. 36-ე ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი სითხის კუთრი და მოლეკულური სითბოტევადობა მუდმივი წნევის პირობებში.

ცხრილი 36

სითხე	C_p	μC_p
ვერცხლისწყალი	0,0333	6,63
ეთილის სპირტი	0,593	27,3
მეთილის სპირტი	0,600	19,2
ბენზოლი	0,416	32,5

ცდებით გამოირკვა, რომ ზოგიერთი სითხისათვის c_p იზრდება ტემპერატურის გაზრდის შედეგად. c_p-ს დამოკიდებულება T-ზე თითქმის ყოველთვის შეიძლება გამოვსახოთ წრფივი ფუნქციით:

$$c_p = C_1 + C_2 T,$$

სადაც C_1 და C_2 მუდმივებია. c_p-ს ზრდას ტემპერატურის მიხედვით ადგილი აქვს მხოლოდ ისეთი სითხეების შემთხვევაში, რომელთა მოლეკულები შედგებიან რამდენიმე ატომისაგან და რომლებშიც

არა აქვს ადგილი მოლეკულების ასოციაციას[1]. ერთატომიანი სითხის (მაგალითად, ვერცხლისწყლის) სითბოტევადობა, თუმცა მცირედ, მაგრამ მაინც კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს. ასოცირებული სითხის შემთხვევაში სითბოტევადობა ჯერ კლებულობს, ხოლო შემდეგ იწყებს ზრდას. 37-ე ცხრილში მოყვანილია c_p-ს მნიშვნელობები სხვადასხვა ტემპერატურისათვის. ჩვენ ვხედავთ, რომ წყლისათვის c_p აღწევს მინიმუმს 40°C-ის მახლობლად და შემდეგ ისევ იზრდება. თვისობრივად ადვილად შეიძლება ავხსნათ, რატომაა, რომ ასოცირებული სითხის სითბოტევადობა ჯერ მცირდება, შემდეგ კი იზრდება.

ცხრილი 37

t°C	ვერცხ. წყალი	წყალი
0	0,0335	1,0033
10	0,0334	1,0019
15	0,0333	1,0000
20	0,0333	0,9988
30	0,0332	0,9975
40	0,0331	0,9973
50	0,03305	0,9978
60	0,0320	0,9987
70	0,0329	1,0000

მართლაც, თუ მოლეკულები ასოცირებულია, გადაცემული სითბოს ნაწილი დაიხარჯება მათგან შედგენილი ჯგუფების დისოციაციაზე და რადგან მაღალ ტემპერატურაზე ასოცირებულ მოლეკულათა რიცხვი მცირდება, შემცირდება სითბოტევადობაც. მაგრამ იმავე დროს მაღალი ტემპერატურა გააძლიერებს ატომების რხევას მოლეკულების შიგნით, რაც გაადიდებს სითბოტევადობას. ამ ორივე ეფექტის მოქმედება გვაძლევს სითბოტევადობის მინიმუმს გარკვეული ტემპერატურისათვის.

სითბოტევადობა მუდმივი მოცულობის პირობებში c_v შეიძლება გამოვიანგარიშოთ, თუ ვიცით c_p და გაფართოებისა და კუმშვის კოეფიციენტები. სათანადო ფორმულას შემდეგი სახე აქვს:

$$c_p - c_v = \frac{\alpha^2 T}{\gamma} v_0. \qquad \text{(VIII,46)}$$

$c_p - c_v$ სხვაობა სხვადასხვაა სხვადასხვა სითხისათვის. ზოგისათვის იგი მეტია, ვიდრე $\frac{R}{\mu}$, ზოგისათვის კი ნაკლებია. თუ გაფართოების კოეფიციენტი α ნულის ტოლია (როგორც ამას აქვს ადგილი წყლისათვის 4°C-ზე), $c_p - c_v$ ავრეთვე ნულის ტოლი იქნება (ცხრ. 38).

[1] მოლეკულების ასოციაცია ეწოდება მათ შეერთებას ჯგუფებად ისე, რომ ასოცირებული სითხე შედგება არა ცალკეული მოლეკულებისაგან, არამედ მოლეკულათა ჯგუფებისაგან.

(VIII,46) ფორმულით შეიძლება განვსაზღვროთ სითხის შინაგანი წნევა. მართლაც, ჩვენ უკვე ვიცით, რომ $c_p - c_v$ სხვაობა იხარჯება სითხის ერთი გრადუსით გათბობისას გაფართოების დროს შესრულებულ მუშაობაზე. ამიტომ

$$c_p - c_v = \left(p + \frac{a_1}{v^2}\right)\Delta v,$$

სადაც Δv არის ერთი გრამი სითხის მოცულობის ნაზრდი (ერთი გრადუსით გათბობის დროს), აქედან გვექნება:

$$\left(p + \frac{a_1}{v^2}\right)\Delta v = \frac{a^2 T}{\gamma} v_0.$$

ამ ფორმულის საშუალებით გამოანგარიშებული შინაგანი წნევის მნიშვნელობა კარგად თანხვდება სხვა ხერხებით მიღებულ მნიშვნელობებს. მიღებული შედეგი გვიჩვენებს, რომ $c_p - c_v$ სხვაობის უდიდესი ნაწილი იმ მუშაობის წილად მოდის, რომელსაც სითხე გაფართოების დროს ასრულებს შინაგანი ძალების საწინააღმდეგოდ, ვინაიდან სითხეებისათვის $P > p$.

ცხრილი 38

ნივთიერება	μc_p	$\mu(c_p - c_v)$	$\frac{c_p}{c_v}$
CCl_4	31,12	10,02	1,473
Hg	6	0,811	1,15
C_6H_6	32,5	9	1,38
H_2O	18	—	1,005

დასასრულ, განვიხილოთ საკითხი, როგორ იცვლება ნივთიერების სითბოტევადობა, როდესაც იგი გაზური მდგომარეობიდან გადადის სითხეად მდგომარეობაში? გამოთვლები გვაძლევს

$$c_{p_1} - c_{p_2} = \frac{d\lambda_{12}}{dT_{12}}.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ გაზისა და სითხის სითბოტევადობათა სხვაობა დაკავშირებულია აორთქლების სითბოს ცვალებადობასთან. 52-ე პარაგრაფში ვნახეთ, რომ λ_{21} კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს, ე. ი. $\frac{d\lambda_{21}}{dT} < 0$, აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$c_{p_1} < c_{p_2}.$$

გაზის სითბოტევადობა ნაკლებია, ვიდრე იმავე ნივთიერების სითხის სითბოტევადობა, ან სხვანაირად—გაზის კონდენსაციის დროს სითბოტევადობა იზრდება. მაგალითად,

100°C-ზე წყლის სითბოტევადობა არის 1,006, ხოლო იმავე ტემპერატურის წყლის ორთქლის სითბოტევადობა არის 0,47. ამ მოვლენის ახსნა შეიძლება შემდეგნაირად. სითხის გათბობის დროს სითბო იხარჯება არა მარტო ტემპერატურის აწევაზე, არამედ შინაგანი წნევის საწინააღმდეგოდ შესრულებულ მუშაობაზედაც. ვინაიდან ეს მუშაობა მეტია, ვიდრე ორთქლის გაფართოების დროს შესრულებული მუშაობა, c_p სითხისათვის მეტი იქნება, ვიდრე c_p ორთქლისათვის იმ შემთხვევაშიც კი, როცა სითხესა და ორთქლს აქვს ერთი და იგივე c_v. მაგრამ სითხეს c_v-ც მეტი აქვს, ვიდრე ორთქლს. მართლაც, ვიცით, რომ სითხის მოლეკულები გარკვეულ დროს ატარებენ რხევითს მოძრაობაში, წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად. რხევად მოლეკულას კი, გარდა კინეტიკური ენერგიისა, აქვს კიდევ პოტენციალური ენერგია, რაც ნიშნავს თავისუფლების ხარისხთა რიცხვის გაზრდას. რადგან 1°-ით გათბობის დროს თავისუფლების ყოველ ხარისხზე მოდის ენერგიის გარკვეული რაოდენობას, სითხის სითბოტევადობა მეტი იქნება, ვიდრე გაზისა.

§ 55. შესაბამის მდგომარეობათა კანონი

დასასრულ, განვიხილოთ ერთი მნიშვნელოვანი კანონი, რომელიც ვან-დერ-ვაალსმა გამოიყვანა თავისი თეორიიდან და რომელმაც უდიდესი როლი შეასრულა თხევად და გაზურ მდგომარეობათა დაკავშირებისათვის. თუმცა ეს კანონი პირველად მიღებული იყო როგორც ვან-დერ ვაალსის განტოლების შედეგი, იგი უფრო ზოგადი და ზუსტი აღმოჩნდა, ვიდრე ეს განტოლება.

დავწეროთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება ერთი გრამ-მოლეკულისათვის

$$\left(p+\frac{a_\mu}{V^2}\right)(V-b_\mu)=RT.$$

ამ განტოლებაში შემავალი კოეფიციენტები a_μ, b_μ და R გამოვსახოთ კრიტიკული სიდიდეების საშუალებით. ამისათვის ვისარგებლოთ (VIII,24) განტოლებით, მივიღებთ

$$\left(p+\frac{3p_kV_k^2}{V^2}\right)\left(V-\frac{V_k}{3}\right)=\frac{8}{3}\frac{p_kV_k}{T_k}T.$$

გავყოთ ორივე ნაწილი p_kV_k ნამრავლზე, მივიღებთ

$$\left(\frac{p}{p_k}+3\frac{V_k^2}{V^2}\right)\left(\frac{V}{V_k}-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{3}\frac{T}{T_k},$$

ანუ

$$\left(\frac{p}{p_k}+\frac{3}{\left(\frac{V}{V_k}\right)^2}\right)\left(\frac{V}{V_k}-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{3}\frac{T}{T_k}.$$

შემოვიღოთ ახალი სიდიდეები

$$\frac{p}{p_k}=\pi,\quad \frac{V}{V_k}=\omega,\quad \frac{T}{T_k}=\tau$$

და ვუწოდოთ პირველს დაყვანილი წნევა, მეორეს—დაყვანილი მოცულობა, მესამეს—დაყვანილი ტემპერატურა. საზოგადოდ დაყვანილი სიდიდე არის რაიმე სიდიდის ჩვეულებრივი მნიშვნელობის შეფარდება კრიტიკულ სიდიდესთან. წინა ფორმულაში ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$\left(\pi+\frac{3}{\omega^2}\right)\left(\omega-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{3}\tau. \qquad \text{(VIII,47)}$$

ამ განტოლებას ვან-დერ-ვაალსის დაყვანილი განტოლება ეწოდება.

ახლა გამოვარკვიოთ, რა მნიშვნელობა აქვს ამ განტოლებას. თუ შევადარებთ მას ვან-დერ-ვაალსის ჩვეულებრივ განტოლებას, ვნახავთ, რომ უკანასკნელისაგან განსხვავებით, მასში შემავალი კოეფიციენტები განყენებული რიცხვებია და ამიტომ ისინი არ არიან დამოკიდებული ნივთიერების გვარობაზე (ვან-დერ-ვაალსის განტოლებაში შემავალი კოეფიციენტები a_μ და b_μ სხვადასხვაა სხვადასხვა ნივთიერებისათვის), ამიტომ (VIII,47) განტოლება ერთნაირად გამოდგება ყველა ნივთიერებისათვის. განვიხილოთ, მაგალითად, ორი სხვადასხვა ნივთიერება. ვთქვათ, თხევად ან გაზურ მდგომარეობაში მათ აქვთ ერთნაირი წნევა და ტემპერატურა,

$$p_1=p_2 \text{ და } T_1=T_2.$$

ექნებათ თუ არა მათ ტოლი მოცულობები? ვან-დერ-ვაალსის განტოლება გვიჩვენებს, რომ ეს ასე არ იქნება. მართლაც, რადგან ამ ნივთიერებების a_μ და b_μ კოეფიციენტებს სხვადასხვა მნიშვნელობა აქვს, განტოლების საფუძველზე გამოანგარიშებული მოცულობებიც სხვადასხვა იქნება. სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ გამოვიყენებთ დაყვანილ სიდიდეებს და დაყვანილ განტოლებას. მართლაც, დავუშვათ, რომ ადგილი აქვს ტოლობას

$$\pi_1=\pi_2 \text{ და } \tau_1=\tau_2,$$

ე. ი. დაყვანილი წნევები და ტემპერატურები ტოლია. მაშინ

(VIII,47) განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ ტოლი იქნებიან დაყვანილი მოცულობებიც:

$$\omega_1 = \omega_2.$$

ორი ან რამდენიმე ნივთიერების ისეთ მდგომარეობებს, რომლებიც ხასიათდება დაყვანილი სიდიდეების ტოლი მნიშვნელობებით, ეწოდება შესაბამისი მდგომარეობები. განვიხილოთ, მაგალითად, He და H_2. ვთქვათ ჰელიუმი იმყოფება ისეთ მდგომარეობაში, რომ:

$$\pi_1 = \frac{p}{p_k} = 2, \quad \omega = \frac{V}{V_k} = 3 \quad \text{და} \quad \tau = \frac{T}{T_k} = 1,$$

ე. ი.

$$p = 4{,}52 \text{ atm}, \; V = 172{,}8 \text{ cm}^3 \text{ და } T = 5{,}19°;$$

მაშინ წყალბადის შესაბამისი მდგომარეობა იქნება ისეთი, რომ ისევ

$$\pi = 2, \quad \omega = 3 \text{ და } \tau = 1,$$

ე. ი.

$$p = 25{,}6 \text{ atm}, \; V = 194{,}4 \text{ cm}^3 \text{ და } T = 33{,}21°.$$

იმ დებულების თანახმად, რომ ყველა ნივთიერება ხასიათდება ერთი და იმავე დაყვანილი განტოლებით, შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი კანონი: შესაბამის მდგომარეობაში ერთი ნივთიერების რაიმე სიდიდის შეფარდება მეორე ნივთიერების სათანადო სიდიდესთან არის მხოლოდ ნივთიერებათა კრიტიკული წნევების, მოცულობებისა და ტემპერატურების ფუნქცია:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = f(T_{1k}, \; p_{1k}, \; V_{1k}, \; T_{2k}, \; p_{2k}, \; V_{2k}). \qquad \text{(VIII,48)}$$

ამ კანონს შესაბამის მდგომარეობათა კანონი ეწოდება. ჩვენ არ მოვიყვანთ მის დამტკიცებას, განვიხილავთ მხოლოდ მისი გამოყენების ზოგიერთ მაგალითს.

1) განვიხილოთ, მაგალითად, გაფართოების კოეფიციენტი. განსაზღვრის თანახმად

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

შევიტანოთ ამ ფორმულაში დაყვანილი სიდიდეები. პირველი ნივთიერებისათვის მივიღებთ

$$\alpha_1 = \frac{1}{\omega_1 T_{1k}} \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \tau_1} \right)_{\pi_1}.$$

მეორე ნივთიერებისათვის გვექნება

$$\alpha_2 = \frac{1}{\omega_2 T_{2k}} \left(\frac{\partial \omega_2}{\partial \tau_2} \right)_{\pi_2}.$$

რადგან ორივე ნივთიერება აკმაყოფილებს ერთსა და იმავე დაყვანილ განტოლებას და იმყოფება შესაბამის მდგომარეობაში, მივიღებთ

$$\pi_1 = \pi_2 \quad \tau_1 = \tau_2 \quad \omega_1 = \omega_2 \quad \text{და}$$

$$\left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \tau_1} \right)_{\pi_1} = \left(\frac{\partial \omega_2}{\partial \tau_2} \right)_{\pi_2};$$

ამიტომ გვექნება

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{T_{2k}}{T_{1k}}, \qquad \text{(VIII,49)}$$

ე. ი. შესაბამის მდგომარეობაში გაფართოების კოეფიციენტები კრიტიკული ტემპერატურების უკუპროპორციულია.

2) ანალოგიურად მივიღებთ

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{p_{2k}}{p_{1k}}, \qquad \text{(VIII,50)}$$

ე. ი. შესაბამის მდგომარეობაში კუმშვის კოეფიციენტები კრიტიკული წნევების უკუპროპორციულია.

3) გამოვარკვიოთ, რა შედეგს გვაძლევს შესაბამის მდგომარეობათა კანონი აორთქლების სითბოსათვის. კლაპეირონ-კლაუზიუსის ფორმულის თანახმად,

$$\frac{\lambda_{21}}{T_{21}} = (v_1 - v_2) \frac{dp_{21}}{dT_{21}};$$

შემოვიღოთ დაყვანილი სიდიდეები; მივიღებთ

$$\frac{\lambda_{21}}{T_k \tau_{21}} = (\omega_1 - \omega_2) \frac{d\pi_{21}}{d\tau_{21}} \cdot \frac{V_k p_k}{\mu T_k},$$

(II,24) განტოლების გამოყენებით მივიღებთ

$$\frac{\mu\lambda_{21}}{T_k} = \frac{3}{8}(\omega_1 - \omega_2)\frac{d\pi_{21}}{d\tau_{21}}R.$$

დაყვანილ მდგომარეობებში მარჯვენა მხარე ყველა ნივთიერებისათვის ერთი და იგივეა და დაყვანილი ტემპერატურის ფუნქციაა. ამიტომ გვექნება

$$\frac{\mu\lambda_{21}}{T_k} = f(\tau_{21}), \qquad \text{(VIII,51)}$$

ე. ი. შესაბამის მდგომარეობაში ორთქლების მოლეკულური სითბოს შეფარდება კრიტიკულ ტემპერატურასთან ერთი და იგივეა ყველა ნივთიერებისათვის. ვან-დერ ვაალსმა გამოიანგარიშა ეს შეფარდება სხვადასხვა ნივთიერებისათვის და მიიღო ასეთი შედეგი:

წყალი	ეთერი	აცეტონი	ქლოროფორმი
$\frac{\mu\lambda_{21}}{T_k} = 1{,}35$	1,31	1,44	1,35

როგორც ვხედავთ, აღნიშნული შეფარდება, მართლაც, თითქმის ერთი და იგივეა. ზუსტ მუდმივობას ადგილი არა აქვს, ვინაიდან შესაბამის მდგომარეობათა კანონი არ წარმოადგენს ზუსტ კანონს. საზოგადოდ, უნდა ითქვას, რომ შესაბამის მდგომარეობათა კანონი უფრო ზოგადია, ვიდრე ვან-დერ-ვაალსის განტოლება, რომლიდანაც იგი პირველად მიიღეს, ვინაიდან, როგორც მელინმა გამოარკვია, იგი მიიღება ყოველი მდგომარეობის განტოლებიდან, რომელიც შეიცავს სამ მუდმივას. მაგრამ მიუხედავად ამისა, ცდები გვიჩვენებს, რომ ნივთიერებები არ აკმაყოფილებს ზუსტად ამ კანონს. ზოგ შემთხვევაში გადახრა ძალიან დიდია.

მეცხრე თავი

მყარი სხეულები

§ 56. ამორფული და კრისტალური მყარი სხეულები

აგრეგატულ მდგომარეობათა ზოგადი განხილვის დროს აღვნიშნეთ, რომ მყარი მდგომარეობა შეიძლება იყოს ორგვარი— კრისტალური და ამორფული. ორივე შემთხვევაში ნაწილაკებს სრულიად გარკვეული მდებარეობა უჭირავთ სივრცეში ისე, რომ არ ხდება მათი ან მათგან შედგენილი ჯგუფების გადანაცვლება ერთმანეთის მიმართ. ამიტომ როგორც კრისტალურ, ისე ამორფულ მდგომარეობაში მყარ სხეულს აქვს სრულიად გარკვეული ფორმა, რომელიც შეიძლება შეიცვალოს მხოლოდ ძალიან დიდი გარეგანი ძალების მოქმედებით. მაგრამ ამ ორ მდგომარეობათა შორის არსებითი განსხვავებაა. სახელდობრ, მაშინ როდესაც ამორფულ მყარ სხეულში ნაწილაკების განლაგება სივრცეში უწესრიგოა, კრისტალურ მყარ სხეულში ეს განლაგება გარკვეულ გეომეტრიულ კანონს ემორჩილება. თუ ავიღებთ ამორფული სხეულის რომელიმე ატომს, აღმოვაჩენთ, რომ მის მიმართ სხვა ნაწილაკების განლაგება საშუალოდ ერთი და იგივეა ყველა მიმართულებით. ამიტომ სხეულის ფიზიკური თვისებები ყველა მიმართულებით ერთი და იგივე იქნება. რასაკვირველია, ეს შეეხება მხოლოდ იმ ფიზიკურ თვისებებს, რომლებიც, მათი განსაზღვრის მიხედვით, შეიძლება დამოკიდებული იყოს მიმართულებაზე. ასეთია, მაგალითად, სითბოგამტარობა, ბგერისა და სინათლის გავრცელების სიჩქარე, ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი და სხვ. ამორფული მყარი სხეულის ყველაზე ცნობილ მაგალითს წარმოადგენს ჩვეულებრივი მინა. გამოვჭრათ მინის სფერო და დავიწყოთ მისი გათბობა. ცდა გვიჩვენებს, რომ სფერო ყველა მიმართულებით ერთნაირად გაფართოვდება ისე, რომ გათბობის შემდეგ მივიღებთ ისევ სფეროს, მხოლოდ უფრო მეტი რადიუსისას. ეს შედეგი იმის მაჩვენებელია, რომ მინას ყველა მიმართულებით ერთი და იგივე გაფართოების კოეფიციენტი აქვს.

ასევე შეიძლება გამოირკვეს, რომ მინაში სინათლე ყველა მიმართულებით ერთი და იგივე სიჩქარით ვრცელდება და ა. შ.

სხეულს, რომელსაც ყველა მიმართულებით ერთი და იგივე თვისებები აქვს, იზოტროპიული სხეული ეწოდება. როგორც ვხედავთ, ამორფულ მდგომარეობაში მყოფი სხეული, მისი ნაწილაკების უწესრიგოდ განლაგების გამო, იზოტროპიულ სხეულს წარმოადგენს.

თუ სხეული კრისტალურ მდგომარეობაში იმყოფება, ე. ი. თუ მისი ნაწილაკები განლაგებულია გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვით, იზოტროპიულობას ადგილი არ ექნება. ვთქვათ, მაგალითად, ნაწილაკთა შორის მანძილი სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვაა, მაშინ სხეულის ყველა ის თვისება, რომლებიც დამოკიდებულია ნაწილაკთა შორის მანძილზე, სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა იქნება. რასაკვირველია, შესაძლებელია, რომ კრისტალი იზოტროპიული იყოს რომელიმე ერთი თვისების მიმართ და არ იყოს იზოტროპიული სხვა თვისების მიმართ. მაგალითად, ქვამარილის კრისტალში სინათლე ყველა მიმართულებით ერთი და იმავე სიჩქარით ვრცელდება, ე. ი. იგი ოპტიკურად იზოტროპიული კრისტალია, მაგრამ მექანიკური თვისებების მიმართ იგი იზოტროპიული არ არის, ვინაიდან სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა თვისებას გვიჩვენებს.

სხეულს, რომელსაც სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა თვისება აქვს, ანიზოტროპიული სხეული ეწოდება. ყველა კრისტალური სხეული ანიზოტროპიულია ან ყველა თვისების, ან მხოლოდ ზოგიერთი თვისების მიმართ. როგორც მაგალითი კრისტალის ანიზოტროპიულობისა, განვიხილოთ სითბოგამტარობის მოვლენა. დავფაროთ კრისტალის ფირფიტა პარაფინის თხელი ფენით და შევეხოთ მას გახურებული მავთულით. კრისტალის ზედაპირული ფენის გათბობა გავრცელდება ყველა მიმართულებით და გამოიწვევს პარაფინის დნობას. კრისტალი რომ იზოტროპიული იყოს, სითბო ყველა მიმართულებით ერთნაირად გავრცელდება და პარაფინის ფენის გამდნარი ნაწილი წრის ფორმისა იქნება. მაგრამ კრისტალის ანიზოტროპიულობის გამო სითბო სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა სიჩქარით გავრცელდება და, როგორც ცდა გვიჩვენებს, პარაფინის ფენის გამდნარ ნაწილს ელიფსის ფორმა ექნება. ელიფსის დიდი ღერძი გვიჩვენებს უდიდესი სითბოგამტარობის მიმართულებას. ანალოგიური ცდებით შეიძლება დავრწმუნდეთ კრისტალის ანიზოტროპიულობაში სხვა თვისებების მიმართ.

ამორფული და კრისტალური მყარი სხეულების გარჩევის დროს ყურადღება უნდა მიექცეს შემდეგ გარემოებას. შეიძლება მაკროსხეული სავსებით იზოტროპიული იყოს და, მიუხედავად ამისა, იმყოფებოდეს კრისტალურ მდგომარეობაში. ასეთი შემთხვევა მაშინ გვექნება, თუ მაკროსხეული წარმოადგენს ერთობლიობას მრავალი მცირე კრისტალისას, რომელთა განლაგება სავსებით უწესრიგოა. ამ შემთხვევაში მას პოლიკრისტალური სხეული ეწოდება. ასეთი პოლიკრისტალური სხეულებია, მაგალითად: მეტალები, მრავალი მთის ქანი, ნახშირი და სხვ. პოლიკრისტალური სხეულის შემადგენელი ყოველი მცირე კრისტალი ანიზოტროპიულია, მთელი სხეული კი, ამ მცირე კრისტალების უწესრიგო განლაგების გამო, იზოტროპიული იქნება. შეიძლება სხეული წარმოადგენდეს ერთ მთლიან კრისტალს ანუ, როგორც მას ამ შემთხვევაში უწოდებენ, მონოკრისტალს. ასეთი მონოკრისტალების სახით ბუნებაში გვხვდება მრავალი მინერალი: ალმასი, კვარცი, მარილი, პირიტი და სხვა. მონოკრისტალები შეიძლება ხელოვნურადაც დამზადდეს, რისთვისაც არსებობს მრავალი სხვადასხვა საშუალება. ბოლო წლებში მოხერხდა მეტალების საკმაოდ დიდი მონოკრისტალების მომზადება, რამაც ძალიან შეუწყო ხელი კრისტალების მექანიკური და სხვა თვისებების შესწავლას.

მყარი სხეულების თვისებების განხილვას დავიწყებთ კრისტალების განხილვით. სახელდობრ, ჯერ განვიხილავთ და შევისწავლით მონოკრისტალებს, ხოლო შემდეგ—პოლიკრისტალებს და ამორფულ მყარ სხეულებს.

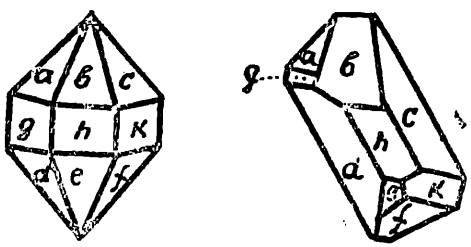
§ 57. კრისტალების ბუნებრივი ფორმა და მისი კანონები

დაკვირვება კრისტალებზე, რომლებიც გვხვდება ბუნებაში ან ხელოვნურადაა გაზრდილი რაიმე ხელშემშლელი მიზეზის გარეშე, გვიჩვენებს, რომ ისინი შემოსაზღვრული არიან სხვადასხვა მიმართულების სიბრტყეებით. ზოგჯერ კრისტალს აქვს ზუსტი მრავალწახნაგა ფორმა, მაგრამ უფრო ხშირად სრულად განვითარებულია მხოლოდ ზოგიერთი წახნაგი. კრისტალური ფორმები, რომლებიც ბუნებაში გვხვდება, უამრავია და პირველი შეხედვით შეიძლება ვიფიქროთ, რომ შესაძლებელია არსებობდეს ყოველნაირი მრავალწახნაგას სახის კრისტალები, ნებისმიერად მიმართული წახნაგებითა და წიბოებით. ძალიან ხშირად ერთისა და იმავე ნივთიერების კრისტალები სულ სხვადასხვა ფორმისაა ისე, რომ პირველი შეხედვით მათ შორის არავითარი კავშირი არ არსებობს.

მაგრამ უკვე 1669 წელს სტენონმა გამოარკვია, რომ კრისტალების ფორმა ემორჩილება შემდეგ კანონს: ერთისა და იმავე ნივთიერების კრისტალების წახნაგებს შორის კუთხეები მუდმივია[1]. ეს იმას ნიშნავს, რომ ერთისა და იმავე ნივთიერების ორი სხვადასხვა კრისტალი შეიძლება ისეთ მდგომარეობაში მოვიყვანოთ, რომ სათანადო წახნაგები პარალელური იქნება. რასაკვირველია, შეიძლება აღმოჩნდეს, რომ რომელიმე მათგანს არა აქვს ზოგიერთი წახნაგი, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, არსებული შესაბამისი წახნაგები ყოველთვის შეიძლება პარალელური გავხადოთ. 89-ე ნახაზზე, მაგალითად, ნაჩვენებია ერთმანეთის პარალელურად დაყენებული მთის ბროლის ორი კრისტალი. პარალელური წახნაგები ნაჩვენებია ერთი და იმავე ასოებით.

სტენონის კანონი წარმოადგენს კრისტალოგრაფიის ერთ-ერთ ძირითად კანონს და, როგორც შემდეგ ვნახავთ, კრისტალური ნივთიერების შინაგანი კანონზომიერების გეომეტრიულ გამოსახულებას.

რასაკვირველია, ეს კანონი აბსოლუტურად ზუსტი არ არის. სათანადო კუთხეების გაზომვა იძლევა ისეთ მნიშვნელობებს, რომ-



ნახ. 89.

ლებიც თუმცა მცირედ, მაგრამ მაინც განსხვავდებიან ერთიმეორისაგან. ამის მიზეზია გარეშე პირობები, რომლებიც ამახინჯებენ კრისტალის ბუნებრივ ფორმას, განსაკუთრებით ზრდის დროს.

თუმცა სტენონის კანონი საშუალებას გვაძლევს ერთმანეთს დავუკავშიროთ ერთისა და იმავე ნივთიერების კრისტალები, მაგრამ იგი არ არის საკმარისი კრისტალის სრული დახასიათებისათვის. ზოგჯერ, მაგალითად, შეიძლება მოხდეს, რომ ერთისა და იმავე ნივთიერების ორ კრისტალზე განვითარებულია მხოლოდ სხვადასხვა წახნაგი (სხვადასხვა კუთხით ერთმანეთს შორის) და ეს არ გვაძ-

[1] უნდა აღვნიშნოთ, რომ ერთი და იგივე ნივთიერება გარეშე პირობების მიხედვით შეიძლება კრისტალდებოდეს სხვადასხვა სახის კრისტალებად. ამ შემთხვევაში სტენონის კანონი მართებულია ყოველი ცალკე სახისათვის.

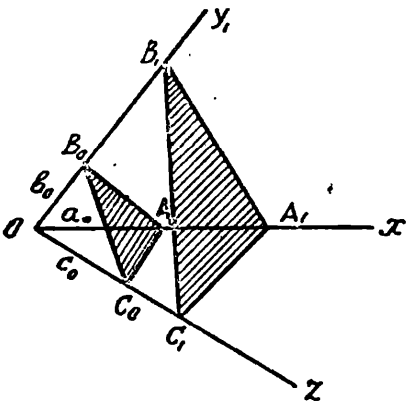
ლევს საშუალებას გამოვიყენოთ კუთხეთა მუდმივობის კანონი. ამიტომ, ცხადია, უნდა მოიძებნოს სხვა კანონი, რომელიც ყოველ შემთხვევაში მოგვცემს საშუალებას განვსაზღვროთ კრისტალი. ასეთ კანონს წარმოადგენს ფრანგ მეცნიერ ჰაუის მიერ 1784 წ. აღმოჩენილი მთელ რიცხვთა კანონი.

კრისტალის რომელიმე წვეროდან გამომავალი სამი წიბო შევარჩიოთ კოორდინატთა ღერძებად (ნახ. 90). რასაკვირველია, ზოგად შემთხვევაში ეს ღერძები არ იქნება ურთიერთმართობი. განვიხილოთ კრისტალის რომელიმე წახნაგი და დავუშვათ, რომ კოორდინატთა ღერძები მან გადაკვეთა A_0, B_0 და C_0 წერტილებში. OA_0, OB_0 და OC_0 მონაკვეთები აღვნიშნოთ ასოებით a_0, b_0 და c_0. რომელიმე სხვა $A_1B_1C_1$ წახნაგისათვის სათანადო მონაკვეთები იქნება: a_1, b_1 და c_1. მთელ რიცხვთა კანონი გამოითქმება შემდეგნაირად: ორმაგი შეფარდება

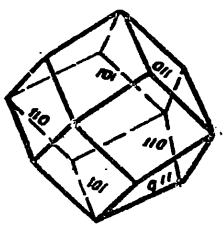
$$\frac{a_1}{a_0} : \frac{b_1}{b_0} : \frac{c_1}{c_0}$$

მცირე მთელ რიცხვთა შეფარდების ტოლია.

ჩვეულებრივ, სათანადო მთელი რიცხვები 10-ს არ აღემატება. ამ კანონს შეიძლება მივცეთ კიდევ უფრო მარტივი სახე, თუ სიგრძეებს



ნახ. 90.



ნახ. 91.

OX, OY და OZ ღერძების გასწვრივ გავზომავთ არა ჩვეულებრივი ერთეულებით, არამედ a_0, b_0 და c_0 მონაკვეთებით. ამ შემთხვევაში a_1, b_1 და c_1 ოდენობანი მოგვცემენ მეორე წახნაგის მიერ კოორდინატთა ღერძებზე მოკვეთილი მონაკვეთების სიგრძეებს და ჰაუის კანონი შემდეგ სახეს მიიღებს: კრისტალის წახნაგის მიერ

ღერძებზე მოკვეთილი მონაკვეთების სიგრძეების შეფარდება მცირე მთელ რიცხვთა შეფარდების ტოლია.

წახნაგს, რომლის მიერ ღერძებზე მოკვეთილი მონაკვეთები სიგრძის საზომ ერთეულებად ავარჩიეთ, ეწოდება ძირითადი წახნაგი. ცხადია, ამ წახნაგისათვის მონაკვეთების შეფარდება უდრის 1 : 1 : 1.

ჰაუის კანონი საშუალებას გვაძლევს, ვიპოვოთ კრისტალების ყველა შესაძლო წახნაგი, თუ მოცემულია ძირითადი წახნაგი. შესაძლო წახნაგებია მხოლოდ ის წახნაგები, რომლებიც აკმაყოფილებენ ჰაუის კანონს. მაგალითად, შესაძლოა წახნაგი, რომლისათვისაც

$$\frac{a}{a_0} : \frac{b}{b_0} : \frac{c}{c_0} = 2 : 3 : 1,$$

ხოლო წახნაგი ფარდობებით:

$$\frac{a}{a_0} : \frac{b}{b_0} : \frac{c}{c_0} = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$$

შეუძლებელი იქნება, ვინაიდან მონაკვეთთა შეფარდება ირაციონალურია.

შეიძლება მოხდეს, რომ კრისტალის რომელიმე წახნაგი რომელიმე ღერძის პარალელური იყოს, ე. ი. კვეთს მას უსასრულობაში. მაგალითად, თუ წახნაგი OZ ღერძის პარალელურია, $\frac{c}{c_0}$ შეფარდებისათვის უსასრულოდ დიდ მნიშვნელობას მივიღებთ.

პრაქტიკაში უფრო ხშირად იყენებენ არა წახნაგის მიერ მოკვეთილი მონაკვეთების, არამედ მათი შებრუნებული სიდიდეების შეფარდებას. ისევე, როგორც თვით მონაკვეთების შეფარდება მცირე მთელი რიცხვების შეფარდების ტოლია, მონაკვეთების შებრუნებული სიდიდეების შეფარდებაც მცირე მთელი რიცხვების შეფარდების ტოლი იქნება.

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = l : m : n,$$

სადაც l, m და n მცირე მთელი რიცხვებია, ძირითადი წახნაგის მიერ მოკვეთილი მონაკვეთების სიგრძეები ერთეულის ტოლად არის მიღებული. l, m და n რიცხვებს წახნაგის ინდექსები ეწოდება.

მოვიყვანოთ ზოგიერთი წახნაგის ინდექსები. ძირითადი წახნაგისათვის მივიღებთ (1, 1,1). წახნაგისათვის, რომელიც OZ ღერძის

პარალელურია, ხოლო OY და OX ღერძებზე მოკვეთს $a=a_0$ და $b=b_0$ მონაკვეთებს, მივიღებთ

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = 1 : 1 : 0,$$

ვინაიდან $c=\infty$, ამიტომ განხილული წახნაგის ინდექსები იქნება (1, 1, 0). ანალოგიურად ვიპოვით წახნაგის ინდექსებს სხვა შემთხვევაშიც. თუ წახნაგი ღერძს კვეთს უარყოფით მხარეზე, სათანადო ინდექსს ზევით ხაზს უკეთებენ; მაგალითად, $(\bar{1}, 1, 0)$ აღნიშნავს წახნაგს, რომელიც OX ღერძს კვეთს a_0 მანძილზე უარყოფით მხარეზე, OY ღერძს—b_0 მანძილზე დადებით მხარეზე, ხოლო OZ ღერძის მიმართ პარალელურია.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ კოორდინატთა სათავისა და ღერძების შერჩევას არა აქვს მნიშვნელობა. შეიძლება, მაგალითად, კოორდინატთა სათავე მოვათავსოთ კრისტალის შიგნით, ხოლო ღერძები მივმართოთ ან წვეროებისაკენ, ან წიბოებისაკენ, ყველა შემთხვევაში ჰაუის კანონი ძალაში დარჩება. რასაკვირველია, ხელსაყრელია კოორდინატთა ისეთი სისტემის ამორჩევა, რომელიც რაც შეიძლება მეტად გააადვილებს წახნაგების ინდექსების მოძებნას.

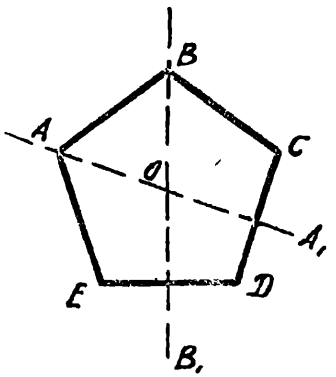
91-ე ნახაზზე აღნიშნულია კუბური სისტემის ერთ-ერთი კრისტალის წახნაგების ინდექსები.

§ 58. კრისტალების სიმეტრია. სიმეტრიის ელემენტები

კრისტალების ერთ-ერთ ძირითად თვისებას წარმოადგენს სიმეტრია. მართლაც, თუ დავაკვირდებით რაიმე კრისტალს, მაგალითად მთის ბროლს (ნახ. 89), შევამჩნევთ, რომ იგი ძალიან სიმეტრიული მრავალწახნაგაა. მისი შემობრუნება OO_1 ღერძის ირგვლივ $\frac{2\pi}{6}$ კუთხეზე სრულებით არ ცვლის მის სახეს დამკვირვებლის მიმართ. აგრეთვე სრულიად მსგავსია P სიბრტყის ზევით და ქვევით მყოფი ნაწილები. ანალოგიურ სიმეტრიულობას გვიჩვენებს სხვა კრისტალებიც. ცხადია, კრისტალების სიმეტრიის თვისებების შესწავლა დაგვეხმარება როგორც მათი კლასიფიკაციის საქმეში, ისე მათი შინაგანი სტრუქტურის გარკვევაში. ამიტომაც ამ პარაგრაფში მოკლეთ გავარჩევთ კრისტალების სიმეტრიის სხვადასხვა თვისებას. ჯერ განვსაზღვროთ ზოგადად, როგორ სხეულს ეწოდება სიმეტრიული სხეული.

სხეული სიმეტრიულია, თუ მისი რაიმე გადანაცვლებით (მობრუნებით, ბრტყელ სარკეში არეკვლით და სხვ.) იგი თანხვდება თავის თავს.

განვიხილოთ, მაგალითად, წესიერი ხუთკუთხედი (ნახ. 92). ვთქვათ, O არის ამ ფიგურის ცენტრი. ერთ-ერთ, მაგალითად, B წვეროსა და ცენტრზე გავატაროთ სიბრტყე, რომელიც ფიგურის სიბრტყის მართობია. წარმოვიდგინოთ შემდეგ, რომ ეს სიბრტყე წარმოადგენს ორივე მხრიდან ამრეკლავ სარკეს. მაშინ ადვილად გამოვარკვევთ, რომ ამ სარკეში არეკვლის დროს ხუთკუთხედის მარჯვენა ნაწილი მარცხენაში გადავა და მარცხენა — მარჯვენაში. B წერტილი გადავა თავის თავში, C გადავა A წერტილში, ხოლო A გადავა C წერტილში და ა. შ. საბოლოოდ, ასეთი არეკვლის შემდეგ ხუთკუთხედი არ შეიცვლება. მაშასადამე, ნაკვთის ყოველი წერტილის BOB_1 სიბრტყეში არეკვლის შემდეგ ნაკვთი თავის თავს თანხვდება. ამიტომ ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ხუთკუთხედი სიმეტრიულია BOB_1 სიბრტყეში არეკვლის მიმართ. თვით BOB_1 სიბრტყეს, რომელშიც არეკვლის შემდეგ ნაკვთი თავის თავს ემთხვევა, სიმეტრიის სიბრტყე ეწოდება. განხილულ შემთხვევაში სიმეტრიის სიბრტყეებია BOB_1, AOA_1, EOE_1 და ა. შ., ე. ი. სულ ხუთი სიბრტყე, რომლებიც წვეროსა და ცენტრზე გადის ნახაზის პერპენდიკულარულად. ასეთია სიმეტრიის პირველი ძირითადი ელემენტი — სიმეტრიის სიბრტყე.

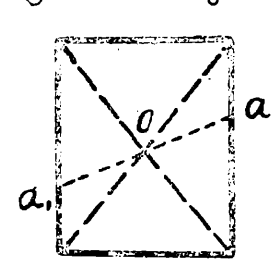


ნახ. 92.

განვიხილოთ სიმეტრიის მეორე ელემენტი. ხუთკუთხედის ცენტრზე გავავლოთ ნახაზის სიბრტყის მართობი ღერძი და მივიღოთ იგი ბრუნვის ღერძად. ცხადია, ამ ღერძის ირგვლივ ხუთკუთხედის $\frac{2\pi}{5}$ კუთხეზე შემობრუნება ნაკვთს თავის თავში გადაიყვანს, სახელდობრ, A წერტილი B წერტილში გადავა, B წერტილი — C წერტილში და ა. შ. ნაკვთის სახე უცვლელი დარჩება. მაშასადამე ნაკვთი გარკვეულ კუთხეზე (რომელიც 2π-ზე ნაკლებია) მობრუნების შემდეგ თანხვდა თავის თავს. ამ შემთხვევაში ამბობენ ნაკვთი სიმეტრულია O ღერძის ირგვლივ ბრუნვის მიმართ. თვით ღერძს ეწოდება სიმეტრიის ღერძი. ამგვარად, სიმეტრიის ღერძი ეწოდება ისეთ ღერძს, რომლის ირგვლივ გარკვეულ კუთხეზე მობ-

რუნების შედეგად ნაკვთი თავის თავს თანხვდება. სიმეტრიის ღერძი შეიძლება სხვადასხვა რიგისა იყოს. ღერძს რიგი ეწოდება რიცხვს, რომელიც გვიჩვენებს 2π კუთხის რა უმცირეს ნაწილზე უნდა მოვაბრუნოთ ნაკვთი, რომ იგი თავის თავს თანხვდეს. მაგალითად, ჩვენს შემთხვევაში O ღერძი მეხუთე რიგის ღერძია, ვინაიდან უმცირესი კუთხე, რომელზედაც მობრუნების შედეგად ხუთკუთხედი თავის თავს თანხვდება, არის $\frac{2\pi}{5}$. საზოგადოდ, თუ თავის თაეთან თანხვდენისათვის საჭიროა მინიმუმ $\frac{2\pi}{n}$ კუთხეზე მობრუნება, ღერძს n-ური რიგის სიმეტრიის ღერძი ეწოდება. ჩვენს წესიერ ხუთკუთხედს კიდევ რამდენიმე სიმეტრიის ღერძი აქვს. მაგალითად, ნახაზის სიბრტყეში მდებარე BOB_1 ღერძი მეორე რიგის სიმეტრიის ღერძია, რადგანაც ხუთკუთხედი $\frac{2\pi}{2}$ კუთხეზე უნდა შემოვაბრუნოთ, რომ იგი თავის თავს თანხვდეს (მობრუნების დროს ნაკვთი გამოდის ნახაზის სიბრტყიდან). ადვილი მისახვედრია, რომ ხუთკუთხედს აქვს ხუთი ასეთი მეორე რიგის ღერძი.

გავარჩიოთ კიდევ სიმეტრიის მესამე ელემენტი—სიმეტრიის ცენტრი. ამისათვის ავიღოთ მართკუთხედი (ხუთკუთხედს სიმეტრიის ცენტრი არა აქვს) და გავავლოთ მასში დიაგონალები (ნახ. 93). O წერტილი იყოს ამ დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. ავიღოთ შემდეგ მართკუთხედის რაიმე a წერტილი, შევაერთოთ იგი O წერტილთან და მიღებული aO მონაკვეთი გავაგრძელოთ O წერტილის შემდეგ, aO-ს ტოლ მანძილზე. ამ ოპერაციის შემდეგ მივიღებთ ისევ ჩვენი ოთხკუთხედის წერტილს—a_1-ს. ასევე მოვიქცეთ დანარჩენი წერტილებისათვის. დავინახავთ, რომ აღნიშნული ოპერაციის შემდეგ ნაკვთი თავის თავს თანხვდება. ოპერაციას, რომლის შედეგად ნაკვთის ყოველი წერტილი O წერტილის მიმართ სიმეტრიულად მდებარე წერტილში გადადის, ეწოდება ინვერსია O წერტილში. თუ O წერტილში ინვერსიის შედეგად ნაკვთი თავის თავში გადადის, ამბობენ, რომ O არის ნაკვთის სიმეტრიის ცენტრი.



ნახ. 93.

რასაკვირველია, შეიძლება განვიხილოთ სიმეტრიის სხვა ელემენტებიც, მაგალითად, ინვერსიულ ბრუნვითი ღერძი, ე. ი. ისეთი

ღერძი, რომლის ირგვლივ გარკვეულ კუთხეზე შემობრუნება და შემდგომი ინვერსია ამავე ღერძზე მდებარე წერტილში იწვევს სხეულის თავის თავთან თანხვედნას. მაგრამ ასეთი ხასიათის სიმეტრიის ღერძების განხილვა გვიჩვენებს, რომ შესაძლებელია მათი დაყვანა (გარდა მეოთხე რიგის ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძისა) უკვე განხილულ სიმეტრიის ელემენტებზე. ამიტომ მათი ცალკე განხილვა საჭირო არ არის.

ზუსტად რომ ვიმსჯელოთ, სიმეტრიის ღერძიც და სიმეტრიის ცენტრიც შეიძლება მივიღოთ სიმეტრიის რამდენიმე სიბრტყის კომბინაციით, ასე რომ, შესაძლებელია შემოვისაზღვროთ სიმეტრიის მხოლოდ ერთი ელემენტით—სიმეტრიის სიბრტყით. მაგრამ მეტი თვალსაჩინოებისათვის გამოვიყენებთ სიმეტრიის ღერძსაც და სიმეტრიის ცენტრსაც.

ცხადია, შესაძლებელია სიმეტრიის ყველა ზემოჩამოთვლილი ელემენტის სხვადასხვა კომბინაცია. რასაკვირველია, ეს იმას არ ნიშნავს, რომ შესაძლებელია მათი ყოველნაირი კომბინაცია. მაგალითად, შეიძლება დამტკიცდეს, რომ შეუძლებელია ისეთი ნაკვთის არსებობა, რომელსაც ერთდროულად ექნება მეექვსე და მეოთხე რიგის სიმეტრიის ღერძები. თუ მოვახდენთ ზემოჩამოთვლილი სიმეტრიის ელემენტების ყველა შესაძლო კომბინაციას, მივიღებთ უამრავ სიმეტრიულ ნაკვთს. განხორციელდება თუ არა კრისტალების შემთხვევაში ყველა ეს ელემენტი და კომბინაცია? დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ კრისტალებში გვხვდება მხოლოდ გარკვეული სიმეტრიის ელემენტები და მათი კომბინაციები. მაგალითად, არც ერთ კრისტალს არა აქვს მეხუთე რიგის ბრუნვითი და ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი. შემდეგ, არც ერთ კრისტალში არ გვხვდება მეექვსე რიგისაზე მაღალი სიმეტრიის და ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი. სიმეტრიის ყველა დანარჩენი ელემენტი და მათი შესაძლო კომბინაციები კრისტალებში ძალიან ხშირად გვხვდება. ცხადია, ეს მოვლენა დაკავშირებული უნდა იყოს კრისტალის შინაგან აგებულებასთან. ამ საკითხს გავარჩევთ შემდეგ პარაგრაფში, ახლა კი მოვახდენთ კრისტალების კლასიფიკაციას მათი სიმეტრიის ელემენტების მიხედვით.

შემოვიღოთ შემდეგი განსაზღვრა: სიმეტრიის სახე ან კლასი ეწოდება ამა თუ იმ ნაკვთის სიმეტრიის ელემენტების სრულ ერთობლიობას. გარეგნულად სულ სხვადასხვა ფორმის ნაკვთებს შეიძლება ჰქონდეს სიმეტრიის ელემენტების ერთი და იგივე ერთობლიობა. ამ შემთხვევაში ისინი მიეკუთვნებიან ერთსა და იმავე კლასს. მაგალითად, კუბი და ოქტა-

ედრი მიეკუთვნება ერთსა და იმავე კლასს, რადგან მათ აქვთ სიმეტრიის ელემენტების ერთი და იგივე ერთობლიობა. ჩვენ აქ არ შევუდგებით იმის გამორკვევას, თუ რამდენ და რა კლასებად იყოფა კრისტალები, მოკლედ ჩამოვთვლით მხოლოდ ყველა არსებულ კლასს. ცდა და თეორიული გამოკვლევა გვიჩვენებს, რომ ბუნებაში შეიძლება არსებობდეს მხოლოდ 32 სხვადასხვა კლასი, რომლებიც, იმისდა მიხედვით, თუ როგორი და რამდენი სიმეტრიის ღერძი შედის სიმეტრიის ელემენტების ერთობლიობაში, იყოფა შვიდ სისტემად:

1) ტრიკლინური სისტემა შეიცავს სიმეტრიის კლასებს, რომელთაც არა აქვთ არც ერთი სიმეტრიის ღერძი (ორი კლასი).

2) მონოკლინური სისტემა შეიცავს სიმეტრიის იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ მხოლოდ ერთი მეორე რიგის სიმეტრიის ღერძი ან ერთი მეორე რიგის ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი (სამი კლასი).

3) რომბული სისტემა შეიცავს სიმეტრიის იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ ორი ან რამდენიმე მეორე რიგის სიმეტრიის ან ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი (სამი კლასი).

4. ტრიგონული სისტემა შეიცავს იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ მხოლოდ ერთი მესამე რიგის სიმეტრიის ღერძი (ხუთი კლასი).

5. ტეტრაგონური სისტემა შეიცავს იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ მხოლოდ ერთი მეოთხე რიგის სიმეტრიის ან ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი (7 კლასი).

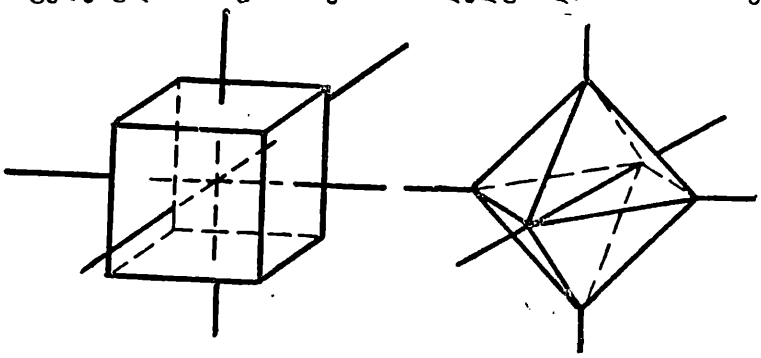
6) ჰექსაგონური სისტემა შეიცავს იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ მხოლოდ ერთი მეექვსე რიგის სიმეტრიის ან ინვერსიულ-ბრუნვითი ღერძი (შვიდი კლასი).

7) კუბური სისტემა შეიცავს იმ კლასებს, რომელთაც აქვთ სამი მეოთხე რიგის სიმეტრიის ღერძი (ხუთი კლასი).

ასეთია კრისტალების ყველა შესაძლო სისტემა. როგორც მაგალითი, განვიხილოთ ქვამარილისა და მაგნიტური რკინის (ნახ. 94) კრისტალები. პირველ მათგანს კუბის სახე აქვს, მეორე კი წარმოადგენს ოქტაედრს. ნახაზები გვიჩვენებს, რომ კუბსაც და ოქტაედრსაც აქვს სამი ურთიერთმართობი მეოთხე რიგის სიმეტრიის ღერძი. ამიტომ ორივე კრისტალი, მიუხედავად მათი ფორმების სხვადასხვაობისა, ეკუთვნის კუბურ სისტემას. ზემოგანხილული მთის ბროლის კრისტალი ეკუთვნის ჰექსაგონურ სისტემას, ვინაიდან მას აქვს ერთი მეექვსე რიგის სიმეტრიის ღერძი.

უნდა ითქვას, რომ რეალური კრისტალის სიმეტრიის ელემენტების პოვნა არ არის ადვილი. საქმე ისაა, რომ ბუნებაში კრისტალები წარმოიშვება სხვადასხვა ხელშემშლელ პირობებში და

ამიტომ მათ არა აქვთ ის იდეალური სახე, რომელიც ეთანადება მათ თავისუფალ განვითარებას. ამის მაგალითი უკვე შეგვხვდა (ნახ. 89). როგორც ვნახეთ, გარეშე პირობებმა ისე შეცვალეს მთის ბროლის იდეალური სახე, რომ პირველი შეხედვით თითქმის შეუძლებელია მისი სიმეტრიის ელემენტების პოვნა. ამ შემთხვევაში შემდეგნაირად იქცევიან: წარმოიდგენენ, რომ კრისტალის წახნაგები გადანაცვლებულია თავის თავის პარალელურად, სანამ არ იქნება



ნახ. 94.

მიღებული მაქსიმალურად სიმეტრიული მრავალწახნაგა. ამის შემდეგ უკვე შესაძლებელია კრისტალის სიმეტრიის კლასის გამორკვევა.

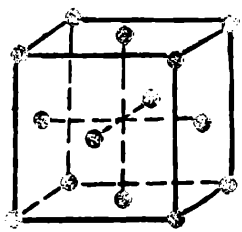
ყოველივე ზემოთქმული გვიჩვენებს, რომ კრისტალებს, მიუხედავად მათი მრავალწახნაგა ფორმისა, არა აქვს სიმეტრიის ყველა ის ელემენტი, რომლებიც აქვს გეომეტრიულ მრავალწახნაგებს. მაგალითად, არც ერთ კრისტალში არ გვხვდება მეხუთე რიგის ან მეექვსეზე უფრო მაღალი რიგის სიმეტრიის ღერძი. აქედან გამომდინარეობს, რომ კრისტალებს აქვს ისეთი აგებულება, რომელიც ხელს უშლის აღნიშნული სიმეტრიის ელემენტების წარმოშობას. ამიტომ საჭიროა დაწვრილებით გავეცნოთ კრისტალების შინაგან აგებულებას. ეს საშუალებას მოგვცემს არა მარტო ავხსნათ სიმეტრიის ზოგიერთი ელემენტის არარსებობა, არამედ თეორიულად გამოვიყვანოთ კრისტალთა ფორმების კანონებიც.

§ 59. კრისტალური მესერი

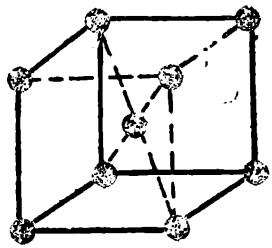
დაახლოებით 150 წლის წინ ფრანგმა მეცნიერმა ჰაუიმ გამოთქვა აზრი, რომ კრისტალების სიმეტრიული ფორმის მიზეზია თვით კრისტალის შემადგენელი ატომების სიმეტრიული ფორმა. ამ აზრის განვითარებამ ბრავეს, ზონკეს, ფედოროვისა და შენფლისის მიერ შესაძლებელი გახადა კრისტალების მესერული თეორიის შექმნა. უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში

ეს თეორია შეამოწმეს რენტგენოგრაფიული მეთოდებით ისე, რომ შეგვიძლია იგი საბოლოოდ დამტკიცებულად ჩავთვალოთ და გამოვიყენოთ კრისტალების თვისებების ასახსნელად.

ამ თეორიის თანახმად, კრისტალი წარმოადგენს იმ ნაწილაკების ერთობლიობას, რომლებიც განლაგებულია სივრცეში სრულიად მოწესრიგებულად—გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვით. მაგალითად, აღმოჩნდა, რომ ნატრიუმის (Na) კრისტალი აგებულია ისე, როგორც ნაჩვენებია 95-ე ნახაზზე. ნატრიუმის ატომები მოთავსე-



ნახ. 95.



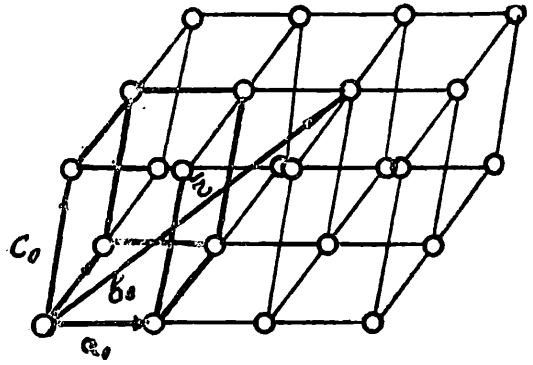
ნახ. 96.

ბულია მცირე კუბების წვეროებსა და ცენტრებში. 96-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ატომების განლაგება ოქროს კრისტალში. ამ შემთხვევაში, კუბების წვეროებში მყოფი ატომების გარდა, თითო ატომი იმყოფება ყოველი წახნაგის ცენტრში.

ნაწილაკების ასეთი განლაგების თვისებების გამორკვევა დავიწყოთ მარტივი შემთხვევის განხილვით. ავიღოთ სივრცის რომელიმე წერტილი და მოვათავსოთ მასში რაიმე ნივთიერი ნაწილაკი (ატომი, იონი და სხვ.). გადავიტანოთ ასეთი წერტილი გარკვეული OX მიმართულებით რაიმე a_0 მანძილზე და გავაგრძელოთ ასეთი გადატანა ყოველთვის a_0 მანძილზე. მივიღებთ წერტილების სისტემას, რომლებიც განლაგებულია ერთ წრფეზე a_0 მანძილზე ერთიმეორისაგან. მიღებული წერტილების მწკრივი თავისი თავის პარალელურად გადავიტანოთ რაიმე სხვა OY მიმართულებით b_0 მანძილზე და ისევ გავაგრძელოთ ასეთი გადატანა. მივიღებთ წერტილთა ბრტყელ სისტემას. მეზობელი ოთხი წერტილი მოთავსებული იქნება პარალელოგრამის წვეროებში, რომლის შიგნით არ იქნება სისტემის კუთვნილი სხვა წერტილი. დასასრულ, თუ მიღებულ ბრტყელ სისტემას თავისი თავის პარალელურად გადავიტანთ გარკვეულ b_0 მანძილზე რაიმე მესამე OZ მიმართულებით, რომელიც არ მდებარეობს პირველ ორ მიმართულებაზე გამავალ სიბრტყეში, მივიღებთ წერტილთა სივრცულ სისტემას (ნახ. 97).

წერტილთა სივრცულ სისტემას, რომელიც შეიძლება მივიღოთ ერთი წერტილის პერიოდული გადატანით სამი არაკომპლანარული მიმართულებით და ამ გადატანათა ნებისმიერი კომბინაციებით, ეწოდება მარტივი სივრცული მესერი.

ნახაზი გვიჩვენებს, რომ სივრცული მესერი შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც ერთობლიობა პარალელეპიპედებისა, რომელთა



ნახ. 97.

წვეროებში იმყოფება თითო წერტილი, ხოლო თვით პარალელეპიპედები ცარიელია. ამ პარალელეპიპედებს ეწოდება მესრის უჯრედები. პარალელეპიპედების წვეროებს კი ეწოდება მესრის კვანძები. კრისტალური მესრის იმ წერტილთა ერთობლიობას, რომლებიც მდებარეობენ ერთ სიბრტყეში, ეწოდება ბრტყელი ბადე ანუ ბრტყელი მესერი. მესრის რომელიმე კვანძი ავირჩიოთ საწყის O წერტილად. ამ წერტილიდან სამი უახლოესი კვანძ-წერტილისაკენ, რომლებიც არ მდებარეობენ ერთ სიბრტყეში, გავატაროთ სამი ვექტორი $\vec{a_0}$, $\vec{b_0}$ და $\vec{c_0}$. მაშინ, ცხადია, მარტივი მესრის ყოველი კვანძ-წერტილის რადიუს-ვექტორი იქნება

$$\vec{r}_{lmn} = l\vec{a}_0 + m\vec{b}_0 + n\vec{c}_0,$$

სადაც l, m და n მთელი რიცხვებია. a_0, b_0 და c_0 სიგრძეებს, ე. ი. მანძილებს უახლოეს არაკომპლანარულ მეზობლებს შორის, ეწოდება მესრის პარამეტრები.

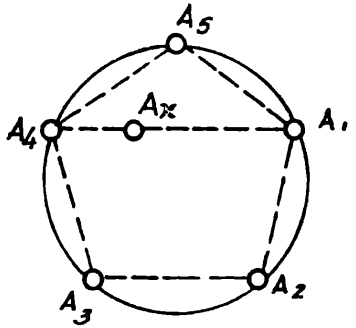
ვინაიდან მესრის უჯრედი წარმოადგენს $\boldsymbol{a}_0$, $\boldsymbol{b}_0$ და $\boldsymbol{c}_0$ ვექტორებზე აგებულ პარალელეპიპედს, უჯრედის მოცულობა უდრის

$$v_0 = (\vec{[a_0\ b_0]}\ \vec{c_0}).$$

შემდეგ, რადგან ყოველი კვანძ-წერტილი ეკუთვნის რვა უჯრედს, ყოველ უჯრედს მიეკუთვნება კვანძ-წერტილში მოთავსებული ნაწი-

ლაკის მერვედი და, ვინაიდან ყოველ უჯრედს აქვს რვა კვანძ-წერტილი, ყოველ უჯრედს მიეკუთვნება ერთი ნაწილაკი.

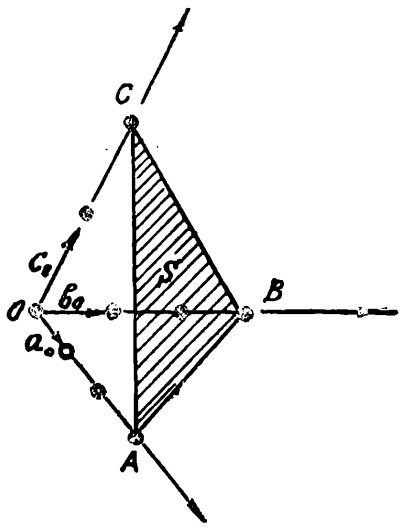
ახლა გამოვარკვიოთ, შეიძლება თუ არა კრისტალების მესრულ აგებულებაზე დამყარებით ავხსნათ სიმეტრიის ზოგიერთი ელემენტის არარსებობა კრისტალებში. დავამტკიცოთ, მაგალითად, რომ კრისტალურ მესერს არ შეიძლება ჰქონდეს მეხუთე რიგის სიმეტრიის ღერძი. წარმოვიდგინოთ საწინააღმდეგო მოვლენა, ე. ი. მივიღოთ, რომ კრისტალურ მესერში არსებობს მეხუთე რიგის სიმეტრიის ღერძი (ნახ. 98). მაშინ, თუ A_1 არის ღერძისადმი უახლოესი კვანძ-წერტილი, ღერძის ირგვლივ $\frac{2\pi}{5}$ კუთხეზე შემობრუნების შემდეგ უნდა მივიღოთ ისევ უახლოესი კვანძ-წერტილი A_2. ასეთ შემობრუნებათა განმეორება მოგვცემს ხუთ უახლოეს კვანძ-წერტილს: A_1 A_2 A_3 A_4 A_5. ცხადია, წერტილთა მიღებული სისტემა $\frac{2\pi}{5}$ კუთხეზე შემობრუნების შედეგად თანხვდება თავის თავს.



ნახ. 98.

ნახაზი გვიჩვენებს, რომ A_2 წერტილის მარცხნივ, ჰორიზონტალური მიმართულებით, გარკვეულ A_2A_3 მანძილზე იმყოფება მეორე კვანძ-წერტილი A_3. ვინაიდან კრისტალური მესრის ყველა კვანძ-წერტილი ტოლფასია, A_1 კვანძ-წერტილის მარცხნივაც იმავე მიმართულებით და იმავე მანძილზე უნდა მდებარეობდეს კვანძ-წერტილი A_x. როგორც ვხედავთ, კრისტალური მესრის ერთგვაროვნების გამო A_x კვანძ-წერტილი უნდა არსებობდეს, მაგრამ, მეორე მხრივ, იგი პირობის თანახმად არ შეიძლება არსებობდეს, ვინაიდან ღერძისადმი უახლოესი კვანძები არის $A_1A_2A_3A_4A_5$. მივიღეთ წინააღმდეგობა. მაშასადამე, კრისტალურ მესერში არ შეიძლება არსებობდეს მეხუთე რიგის სიმეტრიის ღერძი. სრულიად ანალოგიურად დავამტკიცებთ, რომ შეუძლებელია მეშვიდე და უფრო მაღალი რიგის სიმეტრიის ღერძის არსებობა. მაშასადამე, კრისტალურ მესერს და კრისტალსაც, რომელიც წარმოადგენს კრისტალური მესრის ნაწილს, შეიძლება ჰქონდეთ მხოლოდ მეორე, მესამე, მეოთხე და მეექვსე რიგის სიმეტრიის ღერძები. მართლაც, ზემოთ უკვე აღვნიშნეთ, რომ კრისტალებში არსებობს მხოლოდ ამ რიგის სიმეტრიის ღერძები.

ახლა გადავიდეთ ჰაუის კანონის ახსნაზე. მივიღოთ, რომ კრისტალის ყოველი წახნაგი, როგორც ბუნებრივი, ისე კრისტალის გახლეჩის დროს მიღებული, წარმოადგენს მესრის ბრტყელ ბადეს, ე. ი. სიბრტყეს, რომელიც გადის კრისტალის კვანძ-წერტილებზე. განვიხილოთ ნებისმიერი კრისტალური მესერი და მისი რომელიმე წერტილიდან, როგორც სათავიდან, $\vec{a_0}$, $\vec{b_0}$, $\vec{c_0}$ ვექტორების გასწვრივ გავავლოთ კოორდინატთა ღერძები (ირიბკუთხა კოორდინატთა სისტემა, ნახ. 99). ვთქვათ შემდეგ, რომ S წარმოადგენს კრისტალის რომელიმე წახნაგს. დავუშვათ, ამ წახნაგმა გადაკვეთა ღერძები A, B, C კვანძ-წერტილებში. გამოვიანგარიშოთ OA, OB და OC მანძილები. ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ



ნახ. 99.

$$a = OA = r_{l00} = la_0,$$

$$b = OB = r_{0m0} = mb_0,$$

$$c = OC = r_{00n} = nc_0.$$

აქედან ადვილად მივიღებთ

$$\frac{a_0}{a} : \frac{b_0}{b} : \frac{c_0}{c} = \frac{1}{l} : \frac{1}{m} : \frac{1}{n} = h_1 : h_2 : h_3, \qquad (IX,1)$$

სადაც h_1, h_2, h_3 არის მთელი დადებითი რიცხვები. ეს ფორმულა კი გამოსახავს ჰაუის მთელ რიცხვთა კანონს. საჭიროა მხოლოდ იმის გამორკვევა, თუ რატომაა წახნაგის ინდექსები h_1, h_2, h_3 მცირე რიცხვები? რატომ არ გვხვდება კრისტალის წახნაგებს შორის დიდინდექსებიანი წახნაგი? ამისათვის გამოვარკვიოთ, როგორაა დაკავშირებული მანძილი ერთი და იგივე ინდექსებიან წახნაგებს შორის თვით ინდექსებთან. ვიცით, რომ ერთი და იგივე ინდექსები აქვს პარალელურ წახნაგებს. გამოანგარიშების გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ $\vec{a_0}$, $\vec{b_0}$ და $\vec{c_0}$ ვექტორები ურთიერთმართობი და ტოლია, ე. ი. რომ კოორდინატთა სისტემა მართ-

კუთხაა. ერთი წახნაგი გავავლოთ კოორდინატთა სათავეზე. მაშინ ანალიზური გეომეტრიის ცნობილი ფორმულის საშუალებით წახნაგებს შორის მანძილისათვის ადვილად მივიღებთ

$$d=\frac{a}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}. \qquad (IX,2)$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ მანძილი პარალელურ წახნაგებს შორის მით უფრო ნაკლებია, რაც უფრო მეტია ინდექსები. მეორე მხრივ, რაც უფრო ახლოსაა ერთმანეთთან ბრტყელი ბადეები, მით უფრო ძნელი იქნება მათი ერთიმეორისაგან დაშორება. ამიტომ გასაგებია, რომ ბუნებაშიც და ხელოვნურადაც ყველაზე ხშირად ჩნდება წახნაგები, რომელთა შორის მანძილი დიდია, ე. ი. ინდექსები მცირეა. უნდა აღვნიშნოთ, რომ მცირე მანძილი ბრტყელ ბადეებს შორის ყოველთვის არ ნიშნავს დიდ ურთიერთქმედებას ბადეებში განლაგებულ ნაწილაკებს შორის. მართლაც, ატომებს, იონებს და სხვა ნაწილაკებს შორის ურთიერთქმედება დამოკიდებულია არა მარტო მანძილზე, არამედ მიმართულებაზედაც ისე, რომ დიდ მანძილებს შეიძლება ეთანადებოდეს დიდი ურთიერთქმედება. ამიტომ, უფრო ზუსტი იქნება შემდეგი დებულება: კრისტალის გარეგან წახნაგებს გვაძლევს მესრის ის ბადეები, რომელთა შორის ურთიერთქმედება ნაკლებია.

თავისთავად ცხადია, ახლო მდებარე ბადეებზე ნაწილაკთა სიმკვრივე, ე. ი. კვანძების რიცხვი 1 სმ²-ზე ნაკლები იქნება და ამიტომ კრისტალების წახნაგები იქნება ყველაზე უფრო ხშირად დაფარული ბრტყელი ბადეები. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს შედეგი არ არის სავსებით ზუსტი. ძალიან ხშირად გარეშე პირობების გავლენით კრისტალზე ჩნდება წახნაგი, რომელიც არ აკმაყოფილებს ზემომოყვანილ პირობას. ამ საკითხს დავუბრუნდებით შემდეგ, კრისტალების ზრდის განხილვისას.

სტენონის კანონი თავისთავად გამომდინარეობს ზემომოყვანილი მსჯელობიდან. მართლაც, ახლო მდებარე წახნაგებს შორის კუთხეები ბრტყელ ბადეებს შორის კუთხეების ტოლია. უკანასკნელი კი არ არის დამოკიდებული იმ კრისტალის ფორმაზე, რომელსაც ამოვჭრით მოცემული კრისტალური მესრიდან.

ახლა გამოვარკვიოთ კოორდინატთა როგორი სისტემა და როგორი პარამეტრები ეთანადება კრისტალების სხვადასხვა სისტემას. განვიხილოთ, მაგალითად, კუბური სისტემის კრისტალი. ვიცით, რომ ასეთ კრისტალს აქვს სამი ერთმანეთის მართობი მეოთხე რიგის სიმეტრიის ღერძი. მივიღოთ ეს სამი ღერძი კოორდინატთა

ღერძებად. გარდა ამისა, კუბური სისტემის კრისტალს აუცილებლად აქვს მესამე რიგის სიმეტრიის ღერძები. ცხადია, ასეთი ღერძის ირგვლივ შემობრუნების შედეგად კოორდინატთა ღერძები გადავლენ ერთიმეორეში (OX გადავა OY-ში, $OY—OZ$-ში და $OZ—OX$-ში). ამიტომ მანძილები ღერძებზე საოთავსებულ კვანძებს შორის ტოლი უნდა იყოს, ე. ი. $a_0=b_0=c_0$. ამრიგად, კუბური სისტემის კრისტალისათვის ვიღებთ ტოლპარამეტრებიან მართკუთხა კოორდინატთა სისტემას (ნახ. 100).

ანალოგიურად შეიძლება ვიპოვოთ კოორდინატთა სისტემები და პარამეტრები დანარჩენი სისტემებისათვის; საბოლოოდ მივიღებთ შემდეგს:

1) კუბური სისტემა $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$ $a_0=b_0=c_0$,

2) ტეტრაგონური „ $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$ $a_0=b_0\neq c_0$,

3) რომბული „ $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$ $a_0\neq b_0\neq c_0$,

4) ტრიგონური „ $\alpha=\beta=\gamma\neq\frac{\pi}{2}$ $a_0=b_0=c_0$,

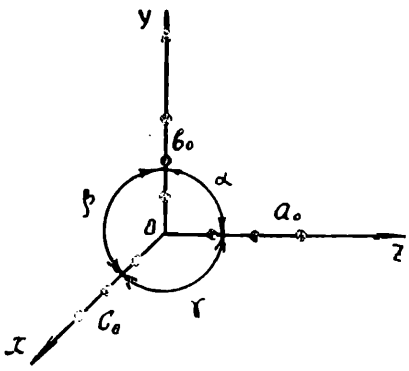
5) მონოკლინური „ $\alpha=\gamma=\frac{\pi}{2}<\beta$ $a_0\neq b_0\neq c_0$,

6) ტრიკლინური „ $\alpha\neq\beta\neq\gamma$ $a_0\neq b_0\neq c_0$.

ჰექსაგონური სისტემის შემთხვევაში უჯრედად იღებენ არა პარალელეპიპედს, ვინაიდან მას არ შეიძლება ჰქონდეს მეექვსე რიგის სიმეტრიის ღერძი, არამედ ექვსწახნაგა პრიზმას. ამის შესაბამისად იღებენ კოორდინატთა ოთხ ღერძს. სამი მათგანი მოთავსებულია უჯრედის ფუძეზე და ერთიმეორესთან ადგენს $\frac{2}{3}\pi$ კუთხეს. მეოთხე ღერძი გავლებულია მათ მართობულად ფუძის ცენტრიდან მეექვსე რიგის სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ (ნახ. 101). ცხადია, რომ ჰექსაგონური სისტემის კრისტალებისათვის წახნაგების მიმართულება ოთხი ინდექსით განისაზღვრება.

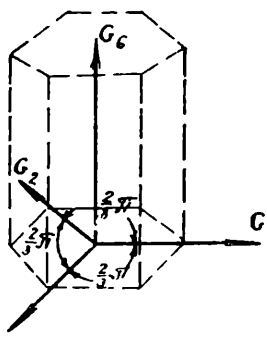
აქამდე ვიხილავდით მარტივ კრისტალურ მესერს, რომელიც მიიღება ერთი წერტილის სამი არაკომპლანარული მიმართულებით გადანაცვლების შედეგად. მაგრამ ბუნებაში ხშირად გვხვდება უფრო რთული აგებულების კრისტალები. წარმოვიდგინოთ, რომ მარტივი

მესრის კვანძ-წერტილში მოთავსებულია არა მარტო ერთი ნაწილაკი, არამედ მის მახლობლობაში განლაგებული გარკვეული სიმეტრიის მქონე წერტილთა სისტემა. თვით ამ სისტემას შეიძლება ჰქონდეს სიმეტრიის სხვადასხვა ელემენტი: ღერძები, სიბრტყეები



$$a_0 = b_0 = c_0$$
$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}.$$

ნახ. 100.

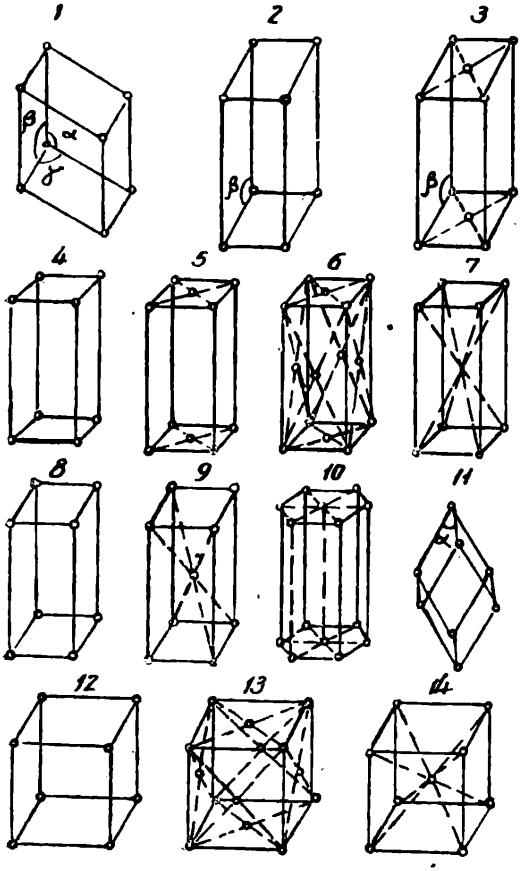


ნახ. 101.

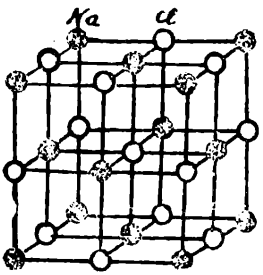
და სხვ. ასეთი აგებულების მესერს ეწოდება რთული მესერი (ნახ. 105). ყოველი რთული მესერი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ერთმანეთში ჩადგმული რამდენიმე მარტივი მესერი. ერთი მარტივი მესრიდან შეიძლება სიმეტრიის რომელიმე ელემენტის გამოყენებით მივიღოთ რთული მესრის სხვა მარტივი მესერი. მაგალითად, ჩვენს შემთხვევაში A წერტილებისაგან შემდგარი მარტივი მესრიდან შეიძლება მივიღოთ B წერტილებისაგან შემდგარი მესერი, თუ მოვახდენთ ყოველი A წერტილის ინვერსიას O წერტილში.

დასასრულ, განვიხილოთ რთული მესრის კერძო სახე—ტრანსლაციური მესერი. ასეთი სახის მესერი ძალიან ხშირად გვხვდება ბუნებაში და ამიტომაცაა საჭირო მათი სპეციალური განხილვა. ტრანსლაციური მესერი ეწოდება ისეთ რთულ მესერს, რომლის ყოველი მარტივი მესერი მიიღება ერთი რომელიმე მარტივი მესრის ტრანსლაციით. განვიხილოთ, მაგალითად, მარტივი კუბური მესერი. დავუშვათ, რომ მასში ჩადგმულია მეორე კუბი ისე, რომ უკანასკნელის კვანძი მოხვდა პირველი კუბის ცენტრში. მივიღებთ რთულ მესერს, რომლის ყოველი უჯრედის (ამ შემთხვევაში კუბის) ცენტრში მოთავსებულია კიდევ ერთი ნაწილაკი. ცხადია, ეს მესერი ტრანსლაციურია. მართლაც, ჩადგმული კუბი შეიძლება მივიღოთ

ძირითადი კუბის ტრანსლაციით სივრცული დიაგონალის გასწვრივ—დიაგონალის ნახევარზე. სრულიად ანალოგიურად მარტივი კუბიდან, მისი ტრანსლაციით წახნაგის დიაგონალის ნახევარზე, შეიძლება მივიღოთ ახალი რთული მესერი, რომლის უჯრედი წარმოადგენს ცენტრირებული წახნაგების კუბს. ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ მარტივი კუბური მესრიდან ამ ორი რთული მესრის გარდა სხვა ტრანსლაციური მესრის მიღება შეუძლებელია. როგორც ვხედავთ, კუბური სისტემის კრისტალების შემთხვევაში



ნახ. 102.



ნახ. 103.

შესაძლებელია მხოლოდ სამი სხვადასხვა ტრანსლაციური მესერი (ნახ. 103): 1) მარტივი კუბური მესერი, 2) ცენტრირებული კუბური მესერი და 3) ცენტრირებულწახნაგებიანი კუბური მესერი. სრულიად ანალოგიურად შეიძლება გავარჩიოთ სხვა სისტემები. საბოლოოდ მივიღებთ, რომ შესაძლე-

ბელია შემდეგი სახის ტრანსლაციური მესრები (ნახ. 102): ჰექსაგონური სისტემის ერთი მესერი; 4) მარტივი; ტეტრაგონური სისტემის ორი მესერი; 5) მარტივი და 6) ცენტრირებული; ტრიგონური სისტემის ერთი მესერი; 7) მარტივი; რომბული სისტემის ოთხი მესერი; 8) მარტივი; 9) ცენტრირებული; 10) ცენტრირებულწახნაგებიანი და 11) ცენტრირებულ ზედაწახნაგებიანი; მონოკლინური სისტემის ორი მესერი; 12) მარტივი და 13) ცენტრირებულ ქვედა- და ზედაწახნაგებიანი და, დასასრულ, ტრიკლინური სისტემის ერთი მესერი; 14) მარტივი. სულ შესაძლებელია 14 ტრანსლაციური მესერი.

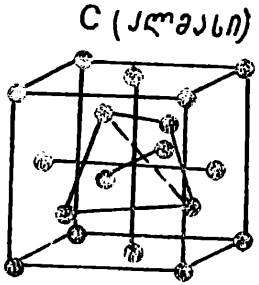
ზემოთ ვნახეთ, რომ ყოველი რთული მესერი შეიძლება განვიხილოთ როგორც მარტივი მესერი, რომლის კვანძ-წერტილში მოთავსებულია გარკვეული სიმეტრიის მქონე წერტილთა ერთობლიობა. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყოველი რთული მესერი შეიძლება მივიღოთ ნაწილაკთა გარკვეული ჯგუფის ტრანსლაციით სამი ურთიერთპერპენდიკულარული მიმართულებით. ნაწილაკების ამ ჯგუფს ეწოდება მ ე ს რ ი ს ბ ა ზ ი ს ი. მარტივი მესრის შემთხვევაში იგი შედგება ერთი ნაწილაკისაგან. ცენტრირებული კუბის შემთხვევაში ბაზისი შედგენილია ორი ნაწილაკისაგან (უჯრედი შეიცავს ორ ნაწილაკს). ცენტრირებულწახნაგებიანი კუბის შემთხვევაში ბაზისს შეადგენს ოთხი ნაწილაკი: ერთი მოთავსებული კუბის წვეროში, ხოლო დანარჩენი სამი ამ წვეროსთან მიმდებარე სამი წახნაგის ცენტრებში.

§ 60. ურთიერთძმედება კრისტალის ნაწილაკებს შორის და მათი მოძრაობის ხასიათი

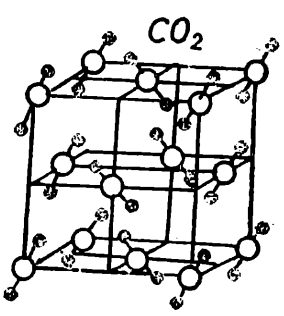
წინა პარაგრაფებში განვიხილეთ კრისტალების შინაგანი აგებულება და მათი ნაწილაკების განლაგების გეომეტრიული კანონები. ვნახეთ, რომ ყოველი კრისტალი წარმოადგენს კრისტალური მესრის ნაწილს, რომლის ყოველ კვანძ-წერტილში მოთავსებულია ერთი ან რამდენიმე ნაწილაკი. ცხადია, ასეთი აგებულება ნაწილაკთა ურთიერთქმედების შედეგია. ახლა შევეცდებით ამ ურთიერთქმედების ხასიათისდა მიხედვით მოვახდინოთ კრისტალების კლასიფიკაცია. კრისტალების ყველაზე უფრო მარტივ კლასს შეადგენენ: 1) ჰ ე ტ ე რ ო პ ო ლ ა რ უ ლ ი კ რ ი ს ტ ა ლ ე ბ ი, რომელთა კვანძებში მოთავსებულია იონები. ასეთია, მაგალითად, NaCl-ის კრისტალი (ნახ. 103). იგი წარმოადგენს კუბური სისტემის კრისტალს, რომლის კვანძ-წერტილებში იმყოფებიან Na-ის დადებითი და Cl-ის უარყოფითი იონები. დადებითი იონები ქმნიან ცენტრირებულწახნაგებიან კუბურ მესერს, რომელშიც ჩადგმულია კუბის დიაგონალის ნახევრით გადა-

ნაცვლებული ასეთივე მესერი, შედგენილი უარყოფითი იონებისაგან. ურთიერთშემდება ასეთი კრისტალური მესრის ნაწილაკებს შორის წმინდა იონური ხასიათისაა (ელექტროსტატიკური ძალები). ყოველი იონის მახლობლად იმყოფება 6 საწინააღმდეგო ნიშნის იონი, რომელთა ურთიერთქმედების გამო აღებული იონი წონასწორობაშია. ცხადია, ასეთი კრისტალის შემთხვევაში არავითარ მოლეკულებზე არ შეიძლება ლაპარაკი. კრისტალი შედგენილია არა მოლეკულებისაგან, არამედ იონებისაგან.

2) კრისტალების მეორე კლასს შეადგენს ჰომეოპოლარული კრისტალები, რომელთა კვანძებში მოთავსებულია ნეიტრალური ატომები. ასეთია, მაგალითად, ალმასის კრისტალი. მის ყოველ კვანძ-წერტილში მოთავსებულია ნეიტრალური ატომი, რომელთა შორის ურთიერთქმედება წმინდა ვალენტური ხასიათისაა. ცხადია,



ნახ. 104.



ნახ. 105.

ამ შემთხვევაში ყოველი ატომის უახლოესი ატომების რიცხვი ვალენტობის ტოლი იქნება. მაგალითად, ალმასის შემთხვევაში (იგი წარმოადგენს წმინდა ნახშირბადის კრისტალს) ყოველი C ატომის მახლობლად (ტეტრაედრის წვეროებში) იმყოფება დაკავშირებული ოთხი C ატომი ცენტრალურ C ატომთან ოთხი ვალენტური ბმით (ნახ. 104).

3) კრისტალების მესამე კლასს მიეკუთვნება მოლეკულური კრისტალები, რომელთა კვაძებში მოთავსებულია ნეიტრალური მოლეკულები. ვინაიდან მოლეკულის შემადგენელი ნაწილაკები დაკავშირებულია ერთმანეთთან ვალენტური ძალებით, რომელნიც იჩენენ ნაჯერობას, მოლეკულათა შორის ურთიერთქმედებისათვის დაგვრჩება მხოლოდ ვან-დერ-ვაალსის ძალები. რადგანაც ეს ძალები ძალიან სუსტია, თვით მესერიც სუსტი იქნება. საკმარისია მცირე ძალა იმისათვის, რომ კრისტალის რომელიმე სიბრტყე გასრიალდეს მეორე სიბრტყის გასწვრივ ან დაშორდეს მას. მოლეკულური კრისტალის მაგალითს წარმოადგენს CO_2-ის მესერი (ნახ. 105). ჩვენ

ვხედავთ, რომ ყოველ კვანძ-წერტილში მოთავსებულია CO_2-ის მოლეკულა (შუაში C, მარჯვნივ და მარცხნივ O).

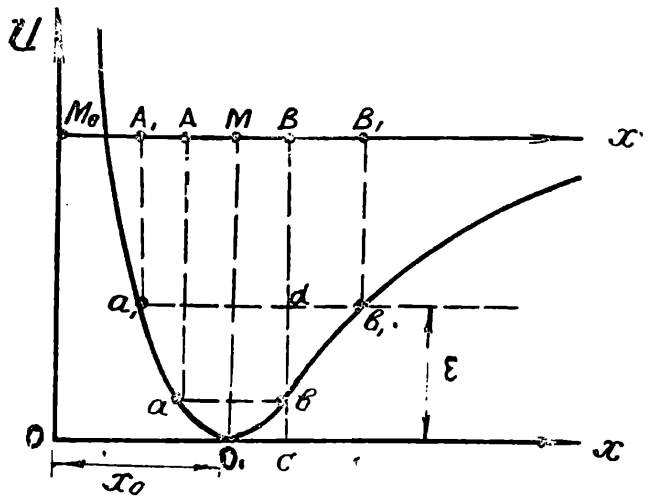
4) მეოთხე და უკანასკნელ კლასს ეკუთვნის მ ე ტ ა ლ უ რ ი კ რ ი ს ტ ა ლ ე ბ ი, რომლებშიც ბმა კრისტალის კვანძ-წერტილებს შორის განხორციელებულია ატომებიდან დაშორებული და მეტალში თავისუფლად მოძრავი ელექტრონების საშუალებით. ასეთია ყველა მეტალის (Na, Li, Be, რკინა, ოქრო და ა. შ.) კრისტალური მესრები და აგრეთვე ზოგიერთი სხვა ნივთიერების კრისტალებიც (ნახ. 95, 96).

კრისტალების ამ კლასებს შორის ყველაზე კარგად შესწავლილია ჰეტეროპოლარული კრისტალები, ვინაიდან მათ ნაწილაკებს შორის მოქმედი ძალები წარმოადგენს კარგად ცნობილ კულონის ძალებს. ასეთი კრისტალებისათვის მოხერხდა საკმაოდ ჩამოყალიბებული თეორიის შექმნა (ბორნი და სხვები), რომელზედაც დამყარებით შესაძლებელი გახდა მათი მრავალი თვისების ახსნა. დანარჩენი კლასებისათვის ჯერჯერობით ვერ შეიქმნა დამაკმაყოფილებელი თეორია, ვინაიდან მათთვის საბოლოოდ გამორკვეული არ არის ურთიერთქმედების ხასიათი. მხოლოდ უკანასკნელ წლებში, კვანტური მექანიკის განვითარების შედეგად, ამ მხრივ მიიღეს ზოგიერთი შედეგი, რომლებიც გვაძლევენ იმის საბუთს, რომ მოკლე ხანში განვითარებული იქნება ასეთი კრისტალების სრული თეორია.

შემდეგისათვის დავუშვებთ, რომ ურთიერთქმედება კრისტალის ნაწილაკებს შორის გამოისახება პოტენციალური ენერგიით, რომელიც დამოკიდებულია მანძილებზე ნაწილაკებს შორის. წონასწორობის მდგომარეობაში ეს პოტენციალური ენერგია მინიმალური იქნება და ნაწილაკები მოთავსებულ იქნებიან უძრავად კვანძ-წერტილებში. რასაკვირველია, ეს მართებულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც კრისტალის ტემპერატურა აბსოლუტური ნულია, ე. ი. როდესაც ნაწილაკებს არა აქვთ კინეტიკური ენერგია. სასრულ ტემპერატურაზე ნაწილაკებს ექნება კინეტიკური ენერგია, რის გამოც ადგილი ექნება რხევას წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად.

როგორიც არ უნდა იყოს ურთიერთქმედების ხასიათი, მყარი სხეულის ნაწილაკები არ მოძრაობენ გადატანითად, ისინი მხოლოდ ირხევიან წონასწორობის გარკვეულ მდებარეობათა მახლობლად. ამ რხევითი მოძრაობის ხასიათის გამოსარკვევად განვიხილოთ ორი ნაწილაკის შემთხვევა და დავუშვათ, რომ მათ შეუძლიათ რხევა მხოლოდ მათი შემაერთებელი წრფის გასწვრივ. მიღებული შედეგი ადვილად შეიძლება გადავიტანოთ სივრცული რხევის შემთხვევაზე. დავუშვათ, რომ ერთი ამ ნაწილაკთაგანი, მაგალითად M_0, უძრავია,

ხოლო მეორე—M ირხევა M_0 ნაწილაკიდან x_0 მანძილით დაშორებული წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად (ნახ. 106). იმავე ნახაზზე ნაჩვენებია M ნაწილაკის პოტენციალური ენერგიის მრუდი, რომელიც გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია მისი მდებარეობის შეცვლის დროს. შემდგომი მსჯელობის გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ წონასწორობის მდებარეობაში M ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია ნულის ტოლია. წონასწორობის მდებარეობიდან M ნაწილაკის ყოველი გა-



ნახ. 106.

დახრა იწვევს მისი პოტენციალური ენერგიის ზრდას. მარჯვნივ გადახრა, ე. ი. M_0 ნაწილაკიდან დაშორება იწვევს მიზიდვის ძალას, რომელიც ცდილობს M ნაწილაკი წონასწორობის მდებარეობაში დააბრუნოს. ასევე მარცხნივ გადახრა, ე. ი. M_0 ნაწილაკთან მიახლოება იწვევს განზიდვის ძალას, რომელიც M ნაწილაკს წონასწორობის მდებარეობაში აბრუნებს.

მეტი თვალსაჩინოებისათვის დავუშვათ, რომ M ნაწილაკის პოტენციალური მრუდი წარმოადგენს მატერიალურ მრუდს, რომელზედაც უხახუნოდ გორავს რაიმე მცირე ბირთვი.

ამ ბირთვის მოძრაობა იძლევა M ნაწილაკის როგორც მდებარეობის, ისე პოტენციალური ენერგიის ცვლილების ძალიან ნათელ სურათს. უნდა წარმოვიდგინოთ, რომ ეს ბირთვი არის M ნაწილაკის პროექცია პოტენციალურ მრუდზე. ცხადია, M ნაწილაკის რხევა წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად გამოიწვევს მისი პროექციის გორვას პოტენციალურ მრუდზე. იმავე დროს პროექ-

ციის OX ღერძიდან მანძილი გვიჩვენებს პოტენციალური ენერგიის სათანადო მნიშვნელობას. მაგალითად, თუ M ნაწილაკი B მდებარეობაში გადავიდა, მისი პროექცია b წერტილამდე აგორდება და cb ორდინატი გვიჩვენებს M ნაწილაკის პოტენციალურ ენერგიას ამ მდებარეობაში.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ M ნაწილაკმა დაიწყო რხევა წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად. ამისათვის საჭიროა, რომ წონასწორობაში ყოფნისას მას მივცეთ ბიძგი, ე. ი. გარკვეული კინეტიკური ენერგია მივანიჭოთ. მოძრაობის დაწყების მომენტში (ე. ი. M მდებარეობაში) ნაწილაკის სრული ენერგია ε მისი კინეტიკური ენერგიის ტოლი იქნება, ვინაიდან პოტენციალური ენერგია ნულია. ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, M ნაწილაკის მოძრაობის დროს სრული ენერგია უცვლელი უნდა დარჩეს. ეს მუდმივობა გეომეტრიულად გამოსახული იქნება OX ღერძის პარალელური წრფით, რომელიც OX ღერძიდან ε მანძილით იქნება დაშორებული (მაგალითად, ab და a_1b_1 წრფეები). ცხადია, მგორავი პროექციის ამ წრფიდან მანძილი გამოსახავს ნაწილაკის კინეტიკურ ენერგიას სათანადო მომენტში. მაგალითად, თუ ნაწილაკის სრული ენერგია არის ε, B მდებარეობაში მისი კინეტიკური ენერგია db მონაკვეთით იქნება გამოსახული, ხოლო პოტენციალური ენერგია— cb მონაკვეთით. მათი ჯამი კი, ე. ი. სრული ენერგია წარმოდგენილი იქნება ε-ის ტოლი cd მონაკვეთით. ნახაზი ნათლად გვიჩვენებს, რომ პროექციის აგორება O_1 წერტილიდან იწვევს პოტენციალური ენერგიის ზრდას—კინეტიკური ენერგიის შემცირებას. როდესაც მგორავი პროექცია პოტენციალური მრუდისა და სრული ენერგიის გამომსახველი წრფის გადაკვეთის b_1 წერტილს მიაღწევს, პოტენციალური ენერგია სრული ენერგიის ტოლი გახდება, ხოლო კინეტიკური ენერგია ნული იქნება, ე. ი. ნაწილაკი გაჩერდება. შემდეგ დაიწყება პროექციის დაგორება, რასაც ეთანადება რხევადი M ნაწილაკის წონასწორობის მდებარეობაში დაბრუნება. ამ უკანასკნელს ნაწილაკი უდიდესი კინეტიკური ენერგიით გაივლის, რის შემდეგ იგი საწინააღმდეგო მიმართულებით გადაიხრება. პროექცია ისევ აგორდება პოტენციალურ მრუდზე და ეს გადახრა და გორვა გაგრძელდება, სანამ კინეტიკური ენერგია ისევ ნულის ტოლი არ გახდება (a_1 წერტილი).

ასეთია წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად ნაწილაკის რხევისა და მისი კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიების ცვლილების თვალსაჩინო სურათი.

გავარჩიოთ დაწვრილებით ნაწილაკის რხევის ხასიათი სხვადასხვა სიძლიერის ბიძგის, ე. ი. სხვადასხვა საწყისი კინეტიკური ენერგიის შემთხვევაში. ვთქვათ, კინეტიკური ენერგია იმდენად მცირეა, რომ რხევა წარმოებს პოტენციალური ენერგიის სიმეტრიულ ნაწილში, ე. ი. ტოლი გადახრა მარჯვნივ და მარცხნივ იწვევს პოტენციალური ენერგიის ტოლი სიდიდით ზრდას. ასეთი ხასიათისაა, მაგალითად, რხევა A და B მდებარეობათა შორის. ამ რხევის დროს მგორავი პროექცია პოტენციალურ მრუდზე გორავს a და b წერტილებს შორის, რომელთაც ტოლი პოტენციალური ენერგიები ეთანადებათ. ასეთი ხასიათის რხევის (ჰარმონიული რხევის) დროს M ნაწილაკის M_0 ნაწილაკიდან საშუალო მანძილი ისეთივეა, როგორც უძრავ მდგომარეობაში, ვინაიდან M ნაწილაკი ერთნაირად იხრება როგორც მარჯვნივ, ისე მარცხნივ.

სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ განვიხილავთ უფრო ძლიერ რხევებს. ვთქვათ, ნაწილაკს მივანიჭეთ cd მონაკვეთით გამოსახული კინეტიკური ენერგია. მარჯვნივ გადახრის დროს კინეტიკური ენერგია ნული გახდება, როდესაც ნაწილაკი B_1 წერტილს მიაღწევს (მგორავი პროექცია მიაღწევს b_1 წერტილს, რომელშიც პოტენციალური ენერგია სრული ენერგიის ტოლია). მარცხნივ გადახრის დროს ნაწილაკი გაჩერდება A_1 წერტილის მიღწევისას, რომელსაც იგივე პოტენციალური ენერგია ეთანადება, როგორც B_1 წერტილს. ნახაზი ნათლად გვიჩვენებს, რომ პოტენციალური მრუდის არასიმეტრიულობის გამო, M ნაწილაკი უფრო მეტად მარჯვნივ გადაიხრება, ვიდრე მარცხნივ, ე. ი. მეტ დროს გაატარებს მარჯვნივ გადახრის მდგომარეობაში, ვიდრე მარცხნივ გადახრის მდგომარეობაში. აქედან გამომდინარეობს, რომ საშუალო მანძილი M და M_0 წერტილებს შორის გაიზრდება.

ყოველივე ზემოთქმული მათემატიკურად შემდეგნაირად გამოისახება. პოტენციალური ენერგია, რომლის მინიმუმი წონასწორობის მდებარეობას ეთანადება, შეიძლება დაიშალოს მწკრივად $x-x_0$-ის, ე. ი. გადახრის მიმართ

$$U(x)=U(x_0)+(x-x_0)\left(\frac{dU}{dx}\right)_0+\frac{1}{2}(x-x_0)^2\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0+$$

$$+\frac{1}{6}(x-x_0)^3\left(\frac{d^3U}{dx^3}\right)_0+\cdots$$

მინიმუმის პირობის თანახმად, $\left(\frac{dU}{dx}\right)_0=0$, $\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0>0$. ამიტომ,

თუ შემოვიღებთ შემდეგ აღნიშვნებს $\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 = k$, $\left(\frac{d^3U}{dx^3}\right)_0 = -n$, $x - x_0 = y$, მივიღებთ

$$U(y) = U(x_0) + \frac{ky^2}{2} - \frac{ny^3}{6} + \dots$$

გამოვარკვიოთ, როგორია n კოეფიციენტის ნიშანი. პოტენციალური ენერგიის მრუდის სახე გვიჩვენებს, რომ მარჯვნივ გადახრის დროს პოტენციალური ენერგია ნაკლებად იზრდება, ვიდრე მარცხნივ ტოლი სიდიდით გადახრის დროს, ე. ი. დადებით y-ს ეთანადება ნაკლები პოტენციალური ენერგია, ვიდრე ტოლი აბსოლუტური სიდიდის უარყოფით y-ს. ეს კი შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ $n > 0$.

თუ რხევა, ე. ი. გადახრა მცირეა, შეიძლება უგულებელვყოთ კუბური წევრი და პოტენციალური ენერგია გამოვსახოთ შემდეგი ფორმულით:

$$U(y) = U(x_0) + \frac{ky^2}{2}.$$

ამ შემთხვევაში ნაწილაკის მოძრაობის განტოლება იქნება

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky.$$

მისი ამოხსნა ცნობილია კურსის პირველი ნაწილიდან (ჰარმონიული რხევა). იგი გამოისახება დროის სინუსოიდური ფუნქციით:

$$y = a \sin \omega_0 t \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

სადაც a არის რხევის ამპლიტუდა და ω_0 წრიული სიხშირე. აქედან გადახრის საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$\overline{y} = (\overline{x - x_0}) = 0.$$

საშუალო x მანძილი M და M_0 ნაწილაკს შორის x_0-ის ტოლია, ე. ი. ისეთივეა, როგორც უძრავ მდგომარეობაში.

თუ რხევა ძლიერია, კუბური ხარისხის წევრის უგულებელყოფა აღარ შეიძლება და მოძრაობის განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + ky = \frac{ny^2}{2}.$$

ამ განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის მარჯვენა მხარეზე მყოფ მცირე სიდიდეში y-ის მაგიერ ჩავსვათ მისი მნიშვნელობა, მიღებული ჰარმონიული რხევისათვის, გვექნება

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+ky=+\frac{na^2}{2}\sin^2\omega_0 t=+\frac{na^2}{4}-\frac{na^2}{4}\cos 2\omega_0 t.$$

ავიღოთ საშუალო მნიშვნელობა და მხედველობაში მივიღოთ, რომ როგორც აჩქარების, ისე $\cos 2\omega_0 t$-ს საშუალო მნიშვნელობები ნულის ტოლია, გვექნება

$$k\bar{y}=+\frac{na^2}{4},$$

ე. ი.

$$\bar{y}=+\frac{na^2}{4k}. \qquad (IX,3)$$

როგორც ვხედავთ, ძლიერი რხევების შემთხვევაში, როდესაც არ შეიძლება კუბური წევრის უგულებელყოფა, საშუალო გადახრა ნულისაგან განსხვავდება და საშუალო მანძილი M და M_0 წერტილებს შორის იქნება არა x_0, არამედ

$$\bar{x}=x_0+\frac{na^2}{4k}=x_0+\frac{na^2}{4m\omega_0^2}. \qquad (IX,4)$$

რხევის შედეგად წერტილთა შორის მანძილი იზრდება ($n>0$). მიღებული ფორმულა გვიჩვენებს აგრეთვე, რომ მანძილის ნაზრდი $\bar{x}-x_0$ რხევის ამპლიტუდის კვადრატის, ე. ი. რხევის ენერგიის პირდაპირპროპორციულია. რხევა რომ ზუსტად ჰარმონიული ყოფილიყო ($n=0$), ნაწილაკთა შორის მანძილის არავითარ გადიდებას არ მივიღებდით. მანძილის გადიდება რხევის ანჰარმონიულობის, ე. ი. პოტენციალური ენერგიის მრუდის ასიმეტრიულობის შედეგია. მიღებული შედეგები ძირითადად მართებული რჩება მრავალი ნაწილაკისაგან შემდგარი სისტემისათვის. მხოლოდ ნაწილაკთა შორის მანძილის გადიდება ყველა მიმართულებით მოხდება. ცხადია, აგრეთვე, რომ ვინაიდან მანძილის ნაზრდი ნაწილაკთა შორის მოქმედ ძალებზეა დამოკიდებული (n და k კოეფიციენტები (IX,4) ფორმულაში) და უკანასკნელი კი სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა შეიძლება იყოს, მანძილის გადიდებაც სხვადასხვა იქნება სხვადასხვა მიმართულებით.

§ 61. მყარი სხეულის ენერგია და სითბოტევადობა

განვიხილოთ N ნაწილაკისაგან შემდგარი მყარი სხეული. დავუშვათ, რომ ყველა ნაწილაკს ერთი და იგივე m მასა აქვს. თუ

ყოველი ნაწილაკის საშუალო ენერგიას $\bar{\varepsilon}$-ით აღვნიშნავთ, მყარი სხეულის მთელი ენერგიისათვის მივიღებთ $E=N\bar{\varepsilon}$. ცალკეული ნაწილაკის ენერგია არის ჯამი რხევის კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიებისა, ასე რომ, შეიძლება დაიწეროს

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\frac{mv^2}{2}+U(x,\ y,\ z).$$

ε_0 არის ნაწილაკის ენერგია წონასწორობის მდგომარეობაში. თუ ნაწილაკების რხევა მცირეა, პოტენციალური ენერგია შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც გადახრის კვადრატული ფუნქცია (ჰარმონიული რხევა). ამ შემთხვევაში ნაწილაკის ენერგიისათვის მივიღებთ:

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\frac{mv^2}{2}+\frac{k_1x^2}{2}+\frac{k_2y^2}{2}+\frac{k_3z^2}{2},$$

სადაც k_1, k_2, k_3 სათანადო ღერძების გასწვრივ მოქმედი ძალებია. ვინაიდან ყოველი თავისუფლების ხარისხის სათანადო კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიების საშუალო მნიშვნელობანი $\frac{1}{2}kT$-ს ტოლია (ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი), მყარი სხეულის ნაწილაკის საშუალო ენერგიისათვის მივიღებთ

$$\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_0+3kT.$$

აქედან მთელი მყარი სხეულის ენერგიისათვის გვექნება

$$E=E_0+3NkT.$$

თუ შემოვიღებთ ავოგადროს რიცხვს, რომელიც N-თან შემდეგი ტოლობითაა დაკავშირებული $N=N_0\frac{M}{\mu}$, მივიღებთ

$$E=E_0+3\frac{M}{\mu}N_0kT=E_0+3\frac{M}{\mu}RT. \qquad \text{(IX,5)}$$

როგორც ვხედავთ, მცირე რხევების შემთხვევაში მყარი სხეულის ენერგია ტემპერატურის პირდაპირპროპორციულია. აქედან ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ მყარი სხეულის სითბოტევადობა.

1. კუთრი სითბოტევადობა

$$c_v=\frac{1}{M}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v=\frac{3R}{\mu};$$

2) მოლეკულური (ატომური) სითბოტევადობა

$$\mu c_v = 3R \sim 6 \frac{cal}{\text{grad}}. \qquad \text{(IX,6)}$$

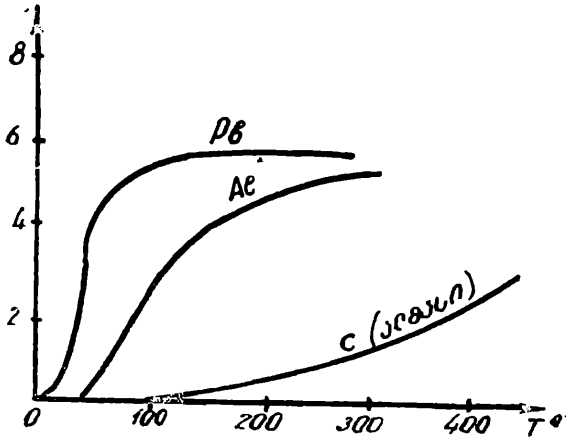
უკანასკნელი შედეგი ცნობილია დიულონგისა და პტის კანონის სახელწოდებით: ერთატომიანი მყარი სხეულის ატომური სითბოტევადობა ყველა სხეულისათვის ერთი და იგივეა და დაახლოებით $6 \frac{cal}{\text{grad}}$ ტოლია. ჩვენ მიერ თეორიულად გამოყვანილი ეს კანონი დიულონგმა და პტიმ 1819 წ. გამოთქვეს უშუალო გაზომვებზე დამყარებით. როგორც შემდეგი გაზომვებით გამოირკვა, დიულონგისა და ატის კანონი ზუსტ კანონს არ წარმოადგენს. 39 ე ცხრილში მოყვანილია სხვადასხვა ელემენტის ატომური სითბოტევადობანი ჩვეულებრივ ტემპერატურებზე. ეს ცხრილი გვიჩვენებს, რომ, მართალია, ზოგიერთი სხეულისათვის ეს კანონი დაახლოებით მართებულია, მაგრამ არის სხეულები (მაგალითად, ბორი, ნახშირბადი), რომელთა ატომური სითბოტევადობა შესამჩნევად ნაკლებია, ვიდრე $6 \frac{cal}{\text{grad}}$. გარდა ამისა, გამოირკვა, რომ მყარი სხეულების სითბოტევადობა იცვლება ტემპერატურის შეცვლის დროს. სახელდობრ, ტემპერატურის ზრდის დროს სითბოტევადობა იზრდება და ხშირად $6 \frac{cal}{\text{grad}}$-ზე მეტი ხდება.

ცხრილი 39

ელემენტი	C	B	Al	Ag
A	12	10,8	27,1	107, 9
AC_p	1,44	2,86	5,75	6,04
AC_v	1,44	2,84	5,51	5,80

დიულონგისა და პტის კანონიდან გადახრა კიდევ უფრო შესამჩნევია დაბალი ტემპერატურებისათვის. ნერნსტის მიერ ჩატარებული გაზომვების შედეგად გამოირკვა, რომ ტემპერატურის შემცირებისას ყველა მყარი სხეულის სითბოტევადობა სწრაფად კლებულობს და აბსოლუტურ ნულთან მიახლოების დროს ნულისაკენ მიისწრაფვის. 107-ე ნახაზზე მოყვანილი მრუდები გვიჩვენებს, როგორ იცვლება მყარი სხეულების სითბოტევადობა ტემპერატურის ცვლილების დროს. ჩვენ ვხედავთ, რომ მხოლოდ მაღალი ტემპერატურებისათვის შეიძლება ლაპარაკი დიულონგისა და პტის კანონის მიახლოებითს სისწორეზე. ამ კანონიდან გადახრა, რომელსაც ადგილი აქვს კიდევ უფრო მაღალი ტემპერატურებისათვის, შეიძლება აიხსნას, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ გარემოებას,

რომ ამ ტემპერატურებზე მყარი სხეულის ნაწილაკების რხევა აღარ არის ჰარმონიული. რხევის ამპლიტუდა იმდენად იზრდება, რომ პოტენციალური ენერგიის გამოანგარიშების დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ გადახრის მიმართ მესამე ხარისხის წევრიც (იხ. წინა პარაგრაფი). ასეთი ანჰარმონიული რხევა შეიძლება განვიხილოთ როგორც შედეგი ორი მოძრაობისა: წონასწორობის მდებარეობის გა-



ნახ. 107.

დახრისა საშუალო მანძილით $\overline{x} - x_0 = \frac{na_0^2}{4m\omega_0^2}$ და ჰარმონიული რხევა ამ ახალი წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად. მაშასადამე, x ღერძის გასწვრივი რხევის სრული პოტენციალური ენერგია შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვიდგინოთ:

$$U = U_0 + \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} + \frac{m\omega_0^2}{2}(\overline{x} - x_0)^2.$$

$\overline{x} - x_0$-ის მნიშვნელობის ჩასმა მოგვცემს

$$U = U_0 + \frac{m\omega_0^2}{2}x^2 + \frac{n^2a^4}{32m\omega_0^2}.$$

აქედან საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$U = U_0 + \frac{1}{2}kT + \frac{n^2k^2T^2}{8m^2\omega_0^6},$$

ვინაიდან

$$\overline{\frac{m\omega_0^2}{2}x^2} = \frac{1}{2}kT \quad \text{და} \quad \overline{\frac{m^2\omega_0^4}{4}a^4} = (kT)^2.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ რხევას y და z ღერძების გასწვრივ და კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობას, ნაწილაკის სრული ენერგიის საშუალო მნიშვნელობისათვის გვექნება

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon_0 + 3kT + \frac{3n^2k^2T^2}{8m^3\omega_0{}^6}.$$

მიღებული ფორმულის გასამარტივებლად, მესამე წევრში შემავალი კოეფიციენტი $\frac{n^2k}{4m^3\omega_0{}^6}$ აღვნიშნოთ γ-ით. მივიღებთ

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon_0 + 3kT\left(1 + \frac{\gamma}{2}T\right).$$

N-ზე გამრავლებით მივიღებთ მთელი მყარი სხეულის ენერგიას

$$E = E_0 + 3\frac{M}{\mu}RT\left(1 + \frac{\gamma}{2}T\right). \qquad \text{(IX,7)}$$

როგორც ვხედავთ, რხევის ანჰარმონიულობის შემთხვევაში მყარი სხეულის ენერგიის გამოსახულებაში შემოდის ტემპერატურის მიმართ კვადრატული წევრი. აქედან ცხადია, სითბოტევადობა უკვე აღარ იქნება მუდმივი, ტემპერატურისაგან დამოუკიდებელი, იგი იქნება ტემპერატურის წრფივი ფუნქცია

$$\mu c_v = 3R(1 + \gamma T). \qquad \text{(IX,8)}$$

მაშასადამე, სითბოტევადობის ზრდა ტემპერატურის ზრდის დროს (მაღალი ტემპერატურებისათვის) ადვილად შეიძლება აიხსნას რხევის ანჰარმონიულობის მხედველობაში მიღებით. ცდები, მართლაც, ადასტურებს (IX,8) ფორმულას. სულ სხვა მდგომარეობაა დაბალი ტემპერატურების შემთხვევაში. კლასიკური თეორიის საშუალებით ვერ მოხერხდა იმ ფაქტის ახსნა, რომ ტემპერატურის შემცირების დროს მყარი სხეულების სითბოტევადობა კლებულობს და ნულისაკენ მიისწრაფვის. ამ მოვლენის ახსნა მოხერხდა მხოლოდ კვანტური თეორიის საშუალებით. ამ თეორიას ახლა არ შევეხებით, მხოლოდ აღვნიშნავთ, რომ კვანტური თეორიის თანახმად, ძალიან დაბალი ტემპერატურებისათვის, ატომური სითბოტევადობა ტემპერატურის მესამე ხარისხის პროპორციულია: $Ac_v \sim T^3$. კვანტური თეორიის ეს შედეგი ბრწყინვალედ დადასტურდა უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში ჩატარებული ცდებით. მდგომარეობა აქ ისეთივეა, როგორიც გაზების სითბოტევადობის შემთხვევაში, სახელდობრ, დაბალ ტემპერატურაზე აღარ არის მართებული

ბოლცმანის განაწილების ფორმულა და მისი შედეგი — ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი.

ერთატომიანი სხეულებისათვის მიღებული შედეგები ადვილად შეიძლება გავრცელდეს მრავალატომიან მყარ სხეულებზე. ნეიმანმა (1831 წ.) და კოპმა (1863 წ.) აღმოაჩინეს, რომ მყარი ნაერთის მოლეკულური სითბოტევადობა შემადგენელი ელემენტების ატომურ სითბოტევადობათა ჯამის ტოლია. ეს წესი, ისე როგორც დიულონგისა და პტის კანონი, მართებულია მხოლოდ მიახლოებით და ისიც მხოლოდ მაღალი ტემპერატურებისათვის. მისი გამოყენება შეიძლება არა მარტო ნაერთებისათვის, არამედ შენადნობებისათვისაც, მხოლოდ ამ შემთხვევაში მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული შემადგენელ ელემენტთა კონცენტრაცია.

§ 62. მყარი სხეულის გაფართოების კოეფიციენტები

როგორც გაზების და სითხეების შემთხვევაში, მყარი სხეულებისათვისაც უნდა არსებობდეს გარკვეული კავშირი წნევას, მოცულობასა და ტემპერატურას შორის, ე. ი. უნდა არსებობდეს გარკვეული მდგომარეობის განტოლება. მაგრამ, ვინაიდან ამ განტოლების გამოყვანა საკმაოდ რთულია, არ შევუდგებით მის განხილვას. შევეცდებით მხოლოდ გამოვარკვიოთ, თვისობრივად მაინც, ის კავშირი, რომელიც არსებობს მყარი სხეულის მოცულობასა და ტემპერატურას შორის.

მყარი სხეულის გაფართოების კოეფიციენტი ისევე განისაზღვრება, როგორც გაზისა და სითხის შემთხვევაში

$$\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p .$$

როგორც ცდები გვიჩვენებს, მყარი სხეულების გაფართოების კოეფიციენტები გაცილებით უფრო ნაკლებია, ვიდრე სითხეებისა და გაზების გაფართოების კოეფიციენტები (ცხრ. 40). მყარი სხეულის მოცულობა მხოლოდ რამდენიმე მეასიათასედით იზრდება ტემპერატურის ერთი გრადუსით გადიდების დროს. გარდა ამისა, აღსანიშნავია, რომ სხვადასხვა მყარ სხეულს სხვადასხვა გაფართოების კოეფიციენტი აქვს, რის გამოც რაიმე საერთო თვისების გამონახვა თითქმის შეუძლებელია.

გარდა მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტისა, მყარი სხეულები ხასიათდება კიდევ ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტით.

ცხრილი 40

ნივთიერება	α_l	α
Al პოლიკრისტალი	$2{,}25 \cdot 10^{-5}$	$6{,}75 \cdot 10^{-5}$
Fe „	$1{,}16 \cdot 10^{-5}$	$3{,}48 \cdot 10^{-5}$
Ag „	$1{,}87 \cdot 10^{-5}$	$5{,}61 \cdot 10^{-5}$
მინა	$0{,}91 \cdot 10^{-5}$	$2{,}73 \cdot 10^{-5}$
Pt „	$0{,}92 \cdot 10^{-5}$	$2{,}76 \cdot 10^{-5}$
ყინული	$2{,}37 \cdot 10^{-5}$	$7{,}11 \cdot 10^{-5}$
Zn ჰექს. ღერძის პარალ.	$5{,}74 \cdot 10^{-5}$	$8{,}26 \cdot 10^{-5}$
Zn „ „ მართ.	$1{,}26 \cdot 10^{-5}$	
კალციტი ღერძის პარალ.	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	$1{,}3 \cdot 10^{-5}$
კალციტი „ მართ.	$-0{,}6 \cdot 10^{-5}$	

ეს უკანასკნელი წარმოადგენს სიგრძის ფარდობითს ნამატს, გამოწვეულს ერთი გრადუსით გათბობით:

$$\alpha_l = \frac{1}{l_0}\frac{dl}{dt}.$$

ცხადია, რომ ასეთი სიდიდის შემოღებას აზრი აქვს მხოლოდ მყარი სხეულების შემთხვევაში, რომლებიც, გაზებისა და სითხეებისაგან განსხვავებით, გარკვეული ფორმით ხასიათდებიან. მყარი სხეულების ეს თვისება საშუალებას გვაძლევს დავამზადოთ მათგან ღეროები და გავზომოთ ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი. ცხადია, ამორფული და პოლიკრისტალური სხეულების ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი ერთი და იგივეა ყველა მიმართულებით. ცდები გვიჩვენებს, რომ ასეთივე თვისება აქვს კუბური სისტემის ყოველ კრისტალს. სხვა სისტემების კრისტალები კი ხასიათდება სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტით. მაგალითად, კვარცი ორჯერ უფრო ნაკლებად ფართოვდება ჰექსაგონური ღერძის გასწვრივ, ვიდრე მის მართობულად. არაგონიტის კრისტალი (რომბული სისტემა) აგრეთვე ხასიათდება სხვადასხვა გაფართოების კოეფიციენტით სხვადასხვა მიმართულებით. საინტერესო თვისებას გვიჩვენებს კალციტი. გათბობის დროს იგი ჰექსაგონური ღერძის გასწვრივ ფართოვდება, ხოლო ღერძის მართობული მიმართულებით იკუმშება (უარყოფითი ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი).

ირკვევა, რომ კრისტალის ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი რაიმე მიმართულებით განისაზღვრება სამი მთავარი გაფართოების კოეფიციენტით α_1, α_2, α_3, რომლებიც ეთანადებიან სამ მთავარ ღერძს. თუ α_1, α_2, α_3 ცნობილია, გაფართოების კოეფიციენტი ნებისმიერი მიმართულებით შეიძლება გამოვითვალოთ შემდეგი ფორმულით:

$$\alpha_p = \alpha_1 \cos^2 \varphi_1 + \alpha_2 \cos^2 \varphi_2 + \alpha_3 \cos^2 \varphi_3,$$

სადაც φ_1, φ_2, φ_3 კუთხეებია, რომლებსაც არჩეული მიმართულება ქმნის მთავარ ღერძებთან.

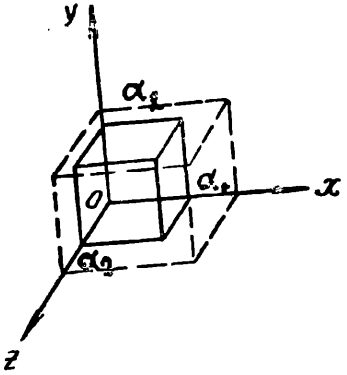
დავამყაროთ კავშირი მოცულობითი და ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტებს შორის. ამისათვის განვიხილოთ კრისტალიდან ამოჭრილი კუბი ისე, რომ მისი სამი წიბო თანხვდეს სამი მთავარი ღერძის მიმართულებას (ნახ. 108). თუ კუბის წიბოების სიგრძეებს ერთის ტოლად მივიღებთ, მისი ერთი გრადუსით გათბობის შედეგად, ეს სიგრძეები გახდება სათანადოდ $1 + \alpha_1$, $1 + \alpha_2$, $1 + \alpha_3$. მოცულობის ნაზრდი იქნება:

$$V - V_0 = (1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3) - 1.$$

ვინაიდან α_1, α_2, α_3 გაფართოების კოეფიციენტები ძალიან მცირე სიდიდეებია, მათი კვადრატები და კუბი შეიძლება უგულებელვყოთ და მოცულობის ფარდობითი ცვლილებისათვის ერთ გრადუსზე გათბობის დროს, ე. ი. მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$\alpha = \frac{V - V_0}{V_0} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3. \qquad (IX,9)$$

როგორც ვხედავთ, მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი ხაზოვანი გაფართოების მთავარი კოეფიციენტების ჯამის ტოლია.



ნახ. 108.

იზოტროპიული სხეულის შემთხვევაში ხაზოვანი გაფართოების მთავარი კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლია და ამიტომ, ამ შემთხვევაში, მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი გასამკეცებული ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტის ტოლი იქნება

$$\alpha = 3\alpha_e.$$

მყარი სხეულების გაფართოების კოეფიციენტი α დამოკიდებულია ტემპერატურაზე. ამ მხრივ, მყარ სხეულებს ახასიათებს ერთი საერთო თვისება: ყველა მყარი სხეულის გაფართოების კოეფიციენტი, საზოგადოდ, კლებულობს ტემპერატურის შემცირების დროს. ჩვენ ვამბობთ საზოგადოდ, ვინაიდან ზოგიერთ შემთხვევაში (შენადნობები) გაფართოების კოეფიციენტი შეიძლება იზრდებოდეს გარკვეულ ტემპერატურულ შუალედში.

ზემოგანხილული მოვლენების ახსნა თანამედროვე კინეტიკური თეორიით სავსებით შესაძლებელია. რასაკვირველია, ამ მოვლენების

სრულ ახსნას აქ ვერ მოვიყვანთ. შევეცდებით მხოლოდ, რაც შეიძლება მარტივად, გამოვარკვიოთ, რა არის მიზეზი მყარი სხეულების თერმული გაფართოებისა. პირველი შეხედვით შეიძლება ვიფიქროთ, რომ მყარი სხეულის თერმული გაფართოება დაკავშირებულია ნაწილაკების რხევის ამპლიტუდის გაზრდასთან ტემპერატურის გადიდების შედეგად. მაგრამ უფრო დეტალური განხილვა ცხადყოფს, რომ თერმული გაფართოების მიზეზი უნდა ვეძიოთ ნაწილაკთა რხევის ანჰარმონიულობაში. ჩვენ დეტალურად განვიხილეთ მყარი სხეულის ნაწილაკთა სითბური მოძრაობის ხასიათი და გამოვარკვიეთ, რომ, თუ რხევა ჰარმონიულია, ნაწილაკთა შორის საშუალო მანძილი არ იცვლება. მაშასადამე, როგორც არ უნდა ვცვალოთ ტემპერატურა, ე. ი. ნაწილაკთა რხევის ამპლიტუდა, მყარი სხეულის მოცულობა არ შეიცვლება. მყარი სხეულის თერმული გაფართოების ახსნა შესაძლებელი იქნება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მხედველობაში მივიღებთ რხევის ანჰარმონიულობას. მართლაც, წინათ გამოვარკვიეთ, რომ რხევის ანჰარმონიულობის შემთხვევაში ნაწილაკთა შორის საშუალო მანძილი იცვლება სიდიდით $\overline{x} - x_0 = \frac{na^2}{4k_0}$, სადაც a რხევის ამპლიტუდაა, ხოლო n და k_0—ნაწილაკზე მოქმედი ძალების განმსაზღვრელი კოეფიციენტები. იქვე აღნიშნული იყო, რომ, თუ ნაწილაკთა დაშორების დროს მოქმედი ძალა დაახლოების დროს მოქმედ ძალაზე მეტია, n დადებითი იქნება და საშუალო მანძილი გაიზრდება, ე. ი. მყარი სხეული გაფართოვდება. გაფართოების კოეფიციენტის გამოსათვლელად დავუშვათ, რომ განსახილველი x მიმართულებით განლაგებულია $N+1$ ნაწილაკი. აბსოლუტურ ნულზე ნაწილაკთა შორის მანძილი იქნება x_0 ისე, რომ მთელი სხეულის სიგრძე ამ მიმართულებით იქნება $Nx_0 = l_0$. დავუშვათ, რომ მარცხენა კიდურა ნაწილაკი დამაგრებულია (ეს ნიშნავს მყარი სხეულის ერთი ბოლოს დამაგრებას) და მყარ სხეულს ვათბობთ T გრადუსამდე. ვინაიდან ნაწილაკთა შორის მანძილი იზრდება $\frac{na^2}{4k_0}$ სიდიდით, მარჯვენა კიდურა ნაწილაკი გადაინაცვლებს $N \cdot \frac{na^2}{4k_0}$ სიდიდით, ე. ი. გათბობის შემდეგ სიგრძე იქნება

$$l = Nx_0 + N\frac{na^2}{4k_0} = l_0 + N\frac{na^2}{4k_0}.$$

აქედან სიგრძის ნამატისათვის მივიღებთ

$$l - l_0 = N \cdot \frac{na^2}{4k_0}.$$

საწყის სიგრძესა და ტემპერატურაზე გაყოფით მივიღებთ ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტს

$$\alpha_l = \frac{l - l_0}{l_0 T} = \frac{na^2}{4k_0 x_0 T}.$$

მეორე მხრივ, ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონის თანახმად, ნაწილაკის საშუალო ენერგია $\frac{1}{2} k_0 a^2$ აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულია, სახელდობრ, წრფივად რხევადი ნაწილაკისათვის იგი kT-ს ტოლია. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$\alpha_l = \frac{nk}{2k_0{}^2 x_0}. \qquad \text{(IX,10)}$$

ჩვენ მივიღეთ ტემპერატურისაგან დამოუკიდებელი ხაზოვანი გაფართოების კოეფიციენტი. იგი დამოკიდებულია მხოლოდ კრისტალური მესრის x_0 პარამეტრზე და ნაწილაკთა შორის მოქმედ ძალებზე. ვინაიდან, როგორც პირველი, ისე მეორე დამოკიდებულია არჩეულ მიმართულებაზე (ანიზოტროპიული სხეულის შემთხვევაში), გაფართოების კოეფიციენტიც სხვადასხვა მიმართულებით საზოგადოდ სხვადასხვა იქნება. მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი გამოითვლება ხაზოვანი გაფართოების მთავარი კოეფიციენტების შეკრებით. მარტივ შემთხვევაში იზოტროპიული სხეულისა ან კუბური სისტემის კრისტალისა, მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$\alpha = \frac{3nk}{2k_0{}^2 x_0}.$$

მიღებული შედეგი საშუალებას გვაძლევს დავაკავშიროთ α ატომურ სითბოტევადობასთან. მართლაც, ერთატომიანი მყარი სხეულებისათვის

$$Ac_v = 3N_0 k,$$

სადაც N_0 არის ავოგადროს რიცხვი. წინა ფორმულასთან შედარება გვაძლევს

$$\alpha = \frac{An}{2k_0{}^2 x_0 N_0} c_v.$$

ან, თუ პროპორციულობის კოეფიციენტს B-თი აღვნიშნავთ,

$$\alpha = B \cdot c_v. \qquad \text{(IX,11)}$$

მყარი სხეულის მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტი სითბოტევადობის პირდაპირპროპორციულია.

ეს კანონი აღმოჩენილი იყო 1908 წელს გრუნაიზენის მიერ ექსპერიმენტებზე დამყარებით და ამიტომ ცნობილია გრუნაიზენის კანონის სახელწოდებით. ამ კანონის გამოყენება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია დაბალი ტემპერატურების არეში. როგორც სითბოტევადობათა განხილვის დროს იყო აღნიშნული, ცდებიც და კვანტური თეორიაც გვიჩვენებს, რომ სითბოტევადობა კლებულობს ტემპერატურის შემცირების დროს. ეს გამოწვეულია იმ გარემოებით, რომ დაბალი ტემპერატურებისათვის აღარ არის მართებული ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი. მაგრამ გაფართოების კოეფიციენტის გამოთვლის დროს ჩვენ სწორედ ეს კანონი გამოვიყენეთ და მივიღეთ ტემპერატურისაგან დამოუკიდებელი გაფართოების კოეფიციენტი. ცხადია, კვანტური თეორიის გამოყენება მოგვცემს, ისევე როგორც სითბოტევადობის შემთხვევაში, ტემპერატურაზე დამოკიდებულ გაფართოების კოეფიციენტს და, თუ გრუნაიზენის კანონი მართებული რჩება დაბალ ტემპერატურებზე, გაფართოების კოეფიციენტი ისეთივე ფუნქცია იქნება ტემპერატურისა, როგორც სითბოტევადობა. ცდები საესებით ადასტურებს ამ შედეგს, ასე რომ, გრუნაიზენის კანონი ძალაში რჩება დაბალი ტემპერატურებისათვის. 41-ე ცხრილში მოყვანილია გრუნაიზენის კანონის ექსპერიმენტული შემოწმების შედეგები. როგორც ვხედავთ, ცდის შედეგი საკმაოდ კარგად ეთანხმება თეორიას, თუმცა გადახრებს მაინც აქვს ადგილი. განსაკუთრებით შესამჩნევია გადახრები მაღალი ტემპერატურებისათვის, რაც გამოწვეულია უმაღლესი რიგის წევრების უგულებელყოფით პოტენციალური ენერგიის დაშლაში.

ცხრილი 41

T	$\alpha \cdot 16^6$	$C_p \frac{cal}{gr\text{-atom}}$	$\frac{\alpha}{C_p} \cdot 10^6$
103	31,2	3,88	8,04
123	36,3	4,44	8,18
143	39,3	4,82	8,16
103	44,1	5,28	8,36
223	46,7	5,62	8,32
283	48,9	5,79	8,45
585	55,9	6,40	8,72

გრუნაიზენის მიერვე აღმოჩენილი იყო კავშირი მყარი სხეულების გაფართოებასა და დნობის ტემპერატურას შორის. გამოირკვა, რომ ყველა მყარი სხეულის (უმთავრესად ლითონების) ფარდობითი გაფართოება აბსოლუტური ნულიდან დნობის ტემპერატურამდე დაახლოებით ერთი და იგივეა, სახელდობრ, იგი 0,06—0,07-ის ტოლია

$$\frac{V_5 - V_0}{V_0} = 0{,}06 - 0{,}07.$$

ცდები გვიჩვენებს, რომ ეს კანონი არ არის ზუსტი. მიუხედავად ამისა, მისი პრაქტიკული მნიშვნელობა დიდია, ვინაიდან იგი საშუალებას გვაძლევს, მიახლოებით მაინც გამოვითვალოთ ლითონების თერმული გაფართოება ტემპერატურათა ნებისმიერ ფარგლებში.

§ 63. მყარი სხეულების მექანიკური თვისებები

მყარი სხეულები, სითხეებისა და გაზებისაგან განსხვავებით, ხასიათდება ისეთი რთული მექანიკური თვისებებით, რომ ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა სათანადო თეორიის შექმნა. მთავარი სიძნელე მდგომარეობს იმ მრავალნაირობაში, რომელსაც ვხვდებით მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების შესწავლის დროს. არა მარტო სხვადასხვა მყარი სხეული გვიჩვენებს სულ სხვადასხვა თვისებას, არამედ ერთი და იგივე სხეულიც კი ძალების განმეორებითი მოქმედების დროს სრულიად იცვლის თავის თვისებებს. ეს გამოწვეულია იმით, რომ გარეშე ძალის მოქმედებით მყარ სხეულში გამოწვეული ცვლილებები ნაწილობრივ რჩებიან სხეულში, ასე რომ, ძალის მოსპობის შემდეგ სხეული აღარ უბრუნდება წინანდელ მდგომარეობას. ამასთანაა დაკავშირებული სხეულის გაწყვეტის, დინების, გამაგრების და მრავალი სხვა მოვლენა, რომლებიც ასე დამახასიათებელნი არიან მყარი სხეულისათვის. მიუხედავად იმისა, რომ უამრავი ცდა ჩატარდა მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების შესწავლის მიზნით, ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა საერთო კანონზომიერების აღმოჩენა. მხოლოდ უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში მეტალური მონოკრისტალებისა და ბუნებრივი კრისტალების დეტალურმა შესწავლამ საშუალება მოგვცა გამოგვერკვია მყარი კრისტალური სხეულების ზოგიერთი საერთო თვისება და დაგვეკავშირებინა ისინი ატომურ თეორიასთან.

ყოველივე ეს ცხადყოფს, რომ მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების განხილვის დროს არ შეიძლება მივმართოთ იმ მეთოდს, რომელსაც ვიყენებდით გაზებისა და სითხეების შემთხვევაში. ჩვენ არა გვაქვს საშუალება განვავითაროთ ზოგადი თეორია და გამოვიყენოთ იგი სხვადასხვა თვისების ასახსნელად. ამიტომ განსახილველ შემთხვევაში მივმართავთ შემდეგ მეთოდს: აღვწერთ და გავარჩევთ მყარი სხეულების მექანიკურ თვისებებს როგორც პოლიკრისტალების, ისე მონოკრისტალების შემთხვევაში და შემდეგ შევეცდებით ავხსნათ ეს თვისებები თუ რაოდენობრივ არა, თვისობრივად მაინც.

დავიწყოთ ჯერ ზოგიერთი ძირითადი ცნების განმარტებით. განვიხილოთ ნებისმიერი მყარი სხეული, რომელზედაც მოქმედებენ

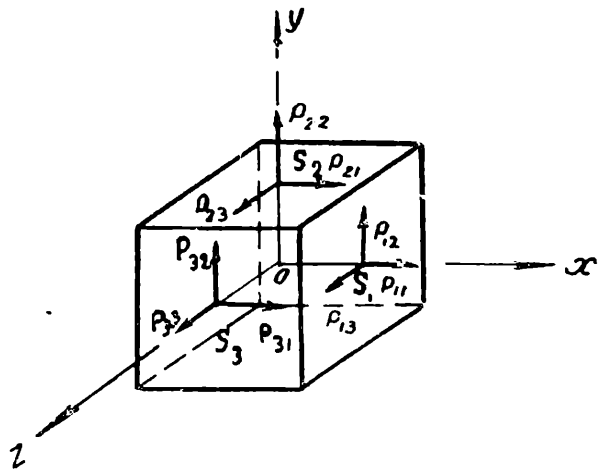
გარეშე სხეულები, და გამოვარკვიოთ, როგორია ამ გარეშე სხეულების მოქმედებით გამოწვეული ძალები. შეიძლება, მაგალითად, გარეშე სხეული თავის ირგვლივ ქმნიდეს ველს, რომელიც იმოქმედებს მასში მოთავსებულ შესასწავლ მყარ სხეულზე; ცხადია, ეს ველი იმოქმედებს მყარი სხეულის ყველა ნაწილაკზე, მიუხედავად იმისა, თუ სად მდებარეობენ ისინი—სხეულის შიგნით, თუ ზედაპირზე. ამ მოქმედების სათანადო პოტენციალური ენერგია და ძალა მოცულობაში მყოფ ნაწილაკთა რიცხვის პროპორციული იქნება. ამიტომ ასეთი ხასიათის, ე. ი. მოცულობაში მყოფი ნაწილაკების რიცხვის პროპორციულ ძალებს ეწოდება მოცულობითი ძალები. ასეთი ძალების ნიმუშს წარმოადგენს, მაგალითად, დედამიწის მიმზიდველობის ველის მოქმედება მასში მოთავსებულ მყარ სხეულზე. ამ ხასიათის ძალების გარდა მყარ სხეულზე შეიძლება მოქმედებდეს კიდევ ზედაპირული ძალები, რომლებიც ზედაპირზე მყოფ ნაწილაკთა რიცხვის პროპორციულია. ასეთი ძალებს მივიღებთ იმ შემთხვევაში, თუ სხეულის ზედაპირს მივუახლოებთ რაიმე გარეშე სხეულს. თუ ზედაპირებს ძალიან დავუახლოებთ ერთმანეთს, შესამჩნევი გახდება სხეულების ზედაპირებზე მდებარე მოლეკულების ურთიერთქმედება. ერთი სხეულის მოლეკულები იმოქმედებენ მეორე სხეულის ზედაპირულ მოლეკულებზე ისეთი ძალით, რომელიც ზედაპირის ფართობის პროპორციული იქნება. სწორედ ამ ძალებს ვუწოდებთ ზედაპირულ ძალებს.

როგორც ვხედავთ, მყარ სხეულზე მოქმედი გარეშე ძალები იყოფა მოცულობითს და ზედაპირულ ძალებად. შემდეგში დავუშვებთ, რომ მოცულობითი ძალები არ არსებობს, ასე რომ, განვიხილავთ მხოლოდ ზედაპირულ ძალებს. მოცულობითი ძალების უგულებელყოფა გამართლებულია იმით, რომ ისინი მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში ახდენენ შესამჩნევ მოქმედებას მყარ სხეულზე.

გარეშე ზედაპირული ძალები, მათი განსაზღვრის თანახმად, მოქმედებენ მხოლოდ სხეულის ზედაპირზე მყოფ მოლეკულებზე. მაგრამ ეს სრულებითაც არ ნიშნავს იმას, რომ მათი მოქმედება არ გადაეცემა სხეულის შინაგან ნაწილებს. მართლაც, ვიცით, რომ, თუ მყარ სხეულზე არ მოქმედებს გარეშე ძალები, მისი ნაწილაკები განლაგებულია გარკვეულ მანძილებზე ერთმანეთისაგან. ნაწილაკები იმყოფება წონასწორობაში, ასე რომ, ყოველ მათგანზე მოქმედი ძალების ჯამი ნულის ტოლია. ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ გარეშე ძალების გავლენით მოხდა ზედაპირზე მდებარე ნაწილაკების

გადანაცვლება. ამ ნაწილაკების მეზობლად მყოფ ნაწილაკებზე მოქმედი ძალები ამ გადანაცვლების გამო შეიცვლება და ეს გამოიწვევს მათს გადანაცვლებას. თავის მხრივ, ეს გადანაცვლება გამოიწვევს შემდგომი ნაწილაკების გადანაცვლებას და ა. შ. მაშასადამე, გარეშე ზედაპირული ძალების მოქმედება ზედაპირულ ნაწილაკებზე გადაეცემა შიგნითა ნაწილაკებს და ამ გადაცემის მიზეზია ნაწილაკების ურთიერთქმედება.

ახლა დაწვრილებით განვიხილოთ ზედაპირული ძალები, რომლებიც მოქმედებენ მყარი სხეულის შიგნითა ნაწილებზე და წარმოშობილი არიან გარეშე ზედაპირული ძალების გადაცემით სხეულის შიგნით. ამისათვის სხეულის შიგნით გამოვყოთ ერთეული მოცულობის მქონე მცირე კუბი და კოორდინატთა ღერძები მივ-



ნახ. 109.

მართოთ წიბოების გასწვრივ (ნახ. 109). მივიღოთ, რომ პარალელურ წახნაგებზე მოქმედი ძალები ტოლია. მაშინ საკმარისი იქნება განვიხილოთ მხოლოდ S_1, S_2 და S_3 წახნაგებზე მოქმედი ძალები. ავიღოთ ჯერ OX ღერძის პერპენდიკულარული S_1 წახნაგი. მასზე მოქმედი ზედაპირული ძალები შეიძლება დავშალოთ კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ მიმართულ სამ ძალად. OX ღერძის გასწვრივ მიმართული ძალა აღვნიშნოთ p_{11}-ით, OY ღერძის გასწვრივ მიმართული ძალა—p_{12}-ით და OZ ღერძის გასწვრივ მიმართული ძალა p_{13}-ით. აღნიშვნები შერჩეულია შემდეგნაირად: პირველი ნიშნაკი გვიჩვენებს, რომელი ღერძის მართობულ წახნაგზე მოქმედებს ძალა. მეორე ნიშნაკი კი გვიჩვენებს, რომელი ღერძის

გასწვრივ არის მიმართული ეს ძალა[1]. მაგალითად, p_{12} ნიშნავს OX ღერძის მართობულ წახნაგზე მოქმედ, OY ღერძის გასწვრივ მიმართულ ძალას. ცხადია, p_{11} მიმართულია წახნაგის მართობულად, ამიტომ მას ეწოდება ნორმალური ძაბვა. p_{12} და p_{13} კი მიმართულია წახნაგის მხებად და ამიტომ მათ ეწოდება მხები ძაბვები. ვინაიდან ეს ძალები მოქმედებს ფართობის ერთეულზე, მათ ექნება არა ძალის, არამედ წნევის განზომილება $\frac{dyn}{cm^2}$.

სრულიად ანალოგიურად გავარჩევთ S_2 და S_3 წახნაგებზე მოქმედ ძალებს. S_2 წახნაგზე მოქმედი ნორმალური ძაბვა იქნება p_{22}, მხები ძაბვები კი—p_{21} და p_{23}. ასევე S_3 წახნაგზე მოქმედი ნორმალური ძაბვა იქნება p_{33}, მხები ძაბვები კი—p_{31} და p_{32}. აღნიშვნები ემორჩილება ზემომოყვანილ წესს. მაგალითად, p_{23} არის OY ღერძის მართობულ წახნაგზე მოქმედი მხები ძაბვა, მიმართული OZ ღერძის გასწვრივ.

ჩვენ ვხედავთ, რომ სხეულის შიგნით გამოყოფილ ერთეულ ელემენტზე მოქმედი ზედაპირული ძალები დაიყვანება 3 ნორმალურ p_{11}, p_{22}, p_{33} ძაბვაზე და 6 მხებ p_{12}, p_{21}, p_{13}, p_{31}, p_{23}, p_{32} ძაბვაზე. მაგრამ ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ მხები ძაბვები წყვილ-წყვილად ტოლია, ე. ი. $p_{12}=p_{21}$, $p_{13}=p_{31}$ და $p_{23}=p_{32}$. მართლაც, დავამტკიცოთ პირველი ტოლობა: გავიხსენოთ ამისათვის მყარი სხეულის წონასწორობის პირობა, გამოყვანილი მექანიკაში: წონასწორობაში მოქმედი ძალების მომენტების ჯამი ნულის ტოლია. გამოვიანგარიშოთ მომენტი OZ ღერძის მიმართ. ასეთ მომენტს გვაძლევენ მხოლოდ p_{12} და p_{21} ძაბვები. ვინაიდან მათი მხები $^1/_2$-ის ტოლია, მომენტებისათვის მივიღებთ

და
$$p_{12}\cdot {}^1/_2$$
$$-p_{21}\cdot {}^1/_2.$$

მეორე გამოსახულებაში ნიშანი მინუს აღებულია იმიტომ, რომ მომენტი მიმართულია OZ ღერძის საწინააღმდეგოდ. საერთო მომენტისათვის გვექნება:

$$\frac{1}{2}(p_{12}-p_{21})=0,$$

აქედან

$$p_{12}=p_{21}.$$

---

[1] პირველ ღერძად აღებულია OX ღერძი, მეორე ღერძად—OY და მესამედ—OZ.

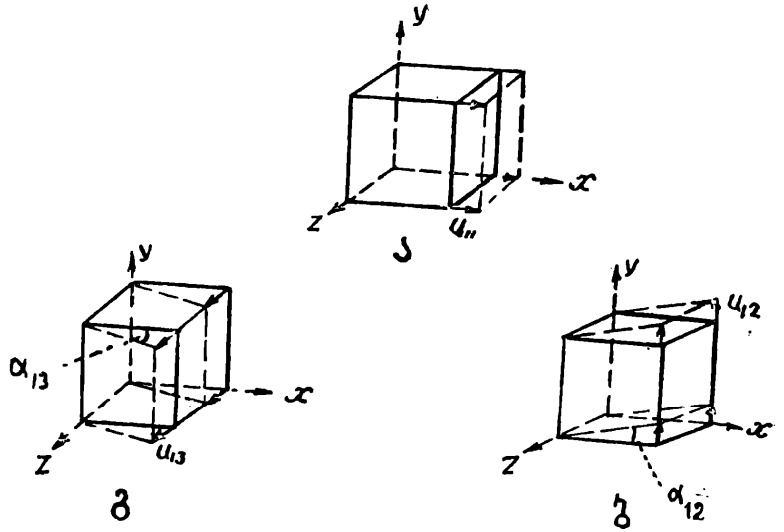
სრულიად ანალოგიურად დავამტკიცებთ, რომ $p_{13}=p_{31}$ და $p_{23}=p_{32}$. საბოლოოდ ჩვენ ვიღებთ სამ ნორმალურ და სამ მხებ ძაბვას:

$$p_{11},\ p_{22},\ p_{33}\text{—ნორმალური ძაბვები,}$$

$$p_{12}=p_{21},\ p_{13}=p_{31},\ p_{23}=p_{32}\text{—მხები ძაბვები.}$$

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ იცვლება ჩვენ მიერ გამოყოფილი ელემენტის ფორმა და მოცულობა მასზე მოქმედი ძალების გავლენით. სხეულის ფორმისა და მოცულობის ცვლილებას ვუწოდოთ დეფორმაცია.

ჯერ განვიხილოთ S_1 წახნაგის გადანაცვლება. ეს გადანაცვლება შეიძლება დავშალოთ სამ გადანაცვლებად ღერძების გასწვრივ. გადანაცვლება OX ღერძის გასწვრივ აღვნიშნოთ u_{11}-ით. ცხადია, ეს გადანაცვლება ნიშნავს ჩვენი ელემენტარული კუბის გაჭიმვას



ნახ. 110.

OX ღერძის მიმართულებით. თვითონ u_{11} წარმოადგენს OX ღერძის პარალელური წიბოს წაგრძელებას. ვუწოდოთ მას ფარდობითი წაგრძელება, ვინაიდან იგი ერთეული სიგრძის წაგრძელებაა (ნახ. 110ა). გამოვარკვიოთ ახლა, რა დეფორმაციას გამოხატავს S_1 წახნაგის გადანაცვლება OY ღერძის გასწვრივ. აღვნიშნოთ ეს გადანაცვლება u_{12}-ით. ცხადია, ამ დეფორმაციის დროს OY ღერძის გასწვრივ გადაინაცვლებს S_1 წახნაგის პარალელური ყოველი კვეთი (ნახ. 110 ბ), მხოლოდ მათი გადანაცვლება პროპორციული იქნება მათი მანძილისა კოორდინატთა სათავემდე, რომელიც მიღე-

ბულია უძრავად. OX ღერძის პარალელური წიბოები მობრუნდება გარკვეული α_{12} კუთხით. ჩვენ ვხედავთ, რომ განსახილველი დეფორმაცია გამოისახება OX ღერძის მართობული კვეთების გადანაცვლებით ერთმანეთის მიმართ OY ღერძის გასწვრივ. ვუწოდოთ ამ დეფორმაციას *ძვრა* OY ღერძის გასწვრივ, YOZ სიბრტყეში. ძვრის სიდიდეს დავახასიათებთ u_{12} გადანაცვლებით ან, რაც იგივეა, α_{12} კუთხის ტანგენსით

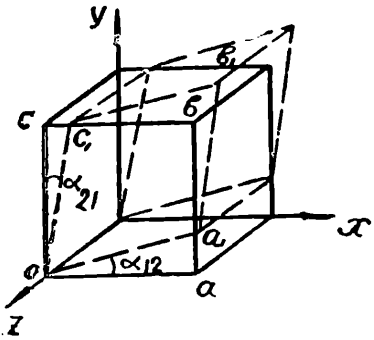
$$u_{12} = \operatorname{tg} \alpha_{12};$$

მცირე დეფორმაციების შემთხვევაში $\operatorname{tg} \alpha_{12} = \alpha_{12}$ და $u_{12} = \alpha_{12}$.

სრულიად ანალოგიურად გამოირკვევა, რომ S_1 წახნაგის გადანაცვლება OZ ღერძის გასწვრივ წარმოადგენს ძვრას YOZ სიბრტყეში OZ ღერძის გასწვრივ (ნახ. 110 გ). მას აღვნიშნავთ u_{13}-ით. როგორც ვხედავთ, S_1 წახნაგის გადანაცვლებასთან დაკავშირებული დეფორმაცია შედგება გაჭიმვისაგან OX ღერძის გასწვრივ და ორი ძვრისაგან YOZ სიბრტყეში OY და OZ ღერძების გასწვრივ.

ცხადია, S_2 და S_3 წახნაგების გადანაცვლება გვაძლევს გაჭიმვებს OY და OZ ღერძების გასწვრივ და ძვრებს XOZ და XOY სიბრტყეებში. გაჭიმვებს აღვნიშნავთ u_{22}-ით და u_{33}-ით, ძვრებს სათანადოდ u_{21}, u_{23}-ით და u_{31}, u_{32}-ით. აქ გამოყენებულია ისეთივე აღნიშვნები, როგორც ძაბვების შემთხვევაში. მაგალითად, u_{32} არის OZ ღერძის მართობული წახნაგის გადანაცვლება OY ღერძის გასწვრივ, ე. ი. ძვრა XOY სიბრტყეში OY ღერძის მიმართულებით, საერთოდ, მთელი ელემენტარული კუბის დეფორმაცია დაიყვანება სამ გაჭიმვაზე u_{11}, u_{22}, u_{33} და 6 ძვრაზე u_{12}, u_{13}, u_{21}, u_{23}, u_{31}, u_{32}. მაგრამ აქაც შეგვიძლია მოვახდინოთ გამარტივება, თუ ზოგიერთ დეფორმაციას შევაერთებთ და განვიხილავთ როგორც ერთ მთლიან დეფორმაციას. მართლაც, ცხადია, u_{12} ძვრას იწვევს p_{12} მხები ძაბვა, u_{21} ძვრას კი — p_{21} ძაბვა. მაგრამ ზემოთ გამოვარკვიეთ, რომ $p_{12} = p_{21}$, ე. ი. ორივე ეს ძაბვა ერთდროულად გვაქვს. ცხადია, u_{12} ძვრასთან ერთად აუცილებლად მოხდება u_{21} ძვრაც, ასე რომ, მათ მიერ გამოწვეული დეფორმაცია შეიძლება განვიხილოთ როგორც ერთი დეფორმაცია. 111-ე ნახაზზე მოყვანილია u_{12} და u_{21} დეფორმაციების საერთო შედეგი. ჩვენ ვხედავთ, რომ ერთდროულად მოხდა ძვრა OX და OY ღერძების გასწვრივ YOZ და XOZ სიბრტყეებში. თუ წარმოვიდგენთ, რომ მთელი $O\,a'\,b'\,c'$ ნაკვთი α_{12} კუთხითაა მობრუნებული OX ღერძისაკენ, Oc'' გვერდი თანხვდება OX ღერძს და Oc' გვერდი OX ღერძთან შექმნის $\alpha_{12} + \alpha_{21}$ კუთხეს. ვხედავთ, რომ თუ u_{12} და u_{21} ძვრებს დავუმატებთ ბრუნვას α_{12} კუთხით OX

ღერძისაკენ, მივიღებთ ერთი ძვრის დეფორმაციას $u_{12}+u_{21}$ გადანაცვლებით OX ღერძის გასწვრივ. რადგან სხეულის, როგორც მთლიანის, მობრუნება არავითარ დეფორმაციას არ გამოხატავს, ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ორი ძვრა: u_{12} OY ღერძის გასწვრივ და u_{21} OX ღერძის გასწვრივ შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც ერთი ძვრა OX ღერძის გასწვრივ $u_{12}+u_{21}$ გადანაცვლებით. ამიტომ შემდეგში 6 ძვრას განვიხილავთ როგორც სამ ძვრას $u_{12}+u_{21}$, $u_{13}+u_{31}$ და $u_{23}+u_{32}$. საბოლოოდ ვიღებთ ასეთ შედეგს: მყარი სხეულის დეფორმაცია დაიყვანება სამ გაჭიმვაზე u_{11}, u_{22}, u_{33} და სამ ძვრაზე $u_{12}+u_{21}$, $u_{23}+u_{32}$, $u_{13}+u_{31}$. შემდეგი ფორმულების გასამარტივებლად ძვრას $u_{12}+u_{21}$ მოკლედ აღვნიშნავთ u_{12}-ით, ძვრას $u_{23}+u_{32}$—u_{23}-ით და ძვრას $u_{13}+u_{31}$—u_{13}-ით. ამრიგად, დეფორმაციის დამახასიათებელ ელემენტებად მივიღებთ შემდეგ სიდიდეებს:



ნახ. 111.

u_{11}, u_{22}, u_{33}—გაჭიმვები,

u_{12}, u_{23}, u_{13}—ძვრები.

ამ ზოგადი ცნების განმარტების შემდეგ გავარჩიოთ შედეგები, რომლებსაც გვაძლევს ექსპერიმენტი. სიმარტივისათვის განვიხილოთ გაჭიმვის დეფორმაცია. ჩვეულებრივად გაჭიმვის დეფორმაციას შეისწავლიან ღეროებზე. ღეროს ერთ ბოლოს ამაგრებენ, მეორე ბოლოზე მოქმედებენ გამჭიმავი ძალით. ვთქვათ, ღერო მოთავსებულია OX ღერძის გასწვრივ, მაშინ მის ფუძეზე მოქმედი ძაბვა იქნება p_{11}. იგი გამოიანგარიშება მთელ S ფუძეზე მოქმედი ძალის გაყოფით ფუძის ფართობზე:

$$p_{11}=\frac{P}{S}.$$

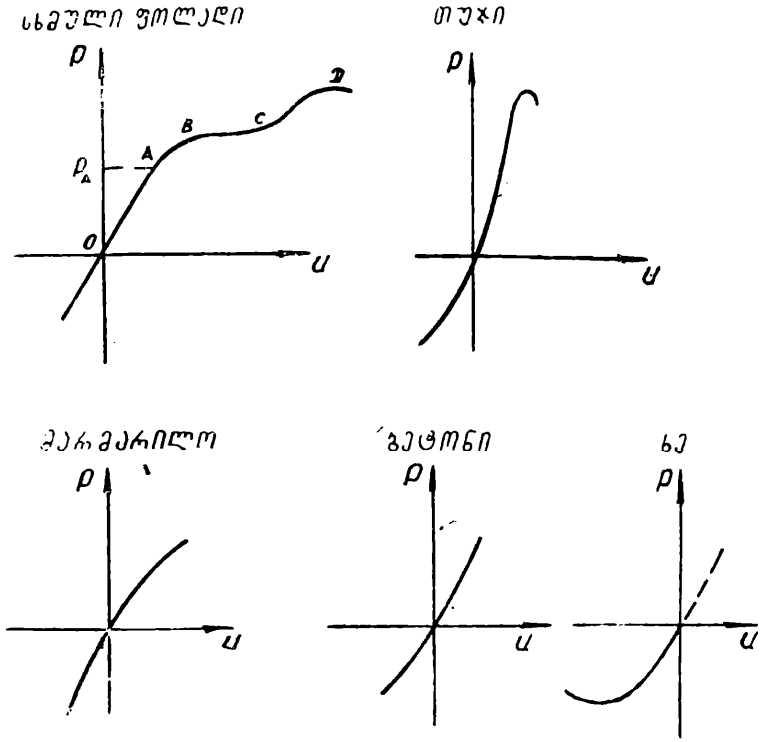
თუ ღეროს სიგრძეს აღვნიშნავთ l-ით, ხოლო მისი სიგრძის ნამატს, გამოწვეულს p_{11} ძაბვით—Δl-ით, ფარდობითი წაგრძელება u_{11} იქნება

$$u_{11}=\frac{\Delta l}{l}.$$

ახლა გამოვარკვიოთ, რას გვაძლევს ცდა u_{11}-სა და p_{11}-ის კავშირის შესახებ. ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ამ მხრივ სხეულებს შორის იმდენად დიდი განსხვავებაა, რომ შეუძლებელია რაიმე ზოგადი

კანონის გამოყვანა. სხვადასხვა სხეული სულ სხვადასხვა კავშირს გვაძლევს u_{11} და p_{11}-ს შორის და ერთისა და იმავე სხეულისთვისაც კი, განმეორებითი ცდის დროს, მიიღება სულ სხვადასხვა სახის კავშირი u_{11} და p_{11} შორის. მიუხედავად ამისა, ცდები გვიჩვენებს, რომ ყველა მყარი სხეული შეიძლება დავყოთ რამდენიმე ჯგუფად ისეთნაირად, რომ ერთ ჯგუფში მოხვედრილი ყველა სხეული გვიჩვენებდეს დაახლოებით ერთსა და იმავე თვისებებს, ე. ი. ხასიათდებოდეს მსგავსი კავშირით u_{11}-სა და p_{11}-ს შორის.

ჩვეულებრივად ცდის შედეგად მიღებულ კავშირს ფარდობით წაგრძელებასა და ძაბვას შორის გამოხატავენ გრაფიკულად. აბსცისთა ღერძზე გადაზომავენ ფარდობითს წაგრძელებას, ორდინატთა ღერძზე—სათანადო ძაბვას (ნახ. 112). ამ ნახაზზე მოყვანილია რამ-



ნახ. 112.

დენიმე ტიპიური მრუდი სხვადასხვა სხეულისათვის (სხმული ფოლადი, თუჯი, მარმარილო, ბეტონი და ხე). გავარჩიოთ ცალ-ცალკე ეს მრუდები. დავიწყოთ სხმული ფოლადის შემთხვევით. ჩვენ ვხედავთ, რომ კოორდინატთა სათავიდან გარკვეულ A წერტილამდე

მრუდი წარმოადგენს წრფეს. ეს იმას ნიშნავს, რომ, დაწყებული O-დან და გათავებული p_A ძაბვით, ფარდობითი წაგრძელება პირდაპირპროპორციულია ძაბვისა, ე. ი. ძაბვის ზრდა იწვევს წაგრძელების პროპორციულ ზრდას.

ცდა გვიჩვენებს, რომ როდესაც p ძაბვა გადააჭარბებს p_A მნიშვნელობას, პროპორციულობა წაგრძელებასა და ძაბვას შორის დაირღვევა. ამიტომ ძაბვის p_A მნიშვნელობას ეწოდება პ რ ო პ ო რ ც ი უ ლ ო ბ ი ს ზ ღ ვ ა რ ი. ამ ზღვარის შემდეგ წაგრძელება იზრდება უფრო სწრაფად, ვიდრე ძაბვა, და როდესაც ძაბვა გადააჭარბებს გარკვეულ p_B მნიშვნელობას, დაიწყება სხეულის თავისთავად წაგრძელება ძაბვის შეუცვლელად. ეს იმას ნიშნავს, რომ p_B მნიშვნელობის შემდეგ სხეული განაგრძობს წაგრძელებას ისე, რომ არ არის საჭირო ძაბვის გაზრდა. p_B მნიშვნელობას ეწოდება დ ი ნ ე ბ ი ს ზ ღ ვ ა რ ი, ხოლო თვით ამ მოვლენას—თ ა ვ ი ს თ ა ვ ა დ დ ე ფ ო რ მ ა ც ი ა ს მუდმივი ძაბვის პირობებში—მყარი სხეულის დ ი ნ ე ბ ა. დინება გრძელდება წაგრძელების გარკვეულ მნიშვნელობამდე, რომლის შემდეგ შემდგომი წაგრძელება, მოითხოვს ძაბვის გაზრდას. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს დინების დამთავრების შემდეგ სხეული მაგრდება. ეს გამაგრება გრძელდება, სანამ ძაბვა არ მიაღწევს უდიდეს მნიშვნელობას — p_{max}. ამ მომენტში ჩვენი ღეროს რომელიმე ყველაზე უფრო სუსტ ადგილში იწყება დავიწროება, დეფორმაცია იზრდება, თუმცა ძაბვა კლებულობს და წაგრძელების გარკვეული მნიშვნელობისათვის ღერო წყდება. წყვეტის სათანადო წაგრძელებას ეწოდება წ ყ ვ ე ტ ი ს წ ა გ რ ძ ე ლ ე ბ ა, ხოლო სათანადო ძაბვას p_1—წ ყ ვ ე ტ ი ს ძ ა ბ ვ ა.

ჩვენ ვხედავთ, რომ დეფორმაციებისა და ძაბვების მთელი არე დეფორმაციის დაწყებიდან წყვეტამდე იყოფა ოთხ მთავარ ნაწილად. პირველ ნაწილს O-დან A-მდე ეწოდება პ რ ო პ ო რ ც ი უ ლ ო ბ ი ს ა რ ე, მეორე ნაწილს B-დან C-მდე — დ ი ნ ე ბ ი ს ა რ ე, C-დან D-მდე—გ ა მ ა გ რ ე ბ ი ს ა რ ე და D-დან—E-მდე—წ ყ ვ ე ტ ი ს ა რ ე. ახლა გავარჩიოთ ყველა ეს არე სხვა თვალსაზრისით. წარმოვიდგინოთ, რომ ღერო გაჭიმულია ისე, რომ იმყოფება პროპორციულობის არეში. მოვხსნათ გარეშე ძალა, ე. ი. მოვსპოთ ძაბვა. ჩვენ დავინახავთ, რომ წაგრძელებაც მოისპობა და სხეული დაუბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას. თუ გავაგრძელებთ ასეთ ცდებს, დავინახავთ, რომ პროპორციულობის მთელ არეში დეფორმაცია ისპობა ძაბვის მოსპობასთან ერთად. გამოირკვა აგრეთვე, რომ შეიძლება მცირედ გადავცილდეთ კიდეც პროპორციულობის ზღვარს და სხეულს მაინც ექნება ეს თვისება: დ ა უ ბ რ უ ნ დ ე ს თ ა ვ ი ს ს ა წ ყ ი ს

მდგომარეობას ძაბვის მოსპობის შემდეგ. სხეულის ამ თვისებას ეწოდება დრეკადობა. ძაბვის იმ მნიშვნელობას, რომლის შემდეგ სხეული კარგავს დრეკადობის თვისებას, ეწოდება დრეკადობის ზღვარი. იგი ცოტათი აღემატება პროპორციულობის ზღვარს. უნდა ითქვას, რომ დრეკადობის ზღვარის გაზომვა ძალიან ძნელია, ვინაიდან ამისათვის საჭიროა შემჩნევა იმ მომენტისა, როდესაც პირველად გაჩნდება ნარჩენი დეფორმაცია, ე. ი. დეფორმაცია, რომელიც აღარ ისპობა ძაბვის მოსპობის შემდეგ. რაც უფრო ზუსტია ხელსაწყო, მით უფრო მცირე ნარჩენი დეფორმაციების შემჩნევაა შესაძლებელი და ამიტომ დრეკადობის ზღვარი დამოკიდებულია ხელსაწყოს სიზუსტეზე.

დრეკადობის ზღვარზე გადასვლის შემდეგ წარმოშობილი დეფორმაცია ძაბვის მოსპობის შემდეგ უკვე აღარ ისპობა მთლიანად. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ დეფორმაცია პლასტიკურია და იმ არეს, რომელშიც ადგილი აქვს პლასტიკურ დეფორმაციას, უწოდებენ პლასტიკურობის არეს. ჩვენ ვხედავთ, რომ იმისდა მიხედვით, ისპობა დეფორმაცია ძაბვის მოსპობის შედეგად თუ არა, დეფორმაციისა და ძაბვის მთელი არე შეიძლება გავყოთ ორ ნაწილად: პირველი—0-დან დრეკადობის ზღვარამდე—დრეკადობის არე, მეორე—დრეკადობის ზღვარის შემდეგ—პლასტიკურობის არე.

სხეულებს, რომელთაც აქვთ გარკვეულად გამოსახული პროპორციულობისა და დრეკადობის არე და მათ შემდეგ პლასტიკურობის არე, ეწოდება დრეკად-პლასტიკური სხეულები. ასეთი სხეულების ჯგუფს ეკუთვნის მრავალი მეტალი: სხმული ფოლადი, რკინა და სხვები.

განვიხილოთ ახლა თუჯის სათანადო მრუდი. ჩვენ ვხედავთ, რომ აქაც, მცირე დეფორმაციების შემთხვევაში, ადგილი აქვს პროპორციულობას ძაბვასა და დეფორმაციებს შორის. პროპორციულობის ზღვარის შემდეგ მრუდი იღუნება, რაც ნიშნავს პროპორციულობის დარღვევას. სხეულის წყვეტას ადგილი აქვს ყოველგვარი დინების გარეშე, უშუალოდ მაქსიმალური ძაბვის მიღწევის შემდეგ. ღეროს დავიწროება არ ხდება.

სხეულებს, რომელთაც აქვთ გარკვეულად გამოსახული პროპორციულობისა და დრეკადობის არე, რის შემდეგ ადგილი აქვს წყვეტას დინების გარეშე, ეწოდება დრეკად-მყიფე სხეულები. ასეთი სხეულების ჯგუფს ეკუთვნის თუჯი, ნაწრთობი ფოლადი, მინა, ბეტონი და სხვ.

თუ განვიხილავთ დანარჩენ სხეულებს—მარმარილოსა და ხეს, შევნიშნავთ, რომ მათ თითქმის სრულებით არა აქვთ პროპორციულობისა და დრეკადობის არე. უკვე ძალიან მცირე ძაბვების გავლენით ისინი იძლევიან ნარჩენ დეფორმაციებს, მაგრამ, პირველი ჯგუფის სხეულებისაგან განსხვავებით, მათ არა აქვთ დინების არე. ასეთი სხეულები ირღვევა ან წყდება ყოველგვარი პლასტიკური დეფორმაციის გარეშე. ამიტომ მათ შეიძლება ვუწოდოთ არადრეკად-მყიფე სხეულები.

უნდა ითქვას, რომ მყარი სხეულების მექანიკური თვისებები იმდენად მრავალნაირია, რომ სრულიად შეუძლებელია ზუსტი განსაზღვრების შემოღება. შეიძლება ერთი და იგივე სხეული ერთ პირობებში დრეკად-პლასტიკური იყოს, ხოლო სხვა პირობებში—დრეკად-მყიფე. გარდა ამისა, არის სხეულები, რომლებიც არ გვიჩვენებენ არც დრეკადობას, არც პლასტიკურობას, მაგალითად, თიხა, მაგრამ, ცხადია, ვერ მიეკუთვნებიან არადრეკად-მყიფე სხეულების ჯგუფს. გარკვეულად უნდა ითქვას, რომ მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების სირთულის გამო, არც არის საჭირო ზუსტი განსაზღვრების შემოღება. რასაკვირველია, საჭიროა სხეულების დაყოფა ჯგუფებად, მაგრამ ეს უნდა მოხდეს ბუნებრივად, თვით სხეულების თვისებების საფუძველზე და არა ხელოვნურად, ფორმალური განსაზღვრების შემოღებით.

ჩვენთვის სრულიად საკმარისია ზოგიერთი ტიპობრივი შემთხვევის ზემომოყვანილი ზოგადი აღწერა. ეს აღწერა, მართლაც, გვიჩვენებს, რომ არავითარ ზოგად კანონზე, რომელიც მართებული იქნება ყველა სხეულისათვის, ლაპარაკი არ შეიძლება. მხოლოდ სხეულის პირველი ორი ჯგუფისათვის შეიძლება, დეფორმაციების ვიწრო ფარგლებში, რომლებიც სხვადასხვაა სხვადასხვა სხეულებისათვის, გამოითქვას შემდეგი დებულება: დეფორმაცია (ჩვენს შემთხვევაში ფარდობითი წაგრძელება) ძაბვის პირდაპირპროპორციულია. ეს კანონი პირველად ინგლისელმა ფიზიკოსმა ჰუკმა გამოთქვა 1676 წ. და ატარებს მის სახელს. ცხადია, რომ ეს კანონი მართებულია მხოლოდ მცირე დეფორმაციებისათვის, ე. ი. პროპორციულობის ზღვარამდე და ისიც არა ყველა სხეულისათვის. სხეულს, რომელიც ზუსტად ემორჩილება ჰუკის კანონს ყოველგვარი დეფორმაციისათვის, ეწოდება იდეალური დრეკადი სხეული. ასეთი სხეული, ისევე, როგორც იდეალური გაზი, წარმოადგენს აბსტრაქციას, რომელსაც უახლოვდება ზოგიერთი მყარი სხეული მცირე დეფორმაციების ფარგლებში. დეფორმაციებს, რომლებიც ემორჩილებიან ჰუკის კანონს, ეწოდება დრეკადი დეფორმაციები. მხოლოდ

ასეთი დეფორმაციებისათვის არის განვითარებული მათემატიკური თეორია—დრეკადობის თეორია, რომელიც ჰუკის კანონის საფუძველზე საშუალებას გვაძლევს გამოვარკვიოთ, როგორ დეფორმაციას განიცდის სხეული ამა თუ იმ ძაბვის გავლენით. ბოლო წლებში მოხერხდა აგრეთვე ჰუკის კანონის გამოყვანა მყარი სხეულის ატომური თეორიიდან. ყველა ამ საკითხს გავარჩევთ შემდეგში, ახლა კი განვიხილავთ დრეკადი დეფორმაციების სხვადასხვა სახეს.

§ 64. ჰუკის კანონის ზოგადი გამოსახვა. სხვადასხვა სახის დრეკადი დეფორმაცია

გამოვსახოთ ჰუკის კანონი მათემატიკურად. განვიხილოთ ნებისმიერი იზოტროპიული სხეულის შიგნით ერთეულოვანი მოცულობის ელემენტი. ამ ელემენტზე მოქმედი ზედაპირული ძალები გამოისახება ძაბვებით p_{11}, p_{22}, p_{33}, p_{12}, p_{13}, p_{23}. ამ ძაბვებით გამოწვეული დეფორმაცია დაიყვანება სამ გაჭიმვასა: u_{11}, u_{22}, u_{33} და სამ ძვრაზე: u_{12}, u_{13} და u_{23}. ჰუკის კანონის თანახმად, დეფორმაცია ძაბვის პროპორციულია, მაშასადამე, სიდიდეები u_{11}, u_{22}, u_{33}, u_{12}, u_{13}, u_{23} უნდა იყოს p_{11}, p_{22}, p_{33}, p_{12}, p_{13}, p_{23} სიდიდეების პროპორციული. გამოსარკვევია მხოლოდ, თუ როგორაა ეს სიდიდეები დაკავშირებული ერთმანეთთან. თავისთავად ცხადია, u_{12} ძვრა შეიძლება გამოიწვიოს მხოლოდ p_{12} ძაბვამ. ამიტომ, ჰუკის კანონის თანახმად, უნდა გვქონდეს შემდეგი ფორმულა:

$$u_{12}=\beta p_{12}. \qquad \text{(IX,12)}$$

ვინაიდან სხეული იზოტროპიულია, ასეთივე დამოკიდებულება უნდა იყოს u_{13}, u_{23} და p_{13}, p_{23} შორის:

$$u_{13}=\beta p_{13}, \qquad \text{(IX,12′)}$$

$$u_{23}=\beta p_{23}. \qquad \text{(IX,12″)}$$

β-ს ეწოდება ძვრის კოეფიციენტი. იგი გვიჩვენებს, როგორ ძვრას იწვევს ერთეულოვანი მხები ძაბვა. მართლაც, თუ $p_{12}=1$, $\beta=U_{12}$, ე. ი. β სიდიდით იმ ძვრის ტოლია, რომელსაც გამოიწვევს ერთეული მხები ძაბვა. სხვადასხვა სხეულისათვის β-ს სხვადასხვა მნიშვნელობა აქვს. სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილი იქნება ქვემოთ.

ახლა განვიხილოთ კავშირი გაჭიმვებსა და ნორმალურ ძაბვებს შორის. წარმოვიდგინოთ, რომ ელემენტარული კუბის წახნაგებზე მოქმედებს ნორმალური ძაბვები: p_{11}, p_{22}, p_{33}. ცხადია, მათი მოქმედების შედეგად კუბი გაიჭიმება სამივე მიმართულებით. გამოვარკვიოთ, როგორი იქნება ფარდობითი წაგრძელება u_{11}. თავის-

თავად ცხადია, u_{11} უნდა იყოს დამოკიდებული p_{11}-ზე, მაგრამ ცდა გვიჩვენებს, რომ მასზე გავლენას ახდენს აგრეთვე p_{22} და p_{33}. მართლაც, p_{22}-ის მოქმედებით კუბი იჭიმება OY ღერძის გასწვრივ და ეს გაჭიმვა იწვევს მის შეკუმშვას მართობული მიმართულებით, ე. ი. OX და OZ ღერძების გასწვრივ. p_{33}-ის მოქმედება OZ ღერძის გასწვრივ გაჭიმვის გარდა იწვევს აგრეთვე შეკუმშვას OX და OY ღერძების გასწვრივ. ჩვენ შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ, რომ ჯერ მოქმედებს მხოლოდ p_{11} ნორმალური ძაბვა, იგი გამოიწვევს გაჭიმვას OX ღერძების გასწვრივ და ფარდობითი წაგრძელება იქნება p_{11}-ის პირდაპირპროპორციული (ჰუკის კანონის თანახმად). თუ სათანადო კოეფიციენტს აღვნიშნავთ α-თი, ფარდობითი წაგრძელებისათვის მივიღებთ: αp_{11}. მივიღოთ შემდეგ, რომ p_{11}-ს გარდა მოქმედებს კიდევ ძაბვა p_{22}. გარდა დეფორმაციისა. OY და OZ ღერძების გასწვრივ, რომელთაც ჩვენთვის მნიშვნელობა არა აქვს, ვინაიდან ვიხილავთ დეფორმაციას მხოლოდ OX ღერძის გასწვრივ, ეს ძაბვა გამოიწვევს შეკუმშვას OX ღერძის გასწვრივ. ჰუკის კანონის თანახმად, ეს შეკუმშვა უნდა იყოს p_{22}-ის პროპორციული. თუ პროპორციულობის კოეფიციენტს აღვნიშნავთ γ-თი, ფარდობითი წაგრძელებისათვის მივიღებთ:—γp_{22}. მინუს ნიშანი გვიჩვენებს, რომ p_{22} ძაბვა იწვევს შეკუმშვას OX ღერძის გასწვრივ. ცხადია, p_{33} ძაბვაც, ისე, როგორც p_{22}, გამოიწვევს შეკუმშვას OX ღერძის გასწვრივ, p_{33}-ის პროპორციულს. სხეულის იზოტროპიულობის გამო პროპორციულობის კოეფიციენტი იქნება ისევ γ. სათანადო ფარდობითი წაგრძელებისათვის OX ღერძის გასწვრივ მივიღებთ—γp_{33}. სამივე ძაბვით გამოწვეული საერთო წაგრძელებისათვის OX ღერძის გასწვრივ გვექნება γ:

$$u_{11}=\alpha p_{11}-\gamma (p_{22}+p_{33}). \qquad \text{(IX,13)}$$

სრულიად ანალოგიურად u_{22} და u_{33}-სათვის მივიღებთ

$$u_{22}=\alpha p_{22}-\gamma(p_{11}+p_{33}), \qquad \text{(IX,14)}$$

$$u_{33}=\alpha p_{33}-\gamma (p_{11}+p_{22}). \qquad \text{(IX,15)}$$

მიღებული ფორმულები წარმოადგენს ჰუკის კანონის ზოგად გამოსახვას იზოტროპიული სხეულებისათვის. გამოვარკვიოთ α და γ კოეფიციენტების მნიშვნელობა. წარმოვიდგინოთ, რომ ნულისაგან განსხვავდება მხოლოდ p_{11}, ე. ი. რომ სხეულზე მოქმედებს მხოლოდ OX ღერძის გასწვრივ მიმართული ნორმალური ძაბვა. ამ შემთხვევაში წინა ფორმულები შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$u_{11}=\alpha p_{11},$$

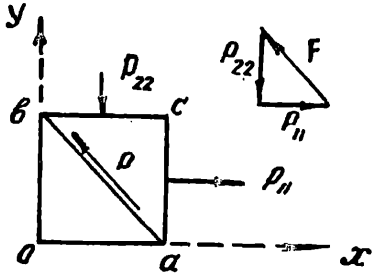
$$u_{22}=-\gamma p_{11},$$

$$u_{33}=-\gamma p_{11}.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ p_{11} ძაბვამ გამოიწვია გაჭიმვა OX ღერძის გასწვრივ და შეკუმშვა OY და OZ ღერძების გასწვრივ, ამიტომ α კოეფიციენტს ეწოდება სიგრძივი გაჭიმვის კოეფიციენტი, γ-ს—განივი კუმშვის კოეფიციენტი. ხშირად განივი შეკუმშვის კოეფიციენტის მაგიერ იხილავენ პუასონის კოეფიციენტს σ, რომელიც განისაზღვრება როგორც განივი კუმშვის შეფარდება სიგრძივ გაჭიმვასთან. ვინაიდან U_{22} ან U_{33} არის განივი გაჭიმვა, $-u_{22}$ ან $-u_{33}$ იქნება განივი კუმშვა. ამიტომ პუასონის კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$\sigma=\frac{-u_{22}}{u_{11}}=\frac{-u_{33}}{u_{11}}=\frac{\gamma}{\alpha}.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ იზოტროპიული სხეულების შემთხვევაში კავშირი ჭიმვებსა და დეფორმაციებს შორის მოცემულია სამი კოეფიციენტით: α, β და γ. მაგრამ ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ ამ სიდიდეებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი, ასე რომ, ერთი მათგანი შეიძლება გამოვსახოთ ორი დანარჩენის საშუალებით. დავამტკიცოთ ჯერ, რომ ნორმალურ და მხებ ძაბვებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. ამისათვის განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც $p_{22}=-p_{11}$, ე. ი. OX ღერძის გასწვრივ მოქმედებს გამჭიმავი ძაბვა p_{11}, ხოლო OY ღერძის გასწვრივ—ტოლი შემკუმშავი ძაბვა p_{22} (ნახ. 113). გავავლოთ კუბის დიაგონალური სიბრტყე ab. ვინაიდან კუბის abc ნაწილი წონასწორობაში უნდა იყოს, ab სიბრტყეზე უნდა მოქმედებდეს ისეთი F ძალა, რომ p_{11}-ის, p_{32}-ისა და F-ის ჯამი იყოს ნული. ნახაზიდან ჩანს, რომ ეს ძალა მიმართული უნდა იყოს ab სიბრტყის გასწვრივ. მისი სიდიდე გამოიანგარიშება შემდეგი ფორმულით:



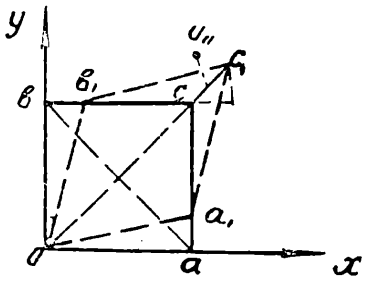
ნახ. 113.

$$F=\sqrt{p_{11}^2+p_{22}^2}=\sqrt{2}\,p_{11}.$$

ვინაიდან ab და bc წახნაგების ფართობები ერთის ტოლია, ab წახნაგის ფართობი იქნება $\sqrt{2}$. აქედან ამ წახნაგის ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალისათვის, ე. ი. მხები ძაბვისათვის მივიღებთ

$$\frac{F}{\sqrt{2}}=p_{11}.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ OX ღერძის გასწვრივ მიმართული გამჭიმავი ძაბვა და მისი ტოლი, OY ღერძის გასწვრივ მიმართული, შემკუმშავი ძაბვა ეკვივალენტურია მათი ტოლი ძვრის ძაბვისა, რომელიც ღერძებისადმი 45°-იანი კუთხით დახრილ სიბრტყეში მოქმედებს. შებრუნებით, ყოველი ძვრის ძაბვა შეიძლება შევცვალოთ გაჭიმვისა და შეკუმშვის ძაბვების ერთობლიობით, მხოლოდ ეს ძაბვები უნდა მოქმედებდეს ურთიერთ მართობულ სიბრტყეებზე, რომლებიც 45°-იანი კუთხეებითაა დახრილი ძვრის სიბრტყისადმი.



ნახ. 114.

განვიხილოთ ისევ ერთეული კუბი და წარმოვიდგინოთ, რომ მის ac და bc წახნაგებზე მოქმედებს ძვრის ძაბვები $p_{12}=p_{21}=p$. ზემოდამტკიცებული დებულების თანახმად, ეს ძაბვები შეიძლება შევცვალოთ p სიდიდის გამჭიმავი ძაბვით Oc-ს მიმართულებით და ტოლი შემკუმშავი ძაბვით ab-ს გასწვრივ (ნახ. 114). ეს იმას ნიშნავს, რომ კუბის დეფორმაცია შეიძლება განვიხილოთ როგორც გამოწვეული ან ძვრის ძაბვებით, ან გამჭიმავი და შემკუმშავი ძაბვებით. თუ დეფორმაცია გამოწვეულია ძვრის ძაბვებით, (IX,12) ფორმულის თანახმად, მივიღებთ

$$u_{12}=bb_1+aa_1=\beta p.$$

ხოლო, თუ იგივე დეფორმაცია გამოწვეულია გამჭიმავი და შემკუმშავი ძაბვებით, (IX,13) ფორმულის თანახმად, გვექნება

$$u_{11}=(\alpha+\gamma)p,$$

ვინაიდან $p_{11}=p$ და $p_{22}=-p$. მეორე მხრივ, ნახაზიდან ჩანს, რომ ფარდობითი წაგრძელება u_{11} Oc-ს გასწვრივ იქნება: $u_{11}=\frac{cc_1}{Oc}$ ანდა, რადგან $Oc=\sqrt{2}$,

$$u_{11}=\frac{cc_1}{\sqrt{2}}.$$

cdc_1 სამკუთხედიდან

$$cc_1=\sqrt{cd^2+c_1d^2}=\sqrt{bb_1{}^2+aa_1{}^2}=\sqrt{2}\,aa_1,$$

აქედან მივიღებთ

$$u_{11}=aa_1=\frac{1}{2}u_{12}.$$

u_{11}-ისა და u_{22}-ის მნიშვნელობების ჩასმა და p-ზე შეკვეცა გვაძლევს

$$\beta=2(\alpha+\gamma),$$

ან, თუ შემოვიღებთ პუასონის კოეფიციენტს σ, მივიღებთ

$$\beta=2\alpha(1+\sigma).$$

ასეთია კავშირი ძვრის, გაჭიმვისა და პუასონის კოეფიციენტებს შორის. ამ ფორმულების საშუალებით შეიძლება (IX,15) ჰუკის კანონის გამომსახველი განტოლებებიდან გამოვრიცხოთ γ კოეფიციენტი და დავწეროთ ჰუკის კანონი მხოლოდ α და β კოეფიციენტების საშუალებით. მივიღებთ:

$$\left.\begin{aligned}
u_{11}&=\alpha p_{11}-\frac{\beta-2\alpha}{2}(p_{22}+p_{33}),\\
u_{22}&=\alpha p_{22}-\frac{\beta-2\alpha}{2}(p_{11}+p_{33}),\\
u_{33}&=\alpha p_{33}-\frac{\beta-2\alpha}{2}(p_{11}+p_{22}),\\
u_{12}&=\beta p_{12},\\
u_{13}&=\beta p_{13},\\
u_{23}&=\beta p_{23}.
\end{aligned}\right\}\qquad\text{(IX,16)}$$

ხშირად α და β კოეფიციენტების მაგიერ სარგებლობენ მათი შებრუნებული სიდიდეებით $E=\frac{1}{\alpha}$ და $G=\frac{1}{\beta}$. E-ს ეწოდება დრეკადობის მოდული, ხოლო G-ს — ძვრის მოდული. (IX,16) პირველი და მეოთხე ფორმულების თანახმად, თუ $p_{22}=p_{33}=0$, მივიღებთ

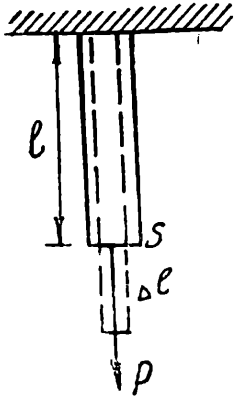
$$u_{11}=\frac{1}{E}p_{11},$$

$$u_{12}=\frac{1}{G}p_{12},$$

$$p_{11}=EU_{11},$$

$$p_{12}=GU_{12}.$$

აქედან შეიძლება გამოვარკვიოთ E-სა და G-ს მნიშვნელობა. თუ $U_{11}=1$, მივიღებთ, რომ $p_{11}=E$, ე. ი. დრეკადობის მოდული ტოლია ნორმალური ძაბვისა, რომელიც იწვევს ერთეულ ფარდობითს წაგრძელებას. სათანადოდ, თუ $u_{12}=1$, მივიღებთ $p_{12}=G$, ე. ი. ძვრის მოდული ტოლია მხები ძაბვისა, რომელიც იწვევს ერთეულ ძვრას. 43-ე ცხრილში მოყვანილია დრეკადობისა და ძვრის მოდულის მნიშვნელობები სხვადასხვა სხეულისათვის.



ნახ. 115.

ახლა განვიხილოთ სხვადასხვა კერძო სახის დეფორმაციები.

ა) გაჭიმვა. ავიღოთ l სიგრძისა და S განივკვეთის ღეროს (ნახ. 115). მივიღოთ, რომ მისი ერთი ფუძე დამაგრებულია, ხოლო მეორე ფუძეზე მოქმედებს ფუძისადმი ნორმალური P ძალა. მივმართოთ OX ღერძი ღეროს ღერძის გასწვრივ. ფუძეზე მოქმედი ნორმალური ძაბვისათვის მივიღებთ:

$$p_{11}=\frac{P}{S}.$$

ყველა დანარჩენი ძაბვა იქნება ნულის ტოლი. (IX,16) ფორმულებიდან მივიღებთ

$$u_{11}=\alpha p_{11}=\alpha\cdot\frac{P}{S},$$

$$u_{22}=-\frac{\beta-2\alpha}{2}p_{11}=-\alpha\sigma\frac{P}{S},$$

$$u_{33}=-\frac{\beta-2\alpha}{2}p_{11}=-\alpha\sigma\frac{P}{S}.$$

ეს ფორმულები გვიჩვენებს, რომ დეფორმაცია მდგომარეობს გაჭიმვაში OX ღერძის გასწვრივ და შეკუმშვაში მართობული მიმართულებით. რადგან u_{11} არის ფარდობითი წაგრძელება, მთელი ღეროს წაგრძელებისათვის მივიღებთ

$$\Delta l=u_{11}\cdot l=\alpha\cdot\frac{P\cdot l}{S},$$

ან, თუ შემოვიღებთ დრეკადობის მოდულს E,

$$\Delta l=\frac{1}{E}\cdot\frac{Pl}{S}. \qquad (IX,16')$$

ასეთია ღეროს სიგრძის ნამატი, როდესაც მოქმედებს მხოლოდ ღერძის გასწვრივი ნორმალური ძაბვა. საინტერესოა გამოვიანგარიშოთ, როგორია ღეროს ან მისი ერთეული ელემენტის გაჭიმვა, როდესაც განივ შეკუმშვას ადგილი არა აქვს. ცხადია, ამ შემთხვევაში ღეროს გვერდით ზედაპირზე უნდა მოქმედებდეს ნორმალური ძაბვები, რომელნიც ხელს შეუშლიან ღეროს განივ შეკუმშვას. გასაგებია, რომ სიმეტრიის გამო $p_{22}=p_{33}$. მაშინ (IX,16) პირველი ორი ფორმულა დაიწერება შემდეგნაირად:

$$u_{11}=\alpha p_{11}-(\beta-2\alpha)\,p_{22},$$

$$u_{22}=\alpha p_{22}-\frac{1}{2}(\beta-2\alpha)\,(p_{11}+p_{22}).$$

ჩვენ ისე უნდა შევარჩიოთ p_{22}, რომ განივი შეკუმშვა არ იყოს, ე. ი. რომ u_{22} ნულის ტოლი იყოს

$$u_{22}=\alpha p_{22}-\frac{\beta-2\alpha}{2}(p_{11}+p_{22})=0;$$

აქედან p_{22}-სათვის მივიღებთ

$$p_{22}=\frac{\beta-2\alpha}{4\alpha-\beta}p_{11};$$

ჩასმა u_{11}-ის გამოსახულებაში გვაძლევს

$$u_{11}=\beta\cdot\frac{3\alpha-\beta}{4\alpha-\beta}p_{11}. \qquad \text{(IX,17)}$$

ასეთია ფარდობითი წაგრძელება იმ შემთხვევაში, როდესაც არა აქვს ადგილი განივ შეკუმშვას.

ბ) **ყოველმხრივი კუმშვა.** წარმოვიდგინოთ, რომ მყარი სხეულის მთელ ზედაპირზე მოქმედებს ნორმალური ძაბვები $p_{11}=p_{22}=p_{33}=p$. ძვრის ძაბვები არ არის. მაშინ (IX,16) ფორმულებიდან მივიღებთ

$$u_{11}=\alpha p_{11}-(\beta-2\alpha)p=(3\alpha-\beta)p,$$

$$u_{22}=\alpha p-(\beta-2\alpha)p=(3\alpha-\beta)p,$$

$$u_{33}=\alpha p-(\beta-2\alpha)p=(3\alpha-\beta)p.$$

თუ დეფორმაციამდე გამოყოფილი ელემენტარული კუბის მოცულობა იყო $1cm^3$, დეფორმაციის შემდეგ იქნება

$$(1+u_{11})(1+u_{22})(1+u_{33}).$$

ვინაიდან თავიდანვე შემოვისაზღვრეთ მცირე დეფორმაციებით, წაგრძელებების მეორე და მესამე ხარისხები შეიძლება უგულებელვყოთ, მოცულობისათვის დეფორმაციის შემდეგ მივიღებთ

$$1 + u_{11} + u_{22} + u_{33};$$

აქედან მოცულობის ფარდობითი ნაზრდისათვის მივიღებთ

$$\frac{\Delta v}{v} = u_{11} + u_{22} + u_{33} \qquad \text{(IX,18)}$$

ან, თუ გამოვიყენებთ წინა ფორმულებს,

$$\frac{\Delta v}{v} = 3(3\alpha - \beta)p.$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას

$$3(3\alpha - \beta) = \varkappa,$$

საბოლოოდ მივიღებთ შემდეგ ფორმულას:

$$\frac{\Delta v}{v} = \varkappa p. \qquad \text{(IX,19)}$$

$\varkappa$ კოეფიციენტს, რომელიც გვიჩვენებს მოცულობის ფარდობით ცვლილებას ყოველმხრივი ერთეულოვანი ძაბვისათვის, ეწოდება ყოველმხრივი კუმშვის კოეფიციენტი. მის შებრუნებულ სიდიდეს $\frac{1}{\varkappa} = K$ ეწოდება ყოველმხრივი კუმშვის მოდული. ხშირად ხელსაყრელია α კოეფიციენტის მაგიერ კუმშვის კოეფიციენტის შემოღება. ადვილად დავრწმუნდებით, რომ

$$\alpha = \frac{\varkappa}{9} + \frac{\beta}{3} = \frac{\varkappa + 3\beta}{9}.$$

შემდეგში ჩვენ დაგვჭირდება (IX,18) ფორმულის გამოყენება მხოლოდ ისეთი სახით, რომელიც შეიცავს კუმშვისა და ძვრის მოდულებს. ამისათვის (IX,17) ფორმულა დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$p_{11} = \frac{4\alpha - \beta}{\beta(3\alpha - \beta)} u_{11} = \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta(3\alpha - \beta)} \right) u_{11}$$

ან, თუ α-ს გამოვსახავთ $\varkappa$-თი, მივიღებთ

$$p_{11} = \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\varkappa + 3\beta}{9\beta \cdot \frac{\varkappa}{3}} \right) u_{11} = \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{3\beta} + \frac{1}{\varkappa} \right) u_{11} =$$

$$= \left(\frac{4}{3\beta} + \frac{1}{\varkappa} \right) u_{11}.$$

კოეფიციენტების მაგიერ მოდულების შემოღება საბოლოოდ გვაძლევს

$$p_{11}=\left(K+\frac{4}{3}G\right)u_{11}. \qquad (IX,20)$$

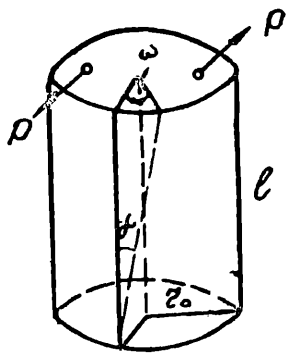
გამოვიანგარიშოთ მოცულობის ფარდობითი ცვლილება ზემოგანხილული ერთმხრივი გაჭიმვის შემთხვევაში. (IX,18) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ

$$\frac{\Delta v}{v}=u_{11}+u_{22}+u_{33}=(1-2\sigma)\alpha\cdot\frac{P}{S}.$$

თავისთავად ცხადია, რომ სხეულის გაჭიმვის დროს მოცულობა არ შეიძლება შემცირდეს. ამიტომ მიღებული გამოსახულება უნდა იყოს დადებითი ან ნული. აქედან პუასონის კოეფიციენტისათვის ვღებულობთ პირობას

$$\sigma\leqslant\frac{1}{2}.$$

გ) გ რ ე ხ ა. სიმარტივისათვის განვიხილოთ წრიული ცილინდრი. წარმოვიდგინოთ, რომ მისი ერთი ფუძე დამაგრებულია, მეორეზე კი მოქმედებს მხები ძაბვები. დავუშვათ, რომ ფუძის ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალა (მგრეხავი ძაბვა) მიმართულია r-ის მართობულად (r არის ფუძის ცენტრიდან ფართობის ერთეულამდე გავლებული რადიუს-ვექტორი). ეს მგრეხი ძაბვები გამოიწვევს ცილინდრის გრეხას, ე. ი. ცილინდრის ღერძის მართობული ფენების მობრუნებას ერთმანეთის მიმართ. ცხადია, ეს დეფორმაცია წარმოადგენს ძვრას, მხოლოდ იგი წარმოებს არა ერთი რომელიმე ღერძის გასწვრივ, არამედ წრიულად. ამ დეფორმაციის შედეგად ცილინდრის შემქმნელი მობრუნდება გარკვეულ γ კუთხეზე (ნახ. 116).



ნახ. 116.

ფუძის რადიუს-ვექტორი შესაბამისად მობრუნდება ω კუთხით. თუ ცილინდრის სიგრძეს აღვნიშნავთ l-ით, მივიღებთ

$$\gamma=\frac{\omega r}{l}.$$

მეორე მხრივ, ჰუკის კანონის თანახმად, ძვრის კუთხე სათანადო ძაბვასთან დაკავშირებულია ფორმულით

$$p=G\cdot\gamma;$$

ამიტომ გრეხის ω კუთხისათვის მივიღებთ

$$\omega = \frac{l}{G \cdot r} \cdot p.$$

ჩვეულებრივად, პრაქტიკაში მოცემულია არა გრეხის ძაბვები, არამედ მათი საერთო მომენტი ცილინდრის ღერძის მიმართ. გამოვიანგარიშოთ ეს მომენტი. გამოვყოთ ფუძეზე ფართობის მცირე ელემენტი dS, მასზე მოქმედი მხები ძალისათვის მივიღებთ pdS. ამ ძალის მომენტი ცილინდრის ღერძის მიმართ იქნება $prdS$. მთელ ფუძეზე მოქმედი მომენტისათვის მივიღებთ

$$M = \int prdS.$$

თუ შემოვიღებთ პოლარულ კოორდინატთა სისტემას, გვექნება

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} pr^2 \, dr \, d\varphi,$$

ვინაიდან $dS = rdrd\varphi$. თუ ჩავსვამთ p-ს მნიშვნელობას და მოვახდენთ ინტეგრაციას, მივიღებთ

$$M = \frac{\pi r_0^4 G}{2l} \omega. \qquad \text{(IX,21)}$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, თუ როგორი მომენტის მქონე მხები ძალებით უნდა ვიმოქმედოთ წრიული ცილინდრის ფუძეზე, რომ მოვახდინოთ მისი გრეხა ω კუთხით. ჩვენ ვხედავთ, რომ გრეხისათვის საჭირო მომენტი ცილინდრის რადიუსის მეოთხე ხარისხის პირდაპირპროპორციულია და ცილინდრის სიგრძის უკუპროპორციულია.

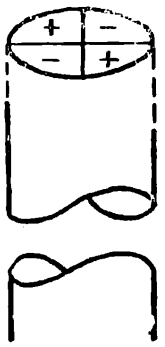
ეს ფორმულა მართებულია მხოლოდ წრიული ცილინდრისათვის. თუ ცილინდრის განივკვეთი სხვა ფორმისაა, ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$M = J \cdot \frac{G}{l} \omega,$$

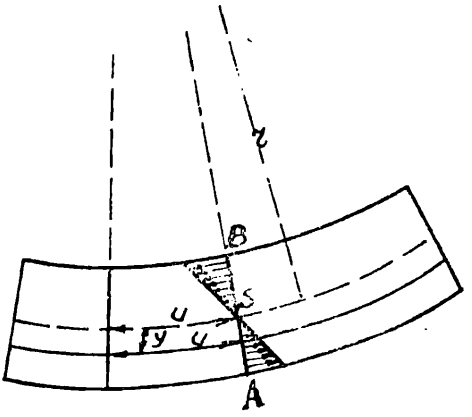
სადაც კოეფიციენტი J დამოკიდებულია ცილინდრის განივკვეთის ფორმაზე. მაგალითად, ელიფსისათვის $J = \frac{\pi a^4 b^2}{(a^2 + b^2)}$, სადაც c და b ელიფსის ნახევარღერძებია. აღსანიშნავია აგრეთვე ის გარემოება, რომ ცილინდრის ღერძისადმი მართობული კვეთი გრეხის დროს ბრტყელი რჩება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც კვეთი წრიულია. სხვა შემთხვევებში ადგილი აქვს ამ კვეთის სხვადასხვა ნაწილების ჩაზნექას და ამოზნექას. 117-ე ნახაზზე მოყვანილია

ელიფსური ცილინდრის გრეხის სურათი. ჩვენ ვხედავთ, რომ ელიფსის ორი ურთიერთსაწინააღმდეგო კვადრანტი ჩაიზნიქა, დანარჩენი ორი კი ამოიზნიქა.

დ) ღ უ ნ ვ ა. ღუნვის დეფორმაცია უფრო რთულია, ვიდრე ზემოგანხილული გაჭიმვისა და ყოველმხრივი კუმშვის დეფორმაციები. ამიტომ განვიხილავთ მხოლოდ მის უმარტივეს შემთხვევას— წ მ ი ნ დ ა ღ უ ნ ვ ა ს. განვიხილოთ ღეროს, რომელზედაც მოქმედებენ მღუნავი ძალები (ნახ. 118). ღუნვის შედეგად ღეროს ყველა მართობული კვეთი, რომლებიც დეფორმაციამდე ერთმანეთის პარალელური იყო, ერთმანეთის მიმართ გარკვეული კუთხით მობრუნ-



ნახ. 117.



ნახ. 118.

დება. შესაბამისად—ღეროს ღერძის პარალელური წრფეები გამრუდდება და ამასთანავე გაგრძელდება ან დამოკლდება. განვიხილოთ ძალები, რომლებიც მოქმედებენ ღეროს ყოველ განივკვეთზე. მექანიკიდან ვიცით, რომ მყარ სხეულზე მოქმედი ძალები შეიძლება დავიყვანოთ ერთ ძალაზე და ერთ ძალთა წყვილზე. დავუშვათ, რომ ყოველ განივკვეთზე მოქმედი ძალები დაიყვანება ერთ ძალთა წყვილზე M მომენტით, რომელიც მოდებულია კვეთის ცენტრში და მიმართულია ღუნვის სიბრტყის (ჩვენს შემთხვევაში ნახაზის სიბრტყის) მართობულად. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყოველ განივკვეთზე მოქმედებს ნორმალური ძაბვები, რომლებიც ნახაზზე ნაჩვენებია პატარა ისრებით. გამოვიანგარიშოთ ამ ძაბვების სიდიდე. წარმოვიდგინოთ, რომ ღუნვის დროს AB კვეთი მობრუნდება O წერტილის ირგვლივ. ამ მობრუნების შედეგად შეიცვლება ღერძის გასწვრივ გაელებული წირების სიგრძე. კვეთის ცენტრზე გამავალი წირის სიგრძე უცვლელი დარჩება, ხოლო თვით წირი გაიღუნება. ამ წირის სათანადო ფენას (ღერძის გასწვრივ) ვუწოდოთ ცენტრა-

ლური ფენა. ცხადია, ცენტრალური ფენის ზევით მდებარე ყველა ფენა გაღუნვასთან ერთად დამოკლდება, ქვევით მდებარე ფენები კი დაგრძელდება. განვიხილოთ რომელიმე ფენა, რომელიც ცენტრალური ფენიდან დაშორებულია y მანძილით. მისი სიგრძე გაღუნვამდე აღვნიშნოთ u-თი, გაღუნვის შემდეგ კი—u_1-ით, მაშინ მისი ფარდობითი წაგრძელება იქნება

$$\frac{u_1-u}{u}=u_{11}.$$

ჰუკის კანონის თანახმად, ეს წაგრძელება სათანადო ნორმალურ ძაბვასთან დაკავშირებულია შემდეგი ფორმულით:

$$p_{11}=Eu_{11}.$$

მეორე მხრივ, ფარდობითი წაგრძელება შეიძლება გამოვსახოთ გამრუდებული ფენის სიმრუდის რადიუსით r. მართლაც, ნახაზიდან ჩანს, რომ

$$\frac{r}{r+y}=\frac{u}{u_1} \quad \text{ან} \quad \frac{u_1-u}{u}=\frac{y}{r};$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$p_{11}=E\cdot\frac{y}{r}.$$

ასეთია ნორმალური ძაბვა ღეროს განივკვეთზე. მთელს განივკვეთზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ

$$F=\int p_{11}\,dS=\frac{E}{r}\int y dS.$$

რადგან დავუშვით, რომ კვეთზე მოქმედი ყველა ძალის ტოლქმედი ნულის ტოლია, გვექნება

$$\int y dS=0.$$

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ კვეთის ინერციის ცენტრი მოთავსებულია ცენტრალურ ფენაში. ცხადია, ცენტრალურ ფენაზე ($y=0$) ძაბვები არ მოქმედებს, რის გამოც მისი სიგრძე უცვლელი რჩება. ამიტომ ცენტრალურ ფენას ეწოდება კიდევ ნეიტრალური ფენა.

კვეთზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ჯამი გამოიანგარიშება შემდეგი ფორმულიდან:

$$M=\int p_{11}\,y\,dS=\frac{E}{r}\int y^2\,dS.$$

აქ $\int y^2 dS$ არის კვეთის ინერციის მომენტი ღერძის მიმართ. თუ მას აღვნიშნავთ J ასოთი, მივიღებთ

$$M = \frac{EJ}{r}. \qquad \text{(IX,22)}$$

ასეთია კავშირი გამღუნავ მომენტსა და გაღუნული ფენის სიმრუდის რადიუსს შორის. გაღუნვის შემდეგ ღეროს ღერძი აღარ იქნება წრფე. თუ ღერძის საწყის მიმართულებას ავიღებთ Ox ღერძად, ღერძის განტოლება ღუნვის შემდეგ იქნება $y=f(x)$. დიფერენციალური გეომეტრიიდან ვიცით, რომ სიმრუდის რადიუსი გამოისახება ფორმულით:

$$\frac{1}{r} = -\frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}}.$$

თუ ღუნვა ძალიან მცირეა, შეიძლება მიახლოებით მივიღოთ $\frac{1}{r} = -\frac{d^2y}{dx^2}$. (IX,22) ფორმულის გამოყენება გვაძლევს

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ}. \qquad \text{(IX,22')}$$

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ ღეროს ღერძის განტოლება გაღუნვის შემდეგ.

მიღებული შედეგები გამოვიყენოთ ზოგიერთი კერძო შემთხვევის განსახილველად.

1) *ღერო თავისუფლად დაყრდნობილი ბოლოებით.* ვთქვათ, რომ ღერო დაყრდნობილია თავისუფლად ორივე ბოლოთი. მის შუა წერტილზე მოქმედებს გამღუნავი ძალა P. რომელიმე კვეთზე მოქმედი გამღუნავი მომენტი იქნება $M=\frac{Px}{2}$, სადაც x არის კვეთის მანძილი ღეროს ბოლოდან (ნახ. 119a). ჩასმა (IX,22') განტოლებაში გვაძლევს

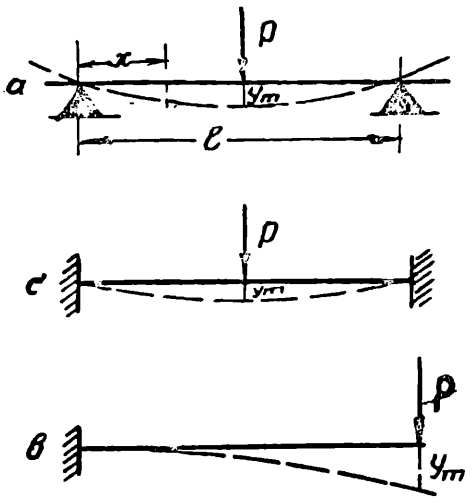
$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Px}{2EJ};$$

აქედან ინტეგრებით მივიღებთ

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{P}{4EJ}x^2 + C.$$

მუდმივი C განისაზღვრება იმ პირობით, რომ ღეროს შუა წერტილში $\frac{dy}{dx}=0$. მართლაც, ღეროსადმი ამ წერტილში გავლებული

მხები უნდა იყოს OX ღერძის პარალელური. თუ ღეროს სიგრძე არის l, შუა წერტილისათვის $x=\frac{l}{2}$. წინა ფორმულაში ჩასმა და ნულთან გატოლება გვაძლევს:



ნახ. 119.

$$-\frac{Pl^2}{16EJ}+C=0;$$

აქედან მივიღებთ

$$C=\frac{Pl^2}{16EJ},$$

ან

$$\frac{dy}{dx}=\frac{P}{4EJ}\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right).$$

ინტეგრაციის შემდეგ გვექნება

$$y=\frac{P}{4EJ}\left(\frac{l^2}{4}x-\frac{x^3}{3}\right)+C_1.$$

მუდმივა C_1 განისაზღვრება იმ პირობით, რომ $x=0$ წერტილში $J=0$, ვინაიდან ეს წერტილი არ ინაცვლებს ღუნვის დროს. აქედან ვიღებთ, რომ $C_1=0$. მაშასადამე, გაღუნული ღეროს განტოლებისათვის გვექნება

$$y=\frac{P}{4EJ}\left(\frac{l^2x}{4}-\frac{x^3}{3}\right). \qquad \text{(IX,23)}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ეს არის გაღუნული ღეროს მხოლოდ მარცხენა ნაწილის განტოლება. მარჯვენა ნაწილის განტოლება მიიღება (IX,23) განტოლებიდან x-ის მაგიერ $l-x$-ის ჩასმით. ცხადია, ყველაზე უფრო ძლიერად ჩაიღუნება ღეროს შუა წერტილი. მისი შესაბამისი y-ის გამოსაანგარიშებლად x-ის მაგიერ უნდა ჩავსვათ $\frac{l}{2}$. მივიღებთ

$$y_{max}=\frac{Pl^3}{48EJ}. \qquad \text{(IX,24)}$$

y_{max}-ურს ეწოდება ღ უ ნ ვ ი ს ი ს ა რ ი. ჩვენ ვხედავთ, რომ ღუნვის ისარი ღეროს სიგრძის კუბის და გამღუნავი ძალის პირდაპირპროპორციულია. გარდა ამისა, იგი დამოკიდებულია ღეროს განივკვეთის ფორმაზე (სიდიდე J).

2) ერთ ბოლოზე დამაგრებული ღერო. p ძალა მოქმედებს თავისუფალ ბოლოზე (ნახ. 119ც). რომელიმე კვეთზე მოქმედი მომენტისათვის გვექნება $M = px$. აქედან

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{px}{EJ};$$

ინტეგრაციით მივიღებთ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{2EJ}(l^2 - x^2)$$

და

$$y = \frac{p}{2EJ}\left(l^2x - \frac{x^3}{3} + \frac{2l^3}{3}\right).$$

ვინაიდან უდიდესი ჩაღუნვა ხდება თავისუფალ ბოლოზე, ღუნვის ისრისათვის მივიღებთ

$$y_{max} = \frac{pl^3}{3EJ}. \qquad \text{(IX,25)}$$

3) ორივე ბოლოთი დამაგრებული ღერო (ნახ. 119ც). სრულიად ისევე, როგორც წინა შემთხვევებში, ღუნვის ისრისათვის მივიღებთ

$$y_{max} = \frac{pl^3}{192EJ}. \qquad \text{(IX,26)}$$

ამ ფორმულების გამოყენების დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ განივი კვეთის ფორმა. თუ, მაგალითად, კვეთი წარმოადგენს a ფუძისა და b სიმაღლის მართკუთხედს, ინერციის მომენტისათვის მივიღებთ $J = \frac{ab^3}{12}$. წრიული კვეთის შემთხვევაში $J = \frac{\pi r^4}{4}$, სადაც r არის წრის რადიუსი.

§ 65. დრეკადი დეფორმაციის ენერგია და მუშაობა

განვიხილოთ დეფორმირებული სხეულის ენერგიის საკითხი. ცხადია, სხეულის დეფორმაციის დროს დაიხარჯება გარკვეული მუშაობა, რომელიც დრეკადი დეფორმაციის შემთხვევაში იწვევს სხეულის შინაგანი ენერგიის ზრდას. დეფორმაციის მოსპობის შემდეგ ეს ენერგია მთლიანად უბრუნდება გარეშე სხეულებს, ვინაიდან თვით სხეულიც უბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას. სულ სხვა მდგომარეობაა იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაცია აღარ არის დრეკადი. გარეშე ძაბვების მოსპობის შემდეგ სხეულში რჩება

ნარჩენი (პლასტიკური) დეფორმაციები და მათზე დახარჯული ენერგია გარდაიქმნება სითბოდ, რომელიც უკვე აღარ შეიძლება მთლიანად გარდავქმნათ მუშაობად.

ამ პარაგრაფში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ დრეკადი დეფორმაციის ენერგიას. ვთქვათ, გარეშე ძალების მოქმედებით სხეულმა განიცადა გარკვეული დრეკადი დეფორმაცია. გამოვყოთ სხეულის მოცულობის ერთეული და გამოვიანგარიშოთ მის დეფორმაციაზე შესრულებული მუშაობა. ზემოთ დავინახეთ, რომ მოცულობის ერთეულზე მოქმედი ძაბვები დაიყვანება სამ გამჭიმავ p_{11}, p_{22}, p_{33} და ძვრის სამ p_{12}, p_{13}, p_{23} ძაბვაზე. ამ ძაბვის მიერ გამოწვეული დეფორმაციებია u_{11}, u_{22}, u_{33} და u_{12}, u_{23}, u_{13}. წარმოვიდგინოთ, რომ მოხდა დამატებითი წაგრძელება OX ღერძის გასწვრივ, ე. ი. u_{11} სიდიდე გაიზარდა du_{11}-ით. ვინაიდან ყველა ძაბვიდან მხოლოდ p_{11} მოქმედებს OX ღერძის გასწვრივ, მხოლოდ იგი შეასრულებს მუშაობას ამ დამატებითი გაჭიმვის დროს. ეს მუშაობა მიიღება მარტივად—ძაბვის გადამრავლებით u_{11}-ის ნამატზე: $p_{11}\,du_{11}$. სრულიად ანალოგიურ გამოსახულებებს მივიღებთ იმ შემთხვევაში, როდესაც მოვახდენთ დანარჩენი დეფორმაციების შეცვლას.

სასრული დეფორმაციის დროს შესრულებული მუშაობა მიიღება ამ ელემენტარული მუშაობის ინტეგრაციით ნულიდან u სიდიდეების გარკვეულ მნიშვნელობამდე. რასაკვირველია, ამ ინტეგრაციის მოსახდენად ძაბვები, ჰუკის კანონის თანახმად, უნდა გამოვსახოთ დეფორმაციების საშუალებით. ჩვენ არ შევუდგებით სათანადო ზოგადი ფორმულის გამოყვანას, თუმცა გამოყვანა არ არის ძნელი, და გადავალთ უშუალოდ კერძო სახის დეფორმაციების გამოანგარიშებაზე.

ა) ე რ თ მ ხ რ ი ვ ი გ ა ჭ ი მ ვ ა. ამ შემთხვევაში მხოლოდ p_{11} განსხვავდება ნულისაგან. ამიტომ da-სათვის მივიღებთ

$$da = p_{11}du_{11},$$

ან, თუ გამოვიყენებთ (IX,16) ფორმულას,

$$da = \frac{1}{\alpha}\,u_{11}du_{11} = Eu_{11}du_{11}.$$

ინტეგრაცია 0-დან გარკვეულ u_{11}-მდე მოგვცემს

$$a = \frac{1}{2}\,Eu_{11}^2. \qquad \text{(IX,27)}$$

ასეთი მუშაობა სრულდება მოცულობის ყოველი ერთეულის გაჭიმვის დროს. როგორც ვხედავთ, იგი ფარდობითი წაგრძელების

კვადრატისა და დრეკადობის მოდულის პროპორციულია. თუ ისევ გამოვიყენებთ (IX,16) ფორმულას, a შეიძლება გამოვსახოთ ძაბვების საშუალებით

$$a=\frac{1}{2E}p_{11}^2. \qquad \text{(IX,28)}$$

ბ) ყოველმხრივი კუმშვა. ამ შემთხვევაში $p_{11}=p_{22}=p_{33}$, ხოლო ძვრის ძაბვები ნულის ტოლია. (IX,16) ფორმულების გამოყენება გვაძლევს

$$da=\frac{3}{3\alpha-\beta}udu,$$

ვინაიდან $u_{11}=u_{22}=u_{33}=u$. აქედან მივიღებთ

$$a=\frac{3}{2(3\alpha-\beta)}u^2.$$

U-ს მაგიერ გამოვიყენოთ მოცულობის ფარდობითი ცვლილება $\frac{\Delta v}{v}$. ვინაიდან

$$\frac{\Delta v}{v}=3u,$$

ამიტომ

$$a=\frac{1}{6(3\alpha-\beta)}\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2.$$

ანუ, საბოლოოდ, კუმშვის მოდულის შემოღების შემდეგ

$$a=\frac{1}{2}K\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2. \qquad \text{(IX,29)}$$

ამ ფორმულას ისეთივე სახე აქვს, როგორც (IX,27) ფორმულას, მხოლოდ ფარდობითი წაგრძელების მაგიერ დგას მოცულობის ფარდობითი ცვლილება და დრეკადობის მოდულის მაგიერ—კუმშვის მოდული.

გ) გრეხა. ჰუკის კანონის გამოყენებით მივიღებთ

$$da=pd\gamma=G\gamma d\gamma,$$

საიდანაც

$$a=\frac{1}{2}G\gamma^2.$$

თუ გამოვიყენებთ გრეხის ω კუთხეს, გვექნება

$$a=\frac{1}{2}G\cdot\frac{\omega^2r^2}{l^2}. \qquad \text{(IX,30)}$$

ასეთი მუშაობა სრულდება წრიული ცილინდრის მოცულობის იმ ერთეულის გრეხის დროს, რომელიც იმყოფება ცილინდრის ღერძიდან r მანძილზე. მთელი ცილინდრის გრეხის დროს შესრულებული მუშაობა იქნება

$$A=\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi} alrdrd\varphi\,\frac{\pi G\omega^2 r_0^4}{4l}=\frac{1}{2}M\omega, \qquad \text{(IX,31)}$$

სადაც M არის გრეხის მომენტი.

დ) ღ უ ნ ვ ა. როგორც წინა შემთხვევაში, მივიღებთ

$$da=p_{11}\,du_{11}=Eu_{11}\,du_{11}.$$

აქედან გვექნება

$$a=\frac{1}{2}Eu_{11}^2=\frac{1}{2}E\left(\frac{y}{r}\right)^2.$$

ეს არის მუშაობა, შესრულებული მოცულობის იმ ერთეულის ღუნვის დროს, რომელიც ნეიტრალური ფენიდან დაშორებულია y მანძილით. თუ მას გავამრავლებთ dS-ზე და მოვახდენთ ინტეგრაციას ღეროს კვეთზე, მივიღებთ მუშაობას, რომელიც სრულდება S ფუძის და ერთეული სისქის მქონე ფენის ღუნვის დროს

$$\int adS=\frac{1}{2}\frac{E}{r^2}\int y^2\,dS=\frac{1}{2}\frac{EJ}{r^2},$$

ვინაიდან $J=\int y^2dS$ არის ღეროს განივი კვეთის ინერციის მომენტი. ეს ფორმულა შეიძლება დავწეროთ ღუნვის მომენტის საშუალებით

$$\int adS=\frac{M^2}{2EJ}.$$

dx-ზე გადამრავლებით და ღეროს მთელი სიგრძის გასწვრივ ინტეგრაციით გვექნება

$$A=\int_0^1\frac{M^2dx}{2EJ}. \qquad \text{(IX,32)}$$

ასეთია მუშაობა, რომელიც სრულდება l სიგრძის ღეროს გაღუნვის დროს, როდესაც ღეროს განივ კვეთზე მოქმედებს გამღუნავი მომენტი M.

ჩვენ გამოვიანგარიშეთ მუშაობა, რომელიც სრულდება სხვადასხვა სახის დრეკადი დეფორმაციის დროს. როგორც უკვე აღვნიშნეთ ზემოთ, ეს მუშაობა იხარჯება სხეულის შინაგანი ენერგიის

გაზრდაზე. სახელდობრ, თუ დეფორმაცია იზოთერმულია, ე. ი. სხეულის ტემპერატურა უცვლელი რჩება, ეს მუშაობა იწვევს სხეულის თავისუფალი ენერგიის ზრდას

$$A = F - F_0.$$

აქ F_0 არის სხეულის თავისუფალი ენერგია დეფორმაციამდე, ხოლო F თავისუფალი ენერგია დეფორმაციის შემდეგ. თუ დეფორმაცია ადიაბატურია, მუშაობა სხეულის სრული ენერგიის ნაზრდის ტოლია

$$A = E - E_0,$$

ვინაიდან ამ შემთხვევაში სხეული არ იღებს და არც კარგავს სითბოს, მაშასადამე, ჩვენს მიერ გამოყვანილი მუშაობის ფორმულები ერთდროულად გამოსახავენ დეფორმირებული სხეულის დრეკად თავისუფალ ან სრულ ენერგიას.

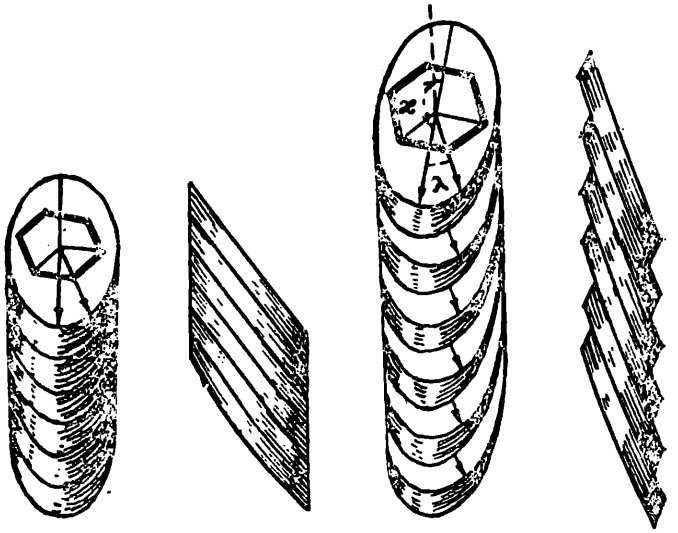
§ 66. მონოკრისტალებისა და პოლიკრისტალების პლასტიკური დეფორმაციები

წინა პარაგრაფებში დაწვრილებით განვიხილეთ დრეკადი დეფორმაციები. მაგრამ, როგორც უკვე გვქონდა აღნიშნული, ამ დეფორმაციებს ადგილი აქვს მხოლოდ ძალიან მცირე ძაბვებისა და დეფორმაციების ფარგლებში. საკმარისია ძაბვა დრეკადობის ზღვარზე მეტი გახდეს, რომ დაიწყოს პლასტიკური დეფორმაცია, რომელიც სხეულში იწვევს სხვადასხვა სახის ნარჩენ დეფორმაციებს. პლასტიკური დეფორმაციების ხასიათი ჯერჯერობით საბოლოოდ შესწავლილი და გამორკვეული არ არის, რაც გამოწვეულია იმით, რომ სხვადასხვა კრისტალი გვიჩვენებს ერთმანეთისაგან ფრიად განსხვავებულ თვისებებს. უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში, მრავალი ცდისა და დაკვირვების შედეგად, ნაწილობრივ მოხერხდა გამორკვევა იმისა, თუ როგორ ხდება მონოკრისტალების პლასტიკური დეფორმაცია. მართალია, მიღებული შედეგები ჯერჯერობით არ არის ახსნილი და გაერთიანებული ატომური თეორიით, მაგრამ უკვე არსებული მიღწევები საბუთს გვაძლევს ვიფიქროთ, რომ მოკლე ხანში შექმნილი იქნება პლასტიკური დეფორმაციების დამაკმაყოფილებელი თეორია.

ჩვენ ჯერ განვიხილავთ იმ შედეგებს, რომლებიც მიღებული იყო მონოკრისტალების პლასტიკური დეფორმაციების დროს. ამ მიმართულებით ყველაზე უფრო დაწვრილებითაა შესწავლილი თუთიის მონოკრისტალების პლასტიკური დეფორმაცია მისი გაჭიმვის დროს. საზოგადოდ უნდა აღვნიშნოთ, რომ მეტალების მონოკრისტალები

თავისი მექანიკური თვისებებით ისე განსხვავდება მეტალის პოლიკრისტალებისაგან, რომ პირველი შეხედვით ძნელად დასაჯერებელია, რომ ეს ერთი და იგივე ნივთიერებაა. მონოკრისტალი იმდენად მცირე წინააღმდეგობას უწევს გარეშე ძალას, რომ ხშირად შესაძლებელია მისი პირდაპირ ხელით გაჭიმვა ისე, რომ სიგრძე ერთიორად გაიზარდოს.

ავიღოთ მავთულის სახის თუთიის მონოკრისტალი და დავიწყოთ მისი გაჭიმვა. შევამჩნევთ, რომ გაჭიმვა მიმდინარეობს არა უწყვეტად, არამედ წყვეტილად—ნახტომებით. დეფორმაციამდე გლუვი



ნახ. 120.

მავთულის ზედაპირი დეფორმაციის დროს იფარება ქერქლითსურათი ისეთია, თითქოს მავთულის გაჭიმვა მდგომარეობს მისი ფენების სრიალში ერთმანეთის მიმართ. დეტალურმა შესწავლამ გამოარკვია, რომ ეს მართლაც ასე არის. გამოირკვა სახელდობრ, რომ სრიალი წარმოებს თუთიის კრისტალის ძირითად კრისტალოგრაფიულ სიბრტყეში, რომელიც მთავარი ჰექსაგონური ღერძის მართობულია. ფენების სრიალის უფრო თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად განვიხილოთ თუთიის მონოკრისტალის მოდელი, აგებული პოლანის მიერ. 120-ე ნახაზზე მთელი მავთული წარმოდგენილია როგორც ელიფსური ფორმის ფენების ერთობლიობა. მათი სიბრტყე, რომელიც სწორედ ძირითადი კრისტალოგრაფიული სიბრტყეა (0001), მავთულის ღერძისადმი დახრილია $\varkappa$ კუთხით. სწორედ ამ სიბრტყის გასწვრივ ხდება ფენების გასრიალება ერთმანეთის მიმართ. თვით ამ სიბრტყეში გასრიალება ხდება იმ მიმართულებით,

რომელიც ელიფსის დიდ ღერძთან ადგენს უმცირეს კუთხეს. კუთხე ღერძსა და ამ მიმართულებას შორის აღვნიშნოთ λ-თი; ცხადია, თუ ადგილი აქვს ფენების მხოლოდ გასრიალებას, უნდა ხდებოდეს მავთულის ღერძის გადახრა. თუ ამას ადგილი არა აქვს, ეს იმას ნიშნავს, რომ გასრიალებასთან ერთად მოხდა ფენების მობრუნება და მოღუნვა. გასაგებია აგრეთვე, რომ მავთულის გაჭიმვის დროს მისი კვეთი, რომელიც დეფორმაციამდე წრიული იყო, გახდება ელიფსური და ერთი მიმართულებით თანდათან დავიწროვდება. მავთული მიიღებს ზოლისებურ ფორმას.

შმიდმა, ტეილორმა და ელამმა გამოარკვიეს, რომ სრიალი იწყება მხოლოდ იმის შემდეგ, რაც ძაბვის მდგენელი სრიალის მიმართულების გასწვრივ გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას მიაღწევს. აღვნიშნოთ ეს მნიშვნელობა τ_k თი. თუ ღერძის გასწვრივ მოქმედ ძაბვას აღვნიშნავთ p-თი, მისი მდგენელი სრიალის მიმართულების გასწვრივ იქნება $p \cdot \cos\lambda$. მაგრამ აქ კიდევ მხედველობაში უნდა მივიღოთ ის გარემოება, რომ p გამოანგარიშებულია ღერძისადმი მართობული კვეთისათვის. $p \cdot \cos\lambda$ კი მოქმედებს სრიალის სიბრტყეში, რომელიც დახრილია ღერძისადმი λ კუთხით, და ვინაიდან სრიალის სიბრტყის კვეთის ფართობი $\sin\varkappa$-ჯერ ნაკლებია, ვიდრე ღერძისადმი მართობული კვეთი, სრიალის მიმართულებით მოქმედი ძაბვისათვის, რომელიც გამოანგარიშებულია სრიალის სიბრტყის ერთეული ფართობისათვის, მივიღებთ $p\cos\lambda \cdot \sin\varkappa$. ანალოგიურად სრიალის სიბრტყის მართობული ძაბვისათვის გვექნება $p\sin^2\varkappa$; მაშასადამე,

$$\tau = p \cdot \cos\lambda \sin\varkappa,$$

$$\nu = p \cdot \sin^2\varkappa, \qquad \text{(IX,33)}$$

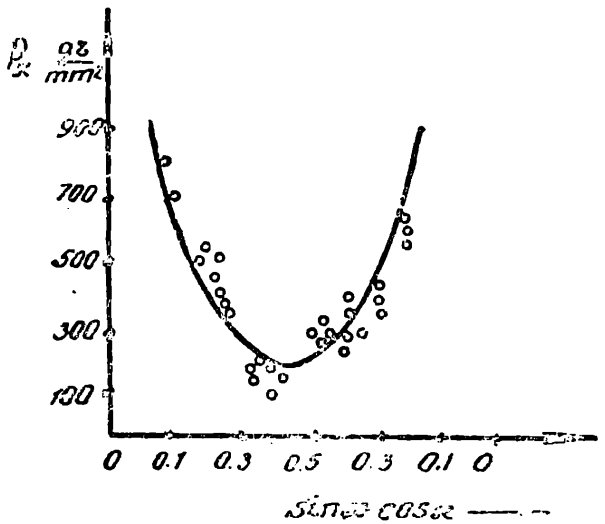
სადაც τ და ν არის ძაბვები სრიალის მიმართულებით და სრიალის სიბრტყის მართობულად. სრიალი იწყება მხოლოდ იმის შემდეგ, როდესაც τ გახდება τ_k კრიტიკული მნიშვნელობის ტოლი. აქედან შეიძლება ვიპოვოთ p ძაბვის ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც იწყება სრიალი

$$p_k = \frac{\tau_k}{\cos\lambda \cdot \sin\varkappa}.$$

ვინაიდან λ ჩვეულებრივად ძალიან მცირედ განსხვავდება $\varkappa$-საგან, გამოანგარიშებისათვის იყენებენ უფრო მარტივ ფორმულას

$$p_k = \frac{\tau_k}{\cos\varkappa \cdot \sin\varkappa}.$$

ეს ფორმულა შემოწმებული იყო ბოასისა და შმიდის მიერ კადმიუმის მონოკრისტალებისათვის. 121-ე ნახაზზე მოცემული მრუდი გვიჩვენებს p_k-ს ცვლილებას x კუთხის ცვლილების დროს. წერტილები გვაძლევს p_k-ს ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებს. გამოანგარიშების დროს მიღებულია, რომ კადმიუმისათვის $\tau_k = 94 \frac{Gr}{mm^2}$. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა თეორიასა და ექსპერიმენტს შორის დამაკმაყოფილებელია. ეს და ანალოგიური ცდები გვიჩვენებს, რომ

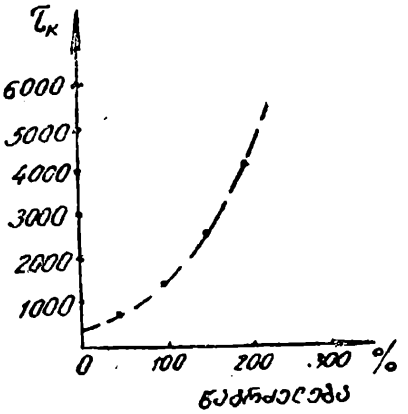


ნახ. 121.

τ_k არ არის დამოკიდებული მონოკრისტალის ორიენტაციაზე მავთულის ღერძის მიმართ. იგი გამოსახავს ძაბვას, რომელიც საჭიროა მონოკრისტალის ფენების გასასრიალებლად ერთიმეორის მიმართ. უნდა აღვნიშნოთ, რომ, როდესაც ვაწარმოებთ მონოკრისტალის თანდათანობით გაჭიმვას, τ_k არ რჩება უცვლელი. გასრიალების სიდიდის[1] ზრდასთან ერთად τ_k იზრდება ისე, რომ, რაც უფრო მეტია გასრიალება, მით უფრო მეტი კრიტიკული ძაბვაა საჭირო შემდგომი გასრიალებისათვის. ამ მოვლენას ეწოდება მონოკრისტალის გ ა მ ა გ რ ე ბ ა სრიალის შედეგად. პლასტიკური დეფორმაციის განმავლობაში მონოკრისტალი თანდათან მაგრდება. დეფორმაციისადმი წინააღმდეგობის გაწევის უნარი თანდათან იზრდება. ეს

[1] გასრიალების სიდიდე ეწოდება მანძილს, რომელზედაც გადაინაცვლებს ერთმანეთის მიმართ ერთმანეთისაგან ერთეული მანძილით დაშორებული ორი ფენა.

მოვლენა, მრავალი ცდის მიუხედავად, ჯერჯერობით ახსნილი არაა. 122-ე ნახაზზე მოყვანილია τ_k ზრდის მრუდი თუთიისათვის. ჩვენ ვხედავთ, რომ დეფორმაციის ზრდასთან ერთად τ_k იზრდება. ანალოგიური მდგომარეობაა სხვა შემთხვევაშიც. გამოირკვა აგრეთვე, რომ τ_k დამოკიდებულია ტემპერატურაზე, სახელდობრ, იგი კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს. გარდა მონოკრისტალის წმინდა გამაგრებისა, რომელიც გამოწვეულია τ_k კრიტიკული მხები ძაბვის გაზრდით, ადგილი აქვს კიდევ იმით გამოწვეულ გეომეტრიულ გამაგრებას, რომ დეფორმაციის დროს იცვლება სრიალის სიბრტყის დახრა მავთულის ღერძისადმი.



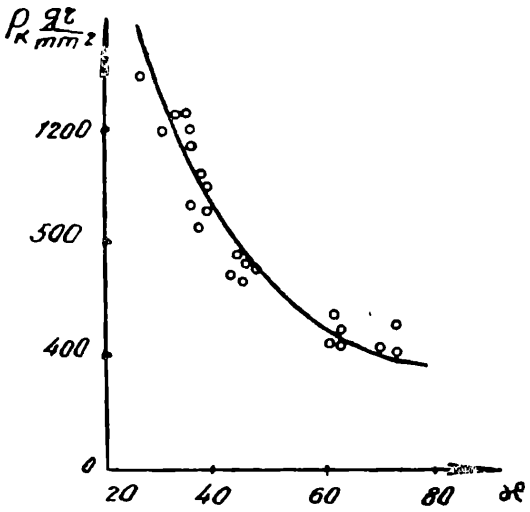
ნახ. 122.

ახლა განვიხილოთ მონოკრისტალის გაწყვეტის საკითხი. ცხადია, გარეშე გამჭიმავი ძალის ზრდასთან ერთად იზრდება სრიალის სიბრტყისადმი მართობული მდგენელი ν. ეს ძაბვა ცდილობს დააშოროს ერთმანეთს მონოკრისტალის ფენები და როდესაც იგი მიაღწევს გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას, მონოკრისტალი წყდება. აღვნიშნოთ ეს კრიტიკული ნორმალური ძაბვა ν_k-თი, მაშინ, (IX,33) ფორმულის თანახმად, მონოკრისტალი გაწყდება, როდესაც გამჭიმავი p ძაბვა გახდება p'_k-ს ტოლი, სადაც

$$p'_k = \frac{\nu_k}{\sin^2 \varkappa}.$$

მაგალითად, ბისმუტისათვის $\nu_k = 324 \frac{gr}{mm^2}$. 123-ე ნახაზზე მოცემული მრუდი გვიჩვენებს p'_k-ის, ე. ი. გაწყვეტისათვის საჭირო ძაბვის ცვლილებას $\varkappa$ კუთხის ცვლილების დროს, გამოანგარიშებულს თეორიულად. წერტილები კი გვაძლევს p'_k ის ცდით გაზომილ მნიშვნელობებს. თანხვდენა ცდასა და თეორიას შორის ძალიან კარგია. წმიდის ცდების შედეგად გამოირკვა, რომ, τ_k-საგან განსხვავებით, ν_k არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე. მაგალითად, როდესაც $t = 20°C$, $\nu_k = 329 \frac{gr}{mm^2}$, ხოლო, როდესაც $t = -80°C$,

$\tau_k = 327 \frac{gr}{mm^2}$, ე. ი. ცდომილების ფარგლებში ისეთივე რიგისაა, როგორც 20°C-ზე. სწორედ ამ გარემოებით არის გამოწვეული ის მოვლენა, რომ დაბალ ტემპერატურაზე მონოკრისტალი უფრო მყიფეა, ვიდრე მაღალ ტემპერატურებზე. მართლაც, მონოკრისტალი გაწყდება ყოველგვარი სრიალის გარეშე; თუ ჯერ მოხდება სრიალი



ნახ. 123.

და შემდეგ გაწყვეტა, დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი ძაბვაა მეტი: p_k თუ p'_k. თუ p_k ნაკლებია p'_k-ზე, ჯერ მოხდება სრიალი და მხოლოდ მაშინ, როდესაც p გახდება p'_k-ის ტოლი, მოხდება გაწყვეტა — კრისტალი იქნება პლასტიკური. თუ p_k მეტია p'_k-ზე, ყოველგვარი სრიალის გარეშე მოხდება წყვეტა, როდესაც p გახდება p'_k-ის ტოლი. ვინაიდან ტემპერატურის შემცირების დროს τ_k იზრდება, p_k-ც გაიზრდება და ბოლოს დადგება მომენტი, როდესაც იგი გახდება p'_k-ის ტოლი, თუ ჩვეულებრივი ტემპერატურებისათვის იგი იყო p'_k-ზე ნაკლები. ამის შემდეგ მონოკრისტალი იქნება უკვე მყიფე, ვინაიდან იგი გაწყდება პლასტიკური დეფორმაციის გარეშე. აღსანიშნავია აგრეთვე ის ფაქტი, რომ გაწყვეტა ყველა შემთხვევაში ხდება იმავე სიბრტყეში, რომლის გასწვრივაც ხდება სრიალი. დასასრულ, განვიხილოთ საკითხი, როგორ არის დამოკიდებული მონოკრისტალის მექანიკური თვისებები დეფორმაციის სიჩქარეზე. ჰააზესა და შმიდის ცდების შედეგად გამოირკვა, რომ მონოკრისტალის გამაგრება იზრდება დეფორმაციის სიჩქარის ზრდის დროს.

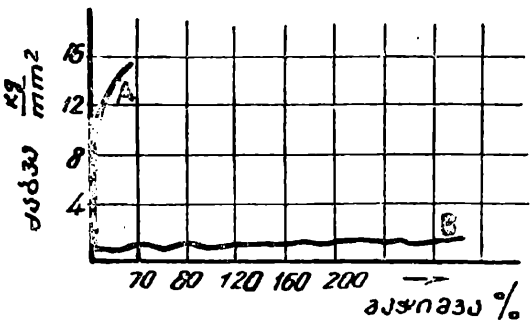
თავისი ცდების დროს ისინი საშუალებას აძლევდნენ მონოკრისტალს „დაესვენა“, ე. ი. გარკვეული დროის განმავლობაში ამცირებდნენ დატვირთვას და ტოვებდნენ მას ამ მდგომარეობაში. შემდეგ ისევ ზრდიდნენ დატვირთვას და ა. შ. მათ აღმოაჩინეს, რომ რაც უფრო მეტ ხანს „ისვენებს“ მონოკრისტალი მომდევნო დატვირთვებს შორის, მით უფრო ნაკლებია გამაგრება, ე. ი. მით უფრო მცირედ იზრდება კრიტიკული მხები ძაბვა τ_k. ეს მოვლენა ფრიად მნიშვნელოვანია, ვინაიდან გვიჩვენებს, რომ მონოკრისტალის გამაგრებული მდგომარეობა არ წარმოადგენს მდგრად მდგომარეობას, იგი თავისთავად ქრება დროის განმავლობაში.

ახლა განვიხილოთ პოლიკრისტალების პლასტიკური დეფორმაციები. როგორც ვიცით, პოლიკრისტალი სხვადასხვანაირად ორიენტირებული მცირე მონოკრისტალების ერთობლიობას წარმოადგენს. ცალკეული მონოკრისტალების გამყოფი ფენები დეფორმირებულია და ამით მათი სიმაგრე უფრო დიდია, ვიდრე მონოკრისტალებისა და ამიტომ პოლიკრისტალის წყვეტა ან დეფორმაცია ხდება მონოკრისტალების შიგნით და არა ამ ფენებში. ზემოთ ჩვენ ვნახეთ, რომ მონოკრისტალის სრიალისა და წყვეტის ძაბვები p_k და p'_k დამოკიდებულია მის ორიენტაციაზე გამჭიმავი ძალის მიმართ. ვინაიდან პოლიკრისტალში ცალკეული მონოკრისტალები სულ სხვადასხვანაირადაა ორიენტირებული, სრიალისა და წყვეტის ძაბვები არ იქნება დამოკიდებული მათ ორიენტაციაზე. ყოველივე ეს იწვევს პოლიკრისტალის იზოტროპიულობას მექანიკური თვისებების მიმართ და მის მეტ სიმაგრეს მონოკრისტალთან შედარებით. უკანასკნელს, ე. ი. გამაგრებას ხელს უწყობს კიდევ შემდეგი გარემოება: თავისუფალ მონოკრისტალში სრიალი იწყება ყველაზე ნაკლები τ_k-ს მქონე სიბრტყის და მიმართულების გასწვრივ. სხვა მონოკრისტალებით შემოსაზღვრულ მონოკრისტალში კი სასაზღვრო პირობებმა შესაძლებელია ხელი შეუშალოს სრიალს ამ მიმართულების გასწვრივ და სრიალი მოხდება უფრო მეტი τ_k-ს მქონე მიმართულებით, რისთვისაც, რასაკვირველია, საჭირო იქნება უფრო მეტი ძალის მოქმედება.

124-ე ნახაზზე ნაჩვენებია, რამდენად უფრო დიდი ძაბვაა საჭირო იმისათვის, რომ დაიწყოს პოლიკრისტალის პლასტიკური დეფორმაცია. B მრუდი არის თუთიის მონოკრისტალის გაჭიმვის მრუდი, A კი—პოლიკრისტალის გაჭიმვის მრუდი. ჩვენ ვხედავთ, რომ მაშინ, როდესაც მონოკრისტალური თუთია იწყებს პლასტიკურ დეფორმაციას, $p_k \cong 100 \frac{Gr}{mm^2}$ ძაბვის დროს პოლიკრისტა-

ლური თუთიის პლასტიკური დეფორმაციისათვის საჭიროა ძაბვა — რამდენიმე ათასი კილოგრამძალა ერთ კვ. მილიმეტრზე.

პოლიკრისტალის მექანიკურ თვისებებზე დიდ გავლენას ახდენს მისი შემადგენელი მცირე კრისტალების სიდიდე. მაზინგისა და პოლანის ცდებით გამოირკვა, რომ რაც უფრო ნაკლებია ცალკეული კრისტალის სიდიდე, მით უფრო მაგარია პოლიკრისტალი. მაგალითად, როდესაც კრისტალიტების სიდიდე იყო 80μ^2 (ფართობი), თუთიის სიმაგრე უდრიდა 15 $\frac{kg}{mm^2}$, ხოლო, როდესაც კრისტალი-



ნახ. 124.

ტების სიდიდე გათბობის შედეგად გახდა 40000μ^2, სიმაგრე შემცირდა და გახდა 5 $\frac{kg}{mm^2}$-ის ტოლი. ეს მოვლენა გასაგებია, ვინაიდან კრისტალიტების შემცირება ნიშნავს მათ შორის არსებული დეფორმირებული ფენების რიცხვის გაზრდას, რაც იწვევს მასალის გამაგრებას.

კრისტალიტების ფორმაზე, სიდიდესა და ორიენტაციაზე და, მაშასადამე, პოლიკრისტალის მექანიკურ თვისებებზე დიდ გავლენას ახდენს უკვე მომხდარი დეფორმაცია (გაჭიმვა, ჭედვა, გაგლინვა და სხვ.) და გათბობა. გამოირკვა, რომ გაჭიმვის, ჭედვისა და გაგლინვის დროს კრისტალიტების ორიენტაცია იცვლება, სახელდობრ, კრისტალიტების სრიალის მიმართულებანი უმთავრესად თანხვდებიან მასალის უდიდესი დეფორმაციის მიმართულებას. კრისტალიტები გაგრძელდა დეფორმაციის მიმართულებით და რიცხობრივად გაიზარდა. ცხადია, პოლიკრისტალის სტრუქტურის ასეთი ცვლილება გამოიწვევს მის გამაგრებას. თუ დავიწყებთ ასეთი დეფორმირებული პოლიკრისტალის გათბობას, შევამჩნევთ, რომ კრისტალიტები ისევ იღებს ყველა მიმართულებით თანაბარ ფორმას. კიდევ უფრო ძლიერი გათბობა გამოიწვევს კრისტალიტების ერთ-

მანეთში შეზრდას და უფრო დიდი კრისტალიტების გაჩენას. ამ პროცესს—დეფორმირებული კრისტალიტების დაბრუნებას არადეფორმირებულ მდგომარეობაში და მათ შეზრდას უფრო დიდ კრისტალებად—ეწოდება რ ე კ რ ი ს ტ ა ლ ი ზ ა ც ი ა. ჩვენს შემთხვევაში რეკრისტალიზაცია გამოწვეულია ტემპერატურის გაზრდით.

პოლიკრისტალების აღნიშნული თვისებები—მექანიკური თვისებების შეცვლა დეფორმაციების გავლენით (ჭედვა, გლინვა და სხვ.) და გათბობით (მოწვა)—საფუძვლად უძევს მეტალების ტექნოლოგიას და, ცხადია, რა დიდი მნიშვნელობა ექნება ტექნიკის ამ დარგისათვის ყველა აღნიშნული პროცესის დეტალურ შესწავლას და სათანადო ფიზიკური თეორიის შექმნას. ჯერჯერობით კი ტექნიკა იძულებულია დაკმაყოფილდეს მხოლოდ იმ მცირე ცნობებით, რომელთაც გვაწვდის ფიზიკა ყველა ამ მოვლენის შესახებ. მხოლოდ იმის შემდეგ, როცა ფიზიკა შეძლებს დაეუფლოს ყველა ამ მოვლენას და ახსნას ისინი ატომური თეორიის თვალსაზრისით, გახდება შესაძლებელი ყველა ტექნიკურად სასარგებლო მასალის მნიშვნელოვანი გაუმჯობესება.

დასასრულ, მოვიყვანოთ ზოგიერთი რიცხვითი მნიშვნელობა. 43-ე ცხრილში მოყვანილია დინების საზღვარი პოლიკრისტალური სხეულებისათვის (ძაბვა, რომლის შემდეგ იწყება პლასტიკური დეფორმაცია) და წყვეტის ზღვარი გაჭიმვისათვის (ძაბვა, რომლის შემდეგ გაჭიმული სხეული წყდება), მხოლოდ უნდა გვახსოვდეს, რომ ეს სიდიდეები დამოკიდებულია მყარი სხეულის სიწმინდეზე, გაზომვამდე მომხდარ დეფორმაციაზე და ტემპერატურაზე.

ცხრილი 43

სხეული	t°	E $\frac{kg}{cm^2}$	G $\frac{kg}{cm^2}$	დინების ზღვარი $\frac{kg}{cm^2}$	წყვეტის ზღვარი $\frac{kg}{cm^2}$
Al	18°	$0{,}719 \cdot 10^6$	$0{,}272 \cdot 10^6$	500	1000
Fe	20°	$2{,}132 \cdot 10^6$	$0{,}805 \cdot 10^6$	1000 1400	2000
Cu	20°	$1{,}17 \cdot 10^6$	$0{,}424 \cdot 10^6$	1200	1800
Zu	20°	$0{,}77 \cdot 10^6$	$0{,}32 \cdot 10^6$	1000	1500 3400
ფოლადი (ნახშირ.)	20°	$2{,}05 \cdot 10^6$	$0{,}8 \cdot 10^6$	1800 4500	8000
თუჯი	18°	$1{,}3 \cdot 10^6$	$0{,}86 \cdot 10^6$	1200	1200 2000
Pt	18°	$1{,}7 \cdot 10^6$	$0{,}62 \cdot 10^6$	2600	1500

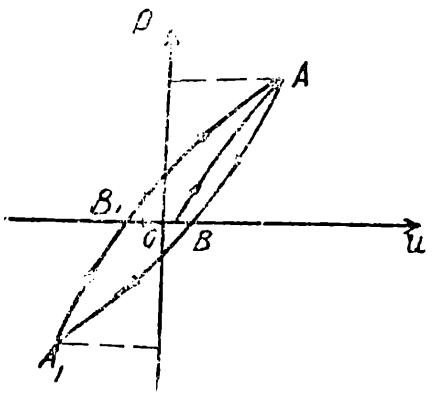
§ 67. დრეკადი შემდგომქმედება და ჰისტერეზისი

მრავალი ცდით გამოირკვა, რომ სხეულის დრეკადი დეფორმაციის დროს გარეშე მოქმედების მოსპობის შემდეგ სხეული იმავე მომენტში არ უბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას. მართალია, დრეკადი დეფორმაციის უმთავრესი ნაწილი ისპობა ბგერის სიჩქარით, მაგრამ ყოველთვის რჩება დეფორმაციის მცირე ნაწილი, რომელიც ქრება მხოლოდ საკმაოდ დიდი დროის შემდეგ. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს გარეშე ძალა თავის მოსპობის შემდეგაც ტოვებს სხეულში გარკვეულ ცვლილებას, რომელიც მხოლოდ თანდათან ქრება. ამიტომ აღნიშნულ მოვლენას ეწოდება დ რ ე კ ა დ ი შ ე მ დ გ ო მ ქ მ ე დ ე ბ ა. აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ დრეკად შემდგომქმედებას ადგილი აქვს მხოლოდ პოლიკრისტალების შემთხვევაში ან წინასწარ პლასტიკურად დეფორმირებული მონოკრისტალების შემთხვევაში. მონოკრისტალი, რომელსაც არ განუცდია პლასტიკური დეფორმაცია და რომელიც არ შეიცავს არავითარ არაერთგვაროვნებებს, სრულებით არ გვიჩვენებს დრეკად შემდგომქმედებას.

ყოველივე ეს გვაფიქრებინებს, რომ დრეკადი შემდგომქმედება გამოწვეულია სტრუქტურის არაერთგვაროვნებით. სხეულში ყოველთვის იქნება ნაწილები, რომელთაც აქვთ დრეკადობის სხვადასხვა ზღვარი და ამიტომ გარეშე მოქმედების გავლენით ზოგი მათგანი განიცდის დრეკად, ზოგი კი პლასტიკურ დეფორმაციას. გარეშე ძალის მოხსნის შემდეგ დრეკადად დეფორმირებული ნაწილები უბრუნდება თავის საწყის მდგომარეობას, მაგრამ ამ დაბრუნებას ხელს უშლის მეზობლად მდებარე პლასტიკურად დეფორმირებული ნაწილები. ამიტომ სხეულს გარკვეული დრო ესაჭიროება იმისათვის, რომ დაუბრუნდეს საწყის მდგომარეობას.

ასეთივე არაერთგვაროვნებასთან არის დაკავშირებული მეორე საინტერესო მოვლენა, რომელიც აღმოჩენილ იქნა პოლიკრისტალების მექანიკური თვისებების შესწავლის დროს. ეს არის დ რ ე კ ა დ ი ჰ ი ს ტ ე რ ე ზ ი ს ი. ამ მოვლენის შინაარსი მდგომარეობს იმაში, რომ ძაბვის ერთსა და იმავე მნიშვნელობას ეთანადება დეფორმაციის სხვადასხვა მნიშვნელობა. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ ვახდენთ მყარი სხეულის დეფორმაციას და OA მრუდი (ნახ. 125) გამოხატავს კავშირს დეფორმაციასა და ძაბვას შორის. A წერტილის მიღწევის შემდეგ დავიწყოთ ძაბვის შემცირება. ჩვენ ვნახავთ, რომ დეფორმაციაც შემცირდება, მაგრამ მისი მნიშვნელობები არ თანხვდება წინანდელ მნიშვნელობებს. კავშირი ძაბვასა და დეფორმაციას შორის მოცემული იქნება არა AO მრუდით, არამედ AB

მრუდით. OB მონაკვეთი გვაძლევს იმ ნარჩენ დეფორმაციას, რომელიც რჩება ძაბვის მოსპობის შემდეგ. თუ B წერტილის მიღწევის შემდეგ შევცვლით ძაბვის მიმართულებას (მაგალითად, გაჭიმვის მაგიერ დავიწყებთ კუმშვას) და გავადიდებთ მის მნიშვნელობას, სანამ არ მივაღწევთ A წერტილის ტოლ ძაბვას, მივიღებთ BA_1 მრუდს. ძაბვის შემდგომი თანდათანობითი შემცირება მოგვცემს A_1B_1 მრუდს. OB_1 მონაკვეთი გვაძლევს ნარჩენ დეფორმაციას, რომელიც რჩება სხეულში უარყოფითი ძაბვის მოსპობის შემდეგ. ძაბვის თანდათანობით გაზრდა A წერტილის სათანადო მნიშვნელობამდე გვაძლევს B_1A მრუდს, რომელიც თავდება A წერტილში. ჩვენ ვხედავთ, რომ ძაბვის ერთსა და იმავე მნიშვნელობას ეთანადება დეფორმაციის რამდენიმე მნიშვნელობა. ABA_1B_1A მრუდს ეწოდება ჰ ი ს ტ ე რ ე ზ ი ს ც ი კ ლ ი. მის მიერ შემოფარგლული ფართობი გამოისახება ინტეგრალით:



ნახ. 125.

$$\oint p du,$$

სადაც p არის ძაბვა, u დეფორმაცია, ინტეგრაცია კი წარმოებს ჰისტერეზისის ციკლის გასწვრივ. ეს ინტეგრალი ფიზიკურად გამოსახავს მუშაობას, რომელიც სრულდება ჰისტერეზისის ციკლის შემოვლის დროს, ე. ი. A წერტილიდან ისევ A წერტილში დაბრუნების დროს. ეს მუშაობა, შესრულებული გარეშე ძალების მიერ, შეუქცევი პროცესების გამო (უმთავრესად შინაგანი ხახუნი) გადადის სითბოში. როგორც ცდებით გამოირკვა, ეს მუშაობა და სითბო ჰისტერეზისის ციკლის მაქსიმალური ძაბვის, ანუ დეფორმაციის კვადრატის, პროპორციულია

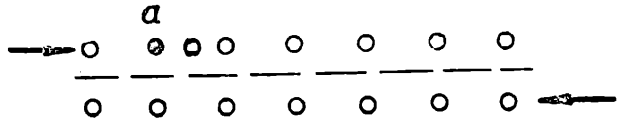
$$Q=\oint p du = K_1 (v_{max})^2 = K_2 (p_{max})^2,$$

სადაც K_1 და K_2 წარმოადგენენ მუდმივ სიდიდეებს.

ჩვენ არ შევეხებით ჰისტერეზისის არსებული თეორიების განხილვას, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ჰისტერეზისი, ისე როგორც დრეკადი შემდგომქმედება, დაკავშირებულია მყარი სხეულის არაერთგვაროვნებასთან და ამიტომ გვხვდება მხოლოდ პოლიკრისტალებში და დეფორმირებულ და არაერთგვაროვან მონოკრისტალებში.

§ 68. დისლოკაციები

ბოლო წლებში ინტენსიურად განვითარდა პლასტიკური დეფორმაციების მექანიზმის ე. წ. დისლოკაციური თეორია, რომელმაც მნიშვნელოვნად შეცვალა წინანდელი წარმოდგენები აღნიშნული მექანიზმის შესახებ. ტრადიციული თვალსაზრისის თანახმად, პლასტიკური დეფორმაცია წარმოებს ატომების ერთი ფენის გასრიალებით მეზობელი ატომების მიმართ და ეს გასრიალება ისე ხდება, რომ ერთდროულად გადაინაცვლებს ფენაში მყოფი ყველა ატომი. თეორიული გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ ასეთი გადანაცვლებისათვის საჭიროა საკმაოდ დიდი მხები ძაბვა, რომელიც აღწევს ძვრის მოდულის მეათედის რიგს. ექსპერიმენტები კი გვიჩვენებს, რომ სინამდვილეში ძაბვა, რომლის მიღწევის შედეგად იწყება პლასტიკური დეფორმაცია, 100 და 1000-ჯერ ნაკლებია, ვიდრე



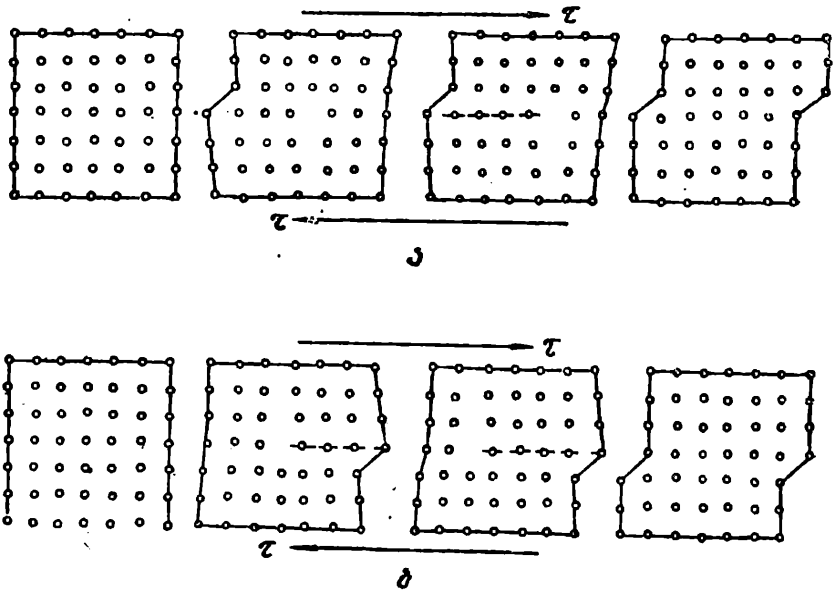
ნახ. 126.

თეორიული მნიშვნელობა. 126-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ატომების განლაგება სხვადასხვა ფენაში არადეფორმირებული კრისტალის შემთხვევაში. თუ, მაგალითად, მოვისურვებთ a ატომის გადანაცვლებას ისრის მიმართულებით, გაჩნდება ძალა, რომელიც ცდილობს დააბრუნოს ატომი საწყის წონასწორობის მდებარეობაში, რის გამოც ატომის შემდგომი გადანაცვლებისათვის დაგვჭირდება მოქმედი ძაბვის თანდათანობითი გადიდება. ძაბვა მიაღწევს მაქსიმუმს, როდესაც a ატომი იქნება მის ქვემოთ მდებარე ორ მეზობელ ატომს შორის, შუა წერტილში, რის შემდეგ ისევ იწყებს შემცირებას, ვინაიდან ატომი უახლოვდება მეორე წონასწორულ მდებარეობას. თუ დავუშვებთ, რომ დრეკადობის ზღვრამდე მართებულია ჰუკის კანონი, შეიძლება დავწეროთ

$$\tau = \frac{G}{d} x,$$

სადაც τ და x არის სათანადო ძაბვა და გადანაცვლება, ხოლო G—ძვრის მოდული და d—მანძილი ატომებს შორის. რასაკვირველია, ეს ფორმულა მიახლოებითია, მაგრამ, თუ უფრო ზუსტ გამოთვლებს ჩავატარებთ, მაინც მივიღებთ დიდ განსხვავებას თეორიულ და ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებს შორის. მაგალითად,

თეორიული გამოთვლები სრიალის ძაბვისათვის სუფთა თუთიაში გვაძლევს დაახლოებით მნიშვნელობას: $\tau_{max}=350\frac{kG}{mm^2}$, ხოლო ექსპერიმენტი, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, იძლევა 100-ჯერ და 1000-ჯერ ნაკლებ მნიშვნელობას. სწორედ ამ უთანხმოებამ თეორიასა და ექსპერიმენტს შორის გამოიწვია დისლოკაციის თეორიის წარმოშობა. თუმცა ცხადი იყო, რომ მეტალების პლასტიკური დეფორმაცია, მართლაც, წარმოებს ატომური ფენების სრიალის მეშვეობით, მაგრამ იმავე დროს ნათელი იყო, რომ ეს პროცესი



ნახ. 127.

არ მიმდინარეობს სრიალის სიბრტყის მეზობლად მდებარე ყველა ატომის ერთდროული გადანაცვლებით.

უმარტივესი დაშვება მდგომარეობს იმაში, რომ სრიალი იწყება ატომების მხოლოდ მცირე ჯგუფის გადანაცვლებით (რაც არის სწორედ დისლოკაცია) და მთელი ფენის გასრიალება წარმოებს ამ დისლოკაციის თანდათანობითი გავრცელებით მთელ კრისტალში (ნახ. 127). ცხადია, საბოლოოდ მივიღებთ ისეთ დეფორმაციას, როგორსაც მივიღებდით ატომური სიბრტყის, როგორც ერთი მთლიანის, გასრიალების შედეგად. მაგრამ აღწერილი პროცესი მიმდინარეობს გაცილებით უფრო მცირე ძაბვის პირობებში, ვიდრე მთელი ფენის ერთდროულად გასრიალება.

თუ დისლოკაცია იწყება კრისტალის ერთ მხარეზე და ვრცელ-

დება მეორე მხრისაკენ, იგი იწვევს კრისტალის ერთი ნაწილის გადანაცვლებას მეორე ნაწილის მიმართ ერთი ატომური მანძილით. თუ დისლოკაცია ვრცელდება მარცხნიდან მარჯვნივ (ნახ. 127 ა), მას ეწოდება დადებითი. წინააღმდეგ შემთხვევაში (ნახ. 127 ბ) დისლოკაცია უარყოფითია. ცხადია, საბოლოოდ დეფორმაცია სავსებით ერთნაირია.

ჩვენ აღვწერეთ დისლოკაციის უმარტივესი სახე. ცხადია, არსებობს უფრო რთული ხასიათის დისლოკაციები, მაგრამ არ შევუდგებით მათ განხილვას და დავკმაყოფილდებით ზემოთქმულით. დისლოკაციების თეორია ახლა საკმარისად განვითარებულია და იგი მნიშვნელოვან როლს ასრულებს მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების ახსნაში. უფრო სრული ცნობები ამ თეორიის შესახებ მკითხველმა შეიძლება მიიღოს მყარი სხეულის ფიზიკის სპეციალურ კურსებში.

§ 69. სითხის გადასვლა ბუარ კრისტალურ მდგომარეობაში

ცდები გვიჩვენებს, რომ გარკვეულ ტემპერატურაზე, რომელიც დამოკიდებულია ნივთიერების გვარობასა და წნევაზე, სითხე გადადის მყარ კრისტალურ მდგომარეობაში. ზემოთ აღვწერეთ, როგორ ხდება ეს პროცესი: მოლეკულების ან ატომების მოწესრიგებული ჯგუფები, რომლებიც ყოველთვისაა სითხეში, ტემპერატურის დაწევის გამო თანდათან მრავლდება, იზრდება და უფრო მდგრადი ხდება. გარკვეულ ტემპერატურაზე ნაწილაკები იმდენად უახლოვდება ერთმანეთს, რომ ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია უფრო მეტი ხდება, ვიდრე საშუალო კინეტიკური ენერგია (უკანასკნელის შემცირება წარმოებს ტემპერატურის შემცირების შედეგად). ამიტომ ნაწილაკები იკავებს მდებარეობებს, რომლებიც სივრცეში გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვითაა განაწილებული. დარჩენილი მცირე კინეტიკური ენერგია იწვევს მხოლოდ ნაწილაკების მცირე რხევას ამ წონასწორობის მდებარეობების მახლობლად. აღნიშნული ტემპერატურა წარმოადგენს სითხიდან მყარ მდგომარეობაში გადასვლის ტემპერატურას. თუ ტემპერატურას ცოტათი ავწევთ, მყარი სხეული ისევ გადავა სითხედ. თვით ამ ტემპერატურაზე სითხე და მყარი სხეული წონასწორობაში იქნება. განვიხილოთ ახლა ამ წონასწორობის პირობები და მათგან გამომდინარე შედეგები.

მეორე თავში გამოვიყვანეთ არაერთგვაროვანი სისტემის წონასწორობის პირობები. ვინაიდან ამ შემთხვევაშიც გვაქვს არაერთგვაროვანი სისტემა (სითხე, მყარი სხეული), შეიძლება გამოვიყენოთ

ეს პირობები. მყარი სხეულის ანუ, რაც იგივეა, მყარი ფაზის დამახასიათებელი სიდიდეები აღვნიშნოთ ნიშნაკით 3. მაშინ წონასწორობის პირობები შემდეგი სახით დაიწერება:

$$p_2 = p_3 = p_{23},$$

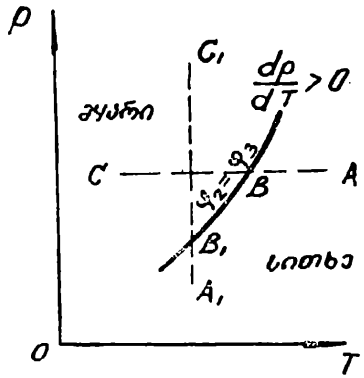
$$T_2 = T_3 = T_{23},$$

$$\varphi_2 = \varphi_3.$$

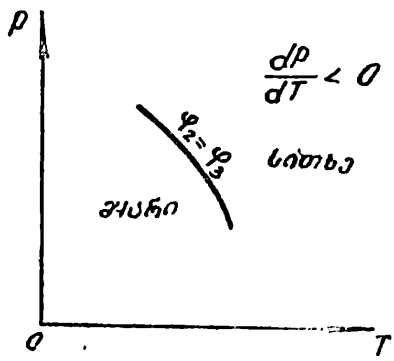
აქ p_2, T_2 და φ_2 არის სითხის წნევა, ტემპერატურა და კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი, ხოლო p_3, T_3 და φ_3—სათანადო სიდიდეები მყარი ფაზისათვის. პირველი ორი განტოლების ჩასმა მესამეში მოგვცემს

$$\varphi_2(p_{23},\ T_{23}) = \varphi_3(p_{23},\ T_{23}).$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ მყარი და თხევადი ფაზისაგან შემდგარი სისტემის მდგომარეობა განისაზღვრება ერთი სიდიდით, მაგალითად, ტემპერატურით. ყოველ ტემპერატურას ეთანადება



ნახ. 128.



ნახ. 129.

გარკვეული წნევა, რომლის დროს მყარი სხეული იმყოფება წონასწორობის სითხესთან და, პირიქით, ყოველ წნევას ეთანადება გარკვეული წონასწორობის ტემპერატურა. ამოვხსნათ წინა განტოლებიდან p_{23}. მივიღებთ

$$p_{23} = f(T_{23}). \qquad \text{(IX,34)}$$

ეს განტოლება ერთმანეთთან აკავშირებს წონასწორობის ტემპერატურასა და წნევას. f ფუნქციის სახის პოვნა შეუძლებელია, ვინაიდან არ არის ცნობილი სითხისა და მყარი სხეულის მდგომარეობის განტოლებები. მაგრამ თერმოდინამიკა მაინც იძლევა ამ ფუნქციის ხასიათის ნაწილობრივ გამორკვევის საშუალებას. ამი-

სათვის ვისარგებლოთ კლაუზიუს-კლაპეირონის ფორმულით, რომელიც გამოყვანილი იყო იმავე მეორე თავში

$$\frac{dp_{23}}{dT_{23}} = \frac{\lambda_{32}}{T_{23}(v_2 - v_3)}; \qquad \text{(IX,35)}$$

აქ v_2 და v_3 არის სითხისა და მყარი სხეულის კუთრი მოცულობები, ხოლო $\lambda_{32} = T(s_2 - s_3)$ დნობის სითბო, ე. ი. სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც საჭიროა ერთი გრამი მყარი სხეულის თხევად მდგომარეობაში გადასაყვანად T_{23} ტემპერატურაზე. თვით T_{23} ტემპერატურას, ე. ი. სითხისა და მყარი სხეულის წონასწორობის ტემპერატურას, ეწოდება დნობის ან გამყარების ტემპერატურა.

სითხისა და გაზის წონასწორობის პირობების განხილვისას ჩვენ ვნახეთ, რომ $\frac{dp_{21}}{dT_{21}} > 0$, ვინაიდან $v_1 > v_2$, ე. ი. გაზის კუთრი მოცულობა მეტია, ვიდრე სითხისა. მყარი სხეულისა და სითხის შემთხვევაში კი შესაძლებელია ორი შემთხვევა:

1°. სითხის კუთრი მოცულობა მეტია, ვიდრე მყარი სხეულისა:

$$v_2 > v_3.$$

მაშინ (IX,35) განტოლება მოგვცემს

$$\frac{dp_{23}}{dT_{23}} > 0, \qquad \text{(IX,36)}$$

ე. ი. წნევის გაზრდა ($dp_{23} > 0$) იწვევს დნობის ტემპერატურის გაზრდას ($dT_{23} > 0$). ეს შემთხვევა ყველაზე ხშირად გვხვდება ბუნებაში. თითქმის ყველა ნივთიერებისათვის გამყარება იწვევს შეკუმშვას და ამიტომ მათთვის შესრულებულია (IX,36) პირობა.

2°. სითხის კუთრი მოცულობა ნაკლებია, ვიდრე მყარი სხეულის მოცულობა:

$$v_2 < v_3.$$

ამ შემთხვევაში (IX,35) განტოლება გვაძლევს

$$\frac{dp_{23}}{dT_{23}} < 0, \qquad \text{(IX,36')}$$

ე. ი. წნევის გაზრდა ($dp_{23} > 0$) იწვევს დნობის ტემპერატურის შემცირებას ($dT_{23} < 0$). ეს შემთხვევა ძალიან იშვიათია. მხოლოდ წყლის, ბისმუტისა და კიდევ რამდენიმე სხეულისათვის $v_2 < v_3$, ე. ი. სითხე გამყარების დროს ფართოვდება. მაგალითად, წყალი,

რომელიც ატმოსფერული წნევის დროს იყინება 273,15°-ზე (ცელსიუსის 0°), გაყინვის დროს ფართოვდება თავისი პირვანდელი მოცულობის 0,091 ნაწილით, ე. ი. ერთი კუბური სანტიმეტრი წყალი გამყარების დროს გვაძლევს 1,091cm^3 ყინულს. ამიტომ წნევის გაზრდის შედეგად წყლის დნობის ტემპერატურა კლებულობს, ე. ი. მაღალი წნევის პირობებში წყალი იყინება უფრო დაბალ ტემპერატურაზე, ვიდრე ჩვეულებრივად. 44-ე ცხრილი გვიჩვენებს, როგორ იცვლება სხვადასხვა ნივთიერების დნობის, ანუ გამყარების ტემპერატურა წნევის გაზრდის შედეგად; ჩვენ ვხედავთ, რომ წყლის, ბისმუტისა და გალიუმის დნობის ტემპერატურა კლებულობს წნევის გაზრდის დროს. ყველა დანარჩენი სხეულის შემთხვევაში კი ტემპერატურა იზრდება.

45-ე ცხრილში მოყვანილია კლაპეირონ-კლაუზიუსის ფორმულის შემოწმების შედეგები ზოგიერთი სხეულისათვის. როგორც ვხედავთ, თეორიის თანხვედნა ცდასთან ძალიან კარგია.

გამოვსახოთ მიღებული შედეგები გეომეტრიულად. ავიღოთ pT სიბრტყე და დავხაზოთ (IX,34) განტოლებით გამოსახული მრუდი. ვინაიდან წარმოებული $\frac{dp_{23}}{dT_{23}}$ გეომეტრიულად გამოსახავს მხების აბსცისთა ღერძთან დახრის კუთხეს, მივიღებთ ორ შემთხვევას. თუ ნივთიერებისათვის შესრულებულია (IX,36) პირობა, მრუდს ექნება 128-ე ნახაზზე ნაჩვენები სახე, ე. ი. მრუდი გადახრილი იქნება მარჯვნივ. ხოლო, თუ ადგილი აქვს (IX,36¹) პირობას (მაგალითად, წყლის შემთხვევაში), მრუდი გადახრილი იქნება მარცხნივ (ნახ. 129).

ცხრილი 44

ნივთიერება	წნევა kg/cm²		
	1	4000	8000
ლითიუმი t°	178,4	191,8	201,6
ვერცხლის-წყალი t°	—38,2	—18,4	+1,8
ბისმუტი t°	271,0	256,0	228,6
გალიუმი t°	28,85	21,4	12,6

p $\frac{kg}{cm^2}$	1	610	1130	1590	1870
H_2O t°	0°	—5°	—10	—15	—20

განხილული მრუდის ყოველი წერტილი გამოსახავს სითხისა და მყარი სხეულის წონასწორობის მდგომარეობას. რას გამოსახავს ამ მრუდის სიბრტყეში მარცხნივ და მარჯვნივ მდებარე წერტილები?

ნივთიერება	T_{23} p = 1atm	λ_{23} cal/gr	u_2-u_3 cm^3/gr	გამ. ΔT, როდესაც $\Delta p = 100$	გაზ.
Sn	504	14,25	0,039	+0,334	+0,323
Cd	593	13, 7	0,056	+0,591	+0,629
Bi	544	12, 6	—0,034	—0,357	—0,356
H_2O	273°,15	79, 7	—0,091	—0,755	—0, 76

ცხადია, რომ მრუდის მარჯვნივ მდებარე წერტილები გამოსახავს სითხის მდგომარეობას. მართლაც, მრუდის რომელიმე წერტილიდან მარჯვნივ გადანაცვლება ნიშნავს ტემპერატურის გაზრდას, ე. ი. მყარი სხეულის გადასვლას თხევად მდგომარეობაში. პირიქით, გადანაცვლება მარცხნივ ნიშნავს ტემპერატურის შემცირებას, ე. ი. სითხის გადასვლას მყარ მდგომარეობაში.

ახლა გამოვარკვიოთ, რატომ გვაქვს დაბალ ტემპერატურებზე მყარი მდგომარეობა, ხოლო მაღალ ტემპერატურებზე თხევადი. ჩვენ ვიცით, რომ მყარ სხეულში (კრისტალში) ნაწილაკები მცირედ ირხევა წონასწორობის გარკვეული მდებარეობების მახლობლად, რომლებიც სივრცეში მოწესრიგებულადაა განაწილებული. სითხეში კი წონასწორობის ეს მდებარეობები, ჯერ ერთი, განლაგებულია სრულიად უწესრიგოდ და, გარდა ამისა, ისინი თვითონაც მოძრაობენ სხვადასხვა სიჩქარით. ცხადია, მოუწესრიგებელი განლაგების ალბათობა მეტია, ვიდრე მოწესრიგებულის. გარდა ამისა, სითხის მდგომარეობის ალბათობა მყარი სხეულის მდგომარეობის ალბათობაზე მეტი კიდევ იმიტომაა, რომ სითხის ნაწილაკები უფრო თავისუფლად მოძრაობენ, ვიდრე მყარი სხეულისა. ისინი არ არიან შეზღუდულნი მოძრაობით უძრავი წონასწორობის მდებარეობების მახლობლად. მაშასადამე, სითხის მაკროსკოპული მდგომარეობის ალბათობა და, მაშასადამე, ენტროპიაც მეტია, ვიდრე მყარი სხეულის ალბათობა ან ენტროპია. მეორე მხრივ, სითხეს უფრო მეტი ენერგია აქვს, ვიდრე მყარ სხეულს: $e_2 > e_3$, ვინაიდან მყარი სხეულის გადასაყვანად სითხედ მას უნდა მივცეთ ენერგია. გამოვიყენოთ ახლა პირველი ნაწილის (V,37) ფორმულა, რომლის თანახმად მუდმივი ტემპერატურისა და წნევის პირობებში წონასწორობის მდგომარეობას ეთანადება თერმოდინამიკური პოტენციალის მინიმუმი. თუ შემოვიღებთ კუთრ თერმოდინამიკურ პოტენციალს, მივიღებთ, რომ წონასწორობის მდგომარეობაში

$$\varphi = e - Ts + pv = min.$$

ვინაიდან სითხისა და მყარი სხეულის კუთრ მოცულობებს შორის განსხვავება მცირეა, მესამე წევრი შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ. განვიხილოთ დანარჩენი ორი წევრი. ცხადია, თუ ტემპერატურა დაბალია, მეორე წევრი აბსოლუტური მნიშვნელობით იქნება მცირე და φ სიდიდის მნიშვნელობა განისაზღვრება პირველი წევრით, ენერგიით, ე. ი. φ-ს ექნება მინიმუმი მაშინ, როდესაც მინიმუმი ექნება ენერგიას. ზემოთ კი ვნახეთ, რომ მყარ მდგომარეობას უფრო ნაკლები ენერგია აქვს, ვიდრე თხევადს, ამიტომ დაბალ ტემპერატურებზე გვექნება მყარი მდგომარეობა. ვთქვათ, ტემპერატურა გაიზარდა. ეს გამოიწვევს მეორე წევრის აბსოლუტური მნიშვნელობის გაზრდას და ამიტომ მაღალ ტემპერატურებზე φ-ის მნიშვნელობა განისაზღვრება მეორე წევრის მნიშვნელობით. ვინაიდან მეორე წევრის წინ დგას ნიშანი მინუს, φ-ს ექნება მინიმუმი, როდესაც s-ს ექნება მაქსიმუმი, ე. ი. მაღალ ტემპერატურაზე წონასწორობის მდგომარეობა ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმს. მეორე მხრივ, ზემოთ ვნახეთ, რომ სითხის ენტროპია მეტია, ვიდრე მყარი სხეულისა და, მაშასადამე, მაღალ ტემპერატურაზე წონასწორული მდგომარეობა იქნება არა მყარი, არამედ თხევადი. ცხადია, უნდა არსებობდეს ტემპერატურა, რომელზედაც როგორც მყარი, ისე თხევადი მდგომარეობა წონასწორული იქნება. სწორედ ეს ტემპერატურაა მყარიდან თხევად მდგომარეობაში გადასვლის ტემპერატურა.

განვიხილოთ მდგომარეობა, რომელიც გამოისახება A წერტილით (ნახ. 128). მისი ტემპერატურა უფრო მაღალია, ვიდრე B წერტილისა, ე. ი. სითხისა და მყარი სხეულის წონასწორობის ტემპერატურა. ამიტომ A წერტილში სითხის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი იქნება, ვიდრე მყარი სხეულისა, ე. ი. ამ მდგომარეობაში მყარი ფაზა არ იქნება მდგრადი ანუ სტაბილური. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ მყარი სხეული მ ე ტ ა ს ტ ა ბ ი ლ ურ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა შ ი ა. სრულიად ანალოგიურად მრუდის ნარცხნივ მდებარე წერტილები გამოსახავენ მყარი სხეულის სტაბილურ და სითხის მეტასტაბილურ მდგომარეობებს. საზოგადოდ, მ ე ტ ა ს ტ ა ბ ი ლ ურ ი მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ე წ ო დ ე ბ ა ი ს ე თ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა ს, რ ო მ ე ლ ს ა ც ა რ ე თ ა ნ ა დ ე ბ ა კ უ თ რ ი თ ე რ მ ო დ ი ნ ა მ ი კ ურ ი პ ო ტ ე ნ ც ი ა ლ ი ს მ ი ნ ი მ უ მ ი. ეს არ არის წონასწორული მდგომარეობა და, თუ რაიმე განსაკუთრებული პირობების გამო იგი განხორციელდა, საკმარისი იქნება მცირე შეშფოთება, რომ სხეული სტაბილურ მდგომარეობაში გადავიდეს. ამ

მეტასტაბილურ მდგომარეობათა განხილვას დავუბრუნდებით შემდეგში.

გამოვარკვიოთ, რა პროცესს გამოსახავს CA წრფე. C წერტილში გვაქვს მყარი სხეული. C-დან B წერტილამდე ხდება მისი გათბობა. B წერტილში იწყება გათხევადება და, სანამ მთელი მყარი სხეული არ გადავა სითხედ, მდგომარეობა გამოისახება B წერტილით. BA მონაკვეთი გამოსახავს მიღებული სითხის გათბობის პროცესს. მთელი CA პროცესი მიმდინარეობს მუდმივი წნევის პირობებში. სრულიად ანალოგიურად C_1A_1 არის მყარიდან თხევად მდგომარეობაში გადასვლის პროცესი მუდმივი ტემპერატურის პირობებში. მყარი სხეული სითხედ გადადის წნევის იზოთერმული შემცირების შედეგად. ცხადია, წნევის შემცირებით მყარი სხეულის გათხევადება მხოლოდ იმ შემთხვევაში შეიძლება, როდესაც $p_{23} = f(T_{23})$ მრუდი გადახრილია მარჯვნივ, ე. ი. როდესაც დნობის ტემპერატურა მცირდება წნევის შემცირების შედეგად. წინააღმდეგ შემთხვევაში (მაგალითად, წყლის, ბისმუტისა და გალიუმისათვის) მყარი სხეულის იზოთერმულად გათხევადებისათვის საჭიროა წნევის გაზრდა და არა შემცირება. მართლაც, კარგად არის ცნობილი, რომ ყინული დნება წნევის გაზრდისა და არა შემცირების შედეგად. როგორც შემდეგში ვნახავთ, ამ ფაქტს ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ბუნების სხვადასხვა მოვლენისათვის.

უფრო დაწვრილებით განვიხილოთ დნობის სითბო λ_{32}. სრულიად ისევე, როგორც VIII თავში, შეიძლება გამოვიყვანოთ ფორმულა:

$$\lambda_{32} = \rho_{32} + p(v_2 - v_3). \qquad \text{(IX,37)}$$

აქ ρ_{32} არის $e_2 - e_3$, ე. ი. სითხისა და მყარი სხეულის კუთრ ენერგიათა სხვაობა, ხოლო $p(v_2 - v_3)$ — გათხევადების დროს მოცულობის ცვლილების შედეგად შესრულებული მუშაობა. ვინაიდან $v_2 - v_3$ სხვაობა ძალიან მცირეა, მთავარ როლს ასრულებს პირველი წევრი ρ_{32} — **დნობის შინაგანი სითბო.** ეს არის დნობის მთელი სითბოს ის ნაწილი, რომელიც იხარჯება კრისტალური მესრის დაშლაზე და ნაწილაკთა შორის ურთიერთქმედების შემცირებაზე. გამოვიანგარიშოთ λ_{32}-ის შემადგენელი ნაწილები წყლისათვის. უშუალო გაზომვებით მიღებულია, რომ $\lambda_{32} = 79{,}89 \frac{cal}{gr}$, $v_2 - v_3 = -0{,}091$, თუ $p = 1$ *atm*. აქედან მივიღებთ

$$p(v_2 - v_3) = -1 \cdot 0{,}091 = -0{,}091 \frac{atm \cdot cm^3}{gr} = -0{,}091 \frac{cal}{gr}.$$

რადგან $1 atm \cdot cm^3 = 0{,}0242 cal$, ρ_{32}-სათვის გვექნება

$$\rho_{32} = 79{,}87 \frac{cal}{gr}.$$

როგორც ვხედავთ, λ_{32}-ის მთავარ ნაწილს შეადგენს ρ_{32}, ხოლო $p(v_2 - v_3)$ იმდენად უმნიშვნელოა, რომ შეიძლება არც მივიღოთ მხედველობაში. გარდა ამისა, აღსანიშნავია, რომ წყლის შემთხვევაში დნობის დროს შესრულებული მუშაობა უარყოფითია, რადგან დნობის დროს ყინული იკუმშება.

§ 70. გადაცივებული სითხე და ამორფული მდგომარეობა

წინა პარაგრაფში გამოვარკვიეთ, რომ გარდა სტაბილური მდგომარეობისა შესაძლებელია მყარი და თხევადი სხეულების მეტასტაბილური მდგომარეობის არსებობა. მართლაც, $p_{32} = f(T_{32})$ მრუდის მარცხნივ მდებარე წერტილები ერთდროულად ორ მდგომარეობას გამოსახავენ. ერთი არის მყარი ფაზის სტაბილური მდგომარეობა, ხოლო მეორე—სითხის მეტასტაბილური მდგომარეობა. ამ მოვლენის ნათლად წარმოსადგენად დავუშვათ, რომ სითხე, რომლის მდგომარეობა გამოისახება A წერტილით, ცივდება მუდმივი წნევის პირობებში, ე. ი. პროცესი გამოისახება ABC მრუდით. როდესაც მივაღწევთ B წერტილს, ჩვეულებრივად იწყება სითხის გამყარება (კრისტალიზაცია). თხევადი ფაზა ნახტომით გადადის ახალ—მყარ ფაზაში, რომელიც ძირფესვიანად განსხვავდება თხევადი ფაზისაგან. მაგრამ, თურმე, შესაძლებელია, B მდგომარეობის შემდეგ ტემპერატურის კიდევ შემცირება ისე, რომ სითხე არ გადავიდეს მყარ მდგომარეობაში. გვექნება ისევ სითხე, მხოლოდ მისი ტემპერატურა იქნება ნაკლები, ვიდრე გამყარების ტემპერატურა. ეს იქნება სითხე მეტასტაბილურ მდგომარეობაში. ასეთ სითხეს ეწოდება გადაცივებული სითხე. მაშასადამე, სითხე გადაცივებულია, თუ მისი ტემპერატურა ნაკლებია, ვიდრე არსებული წნევის შესაბამისი გამყარების ტემპერატურა. ცხადია, გადაცივებული სითხის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი მეტია, ვიდრე იმავე ტემპერატურისა და წნევის მქონე მყარი სხეულის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი. ამიტომ გადაცივებული სითხის მდგომარეობა არამდგრადია, მეტასტაბილური მდგომარეობაა. საკმარისია ძალიან მცირედ გავაბაროთ იგი ამ მდგომარეობიდან, რომ მაშინვე მოხდეს გადასვლა სტაბილურ მყარ მდგომარეობაში, რომელსაც შეესაბამება ნაკლები კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი. ამ გადასვლის დროს გადაცივებული სითხის ტემპერატურა

იზრდება, რადგან გამოიყოფა დნობის სითბო λ_{s2}. სითხის გადასაცივებლად საჭიროა განსაკუთრებული პირობების განხორციელება. შემდეგში კრისტალიზაციის მექანიზმის განხილვის დროს ჩვენ ვნახავთ, რომ კრისტალიზაციას ხელს უწყობს გარეშე კრისტალიზაციური ცენტრების არსებობა. ასეთ გარეშე კრისტალიზაციურ ცენტრებს წარმოადგენს თვით გადასაცივებელი ნივთიერების მცირე კრისტალები, რომელთა სტრუქტურა გადასაცივებელი ნივთიერების კრისტალების სტრუქტურის მსგავსია. ცხადია, თუ გავწმენდთ სითხეს ყველა ასეთი კრისტალიზაციური ცენტრისაგან, გადაცივება გაადვილდება. ამისათვის კი საჭიროა სითხის ფილტრაცია, მისი გათბობა დნობის ტემპერატურაზე უფრო მაღალ ტემპერატურამდე, რათა გადნეს ყველა მცირე კრისტალი, რომლებიც შეიძლება იყოს სითხეში, და დაფარვა მტვრისაგან. თუ ასეთნაირად მომზადებულ სითხეს სწრაფად გავაცივებთ, მივიღებთ გადაცივებულ სითხეს. გადაცივების შესაძლებლობა დამოკიდებულია ნივთიერების გვაროვნებაზე. ზოგიერთი ნივთიერების, როგორც არის, მაგალითად, ხუთწყლიანი ტიოსულფატი, წყალი და სხვ., გადაცივება ადვილია, ზოგიერთისა კი ძალიან ძნელია. წყალი, მაგალითად, შეიძლება გადავაცივოთ თითქმის —30°-მდე, მეტალებისა და მათი შენადნობების გადაცივება კი ძალიან ძნელია.

ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება ძალიან გადაცივებული სითხის მიღება. სითხის ტემპერატურა იმდენად დაბალი ხდება, რომ ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია აღემატება ნაწილაკების კინეტიკურ ენერგიას. ამის გამო ძნელდება ნაწილაკების გადანაცვლება ერთიმეორის მიმართ, რაც იწვევს სითხის თანდათანობით გამაგრებას. ურთიერთქმედება იმდენად ძლიერდება, რომ ნაწილაკებს აღარ შეუძლიათ განლაგება კრისტალური მესრის სახით. ვიღებთ სხეულს, რომლის ნაწილაკებს გარკვეული მდებარეობანი უჭირავთ და მხოლოდ ირხევიან ამ მდებარეობათა მახლობლად. მაგრამ, კრისტალური მყარი სხეულისაგან განსხვავებით, ნაწილაკები განლაგებულია სრულიად უწესრიგოდ, ვინაიდან სწრაფი და ძლიერი გადაცივების გამო მათ ვერ მოასწრეს განლაგება გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვით. ასეთ მდგომარეობას ჩვენ ვუწოდებთ მ ყ ა რ ი ა მ ო რ ფ უ ლ ი მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა. როგორც ვხედავთ, ამორფული მდგომარეობა, ისევე როგორც გადაცივებული სითხე, წარმოადგენს მეტასტაბილურ მდგომარეობას. პრინციპულად არავითარი განსხვავება სითხესა და ამორფულ სხეულს შორის არ არის. სრულიად განუწყვეტლად, ყოველგვარი ნახტომის გარეშე, სითხე შეიძლება გადავიყვანოთ ამორფულ მდგომარეობაში. ამიტომ ხშირად ამორფულ

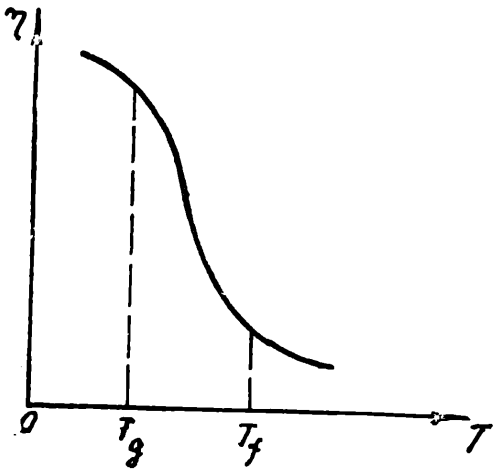
სხეულებს უწოდებენ კიდევ გადაცივებულ სითხეებს. ერთადერთ განსხვავება ამორფულ და თხევად მდგომარეობებს შორის ის არის, რომ ამორფულ მდგომარეობაში, ძლიერი გადაცივების და მასთან დაკავშირებული ძლიერი ურთიერთქმედების გამო, ნაწილაკები ვერ მოიარაობენ ისე თავისუფლად, როგორც სითხეში.

ხალასი ელემენტები ძლიერ იშვიათად გვხვდება ამორფულ მდგომარეობაში. ასეთია მხოლოდ O_2, S, Se და P. უფრო ხშირად ამორფულ მდგომარეობაში შეიძლება გადავიყვანოთ ჭიმიური ნაერთები, განსაკუთრებით , ისეთი, რომლებიც ხასიათდებიან დიდი ზომის მოლეკულებით. განვიხილოთ ახლა სითხის ამორფულ მდგომარეობაში გადასვლის პროცესი. სითხის სტრუქტურის განხილვის დროს აღვნიშნეთ, რომ რაც უფრო ახლოსაა სითხე გამყარების მდგომარეობასთან, მით უფრო მეტია მასში გაჩენილი მცირე კრისტალური ჯგუფები, რომლებიც არ არის სავსებით მდგრადი და სითბური მოძრაობის გამო მალე იშლება. ტემპერატურის თანდათანობითი დაწევა ზრდის ასეთი ჯგუფების რიცხვს და მათი ზრდის სიჩქარეს. მაგრამ, ამასთანავე ერთად იზრდება სითხის სიბლანტე, ე. ი. ძალები, რომლებიც ხელს უშლიან ნაწილაკების გადანაცვლებას ერთმანეთის მიმართ. რაც უფრო სწრაფად იზრდება სიბლანტე, მით უფრო ძნელია მოლეკულებისათვის გადანაცვლება სხვა მოლეკულებს შორის და სივრცეში განლაგება გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვით. ამიტომ ისეთი სხეულების შემთხვევაში, რომლებშიც ტემპერატურა იწვევს სიბლანტის ძალიან სწრაფ ზრდას, მოლეკულები ვერ მოასწრებენ განლაგებას კრისტალური მესრის სათანადო ადგილებში და მივიღებთ ამორფულ სხეულს. როგორც ვხედავთ, ამორფული მდგომარეობის მისაღებად საჭიროა სიბლანტე იზრდებოდეს უფრო სწრაფად, ვიდრე კრისტალური ჯგუფები და მათი რიცხვი.

მაშინ, როდესაც თხევადი მდგომარეობიდან კრისტალურში გადასვლის დროს სხეულის ყველა თვისება ერთ გარკვეულ ტემპერატურაზე იცვლება ნახტომისებურად, ამორფულ მდგომარეობაში გადასვლის დროს თვისებების ცვლა ხდება უწყვეტად.

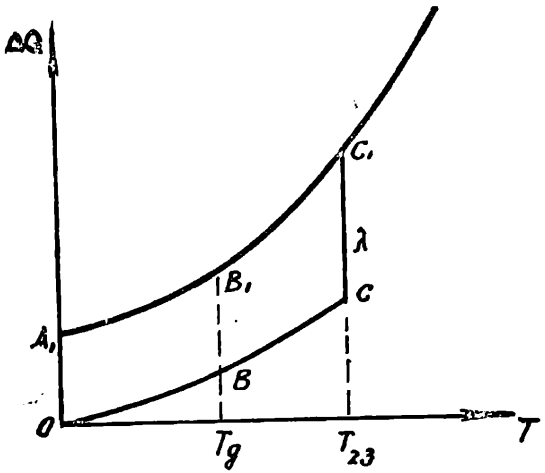
განვიხილოთ, მაგალითად, როგორ იცვლება სითხის სიბლანტე η (მისი განსაზღვრა იხილეთ შემდეგ თავში) ამორფულ მდგომარეობაში გადასვლის დროს. 130-ე ნახაზზე მოცემული მრუდი გვიჩვენებს სიბლანტის ცვალებადობას ტემპერატურის მიხედვით. აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ტემპერატურა, ორდინატთა ღერძზე— სიბლანტის კოეფიციენტი. ჩვენ ვხედავთ, რომ დაწყებული გამყარების ტემპერატურიდან, სიბლანტე იზრდება დაახლოებით მაჩვე-

ნებლიანი კანონის [მიხედვით. გარკვეულ ტემპერატურაზე მრუდს აქვს გადაღუნვის წერტილი. ამ ტემპერატურის შემდეგ სიბლანტე იცვლება უფრო ნელა. სიბლანტის ყველაზე ძლიერი ცვლა ხდება რომელიღაც T_f და T_g ტემპერატურებს შორის ($T_f > T_g$). ამ ტემპერატურებს შორის მდებარე შუალედს უწოდებენ ამორფული სხეულის გამყარების შუალედს. სწორედ ამ შუალედში ხდება სხეულის დამახასიათებელი სიდიდეების ყველაზე სწრაფი ცვლილება; იცვლება სითბოტევადობა, გაფართოების კოეფიციენტი, ენერგიის რაოდენობა და სხვ. მართალია, ეს ცვლილება არ ხდება ნახტომისებურად ერთ გარკვეულ ტემპერატურაზე, როგორც ამას ადგილი აქვს კრისტალების შემთხვევაში, მაგრამ იგი ყველაზე უფრო ძლიერია ტემპერატურის გარკვეულ ფარგლებში. სითბოტევადობის ცვლილებასთანაა დაკავშირებული სითბური ენერგიის (ზუსტად,—ბმული ენერგიის) რაოდენობა ამორფულ სხეულში. განვიხილოთ კრისტალური სხეული, რომლის ტემპერატურა ნულის ტოლია. მაშინ სითბური ენერგიაც იქნება ნული. დავიწყოთ სხეულის გათბობა. ტემპერატურა გადავზომოთ აბსცისთა ღერძზე, ამ ტემპერატურამდე გასათბობად საჭირო სითბო კი—ორდინატთა ღერძზე (ნახ. 131). ვნახავთ, რომ სითბოს რაოდენობა თანდათან იზრდება და, როდესაც ტემპერატურა მიაღწევს დნობის წერტილს, ნახტომით გაიზრდება λ სიდიდეზე, სადაც λ არის დნობის ფარული სითბო. შემდეგ იგი ისევ განაგრძობს თანდათანობით ზრდას. დავიწყოთ ახლა მიღებული სითხის გაცივება. სითბოს რაოდენობა თანდათან შემცირდება, სანამ არ მივაღწევთ გამყარების ტემპერატურას. თუ ამ ტემპერატურაზე სხეული ისევ კრისტალურ მდგომარეობაში გადავიდა, სითბო ნახტომით შემცირდება λ სიდიდეზე და ისევ გაჰყვება CBO მრუდს. დავუშვათ ახლა, რომ გამყარების ტემპერატურაზე სხეულის კრისტალიზაცია არ მოხდა, სითხე გადაცივდა და შემდეგ გადავიდა ამორფულ მდგომარეობაში. ჩვენ ვნახავთ, რომ ამ შემთხვევაში სითბოს რაოდენობის არავითარი ნახტომისებური ცვლა არ მოხდება. სითბოს



ნახ. 130.

რაოდენობა განაგრძობს თანდათანობით შემცირებას და გამომსახველი წერტილი გაჰყვება $C_1B_1A_1$ მრუდს. მრუდების შედარება გვიჩვენებს, რომ B_1 წერტილამდე $C_1B_1A_1$ მრუდი უფრო სწრაფად იწევს ქვევით, ვიდრე CBO მრუდი. მხოლოდ Tg ტემპერატურიდან დაწყებული მრუდები გახდება პარალელური. ვინაიდან $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$, მივიღებთ, რომ მრუდების მხებთა დახრილობის კუთხის ტანგენსი გვიჩვენებს სითბოტევადობას. როგორც ვხედავთ, Tg-ზე



ნახ. 131.

დაბალ ტემპერატურებზე ამორფულ და კრისტალურ სხეულებს თითქმის ტოლი სითბოტევადობა აქვს. Tg ტემპერატურის ზევით ამორფული სხეულის სითბოტევადობა იზრდება უფრო სწრაფად, ვიდრე კრისტალურისა. მაგრამ დნობის ტემპერატურაზე კრისტალის სითბოტევადობა იზრდება ნახტომისებურად და ხდება ამორფული (ამ შემთხვევაში უკვე თხევადი) სხეულის სითბოტევადობის ტოლი.

ყოველივე ზემოთქმული ცხადყოფს, რომ ამორფულ მდგომარეობაში ენერგიის მარაგი მეტია, ვიდრე კრისტალურში. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ამორფული მდგომარეობა არ არის მდგრადი, რის გამოც სხეული თანდათან უნდა გადავიდეს კრისტალურ მდგომარეობაში. ასეთი გადასვლა, მართლაც, ხდება, მაგრამ დიდი სიბლანტის გამო იგი მოითხოვს საკმაოდ დიდ დროს. ასეთი გადასვლის ყველაზე ცნობილ მაგალითს წარმოადგენს მინების თანდათანობითი კრისტალიზაცია, რაც გამოისახება მათ სხვადასხვა ნაწილში არაგამჭვირვალე ადგილების გაჩენაში. ეს არაგამჭვირვალე ადგილები წარმოადგენს მცირე კრისტალების ერთობლიობას, რომლე-

ბიც გაჩნდნენ მოლეკულების გადანაცვლებისა და მოწესრიგებულად დალაგების შედეგად.

დასასრულ აღვნიშნოთ, რომ მყარი კრისტალური სხეულის გადახურება, ე. ი. გადაყვანა თხევადი მდგომარეობის მიმართ მეტასტაბილურ მდგომარეობაში შეუძლებელია. როგორც კი მისი ტემპერატურა მიაღწევს დნობის ტემპერატურას, მაშინვე დაიწყება დნობა.

§ 71. გაზის გადასვლა მყარ მდგომარეობაში და მყარი სხეულის სუბლიმაცია

ნივთიერების გადასვლა მყარ მდგომარეობაში შეიძლება არა მარტო თხევადი, არამედ გაზური მდგომარეობიდანაც. სახელდობრ, ცდები გვიჩვენებს, რომ თუ წნევა საკმაოდ მცირეა, გაზი ტემპერატურის შემცირების შედეგად გადადის უშუალოდ მყარ მდგომარეობაში და, პირიქით, მყარი სხეული ტემპერატურის გაზრდის გამო გადადის გაზურ მდგომარეობაში. პირველ პროცესს ეწოდება გაზის კონდენსაცია, ხოლო მეორეს—მყარი სხეულის აორთქლება, ანუ სუბლიმაცია.

აქაც, ისე როგორც გაზისა და სითხის და სითხისა და მყარი სხეულის შემთხვევაში, გვაქვს ორი ფაზის წონასწორობა. ცხადია, ამიტომ ამ პროცესისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ ორი ფაზის ზოგადი წონასწორობის პირობები:

$$p_1 = p_3 = p_{13},$$
$$T_1 = T_3 = T_{13},$$
$$\varphi_1 = \varphi_3.$$

სრულიად ისევე, როგორც ზემოთ, აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ მყარი სხეულისა და გაზისაგან შემდგარი არაერთგვაროვანი სისტემის მდგომარეობა ხასიათდება ერთი სიდიდით. ყველა დანარჩენი სიდიდე წარმოადგენს მის ფუნქციას. მაგალითად, თუ პარამეტრად აღებულია ტემპერატურა, მესამე განტოლებიდან წნევისათვის მივიღებთ

$$p_{13} = f(T_{13}). \qquad \text{(IX,38)}$$

მაშასადამე, ყოველ წნევას ეთანადება მყარი მდგომარეობიდან გაზურში გადასვლის ტემპერატურა და, პირიქით, ყოველ ტემპერატურას ეთანადება გარკვეული წნევა, რომლის დროსაც ხდება მყარი სხეულის გადასვლა გაზად ან პირიქით. ტემპერატურას, რომლის დროსაც მყარი სხეული გადადის გაზად, ეწოდება სუბლიმაციის ტემპერატურა. ისევე, როგორც სითხის აორთქლებისას ან მყარი სხეულის გათხევადებისას, სუბლიმაციის ტემპერა-

ტუა დამოკიდებულია გარეშე წნევაზე. რომ ნაწილობრივ მაინც გამოვარკვიოთ კავშირი მათ შორის, გამოვიყენოთ კლაპეირონ-კლაუზიუსის ფორმულა:

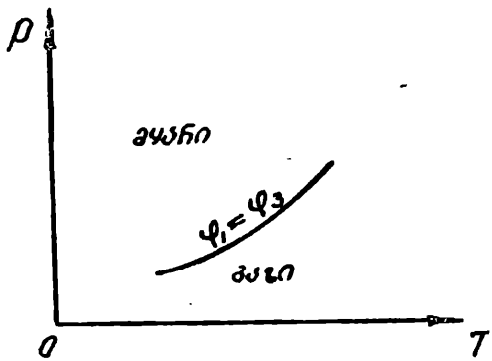
$$\frac{dp_{13}}{dT_{13}} = \frac{\lambda_{31}}{T_{13}(v_1 - v_3)}; \qquad \text{(IX,39)}$$

აქ λ_{31} არის სუბლიმაციის კუთრი სითბო, ე. ი. სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც საჭიროა ერთი გრამი მყარი სხეულის გადასაყვანად გაზურ მდგომარეობაში. ცხადია, ყოველთვის $\lambda_{31} > 0$, ე. ი. სუბლიმაციის დროს სითბო ყოველთვის შთაინთქმება.

ვინაიდან გაზის კუთრი მოცულობა v_1 მეტია, ვიდრე მყარი სხეულის კუთრი მოცულობა v_3, განტოლების მარჯვენა მხარე დადებითი იქნება, ე. ი.

$$\frac{dp_{13}}{dT_{13}} > 0.$$

ამრიგად, სუბლიმაციის ტემპერატურა იზრდება წნევის გაზრდის შედეგად. გეომეტრიულად ეს იმას ნიშნავს,



ნახ. 132.

რომ (IX,38) განტოლებით გამოსახული მრუდის მხები აბსცისთა ღერძთან ადგენს მახვილ კუთხეს. 131-ე ნახაზზე მოცემულია სუბლიმაციის მრუდი p_{13}-$f(T_{13})$. მის მარცხნივ მდებარე წერტილები გამოხატავს მყარ მდგომარეობას, ხოლო მარჯვნივ მდებარე წერტილები—გაზურ მდგომარეობას. თვით სუბლიმაციის მრუდის წერტილები კი ეთანადება მყარი სხეულისა და გაზის წონასწორობის მდგომარეობებს.

სუბლიმაციის კუთრი სითბო იხარჯება, ერთი მხრივ, მყარი სხეულის კრისტალური მესრის დაშლაზე, ხოლო, მეორე მხრივ,—გაფართოებაზე:

$$\lambda_{31}=e_1-e_3+p_{13}(v_1-v_3).$$

ისევე, როგორც აორთქლების კუთრი სითბოს შესახებ, შეიძლება დამტკიცდეს, რომ λ_{31}-ის პირველი ნაწილი e_1-e_3 გაცილებით მეტია, ვიდრე მეორე ნაწილი $p_{13}(v_1-v_3)$.

ცხადია, λ_{31} არ არის მუდმივი. იგი დამოკიდებულია ტემპერატურაზე. მაგრამ, თუ ვიხილავთ ტემპერატურათა მცირე ინტერვალს, λ_{31} გარკვეული მიახლოებით შეიძლება მუდმივ სიდიდედ ჩავთვალოთ. ამ შემთხვევაში კლაპეირონ-კლაუზიუსის ფორმულა საშუალებას გვაძლევს მიახლოებით მაინც ვიპოვოთ $p_{13}=f(T_{13})$ ფუნქციის სახე. მართლაც, ვინაიდან $v_1>v_3$, v_3 შეიძლება უგულებელვყოთ, ხოლო, წნევის სიმცირის გამო, გაზისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ კლაპეირონის ფორმულა. მივიღებთ

$$\frac{dp_{13}}{dT_{13}}=\frac{\mu\lambda_{31}}{RT_{13}^2}p_{13},$$

ანუ

$$\frac{dp_{13}}{p_{13}}=\frac{\mu\lambda_{31}}{R}\frac{dT_{13}}{T_{13}^2}.$$

ინტეგრაციის შედეგად მივიღებთ

$$\ln p_{13}=-\frac{\mu\lambda_{31}}{RT_{13}}+\text{const},$$

ანუ

$$p_{13}=c\cdot e^{-\frac{\mu\lambda_{31}}{RT_{13}}}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც ტემპერატურის დიდ ინტერვალს ვიხილავთ, ეს ფორმულა აღარ გამოდგება, ვინაიდან λ_{31} არის ტემპერატურის ფუნქცია. ამ ფუნქციის სახის გამოსარკვევად ჩვეულებრივად იყენებენ ფორმულას

$$\frac{d\lambda_{31}}{dT_{31}}=c_{p1}-c_{p3}, \qquad \text{(IX,40)}$$

რომელიც გამოიყვანება ისევე, როგორც სათანადო ფორმულა სითხის აორთქლების კუთრი სითბოსათვის. ფორმულაში შემავალი სიდიდეები c_{p1} და c_{p3} გაზისა და მყარი სხეულის კუთრი სითბოტევადობაა. ამ ფორმულით გამოიანგარიშებენ λ_{31}, როგორც ტემპერატურის ფუნქციას, და ჩასვამენ $\frac{dp_{13}}{dT_{13}}$ გამოსახულებაში. ინტეგ-

რაციის შედეგად იღებენ p_{13}-ის ფორმულას. რასაკვირველია, ამისათვის ცნობილი უნდა იყოს გაზისა და მყარი სხეულის სითბოტევადობები.

(IX,40) ფორმულის საშუალებით შეიძლება გამოვარკვიოთ, როგორ იცვლება λ_{31} ტემპერატურის ცვლილების დროს. ვინაიდან გაზის სითბოტევადობა ნაკლებია, ვიდრე მყარი სხეულის სითბოტევადობა, მარჯვენა მხარე უარყოფითი იქნება, ამიტომ გვექნება

$$\frac{d\lambda_{31}}{dT_{31}} < 0,$$

ე. ი. სუბლიმაციის კუთრი სითბო მცირდება ტემპერატურის ზრდის დროს.

§ 72. გაზური, თხევადი და მყარი ფაზის წონასწორობა. სამმაგი წერტილი. მყარი ფაზის მოდიფიკაციები

ზემოთ გამოვარკვიეთ, რომ ნივთიერების სამი მდგომარეობიდან ყოველი ორი შეიძლება იყოს წონასწორობაში. მაგალითად, ისეთ წნევასა და ტემპერატურაზე, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას

$$\varphi_1(p, T) = \varphi_2(p, T), \qquad \text{(IX,41)}$$

გაზი და სითხე წონასწორობაში იქნება. ისეთ წნევასა და ტემპერატურაზე, რომლებიც აკმაყოფილებენ განტოლებას

$$\varphi_2(p, T) = \varphi_3(p, T), \qquad \text{(IX,42)}$$

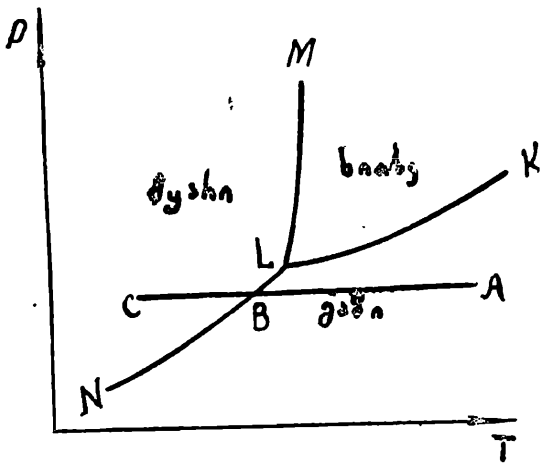
წონასწორობაში იქნება სითხე და მყარი სხეული. დასასრულ, თუ შესრულებულია პირობა

$$\varphi_1(p, T) = \varphi_3(p, T), \qquad \text{(IX,43)}$$

გვექნება გაზისა და მყარი სხეულის წონასწორობა. ყველა ჩამოთვლილი წონასწორობის მდგომარეობის გამომსახველი წერტილები pT დიაგრამაზე გვაძლევს სამ მრუდს: აორთქლების, დნობისა და სუბლიმაციის. ყოველი მათგანი ერთმანეთისაგან ყოფს ორი მდგომარეობის სათანადო სიბრტყის ნაწილებს.

დავსვათ ახლა შემდეგი საკითხი: შეიძლება თუ არა მოიძებნოს ისეთი წნევა და ტემპერატურა, რომ წონასწორობაში იყოს გაზი სითხესთან და სითხე მყარ სხეულთან? ცხადია, ეს წნევა და ტემპერატურა ერთდროულად უნდა აკმაყოფილებდეს (IX, 41) და (IX, 42) განტოლებებს. გეომეტრიულად ეს მდგომარეობა გამოხატული იქნება აორთქლებისა და დნობის მრუდთა გადაკვეთის წერ-

ტილით. მაგრამ ზემომოყვანილი განტოლებები გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაში შესრულებული იქნება აგრეთვე (IX,43) განტოლება, ე. ი. წონასწორობაში იქნება გაზი და მყარი სხეული. გეომეტრიულად ეს იმას ნიშნავს, რომ სუბლიმაციის მრუდიც გადის დნობისა და აორთქლების მრუდების გადაკვეთის წერტილში (ნახ. 134). სამივე მრუდი იკვეთება ერთ წერტილში, რომელიც გამოსახავს სამივე ფაზის წონასწორობის მდგომარეობას. ამ წერტილს ეწოდება სამმაგი წერტილი. აღვნიშნოთ იგი L ასოთი. დიაგრამას, რომელზედაც მოყვანილია სამივე ფაზის სათანადო არეები და დახა-



ნახ. 133.

ზულია ამ არეების გამყოფი წონასწორობის მრუდები, ეწოდება მდგომარეობათა დიაგრამა.

133-ე ნახაზზე მოყვანილია ნებისმიერი ნივთიერების მდგომარეობათა დიაგრამა (სქემა). იგი გვიჩვენებს, როგორაა განლაგებული წონასწორობის მრუდები და სხვადასხვა ფაზების სათანადო არეები. LK არის აორთქლების მრუდი, LM დნობის მრუდი, ხოლო LN სუბლიმაციის მრუდი. მოყვანილი დიაგრამა ეთანადება ისეთ ნივთიერებას, რომლისათვისაც დნობის მრუდი გადახრილია მარჯვნივ. წყლის, ბისმუტის და გალიუმის შემთხვევაში ეს მრუდი მარცხნივ იქნება გადახრილი.

LK და LN მრუდებს შორის მყოფი არე ეთანადება გაზურ მდგომარეობას, LK და LM მრუდებს შორის მყოფი არე—თხევად მდგომარეობას, ხოლო LM და LN შორის მყოფი არე—მყარ მდგომარეობას. თუ წნევა ნაკლებია, ვიდრე p_L, სადაც p_L არის სამმაგი წერტილის შესაბამისი წნევა, შესაძლებელია მხოლოდ გა-

ზური და მყარი მდგომარეობა. ავიღოთ მაგალითად გაზი, რომლის მდგომარეობა გამოისახება A წერტილით. მისი წნევა ნაკლებია, ვიდრე p_L, და ტემპერატურა მეტია, ვიდრე T_L. დავიწყოთ მისი იზობარული გაცივება (ABC წრფე). გაზი შეიკუმშება და როდესაც მისი ტემპერატურა B მდგომარეობის შესაბამისი გახდება, დაიწყება გადასვლა მყარ მდგომარეობაში (კრისტალიზაცია). სანამ კრისტალიზაცია არ დამთავრდება, ტემპერატურა უცვლელი დარჩება. მივიღებთ მყარ სხეულს და BC მონაკვეთის გასწვრივ შემდგომი გადანაცვლება გამოსახავს ამ მყარი სხეულის გაცივებას. შებრუნებით, CBA პროცესი მყარი სხეულის იზობარული გათბობის (CB მონაკვეთი), მისი სუბლიმაციისა (წერტილი B) და მიღებული გაზის იზობარული გათბობის (მონაკვეთი BA) გამომსახველი იქნება. თუ წნევა სამმაგი წერტილის წნევაზე მეტია და ნაკლებია p_k კრიტიკულ წნევაზე, შესაძლებელია სამივე მდგომარეობის განხორციელება.

დაბოლოს, თუ წნევა კრიტიკულ წნევაზე მეტია, შესაძლებელია მხოლოდ ერთგვაროვანი მდგომარეობა, რომელსაც შეიძლება ვუწოდოთ გაზიც და სითხეც, და მყარი მდგომარეობა. როგორც მაგალითი, განვიხილოთ წყალი. უშუალო გაზომვებით და გამოანგარიშებით მიღებულია, რომ წყლისათვის სამმაგი წერტილის წნევა $p_L = 4{,}6\ mmHg$ და ტემპერატურა

$$T_L = 273°{,}15 + 0{,}0076°,$$

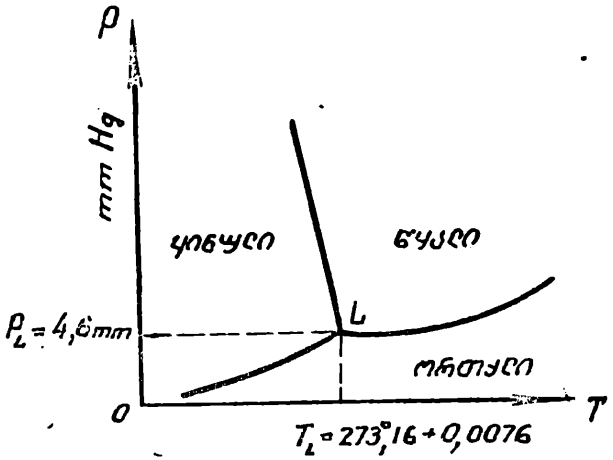
ანუ ცელსიუსის სკალით

$$T_L = +0{,}0076°.$$

134-ე ნახაზზე მოყვანილია წყლის მდგომარეობის დიაგრამა. რადგან წყლისათვის $\frac{dp_{23}}{dT_{23}} < 0$, დნობის მრუდი გადახრილია მარცხნივ. თუ წნევა $p_L = 4{,}6\ mmHg$ წნევაზე ნაკლებია, თხევადი ფაზა შეუძლებელია, წყლის ორთქლი უშუალოდ ყინულად იქცევა, ხოლო ყინული—ორთქლად. თვით p_L წნევაზე და $T_L = +0{,}0076°$ ტემპერატურაზე წონასწორობაში იქნება წყალი, ყინული და წყლის ორთქლი. საკმარისია სულ ოდნავ შევცვალოთ ან წნევა ან ტემპერატურა, რომ დაიწყოს გაჭრობა რომელიმე ფაზამ. დაგვრჩება ან ორი, ან ერთი ფაზა. ცელსიუსის ნული გრადუსი, რომელსაც ჩვეულებრივად ეწოდება წყლის გაყინვის, ანუ ყინულის დნობის ტემპერატურა, არის წყლისა და ყინუ-

ლის წონასწორობის ტემპერატურა ნორმალური წნევის პირობებში ($p = 1 atm$).

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორი ცვლილებები შეიძლება განიცადოს სისტემამ სამმაგ წერტილში. ცხადია, სანამ სისტემა სამივე ფაზას შეიცავს, არ შეიძლება მოხდეს ტემპერატურისა და წნევის



ნახ. 134.

ცვლილება, ვინაიდან სამი ფაზა წონასწორობაშია მხოლოდ გარკვეული ტემპერატურისა და წნევის პირობებში. ერთადერთი ცვლილება, რომელიც შეიძლება მოხდეს სამმაგ წერტილში, არის ფაზების გადასვლა ერთმანეთში, ე. ი. მათი მასების შეცვლა. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ სამმაგ წერტილში მყოფ სისტემას ვადავცემთ სითბოს მუდმივი მოცულობის პირობებში. სითბოს გადაცემა გამოიწვევს მყარი სხეულის გარკვეული ნაწილის გადნობას. თუ გადნობის შედეგად სხეულის მოცულობა იზრდება (ნორმალური შემთხვევა), წნევა სისტემაში გაიზრდება. იმისათვის, რომ წნევა უცვლელი დარჩეს (სისტემა რჩება სამმაგ წერტილში), ორთქლის ნაწილი უნდა გადავიდეს სითხედ, მაშასადამე, სითბოს გადაცემა გამოიწვევს როგორც მყარი, ისე გაზური ფაზის გადასვლას თხევად ფაზაში. იმისდა მიხედვით, თუ რომელი ფაზა ჭარბობს—მყარი თუ გაზური, უფრო ადრე გაქრება ან ერთი, ან მეორე. დაგვრჩება ან მყარი ან თხევადი, ანდა მყარი და გაზური ფაზები. თუ მყარი ფაზის დნობის დროს მოცულობა მცირდება (მაგალითად, წყლის შემთხვევაში), დნობა გამოიწვევს წნევის შემცირებას და იმისათვის, რომ წნევა უცვლელი დარჩეს, მყარი სხეულის ნაწილი გადავა ორთქლად. ანალოგიურად შეიძლება გაირჩეს სხვა შემთხვევებიც, როდესაც, მაგალითად, სითბოს გადავცემთ მუდმივი წნევის პირობებში.

უკვე აღვნიშნეთ, რომ ბუნებაში მყარი მდგომარეობა გვხვდება სხვადასხვა სახით. პირველად ეს მოვლენა ნატრიუმის ფოსფატისა და გოგირდის შესწავლის დროს შენიშნა მიტჩერლიხმა (1819 წ.). შემდეგი გამოკვლევებით გამოირკვა, რომ ეს მოვლენა—პ ო ლ ი მ ო რ ფ ი ზ მ ი (მრავალსახეობა) ძალიან გავრცელებული მოვლენაა ბუნებაში. თითქმის ყველა ნივთიერებისათვის იქნა აღმოჩენილი მყარი ფაზის სხვადასხვა სახე. ფაზის ცნების განმარტების თანახმად, ყველა ეს სახე უნდა ჩაითვალოს ცალკე ფაზებად, ასე რომ, თითქმის ყველა სხეული შეიძლება იმყოფებოდეს სხვადასხვა მყარ ფაზაში. ასე, მაგალითად, გოგირდი ჩვეულებრივ პირობებში გვხვდება ორი კრისტალური სახით[1]: რ ო მ ბ უ ლ ი გ ო გ ი რ დ ი და მ ო ნ ო კ ლ ი ნ უ რ ი გ ო გ ი რ დ ი. წყალიც მყარ მდგომარეობაში (ყინული) გვაძლევს ექვს სხვადასხვა მყარ ფაზას.

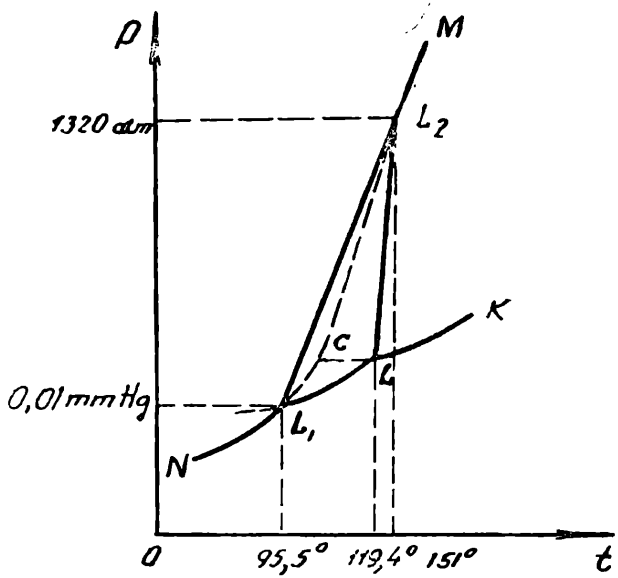
ნივთიერების სხვადასხვა მყარ ფაზას ეწოდება მ ო დ ი ფ ი კ ა ც ი ე ბ ი. ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან ან კრისტალური მესრის აგებულებით, ან ერთისა და იმავე სახის კრისტალური მესრის კვანძებს შორის მანძილთა განსხვავებით. ეს იწვევს განსხვავებას სიმკვრივის, სითბოტევადობის და ყველა სხვა ფიზიკური თვისებების მხრივაც.

მაგალითად, არსებობს რკინის სამი მოდიფიკაცია α, β და γ. α და β მოდიფიკაციებს აქვთ ერთისა და იმავე სახის კრისტალური მესრები (ცენტრირებული კუბი), მაგრამ სხვადასხვაა ატომური მანძილი (α-სათვის $a=2{,}86\,\mathring{A}$, β-სათვის კი $a=2{,}98\,\mathring{A}$). γ რკინა კრისტალდება ცენტრირებულწახნაგებიანი კუბის მესერში ($a=3{,}63\,\mathring{A}$).

პოლიმორფიზმის შემთხვევაში მდგომარეობის დიაგრამა რთულდება, ვინაიდან ჩვეულებრივი სამმაგი წერტილის გარდა ჩნდება კიდევ რამდენიმე ახალი სამმაგი წერტილი, რომლებიც ეთანადება ორი მყარი ფაზისა და გაზის, ან ორი მყარი ფაზისა და სითხის, ანდა სამი მყარი ფაზის წონასწორობის მდგომარეობებს. 135-ე ნახაზზე მოყვანილია გოგირდის მდგომარეობის დიაგრამა. L სამმაგი წერტილი გამოსახავს გაზური, თხევადი და მონოკლინური გოგირდის წონასწორობის მდგომარეობას. L_1 სამმაგი წერტილი გამოსახავს გაზური მონოკლინური და რომბული გოგირდის წონასწორობის მდგომარეობას, ხოლო L_2—სამმაგი წერტილი—თხევადი, მონოკლინური და რომბული გოგირდის წონასწორობას. NL_1LK ტეხილი

[1] გარდა ამ სახეებისა, არსებობს გოგირდის სხვა სახეებიც, მაგრამ მათ იშვიათობის გამო არ ვიხილავთ.

მრუდის მარჯვნივ იმყოფება გაზური ფაზის მდგომარეობათა არე. KLL_2M მრუდის მარჯვნივ და ზევით გვექნება თხევადი გოგირდის მდგომარეობათა არე. LL_1L_2L ჩაკეტილი მრუდი შემოსაზღვრავს მონოკლინური გოგირდის მდგომარეობებს, ხოლო NL_1L_2M მრუდის მარცხნივ იმყოფება რომბული გოგირდის მდგომარეობათა არე. ნახაზიდან ჩანს, რომ მონოკლინური გოგირდი შეიძლება მივიღოთ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც წნევა

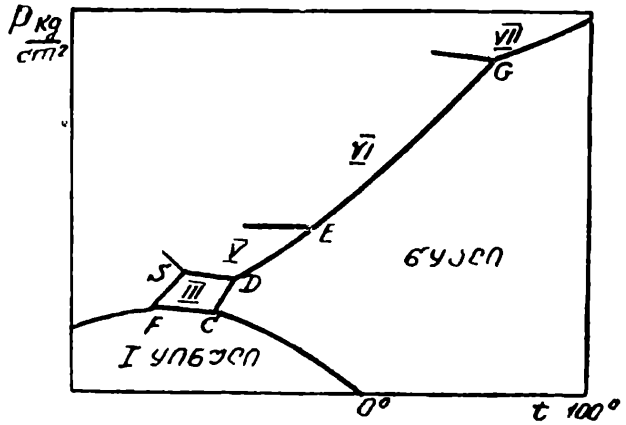


ნახ. 135.

იმყოფება p_1 და p_2-ს შორის, სადაც p_1 უდრის დაახლოებით 0,01 $mm\,Hg$, ხოლო p_2—1320atm. სამმაგი წერტილების სათანადო ტემპერატურებია: L_1-სათვის $T_1=368{,}45°$ (95,45°C), L-ისათვის—$T=392°$ (119,2°C), L_2-სათვის კი—$T_2=424°$ (151°C). საინტერესოა ის გარემოება, რომ არ არსებობს რომბული თხევადი და გაზური გოგირდის მდგრადი წონასწორობის სათანადო სამმაგი წერტილი, ვინაიდან KL, ML_2 და ML_1 მრუდების გაგრძელებების გადაკვეთის წერტილი მოქცეულია მონოკლინური მდგომარეობის არეში (წერტილი c). L_1L_2 მრუდს ეწოდება მოდიფიკაციების გარდაქმნის მრუდი. იგი გვიჩვენებს, რა ტემპერატურასა და რა წნევაზე არის შესაძლებელი რომბული და მონოკლინური გოგირდების ერთმანეთში გარდაქმნა. ამ მრუდის იმ წერტილს, რომელიც ეთანადება ნორმალურ, ე. ი. ატმოსფერულ წნევას, ეწოდება გ ა რ დ ა ქ მ ნ ი ს

წერტილი. გოგირდისათვის ამ წერტილს ეთანადება წნევა $p=1\ atm$ და ტემპერატურა $T=368{,}5^\circ$ (95,5°C)-ით.

ანალოგიურ თვისებებს გვიჩვენებს კალაც. ცნობილია კალის ორი მოდიფიკაცია—თეთრი და რუხი ფერის. პირველი მათგანი ატმოსფერული წნევის დროს მდგრადია 18°C-ს ზევით. უფრო დაბალ ტემპერატურებზე მდგრადია რუხი ფერის კალა. მიუხედავად იმისა, რომ ჩვეულებრივი ტემპერატურა ხშირად 18°C-ზე ნაკლებია, მაინც გვაქვს თეთრი კალა, რომელიც ამ შემთხვევაში იმყოფება მეტასტაბილურ მდგომარეობაში. გადასვლა ამ მეტასტაბილური მდგომარეობიდან სტაბილურში (რუხი ფერის კალად) ძალიან ნელა მიმდინარეობს და სწორედ ამიტომაა შესაძლებელი პრაქტიკულ



ნახ. 136.

ცხოვრებაში თეთრი კალის გამოყენება. რუხი ფერის კალა ნაკლებად მკვრივია, ვიდრე თეთრი, და მას არა აქვს ის სასარგებლო თვისებები, რომლებიც აქვს თეთრ კალას. თეთრი კალის გადასვლა რუხ კალად მით უფრო სწრაფად ხდება, რაც უფრო დაბალია ტემპერატურა. ამ შემთხვევაში თეთრი კალა თანდათან იფარება ნახვრეტებით და, დასასრულ, იშლება ფხვნილად. ეს მოვლენა ხშირად გვხვდება პრაქტიკაში. ცნობილია, მაგალითად, რომ თეთრი კალისაგან გაკეთებული სხვადასხვა ნივთი (ფოლაქები, სასულე მილები და სხვ.) თანდათან იფშვნებოდა და ფუჭდებოდა, განსაკუთრებით ძლიერი სიცივეების დროს.

136-ე ნახაზზე მოყვანილია წყლის დიაგრამა. როგორც ტამანისა და ბრიჯმენის ცდების შედეგად გამოირკვა, გარდა ჩვეულებრივი ყინულისა, არსებობს კიდევ ხუთი სხვადასხვა სახის ყინული. მათი ერთმანეთსა და წყალში გადასვლის მრუდები და სამმაგი წერტი-

ლები მოყვანილია 136-ე ნახაზზე. მათი გარჩევა გვიჩვენებს, რომ ჩვეულებრივი ყინული (I) გარკვეულ წნევასა და ტემპერატურაზე გადადის III ყინულში. C არის სათანადო სამმაგი წერტილი—წონასწორობაშია წყალი, I ყინული და III ყინული. III ყინული თავისი თვისებებით განსხვავდება I ყინულისაგან. დნობის დროს იგი კი არ იკუმშება, როგორც ჩვეულებრივი ყინული, არამედ ფართოვდება. ამიტომ მისი დნობის მრუდი გადახრილია მარჯვნივ (CD მრუდი). წნევის კიდევ უფრო გაზრდა მიგვიყვანს D სამმაგ წერტილამდე, რომელიც არის წყლის, III ყინულისა და ახალი V ყინულის წონასწორობის წერტილი. V ყინულის დნობის მრუდიც გადახრილია მარჯვნივ. როდესაც წნევა გახდება 6380 $\frac{kg}{cm^2}$, V ყინული გადავა VI ყინულში (E წერტილი). კიდევ უფრო დიდი წნევის პირობებში VI ყინული გადადის VII ყინულში (G სამმაგი წერტილი). გარდა ამ ოთხი ახალი ყინულისა, რომლებიც შეიძლება იმყოფებოდნენ წონასწორობაში წყალთან, არსებობს კიდევ ყინული II. იგი შეიძლება იყოს წონასწორობაში მხოლოდ I, III და V ყინულთან. სათანადო სამმაგი წერტილები აღნიშნულია F და S-ით.

ცხრილი 46

სამმაგი წერტილი	t°C	p
O	+0,0076	4,579 mm
C	—22	2115 kg/mm²
D	—17	3530 „ „
E	+0.16	6280 „ „
G	+81,6	22100 „ „
F	—34,7	2670 „ „
S	—24,3	3610 „ „

46-ე ცხრილში მოყვანილია ყველა სამმაგი წერტილის სათანადო წნევები და ტემპერატურები.

ახლა განვიხილოთ ერთი მყარი მოდიფიკაციიდან მეორეში გადასვლის პროცესი. ვინაიდან მოდიფიკაციები წარმოადგენს ცალკე ფაზებს, მათთვის შეიძლება გამოვიყენოთ ზემომიღებული ყველა შედეგი. გადასვლის დროს გამოიყოფა ან შთაინთქმება სითბოს გარკვეული რაოდენობა (გადასვლის სითბო), რომელიც მოცულობის ცვლილებასთან დაკავშირებულია კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლებით

$$\frac{dp_{12}}{dT_{12}} = \frac{\lambda_{12}}{T_{12}(v_1 - v_2)},$$

სადაც λ_{12} არის მეორე მოდიფიკაციიდან პირველში გადასვლის სითბო, T_{12}—გადასვლის ტემპერატურა, v_1 და v_2 კი—მოდიფიკაციების კუთრი მოცულობანი. იმისდა მიხედვით, თუ რომელი მათ-

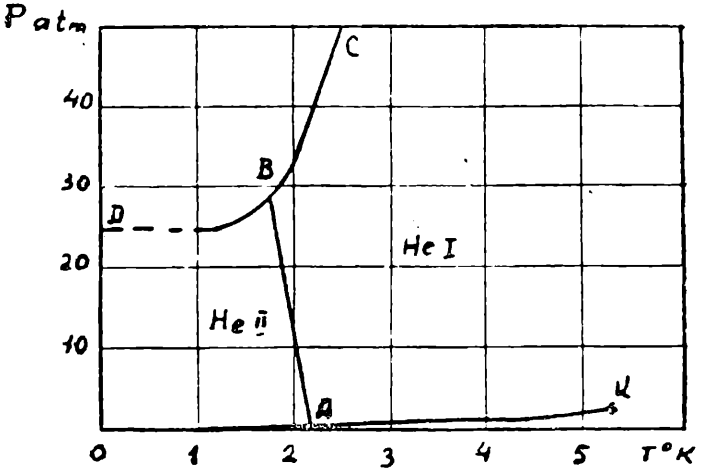
ვანი ჭარბობს, მივიღებთ ან დადებით, ან უარყოფით $\frac{dp_{12}}{dT_{12}}$. მაგალითად, გოგირდის შემთხვევაში რომბული მოდიფიკაციიდან მონოკლინურში გადასვლის დროს კუთრი მოცულობა იზრდება $0{,}014\frac{cm^3}{gr}$-ით, ე. ი. $v_1 - v_2 = 0{,}014$, გადასვლის სითბო უდრის $3{,}12\frac{cal}{gr}$, აქედან $\frac{dp_{12}}{dT_{12}}$-სათვის მივიღებთ: $\frac{dp_{12}}{dT_{12}} = 25\frac{atm}{\text{grad}}$. ეს შედეგი გვიჩვენებს, რომ გადასვლის ტემპერატურა იზრდება წნევის გაზრდის შედეგად, სახელდობრ, წნევის 25 atm-ით გაზრდის დროს გადასვლის ტემპერატურა გაიზრდება ერთი გრადუსით. საზოგადოდ უნდა ითქვას, რომ მყარი მოდიფიკაციების კუთრი მოცულობების სხვაობის სიმცირის გამო, გადასვლის ტემპერატურა წნევის გაზრდის შედეგად ძალიან მცირედ იცვლება. მხოლოდ ზოგიერთ შემთხვევაში, მაგალითად, I და III ყინულისათვის, როდესაც $v_1 - v_2$ აღწევს $0{,}2\frac{cm^3}{gr}$, წნევის ცვლა იწვევს გადასვლის ტემპერატურის ძლიერ ცვლას.

დასასრულ განვიხილოთ სუბლიმაციისა და დნობის მრუდების მიმდინარეობის საკითხი. როგორც თეორიული, ისე ექსპერიმენტული გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ სუბლიმაციის მრუდი თანდათან უახლოვდება კოორდინატთა სათავეს, ე. ი. წნევის შემცირებასთან ერთად სუბლიმაციის ტემპერატურა კლებულობს და უახლოვდება აბსოლუტურ ნულს. დნობის მრუდის მაღალი წნევების არეში გაგრძელების საკითხი უფრო რთულია. გერმანელი ფიზიკოსის ტამანის აზრით, დნობის მრუდი თანდათან უნდა იხრებოდეს ორდინატთა ღერძისაკენ და უნდა გვიჩვენებდეს მაქსიმუმს. გამოითქვა აგრეთვე აზრი, რომ დნობის მრუდი, ისე როგორც აორთქლების მრუდი, თავდება კრიტიკულ წერტილში. არც ერთი ამ აზრთაგანი არ დადასტურდა. კრიტიკული წერტილის არსებობა შეუძლებელია, ვინაიდან მაშინ შესაძლებელი იქნებოდა თხევადი ფაზიდან გადასვლა მყარ ფაზაში განუწყვეტელი გზით, რაც არ შეიძლება, ვინაიდან იზოტროპიული მდგომარეობიდან (სითხე) ანიზოტროპიულ მდგომარეობაში გადასვლა უნდა მოხდეს ნახტომისებურად. ეს დაკავშირებულია იმასთან, რომ სხეულს აქვს ან არა აქვს რაიმე სიმეტრიის ელემენტი და ამიტომ არ შეიძლება იგი თანდათან იძენდეს ან კარგავდეს სიმეტრიის ელემენტს. უფრო მისაღებია ბრიჯმენის აზრი, რომლის თანახმად, დნობის მრუდი

გრძელდება განუწყვეტლად უსასრულო წნევისაკენ. ამასთან დაკავშირებით აღსანიშნავია, რომ ზოგჯერ დნობის მრუდი გრძელდება კრიტიკულ ტემპერატურაზე უფრო მაღალი ტემპერატურების არეში, ასე რომ, კრიტიკული ტემპერატურის ზევითაც შეიძლება განვახორციელოთ მყარი მდგომარეობა.

§ 73. თხევადი ჰელიუმი და მისთვის დამახასიათებელი ფაზური გადასვლები

სხვადასხვა მაკროსხეულებს შორის განსაკუთრებით საინტერესო თვისებებით ხასიათდება ჰელიუმი. იგი ერთადერთი ნივთიერებაა,



ნახ. 137.

რომელიც რჩება თხევად მდგომარეობაში ნებისმიერად დაბალ ტემპერატურაზე. ექსპერიმენტული გამოკვლევებით (კამერლინგ-ონესი, კეზომი და სხვებმ) დადგინდა, რომ თხევადი ჰელიუმი ორ სხვადასხვა ფაზურ მდგომარეობაში შეიძლება იყოს. ამ ფაზებმა მიიღეს სახელწოდებანი: თხევადი ჰელიუმ I და თხევადი ჰელიუმ II. 137-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ჰელიუმის მდგომარეობის დიაგრამა, რომელზედაც გამოყოფილია სხვადასხვა ფაზის არეები. როგორც ვხედავთ, მთელი სიბრტყე გაყოფილია ოთხ არედ. ეს არეები და მათი გამყოფი მრუდები შემდეგია: გაზური ჰელიუმის არე, მდებარე KAO მრუდის ქვევით (K არის კრიტიკული წერტილი ტემპერატურით $5{,}20°K$ და წნევით $2{,}26 atm$), თხევადი ჰელიუმ I-ის არე ($KABC$ მრუდის მარჯვნივ), მყარი ჰელიუმის არე (CBD მრუდის ზევით) და, დასასრულ, $OABD$ მრუდით და წნევის ღერძით შემოსაზღვრული არე, რომელიც ეთანადება თხევად ჰელიუმ II-ს. ეს დიაგრამა გვიჩვენებს, რომ თუ წნევა 25 atm-ზე ნაკლებია, ვერავითარი გა-

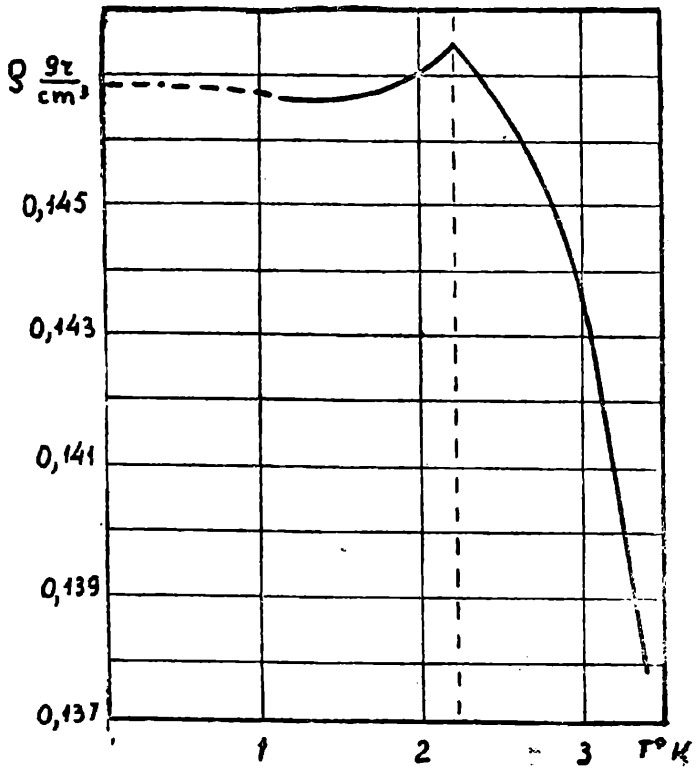
ცივებით ვერ გადავიყვანთ ჰელიუმს მყარ მდგომარეობაში. ჰელიუმის დიაგრამა მნიშვნელოვნად განსხვავდება სხვა ნივთიერებების მდგომარეობის დიაგრამებისაგან იმით, რომ გაზურ და მყარ ფაზებს არ შეუძლიათ თანაარსებობა. თუ ჰელიუმს ვაცივებთ დაბალი წნევის პირობებში (25 ატმოსფეროზე ნაკლები წნევის), ჯერ მივიღებთ თხევად ჰელიუმ I-ს, რომელიც არ გვაჩვენებს რაიმე განსაკუთრებულ თავისებურებას. შემდგომი გაცივებით, გარკვეულ ტემპერატურაზე თხევადი ჰელიუმი I გადავა თხევადი ჰელიუმის მეორე ფაზაში, ე. წ. ჰელიუმ II-ში. გადასვლის წერტილს უწოდეს λ წერტილი (შემდეგ გამოვარკვევთ, რატომ ეწოდა მას ასეთი სახელწოდება). ნაჯერი ორთქლის წნევისათვის გადასვლის ტემპერატურა არის $2{,}18^{\circ}K$. როგორც გვიჩვენებს ორი თხევადი ფაზის გამყოფი AB წრფე, წნევის გადიდებით გადასვლის ტემპერატურა კლებულობს. ფაზური გადასვლები გაზურ ჰელიუმს, თხევად ჰელიუმ I-სა და მყარ ჰელიუმს შორის წარმოადგენს ჩვეულებრივ ფაზურ გადასვლებს, ე. წ. პირველი გვარის ფაზურ გადასვლებს, რომელთა დროს ნახტომით იცვლება ფაზის სიმკვრივე, ენტროპია, შინაგანი ენერგია და გამოიყოფა ან შთაინთქმება გადასვლის ფარული სითბო. სულ სხვა ხასიათისაა ფაზური გადასვლა ჰელიუმ I-სა და ჰელიუმ II-ს შორის. რენტგენოგრაფიული გამოკვლევებით დადგინდა, რომ ამ ორივე მდგომარეობას აქვს სითხის სტრუქტურა. გადასვლა მათ შორის ხდება ისე, რომ არ წარმოებს ფარული სითბოს შთანთქმა ან გამოყოფა, ე. ი. არ ხდება ენერგიის ცვლილება, რაც იმას ნიშნავს, რომ ჰელიუმს I და ჰელიუმს II არ შეუძლიათ თანაარსებობა წონასწორულ პირობებში. λ წერტილში არ ხდება აგრეთვე სიმკვრივისა და ზედაპირული დაჭიმულობის ცვლილება. 138-ე ნახაზზე ნაჩვენებია, როგორ იცვლება თხევადი ჰელიუმის სიმკვრივე λ წერტილის მახლობლობაში. თვით λ წერტილზე სიმკვრივე აღწევს მაქსიმუმს, მაგრამ არ იცვლება ნახტომით, როგორც ეს ხდება პირველი გვარის ფაზური გადასვლის დროს. 139-ე ნახაზზე ნაჩვენებია თხევადი ჰელიუმის სითბოტევადობის ცვლა λ წერტილის მახლობლად.

სითბოტევადობა განიცდის წყვეტას და მისი ცვლა ანომალიური ხასიათისაა. ჩვენ ვხედავთ, რომ სითბოტევადობის მრუდის სახე გავს ბერძნულ λ ასოს და სწორედ ამიტომ ეწოდა ამ ფაზურ გადასვლას λ გადასვლა ან მეორე გვარის ფაზური გადასვლა.

თხევადი ჰელიუმი II განსაკუთრებული თვისებების მქონე სითხეა. გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ ეს გადასვლა სტრუქტურულად

არის გადასვლა მოწესრიგების მდგომარეობაში, მიუხედავად იმისა, რომ ჰელიუმი რჩება სითხედ. ეს მოწესრიგება თითქმის ისეთია, როგორიც მყარი კრისტალის შემთხვევაში.

თხევად ჰელიუმში გადასვლის აღმოჩენამ ცნობილი ჰოლანდიელი ფიზიკოსი ერენფესტი მიიყვანა იმ აზრამდე, რომ განეკითარებინა

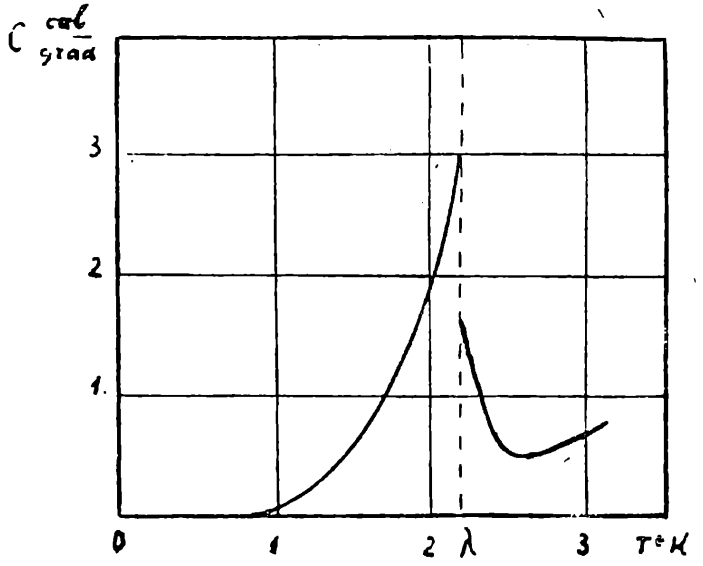


ნახ. 138.

მსგავსი ფაზური გადასვლების თეორია. λ გადასვლის ანალოგიურ ფაზურ გადასვლას ეწოდება მეორე გვარის ფაზური გადასვლა. რა არის დამახასიათებელი ამ ტიპის ფაზური გადასვლებისათვის? ამისათვის გავიხსენოთ ჩვეულებრივი (ე. წ. პირველი გვარის) ფაზური გადასვლების დამახასიათებელი ნიშნები. ჩვენ ვიცით, რომ ამ ფაზური გადასვლების დროს ნახტომით იცვლება სიმკვრივე, ენერგია, ენტროპია, ზედაპირული დაჭიმულობა და ა. შ., ე. ი. სხეულის მდგომარეობის დამახასიათებელი სიდიდეები. ყველა ეს სიდიდე წარმოადგენს თერმოდინამიკური პოტენციალის პირველ წარმოე-

ბულს. ვიცით აგრეთვე, რომ გადასვლის მრუდი ემორჩილება კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლებას

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_1 - s_2}{v_1 - v_2} = \frac{\Delta s}{\Delta v},$$



ნახ. 139.

სადაც $\Delta v = v_1 - v_2$ და $\Delta s = s_1 - s_2$ არიან კუთრი მოცულობისა და კუთრი ენტროპიის ნახტომები. ვინაიდან $\Delta s = \frac{\lambda_{21}}{T}$, სადაც λ_{21} არის გადასვლის ფარული სითბო, პირველი გვარის ფაზური გადასვლის დროს გამოიყოფა ან შთაინთქმება სითბო.

სულ სხვა ხასიათისაა მეორე გვარის ფაზური გადასვლა. ამ გადასვლებისას არ ხდება ენერგიის, სიმკვრივისა და ენტროპიის ნახტომისებრი ცვლა. ისინი უწყვეტი არიან ამ გადასვლების დროს. ნახტომით იცვლება სხეულის თ ვ ი ს ე ბ ე ბ ი ს დამახასიათებელი სიდიდეები, ისეთები, როგორიცაა: სითბოტევადობა, გაფართოების კოეფიციენტი და სხვები, რომლებიც წარმოადგენენ თერმოდინამიკური პოტენციალის მეორე წარმოებულებს. ცხადია, ამის გამო კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლება აღარ გამოდგება მეორე გვარის ფაზური გადასვლებისათვის. მისი შემცვლელი განტოლება გამოიყვანება ენტროპიის უცვლელობის პირობიდან

$$s_2(p, T) = s_1(p, T), \qquad \text{(IX,44)}$$

სადაც 1 და 2 ნიშნაკები აღნიშნავენ ფაზებს. ამ ტოლობის გადიფერენცირებით გადასვლის მრუდის გასწვრივ (AB მრუდი ჰელიუმის შემთხვევაში) მივიღებთ

$$\left(\frac{\partial s_2}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial s_2}{\partial T}\right)_p dT = \left(\frac{\partial s_1}{\partial T}\right)_T dp + \left(\frac{\partial s_1}{\partial T}\right)_p dT,$$

სადაც გვექნება

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\left(\frac{\partial s_2}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial s_1}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial s_1}{\partial T}\right)_T - \left(\frac{\partial s_2}{\partial p}\right)_T}. \qquad (IX,45)$$

თუ გავიხსენებთ, რომ

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T} \quad \text{და} \quad \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\alpha v,$$

სადაც α არის გაფართოების კოეფიციენტი, მივიღებთ

$$\frac{dp}{dT} = \frac{c_{p2} - c_{p1}}{Tv(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{\Delta c_p}{Tv\,\Delta\alpha}. \qquad (IX,46)$$

აქ $\Delta c_p = c_{p2} - c_{p1}$ და $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ არიან სითბოტევადობისა და გაფართოების კოეფიციენტის ნახტომები. ასეთია განტოლება, რომელიც საზღვრავს მეორე გვარის ფაზური გადასვლის მრუდის სახეს. ექსპერიმენტებმა სავსებით დაადასტურეს ამ განტოლების სისწორე.

თხევადი ჰელიუმი II მრავალი შესანიშნავი და უცნაური თვისების მატარებელია და, როგორც გამოირკვა, ამის მიზეზია ის, რომ იგი არის ერთადერთი კვანტური სითხე. ეს იმას ნიშნავს, რომ მისი თვისებების ახსნა არ შეიძლება კლასიკური ფიზიკის საშუალებით. ამისათვის საჭირო ხდება კვანტური თეორიის გამოყენება. განსაკუთრებით უცნაურია ე. წ. ერთდროულად ცნობილი საბჭოთა ფიზიკოსის ლ. კაპიცას, ინგლისელი ფიზიკოსის ალენისა და მაისნერის მიერ 1938 წელს აღმოჩენილი ზედენადობის თვისება. ეს მოვლენა იმაში გამოიხატება, რომ ჰელიუმ II-ს ახასიათებს ძალიან მცირე სიბლანტე წვრილ კაპილარულ მილში დინების დროს, ათეულ ათასჯერ ნაკლები, ვიდრე ჰელიუმ I-ის სიბლანტე. გასაკვირი იყო აგრეთვე ის, რომ სითხეში ჩაშვებულ დისკოს რხევის მილევით გაზომილი სიბლანტე დიდად არ განსხვავდებოდა ჰელიუმ I-ის სიბლანტისაგან. ამ საკითხს, ისე, როგორც ჰელიუმ II-ის დინების ხასიათის მაჩვენებელ ცდებს, განვიხილავთ შემდეგში.

მეათე თავი

მოლეკულების დაჯახება და გადატანის მოვლენები

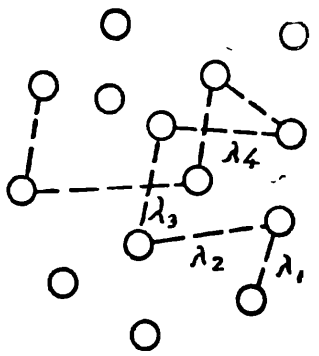
ამ თავში გავარჩევთ მოვლენებს, რომლებიც დაკავშირებულია მოლეკულების მოძრაობასა და ერთმანეთთან დაჯახებასთან. ეს მოვლენები შესამჩნევია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სხეული არ იმყოფება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში და როდესაც იგი ასრულებს ამ მდგომარეობაში გადასვლასთან დაკავშირებულ შეუქცევ პროცესს. ასეთი მოვლენების განხილვა სტატისტიკურად შეუძლებელია, ვინაიდან სტატისტიკური ფიზიკა ვიწრო გაგებით (თერმოდინამიკა) იხილავს მხოლოდ შექცევ პროცესებს. ყველა შეუქცევი პროცესი კი მოითხოვს კინეტიკურ განხილვას, ე. ი. მათ შესასწავლად და სათანადო კანონზომიერებათა დასადგენად აუცილებლად საჭიროა მოლეკულათა მოძრაობისა და ერთიმეორესთან დაჯახების მექანიზმის დაწვრილებით გარჩევა. მხოლოდ ამის შემდეგ იქნება შესაძლებელი ნათელი წარმოდგენა ვიქონიოთ იმაზე, თუ როგორ ხდება მოლეკულების გადასვლა სხეულის ერთი ნაწილიდან მეორეში. სწორედ ამ გადასვლასთან ანუ ენერგიის, იმპულსისა და სხვა სიდიდეების გადატანასთან არის დაკავშირებული ის შეუქცევი პროცესები, რომელთა საშუალებით სხეული უახლოვდება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას.

ჩვენ დავიწყებთ გაზების განხილვით, ვინაიდან მოლეკულების მოძრაობის ხასიათი ყველაზე კარგად სწორედ გაზებისათვის არის ცნობილი. ამის შედეგია აგრეთვე ის გარემოება, რომ მხოლოდ გაზებისათვის არსებობს გადატანის მოვლენების საკმაოდ განვითარებული და ცდით შემოწმებული თეორია.

§ 74. დაჯახებათა რიცხვი და საშუალო განარბენი

ავარჩიოთ გაზის რომელიმე მოლეკულა და თვალყური ვადევნოთ მის მოძრაობას. ჩვენ უკვე ვიცით, რომ მისი გზა წარმოადგენს ძალიან რთულ ტეხილ წირს (ნახ. 140), ვინაიდან ერთი დაჯახებიდან

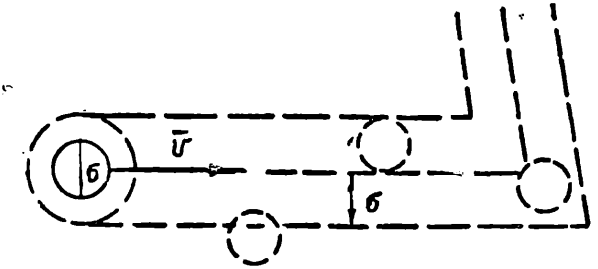
მეორემდე იგი წრფივად და თანაბრად მოძრაობს, ხოლო დაჯახების მომენტში ნახტომით იცვლის სიჩქარის სიდიდესა და მიმართულებას. გამოვითვალოთ, თუ რამდენ მოლეკულას დაეჯახება არჩეული მოლეკულა ერთი წამის განმავლობაში. გამოთვლების გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ მოლეკულები წარმოადგენს σ დიამეტრის მქონე სფეროებს. მივიღოთ აგრეთვე, რომ, გარდა არჩეული მოლეკულისა, ყველა მოლეკულა უძრავია. არჩეული მოლეკულის ცენტრი მოძრაობის დროს შემოწერს 140-ე ნახაზზე ნაჩვენებ ტეხილ წირს. ვინაიდან ორი მოლეკულა შეიძლება ერთმანეთს დაეჯახოს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც მათ ცენტრებს შორის მანძილი σ-ზე ნაკლებია ან მისი ტოლია, არჩეული მოლეკულა დაეჯახება მხოლოდ იმ მოლეკულებს, რომელთა ცენტრები მოქცეულია ცილინდრში, რომლის ღერძი არის მოლეკულის მიერ აღწერილი ტეხილი წირი, ხოლო რადიუსი — σ (ნახ. 141). თუ დროის შუალედად ერთ წამს ავარჩევთ, მოლეკულის მიერ გავლილი მანძილი, ანუ, რაც იგივეა, ტეხილი ცილინდრის სიგრძე იქნება $\overline{v}$. ამიტომ ტეხილი ცილინდრის მოცულობისათვის მივიღებთ



ნახ. 140.

$$V = \pi\sigma^2 \overline{v}.$$

ასეთია მოცულობა, რომელშიც უნდა მოხვდეს სხვა მოლეკულის ცენტრი, რომ მას დაეჯახოს არჩეული მოლეკულა. თუ ერთ კუ-



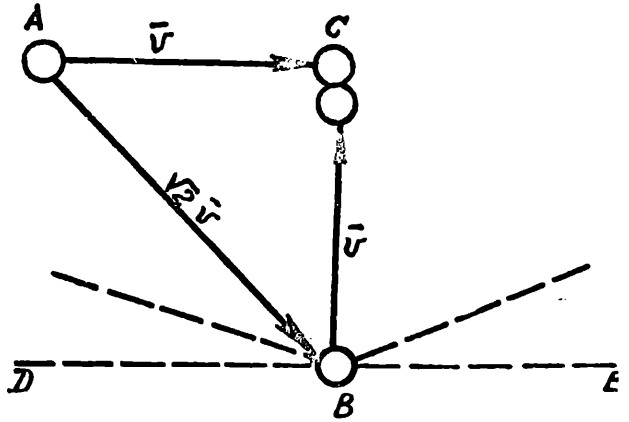
ნახ. 141.

ბურ სანტიმეტრში მყოფ მოლეკულათა რიცხვს n-ით აღვნიშნავთ, მთელ V მოცულობაში მყოფ მოლეკულათა რიცხვისათვის გვექნება

$$Z = n\pi\sigma^2 \overline{v}. \qquad (X,1)$$

ყველა ამ მოლეკულას დაეჯახება არჩეული მოლეკულა ერთი წამის განმავლობაში და ამიტომ Z იქნება ერთი მოლეკულის დაჯახებათა რიცხვი ერთი წამის განმავლობაში.

მიღებული შედეგი სავსებით ზუსტი არ არის. მართლაც, (X,1) ფორმულის გამოყვანისას ყველა მოლეკულა, გარდა არჩეულისა, უძრავად ჩავთვალეთ. სინამდვილეში კი, ყველა მოლეკულა მოძრაობს, რის გამოც მოლეკულების დაჯახებათა რიცხვი (X,1) ფორმულით არ იქნება გამოსახული. ცხადია, ზუსტი ფორმულის გამოსაყვანად საჭიროა მაქსველის განაწილების ფორმულის გამოყენება, რაც საკმაოდ ართულებს გამოთვლებს. ამიტომაც მოვიყვანთ მარტივ, მაგრამ არამკაცრ გამოყვანას ზუსტი ფორმულისას. ვთქვათ, A მოძრაობს $AC=\overline{v}$ სიჩქარით (ნახ. 142). რომელიმე სხვა, მაგალითად, B მოლეკულა A მოლეკულას შეიძლება დაეჯახოს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მისი სიჩქარე მიმართულია DE წრფის ზემოთ. ვინაი-



ნახ. 142.

დან B მოლეკულის სიჩქარე შეიძლება მიმართული იქნეს ყოველნაირი მიმართულებით DE წრფის ზემოთ, შეიძლება დავუშვათ, რომ საშუალოდ იგი მიმართულია BC-ს გასწვრივ, ე. ი. AC-ს მართობულად. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ B მოლეკულა უძრავია. მაშინ A მოლეკულის სიჩქარე B მოლეკულის მიმართ იქნება $AB=\sqrt{2}\,\overline{v}$ და არა $\overline{v}$. როგორც ვხედავთ, თუ დავუშვებთ, რომ ყველა მოლეკულა, გარდა არჩეულისა, უძრავია, არჩეული მოლეკულის სიჩქარე იქნება არა $\overline{v}$, არამედ $\sqrt{2}\,\overline{v}$. ამიტომ ზუსტ ფორმულას დაჯახებათა რიცხვისათვის მივიღებთ, თუ (X,1) ფორმულაში $\overline{v}$-ს მაგიერ ჩავსვამთ $\sqrt{2}\,\overline{v}$-ს. გვექნება

$$Z = \sqrt{2}\, n\pi\sigma^2 \overline{v}. \qquad (X,2)$$

ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ, ჩვეულებრივ პირობებში, მოლეკულების დაჯახებათა რიცხვი ძალიან დიდია. მაგალითად, გამოვითვალოთ Z აზოტისათვის ნორმალურ პირობებში, როდესაც წნევა ერთი ატმოსფეროს ტოლია, ხოლო ტემპერატურა—ცელსიუსის ნული გრადუსი. ამ პირობებში ერთ კუბურ სანტიმეტრში მყოფ მოლეკულათა რიცხვი $n = 2{,}7 \cdot 10^{19}$, საშუალო სიჩქარე $\overline{v} = 5 \cdot 10^4 \frac{cm}{sec}$, და თუ მოლეკულის დიამეტრად მივიღებთ $\sigma = 3{,}5 \cdot 10^{-8}\, cm$, დაჯახებათა რიცხვისათვის გვექნება

$$Z = 7 \cdot 10^9.$$

ასეთივე რიგისაა დაჯახებათა რიცხვი სხვა გაზების შემთხვევაშიც, იმავე წნევისა და ტემპერატურის პირობებში.

ცხადია, მოლეკულა ყოველ ორ დაჯახებას შორის ერთსა და იმავე მანძილს არ გადის (ნახ. 140). ეს მანძილი ხან მეტია, ხან ნაკლებია და ჩვენთვის მნიშვნელოვანია არა ეს ცალკეული მანძილები, არამედ მათი საშუალო მნიშვნელობა. თუ მოლეკულის მიერ პირველ დაჯახებამდე გავლილ მანძილს λ_1-ით აღვნიშნავთ, პირველი დაჯახებიდან მეორე დაჯახებამდე გავლილ მანძილს—λ_2-ით და ა. შ., საშუალო მანძილისათვის მივიღებთ

$$\lambda = \frac{\sum_1^N \lambda_i}{N}, \qquad (X,3)$$

სადაც N არის დაჯახებათა საერთო რიცხვი. ამ სიდიდეს, ე. ი. მოლეკულის მიერ ორ დაჯახებას შორის გავლილ საშუალო მანძილს ეწოდება თავისუფალი გზის საშუალო სიგრძე, ანუ საშუალო განარბენი. თუ წარმოვიდგენთ, რომ მოლეკულის დამზერა ხდება ერთი წამის განმავლობაში, N იქნება Z-ის ტოლი, ხოლო $\Sigma\lambda_i$ იქნება მოლეკულის მიერ ერთ წამში გავლილი მანძილი, ე. ი. $\overline{v}$, მაშინ საშუალო განარბენისათვის მივიღებთ

$$\lambda = \frac{\overline{v}}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}\, n\pi\sigma^2}. \qquad (X,4)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ საშუალო განარბენი დამოკიდებულია მხოლოდ გაზის გვარობასა და სიმკვრივეზე, ე. ი. ერთ კუ-

ბურ სანტიმეტრში მყოფ მოლეკულათა რიცხვზე. ჩვეულებრივ პირობებში λ ძალიან მცირე სიდიდეა. მაგალითად, ზემოგანხილულ შემთხვევაში საშუალო განარბენისათვის მივიღებთ

$$\lambda = 0{,}7 \cdot 10^{-5}\ cm.$$

საშუალო განარბენის ასეთი სიმცირით აიხსნება ის, პირველი შეხედვით უცნაური, ფაქტი, რომ ჩვეულებრივ პირობებში მოლეკულები, მიუხედავად მათი დიდი სიჩქარისა, ძალიან ნელა გადადიან ერთი ადგილიდან მეორეში.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც გაზში მოძრაობს სხვა გაზის მოლეკულა და გამოვითვალოთ მისი დაჯახებათა რიცხვი. მივიღოთ, რომ უცხო მოლეკულის დიამეტრი არის σ_1, ხოლო გაზის მოლეკულების დიამეტრი — σ_2. მაშინ, ცხადია, დაჯახებათა რიცხვისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ (X,2) ფორმულა, მხოლოდ σ-ს მაგიერ უნდა დავწეროთ $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$, ე. ი. საშუალო დიამეტრი. მივიღებთ

$$Z = \sqrt{2}\,\pi n \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 \overline{v}. \qquad (X,5)$$

თუ, მაგალითად, უცხო ნაწილაკი ელექტრონია, რომლის დიამეტრი გაზის მოლეკულის დიამეტრთან შედარებით უმნიშვნელოა: $\sigma_1 < \sigma_2$, მისი დაჯახებათა რიცხვისათვის მივიღებთ

$$Z_{\text{ელ}} = \frac{\sqrt{2}}{4}\,\pi n \sigma^2 \overline{v}.$$

λ განვმარტეთ, როგორც საშუალო მანძილი ორ დაჯახებას შორის. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მოლეკულა ერთი დაჯახებიდან მეორემდე გადის ხან მეტ და ხან ნაკლებ მანძილს, λ არის ამ მანძილების საშუალო მნიშვნელობა. გამოვიანგარიშოთ ალბათობა იმისა, რომ მოლეკულა განიცდის დაჯახებას თავისი გზის x და $x+dx$ შორის მდებარე შუალედში. თუ მოლეკულამ დაჯახება განიცადა ამ შუალედში, ცხადია, მანძილი 0-დან x-მდე მას დაუჯახებლად გაუვლია. აღვნიშნოთ $W(x)$-ით ალბათობა იმისა, რომ მოლეკულა $0 — x$ შუალედს გაივლის დაუჯახებლად. მაშინ ალბათობა იმისა, რომ მოლეკულა განიცდის დაჯახებას $0 — x$ შუალედში, იქნება $1 — W(x)$. უკანასკნელი სიდიდის დიფერენციალი მოგვცემს იმის ალბათობას, რომ მოლეკულა სხვა მოლეკულას დაეჯახება dx შუალედში. მეორე მხრივ, ეს ალბათობა იქნება ნამრავლი იმის ალბათობისა, რომ მოლეკულა x მანძილს გაივლის დაუჯახებლად,

იმის ალბათობაზე, რომ მოლეკულა განიცდის დაჯახებას dx შუალედში. უკანასკნელი ალბათობა dx-ის პროპორციული იქნება; თუ პროპორციულობის კოეფიციენტს აღვნიშნავთ α-თი, ამ ალბათობისათვის მივიღებთ αdx. მისი გამრავლებით $W(x)$-ზე მივიღებთ იმის ალბათობას, რომ მოლეკულა დაუჯახებლად გაივლის x მანძილს და განიცდის დაჯახებას dx შუალედში. მეორე მხრივ, აღვნიშნეთ, რომ ეს სიდიდე ($1-W(x)$-ის დიფერენციალის ტოლია. აქედან ვღებულობთ ტოლობას

$$-dW(x)=\alpha W(x)\,dx$$

და ინტეგრაციის შემდეგ

$$\ln W(x)=-\alpha x+\text{const.}$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას $\text{const}=\ln A$, მივიღებთ

$$W(x)=A\cdot e^{-\alpha x}.$$

გამოვიანგარიშოთ A-ს მნიშვნელობა. დავუშვათ, რომ $x=0$, მაშინ A-სათვის მივიღებთ

$$A=W(0).$$

მაგრამ $W(0)$ არის იმის ალბათობა, რომ მოძრაობის დაწყების მომენტში მოლეკულას არ განუცდია დაჯახება, ეს ალბათობა კი 1-ის ტოლია, ამიტომ გვექნება $A=1$. საბოლოოდ W-სათვის მივიღებთ

$$W(x)=e^{-\alpha x}. \qquad (X,6)$$

ახლა α კოეფიციენტი დავუკავშიროთ საშუალო განარბენს. ალბათობა იმისა, რომ მოლეკულა დაუჯახებლად გაივლის x მანძილს და განიცდის დაჯახებას x და $x+dx$ შუალედში, უდრის $W(x)\alpha dx$. აქედან x-ის საშუალო მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$x=\lambda=\int_0^\infty x\cdot W(x)\,\alpha\,dx=\alpha\int_0^\infty xe^{-\alpha x}\,dx=\frac{1}{\alpha}. \qquad (X,7)$$

მაშასადამე, α ყოფილა საშუალო განარბენის შებრუნებული მნიშვნელობა. ჩასმა W-ს ფორმულაში მოგვცემს

$$W(x)=e^{-\frac{x}{\lambda}}. \qquad (X,6')$$

ასეთია საბოლოო ფორმულა იმის ალბათობისა, რომ მოლეკულა დაუჯახებლად გაივლის x მანძილს.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ გაზში გადის მოლეკულების ნაკადი. J_0-ით აღვნიშნოთ რიცხვი იმ ნაკადის მოლეკულებისა, რომე-

ლიც გადის $x=0$ კვეთის ერთ კვადრატულ სანტიმეტრში და J ასოთი x კვეთის ერთ კვადრატულ სანტიმეტრში გამავალი მოლეკულების რიცხვი. ცხადია, J ნაკლებია J_0-ზე, ვინაიდან x მანძილის გავლის დროს მოლეკულების ნაწილი დაეჯახება გაზის მოლეკულებს და გამოვა ნაკადიდან. ცხადია, აგრეთვე, რომ $\frac{J}{J_0}$ შეფარდება $W(x)$-ის ტოლია. მართლაც, ეს შეფარდება გვიჩვენებს, მოლეკულების რა ნაწილი მიაღწევს x კვეთს დაუჯახებლად. განმარტების თანახმად, $W(x)$ არის x კვეთამდე დაუჯახებლად მისული მოლეკულების რიცხვის შეფარდება მოლეკულების საერთო რიცხვთან. ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:

$$J = J_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}; \qquad (X,8)$$

თუ $x=\lambda$, მივიღებთ

$$J = \frac{J_0}{e}.$$

ეს ფორმულა გვაძლევს საშუალო განარბენის ახალ განმარტებას. λ არის მანძილი, რომელზედაც ნაკადის ინტენსიობა კლებულობს e-ჯერ.

(X,8) ფორმულით ხშირად სარგებლობენ საშუალო განარბენის გასაზომად. ამისათვის საკმარისია გაიზომოს გაზში გამავალი მოლეკულების ნაკადის ინტენსიობა სხვადასხვა წერტილში. ეს მეთოდი λ-ს გაზომვისა პირველად გამოიყენა ბორნმა 1920 წელს.

47-ე ცხრილში მოყვანილია საშუალო განარბენის მნიშვნელობები სხვადასხვა გაზისათვის ნორმალური წნევისა და ტემპერატურის პირობებში.

(X,4) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ, თუ სიმკვრივე უცვლელია, λ არ არის დამოკიდებული გაზის ტემპერატურაზე. ეს შედეგი ეწინააღმდეგება ცდების შედეგებს, რომლებიც გვიჩვენებენ (იხ. გადატანის მოვლენები), რომ λ კლებულობს ტემპერატურის შემცირების დროს. მართალია, ეს ეფექტი ძალიან მცირეა, მაგრამ მისი საგსებით უგულებელყოფა, განსაკუთრებით დაბალი ტემპერატურებისათვის, შეუძლებელია. საჭიროა გამოვარკვიოთ ამ შემცირების მიზეზი. ვინაიდან მოლეკულების რიცხვი მოკულო-

ცხრილი 47

გაზი	λ	გაზი	λ
H_2	$18{,}3 \cdot 10^{-6}$ cm	Cl	$4{,}57 \cdot 10^{-6}$
He	$23{,}5 \cdot 10^{-6}$ „	CO	$9{,}27 \cdot 10^{-6}$
N_2	$9{,}44 \cdot 10^{-6}$ „	N_2O	$6{,}10 \cdot 10^{-6}$
O_2	$9{,}95 \cdot 10^{-6}$ „	HCl	$6{,}86 \cdot 10^{-6}$
Ne	$19{,}3 \cdot 10^{-6}$ „	H_2O	$7{,}22 \cdot 10^{-6}$

ბის ერთეულში უცვლელად ითვლება, λ-ს ცვალებადობა ტემპერატურის ცვლილების დროს შეიძლება აიხსნას მხოლოდ σ-ს, ე. ი. ეფექტური დიამეტრის ცვალებადობით. ვან-დერ-ვაალსის განტოლების გარჩევის დროს აღვნიშნეთ, რომ b კოეფიციენტი, რომელიც დაკავშირებულია მოლეკულის ეფექტურ დიამეტრთან, იცვლება ტემპერატურის შეცვლის შედეგად, და ეს მოვლენა ავხსენით მოლეკულათა შორის მიზიდვის ძალების არსებობით. ახლა საკითხი გავარჩიოთ უფრო დაწვრილებით. პირველი მიახლოებით ვთვლიდით, რომ მოლეკულები წარმოადგენს σ დიამეტრის მქონე სფეროებს, რომლებიც ერთმანეთზე მოქმედებენ მხოლოდ უშუალო შეხების დროს, მაგრამ ვიცით, რომ მოლეკულებს შორის მოქმედებს მიზიდვის ძალები, რომელთა მოქმედების სფერო ბევრად აღემატება σ დიამეტრით გამოსახული განზიდვის ძალების მოქმედების სფეროს. სანამ მხედველობაში არ ვიღებთ ამ ძალებს, მოლეკულების დაჯახება მოხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც ერთი მათგანის ცენტრი გაივლის მეორის ცენტრიდან σ ან უფრო ნაკლებ მანძილზე. ახლა გამოვარკვიოთ, რა მოხდება, როდესაც მოლეკულებს შორის მოქმედებს მიზიდვის ძალები. ცხადია, მოლეკულა, რომელიც მიზიდვის არარსებობისას σ-ზე მეტ მანძილზე გაივლიდა, შეიძლება მიზიდვის გამო იმდენად დაუახლოვდეს მეორე მოლეკულას, რომ დაეჯახოს მას. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ მიზიდვის გამო აღებულ მოლეკულას შეიძლება დაეჯახოს ისეთი მოლეკულებიც, რომლებიც მისი ცენტრიდან გადიან σ-ზე მეტ მანძილზე. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს მოლეკულის ეფექტური დიამეტრი გაიზარდა. ცხადია, ეს გაზრდა უფრო შესამჩნევია დაბალ ტემპერატურაზე, ვინაიდან ამ შემთხვევაში მოლეკულების სიჩქარე მცირეა და მათი გადახრა მიზიდვის გამო უფრო ძლიერია. აქედან გამომდინარეობს, რომ ტემპერატურის შემცირება იწვევს მოლეკულის ეფექტური დიამეტრის გაზრდას და, (X,4) ფორმულის თანახმად, საშუალო განარბენის შემცირებას.

ახლა ეს საკითხი რაოდენობრივი მხრივ გავარჩიოთ. მივიღოთ, რომ მოლეკულები წარმოადგენს σ_0 დიამეტრის სფეროებს, რომელთა შორის მოქმედებს მიზიდვის ძალები. დავუშვათ, რომ ერთი მოლეკულა უძრავია, ხოლო მეორე მოძრაობს ისე, რომ მიზიდვის არსებობისას გაივლიდა d მანძილზე პირველი მოლეკულის ცენტრიდან (ნახ. 143). თუ მოლეკულებს შორის არსებულ მიზიდვის პოტენციალურ ენერგიას აღვნიშნავთ U ასოთი, ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, მივიღებთ

$$E = \frac{\mu r'^2}{2} + \frac{L^2}{2\mu r'^2} + U = \text{const},$$

სადაც μ არის ორი მოლეკულისაგან შემდგარი სისტემის დაყვანილი მასა, L— მოძრაობის რაოდენობის მომენტი. თუ მივიღებთ, რომ მოლეკულების ფარდობითი სიჩქარე უსასრულოდ დაშორების დროს არის v_∞, გვექნება

$$\frac{\mu v^2_\infty}{2} = \frac{\mu r^2}{2} + \frac{L^2}{2\mu r^2} + U,$$

ვინაიდან უსასრულო დაშორებისას $U=0$.

გამოვიანგარიშოთ უმცირესი მანძილი r_m, რომლითაც ერთი მოლეკულა შეიძლება დაუახლოვდეს მეორეს. მინიმუმის პირობიდან $\frac{dr}{dt}=0$, მივიღებთ

$$\frac{\mu v^2_\infty}{2} = \frac{L^2}{2\mu r_m{}^2} + U,$$

ან, აქედან, r_m-სათვის

$$r^2_m = \frac{L^2}{\mu^2 v^2_\infty - 2\mu U}.$$

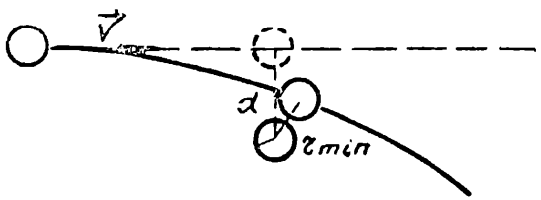
მეორე მხრივ, მოძრაობის რაოდენობის მომენტისათვის გვაქვს

$$L = \mu d v_\infty;$$

ჩასმა წინა ფორმულაში და შეკვეცა $\mu^2 v^2_\infty$-ზე მოგვცემს

$$r^2_m = \frac{d^2}{1 - \frac{2U}{\mu v_m{}^2}}. \qquad (X,9)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რა მანძილზე გაივლის ერთი მოლეკულა მეორისაგან მიზიდვის შემთხვევაში, თუ მიზიდვის გარეშე იგი გაივლიდა d მანძილზე. ცხადია, რომ მოლეკულა მეორე მოლეკულას დაეჯახება იმ შემთხვევაში, როდე-



ნახ. 143.

საც $r_m \leqslant \sigma$. აქედან შეიძლება გამოვიანგარიშოთ, თუ რა მანძილზე გაივლიდა ერთი მოლეკულა მეორისაგან მიზიდვის არარსებობისას, თუ იგი მიზიდვის შემთხვევაში ეჯახება მას. ამისათვის (X,9) ფორმულაში r_m-ის მაგივრად უნდა ჩავსვათ σ. მივიღებთ

$$d^2 = \sigma^2 \left(1 - \frac{U}{\frac{mv^2}{2}}\right).$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ U უარყოფითია და მოვახდენთ გასაშუალებას სიჩქარეების სხვადასხვა მნიშვნელობის მიმართ, გვექნება

$$d^2=\sigma^2\left(1+\frac{C}{T}\right). \qquad (X,10)$$

ვინაიდან $\frac{\overline{mv^2}_{\text{ср}}}{2}=\frac{3}{2}$ kT, C მუდმივა გამოისახება შემდეგნაირად:

$$C=-\frac{2U}{3k}.$$

(X,10) ფორმულა, რომელიც პირველად სუზერლენდმა გამოიყვანა, გვიჩვენებს როგორ არის დამოკიდებული მოლეკულის ეფექტური დიამეტრი d ტემპერატურაზე, σ არის ეფექტური დიამეტრი იმ შემთხვევაში, თუ უგულებელყოფილია მოლეკულების მიხიდვა. (X,4) ფორმულის გამოყენებით საშუალო განარბენისათვის მივიღებთ

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}\,n\pi d^2}=\frac{1}{\sqrt{2}\,n\pi\sigma^2\left(1+\frac{C}{T}\right)}. \qquad (X,11)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ λ, მართლაც, დამოკიდებულია ტემპერატურაზე, სახელდობრ, მცირდება ტემპერატურის შეცირების დროს. თუ რამდენად კარგად თანხვდება ეს ფორმულა ცდის შედეგებს, გამოვარკვევთ შემდეგ, შინაგანი ხახუნის მოვლენის განხილვის დროს.

დასასრულ გავარჩიოთ საკითხი—როგორ არის დამოკიდებული საშუალო განარბენი გაზის წნევაზე. (X,4) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ λ უკუპროპორციულია n-ისა, ე. ი. წნევისაც. უშუალო გაზომვები, რომლებიც ჩაატარეს ბორნის მეთოდით, ადასტურებს ამ კანონს. მხოლოდ ძალიან დაბალი წნევის შემთხვევაში ადგილი აქვს ამ კანონიდან გადახრას. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ძალიან გაიშვიათებული გაზის შემთხვევაში საშუალო განარბენი იმავე რიგისაა, როგორც მანძილი ჭურჭლის კედლებს შორის, ასე რომ, მოლეკულა კედლებს შორის მოძრაობს სხვა მოლეკულებთან დაუჯახებლად. ცხადია, ამის შემდეგ წნევის კიდევ მეტად შემცირება აღარ გამოიწვევს λ-ს შეცვლას. იგი იქნება მუდმივი და კედლებს შორის მანძილის ტოლი.

§ 75. ვან-დერ-ვაალსის ზოგადი ფორმულა

სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში გაზის ყველა მოლეკულას აქვს სხვადასხვა სიდიდის ერთი და იგივე საშუალო მნიშვნელობა. გაზის რომელი ნაწილიც არ უნდა ავიღოთ, მასში მყოფი მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია, საშუალო

იმპულსი, ისეთივე იქნება, როგორც სხვა ნაწილებში. თვით მოლეკულების რიცხვიც ყველგან ერთი და იგივეა, თუ გაზი არ არის მოთავსებული გარეშე ველში. თუ ახლა ხელოვნურად შევქმენით ისეთი მდგომარეობა, რომ გაზის სხვადასხვა ნაწილში მოლეკულებს ექნება რაიმე სიდიდის (კინეტიკური ენერგიის, იმპულსის და სხვ.) სხვადასხვა საშუალო მნიშვნელობა, ან თუ სხვადასხვა იქნება თვით მოლეკულების რიცხვი, სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობა აღარ გვექნება და გაზში დაიწყება სტატისტიკური წონასწორობისადმი მიახლოების პროცესი. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ გაზის სხვადასხვა ნაწილში ხელოვნურად შევქმენით სხვადასხვა ტემპერატურა. ვინაიდან ეს მდგომარეობა არ წარმოადგენს სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობას (მას არ ეთანადება ენტროპიის მაქსიმუმი), დაიწყება სითბოს გადატანა უფრო თბილი ნაწილებიდან ცივისაკენ, სანამ ყველგან არ დამყარდება ერთი და იგივე ტემპერატურა, როგორც ამას მოითხოვს სტატისტიკური წონასწორობის პირობა. ენტროპია მიაღწევს მაქსიმუმს და პროცესი შეწყდება. ასეთსავე შედეგს მივიღებთ იმ შემთხვევაში, როდესაც გაზის სხვადასხვა ნაწილში მოლეკულების რიცხვი სხვადასხვაა. აქაც დაიწყება მოლეკულების გადასვლა, სანამ ყველგან არ იქნება ერთი და იგივე სიმკვრივე. ყველა ასეთ შემთხვევაში გაზი გადადის არაწონასწორული მდგომარეობიდან წონასწორულ მდგომარეობაში, ე. ი. ასრულებს შ ე უ ქ ც ე ვ პროცესს. ეს პროცესი თანდათან ნელდება, ვინაიდან სისტემა უახლოვდება წონასწორობის მდგომარეობას. რადგან ყველა ასეთი პროცესის დროს ადგილი აქვს რაიმე სიდიდის გადატანას სხეულის ერთი ნაწილიდან მეორეში, ვუწოდოთ მათ გ ა დ ა ტ ა ნ ი ს პ რ ო ც ე ს ე ბ ი. საზოგადოდ, გადატანის პროცესი არ არის სტაციონარული, ვინაიდან დროთა განმავლობაში სხეულის სხვადასხვა ნაწილს შორის განსხვავება მცირდება და ამიტომ სათანადო სიდიდის გადატანა სულ უფრო და უფრო ნელი ტემპით წარმოებს. მაგრამ, თუ ხელოვნურად დავიცავთ განსხვავებას სხვადასხვა ნაწილს შორის, შეიძლება მივიღოთ სტაციონარული გადატანის პროცესი. თუ, მაგალითად, ჩვენ ხელოვნურად სითბოს გადაცემის საშუალებით დავიცავთ ტემპერატურათა გარკვეულ სხვაობას, ერთი ადგილიდან მეორეში გადასული სითბოს რაოდენობა ყოველთვის ერთი და იგივე იქნება. ცხადია, დროის მცირე შუალედებისათვის გადატანის პროცესი ყოველთვის შეიძლება განვიხილოთ როგორც სტაციონარული.

ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ სამ გადატანითს პროცესს: დიფუზიას, შინაგან ხახუნს, ანუ სიბლანტეს, და სითბოგამტარობას.

პირველ შემთხვევაში ხდება ნივთიერების გადატანა, მეორეში—იმპულსისა, მესამეში—ენერგიისა. ვთქვათ, მაგალითად, გაზის სხვადასხვა ნაწილში სიმკვრივე სხვადასხვაა. ვინაიდან მოლეკულები ქაოსურად მოძრაობენ, ადგილი ექნება მათ გადასვლას როგორც მეტი სიმკვრივის მქონე ნაწილიდან ნაკლები სიმკვრივის მქონე ნაწილში, ისე საწინააღმდეგო მიმართულებითაც. მაგრამ, ცხადია, პირველი მიმართულებით უფრო მეტი მოლეკულა იმოძრავებს, ვიდრე მეორე მიმართულებით, და ეს გამოიწვევს ნივთიერების გადატანას მეტი სიმკვრივის ადგილიდან ნაკლები სიმკვრივის ადგილში. სწორედ ამ მოვლენას,—ნივთიერების გადატანას, გამოწვეულს სიმკვრივეთა განსხვავებით და მოლეკულების ქაოსური მოძრაობით,—ეწოდება დიფუზიის პროცესი.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ გაზის სხვადასხვა ფენა მოძრაობს სხვადასხვა სიჩქარით. რასაკვირველია, თვითონ ფენებში მოლეკულების მოძრაობა ქაოსურია, მაგრამ ამ ქაოსურ მოძრაობას დამატებული აქვს მოწესრიგებული მოძრაობა, რომლის სიჩქარე სხვადასხვა ფენისათვის სხვადასხვაა. ცხადია, რომ მოლეკულების ყოველმხრივი, ქაოსური მოძრაობის გამო მოლეკულები გადავლენ ერთი ფენიდან მეორეში. ვინაიდან ფენებში გაზის სიმკვრივე ერთი და იგივეა, პირველი ფენიდან მეორეში და მეორიდან პირველში გადასული მოლეკულების რიცხვი იქნება ერთი და იგივე, გადატანილი იმპულსი კი—სხვადასხვა. მეტი სიჩქარის მქონე ფენიდან ნაკლები სიჩქარის მქონე ფენაში გადასული მოლეკულები გადაიტანენ მეტ იმპულსს, ვიდრე საწინააღმდეგო მიმართულებით გადასული მოლეკულები. ამის გამო მეტი სიჩქარის მქონე ფენის იმპულსი შემცირდება, ნაკლები სიჩქარის მქონე ფენის იმპულსი კი გაიზრდება, ე. ი. მოხდება იმპულსის გადატანა ერთი ფენიდან მეორეში. ამ მოვლენას—იმპულსის გადატანას, გამოწვეულს ფენების სიჩქარეთა სხვაობით და მოლეკულების ქაოსური მოძრაობით,—ეწოდება შინაგანი ხახუნი ანუ სიბლანტე.

დასასრულ, განვიხილოთ სითბოგამტარობის მოვლენა. დავუშვათ, რომ გაზის სხვადასხვა ნაწილში სხვადასხვა ტემპერატურაა, ე. ი. სხვადასხვა მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია. ამ შემთხვევაშიც მეტი ტემპერატურის მქონე ადგილიდან ნაკლები ტემპერატურის მქონე ადგილში გადასული მოლეკულები გადაიტანენ მეტ ენერგიას, ვიდრე საწინააღმდეგო მიმართულებით გადასული მოლეკულები, თუმცა თვით გადასული მოლეკულების რიცხ-

ვი ერთი და იგივე იქნება. ამ მოვლენას,—ენერგიის გადატანას, გამოწვეულს ტემპერატურათა სხვაობით და მოლეკულების ქაოსური მოძრაობით,—ეწოდება სითბოგამტარობა.

ასეთია ამ სამი გადატანის პროცესის ზოგადი დახასიათება. მათ დაწვრილებით შევისწავლით გადატანის ზოგადი ფორმულის გამოყვანის შემდეგ.

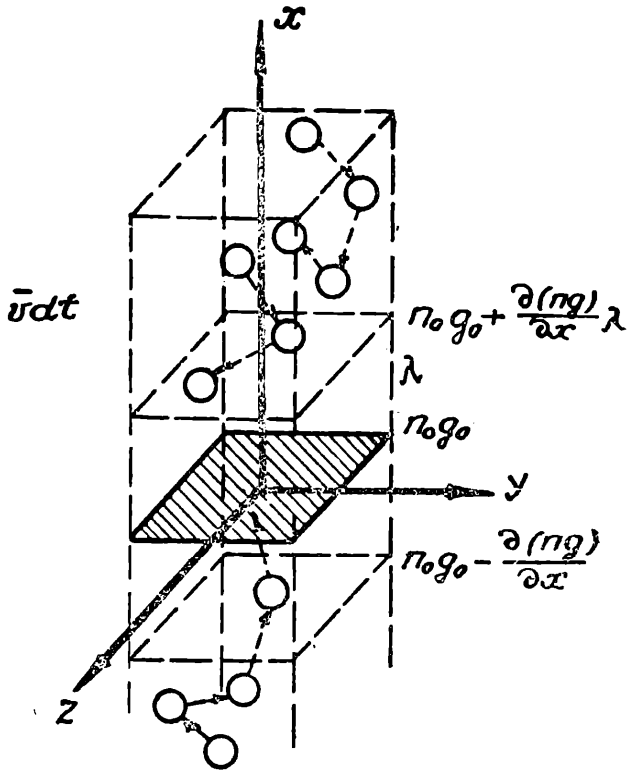
გამოვიყვანოთ რაიმე სიდიდის გადატანის ზოგადი განტოლება. ვთქვათ, გაზის მოლეკულა ხასიათდება რაიმე g სიდიდით, და მივიღოთ, რომ ეს სიდიდე სხვადასხვაა გაზის სხვადასხვა ნაწილში $g=g(x, y, z)$. განვიხილოთ ფართობის dS ელემენტი, რომელიც OX ღერძის მართობულია. გამოვიანგარიშოთ g სიდიდის რაოდენობა, რომელიც გააქვთ მოლეკულებს ამ ფართობში dt დროის განმავლობაში. მივიღოთ აგრეთვე, რომ g სიდიდის გარდა გაზის სიმკვრივეც, ე. ი. მოცულობის ერთეულში მყოფ მოლეკულათა რიცხვიც სხვადასხვაა სხვადასხვა ნაწილში. g და n სიდიდის მნიშვნელობები dS ფართობისათვის აღვნიშნოთ g_0-ით და n_0-ით. ჯერ გამოვიანგარიშოთ g სიდიდის ის რაოდენობა, რომელიც გააქვთ dS ფართობში OX ღერძის საწინააღმდეგოდ მოძრავ მოლეკულებს.

მოლეკულების მოძრაობის სრული ქაოსურობის გამო OX ღერძის პარალელურად იმოძრავებს მოლეკულების ერთი მესამედი. აქედან OX ღერძის საწინააღმდეგოდ იმოძრავებს ნახევარი, ე. ი. სულ ერთი მეექვსედი. მაშასადამე, კუბურ სანტიმეტრში მყოფი n მოლეკულის ერთი მეექვსედი იმოძრავებს OX ღერძის გასწვრივ. იმისათვის, რომ რომელიმე მათგანი dt დროში გავიდეს dS ფართობში, მისი მანძილი dS ფართობიდან არ უნდა აღემატებოდეს $\overline{v}dt$, სადაც $\overline{v}$ არის მოლეკულის საშუალო სიჩქარე. აქედან გამომდინარეობს, რომ dS ფართობში dt დროში გაივლის მხოლოდ იმ მოლეკულების მეექვსედი, რომლებიც იმყოფებიან dS ფუძისა და $\overline{v}dt$ სიმაღლის მქონე პრიზმში (ნახ. 144), მაგრამ dS ფართობში გავლამდე ეს მოლეკულები მრავალჯერ დაეჯახება სხვა მოლეკულებს. მათი უკანასკნელი დაჯახება მოხდება საშუალოდ λ მანძილზე dS ფართობიდან. ამიტომ სიმკვრივისა და g სიდიდისათვის უნდა ავიღოთ არა ის მნიშვნელობები, რომლებიც მოლეკულებს ჰქონდა საწყის მომენტში, არამედ ის, რომლებიც მათ მიიღეს უკანასკნელი დაჯახების მომენტში, ე. ი. λ მანძილზე dS ფართობიდან. YOZ კვეთში g სიდიდის მნიშვნელობა არის g_0, ხოლო ერთეულ მოცულობაში მყოფი მოლეკულების რიცხვი—n_0. ამიტომ g სიდიდის საერთო

რაოდენობა ამ ერთეულ მოცულობაში იქნება $n_0 g_0$. თუ ავიღებთ რომელიმე სხვა კვეთს, როგორც g სიდიდის, ისე n-ის მნიშვნელობა ერთეულ მოცულობაში უკვე სხვა იქნება. ng ნამრავლის ცვლილება dx მანძილზე გადანაცვლების დროს აღვნიშნოთ $d(ng)$-თი. მაშინ, წარმოებული

$$\frac{\partial (ng)}{\partial x}$$

იქნება ამ ნამრავლის ცვლილება მანძილის ერთეულზე გადანაცვლების დროს. ჩვენთვის კი საჭიროა ng ნამრავლის მნიშვნელობა



ნახ. 144.

λ მანძილზე dS ფართობიდან. ამისათვის დაწერილი წარმოებული გავამრავლოთ λ-ზე, მივიღებთ

$$\frac{\partial (ng)}{\partial x} \cdot \lambda .$$

ასეთია ng ნამრავლის ცვლილება λ მანძილზე გადანაცვლების დროს. ვინაიდან ამ ნამრავლის მნიშვნელობა dS ფართობის კვეთ-

ში არის $n_0 g_0$, ამავე ნამრავლის მნიშვნელობა λ მანძილით დაშორებულ კვეთში იქნება

$$ng = n_0 g_0 + \frac{\partial (ng)}{\partial x} \lambda.$$

ეს ფორმულა გვაძლევს g სიდიდის რაოდენობას მოცულობის ერთეულში იმ ადგილას, სადაც მოლეკულებმა განიცადეს უკანასკნელი დაჯახება. g სიდიდის რაოდენობა $\overline{v} dt dS$ მოცულობაში იქნება:

$$\left(n_0 g_0 + \frac{\partial (ng)}{\partial x} \lambda \right) \overline{v} dt dS.$$

ვინაიდან ამ სიდიდის მხოლოდ მეექვსედი გადის dS ფართობში, dt დროში OX ღერძის საწინააღმდეგოდ გადატანილი g სიდიდისათვის მივიღებთ

$$\frac{1}{6} \left(n_0 g_0 + \frac{\partial (ng)}{\partial x} \lambda \right) \overline{v} dt dS.$$

g სიდიდის იმ რაოდენობისათვის, რომელიც dt დროში გადის dS ფართობში, OX ღერძის მიმართულებით, სრულიად ანალოგიურად მივიღებთ

$$\frac{1}{6} \left(n_0 g_0 - \frac{\partial (ng)}{\partial x} \lambda \right) \overline{v} dt\, dS.$$

მიღებული სიდიდეების გამოკლებით მივიღებთ g სიდიდის იმ რაოდენობას, რომელიც ყოველ მოლეკულას dS ფართობში dt დროში OX ღერძის საწინააღმდეგოდ გადააქვს. თუ g სიდიდის ამ რაოდენობას აღვნიშნავთ dG-თი,[1] მივიღებთ

$$dG = -\frac{1}{3} \overline{v} \lambda \frac{\partial (ng)}{dx} dS\, dt. \qquad (X,12)$$

ასეთია g სიდიდის გადატანის ზოგადი განტოლება.

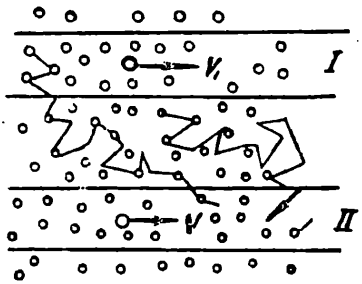
გამოვიყენოთ ახლა ეს განტოლება კერძო შემთხვევებისათვის.

§ 76. შინაგანი ხახუნი, ანუ სიბლანტე

წარმოვიდგინოთ, რომ გაზის ფენები, რომლებიც YOZ სიბრტყის პარალელურია, ამ სიბრტყის გასწვრივ სხვადასხვა სიჩქარით მოძრაობენ (ნახ. 145). ვთქვათ, ეს მოძრაობა წარმოებს OY ღერძის

[1] ნიშანი მინუსი აღებულია იმიტომ, რომ გადატანა ხდება OX ღერძის საწინააღმდეგოდ.

გასწვრივ. ყოველ მოლეკულას, გარდა ქაოსური სითბური მოძრაობის სიჩქარისა, ექნება კიდევ მოწესრიგებული მოძრაობის V სიჩქარე, ტოლი იმ ფენის სიჩქარისა, რომელშიც იგი იმყოფება განსახილველ მომენტში. სათანადო იმპულსი იქნება mV, სადაც m არის მოლეკულის მასა. ფენების სიჩქარეების სხვადასხვაობისა და მოლეკულების ერთი ფენიდან მეორეში გადასვლის გამო, მოხდება იმპულსის გადატანა ერთი ფენიდან მეორეში. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში g არის მოლეკულის მოწესრიგებული მოძრაობის შესაბამისი იმპულსი mV. დავუშვათ აგრეთვე, რომ გაზის სიმკვრივე ყველგან ერთნაირია, ე. ი. $n=$ $=\text{const}$. ზოგადი გადატანის განტოლება ამ შემთხვევისათვის მიიღებს შემდეგ სახეს:



ნახ. 145.

$$dK=-\frac{1}{3}\overline{v}\lambda nm\frac{\partial V}{\partial x}\,dS\,dt.$$

ვინაიდან nm ნამრავლი არის გაზის ρ სიმკვრივე, ამიტომ განტოლება შეიძლება შემდეგნაირად დაიწეროს:

$$dK=-\frac{1}{3}\rho\overline{v}\lambda\frac{\partial V}{\partial x}\,dS\,dt. \qquad (X,13)$$

კოეფიციენტს

$$\eta=\frac{1}{3}\rho\overline{v}\lambda \qquad (X,14)$$

ეწოდება შინაგანი ხახუნის, ანუ სიბლანტის კოეფიციენტი. ამ კოეფიციენტის შემოღების შემდეგ მივიღებთ

$$dK=-\eta\frac{dV}{dx}\,dS\,dt. \qquad (X,13')$$

ხშირად ამ განტოლებას წერენ კიდევ შემდეგნაირად:

$$\frac{dK}{dt}=-\eta\frac{dV}{dx}\,dS,$$

ან, ვინაიდან $\frac{dK}{dt}$ არის dS ფართობზე მოქმედი dF ძალა,

$$dF=-\eta\,.\,\frac{dV}{dx}\,dS. \qquad (X,15)$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ იმპულსის გადატანის დროს ერთი ფენა მეორე ფენაზე მოქმედებს ძალით, რომელიც ფართობის და ერთ სანტიმეტრზე გადანაცვლების დროს ფენის სიჩქარის ცვლილების პირდაპირპროპორციულია და დამოკიდებულია გაზის თვისებებზე. $\frac{dV}{dx}$ სიდიდეს, რომელიც გვიჩვენებს, როგორ იცვლება ფენის სიჩქარე OX ღერძის გასწვრივ მანძილის ერთეულზე გადანაცვლების დროს, ეწოდება სიჩქარის გრადიენტი. (X,15) ფორმულა საშუალებას გვაძლევს გამოვსახოთ ხახუნის კოეფიციენტი მაკროსკოპული სიდიდეების საშუალებით. მივიღოთ, რომ სიჩქარის გრადიენტი $\frac{\partial V}{\partial x}=1\ \frac{\frac{cm}{sec}}{cm}=1\ sec^{-1}$, ფართობი $dS=1\ cm^2$ და მაშინ (X,15) ფორმულიდან მივიღებთ

$$\eta=-F,$$

ე. ი. სიბლანტის კოეფიციენტი იმ ძალის ტოლია, რომელიც ფართობის ერთეულზე მოქმედებს, როდესაც სიჩქარის გრადიენტი ერთის ტოლია.

იგივე ფორმულა გვაძლევს საშუალებას ექსპერიმენტულად გავზომოთ η. მართლაც, თუ სიჩქარის ცნობილი გრადიენტისათვის და ცნობილი ფართობისათვის გავზომავთ ფენებს შორის მოქმედ ძალას, შეიძლება გამოვიანგარიშოთ η. მეორე მხრივ, η შეიძლება გამოვიანგარიშოთ (X,14) ფორმულიდან, თუ ცნობილია გაზის სიმკვრივე, ტემპერატურა და თუ λ გამოანგარიშებულია (X,11) ფორმულის მიხედვით.

ცხრილი 48

T	$\eta\cdot10^7$ გაზომ.	$\eta\cdot10^7$ გაანგ.
373,6	1047	1060
273,0	844	846
261,2	821	820
233,2	760	756
194,4	670	664
89,6	392	380
20	108	111

48-ე ცხრილში მოყვანილია ექსპერიმენტის შედეგები (მეორე სვეტი) და თეორიის შედეგები (მესამე სვეტი) სხვადასხვა ტემპერატურისათვის.

როგორც ვხედავთ, თანხვდენა თეორიასა და ცდას შორის ძალიან კარგია. კარგად არის გადმოცემული როგორც ცალკეული მნიშვნელობები, ისე მათი ცვლა ტემპერატურის მიხედვით.

პირველი შეხედვით სიბლანტის კოეფიციენტი სიმკვრივის პირდაპირპროპორციული უნდა იყოს (ფორმულა X,14). მაგრამ თუ

მხედველობაში მივიღებთ, რომ საშუალო განარბენი სიმკვრივის უკუპროპორციულია, დავრწმუნდებით, რომ η არ არის დამოკიდებული გაზის სიმკვრივეზე ან წნევაზე. ეს, პირველი შეხედვით უცნაური შედეგი, ძალიან მარტივად აიხსნება.

მართლაც, თუმცა წნევის შემცირება ამცირებს მოლეკულების რიცხვს მოცულობის ერთეულში, მაშასადამე, იმ მოლეკულების რიცხვსაც, რომელთაც ერთი ფენიდან მეორეში გადააქვთ მოძრაობის რაოდენობა, მაგრამ მეორე მხრივ იგი ზრდის საშუალო განარბენს, ე. ი. იმპულსის იმ რაოდენობას, რომელიც გადააქვს თითოეულ მოლეკულას, ვინაიდან ახალი მოლეკულა მოდის უფრო შორი ფენიდან.

ამ შედეგებმა, η-ს დამოუკიდებლობამ წნევისაგან, რომელიც პირველად გამოარკვია მაქსველმა, თავდაპირველად დიდი გაკვირვება გამოიწვია, მაგრამ შემდეგმა ცდებმა სრულიად გარკვეულად დაამტკიცეს მისი სისწორე. 49-ე ცხრილში მოყვანილია უშუალო გაზომვებით მიღებული η/η_{750} შეფარდების მნიშვნელობები. η_{750} არის η-ს მნიშვნელობა 750 mm Hg-ზე.

ცხრილი 49

$P_{mm}Hg$	$\frac{\eta}{\eta_{750}}$
750	1
380	1,01
20,5	1,004
2.4	0,978
1,53	0,956
0,63	0,908

მხოლოდ ძალიან დაბალი წნევებისათვის აღარ არის მართებული ეს კანონი. მართლაც, თუ წნევა იმდენად მცირეა, რომ საშუალო განარბენი λ ჭურჭლის კედლებს შორის მანძილის ტოლი ხდება, წნევის შემდგომი შემცირება აღარ გამოიწვევს λ-ს შეცვლას, მოცულობის ერთეულში მყოფი მოლეკულების რიცხვი კი შემცირდება, რაც, რასაკვირველია, გამოიწვევს სიბლანტის კოეფიციენტის შემცირებას.

დასასრულ, აღვნიშნოთ, რომ ფორმულა η-სათვის

$$\eta=\frac{1}{3}\rho\,\overline{v}\,\lambda=\frac{m\overline{v}}{3\sqrt{2}\,\pi\sigma^2\left(1+\frac{C}{T}\right)}$$

არ არის ზუსტი. მისი გამოყვანის დროს დავუშვათ, რომ ყველა მოლეკულას აქვს ერთი და იგივე სიჩქარე $\overline{v}$ და მხედველობაში არ მივიღეთ მოლეკულებს შორის განზიდვის ძალების არსებობა. სათანადო შესწორებების შეტანა მნიშვნელოვნად არ ცვლის ამ ფორ-

მულას, მხოლოდ $\frac{1}{3}$-ის მაგიერ შემოდის სხვა კოეფიციენტი, რომელიც გამოანგარიშების დროს მიღებულ დაშვებათა მიხედვით იცვლება 0,31—0,49 ფარგლებში.

§ 77. სითბოგამტარობა

ახლა განვიხილოთ გადატანის მეორე მოვლენა—სითბოგამტარობა. წარმოვიდგინოთ, რომ OX ღერძის გასწვრივ გაზის ტემპერატურა იცვლება, ე. ი. T არის x-ის ფუნქცია. მოლეკულათა რიცხვი მოცულობის ერთეულში მივიღოთ მუდმივად, ვინაიდან T ტემპერატურის მქონე გაზის ენერგია არის

$$E = M c_v T.$$

ერთეულ მოცულობაში მყოფი მოლეკულების ენერგია იქნება

$$\frac{E}{V} = \rho c_v T;$$

აქედან, ერთი მოლეკულის საშუალო ენერგიისათვის მივიღებთ

$$\frac{E}{Vn} = \frac{\rho}{n} c_v T.$$

ეს არის ის g სიდიდე, რომელიც მოლეკულას ერთი ფენიდან მეორეში გადააქვს. (X,12) ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს

$$dQ = -\frac{1}{3} \bar{v} \lambda \rho c_v \frac{\partial T}{\partial x} dS\, dt. \qquad \text{(X,16)}$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$k = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda \rho c_v; \qquad \text{(X,17)}$$

მივიღებთ

$$dQ = -k \frac{\partial T}{\partial x} dS\, dt. \qquad \text{(X,18)}$$

k სიდიდეს ეწოდება სითბოგამტარობის კოეფიციენტი. $\frac{\partial T}{\partial x}$ არის ტემპერატურის გრადიენტი, ე. ი. ტემპერატურის ცვლილება მანძილის ერთეულზე გადანაცვლების დროს. თუ დავუშვებთ, რომ $\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \frac{grad}{cm}$, $dS = 1\ cm^2$ და $dt = 1\ sec$, k-სათვის მივიღებთ

$$k = -dQ,$$

ე. ი. სითბოგამტარობის კოეფიციენტი სითბოს იმ რაოდენობის ტოლია, რომელიც ერთ წამში გადის ფართობის ერთეულში, როდესაც ტემპერატურის გრადიენტი ერთის ტოლია.

(X,18) განტოლება საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ k, თუ ცნობილია გარკვეულ დროში და მოცემულ ფართობში გავლილი სითბოს რაოდენობა ცნობილი ტემპერატურის გრადიენტისათვის. გაზების სითბოგამტარობა ძალიან მცირეა, მაგალითად, ჰაერისათვის $k=5{,}7 \cdot 10^{-5}$, ჰელიუმისათვის $k=0{,}33 \cdot 10^{-5}$ და ა. შ. სითბოს ასეთი რაოდენობა (კალორიებში) გადის ერთ კვადრატულ სანტიმეტრში ერთი წამის განმავლობაში, როდესაც ტემპერატურის ცვლილება ერთ სანტიმეტრზე არის ერთი გრადუსი. (X,14 და 17) განტოლებების შედარება გვიჩვენებს, რომ სითბოგამტარობისა და სიბლანტის კოეფიციენტებს შორის არსებობს შემდეგი კავშირი:

$$k=c_v \cdot \eta.$$

ცდები გვიჩვენებს რომ, მართლაც, k პროპორციულია η-სი, მაგრამ არც ერთ შემთხვევში არ არის $c_v\eta$-ს ტოლი. ცდასთან თანხმობის მისაღებად წინა განტოლება უნდა დაიწეროს შემდეგი სახით:

$$k=\alpha \cdot c_v \eta, \qquad (X,19)$$

სადაც α კოეფიციენტი სხვადასხვაა სხვადასხვა გაზისათვის და იმყოფება 1—2,5 ფარგლებში[1]. ეს განსხვავება თეორიასა და ცდის შედეგებს შორის გამოწვეულია ზოგიერთი მომენტის უგულებელყოფით. მართლაც, (X,14) ფორმულის თანახმად, საშუალო განარბენი იზრდება ტემპერატურის ზრდის დროს, ამიტომ გაზის თბილ ნაწილებში λ იქნება მეტი, ვიდრე ცივ ადგილებში. ვინაიდან თბილი ადგილებიდან ცივში სითბო გადააქვთ თბილი ადგილიდან გამოსულ მოლეკულებს, მათ მიერ გადატანილი სითბოს რაოდენობა მეტი იქნება, ვიდრე (X,16) ფორმულის მიხედვით გამოანგარიშებული სითბოს რაოდენობა.. ეს კი ნიშნავს სითბოგამტარობის კოეფიციენტის გადიდებას. 50-ე ცხრილში მოყვანილია α კოეფიციენტის მნიშვნელობები სხვადასხვა გაზისათვის მიღებული ცდით და გამოანგარიშებული უფრო ზუსტი თეორიის საფუძველზე. როგორც ვხედავთ, თანხვდენა ცდასა და თეორიის შედეგებს შორის ძალიან კარგია.

---

[1] ერთატომიანი გაზებისათვის $\alpha=2{,}5$, ორატომიანისათვის—1,9, სამატომიანისათვის—1,7 და ა. შ.

k-ს ცვალებადობა წნევისა და ტემპერატურის ცვლილების დროს კარგად თანხვდება თეორიულ ფორმულას. მხოლოდ დაბალი ტემპერატურებისათვის მხედველობაში უნდა მივიღოთ c_v-ს ცვალებადობა ტემპერატურის მიხედვით.

§ 78. დიფუზია

დასასრულ განვიხილოთ გადატანის მესამე პროცესი — დიფუზია. მივიღოთ, რომ გაზს სხვადასხვა ნაწილში სხვადასხვა სიმკვრივე აქვს. ეს იმას ნიშნავს, რომ მოლეკულების რიცხვი მოცულობის ერთეულში არის x-ის ფუნქცია. მეტი სიმკვრივის ადგილიდან ნაკლები სიმკვრივის ადგილში გადასული მოლეკულების რიცხვი უფრო მეტია, ვიდრე საწინააღმდეგო მიმართულებით გადასული მოლეკულების რიცხვი, და ეს გამოიწვევს მასის გადატანას ერთი ფენიდან მეორეში. სათანადო ფორმულა მიიღება (X,12) ფორმულიდან. თუ მივიღებთ, რომ $g=m$, გვექნება

$$dM=-\frac{1}{3}\bar{v}\lambda\frac{\partial\rho}{\partial x}dSdt;$$

თუ მივიღებთ აღნიშვნას

$$D=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda, \qquad (X,20)$$

ფორმულა შეიძლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$dM=-D\frac{\partial\rho}{\partial x}dSdt. \qquad (X,21)$$

D კოეფიციენტს ეწოდება დიფუზიის კოეფიციენტი. იგი იმ მასის ტოლია, რომელიც ფართობის ერთეულში გადის ერთი წამის განმავლობაში, როდესაც სიმკვრივის გრადიენტი ერთის ტოლია

$$\frac{\partial\rho}{\partial x}=1\ \frac{gr}{cm^4}.$$

ცხრილი 50

გაზი	a გაზ.	a გამ.
He	2,40	2,50
Ar	2,49	2,50
H_2	1.965	1,93
N_2	1,905	1,90
O_2	1,913	1,80
CO_2	1,625	1,57

მიღებული ფორმულა ეხება გაზის დიფუზიას თავის თავში, ვინაიდან ერთი ადგილიდან მეორეში გადადიან იგივე მოლეკულები, რომლებიც შეადგენენ გაზს. მაგრამ ასეთი დიფუზიის შემჩნევა თითქმის შეუძლებელია[1] და ამიტომ სა-

[1] ასეთი თავისთავადი დიფუზიის დაკვირვება შეიძლება მხოლოდ იზოტოპების შემთხვევაში. მათი მოლეკულების მასა ძალიან მცირედ განსხვავდება ერთმანეთისაგან.

ჭიროა განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ხდება სხვადასხვა გაზის დიფუზია ერთმანეთში. ამ შემთხვევაში უკვე შეიძლება სხვადასხვა ადგილში გაზების კონცენტრაციის გაზომვა და სათანადო დიფუზიის კოეფიციენტის გამოანგარიშება.

ჩვენ არ შევუდგებით ამ შემთხვევის სათანადო ფორმულის გამოყვანას. საკმაოდ რთული გამოანგარიშებანი შემდეგ ფორმულას იძლევიან:

$$D=\frac{1}{3}\{(1-f)\,\overline{v_1}\,\lambda_1+f\,\overline{v_2}\,\lambda_2\},$$

სადაც f არის პირველი გაზის კონცენტრაცია, λ_1 და $\overline{v_1}$ პირველი გაზის საშუალო განარბენი ნარევში და საშუალო სიჩქარე და λ_2 და $\overline{v_2}$ —ანალოგიური სიდიდეები მეორე გაზისათვის.

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ნარევის დიფუზიის კოეფიციენტი დამოკიდებულია გაზების კონცენტრაციაზე და ამიტომ უნდა იცვლებოდეს გაზის ერთი ნაწილიდან მეორეში გადასვლის დროს. ცდები გვიჩვენებს, რომ ასეთი დამოკიდებულება მართლაც არსებობს, მხოლოდ იგი ისეთი ძლიერი არაა, როგორც ამას მოითხოვს თეორიული ფორმულა. ეს წინააღმდეგობა თეორიასა და ექსპერიმენტს შორის დაკავშირებულია იმ გარემოებასთან, რომ თეორიული ფორმულის გამოყვანის დროს მხედველობაში არ იყო მიღებული ის ფაქტი, რომ ერთი მოლეკულა მეორესთან დაჯახების დროს ნაწილობრივ ინარჩუნებს თავის სიჩქარის მიმართულებას. თუ მხედველობაში მივიღებთ ამ ფაქტს, წინააღმდეგობა ცდასა და თეორიას შორის მოისპობა, რასაც გვიჩვენებს 51-ე ცხრილი. $D_{1,3}$ არის დიფუზიის კოეფიციენტი იმ შემთხვევაში, როდესაც პირველი და მეორე გაზის კონცენტრაციების შეფარდება არის ერთი სამთან, $D_{3,1}$ დიფუზიის კოეფიციენტი — კონცენტრაციების სამი ერთთან შეფარდების დროს. თანხვდენა თეორიულ და ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებს შორის ძალიან კარგია.

ცხრილი 51

გაზი 1 / გაზი 2	$D^3/_1/D^1/_3$ გაზ.	$D^3/_1/D^1/_3$ გამ.
Ar/He	1,11	1,072
O_2/H_2	1,048	1,076
CO_2/H_2	1,069	1,078

თუ მხედველობაში მივიღებთ (X,14) ფორმულას, შეიძლება ერთმანეთთან დავაკავშიროთ დიფუზიისა და სიბლანტის კოეფიციენტები

$$D = \frac{\eta}{\rho}.$$

უფრო ზუსტი თეორია იძლევა ფორმულას:

$$D = \varepsilon \cdot \frac{\eta}{\rho}, \qquad (X,22)$$

სადაც ε იმყოფება 1,2 და 1,5-ს შორის.

ვინაიდან საშუალო წნევებისათვის η დამოუკიდებელია სიმკვრივისაგან, ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ D სიმკვრივის უკუპროპორციულია (ერთისა და იმავე გაზისათვის). დიფუზიის კოეფიციენტის ტემპერატურული ცვლა ისეთივეა, როგორც სიბლანტის კოეფიციენტისა, სახელდობრ, იგი იზრდება ცოტა უფრო სწრაფად, ვიდრე $T^{\frac{1}{2}}$. ცდების შედეგები მთლიანად თანხვდებიან ამ შედეგს.

§ 79. გადატანის მოვლენები ულტრაგაიშვიათებულ გაზებში

წინა პარაგრაფში გამოვარკვიეთ, რომ იქ განვითარებული თეორია არ არის გამოსადეგი ძალიან გაიშვიათებული გაზებისათვის. ამ შემთხვევაში აღარ შეიძლება გამოვიყენოთ საშუალო განარბენის ცნება, ვინაიდან გაზის ძლიერი გაიშვიათების გამო მოლეკულებს შორის აღარ აქვს ადგილი დაჯახებას. სანამ ასეთი გაზების განხილვაზე გადავიდოდეთ, ზუსტად განვსაზღვროთ, როგორ გაზს ვუწოდებთ ულტრაგაიშვიათებულს. გაზი ულტრაგაიშვიათებულია, თუ მისი მოლეკულის საშუალო განარბენი იმავე რიგისაა, როგორისაც მანძილი ჭურჭლის კედლებს შორის. ამ განსაზღვრიდან გამომდინარეობს, რომ პასუხი კითხვაზე—ულტრაგაიშვიათებულია თუ არა მოცემული გაზი, დამოკიდებულია ჭურჭლის სიდიდეზე. ერთი და იგივე გაზი შეიძლება ერთ ჭურჭელში ულტრაგაიშვიათებული იყოს, მეორეში კი არა. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ გაზის წნევა არის ერთი ბარი, მაშინ (X,11) ფორმულიდან მივიღებთ $\lambda \cong 10\,cm$, თუ დავუშვებთ, რომ $\sigma \sim 3 \cdot 10^{-8}\,cm$. ასეთი საშუალო განარბენი იმავე რიგისაა, როგორისაც მანძილი ჩვეულებრივი ჭურჭლების კედლებს შორის. ასე რომ, გაზი შეიძლება ულტრაგაიშვიათებულად ჩავთვალოთ. რასაკვირველია, უფრო დიდი ზომის ჭურჭლისათვის გაზი შეიძლება აღარ იყოს ულტრაგაიშვიათებული.

ულტრაგაიშვიათებული გაზების შემთხვევაში მოლეკულები უმეტეს შემთხვევაში ერთმანეთთან დაუჯახებლად მოძრაობენ. დაჯახება ხდება მხოლოდ კედლებთან. ცხადია, ასეთ შემთხვევაში აღარ

შეიძლება ლაპარაკი გაზის ფენებს შორის ხახუნზე ან სითბოგამტარობაზე. მოძრაობის რაოდენობა ან ენერგია გაზის მოლეკულებს გადააქვთ უშუალოდ ერთი კედლიდან მეორეზე, ასე რომ, თვით გაზის შიგნით არა აქვს ადგილი არც სიჩქარის, არც ტემპერატურის გრადიენტს. ამიტომ ულტრაგაიშვიათებული გაზების თვისებების გამორკვევისათვის ფრიად მნიშვნელოვანი ხდება იმ პროცესების განხილვა, რომელთაც ადგილი აქვთ მყარ კედელთან მოლეკულის დაჯახების დროს.

პირველი შეხედვით შეიძლება ვიფიქროთ, რომ თუ მყარი სხეულის ზედაპირი საკმაოდ გლუვია, მასზე დაცემული მოლეკულა აირეკლება დრეკადი არეკლვის კანონების თანახმად, ე. ი. იგი შეიცვლის მხოლოდ ნორმალური მდგენლის მიმართულებას. მაგრამ, როგორც დაკვირვებებით გამოირკვა, ასეთი არეკლვა ძალიან იშვიათად ხდება. უფრო ხშირად დაცემული მოლეკულა გარკვეული დროის განმავლობაში რჩება ზედაპირზე, როგორც ამბობენ, ხდება მისი კონდენსაცია და შემდეგ აორთქლება.

თუ ზედაპირზე ყოფნის დრო საკმაოდ დიდია, მოლეკულა მოასწრებს მიიღოს ენერგიის მნიშვნელობა, რომელიც ეთანადება ზედაპირის ტემპერატურას. მაგრამ, თუ დრო მცირეა, მაშინ მოლეკულა ვერ მიიღებს ზედაპირის ტემპერატურის შესაბამის ენერგიას და დაბრუნდება გაზში მეტი ან ნაკლები ენერგიით. თუ მოლეკულის სიჩქარეს დაჯახებამდე აღვნიშნავთ v_1-ით, დაჯახების შემდეგ კი — v_2-ით, ხოლო ზედაპირის ტემპერატურის სათანადო სიჩქარეს — v_0-ით, მივიღებთ, რომ საზოგადოდ v_2 იმყოფება v_1-სა და v_0-ს შორის. სიდიდეს

$$a=\frac{v_2^2-v_1^2}{v_0^2-v_1^2} \qquad \text{(X,23)}$$

ეწოდება აკომოდაციის კოეფიციენტი. თუ $a=0$, v_2 იქნება v_1-ის ტოლი, ე. ი. ადგილი ექნება დრეკად არეკლვას. თუ $a=1$, v_2 ტოლი იქნება v_0-ისა, ე. ი. მოლეკულა მიიღებს ზედაპირის ტემპერატურის შესაბამის ენერგიას. დაკვირვებები გვიჩვენებს, რომ უმეტეს შემთხვევებში a ახლოსაა ერთთან, ე. ი. მოლეკულა თითქმის ასწრებს ზედაპირის ტემპერატურის მიღებას.

ახლა განვიხილოთ სითბოგამტარობის პროცესი ულტრაგაიშვიათებულ გაზში. ავიღოთ ორი ფირფიტა A_1 და A_2, რომელთა ტემპერატურა შესაბამისად არის T_1 და T_2. ვთქვათ, ამ ფირფიტებს შორის მოთავსებულია ულტრაგაიშვიათებული გაზი, ე. ი. გაზი, რომლის საშუალო განარბენი მეტია, ვიდრე მანძილი ფირ-

ფიტებს შორის. გაზის მოლეკულები ეჯახება ფირფიტებს და ერთიდან მეორეზე გადააქვს სითბო. ფირფიტებს შორის მოძრაობის დროს მოლეკულების ურთიერთდაჯახება არ ხდება. მივიღოთ, რომ მოლეკულა, რომელიც ეჯახება A_1 ფირფიტას, ბრუნდება v_1 სიჩქარით, ხოლო A_2-ზე დაჯახებული მოლეკულა—v_2 სიჩქარით. v_1 სიჩქარის მქონე მოლეკულები A_2 ფირფიტასთან დაჯახების დროს გადასცემს მას $\frac{m\overline{v_1}^2}{2}$ ენერგიას. თუ გაზის ყოველ კუბურ სანტიმეტრში იმყოფება v_1 სიჩქარის მქონე N_1 მოლეკულა, A_2 ფირფიტის ყოველ კვადრატულ სანტიმეტრს ერთი წამის განმავლობაში დაეჯახება $\frac{1}{3} N_1 v_1$ მოლეკულა, მათ მიერ გადაცემული ენერგიის რაოდენობისათვის მივიღებთ

$$E_1 = \frac{1}{6} N_1 m \overline{v_1}^3.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ მაქსველის განაწილების კანონს, მამრავლი იქნება არა $\frac{1}{6}$, არამედ $\frac{\pi}{8}$. ამიტომ ზუსტი ფორმულა იქნება

$$E_1 = \frac{\pi}{8} N_1 m \overline{v_1}^3.$$

სრულიად ანალოგიურად, A_1 ფირფიტისათვის გადაცემული ენერგია იქნება

$$E_2 = \frac{\pi}{8} N_2 m \overline{v_2}^3.$$

მაგრამ E_2 ენერგია მოლეკულებმა წამოიღეს A_2 ფირფიტიდან, ამიტომ A_2 ფირფიტის ენერგიის ნაზრდისათვის მივიღებთ

$$E = E_1 - E_2 = \frac{\pi}{8} m (N_1 \overline{v_1}^3 - N_2 \overline{v_2}^3).$$

მეორე მხრივ, წონასწორობის მდგომარეობაში იმ მოლეკულების რიცხვი, რომლებიც A_1 ფირფიტას დაეჯახა, A_2 ფირფიტასთან დაჯახებული მოლეკულების რიცხვის ტოლი უნდა იყოს:

$$N_1 v_1 = N_2 v_2 = \frac{N \overline{v}}{2},$$

სადაც N არის მოლეკულების საერთო რიცხვი მოცულობის ერთეულში, ხოლო $\overline{v}$—საშუალო სიჩქარე. ჩასმა მოგვცემს:

$$E=\frac{\pi}{16} N m \overline{v} (\overline{v_1}^2 - \overline{v_2}^2).$$

თუ T_1 ტემპერატურის შესაბამის სიჩქარეს აღვნიშნავთ $\overline{v_1}'$-ით, T_2-ის შესაბამისს კი — $\overline{v_2}'$-ით, მივიღებთ

$$\overline{v_1}^2 - \overline{v_2}^2 = a(\overline{v_1}'^2 - \overline{v_2}^2),$$

$$\overline{v_2}^2 - \overline{v_1}^2 = a(\overline{v_2}'^2 - \overline{v_1}^2);$$

ან გამოკლების შემდეგ

$$2(\overline{v_1}^2 - \overline{v_1}^2) = a(\overline{v_1}'^2 - \overline{v_2}'^2) + a(\overline{v_1}^2 - \overline{v_2}^2);$$

აქედან $\overline{v_1}^2 - \overline{v_2}^2$-სათვის გვექნება

$$\overline{v_1}^2 - \overline{v_2}^2 = \frac{a}{2-a}(\overline{v_1}'^2 - \overline{v_2}'^2);$$

ენერგიის ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს

$$E=\frac{\pi}{16} \cdot Nm \frac{a\overline{v}}{2-a} (\overline{v_1}'^2 - \overline{v_2}'^2);$$

ვინაიდან $v = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sqrt{\frac{T}{T_0 \rho_0}}$, სადაც ρ_0 არის სიმკვრივე T_0 ტემპერატურაზე, მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ:

$$E = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p \cdot \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{T_0 T \rho_0}} \frac{a}{2-a}. \qquad (X,24)$$

ასეთია საბოლოო ფორმულა სითბოს იმ რაოდენობისათვის, რომელიც ულტრაგაიშვიათებულ გაზს T_1 ტემპერატურის მქონე ფირფიტიდან T_2 ტემპერატურის მქონე ფირფიტაზე გადააქვს ერთი წამის განმავლობაში (ფირფიტების ფართობი მიღებულია ერთეულად).

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ მოლეკულების აკომოდაციის კოეფიციენტი a. მოვიყვანოთ პლატინაზე აკომოდაციის კოეფიციენტები ზოგიერთი გაზისათვის: H_2-სათვის $-a=0,36$, O_2-სათვის—0,24, CO_2-სათვის—0,87. სრულიად ანალოგიურად შეიძლება გაირჩეს შინაგანი ხახუნის (უფრო სწორად გარეგანი ხახუნის) მოვლენა ულტრაგაიშვიათებულ გაზში.

დასასრულ, გავარჩიოთ ერთი საინტერესო მოვლენა, რომელსაც ადგილი აქვს ულტრაგაიშვიათებული გაზების შემთხვევაში. ავიღოთ

ერთმანეთთან ვიწროო მილით შეერთებული ორი ჭურჭელი. მოვათავსოთ ჭურჭელში ულტრაგაიშვიათებული გაზი (უფრო სწორად, გავაიშვიათოთ ჭურჭელში გაზი, სანამ იგი არ გახდება ულტრაგაიშვიათებული). ერთი ჭურჭელი გავათბოთ და მეორე გავაცივოთ. დავინახავთ, რომ წონასწორობის დამყარების შემდეგ ჭურჭლებში წნევა სხვადასხვა იქნება. გამოვარკვიოთ, რატომ ხდება ეს მოვლენა. ზემოთ ჩვენ ვნახეთ, რომ, თუ ულტრაგაიშვიათებულ გაზში დამყარებულია წონასწორობა, ადგილი ექნება პირობას:

$$N_1\overline{v_1} = N_2\overline{v_2}.$$

მოლეკულათა რიცხვი მოცულობის ერთეულში გაზის წნევის პროპორციული და ტემპერატურის უკუპროპორციულია, ამიტომ წონასწორობის პირობა შეიძლება დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\frac{p_1\overline{v_1}}{T_1} = \frac{p_2\overline{v_2}}{T_2}.$$

მეორე მხრივ, მოლეკულის საშუალო სიჩქარე გაზის ტემპერატურის კვადრატული ფესვის პირდაპირპროპორციულია, ამიტომ მივიღებთ

$$\frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}},$$

ე. ი. თუ ჭურჭლების ტემპერატურა სხვადასხვაა, სხვადასხვა იქნება აგრეთვე წნევა.

ის ფაქტი, რომ არაგაიშვიათებულ გაზებში წონასწორობის პირობაა $p_1 = p_2$, გამოწვეულია მოლეკულების დაჯახებით, რაც ქმნის კონვექციურ დენებს და აწონასწორებს წნევებს.

§ 80. გადატანის მოვლენები სითხეებში

სითხეების რთული აგებულების გამო, გადატანის მოვლენები მათში არ ემორჩილება ისეთ მარტივ კანონებს, როგორც გაზის შემთხვევაში. ჩვენთვის არ არის ცნობილი სითხის მოლეკულების მოძრაობის ხასიათი და ამიტომ ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა გადატანის მოვლენების კინეტიკური თეორიის შექმნა. ამიტომ ვერ გავარჩევთ ამ მოვლენებს სითხეებისათვის ისე დაწვრილებით, როგორც გაზების შემთხვევაში. ერთი რამ არის ცხადი, სახელდობრ ის, რომ გადატანის მექანიზმი სითხეებში ისეთივეა, როგორც გაზებში.

განვიხილოთ სითხე, რომლის ფენები ერთმანეთის პარალელურად სხვადასხვა სიჩქარით მოძრაობენ. მივმართოთ OX ღერძი ფენების მართობულად ორ ფენაში, რომელთა შორის მანძილია dx, გამოვყოთ dS ფართობი და გამოვიანგარიშოთ მოძრაობის რაოდენობა, რომელიც მოლეკულებს გადააქვთ ერთი ფენიდან მეორეზე. ცხადია, ისე როგორც გაზის შემთხვევაში, მოძრაობის ეს რაოდენობა პირდაპირპროპორციულია სიჩქარის $\frac{\partial V}{\partial x}$ გრადიენტისა, dS ფართობისა და dt დროისა:

$$dk = -\eta \cdot \frac{\partial V}{\partial x} dS dt.$$

η-ს ეწოდება სიბლანტის კოეფიციენტი. იგი განიმარტება ისევე, როგორც გაზის შემთხვევაში, მხოლოდ, რასაკვირველია, (X,14) ფორმულით აღარ გამოისახება. სიბლანტის ფორმულა შეიძლება დავწეროთ ძალის საშუალებით

$$dF = \frac{dk}{dt} = -\eta \frac{\partial V}{\partial x} dS.$$

ცხადია, რომ სითხეების დიდი სიმკვრივის გამო, მათი სიბლანტის კოეფიციენტი გაცილებით მეტია, ვიდრე გაზისა. 52-ე ცხრილში მოყვანილია სხვადასხვა სითხის სიბლანტის კოეფიციენტები 0°C-სათვის. ჩვეულებრივად სიბლანტის კოეფიციენტს გამოსახავენ აბსოლუტური ერთეულებით: $[\eta] = dyn\ cm^{-2}\ sec$. სიბლანტის აბსოლუტურ ერთეულს ეწოდება პუაზი,—ეს არის ისეთი სითხის სიბლანტე, რომელშიც სიჩქარის ერთეული გრადიენტის დროს ერთეულ ფართობზე მოქმედებს ერთი დინი ძალით. მრავალი ცდით გამოირკვა, რომ ამ ფორმულით გამოსახული კანონი სწორად აღწერს ბლანტი სითხეების თვისებას.

ცხრილი 52

t°	η
0	0.0179
5	0,0152
10	0,0131
20	0,0100
30	0,0080
40	0,0066

ახლა გამოვარკვიოთ, როგორ არის დამოკიდებული η ტემპერატურასა და წნევაზე. 52-ე ცხრილში მოყვანილია წყლის η-ს მნიშვნელობები სხვადასხვა ტემპერატურისათვის. როგორც ვხედავთ, η კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს, საწინააღმდეგოდ იმისა, რასაც ადგილი აქვს გაზების შემთხვევაში. ამასვე აქვს ადგილი სხვა სითხეებისათვისაც. ეს გამოწვეულია იმით, რომ სითხეების შემთხვევაში სიბლანტეზე დიდ გავლენას ახდენს მოლეკულების ურთიერთქმედება და საკუთარი

მოცულობა. ტემპერატურის გაზრდა იწვევს სითხის გაფართოებას, რაც, თავის მხრივ, ადიდებს მოლეკულებისაგან თავისუფალ მოცულობას. რომ სიბლანტის კოეფიციენტი, მართლაც, დამოკიდებულია ამ თავისუფალ მოცულობაზე, გვიჩვენებს შემდეგი ემპირიული ფორმულა:

$$\eta = \frac{c}{v - \omega},$$

რომელიც ძალიან ზუსტად არის შემოწმებული ცდებით. აქ v არის სითხის კუთრი მოცულობა, ω სიდიდე დაკავშირებულია მოლეკულების მოცულობასთან, c მუდმივაა. ტემპერატურის ზრდა ადიდებს v-ს და ამით ამცირებს η-ს.

ცდები გვიჩვენებს, რომ წნევის ზრდა იწვევს სიბლანტის კოეფიციენტის ზრდას და ეს შედეგი მართებულია ყველა სითხისათვის. გარდა წყლისა, რომლის სიბლანტის კოეფიციენტი ჯერ კლებულობს და შემდეგ იწყებს ზრდას (ამას ადგილი აქვს მხოლოდ 30°C-მდე. მაღალი ტემპერატურისათვის წყლის სიბლანტე იცვლება ისე, როგორც სხვა სითხეებისათვის).

სითხეების სიბლანტის ყველა ამ თვისების ახსნა, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა, თუმცა ბოლო წლებში განვითარდა თეორიები, რომლებიც სითხეების სიბლანტეს აკავშირებენ მათი მოლეკულების მოწესრიგებულ განაწილებასთან და მათგან შედგენილ კრისტალისებურ ჯგუფებთან.

ახლა განვიხილოთ სითხეების სითბოგამტარობა. სითბოგამტარობა სითხეებში, ისე როგორც გაზებში, დაკავშირებულია მოლეკულების მოძრაობასა და ერთმანეთთან დაჯახებასთან, მაგრამ ვინაიდან ჯერჯერობით არ არის საბოლოოდ ცნობილი სითხის მოლეკულების მოძრაობის ხასიათი, არც სათანადო თეორია არის შექმნილი. არ არის გამორკვეული, რაზეა დამოკიდებული სითხეების სითბოგამტარობა და როგორია მისი კავშირი მოლეკულების მოძრაობის დამახასიათებელ სიდიდეებთან.

სითხეების სითბოგამტარობის კოეფიციენტი შეიძლება განვმარტოთ იმავე ფორმულით, როგორც გაზის შემთხვევაში:

$$dQ = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dS dt.$$

ცდები გვიჩვენებს, რომ სითხეების სითბოგამტარობა გაცილებით მეტია, ვიდრე გაზების სითბოგამტარობა. 53-ე ცხრილში მოყვანილია სითბოგამტარობის კოეფიციენტები ზოგიერთი სითხისათვის.

დასასრულ, გავარჩიოთ დიფუზია სითხეებში. დიფუზიის შემჩნევა სუფთა სითხეში სრულიად შეუძლებელია, ვინაიდან ამისათვის საჭიროა სითხის სხვადასხვა ნაწილში სხვადასხვა სიმკვრივე იყოს. ამიტომ სითხეებში დიფუზიის შესასწავლად იხილავენ სითხეების ხსნარებს. წარმოვიდგინოთ, რომ რომელიმე სითხეში (ჩვეულებრივად ასეთ სითხედ იღებენ წყალს) გახსნილია რაიმე ნივთიერება. ხსნარის მოცულობის ერთეულში მყოფი გახსნილი ნივთიერების მასა აღვნიშნოთ c-თი. ვუწოდოთ მას კ ო ნ ც ე ნ ტ რ ა ც ი ა. გახსნილი ნივთიერების მოლეკულები განუწყვეტლივ მოძრაობენ ხსნარში, ეჯახებიან გამხსნელის მოლეკულებს და ერთმანეთს. ამის შედეგად ისინი ინაცვლებენ ხსნარის ერთი ნაწილიდან მეორეში, სანამ თანაბრად არ განაწილდებიან მთელს ხსნარში. ახლა მივიღოთ, რომ თავდაპირველად ხსნარის სხვადასხვა ნაწილში გახსნილი ნივთიერების კონცენტრაცია სხვადასხვაა. თუ შემოვისაზღვრებით დიფუზიით ერთი ღერძის გასწვრივ, მივიღებთ, რომ c არის x-ის ფუნქცია. განვიხილოთ OX ღერძის მართობული ორი ფენა, რომელთა შორის მანძილი არის dx. თუ კონცენტრაციების სხვაობა არის dc, კონცენტრაციის გრადიენტისათვის მივიღებთ: $\frac{dc}{dx}$. ისევე, როგორც გაზის შემთხვევაში, მივიღოთ, რომ ერთი ფენიდან მეორეში გადასული გახსნილი ნივთიერების მასა კონცენტრაციის გრადიენტის, ფენის ფართობისა და დროის პირდაპირპროპორციულია. მივიღებთ ფორმულას

ც ხ რ ი ლ ი 53

სითხე	t°	k
H_2O	20	$14{,}3 \cdot 10^{-5}$
ბენზოლი	12	$33 \cdot 10^{-5}$
ეთილის სპირტი	25	$43 \cdot 10^{-5}$
გლიცერინი	12	$67 \cdot 10^{-5}$
ნავთი	13	$36 \cdot 10^{-5}$

$$dM = -D \frac{\partial c}{\partial x} dSdt. \qquad (X,21')$$

D კოეფიციენტს, ისე როგორც გაზის შემთხვევაში, ეწოდება გახსნილი ნივთიერების გამხსნელში დიფუზიის კოეფიციენტი. იგი იმ მასის ტოლია, რომელიც ფართობის ერთეულში ერთი წამის განმავლობაში გადის ერთეული გრადიენტის დროს.

გამოვარკვიოთ, რაზეა დამოკიდებული დიფუზიის კოეფიციენტი. ამისათვის გავარჩიოთ ამ მოვლენის მექანიზმი. ავიღოთ dS ფართობი და გამოვიანგარიშოთ ამ ფართობში გავლილი ნივთიერების მასა. გახსნილი ნივთიერების ნაწილაკები გამხსნელის მოლეკულე-

ბის დაჯახებების გამო სრულიად უწესრიგოდ მოძრაობენ. ვთქვათ, Δt დროის განმავლობაში ყოველი მათგანი ინაცვლებს Δx მანძილზე. მაშინ, ცხადია, Δt დროში dS ფართობში მარჯვნიდან მარცხნივ გაივლის მხოლოდ იმ მოლეკულათა რიცხვის ნახევარი, რომლებიც იმყოფება dS ფუძისა და Δx სიმაღლის მქონე პრიზმაში (ნახევარი იმიტომ, რომ მეორე ნახევარი მოძრაობს საწინააღმდეგო მიმართულებით). თუ ხსნარის კონცენტრაცია dS ფართობისათვის არის $c(x)$, საშუალო კონცენტრაცია $\Delta x \cdot dS$, პრიზმაში იქნება

$$c\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)=c(x)+\frac{\Delta x}{2}\cdot\frac{\partial c}{\partial x}.$$

აქედან იმ მოლეკულათა მასისათვის, რომლებიც dS ფართობში გადიან მარჯვნიდან, მივიღებთ

$$\frac{1}{2}\left\{c(x)+\frac{\Delta x}{2}\frac{\partial c}{\partial x}\right\}\Delta x\cdot dS.$$

ამ მოლეკულების მასისათვის, რომლებიც dS ფართობში მარცხნიდან მარჯვნივ გადიან, ანალოგიურად მივიღებთ

$$\frac{1}{2}\left\{c(x)-\frac{\Delta x}{2}\frac{\partial c}{\partial x}\right\}\Delta x dS.$$

პირველიდან მეორის გამოკლებით მივიღებთ იმ ნივთიერების მასას, რომელიც Δt დროში გადის dS ფართობში:

$$dM=-\frac{(\Delta x)^2}{2}\frac{\partial c}{\partial x}\,dS.$$

$$dM=-\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}\frac{\partial c}{\partial x}\,dS\Delta t.$$

შედარება (X,21′) ფორმულასთან დიფუზიის კოეფიციენტისათვის გვაძლევს

$$D=\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}.$$

ზუსტად ეს ფორმულა უნდა დაიწეროს შემდეგნაირად:

$$D=\frac{\overline{(\Delta x)^2}}{2\Delta t}, \qquad (X,25)$$

სადაც $\overline{(\Delta x)^2}$ არის Δt დროში გადანაცვლების კვადრატის საშუალო მნიშვნელობა.

ახლა გამოვიყენოთ (IV,66) ფორმულა, რომელიც გვაძლევს ნაწილაკის გადანაცვლების კვადრატის საშუალო მნიშვნელობას, როგორც დროის ფუნქციას. იმ ფორმულაში შემავალი x არის ჩვენი Δx, ხოლო t არის Δt. ჩასმის შემდეგ მივიღებთ

$$D = \frac{RT}{6\pi\eta Na} = \frac{kT}{6\pi\eta a}. \qquad (X,26)$$

როგორც ვხედავთ, დიფუზიის კოეფიციენტი გამხსნელის სიბლანტისა და გახსნილი ნივთიერების მოლეკულის რადიუსის უკუპროპორციულია. ცდები გვიჩვენებს, რომ თეორიის ეს შედეგი ცდების შედეგებს თანხვდება მხოლოდ საკმაოდ დიდი რადიუსის მქონე მოლეკულების ან საერთოდ ნაწილაკების შემთხვევაში. ეს გასაგებია, ვინაიდან კანონი, რომ სითხეში მოძრავ სფერულ ნაწილაკზე მოქმედი ხახუნის ძალა უდრის $6\pi\eta a$, მართებულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ნაწილაკის რადიუსი დიდია სითხის მოლეკულის რადიუსთან შედარებით. იმ შემთხვევაში, როდესაც შეიძლება (X,26) ფორმულის გამოყენება, იგი საშუალებას გვაძლევს გამოვიანგარიშოთ მოლეკულის რადიუსი.

დასასრულ, მოვიყვანოთ დიფუზიის კოეფიციენტების მნიშვნელობები სხვადასხვა ნივთიერებისათვის (გამხსნელი წყალია, ცხრილი 54).

ცხრილი 54

ნივთიერება	D 18°C
KCl	1,460
NaCl	1,170
HCl	2,324
KOH	1,903
NaOH	1,432

§ 81. დიფუზია და შინაგანი ხახუნი მყარ სხეულებში

ამ პარაგრაფში განვიხილავთ მხოლოდ დიფუზიასა და სიბლანტეს, ვინაიდან სითბოგამტარობა მყარ სხეულებში (დიელექტრიკებში) დაკავშირებულია არა ნაწილაკების გადასვლასთან, არამედ ტალღების გავრცელებასთან და ამიტომ განხილულ იქნება შემდეგ თავში.

დავიწყოთ დიფუზიის მოვლენის განხილვით. მყარი სხეული ჩვენ წარმოვიდგინეთ, როგორც ერთობლიობა ნაწილაკებისა, რომლებიც ირხევიან უძრავი წონასწორობის მდებარეობების მახლობლად. ცხადია, ასეთ მყარ სხეულში შეუძლებელია ნაწილაკების გადანაცვლება საკმაოდ დიდ მანძილზე, ე. ი. შეუძლებელია დიფუზია. ცდები კი გვიჩვენებს, რომ მყარ სხეულებში ადგილი აქვს დიფუზიას. რასაკვირველია, იგი გაცილებით უფრო ნელია, ვიდრე დიფუზია სითხეებში ან გაზებში, მაგრამ, თუ დაკვირვებას ვაწარმოებთ

საკმაოდ დიდი დროის განმავლობაში, თავისუფლად შეიძლება მისი შემჩნევა და გაზომვა. ამ შემთხვევაშიც დაკვირვებას აწარმოებენ ერთი მყარი სხეულის დიფუზიაზე მეორეში. დიფუზიის კოეფიციენტი განისაზღვრება იმავე ფორმულით, რომლითაც გაზებსა და სითხეებში

$$dM = -D \frac{\partial c}{\partial x} dSdt.$$

პირველი ცდები მყარი სხეულების დიფუზიაზე XIX საუკუნის დამლევს ჩაატარეს სპირინგმა და რობერტ აუსტენმა. ისინი იღებდნენ სხვადასხვა ლითონის ცილინდრებს და ფუძეებით აჭერდნენ ერთმანეთზე. საკმაოდ დიდი დროის შემდეგ, რომელიც იზომებოდა მრავალი საათით და დღით, ისინი აცილებდნენ ამ ცილინდრებს ერთმანეთს და ახდენდნენ მათი ზედაპირული ფენების ანალიზს. გამოირკვა, რომ ყოველი ლითონის ზედაპირულ ფენაში იმყოფება მეორე ლითონის ატომები (იონები). ეს კი შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთი ლითონის ნაწილაკები გადადიან მეორეში. თუ გავზომავთ დიფუნდირებული ნაწილაკების კონცენტრაციას გამყოფი ზედაპირიდან სხვადასხვა მანძილზე, შეიძლება გამოვიანგარიშოთ დიფუზიის კოეფიციენტი. ვინაიდან დიფუზია მყარ სხეულებში ძალიან ნელა მიმდინარეობს, დიფუზიის კოეფიციენტს ზომავენ კონცენტრაციის ცვლილებით დღე-ღამის განმავლობაში.

ქვემოთ ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი ლითონის დიფუზიის კოეფიციენტები. როგორც ვხედავთ, დიფუზიის კოეფიციენტი იზრდება ტემპერატურის გაზრდის დროს. ამიტომ ცდებს ატარებენ მაღალ ტემპერატურებზე (რასაკვირველია, არა იმდენად მაღალზე, რომ დაიწყოს ლითონის დნობა). გარდა ამისა, დიფუზიის სიჩქარეზე დიდ გავლენას ახდენს წნევის გაზრდა. წნევის გაზრდის შედეგად მყარ სხეულში იწყება პლასტიკური დეფორმაცია (დინება), რაც ხელს უწყობს ერთი ლითონის დიფუზიას მეორეში.

ცხრილი 55

ლითონები	t	D $\frac{cm^2}{დღეში}$
ოქრო—ტყვიაში	100	0,00002
	165	0,004
	200	0,007
ოქრო—ვერცხლში	670	0,00037
ნახშირბადი—რკინაში	925	0,010

მყარი სხეულების დიფუზიას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ლითონების ტექნოლოგიაში. როგორც მაგალითი შეიძლება მოვიყ-

ვანოთ ცემენტაცია, ე. ი. ნახშირბადის რაოდენობის გაზრდა რკინის ან ფოლადის ზედაპირულ ფენაში. ნახშირბადის ატომები უერთდება რკინის ზედაპირულ ატომებს და ქმნის ნაერთს Fe_3C. უკანასკნელის მოლეკულების დიფუზია ზედაპირულ ფენაში იწვევს ამ ფენის გამაგრებას, რასაც დიდი მნიშვნელობა აქვს მანქანების ნაწილებისა და საზომი იარაღების დამზადების საქმეში.

დიფუზია მყარ სხეულებში მჭიდროდაა დაკავშირებული აგრეთვე დიელექტრიკების იონურ გამტარობასთან. ამ საკითხს დავუბრუნდებით კურსის სათანადო ნაწილებში. განვიხილოთ ახლა მყარი სხეულების შინაგანი ხახუნი (სიბლანტე). მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების განხილვის დროს აღვნიშნეთ, რომ უკვე შედარებით მცირე დეფორმაციების დროს იწყება პლასტიკური დეფორმაციები, ე. ი. დინება. ასეთი დეფორმაციების დროს მყარი სხეულის ფენები ინაცვლებს ერთმანეთის მიმართ და სწორედ ამ გადანაცვლებასთანაა დაკავშირებული მყარი სხეულის შინაგანი ხახუნი, ანუ სიბლანტე. მისი მიზეზია მოძრავი ფენების ურთიერთქმედება და მოძრაობის რაოდენობის გადატანა ერთი ფენიდან მეორეში. თვით ამ გადატანის მექანიზმი ჯერჯერობით გამორკვეული არაა და ამიტომ არც სათანადო თეორია არსებობს.

მაკროსკოპულად მყარი სხეულის სიბლანტე გამოისახება შემდეგში. რომ დავგრიხოთ მავთული და შემდეგ ხელი გავუშვათ, დაიწყება გრეხითი რხევა. დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ რხევის ამპლიტუდა თანდათან კლებულობს, რაც ნიშნავს დეფორმაციის ენერგიის შემცირებას. ეს შემცირება მხოლოდ ნაწილობრივ შეიძლება აიხსნას ჰაერის ხახუნით და ენერგიის გადაცემით გარეშე სხეულებისადმი, მიმაგრების წერტილში. დანარჩენი ნაწილი იხარჯება შინაგან ხახუნზე თვით მყარი სხეულის ფენებს შორის.

სიბლანტის გაზომვის მეთოდები დამყარებულია პლასტიკური დეფორმაციის, ე. ი. დინების როგორც დროის ფუნქციის გაზომვაზე. გაზომვების სიართულის გამო მიღებული შედეგი არ არის საკმაოდ ზუსტი. სხვადასხვა მეცნიერების მიერ მიღებულია სხვადასხვა შედეგი. 55-ე ცხრილში მოყვანილია სიბლანტის კოეფიციენტის ალბათური მნიშვნელობები ზოგიერთი მყარი სხეულისათვის. სითხის სიბლანტის კოეფიციენტებთან შედარება გვიჩვენებს, რომ მყარი სხეულებისათვის სიბლანტე გაცილებით უფრო დიდია, ვიდრე სითხეებისათვის.

მეთერთმეტე თავი

მრავალკომპონენტიანი სისტემები (ხსნარები)

§ 82. ხსნარის ზოგადი დახასიათება

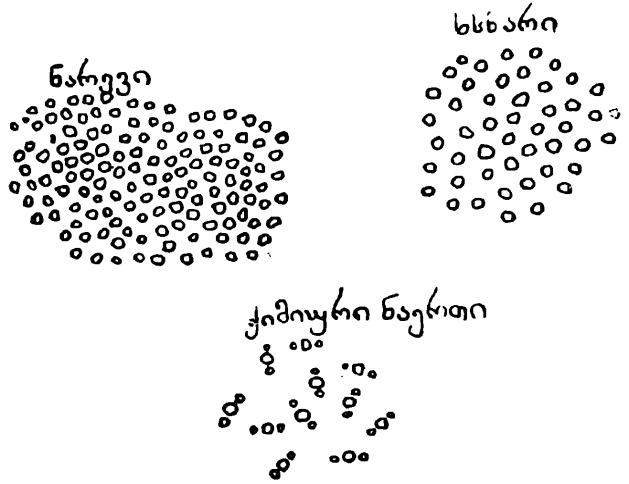
წინა თავებში ჩვენ განვიხილეთ მხოლოდ ისეთი სხეულები, რომლებიც ერთისა და იმავე გვარის მოლეკულებისაგან შედგება. მაგრამ ბუნებაში ძალიან ხშირად გვხვდება სხვადასხვა გვარის ნაწილაკებისაგან შემდგარი სხეულები. ასეთია გაზების ნარევები (მაგ., ჰაერი), სითხეებისა და მყარი სხეულების ხსნარები, შენადნობები და სხვ. ცხადია, რომ ასეთი რთული აგებულების სხეულები მნიშვნელოვნად უნდა განსხვავდებოდეს წმინდა სხეულისაგან. მართლაც, ასეთ, როგორც ამბობენ, მრავალკომპონენტიან სისტემებზე დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ ისინი არ ემორჩილებიან მარტივი სხეულებისათვის დადგენილ კანონზომიერებებს: მაგალითად, მარილის ხსნართან წონასწორობაში მყოფი ორთქლის წნევა, გარდა ტემპერატურისა, მოცულობაზეცაა დამოკიდებული, მაშინ, როდესაც სუფთა სითხისათვის იგი მხოლოდ ტემპერატურის ფუნქციაა; ასევე, მარილის ხსნარი, ყინული და წყლის ორთქლი შეიძლება წონასწორულ მდგომარეობაში მივიღოთ სხვადასხვა წნევისა და ტემპერატურის პირობებში, მაშინ, როდესაც სუფთა წყლის, ყინულისა და ორთქლისათვის არსებობს მხოლოდ ერთი სამმაგი წერტილი.

სხვადასხვა გვარის ნაწილაკებისაგან შემდგარი სხეულები სამი სახისა შეიძლება იყოს: 1. მექანიკური ნარევი, 2. ხსნარი, 3. ქიმიური ნაერთი. 146-ე ნახაზი გვიჩვენებს, თუ რა განსხვავებაა მათ შორის. მექანიკური ნარევის შემთხვევაში ერთი გვარის მრავალი ნაწილაკისაგან შემდგარი ჯგუფები მეორე გვარის ნივთიერების ასეთსავე ჯგუფებთანაა არეული ისე, რომ სხვადასხვა გვარის ნაწილაკები ერთიმეორეში არეული არ არის.

ხსნარის შემთხვევაში სხვადასხვა გვარის ნაწილაკები მთლიანად არეულია ერთიმეორეში ისე, რომ ისინი არავითარ ცალკე ჯგუფებს არ შეადგენენ.

ქიმიური ნაერთის შემთხვევაში კი ერთი გვარის რამდენიმე ნაწილაკი (ნახაზზე ერთი „თეთრი“ ნაწილაკი) მეორე გვარის რამდენიმე ნაწილაკთანაა დაკავშირებული (ნახაზზე — ორ „შავ“ ნაწილაკთან) და ერთ მთლიან მოლეკულას ქმნის. ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში სხვადასხვა გვარის ნაწილაკთა რიცხვების ფარდობა სრულიად გარკვეულია და არ შეიძლება ნებისმიერად შეიცვალოს. ამიტომ ქიმიური ნაერთი ხელსაყრელია განვიხილოთ როგორც რთული ნაწილაკებისაგან შემდგარი წმინდა ნივთიერება, ე. ი. მიღებული მოლეკულები ცალკე ნაწილაკებად ჩავთვალოთ.

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ორი კომპონენტისაგან შემდგარი ხსნარებისა და ნარევების თვისებებს, ე. ი. იმ შემთხვე-



ნახ. 146.

ვას, როდესაც ხსნარი ორი კომპონენტისაგან შედგება. რამდენიმე კომპონენტის შემთხვევას კი ძალიან მოკლედ შევეხებით.

სანამ დავიწყებდეთ სხვადასხვა სახის ხსნარების თვისებების განხილვას, გავეცნოთ ზოგიერთ ცნებას, რომლებსაც ხშირად იყენებენ ხსნარების შესწავლისას. ვთქვათ, გვაქვს ორი სხვადასხვა გვარის (კომპონენტის) ნაწილაკებისაგან შემდგარი სისტემა. N_1-ით და N_2-ით აღვნიშნოთ პირველი და მეორე კომპონენტის ნაწილაკთა რიცხვი. მთელ სისტემაში შემავალი ნაწილაკების რიცხვი იქნება $N=N_1+N_2$. ხსნარში შემავალი კომპონენტების რაოდენობებს ჩვეულებრივად ახასიათებენ კონცენტრაციით. იმისდა მიხედვით, თუ რა სიდიდეებია გამოყენებული მათ განმსაზღვრელად, არჩევენ სხვადასხვა სახის კონცენტრაციებს. ყველაზე ხელსაყრელია ე. წ. მოლური კონცენტრაციის გამოყენება.

მოლური კონცენტრაცია ეწოდება კომპონენტის ნაწილაკთა რიცხვის შეფარდებას ნაწილაკთა საერთო რიცხვთან, ე. ი. პირველი კომპონენტის მოლური კონცენტრაცია იქნება $c_1 = \frac{N_1}{N_1+N_2}$; ასევე, მეორე კომპონენტის მოლური კონცენტრაცია იქნება $c_2 = \frac{N_2}{N_1+N_2}$.

ცხადია, რომ ყველა კომპონენტის მოლურ კონცენტრაციათა ჯამი ერთის ტოლია:

$$c_1 + c_2 = 1.$$

სახელწოდება მოლური იმითაა გამოწვეული, რომ, მაგალითად, c_1 გვიჩვენებს, თუ რისი ტოლია ხსნარში შემავალი პირველი კომპონენტის გრამმოლეკულათა (მოლთა) რიცხვის შეფარდება გრამმოლეკულათა (მოლთა) საერთო რიცხვთან. მართლაც, ავოგადროს რიცხვზე გაყოფით მივიღებთ:

$$c_1 = \frac{\frac{N_1}{N_0}}{\frac{N}{N_0}} = \frac{n_1}{n},$$

სადაც n_1 არის პირველი კომპონენტის მოლთა რიცხვი, ხოლო n მოლთა საერთო რიცხვი.

გარდა მოლური კონცენტრაციისა, ხშირად იყენებენ კიდევ მოცულობით კონცენტრაციას, რომელიც წარმოადგენს აღებული კომპონენტის მოლთა რიცხვის შეფარდებას ხსნარის მოცულობასთან:

$$c_1 = \frac{n_1}{V}.$$

ცხადია, რომ მოლური კონცენტრაცია განყენებული სიდიდეა, ხოლო მოცულობით კონცენტრაციას გარკვეული განზომილება აქვს: $\frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$ ან $\frac{\text{mol}}{\text{litr}}$ იმისდა მიხედვით, თუ რა ერთეულებით იზომება მოცულობა. შემდეგში ჩვენ ყოველთვის მოლურ კონცენტრაციას გამოვიყენებთ.

ჩვეულებრივად ერთ-ერთი კომპონენტის კონცენტრაცია სხვა კომპონენტების კონცენტრაციაზე გაცილებით მეტია, ე. ი. მისი რაოდენობა ხსნარში გაცილებით მეტია, ვიდრე სხვა კომპონენტებისა. ამიტომ ამ კომპონენტს გამხსნელი ეწოდება, ხოლო სხვა კომპონენტებს — გახსნილი ნივთიერებანი. განსაკუთრებით მარტივ შედეგს ვიღებთ იმ შემთხვევაში, როდესაც $N_1 \gg N_2$. მაშინ კონ-

ცენტრაციის ფორმულების მნიშვნელებში N_2 შეიძლება უგულებელვყოთ და დავწეროთ:

$$c_1 = 1, \quad c_2 = \frac{N_2}{N_1} \ll 1.$$

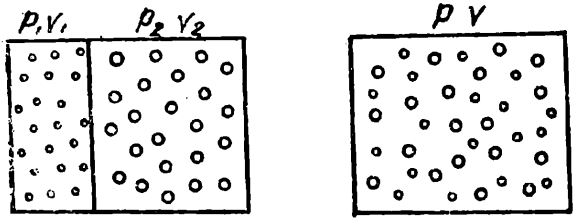
ამ შემთხვევაში ხსნარს სუსტი ხსნარი ეწოდება.

აგრეგატული მდგომარეობის მიხედვით შეიძლება მივიღოთ სხვადასხვა ხსნარი: 1. გაზის ხსნარი გაზში. 2. გაზის, სითხისა და მყარი სხეულის ხსნარი სითხეში, ე. ი. თხევადი ხსნარი. 3. მყარი ხსნარები. გაზური ხსნარი ძალიან მარტივი თვისებებით ხასიათდება, ვინაიდან ყოველი ორი გაზი ბოლომდე იხსნება ერთიმეორეში და ასეთ გახსნას არავითარი სითბური ეფექტები არ სდევს თან. ყოველივე ამის გამო გაზური ხსნარის თვისებები მარტივადაა დაკავშირებული შემადგენელი გაზების თვისებებთან და მათი თეორიული გარჩევა არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს. სულ სხვა მდგომარეობაა თხევადი და მყარი ხსნარების შემთხვევაში. ასეთი სახის ხსნარები იმდენად მრავალნაირია და მათი თვისებები ისე მრავალფეროვანი, რომ რაიმე ზოგად კანონზომიერებათა დადგენა მხოლოდ ზოგიერთ შემთხვევაში მოხერხდა. ცნობილია, მაგალითად, რომ წყალი თითქმის სრულებით არ იხსნება ვერცხლისწყალში, სპირტი მთლიანად იხსნება წყალში და არის შემთხვევა, როდესაც ერთი სითხე ან მყარი სხეული მხოლოდ გარკვეულ დონემდე იხსნება მეორე სითხეში (წყალი და ბენზოლი). ცხადია, რომ გახსნის მოვლენები მჭიდროდაა დაკავშირებული ნაწილაკების სითბურ მოძრაობასთან და მათ შორის მოქმედ ძალებთან, მაგრამ, ვინაიდან თხევადი აგრეგატული მდგომარეობისათვის არც ერთი და არც მეორე საკმაო სიზუსტით ცნობილი არ არის, შეუძლებელი ხდება გახსნის მოვლენის და მასთან დაკავშირებული სხვა მოვლენების მექანიზმის გარკვევა. ამ მხრივ უფრო დამაკმაყოფილებელი მდგომარეობაა სუსტი ხსნარების შემთხვევაში, რომელთათვის, გახსნილი ნივთიერების მცირე რაოდენობის გამო, უკანასკნელის ნაწილაკთა შორის ურთიერთქმედება შეიძლება უგულებელვყოთ.

§ 83. გაზური ხსნარები

დავუშვათ, რომ ტიხრიანი ჭურჭლის (ნახ. 147) მარცხენა და მარჯვენა ნაწილში მოთავსებულია ორი სხვადასხვა გაზი, μ_1 და μ_2 მოლეკულური წონებით. მათი მასა, წნევა, მოცულობა და ტემპერატურა აღვნიშნოთ სათანადოდ M_1, p_1, V_1, T_1-ით და M_2, p_2, V_2 და T_2-ით (ვთვლით, რომ გაზების ტემპერატურები ტოლია). და-

ვუშვათ აგრეთვე, რომ წნევა იმდენად მცირეა, რომ გაზები შეიძლება განვიხილოთ როგორც იდეალური გაზები. ცდა გვიჩვენებს, რომ ტიხრის ამოღების შემდეგ გაზები მთლიანად აირევა ერთიმეორეში ისე, რომ ყოველი მათგანი ჭურჭლის მთელ მოცულობას



ნახ. 147.

დაიკავებს. ეს შედეგი თეორიული თვალსაზრისითაც მოსალოდნელია, ვინაიდან თერმოდინამიკის მეორე კანონის თანახმად იზოლირებული სისტემა მიისწრაფვის სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობისაკენ, რომელიც ენტროპიის მაქსიმუმით ხასიათდება.

პირველ თავში ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ იდეალური გაზის ენტროპია შემდეგი ფორმულით გამოიხატება:

$$S=\frac{M}{\mu}R\ln V+Mc_v\ln T.$$

ვინაიდან გაზების შერევის შედეგად ტემპერატურა არ იცვლება, მეორე წევრი უცვლელი იქნება და ამიტომ იგი შეიძლება მხედველობაში არ მივიღოთ. მაშასადამე, თუ მხოლოდ პირველი წევრით შემოვისაზღვრებით, პირველი და მეორე ენტროპიებისათვის მივიღებთ:

$$S_1=\frac{M_1}{\mu_1}R\ln V_1,\quad S_2=\frac{M_2}{\mu_2}R\ln V_2.$$

შერევის შემდეგ ყოველი გაზი დაიკავებს ჭურჭლის მთელ V_1+V_2 მოცულობას და ამიტომ მათი ენტროპია იქნება:

$$S_1'=\frac{M_1}{\mu_1}R\ln(V_1+V_2),\quad S_2=\frac{M_2}{\mu_2}R\ln(V_1+V_2),$$

ე. ი. როგორც ერთი, ისე მეორე გაზის ენტროპია შერევის შედეგად გაიზრდება. ცხადია, რომ მთელი სისტემის ენტროპია შერევის შემდეგ მეტია, ვიდრე შერევამდე, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ

გაზების შერევის პროცესი შეუქცევადია, ე. ი. თავისთავად მიმდინარეობს.

ვიპოვოთ ახლა ნარევის წნევა. ვინაიდან გაზების შერევის დროს ტემპერატურა არ იცვლება, გაზების წნევები შერევის შემდეგ გამოითვლება ბოილ-მარიოტის კანონით:

$$p_1' = \frac{V_1 p_1}{V_1 + V_2}, \quad p_2' = \frac{V_2 p_2}{V_1 + V_2}.$$

ნარევის (ხსნარის) წნევა ცალკეული გაზების წნევათა ჯამი იქნება:

$$p = p_1' + p'_2 = \frac{V_1 p_1 + V_2 p_2}{V_2 + V_3} \qquad \text{(XI,1)}$$

ანუ კლაპეირონის განტოლების გამოყენების შემდეგ:

$$p = \left(\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

სადაც V არის მთელი ჭურჭლის მოცულობა. შემოვიღოთ საშუალო მოლეკულური წონა μ შემდეგი ფორმულის საშუალებით:

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = \frac{M}{\mu}, \qquad \text{(XI,2)}$$

სადაც M არის გაზების საერთო მასა. მაშინ წნევის ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$p = \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}.$$

ჩვენ ისეთი შედეგი მივიღეთ, თითქოს მთელ ჭურჭელში არის μ მოლეკულური წონის მქონე ერთი გაზი და არა სხვადასხვა გაზის ნარევი. ეს შედეგი იმის მაჩვენებელია, რომ იდეალური გაზების ნარევის თვისებები ისეთია, როგორიც (V,2) ფორმულით განსაზღვრული მოლეკულური წონის მქონე ერთი იდეალური გაზის თვისებები.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ჰაერი. ცნობილია, რომ იგი ძირითადად ორი გაზის — აზოტისა და ჟანგბადის ნარევია; ერთ გრამ ჰაერში 0,77 გრამი აზოტი და 0,23 გრამი ჟანგბადია. აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ ჰაერის საშუალო მოლეკულური წონა, თუ (XI,2) ფორმულას გამოვიყენებთ

$$\frac{1}{\mu} = \frac{0{,}77}{28} + \frac{0{,}23}{32}.$$

აზოტისა და ჟანგბადის მოლეკულური წონებისათვის მიღებულია შემდეგი მნიშვნელობანი: μ_1 (აზოტი)$=28$, μ_2 (ჟანგბადი)$=32$. ჰაერის საშუალო მოლეკულური წონისათვის მივიღებთ:

$$\mu = 28{,}9.$$

იმის შემდეგ, რაც გამოთვლილია ჰაერის საშუალო მოლეკულური წონა, იგი შეიძლება განვიხილოთ როგორც ასეთი მოლეკულური წონის მქონე ნაწილაკებისაგან შემდგარი გაზი და სრულებით არ მივიღოთ მხედველობაში მისი რთული შედგენილობა.

(XI,I) ფორმულით გამოხატულ კანონს, რომელიც გაზების ხსნარის წნევას აკავშირებს შემადგენელი გაზების წნევებთან შერევამდე, დალტონის კანონი ეწოდება. ჩვეულებრივად მას შემდეგნაირად გადმოსცემენ: გაზების ნარევის წნევა ტოლია იმ წნევათა ჯამისა, რომელიც ექნებოდა შემადგენელ გაზებს მთელი მოცულობის დაკავებისას. შემადგენელი გაზების ამ უკანასკნელ წნევებს ხშირად პარციალური წნევები ეწოდება. ამ გადმოცემის ნაკლია ის, რომ შეუძლებელია გაზების პარციალური წნევების უშუალო გაზომვა. ცხადია, რომ უფრო მიზანშეწონილია დალტონის კანონის შემდეგნაირად ჩამოყალიბება: ნარევის წნევა შემადგენელი გაზების საწყის წნევათა მოცულობითი საშუალოს ტოლია.

ყველა ეს შედეგი იმდენად მართებულია, რამდენადაც შესაძლებელია იდეალური გაზების განტოლების (კლაპეირონის განტოლების) გამოყენება, ასე რომ, დალტონის კანონი ისეთივე მიახლოებითი კანონია, როგორც იდეალური გაზების სხვა კანონები.

§ 84. რამდენიმეკომპონენტიან ფაზათა წონასწორობის პირობები

სანამ დავიწყებდეთ თხევადი და მყარი ხსნარების თვისებების განხილვას, გავარჩიოთ ფაზების წონასწორობის პირობები იმ შემთხვევაში, როდესაც ფაზები რამდენიმე კომპონენტისაგან შედგება. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ გვაქვს ორი ფაზა და ყოველი მათგანი ორ კომპონენტს შეიცავს. ვინაიდან წონასწორობის მდგომარეობაში ფაზის ტემპერატურა და წნევა ყველა შემადგენელი ნაწილაკის მოძრაობის ხასიათით განისაზღვრება, ყოველი ფაზა დახასიათებული იქნება გარკვეული ტემპერატურითა და წნევით. პირველი და მეორე ფაზის წნევა და ტემპერატურა p_1, T_1-ით და p_2, T_2-ით აღვნიშნოთ. ცხადია, რომ წონასწორობის მდგომარეობაში ეს სიდიდეები ტოლი უნდა იყოს:

$$p_1 = p_2,$$
$$T_1 = T_2.$$

მართლაც, ფაზების გამყოფ ზედაპირზე მოქმედი ძალები ტოლი უნდა იყოს. წინააღმდეგ შემთხვევაში ეს ზედაპირი გადაინაცვლებს დიდი ძალის მოქმედების მიმართულებით, ე. ი. სისტემა არ იქნება მექანიკურ წონასწორობაში. ასევე ტოლი უნდა იყოს ტემპერატურები, ვინაიდან წინააღმდეგ შემთხვევაში დაიწყებოდა ენერგიის გადასვლა მაღალი ტემპერატურის მქონე ფაზიდან დაბალი ტემპერატურის მქონე ფაზაში. გარდა ამ პირობებისა, ჩვენ გამოვიყვანეთ კიდევ ნივთიერი წონასწორობის პირობა, რომლის თანახმად ერთი ფაზიდან მეორეში გადასულ ნაწილაკთა რიცხვი მეორე ფაზიდან პირველში გადასულ ნაწილაკთა რიცხვის ტოლია. მათემატიკურად ეს პირობა ფაზების კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალების ტოლობით გამოიხატებოდა. ახლა, როდესაც ყოველი ფაზა ორი კომპონენტისაგან შედგება, ეს წონასწორობის პირობა ორივე კომპონენტისათვის უნდა იყოს შესრულებული. მაგალითად, პირველი კომპონენტის წონასწორობისათვის უნდა მივიღოთ შემდეგი პირობა: პირველი ფაზიდან მეორე ფაზაში გადასული პირველი კომპონენტის ნაწილაკთა რიცხვი მეორე ფაზიდან პირველში გადასული იმავე კომპონენტის ნაწილაკთა რიცხვის ტოლია. ასეთივე პირობა უნდა შესრულდეს მეორე კომპონენტისათვის. ცხადია, რომ, თუ ეს პირობები შესრულებული არ იქნა, კომპონენტების კონცენტრაცია დროის განმავლობაში შეიცვლება. ე. ი. სისტემა არ იქნება წონასწორობაში. თუ პირველი კომპონენტის კუთრ თერმოდინამიკურ პოტენციალს პირველ ფაზაში $\varphi^1{}_1$-ით აღვნიშნავთ (ქვედა ინდექსი ფაზის ნომერს გვიჩვენებს, ზედა ინდექსი კი — კომპონენტის ნომერს), ხოლო იმავე კომპონენტის კუთრ თერმოდინამიკურ პოტენციალს მეორე ფაზაში—$\varphi^1{}_2$-ით, მივიღებთ შემდეგ წონასწორობის პირობას:

$$\varphi^1{}_1 = \varphi^1{}_2.$$

წონასწორობის ასეთსავე პირობას მივიღებთ მეორე კომპონენტისათვის

$$\varphi^2{}_2 = \varphi^2{}_2.$$

განვიხილოთ ახლა რამდენიმე ფაზისაგან და რამდენიმე კომპონენტისაგან შემდგარი სისტემის ზოგადი შემთხვევა. გთქვათ, ფაზების რიცხვი არის n, ხოლო კომპონენტების რიცხვი—k. მაშინ სისტემის წონასწორობის პირობები შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\begin{aligned}
&T_1 = T_2 = T_3 = \ldots = T_n = T.\\
&p_1 = p_2 = p_3 = \ldots = p_n = p.\\
&\varphi^1{}_1 = \varphi^1{}_2 = \varphi^1{}_3 = \ldots \varphi^1{}_n,\\
&\varphi^2{}_1 = \varphi^2{}_2 = \varphi^2{}_3 = \ldots = \varphi^2{}_n.\\
&\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots\\
&\varphi^k{}_1 = \varphi^k{}_2 = \varphi^k{}_3 = \ldots \varphi^k{}_n.
\end{aligned}$$

მეორე მხრივ, ყოველი ფაზის მდგომარეობა მთლიანად დახასიათებულია წნევით, ტემპერატურითა და კომპონენტების კონცენტრაციებით. ვინაიდან კომპონენტთა რიცხვი არის k, კონცენტრაციათა რიცხვიც k იქნება, მაგრამ ვინაიდან ყველა კომპონენტის კონცენტრაციების ჯამი ერთის ტოლია, მათ შორის ერთიმეორისაგან დამოუკიდებელი იქნება k—1 კონცენტრაცია. ყველა n ფაზაში დამოუკიდებელ კონცენტრაციათა რიცხვი იქნება n (k—1). თუ ამას დავუმატებთ კიდევ წნევასა და ტემპერატურას, სულ მივიღებთ n (k—1)+2 ერთიმეორისაგან დამოუკიდებელ სიდიდეებს, რომლებიც სავსებით ახასიათებენ სისტემას. მაგრამ, ზემოთ დაწერილი წონასწორობის პირობების თანახმად, ეს სიდიდეები ერთიმეორესთან k (n—1) ტოლობითაა დაკავშირებული. თუ დამოუკიდებელ პარამეტრთა რიცხვს მათ დამაკავშირებელ განტოლებათა რიცხვს გამოვაკლებთ, მივიღებთ იმ პარამეტრების რიცხვს, რომელთა მნიშვნელობები ცალსახად საზღვრავენ მთელი სისტემის მდგომარეობას. თუ ამ რიცხვს r-ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$n(k-1)+2-k(n-1)=r$$

ანუ

$$r=k-n+2.$$

r-ს ეწოდება სისტემის თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი. მიღებულ ფორმულას, რომელიც თავისუფლების ხარისხთა რიცხვს კომპონენტთა და ფაზათა რიცხვთან აკავშირებს, ფაზათა წესი ეწოდება. იგი ჩამოაყალიბა ამერიკელმა ფიზიკოსმა გიბსმა. ეს წესი განსაკუთრებით დიდ როლს ასრულებს მრავალკომპონენტიანი სისტემის შესწავლაში. ვინაიდან r არ შეიძლება უარყოფითი იყოს, ვღებულობთ შემდეგ უტოლობას

$$n \leqslant k+2.$$

ფაზათა რიცხვი არ შეიძლება 2-ზე მეტით აღემატებოდეს კომპონენტთა რიცხვს. ვთქვათ, მაგალითად, გვაქვს ერთი კომპონენტი, მაშინ $n \leqslant 3$, ე. ი. ამ შემთხვევაში სამზე მეტი ფაზა არ შეიძლება წონასწორობაში იყოს.

ხსნარების ყველა თვისება (მათი ორთქლის წნევა, დუღილის და დნობის ტემპერატურის წნევაზე დამოკიდებულება და სხვ.) შეიძლება გამოყვანილ იქნეს წონასწორობის ამ პირობებიდან, თუ ცნობილია ყოველი კომპონენტის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალი როგორც წნევის, ტემპერატურის და კონცენტრაციის ფუნქცია. მაგრამ, თხევად და მყარ ხსნარებში ნაწილაკთა ურთიერთქმედებისა და მოძრაობის რთული ხასიათის გამო, შეუძლებელი ხდება აღნიშნული ფუნქციის სახის სრული გამორკვევა. მიუხედავად ამისა, სუსტი ხსნარების შემთხვევაში შესაძლებელია ზოგიერთი ზოგადი შედეგის მიღება ხსნარის ენტროპიის და თერმოდინამიკური პოტენციალის შესახებ.

განვიხილოთ ორი სხეული N_1 და N_2 ნაწილაკთა რიცხვებით. ვთქვათ, გახსნამდე მათ სხვადასხვა მოცულობა ეკავა. პირველი სხეულის ნაწილაკთა გადანაცვლების რიცხვი იქნება $N_1!$—, მეორე სხეულის ნაწილაკთა გადანაცვლებების რიცხვი კი—$N_2!$, ვინაიდან სხეულთა განცალკევების გამო სხვადასხვა გვარის ნაწილაკთა ერთ-

მანეთს შორის გადანაცვლება არ შეიძლება. დავუშვათ ახლა, რომ სხეულები მთლიანად გაიხსნა ერთიმეორეში. ცხადია, რომ გახსნის შემდეგ გადანაცვლებათა რიცხვი გაიზრდება, ვინაიდან უკვე შესაძლებელია სხვადასხვა გვარის ნაწილაკების გადანაცვლება. რადგანაც ხსნარის ნაწილაკთა რიცხვი არის $N_1 + N_2$, სათანადო გადანაცვლებათა რიცხვი იქნება $(N_1 + N_2)!$ შეფარდება

$$\frac{(N_1+N_2)!}{N_1!\,N_2!}$$

გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ მეტია გახსნის შემდეგ გადანაცვლებათა რიცხვი გახსნამდე გადანაცვლებათა რიცხვზე, ე. ი. რამდენჯერ მეტია ხსნარის მდგომარეობის ალბათობა, ვიდრე ალბათობა გახსნამდე. ვინაიდან ენტროპია[1] ალბათობის ლოგარითმის ტოლია, გახსნის შედეგად მომხდარი ენტროპიის ცვლილებისათვის მივიღებთ:

$$\Delta S = k\ln\frac{(N_1+N_2)!}{N_1!\,N_2!}.$$

სტირლინგის ფორმულის გამოყენება გვაძლევს:

$$\Delta S = k\ln(N_1+N_2)! - k\ln N_1! - k\ln N_2! = (N_1+N_2)\,k\ln(N_1+N_2) - \\ - k(N_1+N_2) - N_1 k\ln N_1 + kN_1 - N_2 k\ln N_2 + kN_2$$

ანუ

$$\Delta S = -N_1\,k\ln\frac{N_1}{N_1+N_2} - N_2 k\ln\frac{N_2}{N_1+N_2},$$

თუ შემოვიღებთ კონცენტრაციებს, გვექნება:

$$\Delta S = -N_1 k\ln c_1 - N_2 k\ln c_2. \qquad (XI,3)$$

ნაწილაკთა რიცხვის მაგიერ შემოვიღოთ მოლების რიცხვი შემდეგი ფორმულების საშუალებით:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_0}, \quad n_2 = \frac{N_2}{N_0},$$

სადაც N_0 ავოგადროს რიცხვია. გარდა ამისა, მხედველობაში მივიღოთ, რომ $N_0 k = R$. მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\Delta S = -n_1 R\ln c_1 - n_2 R\ln c_2. \qquad (XI,4)$$

რადგანაც კონცენტრაცია ყოველთვის ერთზე ნაკლებია, მისი

[1] ცხადია, რომ ჩვენ აქ ვიხილავთ ენტროპიის მხოლოდ იმ ნაწილს, რომელიც დაკავშირებულია ნაწილაკების სივრცულ განლაგებასთან.

ლოგარითმი უარყოფითი იქნება და ΔS—დადებითი. გახსნა იწვევს ენტროპიის გაზრდას. მაგრამ აქედან არავითარ შემთხვევაში არ გამომდინარეობს, რომ ყოველი ორი სხეული მათი შეხების დროს მთლიანად უნდა გაიხსნას ერთიმეორეში. მართლაც, ერთი ნივთიერების მეორე ნივთიერებაში ხსნადობა, გარდა მოლეკულების სითბური (ქაოსური) მოძრაობისა, რომელიც ხელს უწყობს მოლეკულების ერთიმეორეში არევას, მოლეკულათა ურთიერთქმედებაზეა დამოკიდებული და ამ ურთიერთქმედებას შეუძლია გახსნას ხელი შეუშალოს. გამოვითვალოთ ახლა ხსნარის თერმოდინამიკური პოტენციალი. სუფთა გამხსნელის და სუფთა გასახსნელი ნივთიერების ერთი გრამ-მოლეკულის (მოლის) თერმოდინამიკური პოტენციალები φ_0-ით და $\varphi^1{}_0$-ით აღვნიშნოთ. თუ აღებულია n_1 მოლი გამხსნელი და n_2 მოლი გასახსნელი ნივთიერება, მთელი სისტემის თერმოდინამიკური პოტენციალი გახსნამდე იქნება:

$$\Phi_0 = n_1\varphi_0 + n_2\varphi^1{}_0.$$

გახსნის შედეგად თერმოდინამიკური პოტენციალი შეიცვლება. ამ ცვლილების ერთი ნაწილი (XI,4) ფორმულით გამოხატული ენტროპიის ცვლილებასთან იქნება დაკავშირებული. ვინაიდან თერმოდინამიკური პოტენციალის გამოსახულებაში $\Phi = E - TS + pV$ ენტროპია — TS წევრის საშუალებით შედის, S-ის ΔS-ით შეცვლა გამოიწვევს Φ-ს შეცვლას—$T\Delta S$-ით, ე. ი. გახსნის შედეგად Φ_0-ს დაემატება შემდეგი გამოსახულება:

$$-T\Delta S = n_1 RT\ln c_1 + n^2 RT\ln c_2.$$

მაგრამ ამ ცვლილების გარდა, Φ შეიცვლება ენერგიის და მოცულობის შეცვლის გამო. ამ ცვლილების ზოგადი სახით გამოთვლა შეუძლებელია, ვინაიდან იგი მჭიდროდაა დაკავშირებული ნივთიერებათა მოლეკულების ურთიერთქმედების ხასიათთან. ამ ცვლილების ხასიათი მხოლოდ სუსტი ხსნარებისათვის შეიძლება გამოვარკვიოთ და ისიც მხოლოდ ნაწილობრივ. ეს ცვლილება იმ შემთხვევაში, როდესაც გახსნილია გასახსნელი ნივთიერების ერთი მოლეკულა, α-თი აღვნიშნოთ. ორი მოლეკულის გახსნის შემდეგ ცვლილება 2α იქნება და ა. შ. თუ გახსნილია N_2 მოლეკულა, ცვლილება იქნება $N_2\alpha$. რასაკვირველია, ეს შედეგი მხოლოდ იმ შემთხვევაშია სწორი, როდესაც გახსნილი ნივთიერების მოლეკულათა შორის ურთიერთქმედება შეიძლება უგულებელვყოთ. ასეთი უგულებელყოფა კი დასაშვებია მხოლოდ სუსტი ხსნარებისათვის, ე. ი. ისეთი ხსნარებისათვის, რომელთათვის გახსნილი ნივთიერების რაოდენობა

მცირეა გამხსნელის რაოდენობასთან შედარებით, თუ შემოვიღებთ ავოგადროს რიცხვს, N_0-ს, $N_2\alpha$ შემდეგი სახით შეიძლება დაიწეროს: $N_2\alpha=\frac{N_2}{N_0}N_0\alpha=n_2N_0\alpha$. თუ $N_0\alpha$-ს Ψ ასოთი აღვნიშნავთ, მივიღებთ: $N_0\alpha=n_2\Psi$.

თერმოდინამიკური პოტენციალის მთელი, ცვლილებისათვის მივიღებთ:

$$n_1RT\ln c_1+n_2RT\ln c_2+n_2\Psi.$$

აქედან გამოითვლება თერმოდინამიკური პოტენციალი გახსნის შემდეგ:

$$\Phi=n_1\varphi_0+n_2\varphi'_0+n_1RT\ln c_1+n_2RT\ln c_2+n_2\Psi.$$

ვინაიდან ხსნარი სუსტია, c_2 ძალიან მცირე იქნება ერთთან შედარებით, ხოლო $c_1=1-c_2$ ერთისაგან მცირედ იქნება განსხვავებული. ამიტომ $n_1RT\ln c_1$ შემდეგი სახით შეიძლება დაიწეროს:

$$n_1RT\ln c_1=n_1RT\ln(1-c_2)\approx -n_1RTc_2.$$

შემდეგში, ფორმულების გამარტივების მიზნით, გახსნილი ნივთიერების c_2 კონცენტრაციას c-თი აღვნიშნავთ და თერმოდინამიკურ პოტენციალს შემდეგი სახით დავწერთ:

$$\Phi=n_1(\varphi_0-RTc)+n_2(\varphi'_0+RT\ln c+\Psi). \qquad (XI,5)$$

აქედან ადვილად გამოვითვლით გამხსნელისა და გახსნილი ნივთიერების მოლურ თერმოდინამიკურ პოტენციალებს გახსნის შემდეგ:

$$\varphi=\varphi-RTc, \qquad (XI,6)$$

$$\varphi^1=\varphi^1{}_0+RT\ln c+\Psi(p,T). \qquad (XI,7)$$

მიღებული შედეგები საშუალებას მოგვცემს გავარჩიოთ სუსტი ხსნარების ყველა თვისება და ავხსნათ მათში მიმდინარე მოვლენების კანონზომიერებანი.

§ 85. გამხსნელის ნაჯერი ორთქლის წნევა ხსნარზე

განვიხილოთ ხსნარი, რომელიც ორთქლთან წონასწორობაშია. ვთქვათ, მაგალითად, ჭურჭელში არის წყალი და მისი ორთქლი. დავუშვათ, რომ წყალში გახსნილია რაიმე ნივთიერების მცირე რაოდენობა (სუსტი ხსნარი). საზოგადოდ ამ გახსნილი ნივთიერების გარკვეული ნაწილი შეიძლება ორთქლშიაც იყოს, ე. ი. როგორც თხევადი, ისე გაზური ფაზა შეიძლება წარმოადგენდეს სხვადასხვა

კონცენტრაციის ხსნარს. კერძო შემთხვევაში, თუ გასახსნელი ნივთიერება ძნელად აორთქლადია, გაზური ფაზა მხოლოდ გამხსნელის მოლეკულებისაგან იქნება შემდგარი.

გაზური და თხევადი ფაზის დამახასიათებელი სიდიდეები აღვნიშნოთ სათანადოდ 1 და 2 ნიშნაკით. მაგალითად, c_1 და c_2 იქნება გახსნილი ნივთიერების კონცენტრაცია სათანადოდ გაზსა და სითხეში.

განვიხილოთ ასეთი ორფაზიანი სისტემის წონასწორობა. წონასწორობის პირობების თანახმად, წნევა და ტემპერატურა ორივე ფაზისათვის ტოლი უნდა იყოს. გარდა ამისა, ტოლი უნდა იყოს კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალები ცალკე გამხსნელისა და ცალკე გახსნილი ნივთიერებისათვის. განვიხილოთ ჯერ წონასწორობა გამხსნელის მიმართ, ე. ი. დავწეროთ გამხსნელის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალის ტოლობის პირობა

$$\varphi_{01}(p_1T) - RTc_1 = \varphi_{02}(p_1T) - RTc_2. \qquad \text{(XI,8)}$$

ეს ტოლობა კავშირს ამყარებს წონასწორულ წნევასა, ტემპერატურასა და კონცენტრაციებს შორის. თუ, მაგალითად, კონცენტრაციები მოცემულია, ყოველი მოცემული წნევისათვის შეიძლება ვიპოვოთ სათანადო ტემპერატურა (ხსნარის დუღილის ტემპერატურა). აგრეთვე ყოველი გარკვეული ტემპერატურისათვის შეიძლება ვიპოვოთ სათანადო ორთქლის წნევა (ნაჯერი ორთქლის წნევა ხსნარზე). ჩვენ ჯერ მეორე საკითხს გადავწყვეტთ, ე. ი. გამოვითვლით ნაჯერი ორთქლის წნევას ხსნარზე, უფრო სწორად, გამოვარკვევთ, როგორ განსხვავდება ეს წნევა ორთქლის წნევისაგან სუფთა გამხსნელზე. ამიტომ დავუშვებთ, რომ ხსნარის ტემპერატურა ისეთივეა, როგორიც წმინდა გამხსნელისა.

როგორც ვიცით, თუ წონასწორობაშია წმინდა გამხსნელი და მისი ორთქლი, შემდეგი პირობა უნდა იყოს შესრულებული

$$\varphi_{01}(p_0,T) = \varphi_{02}(p_0,T),$$

სადაც p_0 არის ნაჯერი ორთქლის წნევა წმინდა გამხსნელზე T ტემპერატურისათვის. ეს განტოლება (XI,8) განტოლებიდან მიიღება კონცენტრაციების ნულთან გატოლებით. წინა განტოლებიდან ამ განტოლების გამოკლებით მივიღებთ:

$$\Delta\varphi_{01} - RTc_1 = \Delta\varphi_{02} - RTc_2, \qquad \text{(XI,9)}$$

სადაც:

$$\Delta\varphi_{01} = \varphi_{01}(p,T) - \varphi_{01}(p_0,T),$$

$$\Delta\varphi_{02}=\dot{\omega}_{02}(p,T)-\varphi_{02}(p_0,T)$$

არის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალების ცვლილებანი, რომლებიც გამოწვეულია წნევის $\Delta p=p-p_0$ ცვლილებით. ამ ცვლილების გამოთვლა ადვილია, თუ გავიხსენებთ, რომ განსაზღვრის თანახმად

$$\varphi=e-Ts+pv,$$

სადაც e, s და v კუთრი (ჩვენს შემთხვევაში მოლური) ენერგია, ენტროპია და მოცულობაა. ამ ფორმულიდან მივიღებთ:

$$\Delta\varphi=\Delta e-T\Delta s+p\Delta v-s\Delta T+v\Delta p.$$

მაგრამ, რადგანაც თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონის თანახმად,

$$\Delta e=T\Delta s-p\Delta v,$$

$\Delta\varphi$-სათვის მივიღებთ:

$$\Delta\varphi=-s\Delta T+v\Delta p. \qquad \text{(XI,10)}$$

ასეთია კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალის ცვლილება, რომელიც გამოწვეულია წნევისა და ტემპერატურის ცვლილებით. ჩვენ შემთხვევაში იცვლება მხოლოდ წნევა და ამიტომ $\Delta\varphi_{01}$ და $\Delta\varphi_{02}$-სათვის მივიღებთ:

$$\Delta\varphi_{01}=v_1\Delta p,$$
$$\Delta\varphi_{02}=v_2\Delta p.$$

v_1 და v_2 გამხსნელის კუთრი (მოლური) მოცულობანია გაზურ და თხევად ფაზაში. (XI,9) ფორმულაში ჩასმა და Δp-ს განსაზღვრა მოგვცემს:

$$\Delta p=p-p_0=\frac{RT(c_1-c_2)}{v_1-v_2}.$$

ამდენით მეტია ორთქლის წნევა ხსნარზე, ვიდრე ორთქლის წნევა წმინდა გამხსნელზე. ვინაიდან გაზის კუთრი მოცულობა გაცილებით მეტია, ვიდრე სითხის კუთრი მოცულობა ($v_1>v_2$), v_2 შეიძლება უგულებელვყოთ და მივიღებთ:

$$\Delta p=\frac{RT}{v_1}(c_1-c_2).$$

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც გახსნილი ნივთიერება არაორთქლადია ($c_2=0$), გვექნება:

$$\Delta p=-\frac{RT}{v_1}c \qquad \text{(XI,11)}$$

(აქ c_2-ის მაგიერ დაწერილია c — ეს არის თხევადი ხსნარის კონცენტრაცია).

ეს ფორმულა კიდევ შეიძლება გამარტივდეს, თუ დავუშვებთ, რომ ორთქლი მცირედ განსხვავდება იდეალური გაზისაგან. ამ შემთხვევაში შეიძლება გამოვიყენოთ კლაპეირონის განტოლება

$$p_0 v_1 = RT$$

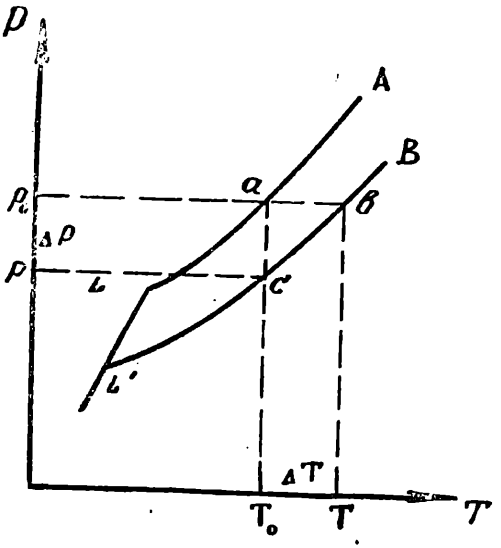
და წინა განტოლებას შემდეგი სახე მივცეთ:

$$\frac{\Delta p}{p_0} = - c. \qquad \text{(XI,12)}$$

მიღებული შედეგი გვიჩვენებს, რომ, თუ გახსნილი ნივთიერება არაორთქლადია, ორთქლის წნევა ხსნარზე ნაკლებია, ვიდრე ორთქლის წნევა წმინდა გამხსნელზე, და ორთქლის წნევის ფარდობითი შემცირება ხსნარის კონცენტრაციის ტოლია. ამ კანონს რაულის კანონი ეწოდება. ცხადია, რომ იგი მხოლოდ სუსტი ხსნარებისათვისაა გამოსაყენებელი. ცდები გვიჩვენებს, რომ ეს კანონი საკმაოდ ზუსტად მართლდება, სანამ კონცენტრაცია გარკვეულ მნიშვნელობას არ გადააჭარბებს.

ორთქლის წნევის შემცირება გახსნის შედეგად ადვილად შეიძლება აიხსნას კინეტიკური თეორიის თანახმად. როგორც ვიცით, ორ ფაზას შორის წონასწორობა მაშინ დამყარდება, როდესაც ერთი ფაზიდან მეორეში გადასულ ნაწილაკთა რიცხვი მეორე ფაზიდან პირველში გადასულ ნაწილაკთა რიცხვის ტოლი გახდება. გამოვიყენოთ ეს პირობა ორთქლის წნევის შემცირების ასახსნელად. ვთქვათ, ჯერ წონასწორობაშია წმინდა გამხსნელი და მისი ორთქლი; რამდენი მოლეკულაც ამოდის ერთ წამში სითხიდან ორთქლში, იმდენი ჩადის ორთქლიდან სითხეში. ახლა გავხსნათ სითხეში მცირე რაოდენობით რაიმე ნივთიერება. ცხადია, რომ ეს გამოიწვევს სითხიდან ორთქლში ამოსულ მოლეკულათა რიცხვის შემცირებას, ვინაიდან გახსნის შემდეგ ხსნარის მოცულობის ერთეულში გამხსნელის მოლეკულების ნაკლები რიცხვია, ვიდრე გახსნამდე. ამიტომ ხსნარის ზედაპირის ერთი კვადრატული სანტიმეტრიდან ამოსული მოლეკულების რიცხვი იმდენჯერ შემცირდება, რამდენჯერაც გახსნის შედეგად შემცირდა გამხსნელი ნივთიერების სიმკვრივე. ეს უკანასკნელი კი $\frac{N_1}{N_1+N_2}$-ჯერ არის შემცირებული. ორთქლიდან ხსნარში გადასულ მოლეკულათა რიცხვი კი ისეთივე რჩება, როგორც გახსნამდე იყო. მივიღეთ შედეგი, რომ გახსნისთანავე

ორთქლიდან ხსნარში და ხსნარიდან ორთქლში გარდამავალ მოლეკულათა შორის წონასწორობა ირღვევა: გამხსნელის მოლეკულათა მეტი რაოდენობა კონდენსირდება, ვიდრე ორთქლდება. ეს კი გამოიწვევს ორთქლის ნაწილის კონდენსაციას, ე. ი. ორთქლის რაოდენობისა და მისი წნევის შემცირებას მანამდე, სანამ ისევ არ დამყარდება წონასწორობა. იმისათვის, რომ ორთქლიდან ხსნარში გადამავალ მოლეკულათა რიცხვი



ნახ. 148.

$\frac{N_1}{N_1+N_2}$-ჯერ შემცირდეს, ამდენჯერვე უნდა შემცირდეს ორთქლის წნევა: $\frac{p}{p_0}=\frac{N_1}{N_1+N_2}=c_1=1-c$. აქედან მივიღებთ: $\frac{p-p_0}{p_0}=-c$ ანუ $\frac{\Delta p}{p_0}=-c$, ე. ი. რაულის კანონს.

მიღებული შედეგი გრაფიკულად შემდეგნაირად შეიძლება გამოვხატოთ. ავიღოთ pT დიაგრამა და დავხაზოთ წმინდა გამხსნელის ნაჯერი ორთქლის წნევასა და ტემპერატურას შორის კავშირის გამომხატველი მრუდი (ნახ. 148). მაგალითად, p_0 არის T_0-ის სათანადო წნევა სუფთა გამხსნელზე. რაულის კანონის თანახმად, იმავე ტემპერატურის მქონე ხსნარზე ორთქლის წნევა ნაკლებია. ამიტომ ხსნარის ორთქლის წნევის გამომსახველი L^1B მრუდი LB მრუდზე უფრო

ქვევით იქნება. ამ მრუდების ორდინატებს შორის სხვაობა $p_0 - p$, რაულის კანონის თანახმად, ხსნარის კონცენტრაციის პროპორციული იქნება.

§ 86. დუღილისა და დნობის ტემპერატურების ცვლილება გახსნის შედეგად

ცდები გვიჩვენებს, რომ რაიმე ნივთიერების გახსნა გამხსნელში იწვევს არა მარტო ორთქლის წნევის შემცირებას, არამედ გამხსნელის დუღილისა და დნობის ტემპერატურის ცვლილებასაც. სახელდობრ, თუ გახსნილი ნივთიერება არაორთქლადია, გამხსნელის დუღილის ტემპერატურა იზრდება. ასევე, თუ გამხსნელის გამყარებისას გახსნილი ნივთიერება მყარ ფაზაში არ შედის, ე. ი. მყარდება მხოლოდ სუფთა გამხსნელი, გამყარების ტემპერატურა მცირდება. მაგალითად, სუფთა წყალი ნორმალური წნევის პირობებში ცელსიუსის 100°-ზე დუღს, მაგრამ თუ მასში მარილს გავხსნით, წყლის დუღილის ტემპერატურა აიწევს.

ყველა ეს მოვლენა ადვილად შეიძლება აიხსნას წინა პარაგრაფში განხილული მოსაზრებებით. ვთქვათ, რომ წმინდა გამხსნელი და ხსნარი ერთი და იმავე წნევის ქვეშაა. მაშინ, ცხადია, რომ მათ არ შეიძლება ერთი და იგივე დუღილის ტემპერატურა ჰქონდეს. თუ სუფთა გამხსნელის დუღილის ტემპერატურას, p წნევის პირობებში, T_0-ით აღვნიშნავთ, გამხსნელისა და მისი ორთქლის წონასწორობის პირობა შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\varphi_{01}(p, T_0) = \varphi_{02}(p, T_0). \qquad \text{(XI,13)}$$

ხსნარისა და მისი ორთქლის წონასწორობის პირობა ისევ (XI,8) განტოლებით იქნება გამოხატული. (XI,8) განტოლებიდან (XI,13) განტოლების გამოკლებით მივიღებთ:

$$\Delta\varphi_{01} - RTc_1 = \Delta\varphi_{02} - RTc_2. \qquad \text{(XI,14)}$$

მხოლოდ, წინა პარაგრაფისაგან განსხვავებით, ახლა $\Delta\varphi_0$ და $\Delta\varphi_{02}$ იქნება თერმოდინამიკური პოტენციალების ცვლილებანი, რომლებიც გამოწვეულია ტემპერატურის $T - T_0 = \Delta T$ ცვლილებით.

(XI,10) ფორმულის თანახმად, ეს ცვლილებანი იქნება (წნევა მუდმივად ითვლება)

$$\Delta\varphi_{01} = -s_1\Delta T,$$
$$\Delta\varphi_{02} = -s_2\Delta T,$$

სადაც s_1 და s_2 გაზურ და თხევად ფაზაში მყოფი სუფთა გამხსნელის კუთრი (მოლური) ენტროპიებია. წინა განტოლებაში ჩასმა და ΔT-ს გამოთვლა გვაძლევს:

$$\Delta T = -\frac{RT(c_2 - c_1)}{s_1 - s_2}. \qquad \text{(XI,15)}$$

მაგრამ ჩვენ ვიცით, რომ ფაზების ენტროპიათა სხვაობა გადასვლის λ_{21} სითბოსთან შემდეგი ფორმულითაა დაკავშირებული:

$$s_1 - s_2 = \frac{\lambda_{21}}{T}.$$

ვინაიდან s_1 და s_2 მოლური ენტროპიებია, λ_{21} მოლური გადასვლის სითბო იქნება. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\Delta T = \frac{RT^2(c_2 - c_1)}{\lambda_{21}}. \qquad \text{(XI,16)}$$

დავუშვათ, რომ გაზურ ფაზაში გახსნილი ნივთიერება არ არის, ე. ი. გახსნილი ნივთიერება არაორთქლადია. მაშინ $c_1 = 0$ და, თუ c_2-ს c-თი აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$\Delta T = \frac{RT^2 c}{\lambda_{21}}. \qquad \text{(XI,17)}$$

რადგანაც მიღებული განტოლების მარჯვენა მხარეში მყოფი ყველა სიდიდე დადებითია, ΔT დადებითი იქნება, ე. ი. გახსნის შედეგად დუღილის ტემპერატურა იზრდება.

სრულიად ანალოგიურად გაირჩევა გახსნის გავლენა გამყარების ტემპერატურაზე. ამ შემთხვევაშიაც მიიღება (XI,15) ფორმულა, მხოლოდ c_1-ის და s_1-ის მაგიერ უნდა ჩაიწეროს c_3 და s_3, ე. ი. მყარი ფაზის კონცენტრაცია და კუთრი (მოლური) ენტროპია. მივიღებთ:

$$\Delta T = \frac{RT(c_2 - c_3)}{s_3 - s_2}.$$

მაგრამ წინა შემთხვევისაგან განსხვავებით, მყარი ფაზის ენტროპია თხევადი ფაზის ენტროპიაზე ნაკლებია, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ გამყარების დროს სითბო გამოიყოფა. თუ λ_{32}-ით აღვნიშნავთ დნობის მოლურ სითბოს, მივიღებთ:

$$s_2 - s_3 = \frac{\lambda_{32}}{T}.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\Delta T = -\frac{RT^2(c_2 - c_3)}{\lambda_{32}}. \qquad \text{(XI,18)}$$

დავუშვათ, რომ მყარ ფაზაში გახსნილი ნივთიერება არ არის, ე. ი. მყარდება მხოლოდ სუფთა გამხსნელი, მაშინ $c_3=0$, და თუ c_2-ს ისევ c-თი აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$\Delta T=-\frac{RT^2c}{\lambda_{32}}. \qquad \text{(XI,19)}$$

ამ შემთხვევაში, წინა შემთხვევისაგან განსხვავებით, $\Delta T<0$, ე. ი. გახსნის შედეგად გამყარების ტემპერატურა კლებულობს.

მიღებული შედეგები გრაფიკულადაც შეიძლება მივიღოთ, თუ 148-ე ნახაზზე მოყვანილ გრაფიკს გამოვიყენებთ; მართლაც, ნახაზი გვიჩვენებს, რომ მოცემული, მაგალითად p_0, წნევისათვის სუფთა გამხსნელი T_0 ტემპერატურაზე დუღს (a წერტილი), ხოლო ხსნარი—უფრო მაღალ ტემპერატურაზე (b წერტილი). იქვე ნაჩვენებია სათანადო სამმაგი წერტილები (L—სუფთა გამხსნელისათვის, L^1—ხსნარისათვის). ჩვენ ვხედავთ, რომ ხსნარი უფრო დაბალ ტემპერატურაზე იყინება, ვიდრე სუფთა გამხსნელი.

56-ე ცხრილი გვიჩვენებს, თუ რამდენად კარგად ეთანხმება თეორიული ფორმულები ექსპერიმენტის შედეგებს. ΔT გამოთვლილია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც გამხსნელის 1000 გრამში გახსნილია ნივთიერების ერთი გრამმოლეკულა. უნდა აღინიშნოს, რომ არც წნევის დაწევა და არც დუღილისა და გამყარების ტემპერატურათა ცვლილება არ არის დამოკიდებული გახსნილი ნივთიერების გვარობაზე. რასაკვირველია, ყველა ეს შედეგი მართებულია მხოლოდ გახსნილი ნივთიერების მცირე კონცენტრაციებისათვის.

ცხრილი 56

გამხსნელი	ΔT გამყარების		ΔT დუღილის	
	გაზ.	გამ.	გაზ.	გამ.
ანილინი	5,87	6,76	3,69	3,65
ბენზოლი	5,12	5,07	2,57	2,61
ბრომი	9,71	8,67	5,2	5,1
წყალი	1,860	1,859	0,511	0,512

როგორც წნევის დაწევა, ისე დუღილისა და დნობის ტემპერატურათა ცვლილება შეიძლება გამოვიყენოთ კონცენტრაციის გამოსათვლელად. ეს კი საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ გასახსნელი ნივთიერების მოლეკულური წონა (μ_2), თუ ცნობილია გამხსნელის მოლეკულური წონა (μ_1) და გამხსნელის და გასახსნელი ნივთიერების მასები (m_1 და m_2). მართლაც, განსაზღვრის თანახმად:

$$c=\frac{n_2}{n_1+n_2},$$

სადაც n_1 და n_2 გამხსნელის და გახსნილი ნივთიერების მოლების რიცხვია ხსნარში. მეორე მხრივ, $n_1=\frac{m_1}{\mu_1}$ და $n_2=\frac{m_2}{\mu_2}$ წინა ფორმულაში ჩასმა და μ_2-ის გამოთვლა გვაძლევს:

$$\mu_2=\mu_1\frac{m_2}{m_1}\frac{1-c}{c}.$$

მოლეკულური მასის (წონის) გამოსათვლელად განსაკუთრებით ხშირად იყენებენ დულულისა და გამყარების ტემპერატურათა ცვლილებას.

§ 87. გახსნილი ნივთიერების განაწილება ორ სხვადასხვა გამხსნელს შორის

ვთქვათ, გვაქვს სპირტის ხსნარი წყალში. დავუმატოთ ამ ხსნარს ბენზოლი, რომელიც, როგორც ცნობილია, სრულებით არ იხსნება წყალში. მაშინ სპირტის ნაწილი წყლიდან ბენზოლში გადავა და მივიღებთ სხვადასხვა კონცენტრაციის ორ ხსნარს: ერთი იქნება სპირტის ხსნარი წყალში, მეორე კი—სპირტის ხსნარი ბენზოლში. როგორც ვხედავთ, გახსნილი ნივთიერება (სპირტი) ნაწილდება ერთიმეორეში უხსნად ორ გამხსნელში. გამოვარკვიოთ, თუ რაზეა დამოკიდებული ამ განაწილების ხასიათი, ე. ი. როგორია სხვადასხვა გამხსნელში კონცენტრაციათა შეფარდება იმ შემთხვევაში, როდესაც დამყარებულია წონასწორობა (გახსნილი ნივთიერების განაწილება გამხსნელებს შორის დამთავრებულია). ისევ გამოვიყენოთ ზემოთ გამოყვანილი წონასწორობის პირობა — ამ შემთხვევაში გახსნილი ნივთიერების კუთრ თერმოდინამიკურ პოტენციალთა ტოლობა. თუ პირველ და მეორე ხსნარში კონცენტრაციებს c_1-ით და c_2-ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$\varphi'_1=RT\ln c_1+\Psi_1(p,T),$$
$$\varphi'_2=RT\ln c_2+\Psi_2(p,T).$$

მათი გატოლება მოგვცემს:

$$RT\ln\frac{c_1}{c_2}=\Psi_2-\Psi_1,$$

საიდანაც:

$$\frac{c_1}{c_2}=e^{\frac{\Psi_2-\Psi_1}{RT}}. \qquad (XI,20)$$

ამ ტოლობის მარჯვენა მხარე მხოლოდ ტემპერატურისა და წნევის ფუნქციაა. აქედან ვღებულობთ განაწილების კანონს: ორ გამხსნელში გახსნილი ნივთიერების კონცენტრაციათა შეფარდება არ არის დამოკიდებული გამხსნელისა და გახსნილი ნივთიერების რაოდენობაზე. თუ, მაგალითად, ზემოთ მოყვანილი მაგალითის შემთხვევაში დავუმატებთ წყალს, ე. ი. სპირტის წყალში ხსნარის კონცენტრაციას შევამცირებთ, სპირტის ნაწილი ბენზოლის ხსნარიდან წყლის ხსნარში გადმოვა, რაც გამოიწვევს ბენზოლის ხსნარის კონცენტრაციის შემცირებას. სპირტი ისე განაწილდება წყალსა და ბენზოლს შორის, რომ კონცენტრაციათა შეფარდება მუდმივი დარჩება.

ასეთსავე თვისებას გვიჩვენებს სისტემა, რომელიც შედგება გაზისა და ამ გაზის ხსნარისაგან სითხესა ან მყარ სხეულში. რაც უფრო მეტია გაზის წნევა (რომელიც მოცულობის ერთეულში მყოფ მოლეკულათა რიცხვის, ე. ი. კონცენტრაციის პროპორციულია), მით უფრო მეტი რაოდენობით იხსნება იგი სითხეში ან მყარ სხეულში. თუ გაზის კონცენტრაციას ხსნარში c-თი აღვნიშნავთ და გაზის წნევას ხსნარზე p-თი, მივიღებთ:

$$c = \text{const} \cdot p, \qquad \text{(XI,21)}$$

გაზის გახსნის დროს ხსნარის კონცენტრაცია გაზის წნევის პროპორციულია. ეს კანონი ინგლისელმა ფიზიკოსმა ჰენრიმ აღმოაჩინა 1803 წელს ექსპერიმენტულად და ამიტომ ის ჰენრის კანონის სახელწოდებითაა ცნობილი.

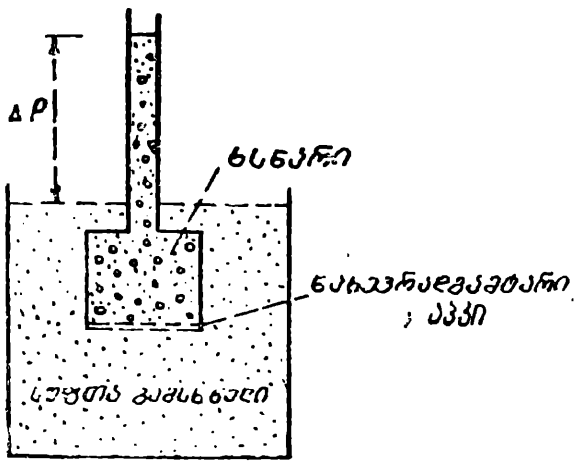
როგორც განაწილების ზოგადი კანონი, ისე ჰენრის კანონი მართებულია მხოლოდ სუსტი ხსნარებისათვის. გარდა ამისა, მხედველობაში მისაღებია მოლეკულების დისოციაცია ან ასოციაცია, ვინაიდან მათი არსებობისას ზემომოყვანილ კანონებში გარკვეული შესწორებების შეტანაა საჭირო. გაზის გახსნა სითხესა ან მყარ სხეულში არ უნდა ავურიოთ ადსორბციასთან, რომელიც მდგომარეობს გაზის თხელი ფენის წარმოშობაში სითხის ან მყარი სხეულის ზედაპირზე. გახსნის დროს კი გაზი გამხსნელის მთელ მოცულობაში ნაწილდება და ხშირად ქიმიურ ნაერთსაც იძლევა. განსაკუთრებით საინტერესოა წყალბადის გახსნა პალადიუმში. პალადიუმის მაეთული ატმოსფერული წნევის პირობებში შთანთქავს ისეთი რაოდენობით წყალბადს, რომლის მოცულობა დაახლოებით 1000-ჯერ მეტია, ვიდრე თვით პალადიუმის მოცულობა. ასევე, კაუჩუკი ძლიერად შთანთქავს ნახშირორჟანგს, წყალიც შთანთქავს ჰაერსა და მის შემადგენელ სხვადასხვა გაზს, და გახსნილი გაზის რაოდენობა იზრდება წნევის გადიდებისას. გაზების სითხეში ან

მყარ სხეულში ხსნადობა საზოგადოდ კლებულობს ტემპერატურის გაზრდისას, ე. ი. ხსნარის გათბობა მასში გახსნილი გაზის გამოყოფას იწვევს. მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც ხსნადობა იზრდება ტემპერატურის გაზრდისას.

გაზის გახსნას სითხეში ან მყარ სხეულში ყოველთვის თან სდევს ადსორბცია, სახელდობრ, პირველ მომენტში ხდება გაზის ადსორბცია, ე. ი. მისი კონცენტრაცია გამხსნელის ზედაპირზე, ხოლო შემდეგ, დიფუზიის შედეგად, იგი შედის გამხსნელის შიგნით და გვაძლევს ხსნარს.

§ 88. ოსმოსური წნევა

ეს მოვლენა პირველად 1748 წელს შეამჩნია ნოლემ. ჭურჭელში, რომლის ფსკერი ცხოველის ბუშტისაგან იყო გაკეთებული, მან შაქრის ხსნარი ჩაასხა, და ეს ჭურჭელი სუფთა წყალში მოათავსა ისე, რომ ბუშტი ხსნარს წყლისაგან ყოფდა (ნახ. 149). მან

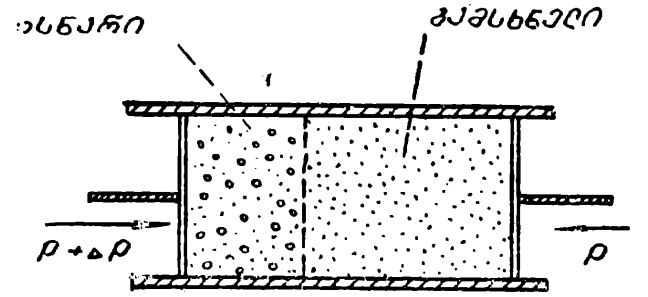


ნახ. 149.

შეამჩნია, რომ წყალი გავიდა ბუშტში და ხსნარის დონემ აიწია. ამ შემთხვევაში ბუშტი ნახევრად განვლადი აპკის როლს ასრულებს, ვინაიდან გახსნილი ნივთიერების მოლეკულები მასში ვერ გადის. თავისუფლად გადის მხოლოდ გამხსნელი (ამ შემთხვევაში წყალი). ხსნარის დონე გარკვეულ სიმაღლემდე აიწევს, რის შემდეგ დამყარდება წონასწორობა. სითხის გავლას ნახევრად განვლად აპკში ოსმოსი ეწოდება.

მთელი ამ პროცესის ნათლად წარმოსადგენად მოვახდინოთ

შემდეგი ცდა (სიმძიმის ძალა უგულებელყოფილია). ჭურჭელი, რომლის ორივე ღია ბოლო დგუშებით არის დახურული, გავყოთ ნახევრად განვლადი კედლით (ამ კედელს ჩვეულებრივად ამზადებენ ან ცხოველის აპკისაგან ან ფორებიანი თიხისაგან, რომლის ფორები რაიმე კოლოიდური დანალექით არის ამოვსებული). ერთ ნაწილში მოვათავსოთ სუფთა გამხსნელი, რომელიც თავისუფლად გადის კედელში, ხოლო მეორე ნაწილში — აპკში არაგანვლადი ნივთიერების ხსნარი (ნახ. 150). ჩვენ დავინახავთ, რომ სუფთა გამხსნელსა და ხსნარს შორის წონასწორობა მხოლოდ მაშინ დამყარდება, თუ ხსნარზე წნევა მეტი იქნება, ვიდრე სუფთა გამხსნელ-



ნახ. 150.

ზე. იმ ზედმეტ წნევას, რომლითაც უნდა ვიმოქმედოთ ხსნარზე, რათა იგი წონასწორობაში იყოს გამხსნელთან, ოსმოსური წნევა ეწოდება.

ოსმოსური წნევის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ზემოთ გამოყვანილი წონასწორობის პირობები. ვინაიდან ნახევრად განვლად კედელში მხოლოდ გამხსნელის მოლეკულებს შეუძლია გავლა, წონასწორობის მდგომარეობაში სუფთა გამხსნელიდან ხსნარში გადასულ მოლეკულათა რიცხვი ხსნარიდან სუფთა გამხსნელში გადასულ მოლეკულათა რიცხვის ტოლი უნდა იყოს. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ტოლი უნდა იყოს გამხსნელის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალები ხსნარში და სუფთა გამხსნელში. თუ სუფთა გამხსნელისათვის კუთრი პოტენციალი $\varphi_0(p,T)$-ს ტოლია, გამხსნელის კუთრი პოტენციალი ხსნარში $\varphi_0(p,T) - RTc$-ს ტოლი იქნება, სადაც c ხსნარის კონცენტრაციაა. ვთქვათ, ხსნარს და გამხსნელს ერთი და იგივე ტემპერატურა აქვს. მაშინ, ცხადია, რომ მათ არ შეიძლება ერთი და იგივე წნევა ჰქონდეს. მართლაც, თუ c ნული-

საგან განსხვავდება, შეუძლებელია $\varphi_0(p, T)$ $\varphi_0(p, T) - RTc$-ს ტოლი იყოს. მაშასადამე, ხსნარისათვის და სუფთა გამხსნელისათვის p-ს სხვადასხვა მნიშვნელობა უნდა ჰქონდეს. აღვნიშნოთ სუფთა გამხსნელის წნევა p_0-ით, ხოლო ხსნარის წნევა $\overline{p_1}$-ით. $\overline{p_1} - p_0 = \Delta p$ არის სწორედ ხსნარის ოსმოსური წნევა. მის გამოსათვლელად დავწეროთ წონასწორობის პირობა:

$$\varphi_0(p_1 T) - RTc = \varphi_0(p_0, T),$$

აქედან მივიღებთ:

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_0(p_1 T) - \varphi_0(p_0 T) = RTc. \qquad \text{(XI,22)}$$

მაგრამ $\Delta\varphi_0$, ე. ი. წნევის Δp ცვლილებით გამოწვეული ცვლილება კუთრი პოტენციალისა $v_0\Delta p$-ს ტოლია, სადაც v_0 გამხსნელის კუთრი (მოლური) მოცულობაა. წინა განტოლებაში ჩასმა და Δp-ს გამოთვლა გვაძლევს:

$$\Delta p = \frac{RT}{v_0} c. \qquad \text{(XI,23)}$$

თუ გახსნილი ნივთიერების მოლების რიცხვს n-ით აღვნიშნავთ, ხოლო გამხსნელის მოლების რიცხვს n_0-ით, c-სათვის გვექნება: $c = \frac{n}{n_0 + n} \approx \frac{n}{n_0}$, ვინაიდან სუსტი ხსნარებისათვის $n < n_0$. Δp-ს გამოსახულებაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\Delta p = \frac{nRT}{n_0 v_0}.$$

მაგრამ $n_0 v_0$ არის გამხსნელის მოცულობა ხსნარში ან, რაც იგივეა, ხსნარის სრული V მოცულობა. ამიტომ ოსმოსური წნევისათვის საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\Delta p = \frac{nRT}{V} = \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}, \qquad \text{(XI,24)}$$

სადაც M და μ გახსნილი ნივთიერების მასა და მოლეკულური მასაა.

მიღებული ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ოსმოსური წნევა იმ წნევის ტოლია, რომელიც ექნებოდა გახსნილ ნივთიერებას იდეალური გაზის მდგომარეობაში. ამ კანონს ვანტჰოფის კანონი ეწოდება.

განვიხილოთ მიღებული შედეგი კინეტიკური თეორიის თვალსაზრისით, მით უმეტეს, რომ ამ მხრივ ლიტერატურაში მრავალი

გაუგებრობა გვხვდება. ხშირად ამბობენ, რომ ოსმოსური წნევა ის წნევაა, რომელსაც ნახევრად განვლად აპკზე ახდენს გახსნილი ნივთიერების მოლეკულები და თვით გახსნილი ნივთიერების მდგომარეობას ხსნარში იდეალური გაზის მდგომარეობად წარმოადგენენ. მაგრამ ოსმოსური წნევის ასეთი გაგება სრულებით არ არის სწორი, ვინაიდან წნევა ჰურჭლის კედლებზე და ნახევრად განვლად აპკზე ძირითადი გამხსნელის მოლეკულებით არის გამოწვეული. ცნობილია, რომ ოსმოსური წნევა ხშირად რამდენიმე ათეულ ატმოსფეროს აღწევს, და, რომ იგი გახსნილი ნივთიერების მოლეკულების კედელზე დაჯახებით იყოს გამოწვეული, ჩვეულებრივი ჰურჭელი ასეთ წნევას ვერ გაუძლებდა. ოსმოსური წნევის მექანიზმის ნათლად წარმოსადგენად დავუშვათ, რომ ნახევრად განვლადი აპკის ორივე მხარეს სუფთა გამხსნელია. ამ შემთხვევაში ერთი მხრიდან მეორე მხარეს იმდენი მოლეკულა გადავა, რამდენიც მეორე მხრიდან პირველ მხარეს. გავხსნათ ახლა აპკის ერთ მხარეს რაიმე ნივთიერება. გახსნის შედეგად აპკის ამ მხარეს გამხსნელის მოლეკულებს შორის მანძილი საშუალოდ გაიზრდება, ე. ი. მოცულობის ყოველ ერთეულში გამხსნელის მოლეკულების ნაკლები რიცხვი იქნება, ვიდრე გახსნამდე იყო. ამის გამო ამ მხრიდან მეორე, ე. ი. სუფთა გამხსნელის მხრისაკენ მოლეკულების ნაკლები რიცხვი გადავა, ვიდრე წინათ. წონასწორობა გამხსნელის მიმართ დაირღვევა და მის აღსადგენად მოგვიხდება ხსნარის შეკუმშვა იმისათვის, რომ გაიზარდოს ხსნარიდან სუფთა გამხსნელში გადასული მოლეკულების რიცხვი და ისეთივე გახდეს, როგორიც გახსნამდე იყო. სწორედ იმ დამატებით წნევას, რომლითაც უნდა შეიკუმშოს ხსნარი, რათა დამყარდეს წონასწორობა სუფთა გამხსნელთან, ეწოდება ოსმოსური წნევა. განსაკუთრებით იმ გარემოებას უნდა მიექცეს ყურადღება, რომ ოსმოსური წონასწორობა ნიშნავს წონასწორობას გამხსნელის მიმართ.

ყოველივე ზემოთქმული სავსებით ეთანხმება ვანტჰოფის კანონის გამოყვანას. სუფთა გამხსნელისათვის კუთრი პოტენციალი არის $\varphi_0(p_0T)$. გახსნის შედეგად აპკის ერთ მხარეს გამხსნელის პოტენციალი RTc სიდიდით შემცირდა (ეს ნიშნავს ხსნარიდან სუფთა გამხსნელში გარდამავალ მოლეკულათა რიცხვის შემცირებას)[1]. წონასწორობის აღსადგენად უნდა გავზარდოთ წნევა ხსნარ-

[1] არ უნდა გვეგონოს, რომ პირველი ფაზიდან მეორეში გარდამავალი მოლეკულების რიცხვი პირველი ფაზის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალის ტოლია. ამ სიდიდეთა შორის კავშირი საკმაოდ რთული ხასიათისაა. მიუხედავად

ზე, რაც გამოიწვევს φ_0 პოტენციალის გადიდებას. $v_0\Delta p$-ს ტოლმა ამ გადიდებამ უნდა გააბათილოს გახსნით გამოწვეული შემცირება. აქედან ვღებულობთ ვანტჰოფის კანონს ოსმოსური წნევისათვის.

57-ე ცხრილში მოყვანილია შაქრის ხსნარის ოსმოსური წნევის გაზომვის შედეგები. როგორც ვხედავთ, (XI,24) ფორმულით გამოთვლილი მნიშვნელობა კარგად თანხვდება ექსპერიმენტულ მნიშვნელობას.

უნდა აღინიშნოს, რომ ვანტჰოფის კანონის გამოყვანისას ჩვენ დავუშვით, რომ გასახსნელი ნივთიერების მოლეკულა არ იცვლება გახსნის შედეგად. მაგრამ ძალიან ხშირად, განსაკუთრებით მარილების, მჟავებისა და ფუძეების გახსნისას, ხდება გასახსნელი ნივთიერების მოლეკულათა დისოციაცია — შემადგენელ ნაწილებად დაშლა, რაც იწვევს გახსნილი ნივთიერების ნაწილაკთა რიცხვის ზრდას ან, რაც იგივეა, მოლეკულური მასის შემცირებას. აქედან ცხადია, რომ ასეთი ნივთიერების ოსმოსური წნევა არ იქნება გამოხატული (XI,24) ფორმულით, თუ μ-დ მივიღებთ გასახსნელი ნივთიერების მოლეკულურ მასას გახსნამდე. ასეთ შემთხვევაში ოსმოსური წნევის გამომსახველ ფორმულაში საჭირო ხდება დისოციაციის ხარისხის მაჩვენებელი კოეფიციენტების შეტანა. ასეთივე კოეფიციენტი უნდა შევიტანოთ დუღილის ტემპერატურის აწევისა და დნობის ტემპერატურის დაწევის ფორმულებში. დავამზადოთ, მაგალითად, შაქრისა და მარილმჟავის (HCl) ხსნარები: წყლის თითო ლიტრში გაეხსნათ შაქრისა და მარილმჟავის გრამმოლეკულა (342 გრამი შაქარი და 36,5 გრამი HCl). ორივე ხსნარისათვის უნდა მიგვეღო გამყარების ტემპერატურის ერთი და იგივე დაწევა — 1,85°-ის ტოლი. მაგრამ ცდა გვიჩვენებს, რომ მარილმჟავის შემთხვევაში ეს დაწევა იქნება —3,7°, ე. ი. დაახლოებით ორჯერ მეტი, ვიდრე უნდა ყოფილიყო ხსნარ-

ცხრილი 57

შაქრის მასა (გ) 100000 გ წყალში	Δp ატმ. გაზომ.	Δp ატმ. გამოთვ.
202	15,59	15,48
370	29,78	29,72
569	47,88	48,81
820	73	84,9
1133	109,1	111,87

ამისა, შეიძლება ითქვას, რომ ორი ფაზის კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალების ტოლობა პირველი ფაზიდან მეორეში და მეორე ფაზიდან პირველში გარდამავალ მოლეკულათა რიცხვების ტოლობას ნიშნავს (ერთი და იმავე ტემპერატურის პირობებში). აგრეთვე პირველი ფაზიდან მეორე ფაზაში გარდამავალ მოლეკულათა რიცხვის შემცირება ნიშნავს პირველი ფაზის კუთრი პოტენციალის შემცირებას.

ში HCl-ის მოლეკულების შემთხვევაში. ეს იმის მაჩვენებელია, რომ გახსნის შედეგად HCl-ის მოლეკულა წყალბადისა და ქლორის იონებად დაიშალა, ასე რომ, თავისუფლად მოძრავ ნაწილაკთა რიცხვი ორჯერ გაიზარდა. რასაკვირველია, არ არის აუცილებელი, რომ გახსნილი ნივთიერების ყოველი მოლეკულა დაიშალოს იონებად; შეიძლება მხოლოდ გარკვეული ნაწილი დაიშალოს (სტატისტიკურად).

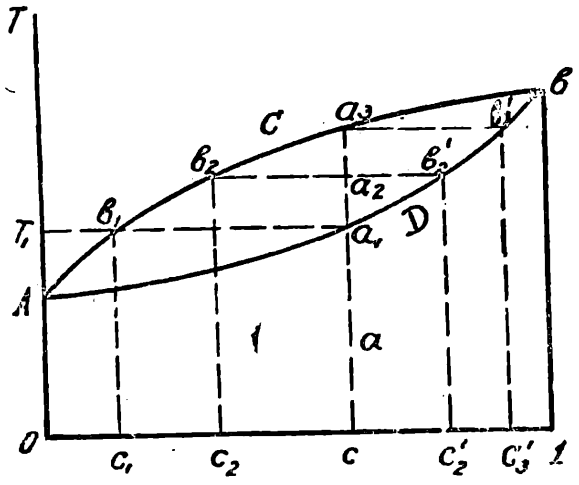
§ 89. ხსნადობის დამოკიდებულება წნევასა და ტემპერატურაზე. სხვადასხვა ტიპის ხსნარები

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, თხევადი და მყარი ხსნარები ძალიან რთული და მრავალფეროვანი თვისებებით ხასიათდება. ზოგი ნივთიერება მხოლოდ გარკვეულ რაოდენობამდე იხსნება ერთიმეორეში და მათი ხსნადობა გათბობისას იზრდება. ამავე დროს გვხვდება ნივთიერებანი, რომლებიც მთლიანად, ე. ი. ნებისმიერი რაოდენობით, იხსნება ერთიმეორეში. ხშირად ხსნადობა მცირდება ტემპერატურის ზრდის დროს. არის შემთხვევა, როდესაც თხევადი ხსნარის გამყარებისას მყარი ფაზა სუფთა ნივთიერებათა კრისტალების მექანიკური ნარევია, ე. ი. მყარ მდგომარეობაში ხსნარი არ არის, და ამავე დროს მრავალი შემთხვევაა ისეთიც, როდესაც მყარი ფაზა მყარ ხსნარს წარმოადგენს. რასაკვირველია, შეუძლებელია ყველა ამ მრავალნაირი შემთხვევის ახსნა, მით უმეტეს, რომ სითხისა და მყარი სხეულის მოლეკულების მოძრაობა და ურთიერთქმედება საკმაოდ რთული ხასიათისაა. ამიტომ ჩვენ დავკმაყოფილდებით სხვადასხვა ტიპური შემთხვევის აღწერით და კლასიფიცირებით, რისთვისაც მდგომარეობათა დიაგრამას გამოვიყენებთ.

ორკომპონენტიანი ხსნარის მდგომარეობა სამი სიდიდით ხასიათდება: ტემპერატურით, წნევითა და შედგენილობით. ამიტომ, ხსნარის მდგომარეობის გეომეტრიულად გამოსახვისათვის საჭიროა სამგანზომილებიანი დიაგრამის გამოყენება. მაგრამ, ჩვეულებრივად იყენებენ ბრტყელ დიაგრამას, რომელზედაც ღერძებზე გადაზომილია ან შედგენილობა და წნევა ან შედგენილობა და ტემპერატურა. ვინაიდან თხევადი და მყარი ფაზის მდგომარეობაზე წნევის ცვლა მცირე გავლენას ახდენს, უფრო ხელსაყრელია ტემპერატურისა და შედგენილობის დიაგრამა გამოვიყენოთ. ხსნარის შედგენილობას ჩვენ დავახასიათებთ რომელიმე ერთი, მაგალითად, პირველი კომპონენტის c კონცენტრაციით; მაშინ მეორე კომპონენტის კონ-

ცენცენტრაცია 1—c იქნება. ცხადია, რომ c იცვლება 0-დან ერთამდე. კონცენტრაცია აბსცისთა ღერძზე გადავზომოთ, ტემპერატურა კი ორდინატთა ღერძზე.

ა) გაზური და თხევადი ხსნარების წონასწორობის დიაგრამა. დავუშვათ, რომ თხევად მდგომარეობაში ნივთიერებანი მთლიანად იხსნება ერთიმეორეში (ისევე, როგორც გაზურ მდგომარეობაში). ამ შემთხვევის სათანადო მდგომარეობის დიაგრამა 151-ე ნახაზზეა მოყვანილი. A წერტილი გამონახავს სუფთა მეორე ნივთიერების



ნახ. 151.

(პირველი ნივთიერების c კონცენტრაცია ნულია) თხევად და გაზურ ფაზათა წონასწორობას. ასევე B წერტილი პირველი ნივთიერების ($c=1$) თხევად და გაზურ ფაზათა წონასწორობის გამომსახველია. ACB მრუდის ზემოთ მდებარე ყოველი წერტილი მხოლოდ გაზური ფაზის მდგომარეობას გამოსახავს, ADB მრუდის ქვევით მდებარე წერტილები კი — თხევადი ხსნარის მდგომარეობას. ACB და ADB მრუდებს შორის მდებარე არე არაერთგვაროვან მდგომარეობას ეთანადება, ე. ი. ისეთ მდგომარეობას, როდესაც ჭურჭელში გვაქვს როგორც თხევადი, ისე გაზური ხსნარი. მაგალითად, a_2 წერტილი გამოსახავს ისეთ მდგომარეობას, როდესაც ჭურჭელში წონასწორობაშია თხევადი ხსნარი c'_2 კონცენტრაციით და გაზური ხსნარი c_2 კონცენტრაციით. როგორც ვხედავთ, წონასწორობაში მყოფი თხევადი და გაზური ხსნარი სხვადასხვა შედგენილობისაა. იმავე დროს დიაგრამა გვიჩვენებს, რომ გარკვეული შედგენილობის გაზური ხსნარი კონდენსაციას იწყებს უფრო

მაღალ ტემპერატურაზე, ვიდრე დუღს იმავე შედგენილობის თხევადი ხსნარი. კონდენსაციისა და დუღილის პროცესის უფრო ნათლად წარმოსადგენად დავუშვათ, რომ გვაქვს a წერტილით გამოსახული c კონცენტრაციის თხევადი ხსნარი. დავიწყოთ მისი გათბობა. როდესაც ტემპერატურა T_1-ს მიაღწევს, დაიწყება დუღილი და გაჩნდება c_1 კონცენტრაციის გაზური ხსნარი (a_1 და b_1 წერტილები). შემდგომი გათბობა მიგვიყვანს a_2 წერტილამდე, რომელიც გვიჩვენებს, რომ გვექნება c'_2 კონცენტრაციის თხევადი ხსნარი (b'_2 წერტილი) და c_2 კონცენტრაციის გაზური ხსნარი (b_2 წერტილი). როდესაც a_3 წერტილს მივაღწევთ, მივიღებთ იმავე c კონცენტრაციის გაზურ ხსნარს, ხოლო თხევადი ხსნარი აღარ იქნება (მოსპობის მომენტში მას ექნება c'_2 კონცენტრაცია — b'_3 წერტილი). შემდგომი გათბობა მხოლოდ გაზური ხსნარის გათბობის მაჩვენებელი იქნება.

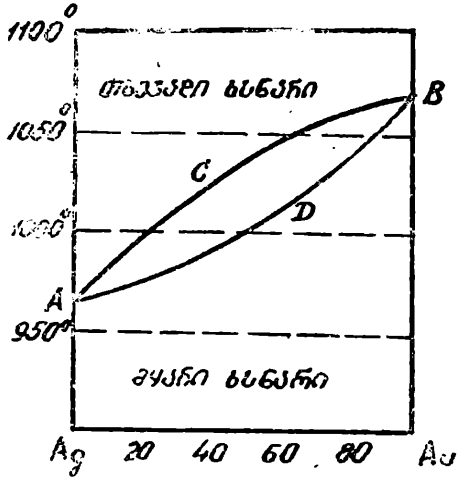
ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ რომელიმე, მაგალითად, a_2 წერტილით გამოსახულ არაერთგვაროვან მდგომარეობაში თხევადი და გაზური ხსნარების რაოდენობა დუღილის და კონდენსაციის მრუდების გადაკვეთამდე გავლებული მონაკვეთების— $a_2b'_2$ და a_2b_2-ის უკუპროპორციულია.

ექსპერიმენტულმა გამოკვლევამ გვიჩვენა, რომ თხევადი ხსნარების უმრავლესობა 151-ე ნახაზზე მოყვანილი დიაგრამით ხასიათდება, მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც დუღილის (კონდენსაციის) ტემპერატურა მაქსიმალურია ან მინიმალური არა სუფთა ნივთიერებათათვის, როგორც ეს ზემოაღწერილ შემთხვევაშია, არამედ რომელიღაც გარკვეული კონცენტრაციის ხსნარისათვის. ასეთია, მაგალითად, შემთხვევები: წყლისა და ეთილის სპირტის ხსნარისა (დუღილის მინიმალური ტემპერატურა), წყლისა და აზოტმჟავის ხსნარისა (დუღილის მაქსიმალური ტემპერატურა). მაგალითად, უკანასკნელ შემთხვევაში არსებობს ხსნარი (32% წყალი, 68% აზოტმჟავა), რომელიც ცელსიუსის 120°-ზე დუღს, მაშინ, როდესაც სუფთა წყლისა და სუფთა აზოტმჟავის დუღილის ტემპერატურებია სათანადოდ 100° და 86°. ასეთი ხსნარების მდგომარეობის დიაგრამა უფრო რთულია, ვიდრე ზემომოყვანილი დიაგრამა, და მათ არ გავარჩევთ.

იმ გარემოებაზე, რომ გაზური ხსნარის კონცენტრაცია განსხვავდება თხევადი ხსნარის კონცენტრაციისაგან, დამყარებულია ფრაქციული გამოხდის პრაქტიკული მეთოდი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ხსნარიდან სუფთა ნივთიერებანი მივიღოთ.

ბ) თხევადი და მყარი ხსნარების წონასწორობის დიაგრამა იმ შემთხვევაში, როდესაც როგორც თხევად, ისე მყარ მდგომარეობაში ნივთიერებანი მთლიანად იხსნება ერთიმეორეში.

ეს შემთხვევა არ განსხვავდება წინა შემთხვევისაგან. მდგომარეობის დიაგრამა იმავე სახის მრუდებით გამოიხატება, მხოლოდ ზედა მრუდი ახლა იქნება გამყარების მრუდი (მის ზემოთ მდებარე წერტილები თხევადი ფაზის მდგომარეობას გამოხატავს), ხოლო ქვედა მრუდი—დნობის მრუდი. მათ შორის არე ისევე არაერთგვაროვანი მდგომარეობის გამომსახველია. ამ შემთხვევაშიაც წონასწორობაში მყოფი თხევადი და მყარი ხსნარი სხვადასხვა შედგენილობისაა და ერთი და იმავე შედგენილობის მყარი და თხევადი ხსნარი სხვადასხვა ტემპერატურაზე დნება და მყარდება. ასეთია, მაგალითად, ვერცხლისა და ოქროს შენადნობი, სპილენძისა და ნიკელის შენადნობი და სხვ. (ნახ. 152).



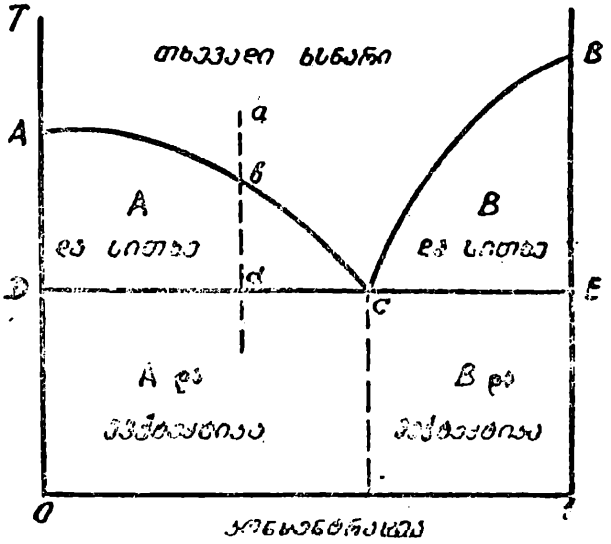
ნახ. 152.

გ) თხევადი და მყარი ხსნარის მდგომარეობის დიაგრამა იმ შემთხვევაში, როდესაც თხევად მდგომარეობაში ნივთიერებანი მთლიანად იხსნება, ხოლო მყარ მდგომარეობაში სრულებით არ იხსნება ერთიმეორეში.

ამ შემთხვევის სათანადო მდგომარეობის დიაგრამა 153-ე ნახაზზეა ნაჩვენები. აბსცისთა ღერძზე B კომპონენტის კონცენტრაციაა გადაზომილი. A წერტილი სუფთა A კომპონენტის დნობის მდგომარეობას ეთანადება, B წერტილი კი სუფთა B კომპონენტის დნობის მდგომარეობას. A კომპონენტისადმი B კომპონენტის მცირე რაოდენობით დამატება იწვევს მისი დნობის ტემპერატურის დაწევას, რაც AC მრუდითაა გამოსახული. აგრეთვე BC მრუდი გამოსახავს B კომპონენტის დნობის ტემპერატურის დაწევას, მასში A კომპონენტის გახსნის შედეგად.

ავიღოთ თხევადი ხსნარი, რომლის მდგომარეობა a წერტილითაა გამოსახული, და დავიწყოთ მისი გაცივება. ხსნარის მდგომარეობა შეიცვლება abd პუნქტირული ხაზის გასწვრივ. b წერტილის

მიღწევისას ხსნარიდან დაიწყება სუფთა A კომპონენტის გამოყოფა, ხოლო თვით თხევადი ხსნარი A კომპონენტით ღარიბდება, ე. ი. მისი მდგომარეობის გამომსახველი წერტილი AC მრუდზე იმოძრავებს c წერტილისაკენ. d წერტილის მიღწევისას B კომპონენტიც გამყარდება და მივიღებთ A და B კომპონენტების კრისტალების მექანიკურ ნარევს. ამ მომენტში სისტემა შემდგარი იქნება სუფთა A ნივთიერების დიდი კრისტალებისაგან, რომლებიც d წერტილის მიღწევამდე გამოიყვნენ A და B ნივთიერებათა მცირე მიკროსკოპული კრისტალების მექანიკური ნარევისაგან. ეს უკანასკნელი ნარევი წარმოიშვა c წერტილის სათანადო კონცენტრაციის მქონე



ნახ. 153.

თხევადი ხსნარის გამყარების შედეგად. მას ევტექტიკა ეწოდება. როგორც ვხედავთ, ევტექტიკა არ არის მყარი ხსნარი; იგი ცალკეულ ნივთიერებათა მიკროსკოპული კრისტალების მექანიკური ნარევია.

ასეთსავე შედეგს მივიღებთ, თუ დავიწყებთ a_1 წერტილით გამოსახული თხევადი ხსნარის გაცივებას. მხოლოდ ამ შემთხვევაში ჯერ დაიწყება B კომპონენტის კრისტალების გამოყოფა და d_1 წერტილის მიღწევისას მივიღებთ B კომპონენტის კრისტალებისაგან შემდგარ სისტემას და ისევ c წერტილის სათანადო ევტექტიკას.

მხოლოდ ევტექტიკის მიღება მაშინ შეიძლება, თუ თავიდანვე c კონცენტრაციის (ე. ი. ევტექტიკის კონცენტრაციის) თხევად

ხსნარს ავიღებთ. მისი გაცივება მიგვიყვანს c წერტილამდე და ამ მომენტში მთელი ხნარი გამყარდება ევქტექტიკის სახით—A და B ნივთიერებათა ცალკეული დიდი კრისტალების გამოყოფის გარეშე.

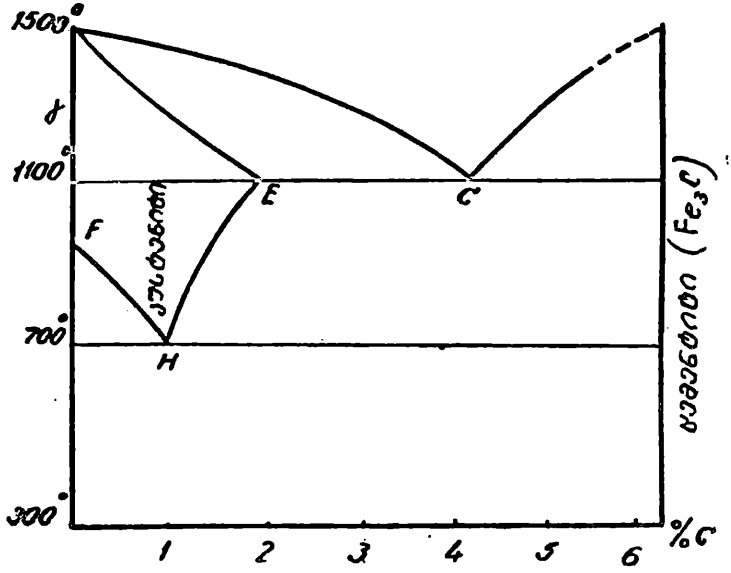
მოყვანილი დიაგრამა წმინდა სახით იშვიათად გვხვდება, ვინაიდან უფრო ხშირად ნივთიერებანი მყარ მდგომარეობაშიაც იხსნება ერთიმეორეში (ნაწილობრივ მაინც). ამიტომ ჩვეულებრივად ევქტექტიკა შედგება არა სუფთა ნივთიერებათა მცირე კრისტალებისაგან, არამედ სხვადასხვა კონცენტრაციის მყარი კრისტალებისაგან. სუფთა კრისტალებისაგან შემდგარი ევქტექტიკა მიიღება, მაგალითად, ტყვიისა და სურმის შენადნობის შემთხვევაში. მყარი ხსნარებისაგან შემდგარი ევქტექტიკის შემთხვევა უფრო ხშირია, ასეთია: ვერცხლისა და სპილენძის შენადნობი, ტყვია-კალას შენადნობი და სხვ.

როგორც ვხედავთ, ევქტექტიკური ხსნარი უფრო დაბალ ტემპერატურაზე მყარდება, ვიდრე სუფთა ნივთიერებანი. ეს გარემოება ხშირად გამოიყენება მაცივებელი ნარევის დასამზადებლად. მაგალითად, ჩვეულებრივი მარილის (NaCl) ხსნარი წყალში, რომელიც 23,6% მარილს შეიცავს,—22°C-ზე მყარდება. თუ ჩვენ დავამზადებთ ყინულისა და მარილის ასეთი შედგენილობის ნარევს, დაიწყება მათი გახსნა ერთიმეორეში. გახსნის დროს ტემპერატურა დაიწევს და ეს დაწევა მანამდე გაგრძელდება, სანამ არ იქნება მიღწეული ევქტექტიკური წერტილი. რასაკვირველია, მთელი ეს პროცესი ისე მარტივად არ მიმდინარეობს, როგორც აქ არის აღწერილი, ვინაიდან, ჩვეულებრივად, მყარი და თხევადი ფაზების გარდა, არსებობს წყლის ორთქლი, ე. ი. გაზური ფაზა, ასე რომ, საქმე გვაქვს ოთხი ფაზის (ყინული—მარილი—ხსნარი—ორთქლი) წონასწორობასთან. როდესაც ყინულის ხსნარისა და ორთქლისაგან შემდგარ სისტემას მარილს მივუმატებთ, ხსნარის კონცენტრაცია გაიზრდება, რაც გამოიწვევს ყინულის დნობას. თუ სისტემას გარედან სითბოს არ ვანიჭებთ, გადნობისათვის საჭირო სითბო თვით სისტემის ენერგიის ხარჯზე იქნება მიღებული, რაც, რასაკვირველია, გამოიწვევს ტემპერატურის დაწევას. ყველაზე უფრო დაბალი ტემპერატურა (ევქტექტიკის სათანადო) მიიღება ზემოთ მოყვანილი შედგენილობის (მარილის 23,6%) შემთხვევაში. კიდევ უფრო დაბალი დნობის ტემპერატურა (—55°C) მიიღება ქლოროვანი კალციუმის ყინულთან შერევით.

მყარი და თხევადი ხსნარების მდგომარეობათა დიაგრამები მარტო მოყვანილი სახეებით არ ამოიწურება. ჩვეულებრივად მათი სახეები საკმაოდ რთულია და ხშირად მარტივი სახეების კომბი-

ნაციას წარმოადგენს. განსაკუთრებით რთულია ლითონების შენადნობების მდგომარეობის დიაგრამები, სხვადასხვა მყარი მოდიფიკაციების არსებობის გამო. მათი შესწავლა და სხვადასხვა შედგენილობისა და აგებულების შენადნობების დამზადება ლითონმცოდნეობის ერთ-ერთი ძირითადი ამოცანაა, ვინაიდან მისი გადაწყვეტა ჩვენთვის საჭირო სხვადასხვა მექანიკური, სითბური და ელექტრული თვისებების მქონე შენადნობების აღმოჩენისა და გამოყენების საშუალებას გვაძლევს.

დ) ფოლადის დიაგრამა. განვიხილოთ რკინისა და ნახშირბადის ხსნარი (შენადნობი) როგორც ლითონური შენადნობის უმნიშვნელოვანესი მაგალითი. სათანადო დიაგრამა 154 ე ნახაზზეა ნაჩვენები. აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ნახშირბადის პროცენტული რაოდენობა, მარცხენა ორდინატთა ღერძი გამოსახავს სუფთა რკი-



ნახ. 154.

ნის სხვადასხვა მოდიფიკაციას. დაახლოებით 700°-მდე არსებულ მოდიფიკაციას α-რკინა ეწოდება. 700°-დან 900°-მდე არსებობს β-რკინა, რომელიც α რკინისაგან მხოლოდ მაგნიტური თვისებებით განსხვავდება. 900°-დან დაახლოებით 1400°-მდე გვაქვს γ რკინა, რომელიც შემდგომი გახურებით δ-რკინაში გადადის. უკანასკნელი ლღვება 1530°-ზე. ორდინატთა მარჯვენა ღერძზე გამოსახულია რკინისა და ნახშირბადის ქიმიური ნაერთის (ცემენტიტი—Fe_3C) მდგომარეობანი. A CB მრუდის ზემოთ თხევადი ხსნარის მდგომა-

რეობაა. AEHF არე გამოხატავს γ-რკინის და ნახშირბადის მყარი ხსნარის (აუსტენიტის) მდგომარეობებს. C წერტილი ევქტექტიკის წერტილია, რომელშიაც წონასწორობაშია თხევადი ხსნარი აუსტენიტი (E წერტილი) და ცემენტიტი (D წერტილი). ამ წერტილს ეთანადება 1130° ტემპერატურა და ნახშირბადის 3,4%-ის კონცენტრაცია. *H* წერტილში წონასწორობაშია α-რკინა, აუსტენიტი და ცემენტიტი. ამ წერტილს, რომელიც ევქტექტიკის *C* წერტილის მსგავსია, ევქტექტოიდის წერტილი ეწოდება, ვინაიდან, ნამდვილი ევქტექტიკის წერტილისაგან განსხვავებით, α-რკინასთან და ცემენტიტთან წონასწორობაშია არა თხევადი, არამედ მყარი შენადნობი (აუსტენიტი). ევქტექტოიდის წერტილის ქვემოთ წონასწორობაშია მხოლოდ ორი ფაზა — α-რკინა და ცემენტიტი, რომელნიც ევქტექტიკის სახით კრისტალდებიან. მიღებულ ევქტექტიკას, მისი შემადგენელი კრისტალების სიმცირის გამო, იხილავენ როგორც ერთგვაროვან ფაზას (სინამდვილეში იგი არის α-რკინის და ცემენტიტის მცირე კრისტალების მექანიკური ნარევი) და პერლიტს უწოდებენ.

მიღებული შენადნობები და ევქტექტიკები მექანიკური და სხვა ფიზიკური თვისებების მიხედვით მნიშვნელოვნად განსხვავდება ერთიმეორისაგან. თუ ნახშირბადის რაოდენობა 2%-ს არ აღემატება, მიღებული შენადნობები ჭედადია და მათ ფოლადი ეწოდება. ფოლადის ამ სახეობებს, რომელნიც ნახშირბადის 0,1%-ზე ნაკლებ რაოდენობას შეიცავს, ტექნიკური რკინა ეწოდება. თუ ნახშირბადის რაოდენობა 2%-ს აღემატება, შენადნობი კარგავს ჭედვით თვისებას, ვიღებთ ე. წ. თუჯს.

ჩვეულებრივ ტემპერატურამდე ნელი გაცივებით მიღებული შენადნობი სხვადასხვა სახისაა, იმისდა მიხედვით, თუ რა რაოდენობით არის მასში ნახშირბადი: 0,03%-მდე—α-რკინა ცემენტიტის ძარღვებით, 0,03%-დან 0,09%-მდე—α-რკინა პერლიტის ზრდადი რაოდენობით, 0,09%-სას—სუფთა პერლიტი (α-რკინისა და ცემენტიტის ევქტექტიკა), 0,09%-მდე—პერლიტი ცემენტიტით.

შენადნობების მოყვანილი სახეები მხოლოდ წონასწორულია, ე. ი. სტაბილური ფაზებია. ტექნიკური თვალსაზრისით კი უფრო მნიშვნელოვანია ის მეტასტაბილური სახეობანი, რომელნიც მაღალ ტემპერატურაზე სტაბილურ სახეობათა სწრაფი გაცივებით (წრთობით) მიიღებიან. მაგალითად, წრთობილი აუსტენიტი მეტასტაბილურ სახეობაში გადადის მარტენსიტში, რომელიც მაღალი სიმაგრითა და სიმყიფით ხასიათდება. დიდი სიმყიფის გამო უშუალოდ მისი გამოყენება შეუძლებელია. ამიტომაც მარტენსიტს მცირედ ათბობენ (წრთობილი ფოლადის მოშვება), რაც იწვევს მესრიდან

ნახშირბადის ატომების გამოსვლას და ცემენტიტის მცირე კრისტალების გაჩენას. მიღებული შენადნობი ტექნიკურად ხელსაყრელი თვისებებით ხასიათდება; მას აქვს მაღალი დრეკადობის ზღვარი, დიდი სიმაგრე და ამავე დროს საჭირო სიბლანტე, რათა შესაძლებელი იყოს მისი დამუშავება.

სწორედ ცოტათი მოშვებულ ამ მეტასტაბილურ სახეობებს იყენებენ ყველაზე ხშირად სხვადასხვა იარაღისა და კონსტრუქციის დასამზადებლად. ფოლადის თვისებები კიდევ უფრო უმჯობესდება სხვადასხვა ლითონის, განსაკუთრებით ნიკელის, ქრომის, ვოლფრამის, მოლიბდენის, მანგანუმის, და, ბოლო ხანებში, ალუმინის, მცირე რაოდენობის დამატებით. ამ საშუალებით მიიღება საუკეთესო საკონსტრუქციო, საიარაღე, ტრანსფორმატორული, არამაგნიტური და არაჟანგვადი ფოლადები.

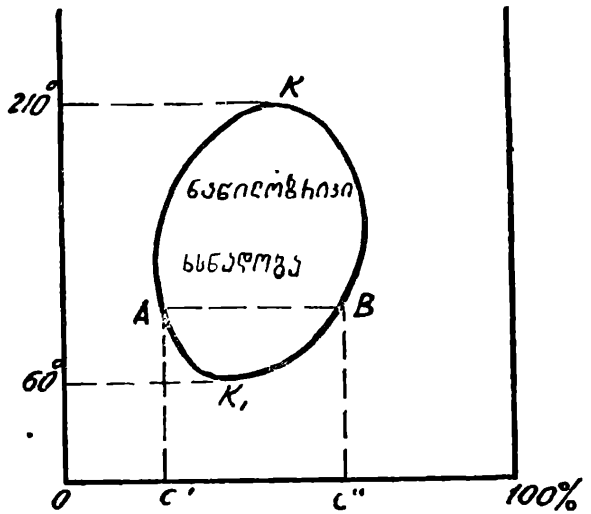
ე) **ორი თხევადი ხსნარის წონასწორობის დიაგრამა**. განვიხილოთ ორი სითხე, რომელნიც მხოლოდ ნაწილობრივ იხსნება ერთიმეორეში. ავიღოთ, მაგალითად, წყალი და ნიკოტინი. მათი შერევის შედეგად ოთახის ტემპერატურაზე მიიღება ნიკოტინის ხსნარი წყალში. ორივე ნივთიერება მთლიანად იხსნება ერთიმეორეში. დავიწყოთ ტემპერატურის გაზრდა. ცდა გვიჩვენებს, რომ როდესაც 60°-ს მივაღწევთ, ხსნარი ორ თხევად ხსნარად დაიშლება: ერთი იქნება ნიკოტინის ხსნარი წყალში, მეორე კი წყლის ხსნარი ნიკოტინში. ტემპერატურის შემდგომი აწევა თანდათან ამცირებს როგორც ნიკოტინის ხსნადობას წყალში, ისე წყლის ხსნადობას ნიკოტინში. გარკვეულ ტემპერატურაზე ხსნადობა მინიმალური გახდება, ე. ი. გვექნება მინიმალური კონცენტრაციის ორი ხსნარი. ტემპერატურის კიდევ უფრო გადიდება გამოიწვევს ხსნადობის ზრდას—ხსნარების კონცენტრაცია თანდათან უახლოვდება ერთიმეორეს და გარკვეულ ტემპერატურაზე—210°-ზე ხსნადობა სრული იქნება, ე. ი. წყალი და ნიკოტინი მთლიანად გაიხსნება ერთიმეორეში და გვექნება ერთი თხევადი ხსნარი. 210°-ზე უფრო მაღალ ტემპერატურებზე გვექნება მხოლოდ ერთი ხსნარი.

მთელი ეს პროცესი გამოსახულია 155-ე ნახაზზე. ჩაკეტილი მრუდის შიგნით მყოფი ყოველი წერტილი გამოსახავს არაერთგვაროვან მდგომარეობას, რომელშიც არსებობს A და B წერტილების სათანადო კონცენტრაციის ორი თხევადი ხსნარი. K და K_1 წერტილები ხსნადობის კრიტიკული წერტილებია (ზედა და ქვედა), რომლებშიც სითხეები მთლიანად იხსნება ერთიმეორეში.

ზოგიერთი სითხის შემთხვევაში არსებობს მხოლოდ ზედა კრიტიკული წერტილი, ე. ი. ხსნადობა მხოლოდ იზრდება ტემპერა-

ტურის ზრდის დროს. ასეთია წყალი და ფენოლი, ბენზოლი და გოგირდი და სხვ. ასეთ სითხეთა რაოდენობა საკმაოდ დიდია. უფრო იშვიათად გვხვდება შემთხვევა, როდესაც არსებობს მხოლოდ ქვედა კრიტიკული წერტილი. ასეთია, მაგალითად, წყალი და ორგანული სითხე ტრიეთილამინი.

ამასთან ერთად არის შემთხვევა, როდესაც არ არსებობს არც ზედა და არც ქვედა კრიტიკული ტემპერატურა. ასეთია ეთერი და წყალი, წყალი და ქლოროფორმი. ამ შემთხვევაში ტემპერატურის დაწევა იწვევს მყარი ფაზის გაჩენას, ხოლო ტემპერატურის აწევა—



ნახ. 155.

ადვილად აორთქლადი ნივთიერების მეტი რაოდენობით შემცველი თხევადი ხსნარის კრიტიკული მდგომარეობის მიღწევას და ამ თხევადი ხსნარის გაქრობას.

§ 90. სითბოს გამოყოფა გახსნის დროს

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ორი ნივთიერების ერთიმეორეში გახსნას ყოველთვის თან სდევს სითბოს გამოყოფა ან შთანთქმა და მოცულობის ცვლილება. ყველაზე ადვილად ამ მოვლენას წყლისა და სპირტის გახსნის დროს შეიძლება დავაკვირდეთ. ავიღოთ ვიწრო მინის მილი და მასში გარკვეულ დონემდე ჩავასხათ წყალი. შემდეგ ზემოდან ფრთხილად დავასხათ სპირტი ისე, რომ ისინი არ აირიოს ერთიმეორეში. დავნიშნოთ სპირტის ზედა მენისკის დონე. შემდეგ მილის შენჯღრევით ან რაიმე სხვა საშუალებით ავურიოთ ერთიმეორეში წყალი და სპირტი. ვინაიდან სპირტი

მთლიანად იხსნება წყალში, მივიღებთ ერთგვაროვან ხსნარს; უშუალო დაკვირვება დაგვანახებს, რომ მისი დონე მილში უფრო დაბლა იქნება, ვიდრე აურეველი წყლისა და სპირტის სისტემის ზედა დონე, ე. ი. გახსნის შედეგად მოცულობა შემცირდება. ამავე დროს ხსნარი საგრძნობლად გათბება, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ გახსნის შედეგად სითბო გამოიყო. არის შემთხვევები, როდესაც გახსნის შედეგად სითბო კი არ გამოიყოფა, არამედ შთაინთქმება.

არ უნდა გვეგონოს, თითქოს ერთი და იმავე რაოდენობით გასახსნელი ნივთიერების გახსნა ერთი და იმავე რაოდენობით სითბოს გამოყოფს, იმისაგან დამოუკიდებლად, თუ რაში ხდება გახსნა, სუფთა გამხსნელსა თუ ხსნარში.

გაზების გახსნისას სითხეში ჩვეულებრივად ხდება სითბოს გამოყოფა. მაგალითად, HCl-ის ერთი მოლის წყლის სამას მოლში გახსნისას გამოიყოფა 17000 კალორია, CO_2-ის ერთი მოლის წყლის 1500 მოლში გახსნისას—5600 კალორია და ა. შ. ეს მოვლენა გასაგებია, ვინაიდან გაზის გახსნა წყალში ნიშნავს მის კონდენსაციას, ე. ი. თხევად მდგომარეობაში გადასვლას, რაც ყოველთვის სითბოს გამოყოფით მიმდინარეობს. მართალია, გახსნისას გამოყოფილი სითბო კონდენსაციის სითბოს აღემატება, მაგრამ ეს აიხსნება ქიმიური ნაერთის წარმოშობით.

სითხეების ერთიმეორეში გახსნის დროს შეიძლება მოხდეს სითბოს როგორც გამოყოფა, ისე შთანთქმა. მაგალითად, სითხეების უმრავლესობა წყალში გახსნისას სითბოს გამოყოფს, მაგრამ არის საკმაოდ მრავალრიცხოვანი შემთხვევები, როდესაც სითბო შთაინთქმება. გოგირდისა და აზოტმჟავის წყალში გახსნისას გამოიყოფა სითბოს საკმაოდ დიდი რაოდენობა: 1 მოლი გოგირდმჟავის გახსნისას 17900 კალორია (წყლის საკმაოდ დიდი რაოდენობისას), 1 მოლი აზოტმჟავის გახსნისას 9000 კალორია. სითბო შთაინთქმება ეთერის გახსნისას ქლოროფორმსა და ბენზოლში.

მყარი სხეულების სითხეში გახსნისას ჩვეულებრივად ადგილი აქვს სითბოს შთანთქმას, თუმცა არის შემთხვევები (KOH, $CuSO_4$—წყალში), როდესაც სითბო გამოიყოფა. ეს სხვადასხვაობა შემდეგნაირად შეიძლება აიხსნას. მყარი სხეულის გახსნა ნიშნავს მის გათხევადებას, რაც ყოველთვის სითბოს შთანთქმით მიმდინარეობს. მეორე მხრივ, გახსნილი ნივთიერების და გამხსნელის მოლეკულების ურთიერთქმედების გამო შეიძლება გამოიყოს სითბოს გარკვეული რაოდენობა. ეს გამოყოფილი სითბო განსაკუთრებით დიდია იმ შემთხვევაში, თუ ხსნარში იქმნება ქიმიური ნაერთები (წყლის შემთხვევაში—ჰიდრატები). თუ მყარი სხეულის დნობის სითბო აღემა-

ტება ქიმიური ურთიერთქმედების დროს გამოყოფილ სითბოს, გახსნის სითბო დადებითი იქნება, ე. ი. გახსნისას სითბო შთაინთქმება. წინააღმდეგ შემთხვევაში მოხდება სითბოს გამოყოფა. 58-ე ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი მყარი სხეულის წყალში გახსნის სითბოს მნიშვნელობანი გასახსნელი ნივთიერების ერთი მოლისათვის.

დადებითი ნიშანი სითბოს შთანთქმის მაჩვენებელია, უარყოფითი კი—სითბოს გამოყოფისა. სუფთა $CuSO_4$-ის გახსნისას სითბო გამოიყოფა, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ წყალთან ქიმიურად მისი შეერთების დროს წარმოშობილი სითბო მისი დნობისათვის საჭირო სითბოს აღემატება. ეს იქიდანაც ჩანს, რომ მისი ჰიდრატის, $CuSO_4 . 5H_2O$-ს წყალში გახსნისას სითბო კი არ გამოიყოფა, არამედ შთაინთქმება. მართლაც, ამ შემთხვევაში ქიმიური ნაერთი ხსნარში აღარ წარმოიშობა (იგი უკვე გახსნამდე არსებობს) და რჩება მხოლოდ მისი ($CuSO_4$, $5H_2O$) დნობისათვის საჭირო სითბო.

ცხრილი 58

ნივთიერება	წყალში გახსნის სითბო 1 მოლისათ.
KCl	+4400 cal
NaCl	+1180 cal
$CuSO_4$	−15800 cal
$CuSO_4 . H_2O$	— 9800 cal
$CuSO_4 . 5H_2O$	+ 2700 cal
NaBr	+ 190 cal

91. მყარი ხსნარების სტრუქტურა

მყარი ხსნარების სხვადასხვა მეთოდით, განსაკუთრებით რენტგენოგრაფიული მეთოდით, შესწავლამ ცხადჰყო, რომ მათი აგებულება შემდეგი ოთხი სახის შეიძლება იყოს:

1) ჩანაცვლების ტიპის მყარი ხსნარი, როდესაც ერთი ნივთიერების კრისტალურ მესერში მისი ატომების ნაწილი მეორე ნივთიერების ატომებით არის შეცვლილი. როგორც ირკვევა, მეტალური მყარი ხსნარები, მაგალითად, Au—Ag, Fe—Mn და სხვ., უმეტეს შემთხვევაში სწორედ ასეთი სახისაა.

2) ჩანერგვის ტიპის მყარი ხსნარი, როდესაც ერთი ნივთიერების ატომები მეორე ნივთიერების კრისტალური მესრის კვანძებს (ატომებს) შორისაა მოთავსებული. მყარი ხსნარის ეს სახე ხორციელდება ლითონში რაიმე მეტალოიდის გახსნის დროს, განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, როდესაც მეტალოიდის ატომები მცირე ზომისაა (*H*, *B*, *C*, *N*, *O*).

3) შორისული მყარი ხსნარები (ფაზები), რომელთა კრისტალური სტრუქტურა ძალიან მცირედ გავს ან სრულებით არ გავს შემადგენელ ნივთიერებათა კრისტალურ სტრუქტურას.

4) სინგულარული მყარი ხსნარი, რომელშიც შემადგენელ ელემენტთა კონცენტრაცია განისაზღვრება ქიმიური ნაერთის კანონით. ეს უკანასკნელი ტიპი ხშირად შეიძლება განვიხილოთ როგორც ქიმიური ნაერთი.

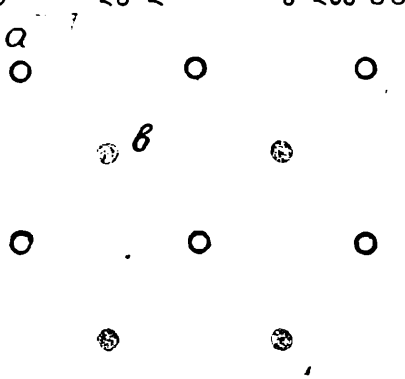
მეორე მხრივ, მყარი ხსნარები შეიძლება ერთიმეორისაგან განვასხვაოთ იმის მიხედვით, თუ როგორია როგორც ერთი, ისე მეორე შემადგენლის ატომების განლაგება—ქაოსური თუ მოწესრიგებული. ცხადია, რომ მოწესრიგებული განლაგება მხოლოდ გარკვეული კონცენტრაციის დროს შეიძლება განხორციელდეს. გადასვლა ერთი მოწესრიგებული მდგომარეობიდან მეორეში ჩვეულებრივი ფაზური გადასვლაა. უფრო საინტერესოა მოწესრიგებული მდგომარეობიდან მოუწესრიგებელ მდგომარეობაში გადასვლა. ჩვეულებრივად ასეთი გადასვლა ტემპერატურის აწევის შედეგად ხდება, ვინაიდან მოუწესრიგებელ განლაგებას მეტი ენტროპია ეთანადება. ცხადია, რომ მოწესრიგებული მდგომარეობიდან მოუწესრიგებელში გადასვლა ზრდის კრისტალის სიმეტრიას და ეს ზრდა ნახტომით უნდა მოხდეს სწორედ უკანასკნელ მომენტში, როდესაც სრული უწესრიგობა მყარდება. სრულ უწესრიგობაში გადასვლას მეორე გვარის ფაზური გადასვლა ეწოდება, სათანადო გადასვლის წერტილს კი—კიურის წერტილი.

ჩვენ არ გავარჩევთ მეორე გვარის ფაზურ გადასვლებს, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ამ გადასვლის დროს არ ხდება სითბოს შთანთქმა ან გამოყოფა, როგორც ამას ადგილი აქვს პირველი გვარის (ჩვეულებრივი) ფაზური გადასვლის დროს. იცვლება მხოლოდ სითბოტევადობა, სახელდობრ, მოწესრიგებულ მდგომარეობაში გადასვლის დროს სითბოტევადობა იზრდება. უნდა აღინიშნოს აგრეთვე, რომ კიურის წერტილში არ ხდება მოცულობის ნახტომისებური ცვლა, როგორც ეს ხდება, მაგალითად, მყარი მდგომარეობიდან თხევად მდგომარეობაში გადასვლის დროს.

შემოვიღოთ სიდიდე, რომელიც დაგვიხასიათებს კრისტალის მოწესრიგებულობას ან მოუწესრიგებლობას. 156-ე ნახაზზე ნაჩვენებია კრისტალის (მყარი ხსნარის) ბრტყელი სქემა. a წერტილებით აღნიშნულია A ატომების მდებარეობანი, b წერტილებით კი B ნივთიერების ატომების მდებარეობანი მოწესრიგებული ხსნარისათვის. აღვნიშნოთ r-ით იმის ალბათობა, რომ, როგორც A, ისე B ატომი მის კუთვნილ მდებარეობაშია, w-თი კი იმის ალბათობა, რომ ატომი სხვა გვარის ატომის კუთვნილ მდებარეობაშია. მაშინ, ცხადია, რომ $r+w=1$. შემოვიღოთ სიდიდე:

$$S=\frac{r-w}{r+w},$$

რომელიც დაგვიხასიათებს მოწესრიგებულობას. მართლაც, ვთქვათ, ყოველი ატომი თავის ადგილზეა, ე. ი. $r=1$ და $w=0$, მაშინ $S=1$. როდესაც r კლებულობს (w იზრდება), ე. ი. ატომების ნაწილი ტოვებს თავის ადგილს და სხვა გვარის ატომების ადგილს იკავებს, წესრიგი ირღვევა და იზრდება მოუწესრიგებლობა. ეს იწვევს S ის შემცირებას და, როდესაც S ნულის ტოლი გახდება $\left(r=w=\frac{1}{2}\right)$, სრულ მოუწესრიგებლობას მივიღებთ. ამ შემთხვევაში იმდენივე ატომი იქნება თავის ადგილას, რამდენიც სხვა ატომის ადგილას. r-ის კიდევ უფრო შემცირება იმ მდგომარეობამდე მიგვიყვანს, როდესაც ყოველი ატომი სხვა გვარის ატომის ადგილს დაიკავებს, ე. ი. არც ერთი ატომი თავის ადგილას არ იქნება. ეს მდგომარეობაც სრული წესრიგით ხასიათდება და მხოლოდ იმით განსხვავდება საწყისი მოწესრიგებული მდგომარეობისაგან, რომ გადასმულია A და B ატომები.

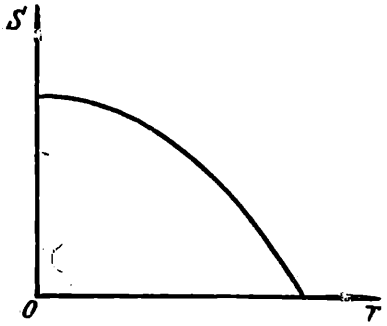


ნახ. 156.

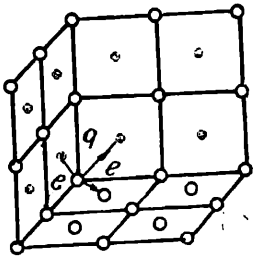
როგორც ვხედავთ, S-ის ცვლა ±1-დან 0-მდე გამოსახავს მოწესრიგებულ მდგომარეობაში გადასვლას. ცხადია, რომ S ტემპერატურის გარკვეული ფუნქციაა. მისი სახე მარტივი მყარი ხსნარისათვის 157-ე ნახაზზეა მოყვანილი. ჩვენ ვხედავთ, რომ ტემპერატურის ზრდის დროს S კლებულობს და რომელიღაც გარკვეული T_c-სათვის ნულის ტოლი ხდება, ე. ი. მყარდება სრული უწესრიგობა. ეს T_c ტემპერატურა არის სწორედ კიურის წერტილი, რომელშიც ხდება მოწესრიგებული მდგომარეობიდან მოუწესრიგებელში გადასვლა.

მყარ ხსნარში ატომების მოწესრიგებული განლაგება პირველად აღმოაჩინეს ოქროს და სპილენძის შესწავლისას. გამოირკვა, რომ ოქროსა და სპილენძის ატომების ტოლი რიცხვის შემთხვევაში წარმოიშვება მოწესრიგებული მყარი ხსნარი $AuCu$, რომლის კრისტალური მესერი 158-ე ნახაზზეა ნაჩვენები. შავი წერტილები სპილენძის ატომებია, თეთრი წრეები კი ოქროს ატომები. მეორე მოწესრიგებული განლაგება მიიღება, როდესაც ოქროს და სპილენძის ატომების რიცხვები შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 1:3 ($AuCu_3$).

ჟიურის წერტილი *AuCu* შენადნობისათვის დაახლოებით 400°C-ს ტოლია. ამ ტემპერატურაზე შენადნობი მოუწესრიგებელ მდგომარეობაში გადადის.



ნახ. 157.



ნახ. 158.

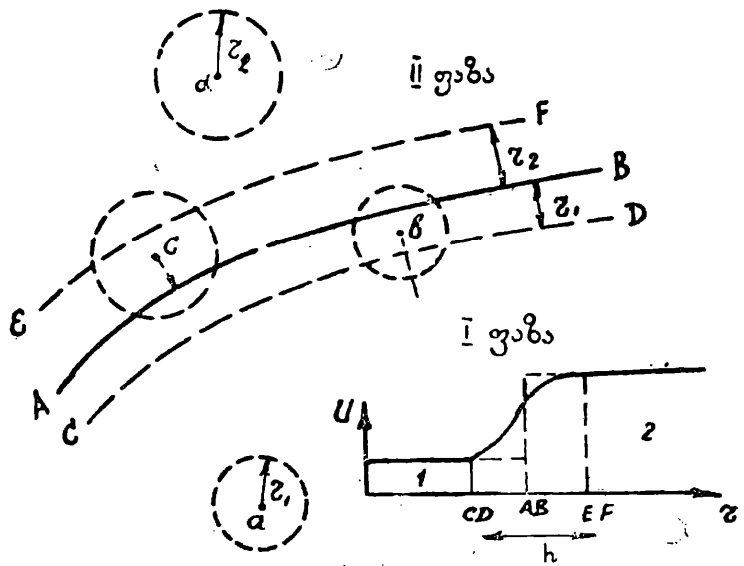
გარდა ოქროს და სპილენძის შენადნობისა, ცნობილია აგრეთვე მრავალი სხვა შენადნობი, რომლებიც გარკვეული ტემპერატურის ქვევით მოწესრიგებულ მდგომარეობაში გადადიან.

მეთორმეტე თავი

ზედაპირული მოვლენები

§ 92. ზედაპირული ფენა და მისი ენერგია

წინა თავებში ჩვენ განვიხილეთ სხვადასხვა ფაზის თვისებები, მათი წონასწორობის პირობები და ერთიმეორეში გადასვლის პროცესები. ყველა შემთხვევაში ჩვენ ვთვლიდით, რომ განსახილველი ფაზის ყოველი ნაწილაკი ერთსა და იმავე პირობებშია და ყურადღება არ მიგვიქცევია იმ გარემოებისათვის, რომ ორი ფაზის გამყოფ ზედაპირთან მყოფი ნაწილაკების მდგომარეობა მნიშვნელოვ-



ნახ. 159.

ნად განსხვავდება ფაზების შიგნით მყოფი ნაწილაკების მდგომარეობისაგან. ამ გარემოების ცხადსაყოფად განვიხილოთ ერთისა და იმავე ნივთიერების ორი—1 და 2 ფაზა და დავუშვათ, რომ AB არის მათი გამყოფი ზედაპირი (ნახ. 159). როგორც ვიცით, ფაზე-

ბი ერთიმეორისაგან განსხვავდება ან ნაწილაკთა სივრცული განლაგებით ან მათ შორის მოქმედი ძალების ხასიათით. დავუშვათ, რომ, როგორც პირველი, ისე მეორე ფაზის ნაწილაკები ხასიათდება გარკვეული ზომის ქმედების სფეროთი. ამ ქმედების სფეროს რადიუსები პირველი და მეორე ფაზის ნაწილაკებისათვის აღვნიშნოთ სათანადოდ r_1-ით და r_2-ით. განვიხილოთ პირველი ფაზის ის მოლეკულა, რომელიც AB გამყოფი ზედაპირიდან დაშორებულია r_1-ზე მეტი მანძილით (a ნაწილაკი). ასეთი ნაწილაკის ქმედების სფეროს შიგნით მხოლოდ იმავე პირველი ფაზის ნაწილაკები იმყოფება და, ვინაიდან ფაზის შიგნით ნაწილაკები თანაბრადაა განლაგებული, არჩეულ ნაწილაკზე მოქმედი ძალა საშუალოდ ნული იქნება. ეს შედეგი მართებულია a_1 ნაწილაკის ყოველი მდებარეობისათვის მხოლოდ იმ პირობით, რომ მისი მანძილი AB ზედაპირიდან r_1-ზე მეტია.

გავავლოთ AB ზედაპირის პარალელური და მისგან r_1 მანძილით დაშორებული CD ზედაპირი. არც ერთ ნაწილაკზე, რომელიც CD ზედაპირის ქვევითაა, საშუალოდ არ მოქმედებს არავითარი ძალა, ე. ი. მთელ არეში CD ზედაპირის ქვევით ნაწილაკზე მოქმედი ძალა ნულის ტოლია. ენერგიის მიხედვით ეს იმას ნიშნავს, რომ მთელ ამ არეში ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია მუდმივია. ყოველივე ზემოთქმული შეიძლება გავიმეოროთ მეორე ფაზის ნაწილაკებისათვის: მეორე ფაზის არც ერთ ნაწილაკზე, რომელიც EF ზედაპირის ზევითაა, არ მოქმედებს არავითარი ძალა, ე. ი. მთელ არეში EF ზედაპირის ზემოთ მეორე ფაზის ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია მუდმივია (EF ზედაპირი გატარებულია r_2 მანძილზე AB ზედაპირიდან და მის პარალელურად). ცხადია, რომ EF ზედაპირის ზევით მყოფი ნაწილაკის პოტენციალური ენერგია განსხვავდება CD ზედაპირის ქვევით მყოფი ნაწილაკის პოტენციალური ენერგიისაგან.

განვიხილოთ ახლა CD და EF ზედაპირებს შორის მყოფი ნაწილაკები. ამ ნაწილაკების ქმედების სფერო ნაწილობრივ პირველ ფაზაშია, ნაწილობრივ კი მეორე ფაზაში (b და c ნაწილაკები). მაგალითად, b ნაწილაკის ქმედების სფეროში მოხვედრილია როგორც პირველი, ისე მეორე ფაზის ნაწილაკები: AB ზედაპირამდე პირველი ფაზის ნაწილაკებია, AB ზედაპირის ზევით კი—მეორე ფაზის ნაწილაკები. ვინაიდან სხვადასხვა გვარის ნაწილაკები სხვადასხვა ძალით მოქმედებს არჩეულ ნაწილაკზე, c ნაწილაკზე მოქმედი ძალა აღარ იქნება ნული და პირველი, ანდა მეორე ფაზისაკენ იქნება მიმართული. თუ, მაგალითად, პირველი ფაზის ნაწილაკების მხრივ

მიზიდვა უფრო ძლიერია ან თუ პირველი ფაზა უფრო მკვრივია, ვიდრე მეორე (პირველი ფაზა — სითხე, მეორე ფაზა — გაზი), მაშინ b ნაწილაკზე მოქმედი ძალა პირველი ფაზისაკენ იქნება მიმართული. ასეთსავე შედეგს მივიღებთ c ნაწილაკის შემთხვევაში. ცხადია, რომ CD და EF ზედაპირებს შორის მყოფ ყველა ნაწილაკზე მოქმედებს პირველი ფაზისაკენ მიმართული ძალა. აქედან უშუალოდ გამომდინარეობს, რომ CD და EF ზედაპირებს შორის არეში პოტენციალური ენერგია ცვალებადი იქნება. თუ როგორ იცვლება იგი ერთი ფაზიდან მეორეში გადასვლისას, 159-ე ნახაზზეა ნაჩვენები: მთელ პირველ ფაზაში CD ზედაპირამდე იგი მუდმივია, CD ზედაპირიდან EF ზედაპირამდე იზრდება და EF ზედაპირის შემდეგ (მეორე ფაზაში) ისევ მუდმივია. პოტენციალური ენერგიის ზრდა CD ზედაპირიდან EF ზედაპირამდე იმის მაჩვენებელია, რომ პირველი ფაზიდან მეორე ფაზაში მოლეკულის გადასატანად გარკვეული მუშაობის შესრულებაა საჭირო.

ყოველივე ზემოთქმული გვიჩვენებს, რომ ორი ფაზის გამყოფ AB საზღვართან მყოფი ორივე ფაზის ნაწილაკების მდგომარეობა და ენერგია განსხვავდება ფაზების შიგნით მყოფი ნაწილაკების მდგომარეობისა და ენერგიისაგან. ფენა, რომელშიაც ეს ნაწილაკები იმყოფება, იმდენად თხელია (ქმედების სფეროს რადიუსის სიმცირის გამო), რომ მას შეიძლება ზედაპირული ფენა ვუწოდოთ. ჩვეულებრივად ეს ზედაპირული ფენა მოლეკულის რამდენიმე რადიუსის ზომისაა (10^{-7} cm), ასე რომ, იგი შეიძლება განვიხილოთ როგორც გეომეტრიული ზედაპირი. ვინაიდან მისი სისქე განისაზღვრება ნაწილაკთა ქმედების რადიუსებით, იგი შეიძლება მუდმივად ჩავთვალოთ, ამიტომაც ზედაპირული ფენის ზომის დასახასიათებლად შეიძლება შემოვიღოთ მისი ფართობი S. ზედაპირული ფენა ხასიათდება აგრეთვე გარკვეული ტემპერატურით, ენერგიითა და სხვა სიდიდეებით. თუ ფაზები წონასწორობაშია, ზედაპირული ფენის ტემპერატურა ფაზების ტემპერატურის ტოლი იქნება, მისი ენერგია კი განსხვავდება ერთგვაროვანი ფაზების ენერგიისაგან. მართლაც, ზემოთ ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ ზედაპირულ ფენაში მყოფ მოლეკულებს მეტი პოტენციალური ენერგია აქვს, ვიდრე ფაზების შიგნით მყოფ მოლეკულებს. სწორედ ეს ზედმეტი ენერგია არის დამახასიათებელი ზედაპირული ფენისათვის. აღვნიშნოთ ეს ზედმეტი ენერგია E_s-ით და ვუწოდოთ მას ზედაპირული ენერგია. იგი არის ზედაპირული ფენის სრული ენერგიისა და იმ ენერგიის სხვაობა, რომელიც ექნებოდა ზედაპირულ ფენას

იმ შემთხვევაში, რომ ორივე ფაზა ერთგვაროვანი ყოფილიყო მათ გამყოფ AB ზედაპირამდე (ნახ. 159).

ცხადია, რომ ზედაპირული ენერგია გამყოფი ზედაპირის ფართობის პირდაპირპროპორციულია. თუ პროპორციულობის კოეფიციენტს ε_s-ით აღვნიშნავთ, გვექნება:

$$E_s = \varepsilon_s . S.$$

ε_s იქნება კუთრი ზედაპირული ენერგია, ე. ი. ზედაპირული ფენის ფართობის ერთეულის ენერგია.

ზედაპირული ფენა და მის არსებობასთან დაკავშირებული მოვლენები განსაკუთრებით შესამჩნევია თხევადი და გაზური და თხევადი და მყარი ფაზების შეხების შემთხვევაში, აგრეთვე, ცხადია, რომ ზედაპირულ ფენას განსაკუთრებული როლი ენიჭება იმ შემთხვევაში, როდესაც საქმე გვაქვს მცირე ზომის ფაზებთან — სითხის წვეთებთან, მცირე კრისტალებთან, კოლოიდურ ხსნარებთან და ა. შ.

§ 93. ზედაპირული დაჭიმულობა

განვიხილოთ უფრო დაწვრილებით ზედაპირული ფენის თვისებები. წინა პარაგრაფში ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ ზედაპირული ფენის ნაწილაკები ხასიათდება ზედმეტი პოტენციალური ენერგიით, რაც იმის მაჩვენებელია, რომ ფაზის შიგა ნაწილებიდან ზედაპირულ ფენაში ნაწილაკების გადასაყვანად გარკვეული ენერგიის დახარჯვაა საჭირო. აქედან გამომდინარეობს, რომ ორი ფაზის გამყოფი ზედაპირის ყოველი გადიდება, რაც, ცხადია, დაკავშირებულია ნაწილაკების გადატანასთან ფაზის შიგა ნაწილებიდან ზედაპირულ ფენაში, მოითხოვს სისტემაზე გარკვეული მუშაობის შესრულებას. ვთქვათ, ორი ფაზის გამყოფი ზედაპირი dS-ით გაიზარდა. ამ გაზრდის დროს შესრულებული dA მუშაობა ფართობის ნაზრდის პროპორციული იქნება, ე. ი. შეიძლება დავწეროთ შემდეგი ფორმულა:

$$dA = \sigma dS, \qquad \text{(XII, 1)}$$

სადაც σ არის პროპორციულობის კოეფიციენტი შესრულებულ მუშაობასა და ზედაპირული ფენის ფართობის ნაზრდს შორის. მისი ფიზიკური მნიშვნელობა ადვილად გამოირკვევა, თუ დავუშვებთ, რომ $dS = 1\ cm^2$, მივიღებთ $\sigma = dA$, ე. ი. σ იზომება იმ მუშაობით, რომელიც იხარჯება ზედაპირული ფენის ფართობის ერთეულით გადიდების დროს. ამ სიდიდეს ეწოდება ზედაპირული დაჭიმულობა. ამ სახელწოდებას ჩვენ შემდეგ გავამართლებთ, როდესაც გა-

მოვარკვევთ, რომ σ დაკავშირებულია ზედაპირულ ფენაში მოქმედ შხებ ძალებთან.

ფაზების გამყოფი ზედაპირის ფართობის შეცვლა, როგორც ყოველი თერმოდინამიკური პროცესი, შეიძლება სხვადასხვა პირობებში მიმდინარეობდეს; შეიძლება, მაგალითად, ეს პროცესი იყოს იზოთერმული ან ადიაბატური. ყოველ შემთხვევაში მართებული იქნება შემდეგი კავშირი შესრულებულ მუშაობასა, ზედაპირული ენერგიის ნაზრდსა და მინიჭებული სითბოს რაოდენობას შორის.

$$dE_s = dQ + dA.$$

თუ dA-სათვის გამოვიყენებთ (XII, 1) ფორმულას, მივიღებთ:

$$dE_s = dQ + \sigma dS.$$

თუ პროცესი ადიაბატურად მიმდინარეობს, ე. ი. სისტემა არც ღებულობს და არც კარგავს სითბოს, გვექნება

$$dE_s = \sigma dS.$$

მაგრამ ასეთ შემთხვევაში აუცილებლად მოხდება ტემპერატურის შეცვლა. ჩვეულებრივად ზედაპირული ფენის ფართობის შეცვლა მუდმივი ტემპერატურის პირობებში ხდება. ასეთ შემთხვევაში, ე. ი. იზოთერმული პროცესის დროს გარეშე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა თავისუფალი ენერგიის ნაზრდის ტოლია, ე. ი.

$$\sigma dS = dF_s, \qquad \text{(XII, 2)}$$

სადაც dF_s არის ზედაპირული ფენის თავისუფალი ენერგიის ნაზრდი. აქედან შეიძლება მივიღოთ მარტივი დამოკიდებულება ზედაპირულ დაჭიმულობასა და ზედაპირულ თავისუფალ ენერგიას შორის. მართლაც, ცხადია, რომ სტაციონარული ზედაპირული ფენა გვექნება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ორივე შემხები ფაზა წონასწორობაშია, ე. ი. როდესაც მათი მდგომარეობა განისაზღვრება ერთი სიდიდით, მაგალითად, ტემპერატურით (ერთი ფაზის მდგომარეობა განისაზღვრება ორი სიდიდით, ტემპერატურით და წნევით, მაგრამ როდესაც ფაზები წონასწორობაშია, წონასწორობის პირობების თანახმად წნევა იქნება სავსებით განსაზღვრული ტემპერატურით). გარდა ამისა, ზედაპირული დაჭიმულობა არ არის დამოკიდებული გამყოფი ზედაპირის ფართობზე. აქედან კი გამომდინარეობს, რომ იგი უნდა იყოს მხოლოდ ტემპერატურის ფუნქცია (ჩვენ ჯერჯერობით არ ვიხილავთ შემთხვევებს, როდესაც ფაზებში და მათ ზედაპირულ ფენაში გახსნილია რაიმე ნივთიერება,

რომელიც ცვლის ზედაპირული დაჭიმულობის სიდიდეს). ამიტომ (XII, 2) ფორმულაში, რომელიც იზოთერმული პროცესისათვისაა დაწერილი, σ მუდმივ სიდიდედ შეიძლება ჩავთვალოთ. ინტეგრაციით მივიღებთ:

$$F_s = \sigma S. \qquad \text{(XII, 3)}$$

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს მეორენაირად განვსაზღვროთ ზედაპირული დაჭიმულობა. თუ დავუშვებთ, რომ $S = 1\ cm^2$, გვექნება:

$$\sigma = F_s,$$

ე. ი. ზედაპირული დაჭიმულობა იზომება ზედაპირული ფენის ფართობის ერთეულის თავისუფალი ენერგიით.

ზედაპირული დაჭიმულობის განზომილება შეიძლება გამოვიყვანოთ როგორც (XII, 1), ისე (XII, 3) ფორმულიდან. ვინაიდან როგორც მუშაობა, ისე თავისუფალი ენერგია აბსოლუტურ თეორიულ სისტემაში (CGS სისტემაში) ერგით იზომება, σ-ს განზომილებისათვის მივიღებთ:

$$[\sigma] = erg \cdot cm^{-2}.$$

გადავიდეთ ახლა ზედაპირული დაჭიმულობის მეორე განმარტებაზე, რომელიც უფრო მჭიდროდ არის დაკავშირებული მის სახელწოდებასთან.

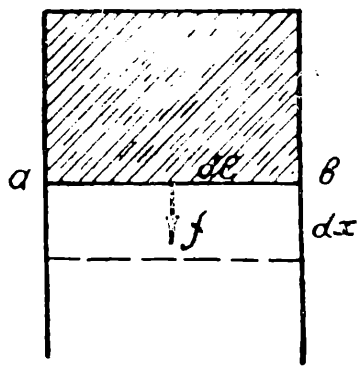
განვიხილოთ ისევ ორი ფაზა და მათი გამყოფი ზედაპირი. მთელი ამ სისტემის თავისუფალი ენერგია იქნება ორი წევრის ჯამი: პირველი—თავისუფალი ენერგიისა, რომელიც ექნებოდა სისტემას, ორივე ფაზა რომ გამყოფ ზედაპირამდე ერთგვაროვანი ყოფილიყო, და მეორე—ზედაპირული თავისუფალი ენერგიისა. თუ პირველ მათგანს F_0-ით აღვნიშნავთ, მთელი თავისუფალი ენერგიისათვის მივიღებთ:

$$F = F_0 + \sigma S. \qquad \text{(XII, 4)}$$

მეორე მხრივ, თერმოდინამიკიდან ვიცით, რომ მუდმივი ტემპერატურისა და მუდმივი მოცულობის პირობებში მყოფი სისტემა ცდილობს შეამციროს თავისი თავისუფალი ენერგია და გადავიდეს მდგომარეობაში, რომელსაც ეთანადება თავისუფალი ენერგიის მინიმუმი. (XII, 4) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ეს მდგომარეობა მაშინ განხორციელდება, როდესაც გამყოფი ზედაპირი მინიმალური გახდება.

აქედან გამომდინარეობს, რომ ორი ფაზის გამყოფი ზედაპირი ცდილობს შემცირდეს და დაიკავოს რაც შეიძლება ნაკლები ფარ-

თობი დაჭიმული რეზინის აპკის მსგავსად[1]. ზედაპირული ფენის ეს თვისება საბუთს გვაძლევს შემოვიღოთ მისი ზედაპირის გასწვრივ მოქმედი ძალის ცნება. სახელდობრ, შეიძლება დავუშვათ, რომ ზედაპირული ფენის ყოველი ორი მოსაზღვრე ნაწილი ერთიმეორეზე მოქმედებს ტოლი გამჭიმავი ძალებით, რომელნიც მიმართულია მათი გამყოფი საზღვრის პერპენდიკულარულად და ზედაპირული ფენის მხებად. ვთქვათ, ზედაპირული ფენის ნაწილი შემოსაზღვრულია მყარი ჩარჩოთი, რომლის ერთი მხარე მოძრავია. დავუშვათ, რომ ამ ჩარჩოს გარეთ ზედაპირული ფენა მოსპობილია[2]. ჩარჩოს შიგნით დარჩენილი ფენა ცდილობს შეამციროს თავისი ფართობი, რის გამოც იგი იმოქმედებს ჩარჩოს მოძრავ მხარეზე გარკვეული ძალით (ნახ. 160). წონასწორობის დასამყარებლად ჩარჩოს ab ნაწილზე უნდა ვიმოქმედოთ ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ძალით. მდგომარეობა ისეთია, თითქოს ზედაპირული ფენა წარმოადგენს დგუშიან ჭურჭელში მყოფ სხეულს. მხოლოდ, ჩვეულებრივი სამგანზომილებიანი სხეულისაგან განსხვავებით, ზედაპირული ფენა უნდა განვიხილოთ როგორც ორგანზომილებიანი სხეული. დგუშის როლს ასრულებს ჩარჩოს მოძრავი ab მხარი. ab მხარზე მოქმედი f ძალის საშუალებით გადავანაცვლოთ იგი მცირე dx მანძილზე, რაც გამოიწვევს ზედაპირული ფენის ფართობის გადიდებას dS-ით. ამ გადანაცვლების დროს შესრულებული მუშაობა იქნება:



ნახ. 160.

$$dA = f\,dx.$$

მეორე მხრივ, ცხადია, რომ ზედაპირული ფენის ფართობის გადიდებაზე დახარჯული ეს მუშაობა (V, 1) ფორმულით გამოხატული მუშაობის ტოლი უნდა იყოს. აქედან მივიღებთ, რომ

[1] ეს მსგავსება ზედაპირულ ფენასა და რეზინის აპკს შორის სრული არ არის, ვინაიდან ზედაპირული ფენის დაჭიმულობა არ არის დამოკიდებული მის ფართობზე. რეზინის აპკის შემთხვევაში დაჭიმულობა მით უფრო მეტია, რაც უფრო დიდია ფართობი.

[2] შემდეგში ჩვენ ვნახავთ, თუ როგორ შეიძლება ასეთი ცდის განხორციელება.

$$\sigma dS = f \cdot dx,$$

ნახაზი გვიჩვენებს, რომ ზედაპირული ფენის ფართობის dS ნაზრდი ტოლია l-ის ნამრავლისა dx-ზე, სადაც l არის ჩარჩოს მოძრავი მხარის სიგრძე. წინა ფორმულაში ჩასმა და dx-ზე შეკვეცა მოგვცემს:

$$f = \sigma l. \qquad \text{(XII,5)}$$

ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს განვმარტოთ σ ზედაპირული ფენის გასწვრივ მოქმედი ძალის საშუალებით. ვთქვათ, $l=1$ cm, მაშინ წინა ფორმულა მოგვცემს:

$$\sigma = f,$$

ე. ი. ზედაპირული დაჭიმულობა იმ ძალით იზომება, რომელიც მოქმედებს ზედაპირული ფენის მხებად მასზე გავლებული სიგრძის ერთეულზე.

ზედაპირული დაჭიმულობა განსაკუთრებით შესამჩნევია იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთ-ერთი შემხები ფაზა თხევადია, ვინაიდან მხოლოდ ამ შემთხვევაშია შესაძლებელი ზედაპირული ფენის ფართობის შეცვლა შექცევადი პროცესის საშუალებით. ამიტომაც ყველაზე უფრო ხშირად იხილავენ სითხისა და გაზის, სითხისა და სითხის, ან სითხისა და მყარი სხეულის შეხებით წარმოშობილ ზედაპირულ ფენას. ზედაპირული ფენის დაჭიმულობა დამოკიდებულია როგორც შემხები ფაზების შემადგენელ ნაწილაკთა გვარობაზე, ისე ფაზების მდგომარეობაზე.

ამიტომ ცხადია, რომ ზედაპირული დაჭიმულობა არ ახასიათებს რომელიმე ერთ შემხებ ფაზას, ე. ი. არ შეიძლება ლაპარაკი, მაგალითად, წყლის, ვერცხლისწყლის ან რომელიმე სხვა სითხის ზედაპირულ დაჭიმულობაზე, თუ არ იქნა აღნიშნული, რომელ სხვა სხეულს ეხება იგი. მიუხედავად ამისა, ძალიან ხშირად ხმარობენ გამოთქმას—ამა და ამ ნივთიერების, სითხის ზედაპირული დაჭიმულობა. ამ შემთხვევაში გულისხმობენ სითხისა და მისი ორთქლის შეხებისას მიღებული ზედაპირული ფენის ზედაპირულ დაჭიმულობას. 59-ე ცხრილში მოყვანილია ზედაპირული დაჭიმულობანი სხვადასხვა სხეულის შეხებისას. გარდა ფაზების გვარობისა, ზედაპირული დაჭიმულობა დამოკიდებულია ტემპერატურაზე. ყველა შემთხვევაში იგი კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს. ცხადია, რომ სითხის და მისი ორთქლის ზედაპირული ფენის ზედაპირული დაჭიმულობა ნული უნდა გახდეს, როდესაც ტემპერატურა გახდება კრიტიკული ტემპერატურის ტოლი, ვინაიდან ამ ტემპერატურაზე განსხვავება სითხესა და ორთქლს შორის ისპობა.

ორი სითხის ზედაპირული დაჭიმულობაც კლებულობს ტემპერატურის ზრდის დროს და ნულის ტოლი ხდება, როდესაც მივაღწევთ გახსნის კრიტიკულ ტემპერატურას[1]. რასაკვირველია, ამას ადგილი აქვს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთი სითხე იხსნება მეორეში.

ცხრილი 59

შემხები სხეულები	t°	$\sigma \frac{dyn}{cm}$
წყალი—ორთქლი	20°	72,75
ბენზოლი—ჰაერი	20°	29
ეთერი—ეთერის ორთქლი	20°	17
სპირტი— წყალი	18°	2,1
ვერცხლისწყალი—ორთქლი	0°	480
ვერცხლისწყალი—წყალი	20°	375
თუთია—ჰაერი	543°	747

ზედაპირული ფენა და მისი დაჭიმულობა მჭიდროდაა დაკავშირებული იმ შინაგან წნევასთან, რომლის არსებობაც ჩვენ დავუშვით რეალური გაზებისა და სითხეების განხილვისას. როგორც ერთის, ისე მეორის მიზეზია ნაწილაკების ურთიერთქმედება (მიზიდვა), რომელიც სავსებით კომპენსირებულია ფაზის შიგნით და თავს იჩენს მხოლოდ გამყოფ ზედაპირზე. როგორც ზემოთ ვნახეთ, ზედაპირული ფენის ყველა ნაწილაკზე მოქმედებს ერთი ან მეორე ფაზისაკენ მიმართული ძალა. ვთქვათ, ფაზების ზედაპირი ბრტყელია. თუ ძალას, რომლითაც ეს გამყოფი ზედაპირი ერთი რომელიმე ფაზისაკენ მიიზიდება, F-ით აღვნიშნავთ, ხოლო ზედაპირის ფართობს S-ით, წნევისათვის, რომელიც უფრო ძლიერად მიმზიდველ ფაზაზე მოქმედებს, მივიღებთ:

$$P=\frac{F}{S}.$$

სწორედ ამ სიდიდეს ეწოდება მოლეკულური ანუ შინაგანი წნევა. იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხე ეხება თავისსავე ორთქლს, ეს მოლეკულური წნევა სითხისაკენ იქნება მიმართული, ვინაიდან ზედაპირული ფენის მოლეკულები უფრო ძლიერად თხევადი ფაზის მოლეკულებით მიიზიდება. ეს მოლეკულური წნევა სწორედ ის შინაგანი წნევაა $\left(\frac{a}{V^2}\right)$, რომელიც ჩვენ შემოვიღეთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლების გამოყვანის დროს. მისი უშუალო გაზომვა შეუძლებელია, შეიძლება მხოლოდ მისი მიახლოებითი გამოთვლა. მაგალითად, იგი შეიძლება გამოვითვალოთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლებიდან, აორთქლების სითბოს საშუალებით და, აგრეთვე, ზედაპირული

[1] გახსნის კრიტიკული ტემპერატურა (იხ. წინა თავი) ეწოდება ტემპერატურას, რომლის დროსაც ორი სითხე სავსებით იხსნება ერთიმეორეში.

დაჭიმულობიდან. მართლაც, როგორც ზემოთ ვნახეთ, ზედაპირული დაჭიმულობა იმ მუშაობით იზომება, რომელიც საჭიროა დაიხარჯოს ზედაპირული ფენის ფართობის ერთეულის შესაქმნელად ან, რაც იგივეა, ზედაპირული ფენის ფართობის ერთეულში მყოფი ნაწილაკების ამოსაყვანად სითხის შიგა ნაწილებიდან ზედაპირზე. ცხადია, რომ ამ ამოყვანის დროს მუშაობა სრულდება მოლეკულური წნევის წინააღმდეგ. მანძილი, რომელზედაც მოქმედებს ეს მოლეკულური წნევა, ზედაპირული ფენის სისქის რიგისაა და ამიტომ შეიძლება მიახლოებით დაიწეროს

$$\sigma \sim P \cdot h,$$

სადაც h არის ზედაპირული ფენის სისქე. აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ P-ს რიგი. ვინაიდან სხვადასხვა სითხისათვის σ იცვლება $10\,\frac{dym}{cm}$ — $1000\,\frac{dyn}{cm}$ ფარგლებში, ხოლო $h \sim 10^{-8}\ cm$, მივიღებთ:

$$P \sim 10^{9} — 10^{11}\ \frac{dyn}{cm^2}$$

ან, თუ წნევის ერთეულად ატმოსფეროს ავარჩევთ,

$$P \sim 10^{3} — 10^{5}\ atm.$$

როგორც ვხედავთ, ზედაპირული ფენის მიხედვით გამოწვეული სითხეების შინაგანი ანუ მოლეკულური წნევა ძალიან დიდია ჩვეულებრივ გარეგან წნევასთან შედარებით. მყარი სხეულების ზედაპირული დაჭიმულობა გაცილებით მეტია, ვიდრე სითხეების ზედაპირული დაჭიმულობა, ამიტომაც მათი შინაგანი წნევა კიდევ უფრო დიდი რიცხვებით გამოიხატება. მოლეკულური წნევის სიდიდით აიხსნება როგორც სითხეების, ისე მყარი სხეულების მცირე კუმშვადობა. მართლაც, მათზე მოქმედი დიდი მოლეკულური წნევის გამო სითხე და მყარი სხეული იმდენად ძლიერადაა შეკუმშული, რომ გარე წნევის რამდენჯერმე გადიდება ვეღარ გამოიწვევს მათ შესამჩნევ შეკუმშვას.

§ 94. ფაზების წონასწორობის პირობები გამრუდებული გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში

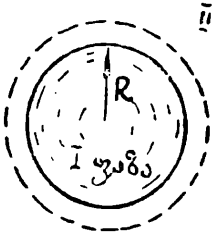
ფაზების წონასწორობის პირობების გამოყვანისას (იხ. მეორე თავი) ჩვენ მხედველობაში არ მიგვიღია მათი გამყოფი ზედაპირული ფენის არსებობა. გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ იცვლება ეს

პირობები ზედაპირული ფენის არსებობის შემთხვევაში. თავისთავად ცხადია, რომ ტემპერატურისა და კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალის ტოლობის პირობები უცვლელი დარჩება:

$$T_1 = T_2,$$
$$\varphi_1 = \varphi_2,$$

ვინაიდან ეს პირობები ფაზათა შორის ენერგიასა და ნაწილაკთა გადასვლასთანაა დაკავშირებული და ეს გადასვლა არ არის დამოკიდებული გამყოფი ზედაპირის სახეზე.

მესამე პირობა, წნევების ტოლობა, შეიცვლის სახეს, რადგანაც გამრუდებული ზედაპირის შემთხვევაში ზედაპირული ფენის დაჭიმულობა გამოიწვევს ერთი ან მეორე ფაზისაკენ მიმართულ დამატებით წნევას. იმის გამოსარკვევად, თუ როგორ სახეს ღებულობს ეს მესამე პირობა, ჯერ განვიხილოთ მარტივი შემთხვევა, როდესაც გამყოფი ზედაპირი სფერული ფორმისაა (ნახ. 161). პირველი და მეორე ფაზის მოცულობა და წნევა აღვნიშნოთ სათანადოდ V_1, p_1-ით და V_2, p_2-ით, გამყოფი ზედაპირული ფენის ფართობი—S-ით. ჩვენ ვიცით, რომ მუდმივი მოცულობის და ტემპერატურის პირობებში სისტემა წონასწორობაშია, თუ თავისუფალი ენერგია მინიმალურია, ე. ი. $dF = 0$.



ნახ. 161.

დავუშვათ, რომ პირველი ფაზა გაფართოვდა dV_1 სიდიდით. მაშინ მეორე ფაზის მოცულობა იმავე სიდიდით შემცირდება $dV_2 = -dV_1$. იმავე დროს გამყოფი ზედაპირის ფართობი dS სიდიდით გაიზრდება. ეს ცვლილებანი გამოიწვევს როგორც პირველი და მეორე ფაზის, ისე ზედაპირული ფენის თავისუფალი ენერგიის შეცვლას, და თუ სისტემა წონასწორობაშია, თავისუფალი ენერგიის საერთო ცვლილება ნული უნდა იყოს. პირველი ფაზა dV_1 სიდიდით გაფართოების დროს შეასრულებს $p_1 dV_1$ მუშაობას, რის გამოც მისი თავისუფალი ენერგია ამავე სიდიდით შემცირდება. მეორე ფაზა იკუმშება dV_1 სიდიდით, ე. ი. მასზე სრულდება $p_2 dV_1$ მუშაობა და მისი თავისუფალი ენერგია ამავე სიდიდით იზრდება. მაგრამ ამ პროცესის დროს იცვლება აგრეთვე ზედაპირული ფენის თავისუფალი ენერგია. მართლაც, ზედაპირული ფენის ფართობი dS სიდიდით იზრდება, რაც, § 94-ის თანახმად, იწვევს მისი თავისუფალი ენერგიის ზრდას σds სიდიდით. თავისუფალი ენერგიის საერთო ცვლილება იქნება:

$$dF = -p_1 dV_2 + p_2 dV_1 + \sigma dS = 0.$$

აქედან ვღებულობთ:

$$p_1 = p_2 + \sigma \frac{dS}{dV_1}. \qquad \text{(XII,6)}$$

გამოვითვალოთ ამ ფორმულაში შემავალი ფართობის და მოცულობის ცვლილებანი. თუ ფაზების გამყოფი სფერული ზედაპირის რადიუსს R-ით აღვნიშნავთ, პირველი ფაზის მოცულობისათვის და ზედაპირული ფენის ფართობისათვის გვექნება: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$, $S = 4\pi R^2$. აქედან მივიღებთ:

$$dS = 8\pi R dR, \quad dV_1 = 4\pi R^2 dR,$$

ე. ი.

$$\frac{dS}{dV_1} = \frac{2}{R}.$$

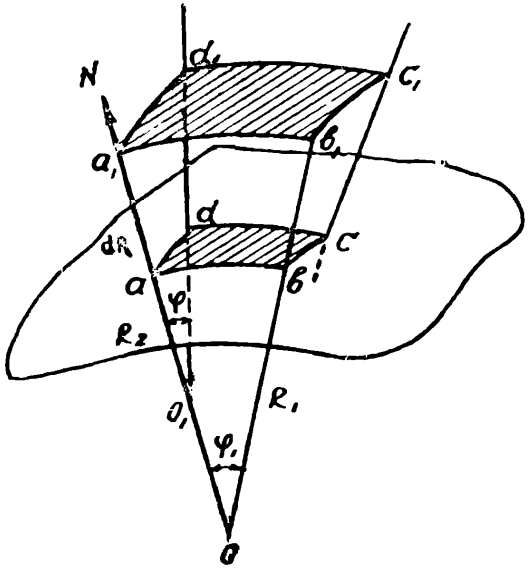
(VI, 6) ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს:

$$p_1 = p_2 + \frac{2\sigma}{R}. \qquad \text{(XII, 6')}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ, სფერული გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში ფაზების წნევები ტოლი აღარ არის. წნევათა სხვაობა $\frac{2\sigma}{R}$-ის ტოლია და მიმართულია ზედაპირის ჩაზნექილობისაკენ. ჩვენს შემთხვევაში პირველი ფაზის წნევა $\frac{2\sigma}{R}$ სიდიდით მეტია მეორე ფაზის წნევასთან შედარებით.

განვიხილოთ ახლა ზოგადი შემთხვევა, როდესაც გამყოფ ზედაპირს ნებისმიერი ფორმა აქვს (ნახ. 162). ავარჩიოთ ზედაპირზე რომელიმე წერტილი და ამ წერტილში აღმართულ ნორმალზე გავავლოთ ზედაპირის ორი ერთიმეორის მართობული კვეთი. კვეთის შედეგად მიღებული მრუდების სიმრუდის რადიუსები აღვნიშნოთ სათანადოდ R_1-ით და R_2-ით, ხოლო სიმრუდის ცენტრები O_1-ით და O_2-ით. არჩეული წერტილის მახლობლად გამოვყოთ ზედაპირის მცირე $a\,b\,c\,d$ ელემენტი S ფართობით ისევე, როგორც წინა შემთხვევაში, გავადიდოთ პირველი ფაზის მოცულობა dV_1 სიდიდით და ამავე სიდიდით შევამციროთ მეორე ფაზის მოცულობა. ამ პროცესის დროს $a\,b\,c\,d$ ელემენტი გადაინაცვლებს და დაიკავებს $a_1 b_1 c_1 d_1$

მდებარეობას და მისი ფართობი $S+dS$-ის ტოლი გახდება. ფაზათა წნევების სხვაობის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ისევ (XII,6) ფორმულით, რომლის გამოყვანის დროს ჩვენ არ დაგვიშვია, რომ



ნახ. 162.

გამყოფი ზედაპირი სფერული ფორმისაა. გამოვთვალოთ ამ ფორმულაში dS და dV_1 სიდიდეები. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ ელემენტის ფართობი გადანაცვლებამდე იყო $S=ab\,.\,cd$ ანუ, ვინაიდან $ab=R_1\varphi_1$ და $cd=R_2\varphi_2$,

$$S=R_1R_2\varphi_1\varphi_2.$$

თუ ელემენტმა dR მანძილით გადაინაცვლა, სიმრუდის რადიუსები გახდება R_1+dR და R_2+dR. ელემენტის ფართობის გადანაცვლების შემდეგ იქნება

$$S+dS=a_1b_1\,.\,c_1d_1$$

ანუ, ვინაიდან $a_1b_1=(R_1+dR)\varphi_1$ და $c_1d_1=(R_2+dR)\varphi_2$,

$$S+dS=(R_1+dR)\,(R_2+dR)\,\varphi_1\varphi_2.$$

ფართობის ნაზრდისათვის მივიღებთ:

$$dS=(R_1+R_2)\varphi_1\varphi_2dR$$

(მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე წევრი, რომელიც dR^2-ს შეიცავს, უგულებელყოფილია).

მეორე მხრივ, პირველი ფაზის მოცულობის ნაზრდი, რომელიც გამოწვეულია S ელემენტის გადანაცვლებით, გამოითვლება როგორც S ფართობის ნამრავლი dR-ზე, ე. ი.

$$dV_1 = R_1 R_2 \varphi_1 \varphi_2 dR.$$

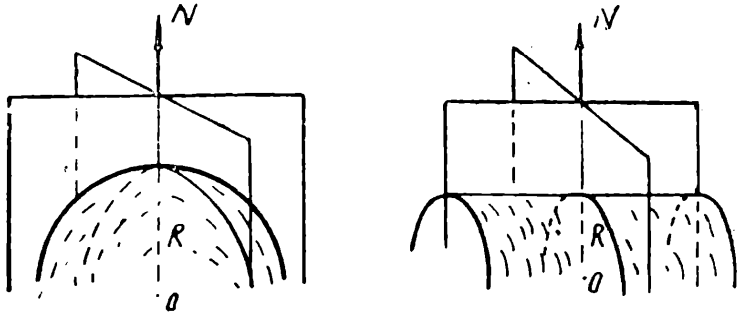
აქედან $\frac{dS}{dV_1}$ წარმოებულისათვის მივიღებთ:

$$\frac{dS}{dV_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

(XII, 6) ფორმულაში ჩასმა საბოლოოდ გვაძლევს:

$$p_1 = p_2 + \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad \text{(XII, 7)}$$

ამ ფორმულას, რომელიც კავშირს ამყარებს ორი ფაზის წნევათა შორის გამრუდებული გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში, ლაპლასის ფორმულა ეწოდება. $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ სიდიდეს ეწოდება ზედაპირის საშუალო სიმრუდე აღებულ წერტილში. R_1 და R_2 ორი ნებისმიერი, მაგრამ აუცილებლად ერთიმეორის მართობული კვეთის, სიმრუდის რადიუსებია. დიფერენციალურ გეომეტრიაში მტკიცდება, რომ ყველა ნორმალურ კვეთს შორის არსებობს ორი, ერთიმეორის მართობული კვეთი, რომლებიც ხასიათდება უმცირესი და

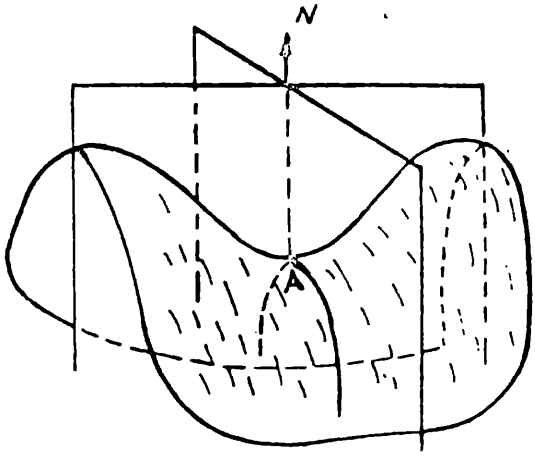


ნახ. 163.

უდიდესი სიმრუდის რადიუსებით. ამ კვეთებს მთავარი კვეთები ეწოდება, ხოლო მათ სიმრუდის რადიუსებს—მთავარი სიმრუდის რადიუსები. ვინაიდან ზედაპირის საშუალო სიმრუდე $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ არ არის დამოკიდებული ურთიერთმართობული კვეთების არჩევაზე,

ასეთ კვეთებად ჩვეულებრივად ირჩევენ მთავარ კვეთებს. ჩვენც ასე მოვიქცევით და ამიტომ შემდეგში R_1 და R_2 განხილული იქნება როგორც მთავარი სიმრუდის რადიუსები.

შემოღებული გეომეტრიული ცნებების ნათელსაყოფად განვიხილოთ ზოგიერთი მარტივი ზედაპირი, მათი მთავარი კვეთები და სიმრუდის რადიუსები. ცხადია, რომ სფეროს შემთხვევაში (ნახ. 163) ზედაპირის რაიმე წერტილში გატარებული ყველა ნორმალური კვეთი ერთი და იმავე რადიუსის წრეხაზები იქნება, ე. ი. ყველა კვეთს ექნება ერთი და იგივე სიმრუდის რადიუსი, თვით სფეროსათვის მივიღებთ $R_1 = R_2 = R$, აქედან სფეროს საშუალო სიმრუდისათვის გვექნება $K = \frac{2}{R}$. ცილინდრული ზედაპირის შემთხვევაში ერთი მთავარი კვეთი R რადიუსის წრეა, მეორე მთავარი კვეთი კი სწორი ხაზია, რომლის სიმრუდის რადიუსი უსასრულოდ დიდია.



ნახ. 164.

მაშასადამე, ამ შემთხვევაში $R_1 = R$, $R_2 = \infty$, ასე რომ, საშუალო სიმრუდისათვის მივიღებთ $K = \frac{1}{R}$. 164-ე ნახაზზე ნაჩვენებია უნაგირის ფორმის ზედაპირი, რომლისათვისაც A წერტილში გავლებულ მთავარ კვეთებს აქვთ გარკვეული სასრული სიმრუდის რადიუსები. მაგრამ სფეროსა და სხვა, მხოლოდ ამოზნექილი ან მხოლოდ ჩაზნექილი, ზედაპირებისაგან განსხვავებით, მისი მთავარი კვეთების სიმრუდის ცენტრები ზედაპირის სხვადასხვა მხარეს მდებარეობს. ასეთ შემთხვევაში ერთი სიმრუდის რადიუსი დადებითად ითვლება, მეორე კი უარყოფითად. თუ რომელ მათგანს ავირჩევთ დადებითად და

რომელს უარყოფითად, ეს დამოკიდებულია შეთანხმებაზე, მაგრამ ლაპლასის ფორმულის გამოყენების შემთხვევაში დადებითად ითვლება პირველი ფაზისაკენ მიმართული სიმრუდის რადიუსი.

ლაპლასის ფორმულა გვიჩვენებს, რომ გამრუდებული ზედაპირული ფენის შემთხვევაში წონასწორობაში მყოფი ფაზების წნევები ტოლი არ არის. წნევების ტოლობას ადგილი აქვს მხოლოდ ბრტყელი გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში ($R_1 = R_2 = 0$ და $p_1 = p_2$).

გამოვიყენოთ მიღებული შედეგები ზოგიერთი საკითხის გადაწყვეტად. გამოვარკვიოთ, მაგალითად, რა ფორმას ღებულობს თავისუფალი სითხე, თუ არ მოქმედებს სიმძიმის ველი. წონასწორობის პირობის თანახმად, ზედაპირული ფენის თავისუფალი ენერგია მინიმალური უნდა იყოს. ეს კი, (XII, 7) ფორმულის თანახმად, იმას ნიშნავს, რომ მინიმალური უნდა იყოს სითხის ზედაპირი. გეომეტრიიდან ცნობილია, რომ ტოლი მოცულობის სხვადასხვა სხეულებს შორის უმცირესი ზედაპირი აქვს სფეროს. მაშასადამე, სიმძიმის ძალისაგან თავისუფალი სითხე სფერულ ფორმას ღებულობს. ამით აიხსნება პ ლ ა ტ ო ს ცნობილი ცდა: თუ წყლის და სპირტის ნარევში, რომელიც ისეა შეზავებული, რომ მისი სიმკვრივე ზეთის სიმკვრივის ტოლია, მოვათავსებთ გარკვეული რაოდენობით ზეთს, უკანასკნელი სფეროს ფორმას მიიღებს. ხსნარისა და ზეთის სიმკვრივეთა ტოლობა იმისათვისაა საჭირო, რომ ამომგდებმა ძალამ გაბათილოს ზეთის წონა. ამ შემთხვევაში ზეთი შეიძლება განვიხილოთ როგორც უწონადი, რის გამოც დარჩება მხოლოდ ზედაპირული დაჭიმულობის ძალა, რომელიც მას სფეროს ფორმას მიაღებინებს. ამავე მიზეზით, ე. ი. ზედაპირული დაჭიმულობით, აიხსნება სითხის მცირე წვეთების დაახლოებით სფერული ფორმა. მართლაც, რაც უფრო მცირეა წვეთი, მით უფრო ნაკლებად მნიშვნელოვანია სიმძიმის ძალა ზედაპირულ ძალასთან შედარებით. ვინაიდან წვეთის შემცირებისას სიმძიმის ძალა მოცულობის პროპორციულად კლებულობს, ე. ი. უფრო სწრაფად, ვიდრე ზედაპირული ძალა, რომელიც ფართობის პროპორციულია[1], ამიტომ რაც უფრო მცირეა წვეთის ზომა, მით უფრო ახლოა მისი ფორმა სფეროს ფორმასთან. რასაკვირველია, თუ სითხის წვეთებს ტოლი სიმკვრივის

---

[1] სხეულის მოცულობა ხაზოვანი ზომის კუბის: $V \approx l^3$ პროპორციულია, ზედაპირის ფართობი კი—ამავე ზომის კვადრატისა $S \approx l^2$. აქედან ცხადია, რომ ხაზოვანი ზომის შემცირებისას მოცულობა უფრო სწრაფად კლებულობს, ვიდრე ზედაპირის ფართობი.

მქონე სითხის შიგნით მოვათავსებთ, მათ ზომას მნიშვნელობა აღარ ექნება წონის სრული დაკარგვის გამო.

განვიხილოთ ახლა თავის ორთქლთან წონასწორობაში მყოფი სითხის სფერული ფორმის წვეთი. თუ ორთქლის წნევას p_1-ით აღვნიშნავთ, ხოლო წვეთის შიგნით წნევას p_2-ით, ლაპლასის ფორმულის თანახმად მივიღებთ:

$$p_2 = p_1 + \frac{2\sigma}{R},$$

სადაც R არის წვეთის რადიუსი.

სითხისა და ორთქლის გამყოფი ზედაპირი რომ ბრტყელი ყოფილიყო, წონასწორობის პირობა შემდეგი სახით დაიწერებოდა

$$p_2^\circ = p_1^\circ,$$

სადაც $^\circ$ ნიშნაკით აღნიშნულია სითხისა და ორთქლის წნევა ბრტყელი გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში.

წინა განტოლებიდან გამოკლებით მივიღებთ

$$\delta p_2 = \delta p_1 + \frac{2\sigma}{R}, \qquad \text{(XII, 8)}$$

სადაც δp_2 და δp_1 სითხის და ორთქლის წნევათა ცვლილებებია, რომლებიც გამოწვეულია გამყოფი ზედაპირის გამრუდებით. ამ სიდიდეთა საპოვნელად გამოვიყენოთ წონასწორობის მეორე პირობა $\varphi_1 = \varphi_2$. აქედან მივიღებთ:

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2.$$

ვინაიდან ზედაპირის გამრუდების პროცესი მუდმივი ტემპერატურის პირობებში მიმდინარეობს (იცვლება მხოლოდ წნევა), კუთრი თერმოდინამიკური პოტენციალების ცვლილება შემდეგნაირად იქნება გამოსახული: $\delta\varphi_1 = v_1\delta p_1$ და $\delta\varphi_2 = v_2\delta p_2$. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$v_1\delta p_1 = v_2\delta p_2. \qquad \text{(XII, 9)}$$

(XII, 8) და (XII,9) განტოლებათა ამოხსნა საბოლოოდ მოგვცემს:

$$\left.\begin{aligned} \delta p_1 &= \frac{v_2}{v_1 - v_2}\frac{2\sigma}{R}, \\ \delta p_2 &= \frac{v_1}{v_1 - v_2}\frac{2\sigma}{R}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XII,10)}$$

ასეთია სითხისა და ორთქლის წნევათა ცვლილებანი, რომლებიც გამოწვეულია გამყოფი ზედაპირის გამრუდებით.

პირველი ამ ფორმულათაგანი გვიჩვენებს, თუ რამდენად მეტია სფერულ წვეთთან წონასწორობაში მყოფი ორთქლის წნევა, ბრტყელი ზედაპირის მქონე სითხესთან წონასწორობაში მყოფ ორთქლის წნევასთან შედარებით. ვინაიდან $v_1 > v_2$, δp_1 დადებითი იქნება, ე. ი. ორთქლის წნევა წვეთზე მეტია, ვიდრე ორთქლის წნევა ბრტყელ ზედაპირზე. რადგანაც გაზის კუთრი მოცულობა სითხის კუთრ მოცულობაზე გაცილებით მეტია, წინა ფორმულები უფრო მარტივ სახეს მიიღებს:

$$\delta p_1 = \frac{v_2}{v_1}\frac{2\sigma}{R}, \qquad \delta p_2 = \frac{2\sigma}{R}. \qquad \text{(XII,10')}$$

მიღებული შედეგები მართებულია იმ შემთხვევაშიაც, როდესაც სფერული ფორმა აქვს არა სითხეს, არამედ ორთქლს. ასეთია, მაგალითად, შემთხვევა, როდესაც სითხეში იმყოფება იმავე ნივთიერების ორთქლის ბუშტი, მხოლოდ ამ შემთხვევაში ზედაპირის სიმრუდის რადიუსი მიმართული იქნება ბუშტის ცენტრისაკენ, ე. ი. სითხის გარეთ, რის გამოც იგი უარყოფითი ნიშნით უნდა ავიღოთ. ფორმულა δp_1-სათვის შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\delta p_1 = -\frac{v_2}{v_1}\frac{2\sigma}{R}, \qquad \text{(XII,10'')}$$

ე. ი. ბუშტის შიგნით მყოფი ორთქლის წნევა ნაკლებია, ვიდრე ორთქლის წნევა ბრტყელ ზედაპირზე.

დასასრულ, განვიხილოთ ორთქლთან წონასწორობაში მყოფი სითხის თხელი აპკით შემოსაზღვრული ბუშტის შემთხვევა. დავუშვათ, რომ ბუშტი სფერული ფორმისაა. გარეგანი წნევისა და ბუშტის ზედაპირული ფენის შიგნით წნევის სხვაობისათვის ფორმულა მოგვცემს

$$p'_1 - p_2 = -\frac{2\sigma}{R},$$

ვინაიდან ბუშტის გარე ზედაპირის სიმრუდის რადიუსი სითხისკენ არის მიმართული, ე. ი. დადებითია. ანალოგიურად შიგა წნევის და ზედაპირული ფენის შიგნით წნევის სხვაობისათვის მივიღებთ:

$$p''_1 - p_2 = \frac{2\sigma}{R}.$$

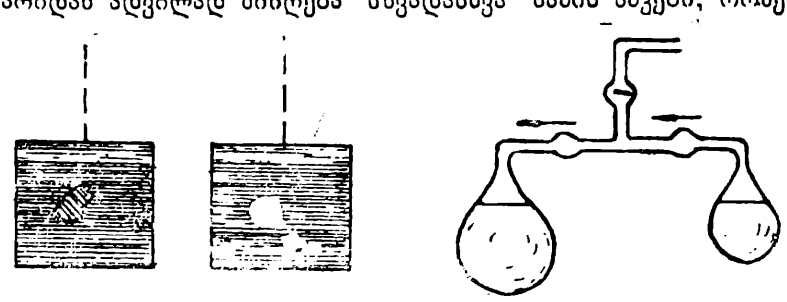
ამ შემთხვევაში სიმრუდის რადიუსი მიმართულია ბუშტის შიგნით მყოფი ორთქლისაკენ, ე. ი. უარყოფითია. ჩვენ დავუშვით აგრეთვე, რომ ბუშტი იმდენად თხელია, რომ შეიძლება უგულებელვყოთ განსხვავება გარე და შიგა ზედაპირების სიმრუდის რადიუსებს შორის. მიღებული ფორმულებიდან შეიძლება გამოვითვალოთ შინაგან და გარეგან წნევებს შორის სხვაობა:

$$p''_1 - p'_1 = \frac{4\sigma}{R},$$

ე. ი. ბუშტის შიგნით წნევა მეტია, ვიდრე მის გარეთ, და წნევათა ეს სხვაობა მით მეტია, რაც ნაკლებია ბუშტის რადიუსი.

§ 95. სითხის თხელი აპკები

სითხის ზედაპირული ფენის თვისებები ყველაზე უფრო ნათლად ჩანს თხელი აპკების შემთხვევაში, რომლებიც საპნის ხსნარის საშუალებით მიიღებიან. მდგრადი აპკების მისაღებად ჩვეულებრივად საპნის ხსნარს მცირე რაოდენობით გლიცერინს უმატებენ. ასეთი ხსნარიდან ადვილად მიიღება სხვადასხვა სახის აპკები, რომელთა



ნახ. 165.

თვისებების შესწავლა ზედაპირული მოვლენების საუკეთესო საშუალებაა. აღვწეროთ ზედაპირული დაჭიმულობის არსებობის დამამტკიცებელი რამდენიმე მარტივი ცდა.

აპკის საშუალებით შეიძლება, მაგალითად, განვახორციელოთ ცდა, რომლითაც მტკიცდება, რომ ზედაპირული ფენის ფართობის გადიდება გარკვეული მუშაობის შესრულებას მოითხოვს. გავაკეთოთ მავთულის ჩარჩო (ნახ. 160), რომლის ერთი წიბო მოძრავი იქნება (იგი შეიძლება, მაგალითად, ძაფისაგან გაკეთდეს). საპნის ხსნარში ჩაშვებისა და ამოღების შემდეგ ჩარჩოს გადაეკვრება თხელი აპკი. თუ ჩარჩო ვერტიკალურად გავაჩერეთ, დავინახავთ, რომ აპკი შეიკუმშება და ასწევს მოძრავ მხარეს ან დაჭიმავს ძაფს.

აპკის გასაჭიმავად დაგვჭირდება მოძრავი მხარის გარეშე ძალით გადანაცვლება და მუშაობის შესრულება.

165-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მავთულის ჩარჩო, რომელზედაც ისევე, როგორც წინა შემთხვევაში, გადაკრულია საპნის აპკი. თვით ჩარჩოზე გაკეთებულია ძაფის მარყუჟი. თუ მარყუჟის შიგნით მყოფი აპკის ნაწილს გავწყვეტთ, დარჩენილი ნაწილის ზედაპირული დაჭიმულობა შეკუმშავს ამ დარჩენილ ნაწილს და გაშლის მარყუჟს. უკანასკნელი მიიღებს წრფის ფორმას. ეს ცდა ადასტურებს ზედაპირული ფენის თვისებას—შეამციროს მინიმუმამდე თავისი ფართობი. მართლაც, აპკის დარჩენილი ნაწილის ფართობის მინიმუმის პირობა მოითხოვს, რომ აპკისაგან თავისუფალმა ნაწილმა (მარყუჟის შიგნით) უდიდესი ფართობი მიიღოს. გეომეტრიიდან ცნობილია, რომ ერთისა და იმავე სიგრძის ჩაკეტილ ბრტყელ მრუდებს შორის უდიდეს ფართობს წრეხაზი შემოსაზღვრავს.

ზედაპირული ფენის იმავე თვისებას ამტკიცებს საპნის ბუშტი, რომელიც დაახლოებით სფეროს ფორმისაა. ჩვენ ვამბობთ დაახლოებით, ვინაიდან სიმძიმის ძალა ყოველთვის იწვევს მისი ფორმის შეცვლას. მოთხოვნა, რომ თავისუფალმა საპნის ბუშტმა სფეროს ფორმა მიიღოს, გამომდინარეობს არა მარტო ზედაპირის მინიმუმის პირობიდან, არამედ იქიდანაც, რომ თავისუფალი სითხის ზედაპირზე წნევა მუდმივი უნდა იყოს. ეს პირობა კი, (XII, 6′) ფორმულის თანახმად, მხოლოდ იმ შემთხვევაში შესრულდება, როდესაც $R = \text{Const}$.

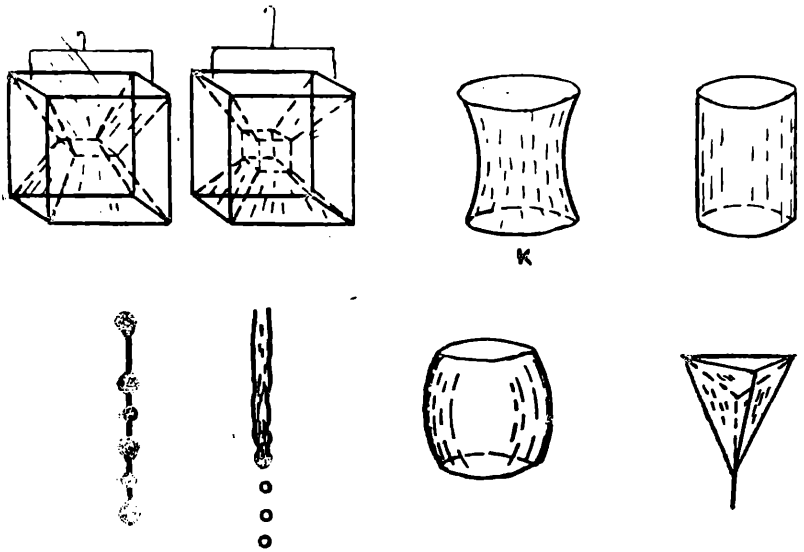
ამავე საპნის ბუშტების საშუალებით შეიძლება შემოწმდეს (XII, 10″) ფორმულის შედეგი, რომ გაზის წნევა ბუშტის შიგნით რადიუსის უკუპროპორციულია. სათანადო ცდის სქემა 165-ე ნახაზზეა მოყვანილი. მილის ბოლოზე გამობერილი სხვადასხვა რადიუსის ორი ბუშტი ერთიმეორესთან შეერთებულია c მილით. ვინაიდან მცირე ზომის ბუშტში წნევა მეტია, ამ ბუშტიდან ჰაერი დიდ ბუშტში გადაედინება, რაც გამოიწვევს მცირე ბუშტის შემცირებას, მოსპობას და მის ხარჯზე დიდი ბუშტის კიდევ უფრო გადიდებას.

თუ თხევადი აპკები შემოსაზღვრული იქნება სხვადასხვა სახის მყარი ჩარჩოებით, შეიძლება მივიღოთ მრავალი სხვადასხვა სახის ზედაპირული აპკი, რომელთა სახე განისაზღვრება ლაპლასის ფორმულით, აგრეთვე ჩარჩოს სახითა და ზომით. ვინაიდან ჰაერის წნევათა სხვაობა აპკის გარეთ და შიგნით ერთი და იგივე უნდა იყოს აპკის ყველა წერტილისათვის, ლაპლასის ფორმულის თანახმად აპკის ზედაპირის ფორმა შემდეგი პირობით განისაზღვრება:

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\text{Const.}$$

ზედაპირებს, რომლებიც ამ პირობას აკმაყოფილებენ, მუდმივი საშუალო სიმრუდის ზედაპირები ეწოდება. გეომეტრიიდან ცნობილია, რომ ერთადერთი მუდმივი საშუალო სიმრუდის ზედაპირი არის სფერო, თუ, რასაკვირველია, ეს ზედაპირი თავისუფალია, ე. ი. არ არის გადაკრული ჩარჩოზე. არასფერული ზედაპირების მიღება შეიძლება მხოლოდ ჩარჩოზე მათი გადაკვრის საშუალებით.

მუდმივი საშუალო სიმრუდის ზედაპირები სხვა ზედაპირებს შორის იმით გამოირჩევა, რომ ერთისა და იმავე საზღვრებისა და შემოსაზღვრული მოცულობის შემთხვევაში მათ უმცირესი ზედაპირი აქვს. თვით მუდმივი სიმრუდის ზედაპირებს შორის გამოირჩევა ე. წ. მინიმალური ზედაპირები, რომელთათვის ყველა წერტილში



ნახ. 166.

საშუალო სიმრუდე ნულია. მინიმალური ზედაპირები მათ იმიტომ ეწოდება, რომ ყველა იმ ზედაპირთან შედარებით, რომელნიც ერთნაირად არიან შემოსაზღვრული, მათი ზედაპირი უმცირესია. შემოსაზღვრული მოცულობისაგან დამოუკიდებლად მინიმალური ზედაპირები შემდეგი განტოლებით განისაზღვრება:

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=0.$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ მინიმალური ზედაპირი ან ბრტყე-

ლი წახნაგებით უნდა იყოს შემოსაზღვრული ანდა ყოველ წერტილში მისი მთავარი სიმრუდის რადიუსები ტოლი და საწინააღმდეგო ნიშნის უნდა იყოს.

166-ე ნახაზზე ნაჩვენებია სხვადასხვა სახის მუდმივი საშუალო სიმრუდის ზედაპირები, რომლებიც მიღებულია სხვადასხვა სახის ჩარჩოების გამოყენებით. ზოგი მათგანი შემოსაზღვრულია ბრტყელი წახნაგებით, ზოგი კი ბრუნვის ზედაპირებია. უკანასკნელთა შორის არის ერთადერთი მინიმალური ზედაპირი (კატენოიდი—k). თეორია და ცდა გვიჩვენებს, რომ ყველა ეს ზედაპირი არ არის მდგრადი. მაგალითად, ცილინდრული ზედაპირი მხოლოდ იმ შემთხვევაშია მდგრადი, როდესაც მსახველის სიგრძე ფუძის პერიმეტრზე ნაკლებია. ამით აიხსნება ის გარემოება, რომ გრძელი თხევადი ცილინდრი იშლება ცალკეულ წვეთებად.

§ 96. ზედაპირული მოვლენები სამი ფაზის შეხებისას

განვიხილოთ ზედაპირული მოვლენები, რომლებიც შესამჩნევი ხდება სამი ფაზის შეხებისას. ამ მხრივ განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია შემთხვევა, როდესაც ერთიმეორეს ეხება მყარი, თხევადი და გაზური ფაზა ან ორი თხევადი და ერთი გაზური ფაზა. ვინაიდან ორი ფაზა ერთიმეორეს ზედაპირზე ეხება, სამი ფაზის საერთო საზღვარი იქნება სამი გამყოფი ზედაპირის გადაკვეთით მიღებული მრუდი.

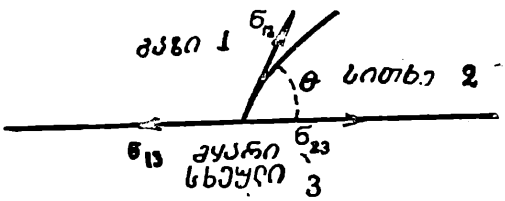
საკითხის გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ მესამე ფაზა მყარია და DAC ზედაპირი, რომლითაც იგი სითხესა და გაზს ეხება, ბრტყელი და ჰორიზონტალურია. ამ შემთხვევაში ფაზების გამყოფი ზედაპირების და სათანადო დაჭიმულობათა განლაგება ისეთი იქნება, როგორც ეს 167-ე ნახაზზეა ნაჩვენები. σ_{12}-ს და σ_{23}-ს შორის კუთხე θ-თი აღვნიშნოთ და ვუწოდოთ მას კიდური ანუ სასაზღვრო კუთხე. თუ სითხის მოძრაობას მყარი სხეულის ზედაპირის გასწვრივ არავითარი წინააღმდეგობა (ხახუნი) არ ხვდება, A წერტილი წონასწორობაში იქნება, მაშინ, როდესაც ზედაპირულ დაჭიმულობათა ჰორიზონტალური პროექციების ჯამი ნული იქნება (ვერტიკალური გეგმილი სიმძიმის ძალით გაბათილდება). ეს გვაძლევს შემდეგ პირობას:

$$\sigma_{13}-\sigma_{23}-\sigma_{12}\cos\theta=0,$$

საიდანაც კიდური კუთხის კოსინუსისათვის მივიღებთ:

$$\cos\theta=\frac{\sigma_{13}-\sigma_{23}}{\sigma_{12}}.$$

იმისდა მიხედვით, თუ როგორია σ_{13} და σ_{23}, θ-ს სხვადასხვა მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს. მაგალითად, თუ ზედაპირული დაჭიმულობა მყარ სხეულსა და გაზს შორის მეტია, ვიდრე ზედაპირული დაჭიმულობა მყარ სხეულსა და სითხეს შორის, ე. ი. თუ $\sigma_{13} > \sigma_{23}$, cos θ დადებითი იქნება, თვით θ კიდური კუთხე კი—მახვილი. სწორედ ეს შემთხვევაა ნაჩვენები 167-ე ნახაზზე. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ სითხე ასველებს მყარ სხეულს, ვინაიდან იგი ცდილობს თხელი ფენის სახით გაიშალოს მყარ სხეულზე. თუ $\sigma_{12} < \sigma_{23}$, მაშინ cosθ უარყოფითი იქნება, რაც იმას ნიშნავს, რომ კიდური კუთხე ბლაგვია. სითხე ცდილობს შეიკუმშოს ისე, რომ მას მყარ სხეულთან შეხების რაც შეიძლება ნაკლები ზედაპირი ჰქონდეს. თუ, მაგალითად, მყარ სხეულზე სითხის წვეთი იმყოფება, იგი მიიღებს ნახაზზე ნაჩვენებ სახეს. მისი ფორმა მით უფრო მეტად დაემსგავსება სფეროს ფორმას, რაც უფრო ნაკლებია წვეთის ზომა. როდესაც θ ბლაგვია, ამბობენ, რომ სითხე არ ასველებს მყარ სხეულს. სითხის მიერ მყარი სხეულის დასველება ან არდასველება მარტო მათ გვაროვნებაზე არ არის დამოკიდებული. მნიშვნელობა აქვს კიდევ მესამე მოსაზღვრე ფაზას. იმ სითხედ, რომლის მიმართაც არკვევენ მყარი სხეულის დასველების ხარისხს, ჩვეულებრივად წყალია აღებული. მესამე ფაზად, რომელსაც შეეხება შესასწავლი მყარი სხეული და წყალი, იღებენ ჰაერს ან ნახშირწყალბადიან სითხეს (მაგ., ბენზოლს). მყარ სხეულს, რომელიც უფრო ნახშირწყალბადიანი სითხით სველდება, ვიდრე წყლით, **ჰიდროფობური** სხეული ეწოდება. ასეთი სხეულებისათვის $\cos\theta < 0$. მყარი სხეული, რომელსაც წყალი უფრო ასველებს, ვიდრე ნახშირწყალბადიანი სითხე, **ჰიდროფილური** სხეული ეწოდება. მათთვის $\cos\theta > 0$. ჰიდროფილურია, მაგალითად, ჟანგები, სილიკატები, კარბონატები, კვარცი, ქარსი და სხვ. ჰიდროფობურია გოგირდი, გრაფიტი, ყველა სუფთა ლითონი. უნდა აღინიშნოს, რომ დასველების უნარი დამოკიდებულია მყარი სხეულის ზედაპირის სისუფთავეზე. თუ, მაგალითად, ლითონის ზედაპირი დაფარულია ჟანგის საკმაოდ სქელი ფენით, იგი ჰიდროფილური გახდება, ვინაიდან ამ შემთხვევაში წყალი ეხება არა თვით ლითონის ზედაპირს, არამედ ჟანგს, რომელიც ჰიდროფილურია.



ნახ. 167.

დასველების მოვლენა მრავალნაირ გამოყენებას პოულობს როგორც ყოველდღიურ ცხოვრებაში, ისე ტექნიკაში. ამ მოვლენაზეა დამყარებული საპნის რეცხვითი თვისება. გაჭუჭყიანებულ ზედაპირთან საპნის ხსნარის შეხებისას ზედაპირს გადაეკვრება საპნის თხელი ფენა (აღსორბცია), რომელიც ადიდებს წყლის მიერ ამ ზედაპირის დასველების უნარს; ზედაპირი, რომელიც ჰიდროფობური იყო, ახლა ჰიდროფილური ხდება. ეს არღვევს ჭუჭყის ნაწილაკების კავშირს გასაწმენდ ზედაპირთან და ერთიმეორესთან, რითაც აადვილებს ამ ნაწილაკების წყლით ჩამორეცხვას.

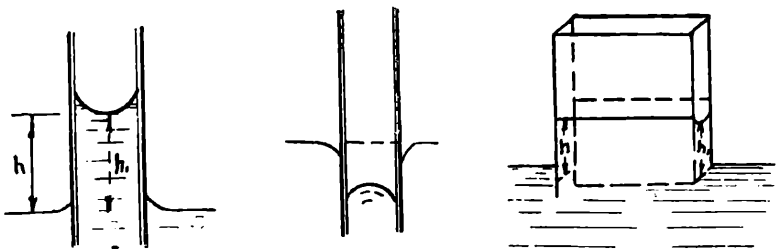
არანაკლები მნიშვნელობა აქვს დასველების მოვლენას ეგრეთ წოდებულ ფლოტაციის პროცესში. ეს პროცესი გამოიყენება წყლის ნარევიდან მინერალების ნაწილაკების გამოსაყოფად, რაც სასარგებლო მადანთა გამდიდრების ერთ-ერთი ძირითადი მეთოდია. ამ პროცესის შინაარსი შემდეგში მდგომარეობს: ფხვნილის სახით აღებული ქანი, რომლიდანაც უნდა გამოიყოს საჭირო მადანი, წყალში ჰირევა. წყალში ჩამატებულია მცირე რაოდენობით ზეთი. ცარიელი ქანი, რომელიც მადანს არ შეიცავს, უფრო კარგად სველდება წყლით, ვიდრე მადნის შემცველი ნაწილი, რის გამოც იგი იძირება ფსკერზე. მადანი კი მიეკვრება ზეთის ზედაპირს და ქაფთან ერთად წყლის ზედაპირზე ამოდის (მადნის მიკრობა ზეთთან იმითაა გამოწვეული, რომ იგი უფრო ძლიერ ზეთით სველდება, ვიდრე წყლით). ფლოტაციის პროცესს ბოლო ხანებში ძალიან ხშირად იყენებენ ქანის გასამდიდრებლად სასარგებლო მადნებიდ.

ჩვენ არ შევეხებით მოვლენებს, რომლებშიც დასველება ან არდასველება ფრიად მნიშვნელოვან როლს ასრულებს, მხოლოდ დავასახელებთ ზოგიერთ მათგანს: მცირე ნწერებს წყლის ზედაპირზე მოტრიალებისას ფეხები არ უსველდებათ, მათი მცირე წონა არ იწვევს სითხის ზედაპირული ფენის გაწყვეტას. მყარი სხეულის წყლით ირდასველებაზეა დამყარებული აგრეთვე ჭრონადი (ფლტობი) ტანსაცმლის დამზადება, კაპილარულ მილებში სითხეების აწევა ან დაწევა და მრავალი სხვა მოვლენა.

§ 97. სითხის სველის ლიმალე კაპილარულ მილში

სითხის აწევა და დაწევა კაპილარულ მილებში ისტორიულად პირველი მოვლენა იყო, რომელშიც შემჩნეულ იქნა სითხის ზედაპირული ფენის განსაკუთრებული თვისებები, ამიტომაც ზედაპირულ მოვლენებს ხშირად კაპილარული მოვლენები ეწოდება. ცნობილია, რომ, თუ ვიწრო კაპილარულ მილს სითხეში ჩავუშვებთ, სითხე

მილში აიწევს ან დაიწევს გარე დონესთან შედარებით. ადვილად შეიძლება გამოირკვეს, რომ მილში სითხე აიწევს, თუ სითხე ასველებს მილის კედლებს. თუ სითხე მილს არ ასველებს, ის მილში დაიწევს. პირველი შემთხვევა შეიძლება განვახორციელოთ, თუ სუფთა მინის მილს ჩავუშვებთ წყალში (წყალი კარგად ასველებს მინას). მეორე შემთხვევა—დონის დაწევა—მიიღება ვერცხლის-წყალში მინის მილის ჩაშვებისას. აღწერილი მოვლენის ახსნა ადვილად შეიძლება წინა პარაგრაფებში მოყვანილი თეორიით. ვთქვათ, სითხე ასველებს მილს, მაშინ მის ზედაპირს მილის კედლის მახლობლად (როგორც გარეთ, ისე შიგნით) 168-ე ნახაზზე ნაჩვენები სახე უნდა ჰქონდეს, ვინაიდან დასველების შემთხვევაში სითხისა და ჰაერის გამყოფი ზედაპირი მინისა და სითხის გამყოფ ზედა-



ნახ. 168.

პირთან მახვილ კიდურ კუთხეს უნდა ადგენდეს. ჩვენ ვხედავთ, რომ დასველების შემთხვევაში მილის შიგნით სითხის ზედაპირი ჩაზნექილია და, თუ მილი საკმაოდ წვრილია, ეს ზედაპირი შეიძლება ჩავთვალოთ სფერული ზედაპირის ნაწილად. მილის გარეთ, მისგან საკმაო დაშორებით, სითხის ზედაპირი ბრტყელია, მაგრამ სითხის ასეთი მდგომარეობა წონასწორული არ არის. მართლაც, სიმძიმის ველში მყოფი სითხის წონასწორობის პირობის თანახმად, ჰორიზონტალური ზედაპირის ყველა წერტილში წნევა ერთი და იგივე უნდა იყოს. ჩვენ შემთხვევაში ეს პირობა შესრულებული არ არის, ვინაიდან A და C წერტილებში წნევა გარეგანი წნევის, მაგალითად, ატმოსფერული წნევის ტოლია, B წერტილში კი წნევა ნაკლებია. ამ წერტილში, ატმოსფერული წნევის გარდა, მოქმედებს კიდევ ზედაპირული დაჭიმულობით გამოწვეული დამატებითი წნევა, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ზევით, სითხის ზედაპირის სიმრუდის ცენტრისაკენ. (XII, 6′) ფორმულის თანახმად, ეს ზედაპირული წნევა $\frac{2\sigma}{R}$ სიდიდით გამოიხატება, სადაც σ არის ზე-

დაპირული დაჭიმულობა და R სიმრუდის რადიუსი. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხე წონასწორობაში არ იქნება. წნევათა სხვაობის გამო მილის შიგნით სითხე აიწევს, სანამ წნევათა სხვაობა არ გაბათილდება სითხის სვეტის წნევით. თუ სითხის სვეტის სიმაღლეს h-ით აღვნიშნავთ, ხოლო მის სიმკვრივეს ρ-თი, სვეტის მიერ წარმოებული წნევისათვის მივიღებთ:

$$p = \rho g h.$$

ვინაიდან წონასწორობის მდგომარეობაში ეს წნევა ზედაპირული წნევის ტოლი უნდა იყოს, მივიღებთ:

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}.$$

აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ სვეტის სიმაღლე კაპილარულ მილში

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}. \qquad \text{(XII, 11)}$$

ვთქვათ, კიდური კუთხე არის θ, მაშინ ნახაზი გვიჩვენებს, რომ ზედაპირის სიმრუდის რადიუსი შემდეგი ფორმულითაა დაკავშირებული მილის r რადიუსთან:

$$R = \frac{r}{\cos\theta}.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}. \qquad \text{(XII, 12)}$$

ეს ფორმულა, რომელიც ჟიურენის კანონის სახელწოდებითაა ცნობილი, გამოიყენება როგორც დასველების ($\cos\theta > 0$), ისე არდასველების ($\cos\theta < 0$) შემთხვევაში. მხოლოდ უკანასკნელ შემთხვევაში h-ის უარყოფითი ნიშანი იმის აღმნიშვნელი იქნება, რომ სითხე მილში ქვევით იწევს. ეს სავსებით გასაგებია, ვინაიდან ამ შემთხვევაში მილში სითხის ზედაპირი ამოზნექილია და ზედაპირული წნევა ემატება გარეგან წნევას.

თუ სითხე სავსებით ასველებს ან სრულებით არ ასველებს მილს ($\cos\theta = \pm 1$), ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$h = \pm\frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

სრულიად ანალოგიურად შეიძლება გამოვითვალოთ სითხის აწევა ან დაწევა სითხეში მოთავსებულ ორ ბრტყელ ფირფიტას შორის (ნახ. 168). თუ ფირფიტები პარალელურია, მათ შორის მყოფ სითხის ზედაპირს ცილინდრული ზედაპირის ფორმა ექნება (ჩაზნექილი—დასველების შემთხვევაში და ამოზნექილი—არდასველების შემთხვევაში). ვინაიდან ცილინდრული ზედაპირისათვის ზედაპირული წნევა $\frac{\sigma}{R}$-ის ტოლია, სითხის აწევის ან დაწევის სიმაღლისათვის მივიღებთ:

$$h = \frac{\sigma \cos \theta}{\rho g r},$$

სადაც r არის ფირფიტათა შორის მანძილის ნახევარი.

სითხის კაპილარული აწევა ხშირად გვხვდება ყოველდღიურ ცხოვრებასა და ბუნებაში. მისი მაგალითებია: ნავთის აწევა პატრუქში, საშრობი ქაღალდის მიერ სითხის შეწოვა, მცენარეების მიერ ნიადაგიდან წყლის შეწოვა და მრავალი სხვა მოვლენა.

კაპილარულ მილებში სითხის აწევა (დასველების შემთხვევაში) დაკავშირებულია ორთქლის წნევის შემცირებასთან. მართლაც, წინა პარაგრაფში ჩვენ გაგვარკვიეთ, რომ ორთქლის წნევა ნაკლებია ჩაზნექილზედაპირიან სითხესთან წონასწორობაში, ვიდრე ბრტყელზედაპირიან სითხესთან წონასწორობაში. მაშასადამე, მილის შიგნით, სადაც სითხის ზედაპირი გამრუდებულია, ორთქლის წნევა ნაკლები იქნება, ვიდრე მილის გარეთ. ეს გამოიწვევს სითხის აწევას მილში, რაც მანამდე გაგრძელდება, სანამ მილში სითხის ზედაპირი ისეთ სიმაღლეს არ მიაღწევს, როცა ორთქლის წნევა მილის გარეთ მილში ორთქლის წნევის ტოლი არ გახდება (ცნობილია, რომ სიმაღლის ზრდის დროს ორთქლის ან გაზის წნევა კლებულობს). ვთქვათ, სითხემ მილში h სიმაღლეზე აიწია. ამ სიმაღლეზე ორთქლის წნევა შემდეგი ფორმულით იქნება მოცემული:

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu g h}{RT}}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ h ძალიან მცირე სიდიდეა, $e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$ შეიძლება მწკრივად დავშალოთ და შემოვისაზღვროთ პირველი ორი წევრით:

$$p = p_0\left(1 - \frac{\mu gh}{RT}\right) = p_0 - p_0\frac{\mu gh}{RT}.$$

დავუშვათ, რომ, ორთქლის წნევის სიმცირის გამო, ორთქლისათვის შესაძლებელია კლაპეირონის განტოლების გამოყენება, რომლის თანახმად $\frac{p_0\mu}{RT} = \frac{M}{V} = \rho_1$, სადაც ρ_1 არის ორთქლის სიმკვრივე. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$p = p_0 - \rho_1 gh.$$

მეორე მხრივ, (XII, 10) ფორმულის თანახმად, ორთქლის წნევა ჩაზნექილ ზედაპირზე შემდეგნაირად გამოიხატება:

$$p = p_0 - \frac{v_2}{v_1}\frac{2\sigma}{R}.$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ $v_2 = \frac{1}{\rho}$, სადაც ρ სითხის სიმკვრივეა და $v_1 = \frac{1}{\rho_1}$, მიღებული ფორმულების შედარება მოგვცემს:

$$gh = \frac{2\sigma}{\rho R}.$$

აქედან კაპილარულ მილში აწევის სიმაღლისათვის მივიღებთ:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gR},$$

ე. ი. (XII,11) ფორმულას.

§ 98. ზედაპირული მოვლენები სხვარის შემთხვევაში (ადსორბცია)

აქამდე ჩვენ ზედაპირულ მოვლენებს მხოლოდ იმ შემთხვევაში ვიხილავდით, როდესაც ორივე ფაზა მხოლოდ ერთისა და იმავე გვარის ნაწილაკებისაგან იყო შემდგარი. მართალია, ჩვენ შევეხეთ იმ შემთხვევებსაც (მყარი სხეულის დასველება სხვადასხვაგვარი სითხით), როდესაც ერთიმეორეს სხვადასხვაგვარი სხეული ესაზღვრება, მაგრამ მხედველობაში არ მიგვიღია მათი ერთიმეორეში გახსნა.

ცდები გვიჩვენებს, რომ სითხისადმი რაიმე ნივთიერების დამატება ცვლის სითხისა და მხსი ორთქლის გამყოფი ზედაპირის დაჭიმულობას და ზედაპირული დაჭიმულობის ეს ცვლილება დამატე-

ბული ნივთიერების გვაროვნებაზეა დამოკიდებული. მაგალითად, წყლისა და ორთქლის ზედაპირულ დაჭიმულობაზე დიდ გავლენას ახდენს ორგანული მჟავები, სპირტები, ეთერები და მრავალი სხვა ორგანული ნივთიერება. ყველა ეს ნივთიერება გახსნისას იწვევს ზედაპირული დაჭიმულობის შემცირებას. ცდები გვიჩვენებს, რომ ზედაპირული დაჭიმულობა განსაკუთრებით სწრაფად მცირდება მცირე კონცენტრაციის არეში. შემდგომი გახსნა (კონცენტრაციის გადიდება) უკვე აღარ იწვევს ზედაპირული დაჭიმულობის სწრაფ შემცირებას. ზედაპირული დაჭიმულობის შემცირება, რაც ორგანული ნივთიერების გახსნითაა გამოწვეული, ადვილად შეიძლება ნათელვყოთ შემდეგი მარტივი ცდით. წყლის ზედაპირზე დავყაროთ ლიკოპოდიუმის ფხვნილი ისე, რომ იგი თხელ ფენად დაეფინოს სითხის ზედაპირზე. თუ ახლა სითხის ზედაპირზე დავაწვეთებთ სპირტის ან ეთერის წვეთს, შევამჩნევთ, რომ ლიკოპოდიუმის ფხვნილი სწრაფად გადაინაცვლებს ჭურჭლის კედლებისაკენ. ეს მოვლენა სწორედ იმით აიხსნება, რომ დაწვეთების ადგილას წარმოიშვება სპირტის ან ეთერის წყალხსნარი, რომლის ზედაპირული დაჭიმულობა გაცილებით ნაკლებია, ვიდრე სუფთა წყლის ზედაპირული დაჭიმულობა. ამიტომ წყლის სუფთა ზედაპირი შეიკუმშება და თან წაიყოლიებს ლიკოპოდიუმის ფხვნილს (ეს უკანასკნელი ამ შემთხვევაში გამოყენებულია მხოლოდ იმისათვის, რომ შესამჩნევი გახდეს წყლის ზედაპირის გადანაცვლება).

ნივთიერებას, რომელიც შესამჩნევად ამცირებს ზედაპირულ დაჭიმულობას, ზედაპირულად აქტიური ნივთიერება ეწოდება. ცხადია, რომ ეს თვისება (ზედაპირული დაჭიმულობის ცვლა) მარტო განსახილველი ნივთიერების გვაროვნებაზე არ არის დამოკიდებული. მნიშვნელობა აქვს აგრეთვე სითხეს, რომლის ზედაპირული დაჭიმულობაც შეისწავლება. მაგალითად, არაორგანული ელექტროლიტები აქტიური არ არის წყლისა და მისი ორთქლის გამყოფი ზედაპირისადმი, მაგრამ ძლიერ აქტიურია წყლისა და ვერცხლისწყლის გამყოფი ზედაპირისადმი, ვინაიდან ძლიერ ამცირებს ამ გამყოფი ზედაპირის დაჭიმულობას.

ზედაპირულად აქტიური ნივთიერების გახსნით გამოწვეულ ზედაპირული დაჭიმულობის შემცირებასთან მჭიდროდ არის დაკავშირებული ფრიად მნიშვნელოვანი მოვლენა: გახსნილი ნივთიერების (ე. ი. ზედაპირულად აქტიური ნივთიერების) დაგროვება ფაზების გამყოფ ზედაპირზე. ამ მოვლენას ადსორბცია ეწოდება.

გამოვარკვიოთ, თუ რატომ ხდება ზედაპირულ ფენაში გახსნილი ნივთიერების დაგროვება და როგორ არის ეს დაგროვება დაკავშირებული გახსნილი ნივთიერების მიერ ზედაპირული დაჭიმულობის შემცირებასთან. ამისათვის დავეყრდნოთ უკვე რამდენჯერმე გამოყენებულ დებულებას, რომ სისტემის წონასწორობის მდგომარეობა თავისუფალი ენერგიის მინიმუმს ეთანადება. მეორე მხრივ, ჩვენ ვიცით, რომ ორი ფაზის გამყოფი ზედაპირის თავისუფალი ენერგია ზედაპირული დაჭიმულობის პირდაპირპროპორციულია: $F = \sigma S$, სადაც S ზედაპირის ფართობია. დავუშვათ ახლა, რომ ფაზებში გახსნილი ნივთიერება ამცირებს ფაზათა შორის არსებულ ზედაპირულ დაჭიმულობას და გავიხსენოთ ზემომოყვანილი შედეგი, რომ ეს შემცირება მით უფრო მეტია, რაც უფრო მეტია კონცენტრაცია. აქედან გამომდინარეობს, რომ გახსნილი ნივთიერება, თუ იგი ამცირებს ზედაპირულ დაჭიმულობას, რაც შეიძლება მეტი რაოდენობით დაგროვდება ზედაპირულ ფენაში, ვინაიდან ასეთი დაგროვება ყველაზე უფრო მეტად შეამცირებს ზედაპირის თავისუფალ ენერგიას. წინააღმდეგ შემთხვევაში, როდესაც გახსნილი ნივთიერება ზედაპირულ დაჭიმულობას ადიდებს, იგი მეტი რაოდენობით იქნება ფაზების შიგნით. ასე რომ, მისი კონცენტრაცია ზედაპირულ ფენაში ნაკლები იქნება, ვიდრე ფაზის მოცულობაში. პირველ შემთხვევაში ადსორბციას დადებითი ეწოდება, მეორე შემთხვევაში კი უარყოფითი.

ადსორბციის სიდიდესა და ზედაპირულ დაჭიმულობას შორის ოდენობრივი კავშირის დასამყარებლად შემოვიღოთ ადსორბციის დამახასიათებელი სიდიდე. აღვნიშნოთ n-ით გახსნილი ნივთიერების მოლებისჭ ის ზედმეტი რაოდენობა, რომელიც ზედაპირულ ფენაშია, იმ რაოდენობასთან შედარებით, რომელიც იქნებოდა, რომ არ ყოფილიყო ადსორბცია. n-ის შეფარდება ზედაპირის ფართობთან Γ-თი აღვნიშნოთ და ვუწოდოთ მას ადსორბცია (სიდიდე და არა მოვლენა). მაშასადამე, ადსორბცია გახსნილი ნივთიერების იმ ზედმეტი რაოდენობით განისაზღვრება, რომელიც ზედაპირის ერთეულზეა. ცხადია, რომ თუ ზედაპირულ ფენაში არ ხდება ნივთიერების დაგროვება. ადსორბცია (Γ) უარყოფითი იქნება.

გიბსმა გამოირკვია, რომ ადსორბცია (Γ) შემდეგი ფორმულითაა დაკავშირებული გახსნის შედეგად ზედაპირული დაჭიმულობის ცვლილებასთან:

$$\Gamma = -\frac{c}{RT}\frac{d\sigma}{dc}. \qquad \text{(XII, 13)}$$

ეს ფორმულა მათემატიკური სახით გამოხატავს ზემოთ მიღებულ შედეგს ადსორბციასა და ზედაპირულ დაჭიმულობას შორის კავშირის შესახებ. მართლაც, ვთქვათ $\frac{d\sigma}{dc}<0$, ე. ი. ნივთიერების გახსნა ზედაპირულ დაჭიმულობას ამცირებს, მაშინ, (XII, 13) ფორმულის თანახმად, $\Gamma>0$, ე. ი. ხდება გახსნილი ნივთიერების ზედაპირულ ფენაში დაგროვება. თუ $\frac{d\sigma}{dc}>0$, ე. ი. გახსნა ზედაპირული დაჭიმულობის ზრდას იწვევს, $\Gamma<0$—გახსნილი ნივთიერება გაურბის ზედაპირულ ფენას, ე. ი. კონცენტრაცია ზედაპირულ ფენაში ნაკლებია, ვიდრე მოცულობაში.

გიბსის ფორმულა მართებულია მხოლოდ სუსტი ხსნარებისათვის (როდესაც c მცირეა). ეს, რასაკვირველია, იმას არ ნიშნავს, რომ Γ-ც მცირეა, ვინაიდან სუსტი ხსნარების შემთხვევაშიაც შესაძლებელია ძლიერი ადსორბცია.

გამოვარკვიოთ ახლა, თუ როგორი კავშირია ადსორბციასა და ხსნარის კონცენტრაციას შორის მუდმივი ტემპერატურის შემთხვევაში, ე. ი. ვიპოვოთ Γ-სა და c-ს დამაკავშირებელი ფუნქციის სახე (ადსორბციის იზოთერმი).

ამისათვის დაწვრილებით გავარჩიოთ ადსორბციის პროცესი. ამერიკელი ფიზიკოსის ლენგმუირის მიხედვით, ადსორბციის მიმდინარეობის ხასიათი შემდეგნაირად უნდა წარმოვიდგინოთ. გახსნილი ნივთიერების მოლეკულა (მყარი ან თხევადი სხეულის ზედაპირზე ადსორბციის შემთხვევაში შეიძლება იგი გაზის მოლეკულაც იყოს) ფაზების გამყოფ ზედაპირთან დაჯახებისას მიეკვრება მას, გარკვეული დროის განმავლობაში მასზე რჩება და შემდეგ, სითბური მოძრაობის შედეგად, შეიძლება მოწყდეს, ან როგორც ამბობენ, აორთქლდეს. ზედაპირზე ადსორბირებულ მოლეკულათა რაოდენობა ამ ორი პროცესით განისაზღვრება: ზედაპირთან დაჯახებით და მიკვრით და ზედაპირიდან აორთქლებით. წონასწორობა დამყარდება, ე. ი. ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვი აღარ შეიცვლება, როდესაც მიკრულ და აორთქლებულ მოლეკულათა რიცხვი ტოლი გახდება. ცხადია, რომ ადსორბციის დაწყებით პერიოდში აორთქლებულ მოლეკულათა რიცხვი ნაკლები იქნება, ვიდრე დაჯახებული და მიკრული მოლეკულების რიცხვი. თანდათანობით აორთქლებულ მოლეკულათა რიცხვი იზრდება, რაც გამოწვეულია ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვის ზრდით.

გარდა ზემოაღნიშნულისა, მხედველობაში მისაღებია ის გარემოებაც, რომ ყოველი ადსორბირებული მოლეკულა ამცირებს შე-

მდგომი მოლეკულის ადსორბციის შესაძლებლობას, ვინაიდან ადსორბირებულ მდგომარეობაში იგი ზედაპირის გარკვეულ ნაწილს იკავებს და დანარჩენ მოლეკულათა ადსორბციისათვის ნაკლები ფართობი რჩება. აღვნიშნოთ s-ით ერთი ადსორბირებული მოლეკულით დაფარული ფართობი. მაშინ, თუ ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვს n-ით აღვნიშნავთ, მათ მიერ დაფარული ზედაპირის ფართობი იქნება ns. გამოთვლების გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ ფაზების გამყოფი ზედაპირის ფართობი ერთი კვადრატული სანტიმეტრის ტოლია, მაშინ ადსორბირებული მოლეკულებისაგან თავისუფალი ფართობი, ე. ი. ფართობის ის ნაწილი, რომელზედაც შემდგომი ადსორბციაა შესაძლებელი, იქნება $1-ns$.

ერთ წამში აორთქლებულ მოლეკულათა რიცხვი, ცხადია, უკვე ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვის, ე. ი. n-ის პროპორციული იქნება და, თუ პროპორციულობის კოეფიციენტს A-თი აღვნიშნავთ, აორთქლებულ მოლეკულათა რიცხვისათვის მივიღებთ გამოსახულებას An. მეორე მხრივ, ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვი, რომელიც ორი პროცესით—დაჯახებითა და მიკვრით—განისაზღვრება, პროპორციული უნდა იყოს როგორც ერთ წამში დაჯახებათა რიცხვის, ისე მიკვრისათვის თავისუფალი ზედაპირისა (ამ მსჯელობის დროს დაშვებულია, რომ უკვე ადსორბირებულ მოლეკულასთან დაჯახებისას მოლეკულის მიკვრა არ ხდება. ეს იმას ნიშნავს, რომ ადსორბირებული ფენა მონომოლეკულურია, ე. ი. მისი სისქე ერთი მოლეკულის ზომისაა. შემდეგ ჩვენ განვიხილავთ იმ ცდებს, რომლებიც ამ დაშვების სისწორეს ადასტურებს). პირველი მათგანი, ე. ი. დაჯახებათა რიცხვი, ხსნარის კონცენტრაციის პროპორციული უნდა იყოს. მართლაც, რაც უფრო მეტია ხსნარში გახსნილ მოლეკულათა რიცხვი, მოლეკულების მით უფრო მეტი რიცხვი დაეჯახება ფაზების გამყოფ ზედაპირს. აქედან ერთ წამში ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვისათვის მივიღებთ:

$$Bc(1-ns),$$

სადაც B პროპორციულობის კოეფიციენტია.

როგორც ზემოთ ვთქვით, წონასწორობის მდგომარეობაში აორთქლებულ და ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვი ტოლი უნდა იყოს. აქედან ვღებულობთ:

$$An = Bc(1-ns),$$

საიდანაც ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვისათვის მივიღებთ:

$$n=\frac{Bc}{A+Bsc}.$$

ამ განტოლებას ჩვეულებრივად შემდეგი სახით წერენ:

$$n=\frac{a\backslash c}{1+a.c.s}, \qquad \text{(XII,14)}$$

სადაც $a=\frac{B}{A}$.

(XII, 14) ფორმულას, რომელიც თეორიულად გამოიყვანა და ექსპერიმენტულად შეამოწმა ლენგმუირმა, ლენგმუირის იზოთერმის განტოლება ეწოდება. იგი ადსორბირებულ მოლეკულათა რიცხვს კონცენტრაციასთან აკავშირებს. ჩვეულებრივად გულისხმობენ, რომ n არის არა მოლეკულათა რიცხვი, არამედ გრამმოლთა რიცხვი, ე. ი. მოლეკულათა რიცხვის შეფარდება ავოგადროს რიცხვთან. ამ შემთხვევაში სათანადოდ შეიცვლება a კოეფიციენტის მნიშვნელობა. a და s კოეფიციენტების თეორიულად გამოთვლა ძალიან ძნელია, ამიტომ მათ ჩვეულებრივ ექსპერიმენტულად საზღვრავენ.

საჭიროა აღვნიშნოთ, რომ ლენგმუირის იზოთერმით გამოხატული n სიდიდე არ არის Γ-ს ტოლი. მართლაც, n არის ზედაპირის ერთეულზე ადსორბირებული ნივთიერების რაოდენობა, ხოლო Γ— ზედაპირულ ფენაში მყოფი ნივთიერების სიჭარბე, მოცულობით კონცენტრაციასთან შედარებით.

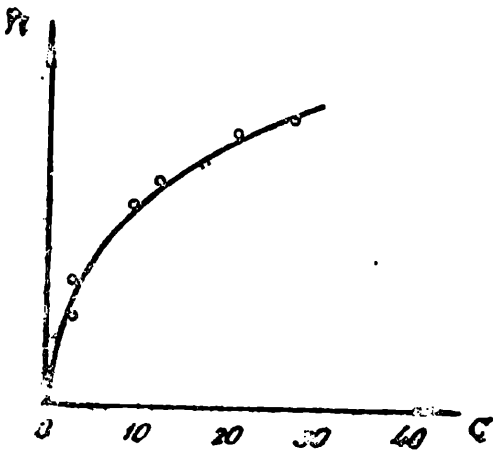
169-ე ნახაზზე ნაჩვენებია როგორც ლენგმუირის იზოთერმის გამომსახველი მრუდი, ისე ექსპერიმენტული მნიშვნელობანი (წერტილები). როგორც ვხედავთ, ცდასა და თეორიას შორის თანხვდენა საკმაოდ კარგია. მართალია, არის შემთხვევები, როდესაც ასეთ თანხვდენას ადგილი არა აქვს, მაგრამ ეს გასაგებია, ვინაიდან თეორიული ფორმულის გამოყვანის დროს ძალიან ბევრი დაშვება იქნა მიღებული. როგორც ექსპერიმენტის, ისე თეორიის შედეგები გვიჩვენებს, რომ კონცენტრაციის ზრდის დროს ადსორბირებული ნივთიერების რაოდენობა იზრდება და საკმაოდ დიდი კონცენტრაციებისათვის გარკვეულ ზღვრულ მნიშვნელობას უახლოვდება, ე. ი. ნაჯერობას იჩენს. ეს მოვლენა ადვილად ასახსნელია; ჩვენ დავუშვით, რომ ადსორბირება ხდება ზედაპირის მხოლოდ თავისუფალ ადგილებზე და, ცხადია, რომ, როდესაც მთელი ზედაპირი დაიფარება ადსორბირებული ნივთიერების მონომოლეკულური ფენით, შემდგომი ადსორბცია შეწყდება.

გამოვითვალოთ ნაჯერობის სათანადო ადსორბირებულ მოლე-

კულათა რიცხვი. ამისათვის (XII, 14) განტოლების მარჯვენა მხარის მრიცხველი და მნიშვნელი c-ზე გავყოთ და გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც $s \to \infty$; მივიღებთ:

$$n_\infty = \lim_{c\to\infty} \frac{a}{\frac{1}{c} + as} = \frac{1}{s},$$

ე. ი. ადსორბირებულ მოლეკულათა მაქსიმალური რიცხვი მოლეკულის მიერ დაფარული ფართობის უკუპროპორციულია. ეს შედეგი



ნახ. 169.

ადვილად გასაგებია; თუ ყოველ ადსორბირებულ მოლეკულას s ფართობი აქვს დაკავებული და მათ მიერ ერთი cm^2 ფართობია დაფარული, ცხადია, რომ მათი რიცხვის s-ზე ნამრავლი ერთის ტოლი უნდა იყოს. ვინაიდან ექსპერიმენტული მონაცემებიდან შეიძლება s-ის გამოთვლა, შესაძლებელი ხდება თეორიის შემოწმება. მაგალითად, ლენგმუირმა გამოარკვია, რომ ზოგიერთი ორგანული მჟავისათვის, რომლებიც COOH ჯგუფს შეიცავენ, ადსორბირებული მოლეკულის მიერ დაკავებული ფართობი ერთისა და იმავე სიდიდისაა—22$\mathring{A}$. აქედან მან დაასკვნა, რომ ყოველი ასეთი მოლეკულა ადსორბენტის ზედაპირს COOH ჯგუფით ეკვრის. მოლეკულის დანარჩენი ნაწილი მეორე ფაზისკენაა მიმართული (ცდები ჩატარებული იყო წყლისათვის, როგორც ადსორბენტისათვის). 171-ე ნახაზი გვიჩვენებს, თუ როგორ უნდა წარმოვიდგინოთ ადსორბირებული მოლეკულების ზედაპირზე განლაგება.

ცხადია, რომ შეიძლება ისეთი შემთხვევებიც იყოს, როდესაც

ადსორბირებული ფენა რამდენიმე მოლეკულური ფენისაგან შედგება, ე. ი. პირველი მოლეკულური ფენა ხელს არ უშლის (ნაწილობრივ მაინც) შემდეგი მოლეკულების ადსორბციას.

§ 99. ადსორბციის სხვადასხვა შემთხვევა

ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ საზოგადოდ ადსორბცია ხდება ყოველი ორი ფაზის გამყოფ ზედაპირზე. ფაზების აგრეგატულ მდგომარეობათა მიხედვით ჩვენ მივიღებთ ადსორბციის სხვადასხვა შემთხვევას. გავარჩიოთ ზოგიერთი მათგანი:

ა) **გაზის ადსორბცია მყარ სხეულზე.** დიდი ხანია ცნობილია, რომ ფორებიანი მყარი სხეული, განსაკუთრებით ნახშირი, დიდი რაოდენობით შთანთქავს გაზებს. როგორც კი ახლად დაშზადებულ ნახშირს გაზში მოვათავსებთ, მაშინვე შევამჩნევთ, რომ ნახშირის წონა გაიზრდება, ხოლო გაზის წნევა შემცირდება და ეს პროცესი მანამდე გაგრძელდება, სანამ წონასწორობა დამყარდება. წონასწორობის დასამყარებლად საჭირო დრო დამოკიდებულია გაზის გვარობასა და ადსორბენტის ფორიანობაზე. ჩვეულებრივად ეს დრო იზომება რამდენიმე საათით. გაზის ადსორბციას ადგილი აქვს არა მარტო ფორებიან სხეულზე; მაგალითად, შესამჩნევი ადსორბციის უნარი აქვს მინას, კვარცსა და ქარსს. მყარ სხეულთა შორის ყველაზე ძლიერი ადსორბციის უნარი ნახშირს აქვს. მისი ადსორბციის უნარი დამუშავებაზეა დამოკიდებული (ნახშირის აქტივაცია). ჩვეულებრივად ნახშირს ახურებენ დაახლოებით 900°-მდე და შემდეგ მასზე მოქმედებენ სხვადასხვა აქტივატორით: ორგანული ხსნარებით—ფორების გასაწმენდად, დამჟანგველებით (ჟანგბადი, ნახშირორჟანგი და სხვ.)—მისი ზედაპირის დასაჟანგავად და ამით ფორების რიცხვის გასადიდებლად.

თუ რამდენად ძლიერია გააქტიურებული ნახშირის ადსორბციის უნარი, შემდეგი რიცხვებიდან ჩანს: ნახშირის ერთ გრამზე ადსორბირდება CO_2-ის 66 cm^3, NH_3-ის 149 cm^3 და ა. შ. ნახშირის მიერ გაზის ადსორბცია შემდეგი მარტივი ცდით შეიძლება იყოს ნათელყოფილი. ერთი მხრიდან დახშული მინის მილი ვერცხლისწყლით გავავსოთ და შემდეგ მისი ღია ბოლო ჩავუშვათ ვერცხლისწყლიან ჭურჭელში. თუ მილი საკმაოდ გრძელია, ვერცხლისწყალი მილში დაიწევს და ვერცხლისწყლის ზემოთ დარჩება უჰაერო სივრცე ვერცხლისწყლის ორთქლის მცირე რაოდენობით. შევუშვათ ახლა ამ სივრცეში ნახშირორჟანგი ან ამონიაკი (NH_3). ვერცხლისწყლის დონე შესამჩნევად დაიწევს. თუ ამ მილში გააქტიურებული

ნახშირის ნატეხს შევიტანთ, მაშინვე შევამჩნევთ, რომ ვერცხლის-წყლის დონე აიწევს, რაც, რასაკვირველია, გამოწვეულია ნახშირის მიერ გაზის შთანთქმით და ამის გამო წნევის შემცირებით.

ცდები გვიჩვენებს, რომ მყარი სხეულების ადსორბციის უნარი მცირდება ტემპერატურის გაზრდის შედეგად. ეს შემცირება ძალიან სწრაფია და ექსპონენციალური კანონის მიხედვით ხდება.

ნახშირს, როგორც ადსორბენტს, ძალიან დიდი გამოყენება აქვს. ყველასათვის ცნობილია, რომ აირწინაღის მოქმედება სწორედ ნახშირის ამ თვისებაზეა დამყარებული. გაზების ადსორბცია მყარი სხეულების და, კერძოდ, ნახშირის მიერ ხშირად გამოიყენება აგრეთვე გაზების გასაწმენდად, მათ გასაიშვიათებლად და ზოგჯერ (იხ. შემდეგ) გათხევადებისათვის.

მყარი სხეულების მიერ გაზების ადსორბციას განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს ვაკუუმის ტექნიკაში. ტუმბოების მაღალი ტექნიკური გაუმჯობესების მიუხედავად, შეუძლებელია საკმაოდ დიდი გაიშვიათების მიღება, განსაკუთრებით ჩვეულებრივ ტემპერატურებზე, ვინაიდან ჭურჭლის კედლებზე რჩება ადსორბირებული გაზის ფენა, რომელიც შემდგომი გათბობის დროს ორთქლდება და გადადის ჭურჭლის მოცულობაში. გაზების ადსორბირებული ფენები ხშირად გვხვდება ელექტრონათურებში, რადიონათურებში და რენტგენის მილებში და თავისი აორთქლებით გარკვეულ გავლენას ახდენს მათი მუშაობის რეჟიმზე.

ბ) ადსორბცია მყარი სხეულისა და სითხის გამყოფ ზედაპირზე. ამ შემთხვევაში ყველაზე უფრო დაწვრილებით შესწავლილია სითხეში გახსნილი ნივთიერების ადსორბცია მყარი სხეულის მიერ, ვინაიდან ადსორბირებული ნივთიერების რაოდენობა მარტივად იზომება ხსნარის საწყისი და საბოლოო კონცენტრაციების გაზომვით. ცდები გვიჩვენებს, რომ განსაკუთრებით ძლიერია ადსორბცია მცირე კონცენტრაციებისათვის, ასე რომ, ხსნარის კონცენტრაციის შემდგომი გაზრდა აღარ იწვევს ადსორბციის ძლიერ გაზრდას.

გახსნილ ნივთიერებათა ერთ-ერთ საუკეთესო ადსორბენტად ისევ ნახშირი ითვლება. განსაკუთრებით ძლიერია მის ზედაპირზე ორგანული სითხეებისა და საღებავების ადსორბცია. ამიტომ ნახშირი ხშირად გამოიყენება ტექნიკაში სითხეების გაუფერულების მიზნით (შაქრის წარმოებაში—სიროფების გასაუფერულებლად, ზეთის, ღვინის, გლიცერინის, ლიმონის მჟავის და მრავალი სხვა სითხის გასაწმენდად არასასურველი საღებავებისაგან).

გარდა ნახშირისა, ღირსშესანიშნავ ადსორბციის თვისებებს მჟღავნებს სხვადასხვა თიხა: ფლორიდინი, კაოლინი, კიზელგური

და სხვ.[1] მათი ადსორბციის დიდი უნარი დაკავშირებულია დიდ ფორიანობასთან, რაც შეიძლება უფრო მეტად იქნეს გადიდებული მათი აქტივაციით. აქტიურ თიხებს ძალიან დიდი პრაქტიკული გამოყენება აქვს სხვადასხვა მცენარეული და მინერალური ზეთების, გაზოლინის, ნავთობის, პარაფინისა და სხვათა გასაწმენდად.

ექსპერიმენტულმა გამოკვლევებმა გვიჩვენა, რომ გახსნილი ნივთიერების ადსორბციაზე გარკვეულ გავლენას ახდენს თვით გამხსნელი. ასე რომ, ხსნარის ადსორბციის კანონზომიერებანი გაზის ადსორბციის კანონზომიერებებზე გაცილებით უფრო რთულია. გახსნილი ნივთიერების ადსორბციასთან ერთად ხდება გამხსნელის ადსორბციაც, ასე რომ, ექსპერიმენტულად ჩვენ ორივე ადსორბციის საერთო შედეგს ვზომავთ.

გარდა მოლეკულური ადსორბციისა, როდესაც ხსნარში მყოფი გახსნილი მოლეკულების ადსორბცია ხდება, დიდი მნიშვნელობა აქვს აგრეთვე იონურ ადსორბციას, ე. ი. ხსნარში მყოფი იონების ადსორბციას. ამ შემთხვევაში ადსორბციის მიმდინარეობას საზღვრავს იონებსა და ადსორბენტს შორის მოქმედი ელექტრული ძალები. ძალიან ხშირად იონური ადსორბციის ზედაპირზე წარმოიშვება ქიმიური ნაერთები.

იონურ ადსორბციას განსაკუთრებით დიდი მნიშვნელობა აქვს კოლოიდური ნარევების (იხ. შემდეგ) თვისებებისათვის, ვინაიდან, როგორც ვნახავთ, იგი საზღვრავს მათ მდგომარეობასა და კოაგულაციას.

გ) კაპილარული კონდენსაცია. ადსორბციის მოვლენასთან მჭიდროდაა დაკავშირებული ერთი საინტერესო მოვლენა—გაზის კონდენსაცია ადსორბენტის ვიწრო ფორებში. ამ მოვლენას კაპილარული კონდენსაცია ეწოდება. ზედაპირული მოვლენების განხილვის დროს ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ ვიწრო კაპილარულ მილში, რომელსაც სითხე ასველებს, ნაჯერი ორთქლის წნევა შემცირებულია. (XII,10) ფორმულის თანახმად, ნაჯერი ორთქლის წნევა ჩაზნექილ ზედაპირზე შემდეგნაირადაა დაკავშირებული ორთქლის წნევასთან (p_0) ბრტყელ ზედაპირზე:

$$p = p_0 - \frac{2\rho_1\sigma}{\rho R}, \qquad \text{(XII,15)}$$

სადაც ρ_1 და ρ გაზის და სითხის სიმკვრივეებია, ხოლო R მილის

[1] საქართველოში (სოფ. გუმბრში, ქუთაისის მახლობლად) აღმოჩენილია ფლორიდინის მსგავსი თიხის, გუმბრინის, საწარმოო მნიშვნელობის მარაგი.

სიმრუდის რადიუსი. ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ძალიან ვიწრო ფორებისათვის (მცირე R) p ძალიან მცირე იქნება, ე. ი. ჩვეულებრივ ტემპერატურაზეც შეიძლება დაიწყოს გაზის კონდენსაცია. ამ მოვლენის თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად განვიხილოთ ჭურჭელი, რომელშიაც გაზთან ერთად ვიწრო ფორებიანი ადსორბენტი იმყოფება. ზემოდან ჭურჭელი დგუშით არის დახურული. გაზის მცირე წნევის დროს მოხდება მხოლოდ მისი ადსორბცია კაპილარის შიგა ზედაპირზე. თუ ახლა დგუშის დაწევით გაზის წნევას გავზრდით, ადსორბირებული გაზის რაოდენობა გაიზრდება და, როდესაც გაზის წნევა, რომელიც აღებულია კაპილარისათვის, (XII,15) ფორმულით გამოთვლილ მნიშვნელობას მიაღწევს, გაზი ნაჯერი გახდება. წნევის შემდგომი გაზრდა გამოიწვევს კაპილარში გაზის კონდენსაციას, მიუხედავად იმისა, რომ ადსორბენტის გარე ზედაპირზე არავითარი კონდენსაცია არ იქნება. როგორც (XII,15) ფორმულიდან გამომდინარეობს, რაც უფრო ვიწროა მილი, მით უფრო ადრე, ე. ი. ნაკლები წნევის დროს, დაიწყება მასში გაზის კონდენსაცია. გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ, მაგალითად წყლის ორთქლის შემთხვევაში 10^{-7} cm რადიუსის კაპილარში ნაჯერი ორთქლის წნევა ვერცხლისწყლის სვეტის 4 mm-ის ტოლია, ხოლო 10^{-6} cm-ის კაპილარში—11 mm-ის ტოლი (ცელსიუსის 15°).

ცხადია, რომ, თუ ჩვენ მოვახერხეთ კონდენსაციის მომენტის შემჩნევა, შეიძლება გამოვითვალოთ ფორების საშუალო რადიუსი.

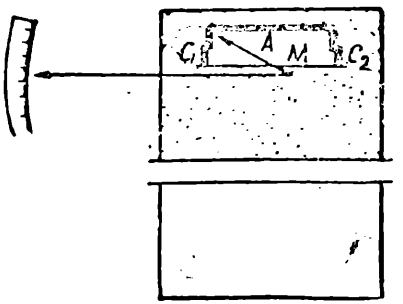
§ 100. ორგანზომილებიანი ფაზები (გაუხსნადი აპკები)

რელეიმ, მარსელენმა, ლენგმუირმა, ადამსმა და სხვა ფიზიკოსებმა უკანასკნელი რამდენიმე ათეული წლის მანძილზე შეისწავლეს განსაკუთრებული ხასიათის ზედაპირული აპკები, რომელთაც გაუხსნადი აპკები ანუ ორგანზომილებიანი ფაზები ეწოდა. ასეთი აპკები იმ შემთხვევაში მიიღება, როდესაც სუფთა სითხის, ჩვეულებრივად წყლის, ზედაპირზე დაიფინება სითხეში პრაქტიკულად უხსნადი ნივთიერების თხელი, უმეტეს შემთხვევაში მონომოლეკულური ფენა. ასეთი ფენების ზოგიერთი თვისების შესასწავლად გავარჩიოთ რამდენიმე ცდა.

ავიღოთ მინის ჭურჭელი, რომლის ფსკერზე მოთავსებულია შავი ებონიტის ფირფიტა. ჩავასხათ ჭურჭელში სუფთა წყალი და ზედაპირზე დავყაროთ თალკის ფხვნილი, რომლის თეთრი ნაწილაკები კარგად ჩანს შავი ფსკერის ფონზე. მინის ღერის საშუალებით

წყლის ზედაპირზე მოვათავსოთ ზეთის წვეთი, რომელიც თავისთავად განეფინება ზედაპირზე და გასწევს თალკის ნაწილაკებს. ზედაპირზე მივიღებთ თალკისაგან თავისუფალ ზეთის წრეს, რომელიც თალკის ნაწილებითაა შემოსაზღვრული. ზეთის წვეთის გავრცელების ეს შეწყვეტა არ უნდა მივიჩნიოთ ზეთის თავისთავადი გავრცელების ბუნებრივი ზღვარის არსებობის მაჩვენებლად. მისი მიზეზია წყლის ზედაპირის არასრული სისუფთავე. სავსებით სუფთა ზედაპირზე ზეთის განფენას საზღვარი არ უნდა ჰქონდეს.

თუ ცნობილია ზეთის მასა და მისი განფენის ფართობი, შეიძლება გამოვითვალოთ ფენის სისქე. სხვადასხვა მეცნიერთა გამოკვლევებმა გვიჩვენა, რომ ეს სისქე 10—12 $\mathring{A}$-ს ტოლია, რაც კარგად თანხვდება ზეთის მოლეკულის ზომას. ეს შედეგი იმის მაჩვენებელია, რომ ზეთის ფენა მონომოლეკულურია.

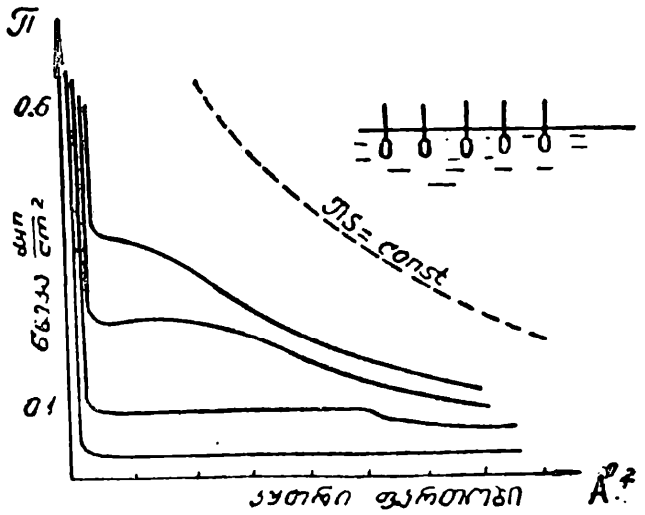


ნახ. 170.

შემოვსაზღვროთ ზეთის ფენა ერთი მხრიდან ქაღალდის ვიწრო ზოლით, რომელიც ჩვენი ცდისათვის დგუშის როლს შეასრულებს. ამ დგუშის გადანაცვლებით შეიძლება ზეთის ფენის როგორც შეკუმშვა, ისე გაფართოება. მთელი ეს პროცესი გაზის ან სითხის მოცულობითი გაფართოებისა და შეკუმშვის მსგავსია. ამ შემთხვევაში წნევის როლს ასრულებს ხაზოვანი წნევა, ე. ი. დგუშის სიგრძის ერთეულზე მოქმედი ძალა. ვუწოდოთ მას ზედაპირული წნევა. ცხადია, რომ იგი არის სუფთა წყლის ზედაპირის და მოლეკულური ფენით დაფარული ზედაპირის დაჭიმულობათა სხვაობა (წყლის ზედაპირული დაჭიმულობა მეტია, ვიდრე ზეთის ფენის ზედაპირული დაჭიმულობა, და ამიტომ ფენის განფენის შესაჩერებლად მის საზღვარზე უნდა ვიმოქმედოთ ზეთისაკენ მიმართული ზედაპირული წნევით).

170-ე ნახაზზე ნაჩვენებია მარსელენის მარტივი ხელსაწყო, რომელიც ზედაპირული წნევის გაზომვის საშუალებას იძლევა. იგი შედგება თითბრის 2 mm-ანი სისქის L ფირფიტისაგან, რომელიც კაუჩუკის c_1 და c_2 ფირფიტებთან და ქარსის ვიწრო და გრძელ M ფირფიტასთან ერთად პატარა დეფორმირებად ყუთს ქმნის (ბრტყელი ნანოჰეტრი). გარეგანი ზედაპირული წნევის ცვლა იწვევს M

ფირფიტის ღუნვას, რაც სათანადო მოწყობილობის საშუალებით იზომება გრძელი და მსუბუქი (ჩვეულებრივად ჩალის ღერის) ისრის მობრუნებით. წერტილები (თალკის ნაწილაკები) გვიჩვენებს ზედაპირის იმ ნაწილს, რომელიც ზეთის ფენითაა დაფარული. მანომეტრის შიგა ზედაპირი თავისუფალია ზეთისაგან („ვაკუუმი“ ზეთის მიმართ). ქაღალდის დგუშის გადანაცვლება იწვევს ზეთის ფენის ფართობის ცვლას. ფენის ფართობი ამ შემთხვევაში ისეთსავე როლს ასრულებას, როგორსაც მოცულობა სამგანზომილებიანი ფაზის შემთხვევაში. ასეთი და მისი მსგავსი ორგანზომილებიანი მანომეტრების საშუალებით ლენგმუირმა, მარსელენმა, ადამსმა და სხვებმა შეისწავლეს დამოკიდებულება სხვადასხვა ნივთიერების ზედაპირული ფენების S ფართობსა და ზედაპირულ π წნევას შორის. ეს დამოკიდებულება V-ს და p-ს შორის დამოკიდებულების მსგავსია გაზისა და სითხის შემთხვევაში, მუდმივი ტემპერატურის პირობებში (რეალური გაზის ექსპერიმენტული იზოთერმი). 171-ე ნახაზზე



ნახ. 171.

ნაჩვენებია ადამსის და ჯესოპის მიერ მიღებული იზოთერმები სხვადასხვა ნივთიერებისათვის. აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია ერთი მოლეკულის სათანადო ფართობი (კუთრი ფართობი), ორდინატთა ღერძზე—ზედაპირული წნევა $\frac{dyn}{cm}$-ში. როგორც ვხედავთ, ზედაპირული აპკის იზოთერმები გაზისა და სითხის ექსპერიმენტული იზოთერმების მსგავსია. მცირე წნევებისათვის წნევის გადიდება

იწვევს ფართობის შემცირებას, და ამ არეში მიახლოებით მართებულია ბოილ-მარიოტის კანონის მსგავსი კანონი: $\pi s = \text{const}$. წნევის შემდგომი გადიდება მიგვიყვანს ნაჯერობის მდგომარეობამდე, რომლის შემდეგ იზოთერმი აბსცისთა ღერძის პარალელური ხდება, ე. ი. ფართობის შემცირება მუდმივი წნევის პირობებში მიმდინარეობს. ფართობის გარკვეული მნიშვნელობის მიღწევის შემდეგ წნევა ისევ იწყებს ზრდას, რაც გაცილებით უფრო სწრაფია, ვიდრე ზრდა ნაჯერობის მდგომარეობამდე. ტემპერატურის ზრდა იზოთერმის აწევასთან ერთად იწვევს ჰორიზონტალური ნაწილის შემცირებას ისევე, როგორც გაზი—სითხის იზოთერმის შემთხვევაში.

მიღებული ექსპერიმენტული შედეგები იმაზე მიგვითითებს, რომ ზედაპირული უხსნადი აპკი როგორც გაზურ, ისე თხევად მდგომარეობაში შეიძლება იყოს. დიდი კუთრი ფართობისათვის (დიდი გაიშვიათება) აპკი ორგანზომილებიანი გაზის თვისებებს ამჟღავნებს (თავისთავადი განფენა, წნევისა და კუთრი ფართობის მიახლოებით უკუპროპორციულობა). შეკუმშვის შედეგად იგი ნაჯერ მდგომარეობაში გადადის, რის შემდეგ ვიღებთ არაერთგვაროვან მდგომარეობას (თხევადი და გაზური აპკის ნარევს). შემდგომ შეკუმშვას იგი მთლიანად თხევად მდგომარეობაში გადაყავს.

გამოირკვა აგრეთვე, რომ ზედაპირული აპკის მდგომარეობის განტოლება ვან-დერ-ვაალსის განტოლების მსგავსია:

$$\left(\pi + \frac{a}{s^2}\right)(s - b) = RT.$$

R იგივე გაზური მუდმივაა, როგორიც იყო სამგანზომილებიანი სხეულების შემთხვევაში. $\frac{a}{s^2}$ წევრი მოლეკულების ურთიერთქმედებას გამოხატავს, ხოლო b მოლეკულის ფართობთან დაკავშირებული სიდიდეა.

გაზური და თხევადი ორგანზომილებიანი ფაზების გარდა, აღმოჩენილ იქნა აგრეთვე მყარი მონომოლეკულური ფენა, რომელიც ისევე, როგორც ჩვეულებრივი მყარი სხეული, ძვრის წინააღმდეგობით ხასიათდება. ჩვენ არ შევჩერდებით მათი თვისებების გარჩევაზე, მხოლოდ აღვნიშნავთ, რომ როგორც მყარი, ისე თხევადი და გაზური ზედაპირული აპკები გარკვეული მიმართულებით ორიენტირებული მოლეკულებისაგან შედგება. მაგალითად, ორგანული სითხეების შემთხვევაში მოლეკულა თავისი პოლარული ჯგუფით (COOH) მიმართულია სითხის ან მყარი სხეულის ზედაპირისაკენ,

ხოლო თვით მოლეკულის სიგრძე ზედაპირის მართობულია, ან მცირედ დახრილია მისდამი.

ზედაპირული უხსნადი აპკები დიდ როლს ასრულებს სხვადასხვა სხეულის შეხებისას. ბოლო ხანებში გამოირკვა მათი მნიშვნელობა მყარი სხეულების ხახუნის (გაპოხვა) მოვლენებისათვის. მათ შესწავლას დიდი თეორიული მნიშვნელობა აქვს აგრეთვე იმიტომ, რომ მათში ნათლად გამოვლინდება როგორც მოლეკულების ფორმა, ისე ურთიერთქმედება.

§ 101. კოლოიდური ნარევები

ზედაპირული მოვლენები განსაკუთრებით მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ე. წ. კოლოიდურ ნარევებში. ასეთი სახის ნარევები ძალიან ხშირად გვხვდება ბუნებაში და ამიტომ საჭიროა მათი თვისებების მოკლედ განხილვა მაინც.

როგორც ვიცით, ერთი ნივთიერების მეორეში გახსნის დროს გასახსნელი ნივთიერება მოლეკულებამდე იშლება და ისე ნაწილდება გამხსნელის შიგნით. ნარევის შემთხვევაში კი ერთი ნივთიერების შიგნით განაწილებულია მეორე ნივთიერების არა მოლეკულები, არამედ მოლეკულათა ჯგუფები. იმისდა მიხედვით, თუ როგორია ამ ჯგუფების სიდიდე, ჩვენ ვიღებთ სხვადასხვა სახის ნარევს. იმ ფაზას, რომელშიაც განაწილებულია მეორე ფაზის მცირე ნაწილაკები, **სადისპერსიო** ფაზა ეწოდება. მეორე ფაზას კი, რომელიც ნაწილაკების სახით არის განაწილებული, **დისპერსიული** ფაზა ეწოდება. ცხადია, რომ დისპერსიული სისტემის თვისებები დამოკიდებულია დისპერსიული ფაზის ნაწილაკების სიდიდეზე. თუ ეს ნაწილაკები მოლეკულების ზომისაა (10^{-8} *cm*), მივიღებთ ნამდვილ ხსნარს, რომლის თვისებები წინა თავში იყო განხილული. ნაწილაკების ზომის თანდათანობითი გადიდება თანდათანობით ცვლის დისპერსიული სისტემის თვისებებს, მაგრამ მაინც შეიძლება ყველა დისპერსიული სისტემიდან გამოვყოთ ისეთი ჯგუფი, რომელიც თავისი თვისებებით გარკვეულად განსხვავდება დანარჩენი სისტემებისაგან. დისპერსიული სისტემების ამ ჯგუფის დამახასიათებელ თვისებებს ჩვენ ქვემოთ გავარჩევთ, ახლა კი მხოლოდ აღვნიშნავთ, რომ ნაწილაკთა ზომის ფარგლები, რომლებითაც შემოიხაზღვრება დისპერსიული სისტემების ეს ჯგუფი, შემდეგია: ქვემოდან—0,001 μ, ე. ი. $10^{-7}cm$, ზემოდან—0,2 μ, ე. ი. $2.10^{-5}cm$.

დისპერსიულ სისტემებს, რომელთა ნაწილაკების ზომა ამ ფარგლებს შორისაა, **კოლოიდური ნარევები** ეწოდება. კიდევ უფრო ნაკლები ზომის ნაწილაკებიანი სისტემა იქნება არა ნარევი,

არამედ მოლეკულური ხსნარი. უფრო მეტი ზომის ნაწილაკებიანი სისტემა კი ტლანჭი დისპერსიული სისტემაა, რომელიც აღარ ამჟღავნებს კოლოიდური ნარევის დამახასიათებელ თვისებებს. კოლოიდური ნარევების ადგილი სხვა დისპერსიულ სისტემებს შორის შემდეგი სქემით შეიძლება გამოვსახოთ:

ხსნარი ($10^{-8}cm$)—კოლოიდური ნარევი ($10^{-7}cm$—$2.10^{-5}cm$)—ტლანჭი დისპერსიული სისტემა ($>2.10^{-5}cm$). რასაკვირველია, დისპერსიული სისტემების ეს გაყოფა და საზღვრები არ შეიძლება მკვეთრი იყოს, ვინაიდან ნაწილაკთა ზომის ცვლა იწვევს სისტემის თვისებების თანდათანობით ცვლას და ამიტომ გამოყოფილ ჯგუფებს შორის არსებობს დისპერსიული სისტემების გარდამავალი სახეები.

როგორც სადისპერსიო, ისე დისპერსიული ფაზა შეიძლება იყოს მყარი, თხევადი და გაზური, რის მიხედვითაც ჩვენ ვღებულობთ სხვადასხვა ტიპის კოლოიდურ ნარევს. მათ შორის ყველაზე უფრო მნიშვნელოვანია და უკეთაა შესწავლილი კოლოიდური ნარევები, რომლებშიც სადისპერსიო ფაზა თხევადია, ხოლო დისპერსიული ფაზა ან თხევადია ან მყარი. ასეთი ტიპის კოლოიდურ ნარევებს ზ ო ლ ე ბ ი ეწოდება. ამ კოლოიდური ნარევიდან შეიძლება მივიღოთ გ ე ლ ი—კოლოიდური ნარევი სითხისა მყარ სადისპერსიო ფაზაში ან კოლოიდური ნარევი ერთი ბლანტი სითხისა მეორე ბლანტ სითხეში. უკანასკნელ შემთხვევაში სიბლანტე იმდენად დიდია, რომ კოლოიდურ ნარევს გარკვეული ფორმა და დრეკადობის თვისებები აქვს. კოლოიდური ნარევების ამ სახეების გარდა, ხშირად გვხვდება აეროზოლები, რომლებშიც გაზურ ფაზაში დისპერსირებულია მყარი ან თხევადი ფაზა (მაგალითად, ნისლი—ჰაერში განაწილებულია წყლის მცირე წვეთები და ბოლი—ჰაერში დისპერსირებულია მყარი ფაზის ნაწილაკები) და კოლოიდური ნარევი მყარი ფაზისა მყარ ფაზაში, ე. წ. მყარი კოლოიდები.

კოლოიდურ მდგომარეობაში შეიძლება მიღებულ იქნეს უამრავი რაოდენობით ნივთიერებები. შეიძლება, მაგალითად, სხვადასხვა ლითონის — ოქროს, ვერცხლის, ტყვიისა და ა. შ. კოლოიდების მიღება წყალსა და სპირტში. კოლოიდურ მდგომარეობაში შეიძლება მივიღოთ კაუჩუკი, სხვადასხვა საღებავი, გოგირდი, სხვადასხვა ცილა, რძის კაზეინი, ჟელატინი, წებო და მრავალი სხვა ნივთიერება. კოლოიდები განსაკუთრებით მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ცოცხალ ორგანიზმებში. შეიძლება ითქვას, რომ ცოცხალი ორგანიზმები ძირითადად კოლოიდებისაგან შედგება.

კოლოიდის შემადგენელი ნაწილაკები შეიძლება იყოს როგორც ამორფულ, ისე კრისტალურ მდგომარეობაში. ამიტომაც არ შეიძ-

ლება კოლოიდურ და კრისტალურ მდგომარეობათა დაპირისპირება. კოლოიდისათვის დამახასიათებელია არა ამორფულობა, არამედ ერთი ნივთიერების მცირე ნაწილაკების სახით განაწილება მეორე ნივთიერებაში. კოლოიდებისათვის დამახასიათებელი დისპერსიულობა (მცირე ნაწილაკების სახით განაწილება) განსაკუთრებულ მნიშვნელობას ანიჭებს ზედაპირულ მოვლენებს. მართლაც, ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ რაც უფრო მცირე ნაწილაკებად არის დაყოფილი ნივთიერება, მით უფრო მეტია ზედაპირი. განვიხილოთ მაგალითისათვის ერთი კუბური სანტიმეტრის ზომის კუბი. მისი შემომფარგველი ზედაპირის ფართობი 6 $см^2$ იქნება. გავყოთ ახლა ეს კუბი ტოლი ზომის 100^0 კუბად. ყოველი მცირე კუბის წიბოს სიგრძე იქნება 0,1 $см$. ამიტომ მისი შემომფარგველი ზედაპირის ფართობი იქნება—0,06 $см^2$. ყველა მცირე კუბის ზედაპირის ფართობისათვის მივიღებთ 60 $см^2$, ე. ი. ათჯერ მეტს, ვიდრე დანაწილებამდე. დავამტკიცოთ, რომ სხეულის დანაწილების შედეგად ზედაპირი იმდენჯერ იზრდება, რამდენჯერაც მცირდება ხაზოვანი ზომა. სხეულის ხაზოვანი ზომა დანაწილებამდე იყოს l, მაშინ მისი ზედაპირის ფართობი იქნება $S = kl^2$, სადაც k კოეფიციენტი დამოკიდებულია სხეულის ფორმაზე (თუ, მაგალითად, სხეული კუბის ფორმისაა და l არის წიბოს სიგრძე $k = 6$, თუ სხეული სფეროა და l არის მისი რადიუსი—$k = \frac{4}{3}\pi$ და ა. შ.). დავანაწილოთ სხეული იმავე ფორმის მცირე ნაწილებად ისე, რომ ყოველი ნაწილის ხაზოვანი ზომა n-ჯერ ნაკლები იყოს, ვიდრე l. მაშინ ყოველი ასეთი ნაწილის ზედაპირის ფართობისათვის მივიღებთ: $S_1 = k\left(\frac{l}{n}\right)^2$. ასეთი ნაწილების რიცხვი იქნება n^3, ასე რომ, მათი ზედაპირების საერთო ფართობისათვის მივიღებთ $S_1 = n^3 \cdot S_1 = n \cdot kl^2 = n\ S$. როგორც ვხედავთ, რამდენჯერაც ნაკლებია ცალკეული ნაწილაკის ხაზოვანი ზომა საწყის ხაზოვან ზომაზე, იმდენჯერ მეტია მათი საერთო ფართობი. ზემომოყვანილი მაგალითის შემთხვევაში ჩვენ რომ კუბი 0,001 $мм$-ის ხაზოვანი ზომის კუბებად დაგვეყო, ფართობი გახდებოდა 60000 $см^2$. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ ნივთიერების ერთი კუბური სანტიმეტრი დანაწილებულია 10^{-6} $см$-ის ხაზოვანი ზომის მცირე ნაწილებად და ისეა განლაგებული რაიმე სითხის შიგნით, ე. ი. მიღებულია კოლოიდი. მათი საერთო ფართობი იქნება 10^6 $см^2$. ეს ფართობი და, მაშასადამე, მისი სათანადო ზედაპირული ენერგია იმდენად დიდია, რომ მისი უგულებელყოფა სრულიად შეუძლებელი ხდება, უფრო

მეტიც, ეს ენერგია კოლოიდის თვისებების ძირითადი განმსაზღვრელი ხდება.

გამოვარკვიოთ ახლა, თუ რა დამახასიათებელი თვისებები აქვს კოლოიდს. განვიხილოთ ჯერ ზოლები. თუ კოლოიდს გამავალ სინათლეში გავსინჯავთ თვალით ან მიკროსკოპით, ვერავითარ არაერთგვაროვნებას ვერ შევამჩნევთ. იგი ისეთივე სუფთაა, როგორც ნამდვილი ხსნარი. სულ სხვა სურათს მივიღებთ, თუ კოლოიდს ვუყურებთ არეკლილ სინათლეში, ე. ი. სინათლის მიმართულების მართობული მიმართულებით. ამ შემთხვევაში კოლოიდი მღვრიე გვეჩვენება, რაც იმას ნიშნავს, რომ კოლოიდში მყოფი მცირე ნაწილაკები იწვევს მათზე დაცემული სინათლის გაბნევას სხვადასხვა მიმართულებით. კოლოიდური ნაწილაკების მიერ სინათლის გაბნევით გამოწვეულ ნათებას ტინდალის ეფექტი ეწოდება (ტინდალი— ინგლისელი ფიზიკოსი, რომელმაც ეს ნათება აღმოაჩინა და შეისწავლა). გაბნეული სინათლის ინტენსივობის გაზომვა საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ კოლოიდური ნაწილაკების ზომა. გარდა ამისა, თეორია გვიჩვენებს, რომ გაბნეული სინათლის ინტენსივობა სინათლის ტალღის სიგრძის მეოთხე ხარისხის უკუპროპორციულია (რელეის ფორმულა), ე. ი. განსაკუთრებით ძლიერად ხდება მოკლეტალღიანი სინათლის გაბნევა. ამით არის გამოწვეული ის ცნობილი ფაქტი, რომ კოლოიდური სისტემის მიერ გაბნეული სინათლე ცისფრად არის შეფერადებული (განსაკუთრებით ძლიერად ხდება მოკლეტალღიანი ლურჯი და იისფერი სინათლის გაბნევა).

მცირე ზომის ნაწილაკების მიერ სინათლის გაბნევა შეიძლება გამოვიყენოთ ისეთი მცირე ზომის ნაწილაკების დასანახავად, რომელთა დანახვა გამავალ სინათლეში, ე. ი. ჩვეულებრივი მიკროსკოპით შეუძლებელია. კარგად ცნობილია, რომ ჰაერში მყოფი მტვრის მცირე ნაწილაკები შეიძლება დავინახოთ, თუ მათ გავანათებთ სინათლით და დამზერას მოვახდენთ სინათლის სხივის მართობული მიმართულებით. მტვრის მცირე ნაწილაკების ეს ნათება კარგად ჩანს, თუ ბნელ ოთახში შემოვუშვებთ სინათლის სხივს და დაკვირვებას გვერდიდან მოვახდენთ. ნაწილაკები ჩანს მნათი წერტილების სახით. მართალია, მათი ფორმის გარჩევა შეუძლებელია, მაგრამ მათი არსებობისა და მოძრაობის შემჩნევა შეიძლება. ეს პრინციპია გამოყენებული ე. წ. ულტრამიკროსკოპში, რომელიც ზიდენტოპფმა და ზიგმონდმა ააგეს და რომელიც ხშირად გამოიყენება კოლოიდური ნარევების შესასწავლად. კოლოიდურ ნარევს ანათებენ ჰორიზონტალური მიმართულების სხივით. მიკროსკოპის ღერძი ვერტიკალურია, ასე რომ, დამკვირვებელს თვალში ხვდება არა

პირდაპირი სხივი, არამედ ნაწილაკების მიერ გაბნეული სინათლე. თუ დასამზერ ობიექტში არავითარი ნაწილაკები არ არის, მიკროსკოპის ხედვის არე ბნელი იქნება, ხოლო თუ სინათლის სხივს გზაში დახვდა რაიმე მცირე ნაწილაკი, დავინახავთ მნათ წერტილს (უფრო სწორად, დიფრაქციულ სურათს).

კოლოიდური ნარევების მეორე დამახასიათებელი თვისების გამოსამჟღავნებლად ავიღოთ მინის ჭურჭელი და მისი ფსკერი შევცვალოთ პერგამენტის აპკით. ჩავასხათ მასში რაიმე ნამდვილი ხსნარი და მთელი ჭურჭელი წყლით სავსე უფრო განიერ ჭურჭელში ჩავდგათ. დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ გახსნილი ნივთიერება ადვილად გავა პერგამენტის აპკში. სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ ნამდვილი ხსნარის მაგიერ აპკიან ჭურჭელში კოლოიდურ ნარევს მოვათავსებთ. დისპერსიული ფაზა სრულებით არ გადის პერგამენტის აპკში. პირველად ეს განსხვავება ხსნარებსა და კოლოიდურ ნარევს შორის ინგლისელმა ფიზიკოსმა გრემმა შეამჩნია 1861—62 წლებში და მანვე უწოდა კოლოიდები ნივთიერებებს, რომელნიც ვერ გადიან პერგამენტის აპკში, მათი მთავარი წარმომადგენლის წებოს ბერძნული სახელწოდების მიხედვით (ბერძნულად წებოს *colla* ეწოდება). კოლოიდური ნარევების ეს თვისება დაკავშირებულია დისპერსიული ფაზის შემადგენელი ნაწილაკების შედარებით დიდ ზომასთან. მართალია, ეს ნაწილაკები იმდენად მცირეა, რომ უიარაღო თვალით მათი დანახვა შეუძლებელია, მაგრამ მათი ზომა იმდენად დიდია, რომ ისინი ვერ გადიან პერგამენტის აპკის მცირე ფორებში. კოლოიდური ნაწილაკების დიდ ზომასთან არის დაკავშირებული აგრეთვე მათი დიფუზიის კოეფიციენტის სიმცირე. სადისპერსიო ფაზის მოლეკულები განუწყვეტლივ ეჯახება კოლოიდურ ნაწილაკს და გადასცემს მას სხვადასხვა მიმართულებისა და სიდიდის იმპულსს. სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში ამ ნაწილაკებს ისეთივე საშუალო კინეტიკური ენერგია ექნება, როგორც მოლეკულებს:

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

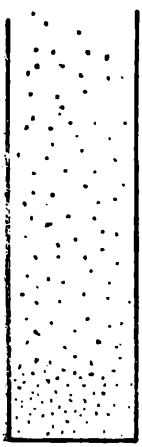
ცხადია, რომ, შედარებით დიდი მასის გამო, მათი საშუალო კვადრატული სიჩქარე გაცილებით მცირე იქნება, ვიდრე მოლეკულებისა, და ამიტომ მათი დიფუზია ძალიან ნელი იქნება. კოლოიდური ნაწილაკების განუწყვეტელი მოძრაობა, რაც გამოწვეულია სადისპერსიო ფაზის მოლეკულების დაჯახებით, ცნობილია ბ რ ო უ ნ ი ს მოძრაობის სახელწოდებით, ამ მოძრაობის თეორია განვითარეს

აინშტაინმა და სმოლუხოვსკიმ, ხოლო პერენმა და სხვა ფიზიკოსებმა თავიანთი ექსპერიმენტებით სავსებით დაადასტურეს თეორიის შედეგები.

თუ კოლოიდური ნაწილაკები გრავიტაციულ ველშია (რაც ჩვენი ცდების შემთხვევაში ყოველთვის ხდება დედამიწის მიზიდულობის ველის არსებობის გამო), მისი ნაწილაკები სიმაღლის მიხედვით ბოლცმანის კანონის თანახმად განაწილდება. ეს კანონი (იხ. პირველი წიგნი) გვასწავლის, რომ ნაწილაკების რიცხვი სითხის ერთ კუბურ სანტიმეტრში შემდეგი ფორმულითაა გამოხატული:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{kT}};$$

აქ n_0 არის ნაწილაკების სიმკვრივე ფსკერთან, M — ნაწილაკის მასა, h — სიმაღლე ფსკერიდან, g — სიმძიმის ძალის აჩქარება. როგორც პირველ წიგნში იყო აღნიშნული, ეს ფორმულა ექსპერიმენტულად იქნა შემოწმებული და დამტკიცდა თეორიის სრული სისწორე (ნახ. 172). ამ ცდებზე დამყარებით გამოთვლილ იქნა აგრეთვე ბოლცმანის მუდმივა და ავოგადროს რიცხვი. ზემომოყვანილი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ, რაც უფრო მცირეა კოლოიდური ნაწილაკების მასა, მით უფრო თანაბრად ნაწილდება ეს ნაწილაკები სიმაღლის მიხედვით.



ნახ. 172.

კოლოიდური ნაწილაკების ბროუნის მოძრაობა ხელს უშლის მათ ვარდნას ჭურჭლის ფსკერზე და ამიტომ მათი დალექვა ფსკერზე (რედიმენტაცია) ძალიან ძნელი შესამჩნევია. ეს დალექვა შესამჩნევად შეიძლება გავაძლიეროთ, თუ გამოვიყენებთ ხელოვნურ გრავიტაციულ ველს, რომელიც ულტრაცენტრიფუგით მიიღება. ჭურჭელს, რომელშიაც კოლოიდური ნარევია, აბრუნებენ ძალიან დიდი კუთხური სიჩქარით (სვედბერგის ცდების დროს მიღწეულ იქნა 100000-მდე ბრუნვა წუთში). ბრუნვით გამოწვეული ცენტრიდანული ძალა მოქმედებს რადიუსის გასწვრივ და ისევე განალაგებს ნაწილაკებს, როგორც სიმძიმის ძალა. ამ მეთოდით მოხერხდა ისეთი კოლოიდური ნარევების დალექვა, რომელთა დალექვა ჩვეულებრივი სიმძიმის ძალით ვერ ხერხდებოდა.

კოლოიდური ნარევების მესამე დამახასიათებელი თვისებაა დისპერსიული ფაზის ნაწილაკების მუხტი. ცდა გვიჩვენებს, რომ ელექ-

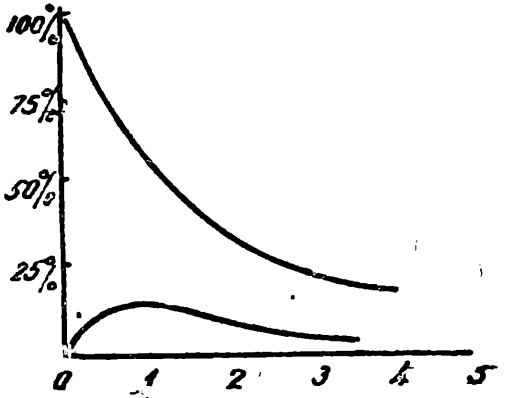
ტროდებს შორის მოთავსებული კოლოიდის ნაწილაკები მოძრაობს ველის გავლენით. ნაწილაკები შეიძლება დამუხტული იყოს როგორც დადებითად, ისე უარყოფითად. მუხტის ნიშანი დამოკიდებულია როგორც ნაწილაკების, ისე სადისპერსიო ფაზის გვაროვნებაზე. მჟავისა და ტუტის დამატება ხშირად იწვევს მუხტის ნიშნის და სიდიდის ცვლილებას. ვინაიდან კოლოიდი, როგორც მთლიანი სისტემა, არ არის დამუხტული, უნდა დავუშვათ, რომ ყოველი დამუხტული კოლოიდური ნაწილაკი გარშემორტყმულია საწინააღმდეგო ნიშნის იონებით. მუხტების ეს სისტემა ქმნის მუხტების ეგრეთ წოდებულ ორმაგ ფენას (ნახ. 174), რაც დამახასიათებელია კოლოიდური ნაწილაკებისათვის. ელექტრულ ველში კოლოიდური ნაწილაკების მოძრაობის სიჩქარის გაზომვა კოლოიდურ ნაწილაკსა და სადისპერსიო ფაზას შორის არსებული პოტენციალთა სხვაობის გამოთვლის საშუალებას გვაძლევს. ამ პოტენციალთა სხვაობას ელექტროკინეტიკური პოტენციალი ეწოდება. იგი დაახლოებით 0,01—1,0 ვოლტის რიგისაა.

ყოველი ზოლი შეიძლება ორ ჯგუფად გაიყოს. ზოლებს, რომელთა ნაწილაკები მჭიდროდაა დაკავშირებული სადისპერსიო ფაზასთან, ლიოფილური ზოლები ეწოდება. მეორე ჯგუფს მიეკუთვნება ზოლები, რომელთა ნაწილაკები არ არის დაკავშირებული სადისპერსიო ფაზასთან; ასეთ ზოლებს ლიოფობური ზოლები ეწოდება. ლიოფილური ზოლების მაგალითია სახამებლის, წებოს, ცილების, ჟელატინის და სხვათა ზოლები. ლიოფობურია ლითონებისა და სულფიდების ზოლები. ლიოფილური ზოლებისათვის დამახასიათებელია შედარებით სქელი ფენა სადისპერსიო ფაზისა, რომელიც დაკავშირებულია კოლოიდურ ნაწილაკთან და მასთან ერთად მოძრაობს. ლიოფობური კოლოიდების ნაწილაკებს ასეთი ფენა თითქმის არა აქვს. ამ გარემოებასთანაა დაკავშირებული ლიოფილური და ლიოფობური ზოლების განმასხვავებელი თვისებები.

ლიოფობური ზოლები ძალიან მცირედ განსხვავდება თავისი თვისებებით სუფთა სადისპერსიო ფაზისაგან. მაგალითად, მათი სიბლანტე თითქმის ისეთია, როგორიც სადისპერსიო ფაზისა. მათი ნაწილაკების მუხტი სრულიად გარკვეული ნიშნისაა და მისი შეცვლა საკმაოდ ძნელია. ულტრამიკროსკოპით გასინჯვისას კარგად ჩანს ცალკეული ნაწილაკების დიფრაქციული გამოსახულება და მისი ბროუნის მოძრაობა. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია შემდეგი: საკმარისია მცირე რაოდენობით ელექტროლიტის დამატება, რომ მოხდეს ლიოფილური ზოლების კოაგულაცია, ე. ი. კოლოიდური ნაწილაკების შეერთება და მთელი დისპერსიული ფაზის გამოყოფა

(დალექვა) სადისპერსიო ფაზისაგან. კოაგულირებული კოლოიდის ისევ დისპერსიულ მდგომარეობაში გადაყვანა სადისპერსიო ფაზის დამატებით უკვე შეუძლებელია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ლიოფობური ზოლების კოაგულაცია შეუქცევადია.

ლიოფობური ზოლებისაგან განსხვავებით, ლიოფილური ზოლების თვისებები (მაგ., სიბლანტე) შესამჩნევად განსხვავდება სადისპერსიო ფაზის თვისებებისაგან. მათი ნაწილაკების მუხტის ნიშნის შეცვლა ადვილია—ლიოფილური ზოლის ნაწილაკები დადებითად იმუხტება მჟავე ფაზაში და უარყოფითად—ტუტე ფაზაში. მათი კოაგულაციისათვის საჭიროა საკმაოდ დიდი რაოდენობით ელექტროლიტის დამატება. სადისპერსიო ფაზის დამატებით კოაგული-



ნახ. 173.

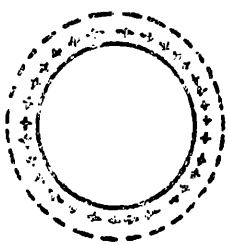
რებული ზოლი ისევ შეიძლება დისპერსიულ მდგომარეობაში გადავიყვანოთ, ე. ი. კოაგულაცია შექცევადია.

ზოლების სტაბილურობა, ე. ი. მდგრადობა მჭიდროდაა დაკავშირებული ნაწილაკების მუხტთან, მაგრამ თუ ლიოფობური ზოლების შემთხვევაში მდგრადობა მხოლოდ მუხტთან არის დაკავშირებული (საკმარისია ელექტროლიტის დამატებით მოვსპოთ მუხტი, რომ დაიწყოს კოაგულაცია), ლიოფილური ზოლების შემთხვევაში, გარდა მუხტისა, მდგრადობას განსაზღვრავს ნაწილაკის ირგვლივ არსებული სადისპერსიო ფაზის ფენა. ლიოფილური ზოლების კოაგულაციისათვის, გარდა მუხტის მოსპობისა, საჭიროა კიდევ ნაწილაკთან დაკავშირებული ფენის მოსპობა (დეჰიდრატაცია). მაგალითად, თუ აგარ-აგარის ზოლს ელექტროლიტს დავუმატებთ (მოვსპობთ ნაწილაკების მუხტს), კოაგულაცია არ მოხდება. მაგრამ საკმარისია ამის შემდეგ დავუმატოთ სპირტი (რომელიც სპობს ნაწი-

ლაკების ირგვლივ არსებულ წყლის ფენას), რომ დაიწყოს კოაგულაცია.

კოლოიდური სისტემების კოაგულაციის პროცესი მჭიდროდ არის დაკავშირებული ზედაპირულ ენერგიასთან. კოლოიდურ ნაწილაკებს დიდი საერთო ზედაპირის გამო დიდი ზედაპირული თავისუფალი ენერგია აქვს. ვინაიდან ყოველი სისტემა ცდილობს შეამციროს თავისუფალი ენერგია, კოლოიდურ სისტემას ექნება მისწრაფება შეაერთოს ნაწილაკები და ამით შეამციროს ზედაპირი. ამიტომაც, თუ არ იქნა რაიმე ხელშემშლელი პირობები (ასეთია მუხტებით გამოწვეული განზიდვა და გარშემორტყმული ფენა), ყოველთვის მოხდება კოაგულაცია. როგორც ვხედავთ, კოლოიდური სისტემის არსებობა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ნაწილაკების მუხტთან და დაჰიდრატებულ ფენასთან. ნაწილაკების მუხტი, დაჰიდრატებული ფენა და ზედაპირული ენერგია განსაზღვრავს კოლოიდურ სისტემებში მიმდინარე სხვადასხვა პროცესს.

173-ე ნახაზზე ნაჩვენებია, თუ როგორ იცვლება ზოლის კოაგულაციის დროს ნაწილაკთა საერთო რიცხვი და ორმაგი ნაწილაკების რიცხვი. ნაწილაკების საერთო რიცხვი თანდათან მცირდება. ორმაგი ნაწილაკების რიცხვი ჯერ მატულობს, აღწევს მაქსიმუმს და შემდეგ იწყებს შემცირებას. ორმაგი ნაწილაკების რიცხვის ასეთი ცვლილება იმითაა გამოწვეული, რომ კოაგულაციის საწყის პერიოდში ხდება ცალკეული ნაწილაკების შეერთება უფრო დიდი ზომის ნაწილაკებად, რაც ამცირებს მათ რიცხვს.



ნახ. 174.

ზოლის კოაგულაციისაგან უნდა განვასხვაოთ გელის მდგომარეობაში გადასვლა. კოაგულაციის დროს დისპერსიული ფაზა ილექება და გამოიყოფა სადისპერსიო ფაზისაგან. გელის მდგომარეობაში გადასვლის დროს კი ერთდროულად მაგრდება ორივე ფაზა და ჩვენ ვუებულობთ გარეგნულად ერთგვაროვან სხეულს. ზოლიდან გელის მიღება შეიძლება როგორც გაცივებით, ისე ელექტროლიტების დამატებით. გელისათვის დამახასიათებელია ნაწილობრივი სიმაგრე და ელასტიკურობა. გელის მაგალითებია ჟელატინი, საპონი, კაუჩუკი და სხვ.

§ 102. ფაზური გადასვლის მექანიზმი

ამ პარაგრაფში ჩვენ მოკლედ გავარჩევთ ერთი ფაზის მეორეში გადასვლის პროცესს. მართალია, ფაზური გადასვლის მექანიზმი

საბოლოოდ გამორკვეული ჯერ არ არის, მაგრამ ამ პროცესის ძირითადი ხასიათი და კანონზომიერებანი ცნობილია.

განვიხილოთ ჯერ სითხის აორთქლება და ორთქლის კონდენსაცია სითხედ. სითხის აორთქლება ხდება თავისუფალი ზედაპირიდან. მოლეკულა, რომლის სიჩქარე თავისუფალი ზედაპირის გარეთ არის მიმართული და იმდენად დიდია, რომ შეუძლია დაძლიოს ზედაპირული ძალების მოქმედება, გამოდის სითხიდან და ორთქლში გადადის. ასეთი მოლეკულები ყოველთვის მოიძებნება სითხის ზედაპირზე და ამიტომ აორთქლება ყოველ ტემპერატურაზე ხდება. ბოლცმანის განაწილების კანონის თანახმად, ტემპერატურის აწევა იწვევს დიდი ენერგიის მქონე მოლეკულათა რიცხვის გადიდებას, რის შედეგადაც აორთქლება ძლიერდება. ვინაიდან აორთქლების დროს სითხე დიდი ენერგიის მოლეკულებს კარგავს, მისი მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია, ე. ი. ტემპერატურა კლებულობს— სითხე ცივდება. იმისათვის, რომ სითხის ტემპერატურა აორთქლების დროს მუდმივი დარჩეს, სითხეს განუწყვეტლად უნდა ვაწვდიდეთ სითბოს. სითბოს ამ რაოდენობას, რომელიც გამოთვლილია სითხის ერთეული მასის აორთქლებისათვის, აორთქლების სითბო ეწოდება.

აორთქლებისაგან უნდა განვასხვაოთ დუღილი, რომლის დროსაც ორთქლად გადასვლა ხდება არა მარტო ზედაპირიდან, არამედ სითხის შიგა ნაწილებშიაც. განვიხილოთ სითხე გარკვეული მუდმივი წნევის პირობებში. ვთქვათ, ამ წნევისათვის სითხე და მისი ნაჯერი ორთქლი წონასწორობაშია T_{12} ტემპერატურაზე, რომელსაც დუღილის ტემპერატურა ეწოდება. სანამ სითხის ტემპერატურა დუღილის ტემპერატურაზე ნაკლებია, აორთქლება მხოლოდ ზედაპირიდან ხდება, სითხის შიგნით ბუშტები არ გაჩნდება, ვინაიდან ორთქლის მცირე ბუშტში წნევა შემცირებულია ზედაპირული დაჭიმულობის გამო და ყოველი ასეთი ბუშტი გასკდება გარეგანი წნევისა და ჰიდროსტატიკური დაწოლის შედეგად. ბუშტების გაჩენა სითხის შიგნით შესაძლებელი ხდება მხოლოდ მას შემდეგ, რაც მიღწეულ იქნება დუღილის ტემპერატურა, უფრო სწორად, როდესაც სითხის ტემპერატურა ცოტათი გადააჭარბებს დუღილის ტემპერატურას. ეს იმისათვისაა საჭირო, რომ ორთქლის წნევამ ბუშტის შიგნით გაუძლოს გარეგან წნევას, ჰიდროსტატიკურ დაწოლასა და ზედაპირულ დაჭიმულობას, რომლებიც იწვევენ ბუშტის გასკდომას. ბუშტის გაჩენას სითხის შიგნით ხელს უწყობს მასში გახსნილი გაზები, ჭურჭლის კედლებთან ან სითხეში არსებული

მტვრის მცირე ნაწილაკებთან მყოფი გაზების (ჩვეულებრივად ჰაერის) მცირე ბუშტები.

ვინაიდან ჩვეულებრივად სითხეებში ყოველთვის არის გახსნილი ჰაერი ან შერეული მტვრის ნაწილაკები, პრაქტიკულად ყოველი სითხე იწყებს დუღილს დუღილის ტემპერატურის მიღწევისთანავე. მხოლოდ განსაკუთრებული პირობების დაცვით შეიძლება გადავახუროთ სითხე, ე. ი. გავათბოთ იგი დუღილის ტემპერატურაზე უფრო მაღალ ტემპერატურამდე, მაგრამ ისე, რომ მან დუღილი არ დაიწყოს. ამისათვის საჭიროა სითხის გაწმენდა მტვრისაგან, მასში გახსნილი ჰაერის გამოდენა ხანგრძლივი დუღილით და სხვ. ასეთი საშუალებით შეიძლება საგრძნობლად გადავახუროთ სითხე. მაგალითად, წყალი შეიძლება გადავახუროთ 120°-მდე ისე, რომ მან არ იდუღოს, მაგრამ საკმარისია მასში ქვიშა ჩავყაროთ, რომ მაშინვე დაიწყოს ინტენსიური დუღილი.

ორთქლის კონდენსაცია იმ შემთხვევაში, როდესაც იგი ეხება სითხეს, იმავე მექანიზმის მიხედვით ხდება, როგორც აორთქლება. ორთქლის მოლეკულები, რომლებიც ეჯახებიან სითხის ზედაპირს, სითხის მოლეკულებად გადაიქცევა. რასაკვირველია, წონასწორობის მდგომარეობაში ორთქლის იმდენი მოლეკულის კონდენსაცია უნდა ხდებოდეს, სითხის რამდენი მოლეკულაც ორთქლდება. მრავალი ცდით გამოირკვა, რომ, თუ სითხის ზედაპირი სუფთაა, ორთქლის ყოველი მოლეკულა, რომელიც სითხის ზედაპირს ეჯახება, კონდენსირდება, ე. ი. ორთქლის მოლეკულების არეკვლა არ ხდება. თუ ორთქლი არ ეხება მისსავე სითხეს, კონდენსაცია შეიძლება დაიწყოს მხოლოდ მას შემდეგ, რაც მიღწეულ იქნება ნაჯერობის სათანადო წნევა. მაგრამ ეს კიდევ არ არის საკმარისი. მართლაც, დავუშვათ, რომ ორთქლი სუფთაა, ასე რომ, კონდენსაციის არავითარი ცენტრები (იონები, მყარი ნაწილაკები და სხვ.) არ არის მის შიგნით. ასეთი ორთქლის კონდენსაციისათვის საჭიროა მრავალი მოლეკულის შემთხვევითი შეგროვება მცირე ზომის მოცულობაში, რათა მათი შეკავშირებით წარმოიშვას მცირე წვეთი. სიმკვრივის ასეთი ფლუქტუაციები ყოველთვის ხდება ორთქლში, მაგრამ ყოველი ასეთი მცირე წვეთი არ შეიძლება ჩაითვალოს კონდენსაციის ჩანასახად. მართლაც, ჩვენ ვიცით, რომ სითხის მცირე წვეთი მხოლოდ მაშინ არის წონასწორობაში ორთქლთან, როდესაც მისი r რადიუსი შემდეგი ფორმულითაა დაკავშირებული მასზე ორთქლის წნევასთან:

$$\lg\frac{p_r}{p_\infty}=\frac{2\mu\sigma}{RT\rho r};$$

აქ p_r არის ორთქლის წნევა წვეთზე, p_∞—ორთქლის წნევა ბრტყელ ზედაპირზე, σ—ზედაპირული დაჭიმულობა, ρ—სითხის სიმკვრივე. ნაკლები ზომის წვეთები აორთქლდება და ამიტომ ვერ შეასრულებს ჩანასახების როლს. ჩანასახებად ჩაითვლება მხოლოდ მეტი ზომის წვეთები, რომელთაც შეუძლიათ განუწყვეტელი ზრდა. მდგრადი ჩანასახის წარმოსაშობად უნდა დაიხარჯოს გარკვეული მუშაობა. გიბსის გამოთვლების თანახმად, ეს მუშაობა ჩანასახის ზედაპირული ენერგიის—$4\pi r^2\sigma$ ს მესამედის ტოლია:

$$A=\frac{4}{3}\pi r^2\sigma.$$

წინა ფორმულა გვიჩვენებს, რომ, რაც უფრო მეტად არის გადაჯერებული ორთქლი, ე. ი., რაც უფრო დიდია p_r p_∞-სთან შედარებით, მით უფრო მცირე ზომის წვეთი იქნება წონასწორობაში ორთქლთან და მით უფრო ნაკლები მუშაობა იხარჯება ჩანასახის შექმნაზე. მეორე მხრივ, რაც უფრო მცირეა ეს მუშაობა, მით უფრო მეტია ჩანასახის გაჩენის ალბათობა. ერთ წამში გაჩენილ ჩანასახთა რიცხვი შემდეგი ფორმულითაა დაკავშირებული ჩანასახის გაჩენისათვის საჭირო მუშაობასთან:

$$n=c\cdot c^{-\frac{A}{kT}}.$$

როგორც ვხედავთ, რაც უფრო დაბალია ტემპერატურა, მით უფრო მეტია გაჩენილ ჩანასახთა რიცხვი. გარდა ამისა, მოცემულ ტემპერატურაზე, კონდენსაციის დაწყებისათვის საჭიროა ორთქლის გადაჯერება, ვინაიდან მხოლოდ საკმაოდ გადაჯერებულ ორთქლში შეიძლება წარმოიშვას მცირე ზომის ჩანასახები. თუ გადაჯერება მცირეა, წონასწორული ჩანასახის ზომა და მის წარმოსაშობად საჭირო მუშაობა იმდენად დიდია, რომ ჩანასახთა რიცხვი სრულიად უმნიშვნელო იქნება.

ყოველივე ზემოთქმული შეეხება იმ შემთხვევას, როდესაც ორთქლში არ არის კონდენსაციის ცენტრები. ჩვეულებრივად, ორთქლში ყოველთვის არის მტვრის მცირე ნაწილაკები და იონები, რომლებიც კონდენსაციის ცენტრების როლს ასრულებენ. ამ შემთხვევაში სითხის მცირე წვეთები ჩნდება მტვრის ნაწილაკებზე და იონებზე და შემდეგ იზრდება. რასაკვირველია, ამისათვისაც საჭიროა ორთქლის გადაჯერება, მაგრამ არა ისე ძლიერი, როგორც სუფთა ორთქლის შემთხვევაში. ის გარემოება, რომ იონები კონდენსაციის ცენტრების როლს ასრულებს, ფრიად მნიშვნელოვანი ფაქტია, ვინაიდან ეს საშუალებას გვაძლევს შევამჩნიოთ სწრაფად მოძრავი და გაზის დამაიონებელი ნაწილაკების კვალი. ასეთი ნაწი-

ლაკი გადაჯერებულ ორთქლში გავლის დროს თავის გზაზე წარმოშობს იონებს, რომლებზეც ჩნდება წყლის წვეთები. მათი განათებით შეიძლება დანახულ იქნეს დამაიონებელი ნაწილაკის კვალი, ელექტრონების, პროტონების, α-ნაწილაკებისა და სხვა ნაწილაკების კვლების დანახვის ეს მეთოდი პირველად ვილსონმა შეიმუშავა (ვილსონის კამერა).

გავარჩიოთ ახლა სითხის კრისტალიზაციის მექანიზმი. ისევე, როგორც ორთქლის კონდენსაციის შემთხვევაში, უნდა გავარჩიოთ ამ პროცესის ორი მხარე: ა) კრისტალიზაციის ცენტრების (ჩანასახების) გაჩენა და ბ) კრისტალების ზრდა. თუ სითხე სუფთაა, ე. ი. მასში კრისტალიზაციის არავითარი გარეშე ცენტრები არ არის, ჩანასახი ფლუქტუაციის შედეგად ჩნდება. ამ შემთხვევაშიაც გამოიყენება კონდენსაციისათვის განხილული თეორია. მართალია, კრისტალურ ჩანასახს სფეროს ფორმა არა აქვს, იგი, ისევე, როგორც ყოველი კრისტალი, ბრტყელი წახნაგებითაა შემოსაზღვრული, მაგრამ ეს შესამჩნევად არ შეცვლის წინა შედეგს. ამ შემთხვევაშიაც არსებობს ჩანასახის კრიტიკული ზომა, ასე რომ, თუ ფლუქტუაციით წარმოშობილი მცირე კრისტალის ზომა ამ კრიტიკულ ზომაზე ნაკლებია, იგი არ იქნება მდგრადი და ვერ შეასრულებს ჩანასახის როლს. ჩანასახის წარმოშობისათვის საჭირო მუშაობა გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$A=\frac{1}{3}\sum_{i} \sigma_i s_i,$$

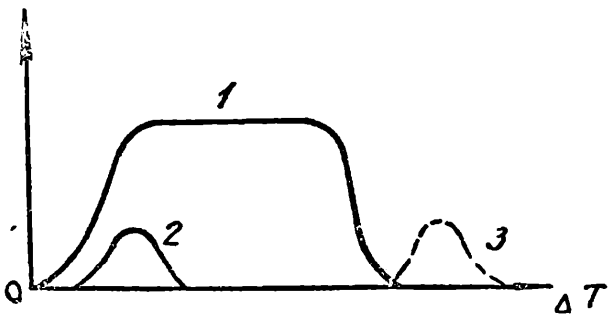
სადაც s_i არის i-ური წახნაგის ფართობი და σ_i — ამ წახნაგის ზედაპირული დაჭიმულობა (კრისტალის სხვადასხვა წახნაგს სხვადასხვა ზედაპირული დაჭიმულობა აქვს). ერთ წამში წარმოშობილი ჩანასახების რიცხვი იმავე ფორმით გამოისახება, რაც სითხის კონდენსაციის შემთხვევაში. თუ კრისტალიზაცია ხსნარიდან ხდება, მით უფრო მცირე ზომის ჩანასახები წარმოიშვება, რაც უფრო მეტად იქნება გადაჯარებული ან გადაცივებული ხსნარი. სუფთა სითხის კრისტალიზაციის შემთხვევაში ჩანასახების წარმოშობისათვის მნიშვნელობა ექნება მხოლოდ გადაცივებას, ე. ი. იმას, თუ რამდენად ნაკლებია სითხის ტემპერატურა გამყარების ტემპერატურაზე. თუ გადაცივება მცირეა, წონასწორული ჩანასახი დიდი ზომის უნდა იყოს და ამიტომ კრისტალიზაცია გაძნელებული იქნება. მაგრამ, მეორე მხრივ, თუ გადაცივება ძლიერია, სითხის სიბლანტე იმდენად იზრდება, რომ ძნელდება ნაწილაკების მოძრაობა და ნაკლებად საალბათო ხდება მათი განლაგება კრისტალის წარმოშობისათვის საჭი-

რო კანონით. ამიტომაც, თუმცა დასაწყისში გადაცივების გადიდება ზრდის ერთ წამში წარმოშობილი ჩანასახების რიცხვს, მაგრამ შემდეგ ეს რიცხვი თანდათანობით მცირდება (იხ. 175-ე ნახაზის (2) და (3) მრუდები—აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია გადაცივება ΔT, ორდინატთა ღერძზე ამ მრუდისათვის — ჩანასახთა რიცხვი).

მეორე მოვლენა, რომელიც საზღვრავს კრისტალიზაციის პროცესს, არის უკვე წარმოშობილი კრისტალის ზრდის სიჩქარე. კრისტალიზაციის ხაზოვანი სიჩქარე განისაზღვრება როგორც წახნაგის გადანაცვლების შეფარდება სათანადო დროსთან

$$c=\frac{dl}{dt}.$$

ცხადია, რომ ეს სიდიდე სხვადასხვა იქნება სხვადასხვა წახნაგისათვის. ეს სიდიდე ჩვეულებრივად შემდეგი მეთოდით იზომება. ვერტიკალურ მილს ავსებენ საკვლევი სითხით, რომლის ტემპერატურა გამყარების ტემპერატურაზე მაღალია. შემდეგ მას სწრაფად



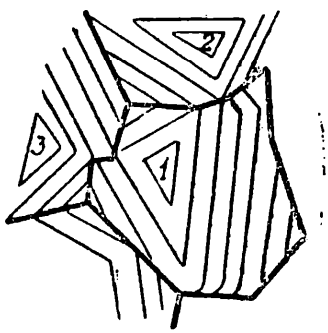
ნახ. 175.

აცივებენ გამყარების ტემპერატურაზე უფრო დაბალ ტემპერატურამდე, ე. ი. გადააცივებენ. ასეთ გადაცივებულ სითხეში შეაქვთ იმავე ნივთიერების მცირე კრისტალი და თვალყურს ადევნებენ ზრდადი კრისტალის წახნაგის გადანაცვლებას. რასაკვირველია, ასეთი მეთოდი გვაძლევს მხოლოდ ყველაზე სწრაფად ზრდადი წახნაგის სიჩქარეს, მაგრამ მიღებული რიცხვები მაინც საკმაოდ კარგად ახასიათებს კრისტალის ზრდის ხაზოვან სიჩქარეს. ტამანის ცდების შედეგად ირკვევა, რომ ხაზოვანი სიჩქარე სხვადასხვა კრისტალისათვის იცვლება შემდეგ ფარგლებში:

$$0{,}1\frac{mm}{min}\div 1100\frac{mm}{min}.$$

კრისტალიზაციის ხაზოვანი სიჩქარის გადაცივებაზე დამოკიდებულების მრუდი მოყვანილია 175 ე ნახაზზე (1 მრუდი); როგორც ვხედავთ, მცირე გადაცივების არეში v იზრდება გადაცივებასთან ერთად, შემდეგ თითქმის მუდმივი რჩება და მერე კი დიდი გადაცივების არეში მცირდება. ეს უკანასკნელი მოვლენა (v-ს შემცირება გადაცივების გადიდების შედეგად) აიხსნება სითხის სიბლანტის გადიდებით, რაც აძნელებს ნაწილაკების მოძრაობას და მათ განლაგებას გარკვეული გეომეტრიული კანონის მიხედვით.

ჩანასახთა რიცხვის და კრისტალიზაციის ხაზოვანი სიჩქარის მრუდების ურთიერთგანლაგება განსაზღვრავს ნივთიერების კრისტალურ და ამორფულ მდგომარეობაში მიღების შესაძლებლობას. თუ ჩანასახთა რიცხვის გადაცივებაზე დამოკიდებულება (2) მრუდით იქნება გამოხატული, ნივთიერება ადვილად მიიღება კრისტალურ მდგომარეობაში, ვინაიდან როგორც ჩანასახთა რიცხვის, ისე კრისტალიზაციის სიჩქარის მაქსიმუმი გადაცივების ერთსა და იმავე არეში, სახელდობრ, გამყარების ტემპერატურის მახლობლად ხვდება. ეს იმას ნიშნავს, რომ ასეთი გადაცივებისას ჩნდება დიდი რაოდენობით ჩანასახები და მათი ზრდის სიჩქარეც დიდია. სულ სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ ჩანასახთა რიცხვის მრუდი გამოსახულია (3) მრუდით. იმ შემთხვევაში, როდესაც კრისტალიზაციის სიჩქარე დიდია, ჩანასახების რიცხვი უმნიშვნელოა, ხოლო, როდესაც ჩანასახთა რიცხვი შესამჩნევი ხდება, კრისტალიზაციის სიჩქარე იმდენად მცირეა, რომ კრისტალიზაცია პრაქტიკულად არ ხდება, სითხის სიბლანტე თანდათან იზრდება და ვიღებთ ამორფულ სხეულს.



ნახ. 176.

ჩვენ ვთქვით, რომ კრისტალიზაციის სიჩქარე სხვადასხვა წახნაგისათვის სხვადასხვაა. ეს გარემოება შედეგად იწვევს იმას, რომ კრისტალის ზრდის დროს მისი ფორმა იცვლება. ზოგი წახნაგი მცირდება და, ბოლოს, ისპობა, ზოგი კი იზრდება. თუ რომელი წახნაგი მცირდება და რომელი იზრდება, ეს დამოკიდებულია გეომეტრიულ პირობებზე: ხშირად მცირდება და ისპობა ყველაზე სწრაფი წახნაგი, მაგრამ შეიძლება ისეც მოხდეს, რომ იგი იზრდებოდეს სხვა წახნაგების ხარჯზე. თუ სითხეში ერთდროულად წარმოიშვა და დაიწყო ზრდა მრავალმა ჩანასახმა, კრისტალი-

ზაციის შედეგად მივიღებთ პოლიკრისტალს. 176-ე ნახაზზე ნაჩვენებია რამდენიმე ჩანასახის ზრდისა და შეერთების შედეგი.

მონოკრისტალის მისაღებად საჭიროა გავზარდოთ მხოლოდ ერთი ჩანასახი, რისთვისაც გარკვეული მეთოდები არსებობს (კიროპოლუსის, ობრეიმოვის, ბრიჯმენის და სხვ.). ჩვენ არ შევჩერდებით მათ განხილვაზე, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ბოლო ხანებში მოხერხდა საკმაოდ დიდი ზომის მონოკრისტალების მიღება.

სითხის კრისტალიზაცია განსაკუთრებით ადვილდება, თუ მასში გარედან შევიტანთ კრისტალიზაციის ცენტრებს. ასეთი ცენტრების როლს ჩვეულებრივად ასრულებს ამავე ნივთიერების მცირე კრისტალები ან მსგავსი კრისტალური აგებულების მქონე სხვა მყარი სხეულის ნაწილაკები. საკმარისია მცირედ გადაცივებულ სითხეში ასეთი მცირე კრისტალი ჩავაგდოთ, რომ მაშინვე დაიწყოს კრისტალიზაცია, რასაც მოყვება გამყარების სითბოს გამოყოფა.

მეცამეტე თავი

სითხეებისა და გაზების დინება

მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების განხილვისას ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ სხეულის გამოყოფილ ნაწილზე მოქმედი ძალები ორი სახისაა: მოცულობითი და ზედაპირული. ზედაპირული ძალები მოქმედებს გამოყოფილი ელემენტის ზედაპირზე და მიმართულების მიხედვით გაიყოფა ნორმალურ და მხებ ძალებად. გავარჩიოთ უფრო დაწვრილებით მხები ძალები. ამ ძალებით ერთიმეორეზე მოქმედებს მეზობელი ელემენტების შემხები ზედაპირები ანუ ფენები იმ შემთხვევაში, თუ მათ გადავანაცვლებთ ან ავამოძრავებთ ერთიმეორის მიმართ. თუ მხები ზედაპირული ძალა დამოკიდებულია ფენების ერთიმეორის მიმართ გადანაცვლების სიდიდეზე და არა მოძრაობის სიჩქარეზე, მას ძვრის ძალა ეწოდება. სწორედ ასეთი ძალები გვხვდება მყარ სხეულებში და მათი არსებობით არის გამოწვეული მყარი სხეულების ფორმის დრეკადობა. მაგრამ შეიძლება მხები ზედაპირული ძალა დამოკიდებული იყოს ფენების სიჩქარეზე ერთიმეორის მიმართ და არა გადანაცვლების სიდიდეზე, ე. ი. ეს ძალა იარსებებს ფენების მხოლოდ მოძრაობის დროს და მოისპობა, როგორც კი მოძრაობა შეწყდება, მიუხედავად იმისა, გადანაცვლებულია ფენები ერთიმეორის მიმართ თუ არა. ასეთი ხასიათის მხებ ძალებს სიბლანტის ანუ შინაგანი ხახუნის ძალები ეწოდება. მათ ჩვენ გადატანის მოვლენების განხილვის დროს გავეცანით. მყარი სხეულები ძალიან დიდი ძვრის ძალებით ხასიათდება და ამიტომ მათში დეფორმაციები, ჩვეულებრივ, მცირე სიდიდისაა. ამის გამო მცირე იქნება ფენების გადანაცვლების სიჩქარე და ამ სიჩქარის პროპორციული სიბლანტის ძალები. მყარ სხეულებში სიბლანტის ძალები შესამჩნევი ხდება მხოლოდ დიდი დეფორმაციების შემთხვევაში (მყარი სხეულების დენადობა). მყარი სხეულებისაგან განსხვავებით, სითხეებში ძვრის ძალები ძალიან სუსტია, ე. ი. ერთი ფენის გადანაცვლებას მეორის მიმართ სითხე თითქმის არავითარ წინააღმდეგობას არ უწევს. ამიტომაც სითხეში შესამჩნევი ხდება

სიბლანტის ძალები, რომლებიც დამოკიდებულია ერთიმეორის მიმართ ფენების მოძრაობის სიჩქარეზე.

მაშასადამე, შეიძლება ითქვას, რომ სითხეში მოქმედებს მხოლოდ მხები ნორმალური და სიბლანტის ძალები. ძვრის ძალები შეიძლება უგულებელვყოთ. ეს იმას ნიშნავს, რომ სითხისათვის ძვრის მოდული G ნულის ტოლია.

ზოგჯერ სიბლანტის ძალები იმდენად მცირეა, რომ მათი უგულებელყოფაც შეიძლება, ე. ი. შეიძლება დავუშვათ, რომ სითხეში მოქმედებს მხოლოდ ნორმალური ზედაპირული ძალები. ასეთ შემთხვევაში სითხეს იდეალური სითხე ეწოდება. სითხის სრული იზოტროპიულობის გამო ნორმალური ზედაპირული ძალა არ უნდა იყოს დამოკიდებული ზედაპირის ორიენტაციაზე, ე. ი. სითხის აღებულ წერტილში მყოფი ფართობის ერთეულზე მოქმედი ნორმალური ძალა (ძაბვა) არ არის დამოკიდებული ფართობის ორიენტაციაზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ მყარი სხეულის შემთხვევაში შემოღებული სამი ნორმალური ძაბვა p_{11}, p_{22}, p_{33} სითხისათვის ერთმანეთის ტოლია. მათ მაგიერ ჩვენ შემოვიღებთ p წნევას, რომელიც ნორმალური ძაბვის მიმართულების საწინააღმდეგო მიმართულებისაა. თუ ნორმალური ძაბვა გამოყოფილი ელემენტის ზედაპირის გარეთ მოქმედებდა, ე. ი. იწვევდა ამ ელემენტის გაჭიმვას, p წნევა იმოქმედებს ზედაპირის შიგნით, ე. ი. კუმშავს ელემენტს:

$$p_{11} = p_{22} = p_{33} = -p.$$

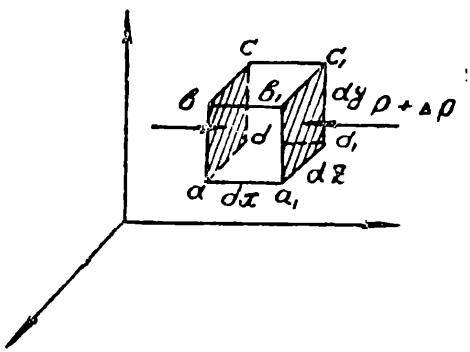
რასაკვირველია, სითხეში წნევა სხვადასხვა იქნება სხვადასხვა ადგილას. ეს სხვადასხვაობა გამოწვეული იქნება ან გარეშე მოცულობითი ძალებით ან სითხის დინების სიჩქარის სხვადასხვაობით.

თუ სიბლანტის ძალების უგულებელყოფა შეუძლებელია, მაშინ გვექნება ე. წ. ბლანტი სითხე, რომლის მოძრაობის ხასიათი გაცილებით უფრო რთულია, ვიდრე იდეალური სითხისა. ამით არის გამოწვეული ის გარემოება, რომ იდეალური სითხის მოძრაობა უფრო კარგად არის შესწავლილი, ვიდრე ბლანტი სითხის მოძრაობა. ამიტომ ჩვენ პირველ რიგში იდეალური სითხის მოძრაობას შევისწავლით. უნდა აღვნიშნოთ აგრეთვე, რომ ყოველივე, რაც სითხეების შესახებ იყო თქმული, შეიძლება გაზებზედაც ითქვას. გაზები მხოლოდ იმით განსხვავდებიან სითხეებისაგან, რომ მათში კიდევ უფრო სუსტია სიბლანტის ძალები და მათი კუმშვადობა სითხის კუმშვადობაზე გაცილებით მეტია. ამიტომაც, თუმცა შემდეგში ყოველთვის სითხეებზე ვიმსჯელებთ, ვიგულისხმებთ, რომ მიღებული შედეგი გაზებისათვისაც მართებულია.

ვინაიდან სითხეების მოლეკულური აგებულება ძალიან რთულია, ჩვეულებრივად მათ როგორც უწყვეტ სხეულებს განიხილავენ. მათი მოძრაობის შესასწავლად შემდეგნაირად იქცევიან: გამოყოფენ სითხის იმდენად მცირე ელემენტს, რომ შეიძლებოდეს მისი ნივთიერ ნაწილაკად ჩათვლა. მეორე მხრივ, ეს ელემენტი უნდა შეიცავდეს მოლეკულების საკმაოდ დიდ რიცხვს, რათა არ იყოს საჭირო მისი მოლეკულური აგებულების მხედველობაში მიღება. მთელი სითხე წარმოიდგინება როგორც ასეთი ნაწილაკების უწყვეტი ერთობლიობა და მისი (სითხის) მოძრაობა დაიყვანება ამ ნაწილაკების მოძრაობაზე.

§ 103. იდეალური სითხის ძრაობის განტოლებები

განვიხილოთ სითხე, რომელზედაც მოქმედებს გარეშე მოცულობითი და ზედაპირული ძალები. დავუშვათ, რომ გარეშე მოცულობითი ძალები გამოწვეულია $V(x, y, z)$ პოტენციალის მქონე ველით. გამოვყოთ სითხის რაიმე მცირე ნაწილი $d\tau = dxdydz$ მოცულობით და განვიხილოთ მისი მოძრაობა. სიმარტივისათვის მივიღოთ, რომ გამოყოფილი მცირე პარალელეპიპედის წახნაგები კოორდინატთა სიბრტყეების პარალელურია (ნახ. 177). სითხის სიმკვრივე ამ პარალელეპიპედის შიგნით იყოს $\rho(x, y, z)$. გამოვთვალოთ ძალები, რომლებიც მოქმედებს სითხის გამოყოფილ ნაწილზე, OX ღერძის გასწვრივ. მოცულობითი ძალა გამოითვლება შემდეგნაირად: ვინაიდან პოტენციალი V არის მასის ერთეულის პოტენციალური ენერგია, იმავე მასის ერთეულზე მოქმედი მოცულობითი ძალისათვის მივიღებთ:



ნახ. 177.

$$-\frac{\partial V}{\partial x}.$$

მთელ გამოყოფილ ნაწილზე მოქმედი ძალისათვის გვექნება:

$$-\rho\frac{\partial V}{\partial x}d\tau, \qquad \text{(XIII,1)}$$

ვინაიდან $p d\tau$ არის გამოყოფილ ელემენტში მოთავსებული სითხის მასა.

გამოვითვალოთ ახლა OX ღერძის გასწვრივ მოქმედი ზედაპირული ძალები. ვინაიდან იდეალურ სითხეში მოქმედებს მხოლოდ ზედაპირისადმი ნორმალური ძალები, გამოსათვლელი იქნება მხოლოდ $abcd$ და $a_1b_1b_1d_1$ წახნაგებზე მოქმედი ძალები. აღვნიშნოთ $abcd$ წახნაგის ერთეულ ფართობზე მოქმედი ძალა, ე. ი. წნევა p-თი. მაშინ მთელ $abcd$ წახნაგზე მოქმედი ძალა იქნება:

$$p dy dz, \qquad \text{(XIII,2)}$$

რადგანაც $abcd$ წახნაგის ფართობი არის $dydz$. ვინაიდან წნევა სითხეში სხვადასხვა ადგილას სხვადასხვაა, $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგზე წნევა აღარ იქნება p. OX ღერძის გასწვრივ ერთ სანტიმეტრზე გადანაცვლება წნევას გაზრდის

$$\frac{\partial p}{\partial x}$$

სიდიდით და, ვინაიდან $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგი დაშორებულია $abcd$ წახნაგიდან dx მანძილით, მასზე წნევა იქნება

$$\frac{\partial p}{\partial x}\, dx$$

სიდიდით მეტი, ვიდრე $abcd$ წახნაგზე. აქედან წნევისათვის $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგზე მივიღებთ:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x}\, dx,$$

ხოლო მთელ $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგზე მოქმედი ძალისათვის გვექნება:

$$p dy dz + \frac{\partial p}{\partial x}\, dx dy dz.$$

ვინაიდან $abcd$ წახნაგზე მოქმედი ძალა მიმართულია OX ღერძის გასწვრივ, ხოლო $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგზე მოქმედი ძალა OX ღერძის საწინააღმდეგოდ, საერთო ძალისათვის მივიღებთ:

$$p dy dz - \left\{ p dy dz + \frac{\partial p}{\partial x}\, dx dy dz \right\} = -\frac{\partial p}{\partial x}\, d\tau. \qquad \text{(XIII,3)}$$

ასეთია $d\tau$ ელემენტზე OX ღერძის გასწვრივ მოქმედი ზედაპირული ძალების ტოლქმედი. გამოყოფილ $d\tau$ ელემენტზე მოქმედი საერთო ძალისათვის გვექნება:

$$dF = -\rho \frac{\partial V}{\partial x} d\tau - \frac{\partial p}{\partial x} d\tau.$$

მეორე მხრივ, ეს ძალა ტოლი უნდა იყოს $d\tau$ ელემენტის მასის ნამრავლისა აჩქარებაზე OX ღერძის გასწვრივ. აქედან ვღებულობთ განტოლებას:

$$\rho \frac{dv_x}{dt} d\tau = -\rho \frac{\partial V}{\partial x} d\tau = \frac{\partial p}{\partial x} d\tau$$

ან $d\tau$-ზე შეკვეცის და ρ-ზე გაყოფის შემდეგ:

$$\frac{dx_x}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \qquad \text{(XIII,4)}$$

სრულიად ანალოგიურად OY და OZ ღერძებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \qquad \text{(XIII,5)}$$

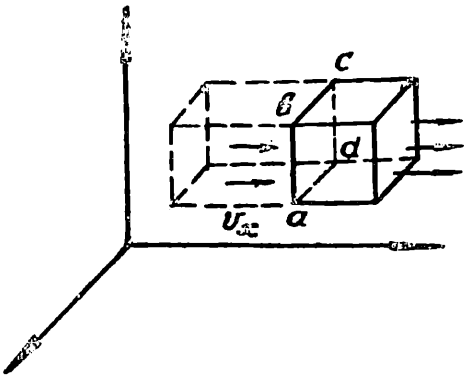
$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \qquad \text{(XIII,6)}$$

მიღებული განტოლებები ჰიდრო- და აეროდინამიკის ძირითადი განტოლებებია. მათში შემავალი სიდიდეების ფიზიკური მნიშვნელობა ძალიან მარტივია. მაგალითად, (XIII,4) განტოლების მარცხენა ნაწილში აღნიშნულია სითხის ელემენტის აჩქარება OX ღერძის გასწვრივ, მარჯვნივ კი—ერთეულ მასაზე მოქმედი $-\frac{\partial V}{\partial x}$ მოცულობითი ძალა და $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ ზედაპირული ძალა. უკანასკნელი გამოწვეულია გამოყოფილი $d\tau$ ელემენტის OX ღერძის მართობულ წახნაგებზე მოქმედი წნევების სხვაობით. უნდა აღვნიშნოთ, რომ მიღებული სამი განტოლება არ არის საკმარისი ჩვენ მიერ დასმული ამოცანის გადასაწყვეტად. მართლაც, ჩვენი მიზანია გამოვარკვიოთ, რა სიჩქარით მოძრაობს სითხის სხვადასხვა ნაწილი და როგორ არის განაწილებული სითხეში წნევა და სიმკვრივე. მაშასადამე, საძიებელია ხუთი სიდიდე v_x, v_y, v_z და p და ρ. განტოლება კი სამი გვაქვს. ცხადია, რომ საჭიროა ამ სიდიდეების დამაკავშირებელი კიდევ ორი განტოლება. ერთ მათგანს მივიღებთ, თუ გამოვიყენებთ მასის მუდმივობის კანონს. ამ კანონის თანახმად, რაიმე მოცულობიდან გამოსული სითხის მასა ტოლია სითხის მასის შემცი-

რებისა მოცულობის შიგნით. $d\tau$ მოცულობაში მოთავსებული სითხის მასა არის $\rho d\tau$, მისი შემცირება დროის ერთეულში იქნება

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t}\, d\tau. \qquad \text{(XIII,7)}$$

გამოვითვალოთ ახლა $d\tau$ მოცულობიდან გამოდენილი სითხის მასა. განვიხილოთ ჯერ OX ღერძის მართობული წახნაგები (ნახ. 178). მივიღოთ, რომ $v_x > 0$, ე. ი., რომ სითხე $abcd$ წახნაგიდან შედის, ხოლო $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგიდან გამოდის. ცხადია, რომ ერთი წამის განმავლობაში $abcd$ წახნაგიდან $d\tau$ მოცულობაში შევა სითხის ყველა ის ნაწილაკი, რომლებიც დაშორებულია ამ წახნაგიდან მარცხნივ v_x-ზე ნაკლები მანძილით, ე. ი. ყველა ის ნაწილაკი, რომლებიც მოთავსებულია $abdc = dydz$ ფუძის და v_x სიმაღლის მქონე პრიზმაში. ვინაიდან სითხის სიმკვრივე არის ρ, აღნიშნულ პრიზმაში მოთავსებული სითხის მასა იქნება



ნახ. 178.

$$\rho v_x\, dydz.$$

ასეთია იმ სითხის მასა, რომელიც შედის $d\tau$ ელემენტში $abcd$ წახნაგიდან. სრულიად ანალოგიურად გამოითვლება $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგიდან გამოსული სითხის მასა. მხოლოდ ρv_x-ის მაგიერ უნდა დაიწეროს ამ ნამრავლის მნიშვნელობა $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგისათვის

$$\left(\rho v_x + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x}\, \partial x\right) dydz;$$

აქ $\frac{\partial (v_x)}{\partial x}\, dx$ არის ρv_x სიდიდის ცვლილება dx მანძილზე გადანაცვლების დროს. $d\tau$ მოცულობიდან OX ღერძის გასწვრივ გამოსული სითხის მასას მივიღებთ, თუ $a_1b_1c_1d_1$ წახნაგიდან გამოსულ სითხის მასას გამოვაკლებთ $abcd$ წახნაგიდან შესული სითხის მასას:

$$\frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x}\, d\tau.$$

ანალოგიურად მივიღებთ OY და OZ ღერძების გასწვრივ გამოსული სითხის მასას:

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}\,d\tau \quad \text{და} \quad \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\,d\tau.$$

$d\tau$ მოცულობიდან გამოსული მთელი სითხის მასისათვის გვექნება:

$$\left\{\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right\}d\tau. \qquad \text{(XIII,8)}$$

ვინაიდან მასის მუდმივობის კანონის თანახმად, (XIII,7) ტოლი უნდა იყოს (XIII,8)-სი, მივიღებთ შემდეგ განტოლებას:

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t}=\frac{\partial(\rho v_x)}{dx}+\frac{\partial(\rho v_y)}{dy}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}. \qquad \text{(XIII,9)}$$

ამ განტოლებას ჰიდროდინამიკაში უწოდებენ უწყვეტობის განტოლებას, თუმცა მისი შინაარსის მიხედვით უფრო მიზანშეწონილი იქნებოდა გვეწოდებინა მისთვის მასის მუდმივობის განტოლება. (XIII,9) განტოლება აკავშირებს ერთმანეთთან სითხის სიმკვრივესა და სიჩქარეს, და ერთ-ერთი იმ განტოლებათაგანია, რომელთა დამატებაც საჭიროა (XIII,4), (XIII,5) და (XIII,6) განტოლებებისადმი. გვაკლია კიდევ ერთი განტოლება. მას მივიღებთ ადვილად, თუ სითხის გამოყოფილი მოცულობისათვის გამოვიყენებთ თერმოდინამიკის კანონებს.

თერმოდინამიკის ძირითადი კანონების თანახმად, შექცევადი პროცესებისათვის ადგილი აქვს შემდეგ განტოლებას

$$Tds=de+pdv,$$

სადაც s, e და v არის კუთრი ენტროპია, ენერგია და მოცულობა. თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $de=c_v dT$ და $v=\frac{1}{\rho}$, მივიღებთ:

$$Tds=c_v dT+pd\left(\frac{1}{\rho}\right). \qquad \text{(XIII,10)}$$

მარცხენა მხარეზე მდგომი გამოთქმა არის ელემენტის მიერ მიღებული კუთრი სითბო. მის გამოსათვლელად უნდა ვიცოდეთ, როგორ ხდება სითბოს მინიჭება (სითბოგამტარობით, ხახუნით და სხვ.). თუ მივიღებთ აგრეთვე მხედველობაში სითხის ან გაზის მდგომარეობის განტოლებას

$$f\left(p,\frac{1}{\rho},T\right)=0,$$

რომლიდანაც შეიძლება მოვნახოთ T როგორც p-ს და ρ-ს ფუნქციები, (XIII,10) განტოლება მოგვცემს საძიებელ მეხუთე განტოლებას. ჩვეულებრივად იხილავენ ორ უმარტივეს შემთხვევას, როდესაც პროცესი არის ადიაბატური ან იზოთერმული. გაზისათვის ამ შემთხვევაში მეხუთე განტოლებად შეიძლება საკმაო მიახლოებით ავიღოთ შემდეგი განტოლებები:

იზოთერმული პროცესისათვის $pv = \frac{p}{\rho} = \text{const},$

ადიაბატური პროცესისათვის $pv^{\varkappa} = \frac{p}{\rho^{\varkappa}} = \text{const}.$

სითხეებისათვის, მათი მცირე კუმშვადობის გამო, ხშირად იღებენ განტოლებას

$$\rho = \text{const}, \qquad \text{(XIII,11)}$$

ე. ი. სითხეს იხილავენ როგორც უკუმშვადს.

§ 104. იდეალური სითხის წონასწორობა

გამოვიყენოთ ახლა წინა პარაგრაფში მიღებული შედეგი იდეალური სითხის წონასწორობის შემთხვევისათვის. მივიღოთ, რომ სითხე უძრავია. მაშინ მისი ყოველი წერტილის სიჩქარე ნულის ტოლი იქნება და (XIII, 4, 5, 6) განტოლებანი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} &= 0, \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0, \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \qquad \text{(XIII,12)}$$

მასის მუდმივობის განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \qquad \text{(XIII,13)}$$

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც სითხეზე არ მოქმედებს გარეშე ველი, ე. ი. როდესაც $V=0$, განტოლებები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

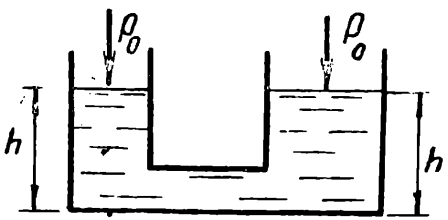
აქედან გამომდინარეობს, რომ წნევა სითხეში არ არის დამოკიდებული კოორდინატებზე, ე. ი. იგი ყოველ წერტილში ერთი და იგივეა. მიღებულ შედეგს ეწოდება პასკალის კანონი: წონასწორობაში მყოფ თავისუფალ სითხეში წნევა მუდმივია:

$$p = \text{const.} \qquad \text{(XIII,14)}$$

ეს კანონი მართებულია სითხის არა მარტო შინაგანი ნაწილებისათვის, არამედ მისი ზედაპირისათვისაც. თუ სითხეში წნევა p არის, ასეთივე უნდა იყოს წნევა ზედაპირზე. მაშასადამე, გარეშე სხეული, რომელიც ეხება სითხეს (მაგ., ჭურჭელი, დგუში და სხვ.), უნდა ახდენდეს სითხეზე p წნევას. თავის მხრივ სითხე იმოქმედებს ამ სხეულის ზედაპირზე ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული წნევით. გამოვყოთ ჭურჭლის ზედაპირზე ორი S_1 და S_2 ფართობი. ძალები, რომლებიც მასზე მოქმედებს, იყოს F_1 და F_2. ვინაიდან წონასწორობის შემთხვევაში წნევა ყველგან ერთი და იგივეა, მივიღებთ:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}, \qquad \text{(XIII,14}^1\text{)}$$

ე. ი. ძალები ფართობების პირდაპირპროპორციულია. ამ ფორმულაზეა დამყარებული პასკალის კანონის მრავალი გამოყენება (ჰიდრავლიკური წნეხი, ტუმბოები, კომპრესორები და სხვ.). მართლაც, (XIII,14^1) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დიდ ფართობზე მოქმედი დიდი ძალა შეიძლება გავათანასწოროთ მცირე ფართობზე მოქმედი მცირე ძალით. ეს საშუალებას გვაძლევს მცირე დგუშზე მოქმედი მცირე ძალით განვაეითაროთ დიდ დგუშზე მოქმედი დიდი ძალა და გამოვიყენოთ იგი სხეულების შესაკუმშავად ან გასაჭიმავად. 179-ე ნახაზზე მოყვანილია ჰიდრავლიკური წნეხის სქემა. უფრო მნიშვნელოვანია გარეშე ველში მყოფი იდეალური სითხის წონასწორობის შემთხვევა, ვინაიდან ყველა სითხე და გაზი, რომლებთანაც ჩვენ საქმე გვაქვს პრაქტიკაში, მოთავსებულია დედამიწის მიმზიდველობის ველში, ე. ი. წონადი სითხეებია. თუ სითხე ან გაზი მოთავსებულია საკმაოდ ახლოს დედამიწის ზედაპირთან, პოტენციალური ენერგიისათვის შეიძლება დავწეროთ



ნახ. 179.

$$U = mgz + U_0,$$

სადაც U_0 არის პოტენციალური ენერგია დედამიწის ზედაპირზე, ხოლო z — სითხის განხილული ნაწილის სიმაღლე დედამიწის ზედაპირიდან (ნახ. 179). აქედან მივიღებთ:

$$V = V_0 + g \cdot z$$

ან (XIII,12) განტოლებებში ჩასმის შემდეგ:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g.$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხეში წნევა დამოკიდებულია მხოლოდ z-ზე, ე. ი. მანძილზე დედამიწის ზედაპირიდან. მართლაც, ინტეგრაციის შემდეგ მივიღებთ:

$$p = p' - \rho g z, \qquad \text{(XIII,15)}$$

სადაც p' არის წნევა დედამიწის ზედაპირზე. ხშირად უფრო ხელსაყრელია მივიღოთ თავიდანვე ცნობილად არა წნევა დედამიწის ზედაპირზე, არამედ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე, რომლითაც იგი ეხება გარეშე ატმოსფეროს, და გამოვარკვიოთ წნევის ცვლა სიღრმის მიხედვით.

აღვნიშნოთ წნევა სითხის ზედაპირზე p_0-ით, ზედაპირის სიმაღლე დედამიწიდან კი — z_0-ით, მაშინ (XIII,15) განტოლება მოგვცემს:

$$p_0 = p' - \rho g z_0.$$

(XIII,15) განტოლებიდან გამოკლებით მივიღებთ:

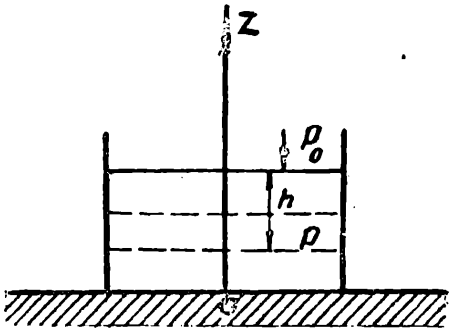
$$p - p_0 = \rho g (z_0 - z).$$

$z_0 - z$ არის სითხის განსახილველი წერტილის სიღრმე, ე. ი. მისი მანძილი სითხის ზედაპირიდან. თუ მას აღვნიშნავთ h-ით, მივიღებთ:

$$p = p_0 + \rho g h. \qquad \text{(XIII,16)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ წნევა სითხეში იზრდება სიღრმის ზრდასთან ერთად. ყველა წერტილში, რომლებიც ერთსა და იმავე სიღრმეზეა, წნევა ერთი და იგივეა. ასეთი წერტილების გეომეტრიული ადგილი ჰორიზონტალური სიბრტყეა. ვინაიდან პირობიდან $p = \text{const}$, (XIII,15) განტოლების თანახმად, მივიღებთ $z = \text{const}$. უკანასკნელი განტოლება OZ ღერძის მართობული სიბრტყის განტოლებაა (ნახ. 180). (XIII,16) განტოლება შეიძლება გამოვხატოთ შემდეგნაირადაც; თუ სითხის რომელიმე ადგილას ავიღებთ ერ-

თეულოვან ფართობს, მასზე მოქმედი ძალა წნევის ტოლი იქნება. მეორე მხრივ, h ამ ფართობზე აგებული h სიმაღლის მქონე პრიზმის მოცულობის ტოლი იქნება და ρgh ამ პრიზმში მოთავსებული სითხის წონა იქნება. ამიტომაც შეიძლება ვთქვათ, რომ წნევა სითხეში h სიღრმეზე ზედაპირზე წნევის (p_0) ტოლია პლუს h სიმაღლის და ერთეული განივკვეთის მქონე სითხის სვეტის წონა. ცხადია, რომ სითხის ძირითადი თვისების გამო ეს წნევა არ არის დამოკიდებული ფართობის ორიენტაციაზე.



ნახ. 180.

გამოვიყენოთ მიღებული შედეგები ზოგიერთი შემთხვევისათვის. განვიხილოთ, მაგალითად, შეერთებული ჭურჭლები. ჭურჭლებში ჩასხმული სითხის ზედაპირზე წნევა ერთი და იგივეა, იგი ატმოსფეროს წნევის ტოლია. მაგრამ ზემოთ დამტკიცებულის თანახმად, ტოლი წნევის ზედაპირები ჰორიზონტალურია, ამიტომაც შეერთებულ ჭურჭლებში სითხის ზედაპირი ერთსა და იმავე სიმაღლეზე უნდა იდგეს. თუ შეერთებული ჭურჭლები დახურულია და სითხეების ზევით მოთავსებულია სხვადასხვა წნევის გაზები, მდგომარეობა შეიცვლება, ვინაიდან სითხეების ზედაპირები აღარ შეიძლება ერთსა და იმავე სიმაღლეზე იყოს. ვთქვათ, გაზის წნევა მარცხენა ჭურჭელში არის p_1, მარჯვენაში p_2. დავუშვათ, რომ სითხის სათანადო სიმაღლეები ფსკერიდან არის z_1 და z_2. მარცხენა ჭურჭელში z_1 სიმაღლეზე მოქმედებს წნევა p_1. ასეთივე წნევა უნდა მოქმედებდეს იმავე z_1 სიმაღლეზე მარჯვენა ჭურჭელში. ეს წნევა კი, (XIII,16) ფორმულის თანახმად, არის $p_2+\rho g(z_2-z_1)$. აქედან მივიღებთ:

$$p_1=p_2+\rho g(z_2-z_1)$$

ან, თუ სიმაღლეთა სხვაობას ჭურჭლებში აღვნიშნავთ h-ით, გვექნება:

$$p_1=p_2+g\rho h. \qquad \text{(XIII,17)}$$

სითხის ზედაპირი იმ ჭურჭელში იქნება უფრო მაღლა, რომელშიაც გაზის წნევა ნაკლებია. (XIII,17) ფორმულა საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ წნევა ერთ-ერთ ჭურჭელში, თუ ცნობილია წნევა მეორე ჭურჭელში. ამ საფუძველზეა მოწყობილი გაზის წნე-

ვის ზოგიერთი საზომი იარაღი, მანომეტრები და ბარომეტრები. თუ ერთ-ერთი ჭურჭელი ღიაა, მასში მოთავსებული სითხის ზედაპირზე წნევა ატმოსფერული წნევის ტოლი იქნება და ამ შემთხვევაში (XIII,17) ფორმულა მისი გაზომვის შესაძლებლობას გვაძლევს. გაზომვა კიდევ უფრო მარტივდება, თუ მეორე ჭურჭელში გაზი არ არის (ან, რაც იგივეა, გაზი ძალიან გაიშვიათებულია). მაშინ $p_2=0$. ატმოსფეროს წნევისათვის მივიღებთ:

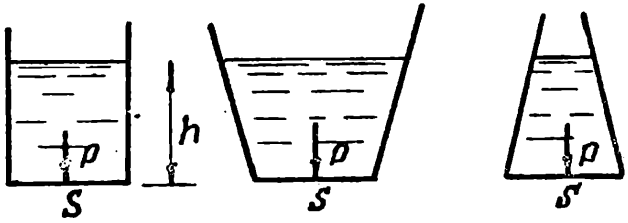
$$p_1=\rho gh,$$

ე. ი. წნევა იზომება სითხის სვეტის სიმაღლით. ჩვეულებრივად სითხედ გამოიყენება ვერცხლისწყალი და წნევა იზომება ვერცხლისწყლის სვეტის სიმაღლით (ტორიჩელის ცდა).

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორი ძალით მოქმედებს სითხე ჭურჭლის ფსკერსა და კედლებზე. თუ ფსკერის ფართობს S-ით აღვნიშნავთ მოქმედი ძალისათვის, (XIII,16) ფორმულის თანახმად, მივიღებთ:

$$F=Sp=Sp_0+\rho gSh. \qquad \text{(XIII,18)}$$

ამრიგად, ფსკერზე მოქმედი ძალა დამოკიდებული ყოფილა მხოლოდ სითხის სიმკვრივეზე, ფსკერის ფართობსა და სითხის სიმაღლეზე ფსკერიდან. აქედან გამომდინარეობს, რომ, თუ სხვადასხვა ფორმის ჭურჭლებს აქვს ერთი და იგივე სიდიდის ფსკერი, უკანასკნელზე მოქმედი ძალა (ნახ. 181) ერთი და იგივე იქნება. წნევა ჭურჭ-

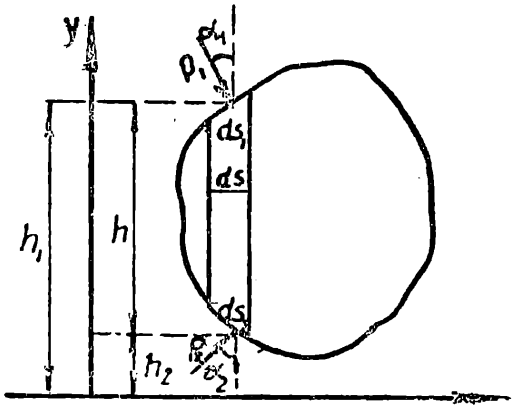


ნახ. 181.

ლის კედელზე გამოითვლება სრულიად ანალოგიურად, მხოლოდ მხედველობაში მიიღება წნევის დამოკიდებულება სიმაღლეზე.

მიღებული შედეგები შეიძლება გამოვიყენოთ იმ ძალის გამოსათვლელად, რომელიც მოქმედებს სითხეში ან გაზში მოთავსებულ სხეულზე. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხეში ან გაზში მოთავსებულია ნებისმიერი ფორმის სხეული (ნახ. 182). მის ყოველ წერტილზე იმოქმედებს ზედაპირისადმი მართობულად მიმართული, სიღრმეზე დამოკიდებული წნევა. სხეულზე მოქმედი საერთო ძალის გამოსათ-

ვლელად გავყოთ სხეული ვერტიკალურ პრიზმებად. აღვნიშნოთ dS_1-ითა და dS_2-ით სხეულის ამ პრიზმით ამოკვეთილი ზედაპირის ელემენტები. α_1 და α_2 იყოს კუთხეები, რომლებსაც ქმნიან p_1 და p_2 წნევები OY ღერძთან, ე. ი. ვერტიკალურ მიმართულებასთან. ცხადია, რომ dS_1 ფართობზე მოქმედი ძალა არის $p_1 dS_1$, ხოლო მისი პროექცია OY ღერძზე იქნება—$p_1 dS_1 \cos\alpha_1$. სათანადოდ dS_2 ფართობზე მოქმედი ძალის პროექციისათვის OY ღერძზე მი-



ნახ. 182.

ვიღებთ: $p_2 dS_2 \cos\alpha_2$. გამოყოფილ პრიზმზე მოქმედი საერთო ძალის პროექციისათვის გვექნება:

$$dF = p_2 dS_2 \cos\alpha_2 - p_1 dS_1 \cos\alpha_1.$$

მაგრამ ნახაზიდან ჩანს, რომ

$$dS_2 \cos\alpha_2 = dS_1 \cos\alpha_1 = dS,$$

სადაც dS არის პრიზმის განივკვეთის ფართობი; ამიტომ dF ძალისათვის მივიღებთ:

$$dF = (p_2 - p_1)\, dS. \qquad \text{(XIII,19)}$$

აღვნიშნოთ h_1-ით და h_2-ით dS_1 და dS ელემენტების მანძილი სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან. მაშინ (XIII,16) განტოლებიდან მივიღებთ:

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2,$$

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1,$$

აქედან

$$p_2 - p_1 = \rho g\,(h_2 - h_1) = \rho g h,$$

სადაც $h=h_2-h_1$ არის პრიზმის სიმაღლე. (XIII,19) განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს:

$$dF=\rho ghdS=\rho gdV,$$

სადაც $dV=h\cdot dS$ არის პრიზმის მოცულობა. მთელ სხეულზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:

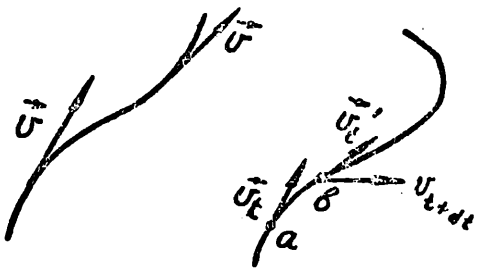
$$F=\rho gV=Mg, \qquad \text{(XIII,20)}$$

სადაც M არის V (ე. ი. სხეულის მოცულობის ტოლი) მოცულობის სითხის მასა, Mg კი იქნება ამ სითხის წონა. ვღებულობთ შედეგს: სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი ვერტიკალურად ზევით მიმართული ძალა (ამწევი ძალა) სხეულის მოცულობის სითხის (სხეულის მიერ გამოდენილი სითხის) წონის ტოლია. ამ კანონს, რომელიც პირველად არქიმედემ აღმოაჩინა, არქიმედეს კანონი ეწოდება. ამწევი ძალა მოდებულია გამოდენილი სითხის სიმძიმის ცენტრში და ეს გვაძლევს საშუალებას გამოვარკვიოთ, არის თუ არა სითხეში ჩაძირული სხეული წონასწორობაში და როგორია ეს წონასწორობა. ცხადია, რომ, თუ ჩაძირული სხეულის სიმძიმის ცენტრი, რომელზედაც მოდებულია მისი წონა, გამოდენილი სითხის სიმძიმის ცენტრზე მაღლაა, სხეული არამდგრად წონასწორობაში იქნება. თუკი სხეულის სიმძიმის ცენტრი გამოდენილი სითხის სიმძიმის ცენტრის ქვევითაა, წონასწორობა მდგრადი იქნება. სიმძიმის ცენტრების თანხვედნის შემთხვევაში მივიღებთ განურჩეველ წონასწორობის მდგომარეობას.

§ 105. დენის ხაზები და ტრაექტორიები, ბერნულის განტოლება

გადავიდეთ ახლა სითხის ან გაზის მოძრაობის განხილვაზე. ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ ჰიდროდინამიკის ძირითადი განტოლებები საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ სიჩქარე და წნევა სითხის ყოველ წერტილში, თუ მოცემულია სითხესა და გაზზე მოქმედი ძალები. რომ უფრო თვალსაჩინო იყოს შემდეგი მსჯელობები, შემოვიღოთ ზოგიერთი გეომეტრიული ცნება. ველის განხილვისას ჩვენ შეგვიძლია ძალწირების ცნება, სახელდობრ, ძალწირი განვსაზღვროთ როგორც წირი, რომლის ყოველ წერტილში ველის დაძაბულობა ამ წირის მხებია. სრულიად ანალოგიურად შემოვიღებთ დენის წირის ცნებასაც. დენის წირი ეწოდება წირს, რომლის ყოველ წერტილში სითხის სიჩქარე ამ წირის მხებია (ნახ. 183). ეს წირები თვალსაჩინო წარმოდგენას გვაძლევს სიჩქარეების განაწილებაზე სითხის შიგნით.

რასაკვირველია, არ უნდა ვიფიქროთ, რომ დენის წირები წარმოადგენს სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიებს. მხოლოდ ზოგიერთ, მართალია, ფრიად მნიშვნელოვან შემთხვევაში, დენის წირები თანხვდება ნაწილაკების ტრაექტორიებს. რომ უფრო ნათელი იყოს, თუ რა არის დენის წირი, წარმოვიდგინოთ, რომ სითხეში გაფანტულია რაიმე ნაწილაკები, რომლებიც სითხის მოძრაობის დროს მოძრაობენ მასთან ერთად. მცირე dt დროის განმავლობაში ეს ნაწილაკები შემოსწერს მცირე მონაკვეთებს. ამ მონაკვეთების შეერთება უწყვეტი მრუდით მოგვცემს დენის წირებს. ცხადია, რომ დენის წირები და სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიები თანხვდება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხის ნაწილაკების სიჩქარე არ არის დამოკიდებული დროზე. მართლაც, ვთქვათ, სითხის ნაწილაკმა a წერტილიდან b წერტილში გადაინაცვლა dt დროის განმავლობაში. $\vec{v}_t$ გვიჩვენებს სითხის სიჩქარის მიმართულებას a წერტილში—საწყის მომენტში, $\vec{v}'_t$ კი—სითხის სიჩქარის მიმართულებას იმავე მომენტში, მხოლოდ b წერტილში. სითხის ნაწილაკი,

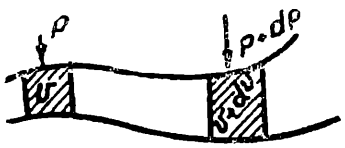


ნახ. 183.

რომელიც dt დროის განმავლობაში a წერტილიდან b წერტილში გადავიდა, მხოლოდ იმ შემთხვევაში იმოძრავებს $\vec{v}'_t$-ს გასწვრივ, თუ ეს ვექტორი dt დროის შემდეგაც გამოხატავს სითხის სიჩქარეს b წერტილში. ამას კი ადგილი ექნება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხის სიჩქარე არ არის დამოკიდებული დროზე. სითხის ისეთ მოძრაობას, როდესაც სივრცის ყოველ წერტილში სიჩქარე დროზე დამოკიდებული არ არის, სტაციონარული მოძრაობა ეწოდება. სითხის სტაციონარული მოძრაობის დროს ნაწილაკების ტრაექტორიები იგივე დენის წირებია. შემდეგში ჩვენ სითხების და გაზების მხოლოდ სტაციონარულ მოძრაობებს განვიხილავთ და ამიტომ აღარ განვასხვავებთ დენის წირებს ტრაექტორიებისაგან. გარდა დენის წირებისა, სითხეებისა და გაზების მოძრაობის შესწავლისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს დენის მილებს.

ავიღოთ სითხის შიგნით რაიმე ჩაკეტილი კონტური და გავატაროთ მისი ყოველი წერტილიდან დენის წირები. მავიღებთ მილისებრ ზედაპირს, რომელსაც დენის მილი ეწოდება. ცხადია, რომ სტაციონარული მოძრაობის დროს დენის მილიდან არ შეიძლება გამოვიდეს და არც შეიძლება მასში შევიდეს სითხის რომელიმე ნაწილაკი, ვინაიდან მილის ზედაპირზე მყოფი ნაწილაკი, მილის განსაზღვრის თანახმად, უნდა მოძრაობდეს დენის მილის გასწვრივ.

სითხეებისა და გაზების მოძრაობის სხვადასხვა შემთხვევის განხილვისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ფორმულას, რომელიც მიიღება (XIII, 4, 5, 6) განტოლებების გამოყენებით დენის წირისათვის. განვიხილოთ სითხის სტაციონარული მოძრაობა და ავიღოთ რომელიმე დენის წირი. ამოვარჩიოთ სითხის მასის ერთეული, რომელიც გადადის სითხის ერთი ნაწილიდან მეორეში. ამ დენის წირის გასწვრივ (ნახ. 184) აღვნიშნოთ de-თი მისი შინაგანი ენერგიის ნაზრდი, dq-თი კი—მიღებული სითბოს რაოდენობა. კინეტიკური ენერგიის ცვლილება იქნება $d\left(\frac{v^2}{2}\right)$. თუ სითხე გარეშე ველ-



ნახ. 184.

ში იმყოფება, მისი გადანაცვლება გამოიწვევს პოტენციალური ენერგიის გაზრდას და, რადგანაც ელემენტის მასა მიღებულია ერთეულად, ეს ნაზრდი იქნება dV. გამოვითვალოთ ახლა ერთი ადგილიდან მეორეზე გადასვლის დროს შესრულებული მუშაობა. ვთქვათ, გადასვლამდე ელემენტის მოცულობა იყო v, წნევა კი p. იგივე სიდიდეები გადასვლის შემდეგ იყოს $v+dv$ და $p+dp$. აღნიშნული გადასვლა შეიძლება განვიხილოთ როგორც ელემენტის მოცულობის შემცირება v-დან 0-მდე p წნევის დროს და შემდგომი გაფართოება 0-დან $v+dv$-მდე $p+dp$ წნევის დროს. პირველი პროცესის დროს გარეშე ძალები შეასრულებს pv მუშაობას, მეორე პროცესის დროს კი თვით ელემენტი შეასრულებს $(v+dv)(p+dp)$ მუშაობას. საერთო მუშაობისათვის, რომელსაც ასრულებს ელემენტი, მივიღებთ:

$$(p+dp)(v+dv)-pv=pdv+vdp$$

($dp\,.\,dv$ ნამრავლი მიღებულია ნულის ტოლად). ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად გვექნება:

$$dq = de + pdv + vdp + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + dV.$$

მეორე მხრივ, ჩვენ ვიცით, რომ:

$$dq = de + pdv.$$

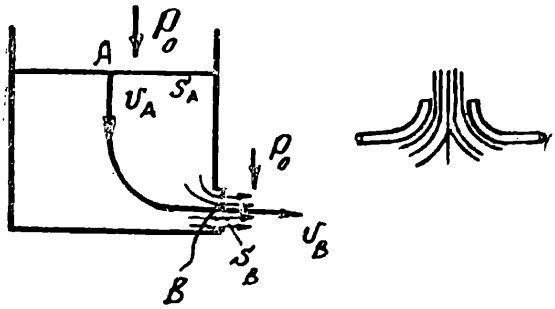
წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს:

$$vdp + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + dV = 0.$$

ან, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $v = \frac{1}{\rho}$,

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + dV = 0. \qquad \text{(XIII,21)}$$

ამ განტოლებას ეწოდება ბერნულის განტოლება. მისი გამოყვანიდან ნათელი ხდება $\frac{dp}{\rho}$ წევრის ფიზიკური მნიშვნელობა. იგი გამოხატავს მუშაობას, რომელსაც ასრულებს ელემენტი, როდესაც იგი



ნახ. 185.

უცვლელი მოცულობის პირობებში dp-თი მეტი წნევის ადგილზე გადადის. ინტეგრაციით დენის წირის გასწვრივ მივიღებთ განტოლებას:

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2} + V = \text{const.} \qquad \text{(XIII,22)}$$

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც სითხე განიხილება როგორც უკუმშვადი, ე. ი. ρ მუდმივია, (XIII,22) განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + V = \text{const.} \qquad \text{(XIII,23)}$$

მივიღოთ, რომ გარეშე ველი არის დედამიწის მიმზიდველობის ველი. მაშინ, ვინაიდან $V=gz$, მივიღებთ:

$$\frac{p}{\rho}+gz+\frac{v^2}{2}=\text{const}$$

ან ρ-ზე გამრავლების შემდეგ:

$$p+\rho gz+\rho\frac{v^2}{2}=\text{const}. \qquad \text{(XIII,24)}$$

გამოვიყენოთ ახლა მიღებული შედეგები სხვადასხვა კერძო შემთხვევის განსახილველად.

ა) **სითხის გამოდინება ღია ჭურჭლის ნახვრეტიდან.** ვთქვათ, ღია ჭურჭელში ჩასხმულია სითხე. ჭურჭლის გვერდით კედელში გავაკეთოთ ვიწრო ხვრელი. გავატაროთ ნახვრეტიდან თავისუფალ ზედაპირამდე დენის წირი (ნახ. 185). ვინაიდან როგორც A, ისე B წერტილში სითხე გარეშე ატმოსფეროს ეხება, მისი წნევა ამ ორივე წერტილში p_0 იქნება. ამიტომ, ბერნულის კანონის თანახმად, მივიღებთ:

$$p_0+\rho gz_A+\rho\frac{v^2_A}{2}=p_0+\rho gz_B+\rho\frac{v^2_B}{2}.$$

მეორე მხრივ, მასის მუდმივობის კანონის თანახმად, ჭურჭელში სითხის მასის შემცირება ჭურჭლიდან გამოდენილი სითხის მასის ტოლი უნდა იყოს. თუ თავისუფალი ზედაპირის ფართობი არის S, სითხის მასის შემცირება ერთ წამში იქნება $S\rho v_A$. იმავე ერთ წამში გამოდინებული სითხის მასა იქნება $s\rho v_B$, სადაც s არის ნახვრეტის განივკვეთი. აქედან მივიღებთ:

$$S\rho v_A=s\rho v_B$$

ანუ

$$v_A=\frac{s}{S}v_B.$$

წინა განტოლებაში ჩასმა და მცირე გარდაქმნა მოგვცემს:

$$v^2_B=2g(z_A-z_B)+\frac{s^2}{S^2}v_B.$$

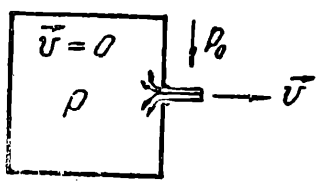
აქედან v_B-სათვის მივიღებთ:

$$v_B=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{s^2}{S^2}}}\cdot\sqrt{2g(z_A-z_B)}. \qquad \text{(XIII,25)}$$

ასეთია ნახვრეტიდან გამოდინების სიჩქარე. თუ ნახვრეტის განივკვეთი s მცირეა, სითხის თავისუფალ ზედაპირთან შედარებით, $\frac{s^2}{S^2}$ შეფარდება შეიძლება უგულებელვყოთ, რაც მოგვცემს უფრო მარტივ ფორმულას:

$$v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} = \sqrt{2gh}, \qquad (XIII,26)$$

სადაც h არის სიმაღლეთა სხვაობა ნახვრეტსა და თავისუფალ ზედაპირს შორის. როგორც ვხედავთ, სითხის გამოდინების სიჩქარე ისეთია, თითქოს სითხის ნაწილაკები თავისუფლად ვარდებოდეს h სიმაღლიდან. ეს შედეგი პირველად მიიღო ტორიჩელმა, ამიტომ (XIII,26) ფორმულას ტორიჩელის ფორმულა ეწოდება. როგორც ცდები გვიჩვენებს, ეს ფორმულა არ არის ზუსტი. გამოდინების სიჩქარე ნაკლებია, ვიდრე ამას მოითხოვს (XIII,26) ფორმულა. ეს განსხვავება ცდასა და თეორიას შორის გამოწვეულია სითხის ხახუნით ნახვრეტში, რაც ყოველთვის ამცირებს გამოდინების სიჩქარეს. გარდა ამისა, ნაკადის განივკვეთი ნახვრეტთან არ არის ნახვრეტის განივკვეთის ტოლი, ვინაიდან სითხის ნაწილაკები არ მოძრაობს ნახვრეტის კედლების პარალელურად. თითქმის ყოველთვის ხდება ნაკადის შეკუმშვა. მაგალითად, წრიული ნახვრეტის შემთხვევაში ნაკადის განივკვეთი შეადგენს ნახვრეტის განივკვეთის დაახლოებით 0,62-ს. ნახვრეტის კედლების ფორმის შეცვლა იწვევს ნაკადის შეკუმშვის შეცვლას.



ნახ. 186.

ბ) **სითხის გამოდინება ნახვრეტიდან წნევის გავლენით.** ვთქვათ, ჭურჭელში, რომლიდანაც ხდება სითხის ან გაზის გამოდინება, წნევა არის p (ნახ. 186), გარეშე წნევა კი — p_0. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხის გამოდინება ხდება ჰორიზონტალური მიმართულებით. გარდა ამისა, დავუშვათ, რომ თვით ჭურჭელში სითხის სიჩქარე მცირეა, ნახვრეტში სითხესთან შედარებით. ბერნულის განტოლების თანახმად, მივიღებთ:

$$p = p_0 + \rho \frac{v^2}{2},$$

სადაც v არის გამოდინების სიჩქარე. აქედან მივიღებთ:

$$v = \sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\rho}}. \qquad \text{(XIII,27)}$$

ამ შემთხვევაშიაც ზუსტი გამოთვლების დროს მხედველობაში მისაღებია ხახუნი ნახვრეტში და ნაკადის შეკუმშვა.

გ) **სითხის დინება მილში.** წარმოვიდგინოთ, რომ სითხე მიედინება მილში, რომლის განივკვეთი სხვადასხვაა სხვადასხვა ადგილას. ავიღოთ მილის ორი s_1 და s_2 კვეთი და გამოვითვალოთ მათთვის სითხის წნევა და სიჩქარე. თუ მხედველობაში არ მივიღებთ გარეშე ველს, ბერნულის განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}. \qquad \text{(XIII,28)}$$

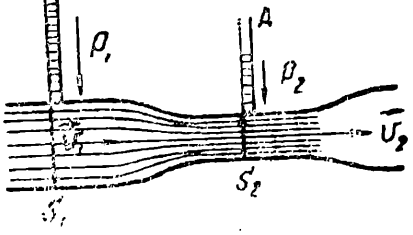
მეორე მხრივ, მასის მუდმივობის კანონის თანახმად, S_1 კვეთში გასული სითხის მასა S_2 კვეთში გასული სითხის მასის ტოლია. ამიტომ გვექნება:

$$\rho S_1 v_2 = \rho S_2 v_2 = \text{const}.$$

ამ განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ სითხის სიჩქარე მილში განივკვეთის უკუპროპორციულია. იმ ადგილებში, სადაც S მეტია, სიჩქარე ნაკლებია, და შებრუნებით. მეორე მხრივ, (XIII,28) განტოლება გვიჩვენებს, რომ მილის იმ ადგილებში, სადაც სითხის სიჩქარე მეტია, წნევა ნაკლებია. v_1-ის გამორიცხვა გვაძლევს:

$$p_1 = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right).$$

თუ $S_2 > S_1$, მივიღებთ, რომ $p_2 > p_1$, ე. ი. წნევა მეტია მეტი განივკვეთის მქონე ადგილებში. წარმოვიდგინოთ, რომ მილთან, რომელშიაც მიედინება სითხე, შეერთებულია მართობული მილი A (ნახ. 187). თუ არ მივიღებთ მხედველობაში სითხის შინაგან ხახუნს, A მილში სითხე უძრავი იქნება. ვინაიდან უძრავ სითხეში წნევა მუდმივია და იგი განუწყვეტლივ უნდა იყოს მოძრავი და უძრავი სითხეების საზღვარზე, მივიღებთ, რომ A მილში წნევა მოძრავი სითხის წნევის ტოლია. ეს შედეგი საშუალებას გვაძლევს გავზომოთ მოძრავი



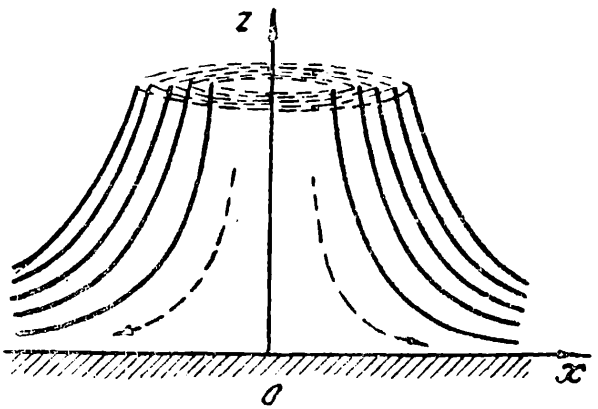
ნახ. 187.

სითხის წნევა. ამისათვის საკმარისია გავზომოთ სითხის წნევა A მილში. ყურადღება უნდა მიექცეს იმას, რომ A მილის ნახვრეტის სიბრტყე სითხის დენის წირების პარალელური იყოს, იმისათვის, რომ სითხე A მილში უძრავი იყოს.

დ) **სითხის შეჩერება დაბრკოლების წინ.** წარმოვიდგინოთ, რომ სითხე ეჯახება დენების პერპენდიკულარულ ფირფიტას. საზოგადოდ, სითხის დენის წირები შეიცვლის მიმართულებას და შემოუვლის ფირფიტას. მაგრამ წირი, რომელიც მიმართულია ფირფიტის ცენტრისაკენ, უნდა შეწყდეს ფირფიტასთან (ნახ. 188), ე. ი. 0 წერტილში სითხის სიჩქარე ნული უნდა იყოს. გამოვიყენოთ ბერნულის განტოლება ცენტრალური დენის წირისათვის, მივიღებთ:

$$p+\rho\frac{v^2}{2}=p_0.$$

0 წერტილს, რომელშიაც ხდება სითხის შეჩერება, კრიტიკული წერტილი ეწოდება. ჩვენ ვხედავთ, რომ კრიტიკულ წერტილში სითხის წნევა მეტია, ვიდრე წნევა მოძრავ სითხეში. წნევას, რომელსაც სითხე ახდენს მისი გაჩერების დროს, ეწოდება სითხის სრული წნევა. იგი მეტია, ვიდრე p—სტატიკური წნევა (ე. ი. წნევა უძრავ სითხეში), $\rho\frac{v^2}{2}$ სიდიდით. ამ უკანასკნელს ეწოდება დინამიკური წნევა. იგი იზომება სითხის ერთეულოვანი მოცულობის



ნახ. 188.

კინეტიკური ენერგიით. განვიხილოთ ახლა სითხე, რომელიც მოძრაობს A მილში და ამ მილიდან გამოსვლის შემდეგ ეჯახება მართობულად გაჩერებულ ფირფიტას (ნახ. 188). როგორც ვნახეთ,

ცენტრალური დენის წირი წყდება ფირფიტაზე და ქმნის p_0 წნევას. მაგრამ სითხის სხვა დენის წირები გამრუდდება და გაყვება ფირფიტის ზედაპირს რადიუსების გასწვრივ. ვინაიდან ყველა ეს დენის წირი ფირფიტის პარალელური იქნება, წნევა ფირფიტაზე უნდა იყოს ტოლი p_1 სტატიკური წნევისა, რომელიც ფირფიტის პარალელურ სიჩქარესთან დაკავშირებულია განტოლებით:

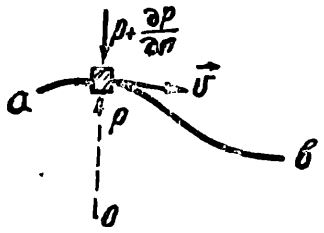
$$p_1+\rho\frac{v_1^2}{2}=\text{const.}$$

რადიუსების გასწვრივ მოძრაობის დროს სითხის სიჩქარე თანდათან კლებულობს, ვინაიდან ნაკადის განივკვეთი თანდათან იზრდება. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხის წნევა თანდათან იზრდება. ბოლოს, ფირფიტიდან დაშორების შემდეგ, წნევა ატმოსფეროს წნევის ტოლი გახდება, ვინაიდან სითხის ნაკადი ატმოსფეროში გამოდის. მაშასადამე, სითხის p_1 წნევა ფირფიტაზე ნაკლებია, ვიდრე ატმოსფეროს წნევა, და რადგანაც ფირფიტის უკანა ზედაპირზე მოქმედებს ატმოსფეროს წნევა, წნევათა სხვაობის გამო იგი მიეკვრება A მილს. პირველი შეხედვით ძალიან პარადოქსალურ შედეგს მივიღებთ. იმის მაგიერ, რომ ფირფიტა უკუქცეულ იქნეს, იგი მიიზიდება ნაკადის მიერ. ცდები მართლაც ადასტურებს ამ ფაქტს, რომელიც ბერნულის თეორემის უშუალო შედეგია.

ჩვენ აღარ გავაგრძელებთ ბერნულის განტოლების გამოყენების მაგალითების განხილვას, შევჩერდებით მხოლოდ კიდევ ერთ საინტერესო მოვლენაზე. თუ მოძრავ სითხეში ერთმანეთის მახლობლად მოთავსებულია ორი სხეული, სითხის სიჩქარე მათ შორის მეტი იქნება, ვიდრე მათ გარეთ. ამიტომ, ბერნულის კანონის თანახმად, სითხის წნევა მათ შორის უნდა შემცირდეს. ეს კი გამოიწვევს სხეულების ერთმანეთთან დაახლოებას. ასეთ მოვლენას ადგილი აქვს, მაგალითად, ორი გემის პარალელური მოძრაობის დროს, თუ გემებს შორის მანძილი საკმაოდ მცირეა.

ე) **სითხის წნევის ცვლილება დენის წირის მართობული მიმართულებით.** ბერნულის განტოლება გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება სითხის წნევა დენის წირის გასწვრივ. სახელდობრ, იგი გვიჩვენებს, რომ წნევა მეტია დენის წირის იმ ადგილებში, რომლებშიაც სიჩქარე ნაკლებია. მაგრამ იგი არაფერს გვეუბნება იმის შესახებ, თუ როგორ იცვლება წნევა დენის წირისადმი მართობულად გადანაცვლების დროს (ნახ. 189), ე. ი. ერთი დენის წირიდან მეორე დენის წირზე გადასვლის დროს. ამ საკითხის გამო-

სარკვევად შემდეგნაირად მოვიქცეთ: ვინაიდან დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში ნაწილაკის ტრაექტორია თანხვდება დენის წირს, ab დენის წირი შეიძლება განვიხილოთ როგორც ნაწილაკის ტრაექტორია. საზოგადოდ, ტრაექტორია მრუდია და ამიტომ მასზე მოძრავ ნაწილაკს ექნება ცენტრისკენული აჩქარება $\frac{v^2}{r}$, სადაც r არის ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსი განსახილველ წერტილში. ცენტრისკენული ძალა, რომელიც მოქმედებს ტრაექტორიაზე მოძრავი სითხის მოცულობის ერთეულზე, იქნება $\rho \frac{v^2}{r}$. ეს ძალა შეიძლება გამოწვეულ იქნეს მხოლოდ სითხის წნევათა სხვაობით ელემენტის ამოზნექილ და ჩაზნექილ მხარეებზე (ნახ. 189). ვინაიდან ერთი სანტიმეტრი მანძილია აღებული, წნევათა სხვაობისათვის მივიღებთ: $\frac{\partial p}{\partial n}$, სადაც n არის გარე ნორმალი ტრაექტორიისადმი.



ნახ. 189.

აქედან მივიღებთ:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{v^2}{r}. \qquad \text{(XIII, 29)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ სითხის წნევა დენის წირის ამოზნექილ მხარეზე უფრო მეტია, ვიდრე ჩაზნექილზე, და ყოველ სანტიმეტრზე გადანაცვლების დროს მატულობს სიდიდით $\rho \frac{v^2}{r}$. მიღებული ფორმულა გვაძლევს საშუალებას გამოვარკვიოთ სიჩქარის ცვლილებაც დენის წირის მართობულად გადანაცვლების დროს. მართლაც, დავუშვათ, რომ ბერნულის განტოლებაში შემავალი მუდმივა ერთი და იგივეა ყველა დენის წირებისათვის. მაშინ განტოლებიდან:

$$p + \rho \frac{v^2}{2} = \text{const}$$

მივიღებთ:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho v \cdot \frac{\partial v}{\partial n}.$$

აქედან სიჩქარის ცვლილებისათვის ნორმალის გასწვრივ მივიღებთ:

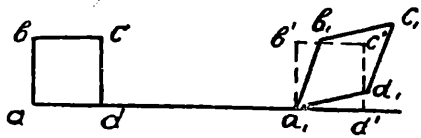
$$\frac{\partial v}{\partial n} = -\frac{v}{r}.$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ სითხის სიჩქარე კლებულობს გარე ნორმალის გასწვრივ გადანაცვლების დროს, ე. ი. დენის წირის ამოზნექილ მხარეზე სიჩქარე უფრო ნაკლებია, ვიდრე ჩაზნექილზე. იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც ყველა დენის წირები პარალელური სწორი ხაზებია, სითხის ყველა წერტილში სიჩქარეცა და წნევაც ერთი და იგივეა.

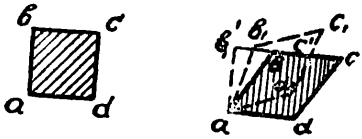
§ 106. იდეალური სითხის პოტენციალური და გრიგალური დინება

იდეალური სითხის სხვადასხვა სახის მოძრაობები შეიძლება გაიყოს ორ სახედ. ეს გაყოფა ხდება იმის მიხედვით, თუ როგორი ხასიათისაა სითხის ნაწილაკების მოძრაობა. პირველ სახეს ეკუთვნის სითხის ისეთი მოძრაობები, როდესაც მისი არც ერთი ნაწილი არ ასრულებს ბრუნვას. განვიხილოთ, მაგალითად, სითხის $abcd$ ნაწილი (ნახ. 190). სითხის მოძრაობის დროს ეს ნაწილი გადაინაცვლებს სხვა ადგილას, განიცდის რაიმე დეფორმაციას, მაგ., შეიკუმშება ან გაიჭიმება, და მობრუნდება გარკვეული კუთხით. ამ სამი ცვლილებისაგან შედგება ყოველი ნაწილის ცვლილება მოძრაობის დროს. პირველი სახის მოძრაობების შემთხვევაში ხდება მხოლოდ პირველი ორი ცვლილება—გადანაცვლება და დეფორმაცია. მესამე სახის ცვლილება—ბრუნვა არ ხდება. ასეთი სახის მოძრაობებს ეწოდება უგრიგალო ან პოტენციალური დინება. თუკი სითხის მოძრაობის დროს ხდება ბრუნვა, ვიღებთ მეორე სახის დინებას, რომელსაც გრიგალური დინება ეწოდება. უგრიგალო და გრიგალურ დინებათა შორის განსხვავების თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად განვიხილოთ ასეთ დინებათა ორი მარტივი მაგალითი. 190-ე ნახაზზე ნაჩვენებია სითხის უგრიგალო დინება. ამ დინების შედეგად სითხის $abcd$ ნაწილი იღებს $a_1b_1c_1d_1$ სახეს. $abcd$ ნაწილის ეს ცვლილება შედგება ორი ცვლილებისაგან: პირველი არის გადანაცვლება $a_1b'c'd'$ მდგომარეობაში, მეორე კი—შემდგომი დეფორმაცია, სახელდობრ, ერთისა და იმავე სიდიდის ძვრა OX და OY ღერძების გასწვრივ. სითხის ელემენტის ბრუნვა არ ხდება. 191-ე ნახაზზე ნაჩვენებია გრიგალური დინება. ამ დინების შედეგად სითხის $abcd$ ნაწილი იღებს $a_1b_1c_1d_1$ სახეს. საერთო ცვლილება შედგება სამი ცვლილებისაგან: პირველი ორი ისეთივეა, როგორც 190-ე ნახაზზე ნაჩვენები დინების დროს, მესამე კი არის გადაადგილებული და დეფორმირებული ელემენტის O წერტილის ირგვლივ მობრუნება α კუთხით OX ღერძიდან OY ღერძისაკენ. სწორედ იმის გამო, რომ განხილული დინების დროს ადგილი აქვს სითხის ელე-

მენტის ბრუნვას, მას ეწოდება გრიგალური დინება. როგორც ვიცით, ყოველი ბრუნვითი ძრაობა ხასიათდება ω-კუთხური სიჩქარით. სითხის დინების შემთხვევაშიაც ყოველი ელემენტის ბრუნვა შეიძლება დავახასიათოთ მისი ბრუნვის კუთხური სიჩქარით. ეს მოგვცემს საშუალებას უფრო მოკლედ გამოვთქვათ უგრიგალო დინების კრიტერიუმი: სითხის დინება უგრიგალოა, თუ ყველა წერტილში ბრუნვის კუთხური სიჩქარე $\omega=0$; წინააღმდეგ შემთხვევაში სითხის დინება გრიგალური იქნება.

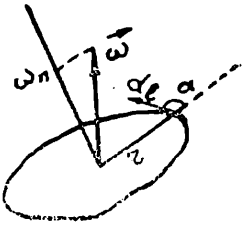


ნახ. 190.



ნახ. 191.

გამოვიყვანოთ ერთი ფორმულა, რომელიც საშუალებას მოგვცემს დავაკავშიროთ სითხის რაიმე ელემენტის კუთხური სიჩქარე მისი (ელემენტის) ნაწილაკების სიჩქარეებთან. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხის რაიმე ელემენტი შემობრუნდა O წერტილის ირგვლივ ω კუთხური სიჩქარით (ნახ. 192). შემოვხაზოთ O წერტილის ირგვლივ რაიმე ჩაკეტილი მრუდი, რომელიც მთლიანად სითხის მბრუნავ ელემენტში მდებარეობს. აღვნიშნოთ V-თი სითხის სიჩქარე ამ მრუდის რომელიმე წერტილში. მისი გეგმილი მრუდის dl ელემენტზე იყოს V_l. შევადგინოთ ნამრავლი $V_l dl$ და მოვახდინოთ მისი ინტეგრება ჩაკეტილი მრუდის გასწვრივ. მივიღებთ:



ნახ. 192.

$$\oint V_l dl.$$

ამ სიდიდეს ეწოდება სიჩქარის ცირკულაცია და აღინიშნება Γ ასოთი. დავაკავშიროთ ეს სიდიდე სითხის ბრუნვის კუთხურ სიჩქარესთან. თუ r-ით აღვნიშნავთ O წერტილიდან მრუდის A წერტილში გავლებულ რადიუს-ვექტორს, მივიღებთ:

$$V_l = r.\omega_n . \sin\alpha.$$

ცირკულაციის გამოსახულებაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\oint \omega_n r dl \sin\alpha.$$

მაგრამ ნახაზიდან ჩანს, რომ $rdl \cdot \sin\alpha$ არის OAB მცირე სამკუთხედის გაორკეცებული ფართობი $2\,dS$. მაშინ ინტეგრება მრუდის გასწვრივ შეიძლება შევცვალოთ ინტეგრებით ამ მრუდის მიერ შემოფარგლული ფართობის მიმართ. მივიღებთ:

$$\oint V_l dl = 2\int \omega_n dS. \qquad \text{(XIII,30)}$$

სწორედ ეს ფორმულა აკავშირებს სითხის ნაწილის ბრუნვით სიჩქარეს ამ ნაწილაკების ხაზოვან სიჩქარესთან. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ სითხის ყველა წერტილში $\omega = 0$, ე. ი. არ ხდება სითხის ელემენტების ბრუნვა. მაშინ წინა ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ მარცხენა მხარეზე მდგომი ინტეგრალიც ნულის ტოლი იქნება. მაშასადამე, უგრიგალო მოძრაობის შემთხვევაში

$$\Gamma = \oint V_l dl = 0, \qquad \text{(XIII,31)}$$

ე. ი. უგრიგალო დინების შემთხვევაში სიჩქარის ცირკულაცია ნებისმიერ ჩაკეტილ კონტურზე ნულის ტოლია.

(XIII,31) განტოლება მოგვაგონებს ანალოგიურ განტოლებას, რომელიც გამოყვანილია გრავიტაციული ველისათვის. მაგ., გრავიტაციული ველისათვის პირველ წიგნში ჩვენ გამოვიყენეთ განტოლება

$$\oint G_s dl = 0, \qquad \text{(XIII,32)}$$

რომელიც გამოხატავს გრავიტაციული ველის ძირითად თვისებას—დაძაბულობის ცირკულაციის ნულთან ტოლობას. როგორც ვხედავთ, უგრიგალო დინების სიჩქარეთა ველი გრავიტაციული დაძაბულობის ველის ანალოგიურია. მხოლოდ უნდა გვახსოვდეს, რომ (XIII,31) და (XIII,32) განტოლებათა ფიზიკური მნიშვნელობა სხვადასხვაა. (XIII,32) განტოლება გვიჩვენებს, რომ გრავიტაციულ ველში მუშაობა ჩაკეტილ კონტურზე ნულის ტოლია. (XIII,31) განტოლება არ არის დაკავშირებული რაიმე მუშაობასთან; იგი მხოლოდ იმის გამომხატველია, რომ იდეალურ სითხეში ნაწილების ბრუნვა არ ხდება. მიუხედავად ამ განსხვავებისა, ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ გრავიტაციული ველისათვის გამოყვანილი ზოგიერთი ცნება და კანონზომიერება, მაგალითად, სითხის სიჩქარეთა პოტენციალის ცნება. ეს სიდიდე ისეა დაკავშირებული სიჩქარესთან, როგორც გრავიტაციული პოტენციალი დაძაბულობასთან:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -V_x, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -V_y, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = -V_z. \qquad \text{(XIII,33)}$$

პოტენციალთა სხვაობა სითხის ორ წერტილს შორის გამოიხატება შემდეგი ფორმულით:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 V_l dl. \qquad \text{(XIII,34)}$$

ცხადია, რომ სითხის სიჩქარეთა პოტენციალი, მიუხედავად თავისი სახელწოდებისა, არავითარ კავშირში არ არის რაიმე პოტენციალურ ენერგიასთან. ეს უკვე იქიდან ჩანს, რომ მისი განზომილება არის $\frac{cm^2}{sec}$.

სიჩქარეთა პოტენციალის შემოღების შესაძლებლობა დაკავშირებულია (XIII.31) განტოლებასთან, რომელიც სითხის უგრიგალო დინების დამახასიათებელია. ამიტომაც სითხის უგრიგალო დინებას პოტენციალური დინებაც ეწოდება. ველთან ანალოგია საშუალებას გვაძლევს შევადაროთ დენის წირები გრავიტაციული ველის ძალწირებთან. მართლაც, ძალწირი ჩვენ განვმარტეთ როგორც მრუდი, რომლის ყოველ წერტილში დაძაბულობა მისი მხებია. სითხის დინების შემთხვევაშიაც გვაქვს ანალოგიური ხაზები. ეს არის დენის წირები, რომელთა ყოველ წერტილში სიჩქარე მათი მხებია. ისე, როგორც გრავიტაციულ ველში, სითხეშიაც შეიძლება გავატაროთ იზოპოტენციალური ზედაპირები: $\varphi = \text{const}$, რომლებიც დენის წირების მართობული იქნება.

განვიხილოთ სითხის პოტენციალური დინების ზოგიერთი კერძო სახე. ამისათვის შეიძლება შემდეგნაირად მოვიქცეთ: ავარჩიოთ რომელიმე φ ფუნქცია და (XIII,33) ფორმულების საშუალებით ვიპოვოთ სიჩქარეები სითხის სხვადასხვა წერტილში. მაგრამ უნდა მივიღოთ მხედველობაში ერთი გარემოება. φ ფუნქცია—სიჩქარეთა პოტენციალი არ შეიძლება ნებისმიერად ავარჩიოთ, ვინაიდგან მისი საშუალებით გამოთვლილი სიჩქარე უნდა აკმაყოფილებდეს უწყვეტობის განტოლებას. თუ ჩვენ უკუმშვადი სითხეებით შემოვისაზღვრებით, რაც მრავალ შემთხვევაშია შესაძლებელი, უწყვეტობის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

ან, თუ გამოვიყენებთ (XIII,33) განტოლებებს,

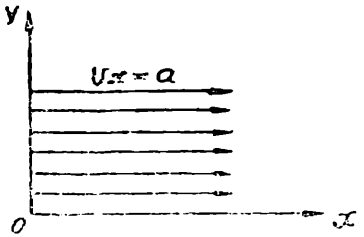
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 z} = 0. \qquad \text{(XIII,35)}$$

ამ განტოლებას უნდა აკმაყოფილებდეს φ ფუნქცია იმისათვის, რომ შესაძლებელი იყოს მისი, როგორც უკუმშვადი სითხის სიჩქარეთა პოტენციალის, განხილვა.

ა) მივიღოთ, რომ $\varphi=-ax$, და გამოვარკვიოთ სითხის როგორ დინებას გამოხატავს ეს პოტენციალი. ცხადია, რომ იგი აკმაყოფილებს (XIII,34) განტოლებას. შემდეგ, (XIII,33) განტოლებების გამოყენებით სითხის სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$V_x=a, \quad V_y=V_z=0.$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ განსახილველ შემთხვევაში სითხე მიედინება მუდმივი a სიჩქარით OX ღერძის გასწვრივ (ნახ. 193). დენის წირები OX ღერძის პარალელური სწორი წირებია. ყველა წერტილს ერთი და იგივე სიჩქარე აქვს. ცხადია, რომ არავითარი ბრუნვა არ ხდება.



ნახ. 193.

ბ) ავიღოთ ახლა პოტენციალისათვის ანალოგიური წერტილოვანი გრავიტაციული მუხტის პოტენციალის შემდეგი გამოსახულება:

$$\varphi=\frac{b}{r}.$$

უშუალო გამოთვლებით დავრწმუნდებით, რომ უწყვეტობის განტოლება დამაკმაყოფილებელია. სითხის წერტილების სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$v=\frac{b}{r^2},$$

ე. ი. სიჩქარე მიმართულია რადიუს-ვექტორის გასწვრივ ან საწინააღმდეგოდ და სათავიდან მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია, თუ $b>0$. სიჩქარე მიმართული იქნება რადიუს-ვექტორის გასწვრივ და მივიღებთ სითხის გამოდინებას O წერტილიდან რადიუსების მიმართულებით. O წერტილს, საიდანაც ხდება სითხის გამოდინება, დენის წყარო ან გამოდინების წერტილი ეწოდება. რაც უფრო შორსაა სითხე წყაროდან, მით უფრო ნაკლებია მისი სიჩქარე. სათანადო დენის წირები დახაზულია ნახაზზე (ნახ. 194). თუ $b<0$, მივიღებთ სითხის ჩადენას O წერტილში აგრეთვე რადიუსების გასწვრივ. ამ შემთხვევაში O წერტილს უარყოფით

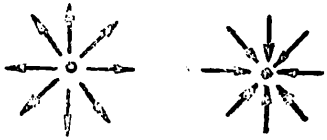
წყაროს ანუ ჩადინების წერტილს უწოდებენ. თუ გამოვიყენებთ ბერნულის თეორემას, წნევისათვის მივიღებთ:

$$p = \text{const} - \rho \frac{v^2}{2} = \text{const} - \frac{\rho b^2}{2r^4},$$

ე. ი. წნევა მცირდება მანძილის მეოთხე ხარისხის უკუპროპორციულად.

სრულიად ანალოგიურად შეიძლება გაირჩეს პოტენციალური დინების სხვა შემთხვევებიც. ჩვენ არ შევუდგებით მათ განხილვას. მოვიყვანთ მხოლოდ რამდენიმე მნიშვნელოვანი დინების ნახაზებს. 195-ე ნახაზზე ნაჩვენებია სითხის პოტენციალური დინება მასში მოთავსებული სფეროს ირგვლივ. ამ დინების სათანადო პოტენციალს შემდეგი სახე აქვს:

$$\varphi = a\left(r + \frac{r_0^3}{2r^2}\right)\cos\varphi,$$



ნახ. 194.

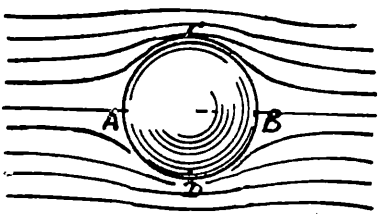
სადაც r_0 არის სფეროს რადიუსი, a—სითხის სიჩქარე სფეროდან საკმაოდ დიდ მანძილზე. დენის წირების განაწილება გვიჩვენებს სიჩქარეების განაწილებას სითხეში. იქ, სადაც დენის წირები ახლოა ერთმანეთთან, სიჩქარე მეტია (C და D წერტილები). A და B წერტილებში (კრიტიკული წერტილები) სიჩქარე ნულის ტოლია. ბერნულის განტოლების თანახმად, მივიღებთ, რომ წნევა მეტია A და B წერტილებში და ნაკლებია C და D წერტილებში.

განვიხილოთ, დასასრულ, პოტენციალური დინების ერთი მნიშვნელოვანი სახე, რომელიც ძალიან ხშირად გვხვდება პრაქტიკაში სითხის მიერ რაიმე სხეულის გარსშემოდენის დროს. პოტენციალური დინება ჩვენ განვმარტეთ, როგორც დინება, რომლის დროსაც სითხის არც ერთ ნაწილში არ ხდება ბრუნვა, ე. ი. როდესაც ყველგან $\omega = 0$. აქედან ჩვენ, (XIII,30) ფორმულის თანახმად, დავასკვნით, რომ პოტენციალური დინების შემთხვევაში ცირკულაცია ყოველი ჩაკეტილი მრუდის გასწვრივ ნულის ტოლია. მაგრამ, როგორც ახლა ვნახავთ, ასეთი დასკვნა ყოველთვის მართებული არ არის. თურმე შესაძლებელია ისეთი პოტენციალური დინება, რომ ზოგიერთი ჩაკეტილი მრუდის გასწვრივ ცირკულაცია არ იყოს ნული. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ სითხე მოძრაობს წრიულად r_0 რადიუსის წრიული ცილინდრის ირგვლივ (ნახ. 196),

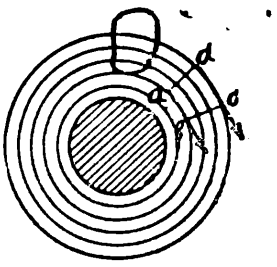
ასე რომ, სითხის ყოველ წერტილში სიჩქარე ცილინდრის ღერძამდე მანძილის უკუპროპორციულია:

$$V=\frac{c}{r}. \qquad \text{(XIII,36)}$$

რაც უფრო შორსაა სფეროდან სითხის ნაწილაკები, მით უფრო ნაკლებია მათი სიჩქარე. ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ ყოველ ჩაკეტილ მრუდზე, რომელიც ცილინდრს არ შეიცავს, ცირკულაცია ნულის ტოლია. მართლაც, ავიღოთ $abcd$ კონტური და



ნახ. 195.



ნახ. 196.

გამოვითვალოთ მისთვის სიჩქარის ცირკულაცია. ვინაიდან V_1 და V_2 სიჩქარეები წრეხაზების მხებია, მივიღებთ:

$$\Gamma=\oint V_l dl=ab\,.\,V_1-cd\,.\,V_2,$$

რადგანაც bc და ad ელემენტებისათვის სიჩქარის მხები მდგენელები ნულის ტოლია და კონტურის შემოვლა ხდება V_2 სიჩქარის საწინააღმდეგო მიმართულებით. მეორე მხრივ, ნახაზიდან ჩანს, რომ $ab=r_1\alpha$ და $cd=r_2\alpha$. ჩასმა და (XIII,36) განტოლების გამოყენება მოგვცემს:

$$\Gamma=\oint V_l dl=\alpha\,(r_1V_1-r_2V_2)=0. \qquad \text{(XIII,37)}$$

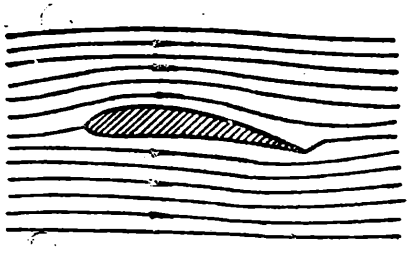
მაშასადამე, დინება მართლაც პოტენციალურია. მაგრამ, თუ ავიღებთ მრუდს, რომელიც ცილინდრს გარს ერტყმის, მაგ., s დენის წირს, აღმოვაჩენთ, რომ მის გასწვრივ ცირკულაცია არ არის ნული. მართლაც, ვინაიდან ამ მრუდის ყოველ წერტილში სიჩქარე მისი მხებია და სიდიდით მუდმივია, მივიღებთ:

$$\Gamma=\oint_s V_l\,dl=\frac{c}{r}\oint_s dl=2\pi c, \qquad \text{(XIII,38)}$$

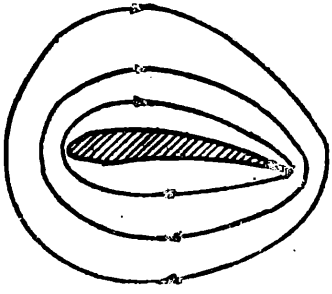
ე. ი. ცირკულაცია ამ მრუდის გასწვრივ არ არის ნულის ტოლი. სითხის ყოველი ნაწილი, რომელიც A ცილინდრს არ შეიცავს, არ ბრუნავს, ხდება მხოლოდ მისი გადატანა და დეფორმაცია, სითხის ნაწილი კი, რომელიც ცილინდრს გარს ერტყმის, ბრუნავს 0 წერტილის ირგვლივ გარკვეული კუთხური სიჩქარით $\omega = \frac{c}{r^2}$.

სითხის განხილულ დინებას ეწოდება პოტენციალური დინება ცირკულაციით. ასეთი დინება შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხეში მოთავსებულია რაიმე სხეული. თუ მრუდი, რომლის გასწვრივაც ვითვლით ცირკულაციას, გარს არ ერტყმის სხეულს, ცირკულაცია ნულის ტოლი იქნება. წინააღმდეგ შემთხვევაში ცირკულაცია შეიძლება განსხვავებული იყოს ნულისაგან.

საბოლოოდ ასეთ შედეგს ვღებულობთ: თუ მოძრავ სითხეში არ არის მოთავსებული რაიმე სხეული, სითხის პოტენციალური დინების შემთხვევაში ცირკულაცია იქნება ნულის ტოლი ყოველი ჩაკეტილი მრუდისათვის. თუკი მოძრავ სითხეში მოთავსებულია რაიმე სხეული, შეიძლება მივიღოთ ორნაირი პოტენციალური დინება: ან წმინდა პოტენციალური დინება უცირკულაციოდ, როდესაც ცირკულაცია ყოველი ჩაკეტილი მრუდისათვის ნულის ტოლია, ან პოტენციალური დინება ცირკულაციით, როდესაც სხეულის შემომვლები მრუდისათვის ცირკულაცია ნულისაგან განსხვავებულია. ზოგადი პოტენციალური დინება შეიძლება განვიხილოთ როგორც ჯამი წმინდა პოტენციალური დინებისა და პოტენციალური დინებისა ცირკულაციით. მაგ., 197-ე ნახაზზე მოყვანილია წმინდა პოტენციალური დინება თვითმფრინავის ფრთის ირგვლივ, 198-ე ნახაზზე კი—ცირკულაციური დინება იმავე ფრთის ირგვლივ.



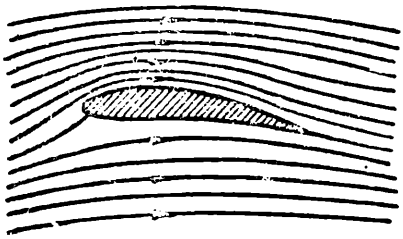
ნახ. 197.



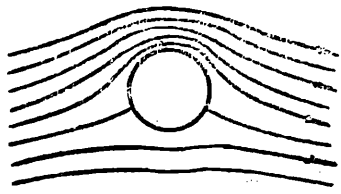
ნახ. 198.

ამ ორი დინების შეერთება (სათანადო სიჩქარეების შეკრებით) გვაძლევს 199-ე ნახაზზე მოყვანილ პოტენციალურ დინებას ცირკულაციით. აგრეთვე, თუ პოტენციალურ დინებას ცილინდრის ირგვლივ დავუმატებთ ცირკულაციას, მივიღებთ პოტენციალურ დინე-

ბას ცირკულაციით (ნახ. 200). დენის წირების განაწილება გვიჩვენებს, რომ ცილინდრის ზევითა მხარეზე სიჩქარე მეტია, ვიდრე ქვევითა მხარეზე. აქედან გამომდინარეობს, რომ წნევა ქვევითა მხარეზე უფრო მეტია, ვიდრე ზევითაზე. გადავიდეთ ახლა სითხის გრიგალური დინების განხილვაზე. ამ შემთხვევაში სითხეში ადგილი აქვს ნაწილების ბრუნვას. ω განსხვავებულია ნულისაგან სითხის ყველა ან ზოგიერთ წერტილში. ვინაიდან ω ვექტორია, შემ-



ნახ. 199.



ნახ. 200.

დეგში მას ავღნიშნავთ $\vec{\omega}$-ით. მისი მიმართულება გვიჩვენებს მყისი ღერძის მიმართულებას, რომლის ირგვლივ ბრუნავს სითხის ნაწილი.

შემოვიღოთ გრიგალური წირის ცნება. განვიხილოთ ამისთვის სითხის რომელიმე A წერტილი. $\vec{\omega}$ იყოს მის ირგვლივ მბრუნავი სითხის კუთხური სიჩქარე. გადავინაცვლოთ $\vec{\omega}$-ს გასწვრივ მცირე მანძილზე (B წერტილი). ამ B წერტილში $\vec{\omega}$-ს შეიძლება ჰქონდეს სხვა მიმართულება. გადავინაცვლოთ ახლა მცირე მანძილით ამ ახალი მიმართულებით, მივიღებთ C წერტილს. ასეთი თანდათანობითი გადანაცვლებებით მივიღებთ A, B, C და ა. შ. წერტილთა ერთობლიობას, ე. ი. ტეხილ ხაზს. თუ A, B, C და ა. შ. წერტილებს შორის მანძილს თანდათანობით შევამცირებთ, ხოლო თვით წერტილთა რიცხვს უსასრულოდ გავზრდით, მივიღებთ მრუდს, რომლის ყოველ წერტილში სითხის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე მისი მხებია. ამ მრუდ წირს ეწოდება გრიგალური წირი. იგი თვალსაჩინოდ შეიძლება განვიხილოთ როგორც მრუდწირული ღერძი, რომლის ირგვლივაც სითხე ბრუნავს (ნახ. 201). ცხადია, რომ სიჩქარის ცირკულაცია ისეთ მრუდზე, რომელიც გარს



ნახ. 201.

ერტყმის გრიგალურ წირს, არ უდრის ნულს. (XIII,30) განტოლების თანახმად, იგი ტოლია:

$$\Gamma = \oint V_l dl = 2 \int \omega_n dS,$$

სადაც ω_n არის კუთხური სიჩქარის პროექცია dS ფართობის ელემენტის ნორმალის გასწვრივ. ხშირად ხდება, რომ გრიგალური წირები შეადგენს ერთად გრიგალურ მილს. ამ შემთხვევაში $\vec{\omega}$ განსხვავდება ნულისაგან მხოლოდ ამ მილის შიგნითა წერტილებში, მის გარეთ კი $\vec{\omega}$ ყველგან ნულია, ე. ი. დინება პოტენციალურია. გრიგალური მილის კვეთი სხვადასხვა ადგილას სხვადასხვაა და ამის მიხედვით სხვადასხვა იქნება კუთხური სიჩქარეც. ვიწრო ადგილებში $\vec{\omega}$ მეტია, განიერ ადგილებში კი—ნაკლები, ასე რომ, კუთხური სიჩქარის ნამრავლი კვეთის ფართობზე მუდმივი სიდიდეა.

სანამ განვაგრძობდეთ გრიგალური დინების განხილვას, გავარჩიოთ დებულება, რომელიც ძალიან დიდ როლს ასრულებს ჰიდროდინამიკაში. ის შემდეგნაირად გამოითქმის: იდეალურ სითხეში სიჩქარის ცირკულაცია რაიმე ჩაკეტილი მრუდის გასწვრივ არ იცვლება დროის განმავლობაში. უნდა ავღნიშნოთ მხოლოდ, რომ ჩაკეტილი მრუდი უნდა შედგებოდეს ყოველთვის სითხის ერთისა და იმავე ნაწილაკებისაგან. ეს დებულება პირველად 1869 წელს დაამტკიცა ინგლისელმა ფიზიკოსმა ტომსონმა (კელვინმა) და ცნობილია ტომსონის თეორემის სახელწოდებით. მათემატიკურად ის შემდეგნაირად გამოიხატება:

$$\Gamma = \oint V_l dl = \text{const}. \qquad \text{(XIII,39)}$$

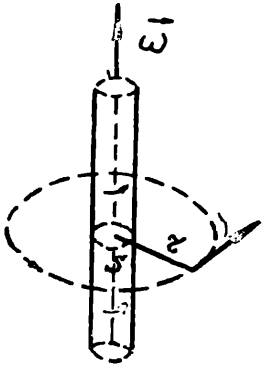
ამ დებულების დამტკიცებას ჩვენ არ მოვიყვანთ.

სწორედ ტომსონის დებულებიდან გამომდინარეობს ზემომოყვანილი შედეგები გრიგალური დინების შესახებ. პირველ ყოვლისა ცხადია, რომ, თუ საწყის მომენტში სითხის რაიმე ნაწილი არ ბრუნავდა, იგი არც შემდეგ შეიძლება მოვიყვანოთ ბრუნვაში. მართლაც, თუ რომელიმე მომენტში ბრუნვა არ არის, ცირკულაცია ნული იქნება. მაგრამ ტომსონის თეორემის თანახმად, ცირკულაცია არ იცვლება დროის განმავლობაში, მაშასადამე, იგი ყოველ შემდეგ მომენტშიაც ნულის ტოლი უნდა იყოს, ე. ი. სითხის ნაწილი არ შეიძლება მოვიდეს ბრუნვაში. ტომსონის დებულებიდანვე გამომდინარეობს, რომ სითხის მბრუნავმა ნაწილებმა არ შეიძლება შეწყვიტოს ბრუნვა, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ გრიგალური წირი ყოველთვის ერთისა და იმავე ნაწილებისაგან შედგება.

აქედანვე გამომდინარეობს გრიგალური მილის განივკვეთის კუთხურ სიჩქარეზე ნამრავლის მუდმივობა გრიგალური მილის ყველა ნაწილისათვის. ამიტომაც გრიგალური წირი არ შეიძლება დაიწყოს ან დამთავრდეს სითხის შიგნით. იგი უნდა იწყებოდეს და თავდებოდეს სითხის შემომსაზღვრელი სხეულების ზედაპირზე ან ჩაკეტილი უნდა იყოს.

განვიხილოთ რამდენიმე კერძო სახის გრიგალური მილი და მათი ურთიერთქმედება:

1) ერთი სწორხაზოვანი გრიგალური მილი. მივიღოთ, რომ გრიგალური მილი s ფართობის სწორხაზოვანი ცილინდრია, რომელიც ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით, როგორც მყარი სხეული (ნახ. 202). თუ მისი კვეთის რადიუსი არის r_0, მის ზედაპირზე მოთავსებული სითხის ნაწილაკების სიჩქარე იქნება $V_0=r_0\omega$. (XIII,30) ფორმულის თანახმად, ცირკულაცია იქნება $2\omega s=2\omega\pi r_0^2$. მილის გარეთ მყოფი სითხის დინება იქნება პოტენციალური დინება ცირკულაციით. მისი სიჩქარე r მანძილზე გრიგალური მილის ღერძიდან გამოითვლება (XIII,36) ფორმულით, რადგანაც სითხის ნაწილაკები მოძრაობს წრეხაზებზე. ცირკულაციის გამოსათვლელ კონტურად ავიღოთ r რადიუსის წრეხაზი. მივიღებთ:



ნახ. 202.

$$\Gamma=\oint V\,dl=2\,\omega\pi r_0^2.$$

ვინაიდან სიმეტრიის გამო V ერთი და იგივეა კონტურის ყველა წერტილში, იგი შეიძლება გამოვიტანოთ ინტეგრალის ნიშნის გარეთ. გვექნება:

$$V\,.\,2\,\pi r=2\,\pi\omega r_0^2.$$

აქედან სითხის სიჩქარისათვის, r მანძილზე მილის ღერძიდან მივიღებთ:

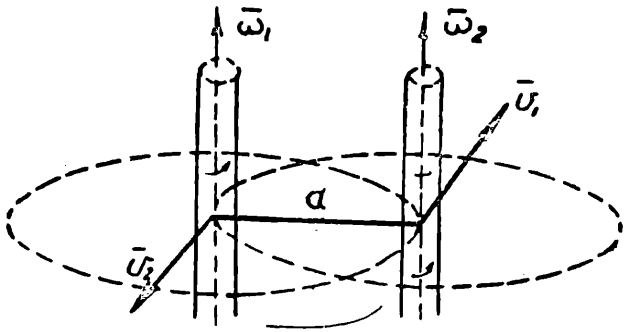
$$V=\omega\,.\,\frac{r_0^2}{r},$$

ე. ი. სითხის ნაწილაკის სიჩქარე გრიგალური მილის ღერძამდე მანძილის უკუპროპორციულია.

კარგად უნდა გვახსოვდეს, რომ სითხის დინება მილის შიგნით და მილის გარეთ სულ სხვადასხვა ხასიათისაა. მაშინ როდესაც მი-

ლის შიგნით სითხე მოძრაობს, როგორც მყარი სხეული, მილის გარეთ სითხის მოძრაობა არის პოტენციალური დინება ცირკულაციით.

2) ორი პარალელური სწორხაზოვანი გრიგალური მილი. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხეში გვაქვს ორი პარალელური სწორხაზოვანი გრიგალური წირი ცირკულაციებით Γ_1 და Γ_2. მანძილი მათ შორის აღვნიშნოთ a-თი (ნახ. 203). ვთქვათ, რომ მათი ცირკულაციების მიმართულება ერთნაირია, ე. ი. ორივე მილში სითხე ბრუ-



ნახ. 203.

ნავს ერთი მიმართულებით, მაგ., საათის ისრის მიმართულებით. მაშინ, ცხადია, რომ პირველი გრიგალური მილი მიანიჭებს მეორე მილს სიჩქარეს

$$V_2 = \frac{\Gamma_1}{2\pi a},$$

ასევე მეორე გრიგალური მილი მიანიჭებს პირველ მილს სიჩქარეს

$$V_1 = \frac{\Gamma_2}{2\pi a}.$$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ეს სიჩქარეები a მონაკვეთის მართობულია და მიმართულია ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ. ცხადია, რომ განხილული გრიგალური მილები იბრუნებს ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით c წერტილის ირგვლივ, რომელიც დაშორებულია მილების ღერძებიდან ცირკულაციების უკუპროპორციული მანძილებით.

იმ შემთხვევაში, როდესაც მილების ცირკულაცია საწინააღმდეგო მიმართულებისაა, მივიღებთ, რომ ორივე მილი მიიღებს ერთისა და იმავე მიმართულების სიჩქარეებს. თუ, კერძოდ, ცირკულაციები სიდიდით ტოლია, მივიღებთ:

$$V_1 = V_2 = \frac{\Gamma}{2\pi a}.$$

მაშასადამე, ორივე გრიგალური მილი იმოძრავებს პარალელურად ტოლი სიჩქარით.

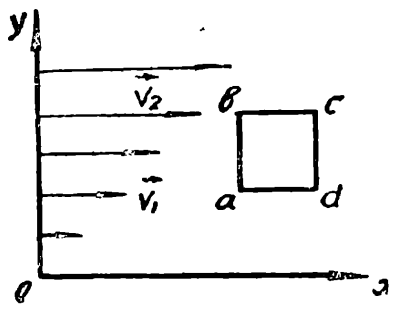
ბ) წრიული გრიგალური მილი. განვიხილოთ წრიული გრიგალური მილი. ვთქვათ, მისი რადიუსი არის a. ცირკულაცია Γ-ს ტოლი იყოს. ცხადია, რომ ერთისა და იმავე დიამეტრის ბოლოებზე მოთავსებული ნაწილები შეიძლება განვიხილოთ როგორც პარალელური სწორხაზოვანი მილების ნაწილები, რომელთა ცირკულაცია მიმართულია ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ. ამიტომაც **ისინი** მიანიჭებს ერთმანეთს პარალელურ და ერთნაირად მიმართულ სიჩქარეებს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ასეთი წრიული გრიგალური მილი უცვლელად არ დარჩება. იგი ამოძრავდება თავისი სიბრტყის მართობულად იმავე მიმართულებით, რა მიმართულებითაც მიედინება სითხე მისი ბრუნვის გავლენით მის მიერ შემოფარგლულ ფართობში. ცხადია, რომ მოძრაობის სიჩქარე მით უფრო მეტი იქნება, რაც უფრო ნაკლებია წრიული გრიგალური მილის რადიუსი. ძალიან საინტერესო მოვლენას ვხვდებით იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთი მიმართულებით მოძრაობს ერთნაირი ცირკულაციის მქონე ორი გრიგალური მილი. წინა გრიგალური მილი უკანა გრიგალური მილის ნაწილებს ანიჭებს ცენტრისკენ მიმართულ სიჩქარეებს, ე. ი. იწვევს მის შეკუმშვას. შებრუნებით, უკანა მილი წინა მილის ნაწილებს ანიჭებს ცენტრიდან გარეთ მიმართულ სიჩქარეს, ე. ი. იწვევს მის გაფართოებას. უკანა მილის დავიწროება გამოიწვევს მისი სიჩქარის გაზრდას, წინა მილის გაფართოება კი—მისი სიჩქარის შემცირებას. უკანა მილი დაეწევა წინას და გაძვრება მასში. ამის შემდეგ, ცხადია, წინა მილი გახდება უკანა, ხოლო უკანა—წინა. უკანა მილი ისევ დავიწროვდება, მისი სიჩქარე გაიზრდება, ხოლო წინა მილის სიჩქარე შემცირდება. უკანა მილი ისევ გაძვრება წინაში და მთელი ეს პროცესი გაგრძელდება უსასრულოდ, რომ არ ხდებოდეს სითხის ბრუნვის ენერგიის გადასვლა სითბურ ენერგიაში შინაგანი ხახუნის გავლენით.

განვიხილოთ, დასასრულ, გრიგალური დინების ერთი მნიშვნელოვანი მაგალითი, რომელსაც ჩვენ ხშირად გამოვიყენებთ და რომელიც თვალსაჩინოდ გვიჩვენებს განსხვავებას გრიგალურად და წრიულად მოძრავ სითხეებს შორის. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხე მიედინება OX ღერძის გასწვრივ ისე, რომ დენის წირები OX ღერძის პარალელური სწორი წირებია (ნახ. 204). მხოლოდ მივიღოთ, რომ სითხის სიჩქარე თანდათან მატულობს OY ღერძის მი-

მართულებით. დავამტკიცოთ, რომ ამ შემთხვევაში დინება გრიგალურია, ე. ი. რომ სითხის ყოველი ელემენტი გადანაცვლების დროს განიცდის ბრუნვას. დავამტკიცოთ ამისათვის, რომ სიჩქარის ცირკულაცია ყოველი ნებისმიერი კონტურის გასწვრივ განსხვავდება ნულისაგან. განვიხილოთ ცირკულაცია ამ კონტურის გასწვრივ. ინტეგრალი ჩაკეტილ კონტურზე დაიშლება ოთხ ინტეგრალად:

$$\oint V_l dl = \int_a^d V_l dl + \int_b^c V_l dl + \int_c^b V_l dl + \int_d^a V_l dl.$$

ინტეგრალები ab და cd ნაწილების გასწვრივ ნულის ტოლია, ვინაიდან სითხის სიჩქარე ამ ნაწილების მართობულია და $V_l=0$. bc ნაწილის გასწვრივ სიჩქარე V_2-ის ტოლია და მიმართულია გზის გასწვრივ. ამ ნაწილისათვის $V_l=V_2$. da ნაწილის გასწვრივ სიჩქარე არის V_1 და მიმართულია გზის საწინააღმდეგოდ, ამიტომ ამ ნაწილისათვის $V_l=-V_1$. ჩასმისა და ინტეგრაციის შემდეგ მივიღებთ



ნახ. 204.

$$\oint V_l dl = l(V_2 - V_1) \neq 0,$$

სადაც l არის bc ან ad მონაკვეთის სიგრძე. როგორც ვხედავთ, ცირკულაცია $abcd$ კონტურის გასწვრივ არ უდრის ნულს, ე. ი. სითხის დინება მართლაც გრიგალურია. გამოვითვალოთ სითხის ელემენტის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე. (XIII,30) განტოლების თანახმად, ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ω დაკავშირებულია ცირკულაციასთან შემდეგი განტოლებით:

$$\oint V_l dl = 2 \int \omega dS$$

ან, თუ დავუშვებთ, რომ ω ერთი და იგივეა ფართობის ყველა ნაწილში, და გამოვიყენებთ წინა ფორმულას:

$$l(V_2 - V_1) = 2\,\omega S.$$

მაგრამ $S=l\,.\,d$, სადაც d არის ab ან cd მონაკვეთის სიგრძე. ამიტომ ω-სათვის მივიღებთ:

$$\omega = \frac{V_2 - V_1}{2\,d}\,.$$

მაშასადამე, მიუხედავად იმისა, რომ სითხის ნაწილაკები მოძრაობს სწორხაზოვნად, სითხის ყოველი ელემენტი ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით. რასაკვირველია, ბრუნვასთან ერთად იგი ინაცვლებს OX ღერძის გასწვრივ და განიცდის დეფორმაციას.

ეს მაგალითი ნათლად გვიჩვენებს განსხვავებას, რომელიც არსებობს გრიგალური მოძრაობის ჩვეულებრივ გაგებასა და ჩვენ მიერ მოყვანილ გაგებას შორის. ჩვეულებრივად, როდესაც ლაპარაკობენ გრიგალზე, წარმოიდგენენ წრიულად მიმდინარე სითხეს (მორევი წყალში ან გრიგალი ატმოსფეროში). რასაკვირველია, ამ გაგებით სითხის დინების განხილული მაგალითი არ წარმოადგენს გრიგალურ დინებას. მაგრამ, თუ ჩვენ მივიღებთ განსაზღვრას, რომ გრიგალური მოძრაობის დროს ადგილი აქვს სითხის ელემენტების ბრუნვას, ცხადი გახდება, რომ 206-ე ნახაზზე გამოხატული დინება გრიგალურია. იმავე განსაზღვრის თანახმად, შეიძლება სითხის ნაწილაკები მოძრაობდეს წრიულად, მაგრამ დინება არ იყოს გრიგალური (მაგალითად, პოტენციალური დინება ცირკულაციით).

§ 107. გრიგალური დინების წარმოშობა პოტენციალური დინებიდან

წინა პარაგრაფში ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ სითხის ან გაზის დინება შეიძლება იყოს ან პოტენციალური ან გრიგალური. გავარჩიოთ ახლა საკითხი, თუ როგორ შეიძლება სითხის პოტენციალური დინება გადაიქცეს გრიგალურ დინებად და, შებრუნებით, გრიგალური დინება—პოტენციალურად. გამოვიყენოთ ამისათვის ტომსონის თეორემა. ამ თეორემის თანახმად, იდეალურ სითხეში ცირკულაცია რაიმე ჩაკეტილი კონტურის გასწვრივ არ შეიძლება შეიცვალოს დროის განმავლობაში. თუ ცირკულაცია რომელიმე მომენტში ნულის ტოლია, იგი ყოველ შემდეგ მომენტშიაც ნული იქნება. ავრეთვე, თუ იგი რომელიმე მომენტში განსხვავდებოდა ნულისაგან, ყოველთვის ნულისაგან განსხვავებული იქნება. აქედან გამომდინარეობს, რომ პოტენციალური დინება, რომლისთვისაც ცირკულაცია ნულის ტოლია, არ შეიძლება გადაიქცეს გრიგალურ დინებად, ნულისაგან განსხვავებული ცირკულაციით. ცხადია, რომ შებრუნებული გარდაქმნაც შეუძლებელი იქნება. ტომსონის თეორემიდან გამომდინარეობს აგრეთვე ასეთი შედეგი: რადგანაც უძრავ სითხეში ცირკულაცია ნულის ტოლია, მისი მოძრაობაში მოყვანით ვერ მივიღებთ გრიგალურ დინებას, შეიძლება მივიღოთ მხოლოდ პოტენციალური დინება.

მეორე მხრივ, ჩვენ კარგად ვიცით უშუალო დაკვირვებების და ცდების შედეგად, რომ უძრავ სითხეში შეიძლება წარმოიშვას გრი-

გალური დინება, ასე რომ, ბუნებაში ყოველთვის ვამჩნევთ პოტენციალური დინების გადასვლას გრიგალურში და გრიგალურის გადასვლას პოტენციალურში. ყველასათვის კარგად არის ცნობილი მორევები მდინარეში, ატმოსფეროში, და მცირე გრიგალები, რომლებიც ჩნდებიან სითხეში, მის მიერ რაიმე სხეულის გარსშემოდენის დროს. ყველა ამ შემთხვევაში ადგილი აქვს სითხეში გრიგალების გაჩენას, თუმცა საწყის მომენტში სითხე ან უძრავი იყო ან პოტენციალურად მოძრაობდა.

აქედან ცხადია, რომ ტომსონის თეორემა არ უნდა იყოს მართებული ყველა შემთხვევაში, რომ მისი გამოყენება შესაძლებელია მხოლოდ გარკვეულ პირობებში. თუ ეს პირობები შესრულებული არ არის, ტომსონის თეორემა აღარ იქნება მართებული და შესაძლებელი იქნება გრიგალური დინების გაჩენაც და გაქრობაც. გამოვარკვიოთ, როგორია ეს პირობები და განვიხილოთ, როგორ ჩნდება გრიგალური დინება იმ შემთხვევაში, როდესაც ეს პირობები შესრულებული არ არის.

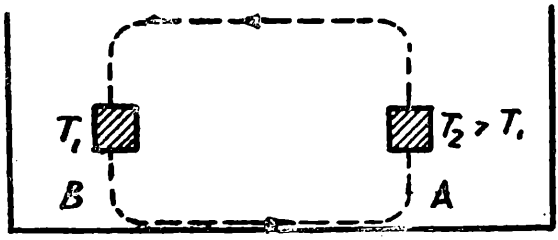
როგორც თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევები გვიჩვენებს, სითხის ან გაზის პოტენციალური დინება მხოლოდ იმ შემთხვევაში არ გადავა გრიგალურ დინებაში, როდესაც შესრულებულია შემდეგი პირობები: 1) სითხე იდეალურია, ე. ი. არ არის ხახუნი; 2) გარეშე ველი, რომელშიაც მოთავსებულია სითხე, პოტენციალურია; 3) სითხის სიმკვრივე მხოლოდ წნევის ფუნქციაა. თუ ეს სამივე პირობა შესრულებული არ არის, შეიძლება წარმოიშვეს და წარმოიშვება კიდეც გრიგალური დინება. ცხადია, რომ სინამდვილეში არც ერთი ამ პირობათაგანი შესრულებული არ არის. ჯერ ერთი, ყოველ სითხესა და გაზში არსებობს შინაგანი ხახუნი (იხ. წინა თავი). ასე რომ, არც ერთი ნამდვილი სითხე არ არის იდეალური. შემდეგ, სითხის ან გაზის სიმკვრივე დამოკიდებულია არა მარტო წნევაზე, არამედ სხვა ფაქტორებზედაც, მაგ., ტემპერატურაზე, ნარევებზე და სხვ. მეორე პირობა უფრო ხშირად არის შესრულებული. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხე ან გაზი მოთავსებულია მაგნიტურ ველში ან მისი მოძრაობა განიხილება არაინერციული სისტემის (მაგ,, დედამიწის) თვალსაზრისით, ეს პირობა აღარ იქნება შესრულებული.

გამოვარკვიოთ, თუ როგორ წარმოიშვება გრიგალური დინება, როდესაც ეს პირობები შესრულებული არ არის. დავუშვათ, მაგალითად, რომ სითხის ან გაზის სიმკვრივე, გარდა წნევისა, დამოკიდებულია კიდევ სხვა ფაქტორებზე, მაგ., ტემპერატურაზე. ერთისა და იმავე წნევის პირობებში სიმკვრივე მცირდება ტემპერატუ-

რის გაზრდის დროს ისე, რომ სითხის ორ წერტილში, რომლებშიაც წნევა ერთი და იგივეა, სიმკვრივე შეიძლება სხვადასხვა იყოს.

წარმოვიდგინოთ, რომ სითხე ან გაზი მოთავსებულია დედამიწის ზედაპირზე. თუ დამყარებულია წონასწორობა, ე. ი. სითხე უძრავია, იზობარული ზედაპირები, ე. ი. ტოლი წნევის ზედაპირები ჰორიზონტალური სიბრტყეები იქნება. განვიხილოთ სითხის ან გაზის ერთეულოვანი ელემენტი (ნახ. 205). მასზე მოქმედი ძალები იქნება: 1) დედამიწის მიმზიდველობის ძალა gp, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ქვევით და 2) ელემენტის ქვედა და ზედა ფუძეზე მოქმედი წნევების სხვაობით გამოწვეული ძალა $\frac{dp}{dx}$, რომელიც მიმართულია ზევით. ვინაიდან სითხე წონასწორობაშია, ეს ძალები ტოლია.

ასევე წონასწორობაში იქნება $a_2b_1c_1d_1$ ელემენტიც, ვინაიდან მასზე მოქმედებს იგივე ძალები, რაც $abcd$ ელემენტზე. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ სითხის ან გაზის ის ნაწილი, სადაც მოთავსებულია $abcd$ ელემენტი, გავათბეთ. ეს გამოიწვევს სიმკვრივის შემცირებას და, ვინაიდან სიმძიმის ძალა სიმკვრივის პროპორციულია,



ნახ. 205.

ისიც შემცირდება. წნევათა სხვაობით გამოწვეული ძალა გადააჭარბებს სიმძიმის ძალას და სითხის ელემენტი ამოძრავდება ვერტიკალური მიმართულებით ზევით. თუ სითხეს გავაცივებთ, სიმკვრივე გაიზრდება და სიმძიმის ძალაც გაიზრდება, გადააჭარბებს წნევათა სხვაობით გამოწვეულ ძალას და სითხის ელემენტი ამოძრავდება ვერტიკალურად ქვევით. ვთქვათ ახლა, რომ სითხის A მხარეს ვათბობთ, B მხარეს კი ვაცივებთ. ცხადია, რომ ეს გამოიწვევს სითხის დინებას A მხარეში ზევით და B მხარეში ქვევით. ამ დინებათა შედეგად გაჩნდება სითხის დინება ჭურჭლის ფსკერზე B-დან A-სკენ, ხოლო სითხის ზედაპირზე — A-დან B-სკენ. მივიღებთ გრიგალურ დინებას ანუ ცირკულაციას, რომლის მიმართულება აღნიშნულია ისრით. თუმცა საწყის მომენტში დინება პო-

ტენციალური იყო (სითხე უძრავი იყო), მაგრამ იმის გამო, რომ სიმკვრივე, გარდა წნევისა, დამოკიდებულია ტემპერატურაზეც, გრიგალური დინება წარმოიშვება.

ბუნებაში ხშირად ვხვდებით ტემპერატურათა სხვაობით წარმოშობილი გრიგალური დინების მაგალითებს. ასეთია, მაგალითად, გრიგალური დინება (ცირკულაცია), რომელიც წარმოიშვება ატმოსფეროში ტემპერატურათა სხვაობით ეკვატორულ და პოლარულ მხარეებში. რადგანაც პოლარულ არეში ტემპერატურა უფრო დაბალია, ვიდრე ეკვატორულ არეში, წარმოიშვება ჰაერის ცირკულაცია, რომლის დროს დედამიწის ზედაპირზე ჰაერი მოედინება პოლუსიდან ეკვატორისაკენ (პასატები), ხოლო ატმოსფეროს ზედა ფენაში—ეკვატორიდან პოლუსისაკენ (ანტიპასატები). სინამდვილეში მათი მიმართულება არ თანხვდება მერიდიანების მიმართულებას, ვინაიდან ჰაერზე მოქმედებს კიდევ მოძრაობის მიმართულებიდან მარჯვნივ გადამხრელი კორიოლისის ძალა, რომელიც გამოწვეულია დედამიწის ბრუნვით. ამიტომაც პასატი ქრის ჩრდილო-აღმოსავლეთიდან, ხოლო ანტიპასატი—სამხრეთ-დასავლეთიდან. ჩვეულებრივად პასატები და ანტიპასატები ქრის ეკვატორულ განედებში 0—33° ფარგლებში.

ანალოგიურად აიხსნება მუსონები (ქარები, რომლებიც გამოწვეულია კონტინენტისა და ოკეანის არათანაბარი გათბობით ზაფხულსა და ზამთარში) და ბრიზები (რომლებიც გამოწვეულია კონტინენტისა და ზღვის არათანაბარი გათბობით დღისით და ღამით). ციკლონებსა და ანტიციკლონებსაც იგივე მიზეზები იწვევს. დედამიწის ზედაპირის გარკვეული ნაწილის გათბობა ან გაცივება იწვევს ჰაერის ნაკადს ამ ნაწილისაკენ ან ამ ნაწილიდან გარეთ. დედამიწის ბრუნვის გამო ადგილი აქვს ამ ნაკადების გადახრას მოძრაობის მიმართულების მარჯვნივ ან მარცხნივ, რაც იწვევს დამატებით გრიგალურ ძრაობას ვერტიკალური გრიგალური არის ირგვლივ.

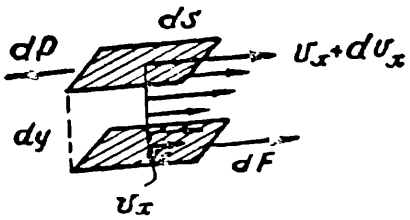
გრიგალური დინება ჩნდება აგრეთვე ზღვებსა და ოკეანეებში იმის გამო, რომ წყლის სიმკვრივე, გარდა წნევისა, დამოკიდებულია კიდევ გახსნილი მარილების რაოდენობაზე. ამ შემთხვევაშიაც ზღვის ფსკერზე სითხე მოძრაობს უფრო მკვრივი ადგილებიდან ნაკლებად მკვრივი ადგილებისაკენ, ხოლო ზედაპირზე კი საწინააღმდეგო მიმართულებით.

არანაკლებ ხშირად გვხვდება ბუნებაში გრიგალური მოძრაობა, რომელიც წარმოშობილია სითხის ან გაზის შინაგანი ხახუნით. ამ გრიგალურ დინებებს განსაკუთრებით მნიშვნელობა აქვთ სითხესა

ან გაზში მოძრავ სხეულებზე მოქმედი ძალებისათვის. როგორც შემდეგ ვნახავთ, ბლანტი სითხეების მოძრაობის განხილვისას ეს გრიგალური დინება არის მიზეზი როგორც ამწევი ძალისა, ისე წინააღმდეგობის, რომელსაც სითხე ან გაზი უწევს მასში მოძრავ სხეულს.

§ 108. ბლანტი სითხეების დინება

წინა თავში აღვნიშნეთ, რომ ყოველი სითხე და გაზი ხასიათდება გარკვეული სიბლანტით, რომლის მიზეზია მოლეკულების მიერ მოძრაობის რაოდენობის ან ძალის გადატანა ერთი მოძრავი ფენიდან მეორეში. განვიხილოთ სითხე, რომელიც მიედინება OX ღერძის გასწვრივ, და მივიღოთ, რომ მისი ფენების სიჩქარე იცვლება OY ღერძის გასწვრივ (ნახ. 206). სითხე რომ იდეალური იყოს, ე. ი. რომ არ ჰქონდეს ადგილი ფენებს შორის ხახუნს, ფენები არ მოახდენს ერთმანეთზე არავითარ გავლენას. მაგრამ ვინაიდან სითხე ბლანტია, ფენები იმოქმედებს ერთმანეთზე მხები ძალებით, რომლებიც დამოკიდებული იქნება ფენების სიჩქარეთა სხვაობაზე. თუ სიჩქარის გრადიენტს OY ღერძის გასწვრივ აღვნიშნავთ $\frac{dV_x}{dy}$-ით, ხოლო ფენის ელემენტის ფართობს—dS-ით, უკანასკნელზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:



ნახ. 206.

$$dF=\eta\frac{dV_x}{dy}ds, \qquad \text{(XIII,40)}$$

სადაც η არის სიბლანტის კოეფიციენტი. აქედან მხები ძაბვისათვის, ე. ი. ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:

$$\tau=\frac{dF}{ds}=\eta\frac{dV_x}{dy}.$$

გამოვითვალოთ ახლა სიბლანტის ძალა, რომელიც მოქმედებს სითხის მოცულობის ელემენტზე. მივიღოთ, რომ სითხე უკუმშვადია, ვინაიდან სიჩქარის გრადიენტი არსებობს მხოლოდ OY ღერძის გასწვრივ, სიბლანტის ძალები მოქმედებს მხოლოდ ამ ღერძის მართობულ წახნაგებზე. თუ ქვედა წახნაგზე სიჩქარის გრადიენტი არის $\frac{dV_x}{dy}$, მასზე მოქმედი ძალა იქნება

$$\eta \frac{dv_x}{dy}.$$

ზედა წახნაგზე სიჩქარის გრადიენტი აღარ იქნება $\frac{dv_x}{dy}$. თუ dy მანძილზე გადანაცვლების დროს გრადიენტი იცვლება სიდიდით $d\frac{dv}{dy}$, მანძილის ერთეულზე გადანაცვლების დროს გრადიენტი შეიცვლება სიდიდით $\frac{d}{dy}\frac{dv_x}{dy}=\frac{d^2v_x}{dy^2}$, ასე რომ, ზედა წახნაგზე გრადიენტი იქნება:

$$\frac{dv_x}{dy}+\frac{d^2v_x}{dy^2},$$

მასზე მოქმედი ძალა კი:

$$\eta \frac{dv_x}{dy}+\eta \frac{d^2v_x}{dy^2}.$$

ქვედა წახნაგზე მოქმედი ძალა მიმართულია OX ღერძის საწინააღმდეგოდ, ვინაიდან ამ წახნაგის ქვევით მოთავსებული ფენა ანელებს ჩვენი ელემენტის მოძრაობას. ზედა წახნაგზე მოქმედი ძალა კი მიმართულია OX ღერძის გასწვრივ. ელემენტზე მოქმედი ძალა იქნება ზედა და ქვედა წახნაგებზე მოქმედი ძალების სხვაობა:

$$\eta \frac{d^2v_x}{dy^2}.$$

გარდა ამ ძალისა, სითხის ელემენტზე მოქმედებს კიდევ წნევათა სხვაობით გამოწვეული ძალა და გარეშე ველის ძალა, რომლებიც იდეალურ სითხეებშიაც მოქმედებენ. ამიტომ ბლანტი სითხის ძრაობის განტოლება შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\rho \frac{dv_x}{dt}=-\frac{dp}{dx}+\eta \frac{d^2v_x}{dy^2}+F_x. \qquad (XIII,41)$$

როგორც ვხედავთ, ბლანტის სითხის მოძრაობის განტოლება უფრო რთულია, ვიდრე იდეალური სითხისა. განტოლება კიდევ უფრო გართულდებოდა, თუ დავუშვებდით, რომ სითხე კუმშვადია. ამიტომაც ბლანტი სითხის დინების ხასიათის გამორკვევა მოხერხდა მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში. ამოცანა განსაკუთრებით მარტივდება შემდეგ ორ შემთხვევაში: 1. სიბლანტის ძალა ძალიან მცირეა ელემენტზე მოქმედ საერთო ძალასთან შედარებით, 2. სიბლანტის ძალა ძალიან დიდია საერთო ძალასთან შედარებით.

პირველ შემთხვევაში სითხის უდიდესი ნაწილი შეიძლება განვიხილოთ როგორც იდეალური. სიბლანტის ძალები მისაღებია მხედველობაში მხოლოდ სითხის იმ თხელ ფენაში, რომელიც ეკვრის მყარ სხეულებს (ჭურჭლის კედლებს, სითხეში მოთავსებულ სხეულების ზედაპირს და ა. შ.). მეორე შემთხვევაში კი სიბლანტის ძალები შესამჩნევია მთელ სითხეში და იმდენად ამცირებს სითხის დინების სიჩქარეს, რომ გვექნება ეგრეთ წოდებული ცოცვით დინება.

გამოვარკვიოთ, რა პირობები უნდა იყოს შესრულებული იმისათვის, რომ მივიღოთ პირველი ან მეორე სახის დინება. ამისათვის უნდა შევადაროთ ერთმანეთს სიბლანტის ძალა და მთელი ძალა მოქმედი სითხის ელემენტზე. ეს ძალებია:

$$\eta \frac{d^2v_x}{dy^2} \quad \text{და} \quad \rho \frac{dv_x}{dt} = \rho v_x \cdot \frac{dv_x}{dx}.$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ ეს ძალები დამოკიდებულია სითხის η სიბლანტეზე, ρ სიმკვრივეზე, v_x სიჩქარეზე (და მის დეფორმაციებზე) და ხაზოვან ზომებზე (სიგრძეებზე) x და y (ან მათ დეფორმაციებზე). ვიპოვოთ ეს დამოკიდებულება ორივე ძალისათვის. სიბლანტის ძალა η სიბლანტის კოეფიციენტის და v სიჩქარის პროპორციულია და l ხაზოვანი ზომის კვადრატის უკუპროპორციულია

$$\eta \frac{d^2v_x}{dy^2} \sim \frac{\eta v}{l^2}. \qquad \text{(XIII,42)}$$

ელემენტზე მოქმედი საერთო ძალა კი სითხის სიმკვრივისა ρ და სიჩქარის კვადრატის v^2 პროპორციულია (ვინაიდან მის გამოსახულებაში შედის სიჩქარის და მისი დიფერენციალის ნამრავლი) და ხაზოვანი ზომის l უკუპროპორციულია

$$\rho v_x \frac{dv_x}{dx} \sim \frac{\rho v^2}{l}.$$

აქედან მივიღებთ, რომ საერთო ძალის და სიბლანტის ძალის შეფარდება იქნება:

$$\rho v_x \frac{dv_x}{dx} : \eta \cdot \frac{d^2v_x}{dy^2} = \frac{\rho v l}{\eta} = Re. \qquad \text{(XIII,43)}$$

ამ სიდიდეს ეწოდება რეინოლდსის რიცხვი[1] და Re-თი აღინიშნება. თუ Re ერთზე ნაკლებია, საერთო ძალა მცირე იქნება

[1] ეს რიცხვი პირველად შემოიღო ინგლისელმა ფიზიკოსმა რეინოლდსმა.

სიბლანტის ძალასთან შედარებით და მივიღებთ ბლანტი სითხის დინების მეორე შემთხვევას—ცოცვით დინებას. თუ Re ერთზე მეტია, საერთო ძალა დიდი იქნება სიბლანტის ძალასთან შედარებით და მივიღებთ ბლანტი სითხის დინების პირველ შემთხვევას, როდესაც სითხის უმეტესი ნაწილი შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც იდეალური სითხე.

როგორც ვხედავთ, ბლანტი სითხის დინების ხასიათი დამოკიდებულია რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობაზე. უკანასკნელი კი, გარდა სითხის სიბლანტისა, დამოკიდებულია კიდევ სიმკვრივეზე, სიჩქარეზე და ჭურჭლის ან სითხეში მოთავსებული სხეულის ხაზოვან ზომაზე. რაც უფრო მეტია სიბლანტის კოეფიციენტი ან რაც უფრო ნაკლებია სითხის სიმკვრივე და სიჩქარე და ჭურჭლის ან სითხეში მოთავსებული სხეულის ხაზოვანი ზომა, მით უფრო ნაკლებია რეინოლდსის რიცხვი. მაშასადამე, სითხის ცოცვით დინებას ადგილი ექნება ან ძლიერ ბლანტი სითხეებისათვის ან ძალიან ვიწრო მილებში. თუ მილი განიერია ან სიბლანტე მცირეა, რეინოლდსის რიცხვი დიდი იქნება და მივიღებთ სითხის დინებას, რომელიც თავის უდიდეს ნაწილში ემსგავსება იდეალური სითხის დინებას.

რეინოლდსის რიცხვი გვაძლევს აგრეთვე საშუალებას გამოვარკვიოთ, თუ როდის იქნება სითხის ორი დინება მსგავსი. ცხადია, რომ, თუ საერთო ძალის და სიბლანტის ძალის შეფარდება ერთი და იგივეა ორივე დინებისათვის, ე. ი. თუ ერთი დინებიდან მეორეზე გადასვლის დროს ორივე ძალა გაიზარდა ან შემცირდა პროპორციულად, დინების ხასიათი ერთი და იგივე იქნება. მაგრამ აღნიშნული ძალების შეფარდება გამოიხატება რეინოლდსის რიცხვით და ამიტომ **დინებანი მსგავსი იქნება, თუ მათი სათანადო რეინოლდსის რიცხვები ტოლია:**

$$Re_1 = Re_2.$$

ამ შედეგს ეწოდება მსგავსების კანონი. იგი ძალიან დიდ როლს ასრულებს ჰიდრო- და აეროდინამიკაში, ვინაიდან გვაძლევს საშუალებას ერთი რომელიმე დინების შესწავლის დროს მიღებული შედეგები გადავიტანოთ მეორე დინებაზე. ვთქვათ, მაგალითად, მილში, რომლის რადიუსია r_1, სითხე მიედინება V_1 სიჩქარით. თუ ჩვენ გვსურს, რომ სითხის დინება მეორე მილში პირველ მილში სითხის დინების მსგავსი იყოს, მეორე მილის რადიუსი და სითხის სიჩქარე ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ ორივე დინებისათვის მივიღოთ ერთი და იგივე რეინოლდსის რიცხვი:

$$\frac{\rho V_1 r_1}{\eta} = \frac{\rho V_2 r_2}{\eta}.$$

აქედან მივიღებთ:

$$V_2 = V_1 \frac{r}{r_2},$$

ე. ი. სითხის სიჩქარე მეორე მილში იმდენჯერ მეტი უნდა იყოს სითხის სიჩქარეზე პირველ მილში, რამდენჯერაც პირველი მილის რადიუსი მეტია მეორე მილის რადიუსზე.

მსგავსების კანონი დიდ გამოყენებას პოულობს ექსპერიმენტულ აეროდინამიკაში და კერძოდ ავიაციის საკითხებში. ჩვეულებრივად, თვითმფრინავების, გემებისა და სხვა მოძრავი სხეულების აერო- და ჰიდროდინამიკურ თვისებებს სწავლობენ ამ სხეულების მოდელების საშუალებით. ამზადებენ, მაგ., თვითმფრინავის შემცირებულ მოდელს, ათავსებენ მას ეგრეთ წოდებულ აეროდინამიკურ მილში, რომელშიაც გარკვეული სიჩქარით მიედინება გაზის ნაკადი, და ზომავენ ძალებს, რომლებიც მოდელზე მოქმედებენ. მიღებული შედეგი გადააქვთ ნამდვილ თვითმფრინავზე. სწორედ ამ გადატანის დროს არის საჭირო რეინოლდსის რიცხვის მხედველობაში მიღება. მოდელის ზომა, აეროდინამიკურ მილში მიმდინარე გაზი და მისი სიჩქარე ისე უნდა შეირჩეს, რომ რეინოლდსის რიცხვი ისეთივე იყოს, როგორც ნამდვილი თვითმფრინავისათვის. მხოლოდ ამ შემთხვევაში იქნება დინების ხასიათი მსგავსი და შესაძლებელი გახდება მოდელის შესწავლის დროს მიღებული შედეგების გადატანა ნამდვილ თვითმფრინავზე. თუ, მაგალითად, თვითმფრინავის მოდელის ზომა შეადგენს ნამდვილი თვითმფრინავის ზომის ერთ მეათედს $\left(l_2 = \frac{1}{10} l\right)$, მსგავსი დინების მისაღებად ჰაერის სიმკვრივე ან სიჩქარე აეროდინამიკურ მილში ათჯერ მეტი უნდა იყოს, ვიდრე სინამდვილეში.

§ 109. ბლანტი სითხის დინება წრიული კვეთის მქონე მილში

როგორც წინა პარაგრაფში აღვნიშნეთ, ბლანტი სითხის დინების სირთულის გამო, დეტალურად და ზუსტად გარჩეულია მხოლოდ რამდენიმე მარტივი შემთხვევა. ასეთია, მაგალითად, ბლანტი სითხის დინება წრიული კვეთის მქონე მილში (ნახ. 207). მივიღოთ, რომ დინება სტაციონარულია და რომ გარეშე ველი არ არის. ვინაიდან სითხე უკუმშვადია, მისი სიჩქარე მუდმივი იქნება მთელი მილის გასწვრივ. სიჩქარე დამოკიდებულია მხოლოდ მილის

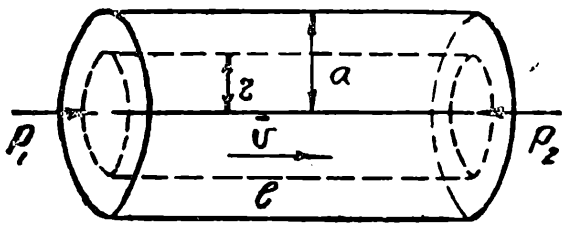
ღერძიდან მანძილზე. ცხადია, რომ ფენა, რომელიც მილის კედელს ეკვრის, უძრავი იქნება. უდიდესი სიჩქარე კი ექნება მილის ღერძზე მოძრავ სითხის ნაწილაკებს. აღვნიშნოთ a-თი მილის რადიუსი, l-ით—მილის სიგრძე, ხოლო p_1 და p_2-ით—წნევები მილის ბოლოებზე. გამოვყოთ სითხეში მილის კოაქსიალური ცილინდრული სვეტი r რადიუსით და l სიგრძით. სითხის ამ სვეტზე მოქმედებს, ერთი მხრივ, წნევათა სხვაობით გამოწვეული ძალა

$$(p_1 - p_2)\,\pi r^2,$$

მეორე მხრივ, მის გარე ზედაპირზე მოქმედი ხახუნის ძალა

$$\eta \frac{dV}{dr} 2\pi r l,$$

რომელიც გამოწვეულია სიბლანტით. ვინაიდან სითხის სიჩქარე მუდმივია მთელი მილის გასწვრივ, ეს ორი ძალა უნდა იყოს ტოლი



ნახ. 207.

და ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ მიმართული. ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:

$$\eta \frac{dV}{dr} 2\pi r l = -(p_1 - p_2)\,\pi r^2.$$

აქედან მივიღებთ:

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l}\, r.$$

ინტეგრაციის შემდეგ გვექნება:

$$V = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\, r^2 + c.$$

თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ, როდესაც $r = a$, V ნულია, გვექნება:

$$V = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\,(a^2 - r^2). \qquad \text{(XIII,44)}$$

როგორც ვხედავთ, სითხის სიჩქარე კლებულობს მილის კედლებთან მიახლოების დროს პარაბოლური კანონის მიხედვით. სიჩქარის ფორმულის საშუალებით ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ მილის განივკვეთში ერთ წამში გავლილი სითხის მასა. მართლაც, ერთ წამში გავლილი სითხის მასა გამოითვლება ფორმულით:

$$M = \int \rho V dS = 2\pi \int \rho V r dr.$$

V-ს მნიშვნელობის ჩასმა და ინტეგრაცია მოგვცემს:

$$M = \frac{\rho (p_1 - p_2) \pi a^4}{8 \eta l}. \qquad \text{(XIII,45)}$$

მილში ერთ წამში გავლილი სითხის მასა მილის რადიუსის მეოთხე ხარისხის პირდაპირპროპორციულია და სითხის სიბლანტის უკუპროპორციულია. ეს შედეგი ექსპერიმენტულად მიიღეს ჰაგენმა და პუაზელმა და ამიტომ მას ჰაგენისა და პუაზელის კანონი ეწოდება. იგი ხშირად გამოიყენება სიბლანტის კოეფიციენტის გასაზომად. უნდა აღვნიშნოთ, რომ ჰაგენისა და პუაზელის კანონი მართებულია რეინოლდსის რიცხვის როგორც ერთზე ნაკლები, ისე ერთზე მეტი მნიშვნელობებისათვის. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც რეინოლდსის რიცხვი გადააჭარბებს გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას, დინება აღარ ემორჩილება ჰაგენისა და პუაზელის კანონს. ამ საკითხს ჩვენ დავუბრუნდებით ტურბულენტური დინების განხილვის დროს.

§ 110. გლანტი სითხის დინება რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობის შემთხვევაში. სასაზღვრო ფენა

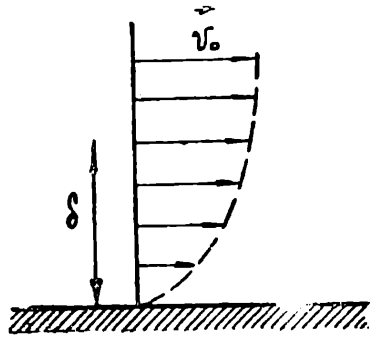
განვიხილოთ დაწვრილებით სითხის დინება, როდესაც R დიდია ერთთან შედარებით. როგორც უკვე აღვნიშნეთ, სიბლანტის გავლენა შესამჩნევია მხოლოდ სითხის თხელ ფენაში, რომელიც ეხება მყარი სხეულის ზედაპირს. სითხის დანარჩენი ნაწილი მიედინება როგორც იდეალური სითხე. 208-ე ნახაზზე მოყვანილია სითხის ფენების სიჩქარეთა განაწილება კედლის მახლობლად. ჩვენ ვხედავთ, რომ სიჩქარე მით უფრო ნაკლებია, რაც უფრო ახლოა ფენა კედელთან. შორ მანძილებზე კედლიდან სითხის ფენების სიჩქარე თითქმის ერთი და იგივეა. იმ თხელ ფენას, რომელიც ეკვრის მყარი სხეულის ზედაპირს და რომელშიაც სიჩქარის ცვლილება, ე. ი. გრადიენტი უდიდესია, ეწოდება სასაზღვრო ფენა. მისი სისქის განსაზღვრა ზუსტად შეუძლებელია, ვინაიდან არ არსებობს

ზუსტი საზღვარი სასაზღვრო ფენასა და დანარჩენ სითხეს შორის. შესაძლებელია მხოლოდ მისი სისქის მიახლოებითი რიგის განსაზღვრა. ცხადია, რომ სასაზღვრო ფენაში, სიჩქარის გრადიენტის დიდი მნიშვნელობის გამო, სიბლანტის ძალა იმავე რიგისაა, როგორც მთელი ძალა, რომელიც მოქმედებს სითხის ელემენტზე. თუ სასაზღვრო ფენის სისქეს აღვნიშნავთ δ-თი, სიბლანტის ძალისათვის მივიღებთ:

$$\eta \frac{d^2V}{dy^2} \sim \frac{\eta V}{\delta^2}.$$

ელემენტზე მოქმედი მთელი ძალისათვის გვექნება:

$$\rho \frac{dV}{dt} \sim \frac{\rho V^2}{l},$$



ნახ. 208.

სადაც l არის სხეულის, მაგ., კედლის, ხაზოვანი ზომა სითხის დინების გასწვრივ. სიბლანტის და საერთო ძალის გატოლება მოგვცემს:

$$\frac{\eta V}{\delta^2} = \frac{\rho V^2}{l},$$

საიდანაც მივიღებთ:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho V l}{\eta}}} = \frac{1}{\sqrt{Re}},$$

ე. ი. სასაზღვრო ფენის სისქის შეფარდება სხეულის ხაზოვან ზომასთან დინების გასწვრივ რეინოლდსის რიცხვის კვადრატული ფესვის უკუაროპორციულია. რაც უფრო მეტია რეინოლდსის რიცხვი, მით უფრო თხელია სასაზღვრო ფენის სისქე. განვიხილოთ მაგალითი. ვთქვათ, $l = 100\ cm$, $V = 100\ \frac{cm}{sec}$, ხოლო სითხე წყალია. ვინაიდან წყლისათვის $\frac{\rho}{\eta} = 100\ \frac{sec}{cm^2}$ $(t = 20°C)$, სასაზღვრო ფენის სისქისათვის მივიღებთ:

$$\delta = 1\ mm.$$

როგორც ვხედავთ, სასაზღვრო ფენის სისქე ძალიან მცირეა. იგი კიდევ უფრო შემცირდება, თუ გავადიდებთ დინების სიჩქარეს ან შევამცირებთ სითხის სიბლანტეს. სასაზღვრო ფენას ყველგან ერთი

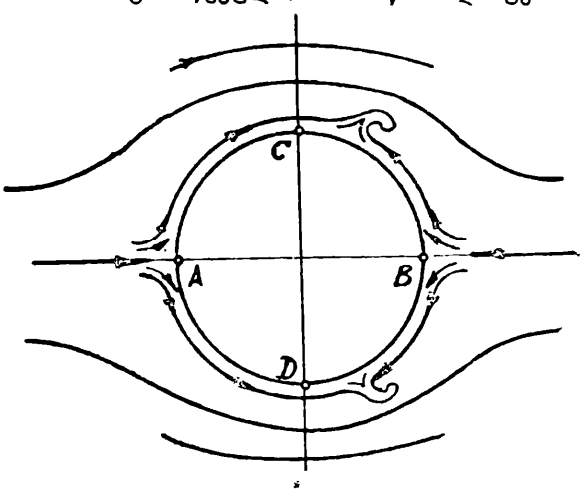
და იგივე სისქე არა აქვს. თუ, მაგალითად, მოძრავ ბლანტ სითხეში მოთავსებულია დინების გასწვრივ ფირფიტა, სასაზღვრო ფენის სისქე მით უფრო მეტი იქნება, რაც უფრო ვშორდებით A წერტილს. თუ ბლანტი სითხე მიედინება მილში, სასაზღვრო ფენის სისქე გაიზრდება მილის გასწვრივ გადანაცვლების დროს, სანამ მთლად არ გაავსებს მთელ მილს.

ვინაიდან სასაზღვრო ფენაში სიჩქარეთა განაწილება ისეთია, როგორც § 107-ში მოყვანილ მაგალითში გრიგალური დინებისას, ცხადია, რომ სასაზღვრო ფენის დინებაც გრიგალურია. სასაზღვრო ფენის ყოველი ნაწილი გადანაცვლებასთან და დეფორმაციასთან ერთად ასრულებს ბრუნვასაც გარკვეული კუთხური სიჩქარით. როგორც ვხედავთ, ბლანტი სითხის დინება არ შეიძლება იყოს პოტენციალური. თუ რაიმე სხეულთან შეხებამდე სითხის დინება იყო კიდეც პოტენციალური, შეხების შემდეგ გაჩნდება გრიგალური დინება, რომელიც ყველაზე უფრო ძლიერი იქნება სასაზღვრო ფენაში. გრიგალები, ე. ი. სითხის მბრუნავი ელემენტები არ იქნება ყოველთვის სასაზღვრო ფენაში. სითხის დინებისა და სიბლანტის გამო ისინი გამოდიან სასაზღვრო ფენიდან და გადადიან სითხის სხვა ნაწილებში. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ხდება გრიგალების მოწყვეტა სხეულის ზედაპირიდან და მათი გადასვლა სითხის შიგნითა ნაწილებში.

გავარჩიოთ ეს მოვლენა დაწვრილებით. განვიხილოთ ბლანტი სითხის მიერ უსასრულო წრიული ცილინდრის გარსშემოდენა. ცილინდრის ზედაპირი გარშემორტყმული იქნება თხელი სასაზღვრო ფენით, რომლის ნაწილაკები მოძრაობს უფრო ნაკლები სიჩქარით, ვიდრე დანარჩენი სითხე. სასაზღვრო ფენის გარეთ სიბლანტის გავლენა იმდენად მცირე იქნება, რომ სითხის დინება შეიძლება განვიხილოთ როგორც პოტენციალური. 209-ე ნახაზზე დახაზულია სათანადო დენის წირები. ჩვენ ვიცით, რომ სითხის სიჩქარე უდიდესი იქნება C და D წერტილებში, ხოლო უმცირესი—A და B წერტილებში. სათანადოდ წნევა A და B წერტილებში უდიდესი იქნება, ხოლო C და D წერტილებში—უმცირესი. ცხადია, რომ ასევე იქნება განაწილებული წნევა სასაზღვრო ფენაშიაც. A, C და D წერტილებს შორის წნევათა სხვაობის გამო დაიწყება სასაზღვრო ფენის ნაწილაკების გადანაცვლება A წერტილიდან C და D წერტილებისაკენ. ანალოგიურად B, C და D წერტილებს შორის წნევათა სხვაობა გამოიწვევს სასაზღვრო ფენის გადანაცვლებას B წერტილიდან C და D წერტილებისაკენ. ეს უკანასკნელი მოძრაობა მიმართულია სითხის საერთო დინების საწინააღმდეგოდ, ამიტო-

მაც იგი უფრო ნელია, ვიდრე მოძრაობა A-დან C და D-სკენ. A-დან C-სკენ და B-დან C-სკენ მიმართულ დინებათა შეხვედრა ხდება C წერტილის ცოტა მარჯვნივ და სწორედ ამ შეხვედრის ადგილას წარმოიშვება გრიგალები. ურთიერთსაწინააღმდეგო დინებათა შეხვედრით წარმოშობილი გრიგალი თანდათან იზრდება, ინაცვლებს საერთო დინების მიმართულებით და ბოლოს შორდება სხეულის ზედაპირს, ხდება გრიგალის მოწყვეტა. ასეთივე გრიგალი ჩნდება ცილინდრის ქვედა მხარეზე D წერტილის მახლობლად. 210-ე ნახაზზე მოყვანილია გრიგალების გაჩენისა და მოწყვეტის ფოტოსურათი. ამ სურათის მისაღებად სითხის ზედაპირზე ყრიან ალუმინის ფხვნილს, რომლის ნაწილაკების მოძრაობა გვიჩვენებს დენის წირებს. სურათებზე კარგად ჩანს სასაზღვრო ფენა—თეთრი რგოლი ცილინდრის ირგვლივ. ეს ფენა თანდათან სქელდება ცილინდრის უკანა ზედაპირთან, იწყება მისი მოძრაობა დინების საწინააღმდეგოდ, გრიგალების გაჩენა და მოწყვეტა.

ჩვენ ვხედავთ, რომ სასაზღვრო ფენის უკუმოძრაობა, გრიგალის გაჩენა და მოწყვეტა ხდება მხოლოდ ცილინდრის უკანა ზედაპირზე. ეს იმითაა გამოწვეული, რომ წინა და უკანა ზედაპირის

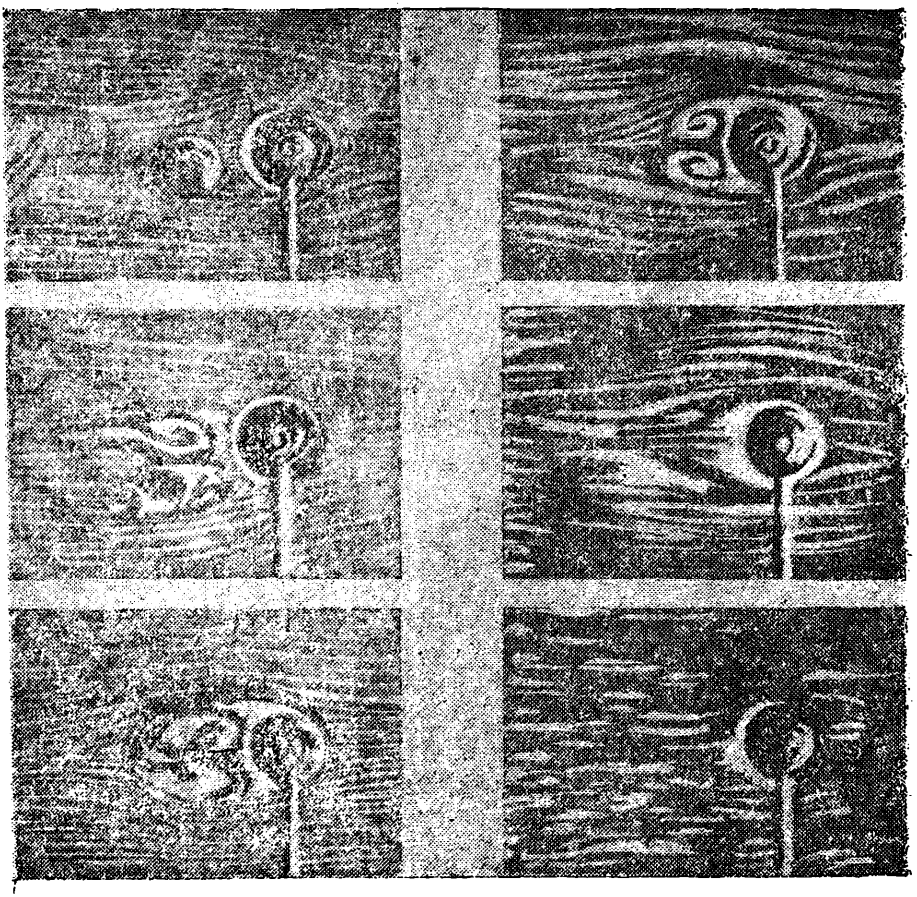


ნახ. 209.

გამყოფ წერტილზე (უფრო სწორად, ხაზზე) სიჩქარე მეტია, ხოლო წნევა ნაკლები, ვიდრე უკანა ზედაპირზე. აქედან ცხადია, რომ გრიგალის გაჩენისა და მოწყვეტისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს სხეულის უკანა ზედაპირის ფორმას. საზოგადოდ უნდა ითქვას, რომ თუ სხეულის უკანა ზედაპირზე სიმრუდის რადიუსი ძალიან სწრა-

ფად იცვლის სიდიდეს და მიმართულებას, ძალიან გაადვილებულია სასაზღვრო ფენის უკუმოძრაობა და გრიგალის გაჩენა.

რაც უფრო თანდათანობით ხდება ზედაპირის გამრუდების, ე. ი. სიმრუდის სიდიდისა და მიმართულების ცვლა, მით უფრო ნაკლებია სიჩქარეთა და წნევათა სხვაობა და მით უფრო ძნელია გრიგალის გაჩენა და მოწყვეტა. სითხე გარს შემოედინება სხეულს მდოვრედ, ნელ-ნელა და არც ერთ წერტილში არ იქნება გრიგალის გაჩენისათვის საკმარისი პირობები. ამიტომაც ასეთ სხეულებს ეწოდება გარსშემოდინებადი სხეულები ან, მოკლედ, გარსშემოდინებადი სხეულები. საკითხი იმის შესახებ, თუ როგორი ფორმა უნდა ჰქონდეს ასეთ სხეულებს, მეტად მნიშვნელოვანია ავიაციაში, გემთმშენებლობასა და არტილერიაში, ე. ი. იქ, სადაც განიხილება



ნახ. 210.

სხეულების მოძრაობა გაზებსა და სითხეებში. როგორც შემდეგ ვნახავთ, წინააღმდეგობა, რომელსაც სითხე ან გაზი უწევს სხეულის მოძრაობას, მით უფრო მეტია, რაც უფრო ძლიერია გრიგალების გაჩენა და მოწყვეტა სხეულის ზედაპირიდან. ამიტომაც, რაც უფრო კარგი გარსშემოდინებადი ფორმა აქვს სხეულს, მით უფრო ნაკლებია სითხის ან გაზის წინააღმდეგობა და მით უფრო მეტია სხეულის სიჩქარე.

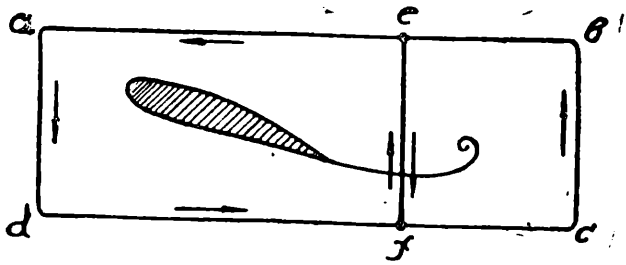
გარსშემოდინებადი სხეულისათვის უდიდესი მნიშვნელობა აქვს უკანა ზედაპირის ფორმას. სწორედ ასეთი ფორმა აქვთ დირიჟაბლებს, თვითმფრინავებს, გემებს და თევზებს. ასეთსავე ფორმას აძლევენ სარეკორდო ავტომობილებსაც, რათა მათ რაც შეიძლება ნაკლები წინააღმდეგობა განიცადონ.

თუ სხეული სითხის დინების მიმართულების მიმართ სიმეტრიულია, გრიგალები ჩნდება უკანა ზედაპირის როგორც ქვედა, ისე ზედა მხარეზე. ეს გრიგალები მოწყვეტის შემდეგ მოძრაობს პარალელურად დინების მიმართულებით. მას თან მისდევს შემდეგ გაჩენილი და მოწყვეტილი გრიგალები ისე, რომ სხეულის უკან ვღებულობთ სიმეტრიულად დალაგებული გრიგალების მწკრივს. მაგრამ, როგორც გვიჩვენებს თეორია და ცდა, გრიგალების ასეთი სიმეტრიული მწკრივი მდგრადი არ არის. საკმარისია მცირე გარეშე მოქმედება, რომ დაირღვეს ზედა და ქვედა გრიგალების მოწყვეტის ერთდროულობა. ჯერ მოწყდება ერთი გრიგალი, მაგ., ზედა, შემდეგ ქვედა, შემდეგ ისევ ზედა და ა. შ. ისევ მივიღებთ გრიგალების ორ მწკრივს, მხოლოდ, წინა შემთხვევისაგან განსხვავებით, ერთი მწკრივის გრიგალები მოთავსებული იქნება მეორე მწკრივის გრიგალებს შორის.

თუ სხეული დინების მიმართულების გასწვრივ სიმეტრიული არ არის, არც გრიგალების გაჩენა იქნება სიმეტრიული. ერთ მხარეზე შეიძლება გაჩნდეს და მოწყდეს უფრო ძლიერი გრიგალი, ვიდრე მეორეზე. 210-ე ნახაზზე ნაჩვენებია სითხის მიერ ასეთი არასიმეტრიული სხეულის, სახელდობრ, თვითმფრინავის ფრთის გარსშემოდენა. ჩვენ ვხედავთ, რომ მეორე კრიტიკული წერტილი, რომელშიაც სითხე უძრავია, ხოლო წნევა უდიდესი, მოთავსებულია უკანა ზედაპირის ზედა მხარეზე. ფრთის ბოლო წერტილში სიჩქარე ძალიან დიდია და ამიტომ წნევა ნაკლებია. ამ წერტილებს შორის წნევათა სხვაობა გამოიწვევს მათ შორის მოთავსებული სასაზღვრო ფენის გაქრობას ბოლო წერტილისაკენ. როგორც კი სასაზღვრო ფენის ეს ნელი დინება შეხვდება ქვევიდან გამოსულ სწრაფ დინებას, მაშინვე გაჩნდება 211-ე ნახაზზე ნაჩვენები გრიგალი, რომე-

ლიც თანდათან იზრდება და ბოლოს მოწყდება ფრთას. გრიგალის გაჩენა გამოიწვევს ფრთის ირგვლივ დინების ხასიათის შეცვლას. კრიტიკული წერტილი ინაცვლებს ბოლო წერტილისაკენ და გრიგალის მოწყვეტა მოხდება სწორედ იმ მომენტში, როდესაც იგი მიაღწევს ამ წერტილს. გრიგალის მოწყვეტის შემდეგ დამყარდება 211-ე ნახაზზე ნაჩვენები დინება.

გამოვარკვიოთ ახლა, თუ როგორ იცვლება დინების ხასიათი სხეულის ირგვლივ, გრიგალის გაჩენისა და მოწყვეტის შემდეგ. ვთქვათ, ფრთის ბოლოზე გაჩნდა და მოწყდა გრიგალი, რომლის



ნახ. 211.

ირგვლივ ცირკულაცია არის Γ. განვიხილოთ საკმაოდ დიდი ჩაკეტილი კონტური *abcd*, რომელიც შეიცავს გრიგალსაც და ფრთასაც. სანამ გაჩნდებოდა და მოწყდებოდა გრიგალი, დინება პოტენციალური იყო და ამიტომ ცირკულაცია ამ კონტურის გასწვრივ ნულს უდრიდა:

$$\oint_{abcda} V_l dl = 0.$$

ტომსონის თეორემის თანახმად, ეს ცირკულაცია უნდა იყოს ნული ყოველ შემდეგ მომენტშიაც. გავყოთ ახლა *abcda* კონტური ორ კონტურად *ef* ხაზით ისე, რომ ერთი კონტურის შიგნით მოხვდეს ფრთა, მეორის შიგნით კი—გრიგალი. ცხადია, რომ:

$$\oint_{abcda} V_l dl = \oint_{abcfa} V_l dl + \oint_{fecdf} V_l dl,$$

ვინაიდან ინტეგრაციის დროს *ef* მონაკვეთი გავლილი იქნება ორჯერ ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით. მაგრამ, რადგანაც *fecdf* კონტური შეიცავს Γ ცირკულაციის მქონე გრიგალს, ცირკულაცია მის გასწვრივ Γ-ს ტოლი იქნება. ამიტომ ცირკულაციისათვის *abcfa* კონტურის გასწვრივ მივიღებთ:

$$\oint_{abcaf} V_l dl = -\Gamma,$$

ე. ი. ცირკულაცია ფრთის ირგვლივ ტოლი და საწინააღმდეგო იქნება ცირკულაციისა გრიგალის ირგვლივ.

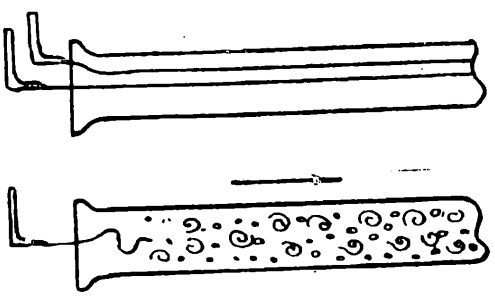
როგორც ვხედავთ, გრიგალის გაჩენა და მოწყვეტა სხეულის ზედაპირიდან იწვევს ცირკულაციური დინების გაჩენას სხეულის ირგვლივ. ამ დინების ცირკულაცია გაჩენილი გრიგალის ცირკულაციის ტოლია და საწინააღმდეგო. თუ სხეულის ზედაპირიდან წყდება რამდენიმე გრიგალი, სხეულის ირგვლივ დატოვებული ცირკულაცია ყველა გრიგალის ცირკულაციათა ჯამის ტოლი იქნება. ამ მოვლენით აიხსნება ცირკულაციის გაჩენა სხეულის ირგვლივ. სითხის დინება აღარ იქნება წმინდა პოტენციალური, იგი გადაიქცევა პოტენციალურ დინებად ცირკულაციით. რასაკვირველია, თუ სხეულს წყდება ტოლი და საწინააღმდეგო ცირკულაციის გრიგალები, როგორც ამას ადგილი აქვს სიმეტრიული სხეულის შემთხვევაში, ცირკულაცია სხეულის ირგვლივ ნულის ტოლი იქნება. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც გარკვეული მიმართულების ცირკულაციის მქონე გრიგალები უფრო ძლიერია, ვიდრე საწინააღმდეგო მიმართულებისა, ვერ მივიღებთ სხეულის ირგვლივ ნულისაგან განსხვავებულ ცირკულაციას.

სიმეტრიული სხეულის ირგვლივ მხოლოდ მაშინ შეიძლება ცირკულაციის მიღება, თუ რაიმე საშუალებით ხელს შევუშლით ერთერთი გრიგალის გაჩენას. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ სფერო ან ცილინდრი, რომელსაც გარსშემოედინება სითხე, ბრუნავს დინების მართობული ღერძის ირგვლივ. ცხადია, რომ მასთან ერთად იბრუნებს სითხის ზედაპირული ფენაც. ეს გამოიწვევს ზედა მხარეზე არსებული ზედაპირული ფენის მოძრაობას დინების გასწვრივ და ქვედა მხარის ზედაპირული ფენის მოძრაობას დინების საწინააღმდეგოდ. ამიტომაც ზედაპირული ფენის CB ნაწილი, რომლის უკუდინებაც იწვევს ზედა გრიგალის გაჩენას, ვეღარ იმოძრავებს დინების საწინააღმდეგოდ, ვერ შეხვდება A-დან წამოსულ დინებას და ვერ წარმოშობს გრიგალს.

სულ სხვა მდგომარეობა იქნება სხეულის ქვედა ზედაპირზე. სხეულის ბრუნვა ამოძრავებს B-დან D-მდე არსებულ ზედაპირულ ფენას დინების საწინააღმდეგოდ, ე. ი. მოქმედებს ისევე, როგორც B და D წერტილებს შორის არსებულ წნევათა სხვაობა. ეს კიდევ უფრო აძლიერებს ამ ფენის უკუდინებას, რის შედეგადაც წარმოიშვება ძლიერი გრიგალი. როგორც ვხედავთ, სხეულის ბრუნვამ

მოძრავ სითხეში წარმოშვა გრიგალების ასიმეტრია—ერთ მხარეს ჩნდება უფრო ძლიერი გრიგალი, ვიდრე მეორე მხარეს. გრიგალების საერთო ცირკულაცია აღარ იქნება ნულის ტოლი. აქედან კი გამომდინარეობს, რომ გრიგალების მოწყვეტა გამოიწვევს მათი საერთო ცირკულაციის საწინააღმდეგო ცირკულაციას სხეულის ირგვლივ. მივიღებთ პოტენციალურ დინებას ცირკულაციით. ამ დინების სათანადო დენის წირების განაწილება მოყვანილია მე-200 ნახაზზე.

გრიგალების გაჩენას ადგილი აქვს იმ შემთხვევაშიაც, როდესაც ხდება ბლანტი სითხის გამოდინება ნახვრეტიდან. ნახვრეტის კიდეების გარსშემოდინების დროს სითხის სიჩქარე იზრდება, ე. ი. წნევა კლებულობს. უკანასკნელი ყველაზე უფრო ნაკლებია თვით კიდესთან. ეს იწვევს სიბრტყეზე მოთავსებული სასაზღვრო ფენის მოძრაობას ნახვრეტისაკენ. სასაზღვრო ფენის ამ დინების შეხვედრა ნახვრეტში გამავალ სითხის დინებასთან წარმოშობს წრიულ გრიგალს, რომელიც თანდათან გაიზრდება და ბოლოს მოწყდება ნახვრეტის კიდეს. წარმოიშვება გრიგალური რგოლი, რომელიც მოძრაობს თავისი სიბრტყის მართობულად, ისე, როგორც ეს აღწერილი იყო § 104-ში. გრიგალების წარმოშობის ამ მეთოდს ყველაზე უფრო ხშირად იყენებენ გრიგალური რგოლების მისაღებად და მათი თვისებების შესასწავლად.



ნახ. 212.

§ 111. ბლანტი სითხის ტურბულენტური მოძრაობა

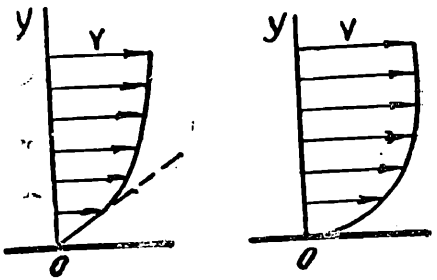
რეინოლდსისა და სხვა ფიზიკოსების დაკვირვებების შედეგად გამოირკვა, რომ რეინოლდსის რიცხვის გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობაზე მეტი მნიშვნელობებისათვის სითხის დინების ხასიათი ძირფესვიანად იცვლება. ყველაზე ნათლად ეს ცვლილება ჩანს მილში დინების დროს. ზემოთ ჩვენ ვნახეთ, რომ ბლანტი სითხის დინება მილში ემორჩილება ჰაგენისა და პუაზელის კანონს და სითხის ცალკეული ფენები მიედინება პარალელურად ისე, რომ არ ირევა ერთმანეთში. ერთი ფენის მოქმედება მეორეზე გამოწვეულია მხოლოდ მოლეკულების დაჯახებების დროს მოძრაობის რაოდენობისა

და ენერგიის გადაცემით. ბლანტი სითხის ასეთ ფენებრ მოძრაობას უწოდეს ლ ა მ ი ნ ა რ უ ლ ი დ ი ნ ე ბ ა. მაგრამ გამოირკვა, რომ როდესაც დინების სათანადო რეინოლდსის რიცხვი აღწევს გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას, დინების ხასიათი მკვეთრად იცვლება, სითხე აღარ მოძრაობს ფენებად, მთელ სითხეში ჩნდება მცირე გრიგალები, რომლებიც უწესრიგოდ მოძრაობენ სითხეში და ამით იწვევენ სითხის არევას. ასეთ მოძრაობას ეწოდება ტ უ რ ბ უ ლ ე ნ ტ უ რ ი დ ი ნ ე ბ ა. მისი წარმოშობა და ხასიათი ნათლად ჩანს, თუ სითხეში ვიწრო მილის საშუალებით შევიყვანთ ფერად სითხეს. სანამ დინება ლამინარულია, ფერადი სითხე მიედინება დანარჩენი სითხის შიგნით თხელი სწორხაზოვანი ფენის სახით. როგორც კი რეინოლდსის რიცხვი მიაღწევს კრიტიკულ მნიშვნელობას, ე. ი. ლამინარული დინება გადავა ტურბულენტურში, ფერადი სითხის ფენა დაიშლება და გავრცელდება მთელ სითხეში. თუ სითხეს გავანათებთ ძალიან მცირე დროის განმავლობაში, მაგ., ელექტრული ნაპერწკლის საშუალებით, დავინახავთ უამრავ მცირე გრიგალს, რომლებიც დინების მიმართულებით მოძრაობასთან ერთად უწესრიგოდ მოძრაობენ ყველა მიმართულებით. ტურბულენტური დინების წარმოშობის მიზეზები ჯერ არ არის საბოლოოდ გარკვეული. ცხადია მხოლოდ, რომ ეს მიზეზი უნდა ეძიოთ ლამინარული დინების არამდგრადობაში რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის. რეინოლდსის რიცხვის კრიტიკული მნიშვნელობა, რომლის დროსაც ხდება მილში დინების გადასვლა ტურბულენტურ მდგომარეობაში, წყლისათვის დაახლოებით არის 1400. ამ შემთხვევაში რეინოლდსის რიცხვი გამოითვლება ფორმულით $R = \frac{\rho V r}{\eta}$, სადაც r არის მილის რადიუსი. რეინოლდსის რიცხვის კრიტიკული მნიშვნელობა დამოკიდებულია მილში შესავალი ნახვრეტის კიდეების ფორმაზე. თუ ნახვრეტის ნაპირები მახვილია, კრიტიკული მნიშვნელობა მცირდება, ე. ი. ტურბულენტური დინება უფრო ადრე ჩნდება. თუ ნახვრეტის ნაპირები მომრგვალებულია და სითხის შედინება წყნარად ხდება, კრიტიკული მნიშვნელობა იზრდება და აღწევს რამდენიმე ათი ათასს.

ტურბულენტური დინების დროს სითხის სიჩქარე სხვადასხვა წერტილში განუწყვეტლივ იცვლება გარკვეული საშუალო მნიშვნელობის მახლობლად. ეს ცვლილება მცირე გრიგალების უწესრიგო მოძრაობისა და ამით გამოწვეული სითხის არევის შედეგია. ამიტომაც ტურბულენტური დინების დროს შეიძლება ლაპარაკი მხოლოდ საშუალო სიჩქარეზე სითხის ამა თუ იმ წერტილში. როგორც

თეორია და ცდები გვიჩვენებს, ამ საშუალო სიჩქარის განაწილება მილის კვეთში აღარ არის ისეთი, როგორიც იყო ლამინარული დინების დროს. 213-ე ნახაზზე მოყვანილია სიჩქარეთა განაწილება მილის კვეთში ჰაგენ-პუაზელის კანონის მიხედვით, რომელიც მართებულია ლამინარული დინების დროს. სიჩქარე უდიდესია მილის ღერძის გასწვრივ, კედლებთან მიახლოებისას კი მცირდება პარაბოლური კანონით.

ტურბულენტური დინების დროს სიჩქარე უდიდესია მილის ღერძის გასწვრივ, მაგრამ მისი შემცირება კედლებთან მიახლოებისას არ ემორჩილება პარაბოლურ კანონს. მილის შუა ნაწილში სიჩქარე ძალიან ნელა მცირდება, კედლების მახლობლად კი ძალიან სწრაფად კლებულობს (ნახ. 212).



ნახ. 213.

ტურბულენტური დინება ჩნდება არ მარტო მილში დინების დროს, არამედ სხვა შემთხვევაშიაც, მაგ., სითხის მიერ რაიმე სხეულის გარსშემოდენის დროს. ვთქვათ, მაგალითად, სითხე გარსშემოედინება დინების გასწვრივ მოთავსებულ თხელ ფირფიტას. დასაწყისში სასაზღვრო ფენაში დინება ლამინარული იქნება, მაგრამ გარკვეული მანძილით დაშორების შემდეგ ეს ლამინარული დინება ტურბულენტურში გადავა. სათანადო მანძილი გამოითვლება რეინოლდსის რიცხვის კრიტიკული მნიშვნელობიდან

$$R_k = \frac{l_k \rho V}{\eta}.$$

თხელი ფირფიტისათვის R_k დაახლოებით 4858000-ს ტოლია. ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ რაც უფრო მეტია დინების სიჩქარე, მით უფრო ადრე დაიწყება ლამინარული დინების გადასვლა ტურბულენტურში, ე. ი. მით უფრო ნაკლები იქნება l_k.

ლამინარული დინების გადასვლა ტურბულენტურში გავლენას ახდენს აგრეთვე გრიგალების წარმოშობაზე და სხეულის უკანა ზედაპირიდან მოწყვეტაზე. მართლაც, თუ რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობა კრიტიკულ მნიშვნელობაზე მეტი გახდა, სხეულის ზედაპირთან მდებარე სასაზღვრო ფენა გადავა ტურბულენტური დინების მდგომარეობაში. მაგრამ ტურბულენტური დინების დროს ადგილი აქვს სითხის ფენების ძლიერ არევას. ამიტომაც სასაზღვრო

ფენის გარეთ არსებული სითხის დინება უფრო ძლიერად იმოქმედებს სასაზღვრო ფენაზე, ვიდრე ლამინარული დინების დროს. სახელდობრ, იგი ააჩქარებს სასაზღვრო ფენის იმ ნაწილს, რომელიც მიედინება საერთო დინების მიმართულებით, და შეანელებს იმ ნაწილს, რომელიც წინევათა სხვაობის გამო მიედინება საერთო დინების საწინააღმდეგოდ. ამ დინებათა შეხვედრის წერტილი გადაინაცვლებს უკან და ამიტომ ამ შეხვედრის წერტილში წარმოშობილი გრიგალი აღარ იქნება ისეთი ძლიერი, როგორც ლამინარული დინების დროს.

ჰაგენ-პუაზელის კანონის თანახმად, წნევათა სხვაობა მილის ორ წერტილს შორის სითხის დინების სიჩქარის პროპორციულია. სულ სხვა მდგომარეობაა ტურბულენტური დინების დროს. ვინაიდან ამ შემთხვევაში სითხის კინეტიკური ენერგიის ნაწილი გადადის მცირე გრიგალების უწესრიგო მოძრაობის კინეტიკურ ენერგიაში, გადატანითი მოძრაობის სიჩქარე კლებულობს და ამიტომ წნევათა სხვაობა სიჩქარის პირველზე უფრო მაღალი ხარისხის პროპორციული იქნება. სახელდობრ, როგორც გვიჩვენებს ცდები, იგი სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია.

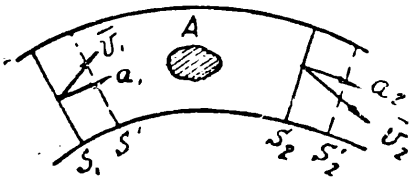
§ 112. იმპულსის კანონი. სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი ძალები

ამ პარაგრაფში ჩვენ განვიხილავთ როგორც თეორიული, ისე პრაქტიკული თვალსაზრისით ფრიად მნიშვნელოვან საკითხს, თუ როგორი ძალები მოქმედებს მოძრავ სითხეში მოთავსებულ სხეულზე. ამ საკითხის გარჩევის პრაქტიკული მნიშვნელობა თავისთავად ცხადია. მართლაც, აერო- და ჰიდროდინამიკის ყველა პრაქტიკული გამოყენება ავიაციაში, გარეგან ბალისტიკაში, ტურბინების თეორიასა და მრავალ სხვა ტექნიკურ დარგში ემყარება ზემოაღნიშნული ძალების გამოყენებას. თანამედროვე მძლავრი და სწრაფი თვითმფრინავების აგება სრულიად შეუძლებელი იქნებოდა, რომ არ ყოფილიყო გამორკვეული სითხესა ან გაზში მოძრავ სხეულზე მოქმედი ძალების ხასიათი. აღსანიშნავია, რომ ამ საკითხის თეორიული დამუშავება მხოლოდ მაშინ გახდა შესაძლებელი, როდესაც პრაქტიკამ მოითხოვა მისი გადაწყვეტა. შეიძლება ითქვას, რომ ფიზიკის ამ დარგში ყველაზე უფრო ნათლად ჩანს თეორიისა და პრაქტიკის ურთიერთკავშირი.

სანამ გადავიდოდეთ ზემოთ დასმული საკითხის განხილვაზე, გავარჩიოთ ერთი მნიშვნელოვანი დებულება, რომელიც ცნობილია იმ-

პულსის კანონის სახელწოდებით. ეს დებულება მექანიკაშია გარჩეული. იმპულსის კანონი გამოყენებულია სითხის ან გაზის განსაზღვრული ნაწილისათვის. მექანიკიდან ვიცით, რომ რაიმე სისტემის საერთო იმპულსის, ე. ი. მისი ცალკეული ნაწილაკების იმპულსების ჯამის ცვლილება დროის ერთეულში არის ამ სისტემაზე მოქმედი გარეშე ძალების ჯამი. ვინაიდან ეს შედეგი მართებულია ნებისმიერი სისტემისათვის, გამოვიყენოთ იგი სითხის გარკვეული ნაწილისათვის.

განვიხილოთ ამისათვის დენის მილში მოთავსებული სითხის ნაწილი. გვერდებიდან ეს ნაწილი შემოსაზღვრულია S_1 და S_2 კვეთებით (ნახ. 214). ზოგადობისათვის დავუშვათ, რომ ამ სითხის შიგნით მოთავსებულია რაიმე უძრავი მყარი სხეული A. მივიღოთ აგრეთვე, რომ სითხის დინება სტაციონარულია, ე. ი. სითხის ნაწილაკის სიჩქარე სივრცის აღებულ წერტილში მუდმივია. გამოვითვალოთ სითხის განსახილველი ნაწილის იმპულსის ცვლილება დროის ერთეულში. ერთი წამის შემდეგ სითხე გადაინაცვლებს და დაიკავებს ახალ მდებარეობას. სახელდობრ, S_1 წახნაგი გადავა S'_1 მდებარეობაში და $S_2 - S'_2$ მდებარეობაში. თუ გამოყოფილი სითხის იმპულსს საწყის მომენტში აღვნიშნავთ $\vec{K}$-თი, მისი ცვლილება დროის ერთეულში იქნება $\frac{d\vec{K}}{dt}$. იმპულსის ეს ცვლილება



ნახ. 214.

შეიძლება შემდეგნაირად გამოვითვალოთ. სითხის გამოყოფილი ნაწილის გადასვლა ახალ მდებარეობაში შეიძლება განვიხილოთ როგორც S_1 და S'_1 წახნაგებს შორის მოთავსებული სითხის გამოკლება და S_2 და S'_2-ს შორის მოთავსებული სითხის დამატება. გამოვითვალოთ სითხის ამ რაოდენობათა იმპულსები. ავიღოთ S_1 წახნაგის dS ელემენტი. ერთი წამის განმავლობაში იგი გადაინაცვლებს V_1 მანძილით, სადაც V_1 არის სითხის სიჩქარე dS ელემენტისათვის. ამ გადანაცვლების დროს იგი მოგვცემს მცირე პრიზმს ფუძით dS და სიმაღლით V_{1n}, სადაც V_{1n} არის სიჩქარის პროექცია ნორმალზე. თუ სითხის სიმკვრივე არის ρ, პრიზმში მოთავსებული სითხის მასა იქნება ρdSV_{1n}, ხოლო იმპულსი — $\rho dSV_{1n} \cdot \vec{V}_1$; S_1 და S'_1 წახნაგებს შორის მოთავსებულ სითხის იმპულსს მივიღებთ ინტეგრაციით S_1 ფართობზე

$$\int_{S_1} \rho V_{1n} \cdot \vec{V}_1 dS.$$

S_2 და S'_2 წახნაგებს შორის მოთავსებული სითხის იმპულსისათვის ანალოგიურად მივიღებთ

$$\int_{S_2} \rho V_{2n} \vec{V}_2 dS.$$

აქედან იმპულსის ცვლილებისათვის დროის ერთეულში გვექნება:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \int_{S_2} \rho V_{2n} \vec{V}_2 dS - \int_{S_1} \rho V_{1n} \vec{V}_1 dS \qquad \text{(XIII,46)}$$

ან, თუ ორივე შემთხვევაში ავიღებთ გარე ნორმალს,

$$\frac{dK}{dt} = \int dV_n \vec{V} dS. \qquad \text{(XIII,47)}$$

ინტეგრება გავრცელებულია მთელ ფართობზე.

გამოვითვალოთ ახლა სითხის გამოყოფილ ნაწილზე მოქმედი ძალები. თუ დავუშვებთ, რომ გარეშე ველი არ არის, გვექნება მხოლოდ ზედაპირული ძალები. ჩვენს შემთხვევაში მთელი ზედაპირი შედგება ორი ნაწილისაგან. ერთი არის გარე ზედაპირი, რომელიც შედგება გვერდითი ზედაპირისა და S_1 და S_2 წახნაგებისაგან, მეორე კი—შიგა ზედაპირი, რომლითაც სითხე ესაზღვრება A მყარ სხეულს. თუ გარე ზედაპირზე მოქმედ წნევას აღვნიშნავთ $\vec{p}$-თი, გარე ზედაპირზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:

$$\int \vec{p}\, dS,$$

სადაც ინტეგრალი გავრცელებულია მთელ გარე ზედაპირზე. შიგა ზედაპირზე მოქმედ და A მყარი სხეულით გამოწვეულ ძალას აღვნიშნავთ $\vec{F}$-ით. მაშინ სხეულზე მოქმედი მთელი ძალისათვის მივიღებთ:

$$\int \vec{p}\, dS + \vec{F}. \qquad \text{(XIII,48)}$$

ვინაიდან სისტემაზე მოქმედი ძალების ჯამი სისტემის იმპულსის ნაზრდის ტოლია, (XIII,46) ტოლი უნდა იყოს (XIII,48)-სა, მაშასადამე:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \int_{S_2} \rho V_{2n} \vec{V}_2 dS - \int_{S_2} \rho V_{1n} \vec{V}_1 dS = \int \vec{p}\, dS + \vec{F}. \qquad \text{(XIII,49)}$$

ეს ფორმულა გვაძლევს საშუალებას გამოვითვალოთ ძალა $\vec{F}$, რომლითაც სითხეში მოთავსებული სხეული მოქმედებს სითხეზე. უარყოფითი ნიშნით აღებული იგივე ძალა $(-\vec{F})$ მოგვცემს ძალას, რომლითაც სითხე მოქმედებს მასში მოთავსებულ სხეულზე.

გამოვიყენოთ მიღებული ზოგადი შედეგი ზოგიერთი კერძო შემთხვევის განსახილველად.

ა) სითხის დინება გაღუნულ მილში. წარმოვიდგინოთ, რომ სითხე მიედინება გაღუნულ მილში, და გამოვითვალოთ ძალა, რომლითაც იგი მოქმედებს მილის კედლებზე. გამოვყოთ სითხის ნაწილი შემოსაზღვრული მილის კედლებითა და ორი ნორმალური კვეთით S_1 და S_2. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ S_1 კვეთის ყველა წერტილში სითხის სიჩქარე ერთი და იგივეა და $\vec{V}_1$-ის ტოლია. ანალოგიურად S_2 კვეთის ყველა წერტილში სიჩქარე იყოს $\vec{V}_2$. მაშინ (XIII,49) ფორმულაში სიმკვრივე და სიჩქარეები შეიძლება გამოვიტანოთ ინტეგრალის გარეთ. თუ, გარდა ამისა, მივიღებთ მხედველობაში, რომ $V_{2n}=V_2$ და $V_{n1}=V_1$, გვექნება:

$$\rho V_2\vec{V}_2S_2-\rho V_1\vec{V}_1S_1=\int\vec{p}\,dS,$$

რადგანაც სითხის შიგნით გარეშე სხეული არ არის და $\vec{F}=0$. სითხის გარე ზედაპირზე მოქმედი ძალები, ე. ი. $\int\vec{p}\,dS$, შეიძლება გავყოთ სამ ნაწილად: პირველი ნაწილი იქნება სითხის გვერდით ზედაპირზე მოქმედი ძალა, ე. ი. ძალა, რომლითაც მილის კედლები მოქმედებს სითხეზე. აღვნიშნოთ ეს ნაწილი $\vec{F}_1$-ით. მეორე ნაწილი იქნება S_1 ნორმალურ კვეთზე მოქმედი ძალა. თუ ამ კვეთზე მოქმედი წნევა არის $\vec{p}_1$, ძალისათვის მივიღებთ $\vec{p}_1S_1$. მესამე ნაწილისათვის, ე. ი. ძალისათვის, რომელიც მოქმედებს S_2 კვეთზე, მივიღებთ ანალოგიურად: $\vec{p}_2S_2$. მაშასადამე,

$$\int\vec{p}\,dS=\vec{F}_1+\vec{p}_1S_1+\vec{p}_2S_2.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

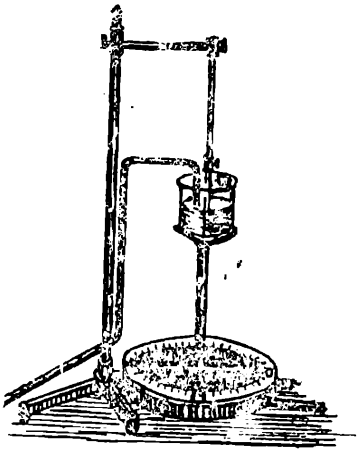
$$\rho V_2\vec{V}_2S_2-\rho V_1\vec{V}_1S_1=\vec{F}_1+\vec{p}_1S_1+\vec{p}_2S_2,$$

აქედან $\vec{F}_1$ ძალისათვის მივიღებთ:

$$\vec{F}_1=(\rho V_2\vec{V}_2-\vec{p}_2)S_2-(\rho V_1\vec{V}_1+\vec{p}_1)S_1.$$

$-\vec{F}$ იქნება ძალა, რომლითაც სითხე მოქმედებს მილის კედლებზე.

ბ) **სითხის რეაქცია ჭურჭლიდან გამოდინების დროს.** ვთქვათ, სითხე გამოედინება ჭურჭლიდან, რომლის შიგნით წნევა p_1 მეტია, ვიდრე წნევა p_0 ჭურჭლის გარეთ (ნახ. 185). გამოვყოთ სითხის ნაწილი შემოსაზღვრული ჭურჭლის კედლებით და ჭავლისადმი მართობული კვეთით. ვინაიდან სითხე გადის მხოლოდ ამ კვეთში, იმპულსის ცვლილებისათვის მივიღებთ:



ნახ. 215.

$$\rho V \vec{V} S,$$

სადაც $\vec{V}$ არის გამოდინების სიჩქარე, ხოლო S ჭავლის კვეთის ფართობი. ეს გამოსახულება შეიძლება დავწეროთ კიდევ ასე:

$$\rho V^2 S \cdot \frac{\vec{V}}{V}.$$

მეორე მხრივ, გამოდინების სიჩქარე დაკავშირებულია წნევათა სხვაობასთან ფორმულით:

$$V^2 = \frac{2(p_1 - p)}{\rho}.$$

ამიტომ იმპულსის ცვლილებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = 2s(p_1 - p_0)\frac{\vec{V}}{V}.$$

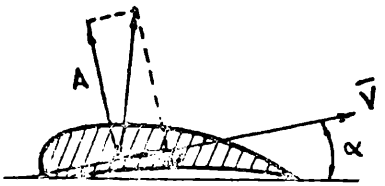
ასეთი ძალა მოქმედებს სითხის გამოყოფილ ნაწილზე. თავის მხრივ სითხე იმოქმედებს ჭურჭელზე ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ძალით

$$-\vec{F_1} = 2s(p_0 - p_1)\frac{\vec{V}}{V}.$$

ვინაიდან $p_0 < p_2$, ეს ძალა (სითხის რეაქციის ძალა) მიმართული იქნება გამოდინების სიჩქარის საწინააღმდეგოდ. ცხადია, რომ თუ ჭურჭელი არ არის დამაგრებული, იგი დაიწყებს მოძრაობას. ეს მოვლენა გამოყენებულია სეგნერის ბორბლის შემთხვევაში, რომლის სურათი მოყვანილია 215-ე ნახაზზე.

გ) **მოძრავ სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი ძალა.** წარმოვიდგინოთ, რომ მოძრავ იდეალურ სითხეში მოთავსებულია

რაიმე სხეული, მაგ., სფერო, და გამოვითვალოთ ამ სხეულზე მოქმედი ძალა. 197-ე ნახაზზე დახაზულია დენის წირების განაწილება სფეროს გარსშემოდინების დროს. ჩვენ ვხედავთ, რომ დენის წირები სრულიად სიმეტრიულად არის განაწილებული სფეროს წინ და უკან და ზევით და ქვევით. გამოვყოთ სითხის ნაწილი შემოსაზღვრული დენის წირებისადმი ორი მართობული წრიული კვეთითა და გვერდითი ზედაპირით, რომელიც შედგენილია ამ წრეხაზების წერტილებზე გამავალი დენის წირებით. გამოყოფილი შეკრული ზედაპირი დენის მილია, რომლის შიგნით მოთავსებულია სფერო. გამოვითვალოთ სითხის იმპულსის ცვლილება დროის ერთეულში. (XIII,46) ფორმულის თანახმად,



ნახ. 216.

$$\frac{d\vec{K}}{dt}=\rho V_2\,\vec{V}_2 S_2-\rho V_1\,\vec{V}_1 S_1,$$

სადაც $\vec{V}_1$ არის სითხის სიჩქარე S_1 კვეთში, $\vec{V}_2$ კი—სითხის სიჩქარე S_2 კვეთში. მაგრამ დენის წირების სიმეტრიული განლაგების გამო $S_1=S_2$ და $\vec{V}_1=\vec{V}_2$, ამიტომ $\frac{\vec{K}}{dt}=0$. აქედან ვღებულობთ, რომ სითხის გამოყოფილ ნაწილზე მოქმედი ძალების ჯამი უნდა იყოს ნულის ტოლი:

$$\int \vec{p}\,dS+\vec{F}=0,$$

სადაც $\vec{F}$ არის ძალა, რომლითაც სფერო მოქმედებს სითხეზე. ცხადია, რომ სითხის გარე ზედაპირზე მოქმედი ძალების ჯამი, ე. ი. $\int \vec{p}\,dS=0$. მართლაც, გარე ზედაპირის ყოველი dS ელემენტისათვის შეიძლება მოვძებნოთ ისეთი სიმეტრიული ელემენტი (დენის წირების სიმეტრიულად განლაგების გამო), რომ მასზე მოქმედი წნევა იყოს dS ელემენტზე მოქმედი წნევის ტოლი და საწინააღმდეგო. ვინაიდან $\int \vec{p}\,dS$ ნულის ტოლია, $\vec{F}$-იც ნულის ტოლი უნდა იყოს. აქედან გამომდინარეობს, რომ იდეალურ მოძრავ სითხეში მოთავსებული სფერო არ მოქმედებს სითხეზე. შებრუნებით, არც სითხე იმოქმედებს სფეროზე. მივიღეთ ძალიან უცნაური შედეგი: მოძრავი იდეალური სითხე არ მოქმედებს მასში მოთავსებულ სფეროზე არავითარი ძალით. მაგრამ ფარდობითობის პრინციპის თა-

ნახმად, მდგომარეობა არ იცვლება, თუ სითხე უძრავია, ხოლო სფერო მოძრაობს მასში ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული სიჩქარით, ამიტომ ადგილი აქვს შემდეგ დებულებას: იდეალურ სითხეში მოძრავი სფერო არ განიცდის რაიმე ძალის მოქმედებას, ე. ი. იდეალური სითხე ან გაზი არავითარ წინააღმდეგობას არ უწევს მასში მოძრავ სფეროს. ამ დებულების დამტკიცების დროს ჩვენ გამოვიყვანეთ სფეროს სიმეტრიის თვისებები და ამიტომ შეიძლება ვიფიქროთ, რომ სხვა არასიმეტრიული სხეულებისათვის ეს შედეგი მართებული არ იქნება. მაგრამ დეტალური განხილვა, რომელსაც ჩვენ აქ არ მოვიყვანთ, გვიჩვენებს, რომ მიღებული შედეგი სრულიად ზოგადია: იდეალური სითხე არავითარ წინააღმდეგობას არ უწევს მასში მოძრავ ნებისმიერ სხეულს.

ეს, პირველი შეხედვით, უცნაური შედეგი 1744 წელს აღმოაჩინა დელამბერმა და ცნობილია დ ე ლ ა მ ბ ე რ ი ს პ ა რ ა დ ო ქ ს ი ს სახელწოდებით. ცდებიდან ძალიან კარგად ვიცით, რომ წინააღმდეგობა, რომელსაც სითხე ან გაზი უწევს მასში მოძრავ სხეულს, არ არის ნულის ტოლი. პირიქით, ეს წინააღმდეგობა ძალიან დიდია და განსაკუთრებით შესამჩნევია სწრაფად მოძრავი სხეულებისათვის.

არ უნდა ვიფიქროთ, რომ იდეალური სითხე არავითარ მოქმედებას არ ახდენს მასში მოძრავ სხეულზე. მართალია, სხეულის ზედაპირზე მოქმედი ყველა ძალის ჯამი ნულია, მაგრამ, როგორც მექანიკიდან ვიცით, მყარ სხეულზე მოქმედი ძალები დაიყვანება არა მარტო ტოლქმედზე, არამედ ძალთა წყვილზეაც. ჩვენს შემთხვევაში ტოლქმედი ნულია. ძალთა წყვილის მომენტიც შეიძლება იყოს ნული ზოგიერთ შემთხვევაში (სფერო, თავის ღერძის გასწვრივ მოძრავი წრიული ცილინდრი და სხვ.). მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც იგი განსხვავდება ნულისაგან. ასეთია, მაგალითად, თავისი სიბრტყისადმი დახრილად მოძრავი ფირფიტის შემთხვევა.

როგორც ვხედავთ, იდეალური სითხეების თეორია ეწინააღმდეგება ცდებს. ეს გასაგებიცაა, ვინაიდან სინამდვილეში სითხეები არ არის იდეალური და ამიტომაც იდეალური სითხეებისათვის მიღებული შედეგი არ შეიძლება გამოვიყენოთ რეალური სითხეებისათვის. ჩვენ ვიცით, რომ რეალური სითხეები ხასიათდება გარკვეული სიბლანტით და ამიტომ მათი დინების ხასიათი განსხვავდება იდეალური სითხეების დინების ხასიათისაგან. ცხადია, რომ ბლანტი სითხით რაიმე სხეულის გარსშემოდენის დროს ან სხეულის მოძრაობის დროს ბლანტ სითხეში სხეულის ზედაპირზე, გარდა წნევის ნორ-

მალური ძალებისა, იმოქმედებს აგრეთვე ხახუნის ტანგენციალური ძალები. ამიტომაც იმპულსის კანონი ბლანტი სითხეებისათვის უნდა დაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\frac{d\vec{K}}{dt}=\int \vec{p}\,dS+\vec{F}_n+\vec{F}_t, \qquad \text{(XIII,50)}$$

სადაც $\vec{F}_n$ არის ნორმალური ძალა, ხოლო $\vec{F}_t$ ხახუნის ტანგენციალური ძალა, რომლითაც სითხე მოქმედებს მასში მოთავსებულ სხეულზე. აქედან ძალისათვის, რომელიც მოქმედებს სხეულზე, მივიღებთ:

$$-(\vec{F}_n+\vec{F}_t)=-\frac{d\vec{K}}{dt}+\int \vec{p}\,dS. \qquad \text{(XIII,51)}$$

მაშასადამე, ბლანტი სითხის დინების დროს სხეულზე მოქმედი ძალა იშლება ორ ნაწილად. ერთი არის ზედაპირისადმი მართობული წნევის ძალა—$\vec{F}_n$, მეორე კი—ტანგენციალური ხახუნის ძალა. იდეალური სითხის შემთხვევაში ეს ორივე ძალა ნულის ტოლია, ბლანტი სითხის შემთხვევაში კი არც ერთი მათგანი ნული არ არის. $\vec{F}_t$ არ არის ნული იმიტომ, რომ ადგილი აქვს ხახუნს სითხესა და მყარ სხეულს შორის. $\vec{F}_n$ კი განსხვავდება ნულისაგან იმიტომ, რომ ხახუნის გამო ჩნდება სასაზღვრო ფენა, რომლის მოძრაობის შედეგად გაჩენილი გრიგალები წყდება სხეულის უკანა ზედაპირს და გადადის სითხეში. ამის გამო დენის წირების სიმეტრიულობა სხეულის წინ და უკან ირღვევა და $\frac{d\vec{K}}{dt}$-ც და $\int \vec{p}\,dS$-იც განსხვავდება ნულისაგან. ზემოთ ჩვენ ვნახეთ, რომ ბლანტი სითხის გარსშემოდენის დროს სხეულის უკანა ზედაპირთან ჩნდება გრიგალები, რომლებიც წყდებიან სხეულს და იწყებენ მოძრაობას სითხეში. ეს გრიგალები მოძრაობს სითხესთან ერთად, მაგრამ მათი სიჩქარე უფრო ნაკლებია, ვიდრე სითხისა, ვინაიდან, როგორც 112 §-ში იყო გამორკვეული, საწინააღმდეგო ცირკულაციის მქონე პარალელური გრიგალები მოძრაობს უძრავ სითხეში გარკვეული სიჩქარით იმავე მიმართულებით, რა მიმართულებითაც მიედინება სითხე მათ შორის, ე. ი. ჩვენს შემთხვევაში მარჯვნიდან მარცხნივ. მაშასადამე, ისინი ჩამორჩებიან სითხის საერთო დინებას. აქედან გამომდინარეობს, რომ სხეულის წინ სითხის იმპულსი მეტია, ვიდრე სხეულის უკან, ე. ი. სხეულის გარსშემოდენის დროს სითხის იმპულსი მცირდება. ცხადია, რომ სითხის მიერ დაკარგული იმპულსი გადაეცემა სხეულს. ამას დაემატება კიდევ წნევათა განსხვავე-

ბით გამოწვეული ძალა. სხეულზე მოქმედი საერთო ძალა იქნება ამ ორი ძალის ჯამი.

საზოგადოდ, მოძრავ სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი ძალის გამოთვლა ძალიან ძნელია. გარდა დინების ხასიათისა, იგი დამოკიდებულია კიდევ სხეულის სიდიდეზე, ფორმასა და ორიენტაციაზე დინების მიმართ. მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში მოხერხდა გამოთვლების ჩატარება ბოლომდე და აღნიშნული ძალის ზუსტი გამოთვლა.

ჩვეულებრივად მოძრავ სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედ ძალას ორ ძალად შლიან. ერთს, სითხის დინების გასწვრივ მიმართულს, აღნიშნავენ W-თი და უწოდებენ წ ი ნ ა ა ღ მ დ ე გ ო ბ ა ს, მეორეს, დინების მართობულად მიმართულს, აღნიშნავენ A-თი და უწოდებენ ა მ წ ე ვ ძ ა ლ ა ს (ნახ. 216). ცხადია, რომ ორივე ეს ძალა დამოკიდებულია სითხის დინების ხასიათზე, სხეულის სიდიდეზე, ფორმასა და ორიენტაციაზე დინების მიმართ. გამოვარკვიოთ ჯერ, თუ როგორ არის დამოკიდებული ეს ძალები სითხის დინების ხასიათზე და სხეულის სიდიდეზე. სითხე და მისი დინების ხასიათი შეიძლება დავახასიათოთ ρ სიმკვრივით, η სიბლანტითა და V სიჩქარით. სხეულის სიდიდე კი დავახასიათოთ მისი ხაზოვანი ზომით l. როგორც W, ისე A იქნება ამ ოთხი სიდიდის ფუნქციები

$$W = f(\rho,\ \eta,\ V,\ l), \tag{XIII,52}$$

$$A = \varphi(\rho,\ \eta,\ V,\ l). \tag{XIII,53}$$

ამ ფუნქციების ხასიათის გამორკვევა შეიძლება ნაწილობრივ მაინც, თუ გამოვიყენებთ განზომილებათა კანონს. წარმოვიდგინოთ, რომ სამი ძირითადი სიდიდის—მასის, მანძილის და დროის ერთეულები შევამცირეთ სათანადოდ M-ჯერ, L-ჯერ და T-ჯერ. ცხადია, რომ ეს გამოიწვევს (XIII,52) და (XIII,53) განტოლებებში შემავალი ყველა სიდიდის რიცხვითი მნიშვნელობების გაზრდას. სახელდობრ, l-ის რიცხვითი მნიშვნელობა გაიზრდება L-ჯერ, V-ს რიცხვითი მნიშვნელობა—LT^{-1}-ჯერ, ρ-ს რიცხვითი მნიშვნელობა—ML^{-3}-ჯერ (ვინაიდან სიმკვრივე ტოლია მასის შეფარდებისა მოცულობასთან). η-ს რიცხვითი მნიშვნელობა გაიზრდება $ML^{-1}T^{-1}$-ჯერ. შეიცვლება აგრეთვე M-სა და A-ს რიცხვითი მნიშვნელობები. ვინაიდან ეს სიდიდეები ძალებს წარმოადგენს, ამიტომ მათი რიცხვითი მნიშვნელობანი გაიზრდება MLT^{-2}-ჯერ. f და φ ფუნქციების სახე არ შეიცვლება ერთეულების შეცვლის შედეგად და ამიტომ წინა განტოლებანი ახალ ერთეულებში შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$MLT^{-2}\,W = f(ML^{-3}\rho,\ ML^{-1}T^{-1}\eta,\ LT^{-1}V,\ Ll),$$

$$MLT^{-2}\,A = \varphi(ML^{-3}\rho,\ ML^{-1}T^{-1}\eta,\ LT^{-1}V,\ Ll).$$

ვინაიდან M, L და T სრულიად ნებისმიერი რიცხვებია, შევარჩიოთ ისინი ისე, რომ შესრულებული იყოს შემდეგი სამი ტოლობა:

$$Ll = 1,$$

$$LT^{-1}V = 1,$$

$$ML^{-3}\rho = 1.$$

აქედან L, T და M-სათვის მივიღებთ:

$$L = \frac{1}{l}, \quad T = \frac{V}{l}, \quad M = \frac{1}{\rho l^3}.$$

ამ მნიშვნელობების ჩასმა წინა განტოლებაში მოგვცემს:

$$\frac{1}{l^3\rho V^3}\,W = f\left(1,\ \frac{\eta}{\rho V l},\ 1,\ 1\right),$$

$$\frac{1}{l^2\rho V^2}\,A = \varphi\left(1,\ \frac{\eta}{\rho V l},\ 1,\ 1\right),$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ $\frac{\eta}{\rho V l} = \frac{1}{Re}$, სადაც Re არის რეინოლდსის რიცხვი, M და φ-სათვის მივიღებთ:

$$W = l^2\rho V^2 f\left(\frac{1}{Re}\right), \qquad \text{(XIII,54)}$$

$$A = l^2\,\rho V^2\,\varphi\left(\frac{1}{Re}\right). \qquad \text{(XIII,55)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ წინააღმდეგობისა და ამწევი ძალის გამოთვლა დაყვანილი იქნა განზომილების არმქონე $f\left(\frac{1}{Re}\right)$ და $\varphi\left(\frac{1}{Re}\right)$ ფუნქციების გამოთვლაზე; ამ ფუნქციების გამოთვლა განზომილებათა თეორიის საშუალებით აღარ შეიძლება, მათ პოულობენ ჩვეულებრივად ექსპერიმენტის საშუალებით. მათი სახის თეორიულად გამოთვლა ხერხდება მხოლოდ ზოგიერთი მარტივი ფორმის სხეულისათვის, და ისიც მხოლოდ მაშინ, როდესაც რეინოლდსის რიცხვი ან ძალიან მცირეა, ან ძალიან დიდი. რასაკვირველია, გარ-

და რეინოლდსის რიცხვისა, ეს ფუნქციები დამოკიდებულია კიდევ სხეულის ფორმასა და ორიენტაციაზე დინების მიმართ.

ჩვეულებრივად, (XIII,54) და (XIII,55) ფორმულებს შემდეგი სახით წერენ:

$$W = C_w S \frac{\rho V^2}{2}, \qquad \text{(XIII,56)}$$

$$A = C_A S \frac{\rho V^2}{2}. \qquad \text{(XIII,57)}$$

აქ S არის სხეულის დინებისადმი მართობული კვეთის ფართობი, რომელიც l^2-ის პროპორციულია. C_w და C_A, ისევე როგორც f და φ, დამოკიდებულია რეინოლდსის რიცხვზე, სხეულის ფორმაზე და ორიენტაციაზე დინების მიმართ. მათ ეწოდება წინააღმდეგობისა და ამწევი ძალის კოეფიციენტები. გავარჩიოთ C_w კოეფიციენტის დამოკიდებულება რეინოლდსის რიცხვზე. ცხადია, რომ რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობებისათვის წინააღმდეგობა ძირითადად გამოწვეულია სიბლანტით. მართლაც, თუ $Re = \frac{\rho V l}{\eta} \ll 1$, სიბლანტის ძალები ძალიან დიდი იქნება მთელ ძალასთან შედარებით და ამიტომ წინააღმდეგობის ფორმულაში არ უნდა შევიდეს სითხის სიმკვრივე. მასში უნდა შევიდეს მხოლოდ η, სითხის სიბლანტის კოეფიციენტი. ამიტომაც რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობისათვის C_w უნდა იყოს R-ის უკუპროპორციული:

$$C_w = \frac{\text{const}}{Re}.$$

(XIII,57) ფორმულაში ჩასმის და Re-ს მნიშვნელობის მხედველობაში მიღების შემდეგ გვექნება:

$$W = \text{const} \cdot \frac{S}{2l} \eta V.$$

ვინაიდან S l^2-ის პროპორციულია, ეს ფორმულა შეიძლება დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$W = \text{const} \cdot l \eta V. \qquad \text{(XIII,58)}$$

მაშასადამე, რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობისათვის სითხის წინააღმდეგობა სხეულის ხაზოვანი ზომის, სიბლანტის კოეფიციენტისა და დინების სიჩქარის პირდაპირპროპორციულია. მუდმივი კოეფიციენტი დამოკიდებუ-

ლია სხეულის ფორმაზე და ორიენტაციაზე დინების მიმართ. ვინაიდან პირველად ეს შედეგი სფერული სხეულისათვის მიიღო სტოქსმა, მას სტოქსის კანონი ეწოდა. სფეროსათვის const= $=6\pi$, თუ l არის სფეროს a რადიუსი, მაშინ სფეროსათვის (XIII,58) ფორმულა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$W=6\pi a\eta V. \qquad \text{(XIII,59)}$$

თუ რეინოლდსის რიცხვი ძალიან დიდია ერთთან შედარებით $\left(Re=\frac{\rho Vl}{\eta}\gg 1\right)$, სიბლანტის ძალა ძალიან მცირე იქნება საერთო ძალასთან შედარებით და ამიტომ წინააღმდეგობა არ უნდა იყოს დამოკიდებული სიბლანტის კოეფიციენტზე. აქედან კი გამომდინარეობს, რომ C_w არ უნდა იყოს დამოკიდებული η-ზე, ე. ი. უნდა იყოს მუდმივი სიდიდე:

$$C_w=\text{const}, \quad \text{როდესაც } Re\gg 1.$$

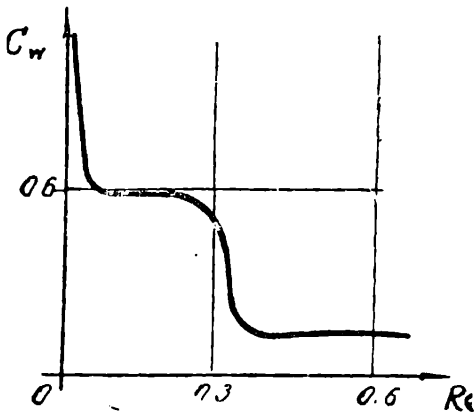
მაშასადამე, რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის

$$W=\text{const}.\ S\frac{\rho V^2}{2}, \qquad \text{(XIII,60)}$$

ე. ი. წინააღმდეგობა სხეულის კვეთის ფართობის, სითხის სიმკვრივისა და დინების სიჩქარის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია. მუდმივი კოეფიციენტი ისევე, როგორც სტოქსის კანონის შემთხვევაში, დამოკიდებულია სხეულის ფორმაზე და ორიენტაციაზე დინების მიმართ. ამ კანონს ეწოდება ნიუტონის კანონი, ვინაიდან ის პირველად ნიუტონმა გამოიყვანა. როგორც მისი გამოყვანიდან ჩანს, ეს კანონი გამოიყენება რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის, ე. ი. იმ შემთხვევაში, როდესაც დიდია ან დინების სიჩქარე, ან სხეულის ხაზოვანი ზომა, ანდა სითხის სიმკვრივე და მცირეა სითხის სიბლანტე. 217-ე ნახაზზე მოყვანილია წინააღმდეგობის კოეფიციენტის გაზომვის შედეგები სფეროსათვის. რეინოლდსის რიცხვი გამოთვლილია ფორმულით $Re=\frac{\rho Vl}{\eta}$, სადაც r არის სფეროს რადიუსი.

ჩვენ ვხედავთ, რომ რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობებისათვის წინააღმდეგობა საკმაოდ ზუსტად ემორჩილება სტოქსის კანონს, ე. ი. მცირდება რეინოლდსის რიცხვის უკუპროპორციულად. რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის (დაახლოებით 10^3-დან 10^5-მდე) C_w თითქმის მუდმივი რჩება, ე. ი. ად-

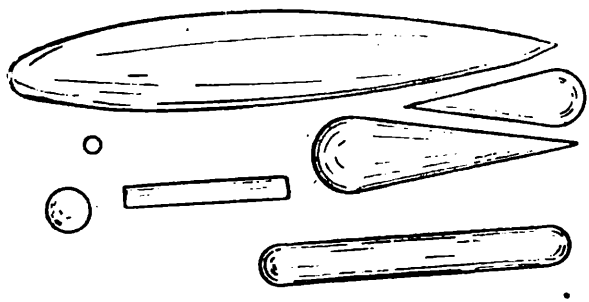
გილი აქვს ნიუტონის კანონს. რეინოლდსის რიცხვის საშუალო მნიშვნელობებისათვის C_w-ს დამოკიდებულება რეინოლდსის რიცხვზე უფრო რთული ხასიათისაა და თეორიულად მისი გამოყვანა ჯერჯერობით ვერ მოხერხდა. ზოგადად შეიძლება ითქვას, რომ რეინოლდსის რიცხვის ზრდის დროს წინააღმდეგობის კოეფიციენტი თანდათან კლებულობს და რეინოლდსის რიცხვის საკმაოდ დიდი მნიშვნელობებისათვის უახლოვდება მუდმივ მნიშვნელობას. უნდა აღვნიშნოთ მხოლოდ, რომ რეინოლდსის რიცხვის კრიტიკული მნიშვნელობისათვის, რომლის შემდეგ სითხის დინება უკვე ტურბულენტურია, C_w სწრაფად მცირდება და შემდეგ ისევ მუდმივი რჩება. ტურბულენტური დინების წარმოშობით გამოწვეული C_w-ს შემცირება ხდება $Re = 0{,}9 \cdot 10^5 - 2{,}5 \cdot 10^5$ ფარგლებში. არ უნდა ვიფიქროთ, რომ ლამინარული დინების გადასვლა ტურბულენტურში ყოველთვის იწვევს წინააღმდეგობის შემცირებას. ამას ადგილი აქვს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც წინააღმდეგობა უმთავრესად გამოწვეულია წნევათა სხვაობით სხეულის წინა და უკანა ზედაპირზე და არა ხახუნით. ასეთი სხეულებია, მაგალითად, სფერო ან ცილინდრი. როგორც ვიცით, წინააღმდეგობის მთავარი მიზეზია გრიგალების გაჩენა სხეულის უკანა ზედაპირთან. თუ დინება ლამინარულია, გრიგალების გაჩენა და მოწყვეტა ხდება სფეროს შუაკვეთის მახლობლად. ეს იძლევა ფართო გრიგალურ არეს სხეულის უკან და ამიტომ დიდ წინააღმდეგობასაც (სათანადოდ $C_w = 0{,}48$). როდესაც რეინოლდსის რიცხვი გადააჭარბებს კრიტიკულ მნიშვნელობას, ლამინარული დინება გადადის ტურბულენტურში და იწყება სითხის ფენების ინტენსიური შერევა ერთმანეთში. ეს იწვევს სასაზღვრო ფენის იმ ნაწილის აჩქარებას, რომელიც მოძრაობს სითხის დინების გასწვრივ და, იმ ნაწილის შენელებას, რომელიც მოძრაობს დინების საწინააღმდეგოდ. ამის გამო ან ნაწილების შეხვედრის ადგილი ინაცვლებს უკან და გრიგალების გაჩენა და მოწყვეტა ხდება სხეულის უკანა ზედაპირის უფრო მცირე ნაწილიდან. ეს ამცირებს გრიგალური



ნახ. 217.

არის სიგანეს და ამის გამო წინააღმდეგობასაც (სათანადოდ $C_w = 0{,}1$).

ტექნიკაში გამოსაყენებლად დიდი მნიშვნელობა აქვს რაც შეიძლება მცირე წინააღმდეგობის მქონე სხეულის ფორმის მოძებნას. ვინაიდან წინააღმდეგობა გამოწვეულია, ერთი მხრივ, ხახუნით და, მეორე მხრივ, გრიგალების გაჩენითა და მოწყვეტით სხეულის უკანა ზედაპირიდან, თუ ჩვენ გვსურს შევამციროთ წინააღმდეგობა, უნდა შევამციროთ როგორც ხახუნი სხეულის ზედაპირზე, ისე გრიგალების გაჩენა და მოწყვეტა სხეულის უკანა ზედაპირიდან. პირველისათვის საჭიროა, რომ სხეულის ზედაპირი რაც შეიძლება გლუვი იყოს, მეორისათვის კი სხეული თანდათან უნდა ვიწროვდებოდეს ისე, რომ სიმრუდის რადიუსი როგორც სიდიდით, ისე მიმართულებით რაც შეიძლება თანდათანობით იცვლებოდეს. სწორედ ასეთ ფორმას აძლევენ დირიჟაბლებს, თვითმფრინავებსა და მათ ფრთებს. ასეთივე ფორმა აქვს თევზებსა და ფრინველებს. 218-ე



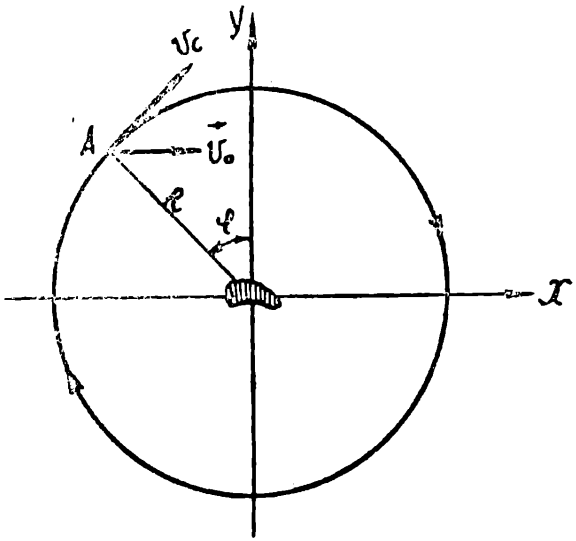
ნახ. 218.

ნახაზზე მოყვანილია სხვადასხვა ფორმისა და სიდიდის სხეულები, რომელთაც ერთი და იგივე წინააღმდეგობა აქვს. მიუხედავად თავის სიდიდისა, დირიჟაბლის ფორმის (გარსშემოდენის ფორმის) მქონე სხეულის წინააღმდეგობა ისეთივეა, როგორც მცირე წრიული ფირფიტისა, სწორედ იმის გამო, რომ ამ ფირფიტის უკან ჩნდება ძლიერი გრიგალები.

აქამდე ჩვენ ვიხილავდით წინააღმდეგობას, ე. ი. დინების გასწვრივ მიმართულ ძალას. განვიხილოთ ახლა დინების მართობული ამწევი ძალა A. ჯერ გამოვარკვიოთ ამ ძალის წარმოშობის მიზეზი. ცხადია, რომ თუ სხეული სიმეტრიულია სითხის დინების მიმართულების მიმართ, არავითარი ამწევი ძალა არ წარმოიშვება. სხეულის უკანა ზედაპირთან წარმოიშვება სიმეტრიული გრიგალები ისე, რომ დენის ხაზების განაწილება სხეულის ზევითა და ქვევითა მხარეზე ერთნაირი იქნება. ამიტომაც სხეულზე მოქმედი ძალა მი-

მართული იქნება სითხის დინების გასწვრივ და არავითარი ამწევი ძალა არ გვექნება. სულ სხვა შედეგს მივიღებთ იმ შემთხვევაში, როდესაც სხეული სიმეტრიული არ არის. სხეულის უკანა ზედაპირის ზედა და ქვედა მხარეზე წარმოშობილი გრიგალები ერთნაირი სიძლიერის არ იქნება და ამიტომაც აღარც სითხის დინება იქნება ერთნაირი სხეულის ზედა და ქვედა მხარეზე. § 107-ში ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ თუ არასიმეტრიულ სხეულს, როგორიც არის, მაგალითად, თვითმფრინავის ფრთა, მოწყდება მხოლოდ ერთი მიმართულების გრიგალი და სითხის დინებას სხეულის ირგვლივ დაემატება ცირკულაცია, რომელიც მოწყვეტილი გრიგალის ცირკულაციის ტოლია და საწინააღმდეგო, სწორედ ეს ცირკულაცია არის ამწევი ძალის წარმოშობის მიზეზი.

გამოვარკვიოთ, თუ როგორ არის დამოკიდებული ამწევი ძალა სხეულის ირგვლივ არსებულ ცირკულაციაზე. განვიხილოთ OX ღერძის გასწვრივ მიმართული სითხის დინება (ნახ. 219). ვთქვათ,



ნახ. 219.

OZ ღერძის გასწვრივ მოთავსებულია მუდმივი განივკვეთის მქონე უსასრულოდ გრძელი სხეული, მაგ., თვითმფრინავის ფრთა. უსასრულოდ გრძელ სხეულს ვიღებთ იმისათვის, რომ არ დაგვჭირდეს იმ რთული დინების განხილვა, რომელსაც ადგილი აქვს სასრული სხეულის კიდეებზე. როგორც ვიცით, გრიგალის მოწყვეტის შემდეგ სხეულის ირგვლივ გვრჩება პოტენციალური დინება ცირკულაციით. ცირკულაციური დინების დენის წირების სახე სხეულის

მახლობლად დამოკიდებულია სხეულის ფორმაზე, სხეულიდან საკმაოდ შორ მანძილზე კი დენის წირები წრეხაზების სახეს იღებს, სხეულის ფორმისაგან დამოუკიდებლად. ამიტომაც საკმაოდ დიდ მანძილზე სხეულიდან ცირკულაციური დინების დენის წირებად ჩვენ ავიღებთ წრეხაზებს. პოტენციალური დინების ხაზებიც მარტივ სახეს ღებულობს, როდესაც ვშორდებით სხეულს, სახელდობრ, ისინი OX ღერძის პარალელური ხაზები იქნება.

ჩვენი მიზანია იმ ამწევი ძალის გამოთვლა, რომელიც მოქმედებს ფრთის რაიმე, მაგ., l სიგრძის ნაწილზე. ამისათვის ფრთის ამ ნაწილს გარსშემოვარტყათ l სიგრძისა და საკმაოდ დიდი R რადიუსის მქონე ცილინდრი, რომლის ღერძი იქნება OZ ღერძი. გამოვყოთ სითხის ის ნაწილი, რომელიც მოთავსებულია ამ ცილინდრულ ზედაპირსა და ფრთის ზედაპირს შორის, და გამოვიყენოთ ამ ნაწილისათვის იმპულსის კანონი. სითხის ამ ნაწილს შეუძლია მოქმედება ფრთაზე და ცილინდრულ ზედაპირზე, ამიტომაც ფრთაზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:

$$-\vec{F}=-\frac{d\vec{K}}{dt}+\int \vec{p}\,dS;$$

აქ $-\frac{d\vec{K}}{dt}$ არის სითხის იმპულსის შემცირება ერთ წამში, $\int \vec{p}dS$ კი—ცილინდრულ ზედაპირზე მოქმედი ძალა. ვინაიდან ჩვენ გვაინტერესებს ამწევი ძალა, დაწერილი განტოლება უნდა დავაგეგმილოთ OY ღერძზე

$$A=-F_y=-\frac{dK_y}{dt}+\int p_y dS. \qquad \text{(XIII,61)}$$

გამოვითვალოთ განტოლების მარჯვენა მხარეზე მდგომი ორივე წევრი. გამოვითვალოთ ჯერ წნევა ცილინდრულ ზედაპირზე. აღვნიშნოთ v_0-ით დინების სიჩქარე უსასრულობაში (ეს არის დინების სიჩქარე, რომელიც გვექნებოდა იმ შემთხვევაში, რომ არ ყოფილიყო არც სხეული და არც ცირკულაცია). სათანადო წნევა იყოს p_0, მაშინ ბერნულის კანონის თანახმად შეიძლება დავწეროთ:

$$p+\frac{\rho v^2}{2}=p_0+\frac{\rho v_0^2}{2}.$$

აქ p და v არის წნევა და სიჩქარე ცილინდრის ზედაპირის მახლობლად. აქედან წნევისათვის მივიღებთ:

$$p=p_0+\frac{\rho}{2}(v_0^2-v^2). \qquad \text{(XIII,61')}$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, დინების სიჩქარე არის პოტენციალური და ცირკულაციური დინების სიჩქარეების ჯამი. მაგრამ შორ მანძილზე სხეულიდან (R დიდია) პირველი დინება იქნება სწორხაზოვანი, v_0 სიჩქარით, მეორე კი—წრიული, $v_0=\frac{\Gamma}{2\pi R}$ სიჩქარით, სადაც Γ არის ცირკულაცია ფრთის ირგვლივ. აქედან საერთო დინების სიჩქარისათვის მივიღებთ (ნახ. 219):

$$v^2=v_0^2+v_c^2+2v_0v_c\sin\varphi.$$

ბერნულის განტოლებაში ჩასმა გვაძლევს:

$$p=p_0-\frac{\rho}{2}(2v_0v_c\sin\varphi+v_c^2).$$

აქედან წნევის y მდგენელისათვის მივიღებთ:

$$p_y=-p\sin\varphi=-p_0\sin\varphi+\rho v_0v_c\sin^2\varphi+\frac{\rho v_c^2}{2}\sin\varphi.$$

ცილინდრის ზედაპირის ელემენტზე გამრავლება და ინტეგრაცია მოგვცემს:

$$\int p_ydS=-p_0\int_0^{2\pi}\sin\varphi\,Rld\varphi+\rho v_0v_c\int_0^{2\pi}\sin^2\varphi\,Rld\varphi+$$

$$+\frac{\rho v_c^2}{2}\int_0^{2\pi}\sin\varphi\,Rld\varphi=\rho v_0v_cRl\int_0^{2\pi}\sin^2\varphi\,d\varphi.$$

გამოვითვალოთ ახლა სითხის იმპულსის შემცირება. (XIII,46) ფორმულის თანახმად, იმპულსის ნაზრდი ზედაპირიდან, ერთ წამში გამოსული სითხის იმპულსის ტოლია

$$\frac{d\vec{K}}{dt}=\int\rho v_n\vec{v}\,ds.$$

OY ღერძზე გეგმილისათვის მივიღებთ:

$$\frac{dK_y}{dt}=\int\rho v_nv_y\,ds.$$

ჩვენს შემთხვევაში:

$$v_n=-v_0\cos\varphi,$$

$$v_y=v_c\cos\varphi,$$

ამიტომაც:

$$\frac{dK_n}{dt} = -\rho v_0 v_c \int \cos^2 \varphi \, ds = -\rho v_0 v_c Rl \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \, d\varphi.$$

ჩვენ გამოვითვალეთ (XIII,61) განტოლების მარჯვენა მხარის ორივე წევრი. ჩასმა მოგვცემს:

$$A = \rho v_0 v_c Rl 2\pi$$

ან, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ:

$$v_c = \frac{\Gamma}{2\pi R},$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$A = \rho v_0 \Gamma l. \qquad \text{(XIII,62)}$$

მაშასადამე, უსასრულო ფრთის სიგრძის ნაწილზე მოქმედი ამწევი ძალა სითხის სიმკვრივის, სიჩქარის, ფრთის ირგვლივ ცირკულაციისა და ფრთის სიგრძის პირდაპირპროპორციულია. ამ შედეგს, რომელიც პირველად მიიღეს გერმანელმა მექანიკოსმა კუტამ და რუსმა მექანიკოსმა ჟუკოვსკიმ, კუტა-ჟუკოვსკის თეორემა ეწოდება.

ამწევი ძალის არსებობა ცირკულაციური დინების შემთხვევაში ადვილი გასაგებია. მართლაც, ნახაზიდან ჩანს, რომ ფრთის ზედა მხარეზე ცირკულაციური დინების სიჩქარე ემატება პოტენციალური დინების სიჩქარეს, ქვედა მხარეზე კი—აკლდება. ამიტომაც ცირკულაციური დინება ადიდებს სითხის სიჩქარეს ზედა მხარეზე და ამცირებს ქვედა მხარეზე. მაგრამ ბერნულის თეორემის თან ახმად, სიჩქარის გადიდება იწვევს წნევის შემცირებას, სიჩქარის შემცირება კი—წნევის გადიდებას. ამიტომაც ფრთის ზედა მხარეზე წნევა მცირდება, ქვედა მხარეზე იზრდება და ფრთაზე მოქმედებს ზევით მიმართული ამწევი ძალა. ცხადია, რომ ამწევი ძალის მიმართულება დამოკიდებულია ცირკულაციური დინების მიმართულებაზე. თუ ცირკულაციურ დინებას ექნება საწინააღმდეგო მიმართულება, ამწევი ძალა მიმართული იქნება ქვევით და არა ზევით.

კუტა-ჟუკოვსკის თეორემა მართებულია მხოლოდ უსასრულო ფრთის შემთხვევაში. სასრული ფრთის შემთხვევაში მხედველობაშია მისაღები კიდეების გავლენა. ვინაიდან წნევა ფრთის ქვედა მხარეზე ნაკლებია, ვიდრე ზედა მხარეზე, სითხე (გაზი) მიედინება ქვევიდან ზევით კიდეების შემოვლით. ეს იწვევს დამატებითი გრიგალების გაჩენას. ეს გრიგალები წყდება ფრთის კიდეებს და შორდება ფრთას. ცხადია, რომ ეს იწვევს ამწევი ძალის შემცირებას.

მეთოთხმეტე თავი

დეფორმაციის ტალღების გავრცელება სხეულებში (აკუსტიკა)

სხეულის ამა თუ იმ ნაწილში მომხდარი ცვლილება (გაფართოება, შეკუმშვა, ძვრა და სხვ.) ყოველთვის იწვევს სათანადო ცვლილებებს სხეულის მეზობელ ნაწილებში და ამის გამო გარკვეული სიჩქარით ყველა მიმართულებით ვრცელდება. ცხადია, რომ ცვლილების ეს გავრცელება სხეულის ნაწილაკთა ურთიერთქმედებითაა გამოწვეული. სხეულის ერთი ნაწილაკის მდებარეობის შეცვლა გამოიწვევს მეზობელ ნაწილაკზე მოქმედი ძალის შეცვლას, რის შედეგად მეორე ნაწილაკიც ამოძრავდება. ეს უკანასკნელი აამოძრავებს მესამეს და ა. შ. სივრცის რაიმე ნაწილში მომხდარი ცვლილების გავრცელებას ტალღა ეწოდება. ტალღების ყველაზე ცნობილი მაგალითებია: ტალღები წყლის ზედაპირზე, ჰაერში ბგერის ტალღები, მიწისძვრებით გამოწვეული ტალღები დედამიწის ქერქში და მრავალი სხვა. ტალღების მაგალითებია აგრეთვე ელექტრომაგნიტური ტალღები (სინათლის ტალღები, რენტგენის ტალღები, რადიოტალღები და სხვ.), მაგრამ მათ ჩვენ ჯერჯერობით არ განვიხილავთ, ვინაიდან ეს ტალღები არის არა ნივთიერებაში, არამედ ელექტრომაგნიტურ ველში მომხდარი ცვლილების გავრცელება.

ტალღები ფრიად მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ბუნების მოვლენებში, რადგანაც ისინი მოქმედების გადაცემის ყველაზე ძირითადი საშუალებაა. ტალღები მონაწილეობას ღებულობს ისეთ მოვლენებშიაც, რომლებშიაც, პირველი შეხედვით, არავითარი ტალღები არ უნდა იყოს. ასეთი მოვლენაა, მაგალითად, ბიძგით სხეულის ამოძრავება. ბიძგის მომენტში სხეულის ის ნაწილი, რომელსაც ვუბიძგებთ, ჩაიზნიქება (შეიკუმშება). ეს შეკუმშული ნაწილი შეკუმშავს მეზობელ ნაწილს, სანამ დეფორმაცია სხეულის საწინააღმდეგო მხარეს არ მიაღწევს. როგორც ვხედავთ, ყოველი ბიძგის დროს სხეულში ვრცელდება დრეკადი ტალღა. საზოგადოდ, როგორი მექანიკური მოქმედებაც არ უნდა მოვახდინოთ სხეულზე,

მასში აუცილებლად გავრცელდება დეფორმაციის ტალღა და მხოლოდ ამ ტალღის საშუალებით შეიძლება გავრცელდეს მოქმედება.

ამ თავში ჩვენ შევისწავლით სხეულებში ტალღების წარმოშობისა და გავრცელების მოვლენებს. იმისდა მიხედვით, თუ როგორ აგრეგატულ მდგომარეობაშია სხეული, მასში შეიძლება სხვადასხვა სახის ტალღები გავრცელდეს. ყველაზე მარტივია სითხეებში და გაზებში წარმოშობილი ტალღების გავრცელების ხასიათი და ამიტომ ჩვენ სწორედ მათი განხილვით დავიწყებთ. ვინაიდან სითხეები და გაზები მხოლოდ შოცულობითი დრეკადობით ხასიათდება, მათში მხოლოდ შეკუმშვის ან გაფართოების ტალღების გავრცელებაა შესაძლებელი.

§ 113. დეფორმაციების გავრცელება სითხეებსა და გაზებში

წარმოვიდგინოთ, რომ სითხის ან გაზის რომელიმე ადგილას მოთავსებულია რაიმე გარეშე სხეული, რომელიც თავისი მოძრაობის შედეგად იწვევს სითხის მეზობელ ნაწილებში სიმკვრივის ცვლილებას. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ სითხე არ იმყოფება გარეშე ველში, ასე რომ, ერთადერთი ძალა, რომელიც სითხეში მოქმედებს, არის p წნევა. ცხადია, რომ სიმკვრივის ცვლილება, რაც ხდება სითხის რომელიმე ელემენტში, გამოიწვევს სიმკვრივის ცვლილებას მის მეზობელ ელემენტებში. უკანასკნელთა სიმკვრივის ცვლილება გამოიწვევს აგრეთვე მათ მეზობლად მყოფი ელემენტების სიმკვრივის ცვლილებას და ა. შ., ასე რომ, ერთ ადგილას წარმოშობილი სიმკვრივის ცვლილება გარკვეული სიჩქარით გავრცელდება სითხესა ან გაზში სხვადასხვა მიმართულებით. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ დეფორმაციების სწორედ ეს გავრცელება სითხესა და გაზში. ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ მცირე დეფორმაციებს, ე. ი. საკმაოდ მცირე გადახრებს წონასწორობის მდგომარეობიდან. საკითხის გასამარტივებლად დავუშვებთ, რომ სიმკვრივის ცვლილება ვრცელდება ერთი ღერძის გასწვრივ. ავირჩიოთ ამ ღერძად OX ღერძი და მივიღოთ, რომ $X=O$ წერტილში მოთავსებული ელემენტი, რომელსაც დეფორმაციამდე ρ_0 სიმკვრივე ჰქონდა, იწყებს თავისი სიმკვრივის პერიოდულ ცვლას, მაგრამ ისე, რომ სიმკვრივის გადახრა ρ_0 მნიშვნელობიდან ძალიან მცირეა ρ_0-თან შედარებით. აღვნიშნოთ სიმკვრივის ფარდობითი ცვლილება σ ასოთი. მაშინ ცხადია, რომ

$$\sigma=\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}$$

ანუ

$$\rho=\rho_0(1+\sigma).$$

ვინაიდან ჩვენ ვიხილავთ სიმკვრივის მცირე ცვლილებებს, უნდა დავუშვათ, რომ $\sigma < 1$. ცხადია, σ სხვადასხვა მომენტში და სხვადასხვა ადგილას სხვადასხვაა, ასე რომ, იგი კოორდინატისა და დროის ფუნქციაა. ჰიდროდინამიკის ძირითადი განტოლებების თანახმად,

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad \text{(XIV,1)}$$

გარდა ამისა, მასის მუდმივობის კანონის თანახმად,

$$\frac{\partial \rho}{dt} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0.$$

ვინაიდან $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho_0 \frac{\partial \sigma}{\partial t}$, უკანასკნელი განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0. \qquad \text{(XIV,2)}$$

მეორე მხრივ, ჩვენ ვიცით, რომ p არის ρ-ს ფუნქცია და ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}.$$

მოძრაობის განტოლებაში ჩასმა გვაძლევს:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial \rho}\frac{\partial \sigma}{\partial x} \qquad \text{(XIV,3)}$$

(ვინაიდან $\sigma < 1$ ρ მიღებულია ρ_0-ის ტოლად). თუ გავაწარმოებთ (XIV,2) განტოლებას დროის მიმართ და ჩავსვამთ მასში $\frac{dv_x}{dt}$-ს მნიშვნელობას (XIV,3) განტოლებიდან, მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{\partial p}{\partial \rho}\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}.$$

რადგანაც ჩვენ ვიხილავთ მცირე დეფორმაციებს, $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)$ წარმოებულის მაგიერ შეიძლება ჩავსვათ მისი მნიშვნელობა დეფორმაციამდე, მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}$$

ან, თუ დადებით $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0$ სიდიდეს აღვნიშნავთ c^2-ით, მივიღებთ სიმკვრივის ცვლილების ანუ σ სიდიდის OX ღერძის გასწვრივ გავრცელების განტოლებას:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}, \qquad \text{(XIV,4)}$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right). \qquad \text{(XIV,5)}$$

გამოვარკვიოთ, თუ σ კოორდინატის და დროის როგორი ფუნქცია უნდა იყოს, რომ დაკმაყოფილებული იქნეს (XIV,4) განტოლება. უშუალო შემოწმება ადვილად დაგვარწმუნებს, რომ თუ σ არის $t - \frac{x}{c}$ ან $t + \frac{x}{c}$ სიდიდის ნებისმიერი ფუნქცია, ე. ი., თუ:

$$\sigma = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right),$$

ან

$$\sigma = f_2\left(t + \frac{x}{c}\right),$$

(XIV,4) განტოლება დაკმაყოფილებული იქნება. მართლაც, ვთქვათ, $\sigma = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right)$, მაშინ:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = f_1' \quad \text{და} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\frac{1}{c} f_1',$$

სადაც f_1'-ით აღნიშნულია f_1 ფუნქციის წარმოებული $t - \frac{x}{c}$ არგუმენტის მიმართ. მეორე გაწარმოება გვაძლევს:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = f_1'' \quad \text{და} \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} f_1''$$

ანუ

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}.$$

როგორც ვხედავთ, თუ $\sigma = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right)$, (XIV,4) განტოლება დაკმაყოფილებული იქნება. ანალოგიურად დავამტკიცებთ, რომ თუ $\sigma = f_2\left(t + \frac{x}{c}\right)$, ეს განტოლება აგრეთვე დაკმაყოფილებული იქნე-

ბა. გამოვარკვიოთ მიღებული შედეგების ფიზიკური აზრი. ჯერ განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც

$$\sigma = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right). \qquad \text{(XIV,6)}$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება სითხის ან გაზის სიმკვრივე დროსა და სივრცეში. თუ ცნობილია ფუნქცია f_1, შეიძლება გამოვითვალოთ სიმკვრივის ცვლილების მნიშვნელობა ამა თუ იმ წერტილსა და ამა თუ იმ მომენტში. მაგალითად, თუ გვსურს გავიგოთ, როგორია x_1 წერტილში σ-ის მნიშვნელობა, (XIV,6) განტოლებაში x-ის მაგიერ x_1 უნდა ჩავსვათ და მივიღებთ σ-ს ამ წერტილისათვის: $\sigma = f_1\left(t - \frac{x_1}{c}\right)$. ცხადია, რომ ყოველი გარკვეული წერტილისათვის σ იქნება დროის ფუნქცია, რაც იმას გვიჩვენებს, რომ სითხის ან გაზის ყოველ წერტილში სიმკვრივე განუწყვეტლად იცვლება. თუ ჩვენ გვსურს გამოვარკვიოთ, როგორია რომელიმე გარკვეულ მომენტში სიმკვრივის განაწილება სითხის ან გაზის სხვადასხვა წერტილში, t-ს უნდა მივცეთ გარკვეული მნიშვნელობა და მივიღებთ σ-ს როგორც x-ის ფუნქციას:

$$\sigma = f_1\left(t_1 - \frac{x}{c}\right).$$

ჩვენ ვთქვით, რომ (XIV,4) განტოლება სიმკვრივის ცვლილების გავრცელების განტოლებაა. ცხადია, რომ მისი ამოხსნაც (XIV,6) იმავე სიდიდის გავრცელებას უნდა გამოხატავდეს. თვით გავრცელების ცნებიდან კი გამომდინარეობს, რომ სიმკვრივის ცვლილება, რომელსაც ადგილი ჰქონდა რომელიღაც t_1 მომენტში x_1 წერტილში, სხვა t_2 მომენტში უნდა აღმოჩნდეს სხვა წერტილში კოორდინატით x_2. დავამტკიცოთ, რომ ეს მართლაც ასე ხდება, თუკი σ გამოხატულია (XIV,6) ფუნქციით. ვთქვათ, t_1 მომენტში წერტილში კოორდინატით x_1 სიმკვრივის ცვლილება იყო (ნახ. 220)

$$\sigma_1 = f_1\left(t_1 - \frac{x_1}{c}\right).$$

დავამტკიცოთ, რომ t_2 მომენტში და x_2 წერტილში სიმკვრივის ცვლილება

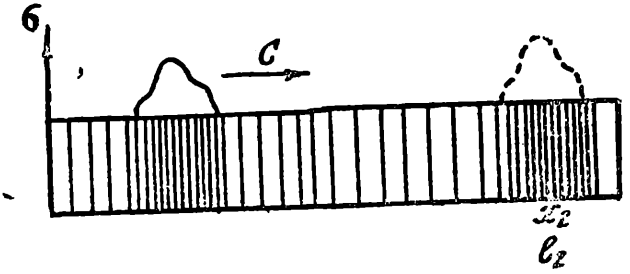
$$\sigma_2 = f_1\left(t_1 - \frac{x_2}{c}\right)$$

σ_1-ის ტოლი იქნება, თუკი შესრულებულია შემდეგი პირობა:

$$x_2 - x_1 = c\,(t_2 - t_1). \qquad \text{(XIV,7)}$$

მართლაც, უკანასკნელი განტოლებიდან განვსაზღვროთ x_2 და ჩავსვათ წინა განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\sigma_2 = f_1\left(t_2 - \frac{x_1}{c} - t_2 + t_1\right) = f_1\left(t_1 - \frac{x_1}{c}\right) = \sigma_1.$$



ნახ. 220.

როგორც ვხედავთ, დეფორმაცია, ე. ი. სიმკვრივის ცვლილება, რომელიც t_1 მომენტში იყო x_1 წერტილში, t_2 მომენტში აღმოჩნდება x_2 წერტილში, სადაც

$$x_2 = x_1 + c\,(t_2 - t_1).$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ დეფორმაციას $t_2 - t_1$ დროის განმავლობაში გაუვლია $x_2 - x_1$ მანძილი. აქედან დეფორმაციის გავრცელების სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = c.$$

მაშასადამე, (XIV,5) განტოლებით განსაზღვრული c სიდიდე არის სითხეში ან გაზში დეფორმაციის გავრცელების სიჩქარე. რასაკვირველია, მას უნდა ჰქონდეს სიჩქარის განზომილება. მართლაც, dp-ს განზომილება არის $\frac{gr}{\text{cm. sec}^2}$, $d\rho$-ს განზომილება კი — $\frac{gr}{\text{cm}^3}$. აქედან c^2-ის განზომილებისათვის მივიღებთ $\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$ ან c-ს განზომილებისათვის $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$. ეს გამომდინარეობს აგრეთვე (XIV,6) განტოლებიდან. მართლაც, f_1 ფუნქციის არგუმენტი არის $t - \frac{x}{c}$, მაგრამ მხოლოდ

ერთისა და იმავე განზომილების მქონე სიდიდეების შეკრება შეიძლება. მაშასადამე, $\frac{x}{c}$ სიდიდეს უნდა ჰქონდეს დროის განზომილება, საიდანაც მივიღებთ, რომ c-ს უნდა ჰქონდეს სიჩქარის განზომილება.

საბოლოოდ, მივიღებთ ასეთ შედეგს: (XIV,6) განტოლება გამოხატავს სითხის ან გაზის დეფორმაციას, რომელიც OX ღერძის გასწვრივ c სიჩქარით ვრცელდება.

სრულიად ანალოგიურად გამოირკვევა, რომ განტოლება

$$\sigma = f_2\left(t + \frac{x}{c}\right) \qquad \text{(XIV,8)}$$

გამოხატავს დეფორმაციის გავრცელებას OX ღერძის საწინააღმდეგო მიმართულებით. ეს იქიდან ჩანს, რომ (XIV,8) განტოლება მიიღება (XIV,6) განტოლებიდან c-ს ნიშნის შეცვლით.

როგორც ვხედავთ, (XIV,4) განტოლება მართლაც სითხესა და გაზში დეფორმაციის გავრცელების განტოლებაა. გავრცელების სიჩქარე მოცემულია (XIV,5) ფორმულით.

შემოვიღოთ ახლა ტალღის ცნება: ტალღა ეწოდება რაიმე მდგომარეობის გავრცელებას სივრცეში. მაგ., ჩვენს მიერ განხილულ შემთხვევაში სივრცეში ვრცელდება სითხის ან გაზის დეფორმაციის მდგომარეობა. ამიტომ მას შეიძლება ვუწოდოთ დეფორმაციის ტალღა. შემდეგში ჩვენ ვნახავთ, რომ ატმოსფეროში გავრცელებული დეფორმაციის ზოგიერთი ტალღა იწვევს ბგერის შეგრძნებას, რის გამოც ხშირად დეფორმაციის ტალღებს ბგერის ტალღებს, ან, მოკლედ, ბგერას უწოდებენ. ჩვენც შემოვიღებთ ამ სახელწოდებას და შემდეგში დეფორმაციის ტალღის მაგიერ ვიხმართ ტერმინს—ბგერა, იმისაგან დამოუკიდებლად, იწვევს თუ არა ბგერის შეგრძნებას. დეფორმაციის ტალღის c სიჩქარეს ვუწოდებთ ბგერის სიჩქარეს. შემდეგში ვნახავთ, რომ იგი მართლაც თანხვდება ცდით მიღებულ ბგერის სიჩქარეს.

აქამდე ჩვენ ვიხილავდით შემთხვევას, როდესაც ბგერის ტალღა ვრცელდება მხოლოდ ერთი მიმართულებით. მაგრამ ბუნებაში ბგერა ვრცელდება საზოგადოდ ყველა მიმართულებით. ამიტომ მოკლედ მაინც საჭიროა გამოვარკვიოთ ბგერის გავრცელების ხასიათი ამ შემთხვევაში. ცხადია, რომ სივრცეში ბგერის გავრცელების გასარჩევად საჭიროა y და z კოორდინატების შემოღება. ამი-

ტომაც (XIV,4) განტოლება, რომელსაც ჩვენ ტალღურ განტოლებას ვუწოდებთ, მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial t^2} = c^2\left\{\frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\sigma}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\sigma}{\partial z^2}\right\}, \qquad \text{(XIV,9)}$$

სადაც

$$c^2=\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0.$$

ასეთია ტალღური განტოლების სახე სივრცეში ბგერის გავრცელების შემთხვევაში. ისევე, როგორც ერთგანზომილებიან შემთხვევაში, c არის ბგერის გავრცელების სიჩქარე. ვინაიდან (XIV,9) განტოლების ზოგადი ამოხსნა საკმაოდ ძნელია, ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ორ მარტივ, მაგრამ ყველაზე უფრო მნიშვნელოვან კერძო შემთხვევას—ბრტყელსა და სფერულ ტალღებს.

ა) **სფერული ტალღები.** დავუშვათ, რომ კოორდინატთა სათავეში მოთავსებულია სფერული ფორმის მცირე სხეული, რომლის მოცულობა განუწყვეტლივ იცვლება (მაგ., პერიოდულად იზრდება და მცირდება) (ნახ. 221). მისი მოცულობის შეცვლა გამოიწვევს სითხის ან გაზის მეზობელი ნაწილების შეკუმშვას და გაფართოებას და ეს დეფორმაცია გავრცელდება სითხესა ან გაზში ყველა მიმართულებით. სითხისა და გაზის სრული იზოტროპიულობის გამო სიმკვრივის შეცვლა რომელიმე წერტილში დამოკიდებული იქნება მხოლოდ დროსა და მანძილზე რხევად სხეულამდე, ე. ი. კოორდინატთა სათავემდე:

$$\sigma=\sigma(t,\ r).$$

ამ შემთხვევაში უშუალო გაწარმოებით და ჩასმით შეიძლება შევამოწმოთ, რომ (XIV,9) განტოლების ამოხსნა არის

$$\sigma=\frac{1}{r}\,f\left(t-\frac{r}{c}\right), \qquad \text{(XIV,10)}$$

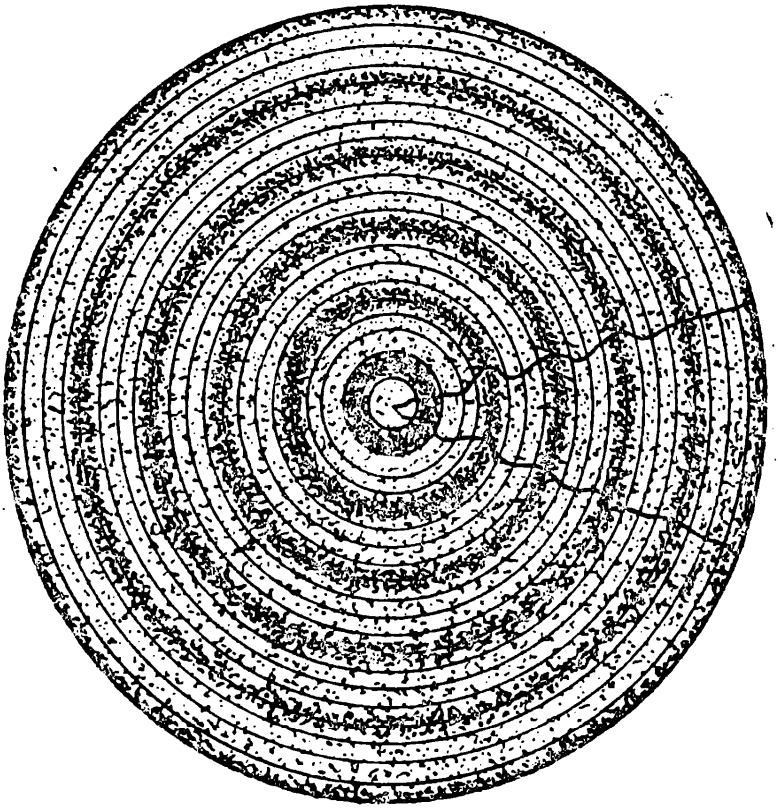
სადაც f არის ნებისმიერი ფუნქცია. გამოვარკვიოთ, თუ როგორ არის განაწილებული სიმკვრივის ცვლილება სივრცეში. მოვძებნოთ წერტილები, რომლებშიაც დროის მოცემულ მომენტში სიმკვრივის ცვლილება ერთი და იგივეა, ე. ი.

$$\sigma=\frac{1}{r}\,f\left(t-\frac{r}{c}\right)=\text{const}.$$

აქედან მივიღებთ:

$$r=\text{const}.$$

მაშასადამე, სიმკვრივის ცვლილება ერთი და იგივეა წყაროდან ტოლი მანძილით დაშორებულ წერტილებში, ე. ი. იმ სფეროების ზედაპირებზე, რომელთა ცენტრი არის ბგერის წყარო. სწორედ ამიტომ ეწოდება ბგერის ასეთ ტალღებს სფერული ტალღები.



ნახ. 221.

(XIV,10) ფორმულა გვიჩვენებს აგრეთვე, რომ სიმკვრივის ცვლილება თანდათან კლებულობს მანძილის ზრდის დროს, სახელდობრ, იგი მანძილის უკუპროპორციულია.

შემდეგი, მსჯელობის გასამარტივებლად წარმოვიდგინოთ, რომ წყაროს მოცულობა იცვლება ჰარმონიული რხევის კანონის მიხედვით:

$$f = A \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right),$$

სადაც ω არის რხევის წრიული სიხშირე

$$\omega = 2\pi\nu.$$

ამ შემთხვევაში სიმკვრივის ცვლილებისათვის მივიღებთ:

$$\sigma = \frac{A}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \qquad \text{(XIV,11)}$$

ან, თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას

$$\frac{A}{r} = \sigma_0,$$

გვექნება:

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right). \qquad \text{(XIV,12)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ სივრცის ყოველ წერტილში სიმკვრივე იცვლება პერიოდულად ω სიხშირით. σ_0 არის სიმკვრივის ცვლილების ამპლიტუდა და, როგორც (XIV,11) ფორმულა გვიჩვენებს, სფერული ტალღების შემთხვევაში ეს ამპლიტუდა მანძილის უკუპროპორციულია. sinus-ის არგუმენტს ეწოდება რხევის ფაზა

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{r}{c} \right).$$

შემოვიღოთ ტალღის ზედაპირის ცნება. ტალღის ზედაპირი ეწოდება ისეთ ზედაპირს, რომლის ყველა წერტილში ფაზას ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვს. ამ ზედაპირის განტოლება სფერული ტალღების შემთხვევაში იქნება:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) = \text{const}$$

ან

$$r = ct + \text{const}.$$

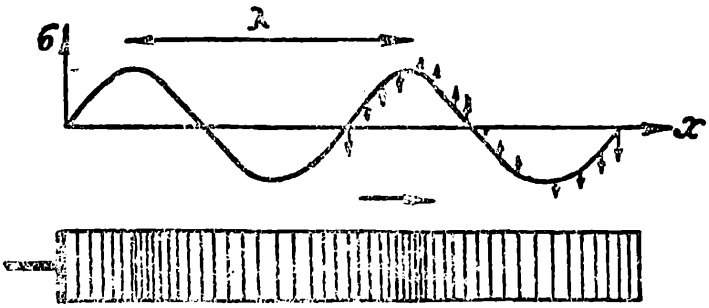
ეს კი არის იმ სფეროს განტოლება, რომლის რადიუსი არის დროის წრფივი ფუნქცია. აქედან გამომდინარეობს, რომ სფერული ტალღების შემთხვევაში ტალღური ზედაპირები არის სფეროები, რომლებიც ვრცელდებიან რადიუსის გასწვრივ c სიჩქარით.

ჰარმონიული რხევით გამოწვეული ტალღები ერთი მნიშვნელოვანი სიდიდით ხასიათდება, რომელიც ხშირად გამოიყენება ტალღების კლასიფიკაციისათვის. თუ ჩვენ განვიხილავთ სიმკვრივის ცვლილებას რადიუსის გასწვრივ, აღმოვაჩენთ, რომ გარკვეულ მანძილზე გადანაცვლების შემდეგ ფაზა მიიღებს წინანდელ მნიშვნელობას[1]. სწორედ ეს მანძილია შემოღებული ტალღის დასახასია-

[1] უნდა გვახსოვდეს, რომ ფაზისადმი $2k\pi$-ს დამატება, სადაც k მთელი რიცხვია, არ ცვლის ფაზის მნიშვნელობას.

თებლად. მანძილს უახლოეს ტოლფაზიან წერტილებს შორის ტალღის სიგრძე ეწოდება და აღინიშნება λ ასოთი (ნახ. 222).

გამოვარკვიოთ, როგორია ეს მანძილი. ავიღოთ რომელიმე გარ-



ნახ. 222.

კეული t_1 მომენტი და r_1 მანძილი. ფაზის სათანადო მნიშვნელობა იყოს φ_1:

$$\varphi_1 = \omega\left(t_1 - \frac{r_1}{c}\right).$$

რომელიმე სხვა r_2 წერტილში, იმავე რადიუსის გასწვრივ, t_1 მომენტში ფაზა იქნება φ_2:

$$\varphi_2 = \omega\left(t_1 - \frac{r_2}{c}\right).$$

ფაზათა სხვაობისათვის გვექნება:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \omega\,\frac{r_2 - r_1}{c}.$$

რხევითი ძრაობის გარჩევის დროს ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ, თუ ფაზურ კუთხეებს შორის სხვაობა 2π-ს ჯერადია, ფაზები ითვლება ტოლებად. ამიტომ ტოლფაზაში მყოფი წერტილებისათვის

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \omega\,\frac{r_2 - r_1}{c} = 2\pi k,$$

სადაც k არის მთელი რიცხვი. უახლოესი ტოლფაზიანი წერტილები მიიღება იმ შემთხვევაში, როდესაც $k=1$

$$r_2 - r_1 = \frac{2\pi c}{\omega}.$$

სწორედ ამ მანძილს ეწოდება ტალღის სიგრძე:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu}. \qquad \text{(XIV,13)}$$

ეს ფორმულა გვაძლევს საშუალებას სხვანაირად განვმარტოთ ტალღის სიგრძე. თუ რხევის პერიოდს T-თი აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$\lambda = T \cdot c.$$

განსაზღვრის თანახმად, c არის მანძილი, რომელზედაც ვრცელდება ტალღა (უფრო სწორად ტალღური ან ფაზური ზედაპირი) ერთი წამის განმავლობაში. ამიტომ λ იქნება მანძილი, რომელზედაც ვრცელდება ტალღური ზედაპირი T დროის, ე. ი. ერთი რხევის განმავლობაში. ტალღის სიგრძის საშუალებით ტალღის განტოლებას შეიძლება მივცეთ შემდეგი სახე:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \sin 2\pi\left(\nu t - \frac{r}{\lambda}\right)$$

ან კიდევ ასეთი:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \qquad \text{(XIV,14)}$$

გამოვარკვიოთ, თუ როგორია სითხის ან ხაზის ნაწილაკების სიჩქარე ტალღების გავრცელების დროს. ამისათვის ვისარგებლოთ (XIV,3) ფორმულით:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial \sigma}{\partial x}.$$

გავაწარმოოთ (XIV,10) ფორმულით გამოხატული σ x-ის მიმართ, მივიღებთ:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \left\{-\frac{\sigma}{r} - \frac{1}{cr} f'\right\} \frac{\partial r}{\partial x}$$

ანუ, ვინაიდან $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$,

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \left\{-\frac{1}{r^2} - \frac{1}{cr^2} f'\right\} x.$$

წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\frac{dv_x}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0 \left\{\frac{\sigma}{r} + \frac{1}{cr^2} f'\right\} x = \left\{\frac{c^2\sigma}{r^2} + \frac{c}{r^2} f'\right\} x$$

ან ვექტორულად

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left\{\frac{c^2\sigma}{r^2} + \frac{c}{r^2} f'\right\} \vec{r}. \qquad \text{(XIV,15)}$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ აქ ნაწილაკების აჩქარება და, მაშასადამე, სიჩქარეც მიმართულია რადიუს-ვექტორის, ე. ი. ტალღის

გავრცელების გასწვრივ. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხესა ან გაზში ტალღების გავრცელების დროს ნაწილაკები ირხევა თვით ტალღის გავრცელების მიმართულებით. ამიტომაც სიმკვრივის ცვლილების ტალღებს ეწოდება სიგრძივი ტალღები. მხოლოდ ასეთი ტალღები შეიძლება გავრცელდეს სითხესა ან გაზში. ამის მიზეზი სრულიად გასაგებია. ჩვენ ვიცით, რომ სითხეში არ არის ძვრის ძალები, ე. ი. სითხის ფენების ერთმანეთის მიმართ გადანაცვლება არ იწვევს არავითარ დრეკად ძალებს. მხოლოდ შეკუმშვას ან გაფართოებას შეუძლია გამოიწვიოს დრეკადი ძალების წარმოშობა და სათანადო დეფორმაციის გავრცელება სითხეში. სრულიად ანალოგიური მდგომარეობა გვაქვს გაზის შემთხვევაშიაც. აქედან გამომდინარეობს, რომ სითხესა და გაზში შეიძლება არსებობდეს მხოლოდ სიგრძივი ტალღები, რომლებიც დაკავშირებულია სიმკვრივის ცვლილებასთან. მყარ სხეულებში დეფორმაციების გავრცელების განხილვის დროს ჩვენ კიდევ დავუბრუნდებით ამ საკითხს.

რომ უფრო თვალსაჩინო წარმოდგენა გვქონდეს ნაწილაკების მოძრაობაზე სიგრძივი ტალღების შემთხვევაში, დავუშვათ, რომ ტალღა სინუსოიდურია, ე. ი. რომ σ მოცემულია (XIV,11) ფორმულით. ამ შემთხვევაში

$$f = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

და

$$f' = A\omega \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right).$$

(XIV,15) ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს:

$$\frac{dv}{dt} = \left\{ \frac{Ac^2}{r^3} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{Ac\omega}{r^2} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right\} r$$

ან ინტეგრაციის შემდეგ

$$v = \left\{ -\frac{Ac^2}{\omega r^2} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{Ac}{r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right\} r.$$

ვინაიდან ჩვენ გვაინტერესებს მხოლოდ სიჩქარის სიდიდე, დავწეროთ ეს განტოლება სკალარული სახით:

$$v = \left\{ -\frac{Ac^2}{\omega r^2} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{Ac}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right\}.$$

თუ შემოვიღებთ ტალღის სიგრძეს, მივიღებთ:

$$v = -\frac{Ac\lambda}{2\pi r^2} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{Ac}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right). \quad \text{(XIV,16)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ სიჩქარე შედგება ორი ნაწილისაგან. პირველი ნაწილის ამპლიტუდა წყაროდან მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია, ხოლო მეორესი—მანძილის პირველი ხარისხის უკუპროპორციული. წყაროდან მცირე მანძილებისათვის უფრო მნიშვნელოვანია პირველი წევრი, დიდი მანძილებისათვის კი—მეორე. ამ ნაწილების ამპლიტუდების შეფარდებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{Ac\lambda}{2\pi r^2} : \frac{Ac}{r} = \frac{\lambda}{2\pi r}.$$

თუ ეს შეფარდება ძალიან მცირეა ერთთან შედარებით:

$$\frac{\lambda}{2\pi r} \ll 1,$$

ე. ი. ტალღის სიგრძე ძალიან მცირეა მანძილთან შედარებით, პირველი წევრი შეიძლება უგულებელვყოთ და სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$v = \frac{Ac}{r} \sin \pi \omega \left(t - \frac{r}{c} \right). \qquad \text{(XIV,16')}$$

(XIV,11) განტოლებასთან შედარება გვაძლევს:

$$v = c \cdot \sigma,$$

ე. ი. ნაწილაკების სიჩქარე სიმკვრივის ცვლილების პროპორციულია. (XIV,16) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ სივრცის აღებულ წერტილში სიჩქარე არის დროის პერიოდული ფუნქცია, რაც იმას ნიშნავს, რომ სითხის ან გაზის ნაწილაკები ასრულებს პერიოდულ რხევას წონასწორობის მდებარეობის მახლობლად. რხევის მიმართულება ტალღების გავრცელების, ე. ი. რადიუს-ვექტორის მიმართულების თანხვედნილია.

ბ) **ბრტყელი ტალღები.** განვიხილოთ სფერული ტალღები საკმაოდ დიდ მანძილზე წყაროსაგან. ამ შემთხვევაში ტალღური ზედაპირები იმდენად დიდი რადიუსის სფეროები იქნება, რომ მათი ნაწილი შეიძლება განვიხილოთ როგორც სიბრტყის ნაწილი. გარდა ამისა, ამპლიტუდის ცვლილებისათვის dr მანძილზე მივიღებთ:

$$d\sigma_0 = -\frac{\sigma_0}{r} dr.$$

ამპლიტუდის ფარდობითი ცვლილებისათვის გვექნება:

$$\frac{d\sigma_0}{\sigma_0} = -\frac{dr}{r}.$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ რაც უფრო მეტია წყაროდან მანძილი, მით უფრო ნაკლებია ამპლიტუდის ფარდობითი ცვლილება.

ამიტომაც წყაროდან საკმაოდ შორი მანძილებისათვის ამპლიტუდა შეიძლება მუდმივ სიდიდედ ჩავთვალოთ. აქედან გამომდინარეობს, რომ წყაროდან საკმაოდ დიდი მანძილებისათვის სფერული ტალღის ნაწილი შეიძლება განვიხილოთ როგორც მუდმივამპლიტუდიანი ბრტყელი ტალღის ნაწილი. ამ ბრტყელი ტალღის განტოლება იქნება:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right),$$

სადაც σ_0 განხილულია როგორც მუდმივი სიდიდე და r არის სიგრძე რადიუს-ვექტორისა, რომელიც გავლებულია კოორდინატთა სათავიდან იმ სიბრტყის მართობულად, რომლის ნაწილადაც წარმოდგენილია სფერული ტალღის ნაწილი. თუ ამ რადიუს-ვექტორის, ე. ი. ტალღის გავრცელების კოსინუსებს აღვნიშნავთ $\cos\alpha$, $\cos\beta$ და $\cos\gamma$-თი, მივიღებთ:

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega \left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{c} \right). \quad \text{(XIV,17)}$$

ასეთია ბრტყელი ტალღის ზოგადი განტოლება. იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც ტალღა ვრცელდება OX ღერძის გასწვრივ, მივიღებთ:

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right), \quad \text{(XIV,18)}$$

ვინაიდან $\cos\alpha = 1$, $\cos\beta = \cos\nu = 0$. რადგანაც კოორდინატთა სისტემის სათანადო შემობრუნებით სათავის ირგვლივ OX ყოველთვის შეიძლება მივმართოთ ტალღის გავრცელების მიმართულებით, ყოველი ბრტყელი ტალღის განტოლება შეიძლება დაიწეროს (XIV,18) სახით. ისე, როგორც სფერული ტალღის შემთხვევაში, შეიძლება მოვძებნოთ ტოლი ფაზის მქონე ზედაპირები. ბრტყელი ტალღის შემთხვევაში ფაზა არის:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{c} \right),$$

ამიტომაც ტოლი ფაზის ზედაპირებისათვის მივიღებთ განტოლებას:

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = ct + \text{Const.}$$

ეს კი არის იმ სიბრტყეების განტოლება, რომელნიც c სიჩქარით მოძრაობენ α, β და γ კუთხეებით განსაზღვრული მიმართულებით. სწორედ ამიტომ ეწოდება (XIV,17) განტოლებით განსაზღვრულ ტალღებს ბრტყელი ტალღები. ისევე, როგორც სფერული ტალღების შემთხვევაში, შეიძლება განვსაზღვროთ ტალღის სიგრძე λ და (XIV,17) ფორმულა დავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\sigma = \sigma_0 \sin 2\pi \left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{\lambda} \right).$$

ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ (XIV,17) განტოლებით გამოხატული σ აკმაყოფილებს განტოლებებს:

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2} = \sigma \cdot \omega^2 \frac{\cos^2\alpha}{c^2},$$

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial y^2} = \sigma \cdot \omega^2 \frac{\cos^2\beta}{c^2},$$

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial z^2} = \sigma \cdot \omega^2 \frac{\cos^2\gamma}{c^2},$$

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial t^2} = \sigma\omega^2.$$

ტალღურ განტოლებაში ჩასმა და $\frac{\sigma\omega^2}{c^2}$-ზე შეკვეცა მოგვცემს:

$$1 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma.$$

ამ პირობას კი მიმართულების კოსინუსები აკმაყოფილებს ყოველთვის.

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორია ნაწილაკების სიჩქარე ბრტყელ ტალღაში. გამოვიყენოთ ისევ (XIV,3) ფორმულა

$$\frac{dv_x}{dt} = -\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_0 \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x}.$$

(XIV,17) განტოლების გაწარმოებით მივიღებთ:

$$\frac{dv_x}{dt} = \sigma_0 \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) \cdot \frac{\omega}{c} \cos\omega\left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{c} \right) \cdot \cos\alpha$$

ან, თუ $\cos\alpha$-ს წინ მდგომ გამოსახულებას აღვნიშნავთ ერთი B ასოთი, გვექნება:

$$\frac{dv_x}{dt} = B \cdot \cos\alpha = \frac{B}{r} x.$$

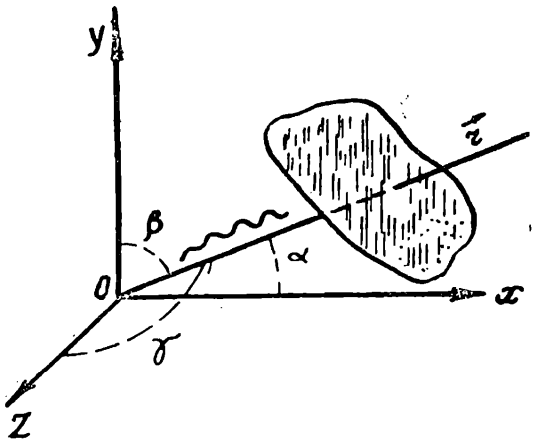
ვექტორული სახით მივიღებთ:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{B}{r} \vec{r}.$$

როგორც ვხედავთ, ბრტყელი ტალღების შემთხვევაშიაც სიჩქარე და აჩქარება მიმართულია რადიუს-ვექტორის, ე. ი. ტალღის გავრცელების მიმართულებით. ისევე, როგორც სფერული ტალღის შემთხვევაში, სიჩქარის სიდიდისათვის მივიღებთ:

$$v = c \cdot \sigma.$$

222-ე ნახაზზე სიმკვრივის ცვლილების განაწილებასთან ერთად მოყვანილია ნაწილაკთა სიჩქარეების განაწილება ტალღის გასწვრივ.



ნახ. 223.

ჩვენ ვხედავთ, რომ ნაწილაკთა სიჩქარეები უდიდესია იმ წერტილებში, სადაც უდიდესია სიმკვრივის ცვლილება.

ჩვენ განვიხილეთ ტალღური მოძრაობის ორი უმარტივესი შემთხვევა: სფერული და ბრტყელი ტალღები. ამის შედეგად გამოვარკვიეთ, რომ სითხეებისა და გაზების შემთხვევაში ნაწილაკების მოძრაობა ხდება ტალღების გავრცელების მიმართულებით. ეს შედეგი სრულიად ზოგადია. როგორი ხასიათისაც არ უნდა იყოს ტალღური მოძრაობა სითხესა და გაზში, ნაწილაკები ყოველთვის ტალღის გავრცელების მიმართულებით მოძრაობს. ასე რომ, დეფორმაციის ტალღები სითხესა და გაზში სიგრძივი ტალღებია.

აქამდე ჩვენ ვიხილავდით მხოლოდ ჰარმონიულ ტალღებს, რომლებიც გამოხატული იყვნენ ((XIV,11) და (XIV,17) განტოლებებით.

მაგრამ ზოგად შემთხვევაში ტალღების წყარო შეიძლება არ ასრულებდეს ჰარმონიულ რხევას. მაშინ არც σ იქნება გამოხატული მარტივი პერიოდული ფუნქციით. ასე რომ, შეუძლებელი იქნება მისი დახასიათება გარკვეული სიხშირითა და ტალღის სიგრძით. ასეთი ზოგადი ხასიათის ტალღის შესწავლა მარტივდება, თუ გამოვიყენებთ ფურიეს თეორემას იმის შესახებ, რომ ყოველი პერიოდული ფუნქცია შეიძლება დაიშალოს sinus-ებისა ან cosinus-ების მწკრივად.

ვთქვათ, ტალღების წყარო ასრულებს პერიოდულ მოძრაობას, მაგრამ მისი რხევა არ გამოიხატება მარტივი სინუსოიდური ფუნქციით. მაშინ მის მიერ წარმოშობილ ტალღასაც იგივე პერიოდი ექნება, როგორიც წყაროს რხევას. ვთქვათ, წყაროს რხევის პერიოდი არის T, ე. ი. ყოველი T დროის შემდეგ წყაროს მოძრაობა მეორდება. შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ამ შემთხვევაში ტალღური მოძრაობა შეიძლება დაიშალოს მარტივ სინუსოიდურ და კოსინუსოიდურ ტალღებად:

$$t\left(t-\frac{x}{c}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{a_n \sin\frac{2\pi n}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\right.$$

$$\left.+b_n \cos\frac{2\pi n}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right)\right\}, \qquad \text{(XIV,18')}$$

სადაც n მთელი დადებითი რიცხვია. კოეფიციენტები a_n და b_n შემადგენელი ჰარმონიული ტალღების ამპლიტუდებია. საზოგადოდ არც ერთი ამპლიტუდა არ არის ნულის ტოლი, მაგრამ კერძო შემთხვევებში შეიძლება ზოგიერთი მათგანი ნული იყოს. თუ, მაგალითად, ყველა ამპლიტუდა ნულია, გარდა a_1-სა, მივიღებთ მარტივ სინუსოიდურ ტალღას

$$f\left(t-\frac{x}{c}\right)=a_1 \sin c\,\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right).$$

თუ ნულისაგან განსხვავდება მხოლოდ a_1 და a_2, მივიღებთ ორი მარტივი ტალღისაგან შედგენილ ტალღას

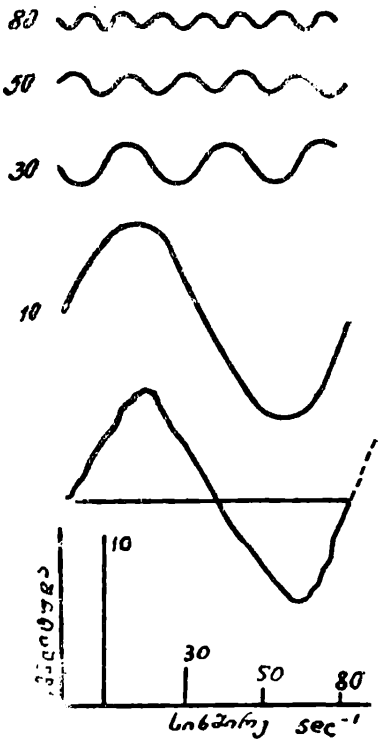
$$f\left(t-\frac{x}{c}\right)=a_1 \sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right)+a_2 \sin\frac{4\pi}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right).$$

პირველის სიხშირე არის $\omega_1=\frac{2\pi}{T}$, მეორის — ორჯერ მეტი $\omega_2=$ $=2\omega_1=\frac{4\pi}{T}$.

ზოგად შემთხვევაში რთული ტალღა შედგება სხვადასხვა სიხშირის მარტივი ტალღებისაგან. მათი სიხშირეები მოცემულია შემდეგი ფორმულით:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T}.$$

ტალღას, რომლის სიხშირე უმცირესია, ეწოდება ძირითადი ტალღა, მის სიხშირეს კი—ძირითადი სიხშირე. ყველა სხვა ტალღის სიხშირეები ძირითადი სიხშირის ჯერადია.



ნახ. 224.

მაგალითისათვის განვიხილოთ 224-ე ნახაზზე წარმოდგენილი ტალღა. იგი პერიოდული, არასინუსოიდური ტალღაა. ტალღის სახე მეორდება 0,1 წამის შემდეგ. მაშასადამე, ძირითადი პერიოდი იქნება $T = 0{,}1$ sec, ძირითადი წრიული სიხშირე კი $\omega_1 = 20\pi$. მის ზევით დახაზულია ის მარტივი სინუსოიდური ტალღები, რომელთა შეკრებითაც მიიღება განსახილველი ტალღა. მათი სიხშირეებია სათანადოდ $\omega_3 = 3\omega_1 = 60\pi$, $\omega_5 = 5\omega_1 = 100\pi$, $\omega_7 = 7\omega_1 = 140\pi$. სათანადო დაშლას ექნება შემდეგი სახე:

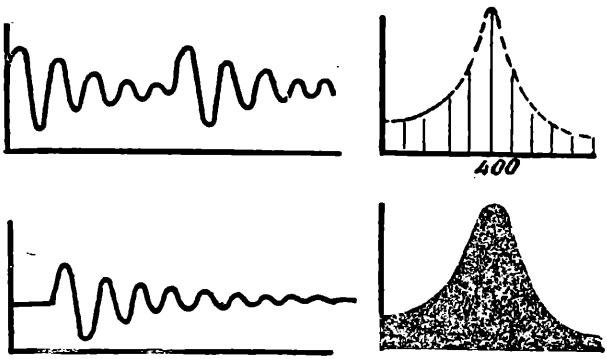
$$f\left(t - \frac{x}{c}\right) = a_1 \sin 20\pi\left(t - \frac{x}{c}\right) + a_3 \sin 60\pi\left(t - \frac{x}{c}\right) +$$

$$+ a_5 \sin 100\pi\left(t - \frac{x}{c}\right) + a_7 \sin 140\pi\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

არასინუსოიდური ტალღის დაშლას სინუსოიდურ (ან კოსინუსოიდურ) ტალღებად სპექტრად დაშლას უწოდებენ. სპექტრად დაშლას ხშირად გამოხატავენ შემდეგნაირად: სიბრტყეზე აიღებენ კოორდინატთა ღერძებს. აბსცისთა ღერძზე გადაზომავენ სიხშირეს, ორდინატთა ღერძზე კი—სათანადო ამპლიტუდას. იმავე ნახაზზე მოყვანილია წინა ფუნქციით გამოხატული ტალღის სპექტრი

$\left(\text{სიხშირედ აღებულია ჩვეულებრივი სიხშირე } \nu=\frac{\omega}{2\pi}\right)$. გვაქვს ოთხი სხვადასხვა სიმაღლის მონაკვეთი. პირველი გვაძლევს ძირიდათი ტალღის სიხშირეს და ამპლიტუდას, მეორე—მეორისას და ა. შ. 225-ე ნახაზზე მოყვანილია უფრო რთული ტალღის სპექტრი. ტალღა ათი სხვადასხვა სიხშირის მქონე მარტივი ტალღების ერთობლიობაა და ამიტომ სპექტრიც შედგება ათი ხაზისაგან. უდიდესი ამპლიტუდა აქვს $\nu=400\ \text{sec}^{-1}$ სიხშირის მქონე ტალღას. ძირითადი სიხშირე არის $80\ \text{sec}^{-1}$. დანარჩენი ტალღების სიხშირეები ამ სიხშირის ჯერადია.

ცხადია, რომ თუ ტალღა გამოხატულია (XIV,18) ფორმულით, ე. ი. თუ იგი წარმოადგენს ძირითადი სიხშირის ჯერად სიხშირეებიან ტალღების ჯამს, მისი სპექტრი გამოხატული იქნება ყოველთვის ერთმანეთისაგან ტოლი მანძილით დაშორებული ხაზებით. ამი-



ნახ. 225.

ტომაც ასეთ სპექტრს ხაზოვან სპექტრს უწოდებენ. შეიძლება სპექტრი შედგებოდეს ერთი ხაზისაგან—ამ შემთხვევაში იგი იქნება ერთი მარტივი ტალღის გამომხატველი, შეიძლება იგი შედგებოდეს ორი, სამი და უფრო მეტი ხაზისაგან. შეიძლება, რასაკვირველია, იყოს ისეთი შემთხვევაც, რომ სპექტრი შედგენილი იყოს ხაზების უსასრულო რიცხვისაგან, როდესაც დაშლაში შემავალი არც ერთი ტალღის ამპლიტუდა არ არის ნული. ყველა ამ შემთხვევაში სპექტრი ხაზოვანი იქნება.

მაგრამ არის შემთხვევები, როდესაც ტალღა არ არის პერიოდული, მაშინ უკვე შეუძლებელია მისი დაშლა მწკრივად, ე. ი. მისი განხილვა როგორც მარტივი ტალღების დისკრეტული ერთობლიობისა. ასეთია, მაგალითად, 225-ე ნახაზზე წარმოდგენილი ტალღა.

იმის გამოსარკვევად, თუ როგორ უნდა მოვახდინოთ ამ შემ-

თხვევაში ტალღის დაშლა, მივიღოთ მხედველობაში შემდეგი გარემოება—ყოველი არაპერიოდული ფუნქცია შეიძლება განვიხილოთ როგორც უსასრულოდ დიდი პერიოდის მქონე პერიოდული ფუნქცია. ამიტომ წარმოვიდგინოთ, რომ (XIV,18) მწკრივში ჩვენ გადავდივართ ზღვარზე, როდესაც T მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ. მაშინ სხვადასხვა მარტივი ტალღის სიხშირეთა სხვაობა $\frac{2\omega}{T}$ ნულისაკენ მიისწრაფვის. სპექტრისათვის ეს ნიშნავს ხაზების თანდათანობით დაახლოებას. თუ ზღვარზე გადასვლამდე სიხშირე იღებდა გარკვეულ დისკრეტულ, ძირითადი სიხშირის ჯერად მნიშვნელობებს, ახლა იგი მიიღებს ყოველგვარ მნიშვნელობებს 0-დან ∞-მდე. ამიტომ $\frac{2\pi n}{T}$ სიხშირე შეიძლება აღვნიშნოთ მოკლედ ω-თი და დავუშვათ, რომ იგი იცვლება უწყვეტად 0-დან $-\infty$-მდე. თვით მწკრივი ზღვარში მოგვცემს ინტეგრალს

$$f\left(t-\frac{x}{c}\right)=\int_0^\infty a(\omega)\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)d\omega+$$

$$+\int_0^\infty b(\omega)\cos\omega\left(t-\frac{x}{x}\right)d\omega. \qquad \text{(XIV,19)}$$

ტალღა წარმოდგენილი იქნება როგორც ყოველნაირი სიხშირის მქონე მარტივი ტალღების უწყვეტი ერთობლიობა. $a(\omega)d\omega$ იქნება იმ ტალღის ამპლიტუდა, რომლის სიხშირე ω-სა და $\omega+d\omega$-ს შორისაა. საერთოდ სპექტრი აღარ იქნება ხაზოვანი, იგი უწყვეტი იქნება (ნახ. 225).

§ 114. ბგერის სიჩქარე სითხესა და გაზში

ბგერის სიჩქარისათვის სითხესა და გაზში მივიღეთ ფორმულა:

$$c=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)}.$$

გამოვარკვიოთ, რა პირობებში უნდა იყოს გამოთვლილი წნევის წარმოებული სიმკვრივის მიმართ. თუ სითხის ან გაზის ელემენტის შეკუმშვა ძალიან ნელა ხდება ისე, რომ იგი ასწრებს გაუთანასწოროს თავისი ტემპერატურა გარეშე ტემპერატურას, ე. ი. თუ დეფორმაცია იზოთერმულია, წარმოებული გამოთვლილი უნდა იქნეს მუდმივი ტემპერატურის პირობებში. ამ შემთხვევაში ბგერის სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}.$$

თუ შემოვიღებთ იზოთერმული კუმშვის კოეფიციენტს

$$\varkappa_T = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T,$$

მივიღებთ:

$$\varkappa_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T,$$

ვინაიდან $v = \frac{1}{\rho}$. ბგერის სიჩქარის ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \varkappa_T}}.$$

ჩვეულებრივად, იზოთერმული კუმშვის კოეფიციენტის მაგიერ შემოაქვთ იზოთერმული შეკუმშვის მოდული:

$$K_T = \frac{1}{\varkappa_T}$$

და ფორმულას შემდეგ სახეს აძლევენ

$$c = \sqrt{\frac{K_T}{\rho}}. \qquad (XIV,20)$$

ეს ფორმულა პირველად გამოიყვანა ნიუტონმა, რის გამოც მას ნიუტონის ფორმულა ეწოდება. მაგრამ ცდებით გამოირკვა, რომ ეს ფორმულა არ არის მართებული, ვინაიდან მისი საშუალებით გამოთვლილი ბგერის სიჩქარე შესამჩნევად ნაკლებია, ვიდრე უშუალო ცდით გაზომილი სიჩქარე. კერძოდ გაზებისათვის ეს ფორმულა გვაძლევს:

$$c = \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \qquad (XIV,20^I)$$

ვინაიდან იდეალური გაზის იზოთერმული შეკუმშვის მოდული წნევის ტოლია, თუ ამ ფორმულით გამოვითვლით ჰაერში ბგერის სიჩქარეს, წნევის და ტემპერატურის ჩვეულებრივ პირობებში, მივიღებთ $280 \frac{m}{sec}$, მაშინ როდესაც უშუალო გაზომვები გვაძლევს 331—$-332 \frac{m}{sec}$.

პირველად ლაპლასმა შეამჩნია, რომ ეს უთანხმოება ცდისა და თეორიის შედეგებს შორის გამოწვეულია იმით, რომ ბგერის ტალღებში დეფორმაციები განხილულია როგორც იზოთერმული პროცესები. სინამდვილეში კი ბგერის დიდი სიხშირის გამო ისინი ადიაბატური პროცესებია. ძალიან სწრაფი შეკუმშვისა და გაფართოების გამო გამოყოფილი სითბო ვერ ასწრებს გადასვლას მეზობელ ელემენტებზე და ამიტომ წნევის ცვლილება უფრო ძლიერია, ვიდრე იზოთერმული დეფორმაციის დროს. ეს კი იწვევს შეკუმშვის მოდულის გადიდებას, რაც თავის მხრივ იწვევს ბგერის სიჩქარის გაზრდას. თუ, მაშასადამე, დავუშვებთ, რომ ბგერის ტალღებში ხდება ადიაბატური დეფორმაციები, მივიღებთ:

$$c=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial_0}\right)_s}=\sqrt{\frac{K_s}{\rho}}, \qquad \text{(XIV,21)}$$

სადაც ნიშნაკი S გვიჩვენებს, რომ სათანადო სიდიდეები გამოთვლილი უნდა იყოს ადიაბატური პროცესისათვის, ე. ი. მუდმივი ენტროპიის პირობებში. ვინაიდან იდეალური გაზისათვის, ადიაბატური პროცესის დროს, ადგილი აქვს პუასონის განტოლებას:

$$pv^{\varkappa}=\text{const},$$

ადიაბატური შეკუმშვის მოდულისათვის მივიღებთ:

$$K_s=\varkappa\cdot p.$$

აქედან იდეალურ გაზებში ბგერის სიჩქარისათვის გვექნება:

$$c=\sqrt{\varkappa\frac{p}{\rho}}. \qquad \text{(XIV,21}^{\text{I}}\text{)}$$

ამ ფორმულას ლაპლასის ფორმულა ეწოდება.

გამოვთვალოთ, მაგალითისათვის, ბგერის სიჩქარე ჰაერში $T=273^\circ$, ე. ი. ცელსიუსის ნული გრადუსისათვის და ატმოსფერული წნევისათვის ($p=760\ mm\ Hg$). ვინაიდან ჰაერისათვის $\varkappa=1{,}4$, გამოთვლები გვაძლევს

$$c=333{,}2\ \frac{m}{sec}.$$

როგორც ვხედავთ, ცდასთან თანხვდენა ძალიან კარგია. შეიძლებოდა გვეფიქრა, რომ მცირე სიხშირეების შემთხვევაში, ე. ი. მაშინ, როდესაც შეკუმშვა და გაიშვიათება ძალიან ნელა მიმდინარეობს, სითხის ან გაზის ელემენტის ტემპერატურა მოასწრებს გაუტოლდეს გარეშე ელემენტების ტემპერატურას და შეკუმშვის და

გაფართოების პროცესი იქნება იზოთერმული და არა ადიაბატური. ამ შემთხვევაში ბგერათა სიჩქარე შემცირდება და მის გამოსათვლელად უნდა გვესარგებლა ნიუტონის ფორმულით. მაგრამ, როგორც ექსპერიმენტებით ირკვევა, ლაპლასის ფორმულა ძალაში რჩება ძალიან მცირე სიხშირეებისათვის, მაგ., მაშინაც კი, როცა $\nu = 6 - 7\frac{1}{sec}$.

ლაპლასის ფორმულის ცდით გამართლება ერთი მხრივ იმის მაჩვენებელია, რომ ბგერა მართლაც არის დეფორმაციის ტალღის გავრცელება მიკროსკოპულ სხეულში, მეორე მხრივ კი იმისა, რომ ეს დეფორმაციები ადიაბატური ხასიათისაა. შეკუმშვა და გაფართოება მიმდინარეობს იმდენად სწრაფად, რომ სხეულის ელემენტი ვერ ასწრებს მიიღოს ან გადასცეს გარემოს გამოყოფილი სითბო.

გამოვარკვიოთ ახლა, თუ რაზეა დამოკიდებული ბგერის სიჩქარე. განვიხილოთ ჯერ გაზების შემთხვევა და მივიღოთ, რომ გაზი იდეალურია. მაშინ ბგერის სიჩქარე მოცემულია ლაპლასის ფორმულით. იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლების თანახმად,

$$pv = \frac{1}{\mu} RT$$

ან

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{\mu} RT.$$

ლაპლასის ფორმულაში ჩასმა გვაძლევს:

$$c = \sqrt{\frac{\varkappa RT}{\mu}}. \qquad \text{(XIV,22)}$$

როგორც ვხედავთ, გაზში ბგერის სიჩქარე დამოკიდებულია ტემპერატურაზე, გაზის მოლეკულურ მასაზე და სითბოტევადობათა შეფარდებაზე. ერთისა და იმავე ტემპერატურის პირობებში ნაკლები მოლეკულური მასის მქონე გაზში ბგერის სიჩქარე უფრო მეტია, ვიდრე მეტი მოლეკულური მასის მქონე გაზში. (XIV,22) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ერთისა და იმავე გაზისათვის ბგერის სიჩქარე ტემპერატურიდან კვადრატული ფესვის პირდაპირპროპორციულია. ეს შედეგიც საკმაოდ ზუსტად არის შემოწმებული ცდით.

იმ შემთხვევაში, როდესაც გაზი საკმაოდ შეკუმშულია, ბგერის სიჩქარის გამოსათვლელად უნდა გამოვიყენოთ ვან-დერ-ვაალსის განტოლება. სათანადო მიახლოებით ფორმულას შემდეგი სახე აქვს:

$$c^2 = \varkappa \frac{p}{\rho} + \frac{p\left(b - \frac{2a}{T}\right)}{\rho(V-b)}.$$

ცხრილი 60

გაზი	t°C	$c\ \frac{m}{sec}$	გაზი	t°C	c
N_2	0	337,7	ჰაერი	0	331,45
	300	487,2		—10,9	326,1
	600	599,4		+100	386,5
	900	714,8			
			Ar	0	307,8
				300	551,1
O_2	0	316,2		1000	665,5
	—66,5	264,3			
	—137,5	210,1			
			CO_2	0	259,3
				100	300,9
H_2	0	1261,7		600	450,9

ვინაიდან მეორე წევრის მნიშვნელი ყოველთვის დადებითია, ბგერის სიჩქარე რეალურ გაზში იქნება მეტი ან ნაკლები, ვიდრე იდეალურ გაზში, იმისდა მიხედვით, თუ რომელი სიდიდეა მეტი, b თუ $\frac{2a}{T}$.

მაღალი ტემპერატურების შემთხვევაში $b > \frac{2a}{T}$, ამიტომაც $c^2 > \gamma \frac{p}{\rho}$. ეს შედეგიც შემოწმებული იყო ექსპერიმენტულად და მიღებულ იქნა კარგი თანხვდენა თეორიასთან.

სითხეებისათვის ბგერის სიჩქარე მოცემულია ფორმულით:

$$c = \sqrt{\frac{K_s}{\rho}}.$$

თუ შევადარებთ ერთსა და იმავე ნივთიერებას თხევად და გაზურ მდგომარეობაში, მივიღებთ, რომ თუმცა სითხის სიმკვრივე მეტია, ვიდრე გაზისა, მისი კუმშვის მოდულიც მეტია, ვიდრე გაზისა, და ვინაიდან გაზიდან სითხეში გადასვლის დროს შეკუმშვის მოდული უფრო მეტად იზრდება, ვიდრე სიმკვრივე, ბგერის სიჩქარე სითხეში მეტია, ვიდრე იმავე პირობებში მყოფი იმავე ნივთიერების გაზში. 61-ე ცხრილში მოყვანილია ბგერის სიჩქარის მნიშვნელობები სხვადასხვა სითხეში, რაც გამოთვლილია (XIV,21) ფორმულით და გაზომილია ცდით.

ცხრილი 61

სითხე	$c\frac{m}{sec}$ გაზ.	$c\frac{m}{sec}$ გამ.
წყალი	1424	1435
სპირტი	1243	1264
ეთერი	1132	1156

ამ შემთხვევაშიაც კარგი თანხვდენაა თეორიასა და ცდის შედეგებს.

შორის. ისე როგორც გაზების შემთხვევაში, ტემპერატურა გავლენას ახდენს ბგერის სიჩქარეზე. მისი ზრდა იწვევს ბგერის სიჩქარის ზრდას.

§ 115. ბგერის ტალღების ენერგია. ბგერის ინტენსივობა

განვიხილოთ ჯერ ბრტყელი ტალღის შემთხვევა. მივიღოთ, რომ ბრტყელი ტალღა ვრცელდება OX ღერძის გასწვრივ. მაშინ მისი განტოლება იქნება:

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right).$$

გამოვყოთ სივრცის მცირე $d\tau$ ელემენტი და გამოვთვალოთ ამ ელემენტში მყოფი სითხის ან გაზის ენერგია. ეს ენერგია შედგება ორი ნაწილისაგან: სითხის კინეტიკური და დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიებისაგან. გამოვითვალოთ ჯერ კინეტიკური ენერგია:

$$dE_k = \frac{1}{2} \rho v^2 d\tau,$$

ვინაიდან $\rho d\tau$ არის გამოყოფილი ელემენტის მასა, ხოლო v სიჩქარე.

დეფორმაციის ენერგიის გამოსათვლელად გამოვარკვიოთ, წნევის როგორი ცვლილება ხდება გამოყოფილ ელემენტში. კუმშვის კოეფიციენტის განსაზღვრის თანახმად,

$$\partial \varkappa = - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_s .$$

აქედან:

$$dp = - \frac{dv}{\varkappa v}$$

ან, თუ შემოვიღებთ სიმკვრივეს,

$$dp = \frac{d\rho}{\varkappa \rho}.$$

მაგრამ სიმკვრივის ფარდობითი ცვლილება ჩვენ აღვნიშნეთ σ ასოთი, ამიტომ dp-სათვის მივიღებთ:

$$dp = \frac{\sigma}{\varkappa}.$$

ასეთია წნევის ნაზრდი, რომელიც გამოწვეულია სიმკვრივის ფარდობითი ცვლილებით. ვთქვათ, σ შეიცვალა $d\sigma$ სიდიდით, მაშინ dp წნევა შეასრულებს მუშაობას:

$$dp\,d\sigma = \frac{\sigma}{\partial \varkappa} d\sigma.$$

σ-ს 0-დან გაზრდით შესრულებული მთელი მუშაობა მიიღება ინტეგრებით σ-ს მიმართ

$$dE_p = \int_0^{\sigma} \frac{\sigma}{\varkappa}\, d\sigma\, d\tau = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\varkappa}\, d\tau$$

ან, თუ შემოვიღებთ შეკუმშვის K მოდულს, მივიღებთ:

$$dE_p = \frac{1}{2} K\sigma^2\, d\tau.$$

აქედან $d\tau$ ელემენტში მყოფი სითხის ან გაზის ენერგიისათვის ბგერის გავრცელების დროს მივიღებთ:

$$dE = \frac{1}{2}\, \rho v^2\, d\tau + \frac{1}{2} K\sigma^2\, d\tau.$$

ვუწოდოთ ამ სიდიდეს ბგერის ტალღის ენერგია $d\tau$ ელემენტში. ბგერის ენერგიისათვის რაიმე სასრულ V მოცულობაში მივიღებთ:

$$E = \int_v \left\{ \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{2} K\sigma^2 \right\} d\tau.$$

შემოვიღოთ კიდევ ბგერის ენერგიის სიმკვრივის ცნება. ენერგიის სიმკვრივე ეწოდება მოცულობის ერთეულში მოთავსებული ენერგიის რაოდენობას. ბგერისათვის ეს სიდიდე ტოლია:

$$U = \frac{dE}{d\tau} = \frac{1}{2}\, \rho v^2 + \frac{1}{2} K\sigma^2. \qquad \text{(XIV,23)}$$

ბგერის ენერგიის საშუალებით შეიძლება გამოვითვალოთ ბგერის ინტენსივობა, ე. ი. ენერგიის რაოდენობა, რომელიც გადის გავრცელების მიმართულების მართობულად მოთავსებული ფართობის ერთეულში ერთი წამის განმავლობაში. აღვნიშნოთ ბგერის ინტენსივობა J ასოთი. ცხადია, რომ აღნიშნული ფართობის ერთეულში ერთი წამის განმავლობაში გაივლის ის ენერგია, რომელიც მოთავსებულია პრიზმში 1 cm^2 ფუძით და c სიმაღლით. ამიტომაც ბგერის ტალღების ინტენსივობისათვის მივიღებთ:

$$J = U \cdot c, \qquad \text{(XIV,24)}$$

ან, თუ გამოვიყენებთ წინა ფორმულას,

$$J = c \left\{ \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{2} K\sigma^2 \right\}.$$

ასეთია ბგერის ტალღების ინტენსივობის ზოგადი ფორმულა.

განვიხილოთ ახლა კერძო შემთხვევები. ვთქვათ, ტალღა ბრტყელია. მაშინ (XIV,16′) და (XIV,21′) ფორმულების თანახმად,

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2}\rho c_2 \sigma^2 = \frac{1}{2} K\sigma^2,$$

ე. ი. ბრტყელი ტალღის შემთხვევაში კინეტიკური ენერგია პოტენციალური ენერგიის ტოლია. (XIV,18) ფორმულის გამოყენება გვაძლევს:

$$U = \frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{1}{2} K\sigma^2 = K\sigma^2 =$$

$$= K\sigma_0^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{c}\right).$$

მიღებული შედეგები გვიჩვენებს, რომ ბრტყელი ტალღის შემთხვევაში კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიების ფაზები ტოლია, ასე რომ, ორივე ერთდროულად აღწევს მაქსიმუმსა და მინიმუმს. გამოვითვალოთ ენერგიის სიმკვრივის საშუალო მნიშვნელობა ერთი პერიოდის განმავლობაში. ამისათვის U გავამრავლოთ dt-ზე, მოვახდინოთ ინტეგრაცია 0-დან T-მდე და მიღებული შედეგი გავყოთ T-ზე, მივიღებთ:

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_0^T U\, dt = \frac{K\sigma_0^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{c}\right) dt,$$

ან ინტეგრაციის შემდეგ:

$$\overline{U} = \frac{1}{2} K\sigma_0^2.$$

ენერგიის საშუალო სიმკვრივე ამპლიტუდის კვადრატისა და შეკუმშვის მოდულის პროპორციულია.

ბრტყელი ტალღის შემთხვევაში ინტენსივობისათვის მივიღებთ:

$$J = Kc\sigma_0^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{c}\right).$$

საშუალო ინტენსივობისათვის გვექნება:

$$\overline{J} = \frac{1}{2} Kc\sigma_0^2. \qquad \text{(XIV,25)}$$

ჩვეულებრივად ინტენსივობას გამოხატავენ წნევის dp_0 მაქსიმალური ცვლილებით—წნევის რხევის ამპლიტუდით. ვინაიდან $dp_0 = K\sigma_0$, მივიღებთ:

$$\overline{J} = \frac{1}{2}\frac{c(dp_0)^2}{K} = \frac{1}{2}\frac{(dp_0)^2}{\rho c}.$$

შემდეგში ტალღების არეკვლის და გარდატეხის დროს ჩვენ შეგვხვდება ერთი ფრიად მნიშვნელოვანი სიდიდე, რომელიც ძალიან დიდ როლს ასრულებს ბგერის ტალღების გამოსხივების თეორიაში. ამ სიდიდის მისაღებად გამოვხატოთ ინტენსივობა სითხის ან გაზის ნაწილაკების სიჩქარის საშუალებით:

$$\overline{J} = \frac{K}{c}v^2 = \sqrt{K\cdot\rho}\,v^2.$$

$\sqrt{k\rho}$ კოეფიციენტს, რომელიც დამოკიდებულია ნივთიერების მდგომარეობასა და გვარობაზე, ეწოდება ნივთიერების აკუსტიკური წინააღმდეგობა. ჩვეულებრივად იგი R ასოთი აღინიშნება:

$$R = \sqrt{K\rho} = \frac{K}{c} = \rho c. \qquad \text{(XIV,26)}$$

ხშირად მას უწოდებენ აგრეთვე გამოსხივების წინააღმდეგობას. ეს სიდიდე მთლიანად განსაზღვრავს ნივთიერების აკუსტიკურ თვისებებს ბგერის ტალღების გავრცელების მხრივ.

განვიხილოთ ახლა ბგერის ენერგიისა და ინტენსივობის საკითხი სფერული ტალღებისათვის. მივიღოთ, რომ მანძილი წყაროდან დიდია ტალღის სიგრძესთან შედარებით. ამ შემთხვევაშიაც მივიღებთ, რომ ტალღის კინეტიკური ენერგია პოტენციალური ენერგიის ტოლია და ენერგიის სიმკვრივისათვის და ინტენსივობისათვის გვექნება:

$$U = K\sigma^2 = \frac{KA^2}{r^2}\sin^2\omega\left(t - \frac{r}{c}\right),$$

$$J = cK\sigma^2 = \frac{cKA^2}{r^2}\sin^2\omega\left(t - \frac{r}{c}\right).$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ სფერული ტალღების შემთხვევაში როგორც ენერგიის სიმკვრივე, ისე ინტენსივობა მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია.

მაშასადამე, წერტილოვანი წყაროს მიერ წარმოშობილი ბგერის ინტენსივობა კლებულობს მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულად. ეს სრულიად გასაგებია, ვინაიდან მანძილის ზრდასთან ერთად იზრდება ტალღის ზედაპირი და ტალღის ენერგია ნაწილდება სულ უფრო და უფრო დიდ ფართობზე. ენერგიის საშუალო სიმკვრივისა და ინტენსივობისათვის გვექნება:

$$\overline{U} = \frac{KA^2}{2r^2},$$

$$\overline{J} = \frac{KcA^2}{2r^2}.$$

სრული ენერგიისათვის, რომელსაც ერთ წამში გამოასხივებს წერტილოვანი წყარო, მივიღებთ:

$$W = \int_S \overline{J} d\sigma = 2\pi KcA^2.$$

სფერული ტალღების შემთხვევაშიაც შეიძლება გამოვხატოთ ინტენსივობა აკუსტიკური წინააღმდეგობის საშუალებით. მართლაც, ვინაიდან შორი მანძილებისათვის $v = c\sigma$, მივიღებთ:

$$\overline{J} = \frac{K}{c} v^2 = Rv^2,$$

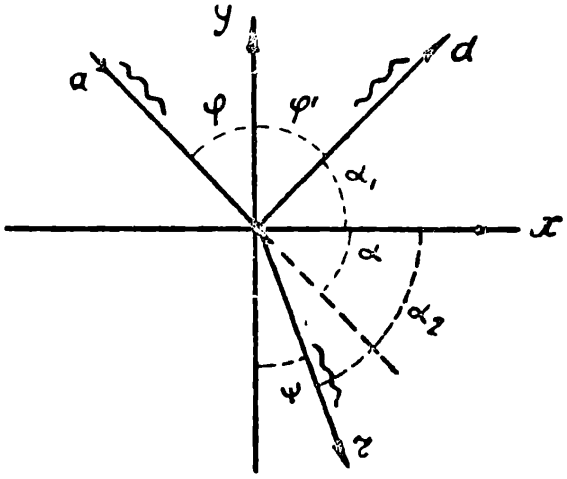
ე. ი. ისეთსავე ფორმულას, როგორსაც ბრტყელი ტალღისათვის.

§ 116. ბგერის არეკვლა და გარდატეხა

წინა პარაგრაფებში განხილული იყო ბგერის გავრცელება ერთგვაროვან გარემოში. მაგრამ ძალიან ხშირად ბგერის ტალღები თავისი გავრცელების დროს ხვდება საზღვარს, რომელიც ყოფს ერთ გარემოს მეორისაგან. ამ საზღვარზე გარემოს ფიზიკური თვისებები იცვლება ნახტომით და სიმკვრივის, დრეკადობისა და სხვა სიდიდეების ეს ცვლილება იმდენად მცირე მანძილზე ხდება, რომ გამყოფი საზღვარი შეიძლება ზედაპირად ჩავთვალოთ. ცდები და თეორია გვიჩვენებს, რომ ასეთ გამყოფ ზედაპირზე დაცემის დროს ჩნდება ახალი ტალღები. ერთი მათგანი ბრუნდება ისევ პირველ გარემოში, მხოლოდ მისი გავრცელების მიმართულება განსხვავდება დაცემული ტალღის მიმართულებისაგან. ამ ტალღას ეწოდება არეკლილი ტალღა. მეორე ტალღა ვრცელდება უკვე მეორე გარემოში და მისი გავრცელების მიმართულებაც განსხვავდება დაცემული ტალღის მიმართულებისაგან. მას ეწოდება გარდატეხილი ტალღა. ცხადია, რომ დაცემული ტალღის ენერგია ნაწილდება არეკლილ და გარდატეხილ ტალღებს შორის.

არეკვლისა და გარდატეხის კანონების გამოსაყვანად განვიხილოთ მარტივი შემთხვევა, როდესაც დაცემული ტალღა ბრტყელია. ორი გარემოს გამყოფი ზედაპირიც სიბრტყედ ჩავთვალოთ და კოორდინატთა სისტემა ისე ავარჩიოთ, რომ გამყოფი სიბრტყე XOZ სიბრ-

ტყესთან თანხვდენილი იყოს. მივიღოთ აგრეთვე, რომ დაცემული ტალღის გავრცელების მიმართულება OZ ღერძის მართობულია, ე. ი. მოთავსებულია XOY სიბრტყეში. სიბრტყეს, რომელიც გავლებულია დაცემული ტალღის მიმართულებაზე გამყოფი ზედაპირის მართობულად, დაცემის სიბრტყე ეწოდება. ჩვენს შემთხვევაში ეს არის XOY სიბრტყე (ნახ. 226). აღვნიშნოთ პირველი გარემოს სიმკვრივე და კუმშვის მოდული ასოებით ρ_1 და K_1, ბგერის სიჩ-



ნახ. 226.

ქარე კი—c_1-ით. სათანადო სიდიდეები მეორე გარემოსათვის იყოს ρ_2, K_2 და c_2. ვინაიდან ბრტყელი ტალღის შემთხვევაში ნაწილაკების სიჩქარე სიმკვრივის ცვლილების პროპორციულია, ტალღის განტოლება შეიძლება დაიწეროს ნაწილაკის სიჩქარისათვის:

$$v = v_0 \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}{c} \right).$$

თუ ნაწილაკის სიჩქარეს დაცემულ ტალღაში აღვნიშნავთ v_a-თი, ხოლო ამპლიტუდას—v_{a_0}-ით, მივიღებთ:

$$v_a = v_{a_0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_1 + y \cos \beta_1}{c_1} \right),$$

ვინაიდან პირობის თანახმად $\cos \gamma = 0$.

სრულიად ანალოგიურად დაიწერება არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების განტოლებები; არეკლილისათვის:

$$v_r = v_{r_0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha'_1 + y \cos \beta'_1}{c_1} \right),$$

გარდატეხილისათვის:

$$v_d = v_{d0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_2 + y \cos \beta_2}{c_2} \right).$$

ამ განტოლებებში შემავალი (α_1, β_1), (α'_1, β'_1) და (α_2, β_2) კუთხეები ის კუთხეებია, რომლებსაც ადგენენ დაცემული, არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების მიმართულებანი OX და OY ღერძებთან.

გამოვარკვიოთ, რა პირობები უნდა იქნეს შესრულებული გამყოფ ზედაპირზე იმისათვის, რომ არ მოხდეს გარემოთა გაწყვეტა, ე. ი. რომ დეფორმაციის მდგომარეობა იცვლებოდეს უწყვეტად ერთი გარემოდან მეორეში გადასვლის დროს. ეს იმას ნიშნავს, რომ გამყოფი ზედაპირის წერტილების გადანაცვლება, სიჩქარე ან სიმკვრივის ცვლილება ზედაპირზე უნდა იყოს ერთი და იგივე იმისაგან დამოუკიდებლად, თუ რომელი გარემოს დეფორმაციით არის გამოწვეული ეს გადანაცვლება, სიჩქარე და სხვ., პირველით თუ მეორით. ამ პირობას უწყვეტობის პირობა ვუწოდოთ. გამოვიყენოთ ეს პირობა სიჩქარისა და წნევისათვის. გამყოფი ზედაპირისათვის ტალღების ფორმულები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$v_a = v_{a0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_1}{c_1} \right),$$

$$v_r = v_{r0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha'_1}{c_1} \right),$$

$$v_d = v_{d0} \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_2}{c_2} \right).$$

უწყვეტობის პირობის თანახმად, გამყოფ ზედაპირზე მყოფი წერტილის სიჩქარე OY-ის გასწვრივ, რომელიც გამოწვეულია პირველი გარემოს დეფორმაციით, მეორე გარემოს დეფორმაციით გამოწვეული სიჩქარის ტოლია. ეს პირობა რომ არ იყოს შესრულებული, მოხდება ერთი გარემოს მოწყვეტა მეორესაგან. ამ პირობიდან მივიღებთ:

$$v_a \cos \varphi + v_r \cos \varphi' = v_d \cos \psi$$

ან წინა ფორმულების გამოყენებით:

$$v_{a0} \cos \varphi \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_1}{c_1} \right) + v_{r0} \cos \varphi' \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha'_1}{c_1} \right) =$$

$$= v_{d0} \cos \psi \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha_2}{c_2} \right).$$

ვინაიდან ეს პირობა შესრულებული უნდა იყოს t-ს და x-ის ყოველგვარი ნიშნულობისათვის, sinus-ების არგუმენტები ტოლი უნდა იყოს. აქედან მივიღებთ

$$\frac{\cos\alpha_1}{c_1}=\frac{\cos\alpha'_1}{c_1}=\frac{\cos\alpha_2}{c_2}.$$

პირველი ტოლობა გვაძლევს:

$$\cos\alpha_1=\cos\alpha_1',$$

ან, რადგანაც α_1' არ შეიძლება ბლაგვი იყოს (წინააღმდეგ შემთხვევაში არეკლილი ტალღა არ გვექნებოდა):

$$\alpha_1=\alpha_1'$$

და, ვინაიდან $\alpha_1=\frac{\pi}{2}-\varphi$ და $\alpha_1'=\frac{\pi}{2}-\varphi_1'$, მივიღებთ:

$$\varphi=\varphi',$$

ე. ი. დაცემის კუთხე არეკვლის კუთხის ტოლია.

მეორე ტოლობიდან გვექნება:

$$\frac{\cos\alpha_1'}{c_1}=\frac{\cos\alpha_2}{c_2},$$

ან, რადგანაც $\alpha_1'=\alpha_1=\frac{\pi}{2}-\varphi$ და $\alpha_2=\frac{\pi}{2}-\psi$,

$$\frac{\sin\varphi}{c_1}=\frac{\sin\psi}{c_2},$$

აქედან

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}=\frac{c_1}{c_2}. \qquad (XIV,27)$$

დაცემისა და გარდატეხის კუთხეების სინუსების შეფარდება სიჩქარეთა შეფარდების ტოლია და ვინაიდან უკანასკნელი შეფარდება არ არის დამოკიდებული დაცემის კუთხეზე, არც მარცხენა ნაწილი იქნება დამოკიდებული ამ კუთხეზე.

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ ნაწილდება დაცემული ტალღის ენერგია არეკლილ და გარდატეხილ ტალღებს შორის. ამისათვის გამოვიყენოთ წნევის უწყვეტობის პირობა. ვინაიდან დაცემული ტალღა მიმართულია ზედაპირისაკენ, ხოლო არეკლილი და გარდატეხილი კი—ზედაპირიდან, უწყვეტობის პირობა მოგვცემს:

$$\delta p_a=\delta p_r+\delta p_d.$$

ან, თუ წნევის ცვლილებას გამოვხატავთ ნაწილაკის სიჩქარის საშუალებით,

$$R_1 v_a - R_1 v_r = R_2 v_d .$$

რადგანაც სიჩქარის გამოსახულებაში მდგომი პერიოდული მამრავლი ერთი და იგივეა, სამივე ტალღისათვის შეიძლება დავწეროთ:

$$(v_{a0} + v_{r0}) \cos \varphi = v_{d0} \cos \psi,$$

$$(v_{a0} - v_{r0}) R_1 = v_{d0} R_2 .$$

მეორე განტოლების პირველზე გაყოფით მივიღებთ:

$$\frac{v_{d0} - v_{r0}}{v_{d0} + v_{r0}} = \frac{R_2 \cos \varphi}{R_1 \cos \psi} .$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\frac{v_{r0}}{v_{a0}} = r,$$

მივიღებთ:

$$\frac{1 - r}{1 + r} = \frac{R_2 \cos \varphi}{R_1 \cos \psi} .$$

მარტივი გარდაქმნების შემდეგ გვექნება:

$$r = \frac{R_1 \cos \psi - R_2 \cos \varphi}{R_2 \cos \varphi + R_1 \cos \psi} . \qquad \text{(XIV,28)}$$

ანალოგიურად მივიღებთ შეფარდებისათვის

$$d = \frac{v_{d0}}{v_{a0}}$$

გამოსახულებას

$$d = \frac{2 R_1 \cos \varphi}{R_2 \cos \varphi + R_1 \cos \psi} . \qquad \text{(XIV,29)}$$

ეს ფორმულები გვაძლევს საშუალებას გამოვითვალოთ არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების ამპლიტუდები, თუ ცნობილია დაცემული ტალღის ამპლიტუდა და დაცემის და გარდატეხის კუთხეები.

განვიხილოთ ახლა არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების ენერგიის საკითხი. ავიღოთ დაცემული ტალღის ზედაპირის S ფართობი და გამოვითვალოთ მასში გამავალი ენერგიის რაოდენობა. ვინაიდან დაცემული ტალღის ინტენსივობა არის $\frac{1}{2} R_1 v_{a0}^2$, საძიებელი ენერგიის რაოდენობისათვის მივიღებთ:

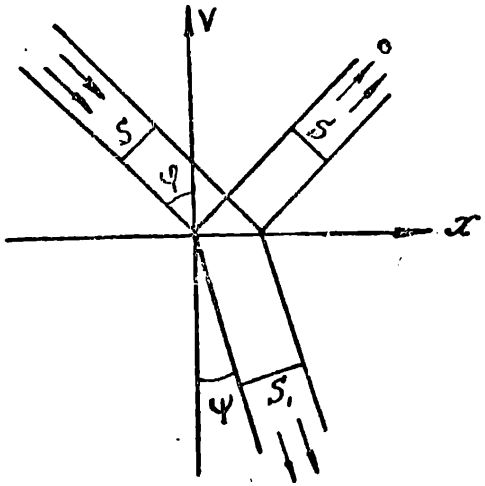
$$E_a = \frac{1}{2} S R_1 v_{a0}^2 .$$

ვინაიდან არეკლილ ტალღაში დაცემული ტალღის ზედაპირის S ფართობს ეთანადება ტოლი ფართობი, სათანადო ენერგიისათვის მივიღებთ:

$$E_r = \frac{1}{2} S R_1 v_{r0}^2.$$

გარდატეხილ ტალღაში დაცემული ტალღის S ფართობს ეთანადება ფართობი (ნახ. 227)

$$S_1 = S \cdot \frac{\cos\psi}{\cos\varphi}.$$



ნახ. 227.

გარდატეხილი ტალღის ენერგიისათვის მივიღებთ

$$E_d = \frac{1}{2} S R_2 v_{d0}^2 \frac{\cos\psi}{\cos\varphi}.$$

შეფარდებას $\frac{E_r}{E_d} = \eta$, რომელიც გვიჩვენებს დაცემული ტალღის ენერგიის რა ნაწილი აირეკლება ზედაპირიდან, ეწოდება არეკვლის კოეფიციენტი. ამ სიდიდისათვის წინა ფორმულები გვაძლევს:

$$\eta = r^2 = \left[\frac{R_1 \cos\psi - R_2 \cos\varphi}{R_1 \cos\psi + R_2 \cos\varphi}\right]^2. \qquad \text{(XIV,30)}$$

ენერგიის დანარჩენი ნაწილი გადადის მეორე გარემოში და გვაძლევს გარდატეხილ ტალღას. ეს ნაწილი განისაზღვრება შეფარდებით

$\frac{E_d}{E_a}=\zeta$, რომელსაც ეწოდება გარდატეხის კოეფიციენტი. წინა ფორმულების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\zeta=d^2\frac{R_1\cos\psi}{R_1\cos\varphi}=\frac{4R_1R_2\cos\varphi\cos\psi}{[R_1\cos\psi+R_2\cos\varphi]}. \qquad \text{(XIV,31)}$$

ცხადია, რომ

$$\mu+\zeta=1,$$

ვინაიდან არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების ენერგიების ჯამი დაცემული ტალღის ენერგიის ტოლია.

მიღებული შედეგი ძალიან მარტივდება იმ შემთხვევაში, როდესაც ტალღა გამყოფ ზედაპირს ნორმალურად ეცემა. ამ შემთხვევაში $\varphi=\psi=0$ და გამოყვანილი ფორმულები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$r=\frac{R_1-R_2}{R_1+R_2},$$

$$d=\frac{2R_1}{R_1+R_2},$$

$$\eta=\left[\frac{R_1-R_2}{R_1+R_2}\right]^2,$$

$$\zeta=\frac{4R_1R_2}{[R_1+R_2]^2}.$$

ახლა გავარჩიოთ მიღებული შედეგები. სიმარტივისათვის განვიხილოთ ნორმალური დაცემის შემთხვევა. მივიღოთ, რომ $R_2>R_1$, ე. ი. მეორე გარემოს აკუსტიკური წინააღმდეგობა პირველი გარემოს აკუსტიკურ წინააღმდეგობაზე მეტია. მაშინ წინა ფორმულებიდან მივიღებთ $r<0$, ე. ი. v_{v_0}-სა და v_{a_0}-ს საწინააღმდეგო მიმართულება აქვს. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ მეტი აკუსტიკური წინააღმდეგობის მქონე სხეულის ზედაპირიდან არეკვლის დროს ნაწილაკის სიჩქარის ფაზა π სიდიდით იცვლება. ვინაიდან არეკლილი ტალღის შემთხვევაში $\delta p=-cpv$, წნევის ცვლილების ფაზა არ იცვლება. თუ არეკვლა ხდება ნაკლები აკუსტიკური წინააღმდეგობის მქონე სხეულის ზედაპირიდან, ე. ი. თუ $R_2<R_1$, მაშინ $r>0$ და v_{v_0} და v_{a_0} ერთი და იმავე ნიშნისაა. ამიტომაც ამ შემთხვევაში სიჩქარის ფაზა არ იცვლება, სამაგიეროდ წნევის ცვლილების ფაზა იცვლება π სიდიდით. ცხადია, რომ გარდატეხილი ტალღის ფაზა ისეთივეა, როგორიც დაცემულის, ვინაიდან d ყოველთვის დადებითია და $\delta p=cpv$.

განვიხილოთ მაგალითისათვის ბგერის არეკვლა და გარდატეხა ჰაერისა და წყლის გამყოფ ზედაპირზე, როდესაც დაცემული ტალღა ჰაერიდან მოდის. ჰაერისათვის $R_1=42{,}9$, წყლისათვის $R_2=1{,}45\cdot 10^5$, აქედან არეკვლის კოეფიციენტისათვის მივიღებთ: $\eta=0{,}999$. როგორც ვხედავთ, ბგერის ენერგიის უმეტესი ნაწილი აირეკლება.

ცხრილი 62

ნივთიერება	R	ნივთიერება	R
Al	13,8 · 10^5	ფოლადი	39,3 10^5
ხე	2—4 10^5	წყალი	1,45 10^5
Fe	39,2 . 10^5	ვერცხლისწყალი	19 . 10^5
Cu	30,7 . 10^5	ჰაერი	42,9
ბგური	6,6 10^5	O_2	45,2
ყინული	2,9 . 10^5	N_2	11,3

62-ე ცხრილში მოყვანილია აკუსტიკური წინააღმდეგობის მნიშვნელობები სხვადასხვა ნივთიერებისათვის.

§ 117. ბგერის შთანთქმა და დისპერსია

ჩვენ ვნახეთ, რომ ერთგვაროვან გარემოში გავრცელების დროს ბრტყელი ტალღის ამპლიტუდა უცვლელი რჩება და, ვინაიდან ენერგია ამპლიტუდის კვადრატის პროპორციულია, ისიც უცვლელი იქნება. ეს იმას ნიშნავს, რომ ერთგვაროვან გარემოში გავრცელების დროს არ ხდება ბგერის ენერგიის გადასვლა ენერგიის სხვა სახეებში. ეს შედეგი მართებულია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ჩვენ არ ვიღებთ მხედველობაში სითბოგამტარობას, სიბლანტეს, გამოსხივებასა და სხვა მოვლენებს, რომელთაც ადგილი აქვთ ბგერის გავრცელების დროს. მართლაც, ბგერის ტალღის განტოლების გამოყვანისა და გარჩევის დროს ჩვენ ვთვლიდით, რომ გარემო არაბლანტი სითხეა ან გაზი. სინამდვილეში კი ყოველ სითხესა და გაზს ახასიათებს სიბლანტე, ასე რომ, ფენების ურთიერთგადაადგილების დროს დეფორმაციის ენერგიის ნაწილი იხარჯება სიბლანტის ძალების წინააღმდეგ შესრულებულ მუშაობაზე და სითბოს სახით გამოიყოფა. გარდა ამისა, სითხის ან გაზის ელემენტის შეკუმშვის დროს გამოყოფილი სითბო არ რჩება მთლიანად ამ ელემენტში, მისი ნაწილი გადაეცემა მეზობელ ნაწილებს სითბოგამტარობისა და გამოსხივების გზით. ყველა ეს პროცესი იწვევს ბგერის ენერგიის ნაწილის გადასვლას სითბურ ენერგიაში ისე, რომ ბგერის

გავრცელებასთან ერთად ხდება მისი ინტენსივობის შემცირება. ამ მოვლენას ბგერის შთანთქმა ეწოდება.

ვთქვათ, ბგერის ტალღა ვრცელდება Ox ღერძის გასწვრივ. აღვნიშნოთ σ ასოთი ბგერის ამპლიტუდა წერტილში, რომლის კოორდინატა არის x. dx მანძილზე გავრცელების შემდეგ ამპლიტუდა შემცირდება და გახდება $\sigma - d\sigma$. როგორც გვიჩვენებს ცდა და, აგრეთვე, თეორია, ამპლიტუდის შემცირება $-d\sigma$ საწყისი ინტენსივობისა და dx მანძილის პირდაპირპროპორციულია, ე. ი.

$$-d\sigma = \alpha\sigma dx, \qquad (IV,32)$$

სადაც α არის პროპორციულობის კოეფიციენტი. მას ეწოდება შთანთქმის კოეფიციენტი. ამ განტოლების ინტეგრაციით მივიღებთ:

$$ln\,\sigma = -\alpha x + lnc,$$

სადაც c არის ინტეგრაციის მუდმივა. თუ ამპლიტუდას $x=0$ წერტილში აღვნიშნავთ σ_0-ით, მივიღებთ, რომ $c=\sigma_0$, და წინა განტოლება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\alpha x}. \qquad (XIV,32^1)$$

ვინაიდან ბგერის ინტენსივობა ამპლიტუდის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია, მივიღებთ:

$$J = J_0 e^{-2\alpha x}.$$

ეს ფორმულები გვიჩვენებს, რომ როგორც ამპლიტუდა, ისე ინტენსივობა ბგერის გავრცელების დროს კლებულობს მაჩვენებლიანი კანონით. შთანთქმის კოეფიციენტი გვიჩვენებს, თუ რამდენად სწრაფად ხდება ეს შემცირება. ვთქვათ, $x=\frac{1}{\alpha}$, მაშინ σ-სათვის მივიღებთ:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{e},$$

ე. ი. α არის იმ მანძილის შებრუნებული სიდიდე, რომლის გავლის შემდეგ ბგერის ამპლიტუდა მცირდება e-ჯერ. შთანთქმის α კოეფიციენტი დამოკიდებულია ნივთიერების სიბლანტეზე, სითბოგამტარობაზე და ბგერის სიხშირეზე. როგორც გამოთვლები გვიჩვენებს, α სიხშირის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია ანუ ტალღის სიგრძის კვადრატის უკუპროპორციულია. ეს იმას ნიშნავს, რომ ყველაზე უფრო ძლიერად მოკლე ტალღები შთაინთქმება.

ცხადია, რომ შთანთქმის კოეფიციენტი შეიძლება დაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\alpha = \frac{A}{2\lambda^2},$$

ვინაიდან სიხშირე ტალღის სიგრძის უკუპროპორციულია. A არის ტალღის სიგრძისაგან დამოუკიდებელი სიდიდე. იგი დამოკიდებულია გარემოს ფიზიკურ თვისებებზე. ბგერის ინტენსიობისათვის მივიღებთ:

$$J = J_0 e^{-\frac{A}{\lambda^2} x}.$$

ახლა გამოვარკვიოთ, რამდენად ეთანხმება თეორიისა და ცდის შედეგები ერთმანეთს. თუ თეორიული ფორმულების მიხედვით გამოვითვლით A კოეფიციენტს, ჰაერისათვის მივიღებთ:

$$A = 0{,}00033 \text{ cm}$$

მაშინ, როდესაც ცდების მიხედვით,

$$A = 0{,}00073 \text{ cm}.$$

როგორც ვხედავთ, ცდით მიღებული შთანთქმის კოეფიციენტი ორჯერ მეტია, ვიდრე თეორიული, ე. ი. თეორია იძლევა ძალიან მცირე შთანთქმის კოეფიციენტს. ეს შედეგი იმის მაჩვენებელია, რომ, შინაგანი ხახუნის, სითბოგამტარობისა და გამოსხივების გარდა, არსებობს რაღაც პროცესი, რომელიც იწვევს ბგერის დამატებით შთანთქმას. ინგლისელმა ფიზიკოსმა ჯინსმა პირველად აღნიშნა 1904 წელს, რომ დამატებითი შთანთქმის მიზეზი უნდა ვეძიოთ მოლეკულების დაჯახების დროს ენერგიის გადაცემის პროცესში. ეს აზრი განავითარეს და მათემატიკურად დაამუშავეს აინშტაინმა, კნეზერმა და სხვებმა, რის შედეგად შეიქმნა ბგერის შთანთქმის და მასთან დაკავშირებული დისპერსიის თეორია. ჩვენ შევეცდებით ძალიან მოკლედ და რაც შეიძლება თვალსაჩინოდ გავარჩიოთ ამ თეორიის ფიზიკური საფუძვლები.

ამისათვის დავუბრუნდეთ ბგერის სიჩქარის საკითხს. (XIV,21) ფორმულის თანახმად, ბგერის სიჩქარე გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S.$$

S ნიშნაკი გვიჩვენებს, რომ გაზის შეკუმშვის პროცესი ადიაბატურია. ჩვენი მიზნისათვის უფრო ხელსაყრელია ამ ფორმულის დაწერა შემდეგი სახით:

$$c^2 = \frac{1}{\rho}\left\{p - \frac{\partial (pv)}{\partial v}\right\}_S$$

ან, თუ განვიხილავთ იდეალურ გაზს,

$$c^2=\frac{1}{\rho}\left\{p-\frac{R}{\mu}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S\right\}.$$

ამ გამოსახულებაში წარმოებული $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S$ გამოხატავს გაზის ტემპერატურის ცვლილებას მისი კუთრი მოცულობის ერთი ერთეულით შეცვლის დროს. ადიაბატური პროცესის განტოლებიდან $Tv^{\gamma-1}=$ $=\text{const}$ მივიღებთ $c^2=\gamma\frac{p}{\rho}$, ე. ი. ლაპლასის ფორმულას. მაგრამ, როგორც ახლა ვნახავთ, ეს შედეგი არ არის სავსებით სწორი. მართლაც, განვიხილოთ დეტალურად, როგორ ხდება გაზის გათბობა სწრაფი შეკუმშვის შედეგად. გაზის შეკუმშვის დროს სრულდება მუშაობა, რომელიც იხარჯება მოლეკულების კინეტიკური ენერგიის გაზრდაზე. სტატისტიკური ფიზიკის კანონების თანახმად, ენერგიის ეს რაოდენობა თანაბრად ნაწილდება ყველა თავისუფლების ხარისხს შორის. მაგრამ ენერგიის თანაბრად განაწილება ხდება მხოლოდ სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში, რომელიც თავისი დამყარებისათვის მოითხოვს გარკვეულ დროს და, თუ განმეორებითი შეკუმშვანი ძალიან სწრაფად მისდევს ერთმანეთს, გაზი არ იქნება სტატისტიკური წონასწორობის მდგომარეობაში. ამიტომაც მისდამი შეუძლებელი იქნება თერმოდინამიკის კანონების გამოყენება. ჩვენ ვიცით, რომ მრავალატომიანი გაზის მოლეკულას აქვს შემდეგი სახის თავისუფლების ხარისხები: 1) გადატანითი, 2) რხევითი და 3) ბრუნვითი. ცხადია, რომ შეკუმშვის მომენტში დახარჯული ენერგია გადაეცემა მხოლოდ გადატანით თავისუფლების ხარისხებს, რხევითი და ბრუნვითი ძრაობების ენერგიის გაზრდა კი მოხდება თანდათანობით, ვინაიდან გადატანითი ენერგიის გადასვლა ბრუნვისა და რხევის თავისუფლების ხარისხებზე ხდება მოლეკულების დაჯახებებით, რისთვისაც საჭიროა გარკვეული დრო. აქედან ცხადია, რომ იმის მიხედვით, თუ როგორია ბგერის სიხშირე, მივიღებთ სხვადასხვა შედეგს. ჯერ ვთქვათ, რომ ბგერის სიხშირე იმდენად მცირეა, რომ გაზის ადმი გადაცემული ენერგია ასწრებს განაწილდეს ყველა თავისუფლების ხარისხს შორის. ამ შემთხვევაში სითბოტევადობებს ექნება ჩვეულებრივი მნიშვნელობანი c_p და c_v. γ-ც ისეთი იქნება, როგორსაც კინეტიკური თეორია გვაძლევს. თუ სიხშირე თანდათან გაიზრდება, ენერგია ვერ მოასწრებს განაწილდეს თანაბრად ყველა თავისუფლების

ხარისხს შორის, სახელდობრ რხევითს და ბრუნვითს [1] თავისუფლების ხარისხებს ექნება უფრო ნაკლები ენერგია, ვიდრე გადატანითს; და, რადგანაც გაზის ტემპერატურა გადატანითი ენერგიის საშუალო მნიშვნელობების პროპორციულია, შეკუმშვა გამოიწვევს ტემპერატურის მეტ გაზრდას, ვიდრე მცირე სიხშირეების შემთხვევაში. ეს შედეგი შეიძლება კიდევ ასე გამოვთქვათ: მეტი სიხშირის ბგერას ეთანადება ნაკლები სითბოტევადობა. სიხშირის შემდგომი გაზრდა კიდევ გამოიწვევს სითბოტევადობის შემცირებას და, ბოლოს, ძალიან დიდი სიხშირის ბგერისათვის სითბოტევადობა ისეთი იქნება, თითქოს გაზი ერთატომიანი იყოს, ე. ი. თითქოს გაზის მოლეკულებს ჰქონდეს მხოლოდ გადატანითი თავისუფლების ხარისხები. ცხადია, რომ სითბოტევადობის უდიდესი ცვლა გვექნება იმ შემთხვევაში, როდესაც ბგერის რხევის პერიოდი იმავე რიგისაა, როგორისაც გადატანითი ენერგიის რხევის თავისუფლების ხარისხებზე გადაცემის დრო.

ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ ბგერის გავრცელების სიჩქარე დამოკიდებულია სიხშირეზე, ვინაიდან სიხშირის შეცვლა იწვევს სითბოტევადობის შეცვლას, ხოლო უკანასკნელი კი საზღვრავს გაზის ელემენტის ტემპერატურის ცვლილებას შეკუმშვის დროს, ე. ი. სიდიდეს $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S$.

კნეზერის მიერ ჩატარებული გაზომვებით დადასტურდა თანხვედნა თეორიასა და ექსპერიმენტებს შორის. ეს თანხვედნა გვაძლევს საბუთს ვიფიქროთ, რომ ზემომოყვანილი თეორიის საფუძვლები ახლოა სინამდვილესთან. ამ თეორიის ძირითადი შედეგი მდგომარეობს იმ ფაქტის აღმოჩენაში, რომ ბგერის სიჩქარე არის სიხშირის ფუნქცია: $c = c(\omega)$. მეორე მხრივ, ჩვენ ვიცით, რომ ბგერის გარდატეხის მაჩვენებელი ერთი გარემოდან მეორეში გადასვლის დროს სიჩქარეთა შეფარდების $\frac{c_1}{c_2}$ ტოლია. ამიტომ გარდატეხის მაჩვენებელიც დამოკიდებული იქნება სიხშირეზე, ე. ი. სხვადასხვა სიხშირის ბგერები სხვადასხვა კუთხით გარდატყდება. ყოველივე ეს გვაძლევს საბუთს ამ მოვლენას (სიჩქარის დამოკიდებულებას სიხშირეზე) ბგერის დისპერსია ვუწოდოთ, ისევე, როგორც ანალოგიურ მოვლენას ოპტიკაში სინათლის დისპერსია ეწოდება.

[1] როგორც ცდებით ირკვევა, CO_2 მოლეკულის შემთხვევაში კუმშვის ენერგია ძალიან სწრაფად ნაწილდება გადატანითს და ბრუნვითს თავისუფლების ხარისხებს შორის, ასე რომ, სითბოტევადობის ცვალებადობაში მთავარ როლს ასრულებს ენერგიის გადაცემა რხევის თავისუფლების ხარისხებზე.

გამოვარკვიოთ ახლა, რა კავშირი აქვს ბგერის დისპერსიის მოვლენას ბგერის შთანთქმასთან. განვიხილოთ სამი შემთხვევა:

1) ვთქვათ, სიხშირე იმდენად მცირეა, რომ გაზის ელემენტი ყოველ მომენტში წონასწორობაშია თავისუფლების ხარისხებს შორის ენერგიის განაწილების მხრივ. შეკუმშვის დროს მიღებული ენერგიის ნაწილი გადაეცემა რხევის თავისუფლების ხარისხებს, ხოლო გაფართოების დროს უბრუნდება გარეშე ელემენტებს ისევ მუშაობის სახით.

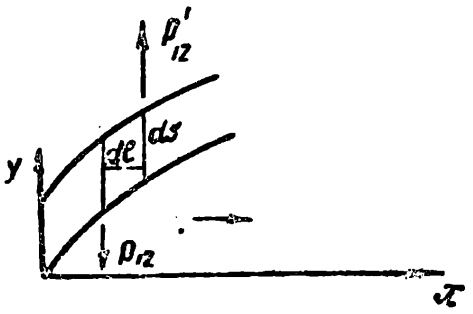
2) სიხშირე ახლოა დისპერსიის ცენტრთან, ე. ი. სიხშირესთან, რომელსაც ეთანადება უდიდესი დისპერსია. ელემენტის მიერ შეკუმშვის დროს მიღებული ენერგიის ნაწილი (ნაკლები, ვიდრე წინა შემთხვევაში) გადაეცემა რხევის თავისუფლების ხარისხებს, მაგრამ შემდგომი გაფართოება იმდენად სწრაფად ხდება, რომ მთელი ეს ენერგია ველარ ასწრებს დაუბრუნდეს გარემოს მუშაობის სახით. იგი რჩება აღნიშნულ თავისუფლების ხარისხებს და თანდათანობით ნაწილდება ყველა თავისუფლების ხარისხს შორის, ე. ი. იქცევა სითბოდ. როგორც ვხედავთ, ამ შემთხვევაში ბგერის ენერგიის ნაწილი გადადის სითბოში, ე. ი. ადგილი აქვს ბგერის შთანთქმას.

3) სიხშირე დიდია დისპერსიის სიხშირესთან შედარებით. ამ შემთხვევაში შეკუმშვა და გაიშვიათება იმდენად სწრაფად ხდება, რომ შესრულებული მუშაობა ვერ ასწრებს გადაეცეს შინაგან (რხევის) თავისუფლების ხარისხებს და ამიტომ შთანთქმასაც არა აქვს ადგილი. როგორც ვხედავთ, შთანთქმა დამოკიდებულია სიხშირეზე და ის აღწევს მაქსიმუმს დისპერსიის ცენტრის სათანადო სიხშირისათვის.

§ 118. დეფორმაციების გავრცელება მყარ სხეულებში

მყარი სხეულების მექანიკური თვისებების განხილვის დროს ჩვენ გამოვარკვიეთ, რომ მყარი სხეულის ყოველი დეფორმაცია შეიძლება დავშალოთ მოცულობის და ფორმის დეფორმაციებად, რომლებიც ხასიათდებიან კუმშვის მოდულითა K და ძვრის მოდულით G. ამიტომაც ჩვენ ცალ-ცალკე განვიხილავთ ამ ორ დეფორმაციას და გამოვარკვევთ, როგორ ვრცელდებიან ისინი მყარ სხეულში. ცხადია, რომ მყარი სხეულის მოლეკულების ურთიერთქმედების გამო რომელიმე ერთ ადგილას გაჩენილი დეფორმაცია გადაეცემა დანარჩენ ნაწილებს და ამ გადაცემის სიჩქარე დამოკიდებული იქნება მყარი სხეულის მექანიკურ თვისებებზე, სახელდობრ K და G სიდიდეებზე.

ა) **ძვრის დეფორმაციის გავრცელება—განივი ტალღები.** სიმარტივისათვის განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ძვრა ხდება YOZ სიბრტყეში, OY ღერძის გასწვრივ (ნახ. 228). ეს იმას ნიშნავს, რომ OX ღერძის მართობული ბრტყელი ფენები ინაცვლებს თავიანთ სიბრტყეში OY ღერძის გასწვრივ. რასაკვირველია, ეს განაცვლება სხვადასხვაა სხვადასხვა ფენისათვის, ასე რომ, u_{12} არის x-ის ფუნქცია. აღვნიშნოთ y-ით x კოორდინატის მქონე ფენის გადანაცვლება. განვიხილოთ dl სისქის და ds ფუძის მქონე ფენა და გამოვითვალოთ მასზე მოქმედი ძვრის ძალები. მის ab ფუძეზე მოქმედი ძვრის p_{12} ძაბვა მოქმედებს OY ღერძის საწინააღმდეგოდ და სიდიდით ტოლია



ნახ. 228.

$$p_{12}=Gu_{12}.$$

u_{12} არის ამ სიბრტყის სათანადო ძვრა. სრულიად ანალოგიურად cd სიბრტყეზე მოქმედი ძვრის ძაბვისათვის მივიღებთ:

$$p'_{12}=Gu'_{12}.$$

ეს ძაბვა მიმართულია OY ღერძის გასწვრივ, ვინაიდან შემდეგი ფენა უფრო მეტად არის გადანაცვლებული OY ღერძის გასწვრივ და მოქმედებს მოცემულ ფენაზე თავისი გადანაცვლების გასწვრივ მიმართული ძალით. მთელ ფუძეებზე მოქმედი ძალების მისაღებად ძაბვები ds-ზე უნდა გადავამრავლოთ. მივიღებთ:

$$p_{12}ds=Gu_{12}ds,\quad p'_{12}ds=Gu'_{12}ds.$$

საერთო ძალისათვის, რომელიც ფენაზე მოქმედებს, მივიღებთ:

$$dF=p'_{12}ds-p_{12}ds=G\,(u'_{12}-u_{12})\,ds.$$

მაგრამ, ვინაიდან u_{12} არის x-ის ფუნქცია, მივიღებთ:

$$u'_{12}-u_{12}=\frac{\partial u_{12}}{\partial x}\,dl.$$

ჩასმა მოგვცემს:

$$dF=G\,\frac{\partial u_{12}}{\partial x}\,dlds.$$

რადგანაც § 63-ში გამოყვანილი ფორმულის თანახმად,

$$u_{12} = \operatorname{tg} \alpha_{12} = \frac{\partial y}{\partial x},$$

გვექნება:

$$dF = G \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dl \cdot ds,$$

მეორე მხრივ, გამოყოფილ ფენაზე მოქმედი ძალა ფენის dm მასის აჩქარებაზე $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ ნამრავლის ტოლია:

$$dF = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dm.$$

აქედან აჩქარებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \qquad \text{(XIV,33)}$$

ვინაიდან $\frac{dm}{dl\,ds}$ არის მყარი სხეულის სიმკვრივე ρ.

ასეთია ძვრის დეფორმაციის გავრცელების განტოლება. ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ ძვრის დეფორმაცია ვრცელდება მყარ სხეულში ისე, როგორც კუმშვის დეფორმაცია სითხესა ან გაზში. მხოლოდ გავრცელების სიჩქარე ამ შემთხვევაში ძვრის მოდულზეა დამოკიდებული:

$$c_1 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \qquad \text{(XIV,34)}$$

(XIV,33) განტოლების გამოყვანიდან ცხადია, რომ ძვრის ტალღები არა სიგრძივი ტალღებია, არამედ განივი, ვინაიდან მყარი სხეულის ნაწილების y გადანაცვლება ტალღის გავრცელების მიმართულების მართობულია (ნახ. 228). ეს განტოლება ამოიხსნება ისევე, როგორც (XIV,4) განტოლება:

$$y = f\left(t - \frac{x}{c_1}\right),$$

ან, პერიოდული ტალღის შემთხვევაში,

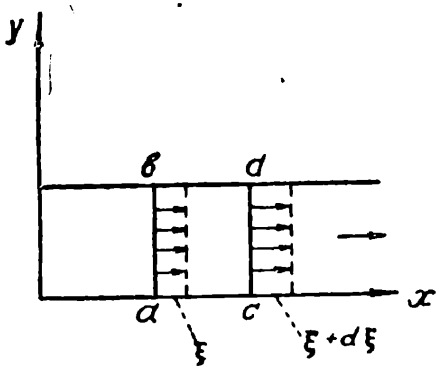
$$y = y_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_1}\right).$$

y_0 არის ამპლიტუდა, ω კი—წრიული სიხშირე.

ყველა შედეგი, რომლებიც ჩვენ გამოვიყვანეთ კუმშვის ტალღისათვის სითხეში, შეიძლება გამოვიყენოთ ძვრის ტალღებისათვის

იმ განსხვავებით, რომ სიჩქარე არის არა c, არამედ c_1. გარდა ამისა, ძვრის ტალღების დროს არა აქვს ადგილი შეკუმშვას ან გაიშვიათებას, ხდება მხოლოდ ფენების გასრიალება ერთმანეთის მიმართ.

ბ) კუმშვის დეფორმაციის გავრცელება—სიგრძივი ტალღები. წარმოვიდგინოთ ახლა, რომ მყარი სხეულის ნაწილაკები მოძრაობს OX ღერძის გასწვრივ, ე. ი. ტალღის გავრცელების გასწვრივ. გამოვყოთ მცირე dl სიგრძის და ds ფართობის მქონე ელემენტი და განვიხილოთ მისი დეფორმაცია ნაწილაკების ასეთი მოძრაობის დროს (ნახ. 229). მყარი სხეულის სხვადასხვა წერტილი ინაცვლებს სხვადასხვა მანძილით ისე, რომ გადანაცვლება არის x-ის ფუნქცია. ეს რომ ასე არ იყოს, მთელი მყარი სხეული იმოძრავებდა როგორც აბსოლუტურად მყარი სხეული და არავითარ დეფორმაციას არ ექნებოდა ადგილი.



ნახ. 229.

აღვნიშნოთ ζ ასოთი ab წახნაგის გადანაცვლება, ე. ი. Oa მონაკვეთის წაგრძელება, მაშინ ერთეული მონაკვეთის წაგრძელებისათვის მივიღებთ:

$$u_{11}=\frac{\partial \zeta}{\partial x}.$$

ანალოგიურად cd წახნაგისათვის ფარდობითი წაგრძელება იქნება:

$$u'_{11}-u_{11}+\frac{\partial u_{11}}{\partial x}\,dl.$$

გამოვითვალოთ ახლა ძალები, რომლებიც მოქმედებენ გამოყოფილი ელემენტის ფუძეებზე. ამ გამოთვლის დროს ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმ გარემოებას, რომ ნაწილაკების გადანაცვლება ხდება მხოლოდ OX ღერძის გასწვრივ. ამ გადანაცვლებასთან ერთად რომ ადგილი ჰქონდეს განივ შეკუმშვას, მაშინ ba და ac წახნაგებზე მდებარე ნაწილაკები გადაინაცვლებდა OY ღერძის გასწვრივ, ე. ი. ტალღის გავრცელების მიმართულების მართობულად. ვინაიდან ჩვენ ვიხილავთ მხოლოდ სიგრძივ ტალღებს, უნდა დავუშვათ, რომ bd და ac წახნაგების გადანაცვლება არ ხდება, ე. ი. $abcd$ ელემენტი

იჭიმება ან იკუმშება OX ღერძის გასწვრივ განივი შეკუმშვის ან გაჭიმვის გარეშე. ასეთ შემთხვევაში p_{11} ძაბვა დაკავშირებულია U_{11} ფარდობით წაგრძელებასთან (XIV,20) ფორმულით და ამიტომ ab და cd წახნაგებზე მოქმედი ძალებისათვის მივიღებთ:

$$p_{11}ds=\left(K+\frac{4}{3}G\right)u_{11}ds,$$

$$p'_{11}ds=\left(K+\frac{4}{3}G\right)u'_{11}ds.$$

საერთო ძალისათვის მივიღებთ:

$$dF=(p'_{11}-p_{11})ds=\left(K+\frac{4}{3}G\right)\frac{\partial u_{11}}{\partial x}dsdl=$$

$$=\left(K+\frac{4}{3}G\right)\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}dsdl.$$

მეორე მხრივ, თუ $abcd$ ელემენტის მასას აღვნიშნავთ dm-ით და აჩქარებას $\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$-ით, მივიღებთ:

$$dF=dm\cdot\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}.$$

ჩასმისა და სიმკვრივის შემოღების შემდეგ გვექნება:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}. \qquad \text{(XIV,35)}$$

ეს განტოლებაც ტალღის გავრცელების განტოლებაა, მხოლოდ გავრცელების სიჩქარე მოცემულია ფორმულით:

$$c_2=\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}}. \qquad \text{(XIV,36)}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ მყარ სხეულში, სითხეებისა და გაზებისაგან განსხვავებით, შეიძლება გავრცელდეს ორნაირი დეფორმაციის ტალღა: ძვრის განივი ტალღა სიჩქარით

$$c_1=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

და კუმშვის სიგრძივი ტალღა სიჩქარით

$$c_2=\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}}.$$

ვინაიდან $K>0$, სიგრძივი ტალღის გავრცელების სიჩქარე მეტია, ვიდრე განივი ტალღისა.

სითხეებს მოძრაობის განხილვისას აღვნიშნეთ, რომ, მყარი სხეულებისაგან განსხვავებით, მათი ძვრის მოდული G ნულის ტოლია. წინა ფორმულები გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაში $c_1=0$ და

$$c_2=\sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

ე. ი. სითხეებსა და გაზებში არ შეიძლება განივი ტალღების გავრცელება. მათში ვრცელდება მხოლოდ სიგრძივი ტალღები. ეს შედეგი ადვილი გასაგებია. მართლაც, G-ს ნულთან ტოლობა ნიშნავს იმას, რომ ფენების ურთიერთგადანაცვლების დროს მათზე არ მოქმედებს არავითარი ძალები და ამიტომაც ძვრის დეფორმაციის გავრცელება შეუძლებელია.

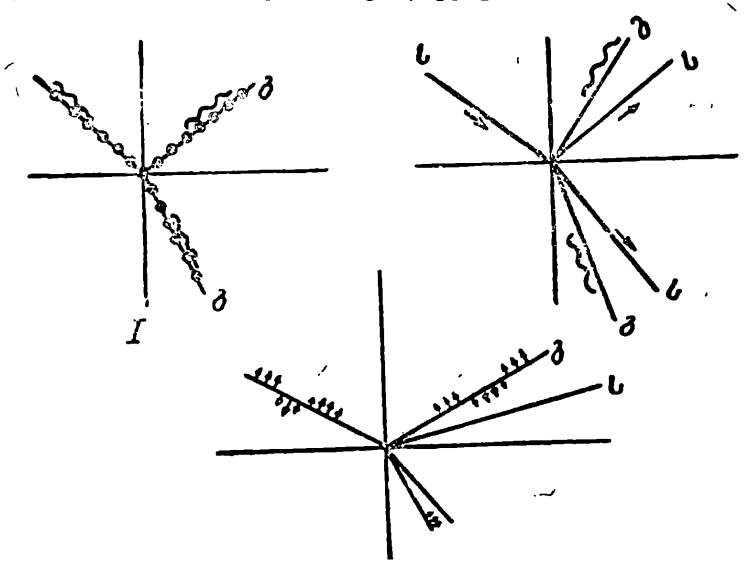
გ) **დეფორმაციის ტალღების არეკვლა და გარდატეხა სხეულების საზღვარზე.** ვინაიდან დრეკადი ტალღების არეკვლა და გარდატეხა მყარი სხეულების საზღვარზე ისეთნაირადვე ხდება, როგორც სითხეებისა და გაზების შემთხვევაში, ჩვენ აღარ გავიმეორებთ იმას, რაც ნათქვამი იყო ამ მოვლენების შესახებ § 117-ში; მოვიყვანთ მხოლოდ საბოლოო შედეგებს.

ისეთი განივი ტალღების შემთხვევაში, რომლებშიაც რხევა ხდება დაცემის სიბრტყის მართობულ სიბრტყეში, ირკვევა, რომ არეკლილი და გარდატეხილი ტალღებიც ისეთი ხასიათის ტალღებია, როგორისაც დაცემული. სახელდობრ, მათშიაც რხევა დაცემის სიბრტყის მართობულ სიბრტყეში ხდება. არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების ამპლიტუდები დამოკიდებულია არეკვლის კოეფიციენტზე, რომელიც სხვადასხვაა სხვადასხვა სხეულისათვის

თუ დაცემულ ტალღაში რხევა ხდება დაცემის სიბრტყეში და თვით ტალღა გრძივია (ნახ. 230), არეკვლის დროს წარმოიშვება ორი არეკლილი და ორი გარდატეხილი ტალღა. როგორც არეკლილ, ისე გარდატეხილ ტალღებს შორის ერთი გრძივია, მეორე განივი. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ტალღა ზედაპირის მართობულად ეცემა, განივი ტალღა არ გვექნება.

იმ შემთხვევაში, როდესაც დაცემულ ტალღაში რხევა დაცემის სიბრტყეში ხდება, მაგრამ ტალღა განივია, არეკვლის დროს წარმოიშვება ისევ ორი არეკლილი და ორი გარდატეხილი ტალღა; ერთი მათგანი გრძივია, მეორე განივი. გრძივი ტალღა არ გვექნება მხოლოდ მაშინ, როდესაც დაცემა ხდება ნორმალურად ან 45°-ით სიბრტყისადმი.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ არეკლილი ტალღისათვის, რომელიც ისეთივე ხასიათისაა, როგორისაც დაცემული, ადგილი აქვს არეკვ-



ნახ. 230.

ლის ჩვეულებრივ კანონს—არეკვლის კუთხე დაცემის კუთხის ტოლია. სხვა ხასიათის არეკლილი ტალღისათვის ამ კანონს უკვე აღარა აქვს ადგილი, ვინაიდან განივი და გრძივი ტალღები სხვადასხვა სიჩქარით ვრცელდება. მაგალითად, თუ დაცემული ტალღა გრძივია, ხოლო არეკლილი ტალღა განივი, პირველის გავრცელების სიჩქარე იქნება

$$\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}},\ \text{მეორის}—\sqrt{\frac{G}{\rho}}.$$

ამიტომ არეკვლისათვის მივიღებთ კანონს:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_1}=\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{G}},$$

ე. ი. არეკვლის კუთხე დაცემის კუთხეზე ნაკლები იქნება.

არეკლილი და გარდატეხილი ტალღების ამპლიტუდების გამოთვლა ზოგად შემთხვევაში ძალიან ძნელია. მხოლოდ იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც დაცემა ზედაპირის მართობულად ხდება, მივიღებთ მარტივ ფორმულას, ისეთსავეს, როგორიცაა (VIII,28′)

$$r=\frac{\rho_1 c_1-\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1+\rho_2 c_2},$$

სადაც ρ_1 და ρ_2 არის გარემოთა სიმკვრივეები, ხოლო c_1 და c_2 ტალღების სიჩქარეები.

დრეკადი ტალღების გავრცელების მაგალითებს ჩვენ ხშირად ვხვდებით ბუნებასა და პრაქტიკულ ცხოვრებაში. ასეთია, მაგალითად, ბგერის გავრცელება სხვადასხვა მყარ სხეულში—ღეროებში, ფირფიტებში, ზარებში და სხვ. ასეთი ტალღების ყველაზე უფრო მნიშვნელოვანი მაგალითია დრეკადი ტალღები, რომლებიც ვრცელდებიან დედამიწაში და გამოწვეულია მიწისძვრებით ან ხელოვნური აფეთქებებით (სეისმური ტალღები). ამ ტალღების შესწავლა, მათი სიჩქარისა და ამპლიტუდების გაზომვა მნიშვნელოვანი საშუალებაა დედამიწის ზედა ფენის სტრუქტურის გამორკვევის საქმეში. მათი საშუალებით შესაძლებელი ხდება დედამიწის სხვადასხვა ფენის სიღრმისა და სიმკვრივის გაზომვა, რასაც დიდი მნიშვნელობა აქვს გეოლოგიისა და გეოფიზიკისათვის.

§ 119. დეფორმაციების გავრცელება შემოსაზღვრულ სხეულებში

აქამდე ჩვენ ვიხილავდით დეფორმაციების გავრცელებას განუსაზღვრელ სივრცეში ან სივრცეში, რომელიც შემოსაზღვრულია უსასრულო სიბრტყით (არეკვლა და გარდატეხა). მაგრამ ჩვეულებრივად სხეულები, რომლებშიაც ვრცელდება დეფორმაციები, სასრული სხეულებია, რომლებიც შემოსაზღვრულნი არიან სხვა სხეულებით. საჭიროა იმის გამორკვევა, თუ როგორ ვრცელდება ტალღები ასეთ სხეულებში. ვინაიდან დეფორმაციის გავრცელება სითხესა და გაზში ისევე ხდება, როგორც მყარ სხეულებში, ე. ი. ორივე შემთხვევაში ემორჩილება ერთსა და იმავე განტოლებას:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=c^2\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right),$$

ამიტომ საჭირო არ არის მათი ცალ-ცალკე განხილვა; განსხვავება იქნება მხოლოდ გავრცელების სიჩქარესა და რხევის მიმართულებაში.

ცხადია, რომ, როდესაც ტალღა მიაღწევს სხეულის საზღვარს, იგი აირეკლება და ნაწილობრივ გარდატყდება, ე. ი. გამოვა სხეულის გარეთ. არეკლილი ტალღები დაბრუნდება სხეულში, ისევ აირეკლება ზედაპირის სხვა ნაწილიდან და ა. შ. ყველა ტალღა, როგორც დაცემული, ისე არეკლილი, შეიკრიბება და მოგვცემს რთული სახის ტალღურ მოძრაობას სხეულის შიგნით. თუ საწყისი ტალღის აღძვრა განუწყვეტლივ ხდება, სხეულში დამყარდება სტაციონარული მდგომარეობა, როდესაც მისი ყოველი წერტილი გარკვეული სიხშირის რხევას ასრულებს.

როგორც კერძო შემთხვევების განხილვის დროს ვნახავთ, სხეულს შეუძლია მხოლოდ გარკვეული სიხშირეებით რხევა. ამ რხევებს ეწოდება საკუთარი რხევები, სათანადო სიხშირეებს კი—საკუთარი სიხშირეები. ჩვენი ძირითადი ამოცანა იქნება სწორედ ამ საკუთარი რხევებისა და საკუთარი სიხშირეების მოძებნა სხვადასხვა სხეულისათვის.

დავიწყოთ უმარტივესი შემთხვევების განხილვით.

ა) **ერთგანზომილებიანი შემოსაზღვრული სხეული.** წარმოვიდგინოთ, რომ გვაქვს სხეული, რომლის განზომილება ერთი მიმართულებით ძალიან დიდია დანარჩენ ორ განზომილებასთან შედარებით. ასეთია, მაგალითად, ვიწრო და გრძელი ღერო, სიმი, ვიწრო მილში მოთავსებული გაზი ან სითხე. განივკვეთის სიმცირის გამო შეიძლება არ მივაქციოთ ყურადღება ტალღებს, რომლებიც ვრცელდებიან სხეულის ღერძის მართობულად, და განვიხილოთ მხოლოდ სხეულის სიგრძის გასწვრივ მიმართული ტალღები. ტალღური განტოლება ამ შემთხვევაში მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

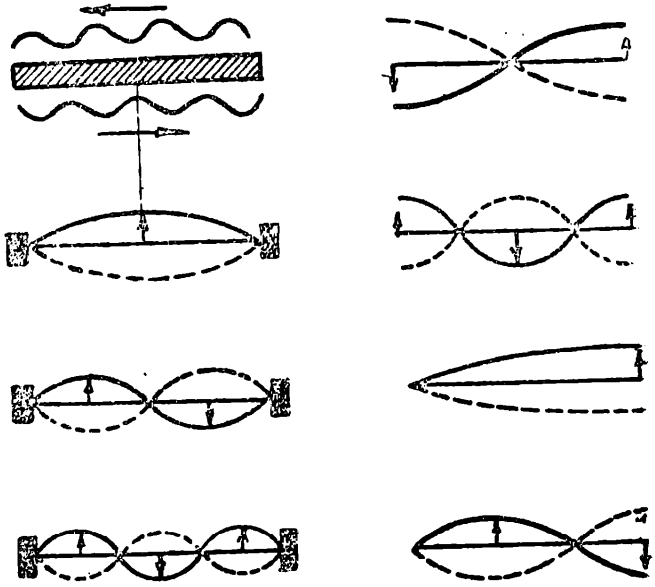
§ 114-ში გამოვარკვიეთ, რომ ამ განტოლების ზოგად ამოხსნას შემდეგი სახე აქვს:

$$\xi = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{c}\right),$$

სადაც f_1 და f_2 არის ნებისმიერი ფუნქციები. ვინაიდან, ფურიეს თეორემის თანახმად, ყოველი ფუნქცია, რომელიც გარკვეულ პირობებს აკმაყოფილებს, შეიძლება დაიშალოს sinus-ებისა და cosinus-ების მწკრივად, საკმარისია განვიხილოთ ორი შემდეგი შემთხვევა:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= a\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+b\sin\omega\left(t+\frac{x}{c}\right),\\ \xi &= a\cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+b\cos\omega\left(t+\frac{x}{c}\right).\end{aligned}\right\} \quad \text{(XIV,37)}$$

ამოხსნის ასეთი სახით დაწერა იმას ნიშნავს, რომ ჩვენ ვიხილავთ ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ მიმართულ ორ ტალღას. ერთი მათგანი დაცემულია სხეულის საზღვარზე, მეორე ამ საზღვრიდან არეკლილია (ნახ. 231). იმ პირობების მიხედვით, რომლებიც უნდა



ნახ. 231.

შესრულდეს სხეულის საზღვარზე, ჩვენ უნდა გამოვარკვიოთ აშ ტალღების სახე და მათი ურთიერთკავშირი. წარმოვიდგინოთ, მაგალითად, რომ სხეულის ბოლო წერტილები $x=0$ და $x=l$ კოორდინატებით დამაგრებულია ისე, რომ მათ არ შეუძლია რხევა. მაშასადამე, ბოლო წერტილებისათვის $\xi=0$. ვნახოთ ახლა, როგორი უნდა იყოს დაცემული და არეკლილი ტალღების ამპლიტუდები და სიხშირეები იმისათვის, რომ შესრულებული იყოს ეს პირობები. განვიხილოთ ჯერ პირველი პირობა: $\xi=0$, როდესაც $x=0$. $x=0$-ის მნიშვნელობის ჩასმა (XIV,37) განტოლებებში გვაძლევს:

$$\xi = a\sin\omega t + b\sin\omega t = 0,$$
$$\xi = a\cos\omega t + b\cos\omega t = 0.$$

ეს განტოლებები კი შესრულებული იქნება დროის ყოველი მომენტისათვის მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც $a=-b$. თუ ამას მივიღებთ მხედველობაში, (XIV,37) განტოლებები შემდეგნაირად დაიწერება:

$$\left.\begin{aligned}\xi&=b\left\{\sin\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)-\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right\},\\ \xi&=b\left\{\cos\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)-\cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right\},\end{aligned}\right\}\qquad\text{(XIV,38)}$$

ან ტრიგონომეტრიული ფუნქციების გარდაქმნის ფორმულების გამოყენების შემდეგ:

$$\xi=2b\sin\frac{\omega x}{c}\cos\omega t,$$

$$\xi=2b\sin\frac{\omega x}{c}\sin\omega t.$$

გამოვიყენოთ ახლა მეორე პირობა, რომ $x=l$ ბოლოც დამაგრებულია, ე. ი. $\xi=0$, როდესაც $x=l$. წინა ფორმულებში ჩასმა გვაძლევს

$$2b\sin\frac{\omega l}{c}\cos\omega t=0,$$

$$2b\sin\frac{\omega l}{c}\sin\omega t=0$$

და, ვინაიდან ეს პირობები შესრულებული უნდა იყოს დროის ყოველი მომენტისათვის, მივიღებთ:

$$\sin\frac{\omega l}{c}=0\quad\text{ანუ}\quad\frac{\omega l}{c}=n\pi,$$

სადაც n მთელი დადებითი რიცხვია. (XIV,37) განტოლებებში ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$\xi=2b\cdot\sin\frac{\pi nx}{l}\cos\frac{\pi nc}{l}t=b\left\{\sin\frac{n\pi c}{l}\left(t+\frac{x}{c}\right)-\right.$$

$$\left.-\sin\frac{n\pi c}{l}\left(t-\frac{x}{c}\right)\right\},\qquad\text{(XIV,38')}$$

$$\xi=2b\cdot\sin\frac{\pi nx}{l}\sin\frac{\pi nct}{l}=b\left\{\cos\frac{\pi nc}{l}\left(t+\frac{x}{c}\right)-\right.$$

$$\left.-\cos\frac{n\pi c}{l}\left(t-\frac{x}{c}\right)\right\}.\qquad\text{(XIV,38'')}$$

მიღებული შედეგი ფრიად მნიშვნელოვანია. ჩვენ ვხედავთ, რომ ორივე ბოლოთი დამაგრებულ ერთგანზომილებიან სხეულში არ შეიძლება გავრცელდეს ყოველნაირი სიხშირის ტალღები. გარდა ამისა, არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა დაცემული ტალღის ამპლიტუდის ტოლი უნდა იყოს. სიხშირე ტალღისა, რომელიც შეიძლება გავრცელდეს ორივე ბოლოთი დამაგრებულ სხეულში, გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$$

ან

$$\nu_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{2l}\, c. \qquad \text{(XIV,39)}$$

აქედან ტალღის სიგრძისათვის გვექნება:

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}. \qquad \text{(XIV,40)}$$

გამოვარკვიოთ ახლა, როგორ მოძრაობს სხეულის ნაწილაკები. განვიხილოთ (XIV,38′) პირველი განტოლება:

$$\xi = 2b \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{\pi n l}{l}\, t.$$

წარმოვიდგინოთ, რომ ჩვენ ვმოძრაობთ სხეულის გასწვრივ $x=0$ წერტილიდან $x=l$ წერტილამდე და ვარკვევთ ყოველი წერტილის მოძრაობის ხასიათს. თვით $x=0$ წერტილისათვის მივიღებთ $\xi=0$ დროის ყოველი მომენტისათვის, ე. ი. ეს წერტილი ყოველთვის უძრავია. ავიღოთ ახლა რომელიმე სხვა წერტილი, ე. ი. მივცეთ x-ს ნულისაგან განსხვავებული გარკვეული მნიშვნელობა. მაშინ წინა განტოლება გვიჩვენებს, რომ წერტილი ასრულებს $\frac{n\pi c}{l}$ სიხშირის რხევას, ამპლიტუდით: $2b \sin \frac{n\pi}{l} x$. x-ის ზრდასთან ერთად ამპლიტუდა იზრდება, აღწევს მაქსიმუმს წერტილში $x=\frac{l}{2n}$ და შემდეგ იწყებს შემცირებას. წერტილში კოორდინატით $x=\frac{l}{n}$ იგი გახდება ნული და შემდეგ ისევ გაიზრდება. წერტილში $x=\frac{3l}{2n}$ ამპლიტუდა ისევ მაქსიმუმი იქნება, შემდეგ დაიწყებს შემცირებას და

წერტილში $x = \frac{2l}{n}$ ისევ ნული გახდება და ა. შ. მაშასადამე, სხეულის სიგრძის გასწვრივ ამპლიტუდა იცვლება პერიოდულად sinus-ის კანონით. არის წერტილები, რომელთათვის იგი ნულია, და წერტილები, რომელთათვის იგი მაქსიმალურია, სახელდობრ $2b$-ს ტოლი. სხეულის წერტილებს, რომელთათვის რხევის ამპლიტუდა ნულია, ეწოდება საკვანძო წერტილები. მათი მდებარეობა განისაზღვრება იმ პირობით, რომ

$$\sin \frac{n\pi}{l} x = 0,$$

$$x = \frac{l}{n} k,$$

სადაც k არის მთელი დადებითი რიცხვი, n-ზე ნაკლები ან n-ის ტოლი. წერტილებს, რომელთა რხევის ამპლიტუდა მაქსიმალურია, ბურცობები ეწოდება. მათი კოორდინატები მიიღება პირობიდან

$$\sin \frac{n\pi}{l} x = 1,$$

ე. ი.

$$x = \frac{2k-1}{2n} l = \left(k - \frac{1}{2} \right) \frac{l}{n},$$

სადაც k ისევ მთელი დადებითი რიცხვია, n-ზე ნაკლები ან n-ის ტოლი.

კვანძებისა და ბურცობების რიცხვი დამოკიდებულია n-ის მნიშვნელობაზე, სახელდობრ, რაც უფრო მეტია n ან, რაც იგივეა, სიხშირე, მით უფრო მეტია კვანძებისა და ბურცობების რიცხვი მაგალითად, თუ

1) $n = 1$, ე. ი. $\nu_1 = \frac{1}{2l} c$, $\lambda_1 = 2l$, მაშინ $k = 1$ — გვექნება ორი კვანძი სხეულის ბოლოებში და ერთი ბურცობი შუა წერტილში (ნახ. 231).

2) $n = 2$, ე. ი. $\nu_2 = \frac{2}{2l} c = 2\nu_1$, $\lambda_2 = l = \frac{\lambda_1}{2}$, მაშინ $k = 1,2$ — გვექნება სამი კვანძი $x = 0$, $x = \frac{l}{2}$ და $x = l$ წერტილებში და ორი ბურცობი $x = \frac{l}{4}$ და $x = \frac{3l}{4}$ წერტილებში (ნახ. 231).

3) $n=3$, ე. ი. $\nu_3=\frac{3}{2l}c=3\nu_1$, $\lambda_3=\frac{2l}{3}=\frac{\lambda_1}{3}$, მაშინ $k=1, 2, 3$— გვექნება ოთხი კვანძი $x=0$, $x=\frac{l}{3}$, $x=\frac{2l}{3}$, $x=l$ წერტილებში და სამი ბურცობი $x=\frac{l}{6}$, $x=\frac{l}{2}$ და $x=\frac{5l}{6}$ წერტილებში (ნახ. 231) და ა. შ. ჩვენ მივიღეთ, რომ ორივე ბოლოში დამაგრებული ერთგანზომილებიანი სხეულის ნაწილაკები ირხევა (XIV,38′) ან (XIV,38″) ფორმულის მიხედვით. ორივე შემთხვევაში ერთსა და იმავე საკუთარ სიხშირეებსა

$$\nu_n=n\cdot\frac{c}{2l}$$

და სათანადო კვანძებსა და ბურცობებს მივიღებთ. გამოვარკვიოთ ახლა, რა განსხვავებაა ამ ორ შემთხვევას შორის. განვიხილოთ საწყისი მომენტი $t=0$. (XIV,38′) ფორმულა მოგვცემს:

$$\xi_0=2b\cdot\sin\frac{\pi nx}{l},$$

(XIV,38″) ფორმულა კი

$$\xi_0=0.$$

ვხედავთ, რომ (XIV,38′) ფორმულა გამოხატავს იმ შემთხვევას, როდესაც საწყის მომენტში სხეულის წერტილები გადახრილია წონასწორობის მდგომარეობიდან, (XIV,38″) ფორმულა კი გამოხატავს შემთხვევას, როდესაც საწყის მომენტში სხეული წონასწორობაშია, ე. ი. წერტილები გადახრილი არ არის. გამოვითვალოთ წერტილების სიჩქარეები ორივე შემთხვევისათვის. გაწარმოება დროის მიმართ მოგვცემს:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=-2b\cdot\frac{\pi nc}{l}\sin\frac{\pi nx}{l}\cdot\sin\frac{\pi nc}{l}t,$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=2b\frac{\pi nc}{l}\sin\frac{\pi nx}{l}\cdot\cos\frac{\pi nc}{l}t.$$

საწყისი მომენტისათვის მივიღებთ:

$$\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)_0=0,$$

$$\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)_0=2b\cdot\frac{\pi nc}{l}\cdot\sin\frac{\pi nx}{l}, \qquad \text{(XIV,41)}$$

ე. ი. პირველ შემთხვევაში ნაწილაკების სიჩქარეები ნულია, მეორე შემთხვევაში კი ნულისაგან განსხვავდება. საბოლოოდ მივიღებთ ასეთ შედეგს: თუ სხეულის რხევა (XIV,38′) ფორმულით გამოისახება, ეს იმის მაჩვენებელია, რომ საწყის მომენტში სხეულის წერტილები გადახრილი იყო წონასწორობის მდებარეობიდან, მაგრამ მათ სიჩქარეები არ ჰქონდა. თუკი რხევა გამოხატულია (XIV,38″) ფორმულით, ნაწილაკები საწყის მომენტში არ ყოფილა გადახრილი წონასწორობის მდებარეობიდან, მაგრამ მათ ჰქონდა (XIV,41) ფორმულით მოცემული სიჩქარეები. მაგალითად, თუ საწყის მომენტში ჩვენ ისე გადავხარეთ სიმი, რომ მან მიიღო 231-ე ნახაზზე მოცემული სახე, მაგრამ წერტილებისათვის სიჩქარე არ მიგვიცია, სიმის რხევა გამოხატული იქნება განტოლებით:

$$\xi = 2b \sin\frac{\pi x}{l} \cdot \cos\frac{\pi c}{l} t.$$

თუკი საწყის მომენტში სიმს ჰქონდა სწორხაზოვანი ფორმა, მაგრამ მის წერტილებს მინიჭებული ჰქონდა ნახაზზე ნაჩვენები სათანადო სიჩქარეები, სიმი დაიწყებს რხევას შემდეგი განტოლების მიხედვით:

$$\xi = 2b \sin\frac{\pi x}{l} \cdot \sin\frac{\pi c}{l} \cdot t.$$

განვიხილოთ ახლა შემთხვევა, როდესაც სხეულის ბოლოები თავისუფალია. ვისარგებლოთ ისევ (XIV,37) განტოლებებით. ვინაიდან ჩვენ დავუშვით, რომ ბოლოზე დაცემული ტალღა მთლიანად აირეკლება, არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა დაცემულის ტოლი უნდა იყოს და, რადგანაც $x=0$-სათვის ξ არ შეიძლება გახდეს ნული, მივიღებთ: $b=a$. აქედან გვექნება:

$$\xi = b\left\{\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\sin\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right\} = 2b\sin\frac{\omega x}{c}\cdot\sin\omega t,$$

$$\xi = b\left\{\cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\cos\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right\} = 2b\cos\frac{\omega x}{c}\cdot\cos\omega t.$$

ვინაიდან ბოლო წერტილის ამპლიტუდა საწყისი წერტილის ამპლიტუდის ტოლია, გვექნება:

$$\cos\frac{\omega l}{c} = 1, \text{ ე. ი. } \frac{\omega l}{c} = n\pi.$$

აქედან შესაძლო (საკუთარი) სიხშირეებისათვის მივიღებთ:

$$\nu_n = n \cdot \frac{c}{2l}.$$

თავისუფალი ბოლო წერტილების მქონე სხეულის საკუთარი სიხშირეები ისეთივეა, როგორიც დამაგრებული ბოლოების მქონე სხეულის საკუთარი სიხშირეები. სრულიად ისევე, როგორც დამაგრებული სხეულის შემთხვევაში, მივიღებთ:

$$\xi = 2b \cdot \cos\frac{n\pi x}{l} \quad \sin\frac{n\pi c}{l} t, \qquad \text{(XIV,42)}$$

$$\xi = 2b \cdot \cos\frac{n\pi x}{l} \quad \cos\frac{n\pi c}{l} t. \qquad \text{(XIV,42')}$$

საკვანძო წერტილებისათვის გვექნება:

$$\cos\frac{n\pi x}{l} = 0, \quad \text{ე. ი.} \quad x = \frac{2k-1}{2n} l = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{l}{n},$$

სადაც $k = 1, 2, \ldots n$;

ბურცობებისათვის გვექნება

$$\cos\frac{n\pi x}{l} = \pm 1, \text{ ე. ი. } x = \frac{k}{n} l, \text{ სადაც } k = 0, 1, 2, \ldots n.$$

231-ე ნახაზზე მოყვანილია ზოგიერთი საკუთარი რხევის შემთხვევა.

წინა შემთხვევის მსგავსად, გამოვარკვევთ, რომ (XIV,42) ფორმულა გამოხატავს შემთხვევას, როდესაც საწყის მომენტში გადახრა ნულია, სიჩქარეები კი განსხვავდება ნულისაგან, (XIV,42') ფორმულის შემთხვევაში კი გადახრა არ არის ნული, სიჩქარეები კი ნულის ტოლია.

დასასრულ, განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ერთგანზომილებიანი სხეულის ერთი ბოლო დამაგრებულია, მეორე კი თავისუფალი. ვთქვათ, დამაგრებულია $x = 0$ ბოლო. მაშინ, ისე, როგორც წინა შემთხვევებში, მივიღებთ:

$$\xi = 2b \sin\frac{\omega x}{c} \cos \omega t,$$

$$\xi = 2b \sin\frac{\omega x}{c} \sin \omega t.$$

ვინაიდან $x = l$ ბოლო თავისუფალია, მისთვის უნდა მივიღოთ უდიდესი ამპლიტუდა, ე. ი. ამ წერტილისათვის

$$\sin\frac{\omega l}{c} = 1,$$

აქედან:

$$\frac{\omega l}{c}=(2k+1)\frac{\pi}{2} \quad k=0,\ 1,\ 2,\ldots$$

რხევის განტოლებები მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\xi=2b\sin\frac{(2k+1)\pi x}{2l}\cos\omega t, \qquad \text{(XIV,43)}$$

$$\xi=2b\sin\frac{(2k+1)\pi x}{2l}\sin\omega t. \qquad \text{(XIV,43')}$$

საკუთარი სიხშირეებისა და ტალღის სიგრძეებისათვის მივიღებთ:

$$\nu_n=\frac{2k+1}{4}\frac{c}{l},$$

$$\lambda_n=\frac{4l}{2k+1}.$$

k-ის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მივიღებთ

$$\lambda_0=4l,\ \lambda_1=\frac{4}{3}l,\quad \lambda_2=\frac{4}{5}l\ldots$$

231-ე ნახაზზე მოყვანილია ამ შემთხვევის სათანადო ორი საკუთარი რხევა. აქაც, ისე, როგორც ზემოთ, (XIV,43) ფორმულა გამოხატავს შემთხვევას, როდესაც საწყისი სიჩქარე ნულია, (XIV,43') ფორმულა კი—შემთხვევას, როდესაც საწყისი გადახრა ნულია.

ყველა ზემოგანხილულ ტალღას, რომელიც მიღებულია ორი საწინააღმდეგო ტალღის შეკრებით, ეწოდება მ დ გ ა რ ი ტ ა ლ ღ ე ბ ი. ასეთი სახელწოდება გამოწვეულია იმით, რომ დროის გარკვეულ მომენტში კვანძებს შორის მოთავსებულ ყველა წერტილს ერთი და იგივე ფაზა აქვს, ასე რომ, ფაზის გავრცელებას ადგილი არა აქვს. ასეთი ტალღების მიღება ძალიან ადვილია. ავიღოთ, მაგალითად, თოკი, დავამაგროთ მისი ერთი ბოლო, მეორე ბოლო კი მოვიყვანოთ პერიოდულ რხევაში. რხევით გამოწვეული ტალღა გავრცელდება თოკის გასწვრივ, აირეკლება დამაგრებული ბოლოდან და დაცემულ ტალღასთან შეკრებით მოგვცემს მდგარ ტალღას.

ახლა მიღებული შედეგები გამოვიყენოთ სხვადასხვა სახის ერთგანზომილებიანი სხეულებისათვის. ყველა შემთხვევაში ადგილი აქვს ფორმულას:

$$\nu_n=\frac{n}{2l}c,$$

რომელიც საზღვრავს სხეულის საკუთარ სიხშირეებს. მხოლოდ იმისდა მიხედვით, თუ როგორი ხასიათისაა ტალღები (განივი თუ გრძივი) და როგორ აგრეგატულ მდგომარეობაშია სხეული, სიჩქარისათვის მივიღებთ სხვადასხვა მნიშვნელობას. თუ, მაგალითად, განიხილება სიმის ან ღეროს გრძივი ტალღები, მივიღებთ:

$$c=\sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

სადაც E არის დრეკადობის მოდული და ρ სიმკვრივე. აქედან საკუთარი სიხშირეებისათვის მივიღებთ:

$$\nu_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

ყურადღება უნდა მიექცეს შემდეგ გარემოებას. § 92-დან ვიცით, რომ განუსაზღვრელ მყარ სხეულში განივი ტალღები ვრცელდება

$$c=\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}C}{\rho}}$$

სიჩქარით, აქ კი ჩვენ გამოვიყენეთ დრეკადობის მოდული. ეს განსხვავება გამოწვეულია იმით, რომ განუსაზღვრელი სხეულის შემთხვევაში ჩვენ დავუშვით, რომ სიგრძივი გაჭიმვის დროს არ ხდება განივი შეკუმშვა და ამიტომ დამოკიდებულება p_{11} ძაბვასა და u_{11} წაგრძელებას შორის მოცემული იყო (XIV,20) ფორმულით. სიმისა და ღეროს შემთხვევაში კი, ვინაიდან მათი გვერდითი ზედაპირი თავისუფალია, გაჭიმვასთან ერთად ხდება განივი შეკუმშვა, და დამოკიდებულება p_{11} ჭიმვასა და u_{11} წაგრძელებას შორის მოცემულია ფორმულით, რომელშიაც შედის იუნგის ან დრეკადობის მოდული.

თუ ვიხილავთ სითხით ან გაზით გავსებული მილების რხევას, სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$c=\sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

სადაც K არის შეკუმშვის მოდული და ρ სიმკვრივე. აქედან საკუთარი სიხშირეებისათვის გვექნება:

$$\nu_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{K}{\rho}}.$$

განვიხილოთ ახლა განივი ტალღები. სიმში მხოლოდ მაშინ შეიძლება გავრცელდეს განივი ტალღები, როდესაც იგი დაჭიმულია

გარეშე ძალით. წინააღმდეგ შემთხვევაში სიმის გადახრა არ გამოიწვევს მასში დრეკად ძალებს, რომლებმაც უნდა დააბრუნონ იგი წინანდელ მდგომარეობაში და წარმოშვან დრეკადი ტალღები. ამიტომ სიმის განივი ტალღების სიჩქარე დამოკიდებულია არა მის ბუნებრივ დრეკადობაზე, არამედ გარეშე ძალით გამოწვეულ ხელოვნურ დრეკადობაზე. სიჩქარისათვის მივიღებთ:

$$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}},$$

სადაც S არის გარეშე ძაბვა. საკუთარი სიხშირეებისათვის გვექნება:

$$\nu_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{P}{\rho}}.$$

სულ სხვა ხასიათისაა ღეროს განივი ტალღები, რომლებიც გამოწვეულია ღეროს ღუნვით. მათთვის არ შეიძლება ზემოგანხილული თეორიის გამოყენება, ვინაიდან ისინი არ გამოიხატება (XIV,9) განტოლებით. სათანადო თეორია საკმაოდ რთულია და ამიტომ ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ მის შედეგებს. როგორც ირკვევა, რხევის სიხშირე ორივე ბოლოთი დამაგრებულია ან ორივე ბოლოთი თავისუფალი ღეროსათვის ერთი და იგივეა. სახელდობრ, იგი გამოიხატება ასეთი ფორმულით:

$$\nu_n=\frac{\varkappa m_n^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{E}{\rho}}. \qquad \text{(XIV,44)}$$

x არის კვეთის ინერციის რადიუსი ღუნვის სიბრტყის მართობული ღერძის მიმართ, m_n კი—განყენებული სიდიდე, რომლის სხვადასხვა მნიშვნელობაა

$$m_1=0, \qquad m_4=\frac{7\pi}{2},$$

$$m_2=\frac{3\pi}{2}+0{,}018,\ m_5=\frac{9\pi}{2},\ \text{საზოგადოდ}\ m_n=(2n-1)\frac{\pi}{2},\ \text{თუ}\ n>1.$$

$$m_3=\frac{5\pi}{2}-0{,}00078,\ m_6=\frac{11\pi}{2}.$$

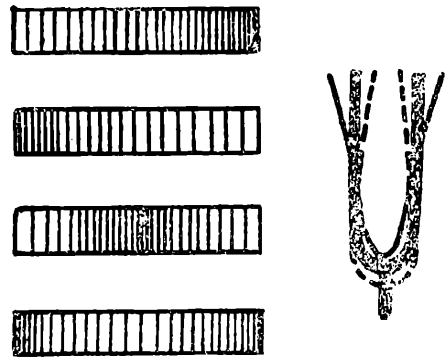
თუ ღეროს ერთი ბოლო დამაგრებულია, მეორე კი თავისუფალი, საკუთარი რხევების სიხშირე გამოხატული იქნება იმავე ფორმულით, მხოლოდ m_n-ის მნიშვნელობები იქნება (მიახლოებით):

$$m_1=\frac{\pi}{2}+0{,}3, \qquad m_4=\frac{7\pi}{2},$$

$$m_2=\frac{3\pi}{2}-0{,}018, \; m_3=\frac{9\pi}{2}, \text{ საზოგადოდ } m_n=(2n-1)\frac{\pi}{2}, \text{ თუ } n>1.$$

$$m_3=\frac{5\pi}{2}+0{,}00078, \qquad m_5=\frac{11\pi}{2}.$$

როგორც ვხედავთ, განსხვავება მხოლოდ დაბალ სიხშირეებშია. 231-ე ნახაზზე მოყვანილია ერთი ბოლოთი დამაგრებული ღეროს რხევის სახეები; მიღებული შედეგები მნიშვნელოვან გამოყენებას პოულობს კამერტონის შემთხვევაში. მართალია, კამერტონი ზუსტად არ ეთანადება არც ერთ ზემოგანხილულ შემთხვევას, მაგრამ მისი ფეხები შეიძლება განვიხილოთ, რასაკვირველია, მიახლოებით, როგორც ერთი ბოლოთი დამაგრებული ღეროები. მიღებული შედეგებიდან გამომდინარეობს, რომ კამერტონის რხევის სიხშირე მისი ფეხების სისქის პირდაპირპროპორციულია და მათი სიგრძის კვადრატის უკუპროპორციული. 232-ე ნახაზზე ნაჩვენებია კამერტონის რხევების სახეები.



ნახ. 232.

მიღებული თეორიული შედეგების შედარება ცდის შედეგებთან გვიჩვენებს, რომ მათ შორის საკმაოდ კარგი თანხვდენაა. მხოლოდ ზოგიერთ შემთხვევაში, სახელდობრ მილების საკუთარი რხევების შემთხვევაში (ნახ. 232), მიღებულ თეორიულ შედეგებში საჭიროა მცირე შესწორებების შეტანა, ვინაიდან მილის ღია ბოლოდან ხდება ბგერის გამოსხივება გარე ჰაერში და ამიტომ ღია ბოლო კუმშვის კვანძი არ არის.

ბ) **ორგანზომილებიანი შემოსაზღვრული სხეულები.** განვიხილოთ მართკუთხედის ფორმის თხელი დაჭიმული აპკი დამაგრებული კიდეებით (ნახ. 233). აპკის გვერდები აღვნიშნოთ b_1-ით და b_2-ით, ხოლო ძაბვა — p-თი. ფართობის ერთეულის მასა (ფართობითი სიმკვრივე) აღვნიშნოთ σ-თი. თუ აპკს გამოვიყვანთ წონასწორობის

მდგომარეობიდან, იგი დაიწყებს რხევას და რხევის განტოლება იქნება:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{p}{\sigma}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right).$$

თუ მივიღებთ, რომ რხევა სინუსოიდურია, ამ განტოლების ამოხსნა, სიმის განტოლების ანალოგიურად, უნდა ვეძიოთ შემდეგი სახით:

$$\xi = \xi_0 \sin\frac{n_1\pi x}{l_1}\sin\frac{n_2\pi y}{l_2}\sin\omega t. \qquad \text{(XIV,45)}$$

წინა განტოლებაში ჩასმა მოგვცემს:

$$\omega^2 = \frac{p\pi^2}{\rho}\left(\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2}\right)$$

ან, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\frac{p}{\rho} = c^2$, სადაც c ბგერის სიჩქარეა,

$$\omega = c\pi\sqrt{\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2}}. \qquad \text{(XIV,46)}$$

აქ n_1 და n_2 არის მთელი დადებითი რიცხვები: n_1, $n_2 = 1, 2, 3\ldots$

ამ რიცხვების ყოველ წყვილს ეთანადება აპკის ერთი გარკვეული სიხშირე — საკუთარი სიხშირე და საკუთარი რხევა. განვიხილოთ რამდენიმე მარტივი შემთხვევა. ვთქვათ, $n_1 = n_2 = 1$, სათანადო სიხშირე იქნება:

$$\omega_0 = c\pi\sqrt{\frac{1}{l_1^2} + \frac{1}{l_2^2}}.$$

ეს სიხშირე უმცირესია და მას ძირითადი სიხშირე ეწოდება. (XIV,45) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ რხევის ამპლიტუდა

$$\xi_0 \sin\frac{\pi x}{l_1}\sin\frac{\pi y}{l_2}$$

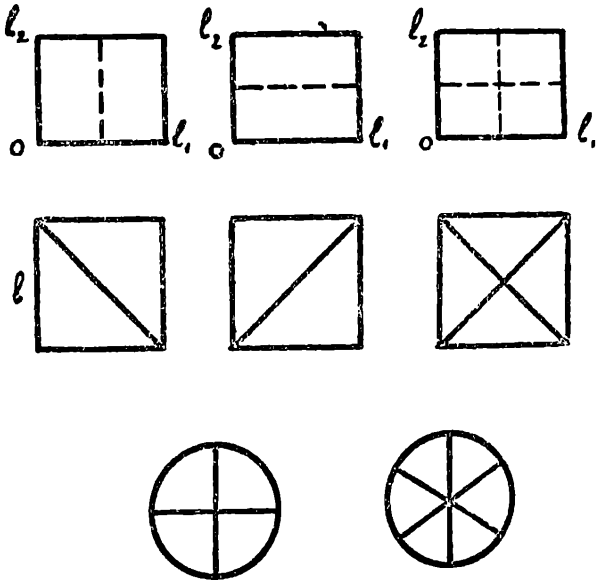
ყველგან განსხვავდება ნულისაგან, გარდა აპკის კიდეებისა $x = 0$, l_1 და $y = 0$, l_1. მთელი აპკი ირხევა და მისი არც ერთი წერტილი, გარდა კიდეებისა, არ არის უძრავი. ვთქვათ, ახლა $n_1 = 1$ და $n_2 = 2$, მაშინ სიხშირისათვის მივიღებთ:

$$\omega_1 = c\pi\sqrt{\frac{1}{l_1^2} + \frac{4}{l_2^2}},$$

ხოლო რხევის ამპლიტუდისათვის:

$$\xi_0 \sin\frac{\pi x}{l_1}\sin\frac{2\pi y}{l_2}.$$

პირველი მამრავლი ნულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც $x=0$ ან $x=l_1$, ე. ი. კიდეებისათვის, მეორე მამრავლი კი, გარდა კიდეებისა $y=0$ და $y=l_2$, ნულია მაშინაც, როდესაც $y=\frac{l_2}{2}$. აქედან ვღებულობთ, რომ, გარდა ოთხივე კიდისა, უძრავი იქნება OX ღერძის პარალელური ხაზი, რომლისთვისაც $y=\frac{l_2}{2}$ (ნახ. 233). ამ ხაზს ეწოდება საკვანძო ხაზი. მის სხვადასხვა მხარეს მდებარე ნაწილები ირხევა ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით.



ნახ. 233.

იმ შემთხვევაში, როდესაც $n_1=2$, ხოლო $n_2=1$, მივიღებთ რხევას, რომლისთვისაც საკვანძო ხაზი $x=\frac{l_1}{2}$ OY ღერძის პარალელური იქნება და გაყოფს შუაზე OX ღერძის პარალელურ გვერდებს.

თუ $n_1=2$ და $n_2=2$, მივიღებთ ორ საკვანძო ხაზს $x=\frac{l_1}{2}$ და $y=\frac{l_2}{2}$ და ა. შ. ცხადია, რომ ზოგად შემთხვევაში საკვანძო ხა-

ზების რიცხვი იქნება $(n_1-1)+(n_2-1)=n_1+n_2-2$. ეს საკვანძო ხაზები ყოფს მთელ აპკს $n_1 n_2$ ნაწილებად.

ზემოთქმული მართებულია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც l_1^2 და l_2^2 არათანაზომადია, ე. ი. როდესაც მათი შეფარდება ირაციონალურია. წინააღმდეგ შემთხვევაში შეიძლება ისე მოხდეს, რომ სხვადასხვა ხასიათის ორ რხევას ერთი და იგივე სიხშირე ჰქონდეს. განვიხილოთ, მაგალითად, კვადრატული აპკის შემთხვევა $l_1=l_2=l$. მაშინ სიხშირის ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\omega=\frac{c\pi}{l}\sqrt{n_1^2+n_2^2}.$$

ძირითადი რხევა ისეთივეა, როგორც წინა შემთხვევაში. მაგრამ რხევას

$$\xi=\xi_0 \sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{2\pi y}{l}\sin\omega_1 t \quad n_1=1,\ n_2=2 \qquad \text{(XIV,47)}$$

და რხევას

$$\xi=\xi_0 \sin\frac{2\pi x}{l}\sin\frac{\pi y}{l}\sin\omega_1 t \quad n_1=2,\ n_2=1 \qquad \text{(XIV,48)}$$

ეთანადება ერთი და იგივე სიხშირე

$$\omega_1=\frac{c\pi}{l}\sqrt{S}.$$

მაშასადამე, ასეთი სიხშირის ზოგადი სახის რხევა მიიღება (XIV,48) რხევების წრფივი კომბინაციით:

$$\xi=\left(a\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{2\pi y}{l}+b\sin^2\frac{2\pi x}{l}\sin\frac{\pi y}{l}\right)\sin\omega_1 t.$$

იმისდა მიხედვით, თუ როგორია კოეფიციენტები a და b, მივიღებთ სხვადასხვა სახის რხევებს. თუ $a=0$ და $b\neq 0$ ან $a\neq 0$ და $b=0$, მივიღებთ ზემოგანხილულ სახის რხევებს, როდესაც საკვანძო ხაზები გვერდების პარალელურია. ვთქვათ, $a=b$, მაშინ რხევის ამპლიტუდა იქნება:

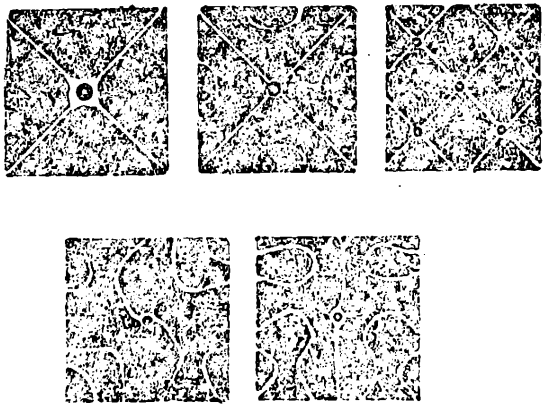
$$a\left(\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{2\pi y}{l}+\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{\pi y}{l}\right)=$$

$$=2a\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{\pi y}{l}\left(\cos\frac{\pi x}{l}+\cos\frac{\pi y}{l}\right).$$

იგი ნულის ტოლია სამ შემთხვევაში: 1) $\sin\frac{\pi x}{l}=0$, რაც გვაძლევს

$x=0$, $x=l$ კიდეებს, 2) $\sin\frac{\pi y}{l}=0$, რაც გვაძლევს $y=0$ და $y=l$ კიდეებს, 3) $\cos\frac{\pi x}{l}+\cos\frac{\pi y}{l}=0$, ან $x+y=l$, რაც არის კვადრატის ერთ-ერთი დიაგონალის განტოლება. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში საკვანძო ხაზი იქნება აპკის დიაგონალი (ნახ. 233).

სრულიად ანალოგიურად მივიღებთ, რომ თუ $a=-b$, საკვანძო ხაზი იქნება კვადრატის მეორე დიაგონალი. ანალოგიურად შეიძლება განვიხილოთ დანარჩენი შემთხვევები. ჩვენ არ გავაგრძელებთ



ნახ. 234.

მათ გარჩევას, მოვიყვანთ მხოლოდ ნახაზებს სხვადასხვა შემთხვევისათვის.

ფირფიტების რხევის განხილვა უფრო რთულია, ვიდრე აპკის, ვინაიდან ამ შემთხვევაში მთავარ როლს ფირფიტის დრეკადობა ასრულებს. როგორც ირკვევა, ფირფიტის რხევის სიხშირე დამოკიდებულია როგორც დრეკადობის მოდულებზე, ისე ფირფიტის ზომასა და სიჩქარეზე. ფირფიტის რხევის შესწავლა ექსპერიმენტულად შემდეგნაირად ხდება. ფირფიტას ამაგრებენ ჩვეულებრივად ცენტრში და მასზე ქვიშას ყრიან. ფირფიტის რხევაში მოყვანის შემდეგ ქვიშა ლაგდება საკვანძო ხაზების გასწვრივ. იმისდა მიხედვით, თუ როგორ მოვიყვანთ რხევაში ფირფიტას, მივიღებთ სხვადასხვა სახის საკვანძო ხაზებს. მიღებულ ფიგურებს (ნახ. 234) ეწოდება ხლადნის ფიგურები (ისინი პირველად მიიღო და შეისწავლა ავსტრიელმა ფიზიკოსმა ხლადნიმ 1787 წელს).

გ) **სამგანზომილებიანი შემოსაზღვრული სხეულები.** განვიხილოთ, დასასრულ, სამგანზომილებიანი სხეულები, რომლებიც შემო-

საზღვრულია იდეალურად ამრეკლი ზედაპირით. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ სხეულს აქვს პარალელეპიპედის ფორმა. აღვნიშნოთ l_1-ით, l_{22}-ითა და l_3-ით ამ პარალელეპიპედის წიბოები, მაშინ მოცულობისათვის გვექნება $V=l_1l_2l_3$. ტალღების გავრცელების განტოლება იქნება:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=c^2\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}\right).$$

ამ განტოლების ამოხსნა, აპკის განტოლების ანალოგიურად, შემდეგი სახისა იქნება:

$$\xi=\xi_0\sin\frac{n_1\pi x}{l_1}\sin\frac{n_1\pi y}{l_2}\sin\frac{n_2\pi z}{l_3}\sin\omega t. \qquad \text{(XIV,49)}$$

წინა განტოლებაში ჩასმა გვაძლევს:

$$\omega=c\pi\sqrt{\frac{n_1^2}{l_1^2}+\frac{n_2^2}{l_2^2}+\frac{n_3^2}{l_3^2}}, \qquad \text{(XIV,50)}$$

სადაც n_1, n_2 და n_3 არის მთელი დადებითი რიცხვები. ისევე, როგორც აპკის შემთხვევაში, ამ რიცხვების ყოველ სამეულს ეთანადება ჩვენი სხეულის საკუთარი რხევა და საკუთარი სიხშირე. აპკისაგან განსხვავებით, აქ იქნება არა საკვანძო ხაზები, არამედ საკვანძო ზედაპირები.

§ 120. ტალღების ინტერფერენცია

წინა პარაგრაფში ჩვენ განვიხილეთ ორი ურთიერთსაწინააღმდეგოდ მიმართული ტალღის (სხეულის საზღვარზე დაცემული და არეკლილი ტალღების) შეკრების შედეგი და გამოვარკვიეთ, რომ სივრცის სხვადასხვა ადგილას ტალღები ან ასუსტებს, ან აძლიერებს ერთიმეორეს. საკვანძო ზედაპირებზე ტალღები ერთიმეორეს სპობს (ზოგარი ტალღის ამპლიტუდა ნულის ტოლია), ხოლო ბურცობების სათანადო წერტილებში ერთიმეორეს აძლიერებს. ეს შედეგები შეეხებოდა იმ კერძო შემთხვევას, როდესაც ტალღებს ჰქონდა ტოლი ამპლიტუდები და ერთიმეორის საწინააღმდეგო მიმართულებანი. განვიხილოთ ახლა ზოგადი შემთხვევა, როდესაც იკრიბება ნებისმიერი ამპლიტუდებისა და მიმართულების ტალღები. ვთქვათ, a და b წერტილებიდან გამოდის სფერული ტალღები A და B ამპლიტუდებით. სათანადო ტალღური განტოლებები შემდეგნაირად დავწეროთ:

$$\xi_1 = A \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda} \right),$$

$$\xi_2 = B \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_0 \right),$$

სადაც r_1 და r_2 მანძილებია სივრცის არჩეული წერტილიდან ტალღების წყაროებამდე, $2\pi\delta_0$ გამოხატავს წყაროების საწყის ფაზათა სხვაობას, ვინაიდან შეიძლება ორი წყაროს რხევა არ იყოს დაწყებული ერთსა და იმავე მომენტში. მიღებულია, რომ ორივე ტალღას ერთი და იგივე სიხშირე აქვს. განტოლებებს უფრო მარტივი სახე შეიძლება მივცეთ, თუ შემოვიღებთ წრიულ სიხშირეს $\omega = 2\pi\nu$ და ტალღურ რიცხვს $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (ეს უკანასკნელი გვიჩვენებს, თუ რამდენი ტალღა თავსდება 2π სანტიმეტრის მანძილზე, ისევე, როგორც ω გვიჩვენებს, თუ რამდენი რხევა ხდება 2π წამში)

$$\xi_1 = A \sin (\omega t - kr_1),$$
$$\xi_2 = B \sin (\omega t - kr_2 + \varphi_0).$$

ამ ტალღების საერთო მოქმედებით მიღებული საერთო რხევა ξ იქნება ξ_1-ისა და ξ_2-ის ჯამი:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \sin (\omega t - kr_1) + B \sin (\omega t - kr_2 + \varphi_0).$$

წარმოვადგინოთ ეს რხევა ერთი ჰარმონიული რხევის სახით C ამპლიტუდით და φ საწყისი ფაზით:

$$\xi = C \sin (\omega t + \varphi).$$

მიღებული განტოლებების მარჯვენა მხარეები ტოლი უნდა იყოს დროის ნებისმიერი მომენტისათვის, და ეს პირობა საშუალებას მოგვცემს გამოვითვალოთ C და φ. ჯერ დავუშვათ, რომ $t=0$, მაშინ წინა პირობა მოგვცემს:

$$C \sin \varphi = A \sin kr_1 + B \sin (\varphi_0 - kr_2).$$

თუ t ისეა შერჩეული, რომ $\omega t = \frac{\pi}{2}$, მივიღებთ:

$$C \cos \varphi = A \cos kr_1 + B \cos (\varphi_0 - kr_2).$$

მიღებული განტოლებების კვადრატში აყვანით და შეკრებით მივიღებთ:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos [k (r_1 - r_2) + \varphi]. \qquad \text{(XIV,51)}$$

ამ განტოლებით გამოიხატება ტალღების შეკრებით მიღებული რხევის ამპლიტუდა. φ ფაზის მისაღებად საკმარისია ერთი განტოლეა მეორეზე გავყოთ.

გავარჩიოთ (XIV 51) განტოლების შედეგები. ვინაიდან სივრცის არჩეული წერტილისათვის r_1 და r_2 მუდმივი სიდიდეებია, C-ს ხასიათი დამოკიდებული იქნება φ_0-ის ხასიათზე. თუ φ_0, ე. ი. წყაროების საწყის ფაზათა სხვაობა მუდმივია, C-ც მუდმივი იქნება. ამ შემთხვევაში სივრცის იმ ადგილებში, რომლებშიაც C ნულის ტოლი იყო დროის რომელიმე მომენტში, იგი ყოველთვის ნული იქნება. საზოგადოდ რხევის ამპლიტუდის სივრცეში განაწილების სურათი არ შეიცვლება დროის განმავლობაში. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ მოხდა ტალღების ი ნ ტ ე რ ფ ე რ ე ნ ც ი ა.

როგორც ვხედავთ, ტალღების ინტერფერენციას მივიღებთ მაშინ, როდესაც ამპლიტუდის, ე. ი. რხევის ინტენსივობის განაწილება სივრცეში არ იცვლება დროის განმავლობაში. ეს კი შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც წყაროთა საწყისი ფაზების სხვაობა მუდმივია. წყაროებს, რომელთა საწყის ფაზებს შორის სხვაობა მუდმივია, კ ო ჰ ე რ ე ნ ტ უ ლ ი წ ყ ა რ ო ე ბ ი ეწოდება. თუ წყაროები კოჰერენტული არ არის, φ_0 ცვალებადი იქნება და C-ც შეიცვლება დროის განმავლობაში. ვინაიდან ეს ცვლა ჩვეულებრივად საკმაოდ სწრაფად ხდება, ტალღის მიმღები იარაღი (მაგალითად, ბგერის შემთხვევაში — ყური) გაზომავს მხოლოდ საშუალო ინტენსიობას. მაგრამ cosinus-ის საშუალო მნიშვნელობა (საკმაოდ დიდი დროის განმავლობაში) ნულის ტოლია და ამიტომ არაკოჰერენტული წყაროების შემთხვევაში (XIV,51) განტოლება მოგვცემს:

$$\overline{C^2} = \overline{A^2} + \overline{B^2}.$$

ვინაიდან რხევის ინტენსივობა ამპლიტუდის კვადრატის პროპორციულია, მივიღებთ:

$$J = J_1 + J_2,$$

ე. ი. საერთო ინტენსივობა იქნება შესაკრები ტალღების ინტენსივობათა ჯამის ტოლი და არავითარი ინტერფერენცია არ ხდება.

კოჰერენტული ტალღების შემთხვევაში (XIV,51) განტოლების ყველა წევრი მუდმივია და ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2}\cos[k(r_1 - r_2) + \varphi_0]. \qquad (XIV,52)$$

იმის ნათლად წარმოსადგენად, თუ როგორაა ამ შემთხვევაში განაწილებული ბგერის ინტენსივობა სივრცეში, დავუშვათ, რომ $\varphi_0 = 0$.

წერტილებში, რომელთათვის $k(r_1-r_2)=2\pi n$, სადაც $n=0, 1_1, 2_1\ldots$, ინტენსივობა მაქსიმალური იქნება

$$J=J_1+J_2+2\sqrt{J_1J_2}.$$

თუ k-ს ტალღის სიგრძით გამოვხატავთ, მივიღებთ:

$$r_1-r_2=2n\frac{\lambda}{2}, \qquad \text{(XIV,53)}$$

ე. ი. ინტენსივობა მაქსიმალურია, თუ ტალღების სვლათა სხვაობა r_1-r_2 ტალღის სიგრძის ნახევრის ლუწი რიცხვის ტოლია. ამ შემთხვევაში არჩეულ წერტილში ტალღები ერთი და იმავე ფაზით მოდის და აძლიერებს ერთიმეორეს.

ინტენსივობის მინიმუმს

$$J=J_1+J_2-2\sqrt{J_1J_2}$$

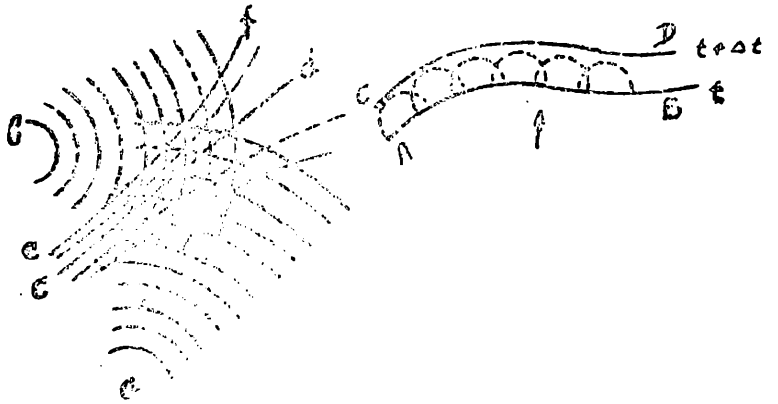
იმ შემთხვევაში მივიღებთ, როდესაც $k(r_1-r_2)=\pi(2n+1)$

$$r_1-r_2=(2n+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad \text{(XIV,54)}$$

ინტენსივობა მინიმალურია, თუ ტალღების სვლათა სხვაობა ტალღის სიგრძის ნახევრის კენტი რიცხვის ტოლია. ამ შემთხვევაში ტალღები საწინააღმდეგო ფაზებით ხვდება ერთიმეორეს და ასუსტებს ერთმანეთს. ინტენსივობის როგორც მაქსიმუმის, ისე მინიმუმის წერტილების გეომეტრიული ადგილები ჰიპერბოლოიდებია, ვინაიდან (XIV,53) და (XIV,54) ფორმულების თანახმად წყაროებამდე მანძილების სხვაობა მუდმივი სიდიდეა. ამ ჰიპერბოლოიდებიდან ერთ-ერთი, რომლისთვისაც $n=0$ და $r_1=r_2$, გვაძლევს სიბრტყეს, რომლის წერტილები ტოლი მანძილებითაა დაშორებული ორივე წყაროდან (*cd* სიბრტყე 235-ე ნახაზზე). იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც შესაკრები ტალღების ამპლიტუდები ტოლია, მაქსიმალური ინტენსივობა ერთ-ერთი შესაკრები ტალღის გაოთხკეცებული ინტენსივობის ტოლი იქნება, მინიმალური ინტენსივობა კი იქნება ნული, ე. ი. სათანადო წერტილებში ტალღები მოსპობს ერთიმეორეს.

კოჰერენტული წყაროების განხორციელება სხვადასხვანაირად შეიძლება. ყველაზე მარტივია შემთხვევა, როდესაც ორივე ტალღა ერთი წყაროდანაა გამოსული, მაგრამ სხვადასხვა მიზეზის გამო მათ მიერ სხვადასხვა მანძილია გავლილი. კოჰერენტული წყაროებია აგრეთვე კამერტონის ფეხები, ვინაიდან მათი რხევები ერთიმეორესთანაა დაკავშირებული.

თუ შესაკრები ტალღების სიხშირეები ტოლი არ არის, მათი რაიმე წერტილში შეკრებით მიღებული რხევა აღარ იქნება ჰარმონიული, ე. ი. შეუძლებელი იქნება მისი დახასიათება გარკვეული მუდმივი ამპლიტუდით და სიხშირით. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც სიხშირეები ძალიან მცირედ განსხვავდება ერთიმეორისაგან, შეკრებით მიღებული რხევა შეიძლება განვიხილოთ როგორც



ნახ. 235.

ნელა ცვლადი ამპლიტუდიანი ჰარმონიული რხევა. ვთქვათ, სივრცის აღებულ წერტილში მოვიდა ორი ტალღა სიხშირეებით ω და $\omega + \Delta\omega$, სადაც $\Delta\omega$ მცირეა ω-სთან შედარებით:

$$\xi_1 = A \sin(\omega t - k_1 r_1),$$
$$\xi_2 = A \sin[(\omega + \Delta\omega)t - k_2 r_2].$$

გამოთვლების გასამარტივებლად დაშვებულია, რომ ორივე ტალღას ერთი და იგივე ამპლიტუდა აქვს. ტალღების შეკრებით მივიღებთ:

$$\xi = 2A \sin\left[\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \frac{k_1 r_1 + k_2 r_2}{2}\right] \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{k_1 r_1 - k_2 r_2}{2}\right).$$

ვინაიდან $\Delta\omega$ ძალიან მცირეა ω-სთან შედარებით, პირველი მამრავლის არგუმენტში იგი შეიძლება უგულებელვყოთ. გარდა ამისა, შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\frac{k_1 r_1 + k_2 r_2}{2} = \varphi_1, \quad \frac{k_1 r_1 - k_2 r_2}{2} = \varphi_2,$$

მაშინ წინა განტოლება შემდეგნაირად გადაიწერება:

$$\xi = 2A \sin(\omega t - \varphi_1) \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \varphi_2\right). \qquad \text{(XIV,55)}$$

პირველი მამრავლის, ე. ი. sinus-ის სიხშირე ω გაცილებით უფრო დიდია, ვიდრე მეორე მამრავლის, ე. ი. cosinus-ის სიხშირე $\Delta\omega$. მაშასადამე, სანამ მეორე მამრავლი ერთ რხევას შეასრულებს, პირველი მამრავლი მრავალჯერ შეიცვლება. ამიტომ პირველი მამრავლის ერთი პერიოდის განმავლობაში მეორე მამრავლი მიახლოებით მუდმივად შეიძლება ჩავთვალოთ და $2A$-სთან ერთად განვიხილოთ როგორც ω სიხშირის ჰარმონიული რხევის ამპლიტუდა. მაშასადამე, მახლობელი სიხშირის მქონე ორი ტალღის შეკრება სივრცის არჩეულ წერტილში (მოცემული φ_1 და φ_2 სათვის) გვაძლევს ნელა ცვლად ამპლიტუდიან ჰარმონიულ რხევას. ეს იმას ნიშნავს, რომ სივრცის არჩეულ წერტილში ტალღის ინტენსივობა არ იქნება მუდმივი. იგი პერიოდულად შეიცვლება $\frac{\Delta\omega}{2}$ სიხშირით. თუ, მაგალითად, იკრიბება ასეთი ხასიათის ბგერის ტალღები, ბგერის ძალა პერიოდულად ცვლადი იქნება: ω სიხშირის ბგერა თანდათან ძლიერდება, აღწევს მაქსიმუმს, სუსტდება და ბოლოს ისპობა, შემდეგ ისევ იწყება გაძლიერება და ა. შ. ამ მოვლენას *ბგერა* ეწოდება. მისი განხორციელება შემდეგნაირად შეიძლება. იღებენ ტოლ სიხშირიან ორ კამერტონს და ერთ-ერთი მათგანის სიხშირეს მცირედ შეცვლიან მის ფეხზე რაიმე მცირე ტვირთის მიმაგრებით; ორივე კამერტონის რხევაში მოყვანის შემდეგ ადვილად შეამჩნევენ ბგერის ინტენსივობის პერიოდულ ცვლას. ცხადია, რომ რაც უფრო მცირეა სიხშირეთა შორის განსხვავება, მით უფრო ნაკლები სიხშირის ბგერას მიიღებენ. ბგერაზე დაკვირვებით ხშირად სარგებლობენ ორი ბგერის სიხშირეთა შესადარებლად.

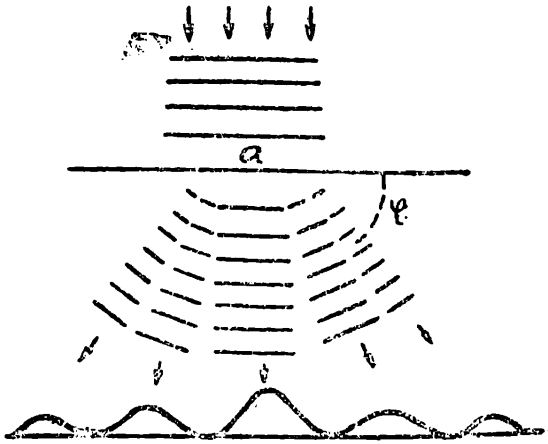
§ 121. ჰიუგენსის პრინციპი და ტალღების დიფრაქცია

ტალღების გავრცელების შესწავლა ჩვეულებრივად ხდება ტალღური განტოლების ამოხსნის საშუალებით, მაგრამ ამ ამოხსნის სირთულის გამო ხშირად მიმართავენ არაზუსტ, მაგრამ მრავალ შემთხვევაში საკმარის ხერხს. ეს ხერხი დამყარებულია ე. წ. *ჰიუგენსის პრინციპზე*. ეს პრინციპი, რომელიც პირველად დიდმა ჰოლანდიელმა ფიზიკოსმა ჰიუგენსმა ჩამოაყალიბა მე 17 საუკუნეში, შემდეგში მდგომარეობს. განვიხილოთ ტალღის ზედაპირი, ე. ი. ზედაპირი, რომლის ყოველ წერტილში, დროის გარკვეულ t მომენტში, ტალღას ერთი და იგივე ფაზა აქვს. ცხადია, რომ ტალღის გავრცელების ხასიათი საცნებით გარკვეული იქნება, თუ გვეცოდინება ხერხი, რომლის საშუალებითაც მოიძებნება ტალღური ზედაპირის მდებარეობა ნებისმიერ შემდეგ მომენტში. ვთქვათ, მო-

ცემულია ტალღური ზედაპირი AB t მომენტისათვის და მოსაძებნია ტალღური ზედაპირის მდებარეობა $t+\Delta t$ მომენტში (ნახ. 179). ჰიუგენსმა დაუშვა, რომ AB ტალღური ზედაპირის ყოველი წერტილი შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც ახალი ტალღის წყარო. ამ წერტილებიდან t მომენტში გამოსული ტალღები Δt დროის შემდეგ მოგვცემს მცირე ტალღურ ზედაპირებს, რომელთა ფორმა დამოკიდებული იქნება ტალღის სხვადასხვა მიმართულებით გავრცელების სიჩქარეზე. თუ გარემო იზოტროპიულია, ე. ი. ტალღა ყველა მიმართულებით ერთი და იმავე სიჩქარით ვრცელდება, ეს, მცირე, ან როგორც მათ ჩვეულებრივად უწოდებენ, ელემენტარული ტალღები სფერული ფორმისა იქნება (235-ე ნახაზზე ეს ტალღები პუნქტირითაა დახაზული).

ჰიუგენსის შემდეგი დაშვება იმაში მდგომარეობს, რომ ახალი ტალღური ზედაპირი Δt მომენტის შემდეგ იქნება ამ ელემენტარული ტალღების მომვლები CD. რაკი მოძებნილია ტალღური ზედაპირი $t+\Delta t$ მომენტში, მსჯელობის გამეორებით შეიძლება მოვძებნოთ ტალღური ზედაპირი შემდეგი მომენტისათვის და ა. შ. ახლა უკვე შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ ჰიუგენსის პრინციპი: ტალღური ზედაპირი $t+\Delta t$ მომენტში არის იმ ელემენტარული ტალღების მომვლები, რომლებიც მიიღება, თუ t მომენტის სათანადო ტალღური ზედაპირის ყოველ წერტილს განვიხილავთ როგორც ტალღის წყაროს. ცხადია, რომ ამ წყაროების საწყის ფაზათა სხვაობა ნულია, ვინაიდან ყველა ისინი ტოლი ფაზის ზედაპირზე მდებარეობენ. ამიტომ ეს წყაროები კოჰერენტული იქნება და შესაძლებელია მათგან გამოსული ტალღების ინტერფერენცია. ელემენტარული ტალღების ინტერფერენცია საშუალებას გვაძლევს ავხსნათ თავისებური ხასიათის მოვლენები, რომლებიც მიიღებიან სხეულების კიდეებთან და ვიწრო ხვრელებში ტალღის გავლის დროს. ამ შემთხვევებში ხდება ტალღის მიერ ეკრანის შემოვლა და ისეთი მიმართულებით გავრცელება, რომლის გასწვრივაც ტალღა პიოველი შეხედვით არ უნდა გავრცელებულიყო. ყველა ამ მოვლენას ტალღების დიფრაქცია ეწოდება. დიფრაქციული მოვლენის მაგალითის სახით განვიხილოთ ბრტყელი ტალღის გავლა ვიწრო ხვრელში (ნახ. 236). ჰიუგენსის პრინციპის თანახმად, ხვრელამდე მისული ტალღის ზედაპირის ყოველი წერტილი უნდა განვიხილოთ როგორც ერთისა და იმავე ფაზის მქონე წყაროები. საჭიროა გამოვარკვიოთ ამ წყაროებიდან გამოსული ელემენტარული ტალღების ინტერფერენციის შედეგი. ცხადია, რომ დაცემული ტალღის მიმარ-

თულებით ყველა ამ ტალღის სვლათა სხვაობა ნული იქნება და ისინი ერთიმეორეს გააძლიერებენ. ამ მიმართულებით მოთავსებული მიმღები გვიჩვენებს ტალღის ინტენსივობის მაქსიმუმს. განვიხილოთ ახლა რაიმე სხვა მიმართულება, რომელიც ტალღის პირვანდელ მიმართულებასთან φ კუთხეს ადგენს. ცხადია, რომ ხვრელის სხვადასხვა ნაწილიდან გამოსული ტალღები ამ მიმართულებით სხვადასხვა გზას გაივლის და სვლათა სხვაობა ისეთი შეიძლება აღმოჩნდეს (მაგ., ტალღის სიგრძის ნახევრის კენტი რიცხვი), რომ ტალ-



ნახ. 236.

ღები ერთიმეორეს მოსპობს. ასეთი მიმართულებით ტალღების ინტენსივობა ნული იქნება. სხვა მიმართულებით ტალღებმა ისევ შეიძლება გააძლიეროს ერთმანეთი და ა. შ. როგორც ვხედავთ, ვიწრო ხვრელში გავლის დროს ტალღა სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა ინტენსივობით ვრცელდება. ცხადია, რომ, რაც უფრო მცირეა ტალღის სიგრძე ხვრელის ზომასთან შედარებით, მით უფრო ახლო იქნება ერთიმეორესთან მაქსიმალური (ან მინიმალური) ინტენსივობის მიმართულებანი და მით უფრო ნაკლებად გადაიხრება ტალღა სწორხაზოვანი გავრცელების მიმართულებისაგან. თუ ტალღის სიგრძე დიდია ხვრელის ზომასთან შედარებით, სწორხაზოვანი გავრცელების მიმართულებისაგან გადახრა მით უფრო შესამჩნევი იქნება და მით უფრო ადვილი დასამზერია დიფრაქციის მოვლენა. ტალღების დიფრაქციის დამზერა ადვილია წყლის ტალღების შემთხვევაში. ცნობილია, რომ წყლის ზედაპირზე წარმოშობილი ტალღები თავისუფლად შემოუვლის წყალზე მოთავსებულ მცირე სხეულს და ვრცელდება ისე, თითქოს ეს სხეული არც ყოფილიყოს. ცნობილია აგრეთვე, რომ ბგერის ტალღებს, რომელთა სიგრძე

იზომება ათეული სანტიმეტრობითა და მეტრობით, ადვილად შეუძლია წინააღმდეგობის შემოვლა ისე, რომ ძალიან იშვიათად მიიღება ბგერის „ჩრდილი“. სულ სხვა მდგომარეობაა იმ შემთხვევაში, როდესაც ტალღის სიგრძე ძალიან მცირეა. ამ დროს ტალღები ვრცელდება ყოველგვარი შემოვლისა და გადახრის გარეშე და მათი გავრცელება შეიძლება აიწეროს „სხივების“ საშუალებით. მოკლე ტალღების დიფრაქციის დასამზერად საჭიროა ძალიან მცირე ზომის ეკრანების ან ხვრელების გამოყენება. სწორედ ასეთ შემთხვევას შევხვდებით შემდეგში სინათლის ტალღების განხილვისას, ვინაიდან მათი ტალღის სიგრძე სანტიმეტრის მეასიათასედი ნაწილებით იზომება. რადგანაც სინათლის ტალღების თვისებების გარჩევის დროს ჩვენ დეტალურად შევისწავლით დიფრაქციის მოვლენებს, აქ აღარ გავაგრძელებთ დიფრაქციის სხვადასხვა შემთხვევის განხილვას.

§ 122. ბგერის წყაროები და მიმღებები

მოკლედ განვიხილოთ იმ იარაღების პრინციპი, რომელთა საშუალებითაც ხდება ბგერის გამოსხივება და მიღება. როგორც ვიცით, ბგერის მისაღებად საჭიროა რხევაში მოვიყვანოთ რაიმე სხეული. ჩვეულებრივად ამისათვის იყენებენ კიდეებით დამაგრებულ ფირფიტას, რომელიც ამა თუ იმ საშუალებით მოყავთ რხევაში მისი სიბრტყის პერპენდიკულარული მიმართულებით. ვინაიდან, ჩვეულებრივად, ასეთი წყაროდან გამოსხივებული ბგერა შორ მანძილზე შეისწავლება, იგი შეიძლება განვიხილოთ როგორც სფერული ტალღების წყარო. დავუშვათ, რომ გვაქვს r_0 რადიუსის სფერო, რომელიც პერიოდულად იცვლის თავის მოცულობას, მაშინ, როგორც § 116-ში გამოვარკვიეთ, მის მიერ ერთ წამში გამოსხივებული ბგერის ენერგია იქნება:

$$W = 2\pi kcA^2.$$

შემოვიღოთ წყაროს ძალის ცნება. წყაროს ძალა ეწოდება წყაროს მოცულობის ცვლილების სიჩქარის ამპლიტუდას. თუ სფეროს ზედაპირის წერტილების რხევის ამპლიტუდას a-თი აღვნიშნავთ, მათი სიჩქარის ამპლიტუდა $a\omega$ იქნება. აქედან წყაროს ძალისათვის მივიღებთ:

$$i = a\omega S,$$

სადაც S არის წყაროს რხევადი ზედაპირი (სფეროს შემთხვევაში $S = 4\pi r_0^2$).

წყაროს სიჩქარის ამპლიტუდის გამოთვლა (XIV,16) ფორმული-

დან შეიძლება. ვინაიდან $r_0 < \lambda$, მეორე წევრი შეიძლება უგულებელვყოთ და მივიღებთ:

$$v = -\frac{Ac\lambda}{2\pi r_0^2} \cos \omega\left(t - \frac{r_0}{c}\right).$$

აქედან სიჩქარის $a\omega$ ამპლიტუდისათვის გვექნება:

$$a\omega = -\frac{Ac\lambda}{2\pi r_0^2},$$

საიდანაც A შეიძლება გამოვხატოთ წყაროს ძალის საშუალებით:

$$A^2 = \frac{i^2}{4c^2\lambda^2}.$$

ბგერის ენერგიის ფორმულაში ჩასმა და იმის მხედველობაში მიღება, რომ $K = c^2\rho$, გვაძლევს

$$W = \frac{\pi}{2} \frac{\rho c}{\lambda^2} i^2.$$

თუ გავიხსენებთ, რომ σc არის გარემოს აკუსტიკური წინააღმდეგობა R, მივიღებთ:

$$W = \frac{\pi}{2} \frac{Ri^2}{\lambda^2}. \qquad \text{(XIV,56)}$$

სფერული წყაროს სიმძლავრე (ერთ წამში გამოსხივებული ენერგიის რაოდენობა) გარემოს წინააღმდეგობისა და წყაროს ძალის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია და ტალღის სიგრძის კვადრატის უკუპროპორციულია.

მიღებული შედეგი გვიჩვენებს, რომ ერთი და იგივე წყარო მით უფრო მეტ ენერგიას გამოასხივებს, რაც უფრო დიდია გარემოს წინააღმდეგობა. მაგალითად, წყალში გამოსხივებული ენერგია 3000-ჯერ მეტია, ვიდრე ჰაერში გამოსხივებული. ამით აიხსნება ის გარემოება, რომ ბგერითი სიგნალების ძალა წყალში გაცილებით მეტია, ვიდრე ჰაერში.

ბგერის ძალა წყაროდან რაიმე r მანძილზე გამოითვლება W-ს გაყოფით $4\pi r^2$-ზე:

$$\overline{J} = \frac{Ri^2}{8r^2\lambda^2}.$$

მიღებული შედეგები იმ შემთხვევაშიაც შეიძლება გამოვიყენოთ, როდესაც ბგერის წყარო არ არის რხევადი სფერო. ამისათვის საჭიროა, რომ წყარო მცირე ზომისა იყოს, რათა ბგერას შეეძლოს მისი ადვილად შემოვლა.

თუ ბგერის ენერგია წყაროდან მხოლოდ ერთი მიმართულებით გამოდის, როგორც, მაგალითად, მემბრანული წყაროების შემთხვევაში (ტელეფონი და სხვ.), ბგერის ძალა ორჯერ მეტი იქნება, ვიდრე ყოველმხრივი გამოსხივების შემთხვევაში. ჩვენ მიერ განხილული მარტივი წყარო მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ბგერის სხვადასხვა წყაროს შესწავლაში, ვინაიდან თითქმის ყველა სახის წყარო (ფირფიტებიანი წყაროები, მილები და სხვ.) შეიძლება განვიხილოთ როგორც ასეთი მარტივი წყარო ამ მარტივ წყაროთა კომბინაცია. რასაკვირველია, ჩვენ მიერ მიღებული შედეგები არავითარ შემთხვევაში არ არის სრული, ვინაიდან ჩვენ მხედველობაში არ მიგვიღია მრავალი გარემოება, რომლებიც შესამჩნევად ცვლიან წინა შედეგებს. ასეთია, მაგალითად, ბგერის წყაროს მოძრავი ნაწილის მიერ გარემოს თანწაღება და გარემოს რეაქცია წყაროზე, რაც ცვლის აკუსტიკური წინააღმდეგობის მნიშვნელობას (გარემოს ინერცია)

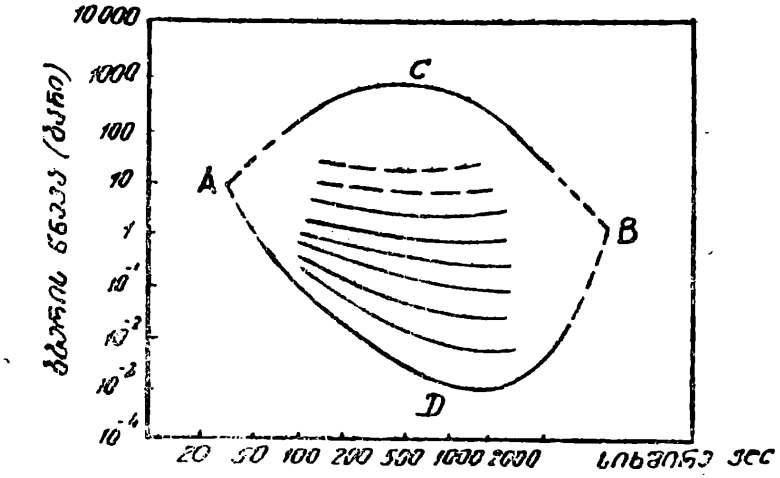
ბგერის ყველაზე ძლიერი წყაროა სირენა (ნახ. 238). მისი ძირითადი ნაწილებია ხვრელებიანი დისკოები. ქვედა დისკო უძრავია, ხოლო ზედა დისკოს შეუძლია ბრუნვა ვერტიკალური ღერძის ირგვლივ. ხვრელების რიცხვი ორივე დისკოში ერთი და იგივეა. თუ დისკოები ისეთ მდებარეობაშია, რომ ხვრელები თანხვდენილია, საბერველის საშუალებით მიღებული ჰაერის ნაკადი გადის ხვრელებში ჰავლების სახით. ზედა დისკოს მცირე შემობრუნებით შეიძლება დავხუროთ ქვედა დისკოს ხვრელები და ამით შევწყვიტოთ ჰავლების გამოდინება. ზედა დისკოს ბრუნვაში მოყვანა თვით ჰაერის ჰავლების საშუალებით ხდება, ვინაიდან ხვრელებს ისეთი მიმართულება აქვს მიცემული (*m* და *n* ხვრელი ნახაზზე), რომ ქვედა ხვრელიდან გამოსული ჰავლი ეჯახება ზედა ხვრელის კედელს და აწვება მას გარკვეული ძალით. ჰავლის გამოდინების პერიოდული შეწყვეტა გვაძლევს გარკვეული სიხშირის ბგერას. სიხშირის გამოთვლა ადვილია, თუ ცნობილია ხვრელების რიცხვი და ზედა დისკოს ბრუნვათა რიცხვი.

მძლავრ სირენებს იყენებენ ბგერითი სიგნალიზაციისათვის განსაკუთრებით ნაოსნობაში, ვინაიდან ნისლიან ამინდში შუქურები ვერ აღწევს თავის მიზანს და ბგერა სიგნალების გადაცემის ერთადერთი საშუალება ხდება.

ბგერის წყაროებს ეკუთვნის აგრეთვე მილები. ამ შემთხვევაშიაც ბგერა ჰაერის ჰავლის საშუალებით წარმოიშვება. სითხის ან გაზის მიერ რაიმე სხეულის წვეტიანი კიდის გარსშემოდენის დროს გრიგალების პერიოდული წარმოშობის მოვლენა გამოიყენება. მილში

შესული ჰაერი ეჯახება სოლის წვეტიან კიდეს და აქ წარმოშობილი გრიგალები გვაძლევს გარკვეული სიხშირის ბგერას. ჰაერის სიჩქარის თანდათანობითი გადიდებით შეიძლება მივიღოთ მილის სხვადასხვა საკუთარი რხევა.

გარდა სოლიანი მილებისა, იყენებენ აგრეთვე ენიან მილებს, რომლებშიაც ჰაერის პერიოდული რხევა ხდება ფირფიტის ანუ



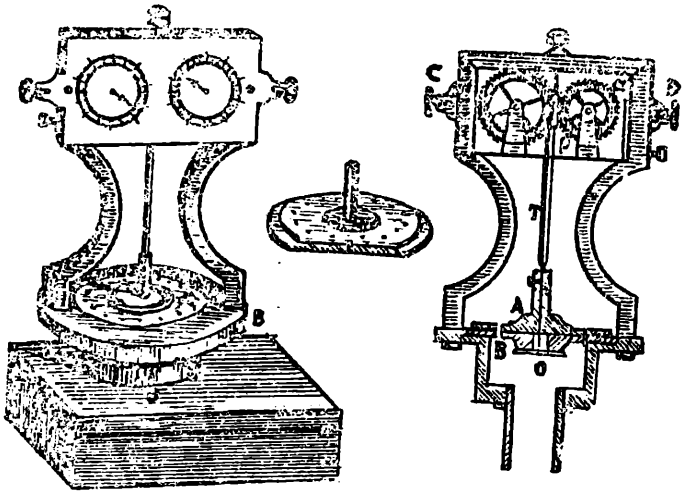
ნახ. 237.

ენის საშუალებით. ეს მილი ისეა მოწყობილი, რომ რხევადი ენა თვითონ ხურავს და აღებს ხვრელს, რომლის საშუალებითაც მილში შედის ჰაერი.

ძალიან დიდი სიხშირის ბგერის მიღება შეიძლება გალტონის სასტვენის საშუალებით; იგი მცირე ზომის წვეტიანი კიდეებიანი მილია. რეზონატორული ხვრელის საშუალებით მასში შეუშვებენ ჰაერის ჭავლს, რომელიც ეჯახება მილის კიდეებს და ბგერას იძლევა. ამ ბგერის სიხშირე დამოკიდებულია მილის სიგრძეზე, რომელიც შეიძლება ვცვალოთ მილის მეორე ბოლოში მოთავსებული დგუშის საშუალებით. გალტონის სასტვენი იძლევა ძალიან დიდი სიხშირის სუფთა ბგერებს. მისი საშუალებით შეიძლება იმდენად დიდი სიხშირის ბგერის მიღება (40000 რხევაზე მეტი წამში), რომ ადამიანის ყური მას ვეღარ შეიგრძნობს.

მაღალი სიხშირის ბგერის განსაკუთრებით საინტერესო წყაროა პიეზოელექტრული წყარო. სხეულების ელექტრული თვისებების განხილვის დროს ვნახავთ, რომ ზოგიერთი კრისტალის ცვალებად ელექტრულ ველში მოთავსება იწვევს ამ კრისტალის პერიოდულ შეკუმშვასა და გაფართოებას. ამ მოვლენას პიეზოელექტრობა ეწოდება. ყველაზე შესამჩნევ პიეზოელექტრულ თვისებებს ამჟღავნებს

კვარცი, ტურმალინი და სეგნეტის მარილი. მათგან ბგერის წყაროდ ყველაზე ხშირად კვარცს იყენებენ. სათანადოდ ამოჭრილ კვარცის ფირფიტას გარკვეული სიხშირის ცვალებად ელექტრულ ველში ათავსებენ. ფირფიტა იწყებს გაფართოებასა და შეკუმშვას ასეთივე სიხშირით და ბგერის წყარო ხდება. პიეზოკვარცის საშუალებით შეიძლება ძალიან მაღალი სიხშირის ბგერის, ე. წ. ულტრაბგერის მიღება. ეს ულტრაბგერა ფრანგმა ფიზიკოსმა ლანჟევენმა გამოიყენა წყალქვეშა სიგნალიზაციისათვის. მან მიიღო 50000 ჰერცი.



ნახ. 238.

სიხშირის ულტრაბგერა, რომლის ტალღის სიგრძე წყალში 3*cm*-ს არ აღემატებოდა. ვინაიდან კვარცის ფირფიტის ზომა ტალღის სიგრძეზე მეტი იყო, გამოსხივება ხდებოდა თითქმის მხოლოდ ერთი მიმართულებით (ნორმალის გასწვრივ) და არა ისე, როგორც ტალღის სიგრძესთან შედარებით მცირე წყაროს შემთხვევაში. ეს გარემოება (მთელი ენერგიის გადაცემა ერთი მიმართულებით) საშუალებას გვაძლევს ზორ მანძილზე გადავცეთ ბგერის ენერგია.

ბგერის მიმღებ იარაღებს ზორის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ადამიანის სმენის ორგანო—ყური. ჩვენ არ შევუდგებით მის აღწერას, აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ მისი მუშაობის მექანიზმი ასეთია: სასმენ არხში შესულ ბგერას რხევაში მოყავს დოლის აპკი, რომელიც მასთან მიმაგრებული ძვლების სისტემის საშუალებით გადასცემს ამ რხევას სითხეს, რომელიც ლოკოკინაშია მოთავსებული. ეს სითხე მოქმედებს ძირითად მემბრანაზე, რომლის რხევა აღიზიანებს სასმენ ნერვებს და იწვევს ბგერის შეგრძნებას. ძირითადი მემბრანა შედგება სხვადასხვა სიგრძისა და სისქის (დაჭიმული სიმების მსგავ-

სი) ბოჭკოებისაგან, რომელთაც შეუძლიათ ერთიმეორისაგან დამოუკიდებლად რხევა. გარკვეული სიხშირის ბგერას რხევაში მოყავს ბოჭკოების მხოლოდ გარკვეული ჯგუფი; მათი საკუთარი სიხშირე მოსული ბგერის სიხშირის მსგავსია (რეზონანსი). როგორც ორკვევა, ადამიანის ყურს შეუძლია მხოლოდ ისეთი ბგერების შეგრძნება, რომელთა სიხშირე აღემატება 20 რხევას წამში და ნაკლებია 20000 რხევაზე წამში. უფრო დაბალი და მაღალი სიხშირის ბგერას ყური ვეღარ შეიგრძნობს. ზოგჯერ ხდება, რომ ყური შეიგრძნობს 16 ჰერცის სიხშირის ბგერას. ეს იმით არის გამოწვეული, რომ ძირითადი მემბრანის არასიმეტრიულობისა და, აგრეთვე, სხვა მიზეზების გამო ყურში შესული ბგერა წარმოშობს ობერტონებს, ე. ი. ჯერადი სიხშირის ბგერებს, და სწორედ ეს ბგერები და არა ძირითადი ბგერა, რომლის სათანადო ბოჭკო არ არის მემბრანში, წარმოშობს ბგერის შეგრძნებას.

ყური სხვადასხვა გრძნობიერებას ამჟღავნებს სხვადასხვა სიხშირის ბგერებისადმი. ყველაზე ნაკლები სიძლიერის ბგერის შეგრძნება ყურს შეუძლია 1000-დან 3000 ჰერცის სიხშირის ფარგლებში, ე. ი. ამ ფარგლებში ყური ყველაზე უფრო გრძნობიერია. 237-ე ნახაზზე მოყვანილია სმენადობისა და შეგრძნების ზღვრების გამომხატველი მრუდები. აბსცისთა ღერძზე გადაზომილია სიხშირე, ორდინატთა ღერძზე—წნევა. *ADB* მრუდი გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება სმენადობის ზღვარი სიხშირის მიხედვით. *ACB* მრუდი გამოხატავს შეგრძნების ზღვარის სიხშირეზე დამოკიდებულებას. როგორც ეს მრუდები გვიჩვენებს, ყურის მოქმედების არე ძალიან ფართოა. მას შეუძლია შეიგრძნოს ბგერები თითქმის 10 ოქტავის ფარგლებში, ბოლო ბგერის მაქსიმალური ძალის შეფარდება მინიმალურ ძალასთან, რომელიც კიდევ შეიძლება შეიგრძნოს ყურმა, 10^{13}-ს აღწევს.

ყურის საშუალებით ბგერის მოსმენის დროს ყური ახდენს მოსული ბგერის ანალიზს, ე. ი. შლის რთულ ბგერას მის შემადგენელ ჰარმონიულ ბგერებად (წმინდა ტონებად). ყოველი ჰარმონიული ბგერა ხასიათდება სიმაღლით, რომელიც დამოკიდებულია ბგერის სიხშირეზე. რაც უფრო მეტია ბგერის სიხშირე, მით უფრო მეტია სათანადო ტონის სიმაღლე. ბგერის მეორე დამახასიათებელი თვისება—სიძლიერე დამოკიდებულია ბგერის ენერგიაზე (უფრო სწორად, ინტენსივობაზე). ბგერის სიძლიერეს ჩვეულებრივად ზომავენ განსაკუთრებული ერთეულით ბელით (ტელეფონის გამომგონებლის ბელის პატივსაცემად). ეს ერთეული შემდეგნაირად განისაზღვრება. ავარჩიოთ რომელიმე ინტენსივობის ბგერა ნულოვან დონედ

(სტანდარტის მიხედვით ასეთ ბგერად არჩეულია 10^{-9} $\frac{erg}{cm^2\,sec}$ ინტენსივობის ბგერა) და აღვნიშნოთ მისი ინტენსივობა J_0-ით. თუ რომელიმე სხვა ბგერის ინტენსივობა არის J, სიდიდეს

$$\Delta = \lg_{10} \frac{J}{J_0}$$

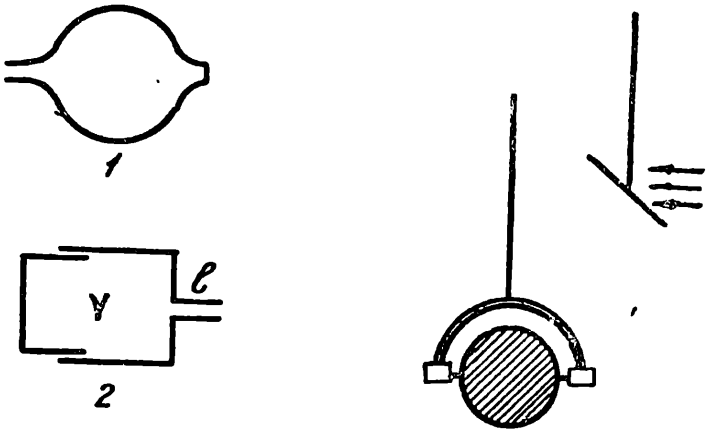
ეწოდება J ბგერის სიძლიერე. სწორედ ამ Δ სიდიდის ერთეულია ბელი. მაგალითად, როდესაც ვამბობთ, რომ ამა თუ იმ ბგერის სიძლიერე 1 ბელია, ეს იმას ნიშნავს, რომ მისი ინტენსივობა 10-ჯერ მეტია, ვიდრე ძირითადი ბგერის ინტენსივობა. საზოგადოდ, თუ ბგერის სიძლიერე n ბელით იზომება, მისი ინტენსივობა 10^n-ჯერ მეტი იქნება, ვიდრე ძირითადი ბგერის ინტენსივობა. პრაქტიკაში უფრო ხშირად იყენებენ დეციბელს — ბელის მეათედ ნაწილს. ბგერის სიძლიერის ლოგარითმული სკალა ძალიან მოსახერხებელია, ვინაიდან ჩვეულებრივად ადამიანის ყური შეიგრძნობს 10-ჯერ უფრო ინტენსიურ ბგერას, როგორც ორჯერ უფრო ძლიერს. დეციბელის თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად რამდენიმე მაგალითი მოვიყვანოთ: ჩურჩულის ბგერის სიძლიერე 10 დეციბელია, წყნარი ქუჩის ხმაურის — 50 – 58, საბარგო ავტომანქანის — 60 — 75, თვითმფრინავის მოტორისა კი — 116.

ადამიანის ყურს აქვს თვისება ერთიმეორისაგან გაარჩიოს სხვადასხვა წყაროდან მიღებული ერთი და იმავე სიმაღლის, ე. ი. სიხშირის ბგერა. ასეთი გარჩევის შესაძლებლობა იმასთანაა დაკავშირებული, რომ ყურამდე არასოდეს არ მოდის მხოლოდ ერთი ჰარმონიული ტონი. უკანასკნელს თან სდევს უფრო მაღალი სიხშირისა და სხვადასხვა სიძლიერის ობერტონები, რომელთა არსებობაც ბგერას სხვადასხვა ხასიათს აძლევს. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ბგერას გარკვეული ტემბრი აქვს. იმისდა მიხედვით, თუ როგორი სიძლიერისაა ობერტონები, სხვადასხვა ტემბრის ბგერას მივიღებთ.

ხმაური იმით განსხვავდება ბგერებისაგან, რომ რხევის ხასიათი განუწყვეტლივ და სრულიად უწესრიგოდ იცვლება. ამიტომაც ამ შემთხვევაში არ შეიძლება ლაპარაკი გარკვეულ სიხშირესა და ტემბრზე. მუსიკაში ხმარებული ბგერების სიხშირე იცვლება დაახლოებით 30 ჰერციდან 5000 ჰერცამდე ფარგლებში. მთელი ეს შუალედი დაყოფილია ინტერვალებად. ძირითადი ინტერვალი არის ოქტავა, რომლის ტონების სიხშირეთა შეფარდება არის 2 : 1. სხვა ინტერვალებია: კვინტა — შეფარდებით 3 : 2, კვარტა — 4 : 3, დიდი

ტერცია — 5 : 4 და ა. შ. ერთ ოქტავაში გამოყოფილია 7 ტონი სპეციალური სახელწოდებებით: do, re, mi, fa, sol, la, si.

ბგერის მიმღებიდან ჩვენ განვიხილავთ კიდევ ჰელმჰოლცის რეზონატორებს. რეზონატორი სფერული ან ცილინდრული ფორმის ღრუ ჭურჭელია (ნახ. 239), რომელიც გარემოსთან ვიწრო ხვრელითაა შეერთებული. ხვრელზე დაცემულ ბგერის ტალღას რხევით მოძრაობაში მოყავს რეზონატორის შიგნით მყოფი ჰაერი და, თუ ბგერის სიხშირე რეზონატორის საკუთარ სიხშირეს თანხვდება, მის



ნახ. 239.

შიგნით რხევის ამპლიტუდა გადააჭარბებს მოსული ბგერის ამპლიტუდას (რეზონანსი).

გამოვითვალოთ რეზონატორის საკუთარი სიხშირე. თუ ყელის განივკვეთის ფართობს S-ით აღვნიშნავთ, მოცულობას—V-თი, ხოლო წნევას ბგერის დაცემამდე—p_0-ით, ყელის განივკვეთის ფართობზე მოქმედი ძალისათვის მივიღებთ:

$$F=-\gamma p_0 \frac{dV}{V_0} S,$$

სადაც—$\gamma p_0 \frac{dV_0}{V_0}$ არის წნევის ნაზრდი ყელში გამოწვეული ბგერით. ვინაიდან $dV=S\cdot\xi$, სადაც ξ არის ჰაერის ფენის გადანაცვლება ყელში, გვექნება:

$$F=-\gamma p_0 \frac{S^2}{V_0}\xi=-\frac{\rho c^2 S^2}{V_0}\xi,$$

რადგანაც ბგერის სიჩქარე

$$c=\sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho}}.$$

ამ ძალას მოძრაობაში მოყავს ყელში მყოფი ჰაერი, რომლის მასა იქნება ρSl, სადაც l არის ყელის სიგრძე. ამიტომ მოძრაობის განტოლება შემდეგი სახით დაიწერება:

$$\rho Sl \cdot \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\rho c^2 S^2}{V_0}\xi = 0.$$

აქედან საკუთარი რხევის სიხშირისათვის მივიღებთ:

$$\omega_0 = c\sqrt{\frac{S}{l \cdot V_0}}. \qquad \text{(XIV,57)}$$

ეს არის რეზონატორის ძირითადი სიხშირე. ცხადია, რომ, გარდა ასეთი სიხშირის რხევისა, რეზონატორში გაჩნდება უფრო მაღალი სიხშირის რხევები (ობერტონები). თუ რეზონატორამდე მოსული ბგერა რთული ხასიათისაა, რეზონატორი გააძლიერებს მისი სათანადო სიხშირის ბგერას და ამიტომ ასეთ რეზონატორებს ხშირად იყენებენ ბგერის ანალიზისათვის. ამ მხრივ განსაკუთრებით გამოსადეგია ცვალებადი მოცულობის რეზონატორი (2), რომელიც შეიძლება ავაწყოთ სხვადასხვა სიხშირის ბგერებზე.

§ 123. ბგერის ძალის, სიხშირისა და სიჩქარის გაზომვა

განვიხილოთ რამდენიმე მარტივი ხელსაწყო, რომელთა საშუალებით შეიძლება ბგერის ძალისა და სიხშირის გაზომვა. ბგერის ძალის გასაზომად ყველაზე ხშირად იყენებენ რ ე ლ ე ი ს დ ი ს კ ო ს. ინგლისელმა ფიზიკოსმა რელეიმ შეამჩნია, რომ მსუბუქი დისკო, რომელზედაც ეცემა ბგერის ნაკადი, ცდილობს მობრუნდეს და გაჩერდეს ნაკადის პერპენდიკულარულად. ყველაზე დიდი მბრუნავი მომენტი მოქმედებს იმ შემთხვევაში, როდესაც დისკოს ნორმალი ნაკადთან 45° კუთხეს ქმნის. ფორმულას, რომელიც მბრუნავ მომენტს ნაკადის სიჩქარესთან აკავშირებს, შემდეგი სახე აქვს:

$$M = \frac{4}{3}\rho a^3 v^2 \sin 2\sigma,$$

სადაც ρ არის გარემოს სიმკვრივე, a—დისკოს რადიუსი, v—ნაკადის სიჩქარე და σ—კუთხე ნორმალსა და ნაკადის მიმართულებას შორის. ეს ფორმულა საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ ნაწილაკების რხევის სიჩქარე ბგერის ველში. რელეის დისკო 0,05 სმ-ის სისქის დისკოა, რომელიც ძალიან წვრილ კვარცის ძაფზეა დაკიდებული (ნახ. 239). დისკოს მობრუნების კუთხეს ჩვეულებრივად ზომავენ მისგან არეკლილი სინათლის სხივის გადახრის კუთხით.

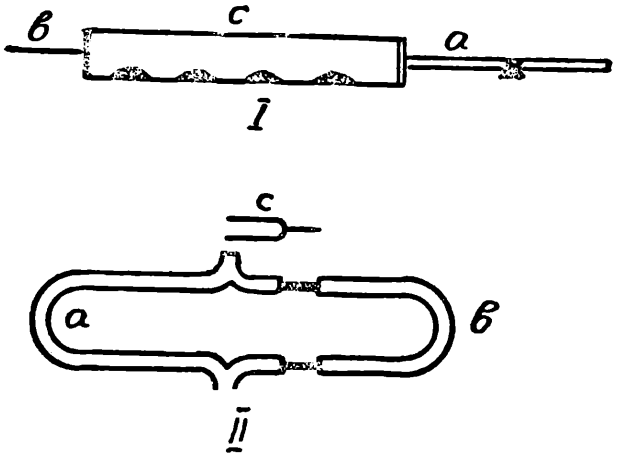
სიხშირის აბსოლუტური გაზომვა მოითხოვს დროის ზუსტ გაზომვას. კამერტონის სიხშირის მარტივად გაზომვა შემდეგნაირად შეიძლება. კამერტონის ერთ-ერთ ფეხზე მიამაგრებენ წვრილ ნემსს ისე, რომ მისი წვერი ეხებოდეს მბრუნავ ცილინდრზე გადაკრულ ჰვარტლით გამურულ ქაღალდს. თუ კამერტონს რხევაში მოიყვანენ, იგი შემოსწერს სინუსოიდს, რომლის ტალღათა რიცხვის დათვლაც (დროის გარკვეულ შუალედში) კამერტონის სიხშირის გამოთვლის საშუალებას მოგვცემს.

უფრო ხშირად ახდენენ ბგერის სიხშირის ფარდობით გაზომვას. გამოსაკვლევი ბგერის სიხშირეს უკვე დამზადებული ეტალონების სიხშირესთან ადარებენ. ასეთ ეტალონებად ჩვეულებრივად იღებენ გარკვეული ტვირთით დაჭიმულ სიმს, რომლის სიხშირე შეიძლება ცვალონ ტვირთის ცვლის საშუალებით. იყენებენ აგრეთვე სიხშირის გაზომვის სტრობოსკოპულ მეთოდს. განათების პერიოდული შეწყვეტით შეიძლება (თუ განათების შეწყვეტის სიხშირე ბგერის სიხშირეს უდრის) მბგერავი სხეული ერთ გარკვეულ ფაზაში გააჩეროონ, ვინაიდან სხეულის მოძრავი ნაწილი (მაგალითად, კამერტონის ფეხი) ყოველთვის ამ ფაზის სათანადო მომენტში იქნება განათებული. თუ ასეთ მდგომარეობას მიაღწევენ, მბგერავი სხეულის სიხშირე სინათლის წყვეტის სიხშირის ტოლი იქნება.

ბგერის სიჩქარის გაზომვა თავისუფალ ჰაერში ჩვეულებრივად ხდება ბგერის ერთი წერტილიდან გამოსვლისა და მეორე წერტილში მისვლის მომენტების აღნიშვნით. წერტილებს შორის მანძილის სათანადო დროზე გაყოფით მივიღებთ ბგერის სიჩქარეს წყალში.

ბგერის სიჩქარის გაზომვის უფრო გავრცელებული მეთოდია კ უ ნ დ ტ ი ს მეთოდი, რომელიც დამყარებულია დახურულ მილში მდგარი ტალღების წარმოშობასა და მათი სიგრძის გაზომვაზე. კუნდტის მეთოდის სქემა 240-ე ნახაზზეა მოცემული. c მილის ერთი (b) ბოლო დახშულია დგუშით, მეორე (a) ღია ბოლოში შედის მინის ან ლითონის ვიწრო ღერო, რომელზედაც მილის შიგა დიამეტრის ზომის დისკოა მიმაგრებული. ღეროს შუა წერტილი დამაგრებულია. მილში ყრიან რაიმე მსუბუქი ნივთიერების (ჩვეულებრივად ლიკოპოდის) ფხვნილს. თუ რაიმე საშუალებით, მაგალითად, სველი ჩერის წასმით, ღეროს მოიყვანენ სიგრძივ რხევაში, იგი მის ბოლოზე მიმაგრებული დისკოს საშუალებით რხევაში მოიყვანს ჰაერს მილის შიგნით. თუ მილის სიგრძე სათანადოდ არის შერჩეული, მასში გაჩნდება მდგარი ტალღები, რომელთა საკვანძო

წერტილებში ლიკოპოდის ფხვნილი დაგროვდება. კვანძებს შორის მანძილი იქნება ტალღის სიგრძის ნახევარი. თუ, ცნობილია ბგერის სიხშირე, შეიძლება გამოითვალონ ბგერის სიჩქარე ფორმულით $c=\gamma . \nu$. მაგრამ უფრო ხშირად კუნდტის მეთოდს იყენებენ სხვადასხვა გაზში ბგერის სიჩქარეთა შეფარდების გამოსარკვევად. თუ



ნახ. 240.

ერთისა და იმავე სიხშირის ბგერის შემთხვევაში პირველ გაზში ტალღის სიგრძე იყო λ_1, ხოლო მეორეში—λ_2, მივიღებთ:

$$\frac{c_1}{c_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

თუ ცნობილია ბგერის სიჩქარე ერთ-ერთ გაზში, გამოითვლება ბგერის სიჩქარე მეორე გაზში.

ბგერის სიჩქარის გაზომვა საშუალებას გვაძლევს გამოვითვალოთ სითბოტევადობათა შეფარდება სხვადასხვა გაზისათვის შემდეგი ფორმულით:

$$\frac{C_p}{C_v}=\gamma=\frac{\mu c^2}{RT}.$$

ამ ფორმულით მიღებული მნიშვნელობები ძალიან კარგად თანხვდება სხვა მეთოდებით მიღებულ მნიშვნელობებს.

ბგერის ტალღის სიგრძისა და, მაშასადამე, სიჩქარის გაზომვა კვინკეს ხელსაწყოთიც შეიძლება (ნახ. 240). კამერტონით აღძრული ბგერა შედის მილში, რომელიც შემდეგ იყოფა a და b ნაწილებად. ამ ნაწილების სიგრძე სხვადასხვაა, ასე რომ, მათში გავრცელებულ ბგერებს შორის წარმოიშვება სვლათა სხვაობა, რაც

თავის მხრივ გამოიწვევს ინტერფერენციას. თუ a და b მილების სიგრძეები ტალღის სიგრძის ნახევრის კენტი რიცხვით განსხვავდება, ბგერები ერთიმეორეს მოსპობს. ერთ-ერთი მილის სიგრძის შეცვლით ჩვენ შეგვიძლია სვლათა სხვაობა ტალღის სიგრძის ნახევრით გავზარდოთ. ამას იმით შევამჩნევთ, რომ ბგერის ძალა მაქსიმალური გახდება. თუ ცნობილია კამერტონის სიხშირე, შეიძლება გამოვითვალოთ ბგერის სიჩქარე.

მეთხუთმეტე თავი

საზომი იარაღები და ზოგიერთი სიდიდის გაზომვის მეთოდები

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ ზოგიერთი ფიზიკური სიდიდის გაზომვის მეთოდებს და სათანადო საზომ იარაღებს. რასაკვირველია, როგორც გაზომვის მეთოდების, ისე საზომი იარაღების სრული გაცნობა შეიძლება მხოლოდ მათი გამოყენების დროს, ე. ი. ლაბორატორიაში, მაგრამ მათი წინასწარი გაცნობა და, აგრეთვე, საზომი იარაღების მოწყობილობისა და მუშაობის საფუძვლების შესწავლა შესაძლებელია ფიზიკის ზოგადი კურსის გავლის დროსაც. უამისოდ კურსი სრული არ იქნებოდა, ვინაიდან მასში არ იქნებოდა გადმოცემული, თუ როგორ შეიძლება სხვადასხვა ფიზიკური სიდიდის გაზომვა პრინციპულად მაინც. ცხადია, ამ თავში სრულად არ იქნება მოცემული არც იარაღების აღწერა და არც მათი მუშაობა, არ იქნება გარჩეული მრავალი სხვადასხვა სახის შესწორება, რომლებიც მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული გაზომვების ჩატარების დროს; ამ საკითხების შესასწავლად უნდა გამოვიყენოთ სპეციალური სახელმძღვანელოები ლაბორატორიული საშუშაოებისათვის.

§ 124. ტემპერატურის გაზომვა. თერმომეტრები

ჩვენ ვიცით, რომ აბსოლუტური ტემპერატურა განისაზღვრება როგორც მოლეკულების გადატანითი კინეტიკური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობის პროპორციული სიდიდე

$$\frac{\overline{mv^2}}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

ცხადია, რომ ტემპერატურის გასაზომად უშუალოდ ამ განსაზღვრის გამოყენება შეუძლებელია მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგიის გაზომვის შეუძლებლობის გამო. ამიტომაც ტემპერატურის გაზომვისათვის შემდეგ მეთოდს მიმართავენ. არჩევენ სხე-

ულის რაიმე მარტივად გასაზომ დამახასიათებელ სიდიდეს, მაგალითად, მოცულობას ან რომელიმე სხვას, რომელიც ტემპერატურასთან გარკვეულ დამოკიდებულებაშია, და მისი გაზომვით ზომავენ ტემპერატურასაც. რასაკვირველია, ტემპერატურის ასეთ გაზომვას გარკვეული ნაკლი აქვს, ვინაიდან ტემპერატურის მიღებული მნიშვნელობები დამოკიდებული იქნება როგორც სხეულის გვარობაზე, ისე არჩეულ სიდიდეზე. თეორიული თვალსაზრისით ტემპერატურის გაზომვის საუკეთესო დამაკმაყოფილებელი მეთოდი მდგომარეობს თერმოდინამიკური დამოკიდებულების გამოყენებაში, ვინაიდან ის სრულებით არ არის დამოკიდებული ნივთიერების გვარობაზე. ვთქვათ, მაგალითად, გვსურს შევადაროთ ერთიმეორეს ორი სხეულის აბსოლუტური ტემპერატურა. განვახორციელოთ მათ შორის შექცევადი კარნოს ციკლი. მივიღებთ:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1}.$$

საკმარისია გავზომოთ Q_2 და Q_1 სითბოს რაოდენობანი, რომ გავიგოთ აბსოლუტურ ტემპერატურათა შეფარდება. მიღებული შედეგი არ იქნება დამოკიდებული კარნოს ციკლის შემსრულებელი სხეულის გვარობაზე. მაგრამ, ჯერ ერთი, შექცევადი კარნოს ციკლის პრაქტიკულად განხორციელება შეუძლებელია, მეორე კი, სითბოს რაოდენობის საკმაო სიზუსტით გაზომვა ძალიან ძნელი ამოცანაა. ამიტომ უშუალოდ კარნოს ციკლის გამოყენებით ტემპერატურის გაზომვა შეუძლებელია და საჭირო ხდება ამისათვის სხვა გზების გამონახვა.

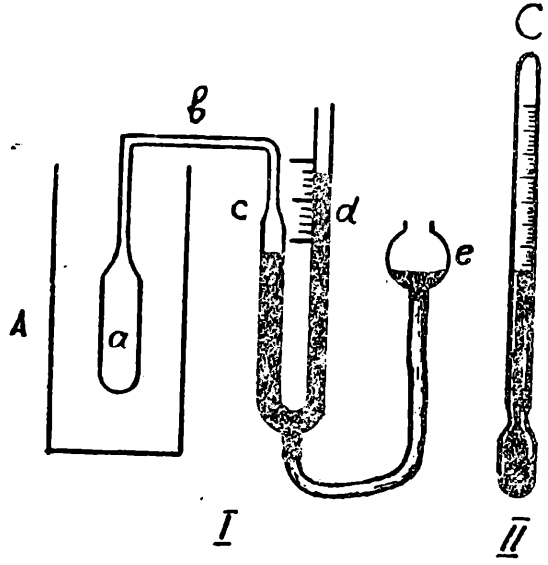
პრაქტიკულად უფრო გამოსაყენებელია ტემპერატურის გაზომვა რეალური გაზის საშუალებით, რომელიც საკმაოდ მცირედ განსხვავდება იდეალური გაზისაგან. ჩვენ ვიცით, რომ იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება

$$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

ერთიმეორესთან აკავშირებს წნევას, მოცულობასა და აბსოლუტურ ტემპერატურას და ეს კავშირი არ არის დამოკიდებული გაზის გვარობაზე. მაშასადამე, რომ არსებობდეს იდეალური გაზი, შესაძლებელი იქნება მისი გამოყენება ტემპერატურის გასაზომად. ვინაიდან იდეალურია გაზი ბუნებაში არ არსებობს, საჭირო ხდება ისეთი რეალური გაზის შერჩევა, რომელიც ყველაზე ნაკლებად განსხვავდება იდეალური გაზისაგან.

სპეციალური გამოკვლევებით გამოირკვა, რომ ამ მხრივ ყველაზე ხელსაყრელია წყალბადის გამოყენება და ტემპერატურის განსაზღვრა წნევის ცვლილების საშუალებით (მუდმივი მოცულობის პირობებში). გაზიანი თერმომეტრის სქემა 241-ე ნახაზზეა მოყვანილი. *A* ჭურჭელში არის გაზი ან სითხე, რომლის ტემპერატურაც უნდა გაიზომოს. თვით გაზიანი თერმომეტრი წარმოადგენს ნინის *a* ბალონს, რომელიც ვიწრო *b* მილის საშუალებით *U*-ს მაგვარ *cd* მილთანაა შეერთებული. ამ *cd* მილთან რეზინის მილით შეერთებულია *e* ჭურჭელი. *d* მილი და *e* ჭურჭელი ღიაა. *c* და *d* მილებში და *e* ჭურჭელში ვერცხლისწყალია. *d* მილის გვერდით გაკეთებულია სკალა, რომლის საშუალებითაც აითვლება ვერცხლისწყლის დონის სიმაღლე ამ მილში.

ტემპერატურის გაზომვა გაზიანი თერმომეტრით შემდეგნაირად ხდება. ჯერ საზღვრავენ, როგორი წნევა ექნება *a* ბალონში მყოფ



ნახ. 241.

გაზს ცელსიუსის 0°-ზე (აბსოლუტური 273°). ამისათვის *a* ბალონს ათავსებენ დანაყული ყინულისა და წყლის ნარევში (განსაზღვრის თანახმად, ყინულისა და წყლის წონასწორობის ტემპერატურა ნორმალური წნევის პირობებში არის ცელსიუსის 0°). *e* ჭურჭლის აწევით ან დაწევით ვერცხლისწყლის დონე *c* მილში აყავთ ამ მილშივე გაკეთებულ წვერომდე (ეს წვერო, რომელიც მიმაგრებულია *c* მილის კედელზე, საშუალებას გვაძლევს ზუსტად განვსაზღვ-

როთ ვერცხლისწყლის დონე). ვთქვათ, d მილში ვერცხლისწყალი h სიმაღლით უფრო ზევით გაჩერდა, ვიდრე c მილში. მაშინ a ჭურჭელში მყოფი გაზის წნევა იქნება:

$$p_0 = H + h,$$

სადაც H არის გარე ატმოსფერული წნევა (როგორც H, ისე h ცელსიუსის 0°-ზე უნდა იყოს დაყვანილი). ამის შემდეგ a ბალონს ამოიღებენ ყინულიანი ჭურჭლიდან და მოათავსებენ A ჭურჭელში, რომლის შიგნით მყოფი გაზის ან სითხის ტემპერატურაა გასაზომი. ისევ იმეორებენ მთელ ოპერაციებს. ვთქვათ, c მილში მყოფი ვერცხლისწყლის დონის ისევ წვერომდე აყვანის შემდეგ დონეთა სხვაობა d და c მილებში h_1-ის ტოლი გახდა. მაშინ a ბალონში მყოფი გაზის წნევა იქნება

$$p = H + h_1$$

(ვერცხლისწყლის დონის ისევ წვერომდე აყვანა იმისათვისაა საჭირო, რომ გაზის მოცულობა პირველი და მეორე ცდის დროს ერთი და იგივე იყოს). ვინაიდან გაზის მოცულობა მუდმივია, მივიღებთ:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{H + h_1}{H + h}.$$

ამ ფორმულიდან გამოითვლება T_1 ტემპერატურა. რასაკვირველია, ზუსტი გაზომვა ასე მარტივად არ ხდება, საჭიროა მრავალი სხვადასხვა შესწორების შეტანა, მაგრამ მათ აქ არ განვიხილავთ.

გაზიანი თერმომეტრის საშუალებით ტემპერატურის გაზომვა ძალიან მოუხერხებელია არა თუ ყოველდღიურ ცხოვრებაში, არამედ მეცნიერული გამოკვლევების დროსაც კი. ამიტომაც იყენებენ სხვადასხვა თერმომეტრს, რომელთა სკალები შემოწმებულია გაზური თერმომეტრის საშუალებით. ასეთი თერმომეტრებიდან ყველაზე ხშირად იყენებენ ვერცხლისწყლიან, ელექტრულწინააღმდეგობიან, თერმოელექტრულ თერმომეტრებსა და ოპტიკურ პირომეტრებს. ჩვენ მოკლედ აღვწერთ მხოლოდ ვერცხლისწყლიან თერმომეტრს, ვინაიდან დანარჩენები განხილული იქნება კურსის სათანადო ნაწილებში.

როგორც ცნობილია, ყოველი ვერცხლისწყლიანი თერმომეტრი (ნახ. 241) წარმოადგენს მცირე ზომის სფერული ან ცილინდრული ფორმის მინის ჭურჭელს, რომელსაც მიმაგრებული აქვს კაპილარული მილი. ვერცხლისწყალი მთლიანად ავსებს ჭურჭელს და ნაწილობრივ კაპილარულ მილს. ტემპერატურის შეცვლის დროს რო-

გორც ვერცხლისწყლის, ისე ჭურჭლის მოცულობა იცვლება და ვერცხლისწყლის დონე იწევს ზევით ან ქვევით. დონის აწევის ან დაწევის სიმაღლე გვიჩვენებს ტემპერატურის ცვლილების სიდიდეს. ცხადია, რომ ვერცხლისწყლის დონის გადანაცვლება იმის გამო ხდება, რომ ვერცხლისწყლის გაფართოების კოეფიციენტი გაცილებით მეტია, ვიდრე მინის გაფართოების კოეფიციენტი.

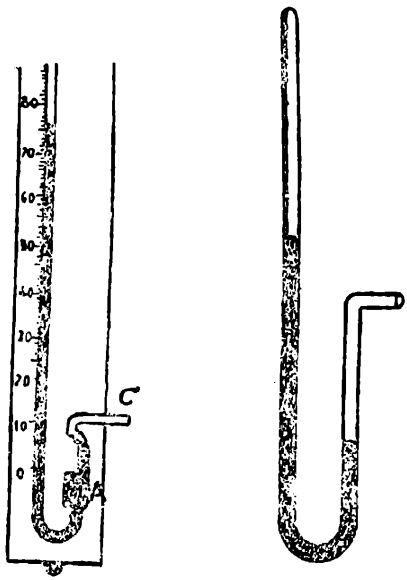
ვერცხლისწყლის მაგიერ შეიძლებოდა სხვა სითხის გამოყენება, მაგრამ ვერცხლისწყლის გამოყენება უფრო ხელსაყრელია, ვინაიდან იგი ადვილად მიიღება ქიმიურად სუფთა სახით, არ ასველებს მინას და თხევადი რჩება ტემპერატურების საკმაოდ დიდ ფარგლებში (—31,8°C-დან+357°C-მდე). ვერცხლისწყლის ერთადერთი მნიშვნელოვანი ნაკლია მცირე გაფართოების კოეფიციენტი. მიუხედავად იმისა, რომ ვერცხლისწყალი +357°C-ზე დუღს, ვერცხლისწყლიან თერმომეტრებს იყენებენ უფრო მაღალი (+700°C) ტემპერატურების გასაზომად. ამისათვის კი კაპილარში, ვერცხლისწყლის ზევით, ათავსებენ რაიმე ნეიტრალურ გაზს, მაგალითად, აზოტს. უკანასკნელი ისეთი რაოდენობით შეყავთ, რომ მისი წნევა რამდენიმე ათეული ატმოსფერო იყოს. დიდი წნევა ადიდებს ვერცხლისწყლის დუღილის ტემპერატურას, რაც მაღალი ტემპერატურების გაზომვის საშუალებას იძლევა.

სხვადასხვა მიზნისათვის სხვადასხვა სახის ვერცხლისწყლიან თერმომეტრებს იყენებენ. ასეთია, მაგალითად, კალორიმეტრული თერმომეტრი, რომლის კაპილარი 0°-ის ხაზის ცოტა ზემოთ გაფართოებულია, რის გამოც 0°-დან 17° — 20°-მდე ვერცხლისწყლის დონე ძალიან მცირე სიმაღლით იწევს ზევით. მხოლოდ 17° ან 20°-ის შემდეგ არის დანაყოფები, რომელთა საშუალებით შეიძლება გაიზომოს ტემპერატურა 7° ან 8°-ის ფარგლებში. დანაყოფები იმდენად დიდია, რომ ტემპერატურა ადვილად შეიძლება გაიზომოს 0,001°-ის სიზუსტით. მთელი სკალა ასეთი დანაყოფებისაგან შედგენილი რომ ყოფილიყო, თერმომეტრი ძალიან გრძელი გამოვიდოდა. სკალის ნაწილის (0°-დან 17°-მდე) გამორიცხვა არ ვნებს თერმომეტრს, ვინაიდან კალორიმეტრული გაზომვების დროს ჩვეულებრივად ოთახის ტემპერატურას იყენებენ.

ვერცხლისწყლიანი თერმომეტრები მრავალ შესწორებას მოითხოვს, თუ მოვისურვებთ მათი საშუალებით ტემპერატურის ზუსტად გაზომვას. ამ შესწორებებიდან აღსანიშნავია შესწორება კაპილარული მილის იმ ნაწილზე, რომელიც არ თავსდება საკვლევ სხეულში და რომლის ტემპერატურაც განსხვავდება თვით თერმომეტრის ჭურჭლის ტემპერატურისაგან.

მეორე მნიშვნელოვანი სიდიდე, რომლის გაზომვის მეთოდების განხილვაა საჭირო, არის წნევა. გაზების წნევის საზომი იარაღებია მ ა ნ ო მ ე ტ რ ე ბ ი და ბ ა რ ო მ ე ტ რ ე ბ ი. მათ შორის პრინციპული განსხვავება არ არის; ისინი მხოლოდ იმით განსხვავდებიან, რომ მანომეტრით იზომება ჭურჭელში მყოფი გაზის წნევა, ბარომეტრით კი — თავისუფალი ატმოსფეროს წნევა.

ა) **ვერცხლისწყლიანი მანომეტრები.** ასეთი მანომეტრები ორი სახისაა: ღია და დახშული (ნახ. 242). ორივე შემთხვევაში წნევა იზომება U-ს მაგვარი მინის მილის შიგნით მყოფი ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობით. მაგალითად, ღია მანომეტრის შემთხვევაში c მილი შეერთებულია იმ ჭურჭელთან, რომელშიც გაზია. მილის მეორე ბოლო ღიაა, ასე რომ, მასში მყოფ ვერცხლისწყალზე გარე ატმოსფერული წნევა მოქმედებს. ღია მილთან მიმაგრებულია სკალა, რომლის საშუალებითაც იზომება დონეთა სხვაობა A და B მილებში. A მილი გაგანიერებულია, რათა მასში მყოფი ვერცხლისწყლის დონე წნევის შეცვლის დროს მცირედ ინაცვლებდეს.



ნახ. 242.

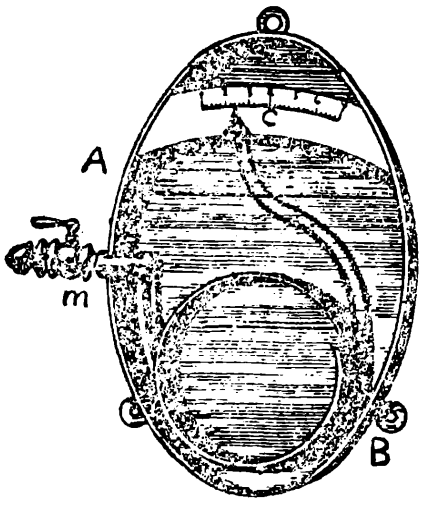
გასაზომი წნევა გამოითვლება ატმოსფერული წნევისა და ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობის შეკრებით. დიდი წნევების გასაზომად დახშულ მანომეტრს იყენებენ (ამისათვის გამოსაყენებელი ღია მანომეტრი ძალიან მაღალი უნდა ყოფილიყო). მილის დახშულ ნაწილში მყოფი გაზი იკუმშება დიდი წნევის გავლენით და ანელებს ვერცხლისწყლის აწევას. წნევა იზომება ამ გაზის მოცულობის შემცირებით. ცხადია, რომ, რაც უფრო მაღალია წნევა, მით უფრო ახლო იქნება ერთიმეორესთან სკალის დანაყოფები.

ბ) **ლითონის მანომეტრი.** გარდა ვერცხლისწყლიანი მანომეტრებისა, ხშირად იყენებენ აგრეთვე ლითონის მანომეტრს. მისი მოქმედება დამყარებულია ლითონის მილის ან ჭურჭლის დეფორმაციაზე წნევის შეცვლის დროს. 243-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ლითონის

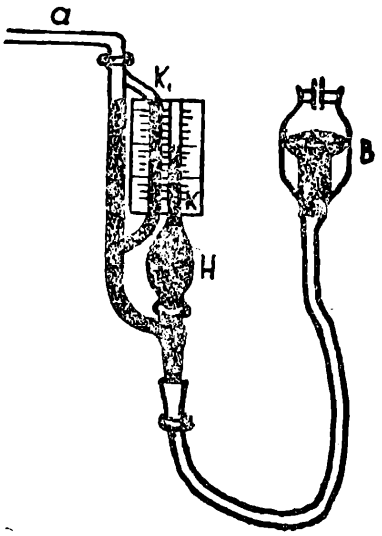
მანომეტრის ერთ-ერთი სახე. ლითონის მოღუნული ab მილის ერთი ბოლო უძრავად დამაგრებულია m მილთან, რომელიც გაზიან ჭურჭელთან არის შეერთებული. მილის მეორე (მოძრავ) ბოლოზე მიმაგრებულია c მაჩვენებელი (ისარი), რომელსაც სკალის გასწვრივ შეუძლია გადანაცვლება. წნევის გადიდება ab მილის შიგნით იწვევს მილის ნაწილობრივ გასწორებას, რაც თავის მხრივ იწვევს ისრის გადანაცვლებას (მანომეტრის მილს ელიფსური კვეთი აქვს და წნევის გადიდებით კვეთი ცდილობს წრის ფორმის მიღებას).

ლითონის მანომეტრით შეიძლება რამდენიმე ასეული ატმოსფერული წნევის გაზომვა. ცხადია, რომ ლითონის მანომეტრი წინასწარ დაგრადუირებული უნდა იყოს.

გ) **მაკ-ლეოდის მანომეტრი.** ძალიან მცირე წნევების გასაზომად ყველაზე უფრო ხშირად იყენებენ მაკ-ლეოდის მანომეტრს (ნახ. 244).



ნახ. 243.



ნახ. 244.

a მილი შეერთებულია ჭურჭელთან, რომლის შიგნით მყოფი გაზის წნევის გაზომვაა საჭირო. K_1 წერტილში ეს მილი ორ მილად იყოფა. ერთი მათგანი (გაღუნული) ვიწრო კაპილარული მილია, რომელიც შემდეგ ისევ უერთდება სწორ მილს. ამ მილებთან შეერთებულია მიხის ღრუ H სფერო, რომელსაც ზევით მიკავშირებული აქვს ისეთივე შიგა დიამეტრის K კაპილარული მილი, როგორიც K_1 მილია. H კაპილარული მილი ზემოდან დახშულია. მილების მთელ ამ სისტემასთან რეზინის მილით შეერთებულია B ჭურჭელი ვერცხლისწყლით. K და K_1 კაპილარულ მილებს შორის მოთავსებულია სკალა დონეების სიმაღლის გასაზომად.

წნევას შემდეგნაირად ზომავენ. a მილს უერთებენ ჭურჭელს, რომლის შიგნით მყოფი გაზის წნევაც უნდა გაიზომოს, და B ჭურჭელს იმდენზე ჩამოწვევენ, რომ კაპილარებიც და H ჭურჭელიც განთავისუფლდეს ვერცხლისწყლისაგან. გაზი, რომლის წნევაც უნდა გაიზომოს, გაავსებს კაპილარებს და H ჭურჭელს. B ჭურჭლის შემდგომი აწევით გააცალკევებენ H ჭურჭელს და K კაპილარს დანარჩენი ნაწილებისაგან და შეკუმშავენ K კაპილარში მყოფ გაზს. სკალაზე გაზომავენ ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობას K და K_1 კაპილარულ მილებში. ამ სხვაობით გაიზომება გაზის წნევა K კაპილარში (ვინაიდან ძალიან მცირე წნევები იზომება, გაზის წნევა K_1 კაპილარში შეიძლება უგულებელვყოთ K კაპილარში წნევის გამოთვლის დროს). თუ ცნობილია H ჭურჭლისა და K_1 კაპილარის მოცულობები, ბოილ-მარიოტის კანონით შეიძლება გამოვითვალოთ საძიებელი წნევა. მართლაც, აღვნიშნოთ წნევა p-თი, H სფერული ჭურჭლის მოცულობა—V_0-ით, ხოლო K_1 კაპილარის ყოველი დანაყოფის სათანადო მოცულობა — v-თი. განცალკევების მომენტში H ჭურჭელსა და K კაპილარში მყოფ გაზს ჰქონდა p წნევა და V მოცულობა (ამ შემთხვევაში K კაპილარის მოცულობა უგულებელყოფილია, როგორც ძალიან მცირე V-სთან შედარებით). ვთქვათ, K კაპილარში გაზის შეკუმშვის შემდეგ ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობა n დანაყოფის ტოლი აღმოჩნდა (B ჭურჭელს მანამდე ასწევენ, სანამ K_1 მილში ვერცხლისწყლის დონე K კაპილარის ბოლოს არ გაუსწორდება). ვინაიდან ყოველი დანაყოფის მოცულობა არის v, ახლა გაზს ექნება nv მოცულობა, წნევა კი იქნება n. ბოილ-მარიოტის კანონის თანახმად,

$$\frac{p}{n} = \frac{nv}{V}.$$

აქედან p-სათვის მივიღებთ:

$$p = n^2 \frac{v}{V}.$$

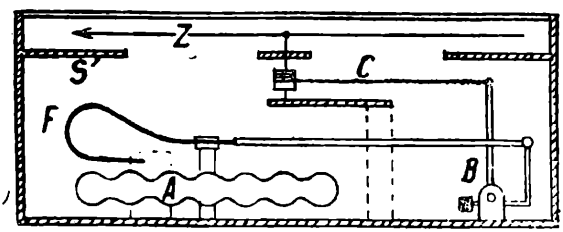
ვინაიდან $\frac{v}{V}$ აღებული მანომეტრისათვის მუდმივია, მისი გაზომვა ყოველთვის არ არის საჭირო. გაზომვების გასამარტივებლად სკალაზე ყოველი დანაყოფის წნევაა აღნიშნული, ასე რომ, გასაზომი წნევა უშუალოდ სკალაზე აითვლება. მაკ-ლეოდის მანომეტრით შეიძლება გაიზომოს $10^{-6} mm\ Hg$-ს ტოლი და უფრო მეტი წნევები.

დ) **ვერცხლისწყლიანი ბარომეტრები.** ბარომეტრებს იყენებენ ატმოსფეროს წნევის გასაზომად. პრინციპი იგივეა, რაც ვერცხლის-

წყლიანი ღია მანომეტრის შემთხვევაში. ვერცხლისწყლიანი ბარომეტრი ორი სახისაა: სიფონიანი და ჯამიანი. სიფონიანი ბარომეტრი U-ს მაგვარი მინის მილია, რომლის გრძელი A მხარი დახშულია, მოკლე B მხარი კი ღიაა. მილში ჩასხმულია ვერცხლისწყალი, რომელიც A მილში უფრო მაღლა დგას, ვიდრე B მილში, ვინაიდან A მილში ვერცხლისწყლის დონის ზევით ჰაერი არ არის (ტორიჩელის სიცარიელე). მართალია, მილის ამ ნაწილში ვერცხლისწყლის ორთქლია, მაგრამ ვერცხლისწყლის მცირე აორთქლადობის გამო (ჩვეულებრივ ტემპერატურებზე) მისი წნევა შეიძლება უგულებელვყოთ. A და B მილებთან მიმაგრებულია სკალები, რომელთა საშუალებით იზომება დონეთა სხვაობა ამ მილებში. ცხადია, რომ ატმოსფეროს წნევა ამ დონეთა სხვაობის ტოლია.

ჯამიანი ბარომეტრი შედგება ვერცხლისწყლიან ჯამში ჩაშვებული ერთი ბოლოთი დახშული მილისაგან. ატმოსფერული წნევა იზომება ჯამსა და მილში მყოფი ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობით.

ე) **ლითონის ბარომეტრი** (**ანეროიდი**) წარმოადგენს ლითონის დაბალ ყუთს, რომლიდანაც ამოტუმბულია ჰაერი (ნახ. 245-ზე წარ-



ნახ. 245.

მოდგენილია ამ ბარომეტრის ჭრილი). ატმოსფერული წნევის ცვლილება იწვევს მისი ზედაპირის ამოზნექას ან ჩაზნექას, და ზედაპირის ეს მოძრაობა FB ბერკეტის და C ძაფის საშუალებით გადაეცემა Z ისარს, რომელიც რკალური S სკალის გასწვრივ მოძრაობს. ატმოსფეროს დაწოლის ძალით გამოწვეული დეფორმაციის გასადიდებლად A ყუთის ზედაპირს ტალღისებური ფორმა აქვს. ცხადია, რომ ლითონის ბარომეტრი დაგრადუირებული უნდა იყოს ვერცხლისწყლიანი ბარომეტრის საშუალებით.

ჩვენ განვიხილეთ როგორც მანომეტრების, ისე ბარომეტრების მხოლოდ ზოგიერთი სახე. ცხადია, რომ არსებობს კიდევ მრავალი სხვა სახის მანომეტრი და ბარომეტრი. ასეთია, მაგალითად, ლენგ-

მუირის მანომეტრი, რომელიც ემყარება შინაგანი ხახუნის წნევაზე დამოკიდებულებას (დაბალი წნევის შემთხვევაში). მინის ჭურჭელში, რომელიც უერთდება საკვლევ გაზიან ჭურჭელს, მოთავსებულია ორი, ერთიმეორისაგან მცირედ დაშორებული, მსუბუქი დისკო. ერთ მათგანს აბრუნებენ ჭურჭლის გარეთ მყოფი მაგნიტის საშუალებით. გაზის შინაგანი ხახუნის გამო მეორე დისკო გარკვეული კუთხით შემობრუნდება. ცხადია, რომ, ვინაიდან ეს კუთხე დამოკიდებულია შინაგანი ხახუნის ძალაზე, რომელიც თავის მხრივ წნევის ფუნქციაა (დაბალი წნევებისათვის), ამ კუთხით შეიძლება გაიზომოს გაზის წნევა.

პირანის მანომეტრი ემყარება იმ ფაქტს, რომ მცირე წნევების შემთხვევაში გაზის სითბოგამტარობა წნევის ფუნქციაა. მეორე მხრივ, სითბოგამტარობაზეა დამოკიდებული გაზში მყოფი ლითონის მავთულის ტემპერატურა, რომელიც თავის მხრივ დაკავშირებულია მავთულის ელექტრულ წინააღმდეგობასთან. აქედან გამომდინარეობს, რომ ჭურჭელში მყოფი გაზის წნევის შეცვლა გამოიწვევს მავთულის ელექტრული წინააღმდეგობის ცვლას, ასე რომ, წინააღმდეგობის გაზომვა (რისთვისაც მრავალი სპეციალური ხელსაწყო არსებობს) საშუალებას გვაძლევს გავზომოთ გაზის წნევა.

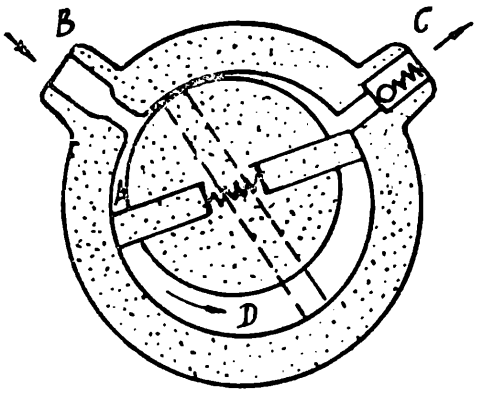
§ 126. ტუმბოები

ტუმბოებს იყენებენ ჰაერის გასაიშვიათებლად, ე. ი. დაბალი წნევების მისაღებად. ყველა სახის ტუმბოებისათვის დამახასიათებელია საწყისი წნევა, რომლის დროსაც ტუმბო იწყებს მუშაობას, და საბოლოო წნევა, რომელიც მიიღება ტუმბოს საშუალებით, ე. წ. გაიშვიათება და მოქმედების სიჩქარე. მოქმედების სიჩქარე ეწოდება დროის ერთეულში ამოტუმბული გაზის რაოდენობას. ცხადია, რომ მოქმედების სიჩქარე დამოკიდებულია ჰაერის წნევაზე. საწყისი და საბოლოო წნევების მიხედვით განირჩევა წინასწარი გაიშვიათების ანუ ფორვაკუუმური ტუმბოები და მაღალი ვაკუუმის ტუმბოები. ფორვაკუუმური ტუმბოსათვის არ არის საჭირო, რომ იმ სივრცეში, რომელშიაც ამოტუმბული ჰაერი გაედინება, დაბალი წნევა იყოს. მაღალი ვაკუუმის ტუმბოს კი არ შეუძლია მუშაობა, თუ აღნიშნულ სივრცეში არ არის მიღწეული წინასწარი გაიშვიათება ფორვაკუუმური ტუმბოს საშუალებით. ამიტომაც მაღალი ვაკუუმის ყოველ ტუმბოსთან ფორვაკუუმური ტუმბო უნდა იყოს შეერთებული.

ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ სამი სახის ტუმბოს: როტაციულ ზეთიან ტუმბოს, გედეს მოლეკულურ ტუმბოსა და ლენგმუირის

კონდენსაციურ ტუმბოს. ამ ტუმბოებს ყველაზე უფრო ხშირად იყენებენ ლაბორატორიულ პრაქტიკაში, რაც გამოწვეულია მათი უპირატესობით სხვა სახის ტუმბოებთან შედარებით.

ა) **როტაციული ზეთიანი ტუმბო.** ლითონის მთლიანი ცილინდრი F, რომელსაც ისრით ნაჩვენები მიმართულებით შეუძლია ბრუნვა, მოთავსებულია ღრუ ცილინდრის შიგნით (ნახ. 246). ბრუნვის დროს F ცილინდრი ეხება ღრუ ცილინდრის შიგა ზედაპირს. F ცილინდრი ერთ-ერთი დიამეტრის გასწვრივ გაჭრილია და ამ ჭრილში შეუძლია მოძრაობა a და b ფირფიტებს, რომელთა შორის მყოფი c ზამბარა მაგრად აჭერს მათ ღრუ ცილინდრის შიგა ზედაპირს. B მილი შეერთებულია ჭურჭელთან, რომელშიაც გასაიშვიათებელი გაზია. F ცილინდრის ისრის მიმართულებით ბრუნვის დროს A კამერის მოცულობა იზრდება, რაც იწვევს გასაიშვიათებელი გაზის შეწოვას ამ კამერაში. პუნქტირით ნაჩვენები მდებარეობის შემდეგ b ფირფიტა განაცალკევებს A კამერას B მილისაგან და შემდეგი მობრუნება

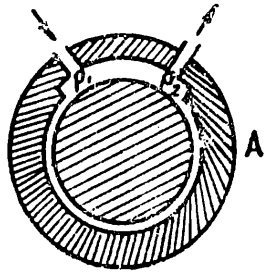


ნახ. 246.

გამოიწვევს ამ კამერაში მყოფი გაზის შეკუმშვას და მის გამოდინებას C მილით, რომელიც სარქველით არის დახურული. ცხადია, რომ ყოველი შემობრუნების განმავლობაში ჰაერის გარკვეული ნაწილი შეიწოვება B მილით და გამოედინება გარეთ C მილით. ტუმბოს შიგა ნაწილების გაზეთვა საჭიროა არა მარტო იმისათვის, რომ არ მოხდეს შემხები ზედაპირების გაცვეთა, არამედ იმისათვისაც, რომ E კამერაში მყოფი შეკუმშული ჰაერი შეხების ადგილის საშუალებით არ გავიდეს A კამერაში.

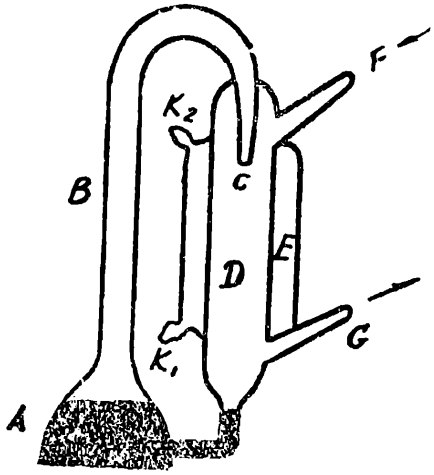
როტაციული ზეთიანი ტუმბო არ მოითხოვს ფორვაკუუმს. მისი C მილი შეიძლება პირდაპირ გარე ატმოსფეროსთან იყოს შეერთებული. ამ ტუმბოს საშუალებით მიიღება მილიმეტრის რამდენიმე მეასედი ან მეათასედი ნაწილის გაიშვიათება. მისი მოქმედების სიჩქარე დამოკიდებულია როგორც წნევაზე, ისე ტუმბოს ზომაზე. ჩვეულებრივად იგი აღწევს რამდენიმე ასეულ კუბურ სანტიმეტრს წამში.

ბ) **გედეს მოლეკულური ტუმბო.** ეს ტუმბო მაღალი ვაკუუმის ტუმბოა და მოითხოვს ფორვაკუუმს. მისი სქემა 247-ე ნახაზზეა მოყვანილი. იგი შედგება ორი A და B ცილინდრისაგან. გარე A ცილინდრი უძრავია, შიგა ცილინდრს კი შეუძლია ბრუნვა მაჯი საერთო ღერძის ირგვლივ. გარე ცილინდრის კედელში გამოჭრილია გარკვეული სივრცე, რომელიც მილების საშუალებით უერთდება გასაიშვიათებელ გაზს და ფორვაკუუმს. ვთქვათ, ჯერ B ცილინდრი არ ბრუნავს. მაშინ ჭრილში მყოფ გაზს ყველგან ექნება ერთი და იგივე წნევა, რომელიც გასაიშვიათებელ ჭურჭელში წნევის ტოლია. დავიწყოთ B ცილინდრის ბრუნვა ისრით ნაჩვენები მიმართულებით. გაზის მოლეკულები, რომელნიც თავიანთი ქაოსური მოძრაობის დროს მბრუნავი ცილინდრის ზედაპირს ეჯახებიან, მიიღებს ნაწილობრივ ამ ზედაპირის მხებ სიჩქარეს. ეს იმას ნიშნავს, რომ გაზში გაჩნდება ცილინდრის ბრუნვის მიმართულების ნაკადი, რაც გამოიწვევს გაზის შეწოვას ერთი მილიდან და გამოდენას მეორიდან. ტუმბოს მუშაობის დროს P_1 წნევა ყოველთვის მეტი იქნება, ვიდრე P_2 წნევა.



ნახ. 247.

ამავე პრინციპზეა დამყარებული ჰოლვეკის მოლეკულური ტუმბო. მისი უპირატესობა გედეს ტუმბოსთან შედარებით ისაა, რომ მისი მბრუნავი ნაწილი მთლიანად ფორვაკუუმშია, რითაც თითქმის მთლიანად ისპობა ყოველგვარი დანაკარგები.



ნახ. 248.

უდიდესი ვაკუუმი, რომელიც მიიღება მოლეკულური ტუმბოთი, არის $10^{-1}\,mmHg$.

გ) **ლენგმუირის კონდენსაციური ტუმბო.** ლენგმუირის მინის ტუმბოს სქემა 248-ე ნახაზზეა ნაჩვენები. A ჭურჭელშია ვერცხლის წყალი, რომელიც ჩვეულებრივად ხურდება ელექტროდენის საშუალებით. A ჭურჭელი B მილით შეერთებულია D ჭურჭელთან, რო-

მელიც გარშემორტყმულია E მაცივრით (გაცივება ხდება K_1 და K_2 მილებით შემოდენილი და გადენილი წყლით). D ჭურჭელი F მილით შეერთებულია ამოსატუმბავ სივრცესთან. G მილი ფორვაკუუმთანაა შეერთებული.

ლენგმუირის ტუმბო შემდეგნაირად მოქმედებს. A ჭურჭელში მყოფი ვერცხლისწყლის გახურებით მიღებული ორთქლი B მილის საშუალებით, რომელსაც ბოლო დავიწროებული აქვს, ნაკადის სახით გამოდის D ჭურჭელში. ვინაიდან D ჭურჭელში წნევა ნაკლებია, ვიდრე B მილში, ვერცხლისწყლის ორთქლის მოლეკულები გაიშლება და მათი ნაკადი გაშლილი კონუსის სახეს მიიღებს. ეს კონუსური ნაკადი არ აძლევს საშუალებას ფორვაკუუმიდან გამოსული გაზის მოლეკულებს იმოძრაონ F მილისაკენ, ე. ი. ნაკლები წნევის მიმართულებით. ამოსატუმბავი სივრციდან F მილით მოსული მოლეკულები კი მათი სითბური მოძრაობის შედეგად შედის ვერცხლისწყლის ორთქლის ნაკადში და იწყებს ფორვაკუუმისაკენ მოძრაობას. გზა და გზა ისინი ეჯახებიან D ჭურჭლის კედლებს, რომლებზეც დალექილი იქნება ვერცხლისწყლის წვეთები (ჭურჭლის კედლების გაცივების გამო მათზე ხდება ვერცხლისწყლის ორთქლის კონდენსაცია). ამ დაჯახების შედეგად ხდება გაზის ადსორბცია ვერცხლისწყლის წვეთების მიერ. ვერცხლისწყლის წვეთები ჩამოედინება D ჭურჭლის კედლებზე და G მილთან გამოყოფს მათ მიერ ადსორბირებულ გაზს. ეს გამოყოფა იმის გამო ხდება, რომ ჩამოდინების დროს წვეთები ერთდება უფრო დიდ წვეთებად, რაც ამცირებს მათ საერთო ზედაპირს (ჩვენ ვიცით, რომ ნაწილაკების შეერთების შედეგად საერთო ზედაპირი მცირდება). ვინაიდან ადსორბირებული გაზის რაოდენობა ზედაპირის პროპორციულია, ეს რაოდენობა მცირდება.

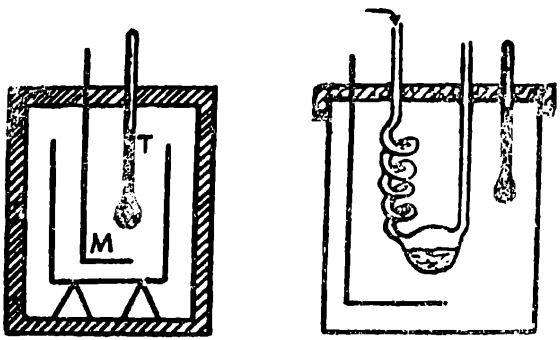
როგორც ვხედავთ, ლენგმუირის ტუმბოში მთავარ როლს ასრულებს ვერცხლისწყლის ორთქლი, რომელიც, ჯერ ერთი, ფორვაკუუმიდან გამოსულ გაზს საშუალებას არ აძლევს იმოძრაოს F მილისაკენ, მეორეც, ამოძრავებს F მილიდან გამოსულ გაზს და კონდენსაციისა და ადსორბციის გამო მას დენის F მილიდან ფორვაკუუმისაკენ.

ლენგმუირის ტუმბო იძლევა დიდ გაიშვიათებას 10^{-7} $mm\ Hg$ და იმავე დროს ხასიათდება ძალიან დიდი მოქმედების სიჩქარით — 2000—3000 cm^3/sec. თანამედროვე ლაბორატორიულ ტექნიკაში ამ ტუმბოს ყველაზე უფრო ხშირად იყენებენ მისი მრავალი უპირატესობის გამო.

§ 127. კალორიმეტრები და სითბოტევადობის გაზომვის მეთოდები

გადავიდეთ ახლა სითბოს რაოდენობის გაზომვის მეთოდებსა და სათანადო საზომ იარაღებზე—კალორიმეტრებზე. ამა თუ იმ პროცესის დროს გამოყოფილი ან შთანთქმული სითბოს რაოდენობა ჩვეულებრივად იზომება საზომი იარაღის, ე. ი. კალორიმეტრის ტემპერატურის ცვლილების ნამრავლით მის სრულ სითბოტევადობაზე. აქედან ცხადია, რომ წინასწარ ცნობილი უნდა იყოს კალორიმეტრის შემადგენელი ნაწილების სითბოტევადობა.

ა) **მარტივი კალორიმეტრი.** კალორიმეტრის გამარტივებული სქემა 249-ე ნახაზზეა მოყვანილი. მისი ძირითადი ნაწილებია კალორიმეტრული ჭურჭელი—ლითონის (ჩვეულებრივად თითბრის, ნიკელის ან პლატინის) ცილინდრული ჭურჭელი, რომელიც ხის, კორპის ან სხვა გაუმტარ კონუსურ სადგამებზეა მოთავსებული.



ნახ. 249.

კალორიმეტრის შიგნით მოთავსებულია M სარეველი და T თერმომეტრი. მთელი კალორიმეტრი ჩადგმულია გლუვი ლითონისაგან გაკეთებულ დიდ ჭურჭელში. ამ ჭურჭლის დანიშნულებაა შეამციროს გამოსხივებით გამოწვეული სითბოს დანაკარგი. ამ დანაკარგების კიდევ უფრო შესამცირებლად ზოგჯერ იყენებენ მესამე გარემომცველ ჭურჭელს. კალორიმეტრს აქვს სახურავი, რომელიც ხელს უშლის კალორიმეტრში მყოფი წყლის აორთქლებას და, აგრეთვე, ისევე, როგორც გარემომცველი ჭურჭელი, ამცირებს გამოსხივებას.

ამა თუ იმ პროცესის დროს გამოყოფილი სითბოს რაოდენობის კალორიმეტრით გაზომვა შემდეგნაირად ხდება. ვთქვათ, მაგალითად, საჭიროა გამოვარკვიოთ, თუ რა სითბოს რაოდენობას კარგავს რომელიმე სხეული გაცივების დროს. გავათბოთ საკვლევი სხეული $t°$-მდე და მოვათავსოთ იგი კალორიმეტრის ჭურჭელში ჩასხმულ წყალში. დავუშვათ, რომ კალორიმეტრის, წყლის,

სარეველისა და თერმომეტრის საწყისი ტემპერატურა არის $t_0°$, ნაკლები, ვიდრე სხეულის საწყისი ტემპერატურა. ცხადია, რომ გახურებული სხეულის წყალში ჩაშვების შემდეგ დაიწყება სითბოს გადასვლა ამ სხეულიდან წყალში და კალორიმეტრის სხვა ნაწილებზე. სარეველი იმისთვისაა საჭირო, რომ კალორიმეტრის ყველა ნაწილი რაც შეიძლება ერთდროულად თბებოდეს. გარკვეული დროის შემდეგ დამყარდება სითბური წონასწორობა, ე. ი. სხეული, წყალი და კალორიმეტრის ყველა ნაწილი გარკვეულ, ერთსა და იმავე $t_1°$ ტემპერატურას მიიღებს, რომელიც, ცხადია, $t°$-სა და $t_0°$-ს შორის იქნება.

გამოვითვალოთ, რა სითბოს რაოდენობა მიიღო წყალმა და კალორიმეტრმა ამ პროცესის შედეგად. წყლის, კალორიმეტრის ჭურჭლის, სარეველისა და თერმომეტრის მასები აღვნიშნოთ სათანადოდ M-ით, m_1-ით, m_2-ითა და m_3-ით, სათანადო სითბოტევადობანი—1 (წყლისათვის) c_1-ით, c_2-ითა და c_3-ით. მაშინ, ცხადია, რომ საძიებელი სითბოს რაოდენობა იქნება:

$$Q=(M+m_1c_1+m_2c_2+m_3c_3)\,(t°_1-t°_0).$$

ხშირად ჯამს $m_1c_1+m_2c_2+m_3c_3$ აღნიშნავენ ერთი K ასოთი და უწოდებენ კალორიმეტრის წ ყ ლ ი ს ე კ ვ ი ვ ა ლ ე ნ ტ ს. ეს სახელწოდება იმით არის გამართლებული, რომ K რიცხობრივ უდრის ისეთი რაოდენობით წყლის მასას, რომელიც ერთ გრადუსზე გათბობისას ისეთსავე სითბოს რაოდენობას მოითხოვს, რამდენსაც მთელი კალორიმეტრი. წყლის ეკვივალენტის შემოღების შემდეგ წინა ფორმულა შემდეგნაირად დაიწერება:

$$Q=(M+K)\,(t°_1-t°_0).$$

ასეთია კალორიმეტრის და წყლის მიერ მიღებული სითბოს რაოდენობა. ცხადია, რომ, თუ სითბოს სხვა რაიმე დანაკარგები არ არის, ასეთივე უნდა იყოს სხეულის მიერ დაკარგული სითბოს რაოდენობაც. მეორე მხრივ, სხეულის მიერ დაკარგული სითბოს რაოდენობა შემდეგნაირად შეიძლება გამოვხატოთ:

$$Q_1=mc(t°-t°_1).$$

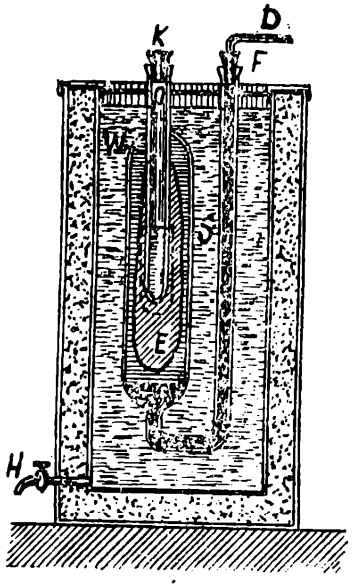
ვინაიდან Q და Q_1 ტოლია, მივიღებთ:

$$mc(t°-t_1°)=(M+K)(t_1°-t°_0).$$

აქედან შეიძლება გამოთვლილ იქნეს საკვლევი სხეულის სითბოტევადობა (კუთრი):

$$c = \frac{(M+K)\,(t_1^\circ - t_0^\circ)}{m(t^\circ - t_0^\circ)}\ .$$

როგორც ვხედავთ, სხეულის კუთრი სითბოტევადობის გამოსათვლელად საჭიროა ვიცოდეთ სხეულისა და წყლის მასები, კალორიმეტრის წყლის ეკვივალენტი, სხეულის და წყლიანი კალორიმეტრის საწყისი ტემპერატურები და მთელი სისტემის საბოლოო ტემპერატურა. რასაკვირველია, ზუსტი გაზომვების დროს მხედველობაში მისაღებია სითბოს დანაკარგი გამოსხივების გამო, ტემპერატურის უთანაბრობა კალორიმეტრის ნაწილებს შორის, სითბოტევადობათა დამოკიდებულება ტემპერატურაზე და მრავალი სხვა მიზეზი, რაც მოითხოვს გამოთვლებში სათანადო შესწორებების შეტანას.



ნახ. 250.

მოყვანილი მეთოდით ხდება ჩვეულებრივად როგორც მყარი სხეულების, ისე სითხეების სითბოტევადობათა გაზომვა. მხოლოდ სითხეების და კალორიმეტრულ სითხეში (წყალში) ხსნადი მყარი სხეულების შემთხვევაში არ შეიძლება მათი პირდაპირ წყალში მოთავსება. ასეთ სხეულებს ათავსებენ სითბოს კარგად გამტარ კედლებიან მცირე ჭურჭელში, რომელსაც კალორიმეტრში ჩადგამენ. ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში ცნობილი უნდა იყოს ამ ჭურჭლის სითბოტევადობა. გაზების სითბოტევადობის გაზომვაც მოითხოვს გარკვეული ცვლილების შეტანას მეთოდში, ვინაიდან გაზების მცირე სიმკვრივის გამო შეუძლებელია მათი ისე დიდი მასის მოთავსება კალორიმეტრში, რომ შესაძლებელი იყოს ტემპერატურის ცვლილების ზუსტად გაზომვა. გაზის სითბოტევადობის გაზომვისათვის გამოსადეგ კალორიმეტრს ჩვენ შემდეგ განვიხილავთ.

გ) **ბუნზენის ყინულიანი კალორიმეტრი**. ეს კალორიმეტრი განსაკუთრებით გამოსადეგია იმ შემთხვევაში, როდესაც საჭიროა სითბოს მცირე რაოდენობის გაზომვა. ამ კალორიმეტრის ერთადერთი ნაკლი იმაში მდგომარეობს, რომ მისი დამზადება საკმაოდ

ძნელია და მისი საშუალებით გაზომვაც დიდ დროს მოითხოვს. ბუნზენის კალორიმეტრის სქემა 250-ე ნახაზზეა მოყვანილი. მინის სქელკედლიანი P სინჯარა W ცილინდრულ მინის ცილინდრშია ჩადგმული. ამ ცილინდრის ქვედა ბოლოზე მიკავშირებულია მინის მოღუნული მილი, რომლის ზედა ბოლოში ჩადგმულია D კაპილარული მილი. ამ კალორიმეტრს ორი იზოლაცია აქვს; ერთი არის W ცილინდრის სივრცე, რომელიც გავსებულია ქიმიურად სუფთა ყინულით, მეორე კი—S სივრცე, რომელშიაც ჩვეულებრივი ყინულია.

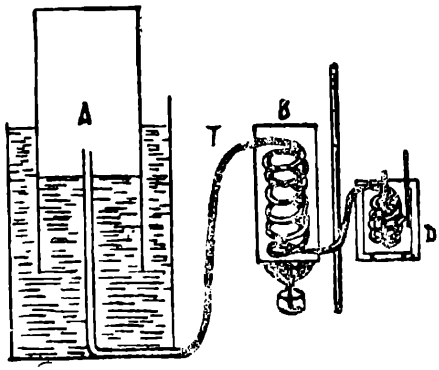
გაზომვა შემდეგნაირად ხდება: სხეულს, რომლის მიერ გამოყოფილი სითბოც უნდა გაიზომოს, p სინჯარის შიგნით ათავსებენ (თუ საჭიროა რაიმე პროცესის დროს გამოყოფილი სითბოს გაზომვა, პროცესს p სინჯარაში ატარებენ). სხეული სითბოს გადასცემს E ყინულს, რომელიც გარს ერტყმის p სინჯარას. ყინული დნება და ყინულით, წყლითა და Q ვერცხლისწყლით დაკავებული საერთო მოცულობა მცირდება, რაც იწვევს D მილში ვერცხლისწყლის მენისკის გადანაცვლებას. მოცულობის შემცირება იზომება D კაპილარულ მილზე გაკეთებული დანაყოფებით.

ჩვენ ვიცით, რომ ერთი გრამი ყინულის დნობის დროს მოცულობა დაახლოებით 0,09 cm^3-ით მცირდება. თუ ვიცით მოცულობის შემცირება (ΔV), რომელიც ცდის დროს მოხდა, შეიძლება გამოვითვალოთ გამდნარი ყინულის მასა გრამობით. იგი იქნება $\frac{\Delta V}{0,09}$ gr. ვინაიდან ცნობილია ყინულის ერთი გრამის დნობის სითბო (79,7 cal), შეიძლება ვიპოვოთ კალორიმეტრის მიერ მიღებული, ე. ი. სხეულის ან რეაქციის მიერ გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა:

$$Q = 79,7 \cdot \frac{\Delta V}{0,09} = 879,2 \cdot \Delta V \text{ cal.}$$

გ) **c_p-ს გაზომვა გაზებისათვის.** როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, გაზებისათვის c_v-ს გაზომვა ძალიან ძნელია, ვინაიდან გაზის მცირე სიმკვრივის გამო ძნელია კალორიმეტრში მისი ისეთი რაოდენობით მოთავსება, რომ ტემპერატურის ცვლილება შესამჩნევი იყოს. ამიტომ ჩვეულებრივად ზომავენ სითბოტევადობას მუდმივი მოცულობის პირობებში. 251-ე ნახაზზე მოყვანილია სათანადო დანადგარის სქემა. წყლიან ჭურჭელში მოთავსებულია A ჭურჭელი საკვლევი გაზით. ამ ჭურჭელთან შეერთებულია T მილი, რომელიც B ხვიის სახით შედის გამახურებელში, სადაც A ჭურჭლიდან გამოსული გაზი გარ-

კვეულ ტემპერატურამდე თბება. აქედან გაზი შედის D კალორიმეტრში და განუწყვეტელი ნაკადის სახით მიედინება კალორიმეტრში მოთავსებულ ხვიისებურ მილში. გამახურებელი და კალორიმეტრი გაყოფილია ერთიმეორისაგან სითბოს ცუდად გამტარი ეკრანით, რომლის დანიშნულებაა დაიცვას კალორიმეტრი გამახურებლიდან გამოსხივებული სითბოსაგან. გაზის დინების დროს A ჭურჭელი თანდათან იძირება წყალში, რის გამოც გამოდინებული გაზის წნევა მუდმივი რჩება.

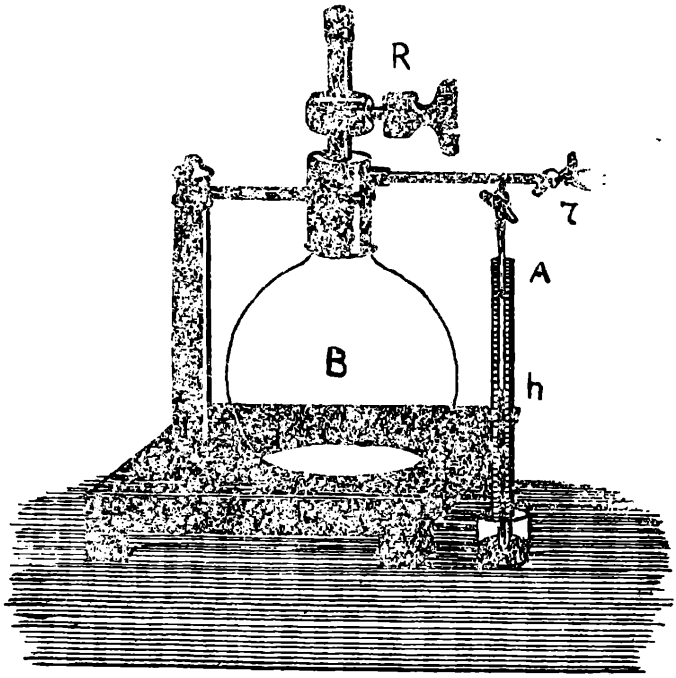


ნახ. 251.

კალორიმეტრში გასული გაზის მასა იზომება A ჭურჭელში მყოფი გაზის მოცულობის შემცირებით. თვალყური უნდა ვადევნოთ, რომ კალორიმეტრიდან გამოსული გაზის ტემპერატურა კალორიმეტრის ტემპერატურის ტოლი იყოს. სითბოტევადობის გამოთვლა იმავე ფორმულით ხდება, როგორც მარტივი კალორიმეტრის შემთხვევაში.

დ) **c_p-ს და c_v-ს შეფარდების გაზომვა კლემან-დეზორმის მეთოდით.** ფრანგმა ფიზიკოსებმა კლემანმა და დეზორმიმ შეიმუშავეს მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა გაიზომოს c_p-ს და c_v-ს შეფარდება გაზებისათვის. მათი ხელსაწყოს სურათი 252-ე ნახაზზეა მოყვანილი. დიდი ზომის B ჭურჭელში მოთავსებულია გაზი. ამ ჭურჭელთან შეერთებულია A მანომეტრი, რომელშიაც ვერცხლისწყლის მაგიერ ჩვეულებრივად შეფერადებული წყალია. დავკეტოთ R ონკანი და მცირე ტუმბოთი, რომელიც ხელსაწყოსთან r მილითაა შეერთებული, გავაშვიათოთ გაზი B ჭურჭელში. სითხე მანომეტრში აიწევს რაღაც h სიმაღლეზე. გამოვრთოთ ტუმბო და გავაღოთ R ონკანი ისე, რომ B-ში მყოფი გაზის წნევა ატმოსფერული წნევის ტოლი გახდეს. ვინაიდან წნევის გათანაბრება ჭურჭლის შიგნით და გარეთ ძალიან სწრაფად ხდება, წნევის ზრდის პროცესი შეიძლება ადიაბატურ პროცესად ჩავთვალოთ. ცხადია, რომ ამ პროცესის დროს გაზის ტემპერატურა გაიზრდება. გაზის შეკუმშვამდე ტემპერატურა T_0-ით აღვნიშნოთ (ოთახის ტემპერატურა), შეკუმშვის შემდეგ კი—T-თი. მოვიცადოთ მანამდე, სანამ კედლების სითბოგამტარობის გამო ტემპერატურა ისევ T_0-ის ტოლი არ გახდება

(გაზი გაცივდება), რის შედეგად წნევა ისევ შემცირდება და მანომეტრში სითხე რაღაც h_1 სიმაღლეზე აიწევს. თუ ატმოსფერულ წნევას p_0-ით აღვნიშნავთ (გაზომილია წყლის სვეტის სიმაღლით), გაიშვიათების შემდეგ წნევა იქნება $p_0 - h$, ტემპერატურა—T_0 და



ნახ. 252.

მოცულობა—V_0. B ჭურჭელში გაზის შეშვების შემდეგ წნევა იქნება p_0, ტემპერატურა—T და მოცულობა—V. გაზის გაცივების შემდეგ წნევა გახდება $p_0—h$, ტემპერატურა—ისევ T_0 და მოცულობაც ისევ V.

პირველი მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლა ადიაბატურია, ამიტომ

$$(p_0—h)\, V_0^{\nu} = p_0 V_0^{\nu}.$$

პირველიდან მესამეზე გადასვლა იზოთერმულია და ამიტომ

$$(p_0 - h)\, V_0 = (p_0—h_1)\, V.$$

ამ ფორმულებიდან მივიღებთ

$$\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\nu} = \frac{p_0}{p_0—h}$$

და

$$\frac{V_0}{V} = \frac{p_0 - h_1}{p_0 - h}.$$

აქედან ადვილად გამოვიყვანთ, რომ

$$\frac{p_0}{p_0 - h} = \left(\frac{p_0 - h_1}{p_0 - h}\right)^{\gamma}$$

ან გალოგარითმების შემდეგ:

$$\gamma = \frac{\lg p_0 - \lg(p_0 - h)}{\lg(p_0 - h_1) - \lg(p_0 - h)}.$$

ამ ფორმულით გამოითვლება γ, ე. ი. $\frac{c_p}{c_v}$, მაგრამ ჩვეულებრივად უფრო მარტივი ფორმულით სარგებლობენ. მართლაც, ვინაიდან h და h_1 ძალიან მცირე სიდიდეებია p_0-თან შედარებით, შეიძლება დავწეროთ $\lg(p_0 - h) = \lg p_0 - \frac{h}{p_0}$ და $\lg(p_0 - h_1) = \lg p_0 - \frac{h_1}{p_0}$. წინა ფორმულაში ჩასმა მოგვცემს:

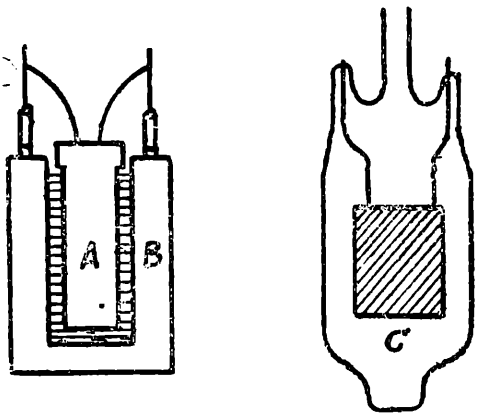
$$\gamma = \frac{h}{h - h_1}.$$

თუ გაზომილია ცალკე c_p და ცალკე γ, შეიძლება ვიპოვოთ c_v. ჩვეულებრივად სწორედ ასე იქცევიან, თუმცა არსებობს c_v-ს უშუალო გაზომვის მეთოდებიც. γ-ს გამოთვლა შეიძლება აგრეთვე ბგერის სიჩქარის გაზომვის საშუალებით. ამისათვის იყენებენ მდგარი ტალღების საკვანძო წერტილებს შორის მანძილის გაზომვის კუნდტის მეთოდს, რომელიც წინა თავში იყო აღწერილი.

ე) **ნერნსტის კალორიმეტრი.** ნერნსტმა და მისმა მოწაფეებმა შეიმუშავეს ახალი სახის კალორიმეტრი, რომელიც განსაკუთრებით გამოსადეგია დაბალი ტემპერატურის პირობებში სითბოტევადობის გასაზომად. 253-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ნერნსტის კალორიმეტრის სქემა. ამ კალორიმეტრისათვის დამახასიათებელია ის გარემოება, რომ ლითონური მყარი სხეული, რომლის სითბოტევადობაც უნდა გაიზომოს, თვითონ ასრულებს კალორიმეტრის როლს. იგი ხურდება მასზე შემოხვეული პლატინის მავთულში გამავალი ელექტროდენით. იგივე მავთული ასრულებს თერმომეტრის როლს.

ლითონის A ცილინდრს, რომლის სითბოტევადობაც უნდა გაიზომოს, შემოხვეული აქვს პლატინის იზოლირებული მავთული. ეს ცილინდრი B ცილინდრის სიღრუეშია ჩადგმული და მათ შორის

სივრცე ამოვსებულია პარაფინით. მთელი ეს კალორიმეტრი მავთულებით, რომელთა საშუალებითაც კალორიმეტრი დენის წყაროს უერთდება, ჩამოკიდებულია მინის ჭურჭელში, რომლის შიგნითაც ვაკუუმია. პლატინის მავთული ერთდროულად ასრულებს გამახურებლისა და თერმომეტრის როლს (ტემპერატურა იზომება მავთულის ელექტრული წინააღმდეგობის ცვლილებით). დენის გატარების დროს გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა იზომება დენის მიერ შესრულებული მუშაობით. თუ ცნობილია A ცილინდრისათვის მიცემული სითბოს რაოდენობა და მისი ტემპერატურის ნაზრდი, შეიძლება გამოვითვალოთ მისი ნივთიერების სითბოტევადობა. ნერნსტის



ნახ. 253.

კალორიმეტრის საშუალებით გაზომილ იქნა მრავალი ლითონის სითბოტევადობა, განსაკუთრებით დაბალი ტემპერატურებისათვის. ზუსტი გაზომვების დროს ცდომილება ერთ პროცენტს არ აღემატება.

ვ) **კონდენსაციის სითბოს გაზომვა**. კალორიმეტრებს იყენებენ არა მარტო სითბოტევადობის გასაზომად, არამედ სხვადასხვა პროცესის დროს გამოყოფილი ან შთანთქმული სითბოს გასაზომადაც. მაგალითისათვის განვიხილოთ ორთქლის კონდენსაციის დროს გამოყოფილი სითბოს, ე. ი. დუღილის ან კონდენსაციის სითბოს გაზომვა. ორთქლი, რომელსაც გამახურებლის საშუალებით იყენებენ, მილის საშუალებით შედის კალორიმეტრში. აქ იგი ლითონის ხვეული მილის ცივ კედლებთან შეხების გამო ცივდება და კონდენსირდება მილის განიერ ნაწილში. თუ კალორიმეტრის (ყველა ნაწილიანად) საწყის ტემპერატურას t_0-ით აღვნიშნავთ, ორთქლის კონდენსაციის ტემპერატურას — t-თი, ხოლო კალორიმეტრისა და კონდენსაციის შედეგად მიღებული სითხის საბოლოო

ტემპერატურას — t_1-ით, მარტივი მსჯელობა მოგვცემს შემდეგ განტოლებას:

$$m\lambda_{12}+mc(t-t_1)=(M+K)(t_1-t_0),$$

სადაც m არის კონდენსირებული ორთქლის მასა, c — კონდენსაციის შედეგად მიღებული სითხის სითბოტევადობა, M — კალორიმეტრში მყოფი წყლის მასა, K — კალორიმეტრის ყველა ნაწილის (ხვიასთან ერთად) წყლის ეკვივალენტი და λ_{12} — კონდენსაციის კუთრი სითბო. ამ ფორმულიდან ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ λ_{12}.

§ 128. სიმკვრივის გაზომვა

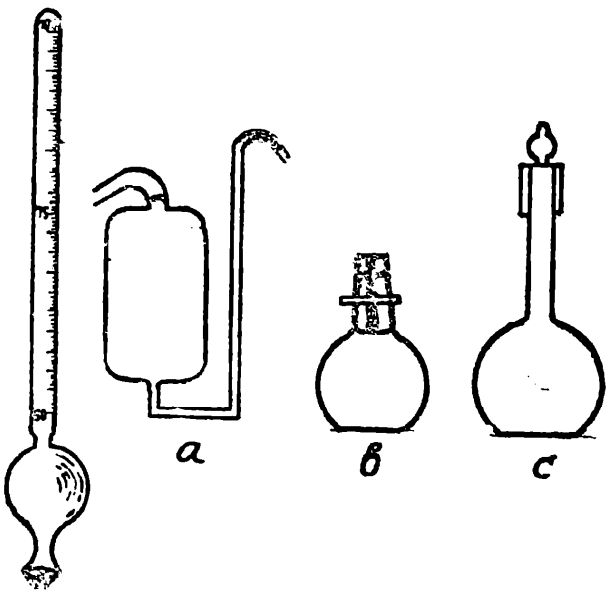
სხეულების სიმკვრივის გაზომვა დაიყვანება მასისა და მოცულობის გაზომვაზე. ვინაიდან პირველი — მასა სასწორის საშუალებით იზომება, ჩვენ შევჩერდებით მხოლოდ მეორე სიდიდის გაზომვაზე. რადგანაც სხეულებს ძალიან იშვიათად აქვთ წესიერი გეომეტრიული ფორმა, ამიტომ მოცულობის გაზომვა გეომეტრიული მეთოდებით თითქმის არასდროს არ არის შესაძლებელი. ამიტომაც საჭირო ხდება სხვა მეთოდებისადმი მიმართვა. საკვლევი სხეულის აგრეგატული მდგომარეობის მიხედვით ყველაზე ადვილია სითხეების სიმკვრივის გაზომვა.

სითხის სიმკვრივის სწრაფი, მაგრამ მიახლოებითი გაზომვისათვის (1%-ის სიზუსტით) იხმარება არეომეტრი (ნახ. 254). იგი მინის ვიწრო და გრძელყელიანი ჭურჭელია, რომლის ქვედა ნაწილში მოთავსებულია მცირე რაოდენობით საფანტი ან ვერცხლისწყალი (ამ ტვირთის საშუალებით სითხეში ჩაშვებული არეომეტრი ვერტიკალურ მიმართულებას იღებს). არეომეტრის ვიწრო ყელზე გაკეთებულია დანაყოფები. იმისდა მიხედვით, თუ როგორია სითხის სიმკვრივე, მასში ჩაშვებული არეომეტრი გარკვეულ დონემდე ჩაიძირება. რასაკვირველია, არეომეტრი წინასწარ დაგრადუირებული უნდა იყოს, ე. ი. უნდა გამოირკვეს, თუ რომელ დანაყოფს სითხის რა სიმკვრივე ეთანადება. არეომეტრის ჩვენებაზე შესამჩნევ გავლენას ახდენს ტემპერატურა და სითხის ზედაპირული დაჭიმულობა. ხშირად, განსაკუთრებით ტექნიკაში გამოსაყენებლად, დაგრადუირება ხდება არა სიმკვრივის, არამედ მასთან დაკავშირებული სხვა სიდიდის მიხედვით (მაგალითად, ტრალესის სპირტომეტრზე ყელის ქვედა ნაწილში დანაყოფი ეთანადება სუფთა წყალს და აღნიშნულია 0°-ით. ყველაზე ზედა დანაყოფი ეთანადება სუფთა სპირტს და აღნიშნულია 100°-ით. დანაყოფი, რომელამდეც ჩაეშ-

ვება არეომეტრი წყლისა და სპირტის ნარევში, გვიჩვენებს სპირტის მოცულობის პროცენტულ რაოდენობას ხსნარში).

სითხის სიმკვრივის გასაზომად ხშირად შეერთებულ ჭურჭელსაც იყენებენ. შეერთებული ჭურჭლის მუხლებში ასხამენ საკვლევ სითხესა და ცნობილი სიმკვრივის სითხეს (ამ მეთოდს იყენებენ მხოლოდ უხსნადი სითხეების შემთხვევაში). სითხეების სვეტების სიმაღლეთა შეფარდება (სიმაღლეები ჩათვლილია სითხეების გამყოფი ზედაპირიდან) გვაძლევს სიმკვრივეთა შეფარდებას.

სითხეებისა და მყარი სხეულების სიმკვრივის გაზომვის საკმაოდ ზუსტი მეთოდია პიკნომეტრის მეთოდი. იმავე 254-ე ნახაზზე ნაჩვენებია პიკნომეტრების სხვადასხვა სახე (*a*, *b*, *c*). ყოველი პიკნომეტრი მცირე ზომის (20—100 მილიმეტრი) მინის ჭურჭელია, რომელსაც ვიწრო ყელი აქვს. ამ ყელზე შემოვლებული ხაზი გვიჩვე-



ნახ. 254.

ნებს, რომ ხაზამდე ჩასხმულ სითხეს გარკვეული (ცნობილი) მოცულობა აქვს (ამ მოცულობის რიცხვითი მნიშვნელობა ხშირად თვით პიკნომეტრზეა აღნიშნული). სითხის სიმკვრივის გასაზომად შემდეგნაირად იქცევიან. ჯერ წონიან ცარიელ პიკნომეტრს, ე. ი. იგებენ მის მასას, შემდეგ მასში ასხამენ საკვლევ სითხეს ყელზე ნაჩვენებ დონემდე და ისევ წონიან. მეორე და პირველ მასათა სხვაობა მოგვცემს პიკნომეტრში მყოფი სითხის მასას. რაკი სითხის მოცულობა ცნობილია, შეიძლება გამოვითვალოთ სიმკვრიეე. თუ პიკნომეტრის მოცულობა არ არის ცნობილი, ზემოაღწერილ ცდას

ცნობილი სიმკვრივის სითხისათვის ატარებენ და ამით იგებენ მის მოცულობას. რასაკვირველია, გაზომვების დროს ყურადღება უნდა მიექცეს პიკნომეტრის სიმშრალეს, ტემპერატურასა და სხვა მიზეზებს, რომლებმაც შეიძლება გარკვეული ცდომილება შეიტანონ შედეგში.

პიკნომეტრებს იყენებენ აგრეთვე მყარი სხეულების სიმკვრივის გასაზომად. ამ შემთხვევაში პიკნომეტრის ყელი უფრო განიერი კეთდება და იხურება საცობით, რომელშიაც ვიწრო მილია ჩადგმული. ვთქვათ, პიკნომეტრის მასა და მოცულობა ცნობილია. საკვლევ მყარ სხეულს, რომელსაც ამისათვის პატარა ნატეხების ან ფხვნილის სახით იღებენ, ყრიან პიკნომეტრში და წონიან. აქედან შეიძლება გამოითვალონ სხეულის წონა. სხეულის მოცულობის გასაგებად პიკნომეტრში, რომელშიაც სხეულია მოთავსებული, ასხამენ ცნობილი სიმკვრივის სითხეს (საკვლევი სხეული სითხეში არ უნდა იხსნებოდეს). აწონვა იძლევა სხეულის მოცულობას და, ვინაიდან მასა ცნობილია, შეიძლება სიმკვრივეც გამოითვალონ.

ხშირად მყარი სხეულის სიმკვრივეს არქიმედეს კანონით სწავლობენ. ამისათვის აწონვით გებულობენ მყარი სხეულის წონას. შემდეგ ახდენენ აწონვას ცნობილი სიმკვრივის სითხეში (ჩვეულებრივად წყალში). პირველ და მეორე წონათა სხვაობა მოგვცემს ამომჭდები ძალის მნიშვნელობას, რომელიც არქიმედეს კანონის თანახმად სხეულის მოცულობის მქონე სითხის წონის ტოლია. აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ მყარი სხეულის მოცულობა და, მაშასადამე, სიმკვრივე.

გაზის სიმკვრივე იზომება იმავე მეთოდით, რომლითაც სითხეების სიმკვრივე. ცნობილი მოცულობის მცირე ბურთულს ცარიელს წონიან (ჯერი ამოტუმბული უნდა იყოს ძალიან დაბალი დაწნევის ტუმბოს საშუალებით), შემდეგ ავსებენ საკვლევი გაზით და ისევ წონიან. წონათა სხვაობა მოგვცემს ბურთულში ცხოვი გაზის წონას (მასას). აქედან გამოითვლება გაზის სიმკვრივე. გაზებისა და ორთქლების სიმკვრივის გაზომვის სხვა მეთოდებს ჩვენ არ განვიხილავთ. ისინი სპეციალურ ლიტერატურაშია აღწერილი.

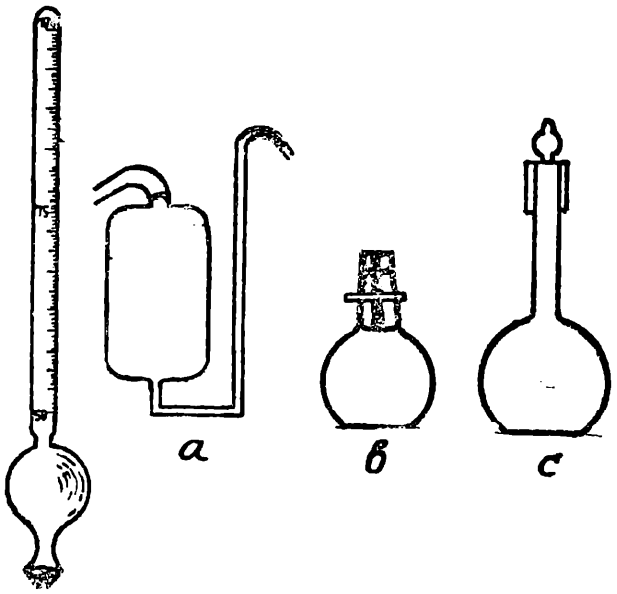
§ 129. ზაფართოების კოეფიციენტის განსაზღვრა

გაზის გაფართოების კოეფიციენტი განისაზღვრება ბუნსენის თერმომეტრის საშუალებით. ჭიქოლოდ ამისათვის ბურთულს წონიან ჰერკლის აწევით ან დაწევით (ნახ. 241) ცილინდრში შეაერთონ მეტმილი წყლით. გარდა ამისა, თვით ჰ შიგნით ცილინდრის ფანაყოფებია; ისინი საშუალებას იძლევიან გაზის მოცულ-

ვება არეომეტრი წყლისა და სპირტის ნარევში, გვიჩვენებს სპირტის მოცულობის პროცენტულ რაოდენობას ხსნარში).

სითხის სიმკვრივის გასაზომად ხშირად შეერთებულ ჭურჭელსაც იყენებენ. შეერთებული ჭურჭლის მუხლებში ასხამენ საკვლევ სითხესა და ცნობილი სიმკვრივის სითხეს (ამ მეთოდს იყენებენ მხოლოდ უხსნადი სითხეების შემთხვევაში). სითხეების სვეტების სიმაღლეთა შეფარდება (სიმაღლეები ჩათვლილია სითხეების გამყოფი ზედაპირიდან) გვაძლევს სიმკვრივეთა შეფარდებას.

სითხეებისა და მყარი სხეულების სიმკვრივის გაზომვის საკმაოდ ზუსტი მეთოდია პიკნომეტრის მეთოდი. იმავე 254-ე ნახაზზე ნაჩვენებია პიკნომეტრების სხვადასხვა სახე (*a*, *b*, *c*). ყოველი პიკნომეტრი მცირე ზომის (20—100 მილიმეტრი) მინის ჭურჭელია, რომელსაც ვიწრო ყელი აქვს. ამ ყელზე შემოვლებული ხაზი გვიჩვე-



ნახ. 254.

ნებს, რომ ხაზამდე ჩასხმულ სითხეს გარკვეული (ცნობილი) მოცულობა აქვს (ამ მოცულობის რიცხვითი მნიშვნელობა ხშირად თვით პიკნომეტრზეა აღნიშნული). სითხის სიმკვრივის გასაზომად შემდეგნაირად იქცევიან. ჯერ წონიან ცარიელ პიკნომეტრს, ე. ი. იგებენ მის მასას, შემდეგ მასში ასხამენ საკვლევ სითხეს ყელზე ნაჩვენებ დონემდე და ისევ წონიან. მეორე და პირველ მასათა სხვაობა მოგვცემს პიკნომეტრში მყოფი სითხის მასას. რაკი სითხის მოცულობა ცნობილია, შეიძლება გამოვითვალოთ სიმკვრივე. თუ პიკნომეტრის მოცულობა არ არის ცნობილი, ზემოაღწერილ ცდას

ცნობილი სიმკვრივის სითხისათვის ატარებენ და ამით იგებენ მის მოცულობას. რასაკვირველია, გაზომვების დროს ყურადღება უნდა მიექცეს პიკნომეტრის სიმშრალეს, ტემპერატურასა და სხვა მიზეზებს, რომლებმაც შეიძლება გარკვეული ცდომილება შეიტანონ შედეგში.

პიკნომეტრებს იყენებენ აგრეთვე მყარი სხეულების სიმკვრივის გასაზომად. ამ შემთხვევაში პიკნომეტრის ყელი უფრო განიერი კეთდება და იხურება საცობით, რომელშიაც ვიწრო მილია ჩადგმული. ვთქვათ, პიკნომეტრის მასა და მოცულობა ცნობილია. საკვლევ მყარ სხეულს, რომელსაც ამისათვის პატარა ნატეხების ან ფხვნილის სახით იღებენ, ყრიან პიკნომეტრში და წონიან. აქედან შეიძლება გამოითვალონ სხეულის წონა. სხეულის მოცულობის გასაგებად პიკნომეტრში, რომელშიაც სხეულია მოთავსებული, ასხამენ ცნობილი სიმკვრივის სითხეს (საკვლევი სხეული სითხეში არ უნდა იხსნებოდეს). აწონვა იძლევა სხეულის მოცულობას და, ვინაიდან მასა ცნობილია, შეიძლება სიმკვრივეც გამოითვალონ.

ხშირად მყარი სხეულის სიმკვრივეს არქიმედეს კანონით საზღვრავენ. ამისათვის აწონვით გებულობენ მყარი სხეულის წონას. შემდეგ ახდენენ აწონვას ცნობილი სიმკვრივის სითხეში (ჩვეულებრივად წყალში). პირველ და მეორე წონათა სხვაობა მოგვცემს ამომგდები ძალის მნიშვნელობას, რომელიც არქიმედეს კანონის თანახმად სხეულის მოცულობის მქონე სითხის წონის ტოლია. აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ მყარი სხეულის მოცულობა და, მაშასადამე, სიმკვრივე.

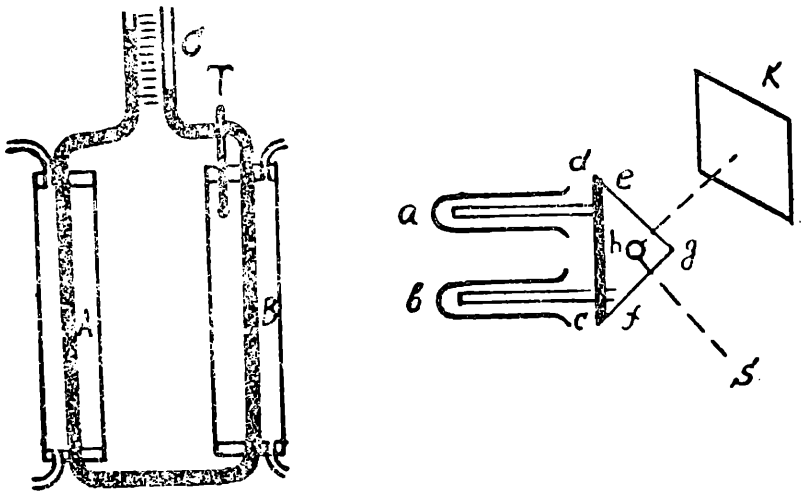
გაზის სიმკვრივე იზომება იმავე მეთოდით, რომლითაც სითხეების სიმკვრივე. ცნობილი მოცულობის მცირე ჭურჭელს ცარიელს წონიან (ჰაერი ამოტუმბული უნდა იყოს მაღალი ვაკუუმის ტუმბოს საშუალებით), შემდეგ ავსებენ საკვლევი გაზით და ისევ წონიან. წონათა სხვაობა მოგვცემს ჭურჭელში მყოფი გაზის წონას (მასას). აქედან გამოითვლება გაზის სიმკვრივე. გაზებისა და ორთქლების სიმკვრივის გაზომვის სხვა მეთოდებს ჩვენ არ განვიხილავთ. ისინი სპეციალურ ლიტერატურაშია აღწერილი.

§ 129. გაფართოების კოეფიციენტის გაზომვა

გაზის გაფართოების კოეფიციენტი განისაზღვრება გაზური თერმომეტრის საშუალებით, მხოლოდ ამისათვის ვერცხლისწყლიანი e ჭურჭლის აწევით ან დაწევით (ნახ. 241) ცდილობენ შეინარჩუნონ მუდმივი წნევა. გარდა ამისა, თვით e მილზე გაკეთებულია დანაყოფები; ისინი საშუალებას იძლევიან გაიზომოს გაზის მოცუ-

ლობის ნაზრდი, რომელიც გამოწვეულია ტემპერატურის ზრდით. A ჭურჭლის და b მილის მოცულობა ცნობილი უნდა იყოს.

სითხეების გაფართოების კოეფიციენტის გაზომვა შეიძლება სხვადასხვა მეთოდით. ერთ-ერთი მეთოდია შეერთებული ჭურჭლების მეთოდი (დიულონგისა და პტის მეთოდი). შეერთებული ჭურჭლის მუხლები თავსდება სხვადასხვა ტემპერატურის მქონე ჭურჭლებში. შეიძლება, მაგალითად (ნახ. 255), მარჯვენა მუხლი მოვათავსოთ B მილში, რომელშიაც განუწყვეტლად მიედინება წყალი. სათანადო ტემპერატურა იზომება მილში ჩაშვებული თერმომეტრით. მარცხენა მუხლი თავსდება A მილში, რომელშიაც განუწყვეტლად მიედინება მადუღარით მიღებული ორთქლი. მუხლებში მყოფი სითხის სიმკვრივეთა სხვაობის გამო სითხის დონე მუხლებში სხვადასხვა



ნახ. 255.

ოქნება. თუ სითხის სვეტების სიმაღლეს მუხლებში h_1-ით და h_2-ით აღვნიშნავთ, ხოლო სათანადო სიმკვრივეებს — d_1-ით და d_2-ით, მივიღებთ:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

თუ სათანადო ტემპერატურებია t_1 და t_2, მივიღებთ:

$$d_1(1+\alpha t_1) = d_2(1+\alpha t_2),$$

საიდანაც გვექნება:

$$h_1(1+\alpha t_2) = h_2(1+\alpha t_1).$$

აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ გაფართოების კოეფიციენტი:

$$\alpha = \frac{h_1 - h_2}{h_2 t_1 - h_1 t_2}.$$

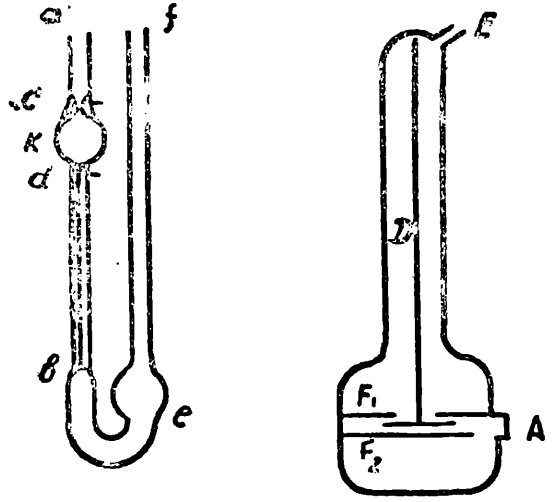
ამ მეთოდის უპირატესობა სხვა მეთოდებთან შედარებით იმაში მდგომარეობს, რომ ჭურჭლის გაფართოება არ ახდენს გავლენას გაზომვის შედეგზე. რასაკვირველია, თუ ცნობილია ჭურჭლის მასალის გაფართოების კოეფიციენტი, გაზომვა საგრძნობლად შეიძლება გამარტივდეს. ამ შემთხვევაში იყენებენ მინის მცირე ზომის ჭურჭელს (დილატომეტრს), რომელსაც მიერთებული აქვს ვიწრო კაპილარი. კაპილარზე გაკეთებულია დანაყოფები. წინასწარ საზღვრავენ მთელი დილატომეტრის მოცულობას და ერთი დანაყოფის სათანადო მოცულობას. შემდეგ დილატომეტრში შეყავთ საკვლევი სითხე. სითხის დონის სიმაღლეთა სხვაობა ორი სხვადასხვა ტემპერატურისათვის გვაძლევს მოცულობის ნაზრდს. აქედან შეიძლება გამოვითვალოთ გაფართოების კოეფიციენტი (ცხადია, მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული ჭურჭლის მოცულობის გაფართოება, რაც ამცირებს მოცულობის დადგენილ ნაზრდს).

მყარი სხეულების გაფართოების კოეფიციენტი სხვადასხვა მეთოდით შეიძლება გაიზომოს. უშუალო მეთოდი მდგომარეობს ღეროს სახის მყარი სხეულის სიგრძის გაზომვაში სხვადასხვა ტემპერატურისათვის. გაზომვა ხდება კომპარატორის საშუალებით. უფრო ხშირად დილატომეტრს იყენებენ (ნახ. 255). a და b კვარცის მილებში თავსდება საკვლევი მასალის ღერო და ეტალონი. ღეროსი და ეტალონის ბოლოები ეყრდნობა სამკუთხედის ფირფიტის გვერდს. თვით სამკუთხედი მხოლოდ g საყრდენითაა დამაგრებული, ე. ი. მას შეუძლია ბრუნვა g-ზე გამავალი ღერძის ირგვლივ. ცხადია, რომ თუ ერთნაირად გათბობისას ეტალონი და საკვლევი სხვადასხვანაირად ფართოვდება, ფირფიტა მობრუნდება eg და ef ღერძების ირგვლივ სხვადასხვა კუთხით. ეს მობრუნება შეინიშნება სარკიდან არეკლილი სხივის მობრუნებით, ე. ი. სინათლის ლაქის გადანაცვლებით K ეკრანზე. ამ ლაქის მოძრაობის მიხედვით შეიძლება ერთიმეორეს შევადაროთ საკვლევი სხეულისა და ეტალონის გაფართოების კოეფიციენტი, ე. ი. ჩავატაროთ ფარდობითი გაზომვა. აბსოლუტური გაზომვებისათვის საჭიროა დილატომეტრის დაგრადუირება, ე. ი. სინათლის ლაქის გარკვეული გადანაცვლების შეფასება სიგრძის ერთეულებით.

§ 130. სიბლანტისა და ზედაპირული დაჭიმულობის გაზომვა

სითხის სიბლანტე ჩვეულებრივად იზომება ვისკოზიმეტრების საშუალებით. 256-ე ნახაზზე ნაჩვენებია ოსტვალდის ვისკოზიმეტრის მარტივი სახე (ამ ხელსაწყოთი შეიძლება მხოლოდ ფარდობითი

სიბლანტის განსაზღვრა). იგი U ს მაგვარი მილია, რომლის მთავარი ნაწილია db კაპილარი. f მილის საშუალებით a მილისაკენ ხდება სითხის შეწოვა, სანამ იგი e დანაყოფს არ აცილდება. შემდეგ სითხეს საშუალებას აძლევენ ჩამოედინოს ვიწრო კაპილარით. აღნიშნავენ დროს, რომელიც საჭიროა იმისათვის, რომ სითხის მენისკმა დაიწიოს c-დან d-მდე. ასეთსავე ცდას ატარებენ მეორე



ნახ. 256.

სითხისათვის. როგორც ცნობილია, პუაზელის კანონის თანახმად, კაპილარული მილიდან გამოდინებული სითხის მოცულობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$V=\frac{\pi p r^4 t}{8\eta l},$$

სადაც p არის წნევათა სხვაობა, r—მილის რადიუსი, t—გამოდინების დრო, e მილის სიგრძე და η სიბლანტის კოეფიციენტი. ჩვენ ზემოხვევაში ორი სითხისათვის სხვადასხვაა მხოლოდ p, t და η. ამიტომ მიკიღებთ:

$$\frac{p_1 t_1}{\eta_1}=\frac{p_2 t_2}{\eta_2}.$$

მაგრამ წნევები სიმკვრივეთა პირდაპირპროპორციულია, ვინაიდან სითხეები თავისი წონის გავლენით მიედინება. ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1}=\frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1}.$$

აქედან შეიძლება განისაზღვროს ერთ-ერთი სითხის სიბლანტე, თუ ცნობილია მეორე სითხის სიბლანტე, მათი სიმკვრივეები და გამოდინების დრო. აბსოლუტური სიბლანტის გასაზომად, ცხადია, საჭიროა უშუალოდ პუაზელის ფორმულით სარგებლობა. სითხის სიბლანტის გასაზომად ხშირად იყენებენ სტოქსის ფორმულას. სითხეში მოძრავ ბირთვზე მოქმედი ძალისათვის ვერტიკალურ მილში, რომელიც საკვლევი სითხით არის გავსებული, ვარდება მცირე ზომის ლითონის ბირთვი. თუ სითხე საკმაოდ ბლანტია, ვარდნის დაწყებიდან მცირე დროის შემდეგ ბირთვის მოცურაობა თანაბარი იქნება. ამ თანაბარი ვარდნის სიჩქარეს საზღვრავენ გარკვეული მანძილის გავლისათვის საჭირო დროით. რადგანაც ვარდნა თანაბარია, სიბლანტით გამოწვეული წინააღმდეგობის ძალა ბირთვის სიმძიმის ძალის ტოლი ყოფილა და შეიძლება დავწეროთ:

$$P = 6\pi\, av\, \eta,$$

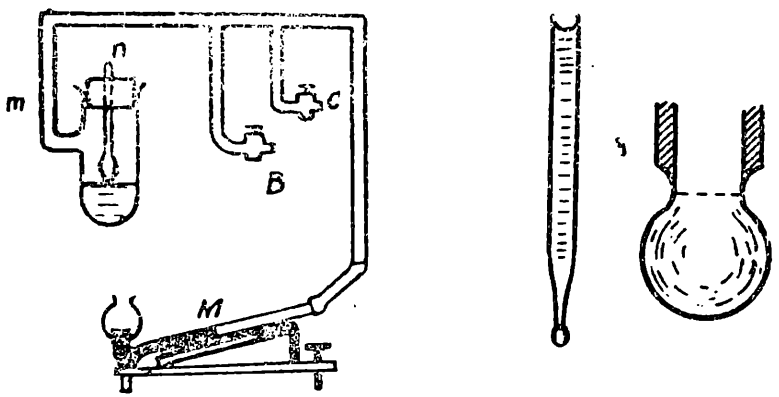
სადაც P არის ბირთვის წონა (შესწორებული სითხის ამომგდები ძალის გამოკლებით), a—ბირთვის რადიუსი, v—ვარდნის სიჩქარე. ვინაიდან ყველა სიდიდე, გარდა η-სი, ცნობილია, შეიძლება გამოვითვალოთ სითხის სიბლანტე.

გაზების სიბლანტის კოეფიციენტი ჩვეულებრივად იზომება გაზში რხევადი დისკოს ან ცილინდრის რხევის მილევით (ნახ. 256). მინის ჭურჭელში, რომელშიაც სხვადასხვა გაზის შეშვება შეიძლება, წვრილ D ძაფზე ჩამოკიდებულია წრიული დისკო, რომელიც ორ პარალელურ უძრავ დისკს შორის ბრუნვით რხევას ასრულებს. რხევის ამპლიტუდის შემცირებით, რაც დისკოზე მიმაგრებული სარკის მობრუნების კუთხით განისაზღვრება, შეიძლება გამოვითვალოთ რხევის ლოგარითმული დეკრემენტი. აქედან სათანადო ფორმულით შეიძლება განვსაზღვროთ სიბლანტის კოეფიციენტი.

ზედაპირული დაჭიმულობის განსაზღვრის მეთოდებიდან ჩვენ მხოლოდ ორ მეთოდს გავარჩევთ. პირველი არის ე. წ. წვეთების მეთოდი. ვიწრო კაპილარული მილიდან ხდება სითხის გამოდინება ცალკეული წვეთების სახით (ნახ. 257). წვეთი მოწყდება მაშინ, როდესაც წვეთის წონა მცირედ გადააჭარბებს წვეთის ვიწრო ყელის პერიმეტრზე მოქმედ ზედაპირულ ძალას. თუ ყელის რადიუსს r-ით აღვნიშნავთ, პერიმეტრისათვის გვექნება $2\pi r$. თუ ზედაპირული დაჭიმულობა არის σ, მთელი ზედაპირული ძალა იქნება $2\pi r.\sigma$. წვეთის წონასთან გატოლება მოგვცემს: $P = 2\pi r\sigma$. ვინაიდან ყელის რადიუსის გაზომვა შეუძლებელია, ზომავენ მილის R რადიუსს და აკავშირებენ მას ყელის რადიუსთან შემდეგი თეორიული ფორმუ-

ლით: $r = 0{,}63\ R$. ჩვეულებრივად, წვეთის წონას საზღვრავენ მრავალი წვეთის საერთო წონით და მათი რიცხვით.

მეორე მეთოდი, ე. წ. ბუშტების მეთოდი წარმოადგენს წვეთების მეთოდის შებრუნებას. 257-ე ნახაზზე ნაჩვენებია რებინდერის მიერ დამუშავებული ხელსაწყოს სქემა. სინჯარაში ჩასხმულია საკვლევი სითხე. მასში ჩაშვებულია n მილის ვიწრო ბოლო (n მილი ატმოსფეროსთანაა შეერთებული). ტუმბოს საშუალებით სინჯარიდან ამოტუმბავენ ჰაერს, ე. ი. ამცირებენ წნევას. წნევის შემცირება M მანომეტრით ისაზღვრება. წნევის შემცირება გამოიწვევს გარე ჰაერის შესვლას n მილში და წყალში ჩაშვებული ბოლოდან ბუშტების გამოსვლას. კანტორმა დაამტკიცა, რომ მაქ-



ნახ. 257.

სიმალური წნევა, რომელიც კაპილარული მილიდან ბუშტის ნელ და თანაბარ გამოსვლას იწვევს, სითხის ზედაპირული დაჭიმულობის პროპორციულია: $\sigma = A \cdot p$, სადაც A მუდმივა დამოკიდებულია კაპილარის წვეროს სახეზე. თუ, მაგალითად, წვერო წრიული ფორმისაა და p იზომება წყლის წვეთის სვეტის სიმაღლით მილიმეტრობით, $A = \frac{g}{2} r$, სადაც g არის სიმძიმის ძალის აჩქარება, r კი—წვეროს რადიუსი.

ბუშტებისა და წვეთების მეთოდების უპირატესობა სხვა მეთოდებთან შედარებით ის არის, რომ მათი საშუალებით მიღებული σ მნიშვნელობანი არ არის დამოკიდებული სითხის მიერ მილის კედლის დასველების უნარზე, რაც ხდება, მაგალითად, კაპილარულ მილებში სითხის აწევის მეთოდის შემთხვევაში.

ჩვენ არ შევეხებით ზედაპირული დაჭიმულობის გაზომვის სხვა მეთოდებს. ისინი გარჩეულია სპეციალურ სახელმძღვანელოებში ლაბორატორიული სამუშაოებისათვის.

საგნობრივი საძიებელი

აბსოლუტური ნული 52
აგრეგატული მდგომარეობები 163
ადიაბატური პროცესი 185
ადსორბცია 502
ავოგადროს კანონი 170
„ რიცხვი 21
აკომოდაციის კოეფიციენტი 424
აკუსტიკური წინააღმდეგობა 637
ალბათობა მათემატიკური 26
„ თერმოდინამიკური 84
ალბათობათა შეკრების კანონი 27
„ გამრავლების კანონი 29—30
ამორფული მდგომარეობა 292, 380
ამწევი ძალა 599, 664
ანიზოტროპული სხეული 293
აორთქლების სითბო 268
არქიმედეს კანონი 546
ატომბირთვი 15
ატომი 15
ატომური ერთეული (მასის) 13

ბაზისი (მესერის) 312
ბარომეტრები 701—703
ბარომეტრული ფორმულა 112—113
ბგერა 615
ბგერის არეკვლა 638
ბგერის გარდატეხა 638
„ დისპერსია 645
„ დიფრაქცია 680
„ ენერგია 634
„ ინტენსივობა 634
„ ინტერფერენცია 674
„ რეზონანსი 689
„ სიჩქარე 615—629
„ შთანთქმა 645
„ ძალა 688
„ წყაროები და მიმღებები 682
ბელი 687
ბერნულის განტოლება 546
ბირთვული ძალები 15
ბლანტი სითხე 574
ბმული ენერგია 141
ბოილ-მარიოტის კანონი 185
ბოილის ტემპერატურა 228
ბოლცმანის განაწილების კანონი 95
„ მუდმივა 53
ბროუნის მოძრაობა 119
ბრტყელი ტალღა 622

გადატანის მოვლენები 411
გადაცივებული სითხე 379
გაზი იდეალური 179—184
„ რეალური 209—226
„ ულტრაგაიშვიათებული 423
გაზების უნივერსალური მუდმივა 169
გალტონის სასტვენი 685
გამაგრება 368
განარბენი 404
განაწილების ფუნქცია 33
განივი ტალღა 657
განივი კუმშვის კოეფიციენტი 342
გაჭიმული სითხე 245
გაჭიმვა 342
გეი-ლუსაკის კანონი 172
„ „ ცდა 219
გელი 318
გრამატომი 20
გრამმოლეკულა 20
გრიგალური დინება 556
გრიგალური მილი 566

დალტონის კანონი 441
დაჯახებათა რიცხვი 404
დაყვანილი განტოლება 288
„ სიდიდეები 288

დემონი, მაქსველის 124
დენის წირი 546
დეფორმაცია, დრეკადი 353
„ პლასტიკური 354
დინების ზღვარი 338
დისლოკაცია 370
დიფუზია 412, 424, 430, 432
დნობის მრუდი 374
„ სითბო 378
„ ტემპერატურა 374
დუღილის ტემპერატურა 265

ვექტექტიკა 465
ელემენტი (ქიმიური) 8
ელექტრონი 10
ენერგია, ბმული 140
„ დისოციაციის 24
„ თავისუფალი 140
„ ზედაპირული 278
ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი 201
ენერგეტიკული წონასწორობა 262
ენტროპია 92
ენტროპიის ზრდის კანონი 93

ვალენტური ურთიერთქმედება 24
ვან-დერ-ვაალსის განტოლება 216
„ „ „ „ დაყვანილი 288
„ „ „ ურთიერთქმედება 23
ვანტჰოფის კანონი 458
ვისკოზიმეტრი 719

ზედაპირული დაჭიმულობა 479
„ ენერგია 476
„ ფენა 476
ზოლი 578

თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი 177
თერმოდინამიკის პირველი კანონი 56
„ მეორე კანონი 78-79
„ მესამე კანონი 147
თერმოდინამიკური ალბათობა 74
„ პოტენციალი 141
თერმომეტრი 694
„ გაზიანი 696
„ ვერცხლისწყლის 697

იდეალური გაზი 115
„ მყარი სხეული 340
„ სითხე 535
იზობარული პროცესი 186
იზოტოპი 17
იზოთერმული პროცესი 185
იზოტროპული სხეული 293
იზოქორული პროცესი 186
ინდექსები, კრისტალის 297
ინვერსია 300
ინვერსიის ტემპერატურა 225
ინფორმაცია 125—126
იონი 21

კალორია 65
კალორიმეტრები 707—714
კაპილარული კონდენსაცია 512
კაპილარული მოვლენები 499
კარნოს ციკლი 156
კვინკეს მეთოდი 692
კინეტიკური წნევა 234
კლაპეირონის განტოლება 169
კლაპეირონ-კლაუზიუსის განტოლება 269
კლემან-დეზორმის მეთოდი 711
კოლოიდური ნარევები 517
კრისტალი, მეტალური 314
„ მოლეკულური 313
„ ჰეტეროპოლარული 312
„ ჰომეოპოლარული 312
კრისტალური მესერი 308
„ სისტემები 302
კრიტიკული მდგომარეობა 246
„ სიდიდეები 239
„ წერტილი 246
კუმშვის მოდული 348
კენდტის მეთოდი 691
კუტა-ჟუკოვსკის თეორემა 608

ლამბდა გადასვლა 397
ლამინარული დინება 589
ლაპლასის ფორმულა (ზედ. დაჭიმ.) 489
ლაპლასის ფორმულა (ბგერის სიჩქ.) 631
ლენგმუირის იზოთერმა 588

მაკრომდგომარეობა 78
მაქსველის განაწილების კანონი 193
„ დემონი 124
„ წესი 266
მანომეტრები 699—761
მანჭანა ორთქლის 159
„ სითბური 150
მარგი ქმედების კოეფიციენტი 151
მასდეფექტი 15
მაქსიმალური მუშაობა 139
მდგარი ტალღა 666
მდგომარეობის განტოლება 54
„ დიაგრამა 62, 388
„ დიაგრამა (ხსნარის) 462
მიკრომდგომარეობა 79
მესერი კრისტალური 308
„ რთული 310
„ სივრცული 305
„ ტრანსლაციური 310
მესერის ბაზისი 312
მესერის პარამეტრი 305
მეტასტაბილური მდგომარეობა 337
მოდიფიკაციები 461
მოდული დრეკადობის 325
„ ყოველმხრივი კუმშვის 348
„ ძვრის 345

ნაჯერი ორთქლი 244
ნეიტრალური ფენა 352
ნეიტრონი 11
ნერნსტის თეორემა 143
ნიუტონის კანონი (ბგერის სიჩქარე) 617
ნიუტონის კანონი (წინააღმდეგ) 599

პასკალის კანონი 540
პერპეტუუმ მობილე, პირველი გვარის 151—153
პერპეტუუმ მობილე, მეორე გვარის 151—153
პიკნომეტრები 716
პლატოს ცდა 556
პლასტიკური დეფორმაცია 354
პოლიკრისტალი 294
პოლიმორფიზმი 391
პოლიტროპული პროცესი 192
პოტენციალი, სიჩქარეთა 558
პოტენციალური დინება 556
პროპორციულობის ზღვარი 338
პროტონი 11
პროცესები, შექცევადი და შეუქცევადი 129
პუაზი 428
პუასონის განტოლება 185
„ კოეფიციენტი 342

რაულის კანონი 449
რეალური გაზი 209
რეზონანსი, ბგერის 689
რეზონატორი ჰელმჰოლცის 689
რეინოლდსის რიცხვი 576
რეკრისტალიზაცია 367
რელეის დისკო 690

სასაზღვრო მრუდი 305
„ ფენა 530
სამმაგი წერტილი 358
საშუალო განარბენი 404
„ კვადრატული ფლექსტაცია 36
„ მნიშვნელობა 34, 47
„ სიჩქარე 195
სიბლანტე 412, 415, 423, 439
სიბლანტის კოეფიციენტი 417
სივრცული მესერი 305
სიმკვრივე 48, 49
სიმეტრიის ელემენტები 306
„ კლასები 301
„ ცენტრი 306
სითბოგამტარობა 413, 429
„ კოეფიციენტი 419
სითბოს რაოდენობა 60
სითბოტევადობა 76
სითბური მანჭანა 150
სტატისტიკური მეთოდი 5
„ წონასწორობა 45

ტალღა განივი 651
„ დეფორმაციის 615
„ სიგრძივი 621
ტალღის ზედაპირი 618

„ სიგრძე 620
ტემპერატურა, აბსოლუტური 52
„ კრიტიკული 239
„ უარყოფითი 105
ტომსონის თეორემა 565
ტორიჩელის ფორმულა 551
ტუმბო გედეს 705
„ ლენგმუირის 705
„ როტაციული 703
ტურბულენტური დინება 589

უალბათესი სიჩქარე 195
ულტრაბგერა 678
ულტრაგაიშვიათებული გაზი 423
უწყვეტობის განტოლება 553

ფაზა (რხევის) 618
„ (არაერთგვაროვანი სისტემის) 257—258
ფაზათა წესი 444
„ წონასწორობის პირობები 258—263
ფაზური გადასვლები, პირველი გვარის 257
„ „ მეორე გვარის 347, 472
ფარდობითი წაგრძელება 334
ფლუქტუაცია 36, 89

ქერო 353
ქუნვა 351
ქუნვის ისარი 354

ციკლი დიზელის 159
„ კარნოს 156
„ ოტოს 159
ცირკულაცია 557

ძაბვა 333
„ წყვეტის 398
ძგერა 679
ძვრა 335
ძვრის კოეფიციენტი 741
„ მოდული 345

წნევა 59
წინააღმდეგობა 599
წნევა კინეტიკური 214
წნევა შინაგანი 215
წყვეტის ძაბვა 398

შინაარსი

სტატისტიკური ფიზიკის (თერმოდინამიკის) ძირითადი ცნებები და კანონები

მაკროსკოპული სხეულების შესწავლის ძირითადი მეთოდები 3

პირველი თავი

ნივთიერების აგებულება

§ 1. ნივთიერების შემადგენელი ძირითადი ელემენტარული ნაწილაკები 10
§ 2. ატომბირთვი და ატომი 13
§ 3. მოლეკულა 18
§ 4. ურთიერთქმედება ელემენტარულ ნაწილაკებს, ატომებსა და მოლეკულებს შორის 21

მეორე თავი

სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი ცნებები

§ 5. ალბათობა, განაწილების ფუნქცია და საშუალო მნიშვნელობა. ფლუქტუაცია 26
§ 6. ნაწილაკის მდგომარეობის ალბათობა. სტატისტიკური წონასწორობა 37
§ 7. ფიზიკურ სიდიდეთა საშუალო მნიშვნელობები. სიმკვრივე, წნევა და ტემპერატურა. მდგომარეობის განტოლება 46

მესამე თავი

§ 8. მაკროსხეულების ურთიერთქმედების სახეები: მუშაობა და სითბო. თერმოდინამიკის პირველი კანონი 56
§ 9. მუშაობისა და სითბოს ფიზიკური აზრი და თვისებები . . 61
§ 10. მაკროსხეულის თვისებების დამახასიათებელი სიდიდეები . 70

მეოთხე თავი

თერმოდინამიკის მეორე კანონი

§ 11. მაკროსხეულის მიკრო- და მაკრომდგომარეობანი 78
§ 12. თერმოდინამიკის მეორე კანონი განმხოლოებული სისტემისათვის . 83
§ 13. ენტროპია და მისი კავშირი ალბათობასთან 90
§ 14. ბოლცმანის ფორმულა ნაწილაკთა განაწილებისათვის უჯრედებს შორის 95
§ 15. უარყოფითი ტემპერატურა 105
§ 16. ნაწილაკების განაწილება სივრცეში იმპულსის მიხედვით ბოლცმანის ფორმულის გამოყენებით 109

§ 17. სტატისტიკური ფიზიკის ძირითადი შედეგების ექსპერიმენტული შემოწმება. ფლუქტუაციები კოლოიდურ ხსნარში. მოძრაობა . . 113

მეხუთე თავი

სისტემის ენტროპიის ცვლილება გარემოსთან ურთიერთქმედების დროს

§ 18. შექცევადი და შეუქცევადი პროცესები 128
§ 19. ენტროპიის ცვლილება შექცევადი პროცესის დროს . . . 132
§ 20. ენტროპიის ცვლილება შეუქცევადი პროცესის დროს . . . 136
§ 21. ენტროპიის ცვლილება სასრული პროცესებისათვის . . . 137
§ 22. თერმოდინამიკის პირველი და მეორე კანონის გაერთიანება. მაქსიმალური მუშაობა და წონასწორობის პირობები 139
§ 23. სხეულების თერმოდინამიკური თვისებები ტემპერატურის აბსოლუტურ ნულზე. თერმოდინამიკის მესამე კანონი (ნერნსტის თეორემა) 143

მეექვსე თავი

თერმოდინამიკის ტექნიკური გამოყენებანი

შესავალი 149
§ 24. სითბური მანქანის ზოგადი სქემა და მარგი ქმედების კოეფიციენტი 150
§ 26. კარნოს ციკლი 156
§ 27. ტექნიკური ციკლები 158

აგრეგატული მდგომარეობების მოლეკულური ფიზიკა

შესავალი . 163

მეშვიდე თავი

იდეალური გაზი

§ 28. ზოგადი დახასიათება 165
§ 29. იდეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება — კლაპეირონის განტოლება 166
§ 30. კლაპეირონის განტოლების ზოგიერთი შედეგი 170
§ 31. იდეალური გაზის გაფართოების, კუმშვისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები 172
§ 32. იდეალური გაზის ენერგია და სითბოტევადობა 174
§ 33. იდეალური გაზის ენტროპია, თავისუფალი ენერგია და თერმოდინამიკური პოტენციალი 184
§ 34. იზოთერმული პროცესი და ბოილ-მარიოტის კანონი . . . 185
§ 35. იზოქორული პროცესი 188
§ 36. იზობარული პროცესი 189
§ 37. ადიაბატური პროცესი და პუასონის განტოლება 190
§ 38. პოლიტროპული პროცესი 192
§ 39. იდეალური გაზის მოლეკულების განაწილება სიჩქარეების მიხედვით — მაქსველის განაწილების კანონი 193
§ 40. ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი 201
§ 41. მაქსველის განაწილების კანონის ექსპერიმენტული შემოწმება . . 203

მერვე თავი
რეალური გაზები და სითხეები

§ 42. მოლეკულების სიდიდე და ურთიერთქმედება 209
§ 43. რეალური გაზის ენერგია და შინაგანი წნევა 212
§ 44. რეალური გაზის მდგომარეობის განტოლება — ვან-დერ-ვაალსის განტოლება 216
§ 45. გეი-ლუსაკისა და ჯოულ-ტომსონის ცდები 219
§ 46. რეალური გაზის გაფართოების, კუმშვისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები. სითბოტევადობა 226
§ 47. ვან-დერ-ვაალსის განტოლების a და b კოეფიციენტები . . . 232
§ 48. რეალური გაზის იზოთერმა და გაზის გადასვლა თხევად მდგომარეობაში 236
§ 49. კრიტიკული მდგომარეობა 246
§ 50. გაზი — სითხე — არაერთგვაროვანი სისტემის PVT დიაგრამა . 251
§ 51. არაერთგვაროვანი სისტემის წონასწორობის პირობები . . . 256
§ 52. წონასწორობის პირობების შედეგები 263
§ 53. სითხის სტრუქტურა 274
§ 54. სითხეების კუმშვის, თერმული გაფართოებისა და წნევის თერმული კოეფიციენტები. სითბოტევადობა 276
§ 55. შესაბამის მდგომარეობათა კანონი 287

მეცხრე თავი
მყარი სხეულები

§ 56. ამორფული და კრისტალური მყარი სხეულები 292
§ 57 კრისტალების ბუნებრივი ფორმა და მისი კანონები 294
§ 58. კრისტალების სიმეტრია. სიმეტრიის ელემენტები 298
§ 59. კრისტალური მესერი 303
§ 60. ურთიერთქმედება კრისტალის ნაწილაკებს შორის და მათი მოძრაობის ხასიათი 312
§ 61. მყარი სხეულის ენერგია და სითბოტევადობა 319
§ 62. მყარი სხეულის გაფართოების კოეფიციენტები 324
§ 63. მყარი სხეულების მექანიკური თვისებები 330
§ 64. ჰუკის კანონის ზოგადი გამოსახვა. სხვადასხვა სახის დრეკადი დეფორმაცია 341
§ 65. დრეკადი დეფორმაციის ენერგია და მუშაობა 355
§ 66. მონოკრისტალებისა და პოლიკრისტალების პლასტიკური დეფორმაციები 359
§ 67. დრეკადი შემდგომქმედება და ჰისტერეზისი 368
§ 68. დისლოკაციები 370
§ 69. სითხის გადასვლა მყარ კრისტალურ მდგომარეობაში 372
§ 70. გადაცივებული სითხე და ამორფული მდგომარეობა 379
§ 71. გაზის გადასვლა მყარ მდგომარეობაში და მყარი სხეულის სუბლიმაცია 384
§ 72. გაზური, თხევადი და მყარი ფაზის წონასწორობა. სამმაგი წერტილი. მყარი ფაზის მოდიფიკაციები 387
§ 73. თხევადი ჰელიუმი და მეორე გვარის ფაზური გადასვლები . . 396

მეათე თავი

მოლეკულების დაჯახება და გადატანის მოვლენები

§ 74. დაჯახებათა რიცხვი და საშუალო განარბენი . . 401
§ 75. გადატანის ზოგადი ფორმულა . . . 410
§ 76. შინაგანი ხახუნი, ანუ სიბლანტე . . . 415
§ 77. სითბოგამტარობა . . . 419
§ 78. დიფუზია 421
§ 79. გადატანის მოვლენები ულტრაგაიშვიათებულ გაზებში 423
§ 80. გადატანის მოვლენები სითხეებში . . . 427
§ 81. დიფუზია და შინაგანი ხახუნი მყარ სხეულებში . 432

მეთერთმეტე თავი

მრავალკომპონენტიანი სისტემები (ხსნარები)

§ 82. ხსნარის ზოგადი დახასიათება 4
§ 83. გაზური ხსნარები . . . . . .
§ 84. რამდენიმეკომპონენტიან ფაზათა წონასწორობის პირობები . . 41
§ 85. გამხსნელის ნაჯერი ორთქლის წნევა ხსნარზე . . . 44
§ 86. დუღილისა და დნობის ტემპერატურების ცვლილება გახსნის შედეგად 451
§ 87. გახსნილი ნივთიერების განაწილება ორ სხვადასხვა გამხსნელს შორის 454
§ 88. ოსმოსური წნევა 456
§ 89. ხსნადობის დამოკიდებულება წნევასა და ტემპერატურაზე. სხვადასხვა ტიპის ხსნარები 4
§ 90. სითბოს გამოყოფა გახსნის დროს . . . . .
§ 91. მყარი ხსნარების სტრუქტურა . . . . .

მეთორმეტე თავი

ზედაპირული მოვლენები

§ 92. ზედაპირული ფენა და მისი ენერგია . . . . .
§ 93. ზედაპირული დაჭიმულობა 4
§ 94. ფაზების წონასწორობის პირობები გამრუდებული გამყოფი ზედაპირის შემთხვევაში 5
§ 95. სითხის თხელი აპკები . . . . .
§ 96. ზედაპირული მოვლენები სამი ფაზის შეხებისას . .
§ 97. სითხის სვეტის სიმაღლე კაპილარულ მილში . . .
§ 58. ზედაპირული მოვლენები ხსნარის შემთხვევაში (ადსორბცია)
§ 99. ადსორბციის სხვადასხვა შემთხვევა . . . . .
§ 100. ორგანზომილებიანი ფაზები (გაუხსნადი აპკები) . .
§ 101. კოლოიდური ნარევები . . . . .
§ 102. ფაზური გადასვლის მექანიზმი . . . .

მეცამეტე თავი

სითხეებისა და გაზების დინება

§ 103. იდეალური სითხის ძრაობის განტოლებები . .
§ 104. იდეალური სითხის წონასწორობა 54
§ 105. დენის ხაზები და ტრაექტორიები. ბერნულის განტოლება 546

§ 106. იდეალური სითხის პოტენციალური და გრიგალური დინება . . 556
§ 107. გრიგალური დინების წარმოშობა პოტენციალური დინებიდან . 570
§ 108. ბლანტი სითხეების დინება 574
§ 109. ბლანტი სითხის დინება წრიული კვეთის მქონე მილში . . 578
§ 110. ბლანტი სითხის დინება რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობის შემთხვევაში. სასაზღვრო ფენა 580
§ 111. ბლანტი სითხის ტურბულენტური მოძრაობა 588
§ 112. იმპულსის კანონი. სითხეში მოთავსებულ სხეულზე მოქმედი ძალები 591

მეთოთხმეტე თავი

დეფორმაციის ტალღების გავრცელება სხეულებში (აკუსტიკა)

§ 113. დეფორმაციების გავრცელება სითხეებსა და გაზებში 610
§ 114. ბგერის სიჩქარე სითხესა და გაზში . . 629
§ 115. ბგერის ტალღების ენერგია. ბგერის ინტენსივობა . . 634
§ 116. ბგერის არეკვლა და გარდატეხა . . . 638
§ 117. ბგერის შთანთქმა და დისპერსია 645
§ 118. დეფორმაციების გავრცელება მყარ სხეულებში . . . 650
§ 119. დეფორმაციების გავრცელება შემოსაზღვრულ სხეულებში . 657
§ 120. ტალღების ინტერფერენცია 674
§ 121. ჰიუგენსის პრინციპი და ტალღების დიფრაქცია . 679
§ 122. ბგერის წყაროები და მიმღებები . 682
§ 123. ბგერის ძალის, სიხშირისა და სიჩქარის გაზომვა 690

მეთხუთმეტე თავი

საზომი იარაღები და ზოგიერთი სიდიდის გაზომვის მეთოდები

§ 124. ტემპერატურის გაზომვა. თერმომეტრები 694
§ 125. წნევის გაზომვა. მანომეტრები და ბარომეტრები 699
§ 126. ტუმბოები 703
§ 127. კალორიმეტრები და სითბოტევადობის გაზომვის მეთოდები . 707
§ 128. [illegible]მკვრივის გაზომვა 715
§ 129. [illegible]კართოების კოეფიციენტების გაზომვა . . . 717
§ 130. [illegible]ლანტისა და ზედაპირული დაჭიმულობის გაზომვა 719
§ 131. [illegible]ნობრივი საძიებელი 724

Мирианашвили Матвей Михайлович

Курс общей физики

II часть

(на грузинском языке)

რედაქტორი ა. იშხნელი
გამომც. რედაქტორი ვ. კობიაშვილი
გარეკანის მხატვარი ზ. გოგოლაძე
მხატვრული რედაქტორი შ. ნიორაძე
ტექრედაქტორი გ. ჯოხაძე
კორექტორი მ. კაჭახიძე

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 26/VII-66 წ.
ქაღალდის ზომა 60×90 1/16. ნაბეჭდი თაბახი 45,75.
საღრიცხვო-საგამომცემლო თაბახი 37,85.
უე 00304 ტირაჟი 5.000 შეკვ. № 1035

ფასი 1 მან. 51 კაპ.

გამომცემლობა „განათლება", თბილისი, კამოს ქ. № 18.
Издательство «Ганатлеба», Тбилиси, ул. Камо, 18.
1966

თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა, თბილისი, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.
Типография Тбилисского университета, Тбилиси, пр. И. Чавчавадзе, 1.